

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO CARLOS

CAMPUS SOROCABA

PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA DE PRODUÇÃO

Rafael Querino de Souza

**PLANEJAMENTO E PROGRAMAÇÃO DA PRODUÇÃO EM UM AMBIENTE *JOB*
SHOP COM PEDIDOS SOB ENCOMENDA**

Sorocaba

2022

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO CARLOS

CAMPUS SOROCABA

PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA DE PRODUÇÃO

Rafael Querino de Souza

**PLANEJAMENTO E PROGRAMAÇÃO DA PRODUÇÃO EM UM AMBIENTE *JOB*
SHOP COM PEDIDOS SOB ENCOMENDA**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Produção para obtenção do título de Mestre em Engenharia de Produção.

Orientação: Profa. Dra. Eli Angela Vitor Toso

Sorocaba

2022

Souza, Rafael Querino de

Planejamento e programação da produção em um ambiente job shop com pedidos sob encomenda / Rafael Querino de Souza -- 2022.
164f.

Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal de São Carlos, campus Sorocaba, Sorocaba
Orientador (a): Eli Angela Vitor Toso
Banca Examinadora: Eli Angela Vitor Toso, Débora Pretti Ronconi, Deisemara Ferreira
Bibliografia

1. Job shop flexível. 2. Programação Inteira Mista. 3. Dimensionamento e sequenciamento de lotes. I. Souza, Rafael Querino de. II. Título.

Ficha catalográfica desenvolvida pela Secretaria Geral de Informática (SIn)

DADOS FORNECIDOS PELO AUTOR

Bibliotecário responsável: Maria Aparecida de Lourdes Mariano -
CRB/8 6979



UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO CARLOS

Centro de Ciências em Gestão e Tecnologia
Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Produção

Folha de Aprovação

Defesa de Dissertação de Mestrado do candidato Rafael Querino de Souza, realizada em 03/06/2022.

Comissão Julgadora:

Profa. Dra. Eli Angela Vitor Toso (UFSCar)

Profa. Dra. Débora Pretti Ronconi (USP)

Profa. Dra. Deisemara Ferreira (UFSCar)

O Relatório de Defesa assinado pelos membros da Comissão Julgadora encontra-se arquivado junto ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Produção.

Ao meu filho Eduardo.

AGRADECIMENTO

Agradeço à professora Dra. Eli Angela Vitor Toso por suas orientações, por sua dedicação, disponibilidade e por todo o suporte para a realização deste trabalho e para a minha formação acadêmica. Agradeço também por sua empatia, preocupação e apoio nos momentos necessários.

Agradeço às professoras Dra. Débora Pretti Ronconi e Dra. Deisemara Ferreira pelas considerações nas bancas de Qualificação e Defesa, as quais contribuíram sobremaneira para a evolução deste trabalho. Agradeço também aos professores do Programa de Pós-graduação por compartilharem seus conhecimentos nas disciplinas em que cursei.

Agradeço à minha esposa Ana Flávia por sempre me incentivar, motivar e estar presente, por se interessar e ter paciência de ouvir sobre o trabalho e por seu apoio sempre que necessário para a realização de todas as etapas do Mestrado. Agradeço também a ela e ao meu filho Eduardo pelos momentos felizes juntos durante esta jornada.

Agradeço aos meus pais José e Maria dos Reis por sua dedicação na minha formação que me possibilitou chegar até aqui, pelo incentivo contínuo e por vibrarem a cada conquista. Agradeço também aos meus irmãos Leandro e Ricardo por me motivarem e serem um exemplo na busca contínua por novos conhecimentos.

Agradeço aos funcionários da UFSCar que de alguma forma contribuíram na realização do Mestrado, em especial ao Felipe por sua disponibilidade, agilidade e atenção sempre que necessário.

Por fim, agradeço aos colegas do Mestrado por suas contribuições e pelos trabalhos em equipe realizados nas disciplinas e a todos os demais que contribuíram de alguma forma para o sucesso deste trabalho.

“Nós não somos estudante de alguma disciplina, mas estudantes de problemas. E problemas podem atravessar diretamente as fronteiras de qualquer matéria ou disciplina.”

Karl Popper

RESUMO

SOUZA, Rafael Querino de Souza. Planejamento e programação da produção em um ambiente *job shop* com pedidos sob encomenda. 2022. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Produção) – Universidade Federal de São Carlos, *campus* Sorocaba, Sorocaba, 2022.

O planejamento e a programação da produção de produtos usinados sob encomenda em ambientes *job shop* envolve decisões de dimensionamento e sequenciamento de lotes. Neste ambiente encontram-se diversas máquinas capazes de executar várias operações ordenadas para transformar a matéria-prima em cada produto final. A possibilidade de produzir um grande número de produtos implica na realização de preparações nas máquinas e, conseqüentemente, na redução do tempo disponível para operação. Este estudo tem por objetivo o desenvolvimento de um modelo para auxiliar a tomada das decisões de dimensionamento dos lotes, alocação dos lotes em cada máquina para execução de cada operação e definição da seqüência de operações para cada máquina de forma integrada em um ambiente *job shop* flexível que produz por encomenda. As principais contribuições são a proposição e validação de um modelo matemático que representa o problema. Além disso, também são contribuições a revisão de modelos de otimização do planejamento e programação da produção em ambientes *job shop* e a caracterização do problema no caso da indústria de máquinas e equipamentos. Inicialmente são analisadas três formulações que integram as decisões, sendo selecionada a que melhor representa o problema prático e que encontra a solução ótima no menor tempo utilizando o algoritmo CPLEX. Os resultados indicam que o modelo escolhido gera um plano de produção factível e que pode ser aplicado no setor de manufatura de produtos usinados. Como o ambiente de produção é dinâmico, pode ser necessária uma atualização mais frequente do plano de produção, por isso é proposto um algoritmo *relax-and-fix* para encontrar uma solução inicial associada a uma heurística *fix-and-optimize* para melhoria da solução.

Palavras-chave: *Job shop* flexível. Programação Inteira Mista. Dimensionamento e sequenciamento de lotes. Indústria de Máquinas e Equipamentos. Usinagem.

ABSTRACT

Production planning and scheduling of machined-to-order parts in a job shop involves lot sizing and scheduling decisions. In this environment, there are several machines capable to execute various operations. Several ordered operations are required to transform raw material into each product and there is a possibility to produce a large number of products, which implies on machine setup and, consequently, reducing the available operational time. This study attempts to develop a model to assist in making decisions like lot sizing, allocation of operations in each machine for each lot and operations sequencing in each machine in an integrated approach in a flexible job shop environment that makes to order. The main contributions are the development and validation of mathematical model that represents the problem. Besides that, the review of production planning and scheduling models in job shop environment and the description of the problem in the case of machinery and equipment industry. Three formulations that integrate the decisions are analyzed and the one that achieves the optimal solution in the shortest time using CPLEX algorithm was chosen. Results indicate that the chosen model presents a feasible production plan and can be further applied in the machining sector. In a dynamic production environment, it might be necessary to update the production planning frequently, therefore a relax-and-fix algorithm is used to find an initial solution, which is further improved by a fix-and-optimize algorithm.

Keywords: Flexible Job Shop. MIP. Lot sizing and scheduling. Machinery industry. Machining.

LISTA DE FIGURAS

| | |
|--|----|
| Figura 1 – Percentual de participação no PIB dos principais setores da Indústria de Transformação em 2019..... | 20 |
| Figura 2 – Modelo de resolução de problemas..... | 24 |
| Figura 3 – Síntese do procedimento de filtragem dos artigos..... | 41 |
| Figura 4 – Quantidade de artigos publicados por ano..... | 42 |
| Figura 5 – Dendograma das classes de conclusões..... | 47 |
| Figura 6 – Análise fatorial de correspondência das conclusões..... | 48 |
| Figura 7 – Exemplo de layout do problema estudado..... | 55 |
| Figura 8 – Exemplos de características de processamento em usinagem..... | 55 |
| Figura 9 – Exemplo de relações de precedência entre operações..... | 57 |
| Figura 10 – Esquema ilustrativo das decisões envolvidas no problema..... | 57 |
| Figura 11 – Exemplo ilustrativo do critério de desempenho do problema prático..... | 58 |
| Figura 12 – Fluxograma do processo de planejamento da empresa..... | 59 |
| Figura 13 – Balanceamento de estoque de produto acabado..... | 64 |
| Figura 14 – Balanceamento de estoque de produto em processo..... | 65 |
| Figura 15 – Exemplo para as restrições (3.12) e (3.13)..... | 68 |
| Figura 16 – Limitantes da escala de tempo contínua em um período..... | 69 |
| Figura 17 – Balanceamento de estoque em processo dos modelos TSP-FJS e FJS-LS..... | 73 |
| Figura 18 – Relação de troca de operações entre períodos (3.31)..... | 75 |
| Figura 19 – Relação de troca de operações entre períodos (3.32)..... | 75 |
| Figura 20 – Relação de troca de operações entre períodos (3.33)..... | 76 |
| Figura 21 – Relação de troca de operações entre períodos (3.34)..... | 76 |
| Figura 22 – Precedência entre tarefas de uma máquina..... | 78 |
| Figura 23 – Relações de precedência entre operações do FJS-LS..... | 85 |
| Figura 24 – Continuidade da preparação da máquina entre períodos no modelo FJS-LS..... | 86 |

| | |
|--|-----|
| Figura 25 – Plano de produção para instância ilustrativa..... | 91 |
| Figura 26 – Variações dos parâmetros para geração dos dados das instâncias..... | 95 |
| Figura 27 – Impacto do tamanho das instâncias no tempo de resolução..... | 100 |
| Figura 28 – Análise de correlação entre a demanda e o tempo de CPU..... | 101 |
| Figura 29 – Evolução da função objetivo da instância G/T1/D1/O1/L1..... | 103 |
| Figura 30 – Evolução da função objetivo da instância G/T1/D1/O3/L1..... | 104 |
| Figura 31 – Algoritmo das heurísticas <i>fix and optimize</i> | 109 |
| Figura 32 – Relação volume x variedade das instâncias do conjunto R..... | 113 |
| Figura 33 – Gráfico de Gantt do período t1 da solução do estudo de caso da instância R1..... | 121 |
| Figura 34 – Gráfico de Gantt do período t1 da instância R1 obtida pelo método HI1FO..... | 122 |
| Figura 35 – Estoque de produtos finalizados por período do estudo de caso da instância R1..... | 122 |
| Figura 36 – Estoque de produtos finalizados por período da instância R1 por HI1FO..... | 123 |
| Figura C1 – Gráfico de Gantt da instância R1 do estudo de caso..... | 163 |
| Figura C2 – Gráfico de Gantt da instância R1 pelo método HI1FO..... | 164 |

LISTA DE QUADROS

| | |
|---|-----|
| Quadro 1 – Critérios de exclusão..... | 39 |
| Quadro 2 – Expressões de busca e quantidade de artigos encontrados por base de dados.... | 40 |
| Quadro 3 – Artigos selecionados na revisão sistemática..... | 45 |
| Quadro A1 – Capacidade de execução de operações por máquina das instâncias ilustrativas de tamanho P..... | 139 |
| Quadro A2 – Capacidade de execução de operações por máquina das instâncias ilustrativas de configuração M..... | 139 |
| Quadro A3 – Capacidade de execução de operações por máquina das instâncias ilustrativas de configuração G..... | 140 |
| Quadro A4 – Nomenclatura das instâncias de teste..... | 142 |
| Quadro C1 – Relação entre máquinas e operações..... | 152 |

LISTA DE TABELAS

| | |
|---|-----|
| Tabela 1 – Quantidade de artigos publicados por periódico..... | 42 |
| Tabela 2 – Análise de referências citadas pelos artigos..... | 51 |
| Tabela 3 – Tempos de processamento e preparação da instância ilustrativa..... | 90 |
| Tabela 4 – Demanda por produto e período da instância ilustrativa..... | 90 |
| Tabela 5 – Quantidade em estoque por período na instância ilustrativa..... | 93 |
| Tabela 6 – Tamanho das instâncias ilustrativas..... | 94 |
| Tabela 7 – Resultado dos modelos para instâncias de tamanho pequeno..... | 96 |
| Tabela 8 – Resultado dos modelos para instâncias de tamanho médio..... | 97 |
| Tabela 9 – Resultado dos modelos para instâncias de tamanho grande..... | 98 |
| Tabela 10 – Síntese dos resultados das heurísticas com instâncias grandes..... | 109 |
| Tabela 11 – Produtos, operações e demanda do estudo de caso..... | 111 |
| Tabela 12 – Resultados do CPLEX limitado em 6 horas..... | 114 |
| Tabela 13 – Grupos de produtos de acordo com o número e restrição de operações..... | 117 |
| Tabela 14 – Heurísticas aplicadas ao estudo de caso..... | 119 |
| Tabela 15 – Resultados das heurísticas propostas para o estudo de caso..... | 120 |
| Tabela 16 – Comparação das soluções com o estudo de caso..... | 120 |
| Tabela A1 – Tempo de processamento para as instâncias P/T1..... | 131 |
| Tabela A2 – Tempo de processamento para as instâncias P/T2..... | 131 |
| Tabela A3 – Tempo de processamento para as instâncias M/T1..... | 132 |
| Tabela A4 – Tempo de processamento para as instâncias M/T2..... | 132 |
| Tabela A5 – Tempo de processamento para as instâncias G/T1..... | 133 |
| Tabela A6 – Tempo de processamento para as instâncias G/T2..... | 134 |
| Tabela A7 – Tempo de preparação para as instâncias P..... | 135 |
| Tabela A8 – Tempo de preparação para as instâncias M/T1..... | 135 |
| Tabela A9 – Tempo de preparação para as instâncias M/T2..... | 136 |

| | |
|---|-----|
| Tabela A10 – Tempo de preparação para as instâncias G/T1..... | 137 |
| Tabela A11 – Tempo de preparação para as instâncias G/T2..... | 138 |
| Tabela A12 – Demanda para instâncias pequenas dos testes ilustrativos..... | 140 |
| Tabela A13 – Demanda para instâncias médias dos testes ilustrativos..... | 141 |
| Tabela A14 – Demanda para instâncias grandes dos testes ilustrativos..... | 141 |
| Tabela A15 – Lote mínimo para instâncias dos testes comparativos..... | 144 |
| Tabela B1 – Análise de correlação entre tempo de CPU e demanda do subconjunto de instâncias G/T1/O1..... | 144 |
| Tabela B2 – Análise de correlação entre tempo de CPU e demanda do subconjunto de instâncias G/T1/O2..... | 144 |
| Tabela B3 – Análise de correlação entre tempo de CPU e demanda do subconjunto de instâncias G/T2/O2..... | 145 |
| Tabela B4 – Análise de correlação entre tempo de CPU e demanda do subconjunto de instâncias M/T1/O1..... | 145 |
| Tabela B5 – Análise de correlação entre tempo de CPU e demanda do subconjunto de instâncias M/T1/O2..... | 145 |
| Tabela B6 – Análise de correlação entre tempo de CPU e demanda do subconjunto de instâncias M/T1/O3..... | 146 |
| Tabela B7 – Análise de correlação entre tempo de CPU e demanda do subconjunto de instâncias M/T2/O1..... | 146 |
| Tabela B8 – Análise de correlação entre tempo de CPU e demanda do subconjunto de instâncias M/T2/O2..... | 146 |
| Tabela B9 – Análise de correlação entre tempo de CPU e demanda do subconjunto de instâncias M/T2/O3..... | 147 |
| Tabela B10 – Análise de correlação entre tempo de CPU e demanda do subconjunto de instâncias P/T1/O1..... | 147 |
| Tabela B11 – Análise de correlação entre tempo de CPU e demanda do subconjunto de instâncias P/T1/O2..... | 147 |
| Tabela B12 – Análise de correlação entre tempo de CPU e demanda do subconjunto de instâncias P/T1/O3..... | 148 |
| Tabela B13 – Análise de correlação entre tempo de CPU e demanda do subconjunto de instâncias P/T2/O1..... | 148 |

| | |
|---|-----|
| Tabela B14 – Análise de correlação entre tempo de CPU e demanda do subconjunto de instâncias P/T2/O2..... | 148 |
| Tabela B15 – Análise de correlação entre tempo de CPU e demanda do subconjunto de instâncias P/T2/O3..... | 149 |
| Tabela B16 – Solução das heurísticas relax-and-fix aplicadas às instâncias ilustrativas.... | 150 |
| Tabela B17 – Tempo de CPU das heurísticas aplicadas às instâncias ilustrativas..... | 151 |
| Tabela C1 – Tempo de processamento por operação e máquina do estudo de caso..... | 155 |
| Tabela C2 – Tempo de preparação por operação e máquina do estudo de caso..... | 159 |

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

| | |
|----------|--|
| ABNT | Associação Brasileira de Normas Técnicas |
| ATSP | <i>Asymmetric Traveling Salesman Problem</i> |
| CHD | Classificação Hierárquica Descendente |
| CLSP | <i>Capacitated Lot Sizing Problem</i> |
| CNC | Comando Numérico Computadorizado (<i>Computer Numeric Control</i>) |
| CNI | Confederação Nacional da Indústria |
| CONCLA | Comissão Nacional de Classificação |
| CSLP | <i>Continuous Setup Lot Sizing Problem</i> |
| DLSP | <i>Discrete Lot Sizing and Scheduling Problem</i> |
| FJS-LS | <i>Flexible Job Shop – Lot Scheduling</i> |
| GAMS | <i>General Algebraic Modeling System</i> |
| GLSP | <i>General Lotsizing and Scheduling Problem</i> |
| GLSP-CS | <i>GLSP – Conservation of Setup State</i> |
| GLSP-LS | <i>GLSP – Loss of Setup State</i> |
| GLSP-FJS | <i>General Lotsizing and Scheduling Problem – Flexible Job Shop</i> |
| IBGE | Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística |
| PLSP | <i>Proportional Lot Sizing and Scheduling Problem</i> |
| TSP | <i>Traveling Salesman Problem</i> |
| TSP-FJS | <i>Traveling Salesman Problem – Flexible Job Shop</i> |
| UFSCar | Universidade Federal de São Carlos |

SUMÁRIO

| | |
|---|----|
| 1 INTRODUÇÃO | 17 |
| 1.1 PLANEJAMENTO DA PRODUÇÃO..... | 17 |
| 1.2 A INDÚSTRIA DE MÁQUINAS E EQUIPAMENTOS..... | 19 |
| 1.3 DELIMITAÇÃO DO TRABALHO..... | 23 |
| 1.4 MÉTODOS..... | 23 |
| 2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA | 27 |
| 2.1 CONTEXTO..... | 27 |
| 2.2 ESTRATÉGIAS PARA MODELAGEM MATEMÁTICA DO PROBLEMA..... | 28 |
| 2.2.1 Modelo GLSP | 29 |
| 2.2.2 Modelo ATSP | 31 |
| 2.2.3 Modelo para programação da produção - <i>job shop</i> flexível | 35 |
| 2.3 REVISÃO SISTEMÁTICA DE ESTUDOS RECENTES..... | 37 |
| 2.3.1 Método da revisão bibliográfica sistemática | 38 |
| 2.3.2 Planejamento | 38 |
| 2.3.3 Condução | 40 |
| 2.3.4 Divulgação | 41 |
| 2.3.5 Considerações finais da revisão sistemática | 52 |
| 3 MODELAGEM DO PROBLEMA | 54 |
| 3.1 DESCRIÇÃO DO PROBLEMA..... | 54 |
| 3.2 MODELAGEM MATEMÁTICA..... | 60 |
| 3.2.1 Modelo GLSP-FJS | 61 |
| 3.2.2 Modelo TSP-FJS | 70 |
| 3.2.3 Modelo FJS-LS | 79 |
| 4 VALIDAÇÃO E MÉTODOS DE SOLUÇÃO PARA OS MODELOS | 89 |

| | |
|---|------------|
| 4.1 VALIDAÇÃO DOS MODELOS COM DADOS ILUSTRATIVOS..... | 89 |
| 4.2 COMPARAÇÃO DOS MODELOS PARA O PROBLEMA..... | 94 |
| 4.2.1 Geração de dados e descrição das instâncias ilustrativas..... | 94 |
| 4.2.2 Resultados dos testes com dados ilustrativos..... | 96 |
| 4.3 HEURÍSTICAS BASEADAS EM PROGRAMAÇÃO MATEMÁTICA..... | 104 |
| 4.3.1 Heurísticas propostas para o FJS-LS..... | 105 |
| 4.3.2 Resultados dos testes com as heurísticas..... | 109 |
| 5 RESULTADOS DO ESTUDO DE CASO..... | 111 |
| 5.1 COLETA E ANÁLISE DE DADOS..... | 111 |
| 5.2 TESTES COM DADOS REAIS..... | 113 |
| 5.3 RESOLUÇÃO DO MODELO FJS-LS COM HEURÍSTICAS RELAX-AND-FIX..... | 114 |
| 5.4 DETALHAMENTO DE INSTÂNCIAS DO ESTUDO DE CASO..... | 120 |
| 6 CONCLUSÕES..... | 123 |
| REFERÊNCIAS..... | 126 |
| APÊNDICE – A – Dados das instâncias ilustrativas..... | 131 |
| APÊNDICE – B – Resultados das instâncias ilustrativas..... | 144 |
| APÊNDICE – C – Dados e resultados do estudo de caso..... | 152 |

1 INTRODUÇÃO

1.1 PLANEJAMENTO DA PRODUÇÃO

Os problemas de planejamento da produção geralmente são divididos em três níveis hierárquicos: estratégico, tático e operacional. As decisões de longo prazo, como escolha do processo, aquisição de máquinas e equipamentos e definição da capacidade, são tomadas a nível mais estratégico. O nível tático envolve o planejamento agregado da produção e o planejamento das quantidades de produção, sendo o horizonte típico de algumas semanas a cerca de seis meses, dependendo do tipo de ambiente produtivo. Por fim, as decisões de curto prazo, as quais envolvem a programação e o controle diário das ordens de produção como o sequenciamento das tarefas nas máquinas, são determinadas no nível operacional.

No nível tático é feito o plano mestre de produção, em que o horizonte é de médio prazo. O plano mestre envolve decisões de utilização eficiente dos recursos produtivos, transporte, capacidade dos fornecedores, estoque sazonal e o balanço entre demanda e fornecimento, como, por exemplo, decisões de antecipação da produção e acúmulo de estoque para atender uma demanda futura, levando em consideração os *trade-offs* de custos de armazenagem, preparação, turnos ou horas-extras, entre outros. O resultado é o plano de uso da capacidade em cada período de tempo do horizonte de planejamento, tanto de produção como de transporte, e o nível de inventário no final de cada período, que são objetivos e instruções para o planejamento e programação da produção, distribuição e transporte. Deste modo, o plano mestre está diretamente ligado ao planejamento de curto prazo, que também influencia sua realização ao retornar como entrada para uma reação (STADTLER; KILGER; MEYR, 2015).

O objetivo do planejamento e programação da produção no nível operacional é gerar programas detalhados de produção para o chão de fábrica em um curto intervalo de tempo. Estes programas devem tentar realizar o que foi planejado no nível tático, por isso são baseados no plano mestre e indicam o início e o tempo total para executar uma ordem, além de definir também a sequência de atendimento das ordens para cada recurso. Entretanto, por diversas razões associadas a variabilidades e incertezas, o planejamento operacional é utilizado para fazer ajustes no planejamento tático e vice-versa. Além disso, na produção organizada por processo, geralmente a programação é dividida em dois níveis, para reduzir a complexidade computacional (ALVAREZ et al., 2020; STADTLER; KILGER; MEYR, 2015).

Uma das ferramentas para lidar com esses problemas de planejamento e programação da produção é a formulação de um modelo matemático de otimização que represente as decisões envolvidas no problema. Na literatura existem modelos matemáticos para todos os níveis

hierárquicos do planejamento e programação da produção. Drexel e Kimms (1997) apresentam uma revisão com os principais modelos de programação e dimensionamento de lotes, focado no curto prazo, um nível abaixo do plano mestre de produção.

Os problemas de dimensionamento de lotes são problemas de planejamento da produção com múltiplas preparações entre os lotes, assim existe um conflito entre o custo de produzir um produto em todo período e o custo de estoque caso uma quantidade maior seja produzida para reduzir as preparações. O objetivo deste tipo de problema é determinar as quantidades que devem ser produzidas em cada período para minimizar os custos de produção, preparação e manutenção do estoque, de modo que a demanda seja atendida (HAJIPOUR et al., 2015).

A definição do horizonte de planejamento e a complexidade das decisões em cada nível hierárquico depende do tipo de ambiente de produção. Um ambiente de produção pode ser classificado por tipo de fluxo, sendo que um processo unidirecional multiestágio representa um sistema *flow shop* clássico e um processo multidirecional e multiestágio representa um sistema *job shop* clássico (MACCARTHY; FERNANDES, 2000). Segundo Pinedo (2008), o sistema *flow shop* é aquele em que as operações para realização de determinada tarefa precisam ser realizadas sempre na mesma ordem, todas as tarefas seguem o mesmo fluxo e as máquinas são dispostas em série. Arenales et al. (2011) ressaltam que este ambiente é um caso particular do ambiente *job shop*, em que as tarefas têm o mesmo roteiro nas máquinas. Por sua vez, a representação de um problema de programação da produção em um ambiente de *job shop* clássico considera que um número de tarefas deve ser executado e existe um número de máquinas que podem processá-las, sendo que cada tarefa segue um roteiro preestabelecido para processamento nas máquinas, não sendo necessariamente a mesma rota para cada tarefa (PINEDO, 2008; ARENALES et al., 2011). Existem variações deste problema, que consideram instantes de disponibilidades distintos, flexibilidade de produção entre as máquinas, tempos de preparação dependentes da sequência, dentre outros (CHAN; WONG; CHAN, 2008; ÖZGÜVEN; ÖZBAKIR; YAVUZ, 2010; KASEMSET; KACHITVICHYANUKUL, 2012; BOŽEK; WERNER, 2018).

Em situações reais geralmente existe mais de um roteiro de fabricação para cada tarefa e mais de uma possibilidade de máquina para realizar cada operação. O problema de programação do *job shop* flexível é uma extensão do problema *job shop* que incorpora essa flexibilidade de roteiro (PINEDO, 2008; ÖZGÜVEN; ÖZBAKIR; YAVUZ, 2010; ARENALES et al., 2011; MELO; RONCONI, 2015). Nesta extensão é considerado um conjunto de tarefas independentes divididas em uma série de operações que podem ser realizadas por qualquer máquina de um conjunto específico de máquinas. Esses problemas são

mais complexos que o *job shop* convencional pois envolvem duas variáveis de decisão para a alocação: associação de cada operação a uma determinada máquina e o sequenciamento, para indicar a sequência de operações em cada máquina (ARENALES et al., 2011; DOUSTHAGHI; TAVAKKOLI-MOGHADDAM; MAKUI, 2013; ROHANINEJAD; KHEIRKHAH; FATTAHI, 2015; ABDOLLAHZADEH SANGROUDI; RANJBAR-BOURANI, 2021). O critério de desempenho utilizado em problemas *job shop* flexível, focado no sequenciamento de tarefas já conhecidas, é o mínimo *makespan*, que determina o menor tempo de término de todas as atividades. Uma outra variação do *job shop* é o *open shop*, no qual o chão-de-fábrica é composto por diversas máquinas independentes e as peças precisam ser produzidas em tarefas realizadas em algumas dessas máquinas, sendo que existem várias permutações possíveis e não existe uma rota fixa (PINEDO, 2008; GOLI; ALINAGHIAN, 2020).

O planejamento da produção depende do tipo de sistema de produção de cada indústria. O *trade-off* entre volume e variedade, as características tecnológicas, a estratégia competitiva de cada organização, além de outras características do sistema interferem em quais decisões e em qual horizonte elas precisam ser tomadas. O setor de usinagem de componentes e peças na indústria de máquinas e equipamentos apresentam as características do ambiente *job shop* flexível.

Na literatura de planejamento e programação da produção, existem diversos modelos de programação matemática para apoiar as decisões em diferentes contextos e ambientes de produção, como modelos inspirados em problemas clássicos da literatura como o GLSP (*General Lotsizing and Scheduling Problem*) e o Problema do Caixeiro Viajante aplicados na indústria de bebidas (FERREIRA; MORABITO; RANGEL, 2009; BALDO et al., 2014; TOSCANO; FERREIRA; MORABITO, 2020), na indústria de nutrição animal (TOSO, MORABITO e CLARK, 2009; CLARK; MORABITO e TOSO, 2010), na indústria da moda (ZHENG; SONG, 2019), em *job shops* (ROHANINEJAD; KHEIRKHAH; FATTAHI, 2015), dentre outros trabalhos. Entretanto, como ressaltam Bertrand e Fransoo (2002), os modelos são sempre uma abstração da realidade, já que a realidade completa não está representada no modelo, logo existem variações desses problemas a serem consideradas. Um meio para se estudar variações dos problemas é pelo estudo de casos em diferentes tipos de indústria.

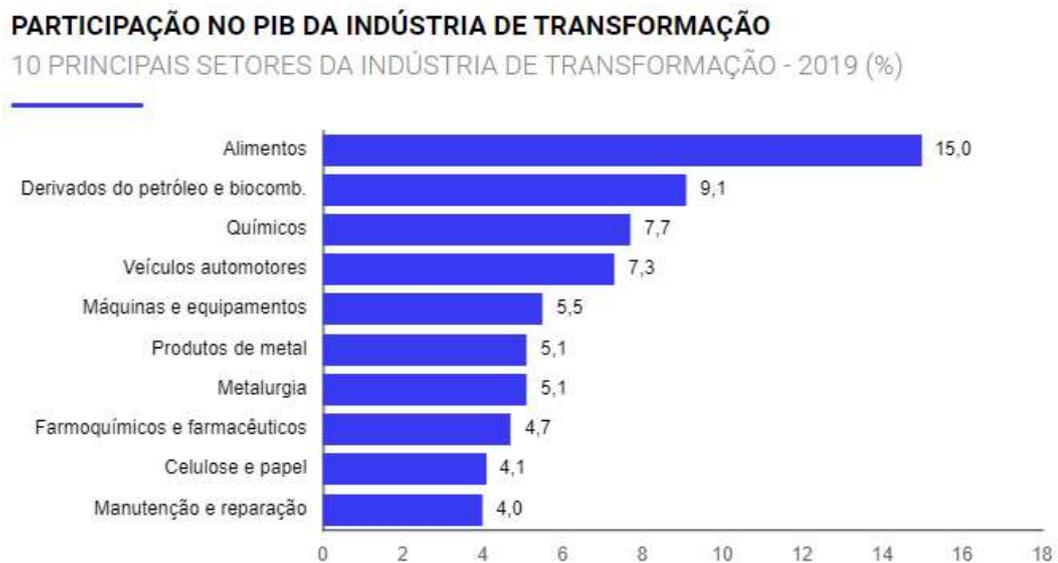
1.2 A INDÚSTRIA DE MÁQUINAS E EQUIPAMENTOS

Dentre as indústrias de transformação, o setor de máquinas e equipamentos é responsável pela fabricação de máquinas e equipamentos utilizados em atividades industriais, na mineração, agricultura, construção civil ou outras atividades similares, além de

equipamentos para ventilação, transporte e elevação de cargas e pessoas, refrigeração e instalações térmicas (IBGE, 2021). Este setor compreende também a fabricação dos componentes mecânicos, partes e peças das máquinas e equipamentos conforme classificação da Comissão Nacional de Classificação (CONCLA) do Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE, 2021).

Este é um setor bastante relevante para a economia mundial por servir como um facilitador fundamental para os demais segmentos econômicos ao fornecer máquinas e equipamentos empregados diretamente em outras atividades industriais, incluindo o setor energético, o que reforça sua importância para a economia como um todo. A Alemanha é a líder mundial nesse setor com 16% de participação nos negócios globais (GERMANY TRADE & INVEST - GTAI, 2021). Segundo dados da Associação Brasileira da Indústria de Máquinas e Equipamentos – ABIMAQ (BOEHM, 2022), em 2021 a indústria brasileira de máquinas e equipamentos vendeu R\$ 222,4 bilhões, sendo R\$ 9,3 bilhões em exportações. Em 2019, este setor ocupou o 5º lugar em participação no PIB brasileiro das indústrias de transformação, representando 5,5% do total (Figura 1). O setor de máquinas e equipamentos emprega milhões de pessoas em todo o mundo, sendo que apenas nos Estados Unidos mais de 1,1 milhão de pessoas estão empregadas nesse setor (USA, 2021). No Brasil este setor empregava diretamente 326,5 mil pessoas ao final de 2020 (BOCCHINI, 2021) e em 2018 era responsável pela geração de mais de 2 milhões de empregos indiretos (ESTADÃO, 2018).

FIGURA 1 – Percentual de participação no PIB dos principais setores da Indústria de Transformação em 2019



Fonte: CNI (2022)

O planejamento e a programação da produção de produtos na Indústria de Máquinas e Equipamentos são tarefas complexas e com várias peculiaridades relacionadas com o processo de produção. O processo de produção depende de vários métodos, como a usinagem, conformação e estampagem de peças de metal, que correspondem a grande parte das peças e componentes. Os componentes são posteriormente unidos por solda ou montados para formar uma máquina ou equipamento. Deste modo, para produzir um produto completo, o fabricante precisa dominar uma grande variedade de métodos de fabricação. Neste contexto, existem fabricantes especializados em um tipo de processo, que trabalham sob encomenda para fornecer componentes para os fabricantes de máquinas e equipamentos e peças diretamente para o cliente final. Nesta categoria encontram-se as indústrias de usinagem, que conseguem produzir vários produtos metálicos utilizando o processo de corte de uma peça maior e a remoção do cavaco por determinada ferramenta (ABNT, 2015).

No caso da usinagem, as plantas fabricam diversos produtos a partir de um conjunto de máquinas que executam operações distintas e ordenadas que transformam a matéria-prima no produto final, pois são necessários diversos processos para esta transformação, como torneamento, fresamento, furação, dentre outros. Cada operação pode ser realizada em mais de uma máquina de um conjunto específico disponível, dependendo do tipo de processo de transformação, o que caracteriza o ambiente de produção como *job shop* flexível. As máquinas que executam o mesmo processo podem não ser idênticas, portanto, o tempo de preparação e de fabricação de determinada operação pode não ser o mesmo em máquinas diferentes. Para processamento de cada operação e produto é necessário preparar a máquina com o ferramental adequado, realizar a fixação da peça na máquina e outras especificidades que dependem de cada operação necessária para produção de cada produto. Essa preparação implica na interrupção das atividades produtivas e, conseqüentemente, consomem a capacidade. Neste contexto, as decisões envolvidas neste processo são o dimensionamento e o sequenciamento dos lotes de produção. O tamanho dos lotes interfere diretamente no fluxo de produção. Lotes muito grandes diminuem a complexidade do processo, pois diminuem a quantidade de preparações nas máquinas, porém resultam em altos níveis de estoque de produtos em processo, aumentam a espera nas máquinas que processam as últimas operações, o que pode levar a uma falta de capacidade em máquinas que são compartilhadas por mais de um produto. Por outro lado, os lotes pequenos exigem trocas frequentes, o que consome a capacidade de produção em atividades que não agregam valor. Em contrapartida, lotes pequenos diminuem o *lead time* de fabricação e trazem mais flexibilidade para alocação de novas demandas e para um replanejamento em caso de um problema eventual. Como as máquinas são compartilhadas por

mais de uma operação de um mesmo produto ou de produtos diferentes, a sequência de produção é muito importante para evitar que máquinas fiquem ociosas em alguns períodos, enquanto são demandadas por mais de uma operação ao mesmo tempo em outros períodos, o que pode aumentar o *lead time* de produção e aumentar os níveis de estoque em processo. Assim, tanto o tamanho do lote como sua sequência interferem na capacidade das máquinas, que, por serem compartilhadas, interferem no fluxo de produção e causam impacto no *lead time* de produção de outros produtos. Este fator pode levar a um maior nível de ocupação de máquinas com maior tempo de preparação ou processamento. A maior ocupação das máquinas representa perda de capacidade, que nesse ambiente de produção é importante para garantir a flexibilidade para atender novas demandas, desenvolvimento de produtos e processos e também para compensar problemas de produção, como a parada inesperada de máquinas. Tanto as decisões de dimensionamento do lote podem impactar o planejamento do sequenciamento, quanto as decisões de sequência podem interferir nas decisões de dimensionamento de lotes, por exemplo, reduzindo a capacidade disponível para a produção de determinado tamanho de lote. Por isso, é importante que estas decisões sejam tomadas simultaneamente.

Assim, na indústria de produtos usinados para a produção de máquinas e equipamentos, o planejamento e programação de lotes envolve as seguintes decisões:

- Dimensionamento do tamanho de lote de cada produto por operação a cada período, de forma a atender as demandas sem atrasos;
- Definição dos níveis de estoque final e intermediário entre os períodos para cada produto e operação, sendo que a última operação de determinado produto implica em estoque do produto final;
- Designação das operações a uma das máquinas de um conjunto específico (que executa essa operação), considerando a ordem das operações necessária para a fabricação de cada produto;
- Definição da sequência de processamento das operações em cada máquina, considerando que os tempos de produção e preparação (*setup*) dependem de cada produto e cada máquina;
- Definição do instante de início de cada operação por máquina, considerando o tempo de preparação quando a máquina não estiver previamente preparada, ou seja, não houver *carryover* da preparação;
- Definição dos espaços de tempo livres para cada máquina, os quais podem ser usados para atendimento de demandas imprevistas que tenham urgência.

1.3 DELIMITAÇÃO DO TRABALHO

Este trabalho aborda o problema de planejamento e programação da produção em um ambiente *job shop* com pedidos sob encomenda na indústria de máquinas e equipamentos. O objetivo é propor um modelo de programação matemática que integre as decisões de dimensionamento e sequenciamento dos lotes de produção, considerando as características do sistema *job shop* flexível, ou seja, que a fabricação de cada produto requer um conjunto de operações distintas e ordenadas que podem ser realizadas em uma máquina de um conjunto específico. Neste tipo de problema, a máquina permanece em seu último estado de preparação, sendo necessário um tempo para preparar a máquina para uma operação diferente. Os tempos de processamento e de preparação de cada operação dependem do tipo de produto e da máquina utilizada. Este trabalho aborda de forma integrada ao sequenciamento, a decisão de dimensionamento de lotes para atendimento de uma demanda conhecida em múltiplos períodos. Neste caso, o critério de desempenho adotado para determinar o plano de produção ótimo é o menor tempo total de produção, com o objetivo de reduzir o tempo ocupado do parque fabril, aumentando o tempo disponível para atendimento de novos pedidos ou para eventuais manutenções corretivas com menor impacto nos prazos de entrega.

Os objetivos secundários deste trabalho são:

- Fazer uma revisão sistemática da literatura sobre trabalhos recentes que propõem modelos de otimização para apoiar as decisões de planejamento e programação da produção em ambientes *job shop*.
- Apresentar uma caracterização da indústria de máquinas e equipamentos por meio do estudo de caso de uma empresa do setor.

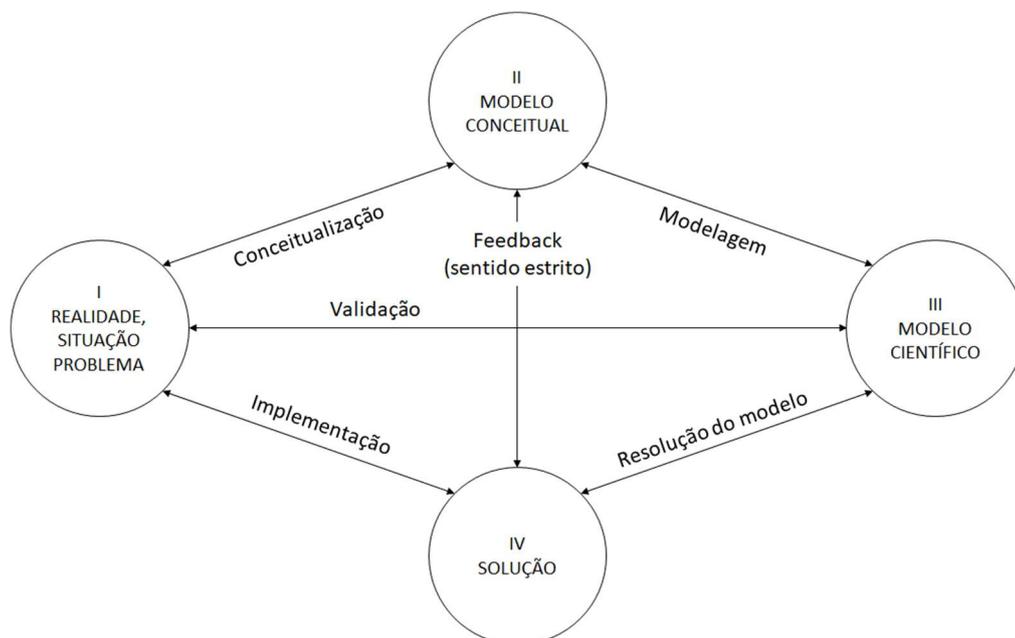
1.4 MÉTODOS

Uma abordagem comum para problemas de planejamento da produção é a formulação de modelos de programação matemática que relacionam as decisões possíveis com as condições ou limitações do problema. Trata-se de um método quantitativo típico da área de Pesquisa Operacional. De acordo com Mitroff et al. (1974) a abordagem metodológica para solução de problemas nesta área pode ser dividida em quatro fases: conceitualização, modelagem, solução do modelo e implementação (Figura 2).

A primeira fase parte da observação e compreensão de uma situação ou problema real (I). Em seguida, é definido um Modelo Conceitual (I-II) que captura os aspectos que interferem nas decisões do problema para representá-lo. Este modelo especifica termos e variáveis relacionados ao problema particular e define o nível em que serão tratadas. A partir deste

modelo conceitual, um Modelo Científico (II-III) pode ser construído e, posteriormente, solucionado (III-IV) e implementado (IV-I), sendo que várias iterações podem ser realizadas neste ciclo. A linha entre a Realidade (I) e o Modelo Científico (III) no modelo de Mitroff et al. (1974) representa a validação da correspondência entre a realidade e o modelo. A ligação entre a Solução (IV) e o Modelo Conceitual (II) é chamada pelos autores do modelo de “feedback no sentido estrito” e sua importância é enfatizada por Mitroff et al. (1974), de modo que o modelo e sua solução sejam confrontados com as considerações iniciais.

FIGURA 2 – Modelo de resolução de problemas



Fonte: Mitroff et al. (1974)

De acordo com Bertrand e Fransoo (2002) as pesquisas quantitativas podem ser conduzidas de duas formas: axiomática e empírica. A pesquisa quantitativa axiomática inicia-se com uma descrição condensada do problema a ser estudado ou das características de seu processo operacional. Para esta descrição são utilizados trabalhos anteriores que contenham estas características gerais, além de artigos recentes que estudam problemas ou processos relacionados ao estudo. Por outro lado, na abordagem empírica as etapas de formulação do modelo conceitual e validação do modelo científico são baseados na observação de problemas em contextos reais com o objetivo testar a validade dos modelos e métodos de solução obtidos nas pesquisas teóricas (BERTRAND; FRANSOO, 2002). Esta pesquisa tem natureza empírica, pois trata-se da observação de um problema real. Entretanto, como existem muitos trabalhos

prévios com proposição de estruturas de modelagem para o problema, esta pesquisa também pode ser vista como axiomática.

A condução do estudo teórico é baseada na revisão da literatura de modelos clássicos que integram as decisões de dimensionamento e sequenciamento de lotes de produção e em uma revisão bibliográfica sistemática, de acordo com a metodologia proposta por Tranfield, Denyer e Smart (2003). O intuito de uma revisão da literatura é prover ao pesquisador um mapeamento e avaliação do conteúdo intelectual em determinado assunto e especificar uma questão de pesquisa para o desenvolvimento de novos conhecimentos (TRANFIELD; DENYER; SMART, 2003). Ainda de acordo com estes autores, uma revisão sistemática da literatura possibilita o levantamento teórico sobre determinado assunto por meio de um processo transparente e que pode ser repetido, de modo a minimizar algum viés.

Para o estudo empírico é realizado um estudo de caso de uma empresa do setor de máquinas e equipamentos. O estudo de caso único permite a validação do modelo e maior profundidade na compreensão do problema, embora tenha como desvantagem a dificuldade de generalização (VOSS; TSIKRIKTSIS; FROHLICH, 2002). Assim, com base nas características e premissas do problema, o modelo é primeiramente testado com instâncias aleatórias para validação e com o intuito de mitigar o problema da especificidade do estudo de caso, ou seja, ao considerar dados aleatórios tem-se uma maior generalização na avaliação do modelo. As informações e dados do caso em questão são obtidos pela observação dos métodos utilizados na prática e pela análise e coleta de dados de documentos utilizados para planejamento e programação da produção (planilhas, descrição de procedimentos, entre outros).

Desta forma, o desenvolvimento deste trabalho segue as seguintes etapas:

1. Observação do problema real;
2. Caracterização do problema de acordo com a literatura, por meio de estudo de outros trabalhos teóricos sobre o tema;
3. Formulação do problema com base em modelos clássicos da literatura;
4. Definição do modelo que melhor representa o problema e que possa ser resolvido por métodos disponíveis em programas de computador comerciais;
5. Realização de testes com dados aleatórios e reais;
6. Aplicação de métodos heurísticos para buscar soluções mais rapidamente.

Cabe ressaltar, que conforme o modelo de Mitroff et al. (1974), as atividades podem ter diversas iterações para obter um modelo que seja aceitável ao problema proposto. Para resolver o modelo e realizar as atividades de *'feedback'* e validação, é utilizado o *software* GAMS para codificação do modelo e o algoritmo CPLEX para solucioná-lo.

Este trabalho está organizado da seguinte forma: no capítulo 2 é apresentada a revisão bibliográfica incluindo uma revisão sistemática da literatura de estudos recentes e modelos clássicos que integram as decisões de dimensionamento e sequenciamento de lotes (fundamentação teórica). O capítulo 3 descreve o problema estudado e apresenta as formulações do modelo matemático propostas a partir dos modelos clássicos. No capítulo 4 são apresentados os resultados com instâncias ilustrativas e no capítulo 5 os resultados do estudo de caso. Por fim, no capítulo 6 são apresentadas as conclusões e considerações finais.

