

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO CARLOS  
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E TECNOLOGIA  
MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL  
PROFMAT

RENATO CONCEIÇÃO JUNIOR

VERSÕES DIGITAIS PARA JOGOS MATEMÁTICOS:  
INVARIANTES em Paridade, Congruência Modular, Frações e PG

SÃO CARLOS -SP  
2020

RENATO CONCEIÇÃO JUNIOR

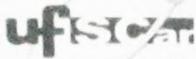
**VERSÕES DIGITAIS PARA JOGOS MATEMÁTICOS:**  
INVARIANTES em Paridade, Congruência Modular, Frações e PG

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Matemática em Rede Nacional PROFMAT para obtenção do título de Mestre Profissional em Matemática.

Orientador: Prof. Dr. Paulo Antonio Silvani  
Caetano

São Carlos-SP  
2020





UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO CARLOS

Centro de Ciências Exatas e de Tecnologia  
Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional

Folha de Aprovação

Assinaturas dos membros da comissão examinadora que avaliou e aprovou a Defesa de Dissertação de Mestrado do candidato Renato Conceição Junior, realizada em 21/02/2020:

Prof. Dr. Paulo Antonio Silvani Caetano  
UFSCar

Prof. Dr. Helio Fernando Gomes Maziviero  
IFSP - Matão

Prof. Dr. Jose Antonio Salvador  
UFSCar

## **DEDICATÓRIA**

Dedico este trabalho à minha filha, Rafaela Serena, amor da minha vida.

Com grande amor e carinho dedico aos meus pais, Renato (*in memoriam*) e Nadir, aos meus irmãos Regina, Rita e Rogério, aos meus tios e tias e aos meus queridos sobrinhos Ana Rita, Lívia, Miguel e Laura.

Dedico também à Zilda, companheira em todas as horas, e à filhota Andresa.

## AGRADECIMENTO

À DEUS, pelo dom da vida.

Aos meus pais, Renato (*in memoriam*) e Nadir, pela minha educação e orientação.

Ao IFSP, por proporcionar-me voltar a estudar após mais de 20 anos afastado das carteiras como discente.

À UFSCar, por ser o local onde busquei minha formação tanto na graduação quanto agora no mestrado. De forma geral, agradeço aos professores do Departamento de Matemática daquela época e de agora, por todo o conhecimento oferecido. Em particular, agradeço ao professor Dr. Paulo Caetano meu orientador neste trabalho.

Ao casal Adriana e Bruno, queridos amigos, por disponibilizarem o tablet Galaxy Tab-E assim que souberam do meu ingresso no mestrado. Ele foi de extrema importância e utilidade nessa jornada.

À minha irmã Regina, por disponibilizar seu notebook várias vezes durante o processo de criação dos jogos e especialmente para a escrita desta dissertação.

“A matemática é o alfabeto com o qual DEUS escreveu o universo.”

*Pitágoras*

## RESUMO

O trabalho consistiu na idealização e implementação na linguagem de programação do Scratch de versões digitais *online* para jogos com intencionalidade didática em matemática, bem como na disponibilização desses jogos no site [scratch.mit.edu](http://scratch.mit.edu), com o objetivo de que professores do ensino básico os utilizem como parte integrante de sequências didáticas e também para a utilização de alunos como passatempo e desafios. A idealização teve como suporte as diretrizes sugeridas pela Base Nacional Comum Curricular (BNCC), que incentivam o uso, a criação e o desenvolvimento da linguagem digital no âmbito escolar. Os jogos criados foram testados por professores de matemática do ensino médio que emitiram opiniões, sugestões e críticas através de formulários *online* disponibilizados para tal fim. Cada um dos jogos teve o seu principal tema citado com a maior frequência dentre todos os disponíveis em seus formulários, mostrando serem coerentes com as intenções didáticas para as quais foram criados.

**Palavras-chave:** Jogos digitais de matemática. Invariantes. Paridade. Congruência módulo  $m$ . Progressão Geométrica.

## RESUME

The work consisted in the idealization and implementation in the programming language of Scratch of online digital versions for games with didactic intent in mathematics, as well as the availability of these games on the site [scratch.mit.edu](http://scratch.mit.edu), with the objective that primary school teachers use them as an integral part of didactic sequences and also for the use of students as a hobby and challenges. The idealization was supported by the guidelines suggested by the National Common Curriculum Base (BNCC), which encourage the use, creation and development of digital language in the school environment. The games created were tested by high school math teachers who issued opinions, suggestions and criticisms through online forms made available for this purpose. Each of the games had its main theme cited with the highest frequency of all available in its forms, showing to be consistent with the didactic intentions for which they were created.

**Keywords:** Digital math games. Invariants. Parity. Congruence module  $m$ . Geometric progression.



## LISTA DE ILUSTRAÇÕES

### *Telas capturadas nos jogos criados:*

#### **Jogo do Zero ou Um:**

- Figura 1: Colagem com sequência inicial de telas do jogo.....27  
Figura 2: Colagem com sequência final de telas do jogo.....27

#### **Jogo Círculos Camaleões:**

- Figura 3: Tela inicial do jogo.....29  
Figura 4: Colagem com telas iniciais de cada nível do jogo.....29  
Figura 5: Colagem com chamada do botão 'É Impossível'.....33

#### **Jogo Liberte os Cristais:**

- Figura 6: Valoração dos quadrados no tabuleiro do jogo.....39  
Figura 7: Distribuição de 'clones' na prisão.....41  
Figura 8: Valores correspondente aos 'clones' na prisão.....41  
Figura 9: Tela de abertura.....44  
Figura 10: Colagem com telas iniciais de cada nível do jogo.....45  
Figura 11: Colagem com uma sequência para resolução do nível 1.....45  
Figura 12: Colagem com uma sequência para resolução do nível 2.....45  
Figura 13: Colagem com uma sequência para resolução do nível 3.....46  
Figura 14: Tela inicial do nível 'Só Feras'.....46  
Figura 15: Colagem com tentativas de solução do nível 'Só Feras'.....47

#### **Jogo Liberte os Cristais - DESAFIO:**

- Figura 16: Tela de abertura.....48  
Figura 17: Tela de mensagem.....48  
Figura 18: Colagem com telas do aumento do tabuleiro.....48  
Figura 19: Colagem com telas de explicação de correspondências.....49  
Figura 20: Tela de indicação do formulário de pesquisa.....49

### *Telas capturadas nos questionários criados:*

- Figura 21: Jogo do 'Zero ou Um' – página inicial.....51  
Figura 22: Jogo do 'Zero ou Um' – recortes de tela.....52  
Figura 23: Jogo do 'Zero ou Um' – sugestões de Temas e Estratégia.....52  
Figura 24: Jogo do 'Zero ou Um' – opiniões.....53  
Figura 25: Jogo 'Círculos Camaleões' – página inicial.....54  
Figura 26: Jogo 'Círculos Camaleões' – recortes de tela.....55  
Figura 27: Jogo 'Círculos Camaleões' – sugestões de Temas e Estratégia.....55  
Figura 28: Jogo 'Círculos Camaleões' – opiniões.....56  
Figura 29: Jogo 'Liberte os Cristais' – página inicial.....57  
Figura 30: Jogo 'Liberte os Cristais' – recortes de tela.....58  
Figura 31: Jogo 'Liberte os Cristais' – sugestões de Temas e Estratégia.....58  
Figura 32: Jogo 'Liberte os Cristais' – opiniões.....59  
Figura 33: Jogo 'Liberte os Cristais - DESAFIO' – página inicial.....60

Figura 34: Jogo 'Liberte os Cristais - DESAFIO' – recortes de tela.....	61
Figura 35: Jogo 'Liberte os Cristais - DESAFIO' – sugestões de Temas.....	61
Figura 36: Jogo 'Liberte os Cristais - DESAFIO' – demonstração e opinião.....	62
Figura 37: Informações pessoais do jogador.....	63
Figura 38: Temas presentes em 'Jogo do Zero ou Um'.....	64
Figura 39: Estratégia vencedora no 'Jogo do Zero ou Um'.....	64
Figura 40: Utilização de jogos no ensino escolar.....	65
Figura 41: Opiniões e Regra Oculta.....	65
Figura 42: Vinculação.....	66
Figura 43: Temas presentes no jogo 'Círculos Camaleões'.....	66
Figura 44: Estratégia vencedora em 'Círculos Camaleões'.....	67
Figura 45: Utilização de jogos no ensino escolar.....	67
Figura 46: Opiniões e Sugestões.....	68
Figura 47: Escola vinculada.....	68
Figura 48: Temas presentes no jogo 'Liberte os Cristais'.....	69
Figura 49: Sobre o nível 'Só Feras'.....	69
Figura 50: Utilização de jogos no ensino escolar.....	70
Figura 51: Opiniões.....	70
Figura 52: Vinculação.....	71

## LISTA DE SIGLAS

**PROFMAT** - Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional

**BNCC** - Base Nacional Comum Curricular

**PCN** - Parâmetros Curriculares Nacionais

**PNE** - Plano Nacional de Educação

**OCDE** - Organização para a Cooperação e Desenvolvimento Econômico

**PISA** - Programa Internacional de Avaliação de Alunos (*sigla em inglês*)

**UNESCO** - Organização das Nações Unidas para a Educação, a Ciência e a Cultura  
(*sigla em inglês*)

**LLECE** - Laboratório Latino-americano de Avaliação da Qualidade da Educação  
para a América Latina (*sigla em inglês*)

**EF** - Ensino Fundamental

**EM** - Ensino Médio

**MIT** - Instituto de Tecnologia de Massachusetts (*sigla em inglês*)

**TDIC** - Tecnologias Digitais de Informação e Comunicação

**TCC** - Trabalho de Conclusão de Curso

## SUMÁRIO

<b>1 INTRODUÇÃO.....</b>	<b>15</b>
<b>2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA e REVISÃO DE LITERATURA.....</b>	<b>16</b>
2.1 RECORTES DA BNCC EMBASADORES PARA ESTE TRABALHO.....	18
<b>3 JOGOS DIGITAIS COM INTENCIONALIDADE DIDÁTICA.....</b>	<b>23</b>
<b>4 OS JOGOS.....</b>	<b>24</b>
4.1 INVARIANTES.....	24
4.2 PRIMEIRO EXERCÍCIO NORTEADOR.....	24
4.2.1 Jogo do Zero ou Um.....	25
4.3 SEGUNDO EXERCÍCIO NORTEADOR.....	26
4.3.1 Jogo Círculos Camaleões.....	27
4.4 TERCEIRO EXERCÍCIO NORTEADOR.....	34
4.4.1 Jogo Liberte os Cristais.....	39
4.4.2 Nível “Só Feras” .....	41
4.4.3 Jogo Liberte os Cristais - Desafio.....	42
<b>5 PESQUISA ENTRE PROFESSORES.....</b>	<b>45</b>
5.1 QUESTIONÁRIO DO “JOGO DO ZERO OU UM” .....	45
5.2 QUESTIONÁRIO DO JOGO “CÍRCULOS CAMALEÕES” .....	49
5.3 QUESTIONÁRIO DO JOGO “LIBERTE OS CRISTAIS” .....	52
5.4 QUESTIONÁRIO DO JOGO “LIBERTE OS CRISTAIS - DESAFIO” .....	55
<b>6 COMPILAÇÃO DE RESPOSTAS.....</b>	<b>58</b>
6.1 JOGO DO “ZERO OU UM” .....	58
6.2 JOGO DOS “CÍRCULOS CAMALEÕES” .....	60
6.3 JOGO “LIBERTE OS CRISTAIS” .....	63
<b>7 RESUMO DAS AVALIAÇÕES FEITAS PELOS PROFESSORES.....</b>	<b>66</b>
<b>8 CONSIDERAÇÕES FINAIS.....</b>	<b>67</b>
<b>REFERÊNCIAS.....</b>	<b>68</b>
<b>APÊNDICE A - TCC: JOGOS DIGITAIS - <i>Da criação à utilização em sequências didáticas, uma ferramenta poderosa para auxílio no processo de ensino e aprendizagem: O SCRATCH</i> .....</b>	<b>70</b>
<b>APÊNDICE B - QUESTIONÁRIO DO “JOGO DO ZERO OU UM” .....</b>	<b>91</b>
<b>APÊNDICE C - QUESTIONÁRIO DO JOGO “CÍRCULO CAMALEÕES” .....</b>	<b>95</b>
<b>APÊNDICE D - QUESTIONÁRIO DO JOGO “LIBERTE OS CRISTAIS” .....</b>	<b>99</b>
<b>APÊNDICE E - QUESTIONÁRIO DO JOGO “LIBERTE OS CRISTAIS - DESAFIO” .....</b>	<b>103</b>

## 1 - INTRODUÇÃO

“Não há homens mais inteligentes do que aqueles que são capazes de inventar jogos. É aí que o seu espírito se manifesta mais livremente. Seria desejável que existisse um curso inteiro de jogos tratados matematicamente.”

Gottfried Wilhelm Leibniz

Tendo mais de 20 anos de experiência profissional como professor de matemática, afirmar que essa ciência é temida por muitos alunos e que, até por isso, o seu ensino é difícil mesmo para os mais capacitados professores, não é um exagero. Percebo há algum tempo que a didática tradicional, baseada em exemplos apresentados pelo professor e repetições propostas aos alunos, já se mostra pouco eficiente no processo de ensino e aprendizagem escolar, especialmente sob a perspectiva de instigar e motivar aquela parcela de alunos.

O meu retorno aos estudos, visando atualização e capacitação, foi para aprender metodologias diferentes daquelas que costumeiramente utilizava, optando por aliar jogos didáticos, desafios matemáticos e tecnologias digitais. Os jogos e desafios há muito fazem parte do ambiente matemático e, a cada tempo, utilizam-se das tecnologias disponíveis.

As TDIC's (Tecnologias Digitais de Informação e Comunicação) formam um conjunto amplo de opções, que atraem o estudante do século XXI. Os atuais alunos de Ensino Fundamental e Médio fazem parte de uma geração que já nasceu imersa em tecnologia e sabem buscar quaisquer informações com 'poucos toques' em seus *smartphones* e, até por isso, é impaciente com o ritmo 'lento' dos métodos de ensino nos quais seus professores foram formados.

Em seu artigo publicado no site “nova escola”, Fiscarelli (2018) ressalta que a necessidade da introdução das TDIC's no ambiente escolar faz dos jogos digitais recursos possíveis para apoio e melhoria da aprendizagem. Reforça que a função motivacional dos jogos é provavelmente a característica mais citada pela literatura, ligando-os à função de estender o tempo de contato com os conteúdos curriculares e fomentando o envolvimento do aluno com os objetivos de aprendizagem.

Assim norteado, esse trabalho buscou a criação de versões digitais para jogos e desafios que trazem conteúdos da matemática que estão previstos no currículo nacional brasileiro. Início dessa forma um banco de jogos digitais com intencionalidade didática em matemática. Penso que, agregando ao planejamento

das aulas a construção e a utilização de jogos digitais, pode-se conseguir maior envolvimento de todos os atores do processo de aprendizagem formal.

Não sendo conhecedor de linguagens de programação computacional, a escolha do *Scratch* para a criação dos jogos digitais mostrou-se essencial pela facilidade de programação. Essa escolha se deu durante o trabalho de conclusão do curso de Especialização em “Tecnologias na Aprendizagem” apresentado em agosto de 2019 ao SENAC-SP, que aqui consta como o APÊNDICE A.

Uma vez criados, os jogos foram disponibilizados no site [scratch.mit.edu](http://scratch.mit.edu) e os seus *link's* compartilhados com um grupo de professores de matemática que atuam em salas de aula do ensino Fundamental e/ou Médio, para que emitissem opiniões, fizessem avaliações e sugestões de melhorias.

## 2 - FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA e REVISÃO DE LITERATURA

Norteados pelas diretrizes contidas na BNCC tanto para o ensino fundamental quanto para o ensino médio, este trabalho também encontra suporte nos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN). Utilizou-se a metodologia do levantamento bibliográfico através da leitura de artigos científicos, dissertações e teses para o embasamento da pesquisa.

Os PCN foram os referenciais para a educação de qualidade nos ensinos fundamental e médio, publicados em 1997 pelo MEC, com a função de orientar as ações pedagógicas dos professores das redes pública e particular do Brasil. Destaco dentre essas orientações, que

“A concepção de ensino e aprendizagem revela-se na prática de sala de aula e na forma como professores e alunos utilizam os recursos tecnológicos disponíveis [...] A presença de aparato tecnológico na sala de aula não garante mudanças na forma de ensinar e aprender. A tecnologia deve servir para enriquecer o ambiente educacional, propiciando a construção de conhecimentos por meio de uma atuação ativa, crítica e criativa por parte de alunos e professores”. (PCN 1997, v. 1, p.140)

e, nas orientações específicas para o ensino da matemática, que

### O RECURSO AOS JOGOS

“Os jogos constituem uma forma interessante de propor problemas, pois permitem que estes sejam apresentados de modo atrativo e favorecem a criatividade na elaboração de estratégias de resolução e busca de soluções. Propiciam a simulação de situações-problema que exigem soluções vivas e imediatas, o que estimula o planejamento das ações; possibilitam a construção de uma atitude positiva perante os erros, uma vez que as situações sucedem-se rapidamente e podem ser corrigidas de forma natural, no decorrer da ação, sem deixar marcas negativas. Na situação de jogo, muitas vezes, o critério de certo ou errado é decidido pelo grupo. Assim, a prática do debate permite o exercício da argumentação e a organização do pensamento. [...]”

Os jogos podem contribuir para um trabalho de formação de atitudes, enfrentar desafios, lançar-se à busca de soluções, desenvolvimento da crítica, da intuição, da criação de estratégias

e da possibilidade de alterá-las quando o resultado não é satisfatório necessárias para aprendizagem da Matemática. [...]

A participação em jogos de grupo também representa uma conquista cognitiva, emocional, moral e social para o estudante e um estímulo para o desenvolvimento de sua competência matemática. Além de ser um objeto sociocultural em que a Matemática está presente, o jogo é uma atividade natural no desenvolvimento dos processos psicológicos básicos; supõe um fazer sem obrigação externa e imposta, embora demande exigências, normas e controle". (PCN 1997, v. 3, p.46)

Destaco também que PRENSKY (2010) apud Nadal e Batistela (2015) é uma obra cujo foco está em discutir o uso do videogame como forma auxiliar no processo de aprendizagem escolar para os “nativos digitais”, expressão criada por ele para se referir à geração nascida na época atual cercada por tecnologias digitais. Em resumo, o autor relata a importância dos games no desenvolvimento das habilidades motoras, de ações colaborativas e da velocidade de raciocínio. Trata também dos “imigrantes digitais”, que são pessoas que nasceram em épocas anteriores (os professores e pais dos “nativos digitais”) e que se dispõem a aprender e utilizar as novas tecnologias, comentando as dificuldades e diferenças no modo de agir, pensar e buscar informação e conhecimento.

Destaco finalmente, o professor João Mattar, bacharel em Filosofia e mestre em Tecnologia Educacional autor, dentre outras obras, do livro “*Games em Educação: como os nativos digitais aprendem*” no qual trata a respeito de jogos em educação e *gamificação*. Mattar comenta, em seu canal no Youtube, que os jogos podem participar do processo de ensino não apenas sendo jogados, mas também como base para debates em sala, inclusive jogos que não tenham a intenção educacional. Destaca também o aprendizado que se pode obter na criação de jogos, citando o *Scratch* como ferramenta para essa modalidade.

## 2.1 - RECORTES DA BNCC EMBASADORES PARA ESTE TRABALHO

Tendo mais de 600 páginas, “a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) é um documento de caráter normativo que define o conjunto orgânico e progressivo de aprendizagens essenciais que todos os alunos devem desenvolver ao longo das etapas e modalidades da Educação Básica, de modo a que tenham assegurados

seus direitos de aprendizagem e desenvolvimento, em conformidade com o que preceitua o Plano Nacional de Educação (PNE).”

“Ao longo da Educação Básica, as aprendizagens essenciais definidas na BNCC devem concorrer para assegurar aos estudantes o desenvolvimento de **dez competências gerais**, que consubstanciam, no âmbito pedagógico, os direitos de aprendizagem e desenvolvimento.

Na BNCC, competência é definida como a mobilização de conhecimentos (conceitos e procedimentos), habilidades (práticas, cognitivas e socioemocionais), atitudes e valores para resolver demandas complexas da vida cotidiana, do pleno exercício da cidadania e do mundo do trabalho.

As competências gerais da Educação Básica interrelacionam-se e desdobram-se no tratamento didático proposto para as três etapas da Educação Básica (Educação Infantil, Ensino Fundamental e Ensino Médio), articulando-se na construção de conhecimentos, no desenvolvimento de habilidades e na formação de atitudes e valores.” (BNCC, p.8)

As orientações da BNCC baseiam-se em competências, que são assim explicadas:

“O conceito de competência, adotado pela BNCC, marca as discussões pedagógica e social que ocorrem desde as décadas finais do século XX e ao longo deste início do século XXI. É esse também o enfoque adotado nas avaliações internacionais da Organização para a Cooperação e Desenvolvimento Econômico (OCDE), que coordena o Programa Internacional de Avaliação de Alunos (Pisa, na sigla em inglês), e da Organização das Nações Unidas para a Educação, a Ciência e a Cultura (Unesco, na sigla em inglês), que instituiu o Laboratório Latino-americano de Avaliação da Qualidade da Educação para a América Latina (LLECE, na sigla em espanhol).

Ao adotar esse enfoque, a BNCC indica que as decisões pedagógicas devem estar orientadas para o desenvolvimento de competências.

Por meio da indicação clara do que os alunos devem “saber” (*considerando a constituição de conhecimentos, habilidades, atitudes e valores*) e, sobretudo, do que devem “saber fazer” (*considerando a mobilização desses conhecimentos, habilidades, atitudes e valores para resolver demandas complexas da vida cotidiana, do pleno exercício da cidadania e do mundo do trabalho*), a explicitação das competências oferece referências para o fortalecimento de ações que assegurem as aprendizagens essenciais definidas na BNCC.

A sociedade contemporânea impõe um olhar inovador e inclusivo a questões centrais do processo educativo: o que aprender, para que aprender, como ensinar, como promover redes de aprendizagem colaborativa e como avaliar o aprendizado.” (BNCC, p.13)

Destacam-se aqui, três das Competências Gerais da Educação Básica propostas na BNCC (com sua numeração original):

“2. Exercitar a curiosidade intelectual e recorrer à abordagem própria das ciências, incluindo a investigação, a reflexão, a análise crítica, a imaginação e a criatividade, para investigar causas, elaborar e testar hipóteses, formular e resolver problemas e criar soluções (inclusive tecnológicas) com base nos conhecimentos das diferentes áreas.

4. Utilizar diferentes linguagens – verbal (oral ou visual-motora, como Libras, e escrita), corporal, visual, sonora e digital –, bem como conhecimentos das linguagens artística, matemática e científica, para se expressar e partilhar informações, experiências, ideias e sentimentos em diferentes contextos e produzir sentidos que levem ao entendimento mútuo.

5. Compreender, utilizar e criar tecnologias digitais de informação e comunicação de forma crítica, significativa, reflexiva e ética nas diversas práticas sociais (incluindo as escolares) para se comunicar, acessar e disseminar informações, produzir conhecimentos, resolver problemas e exercer protagonismo e autoria na vida pessoal e coletiva.” (BNCC, p.9)

Em cada área do conhecimento, a BNCC indica habilidades a serem desenvolvidas nos estudantes. A orientação de habilidades matemáticas desejadas para os alunos ao longo do Ensino Fundamental e Médio é:

### **MATEMÁTICA**

“Com base nos recentes documentos curriculares brasileiros, a BNCC leva em conta que os diferentes campos que compõem a Matemática reúnem um conjunto de ideias fundamentais que produzem articulações entre eles: equivalência, ordem, proporcionalidade, interdependência, representação, variação e aproximação.

Nessa direção, a BNCC propõe cinco unidades temáticas, correlacionadas, que orientam a formulação de habilidades a ser desenvolvidas ao longo do Ensino Fundamental e Médio:

- Números
- Álgebra
- Geometria
- Grandezas e medidas
- Probabilidade e estatística”. (BNCC, p.527)

Destacam-se, **nos jogos criados para este trabalho**, algumas habilidades citadas na BNCC:

### **“No Ensino Fundamental**

#### **Números:**

Operações (adição, subtração, multiplicação, divisão e potenciação) com números naturais; Divisão euclidiana; Frações;

#### **Habilidades correspondentes:**

**(EF06MA03)** Resolver e elaborar problemas que envolvam cálculos (mentais ou escritos, exatos ou aproximados) com números naturais, por meio de estratégias variadas, com compreensão dos processos neles envolvidos com e sem uso de calculadora.;

**(EF06MA04)** Construir algoritmo em linguagem natural e representá-lo por fluxograma que indique a resolução de um problema simples (por exemplo, se um número natural qualquer é par).;

**(EF06MA05)** Classificar números naturais em primos e compostos, estabelecer relações entre números, expressas pelos termos “é múltiplo de”, “é divisor de”, “é fator de”, e estabelecer, por meio de investigações, critérios de divisibilidade por 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9, 10, 100 e 1000.;

e

**(EF06MA07)** Compreender, comparar e ordenar frações associadas às ideias de partes de inteiros e resultado de divisão, identificando frações equivalentes.;

**Fração e seus significados:** como parte de inteiros, resultado da divisão, razão e operador.

#### **Habilidades correspondentes:**

**(EF07MA08)** Comparar e ordenar frações associadas às ideias de partes de inteiros, resultado da divisão, razão e operador.;

e

**(EF07MA09)** Utilizar, na resolução de problemas, a associação entre razão e fração, como a fração  $\frac{2}{3}$  para expressar a razão de duas partes de uma grandeza para três partes da mesma ou três partes de outra grandeza.;

### **No Ensino Médio**

#### **COMPETÊNCIAS ESPECÍFICAS DE MATEMÁTICA E SUAS TECNOLOGIAS PARA O ENSINO MÉDIO**

[...]

5. Investigar e estabelecer conjecturas a respeito de diferentes conceitos e propriedades matemáticas, empregando estratégias e recursos, como observação de padrões, experimentações e diferentes tecnologias, identificando a necessidade, ou não, de uma demonstração cada vez mais formal na validação das referidas conjecturas.

[...]

#### **Habilidades:**

**(EM13MAT405)** Utilizar conceitos iniciais de uma linguagem de programação na implementação de algoritmos escritos em linguagem corrente e/ou matemática.;

**(EM13MAT507)** Identificar e associar progressões aritméticas (PA) a funções afins de domínios discretos, para análise de propriedades, dedução de algumas fórmulas e resolução de problemas.;

**(EM13MAT508)** Identificar e associar progressões geométricas (PG) a funções exponenciais de domínios discretos, para análise de propriedades, dedução de algumas fórmulas e resolução de problemas.;

Esse trabalho também possui o viés de ser um incentivador da capacitação digital, não apenas individual, mas para uma rede de agentes ligados, formada por alunos e colegas de trabalho. Divulgar os instrumentos estudados, incentivar suas utilizações e a busca por outros de mesma natureza são os próximos projetos profissionais do autor.

