

## Modelagem Matemática e a BNCC do Ensino Médio

**Autor:** *Christian Roberto Dameto*

**Orientador:** *Alex Carlucci Rezende*

**Disciplina:** Trabalho de Conclusão do Curso

**Curso:** Licenciatura em Matemática

**Professores Responsáveis:** Adriana Ramos Pereira  
Luís Antônio Carvalho dos Santos  
Wladimir Seixas



# Modelagem Matemática e a BNCC do Ensino Médio

**Autor:** *Christian Roberto Dameto*

**Orientador:** *Alex Carlucci Rezende*

**Disciplina:** Trabalho de Conclusão do Curso

**Curso:** Licenciatura em Matemática

**Professores Responsáveis:** Adriana Ramos Pereira  
Luís Antônio Carvalho dos Santos  
Wladimir Seixas

**Instituição:** Universidade Federal de São Carlos  
Centro de Ciências Exatas e de Tecnologia  
Departamento de Matemática

São Carlos, 16 de dezembro de 2021.

---

Christian Roberto Dameto (aluno)

---

Alex Carlucci Rezende (orientador)





**FUNDAÇÃO UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO CARLOS**

**COORDENAÇÃO DOS CURSOS DE GRADUAÇÃO EM MATEMÁTICA - CCM/CCET**

Rod. Washington Luís km 235 - SP-310, s/n - Bairro Monjolinho, São Carlos/SP, CEP 13565-905  
 Telefone: (16) 33518221 - <http://www.ufscar.br>

DP-TCC-FA nº 26/2021/CCM/CCET

**Graduação: Defesa Pública de Trabalho de Conclusão de Curso**

**Folha Aprovação (GDP-TCC-FA)**

**FOLHA DE APROVAÇÃO**

**CHRISTIAN ROBERTO DAMETO**

**MODELAGEM MATEMÁTICA E A BNCC DO ENSINO MÉDIO**

**Trabalho de Conclusão de Curso**

**Universidade Federal de São Carlos – Campus São Carlos**

São Carlos, 26 de novembro de 2021

**ASSINATURAS E CIÊNCIAS**

Cargo/Função	Nome Completo
Orientador	Alex Carlucci Rezende
Membro da Banca 1	Marcus Vinícius de Araújo Lima
Membro da Banca 2	Adriana Ramos Pereira



Documento assinado eletronicamente por **Alex Carlucci Rezende, Professor(a) Adjunto(a)**, em 01/12/2021, às 10:42, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do [Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015](#).



Documento assinado eletronicamente por **Marcus Vinicius de Araujo Lima, Professor(a) do Magistério Superior**, em 01/12/2021, às 17:09, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do [Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015](#).



Documento assinado eletronicamente por **Adriana Ramos Pereira, Professor(a) Adjunto(a)**, em 02/12/2021, às 09:42, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do [Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015](#).



A autenticidade deste documento pode ser conferida no site <https://sei.ufscar.br/autenticacao>, informando o código verificador **0545817** e o código CRC **7F758407**.

**Referência:** Caso responda a este documento, indicar expressamente o Processo nº 23112.023204/2021-90

SEI nº 0545817

Modelo de Documento: Grad: Defesa TCC: Folha Aprovação, versão de 02/Agosto/2019



# Resumo

Este Trabalho de Conclusão de Curso visa construir relações entre o trabalho com modelagem matemática de acordo com as concepções de Bassanezi (2002) e Burak (1992), e os objetivos de aprendizagem propostos pela BNCC do Ensino Médio através de Competências e Habilidades, evidenciando como a prática com modelagem pode contribuir no cumprimento desses objetivos e na formação de pessoas críticas, capacitadas ao exercício pleno da cidadania. Também ilustra, através da análise de um relato de experiência, como a modelagem foi capaz de mediar o aprendizado de Habilidades destacadas da BNCC e dar significado a conceitos matemáticos abstratos, promovendo conexões com conhecimentos prévios trazidos pelos educandos.





# Sumário

<b>Introdução</b>	<b>vii</b>
<b>1 A Modelagem Matemática na perspectiva da Educação Matemática</b>	<b>1</b>
1.1 Breve história da modelagem no Brasil . . . . .	1
1.2 Algumas concepções sobre modelagem . . . . .	2
1.2.1 Modelagem segundo Bassanezi . . . . .	2
1.2.2 Modelagem segundo Burak . . . . .	4
<b>2 A BNCC do Ensino Médio</b>	<b>7</b>
2.1 Competências e Habilidades . . . . .	7
<b>3 Modelagem matemática: ferramenta aos objetivos da BNCC</b>	<b>11</b>
3.1 Algumas competências gerais da Educação Básica à luz da modelagem matemática . . . . .	11
3.2 Modelagem no desenvolvimento de competências específicas de Matemática e suas Tecnologias . . . . .	12
3.3 Habilidades trabalhadas em uma situação de ensino de matemática com modelagem . . . . .	14
<b>4 Considerações finais</b>	<b>19</b>



# Introdução

Segundo dados obtidos pelo PISA 2018 e divulgados pelo INEP <sup>1</sup>, 68,1% dos estudantes brasileiros com 15 anos de idade não possui nível básico de matemática, mínimo para pleno exercício da cidadania. Buscando superar paradigmas do ensino tradicional e promover uma aprendizagem significativa capaz de vencer a situação apresentada pelos resultados do PISA, a modelagem matemática pode ser uma alternativa metodológica eficaz ao promover uma conexão entre os conhecimentos prévios trazidos pelos educandos e o arcabouço matemático a ser aprendido, além de contramedida à famosa frase: “onde vou usar isso na minha vida?”