2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Este capítulo apresenta uma revisão da literatura de modelos para planejamento e programação da produção. Inicialmente são apresentados alguns conceitos para fundamentação teórica no contexto de integração de decisões em diferentes níveis hierárquicos da produção. Em seguida, são apresentados três modelos clássicos da literatura, sendo dois que integram decisões de dimensionamento de lotes e sequenciamento da produção e um utilizado para programação da produção em ambiente *job shop* flexível. Finalmente, é apresentada uma revisão sistemática da literatura sobre modelos matemáticos para otimização do problema de dimensionamento e sequenciamento de lotes de produção em ambientes de produção *job shop* com múltiplas tarefas, múltiplos produtos e múltiplas máquinas.

2.1 CONTEXTO

De acordo com Alvarez et al. (2020), existem duas abordagens ao resolver problemas relacionados a sistemas complexos que abordam mais de um nível de decisão: um é desenvolver um modelo integrado que leve em consideração os principais aspectos do problema e o outro é usar uma abordagem de planejamento hierárquica, em que as variáveis de decisão dos níveis superiores acontece primeiro e são parâmetros de entrada para os níveis abaixo. Embora na prática haja predominância de abordagens hierárquicas, a literatura de abordagens integradas de decisões de diferentes níveis hierárquicos de planejamento não é recente, particularmente envolvendo decisões de dimensionamento de lotes e programação da produção (DREXL; KIMMS, 1997; STADTLER; KILGER, 2005; ALMADA-LOBO et al., 2015; COPIL et al., 2017).

Os problemas de produção de médio prazo estão relacionados aos problemas de dimensionamento de lotes, enquanto os de curto prazo estão relacionados com os problemas de sequenciamento e programação. Como descrito anteriormente, esses dois tipos de problemas são interdependentes, uma vez que a saída (*output*) dos problemas de dimensionamento de lotes é a entrada (*input*) dos problemas de sequenciamento e programação da produção (GIGLIO; PAOLUCCI; ROSHANI, 2017).

No nível operacional é necessário seguir um plano de produção determinado no nível tático, ou seja, produzir a quantidade determinada pelo plano em um tempo aceitável respeitando todas as restrições (IBN MAJDOUB HASSANI et al., 2020). A necessidade de planos de produção mais precisos e realistas fizeram com que os pesquisadores passassem a investigar a otimização simultânea do dimensionamento de lotes e programação levando em

consideração as condições para programação e sequenciamento das operações na etapa de planejamento do tamanho dos lotes (ROHANINEJAD; KHEIRKHAH; FATTAHI, 2015). A vantagem de abordar os dois problemas simultaneamente é garantir a eficiência e a otimização de todo o processo decisório (KARIMI-NASAB; MODARRES; SEYEDHOSEINI, 2015).

Em geral, um determinado nível de planejamento tem maior nível de detalhe, redução do horizonte de planejamento e aumento da frequência do planejamento quando comparado com os níveis de planejamento acima. Vogel, Almada-Lobo, e Almeder (2017) consideram a integração entre o planejamento agregado e o plano mestre de produção, ambos no médio prazo, porém com diferentes horizontes, frequência e nível de detalhe. Já Alvarez et al. (2020) abordam o problema integrado de planejamento da produção entre os níveis tático e operacional, justificando que as decisões de cada nível são tomadas em momentos distintos e com diferentes níveis de agregação, o que pode gerar inconsistências em um planejamento hierárquico.

A interação entre os níveis pode ser classificada em três tipos: antecipação, quando o nível acima considera informações do nível abaixo; instrução, quando o nível abaixo considera informações do nível acima; e reação, quando o nível abaixo reage a uma instrução (VOGEL; ALMADA-LOBO; ALMEDER, 2017). Estes autores reforçam que o planejamento hierárquico não é suficiente e que a integração é crucial.

Especificamente para ambientes de produção *job shop* considerando diferentes operações para cada tarefa, existem vários trabalhos na literatura que propõem modelos de programação matemática para o problema de dimensionamento e sequenciamento de lotes. Neste sentido, a próxima seção apresenta estratégias para modelagem matemática do problema e a seção seguinte apresenta uma revisão sistemática da literatura sobre estes problemas.

2.2 ESTRATÉGIAS PARA MODELAGEM MATEMÁTICA DO PROBLEMA

Esta subseção apresenta de forma detalhada três estratégias de modelagem para os problemas de dimensionamento e/ou sequenciamento de lotes, que podem ser aplicadas ao problema que é objeto de estudo deste trabalho. A primeira é o modelo clássico do problema geral de dimensionamento de lotes e programação da produção (GLSP). A segunda é baseada em outro modelo clássico, o do problema do caixeiro viajante, e é aplicada em um ambiente *flow shop*. A última consiste em um modelo para programação da produção em ambiente *job shop* flexível com características de sequenciamento da produção com todos os elementos do problema estudado. Essas estratégias são utilizadas como base para a formulação de modelos

matemáticos para representar o problema de planejamento da produção de produtos usinados no setor de máquinas e equipamentos.

2.2.1 Modelo GLSP

O problema geral de dimensionamento de lotes e programação, conhecido pela sigla GLSP, aborda a integração das decisões de dimensionamento de lotes e da programação da produção de diversos produtos em uma máquina única com capacidade conhecida. O GLSP consiste em determinar o tamanho dos lotes de cada produto e estabelecer sua sequência de produção para atender a demanda em um horizonte finito de planejamento de forma a minimizar o custo de estoque e de preparação (DREXL; KIMMS, 1997; FLEISCHMANN; MEYR, 1997). A estratégia deste modelo é usar duas escalas de tempo: uma para as decisões de médio-prazo, relacionadas ao tamanho dos lotes e quantidades em estoque, e outra para as decisões de mais curto-prazo, relacionadas à preparação das máquinas e sequenciamento dos lotes. Assim, este modelo utiliza macroperíodos $t = 1, \dots, T$, cada qual dividido em um número fixo de subperíodos $s \in S_t$, em que S_t é o subconjunto dos subperíodos pertencentes a cada período t . O tamanho de cada subperíodo é uma variável de decisão neste modelo, a qual está relacionada com a quantidade a ser produzida nele.

Fleischmann e Meyer (1997) apresentam duas diferentes formulações, uma com conservação do estado de preparação (GLSP-CS), a qual considera que a máquina permanece preparada para o item produzido por último, e outra que considera um custo de preparação toda vez que a máquina fica sem uso em um intervalo de tempo (GLSP-LS). A seguir é apresentado o modelo GLSP-CS, pois o problema tratado neste trabalho tem por característica a permanência do estado de preparação da máquina.

Parâmetros

- S_t conjunto de microperíodos s pertencentes ao macroperíodo t
- K_t capacidade (tempo) disponível no macroperíodo t
- a_j tempo necessário para produzir uma unidade do produto j
- m_t tamanho mínimo do lote do produto j (unidades)
- h_t custo de manutenção em estoque do produto j (por unidade e por macroperíodo)
- s_{ij} custo de preparação de uma troca do produto i para o produto j
- d_{jt} demanda do produto j no macroperíodo t (unidades)
- I_{j0} estoque inicial do produto j no início do horizonte de planejamento (unidade)

y_{j0} 1, se a máquina está preparada para o produto j no início do horizonte de planejamento,
0 caso contrário

Variáveis

I_{jt} estoque do produto j no fim do macroperíodo t (unidades)

x_{js} quantidade do item j produzido no microperíodo s (unidades)

y_{js} estado de preparação: $y_{js} = 1$, se a máquina está preparada para o produto j no microperíodo s , 0 caso contrário

z_{ijs} 1, se existe troca do produto i para o j no início do microperíodo s , 0 caso contrário

Modelo matemático

$$FO = \min \sum_{j,t} h_j I_{jt} + \sum_{i,j,s} s_{ij} z_{ijs} \quad (2.1)$$

Sujeito a

$$I_{jt} = I_{j,t-1} + \sum_{s \in S_t} x_{js} - d_{jt} \quad \forall t, j \quad (2.2)$$

$$\sum_{j,s \in S_t} a_j x_{js} \leq K_t \quad \forall t \quad (2.3)$$

$$x_{js} \leq \frac{K_t}{a_j} y_{js} \quad \forall s, j \quad (2.4)$$

$$x_{js} \geq m_j (y_{js} - y_{j,s-1}) \quad \forall s, j \quad (2.5)$$

$$\sum_j y_{js} = 1 \quad \forall s \quad (2.6)$$

$$z_{ijs} \geq y_{i,s-1} + y_{js} - 1 \quad \forall s, i, j \quad (2.7)$$

$$I_{jt} \geq 0 \quad j = 1, \dots, J; t = 1, \dots, T \quad (2.8)$$

$$x_{js} \geq 0 \quad j = 1, \dots, J; s = 1, \dots, S \quad (2.9)$$

$$y_{js} \in \{0,1\} \quad j = 1, \dots, J; s = 1, \dots, S \quad (2.10)$$

$$z_{ijs} \in \{0,1\} \quad i = 1, \dots, I; j = 1, \dots, J; t = 1, \dots, T \quad (2.11)$$

A equação (2.1) é a função objetivo que minimiza os custos de manter produtos em estoque e os custos de preparação. As restrições (2.2) referem-se ao balanço do estoque, sendo

$I_{jt} \geq 0 \forall j, t$. A restrição de capacidade é apresentada nas inequações (2.3). O conjunto de restrições (2.4) expressa que a produção só pode acontecer se a máquina estiver preparada para determinado produto. As restrições (2.5) expressam o lote mínimo de produção. O conjunto de restrições (2.6) indica que a máquina pode estar preparada para apenas um produto em cada microperíodo. Por fim, as inequações (2.7) fazem a conexão entre o estado de preparação e os indicadores de troca.

Existem diversas extensões e aplicações do GLSP para dimensionamento e sequenciamento de lotes de produção, cada qual com características, objetivos e métodos de solução mais apropriados, em diversos tipos de indústrias como a de nutrição animal, bebida, moda, energia, dentre outros, o que reforça sua versatilidade e aplicabilidade em diversas situações (FERREIRA; MORABITO; RANGEL, 2009; MARTÍNEZ; TOSO; MORABITO, 2016; TOSO; MORABITO; CLARK, 2009; WICHMANN; JOHANNES; SPENGLER, 2019; ZHENG; SONG, 2019).

Para modelar o problema estudado neste trabalho, o modelo GLSP-CS pode ser utilizado como base, pois é uma alternativa para sequenciar os produtos e dimensionar os lotes para atendimento da demanda em diferentes períodos, considerando o estado de preparação das máquinas. Contudo, será necessário incluir as operações necessárias para a fabricação de cada produto, dimensionar os lotes e contabilizar os estoques dos produtos intermediários por operação. Além disso, deve-se incluir a decisão de alocação em determinada máquina de um conjunto de máquinas capazes de produzir determinada operação. A função objetivo leva em consideração a minimização do custo, diferentemente do objetivo do problema estudado, que visa a redução do tempo de utilização das máquinas.

2.2.2 Modelo ATSP

Uma das formas clássicas na literatura para integrar as decisões de dimensionamento de lotes e sequenciamento da produção é baseada na formulação para o Problema do Caixeiro Viajante (TSP - *Traveling Salesman Problem*). Este problema é bem difundido na literatura e possui diversas aplicações diferentes. O problema clássico tem por objetivo a minimização do custo de deslocamento entre um conjunto de pontos, que serão visitados apenas uma vez e com início e retorno em um mesmo ponto (ARENALES et al., 2011). Este problema é assimétrico quando o custo de deslocamento de um ponto i para um ponto j é diferente do custo de j para i e é conhecido pela sigla ATSP (*Asymmetric Traveling Salesman Problem*).

A estratégia neste tipo de formulação é utilizar a estrutura de modelagem do TSP para representar as decisões de sequenciamento dos lotes, ou seja, a sequência de produção é

equivalente à rota do caixeiro viajante. Existem várias aplicações do TSP para representar problemas de dimensionamento e sequenciamento de lotes. Toso, Morabito & Clark (2008) apresentam uma formulação para um estudo de caso no setor de nutrição animal com preparação dependente da sequência (ATSP), como segue:

Índices

- i famílias de produtos, $i = 1, \dots, N$ (número de famílias)
- t períodos (e.g., semanas), $t = 1, \dots, T$ (número de períodos)

Parâmetros

- C_t tempo disponível (capacidade) no período t
- p_i tempo necessário para produzir uma unidade da família i
- lm_i tamanho mínimo de um lote da família i (unidades em bateladas)
- h_{it} custo de manter uma unidade de estoque da família i por um período t
- co_t custo unitário de hora extra no período t
- st_{ji} tempo de preparação para mudar da família j para a família i (com $st_{ii} = 0$)
- d_{it} demanda da família i no período t (unidades)
- I_{i0}^+, I_{i0}^- estoque/ backlog inicial da família i no começo do horizonte de planejamento
- u_t limite máximo de horas extras permitidas no período t
- M penalização por pedidos pendentes

Variáveis

- I_{it}^+ quantidade em estoque da família i no fim do período t
- I_{it}^- quantidade pendente (backlog) do produto i no fim do período t
- q_{it} tamanho do lote da família i produzido no período t . O tamanho do lote é múltiplo do número de bateladas, e, portanto, deve ser uma variável inteira.
- y_{jit} indica se ocorre troca das famílias j para i no período t ($y_{jit} = 1$) ou não ($y_{jit} = 0$)
- O_t quantidade de horas extras utilizadas no período t
- z_{it} indica se a família i está preparada no começo do período t ($z_{it} = 1$), ou não ($z_{it} = 0$). Ou seja, se a família i foi o último produto produzido em $(t-1)$.

Modelo matemático

$$FO = \min \sum_{i=1}^N \sum_{t=1}^T (h_{it} I_{it}^+ + M I_{it}^-) + \sum_{t=1}^T c o_t O_t \quad (2.12)$$

Sujeito a

$$I_{it}^+ - I_{it}^- = I_{i,t-1}^+ - I_{i,t-1}^- + q_{it} - d_{it} \quad i = 1, \dots, N; t = 1, \dots, T \quad (2.13)$$

$$\sum_{i=1}^N p_i q_{it} + \sum_{j=1}^N \sum_{t=1}^N s t_{ji} y_{jit} \leq C_t + O_t \quad t = 1, \dots, T \quad (2.14)$$

$$y_{iit} = 0 \quad i = 1, \dots, N; t = 1, \dots, T \quad (2.15)$$

$$\sum_{i=1}^N z_{it} = 1 \quad t = 2, \dots, T \quad (2.16)$$

$$p_i q_{it} \leq (C_t + u_t) \left(z_{it} + \sum_{j=1}^N y_{jit} \right) \quad i = 1, \dots, N; t = 1, \dots, T \quad (2.17)$$

$$q_{it} \geq l m_i \left(\sum_{j=1}^N y_{jit} - z_{it} \right) \quad i = 1, \dots, N; t = 1, \dots, T \quad (2.18)$$

$$\sum_{i=1}^N y_{ijt} \leq \sum_{k=1}^N y_{jkt} + z_{j,t+1} \quad j = 1, \dots, N; t = 1, \dots, T - 1 \quad (2.19)$$

$$z_{jt} + \sum_{i=1}^N y_{ijt} \geq \sum_{k=1}^N y_{jkt} \quad j = 1, \dots, N; t = 1, \dots, T \quad (2.20)$$

$$1 - z_{it} \geq \sum_{j=1}^N y_{ijt} \quad i = 1, \dots, N; t = 1, \dots, T - 1 \quad (2.21)$$

$$1 - z_{i,t+1} \geq \sum_{j=1}^N y_{ijt} \quad i = 1, \dots, N; t = 1, \dots, T - 1 \quad (2.22)$$

$$z_{it} \leq \sum_{j=1}^N y_{ijt} \quad i = 1, \dots, N; t = 1, \dots, T \quad (2.23)$$

$$\sum_{i,j \in Sr} y_{ijt} \leq |Sr| - 1 \quad t = 1, \dots, T; Sr \subset PR; 2 \leq |Sr| \leq N - 2 \quad (2.24)$$

$$0 \leq O_t \leq u_t \quad t = 1, \dots, T \quad (2.25)$$

$$I_{it}^+, I_{it}^- \geq 0 \quad i = 1, \dots, N; t = 1, \dots, T \quad (2.26)$$

$$y_{ijt} = 0 \text{ ou } 1 \quad i, j = 1, \dots, N; t = 1, \dots, T \quad (2.27)$$

$$q_{it} \in \mathbb{Z}^+ \quad i = 1, \dots, N; t = 1, \dots, T \quad (2.28)$$

A função objetivo (2.12) representa a minimização dos custos de manter produtos em estoque, horas extras e penalidades por atraso. O conjunto de restrições (2.13) refere-se ao balanceamento de inventário entre períodos considerando produção, demanda e atrasos. As inequações (2.14) referem-se à restrição de capacidade considerando uma quantidade limitada de horas extras. As restrições (2.15) não permitem que a preparação entre produtos de uma mesma família seja possível. As restrições (2.16) garantem que a linha só pode estar preparada para a produção de uma única família de produtos no início de um período. O conjunto de restrições (2.17) garante que a produção de uma família acontece somente se a linha estiver preparada. As restrições (2.18) determinam um lote mínimo de produção. As inequações (2.19) permite que um produto j faça parte da sequência apenas se tiver um produto sucessor ou se a linha estará preparada para sua produção no início do próximo período. O conjunto de restrições (2.20) restringe que um produto k só faça parte da sequência após j se a linha já estava preparada para a produção de j no início do período ou se houve uma preparação para a produção de j . As restrições (2.21) não permitem a preparação para um produto em que a linha já esteja preparada no início do período e as restrições (2.22) não permitem nova preparação para produto que já esteja configurado no início do próximo período. O conjunto de restrições (2.23) obrigam que aconteça uma preparação após um produto ser configurado no começo do período t . Como este problema pode ocasionar sub-rotas desconexas, as restrições (2.24) são necessárias para proibi-las, sendo $|S_r|$ a cardinalidade de determinada sub-rota S_r e PR o conjunto de todos os produtos. As restrições (2.25) limitam o número de horas extras permitidas. Por fim, as restrições (2.26), (2.27) e (2.28) demonstram a não negatividade e integralidade das variáveis.

Outro exemplo de aplicação do ATSP em problemas de dimensionamento e sequenciamento de lotes foi realizado na indústria de refrigerantes, em que foram comparadas formulações baseadas no GLSP e ATSP e constatou-se que o tempo de solução dos modelos baseados no ATSP é mais rápido neste caso (FERREIRA et al., 2012; BALDO et al., 2017).

Este modelo leva em consideração algumas características semelhantes ao problema estudado como o dimensionamento e sequenciamento de lotes em diferentes períodos relacionados, entretanto também é necessário considerar a existência de múltiplas máquinas e de operações para a fabricação de um produto, cujo dimensionamento de lote e nível de estoque deve ser controlado. Neste modelo, o objetivo é a minimização do custo, assim como no GLSP-CS apresentado anteriormente, enquanto no problema estudado a meta é a redução do tempo total de utilização das máquinas.

2.2.3 Modelo para programação da produção - *job shop* flexível

Na literatura de modelos para planeamento da produção existem trabalhos que abordam exclusivamente o problema da programação da produção. No caso do problema de programação em ambiente *job shop* flexível, Özgüven, Özbakir e Yavuz (2010) propõem um modelo com o objetivo de minimizar o *makespan*, que considera um conjunto de operações associado a determinada tarefa (*job*). Esta é uma característica particularmente interessante para o problema de programação da produção no setor de produtos usinados, abordado neste trabalho. Neste sentido, o modelo é apresentado a seguir.

Índices e conjuntos

| | |
|-------------------|---|
| i | <i>jobs</i> ($i, i' \in J$) |
| j | operações ($j, j' \in O$) |
| k | máquinas ($k \in M$) |
| J | conjunto de <i>jobs</i> |
| M | conjunto de máquinas |
| O | conjunto de operações |
| O_i | conjunto ordenado de operações do <i>job</i> i ($O_i \subset O$), sendo $O_{if(i)}$ e $O_{il(i)}$ o primeiro e o último elemento, respectivamente |
| O_{ij} | operação j pertencente ao <i>job</i> i ($O_{ij} \subset O$) |
| M_j | conjunto de máquinas em que a operação j pode ser processada ($M_j \subset M$) |
| $M_j \cap M_{j'}$ | conjunto de máquinas em que as operações j e j' podem ser processadas |

Parâmetros

| | |
|-----------|---|
| t_{ijk} | tempo de processamento da operação O_{ij} na máquina k (os tempos de preparação são insignificantes ou estão incluídos no tempo de processamento) |
| L | número grande |

Variáveis

| | |
|--------------|--|
| X_{ijk} | 1, se a máquina k é selecionada para a operação O_{ij} , 0 caso contrário |
| S_{ijk} | tempo de início da operação O_{ij} na máquina k |
| C_{ijk} | tempo de término da operação O_{ij} na máquina k |
| $Y_{ij'j'k}$ | 1, se a operação O_{ij} precede a operação $O_{ij'}$ na máquina k , 0 caso contrário |

- C_i tempo de término do *job* i
 C_{max} tempo máximo de término de todos os *jobs* (*makespan*)

Modelo matemático

$$FO = \min C_{max} \quad (2.29)$$

Sujeito a:

$$\sum_{k \in M_j} X_{ijk} = 1 \quad \forall i \in J, \forall j \in O_i \quad (2.30)$$

$$S_{ijk} + C_{ijk} \leq (X_{ijk})L \quad \forall i \in J, \forall j \in O_i, \forall k \in M_j \quad (2.31)$$

$$C_{ijk} \geq S_{ijk} + t_{ijk} - (1 - X_{ijk})L \quad \forall i \in J, \forall j \in O_i, \forall k \in M_j \quad (2.32)$$

$$S_{ijk} \geq C_{i'j'k} - (Y_{ijj'j'k})L \quad \forall i < i', \forall j \in O_i, \forall j' \in O_{i'}, \forall k \in M_j \cap M_{j'}, \quad (2.33)$$

$$S_{ij'k} \geq C_{ijk} - (1 - Y_{ijj'j'k})L \quad \forall i < i', \forall j \in O_i, \forall j' \in O_{i'}, \forall k \in M_j \cap M_{j'}, \quad (2.34)$$

$$\sum_{k \in M_j} S_{ijk} \geq \sum_{k \in M_j} C_{i,j-1,k} \quad \forall i \in J, \forall j \in O_i - \{O_{if(i)}\} \quad (2.35)$$

$$C_i \geq \sum_{k \in M_j} C_{i,O_{il(i)},k}, \quad \forall i \in J \quad (2.36)$$

$$C_{max} \geq C_i \quad \forall i \in J \quad (2.37)$$

$$X_{ijk} \in \{0,1\} \quad \forall i \in J, \forall j \in O_i, \forall k \in M_j \quad (2.38)$$

$$S_{ijk} \geq 0 \quad \forall i \in J, \forall j \in O_i, \forall k \in M_j \quad (2.39)$$

$$C_{ijk} \geq 0 \quad \forall i \in J, \forall j \in O_i, \forall k \in M_j \quad (2.40)$$

$$Y_{ijj'j'} \in \{0,1\} \quad \forall i < i', \forall j \in O_i, \forall j' \in O_{i'}, \forall k \in M_j \cap M_{j'}, \quad (2.41)$$

$$C_i \geq 0 \quad \forall i \in J \quad (2.42)$$

A função objetivo (2.29) é a minimização do *makespan*. As restrições (2.30) garantem que a operação O_{ij} será alocada para apenas uma máquina. As restrições (2.31) fazem com que o tempo de início e término de determinada operação O_{ij} seja zero caso ela não tenha sido programada para a máquina k . As inequações (2.32) garantem que, se a operação O_{ij} foi alocada para a máquina k , a diferença entre o tempo de início e de término da operação seja pelo menos igual ao tempo de processamento. O conjunto de restrições (2.33) faz com que o tempo de início de uma operação j seja maior do que o tempo de término de uma operação j' caso a operação j não preceda j' . As restrições (2.34) complementam as restrições (2.33) ao garantir que o tempo

de início da operação j' seja maior que o tempo de término da operação j quando j precede j' . Deste modo, as restrições (2.33) e (2.34) garantem que não haja sobreposição entre os tempos de processamento em uma mesma máquina para que apenas uma operação seja processada em cada máquina por vez. Estas restrições (2.33 e 2.34) garantem também que os tempos de início e término estejam alinhadas com os valores da variável y , que indica a precedência entre as operações realizadas por máquina. O conjunto de restrições (2.35) garante a precedência entre as operações de um mesmo *job*. As inequações (2.36) determinam o tempo de encerramento de cada *job* e as restrições (2.37) determinam o *makespan*. As restrições (2.38) a (2.42) representam o domínio das variáveis.

Demir, Kürşat e İşleyen (2013) aplicaram cinco formulações matemáticas para o problema de programação em *job shop* flexível com o objetivo de minimizar o *makespan* em vários tamanhos de instâncias e constataram que o modelo de Özgüven, Özbakir e Yavuz (2010) tem o melhor desempenho com relação ao esforço computacional dentre os modelos analisados.

Por se tratar de um problema difícil, existem estudos que utilizam métodos heurísticos para gerar soluções aceitáveis com rapidez. Como exemplo, a proposta de regras de prioridade para obter soluções factíveis (DOH et al., 2013; MELO; RONCONI, 2015), a meta-heurística híbrida *Artificial Immune and Simulated Annealing* (AISA) para instâncias maiores do problema (ROSHANAEI; AZAB; ELMARAGHY, 2013), dentre outros. Existem também extensões do problema, como a permissão de uma relação arbitrária de precedência entre o conjunto de operações, flexibilidade de sequenciamento e operações paralelas (BIRGIN et al., 2014; BIRGIN; FERREIRA; RONCONI, 2015; LUNARDI et al., 2020, 2021; YU et al., 2017).

Diferentemente dos outros dois modelos analisados, este apresenta os elementos de programação (*scheduling*) do problema estudado, pois considera a existência de múltiplas operações sequenciadas que podem ser produzidas em um conjunto de máquinas. Entretanto, este modelo não apresenta as decisões de dimensionamento dos lotes e atendimento à demanda em diferentes períodos, pois considera cada tarefa com um tamanho pré-definido. Além disso, como muitos dos problemas de *scheduling*, o objetivo deste modelo é a minimização do *makespan*, enquanto no problema estudado o objetivo é a diminuição do tempo total de uso das máquinas, a fim de ampliar seu tempo disponível.

2.3 REVISÃO SISTEMÁTICA DE ESTUDOS RECENTES

Como há uma grande diversidade de estudos com modelos relacionados ao dimensionamento e sequenciamento de lotes, é apresentada uma revisão bibliográfica sistemática com o objetivo de buscar trabalhos recentes que apresentem modelos matemáticos

para otimização de ambientes *job shop* com as características: múltiplas tarefas, múltiplos produtos e múltiplas máquinas. Ou seja, a questão de pesquisa desta revisão é: ‘Quais são os estudos recentes sobre modelagem matemática para otimização do problema de dimensionamento e sequenciamento de lotes de produção (*lot-scheduling*) em ambientes de produção *job shop* com múltiplas tarefas, múltiplos produtos e múltiplas máquinas?’. Assim, pretende-se avaliar se existem modelos que retratam de forma semelhante o problema estudado, a fim de responder também quais as principais características específicas dos modelos utilizados. Essas características serão definidas na fase de planejamento.

2.3.1 Método da revisão bibliográfica sistemática

Para buscar uma resposta para a questão de pesquisa realizou-se uma revisão bibliográfica sistemática baseada no modelo proposto por Tranfield, Denyer e Smart (2003). Segundo estes autores, uma revisão sistemática tem três estágios: planejamento, condução e divulgação. O primeiro estágio tem por objetivo a produção de um protocolo, o qual determina os passos a serem seguidos durante a pesquisa. O segundo estágio é o momento da execução, na qual é realizada a pesquisa seguindo os termos e palavras-chave determinados no protocolo, posteriormente o material encontrado passa por uma triagem seguindo critérios de inclusão e exclusão preestabelecidos. No último estágio é elaborado um relatório para divulgação da análise dos dados encontrados. Deste modo, a revisão sistemática traz uma síntese teórica sobre determinado tema e aumenta o rigor metodológico da pesquisa (TRANFIELD; DENYER; SMART, 2003).

2.3.2 Planejamento

Na etapa de planejamento, a partir da questão de pesquisa foram definidos os termos de busca, sendo eles modelos de otimização ou modelos matemáticos, associados com dimensionamento ou sequenciamento de lotes e *job shop* ou *open shop*. O termo *open shop* foi incluído, pois representa uma variação ao ambiente *job shop* em que o chão-de-fábrica é composto por diversas máquinas independentes e as peças precisam ser produzidas em tarefas realizadas em algumas dessas máquinas com várias permutações possíveis sem uma rota fixa (PINEDO, 2008).

As bases de dados escolhidas foram a Web of Science (WoS) e Scopus. WoS e Scopus por sua abrangência internacional. Os critérios de inclusão considerados foram artigos nos idiomas inglês ou português publicados entre 2010 e 2021 em periódicos revisados pelos pares, o que de certa forma garante a qualidade da pesquisa e, assim, contribui para a construção de

uma base de conhecimentos (ZHANG; GLÄNZEL, 2012). Os critérios de exclusão são divididos nas categorias “Relacionado ao mecanismo de pesquisa (MP)”, “Sem texto completo (ST)”, “Não relacionado (NR)” e “Pouco relacionado (PR)”, as quais são apresentadas com mais detalhes no Quadro 1.

QUADRO 1 - Critérios de exclusão

| | |
|---|---|
| Relacionado ao mecanismo de pesquisa (MP) | Um artigo possui apenas o título, o resumo e as palavras-chave em inglês ou português, mas não o texto completo. |
| Sem texto completo (ST) | Um trabalho sem o texto completo disponível. |
| Não relacionado (NR) | NR1: O artigo não é um artigo acadêmico revisado pelos pares. Por exemplo, materiais editoriais, revisões de conferências, conteúdos ou prefácio. NR2: Texto não apresenta modelo matemático. NR3: O trabalho não está alinhado com “otimização”, “dimensionamento e sequenciamento de lotes” e “ <i>job shop</i> ”, o título e o resumo indicam outro assunto que não está relacionado à “otimização”, “dimensionamento e sequenciamento de lotes” e “ <i>job shop</i> ”. |
| Pouco relacionado (PR) | Um artigo não se concentra na discussão ou na resolução de problemas de otimização do problema dimensionamento e sequenciamento de lotes em ambientes <i>job shop</i> com múltiplas tarefas, múltiplos produtos e múltiplas máquinas. No qual: PR1: a otimização do problema de dimensionamento e sequenciamento de lotes em ambientes <i>job shop</i> é usada apenas como um exemplo de fato. PR2: a otimização do problema de dimensionamento e sequenciamento de lotes em ambientes <i>job shop</i> é usada apenas como parte de sua direção de pesquisa futura, perspectiva futura ou requisito futuro. PR3: a otimização do problema de dimensionamento e sequenciamento de lotes em ambientes <i>job shop</i> é usada apenas como uma expressão citada. PR4: a otimização do problema de dimensionamento e sequenciamento de lotes em ambientes <i>job shop</i> é usada em palavras-chave e / ou referências. PR5: o modelo não atende ambientes <i>job shop</i> com múltiplas tarefas, múltiplos produtos e múltiplas máquinas. |

Fonte: Elaborado pelo autor.

Após a etapa de exclusão, os artigos encontrados são classificados em categorias gerais e específicas. As categorias gerais utilizadas para uma análise bibliométrica dos artigos referem-se ao ano de publicação, o título do periódico, a instituição do pesquisador e o autor. As categorias específicas, que estão relacionadas à modelagem matemática, são: o objetivo da

otimização, se o modelo considera o tempo de preparação, se a preparação é dependente ou independente da sequência, se o modelo considera o estoque de produtos acabados e em processo, se é mono ou multiperíodo, se o modelo é determinístico ou estocástico, se as tarefas são divididas em operações e o método de solução.

2.3.3 Condução

Inicialmente, desenvolveu-se a correspondência entre os termos de busca e as expressões de busca adaptadas para os respectivos locais de pesquisa, conforme Quadro 2.

QUADRO 2 - Expressões de busca e quantidade de artigos encontrados por base de dados

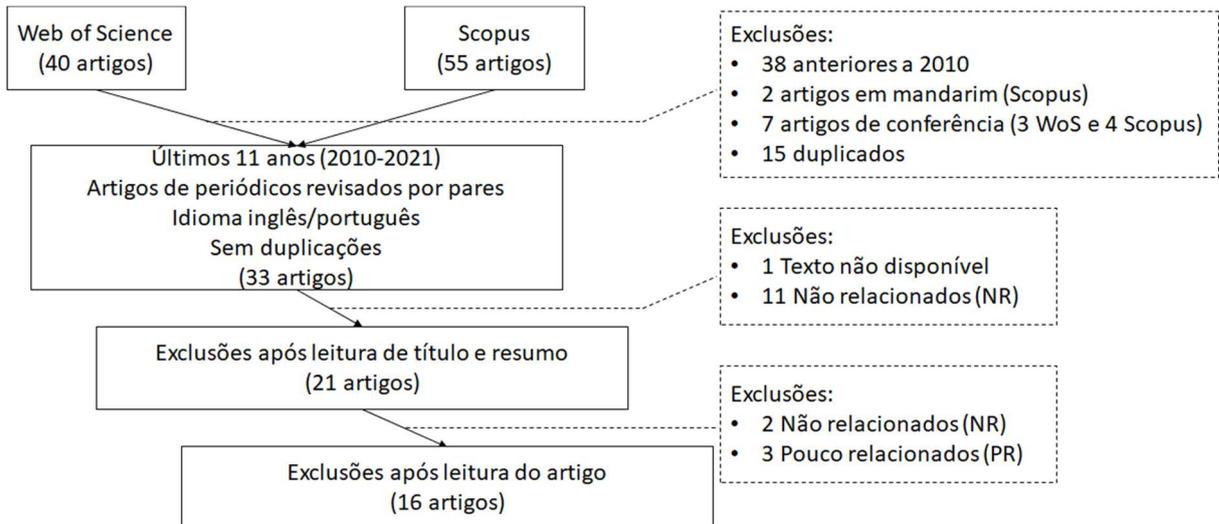
| Base de dados | Expressão de busca | Artigos encontrados |
|----------------|--|---------------------|
| Web of Science | TS=((optimi?ation OR mathematical) AND model*) OR ("mixed integer programming" OR "MIP")) AND TS=("lot scheduling" OR "lot-scheduling" OR "lot schedule" OR "lot-schedule" OR "lot sizing" OR "lot-sizing" OR "lot size" OR "lot-size") AND TS=("job shop" OR "job-shop" OR "open shop" OR "open-shop") | 40 |
| Scopus | TITLE-ABS-KEY (((optimi?ation OR mathematical) AND model*) OR ("mixed integer programming" OR "MIP")) AND TITLE-ABS-KEY ("lot scheduling" OR "lot-scheduling" OR "lot schedule" OR "lot-schedule" OR "lot sizing" OR "lot-sizing" OR "lot size" OR "lot-size") AND TITLE-ABS-KEY ("job shop" OR "job-shop" OR "open shop" OR "open-shop") | 55 |

Fonte: Elaborado pelo autor.

A busca inicial nas bases WoS e Scopus resultou em 95 artigos relacionados à otimização do dimensionamento e sequenciamento de lotes em ambientes de produção *job shop*. Após isso, procedeu-se com a remoção dos artigos duplicados ou pertencentes a mais de uma base ou que não possuíam revisão por pares ou não completos ou com linguagem diferente de português e inglês, o que resultou em 31 artigos. A seguir, a partir da leitura do título e do resumo, aplicou-se os critérios de exclusão definidos na etapa de planejamento. Dessa forma, 21 artigos atenderam aos critérios pré-determinados. Em seguida, foi realizada a leitura do texto completo e se aplicou os critérios de exclusão, o que resultou em um conjunto de 16 artigos que atenderam aos critérios de inclusão, fornecendo assim uma amostra da literatura existente para ser categorizada e interpretada. A Figura 3 sintetiza o procedimento de filtragem dos artigos descrito anteriormente.

Os artigos resultantes foram submetidos a uma leitura analítica aprofundada que procurou categorizar os artigos nas categorias definidas na fase de planejamento, bem como identificar os principais conceitos relacionados a aspectos da questão de pesquisa.

FIGURA 3 – Síntese do procedimento de filtragem dos artigos



Fonte: Elaborada pelo autor.

2.3.4 Divulgação

Os 16 artigos considerados estão distribuídos em 11 periódicos revisados por pares conforme Tabela 1. Observa-se que 2 periódicos concentram 38% (6 de 16) das publicações, com 3 publicações cada. Um deles é o *International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, o qual é publicado pela Springer, sendo assim de acesso fechado, e tem por objetivo a publicação de pesquisas aplicadas relacionadas à manufatura avançada. O outro, também de acesso fechado, é o *International Journal of Production Research*, publicado pela Taylor & Francis e cujo escopo está relacionado às pesquisas em manufatura, produção e gestão de operações. As demais publicações são em periódicos cuja temática envolve pesquisa operacional, computação, gestão de operações e tecnologia em manufatura, com exceção do *Journal of Cleaner Production*, que aborda temas como sustentabilidade, produção mais limpa e meio ambiente.

TABELA 1 - Quantidade de artigos publicados por periódico

| Periódico | # artigos |
|--|-----------|
| INTERNATIONAL JOURNAL OF ADVANCED MANUFACTURING TECHNOLOGY | 3 |
| INTERNATIONAL JOURNAL OF PRODUCTION RESEARCH | 3 |
| APPLIED SOFT COMPUTING | 1 |
| COMPUTERS & INDUSTRIAL ENGINEERING | 1 |
| EUROPEAN JOURNAL OF OPERATIONAL RESEARCH | 1 |
| INT. JOURNAL OF MANUFACTURING TECHNOLOGY AND MANAGEMENT | 1 |
| INTERNATIONAL JOURNAL OF OPERATIONAL RESEARCH | 1 |
| JOURNAL OF CLEANER PRODUCTION | 1 |
| JOURNAL OF ENGINEERING, DESIGN AND TECHNOLOGY | 1 |
| JOURNAL OF THE OPERATIONAL RESEARCH SOCIETY | 1 |
| UNCERTAIN SUPPLY CHAIN MANAGEMENT | 1 |
| SCIENTIA IRANICA | 1 |

Fonte: Elaborada pelo autor.

A evolução das publicações sobre modelos de otimização com as características descritas anteriormente no período de 2010 a 2021 pode ser observado na Figura 4, onde percebe-se que não há qualquer tendência em relação ao aumento ou diminuição da quantidade de artigos publicados sobre este tema.

FIGURA 4 – Quantidade de artigos publicados por ano



Fonte: Elaborada pelo autor.

O Quadro 3 apresenta uma classificação dos artigos quanto às principais características do modelo matemático proposto: função objetivo; configuração do período; configuração da preparação; configuração do estoque; existência de operações por tarefa; e método de solução. Uma análise nos modelos encontrados (Quadro 3) mostra que com relação ao objetivo da otimização 81% (13 de 16) optam por minimizar o custo, seja ele de produção, estoque ou algo mais específico de alguns trabalhos como a energia elétrica. Outros dois trabalhos (13%), Kesen e Güngör (2012) e Božek e Werner (2018), optaram por minimizar o *makespan*, que é o tempo decorrido do início ao fim de um trabalho. Por fim, somente o trabalho de Kasemset e Kachitvichyanukul (2012) aborda a otimização de múltiplos objetivos: *makespan*, ociosidade do gargalo, *tardiness* (atraso) e *earliness* (adiantamento).

Com relação ao método de solução, em 13 trabalhos são propostos apenas métodos heurísticos (81% do total). A maior parte deles utilizaram meta-heurísticas como: PSO (*Particle Swarm Optimization*) (DOUSTHAGHI; TAVAKKOLI-MOGHADDAM; MAKUI, 2013; KARIMI-NASAB; MODARRES; SEYEDHOSEINI, 2015; KASEMSET; KACHITVICHYANUKUL, 2012; ROHANINEJAD; KHEIRKHAH; FATTAHI, 2015), algoritmo genético (IBN MAJDOUB HASSANI et al., 2020; KESEN; GÜNGÖR, 2012; ROHANINEJAD; KHEIRKHAH; FATTAHI, 2015), algoritmo memético (KARIMI-NASAB et al., 2013), *simulated annealing* (GOLI; ALINAGHIAN, 2020; IBN MAJDOUB HASSANI et al., 2020), baseada em Pareto (HAJIPOUR et al., 2015) e COA (*Cuckoo Optimization Algorithm*) (ABDOLLAHZADEH SANGROUDI; RANJBAR-BOURANI, 2021). Mohammadi e Poursabzi (2014) desenvolvem uma heurística híbrida utilizando busca local com *simulated annealing*. Giglio, Paolucci e Roshani (2017) utilizam a heurística *Relax and Fix*. Poursabzi, Mohammadi e Naderi (2018) desenvolvem uma heurística baseada no conceito de *production shifting*. Em 2 artigos (13% do total) são propostos apenas métodos exatos de solução, Oztürk e Ornek (2010) resolvem o modelo com o algoritmo CPLEX e Karimi-Nasav e Seyedhoseini (2013) utilizam o método *Branch and Cut*. Em apenas 1 dos artigos (BOŽEK; WERNER, 2018), é proposto um método exato e um heurístico, o primeiro utilizando CPLEX e o outro a heurística Busca Tabu.

Observa-se que o tempo de preparação é considerado em 15 dos 16 modelos (94% do total), em 11 deles é uma variável que depende da tarefa que será executada e da máquina, sendo que 6 dentre esses (KARIMI-NASAB et al., 2013; KARIMI-NASAB; SEYEDHOSEINI, 2013; MOHAMMADI; POURSABZI, 2014; ROHANINEJAD; KHEIRKHAH; FATTAHI, 2015; KARIMI-NASAB; MODARRES; SEYEDHOSEINI, 2015; BOŽEK; WERNER, 2018;

POURSABZI; MOHAMMADI; NADERI, 2018), que representam 44% do total, são dependentes da sequência de tarefas, ou seja, o tempo de preparação pode ser diferente dependendo da tarefa executada anteriormente e 5 (31% do total) independentes (OZTÜRK; ORNEK, 2010; KASEMSET; KACHITVICHYANUKUL, 2012; DOUSTHAGHI; TAVAKKOLI-MOGHADDAM; MAKUI, 2013; GOLI; ALINAGHIAN, 2020; ABDOLLAHZADEH SANGROUDI; RANJBAR-BOURANI, 2021). Em 3 (20% do total) trabalhos (HAJIPOUR et al., 2015; GIGLIO; PAOLUCCI; ROSHANI, 2017; IBN MAJDOUB HASSANI et al., 2020) o tempo de preparação depende apenas de qual tarefa precisa ser realizada, independente da sequência e da máquina.

QUADRO 3 – Artigos selecionados na revisão sistemática

| | Objetivo | Período | Configuração da preparação | Estoque | Operações por tarefa | Método |
|--|----------------------|---------|--|----------------------------|----------------------|--------------------|
| Oztürk e Ornek (2010) | Min. custo | Multi | Por tarefa, por máquina | Por componente por período | Não | Exato |
| Kesen e Güngör (2012) | Min. <i>makespan</i> | Mono | - | - | Sim | Heurístico |
| Kasemset e Kachitvichyanukul (2012) | Múltiplo ** | Mono | Por tarefa, por máquina | - | Não | Heurístico |
| Dousthaghi et al. (2013) | Min. custo | Mono | Por tarefa, por máquina | Por produto | Sim | Heurístico |
| Karimi-Nasab et al. (2013) | Min. custo | Multi | Por tarefa, por máquina, dependente da sequência | Por produto e componente | Não | Heurístico |
| Karimi-Nasab e Seyedhoseini (2013) | Min. custo | Multi | Por tarefa, por máquina, dependente da sequência | Por produto e componente | Não | Exato |
| Mohammadi e Poursabzi (2014) | Min. custo | Multi * | Por tarefa, por máquina, dependente da sequência | Por produto | Não | Heurístico |
| Karimi-Nasab et al. (2015) | Min. custo | Multi | Por tarefa, por máquina, dependente da sequência | Por produto | Sim | Heurístico |
| Rohaninejad et al. (2015) | Min. custo | Multi | Por tarefa, por máquina, dependente da sequência | Por produto | Sim | Heurístico |
| Hajipour et al. (2015) | Min. custo | Multi | Por tarefa | Por produto | Não | Heurístico |
| Giglio et al. (2017) | Min. custo | Multi | Por tarefa | Por produto | Não | Heurístico |
| Božek e Werner (2018) | Min. <i>makespan</i> | Mono | Por tarefa, por máquina, dependente da sequência | - | Sim | Exato e heurístico |
| Poursabzi et al. (2018) | Min. custo | Multi | Por tarefa, por máquina, dependente da sequência | Por produto | Não | Heurístico |
| Goli e Alinaghian (2020) | Min. custo | Mono | Por tarefa, por máquina | - | Não | Heurístico |
| Ibn Majdoub Hassani et al. (2020) | Min. custo | Multi | Por tarefa | Por produto | Sim | Heurístico |
| Abdollahzadeh Sangroudi e Ranjbar-Bourani (2021) | Min. custo | Mono | Por tarefa, por máquina | Por produto | Não | Heurístico |

* Com duas escalas de tempo (macro e microperíodos)

** Min. tempo ocioso no gargalo, *makespan*, *tardiness* e *earliness*

Fonte: Elaborado pelo autor.

