

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO CARLOS
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E DE TECNOLOGIA
DEMEC - DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECÂNICA

**OTIMIZAÇÃO DO DESEMPENHO DINÂMICO DE ROBÔS
ACIONADOS POR CABOS COM REDUNDÂNCIA CINEMÁTICA**

Orientador:

Prof. Dr. João Vitor de Carvalho Fontes

Aluno:

Alexandre Augusto Duarte Costa



SÃO CARLOS, SP
2022

ALEXANDRE AUGUSTO DUARTE COSTA

**OTIMIZAÇÃO DO DESEMPENHO DINÂMICO DE ROBÔS
ACIONADOS POR CABOS COM REDUNDÂNCIA CINEMÁTICA**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao DEMec -
Departamento de Engenharia Mecânica da Universidade
Federal de São Carlos, para obtenção do título de Bacharel
em Engenharia Mecânica.

Orientador: Prof. Dr. João Vitor de Carvalho Fontes

SÃO CARLOS, SP
2022



FUNDAÇÃO UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO CARLOS

COORDENAÇÃO DO CURSO DE ENGENHARIA MECÂNICA - CCEMec/CCET

Rod. Washington Luís km 235 - SP-310, s/n - Bairro Monjolinho, São Carlos/SP, CEP 13565-905
Telefone: (16) 33519703 - <http://www.ufscar.br>

DP-TCC-FA nº 6/2022/CCEMec/CCET

Graduação: Defesa Pública de Trabalho de Conclusão de Curso

Folha Aprovação (GDP-TCC-FA)

FOLHA DE APROVAÇÃO

ALEXANDRE AUGUSTO DUARTE COSTA

OTIMIZAÇÃO DO DESEMPENHO DINÂMICO DE ROBÔS ACIONADOS POR CABOS COM REDUNDÂNCIA CINEMÁTICA

Trabalho de Conclusão de Curso

Universidade Federal de São Carlos – Campus São Carlos

São Carlos, 14 de março de 2022

ASSINATURAS E CIÊNCIAS

Cargo/Função	Nome Completo
Orientador	João Vitor de Carvalho Fontes
Membro da Banca 1	Luis Antonio Oliveira Araújo
Membro da Banca 2	Tatiana de Figueiredo Pereira Alves Taveira Pazelli



Documento assinado eletronicamente por **João Vitor de Carvalho Fontes, Docente**, em 14/03/2022, às 09:48, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do [Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015](#).



Documento assinado eletronicamente por **Luis Antonio Oliveira Araujo, Docente**, em 14/03/2022, às 09:49, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do [Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015](#).



Documento assinado eletronicamente por **Tatiana de Figueiredo Pereira Alves Taveira Pazelli, Professor(a)**, em 14/03/2022, às 12:11, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do [Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015](#).



A autenticidade deste documento pode ser conferida no site <https://sei.ufscar.br/autenticacao>, informando o código verificador **0614962** e o código CRC **8E720416**.

AGRADECIMENTOS

Gostaria de agradecer, primeiramente, a Deus por ter me concedido o dom da vida, pelas inúmeras bênçãos derramadas e por me ensinar diariamente sobre o amor, compaixão, humildade e empatia para com o próximo. Agradeço por ter me mostrado que cada dia é um presente que deve ser vivido ao máximo e a felicidade só é real quando compartilhada.

Agradeço a meus queridos pais Alexandre e Lilian que nunca pouparam esforços para sempre me oferecer o melhor possível. Obrigado por terem sempre me incentivado a buscar o caminho dos estudos e do conhecimento para ampliar meus horizontes como ser humano e profissional. Caminho este que foi nutrido com muito amor, dedicação e empenho de vocês. Palavras são pouco para agradecer por tudo o que já fizeram. Ao meu querido irmão Gabriel, agradeço por estar ao meu lado e ser uma parte especial da minha vida. Muito obrigado a vocês.

Agradeço à minha namorada e futura esposa, Amanda Scarpin, por sempre estar ao meu lado não só durante este trabalho, mas por todo o período de graduação e além. Obrigado pelo amor, paciência e companheirismo durante todo esse tempo e por me fazer ser a melhor versão de mim.

À minha querida bisavó Elvira, uma pessoa muito especial para mim e que cuidou de mim com amor e carinho indescritíveis. Sua partida, ainda recente, é muito triste para todos nós, mas tenho esperança e muita fé de que nos veremos novamente. Obrigado por tudo.

Aos meus queridos avós Antônio, Elza e Leila, por todo o carinho, conselhos e incentivo em relação aos estudos. Obrigado por serem tão presentes na minha vida e sempre estarem torcendo por mim em todos os momentos.

Aos meus queridos tios, tias e primas: Fernando, Verônica e Maria Fernanda, Leila e Marcos, Evandro, Carol, Melissa e Marina. Obrigado pelos conselhos e auxílio nas escolhas, pelo amor e cuidado, e por estarem sempre proporcionando diversão e ótimas histórias que vivemos juntos.

Agradeço ao Prof. Dr. João Vitor de Carvalho Fontes por toda a orientação e amizade durante o presente trabalho. Obrigado por ter topado este desafio e por todo empenho e horas dedicadas não só neste projeto, mas também quanto à orientação de estágio e aulas ministradas. Agradeço por ter me auxiliado tanto.

Agradeço também à Universidade Federal de São Carlos e, em especial, ao corpo docente do Departamento de Engenharia Mecânica, pela infraestrutura e ensino fornecido com dedicação e qualidade.

Aos meus amigos da república sem nome de São Carlos, Lucas, Guilherme, Vinícius, Flávio, Caio, André e Matheus. Obrigado por terem me acolhido, foram anos com histórias memoráveis.

Agradeço aos amigos Nathan, Gustavo, Gabriel, Cícero, Bruno e Guilherme por todas as extensas horas de estudos e trabalhos em grupo, além de dividir momentos de diversão e descontração. Obrigado também aos demais colegas de curso da turma 016 de Engenharia Mecânica UFSCar.

Agradeço também aos membros da Engrenar Jr., durante os anos de 2018 e 2019, foi uma experiência incrível e que contribuiu muito para o meu desenvolvimento profissional.

Deixo meu agradecimento a todos aqueles que, direta ou indiretamente, contribuíram para que eu chegasse até aqui. Muito obrigado.

RESUMO

Os manipuladores robóticos são utilizados em diversas aplicações. Com isso, a comunidade científica busca, cada vez mais, aperfeiçoar o desempenho desses robôs. Uma técnica que permite essa melhoria é a redundância cinemática, que consiste em adicionar graus de liberdade ao manipulador além do mínimo necessário para a execução de uma tarefa. Dentre os robôs paralelos, destacam-se os robôs acionados por cabos pela sua capacidade de realizar movimentos com alta velocidade e aceleração, além de apresentarem cabos no lugar dos elos rígidos habituais. No entanto, para esse tipo de robô, os estudos que abordam a redundância não exploram a possibilidade de aumento do desempenho dinâmico do manipulador. Tendo isso em vista, um modelo numérico de um robô paralelo planar acionado por cabos foi implementado no software MATLAB e o impacto da redundância cinemática foi definido mediante um preposicionamento das juntas redundantes. A partir de um algoritmo de otimização foi possível comparar diferentes estratégias de resolução de redundância, com o intuito de minimizar as forças atuantes nos cabos durante a execução da trajetória. Com base nos modelos numéricos elaborados, os resultados comprovam um aumento do desempenho dinâmico do manipulador redundante quando comparado ao modelo não redundante, além de oferecer novas formas de aperfeiçoar as diferentes características do robô.

Palavras-chave: Redundância cinemática. Robôs paralelos acionados por cabos. Otimização.

ABSTRACT

Robotic manipulators are used in several applications. With this, the scientific community is increasingly seeking to improve the performance of these robots. One technique that allows such improvement is kinematic redundancy, which consists of adding degrees of freedom to the manipulator, beyond the minimum necessary, for the execution of a task. Among parallel robots, the cable-driven robots stand out due to their ability to perform with high speed and acceleration, besides having cables in place of the usual rigid links. However, for this type of robot, studies that address redundancy do not explore the possibility of increasing the manipulator's dynamic performance. With that, a numerical model of a planar parallel cable-driven robot was implemented in the software MATLAB and the impact of kinematic redundancy was defined by repositioning the redundant joints. Through an optimization algorithm it was possible to compare different strategies of redundancy resolution, in order to minimize the forces acting on the cables during the execution of the trajectory. Based on the numerical models developed, the results prove an increase in the dynamic performance of the redundant manipulator when compared to the non-redundant model, besides offering new ways to improve the different robot characteristics.

Keywords: Kinematic Redundancy. Cable-driven parallel robots. Optimization.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Exemplo de robô paralelo modelo delta.	12
Figura 2 – IPAnema: exemplo de robô acionado por cabos.	13
Figura 3 – Classificação dos RPACs baseada no padrão de movimentação.	17
Figura 4 – Diagrama esquemático do RPAC planar.	22
Figura 5 – Soma vetorial do cabo 2.	23
Figura 6 – Diagrama de corpo livre do efetuador final.	24
Figura 7 – Estratégias implementadas de resolução de redundância.	28
Figura 8 – Esquemático das diferentes configurações de RPAC simuladas.	30
Figura 9 – Trajetória descrita pelo RPAC.	31
Figura 10 – Deslocamento do RPAC não redundante ($\varphi = 0 \text{ rad}$).	35
Figura 11 – Comportamento temporal das forças nos cabos do RPAC não redundante ($\varphi = 0 \text{ rad}$).	35
Figura 12 – Comportamento temporal das forças nos cabos do RPAC não redundante ($\varphi = \frac{\pi}{6} \text{ rad}$).	37
Figura 13 – Comportamento temporal das forças nos cabos do RPAC redundante utilizando de rotação no sentido anti-horário ($\varphi = \frac{\pi}{6} \text{ rad}$).	38
Figura 14 – Comportamento temporal das forças nos cabos do RPAC redundante utilizando de deslocamento horizontal ($\varphi = \frac{\pi}{6} \text{ rad}$).	39
Figura 15 – Valores da função custo em relação à configuração do RPAC para execução da trajetória quadrada.	40
Figura 16 – Deslocamento do RPAC redundante utilizando de rotação no sentido anti-horário (φ_{otim}).	41
Figura 17 – Comportamento temporal das forças nos cabos do RPAC redundante utilizando de rotação no sentido anti-horário (φ_{otim}).	42
Figura 18 – Valores da função custo em relação à orientação (φ) do efetuador final para execução da trajetória quadrada.	43

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Pontos e coordenadas do RPAC.	21
Tabela 2 – Coordenadas dos pontos ótimos conforme rotação no sentido anti-horário.	28
Tabela 3 – Coordenadas dos pontos ótimos conforme deslocamento horizontal. . .	28
Tabela 4 – Parâmetros dos modelos dos manipuladores.	34
Tabela 5 – Valores da função custo e pontos ótimos obtidos para cada uma das nove configurações do RPAC planar.	36

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

RPAC	Robôs paralelos acionados por cabos
IRPM	<i>Incompletely restrained positioning mechanisms</i>
CRPM	<i>Completely restrained positioning mechanisms</i>
RRPM	<i>Redundantly restrained positioning mechanisms</i>
GA	<i>Genetic Algorithm</i>
SQP	<i>Sequential Quadratic Programming</i>

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	12
1.1	OBJETIVOS	14
1.1.1	Objetivos específicos	14
1.2	ESTRUTURA DO TEXTO	15
2	REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	16
2.1	ROBÔS ACIONADOS POR CABOS	16
2.2	RESOLUÇÃO DE REDUNDÂNCIA E OTIMIZAÇÃO	18
2.3	CONSIDERAÇÕES FINAIS DO CAPÍTULO	20
3	MODELAGEM E RESOLUÇÃO DA REDUNDÂNCIA	21
3.1	MODELO NÃO REDUNDANTE	21
3.1.1	Características do modelo não redundante	21
3.1.2	Cinemática inversa	22
3.1.3	Modelo dinâmico do efetuador final	23
3.1.4	Determinação das forças	25
3.2	MODELO REDUNDANTE	27
3.3	PLANEJAMENTO DA TRAJETÓRIA	31
3.4	CONSIDERAÇÕES FINAIS DO CAPÍTULO	32
4	RESULTADOS	34
4.1	CONSIDERAÇÕES FINAIS DO CAPÍTULO	40
5	CONCLUSÕES/CONSIDERAÇÕES FINAIS	44
6	REFERÊNCIAS	46

1 INTRODUÇÃO

Desde o início do século XXI, a automação tem sido cada vez mais implementada nas indústrias e estudada no âmbito acadêmico. Isso se deve ao fato de que essa mecanização dos processos, de maneira geral, aumentam a velocidade das linhas de produção e auxiliam na padronização das diferentes etapas da fabricação do produto final, aumentando a eficiência e reduzindo prejuízos e tempos de parada das fábricas (JÚNIOR; CHAGAS; FERNANDES, 2003). Para empregar essa vantagem econômica, os robôs paralelos têm estado em evidência ao longo dos últimos anos. Além dos aspectos positivos da automação descritos anteriormente, os robôs paralelos ainda apresentam mais benefícios como maiores acelerações, precisão e rigidez, além da alta relação entre a massa da máquina e a carga máxima que ela pode transportar (VERHOEVEN, 2004).

Figura 1 – Exemplo de robô paralelo modelo delta.