Este trabalho tem o objetivo de apresentar conexões entre as aprendizagens consideradas essenciais pela Base Nacional Comum Curricular (BNCC), em especial na área de Matemática e suas Tecnologias, e a metodologia da modelagem matemática como inspiração para definição dessas aprendizagens ou ferramenta para alcançá-las. Para tal, divide-se em quatro capítulos: O Capítulo 1 situa o leitor sobre a metodologia da modelagem matemática, seu percurso acadêmico no Brasil e como se trabalha com modelagem segundo Bassanezi (2002) e Burak (1992). O Capítulo 2 apresenta a BNCC e sua estrutura, assim como suas fundamentações legais. O Capítulo 3 realiza as conexões entre as aprendizagens definidas por Competências Gerais da Educação Básica, Competências Específicas e Habilidades de Matemática e suas Tecnologias e como alcançá-las por meio do uso da modelagem matemática, incluindo um exemplo de trabalho com modelagem no Ensino Médio. O Capítulo 4 traz, então, as considerações finais e como este trabalho contribui na formação do autor como Licenciado em Matemática capaz de promover um modelo de ensino de matemática significativo e voltado à formação de pessoas críticas capazes de exercer sua cidadania em plenitude.

---

<sup>1</sup>Disponível em <[http://portal.inep.gov.br/artigo/-/asset\\_publisher/B4AQV9zFY7Bv/content/pisa-2018-revela-baixo-desempenho-escolar-em-leitura-matematica-e-ciencias-no-brasil/21206](http://portal.inep.gov.br/artigo/-/asset_publisher/B4AQV9zFY7Bv/content/pisa-2018-revela-baixo-desempenho-escolar-em-leitura-matematica-e-ciencias-no-brasil/21206)>. Consulta em 09 nov. 2021.



# Capítulo 1

## A Modelagem Matemática na perspectiva da Educação Matemática

### 1.1 Breve história da modelagem no Brasil

Segundo Biembengut (2009) os movimentos educacionais pela modelagem matemática na educação têm início no Brasil por volta do final dos anos 1970 e início dos anos 1980, impulsionados por pessoas como Aristides C. Barreto, Ubiratan D'Ambrosio, Rodney C. Bassanezi, João Frederico Mayer, Marineuza Gazzetta e Eduardo Sebastiani. Biembengut (2009) também divide a produção de trabalhos acadêmicos na área em três fases: “*na primeira fase, entre os anos 1976 a 1986, as três primeiras dissertações oriundas dos Programas de Pós-Graduação da PUC-RJ e da UNICAMP(Campinas-SP); na segunda, 8 do Programa da UNESP (Rio Claro-SP) entre os anos de 1987 a 1991; e na terceira, de vários Programas de Pós-Graduação*”. Tal divisão tem forte relação com as mudanças na concepção de modelagem matemática.

Biembengut (2009) afirma ainda que o número de relatos de experiências com modelagem matemática em sala de aula tem aumentado de forma significativa, assim como o interesse dos professores por cursos de formação e publicações, ou ainda os cursos de Licenciatura em matemática que vêm incluindo modelagem à grade curricular como disciplina ou conteúdo da disciplina de Metodologia do Ensino da Matemática. Nota-se que mesmo com quarenta anos de história no Brasil, a modelagem permanece atual como campo de pesquisa em educação e metodologia de ensino de matemática, com número cada vez maior de adeptos e perspectiva de crescimento.

## 1.2 Algumas concepções sobre modelagem

### 1.2.1 Modelagem segundo Bassanezi

“Para o desenvolvimento de um novo modelo de educação menos alienado e mais comprometido com as realidades dos indivíduos e sociedades, necessitamos lançar mão de instrumentos matemáticos interrelacionados a outras áreas do conhecimento humano” (BASSANEZI, 2002, p.15). Seguindo essa linha de raciocínio, é notável a contribuição que a modelagem matemática é capaz de trazer na formação de cidadãos autônomos e capazes de tomar decisões racionais, afinal segundo o professor Rodney Carlos Bassanezi (2002, p.16) “a modelagem matemática consiste na arte de transformar problemas da realidade em problemas matemáticos e resolvê-los interpretando suas soluções na linguagem do mundo real”, logo a própria essência da modelagem é atrelada a formas de interpretar a realidade à nossa volta. Note que a modelagem matemática pode ser considerada tanto como método científico de pesquisa quanto como estratégia educacional, sendo a segunda a forma considerada no decorrer deste trabalho.

Para Bassanezi (2002, p.19) um modelo é um sistema artificial criado da reflexão sobre aspectos da realidade, na tentativa de explicar, entender ou agir sobre ela, selecionando argumentos ou parâmetros considerados essenciais do sistema. O modelo é uma forma de representar recortes da realidade, e pode ser mais ou menos preciso de acordo com os parâmetros e argumentos considerados e com os objetivos de sua construção. Já um modelo matemático é “um conjunto de símbolos e relações matemáticas que representam de alguma forma o objeto estudado” (BASSANEZI, 2002, p.20).

Apesar da gama de classificações de modelos matemáticos em virtude da natureza dos fenômenos ou situações analisadas e do tipo de matemática utilizada, ao tratar da modelagem matemática com fins pedagógicos, o tipo de modelo utilizado é o *educacional*.

*Educacional*, quando é baseado em um número pequeno ou simples de suposições, tendo, quase sempre, soluções analíticas. [...] O método empregado por tais modelos envolve a investigação de uma ou duas variáveis, isoladas da complexidade das outras relações fenomenológicas. Geralmente estes modelos não representam a realidade com o grau de fidelidade adequada para se fazer previsões. Entretanto, a virtude de tais modelos está na aquisição de experiência e no fornecimento de ideias para a formulação de modelos mais adequados à realidade estudada. (BASSANEZI, 2002, p.20)

Bassanezi (2002, p.23-31) afirma ainda que o processo de modelagem, ou construção do modelo matemático, deve seguir uma sequência de etapas, marcadas pelas atividades intelectuais:

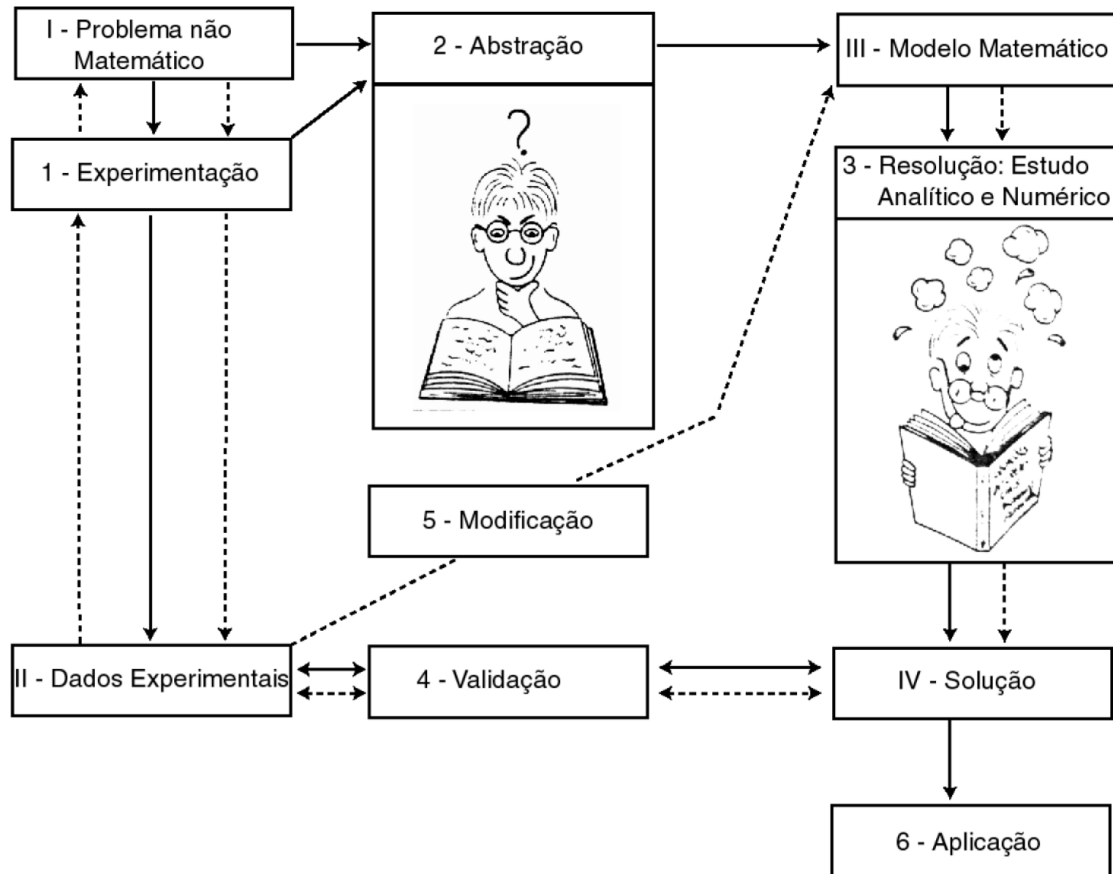


Figura 1.1: Esquema de uma modelagem. Fonte:[1, BASSANEZI, 2002, p.27]

1. *Experimentação*: onde ocorre a obtenção de dados e cujos métodos experimentais são ditados pela natureza do fenômeno estudado e objetivos da pesquisa.
2. *Abstração*: procedimento que deve levar à formulação do modelo matemático; procura-se estabelecer:
  - Seleção de variáveis;
  - Problematização ou formulação aos problemas teóricos numa linguagem própria da área em que se está trabalhando;
  - Formulação de hipóteses;
  - Simplificação.
3. *Resolução*: as soluções das equações e sistemas podem ser obtidas por métodos algébricos e analíticos ou computacionais.
4. *Validação*: os modelos, juntamente com as hipóteses que lhe são atribuídas, são testados em confronto com os dados empíricos.
5. *Modificação*: nenhum modelo deve ser considerado definitivo, uma vez que novos fatos ou ferramentas podem contribuir com a construção de um novo modelo, mais

adequado aos objetivos para os quais for elaborado.

A Figura 1.1 apresenta um esquema com as etapas a serem realizadas durante um processo de modelagem matemática, onde as setas contínuas apresentam a primeira aproximação, complementadas pelas setas pontilhadas representando possíveis trajetos tomados no decorrer da modelagem de acordo com as necessidades de melhoria do modelo. Ou seja, suas etapas não ocorrem de forma rigidamente linear, permitindo revisitá-las munido de novas hipóteses e informações, revisitando também conceitos matemáticos ou de outras áreas relacionadas ao problema modelado.

A realização dessas etapas apresenta um contraponto ao método tradicionalmente utilizado para o ensino de matemática nas escolas que se mostra, de acordo com Bassanezi (2002, p.36), “de maneira desvinculada da realidade, e mesmo do processo histórico de construção da matemática. Assim é que um teorema é ensinado, seguindo o seguinte esquema: “**enunciado**  $\rightarrow$  **demonstração**  $\rightarrow$  **aplicação**”, quando de fato o que poderia ser feito é sua construção na ordem inversa (a mesma que deu origem ao teorema), isto é, sua motivação (externa ou não à matemática), a formulação de hipóteses, a validação das hipóteses e novos questionamentos, e finalmente seu enunciado. Estaríamos assim reinventando o resultado junto com os alunos, seguindo o processo da modelagem e conjugando verdadeiramente o binômio ensino-aprendizagem.”

### 1.2.2 Modelagem segundo Burak

“A Modelagem Matemática constitui-se em um conjunto de procedimentos cujo objetivo é construir um paralelo para tentar explicar, matematicamente, os fenômenos presentes no cotidiano do ser humano, ajudando-o a fazer previsões e a tomar decisões” (BURAK, 1992, p.62). A modelagem, por sua própria natureza, mostra-se como ferramenta na formação de cidadãos críticos capazes de tomar decisões e formar opiniões melhor embasadas, e pode ser estratégia de transformação do propósito da escola, que deveria ser, para o professor Dionísio Burak (1992, p.322), “a preocupação em preparar as novas gerações para serem capazes de determinar seus próprios caminhos”.