Em 56% dos artigos (9 de 16), o estoque é considerado apenas por produto ou tarefa principal (estoque final) (DOUSTHAGHI; TAVAKKOLI-MOGHADDAM; MAKUI, 2013; HAJIPOUR et al., 2015; MOHAMMADI; POURSABZI, 2014; KARIMI-NASAB; MODARRES; SEYEDHOSEINI, 2015; ROHANINEJAD; KHEIRKHAH; FATTAHI, 2015; GIGLIO; PAOLUCCI; ROSHANI, 2017; POURSABZI; MOHAMMADI; NADERI, 2018; IBN MAJDOUB HASSANI et al., 2020; ABDOLLAHZADEH SANGROUDI; RANJBAR-BOURANI, 2021). Estoques intermediários de componentes ou tarefas são considerados em 3 artigos (19%) (ORNEK, 2010; KARIMI-NASAB et al., 2013; KARIMI-NASAB; SEYEDHOSEINI, 2013; OZTÜRK). Os demais 4 artigos (25% do total) não incluem decisões de estoque (KASEMSET; KACHITVICHYANUKUL, 2012; KESEN; GÜNGÖR, 2012; BOŽEK; WERNER, 2018; GOLI; ALINAGHIAN, 2020).

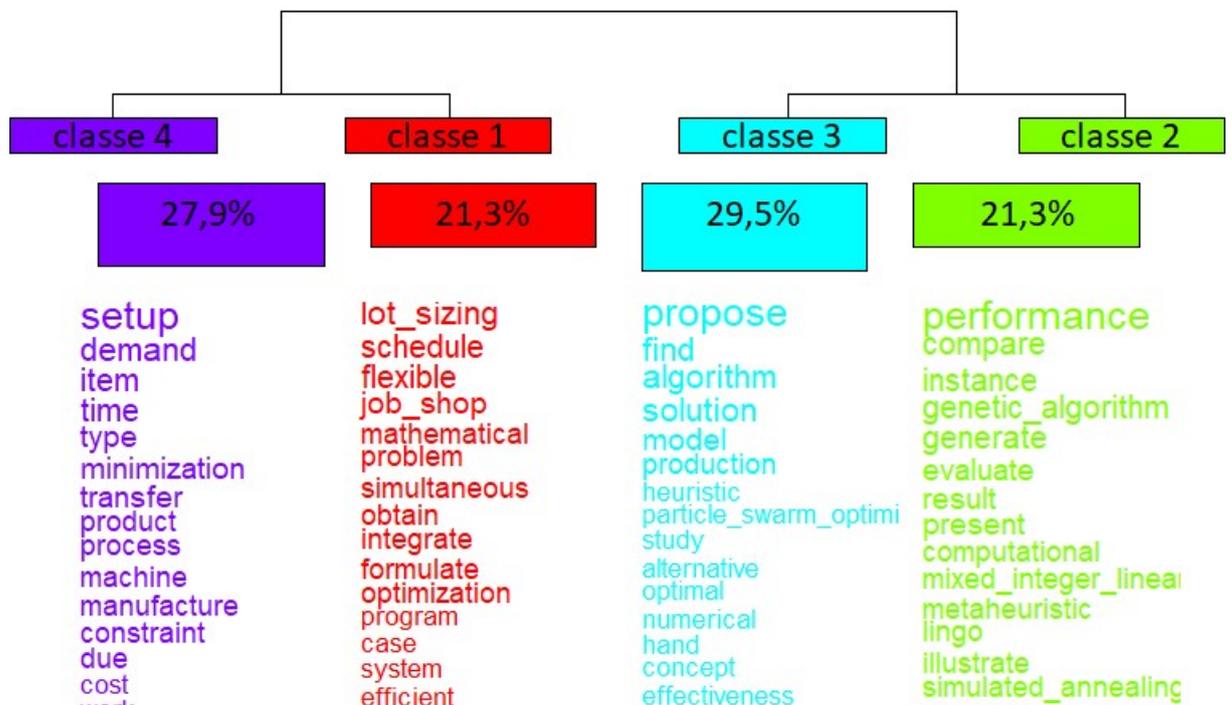
Em 63% dos modelos (10 de 16) (OZTÜRK; ORNEK, 2010; KARIMI-NASAB et al., 2013; KARIMI-NASAB; SEYEDHOSEINI, 2013; MOHAMMADI; POURSABZI, 2014; KARIMI-NASAB; MODARRES; SEYEDHOSEINI, 2015; ROHANINEJAD; KHEIRKHAH; FATTAHI, 2015; HAJIPOUR et al., 2015; GIGLIO; PAOLUCCI; ROSHANI, 2017; POURSABZI; MOHAMMADI; NADERI, 2018; IBN MAJDOUB HASSANI et al., 2020) são considerados múltiplos períodos no modelo matemático, sendo que dentre esses apenas os trabalhos de Mohammadi e Poursabzi (2014) e Poursabzi, Mohammadi e Naderi (2018) consideram duas escalas de tempo, ou seja, subperíodos (ou microperíodos) dentro de cada período (ou macroperíodo). Os demais trabalhos (KASEMSET; KACHITVICHYANUKUL, 2012; KESEN; GÜNGÖR, 2012; TAVAKKOLI-MOGHADDAM; MAKUI, 2013; BOŽEK; WERNER, 2018; DOUSTHAGHI; GOLI; ALINAGHIAN, 2020; ABDOLLAHZADEH SANGROUDI; RANJBAR-BOURANI, 2021) são monopéridos.

Pouco mais da metade dos artigos, 9 dos 16 (56% do total), não consideram que diversas operações precisam ser executadas para completar uma tarefa ou produto (OZTÜRK; ORNEK, 2010; KASEMSET; KACHITVICHYANUKUL, 2012; KARIMI-NASAB et al., 2013; KARIMI-NASAB; SEYEDHOSEINI, 2013; MOHAMMADI; POURSABZI, 2014; HAJIPOUR et al., 2015; GIGLIO; PAOLUCCI; ROSHANI, 2017; POURSABZI; MOHAMMADI; NADERI, 2018; ABDOLLAHZADEH SANGROUDI; GOLI; ALINAGHIAN, 2020; RANJBAR-BOURANI, 2021), enquanto os outros 44% incluem essa consideração de um subconjunto de operações para cada tarefa (KESEN; GÜNGÖR, 2012; DOUSTHAGHI; TAVAKKOLI-MOGHADDAM; MAKUI, 2013; ROHANINEJAD; KHEIRKHAH; FATTAHI, 2015; KARIMI-NASAB; MODARRES; SEYEDHOSEINI, 2015;

BOŽEK; WERNER, 2018; IBN MAJDOUB HASSANI et al., 2020). Os dados de todos os modelos encontrados para problemas com a característica pesquisada são determinísticos.

Uma análise das conclusões dos artigos foi feita com apoio do *software* Iramuteq versão 0.7 alpha 2, em que foi aplicado o método da Classificação Hierárquica Descendente (CHD) de Reinert, cuja análise tem por objetivo obter classes de segmentos de texto que apresentam semelhanças em seu vocabulário e, ao mesmo tempo, diferenças com os vocabulários das demais classes (CAMARGO; JUSTO, 2018). O *software* organiza a análise dos dados em um dendograma apresentado na Figura 5 para ilustrar a relação entre as classes.

FIGURA 5 – Dendograma das classes de conclusões

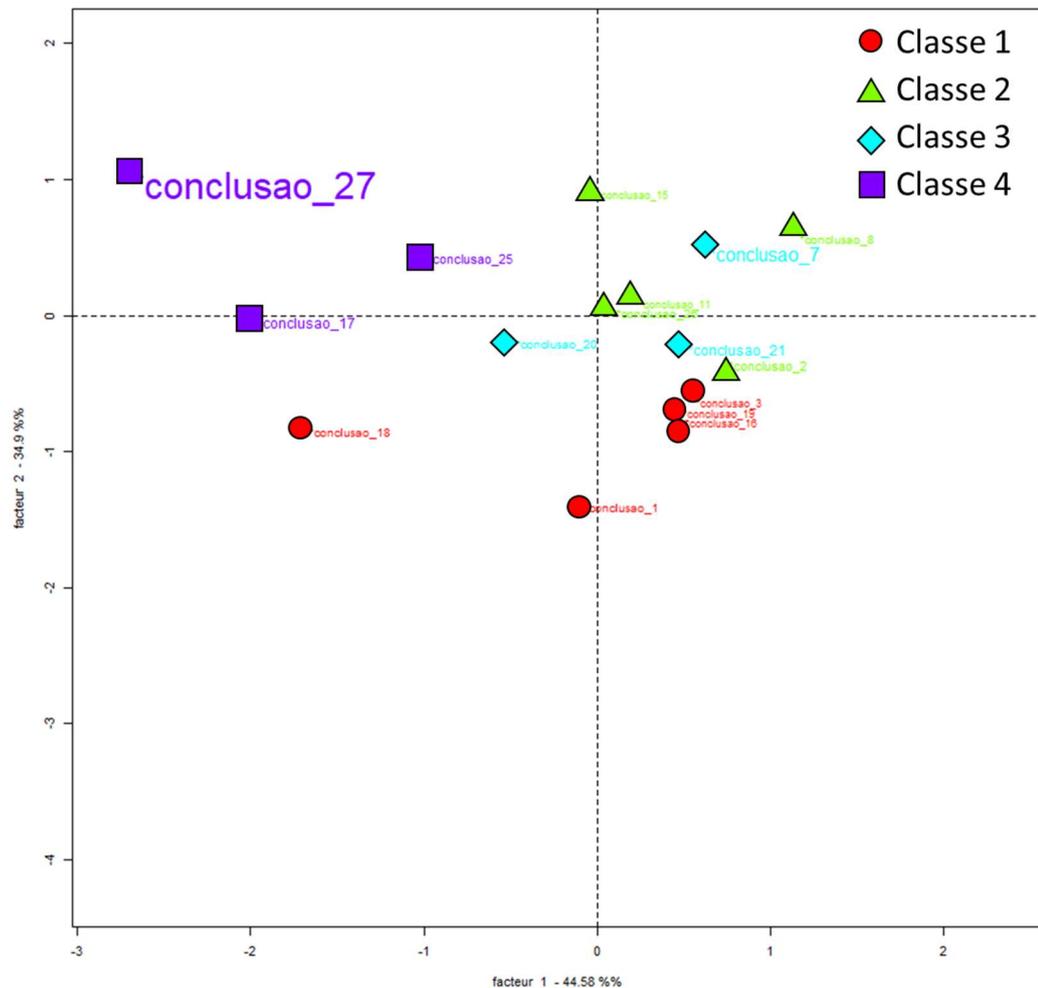


Fonte: Elaborada pelo autor.

Com isso, é possível inferir quais ideias o *corpus* textual, que é o conjunto de textos que se pretende analisar construído pelo pesquisador (CAMARGO; JUSTO, 2018), deseja transmitir para cada classe. O *corpus* textual analisado apresenta 16 conclusões, agrupadas em 99 segmentos de texto, dos quais 61 foram considerados na análise considerando substantivos, verbos e formas não reconhecidas, que foram classificados em 4 classes. Cabe ressaltar que para esta análise os parágrafos referentes a sugestões de pesquisas futuras foram desconsiderados para não influenciar na análise do conteúdo com palavras e segmentos de texto não relacionados ao trabalho realizado na pesquisa apresentada em cada artigo.

Adicionalmente, realizou-se uma análise fatorial de correspondência, também com apoio do software Iramuteq, com a intenção de apresentar a proximidade dos segmentos de texto dentro de cada uma das 4 classes, cujo resultado está apresentado na Figura 6.

FIGURA 6 – Análise fatorial de correspondência das conclusões



Fonte: Elaborada pelo autor.

A classe 1 compreende os segmentos de texto das conclusões de cinco artigos: Karimi-Nasab e Seyedhoseini (2013); Mohammadi e Poursabzi (2014); Rohaninejad et al. (2015); Goli e Alinaghian (2020) e Abdollahzadeh Sangroudi e Ranjbar-Bourani (2021). Esta classe foca em abordagens para o problema integrado de dimensionamento e sequenciamento de lotes. Por se tratar de uma classe que envolve a temática abordada por quase todos os artigos, ela está relacionada com a classe 4, como podemos ver no dendograma da Figura 5. Goli e Alinaghian (2020) apresentam um novo modelo matemático para resolver o problema de lote econômico e agendamento da entrega (ELDSP) em ambiente *open shop*. Karimi-Nasab e Seyedhoseini (2013) apresentam um modelo matemático para o problema de dimensionamento de lotes e

programação em um ambiente *job shop*, que considera máquinas flexíveis, com a habilidade de sofrer alterações na velocidade de produção. Rohaninejad et al. (2015) apresentam um modelo de programação inteira mista para abordar o problema de dimensionamento e sequenciamento de lotes em um sistema com configuração *job shop* flexível com o objetivo de minimizar os custos. Mohammadi e Poursabzi (2014) tratam do problema geral de dimensionamento e sequenciamento de lotes multinível com múltiplas máquinas em ambiente *job shop* e o formulam com programação inteira mista. Foram consideradas restrições de capacidade, preparação dependente da sequência e a possibilidade de manter a preparação entre diferentes períodos. Abdollahzadeh Sangroudi e Ranjbar-Bourani (2021) apresentam o estudo de um modelo matemático para o problema de dimensionamento de lotes em um ambiente *job shop* flexível utilizando uma abordagem orientada pelo produto e não pela tarefa, tamanho de lote variável, operações de montagem, estoque inicial e estoque de segurança.

Essa classe compreende 21,3% dos segmentos de texto das conclusões e contém como destaque os termos que podem ser traduzidos como: ‘dimensionamento de lotes’, ‘programação’, ‘flexível’, ‘*job shop*’, ‘simultâneo’, ‘integrar’, ‘otimização’ e ‘formulação’.

A classe 2 compreende 21,3% dos segmentos de texto das conclusões e contém como destaque os termos: ‘*performance*’, ‘comparar’, ‘instância’, ‘algoritmo genético’, ‘gerar’, ‘avaliar’ (em livre tradução). ‘computacional’ e ‘programação inteira mista’. Assim, é possível inferir que essa classe está mais relacionada com artigos que buscam melhores métodos computacionais para obter os resultados. Esta classe compreende os segmentos de texto das conclusões de cinco artigos: Kesen e Güngör (2012); Hajipour et al. (2015); Giglio et al. (2017); Bozek e Werner (2018) e Ibn Majdoub Hassani et al. (2020). Ibn Majdoub Hassani et al. (2020) e Kesen e Güngör (2012) utilizam algoritmo genético para formular seus métodos de solução, sendo que o primeiro associa também com o algoritmo *simulated annealing*, enquanto o Giglio et al. (2017) utiliza uma heurística *relax-and-fix*. No trabalho de Hajipour et al. (2015) são propostos dois modelos para resolver problemas de dimensionamento de lotes capacitados multi-objetivo e multi-item. Os objetivos são minimizar o custo total, porém nivelando o nível de produção em diferentes períodos e mantendo o nível de produção o mais próximo possível do tempo de entrega (*just in time*). Duas meta-heurísticas baseadas em Pareto foram propostas para resolução. Bozek e Werner (2018) apresentam abordagens de otimização para o problema apresentado de lote contínuo e dimensionamento de lotes em dois estágios em ambiente *job shop* flexível. Os autores apresentam métodos exatos e heurísticos para resolução. Verifica-se na análise fatorial (Figura 6) que as conclusões dessa classe estão relacionadas com a classe 3.

A classe 3 compreende 29,5% dos segmentos de texto das conclusões e abrange o conteúdo de três artigos: Dousthaghi et al. (2013); Karimi-Nasab et al. (2015) e Poursabzi; Mohammadi e Naderi (2018). Esta classe contém como destaque os termos: ‘propor’, ‘pesquisar’, ‘algoritmo’, ‘solução’, ‘modelo’, ‘produção’, ‘heurística’ e ‘*particle swarm optimization*’. É possível inferir que esta classe envolve artigos relacionados ao desenvolvimento de algoritmos para solução de problemas e tem relação com a classe 2, cuja temática é a busca por melhores resultados computacionais. Dousthaghi et al. (2013), por sua vez, abordam este problema em ambiente *job shop* flexível com máquinas paralelas não relacionadas considerando a validade de produtos perecíveis e propõem a utilização de uma heurística PSO híbrida. Karimi-Nasab et al. (2015) propõem um algoritmo auto adaptável baseado no algoritmo PSO para resolução de modelo semelhante, o qual é capaz de verificar a tendência de progresso no espaço da solução para atualizar seus parâmetros de trabalho. Poursabzi; Mohammadi e Naderi (2018) apresentam um modelo para o dimensionamento e sequenciamento de lotes com *carryover* de preparação e em uma estrutura de produtos, para o qual propõem uma heurística baseada no conceito de *production shifting* para obter soluções.

A classe 4 compreende os segmentos de texto das conclusões de três artigos: Oztürk e Ornek (2010); Kasemset e Kachitvichyanukul (2012) e Karimi-Nasab et al. (2013). Oztürk e Ornek (2010) propõem um modelo de programação inteira mista para um problema de dimensionamento e sequenciamento de lotes capacitado multirrecursos e multiníveis incluindo restrições para considerar demandas dependentes aplicados a um ambiente *job shop* e solucionado com o algoritmo CPLEX. Este trabalho leva em consideração uma estrutura de produtos, mas considera um único tempo de produção para cada produto por máquina, sem levar em consideração diferentes processos que possam ser realizados. Os autores retiram os custos de preparação da função objetivo, pois consideram que assim podem evitar preparações desnecessárias. Karimi-Nasab et al. (2013) apresentam um modelo para integrar o dimensionamento de lotes e a programação em um ambiente *job shop* considerando máquinas flexíveis com a possibilidade de mudança nas velocidades de trabalho, conhecido como compressibilidade do processo. Os autores consideram uma estrutura de produtos multinível e solucionam o modelo matemático com um algoritmo genético. Kasemset e Kachitvichyanukul (2012) apresentam uma aplicação do algoritmo PSO para resolução do problema de programação da produção multiobjetivo em ambiente *job shop*. Os objetivos do modelo são a minimização do tempo ocioso no gargalo, *makespan*, atraso (*tardiness*) e antecipação (*earliness*). Essa classe compreende 27,9% dos segmentos de texto das conclusões e contém como destaque os termos: ‘*setup*’, ‘demanda’, ‘item’, ‘tempo’, ‘tipo’, ‘minimização’,

‘transferência’ e ‘produto’. Esta classe tem relação com a classe 1. Pode-se verificar que a ideia principal dessa classe está relacionada a modelos aplicáveis a produtos multiníveis, além de incluir o trabalho de Kasemset e Kachitvichyanukul (2012) que considera dois níveis na definição dos objetivos.

Com o apoio do *software* CiteSpace 5.6.R5, foi realizada uma análise das referências citadas pelos autores. Este *software* elabora uma rede das citações e calcula a centralidade dos nós, que é uma medida para mostrar em que grau um nó é parte dos caminhos que ligam os demais nós, assim um nó com uma alta pontuação de centralidade tem grande influência em como a informação flui (CHEN, 2016). Das 522 referências analisadas, 4 trabalhos destacaram-se por uma maior centralidade dentre os demais conforme pode ser visualizado na Tabela 2.

TABELA 2 - Análise de referências citadas pelos artigos

| Centralidade | Número de artigos selecionados que citam essa referência | Referência citada |
|--------------|--|-------------------------------|
| 0,20 | 2 | (BUSCHKÜHL et al., 2010) |
| 0,20 | 2 | (ALVAREZ-VALDES et al., 2005) |
| 0,13 | 3 | (DREXL; KIMMS, 1997) |
| 0,11 | 5 | (CHAN; WONG; CHAN, 2008) |
| < 0,10 | | Demais citações |

Fonte: Elaborada pelo autor.

Observe na Tabela 2 que os trabalhos de Buschkühl et al. (2010) e Drexl e Kimms (1997) são os mais citados nos artigos revisados. Buschkühl et al. (2010) apresentam uma revisão das pesquisas de dimensionamento de lotes dinâmico com restrições de capacidade com foco em pesquisas que separam o problema de dimensionamento de lotes do problema de sequenciamento e programação. Nesse artigo são discutidas as abordagens de modelagem dos problemas de otimização e também as diferentes abordagens de solução utilizadas, utilizando como referência o problema de dimensionamento de lotes multinível capacitado (MLCLSP). Segundo os autores, as duas linhas de pesquisa mais ativas são as que são baseadas em programação matemática e as que trabalham com meta-heurísticas. Drexl e Kimms (1997) apresentam uma revisão sobre dimensionamento e sequenciamento de lotes com foco nos casos capacitados, dinâmicos e determinísticos. Os autores apresentam os principais modelos e suas diferenças: CLSP (*Capacitated Lot Sizing Problem*), DLSP (*Discrete Lot Sizing and Scheduling Problem*), CSLP (*Continuous Setup Lot Sizing Problem*), PLSP (*Proportional Lot Sizing and Scheduling Problem*) e GLSP (*General Lot Sizing and Scheduling Problem*). Além dos modelos

com horizonte de planejamento subdividido em vários períodos discretos e com um único nível de produto, eles também apresentam um modelo com escala de tempo contínua e outro modelo com uma estrutura de produto com múltiplos níveis. Deste modo, o trabalho de Buschkühl et al. (2010) e o de Drexel e Kimms (1997) são bases para outros trabalhos da área por se tratarem de revisões e consolidações de modelos para representar problemas de planejamento e programação da produção que também são aplicáveis para o ambiente de produção *job shop*.

Os demais trabalhos que estão entre os mais citados (Tabela 2) são Alvarez-Valdes et al. (2005) e Chan et al. (2008), ambos com duas citações cada. Alvarez-Valdes et al. (2005) descrevem o projeto e implementação de um sistema de programação de uma fábrica de objetos de vidro produzidos sob encomenda, que consiste em um problema de programação em ambiente *job shop* flexível com algumas características especiais, como a restrição de não poder ter espera em algumas operações devido ao processo e a consideração de que alguns operadores de atividades manuais muito especializadas são considerados como máquinas especiais. O modelo matemático tem objetivo de minimizar o custo total de produção. Chan et al. (2008) apresentam um problema de programação em ambiente *job shop* com montagem, assim, além do problema *job shop* clássico, inclui mais um estágio para a montagem das tarefas realizadas. Este trabalho considera também a técnica de fluxo contínuo de lotes, que consiste em um processo de divisão de tarefas em subtarefas menores de modo que as operações sucessivas possam se sobrepor. Para solucionar este modelo, que tem por objetivo a minimização do custo, os autores propõem o uso de algoritmo genético e regras de expedição.

2.3.5 Considerações finais da revisão sistemática

Esta revisão bibliográfica sistemática investigou os estudos dos últimos onze anos sobre modelos matemáticos para otimização do dimensionamento de lotes e sequenciamento em ambientes de produção *job shop* com múltiplas tarefas, múltiplos produtos e múltiplas máquinas. Em uma análise inicial, verifica-se que não há uma tendência no número de publicações por ano neste tema. Uma síntese das principais características encontradas na literatura é apresentada a seguir.

Verifica-se que dados determinísticos são encontrados em todos os trabalhos selecionados, o que pode evidenciar que, devido ao nível de complexidade do problema com diversas variáveis e possibilidades, não tenha sido oportuno até o presente momento considerar dados estocásticos. Outra explicação para esta tendência na utilização de abordagens determinísticas é que a programação da produção envolve decisões de curto prazo, em que as incertezas são reduzidas.

Observa-se também que a maior parte dos trabalhos têm por objetivo minimizar o custo, ainda que vários fatores estejam incluídos, como custos de produção, manutenção do estoque, energia elétrica, penalidades por atrasos, dentre outros. Ainda, nota-se que grande parte dos artigos busca métodos de solução heurísticos como alternativa a abordagens exatas de alta complexidade computacional e conseguem obter soluções mais rapidamente.

A análise das conclusões com o método CHD de Reinert e a análise fatorial utilizando o apoio software Iramuteq mostrou que os trabalhos podem ser classificados em quatro classes que apresentam os seguintes temas principais: 1) abordagens para resolução do problema integrado de dimensionamento e sequenciamento de lotes; 2) busca de melhores métodos computacionais para obter os resultados; 3) desenvolvimento de algoritmos para solução de problemas complexos; e, 4) modelos aplicáveis a uma estrutura de produtos com múltiplos níveis. Entretanto, percebe-se na análise fatorial que as classes 2 e 3 são bem próximas, uma vez que o desenvolvimento de algoritmos para a solução dos problemas complexos dos trabalhos da classe 3 também estão relacionados à busca de melhores métodos para obter os resultados. Além disso, verifica-se no dendograma que existe também uma relação entre as classes 1 e 4, uma vez que os trabalhos da classe 4 têm características compatíveis com a temática da classe 1, porém incluem mais especificidades que o diferenciam e classificam em uma classe distinta.

Na análise de citações verificou-se que dentre os trabalhos mais relevantes citados utilizando o critério da centralidade estão dois trabalhos de revisão (BUSCHKÜHL et al., 2010; DREXL; KIMMS, 1997), que serviram de base para pesquisas futuras.

Como limitações desta pesquisa, considera-se a amostra de períodos realizados com foco em estudos dos últimos onze anos, com o objetivo de retratar os estudos recentes. Assim, um trabalho futuro de revisão sistemática pode fazer um panorama de evolução e para isso considerar um período mais abrangente. Outra limitação é a busca por modelos matemáticos que representem um ambiente de produção *job shop* com múltiplas tarefas, múltiplos produtos e múltiplas máquinas, uma vez que outra pesquisa de revisão sistemática pode não colocar essas restrições para avaliar outros os modelos existentes, incluindo os que tenham um grau menor de complexidade com relação a essas variáveis.

Por fim, nota-se que dentre os trabalhos analisados nenhum aborda e modela de forma completa o problema analisado no estudo de caso deste trabalho, o qual será apresentado com mais detalhes no capítulo a seguir.

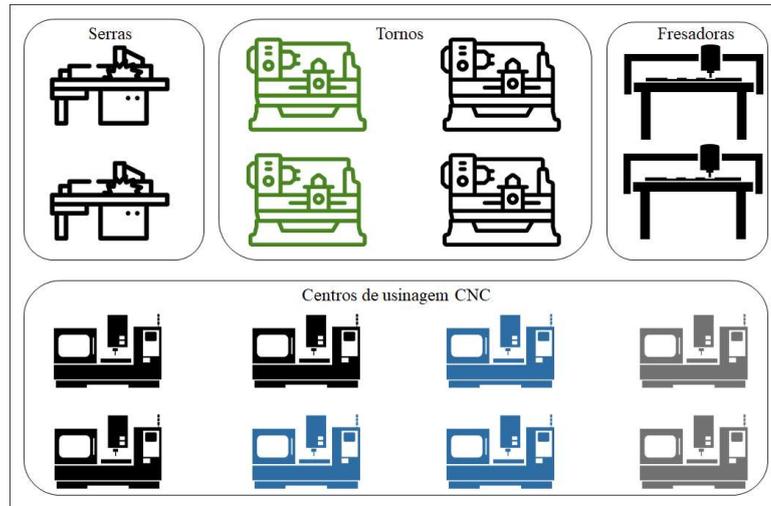
3 MODELAGEM DO PROBLEMA

3.1 DESCRIÇÃO DO PROBLEMA

Este trabalho aborda o problema de planejamento e programação da produção em um ambiente de produção *job shop* flexível para usinagem de produtos sob encomenda. Como mencionado anteriormente, o trabalho é motivado por um estudo de caso de uma empresa do setor que produz máquinas e equipamentos para grandes projetos. A produção é descentralizada em plantas especializadas devido a questões tecnológicas e estratégicas, como confidencialidade das informações industriais.

O estudo de caso realizado foca uma planta que fabrica produtos usinados tanto para atender a outras plantas da mesma empresa que realizam outros estágios de produção como para atender à demanda de peças de reposição para os clientes finais. Esta planta de produção recebe pedidos de diversos tipos de produtos, sejam eles padronizados, com demandas recorrentes, ou mais customizados, como novos produtos com demandas mais pontuais e específicas. Um setor de planejamento tático da empresa centraliza o levantamento das necessidades de componentes para coordenar e manter o fluxo de produção entre as plantas para atender a demanda do produto sob encomenda. A demanda interna é agregada às demandas pontuais de novos produtos e peças para clientes finais e encaminhada para o setor de planejamento e controle da produção de cada planta, responsável pelas decisões de dimensionamento e sequenciamento dos lotes de produção.

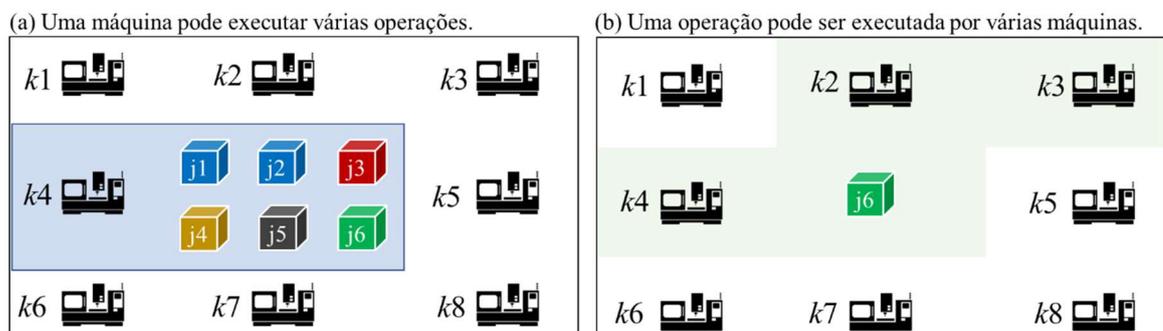
Em geral, a fabricação de produtos usinados, como a maioria dos ambientes *job shop*, possui um *layout* organizado por processo. Para cada tipo de processo existem diversas máquinas que podem ou não ser idênticas como tornos, furadeiras, fresas, retíficas, dentre outras, e centros de usinagem de controle numérico computadorizado (CNC). Um exemplo deste tipo de *layout* é apresentado na Figura 7, que conta com serras, tornos, fresadoras e centros de usinagem. As cores diferentes para um mesmo tipo de máquina indicam que elas diferem entre si. Esta diferença pode ser por fabricante, modelo, tecnologias diferentes ou alguma outra alteração no equipamento que faz com que os mesmos tenham características diferentes entre si. No exemplo da Figura 7, esta situação acontece nos tornos e nos centros de usinagem.

FIGURA 7 – Exemplo de *layout* do problema estudado

Fonte: Elaborada pelo autor.

Na fabricação de produtos usinados, uma mesma máquina pode executar diferentes tipos de tarefas (operações) e, de forma análoga, uma mesma operação pode ser executada por diferentes máquinas, como o exemplo da Figura 8. A Figura 8(a) mostra que, de um conjunto de máquinas (k_1, \dots, k_8), a máquina k_4 pode processar as operações j_1, j_2, j_3, j_4, j_5 e j_6 . A Figura 8(b) apresenta um exemplo em que uma dada operação (j_6) pode ser processada em diversas máquinas (k_2, k_3 e k_4). Vale ressaltar que cada máquina processa apenas uma operação de cada produto por vez, mas a mesma operação pode ser processada por duas máquinas simultaneamente.

FIGURA 8 – Exemplos de características de processamento em usinagem



Fonte: Elaborada pelo autor.

Como as máquinas de um mesmo centro de processamento podem não ser idênticas (Figura 7), os tempos de execução de uma determinada operação podem variar entre máquinas.

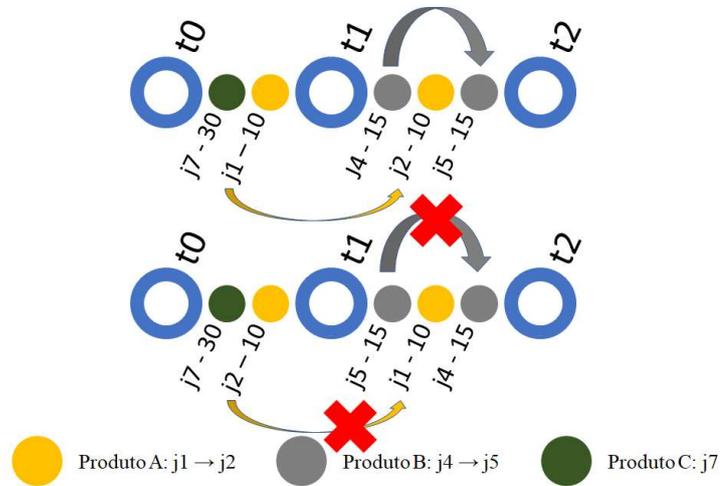
Da mesma forma, os tempos de preparação dependem de cada operação e da máquina ao qual é alocada. Estes tempos independem da sequência de processamento das operações, mas podem afetar o tempo total de produção em caso de divisão da quantidade a ser produzida em lotes de tamanhos menores. Ou seja, a máquina precisa ser preparada várias vezes para produzir uma determinada demanda de produto. Por outro lado, a divisão em lotes de menor tamanho possibilita que as operações sejam alocadas em máquinas mais rápidas, compensando um maior número de preparações.

A partir da observação dos processos de fabricação e de planejamento na empresa estudada, nota-se que as características do ambiente de produção e as especificidades do setor industrial permitem o estoque tanto de produtos acabados quanto de semiacabados. Ou seja, não há limitação de espaço para armazenagem considerando os volumes de produção para atender a demanda no horizonte de planejamento do problema.

Essas características viabilizam o estoque em processo e, conseqüentemente, a divisão dos pedidos em lotes de produção menores, sendo que os tamanhos desses lotes também podem ser diferentes para cada operação de um determinado produto, ou seja, em cada etapa do processo. E, conforme mencionando anteriormente, a divisão dos pedidos em lotes menores, permite uma melhor programação do tempo de uso de cada máquina. Assim, há um *trade-off* entre um maior tempo de preparação (aumento do tamanho dos lotes) e uma melhor utilização da capacidade das máquinas (redução do tamanho dos lotes).

No setor de usinagem, as tarefas (*jobs*), que correspondem à produção de cada produto, são divididas em operações que precisam ser executadas em uma sequência determinada, podendo ser realizada em mais de uma máquina como discutido anteriormente. Assim, existe mais de uma possibilidade de roteiro para fabricação de cada produto. Entretanto, como é possível e viável trabalhar com diferentes tamanhos de lotes, uma operação de um produto só pode ser executada em determinado instante de tempo se houver estoque suficiente da operação precedente para este mesmo produto (estoque em processo). Para ilustrar a relação de precedência entre as operações de diferentes produtos, considere a seguinte situação: o produto A é fabricado a partir das operações $j1$ e $j2$; o produto B é obtido pelas operações $j4$ e $j5$; e o produto C pela operação $j7$. A Figura 9 mostra que no caso do produto A, as 10 unidades da operação $j2$ só podem ser produzidas após o processamento de 10 unidades de $j1$ e da mesma forma as 15 unidades do produto B só podem ser processadas na operação $j5$ após o processamento dessas unidades na operação $j4$. Como ilustrado nesta mesma Figura, o contrário não pode acontecer, de modo que $j2$ não preceda $j1$ e $j5$ não preceda $j4$.

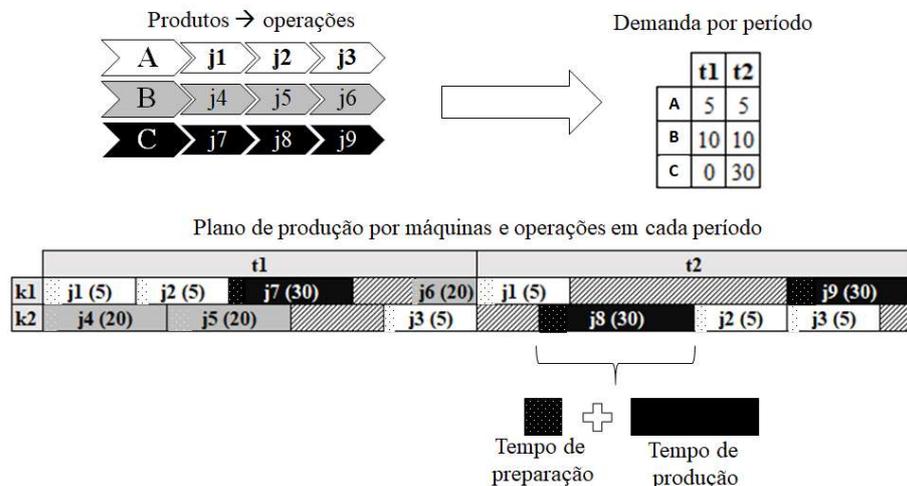
FIGURA 9 – Exemplo de relações de precedência entre operações



Fonte: Elaborada pelo autor.

Um exemplo das decisões envolvidas é apresentado na Figura 10, a qual apresenta uma situação ilustrativa com 3 produtos (A, B e C), cada um com 3 operações ($j1$ a $j9$). Diante de uma demanda conhecida por produto para os próximos períodos ($t1$ e $t2$), as decisões consistem em alocar as operações necessárias para produção de cada produto nas máquinas ($k1$ e $k2$) de modo a atender aos produtos finais, considerando que pode haver a formação de estoque final e intermediário. Como detalhado para a operação $j8$, o tempo total de cada operação no gráfico de Gantt é a soma do tempo de preparação da máquina para realizar esta operação (pontilhado) mais o tempo de processamento (cor sólida) que é proporcional ao tamanho do lote processado.

FIGURA 10 – Esquema ilustrativo das decisões envolvidas no problema

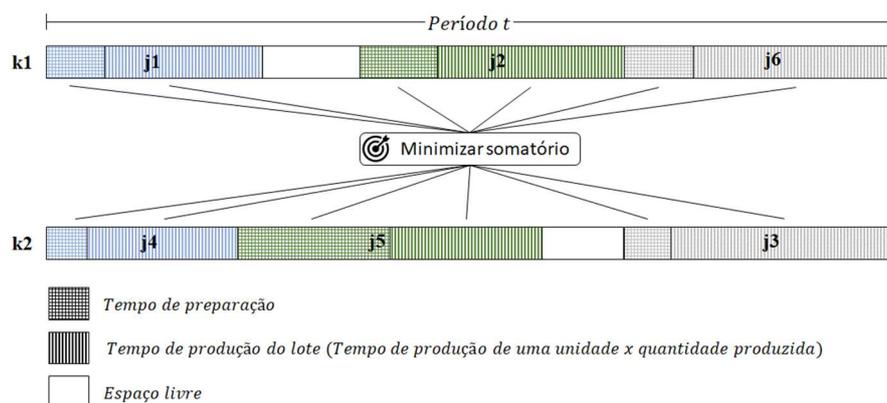


Fonte: Elaborada pelo autor.

No planejamento da produção da empresa estudada, toda a demanda deve ser atendida sem atrasos, ou seja, não são considerados atrasos (*backlog*) ou demanda perdida. Diferente da maioria dos problemas encontrados na literatura, neste problema os custos de preparação não são relevantes, pois a capacidade produtiva está associada ao número de máquinas disponíveis e à mão-de-obra. Como a preparação das máquinas é executada pela mesma equipe que as opera e há disponibilidade de mão de obra suficiente para essas tarefas, o custo de troca entre produtos não é considerado. No entanto, em termos de tempo, o impacto de interromper o processamento para a troca de um produto/operação para outro é bastante significativo para a redução da capacidade de produção.

O objetivo de desempenho do planejamento é reduzir o tempo total de produção, o que implica em menor tempo de utilização das máquinas e consequente aumento da disponibilidade do parque fabril. O tempo total de produção consiste na soma dos tempos de utilização de todas as máquinas ao longo do horizonte de planejamento, incluindo os tempos de preparação e os tempos de processamento, conforme ilustrado pela Figura 11. Este objetivo é interessante neste contexto por trazer uma maior eficiência na utilização dos equipamentos da planta como um todo e prover mais capacidade disponível para outras atividades, como atender novas demandas, desenvolver protótipos de novos produtos e processos, fabricar dispositivos auxiliares ou absorver possíveis problemas comuns nesse tipo de ambiente produtivo, como quebra de máquinas e ferramentas, tanto da própria planta quanto de outras unidades da empresa.

FIGURA 11 – Exemplo ilustrativo do critério de desempenho do problema prático

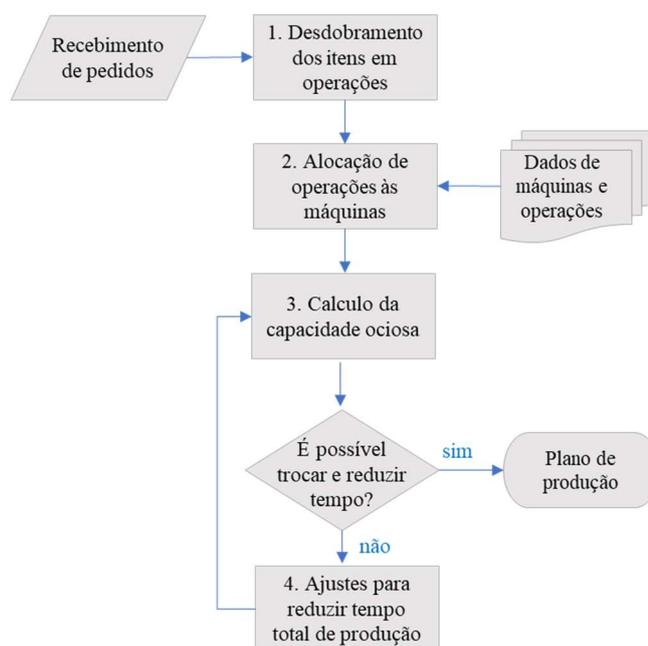


Fonte: Elaborada pelo autor.

Como mencionado anteriormente, a empresa trabalha com grandes projetos e, por questões de proteção de dados e confidencialidade de informações que garantem sua vantagem competitiva, os itens que compõem o produto final são divididos e alocados a diversas plantas,

entre elas a planta de usinagem estudada neste trabalho. Assim, essa planta recebe o pedido dos itens que devem ser produzidos no próximo mês. A Figura 12 apresenta um fluxograma simplificado do processo de planejamento e programação da produção feito pela empresa. A primeira etapa do planejamento (Figura 12) é o desdobramento dos itens nas operações necessárias para sua produção. O próximo passo é considerar os dados referentes aos equipamentos disponíveis na planta, quais máquinas processam quais operações e quais operações podem ser processadas em mais de uma máquina. Uma primeira alocação é feita considerando um tamanho de lote único para as operações de um mesmo produto, o que impacta em maior tempo de espera em máquinas compartilhadas e pode afetar o atendimento do prazo dos demais clientes internos e externos. A partir desta solução é calculado o uso de capacidade das máquinas (etapa 3). Caso haja capacidade ociosa, que permita o remanejamento de lotes para máquinas que possam processá-los mais rapidamente, são executados ajustes no plano de produção da inicial (etapa 4). Este novo plano é novamente avaliado em termos de capacidade ociosa e novos ajustes podem ser feitos para se obter planos com menor tempo total de processamento. Caso não seja possível realocações que reduzam esse tempo total, o planejamento é finalizado e o plano gerado é implementado. Também é considerado para o desenvolvimento do dimensionamento e sequenciamento de lotes que há mão-de-obra disponível para operar em todas as máquinas, ou seja, que a mão-de-obra não é uma restrição nesse problema e que a capacidade está associada à disponibilidade de hora-máquina.

FIGURA 12 - Fluxograma do processo de planejamento da empresa



Fonte: Elaborada pelo autor.

O processo de planejamento atual da empresa é feito com a utilização de planilhas de apoio e depende fortemente da experiência dos planejadores (funcionários específicos), tanto para a definição de uma alocação inicial (etapa 2 da Figura 12) quanto para a etapa de ajustes. Estes ajustes para melhorias no plano de produção são feitos com base em estratégias de tentativa e erro e tomam muito tempo dos planejadores, pois é necessário considerar todas as particularidades do problema, como por exemplo as questões de precedência entre as operações. O processo de planejamento ocupa dois funcionários, que levam de cerca de dois dias para definir um plano de produção para as quatro semanas seguintes. Ainda, não se tem qualquer informação sobre a qualidade da solução encontrada. Neste contexto, há um grande potencial para a proposição de métodos para encontrar soluções melhores que as praticadas atualmente, em menor tempo de planejamento e com maior consistência em relação às estratégias de produção.

As características de processo, ambiente de produção e tipo de negócio tornam o planejamento e programação da produção bastante complexo, o que justifica a busca de ferramentas de apoio à decisão, como modelos de programação matemática, que podem auxiliar na compreensão, análise de cenários e obtenção de soluções para o problema. Particularmente, as decisões de dimensionamento e o sequenciamento dos lotes de produção têm o objetivo de minimizar o tempo de produção e atender à demanda. Esta demanda pode ser interna das demais plantas para conclusão dos produtos finais ou externa de peças e outros produtos para os clientes finais, cujo prazo de entrega definido previamente é relacionado a prazos de projetos que vão utilizar as máquinas, equipamentos e peças para sua execução.

3.2 MODELAGEM MATEMÁTICA

A revisão da literatura recente sobre modelos para o dimensionamento e sequenciamento de lotes de produção em ambientes *job shop* mostra que os trabalhos encontrados não contemplam todas as peculiaridades do problema estudado neste trabalho. Neste contexto, os três modelos clássicos apresentados na seção 2.2 são utilizados como base e adaptados para representar o problema estudado. O objetivo é definir uma formulação que seja efetiva para representar todas as particularidades do problema e gerar uma solução satisfatória em um tempo razoável do ponto de vista prático.

O primeiro modelo consiste na adaptação da formulação do GLSP (FLEISCHMANN; MEYR, 1997) para o problema de *job shop* flexível, neste trabalho chamado pela sigla GLSP-FJS (*General Lot-Sizing Problem – Flexible Job Shop*).

O segundo modelo consiste em uma adaptação do problema do caixeiro viajante aplicado a problemas de planejamento e programação da produção, aplicado ao contexto do problema estudado. Neste trabalho o modelo é denominado pela sigla TSP-FJS (*Traveling Salesman Problem - Flexible Job Shop*).

O terceiro modelo utiliza como base a formulação proposta por Özgüven, Özbakir e Yavuz (2010) para sequenciamento em ambiente *job shop* flexível, o qual não considera o planejamento da produção de forma integrada. Neste trabalho, a adaptação deste modelo é chamada de FJS-LS (*Flexible Job Shop – Lot Scheduling*). Para adaptar o modelo, são considerados múltiplos períodos com demanda por produto, tempo de preparação dependente de cada produto e cada máquina e variáveis de decisão adicionais para dimensionar a quantidade a ser produzida de cada produto.