Na BNCC lê-se:

**“As tecnologias digitais e a computação**

A contemporaneidade é fortemente marcada pelo desenvolvimento tecnológico. Tanto a computação quanto as tecnologias digitais de informação e comunicação (TDIC) estão cada vez mais presentes na vida de todos, não somente nos escritórios ou nas escolas, mas nos nossos bolsos, nas cozinhas, nos automóveis, nas roupas etc. Isso denota o quanto o mundo produtivo e o cotidiano estão sendo movidos por tecnologias digitais, situação que tende a se acentuar fortemente no futuro.

Essa constante transformação ocasionada pelas tecnologias, bem como sua repercussão na forma como as pessoas se comunicam, impacta diretamente no funcionamento da sociedade e, portanto, no mundo do trabalho.

É preciso garantir aos jovens, aprendizagens para atuar em uma sociedade em constante mudança, prepará-los para profissões que ainda não existem, para usar tecnologias que ainda não foram inventadas e para resolver problemas que ainda não conhecemos. Certamente, grande parte das futuras profissões envolverá, direta ou indiretamente, computação e tecnologias digitais.

O foco passa a estar no reconhecimento das potencialidades das tecnologias digitais para a realização de uma série de atividades relacionadas a todas as áreas do conhecimento, a diversas práticas sociais e ao mundo do trabalho.

São definidas competências e habilidades, nas diferentes áreas, que permitem aos estudantes:

- apropriar-se das linguagens da cultura digital, dos novos letramentos e dos multiletramentos para explorar e produzir conteúdos em diversas mídias, ampliando as possibilidades de acesso à ciência, à tecnologia, à cultura e ao trabalho;
- usar diversas ferramentas de software e aplicativos para compreender e produzir conteúdos em diversas mídias, simular

fenômenos e processos das diferentes áreas do conhecimento, e elaborar e explorar diversos registros de representação matemática;

e

- utilizar, propor e/ou implementar soluções (processos e produtos) envolvendo diferentes tecnologias, para identificar, analisar, modelar e solucionar problemas complexos em diversas áreas da vida cotidiana, explorando de forma efetiva o raciocínio lógico, o pensamento computacional, o espírito de investigação e a criatividade.”

### 3 - JOGOS DIGITAIS COM INTENCIONALIDADE DIDÁTICA

A utilização de jogos em sequências didáticas tem por objetivo trazer para o processo de ensino e aprendizagem o envolvimento emocional provocado por eles, durante e após suas execuções, e ao transformá-los em jogos digitais utiliza-se o formato que tem grande apelo junto ao público jovem desse início de século XXI. Santos e Faria (2017) dizem que jogos são considerados um recurso de grande importância quando se busca uma educação mais dinâmica e aprendizagem significativa, uma vez que proporcionam a aprendizagem de forma criativa, como uma recreação.

Quando um jogo traz implícito conteúdos matemáticos que se quer abordar, os desafios inerentes, tanto para encontrar uma solução quanto para apresentar uma justificativa de sua não existência, mobilizam o jogador e desperta debates na sala de aula e até após o horário de aula. Dessa forma, o aspecto lúdico da “brincadeira”, que se sobrepõe ao aspecto “formal”, em conjunto com o lado colaborativo que surge nas explicações apresentadas ao ensinar as táticas e estratégias vencedoras, poderá potencializar a aprendizagem dos conteúdos desejados.

Um jogo pode ser usado como forma de buscar ou revisar conceitos já ensinados, ajudando o professor a diagnosticar pré-requisitos necessárias, ou ainda como gatilho para a introdução de novos conceitos. Isso pode ser percebido especialmente na matemática, onde vários conhecimentos são relacionados e podem ser aprofundados conforme a maturidade, a necessidade e o interesse de cada aluno. Jogos podem levar à melhoria da concentração, da memória e da capacidade do pensar antecipatório.

Os quatro jogos foram criados no *Scratch* e compartilhados no site [scratch.mit.edu](http://scratch.mit.edu), que é uma plataforma desenvolvida pelo Instituto de Tecnologia de Massachusetts (*em inglês: Massachusetts Institute of Technology - MIT*) voltado para pesquisa educacional. Uma apresentação detalhada do Scratch está disponível no “APÊNDICE A” desta dissertação.

No próximo capítulo desta dissertação serão apresentados os jogos didáticos criados para este trabalho, bem como os exercícios ou desafios que inspiraram essas criações.

## 4 - OS JOGOS

Todos os jogos foram inspirados em desafios propostos no livro “Uma Década do Círculo Matemático de Berkeley - A Experiência Americana”, de Zvezdelina Stankova & Tom Rike, que em sua “Sessão 10” traz o capítulo “Pisadas. Jogos com Invariantes”.

### 4.1 - INVARIANTES

Na Wikipédia lê-se que “em matemática, **invariante** é algo que não se altera ao aplicar-se um conjunto de transformações”. VANDERVELDE (2018) sugere que “procurar por um invariante é uma técnica fundamental na resolução de problemas pois é geralmente o segredo para entender o que está acontecendo”.

### 4.2 - Primeiro Exercício Norteador

A primeira proposta de jogo com invariante numérico que foi escolhida para se criar uma versão digital pode ser encontrada em VANDERVELDE (2018, p. 228), lá apresentada como um exercício:

“Exercício 5. Escreva seis 0's e cinco 1's em um pedaço de papel. Daí comece a cortar os pares de dígitos: dois 1's, dois 0's ou um 1 e um 0. Se os dígitos cortados são iguais, escreva um novo 0. Se eles forem diferentes, escreva um novo 1. Continue assim até que não haja mais dígitos a serem cortados, i.e., até haver somente um dígito restante. O que você verá?”

A matemática presente neste exercício é detalhada a seguir.

A soma dos números escritos no papel, conforme a proposta, é igual a “5”, um número ímpar.

1. quando dois 0's forem cortados, deve-se escrever no pedaço de papel um novo '0'. Ou seja, haverá no papel apenas um '0' a menos, e 'a mesma quantidade de 1's anterior aos cortes feitos'. Dessa forma, a soma dos números escritos no papel será a mesma e, obviamente, a sua paridade será mantida;

2. quando dois 1's forem cortados, deve-se escrever no pedaço de papel um novo '0'. Ou seja, haverá no papel 'dois 1's a menos que a quantidade anterior aos cortes e um '0' a mais. Dessa forma, a soma dos números escritos no papel será duas unidades menor, o que obviamente mantém sua paridade anterior aos cortes;
3. quando forem cortados números diferentes, deve-se escrever no pedaço de papel um novo '1'. Ou seja, haverá no papel apenas um '0' a menos, e 'a mesma quantidade de 1's anterior aos cortes feitos'. Dessa forma, a soma dos números escritos no papel será a mesma e obviamente a sua paridade será mantida;

Das conclusões anteriores tiramos que a soma dos números escritos no papel após cada 'jogada' ou será mantida ou ficará diminuída em duas unidades. Em ambos os casos, a paridade dessa soma será mantida. Como inicialmente a soma tem paridade ímpar, conclui-se que, ao final, teremos um único número '1' escrito no papel, porque esse é o menor número natural ímpar.

Nesse jogo tem-se implícitos, além do **invariante da paridade** (BNCC, 2018, p. 301), temas como:

- **adição/subtração de naturais** (BNCC, 2018, p. 301);
- resultado da adição do algarismo das unidades no sistema binário de numeração;
- módulo da subtração.

#### 4.2.1 - O JOGO DO "ZERO OU UM"

Com base no exercício descrito acima, foi criado o "**JOGO DO '0' ou '1'**" no qual é apresentado ao jogador tabuleiros 3x3, ou 4x4 onde as peças '0' e '1' são dispostas aleatoriamente.



Figura 1: Colagem com sequência inicial de telas do "Jogo do Zero ou Um"

Nele, antes de iniciar os 'cortes', mas já vendo a distribuição das peças, o jogador deve indicar qual será a última peça visível no tabuleiro... '0' ou '1'. Então, a partida se desenvolverá com cliques (*ao invés de cortes*) sobre duas peças visíveis do tabuleiro sendo que a primeira irá desaparecer do tabuleiro e a segunda será substituída por '0' ou '1' conforme uma "regra oculta".

Essa "regra oculta" é a que está descrita no enunciado do Exercício 5. O objetivo do jogo é que o jogador descubra a "regra oculta" o quanto antes, passando a 'acertar' o resultado final de qualquer tabuleiro sem depender da sorte.

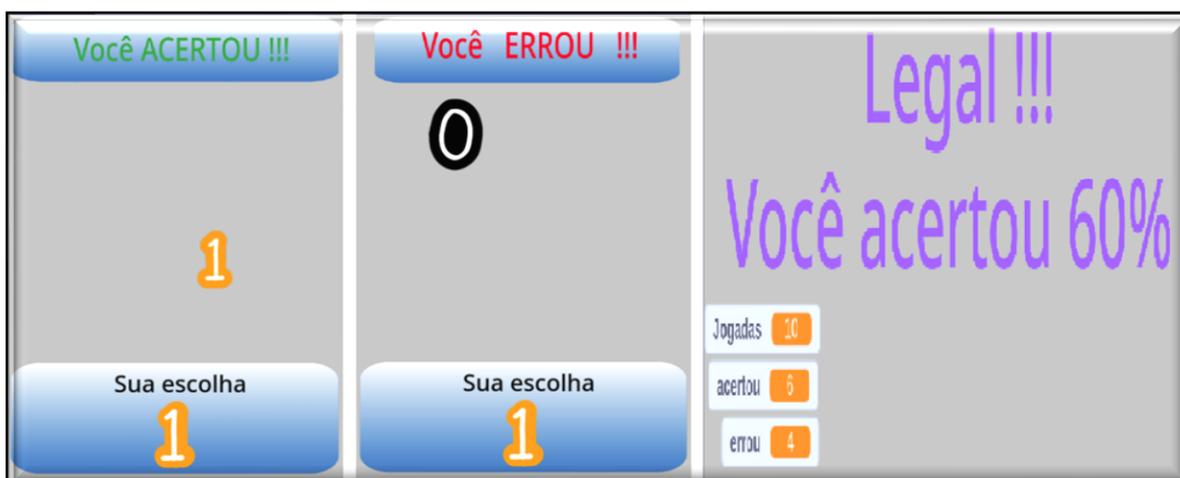


Figura 2: Colagem com sequência final de telas do "Jogo do Zero ou Um"

O conteúdo implícito na "regra oculta" é que **'a paridade determinada pela quantidade inicial de 1's é invariante'**, sendo que o '0' representa 'PAR' e o '1' representa o 'ÍMPAR'.

### 4.3 - Segundo Exercício Norteador

A segunda proposta de jogo com invariante numérico escolhida para fazer uma versão digital também pode ser encontrada em VANDERVELDE (2018, p. 228), lá apresentada como um exercício:

“Problema 2. Em um planeta distante, os únicos habitantes são camaleões. Eles são coloridos em verde, amarelo ou vermelho. Além disso, nesse planeta existe uma lei que governa como um camaleão pode mudar a sua cor. Sempre que dois camaleões de cores diferentes se encontram, eles mudam para a terceira cor. Dadas as quantidades iniciais de camaleões de cada cor, é possível que todos os camaleões mudem para mesma cor?”

Conta-se que esse problema foi proposto inicialmente a um grupo de 14 participantes do Círculo Matemático de Berkeley. Eles seriam os camaleões e foram divididos em 3 grupos: 4 seriam verdes, 5 amarelos e 5 vermelhos. O jogo se desenvolveu adaptando-se a regra: se um “camaleão” apertasse a mão de um membro de outro grupo, ambos deixariam seus grupos e se juntariam ao grupo restante. Após algumas poucas tentativas malsucedidas, eles foram capazes de completar a tarefa rapidamente.

Após a conclusão, chega um participante atrasado. Para não deixá-lo de fora, eles reiniciam a brincadeira, desta vez configurando os grupos em: 4 sendo verdes, 5 amarelos e 6 vermelhos. Depois de tentarem por um certo tempo fazer com que todos ficassem em um mesmo grupo, alguns participantes se desencorajaram em continuar e opinaram que seria “impossível” conseguir realizar o proposto. A partir daí, começaram a tentar descobrir o que fazia a configuração (4,5,5) ter solução mas, (4,5,6) ser impossível.

#### 4.3.1 - JOGO “CÍRCULOS CAMALEÕES”

Com base no segundo exercício norteador, foi criado o jogo “Círculos Camaleões”. Trocou-se as figuras dos camaleões por círculos, que mudarão de cor conforme a sugestão do Problema 2 descrito em 2.1.2 .



Figura 3: Tela inicial do jogo "Círculos Camaleões"

### Apresentação:

Dividido em três níveis, o jogo consiste de tabuleiros com 5 peças (Nível 1), 7 peças (Nível 2) ou 15 peças (Nível 3) que são distribuídas aleatoriamente entre os três tipos de círculos existentes: azul, laranja e rosa.

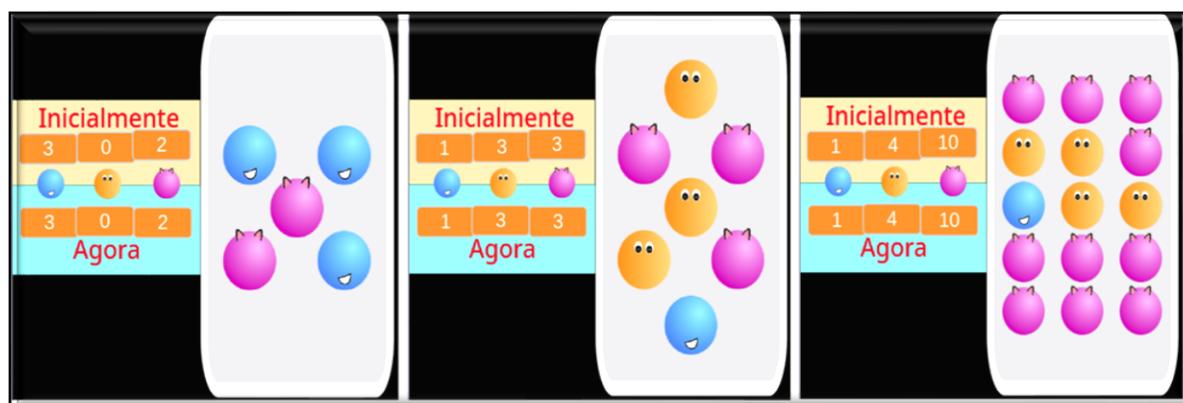


Figura 4: Colagem de telas iniciais de cada nível do jogo "Círculos Camaleões"

### Regra:

Clicar em dois representantes de cores diferentes para que ambos troquem para a terceira cor.

### Objetivo:

Chegar quando possível a um tabuleiro "monocromático" (todos os círculos de uma mesma cor) ou identificar esta impossibilidade.

Em cada tabuleiro proposto nos níveis 1 e 2, o jogador deverá transformar todos os círculos para uma mesma cor com a menor quantidade de cliques, segundo a regra de mudança de cor estabelecida. Para que esteja diante de várias situações diferentes, em cada um desses níveis o jogador será desafiado três vezes.

Nesses dois primeiros níveis, qualquer distribuição apresentada terá solução. De fato, seja o terno  $(a, l, r)$  com  $a, l, r \in \mathbb{N} \cup \{0\}$  formado pelas quantidades visíveis de círculos azuis, laranjas e rosas, respectivamente, a qualquer momento durante uma partida.

Em um tabuleiro do Nível 1 tem-se, necessariamente, que  $a + l + r = 5$ . Logo:

1. Se um dos valores for igual a '5' os outros dois necessariamente serão iguais a '0'. O tabuleiro estará 'monocromático', e portanto, resolvido! Descrevem essas situações os ternos  $(5,0,0)$ ,  $(0,5,0)$  e  $(0,0,5)$ .
2. Se um dos valores for igual a '4' (por exemplo,  $a = 4$ ), os outros valores serão '1' e '0'. Consideremos  $l = 1$  e  $r = 0$ . Daí:

$$(4,1,0) \Rightarrow (3,0,2) \Rightarrow (2,2,1) \Rightarrow (1,1,3) \Rightarrow (0,0,5)$$

indica uma sequência de transformações que deixarão o tabuleiro 'monocromático', neste caso, rosa.

3. Se a maior quantidade for '3', (por exemplo,  $a = 3$ ) pode ocorrer:
  - a.  $l = 2$  e  $r = 0$ . Daí:

$$(3,2,0) \Rightarrow (2,1,2) \Rightarrow (1,3,1) \Rightarrow (0,5,0)$$

indica uma sequência de transformações que deixarão o tabuleiro 'monocromático', neste caso, laranja.

b.  $l = 1$  e  $r = 1$ . Daí:

$$(3,1,1) \Rightarrow (5,0,0)$$

indica uma sequência de transformações que deixarão o tabuleiro 'monocromático', neste caso, azul.

4. Se a maior quantidade for '2', (por exemplo,  $a = 2$ ) os outros valores serão '2' e '1'. Consideremos  $l = 2$  e  $r = 1$ . Daí:

$$(2,2,1) \Rightarrow (1,1,3) \Rightarrow (0,0,5)$$

indica uma sequência de transformações que deixarão o tabuleiro 'monocromático', neste caso, rosa.

O mesmo raciocínio se aplica em todos os casos anteriores para quaisquer permutações do terno inicial, bastando replicá-las aos termos seguintes.

Em um tabuleiro do Nível 2 tem-se, necessariamente, que  $a + l + r = 7$ .

Logo:

1. Se um dos valores for igual a '7' os outros dois necessariamente serão iguais a '0'. O tabuleiro já estará 'monocromático', e portanto, resolvido! Descrevem essas situações os ternos  $(7,0,0)$ ,  $(0,7,0)$  e  $(0,0,7)$ .
2. Quando a maior quantidade é '6' os outros valores serão '1' e '0'. Consideremos, por exemplo,  $a = 6$ ,  $l = 2$  e  $r = 1$ . Daí:

$$(6,1,0) \Rightarrow (5,0,2) \Rightarrow (4,2,1) \Rightarrow (3,1,3) \Rightarrow (2,3,2) \Rightarrow (1,5,1) \Rightarrow (0,7,0)$$

que é um tabuleiro ‘monocromático’ em laranja. Cabe observar que nesta sequência descrita acima, estão contidas aquelas cuja maior quantidade é ‘5’. A saber:

$$(5,0,2) \Rightarrow (4,2,1) \Rightarrow (3,1,3) \Rightarrow (2,3,2) \Rightarrow (1,5,1) \Rightarrow (0,7,0)$$

e

$$(1,5,1) \Rightarrow (0,7,0)$$

Encontram-se também contidas aquelas cuja maior quantidade é ‘3’. A saber:

$$(3,1,3) \Rightarrow (2,3,2) \Rightarrow (1,5,1) \Rightarrow (0,7,0)$$

e

$$(2,3,2) \Rightarrow (1,5,1) \Rightarrow (0,7,0)$$

Ainda está contida uma das sequências cuja maior quantidade é ‘4’. A saber:

$$(4,2,1) \Rightarrow (3,1,3) \Rightarrow (2,3,2) \Rightarrow (1,5,1) \Rightarrow (0,7,0)$$

3. Finalmente, no caso de (4,3,0) pode-se fazer:

$$(4,3,0) \Rightarrow (3,2,2) \Rightarrow (5,1,1) \Rightarrow (7,0,0)$$

que é um tabuleiro ‘monocromático’ em azul.

O mesmo raciocínio se aplica em todos os casos anteriores para quaisquer permutações do terno inicial, bastando replicá-las aos termos seguintes.

Ao término do Nível 2 o jogador terá resolvido seis tabuleiros do jogo “Círculos Camaleões” e, provavelmente, observado que as mudanças de cores ocorrerão quando dois círculos de cores diferentes forem clicados (*que é a regra do jogo*), o que diminuirá uma unidade visível de cada uma dessas cores e aumentará duas unidades visíveis na terceira cor, que um tabuleiro estará “resolvido” quando for ‘monocromático’, e que, para atingir tal situação, em algum momento duas das

cores deverão ter a mesma quantidade de círculos visíveis e a partir daí, basta clicar alternadamente em círculos dessas cores.

Antes de iniciar o Nível 3, o jogador será avisado que a partir daí estará disponível um botão que deverá ser apertado quando ele achar que o tabuleiro proposto “não tem solução”, ou seja, é impossível de torná-lo monocromático.

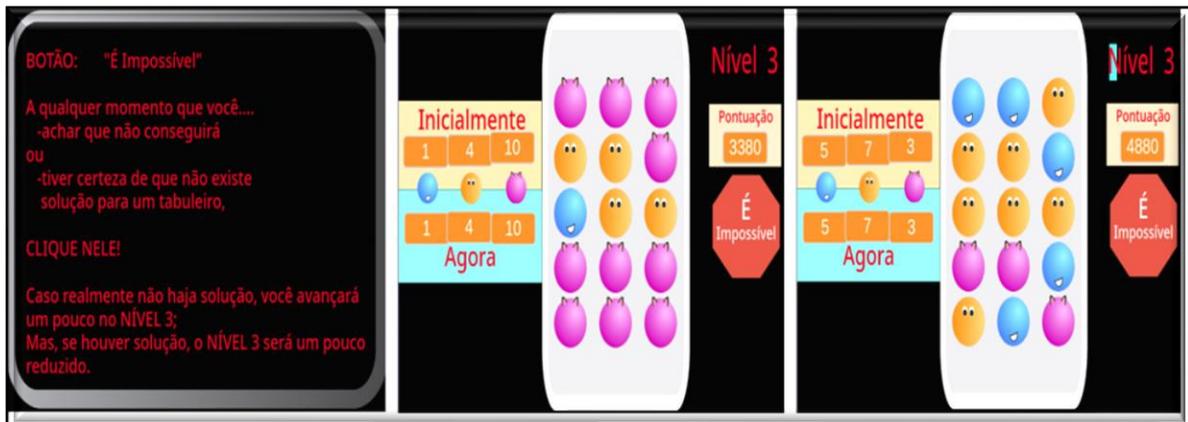


Figura 5: Colagem com chamada para o botão “É impossível” e seu aparecimento

Quanto antes apertar esse botão, em caso de acerto, maior será a pontuação acrescida. Contudo, a pontuação será diminuída caso o jogador aperte o botão em um tabuleiro que tenha solução.

A partir desse 3º nível o jogo traz esses desafios:

- Em algum momento, perceber se a distribuição de círculos coloridos do tabuleiro tem ou não possibilidade de tornar-se ‘monocromática’.
- Caso julgue que sim, deve fazer as iterações que levem à resolução;
- Caso julgue que não, deve apertar o botão de “É Impossível”.

Neste caso...:

- Se a decisão foi acertada, ganha pontos e evolui dentro do nível;
- Se a decisão for errada, perde pontos e recua dentro do nível.

A seguir, apresento como saber se um tabuleiro não tem solução.

O terno ordenado  $(a, l, r)$  com  $a, l, r \in \mathbb{N} \cup \{0\}$  representa as quantidades visíveis de peças azuis, laranjas e rosas respectivamente, a qualquer momento em um dado tabuleiro. Sem perda de generalidade, consideremos que  $a \geq l \geq r$ . Denotemos as diferenças entre as quantidades de representantes de cada cor por:

$$1) D_{al} = a - l$$

$$2) D_{ar} = a - r$$

$$3) D_{lr} = l - r$$

A seguir, apresentaremos as configurações dos novos totais visíveis após as iterações propostas (desde que, obviamente, haja pelo menos um representante visível para receber um 'clique') denotando-as, respectivamente, por  $D'_{al}$ ,  $D'_{ar}$  e  $D'_{lr}$

**I. clique em 'azul e laranja'  $\Rightarrow (a - 1, l - 1, r + 2)$**

$$4) D'_{al} = a - 1 - (l - 1) = a - l = D_{al}$$

$$5) D'_{ar} = a - 1 - (r + 2) = a - r - 3 = D_{ar} - 3$$

$$6) D'_{lr} = l - 1 - (r + 2) = l - r - 3 = D_{lr} - 3$$

**II. clique em 'azul e rosa'  $\Rightarrow (a - 1, l + 2, r - 1)$**

$$7) D'_{al} = a - 1 - (l + 2) = a - l - 3 = D_{al} - 3$$

$$8) D'_{ar} = a - 1 - (r - 1) = a - r = D_{ar}$$

$$9) D'_{lr} = l + 2 - (r - 1) = l - r + 3 = D_{lr} + 3$$

**III. clique em 'laranja e rosa'  $\Rightarrow (a + 2, l - 1, r - 1)$**

$$10) D'_{al} = a + 2 - (l - 1) = a - l + 3 = D_{al} + 3$$

$$11) D'_{ar} = a + 2 - (r - 1) = a - r + 3 = D_{ar} + 3$$

$$12) D'_{lr} = l - 1 - (r - 1) = l - r = D_{lr}$$

As equações **1) e 4)**, **2) e 8)** e **3) e 12)** mostram que as cores que tiveram representantes clicados mantiveram a diferença quando essa é calculada entre seus novos totais visíveis. Além disso, a diferença entre o novo total visível de uma cor que teve representante clicado e o novo total visível da terceira cor ou diminuiu

em 3 unidades ( veja **2) e 5)** , **3) e 6)** e **1) e 7)** ) ou aumentou em 3 unidades ( veja **3) e 9)** , **1) e 10)** e **2) e 11)** ). Ora, a partir dessas observações será interessante, então, considerar as quantidades visíveis de elementos de cada cor conforme sejam os seus “restos na divisão euclidiana por 3”. Do estudo dessa teoria, a ‘congruência módulo  $m$ ’, sabemos que, dado um número inteiro “ $n$ ”, se a ele adicionarmos ‘ $-3$ ’ ou ‘ $0$ ’ ou ‘ $3$ ’ os números respectivamente obtidos, “ $n - 3$ ”, “ $n$ ” e “ $n + 3$ ” pertencerão à mesma classe de ‘congruência módulo 3’ a que pertence  $n$ . Dessa forma, podemos concluir que as ‘congruências módulo 3’ das diferenças entre cada uma das quantidades de círculos permanecerão inalteradas após qualquer iteração feita no tabuleiro. Temos aí o invariante desse jogo.

Como vimos acima, nos dois primeiros níveis do jogo serão apresentados tabuleiros que sempre terão solução. Isso acontece porque todas as soluções em  $\mathbb{N} \cup \{0\}$  das equações  $a + l + r = 5$  (do nível 1) e  $a + l + r = 7$  (do nível 2) sempre apresentarão dois valores que têm a mesma congruência módulo 3, ou seja, deixam o mesmo resto na divisão euclidiana por 3. Se esses valores já forem iguais, basta o jogador clicar alternadamente em representantes visíveis dessas cores para que, a cada iteração, diminuam as quantidades em uma unidade até fazer com que desapareçam todos os seus representantes da tela. Se os valores não forem iguais, o jogador deverá clicar em um representante da terceira cor e em outro que seja representante da cor com mais elementos visíveis dentre os de mesma congruência. Dessa maneira, a diferença entre as quantidades de mesma congruência será reduzida em 3 unidades. Basta repetir esse procedimento até que obtenha valores iguais para as duas cores de mesma congruência.