Ao construir uma ligação com a aprendizagem significativa proposta por Ausubel <sup>1</sup>, onde uma nova informação se relaciona a uma já existente na estrutura de conhecimento do indivíduo, o trabalho com modelagem promove o estabelecimento dessas relações ao passo que os conceitos são aprendidos a partir de assunto de interesse do educando e progressivamente construídos conforme as necessidades impostas pelo projeto. “No método da Modelagem Matemática, a compreensão e o significado de cada conteúdo,

---

<sup>1</sup>AUSUBEL, D. P. **Educational psychology**: a cognitive view. New York, Holt, Rinehart e Winston, 1968.



necessário à solução do problema proposto, adquire uma dimensão mais profunda, através da própria construção desse conhecimento. Esse método de trabalho torna o ensino de Matemática mais vivo, mais dinâmico e extremamente significativo para o aluno” (BURAK, 1992, p.93-94).

Burak (1992, p. 178-182) define o processo de modelagem matemática a nível de Ensino Fundamental e Médio em algumas etapas que podem ocorrer:

1. *Escolha do tema*: os participantes escolhem o tema de um conjunto de possíveis temas, em acordo com seus interesses;
2. *Fase exploratória*: realiza-se a coleta de informações, pode consistir de visitas, coletas de dados e entrevistas;
3. *Formulação do problema ou especificação do interesse*: a formulação do problema de interesse de forma correta e clara, em linguagem natural, é fundamental à sua formulação em linguagem matemática;
4. *Construção do modelo*: tradução do problema em linguagem matemática e relações entre as variáveis intervenientes no problema;
5. *Validação do modelo*: verificar se o modelo condiz com a situação inicial apresentada e se a matemática utilizada na formulação do modelo apresenta auto-consistência;
6. *Reformulação do modelo*: caso o modelo não represente a situação inicial no momento da validação, é necessário reorientar as relações entre as variáveis envolvidas, que dará origem a um novo modelo novamente submetido à validação;
7. *Interpretação dos resultados*: verificar se os resultados obtidos pela resolução do modelo satisfazem as questões levantadas pelo problema de interesse.

É notável a semelhança guardada entre as etapas da modelagem matemática propostas por Burak (1992) e Bassanezi (2002), o que não se faz coincidência uma vez que derivam do mesmo campo da Matemática Aplicada e apontam uma alternativa comum ao ensino tradicional de matemática que, para Burak (1992, p.68), “ênfatisa em demasia as regras, a memorização para as respostas às questões matemáticas” e é exemplificado pela frequência com que encontramos em cadernos de estudantes exercícios do tipo *arme e efetue*, onde é apresentado um modelo (a “continha” a ser efetuada) e pede-se que executem um algoritmo para obter o resultado (BURAK, 1992, p.68).

A busca por alternativas ao ensino tradicional de matemática pode ser notada também nos mais recentes documentos norteadores da Educação Básica no Brasil, em especial a BNCC, a qual será explorada no próximo capítulo.



---

## Capítulo 2

# A BNCC do Ensino Médio

Documento de caráter normativo, a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) “define o conjunto orgânico e progressivo de aprendizagens essenciais que todos os alunos devem desenvolver ao longo das etapas e modalidades da Educação Básica” (BRASIL, 2018, p.7), objetivando a construção de um patamar comum de aprendizagens a todos os estudantes brasileiros. Importante notar que portanto o documento não limita, mas serve de referência às propostas pedagógicas das escolas e formulação de currículos das redes escolares.

### 2.1 Competências e Habilidades

A BNCC define competência como “a mobilização de conhecimentos (conceitos e procedimentos), habilidades (práticas, cognitivas e socioemocionais), atitudes e valores para resolver demandas complexas da vida cotidiana, do pleno exercício da cidadania e do mundo do trabalho” (BRASIL, 2018, p.8). Então para além de conhecimentos teóricos sobre determinado tema, a BNCC preconiza a capacidade do educando de mobilizá-los para resolver problemas práticos do seu cotidiano presente e futuro. Além disso, por seu caráter nacional, define um conjunto básico de competências necessárias ao pleno exercício da cidadania a todos os cidadãos brasileiros.

Segundo o próprio documento, “é esse também o enfoque adotado nas avaliações internacionais da Organização para a Cooperação e Desenvolvimento Econômico (OCDE), que coordena o Programa Internacional de Avaliação de Alunos (Pisa, na sigla em inglês), e da Organização das Nações Unidas para a Educação, a Ciência e a Cultura (Unesco, na sigla em inglês), que instituiu o Laboratório Latino-americano de Avaliação da Qualidade da Educação para a América Latina (LLECE, na sigla em espanhol)” (BRASIL, 2018, p.13). Logo a estruturação da BNCC em competências e habilidades segue não só parâmetros nacionais, mas também objetivos educacionais internacionais

dispostos por variadas instituições regionais e globais.

Alicerçada sobre as dez competências gerais da Educação Básica, comuns a todas as etapas escolares, a etapa do Ensino Médio está organizada em quatro áreas do conhecimento: Linguagens e suas Tecnologias; Matemática e suas Tecnologias; Ciências da Natureza e suas Tecnologias; e Ciências Humanas e Sociais Aplicadas, fortalecendo a relação entre as disciplinas e sua contextualização para apreensão e intervenção na realidade, como aponta o Parecer CNE/CP nº11/2009<sup>1</sup>. São ainda detalhadas as habilidades de Língua Portuguesa e Matemática, presentes em todos os anos do Ensino Médio. Cada área do conhecimento traz então suas competências específicas de área, articuladas às competências específicas de área para o Ensino Fundamental e explicitando como as competências gerais se expressam nas áreas do conhecimento (BRASIL, 2018, p.33).