Para formulação dos modelos para o problema de dimensionamento e sequenciamento de lotes de produtos usinados na indústria de máquinas e equipamentos são necessárias as seguintes considerações:

- O tempo de processamento é referente ao tempo de execução de uma operação de uma unidade de determinado produto, sendo que o tempo de processamento total do lote depende do seu tamanho.
- O horizonte de planejamento é dividido em períodos e cada operação relacionada a determinado produto só pode ser processada uma vez em cada período.
- Em cada máquina, uma preparação para determinado produto requer o processamento de um lote mínimo de produção, de forma a evitar a divisão em lotes muito pequenos.
- O tamanho dos lotes de um mesmo produto pode ser diferente para cada operação. Ou seja, em um dado período pode ser processado um lote maior de determinada operação, resultando em estoque de produtos intermediários (semiacabados).

3.2.1 Modelo GLSP-FJS

Como mencionado na seção 2.2.1, o modelo GLSP (FLEISCHMANN; MEYR, 1997) usa duas escalas de tempo para definir as variáveis de dimensionamento e de sequenciamento da produção. Nesta subseção é apresentada uma extensão do modelo GLSP, neste trabalho denominado GLSP-FJS. Em relação ao modelo base, esta formulação acrescenta o conjunto de operações para cada produto e máquinas, além de variáveis para representar o estoque intermediário por operações de cada produto e os parâmetros relacionados ao tempo de preparação e processamento, que passam a depender de cada máquina. Como os subperíodos assumem o tempo de execução de cada lote em cada máquina, há a dificuldade de relacionar o

sequenciamento dos subperíodos de uma máquina com outro, por isso também são inseridas variáveis que representam os instantes de início e fim de cada operação em cada máquina utilizadas nas restrições que garantem a precedência das operações.

Para formulação do modelo GLSP-FJS é utilizada a seguinte notação:

Conjuntos

| | |
|-------|---|
| T | conjunto de períodos |
| S | conjunto de subperíodos |
| S_t | conjunto de subperíodos do período t ($S_t \subseteq S$) |
| I | conjunto de produtos |
| O | conjunto de operações |
| O_i | conjunto ordenado de operações do produto i ($O_i \subseteq O$), onde $O_{if(i)}$ e $O_{il(i)}$ correspondem ao primeiro e último elemento de O_i , respectivamente |
| M | conjunto de máquinas |
| M_j | conjunto de máquinas alternativas em que a operação j pode ser processada ($M_j \subseteq M$) |

Índices

| | |
|---------|-------------|
| t | períodos |
| s, r | subperíodos |
| i, i' | produtos |
| j | operações |
| k, b | máquinas |

Parâmetros

| | |
|-----------|--|
| p_{jk} | tempo de processamento da operação j na máquina k |
| st_{jk} | tempo de preparação da operação j na máquina k |
| d_{it} | demanda do produto i no período t (unidades) |
| I_{j0} | estoque inicial do produto i na operação j no começo do horizonte de planejamento |
| x_{j0} | indica se a linha está preparada para produzir a operação j do produto i no começo do horizonte de planejamento ($x_{j0} = 1$) ou não ($x_{j0} = 0$) |
| C_{tk} | tempo disponível (capacidade) na máquina k no período t |
| lm_j | lote mínimo da operação j |

G número grande

Variáveis

- I_{jt} estoque do produto i na operação j no período t
- $I_{p_{js}}$ estoque do produto i na operação j no subperíodo s
- x_{jks} 1, se a máquina k está preparada para a operação j no subperíodo s ; 0, caso contrário
- w_{jks} o tempo de início da operação j na máquina k no subperíodo s
- a_{jks} o tempo de encerramento da operação j na máquina k no subperíodo s
- y_{jks} indica se ocorre troca para a operação j na máquina k no subperíodo s ($y_{jks}=1$) ou não ($y_{jks}=0$)
- q_{jks} tamanho do lote da operação j produzida na máquina k no subperíodo s

O modelo tem como objetivo a minimização do tempo total utilizado pelas máquinas, a fim de deixá-las com o máximo de tempo disponível para receber novas tarefas ou para realização de atividades de manutenção. Assim, a função objetivo (3.1) é formulada pela seguinte equação.

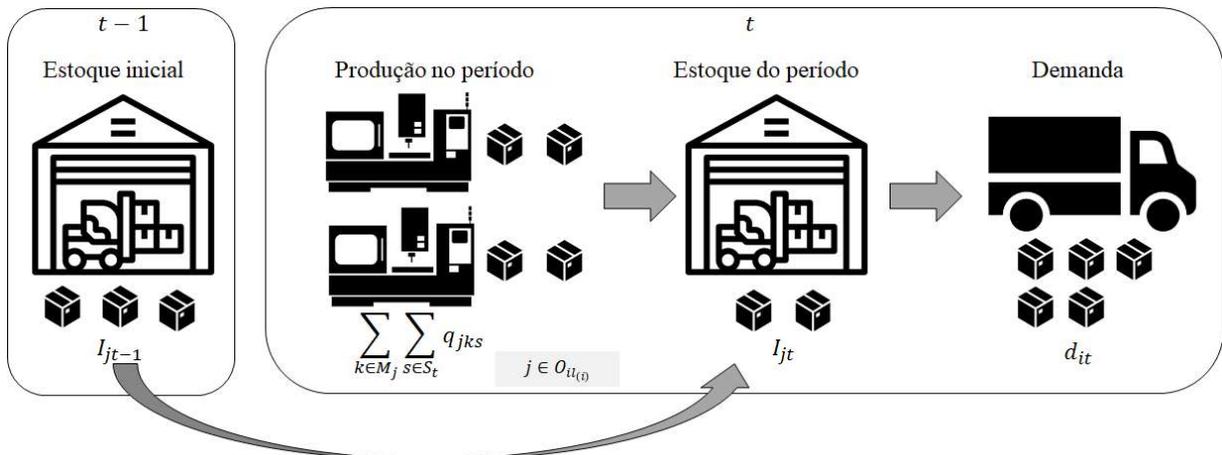
$$FO = \min \sum_{k \in K} \sum_{i \in I} \sum_{j \in O_i} \sum_{s \in S} (p_{jk} q_{jks} + s t_{jk} y_{jks}) \quad (3.1)$$

O estoque de cada produto ao final de cada período depende da quantidade de estoque inicial mais a quantidade que é produzida na última operação ($O_{il(i)}$) em todas as máquinas e todos os subperíodos s correspondentes ao período ($s \in S_t$). Desta quantidade inicial é retirada a demanda, resultando na quantidade estocada. As restrições (3.2) garantem o balanço de estoque dos produtos finalizados entre os períodos.

$$I_{jt} = I_{jt-1} + \sum_{k \in M_j} \sum_{s \in S_t} q_{jks} - d_{it}, \quad \forall i \in I, \quad \forall j \in O_{il(i)}, \quad \forall t \in T \quad (3.2)$$

A Figura 13 mostra um exemplo em que há 3 unidades em estoque ao final do período $t-1$ e 4 unidades foram produzidas no período t , totalizando 7 unidades. Destas 7 unidades, 5 foram expedidas para o cliente, sendo assim restaram 2 unidades em estoque.

FIGURA 13 – Balanceamento de estoque de produto acabado



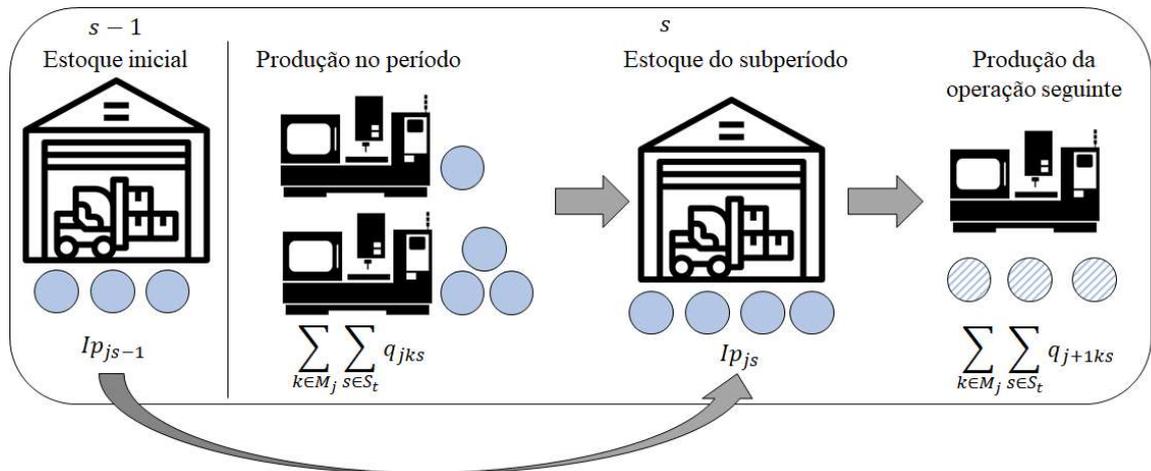
Fonte: Elaborada pelo autor.

Da mesma forma que o estoque de produtos acabados deve ser controlado, é preciso controlar também o balanço de estoques de produtos semiacabados ou intermediários. Diferente das decisões de estoque final, que são feitas entre períodos, o balanço do estoque em processo é feito nos subperíodos. As equações (3.3) garantem o balanço de estoque das operações entre os subperíodos.

$$I_{p_{js}} = I_{p_{js-1}} + \sum_{k \in M_j} \sum_{s \in S_t} q_{jks} - \sum_{k \in M_j} \sum_{s \in S_t} q_{j+1ks}, \quad \forall i \in I, \forall j \in O_i - \{O_{i(i)}\}, \forall s \in S \quad (3.3)$$

A Figura 14 exemplifica o balanço de estoque das restrições (3.3). Os itens em processo ($j \mid j \notin \{O_{i(i)}\}$) são representados por círculos inteiros na cor azul, após processamento (operação $j+1$) estes itens são representados por círculos azuis hachurados. Nota-se que no subperíodo $s-1$ o estoque de produtos após operação j era de 3 unidades. No subperíodo s foram produzidas mais 4 unidades, totalizando 7 unidades deste produto no estágio da operação j . Nesse mesmo subperíodo foram produzidas 3 unidades da operação $j+1$, que demandaram 3 unidades de j para sua produção, sendo assim o estoque restante de produto em processo no estágio da operação j é de 4 unidades.

FIGURA 14 – Balanceamento de estoque de produto em processo



Fonte: Elaborada pelo autor.

Nas equações (3.3) a quantidade de produto intermediário a ser produzida em cada período pode ser considerada como a quantidade produzida na operação seguinte ($\sum_{k \in M_j} \sum_{s \in S_t} q_{j+1ks}$), o que seria equivalente a demanda pela operação $j+1$ ($j \neq O_{il(i)}$) no período t . Ou seja, a soma de tudo que é processado da operação j em todas as máquinas em determinado subperíodo mais a quantidade de estoque em processo da operação j , deve ser igual ao estoque em processo desta operação ao final do subperíodo mais o que é utilizado no processamento da próxima operação ($j+1$).

São necessárias também as restrições (3.4) para garantir a quantidade disponível para produção de cada operação em cada subperíodo. Essas restrições definem que a quantidade máxima produzida em uma operação em determinado subperíodo é a quantidade em estoque da operação imediatamente anterior ao final do subperíodo imediatamente anterior, o que faz com que a produção da operação $j+1$ só ocorra no subperíodo s utilizando o estoque em processo da operação j no subperíodo $s-1$. Apesar dos subperíodos terem tamanhos diferentes em cada máquina, esta relação associada às restrições de uma escala de tempo contínuo que será apresentada mais adiante faz com que um subperíodo que tenha a produção de $j+1$ seja iniciado somente após um subperíodo com produção de j se ambos estão alocados no mesmo período.

$$\sum_{k \in M_j} q_{j+1ks} \leq Ip_{js-1}, \forall i \in I, \forall j \in O_i - \{O_{il(i)}\}, \forall s \in S \quad (3.4)$$

As restrições (3.5) asseguram que a capacidade em horas de cada máquina seja respeitada. A capacidade de produção é considerada em termos de tempo e é consumida pelo tempo de processamento das operações de cada produto alocadas a uma determinada máquina, considerando a quantidade processada, mais o tempo de preparação que depende da operação e da máquina, como exemplificado na Figura 18. Nesta figura, quatro operações são executadas ($j8, j3, j2$ e $j7$) na máquina k e ocupam 8 horas com tempo de preparação de máquinas e 25 horas de produção, restando 7 horas livres nesta máquina, cuja capacidade do período é de 40 horas.

$$\sum_{i \in I} \left(\sum_{j \in O_i} \sum_{s \in S_t} p_{jk} q_{jks} + \sum_{j \in O_i} \sum_{s \in S_t} st_{jk} y_{jks} \right) \leq C_{tk}, \forall k \in M, \forall t \in T \quad (3.5)$$

Uma das condições do problema é que só pode ocorrer o processamento de uma operação se a máquina para a qual foi alocada estiver preparada para esta operação. Assim, as restrições (3.6) têm a função de associar a produção com a preparação da máquina, de modo que a quantidade produzida só pode ser maior do que zero se a máquina estiver preparada para aquela operação.

$$p_{jk} q_{jkt} \leq C_{tk} x_{jks}, \forall i \in I, \forall j \in O_i, \forall k \in M \forall s \in S_t \quad (3.6)$$

Pelo conjunto de restrições (3.6), se a variável binária é igual a zero ($x_{jks} = 0$), temos que a quantidade produzida é nula ($q_{jkt} \leq 0$). Se $x_{jks} = 1$, temos que $q_{jkt} \leq \frac{C_{tk}}{p_{jk}}$.

Cada máquina pode processar apenas uma operação por vez, assim as equações (3.7) garantem esta restrição ao garantir que a somatória do estado de preparação para cada máquina seja igual a 1 em cada subperíodo. Entretanto, estas equações ainda permitem que uma operação seja alocada a uma máquina incapaz de executá-la. Assim, as equações (3.8) complementam as equações (3.7) ao restringir que a somatória do estado de preparação em cada máquina pertencentes ao conjunto de máquinas que podem realizar cada operação seja igual a 1, o que assegura que a operação seja alocada apenas em máquinas capazes de executá-la.

$$\sum_{i \in I} \sum_{j \in O_i} x_{jks} = 1, \forall k \in M, \forall s \in S_t \quad (3.7)$$

$$\sum_{i \in I} \sum_{j \in O_i} x_{jks} = 1, \forall k \in M_j, \forall s \in S_t \quad (3.8)$$

Uma máquina pode manter o estado de preparação por subperíodos consecutivos, de forma que o tempo de preparação só deve ser contabilizado quando ocorre a troca para outra operação. Assim, as inequações (3.9) estabelecem a relação entre as variáveis de estado de preparação (x_{jks}) e as variáveis que indicam a preparação para uma operação (y_{jks}). Deste modo, se a máquina está preparada para a operação j no subperíodo s e não estava preparada para esta operação no subperíodo $s-1$, a variável y_{jks} assumirá o valor 1, indicando que ocorreu uma troca para j na máquina k neste subperíodo. No demais casos ela assumirá um valor maior ou igual a zero, consequentemente zero por se tratar de um problema de minimização.

$$y_{jks} \geq x_{jks} - x_{jk,s-1}, \forall j \in O, \forall k \in M, \forall s \in S \quad (3.9)$$

Um lote mínimo é determinado para evitar que as variáveis do estado de preparação fiquem livres e também evitar a produção de lotes extremamente pequenos de produtos com demanda alta, que podem aumentar a complexidade do controle de rastreabilidade e logística. As restrições (3.10) garantem essa condição.

$$q_{jks} \geq lm_j(x_{jks} - x_{jk,s-1}), \forall j \in O, \forall k \in M, \forall s \in S_t \quad (3.10)$$

Uma operação pode ser realizada no máximo uma vez por período para evitar a divisão dos lotes de produção dimensionados para uma mesma operação em determinada máquina naquele período. Assim, no período pode ocorrer no máximo uma preparação para a mesma operação em qualquer uma das máquinas possíveis, como formulado nas restrições (3.11).

$$\sum_{s \in S_t} \sum_{k \in M_j} y_{jks} \leq 1, \forall j \in O, \forall t \in T \quad (3.11)$$

As restrições (3.12) garantem que o instante inicial de determinada operação alocada a uma máquina em determinado subperíodo tem que ser maior ou igual do que o instante inicial

mais o tempo de preparação e processamento da operação realizada na mesma máquina no subperíodo anterior.

$$w_{jks} \geq w_{lk,s-1} + p_{lk}q_{lk,s-1} + st_{lk}y_{lk,s-1} - (1 - x_{jks})G, \forall j, l \in O_i, k \in M, \forall s \in S \quad (3.12)$$

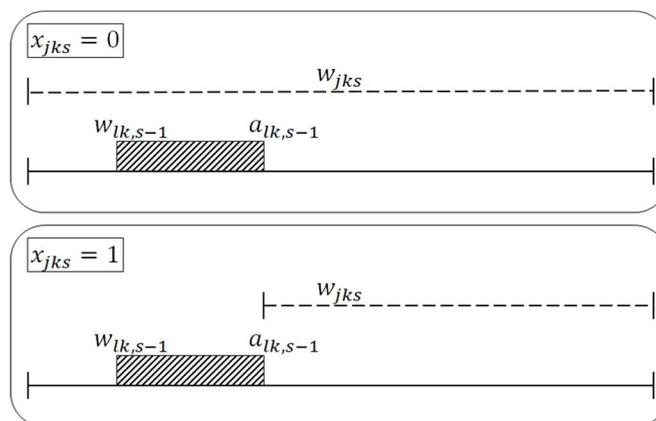
Note nas restrições (3.12) que, se a variável do estado de preparação x_{jks} é igual a 1, então a relação entre os instantes de início das operações subsequentes é garantida. Caso contrário, se a operação j não é alocada à máquina k em s ($x_{jks} = 0$), o número grande G desativa essas restrições. Um valor adequado para o número grande G é o maior valor da capacidade acumulada de cada máquina ($G = \max_{k \in M} \{\sum_{t \in T} C_{tk}\}$).

O valor do instante de término é igual ao instante de início mais o tempo de preparação e processamento, como apresentado nas equações (3.13). O instante de término pode ser calculado implicitamente. No entanto, para facilitar a demonstração das restrições do modelo e a organização do sequenciamento da produção com as janelas de tempo livres, este valor é armazenado na variável a_{jks} .

$$a_{jks} = w_{jks} + p_{jk}q_{jks} + st_{jk}y_{jks}, \forall j \in O, k \in M, s \in S \quad (3.13)$$

A Figura 15 exemplifica a relação entre a preparação da máquina e os instantes de início e término nas operações subsequentes, garantidos pelas restrições (3.12) e (3.13).

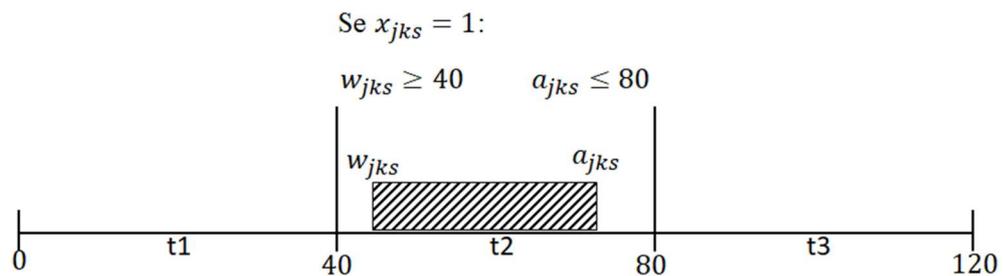
FIGURA 15 – Exemplo para as restrições (3.12) e (3.13)



Fonte: Elaborada pelo autor.

A capacidade é definida em termos de tempo, assim em um dado período t , o instante de término deve ser menor do que a capacidade acumulada de todos os períodos anteriores incluindo o período t . Da mesma forma, o instante de início deve ser maior do que a capacidade acumulada até o período anterior. Por exemplo, suponha que a capacidade de uma máquina seja de 40 horas por período. No período 2, o instante de término de uma operação deve ser menor do que 80 e o instante de início deve ser maior do que 40, como pode ser visto na Figura 16. No período 3, por sua vez, o instante de término de uma operação deve ser menor do que 120 e o instante de início deve ser maior do que 80. As inequações (3.14) e (3.15) restringem os limites inferior e superior dos instantes de início e término das operações em cada período com base na capacidade da máquina alocada se a variável do estado de preparação for igual a 1, ou seja, se a máquina estiver preparada para determinada operação em determinado instante de tempo. O instante de início e término será zero caso a máquina não esteja preparada.

FIGURA 16 – Limitantes da escala de tempo contínua em um período



Fonte: Elaborada pelo autor.

$$a_{jks} \leq x_{jks} \sum_{f=1}^t C_{fk}, \forall j \in O, \forall k \in M, \forall s \in S_t \quad (3.14)$$

$$w_{jks} \geq x_{jks} \sum_{f=1}^{t-1} C_{fk}, \forall j \in O, \forall k \in M, \forall s \in S_t \quad (3.15)$$

Como os subperíodos podem ter tamanhos diferentes para cada máquina, as restrições (3.3) e (3.4) ainda não garantem a precedência das operações entre máquinas diferentes, pois a produção de todas as máquinas é somada, o que pode gerar inconsistências na solução. As restrições (3.16) que são apresentadas a seguir garantem a precedência entre as operações de um mesmo produto com base nos instantes de início e término das operações. Como definido anteriormente, o conjunto O_i é o conjunto ordenado de operações j do produto i . Assim, temos

que $O_i = \{j1, j2, \dots, jn\}$, onde $j1$ corresponde à primeira operação para fabricar o produto i ($O_{if(i)}$), $j2$ é a segunda e assim sucessivamente até jn que representa a última operação para a fabricação de i ($O_{il(i)}$). A restrição (3.16) garante que o início de uma operação só aconteça após o encerramento da operação precedente nos subperíodos anteriores. Considerando as duas primeiras operações, o início da operação $j2$ no subperíodo s na máquina k deve ser maior que o término da operação $j1$ em qualquer máquina b de um subperíodo r anterior ao subperíodo s . Esta relação só acontece se a máquina k está preparada para a operação j no subperíodo s ($x_{jks} = 1$), caso contrário a restrição (3.16) é desativada.

$$w_{jks} \geq a_{j-1,br} - (1 - x_{jks})G, \quad \forall j \in O_i, i \in I, k \text{ e } b \in M_j, \forall s, r \in S_t, r \neq s \quad (3.16)$$

sendo $G = \max_{k \in M} \{\sum_{t \in T} C_{tk}\}$

As restrições (3.17) a (3.21) definem os domínios das variáveis.

$$x_{jks}, y_{jks} \in \{0,1\}, \forall i \in I, \forall j \in O_i, \forall k \in M_j, \forall s \in S \quad (3.17)$$

$$q_{jks} \in \mathbb{Z}^+, \forall i \in I, \forall j \in O_i, \forall k \in M_j, \forall s \in S \quad (3.18)$$

$$I_{jt} \in \mathbb{Z}^+, \forall i \in I, \forall j \in O_i, \forall t \in T \quad (3.19)$$

$$I_{p_{js}} \in \mathbb{Z}^+, \forall i \in I, \forall j \in O_i, \forall s \in S \quad (3.20)$$

$$w_{jks}, a_{jks} \geq 0, \forall i \in I, \forall j \in O_i, \forall k \in M_j, \forall s \in S \quad (3.21)$$

3.2.2 Modelo TSP-FJS

Como mencionado na seção 2.2.2, a estrutura de modelagem do problema do Caixeiro Viajante pode ser utilizada para representar as decisões de sequenciamento dos lotes. O modelo apresentado proposto por Toso, Morabito & Clark (2008) utiliza esta estrutura para apresentar uma formulação para a tomada de decisões de dimensionamento e sequenciamento de lotes em um ambiente *flow shop* com preparação dependente da sequência. Nesta subseção, esta estratégia de modelagem é adaptada para o problema e denominada por TSP-FJS. Em relação ao modelo utilizado como base (Toso, Morabito e Clark, 2008), esta formulação incorpora o conjunto de operações para cada produto e máquinas, porém não considera a possibilidade de atraso na entrega e a realização de horas extras. O modelo TSP-FJS tem a seguinte notação:

Conjuntos

- T conjunto de períodos
 I conjunto de produtos
 O conjunto de operações
 O_i conjunto ordenado de operações do produto i ($O_i \subseteq O$), onde $O_{if(i)}$ é o primeiro e $O_{il(i)}$ é o último elemento de O_i
 M conjunto de máquinas
 M_j conjunto de máquinas alternativas em que a operação j pode ser processada ($M_j \subseteq M$)

Índices

- t Períodos
 i Produtos
 j, j' Operações
 k Máquinas

Parâmetros

- p_{jk} tempo de processamento da operação j na máquina k
 st_{jk} tempo de preparação da operação j na máquina k
 d_{it} demanda do produto i no período t (unidades)
 I_{j0} estoque inicial do produto i na operação j no começo do horizonte de planejamento
 x_{j0} indica se a linha está preparada para produzir a operação j do produto i no começo do horizonte de planejamento ($x_{j0} = 1$) ou não ($x_{j0} = 0$)
 C_{tk} tempo disponível (capacidade) na máquina k no período t
 lm_j lote mínimo da operação j
 G número grande

Variáveis

- I_{jt} estoque do produto i na operação j no período t
 Ip_{jt} inventário do produto i na operação j no período t
 z_{jkt} 1, se a máquina k está preparada para a operação j no início do período t ; 0, caso contrário
 w_{jkt} o tempo de início da operação j na máquina k no período t
 a_{jkt} o tempo de encerramento da operação j na máquina k no período t

q_{jkt} tamanho do lote da operação j produzida na máquina k no período t
 $y_{jj'kt}$: indica se a operação j precede imediatamente a operação j' na máquina k no período t ($y_{jj'kt}=1$) ou não ($y_{jj'kt}=0$)

O modelo tem como objetivo minimizar o total de tempo utilizado na produção e preparação. Logo, a função objetivo (3.22) é formulada pela equação a seguir.

$$FO = \min \sum_{k \in K} \sum_{i \in I} \sum_{j \in O_i} \sum_{t \in T} \left(p_{jk} q_{jkt} + st_{jk} \sum_{j' \in O} y_{jj'kt} \right) \quad (3.22)$$

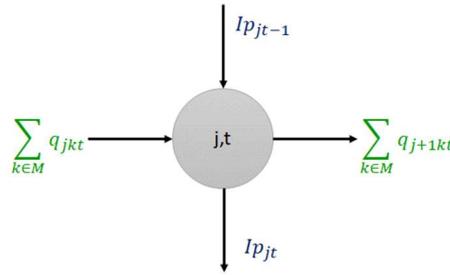
Note que a expressão da função objetivo representa a minimização do somatório em todas as máquinas, operações e períodos do tempo de execução, representado pelo tempo de processamento de cada unidade multiplicado pela quantidade produzida ($p_{jk} q_{jkt}$), e do tempo de preparação (st_{jk}) quando ele ocorre, por isso ele é multiplicado por $\sum_{j' \in O} y_{jj'kt}$.

O estoque de cada produto ao final de cada período depende da quantidade de estoque inicial mais a quantidade que é produzida da última operação ($O_{il(i)}$) em todas as máquinas em cada período t . A demanda é subtraída desta quantidade inicial e resulta na quantidade estocada. As restrições (3.25) garantem o balanço de estoque dos produtos finalizados entre os períodos e são semelhantes às restrições (3.2) do modelo GLSP-FJS.

$$I_{jt} = I_{jt-1} + \sum_{k \in M_j} q_{jkt} - d_{it}, \forall i \in I, \forall j \in O_{il(i)}, \forall t \in T \quad (3.23)$$

Também é necessário controlar o balanço do estoque de produtos em processo para cada operação. As equações (3.24) são válidas para todas as operações do conjunto ordenado de operações do produto i exceto para a última, que já são consideradas nas equações (3.23). A diferença com relação às equações (3.23) é a demanda, que no caso dos produtos em processo é igual à quantidade produzida da operação seguinte ($j + 1$) no período ($\sum_{k \in M_j} \sum_{t \in T} q_{j+1kt}$), como ilustrado na Figura 17.

FIGURA 17 – Balanceamento de estoque em processo dos modelos TSP-FJS e FJS-LS



Fonte: Elaborada pelo autor.

$$Ip_{jt} = Ip_{jt-1} + \sum_{k \in M_j} (q_{jkt} - q_{j+1kt}), \forall i \in I, j \in O_i - \{O_{il(i)}\}, t \in T \quad (3.24)$$

A capacidade de cada máquina em cada período é em função do tempo. O total de preparações e processamento de operações em uma mesma máquina em cada período deve respeitar esta capacidade, como apresentado nas restrições (3.23). Nessas restrições, o somatório do tempo de execução com o tempo de preparação em cada máquina em um período deve ser menor ou igual à capacidade desta máquina no mesmo período.

$$\sum_{j \in O} (p_{jk} q_{jkt} + s_{tjk} \sum_{j' \in O} y_{j' jkt}) \leq C_{tk}, \forall k \in M, t \in T \quad (3.25)$$

É característica do problema que a máquina precisa de uma preparação para executar cada operação. Deste modo, as restrições (3.26) garantem que ocorra uma preparação ou que a máquina esteja preparada para realizar determinada operação no início do período sempre que o tamanho do lote for maior que zero para esta operação. Estas restrições são semelhantes às inequações (3.6) do modelo GLSP-FJS.

$$p_{jk} q_{jkt} \leq C_{tk} \left(\sum_{j' \in O} y_{j' jkt} + z_{jkt} \right), \forall i \in I, j \in O_i, k \in M, t \in T \quad (3.26)$$

Cada máquina pode executar apenas uma operação por vez e no início de cada período cada máquina tem que estar preparada para executar determinada operação. As equações (3.27)

determinam que uma e somente uma operação esteja preparada para ser realizada em cada máquina no início de cada período.

$$\sum_{j \in O} z_{jkt} = 1, \forall k \in M, \forall t \in T \quad (3.27)$$

Como descrito anteriormente, cada operação pode ser realizada apenas uma vez por período. As restrições (3.28) garantem que ocorra no máximo uma troca entre operações para uma determinada operação em um período, consequentemente esta operação não pode ser executada simultaneamente em mais de uma máquina, e as equações (3.29) são utilizadas para assegurar que o modelo não permita a realização de uma troca de determinada operação para esta mesma operação, a fim de evitar uma solução indesejada.

$$\sum_{k \in M} \sum_{j' \in O} y_{j'jkt} \leq 1, \forall i \in I, j \in O_i, t \in T \quad (3.28)$$

$$\sum_{k \in M} \sum_{j' \in O} y_{j'jkt} = 0, \forall i \in I, j \in O_i, t \in T \mid j = j' \quad (3.29)$$

A determinação de um lote mínimo é uma consideração do problema, pois evita o dimensionamento de um lote muito pequeno em relação ao tamanho do pedido, o que pode acarretar em mais complexidade no processo produtivo. As restrições (3.30) são semelhantes às restrições (3.10) e tem por objetivo estabelecer um tamanho de lote mínimo sempre que existe uma troca de operação a ser realizada na máquina.

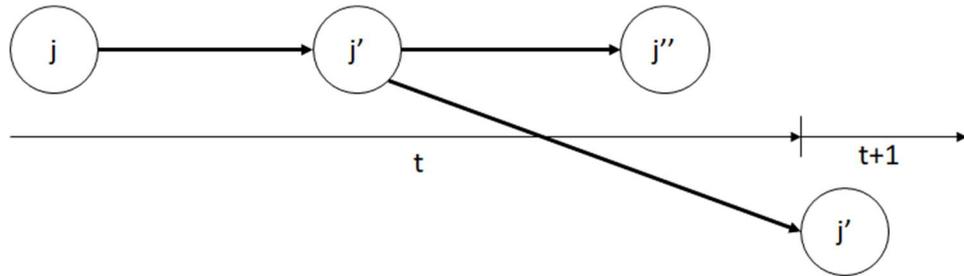
$$q_{jkt} \geq lm_j \left(\sum_{j' \in O} y_{j'jkt} \right), \forall j \in O, k \in M, t \in T \quad (3.30)$$

O sequenciamento da produção é baseado nas relações entre os nós do Problema do Caixeiro Viajante. Para isso, são usadas restrições que garantam a relação entre os nós. As equações (3.31), (3.32), (3.33) e (3.34) são as restrições do TSP baseado no trabalho de Toso et al., (2008) para garantir a relação entre os nós.

As inequações (3.31) permitem que uma operação j' entre na sequência somente se existir uma preparação para outra operação (j'') após seu término ou então se j' for a operação para a qual a máquina está preparada no começo do próximo período ($t+1$), como pode ser observado na Figura 18.

$$\sum_{j \in O} y_{jj'kt} \leq \sum_{j'' \in O} y_{j'j''kt} + z_{j'k,t+1}, \forall j' \in O, k \in M, t \in \{1, \dots, T-1\} \quad (3.31)$$

FIGURA 18 – Relação de troca de operações entre períodos (3.31)

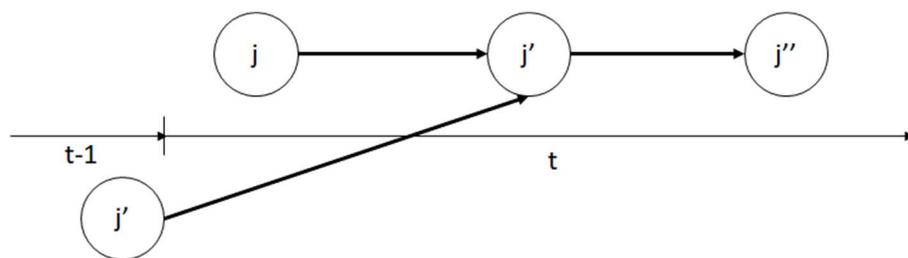


Fonte: Elaborada pelo autor.

As inequações (3.32) permitem que uma operação j'' entre na sequência após j' somente se a máquina estivesse preparada no início do período para executar j' ou então se existir uma preparação para j' no período, como pode ser observado na Figura 19.

$$z_{j'kt} + \sum_{j \in O} y_{jj'kt} \geq \sum_{j'' \in O} y_{j'j''kt}, \forall j' \in O, k \in M, t \in T \quad (3.32)$$

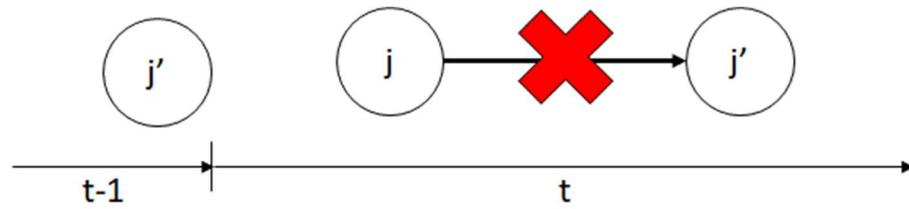
FIGURA 19 – Relação de troca de operações entre períodos (3.32)



Fonte: Elaborada pelo autor.

As inequações (3.33) proíbem a preparação para j' em determinada máquina no período t se a máquina já estiver preparada para j' no início do período, como pode ser observado na Figura 20.

FIGURA 20 – Relação de troca de operações entre períodos (3.33)



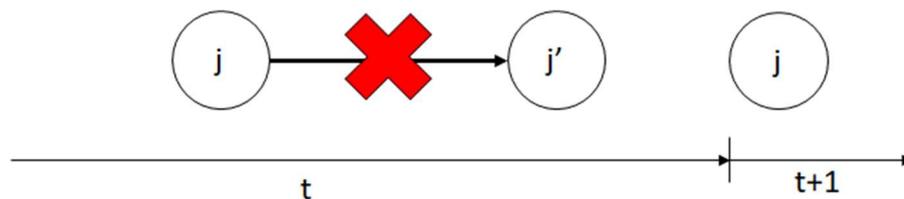
Fonte: Elaborada pelo autor.

$$1 - z_{j'kt} \geq \sum_{j \in O} y_{jj'kt}, \forall j' \in O, \forall k \in M, \forall t \in \{1, \dots, T-1\} \quad (3.33)$$

As inequações (3.34), por sua vez, proíbem uma nova preparação para j em determinada máquina no período se a máquina já estiver preparada para j no início do próximo período, como pode ser observado na Figura 27.

$$1 - z_{jk,t+1} \geq \sum_{j' \in O} y_{jj'kt}, \forall j \in O, \forall k \in M, \forall t \in T \quad (3.34)$$

FIGURA 21 – Relação de troca de operações entre períodos (3.34)



Fonte: Elaborada pelo autor.

As equações (3.31), (3.32), (3.33) e (3.34) são semelhantes às equações (2.19), (2.20), (2.21) e (2.22) do modelo proposto por Toso, Morabito & Clark (2008).

Neste problema, como a produção de determinado item envolve um conjunto ordenado de operações e estas podem ser produzidas em máquinas diferentes, a relação de troca de operações entre os períodos do modelo baseado em TSP não é suficiente para garantir a relação de precedência entre as operações nas diversas máquinas. Assim, é necessário contabilizar os tempos de início e término de cada operação em cada máquina e período.

Se determinada operação j não for executada no período, é preciso que o tempo de início e fim da operação sejam iguais a zero, para que não interfiram no plano de produção. As restrições (3.35) fazem com que o instante de início seja menor ou igual a um número grande G , que pode ser definido pela máxima capacidade das máquinas, multiplicado por uma soma da variável que indica troca para a operação j ou que a máquina já estava preparada para esta operação no início do período. Com isso, caso a máquina k não estiver preparada ou for preparada para a operação j no período t , o termo $(\sum_{j' \in O} y_{j' jkt} + z_{jkt})$ assumirá o valor 0 e, conseqüentemente, w_{jkt} também.

$$w_{jkt} \leq G \left(\sum_{j' \in O} y_{j' jkt} + z_{jkt} \right), \quad \forall j \in O, \forall t \in T, \forall k \in M \quad (3.35)$$

onde $G = \max_{k \in M} \{ \sum_{t \in T} C_{tk} \}$

A variável do instante de término poderia ser calculada implicitamente, porém está formulada para facilitar o desenvolvimento das demais restrições. O instante de término de uma operação é igual ao tempo de início mais o tempo de processamento e o tempo de preparação, se houver, como apresentado nas equações (3.36). O tempo de preparação é somado sempre que houver alguma preparação para a operação j no período $(\sum_{j' \in O} y_{j' jkt} = 1)$ ou que a operação j seja a primeira no período na máquina k $(z_{jkt} = 1)$ e que a máquina não tenha permanecido preparada para esta operação desde o final do período imediatamente anterior $(co_{jkt} = 0)$.

$$a_{jkt} = w_{jkt} + p_{jk} q_{jkt} + st_{jk} \sum_{j' \in O} y_{j' jkt}, \quad \forall j \in O, \forall t \in T, \forall k \in M \quad (3.36)$$

Esses instantes de início e fim são limitados pela capacidade das máquinas em termos de tempo. O limite superior para instante de término de uma operação em determinado período é a capacidade acumulada até o final deste período e o limite inferior para o instante de início é a capacidade acumulada até o final do período anterior, como demonstrado nas restrições (3.37) e (3.38). Caso não ocorra preparação para a realização desta operação no período, os instantes de início e término assumirão o valor zero. Nas inequações, esta situação ocorre em função da multiplicação da capacidade acumulada pelo termo $(\sum_{j' \in O} y_{j' jkt} + z_{jkt})$ que define a existência de uma preparação para a operação j , no período t e na máquina k .

$$a_{jkt} \leq \left(\sum_{j' \in O} y_{j'jkt} + z_{jkt} \right) \sum_{f=1}^t C_{fk}, \forall j \in O, \forall k \in M, \forall t \in T \quad (3.37)$$

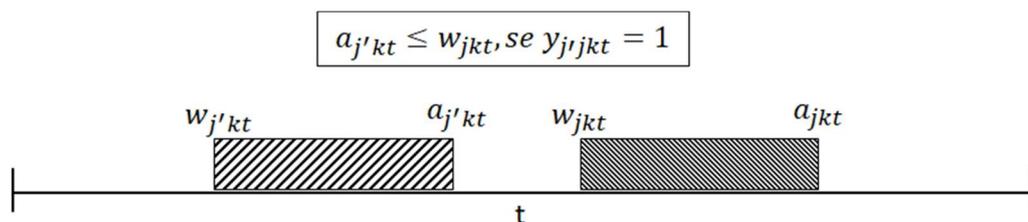
$$w_{jkt} \geq \left(\sum_{j' \in O} y_{j'jkt} + z_{jkt} \right) \sum_{f=1}^{t-1} C_{fk}, \forall j \in O, \forall k \in M, \forall t \in T \quad (3.38)$$

É necessário executar cada operação necessária para transformar a matéria-prima em produto acabado segundo a ordem estabelecida pelo roteiro de produção. A precedência entre períodos é garantida pelas equações de balanceamento de estoque. Entretanto, para que esta precedência seja respeitada dentro do período, é necessário definir que as operações de um mesmo produto produzidas em um mesmo período sejam executadas na ordem correta. Esta precedência entre operações do mesmo produto é garantida pelas restrições (3.39).

$$\sum_{k \in M} w_{jkt} \geq \sum_{k' \in M} a_{j-1,k',t}, \forall j \in O_i, i \in I, t \in T \quad (3.39)$$

Não é possível que ocorra a execução simultânea de operações em uma mesma máquina no período. Para garantir esta condição, as restrições (3.40) fazem com que o instante de término de uma operação j' seja menor do que o instante de início de outra operação j na mesma máquina k no mesmo período t se j' preceder j conforme a variável y (Figura 22). Se j' não preceder j , o instante de término poderá ser menor ou igual a um número grande que pode ser estabelecido pela equação apresentada nas restrições (3.35). Estas restrições são semelhantes às utilizadas no modelo de roteamento com janela de tempo e não permitem a ocorrência de sub-rotas.

FIGURA 22 – Precedência entre tarefas de uma máquina



Fonte: Elaborada pelo autor.

$$a_{jkt} \leq w_{jkt} + (1 - y_{j'jkt})G, \quad \forall j \in O_i, j' \in O_{i'}, i, i' \in I, k \in M_j \cap M_{j'}, t \in T \quad (3.40)$$

Por fim, as equações (3.41), (3.42), (3.43), (3.44), e (3.45) representam o domínio das variáveis.

$$z_{jkt} \in \{0,1\}, \forall i \in I, \forall j \in O_i, \forall k \in M_j, \forall t \in T \quad (3.41)$$

$$y_{jj'kt} \in \{0,1\}, \forall i, i' \in I, \forall j \in O_i, \forall j' \in O_{i'}, \forall k \in M_j \cap M_{j'}, \forall t \in T \quad (3.42)$$

$$q_{jkt} \in \mathbb{Z}^+, \forall i \in I, \forall j \in O_i, \forall k \in M_j, \forall t \in T \quad (3.43)$$

$$I_{jt}, Ip_{jt} \in \mathbb{Z}^+, \forall i \in I, \forall j \in O_i, \forall t \in T \quad (3.44)$$

$$w_{jkt}, a_{jkt} \geq 0, \forall i \in I, \forall j \in O_i, \forall k \in M_j, \forall t \in T \quad (3.45)$$

3.2.3 Modelo FJS-LS

Nesta subseção é apresentada uma formulação para o problema de dimensionamento e sequenciamento de lotes de produtos usinados considerando como base o modelo FJS, proposto por Özgüven, Özbakir e Yavuz (2010). O modelo FJS considera decisões de programação da produção em ambiente *job shop*, mas não considera as decisões de tamanho de lote. Neste sentido o modelo FJS-LS incorpora as decisões de lotes na formulação. Portanto, são incluídas variáveis de decisão para o tamanho de cada lote e para o estoque de produtos finais e intermediários. Além disso, no modelo FJS o parâmetro de tempo de operação é definido por tarefa e contém o tempo de preparação, enquanto no modelo proposto (FJS-LS) o tempo de processamento depende da quantidade produzida, assim o tempo para execução de cada lote em cada operação corresponde ao tempo de processamento de cada operação multiplicado pela quantidade produzida somado com o tempo de preparação da máquina.

A seguinte notação é utilizada no modelo FJS-LS:

Conjuntos

T conjunto de períodos

I conjunto de produtos

O conjunto de operações

O_i conjunto ordenado de operações do produto i ($O_i \subseteq O$), onde $O_{if(i)}$ é o primeiro e

$O_{il(i)}$ é o último elemento de O_i

M conjunto de máquinas

M_j conjunto de máquinas alternativas em que a operação j pode ser processada ($M_j \subseteq M$)

Índices

| | |
|---------|-----------|
| t | Períodos |
| i | Produtos |
| j, j' | Operações |
| k | Máquinas |

Parâmetros

| | |
|-----------|--|
| p_{jk} | tempo de processamento da operação j na máquina k |
| st_{jk} | tempo de preparação da operação j na máquina k |
| d_{it} | demanda do produto i no período t (unidades) |
| I_{j0} | estoque inicial do produto i na operação j no começo do horizonte de planejamento |
| x_{j0} | indica se a linha está preparada para produzir a operação j do produto i no começo do horizonte de planejamento ($x_{j0} = 1$) ou não ($x_{j0} = 0$) |
| C_{tk} | tempo disponível (capacidade) na máquina k no período t |
| lm_j | lote mínimo da operação j |
| G | número grande |

Variáveis

| | |
|-----------|---|
| I_{jt} | estoque do produto i na operação j no período t |
| Ip_{jt} | inventário do produto i na operação j no período t |
| x_{jkt} | 1, se a máquina k está preparada para a operação j no período t ; 0, caso contrário |
| w_{jkt} | o tempo de início da operação j na máquina k no período t |
| a_{jkt} | o tempo de encerramento da operação j na máquina k no período t |
| q_{jkt} | tamanho do lote da operação j produzida na máquina k no período t |

Seguindo a estrutura de formulação de Özgüven, Özbakir e Yavuz (2010) a troca entre operações é definida em função das operações envolvidas na preparação. Assim, a variável y é alterada com relação aos demais modelos, indicando a troca entre as operações:

$y_{jj',kt}$: indica se a operação j precede a operação j' na máquina k no período t ($y_{jj',kt}=1$) ou não ($y_{jj',kt}=0$)

Ainda, para representar a permanência do estado de preparação entre diferentes períodos, são usadas variáveis auxiliares para a formulação do modelo:

- z_{jkt} : indica que a máquina k está preparada para a operação j no início do período t
- n_{kt} : número de operações realizadas na máquina k no período t
- nu_{jkt} : indica que a operação j não é a última no período t na máquina k
- co_{jkt} : indica que a máquina k estava preparada para a operação j no final do período $t-1$ e permanece preparada no início do período t

A variável auxiliar n_{kt} é necessária para formular as restrições que verificam o valor de z_{jkt} , ou seja, que atribuem o valor 1 para a primeira operação a ser produzida em determinada máquina em cada período, conforme será apresentado adiante. A variável nu_{jkt} é necessária para identificar a última operação realizada em cada máquina em cada período. Por fim, a variável co_{jkt} indica como verdadeiro quando uma operação j é a primeira operação a ser realizada na máquina k no período t e a última que havia sido realizada nesta mesma máquina no período imediatamente anterior. A partir destas alterações na notação, o modelo FJS – LS é formulado a seguir.

