

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO CARLOS**  
**CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E DE TECNOLOGIA**  
***DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL***

**ESTUDO SOBRE O DIMENSIONAMENTO DE PLACAS DE  
CONCRETO REFORÇADO COM FIBRAS DE AÇO APOIADAS EM  
MEIO ELÁSTICO.**

**Arthur Amorim de Oliveira**

Trabalho de Conclusão de Curso  
apresentado ao Departamento de  
Engenharia Civil da Universidade  
Federal de São Carlos como parte dos  
requisitos para a conclusão da  
graduação em Engenharia Civil

**Orientadora:** Margot F. Pereira Milani

São Carlos

2022

Aos meus amados pais e irmão, Marcia, Jerson e Victor; meus avós, José, Iracy, Silvano e Maria; e à minha amiga e namorada Rafaela, que juntos, me apoiaram com amor e carinho e deram condições para que eu realizasse meus sonhos.

## AGRADECIMENTOS

---

Meus sinceros agradecimentos aos meus pais Jerson e Marcia, que sempre deram o máximo para a realização dos meus sonhos, acreditando e apostando em mim. Aos meus avós maternos Iracy e José, que da forma mais simples me ensinaram a nunca desistir e sempre me deram conselhos valiosos. Aos meus avós paternos Silvano e Maria, que em memória, são para mim uns dos maiores exemplos de dedicação e resiliência. Ao meu amado irmão Victor, que além de ser uma das maiores inspirações da minha vida, tornou minha graduação e vida mais leves com seus conselhos sábios. À minha namorada Rafaela, que esteve comigo antes mesmo do início da graduação e fez parte deste sonho, me incentivando, ajudando e sendo peça fundamental para realizá-lo.

Aos professores da UFSCar e à comunidade universitária, a qual tenho maior apreço e orgulho em fazer parte. Um agradecimento especial aos professores do DECiv (Departamento de engenharia Civil - UFSCar), que me ensinaram a gostar ainda mais da profissão que eu decidi seguir e ao grupo de extensão PET Civil UFSCar, que me ensinou o verdadeiro papel como agente transformador do engenheiro civil e me melhorou como pessoa.

À minha professora e orientadora, Prof. Dra. Margot F. Pereira Milani, que tornou este trabalho possível e me acrescentou diversos conhecimentos na engenharia e na forma de lidar e orientar pessoas, mostrando-se sempre paciente e disposta a ajudar.

Aos meus amigos, Mayara, Samara, Lucas, Augusto, Pietro, Carolina, João e Beatriz, que dividiram comigo esta jornada e se tornaram os maiores presentes que a graduação trouxe. E por fim, aos meus amigos de infância, Henrique, Gustavo, Maurício, Pedro, Guilherme, Caio e Júlio, que foram fundamentais (mesmo em outra cidade) nessa jornada e que com os momentos de distração, renovaram constantemente a motivação para lidar com os desafios do cotidiano.

## RESUMO

Por possuir um comportamento frágil e baixa resistência às tensões de tração, é comum o concreto ser reforçado com outros materiais, como o aço. O concreto reforçado com fibras de aço (CRFA) é um material compósito que utiliza as fibras como reforço estrutural, reduzindo o comportamento frágil pós fissuração do concreto. Apesar das vantagens, o material ainda sofre com a falta de embasamento teórico e pouco é utilizado no Brasil se comparado com o concreto armado. Para aumentar a utilização do CRFA, o entendimento do documento normativo que auxilia no dimensionamento de elementos estruturais utilizando o material (ABNT NBR 16935:2021) é muito importante, assim como o conhecimento das vantagens deste material em relação a outros. Neste trabalho foi analisada a utilização de concreto reforçado com fibras de aço em uma placa apoiada sobre meio elástico e comparados os resultados obtidos no dimensionamento de um mesmo elemento estrutural em CRFA e em concreto armado utilizando os critérios de normas e planilhas de cálculo, que foram desenvolvidas durante o projeto. É esperado que o projeto contribua com a competitividade entre o CRFA e o concreto armado quando aplicados em fundações rasas, já que o CRFA apresentou uma redução na utilização de aço em placas apoiadas sobre meio elástico.

Palavras-chave: Concreto reforçado; fibras de aço; placas sobre meio elástico; dimensionamento.

## **ABSTRACT**

Due to its brittle behavior and low tensile strength, it is common for concrete to be reinforced with other materials, such as steel. Steel fiber-reinforced concrete is a composite material that uses fibers as structural reinforcement, reducing the post-cracking brittle behavior of concrete. Although the advantages, the material still suffers from a lack of theoretical basis and is rarely used in Brazil compared to reinforced concrete. To increase the use of steel fiber-reinforced concrete, the understanding of the normative document that assists in the design of structural elements using the material (ABNT NBR 16935:2021) is very important, as is the knowledge of the advantages of this material in relation to others. In this work, the use of steel fiber-reinforced concrete in plates on elastic foundation was analyzed and the results obtained in the design of the same structural element in steel fiber concrete reinforcement and in reinforced concrete will be compared using the criteria of standards and spreadsheets, which will be developed during the project. The project is expected to contribute to the competitiveness between steel fiber concrete reinforcement and reinforced concrete when applied in shallow foundations, since the steel fiber-reinforced concrete showed a reduction in the use of steel in plates on elastic foundation.

Key-words: reinforced concrete; fibers; plates on elastic foundation; cracks.

## SUMÁRIO

<b>1. INTRODUÇÃO .....</b>	<b>8</b>
<b>1.1 JUSTIFICATIVA.....</b>	<b>10</b>
<b>1.2 OBJETIVOS.....</b>	<b>11</b>
1.2.1 Gerais.....	11
1.2.2 Específicos .....	11
<b>2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA .....</b>	<b>11</b>
<b>2.1 CONCRETO REFORÇADO COM FIBRAS DE AÇO (CRFA) E SEU COMPORTAMENTO MECÂNICO .....</b>	<b>12</b>
2.1.1 Caracterização do CRF .....	17
<b>2.2 PLACAS APOIADAS EM MEIO ELÁSTICO .....</b>	<b>22</b>
<b>3. DIMENSIONAMENTO DE PLACAS EM CRF APOIADAS EM MEIO ELÁSTICO: MODELO DA ABNT NBR 16935:2021 .....</b>	<b>29</b>
<b>3.1 LIMITAÇÕES .....</b>	<b>29</b>
<b>3.2 Modelo Constitutivo .....</b>	<b>30</b>
<b>3.3 Dimensionamento no ELU de elementos de superfície sujeitos a solicitações normais .....</b>	<b>34</b>
<b>3.4 ESTADO LIMITE DE SERVIÇO.....</b>	<b>35</b>
<b>4. METODOLOGIA.....</b>	<b>37</b>
<b>4.1 DESENVOLVIMENTO DE ROTEIRO DE CÁLCULO: ELEMENTO EM CRF</b>	<b>42</b>
<b>4.2 DESENVOLVIMENTO DE ROTEIRO DE CÁLCULO: ELEMENTO EM CONCRETO ARMADO .....</b>	<b>45</b>
<b>5. RESULTADOS E DISCUSSÕES .....</b>	<b>50</b>
<b>6. CONCLUSÕES .....</b>	<b>65</b>
<b>REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....</b>	<b>68</b>
<b>ANEXO A .....</b>	<b>72</b>

<b>ANEXO B.....</b>	<b>74</b>
<b>ANEXO C.....</b>	<b>75</b>

## 1. INTRODUÇÃO

O concreto é o material estrutural mais utilizado no mundo, devido às suas diversas características, como o baixo custo, a capacidade de se adaptar nas mais variadas edificações, sua resistência à compressão, entre outros fatores. (FIGUEIREDO, 2011). No entanto, o concreto possui algumas desvantagens, como a necessidade de fôrmas e escoramentos quando moldado in loco, baixa resistência por unidade de volume, a baixa resistência e comportamento frágil quando submetido à tensões de tração, se deformando pouco antes da ruptura quando submetido a este tipo de tensão (COUTO, 2013).

Para tentar amenizar este comportamento prejudicial em estruturas, é necessário acrescentar ao concreto materiais que suprimam essas limitações, e por isso se utiliza materiais como o aço, formando o concreto armado, por exemplo. Neste cenário, as fibras de aço se apresentam como uma boa solução de reforço para o concreto em elementos estruturais submetidos à tensões de tração, principalmente quando há variação destas tensões no elemento estrutural, como o caso de estruturas contínuas, tais como revestimentos de túneis e pavimentos (Figura 1). Além da aplicação em revestimentos de túneis e pavimentos, o concreto reforçado também é utilizado em concreto projetado e em pré-moldados (NUNES,2006; FIGUEIREDO, 2011).

**Figura 1** – Utilização do concreto reforçado com fibras em pisos industriais.



Fonte: Leite, 2018.



O concreto reforçado com fibras (CRF) é um material compósito formado por uma matriz de concreto e as fibras aleatórias dispersas na matriz, que podem ser de aço, poliamida (náilon), polipropileno, polietileno, entre outros materiais e que servem como um reforço estrutural para o concreto. O CRF possui vantagens como a alteração do comportamento frágil do concreto, além de ser mais produtivo se comparado com o concreto armado, já que as fibras são distribuídas de modo aleatório na matriz, dispensando a fase de instalação de armaduras, podendo gerar ganhos à obra em relação ao tempo de execução e custos (CARNIO,2017). Outro ponto que cabe destacar é que o material contribui no controle de fissuras, beneficiando a durabilidade do concreto, já que com isto há redução da entrada de água e agentes agressivos no material.

Apesar das vantagens do CRF, a falta embasamento técnico e a falta de um documento normativo até o ano de 2021 prejudicava sua utilização e o limitava quando comparado ao concreto armado, que é normalmente o material estrutural escolhido por projetistas.

Para aumentar o grau de competitividade do CRF frente a outros materiais frequentemente utilizados em estruturas, é importante conhecer os métodos de cálculo e as vantagens do material em relação aos recursos materiais e financeiros. Neste sentido destaca-se, em 2021, a publicação de novos documentos normativos que tratam sobre o uso do concreto reforçado com fibras, sendo eles: ABNT NBR 16935 - Projeto de estruturas de concreto reforçado com fibras — Procedimento (2021), ABNT NBR 16940 - Concreto reforçado com fibras — Determinação das resistências à tração na flexão (limite de proporcionalidade e resistências residuais) — Método de ensaio (2021), ABNT NBR 16938 - Concreto reforçado com fibras — Controle da qualidade (2021).

O projeto de estruturas de concreto reforçado com fibras é tratado pela ABNT NBR 16935 (2021) que especifica procedimentos para o dimensionamento de elementos lineares e elementos de superfície, entre eles as placas apoiadas em meio elástico. Neste sentido, o presente trabalho tem por objetivo entender o método de dimensionamento de placas sem armadura longitudinal sobre apoio elástico proposto pela ABNT NBR 16935:2021 utilizando fibras de aço e avaliar qual a influência de parâmetros geométricos e propriedade dos materiais.

## 1.1 JUSTIFICATIVA

A constante procura por soluções inovadoras no intuito de otimizar processos construtivos, minimizar a utilização de recursos financeiros e materiais é frequente na construção civil. O acréscimo de fibra de aço no concreto é uma solução que gera benefícios à matriz, ajudando na resistência estrutural de elementos em concreto. Ultimamente vários autores se interessaram pelas discussões relacionadas aos ganhos estruturais causados pelas fibras e por esse motivo, o CRF avançou em pesquisas, tendo a caracterização de suas propriedades mecânicas cada vez mais estudadas, já que o material pode ser competitivo a outros frequentemente utilizados (como o concreto armado) quando aplicados em determinados elementos estruturais (BICELLI *et al.*,2021).

A partir do estudo da aplicação do CRFA em placas apoiadas sobre meio elástico, é possível colaborar no auxílio de desenvolvimentos de projetos estruturais utilizando CRFA, aumentando o grau de competitividade do material frente a outros frequentemente utilizados em estruturas, principalmente se tratando de projetos de fundações rasas. Além disso, como as fibras são distribuídas de forma aleatória no concreto, não havendo necessidade da montagem da armadura como no concreto armado, a maior utilização do CRFA também está relacionada com uma maior produtividade, melhorando o processo construtivo e podendo gerar benefícios no custo da obra. Outro ponto importante a ser destacado é que comparando o consumo de concreto e aço do CRFA e do concreto armado, é possível conhecer a opção que menos utiliza recursos materiais para a aplicação em placas apoiadas sobre meio elástico, o que influencia diretamente na exploração do meio ambiente.

Para avaliar se o material é mais vantajoso que o concreto armado em relação aos recursos utilizados, pode-se comparar os resultados obtidos no dimensionamento estrutural quando se utiliza CRF com os obtidos de dimensionamento de um mesmo elemento estrutural em concreto armado (que pode ser realizado através das recomendações do documento normativo ABNT 16935:2021 e ABNT NBR 6118:2014, respectivamente). Esta comparação permitirá avaliar quantidade de aço e volume de concreto encontrados em cada um dos casos estudados, permitindo aferir qual dos dois materiais possui menor impacto ambiental. Além disso, conhecendo os métodos recomendados pela ABNT NBR 16935:2021, é possível desenvolver planilhas de dimensionamento que permitem a

análise de um elemento estrutural em CRFA quando utilizados diferentes teores e geometrias de fibras, possibilitando a verificação da capacidade estrutural do material em diferentes volumes de fibras. Dessa forma, também será possível avaliar se há vantagens do material em relação à capacidade estrutural.

## **1.2 OBJETIVOS**

### **1.2.1 Gerais**

Este projeto tem como objetivo geral avaliar a possibilidade de substituição ou redução do uso de armaduras em placas apoiadas sobre meio elástico pela utilização de CRFA.

### **1.2.2 Específicos**

Em relação aos objetivos específicos, pode-se citar:

- Desenvolver um roteiro de cálculo para dimensionamento radier de concreto reforçado com fibras de aço;
- Comparar o peso de aço utilizado em radier de CA e em radier de CRFA;
- Comparar a capacidade resistente de raders para diversos volumes de fibras.

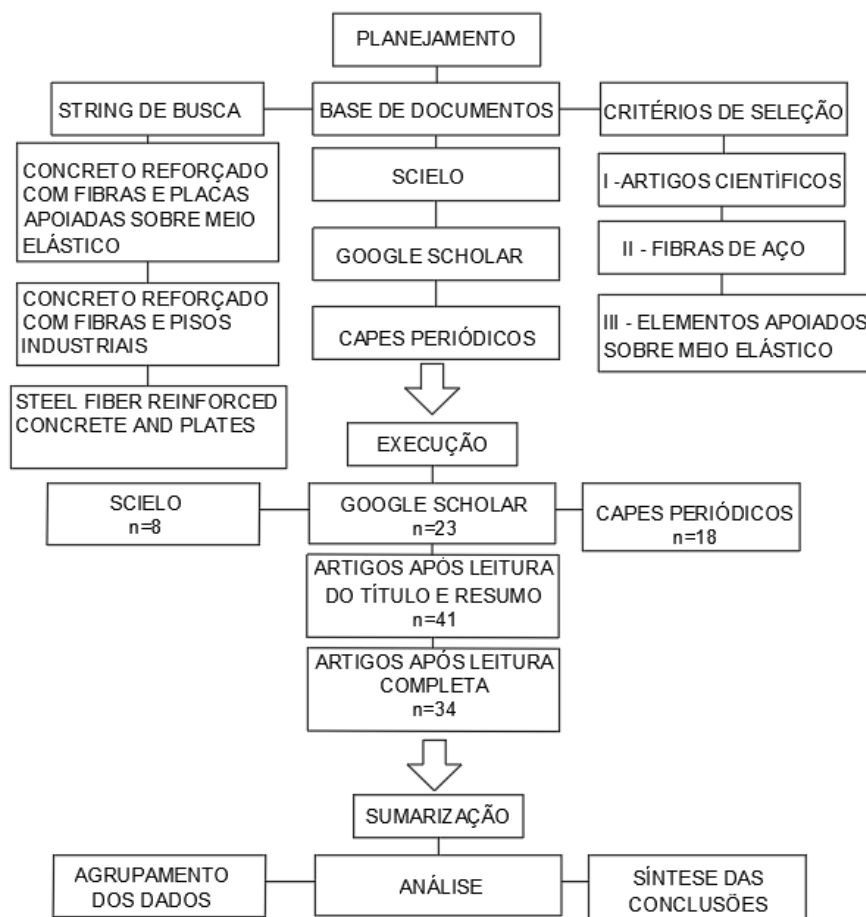
## **2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA**

A revisão biográfica foi dividida em duas partes: a seção 2.1 foca no concreto reforçado com fibras de aço como um todo, sendo descrito o comportamento mecânico de elementos estruturais em CRF. O foco serão as fibras de aço por serem, dentre os diferentes tipos de fibras, as mais utilizadas para aplicações estruturais devido à sua alta resistência aos esforços de tração (MEHTA E MONTEIRO, 2014).

Já na seção 2.2, a revisão é voltada para a utilização do concreto reforçado com fibras de aço em placas apoiadas sobre o meio elástico.

A Figura 2 apresenta um fluxograma que dos procedimentos realizados para a confecção da revisão bibliográfica.

**Figura 2** – Procedimentos para a realização da revisão bibliográfica.



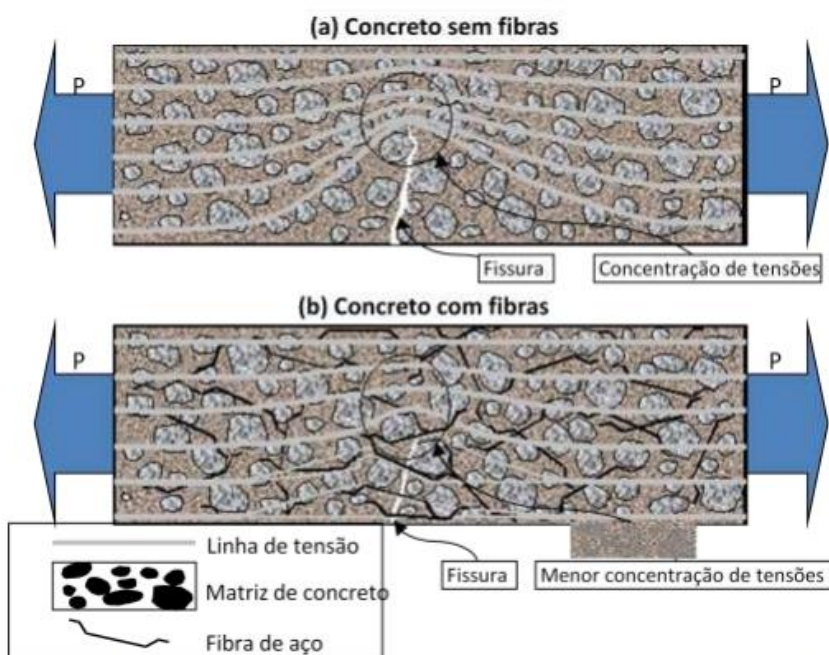
Autoria própria, 2022.

## 2.1 CONCRETO REFORÇADO COM FIBRAS DE AÇO (CRFA) E SEU COMPORTAMENTO MECÂNICO

O concreto reforçado com fibras de aço (CRFA) é formado por uma matriz de concreto e as fibras de aço, que são materiais descontínuos distribuídos aleatoriamente e que possuem a função de melhorar as propriedades mecânicas do concreto quando o material é submetido às tensões de tração, visando o melhor desempenho estrutural (FIGUEIREDO, 2011). A principal vantagem que as fibras proporcionam ao concreto é a melhoria em relação ao seu comportamento frágil à tração, já que as fibras reduzem a concentração de tensões nas extremidades das fissuras, resultando na redução de fissuras e no melhor comportamento estrutural

pós fissuração (OLIVEIRA JÚNIOR, 2012). Quando não há o reforço estrutural, há uma concentração de tensões na extremidade da fissura, que funciona como uma barreira para propagação de tensões. Se esta tensão for maior que a tensão resistente da matriz, haverá uma ruptura abrupta do material, não sendo possível contar com nenhuma resistência do concreto pós fissuração (FIGUEIREDO, 2011). De modo simplificado, quando há a adição de fibras de aço na matriz, o material passa a ter um comportamento não frágil, já que, conforme pode ser observado na Figura 3, as linhas de tensões estão menos concentradas no segundo caso, em que há presença das fibras de aço (FIGUEIREDO, 2011). Além disso, as fibras reduzem a formação de fissuras, outro ponto importante já que as fissuras são responsáveis pela entrada de água e agentes agressivos no concreto (NUNES, 2006).

**Figura 3** - Comportamento das fissuras no concreto sem fibras (a) e com fibras (b).



Fonte: Figueiredo, 2011

As fibras de aço (Figura 4) possuem comprimento variando de 25 a 60mm e possuem diferentes formas de seção transversal, como as retangulares que são obtidas através do corte de chapas de aço. Apesar disso, as seções mais comuns são as circulares, que são as seções que proporcionam melhores resultados como reforço e que são obtidas através do corte de fios trefilados, possuindo diâmetros que variam de 0,5 a 1 mm (CARNIO,2017; FIGUEIREDO, 2011).



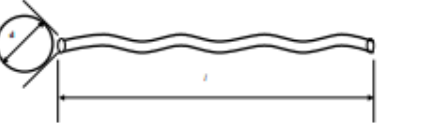
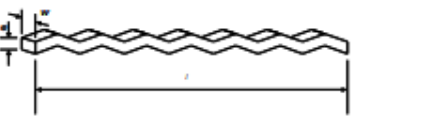
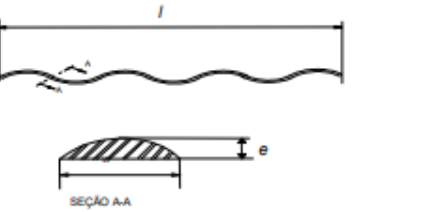
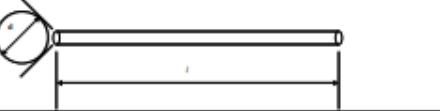
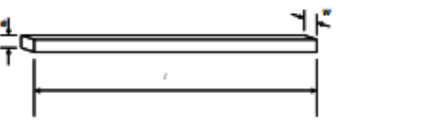
**Figura 4 – Fibras de aço.**



Fonte: Carnio, 2017

Cabe destacar que a ABNT NBR 15530: 2007 classifica os diferentes tipos de fibra, além de especificar requisitos e métodos de ensaios. Além das fibras corrugadas (Tipo A), as fibras podem ser com ancoragens na extremidade (Tipo B) ou retas (Tipo C), segundo a ABNT NBR 15530: 2019. Além disso, a norma em questão também classifica as fibras quanto ao tipo de aço que deu origem às fibras, podendo ser oriunda de arame trefilado a frio (Classe I), oriunda de chapa laminada cortada a frio (Classe II) ou oriunda de arame trefilado e escarificado (Classe III). A Figura 5 apresenta um resumo da classificação da ABNT NBR 15530: 2019.

