UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO CARLOS
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E DE TECNOLÓGICAS

PAULA HELENA NOVAES MOREIRA DA SILVA

# O USO DAS QUESTÕES DA OBMEP PARA A RECUPERAÇÃO DA APRENDIZAGEM MATEMÁTICA PÓS- PANDEMIA: ONDE ESTAMOS E PARA ONDE VAMOS?

SÃO CARLOS

JANEIRO DE 2022

PAULA HELENA NOVAES MOREIRA DA SILVA

# O USO DAS QUESTÕES DA OBMEP PARA A RECUPERAÇÃO DA APRENDIZAGEM MATEMÁTICA PÓS- PANDEMIA: ONDE ESTAMOS E PARA ONDE VAMOS?

Dissertação de mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Exatas (PPGECE), da Universidade Federal de São Carlos, como parte dos requisitos para obtenção do título de Mestre em Matemática, sob orientação do Professor Doutor Prof. Dr. Paulo Antonio Silvani Caetano.

Universidade Federal de São Carlos
Centro de Ciências Exatas e de Tecnológicas

Orientador: Prof. Dr. Paulo Antonio Silvani Caetano

São Carlos
janeiro de 2022

Silva, Paula Helena Novaes Moreira da

O USO DAS QUESTÕES DA OBMEP PARA A RECUPERAÇÃO DA APRENDIZAGEM MATEMÁTICA PÓS- PANDEMIA: ONDE ESTAMOS E PARA ONDE VAMOS? / Paula Helena Novaes Moreira da Silva -- 2022.
91f.

Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal de São Carlos, campus São Carlos, São Carlos
Orientador (a): Paulo Antonio Silvani Caetano
Banca Examinadora: Rodrigo Dantas de Lucas, Ivo Machado da Costa
Bibliografia

1. Obmep. 2. Recuperação da Aprendizagem. I. Silva, Paula Helena Novaes Moreira da. II. Título.

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO CARLOS**

Centro de Ciências Exatas e de Tecnologia
Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Exatas

## Folha de Aprovação

Defesa de Dissertação de Mestrado da candidata Paula Helena Novaes Moreira da Silva, realizada em 31/01/2022.

### Comissão Julgadora:

Prof. Dr. Paulo Antonio Silvani Caetano (UFSCar)

Prof. Dr. Rodrigo Dantas de Lucas (IFSP)

Prof. Dr. Ivo Machado da Costa (UFSCar)

O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - Brasil (CAPES) - Código de Financiamento 001.
O Relatório de Defesa assinado pelos membros da Comissão Julgadora encontra-se arquivado junto ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Exatas.

# Agradecimentos

Agradeço primeiramente a Deus, por me dar forças, coragem e paciência para enfrentar esses anos de dedicação ao estudo.

Ao professor e orientador Prof. Dr. Paulo Antonio Silvani Caetano que me orientou com muita dedicação, paciência e motivação no desenvolvimento deste trabalho.

Aos professores do Mestrado pela dedicação e empenho com vosso ensinamento e contribuição de inestimável valor em minha vida profissional.

Aos meus colegas de curso pelas alegrias e tristezas que passamos juntos, apoiando e incentivando uns ao outros.

Aos funcionários da Escola Municipal Professora Helena Borsetti pelo apoio e auxílio no desenvolvimento do trabalho.

Aos meus alunos que foram os protagonistas do projeto pelo empenho na realização das atividades.

Aos meus familiares pelo incentivo e inspiração que me ajudaram na realização do Mestrado.

E a todas as pessoas que de forma direta ou indireta me apoiaram.

# Resumo

Nesta dissertação utilizaremos o banco de questões da Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas e recursos tecnológicos para trabalhar as competências e habilidades de Geometria propostas pela Base Nacional Comum Curricular e Currículo Paulista para o 7º ano do ensino fundamental. O desenvolvimento do trabalho se deu por meio da aplicação de folhas de atividades em duas turmas do 7º ano de uma escola pública do interior de São Paulo, utilizando produtos tecnologicos construídos e disponibilizados no GeoGebra, para embasar a solução de uma folha de atividade de fechamento com uma questão específica da referida olimpíada.

**Palavras-chave**: OBMEP, BNCC, Currículo Paulista, Recuperação da aprendizagem.

# Abstract

In this dissertation we will use the question bank of the Brazilian Mathematics Olympiad of Public Schools and technological resources to work on the competences and skills of Geometry proposed by the National Common Curriculum and Curriculum Paulista for the 7th year of elementary school. The development of the work took place through the application of activity sheets in two classes of the 7th year of a public school in the interior of São Paulo, using technological products built and made available in GeoGebra, to support the solution of a closing activity sheet with a specific question of the aforementioned Olympiad.

**Keywords**: OBMEP, BNCC, Paulista Curriculum, Learning Recovery.

# Lista de ilustrações

# Lista de tabelas

# Lista de abreviaturas e siglas

| | |
|---|---|
| BNCC | Base Nacional Comum Curricular |
| CAPES | Coordeanção de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior |
| CNPq | Conselho Nacional de Desenfolvimento Científico e Tecnológico |
| IDEB | Índice de Desenvolvimento da Educação Básica |
| IMPA | Instituto de Matemática Pura e Aplicada |
| INEP | Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira |
| MCTIC | Ministério da Ciência, Tecnologia, Inovações e Comunicações |
| OBM | Olimpíada Brasileira de Matemática |
| OBMEP | Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas |
| PIC | Programa de Iniciação Científica |
| POTI | Polos Olímpicos De Treinamento Intensivo |
| PPGECE | Programa de Pós Graduação em Ciências Exatas |
| PROFMAT | Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional |
| SBM | Sociedade Brasileira de Matemática |

# Sumário

# 1 Introdução

Nesta Dissertação de Mestrado do Programa de Pós Graduação em Ciências Exatas - PPGECE, investigamos o impacto do ensino e aprendizagem em matemática de crianças e adolescentes durante a pandemia do Covid 19. Analisamos esse impacto no nível de aprendizagem alcançado no período das aulas remotas a partir da coleta de dados e de um estudo bibliográfico do assunto fazendo os devidos apontamentos dos resultados obtidos a partir desta análise.

Como o intuito deste programa é desenvolver um trabalho que contribua para a melhoria da prática docente no seu ambiente de trabalho, optamos por discorrer sobre o desenvolvimento de nossa prática dentro das aulas de geometria com um olhar de pesquisador sobre o que de fato o aluno aprendeu durante o ensino remoto e que metodologias poderão contribuir para suprir possíveis defasagens neste modelo de ensino.

O presente projeto será realizado com os alunos do 7º ano da escola Municipal de Ensino Fundamental Professora Helena Borsetti, na cidade de Matão, no estado de São Paulo, por meio da resolução de problemas envolvendo o uso de recursos computacionais e questões de geometria extraídas das provas da Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas - OBMEP.

A origem deste trabalho se deu pela busca de respostas sobre o que a pandemia do novo coronavírus vai provocar de impacto no ensino e aprendizagem dos discentes em relação aos conteúdos abordados em matemática, em especial no componente curricular de geometria.

Essa indagação permeia o cotidiano dos professores, que assim como eu, preocupados com a própria prática pedagógica e principalmente com a aprendizagem de nossos alunos, buscamos incessantemente soluções que minimizem tal impacto.

O objetivo da presente dissertação é utilizar o banco de questões da OBMEP para abordar o estudo da geometria que fora suprimido no ensino remoto, mensurar as possíveis defasagens da aprendizagem matemática, em especial de geometria, dos alunos durante a pandemia do Covid 19, aprimorar a prática pedagógica e apresentar novas possibilidades de inserção de conteúdos que busquem, além de preparar o aluno para a OBMEP, recuperar as deficiências provocadas pela surpresa da pandemia e pelo despreparo do sistema de ensino como um todo.

Para a execução do trabalho iremos utilizar o banco de questões da OBMEP, disponível na internet, fundamentando-se no fato de serem questões muito bem formuladas, contextualizadas, desafiadoras e que exigem inúmeras competências e habilidades para solucioná-las. Trabalhar com esse material, além de ir ao encontro com o objetivo central deste projeto, também é uma forma de incentivar a utilização do banco de questões da OBMEP em sala de aula, tendo em vista sua baixa utilização pelos docentes.

De início discorreremos sobre os propósitos da criação da OBMEP. Dando sequencia, apresentaremos o referencial teórico fundamentado nos parâmetros da Base Nacional Comum Curricular - BNCC e do Currículo Paulista. Posteriormente, serão apresentadas as metodologias utilizadas que embasaram o desenvolvimento da referida dissertação, que são a engenharia didática, a aprendizagem significativa e a resolução de problemas. Finalmente, apresentaremos a organização e realização das atividades propostas neste trabalho.

Neste estudo final de curso, serão aplicadas sequências didáticas com o propósito de levar o aluno a solucionar situações-problema extraídas dos materiais didáticos disponíveis no site da OBMEP e de folhas de atividades de elaboração própria, que utilizam o software de geometria dinâmica "GeoGebra" para auxiliar na compreensão e execução das atividades a partir das metodologias de ensino abordadas neste trabalho.

Após a aplicação das atividades, faremos uma investigação do desempenho de ambas as salas através de levantamentos, de observações e de registros dos acontecimentos do dia-a-dia na sala de aula.

Vale ressaltar que a proposta de pesquisa contida neste projeto vai ao encontro dos acontecimentos recentes que tanto afligem os professores. Contudo, percebemos a importância da elaboração de novas pesquisas que contribuam para aprimorar o processo de ensino-aprendizagem de educação matemática.

## 1.1 O ÂMBITO DO PRESENTE TRABALLHO

A autora do trabalho atua na área de educação há 10 anos. Estudou o ensino fundamental e médio em escolas públicas, concluiu em universidades particulares duas graduações em matemática e pedagogia e uma pós-graduação Lato Senso em Matemática até chegar ao Mestrado do PPGECE.

No decorrer de seu percurso, constatou a importância do bom uso das novas tecnologias e metodologias diferenciadas para alcançar um bom êxito no ensino-aprendizagem de matemática. Nesse sentido, vendo os desafios encontrados no modelo de ensino improvisado às pressas e para não atrasar por muito tempo o calendário letivo de 2020 e 2021, notou a necessidade de traçar novos caminhos no qual os alunos sejam capazes de enfrentar, com entusiasmo e criatividade, os mais diversos conflitos e situações provocadas por tantas incertezas e desafios, tanto de sua aprendizagem como o de sua vivência na sociedade.

O presente trabalho será realizado com os alunos do 7º ano da Escola Municipal de Ensino Fundamental Professora Helena Borsetti, localizada na Rua Ângelo Pastori, 741, Distrito, Matão, no estado de São Paulo. A escola levou o nome de Escola do Campo Professora Helena Borsetti devido ao fato de Helena ter sido a primeira professora do distrito. Professora Helena vem de uma família numerosa de 8 irmãos, estudou no distrito e se formou em Araraquara no colégio Progresso com 20 anos.

A professora Helena lutou por toda a sua vida para que o distrito onde morava tivesse uma escola, mas infelizmente não teve seu sonho concretizado. Aos 34 anos foi mordida por um cachorro, foi vacinada contra raiva e ainda assim veio a óbito. Existe a suspeita de que a vacina estivesse deteriorada. No dia 14/01/1948 a sociedade perdeu uma professora exemplar.

A nova escola que ela tanto sonhava foi fundada em 11/08/1982 e Helena Borsetti teve seu nome perpetuado em uma homenagem póstuma, por sua história dedicada à educação, tornando-se patrona de seu maior sonho: uma escola com toda a infraestrutura para receber as crianças do distrito de São Lourenço do Turvo e de toda a região.

> A escola EEPG.Profª. Helena Borsetti foi fundada inicialmente como grupo escolar São Lourenço do Turvo, em agosto de 1967, tendo completado 33 anos. Em fevereiro de 1977 passou a chamar-se EEPG do Distrito de São Lourenço do Turvo. A denominação atual foi realizada em março de 1982. (MATUISKI, 2000)

Figura 1 – Fachada da escola E.M.E.F. Profª. Helena Borsetti.

Fonte: Arquivo pessoal do autor.

A unidade escolar atende hoje, em um ambiente multicultural, alunos do ensino fundamental do primeiro ao nono ano de toda a região do campo e do distrito de São Lourenço do Turvo.

A escola possui em sua instalação 9 salas de aula, laboratório de informática, refeitório, sala de diretoria, quadra de esportes coberta, despensa, sala de professores, cozinha e pátio coberto.

A unidade escolar atende a comunidade com o ensino fundamental dos anos iniciais (1º ao 5º ano), com 121 alunos matriculados, e no ensino fundamental dos anos finais (6º ao 9º ano), totalizando 103 alunos matriculados.

Com relação ao nível de aprendizagem dos discentes, a presente unidade escolar teve um aumento nos índices do Índice de Desenvolvimento da Educação Básica - IDEB tanto no ensino fundamental dos anos iniciais quanto no ensino fundamental dos anos finais. No entanto, não atingiu as metas projetadas para os anos de 2017 e 2019, como mostram as figuras 2 e 3.

Figura 2 – IDEB: resultados e metas do ensino fundamental dos anos iniciais.

4ª série / 5º ano

| | Ideb Observado | | | | | | | | Metas Projetadas | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Escola | 2005 | 2007 | 2009 | 2011 | 2013 | 2015 | 2017 | 2019 | 2007 | 2009 | 2011 | 2013 | 2015 | 2017 | 2019 | 2021 |
| HELENA BORSETTI PROFA EMEF | 7.3 | 5.0 | 5.8 | | 5.6 | | 6.2 | 6.6 | 7.4 | 7.6 | 7.8 | 7.9 | 8.0 | 8.2 | 8.3 | 8.4 |

Fonte: ideb.inep.gov.br , acesso em 21/02/2021

Figura 3 – IDEB: resultados e metas do ensino fundamental dos anos iniciais.

8ª série / 9º ano

| | Ideb Observado | | | | | | | | Metas Projetadas | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Escola | 2005 | 2007 | 2009 | 2011 | 2013 | 2015 | 2017 | 2019 | 2007 | 2009 | 2011 | 2013 | 2015 | 2017 | 2019 | 2021 |
| HELENA BORSETTI PROFA EMEF | | 4.7 | 5.5 | 4.7 | 4.8 | | 4.8 | 5.9 | | 4.8 | 5.0 | 5.3 | 5.6 | 5.9 | 6.1 | 6.3 |

Fonte: ideb.inep.gov.br , acesso em 21/02/2021

Segundo o Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira - (INEP, 2021), 61% é a proporção de alunos que aprenderam o adequado na competência de resolução de problemas até o 5º ano na rede municipal de ensino. Dos 347.367 alunos, 211.271 demostram o aprendizado adequado. 23% é a proporção de alunos que aprenderam o adequado na competência de resolução de problemas até o 9º ano da rede municipal de ensino. Dos 90.570 alunos, 21.269 demonstraram o aprendizado adequado.

Nesse sentido, é possível observar o baixo índice de aprendizagem e a urgência de novos paradigmas educacionais que corroborem tanto com um ensino-aprendizagem mais eficaz como para nortear os docentes na utilização de outras metodologias que os auxiliem em seu árduo e prazeroso trabalho em sala de aula, o que justifica a proposta do projeto.

Os alunos do 7º ano A e 7º ano B, do período da tarde, foram selecionados para a execução do projeto, totalizando 31 alunos.

## 1.2 A OBMEP E SUA IMPORTÂNCIA PARA A ESCOLA PÚBLICA

De acordo com o site oficial da OBMEP, esta olimpíada é um projeto nacional dirigido às escolas públicas e privadas brasileiras, realizado pelo Instituto de Matemática Pura e Aplicada - IMPA, com o apoio da Sociedade Brasileira de Matemática - SBM, e promovida com recursos do Ministério da Ciência, Tecnologia, Inovações e Comunicações – MCTIC.

Ela foi criada em 2005, para os alunos do sexto ao nono ano e ensino médio da educação básica, com intuito de promover, estimular o estudo da matemática e buscar novos talentos na área.

Segundo a OBMEP, seus objetivos principais são:

> - Contribuir para a melhoria da qualidade da educação básica, possibilitando que um maior número de alunos brasileiros possa ter acesso a material didático de qualidade;
>
> - Identificar jovens talentos e incentivar seu ingresso em universidades, nas áreas científicas e tecnológicas;
>
> -Incentivar o aperfeiçoamento dos professores das escolas públicas, contribuindo para a sua valorização profissional;
>
> - Contribuir para a integração das escolas brasileiras com as universidades públicas, os institutos de pesquisa e com as sociedades científicas;
>
> - Promover a inclusão social por meio da difusão do conhecimento. (OBMEP, 2021)

A avaliação da OBMEP é constituída por três níveis que possuem premiações como menção honrosa, medalhas de ouro, prata e bronze aos melhores colocados. A avaliação do primeiro nível é aplicada aos alunos do 6º e 7º ano do ensino fundamental, o segundo nível para os alunos do 8º e 9º ano do ensino fundamental e o terceiro nível para os alunos do ensino médio. A OBMEP nível A é voltada para alunos do 4º e 5º anos do ensino fundamental dos anos iniciais das escolas públicas e teve sua primeira edição no ano de 2018.

A OBMEP também desenvolveu ao longo dos anos alguns programas de incentivo a aprendizagem matemática, dentre eles, o PIC - Programa de Iniciação Científica.

O Programa de Iniciação Científica Jr. propicia aos alunos medalhistas das escolas públicas um contato com questões matemáticas mais desafiadoras, o que pode, além de ampliar seus conhecimentos, incentivar sua trajetória acadêmica e profissional. Os alunos medalhistas que aderem ao programa PIC participam de aulas presenciais (caso haja um polo) ou de aulas virtuais onde realizam questões preparadas pela OBMEP auxiliados por mentores. Os medalhistas que participam do programa PIC em todas as etapas ou do programa MENTORES recebem uma bolsa de estudos do Conselho Nacional de Desenfolvimento Científico e Tecnológico - CNPq, que nada mais é do que um incentivo mensal para os alunos, proporcionando um diferencial que valoriza o currículo do aluno.

O programa MENTORES é destinado aos alunos do PIC que possuem altas habilidades. Para esses alunos é ofertado questões de nível avançado que envolvem matemática direta ou indiretamente.

Dentre os programas desenvolvidos pela OBMEP, podemos destacar o programa Polos Olímpicos De Treinamento Intensivo - POTI. Esse programa destina-se aos alunos matriculados no 8º e 9º do ensino fundamental ou para qualquer etapa do ensino médio que tenham interesse em se preparar para as avaliações da OBMEP e da Olimpíada Brasileira de Matemática - OBM.

Outro programa importante é o Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (ROFMAT) que visa atender prioritariamente professores de Matemática em exercício na Educação Básica, especialmente de escolas públicas, que busquem aprimoramento em sua formação profissional, com ênfase no domínio aprofundado de conteúdo matemático relevante para sua docência. A criação desse programa é um ganho para a OBMEP, tendo em vista o objetivo do programa que implica num melhor preparo dos discentes na OBMEP. São responsáveis pela criação desse programa, o IMPA e a SBM em parceria com o Ministério da Educação e a Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - CAPES.

Essas instituições tanto incentivam o ensino da matemática no país, que nos últimos 7 anos se destacou por ter o primeiro matemático brasileiro, Arthur Ávila, que também fora medalhista da Olimpíada de Matemática do ensino básico, a ganhar a medalha Fields, o prêmio mais prestigioso da disciplina que frequentemente é comparado com o Nobel.

A Medalha Fields conquistada por Artur Avila em 2014 coroa o projeto de instaurar no Brasil um centro de pesquisa matemática de ponta, iniciado com a fundação do IMPA.

Nesse sentido, é possível perceber a importância da OBMEP no ensino da matemática no país, que além de incentivar o estudo das ciências exatas, busca novos talentos na área, destacando-se por ter uma abordagem significativa que leva o aluno a gostar de matemática e consequentemente a melhorar seu desempenho na disciplina o que vai de encontro com a proposta do presente trabalho.

# 2 REFERENCIAL TEÓRICO

Neste capítulo revisaremos a BNCC do Ensino Fundamental II e apresentaremos observações que tratem da relevância do ensino-aprendizagem pautada na resolução de problemas.

Abordaremos a importância de ensinar situações-problema envolvendo geometria juntamente com o uso do GeoGebra e das questões da OBMEP. Faremos considerações sobre a importância da OBMEP para o ensino-aprendizagem da matemática, bem como sua aplicação nas diversas áreas do conhecimento. Trataremos do impacto da pandemia sob o ensino-aprendizagem em matemática e traçaremos possibilidades para suprir possíveis defasagens. Finalmente apresentaremos as metodologias utilizadas para este trabalho.

## 2.1 GEOMETRIA NA BASE NACIONAL COMUM CURRICULAR

Tudo o que nos rodeia lembra formas geométricas, basta observar a variedade de objetos que nos cercam, vivemos num mundo sitiado de formas geométricas.

Para evidenciar a importância do conhecimento geométrico abordado a partir de situações-problema desafiadores no ensino fundamental dos anos finais, vamos unir a construção do conhecimento significativo com a formação de um paradigma pedagógico que desenvolva uma didática democrática onde todos os alunos tem a oportunidade de aprender.

Um dos documentos que norteiam o ensino aprendizagem para todos os estudantes em escolaridade básica é a BNCC. Mas o que é a BNCC?

> É um conjunto de orientações que deverá nortear os currículos das escolas, redes públicas e privadas de ensino de todo o Brasil. A Base trará os conhecimentos essenciais, as competências e as aprendizagens pretendidas para as crianças e jovens em cada etapa da Educação Básica em todo país. O documento conterá: • Competências gerais que os alunos devem desenvolver em todas as áreas; • Competências especificas de cada área e respectivos componentes curriculares; • Conteúdos que os alunos devem aprender e habilidades a desenvolver a cada etapa da Educação Básica — da Educação Infantil ao Ensino Médio. • A progressão e sequenciamento dos conteúdos e habilidades de cada componente curricular para todos os anos da educação básica. (BRASIL, 2018)

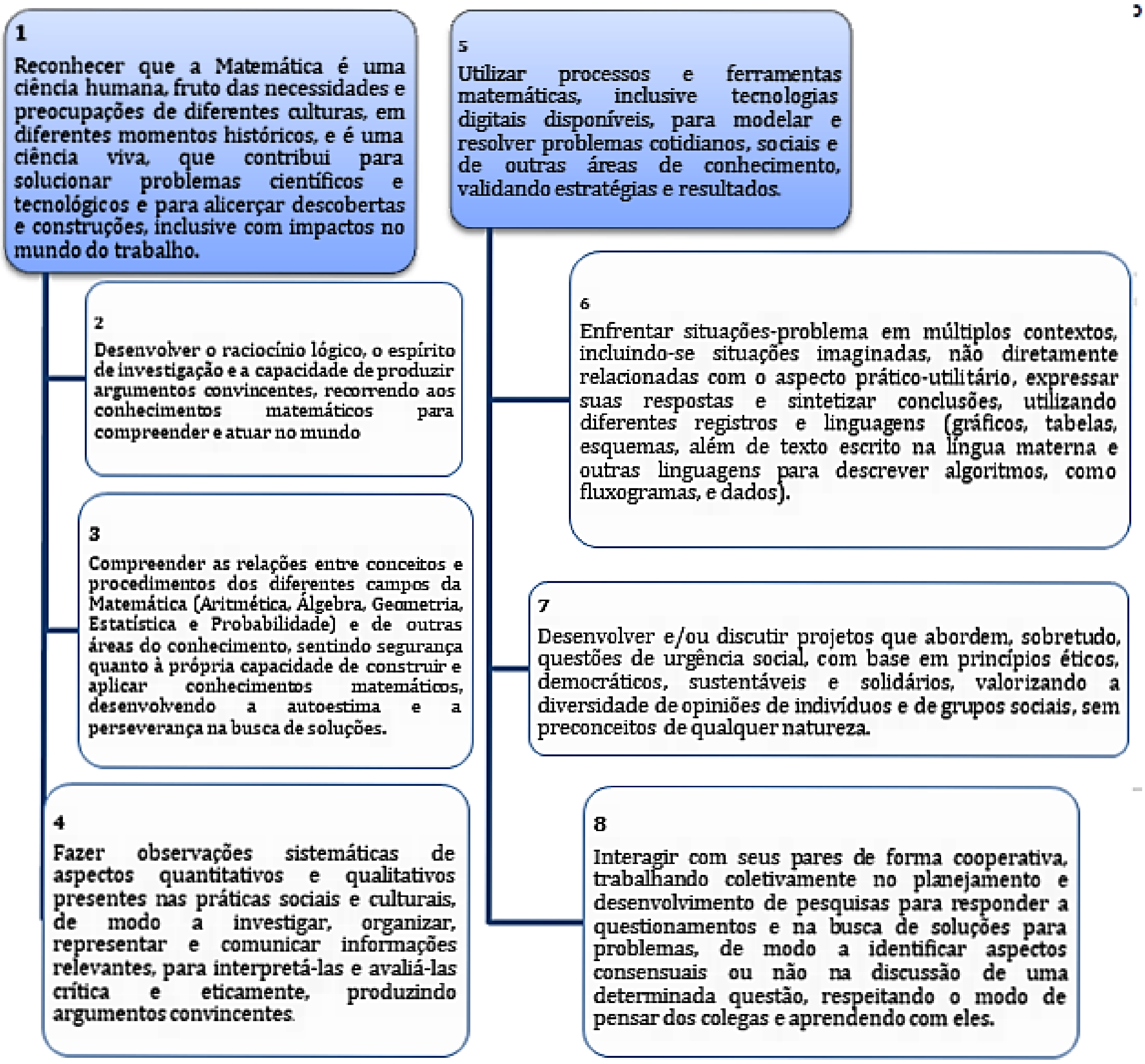
Muito se discute sobre a importância do conhecimento matemático na formação dos estudantes da Educação Básica. Segundo a BNCC,

> ...o conhecimento matemático é necessário para todos os estudantes da Educação Básica, seja por sua grande aplicação na sociedade contemporânea, seja pelas suas potencialidades na formação de cidadãos críticos, cientes de suas responsabilidades sociais. (BRASIL, 2018)

O documento da BNCC contém as competências gerais da educação básica conforme mostra a Tabela 1.

Na BNCC (BRASIL, 2018) também estão previstas 8 competências específicas para o componente curricular de matemática conforme mostra a Figura 4.

Figura 4 – Competências específicas de matemática.




Fonte: Criado a partir de dados da BNCC. (BRASIL, 2018)

A BNCC contempla, nos objetivos gerais para o ensino fundamental no que se refere à área da matemática, a necessidade dos estudantes desenvolverem habilidades como argumentar, investigar, interpretar, comunicar, construir, representar e descrever, usando

Tabela 1 – Competências Gerais da Educação Básica.

| |
|---|
| 1. Valorizar e utilizar os conhecimentos historicamente construídos sobre o mundo físico, social, cultural e digital para entender e explicar a realidade, continuar aprendendo e colaborar para a construção de uma sociedade justa, democrática e inclusiva. |
| 2. Exercitar a curiosidade intelectual e recorrer à abordagem própria das ciências, incluindo a investigação, a reflexão, a análise crítica, a imaginação e a criatividade, para investigar causas, elaborar e testar hipóteses, formular e resolver problemas e criar soluções (inclusive tecnológicas) com base nos conhecimentos das diferentes áreas. |
| 3. Valorizar e fruir as diversas manifestações artísticas e culturais, das locais às mundiais, e também participar de práticas diversificadas da produção artístico-cultural. |
| 4. Utilizar diferentes linguagens – verbal (oral ou visual-motora, como Libras, e escrita), corporal, visual, sonora e digital –, bem como conhecimentos das linguagens artística, matemática e científica, para se expressar e partilhar informações, experiências, ideias e sentimentos em diferentes contextos e produzir sentidos que levem ao entendimento mútuo. |
| 5. Compreender, utilizar e criar tecnologias digitais de informação e comunicação de forma crítica, significativa, reflexiva e ética nas diversas práticas sociais (incluindo as escolares) para se comunicar, acessar e disseminar informações, produzir conhecimentos, resolver problemas e exercer protagonismo e autoria na vida pessoal e coletiva. |
| 6. Valorizar a diversidade de saberes e vivências culturais e apropriar-se de conhecimentos e experiências que lhe possibilitem entender as relações próprias do mundo do trabalho e fazer escolhas alinhadas ao exercício da cidadania e ao seu projeto de vida, com liberdade, autonomia, consciência crítica e responsabilidade. |
| 7. Argumentar com base em fatos, dados e informações confiáveis, para formular, negociar e defender ideias, pontos de vista e decisões comuns que respeitem e promovam os direitos humanos, a consciência socioambiental e o consumo responsável em âmbito local, regional e global, com posicionamento ético em relação ao cuidado de si mesmo, dos outros e do planeta. |
| 8. Conhecer-se, apreciar-se e cuidar de sua saúde física e emocional, compreendendo-se na diversidade humana e reconhecendo suas emoções e as dos outros, com autocrítica e capacidade para lidar com elas. |
| 9. Exercitar a empatia, o diálogo, a resolução de conflitos e a cooperação, fazendo-se respeitar e promovendo o respeito ao outro e aos direitos humanos, com acolhimento e valorização da diversidade de indivíduos e de grupos sociais, seus saberes, identidades, culturas e potencialidades, sem preconceitos de qualquer natureza. |
| 10. Agir pessoal e coletivamente com autonomia, responsabilidade, flexibilidade, resiliência e determinação, tomando decisões com base em princípios éticos, democráticos, inclusivos, sustentáveis e solidários. |

Fonte: Criado a partir de dados da BNCC. (BRASIL, 2018)

diversas linguagens para fazer conexões entre elas e a matemática pautada na resolução de problemas.