Diante de um tabuleiro do nível 3, a qualquer momento o terno ordenado  $(a, l, r)$  com  $a, l, r \in \mathbb{N} \cup \{0\}$  que representa as quantidades visíveis de peças azuis, laranjas e rosas, respectivamente, irá satisfazer a equação  $a + l + r = 15$  e, dentre as soluções existentes, há algumas nas quais os valores de  $a$ , de  $l$  e de  $r$  pertencem cada um a uma classe distinta de ‘congruência módulo 3’. Quando uma dessas situações ocorrer, o tabuleiro não poderá ser transformado em ‘monocromático’. De fato, sem perda de generalidade consideremos que:

$$a = 3.x, \quad \text{com } x \in \mathbb{N} \cup \{0\}$$

$$l = 3.y + 1, \quad \text{com } y \in \mathbb{N} \cup \{0\}$$

$$r = 3.z + 2, \quad \text{com } z \in \mathbb{N} \cup \{0\}$$

A equação  $a + l + r = 15$  sob as condições acima ficará:

$$3.x + 3.y + 1 + 3.z + 2 = 15$$

$$3.(x + y + z) + 3 = 15$$

$$x + y + z = 4$$

que, em  $\mathbb{N} \cup \{0\}$ , apresenta 15 soluções. Calculando as diferenças entre as quantidades de representantes de cada cor temos:

$$13) D_{al} = a - l = 3.x - (3.y + 1) = 3.(x - y) - 1 \quad \therefore D_{al} \equiv 2(\text{mod } 3)$$

$$14) D_{ar} = a - r = 3.x - (3.z + 2) = 3.(x - z) - 2 \quad \therefore D_{ar} \equiv 1(\text{mod } 3)$$

$$15) D_{lr} = l - r = 3.y + 1 - (3.z + 2) = 3.(y - z) - 1 \quad \therefore D_{lr} \equiv 2(\text{mod } 3)$$

A seguir, observemos as configurações dos novos totais visíveis após as iterações propostas (desde que, obviamente, haja pelo menos um representante visível para receber um 'clique') e, denotando por  $D'_{al}$ ,  $D'_{ar}$  e  $D'_{lr}$  as diferenças entre os novos totais visíveis, teremos:

**IV. clique em 'azul e laranja'**  $\Rightarrow (3x - 1; 3y; 3(z + 1) + 1)$

$$16) D'_{al} = 3x - 1 - (3y) = 3.(x - y) - 1 \quad \therefore D'_{al} \equiv 2(\text{mod } 3)$$

$$17) D'_{ar} = 3x - 1 - (3(z + 1) + 1) = 3.(x - z - 1) - 2 \quad \therefore D'_{ar} \equiv 1(\text{mod } 3)$$

$$18) D'_{lr} = 3y - (3(z + 1) + 1) = 3.(y - z - 1) - 1 \quad \therefore D'_{lr} \equiv 2(\text{mod } 3)$$

**V. clique em 'azul e rosa'**  $\Rightarrow (3x - 1; 3(y + 1); 3z + 1)$

$$19) D'_{al} = 3x - 1 - (3(y + 1)) = 3.(x - y - 1) - 1 \quad \therefore D'_{al} \equiv 2(\text{mod } 3)$$

$$20) D'_{ar} = 3x - 1 - (3z + 1) = 3.(x - z) - 2 \quad \therefore D'_{ar} \equiv 1(\text{mod } 3)$$

$$21) D'_{lr} = 3(y + 1) - (3z + 1) = 3.(y - z) + 2 \quad \therefore D'_{lr} \equiv 2(\text{mod } 3)$$

**VI. clique em ‘laranja e rosa’**  $\Rightarrow (3x + 2; 3y; 3z + 1)$

$$22) D'_{al} = 3x + 2 - (3y) = 3 \cdot (x - y) + 2 \quad \therefore D'_{al} \equiv 2(\text{mod } 3)$$

$$23) D'_{ar} = 3x + 2 - (3z + 1) = 3 \cdot (x - z) + 1 \quad \therefore D'_{ar} \equiv 1(\text{mod } 3)$$

$$24) D'_{lr} = 3y - (3z + 1) = 3 \cdot (y - z) - 1 \quad \therefore D'_{lr} \equiv 2(\text{mod } 3)$$

Com o que é visto em **IV e 16)** , em **V e 19)** e também **VI e 22)** conclui-se que, qualquer que seja a iteração feita em um tabuleiro no qual cada uma das quantidades visíveis pertença a uma das três ‘congruências módulo 3’, é invariante a classe das diferenças, pois  $D_{al} \equiv D'_{al} \equiv 2(\text{mod } 3)$  .

Analogamente, **IV e 17)** , **V e 20)** e **VI e 23)** mostram  $D_{ar} \equiv D'_{ar} \equiv 1(\text{mod } 3)$  e **IV e 18)** , **V e 21)** e **VI e 24)** mostram  $D_{lr} \equiv D'_{lr} \equiv 2(\text{mod } 3)$ .

Quando um tabuleiro está ‘monocromático’, todas as diferenças entre as quantidades pertencem à classe de congruência ‘ $0(\text{mod } 3)$ ’, pois ele estará representado pelo terno ordenado  $(15,0,0)$  ou por  $(0,15,0)$  ou ainda por  $(0,0,15)$ , donde  $D_{al} \equiv D_{ar} \equiv D_{lr} \equiv 0(\text{mod } 3)$ .

Portanto, é impossível tornar ‘monocromático’ qualquer tabuleiro no qual as quantidades visíveis sejam valores que pertençam, cada um, a uma das três classes de ‘congruência módulo 3’.

Entende-se que o conteúdo das congruências modulares terá sido assimilado conforme, por repetidas vezes, o jogador tenha optado acertadamente pelo botão “É Impossível”.

Nesse jogo tem-se implícitos temas como:

- divisão euclidiana ;
- divisibilidade por 3 ;
- congruência módulo 3 .

Todos esses temas são citados como habilidades matemáticas desejáveis, na BNCC (BNCC, 2018, p. 301).

#### 4.4 - Terceiro Exercício Norteador

A terceira proposta de jogo com invariante numérico escolhida para fazer uma versão digital pode ser encontrada em VANDERVELDE (2018, p. 228), lá apresentada como um problema:

##### “5. A fuga dos Clones

Essa é uma versão de um famoso quebra-cabeça originalmente atribuído a Maksim Kontsevich, e que apareceu no *Tournament of the Towns* e no jornal russo *Kvant* em 1981. A sua solução vai requerer a criação de invariantes com *séries infinitas*.

**5.1. A montagem do jogo.** Considere o primeiro quadrante do plano cartesiano dividido em quadrados unitários por retas horizontais e verticais, as quais passam pelos inteiros positivos dos eixos. Posicione 3 pontos (*clones*) formando um L-triminó no canto inferior esquerdo e desenhe uma “cerca de arame farpado” envolvendo os pontos e seus respectivos 3 quadrados.

**5.2. As regras do jogo.** A cada passo você pode apagar um ponto e substituí-lo por duas cópias em quadrados adjacentes, um diretamente acima e o outro diretamente à direita, contanto que esses quadrados estejam atualmente desocupados. Em outras palavras, quando um clone desaparece, dois outros clones brotam acima e à sua direita. Note que esse é um jogo do tipo de Pisadas:

- cujo tabuleiro infinito é todo o primeiro quadrante, e
- cuja “pegada” é um L-triminó, que pode ser posicionado somente na orientação padrão da letra L do alfabeto latino, e de tal forma que somente o quadrado na quina do L cobre o clone, enquanto os outros dois quadrados do L caem em um lugar sem clones.

##### 5.3. Liberdade para os clones!

**Problema 14 (Avançado).** Prove que é impossível libertar todos os clones da prisão. ”

Conforme sugerido no início do enunciado problema, para a compreensão dessa proposta de jogo (*ou desafio, pois ao final pede-se para provar que é impossível uma solução*) se fará necessária uma correspondência numérica entre as posições do plano cartesiano usado como “tabuleiro” e algumas séries numéricas infinitas e convergentes.

Inicialmente, identifiquemos os quadrados do primeiro quadrante do plano cartesiano a partir de **colunas**  $'c_1 = 1', 'c_2 = 2', 'c_3 = 3', 'c_4 = 4', \dots$  e **linhas**  $'l_1 = 1', 'l_2 = 2', 'l_3 = 3', 'l_4 = 4', \dots$ . Dessa forma, cada quadrado será representado por um par ordenado  $Q_{x,y} = (c_x, l_y)$ , com  $x, y \in \mathbb{N}$ . O quadrado  $Q_{1,1} = (c_1, l_1)$  será tomado como referência inicial. De maneira até intuitiva, associemos ao quadrado

$Q_{1,1} = (c_1, l_1)$  o valor inteiro **1**. Ora, a simples observância da regra do jogo nos leva a intuir que os quadrados  $Q_{1,2} = (c_1, l_2)$  e  $Q_{2,1} = (c_2, l_1)$  devam ser associados ao valor  $1/2$ . Consequentemente, teremos  $Q_{1,3} = (c_1, l_3)$ ,  $Q_{2,2} = (c_2, l_2)$  e  $Q_{3,1} = (c_3, l_1)$  associadas a  $1/4$ . Mais precisamente, o valor  $V((c_x, l_y))$  de um quadrado é dado pela função:

$$V((c_x, l_y)) = \frac{1}{2^{x+y-2}} \quad \text{com } x, y \in \mathbb{N}$$

A Figura 14 a seguir, mostra parte do tabuleiro com a valoração corresponde à função  $V((c_x, l_y))$  definida acima:

....											
....	....										
....	....	....									
....	....	....	....								
1/256	....	....	....	....							
1/128	1/256	....	....	....	....						
1/64	1/128	1/256	....	....	....	....					
1/32	1/64	1/128	1/256	....	....	....	....				
1/16	1/32	1/64	1/128	1/256	....	....	....	....			
1/8	1/16	1/32	1/64	1/128	1/256	....	....	....	....		
1/4	1/8	1/16	1/32	1/64	1/128	1/256	....	....	....	....	
1/2	1/4	1/8	1/16	1/32	1/64	1/128	1/256	....	....	....	....
1	1/2	1/4	1/8	1/16	1/32	1/64	1/128	1/256	....	....	....

Figura 6: Valores associados a cada quadrado do tabuleiro de jogo

Sendo assim, um clone que ocupe o quadrado  $Q_{m,n} = (c_m, l_n)$  do plano cartesiano assumirá o seu valor  $V((c_m, l_n))$ . Cabe ressaltar que tal estrutura satisfaz plenamente a regra e justificará o objetivo do jogo.

**Vejamos:**

Seja  $Q_{m,n} = (c_m, l_n)$  um quadrado qualquer do plano cartesiano. Os quadrados adjacentes a ele, acima e à direita, serão respectivamente  $Q_{m,n+1} = (c_m, l_{n+1})$  e  $Q_{m+1,n} = (c_{m+1}, l_n)$ .

A função  $V((c_x, l_y))$  apresentada acima, valora tais células com:

$$I) \quad V((c_m, l_n)) = \frac{1}{2^{m+n-2}}$$

$$II) \quad V((c_m, l_{n+1})) = \frac{1}{2^{m+(n+1)-2}}$$

$$III) \quad V((c_{m+1}, l_n)) = \frac{1}{2^{(m+1)+n-2}}$$

Ora, fazendo  $II) + III)$  teremos:

$$\begin{aligned} V((c_m, l_{n+1})) + V((c_{m+1}, l_n)) &= \frac{1}{2^{m+(n+1)-2}} + \frac{1}{2^{(m+1)+n-2}} \\ &= \frac{1}{2^{m+n-1}} + \frac{1}{2^{m+n-1}} \\ &= \frac{2}{2^{m+n-1}} \\ &= \frac{1}{2^{m+n-1} \cdot 2^{-1}} \\ &= \frac{1}{2^{m+n-2}} \\ &= V((c_m, l_n)) \end{aligned}$$

O enunciado determina que se posicione 3 pontos (*clones*) formando um L-triminó no canto inferior esquerdo do plano cartesiano e que se desenhe uma “cerca de arame farpado” envolvendo os pontos e seus respectivos 3 quadrados. A Figura 7 a seguir mostra a situação proposta e, a Figura 8, a valoração de cada clone segundo a função  $V((c_m, l_n))$  já descrita:

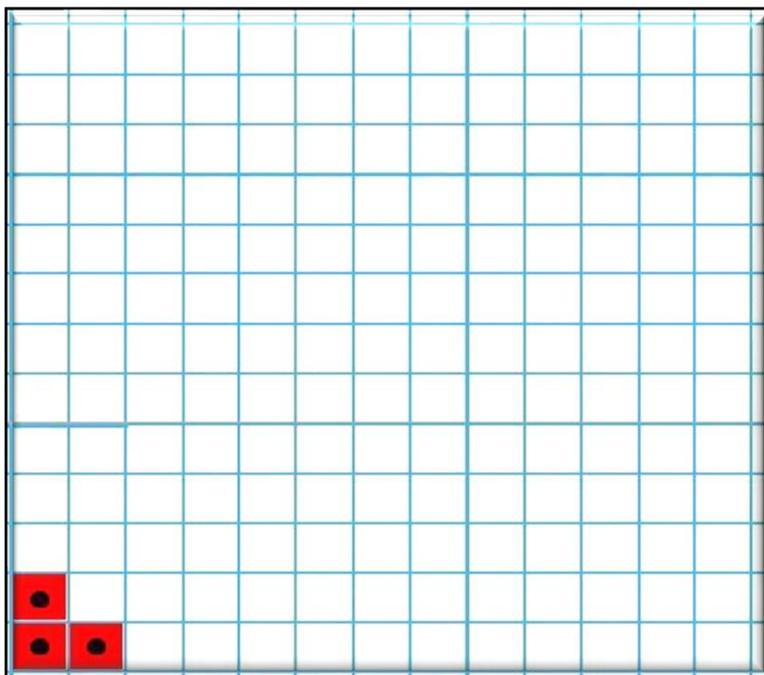


Figura 7: Distribuição de 'clones' na prisão

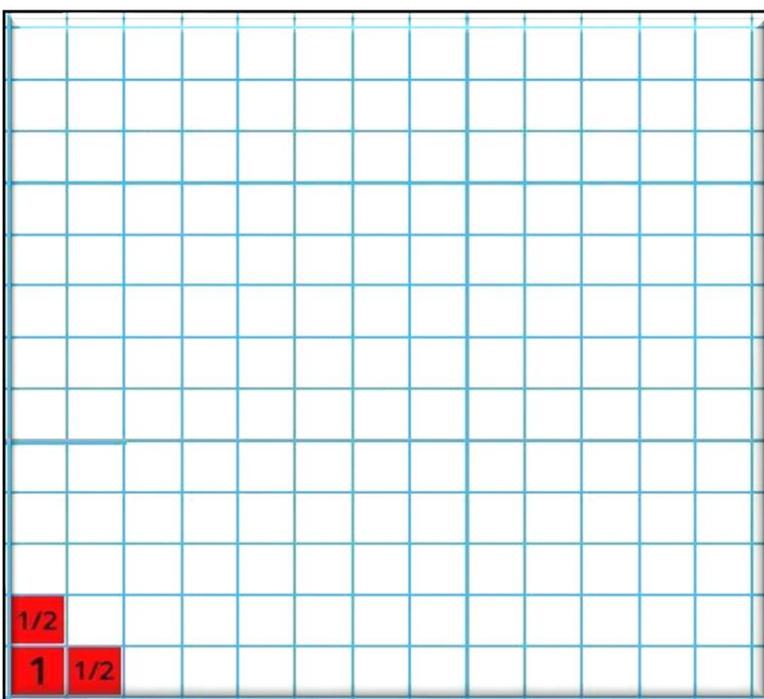


Figura 8: Numeração dos 'clones' na prisão

O desafio é provar que, seguindo as regras estabelecidas, é impossível libertar todos esses pontos (*clones*) da prisão, representada pela área vermelha do plano cartesiano acima.

**Vejamos:**

Os “clones” apresentados inicialmente na área **PRISÃO** ocupam quadrados cuja soma é igual a “2”.

Observemos qual o valor máximo que *poderia ser obtido* na área **EXTERNA** à prisão, caso ‘*todos*’ os quadrados dessa área pudessem ser ocupados por “clones”. Para isso, devemos usar o cálculo do limite da soma de uma PG convergente:

$$S_n = a_1 \cdot \frac{(1 - q^n)}{1 - q} \quad \text{onde } n \in \mathbb{N} \text{ e } q \in \mathbb{R} \text{ é a razão da PG}$$

Considerando  $S_x$  o limite da soma dos infinitos valores associados à coluna  $c_x$  do plano cartesiano, tem-se:

$$\begin{aligned} S_1 &= 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \dots = 2 \\ S_2 &= \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \dots = 1 \\ S_3 &= \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \frac{1}{32} \dots = \frac{1}{2} \\ S_4 &= \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \frac{1}{32} + \frac{1}{64} \dots = \frac{1}{4} \\ &\vdots \quad \vdots \quad \quad \quad \vdots \quad \vdots \\ &\vdots \quad \vdots \quad \quad \quad \vdots \quad \vdots \\ &\vdots \quad \vdots \quad \quad \quad \vdots \quad \vdots \end{aligned}$$

Dessa forma, o **limite da soma** dos valores associados aos quadrados do plano será:

$$\begin{aligned} T &= S_1 + S_2 + S_3 + S_4 + \dots \\ T &= 2 + 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} \dots \\ T &= 4 \end{aligned}$$

Caberá à área **EXTERNA** a diferença entre o limite  $T$  calculado acima, e a área **PRISÃO**. Logo:

$$\begin{aligned} S_{\text{externa}} &= T - 2 = 4 - 2 \\ S_{\text{externa}} &= 2 \end{aligned}$$

Ora... este é o **valor limite** para a área **EXTERNA**, ou seja, **2** é um valor que nunca será atingido pela soma dos valores de seus quadrados.

Como o objetivo do jogo é transferir a soma dos valores iniciais da área **PRISÃO** (*que é igual a 2*) para a área **EXTERNA** (*que sempre será menor que 2*), conclui-se ser **impossível a “liberdade para os clones”** nesse jogo.

Como o desafio do jogo é provar a impossibilidade de se transferir os clones da prisão para a área externa, tem-se como justificativa para isso o fato de os clones ocuparem quadrados cuja soma é igual a **2** e esse valor permanecerá constante (**é o invariante**) após quaisquer movimentos executados durante o jogo. Ora, tendo a área externa quadrados infinitos cuja soma será sempre menor do que **2**, essa transferência é impossível!

Decidiu-se por criar dois jogos baseados no enunciado:

- “Liberte os Cristais”
- “Liberte os Cristais - DESAFIO”

#### 4.4.1 - JOGO “Liberte os Cristais”

No jogo “Liberte os Cristais”, ao invés dos pontos (*clones*) descritos no problema original, optou-se por *cristais* que serão fragmentados ao meio quando clicados, desde que as células adjacentes acima e à direita estejam livres, ocupando-as.



Figura 9: Tela de abertura do jogo "Liberte os Cristais"

### **Apresentação:**

Dividido em cinco níveis, o jogo consiste de tabuleiros divididos em duas áreas: a **PRISÃO** e a **EXTERNA**.

### **Regra:**

Clicar em um cristal do tabuleiro que, caso estejam vazias as casas adjacentes a ele imediatamente acima e também à direita, será fragmentado em dois pedaços iguais que ocuparão essas respectivas casas.

### **Objetivo:**

Espalhar o cristal (ou os cristais, quando for o caso) inicialmente dentro da área **PRISÃO** (de cor salmão) em fragmentos que ocupem casas da área **EXTERNA** (de cor branca) até que a primeira esteja completamente sem fragmentos de cristal.

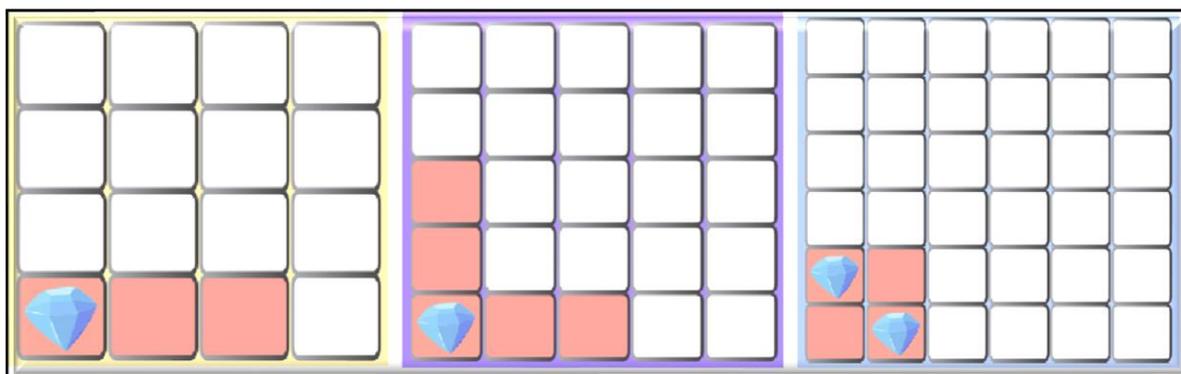


Figura 10: Colagem com telas iniciais de cada nível do jogo "Liberte os Cristais"

Nos três primeiros níveis (*imagens acima*) os tabuleiros são finitos ( $4 \times 4$ ,  $5 \times 5$  e  $6 \times 6$  respectivamente) e o objetivo do jogo sempre será possível de ser atingido, como mostram as sequências de imagens a seguir:

#### Exemplo de solução para o nível 1:



Figura 11: Colagem com uma sequência para resolução do nível 1

#### Exemplo de solução para o nível 2:

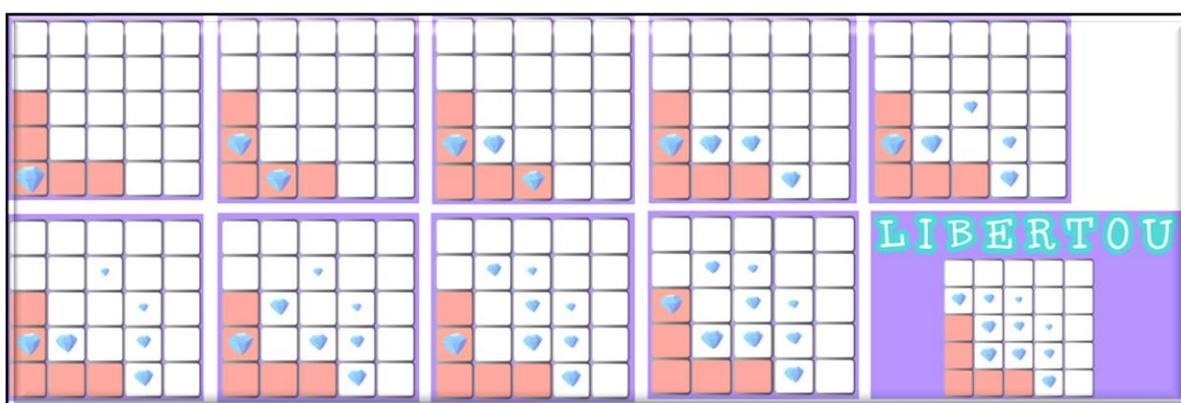


Figura 12: Colagem com uma sequência para resolução do nível 2

### Exemplo de solução para o nível 3:

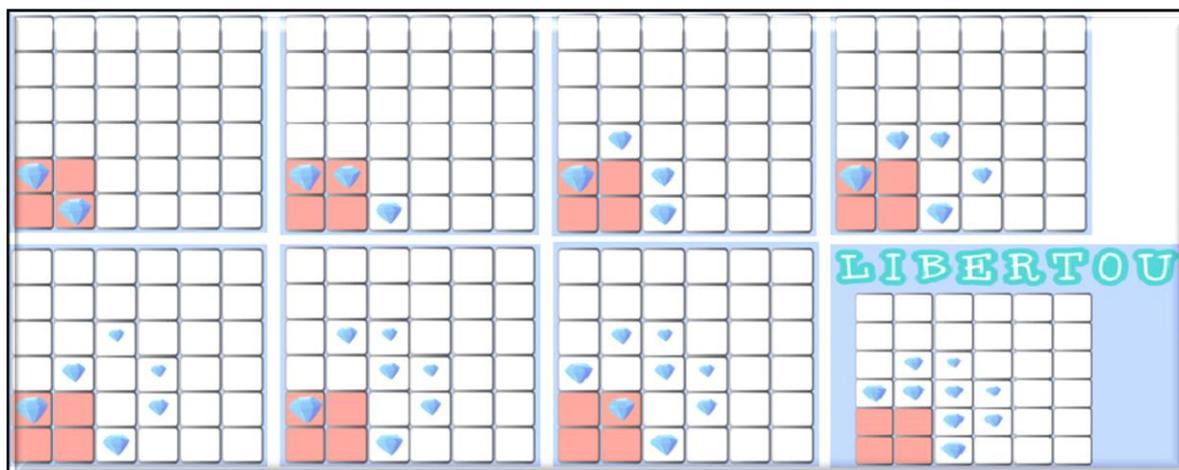


Figura 13: Colagem com uma sequência para resolução do nível 3

A sequência de tabuleiros proposta ao jogador trará níveis crescentes de dificuldade, ao menos no que se refere à quantidade de cliques necessária para chegar a uma solução.

Nenhum dos níveis apresentados corresponde exatamente ao problema atribuído a Maksim Kontsevich descrito no início do capítulo 2.1.3 desta dissertação. Isso se deve ao fato de querer buscar-se uma preparação gradual do jogador às regras e à jogabilidade e também embasar o raciocínio para a formulação da justificativa da impossibilidade de solução do próximo tabuleiro.

#### 4.4.2 - Nível “Só Feras”

Após a realização dos três primeiros níveis, o último tabuleiro apresentado é chamado de “Só FERAS”:



Figura 14: Liberte os Cristais - nível ‘Só Feras’

Neste nível, ao lado direito do tabuleiro, aparecerá um botão que, sempre que for apertado, reiniciará o tabuleiro. Essa funcionalidade é essencial pois, o tabuleiro proposto é impossível de ser resolvido, fato que será revelado ao jogador após a terceira tentativa de reinicialização.

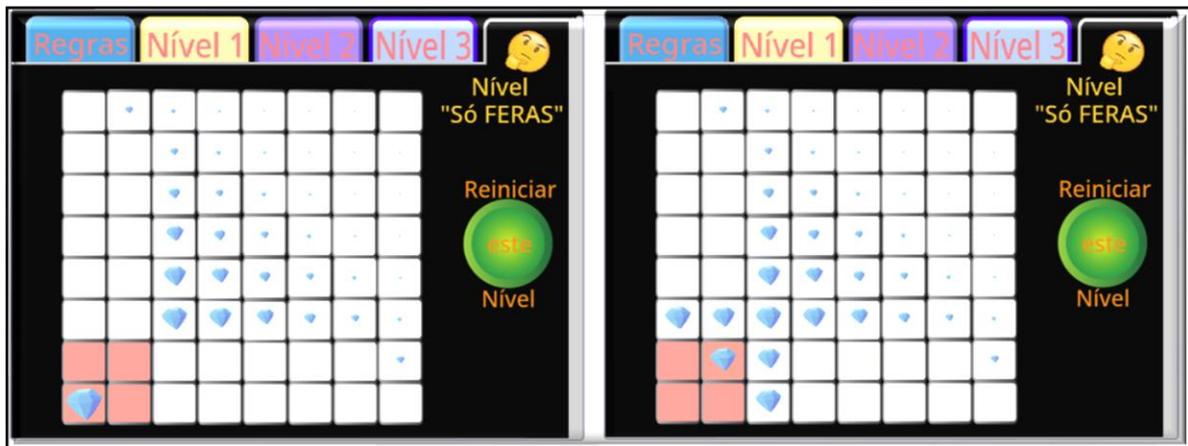


Figura 15: Colagem com tentativas de solução para o nível 'Só Feras'

A justificativa para a impossibilidade de resolver o tabuleiro "Só FERAS" é:

- A **regra para divisão de um cristal** agregada ao '**tamanho**' do **tabuleiro** limitam o desenvolvimento do cristal inicialmente posicionado em  $Q_{2,2}$  fazendo com que pelo menos uma dentre as células  $Q_{2,2}$  ,  $Q_{2,3}$  ,  $Q_{3,2}$  ou  $Q_{3,3}$  esteja ocupada, o que bloqueará o desenvolvimento do cristal inicialmente posicionado em  $Q_{1,1}$  .