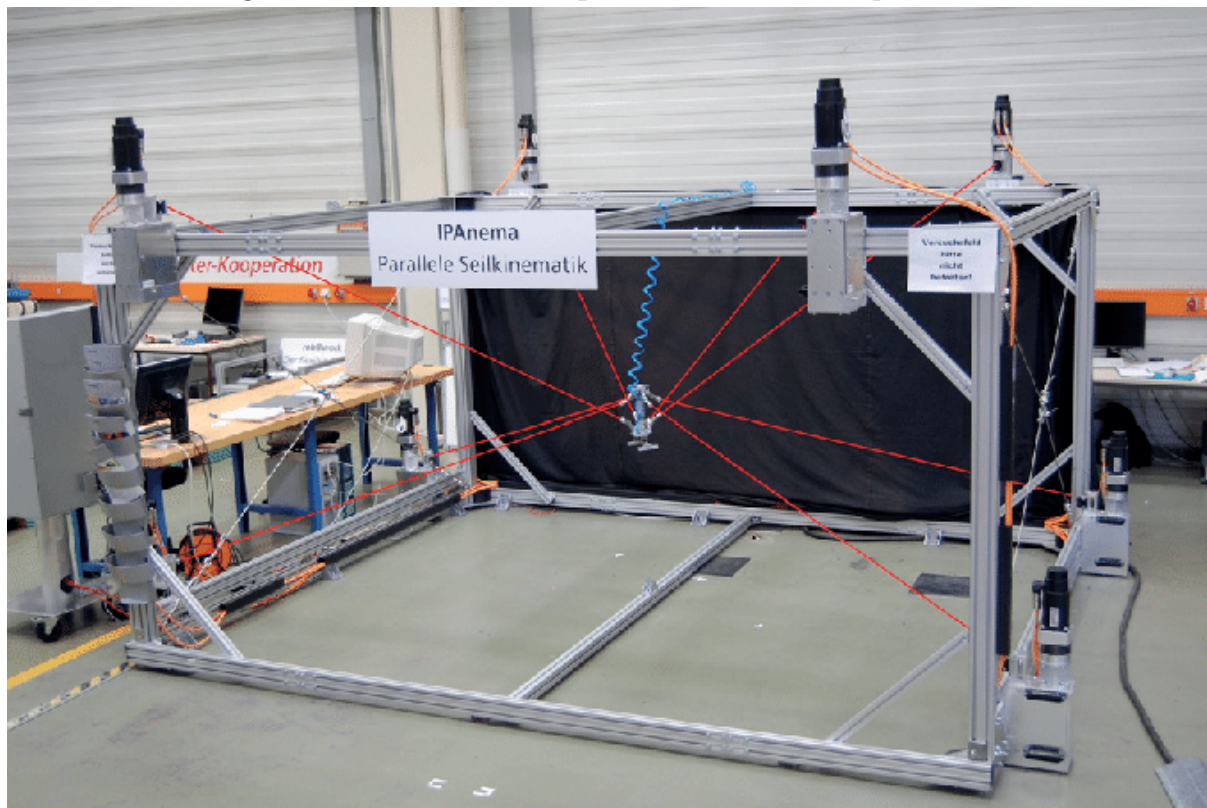
Fonte: PNGEgg (2022).

Essas vantagens dos robôs paralelos fazem com que eles sejam empregados em diversas aplicações como em tarefas de *Pega-e-Põe*, que exigem grandes velocidades, exemplificado pela Figura 1, ou em processos cirúrgicos que necessitam de uma maior precisão (KOBLER et al., 2012).

Ainda dentro do contexto dos robôs paralelos, existe um tipo específico de manipulador denominado robô paralelo acionado por cabos (RPAC). Como pode ser visto na Figura 2, esses robôs se distinguem dos demais por apresentarem cabos no lugar dos elos rígidos habituais que compõem as cadeias cinemáticas do robô (FANG et al., 2004). Eles são compostos por uma base fixa na qual estão os atuadores responsáveis por soltar e puxar os cabos, fazendo com que eles movimentem o efetuador final. Tais robôs oferecem uma gama de novas possibilidades a serem exploradas, visto que entre suas vantagens

podem ser destacadas suas propriedades inerciais, altas velocidades e acelerações, bem como sistemas de atuação mais simples (CASTELLI; OTTAVIANO; GONZÁLEZ, 2010).

Figura 2 – IPAnema: exemplo de robô acionado por cabos.



Fonte: Bruckmann e Pott (2012).

Apesar das vantagens citadas, devido ao fato de que os cabos desse tipo de robô só são capazes de atuar por tensão, a rigidez dos RPACs acaba se tornando um fator de preocupação. O nível de rigidez incide nos comportamentos estáticos e dinâmicos dos RPACs como, por exemplo, na precisão de posicionamento, distribuição de forças, vibração e controle (MERLET, 2005).

Merlet (2005) aponta ser possível melhorar o desempenho de manipuladores utilizando a redundância cinemática, conceito este que consiste em adicionar uma junta ativa em uma das cadeias cinemáticas do manipulador não redundante. Em um RPAC, essa adição pode ser feita através do reposicionamento do(s) motor(es) em sua base fixa. A redundância cinemática também permite que, para uma determinada tarefa, o robô possa se movimentar conforme o desejado e ainda aperfeiçoar alguma característica como, por exemplo, reduzir o gasto energético, melhorar a rigidez do robô ou evitar singularidades (LENARČIČ, 2014).

A redundância cinemática já se mostrou promissora para melhorar diferentes aspectos dos manipuladores com corpos rígidos, como exemplo, diminuição da vibração dos elos (BIAN; GAO; YUN, 2011), aumento da precisão (KOTLARSKI; ABDELLATIF; HEIMANN, 2008), melhoria do desempenho dinâmico (FONTES, 2019), diminuição

da energia consumida (RUIZ; FONTES; SILVA, 2015), aumento da área de trabalho (GOSSELIN; SCHREIBER, 2016), entre outros. Para atingir esses ganhos, é necessário definir a melhor movimentação das juntas redundantes, processo esse chamado de resolução de redundância.

Além disso, foram encontrados alguns trabalhos que exploram os RPACs com redundância cinemática, os quais evidenciam que as características deste tipo de robô podem ser aperfeiçoadas utilizando a redundância cinemática (ABDOLSHAH et al., 2017a) (JAMSHIDIFAR et al., 2016) (ABDOLSHAH et al., 2017b). Levando em conta o desempenho dinâmico, apesar do trabalho de Zhou, Jun e Krovi (2014) demonstrar que é possível aprimorar a distribuição de tensões nos cabos utilizando a redundância cinemática, não foi constatado se os torques necessários para executar uma trajetória podem ser minimizados.

1.1 OBJETIVOS

O presente trabalho teve como objetivo principal investigar os impactos da redundância cinemática em robôs acionados por cabos, mostrando que é possível minimizar as forças atuantes nos cabos durante a execução de uma determinada trajetória, sendo isto um aumento no desempenho dinâmico do manipulador. Para isso, foi considerado um RPAC planar e que possui 4 cabos para efetuar sua movimentação. Foram utilizadas diferentes estratégias de otimização e formas de deslocamento do RPAC planar para o cálculo da resolução da redundância.

1.1.1 Objetivos específicos

Tendo em vista o propósito geral descrito anteriormente, podem ser elencados objetivos mais específicos quanto ao desenvolvimento do projeto:

- Criar um modelo matemático de um RPAC planar não redundante e um modelo redundante que terá a resolução da redundância obtida através de métodos de otimização;
- Confrontar os modelos redundante e não redundante do RPAC quanto ao desempenho dinâmico, a partir da definição de uma função custo;
- Comparar as diferentes configurações do RPAC redundante por meio dos métodos de resolução de redundância;
- Analisar se a redundância cinemática consiste em uma boa estratégia para aperfeiçoar o desempenho dinâmico dos robôs paralelos acionados por cabos;

1.2 ESTRUTURA DO TEXTO

Este trabalho está organizado da seguinte maneira:

- O capítulo 2 apresenta os conceitos gerais dos robôs acionados por cabos, juntamente com seus diferentes tipos de classificação, e é definido o tipo de RPAC estudado no presente trabalho. Além disso, são discutidos os métodos de otimização empregados na resolução da redundância. Por fim, são elencados trabalhos sobre o uso da redundância cinemática para aperfeiçoamento de características de manipuladores;
- O capítulo 3 relata toda a modelagem matemática realizada no cálculo dos modelos não redundante e redundante, além de destacar o planejamento da trajetória descrita pelo robô;
- O capítulo 4 apresenta todos os resultados obtidos nas simulações, bem como as discussões acerca das soluções obtidas;
- O capítulo 5 descreve as conclusões obtidas a partir do trabalho apresentado e seus respectivos resultados;

2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

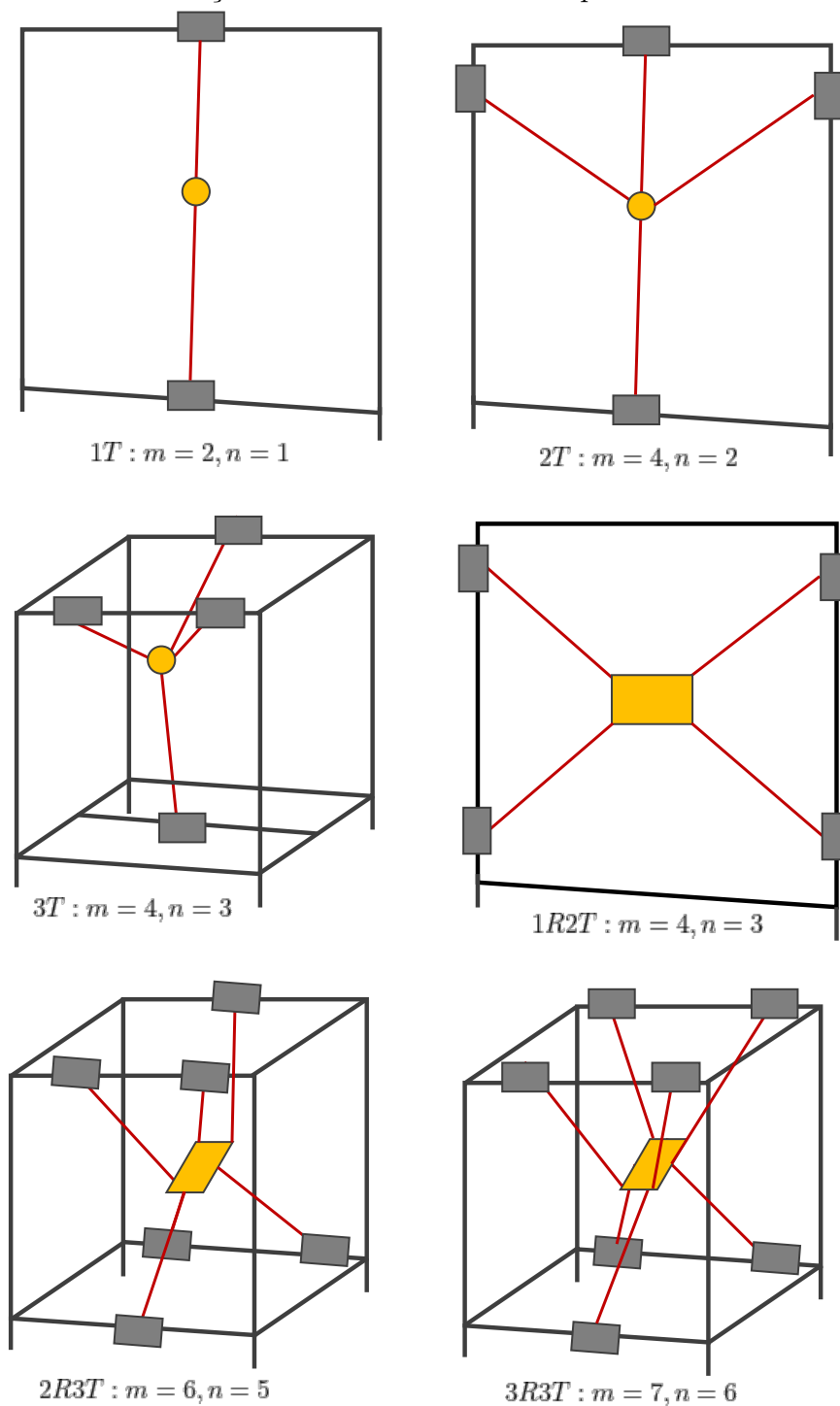
2.1 ROBÔS ACIONADOS POR CABOS

A união da classificação e notação dos diversos elementos que compõem os robôs paralelos acionados por cabos foi organizada por Bruckmann e Pott (2012) e baseia-se em diversos trabalhos desenvolvidos ao longo dos últimos anos. Alguns dos elementos cinemáticos essenciais, por exemplo, foram as definições do número de cabos (m) e dos graus de liberdade do efetuador final (n). Ambos conceitos foram propostos por Ming (1994) para diferenciar entre os robôs sub-restringidos, totalmente restringidos, e sobre-restringidos. Seguindo tal classificação cinemática, são distinguidos da seguinte forma:

- $m < n$: os RPACs pertencentes à esta classe são denominados de *mecanismos de posicionamento incompletamente restringidos (IRPM, em inglês)*;
- $m = n$: apesar desse tipo de robô estar completamente restringido, é necessário avaliar o equilíbrio de forças e torques aplicados externamente como, por exemplo, a ação da gravidade. Por isso, alguns autores costumam ter uma classe especial para definir estes;
- $m = n + 1$: esta classe é definida como *mecanismos de posicionamento completamente restringidos (CRPM, em inglês)*. Para esta classe, vários tipos de movimentos são possíveis;
- $m > n + 1$: como nesta classe de robôs há mais restrições cinemáticas do que graus de liberdade, então as forças estáticas acabam sendo indefinidas. Dessa forma, os RPACs dessa classe são denominados como *mecanismos de posicionamento redundantemente restringidos (RRPM, em inglês)*;

Os robôs acionados por cabos também possuem classificações sobre seu espaço de trabalho, podendo ser planares ou espaciais. Os RPACs planares possuem área de trabalho na forma de um plano, no qual o efetuador final pode se movimentar. Já os RPACs espaciais possuem área de trabalho que formam um volume nas três dimensões, no qual o efetuador pode executar uma tarefa. Além disso, ainda há uma caracterização baseada no padrão de movimentação dos RPACs. Nesse tipo de classificação, os padrões de movimento são representados pela abreviação $(n_R)R(n_T)T$, onde n_R indica os graus de liberdade de rotação e n_T designa o número de graus de liberdade translacionais (BRUCKMANN; POTT, 2012). A Figura 3 a seguir apresenta alguns desses principais modelos e suas respectivas nomenclaturas.

Figura 3 – Classificação dos RPACs baseada no padrão de movimentação.



Fonte: Baseado em Bruckmann e Pott (2012).

Dentre os tipos de RPACs, os robôs espaciais apresentam um grau de complexidade maior quando comparados aos planares, principalmente no que diz respeito ao cálculo das variáveis de modelagem. Tendo como principal objetivo a avaliação do impacto da resolução da redundância, conforme apresentado anteriormente, é coerente selecionar um RPAC planar como modelo. Dessa forma, é possível calcular a resolução da redundância de forma mais eficiente, no que diz respeito ao custo computacional de implementação.