> O Ensino Fundamental deve ter compromisso com o desenvolvimento do letramento matemático, definido como as competências e habilidades de raciocinar, representar, comunicar e argumentar matematicamente, de modo a favorecer o estabelecimento de conjecturas, a formulação e a resolução de problemas em uma variedade de contextos, utilizando conceitos, procedimentos, fatos e ferramentas matemáticas. É também o letramento matemático que assegura aos alunos reconhecer que os conhecimentos matemáticos são fundamentais para a compreensão e a atuação no mundo e perceber o caráter de jogo intelectual da matemática, como aspecto que favorece o desenvolvimento do raciocínio lógico e crítico, estimula a investigação e pode ser prazeroso (fruição) (BRASIL, 2018).

A BNCC ainda destaca para os anos finais do ensino fundamental que o pensamento geométrico deve desenvolver habilidades que levem o aluno a interpretar e representar a localização ou o deslocamento de um objeto no plano cartesiano, que eles possuam conhecimentos relativos entre grandezas e medidas em sua forma sistematizada, determinando cálculo de áreas e volumes de alguns sólidos geométricos, que sejam capazes de solucionar problemas em diversos contextos envolvendo medidas de comprimento, área do círculo, ângulos entre segmentos, congruência e semelhança de figuras geométricas.

Fluxogramas e algoritmos também são abordados nas aulas de Geometria dos anos finais do ensino fundamental. Os fluxogramas tem o intuito estruturar a classificação das figuras geométricas e de identificar os passos necessários para a resolução de problemas geométricos.

> Assim, a Geometria não pode ficar reduzida a mera aplicação de fórmulas de cálculo de área e de volume nem a aplicações numéricas imediatas de teoremas sobre relações de proporcionalidade em situações relativas a feixes de retas paralelas cortadas por retas secantes ou do teorema de Pitágoras (BRASIL, 2018).

Segundo (POLYA, 2006), há técnicas específicas e metodologias para se desenvolver a competência e a habilidade necessária para a resolução de problemas que vão ao encontro com os objetivos propostos na BNCC. O autor ainda ressalta que tal processo deva passar por quatro etapas: compreensão do problema, estabelecimento de um plano, execução do plano e retrospecto.

> Após alguma experiência com problemas semelhantes, um estudante inteligente poderá perceber as ideias básicas gerais: a utilização de dados relevantes, a variação de dados, a simetria, a analogia. Se adquirir o hábito de dirigir sua atenção para estes pontos, a sua capacidade de resolver poderá definitivamente beneficiar-se (POLYA, 2006).

De acordo com a BNCC, a geometria envolve o estudo de um vasto conjunto de procedimentos e conceitos que são extremamente necessários para a resolução de problemas do mundo físico e de diferentes áreas do conhecimento, além disso, ressalta a importância de se trabalhar durante as aulas com diferentes recursos didáticos como os softwares de geometria dinâmica, pois esses propiciam reflexões que contribuem para aprimorar o espírito de investigação e a capacidade de produzir argumentos convincentes por meio de uma sistematização e formalização dos conteúdos. Destaca ainda, que nos anos finais do Ensino Fundamental, é importante que o aluno inicie gradativamente, na análise, na compreensão e na avaliação da argumentação matemática para que haja o desenvolvimento do senso crítico da leitura matemática.

> No Ensino Fundamental - Anos Finais, a expectativa é a de que os alunos reconheçam comprimento, área, volume e abertura de ângulo como grandezas associadas a figuras geométricas e que consigam resolver problemas envolvendo essas grandezas com o uso de unidades de medida padronizadas mais usuais. Além disso, espera-se que estabeleçam e utilizem relações entre essas grandezas e entre elas e grandezas não geométricas, para estudar grandezas derivadas como densidade, velocidade, energia, potência, entre outras. Nessa fase da escolaridade, os alunos devem determinar expressões de cálculo de áreas de quadriláteros, triângulos e círculos, e as de volumes de prismas e de cilindros (BRASIL, 2018).

A geometria faz parte de uma das cinco unidades temáticas abordadas na BNCC que contemplam os objetos de conhecimento e as habilidades essenciais de cada ano, orientada pelo pressuposto que a aprendizagem matemática está intimamente ligada à compreensão dos significados dos objetos matemáticos e suas aplicações. Cada unidade temática retoma os objetos do conhecimento e as habilidades trabalhadas nos anos anteriores e as aplicam de forma mais aprofundada ano a ano.

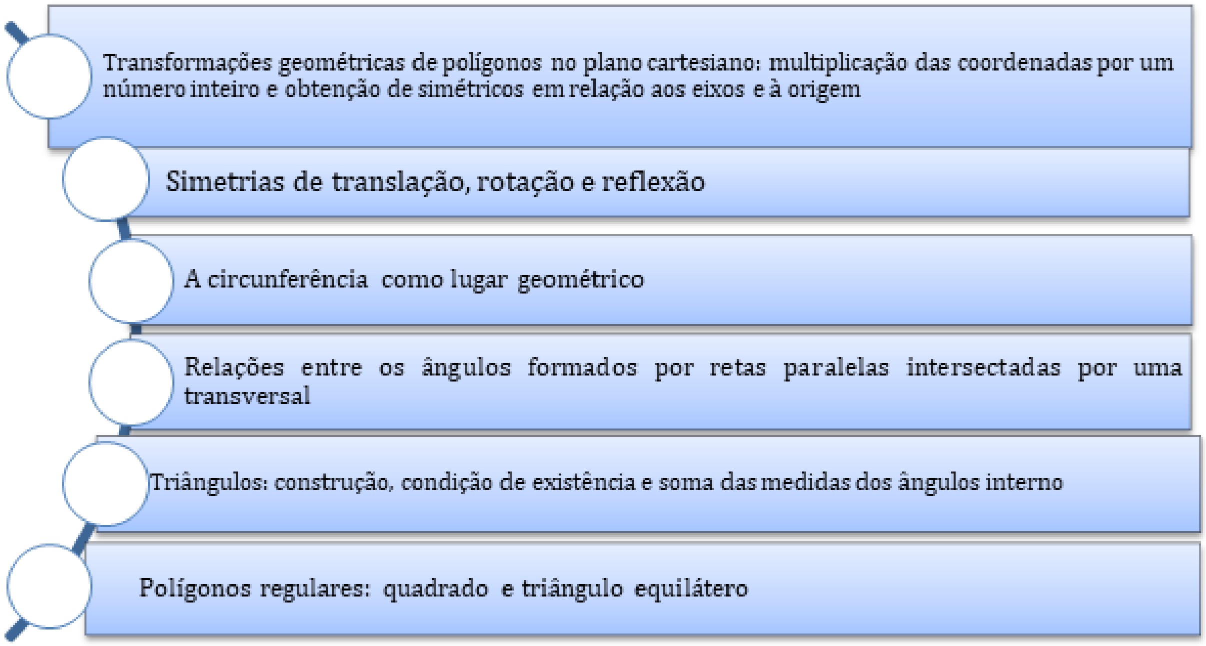
Na unidade temática de Geometria do 7º ano (ano de aplicação de nosso trabalho), podemos observar os objetos do conhecimento conforme mostra a Figura 5.

A BNCC também contempla as habilidades que serão adquiridas pelos discentes durante o seu percurso escolar, bem como em sua vida como ser pensante capaz de reconhecer-se em seu contexto histórico e cultural, que saiba inferir no mundo em que vive com clareza em sua comunicação, criatividade, responsabilidade, aberto ao novo, sendo colaborativo, produtivo e resiliente. Tais habilidades exigem um vasto acúmulo de informações que serão trabalhadas na educação básica desde os anos iniciais.

De acordo com a Tabela 2, podemos observar as habilidades contempladas na unidade temática de geometria do 7º ano do ensino fundamental, onde (EF) representa ensino fundamental, (07) sétimo ano, (MA), matemática seguida do número da habilidade proposta pela BNCC.

Como a BNCC é um conjunto de orientações que norteiam os currículos das escolas públicas e privadas, faz-se necessário atrelar a BNCC ao Currículo Paulista que norteia a educação básica do estado de São Paulo.

Figura 5 – Objetos do Conhecimento.




Fonte: Criado a partir de dados da BNCC. (BRASIL, 2018)

## 2.2 GEOMETRIA NO CURRÍCULO PAULISTA

A partir da BNCC (Base Nacional Comum Curricular), o Estado de São Paulo por meio de um regime colaborativo, formulou o Currículo Paulista. Para a sua elaboração, considerou os critérios de organização das habilidades, com os objetos de conhecimento que as explanam e que estão agrupados em cinco unidades temáticas: Números, Álgebra, Geometria, Grandezas e Medidas, Probabilidade e Estatística.

Segundo a BNCC (BRASIL, 2018), as unidades temáticas são compostas por um conjunto de habilidades das quais a complexidade cresce gradualmente ao decorrer dos anos. Essas habilidades estimulam a linguagem, os conhecimentos conceituais, a investigação, a prática e a construção dos conhecimentos nas ciências.

A estrutura da BNCC reconhece a matemática como área do conhecimento e faz uma análise a cerca do ensino da disciplina que vão além dos objetos de conhecimento que anteriormente eram apontados por conteúdos. Nesse sentido, o ensino deve ponderar à necessidade de conectar a escola à vida, abrangendo todos os componentes curriculares, mudando o foco da visão do que é escola voltando o olhar para o estudante, considerando sua pluralidade e potencialidades, sua interação com o meio enquanto cidadão culminando numa sociedade mais justa e democrática.

Nesta vertente, o Currículo Paulista é um documento normativo, assim como a BNCC e apresenta as aprendizagens fundamentais para os alunos em determinada

Tabela 2 – Habilidades Trabalhadas em Geometria no 7º ano

| |
|---|
| (EF07MA19) Realizar transformações de polígonos representados no plano cartesiano, decorrentes da multiplicação das coordenadas de seus vértices por um número inteiro. |
| (EF07MA20) Reconhecer e representar, no plano cartesiano, o simétrico de figuras em relação aos eixos e à origem. |
| (EF07MA21) Reconhecer e construir figuras obtidas por simetrias de translação, rotação e reflexão, usando instrumentos de desenho ou softwares de geometria dinâmica e vincular esse estudo a representações planas de obras de arte, elementos arquitetônicos, entre outros. |
| (EF07MA22) Construir circunferências, utilizando compasso, reconhecê-las como lugar geométrico e utilizá-las para fazer composições artísticas e resolver problemas que envolvam objetos equidistantes. |
| (EF07MA23) Verificar relações entre os ângulos formados por retas paralelas cortadas por uma transversal, com e sem uso de softwares de geometria dinâmica. |
| (EF07MA24) Construir triângulos, usando régua e compasso, reconhecer a condição de existência do triângulo quanto à medida dos lados e verificar que a soma das medidas dos ângulos internos de um triângulo é 180°. |
| (EF07MA25) Reconhecer a rigidez geométrica dos triângulos e suas aplicações, como na construção de estruturas arquitetônicas (telhados, estruturas metálicas e outras) ou nas artes plásticas. |
| (EF07MA26) Descrever, por escrito e por meio de um fluxograma, um algoritmo para a construção de um triângulo qualquer, conhecidas as medidas dos três lados. |
| (EF07MA27) Calcular medidas de ângulos internos de polígonos regulares, sem o uso de fórmulas, e estabelecer relações entre ângulos internos e externos de polígonos, preferencialmente vinculadas à construção de mosaicos e de ladrilhamentos. |
| (EF07MA28) Descrever, por escrito e por meio de um fluxograma, um algoritmo para a construção de um polígono regular (como quadrado e triângulo equilátero), conhecida a medida de seu lado. |
| (EF07MA29) Resolver e elaborar problemas que envolvam medidas de grandezas inseridos em contextos oriundos de situações cotidianas ou de outras áreas do conhecimento, reconhecendo que toda medida empírica é aproximada. |
| (EF07MA30) Resolver e elaborar problemas de cálculo de medida do volume de blocos retangulares, envolvendo as unidades usuais (metro cúbico, decímetro cúbico e centímetro cúbico). |
| (EF07MA31) Estabelecer expressões de cálculo de área de triângulos e de quadriláteros. |
| (EF07MA32) Resolver e elaborar problemas de cálculo de medida de área de figuras planas que podem ser decompostas por quadrados, retângulos e/ou triângulos, utilizando a equivalência entre áreas. |
| (EF07MA33) Estabelecer o número como a razão entre a medida de uma circunferência e seu diâmetro, para compreender e resolver problemas, inclusive os de natureza histórica. |

Fonte: Criado a partir de dados da BNCC. (BRASIL, 2018) idade/série e garante as particularidades do território paulista. O documento ainda expõe que as atividades realizadas dentro e fora do espaço escolar devem estar atreladas com o desenvolvimento das dez competências gerais da BNCC.

Na unidade temática de geometria, o Currículo Paulista destaca o ensino esperado para os anos finais do ensino fundamental.

> Nos Anos Finais, o ensino da Geometria deve ser visto como consolidação e ampliação das aprendizagens, enfatizando as transformações geométricas e ampliações ou reduções de figuras geométricas planas. Os estudantes devem ser capazes de identificar elementos dessas figuras, de forma a desenvolver os conceitos de congruência e semelhança, necessários para se obter triângulos congruentes ou semelhantes. Essas aprendizagens contribuem para a formação do raciocínio hipotético-dedutivo (SÃO PAULO, 2019).

A organização do Currículo Paulista para Matemática considera a especificidade de cada ano da etapa escolar contemplando suas habilidades, unidades temáticas e objetos do conhecimento.

> Os objetos de conhecimento ora apresentam o conceito, ora o procedimento, ou seja, um meio para que as habilidades sejam desenvolvidas. Cada objeto de conhecimento é mobilizado em uma ou mais habilidades. As habilidades apontam o que deve ser ensinado em relação aos objetos de conhecimento. Os verbos utilizados explicitam os processos cognitivos envolvidos nas habilidades, sendo estes elementos centrais para o desenvolvimento das competências (SÃO PAULO, 2019).

As figuras 6 e 7, que estão representadas por tabelas, mostram as habilidades e os objetos do conhecimento trabalhados no Currículo Paulista no 7º ano do ensino fundamental na unidade temática de geometria.

Como as habilidades do Currículo Paulista se articulam entre as demais unidades temáticas não é impossível que uma unidade temática consiga explorar todas as potencialidades dos educandos, daí surge à importância de mover-se entre as demais temáticas, quebrando o tabu de se trabalhar apenas com números, posteriormente com geometria e assim sucessivamente.

À vista disso, faz-se necessário utilizar algumas metodologias com o intuito de colocar em prática o currículo Paulista atrelado a BNCC e fazer com que a aprendizagem significativa de fato aconteça, em especial, que ela auxilie a contemplar o maior número de habilidades possíveis em um curto espaço de tempo.

Figura 6 – Habilidades e objetos do conhecimento trabalhados no Currículo Paulista em Geometria no 7º ano.

| UNIDADES TEMÁTICAS | ANO | HABILIDADES CURRÍCULO PAULISTA | OBJETOS DE CONHECIMENTO |
|---|---|---|---|
| GEOMETRIA | 7º | (EF07MA19) Localizar no plano cartesiano pontos (coordenadas) que representam os vértices de um polígono e realizar transformações desses polígonos, decorrentes da multiplicação das coordenadas de seus vértices por um número inteiro. | Transformações geométricas de polígonos no plano cartesiano: multiplicação das coordenadas por um número inteiro e obtenção de simétricos em relação aos eixos e à origem. |
| GEOMETRIA | 7º | (EF07MA20) Reconhecer e representar, no plano cartesiano, o simétrico de figuras em relação aos eixos e à origem. | Transformações geométricas de polígonos no plano cartesiano: multiplicação das coordenadas por um número inteiro e obtenção de simétricos em relação aos eixos e à origem. |
| GEOMETRIA | 7º | (EF07MA21) Reconhecer e construir figuras obtidas por simetrias de translação, rotação e reflexão, usando instrumentos de desenho ou softwares de geometria dinâmica e vincular esse estudo a representações planas de obras de arte, elementos arquitetônicos, entre outros | Simetrias de translação, rotação e reflexão. |
| GEOMETRIA | 7º | (EF07MA22) Construir circunferências, utilizando compasso, reconhecê-las como lugar geométrico e utilizá-las para fazer composições artísticas e resolver problemas que envolvam objetos equidistantes. | A circunferência como lugar geométrico |

Fonte:Criado a partir de dados do Currículo Paulista. (SÃO PAULO, 2019)

Figura 7 – Habilidades e objetos do conhecimento trabalhados no Currículo Paulista em Geometria no 7º ano.

| | | | |
|---|---|---|---|
| GEOMETRIA | 7º | (EF07MA23) Verificar relações entre os ângulos formados por retas paralelas cortadas por uma transversal, com e sem uso de softwares de geometria dinâmica. | Relações entre os ângulos formados por retas paralelas interceptadas por uma transversal. |
| GEOMETRIA | 7º | (EF07MA24) Construir triângulos, usando régua e compasso, reconhecer a condição de existência do triângulo quanto à medida dos lados, utilizar transferidor para medir os ângulos internos e verificar que a soma das medidas dos ângulos internos de um triângulo é 180°. | Triângulos: construção, condição de existência e soma das medidas dos ângulos internos. |
| GEOMETRIA | 7º | (EF07MA25) Reconhecer as condições de existência dos triângulos e suas aplicações em diversas situações práticas, como na construção de estruturas arquitetônicas (telhados, estruturas metálicas e outras) ou nas artes plásticas. | Triângulos: construção, condição de existência e soma das medidas dos ângulos internos. |
| GEOMETRIA | 7º | (EF07MA26) Descrever, por escrito e por meio de um fluxograma, um algoritmo para a construção de um triângulo qualquer, conhecidas as medidas dos três lados. | Triângulos: construção, condição de existência e soma das medidas dos ângulos internos. |
| GEOMETRIA | 7º | (EF07MA27) Calcular medidas de ângulos internos de polígonos regulares, sem o uso de fórmulas, e estabelecer relações entre ângulos internos e externos de polígonos, preferencialmente vinculadas à construção de mosaicos e de ladrilhamentos. | Polígonos regulares: quadrado e triângulo equilátero. |
| | | (EF07MA28) Descrever, por escrito e por meio de um fluxograma, um algoritmo para a construção de um | Polígonos regulares: quadrado e triângulo equilátero. |

Fonte: Criado a partir de dados do Currículo Paulista. (SÃO PAULO, 2019)

# 3 METODOLOGIAS: ENGENHARIA DIDÁTICA E RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS.

## 3.1 ENGENHARIA DIDÁTICA.

O nome dessa metodologia de pesquisa baseia-se num método de trabalho didático que pode ser equiparado com o ofício de um engenheiro que para realizar um projeto se apoia a teorias e a conhecimentos científicos.

A ideia de engenharia didática, estabelecida pela didática matemática, tem uma função dupla que pode ser compreendida tanto como uma produção de ensino para certo conteúdo como por uma metodologia de pesquisa.

O processo experimental realizado por meio da engenharia didática está planejado para acontecer em quatro fases sequenciais, segundo (ARTIGUE, 1996): análises prévias, concepção e análise a priori, implementação da experiência, análise a posteriori e validação.

Artigue relata que o trabalho do professor pesquisador é:

> ...comparável ao trabalho do engenheiro que, para realizar um projeto, se apoia nos conhecimentos científicos do seu domínio, aceita submeter-se a um controle de tipo científico mas, ao mesmo tempo, se encontra obrigado a trabalhar sobre objetos muito mais complexos do que os objetos depurados da ciência, e portanto a estudar de uma forma prática, com todos os meios ao seu alcance, problemas de que a ciência não quer ou ainda não é capaz de se encarregar. (ARTIGUE, 1996)

Nesta perspectiva, a metodologia da engenharia didática será apresentada neste trabalho como alternativa de investigação, caracterizando–se por um planejamento baseado na análise de sequências didáticas na sala de aula com foco numa aprendizagem autônoma, utilizando como suporte os recursos tecnológicos.

É importante ressaltar que o presente trabalho abordará as quatro fases sequenciais da metodologia da engenharia didática em cada uma das fases da OBMEP na escola. Na primeira fase (análise prévia) será realizado um estudo dos conteúdos a serem abordados durante as avaliações da OBMEP, bem como o ensino convencional e seu impacto no desenvolvimento do estudante como um todo, analisando suas percepções, obstáculos e dificuldades.

A concepção e análise a priori, serão abordadas na segunda fase, onde o investigador define sua ação de acordo com as variáveis locais (fase ou sessão da engenharia) e com as variáveis globais (organização da engenharia).

A terceira fase (experimentação) é composta pela aplicação dos trabalhos planejados e análise dos resultados alcançados.

Finalmente, na análise a posteriori e validação da experiência, observa–se o conteúdo dos dados obtidos por meio das ferramentas utilizadas na pesquisa, que em nosso trabalho envolveu registros das conversas e atividades enviadas no grupo de WhatsApp da sala, criado no período da pandemia para que as aulas fossem ministradas por ele, registro escrito dos discentes envolvidos na pesquisa nas aula presenciais e fotografias. Por fim, define-se uma "comparação interna entre a análise a posteriori das realizações em sala de aula" (ARTIGUE, 1996).

Como o presente trabalho tem como intuito analisar o pensamento geométrico dos estudantes através de questões da OBMEP com o auxílio dos recursos tecnológicos para a aprendizagem desse conteúdo, é possível verificar que a metodologia da engenharia didática coincide com nosso objetivo.

Desta forma, serão abordadas situações-problema da unidade temática de geometria que irão ao encontro das competências e habilidades propostas pela BNCC e Currículo Paulista para o 7º ano do ensino fundamental, utilizando as metodologias de engenharia didática e resolução de problemas para nos nortear e supostamente alcançar o objetivo proposto.

## 3.2 RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS.

A Resolução de problemas é obra dos estudos desenvolvidos por George Polya nos Estados Unidos nos anos 60, e se restringia a treinar e solucionar problemas. Em meados dos anos 70, a Resolução de Problemas ganha lugar no mundo como uma ferramenta de estudo na área da matemática apresentando as mais variadas estratégias para solucionar problemas.

Ao ensinar o aluno a solucionar problemas matemáticos através de estratégias adequadas, o professor está oferecendo uma ferramenta para desenvolver sua própria compreensão acerca dos desafios propostos. Para Polya, esta metodologia cooperou para que os alunos desenvolvessem estruturas cognitivas de boa qualidade.

> A resolução de problemas é uma habilitação prática como, digamos, o é a natação. Adquirimos qualquer habilitação por imitação e prática. Ao tentarmos nadar, imitamos o que os outros fazem com as mãos e os pés para manterem suas cabeças fora d'água e, afinal, aprendemos a nadar pela prática da natação. Ao tentarmos resolver problemas, temos de observar e imitar o que fazem outras pessoas quando resolvem os seus e, por fim, aprendemos a resolver problemas, resolvendo-os (POLYA, 2006).

Ao empregarmos uma metodologia fundamentada na resolução de problemas no decorrer do processo de ensino aprendizagem em matemática, precisa-se trabalhar, segundo Polya, os problemas "não rotineiros", pois procedendo dessa forma o professor estará mostrando a seus alunos que eles não devem se prender a deixar apenas os cálculos covencionais registrados, mas sim utilizar diferentes estratégias para a resolução de problemas demonstrando seus conhecimentos nas mais diversas formas.

Polya especifica quatro fases principais para a resolução de problemas:

> 1ª fase – Compreensão do Problema: O aluno deve também estar em condições de identificar as partes principais do problema, a incógnita, os dados, a condicionante. 2ª fase – Estabelecimento de um plano: Nesta fase devemos procurar pensar num problema conhecido que tenha a mesma incógnita ou outra semelhante. Assim sendo, deve-se muitas vezes começar o trabalho pela indagação: Conhece um problema correlatado? 3ª fase – Execução do Plano: O plano proporciona apenas um roteiro geral. Precisamos ficar convictos de que os detalhes inserem-se neste roteiro e, para isto, temos de examiná-los um após o outro, pacientemente, até que tudo fique perfeitamente claro e que não reste nenhum recanto obscuro no qual possa ocultar-se ao erro. 4 ª fase – Retrospecto: Revisar a solução encontrada: Nesta fase os alunos devem fazer um retrospecto da resolução completa, reconsiderando e reexaminando o resultado final e o caminho que levou até este, eles poderão consolidar o seu conhecimento e aperfeiçoar a sua capacidade de resolver problemas (POLYA, 2006).

### 3.2.1 1ª Fase. Compreensão do problema

Polya enfatiza que é um equívoco responder a um dado problema sem ter de fato o compreendido, destacando que é papel do professor ajudar e encorajar os alunos a compreender na íntegra o que se pretende resolver. De acordo como Pólya, alguns questionamentos podem ajudar na resolução de problemas.

Qual é a incógnita?

Quais são os dados?

Qual é a condicionante?

Segundo o autor, esses questionamentos ao serem realizados repetidas vezes, vão criar o hábito de fazê-los nas mais variadas situações.

### 3.2.2 2ª Fase. Estabelecimento de um plano

Posteriormente a compreensão do problema, o aluno precisa estabelecer um plano para solucioná-lo. Segundo (POLYA, 2006), o professor deve apresentar a seus alunos "ideias magníficas", ressaltando que tais ideias surgem a partir de explorações e sugestões realizadas pelo professor. Lidar com essas explorações levam o aluno a fazer relações com problemas já conhecidos por ele. Se por ventura o professor não obtiver o resultado esperado, o autor sugere a proposta de uma reformulação do problema com o intuito de chegar a um problema auxiliar adequado.

Polya enfatiza que ter um indicador ou um suporte do que já se trabalhou em sala de aula dá autoconfiança e fundamento para que os alunos procurem novas soluções para os problemas propostos.

> Com um pouco de incentivo e após um ou dois exemplos, os estudantes facilmente encontram aplicações que consistam, essencialmente, em dar alguma interpretação concreta aos elementos matemáticos abstratos do problema (POLYA, 2006).

### 3.2.3 3ª Fase. A execução do Plano

A execução do plano na resolução de problemas para Polya, consiste em o aluno ter de fato compreendido o problema proporcionando certa tranquilidade para o professor. O autor também destaca que se o próprio aluno tiver traçado o plano, ele não corre o risco de esquecê-lo, e se ele for executado pelo professor o risco de esquecimento é fácil de ocorrer. Contudo, o professor deve insistir que o aluno analise todas as estratégias utilizadas na execução do plano para ter a convicção do que está sendo efetuado.

### 3.2.4 4ª Fase. Retrospecto

Esta é uma etapa extremamente importante, tendo em vista que nela o aluno verifica se os objetivos propostos foram atingidos, revisando todas as etapas até chegar ao resultado final. É nesse momento que o aprendizado se consolida, pois é nela que o aluno assimila os conteúdos e elabora estratégias de resolução dos problemas propostos.

> Os estudantes acharão realmente interessante o retrospecto se eles houverem feito um esforço honesto e ficarem conscientes de terem resolvido bem o problema. Neste caso, ficarão ansiosos para ver o que mais poderão conseguir com aquele esforço e como poderão, da próxima vez, fazer tão bem quanto desta. (POLYA, 2006)

De acordo com (POLYA, 2006), os passos para que o estudante revise a solução de um dado problema pode ser resumido como segue:

* Analise a solução e a utilização de todos os dados;

* Confira o resultado;

* Examine a possibilidade de obter a solução de outra forma;

* Averigue a natureza do dado problema e do método utilizado para solucioná-lo.

Neste momento é de extrema importância que o professor estimule seus alunos a buscarem novos caminhos para a resolução dos problemas.

Por meio desta realidade, a metodologia da resolução de problemas proposta por George Polya utilizando as questões da primeira e segunda fase da OBMEP (Olimpíada

Brasileira de Matemática para as Escolas Públicas), terá como principal objetivo facilitar a resolução de situações-problema por meio de estratégias intencionais adequadas que conectem os conteúdos já abordados em sala de aula com as questões selecionadas neste trabalho.

Neste sentido, estou defendendo que aplicar os problemas ditos por Polya como "rotineiros", que são comumente encontrados nos livros didáticos e que fazem uso do emprego direto da teoria ou conceitos abordados em cada conteúdo, deve perder espaço dentro de nossas salas de aula. De maneira geral, os problemas "rotineiros" não despertam a curiosidade, a criatividade dos alunos e nem os desafiam a buscar novos conhecimentos, fazendo com que eles fiquem desmotivados e sem interesse em aprender.