A intenção final do jogo "Liberte os Cristais" é a busca dessa justificativa por parte do jogador. Trata-se, portanto, de um jogo de observação e raciocínio lógico.

#### 4.4.3 - JOGO "Liberte os Cristais - DESAFIO"

O jogo "Liberte os Cristais - DESAFIO" corresponde exatamente ao problema atribuído a Maksim Kontsevich descrito no início do capítulo 2.1.3 desta dissertação. Manteve-se nesta criação os cristais como 'personagens' a serem clicados e fragmentados, ao invés dos pontos (*clones*) descritos no problema original.



Figura 16: Tela inicial do jogo "Liberte os Cristais – DESAFIO"

O tabuleiro será aumentado gradativamente toda vez que fragmentos de cristais aproximarem-se da sua borda, *sugerindo* ser um tabuleiro infinito.

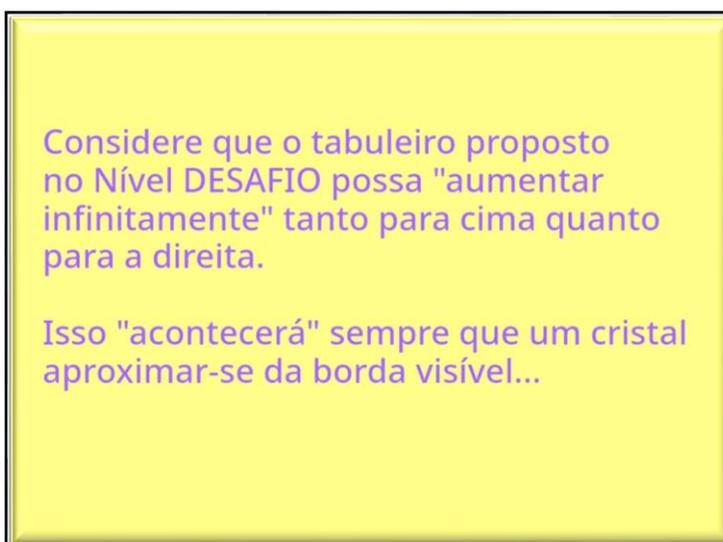


Figura 17: Liberte os Cristais - DESAFIO - aviso

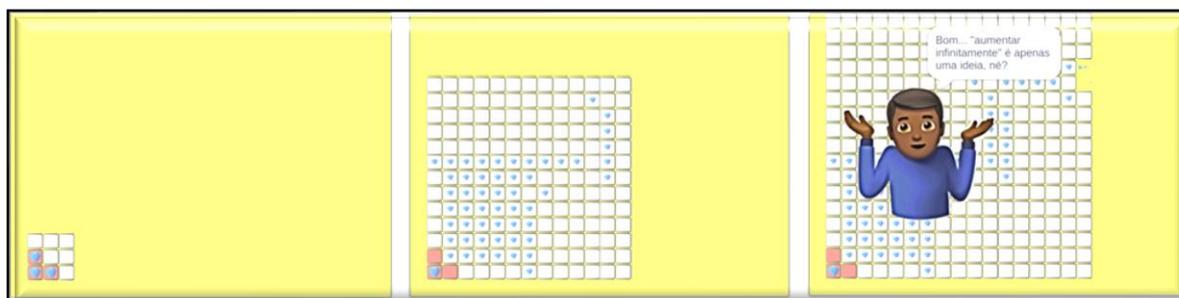


Figura 18: Colagem com telas após alguns aumentos do tabuleiro

Obviamente, após alguns desses aumentos de área serem executados, ao jogador será feita afirmação da impossibilidade de se ‘libertar os cristais’ da **PRISÃO** mesmo que o tabuleiro *pudesse ser expandido infinitamente*. Segue-se, então, a apresentação do raciocínio de correspondência numérica entre cristais e quadrados por eles ocupados.

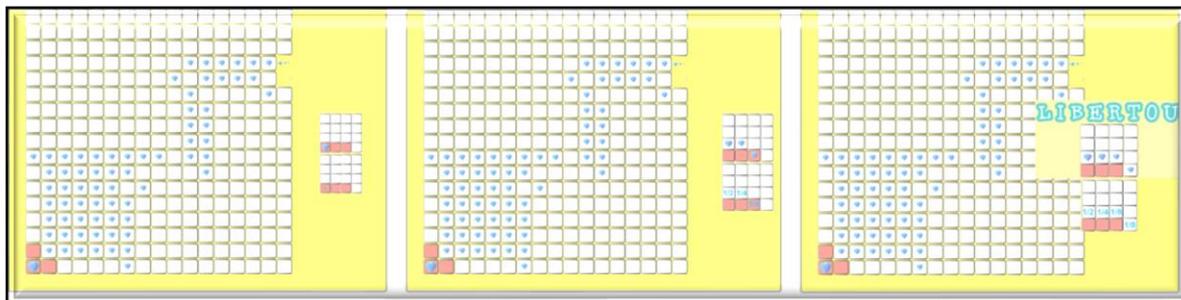


Figura 19: Colagem com telas de explicação de correspondência numérica

Finalmente, será pedida uma justificativa com algum embasamento matemático ao jogador.



Figura 20: Liberte os Cristais - DESAFIO - indicação do formulário

A intenção final do jogo “Liberte os Cristais - DESAFIO” é a busca da justificativa numérica apresentada no transcórre do item 2.1.3 desta dissertação.

O jogo “Liberte os Cristais - DESAFIO” traz implícito conteúdos da matemática fundamental, especialmente:

- Frações (BNCC, 2018, p. 301)
- Potências de 2,

- Progressão Geométrica,
- Limite da soma de PG convergente (BNCC, 2018, p. 541).

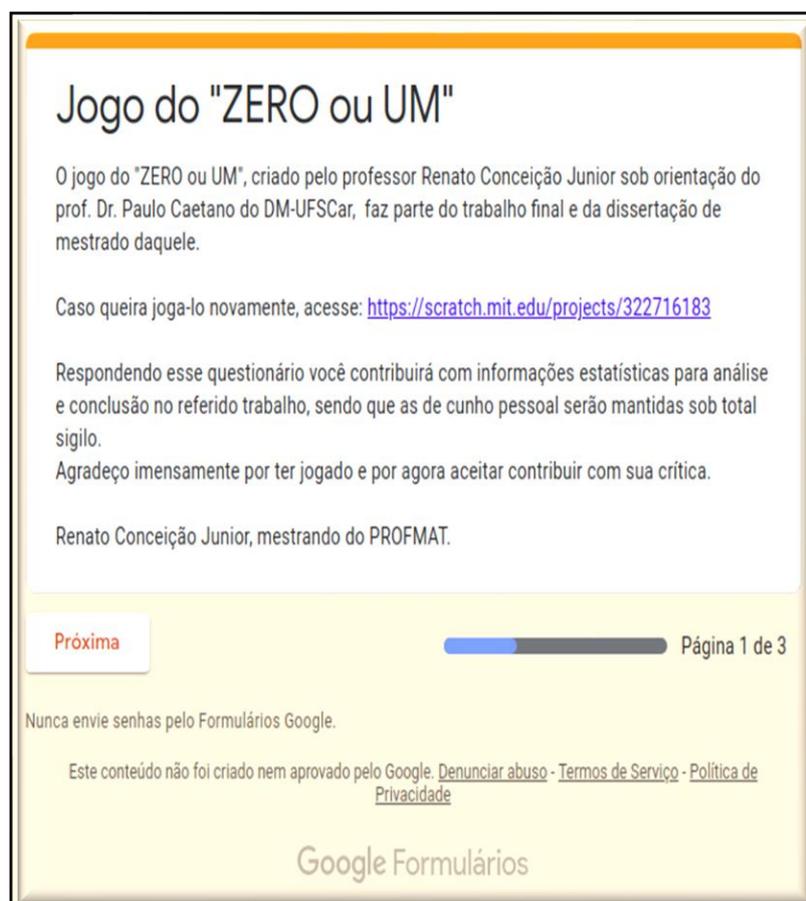
## 5 – PESQUISA ENTRE PROFESSORES

Os jogos criados ficam hospedados em [scratch.mit.edu](http://scratch.mit.edu) e estão disponíveis à toda comunidade do site através do compartilhamento interno e externamente, via criação de *links*.

Após terem jogado ao menos uma vez cada um dos jogos criados para esse trabalho, professores foram incentivados a responder pequenos questionários a respeito de cada um deles, cuja intenção era obter retornos a respeito de conteúdos implícitos, a utilização de jogos no ensino, críticas e sugestões. Esses questionários foram criados com a ferramenta “Google Formulários” e seus links enviados juntamente com os dos jogos.

### 5.1 - QUESTIONÁRIO DO “JOGO DO ZERO OU UM”

Disponível em <https://forms.gle/rxaJXFTgYCzMSByD7>, o questionário consta de 3 sessões. A Figura 21 a seguir, mostra a primeira delas:



**Jogo do "ZERO ou UM"**

O jogo do "ZERO ou UM", criado pelo professor Renato Conceição Junior sob orientação do prof. Dr. Paulo Caetano do DM-UFSCar, faz parte do trabalho final e da dissertação de mestrado daquele.

Caso queira jogá-lo novamente, acesse: <https://scratch.mit.edu/projects/322716183>

Respondendo esse questionário você contribuirá com informações estatísticas para análise e conclusão no referido trabalho, sendo que as de cunho pessoal serão mantidas sob total sigilo.

Agradeço imensamente por ter jogado e por agora aceitar contribuir com sua crítica.

Renato Conceição Junior, mestrando do PROFMAT.

Próxima Página 1 de 3

Nunca envie senhas pelo Formulários Google.

Este conteúdo não foi criado nem aprovado pelo Google. [Denunciar abuso](#) - [Termos de Serviço](#) - [Política de Privacidade](#)

Google Formulários

Figura 21: Questionário do “Jogo do Zero ou Um” - primeira página

As figuras 22 e 23 mostram recortes de telas do referido jogo, uma lista com sugestões de temas matemáticos e questionamento a respeito da estratégia empregada durante as partidas:

## Jogo do "ZERO ou UM"

\*Obrigatório

Sua avaliação

Telas capturadas

0	0	1
0	1	0
1	1	0

Sua escolha

0
1

1	0	1	0
1	1	1	1
0	1	1	0
1	0	0	0

Sua escolha

0
1

Jogadas: +1

acertou: +1

errou: -1

Você é aluno ou professor de matemática? \*

Aluno

Professor

Figura 22: Questionário do "Jogo do Zero ou Um", segunda página – recortes de tela

Na sua opinião, quais dos temas listados abaixo estão presentes no jogo do "ZERO ou UM"? \*

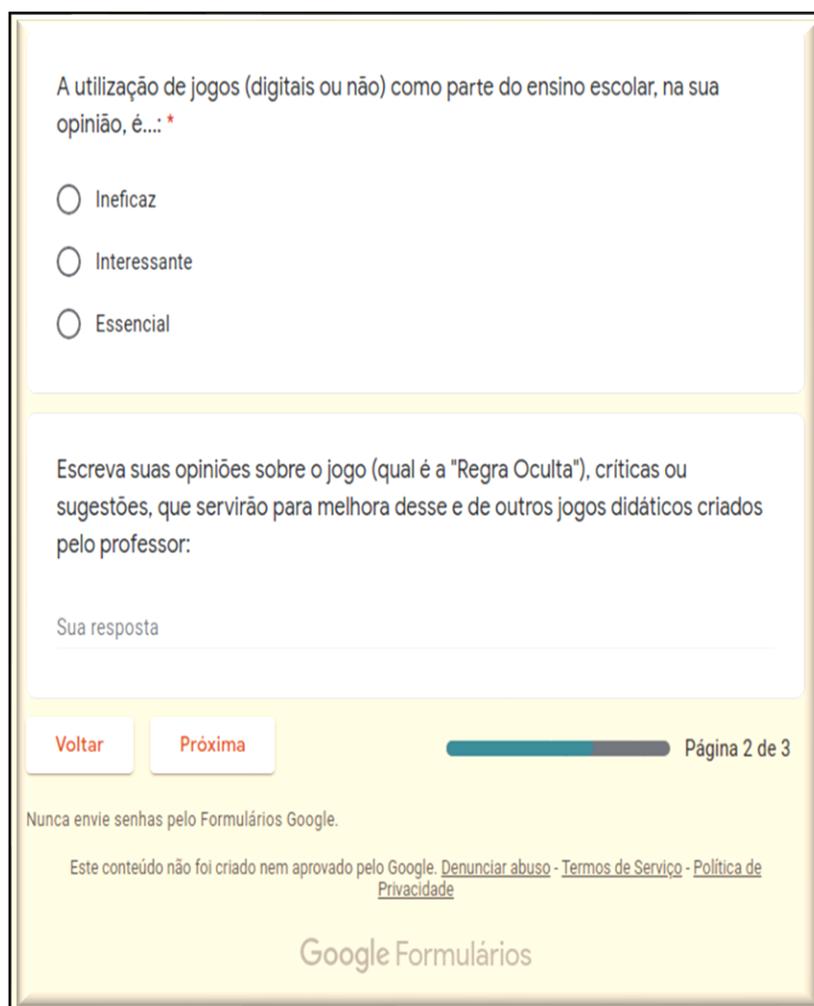
- Números naturais
- Equações
- Sistema binário
- Paridade
- Adição e Subtração
- Outras operações matemáticas básicas
- Lógica
- Invariantes
- Funções
- Geometria
- Outro: \_\_\_\_\_

A respeito de uma estratégia vencedora para o jogo do "ZERO ou UM" você...: \*

- Não conseguiu estabelecer uma estratégia vencedora, dependendo exclusivamente da sorte.
- Tem uma estratégia que ajudou a vencer algumas partidas, mas não todas.
- Sabe como vencer qualquer partida proposta.

Figura 23: Questionário do "Jogo do Zero ou Um", segunda página – Temas e Estratégia

Finalmente, a figura 24 mostra o questionamento a respeito da utilização de jogos como parte da didática no ensino escolar e sobre a “regra oculta” do jogo:



A utilização de jogos (digitais ou não) como parte do ensino escolar, na sua opinião, é...: \*

Ineficaz

Interessante

Essencial

Escreva suas opiniões sobre o jogo (qual é a "Regra Oculta"), críticas ou sugestões, que servirão para melhora desse e de outros jogos didáticos criados pelo professor:

Sua resposta

[Voltar](#) [Próxima](#) Página 2 de 3

Nunca envie senhas pelo Formulários Google.

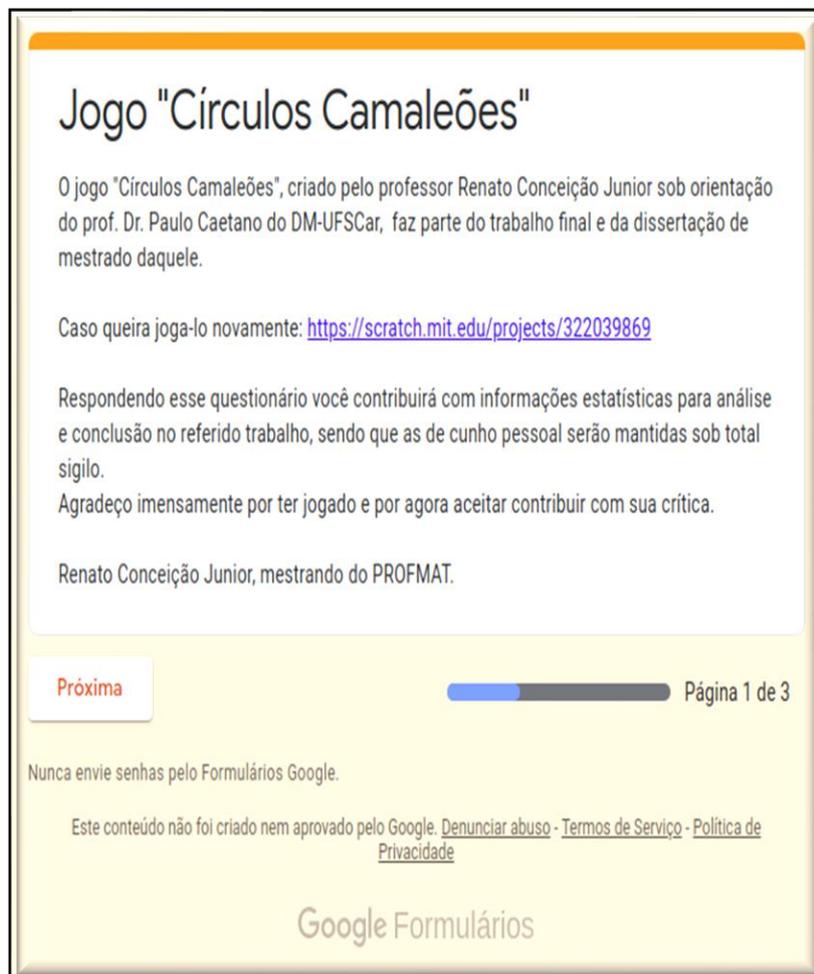
Este conteúdo não foi criado nem aprovado pelo Google. [Denunciar abuso](#) - [Termos de Serviço](#) - [Política de Privacidade](#)

Google Formulários

Figura 24: Questionário do “Jogo do Zero ou Um”, segunda página – Opinião e Regra Oculta

## 5.2 - QUESTIONÁRIO DO JOGO “CÍRCULO CAMALEÕES”

Disponível em: <https://forms.gle/284pYxB9Wj2zKXJJ9>, o questionário consta de 3 sessões. A Figura 25 a seguir, mostra a primeira delas:



**Jogo "Círculos Camaleões"**

O jogo "Círculos Camaleões", criado pelo professor Renato Conceição Junior sob orientação do prof. Dr. Paulo Caetano do DM-UFSCar, faz parte do trabalho final e da dissertação de mestrado daquele.

Caso queira jogá-lo novamente: <https://scratch.mit.edu/projects/322039869>

Respondendo esse questionário você contribuirá com informações estatísticas para análise e conclusão no referido trabalho, sendo que as de cunho pessoal serão mantidas sob total sigilo.

Agradeço imensamente por ter jogado e por agora aceitar contribuir com sua crítica.

Renato Conceição Junior, mestrando do PROFMAT.

Próxima

Página 1 de 3

Nunca envie senhas pelo Formulários Google.

Este conteúdo não foi criado nem aprovado pelo Google. [Denunciar abuso](#) - [Termos de Serviço](#) - [Política de Privacidade](#)

Google Formulários

Figura 25: Questionário do jogo “Círculos Camaleões” - primeira página

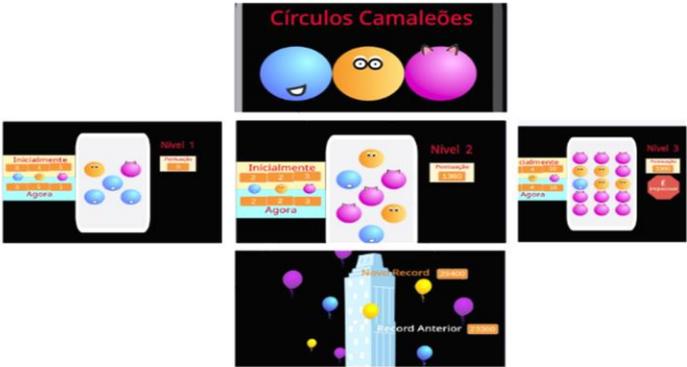
As figuras 26 e 27 a seguir mostram recortes de telas do referido jogo, uma lista com sugestões de temas matemáticos e questionamento a respeito da estratégia empregada durante as partidas:

**Jogo "Círculos Camaleões"**

\*Obrigatório

Sua avaliação

Telas capturadas



Você é aluno ou professor de matemática? \*

Aluno

Professor

Figura 26: Questionário do jogo "Círculos Camaleões", segunda página – recortes de tela

Na sua opinião, quais dos temas listados abaixo estão presentes no jogo "Círculos Camaleões"? \*

Números naturais

Equações

Congruência mod (resto da divisão)

Paridade

Adição e Subtração

Outras operações matemáticas básicas

Lógica

Invariantes

Funções

Geometria

Outro: \_\_\_\_\_

A respeito de uma estratégia vencedora para o jogo "Círculos Camaleões" você...: \*

Não conseguiu estabelecer uma estratégia vencedora, dependendo exclusivamente da sorte.

Tem uma estratégia que ajudou a vencer algumas partidas, mas não todas.

Sabe como vencer qualquer partida proposta.

Figura 27: Questionário do jogo "Círculo Camaleões", segunda página – Temas e Estratégia

Finalmente, a figura 28 mostra o questionamento a respeito da utilização de jogos como parte da didática no ensino escolar e oferece um espaço para críticas e opiniões:

A utilização de jogos (digitais ou não) como parte do ensino escolar, na sua opinião, é...: \*

Ineficaz

Interessante

Essencial

Escreva suas opiniões sobre o jogo, crítica ou sugestão, que servirão para melhora desse e de outros jogos didáticos criados pelo professor:

Sua resposta

[Voltar](#) [Próxima](#) Página 2 de 3

Nunca envie senhas pelo Formulários Google.

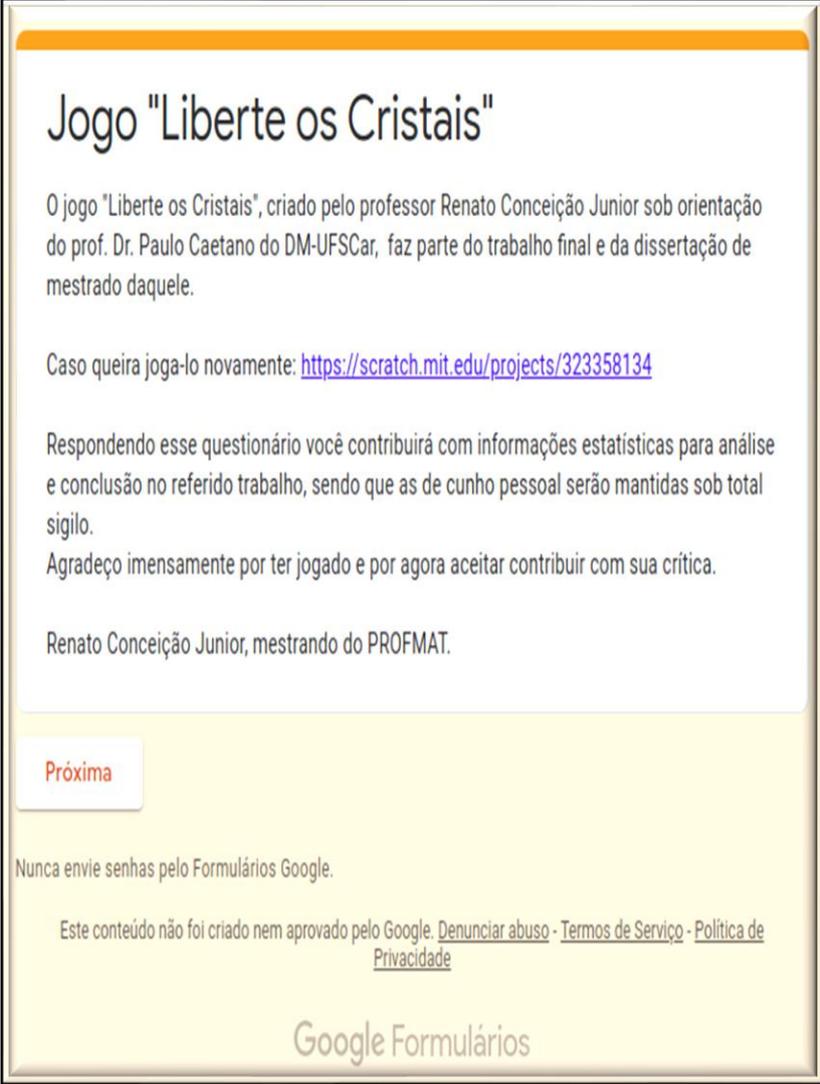
Este conteúdo não foi criado nem aprovado pelo Google. [Denunciar abuso](#) - [Termos de Serviço](#) - [Política de Privacidade](#)

Google Formulários

Figura 28: Questionário do jogo “Círculos Camaleões”, segunda página – Opinião e Sugestões

### 5.3 - QUESTIONÁRIO DO JOGO "LIBERTE OS CRISTAIS"

Disponível em: <https://forms.gle/5rU65UdvotZRVic98>, o questionário consta de 3 sessões. A Figura 29 a seguir, mostra a primeira delas:



The image shows a screenshot of a Google Form titled "Jogo 'Liberte os Cristais'". The form has a white background with a yellow header bar at the top. The title is in a large, bold, black font. Below the title, there is a paragraph of text explaining the game's origin and its purpose. A link to the game is provided. Another paragraph explains that the survey is for statistical analysis and that responses will be kept confidential. A thank-you message follows. The form creator's name and affiliation are listed at the bottom. At the very bottom, there is a "Próxima" button, a warning about not sending passwords, and a footer with the Google Forms logo and links for reporting abuse, terms of service, and privacy policy.

**Jogo "Liberte os Cristais"**

O jogo "Liberte os Cristais", criado pelo professor Renato Conceição Junior sob orientação do prof. Dr. Paulo Caetano do DM-UFSCar, faz parte do trabalho final e da dissertação de mestrado daquele.

Caso queira jogá-lo novamente: <https://scratch.mit.edu/projects/323358134>

Respondendo esse questionário você contribuirá com informações estatísticas para análise e conclusão no referido trabalho, sendo que as de cunho pessoal serão mantidas sob total sigilo.

Agradeço imensamente por ter jogado e por agora aceitar contribuir com sua crítica.

Renato Conceição Junior, mestrando do PROFMAT.

**Próxima**

Nunca envie senhas pelo Formulários Google.

Este conteúdo não foi criado nem aprovado pelo Google. [Denunciar abuso](#) - [Termos de Serviço](#) - [Política de Privacidade](#)

Google Formulários

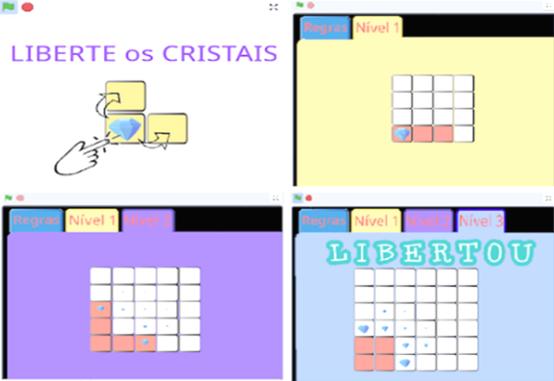
Figura 29: Questionário do jogo "Liberte os Cristais" - primeira página

As figuras 30 e 31 mostram recortes de telas do referido jogo, uma lista com sugestões de temas matemáticos e questionamento a respeito do nível "Só Feras":

**Jogo "Liberte os Cristais"**

\*Obrigatório

Seção sem título



Você é aluno ou professor de matemática? \*

Aluno

Professor

Figura 30: Questionário do jogo "Liberte os Cristais", segunda página – recortes de tela

Na sua opinião, quais dos temas listados abaixo estão presentes no jogo "Liberte os Cristais"? \*

Números naturais

Equações

Progressão Geométrica

Paridade

Operações matemáticas básicas

Frações

Lógica

Invariantes

Funções

Geometria

Outro: \_\_\_\_\_

A respeito do tabuleiro "Só Feras" no jogo "Liberte os Cristais" você...: \*

Não conseguiu estabelecer alguma relação com temas da matemática para poder demonstra-lo.