A função objetivo (3.46) tem o mesmo propósito apresentado no modelo anterior (GLSP-FJS) de minimizar o tempo total utilizado pelas máquinas. Observe que a estrutura de sequenciamento ao longo dos períodos é diferente dos modelos anteriores, pois na formulação de Özgüven, Özbakir e Yavuz (2010) a variável $y_{jj'kt}$ não indica que a operação j precede a j' imediatamente. Assim, para que o tempo de preparação seja contabilizado corretamente, o mesmo é considerado somente se houve uma preparação no período ($x_{jkt} = 1$) e a máquina não estava preparada para esta operação no início do período ($co_{jkt} = 0$). Desta forma, a relação $(x_{jkt} - co_{jkt})$ indica se uma preparação ocorreu no período e, portanto, caso essa relação seja igual a 1, o tempo de preparação deve ser somado ao tempo total.

$$FO = \min \sum_{k \in M} \sum_{i \in I} \sum_{j \in O_i} \sum_{t \in T} (p_{jk} q_{jkt} + st_{jk} (x_{jkt} - co_{jkt})) \quad (3.46)$$

O balanceamento de estoque de produto final é determinado pelo estoque do período anterior mais a quantidade produzida na última operação, que corresponde ao produto acabado,

menos a demanda do produto. Este balanceamento é definido nas equações (3.47) e são semelhantes às equações (3.23) do modelo TSP-FJS.

$$I_{jt} = I_{jt-1} + \sum_{k \in M_j} q_{jkt} - d_{it}, \forall i \in I, \forall j \in O_{il(i)}, \forall t \in T \quad (3.47)$$

O estoque intermediário também precisa ser controlado. Neste caso, o estoque do período atual em determinada operação j é igual ao estoque desta operação ao final do período anterior $t-1$ mais a quantidade produzida de j no período t menos a demanda, que neste caso é a quantidade produzida na próxima operação do roteiro de fabricação do produto ($j + 1$). Estas equações (3.48) também são semelhantes às equações (3.24) do modelo TSP-FJS e também pode ser representada pela Figura 17.

$$Ip_{jt} = Ip_{jt-1} + \sum_{k \in M_j} \sum_{t \in T} q_{jkt} - q_{j+1kt}, \forall i \in I, \forall j \in O_i - \{O_{il(i)}\}, \forall t \in T \quad (3.48)$$

A máquina deve estar preparada para poder processar uma operação. As inequações (3.49) associam a quantidade produzida com o estado de preparação da máquina, de tal forma que se a quantidade produzida na operação for maior do que zero, o estado de preparação da máquina para esta operação no período tem que ser igual a 1. Estas inequações são semelhantes às inequações (3.6) do modelo GLSP-FJS e (3.25) do TSP-FJS.

$$p_{jk}q_{jkt} \leq C_{tk}x_{jkt}, \forall i \in I, \forall j \in O_i, \forall k \in M \forall t \in T \quad (3.49)$$

Como descrito anteriormente, há o estabelecimento de um lote mínimo para cada operação, o que evita a ocorrência de muitos lotes pequenos de produtos com alta demanda, o que gera mais complexidade para o controle da produção. As restrições (3.50) fazem com que a quantidade produzida seja maior ou igual ao lote mínimo estabelecido para a operação no período, de forma semelhante às inequações (3.10) do modelo GLSP-FJS e (3.30) do TSP-FJS.

$$q_{jkt} \geq lm_j x_{jkt}, \forall j \in O, \forall k \in M, \forall t \in T \quad (3.50)$$

O instante de término de uma operação é a soma do seu instante de início somado ao tempo de processamento e ao tempo de *setup*, se a máquina já não estiver preparada. Esta relação é apresentada nas equações (3.51), em que o *carryover* do tempo de preparação é definido pela relação entre a variável de estado de preparação e a variável que indica que a operação é a primeira no período e foi a última no período anterior na mesma máquina ($x_{jkt} - co_{jkt}$), assim, se a máquina já estiver preparada para executar a operação, o tempo de preparação não será somado neste período. Esta equação é semelhante às equações (3.13) do modelo GLSP-FJS e (3.36) do TSP-FJS.

$$a_{jkt} = w_{jkt} + p_{jk}q_{jkt} + st_{jk}(x_{jkt} - co_{jkt}), \forall j, k, t \quad (3.51)$$

Como a capacidade de cada máquina é considerada em termos de tempo disponível em cada período, os instantes de tempo de início e fim de cada operação devem respeitar os limites de tempo do período. O limite superior do período é estabelecido pela capacidade acumulada da máquina ao final do período e o limite inferior é definido pela capacidade acumulada da máquina no início do período. Essas relações são estabelecidas nas equações (3.52) e (3.53) de forma semelhante às equações (3.14) e (3.15) do modelo GLSP-FJS e (3.37) e (3.38) do TSP-FJS.

$$a_{jkt} \leq x_{jkt} \sum_{f=1}^t C_{tk}, \forall j \in O, \forall k \in M_j, \forall t \in T \quad (3.52)$$

$$w_{jkt} \geq x_{jkt} \sum_{f=1}^{t-1} C_{tk}, \forall j \in O, \forall k \in M_j, \forall t \in T \quad (3.53)$$

Caso a operação não seja executada no período é estabelecido que as variáveis correspondentes ao seu início e fim e, conseqüentemente sua duração, sejam iguais a zero. As restrições (3.54) fazem esta relação e garantem que o tempo de início será zero se a máquina não estiver preparada, caso contrário ela terá como limitante um número grande G , que pode ser determinado pela capacidade máxima acumulada das máquinas.

$$w_{jkt} \leq Gx_{jkt}, \forall j \in O, \forall t \in T, \forall k \in M \mid G = \max\left(\sum_{t \in T} C_{tk}\right), \forall k \in M \quad (3.54)$$

onde $G = \max_{k \in M} \{\sum_{t \in T} C_{tk}\}$

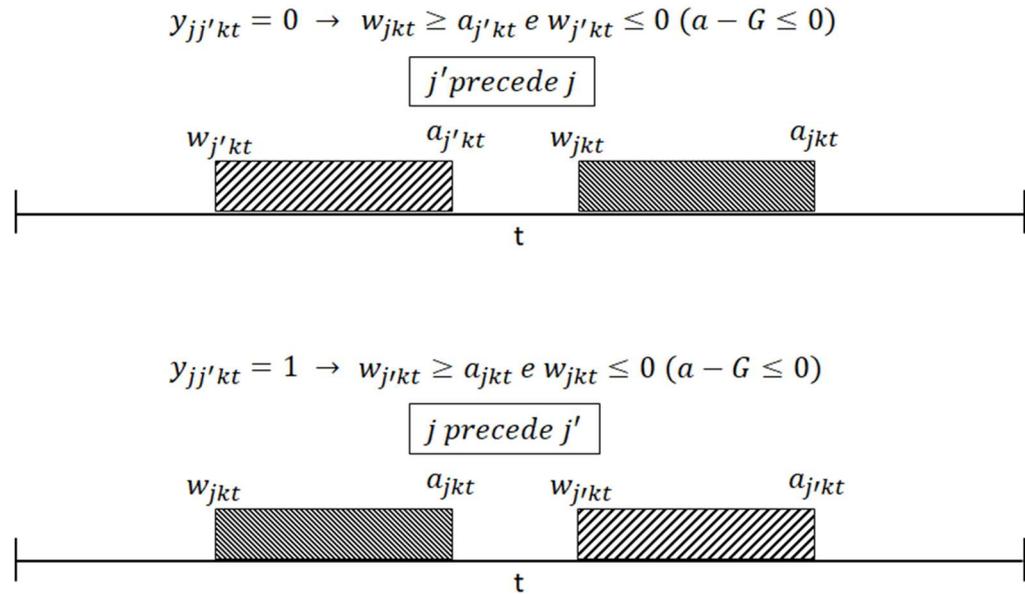
É uma consideração do problema que cada operação seja executada no máximo uma vez em cada período, o que é garantido pelas restrições (3.55). Nestas inequações, a somatória dos estados de preparação das máquinas para cada operação tem que ser menor ou igual a um, o que não garante que uma operação seja alocada para uma máquina que não seja capaz de executá-la. Por isso, as equações (3.56) estabelecem que o somatório dos estados de preparação para determinada operação no período no conjunto de máquinas que não são capazes de executá-la seja igual a zero.

$$\sum_{k \in M} x_{jkt} \leq 1, \forall i \in I, \forall j \in O_i, \forall t \in T \quad (3.55)$$

$$\sum_{k \in \{M - M_j\}} x_{jkt} = 0, \forall i \in I, \forall j \in O_i, \forall t \in T \quad (3.56)$$

As máquinas são capazes de executar no máximo uma operação por vez. As restrições (3.57) e (3.58) são derivadas do modelo proposto por Özgüven, Özbakir e Yavuz (2010) (restrições 2.29 e 2.30) e evitam a execução simultânea de operações em uma mesma máquina no período. A Figura 23 apresenta dois cenários, no primeiro em que $y_{jj'k} = 0$, logo j não precede j' , deste modo os instantes de início e fim de j' são menores do que os de j . No segundo, j precede j' , portanto $y_{jj'kt} = 1$, o que faz com que o instante de início de j' seja maior do que o término de j . A variável x_{jkt} é considerada nos termos que multiplicam o número G em ambas as restrições para que elas sejam válidas somente se a operação j seja produzida na máquina k no período t , caso contrário o tempo de início e fim são iguais a zero e, neste caso, a variável $y_{jj'kt}$ deve ser também igual a zero, o que é garantido nas restrições (3.57) e (3.58). O número G pode ser estabelecido pela mesma equação apresentada nas restrições (3.58). As restrições (3.59) fazem com que a variável $y_{jj'kt} = 0$ se j for igual j' e as restrições (3.60) garantem que a variável $y_{jj'kt} = 0$ se a operação j não estiver alocada na máquina k no período t .

FIGURA 23 – Relações de precedência entre operações do FJS-LS



Fonte: Elaborada pelo autor.

$$w_{jkt} \geq a_{j'kt} - \left((1 - x_{jkt}) + y_{jj'kt} \right) G, \forall j \in O_i, j' \in O_{i'}, j \neq j', k \in M_j \cap M_{j'}, t \in T \quad (3.57)$$

$$w_{j'kt} \geq a_{jkt} - (1 - (y_{jj'kt}) + (1 - x_{jkt}))G, \forall j \in O_i, j' \in O_{i'}, j \neq j', k \in M_j \cap M_{j'}, t \in T \quad (3.58)$$

onde $G = \max_{k \in M} \{ \sum_{t \in T} C_{tk} \}$

$$y_{jj'kt} = 0, \forall j \in O_i, j' \in O_{i'}, j = j', k \in M, t \in T \quad (3.59)$$

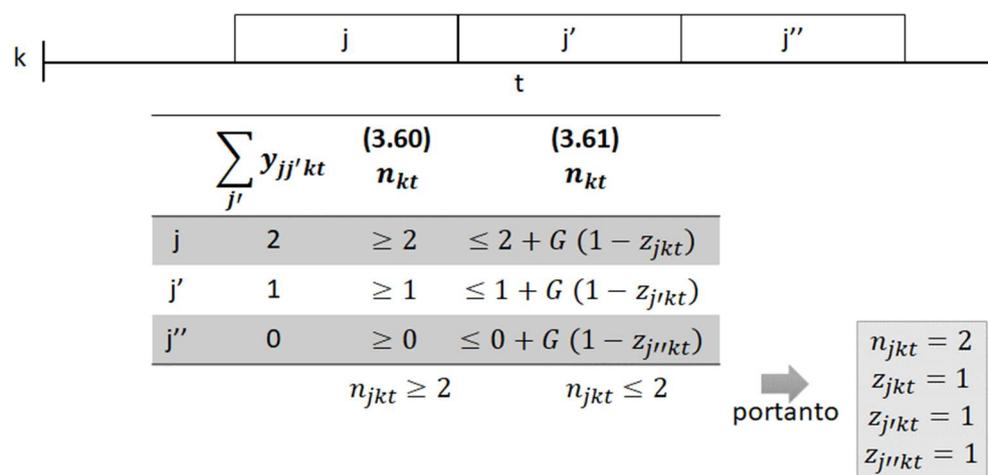
$$y_{jj'kt} \leq x_{jkt}, \forall j \in O_i, j' \in O_{i'}, j \neq j', k \in M, t \in T \quad (3.60)$$

A ordem de execução das operações de um mesmo produto i deve ser respeitada. As restrições de balanceamento de estoque (3.47) e (3.48) estabelecem uma relação de precedência entre os períodos, de tal modo que para que ocorra a produção de uma operação j no período t , deve haver estoque suficiente da operação anterior ($j - 1$) no início deste período. Entretanto, dentro de um mesmo período também é necessário garantir a precedência para que j não seja produzido anteriormente a ($j - 1$) e, assim, cause inconsistência na programação. Por isso, as restrições (3.61) garantem a precedência das operações de um mesmo produto em cada período ao estabelecer que o instante de início de uma operação j seja maior ou igual ao instante de término da operação anterior ($j - 1$) do mesmo produto em qualquer máquina.

$$\sum_k w_{j+1kt} \geq \sum_{k'} a_{j,k',t}, \forall j \in (O_i - O_{il(i)}), \forall t \in T \quad (3.61)$$

A preparação de uma máquina para a produção de uma operação permanece até a próxima preparação, assim é necessário estabelecer uma relação entre a preparação em dois períodos consecutivos. As restrições (3.62) a (3.65) são utilizadas para identificar a operação j que é a primeira alocada na máquina k no período t , representada pela variável z_{jkt} . As equações (3.62) definem que uma e somente uma operação inicia cada máquina em cada período. As inequações (3.63) e (3.64) estabelecem uma relação entre o número de trocas após a operação para definir qual é a primeira e, assim, indicar o valor 1 para a variável z_{jkt} . A Figura 24 também apresenta um exemplo com três operações (j, j' e j'') sequenciadas na máquina k no período t . Pelas inequações (3.63), o valor de n_{jkt} deve ser maior ou igual a 2. Logo, para que as inequações (3.64) sejam verdadeiras nos três casos, n_{jkt} deve ser pelo menos igual a 2, assim $z_{j'kt}$ ou $z_{j''kt}$ devem ser obrigatoriamente iguais a zero e z_{jkt} assume o valor 1. Esta definição respeita as equações (3.62) em que o somatório de z_{jkt} por máquina deve ser igual a 1. Deste modo, é possível obter que a operação j é a operação que inicia o período t na máquina k . As restrições (3.65) relacionam a variável z_{jkt} com a variável x_{jkt} para garantir que somente uma operação que será produzida em determinada máquina no período seja identificada como a primeira da sequência.

FIGURA 24 – Continuidade da preparação da máquina entre períodos no modelo FJS-LS



Fonte: Elaborada pelo autor.

$$\sum_{j \in O} z_{jkt} = 1, \forall k \in M, t \in T \quad (3.62)$$

$$n_{kt} \geq \sum_{j' \in O} y_{jj'kt}, \forall j \in O, k \in M, t \in T \quad (3.63)$$

$$n_{kt} \leq \sum_{j' \in O} y_{jj'kt} + \left((1 - z_{jkt}) * G \right), \forall j \in O, k \in M, t \in T \quad (3.64)$$

$$z_{jkt} \leq x_{jkt}, \forall j \in O, k \in M, t \in T \quad (3.65)$$

Para exemplificar as restrições (3.63) e (3.64), suponha que são produzidas 5 operações em uma máquina k em determinado período t . O número total de trocas após a primeira operação ($j1$) para qualquer outra operação j' ($\sum_{j' \in O} y_{jj'kt}$) é igual a 4. Neste caso, pelas restrições (3.63) temos que $n_{kt} \geq 4$. No entanto, pelas restrições (3.64), se a máquina está preparada para a operação $j1$ no início do período ($z_{j1kt} = 1$), temos que $n_{kt} \leq 4$. Logo, temos que $n_{kt} = 4$. As demais operações que ocupam as posições 2 a 5 na lista de operações alocadas na máquina k no período t , têm 3, 2, 1 e 0 operações à sua frente respectivamente no período, sendo este o valor do $\sum_{j' \in O} y_{jj'kt}$. Deste modo, para as demais operações é necessário que a variável z seja igual a zero ($z_{jkt} = 0$), para que o termo $\left((1 - z_{jkt}) * G \right)$ desative as restrições (3.64).

Para verificar a permanência de preparação entre períodos, é necessário identificar também a última operação realizada no período anterior. As restrições (3.66) a (3.68) estabelecem uma relação entre as variáveis de preparação e de troca para estabelecer o valor da variável nu_{jkt} , que é igual a 0 quando uma operação é a última no período t na máquina k . As inequações (3.66) garantem que, quando a operação está alocada a determinada máquina no período ($x_{jkt} = 1$) e não há nenhuma troca a partir de sua execução ($\sum_{j' \in O} y_{jj'kt} = 0$), a variável $nu_{jkt} = 0$, indicando que j é a última operação na máquina k no período t . As inequações (3.67) por sua vez garantem que, sempre que houver uma troca de uma operação j para j' , a variável $nu_{jkt} = 1$, indicando que j não é a última operação na máquina k no período t . Por fim, as inequações (3.68) garantem que se não houver alocação de j na máquina k no período t ($x_{jkt} = 0$), a variável $nu_{jkt} = 1$, ou seja, j não é a última operação na máquina k no período t .

$$nu_{jkt} \leq \sum_{j' \in O} y_{jj'kt} + (1 - x_{jkt}), \forall k \in M, t \in T \quad (3.66)$$

$$nu_{jkt}G \geq \sum_{j' \in O} y_{jj'kt}, \forall j \in O, k \in M, t \in T \quad (3.67)$$

$$nu_{jkt} \geq 1 - x_{jkt}, \forall j \in O, k \in M, t \in T \quad (3.68)$$

Com a definição das variáveis que identificam as operações que iniciam (z_{jkt}) e encerram (nu_{jkt}) um período em cada máquina em cada período, é necessário ter restrições que combinem essas variáveis para identificar os momentos em que a preparação para uma operação permanece entre um período em outro na mesma máquina ($co_{jkt} = 1$). As restrições (3.69) a (3.71) fazem esta combinação. As restrições (3.69) garantem que $co_{jkt} = 1$ quando a operação j seja a primeira na máquina k no período t ($z_{jkt} = 1$) e esta mesma operação não é a última no período $t-1$ na mesma máquina ($nu_{jkt-1} = 0$). As restrições (3.70) e (3.71) complementam as restrições (3.69) para que $co_{jkt} = 0$ quando a operação j não é a última operação na máquina k no período $t-1$ ($nu_{jkt-1} = 1$) e quando a operação j não seja a primeira na máquina k no período t ($z_{jkt} = 0$).

$$co_{jkt} \geq z_{jkt} - nu_{jkt-1}, \forall j \in O, k \in M, t \in T \quad (3.69)$$

$$co_{jkt} \leq 1 - nu_{jkt-1}, \forall j \in O, k \in M, t \in T \quad (3.70)$$

$$co_{jkt} \leq z_{jkt}, \forall j \in O, k \in M, t \in T \quad (3.71)$$

O domínio das variáveis é apresentado nas restrições a seguir:

$$x_{jkt}, z_{jkt}, nu_{jkt}, co_{jkt} \in \{0,1\}, \forall i \in I, \forall j \in O_i, \forall k \in M_j, \forall t \in T \quad (3.72)$$

$$y_{jj'kt} \in \{0,1\}, \forall i, i' \in I, \forall j \in O_i, \forall j' \in O_{i'}, \forall k \in M_j \cap M_{j'}, \forall t \in T \quad (3.73)$$

$$q_{jkt} \in \mathbb{Z}^+, \forall i \in I, \forall j \in O_i, \forall k \in M_j, \forall t \in T \quad (3.74)$$

$$l_{jt}, lp_{jt} \in \mathbb{Z}^+, \forall i \in I, \forall j \in O_i, \forall t \in T \quad (3.75)$$

$$n_{kt} \in \mathbb{Z}^+, \forall k \in M, \forall t \in T \quad (3.76)$$

$$w_{jkt}, a_{jkt} \geq 0, \forall i \in I, \forall j \in O_i, \forall k \in M_j, \forall t \in T \quad (3.77)$$

4 VALIDAÇÃO E MÉTODOS DE SOLUÇÃO PARA OS MODELOS

Primeiramente este capítulo apresenta os resultados dos testes dos modelos GLSP-FJS, TSP-FJS e FJS-LS com instâncias de dados ilustrativos. O foco dos testes é a validação, comparação e análise dos modelos propostos, avaliando as soluções geradas frente às especificidades do problema e o tempo computacional para resolução (tempo de CPU). Para testes foram geradas instâncias com características diferentes, de acordo com o problema estudado. A partir dos resultados encontrados, são propostos métodos de solução para os modelos baseados em programação matemática, mais especificamente heurísticas do tipo *relax-and-fix* e *fix-and-optimize*.

Todos os testes foram realizados em uma máquina com processador Intel® Xeon® CPU E5-2630 v3 com 32Gb de memória RAM usando o GAMS 24.9.2 para codificar os modelos e o resolvidor (*solver*) CPLEX versão 12.7.1.0.

4.1 VALIDAÇÃO DOS MODELOS COM DADOS ILUSTRATIVOS

Como mencionado, a análise e comparação dos modelos matemáticos propostos no capítulo anterior foi feita a partir de um conjunto de instâncias ilustrativas, cujas características estão detalhadas na próxima subseção. Para mostrar os resultados gerados pelos modelos GLSP-FJS, TSP-FJS e FJS-LS para o problema de planejamento e programação da produção em um ambiente de produção *job shop* flexível, é apresentada a solução detalhada para uma instância pequena, ilustrativa, que pode ser considerada um ‘recorte’ dos dados do problema prático. Nesta instância são consideradas duas máquinas ($k1$ e $k2$) responsáveis pela produção de três produtos ($i1$, $i2$ e $i3$). Cada produto tem três operações: as operações $j1$, $j2$ e $j3$ para a produção de $i1$; as operações $j4$, $j5$ e $j6$ para a produção de $i2$; e as operações $j7$, $j8$ e $j9$ para a produção de $i3$. Algumas operações podem ser processadas em ambas as máquinas e outras em apenas uma das duas máquinas. Isto pode ser observado na Tabela 3, a qual apresenta como não aplicável (“n.a.”) as células que indicam uma operação que não pode ser realizada em determinada máquina e os tempos de processamento e preparação das relações entre máquinas e operações existentes. O horizonte de planejamento é de dois períodos de 40 horas e a demanda por período está apresentada na Tabela 4, sendo o lote mínimo definido de uma unidade para esta instância.

TABELA 3 – Tempos de processamento e preparação da instância ilustrativa

| | Tempo de processamento | | Tempo de preparação | |
|-----------|------------------------|------|---------------------|------|
| | k1 | k2 | k1 | k2 |
| j1 | n.a. | 0,62 | n.a. | 1,32 |
| j2 | n.a. | 0,30 | n.a. | 1,59 |
| j3 | 0,92 | n.a. | 0,39 | n.a. |
| j4 | n.a. | 0,30 | n.a. | 0,78 |
| j5 | 0,97 | n.a. | 1,08 | n.a. |
| j6 | 0,76 | 0,38 | 1,98 | 1,70 |
| j7 | 0,26 | 0,17 | 0,19 | 1,03 |
| j8 | 0,37 | n.a. | 1,23 | n.a. |
| j9 | n.a. | 0,02 | n.a. | 0,75 |

Fonte: Elaborada pelo autor.

TABELA 4 – Demanda por produto e período da instância ilustrativa

| | t1 | t2 | Total |
|--------------|----------|-----------|-----------|
| i1 | 1 | 8 | 9 |
| i2 | 0 | 10 | 10 |
| i3 | 2 | 11 | 13 |
| Total | 3 | 29 | 32 |

Fonte: Elaborada pelo autor.

A Figura 25 apresenta o dimensionamento e sequenciamento de lotes gerados pelos três modelos para as máquinas *k1* e *k2* da instância ilustrativa. O valor entre parênteses embaixo de cada máquina é o seu percentual de utilização no horizonte de planejamento e o valor em parênteses na frente do nome de cada modelo é a utilização total, que é a razão do tempo total utilizado na fabricação incluindo a preparação pela soma do tempo disponível de todas as máquinas. Para cada máquina, são apresentadas as operações sequenciadas com o tamanho do lote identificado abaixo do número da operação e a duração da operação, incluindo o tempo de preparação, é determinada por seu tamanho na figura. As operações destacadas em azul correspondem ao produto *i1*, as operações destacadas em amarelo ao produto *i2*, as operações em verde correspondem a *i3*, e os espaços em cinza são espaços livres na programação.

FIGURA 25 – Plano de produção para instância ilustrativa

| | | GLSP-FJS (62%) | | | | | | | | | | | |
|-------------|--|----------------|----|----|--|--|----|----|----|----|--|--|----|
| k1 (75%) | | j7 | j8 | j3 | | | j3 | | | j5 | | | |
| | | 27 | 27 | 13 | | | 7 | | | 22 | | | |
| k2 (50%) | | j1 | | j2 | | | | j4 | j9 | | | | j6 |
| | | 20 | | 20 | | | | 22 | 27 | | | | 22 |

| | | TSP-FJS (62%) | | | | | | | | | | | |
|-------------|--|---------------|--|----|----|----|----|----|----|--|----|----|----|
| k1 (67%) | | | | | j3 | | j5 | j8 | j8 | | j5 | | j3 |
| | | | | | 11 | | 2 | 2 | 25 | | 20 | | 9 |
| k2 (56%) | | j1 | | j2 | j4 | j7 | j9 | j6 | | | | j6 | j9 |
| | | 20 | | 20 | 22 | 27 | 2 | 1 | | | | 21 | 25 |

| | | FJS-LS (62%) | | | | | | | | | | | |
|-------------|--|--------------|--|----|----|----|----|----|----|--|----|----|----|
| k1 (67%) | | | | | j3 | j5 | | j8 | j8 | | j5 | | j3 |
| | | | | | 5 | 6 | | 3 | 24 | | 16 | | 15 |
| k2 (56%) | | j1 | | j2 | j4 | j7 | j9 | j6 | | | | j6 | j9 |
| | | 20 | | 20 | 22 | 27 | 3 | 1 | | | | 21 | 24 |

Fonte: Elaborada pelo autor.

Observe na Figura 25 que na máquina *k2* em todos os modelos, por exemplo, um lote de 20 unidades é iniciado para executar a operação *j2* (produto em azul - *il*) após o término da operação *j1*, para que tenha estoque suficiente de produto em processo. Na máquina *k1*, a operação *j3* deste produto *il* é iniciada antes do término de *j2* no modelo GLSP-FJS, pois já tem estoque suficiente quando observada a escala de subperíodos para garantir o balanceamento dos estoques e todas as 20 unidades são processadas nesta operação sem troca para outra operação. Nos modelos TSP-FJS e FJS-LS, pode ser observado que na máquina *k1* é iniciado um lote de *j3* do produto *il* (azul) após o término do lote de 20 unidades de *j2*, de modo a respeitar a relação de precedência e balanceamento de estoques de produto em processo.

No modelo GLSP-FJS, a máquina *k1* tem 75% de utilização e a máquina *k2* tem 50%, sendo a utilização total das máquinas igual a 62%. No modelo TSP-FJS, a máquina *k1* tem 67% de utilização e a máquina *k2* tem 56%, sendo a utilização total das máquinas igual a 62%. No modelo FJS-LS, a máquina *k1* tem 67% de utilização e a máquina *k2* tem 56%, sendo a utilização total das máquinas igual a 62%.

Embora os modelos não sejam comparáveis, para esta instância, todos os modelos encontraram a sua solução ótima para o problema. O mais rápido foi o FJS-LS que levou 0,9 segundos, seguido pelo TSP-FJS com 2,1 segundos e o mais lento foi o GLSP-FJS que precisou de 399,8 segundos para obter a sua solução ótima. Todas estas soluções são válidas para o problema prático, porém considerações específicas em cada um fazem com que não sejam equivalentes. No caso do modelo FJS-LS, o conjunto de restrições de lote mínimo (3.50) exige que seja produzida uma quantidade sempre que a máquina esteja preparada, enquanto o modelo TSP-FJS traz maior flexibilidade nesse sentido por considerar o lote mínimo apenas quando há troca. Todavia, com enfoque no estudo de caso, as soluções obtidas pelo modelo FJS-LS também são boas para o problema prático. O modelo GLSP-FJS, por sua vez, traz como principal diferença a escala de tempo de subperíodos e para garantir a precedência das operações entre máquinas diferentes existe o conjunto de restrições (3.16), a qual faz com que o início de uma operação só aconteça após o encerramento da operação precedente nos subperíodos anteriores. Como a escala de subperíodos tem tamanho diferente em cada máquina, pode ser que ocorra uma espera entre o término de uma operação em determinado subperíodo e início do próximo para aguardar o término de outro subperíodo em outra máquina.

Apesar de todos os planos serem factíveis e possíveis de implementar, cada modelo adota tamanho de lotes e estratégias diferentes para o sequenciamento. Apesar disso, é possível notar que os planos gerados respeitam as premissas dos modelos, como a ordenação entre operações de um mesmo produto e o balanceamento de estoques. Nota-se que nesta instância, os três modelos anteciparam a produção toda (20 unidades) das duas primeiras operações de $i1$ para evitar a realização de outra preparação. Esses modelos também acumularam estoque de produto $i1$ acabado em diferentes quantidades, deixando o restante da finalização do produto na operação $j3$ para o último período, uma vez que não havia capacidade disponível para produzir todo o lote no primeiro período, porém parte da demanda deveria ser atendida neste período. Com relação ao produto $i2$, todos os modelos antecipam e alocam toda a produção da operação $j4$ para o primeiro período, porém no modelo GLSP-FJS, as demais operações são alocadas para o segundo período, enquanto no TSP-FJS e FJS-LS, parte foi antecipada para o primeiro período, ocorrendo uma divisão de lotes da mesma operação que contribuem para que exista capacidade disponível para produzir $j8$ na máquina $k1$ após o término de $j7$ na máquina $k2$, cujo processamento para esta operação é mais rápido, o que exemplifica o *trade-off* existente entre realizar uma preparação a mais para alocar operações em máquinas cujo tempo de processamento seja menor e, assim, otimizar a ocupação total das máquinas. O modelo GLSP-FJS antecipa praticamente toda a produção de $i3$ para o primeiro período e início do segundo,

terminando o primeiro período com um estoque de 24 unidades de produto acabado. Os demais modelos anteciparam a primeira operação e terminaram o período com grande parte do estoque neste estágio, 25 unidades no TSP-FJS e 24 no FJS-LS, que ficou com 1 unidade em estoque de $i3$ finalizado. Essas estratégias impactam na formação de estoque, tanto de produtos acabados como de material em processo, ou seja, que está em alguma operação intermediária. Este estoque está apresentado na Tabela 5, em que é possível observar que os três modelos acumularam estoque no primeiro período, porém em níveis e estágios de processamento diferentes. A formação de estoques contribui para a realização de um lote único como é o caso de $j2$ na máquina $k2$ de todos os modelos e de $j9$ na máquina $k1$ do modelo GLSP-FJS, que evitam a contabilização de mais tempos de preparação, porém pode ser importante para deixar capacidade disponível para uma melhor alocação de uma operação como ocorre nos modelos TSP-FJS e FJS-LS em relação à operação $j5$ na máquina $k1$ para que seja possível alocar $j7$ na máquina $k2$.

TABELA 5 – Quantidade em estoque por período na instância ilustrativa

| | | GLSP-FJS | | TSP-FJS | | FJS-LS | |
|------|------|----------|------|---------|------|--------|------|
| | | $t1$ | $t2$ | $t1$ | $t2$ | $t1$ | $t2$ |
| $i1$ | $j1$ | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| | $j2$ | 7 | 0 | 9 | 0 | 15 | 0 |
| | $j3$ | 12 | 0 | 10 | 0 | 4 | 0 |
| $i2$ | $j4$ | 22 | 0 | 20 | 0 | 16 | 0 |
| | $j5$ | 0 | 0 | 1 | 0 | 5 | 0 |
| | $j6$ | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 |
| $i3$ | $j7$ | 0 | 0 | 25 | 0 | 24 | 0 |
| | $j8$ | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| | $j9$ | 24 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 |

Fonte: Elaborada pelo autor.

As soluções encontradas pelos modelos GLSP-FJS, TSP-FJS e FJS-LS para o problema de planejamento e programação da produção em um ambiente de produção *job shop* flexível apresentaram resultados muito próximos quanto ao objetivo (tempo total de processamento). Os modelos FJS-LS e TSP-FJS obtiveram resultados iguais, 98,7 horas, já o GLSP-FJS obteve um resultado um pouco acima desses modelos, 100,0 horas, cuja maior diferença é a alocação da operação $j7$ à máquina $k1$ e não $k2$, que leva um tempo menor para produzir o lote, o que pode ter sido causado por restrições de capacidade e precedência na escala de tempo de subperíodos. Apesar das diferenças no dimensionamento dos lotes e na sequência de produção,

algumas características comuns foram a formação de estoque para evitar a realização de uma nova preparação no segundo período, quando possível, e a alocação de tarefas mais demoradas a máquinas mais rápidas nos modelos TSP-FJS e FJS-LS, como é o caso de $j6$ do produto $i2$ (amarelo) alocado sempre na máquina $k2$, inclusive no modelo GLSP-FJS, cujo tempo de processamento por unidade é a metade do tempo necessário na máquina $k1$ e o tempo de preparação é 14% menor.

4.2 COMPARAÇÃO DOS MODELOS PARA O PROBLEMA

4.2.1 Geração de dados e descrição das instâncias ilustrativas

Para avaliar e comparar o desempenho dos modelos em encontrar soluções para o problema de planejamento e programação da produção em um ambiente de produção *job shop* flexível foram realizados testes com um conjunto de instâncias ilustrativas, em parte geradas com dados aleatórios, em parte geradas com base na estrutura do problema da empresa estudada. Para isso, a duração dos períodos é a mesma do estudo de caso e os tempos de processamento e preparação das máquinas possuem a mesma ordem de grandeza do estudo. Além disso, para cada produto são consideradas três operações para sua fabricação, com base no número médio de operações por produto do estudo de caso. No total é testado um conjunto de 108 instâncias de tamanhos e características diferentes. As instâncias foram geradas combinando variações no tamanho, que leva em consideração a quantidade de produtos e operações, o número de máquinas disponíveis e o número de períodos, no tempo de preparação e processamento, na demanda, na relação entre operações possíveis de serem realizadas em cada máquina e no tamanho do lote mínimo das operações. Cada instância foi executada para os três modelos considerando um tempo limite de duas horas.

Para o tamanho das instâncias foram consideradas três variações denominadas P, M e G, pequenas, médias e grandes, respectivamente, com diferenças entre si no número de produtos, operações, máquinas e períodos como pode ser visto na Tabela 6.

TABELA 6 – Tamanho das instâncias ilustrativas

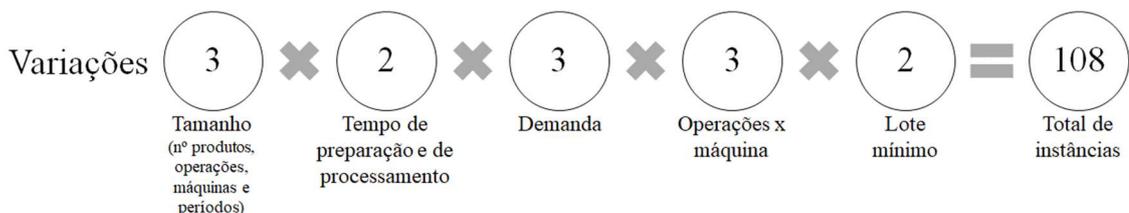
| | P | M | G |
|--------------------|----------|----------|----------|
| # produtos | 3 | 6 | 10 |
| # operações | 9 | 18 | 30 |
| # máquinas | 2 | 5 | 8 |
| # períodos | 2 | 3 | 4 |

Fonte: Elaborada pelo autor.

No modelo GLSP-FJS foram considerados dez subperíodos por período ($|S_t| = 10$). Foram gerados dois conjuntos de tempos de preparação e processamento para cada tamanho de amostra. Os tempos de preparação foram gerados de forma aleatória no intervalo maior que 0 e menor ou igual a 2 horas. Já para os tempos de processamento foram gerados aleatoriamente números maiores do que 0 e menores ou iguais a 1 hora. Esses intervalos foram considerados para respeitar a ordem de grandeza dos tempos dos processos analisados no estudo de caso. O tempo de preparação por lote e os tempos de processamento de cada operação por unidade e por máquina são apresentados nas Tabelas A1 a A11 do Apêndice A. Os campos sem informação correspondem às operações que não podem ser executadas em cada máquina.

Com relação à demanda, foram geradas três variações para cada tamanho, considerando um aumento de demanda em cada variação, a qual pode ser vista nas Tabelas A12 a A14 do Apêndice A. Foi também considerado uma demanda menor nos períodos iniciais para evitar instâncias infactíveis por falta de capacidade, uma vez que foi considerado para os testes que não havia estoque inicial de nenhum produto em nenhum estágio. Foram consideradas também três variações na relação entre operações e a máquina capaz de realizá-las, sendo duas obtidas de forma aleatória e a terceira considerando que todas as máquinas poderiam realizar todas as operações, a fim de avaliar o impacto de extrapolação de um aumento de disponibilidade de máquinas no tempo e valor ótimo da solução. Essas variações podem ser vistas nos Quadros A1 a A3 do Apêndice A. Por fim, considerou-se duas variações para o lote mínimo, uma considerando um lote mínimo de apenas uma unidade e a segunda considerando um lote mínimo estabelecido pela mediana da demanda do primeiro período, com a finalidade de avaliar o impacto da decisão de estabelecer um lote mínimo na solução, a qual está apresentada na Tabela A15 do Apêndice A. A capacidade de todas as máquinas é de 40 horas por período em qualquer instância. Como apresentado na Figura 26, esta combinação resultou em 108 instâncias, as quais foram executadas utilizando os 3 modelos.

FIGURA 26 – Variações dos parâmetros para geração dos dados das instâncias



Fonte: Elaborada pelo autor.

A nomenclatura definida para as instâncias é composta por uma indicação do tamanho (P, M ou G), do tempo (T1 ou T2), da demanda (D1, D2 ou D3), da relação operação/máquina (O1 ou O2) e do lote mínimo (L1 ou L2) para cada tamanho, por isso a referência do tamanho é incluída entre a letra e o número das demais características. Por exemplo, a instância 1 tem tamanho P, tempo T1, demanda D2, relação operação/máquina O1 e lote mínimo L1, por isso foi nomeada P/T1/D1/O1/L1. A instância 39, que foi apresentada na seção anterior, tem tamanho P, tempo T1, demanda D3, relação operação/máquina O2 e lote mínimo L1, portanto nomeada P/T1/D3/O2/L1. A instância 108, por sua vez, tem tamanho G, tempo T2, demanda D3, relação operação/máquina O3 e lote mínimo L2, logo foi nomeada G/T2/D3/O3/L2. A lista com todas as instâncias com a nomenclatura e configuração pode ser vista no Quadro A4 do Apêndice A.

4.2.2 Resultados dos testes com dados ilustrativos

A seguir é apresentada uma síntese dos resultados dos testes: valor da função objetivo, *gap* e tempo de resolução – CPU (em segundos), com as instâncias de tamanho P, M e G, para os modelos GLSP-FJS, FJS-LS e TSP-FJS.

A Tabela 7 apresenta os resultados para as instâncias de tamanho pequeno (P).

TABELA 7 – Resultado dos modelos para instâncias de tamanho pequeno

| Instância | GLSP-FJS | | | TSP-FJS | | | FJS-LS | | |
|---------------|----------|-----|-------|---------|-----|-------|---------|-----|-------|
| | Solução | Gap | Tempo | Solução | Gap | Tempo | Solução | Gap | Tempo |
| P/T1/D1/O1/L1 | 53,5 | 0% | 1,3 | 50,9 | 0% | 0,1 | 50,9 | 0% | 0,1 |
| P/T1/D2/O1/L1 | 80,2 | 0% | 24,9 | 80,7 | 0% | 7,7 | 80,7 | 0% | 2,2 |
| P/T1/D3/O1/L1 | 106,7 | 0% | 333,0 | 108,3 | 0% | 8,8 | 109,5 | 0% | 50,1 |
| P/T2/D1/O1/L1 | 50,2 | 0% | 1,2 | 47,3 | 0% | 0,1 | 47,3 | 0% | 0,1 |
| P/T2/D2/O1/L1 | 73,2 | 0% | 3,9 | 71,8 | 0% | 0,8 | 72,4 | 0% | 0,9 |
| P/T2/D3/O1/L1 | 97,9 | 0% | 1,1 | 97,9 | 0% | 2,1 | 98,5 | 0% | 1,5 |
| P/T1/D1/O1/L2 | 53,5 | 0% | 1,5 | 50,9 | 0% | 0,1 | 50,9 | 0% | 0,2 |
| P/T1/D2/O1/L2 | 80,2 | 0% | 2,5 | 80,7 | 0% | 3,7 | 80,7 | 0% | 1,2 |
| P/T1/D3/O1/L2 | 106,7 | 0% | 88,8 | 108,3 | 0% | 11,0 | 109,7 | 0% | 7,8 |
| P/T2/D1/O1/L2 | 50,2 | 0% | 0,8 | 47,3 | 0% | 0,1 | 47,3 | 0% | 0,1 |
| P/T2/D2/O1/L2 | 73,2 | 0% | 1,0 | 71,8 | 0% | 1,5 | 72,4 | 0% | 0,5 |
| P/T2/D3/O1/L2 | 97,9 | 0% | 0,9 | 97,9 | 0% | 1,9 | 98,5 | 0% | 2,3 |
| P/T1/D1/O2/L1 | 50,7 | 0% | 10,4 | 48,5 | 0% | 0,2 | 48,5 | 0% | 0,1 |
| P/T1/D2/O2/L1 | 75,6 | 0% | 15,1 | 72,9 | 0% | 0,2 | 72,9 | 0% | 0,2 |
| P/T1/D3/O2/L1 | 100,0 | 0% | 399,8 | 98,7 | 0% | 2,1 | 98,7 | 0% | 0,9 |
| P/T2/D1/O2/L1 | 61,2 | 0% | 2,7 | 58,8 | 0% | 0,3 | 58,8 | 0% | 0,2 |
| P/T2/D2/O2/L1 | 89,6 | 0% | 7,5 | 87,9 | 0% | 0,5 | 87,9 | 0% | 0,2 |
| P/T2/D3/O2/L1 | 119,7 | 0% | 166,3 | 122,2 | 0% | 3,9 | 122,2 | 0% | 3,1 |
| P/T1/D1/O2/L2 | 50,7 | 0% | 10,4 | 48,5 | 0% | 0,2 | 48,5 | 0% | 0,2 |
| P/T1/D2/O2/L2 | 75,6 | 0% | 22,4 | 72,9 | 0% | 0,2 | 72,9 | 0% | 0,1 |
| P/T1/D3/O2/L2 | 100,0 | 0% | 330,2 | 98,7 | 0% | 1,6 | 98,7 | 0% | 0,7 |
| P/T2/D1/O2/L2 | 61,2 | 0% | 4,7 | 58,8 | 0% | 0,3 | 58,8 | 0% | 0,1 |
| P/T2/D2/O2/L2 | 89,6 | 0% | 2,8 | 87,9 | 0% | 1,3 | 87,9 | 0% | 0,4 |

(continua)

| Instância | GLSP-FJS | | | TSP-FJS | | | FJS-LS | | |
|----------------------------|--------------|-------------|--------------|--------------|-------------|-------------|--------------|-------------|-------------|
| | Solução | Gap | Tempo | Solução | Gap | Tempo | Solução | Gap | Tempo |
| P/T2/D3/O2/L2 | 119,7 | 0% | 100,0 | 122,8 | 0% | 5,1 | 122,8 | 0% | 3,4 |
| P/T1/D1/O3/L1 | 45,4 | 0% | 55,0 | 44,1 | 0% | 12,5 | 46,2 | 0% | 4,4 |
| P/T1/D2/O3/L1 | 66,2 | 0% | 902,5 | 64,9 | 0% | 12,6 | 66,9 | 0% | 1,2 |
| P/T1/D3/O3/L1 | 86,4 | 0% | 1948,9 | 85,1 | 0% | 7,0 | 87,6 | 0% | 7,7 |
| P/T2/D1/O3/L1 | 44,9 | 0% | 13,9 | 43,4 | 0% | 0,5 | 45,4 | 0% | 3,0 |
| P/T2/D2/O3/L1 | 64,2 | 0% | 11,8 | 62,8 | 0% | 0,3 | 64,7 | 0% | 2,5 |
| P/T2/D3/O3/L1 | 85,1 | 0% | 20,7 | 83,8 | 0% | 0,3 | 87,2 | 0% | 7,3 |
| P/T1/D1/O3/L2 | 45,4 | 0% | 86,0 | 44,1 | 0% | 9,5 | 47,1 | 0% | 3,1 |
| P/T1/D2/O3/L2 | 66,2 | 0% | 166,6 | 64,9 | 0% | 7,1 | 67,9 | 0% | 1,3 |
| P/T1/D3/O3/L2 | 86,4 | 0% | 56,5 | 85,1 | 0% | 6,0 | 88,6 | 0% | 8,0 |
| P/T2/D1/O3/L2 | 44,9 | 0% | 13,9 | 43,4 | 0% | 2,1 | 46,0 | 0% | 4,8 |
| P/T2/D2/O3/L2 | 64,2 | 0% | 20,8 | 62,8 | 0% | 0,7 | 65,4 | 0% | 2,3 |
| P/T2/D3/O3/L2 | 85,1 | 0% | 18,3 | 83,8 | 0% | 1,3 | 87,8 | 0% | 4,9 |
| média | 75,04 | 0% | 134,7 | 73,91 | 0% | 3,2 | 74,95 | 0% | 3,5 |
| # soluções | 36 | n.a. | n.a. | 36 | n.a. | n.a. | 36 | n.a. | n.a. |
| # melhores soluções | 8 | n.a. | 2 | 30 | n.a. | 16 | 14 | n.a. | 23 |

Fonte: Elaborada pelo autor.