**Figura 5 – Classificação das fibras.**

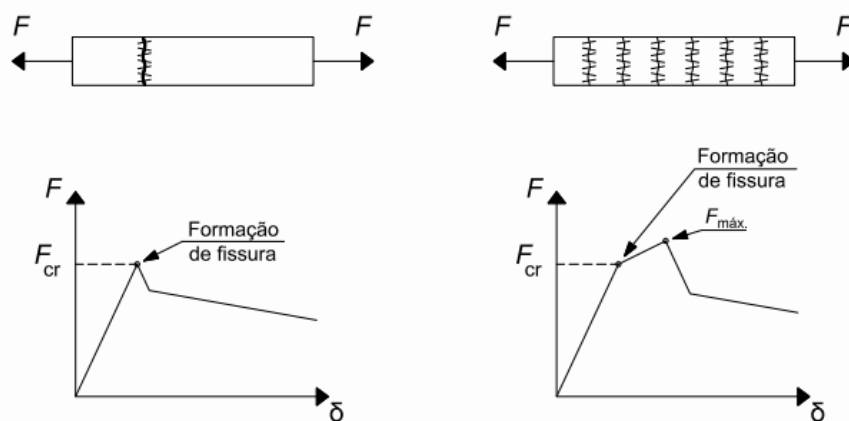
Tipo	Classe da fibra	Geometria
A	I	
	II	
C	I	
	II	
	III	
R	I	
	II	

Fonte: Figueiredo, 2011

O comportamento mecânico do CRFA é alterado em função da quantidade de fibras distribuídas e suas características geométricas e suas propriedades mecânicas, mas depende também da interação entre matriz e fibra. A quantidade de fibras pode ser determinada através do teor de fibras de aço. Em relação ao teor de fibras de aço, é a propriedade que mais determinará o comportamento do compósito, já que diz respeito à quantidade de aço que estará distribuindo tensões, influenciando diretamente na capacidade do concreto em ser menos frágil. Outro ponto importante em relação ao teor de fibras é que há um teor crítico (ou volume crítico), que é o teor de fibras que proporciona o melhor desempenho estrutural do elemento e reduz os desperdícios de recursos. (SALVADOR *et al.*, 2015).

Neste contexto, para representar o comportamento mecânico do material pode-se utilizar a curva força *versus* deslocamento a qual geralmente é representada de duas maneiras, de acordo com capacidade de reforço pós-fissuração. Quando há uma redução gradual dos valores de força abaixo da força de formação de fissuras ( $F_{cr}$ ), o comportamento é definido com “*softening*”, e quando há aumento inicial dos valores de força com múltipla fissuração antes de se atingir a força máxima o comportamento é definido como “*hardening*” (Figura 6).

**Figura 6** – Comportamento *softening* e *hardening* do CRF.



**a) Comportamento de *softening***      **b) Comportamento de *hardening***

Fonte: ABNT NBR 16935: 2021

Com relação as características geométricas destaca-se o parâmetro fator de forma, que é a relação entre o comprimento das fibras e o diâmetro do círculo com área equivalente à de sua seção transversal e pode ser determinado através da equação 1. Este parâmetro deve ser especificado e comparado com valores mínimos pois uma variação exagerada nas dimensões das fibras pode acarretar na alteração do desempenho do CRF (FIGUEIREDO, 2011).

$$\lambda = L \cdot d_e \quad (1)$$

Onde,

$\lambda$  = Fator de forma

$L$  = comprimento da fibra (mm)

$d_e$  = diâmetro equivalente da fibra



Finalmente, a interação fibra-matriz está diretamente relacionada com a capacidade resistente do elemento estrutural em CRF, sendo importante garantir que esta interação ocorra de modo que as tensões sejam transferidas da matriz para as fibras. Dessa forma, é importante garantir que as fibras tenham algumas propriedades para que a interação fibra-matriz ocorra, destacando-se a resistência à tração e alongamento da fibra; o fator de forma (pois quando a fibra é muito curta, existe a possibilidade de ela ser arrancada da matriz por falha de aderência); a textura das fibras utilizadas, dentre outros fatores (GOMES, 2005)

### 2.1.1 Caracterização do CRF

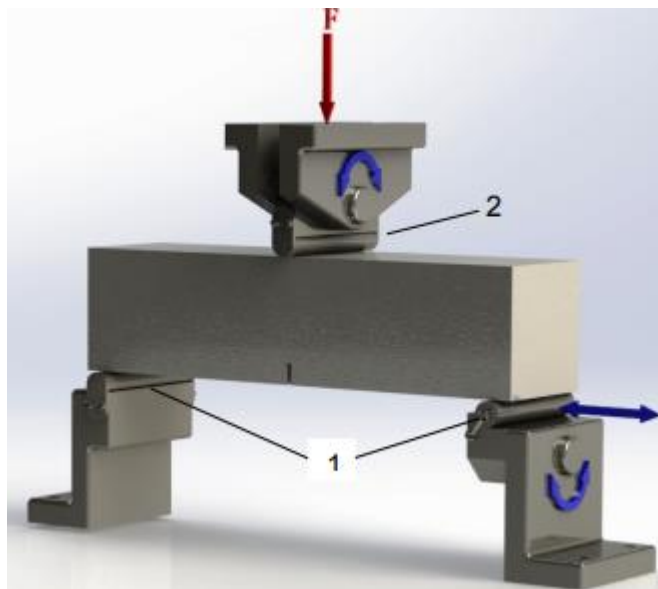
Os parâmetros de tenacidade do material e de resistência residual à tração na flexão são as propriedades mais importantes para o concreto reforçado com fibras (CARNIO, 2017; LIMA, 2020). Normalmente são estes parâmetros (principalmente as resistências residuais à tração) que são utilizadas para o dimensionamento dos elementos estruturais em concreto reforçado com fibras. No caso da resistência residual à tração, que pode ser definida como a tensão na extremidade superior da fissura, há citações dessa propriedade como principal parâmetro para caracterização da capacidade estrutural do CRF em diferentes documentos normativos e artigos da literatura, como Technical Report 34 – Concrete Industrial Ground Floors, a norma americana ACI 544.4R-18, o Model Code de 2010 da FBI (International Federation for Structural Concrete) e a própria ABNT NBR 16935: 2021.

De modo simplificado, o momento resistente do elemento estrutural em CRF está ligado às resistências residuais, que podem ser obtidas através do ensaio de flexão a três pontos, normatizado tanto pela EN 14651 (2007) quanto pela ABNT NBR 16940: 2021. Este ensaio possibilita determinar a resistência à tração na flexão do CRF (ABNT NBR 16935: 2021).

De acordo com ABNT NBR 16940: 2021, o ensaio consiste na aplicação de uma força em um corpo de provas com dimensões nominais de 150 mm de altura e largura e entre 550 e 700 mm de comprimento, como indicado na Figura 7. Vale salientar que a força deve ser perpendicular às faces superior e inferior do corpo de prova, de modo que não haja excentricidades. Um detalhe importante é que os corpos de prova devem possuir um entalhe de no máximo 5mm de espessura na

face inferior. Durante o ensaio há um incremento gradual da força aplicada até que ocorra a ruptura do corpo de provas.

**Figura 7** - Ensaio de resistência à tração na flexão.



**Legenda**

1 roletes de suporte

2 roletes de aplicação de carga

Fonte: ABNT NBR 16940, 2021.

Durante o ensaio é medida a força aplicada e a abertura do entalhe. A medida da abertura do entalhe (CMOD) é um parâmetro muito importante, pois é a partir desta medida que a resistência residual de tração à flexão ( $f_{R,i}$ ) é obtida. A Equação 2 apresenta como a resistência residual à tração na flexão é obtida.

$$f_{R,i} = \frac{3F_i l}{2bh_{sp}^2}$$

(2)

sendo,

$f_{R,i}$  = resistência residual à tração na flexão correspondente ao CMOD = CMOD<sub>i</sub> (com  $i = 1, 2, 3, 4$ ), expressa em newtons por milímetro quadrado (N/mm<sup>2</sup>);

$F_i$  = carga correspondente ao CMOD = CMOD<sub>i</sub> ( $i = 1, 2, 3, 4$ ), expressa em newtons (N)

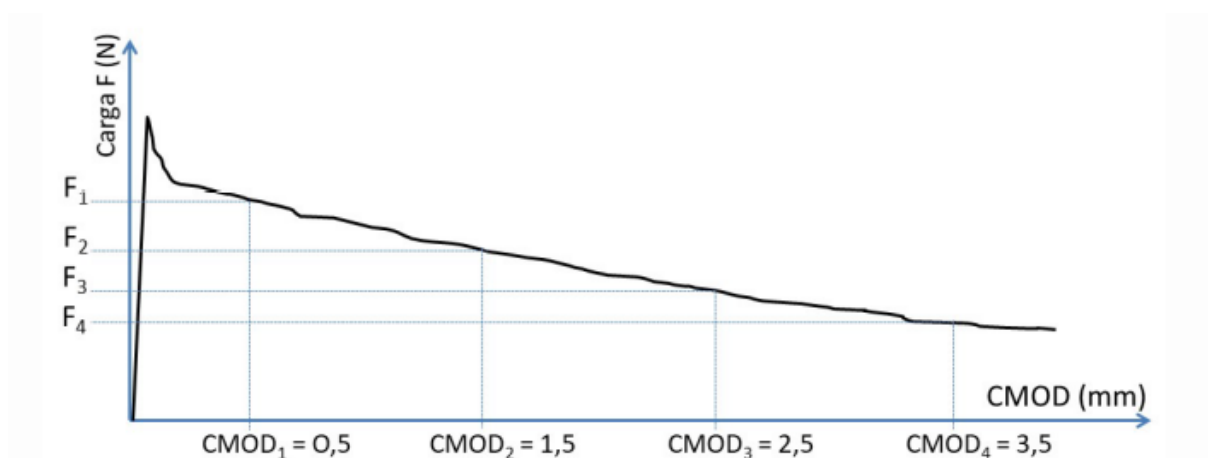
$l$  = comprimento do vão, expresso em milímetros (mm)

$b$  = largura do corpo de prova, expressa em milímetros (mm)

$h_{sp}$  = distância entre o topo do entalhe e o topo do corpo de prova, expressa em milímetros (mm)

De modo simplificado, cada força será responsável por uma abertura no entalhe. Segundo a ABNT NBR 19940:2021, a força  $F_1$ , por exemplo, é a força aplicada no corpo de prova para que a abertura do entalhe corresponda à 0,5mm ( $CMOD_1$ ). A Figura 8 apresenta como são identificadas as cargas residuais a partir dos correspondentes valores de CMOD (ABNT NBR 16940: 2021; EN 14651, 2007; LIMA, 2020; FIB MODEL CODE (2010); 2013).

**Figura 8** – Diagrama de cargas *versus* CMOD



Fonte: ABNT NBR 16940, 2021.

Apesar do conceito ser o mesmo, existem documentos que fazem adaptações dos valores de CMOD. A normativa ACI 544.8 R (2016), por exemplo, altera os valores de abertura correspondentes à  $f_{r,1k}$  e  $f_{r,3k}$  para 0,46 mm e 2,65 mm, respectivamente (LIMA, 2020)

Um ponto a ser destacado é que para o dimensionamento estrutural de elemento em CRF, as tensões residuais correspondentes ao  $CMOD_1$  e  $CMOD_3$  são normalmente as mais utilizadas, pois são as tensões residuais relacionadas ao estado limite de serviço e o estado limite último, e por isso, são as tensões consideradas como parâmetros nos documentos normativos (LIMA, 2020).

Como comentado anteriormente, os teores e tipos de fibra influenciam nas propriedades do CRF, tais como a resistência à tração residual. Em um estudo realizado por Salvador et al. (2015), foram avaliados concretos reforçados com diferentes teores de fibras de aço em ensaios de flexão com 3 pontos. A Tabela 1 resume os resultados obtidos neste estudo para resistências médias residuais de

tração ( $f_{r,1}$  e  $f_{r,3}$ ), quando utilizados valores de dosagem de aço de 15, 25 e 35 kg/m<sup>3</sup> - correspondentes a 0,19, 0,32 e 0,45% em volume, respectivamente. Além disso, a tabela também apresenta os resultados encontrados para resistência nominal característica do concreto ( $f_{Lk}$ ), e as resistências residuais características do concreto para 0,5 mm de abertura de fissura ( $f_{r,1k}$ ) e 2,5 mm de abertura de fissura ( $f_{r,3k}$ ).

**Tabela 1 – Resistências residuais à tração do CRF com fibras de aço**

<b>Resistências residuais à tração do CRF com fibras de aço</b>					
<b>Volume de fibras</b>	<b><math>f_{Lk}</math> / MPa</b>	<b><math>f_{r,1}</math> / MPa</b>	<b><math>f_{r,1k}</math> / MPa</b>	<b><math>f_{r,3}</math> / MPa</b>	<b><math>f_{r,3k}</math> / MPa</b>
0,19%	3,8	1,92±0,36	1,33	1,78±0,41	1,10
0,32%	4,14	2,58±0,25	2,17	2,69±0,49	1,88
0,45%	3,58	3,60±0,37	2,99	4,28±0,47	3,50

Fonte: Salvador et al, 2015 (Adaptado)

É possível observar que a resistência residual à tração pode aumentar em mais de 50% quando alteradas as porcentagens de 0,19% para 0,45%, mostrando a influência que as fibras possuem na resistência residual à tração.

O comportamento mecânico do CRF está relacionado com o teor de fibras. Caso a resistência residual à tração em 2,5mm de abertura de fissura ( $f_{r,3}$ ) seja maior que  $f_{r,1}$ , o CRF é caracterizado pela múltipla fissuração antes de se atingir a força máxima (SALVADOR; et al., 2015), e como observado na Tabela 1, este comportamento é notado quando são utilizados teores de fibras maiores, que no estudo de Salvador et al. (2015) foram 0,32% e 0,45%.

Apesar das resistências residuais serem os parâmetros mais comuns para o dimensionamento de elementos estruturais em CRF, uma propriedade que também foi encontrada na literatura como parâmetro de dimensionamento foi o índice de tenacidade do material. É o caso do estudo realizado por Queiroz, 2019, em que a dosagem e tipos de fibras dependem da tenacidade do elemento estrutural dimensionado. No trabalho em questão, o autor dimensiona um piso industrial determinando o índice de tenacidade ( $R_{e,3}$ ) no elemento estrutural e correlacionando a tenacidade obtida com dados fornecidos por fabricantes nacionais, que relacionam a tenacidade de um elemento estrutural com o tipo e quantidade de fibras. A Figura

9 apresenta a tabela utilizada no estudo para o dimensionamento, e nela é possível entender melhor o método do autor: cada volume (primeira coluna da tabela) e tipo de fibra (RC 80/60, RL 65/60 e RL 45/50) é recomendada para um valor de índice de tenacidade.

**Figura 9** – Relação entre tenacidade e dosagem de fibras.

<b>Dosagem (Kg/m<sup>3</sup>)</b>	<b><math>R_{e,3}</math> (%)</b>		
	<b>RC 80/60</b>	<b>RL 65/60</b>	<b>RL 45/50</b>
20	52	47	38
25	60	56	45
30	68	63	52
35	75	69	58

Fonte: Queiroz, 2019.

Os resultados aqui apresentados não são exclusivos às fibras de aço, já que o aumento das resistências residuais à tração conforme se acrescenta fibras na matriz é verificado com outros tipos de fibras também. É o caso das macrofibras poliméricas, que podem apresentar uma resistência quase 3 vezes maior à tração quando alterados os volumes de fibras de 0,22 para 1,00% (SALVADOR E FIGUEIREDO, 2013).

Em relação à resistência à compressão do CRF, o volume de fibras pouco altera as propriedades do compósito, podendo ser considerado que as relações de compressão válidas para concreto simples (sem fibras) se aplicam também ao CRF (ABNT NBR 16935, 2021).

Este fato é confirmado por dados presentes na literatura, como o estudo de Salvador et al, 2015, que mostra que para os diferentes teores de aço utilizados no CRF, há pouca alteração na resistência à compressão do CRF ( $f_{cm}$ ), conforme observado na Tabela 2. Esta propriedade é observada não só para fibras de aço, mas para outros tipos de fibra, como as de polipropileno, que com variados teores de aço não apresenta variação significativa no valor de resistência à compressão (BANTHIA E DUBEY,2000; SALVADOR E FIGUEIREDO, 2013).

**Tabela 2** - Resistência à compressão do CRF com fibras de aço

<b>Resistência à compressão do CRF com fibras de aço</b>	
<b>Dosagem /% em volume</b>	<b><math>f_{cm}</math>/MPa</b>
0,19	35,5±0,2
0,32	32,1±0,5
0,45	32,90±0,3

Fonte: Salvador e Figueiredo, 2015 (Adaptado)

Resultados semelhantes foram observados no trabalho de Rauecker et al, 2019, que avaliou a alteração da resistência à compressão do concreto reforçado com fibras de aço para 3 traços. No estudo em questão, o autor concluiu que o volume de fibras de aço pouco altera a resistência à compressão do concreto. Apesar disso, o autor acrescenta em seu trabalho que há um aumento na resistência média à compressão ( $f_{cm}$ ) quando há fibras no concreto comparado com o concreto sem fibras, independente do volume de fibras. A Figura 10 mostra o resultado do estudo em questão, em que é possível notar um aumento na resistência à compressão quando volume de fibras passa de 0,00% para 0,50%, mas não há um aumento significativo quando o volume de fibras aumenta de 0,50% para 1,50%.

**Figura 10** – Resistência à compressão

<b>Traço</b>	<b>Volume de fibras (<math>V_f</math>)</b>	<b>Resistência à compressão (<math>f_{cm}</math>) - MPa</b>
Traço 1	0,00 %	60,23 ± 2,91
Traço 2	0,50 %	70,78 ± 3,96
Traço 3	1,50 %	75,89 ± 4,57

Fonte: Rauecker et al, 2019.

## 2.2 PLACAS APOIADAS EM MEIO ELÁSTICO

As placas apoiadas em meio elástico são estruturas muito comuns na construção civil, sendo definidas como elementos planos de superfície, sujeitos principalmente a ações normais a seu plano, que estão sobre apoios deformáveis quando submetidos às tensões normais. Um exemplo de apoio elástico é o solo, que

sofre deslocamentos verticais devido ao recalque (proporcional ao coeficiente de recalque), exercendo sobre o elemento uma reação de apoio proporcional ao seu deslocamento vertical (BRAGA,2019; RAI, 2012).

Um exemplo de placa sobre meio elástico é o radier (Figura 11). Esse elemento assemelha-se a uma laje em concreto armado, responsável por absorver os esforços da edificação e distribuí-los para o solo, podendo ter armaduras positivas para reforçar as fibras inferiores do elemento, além da armadura negativa, que controla o fenômeno de retração das placas apoiadas sobre meio elástico (NAZÁRIO *et al.*,2019; QUEIROZ, 2019; OLIVEIRA & JÚNIOR, 2021).

**Figura 11** – Exemplo de radier.



Fonte: COPPENGE ENGENHARIA, 2018.

Cabe destacar que em casas populares, o radier é normalmente uma das opções mais viáveis economicamente, podendo se obter, em alguns casos, uma economia de até 25% se comparado com outros tipos de fundações (OLIVEIRA & JÚNIOR, 2021; PRUDÊNCIO, 2011).

As placas apoiadas em meio elástico são as principais aplicações do CRF, principalmente os pisos industriais (CARNIO,2017). Isso está relacionado com o fato do CRF possuir diversas vantagens quando comparado ao concreto armado convencional, como a praticidade de construção e a agilidade no processo construtivo (BAUER *et al.*, 2020), uma vez que as fibras são utilizadas como reforço principal, sem a necessidade a utilização de telas de aço ou outros tipos de reforços junto às fibras (SOUZA, 2021). Além disso, nas lajes sobre apoio elástico, o

comportamento pós fissuração do CRF comentado anteriormente permite que haja redistribuição dos momentos, aumentando a capacidade resistente do elemento estrutural.

A Tabela 3 apresenta um resumo da literatura referente à utilização de CRFA em placas apoiadas em meio elástico.