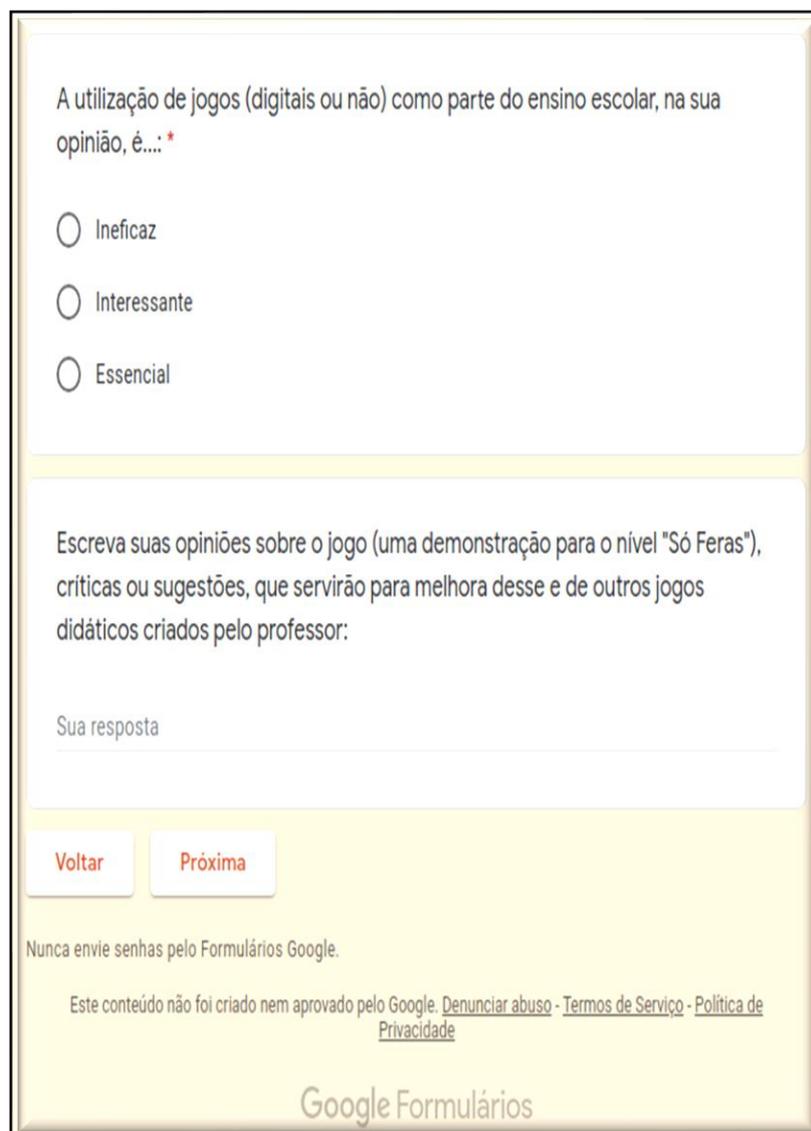
Tem uma ideia do motivo dele não ter solução, mas não consegue expressa-la matematicamente.

Sabe fazer uma demonstração para justificar a impossibilidade de solução.

Outro: \_\_\_\_\_

Figura 31: Questionário do jogo "Liberte os Cristais", segunda página – Temas e nível Só Feras

Finalmente, a figura 32 mostra o questionamento a respeito da utilização de jogos como parte da didática no ensino escolar e oferece um espaço para inserir uma demonstração, fazer críticas e dar sugestões:



A utilização de jogos (digitais ou não) como parte do ensino escolar, na sua opinião, é...: \*

Ineficaz

Interessante

Essencial

Escreva suas opiniões sobre o jogo (uma demonstração para o nível "Só Feras"), críticas ou sugestões, que servirão para melhora desse e de outros jogos didáticos criados pelo professor:

Sua resposta

[Voltar](#) [Próxima](#)

Nunca envie senhas pelo Formulários Google.

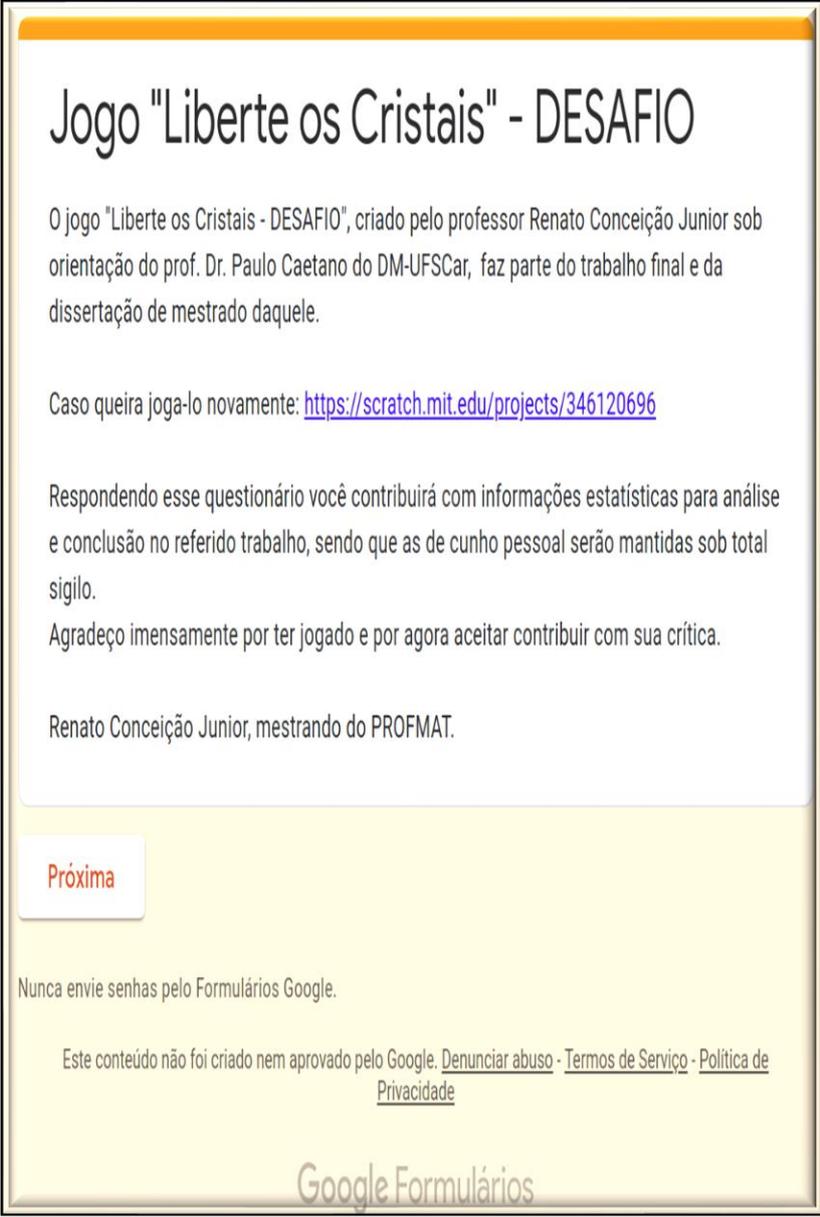
Este conteúdo não foi criado nem aprovado pelo Google. [Denunciar abuso](#) - [Termos de Serviço](#) - [Política de Privacidade](#)

Google Formulários

Figura 32: Questionário do jogo "Liberte os Cristais", segunda página – Opinião e Sugestões

## 5.4 - QUESTIONÁRIO DO JOGO "LIBERTE OS CRISTAIS - DESAFIO"

Disponível em: <https://forms.gle/LSZzceidShS8D64x8>, o questionário consta de 3 sessões. A Figura 33 a seguir, mostra a primeira delas:



The image shows a Google Form titled "Jogo 'Liberte os Cristais' - DESAFIO". The form has a white background with a yellow header bar at the top. The text is as follows:

**Jogo "Liberte os Cristais" - DESAFIO**

O jogo "Liberte os Cristais - DESAFIO", criado pelo professor Renato Conceição Junior sob orientação do prof. Dr. Paulo Caetano do DM-UFSCar, faz parte do trabalho final e da dissertação de mestrado daquele.

Caso queira jogá-lo novamente: <https://scratch.mit.edu/projects/346120696>

Respondendo esse questionário você contribuirá com informações estatísticas para análise e conclusão no referido trabalho, sendo que as de cunho pessoal serão mantidas sob total sigilo.

Agradeço imensamente por ter jogado e por agora aceitar contribuir com sua crítica.

Renato Conceição Junior, mestrando do PROFMAT.

Próxima

Nunca envie senhas pelo Formulários Google.

Este conteúdo não foi criado nem aprovado pelo Google. [Denunciar abuso](#) - [Termos de Serviço](#) - [Política de Privacidade](#)

Google Formulários

Figura 33: Questionário do jogo "Liberte os Cristais - DESAFIO" - primeira página

As figuras 34 e 35 mostram recortes de telas do referido jogo, uma lista com sugestões de temas matemáticos e questionamento a respeito da impossibilidade de solução do desafio:

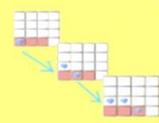
## Jogo "Liberte os Cristais" - DESAFIO

\*Obrigatório

Seção sem título



Pular a INTRODUÇÃO







Você é aluno ou professor de matemática? \*

Aluno

Professor

Figura 34: Questionário do jogo "Liberte os Cristais - DESAFIO", segunda página – recortes de tela

Na sua opinião, quais dos temas listados abaixo estão presentes no jogo "Liberte os Cristais - DESAFIO"? \*

- Números naturais
- Equações
- Progressão Geométrica
- Paridade
- Operações matemáticas básicas
- Frações
- Lógica
- Invariantes
- Funções
- Geometria
- Outro: \_\_\_\_\_

Por quê, mesmo podendo ser "aumentado infinitamente" o tabuleiro, os cristais NUNCA poderão ser libertos da prisão? \*

- Não consigo estabelecer algum motivo para justificar a impossibilidade de Libertar os Cristais da prisão.
- Tenho uma ideia do motivo, mas não consigo expressá-la.
- Sei apresentar uma justificativa para a impossibilidade de Libertar os Cristais dessa prisão.
- Outro: \_\_\_\_\_

Figura 35: Questionário do jogo "Liberte os Cristais - DESAFIO", segunda página – Temas e Impossibilidade

Finalmente, a figura 36 oferece um espaço para inserir uma demonstração, fazer críticas e dar sugestões e mostra o questionamento a respeito da utilização de jogos como parte da didática no ensino escolar:

Escreva suas opiniões sobre o jogo, uma DEMONSTRAÇÃO MATEMÁTICA para não ter solução, críticas e/ou sugestões que servirão para melhorar esse e outros jogos didáticos criados pelo professor:

Sua resposta

A utilização de jogos (digitais ou não) como parte do ensino escolar, na sua opinião, é...: \*

Ineficaz

Interessante

Essencial

[Voltar](#) [Próxima](#)

Nunca envie senhas pelo Formulários Google.

Este conteúdo não foi criado nem aprovado pelo Google. [Denunciar abuso](#) - [Termos de Serviço](#) - [Política de Privacidade](#)

Figura 36: Questionário do jogo “Liberte os Cristais - DESAFIO”, segunda página – Demonstração e Opinião

Todos os questionários criados possuem ainda uma terceira sessão, na qual são solicitados dados pessoais do professor. A Figura 37 mostra esta sessão:

Seção 3 de 3

## Informações pessoais

Os dados aqui inseridos serão mantidos sob sigilo pelo professor.

Digite seu nome completo:

Texto de resposta curta

Qual a sua idade?

Texto de resposta curta

A qual escola você está vinculado?

Texto de resposta curta

Alguma forma de contato (e-mail, whatsapp, rede social, ...):

Texto de resposta curta

Figura 37: Terceira tela – Informações pessoais do jogador

## 6 – COMPILAÇÃO DE RESPOSTAS

### 6.1 - Jogo do “Zero ou Um”

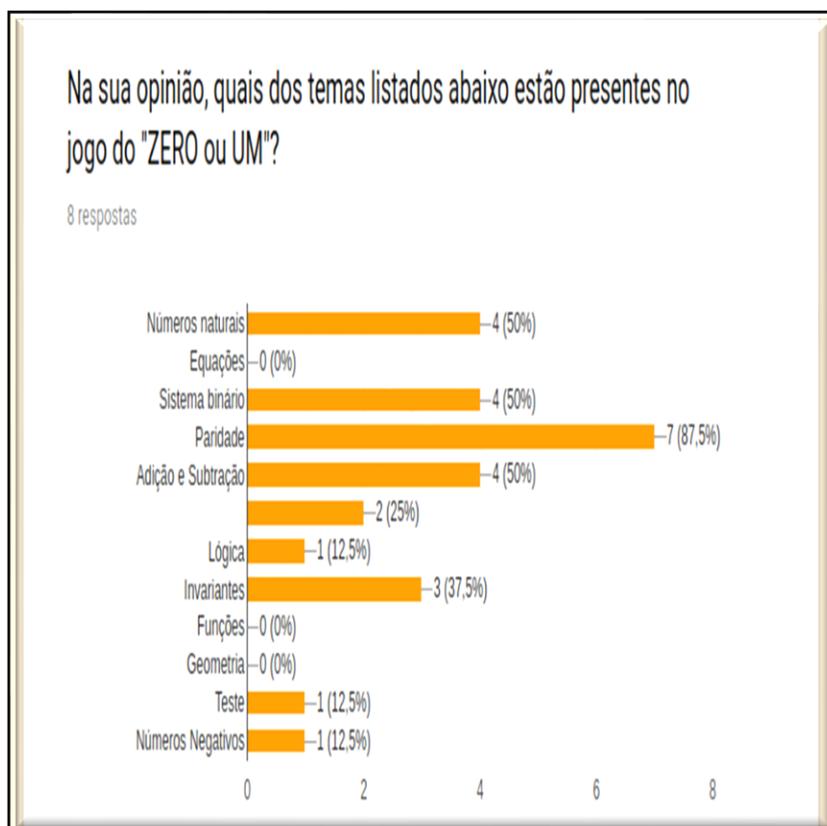


Figura 38: Temas presentes no 'Jogo do Zero ou Um'



Figura 39: Estratégia vencedora no 'Jogo do Zero ou Um'

### A utilização de jogos (digitais ou não) como parte do ensino escolar, na sua opinião, é...:

8 respostas

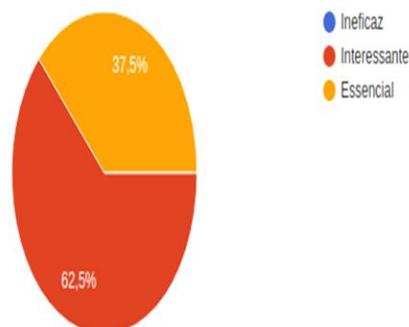


Figura 40: Utilização de jogos no ensino escolar

### Escreva suas opiniões sobre o jogo (qual é a "Regra Oculta"), críticas ou sugestões, que servirão para melhora desse e de outros jogos didáticos criados pelo professor:

7 respostas

O jogo é bem interessante, mas acredito que não consiga prender a atenção do aluno por um período prolongado. Acredito que seria interessante se o jogo tivesse algum tipo de fase onde a regra a cada nível mudasse, por exemplo poderia ser mudada a operação ou até mesmo haver uma adição de outras bases.

Para chamar mais a atenção das séries iniciais, seria interessante por exemplo utilizar figuras como super-heróis, ou outros itens mais chamativos, para cativar mais os alunos.

Ao invés de apresentar todas as regras do jogo de uma vez, com os comentários seria mais interessante que fosse criado um tutorial, em um jogo pré-estabelecido, como ocorre na maioria dos jogos não didáticos, que o aluno já está acostumado com esse formato.

Sinto falta também de uma pontuação melhor, pode ser adicionado ao mecanismo do jogo, pontos adicionais por combos, ou acertos consecutivos.

Talvez devesse reescrever as instruções de forma mais fácil para os alunos.

Muito legal, simula a operação binário "ou exclusivo".

0 com 0 é igual 0, 0 com 1 é igual a 1 e 1 com 1 é igual a zero, portanto basta contar quantos 1 tem se tiver par último número vai ser 0 e se tiver quantidade ímpar vai terminar em 1.

Gostei do jogo valeu Renatão

Talvez a exigência final de que o jogador produza um texto explicando o que compreendeu da regra oculta.

Legal o jogo. Associando o número 0 ao par e 1 ao ímpar, o jogo ensina a lidar com a soma das paridades.

Figura 41: Opiniões e Regra Oculta

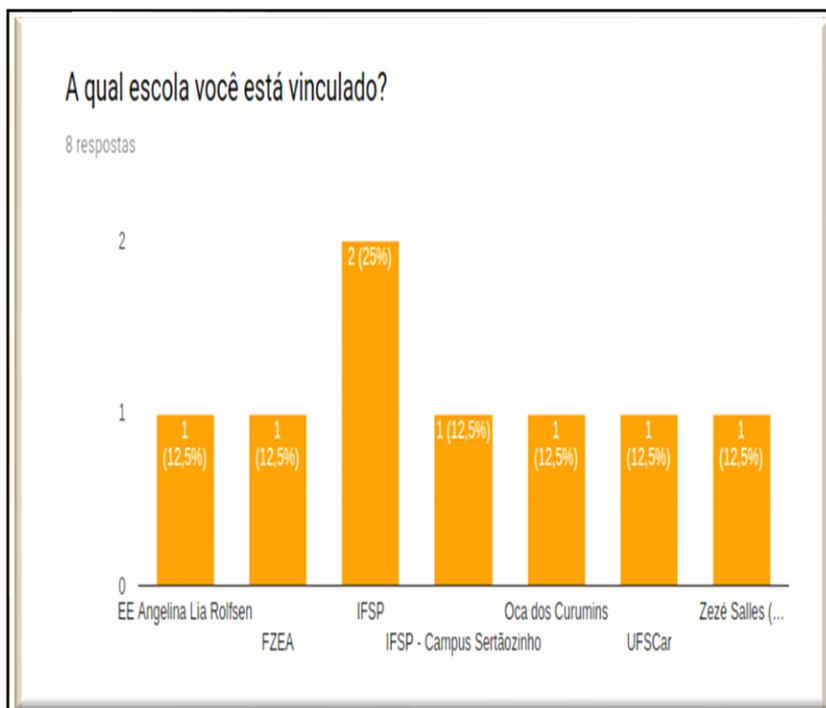


Figura 42: Vinculação

## 6.2 - Jogo dos “Círculos Camaleões”

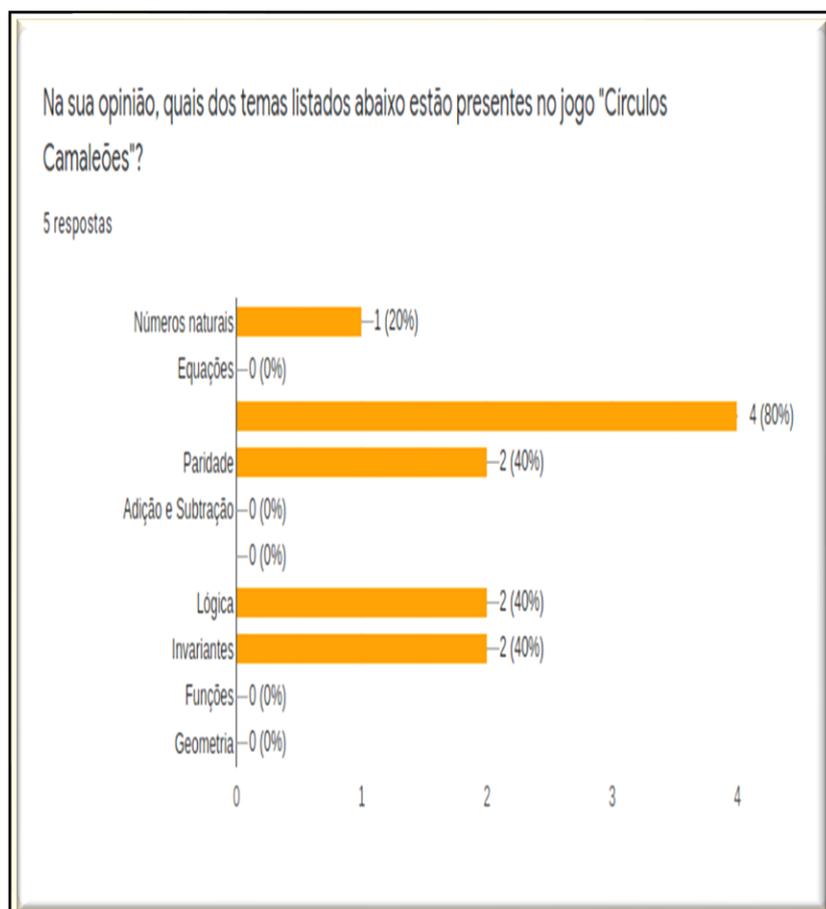


Figura 43: Temas presentes no jogo ‘Círculos Camaleões’

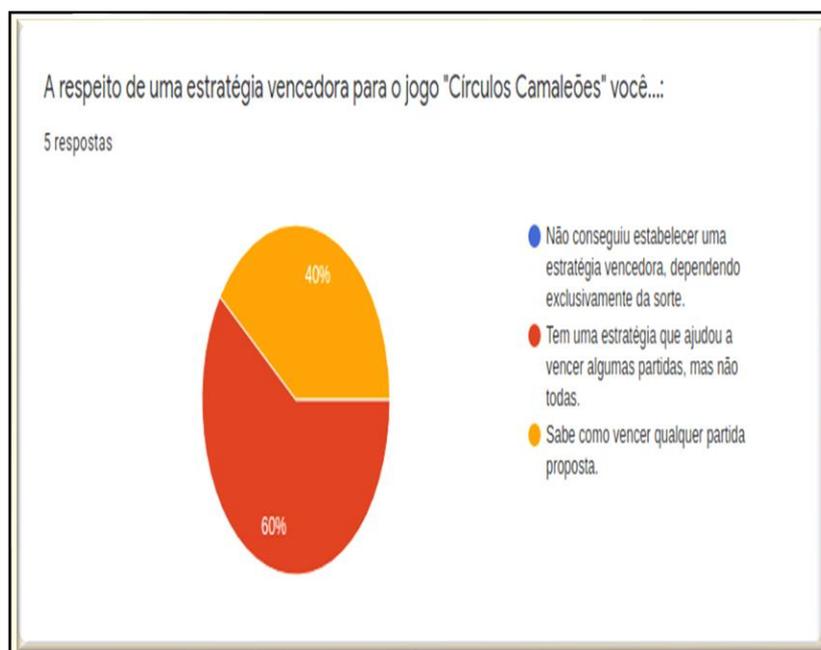


Figura 44: Estratégia vencedora em 'Círculos Camaleões'

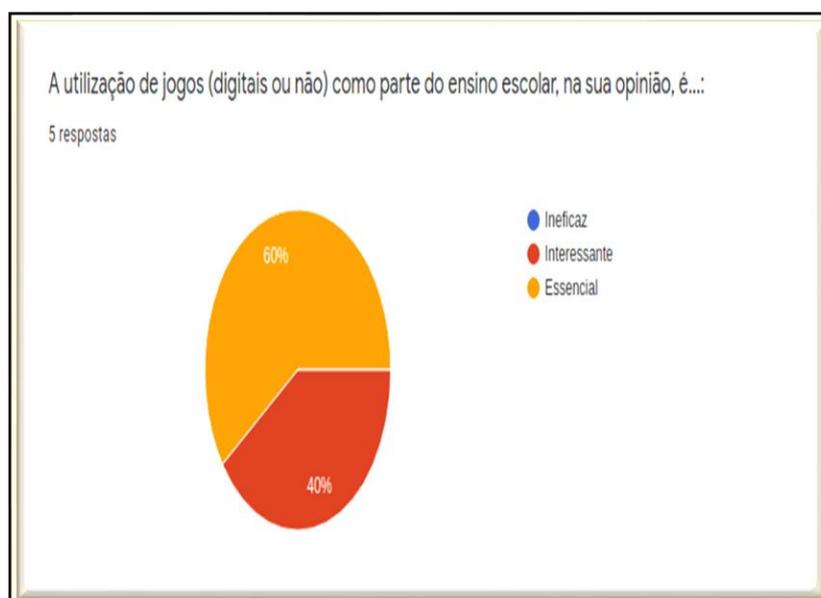


Figura 45: Utilização de jogos no ensino escolar

Escreva suas opiniões sobre o jogo, crítica ou sugestão, que servirão para melhora desse e de outros jogos didáticos criados pelo professor:

4 respostas

No Meu caso aqui no meu monitor, o que o jogo chama de cor laranja, para mim parece amarelo. Poderia ser utilizando além das cores algum tipo de símbolo dentro dos círculos, por exemplo utilizar quadro, retângulo e estrela, o que permitiria uma acessibilidade do jogo para pessoas que possuam deficiência, como daltonismo, ou algumas outras restrições de visualização das cores.

Nesse caso a falta da parte de instruções ao lado, dificulta relembrar alguma regras, e eu acredito que um tutorial interativo no começo pedindo para que o aluno clique nas cores e se verifique a modificação que é dita no texto.

Por ser tratar de um jogo, mesmo sendo um jogo didático, a falta de um placar com a pontuação é muito sentida, pois isso faz com que o aluno se anime, e até mesmo cria um pouco de competição saudável que eles adoram. Poderia ser colocado um bonus e uma gravação do recorde de menos movimentos que a pessoa utilizou para resolver o problema.

Gostei do fato de ter níveis nesse jogo que estimula bastante, mas aqui também poderíamos ter um formato matemático de criação de níveis onde a pessoal pudesse evoluir, somente 3 níveis deixa um gosto de quero mais.

Apesar de ser um jogo, nos moldes educativos, eu vejo esse jogo, como uma forma muito viciante para celular, do nível do 2048, ou outros jogos da mesma linha.

A formula desse jogo é bem interessante, vale até a pena que os alunos façam a atividade em dupla para gerar um diálogo interessante sobre a teoria.

Fica como sugestão a mudança do nome do botão do Nível 3 de É Impossível para RESET, que é um nome mais comum nos jogos, ou até mesmo REINICIAR.

Apresenta algum problema no som quando se clica no botão É IMPOSSÍVEL, aparece um som metálico e lento que não dá para entender o que é falado.

Não consegui passar do nível 1.