Para o conjunto de instâncias pequenas, todos os modelos encontram soluções ótimas para todas as soluções. As soluções são diferentes, pois as formulações não são equivalentes, no entanto, as soluções são muito próximas e todas são factíveis para o problema estudado. Em comparação com os demais, o modelo TSP-FJS encontra soluções melhores em 30 das 36 instâncias, sendo que o modelo FJS-LS encontra soluções melhores em 14 destas 30. No entanto, em termos de tempo, embora a média do modelo FJS-LS seja 2,8% maior, o mesmo encontra soluções em menor tempo de CPU para 23 das 36 instâncias.

A Tabela 8 apresenta os resultados para as instâncias de tamanho médio (M).

TABELA 8 – Resultado dos modelos para instâncias de tamanho médio

| Instância | GLSP-FJS | | | TSP-FJS | | | FJS-LS | | |
|---------------|----------|-----|-------|---------|-----|-------|---------|-----|--------|
| | Solução | Gap | Tempo | Solução | Gap | Tempo | Solução | Gap | Tempo |
| M/T1/D1/O1/L1 | - | - | 7200 | 109,5 | 3% | 7200 | 112,1 | 0% | 99,2 |
| M/T1/D2/O1/L1 | - | - | 7200 | 162,4 | 2% | 7200 | 165,0 | 0% | 1268,7 |
| M/T1/D3/O1/L1 | - | - | 7200 | 218,8 | 3% | 7200 | 220,6 | 1% | 7200 |
| M/T2/D1/O1/L1 | - | - | 7200 | 114,0 | 0% | 70,1 | 119,8 | 0% | 47,0 |
| M/T2/D2/O1/L1 | - | - | 7200 | 169,2 | 1% | 7200 | 176,5 | 0% | 1987,6 |
| M/T2/D3/O1/L1 | - | - | 7200 | 230,2 | 3% | 7200 | 234,0 | 1% | 7200 |
| M/T1/D1/O1/L2 | - | - | 7200 | 109,3 | 0% | 290,3 | 112,1 | 0% | 105,2 |
| M/T1/D2/O1/L2 | - | - | 7200 | 162,4 | 2% | 7200 | 165,6 | 0% | 601,5 |
| M/T1/D3/O1/L2 | - | - | 7200 | 218,0 | 3% | 7200 | 220,6 | 1% | 7200 |
| M/T2/D1/O1/L2 | - | - | 7200 | 114,0 | 1% | 7200 | 120,5 | 0% | 19,3 |
| M/T2/D2/O1/L2 | - | - | 7200 | 170,1 | 1% | 7200 | 176,8 | 0% | 1098,3 |
| M/T2/D3/O1/L2 | - | - | 7200 | 228,0 | 2% | 7200 | 234,3 | 0% | 4411,6 |
| M/T1/D1/O2/L1 | - | - | 7200 | 88,4 | 0% | 17,5 | 93,2 | 0% | 210,1 |
| M/T1/D2/O2/L1 | - | - | 7200 | 132,6 | 0% | 11,5 | 139,6 | 0% | 2356,6 |
| M/T1/D3/O2/L1 | - | - | 7200 | 178,7 | 0% | 278,8 | 185,5 | 1% | 7200 |
| M/T2/D1/O2/L1 | - | - | 7200 | 79,0 | 0% | 41,9 | 84,2 | 0% | 1700,3 |
| M/T2/D2/O2/L1 | - | - | 7200 | 118,5 | 0% | 139,5 | 125,2 | 0% | 828,0 |

(continua)

| Instância | GLSP-FJS | | | TSP-FJS | | | FJS-LS | | |
|----------------------------|----------|------|-------|---------|------|--------|---------|------|--------|
| | Solução | Gap | Tempo | Solução | Gap | Tempo | Solução | Gap | Tempo |
| M/T2/D3/O2/L1 | - | - | 7200 | 162,4 | 2% | 7200 | 168,5 | 2% | 7200 |
| M/T1/D1/O2/L2 | - | - | 7200 | 88,4 | 0% | 14,2 | 95,1 | 0% | 280,9 |
| M/T1/D2/O2/L2 | - | - | 7200 | 132,6 | 0% | 9,0 | 142,5 | 0% | 1674,8 |
| M/T1/D3/O2/L2 | - | - | 7200 | 178,9 | 0% | 207,1 | 188,8 | 0% | 7200 |
| M/T2/D1/O2/L2 | - | - | 7200 | 79,0 | 0% | 19,9 | 89,8 | 0% | 6939,7 |
| M/T2/D2/O2/L2 | - | - | 7200 | 118,8 | 0% | 3672,6 | 130,9 | 3% | 7200 |
| M/T2/D3/O2/L2 | - | - | 7200 | 162,4 | 2% | 7200 | 173,9 | 4% | 7200 |
| M/T1/D1/O3/L1 | - | - | 7200 | 67,2 | 1% | 7200 | 74,9 | 4% | 7200 |
| M/T1/D2/O3/L1 | - | - | 7200 | 96,6 | 0% | 48,7 | 104,8 | 2% | 7200 |
| M/T1/D3/O3/L1 | - | - | 7200 | 126,5 | 0% | 78,9 | 134,5 | 1% | 7200 |
| M/T2/D1/O3/L1 | - | - | 7200 | 55,9 | 0% | 24,4 | 64,8 | 0% | 1211,0 |
| M/T2/D2/O3/L1 | - | - | 7200 | 80,1 | 1% | 7200 | 89,0 | 0% | 1365,6 |
| M/T2/D3/O3/L1 | - | - | 7200 | 104,8 | 0% | 22,4 | 113,9 | 0% | 1040,0 |
| M/T1/D1/O3/L2 | - | - | 7200 | 66,9 | 3% | 7200 | 74,9 | 2% | 7200 |
| M/T1/D2/O3/L2 | - | - | 7200 | 96,6 | 1% | 7200 | 104,9 | 0% | 6365,4 |
| M/T1/D3/O3/L2 | - | - | 7200 | 127,2 | 2% | 7200 | 134,6 | 0% | 1922,4 |
| M/T2/D1/O3/L2 | - | - | 7200 | 55,9 | 0% | 12,3 | 67,8 | 0% | 1454,6 |
| M/T2/D2/O3/L2 | - | - | 7200 | 80,0 | 1% | 7200 | 91,9 | 0% | 1059,3 |
| M/T2/D3/O3/L2 | - | - | 7200 | 104,8 | 0% | 12,3 | 116,9 | 0% | 314,9 |
| média | - | - | 7200 | 127,45 | 1% | 3738,1 | 134,67 | 1% | 3465,6 |
| # soluções | 0 | n.a. | n.a. | 36 | n.a. | n.a. | 36 | n.a. | n.a. |
| # melhores soluções | 0 | n.a. | 0 | 36 | n.a. | 23 | 0 | n.a. | 20 |

Fonte: Elaborada pelo autor.

Para o conjunto de instâncias médias, os modelos TSP-FJS e FJS-LS encontram soluções factíveis para todas as soluções e o GLSP-FJS não encontra solução dentro do tempo limite estipulado para nenhuma. Em comparação com o FJS-LS, o modelo TSP-FJS encontra soluções melhores nas 36 instâncias, porém, em termos de tempo, o modelo FJS-LS encontra a solução ótima em menor tempo de CPU nas 36 instâncias.

A Tabela 9 apresenta os resultados para as instâncias de tamanho grande (G).

TABELA 9 – Resultado dos modelos para instâncias de tamanho grande

| Instância | GLSP-FJS | | | TSP-FJS | | | FJS-LS | | |
|---------------|----------|-----|-------|---------|-----|-------|---------|-----|--------|
| | Solução | Gap | Tempo | Solução | Gap | Tempo | Solução | Gap | Tempo |
| G/T1/D1/O1/L1 | - | - | 7200 | 140,0 | 0% | 7200 | 149,8 | 1% | 7200 |
| G/T1/D2/O1/L1 | - | - | 7200 | - | - | 7200 | 214,7 | 1% | 7200 |
| G/T1/D3/O1/L1 | - | - | 7200 | - | - | 7200 | - | - | 7200 |
| G/T2/D1/O1/L1 | - | - | 7200 | 137,8 | 0% | 119,3 | - | - | 7200 |
| G/T2/D2/O1/L1 | - | - | 7200 | - | - | 7200 | - | - | 7200 |
| G/T2/D3/O1/L1 | - | - | 7200 | - | - | 7200 | - | - | 7200 |
| G/T1/D1/O1/L2 | - | - | 7200 | 142,6 | 3% | 7200 | 150,5 | 0% | 2154,3 |
| G/T1/D2/O1/L2 | - | - | 7200 | - | - | 7200 | 216,1 | 1% | 7200 |
| G/T1/D3/O1/L2 | - | - | 7200 | - | - | 7200 | 284,8 | 2% | 7200 |
| G/T2/D1/O1/L2 | - | - | 7200 | - | - | 7200 | - | - | 7200 |
| G/T2/D2/O1/L2 | - | - | 7200 | - | - | 7200 | - | - | 7200 |
| G/T2/D3/O1/L2 | - | - | 7200 | - | - | 7200 | - | - | 7200 |
| G/T1/D1/O2/L1 | - | - | 7200 | - | - | 7200 | 158,0 | 2% | 7200 |
| G/T1/D2/O2/L1 | - | - | 7200 | - | - | 7200 | - | - | 7200 |
| G/T1/D3/O2/L1 | - | - | 7200 | - | - | 7200 | - | - | 7200 |

(continua)

| Instância | GLSP-FJS | | | TSP-FJS | | | FJS-LS | | |
|----------------------------|----------|------|-------|---------|------|--------|---------|------|--------|
| | Solução | Gap | Tempo | Solução | Gap | Tempo | Solução | Gap | Tempo |
| G/T2/D1/O2/L1 | - | - | 7200 | 118,1 | 0% | 91,1 | - | - | 7200 |
| G/T2/D2/O2/L1 | - | - | 7200 | - | - | 7200 | - | - | 7200 |
| G/T2/D3/O2/L1 | - | - | 7200 | - | - | 7200 | - | - | 7200 |
| G/T1/D1/O2/L2 | - | - | 7200 | - | - | 7200 | 160,2 | 1% | 7200 |
| G/T1/D2/O2/L2 | - | - | 7200 | - | - | 7200 | 231,9 | 1% | 7200 |
| G/T1/D3/O2/L2 | - | - | 7200 | - | - | 7200 | 303,6 | 2% | 7200 |
| G/T2/D1/O2/L2 | - | - | 7200 | 118,1 | 1% | 7200 | - | - | 7200 |
| G/T2/D2/O2/L2 | - | - | 7200 | - | - | 7200 | 193,9 | 1% | 7200 |
| G/T2/D3/O2/L2 | - | - | 7200 | - | - | 7200 | 251,0 | 1% | 7200 |
| G/T1/D1/O3/L1 | - | - | 7200 | - | - | 7200 | - | - | 7200 |
| G/T1/D2/O3/L1 | - | - | 7200 | - | - | 7200 | - | - | 7200 |
| G/T1/D3/O3/L1 | - | - | 7200 | - | - | 7200 | - | - | 7200 |
| G/T2/D1/O3/L1 | - | - | 7200 | - | - | 7200 | - | - | 7200 |
| G/T2/D2/O3/L1 | - | - | 7200 | - | - | 7200 | - | - | 7200 |
| G/T2/D3/O3/L1 | - | - | 7200 | - | - | 7200 | - | - | 7200 |
| G/T1/D1/O3/L2 | - | - | 7200 | - | - | 7200 | - | - | 7200 |
| G/T1/D2/O3/L2 | - | - | 7200 | - | - | 7200 | 132,4 | 2% | 7200 |
| G/T1/D3/O3/L2 | - | - | 7200 | - | - | 7200 | - | - | 7200 |
| G/T2/D1/O3/L2 | - | - | 7200 | - | - | 7200 | - | - | 7200 |
| G/T2/D2/O3/L2 | - | - | 7200 | - | - | 7200 | - | - | 7200 |
| G/T2/D3/O3/L2 | - | - | 7200 | 125,3 | 0% | 326,4 | - | - | 7200 |
| média | - | - | 7200 | n.a. | 1% | 6614,9 | n.a. | 1% | 7059,8 |
| # soluções | 0 | n.a. | n.a. | 6 | n.a. | n.a. | 12 | n.a. | n.a. |
| # melhores soluções | 0 | n.a. | 0 | 6 | n.a. | 5 | 10 | n.a. | 12 |

Fonte: Elaborada pelo autor.

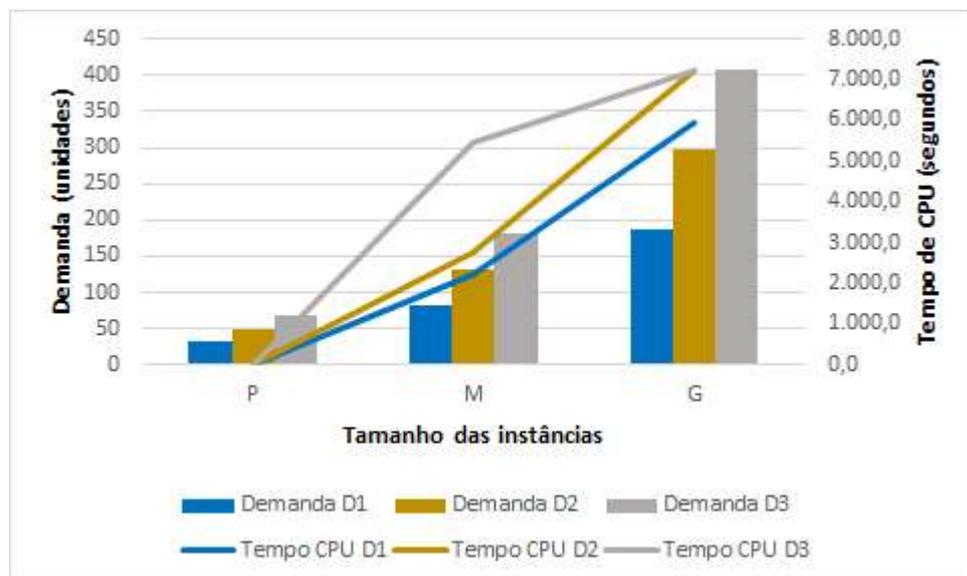
Para o conjunto de instâncias grandes, o modelo FJS-LS foi o que encontrou o maior número de soluções, 12 no total, seguido pelo TSP-FJS com 6 e nenhuma solução encontrada pelo GLSP-FJS. O modelo TSP-FJS consegue as melhores soluções em todas as instâncias em que ela obteve resultado, 6 instâncias. O FJS-LS tem a melhor solução em 10 instâncias, uma vez que é o único a ter obtido resultados para essas instâncias.

O tempo de execução foi limitado em 2 horas e, neste período, o modelo FJS-LS encontrou solução para 84 das 108 instâncias, o modelo TSP-FJS encontrou solução para 78 instâncias e o modelo GLSP-FJS em apenas 36 das 108 instâncias. Observa-se que o modelo GLSP-FJS obteve soluções apenas nas instâncias de tamanho P dentro do limite de tempo. Já os modelos TSP-FJS e FJS-LS só não encontraram soluções no tempo limite em parte das instâncias de tamanho G, 30 instâncias não foram resolvidas no TSP-FJS e 24 instâncias no FJS-LS. O modelo FJS-LS encontrou a solução ótima dentro do tempo limite em 61 instâncias, enquanto o modelo TSP-FJS encontrou a solução ótima em 57 instâncias. Com relação ao valor da função objetivo, nota-se que os valores obtidos nos três modelos são bem próximos, com as maiores diferenças sendo relacionadas ao gap nas instâncias em que não foi possível obter uma solução ótima dentro do tempo limite. Pequenas diferenças pontuais em alguns casos, se

desconsiderarmos a diferença do *gap*, acontecem devido a diferentes abordagens na modelagem, porém que não afetam a factibilidade das soluções para o problema prático.

Os experimentos usando instâncias com diferentes parâmetros possibilitaram uma análise acerca do seu impacto na resolução dos modelos. Em particular o volume de demanda e a variedade de produtos e operações afetam significativamente o tempo de resolução. A Figura 27 mostra a relação entre o tamanho das instâncias e o tempo de CPU do modelo FJS-LS, onde as barras representam as três variações de demanda para cada tamanho de instância (com valores no eixo vertical à esquerda) e as linhas representam o tempo de CPU médio das instâncias com a mesma demanda de cada tamanho de instância (valores no eixo vertical à direita). Como esperado, as instâncias de tamanho G são as que demandam maior tempo de CPU, seguidas pelas de tamanho M e as mais rápidas são as de tamanho P, o que indica que quanto maior o número de produtos, operações, máquinas e períodos, maior é o tempo necessário para obter uma solução. Note na Figura 27, que para as instâncias D3, cuja demanda é maior para os conjuntos de instâncias P, M e G (conforme Tabelas A12 a A14 do Apêndice A), o comportamento das linhas de tempo de CPU é diferente do comportamento das mesmas referentes às instâncias D1 e D2. Ou seja, nas instâncias D3 há um aumento expressivo no tempo de CPU já para o conjunto de instâncias de tamanho médio.

FIGURA 27 – Impacto do tamanho das instâncias no tempo de resolução

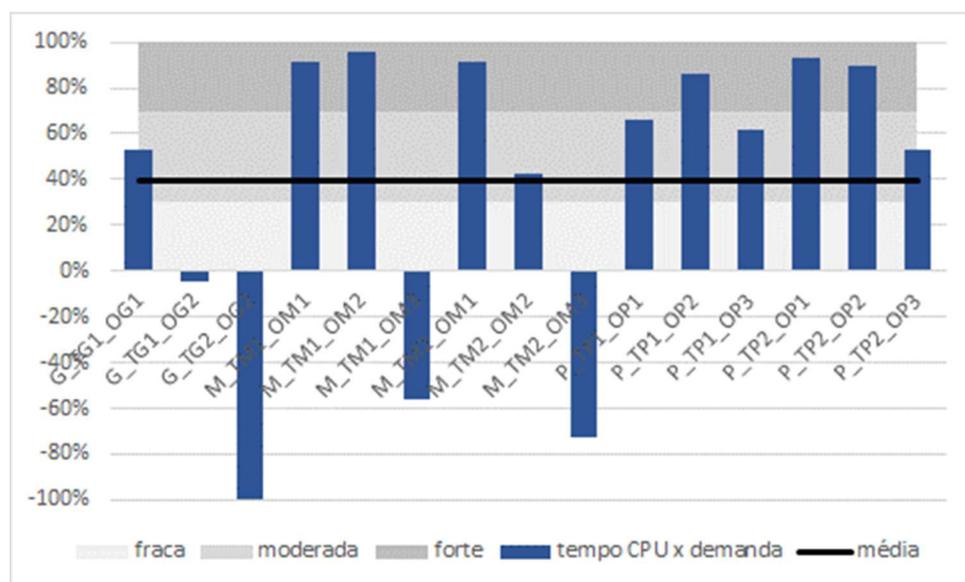


Fonte: Elaborada pelo autor.

O impacto da demanda no tempo de CPU pode ser mais bem observado pela análise de correlação apresentada na Figura 28. Para esta análise, as instâncias foram agrupadas por suas

características de tamanho, tempo e relação operação/máquina, de modo que as instâncias de cada grupo possuam a mesma capacidade, sendo a demanda e o lote mínimo as únicas diferenças entre as instâncias de um mesmo grupo. Assim, são formados 15 grupos (Tabelas B1 a B15 do Apêndice B) com pelo menos duas instâncias de características semelhantes que retornaram uma solução no tempo máximo estipulado. Com esses grupos é realizada a análise de correlação entre a demanda e o tempo de CPU utilizando a ferramenta de análise de dados do Microsoft Excel. Em 6 desses grupos, a correlação é maior do que 70% e pode ser considerada forte (RATNER, 2009), sendo a média de todos os grupos igual a 39%. Em 5 deles a correlação é entre 30% e 70%, que pode ser considerada moderada, entretanto em 2 desses grupos (G/T1/G1 e M/T2/O2) existem instâncias que atingiram o tempo limite sem encontrar a solução ótima, portanto o tempo de CPU seria maior, o que distorce o resultado da correlação. O mesmo efeito acontece nas outras 4 instâncias, que tiveram a correlação menor que 30% ou negativa. Deste modo, se considerarmos apenas os 7 grupos de instâncias cuja solução ótima foi encontrada dentro do tempo limite, a correlação média entre demanda e tempo de CPU é de 53,8%, sendo o grupo mais discrepante o (M/T2/O3), cuja correlação é negativa. No caso deste grupo de instâncias (M/T2/O3), percebe-se que algumas instâncias com maior demanda tiveram um tempo de CPU menor do que instâncias com a demanda menor, o que pode indicar que outras características do conjunto de dados também influenciam nesse tempo de resposta.

FIGURA 28 – Análise de correlação entre a demanda e o tempo de CPU



Fonte: Elaborada pelo autor.

Nas Tabelas 7, 8 e 9 comparando instâncias de mesmo tamanho (P, M ou G) em que todas as operações podem ser executadas em todas as máquinas (O3), observa-se também que a maioria precisa de mais tempo para obter a solução do que as demais (O1 e O2). Isto pode ocorrer porque neste caso há um maior grau de liberdade, o que aumenta o conjunto de soluções do problema.

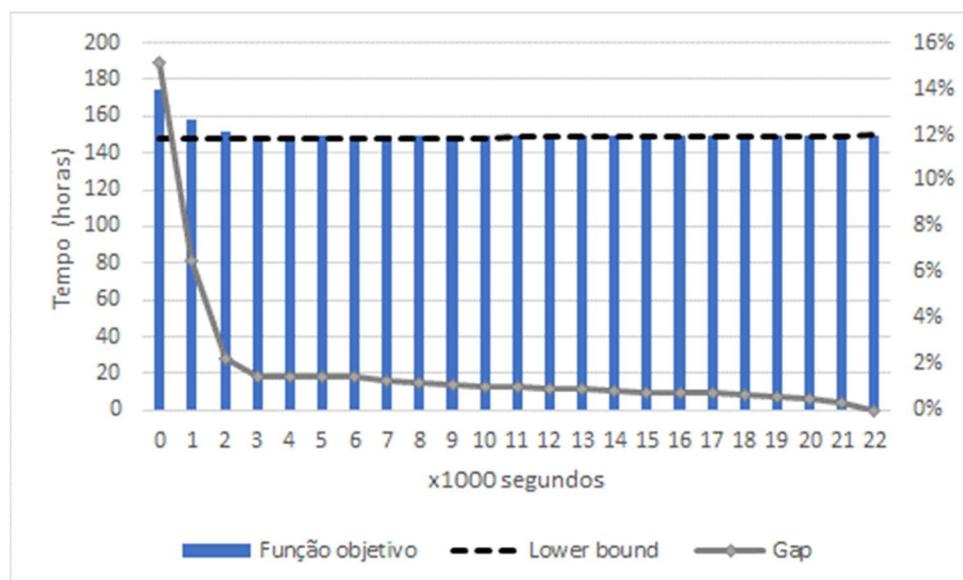
De forma geral, o modelo que conseguiu soluções para o maior número de instâncias foi o FJS-LS (84 instâncias), seguido pelo TSP-FJS (78 instâncias) e pelo GLSP-FJS (36 instâncias), conforme as penúltimas linhas das Tabelas 7, 8 e 9. Das soluções encontradas, o modelo FJS-LS teve o menor tempo CPU na maioria (55 instâncias), seguido pelo TSP-FJS em 44 e pelo GLSP-FJS em 2. A melhor solução foi encontrada em mais instâncias pelo TSP-FJS, em média 4% melhor que o FJS-LS e 2% melhor que o GLSP-FJS, nas instâncias em que ambos os modelos comparados encontraram soluções. O modelo GLSP-FJS é o que tem o maior número de variáveis e equações e em média (para todas as instâncias) foi o que demandou mais tempo de processamento ao buscar a solução ótima, atingindo o tempo limite na maioria das instâncias. Embora o TSP-FJS tenha menos variáveis e equações do que os outros dois modelos, seu desempenho com relação ao tempo de obtenção da solução ótima foi pior do que o FJS-LS, sendo também pior do que o GLSP-FJS em alguns casos. Como ressaltam Roy e Wolsey (1987), o tamanho não é um bom indicador de dificuldade para problemas de programação inteira mista, sendo até menos confiável do que para programação inteira pura, em oposição ao que ocorre para os problemas de programação linear. O trabalho de Srour e Velde (2013) mostra que mesmo entre os modelos ATSP, o tamanho da instância não é diretamente relacionado à facilidade em obter uma solução. Segundo esses autores, a esparsidade na matriz de distâncias, ou seja, o número de zeros, é um fator crítico para a facilidade em obter uma solução para um modelo ATSP, de modo que o modelo é mais fácil quanto maior o número de vértices que são origem e destino. Em contrapartida, o modelo FJS-LS encontrou a solução ótima dentro do tempo limite em várias instâncias, tendo o melhor desempenho com relação ao tempo de CPU.

Considerando que os dados do estudo de caso são ainda maiores que as instâncias grandes testadas até então, optou-se por utilizar o modelo FJS-LS para os testes com dados do estudo de caso, uma vez que este encontrou soluções para um maior número de instâncias de tamanho grande dentro do tempo limite estipulado e conseguiu o melhor tempo de CPU para um maior número de instâncias.

Como nos testes com instâncias grandes nenhum modelo obteve solução no tempo estipulado de 2 horas para todas as instâncias, foram realizados testes de algumas instâncias em um limite de tempo de execução maior para verificar o comportamento do modelo FJS-LS. Foi

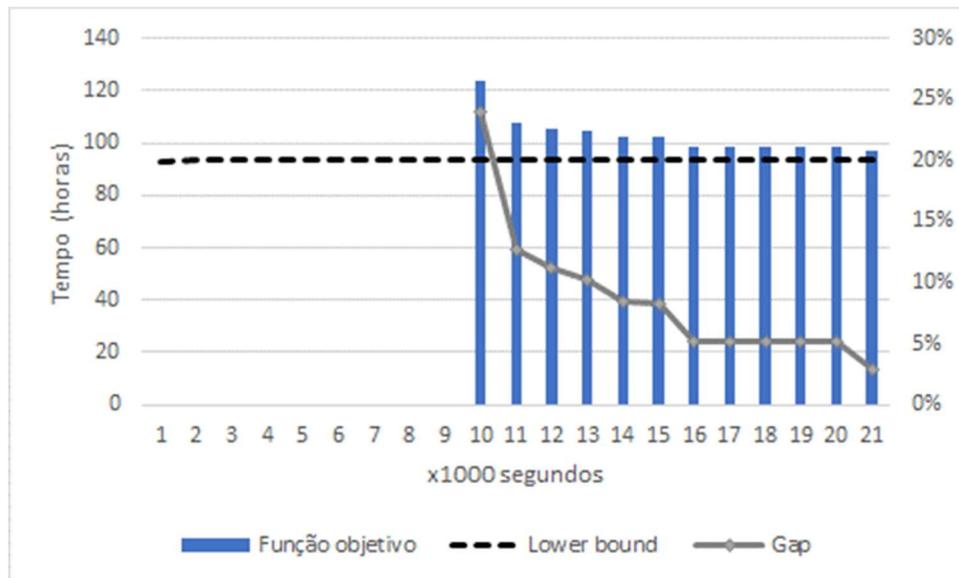
verificado o comportamento de duas instâncias de tamanho grande em 6 horas de execução pelo método exato, uma com a configuração O1 e outra com a configuração O3. Nas Figuras 29 e 30, o eixo horizontal mostra o tempo de CPU dividido por 1000, as barras representam o valor da função objetivo no instante indicado pelo eixo horizontal em horas referenciado pelo eixo vertical à esquerda, a linha tracejada mostra o *lower bound* também referenciado pelo eixo à esquerda e a linha cinza indica o *gap* referenciado pelo eixo vertical à direita. A Figura 29 mostra o comportamento das 6 horas de execução da instância G/T1/D1/O3/L1. Nela pode-se observar que a primeira solução foi obtida em menos de 1000 segundos com um *gap* de 15%, reduz para 7% nos próximos 1000 segundos e 2% com 2000 segundos. Posteriormente, dos 3000 aos 21000 segundos o limitante inferior vai sendo ajustado sem alteração no valor da função objetivo com redução no *gap*. Pouco antes de atingir as 6 horas estipuladas de limite, a solução ótima é encontrada. A Figura 30 mostra o comportamento das 6 horas de execução da instância G/T1/D1/O3/L1. Nela pode-se observar que a primeira solução foi obtida em 10000 segundos com um *gap* de 24%, reduz para 13% nos próximos 1000 segundos, porém em seguida é melhorada gradativamente até a interrupção pelo tempo limite com 3% de *gap*.

FIGURA 29 – Evolução da função objetivo da instância G/T1/D1/O1/L1



Fonte: Elaborada pelo autor.

FIGURA 30 – Evolução da função objetivo da instância G/T1/D1/O3/L1



Fonte: Elaborada pelo autor.

Ao analisar essas duas instâncias por mais tempo percebeu-se que a obtenção de melhores soluções é lenta. Por este motivo e também por verificar nos testes anteriores que os modelos não encontraram soluções para todas as instâncias de tamanho grande no tempo limite determinado, decidiu-se por estudar heurísticas visando obter boas soluções em menor tempo que o método exato para este problema.

4.3 HEURÍSTICAS BASEADAS EM PROGRAMAÇÃO MATEMÁTICA

Diante da dificuldade de resolução de modelos de programação matemática mais complexos, é comum a utilização de procedimentos heurísticos para obter boas soluções em tempo de resolução aceitável do ponto de vista prático. Entre esses procedimentos estão as heurísticas baseadas em programação matemática, como por exemplo as heurísticas *relax-and-fix* e *fix-and-optimize*.

A heurística *relax-and-fix* tem sido usada sozinha ou em algoritmos híbridos como método para obter soluções para problemas de programação inteira mista difíceis (FERREIRA; MORABITO; RANGEL, 2009). Nesta heurística, as variáveis inteiras são divididas em subconjuntos de acordo com algum critério definido antes de iniciar as iterações. As variáveis de um desses subconjuntos são definidas como inteiras, enquanto as demais são relaxadas e o modelo é resolvido desta forma. O valor das variáveis inteiras é fixado, um novo subconjunto de variáveis é definido como inteiro e o modelo é novamente resolvido. Este processo é repetido até que todos os subconjuntos sejam definidos como inteiros. Desta forma, o problema de cada

iteração é menor do que problema principal e possivelmente mais fácil de ser resolvido do que o problema original.

Cabe ressaltar que se o número de variáveis relaxadas aumenta, a dificuldade de resolver os problemas diminui, porém a qualidade das soluções também diminui, por isso a definição da estratégia de relaxação e fixação das variáveis é essencial para desenvolver uma boa heurística (GIGLIO; PAOLUCCI; ROSHANI, 2017). Os critérios de particionamento do problema podem ser relacionados às características do problema. Uma das opções mais usuais encontradas na literatura em problemas de *lot-scheduling* é baseada na escala de tempo (macroperíodos), sendo que as iterações podem ocorrer para frente, do início para o final da escala, ou para trás, iniciando a integralização das variáveis do último período para o primeiro (BALDO et al., 2014; FERREIRA; MORABITO; RANGEL, 2009; TOSO; MORABITO; CLARK, 2009) ou ainda por agrupamentos de períodos ou subperíodos que podem ou não se sobrepor (GIGLIO; PAOLUCCI; ROSHANI, 2017; SANTOS; ALMADA-LOBO, 2012). Outra estratégia pode ser particionar o problema entre as decisões de sequenciamento e dimensionamento de lotes, fixando uma e relaxando a outra na primeira iteração (TOSO; MORABITO; CLARK, 2009). Existem também situações em que é interessante realizar um particionamento híbrido, como realizar a combinação da escala de tempo com os estágios de produção (BALDO et al., 2014) ou particionar as decisões de tamanho de lote das de sequenciamento em conjunto com um particionamento por tempo (ARAUJO; CLARK, 2013; GIGLIO; PAOLUCCI; ROSHANI, 2017).

As heurísticas *fix-and-optimize* são aplicadas para melhorar uma solução inicial obtida por algum outro método e têm sido aplicadas para resolver diferentes problemas relacionados ao dimensionamento e sequenciamento de lotes (TOSCANO; FERREIRA; MORABITO, 2020). Nesta heurística as variáveis de decisão da solução inicial são fixadas com exceção de um conjunto específico de variáveis pré-definidas que são otimizadas, o que deixa o problema menor e mais fácil. Caso uma solução melhor seja encontrada, a solução inicial para uma nova iteração é atualizada e o procedimento é repetido até atingir um critério de parada. A aplicação deste método para melhorar uma solução inicial é encontrada em outros trabalhos que envolvem decisões de dimensionamento e sequenciamento de lotes (CUNHA; KRAMER; MELO, 2019; MARTINS, 2017; TOSCANO; FERREIRA; MORABITO, 2020).

4.3.1 Heurísticas propostas para o FJS-LS

Para este problema de dimensionamento e sequenciamento de lotes em ambiente *job shop* flexível para a fabricação de produtos usinados sob encomenda são propostas cinco

heurísticas *relax-and-fix*, particionando as variáveis de acordo com algumas características do problema. Duas dessas heurísticas seguiram o particionamento mais usual que é relacionado ao tempo: HT1 e HT2. Na heurística HT1 o problema foi particionado pelos períodos, sendo fixado inicialmente o primeiro período $t1$ e relaxado os demais, em seguida $t2$ e assim sucessivamente. Na heurística HT2, a diferença para HT1 foi fixar as decisões de trás para frente com relação aos períodos, ou seja, o último período foi fixado na primeira iteração e os demais relaxados, na segunda iteração foram fixadas as decisões do penúltimo e do último período e assim sucessivamente. Foi aplicada também uma heurística (HT3) com um particionamento híbrido entre o tempo e a divisão das decisões de sequenciamento e dimensionamento da produção. Na heurística HT3, na primeira iteração foram fixadas as decisões de sequenciamento do primeiro período e relaxadas as demais decisões, na segunda iteração as decisões de dimensionamento da produção foram também fixadas para o primeiro período e as decisões dos demais períodos continuaram relaxadas, na terceira iteração as decisões de sequenciamento do segundo período foram fixadas e assim sucessivamente, sendo o número de iterações igual ao dobro do número de períodos, uma vez que para cada período são realizadas duas iterações: uma que fixa as decisões de sequenciamento e outra que fixa também as decisões de dimensionamento de lotes.

Como o problema envolve um número de máquinas com diferentes tempos de preparação e processamento e habilidade para realizar determinadas operações, que por sua vez também podem ser realizadas em apenas algumas máquinas, optou-se por testar particionamentos que envolvam essas características: HK1 e HJ1. Na heurística HK1 o particionamento foi realizado por máquina, de modo que foi realizada uma iteração por máquina, fixando as decisões de dimensionamento e alocação em uma nova máquina a cada iteração enquanto as demais permanecem relaxadas. Assim, na primeira iteração foram fixadas as decisões da máquina $k1$ e relaxadas as decisões das demais máquinas. Já na heurística HJ1, o particionamento do problema foi realizado por operação, de modo que na primeira iteração as decisões de dimensionamento e alocação da operação $j1$ foram fixadas enquanto as decisões das demais operações permaneceram relaxadas, na segunda iteração as decisões de dimensionamento e alocação de $j1$ e $j2$ foram fixadas e as demais foram relaxadas e assim sucessivamente.

A seguir estão apresentadas as cinco heurísticas propostas (HT1, HT2, HT3, HK1 e HJ1) em formato de algoritmo.

- HT1 – Dimensionamento e sequenciamento de lotes fixados do primeiro para o último período

Algoritmo HT1

1: Passo 1:

2: para todo $t \in T$ faça

3: Manter integralidade das variáveis $q_{jkt'}, x_{jkt'}, y_{jj'kt'}, n_{kt'}, z_{jkt'}, nu_{jkt'}$ e $co_{jkt'}$, $\forall t' \leq t$;

4: Relaxar as variáveis inteiras $q_{jkt'}, x_{jkt'}, y_{jj'kt'}, n_{kt'}, z_{jkt'}, nu_{jkt'}$ e $co_{jkt'}$, $\forall t' > t$;

5: Resolver o modelo;

6: Fixar as variáveis $q_{jkt'}, x_{jkt'}, y_{jkt'}$ e $n_{jkt'}$, $\forall t' \leq t$;

7: fim para todo

8: retorna solução para o problema

- HT2 – Dimensionamento e sequenciamento de lotes fixados do último para o primeiro período

Algoritmo HT2

1: Passo 1:

2: para todo $t \in T$ faça

3: Manter integralidade das variáveis $q_{jkt'}, x_{jkt'}, y_{jj'kt'}, n_{kt'}, z_{jkt'}, nu_{jkt'}$ e $co_{jkt'}$, $\forall t' \geq t$;

4: Relaxar as variáveis inteiras $q_{jkt'}, x_{jkt'}, y_{jj'kt'}, n_{kt'}, z_{jkt'}, nu_{jkt'}$ e $co_{jkt'}$, $\forall t' < t$;

5: Resolver o modelo;

6: Fixar as variáveis $q_{jkt'}, x_{jkt'}, y_{jkt'}$ e $n_{jkt'}$, $\forall t' \geq t$;

7: fim para todo

8: retorna solução para o problema

- HT3 – Decisões de sequenciamento fixadas e de dimensionamento relaxadas na primeira iteração de cada período. O número de iterações é igual a duas vezes o número de períodos.

Algoritmo HT3

1: Passo 1:

2: para todo $t \in T$ faça

3: Manter integralidade das variáveis $x_{jkt'}, y_{jj'kt'}, n_{kt'}, z_{jkt'}, nu_{jkt'}$ e $co_{jkt'}$, $\forall t' \leq t$;

4: Relaxar as variáveis inteiras $q_{jkt''}, x_{jkt'}, y_{jj'kt'}, n_{kt'}, z_{jkt'}, nu_{jkt'}$ e $co_{jkt'}$, $\forall t' > t, t'' \geq t$;

5: Resolver o modelo;

6: Fixar as variáveis $x_{jkt'}, y_{jj'kt'}, n_{kt'}, z_{jkt'}, nu_{jkt'}$ e $co_{jkt'}$, $\forall t' \leq t$;

- 7: Manter integralidade das variáveis $q_{jkt'}$, $\forall t' \leq t$;
- 8: Resolver o modelo;
- 9: Fixar as variáveis $q_{jkt'}$, $x_{jkt'}$, $y_{jj'kt'}$, $n_{kt'}$, $z_{jkt'}$, $nu_{jkt'}$ e $co_{jkt'}$, $\forall t' \leq t$;
- 10: **fim para todo**
- 11: **retorna** solução para o problema

- HK1 – Dimensionamento e sequenciamento de lotes fixados por máquina, da primeira para a última do conjunto

Algoritmo HK1

1: **Passo 1:**

2: **para todo** $k \in M$ **faça**

- 3: Manter integralidade das variáveis $q_{jk'it}$, $x_{jk'it}$, $y_{jj'k'it}$, $n_{k'it}$, $z_{jk'it}$, $nu_{jk'it}$ e $co_{jk'it}$, $\forall k' \leq k$;
- 4: Relaxar as variáveis inteiras $q_{jk'it}$, $x_{jk'it}$, $y_{jj'k'it}$, $n_{k'it}$, $z_{jk'it}$, $nu_{jk'it}$ e $co_{jk'it}$, $\forall k' > k$;
- 5: Resolver o modelo;
- 6: Fixar as variáveis $q_{jk'it}$, $x_{jk'it}$, $\forall k' \leq k$;

7: **fim para todo**

8: **retorna** solução para o problema

- HJ1 – Dimensionamento e sequenciamento de lotes fixados por operação, da primeira para a última do conjunto

Algoritmo HJ1

1: **Passo 1:**

2: **para todo** $j \in O$ **faça**

- 3: Manter integralidade das variáveis $q_{j'kt}$, $x_{j'kt}$, $y_{j'j''t}$, $z_{j'kt}$, $nu_{j'kt}$ e $co_{j'kt}$, $\forall j' \leq j$;
- 4: Relaxar as variáveis inteiras $q_{j'kt}$, $x_{j'kt}$, $y_{j'j''t}$, $z_{j'kt}$, $nu_{j'kt}$ e $co_{j'kt}$, $\forall j' > j$;
- 5: Resolver o modelo;
- 6: Fixar as variáveis $q_{j'kt}$, $x_{j'kt}$, $\forall j' \leq j$;

4: **fim para todo**

5: **retorna** solução para o problema

Para tentar melhorar as soluções obtidas pelas heurísticas apresentadas anteriormente, pode ser utilizada uma heurística *fix-and-optimize* (FO) como descrito no algoritmo da Figura 31 apresentada por Martins (2017).

FIGURA 31 – Algoritmo das heurísticas *fix-and-optimize*

```

1 INÍCIO
2 Obtenha uma solução inicial  $SOL^{ini}$  para o problema com função objetivo de valor  $FO(SOL^{ini})$ .
3 Defina a partição do conjunto de variáveis inteiras:  $S_1, S_2, \dots, S_P$ .
4 Defina  $Lim\_Tempo$  o tempo máximo disponível para a heurística fix-and-optimize.
5  $SOL^{inc} \leftarrow SOL^{ini}$ .
6  $SOL^{cor} \leftarrow \emptyset$ .
7 enquanto ( (  $Tempo\_Decor < Lim\_Tempo$  ) e (  $FO(SOL^{cor}) > FO(SOL^{inc})$  ) ) ou (
   iter  $\leq P$  ) faça
8    $k \leftarrow k + 1$  e  $iter \leftarrow iter + 1$ .
9   Fixe o conjunto escolhido de variáveis inteiras nos valores da solução incumbente  $SOL^{inc}$ .
10  Libere as variáveis do conjunto  $S_k$  para serem reotimizadas.
11  Resolva o MIP resultante (resolva até que atinja a otimalidade ou que alcance um tempo
   determinado).
12   $SOL^{cor} \leftarrow$  solução do MIP-resultante.
13  se  $FO(SOL^{cor}) < FO(SOL^{inc})$  então
14     $SOL^{inc} \leftarrow SOL^{cor}$ .
15  se  $k = P$  então
16     $k \leftarrow 0$ 
17 FIM

```

Fonte: Martins (2017)

4.3.2 Resultados dos testes com as heurísticas

As heurísticas apresentadas na subseção anterior foram testadas nas instâncias de tamanho G considerando um tempo limite de 30 minutos para cada iteração. Os resultados de cada instância podem ser vistos nas Tabelas B16 e B17 do Apêndice B. A Tabela B17 apresenta o valor da função objetivo e a comparação deste valor com o limitante inferior determinado nos testes com o método exato. As instâncias em que nenhuma solução foi encontrada estão representadas por um traço. A Tabela B18 apresenta o tempo de CPU em segundos utilizado em cada instância com cada um dos métodos.

A Tabela 10 apresenta uma síntese dos resultados das heurísticas com as instâncias grandes contendo o número de soluções encontradas, o *gap* médio e o tempo médio de CPU de cada algoritmo analisado.

TABELA 10 – Síntese dos resultados das heurísticas com instâncias grandes

| | Exato 6h | HT1 | HT2 | HT3 | HK1 | HJ1 |
|--------------------|----------|-----|------|-----|------|------|
| # soluções | 12 | 31 | 10 | 35 | 12 | 16 |
| Gap médio | 1% | 12% | 10% | 15% | 6% | 4% |
| Tempo médio de CPU | 7060 | 915 | 1450 | 952 | 1367 | 1113 |

Fonte: Elaborada pelo autor.

A heurística que encontrou soluções para o maior número de instâncias foi a HT3 (35 de 36 instâncias), seguida da HT1 (31), HJ1 (16), HK1 (12) e a que menos encontrou foi a HT2 (10). Este resultado indica que ao particionar as variáveis por período é melhor realizar as iterações do primeiro para o último período e não de trás para a frente. Ao fixar inicialmente as decisões dos últimos períodos pode restar para os períodos iniciais a necessidade de alocar uma quantidade de uma ou mais operações de alguns produtos nos primeiros períodos que não seja factível. Isso pode estar relacionado às características do problema, como as relações de precedência e também pelo balanceamento de estoque em processo, uma vez que os produtos têm operações que devem ser realizadas em uma sequência pré-determinada.