Portanto, foi selecionado o RPAC planar do tipo $1R2T$ para servir de base para as simulações e cálculos realizados, sendo esse modelo o mais complexo dos planares e que permite a avaliação dos três graus de liberdade possíveis do plano.

Os problemas cinemáticos em RPACs são mais desafiadores quando comparados a manipuladores com corpos rígidos. Por seus cabos apresentarem uma propriedade unilateral, isto é, podem apenas tracionar, mas não empurrar, fazendo com que os métodos de análise cinemática tradicionais não possam ser empregados (BANADAKI, 2007). Além disso, é necessário garantir que todos os cabos do robô estejam sob tração.

2.2 RESOLUÇÃO DE REDUNDÂNCIA E OTIMIZAÇÃO

A redundância cinemática consiste na adição de uma junta ativa em uma das cadeias cinemáticas de um manipulador não redundante. Isso permite que a configuração do manipulador seja alterada, escolhendo aperfeiçoar alguma característica e realizando o processo de resolução de redundância (FONTES, 2019).

Os processos de resolução de redundância podem ser tratados local ou globalmente. O método de resolução de redundância local consiste em definir uma função custo, que, considerando o ponto atual da configuração, direciona o movimento da junta redundante contra o gradiente dessa função. Em contrapartida, o método de resolução de redundância global leva em conta o intervalo de tempo em que a tarefa ocorre, ou seja, o movimento das juntas redundantes é definido dentro de um intervalo de tempo específico da execução da tarefa através de um processo de otimização (AHUACTZIN; GUPTA, 1999).

Neste projeto foi utilizado o método global, que pode ser dividido em duas abordagens: preposicionamento e o reposicionamento contínuo (FONTES, 2019), também definidos por Kotlarski, Abdellatif e Heimann (2008) como *offline* e *online*, respectivamente. A movimentação de preposicionamento aloca as juntas redundantes em posições ótimas fixas antes da movimentação do efetuador final, assim requisitando menor esforço computacional para ser calculada. Enquanto o reposicionamento contínuo busca fazer com que as juntas redundantes se movimentem ao mesmo tempo que o efetuador final realiza sua trajetória, o que proporciona maior potencial de melhoria do desempenho do sistema redundante, porém exige um custo computacional maior. A resolução de redundância é calculada através de um processo de otimização.

A otimização é utilizada com a finalidade de encontrar os valores do argumento de uma função que a maximizam ou minimizam (MARTINEZ; SANTOS, 1995). Sem perda de generalização, é possível definir uma função $F(x)$ real que descreve uma determinada característica de um sistema e considerando que, quanto menor o valor da função $F(x)$, melhor o desempenho. O problema da otimização consiste em encontrar os valores de x_0 que minimizam $F(x)$. Dessa forma, o problema da otimização pode ser definido matematicamente como:

$$\begin{aligned} x_0 &= \arg \min F(x) \\ \text{sujeito a : } &x \in \mathbb{R} \end{aligned} \tag{1}$$

Enquanto a função $F(x)$ geralmente é chamada de função objetivo ou função custo, \mathbf{x} corresponde à variável de otimização e \mathbf{x}_0 é denominada de solução ótima. Para alguns problemas de otimização, são aplicadas restrições sobre as variáveis de otimização. Assim, deve-se acrescentar essas restrições em forma de equações ou inequações às quais as variáveis estão sujeitas. A função objetivo pode ser definida para otimizar uma característica do manipulador como manipulabilidade, rigidez, eficiência energética ou desempenho dinâmico. Neste projeto, o foco foi maximizar o desempenho dinâmico, através da minimização das forças dos cabos.

Dentre os algoritmos que são aplicados na solução de problemas de otimização, existem alguns que são fundamentados especificamente no gradiente da função custo, já outros são baseados em conceitos mais amplos como genética, biologia e ecologia. Para realizar a resolução da redundância do RPAC planar proposto para este trabalho, foram implementados dois algoritmos de forma combinada, o algoritmo genético (*genetic algorithm, GA*) e a programação sequencial quadrática (*sequential quadratic programming, SQP*).

O algoritmo genético é iniciado com uma população de variáveis de otimização, onde cada um dos indivíduos são avaliados mediante os valores calculados para a função custo deste população. Se o indivíduo apresentar altos valores e/ou fora das restrições estabelecidas, este é eliminado. Em paralelo, os resultados intermediários são cruzados empregando as técnicas do algoritmo e os menores valores são mantidos para a próxima geração. A partir disso, esse mesmo processo pode se repetir diversas vezes for desejado ou até que todos os indivíduos se aproximem do mesmo valor, seguindo uma determinada tolerância. Uma das vantagens deste tipo de algoritmo é que ele não necessita de um valor inicial para iniciar o processo descrito. Porém, esse algoritmo requer um longo tempo de processamento, ainda estando sujeito a encontrar uma solução que ainda possa ser aperfeiçoada (RAO, 2019).

Em paralelo, o algoritmo SQP de otimização é um dos métodos que possui uma convergência mais veloz. Este se fundamenta na solução de equações lineares simultâneas utilizando condições de Kuhn-Tucker e as funções de restrição são obtidas pelo denominado método de Lagrange. Diferentemente do algoritmo genético, este método depende de um valor inicial para iniciar o processo de otimização, sendo mais rápido e eficiente para determinar um local ótimo próximo do ponto inicial (RAO, 2019).

Para unir o melhor dos dois métodos, ambos foram utilizados de forma sequencial, sendo o algoritmo genético aplicado em um primeiro momento, seguido do algoritmo SQP. Enquanto o primeiro foi implementado para realizar uma busca mais abrangente até

atingir um determinado ponto de parada, o segundo foi empregado para um refinamento da resposta ótima.

2.3 CONSIDERAÇÕES FINAIS DO CAPÍTULO

Neste capítulo, foram apresentadas as definições e nomenclaturas organizadas e alinhadas por Bruckmann e Pott (2012) com relação aos elementos cinemáticos dos RPACs. Foram indicadas também as classificações desse tipo de robô com relação às suas restrições e baseados no seu padrão de movimentação. Além disso, foi explicado o conceito de redundância cinemática e os algoritmos de otimização empregados no processo de resolução de redundância.

3 MODELAGEM E RESOLUÇÃO DA REDUNDÂNCIA

Este capítulo tem como finalidade apresentar a modelagem matemática utilizada para descrever o comportamento de um RPAC planar e suas particularidades, além de estabelecer o seu funcionamento cinemático e dinâmico. A modelagem cinemática apresentada neste capítulo é baseada no trabalho desenvolvido por Banadaki (2007) que, por sua vez, teve a modelagem cinemática inspirada pelos trabalhos de Bang (2007).

3.1 MODELO NÃO REDUNDANTE

3.1.1 Características do modelo não redundante

O presente trabalho trata de um robô paralelo planar acionado por cabos (RPAC) que possui três graus de liberdade ($n = 3$), onde um deles é rotacional e os outros dois são translacionais (1R2T). Esse RPAC é formado por apenas um efetuador final rígido que está ligado a uma base também rígida, porém fixa, através de quatro cabos ($m = 4$) que são controlados por quatro atuadores.

A Figura 4 apresenta a disposição de cada um dos elementos que compõem o robô. Os pontos da estrutura denominados de A_i , representam onde estão localizados os atuadores. Já a notação B_i é conferida aos pontos nos quais os cabos, estes denotados por L_i , estão fixados no efetuador final.

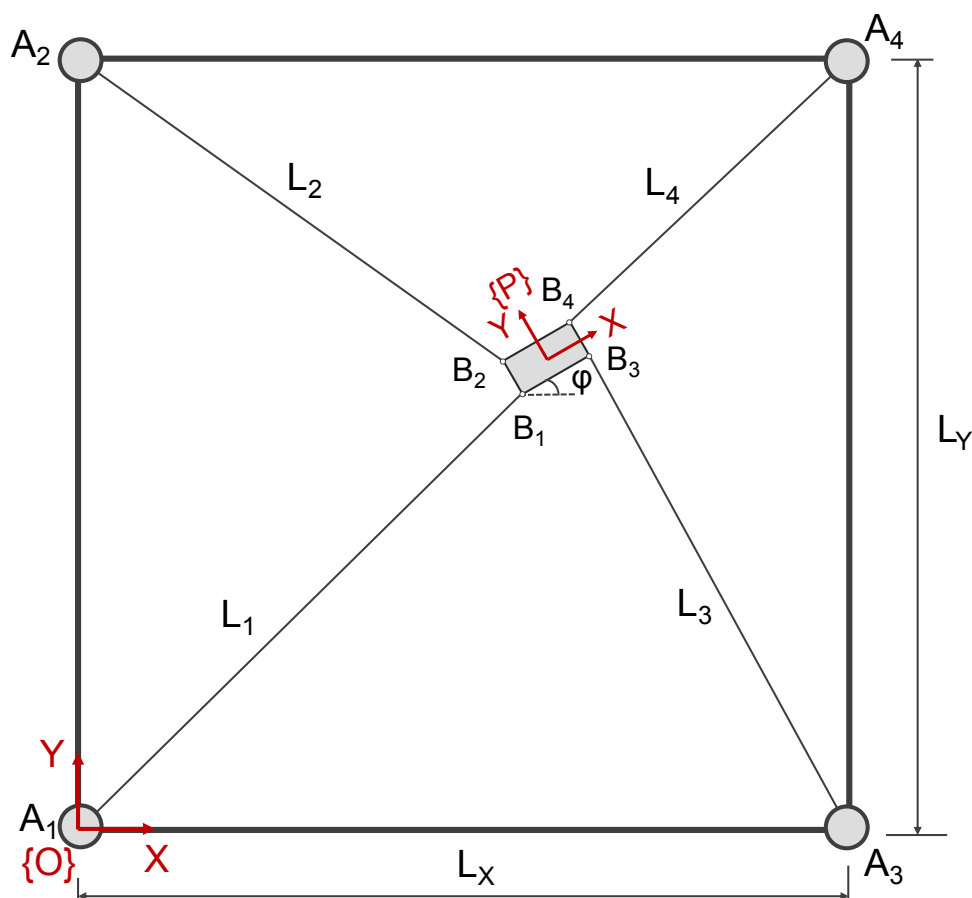
Um sistema de coordenadas referencial fixo $\{O\}$ é estabelecido no ponto A_1 , enquanto um referencial local $\{P\}$ é associado ao centroide do efetuador final. Além disso, enquanto a base fixa possui as dimensões L_X e L_Y , o efetuador final possui uma forma retangular de dimensões h_X e h_Y .

Tabela 1 – Pontos e coordenadas do RPAC.

Pontos	A_1	A_2	A_3	A_4	B_1^p	B_2^p	B_3^p	B_4^p
Coordenadas	$(0,0)$	$(0,L_Y)$	$(L_X,0)$	(L_X,L_Y)	$(-\frac{h_X}{2},-\frac{h_Y}{2})$	$(-\frac{h_X}{2},\frac{h_Y}{2})$	$(\frac{h_X}{2},-\frac{h_Y}{2})$	$(\frac{h_X}{2},\frac{h_Y}{2})$

O vetor posição do centro de massa do efetuador final, em relação à referência $\{O\}$, pode ser escrito como $\mathbf{p} = \vec{OP} = \{x,y\}^T$. Para que todos os pontos estejam representados no mesmo sistema de coordenadas, podemos utilizar a matriz de rotação $\mathbf{R} = \begin{bmatrix} \cos\varphi & -\sin\varphi \\ \sin\varphi & \cos\varphi \end{bmatrix}$ para realizar a transformação linear dos vetores que anteriormente estavam descritos em relação à referência $\{P\}$. Note que φ é o ângulo de orientação do sistema de coordenadas $\{P\}$ em relação ao sistema de coordenadas $\{O\}$ em torno do eixo Z . Conectando o efetuador à base estão os cabos que são dados pelos segmentos $\overline{A_1B_1}$, $\overline{A_2B_2}$, $\overline{A_3B_3}$ e $\overline{A_4B_4}$. Em posse dessas variáveis, pode-se calcular a descrição cinemática do modelo.

Figura 4 – Diagrama esquemático do RPAC planar.



Fonte: Elaborado pelo autor.

3.1.2 Cinemática inversa

Segundo Castelli, Ottaviano e González (2010), na modelagem matemática dos robôs acionados por cabos, a cinemática inversa consiste em determinar os comprimentos dos cabos em função da posição do efetuador final. Utilizando de uma soma vetorial, pode-se calcular o comprimento dos cabos. Por exemplo, a Figura 5 a seguir representa a obtenção do vetor do cabo 2.