**Tabela 3** - Resumo dos estudos prévios feitos em lajes sobre apoio elástico

(continua)

Referência	Ano do estudo	Tipo de estudo	Resultados
CONSTANTINO <i>et al.</i>	2020	Experimental	<p>O estudo investigou a aplicabilidade do concreto reforçado com fibras de aço na laje de um silo apoiado diretamente no solo.</p> <p>O estudo experimental utilizando CRFA resultou em uma economia de 44,95%. Altos teores de fibras implicaram na redução no índice de consistência e/ou abatimento da amostra de concreto.</p>
MARČIUKAITIS <i>et al.</i>	2011	Experimental	<p>O estudo tinha a intenção de verificar um modelo de cálculo através de experimentos para zonas com punção em pontos e lajes de fundação em CRF.</p> <p>O acréscimo das fibras de aço nos teores de 1%, 1,5% e 2% resultam em um acréscimo da 1.02, 1.09 e 1.15 nas resistências últimas de lajes ensaiadas.</p>
ROESLER <i>et al.</i>	2004	Experimental	<p>O estudo tinha como objetivo avaliar e comparar resistências à fissuração de lajes em CRF e avaliar os resultados obtidos experimentalmente com testes de lajes publicados.</p> <p>No trabalho em questão, o acréscimo de fibras de aço com ganchos na dosagem de 27 kg/m<sup>3</sup> aumentou a resistência última do concreto em 69%</p>
GUIMARÃES <i>et al.</i>	2011	Experimental	<p>O trabalho publicado tinha como objetivo obter o teor ótimo de fibras de aço e polipropileno através de um programa experimental.</p> <p>Em ensaios de tração na flexão em pisos industriais, o teor de 0,8% de fibras de aço teve o melhor resultado para resistências últimas.</p>



(continuação)

MEDA & PLIZZARI	2004	Experimental	Aplicação de fibras na fração de 30 e 45 kg/m <sup>3</sup> em lajes apoiadas sobre meio elástico. Verificou-se que o aumento de fibras altera forma de ruptura no elemento.
QUEIROZ	2019	Numérico	<p>O trabalho tinha como objetivo a comparação entre o CRFA e o concreto protendido como solução para pavimentos industriais.</p> <p>Foi dimensionado um pavimento industrial em CRFA, utilizando como parâmetro de dimensionamento o teor de tenacidade e para atender os parâmetros de projeto, chegou-se a um teor de fibras de 30 kg/m<sup>3</sup> e um teor de tenacidade de 68%.</p> <p>O autor conclui que a utilização do concreto reforçado com fibras de aço para o caso de seu estudo possui melhor relação custo-benefício que a solução em concreto protendido.</p>
PINHEIRO	2009	Numérico	<p>O trabalho tinha objetivo de estudar pisos industriais de concreto reforçado com fibras de aço, analisando condições de projeto, dimensionamento, mecanismos de reforço, dentre outras propriedades do material.</p> <p>Foi dimensionado um piso industrial em CRFA, utilizando como parâmetro de dimensionamento o teor de tenacidade, e para atender os parâmetros de projeto, chegou-se a um teor de fibras que pode variar de 36 a 74 kg/m<sup>3</sup> e um teor de tenacidade de 66%.</p>

(conclusão)

FALKNER E TEUTSCH	1995	Experimental	O autor realizou um estudo comparativo entre lajes sem acréscimo de fibras e com acréscimo de fibras. Utilizando fibras de aço com ganchos, lajes com dimensões de 3,00 x 3,00 x 0,15 foram dimensionadas, utilizando uma fração de fibras de 20 e 30 kg/m <sup>3</sup>
BARROS <i>et al.</i>	1998	Experimental	O trabalho tinha como objetivo avaliar o comportamento do concreto reforçado com fibras em lajes em contato com solo. Após a realização do estudo que levou em consideração a interação entre solo e estrutura, foi dimensionada uma placa apoiada sobre meio elástico utilizando fibras de aço com ganchos nas dosagens de 30 e 45 kg/m <sup>3</sup>
SANTOS <i>et al.</i>	2019	Experimental	O trabalho tinha como objetivo avaliar a influência da adição de fibras de aço em pavimentos de concreto. A utilização de fibras curtas de aço pode não apresentar ganhos econômicos consideráveis para pisos industriais, sendo recomendado pela autora a avaliação de fibras maiores e com maior fator de forma. A autora conclui que através do <i>slump test</i> , observou-se uma redução na trabalhabilidade do concreto conforme há o aumento no volume de fibras.

Fonte: Autoria própria, 2022.

Cabe destacar que apesar do alto teor de fibras parecer ser vantajoso, ele também está relacionado com outras propriedades do concreto, como a trabalhabilidade. Quanto maior for a quantidade de fibras incorporadas no compósito, maior será a dificuldade de mobilidade de agregados, além de haver a adição de uma grande área superficial que exige maior absorção de água, produzindo um aumento da coesão e perda de mobilidade no concreto, prejudicando a trabalhabilidade do material (CONSTANTINO *et al.*, 2020; MOTA, 2018; FIGUEIREDO, 2011). Isto mostra a importância de se conhecer o material, de modo que a melhoria de uma propriedade não prejudique a outra, sendo um ponto importante a ser levado em consideração pelos projetistas.

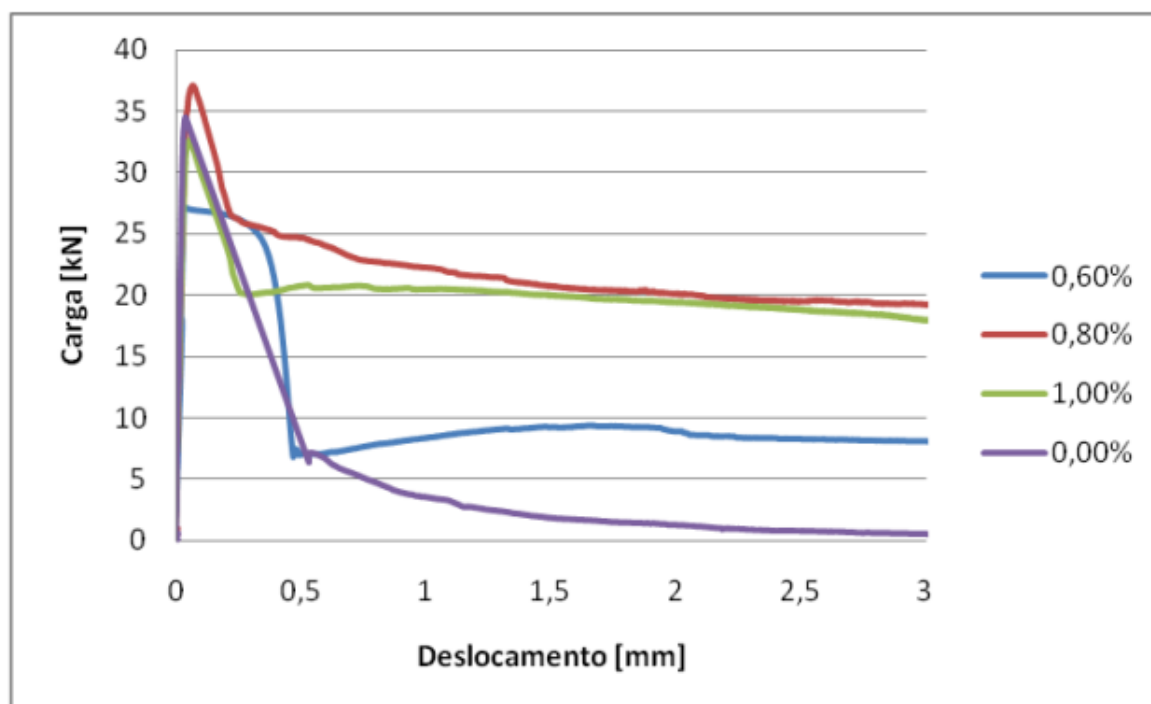
Assim como apresentado anteriormente, o acréscimo das fibras de aço na matriz também aumenta a capacidade resistente do elemento estrutural. Segundo Marčiukaitis et al. (2011), o acréscimo das fibras de aço nos teores de 1%, 1,5% e 2% resultam em um acréscimo da 1.02, 1.09 e 1.15, respectivamente, na capacidade de carga da laje em comparação com o concreto não reforçado. Apesar disso, nestas dosagens o acréscimo não é tão significante quanto o observado em maiores dosagens, como é o caso do estudo de Roesler *et al.* (2004) No estudo em questão, 3 lajes foram moldadas e testadas utilizando diferentes teores de fibras de aço. No caso em questão, foi testada uma laje sem adição de fibras, uma com 39kg/m<sup>3</sup> de fibras de aço onduladas e outra com 27kg/m<sup>3</sup> de fibras de aço com ganchos. Para as lajes moldadas com fibras de aço com gancho, houve um acréscimo de 69% da resistência última do elemento quando comparada com a laje sem adição de fibras e no caso das fibras onduladas, o acréscimo foi de 63%. Outro comportamento observado no estudo é que as deflexões na laje reduziram conforme as fibras foram introduzidas no elemento, permitindo que o elemento mantivesse contato com a base elástica por mais tempo conforme havia aplicação de carga. Isto também contribui para a maior capacidade resistente do elemento, pois as lajes sem reforço estrutural sofrem um maior deslocamento nas extremidades, o que reduz sua capacidade estrutural (ROESLER *et al.*,2004; SOUZA, 2021)

O acréscimo de fibras na matriz não altera somente a força de ruptura do material, mas também muda o modo de falha do elemento estrutural. Segundo um estudo realizado por Meda & Plizzari (2004), que avaliou ensaios experimentais de duas lajes com diferentes dosagens de aço. No estudo de Meda & Plizzari, na laje com maior volume de fibras as fissuras se apresentam em dois planos distintos. Quando os volumes de fibras são menores, a fissura começava no canto do elemento e se divide em duas quando atinge o ponto central de carregamento (MEDA & PLIZZARI, 2004; SOUZA, 2021).

Além da influência dos teores e tipos de fibras, a capacidade estrutural de lajes apoiadas em meio elástico também depende do ponto de aplicação das cargas. Como as cargas podem ser aplicadas em diferentes pontos em uma situação real de projeto, é importante avaliar quais pontos são mais desfavoráveis à estrutura. No caso de lajes únicas, esses pontos são as extremidades da laje, e quando há mais de uma laje, o ponto crítico de aplicação de carga é a junta entre lajes (SOUZA, 2021)

Um ponto a ser destacado é que em projetos que utilizam o concreto reforçado com fibras, há a busca de projetistas no “teor ótimo” de fibras, já comentado anteriormente. Para pisos industriais, segundo o estudo de Guimarães *et al.* (2011), o teor encontrado foi de 0,8%, conforme a Figura 12.

**Figura 12** – Teor ótimo de fibras para pisos industriais, segundo Guimarães, et al. (2011).



Fonte: Guimarães *et al.*, 2011

Para o dimensionamento de raders em CRFA, pode-se utilizar uma análise estrutural plástica, o que pode gerar ganhos qualitativos com o controle de fissuração e quantitativos ao reduzir espessuras do elemento estrutural. Como o radier passa a ter um comportamento não frágil devido ao CRFA, é possível levar em consideração a plastificação do material, algo que não aconteceria na análise elástica (ABNT NBR 16935, 2021; CARNIO,1998). Segundo Trottier *et al.* (2002), a utilização do CRF com baixas dosagens de fibras é mais eficaz neste elemento estrutural do que a utilização do concreto armado com telas soldadas em relação à abertura de fissuras. Um estudo realizado por Wollman *et al.* (2004), mostrou que a utilização do concreto reforçado com fibras em lajes pode gerar um acréscimo de 18% nas resistências últimas quando o elemento estrutural é submetido a

carregamentos distribuídos. Salieta-se o mesmo estudo só utiliza três tipos de fibras e recomenda novos estudos utilizando diferentes tipos e quantidades de fibras.

### 3. DIMENSIONAMENTO DE PLACAS EM CRF APOIADAS EM MEIO ELÁSTICO: MODELO DA ABNT NBR 16935:2021

Como apresentado na seção anterior, a ABNT NBR 16935:2021 utiliza como parâmetro de dimensionamento as resistências residuais causadas pelas fibras de aço.

#### 3.1 LIMITAÇÕES

A ABNT NBR 16935: 2021 recomenda que para a substituição total ou parcial da armadura convencional nas peças de concreto dimensionadas no estado-limite último com CRF possa ser feita, as seguintes relações devem ser atendidas:

$$f_{R,1k}/f_{lk} \geq 0,40 \quad (3)$$

$$f_{R,3k}/f_{R,1k} \geq 0,50 \quad (4)$$

sendo,

$f_{R,3k}$  = Resistência residual característica à tração na flexão do CRF correspondente ao CMOD<sub>3</sub>

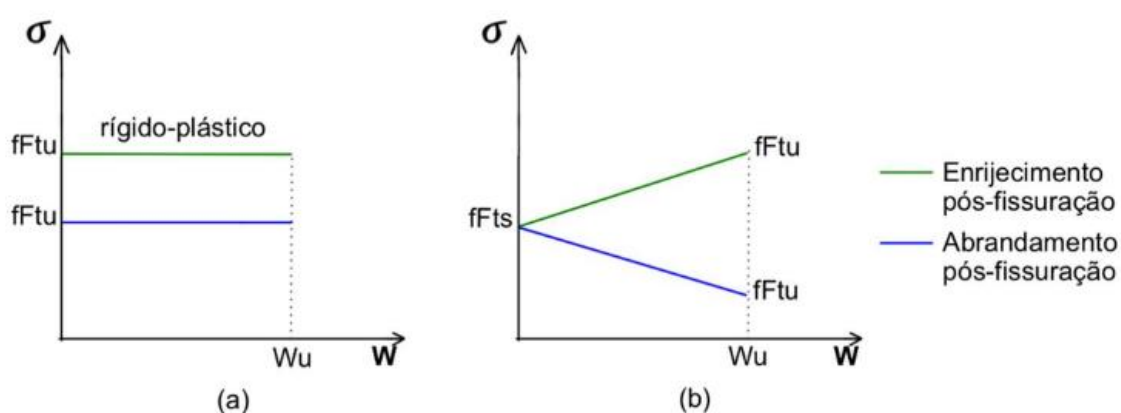
$f_{R,1k}$  = Resistência residual característica à tração na flexão do CRF correspondente ao CMOD<sub>1</sub>

$f_{lk}$  = Resistência característica à tração na flexão do CR

### 3.2 MODELO CONSTITUTIVO

A norma utiliza duas formas simplificadas de leis constitutivas para aplicação em seções solicitadas à tração: o modelo rígido plástico e o modelo linear, levando em consideração o comportamento pós fissuração do elemento. Os modelos podem ser observados na Figura 13.

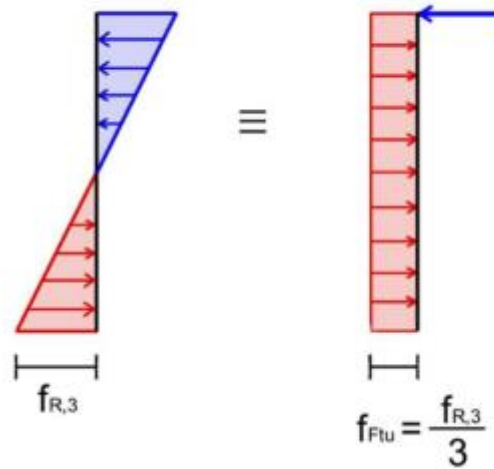
Figura 13 – Modelos constitutivos encontrados na norma.



Fonte: Souza, 2021.

No primeiro caso, que representa o modelo rígido plástico, apenas um valor de tensão ( $fFtu$ ) é tomado para qualquer valor de abertura ( $W$ ), tanto no comportamento *softening* quanto *hardening* (representados pelas linhas azul e verde, respectivamente). A norma simplifica o modelo, relacionando a resistência residual de tração para  $CMOD=2,5$  mm ( $fr_3$ ) com a resistência última à tração direta do CRF, através da Equação 5.

**Figura 14** – Modelo simplificado para a determinação de  $f_{Ftu}$ .



Fonte: Souza, 2021.

$$f_{Ftu} = \frac{f_{R,3}}{3} \quad (5)$$

sendo,

$f_{Ftu}$  = Resistência última à tração direta do CRF;

$f_{R,3}$  = Resistência residual à tração na flexão do CRF correspondente ao  $CMOD_3 = 2,5$  m

Dessa forma, utilizando as equações de equilíbrio, o momento resistente é dado pela equação 6.

$$M_u = \frac{f_{R,3} b h^2}{6} = \frac{f_{Ftu} b h^2}{2} \quad (6)$$

sendo,

$f_{R,3}$  = Resistência residual à tração na flexão do CRF correspondente ao  $CMOD_3 = 2,5$  mm.

$f_{Ftu}$  = Resistência à tração direta do CRF, valor último

b = Largura da seção transversal

h = Altura da seção transversal

Já no modelo elástico linear, dois valores são tomados como referência,  $f_{Fts}$  e  $f_{Ftu}$ , que são expressos pelas seguintes equações:

$$f_{Fts} = 0,45 f_{R1} \quad (7)$$

$$f_{Ftu} = f_{Fts} - \frac{w_u}{CMOD_3} (f_{Fts} - 0,5f_{R,3} + 0,2f_{R,1}) \geq 0 \quad (8)$$

sendo,

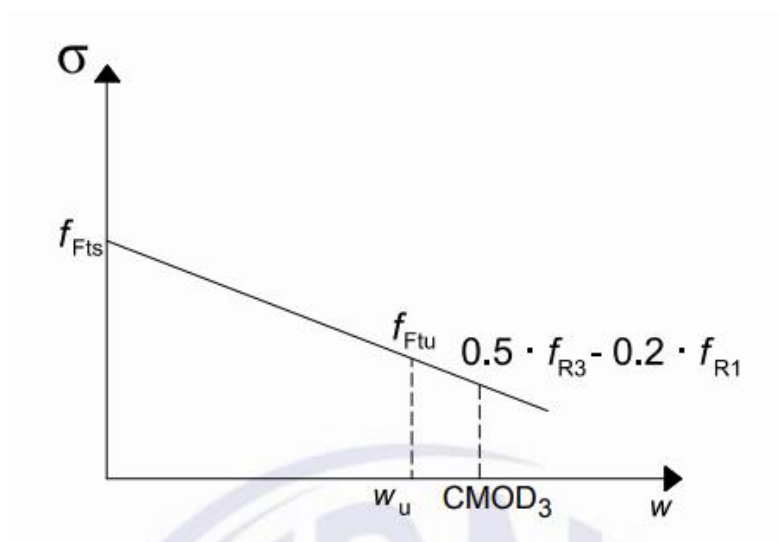
$f_{Fts}$  = Resistência à tração direta do CRF, valor de serviço;

$w_u$  = a abertura de fissura última para o valor de CMOD considerada no projeto, expressa em milímetros (mm).

Neste modelo, é considerada uma variação nas tensões causadas pela resposta das fibras pós fissuração.

No caso do valor de abertura de fissura última ( $w_u$ ) for diferente que  $CMOD_3$ , que corresponde à 2,5 mm, a equação para obtenção do  $f_{Ftu}$  pode ser considerada uma reta, conforme a observado na Figura 15.

**Figura 15** - Lei constitutiva linear pós-fissuração do CRF.



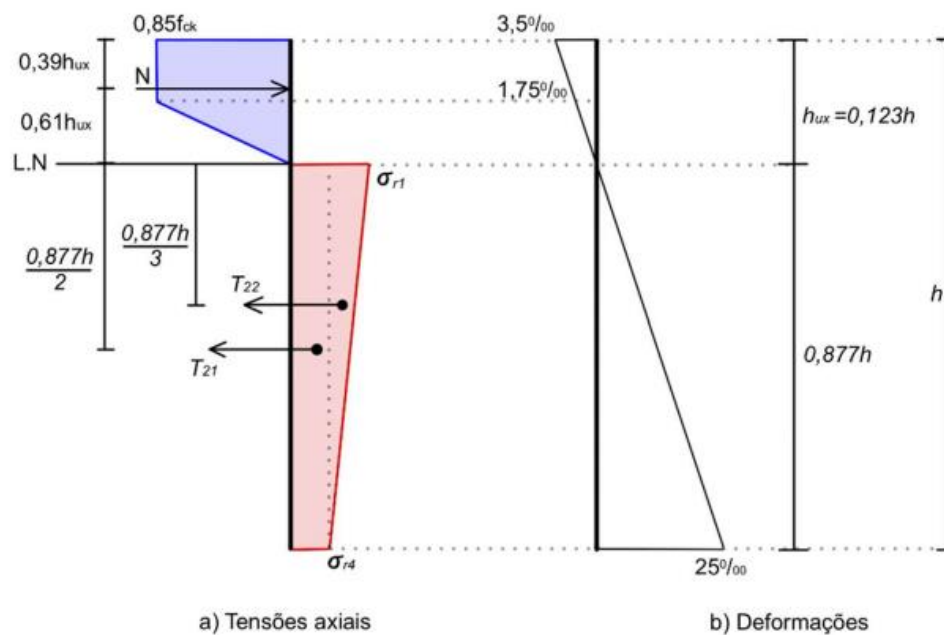
Fonte: ABNT NBR 16935, 2021.

A norma especifica que no modelo linear, os valores-limite de CMOD, de  $f_{Ftu}$  e  $f_{Fts}$  são respectivamente 2,5 mm e 1,5 mm, mas no caso de placas apoiadas sobre o meio elástico, o valor-limite de CMOD pode ser de 3,5 mm, que corresponde ao



CMOD<sub>4</sub>. Dessa forma, o diagrama de distribuição de tensões axiais e deformações da seção reforçada somente com fibras possui o comportamento apresentado na Figura 16.

**Figura 16** - Diagramas de distribuição de tensões axiais e deformações da seção reforçada somente com fibras.



Fonte: Souza, 2021.

Na Figura 16,  $h$  representa a altura da seção,  $h_{ux}$  a posição da linha neutra e  $T$  a força resultante de cada área de tensões.

Neste caso, é considerado que a tensão de tração  $\sigma_{r1}$  se desenvolve junto à linha neutra, e a tensão de tração  $\sigma_{r4}$  se desenvolve na face mais tracionada do elemento. Essas tensões podem ser relacionadas com as tensões residuais de tração através das seguintes equações:

$$\sigma_{r1} = 0,45 f_{R1} \quad (9)$$

$$\sigma_{r4} = 0,37 f_{R4} \quad (10)$$

Assim, utilizando as equações de equilíbrio, o momento resistente máximo ( $M_u$ ) é dado pelas Equações 11 e 12.

$$M_u = \left[ T_{21} \left( \frac{0,877h}{2} + 0,075h \right) + T_{22} \left( \frac{0,877h}{3} + 0,075h \right) \right] / \gamma_m \quad (11)$$

$$M_u = \frac{h^2}{\gamma_m} (0,29\sigma_{r4} + 0,16\sigma_{r1}) \quad (12)$$

sendo,

$$T_{21} = 0,88h\sigma_{r4};$$

$$T_{22} = 0,44h(\sigma_{r1} - \sigma_{r4});$$

$$\sigma_{r1} = 0,45 \cdot f_{R1};$$

$$\sigma_{r4} = 0,37 \cdot f_{R4};$$

h = altura da seção;

$\gamma_m$  = coeficiente de ponderação do CRF.

O coeficiente de ponderação é 1,5, conforme pode ser observado na Figura 17.