Cada competência específica é então relacionada a um conjunto de habilidades, que “expressam as aprendizagens essenciais que devem ser asseguradas aos alunos nos diferentes contextos escolares” (BRASIL, 2018, p.29) e são descritas de acordo com uma estrutura formada por: verbo(s) que explicita(m) o(s) processo(s) cognitivo(s) envolvido(s) na habilidade; complemento do(s) verbo(s), que explicita o(s) objeto(s) do conhecimento mobilizado(s) na habilidade; e modificadores do(s) verbo(s) ou complemento, que explicitam o contexto e/ou uma maior especificação da aprendizagem esperada (BRASIL, 2018, p.29). Como exemplo, é possível analisar a habilidade EM13MAT302: Resolver e elaborar problemas cujos modelos são as funções polinomiais de 1º e 2º graus, em contextos diversos, incluindo ou não tecnologias digitais. “Resolver e elaborar” são os verbos que explicitam os processos cognitivos; “problemas cujos modelos são as funções de 1º e 2º grau” é o complemento que explicita o objeto do conhecimento mobilizado; e “em contextos diversos, incluindo ou não tecnologias digitais”, os modificadores que explicitam o contexto.

Objetivando o desenvolvimento de habilidades relativas aos processos de investigação, de construção de modelos e de resolução de problemas, os estudantes devem “mobilizar seu modo próprio de raciocinar, representar, argumentar, comunicar e, com base em discussões e validações conjuntas, aprender conceitos e desenvolver representações e procedimentos cada vez mais sofisticados” (BRASIL, 2018, p.519). Cada ação mencionada abriga diversas competências gerais da Educação Básica, competências específicas de área e habilidades, como competências relacionadas a representar “pressupõem a elaboração de registros para evocar um objeto matemático” (BRASIL, 2018, p.519).

---

<sup>1</sup>BRASIL. Conselho Nacional de Educação; Conselho Pleno. Parecer nº 11, de 30 de junho de 2009. Proposta de experiência curricular inovadora do Ensino Médio. Diário Oficial da União, Brasília, 25 de agosto de 2009, Seção 1, p. 11. Disponível em: <[http://portal.mec.gov.br/dmdocuments/parecer\\_minuta\\_cne.pdf](http://portal.mec.gov.br/dmdocuments/parecer_minuta_cne.pdf)> . Acesso em: 20 out. 2021.

Já os campos da Matemática - Aritmética, Álgebra, Geometria, Probabilidade e Estatística, Grandezas e Medidas - são articulados a partir de um conjunto de pares de ideias fundamentais, sendo: variação e constância, relacionado a questões sobre o que mudou ou permaneceu inalterado; certeza e incerteza, associado a elaboração e validação de hipóteses; movimento e posição, ligado a transformações e representações geométricas e reconhecimento de padrões; relações e inter-relações, intimamente conectado ao conceito de função e à capacidade de articular conjuntamente diferentes áreas e campos do conhecimento (BRASIL, 2018, p.521).

Com base nos pressupostos acima são elaboradas cinco competências específicas e, relacionadas a cada uma delas, habilidades a serem desenvolvidas pelos estudantes na etapa do Ensino Médio, capazes de aprofundar e ampliar as habilidades propostas no Ensino Fundamental, essenciais à compreensão e atuação no mundo (BRASIL, 2018, p. 522). Cabe ressaltar ainda que embora uma habilidade possa contemplar mais de uma competência, essas foram organizadas de modo que uma habilidade esteja relacionada à sua competência mais afim. As competências da área de Matemática e suas Tecnologias serão exploradas com maior profundidade no próximo capítulo.



## Capítulo 3

# Modelagem matemática: ferramenta aos objetivos da BNCC

Neste capítulo, busca-se ilustrar como o uso da modelagem matemática pode contribuir com o cumprimento dos objetivos propostos pela BNCC e na aprendizagem das competências gerais da Educação Básica, competências específicas de área e habilidades.

### 3.1 Algumas competências gerais da Educação Básica à luz da modelagem matemática

As etapas do processo de modelagem matemática oferecem ambientes para aprendizagem de diversas competências gerais da Educação Básica, que englobam da Educação Infantil ao Ensino Médio e devem ser exercitadas ao longo de toda a vida escolar do estudante. A fim de estabelecer relações, são selecionadas aqui duas competências gerais da Educação Básica e observados como os ambientes propiciados pela modelagem influenciam positivamente na aprendizagem dessas competências.

**Competência geral 2:** Exercitar a curiosidade intelectual e recorrer à abordagem própria das ciências, incluindo a investigação, a reflexão, a análise crítica, a imaginação e a criatividade, para investigar causas, elaborar e testar hipóteses, formular e resolver problemas e criar soluções (inclusive tecnológicas) com base nos conhecimentos das diferentes áreas.

Sendo a modelagem matemática também um método científico de pesquisa, é uma abordagem própria das ciências como preconiza a competência. Durante a etapa de *abstração* ocorre a formulação dos problemas e elaboração das hipóteses, resolvidos e testados durante as fases de *resolução* e *verificação*. Entre os argumentos apresentados por Bassanezi em defesa da inclusão de aspectos da modelagem no ensino de matemática, o *argumento formativo* aponta que o próprio ato de trabalhar com a modelagem

matemática desenvolve “capacidade em geral e atitudes dos estudantes, tornando-os explorativos, criativos e habilidosos na resolução de problemas” (BASSANEZI, 2002, p.36).

**Competência geral 7:** Argumentar com base em fatos, dados e informações confiáveis, para formular, negociar e defender ideias, pontos de vista e decisões comuns que respeitem e promovam os direitos humanos, a consciência socioambiental e o consumo responsável em âmbito local, regional e global, com posicionamento ético em relação ao cuidado de si mesmo, dos outros e do planeta.