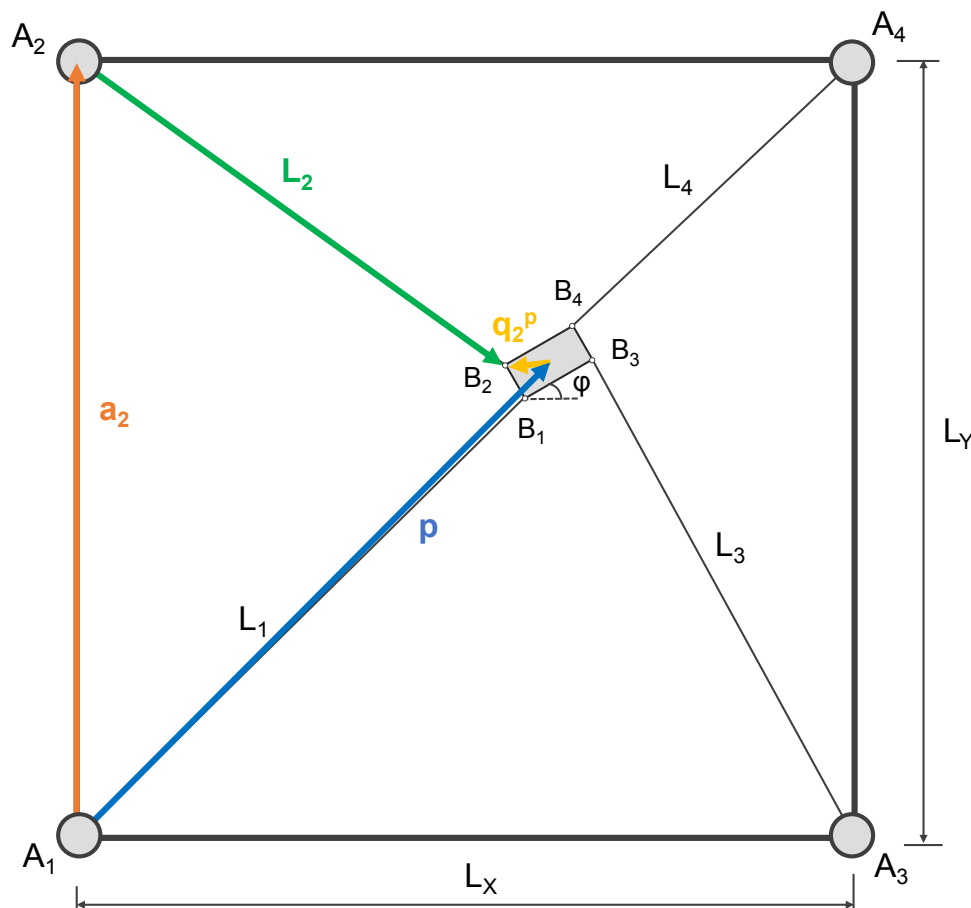
Generalizando a soma vetorial para todos os cabos, é possível obter uma expressão que utiliza as coordenadas do efetuador final, expressas por (x, y, φ) , aliado aos pontos descritos anteriormente e a matriz de rotação apresentada. Sendo \mathbf{q}_i^P o vetor do ponto de fixação do cabo i no efetuador final em relação à referência $\{P\}$ e \mathbf{a}_i sendo o vetor dos pontos A_i em relação à referência $\{O\}$, a expressão 2 calcula os vetores de cada um dos cabos:

$$\mathbf{L}_i = \mathbf{p} + \mathbf{R}\mathbf{q}_i^P - \mathbf{a}_i \quad (2)$$

Separando a equação anterior nas coordenadas do plano, a equação 3 é obtida para expressar a relação entre as variáveis de maneira mais geral:

$$\begin{Bmatrix} L_{i,x} \\ L_{i,y} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} x \\ y \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} \cos\varphi & -\sin\varphi \\ \sin\varphi & \cos\varphi \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} q_{i,x}^p \\ q_{i,y}^p \end{Bmatrix} - \begin{Bmatrix} a_{i,x} \\ a_{i,y} \end{Bmatrix} \quad (3)$$

Figura 5 – Soma vetorial do cabo 2.



Fonte: Elaborado pelo autor.

Em posse do cálculo da cinemática inversa, é necessário analisar também o comportamento dinâmico do sistema.

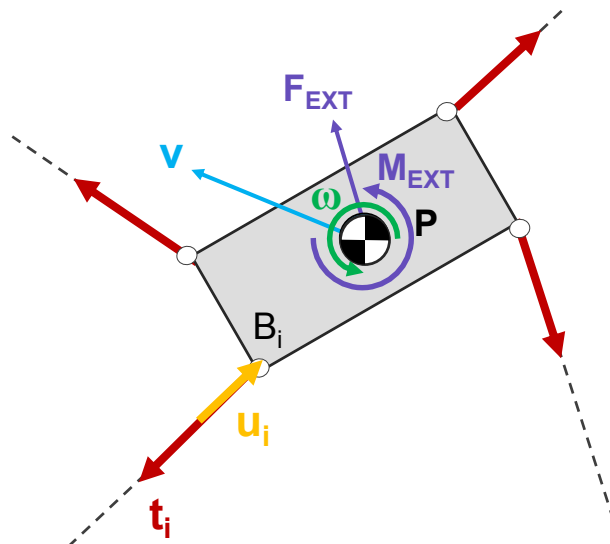
3.1.3 Modelo dinâmico do efetador final

De acordo com Pham, Yang e Yeo (2005), o modelo dinâmico do efetador final é representado por duas análises conjuntas: as equações de Newton, que descrevem o movimento translacional do centroide; e as equações de Euler, que descrevem a rotação do centroide. Esse conjunto de equações é utilizado para descrever o comportamento dinâmico do RPAC. Para o presente trabalho, foi considerado que os cabos do RPAC planar são ideais e, portanto, não possuem massa, são perfeitamente rígidos e não possuem nenhuma perda de energia por atrito.

A análise dinâmica do efetador tem como finalidade estabelecer a relação entre as variáveis de movimento e as forças e momentos que as causam. A Figura 6 a seguir

apresenta o diagrama de corpo livre do efetuator final estudado, mostrando todas as variáveis que impactam na movimentação do mesmo.

Figura 6 – Diagrama de corpo livre do efetuator final.



Fonte: Elaborado pelo autor.

A variável t_i expressa a tração que atua no i -ésimo cabo, no sentido negativo do vetor u_i , onde este consiste no vetor unitário do comprimento do cabo. Aplicando as relações de Newton-Euler ao problema da Figura 6 anterior, é possível obter as expressões descritas nas equações 4 e 5 a seguir:

$$\sum_{i=1}^m \mathbf{t}_i + m_e \mathbf{g} + F_{EXT} = m_e \dot{\mathbf{v}} \quad (4)$$

$$\sum_{i=1}^m \mathbf{q}_i \times \mathbf{t}_i + M_{EXT} = \mathbf{I}_e \dot{\boldsymbol{\omega}} + \boldsymbol{\omega} \times (\mathbf{I}_e \boldsymbol{\omega}) \quad (5)$$

Onde:

- m_e : a massa do efetuator final;
- \mathbf{I}_e : é o momento de inércia do efetuator em relação ao eixo do corpo;
- \mathbf{g} : aceleração da gravidade;
- $\mathbf{v}, \boldsymbol{\omega}$: velocidade linear e velocidade angular do centroide do efetuator;
- F_{EXT} e M_{EXT} : forças e momentos externos atuantes no efetuator, respectivamente;

O vetor unitário direcional do comprimento do cabo e o vetor de tração do cabo podem ser calculados, respectivamente, pelas expressões 6 e 7 a seguir:

$$u_i = \frac{\mathbf{L}_i}{\|\mathbf{L}_i\|} = \frac{\mathbf{p} + \mathbf{R}\mathbf{q}_i^P - \mathbf{a}_i}{\|\mathbf{p} + \mathbf{R}\mathbf{q}_i^P - \mathbf{a}_i\|} \quad (6)$$

$$\mathbf{t}_i = t_i \mathbf{u}_i = -t_i \frac{\mathbf{L}_i}{\|\mathbf{L}_i\|} \quad (7)$$

Substituindo as expressões 6 e 7 nas relações 4 e 5, pode-se reorganizar as equações numa forma matricial, da qual obtém-se:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{u}_1 & \mathbf{u}_2 & \mathbf{u}_3 & \mathbf{u}_4 \\ \mathbf{q}_1 \times \mathbf{u}_1 & \mathbf{q}_2 \times \mathbf{u}_2 & \mathbf{q}_3 \times \mathbf{u}_3 & \mathbf{q}_4 \times \mathbf{u}_4 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} t_1 \\ t_2 \\ t_3 \\ t_4 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} m_e \dot{\mathbf{v}} - m_e \mathbf{g} - F_{EXT} \\ \mathbf{I}_e \dot{\boldsymbol{\omega}} + \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{I}_e \boldsymbol{\omega} - M_{EXT} \end{Bmatrix} \rightarrow \mathbf{S}\mathbf{T} = \mathbf{W} \quad (8)$$

Onde:

- **S**: é denominada de matriz de estrutura do RPAC;
- **T**: é o vetor dos módulos das trações dos cabos;
- **W**: é denominado de *wrench* (posição e orientação) do efetuador final;

Em relação à matriz de estrutura, Bruckmann et al. (2008) ressalta que ela também pode ser derivada como a transposta do Jacobiano da cinemática inversa, mas geralmente é mais fácil obtê-la pela abordagem generalizada do equilíbrio de forças. Conforme Bruckmann e Pott (2012), a determinação das forças atuantes (**T**) nos cabos é um problema inerente aos RPACs, sendo esta discutida na seção seguinte.

3.1.4 Determinação das forças

De acordo com Nakamura (1990), para os casos onde $m > n$, a solução de forças pode ser escrita utilizando a matriz pseudo-inversa para obter uma solução particular adicionada a uma solução homogênea. Conforme a expressão 9 a seguir:

$$\mathbf{T} = \mathbf{S}^+ \mathbf{W} + (\mathbf{I} - \mathbf{S}^+ \mathbf{S}) \mathbf{Z} \quad (9)$$

Onde:

- $\mathbf{S}^+ = \mathbf{S}^T (\mathbf{S}\mathbf{S}^T)^{-1}$: é a pseudo-inversa da matriz de estrutura **S**;
- **I**: consiste na matriz identidade de ordem $n \times m$;
- $\mathbf{Z} = \{z_1 \ z_2 \ \dots \ z_m\}^T$: é um vetor coluna arbitrário;

Na equação 9 anterior, o termo $\mathbf{S}^+\mathbf{W}$ consiste na solução particular para a ação \mathbf{W} desejada. Já o termo $(\mathbf{I} - \mathbf{S}^+\mathbf{S})\mathbf{Z}$ é denominado de solução homogênea, que projeta o vetor \mathbf{Z} no espaço nulo de \mathbf{S} . Para o caso onde há um grau de redundância de atuação ($m = n + 1$), ou seja, o RPAC possui um cabo adicional além do necessário onde este pode ser utilizado para manter uma tensão positiva em todos os cabos. Adaptando o método de tensão positiva dos cabos descrita por Shen, Osumi e Arai (1994), a equação 9 se torna:

$$\mathbf{T} = \mathbf{S}^+\mathbf{W} + \lambda\mathbf{N} \quad (10)$$

Nessa nova equação, a solução homogênea acaba sendo expressa como a multiplicação de um escalar λ e o vetor núcleo (*kernel*) da matriz de estrutura ($\mathbf{N} = \{n_1, n_2, \dots, n_m\}^T$). Segundo o método de tensão positiva dos cabos, é necessário e suficiente que todos os componentes do vetor núcleo (denominados de n_i) tenham o mesmo sinal. Ou seja, para um determinado ponto estar contido no plano de trabalho do robô todos os $n_i > 0$ ou todos os $n_i < 0$. De tal maneira, para garantir que todas as tensões dos cabos sejam positivas, basta adicionar ou subtrair soluções homogêneas suficientes.

Para calcular as componentes do vetor núcleo (n_i), é utilizada a regra de Cramer descrita na equação 11 a seguir, onde o i -ésimo componente do vetor núcleo pode ser expresso pelo determinante da matriz de estrutura \mathbf{S} com a i -ésima coluna deletada, sendo que $i = 1, 2, \dots, 4$.

$$n_i = (-1)^n \begin{vmatrix} \mathbf{u}_1 & \dots & \mathbf{u}_{i-1} & \mathbf{u}_{i+1} & \dots & \mathbf{u}_m \\ \mathbf{q}_1 \times \mathbf{u}_1 & \dots & \mathbf{q}_{i-1} \times \mathbf{u}_{i-1} & \mathbf{q}_{i+1} \times \mathbf{u}_{i+1} & \dots & \mathbf{q}_m \times \mathbf{u}_m \end{vmatrix} \quad (11)$$

Após o cálculo do vetor núcleo, basta verificar se todas as suas componentes apresentam o mesmo sinal. Caso essa condição seja respeitada, é possível encontrar um escalar λ que mantenha todas as tensões positivas. Para cada um dos cabos, é associado um escalar que pode ser calculado pela equação 12:

$$\lambda_i = \frac{t_{min} - t_{pi}}{n_i} \quad (12)$$

O maior dos escalares calculados será o valor dado a λ , para que este seja utilizado no cálculo da solução homogênea.

$$\lambda = \max \{\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \lambda_4\} \quad (13)$$

Em posse do escalar λ definitivo, bem como os componentes do vetor núcleo, basta calcular a solução particular para obter o valor das forças de tração atuante nos cabos. Nesse sentido, a solução completa das tensões está descrita na equação 10:

$$\mathbf{T} = \mathbf{S}^+\mathbf{W} + \lambda\mathbf{N} \rightarrow \begin{Bmatrix} t_1 \\ t_2 \\ t_3 \\ t_4 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} t_{p1} \\ t_{p2} \\ t_{p3} \\ t_{p4} \end{Bmatrix} + \lambda \begin{Bmatrix} n_1 \\ n_2 \\ n_3 \\ n_4 \end{Bmatrix} \quad (14)$$

Portanto, foi possível obter as tensões atuantes nos cabos do modelo do RPAC não redundante. O próximo passo consistiu em realizar uma modelagem similar, porém aplicada ao RPAC que possui redundância cinemática.

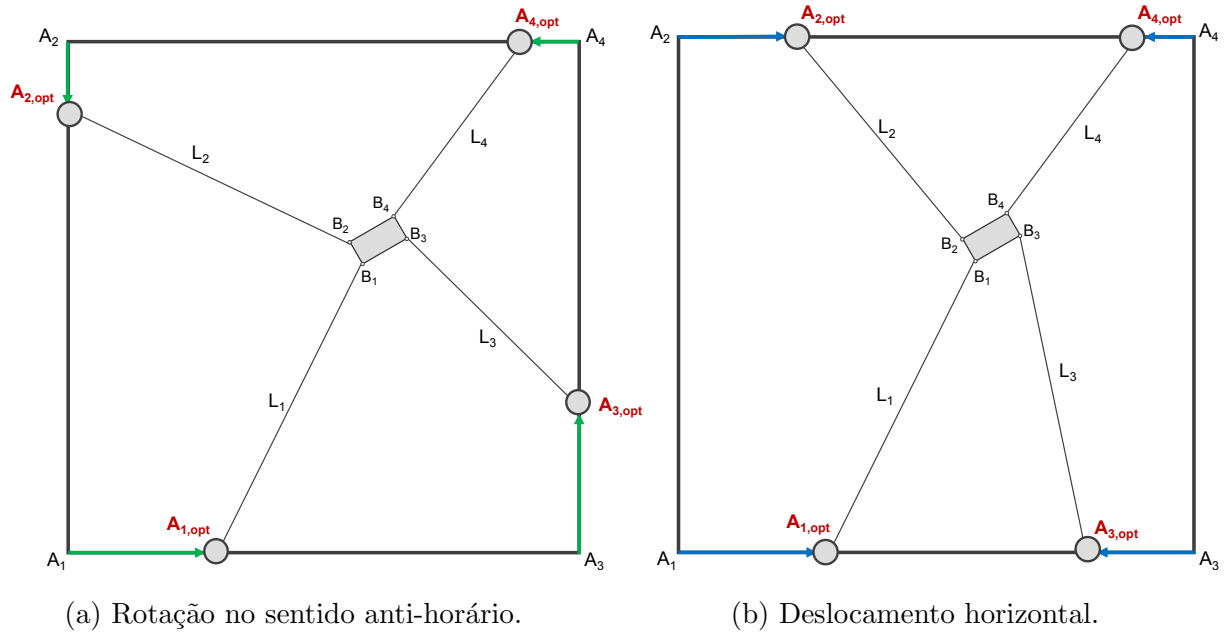
3.2 MODELO REDUNDANTE

O processo de resolução de redundância consiste em definir o posicionamento das juntas redundantes dentre as infinitas configurações possíveis devido à redundância cinemática. Geralmente, tal escolha é realizada para aperfeiçoar uma determinada característica do sistema. Apesar de possuir as mesmas características estruturais e geométricas do robô não redundante, a caracterização da redundância cinemática no RPAC estudado se dá pela adição de graus de liberdade aos vínculos onde estão situados os atuadores do robô, permitindo que eles se movam na base fixa.