**Figura 17 – Coeficientes de ponderação do CRF.**

<b>Resistências</b>	<b>Coeficientes</b>
Resistência à compressão do CRF	$\gamma_c = 1,4$
Resistência à tração do CRF	$\gamma_c = 1,5$
Resistências residuais do CRF	$\gamma_c = 1,5$

Fonte: ABNT NBR 16935: 2021.

### **3.3 DIMENSIONAMENTO NO ELU DE ELEMENTOS DE SUPERFÍCIE SUJEITOS A SOLICITAÇÕES NORMAIS**

O item 7 da ABNT NBR 16935:2021 trata do dimensionamento de estruturas de concreto reforçado com fibras no estado limite último. Mais especificamente o 7.5 trata de elementos superficiais sujeitos a solicitações normais (placas).

No caso de placas sem armadura longitudinal, e quando a análise do elemento estrutural é linear, o momento resistente pode ser obtido através da equação 13:

$$M_{Rd} = \frac{f_{Ftud} \cdot t^2}{2} \quad (13)$$

sendo,

$M_{Rd}$  = momento resistente de cálculo;

$f_{Ftud}$  = resistência de cálculo à tração direta do CRF;

t = espessura da placa

No caso de placas com armaduras longitudinais, o momento resistente apresentado anteriormente é somado ao momento resistente de cálculo da seção com armadura longitudinal.

Já para placas apoiadas sobre meio elástico, a norma possui um item específico para seu dimensionamento. O item 7.5.3 diz que nesses casos, contempla-se também a possibilidade de a análise estrutural ser feita por meio da análise plástica.

Para a análise estrutural plástica, as placas são tratadas com base na teoria das charneiras plásticas. A carga de colapso é função da soma dos dois momentos máximos informados a seguir, sendo eles o momento fletor negativo ( $M_n$ ) e o momento fletor positivo ( $M_p$ ).

A norma ainda especifica no seu item 7.5.4 que pode ser considerada a análise não linear para o dimensionamento de elementos estruturais em CRF, podendo ser utilizado o método dos elementos finitos para este caso.

### 3.4 ESTADO LIMITE DE SERVIÇO

O item 8 da ABNT NBR 16935: 2021 especifica os parâmetros para a verificação dos elementos estruturais em CRF no estado limite serviço.

Em serviço, é necessário limitar as tensões de compressão no concreto, tensões de tração no aço e tensões de tração no CRF. No caso de elementos estruturais que possuem comportamento de *softening* pós-fissuração, a norma dispensa a verificação das tensões de tração caso o elemento seja verificado no ELU. Já no caso do comportamento *hardening* pós-fissuração do elemento estrutural, a norma recomenda a verificação das tensões de tração, de modo que a Equação 14 seja atendida:

$$\sigma_1 \leq 0,6 \cdot f_{Ftuk} \quad (14)$$

sendo,

$f_{Ftuk}$  = Resistência característica última à tração direta do CRF.

O item 8.3 da ABNT NBR 16935:2021 trata das armaduras mínimas para controle de fissuração dos elementos submetidos à flexão. No caso da condição determinada pela equação 15 ser atendida, é possível dispensar as armaduras mínimas.

$$\sigma_1 \leq f_{Ftsm} \quad (15)$$

sendo,

$f_{Ftsm}$  = Resistência média à tração direta do CRF.

Caso a relação não seja atendida, a armadura mínima para o controle de fissuração poderá ser determinada pela Equação 16.

$$A_{s,min} = kc \cdot k \cdot (f_{ctm} - f_{Ftsm}) \frac{A_{ct}}{\sigma_s} \quad (16)$$

sendo,

$f_{ctm}$  = Resistência média do concreto à tração direta, estimada como sendo  $f_t = 0,9f_{ctsp}$ ;

$f_{Ftsm}$  = Resistência média à tração direta do CRF;

$A_{ct}$  = Parcela da seção transversal do concreto tracionado, considerando a tensão no limite elástico;

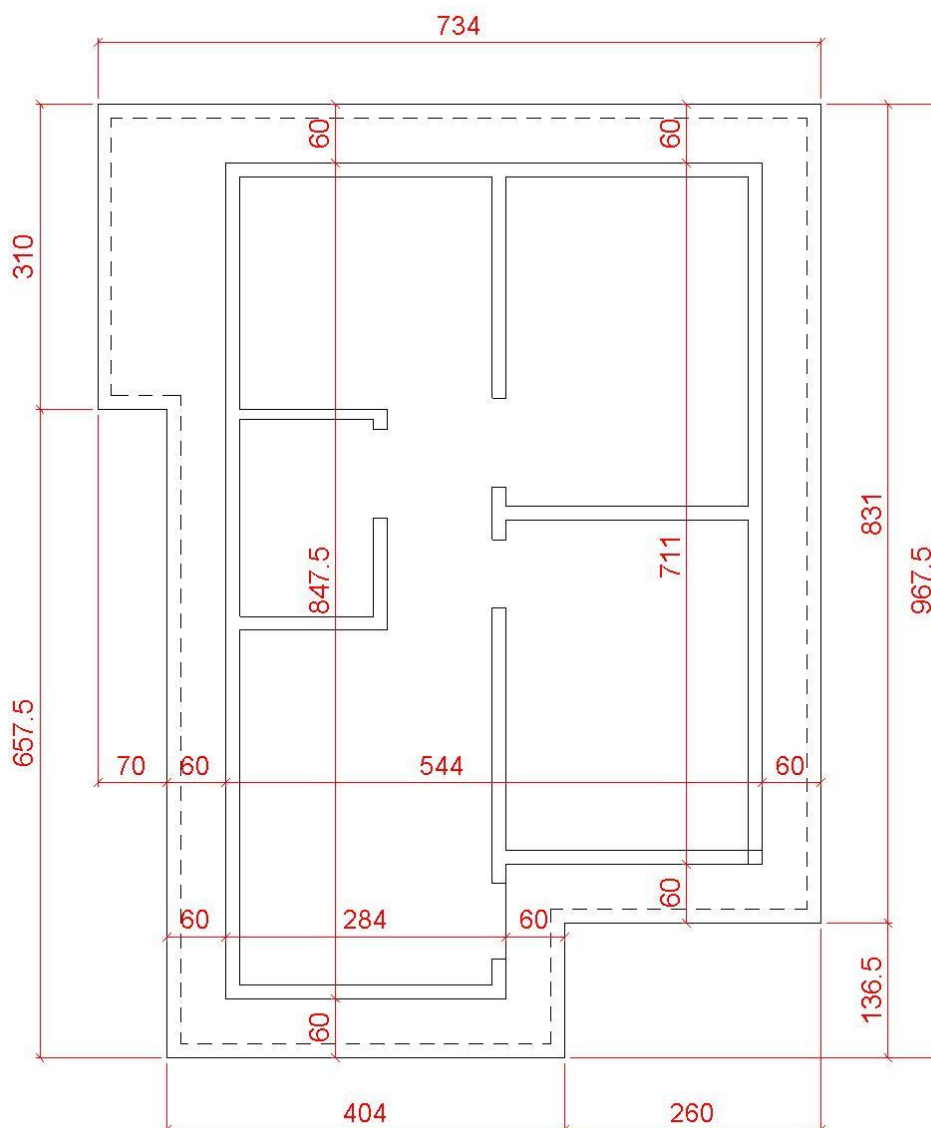
$\sigma_s$  = Tensão máxima no aço no estágio de fissuração, podendo ser considerado igual à tensão de escoamento do aço;

$k_c$  = Coeficiente que considera a distribuição da tração na seção transversal um pouco antes da fissuração e da alteração do braço de alavanca interno. Para seções retangulares  $k_c = 1$ ;

$k$  = Coeficiente que considera a não uniformidade das tensões internas no concreto reforçado com fibras e armadura convencional. Para vigas com altura de mesa inferior a 300 mm,  $k = 1,0$ .

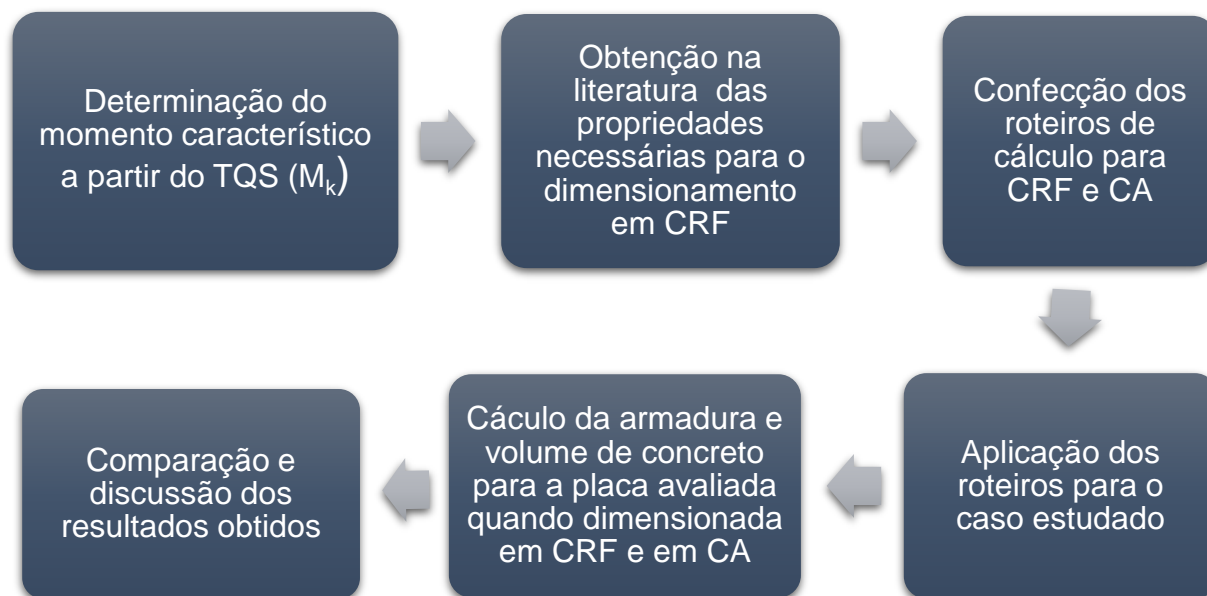
## 4. METODOLOGIA

Esta seção tem como objetivo explicar a metodologia utilizada para atingir a meta deste trabalho, que é avaliar e comparar os resultados obtidos no dimensionamento de uma placa apoiada sobre meio elástico utilizando o concreto reforçado com fibras e o concreto armado. Para isso, foi dimensionado um radier de uma residência de 62,57 m<sup>2</sup> (Figura 18).

**Figura 18** - Caso estudado na pesquisa.

Fonte: Moreli Lopes, 2021 (Adaptado).

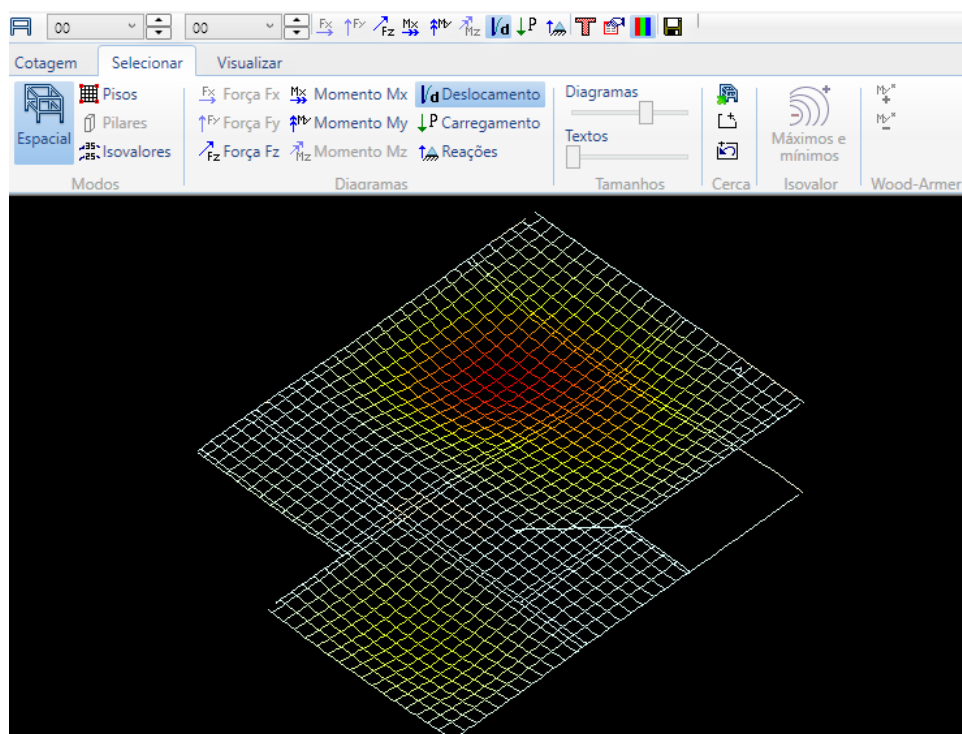
O fluxograma da Figura 19 apresenta a metodologia utilizada neste trabalho, que será descrita mais detalhadamente em seguida.

**Figura 19 – Metodologia adotada**

Fonte: Autoria própria, 2022.

Os esforços solicitantes na placa foram obtidos utilizando o software TQS que utiliza o modelo de analogia de grelha. O modelo em questão é composto por elementos lineares (barras) dispostos num mesmo plano horizontal, que possibilita a avaliação do comportamento de placas, como o caso do radier avaliado neste trabalho (Figura 20).

**Figura 20** - Exemplo de análise de grelhas incorporado no software TQS.



Fonte: Autoria própria, 2022.

O software ainda permite mudar as condições de apoio de elementos de placa, de modo que a partir do coeficiente de recalque do solo ( $K_v$ ) e da dimensão utilizada nas grelhas no modelador, seja possível determinar um coeficiente de mola ( $T_z$ ) para o apoio da laje a ser analisada (Figura 21).

**Figura 21** – Aplicação de um apoio elástico em laje no TQS.

Fonte: Autoria própria, 2022.

No entanto, vale destacar que os esforços na estrutura já foram informados, cabendo à esta pesquisa somente o dimensionamento do elemento estrutural, e não



o levantamento de ações e esforços. Os resultados dos momentos solicitantes característicos obtidos através do TQS podem ser observados no Anexo C. Os valores estão em tf.m/m, e é possível observar que os momentos máximos positivos obtidos foram de 1,6 kN.m/m nas duas direções. Este valor foi utilizado no dimensionamento, como será visto nas próximas seções.

Como apresentado anteriormente, o dimensionamento de elementos em CRF depende das resistências residuais de tração, e no intuito de chegar nos objetivos desta pesquisa, foi necessário obter estas propriedades de ensaios na literatura. Os dados utilizados foram obtidos do estudo de Lee (2017), que tinha como objetivo avaliar a influência do teor de fibras para a resistência residual à tração do concreto reforçado com fibras. A Tabela 4 apresenta os dados utilizados, cabendo destacar que estes foram obtidos através dos ensaios descritos na seção 2.1.1.

**Tabela 4 –** Dados utilizados para comparação de dimensionamento.

<b>ID</b>	<b>f<sub>cm</sub> (MPa)</b>	<b>V<sub>f</sub> (%)</b>	<b>f<sub>l</sub> (MPa)</b>	<b>f<sub>r1</sub>(MPa)</b>	<b>f<sub>r2</sub>(MPa)</b>	<b>f<sub>r3</sub>(MPa)</b>	<b>f<sub>r4</sub>(MPa)</b>
<b>C26-0.25</b>	26,4	0,250	4,492	2,666	2,659	2,602	2,409
<b>C26-0.375</b>	26,4	0,375	4,34	3,139	3,273	3,191	2,861
<b>C26-0.5</b>	26,4	0,500	4,567	4,337	4,562	4,330	3,844
<b>C36-0.25</b>	36,3	0,250	4,163	2,464	2,309	2,235	1,966
<b>C36-0.375</b>	36,3	0,375	5,078	3,710	3,729	3,463	2,971
<b>C36-0.5</b>	36,3	0,500	5,024	3,825	0,155	4,041	3,564
<b>C47-0.25</b>	47,6	0,250	5,345	4,330	3,003	2,232	1,608
<b>C47-0.375</b>	47,6	0,375	5,646	4,647	3,517	2,686	2,385
<b>C47-0.5</b>	47,6	0,500	5,705	6,178	4,996	3,398	2,719

Fonte: Lee, 2017.

Com as propriedades necessárias para o dimensionamento obtidas (Tabela 4), foi necessário escrever os roteiros de cálculo baseados nos trabalhos da literatura e nos documentos normativos tomados como base (ABNT NBR 16935: 2021 e ABNT NBR 6118: 2014). Feito isso, os roteiros foram aplicados e a quantidade de aço e concreto em cada caso foi obtida, possibilitando a comparação dos resultados encontrados.

Cabe destacar que no dimensionamento em concreto armado, o roteiro descrito calcula a área de aço por metro de placa, como será visto adiante. Como o estudo em questão avaliou o peso de aço e o volume de concreto, foi necessário

distribuir a área de aço encontrado por metro nas direções x e y da laje dimensionada. Assim, após calculada a área de aço por metro, o volume de aço na direção x é obtido multiplicando-se o valor obtido pela direção y (chegando em um valor de área total de aço para a laje) e, posteriormente, multiplicando o valor pela direção x (resultando em um volume de aço). O mesmo procedimento vale para a outra direção. Como a placa dimensionada não é retangular e possui variações de dimensões em x e em y, as dimensões consideradas nas duas direções foram obtidas por meio de uma média ponderada. Além deste método, também foi calculada o peso de aço quando são utilizadas telas para armar as placas. Neste caso, calculada a área de aço necessário por metro, foi escolhida uma tela que atendesse à área necessária. Conhecendo a área da placa, a área e o peso da tela (obtidas a partir do Anexo B), foi possível determinar o peso de aço no caso da armação de telas.

#### **4.1 DESENVOLVIMENTO DE ROTEIRO DE CÁLCULO: ELEMENTO EM CRF**

Para o dimensionamento de elementos estruturais em CRF, o primeiro passo é conhecer os parâmetros de resistência do material, como foi apresentado na seção 3.2, sendo necessários os valores de resistências residuais à tração ( $f_{r1}$ ,  $f_{r3}$  e  $f_{r4}$ ), além da resistência à tração na flexão ( $f_t$ ). Dessa forma, é possível verificar se as relações de resistência apresentadas nas equações 3 e 4 são atendidas, possibilitando a substituição total da armadura pelas fibras.

Verificada a possibilidade da substituição total da armadura convencional pelas fibras, o momento resistente do elemento é determinado através das equações 9 a 12. Com a solicitação já determinada através do modelo escolhido (nesse caso, foi utilizado o modelo de grelha do software TQS para determinação do momento solicitante, conforme apresentado na seção 4), é possível comparar o momento solicitante com o resistente e, caso o valor do momento resistente seja maior que o solicitante, o material atende aos requisitos de Estado limite último.

Vale destacar que para a verificação descrita acima, o valor de momento solicitante deve ser o de momento solicitante de cálculo, que é obtido através da multiplicação do momento solicitante característico pelo coeficiente de ponderação do concreto reforçado com fibras, que no caso de elementos submetidos à tração é igual 1,5, como apresentado anteriormente.

Feita a verificação para o Estado limite último do material, é necessário verificar se o elemento estrutural atende às especificações do item 8 da ABNT NBR 16935: 2021, item correspondente à verificação no estado limite de serviço. A primeira verificação a ser feita é a limitação de tensão, que pode ser dispensada no caso de elementos estruturais em que o CRF tem um comportamento de *softening* pós-fissuração, ou seja, caso a resistência residual de tração para CMOD1 ( $f_{r1}$ ) for menor que a resistência residual de tração para CMOD4 ( $f_{r4}$ ). Caso contrário, as tensões de tração devem ser limitadas, de modo que a equação 14 seja atendida, reduzindo a probabilidade de fissuras no elemento. A tensão  $\sigma_1$  corresponde a tensão obtida através da Equação 17.

$$\sigma_1 = \frac{M_z}{I_z} \cdot y \quad (17)$$

sendo,

$M_z$  = Momento solicitante de cálculo

$I_z$  = Momento de inércia da seção

$y$  = Coordenadas do ponto de interesse em relação aos eixos da seção.

Para a determinação da resistência característica à tração direta do CRF ( $f_{Ftuk}$ ), é necessário trabalhar com algumas relações entre as resistências do material. A primeira delas é apresentada na equação 18, que relaciona a resistência à tração direta no estado limite de serviço com a resistência residual à tração média para CMOD<sub>1</sub>.

$$f_{Ftsk} = 0,45 \cdot f_{R1m} \quad (18)$$

sendo,

$f_{Ftsk}$  = Resistência característica à tração direta do CRF, valor de serviço.

$f_{R1m}$  = Resistência residual média à tração na flexão do CRF correspondente ao

CMOD1 = 0,5 mm

Outra relação utilizada é apresentada na equação 19.

$$f_{Ftsk} = 0,7f_{Fts}$$

(19)

sendo,

$f_{Ftsk}$  = resistência característica à tração direta do CRF, valor de serviço;

$f_{Fts}$  = resistência à tração direta do CRF, valor de serviço.

É possível determinar o valor último de resistência à tração direta através ( $f_{Ftu}$ ) da equação 20.

$$f_{Ftu} = f_{Fts} - \frac{w_u}{CMOD_3} (f_{Fts} - 0,5f_{R3} + 0,2f_{R1})$$

(20)

sendo,

$f_{Ftu}$  = resistência à tração direta do CRF, valor último;

$f_{Fts}$  = resistência à tração direta do CRF, valor de serviço

$f_{R1}$  = Resistência residual à tração na flexão do CRF correspondente ao  $CMOD_1 = 0,5$  mm

$f_{R3}$  = Resistência residual à tração na flexão do CRF correspondente ao  $CMOD_3 = 2,5$  mm

$w_u$  = abertura de fissura última para o valor de CMOD considerada no projeto = 1,50 mm

Por fim, a última relação a ser utilizada nesta verificação é que o valor característico de resistência à tração direta ( $f_{Ftuk}$ ) pode ser obtido multiplicando o valor de resistência à tração direta do CRF ( $f_{Ftu}$ ) por 0,7, conforme a Equação 21.

$$f_{Ftuk} = 0,7 \cdot f_{Ftu}$$

(21)

onde,

$f_{Ftuk}$  = resistência característica à tração direta do CRF, valor último;

$f_{Ftu}$  = resistência à tração direta do CRF, valor último

Com o valor de resistência característica à tração direta do CRF, valor último ( $f_{Ftuk}$ ) e da tensão na seção ( $\sigma_1$ ) determinados, é possível realizar a verificação.