Este efeito ocorre também em algumas instâncias das demais heurísticas para as últimas iterações e nota-se que ele depende da estrutura dos dados. Fatores como a flexibilidade e a capacidade das máquinas e operações envolvidas interferem na factibilidade das últimas iterações dos subproblemas. Nas últimas iterações restam demandas para as variáveis que ainda estavam relaxadas que não são possíveis de serem alocadas e sequenciadas, enquanto os demais subconjuntos de decisões já estão fixados. Por exemplo, nota-se que no caso da heurística HK1, a maior parte das instâncias em que o método conseguiu obter resultados são as de configuração O3, em que todas as máquinas podem realizar todas as operações. Nas demais instâncias há uma menor flexibilidade das máquinas, o que faz com que, dependendo da demanda de produtos fabricados em máquinas mais restritas, possa restar alguma demanda a ser alocada para as variáveis inteiras restantes nas últimas iterações que torne o subproblema infactível.

Dentre as soluções encontradas, as piores quando comparadas com o *lower bound* foram obtidas utilizando a heurística HT3 com 15% de *gap* médio seguido por HT1 com 12%, enquanto as melhores foram as heurísticas HJ1 com 4% e HK1 com 6%. Como em apenas três instâncias todas as heurísticas encontram soluções (G/T1/D1/O2/L1, G/T1/D1/O3/L1 e G/T1/D3/O3/L1), foi utilizado o tempo total de 1800s nas instâncias em que o resultado não foi encontrado, que foi o tempo estipulado como limite para cada iteração. Desta forma, na média a heurística mais rápida foi a HT1, seguida pela HT3, HJ1, HK1 e HT2 respectivamente. Se compararmos somente a média do tempo de CPU apenas das três instâncias solucionadas por todas as heurísticas, a mais rápida foi a HT2 (115s), seguida por HK1 (352s), HJ1 (468s), HT3 (1002s) e HT1 (1516s). Como as instâncias HT1 e HT3 obtiveram um bom número de soluções no tempo limite estipulado, porém com os maiores *gaps* entre as heurísticas analisadas, aplicou-se a heurística *fix-and-optimize* para tentar obter melhores resultados. Foi adicionado “FO” na nomenclatura da heurística utilizada para obter a solução inicial para indicar o uso do algoritmo

fix-and-optimize. Em ambas houve uma redução do gap de 12% da instância HT1 para 2% na instância HT1FO e de 15% na instância HT3 para 2% na instância HT3FO com um aumento no tempo de CPU de 2% e 8% respectivamente. O tempo médio de CPU utilizando o algoritmo HT1FO foi de 929 segundos e do algoritmo HT3FO foi de 1027 segundos, o que faz com que o tempo para obter a solução ainda seja menor do que pelo método exato.

5 RESULTADOS DO ESTUDO DE CASO

5.1 COLETA E ANÁLISE DE DADOS

Para validar a viabilidade de aplicação do modelo FJS-LS no problema de planejamento e programação da produção em um ambiente *job shop* com pedidos sob encomenda, foram realizados testes utilizando um conjunto de oito instâncias baseadas no estudo de caso, denominadas de R. Essas instâncias contam com trinta e nove produtos (*i1* a *i39*), cento e nove operações (*j1* a *j109*) e 16 máquinas (*k1* a *k16*). Com essas características, o modelo resulta em 810 mil variáveis e 790 mil equações.

A Tabela 11 mostra as operações necessárias para fabricar cada produto e a demanda de cada instância do estudo de caso (R1 a R8). Para o produto *i1* são necessárias as operações *j1*, *j2* e *j3*, nesta sequência, e assim sucessivamente para todos os produtos. O número de operações de cada produto varia entre dois e quatro. Assim, existem produtos que têm uma menor dependência de operações para o sequenciamento, neste caso apenas uma operação após a primeira, por exemplo *i2* e suas operações *j4* e *j5*, enquanto em outros produtos são necessárias três operações após a primeira para serem programadas e sequenciadas respeitando todas as premissas do problema, como é o caso do produto *i11* e das operações *j26*, *j27*, *j28* e *j29*.

TABELA 11 – Produtos, operações e demanda do estudo de caso

| Produtos | Operações | Demanda de cada produto por instância | | | | | | | | | |
|------------|------------------------|---------------------------------------|-----|-----|-----|-----|-----|----|-----|--|--|
| | | R1 | R2 | R3 | R4 | R5 | R6 | R7 | R8 | | |
| <i>i1</i> | <i>j1 j2 j3</i> | 1 | 2 | 82 | 102 | 69 | 90 | 68 | 110 | | |
| <i>i2</i> | <i>j4 j5</i> | 0 | 0 | 250 | 150 | 0 | 0 | 0 | 0 | | |
| <i>i3</i> | <i>j6 j7</i> | 100 | 0 | 100 | 100 | 96 | 100 | 96 | 100 | | |
| <i>i4</i> | <i>j8 j9 j10</i> | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | | |
| <i>i5</i> | <i>j11 j12 j13</i> | 100 | 100 | 0 | 0 | 87 | 100 | 87 | 100 | | |
| <i>i6</i> | <i>j14 j15</i> | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | | |
| <i>i7</i> | <i>j16 j17</i> | 0 | 0 | 0 | 0 | 6 | 250 | 6 | 100 | | |
| <i>i8</i> | <i>j18 j19</i> | 0 | 0 | 200 | 130 | 0 | 200 | 0 | 130 | | |
| <i>i9</i> | <i>j20 j21 j22</i> | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | | |
| <i>i10</i> | <i>j23 j24 j25</i> | 0 | 0 | 200 | 100 | 0 | 200 | 0 | 100 | | |
| <i>i11</i> | <i>j26 j27 j28 j29</i> | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | | |
| <i>i12</i> | <i>j30 j31 j32 j33</i> | 0 | 0 | 0 | 0 | 121 | 0 | 59 | 0 | | |
| <i>i13</i> | <i>j34 j35</i> | 100 | 100 | 0 | 0 | 75 | 0 | 0 | 0 | | |
| <i>i14</i> | <i>j36 j37 j38 j39</i> | 100 | 100 | 250 | 160 | 0 | 250 | 0 | 160 | | |

(continua)

| | | Demanda de cada produto por instância | | | | | | | | | |
|------------|-------------|---------------------------------------|-------------|------------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| Produtos | Operações | | | R1 | R2 | R3 | R4 | R5 | R6 | R7 | R8 |
| <i>i15</i> | <i>j34</i> | <i>j41</i> | | 30 | 30 | 0 | 0 | 0 | 40 | 0 | 15 |
| <i>i16</i> | <i>j42</i> | <i>j43</i> | | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 10 | 0 | 10 |
| <i>i17</i> | <i>j44</i> | <i>j45</i> | <i>j46</i> | 10 | 10 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| <i>i18</i> | <i>j47</i> | <i>j48</i> | <i>j49</i> | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| <i>i19</i> | <i>j50</i> | <i>j51</i> | <i>j52</i> | <i>j53</i> | 100 | 100 | 0 | 0 | 200 | 0 | 104 |
| <i>i20</i> | <i>j54</i> | <i>j55</i> | <i>j56</i> | | 7 | 7 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| <i>i21</i> | <i>j57</i> | <i>j58</i> | | | 40 | 50 | 0 | 0 | 149 | 150 | 160 |
| <i>i22</i> | <i>j59</i> | <i>j60</i> | <i>j61</i> | | 0 | 0 | 0 | 0 | 139 | 0 | 183 |
| <i>i23</i> | <i>j62</i> | <i>j63</i> | <i>j64</i> | <i>j65</i> | 100 | 100 | 0 | 0 | 235 | 0 | 235 |
| <i>i24</i> | <i>j66</i> | <i>j67</i> | | | 20 | 0 | 24 | 24 | 0 | 0 | 0 |
| <i>i25</i> | <i>j68</i> | <i>j69</i> | | | 0 | 0 | 250 | 110 | 0 | 0 | 0 |
| <i>i26</i> | <i>j70</i> | <i>j71</i> | <i>j72</i> | | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| <i>i27</i> | <i>j73</i> | <i>j74</i> | <i>j75</i> | | 100 | 100 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| <i>i28</i> | <i>j76</i> | <i>j77</i> | <i>j78</i> | <i>j79</i> | 10 | 10 | 25 | 25 | 0 | 0 | 0 |
| <i>i29</i> | <i>j80</i> | <i>j81</i> | <i>j82</i> | | 0 | 0 | 250 | 110 | 0 | 0 | 0 |
| <i>i30</i> | <i>j83</i> | <i>j84</i> | | | 40 | 40 | 0 | 0 | 153 | 150 | 110 |
| <i>i31</i> | <i>j85</i> | <i>j86</i> | | | 0 | 100 | 250 | 80 | 183 | 0 | 194 |
| <i>i32</i> | <i>j87</i> | <i>j88</i> | | | 0 | 100 | 250 | 80 | 247 | 0 | 247 |
| <i>i33</i> | <i>j89</i> | <i>j90</i> | <i>j91</i> | | 0 | 0 | 200 | 120 | 0 | 0 | 0 |
| <i>i34</i> | <i>j92</i> | <i>j93</i> | <i>j94</i> | <i>j95</i> | 0 | 0 | 200 | 140 | 133 | 200 | 133 |
| <i>i35</i> | <i>j96</i> | <i>j97</i> | <i>j98</i> | | 100 | 100 | 250 | 70 | 0 | 0 | 0 |
| <i>i36</i> | <i>j99</i> | <i>j100</i> | <i>j101</i> | | 100 | 0 | 0 | 0 | 133 | 0 | 133 |
| <i>i37</i> | <i>j102</i> | <i>j103</i> | | | 100 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| <i>i38</i> | <i>j104</i> | <i>j105</i> | <i>j106</i> | | 0 | 0 | 100 | 100 | 0 | 0 | 0 |
| <i>i39</i> | <i>j107</i> | <i>j108</i> | <i>j109</i> | | 100 | 0 | 0 | 0 | 0 | 200 | 0 |

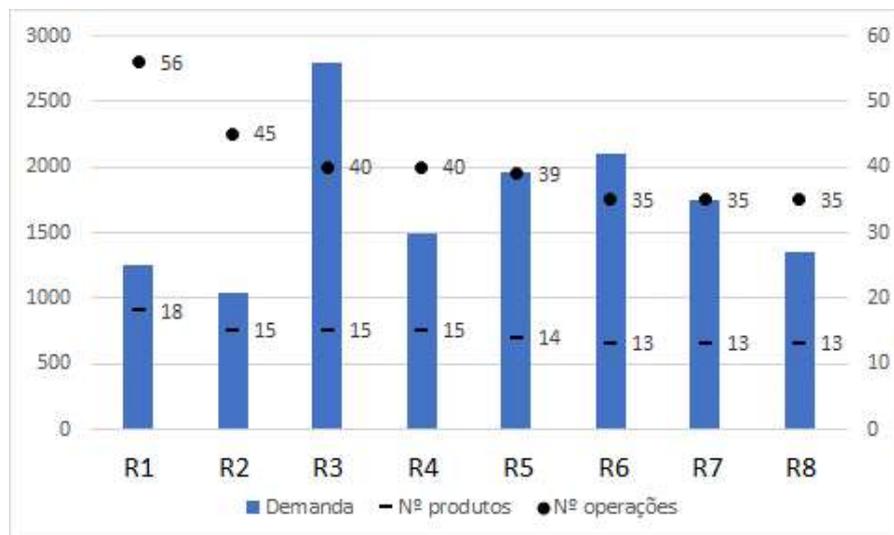
Fonte: Elaborada pelo autor.

As máquinas, *k1* a *k16*, podem processar diferentes operações. Os tempos de processamento por operação e por máquina, bem como os tempos de preparação foram coletadas no estudo de caso. Os valores para estes parâmetros estão nas Tabelas C1 e C2 do Apêndice C. O Quadro C1 do Apêndice C indica a relação de operações que podem ser executadas em cada máquina. É possível observar que existem operações que podem ser processadas apenas por uma máquina, como a operação *j6* na máquina *k1* e *j11* na máquina *k3*. Por outro lado, existem operações que podem ser processadas em diversas máquinas, como a operação *j54* que pode ser processada em nove máquinas (*k8*, *k9*, *k10*, *k11*, *k12*, *k13*, *k14*, *k15* e *k16*). Além disso, nota-se também que as máquinas *k13* e *k14* são as que podem processar um maior número de operações, 43 operações no total, enquanto a máquina *k3* pode executar apenas quatro operações. Isso mostra que existem máquinas mais flexíveis do que outras e, da mesma forma, existem operações que têm uma maior flexibilidade de alocação, enquanto outras são restritas a poucas ou apenas uma máquina. Esta flexibilidade e complexidade dificulta o dimensionamento da capacidade da planta, que, assim, fica preparada com capacidade suficiente para atender a diferentes combinações de produtos demandados.

A única variação entre as oito instâncias é na demanda, como apresentado na Tabela 11. Esta demanda foi considerada integralmente no último período e o lote mínimo utilizado foi de uma unidade.

A relação volume x variedade é apresentada na Figura 32, sendo que as barras representam a soma das demandas de cada produto com referência ao eixo vertical do lado esquerdo, os traços representam o número de produtos demandados e os círculos são a soma da quantidade de operações a serem executadas em cada instância, ambos referenciados pelo eixo vertical à direita.

FIGURA 32 – Relação volume x variedade das instâncias do conjunto R



Fonte: Elaborada pelo autor.

5.2 TESTES COM DADOS REAIS

Os testes com as instâncias do conjunto com dados reais, foram realizados com os seguintes critérios de parada: *gap* de 0% e tempo limite de 6 horas. Estes testes também foram executados em uma máquina com processador Intel® Xeon® CPU E5-2630 v3 com 32Gb de memória RAM usando o GAMS 24.9.2 para codificar os modelos e o resolvidor (*solver*) CPLEX versão 12.7.1.0.

A Tabela 12 apresenta os seguintes resultados dos testes para o modelo FJS-LS com os dados do estudo de caso: melhor solução (resultado da função objetivo) encontrado no tempo limite estipulado, o valor do último limite inferior calculado (*Lower bound* – LB) no momento da interrupção da execução, tempo de CPU em segundos, *gap* com relação ao *lower bound*, tempo de CPU, o resultado da função objetivo da primeira solução encontrada e a comparação desta solução com o *lower bound*.

TABELA 12 – Resultados do CPLEX limitado em 6 horas

| Instância | Solução | Lower bound (LB) - último até a interrupção | Tempo de CPU (segundos) | Gap | Tempo CPU 1ª solução | 1ª Solução | 1ª Solução vs LB |
|--------------|---------|---|-------------------------|-----------|----------------------|------------|------------------|
| R1 | - | 486,2 | 21.601 | - | - | - | - |
| R2 | - | 401,1 | 21.601 | - | - | - | - |
| R3 | - | 593,5 | 21.601 | - | - | - | - |
| R4 | 428,6 | 369,9 | 21.603 | 14% | 1346 | 512,1 | 38% |
| R5 | - | 625,2 | 21.602 | - | - | - | - |
| R6 | 675,1 | 665,2 | 21.603 | 1% | 66 | 764,5 | 15% |
| R7 | - | 537,9 | 21.602 | - | - | - | - |
| R8 | 534,4 | 509,5 | 21.604 | 5% | 889 | 557,2 | 9% |
| Média | | | | 7% | | | 21% |

Fonte: Elaborada pelo autor.

Dentro do limite de tempo estipulado, o modelo FJS-LS não encontrou solução ótima para nenhuma das oito instâncias de dados reais testadas. Para apenas três das instâncias foi obtida alguma solução, com *gap* médio de 7%. Nas demais cinco instâncias nenhuma solução foi encontrada dentro do limite de tempo de 6 horas. No melhor caso a primeira solução foi obtida em 66 segundos com *gap* de 15%. O *gap* médio da primeira solução, entre as instâncias que obtiveram alguma solução, é de 21%.

As instâncias R4, R6 e R8 são as que obtiveram soluções dentro do tempo limite de 6 horas. Essas instâncias estão dentre as que têm o menor número de produtos e operações (Figura 32). Observa-se que quanto maior a variedade do *mix* de produtos demandado, maior é a dificuldade de resolução do problema pelo método exato utilizando o algoritmo CPLEX, uma vez que as instâncias com o maior número de operações são as que não obtiveram solução no tempo estipulado. Para a instância R1, que tem o maior número de operações, o modelo foi executado novamente usando o algoritmo CPLEX com um tempo limite de 2 dias, para verificar se seria possível encontrar uma solução dentro do tempo médio do método atual do estudo de caso. Entretanto, para esta instância, não foi possível obter uma solução dentro dos 2 dias, o que reforça a necessidade de pesquisar métodos de solução.

5.3 RESOLUÇÃO COM HEURÍSTICAS RELAX-AND-FIX

Como observado nos testes com dados aleatórios, o tempo computacional para resolução do modelo FJS-LS difere com as alterações nos parâmetros. Particularmente neste estudo de caso, a demanda varia a cada instância, impactando em um maior número de produtos ou operações que tenham mais opções de alocação ao longo dos períodos. Todos esses fatores impactam no tempo de resolução e em cinco instâncias do conjunto R a solução não foi encontrada dentro de 6 horas e na instância R1 não foi encontrada nenhuma solução em 2 dias. Deste modo, obter uma solução utilizando o método exato com o solver CPLEX pode levar mais tempo do que o que é praticado atualmente no estudo de caso. Além disso, a obtenção de soluções mais rapidamente pode possibilitar uma análise de cenários, que pode contribuir para a melhoria deste processo. Por isso, decidiu-se implementar as heurísticas propostas no capítulo anterior com o objetivo de obter soluções em menor tempo e avaliar a qualidade das soluções em comparação com a prática atual da empresa objeto do estudo de caso.

Foram escolhidos e testados os algoritmos HT1 e HT3, que foram os que encontraram o maior número de soluções e em menor tempo nos testes com instâncias ilustrativas como apresentado na seção 4.3, enquanto as demais heurísticas não foram promissoras nesses testes e, por isso, não foram testadas. Entretanto, os algoritmos HT1 e HT3, que têm o particionamento baseado nos períodos, não encontraram soluções para nenhuma das oito instâncias reais. Uma possível explicação para esse resultado é que, ao fixar o valor do tamanho do lote e definir a sua alocação em alguns períodos, a demanda restante para os demais períodos supera a capacidade disponível nas máquinas ao integralizar as decisões respeitando todas as premissas como as relações de precedência e balanceamento de estoque ao integralizar as variáveis. Isso não é verificado nas iterações iniciais, pois as variáveis de decisão estão relaxadas, porém fica evidente ao integralizar essas variáveis nas últimas iterações.

A característica do problema de ter máquinas e operações mais flexíveis do que outras e produtos com maior ou menor número de operações afeta o resultado das heurísticas dependendo da estratégia de particionamento escolhida. As heurísticas HK1 e HJ1 foram as que obtiveram o menor *gap*, ou seja, as melhores soluções, porém para um número menor de instâncias ilustrativas em virtude das características do problema. Por isso, seus algoritmos foram reformulados considerando uma nova estratégia de particionamento e priorização das variáveis de cada iteração de modo a evitar a infeasibilidade e buscar melhores soluções. Assim, foram formulados os algoritmos HK2 e HI1.

A heurística *relax-and-fix* HK2 faz iterações por grupos de máquina e não máquina a máquina como no algoritmo HK1. Os grupos foram definidos com base na afinidade das operações realizadas por cada máquina, ou seja, as máquinas que podem fabricar um maior

número de operações em comum ficaram agrupadas no mesmo subconjunto. Por exemplo, as serras, que realizam as primeiras operações dos produtos que necessitam desse tipo de operação, foram agrupadas juntas e as primeiras a serem fixadas. Posteriormente, as variáveis de decisão do primeiro grupo foram integralizadas e as demais relaxadas seguindo como prioridade os grupos com máquinas mais versáteis, que podem realizar mais operações. O resultado das variáveis inteiras deste submodelo foram fixadas e novas iterações foram realizadas conforme o algoritmo apresentado abaixo.

- HK2 – Dimensionamento e sequenciamento de lotes fixados por grupo de máquinas, seguindo ordem de prioridade das máquinas que sempre iniciam operações, seguido pelo grupo de máquinas mais flexíveis.

Algoritmo HK2

1: **Passo 1:**

2: Definir conjunto GR de grupos de máquinas por afinidade de operações ordenados por prioridade

3: **Passo 3:**

4: **para todo** $gr \in GR$ **faça**

5: Manter integralidade das variáveis $q_{jkt}, x_{jkt}, y_{jj'kt}, n_{kt}, z_{jkt}, nu_{jkt}$ e $co_{jkt} \forall gr \leq GR$;

6: Relaxar as variáveis inteiras $q_{jkt}, x_{jkt}, y_{jj'kt}, z_{jkt}, n_{kt}, nu_{jkt}$ e $co_{jkt} \forall gr > GR$;

7: Resolver o modelo;

8: Fixar as variáveis $q_{jkt}, x_{jkt}, \forall gr \leq GR$;

9: **fim para todo**

10: **retorna** solução para o problema

O algoritmo HII1 foi formulado com base no HJ1, porém considerando as iterações por produto e não por operações, de tal modo que as decisões de operações de um mesmo produto sejam fixadas na mesma iteração. Esta formulação foi desenvolvida para evitar a infactibilidade com relação à precedência de operações, de modo que aqueles produtos que apresentassem mais dificuldade para alocação fossem priorizados e tivessem suas decisões integralizadas e posteriormente fixadas para todas suas operações, enquanto as variáveis de decisão dos demais produtos estivessem relaxadas. Assim, foi realizada uma análise inicial dos produtos para definir um critério que represente a dificuldade de fabricação. O critério definido foi o número de máquinas que podem realizar a operação, sendo a prioridade daquelas operações com menor

possibilidade de máquinas para sua execução e também de acordo com o número de operações para realizar o produto, sendo prioridade os produtos que necessitam de mais operações, ou seja, têm mais dependências para sua fabricação, o que deixa a sua programação mais complexa, por ter que sincronizar e sequenciar mais operações.

Deste modo, os produtos foram divididos em doze grupos como mostra a Tabela 13. Esta tabela apresenta os grupos por ordem de prioridade, os produtos que compõem o grupo, o número de máquinas que podem realizar a operação mais restrita deste produto e o número de operações necessárias para cada produto. Por exemplo, o grupo G1 é o primeiro na lista de prioridade e é formado pelos produtos *i11*, *i12*, *i19*, *i23* e *i28*. Esses produtos precisam de 4 operações para sua fabricação, sendo que uma dessas quatro operações pode ser realizada em apenas uma máquina. A ordem dos grupos foi definida inicialmente do menor para o maior número de máquinas possíveis para realizar a operação de um produto. Em seguida, para aqueles produtos com o mesmo número de máquinas para a operação mais restrita, como é o caso de G1, G2 e G3 com 1 máquina, foram priorizados os produtos com maior número de operações, por isso os produtos do grupo G1 com 4 operações são priorizados com relação aos grupos G2 e G3, com 3 e 2 operações respectivamente, ainda que todos tenham pelo menos uma operação com apenas uma máquina possível. A Tabela 13 apresenta os doze grupos definidos para os produtos do estudo de caso.

TABELA 13 – Grupos de produtos de acordo com o número e restrição de operações

| Grupo | Produtos | Nº de máquinas que podem realizar a operação mais restrita | Nº de operações |
|--------------|---|---|------------------------|
| G1 | <i>i11, i12, i19, i23, i28</i> | 1 | 4 |
| G2 | <i>i4, i5, i27</i> | 1 | 3 |
| G3 | <i>i3, i13, i15, i16</i> | 1 | 2 |
| G4 | <i>i34</i> | 2 | 4 |
| G5 | <i>i1, i9, i10, i17, i18, i33, i35, i36, i38, i39</i> | 2 | 3 |
| G6 | <i>i2, i6, i7, i8, i24, i25, i32, i37</i> | 2 | 2 |
| G7 | <i>i14</i> | 3 | 4 |
| G8 | <i>i21, i30</i> | 4 | 2 |
| G9 | <i>i20, i29</i> | 5 | 3 |
| G10 | <i>i22</i> | 6 | 3 |
| G11 | <i>i31</i> | 6 | 2 |
| G12 | <i>i26</i> | 7 | 3 |

Fonte: Elaborada pelo autor.

Neste procedimento, o modelo é executado relaxando os grupos de produtos com operações mais flexíveis, que podem ser realizadas em mais máquinas, e com menor número de operações e fixando as decisões em cada iteração dos produtos com operações mais restritas e com maior número de operações, do grupo G1 ao grupo G12, conforme o algoritmo HI1 apresentado abaixo.

- HI1 – Dimensionamento e sequenciamento de lotes fixados do grupo com operações mais restritas e com maior número de operações para os mais flexíveis e com menor número de operações

Algoritmo HI1

Notação adicional:

r_i = número de máquinas que podem realizar a operação mais restrita do produto i

nop_i = número de operações do produto i

GR: conjunto de grupos

gr: grupo pertencente ao conjunto GR

1: **Passo 1:**

2: **para todo** $i \in I$ **faça**

3: var $r_i = \min(\text{cardinalidade de } M_j), \forall j \in O_i;$

4: var $nop_i = \text{cardinalidade de } O_i;$

5: **fim para todo**

6: **Passo 2:**

7: Ordenar os produtos por menor r_i e maior nop_i nesta ordem;

8: Agrupar os produtos com r_i e nop_i iguais em grupos $gr \in GR;$

9: **Passo 3:**

10: **para todo** $gr \in GR$ **faça**

11: Manter integralidade das variáveis $q_{jkt}, x_{jkt}, y_{jj'kt}, z_{jkt}, nu_{jkt}$ e $co_{jkt} \forall gr \leq GR;$

12: Relaxar as variáveis inteiras $q_{jkt}, x_{jkt}, y_{jj'k}, z_{jkt}, nu_{jkt}$ e $co_{jkt} \forall gr > GR;$

13: Resolver o modelo;

14: Fixar as variáveis $q_{jkt}, x_{jkt}, \forall gr \leq GR;$

15: **fim para todo**

16: **retorna** solução para o problema

Os algoritmos HK1 e HI1 também foram testados com as oito instâncias do estudo de caso. Com um limite de 2 horas por iteração, foi encontrada solução em apenas uma das oito instâncias utilizando o algoritmo HK1 e em todas as instâncias com HI1. Além disso, a solução encontrada por HK1 foi 5% pior do que a solução encontrada pelo algoritmo HI1.

Nota-se na Tabela 14, que o algoritmo que obteve o maior número de soluções dentre todos os que foram testados foi o HI1, que obteve um resultado factível em todas as instâncias, enquanto as demais estratégias não foram bem-sucedidas para o conjunto de dados do estudo de caso.

TABELA 14 – Heurísticas aplicadas ao estudo de caso

| | HT1 | HT3 | HI1 | HK2 |
|------------------------|---------------------------------------|--|-----------------------|-----------------------|
| Particionamento | Por período do primeiro para o último | Híbrido: por período do primeiro para o último; sequenciamento antes do dimensionamento de lotes | Por grupo de produtos | Por grupo de máquinas |
| # iterações | 4 | 8 | 12 | 5 |
| # soluções | 0 | 0 | 8 | 1 |

Fonte: Elaborada pelo autor.

Por isso, aplicou-se o método heurístico HI1 no conjunto de instâncias reais para obter uma boa solução inicial e em seguida aplicou-se uma heurística *fix-and-optimize* (FO), conforme algoritmo apresentado no capítulo anterior, para buscar uma solução melhor a partir da solução inicial a qual foi denominada HI1FO. Os resultados podem ser observados na Tabela 15. Em todas as instâncias são obtidas soluções. Na média, as melhores soluções foram obtidas em 6654 segundos, sendo o pior caso na instância B8 que levou 14495 segundos e no melhor a instância B4 em 397 segundos. As soluções foram comparadas com o último *lower bound* obtido pelo CPLEX no método exato após as 6 horas de tempo limite, como a solução ótima não foi encontrada em nenhum caso e em grande parte nenhuma solução foi encontrada pelo método exato, este limitante inferior pode ser menor do que a solução ótima. Assim, na média as soluções foram 16% piores do que este limitante inferior considerado, sendo no melhor caso 5% na instância R6 e no pior 23% na instância R7. Quando comparado com as soluções encontradas em três instâncias pelo método exato limitado em 6 horas, as soluções das heurísticas foram piores em 2% na média. Com relação ao tempo de CPU, foi considerado na tabela que para as instâncias que não tiveram solução em 6 horas pelo método exato, uma

redução de 100% no tempo, deste modo, na média o tempo de CPU pelo método heurístico HI1FO foi 89% menor.

TABELA 15 – Resultados das heurísticas propostas para o estudo de caso

| Instância | HI1 | HI1 vs Exato | HI1 vs LB | HI1FO | HI1FO vs Exato | HI1FO vs LB | Tempo HI1FO | Tempo HI1FO vs Exato 6h |
|--------------|-------|--------------|------------|-------|----------------|-------------|--------------|-------------------------|
| R1 | 591,7 | - | 22% | 584,6 | - | 20% | 9.353 | -100% |
| R2 | 463,7 | - | 16% | 463,2 | - | 15% | 10.872 | -100% |
| R3 | 688,8 | - | 16% | 688,8 | - | 16% | 1.745 | -100% |
| R4 | 435,5 | 2% | 18% | 435,5 | 2% | 18% | 397 | -98% |
| R5 | 755,5 | - | 21% | 755,5 | - | 21% | 4.262 | -100% |
| R6 | 699,9 | 4% | 5% | 696,9 | 3% | 5% | 3.718 | -83% |
| R7 | 660,5 | - | 23% | 660,5 | - | 23% | 8.390 | -100% |
| R8 | 545,3 | 2% | 7% | 545,3 | 2% | 7% | 14.495 | -33% |
| Média | | 2% | 16% | | 2% | 16% | 6.654 | -89% |

Fonte: Elaborada pelo autor.

5.4 DETALHAMENTO DE INSTÂNCIAS DO ESTUDO DE CASO

Ao comparar os dados do estudo de caso com as soluções obtidas pelo algoritmo, verifica-se que as soluções obtidas em 6 horas pelo método exato com o modelo FJS-LS foram 8% melhores e as soluções obtidas pelo algoritmo HI1FO foram na média 4% melhores, como apresentado na Tabela 16.

TABELA 16 – Comparação das soluções com o estudo de caso

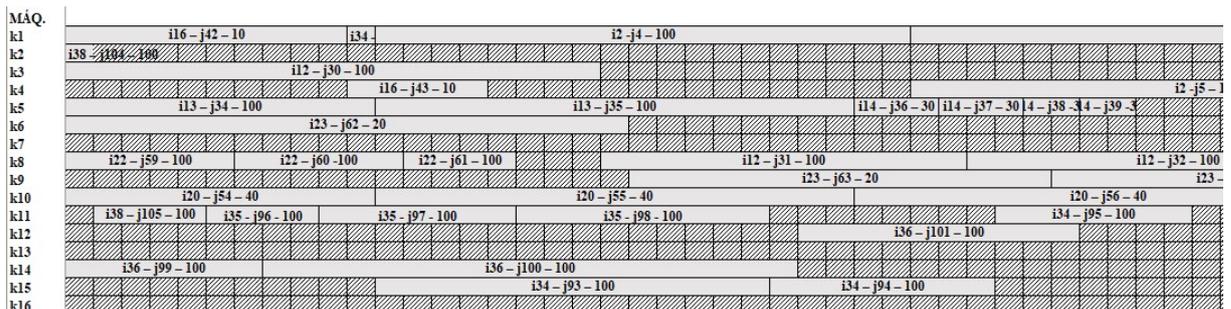
| Instância | HI1FO | Exato (6 horas) | Estudo de caso | HI1FO vs estudo de caso | HI1FO vs Exato (6horas) |
|--------------|-------|-----------------|----------------|-------------------------|-------------------------|
| R1 | 584,6 | - | 607,3 | -4% | - |
| R2 | 463,2 | - | 498,7 | -7% | - |
| R3 | 688,8 | - | 729,7 | -6% | - |
| R4 | 435,5 | 428,6 | 440,0 | -1% | -3% |
| R5 | 755,5 | - | 750,2 | 1% | - |
| R6 | 696,9 | 675,1 | 761,9 | -9% | -11% |
| R7 | 660,5 | - | 649,0 | 2% | - |
| R8 | 545,3 | 534,4 | 589,2 | -7% | -9% |
| Média | | | | -4% | -8% |

Fonte: Elaborada pelo autor.

A instância R1, cuja demanda é de 18 produtos diferentes que necessitam de 56 operações distintas, tem como solução o tempo de 607,3 horas no estudo de caso. A solução do modelo FJS-LS obtida pelo método HIIFO é 4% melhor do que a obtida no estudo de caso, o que mostra que o método heurístico apesar de não ter obtido uma solução próxima do limitante inferior, 25% acima, obteve uma solução boa e aplicável no contexto do estudo de caso.

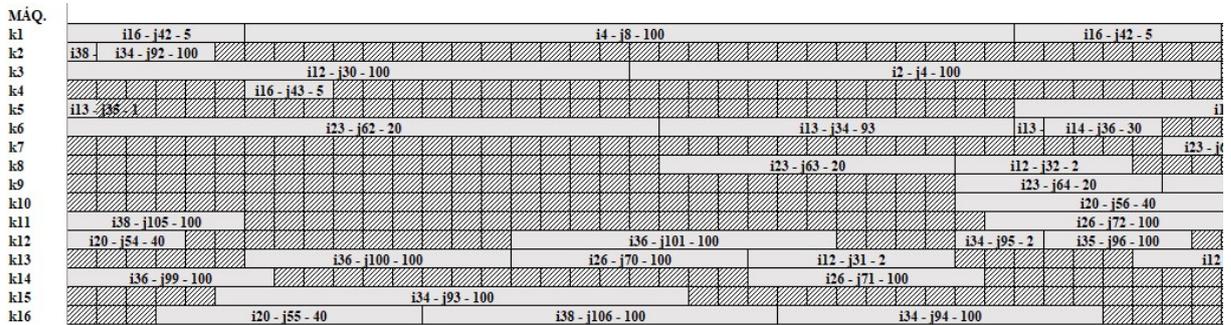
A Figura 33 apresenta o gráfico de Gantt do primeiro período da instância R1 do estudo de caso e a Figura 34 apresenta o gráfico desta mesma instância com o resultado obtido pelo método HIIFO aplicado ao modelo FJS-LS, os quais podem ser encontrados completos nas Figuras C1 e C2 do Apêndice C. Neste último as operações foram calendarizadas para o primeiro instante de início possível para efeito de comparação com o estudo de caso, uma vez que o modelo resulta em operações distribuídas na linha do tempo, já que o objetivo não é reduzir o tempo de término de todas as tarefas. Nota-se que no estudo de caso existe a tendência do programador de alocar quando possível operações sequenciais de um mesmo produto em uma mesma máquina, o que nem sempre é a opção que ocupa o menor tempo total de produção, uma vez que a máquina é compartilhada por mais de um produto e cada operação pode ser realizada por uma ou mais máquinas. Deste modo, a solução obtida com o auxílio do modelo proposto consegue obter alocações em máquinas com menor tempo de preparação ou de operação em contrapartida de gerar algum estoque em processo, que para esse estudo de caso não é relevante dentro do horizonte de planejamento. Com isso, a alocação utilizando o modelo ficou também melhor distribuída entre as máquinas, sendo a mais ocupada delas a *k9* com cerca de 45% de ocupação durante o horizonte de planejamento com um pico de 78% em um dos períodos. Já na solução do estudo de caso, a máquina *k8* tem 62% e a máquina *k10* tem 60% de utilização durante o horizonte de planejamento. Esses resultados evidenciam a complexidade deste ambiente de produção, em que a flexibilidade requer uma maior disponibilidade dos recursos produtivos, o que pode ser observado pela baixa utilização dos equipamentos.

FIGURA 33 – Gráfico de Gantt do período t1 da solução do estudo de caso da instância R1



Fonte: Elaborada pelo autor.

FIGURA 34 – Gráfico de Gantt do período t1 da instância R1 obtida pelo método HIIFO

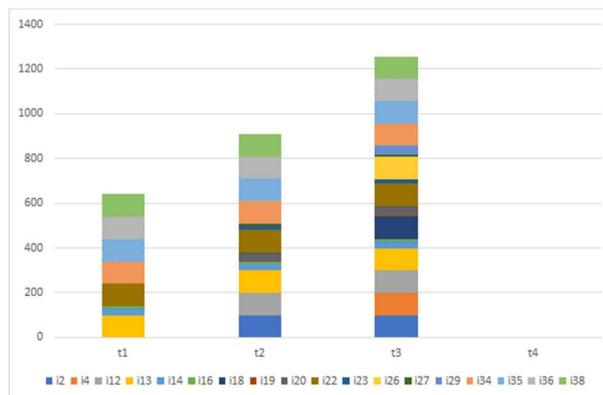


Fonte: Elaborada pelo autor.

Observa-se no gráfico de Gantt da Figura 33 que a solução obtida respeita a precedência entre operações de um mesmo produto. Por exemplo, um lote de 20 unidades da operação *j62* do produto *i23* é alocado na máquina *k6*, em seguida um lote de 20 unidades é alocado na máquina *k7* para a operação *j63* e, posteriormente, as mesmas 20 unidades são alocadas na máquina *k9* para a execução da operação *j64*.

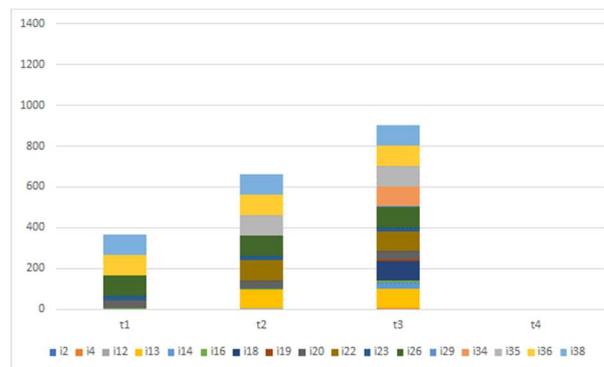
As Figuras 35 e 36 apresentam o estoque de produtos finalizados acumulados ao final de cada período na solução do estudo de caso e pelo algoritmo HIIFO respectivamente. Ao analisar o estoque de produtos acabados, nota-se um acúmulo maior de estoque na solução do estudo de caso, que desloca a produção para o instante mais cedo e privilegia a realização de lotes maiores e a produção de operações de um mesmo produto na sequência imediata. Já no modelo matemático, não há consideração para adiantar a produção para a data mais cedo, apenas manter o foco em reduzir o tempo total de produção, o que em contrapartida pode gerar estoques de produtos em estágios intermediários.

FIGURA 35 – Estoque de produtos finalizados por período do estudo de caso da instância R1



Fonte: Elaborada pelo autor.

FIGURA 36 – Estoque de produtos finalizados por período da instância R1 por HI1FO



Fonte: Elaborada pelo autor.

6 CONCLUSÕES

Este trabalho aborda o problema de dimensionamento e sequenciamento de lotes de produção em um ambiente *job shop* flexível para a produção de produtos usinados e tem por objetivo principal propor um modelo de programação matemática que integre essas decisões. Este ambiente inclui a produção de produtos sob encomenda, que necessitam da execução de uma sequência de operações ordenadas para a transformação da matéria-prima em produto final. Para executar essas operações, existem diversas máquinas organizadas em um *layout* por processo com capacidade limitada e que podem executar alguns tipos de operações.

Neste contexto, buscou-se estratégias de modelagem matemática para o problema. Foram apresentados dois modelos clássicos que consideram problemas de integração dessas decisões, o GLSP e o TSP e foi apresentado um modelo para programação do problema *job shop* flexível com características semelhantes ao problema estudado (ÖZGÜVEN; ÖZBAKIR; YAVUZ, 2010). Uma revisão sistemática sobre o assunto encontrou apenas 16 trabalhos com modelos que abordam as duas decisões em ambiente *job shop* com múltiplas máquinas, produtos e tarefas, o que mostra a oportunidade de mais trabalhos neste tema. Dentre esses trabalhos verificou-se que grande parte utiliza como objetivo a minimização do custo. Analisou-se também as diferenças com relação às características de configuração da preparação, abordagem do estoque, configuração do período, utilização de uma estrutura de operações para cada tarefa ou produto e método de solução.

Foram propostos três modelos para representar o problema com base nas estratégias de modelagem apresentada na seção 2.2: GLSP-FJS, que utiliza duas escalas de tempo para definir as variáveis de dimensionamento e sequenciamento de produção; TSP-FJS, que utiliza a estrutura de modelagem do Problema do Caixeiro Viajante para as decisões de sequenciamento;

e FJS-LS, utilizando como base para as decisões de sequenciamento o modelo proposto por Özgüven, Özbakir e Yavuz (2010).

Foram realizados testes com cento e oito instâncias para cada modelo, em que foi possível observar que todos apresentam soluções para o problema e podem suportar a tomada de decisões de planejamento e programação da produção no ambiente estudado. Nesse conjunto de testes para comparação dos modelos foram variados os parâmetros de tamanho, demanda, tempo de preparação e processamento, relação máquina e operação e lote mínimo. Com essas alterações observou-se que há uma correlação entre a demanda e o tempo de resolução, de modo que quanto maior a demanda, maior a utilização das máquinas e maior o tempo de resolução do modelo. Existe também um impacto na dificuldade do problema com relação ao mix de produção demandado, que pode requerer mais o uso da capacidade de máquinas menos flexíveis. Além disso, constatou-se que a possibilidade de alocação em todas as máquinas melhora a distribuição das tarefas e reduz a utilização das máquinas, porém o tempo de resolução torna-se maior por ter maior grau de liberdade e, conseqüentemente, mais possibilidades de solução. Em outras palavras, quanto maior a flexibilidade do sistema de produção, mais difícil são as atividades de planejamento e programação da produção. O modelo FJS-LS foi o que obteve solução para o maior número de instâncias e, por isso, foi o escolhido para aplicação no estudo de caso. Constatou-se a necessidade de buscar por métodos mais rápidos de obter solução. As heurísticas *relax-and-fix* e *fix-and-optimize* são boas estratégias para serem utilizadas, uma vez que já foram aplicadas a outros problemas de dimensionamento e sequenciamento de lotes. Entretanto, é necessário definir bem a estratégia de particionamento do problema nas heurísticas *relax-and-fix* para que ela esteja alinhada às características no problema.

Nos experimentos com o modelo selecionado com dados do estudo de caso foram realizadas oito instâncias utilizando o método CPLEX limitado em 6 horas e foram obtidas soluções em três delas com um *gap* médio de 7%. Dentre as heurísticas *relax-and-fix* apresentadas, a que obteve maior sucesso foi a HI1, por ter uma estratégia mais condizente com o conjunto de dados. Esta heurística utiliza uma estratégia de particionamento por produtos e foi associada a um algoritmo *fix-and-optimize* a fim de obter soluções mais rapidamente. Em um tempo médio de menos de duas horas, foi possível obter uma solução em todas as instâncias, porém com um *gap* médio de 16% versus o limitante inferior obtido pelo método exato no tempo limite, que pode ser menor do que a solução ótima do problema.

As três soluções obtidas pelo método exato são na média 8% melhores do que o estudo de caso e as soluções pelo algoritmo HI1FO são na média 4% melhores do que o estudo de

caso. Com isso, conclui-se que o modelo apresentado representa o problema do estudo de caso e é possível obter boas soluções em menor tempo do que o que é praticado atualmente com o uso de heurísticas. Foi demonstrado o exemplo da instância R1, cuja solução do modelo pelo método heurístico HIIFO é 4% melhor do que o estudo de caso, além de ser obtida em menos de 3 horas contra cerca de 2 dias pela metodologia atual, o que pode contribuir para que sejam realizadas mais análises, estudos de cenários e adequação rápida a mudanças no chão de fábrica.

Vale ressaltar que a empresa opta pelo critério de minimização do tempo total de utilização para poder ter capacidade disponível para processar outros pedidos ou mitigar problemas de produção, e, neste sentido, a necessidade de replanejamento é frequente. Deste modo, com o uso de heurísticas para resolver o modelo proposto, é possível para empresas deste setor realizar replanejamentos com mais frequência para ter planos de produção mais alinhados com o estado atual de sua produção, como a disponibilidade de máquinas ou alteração nas demandas. Por isso, além da heurística HIIFO, as outras heurísticas apresentadas podem contribuir para problemas semelhantes em situações com um conjunto de dados diferente.

Como proposta de trabalhos futuros, sugere-se a consideração de um horizonte rolante de planejamento no modelo, uma vez que este problema pode ser executado repetidamente a cada período e incluído um novo período a cada iteração. Além disso, sugere-se estudar a viabilidade e o ganho de se considerar que o tempo de preparação de uma operação em uma máquina possa ocorrer enquanto sua operação precedente está sendo executada em outra máquina. Outra sugestão é o desenvolvimento de outros métodos heurísticos para serem empregados no modelo proposto que consigam resultados melhores e em menor tempo, além de métodos como heurísticas construtivas, baseadas nas estratégias utilizadas pela empresa para fazer o planejamento, e incluir procedimentos de melhoria.