Contudo, a abordagem apresentada nas questões da OBMEP coincide com o que queremos tratar e pesquisar neste trabalho: os problemas "Não rotineiros", que estimulam a criatividade, a curiosidade e como consequência estimula a vontade de buscar novos conhecimentos por parte dos alunos.

## 3.3 OBSTÁCULOS NO ENSINO - APRENDIZAGEM DA MATEMÁTICA

> Um obstáculo é um conhecimento que produz soluções adaptadas a um determinado contexto, mas induz a falsas soluções fora deste. Este conhecimento resiste às contradições apresentadas e frequentemente volta a se manifestar. (BITTENCOURT, 1998) p.14

Tomando como ponto de partida de senso comum "obstáculo" como impedimento, é possível compreender o pensamento de (BACHELARD, 1996), no que se refere a dificuldade das Ciências no decorrer de sua história. O autor destaca que o obstáculo é composto por conhecimentos já adquiridos que resistem ao conhecimento novo. Isso ocorre porque o que se conhece possui erros que impedem o conhecimento real que nunca é "o que se poderia achar", contudo é "o que deveria ter pensado". O autor constata ainda que no conhecimento acontecem "lentidões e conflitos" que conduzem o aluno a acuar diante de um dado problema.

A Matemática é considerada por muitos alunos a matéria mais penosa de se aprender, onde só os mais inteligentes conseguem essa proeza. A renúncia de aprender esse componente curricular e os elevados índices de retenção em matemática tem preocupado os docentes do mundo inteiro que tentam descobrir novas estratégias, métodos de ensinar e as principais dificuldades dos alunos em assimilar conceitos e empregar as técnicas ensinadas com eficácia.

Ao trabalhar a resolução de problemas, o professor observará que grande parte dos alunos não conseguem atingir a solução do que lhe foi proposto, ainda que sejam problemas de fácil resolução, percebendo que os erros estão desde a falta de atenção até a assimilação de algum conceito básico. Em vista disso, dedicaremos este capítulo para analisar a forma de se trabalhar com o erro no ensino da matemática e utilizá-lo como ferramenta que norteia a nossa prática pedagógica.

No ensino tradicional, o aluno aprende a realizar os cálculos com os algoritmos, mas não consegue interpretar um contexto em que o mesmo está inserido, o que mostra a falha de uma aprendizagem significativa e eficaz. Ao dar mais importância a resolução correta de um algoritmo do que ao conceito de fato aprendido, levamos nossos alunos a não desenvolverem a capacidade de resolver problemas, logo, é de extrema importância refletir sobre como enfrentamos os erros e acertos de nossos alunos.

Os erros apresentados são vistos de forma negativa e os acertos de forma positiva, no entanto, nem sempre o acerto é sinal de que o aluno aprendeu, tampouco é garantia do que realmente ele sabe. Assim sendo, os erros não demonstram de fato o que aluno não sabe, mas fornece pistas de como o aluno aprende certo conteúdo.

> (...) uma aprendizagem não parte do zero, quer dizer que a formação de um novo hábito consiste sempre em uma diferenciação a partir de esquemas anteriores; mais ainda, se essa diferenciação é função de todo o passado desses esquemas, isso significa que o conhecimento adquirido por aprendizagem não é jamais nem puro registro, nem cópia, mas resultado de uma organização na qual intervém em graus diversos o sistema total dos esquemas que o sujeito dispõe. (PIAGET, apud (BECHER, 2003))

De acordo com (BECHER, 2003), o professor precisa trabalhar com situações que façam sentido ao aluno para que a aprendizagem ocorra, levando em consideração sua visão de mundo e seus saberes anteriores, analisando como o aluno aprende.

Já (FERNANDES, 1999) considera que a prática pedagógica é uma [. . . ]

> ...prática intencional de ensino e aprendizagem não reduzida à questão didática ou às metodologias de estudar e de aprender, mas articulada à educação como prática social e ao conhecimento como produção histórica e social, datada e situada, numa relação dialética entre prática-teoria, conteúdo forma e perspectivas interdisciplinares. (FERNANDES, 1999) p. 159

A análise de como meu aluno aprende pode ser feita através dos erros cometidos por eles.

Dessa maneira, é de fundamental importância refletir sobre como encaramos os erros de nossos discentes durante as aulas de Matemática.

Na obra de Bachelard "A formação do espírito científico" é proposto uma forma diferente de lidar com os erros cometidos no processo de ensino-aprendizagem, ele os chama de obstáculos. Ele ainda demonstra no contexto histórico da evolução do conhecimento que na transição do nível pré-científico para o nível científico ocorre uma rejeição dos conhecimentos anteriores enfrentando alguns obstáculos.

> E não se trata de considerar obstáculos externos, como a complexidade e a fugacidade dos fenômenos, nem de incriminar a fragilidade dos sentidos e do espírito humano: é no âmago do próprio ato de conhecer que aparecem, por uma espécie de imperativo funcional, lentidões e conflitos. (BACHELARD, 1996).

Nesta vertente, é possível observar que em determinadas situações, os erros aparecem, não por faltar conhecimentos, mas por conhecimentos anteriores que são aplicados corretamente em algumas situações e não em outras. O erro faz parte do aprender e mostra muito sobre o grau de desenvolvimento de nossos alunos, logo os professores devem se interessar em compreender a origem dos erros cometidos pelos discentes e investigar formas de conduzi-los ao aprendizado.

Logo, para a concretização de nosso trabalho, afim de analisar minuciosamebte os erros cometidos, organizamos as atividades com o intuíto de proporcionar situações que ajudem o aluno na construção dos conhecimentos anteriores.

# 4 A ORGANIZAÇÃO DAS ATIVIDADES DIDÁTICAS

No presente capítulo iremos analisar as folhas de atividades sequenciais, os objetivos propostos e os resultados alcançados no decorrer da aplicação das atividades. Vamos citar as retomadas necessárias para alcançar a aprendizagem e atingir os objetivos propostos.

No 7º ano A e 7º ano B serão aplicadas, nas aulas presenciais, sequências didáticas que conduzam o aluno a solucionar situações-problema retirados dos materiais didáticos disponíveis no site da OBMEP e de folhas de atividades de elaboração própria que irão utilizar o software de geometria dinâmica “GeoGebra”, para auxiliar na compreensão e execução das atividades a partir das metodologias de ensino referidas neste trabalho.

Após a aplicação das atividades, faremos uma investigação do desempenho de ambas as salas através de levantamentos, de observações e de registros dos acontecimentos do dia-a-dia da sala de aula.

Como ressaltamos no capítulo 3, as folhas de atividades vão ao encontro da metodologia de resolução de problemas proposta por (POLYA, 2006), haja visto que os exercícios priorizam o plano traçado pelo próprio aluno, sua execução e suas estratégias de resolução a partir do suporte do que já foi trabalhado durante as aulas.

Serão abordadas situações-problema da unidade temática de geometria, que irão ao encontro das competências e habilidades propostas pelo Currículo Paulista para o 7º ano do ensino fundamental, conforme mostra a Figura 8.

É de extrema importância ressaltar que o objetivo de nosso trabalho não é solucionar os problemas propostos pela OBMEP, uma vez que todas as soluções do banco de questões são cedidas pelo próprio site, mas sim explorar a resolução de problemas com o intuito de levar o aluno a desenvolver habilidades que aprimorem a construção do seu conhecimento matemático levando-o a resolver problemas com autonomia e segurança.

Figura 8 – Currículo Paulista - Geometria no 7º ano

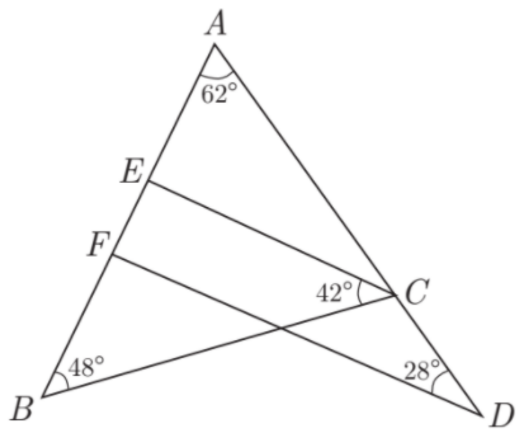
| UNIDADE TEMÁTICA | ANO | HABILIDADES DO CURRÍCULO PAULISTA | OBJETOS DE CONHECIMENTO |
|---|---|---|---|
| GEOMETRIA | 7º | (EF07MA23) Verificar relações entre os ângulos formados por retas paralelas cortadas por uma transversal, com e sem uso de softwares de geometria dinâmica. | Relações entre os ângulos formados por retas paralelas interceptadas por uma transversal. |
| GEOMETRIA | 7º | (EF07MA24) Construir triângulos, usando régua e compasso, reconhecer a condição de existência do triângulo quanto à medida dos lados, utilizar transferidor para medir os ângulos internos e verificar que a soma das medidas dos ângulos internos de um triângulo é 180°. | Triângulos: construção, condição de existência e soma das medidas dos ângulos internos. |
| GEOMETRIA | 7º | (EF07MA25) Reconhecer as condições de existência dos triângulos e suas aplicações em diversas situações práticas, como na construção de estruturas arquitetônicas (telhados, estruturas metálicas e outras) ou nas artes plásticas. | Triângulos: construção, condição de existência e soma das medidas dos ângulos internos. |
| GEOMETRIA | 7º | (EF07MA26) Descrever, por escrito e por meio de um fluxograma, um algoritmo para a construção de um triângulo qualquer, conhecidas as medidas dos três lados. | Triângulos: construção, condição de existência e soma das medidas dos ângulos internos. |
| GEOMETRIA | 7º | (EF07MA27) Calcular medidas de ângulos internos de polígonos regulares, sem o uso de fórmulas, e estabelecer relações entre ângulos internos e externos de polígonos, preferencialmente vinculadas à construção de mosaicos e de ladrilhamentos. | Polígonos regulares: quadrado e triângulo equilátero. |

Fonte:Criado a partir de dados do Currículo Paulista. (SÃO PAULO, 2019)

## 4.1 APLICAÇÃO DAS ATIVIDADES

Nesse primeiro momento iremos trabalhar com os alunos do 7º ano A e 7º ano B uma questão do banco de questões da OBMEP que tem por objetivo levar o aluno a solucionar com autonomia o problema da Figura 9, intitulado "Retas paralelas?", em que questiona se as retas EC e FD são paralelas.

Figura 9 – Questão de fechamento.




Fonte: (OBMEP; QUESTÕES, 2010)

Para obter a solução deste problema, precisamos de diversas deduções e significações para que o aluno possa respondê-la. Ele precisa saber calcular com autonomia a soma dos ângulos internos e externos de um triângulo qualquer e verificar relações entre os ângulos formados por retas paralelas cortadas por uma transversal.

Neste sentido, iremos aplicar uma atividade introdutória com o objetivo de levar o aluno, através dos recursos computacionais e de registros próprios, a compreender essas relações e conceitos.

Na atividade introdutória, seguiremos o seguinte roteiro:

I) Cálculo da soma dos ângulos internos e externos de um triângulo qualquer por meio de atividades retiradas dos materiais didáticos disponíveis no site da OBMEP (apostilas PIC) e por software de geometria dinâmica;

II) desenvolvimento dos conceitos de ângulos correspondentes definidos por duas retas paralelas;

III) determinar que retas transversais cortam retas paralelas segundo o mesmo ângulo;

IV) Concluir a pergunta proposta pela questão inicial da OBMEP.

V) Aplicar uma avaliação interna proposta pela escola de aplicação do projeto.

Partindo do ponto que os alunos do 7º ano da Escola Municipal Professora Helena Borsetti terão o primeiro contato com o conteúdo neste ano letivo, houve a necessidade de elaborar as sequências didáticas a seguir.

## 4.2 ATIVIDADE 1 – SOMA DOS ÂNGULOS INTERNOS DE UM TRIÂNGULO.

Geralmente os professores abordam os conteúdos fazendo a exposição de conceitos para os alunos com bastante teoria e exercícios para reforçar e sistematizar a memorização do objeto de conhecimento.

Nesta vertente, na folha de atividade 1 fizemos uma abordagem diferente para determinar o valor da soma dos ângulos internos de um triângulo qualquer. Sua resolução se deu por meio da atividade de dobradura retirada da apostila PIC, como mostram as figuras 10, 11 e 12, e pela atividade de própria autoria que pode ser visualisada na Figura 15.

As atividades trabalhadas com uso do software foram elaboradas pela autora do trabalho no GeoGebra e contemplaram os conteúdos e habilidades propostos na BNCC e no Currículo Paulista, tendo como objetivo calcular as medidas de ângulos internos de um triângulo qualquer, sem o uso de fórmulas.

Com a finalidade de levar o aluno a obter uma melhor compreensão dos problemas, foi elaborado uma aula expositiva introdutória para retomar os conceitos da classificação de um triângulo quanto as medidas dos ângulos e dos lados.

Na sequência, iniciamos a aplicação das atividades após o retorno das aulas presenciais. Foi solicitado aos alunos que trouxessem o celular nas aulas, pois seriam enviados alguns links no grupo de WhatsApp da sala (grupo criado para que as aulas fossem ministradas por meio dele no período de Pandemia do Coronavírus), com o intuito de trabalharmos o componente curricular de geometria.

Primeiramente, os alunos solucionaram a atividade de dobradura em sala de aula e individualmente. As figuras 13 e 14 exibem os alunos na execução da atividade.

Dando sequencia a aplicação da folha de atividade 1, foi solicitado aos alunos que fizessem os exercícios no aplicativo e registrassem suas conclusões para que fosse possível mensurar sua aprendizagem.

A Figura 15 mostra a folha dos registros realizados com o uso do aplicativo e dá sequência e fechamento à atividade 1. Para a sua resolução os alunos utilizaram o celular para manusear o software “GeoGebra”, como forma de interagir com o problema com mais riquezas de detalhes, verificando os conceitos trabalhados e registrando a solução obtida por meio de captura de tela, como podemos apreciar na Figura 16.

Nesta etapa, os alunos necessitavam de uma internet de longo alcance e o sinal não chegava à sala de aula. Para solucionar este problema, os alunos foram conduzidos à biblioteca da escola onde realizaram todas as atividades que faziam uso da internt. As folhas de atividades foram registradas individualmente e realizadas em grupo devido a falta de espaço para a sua execução individual, como pode ser analisado nas figuras 19 e 20.

Quanto a resolução da presente folha de exercícios, os alunos conseguiram executar facilmente a atividade de dobradura contidas nas figuras 10, 11 e 12 e não demonstraram nenhuma dificuldade em associar a medida do ângulo raso com a soma das medidas dos ângulos internos do triângulo.

Os alunos rapidamente relacionaram a atividade de dobradura com a atividade proposta no aplicativo, como pode ser observado nas figuras 17 e 18. Eles conseguiram comparar, após o uso do software, o porquê dos triângulos produzidos pelos colegas serem diferentes e a soma de seus ângulos internos se manter 180°.

A dificuldade encontrada nesta atividade foi a lenta conexão com a internet da escola que obstruía o aplicativo, deixando os alunos desmotivados na realização do que lhes era proposto.

Nota-se que as indicações de apoio proporcionadas pelo uso do aplicativo foram suficientes para que os alunos tivessem autonomia na resolução dos problemas. Não houve a necessidade de interferência do professor, mesmo quando solicitado aos alunos que registrassem suas deduções.

## 4.3 ATIVIDADE 2 – SOMA DOS ÂNGULOS INTERNOS E EXTERNOS DE UM TRIÂNGULO UTILIZANDO O SOFTWARE GEOGEBRA.

Para que os alunos fizessem conexão da aula presencial com a aula remota que fora ministrada de março de 2020 a setembro de 2021, foi anexado nas atividades o Avatar da autora do trabalho que dava dicas e instruções aos alunos para executar o que lhes era proposto nas situações-problema, como acontecia no período das aulas remotas.

Na resolução dos problemas da folha de atividade 2, foram utilizados os conhecimentos adquiridos nas atividades anteriores e uma nova construção dinâmica do Geogebra foi apresentada.

A atividade foi conduzida de forma que os alunos lessem e compreendessem os exercícios antes de realizar o que lhes era proposto. O intuito era leva-los a elaborar suas próprias estratégias de solução de problema aplicando a metodologia de ensino proposta por (POLYA, 2006).

O objetivo da atividade contida nas figuras 21, 22 e 23, é encontrar a medida do ângulo desconhecido usando o software, tornar mais dinâmico o desenvolvimento dos exercícios, minimizar o tempo de aplicação e resolução desses problemas.

Aproximadamente 90% dos alunos conseguiram solucionar as atividades propostas com autonomia e sem a intervenção do professor.

Podemos verificar a assimilação do conceito da soma dos ângulos internos com o ângulo omitido no exercício, como mostra a resolução do aluno "A"na Figura 24.

Para evidenciar a compreensão dos alunos, foi solicitado que fizessem diferentes formas de registros.

Note que na Figura 25 o aluno registra os cálculos para encontrar o valor do ângulo no aplicativo, manuseia o software e anota o resultado obtido adequadamente, apontando suas conclusões e expressando seus conhecimentos com clareza e precisão.

Para a conclusão da segunda folha de atividades, o Avatar da autora aparece relembrando uma das propriedades do triângulo isósceles e surge um novo link para os alunos interagirem com as atividades e exercitarem seus conhecimentos na terceira página de resolução.

A terceira página apresenta a fase final da atividade. Nesta etapa os alunos já dominavam o aplicativo e resolviam os exercícios com autonomia sem necessitar da intervenção do professor, como pode ser visto na Figura 26.

Na realização dessa atividade foram feitas interferências acerca da soma dos ângulos internos de um triângulo qualquer assim como a retomada dos conceitos já trabalhados nas atividades anteriores. Porém, aproximadamente 10% dos alunos não conseguiram executar a atividade 2, como podemos notar na Figura 27 .

É possível observar na Figura 27 que o aluno B, apesar de relatar não conseguir executar o exercício, fez a associação correta do ângulo que faltava para que a soma dos ângulos internos do triângulo resultasse 180°, testou sua conclusão no aplicativo e acertou, porém não conseguiu fazer o registro adequado. Essas dificuldades apresentadas e até mesmos essas interferências não são motivo de preocupação, já que os tópicos serão trabalhados posteriormente.

Na segunda página da folha de atividades 2, foi possível observar que os 10% dos alunos que não haviam adquirido as competências necessárias para a resolução adequada dos exercícios, já conseguiam realizá-los apresentando suas ideias com espontaneidade e mais clareza após a mediação da professora.

As reflexões apontadas para auxiliar na compreensão do enunciado foram:

* Qual era a soma dos ângulos verde, vermelho e azul na atividade de dobradura?

* Se a medida do ângulo verde fosse 40° e a medida do ângulo vermelho fosse 50°, qual seria a medida do ângulo azul?

Com esses singelos questionamentos, os alunos conseguiram executar a atividade com confiança e autossuficiência.

Entretanto, foi dada uma atenção especial à divisão, apesar de serem alunos do 7º ano, eles apresentaram dificuldades em solucionar a divisão de ângulos de números ímpares por 2 . Observamos que muitos conseguem resolver o cálculo mentalmente, mas apresentam dificuldades em sistematizar o algoritmo da divisão.

Vale destacar a resolução apresentada na Figura 28. Nesta resolução, o aluno demonstra dificuldade em utilizar o algoritmo da divisão e testa hipóteses associadas a ideia de adição para encontrar o resultado dos ângulos vermelhos quando o ângulo é um numero par. Quando o número dado é impar, o aluno faz uma estimativa do valor do ângulo, testa suas conclusões e no aplicativo verifica o seu erro.

A Figura 29 mostra a conclusão realizada por um aluno do 7º ano B através do software GeoGebra. Após a execução da atividade no aplicativo, o aluno executa um print na tela de seu celular e publica a resolução no grupo de WhatsApp da sala.

Contudo, o engajamento e a aprendizagem dos alunos na resolução das atividades foram satisfatórios.

## 4.4 ATIVIDADE 3 – ÂNGULOS EXTERNOS DE UM TRIÂNGULO.

A atividade se inicia com o Avatar da professora apresentando o conteúdo a ser aprendido e mais uma vez os alunos usarão os recursos computacionais para solucionar os problemas propostos.

Antes de iniciar a exposição do conteúdo, houve uma interferência da professora para explicar sobre ângulos adjacentes e não adjacentes.

O objetivo da atividade integrada a Figura 30, é alcançar a aprendizagem eficaz dos alunos através do uso do software e aprimorar a escrita de suas justificativas, a fim de verificar o processo de ensino–aprendizagem.

Com o propósito de aprimorar ainda mais os conhecimentos adquiridos pelos alunos, foi enviado no grupo de WhatsApp a imagem contida na Figura 31.

No que se refere a resolução da atividade, a Figura 32 mostra a solução obtida pelo aluno "A". É possível observar que o aluno consegue estabelecer uma relação entre a medida do ângulo externo e as medidas dos ângulos internos não adjacentes a ele, porém não consegue formar uma relação genérica quando cita que é preciso somar os ângulos não adjacentes e que a soma seria a junção do ângulo verde e vermelho.

Para uma melhor compreensão da folha de atividades 3, foi retomado o fato de que uma forma genérica deve valer para qualquer um dos casos, o que levou os alunos a uma melhor reflexão e que culminou no resultado esperado, como podemos apreciar na Figura 33.

## 4.5 ATIVIDADE 4 – ÂNGULOS FORMADOS POR DUAS RETAS PARALELAS E POR UMA TRANSVERSAL.

Para alcançar o objetivo de resolver a questão proposta pela OBMEP com autonomia, foi necessário abordar o conceito de retas paralelas cortadas por uma transversal, como podemos observar na folha de atividades 4 aplicada aos alunos conforme indica as figuras 34 e 35.

Novamente utilizamos os recursos tecnológicos e o Avatar a fim de alcançar um melhor resultado para a realização da atividade de fechamento do projeto. Neste momento o Avatar, além de fazer uma conexão entre as aulas remotas e presenciais, dava dicas e lembretes do que fora estudado no livro didático do autor (BIANCHINI, 2018).

Dando sequência a execução da folha de atividades 4 ,que pode ser analisada na Figura 35, com o propósito de verificar os conhecimentos adquiridos que o uso do aplicativo proporcionou quanto a congruência de ângulos correspondentes formados com uma transversal, foram elaboradas questões, incluindo a criação do software, que vão ao encontro das habilidades propostas pela BNCC e Currículo Paulista quanto a verificação da correspondência de tais ângulos sem o uso de fórmulas.

Em realação a execução dos exercícios, os alunos não apresentaram dificuldades na solução da folha de atividades 4. Houve a possibilidade de observar o interesse dos alunos em solucionar os problemas propostos usando o software de geometria dinâmica, bem como a compreensão quase que instantânea das medidas dos ângulos correspondentes formados por retas paralelas cortadas por uma transversal serem congruentes, como demonstra a Figura 36.

A Figura 37 mostra a resolução da atividade enviada no grupo de WhatsApp por um aluno do 7º ano A que foi efetuada com o uso da planilha elaborada no GeoGebra.

Após o manuseio do sofware e registro das conclusões, os alunos defrontaram-se novamente com o Avatar da professora, que faz um lembrete das aulas anteriores. A fala da autora tem por objetivo retomar o conceito de congruência de ângulos opostos pelo vértice.

O resultado da atividade foi satisfatório, pois todos os alunos atingiram o objetivo proposto ao conseguirem verificar a congruência dos ângulos correspondentes utilizando o software elaborado no GeoGebra, como indica a Figura 38. Não houve a necessidade de intervenção da professora, tendo em vista que os alunos alcançaram a habilidade (EF07MA23) esperada para este componente curricular.

## 4.6 ATIVIDADE 5 – ÂNGULOS FORMADOS POR DUAS RETAS PARALELAS E POR UMA TRANSVERSAL.

Dando seguimento, foi entregue a folha de atividade 5, como mostra a Figura 39, que contempla a mesma habilidade trabalhada na questão 4. O objetivo da questão é solucionar problemas que envolvem correspondência entre ângulos formados por retas paralelas cortadas por uma transversal e aferir a aprendizagem dos alunos.

Para solucionar essa atividade foi elaborada uma nova planilha no GeoGebra que continha, além de diversas situações - problema para testar os conhecimentos, um botão "Relações entre os ângulos" que ao ser acionado retomava os conceitos trabalhados no link enviado para a resolução da atividade 4.

Na realização dessa atividade foram feitas interferências acerca da congruência observada no aplicativo da atividade 4, bem como a retomada dos conceitos já trabalhados nas atividades anteriores. Porém, três alunos não conseguiram executar o início da atividade 5.

Na Figura 40, percebe-se que o aluno "A"realiza corretamente os exercícios iniciais e comete erros no último exercício, mesmo mencionando tê-los acertado. Durante a aula o aluno relata que errou o exercício por não registrar suas estratégias e realizar incorretamente o cálculo mental, o que não requer preocupação com a habilidade adquirida no componente curricular de geometria.

Destacamos a resolução apresentada na Figura 41, onde o aluno "B"realiza incorretamente a questão inicial. Imediatamente a professora realiza uma mediação e solicita aos alunos para que antes de concluírem suas respostas, acionem no botão "Relações entre os ângulos" a fim de retomar os conceitos de congruência dos ângulos correspondentes.

Note que após a intervenção o aluno consegue realizar corretamente as demais situações e classifica a atividade como "Mó fácil".

Os alunos conseguiram atingir os objetivos propostos na resolução dos problemas. A maioria compreendeu o processo e realizou os exercícios com autonomia. Neste momento, os alunos explicitaram maior interesse em registrar por escrito os resultados obtidos nas operações pelo fato de poder verificá-los no aplicativo. Demonstraram maior assimilação e compreensão do conteúdo, como podemos verificar na solução apresentada nas figuras 40 e 41.

Também mostraram interesse ao seguir as instruções do Avatar para continuar “brincando e aprendendo” no aplicativo. Neste instante os alunos se descontraíram fazendo uma disputa de quem enviaria mais imagens com as questões corretamente resolvidas no grupo de WhatsApp da sala, como é possível constatar na Figura 42.

## 4.7 ATIVIDADE 6 – FECHAMENTO

A atividade 6 aborda o objetivo principal de nosso trabalho que é melhorar a capacidade de resolver os problemas propostos pela OBMEP e proporcionar um melhor resultado tanto nas olimpíadas de matemática quanto na aprendizagem dos alunos.

Para chegarmos à resolução desta folha de atividades, contida na Figura 43, foram contempladas em seis horas aula, 5 das 10 habilidades de geometria proposta no Currículo Paulista para o 7º ano do ensino Fundamental.

Nesta folha de atividades, os alunos se embasaram nos conhecimentos adquiridos nas aulas anteriores para solucionar as questões por meio de recursos tecnológicos, incluindo o GeoGebra, e folha de atividades que subsidiaram o desenvolvimento do trabalho.

Esta questão foi escolhida por abordar todas as competências e habilidades propostas no componente curricular de Geometria desenvolvida neste trabalho.

O objetivo desta questão é mensurar a aprendizagem adquirida pelos alunos com a aplicação das atividades introdutórias que visam calcular com autonomia a soma dos ângulos internos e externos de um triângulo qualquer e verificar as relações entre os ângulos formados por retas paralelas cortadas por uma transversal.

No encaminhamento da atividade os alunos se conectaram novamente aos links enviados, refazendo as atividades do GeoGebra para criar hipóteses de resolução do problema, concretizando com êxito a utilização das metodologias tratadas nesta dissertação. Fizeram cálculos e testaram hipóteses, verificando as relações entre os ângulos formados por retas paralelas cortadas por uma transversal.

Quanto ao desenvolvimento da atividade de fechamento, destacamos a Figura 44, em que o aluno "A"demonstra compreensão dos conceitos solicitados.

Destacamos na Figura 45, os registros do aluno "B"que explicita uma certa confusão. A dificuldade apresentada pelo aluno foi não conseguir registrar adequadamente sua conclusão. Todavia, os cálculos da soma dos ângulos internos dos triângulos foram registrados corretamente e com facilidade. O aluno demostrou compreender os conceitos trabalhados, mas não apresentou segurança em solucionar o problema proposto, o que demandou a intervenção do professor para que refizesse os exercícios, sem a necessidade de registrar, no aplicativo e para que tivessem maior confiança nas soluções expostas.

De forma geral, os alunos conseguiram executar a atividade de fechamento sem dificuldades. A maioria compreendeu o processo que deveria ser empregado na solução da questão e fizeram conexões, em especial, com as atividades realizadas com o uso da planilha elaborada no Geogebra.

Observou-se com essa atividade que os objetivos propostos no presente trabalho foram contemplados, tendo em vista a forma com que a atividade foi resolvida sem a intervenção do professor, causando surpresa, haja visto a complexidade do problema para o 7º ano, onde são abordadas questões do nível 1 da OBMEP e os alunos foram capazes de solucionar uma questão aberta do nível 2.

Ao resolver as questões com a utilização do software de geometria dinâmica, os alunos mostraram concentração, interesse e engajamento, chegando às conclusões de forma mais eficaz.