A *fase exploratória* de um trabalho com modelagem matemática promove o aprendizado na busca por informações relevantes e confiáveis posteriormente usadas na *formulação do problema* e analisadas para *construção do modelo*. A *escolha do tema* permite o debate de questões relevantes à realidade dos educandos e da sociedade: um trabalho sobre o sistema de distribuição de água de uma cidade, por exemplo, pode suscitar questões sobre consumo e desperdício ou acesso à água potável pela população. Já os processos de *validação do modelo* e *interpretação dos resultados* exigem o desenvolvimento da capacidade argumentativa e interpretativa

## 3.2 Modelagem no desenvolvimento de competências específicas de Matemática e suas Tecnologias

O trabalho com projetos envolvendo modelagem matemática propicia, em cada uma de suas etapas, um ambiente favorável ao aprendizado de todas as cinco competências específicas de Matemática e suas tecnologias.

A modelagem matemática é essencialmente um conjunto de procedimentos matemáticos utilizados na interpretação de questões das Ciências da Natureza e Humanas e do cotidiano, e por sua própria natureza favorece o aprendizado da primeira competência:

**Competência específica 1:** Utilizar estratégias, conceitos e procedimentos matemáticos para interpretar situações em diversos contextos, sejam atividades cotidianas, sejam fatos das Ciências da Natureza e Humanas, ou ainda questões econômicas ou tecnológicas, divulgados por diferentes meios, de modo a consolidar uma formação científica geral.

Enquanto *escolhe o tema*, de acordo com a proposta por Burak (1992, p.178), o grupo deve refletir quais são os assuntos que lhe interessam, podendo ser direcionados, com a mediação do professor, a questões socialmente relevantes da atualidade. O trabalho



com modelagem oferece então uma nova perspectiva sobre o tema, contribuindo para tomadas de decisão racionais e bem embasadas, e promovendo o aprendizado da segunda competência:

**Competência específica 2:** Articular conhecimentos matemáticos ao propor e/ou participar de ações para investigar desafios do mundo contemporâneo e tomar decisões éticas e socialmente responsáveis, com base na análise de problemas de urgência social, como os voltados a situações de saúde, sustentabilidade, das implicações da tecnologia no mundo do trabalho, entre outros, recorrendo a conceitos, procedimentos e linguagens próprios da Matemática.

Esta ideia é corroborada pelo *argumento de competência crítica*, onde o trabalho com modelagem “focaliza a preparação dos estudantes para a vida real como cidadãos atuantes na sociedade, competentes para ver e formar juízos próprios, reconhecer e entender exemplos representativos de aplicações e conceitos matemáticos” (BASSANEZI, 2002, p.37).

A terceira competência é explícita ao apontar a utilização de estratégias, conceitos e procedimentos matemáticos para “interpretar, construir modelos e resolver problemas em diversos contextos” (BRASIL, 2018, p.523), e as etapas de *validação do modelo* e *interpretação dos resultados* (BURAK, 1992, p.180-182) implicam na análise da plausibilidade dos resultados, podendo o modelo ser readequado na fase de *reformulação do modelo* (BURAK, 1992, p.181).

**Competência específica 3:** Utilizar estratégias, conceitos e procedimentos matemáticos, em seus campos – Aritmética, Álgebra, Grandezas e Medidas, Geometria, Probabilidade e Estatística –, para interpretar, construir modelos e resolver problemas em diversos contextos, analisando a plausibilidade dos resultados e a adequação das soluções propostas, de modo a construir argumentação consistente.

O *argumento de aprendizagem* apontado por Bassanezi (2002, p.37) implica que o trabalho com modelagem facilita “compreender melhor os argumentos matemáticos, guardar os conceitos e os resultados, e valorizar a própria matemática” (BASSANEZI, 2002, p.37), favorecendo a construção do raciocínio matemático proposta pela quarta competência:

**Competência específica 4:** Compreender e utilizar, com flexibilidade e fluidez, diferentes registros de representação matemáticos (algébrico, geométrico, estatístico, computacional etc.), na busca de solução e comunicação de resultados de problemas, de modo a favorecer a construção e o desenvolvimento do raciocínio matemático.

Tal argumento é complementado pelo *argumento intrínseco* de que a inclusão do trabalho com modelagem fornece “um rico arsenal para entender e interpretar a própria matemática em todas suas facetas” (BASSANEZI, 2002, p.37), inclusos nesse arsenal os diferentes registros de representação matemáticos (algébrico, geométrico, estatístico, computacional, etc.).

Interpretar a matemática em todas suas facetas supõe também um progressivo trabalho com propriedades da matemática pura, e a experiência obtida durante a *experimentação* (BASSANEZI, 2002, p.26-27) contribui na capacidade de perceber padrões que darão origem a hipóteses no momento de *abstração* (BASSANEZI, 2002, p.27). Tais hipóteses são postas à prova para *validação* (BASSANEZI, 2002, p.30) dos resultados, e a necessidade de modelos progressivamente mais representativos dos problemas estudados leva a teorias e técnicas mais refinadas e complexas da matemática, incluindo demonstrações de propriedades matemáticas, junto com um entendimento da necessidade de argumentação consistente. Assim, a modelagem matemática contribui também no desenvolvimento da quinta competência:

**Competência específica 5:** Investigar e estabelecer conjecturas a respeito de diferentes conceitos e propriedades matemáticas, empregando recursos e estratégias como observação de padrões, experimentações e tecnologias digitais, identificando a necessidade, ou não, de uma demonstração cada vez mais formal na validação das referidas conjecturas.

Além de fomentar o aprendizado das competências gerais da Educação Básica e competências específicas de Matemática e suas Tecnologias, a modelagem matemática fornece meios para o aprendizado das habilidades, apresentados na seção a seguir.

### 3.3 Habilidades trabalhadas em uma situação de ensino de matemática com modelagem

Para ilustrar as possibilidades de aprendizagem de habilidades de Matemática e suas Tecnologias durante o trabalho com modelagem, será usado como exemplo uma experiência realizada com duas turmas de 3º ano do Ensino Médio regular de uma escola estadual da Grande São Paulo e descrita pelas professoras Luzinete de Oliveira Mendonça e Celi Espasandim Lopes (2011), mais especificamente de um grupo que decidiu trabalhar com o tema *Educação*.