O problema proposto neste trabalho consiste na otimização do desempenho dinâmico do RPAC, ou seja, a função custo definida compreende a tensão máxima atingida pelos cabos durante toda a execução da trajetória. Com a finalidade de promover um estudo mais abrangente, foram adotados dois perfis de movimentação diferentes para as juntas redundantes. A primeira delas consiste em preposicionar os atuadores seguindo um fluxo de rotação no sentido anti-horário, conforme apresentado na Figura 7a, este foi selecionado para permitir uma rotação completa do atuadores na base fixa. Já a segunda estratégia conta com os atuadores sendo preposicionados apenas nas direções horizontais, indicado pela Figura 7b. Ambos os perfis de movimentação foram selecionados na tentativa de verificar os impactos dessas movimentações na distribuição final de forças nos cabos e, conseqüentemente, no desempenho dinâmico do robô.

Para realizar a resolução de redundância, a ideia principal é calcular os valores v_i que multiplicam os pontos nos quais estão localizados os atuadores. Dessa forma, para cada uma das estratégias de resolução de redundância, é possível reescrever a Tabela 1 incluindo esses fatores multiplicadores.

Figura 7 – Estratégias implementadas de resolução de redundância.



Fonte: Elaborado pelo autor.

Tabela 2 – Coordenadas dos pontos ótimos conforme rotação no sentido anti-horário.

Pontos	$A_{1,opt}$	$A_{2,opt}$	$A_{3,opt}$	$A_{4,opt}$
Coordenadas	$(v_1 L_x, 0)$	$(0, v_2 L_y)$	$(L_x, v_3 L_y)$	$(v_4 L_x, L_y)$

A Tabela 2 descreve as coordenadas dos pontos ótimos que foram obtidos na otimização seguindo a estratégia de rotação no sentido anti-horário (Figura 7a) para a resolução da redundância. Analogamente, a Tabela 3 também descreve os pontos ótimos, porém tendo o deslocamento horizontal (Figura 7b) como estratégia para a solução da redundância.

Tabela 3 – Coordenadas dos pontos ótimos conforme deslocamento horizontal.

Pontos	$A_{1,opt}$	$A_{2,opt}$	$A_{3,opt}$	$A_{4,opt}$
Coordenadas	$(v_1 L_x, 0)$	$(v_2 L_x, L_y)$	$(v_3 L_x, 0)$	$(v_4 L_x, L_y)$

Nesse sentido, as posições das juntas redundantes A_i são as variáveis de otimização e, sendo que os fatores multiplicativos v_i estão restringidas pelos limites da base fixa. Portanto, o problema de otimização pode ser definido pela equação 15 a seguir:

$$A_{i,opt} = \arg \min_{v_i} \mathbf{T} \quad (15)$$

sujeito a : $0 \leq v_i \leq 1$

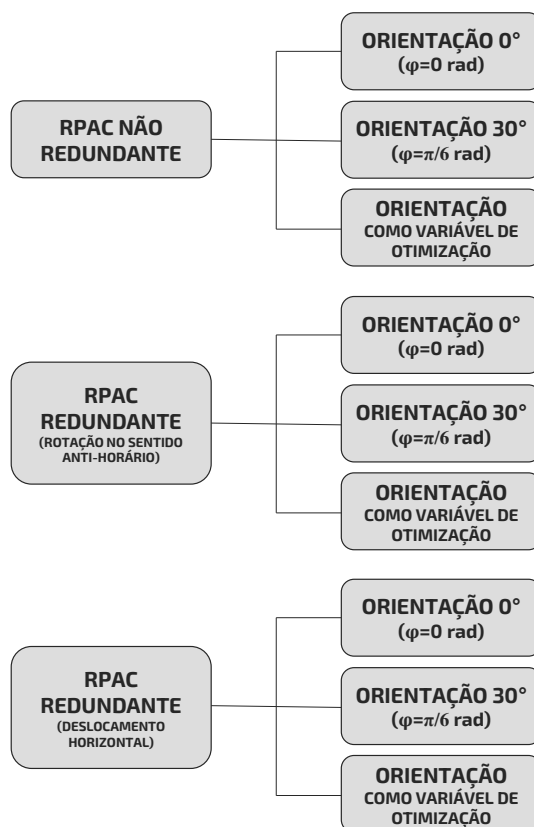
Onde:

$$\mathbf{T} = \max \{ \|t_1(t)\|_2, \|t_2(t)\|_2, \|t_3(t)\|_2, \|t_4(t)\|_2 \} \quad (16)$$

As trações atuantes nos cabos, por sua vez, dependem dos comprimentos dos cabos (L_i) e estes são determinados a partir de uma trajetória pré-definida, e é melhor explorada na próxima seção.

Apesar do RPAC seguir a mesma trajetória para ambas as estratégias apresentadas, também foram exploradas três diferentes angulações (φ) para o efetuador final, enquanto o RPAC executava a trajetória. Na primeira delas, o efetuador não teve nenhuma rotação em torno de si mesmo ($\varphi = 0$ rad); já na segunda configuração, ele apresenta uma rotação de 30° no sentido anti-horário ($\varphi = \frac{\pi}{6}$ rad); e, por fim, a última estratégia consistiu em fazer com que a angulação do efetuador final fosse uma das variáveis da otimização realizada. Portanto, ao todo foram simuladas nove configurações distintas, conforme descrito na Figura 8 a seguir.

Figura 8 – Esquemático das diferentes configurações de RPAC simuladas.



Fonte: Elaborado pelo autor.

Para os casos em que a orientação do efetuador final é adicionada como uma das variáveis de otimização do problema, a expressão utilizada no problema de otimização difere um pouco da equação 15 anterior, resultando na equação 17 apresentada a seguir.

$$\begin{aligned}
 [A_{i,opt}, \varphi_{otim}] &= \arg \min_{[v_i, \varphi]} \mathbf{T} \\
 \text{sujeito a : } & 0 \leq v_i \leq 1 \\
 & -\frac{\pi}{2} \leq \varphi \leq \frac{\pi}{2}
 \end{aligned} \tag{17}$$

Para utilizar os algoritmos de otimização com controle sobre os critérios de parada e de maneira mais simplificada, as *toolboxes* do ambiente de simulação do MATLAB foram as ferramentas utilizadas para o cálculo da resolução da redundância. Para a execução do algoritmo genético foi utilizada a função *ga*, tendo como variável de entrada uma população inicial que corresponde ao modelo não redundante. Dessa forma, caso o algoritmo não encontre uma solução melhor para o problema de otimização, ele apresentaria como resultado final o próprio modelo não redundante. Além disso, foi estipulado 20 gerações como o critério de parada dessa rotina.

Na implementação da programação sequencial quadrática foi empregada a função *fmincon*, cuja entrada principal era o tipo de algoritmo utilizado no cálculo da otimização

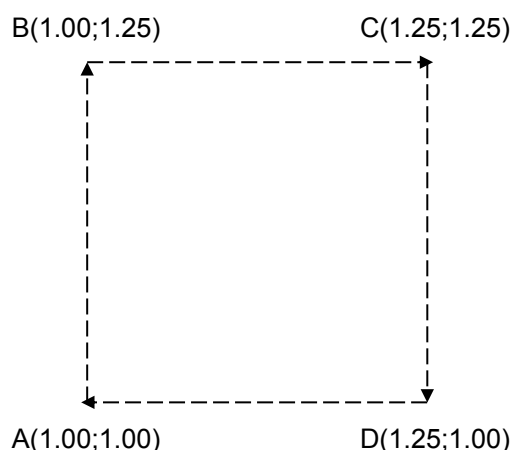
(SQP, no caso). Analogamente ao algoritmo genético, foram definidas 20 iterações como critério de parada para o SQP.

Uma vez em posse das equações matemáticas que modelam o comportamento de ambos os modelos (redundante e não-redundante), bem como os algoritmos de otimização que irão realizar a resolução da redundância, resta apenas definir a trajetória descrita pelo RPAC.

3.3 PLANEJAMENTO DA TRAJETÓRIA

Para descrever a trajetória percorrida pelo RPAC, foi utilizado um polinômio de quinto grau para calcular as posições do efetuador final ao longo tempo. Dessa forma, foi possível garantir que as velocidades e acelerações fossem aumentadas e reduzidas de forma suave (PHAM; YANG; YEO, 2005). A trajetória escolhida para o robô estudado tem início no ponto A e segue o caminho descrevendo um quadrado de lado 0,25 [m], através dos pontos A, B, C e D, conforme apresentado na Figura 9.

Figura 9 – Trajetória descrita pelo RPAC.



Fonte: Elaborado pelo autor.

Utilizando de uma abordagem mais simplificada para calcular os polinômios que descrevem a trajetória selecionada, é possível partir de um polinômio de quinto grau genérico, sendo este equivalente a posição do efetuador (equação 18). Derivando o polinômio em relação ao tempo, obtém-se o polinômio que descreve a velocidade do efetuador (equação 19). Analogamente, derivando mais uma vez, é obtido o polinômio referente à aceleração do efetuador (equação 20).

$$s(t) = \alpha_0 + \alpha_1 t + \alpha_2 t^2 + \alpha_3 t^3 + \alpha_4 t^4 + \alpha_5 t^5 \quad (18)$$

$$\dot{s}(t) = \alpha_1 + 2\alpha_2 t + 3\alpha_3 t^2 + 4\alpha_4 t^3 + 5\alpha_5 t^4 \quad (19)$$

$$\ddot{s}(t) = 2\alpha_2 + 6\alpha_3 t + 12\alpha_4 t^2 + 20\alpha_5 t^3 \quad (20)$$

Em posse dos polinômios da trajetória, basta resolver o sistema de equações para os valores desejados de posição, velocidade e aceleração, obtendo os valores das constantes $(\alpha_0, \alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4, \alpha_5)$ para cada um dos trechos da trajetória $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BC}, \overrightarrow{CD}, \overrightarrow{DA})$.

3.4 CONSIDERAÇÕES FINAIS DO CAPÍTULO

Neste capítulo foi descrita a modelagem matemática para os dois tipos de características distintas: o não redundante e o redundante. Partindo de uma abordagem cinemática dos cabos e da dinâmica do efetuador final, foi possível obter a descrição matemática do cálculo utilizado para determinar as forças atuantes nos cabos. Particularmente para o modelo redundante, foram apresentados também os métodos de otimização utilizados para calcular a posição ótima em que os atuadores do robô devem ser pré-posicionados, minimizando a máxima norma de tensão entre os cabos (função custo apresentada). Ao todo serão utilizadas 9 diferentes configurações do RPAC cuja função custo será calculada.

Modelo não redundante:

- RPAC mantendo $\varphi = 0 \text{ rad}$ durante toda a trajetória;
- RPAC mantendo $\varphi = \frac{\pi}{6} \text{ rad}$ durante toda a trajetória;
- RPAC terá a angulação φ como uma variável de otimização (φ_{otim});

Modelo redundante:

- RPAC será reposicionado conforme mostrado na Figura 7a, mantendo $\varphi = 0 \text{ rad}$ durante toda a trajetória;
- RPAC será reposicionado conforme mostrado na Figura 7a, mantendo $\varphi = \frac{\pi}{6} \text{ rad}$ durante toda a trajetória;
- RPAC será reposicionado conforme mostrado na Figura 7a, sendo a angulação $\varphi = 0 \text{ rad}$ uma das variáveis de otimização (φ_{otim});
- RPAC será reposicionado conforme mostrado na Figura 7b, mantendo $\varphi = 0 \text{ rad}$ durante toda a trajetória;
- RPAC será reposicionado conforme mostrado na Figura 7b, mantendo $\varphi = \frac{\pi}{6} \text{ rad}$ durante toda a trajetória;
- RPAC será reposicionado conforme mostrado na Figura 7b, sendo a angulação φ uma das variáveis de otimização (φ_{otim});

Além disso, foi demonstrado o cálculo dos polinômios que descrevem a trajetória seguida pelo RPAC planar.

4 RESULTADOS

Utilizando toda a modelagem matemática e teórica descrita nas seções anteriores, foi possível simular as diferentes configurações do RPAC permutando as estratégias para a resolução da redundância e as angulações distintas. Este capítulo tem como finalidade apresentar os resultados obtidos, além de compará-los para evidenciar as particularidades que incidem sobre tais simulações.

Visando a modelagem coerente para o RPAC planar, foram escolhidas algumas constantes de modo arbitrário. Tais constantes, seus valores e unidades de medidas estão listados na Tabela 4 a seguir e foram usados tanto para o modelo não redundante quanto os redundantes.

Tabela 4 – Parâmetros dos modelos dos manipuladores.