## 4.8 AVALIAÇÃO INTERNA – "PROVÃO"

A fim de aferir o processo de ensino-aprendizagem, a escola Municipal de Ensino Fundamental Professora Helena Borsetti aplica bimestralmente uma avaliação interna denominada de (Provão), que é composta de 45 questões de todas as disciplinas. A avaliação contém 5 questões objetivas de matemática.

Para o fechamento da pesquisa, foi proposta duas questões que contemplavam as competências e habilidades abordadas no presente trabalho, como mostra a Figura 46, que teve o intuito de mensurar a aprendizagem dos alunos, haja visto que devido a pandemia de Covid 19 não foi possível analisar a evolução dos mesmos no desenvolvimento do projeto por meio da aplicação da prova da OBMEP.

Verificando o desempenho dos alunos após a avaliação interna, observou-se que todos os alunos acertaram ambas as questões, o que mostra a consolidação da aprendizagem indo ao encontro do que destaca (POLYA, 2006), "se o próprio aluno tiver traçado o plano de resolução do problema, ele não corre o risco de esquecê-lo".

É fato que muito ainda precisa ser realizado para que os alunos alcancem o nível ideal de aprendizagem, contudo confiamos que uma mudança de metodologia e de paradigmas de fato possa contribuir para a melhoria dos resultados.

## 4.9 AVALIAÇÃO REALIZADA PELOS ALUNOS

Este trabalho foi avaliado pelos alunos e constitui, juntamente com a observação do professor em sala de aula e as soluções apresentadas nas atividades, uma das formas de avaliação da presente dissertação. Permite mensurar a aceitação do trabalho pelos alunos, ao compor as considerações dos protagonistas a quem este trabalho se dedica.

Em suma, os elementos da avaliação abordam a afinidade dos alunos com o trabalho, suas observações sobre o nível de dificuldade, suas opiniões quanto aos recursos tecnológicos utilizados e eventuais sugestões.

A maioria dos alunos relatou ter gostado de realizar o trabalho com as justificativas mais variadas, tais como terem adorado utilizar o celular em aula e pelo fato de aprenderem a Geometria por meio de recursos tecnológicos como o GeoGebra.

A Figura 47 mostra uma das respostas a primeira questão da avaliação dos alunos.

Com relação ao uso do GeoGebra, os alunos o apontaram como uma plataforma interativa e prazerosa devido ao fato do software permitir a verificação imediata da correção dos exercícios e por conseguirem observar com mais riquezas de detalhes a movimentação das formas, como podemos analisar na resposta apresentada na Figura 48 pelo aluno "B".

A segunda questão, contida na Figura 49, abordava a opinião dos alunos quanto à facilidade em aprender usando o software de geometria dinâmica e todos os alunos responderam que o uso da ferramenta facilitou a resolução das atividades, havendo algumas alterações na justificativa.

Questionados quanto ao nível de dificuldade das atividades, de acordo com a Figura 50, onde as opções de respostas eram: “Achei muito difícil”, “Não consegui resolver algumas” e “Achei muito fácil”, a maioria dos alunos responderam ter achado muito fácil, justificando que a aptidão encontrada foi proporcionada pelo aplicativo.

Daqueles que relataram não conseguir resolver algumas questões manifestaram ter tido dificuldades de acesso com a internet. O fato dificultou o manuseio do GeoGebra e consequentemente a resolução das atividades.

Uma aluna, com muitas dificuldades de aprendizagem, relatou que não conseguiu solucionar algumas questões pelo fato de estar ausente em grande parte das aulas. Por estar inserida em um contexto de alta vulnerabilidade social, a aluna possui inúmeras faltas, o que justifica sua fala que pode ser vista na Figura 51: "não consegui resolver algumas questões, faltei na explicação". No entanto, a aluna mostrou um desempenho satisfatório ao apresentar grande parte das atividades corretas. Nenhum aluno relatou ter achado muito difícil.

Notamos que após a aplicação do questionário a resposta “Não consegui resolver algumas” teve um parâmetro positivo, tendo em vista o baixo percentual de alunos que assinalaram essa opção. Isso demonstra que os alunos interagiram com o trabalho, mesmo demonstrando dificuldades na resolução de algumas questões.

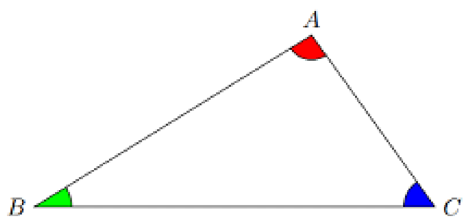
Sobre a sequencia didática com que as atividades foram aplicadas, a maioria dos alunos optou pela alternativa “Gostei muito”. Esta questão continha as seguintes alternativas: “Não gostei”, “Mais ou menos” e “Gostei muito”, como podemos verificar nas respostas contidas nas figuras 52 e 53.

Nenhum aluno marcou a alternativa “Não gostei” e dos alunos que optaram pela alternativa “Mais ou menos”, relataram que a falta de uma conexão adequada com a internet prejudicou o andamento das aulas. Na Figura 53 é possível analisar estas informações.

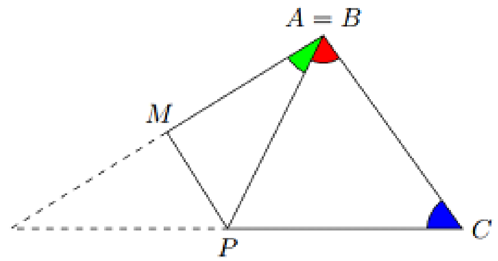
Figura 10 – Folha de atividades 1 - Página 1

**ATIVIDADE 1**

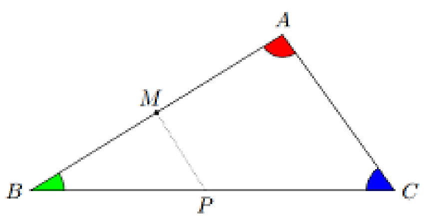
- ✓ Em uma folha de papel, utilizando uma régua desenhe um triângulo qualquer *ABC* e, para poder visualizar melhor, faça marcas de ângulos nos três cantos, como na ilustração a seguir. Não precisa imitar a ilustração, faça um triângulo do seu gosto e tamanho, mas não o faça muito pequeno.




- ✓ Recorte o triângulo e pinte dos dois lados do papel, cada ângulo de uma cor. A cor de um lado deve ser igual à cor do outro, como se a tinta atravessasse o papel.
- ✓ Faça a dobra *MP* de modo que o ponto *B* coincida com o ponto *A*, como está indicado na figura a seguir, Passando as pontas dos dedos exatamente sobre a dobra, marque o segmento *MP*.



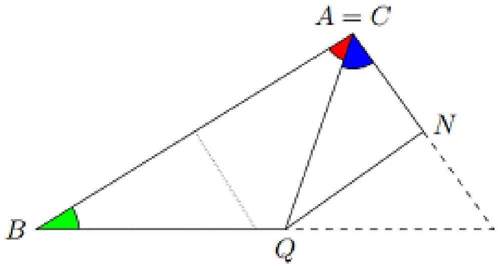

- ✓ Desdobre a folha, voltando a obter o triângulo *ABC*. Após desdobrar a folha, nela estará marcado o segmento *MP* perpendicular ao segmento *AB*, sendo *M* o ponto médio de *AB*.



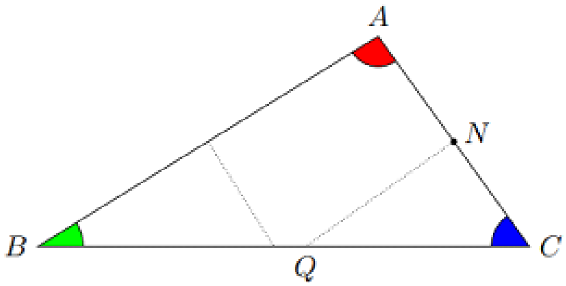

- ✓ De modo análogo, faça a dobra *NQ* de modo que o ponto *C* coincida com o ponto *A*, como está indicado na figura a seguir. Passando as pontas dos dedos sobre a dobra, faça um vinco marcando o segmento *NQ*.

Revista PIC (IMPA/OBMEP, 2015)

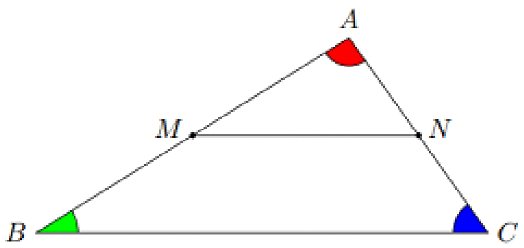
Figura 11 – Folha de atividades 1 - Página 2



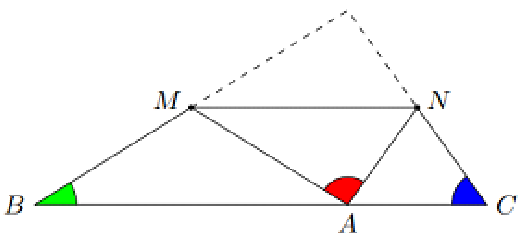

✓ Desdobre a folha, voltando a obter o triângulo *ABC*. Após desdobrar a folha, nela estará marcado o segmento *NQ* perpendicular ao segmento *AC*, sendo *N* o ponto médio de *AC*.




✓ Com o auxílio de uma régua, ligue os pontos *M* e *N*, como está ilustrado na figura a seguir.



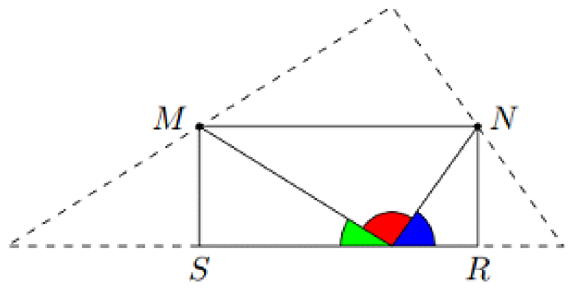

✓ Dobre o seu triângulo sobre o segmento *MN* fazendo o ponto *A* se apoiar sobre o segmento *BC*. Fazendo isso, você vai obter uma figura como a seguir.




✓ Agora faça a dobra *MS* fazendo o ponto *B* coincidir com *A*. Em seguida faça a dobra *NR*, fazendo o ponto *C* coincidir com o ponto *A*. Você vai obter um retângulo *MNRS* como o que está ilustrado a seguir.

Revista PIC (IMPA/OBMEP, 2015)

Figura 12 – Folha de atividades 1 - Página 3



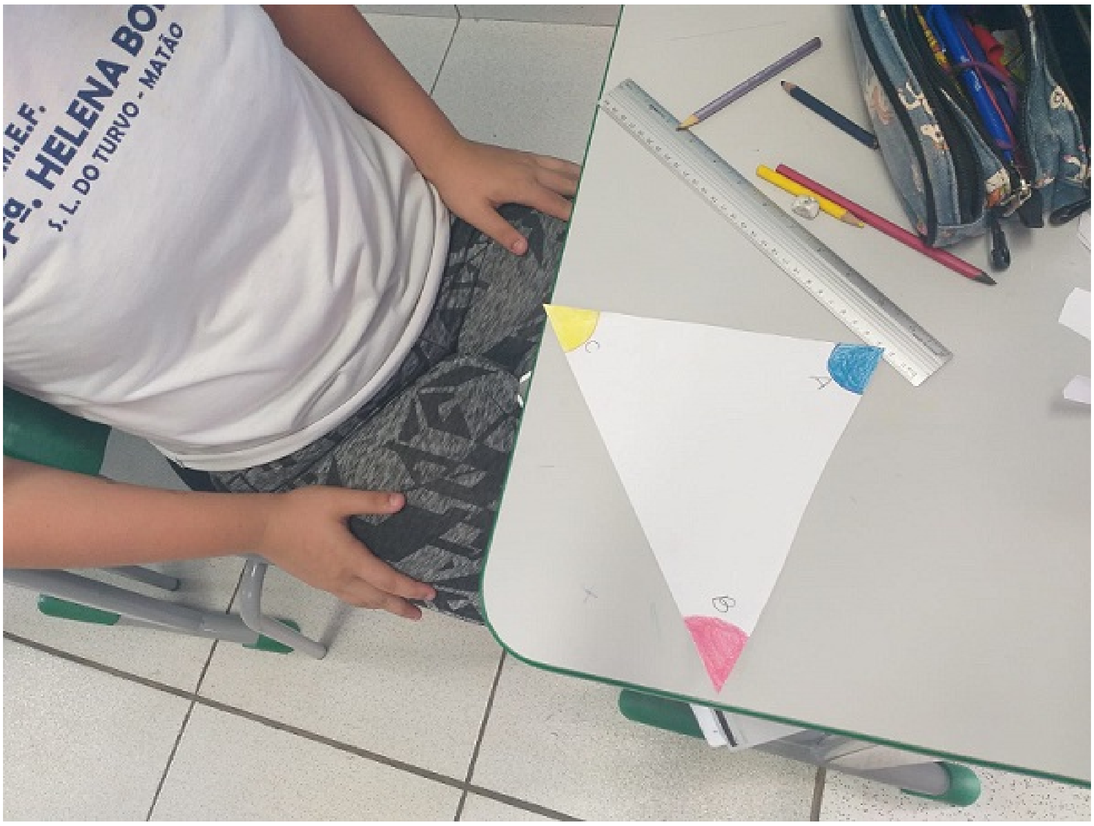

- ✓ Observe que os três ângulos do triângulo se juntaram formando ângulos adjacentes cuja soma é igual a um ângulo raso.
- ✓ Enunciando formalmente, o que a atividade sugere?

____________________________________________________________

____________________________________________________________

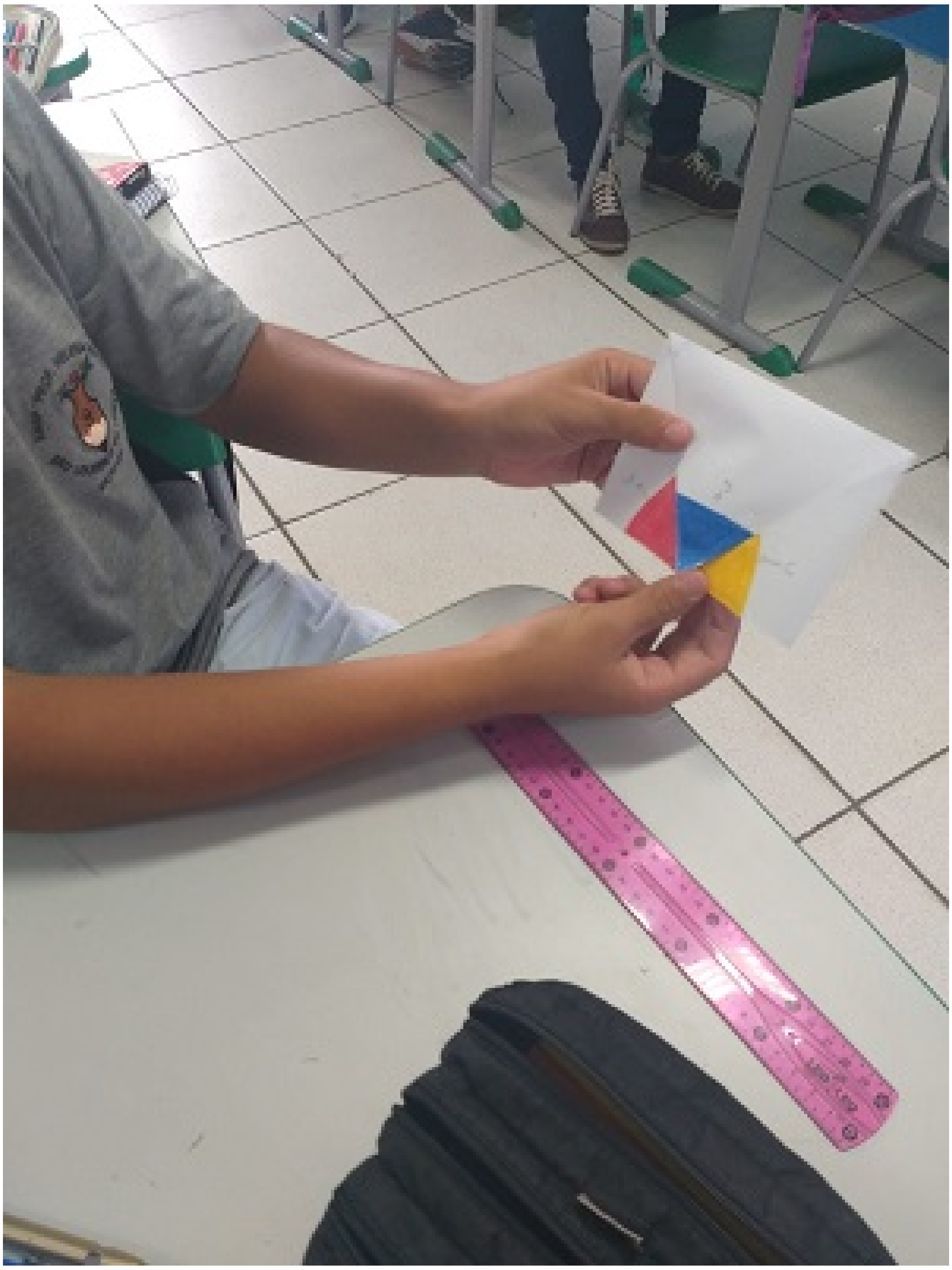
Revista PIC (IMPA/OBMEP, 2015)

Figura 13 – Execução da atividade 1 - Dobradura : imagem 1.




Fonte: Arquivo pessoal do autor.

Figura 14 – Execução da atividade 1 - Dobradura : imagem 2.



Fonte: Arquivo pessoal do autor.

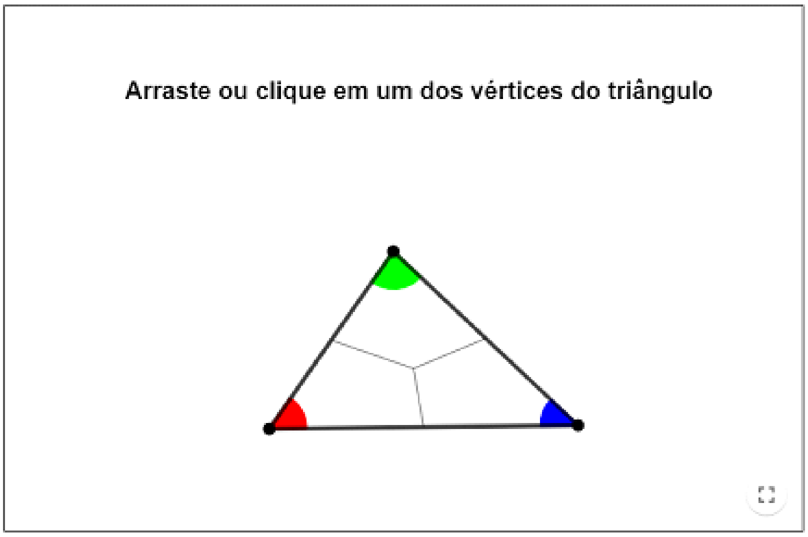
Figura 15 – Folha de atividade 1 - Página 4.

- ✓ Entre no link: https://www.geogebra.org/m/m2nvmhn8
- ✓ Você será direcionado para a seguinte página:

Triângulo - Soma dos ângulos internos

Autor: Paula Novaes

Tópico: Ângulos, Geometria, Triângulos




- ✓ Clique ou arraste o vértice que contém o ângulo verde;
- ✓ Clique ou arraste o vértice que contém o ângulo azul;
- ✓ Clique ou arraste o vértice que contém o ângulo vermelho;
- ✓ O que você pode concluir? Anote suas conclusões.

______________________________________________________________

______________________________________________________________

- ✓ Agora, arraste um dos vértices do triângulo por vez e modifique suas dimensões. Feito isso, clique em cada um dos vértices do triângulo.
- ✓ O que você pode concluir? Anote suas conclusões.

______________________________________________________________

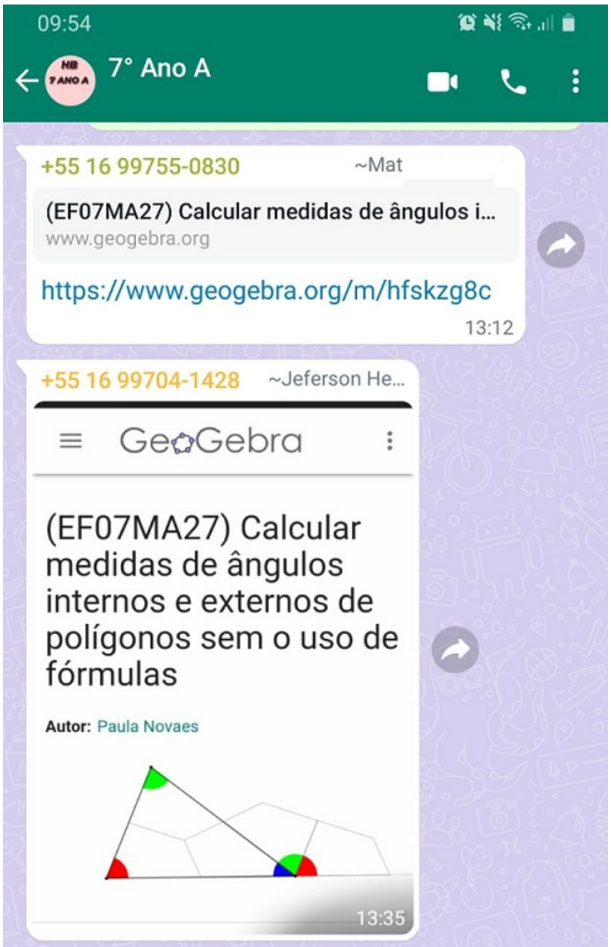
______________________________________________________________

- ✓ Independentemente do vértice escolhido e das dimensões do triângulo, qual é a soma dos ângulos internos de um triângulo qualquer?

______________________________________________________________

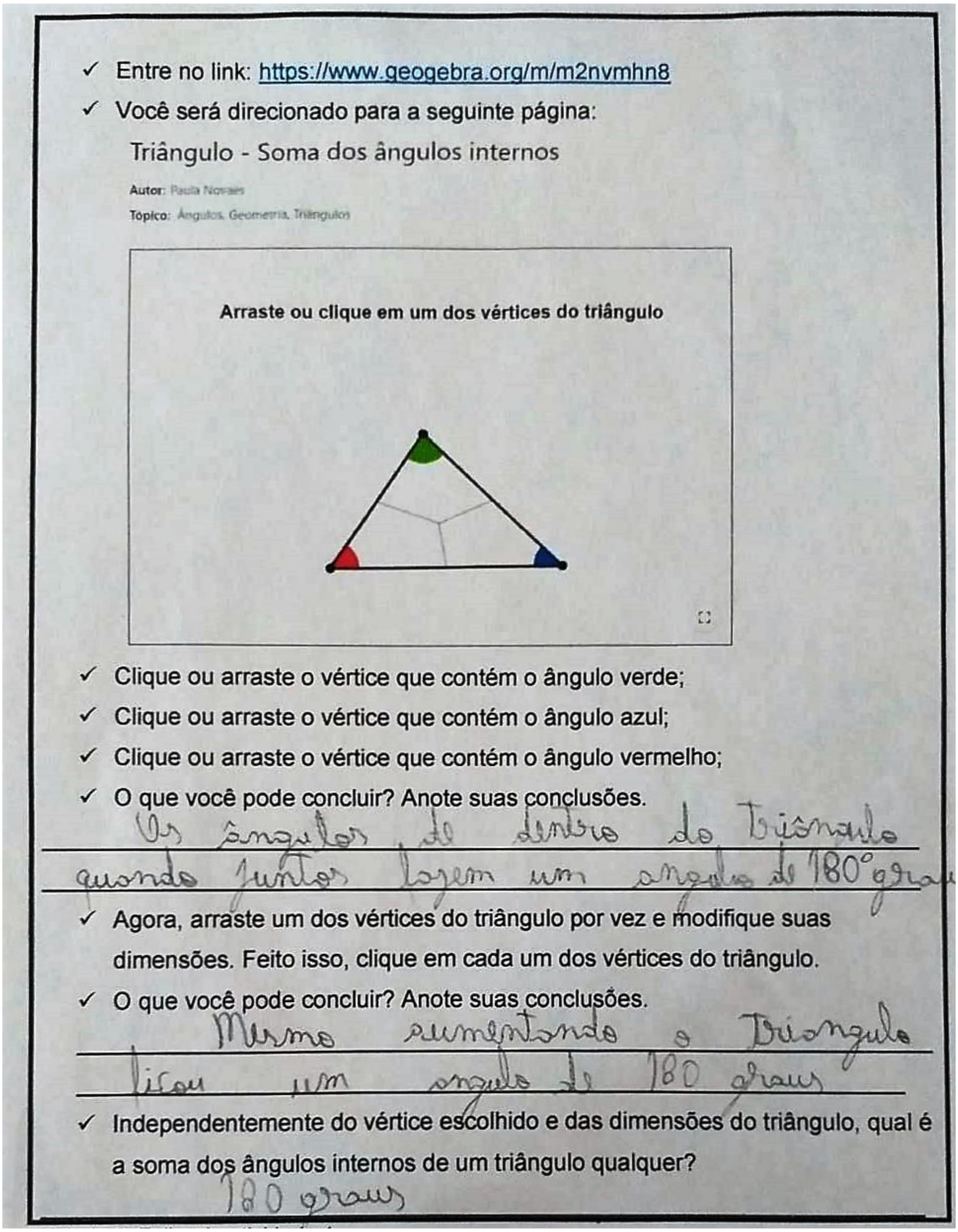
Fonte: Elaborado pelo autor.

Figura 16 – Atividade enviada por aluno no grupo de WhatsApp da sala.




Fonte: Arquivo pessoal do autor.

Figura 17 – Resolução da folha de atividade 1 - Página 4- aluno A.



- ✓ Entre no link: https://www.geogebra.org/m/m2nvmhn8
- ✓ Você será direcionado para a seguinte página:

Triângulo - Soma dos ângulos internos

**Autor:** Paula Novaes

**Tópico:** Ângulos, Geometria, Triângulos

**Arraste ou clique em um dos vértices do triângulo**

- ✓ Clique ou arraste o vértice que contém o ângulo verde;
- ✓ Clique ou arraste o vértice que contém o ângulo azul;
- ✓ Clique ou arraste o vértice que contém o ângulo vermelho;
- ✓ O que você pode concluir? Anote suas conclusões.

Os ângulos de dentro do Triângulo quando juntos fazem um ângulo de 180° graus

- ✓ Agora, arraste um dos vértices do triângulo por vez e modifique suas dimensões. Feito isso, clique em cada um dos vértices do triângulo.
- ✓ O que você pode concluir? Anote suas conclusões.

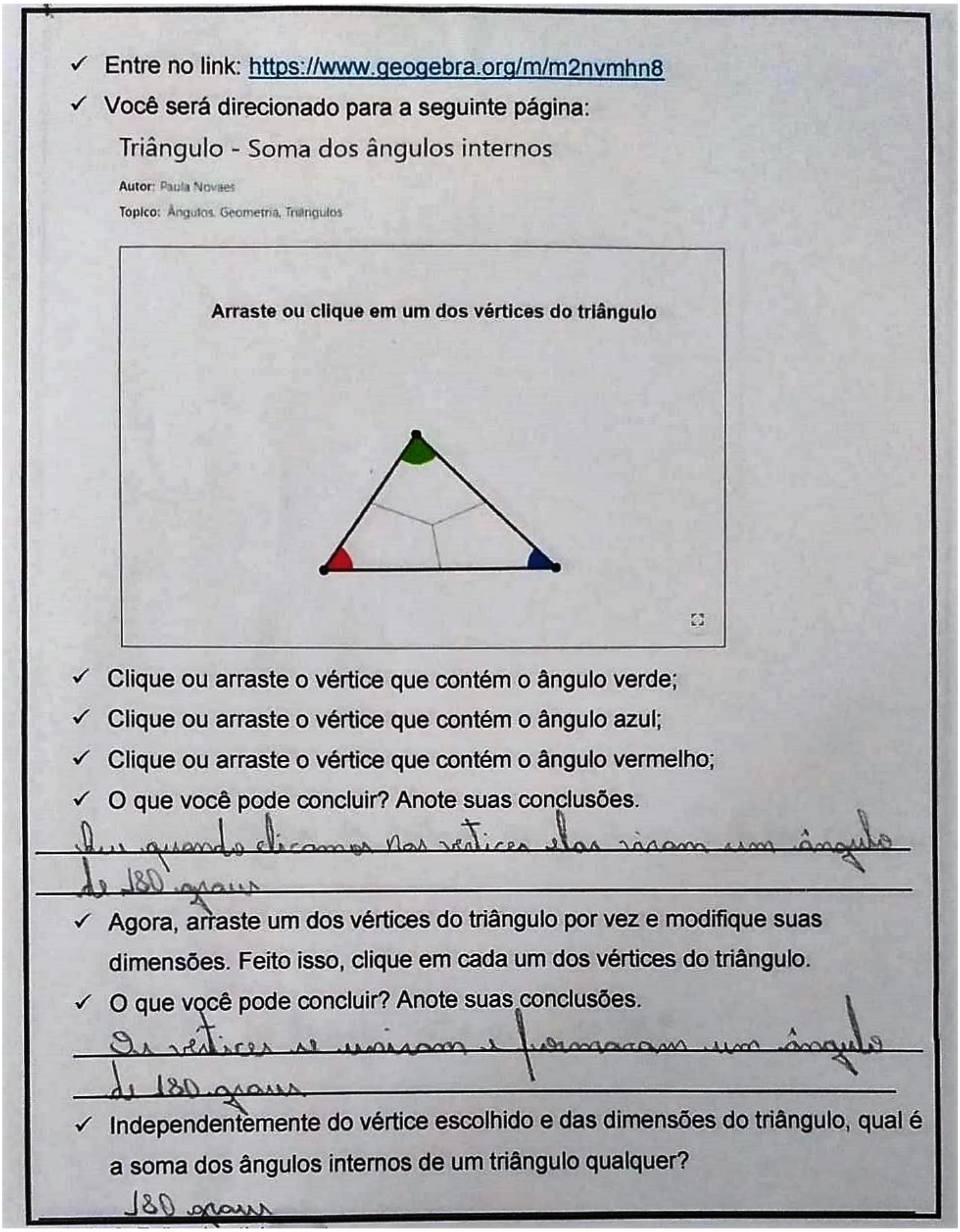
Mesmo aumentando o Triângulo ficou um ângulo de 180 graus

- ✓ Independentemente do vértice escolhido e das dimensões do triângulo, qual é a soma dos ângulos internos de um triângulo qualquer?