Feito isso, o próximo passo é verificar se há necessidade do reforço mínimo para controle de fissuras. Para tal, é verificada se a equação 15 é atendida, sendo necessário comparar o valor de tensão na seção ( $\sigma_1$ ) com a resistência média à tração direta no valor de serviço ( $f_{Fism}$ ), obtida através das equações 18 e 19. Se a condição da equação 15 for atendida, não há necessidade de armaduras mínimas para o controle de fissuras. Caso contrário, deve-se calcular a armadura mínima necessária através da equação 16, como comentado anteriormente.

Finalizada esta verificação, o elemento estrutural também foi analisado no estado limite de serviço, se encerrando, assim, o dimensionamento.

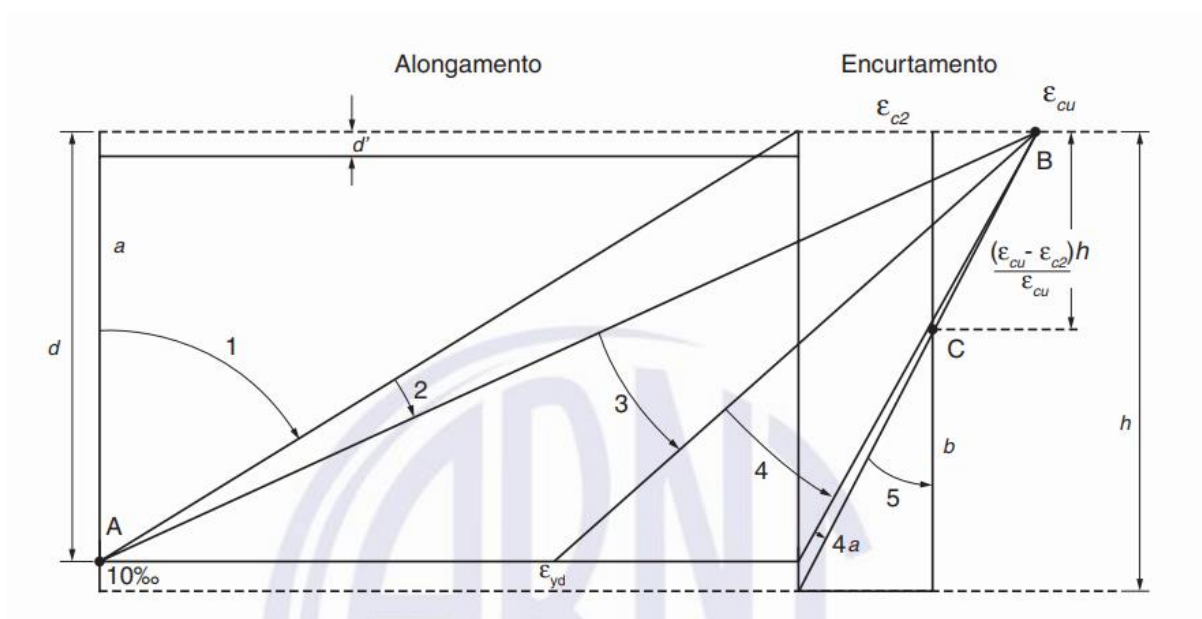
O Anexo A apresenta um exemplo do dimensionamento de uma placa apoiada sobre meio elástico em CRF, sendo utilizado como exemplo o primeiro caso apresentado na Tabela 4, que corresponde ao concreto reforçado com fibras com valor de resistência média à compressão de 26,4 MPa e volume de fibras de 0,25 (C26-0.25), cabendo destacar que o procedimento observado no anexo em questão foi repetido para todos os casos do estudo analisado.

#### **4.2 DESENVOLVIMENTO DE ROTEIRO DE CÁLCULO: ELEMENTO EM CONCRETO ARMADO**

Para o dimensionamento de placas em concreto armado apoiadas sobre meio elástico deve-se seguir as recomendações da ABNT NBR 6118:2014, documento normativo tomado como base para este trabalho. No dimensionamento no estado limite último, a ruína da seção transversal é relacionada com as deformações específicas de cálculo do concreto na fibra menos tracionadas e do aço nas fibras mais tracionadas, sendo necessário, assim, garantir que os valores últimos de deformações do concreto e aço não sejam atingidos. Além disso, é importante conhecer a forma de ruptura do elemento, evitando rupturas frágeis (sem aviso prévio) e priorizando a otimização do concreto e do aço.

Por esse motivo, a ABNT NBR 6118:2014 descreve diferentes domínios de deformação (Figura 22), que caracterizam casos de distribuição de deformações do concreto armado de acordo com a solicitação no elemento estrutural.

**Figura 22** - Domínios de deformação



Fonte: ABNT NBR 6118:2014.

Então, para o estado limite último o primeiro passo para o dimensionamento de elementos em concreto armado é a verificação da posição da linha neutra e avaliação do domínio que o elemento estrutural se encontra, de modo que seja evitado domínios caracterizados pela ruptura frágil do concreto armado (domínios 4 e 5), e priorizado o domínio em que há maior otimização dos materiais (domínio 3). Ainda vale destacar que parte do domínio 3 deve ser evitado, já que a ABNT NBR 6118:2014 limita a profundidade da linha neutra pela equação 22.

$$x/d \leq 0,45$$

(22)

sendo,

x = profundidade da linha neutra

d = altura útil da seção

A profundidade da linha neutra (x) pode ser obtida através da equação 23.

$$x = \frac{0,68 \pm \sqrt{(0,68d)^2 - 4 \cdot 0,272 \cdot \left(\frac{M_{sd}}{b_w \cdot f_{cd}}\right)}}{0,544}$$

(23)

sendo,

$x$  = profundidade da linha neutra;

$d$  = altura útil da seção;

$M_{sd}$  = Momento solicitante de cálculo;

$b_w$  = largura da seção;

$f_{cd}$  = resistência de cálculo à compressão do concreto.

Ainda cabe destacar que a relacionando as equações 22 e 23, é possível determinar uma altura útil mínima (equação 24).

$$d_{\min} = 2,0 \cdot \sqrt{\frac{M_{sd}}{b_w \cdot f_{cd}}} \quad (24)$$

sendo,

$d_{\min}$  = altura útil da seção

$M_{sd}$  = Momento solicitante de cálculo;

$f_{cd}$  = resistência de cálculo à compressão do concreto.

$b_w$  = largura da seção;

Por semelhança de triângulo, é possível determinar os limites das linhas neutras em cada um dos domínios, e assim, avaliar o elemento estrutural quanto ao seu domínio.

Além do dimensionamento no estado limite último, por se tratar de elementos em contato com solo, as placas apoiadas sobre meio elástico estão sujeitas à ações de agentes agressivos que podem prejudicar o desempenho estrutural do elemento e diminuir a vida útil do mesmo. Por isso, uma verificação importante a ser feita é se a placa fissura ou não devido às solicitações. O momento de fissuração da placa pode ser obtido através da equação 25.

$$M_r = \frac{\alpha \cdot f_{ctk,inf} \cdot I_c}{y_t} \quad (25)$$

sendo,

$M_r$  = momento de fissuração

$\alpha = 1,2$  para seções em forma de "T" ou duplo "T" e  $1,5$  para seções retangulares;

$f_{ct,m}$  = resistência média à tração do concreto

$f_{ctk,inf} = 0,7 f_{ct,m}$

$I_c$  = momento de inércia da seção bruta de concreto;

$y_t$  = distância da fibra mais tracionada da seção transversal até ao centro geométrico da seção transversal

Caso o momento solicitante de cálculo seja menor que o momento de fissuração, é garantida a não fissuração do elemento estrutural.

No caso de placas apoiadas sobre meio elástico, o cálculo da armadura pode seguir o mesmo procedimento do cálculo de armadura de vigas, considerando a faixa de 1 m de largura. Assim como comentado anteriormente, o que altera no dimensionamento de placas apoiadas sobre meio elástico é o modo de obter os esforços na placa, sendo necessário levar em consideração a interação do solo e da estrutura dimensionada. A partir dos esforços determinados, o dimensionamento poderá seguir as premissas apresentadas nesta seção e a armadura necessária pode ser obtida por meio das equações 26 a 29.

$$KMD = \frac{M_{sd}}{b_w \cdot d^2 \cdot f_{cd}} \quad (26)$$

$$KX = \frac{1,96 \cdot M_k}{b_w \cdot d^2 \cdot f_{ck}} \quad (27)$$

$$KZ = 1 - 0,4 KX \quad (28)$$

$$A_s = \frac{M_{sd}}{(KZ) \cdot d \cdot f_s} \quad (29)$$



sendo,

$M_k$  = momento solicitante característico;

$d$  = altura útil;

$f_{cd}$  = resistência de cálculo à compressão do concreto =  $f_{ck}/1,4$ ;

$f_{ck}$  = resistência característica à compressão do concreto;

$f_s$  = resistência de cálculo ao escoamento do aço =  $f_y/1,15$ .

A ABNT NBR 6118:2014 ainda especifica no seu item 17.3.5.2.1 que a armadura mínima de tração deve ser obtida através do momento mínimo ( $M_{d,mín}$ ), que por sua vez, é calculado através da equação 30, sendo respeitada a taxa mínima absoluta de 0,15 %.

$$M_{d,mín} = 0,8W_0f_{ctk,sup} \quad (30)$$

sendo,

$M_{d,mín}$  = momento mínimo para o dimensionamento;

$W_0$  = é o módulo de resistência da seção transversal bruta de concreto, relativo à fibra mais tracionada ( $W_0=I_c/y_t$ );

$f_{ctk,sup}$  = é a resistência característica superior do concreto à tração ( $1,3 f_{ct,m}$ ).

Ainda cabe destacar que para valores superiores à 30MPa de  $f_{ck}$ , o valor de armadura mínima deve ser o apresentado no item 17.3.5.1 da ABNT NBR 6118:2014, conforme observado na Figura 23.

**Figura 23** - Armadura mínima de acordo com a classe de resistência do concreto.

Forma da seção	Valores de $\rho_{mín}^a$ ( $A_{s,mín}/A_c$ ) %														
	20	25	30	35	40	45	50	55	60	65	70	75	80	85	90
Retangular	0,150	0,150	0,150	0,164	0,179	0,194	0,208	0,21	0,219	0,226	0,233	0,239	0,245	0,251	0,256

<sup>a</sup> Os valores de  $\rho_{mín}$  estabelecidos nesta Tabela pressupõem o uso de aço CA-50,  $d/h = 0,8$  e  $\gamma_c = 1,4$  e  $\gamma_s = 1,15$ . Caso esses fatores sejam diferentes,  $\rho_{mín}$  deve ser recalculado.

Fonte: ABNT NBR 6118:2014.

A armadura adota é a maior entre a mínima e a calculada.

## 5. RESULTADOS E DISCUSSÕES

A próxima etapa consistiu na aplicação dos roteiros de cálculo elaborados para o estudo de caso do dimensionamento de uma placa apoiada sobre meio elástico. A Tabela 5 sintetiza os resultados obtidos no dimensionamento da placa apoiada em meio elástico em concreto reforçado com fibras. O primeiro ponto a destacar é que a altura da laje foi determinada de modo que o elemento atendesse tanto ao estado limite último quanto ao estado limite de serviço, e por isso ela variou de acordo com o ID (identificação de cada elemento dimensionado - primeira coluna da tabela). Um ponto importante a ser explicado é que cada ID representa uma classe de resistência à compressão média do concreto e um volume de aço. O concreto C26-0.25, por exemplo, possui uma resistência média à compressão de 26MPa e volume de fibras de 0,25%. Para esse caso (C26-0.25), a altura mínima da laje foi de 10 cm, porém, quando o volume de fibras aumenta para 0,375% (C26-0.375), o elemento dimensionado pôde ter a altura de sua seção reduzida para 9 cm. Outro ponto a ser comentado é que a critério de projeto, foi considerada uma altura mínima de 8 cm de espessura tanto para o dimensionamento em CRFA quanto para o concreto armado (embora em alguns casos, o elemento pudesse ter a altura reduzida para até 5 cm, como é o caso do C47-0.5).

**Tabela 5** – Dimensionamento da placa em CRFA.

ID	M <sub>u</sub> (kNm)	h (m)	Quantidade de aço (kg)	Volume de concreto (m <sup>3</sup> )
C26-0.25	3,0029	0,10	122,79	6,26
C26-0.375	2,8782	0,09	165,77	5,63
C26-0.5	3,0922	0,08	196,47	5,01
C36-0.25	2,5891	0,10	122,79	6,26
C36-0.375	2,4999	0,08	147,35	5,01
C36-0.5	2,8067	0,08	196,47	5,01
C47-0.25	2,6152	0,09	110,51	5,63
C47-0.375	2,5194	0,08	147,35	5,01
C47-0.5	3,1427	0,08	196,47	5,01

Fonte: Autoria própria, 2022.

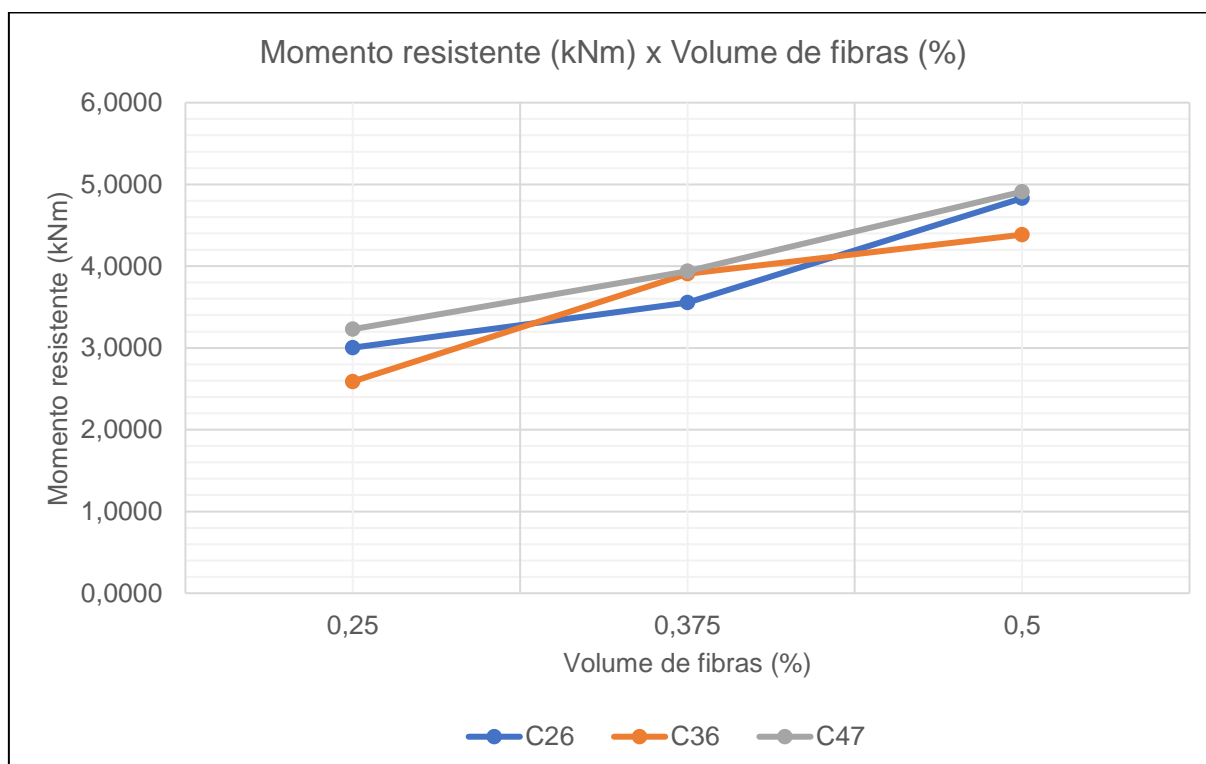
O acréscimo no momento resistente de acordo com o aumento do volume de fibras nos diferentes casos estudados é significativo. Para fazer esta análise, é necessário comparar os casos em que se utiliza a mesma classe de resistência do concreto e mesma altura de laje, como é o caso do C47-0.375 e do C47-0.5, por exemplo, já que nos dois casos a placa pôde ser dimensionada com uma altura de 8cm, e o momento resistente passou de 2,52 kNm quando utilizado 0,375% de fibras para 3,14kNm no volume de 0,5%, o que representa um acréscimo de mais de 24% no momento último do elemento estrutural. Já em relação às classes de resistência, não é tão perceptível assim a relação do acréscimo do momento resistente com o aumento de resistência à compressão do concreto. Para avaliar melhor esta influência do acréscimo de fibras para os elementos em CRF, foi construída uma nova tabela utilizando a mesma altura de placa para todos os casos (Tabela 6), possibilitando a confecção do gráfico apresentado na Figura 24.

**Tabela 6** – Momentos resistentes para a mesma altura de seção no CRFA

ID	V(%)	M <sub>u</sub> (kNm)	h (m)
C26-0.25	0,25	3,0029	0,10
C26-0.375	0,375	3,5533	0,10
C26-0.5	0,5	4,8315	0,10
C36-0.25	0,25	2,5891	0,10
C36-0.375	0,375	3,9061	0,10
C36-0.5	0,5	4,3854	0,10
C47-0.25	0,25	3,2287	0,10
C47-0.375	0,375	3,9366	0,10
C47-0.5	0,5	4,9104	0,10

Fonte: Autoria própria, 2022.

**Figura 24** – Acréscimo do momento resistente de acordo com o aumento no volume de fibras



Fonte: Autoria própria, 2022.

Apesar de perceptível a relação entre volume de fibras e aumento do momento resistente, como o estudo de caso feito nesta pesquisa possui baixa solicitação, o aumento significativo do momento resistente não apresenta ganhos muito importantes para o caso em questão. De forma simplificada, para baixas solicitações, os volumes mais altos de fibras não geram ganhos significativos para o elemento estrutural, apenas aumentam a quantidade de aço. Isto pode ser observado nos IDs C47-0.375 e C47-0.5 na Tabela 5, em que em ambos os casos foi possível utilizar uma altura de 8cm na placa dimensionada, mas a quantidade de aço utilizado aumentou de 147,35kg para 196,47kg quando o volume passou de 0,375 para 0,5%.

A Tabela 7 apresenta os resultados obtidos no dimensionamento das placas em concreto armado utilizando as mesmas alturas de seção em cada caso apresentado na Tabela 5. Vale destacar que a terceira coluna apresenta o resultado encontrado utilizando barras de aço e a quarta coluna apresenta o peso de aço quando são utilizadas telas. A diferença observada no peso encontrado se dá

principalmente devido à falta de valores intermediários de telas em alguns casos. No caso do C26-0.25, por exemplo, a área de aço necessária calculada foi de 1,65 cm<sup>2</sup>/m. Apesar disso, a tela disponível para armação que possui pelo menos esta área de aço (obtida através do Anexo B) é a Q196, que possui uma área de aço por metro relativamente maior à necessária.

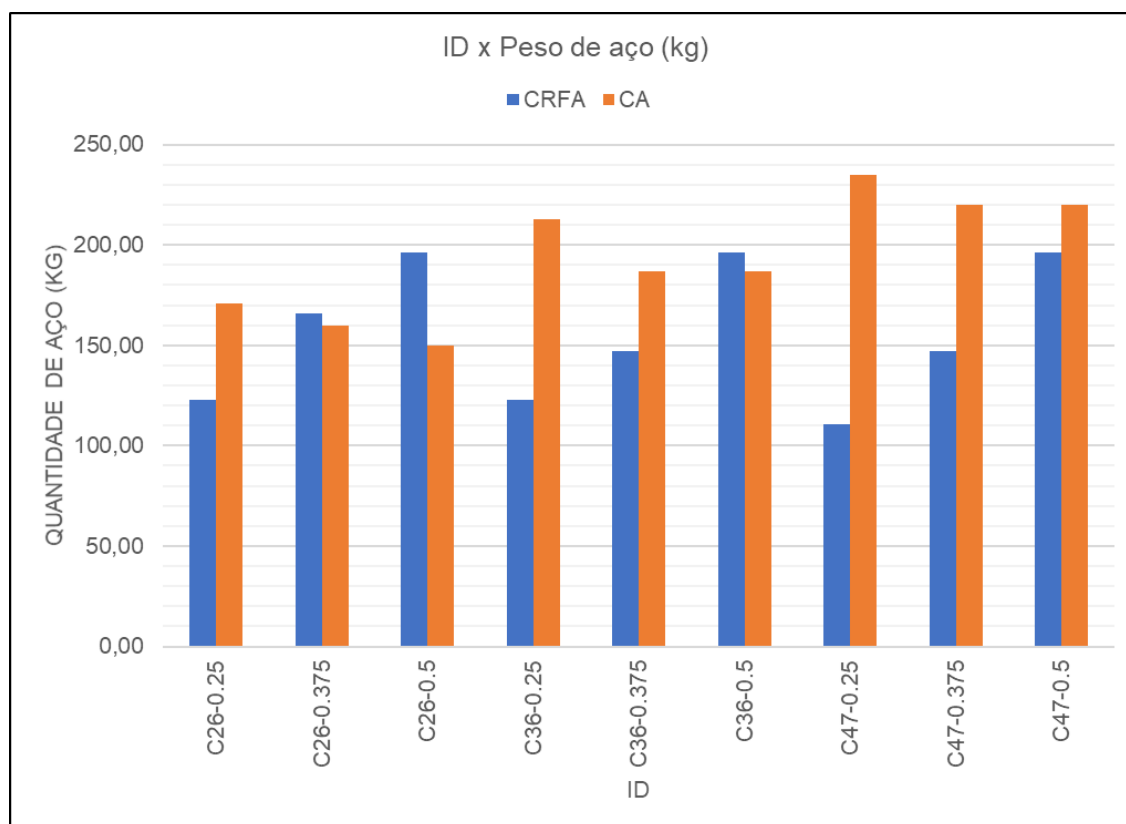
**Tabela 7** – Dimensionamento da placa utilizando concreto armado.