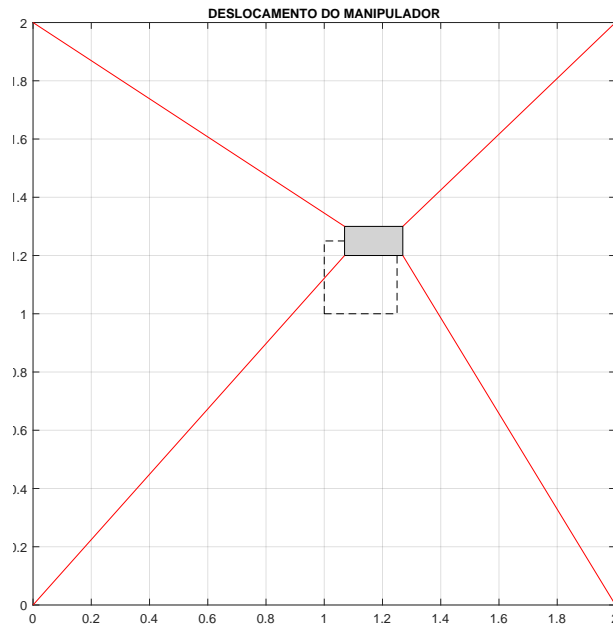
Parâmetro	Valor	Unidade
L_x	2	m
L_y	2	m
h_x	0,2	m
h_y	0,1	m
m_e	1	kg
I_e	0,6667	$kg.m^2$
g	9,81	m/s^2
t_{min}	1	N
F_{EXT}	0	N
M_{EXT}	0	N.m

Fonte: Elaborado pelo autor.

Em posse desses valores, foi possível referenciar todo o sistema da forma como havia sido distribuído nas tabelas 1, 2 e 3 dos capítulos anteriores. O próximo passo consistiu em obter os comprimentos de cada um dos cabos para todo o percurso percorrido pelo efetuador final. Para efeito de apresentação, a Figura 10 a seguir mostra o deslocamento do RPAC não redundante, cuja configuração exprime uma angulação de 0° enquanto executa a trajetória.

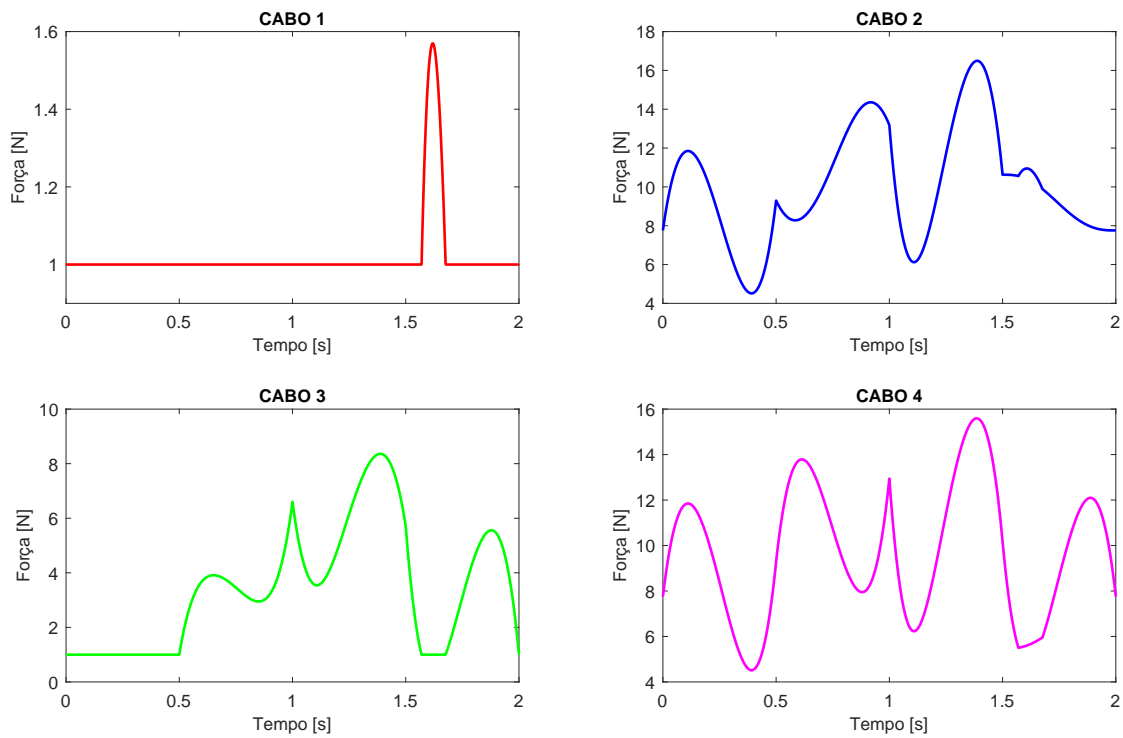
Paralelamente, utilizando o raciocínio matemático que culminou na equação 14, os módulos das forças (solução de tensão) em cada um dos cabos foram calculados durante toda a atividade realizada pelo robô. Também para efeito de exposição, a Figura 11 evidencia o comportamento temporal das forças em cada um dos cabos durante toda a execução da trajetória, com o robô apresentando uma angulação de 0° . Tal raciocínio foi utilizado para todas as nove configurações do RPAC.

Figura 10 – Deslocamento do RPAC não redundante ($\varphi = 0 \text{ rad}$).



Fonte: Elaborado pelo autor.

Figura 11 – Comportamento temporal das forças nos cabos do RPAC não redundante ($\varphi = 0 \text{ rad}$).



Fonte: Elaborado pelo autor.

As simulações de todas as diferentes configurações foram executadas com a finalidade de se obter os valores da função custo. A Tabela 5 a seguir compreende todos esses valores. Dessa forma, é possível compará-los e verificar também os pontos ótimos selecionados pelo processo de otimização implementado. Além disso, são expressos também os valores das angulações obtidas para os casos onde o valor de φ é tido como uma das variáveis do problema de otimização. Por este motivo, a Tabela 5 contempla os principais resultados calculados e será o ponto principal das discussões realizadas, oferecendo diferentes enfoques acerca dos valores obtidos.

Tabela 5 – Valores da função custo e pontos ótimos obtidos para cada uma das nove configurações do RPAC planar.

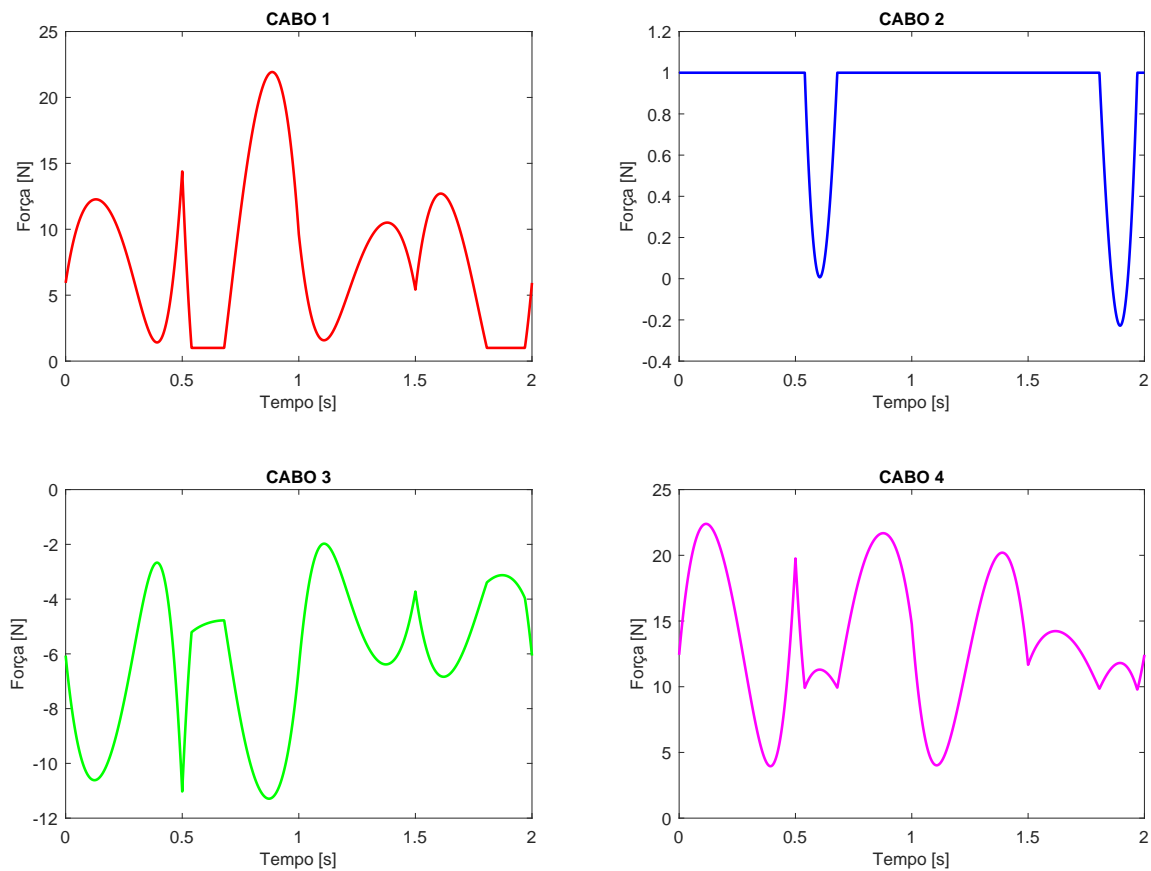
MODELO	φ [°]	Função Custo [N]	$A_{1,opt}$ [m]	$A_{2,opt}$ [m]	$A_{3,opt}$ [m]	$A_{4,opt}$ [m]
NÃO REDUNDANTE	0	468,83	(0,0)	(0,2)	(2,0)	(2,2)
	30	-	(0,0)	(0,2)	(2,0)	(2,2)
	1.235	452,39	(0,0)	(0,2)	(2,0)	(2,2)
REDUNDANTE Rotação anti-horária	0	468,83	(0,0)	(0,2)	(2,0)	(2,2)
	30	270,29	(0.163,0)	(0,1.920)	(2,1.339)	(1.219,2)
	48.899	259,14	(1.599,0)	(0,1.849)	(2,1.709)	(1.022,2)
REDUNDANTE Deslocamento horizontal	0	336,66	(0.118,0)	(1.016,2)	(2,0)	(1.338,2)
	30	492,33	(1.516,0)	(0.182,2)	(1.993,0)	(1.315,2)
	-1.920	327,69	(0,0)	(0.962,2)	(2,0)	(1.361,2)

Em um primeiro momento, é importante notar que o modelo não redundante, com angulação de 30° durante a execução da trajetória, ($\varphi = \frac{\pi}{6} rad$) não teve o valor da função custo considerada, sendo esta uma consequência direta do perfil apresentado pelas forças nesta configuração do RPAC. Analisando a Figura 12, é possível notar que as forças apresentadas pelos cabos 2 e 3 atingem valores negativos durante a execução da trajetória, indicando forças compressivas. Nesse sentido, apesar de ter sido simulada, tal configuração do RPAC nunca funcionaria fisicamente, haja visto que, para uma movimentação normal do robô, o mesmo deve estar apenas sob forças de tração.

Comparando a Figura 12 com as Figuras 13 e 14, é possível verificar as diferenças entre o perfil de forças dos cabos para os modelos com e sem redundância para uma mesma angulação do efetuador final ($\varphi = \frac{\pi}{6} rad$). Nota-se que além de obter um bom valor da função custo, os modelos com redundância não apresentam nenhum valor negativo de forças durante a execução da trajetória. Isso mostra que a redundância cinemática consiste numa boa estratégia para suprir as limitações que o modelo sem redundância possui.

Além disso, Banadaki (2007) observou que aumentando-se a angulação do RPAC, a área de trabalho do robô acaba sendo reduzida. Para acréscimos de 1° ou 2° na orientação do efetuador final, já foram observadas reduções significativas na área de trabalho do RPAC. Isso indica que os robôs paralelos planares acionados por cabos não redundantes possuem limitações no que diz respeito à angulação do efetuador final (φ). Portanto, os resultados aqui apresentados corroboram com as conclusões apresentadas por Banadaki (2007).

Figura 12 – Comportamento temporal das forças nos cabos do RPAC não redundante ($\varphi = \frac{\pi}{6}$ rad).



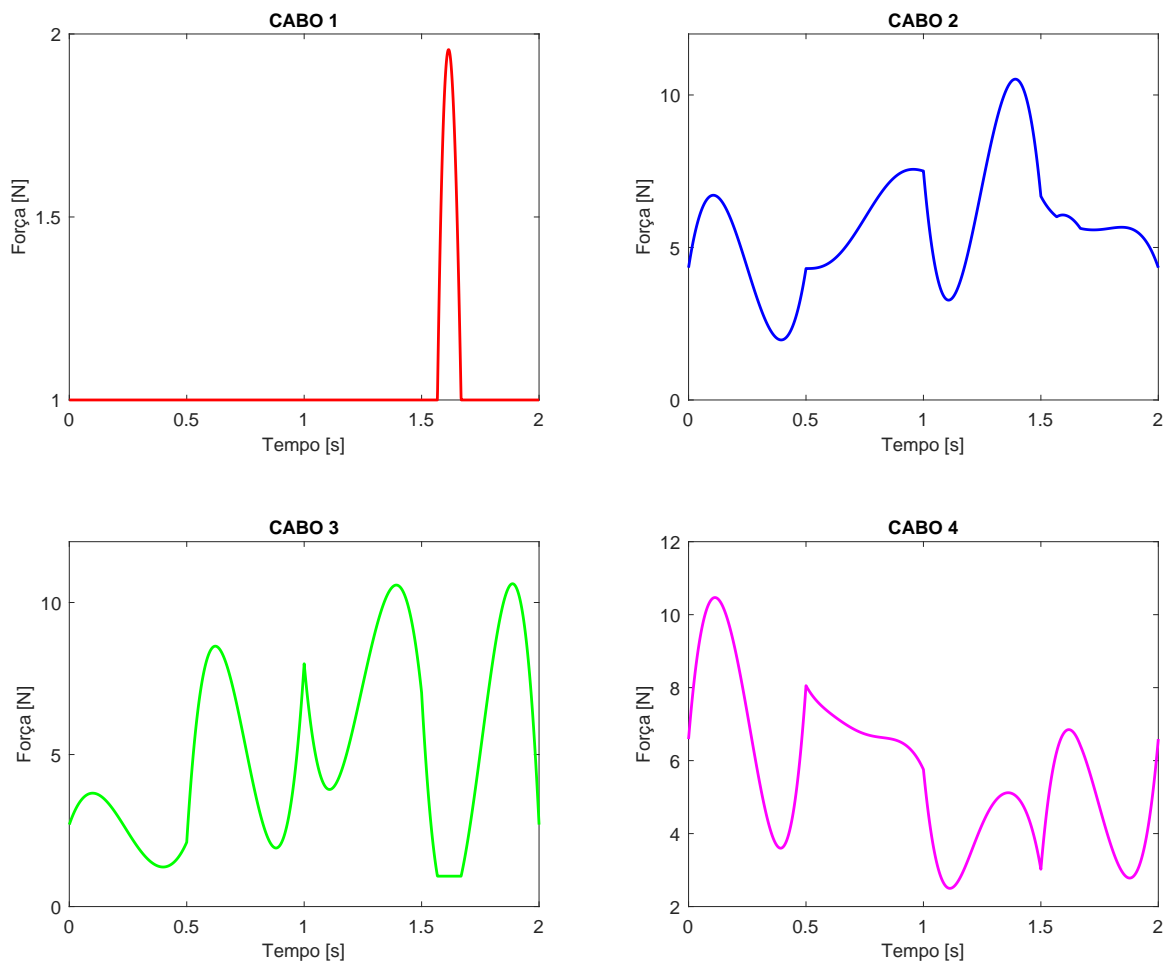
Fonte: Elaborado pelo autor.