Não sei se é meu pc, mas o som sai tremido. Parabéns pelo jogo!

poderia-se dar a possibilidade de início sem passar novamente pela introdução

Figura 46: Opiniões e Sugestões

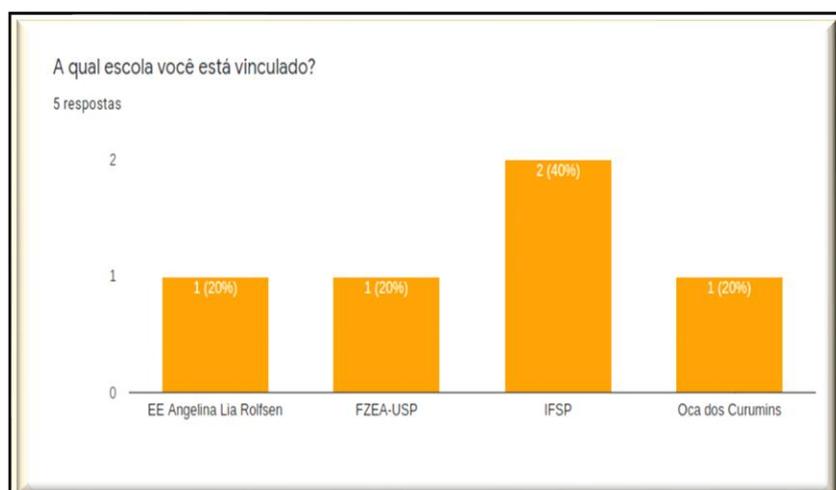


Figura 47: Vinculação

### 6.3 - Jogo “Liberte os Cristais”

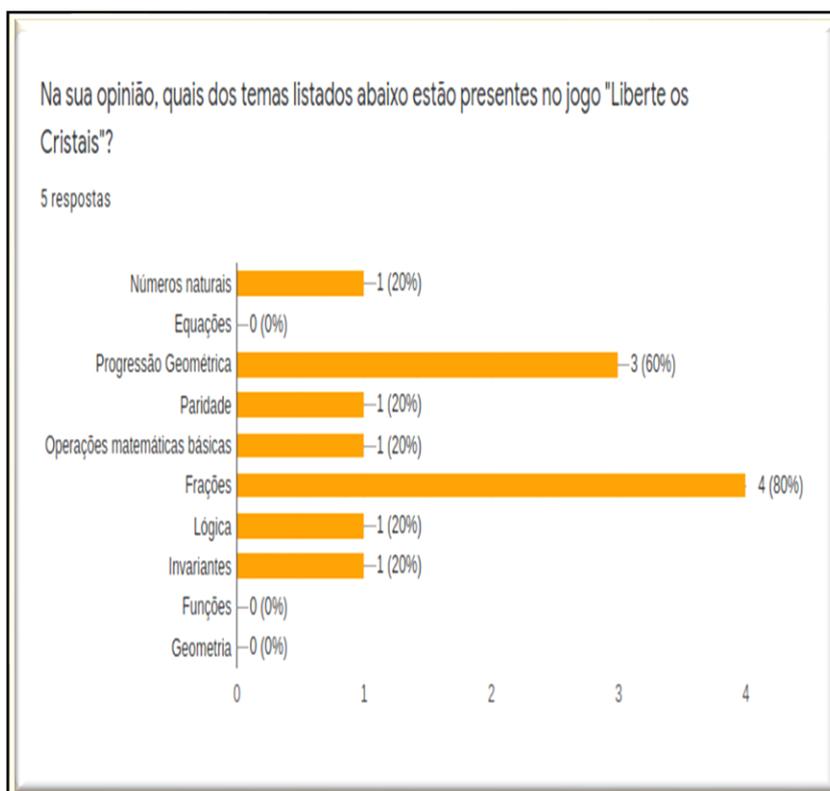


Figura 48: Temas presentes em 'Liberte os Cristais'

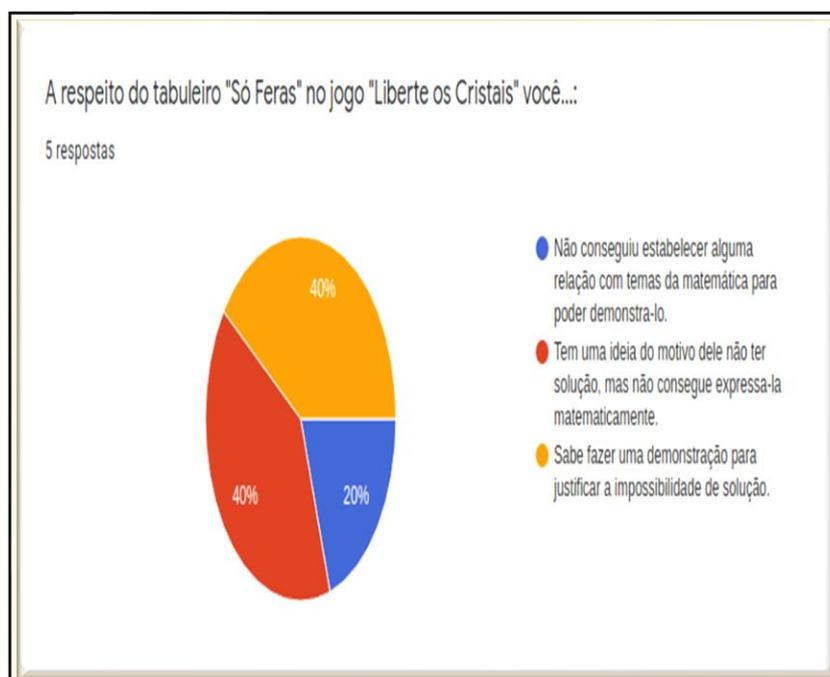


Figura 49: Sobre o nível 'Só Feras'

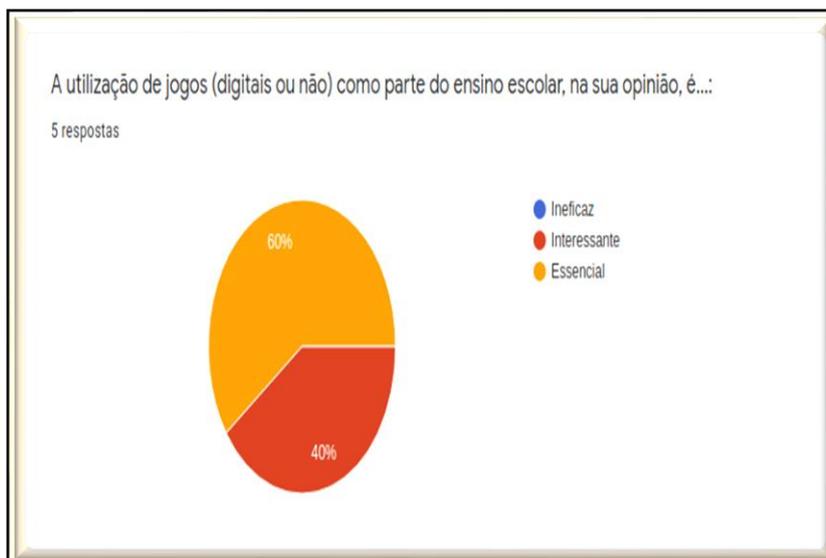


Figura 50: Utilização de jogos no ensino escolar

Escreva suas opiniões sobre o jogo (uma demonstração para o nível "Só Feras"), críticas ou sugestões, que servirão para melhora desse e de outros jogos didáticos criados pelo professor:

3 respostas

Aqui o jogo aparece, mas quando clicamos somos levado ao tutorial, ao clicar na bandeirinha verde ao invés de reiniciar o jogo ele retorna nas regras, e não tem nenhuma forma de parar a execução da regra. Como nos outros jogos eu acredito ainda que um tutorial interativo seria mais interessante do que a forma que esta sendo explicado.

Na divisão os diamantes chegam a um ponto de ficarem muitos pequenos, a ponto de não se conseguir ver o diamante.

Poderia ser pensando em se fazer também uma opção para esse jogo que seria o contrário começando-se com os cristais pequenos e ir se juntando para ter um cristal maior, até chegar ao ponto de deixar somente um, dois ou três cristais.

Não consegui o nível "Só feras". Os cristais vão ficando tão pequenos que não consigo visualizar se uma casa tem ou não um.

Achei esse jogo bem pensado.

Figura 51: Opiniões

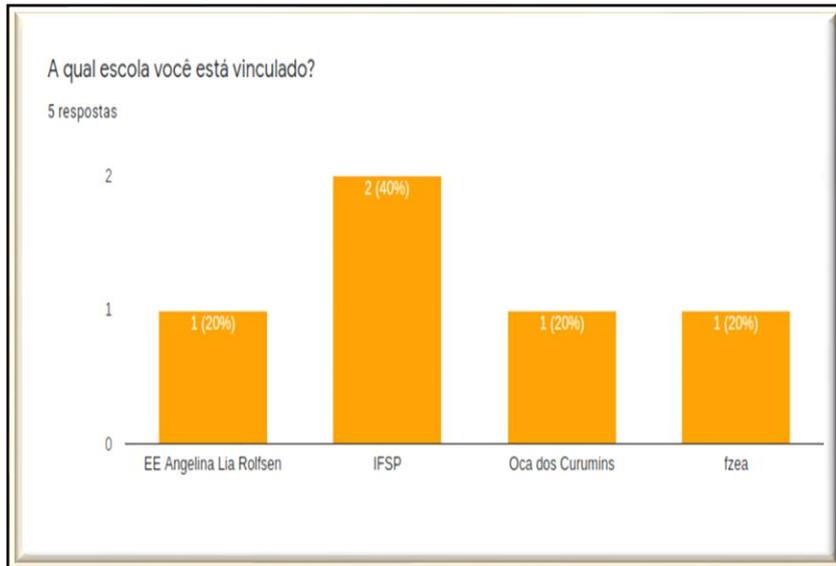


Figura 52: Vinculação

## 7 - RESUMO DAS AVALIAÇÕES FEITAS PELOS PROFESSORES

A minha proposta de trabalho final do mestrado profissional foi a criação e a disponibilização de jogos digitais com intenção didática em matemática. Os produtos desse trabalho foram os quatro jogos aqui apresentados.

Conforme mostram os dados da pesquisa realizada com os professores de matemática do ensino básico que foram convidados a jogar e a avaliar os jogos, o tema principal implícito em cada jogo e a viabilidade da inserção de jogos em seus planos de aula aparecem como destaques nas respostas.

No “Jogo do Zero ou Um”, 87,5% dos professores destacaram “Paridade” como seu tema, 100% aprenderam uma estratégia vencedora e 62,5% afirmaram ser “interessante” a utilização de jogos como parte de suas sequências didáticas. Destacam-se também, os temas “Números Naturais”, “Sistema Binário” e “Adição e Subtração” como indicações mais frequentes.

Já, no jogo “Círculos Camaleões”, 80% dos professores destacaram “Congruência Modular” como seu tema, apenas 40% aprenderam uma estratégia vencedora para qualquer tabuleiro e 60% afirmaram ser “essencial” a utilização de jogos como parte de suas sequências didáticas.

Finalmente, nos jogos “Liberte os Cristais” e “Liberte os Cristais - Desafio”, os temas “Frações” e “Progressão Geométrica” são os mais citados, por 80% e 60% respectivamente dos professores.

Destaco também que a opção “Lógica” é citada em todos os jogos, em porcentagens que variam entre 12% e 40%, o que reforça a sensação de que, mesmo quando há um ou mais temas centrais, sempre se pode entender que o raciocínio lógico-matemático estará presente.

É com imensa satisfação que acompanho os comentários, dicas e sugestões que ainda chegam até mim a respeito de cada um dos jogos. Certamente, sigo para minha prática laboral mais atualizado e motivado.

## 8 - CONSIDERAÇÕES FINAIS

O produto deste trabalho é que foram criadas e apresentadas versões digitais para desafios elaborados há muito tempo em encontros matemáticos realizados pelo mundo. Entendo que essa é uma forma de apresentação didática que pode atrair o público alvo do ensino básico.

Com o desenvolvimento deste trabalho aprendi uma poderosa linguagem de programação, o *Scratch*, que permite concretizar ideias e criar jogos didáticos. Certamente todo o aprendizado adquirido proporcionará boa evolução na carreira de professor.

A inserção de jogos em sequências didáticas não tem por objetivo substituir os livros ou apostilas no processo de ensino e aprendizagem escolar. A ideia é agregar ao processo as potencialidades de diversão, concentração, competitividade, criatividade e prazer, que neles estão implícitas, e com isso atrair o interesse de alunos para os conteúdos e habilidades que se quer fazer aprender. Especialmente para o ensino da matemática, há jogos que estimulam o raciocínio lógico enquanto se buscam estratégias vencedoras, o que pode levar à aprendizagem de conteúdos programáticos, aprendendo-se inclusive com os erros cometidos.

Não se espera que exista um jogo para cada aula a ser ministrada, ou mesmo para cada tema a ser desenvolvido durante a formação escolar. Cabe ao professor escolher quais jogos poderão contribuir para que um determinado objetivo de ensino seja atingido.

Destaco finalmente que um jogo pode ser a ponte de ligação entre o aluno e o conceito matemático que se deseja ensinar. Se escolhido adequadamente, estimulará o protagonismo do aluno e permitirá ao professor assumir o papel de mediador/orientador no processo de ensino e aprendizagem.

## REFERÊNCIAS

AZEVEDO, V. A. **Jogos eletrônicos e educação**: construindo um roteiro para sua análise pedagógica. 2012. 228f. Dissertação (Mestrado em Educação) - PPGE/UFSC, Florianópolis, 2012. Disponível em: <https://seer.ufrgs.br/renote/article/view/36409/23513>. Acesso em: 11 nov. 2019.

BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular (BNCC)**. Homologada em 14 dez. 2018. Disponível em: <http://basenacionalcomum.mec.gov.br/> Acesso em: 03 ago. 2019.

BRASIL. **Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN)**. Resolução CEB nº 3, em 26 jun.1998. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/busca-geral/195-secretarias-112877938/seb-educacao-basica-2007048997/12657-parametros-curriculares-nacionais-5o-a-8o-series> Acesso em: 05 dez. 2019.

ENTREVISTA com prof. João Matttar [...]. Rádio Geek BR. **Youtube**. 26 abr. 2019. 07min26s. Disponível em: <https://youtu.be/ftZXwk13Yow>. Acesso em 12 dez. 2019.

FISCARELLI, S. H. Já usou jogos com seus alunos? Eles podem ser muito úteis para a aprendizagem. **Nova Escola**, 11 out. 2018. Disponível em: <https://novaescola.org.br/conteudo/12717/ja-usou-jogos-com-seus-alunos-elespodem-ser-muito-uteis-para-a-aprendizagem>. Acesso em: 11 nov. 2019.

GAMES e Gamificação em Educação. João Mattar. **Youtube**. 06 mai. 2014. 26min12s. Disponível em: <https://youtu.be/YzAWCSvEJQI>. Acesso em 12 dez. 2019.

MATTAR, J. **Games em educação: como os nativos digitais aprendem**. São Paulo: Pearson Prentice Hall, 2010.

MENESES CÉSAR, R. V.; SANTOS, S. V. C. A. Contribuição dos Games para o Ensino da Matemática. *In*: SIMEDUC – UNIT, 9., 17-19 out. 2018, Aracaju. **Recorte...** Aracaju: ISSN: 2179-4901, 2018. Disponível em: <https://eventos.set.edu.br/index.php/simeduc/article/view/9479/4124>. Acesso em: 10dez. 2019.

NADAL, A.; BATISTELA, F. Não me atrapalhe, mãe - Eu estou aprendendo! - Como os videogames estão preparando nossos filhos para o sucesso no século XXI e como você pode ajudar. **Ágora – Revista Eletrônica**, 30 jun. 2015. Disponível em: <http://abre.ai/aTtm>. Acesso em: 15 jan. 2020.

PRENSKY, M. **Aprendizagem baseada em jogos digitais**. São Paulo: Editora SENAC, 2012.

PRENSKY, M. **Não Me Atrapalhe, Mãe! Eu Estou Aprendendo**. São Paulo: Editora Phorte, 2010.

VANDERVELDE, S. Pisadas. Jogos com Invariantes. *In*: STANKOVA, Z.; RIKE, T.; **Uma Década do Círculo Matemático de Berkley: A Experiência Americana**. Rio de Janeiro: IMPA, 2018. p. 225-248.

#### **Sites:**

BRASIL ESCOLA. **Orientações**: PCN – Parâmetros Curriculares Nacionais. Disponível em: <https://educador.brasilecola.uol.com.br/orientacoes/pcnparametros-curriculares-nacionais.htm>. Acesso em: 05 dez. 2019.

MIT. **Scratch**. Disponível em: <https://scratch.mit.edu/>. Acesso em: 10 jan. 2019.

MARCEL WOUTERSE. **Editor de Fotos Online**. Disponível em: <https://www.online-image-editor.com/?language=portuguese>. Acesso em: 21 abr. 2019.

BE FUNKY INC. **Befunky**. Disponível em: <https://www.befunky.com/pt/recursos/editor-de-fotos/>. Acesso em: 01 mai. 2019.

IEMOJI. **Iemoji**. Disponível em: <https://www.iemoji.com/view/emoji/2353/skin-tones/man-shrugging-medium-dark-skin-tone>. Acesso em: 12 out. 2019.

YOUTUBE. **Educação Futuro**. Disponível em: <https://youtu.be/q1FMxDZbyGs>. Acesso em: 05 dez. 2019.

YOUTUBE. **Porvir Educação**. Disponível em: <https://youtu.be/QASiZTv-p3g>. Acesso em: 05 dez. 2019.

## APÊNDICE A

### JOGOS DIGITAIS - Da criação à utilização em sequências didáticas, uma ferramenta poderosa para auxílio no processo de ensino e aprendizagem: O SCRATCH<sup>1</sup>

Renato Conceição Junior<sup>2</sup>

#### RESUMO

Este artigo pretende mostrar que jogos, especialmente em versão digital, podem ser aliados do professor na sua missão de ensinar. Apresentar a professores de todos os níveis e áreas do conhecimento formal o site SCRATCH.mit.edu e lá aprender a construir jogos que tenham intencionalidade didática na sua área de atuação.

O artigo traz, ao final, algumas experiências bem sucedidas e com diferentes maneiras de utilização do referido software, além de dois jogos, criados pelo autor, que farão parte do trabalho e da dissertação de mestrado, que estão em curso no programa PROFMAT junto à UFSCar.

**Palavras-chave:** 1. Jogos digitais. 2. Scratch. 3. BNCC.

#### ABSTRACT

This article aims to show that games, especially in digital versions, can be allies of the teacher in his teaching mission. Present to teachers of all levels and areas of formal knowledge the site SCRATCH.mit.edu and there learn to build games that have didactic intentionality in their area.

Finally, the article brings some successful experiences with different ways of using the software, as well as two games, created by the author, that will be part of the work and the dissertation that is underway in the PROFMAT program with UFSCar.

**Keywords:** 1. Digital games. 2. Scratch. 3. BNCC.

---

<sup>1</sup> Trabalho apresentado no 2º semestre de 2019 como parte das exigências para conclusão do curso de Especialização em Tecnologias na Aprendizagem, do Centro Universitário SENAC, cursado na modalidade EAD.

<sup>2</sup> Graduado em Licenciatura Plena em Matemática pela Universidade Federal de São Carlos (UFSCar); Mestrando do programa PROFMAT na Universidade Federal de São Carlos (UFSCar);

## SUMÁRIO

<b>1 INTRODUÇÃO</b> .....	
<b>2 REFERENCIAL TEÓRICO</b> .....	
<b>3 METODOLOGIA</b> .....	
<b>4 ANÁLISE DOS DADOS</b> .....	
<b>5 CONSIDERAÇÕES FINAIS</b> .....	
<b>6 REFERÊNCIAS</b> .....	

## 1 - INTRODUÇÃO

Realizada anualmente desde 2005 com o objetivo de mapear o acesso à infraestrutura TIC<sup>3</sup> nos domicílios urbanos e rurais do Brasil, a **pesquisa TIC Domicílios** mais recente data de 24 de julho de 2018 e traz os quadros a seguir:

Figura 1 - presença de equipamento TIC no domicílio

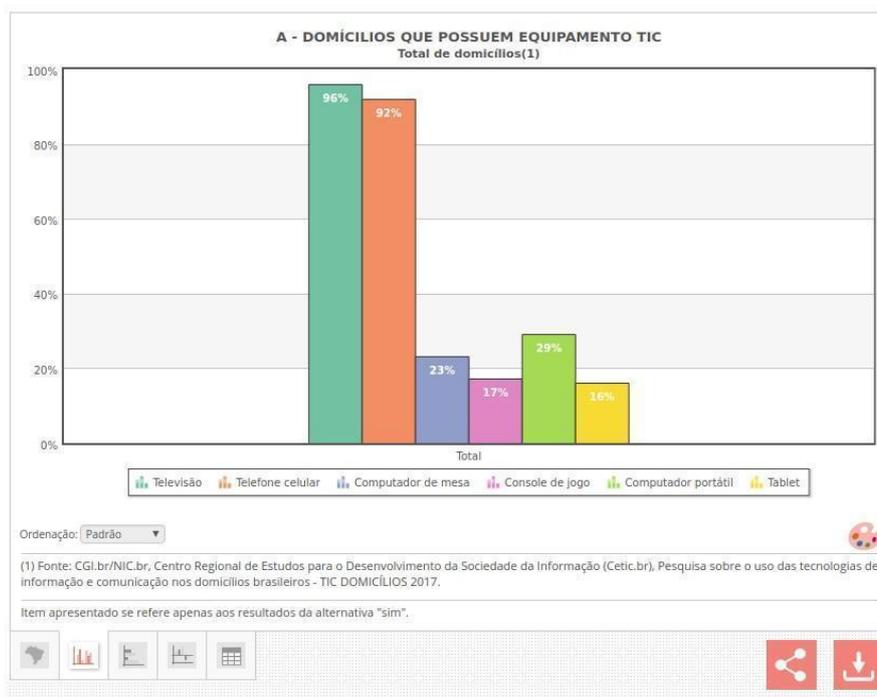
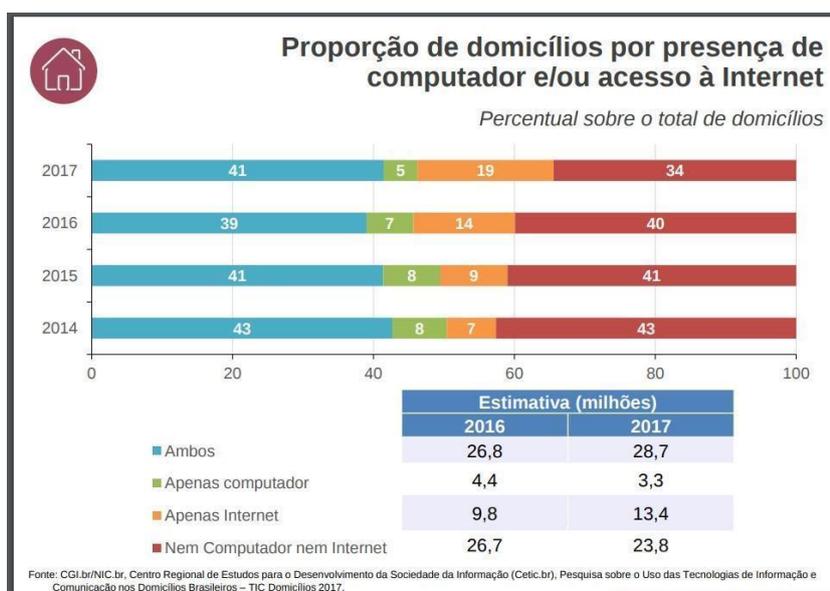
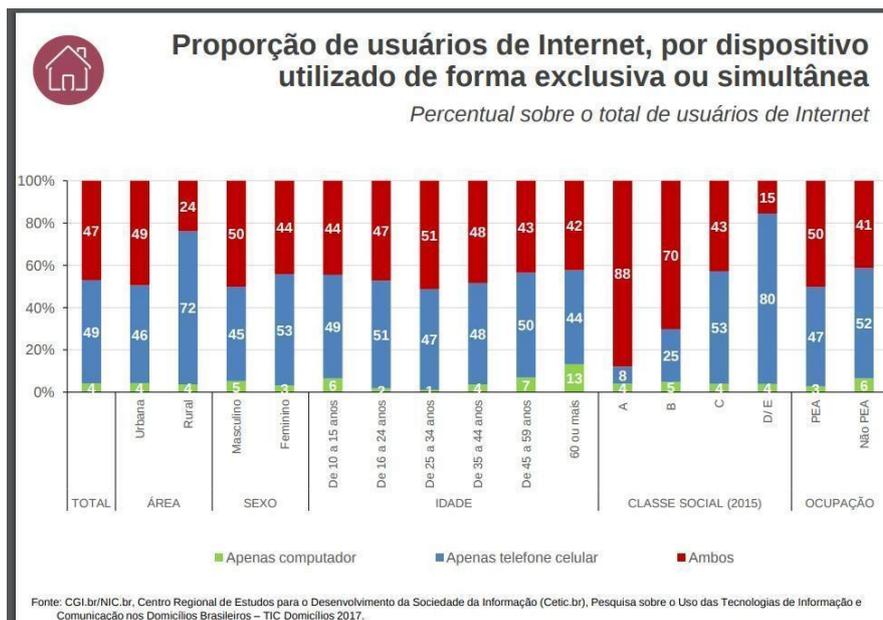
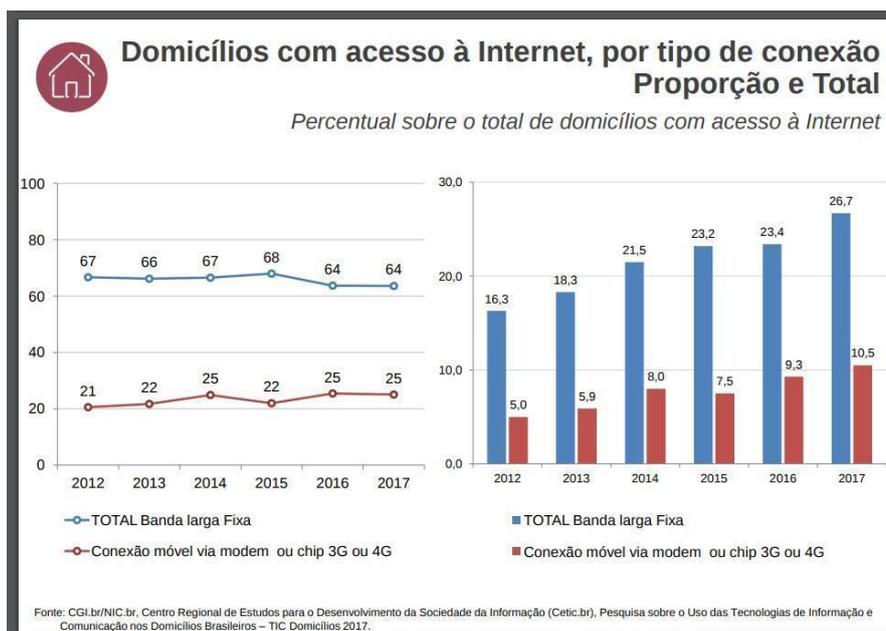


Figura 2 - porcentagem de domicílios com computador e/ou acesso à internet



<sup>3</sup> Tecnologias de Informação e Comunicação.