ID	h (m)	Quantidade de aço (barras de aço) (kg)	Quantidade de aço (telas) (kg)	Volume de concreto (m <sup>3</sup> )
C26-0.25	0,10	170,65	185,00	6,26
C26-0.375	0,09	160,01	185,00	5,63
C26-0.5	0,08	150,11	185,00	5,01
C36-0.25	0,10	212,65	287,50	6,26
C36-0.375	0,08	186,88	228,50	5,01
C36-0.5	0,08	186,88	228,50	5,01
C47-0.25	0,09	234,92	287,50	5,63
C47-0.375	0,08	220,19	287,50	5,01
C47-0.5	0,08	220,19	287,50	5,01

Fonte: Autoria própria, 2022.

A Figura 25 representa a comparação da quantidade de aço obtida no dimensionamento em CRFA (valores da Tabela 5) com o valor de aço nas placas em concreto armado com barras (terceira coluna da Tabela 7). É possível notar que o consumo de aço é menor em quase todos os casos, exceto no C26-0.375 e quando o volume de fibras no CRF chega no valor de 0,5% nas classes C26 e C36, mostrando mais uma vez o que foi discutido anteriormente sobre a ineficiência da utilização de volumes elevados de fibra no caso estudado. Além disso, quando a classe de resistência aumenta, o momento mínimo para o concreto armado também aumenta, influenciando diretamente na armadura mínima necessária. Como nesse estudo a solicitação é baixa, o aumento de resistência à compressão do concreto aumenta o peso total de armadura, e nestes casos a diferença entre a quantidade de aço obtida em CRFA e no concreto armado é ainda maior.

**Figura 25** – Comparação da quantidade de aço nos dois casos estudados quando utilizada barras de aço no concreto armado.



Fonte: Autoria própria, 2022.

Dessa forma, foi possível construir a Tabela 8, que mostra em porcentagem o acréscimo de aço do concreto armado quando comparado com os valores obtidos no CRFA. Essa tabela foi construída considerando que o valor encontrado de peso de aço no dimensionamento em CRFA representa 100% de aço em cada um dos casos. Assim, o acréscimo de peso de aço no concreto armado é em relação ao valor encontrado no dimensionamento em CRFA. Como exemplo, pode-se verificar o primeiro caso (C26-0.25): o peso de aço obtido no dimensionamento em CRFA foi de 122,79kg; já no dimensionamento em concreto armado com barras, o valor encontrado foi de 170,65kg. Considerando que o valor de 122,79 kg representa 100% de aço, 170,65 kg representa 138,98 % de aço, e por isso, considerou-se que o acréscimo de aço no dimensionamento em concreto armado foi de 38,98%. Valores negativos representam que não há acréscimo de aço, e sim uma redução no peso obtido no dimensionamento em concreto armado (casos dos ID's C26-0.375, C26-0.5 e C26-0.5). É possível observar que o peso de aço obtido no dimensionamento em concreto armado para o C47-0.25 é mais de duas vezes maior

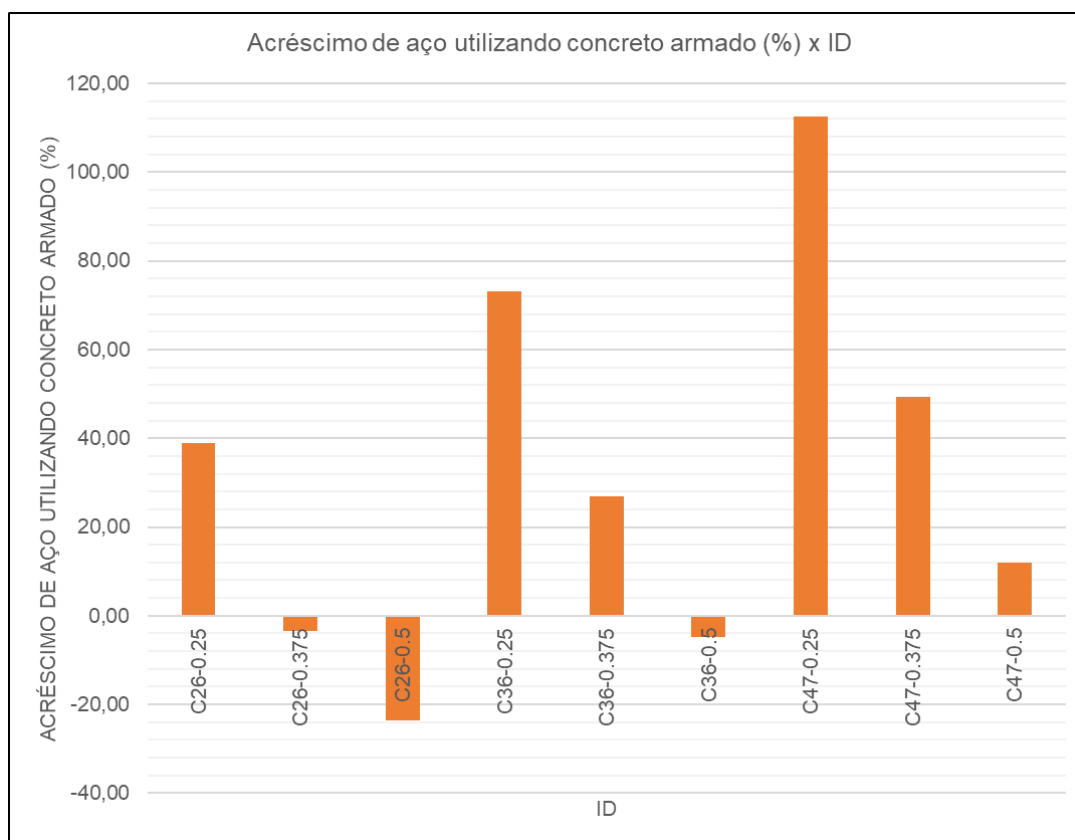
que o aço obtido no dimensionamento em CRFA, sendo a maior diferença obtida nesta comparação e mostrando como o aumento de resistência à compressão no concreto armado no caso em que o elemento possui baixa solicitação pode aumentar significativamente o consumo de aço. A Figura 26 é um gráfico construído através dos dados da Tabela 8.

**Tabela 8** – Acréscimo de aço no dimensionamento em concreto armado com barras de aço em comparação com o aço obtido no dimensionamento em CRFA.

<b>ID</b>	<b>Acréscimo de aço (%)</b>
C26-0.25	38,98
C26-0.375	-3,47
C26-0.5	-23,59
C36-0.25	73,17
C36-0.375	26,82
C36-0.5	-4,88
C47-0.25	112,57
C47-0.375	49,43
C47-0.5	12,07

Fonte: Autoria própria, 2022.

**Figura 26** - Gráfico do acréscimo de aço no dimensionamento em concreto armado em comparação com o aço obtido no dimensionamento em CRFA.

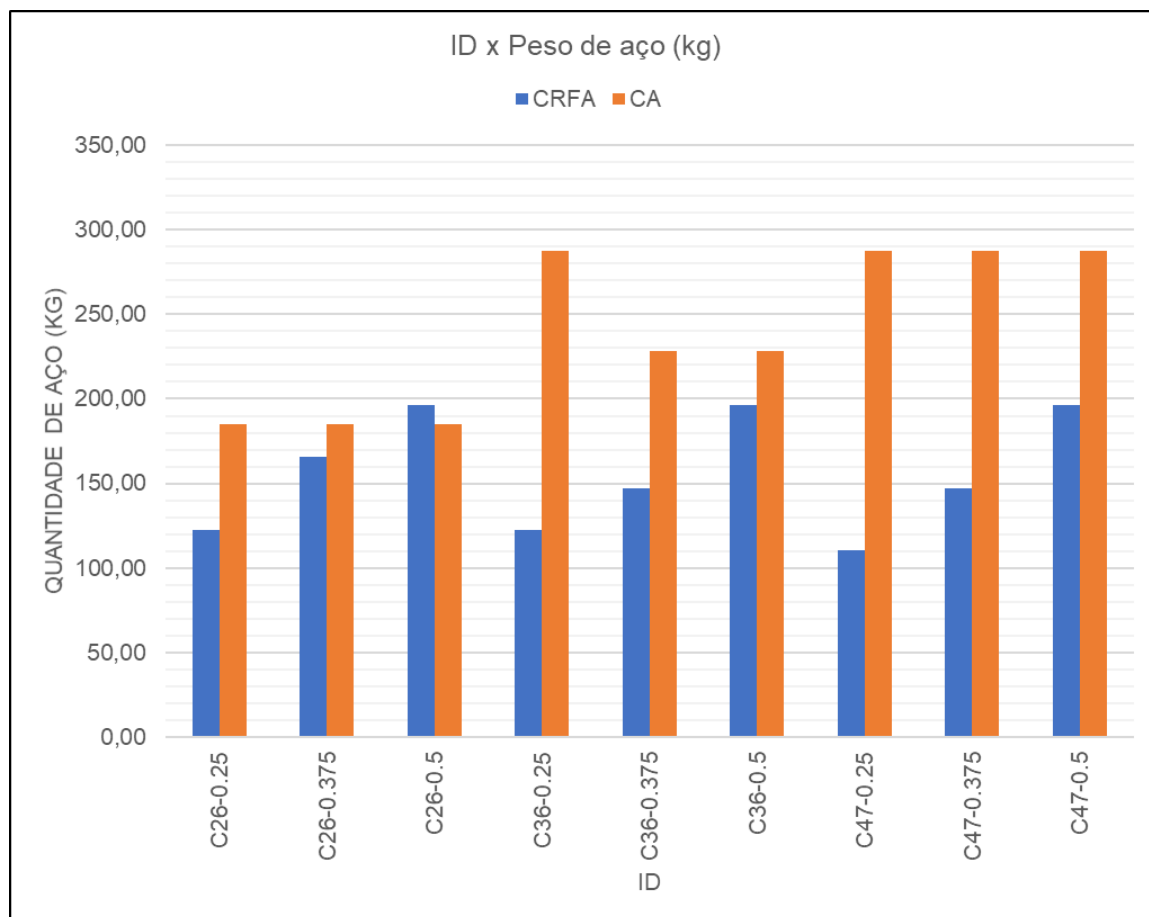


Fonte: Autoria própria, 2022.

Quando comparados os valores no dimensionamento em CRFA com os valores encontrados quando utilizadas telas na armação das placas em concreto armado a diferença do consumo de aço é ainda maior (conforme mostra a Figura 27).



**Figura 27** - Comparação da quantidade de aço nos dois casos estudados quando utilizada telas de aço no concreto armado.



Fonte: Autoria própria, 2022.

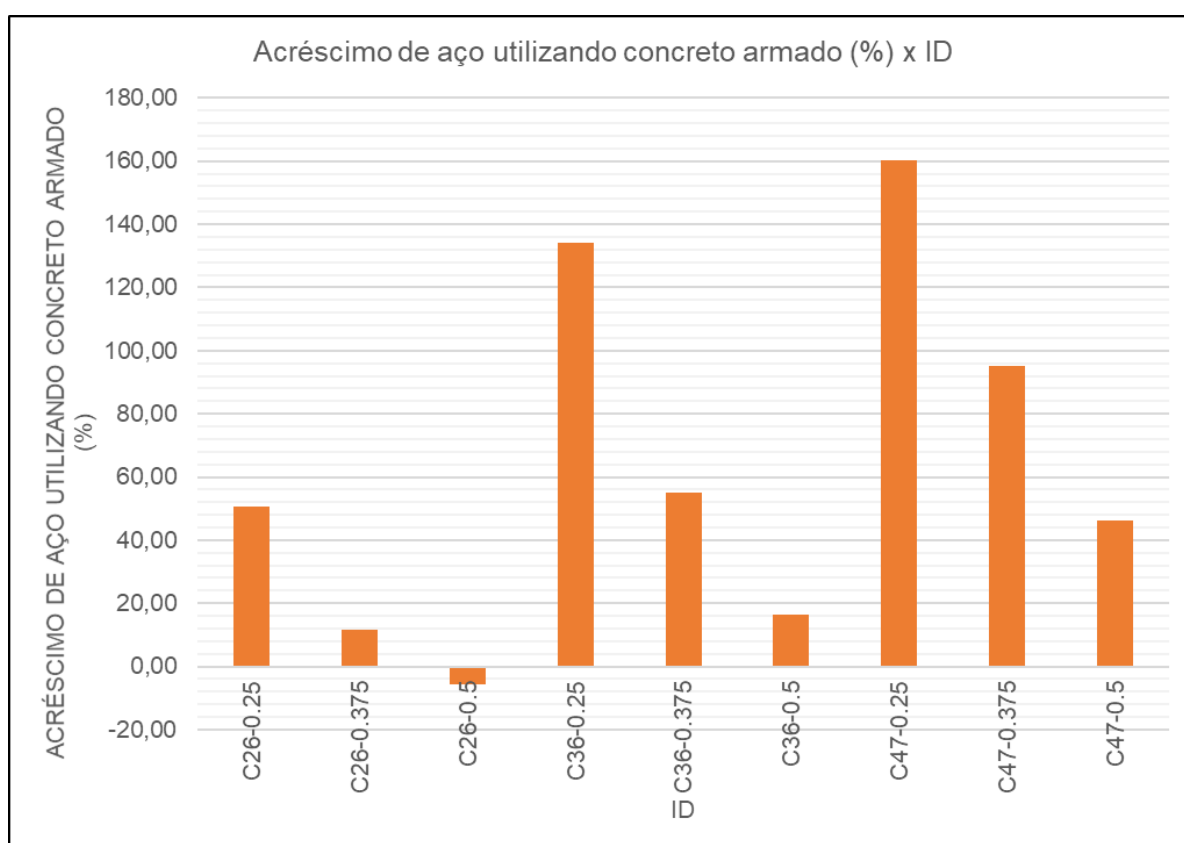
Assim como no caso da armação com barras, o acréscimo de aço obtido no dimensionamento em concreto armado com telas comparado com o dimensionamento em CRFA também foi calculado e é apresentado na Tabela 9, e a partir dos dados desta tabela, o gráfico da Figura 28 foi feito.

**Tabela 9** - Acréscimo de aço no dimensionamento em concreto armado com telas em comparação com o aço obtido no dimensionamento em CRFA.

ID	Acréscimo de aço (%)
C26-0.25	50,66
C26-0.375	11,60
C26-0.5	-5,84
C36-0.25	134,13
C36-0.375	55,07
C36-0.5	16,30
C47-0.25	160,15
C47-0.375	95,11
C47-0.5	46,33

Fonte: Autoria própria, 2022.

**Figura 28** – Gráfico do acréscimo de aço no dimensionamento em concreto armado com telas em comparação com o aço obtido no dimensionamento em CRFA.



Fonte: Autoria própria, 2022.

Nesta comparação, só houve um caso em que o CRFA não apresentou peso de aço menor que o concreto quando armado com telas. No caso do C26-0.5, a

placa dimensionada com concreto armado reduziu o peso de aço em 5,84%. Nos outros casos, o aumento de aço no concreto armado é bem perceptível, chegando até a dobrar o valor em alguns casos.

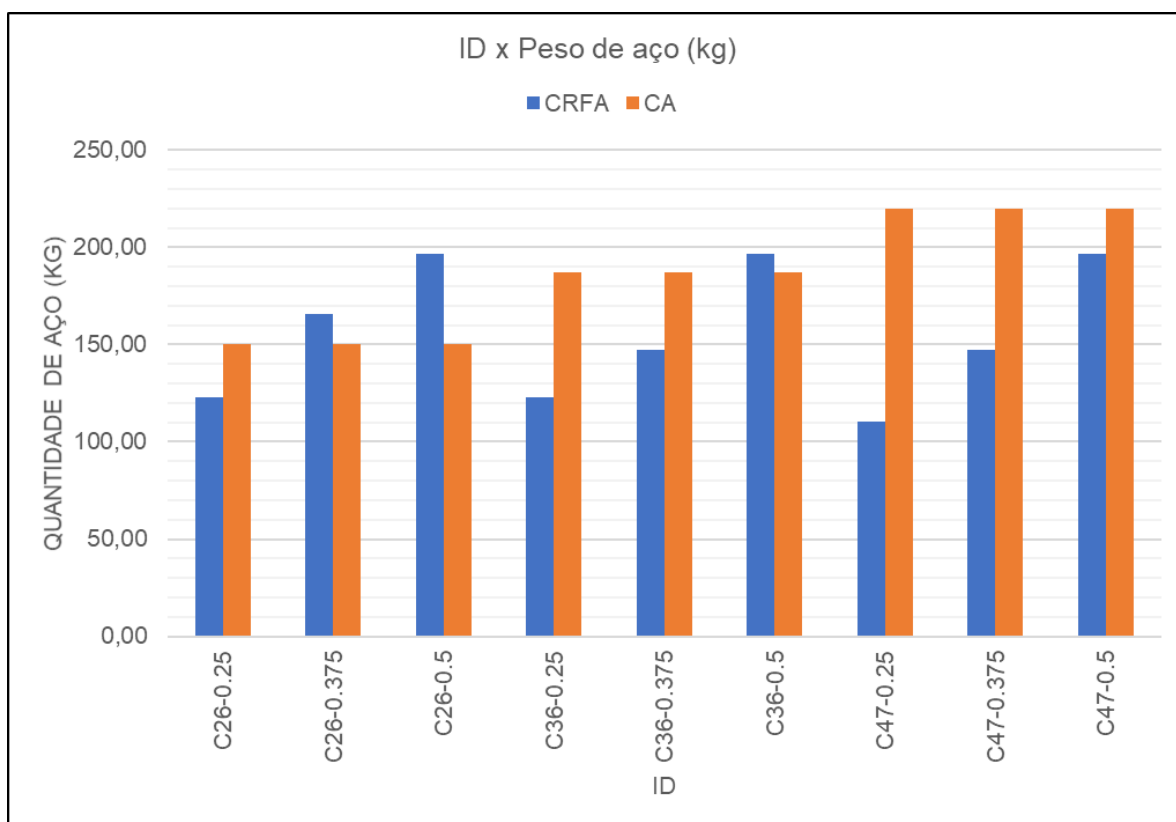
Estas primeiras comparações foram feitas considerando a mesma altura de laje nos dois casos, no intuito de observar a quantidade de aço no caso mais semelhante possível. No entanto, um ponto a ser destacado é que para o dimensionamento em concreto armado, é possível utilizar uma altura de 8 cm na seção em todos os casos, o que reduz a quantidade de aço no elemento estrutural, já que foi utilizada a armadura mínima, que depende do módulo de resistência da seção transversal bruta de concreto ( $W_0$ ). Como o módulo de resistência da seção transversal bruta de concreto está relacionado com a inércia da seção, reduzir a altura reduz consequentemente o  $W_0$ , impactando no momento mínimo e consequentemente na armadura mínima. A Tabela 10 apresenta os resultados obtidos para o dimensionamento da placa em concreto armado quando utilizada a altura mínima adotada. Os mesmos gráficos apresentados anteriormente foram construídos com os valores encontrados na Tabela 10, como pode-se observar na Figura 29 e Figura 30.

**Tabela 10** - Dimensionamento da placa utilizando concreto armado para a mínima altura (8cm).

ID	h (m)	Quantidade de aço (barras de aço) (kg)	Quantidade de aço (telas) (kg)	Volume de concreto (m <sup>3</sup> )
C26-0.25	0,08	150,11	185,00	5,01
C26-0.375	0,08	150,11	185,00	5,01
C26-0.5	0,08	150,11	185,00	5,01
C36-0.25	0,08	186,88	228,50	5,01
C36-0.375	0,08	186,88	228,50	5,01
C36-0.5	0,08	186,88	228,50	5,01
C47-0.25	0,08	220,19	287,50	5,01
C47-0.375	0,08	220,19	287,50	5,01
C47-0.5	0,08	220,19	287,50	5,01

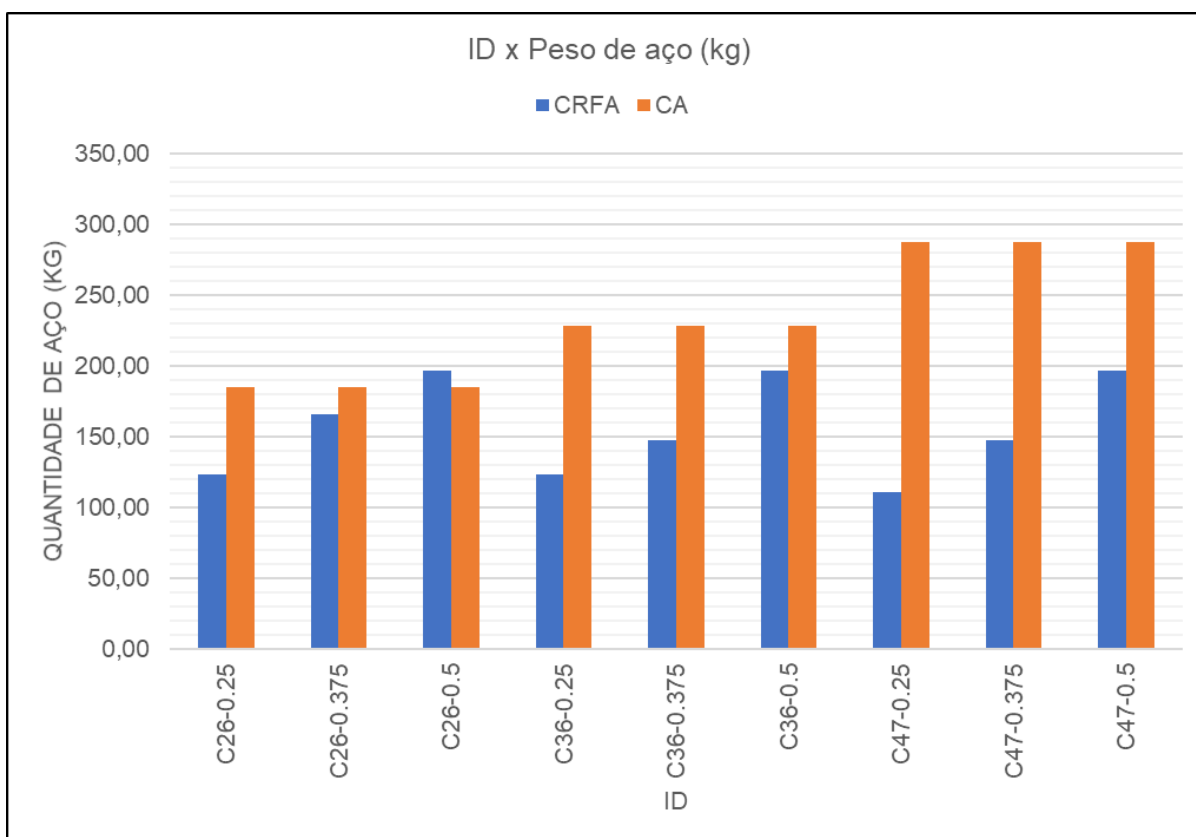
Fonte: Autoria própria, 2022.