A primeira fase do projeto consistiu na formação dos grupos e escolha de temas, em uma primeira etapa, e posterior pesquisa sobre eles na segunda etapa, buscando oferecer

aos alunos contato com a linguagem estatística presente em diversos textos na forma de índices, termos específicos, tabelas e gráficos (DE OLIVEIRA MENDONÇA, ESPASANDIM LOPES, 2011, p.713). Nesta fase podemos guardar relação com a habilidade:

- **(EM13MAT102)** Analisar gráficos e métodos de amostragem de pesquisas estatísticas apresentadas em relatórios divulgados por diferentes meios de comunicação, identificando, quando for o caso, inadequações que possam induzir a erros de interpretação, como escalas e amostras não apropriadas.

Confirmada pela expectativa de que os alunos “exercessem sua criticidade, analisando os dados encontrados e o modo como estes eram apresentados” (DE OLIVEIRA MENDONÇA, ESPASANDIM LOPES, 2011, p.713), e exemplificada pelas reflexões levantadas pelo grupo *Educação*:

O grupo que aqui trazemos optou pelo tema Educação e apresentou inicialmente material relevante e muitas questões para discussão, além de um cronograma no qual destacou alguns aspectos da educação. Desenvolveu uma discussão sobre o ensino atual e o de antigamente; a aprendizagem na escola pública e na escola privada; a qualidade de vida de pessoas alfabetizadas e não alfabetizadas; e as oportunidades de trabalho para os alunos que saem da escola pública e para aqueles que saem das escolas privadas. Também, refletiu sobre a relação professor-aluno, a desvalorização da profissão de professor e a falta de significado dos conteúdos que são apresentados em sala de aula. (DE OLIVEIRA MENDONÇA, ESPASANDIM LOPES, 2011, p.713-714)

Passando à terceira etapa do projeto, os alunos deveriam definir a questão-problema, estabelecendo hipóteses sobre aspectos do tema escolhido e elaborando questões que gerassem dados capazes de aprofundar a compreensão sobre o assunto (DE OLIVEIRA MENDONÇA, ESPASANDIM LOPES, 2011, p.714), assim como proposto pela habilidade:

- **(EM13MAT202)** Planejar e executar pesquisa amostral usando dados coletados ou de diferentes fontes sobre questões relevantes atuais, incluindo ou não, apoio de recursos tecnológicos, e comunicar os resultados por meio de relatório contendo gráficos e interpretação das medidas de tendência central e das de dispersão.

Esta habilidade também é observada na quarta etapa, onde se “propôs que os grupos coletassem os dados de que necessitavam e, utilizando os conceitos e os modelos estatísticos e matemáticos, calculassem índices e medidas estatísticas que lhes permitissem estabelecer relações e tirar conclusões” (DE OLIVEIRA MENDONÇA, ESPASANDIM LOPES, 2011, p.715). O grupo *Educação* realizou entrevistas com pessoas de variadas

idades e escolaridades e, para organizar os dados coletados nos questionários, demonstrou interesse em fazer relações entre as variáveis como a nota atribuída à qualidade da Educação Pública no Município e a idade de quem atribuiu a nota, decidindo para tal utilizar-se inicialmente de uma tabela contendo todos os dados coletados nos questionários construída em planilha eletrônica (DE OLIVEIRA MENDONÇA, ESPASANDIM LOPES, 2011, p.715-716). Esta etapa contribuiu também na aprendizagem da seguinte habilidade:

- **(EM13MAT408)** Construir e interpretar tabelas e gráficos de frequências, com base em dados obtidos em pesquisas por amostras estatísticas, incluindo ou não o uso de softwares que inter-relacionem estatística, geometria e álgebra.

A aprendizagem da habilidade é ricamente demonstrada pelas tabelas e gráficos elaborados pelo grupo, entre as quais podemos destacar as que relacionam *idade e nota atribuída à Educação* (Figura 3.1) e *idade e escolaridade* (Figura 3.2), e que levaram a reflexões acerca dos motivos para atribuição de uma determinada nota pelo entrevistado.

Nota	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
<i>Idade</i>										
De 15 a 20	0	0	0	2	3	3	5	0	0	0
De 20 a 25	0	0	1	2	2	4	0	1	0	0
De 25 a 30	0	0	0	2	1	4	3	0	0	0
De 30 a 35	0	0	0	0	3	1	0	1	0	0
De 35 a 40	0	0	0	0	0	1	1	1	0	0
De 40 a 45	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0
De 45 a 50	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0

Figura 3.1: Tabela de dupla entrada elaborada pelo grupo *Educação* contendo nota atribuída à Educação *versus* idade do entrevistado. Fonte:[?, DE OLIVEIRA MENDONÇA, ESPASANDIM LOPES, 2011, p.718]

Formação	Não estudou	1ª a 4ª	5ª a 8ª	E.M.	E.S. incom.	E.S. com.
<i>Idade</i>						
De 15 a 20	0	0	2	6	5	0
De 20 a 25	0	0	0	2	6	2
De 25 a 30	0	0	1	1	6	2
De 30 a 35	0	0	1	2	2	0
De 35 a 40	0	0	2	0	0	0
De 40 a 45	1	1	0	0	0	0
De 45 a 50	0	0	2	0	0	0

Figura 3.2: Tabela de dupla entrada elaborada pelo grupo *Educação* contendo escolaridade *versus* idade do entrevistado. Fonte:[?, DE OLIVEIRA MENDONÇA, ESPASANDIM LOPES, 2011, p.718]

Relacionando as variáveis idade, escolaridade e nota para Educação, o grupo verificou que as pessoas de sua amostra com mais de 30 anos tinham

pouca escolaridade, e foram estas que deram notas mais altas para a Educação. O grupo acabou por inferir que elas não teriam condições de avaliar essa questão, em função de sua falta de conhecimento. Consideramos a análise pertinente e orientamos o grupo a construir tabelas de frequência percentual para essas variáveis, pois assim poderiam tornar mais claras tais relações, facilitando o seu entendimento e generalizando os resultados. (DE OLIVEIRA MENDONÇA, ESPASANDIM LOPES, 2011, p.718-719)