Figura 3 - *equipamento usado para acessar internet*Figura 4 - *tipo de conexão à internet*

A partir desses recortes, tem-se a dimensão de como smartphones com acesso à internet através de banda larga, conexões 3G ou 4G e computadores pessoais (desktops, notebooks) já fazem parte do cotidiano da maioria da população brasileira, sendo seus usos tão naturais e automáticos, que não se imagina como seriam nossas ações corriqueiras sem as suas presenças. Porém, na educação formal escolar, ainda há grande debate a respeito de ser boa ou ruim a incorporação e a forma de utilização das Tecnologias de Informação e Comunicação (as TIC's) no processo de ensino e aprendizagem.

Há alguns anos havia até um empecilho legal, ao menos no estado de São Paulo, pois a LEI N° 12.730, de 11 de outubro de 2007, tratava em seu Artigo 1° que:

**Artigo 1°** - Ficam os alunos proibidos de utilizar telefone celular nos estabelecimentos de ensino do Estado, durante o horário das aulas.

Porém, a LEI N° 16.567, de 06 de novembro de 2017, veio alterar a redação do referido parágrafo:

**Artigo 1°** - O artigo 1° da Lei no 12.730, de 11 de outubro de 2007, passa a vigorar com a seguinte redação:

“**Artigo 1°** - Ficam os alunos proibidos de utilizar telefone celular nos estabelecimentos de ensino do Estado, durante o horário das aulas, ressalvado o uso para finalidades pedagógicas.” (NR)

**Artigo 2°** - Esta lei entra em vigor na data de sua publicação.

No mesmo contexto, a BNCC <sup>4</sup> é um documento que tem por finalidade orientar as escolhas curriculares para o território nacional. Aprovada e homologada em dezembro de 2017 para a Educação Infantil e o Ensino Fundamental e em dezembro de 2018 para o Ensino Médio, ele traz, dentre as 10 competências essenciais gerais para os estudantes, as seguintes:

4) Utilizar diferentes linguagens - verbal (oral ou visual-motora, como Libras, e escrita), corporal, visual, sonora e **digital** [...]

5) **Compreender, utilizar e criar tecnologias digitais de informação e comunicação** de forma crítica, significativa, reflexiva e ética nas diversas práticas sociais (**incluindo as escolares**) para se comunicar, acessar e disseminar informações, produzir conhecimentos, resolver problemas e exercer protagonismo e autoria na vida pessoal e coletiva.

Dessa forma, fica claro que faz-se necessária a inserção das tecnologias no processo formal de ensino-aprendizagem.

---

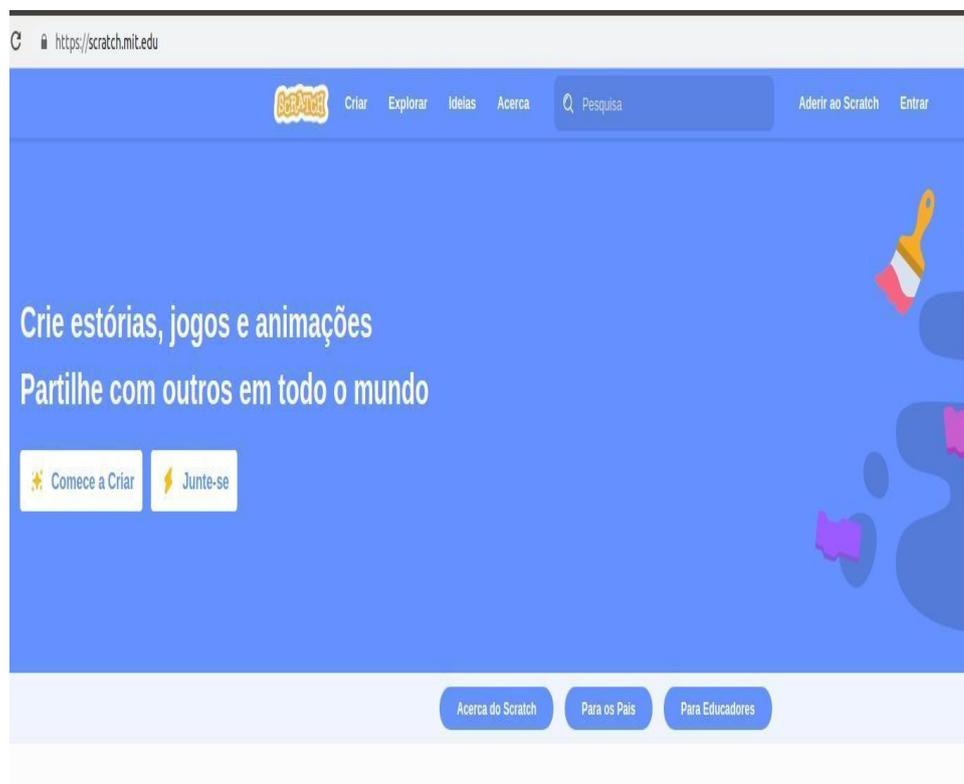
<sup>4</sup> Base Nacional Comum Curricular

Esse artigo busca apresentar, especialmente para professores, um local onde inspirar-se tanto com a variedade como também com a facilidade para criar jogos digitais e, conseqüentemente, enriquecer e trazer tecnologia para suas aulas: o site [scratch.mit.edu](https://scratch.mit.edu) !

Desenvolvido pelo MIT (Massachusetts Institute of Technology – Cambridge – EUA), o SCRATCH é um software voltado para a iniciação à aprendizagem de linguagem de programação de computadores. Disponibilizando ao usuário ampla biblioteca de imagens e sons, a criação de animações e jogos digitais interativos é facilitada pois a programação das diversas ações desejadas a cada um dos personagens é baseada no encaixe de blocos lógicos. Dessa forma, não é necessário o domínio de alguma linguagem de programação baixa, ou seja, que se produza o código-fonte.

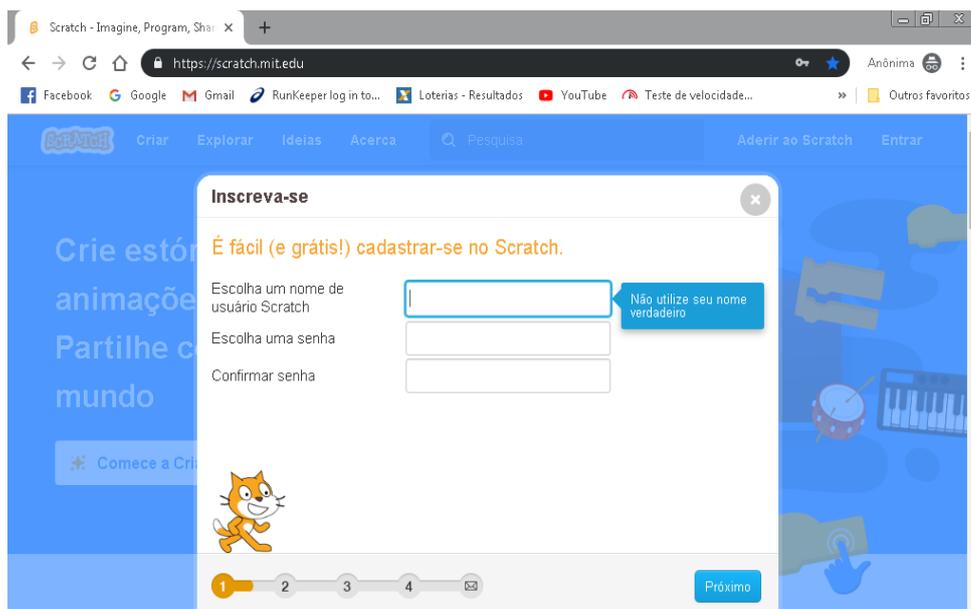
Basta o interessado criar gratuitamente uma conta para acesso (conforme mostram as Figuras 5 e 6 a seguir)...:

Figura 5 – “Entrar no Scratch”



Fonte: recorte de tela em [scratch.mit.edu](https://scratch.mit.edu)

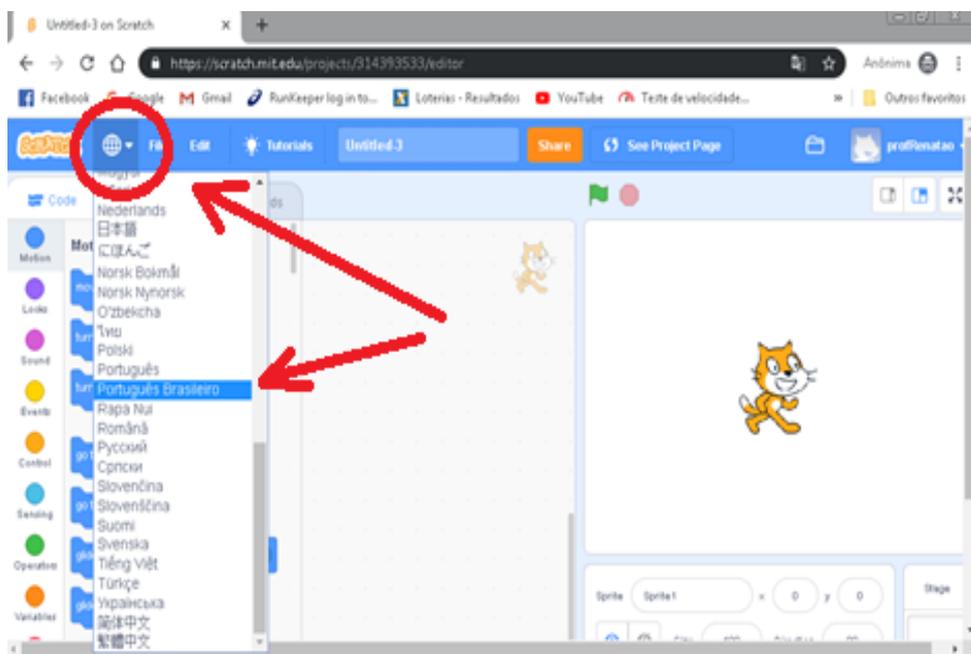
Figura 6 – “Cadastrar-se no Scratch”



Fonte: recorte de tela de Scratch.mit.edu

e, ao acessar, caso prefira, mudar o idioma do site:

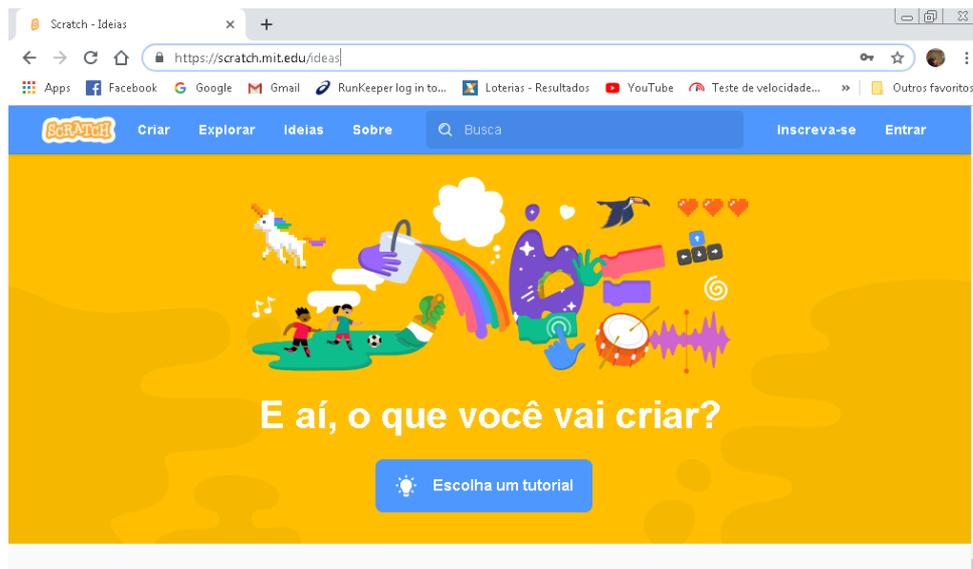
Figura 7 – “Mudança de Idioma do site scratch.mit.edu”



Fonte: recorte de tela de Scratch.mit.edu

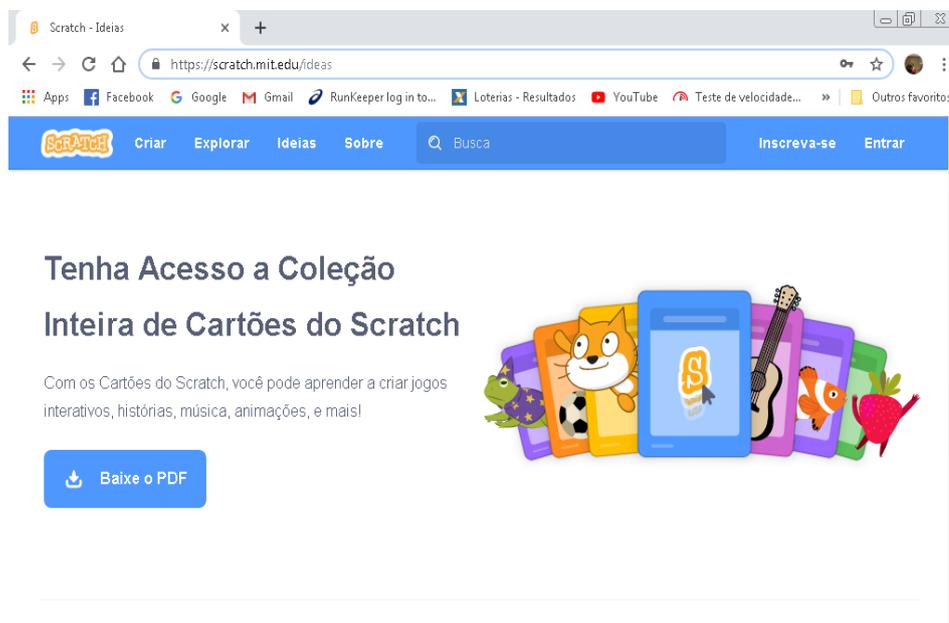
Para o iniciante, há vídeos tutoriais curtos que mostram exemplos de programas simples que produzem ações em personagens e cenários de uma história ou jogo que estará em criação <<https://scratch.mit.edu/ideas>>:

Figura 8 - “Tutoriais do Scratch”



Fonte: recorte de tela de *Scratch.mit.edu*

Há também, para download, um arquivo chamado Scratch Cards (*ilustrado, com extensão .pdf*) composto por exemplos e sugestões para se produzir muitas ações existentes.



Fonte: recorte de tela de *Scratch.mit.edu*

Toda essa estrutura de apoio ao usuário iniciante certamente facilitará suas primeiras ações de criação no site, motivando-o a aprofundar-se continuamente em novos projetos que sua criatividade desejar. Dessa forma, a barreira que possa existir por não ter conhecimento em programação de computadores, *ou coding*, ficará perfeitamente superável.

Segundo o próprio site, no endereço <<https://scratch.mit.edu/about>> lemos:

Com o Scratch, você pode programar seus próprios jogos, animações e histórias interativas — e compartilhar suas criações com outras pessoas na comunidade on-line. O Scratch ajuda jovens a aprender a pensar de forma criativa, a raciocinar de forma sistemática e a trabalhar colaborativamente — habilidades essenciais para a vida no século XXI. O Scratch é um projeto do grupo Lifelong Kindergarten no Media Lab do MIT. Ele é disponibilizado gratuitamente.

e também:

O Scratch foi projetado especialmente para idades entre 8 e 16 anos, mas é usado por pessoas de todas as faixas etárias. Milhões de pessoas criam projetos com o Scratch em uma grande variedade de configurações, inclusive casas, escolas, museus, bibliotecas e centros comunitários.

O Scratch é utilizado em mais de 150 países diferentes e está disponível em mais de 40 idiomas.

Como exemplo de auxílio à criação de um jogo, veja a sequência de cartões do “Jogo de Pega-pega”, disponível para download no site em <<https://scratch.mit.edu/ideas>>:

**Cartões**  
**Jogo de Pega-pega**

Use os cartões na seguinte ordem:

1. Mova para a direita e para a esquerda
2. Mova para cima e para baixo
3. Pegue a estrela
4. Reproduza um som
5. Marque pontos
6. Crie novos níveis
7. Exiba uma mensagem de vitória

scratch.mit.edu **Scratch** Conjunto de 7 cartões

Fonte: recortes de ‘cartões’ disponibilizados para download

### Mova para a direita e para a esquerda

scratch.mit.edu

**PREPARE-SE**

Escolha um cenário. Escolha um ator.

**ADICIONE ESTE CÓDIGO**

Escolha seta para direita.

quando clicado sempre deslize por 10 pixels até posição aleatória

Escolha seta para esquerda.

quando clicado sempre deslize por -10 pixels até posição aleatória

Use o sinal de menos para o ator se mover para a esquerda.

**TESTE**

Pressione as setas do teclado.

### Mova para cima e para baixo

scratch.mit.edu

**PREPARE-SE**

Clique no ator para selecioná-lo.

**ADICIONE ESTE CÓDIGO**

Escolha a tecla seta para cima.

quando clicado sempre adicione 10 a y

Use adicione a y para mover o ator para cima.

Escolha a tecla seta para baixo.

quando clicado sempre adicione -10 a y

Use o sinal de menos para o ator se mover para baixo.

**TESTE**

Pressione as setas do teclado.

Fonte: recortes de 'cartões' disponibilizados para download

### Pegue a estrela

scratch.mit.edu

**PREPARE-SE**

Escolha um ator para perseguir, por exemplo a estrela.

**ADICIONE ESTE CÓDIGO**

quando clicado sempre deslize por 1 segs. até posição aleatória

Use um número pequeno (como 0.5) para que o ator deslize mais rápido.

**TESTE**

Clique na bandeira verde para iniciar.

Clique no sinal de pare para parar.

### Reproduza um som

scratch.mit.edu

**PREPARE-SE**

Clique para selecionar o Robô.

Escolha um som da Biblioteca de Sons, como Collect.

**ADICIONE ESTE CÓDIGO**

Clique na guia Código.

quando clicado sempre toque o som Collect até o fim

Insira o bloco tocando em Star e então.

**TESTE**

Clique na bandeira verde para iniciar.

Fonte: recortes de 'cartões' disponibilizados para download

**Marque pontos**  
scratch.mit.edu

**PREPARE-SE**

Escolha Variáveis. — Clique no botão Criar uma Variável. — Chame essa variável de Pontos e clique em OK.

**ADICIONE ESTE BLOCO**

No menu, selecione Pontos. — Use este bloco para reiniciar a pontuação. — Use este bloco para aumentar a pontuação.

**DICA**

Use o bloco define minha variável para reiniciar a pontuação. — Use o bloco adicione a minha variável para aumentar a pontuação.

---

**Crie novos níveis**  
scratch.mit.edu

**PREPARE-SE**

Escolha outro cenário, como o Reibula. — Selecione o Robô.

**ADICIONE ESTE CÓDIGO**

Insira o bloco Pontos no bloco de igualdade da categoria Operadores. — Escolha o primeiro cenário. — Escolha o cenário para o qual vai mudar. — Escolha um som.

**TESTE**

Clique na bandeira verde para começar o jogo!

Fonte: recortes de 'cartões' disponibilizados para download

**Exiba uma mensagem de vitória**  
scratch.mit.edu

**PREPARE-SE**

Clique no pincel para desenhar um novo ator. — Use a ferramenta de texto para escrever uma mensagem, como "Você passou para o próximo nível!" — Você pode alterar a cor, o tamanho e o estilo da fonte.

**ADICIONE ESTE CÓDIGO**

Esconda a mensagem no início. — Escolha o cenário do nível seguinte. — Exiba a mensagem.

**TESTE**

Clique na bandeira verde para jogar o jogo.

Fonte: recorte de 'cartão' disponibilizado para download

A sequência de cartões mostra quais blocos devem ser encaixados para determinar ações aos personagens do jogo (um robô e uma estrela), além de fazer comentários e sugestões de alteração de valores. Percebe-se a preocupação didática em cada ação: mover o personagem, pegar a estrela, reproduzir um som, marcar pontos, trocar de nível e mensagem de vitória. Em cada cartão, no seu final, há a indicação de como fazer um teste para observar o resultado obtido.

O professor que se interessar em criar jogos digitais a partir do [scratch.mit.edu](http://scratch.mit.edu) conseguirá reproduzir jogos de tabuleiro, quizzes interativos, jogos de raciocínio e outros que sua criatividade e inspiração desejarem. Um jogo digital pode ser produzido com intenção didática de: despertar a curiosidade do aluno/jogador para um determinado tema escolar que será iniciado; para a avaliação final de um conteúdo encerrado; como forma de revisão e preparação para avaliações formais; como forma de avaliação diferente das tradicionais. Após a criação de um jogo o professor/criador pode compartilhar um link para acesso a ele e, com isso, os usuários poderão, além de acessar e jogar, também emitir suas opiniões a respeito do jogo, dando assim retorno ao professor para que possa realizar ajustes conforme perceba a necessidade.

Abre-se também a possibilidade para o professor incentivar os alunos a produzirem seus jogos, animações e trabalhos escolares utilizando o site do Scratch. O site New Media Consortium, em sua publicação “The NMC Horizon Report: Educação Básica Edição 2015” traz, no capítulo “Alunos: de consumidores a criadores”, à página 14:

Há um apoio crescente para capacitar os alunos como criadores que demonstrem a sua maestria em formas que superam testes e planilhas tradicionais. [...] Esta tendência também implica que os educadores estão se tornando cada vez mais criadores, e estão, portanto, em condições de conduzir atividades que envolvem o desenvolvimento e publicação de conteúdo educacional. [...] Ao passo que os professores tornam-se mais confortáveis usando mídias, eles podem oferecer uma melhor orientação aos seus alunos. [...] Nos últimos anos, jogos e desenvolvimento de jogos têm provado ser um meio viável de envolver os alunos a criarem e jogarem ao mesmo tempo. [...] O desenvolvimento de jogos nas salas de aula também está se tornando mais comum com recursos como **SCRATCH**, Gamemaker e Gamestar Mechanic ajudando professores a envolver os alunos em design thinking, pensamento sistêmico e aprendizagem baseada em projetos.

Uma vantagem de se inserir jogos digitais em suas sequências didáticas é que eles podem ser acessados não apenas no horário de aulas mas, a qualquer momento. Ora, um jogo bem planejado, que seja desafiador e divertido, proporcionará aprendizagem de forma constante e mais efetiva que as formas tradicionais de estudo.

## 2 - REFERENCIAL TEÓRICO

A busca por estratégias didáticas que motivem professores e alunos a obter formas mais eficazes no processo de ensino e aprendizagem formal é o grande desafio da escola atual.

Métodos de ensino tradicionais já não cativam os alunos da nova geração, os “nativos digitais” (Prensky, 2012), e os jogos digitais podem aliar educação e diversão ao processo, sendo essa uma alternativa de abordagem muito mais interessante (MATTAR, 2010). Segundo esse autor, “o aprendizado necessita de motivação para um envolvimento intenso, o que é atingido pelos games”, fundamentando seu argumento nas teorias de aprendizagem a partir de ações colaborativas. Os jovens dessa geração necessitam de informações e respostas às suas questões de forma praticamente imediata, e a naturalidade na utilização de mídias digitais praticamente força uma transformação na maneira como se ensina e também como se aprende. Jogos digitais, com intenção didática, devem aproveitar-se da interação com o usuário para tirá-lo da passividade, instigando sua criatividade, capacidade de análise e estratégia motivando a procura por superação e novos conhecimentos. A escola não valoriza essas qualidades quando perpetua a separação de um mundo de coisas que se faz “dentro da escola” de outras que faz “fora da escola”.

Para MATTAR (2010), o ‘*game*’ pode ser um recurso didático a favor da educação quando focado no processo de construção, habilitando os alunos a interagirem e sob a orientação atenta de professores e educadores.

Uma preocupação que deve ser presente quando da criação de um jogo digital que seja didático/educativo é a de ele seja atrativo e desafiador. Quanto mais próximo de uma ‘distração’ ou ‘passatempo’, maior é a chance do jogador sentir-se bem ao jogar, ocorrendo a liberação de endorfina dentro do sistema corporal. A diversão facilita a aprendizagem, o jogador aprende durante o jogo e continua jogando. Em sua dissertação de mestrado, OLIVEIRA (2017) cita que “segundo os estudos da ESA(2014), é uma realidade incorporar jogos no aprendizado por parte dos professores. Eles ajudam no desenvolvimento da mente dos jovens, ensinam sobre habilidades para a vida, conhecimento e reforçam hábitos positivos em todas as idades”. Ele busca em PRENSKY (2012) uma sequência de cinco perguntas-

chave a serem feitas para avaliar se determinado jogo é adequado para finalidade didática:

“- O jogo é tão divertido que até mesmo alguém de fora do seu público alvo educativo gostaria de jogá-lo (e aprenderia com ele)?

- O jogador se vê como jogador em vez de estudante?

- A experiência proporcionada é viciante? Promove a divulgação boca a boca do jogo? Os jogadores querem jogar de novo?

- As habilidades do jogador na proposta de aprendizagem vão melhorando, conforme ele avança e interage com o jogo?

- O jogo promove uma reflexão sobre o que está sendo aprendido?”

As estratégias para buscar, na criação de um jogo digital com intenção didática, essas metas acabam por extrapolar os objetivos desse artigo (*apresentar a ferramenta de criação SCRATCH*) mas, como embasamento para as criações, as leituras de OLIVIERA (2017) e AZEVEDO(2012) são recomendadas.

### 3 - METODOLOGIA

Este artigo é resultado, primeiramente, de pesquisa exploratória a um recurso tecnológico online que permite a criação, a utilização e o compartilhamento de objetos digitais educacionais (ODE's) de uma maneira simples e eficaz: o [scratch.mit.edu](http://scratch.mit.edu)

De maneira complementar, uma pesquisa bibliográfica traz exemplos de utilização, com sucesso, do referido recurso em áreas diferentes do conhecimento com estudantes de nível infantil, fundamental e médio.

### 4 - ANÁLISE DOS DADOS

Durante a pesquisa feita para a produção deste artigo, foram encontradas descrições de várias experiências da utilização do SCRATCH como meio didático para obtenção de resultados educacionais. Cito algumas dessas a seguir:

4.1) **“Usando a linguagem SCRATCH como ferramenta pedagógica para auxiliar no processo de aprendizagem de alunos com necessidades especiais”** de SOUZA, I. J.; FILGUEIRA, J. D. B.; MELO, F. J. A. – em III CINTEDI <[www.cintedi.com.br](http://www.cintedi.com.br)>.

Os autores relatam que “a presente pesquisa busca analisar as contribuições no ensino e aprendizagem de jovens com Necessidades Educacionais Especiais, por meio do uso de ferramentas tecnológicas, especialmente os jogos educativos desenvolvidos usando a ferramenta Scratch, destacando a importância da utilização das tecnologias, para o desenvolvimento psicomotor no Ensino Especial” [...] “esta pesquisa tem por objetivo, aplicar jogos educativos desenvolvidos na ferramenta Scratch à alunos da Instituição APAE e observar os efeitos obtidos na aprendizagem por meio destes, analisando as contribuições no desenvolvimento de habilidades e aprendizagem de conteúdos. Neste contexto, a aplicação desses jogos facilita o Ensino e Aprendizagem na Educação Especial, por ser uma metodologia interativa de aprendizagem”.