**Figura 29-** Comparação da quantidade de aço nos dois casos estudados quando utilizada barras de aço no concreto armado (h=8cm).



Fonte: Autoria própria, 2022.

**Figura 30-** Comparação da quantidade de aço nos dois casos estudados quando utilizada telas de aço no concreto armado (h=8cm).



Fonte: Autoria própria, 2022.

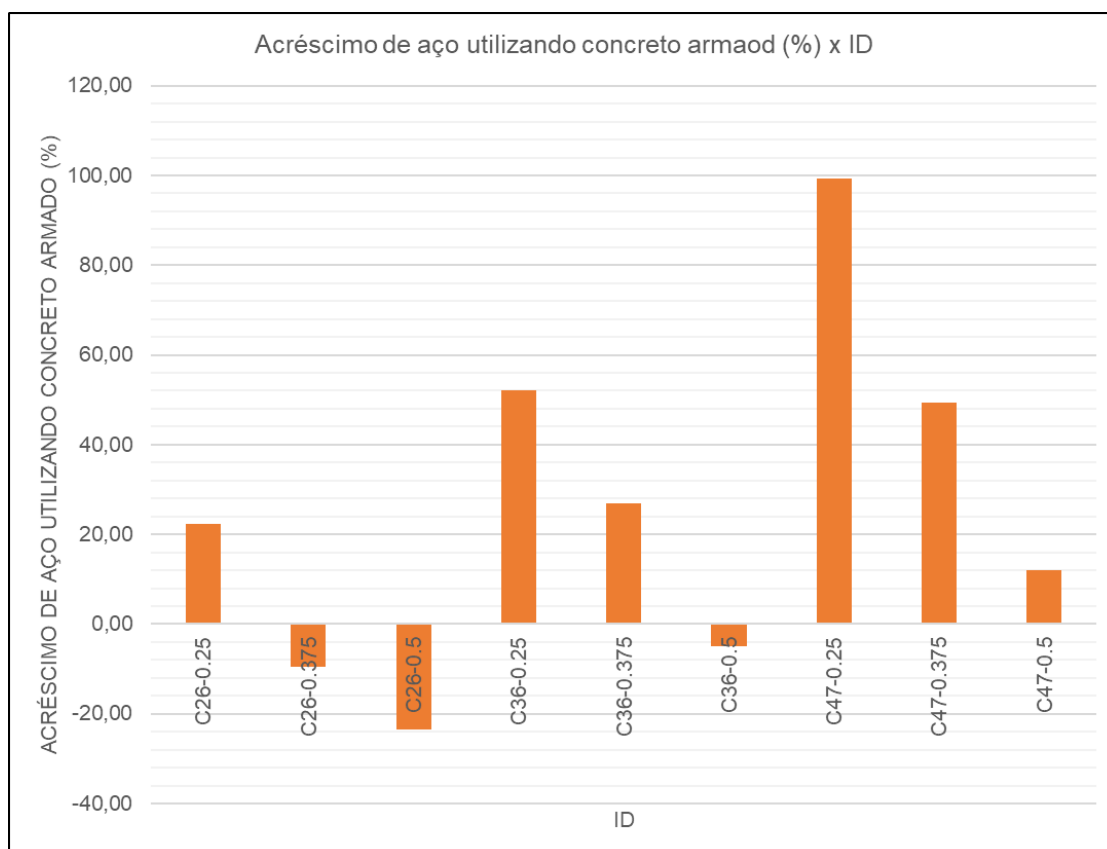
No caso da utilização da altura de 8 cm no dimensionamento em concreto armado, o consumo de aço também é superior na maioria dos casos tanto na armação com barras quanto utilizando telas. No entanto a diferença foi reduzida, conforme pode ser observado nas tabelas e figuras abaixo, construídas de forma semelhante às apresentadas anteriormente.

**Tabela 11** - Acréscimo de aço no dimensionamento de placas com 8 cm em concreto armado com barras de aço em comparação com o aço obtido no dimensionamento em CRFA.

ID	Acréscimo de aço (%)
C26-0.25	22,25
C26-0.375	-9,45
C26-0.5	-23,59
C36-0.25	52,19
C36-0.375	26,82
C36-0.5	-4,88
C47-0.25	99,24
C47-0.375	49,43
C47-0.5	12,07

Fonte: Autoria própria, 2022.

**Figura 31** – Gráfico do acréscimo de aço no dimensionamento de placas com 8 cm em concreto armado com barras de aço em comparação com o aço obtido no dimensionamento em CRFA.



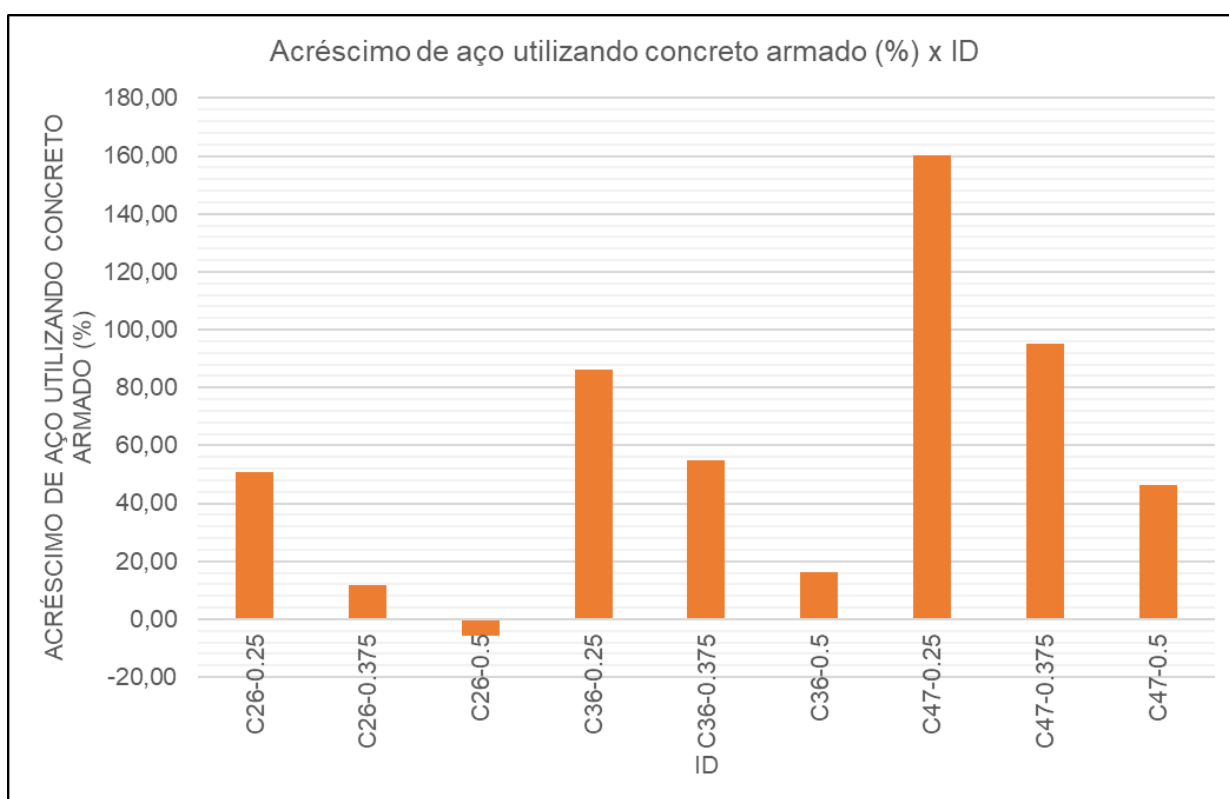
Fonte: Autoria própria, 2022.

**Tabela 12** - Acréscimo de aço no dimensionamento de placas com 8 cm em concreto armado com telas em comparação com o aço obtido no dimensionamento em CRFA.

ID	Acréscimo de aço (%)
C26-0.25	50,66
C26-0.375	11,60
C26-0.5	-5,84
C36-0.25	86,08
C36-0.375	55,07
C36-0.5	16,30
C47-0.25	160,15
C47-0.375	95,11
C47-0.5	46,33

Fonte: Autoria própria, 2022.

**Figura 32** – Gráfico do acréscimo de aço no dimensionamento de placas com 8 cm em concreto armado com telas em comparação com o aço obtido no dimensionamento em CRFA.

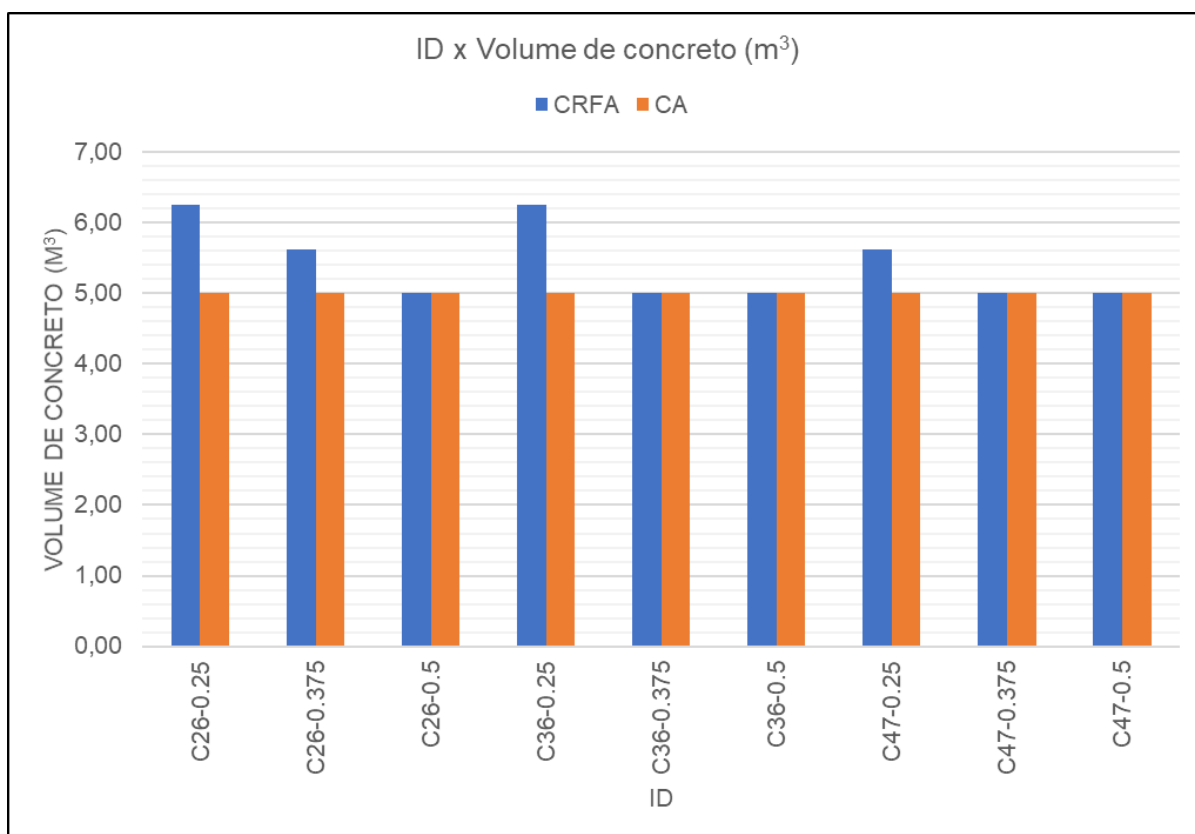


Fonte: Autoria própria, 2022.

Ainda é possível observar o mesmo comportamento que o discutido anteriormente. Embora a diferença de consumo de aço entre os casos tenha reduzido, a utilização do CRFA no caso estudado se mostra mais benéfica para redução do consumo de aço, principalmente para os volumes mais baixos de fibras e para altas resistências à compressão do concreto.

Por fim, a Figura 33 apresenta a comparação do volume de concreto para as placas dimensionadas em CRFA e em concreto armado para as mínimas alturas encontradas em dimensionamento nos dois casos. É possível notar que apesar dos casos com baixos volumes de fibras apresentarem uma redução no consumo de aço, esses casos normalmente apresentam acréscimo no consumo de concreto. É o caso do C26-0.25, por exemplo, que quando armado com fibras necessitou de uma altura de laje de 10 cm, resultando em um volume de concreto de  $6,26\text{m}^3$ . Quando utilizado o concreto armado, foi possível reduzir a altura da seção para a mínima, obtendo um volume de  $5,01\text{m}^3$ . Apesar disso, o acréscimo de volume de concreto no dimensionamento de placas em CRF não é tão evidente quanto o acréscimo de aço para lajes dimensionadas em concreto armado.

**Figura 33-** Comparação no volume de concreto nos dois casos.



Fonte: Autoria própria, 2022.



Um ponto a ser levantado é que no concreto armado, é comum a utilização de armaduras construtivas na face superior da placa para o controle de fissuração. Já no concreto reforçado com fibras, como as fibras são dispostas de forma aleatória no concreto, não há necessidade de uma armadura adicional na face superior da placa, o que poderia aumentar ainda mais a diferença nos resultados apresentados.

Dessa forma, o consumo de aço nas placas dimensionadas com concreto reforçado com fibras é menor em quase todos os casos comparados com o consumo das placas dimensionadas em concreto armado, utilizando as mesmas alturas para comparação ou até mesmo utilizando o caso mais favorável para o concreto armado (alterando a altura da placa para 8cm). Quando armado com barras, a redução no consumo de aço no CRFA só não foi observada para o ID C26-0.375 e para alguns casos em que o volume de fibras atingiu o valor de 0,5%. Já quando utilizadas telas de aço, o único caso que não houve vantagem do CRFA em relação ao consumo de aço foi no C26-0.5.

Além disso, apesar do estudo comparar apenas o consumo de materiais nos dois casos avaliados, ainda vale o destaque dos benefícios que o CRFA pode gerar no processo construtivo da obra, sendo que além dos ganhos financeiros devido principalmente à redução no consumo de aço, há vantagens no tempo e facilidade de execução da obra.

## **6. CONCLUSÕES**

No intuito de corroborar com a maior utilização e difusão do concreto reforçado com fibras, o trabalho comparou os resultados obtidos no dimensionamento de uma placa apoiada sobre meio elástico em CRFA e em concreto armado, além de descrever os procedimentos de cálculo para o dimensionamento deste tipo de elemento estrutural utilizando os dois materiais. O elemento estudado foi uma fundação de uma residência, com solicitação máxima de 1,6 kNm/m. Para o concreto reforçado com fibras de aço, foi utilizado o modelo elástico linear da norma ABNT NBR 16935: 2021, e para o dimensionamento em concreto armado, foram utilizadas as premissas da ABNT NBR 6118: 2014.

Dessa forma, foi possível observar que para edifícios residenciais e para baixas solicitações na placa apoiada sobre meio elástico, o CRFA possui diversas vantagens, sendo a principal a redução no consumo de aço, fazendo com que sua utilização seja mais vantajosa do que o concreto armado para placas apoiadas sobre meio elástico. Os principais resultados obtidos foram:

- A utilização do concreto reforçado com baixos volumes de fibras de aço para placas apoiadas sobre meio elástico com baixas solicitações (como caso de edifícios residenciais) é mais vantajosa que a utilização do concreto armado neste tipo de elemento estrutural;
- O acréscimo de fibras eleva consideravelmente o momento resistente das placas apoiadas sobre meio elástico, embora para o caso estudado, este aumento não seja vantajoso, já que as solicitações são baixas e a placa pôde ser dimensionada com baixo volume de fibras de aço;
- Não foi observada uma relação direta entre o aumento da capacidade resistente da placa em concreto reforçado com fibras de aço e o aumento da resistência à compressão do concreto. Em alguns casos, a placa de CRFA com resistência média à compressão de 26 MPa apresentou maior capacidade resistente que o concreto com 36 MPa, por exemplo;
- A utilização de altas classes de resistência à compressão no concreto armado no caso de placas apoiadas sobre meio elástico com baixas solicitações aumenta consideravelmente o momento mínimo e conseqüentemente a armadura mínima do elemento estrutural, aumentando significativamente o consumo de aço no elemento.

É importante a realização de trabalhos futuros para colaborar com a utilização do CRF em placas apoiadas sobre meio elástico e mostrar que o material pode ser competitivo e até mais vantajoso que outros mais usuais na construção civil. Assim, recomenda-se:

- O estudo da aplicação do CRF para placas apoiadas sobre meio elástico mais solicitadas, sendo inclusive interessante avaliar a aplicação do modelo plástico da ABNT NBR 16935: 2021;
- Utilizar o recente documento normativo publicado para comparar o dimensionamento entre concreto reforçado com fibras e concreto armado em outros elementos estruturais;
- A realização de um estudo de campo que compare os dois materiais durante o processo de execução da obra, comparando a viabilidade e os ganhos que o concreto reforçado com fibras pode fornecer à obra.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Associação Brasileira de Normas Técnicas (ABNT) NBR 15530. **Fibras de aço para concreto — Requisitos e métodos de ensaios**. Rio de Janeiro, 2019.

Associação Brasileira de Normas Técnicas (ABNT) NBR 16935. **Projeto de estruturas de concreto reforçado com fibras — Procedimento**. Rio de Janeiro, 2021.

Associação Brasileira de Normas Técnicas (ABNT) NBR 16940. **Concreto reforçado com fibras — Determinação das resistências à tração na flexão (limite de proporcionalidade e resistências residuais) – Método de ensaio**. Rio de Janeiro, 2021.

Associação Brasileira de Normas Técnicas (ABNT) NBR 6118. **Projeto de estruturas de concreto — Procedimento**. Rio de Janeiro, 2014.

BANTHIA, N.; DUBEY, A. **Measurement of flexural toughness of fiber-reinforced concrete using a novel technique—part 2: performance of various composites**. *Materials Journal*, v. 97, n. 1, p. 3-11, 2000.

BARROS, J. A.; & FIGUEIRAS, J. A. **Experimental behaviour of fiber concrete slabs on soil**. *Mechanics of Cohesive-frictional Materials: An International Journal on Experiments, Modelling and Computation of Materials and Structures*, 3(3), 277-290. (1998)

BAUER, A. L.; EHRENBRING, H.; SCHNEIDER, D.; QUININO, U. C. M. & TUTIKIAN, B. **Evaluation of the impact of two types of steel fibers (SE), mono and 3D, on concrete properties, when added isolated or blended**. *Revista IBRACON de Estruturas e Materiais*, v. 13, n. 3, p. 464–482, 13 jul. 2020.

BICELLI, A. R. A.; OLIVEIRA, V. A. D.; MATOS, K. D. S. P.; & OLIVEIRA, D. R. C. D. **Efeitos da corrosão acelerada na aderência de vergalhões em concretos com fibras de aço**. *Matéria* (Rio de Janeiro), 26. (2021).

BRAGA, C. A. **Procedimento para análise de fundação de radier considerando grelha e apoios elásticos**. 2019.

CARNIO, M. A. **Análise em regime plástico de placas de concreto reforçado com fibras de aço sobre base elástica**. Dissertação de Mestrado apresentada à Faculdade de Engenharia Civil da UNICAMP, Campinas, 1998.

CARNIO, M. A. **Pesquisas, projetos, tecnologia, controle da qualidade e usos do CRF no Brasil e no mundo**. *Concreto & Construções, Ibracon*, p.01-114, jul/set.2017.

CONSTANTINO, R. A., LOPES, J. P., NÓBREGA, M. V. D., NASCIMENTO, J. W., & da Silva, J. H. (2020). **Fiber-reinforced concrete for the flat bottom of silos**. Revista Brasileira de Engenharia Agrícola e Ambiental, 24, 274-279.

COUTO, J. A. S.; CARMINATTI, R. L.; NUNES, R. R. A.; MOURA, R.C.A. **O concreto como material de construção**. Caderno de Graduação-Ciências Exatas e Tecnológicas-UNIT-SERGIPE, v. 1, n. 3, p. 49-58, 2013.

FIGUEIREDO, A. D. **Concreto reforçado com fibras**. [Tese de LivreDocência]. São Paulo: Universidade de São Paulo; 2011.

GOMES, C. E. M.; **Propriedades da pasta de cimento portland com adições do copolímero Va/VeoVa e fibras de poliamida-estudo da interface fibra-matriz**. Tese de doutorado, Universidade de São Paulo; 2005.

GUIMARÃES, D.; SILVA FILHO; L. C. D., PACHECO, A. R., & IBRACON. **Pisos industriais em concreto armado: determinação de teores ótimos de fibras de aço e polipropileno em ensaios mecânicos**. 2011

FALKNER, H.; TEUTSCH, M.Z.H. **Comparative Study of Plain and Steel Fiber Reinforced Concrete Ground Slabs**. *Concr Int* n.d.;17.

*Fédération Internationale du Béton. Model Code for Concrete Structures*. Switzerland: Fédération Internationale du Béton; 2010

LEE, J. H.; **Influence of concrete strength combined with fiber content in the residual flexural strengths of fiber reinforced concrete**. *Composite Structures*, 168, p. 216-225, 2017.

LEITE, A. M. **Avaliação do uso da macrofibra polimérica na composição de concreto para fins estruturais (Doctoral dissertation, Universidade de São Paulo)**. 2018.

LIMA, I. E. P. **Estudo dos aspectos de dimensionamento de elementos estruturais de concreto reforçado com fibras com base na teoria de flexão em vigas**. 2020.