180 graus

Fonte: Arquivo pessoal do autor

Figura 18 – Resolução da folha de atividade 1 - Página 4 - aluno B.



✓ Entre no link: https://www.geogebra.org/m/m2nvmhn8

✓ Você será direcionado para a seguinte página:

Triângulo - Soma dos ângulos internos

Autor: Paula Novaes

Topico: Ângulos, Geometria, Triângulos

Arraste ou clique em um dos vértices do triângulo

✓ Clique ou arraste o vértice que contém o ângulo verde;

✓ Clique ou arraste o vértice que contém o ângulo azul;

✓ Clique ou arraste o vértice que contém o ângulo vermelho;

✓ O que você pode concluir? Anote suas conclusões.

Que quando clicamos nos vértices elas viram um ângulo de 180 graus

✓ Agora, arraste um dos vértices do triângulo por vez e modifique suas dimensões. Feito isso, clique em cada um dos vértices do triângulo.

✓ O que você pode concluir? Anote suas conclusões.

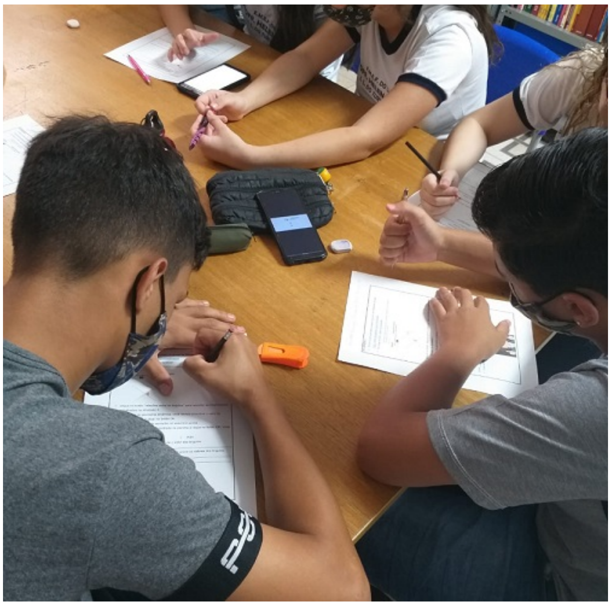
Os vértices se unirão e formaram um ângulo de 180 graus

✓ Independentemente do vértice escolhido e das dimensões do triângulo, qual é a soma dos ângulos internos de um triângulo qualquer?

180 graus

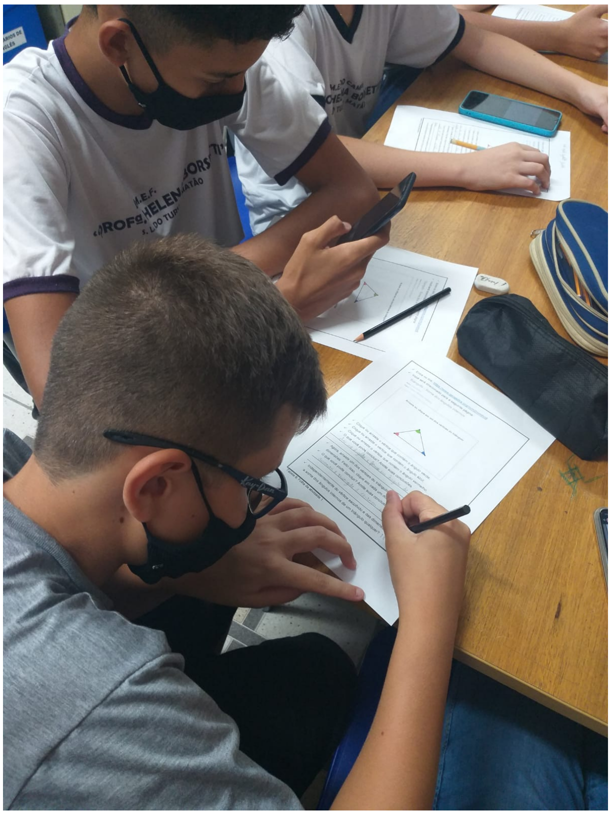
Fonte: Arquivo pessoal do autor.

Figura 19 – Foto de alunos executando a atividade com o uso do software no celular - 7ºB.



Fonte: Arquivo pessoal do autor.

Figura 20 – Foto de alunos executando a atividade com o uso do software no celular- 7º A

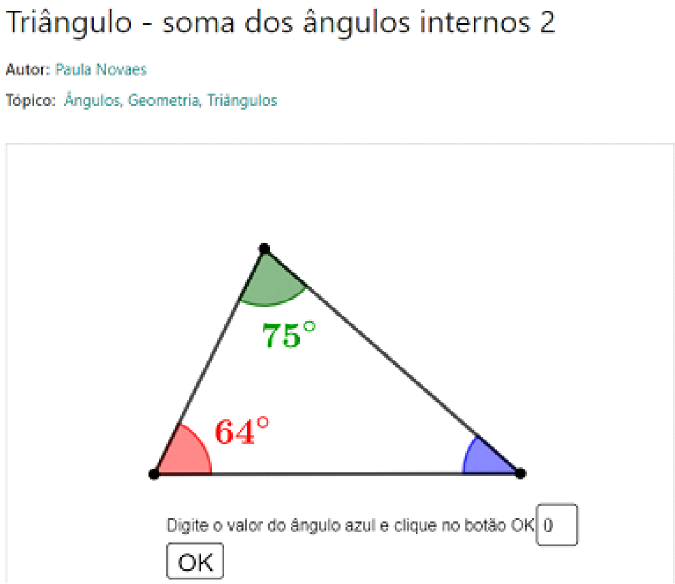


Fonte: Arquivo pessoal do autor.

Figura 21 – Folha de atividade 2 - Página 1.

**ATIVIDADE 2**

- ✓ Na folha de atividade 1, vimos que a soma dos ângulos internos de um triângulo qualquer é sempre 180º. Vamos aplicar o que aprendemos usando o software de geometria dinâmica , Geogebra.
- ✓ Entre no link que será enviado no grupo de WhatsApp da sala: https://www.geogebra.org/m/xehhcpqg
- ✓ Você será direcionado para a seguinte página:




- ✓ Qual é o valor do ângulo azul no triângulo acima? Anote o resultado do ângulo azul e justifique como pensou.

____________________________________________________________

____________________________________________________________

- ✓ Digite o valor do ângulo azul encontrado e clique no botão Ok. Se você acertar, aparecerá: Parabéns! Caso a solução esteja incorreta, a resposta será: Êpa, está errado! Você acertou?

  ( )Sim ( )Não

- ✓ Some todos os ângulos internos do triângulo. O que você pode concluir?

  __________________________________________________________

- ✓ Arraste o vértice que contém o ângulo verde.

- ✓ Anote os valores dos ângulos, verde e vermelho, formados após o movimento.

  __________________________________________________________

Fonte: Elaborado pelo autor.

Figura 22 – Folha de atividade 2 - Página 2.

- ✓ Qual é o valor do ângulo azul no triângulo? Anote o resultado.

______________________________________________________________

- ✓ Digite o valor do ângulo azul encontrado e clique no botão Ok. Você acertou?

  ( )Sim ( )Não

- ✓ Arraste todos os vértices do triângulo.

- ✓ Anote os valores dos ângulos, verde e vermelho, formados após o movimento.

______________________________________________________________

- ✓ Qual é o valor do ângulo azul no triângulo? Anote o resultado.

______________________________________________________________

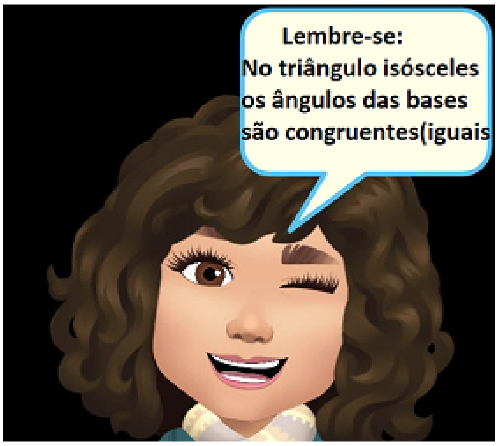
- ✓ Digite o valor do ângulo azul encontrado e clique no botão Ok. Você acertou?

  ( )Sim ( )Não

- ✓ Some todos os ângulos internos do triângulo. O que você pode concluir?

______________________________________________________________

Veremos se as conclusões que você obteve acima são válidas para o triângulo isósceles.




- ✓ Entre no link que será enviado no grupo de WhatsApp da sala: https://www.geogebra.org/m/sb9xuasx

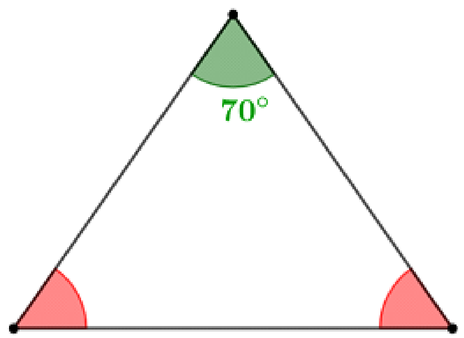
- ✓ Você será direcionado para a seguinte página:

Fonte: Elaborado pelo autor.

Figura 23 – Folha de atividade 2 - Página 3.

Triângulo isósceles - soma dos ângulos internos

Autor: Paula Novaes




Digite o valor do ângulo vermelho e clique no botão OK 0

OK

✓ Qual é o valor dos ângulos vermelhos no triângulo acima? Anote o resultado e como pensou.

______________________________________________________________________

______________________________________________________________________

✓ Digite o valor do ângulo vermelho encontrado e clique no botão Ok. Se você acertar, aparecerá: Parabéns! Caso a solução esteja incorreta, a resposta será: Êpa, está errado! Você acertou?

( )Sim ( )Não

✓ Some todos os ângulos internos do triângulo. O que você pode concluir?

______________________________________________________________________

✓ Arraste o vértice que contém o ângulo verde.

✓ Anote o valor do ângulo verde após o movimento.

______________________________________________________________________

✓ Qual é o valor de cada ângulo vermelho no triângulo? Anote o resultado.

______________________________________________________________________

✓ Digite o valor do ângulo vermelho encontrado e clique no botão Ok. Você acertou?

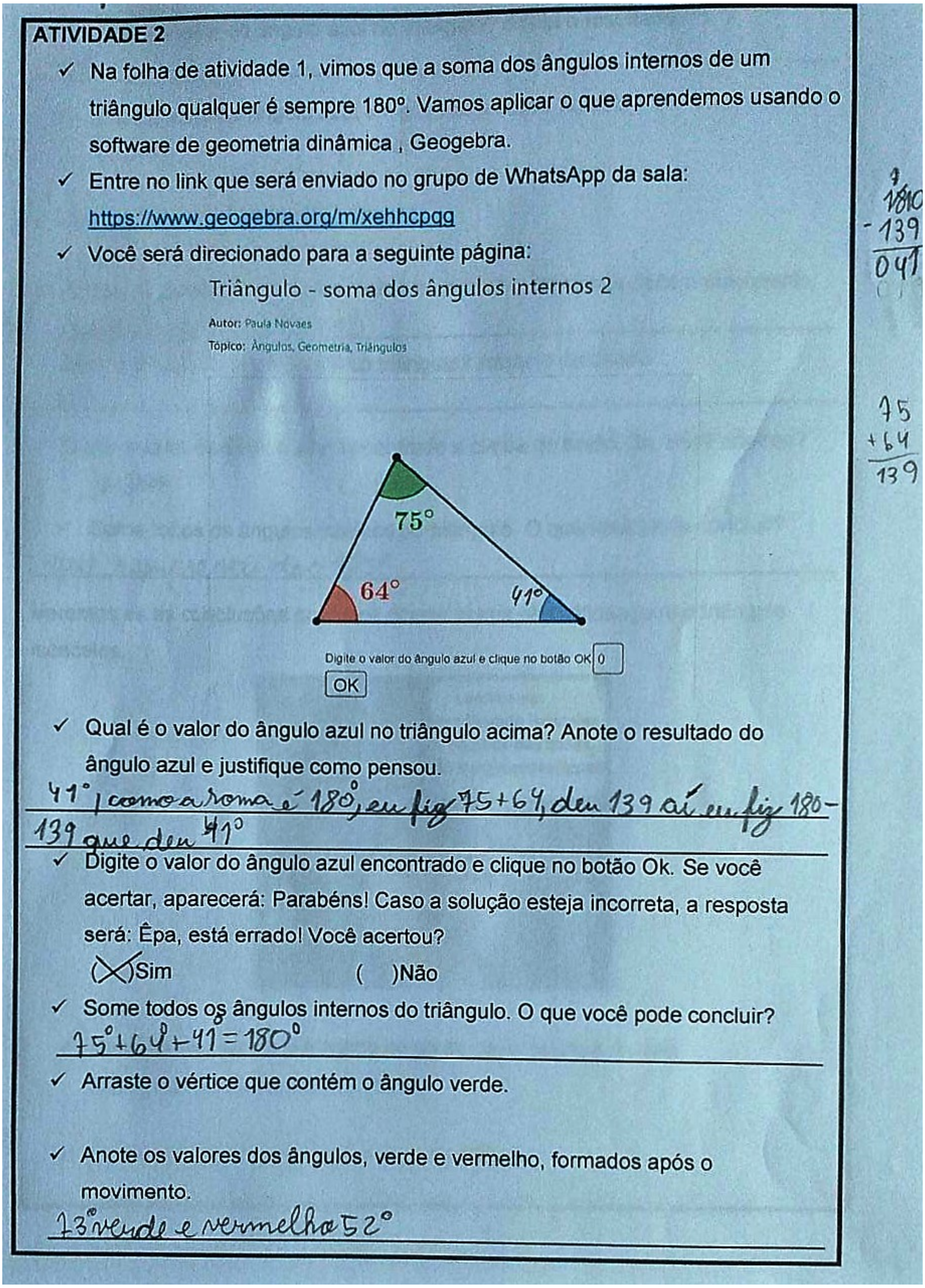
( )Sim ( )Não

✓ Some todos os ângulos internos do triângulo. O que você pode concluir?

______________________________________________________________

Fonte: Elaborado pelo autor.

Figura 24 – Resolução da folha de atividade 2.- Página 1 - aluno A.



**ATIVIDADE 2**

- ✓ Na folha de atividade 1, vimos que a soma dos ângulos internos de um triângulo qualquer é sempre 180º. Vamos aplicar o que aprendemos usando o software de geometria dinâmica , Geogebra.
- ✓ Entre no link que será enviado no grupo de WhatsApp da sala: https://www.geogebra.org/m/xehhcpqg
- ✓ Você será direcionado para a seguinte página:

Triângulo - soma dos ângulos internos 2

Autor: Paula Novaes

Tópico: Ângulos, Geometria, Triângulos



- ✓ Qual é o valor do ângulo azul no triângulo acima? Anote o resultado do ângulo azul e justifique como pensou.

41°, como a soma é 180°, eu fiz 75+64, deu 139 aí eu fiz 180-139 que deu 41°

- ✓ Digite o valor do ângulo azul encontrado e clique no botão Ok. Se você acertar, aparecerá: Parabéns! Caso a solução esteja incorreta, a resposta será: Êpa, está errado! Você acertou?

(X)Sim ( )Não

- ✓ Some todos os ângulos internos do triângulo. O que você pode concluir?

75°+64°+41 = 180°

- ✓ Arraste o vértice que contém o ângulo verde.
- ✓ Anote os valores dos ângulos, verde e vermelho, formados após o movimento.

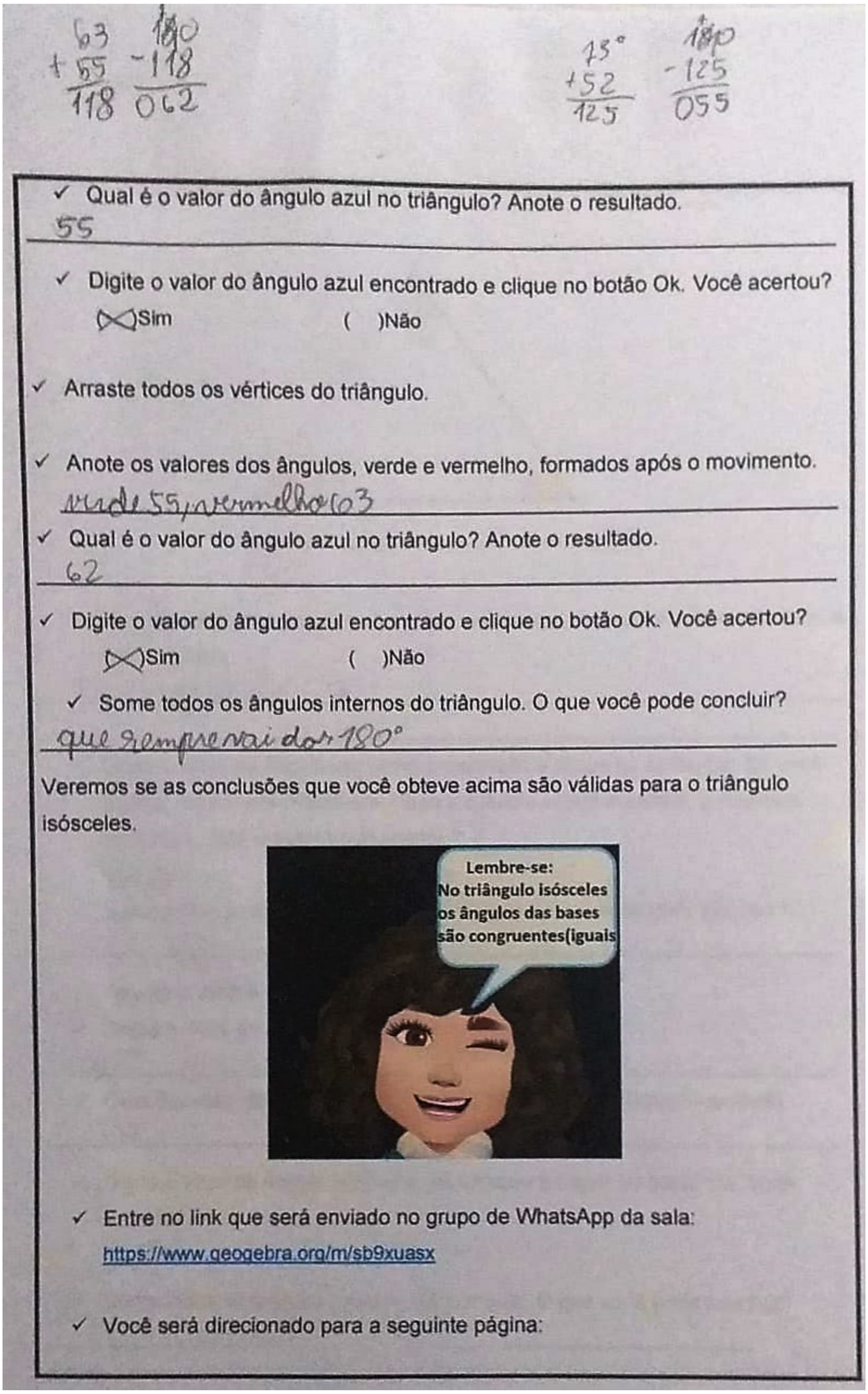
13° verde e vermelho 52°

180 - 139 = 041

75 + 64 = 139

Fonte: Arquivo pessoal do autor.

Figura 25 – Resolução da folha de atividade 2.- Página 2.



63 + 55 = 118   180 − 118 = 062

73° + 52 = 125   180 − 125 = 055

✓ Qual é o valor do ângulo azul no triângulo? Anote o resultado.

55

✓ Digite o valor do ângulo azul encontrado e clique no botão Ok. Você acertou?

(X)Sim ( )Não

✓ Arraste todos os vértices do triângulo.

✓ Anote os valores dos ângulos, verde e vermelho, formados após o movimento.

verde 55, vermelho 63

✓ Qual é o valor do ângulo azul no triângulo? Anote o resultado.

62

✓ Digite o valor do ângulo azul encontrado e clique no botão Ok. Você acertou?

(X)Sim ( )Não

✓ Some todos os ângulos internos do triângulo. O que você pode concluir?

que sempre vai dar 180°

Veremos se as conclusões que você obteve acima são válidas para o triângulo isósceles.



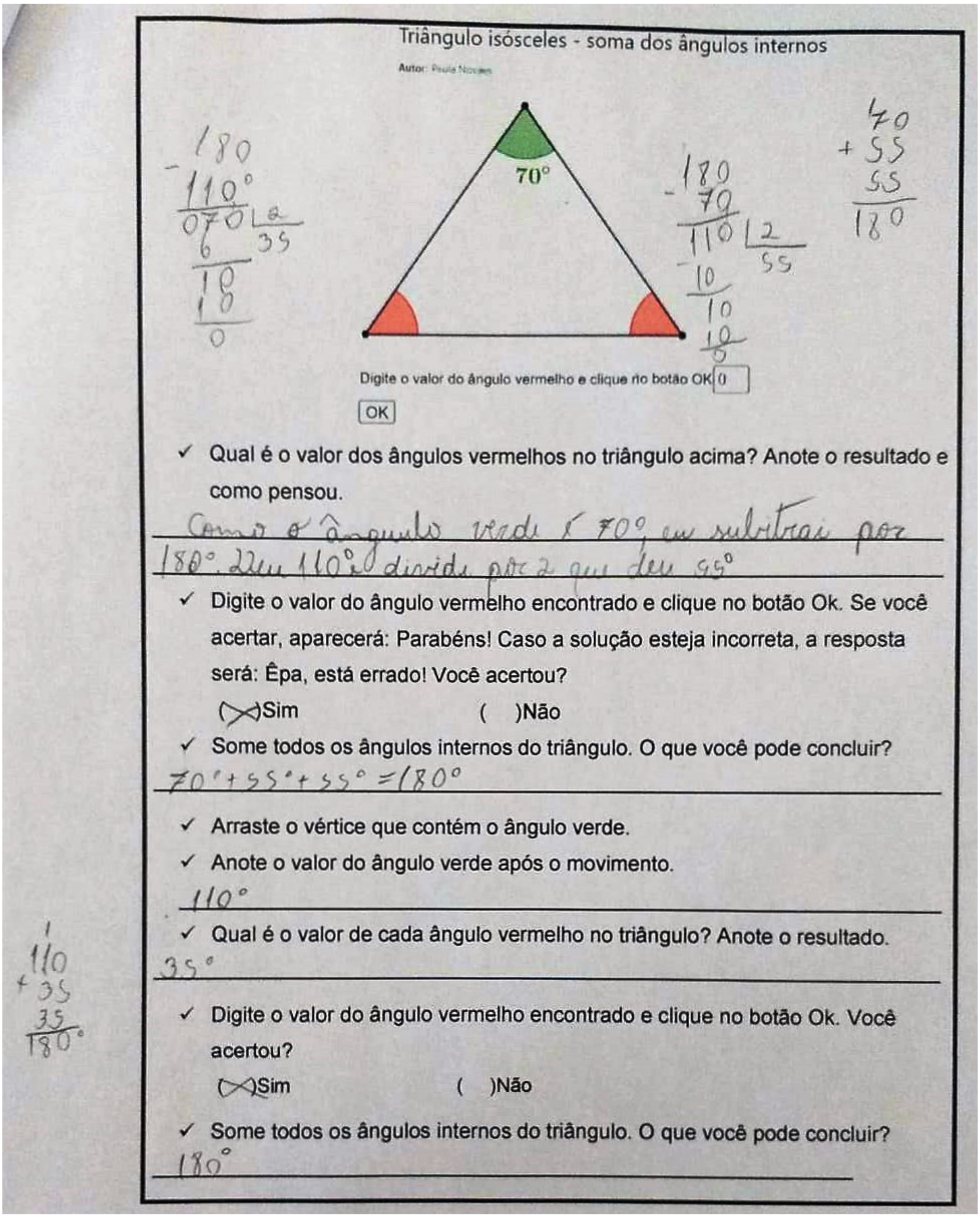
✓ Entre no link que será enviado no grupo de WhatsApp da sala:

https://www.geogebra.org/m/sb9xuasx

✓ Você será direcionado para a seguinte página:

Fonte: Arquivo pessoal do autor.

Figura 26 – Resolução da folha de atividade 2.- Página 3- aluno A.



Triângulo isósceles - soma dos ângulos internos

Autor: Paula Novaes

70°

Digite o valor do ângulo vermelho e clique no botão OK 0

OK

✓ Qual é o valor dos ângulos vermelhos no triângulo acima? Anote o resultado e como pensou.

Como o ângulo verde é 70°, eu subtrai por 180°. Deu 110° e dividi por 2 que deu 55°

✓ Digite o valor do ângulo vermelho encontrado e clique no botão Ok. Se você acertar, aparecerá: Parabéns! Caso a solução esteja incorreta, a resposta será: Êpa, está errado! Você acertou?

(X)Sim ( )Não

✓ Some todos os ângulos internos do triângulo. O que você pode concluir?

70°+55°+55° =180°

✓ Arraste o vértice que contém o ângulo verde.

✓ Anote o valor do ângulo verde após o movimento.

110°

✓ Qual é o valor de cada ângulo vermelho no triângulo? Anote o resultado.

35°

✓ Digite o valor do ângulo vermelho encontrado e clique no botão Ok. Você acertou?

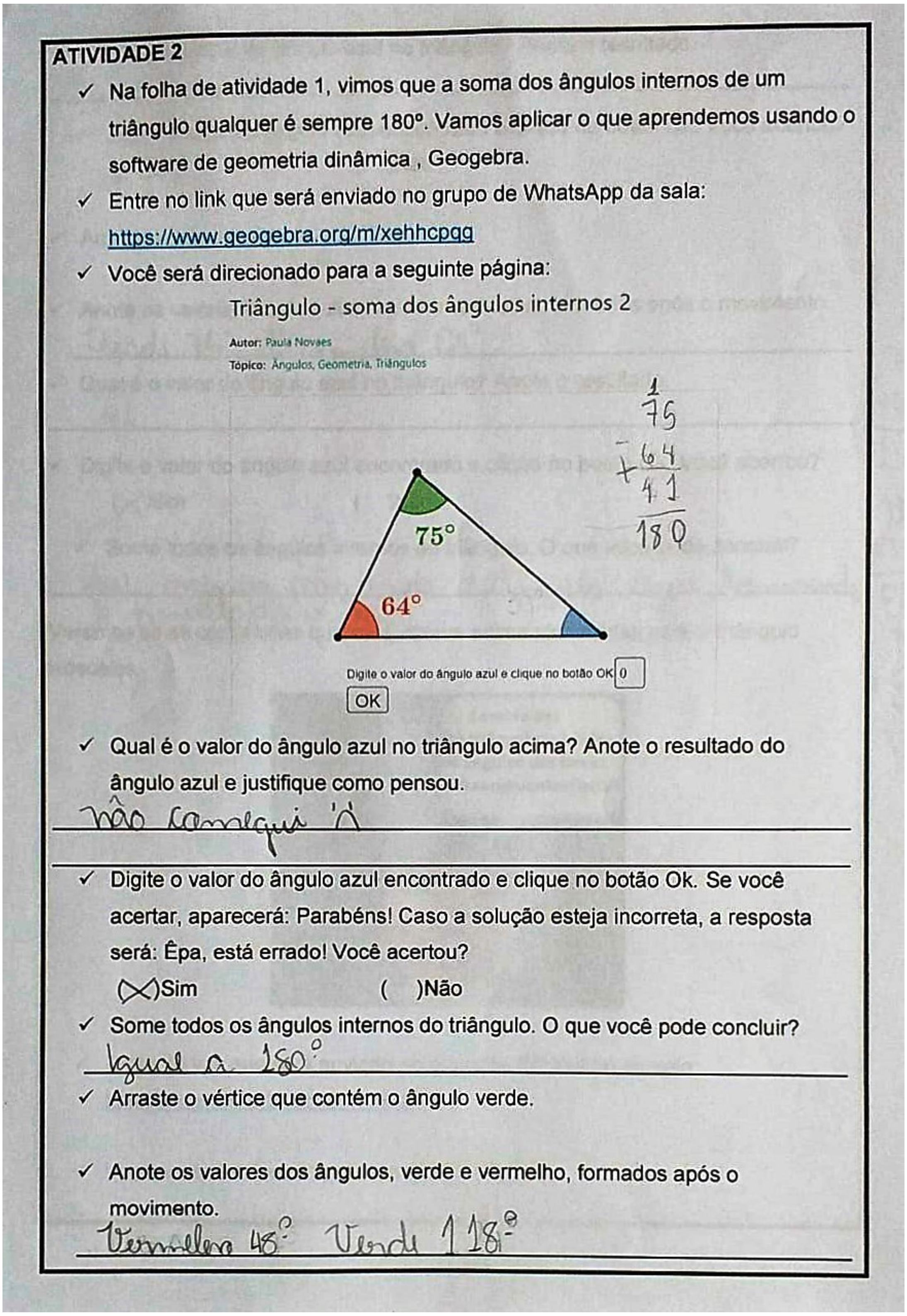
(X)Sim ( )Não

✓ Some todos os ângulos internos do triângulo. O que você pode concluir?