O gráfico apresentado na Figura 15, foi construído a partir dos valores da Tabela 5 e permite uma comparação entre os valores da função custo para uma mesma estratégia de resolução de redundância e variando entre as angulações do efetuador final. Tal gráfico evidencia o impacto da rotação em cada configuração não redundante e redundantes. Quando uma rotação do efetuador é fixada, a função custo pode ser elevada quando comparada a situação em que a rotação é uma variável da otimização.

É possível notar que, do ponto de vista das diferentes configurações, o modelo redundante que utiliza a estratégia de rotação no sentido anti-horário e tem a angulação do efetuador final como uma das variáveis de otimização (φ_{otim}) foi o arranjo que obteve o menor valor da função custo dentre todos os outros.

A Figura 16 mostra um instante do deslocamento realizado por este modelo, enquanto a Figura 17 evidencia as forças exercidas em cada um dos cabos durante a execução da trajetória.

Figura 13 – Comportamento temporal das forças nos cabos do RPAC redundante utilizando de rotação no sentido anti-horário ($\varphi = \frac{\pi}{6} rad$).



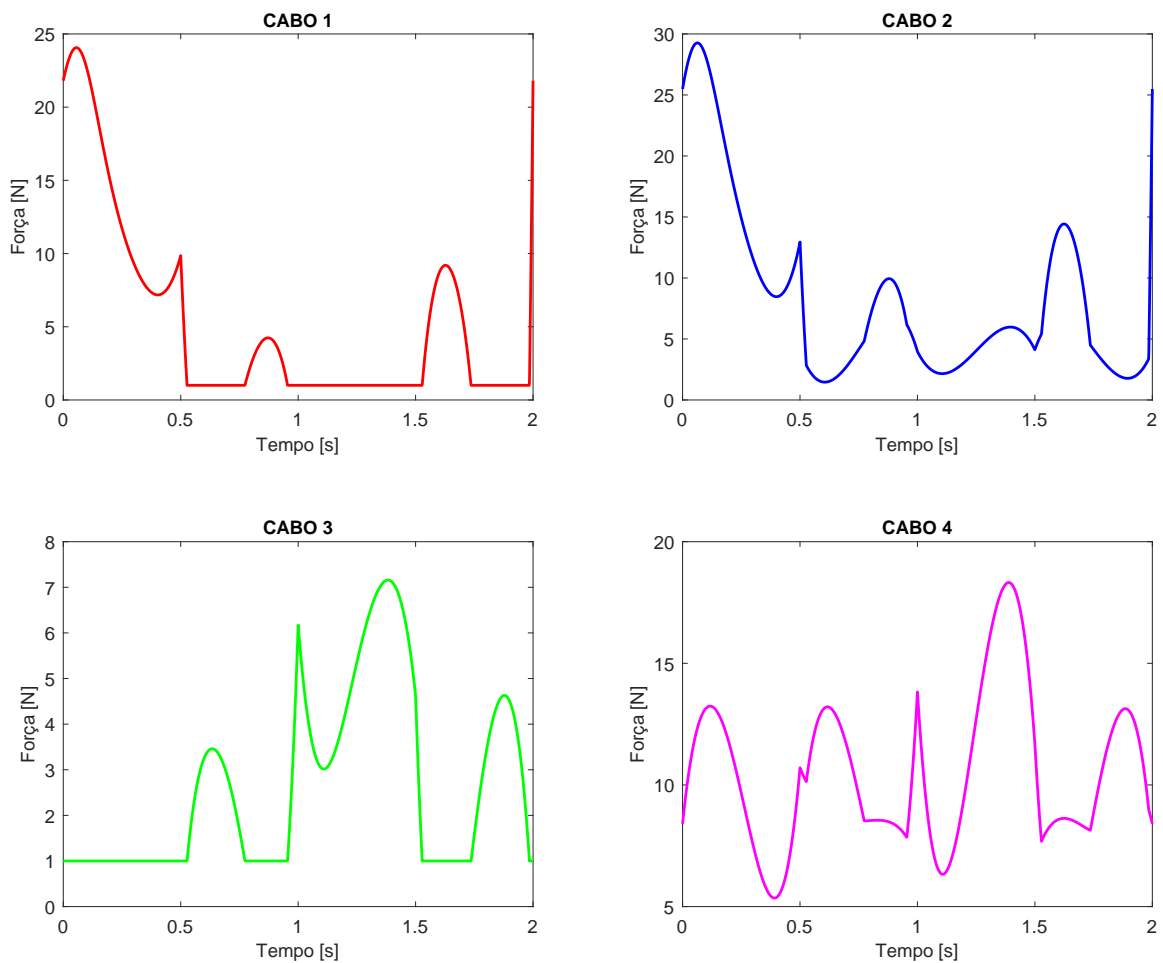
Fonte: Elaborado pelo autor.

Outro aspecto acerca dos resultados obtidos que merece ser destacado são os valores de angulação que foram tidos como variáveis do processo de otimização (φ_{otim}). Conforme apresentado na Tabela 5, a angulação otimizada para cada um dos modelos foi de 1.235° , 48.899° e -1.920° , respectivamente, para os casos não redundante, redundante com preposicionamento rotacionado em sentido anti-horário e redundante com preposicionamento deslocado horizontalmente.

O gráfico da Figura 18, por sua vez, exprime a relação entre os valores da função custo para uma mesma angulação do efetuador final, permitindo uma comparação entre esses valores.

Nota-se que, para a angulação de 0° do efetuador ($\varphi = 0 rad$), tanto o robô não redundante quanto aquele que possui redundância permitindo que suas juntas sejam rotacionadas no sentido anti-horário, apresentaram o mesmo valor da função custo, bem como os mesmos pontos ótimos (Tabela 5). Isso se deve ao fato de que, mesmo após o cálculo do processo de otimização ter sido realizado, a melhor configuração das juntas

Figura 14 – Comportamento temporal das forças nos cabos do RPAC redundante utilizando de deslocamento horizontal ($\varphi = \frac{\pi}{6} rad$).

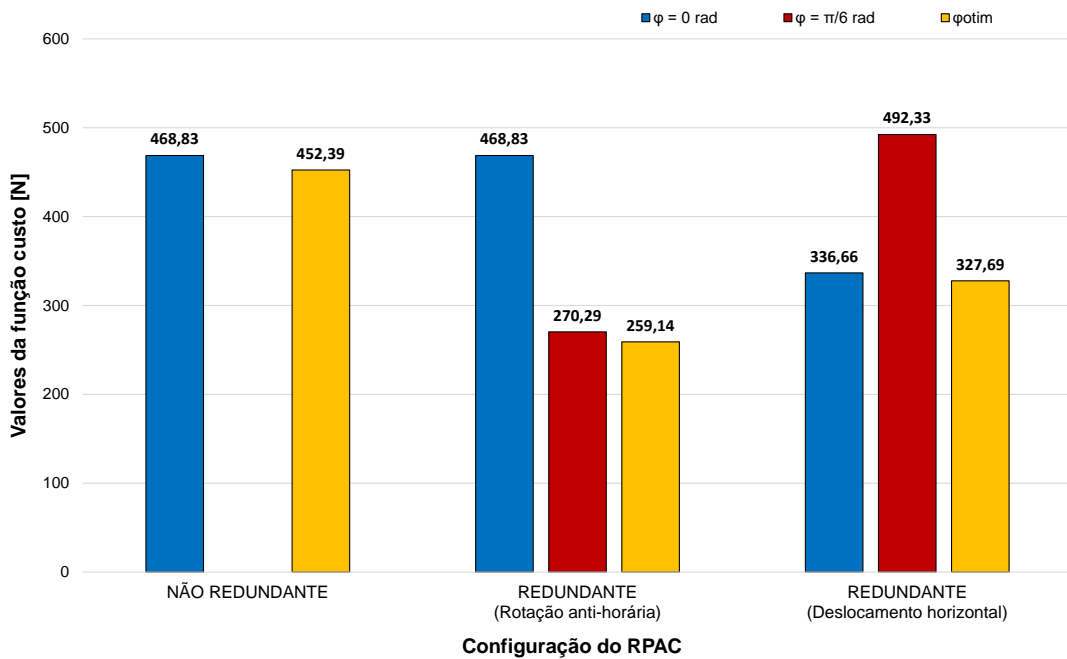


Fonte: Elaborado pelo autor.

redundantes para essa determinada angulação continua sendo a mesma apresentada pelo RPAC não redundante. Nesse sentido, para esta determinada angulação ($\varphi = 0 rad$), o modelo redundante cujas juntas se deslocam horizontalmente seria a configuração que apresenta o melhor desempenho dinâmico.

Quanto às demais angulações ($\varphi = \frac{\pi}{6} rad$ e φ_{otim}), os resultados evidenciam que o modelo redundante com melhor desempenho dinâmico é aquele que usa de rotação no sentido anti-horário. Apesar disso, o modelo redundante que utiliza de deslocamento horizontal ainda supera o modelo não redundante para esses mesmos valores de angulação.

Figura 15 – Valores da função custo em relação à configuração do RPAC para execução da trajetória quadrada.

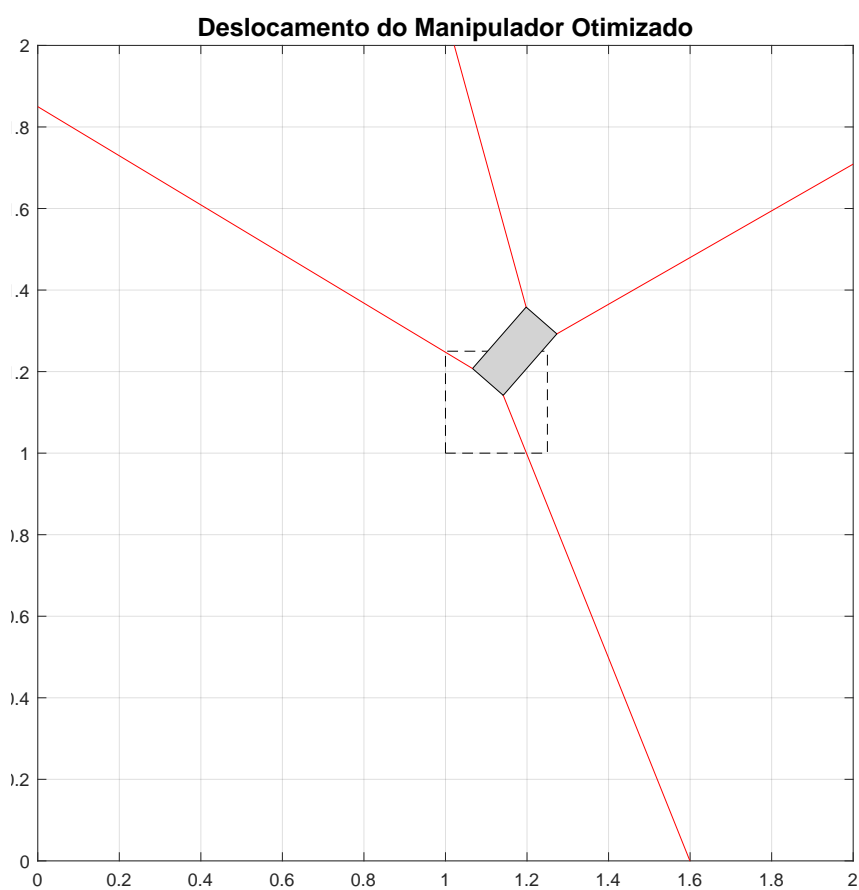


Fonte: Elaborado pelo autor.