Ao final, concluem que “...ficou comprovado os efeitos positivos no desempenho dos alunos, ao realizar as atividades que apresentavam vários desafios, provocando a curiosidade em todo o processo de aplicação” [...] “que proporcionou a socialização, a autonomia dos alunos e uma forma diferenciada e divertida na busca pelo conhecimento”.

4.2) “**Reflexões sobre o software Scratch no ensino de ciências e matemática**” de WEBBER, C. G.; SPINDOLA, M. M.; e outros 7 do CCET/UCS – CINTED-UFRGS.

Os autores resumem que “há uma constante cobrança da comunidade escolar pela inserção de tecnologias nos processos de ensino-aprendizagem” [...] “recentemente o software Scratch vem ganhando espaço em projetos escolares pela flexibilidade e benefícios comprovados. A fim de contribuir com a formação docente, desenvolveu-se um trabalho orientado com seis professores do ensino fundamental e médio. A proposta envolveu utilizar e avaliar o software Scratch seguindo critérios tecnológicos e pedagógicos”.

Ao final, concluem que “ao professor pode ser uma opção por meio da qual ele pode promover a aprendizagem, avaliações, atividades variadas e diversificar suas aulas” [...] “explorar programas como o Scratch, pode fazer com que o estudante se torne um sujeito com competências e habilidades que só podem ser alcançadas por quem tem contato com ambientes de linguagem de programação.

Uma das habilidades é a capacidade de resolver problemas complexos pela decomposição em problemas menores”.

4.3) **“A utilização do Scratch como ferramenta no ensino de pensamento computacional para crianças”** de AONO, A. H.; RODY, H. V. S.; MUSA, D. L.; PEREIRA, V. A.; ALMEIDA, J. – do Inst. Ciência e Tecn. da UNIFESP, São José dos Campos – SP.

Os autores resumem que fizeram a “utilização do Scratch como um ambiente de aprendizado intuitivo e acessível” para a realização de “atividades práticas de programação nas quais os alunos construíram partes de um jogo que posteriormente foram reunidas em um projeto final” com alunos do 6º ano do ensino fundamental de uma escola particular.

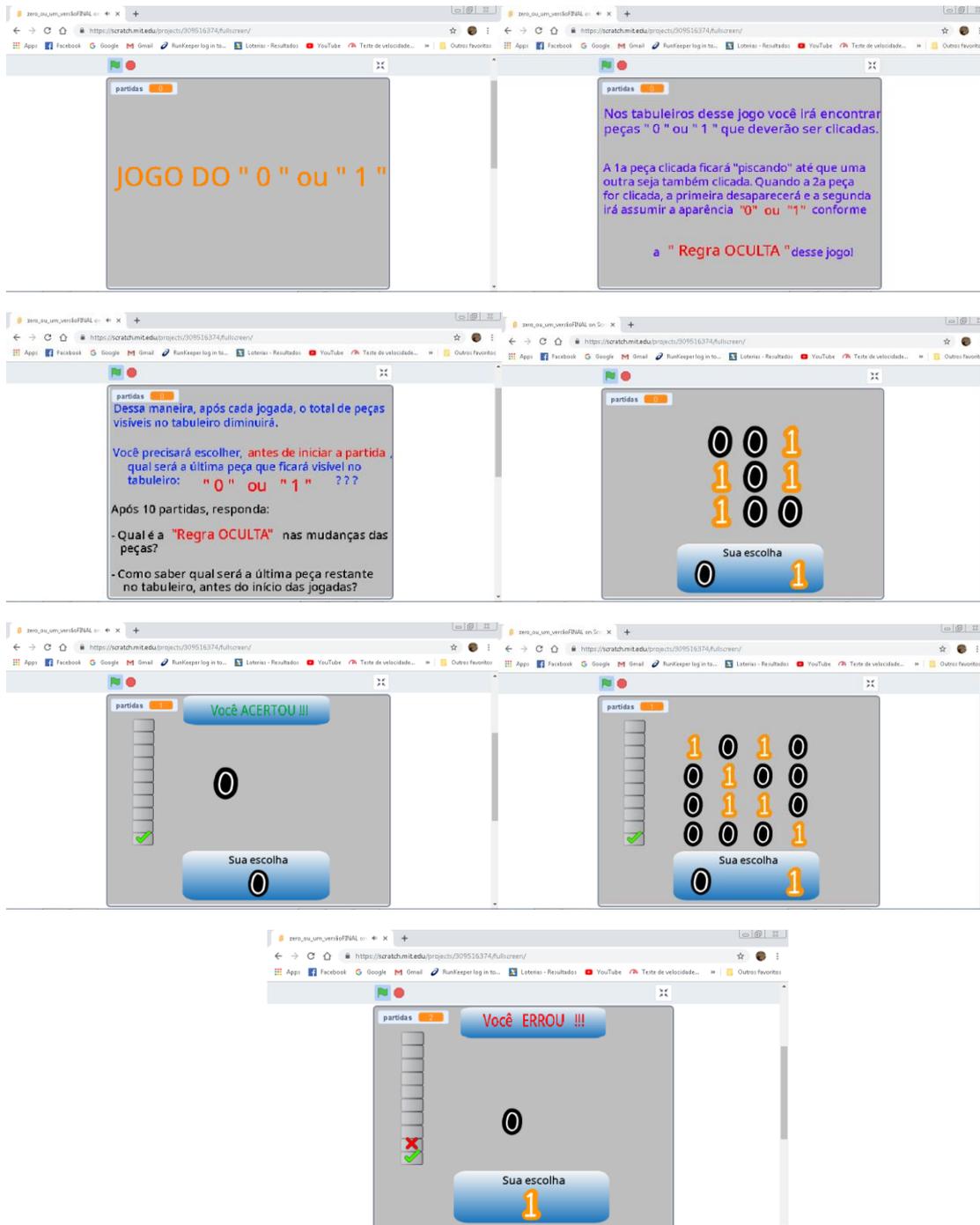
Constatam ao final que “os resultados mostraram que a metodologia proposta cativou a atenção de crianças e jovens e os conceitos foram assimilados facilmente”.

4.4) **“O uso do software Scratch na escola pública: Discussão da noção de autoria e remixagem na contemporaneidade”** de PINHEIRO, P. A.; RICARTE, L. T. – da UNICAMP.

Os autores analisaram “práticas de remix na produção de animação de uma aluna de 5º ano do ensino fundamental [...] por meio do uso do Scratch”, pautando o referencial teórico nos conceitos de multiletramentos, Web 2.0, autoria e remix.

4.5) Finalmente, tem-se dois jogos criados pelo autor deste artigo, recortados do trabalho em sua pesquisa de mestrado (que está em andamento), ambos criados com o software Scratch:

Em <<https://scratch.mit.edu/projects/309516374/>> tem-se um jogo que pretende verificar o conhecimento dos assuntos “invariantes”, “paridade de um número natural” e “sistema binário de numeração”:

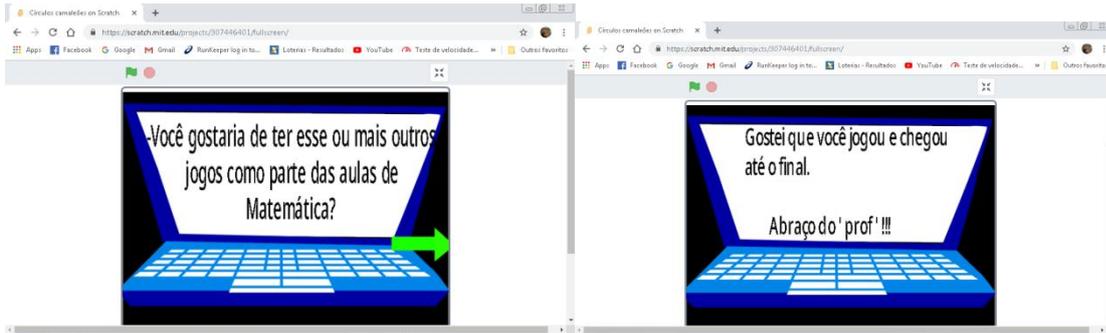


Recortes de tela do jogo "Zero ou Um"

Fonte: <https://scratch.mit.edu/projects/309516374/>

E, em <https://scratch.mit.edu/projects/307446401/> tem-se um jogo que aborda implicitamente os assuntos "invariantes" e "congruência módulo 3":





*Recortes de tela do jogo “Círculos Camaleões”*

*Fonte: <https://scratch.mit.edu/projects/307446401/>*

## 5 - CONSIDERAÇÕES FINAIS

Os atuais alunos do ensino básico fazem parte da geração “Z” (*nascidos após 2003*), ou seja, nasceram após a internet. Têm acesso a informações a todo momento, e muitos até não acreditam na educação formal para o sucesso de sua vida profissional. Para eles, as escolas estão muito distantes da realidade multimídia de hoje.

A BNCC, traz as diretrizes para a educação formal dos estudantes brasileiros do século XXI. Dentre elas, destacam-se a necessidade de ter o aluno como protagonista do processo de ensino-aprendizagem, cabendo ao professor o papel de mediador e orientador, e o estímulo ao desenvolvimento de competências digitais. Dessa forma, educar essa geração de alunos requer do educador o conhecimento e a utilização de recursos tecnológicos o que, para muitos, pode ser uma grande dificuldade.

Em consonância com essa perspectiva, o site [scratch.mit.edu](https://scratch.mit.edu) é uma alternativa viável a ser trilhada pois consegue trazer, tanto ao professor/educador quanto ao estudante, a possibilidade de desenvolvimento das habilidades digitais em conjunto com os saberes formais. Em relação aos professores, produzir e utilizar jogos digitais serão diferenciais importantes para cativar e motivar seus alunos. Já para esses, a postura ativa e colaborativa trará base mais sólida na construção de seus conhecimentos.

## 6 - REFERÊNCIAS

ASSEMBLEIA LEGISLATIVA DO ESTADO DE SÃO PAULO. Disponível em: <<https://www.al.sp.gov.br/repositorio/legislacao/lei/2017/lei-16567-06.11.2017.html>> Acesso em: 01 de agosto de 2019

AZEVEDO, V. A. **Jogos eletrônicos e educação: construindo um roteiro para sua análise pedagógica**. Santa Catarina: Florianópolis: PPGE/UFSC, 2012, 228p, Dissertação de mestrado.

BASE NACIONAL COMUM CURRICULAR Disponível em: <<http://basenacionalcomum.mec.gov.br/>> Acesso em: 03 de agosto de 2019

CETIC.BR Disponível em: <<https://www.cetic.br/publicacao/pesquisa-sobre-o-uso-das-tecnologias-de-informacao-e-comunicacao-nos-domicilios-brasileiros-tic-domicilios-2017/>> Acesso em: 28 de julho de 2019

CHANDLER, H. M. **Manual de produção de jogos digitais**. Porto Alegre: Bookman, 2012.

CLUA, E. W. G.; BITTENCOURT, J. R. **Uma nova concepção para a criação de jogos educativos**. Simpósio Brasileiro de Informática na Educação – SBIE. Disponível em: <[http://www.joinville.edesc.br/portal/professores/marcelo/materiais/Clua\\_e\\_Bittencourt\\_2004\\_\\_Cria\\_o\\_de\\_Jogos\\_Educativos\\_\\_minicurso.pdf](http://www.joinville.edesc.br/portal/professores/marcelo/materiais/Clua_e_Bittencourt_2004__Cria_o_de_Jogos_Educativos__minicurso.pdf)>

ESA – Entertainment Software Association. **Games: Improving Education**. Disponível em: <[http://www.theesa.com/wp-content/uploads/2014/11/Games\\_Improving\\_Education-11.4.pdf](http://www.theesa.com/wp-content/uploads/2014/11/Games_Improving_Education-11.4.pdf)>

JOHNSON, L.; ADAMS BECKER, S.; ESTRADA, V.; and FREEMA, A.; (2015). **NMC Horizon Report: Edição Educação Básica 2015**. Austin, Texas: The New Media Consortium, 2015.

LIMA, M. do C.; SILVA, V. V. S.; SILVA, M. E. L.; **Jogos educativos no âmbito educacional: um estudo sobre o uso de jogos no Projeto MAIS da Rede Municipal de Recife**. Disponível em: <[https://www.ufpe.br/ce/imagens/Graduacao\\_pedagogia/pdf/2009.2/jogos%20edu](https://www.ufpe.br/ce/imagens/Graduacao_pedagogia/pdf/2009.2/jogos%20edu)>

cativos%20no%20mbito%20educacional%20um%estudo%20sobre%20o%20uso.p  
df>

MATTAR, João. **Games em educação: como os nativos digitais aprendem**. São Paulo: Pearson Prentice Hall, 2010.

NEW MEDIA CONSORTIUM. <<https://www.nmc.org/news/nmc-and-cosn-release-the-nmc-horizon-report-2015-k-12-edition/>> Acesso em: 12 de junho de 2019

OLIVEIRA, Fabiano N. **Adaptação e avaliação da metodologia dos sete passos para o desenvolvimento de competências em produção de jogos digitais didáticos**. Araranguá: UFSC – PPGTIC, 2017.

PRENSKY, M. **Aprendizagem baseada em jogos digitais**. São Paulo: Editora Senac São Paulo, 2012.

SCRATCH.MIT.EDU Disponível em: <[scratch.mit.edu](http://scratch.mit.edu)>

## APÊNDICE B - QUESTIONÁRIO DO "JOGO DO ZERO OU UM"

Disponível em: <https://forms.gle/rxaJXFTgYCzMSByD7>

### Jogo do "ZERO ou UM"

O jogo do "ZERO ou UM", criado pelo professor Renato Conceição Junior sob orientação do prof. Dr. Paulo Caetano do DM-UFSCar, faz parte do trabalho final e da dissertação de mestrado daquele.

Caso queira jogar-lo novamente, acesse: <https://scratch.mit.edu/projects/322716183>

Respondendo esse questionário você contribuirá com informações estatísticas para análise e conclusão no referido trabalho, sendo que as de cunho pessoal serão mantidas sob total sigilo.

Agradeço imensamente por ter jogado e por agora aceitar contribuir com sua crítica.

Renato Conceição Junior, mestrando do PROFMAT.

Próxima

Página 1 de 3

Nunca envie senhas pelo Formulários Google.

Este conteúdo não foi criado nem aprovado pelo Google. [Denunciar abuso](#) - [Termos de Serviço](#) - [Política de Privacidade](#)

Google Formulários

### Jogo do "ZERO ou UM"

\*Obrigatório

#### Sua avaliação

Telas capturadas



Você é aluno ou professor de matemática? \*

- Aluno
- Professor

Na sua opinião, quais dos temas listados abaixo estão presentes no jogo do "ZERO ou UM"? \*

- Números naturais
- Equações
- Sistema binário
- Paridade
- Adição e Subtração
- Outras operações matemáticas básicas
- Lógica
- Invariantes
- Funções
- Geometria
- Outro: \_\_\_\_\_

A respeito de uma estratégia vencedora para o jogo do "ZERO ou UM" você...: \*

- Não conseguiu estabelecer uma estratégia vencedora, dependendo exclusivamente da sorte.
- Tem uma estratégia que ajudou a vencer algumas partidas, mas não todas.
- Sabe como vencer qualquer partida proposta.

A utilização de jogos (digitais ou não) como parte do ensino escolar, na sua opinião, é...: \*

- Ineficaz
- Interessante
- Essencial

Escreva suas opiniões sobre o jogo (qual é a "Regra Oculta"), críticas ou sugestões, que servirão para melhora desse e de outros jogos didáticos criados pelo professor:

Sua resposta

[Voltar](#)

[Próxima](#)

 Página 2 de 3

Nunca envie senhas pelo Formulários Google.

Este conteúdo não foi criado nem aprovado pelo Google. [Denunciar abuso](#) - [Termos de Serviço](#) - [Política de Privacidade](#)

Google Formulários

Seção 3 de 3

## Informações pessoais



Os dados aqui inseridos serão mantidos sob sigilo pelo professor.

**Digite seu nome completo:**

Texto de resposta curta

---

**Qual a sua idade?**

Texto de resposta curta

---

**A qual escola você está vinculado?**

Texto de resposta curta

---

**Alguma forma de contato (e-mail, whatsapp, rede social, ...):**

Texto de resposta curta

---

## APÊNDICE C - QUESTIONÁRIO DO JOGO "CÍRCULO CAMALEÕES"

Disponível em: <https://forms.gle/284pYxB9Wj2zKXJJ9>

### Jogo "Círculos Camaleões"

O jogo "Círculos Camaleões", criado pelo professor Renato Conceição Junior sob orientação do prof. Dr. Paulo Caetano do DM-UFSCar, faz parte do trabalho final e da dissertação de mestrado daquele.

Caso queira jogá-lo novamente: <https://scratch.mit.edu/projects/322039869>

Respondendo esse questionário você contribuirá com informações estatísticas para análise e conclusão no referido trabalho, sendo que as de cunho pessoal serão mantidas sob total sigilo.

Agradeço imensamente por ter jogado e por agora aceitar contribuir com sua crítica.

Renato Conceição Junior, mestrando do PROFMAT.

Próxima

Página 1 de 3

Nunca envie senhas pelo Formulários Google.

Este conteúdo não foi criado nem aprovado pelo Google. [Denunciar abuso](#) - [Termos de Serviço](#) - [Política de Privacidade](#)

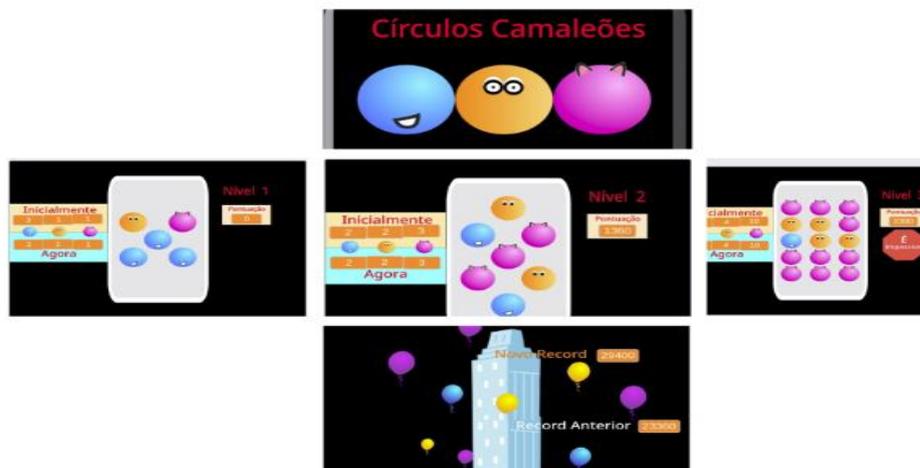
Google Formulários

### Jogo "Círculos Camaleões"

\*Obrigatório

#### Sua avaliação

Telas capturadas



Você é aluno ou professor de matemática? \*

- Aluno
- Professor

Na sua opinião, quais dos temas listados abaixo estão presentes no jogo "Círculos Camaleões"? \*

- Números naturais
- Equações
- Congruência mod (resto da divisão)
- Paridade
- Adição e Subtração
- Outras operações matemáticas básicas
- Lógica
- Invariantes
- Funções
- Geometria
- Outro: \_\_\_\_\_

A respeito de uma estratégia vencedora para o jogo "Círculos Camaleões" você...: \*

- Não conseguiu estabelecer uma estratégia vencedora, dependendo exclusivamente da sorte.
- Tem uma estratégia que ajudou a vencer algumas partidas, mas não todas.
- Sabe como vencer qualquer partida proposta.

A utilização de jogos (digitais ou não) como parte do ensino escolar, na sua opinião, é...: \*

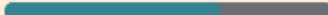
- Ineficaz
- Interessante
- Essencial

Escreva suas opiniões sobre o jogo, crítica ou sugestão, que servirão para melhora desse e de outros jogos didáticos criados pelo professor:

Sua resposta

[Voltar](#)

[Próxima](#)

 Página 2 de 3

Nunca envie senhas pelo Formulários Google.

Este conteúdo não foi criado nem aprovado pelo Google. [Denunciar abuso](#) - [Termos de Serviço](#) - [Política de Privacidade](#)

Google Formulários

Seção 3 de 3

## Informações pessoais



Os dados aqui inseridos serão mantidos sob sigilo pelo professor.

Digite seu nome completo:

Texto de resposta curta

---

Qual a sua idade?

Texto de resposta curta

---

A qual escola você está vinculado?

Texto de resposta curta

---

Alguma forma de contato (e-mail, whatsapp, rede social, ...):

Texto de resposta curta

---

## APÊNDICE D - QUESTIONÁRIO DO JOGO "LIBERTE OS CRISTAIS"

Disponível em: <https://forms.gle/5rU65UdvotZRVic98>

### Jogo "Liberte os Cristais"

O jogo "Liberte os Cristais", criado pelo professor Renato Conceição Junior sob orientação do prof. Dr. Paulo Caetano do DM-UFSCar, faz parte do trabalho final e da dissertação de mestrado daquele.

Caso queira joga-lo novamente: <https://scratch.mit.edu/projects/323358134>

Respondendo esse questionário você contribuirá com informações estatísticas para análise e conclusão no referido trabalho, sendo que as de cunho pessoal serão mantidas sob total sigilo.  
Agradeço imensamente por ter jogado e por agora aceitar contribuir com sua crítica.

Renato Conceição Junior, mestrando do PROFMAT.

Próxima

Nunca envie senhas pelo Formulários Google.

Este conteúdo não foi criado nem aprovado pelo Google. [Denunciar abuso](#) - [Termos de Serviço](#) - [Política de Privacidade](#)

Google Formulários

### Jogo "Liberte os Cristais"

\*Obrigatório

Seção sem título

Você é aluno ou professor de matemática? \*

Aluno

Professor

Na sua opinião, quais dos temas listados abaixo estão presentes no jogo "Liberte os Cristais"? \*

- Números naturais
- Equações
- Progressão Geométrica
- Paridade
- Operações matemáticas básicas
- Frações
- Lógica
- Invariantes
- Funções
- Geometria
- Outro: \_\_\_\_\_

A respeito do tabuleiro "Só Feras" no jogo "Liberte os Cristais" você...: \*

- Não conseguiu estabelecer alguma relação com temas da matemática para poder demonstra-lo.
- Tem uma ideia do motivo dele não ter solução, mas não consegue expressa-la matematicamente.
- Sabe fazer uma demonstração para justificar a impossibilidade de solução.
- Outro: \_\_\_\_\_

A respeito do tabuleiro "Só Feras" no jogo "Liberte os Cristais" você...: \*

- Não conseguiu estabelecer alguma relação com temas da matemática para poder demonstra-lo.
- Tem uma ideia do motivo dele não ter solução, mas não consegue expressa-la matematicamente.
- Sabe fazer uma demonstração para justificar a impossibilidade de solução.
- Outro: \_\_\_\_\_

A utilização de jogos (digitais ou não) como parte do ensino escolar, na sua opinião, é...: \*

- Ineficaz
- Interessante
- Essencial

Escreva suas opiniões sobre o jogo (uma demonstração para o nível "Só Feras"), críticas ou sugestões, que servirão para melhora desse e de outros jogos didáticos criados pelo professor:

Sua resposta  
\_\_\_\_\_

[Voltar](#)

[Próxima](#)

Nunca envie senhas pelo Formulários Google.

Este conteúdo não foi criado nem aprovado pelo Google. [Denunciar abuso](#) - [Termos de Serviço](#) - [Política de Privacidade](#)

Google Formulários

Seção 3 de 3

## Informações pessoais



Os dados aqui inseridos serão mantidos sob sigilo pelo professor.

**Digite seu nome completo:**

Texto de resposta curta

---

**Qual a sua idade?**

Texto de resposta curta

---

**A qual escola você está vinculado?**

Texto de resposta curta

---

**Alguma forma de contato (e-mail, whatsapp, rede social, ...):**

Texto de resposta curta

---

**APÊNDICE E - QUESTIONÁRIO DO JOGO "LIBERTE OS CRISTAIS - DESAFIO"**  
Disponível em: <https://forms.gle/LSZzceidShS8D64x8>

## Jogo "Liberte os Cristais" - DESAFIO

O jogo "Liberte os Cristais - DESAFIO", criado pelo professor Renato Conceição Junior sob orientação do prof. Dr. Paulo Caetano do DM-UFSCar, faz parte do trabalho final e da dissertação de mestrado daquele.

Caso queira joga-lo novamente: <https://scratch.mit.edu/projects/346120696>

Respondendo esse questionário você contribuirá com informações estatísticas para análise e conclusão no referido trabalho, sendo que as de cunho pessoal serão mantidas sob total sigilo.

Agradeço imensamente por ter jogado e por agora aceitar contribuir com sua crítica.

Renato Conceição Junior, mestrando do PROFMAT.

Próxima

Nunca envie senhas pelo Formulários Google.

Este conteúdo não foi criado nem aprovado pelo Google. [Denunciar abuso](#) - [Termos de Serviço](#) - [Política de Privacidade](#)

Google Formulários

## Jogo "Liberte os Cristais" - DESAFIO

\*Obrigatório

Seção sem título

Você é aluno ou professor de matemática? \*

- Aluno
- Professor

Na sua opinião, quais dos temas listados abaixo estão presentes no jogo "Liberte os Cristais - DESAFIO"? \*

- Números naturais
- Equações
- Progressão Geométrica
- Paridade
- Operações matemáticas básicas
- Frações
- Lógica
- Invariantes
- Funções
- Geometria
- Outro: \_\_\_\_\_

Por quê, mesmo podendo ser "aumentado infinitamente" o tabuleiro, os cristais NUNCA poderão ser libertos da prisão? \*

- Não consigo estabelecer algum motivo para justificar a impossibilidade de Libertar os Cristais da prisão.
- Tenho uma ideia do motivo, mas não consigo expressá-la.
- Sei apresentar uma justificativa para a impossibilidade de Libertar os Cristais dessa prisão.
- Outro: \_\_\_\_\_

Por quê, mesmo podendo ser "aumentado infinitamente" o tabuleiro, os cristais NUNCA poderão ser libertos da prisão? \*

- Não consigo estabelecer algum motivo para justificar a impossibilidade de Libertar os Cristais da prisão.
- Tenho uma ideia do motivo, mas não consigo expressa-la.
- Sei apresentar uma justificativa para a impossibilidade de Libertar os Cristais dessa prisão.
- Outro: \_\_\_\_\_

Escreva suas opiniões sobre o jogo, uma DEMONSTRAÇÃO MATEMÁTICA para não ter solução, críticas e/ou sugestões que servirão para melhorar esse e outros jogos didáticos criados pelo professor:

Sua resposta \_\_\_\_\_

A utilização de jogos (digitais ou não) como parte do ensino escolar, na sua opinião, é...: \*

- Ineficaz
- Interessante
- Essencial

[Voltar](#)

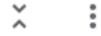
[Próxima](#)

Nunca envie senhas pelo Formulários Google.

Este conteúdo não foi criado nem aprovado pelo Google. [Denunciar abuso](#) - [Termos de Serviço](#) - [Política de Privacidade](#)

Seção 3 de 3

## Informações pessoais



Os dados aqui inseridos serão mantidos sob sigilo pelo professor.

**Digite seu nome completo:**

Texto de resposta curta

---

**Qual a sua idade?**

Texto de resposta curta

---

**A qual escola você está vinculado?**

Texto de resposta curta

---

**Alguma forma de contato (e-mail, whatsapp, rede social, ...):**

Texto de resposta curta

---