MARČIUKAITIS, G.; ŠALNA, R.; JONAITIS, B.; & VALIVONIS, J. **Calculation Model for Steel Fibre Reinforced Concrete Punching Zones of Bridge Superstructure and Foundation Slabs**. *The Baltic Journal of Road and Bridge Engineering*, v. 6, n. 3, p. 193–200, 27 set. 2011.

MEDA, A., & PLIZZARI, G. A. **New design approach for steel fiber-reinforced concrete slabs-on-ground based on fracture mechanics**. *Structural Journal*, 101(3), 298-303. 2004

MEHTA, P. K; MONTEIRO, P. J. M. **Concreto: estrutura, propriedades e materiais**. São Paulo: Ibracon, 2014. 674p

MOTA, C. N.; **Avaliação estrutural do concreto reforçado com fibra de aço de diferentes teores.** 2018

NAZÁRIO, G. F., SILVA, V. C., & BERTEQUINI, A. B. T. **ANÁLISE TEÓRICA SOBRE A FUNDAÇÃO TIPO RADIER.** Revista Engenharia em Ação UniToledo, 4(2). 2019

NUNES, N. L., **Contribuição para a aplicação do concreto reforçado com fibras de aço em elementos de superfície restringidos,** Tese de D.Sc., Escola politécnica, Universidade de São Paulo, São Paulo, Brasil, 2006.

OLIVEIRA, P. K. & JÚNIOR, L. A. da S. (2021). **Análise técnico-econômica de fundação superficial tipo radier para uma residência unifamiliar.** *Research, Society and Development*, 10(2), e38610212368. <https://doi.org/10.33448/rsd-v10i2.12368>

OLIVEIRA JÚNIOR, L. A.; **Ligação viga-pilar em elementos pré-moldados de concreto solidarizados por concreto reforçado com fibras de aço: análises estática e dinâmica.** São Carlos, 2012. 233f. Tese (Doutorado em Engenharia de Estruturas) - Escola de Engenharia, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2012.

PINHEIRO, B. A. O. (2009). **Pisos industriais de concreto reforçados com fibras de aço: estado da arte.**

PRUDÊNCIO, T.; **Análise de viabilidade econômica de diferentes tipos de fundação em casas popularesCriciúma:** UNESC, 57p. 2011.

QUEIROZ, Y. K. B. **Análise da utilização do Concreto Protendido e do Concreto Reforçado com Fibras de Aço (CRFA) como solução para pavimentos industriais.** 2019.

ROESLER, J. R., LANGE, D. A., ALTOUBAT, S. A., RIEDER, K. A., & ULREICH, G. R. (2004). **Fracture of plain and fiber-reinforced concrete slabs under monotonic loading.** *Journal of materials in civil engineering*, 16(5), 452-460.

RAUECKER, J. C. N.; PEREIRA, W. M.; PITUBA, J. J. D. C.; & Araújo, D. D. L.; **Uma abordagem experimental e numérica para determinação de curvas de compressão para concreto simples e reforçados com fibras de aço.** Matéria (Rio de Janeiro), 24. 2019.

RAIA, F. **Ensaio dinâmico em estrutura de concreto apoiada continuamente em meio elástico.** 2012.

SALVADOR, R. P., & FIGUEIREDO, A. D. D.; **Análise comparativa de comportamento mecânico de concreto reforçado com macrofibra polimérica e com fibra de aço.** Matéria (Rio de Janeiro), 18, 1273-1285. 2013

SALVADOR, R. P.; FERNANDES, J. F.; FIGUEIREDO, A. D. DE. **Avaliação do concreto reforçado com baixos teores de fibras para fins estruturais segundo a**

norma **EN 14651-2007**. Matéria (Rio de Janeiro), v. 20, n. 4, p. 961–974, 1 out. 2015.

SANTOS MOTA, L. C., & REINALDO, R. L. (2019). **Influência da adição de fibras de aço em pavimentos de concreto**. *Revista de engenharia e tecnologia*, 11(4).

SANTOS, D. S.; MENEZES, L. D. M. R., RIBEIRO, F. G. F., & CONCEIÇÃO, R. S. D. **Estudo do dimensionamento de radier em concreto armado para edificações populares**. *Revista Expressão Científica*, v2, n.1 2017.

SOUZA, F. R. **Concreto reforçado com fibras de PVA aplicado a pavimentos aeroportuários: propriedades mecânicas e dimensionamento** (Doctoral dissertation, PUC-Rio). 2021

TROTTIER, J.F.; MAHONEY, M.; FORGERON, D. **Can synthetic fibers replace welded-wire fabric in slabs-on-ground?**. *Concr.Int.*24(11), 2002,59-68.

WOLLMAN, C.L.R.; GUIROLA, M.; EASTERLING, W.S. **Strength and performance of fiber-reinforced concrete composite slabs**. *ASCE J. Struct. Eng.* 130, 2004, 520-528.

## ANEXO A

### Dimensionamento em concreto reforçado com fibras

- **Dados iniciais**

A - Área da placa: 62,57 m<sup>2</sup>

M<sub>k</sub> - Momento solicitante característico: 1,60 kNm/m

Volume de fibras: 0,25%

f<sub>i</sub> - Resistência média à tração na flexão do CRF: 4,492 MPa

f<sub>R1</sub> - Resistência residual à tração para CMOD1: 2,666 MPa

f<sub>R3</sub> - Resistência residual à tração para CMOD3: 2,602 MPa

f<sub>R4</sub> - Resistência residual à tração para CMOD4: 2,409 MPa

h - Altura da placa: 10cm

- **Verificação da substituição total da armadura por fibras**

$$f_{R,1}/f_l = \frac{2,666}{4,492} = 0,593 \geq 0,40 \text{ (OK)}$$

$$f_{R,3}/f_{R,1} = \frac{2,602}{2,666} = 0,976 \geq 0,50 \text{ (OK)}$$

- **Determinação do momento resistente e verificação do ELU**

$$\sigma_{r1} = 0,45 f_{R1} = 0,45 \cdot 2,666 = 1,20 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{r4} = 0,37 f_{R4} = 0,37 \cdot 2,409 = 0,89 \text{ MPa}$$

$$M_u = \frac{h^2}{\gamma_m} (0,29\sigma_{r4} + 0,16\sigma_{r1}) = \frac{0,10^2}{1,5} (0,29 \cdot 0,89 + 0,16 \cdot 1,20) = 3,003 \text{ kNm/m}$$



$$M_{sd} = \gamma_m \cdot M_k = 1,5 \cdot 1,6 = 2,4 \text{ kNm/m}$$

$$M_u > M_{sd} \text{ (OK)}$$

- **Verificação do ELS**

- **Limitação de tensão**

A verificação é dispensada caso o elemento apresente um comportamento de *softening* pós-fissuração.

$$f_{r4} < f_{r1} \text{ (Dispensada verificação)}$$

- **Reforço mínimo para o controle de fissuras**

$$I_z = \frac{b \cdot h^3}{12} = \frac{1 \cdot 0,10^3}{12} = 8,333 \cdot 10^{-5} \text{ m}^4$$

$$\sigma_1 = \frac{M_z}{I_z} \cdot y = \frac{1,5 \cdot 1,6}{8,333 \cdot 10^{-5}} \cdot \frac{0,10}{2} = 1440,05 \text{ kN/m}^2 = 1,44 \text{ MPa}$$

$$f_{Ftsk} = 0,45 \cdot f_{R1m} = 0,45 \cdot 2,666 = 1,19 \text{ MPa}$$

$$f_{Ftsm} = \frac{f_{Ftsk}}{0,7} = \frac{1,19}{0,7} = 1,70 \text{ MPa}$$

$$\sigma_1 \leq f_{Ftsm} \rightarrow 1,44 \leq 1,70 \text{ (OK)}$$

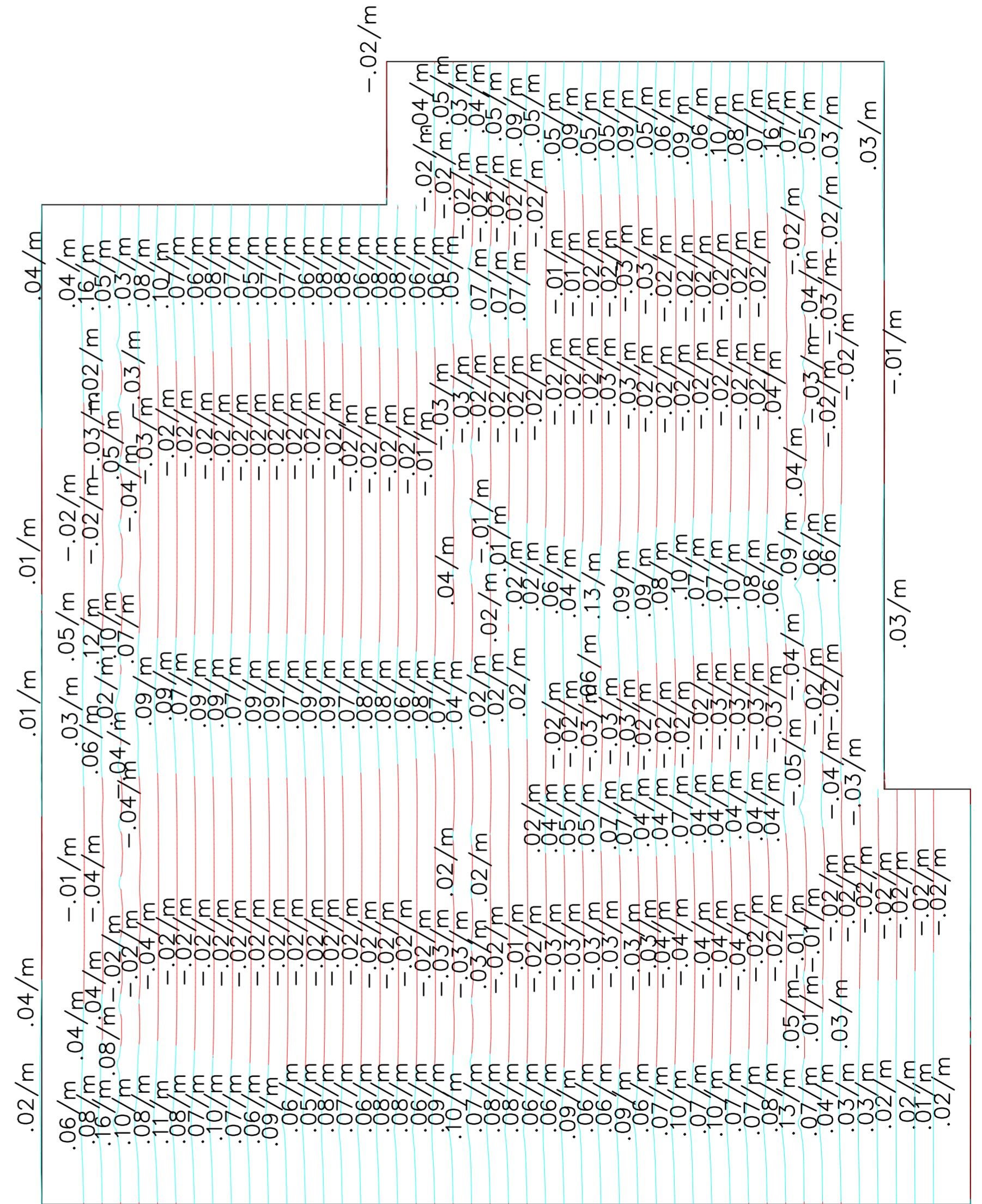
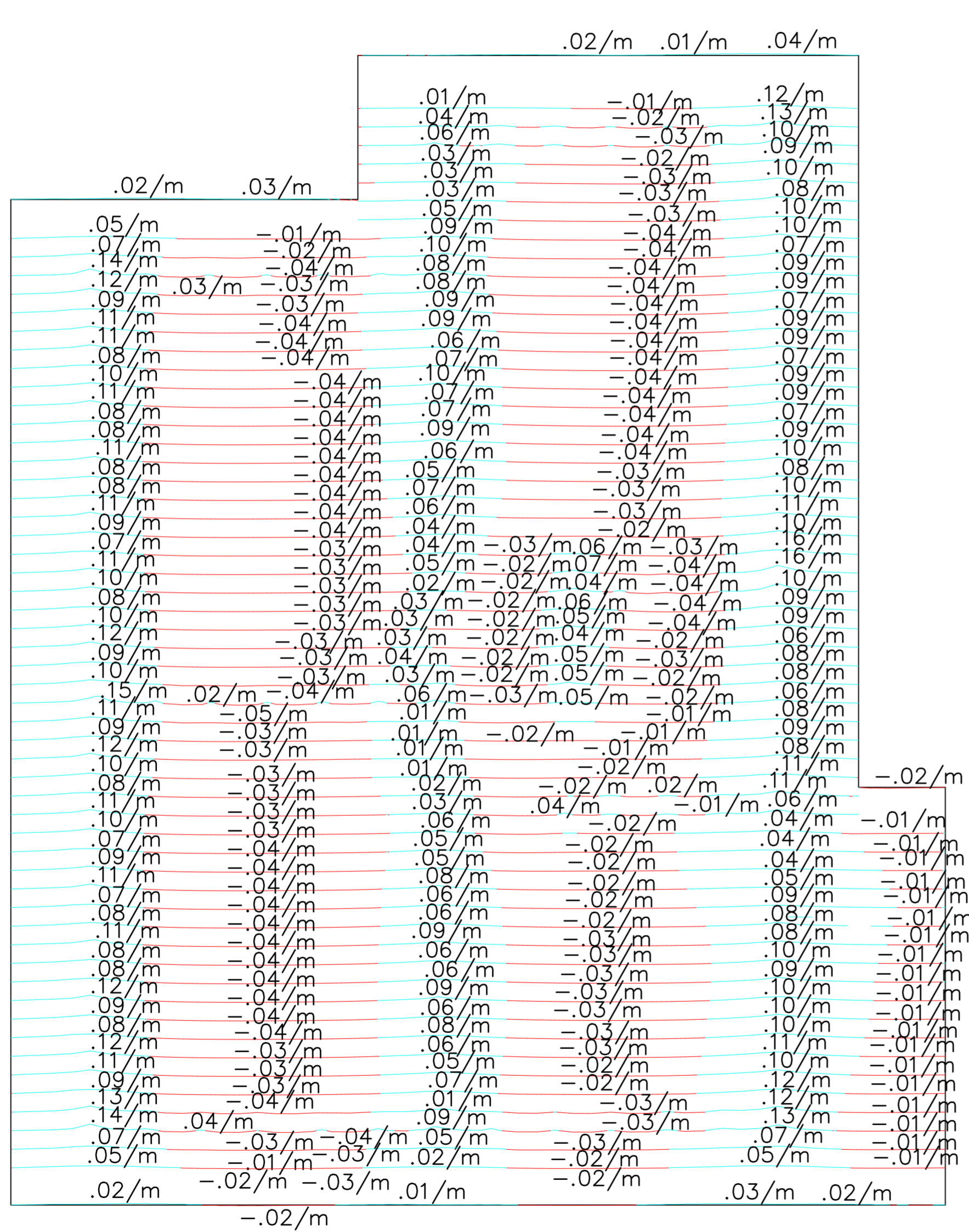
## ANEXO B

Série	Aço CA 60		Espaçamento entre fios (cm)		Diâmetro (mm)		Seções (cm²/m)		Apresentação	Dimensões (m)		Peso	
	Designação	Long. x Transv.	Long. x Transv.	Long. x Transv.	Long. x Transv.	Long. x Transv.	Larg. x Compr.	kg/m²		kg/peça			
61	Q 61	15 x 15	3,4 x 3,4	0,61 x 0,61	PAINEL	2,45 x 6,00	0,97	14,3					
75	Q 75	15 x 15	3,8 x 3,8	0,75 x 0,75	PAINEL	2,45 x 6,00	1,21	17,8					
92	Q 92	15 x 15	4,2 x 4,2	0,92 x 0,92	PAINEL	2,45 x 6,00	1,48	21,8					
	T 92	30 x 15	4,2 x 4,2	0,46 x 0,92	PAINEL	2,45 x 6,00	1,12	16,5					
113	Q 113	10 x 10	3,8 x 3,8	1,13 x 1,13	PAINEL	2,45 x 6,00	1,80	26,5					
	L 113	10 x 30	3,8 x 3,8	1,13 x 0,38	PAINEL	2,45 x 6,00	1,21	17,8					
	T 113	30 x 10	3,8 x 3,8	0,38 x 1,13	PAINEL	2,45 x 6,00	1,22	17,9					
138	Q 138	10 x 10	4,2 x 4,2	1,38 x 1,38	PAINEL	2,45 x 6,00	2,20	32,3					
	R 138	10 x 15	4,2 x 4,2	1,38 x 0,92	PAINEL	2,45 x 6,00	1,83	26,9					
	M 138	10 x 20	4,2 x 4,2	1,38 x 0,69	PAINEL	2,45 x 6,00	1,65	24,3					
	L 138	10 x 30	4,2 x 4,2	1,38 x 0,46	PAINEL	2,45 x 6,00	1,47	21,6					
	T 138	30 x 10	4,2 x 4,2	0,46 x 1,38	PAINEL	2,45 x 6,00	1,49	21,9					
159	Q 159	10 x 10	4,5 x 4,5	1,59 x 1,59	PAINEL	2,45 x 6,00	2,52	37,0					
	R 159	10 x 15	4,5 x 4,5	1,59 x 1,06	PAINEL	2,45 x 6,00	2,11	31,0					
	M 159	10 x 20	4,5 x 4,5	1,59 x 0,79	PAINEL	2,45 x 6,00	1,90	27,9					
	L 159	10 x 30	4,5 x 4,5	1,59 x 0,53	PAINEL	2,45 x 6,00	1,69	24,8					
196	Q 196	10 x 10	5,0 x 5,0	1,96 x 1,96	PAINEL	2,45 x 6,00	3,11	45,7					
	R 196	10 x 15	5,0 x 5,0	1,96 x 1,30	PAINEL	2,45 x 6,00	2,60	38,2					
	M 196	10 x 20	5,0 x 5,0	1,96 x 0,98	PAINEL	2,45 x 6,00	2,34	34,4					
	L 196	10 x 30	5,0 x 5,0	1,96 x 0,65	PAINEL	2,45 x 6,00	2,09	30,7					
	T 196	30 x 10	5,0 x 5,0	0,65 x 1,96	PAINEL	2,45 x 6,00	2,11	31,0					
246	Q 246	10 x 10	5,6 x 5,6	2,46 x 2,46	PAINEL	2,45 x 6,00	3,91	57,5					
	R 246	10 x 15	5,6 x 5,6	2,46 x 1,64	PAINEL	2,45 x 6,00	3,26	47,9					
	M 246	10 x 20	5,6 x 5,6	2,46 x 1,23	PAINEL	2,45 x 6,00	2,94	43,2					
	L 246	10 x 30	5,6 x 5,6	2,46 x 0,82	PAINEL	2,45 x 6,00	2,62	38,5					
	T 246	30 x 10	5,6 x 5,6	0,82 x 2,46	PAINEL	2,45 x 6,00	2,64	38,8					
283	Q 283	10 x 10	6,0 x 6,0	2,83 x 2,83	PAINEL	2,45 x 6,00	4,48	65,9					
	R 283	10 x 15	6,0 x 6,0	2,83 x 1,88	PAINEL	2,45 x 6,00	3,74	55,0					
	M 283	10 x 20	6,0 x 6,0	2,83 x 1,41	PAINEL	2,45 x 6,00	3,37	49,5					
	L 283	10 x 30	6,0 x 6,0	2,83 x 0,94	PAINEL	2,45 x 6,00	3,00	44,1					
	T 283	30 x 10	6,0 x 6,0	0,94 x 2,83	PAINEL	2,45 x 6,00	3,03	44,5					
335	Q 335	15 x 15	8,0 x 8,0	3,35 x 3,35	PAINEL	2,45 x 6,00	5,37	78,9					
	L 335	15 x 30	8,0 x 6,0	3,35 x 0,94	PAINEL	2,45 x 6,00	3,48	51,2					
	T 335	30 x 15	6,0 x 8,0	0,94 x 3,35	PAINEL	2,45 x 6,00	3,45	50,7					
396	Q 396	10 x 10	7,1 x 7,1	3,96 x 3,96	PAINEL	2,45 x 6,00	6,28	92,3					
	R 396	10 x 15	7,1 x 7,1	3,96 x 2,64	PAINEL	2,45 x 6,00	5,24	77,0					
	M 396	10 x 20	7,1 x 7,1	3,96 x 1,98	PAINEL	2,45 x 6,00	4,73	69,5					
	L 396	10 x 30	7,1 x 6,0	3,96 x 0,94	PAINEL	2,45 x 6,00	3,91	57,5					
	T 396	30 x 10	6,0 x 7,1	0,94 x 3,96	PAINEL	2,45 x 6,00	3,92	57,6					
503	Q 503	10 x 10	8,0 x 8,0	5,03 x 5,03	PAINEL	2,45 x 6,00	7,97	117,2					
	R 503	10 x 15	8,0 x 8,0	5,03 x 3,35	PAINEL	2,45 x 6,00	6,66	97,9					
	M 503	10 x 20	8,0 x 8,0	5,03 x 2,51	PAINEL	2,45 x 6,00	6,00	88,2					
	L 503	10 x 30	8,0 x 6,0	5,03 x 0,94	PAINEL	2,45 x 6,00	4,77	70,1					
	T 503	30 x 10	6,0 x 8,0	0,94 x 5,03	PAINEL	2,45 x 6,00	4,76	70,0					
636	Q 636	10 x 10	9,0 x 9,0	6,36 x 6,36	PAINEL	2,45 x 6,00	10,09	148,3					
	L 636	10 x 30	9,0 x 6,0	6,36 x 0,94	PAINEL	2,45 x 6,00	5,84	85,8					
785	Q 785	10 x 10	10,0 x 10,0	7,85 x 7,85	PAINEL	2,45 x 6,00	12,46	183,2					
	L 785	10 x 30	10,0 x 6,0	7,85 x 0,94	PAINEL	2,45 x 6,00	7,03	103,3					

# ANEXO C

## ESFORÇOS NA DIREÇÃO PRINCIPAL

## ESFORÇOS NA DIREÇÃO SECUNDÁRIA



NOTAS  
MOMENTOS OBTIDOS EM tfm/m