Finalmente a quinta etapa do projeto propôs a tomada de decisões pelo grupo embasadas na análise crítica das informações coletadas, além de previsões baseadas em generalizações para a população que gerou os dados, e comunicação dos resultados obtidos. Cabe ressaltar que nem todos os grupos tiveram desempenho semelhante ao grupo *Educação*, principalmente quanto à desenvoltura ao relacionar variáveis ou utilizar modelos matemáticos diversos, mas todos apresentaram compreensão dos resultados de suas pesquisas e evolução na aprendizagem de conceitos estatísticos (DE OLIVEIRA MENDONÇA, ESPASANDIM LOPES, 2011, p.720-721).



## Capítulo 4

### Considerações finais

No decorrer deste trabalho nota-se como a modelagem matemática é uma alternativa metodológica na construção de um modelo de educação menos alienado e mais comprometido com a realidade dos indivíduos (BASSANEZI, 2002, p.15), e que se contrapõe ao tradicional ensino de matemática que enfatiza em demasia as regras e a memorização (BURAK, 1992, p.68). Ao realizar um trabalho com modelagem, o professor desloca o centro do processo de ensino-aprendizagem de sua posição de transmissor do conhecimento para a do educando como protagonista da construção de seus próprios saberes.

Trabalhar com modelagem matemática proporciona ainda um ambiente favorável ao desenvolvimento de Competências Gerais da Educação Básica conforme definidas pela BNCC, e a execução de cada uma das etapas de um projeto de modelagem segundo propostas por Bassanezi (2002) e Burak (1992) favorece o aprendizado das Competências Específicas de Matemática e suas Tecnologias para o Ensino Médio de maneira significativa, ou seja, conectando novos conceitos a outros já estabelecidos no repertório do estudante. A conexão entre o conhecimento prévio do educando e as novas aprendizagens que se objetivam construir contribui também na manutenção do interesse do aluno pela atividade com modelagem, e sua origem em problemas da realidade suprime as diferenças entre a “Matemática estudada na escola” e a “Matemática vivida e experienciada no dia-a-dia” (BURAK, 1992, p.67).

O trabalho desenvolvido por de Oliveira Mendonça e Espasandim Lopes (2011) ilustra algumas possibilidades da modelagem para o Ensino Médio, especialmente no desenvolvimento da Educação Estatística, fundamental à formação de pessoas críticas e capazes de exercer sua cidadania em plenitude. Ao observar a experiência com modelagem do grupo que resolveu trabalhar com o tema *Educação* nota-se o desenvolvimento de diversas Habilidades preconizadas pela BNCC do Ensino Médio, em especial na área de Matemática e suas Tecnologias, evidenciado pelas diversas representações utilizadas para registrar, organizar e interpretar os dados obtidos por meio de pesquisa e entrevistas,

como tabelas e gráficos em formatos variados, destacadas neste trabalho as tabelas de dupla entrada das Figuras 3.1 e 3.2, além das reflexões, interpretações e inferências feitas pelos estudantes com base nos modelos desenvolvidos em conjunto com seu conhecimento obtido pela experiência de vida.

De Oliveira Mendonça e Espasandim Lopes (2011) também permitem a percepção de que a modelagem matemática não é uma panacéia capaz de resolver todos os problemas do ensino de matemática no Brasil, visto que nem todos os grupos que participaram das atividades com modelagem chegaram a elaborar de fato um modelo matemático para subsidiar seus argumentos e conclusões acerca do tema pesquisado, mas o contato com modelos divulgados por meios de comunicação, bem como a compreensão de seus significados e interpretação dos resultados à luz de conhecimentos prévios e em construção pelos alunos, faz a ligação entre Matemática e realidade e subsidia a formação para a cidadania.

Sendo assim, a modelagem matemática é uma metodologia de ensino bastante proeminente que, de acordo com Biembengut (2009), cada vez mais aparece nos currículos dos cursos de Licenciatura em Matemática, e a gama de aprendizagens preconizadas pela BNCC e propiciadas pelo uso da modelagem justifica sua presença na formação do futuro professor de matemática. Uma vez que a BNCC define as aprendizagens essenciais objetivadas pela Educação Básica no Brasil, conhecer suas conexões com estratégias capazes de promover tais objetivos, como é o caso da modelagem matemática, fornece ao educador matemático arcabouço teórico para realização de dinâmicas com intencionalidade. Dessa forma, este trabalho cumpre com seu objetivo de contribuir na formação de um aluno de Licenciatura em Matemática preocupado com um modelo de educação para a cidadania, servindo também de base para futuras experiências com modelagem matemática no exercício da docência.



## Referências Bibliográficas

- [1] BASSANEZI, R. C. **Ensino-aprendizagem com Modelagem Matemática**. 3.ed. Campinas: Contexto, 2002.
- [2] BIEMBENGUT, M. S. 30 anos de Modelagem Matemática na Educação Brasileira: das propostas primeiras às propostas atuais. **ALEXANDRIA Revista de Educação em Ciência e Tecnologia**, v.2, n.2, p.7-32, jul. 2009.
- [3] BRASIL. Ministério da Educação. Base Nacional Comum Curricular. Brasília, 2018.
- [4] BURAK, D. **Modelagem Matemática: ações e interações no processo de ensino-aprendizagem**. 1992. Tese (Doutorado) - Curso de Educação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 24 jun. 1992.
- [5] DE OLIVEIRA MENDONÇA, L.; ESPASANDIM LOPES, C. Modelagem Matemática: um ambiente de aprendizagem para a implementação da Educação Estatística no Ensino Médio. **Boletim de Educação Matemática**, Rio Claro, v.24, n.40, p.701-724, dez. 2011.