180°

Fonte: Arquivo pessoal do autor.

Figura 27 – Resolução da folha de atividade 2.- Página 1 - aluno B .



**ATIVIDADE 2**

- ✓ Na folha de atividade 1, vimos que a soma dos ângulos internos de um triângulo qualquer é sempre 180º. Vamos aplicar o que aprendemos usando o software de geometria dinâmica , Geogebra.
- ✓ Entre no link que será enviado no grupo de WhatsApp da sala: https://www.geogebra.org/m/xehhcpqg
- ✓ Você será direcionado para a seguinte página:

Triângulo - soma dos ângulos internos 2

Autor: Paula Novaes

Tópico: Ângulos, Geometria, Triângulos

75°

64°

75 + 64 + 41 = 180

Digite o valor do ângulo azul e clique no botão OK 0

OK

- ✓ Qual é o valor do ângulo azul no triângulo acima? Anote o resultado do ângulo azul e justifique como pensou.

não consegui

- ✓ Digite o valor do ângulo azul encontrado e clique no botão Ok. Se você acertar, aparecerá: Parabéns! Caso a solução esteja incorreta, a resposta será: Êpa, está errado! Você acertou?

(X)Sim ( )Não

- ✓ Some todos os ângulos internos do triângulo. O que você pode concluir?

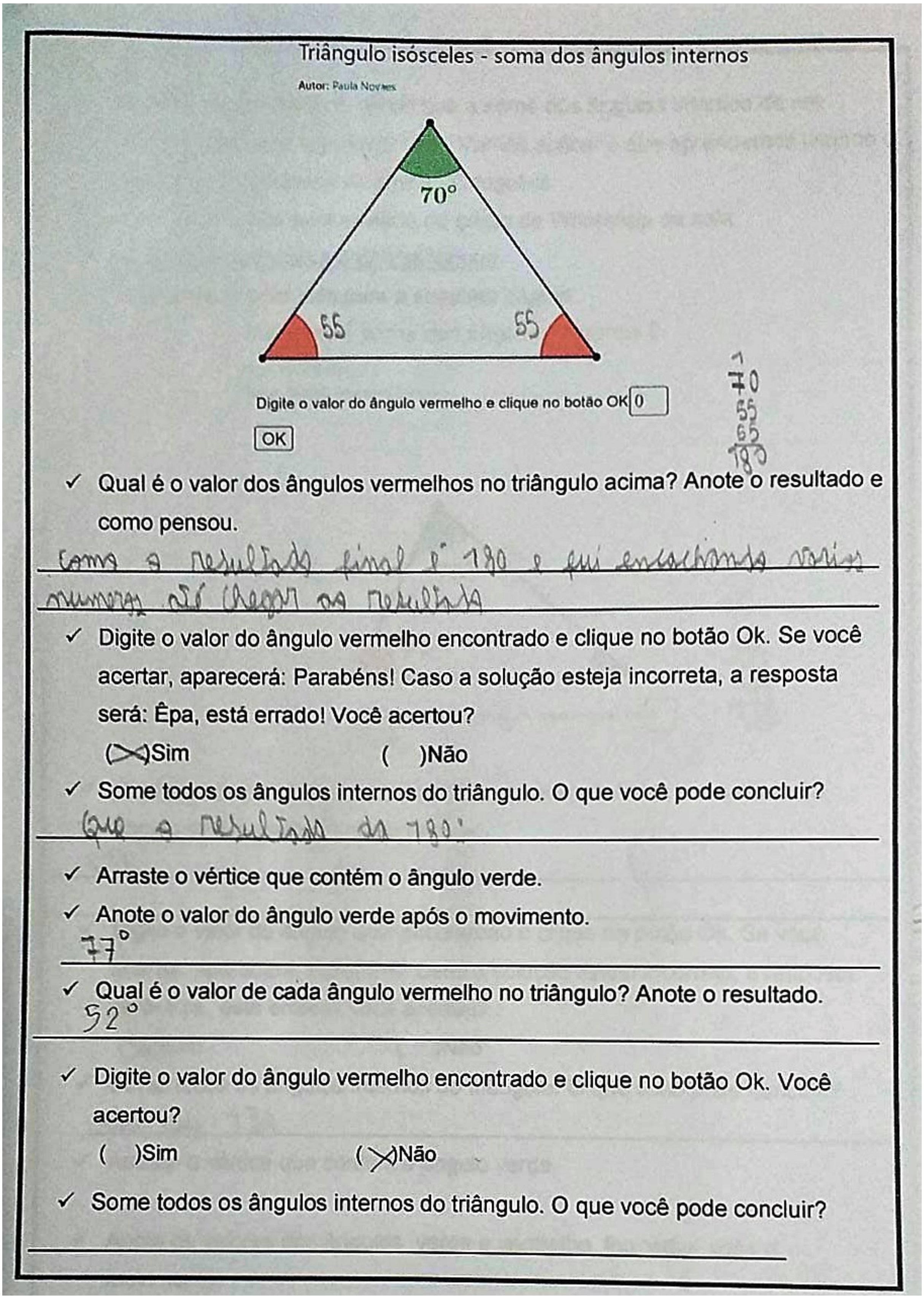
Igual a 180°

- ✓ Arraste o vértice que contém o ângulo verde.
- ✓ Anote os valores dos ângulos, verde e vermelho, formados após o movimento.

Vermelho 48° Verde 118°

Fonte: Arquivo pessoal do autor.

Figura 28 – Resolução da folha de atividade 2.- Página 3 - aluno B.



Triângulo isósceles - soma dos ângulos internos

Autor: Paula Novaes



Digite o valor do ângulo vermelho e clique no botão OK 0

OK

70
55
65
180

✓ Qual é o valor dos ângulos vermelhos no triângulo acima? Anote o resultado e como pensou.

Como o resultado final é 180 e fui encaixando varios numeros até chegar ao resultado

✓ Digite o valor do ângulo vermelho encontrado e clique no botão Ok. Se você acertar, aparecerá: Parabéns! Caso a solução esteja incorreta, a resposta será: Êpa, está errado! Você acertou?

(X)Sim ( )Não

✓ Some todos os ângulos internos do triângulo. O que você pode concluir?

Que o resultado da 180.

✓ Arraste o vértice que contém o ângulo verde.

✓ Anote o valor do ângulo verde após o movimento.

77°

✓ Qual é o valor de cada ângulo vermelho no triângulo? Anote o resultado.

52°

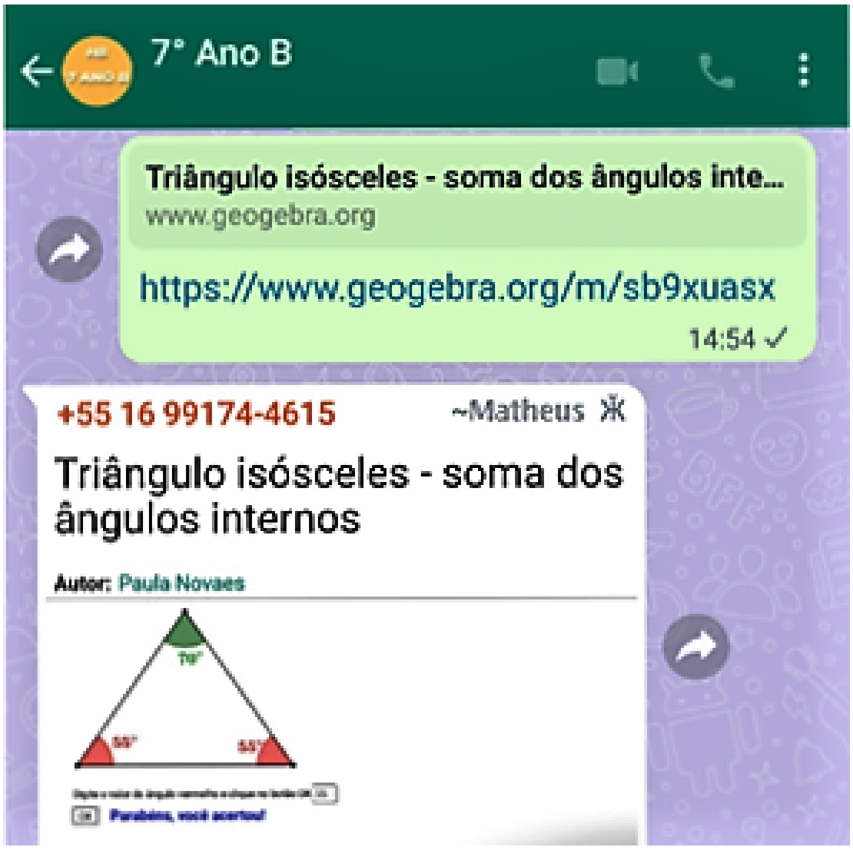
✓ Digite o valor do ângulo vermelho encontrado e clique no botão Ok. Você acertou?

( )Sim (X)Não

✓ Some todos os ângulos internos do triângulo. O que você pode concluir?

Fonte: Arquivo pessoal do autor.

Figura 29 – Atividade enviada por aluno no grupo de WhatsApp da sala.




Fonte: Arquivo pessoal do autor.

Figura 30 – Folha de atividade 3.

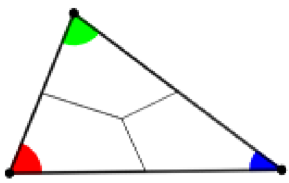
**ATIVIDADE 3**


- Entre no link que será enviado no grupo de WhatsApp da sala:
- https://www.geogebra.org/m/hfskzg8c
- Veja a próxima planilha de geometria dinâmica:

(EF07MA27) Calcular medidas de ângulos internos e externos de polígonos sem o uso de fórmulas

Autor: Paula Novaes

**Arraste ou clique em um dos vértices do triângulo**



- Clique em um dos vértices do triângulo e observe com muita atenção a variação do ângulo externo e do seu interno adjacente a ele.
- Estabeleça uma relação genérica entre a medida de um ângulo externo e as medidas dos ângulos internos não adjacentes a ele e anote suas conclusões.

____________________________________________________________
____________________________________________________________
____________________________________________________________
____________________________________________________________

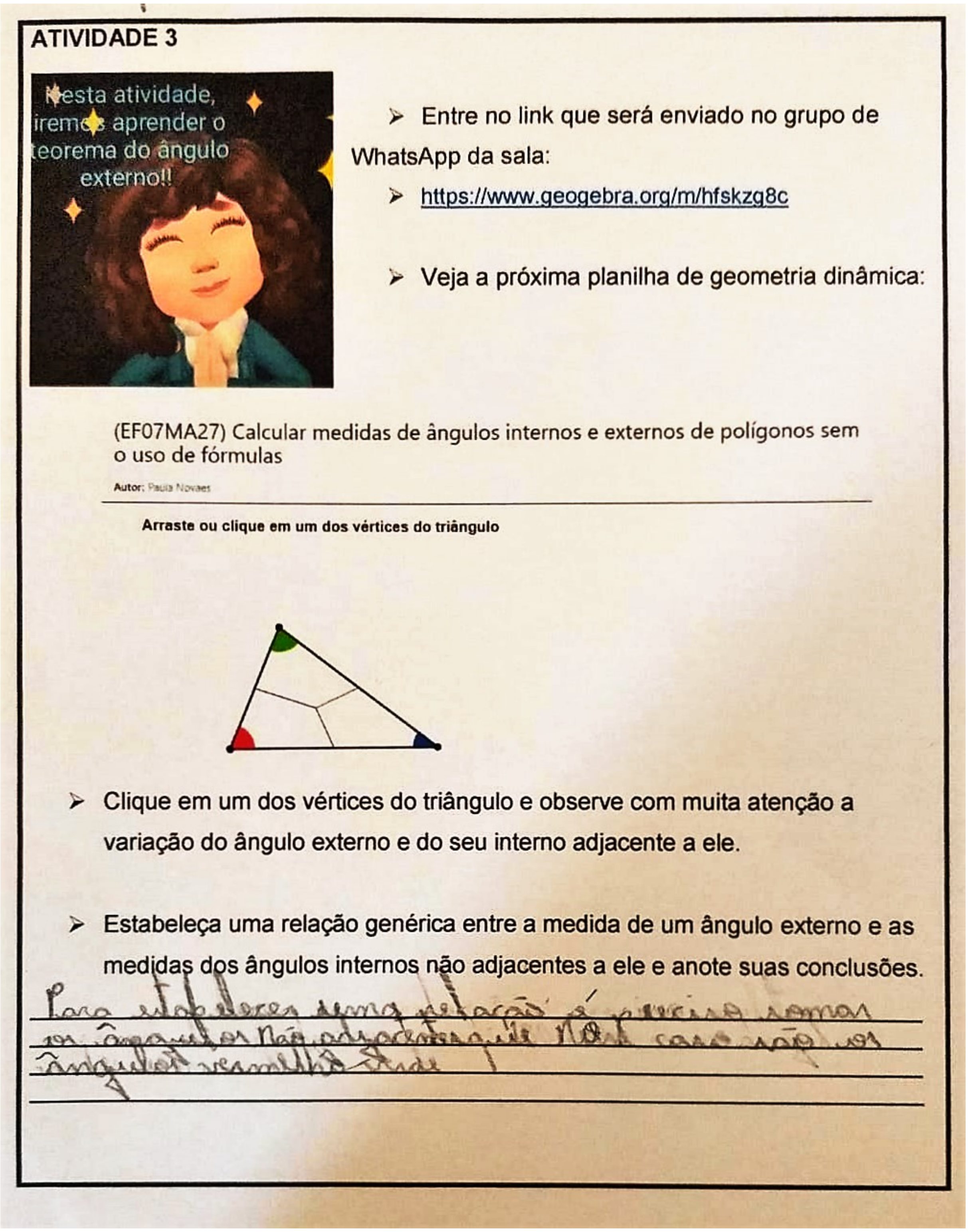
Fonte: Elaborado pelo autor.

Figura 31 – Link de atividade extraída do site da OBMEP.


http://clubes.obmep.org.br/blog/brincando-com-geometria-teorema-do-angulo-externo/

Fonte: Elaborado pelo autor.

Figura 32 – Resolução da folha de atividade 3 - Aluno A.



**ATIVIDADE 3**

Nesta atividade, iremos aprender o teorema do ângulo externo!!

- Entre no link que será enviado no grupo de WhatsApp da sala:
- https://www.geogebra.org/m/hfskzg8c
- Veja a próxima planilha de geometria dinâmica:

(EF07MA27) Calcular medidas de ângulos internos e externos de polígonos sem o uso de fórmulas

Autor: Paula Novaes

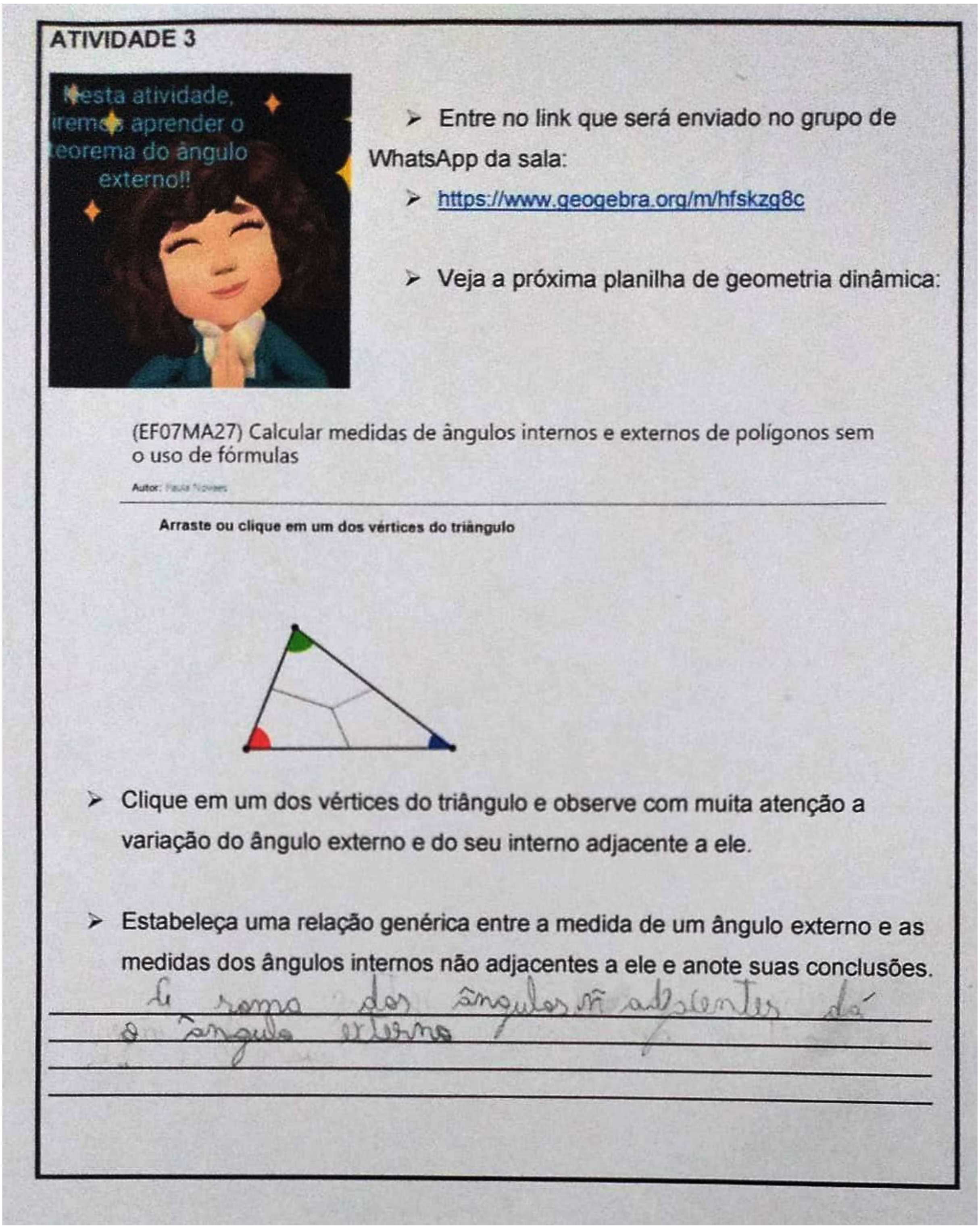
**Arraste ou clique em um dos vértices do triângulo**

- Clique em um dos vértices do triângulo e observe com muita atenção a variação do ângulo externo e do seu interno adjacente a ele.
- Estabeleça uma relação genérica entre a medida de um ângulo externo e as medidas dos ângulos internos não adjacentes a ele e anote suas conclusões.

Para estabelecer uma relação é preciso somar os ângulos não adjacentes a ele. Neste caso são os ângulos vermelho e verde

Fonte: Arquivo pessoal do autor.

Figura 33 – Resolução da folha de atividade 3 - Aluno B.


**ATIVIDADE 3**

Nesta atividade, iremos aprender o teorema do ângulo externo!!

➢ Entre no link que será enviado no grupo de WhatsApp da sala:

➢ https://www.geogebra.org/m/hfskzg8c

➢ Veja a próxima planilha de geometria dinâmica:

(EF07MA27) Calcular medidas de ângulos internos e externos de polígonos sem o uso de fórmulas

Autor:

**Arraste ou clique em um dos vértices do triângulo**

➢ Clique em um dos vértices do triângulo e observe com muita atenção a variação do ângulo externo e do seu interno adjacente a ele.

➢ Estabeleça uma relação genérica entre a medida de um ângulo externo e as medidas dos ângulos internos não adjacentes a ele e anote suas conclusões.

A soma dos ângulos ñ adjacentes dá o ângulo externo

Fonte: Arquivo pessoal do autor.

Figura 34 – Folha de atividade 4 - página 1.

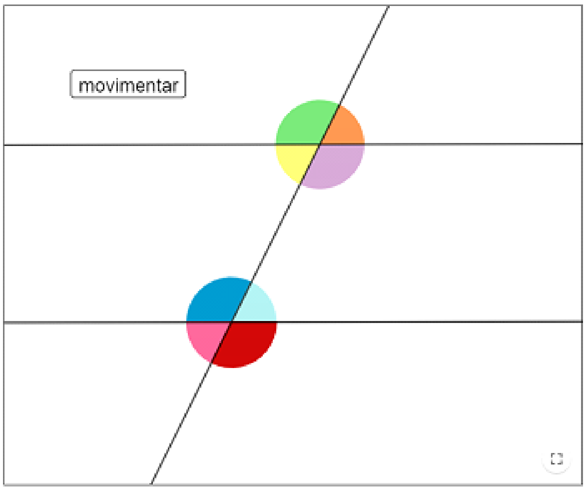
**ATIVIDADE 4**

Iremos utilizar o software de geometria dinâmica, Geogebra, para testar hipóteses e verificar os resultados quanto às medidas dos ângulos formados por duas retas paralelas cortadas por uma transversal. Siga com atenção cada passo da atividade!

- Entre no link que será enviado no grupo de WhatsApp da sala: https://www.geogebra.org/m/g5p3upr6
- Ao clicar no link, você será direcionado a seguinte tela:

(EF07MA23) Verificar relações entre os ângulos formados por retas paralelas cortadas por uma transversal, com e sem uso de softwares de geometria dinâmica.

Autor: Paula Novaes




- Clique no botão movimentar. O que aconteceu? O que podemos afirmar?

____________________________________________________________

____________________________________________________________


"Dois ângulos são **opostos pelo vértice** quando os lados de um são semirretas opostas aos lados do outro...Uma propriedade importante dos ângulos opostos pelo vértice é: Dois ângulos opostos pelo vértice são **congruentes**." (Bianchini, 2018, p.94)

- ✓ Observando as considerações do Avatar da Prof.ª. Paula, responda:

Fonte: Elaborado pelo autor.

Figura 35 – Folha de atividade 4 - página 2.

- Quais ângulos têm a mesma medida do ângulo rosa?

______________________________________________________________________
______________________________________________________________________

- Quais ângulos têm a mesma medida do ângulo verde?

______________________________________________________________________
______________________________________________________________________


Se uma transversal corta duas retas formando ângulos correspondentes congruentes, então essas retas são paralelas. O inverso também é verdadeiro: Se duas retas são paralelas, então os ângulos correspondentes formados com uma transversal são congruentes. (Bianchini, 2018, p.94)

______________________________________________________________________
______________________________________________________________________
______________________________________________________________________
______________________________________________________________________

Fonte: Elaborado pelo autor.

Figura 36 – Resolução da folha de atividade 4 - página 1

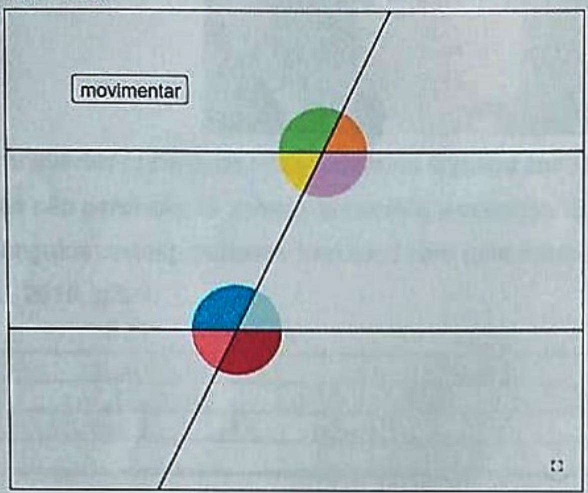
**ATIVIDADE 4**

Iremos utilizar o software de geometria dinâmica, Geogebra, para testar hipóteses e verificar os resultados quanto às medidas dos ângulos formados por duas retas paralelas cortadas por uma transversal. Siga com atenção cada passo da atividade!

- Entre no link que será enviado no grupo de WhatsApp da sala: https://www.geogebra.org/m/g5p3upr6
- Ao clicar no link, você será direcionado a seguinte tela:

(EF07MA23) Verificar relações entre os ângulos formados por retas paralelas cortadas por uma transversal, com e sem uso de softwares de geometria dinâmica.

Autor: Paula Novaes




- Clique no botão movimentar. O que aconteceu? O que podemos afirmar?

Para um ângulo substituir o outro as medidas devem ser iguais


"Dois ângulos são **opostos pelo vértice** quando os lados de um são semirretas opostas aos lados do outro...Uma propriedade importante dos ângulos opostos pelo vértice é: Dois ângulos opostos pelo vértice são **congruentes**." (Bianchini, 2018, p.94)

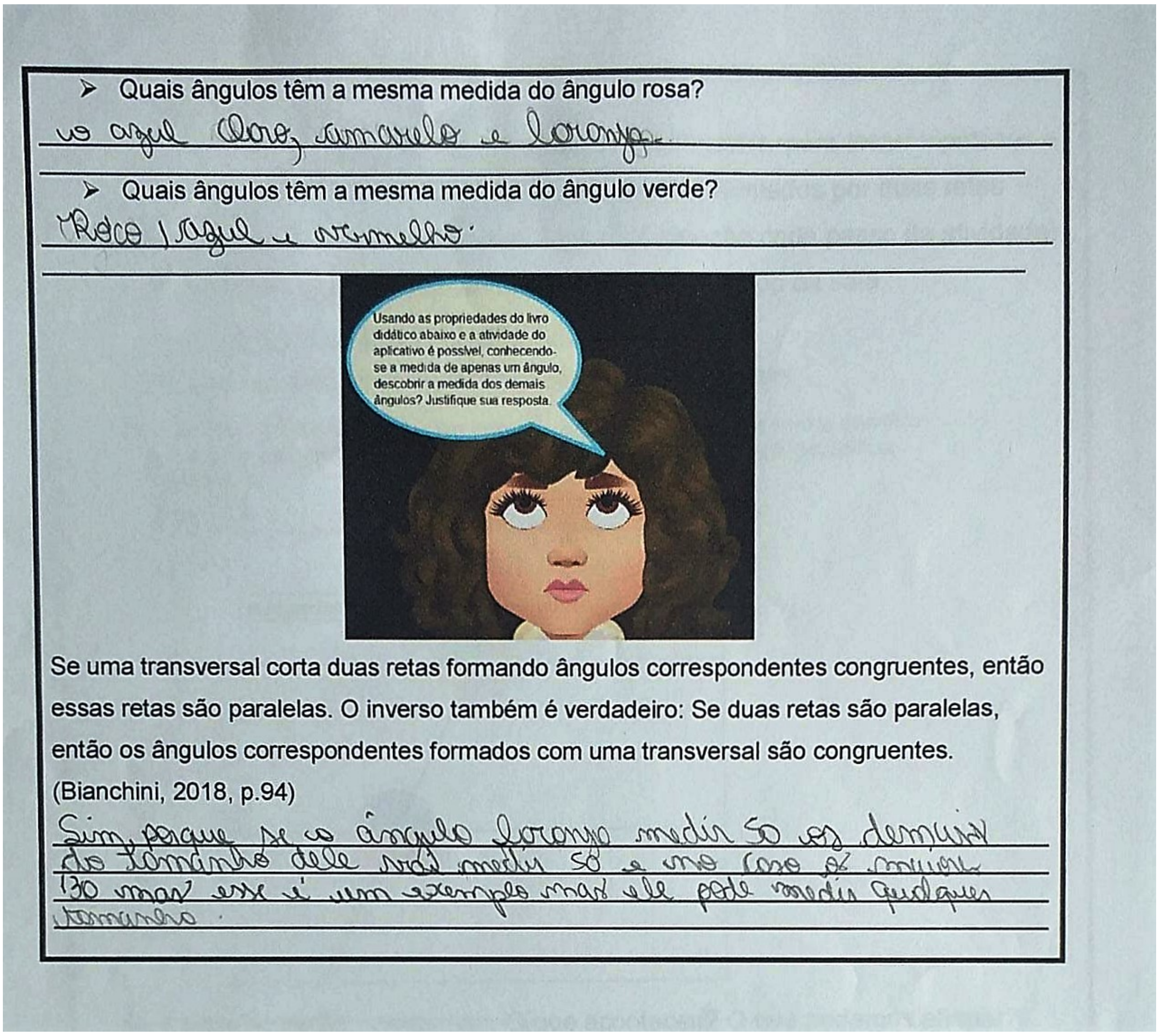
✓ Observando as considerações do Avatar da Prof.ª. Paula, responda:

Fonte: Arquivo pessoal do autor.