4.1 CONSIDERAÇÕES FINAIS DO CAPÍTULO

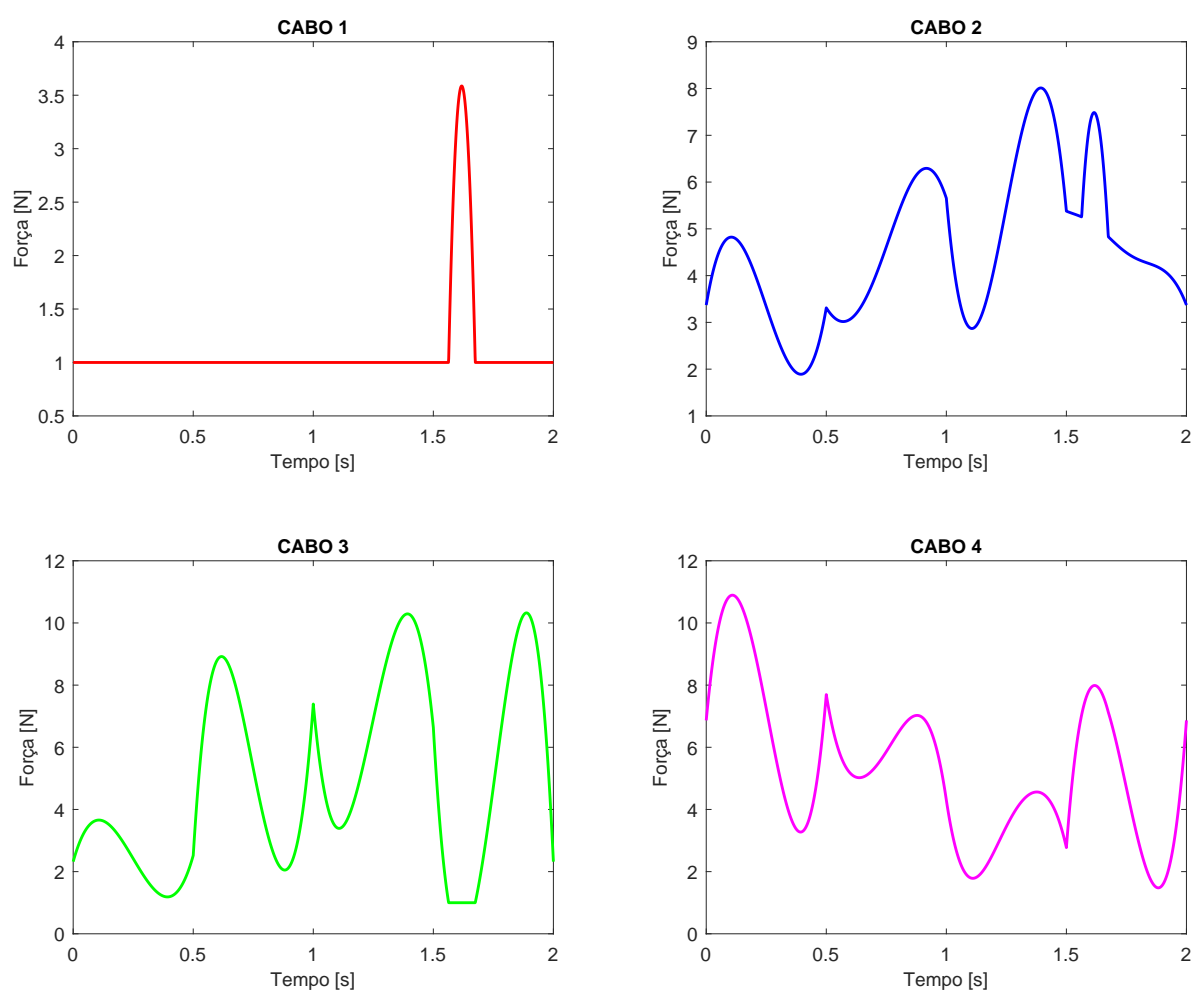
Neste capítulo foram apresentados os resultados simulados, bem como as discussões acerca dos valores obtidos. Foi verificado que a redundância cinemática melhorou o desempenho dinâmico do RPAC para todas as angulações consideradas para o efetuador final. Além disso, a partir das figuras apresentadas, foi possível visualizar o deslocamento e o comportamento temporal das forças de cada um dos cabos enquanto a trajetória era executada pelo RPAC. Por fim, verificou-se que o modelo redundante que utiliza da rotação no sentido anti-horário para a resolução da redundância, e cuja angulação é uma das variáveis de otimização (φ_{otim}), foi a configuração que apresentou o melhor desempenho dinâmico dentre os demais.

Figura 16 – Deslocamento do RPAC redundante utilizando de rotação no sentido anti-horário (φ_{otim}).



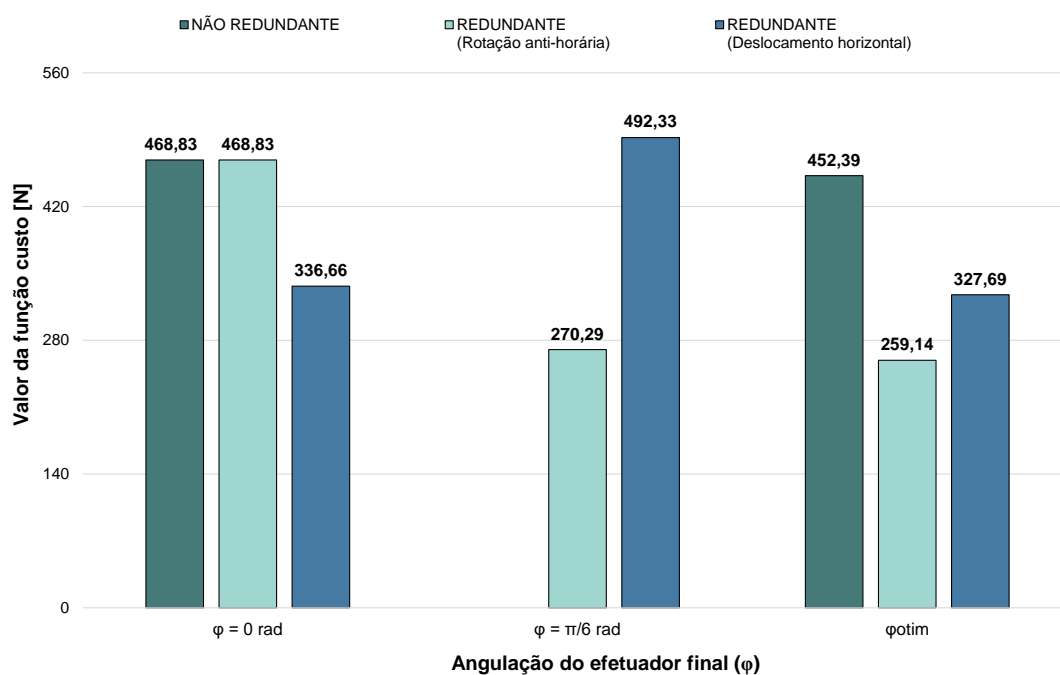
Fonte: Elaborado pelo autor.

Figura 17 – Comportamento temporal das forças nos cabos do RPAC redundante utilizando de rotação no sentido anti-horário (φ_{otim}).



Fonte: Elaborado pelo autor.

Figura 18 – Valores da função custo em relação à orientação (φ) do efetuador final para execução da trajetória quadrada.



Fonte: Elaborado pelo autor.

5 CONCLUSÕES/CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este trabalho apresentou um estudo sobre como a redundância cinemática impacta no desempenho dinâmico de robôs acionados por cabos. Para isso, foram simuladas diversas configurações de um RPAC planar, variando aspectos como a estratégia de resolução de redundância e a angulação exibida pelo efetuador final durante a execução da trajetória.

Dentre as contribuições apresentadas por este trabalho, podem ser citadas a criação do modelo matemático de um RPAC planar não redundante e um modelo redundante. Estão inclusos nesses modelos os cálculos da cinemática inversa e solução de tensão para os cabos do robô, podendo ser aplicadas diferentes estratégias para a resolução da redundância e implementados para quaisquer trajetórias lineares e/ou circulares. Toda implementação poderá ser utilizada por futuros alunos e alunas do curso para desenvolver investigações não realizadas neste trabalho.

Os resultados obtidos demonstraram que a redundância cinemática é uma estratégia que pode ser utilizada para eliminar e/ou minimizar as limitações que o modelo não redundante apresenta e aperfeiçoar determinadas características do robô. Neste caso, foi possível minimizar as forças atuantes nos cabos, ou seja, foi possível aumentar o desempenho dinâmico do manipulador.

Também foi demonstrado que a rotação do efetuador apresenta grande influência sobre a função custo. Além disso, quando o efetuador possuía rotação nula, a configuração de deslocamento horizontal da redundância foi superior. Por outro lado, quando houve rotação do efetuador, a configuração com rotação anti-horária da redundância se mostrou mais promissora.

Algumas dificuldades foram encontradas durante o desenvolvimento do projeto. Apesar de haver ampla literatura que discorre sobre os manipuladores robóticos de forma geral, os robôs paralelos acionados por cabos acabam sendo um tipo bem mais específico, dificultando a obtenção de um descritivo matemático mais uniformizado na literatura. Bibliografias como Bruckmann e Pott (2012), por exemplo, consistem em tentativas de unificar as diferentes contribuições publicadas desde o início dos anos 80, com relação às notações e formulações de uma forma mais didática.

Já no que diz respeito a trabalhos futuros sobre RPACs com redundância cinemática, é possível dizer que existem diversos temas ainda a serem estudados por se tratar de uma área de estudo tão ampla e rica de detalhes. Podem ser citados, por exemplo, trabalhos que implementam o método de reposicionamento contínuo, ou seja, as juntas redundantes do robô se movimentam ao mesmo tempo em que o efetuador final executa a tarefa, proporcionando maior potencial de melhoria do desempenho dinâmico. Diferentes modelos dos cabos do RPAC também podem ser alvo de estudo: cabos sem massa, porém elásticos e até mesmo os denominados cabos catenários (com massa e elasticidade). Por fim,

as dimensões do robô também podem ser ampliadas, permitindo que o robô se movimente e rotacione nas três dimensões do espaço podendo, assim, promover novos estudos.

6 REFERÊNCIAS

ABDOLSHAH, S. et al. Optimizing stiffness and dexterity of planar adaptive cable-driven parallel robots. **Journal of Mechanisms and Robotics**, American Society of Mechanical Engineers, v. 9, n. 3, p. 031004, 2017a.

ABDOLSHAH, S. et al. Performance evaluation of a new design of cable-suspended camera system. In: IEEE. **2017 IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA)**. [S.l.], 2017b. p. 3728–3733.

AHUACTZIN, J. M.; GUPTA, K. K. The kinematic roadmap: A motion planning based global approach for inverse kinematics of redundant robots. **IEEE Transactions on Robotics and Automation**, IEEE, v. 15, n. 4, p. 653–669, 1999.

BANADAKI, S. M. D. Modelling and control of cable-driven robots. **SCHOOL OF MECHANICAL & AEROSPACE ENGINEERING NANYANG TECHNOLOGICAL UNIVERSITY**, p. 13–16, 2007.

BANG, P. C. **Analysis and Design of Cable-Driven Parallel Kinematic Mechanisms**. Tese (Doutorado) — Nanyang Technological University, 2007.

BIAN, Y.; GAO, Z.; YUN, C. Study on vibration reduction and mobility improvement for the flexible manipulator via redundancy resolution. **Nonlinear Dynamics**, Springer, v. 65, n. 4, p. 359–368, 2011.

BRUCKMANN, T. et al. Wire robots part i: Kinematics, analysis & design. 2008.

BRUCKMANN, T.; POTT, A. **Cable-driven parallel robots**. [S.l.]: Springer, 2012. v. 12.

CASTELLI, G.; OTTAVIANO, E.; GONZÁLEZ, A. Analysis and simulation of a new cartesian cable-suspended robot. **Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C: Journal of Mechanical Engineering Science**, SAGE Publications Sage UK: London, England, v. 224, n. 8, p. 1717–1726, 2010.

FANG, S. et al. Motion control of a tendon-based parallel manipulator using optimal tension distribution. **IEEE/ASME Transactions On Mechatronics**, IEEE, v. 9, n. 3, p. 561–568, 2004.

FONTES, J. V. d. C. **Controle de um manipulador planar paralelo com redundância cinemática**. Tese (Doutorado) — Universidade de São Paulo, 2019.

GOSSELIN, C.; SCHREIBER, L.-T. Kinematically redundant spatial parallel mechanisms for singularity avoidance and large orientational workspace. **IEEE Transactions on Robotics**, IEEE, v. 32, n. 2, p. 286–300, 2016.

JAMSHIDIFAR, H. et al. Kinematically-constrained redundant cable-driven parallel robots: modeling, redundancy analysis, and stiffness optimization. **IEEE/ASME Transactions on Mechatronics**, IEEE, v. 22, n. 2, p. 921–930, 2016.

JÚNIOR, A. P. de A.; CHAGAS, C. V. das; FERNANDES, R. G. **Uma rápida análise sobre automação industrial**. 2003.

- KOBLER, J.-P. et al. Design and analysis of a head-mounted parallel kinematic device for skull surgery. **International journal of computer assisted radiology and surgery**, Springer, v. 7, n. 1, p. 137–149, 2012.
- KOTLARSKI, J.; ABDELLATIF, H.; HEIMANN, B. Improving the pose accuracy of a planar 3rrr parallel manipulator using kinematic redundancy and optimized switching patterns. In: IEEE. **2008 IEEE international conference on robotics and automation**. [S.l.], 2008. p. 3863–3868.
- LENARČIČ, J. Some computational aspects of robot kinematic redundancy. In: SPRINGER. **International Conference on Parallel Problem Solving from Nature**. [S.l.], 2014. p. 1–10.
- MARTINEZ, J. M.; SANTOS, S. A. Métodos computacionais de otimização. **Colóquio Brasileiro de Matemática, Apostilas**, Citeseer, v. 20, 1995.
- MERLET, J.-P. **Parallel robots**. [S.l.]: Springer Science & Business Media, 2005. v. 128.
- MING, A. Study on multiple degree-of-freedom positioning mechanism using wires (part 2)-development of a planar completely restrained positioning mechanism. **Int. J. JSPE**, v. 28, n. 3, p. 235, 1994.
- NAKAMURA, Y. **Advanced robotics: redundancy and optimization**. [S.l.]: Addison-Wesley Longman Publishing Co., Inc., 1990.
- PHAM, C. B.; YANG, G.; YEO, S. H. Dynamic analysis of cable-driven parallel mechanisms. In: IEEE. **Proceedings, 2005 IEEE/ASME International Conference on Advanced Intelligent Mechatronics**. [S.l.], 2005. p. 612–617.
- PNGEGG. **Manipulador paralelo industrial Delta robot**. 2022. Url: <https://www.pngegg.com/pt/png-pkyul>.
- RAO, S. S. **Engineering optimization: theory and practice**. [S.l.]: John Wiley & Sons, 2019.
- RUIZ, A. G.; FONTES, J.; SILVA, M. M. da. The impact of kinematic and actuation redundancy on the energy efficiency of planar parallel kinematic machines. In: **17th International Symposium on Dynamic Problems of Mechanics**. [S.l.: s.n.], 2015. p. 22–27.
- SHEN, Y.; OSUMI, H.; ARAI, T. Manipulability measures for multi-wire driven parallel mechanisms. In: IEEE. **Proceedings of 1994 IEEE International Conference on Industrial Technology-ICIT'94**. [S.l.], 1994. p. 550–554.
- VERHOEVEN, R. **Analysis of the workspace of tendon-based Stewart platforms**. Tese (Doutorado) — Verlag nicht ermittelbar, 2004.
- ZHOU, X.; JUN, S.-k.; KROVI, V. Tension distribution shaping via reconfigurable attachment in planar mobile cable robots. **Robotica**, Cambridge University Press, v. 32, n. 2, p. 245–256, 2014.