Figura 37 – Atividade realizada com o uso do software e enviada por alunos no grupo de WhatsApp da sala.


Fonte: Arquivo pessoal do autor.

Figura 38 – Resolução da folha de atividade 4 - página 2



➢ Quais ângulos têm a mesma medida do ângulo rosa?

o azul claro, amarelo e laranja.

➢ Quais ângulos têm a mesma medida do ângulo verde?

Roxo, azul e vermelho.



Se uma transversal corta duas retas formando ângulos correspondentes congruentes, então essas retas são paralelas. O inverso também é verdadeiro: Se duas retas são paralelas, então os ângulos correspondentes formados com uma transversal são congruentes.
(Bianchini, 2018, p.94)

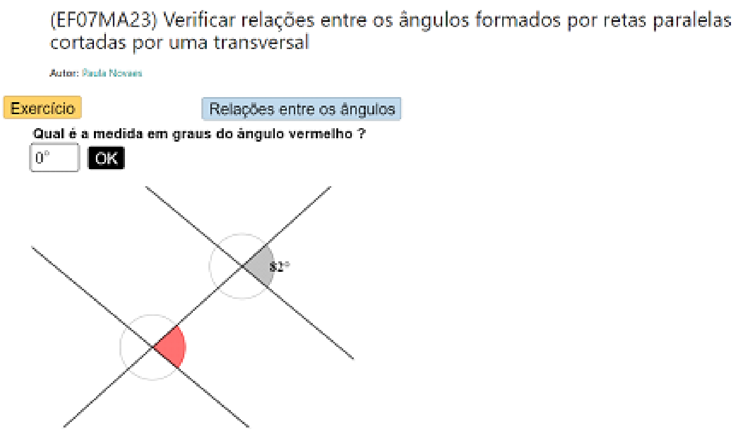
Sim, porque se o ângulo laranja medir 50 os demais do tamanho dele vai medir 50 e no caso os maiores 130 mas esse é um exemplo mas ele pode medir qualquer tamanho.

Fonte: Arquivo pessoal do autor.

Figura 39 – Folha de atividade 5

**ATIVIDADE 5**

- ✓ Entre no link que será enviado no grupo de WhatsApp da sala: https://www.geogebra.org/m/my8mssjw
- ✓ Ao clicar no link, você irá visualizar:




- ✓ Clique no botão "relações entre os ângulos" para recordar as propriedades trabalhadas na atividade 4.
- ✓ Na planilha de geometria dinâmica, você deverá encontrar o valor do ângulo vermelho e clicar no botão Ok.
- ✓ Anote o valor do ângulo vermelho no exercício acima.
- ✓ Digite o valor do ângulo encontrado na planilha e clique no botão OK. Você acertou?

  (  )Sim                (  )Não
- ✓ Clique no botão "Exercício" e anote o valor dos ângulos:

Cinza:________________Vermelho:____________________________

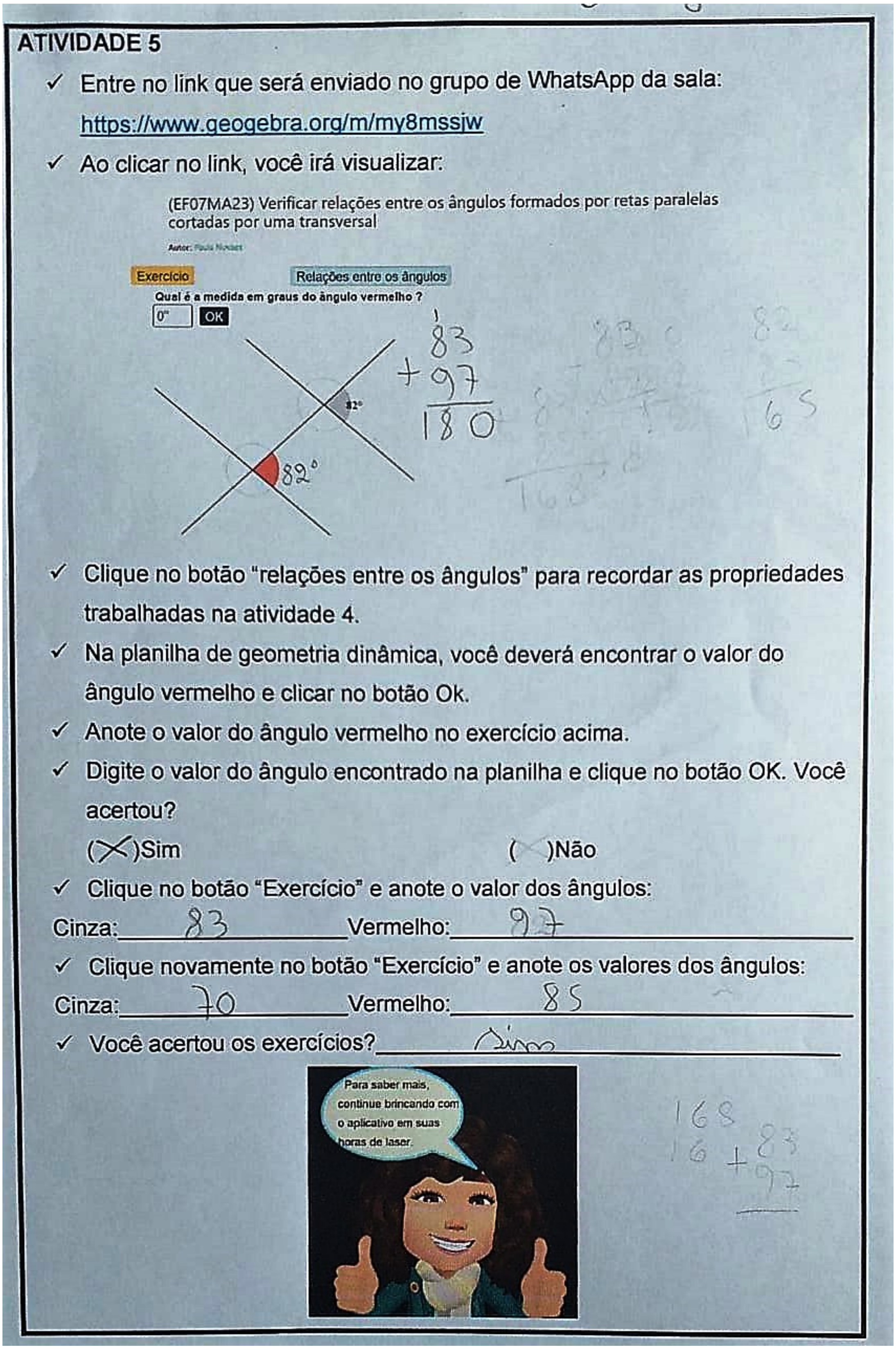
- ✓ Clique novamente no botão "Exercício" e anote os valores dos ângulos:

Cinza:________________Vermelho:____________________________

- ✓ Você acertou os exercícios?_________________________________


Fonte: Elaborado pelo autor.

Figura 40 – Resolução da Folha de Atividade 5 - aluno A.



**ATIVIDADE 5**

✓ Entre no link que será enviado no grupo de WhatsApp da sala:
https://www.geogebra.org/m/my8mssjw

✓ Ao clicar no link, você irá visualizar:

(EF07MA23) Verificar relações entre os ângulos formados por retas paralelas cortadas por uma transversal

Exercício   Relações entre os ângulos

Qual é a medida em graus do ângulo vermelho ?

0°  OK

82°

82°

83
+ 97
180

✓ Clique no botão "relações entre os ângulos" para recordar as propriedades trabalhadas na atividade 4.

✓ Na planilha de geometria dinâmica, você deverá encontrar o valor do ângulo vermelho e clicar no botão Ok.

✓ Anote o valor do ângulo vermelho no exercício acima.

✓ Digite o valor do ângulo encontrado na planilha e clique no botão OK. Você acertou?

(X)Sim   ( )Não

✓ Clique no botão "Exercício" e anote o valor dos ângulos:

Cinza: 83 Vermelho: 97

✓ Clique novamente no botão "Exercício" e anote os valores dos ângulos:

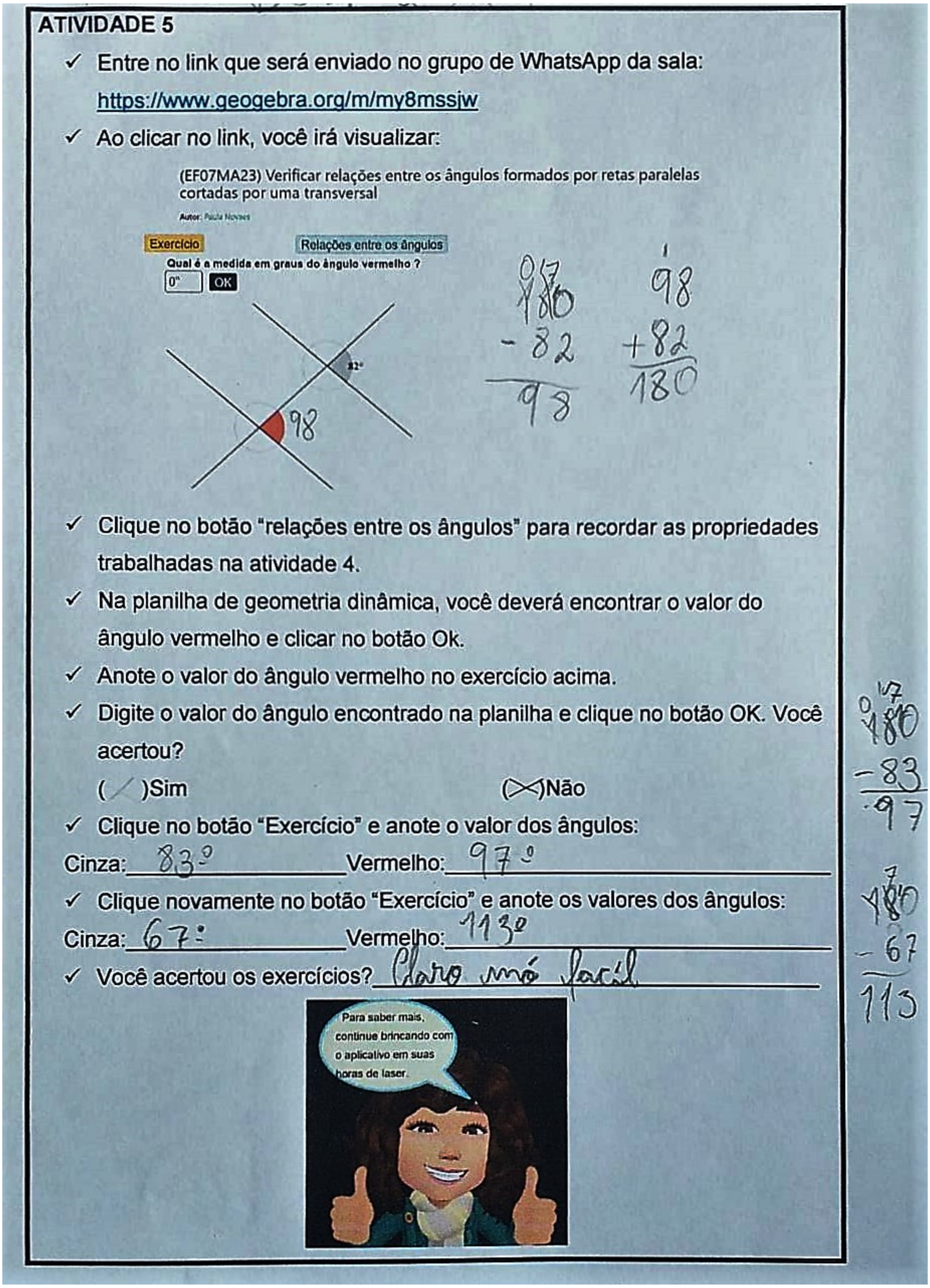
Cinza: 70 Vermelho: 85

✓ Você acertou os exercícios? Sim



Fonte: Arquivo pessoal do autor.

Figura 41 – Resolução da Folha de Atividade 5 - aluno B.



**ATIVIDADE 5**

✓ Entre no link que será enviado no grupo de WhatsApp da sala:
https://www.geogebra.org/m/my8mssjw

✓ Ao clicar no link, você irá visualizar:



✓ Clique no botão "relações entre os ângulos" para recordar as propriedades trabalhadas na atividade 4.

✓ Na planilha de geometria dinâmica, você deverá encontrar o valor do ângulo vermelho e clicar no botão Ok.

✓ Anote o valor do ângulo vermelho no exercício acima.

✓ Digite o valor do ângulo encontrado na planilha e clique no botão OK. Você acertou?

( ✓ )Sim (X)Não

✓ Clique no botão "Exercício" e anote o valor dos ângulos:

Cinza: 83º Vermelho: 97º

✓ Clique novamente no botão "Exercício" e anote os valores dos ângulos:

Cinza: 67º Vermelho: 113º

✓ Você acertou os exercícios? Claro mó facil

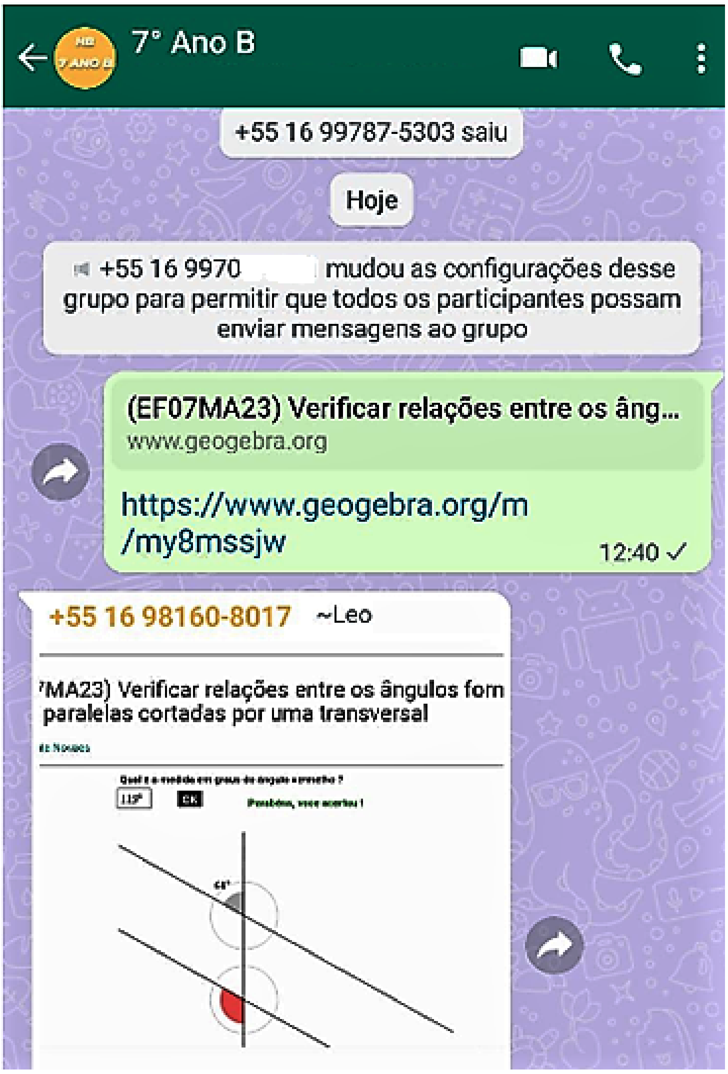
180 − 83 = 97

180 − 67 = 113



Fonte: Arquivo pessoal do autor.

Figura 42 – Resolução da folha de atividade 5 no Geogebra.

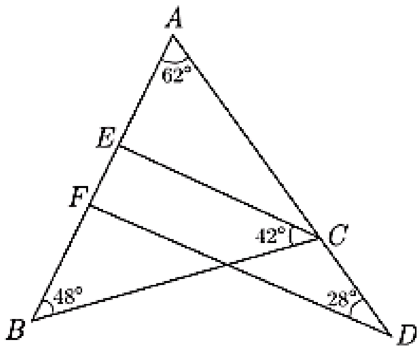



Fonte: Arquivo pessoal do autor.

Figura 43 – Folha de atividade 6

Questão OBMEP – Banco de Questões – Nível 2 - Questão 61 – pág. 46

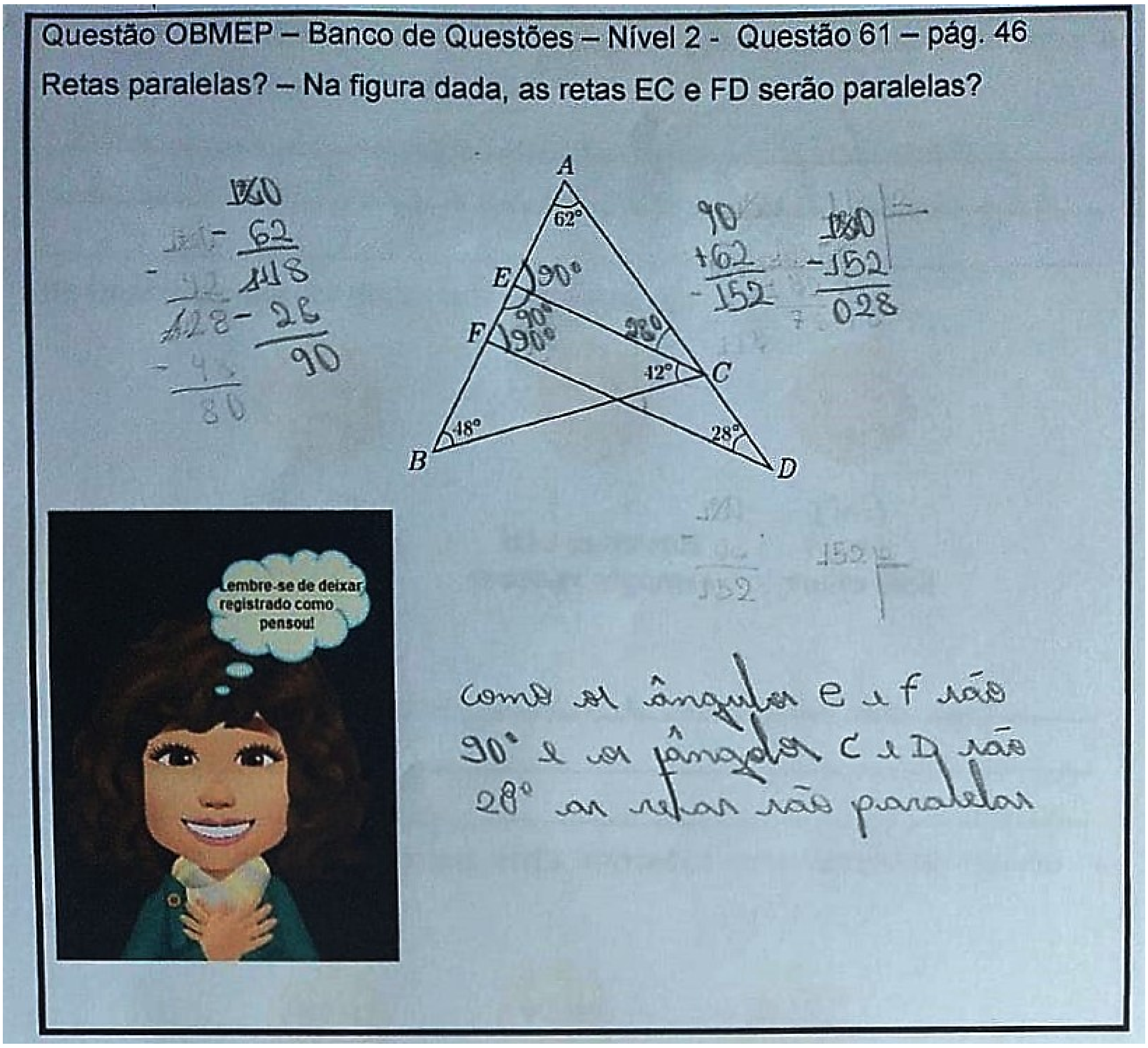
Retas paralelas? - Na figura dada, as retas EC e FD serão paralelas?





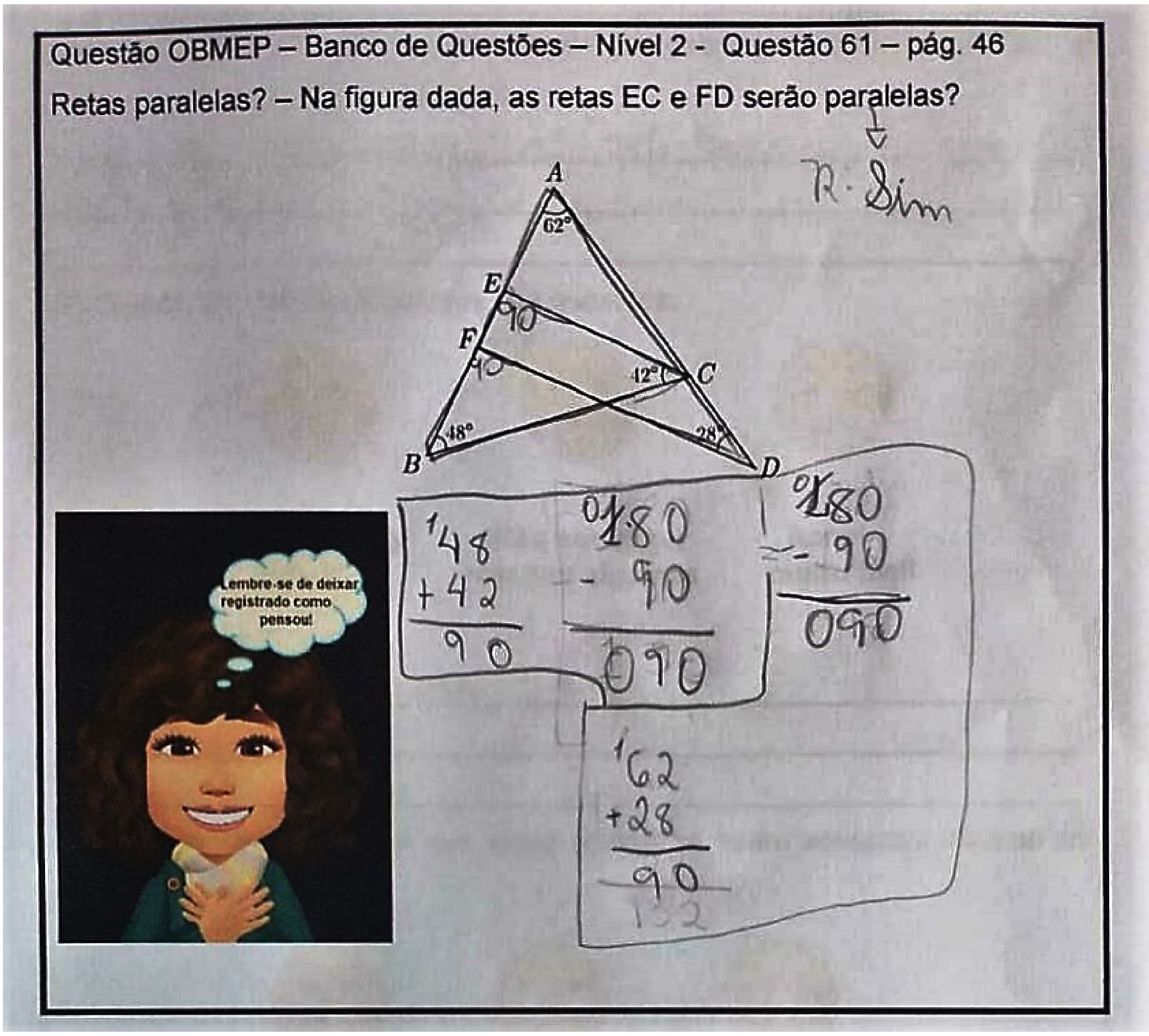
Fonte: Elaborado pelo autor

Figura 44 – Resolução da Folha de ativide 6 - aluno A



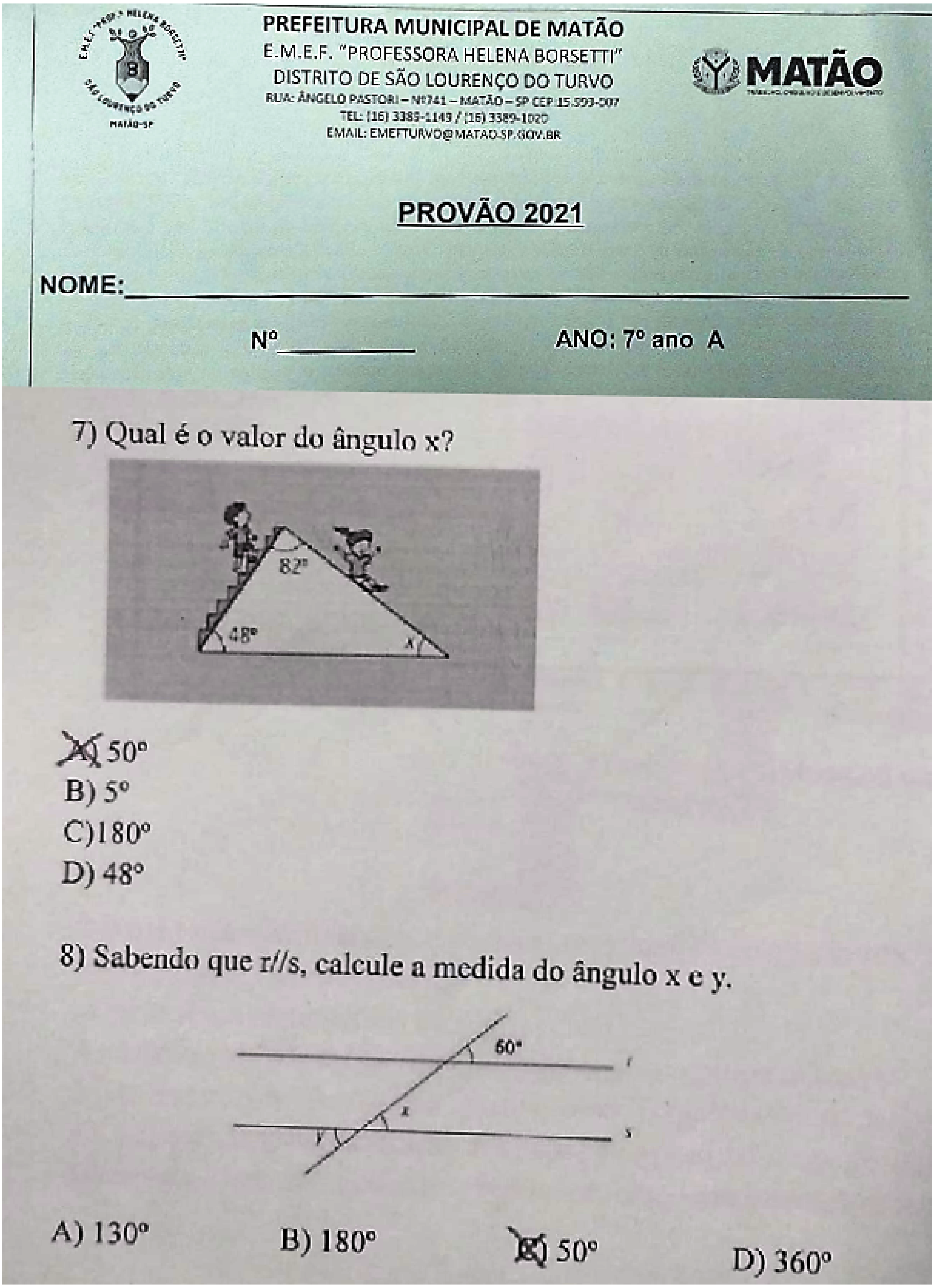

Fonte: Arquivo pessoal do autor.

Figura 45 – Resolução da Folha de fechamento - aluno B




Fonte: Arquivo pessoal do autor.

Figura 46 – Avaliação interna realizada por aluno.



PREFEITURA MUNICIPAL DE MATÃO
E.M.E.F. "PROFESSORA HELENA BORSETTI"
DISTRITO DE SÃO LOURENÇO DO TURVO
RUA: ÂNGELO PASTORI – Nº741 – MATÃO – SP CEP 15.993-007
TEL: (16) 3389-1149 / (16) 3389-1020
EMAIL: EMEFTURVO@MATAO.SP.GOV.BR

**PROVÃO 2021**

NOME:____________________

Nº________ ANO: 7º ano A

7) Qual é o valor do ângulo x?

82°
48°
x

A) 50°
B) 5°
C) 180°
D) 48°

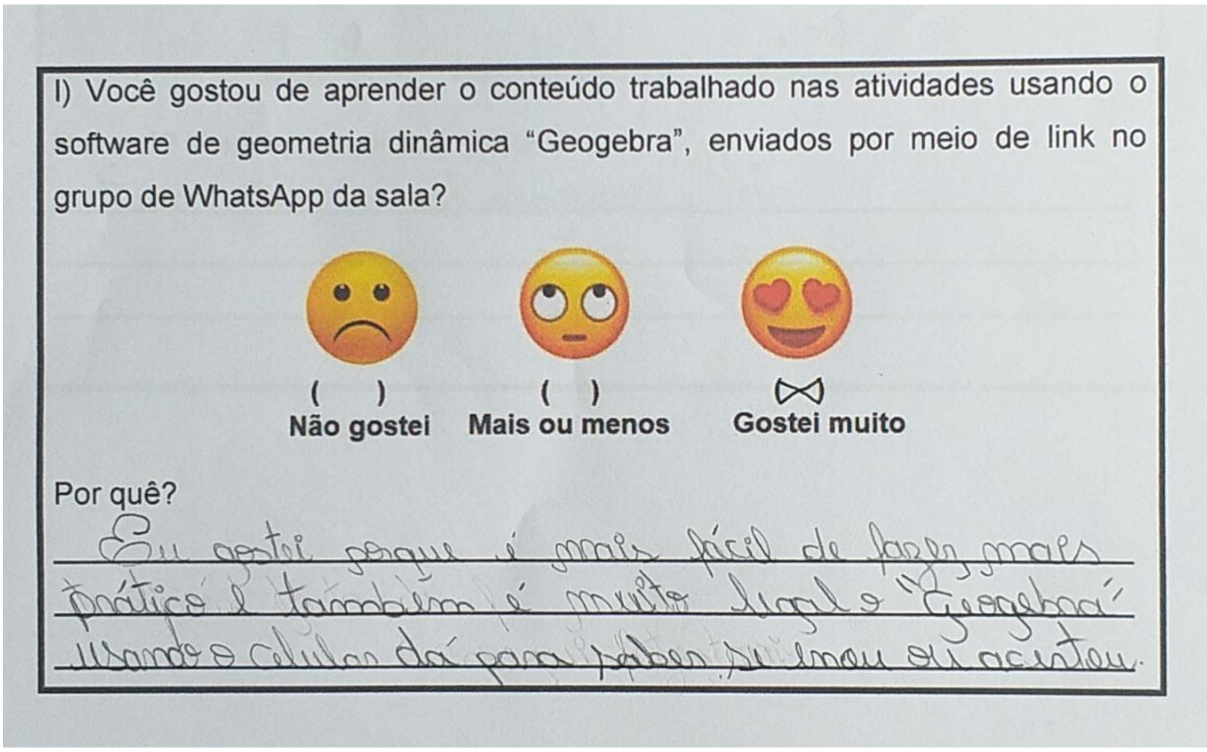
8) Sabendo que r//s, calcule a medida do ângulo x e y.

60°
r
x
y
s

A) 130° B) 180° C) 50° D) 360°

Fonte: Arquivo pessoal do autor.

Figura 47 – Avaliação realizada por aluno - Questão I - aluno A


I) Você gostou de aprender o conteúdo trabalhado nas atividades usando o software de geometria dinâmica "Geogebra", enviados por meio de link no grupo de WhatsApp da sala?

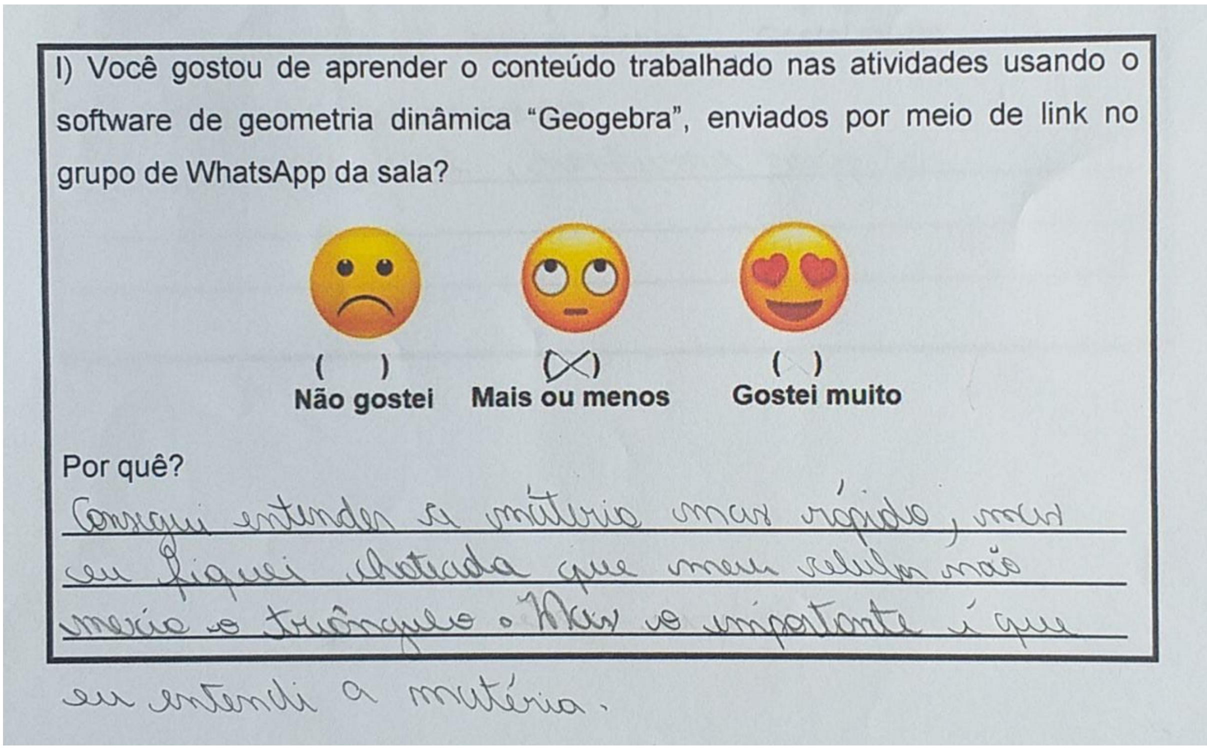
( ) Não gostei  ( ) Mais ou menos  (X) Gostei muito

Por quê?

Eu gostei porque é mais fácil de fazer, mais prático e também é muito legal o "Geogebra" usando o celular dá para saber se errou ou acertou.

Fonte: Arquivo pessoal do autor.

Figura 48 – Avaliação realizada por aluno - Questão I - aluno B


I) Você gostou de aprender o conteúdo trabalhado nas atividades usando o software de geometria dinâmica "Geogebra", enviados por meio de link no grupo de WhatsApp da sala?

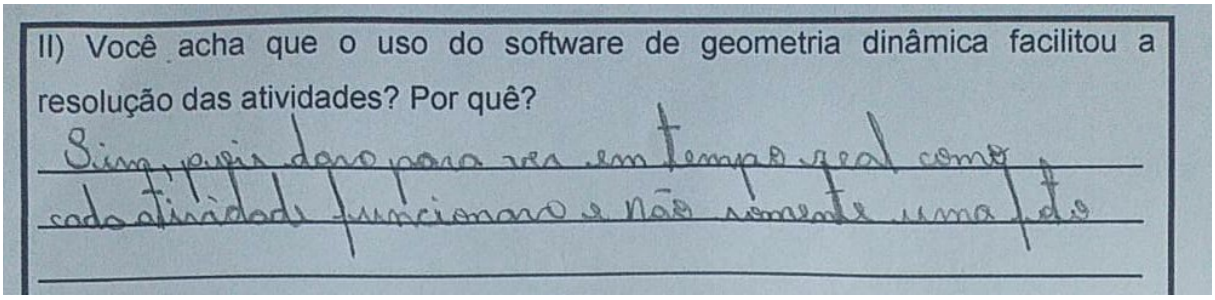
( ) Não gostei  (X) Mais ou menos  ( ) Gostei muito

Por quê?

Consegui entender a matéria mais rápido, mas eu fiquei chateada que meu celular não mexia o triângulo. Mas o importante é que eu entendi a matéria.

Fonte: Arquivo pessoal do autor.

Figura 49 – Avaliação realizada por aluno - Questão II.

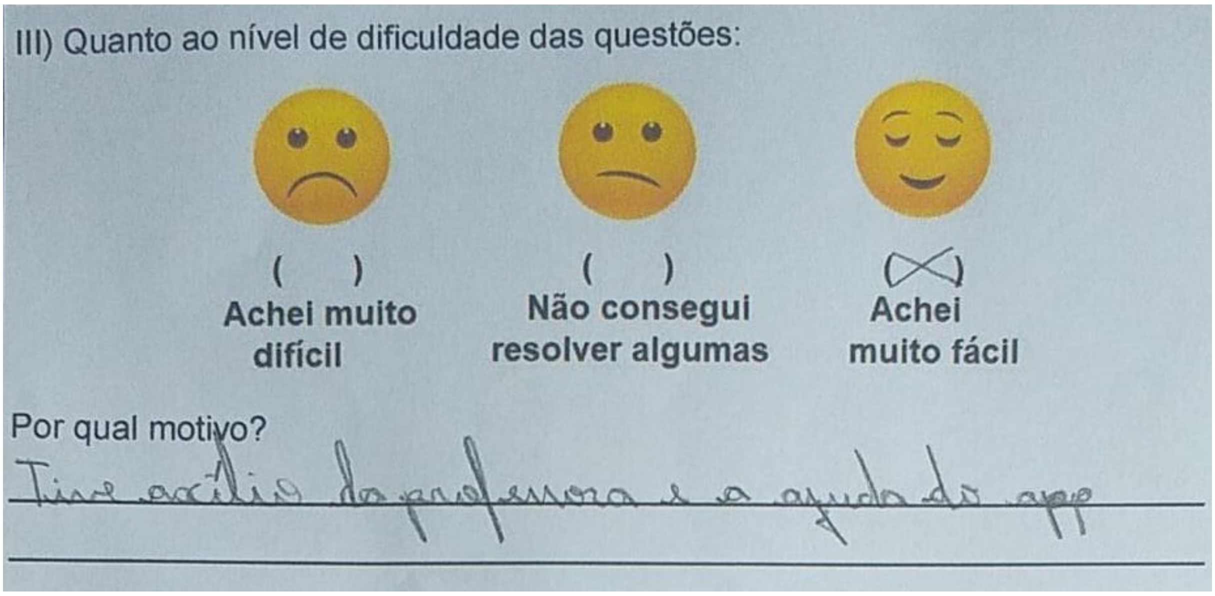


II) Você acha que o uso do software de geometria dinâmica facilitou a resolução das atividades? Por quê?

Sim, pois dava para ver em tempo real como cada atividade funcionava e não somente uma foto

Fonte: Arquivo pessoal do autor.

Figura 50 – Avaliação realizada por aluno - Questão III - aluno A.



III) Quanto ao nível de dificuldade das questões:

( ) Achei muito difícil

( ) Não consegui resolver algumas

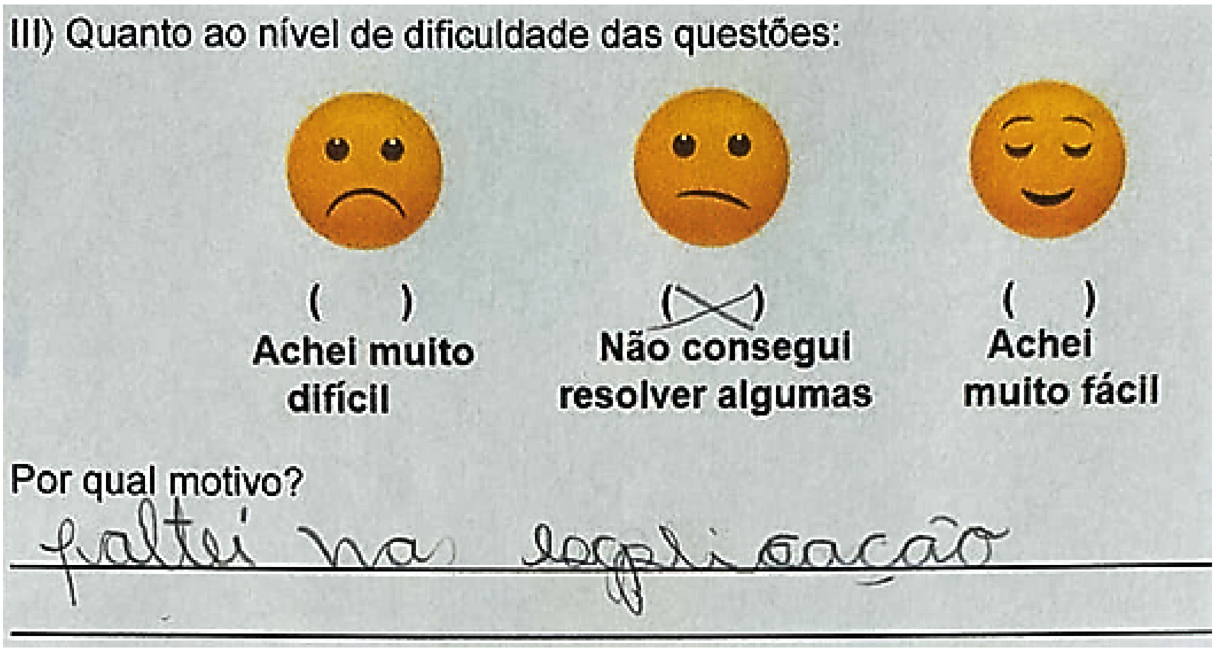
(X) Achei muito fácil

Por qual motivo?

Tive auxílio da professora e a ajuda do app

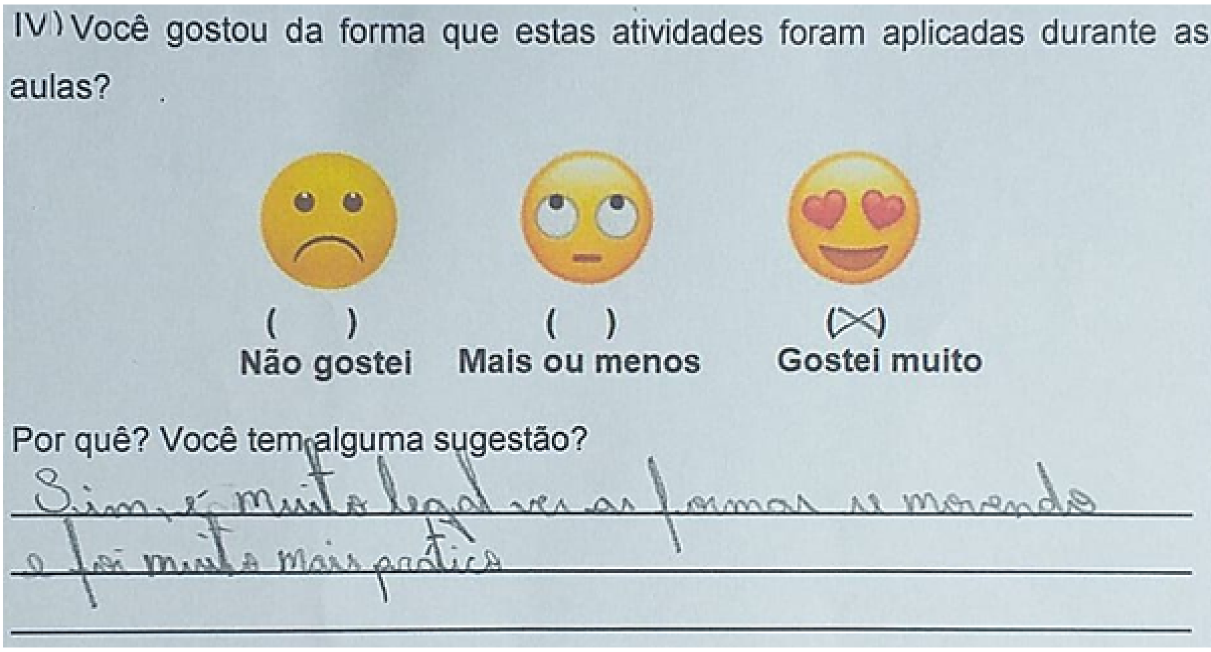
Fonte: Arquivo pessoal do autor.

Figura 51 – Avaliação realizada por aluno - Questão III - aluno B.



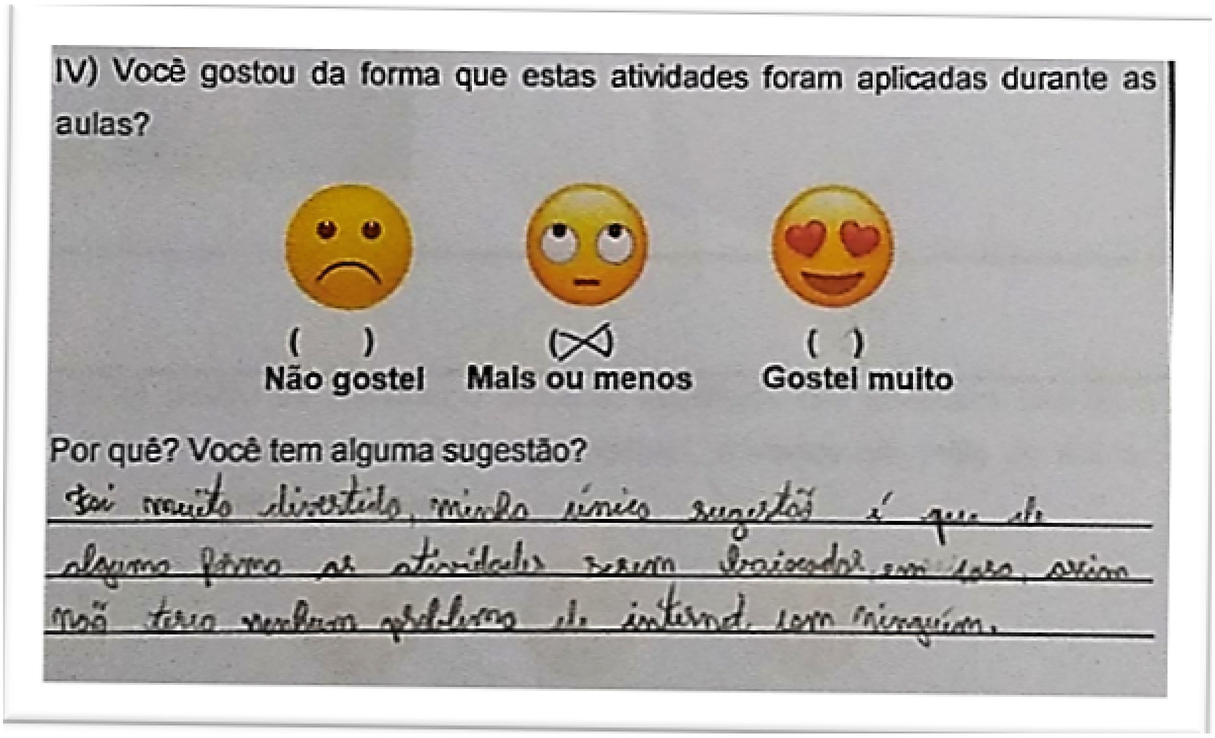

Fonte: Arquivo pessoal do autor.

Figura 52 – Avaliação realizada por aluno - Questão IV - aluno A.




Fonte: Arquivo pessoal do autor.

Figura 53 – Avaliação realizada por aluno - Questão IV - aluno B.




Fonte: Arquivo pessoal do autor.

# 5 Considerações Finais

O objetivo do presente trabalho foi melhorar o desempenho dos alunos nas avaliações da OBMEP e aferir o processo de ensino-aprendizagem de matemática em parte do componente curricular de geometria, abordados no 7º ano do Ensino Fundamental II na Escola Municipal de Ensino Fundamental Professora Helena Borsetti da cidade de Matão - SP, tendo como norte a BNCC e o currículo Paulista.

O trabalho teve como produto uma sequência didática desenvolvida com uma metodologia específica pautada na Engenharia Didática e na resolução de problemas.

A proposta de pesquisa gerou o primeiro questionamento que era de como empregar os recursos do software GeoGebra para que os alunos compreendessem os conteúdos de geometria essenciais para responder a uma atividade do Banco de Questões da OBMEP. Essa indagação nos levou a uma série de mudanças na abordagem do conteúdo apresentado ao orientador do trabalho, fazendo com que questões que mais pareciam com testes e cheias de regras se transformassem em questões mais informais baseadas em investigação e construção do conhecimento.

As atividades abordadas no presente trabalho, realizadas com uso do software, foram elaboradas pela autora do trabalho no Geogebra e contemplaram as competências e habilidades propostas na BNCC e no currículo Paulista para o componente curricular de geometria. Para a execução destas atividades foi solicitado aos alunos que trouxessem o celular, pois seria enviado alguns links no grupo de WhatsApp da sala durante as aulas presenciais. Este grupo fora criado para que as aulas fossem ministradas por meio dele no período de Pandemia do Coronavírus.

A sequência didática foi arquitetada para reduzir a intervenção do professor e potencializar a autonomia do aluno. Para que isso acontecesse, foi disponibilizado aos alunos além do software de geometria dinâmica GeoGebra para a análise de propriedades geométricas o Avatar da autora do trabalho, que interagia com os alunos e fazia intervenções para auxiliar na resolução das atividades.

As folhas de atividades faziam uso da ferramenta de geometria dinâmica (GeoGebra) e serviam de embasamento para solucionar uma situação-problema do bando de questões da OBMEP com a finalidade de desenvolver as habilidades propostas no componente curricular de geometria, visando melhorar a capacidade de resolver os problemas apresentados neste trabalho.

A aplicação da atividade foi pautada no uso de um método dinâmico de resolução e interpretação de problemas, que por meio do software GeoGebra possibilitava uma melhor compreensão das propriedades geométricas que seriam necessárias para a solução da questão de fechamento retirada do banco de questões da OBMEP.

Houve a necessidade de dedicação e empenho por parte dos alunos para que obtivessem êxito na resolução das atividades. Também exigiu do docente, além do preparo adequado das aulas, tolerância e empatia para gerir o andamento das atividades, fatores que são decisivos para uma aprendizagem eficaz.

Quanto à participação e o desempenho dos alunos podemos considerar como sendo positiva devido ao interesse demonstrado com a execução do projeto, pois foi possível observar que os alunos compreenderam a proposta deste trabalho. Fomos capazes de constatar que ao término das atividades mesmo aqueles alunos que apresentavam maiores dificuldades já faziam seus registros com autonomia, consolidando assim o conhecimento adquirido com a realização do projeto.

Verificamos um avanço expressivo na aprendizagem dos alunos, tendo em vista que o trabalho não buscava apenas a resolução das atividades, mas sua compreensão e estabelecimento de um plano de resolução de problemas, proposto por (POLYA, 2006) que fora abordado no projeto. Ao decorrer da aplicação do trabalho, foi possível observar a grande evolução dos alunos, em diversos pontos, como por exemplo na destreza dos debates gerados durante a resolução dos problemas, nos registros e no manuseio do software GeoGebra.

No transcorrer deste trabalho, procurei incentivar os alunos a resolverem as questões abordadas sem o uso de fórmulas, utilizando apenas o software GeoGebra, que retomava o que fora aprendido no decorrer das aulas.

Vale ressaltar que parte dos alunos tem certo "receio" com a matemática, em especial com a geometria. Procurei vincular a aprendizagem de geometria com a necessidade do cotidiano, e pude observar que esse receio foi reduzido, devido à forma prática com que os conceitos geométricos foram abordados, buscando utilizar o raciocínio lógico dos alunos para obter suas conclusões.

Nesta vertente, o presente trabalho adotou os recursos tecnológicos utilizados durante o período de pandemia em que toda a escola se encontrava fora do ambiente escolar com o propósito de alcançar uma aprendizagem efetiva, despertando o interesse do aluno ao atrelar a tecnologia com o saber matemático e a produção de um conhecimento significativo.

Vale destacar que o objetivo de recuperar a aprendizagem de geometria para esse ano/série foi atingido com a realização do projeto, tendo em vista que este conteúdo foi aplicado de forma convencional em anos anteriores e levaram aproximadamente 18 aulas para a conclusão do tema e com o manuseio do software e da metodologia empregue neste trabalho, utilizamos apenas seis aulas.

Pude perceber o quanto os alunos evoluíram e consigo observar o quanto precisamos valorizar os pensamentos dos alunos, levando em consideração que a OBMEP exige um nível elevado de abstração e raciocínio lógico.

Com relação à preparação mais apropriada para a OBMEP, creio que demos o primeiro passo, no entanto precisamos repensar e avaliar as mais variadas maneiras de darmos suporte e prepararmos os nossos alunos.

Como um dos objetivos do trabalho era modificar a forma de enfrentar e realizar a OBMEP, encorajando a participação dos alunos nesta avaliação, que por vezes era vista como inacessível e muito difícil, foi proposta uma sequência didática com enfoque no uso dos recursos tecnológicos, com a função de solucionar as atividades a partir do manuseio dos softwares criados com o Geogebra que tinha por objetivo contemplar, de forma mais breve e eficaz possível, as competências e habilidades de geometria propostas para o 7º ano do ensino fundamental, fazendo o uso de questões desafiadoras da OBMEP.

Para responder ao questionamento que motivou esta pesquisa “Onde estamos e para onde vamos?”, podemos concluir que a mudança de paradigmas, o suporte necessário para que tenham condições de participar dessa avaliação, o preparo adequado e a dedicação de todos ao envolvidos na formação desse indivíduo, professores, família, coordenador, diretor e o aluno, são indispensáveis para obter um bom desempenho na aprendizagem e consequentemente na avaliação da OBMEP.

# Referências


ARTIGUE, Michèle. **Engenharia Didática, Didática das Matemáticas**. [S.l.]: In: Brun, J. (Org.). Lisboa: Instituto Piaget. Horizontes Pedagógicos, 1996.

BACHELARD, Gaston. **A formação do espírito científico: contribuição para uma psicanálise do conhecimento**. [S.l.]: Rio de Janeiro: Contraponto, 1996.

BECHER, FERNANDO. **A origem do Conhecimento e Aprendizagem Escolar.** [S.l.: s.n.], 2003.

BIANCHINI, EDWALDO. **Matemática Bianchini, 7º ano.** 9. ed. [S.l.]: São Paulo: Moderna, 2018.

BITTENCOURT, JANE. Obstáculos Epistemológicos e a Pesquisa em Didática da Matemática. **In: Educação Matemática em Revista, São Paulo: SBEM**, 1998.

BRASIL. [S.l.: s.n.], 2018. Ministério da Educação. Base Nacional Comum Curricular. Brasília. http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC$_{E}I_{E}F_{1}$10518$_{v}ersaofinal_{s}ite.pdf$..

FERNANDES, Cleone. **À procura da senha da vida-de-senha a aula dialógica? In: VEIGA, ILMA PASSOS ALENCASTRO (Org.). Aulas: gênese, dimensões, princípios e práticas.** [S.l.]: Campinas: Papiro, 1999.

IMPA/OBMEP. [S.l.: s.n.], 2015. Revista PIC - pag. 21 a 24. http://www.obmep.org.br/docs/Geometria.pdf.

INEP. [S.l.: s.n.], 2021. Resultados e metas do ensino fundamental dos anos iniciais. ideb.inep.gov.br , acesso em 21 fev. 2021.

MATUISKI, CARLOS EDUARDO FUTRA. **A História do Nome da Minha Rua**. [S.l.: s.n.], 2000. P. 110–111.

OBMEP. [S.l.: s.n.], 2021. Informações sobre a Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas. http://obmep.org.br/apresentacao.htm.

OBMEP; QUESTÕES, Banco de. [S.l.: s.n.], 2010. P. 46. Banco de Questões da OBMEP– Nível 2 – Questão 61. http://www.obmep.org.br/bq/bq2010.pdf.

POLYA, George. **A arte de resolver problemas**. [S.l.]: Rio de Janeiro: Interciência, 2006.

SÃO PAULO. [S.l.: s.n.], 2019. Secretaria da Educação do Estado de São Paulo. União dos Dirigentes Municipais de Educação do Estado de São Paulo. Currículo Paulista. São Paulo: SEESP/UNDIME-SP. https://efape.educacao.sp.gov.br/curriculopaulista/wp-content/uploads/2019/09/curriculo-paulista-26-07.pdf.