REFERÊNCIAS

- ABDOLLAHZADEH SANGROUDI, H.; RANJBAR-BOURANI, M. Solving a flexible job shop lot sizing problem with shared operations using a self-adaptive COA. **International Journal of Production Research**, v. 59, n. 2, p. 483–515, 2021. Disponível em: <<https://doi.org/00207543.2019.1696492>>
- ABNT. **ABNT NBR 6175:2015**, ABNT, 2015.
- ALMADA-LOBO, B.; CLARK, A.; GUIMARÃES, L.; FIGUEIRA, G.; AMORIM, P. Industrial insights into lot sizing and scheduling modeling. **Pesquisa Operacional**, v. 35, n. 3, p. 439–464, 2015.
- ALVAREZ-VALDES, R.; FUERTES, A.; TAMARIT, J. M.; GIMÉNEZ, G.; RAMOS, R. A heuristic to schedule flexible job-shop in a glass factory. **European Journal of Operational Research**, v. 165, n. 2, p. 525–534, 2005.
- ALVAREZ, P. P.; ESPINOZA, A.; MATURANA, S.; VERA, J. Improving consistency in hierarchical tactical and operational planning using Robust Optimization. **Computers and Industrial Engineering**, v. 139, p. 106–112, 2020.
- ARAUJO, S. A.; CLARK, A. A priori reformulations for joint rolling-horizon scheduling of materials processing and lot-sizing problem. **Computers and Industrial Engineering**, v. 65, n. 4, p. 577–585, 2013. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1016/j.cie.2013.04.003>>
- ARENALES, M.; ARMENTANO, V.; MORABITO, R.; YANASSE, H. **Pesquisa operacional**. Rio de Janeiro: Editora Campus, 2011.
- BALDO, T. A.; MORABITO, R.; SANTOS, M. O.; GUIMARÃES, L. Alternative Mathematical Models and Solution Approaches for Lot-Sizing and Scheduling Problems in the Brewery Industry: Analyzing Two Different Situations. **Mathematical Problems in Engineering**, v. 2017, 2017.
- BALDO, T. A.; SANTOS, M. O.; ALMADA-LOBO, B.; MORABITO, R. An optimization approach for the lot sizing and scheduling problem in the brewery industry. **Computers and Industrial Engineering**, v. 72, n. 1, p. 58–71, 2014. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1016/j.cie.2014.02.008>>
- BERTRAND, J. W. M.; FRANSOO, J. C. Operations management research methodologies using quantitative modeling. **International Journal of Operations and Production Management**, v. 22, n. 2, p. 241–264, 2002.
- BIRGIN, E. G.; FEOFILOFF, P.; FERNANDES, C. G.; DE MELO, E. L.; OSHIRO, M. T. I.; RONCONI, D. P. A MILP model for an extended version of the Flexible Job Shop Problem. **Optimization Letters**, v. 8, n. 4, p. 1417–1431, 2014.
- BIRGIN, E. G.; FERREIRA, J. E.; RONCONI, D. P. List scheduling and beam search methods for the flexible job shop scheduling problem with sequencing flexibility. **European Journal of Operational Research**, v. 247, n. 2, p. 421–440, 2015. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1016/j.ejor.2015.06.023>>
- BOCCHINI, B. Vendas de máquinas equipamentos têm alta de 5,1% em 2020. **Agência Brasil**, 2021. Disponível em: <<https://agenciabrasil.ebc.com.br/economia/noticia/2021-01/vendas-de-maquinas-e-equipamentos-tem-alta-de-51-em-2020>>. Acesso em: 10 feb. 2021.
- BOEHM, C. Faturamento da indústria de máquinas e equipamentos sobre 21,6% em 2021. **Agência Brasil**, 26 jan. 2022. Disponível em: <<https://agenciabrasil.ebc.com.br/economia/noticia/2022-01/faturamento-da-industria-de-maquinas-e-equipamentos-sobe-216-em-2021>>
- BOŽEK, A.; WERNER, F. Flexible job shop scheduling with lot streaming and subplot size optimisation. **International Journal of Production Research**, v. 56, n. 19, p. 6391–6411, 2018. Disponível em: <<https://doi.org/10.1080/00207543.2017.1346322>>
- BUSCHKÜHL, L.; SAHLING, F.; HELBER, S.; TEMPELMEIER, H. Dynamic capacitated lot-sizing

problems: A classification and review of solution approaches. **OR Spectrum**, v. 32, n. 2, p. 231–261, 2010.

CAMARGO, B. V.; JUSTO, A. M. **Tutorial para uso do software Iramuteq (Interface de R para as Análises Multidimensionais de Textos e de Questionários)**. Florianópolis. Disponível em: <http://www.iramuteq.org/documentation/fichiers/Tutorial IRaMuTeQ em portugues_17.03.2016.pdf>.

CHAN, F. T. S.; WONG, T. C.; CHAN, L. Y. Lot streaming for product assembly in job shop environment. **Robotics and Computer-Integrated Manufacturing**, v. 24, n. 3, p. 321–331, 2008.

CHEN, C. **CiteSpace : a practical guide for mapping scientific literature**. New York: Novinka, 2016. Disponível em: <<http://cluster.cis.drexel.edu/~cchen/citespace/books/>>

CNI. **Perfil da indústria brasileira**. 2022. Disponível em: <<https://industriabrasileira.portaldaindustria.com.br/grafico/transformacao/producao/##/industria-transformacao>>. Acesso em: 14 fev. 2022.

COPIL, K.; WÖRBELAUER, M.; MEYR, H.; TEMPELMEIER, H. Simultaneous lotsizing and scheduling problems: a classification and review of models. **OR Spectrum**, v. 39, n. 1, p. 1–64, 2017.

CUNHA, J. O.; KRAMER, H. H.; MELO, R. A. Effective matheuristics for the multi-item capacitated lot-sizing problem with remanufacturing. **Computers and Operations Research**, v. 104, n. December, p. 149–158, 2019.

DEMIR, Y.; KÜRŞAT IŞLEYEN, S. Evaluation of mathematical models for flexible job-shop scheduling problems. **Applied Mathematical Modelling**, v. 37, n. 3, p. 977–988, 2013.

DOH, H. H.; YU, J. M.; KIM, J. S.; LEE, D. H.; NAM, S. H. A priority scheduling approach for flexible job shops with multiple process plans. **International Journal of Production Research**, v. 51, n. 12, p. 3748–3764, 2013.

DOUSTHAGHI, S.; TAVAKKOLI-MOGHADDAM, R.; MAKUI, A. Solving the economic lot and delivery scheduling problem in a flexible job shop with unrelated parallel machines and a shelf life by a proposed hybrid PSO. **International Journal of Advanced Manufacturing Technology**, v. 68, n. 5–8, p. 1401–1416, 2013.

DREXL, A.; KIMMS, A. Lot sizing and scheduling - survey and extensions. **European Journal of Operational Research**, v. 99, n. 2, p. 221–235, 1997.

ESTADÃO. Um segmento em busca de soluções. **Empresas Mais 2018**, 2018. Disponível em: <<https://publicacoes.estadao.com.br/empresasmais2018/setor/maquinas-equipamentos/>>

FERREIRA, D.; CLARK, A. R.; ALMADA-LOBO, B.; MORABITO, R. Single-stage formulations for synchronised two-stage lot sizing and scheduling in soft drink production. **International Journal of Production Economics**, v. 136, n. 2, p. 255–265, 2012. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1016/j.ijpe.2011.11.028>>

FERREIRA, D.; MORABITO, R.; RANGEL, S. Solution approaches for the soft drink integrated production lot sizing and scheduling problem. **European Journal of Operational Research**, v. 196, n. 2, p. 697–706, 2009. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1016/j.ejor.2008.03.035>>

FLEISCHMANN, B.; MEYR, H. The general lotsizing and scheduling problem. **OR Spectrum**, v. 19, n. 1, p. 11–21, 1997.

GERMANY TRADE & INVEST - GTAI. **Machinery & Equipment Industry**. 2021. Disponível em: <<https://www.gtai.de/gtai-en/invest/industries/machinery-equipment-industry-68638>>. Acesso em: 10 fev. 2021.

GIGLIO, D.; PAOLUCCI, M.; ROSHANI, A. Integrated lot sizing and energy-efficient job shop scheduling problem in manufacturing/remanufacturing systems. **Journal of Cleaner Production**, v. 148, p. 624–641, 2017. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1016/j.jclepro.2017.01.166>>

GOLI, A.; ALINAGHIAN, M. A new mathematical model for production and delivery scheduling

problem with common cycle in a supply chain with open-shop system. **International Journal of Manufacturing Technology and Management**, v. 34, n. 2, p. 174, 2020.

HAIPOUR, V.; KHEIRKHAH, A. S.; TAVANA, M.; ABSI, N. Novel Pareto-based meta-heuristics for solving multi-objective multi-item capacitated lot-sizing problems. **International Journal of Advanced Manufacturing Technology**, v. 80, n. 1–4, p. 31–45, 2015.

IBGE. **Classificação nacional de atividades econômicas**. 2021. Disponível em: <<https://concla.ibge.gov.br/busca-online-cnae.html?view=estrutura>>. Acesso em: 10 fev. 2021.

IBN MAJDOUB HASSANI, Z.; EL BARKANY, A.; JABRI, A.; EL ABBASSI, I.; DARCHERIF, A. M. Hybrid approach for solving the integrated planning and scheduling production problem. **Journal of Engineering, Design and Technology**, v. 18, n. 1, p. 172–189, 2020.

KARIMI-NASAB, M.; MODARRES, M.; SEYEDHOSEINI, S. M. A self-adaptive PSO for joint lot sizing and job shop scheduling with compressible process times. **Applied Soft Computing Journal**, v. 27, p. 137–147, 2015. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1016/j.asoc.2014.10.015>>

KARIMI-NASAB, M.; SEYEDHOSEINI, S. M. Multi-level lot sizing and job shop scheduling with compressible process times: A cutting plane approach. **European Journal of Operational Research**, v. 231, n. 3, p. 598–616, 2013. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1016/j.ejor.2013.06.021>>

KARIMI-NASAB, M.; SEYEDHOSEINI, S. M.; MODARRES, M.; HEIDARI, M. Multi-period lot sizing and job shop scheduling with compressible process times for multilevel product structures. **International Journal of Production Research**, v. 51, n. 20, p. 6229–6246, 2013.

KASEMSET, C.; KACHITVICHYANUKUL, V. A PSO-based procedure for a bi-level multi-objective TOC-based job-shop scheduling problem. **International Journal of Operational Research**, v. 14, n. 1, p. 50–69, 2012.

KESEN, S. E.; GÜNGÖR, Z. Job scheduling in virtual manufacturing cells with lot-streaming strategy: A new mathematical model formulation and a genetic algorithm approach. **Journal of the Operational Research Society**, v. 63, n. 5, p. 683–695, 2012.

LUNARDI, W. T.; BIRGIN, E. G.; LABORIE, P.; RONCONI, D. P.; VOOS, H. Mixed Integer linear programming and constraint programming models for the online printing shop scheduling problem. **Computers and Operations Research**, v. 123, p. 105020, 2020. Disponível em: <<https://doi.org/10.1016/j.cor.2020.105020>>

LUNARDI, W. T.; BIRGIN, E. G.; RONCONI, D. P.; VOOS, H. Metaheuristics for the online printing shop scheduling problem. **European Journal of Operational Research**, v. 293, n. 2, p. 419–441, 2021. Disponível em: <<https://doi.org/10.1016/j.ejor.2020.12.021>>

MACCARTHY, B. L.; FERNANDES, F. C. F. A multi-dimensional classification of production systems for the design and selection of production planning and control systems. **Production Planning and Control**, v. 11, n. 5, p. 481–496, 2000.

MARTÍNEZ, K. Y. P.; TOSO, E. A. V.; MORABITO, R. Production planning in the molded pulp packaging industry. **Computers and Industrial Engineering**, v. 98, p. 554–566, 2016.

MARTINS, A. T. **Problema da programação da produção de bebidas à base de frutas : modelos de otimização e métodos heurísticos**. 2017. Universidade Federal de São Carlos, 2017.

MELO, E. L.; RONCONI, D. P. Regras de prioridade eficientes que exploram características do Job Shop Flexível para a minimização do atraso total. **Production**, v. 25, p. 79–91, 2015.

MITROFF, I. I.; BETZ, F.; PONDY, L. R.; SAGASTI, F. On Managing Science in the Systems Age: Two Schemas for the Study of Science as a Whole Systems Phenomenon. **Interfaces**, v. 4, n. 3, p. 46–58, 1974.

MOHAMMADI, M.; POURSAZBI, O. A rolling horizon-based heuristic to solve a multi-level general lot sizing and scheduling problem with multiple machines (MLGLSP_MM) in job shop manufacturing system. **Uncertain Supply Chain Management**, v. 2, n. 3, p. 167–178, 2014.

- ÖZGÜVEN, C.; ÖZBAKIR, L.; YAVUZ, Y. Mathematical models for job-shop scheduling problems with routing and process plan flexibility. **Applied Mathematical Modelling**, v. 34, n. 6, p. 1539–1548, 2010. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1016/j.apm.2009.09.002>>
- OZTÜRK, C.; ORNEK, A. M. Capacitated lot sizing with linked lots for general product structures in job shops. **Computers and Industrial Engineering**, v. 58, n. 1, p. 151–164, 2010. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1016/j.cie.2009.10.002>>
- PINEDO, M. L. **Scheduling: Theory, Algorithms and Systems**. 3. ed. New York: Springer, 2008.
- POURSABZI, O.; MOHAMMADI, M.; NADERI, B. An improved model and heuristic for capacitated lot-sizing and scheduling in job shop problems. **Scientia Iranica**, v. 25, n. 6E, p. 3667–3684, 2018.
- RATNER, B. The correlation coefficient: Its values range between 1/1, or do they. **Journal of Targeting, Measurement and Analysis for Marketing**, v. 17, n. 2, p. 139–142, 2009.
- ROHANINEJAD, M.; KHEIRKHAH, A.; FATTAHI, P. Simultaneous lot-sizing and scheduling in flexible job shop problems. **International Journal of Advanced Manufacturing Technology**, v. 78, n. 1–4, p. 1–18, 2015.
- ROSHANAEI, V.; AZAB, A.; ELMARAGHY, H. Mathematical modelling and a meta-heuristic for flexible job shop scheduling. **International Journal of Production Research**, v. 51, n. 20, p. 6247–6274, 2013.
- ROY, T. J. Van; WOLSEY, L. A. Solving Mixed Integer Programming Problems Using Automatic Reformulation. **Operations Research**, v. 35, n. 1, p. 45–57, 1987. Disponível em: <<https://www.jstor.org/stable/170909>>
- SANTOS, M. O.; ALMADA-LOBO, B. Integrated pulp and paper mill planning and scheduling. **Computers and Industrial Engineering**, v. 63, n. 1, p. 1–12, 2012. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1016/j.cie.2012.01.008>>
- SROUR, F. J.; VELDE, S. Van De. Are Stacker Crane Problems easy? A statistical study. **Computers and Operation Research**, v. 40, n. 3, p. 674–690, 2013. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1016/j.cor.2011.06.017>>
- STADTLER, H.; KILGER, C. **Supply Chain Management and Advanced Planning**. 3^a ed. Heidelberg: Springer, 2005.
- STADTLER, H.; KILGER, C.; MEYR, H. (EDS.). **Supply Chain Management and Advanced Planning : Concepts, Models, Software and Case Studies**. 5^a ed. Berlin: Springer, 2015.
- TOSCANO, A.; FERREIRA, D.; MORABITO, R. Formulation and MIP-heuristics for the lot sizing and scheduling problem with temporal cleanings. **Computers and Chemical Engineering**, v. 142, 2020.
- TOSO, E. A. V.; MORABITO, R.; CLARK, A. Combinação de abordagens GLSP e ATSP para o problema de dimensionamento e sequenciamento de lotes de produção de suplementos para nutrição animal. **Pesquisa Operacional**, v. 28, n. 3, p. 423–450, 2008.
- TOSO, E. A. V.; MORABITO, R.; CLARK, A. R. Lot sizing and sequencing optimisation at an animal-feed plant. **Computers and Industrial Engineering**, v. 57, n. 3, p. 813–821, 2009. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1016/j.cie.2009.02.011>>
- TRANFIELD, D.; DENYER, D.; SMART, P. Towards a Methodology for Developing Evidence-Informed Management Knowledge by Means of Systematic Review. **British Journal of Management**, v. 14, p. 207–222, 2003.
- USA, S. **Machinery and Equipment Spotlight: The Machinery and Equipment Industry in the United States**. 2021. Disponível em: <<https://www.selectusa.gov/machinery-and-equipment-industry-united-states>>. Acesso em: 16 feb. 2021.
- VOGEL, T.; ALMADA-LOBO, B.; ALMEDER, C. Integrated versus hierarchical approach to

aggregate production planning and master production scheduling. **OR Spectrum**, v. 39, n. 1, p. 193–229, 2017.

VOSS, C.; TSIKRIKTSIS, N.; FROHLICH, M. Case research in operations management. **International Journal of Operations and Production Management**, v. 22, n. 2, p. 195–219, 2002.

WICHMANN, M. G.; JOHANNES, C.; SPENGLER, T. S. **An extension of the general lot-sizing and scheduling problem (GLSP) with time-dependent energy prices**. [s.l.] : Springer Berlin Heidelberg, 2019. v. 89 Disponível em: <<https://doi.org/10.1007/s11573-018-0921-9>>

YU, L.; ZHU, C.; SHI, J.; ZHANG, W. An Extended Flexible Job Shop Scheduling Model for Flight Deck Scheduling with Priority, Parallel Operations, and Sequence Flexibility. **Scientific Programming**, v. 2017, 2017.

ZHANG, L.; GLÄNZEL, W. Proceeding papers in journals versus the ‘regular’ journal publications. **Journal of Informetrics**, v. 6, n. 1, p. 88–96, 2012. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1016/j.joi.2011.06.007>>

ZHENG, F.; SONG, Q. Lot-sizing and Scheduling with Machine-sharing in Clothing Industry. **Proceedings of the 2019 International Conference on Industrial Engineering and Systems Management, IESM 2019**, p. 0–5, 2019.

APÊNDICE – A – Dados das instâncias ilustrativas

TABELA A1 – Tempo de processamento para as instâncias P/T1

| Tempo de processamento | k1 | k2 |
|-------------------------------|-----------|-----------|
| <i>j1</i> | 0,67 | 0,62 |
| <i>j2</i> | 0,21 | 0,30 |
| <i>j3</i> | 0,92 | 0,65 |
| <i>j4</i> | 1,00 | 0,30 |
| <i>j5</i> | 0,97 | 0,73 |
| <i>j6</i> | 0,76 | 0,38 |
| <i>j7</i> | 0,26 | 0,17 |
| <i>j8</i> | 0,37 | 0,33 |
| <i>j9</i> | 0,73 | 0,02 |

Fonte: Elaborada pelo autor.

TABELA A2 – Tempo de processamento para as instâncias P/T2

| Tempo de processamento | k1 | k2 |
|-------------------------------|-----------|-----------|
| <i>j1</i> | 0,62 | 0,60 |
| <i>j2</i> | 0,23 | 0,03 |
| <i>j3</i> | 0,81 | 0,29 |
| <i>j4</i> | 0,07 | 0,28 |
| <i>j5</i> | 0,86 | 0,32 |
| <i>j6</i> | 0,61 | 0,70 |
| <i>j7</i> | 0,66 | 0,72 |
| <i>j8</i> | 0,17 | 0,29 |
| <i>j9</i> | 0,46 | 0,71 |

Fonte: Elaborada pelo autor.

TABELA A3 – Tempo de processamento para as instâncias M/T1

| Tempo de processamento | <i>k1</i> | <i>k2</i> | <i>k3</i> | <i>k4</i> | <i>k5</i> |
|-------------------------------|------------------|------------------|------------------|------------------|------------------|
| <i>j1</i> | 0,67 | 0,62 | 0,69 | 0,69 | 0,75 |
| <i>j2</i> | 0,21 | 0,30 | 0,74 | 0,56 | 0,37 |
| <i>j3</i> | 0,92 | 0,65 | 0,81 | 0,02 | 0,44 |
| <i>j4</i> | 1,00 | 0,30 | 0,90 | 0,98 | 0,86 |
| <i>j5</i> | 0,97 | 0,73 | 0,79 | 0,50 | 0,27 |
| <i>j6</i> | 0,76 | 0,38 | 0,24 | 0,85 | 0,42 |
| <i>j7</i> | 0,26 | 0,17 | 0,66 | 1,00 | 0,88 |
| <i>j8</i> | 0,37 | 0,33 | 0,80 | 0,84 | 0,66 |
| <i>j9</i> | 0,73 | 0,02 | 0,41 | 0,71 | 0,97 |
| <i>j10</i> | 0,12 | 0,71 | 0,11 | 0,50 | 0,67 |
| <i>j11</i> | 0,30 | 0,19 | 0,04 | 0,23 | 0,72 |
| <i>j12</i> | 0,96 | 0,81 | 0,04 | 0,15 | 0,92 |
| <i>j13</i> | 0,01 | 0,58 | 0,81 | 0,06 | 0,70 |
| <i>j14</i> | 0,79 | 0,59 | 0,28 | 0,37 | 0,66 |
| <i>j15</i> | 0,88 | 0,46 | 0,99 | 0,58 | 0,15 |
| <i>j16</i> | 0,20 | 0,44 | 0,31 | 0,37 | 0,32 |
| <i>j17</i> | 0,94 | 0,23 | 0,14 | 0,83 | 0,52 |
| <i>j18</i> | 0,87 | 0,30 | 0,90 | 0,82 | 0,51 |

Fonte: Elaborada pelo autor.

TABELA A4 – Tempo de processamento para as instâncias M/T2

| Tempo de processamento | <i>k1</i> | <i>k2</i> | <i>k3</i> | <i>k4</i> | <i>k5</i> |
|-------------------------------|------------------|------------------|------------------|------------------|------------------|
| <i>j1</i> | 0,96 | 0,78 | 0,02 | 0,76 | 0,22 |
| <i>j2</i> | 0,19 | 0,86 | 0,38 | 0,56 | 0,62 |
| <i>j3</i> | 0,68 | 0,51 | 0,07 | 0,05 | 0,46 |
| <i>j4</i> | 0,97 | 0,87 | 0,83 | 0,90 | 0,44 |
| <i>j5</i> | 0,77 | 0,02 | 0,41 | 0,14 | 0,71 |
| <i>j6</i> | 0,27 | 0,90 | 0,25 | 0,67 | 0,35 |
| <i>j7</i> | 0,07 | 0,75 | 0,33 | 0,83 | 0,77 |
| <i>j8</i> | 0,40 | 0,47 | 0,42 | 0,06 | 0,38 |
| <i>j9</i> | 0,62 | 0,03 | 0,58 | 0,39 | 0,25 |
| <i>j10</i> | 0,40 | 0,86 | 0,94 | 0,76 | 0,77 |
| <i>j11</i> | 0,90 | 0,41 | 0,20 | 0,64 | 0,97 |
| <i>j12</i> | 0,93 | 0,63 | 0,79 | 0,04 | 0,57 |
| <i>j13</i> | 0,61 | 0,18 | 0,79 | 0,60 | 0,42 |
| <i>j14</i> | 0,16 | 0,76 | 0,94 | 0,42 | 0,55 |
| <i>j15</i> | 0,79 | 0,26 | 0,04 | 0,48 | 0,32 |
| <i>j16</i> | 0,21 | 0,67 | 0,57 | 0,53 | 0,37 |
| <i>j17</i> | 0,05 | 0,98 | 0,06 | 0,20 | 0,01 |
| <i>j18</i> | 1,00 | 0,45 | 0,85 | 0,79 | 0,58 |

Fonte: Elaborada pelo autor.

TABELA A5 – Tempo de processamento para as instâncias G/T1

| Tempo de processamento | k1 | k2 | k3 | k4 | k5 | k6 | k7 | k8 |
|-------------------------------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|
| <i>j1</i> | 0,67 | 0,62 | 0,69 | 0,69 | 0,75 | 0,89 | 0,27 | 0,46 |
| <i>j2</i> | 0,21 | 0,30 | 0,74 | 0,56 | 0,37 | 0,77 | 0,69 | 0,22 |
| <i>j3</i> | 0,92 | 0,65 | 0,81 | 0,02 | 0,44 | 0,04 | 0,63 | 0,48 |
| <i>j4</i> | 1,00 | 0,30 | 0,90 | 0,98 | 0,86 | 0,10 | 0,95 | 0,57 |
| <i>j5</i> | 0,97 | 0,73 | 0,79 | 0,50 | 0,27 | 0,56 | 0,11 | 0,79 |
| <i>j6</i> | 0,76 | 0,38 | 0,24 | 0,85 | 0,42 | 0,71 | 0,70 | 0,11 |
| <i>j7</i> | 0,26 | 0,17 | 0,66 | 1,00 | 0,88 | 0,97 | 0,23 | 0,53 |
| <i>j8</i> | 0,37 | 0,33 | 0,80 | 0,84 | 0,66 | 0,24 | 0,85 | 0,04 |
| <i>j9</i> | 0,73 | 0,02 | 0,41 | 0,71 | 0,97 | 0,79 | 0,04 | 0,33 |
| <i>j10</i> | 0,12 | 0,71 | 0,11 | 0,50 | 0,67 | 0,81 | 0,67 | 0,94 |
| <i>j11</i> | 0,30 | 0,19 | 0,04 | 0,23 | 0,72 | 0,47 | 0,32 | 0,14 |
| <i>j12</i> | 0,96 | 0,81 | 0,04 | 0,15 | 0,92 | 0,82 | 0,30 | 0,84 |
| <i>j13</i> | 0,01 | 0,58 | 0,81 | 0,06 | 0,70 | 0,37 | 0,19 | 0,65 |
| <i>j14</i> | 0,79 | 0,59 | 0,28 | 0,37 | 0,66 | 0,45 | 0,64 | 0,55 |
| <i>j15</i> | 0,88 | 0,46 | 0,99 | 0,58 | 0,15 | 0,46 | 0,14 | 0,90 |
| <i>j16</i> | 0,20 | 0,44 | 0,31 | 0,37 | 0,32 | 0,17 | 0,11 | 0,60 |
| <i>j17</i> | 0,94 | 0,23 | 0,14 | 0,83 | 0,52 | 0,47 | 0,02 | 0,81 |
| <i>j18</i> | 0,87 | 0,30 | 0,90 | 0,82 | 0,51 | 0,34 | 0,22 | 0,74 |
| <i>j19</i> | 0,50 | 0,03 | 0,84 | 0,13 | 0,75 | 0,45 | 0,22 | 0,54 |
| <i>j20</i> | 0,54 | 0,30 | 0,97 | 0,97 | 0,13 | 0,72 | 0,19 | 0,15 |
| <i>j21</i> | 0,46 | 0,16 | 0,99 | 0,80 | 0,06 | 0,82 | 0,36 | 0,72 |
| <i>j22</i> | 0,91 | 0,90 | 0,35 | 0,27 | 0,27 | 0,76 | 0,06 | 0,38 |
| <i>j23</i> | 0,50 | 0,87 | 0,83 | 0,76 | 0,13 | 0,90 | 0,55 | 0,07 |
| <i>j24</i> | 0,45 | 0,17 | 0,23 | 0,94 | 0,17 | 0,69 | 0,63 | 0,92 |
| <i>j25</i> | 0,35 | 0,58 | 0,65 | 0,46 | 0,66 | 0,93 | 0,77 | 0,27 |
| <i>j26</i> | 0,18 | 0,40 | 0,04 | 0,94 | 0,38 | 0,75 | 0,98 | 0,24 |
| <i>j27</i> | 0,17 | 0,59 | 0,17 | 0,53 | 0,25 | 0,80 | 0,87 | 0,32 |
| <i>j28</i> | 0,51 | 0,57 | 0,03 | 0,07 | 0,36 | 1,00 | 0,70 | 0,42 |
| <i>j29</i> | 0,71 | 0,72 | 0,63 | 0,06 | 0,39 | 0,90 | 0,38 | 0,60 |
| <i>j30</i> | 0,26 | 0,13 | 0,80 | 0,57 | 0,75 | 0,68 | 0,47 | 0,50 |

Fonte: Elaborada pelo autor.

TABELA A6 – Tempo de processamento para as instâncias G/T2

| Tempo de preparação | <i>k1</i> | <i>k2</i> | <i>k3</i> | <i>k4</i> | <i>k5</i> | <i>k6</i> | <i>k7</i> | <i>k8</i> |
|--------------------------------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|
| <i>j1</i> | 0,93 | 0,99 | 0,28 | 0,45 | 0,10 | 0,51 | 0,57 | 0,43 |
| <i>j2</i> | 0,89 | 0,19 | 0,32 | 0,42 | 0,55 | 0,90 | 0,83 | 0,78 |
| <i>j3</i> | 0,76 | 0,21 | 0,44 | 0,60 | 0,28 | 0,64 | 0,94 | 0,46 |
| <i>j4</i> | 0,56 | 0,03 | 0,52 | 0,36 | 0,73 | 0,37 | 0,46 | 0,47 |
| <i>j5</i> | 0,35 | 0,63 | 0,52 | 0,40 | 0,19 | 0,13 | 0,66 | 0,58 |
| <i>j6</i> | 0,27 | 0,32 | 0,60 | 0,70 | 0,02 | 0,79 | 0,34 | 0,94 |
| <i>j7</i> | 0,44 | 0,76 | 0,13 | 0,24 | 0,42 | 0,94 | 0,24 | 0,97 |
| <i>j8</i> | 0,36 | 0,77 | 0,86 | 0,36 | 0,00 | 0,35 | 0,46 | 0,78 |
| <i>j9</i> | 0,96 | 0,09 | 0,62 | 0,01 | 0,99 | 0,03 | 0,38 | 0,76 |
| <i>j10</i> | 0,25 | 0,11 | 0,90 | 0,85 | 0,05 | 0,18 | 0,07 | 0,91 |
| <i>j11</i> | 0,60 | 0,37 | 0,66 | 0,47 | 0,66 | 0,52 | 0,98 | 0,26 |
| <i>j12</i> | 0,29 | 0,36 | 0,66 | 0,75 | 0,94 | 0,85 | 0,42 | 0,05 |
| <i>j13</i> | 0,92 | 0,30 | 0,07 | 0,04 | 0,33 | 0,34 | 0,76 | 0,71 |
| <i>j14</i> | 0,19 | 0,13 | 0,84 | 0,55 | 0,38 | 1,00 | 0,02 | 0,56 |
| <i>j15</i> | 0,34 | 0,48 | 0,24 | 0,40 | 0,92 | 0,85 | 0,12 | 0,66 |
| <i>j16</i> | 0,42 | 0,03 | 0,72 | 0,74 | 0,01 | 0,38 | 0,70 | 0,36 |
| <i>j17</i> | 0,64 | 0,84 | 0,78 | 0,86 | 0,10 | 0,45 | 0,60 | 0,66 |
| <i>j18</i> | 0,36 | 0,50 | 0,07 | 0,07 | 0,65 | 0,14 | 0,36 | 0,04 |
| <i>j19</i> | 0,00 | 0,22 | 0,96 | 0,23 | 0,03 | 0,56 | 0,71 | 0,18 |
| <i>j20</i> | 0,65 | 0,61 | 0,15 | 0,06 | 1,00 | 0,61 | 0,84 | 0,61 |
| <i>j21</i> | 0,48 | 0,10 | 0,16 | 0,33 | 0,82 | 0,94 | 0,03 | 0,17 |
| <i>j22</i> | 0,91 | 0,53 | 0,80 | 0,02 | 0,68 | 0,07 | 0,42 | 0,40 |
| <i>j23</i> | 0,66 | 0,62 | 0,21 | 0,10 | 0,81 | 0,27 | 0,13 | 0,29 |
| <i>j24</i> | 0,51 | 0,02 | 0,05 | 0,51 | 0,61 | 0,05 | 0,08 | 0,97 |
| <i>j25</i> | 0,49 | 0,23 | 0,74 | 0,88 | 0,58 | 0,11 | 0,70 | 0,90 |
| <i>j26</i> | 0,18 | 0,80 | 0,56 | 0,07 | 0,69 | 0,47 | 0,13 | 0,12 |
| <i>j27</i> | 0,67 | 0,46 | 0,56 | 0,72 | 0,73 | 0,26 | 0,88 | 0,28 |
| <i>j28</i> | 0,51 | 0,36 | 0,83 | 0,50 | 0,91 | 0,89 | 0,24 | 0,87 |
| <i>j29</i> | 0,69 | 0,89 | 0,43 | 0,07 | 0,54 | 0,48 | 0,26 | 0,69 |
| <i>j30</i> | 0,83 | 0,25 | 0,91 | 0,84 | 0,47 | 0,02 | 0,51 | 0,28 |

Fonte: Elaborada pelo autor.

TABELA A7 – Tempo de preparação para as instâncias P

| | T1 | | T2 | |
|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|
| | <i>k1</i> | <i>k2</i> | <i>k1</i> | <i>k2</i> |
| <i>j1</i> | 1,36 | 1,32 | 1,58 | 1,72 |
| <i>j2</i> | 1,84 | 1,59 | 0,7 | 0,22 |
| <i>j3</i> | 0,39 | 0,01 | 0,71 | 1,8 |
| <i>j4</i> | 0,03 | 0,78 | 0,43 | 1,69 |
| <i>j5</i> | 1,08 | 1,74 | 1,36 | 1,99 |
| <i>j6</i> | 1,98 | 1,7 | 1,73 | 1,34 |
| <i>j7</i> | 0,19 | 1,03 | 0,54 | 1,37 |
| <i>j8</i> | 1,23 | 1,74 | 0,78 | 1,07 |
| <i>j9</i> | 1,53 | 0,75 | 0,64 | 1,95 |

Fonte: Elaborada pelo autor.

TABELA A8 – Tempo de preparação para as instâncias M/T1

| Tempo de preparação | <i>k1</i> | <i>k2</i> | <i>k3</i> | <i>k4</i> | <i>k5</i> |
|---------------------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|
| <i>j1</i> | 1,36 | 1,32 | 0,17 | 1,82 | 0,68 |
| <i>j2</i> | 1,84 | 1,59 | 1,31 | 0,20 | 0,24 |
| <i>j3</i> | 0,39 | 0,01 | 1,58 | 0,29 | 0,77 |
| <i>j4</i> | 0,03 | 0,78 | 0,12 | 1,31 | 0,07 |
| <i>j5</i> | 1,08 | 1,74 | 0,09 | 0,90 | 1,02 |
| <i>j6</i> | 1,98 | 1,70 | 0,85 | 1,15 | 1,96 |
| <i>j7</i> | 0,19 | 1,03 | 1,05 | 1,26 | 1,58 |
| <i>j8</i> | 1,23 | 1,74 | 0,18 | 0,51 | 1,89 |
| <i>j9</i> | 1,53 | 0,75 | 0,53 | 0,69 | 0,02 |
| <i>j10</i> | 0,43 | 1,69 | 1,73 | 1,92 | 0,21 |
| <i>j11</i> | 0,55 | 0,39 | 0,98 | 2,00 | 1,79 |
| <i>j12</i> | 1,06 | 1,70 | 0,82 | 1,37 | 0,08 |
| <i>j13</i> | 0,73 | 1,05 | 1,01 | 1,52 | 0,79 |
| <i>j14</i> | 0,19 | 1,58 | 0,07 | 1,38 | 0,43 |
| <i>j15</i> | 1,59 | 1,63 | 1,98 | 0,90 | 1,16 |
| <i>j16</i> | 1,58 | 1,23 | 1,29 | 1,05 | 1,90 |
| <i>j17</i> | 0,29 | 1,72 | 1,92 | 1,77 | 1,33 |
| <i>j18</i> | 0,75 | 1,95 | 0,35 | 0,61 | 1,73 |

Fonte: Elaborada pelo autor.

TABELA A9 – Tempo de preparação para as instâncias M/T2

| Tempo de preparação | <i>k1</i> | <i>k2</i> | <i>k3</i> | <i>k4</i> | <i>k5</i> |
|--------------------------------|------------------|------------------|------------------|------------------|------------------|
| <i>j1</i> | 1,93 | 1,12 | 0,12 | 0,78 | 1,64 |
| <i>j2</i> | 1,68 | 0,88 | 0,16 | 0,16 | 0,16 |
| <i>j3</i> | 0,44 | 1,38 | 0,33 | 1,17 | 0,38 |
| <i>j4</i> | 0,77 | 0,02 | 1,17 | 0,52 | 1,08 |
| <i>j5</i> | 0,12 | 0,21 | 1,09 | 2,00 | 1,70 |
| <i>j6</i> | 0,53 | 1,06 | 1,22 | 1,20 | 1,59 |
| <i>j7</i> | 1,68 | 1,10 | 1,60 | 0,48 | 1,79 |
| <i>j8</i> | 1,95 | 1,28 | 1,25 | 0,51 | 0,00 |
| <i>j9</i> | 0,84 | 0,47 | 0,04 | 1,13 | 0,91 |
| <i>j10</i> | 0,64 | 1,82 | 0,60 | 1,56 | 1,78 |
| <i>j11</i> | 1,88 | 0,25 | 1,64 | 0,14 | 1,58 |
| <i>j12</i> | 0,75 | 0,88 | 0,72 | 1,93 | 0,90 |
| <i>j13</i> | 0,07 | 1,11 | 0,87 | 1,40 | 1,87 |
| <i>j14</i> | 1,58 | 0,00 | 0,24 | 0,44 | 1,47 |
| <i>j15</i> | 1,07 | 1,42 | 0,03 | 1,61 | 0,72 |
| <i>j16</i> | 1,90 | 1,81 | 0,57 | 1,01 | 0,38 |
| <i>j17</i> | 0,60 | 0,40 | 1,86 | 1,15 | 0,04 |
| <i>j18</i> | 1,75 | 1,70 | 1,97 | 1,53 | 0,14 |

TABELA A10 – Tempo de preparação para as instâncias G/T1

| Tempo de preparação | k1 | k2 | k3 | k4 | k5 | k6 | k7 | k8 |
|----------------------------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|
| <i>j1</i> | 1,36 | 1,32 | 0,17 | 1,82 | 0,68 | 1,20 | 1,35 | 1,80 |
| <i>j2</i> | 1,84 | 1,59 | 1,31 | 0,20 | 0,24 | 0,80 | 1,57 | 0,33 |
| <i>j3</i> | 0,39 | 0,01 | 1,58 | 0,29 | 0,77 | 0,23 | 0,22 | 1,01 |
| <i>j4</i> | 0,03 | 0,78 | 0,12 | 1,31 | 0,07 | 1,89 | 1,20 | 1,22 |
| <i>j5</i> | 1,08 | 1,74 | 0,09 | 0,90 | 1,02 | 1,35 | 0,31 | 0,73 |
| <i>j6</i> | 1,98 | 1,70 | 0,85 | 1,15 | 1,96 | 0,89 | 0,90 | 0,82 |
| <i>j7</i> | 0,19 | 1,03 | 1,05 | 1,26 | 1,58 | 0,59 | 1,79 | 1,39 |
| <i>j8</i> | 1,23 | 1,74 | 0,18 | 0,51 | 1,89 | 0,75 | 0,03 | 1,85 |
| <i>j9</i> | 1,53 | 0,75 | 0,53 | 0,69 | 0,02 | 1,91 | 1,46 | 0,56 |
| <i>j10</i> | 0,43 | 1,69 | 1,73 | 1,92 | 0,21 | 0,89 | 0,93 | 0,20 |
| <i>j11</i> | 0,55 | 0,39 | 0,98 | 2,00 | 1,79 | 0,32 | 0,52 | 1,13 |
| <i>j12</i> | 1,06 | 1,70 | 0,82 | 1,37 | 0,08 | 1,82 | 1,51 | 1,05 |
| <i>j13</i> | 0,73 | 1,05 | 1,01 | 1,52 | 0,79 | 1,22 | 1,29 | 1,54 |
| <i>j14</i> | 0,19 | 1,58 | 0,07 | 1,38 | 0,43 | 0,41 | 0,22 | 0,82 |
| <i>j15</i> | 1,59 | 1,63 | 1,98 | 0,90 | 1,16 | 0,10 | 1,13 | 0,03 |
| <i>j16</i> | 1,58 | 1,23 | 1,29 | 1,05 | 1,90 | 1,81 | 0,57 | 1,45 |
| <i>j17</i> | 0,29 | 1,72 | 1,92 | 1,77 | 1,33 | 1,12 | 1,23 | 0,66 |
| <i>j18</i> | 0,75 | 1,95 | 0,35 | 0,61 | 1,73 | 0,57 | 0,62 | 0,90 |
| <i>j19</i> | 1,21 | 0,61 | 1,83 | 0,25 | 1,81 | 0,58 | 1,87 | 0,09 |
| <i>j20</i> | 1,19 | 0,77 | 0,37 | 0,01 | 1,58 | 0,64 | 1,33 | 1,23 |
| <i>j21</i> | 0,44 | 1,73 | 0,67 | 0,44 | 1,29 | 1,74 | 0,49 | 1,69 |
| <i>j22</i> | 1,45 | 0,99 | 1,91 | 1,81 | 1,90 | 1,25 | 1,89 | 0,43 |
| <i>j23</i> | 1,01 | 1,85 | 1,52 | 1,13 | 1,76 | 0,15 | 1,48 | 0,37 |
| <i>j24</i> | 0,43 | 1,97 | 1,43 | 0,83 | 1,37 | 1,07 | 0,06 | 1,16 |
| <i>j25</i> | 1,49 | 1,69 | 1,22 | 1,03 | 0,10 | 0,53 | 1,53 | 0,18 |
| <i>j26</i> | 1,93 | 1,47 | 2,00 | 0,29 | 0,41 | 1,79 | 0,61 | 1,00 |
| <i>j27</i> | 0,87 | 0,72 | 0,49 | 0,24 | 0,89 | 0,74 | 1,22 | 0,39 |
| <i>j28</i> | 1,34 | 1,76 | 0,61 | 1,80 | 0,35 | 1,59 | 1,65 | 0,51 |
| <i>j29</i> | 1,85 | 0,47 | 0,07 | 0,21 | 0,54 | 1,78 | 1,00 | 1,07 |
| <i>j30</i> | 1,22 | 0,96 | 0,05 | 1,54 | 1,11 | 0,56 | 0,01 | 1,49 |

Fonte: Elaborada pelo autor.

TABELA A11 – Tempo de preparação para as instâncias G/T2

| Tempo de preparação | <i>k1</i> | <i>k2</i> | <i>k3</i> | <i>k4</i> | <i>k5</i> | <i>k6</i> | <i>k7</i> | <i>k8</i> |
|----------------------------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|
| <i>j1</i> | 1,82 | 1,53 | 1,36 | 1,54 | 1,79 | 1,94 | 1,79 | 0,69 |
| <i>j2</i> | 1,85 | 0,56 | 0,10 | 0,03 | 1,52 | 0,89 | 1,40 | 0,93 |
| <i>j3</i> | 0,65 | 1,48 | 0,51 | 0,87 | 0,76 | 0,29 | 1,61 | 1,43 |
| <i>j4</i> | 0,66 | 1,58 | 0,93 | 0,35 | 0,39 | 0,31 | 0,48 | 1,86 |
| <i>j5</i> | 0,45 | 0,28 | 1,17 | 0,30 | 1,68 | 1,57 | 1,96 | 0,36 |
| <i>j6</i> | 0,53 | 1,40 | 1,65 | 0,51 | 0,96 | 1,49 | 1,92 | 1,00 |
| <i>j7</i> | 1,56 | 0,60 | 0,45 | 1,33 | 1,58 | 0,01 | 1,92 | 0,63 |
| <i>j8</i> | 0,68 | 0,31 | 1,34 | 1,91 | 1,50 | 0,29 | 0,72 | 1,54 |
| <i>j9</i> | 0,89 | 0,84 | 1,89 | 1,37 | 1,26 | 0,63 | 1,39 | 1,03 |
| <i>j10</i> | 1,79 | 0,72 | 1,36 | 1,76 | 0,20 | 1,63 | 1,66 | 0,08 |
| <i>j11</i> | 1,26 | 0,99 | 1,90 | 1,29 | 0,26 | 0,66 | 1,25 | 0,34 |
| <i>j12</i> | 0,97 | 1,46 | 1,35 | 0,12 | 0,61 | 1,52 | 0,89 | 0,16 |
| <i>j13</i> | 1,94 | 1,13 | 0,55 | 0,49 | 0,64 | 0,15 | 0,26 | 1,12 |
| <i>j14</i> | 0,37 | 1,88 | 0,79 | 0,00 | 0,23 | 0,05 | 0,16 | 0,42 |
| <i>j15</i> | 0,42 | 1,21 | 0,54 | 1,93 | 1,98 | 1,31 | 0,21 | 0,85 |
| <i>j16</i> | 1,16 | 1,80 | 0,32 | 0,76 | 1,75 | 1,18 | 0,41 | 0,15 |
| <i>j17</i> | 0,09 | 1,85 | 1,43 | 0,25 | 0,87 | 1,27 | 1,54 | 0,01 |
| <i>j18</i> | 2,00 | 1,04 | 0,97 | 1,96 | 0,02 | 0,64 | 1,90 | 0,65 |
| <i>j19</i> | 0,95 | 0,87 | 1,45 | 1,09 | 1,65 | 1,20 | 1,43 | 0,54 |
| <i>j20</i> | 0,95 | 1,05 | 0,07 | 0,14 | 0,28 | 0,07 | 0,61 | 0,26 |
| <i>j21</i> | 1,68 | 0,89 | 1,26 | 0,16 | 0,08 | 0,13 | 1,39 | 0,51 |
| <i>j22</i> | 0,81 | 1,69 | 0,02 | 1,80 | 2,00 | 0,21 | 1,63 | 1,87 |
| <i>j23</i> | 0,59 | 0,16 | 0,74 | 1,12 | 0,15 | 0,12 | 1,52 | 0,58 |
| <i>j24</i> | 1,95 | 1,31 | 0,29 | 0,05 | 0,67 | 0,03 | 0,29 | 0,55 |
| <i>j25</i> | 0,13 | 0,59 | 1,93 | 1,38 | 0,86 | 0,32 | 0,83 | 0,23 |
| <i>j26</i> | 1,17 | 0,56 | 1,00 | 1,52 | 1,73 | 1,98 | 0,46 | 0,93 |
| <i>j27</i> | 0,53 | 0,68 | 1,02 | 0,92 | 1,95 | 0,13 | 0,49 | 0,61 |
| <i>j28</i> | 1,42 | 0,53 | 1,18 | 0,12 | 1,05 | 0,70 | 1,77 | 1,80 |
| <i>j29</i> | 1,46 | 1,06 | 1,82 | 1,64 | 1,70 | 1,02 | 0,52 | 0,23 |
| <i>j30</i> | 1,57 | 1,25 | 1,98 | 1,14 | 1,39 | 0,56 | 0,52 | 0,79 |

Fonte: Elaborada pelo autor.

QUADRO A1 – Capacidade de execução de operações por máquina das instâncias ilustrativas de tamanho P

| | P/O1 | | P/O2 | | P/O3 | |
|----|------|----|------|----|------|----|
| | k1 | k2 | k1 | k2 | k1 | k2 |
| j1 | x | x | | x | x | x |
| j2 | x | x | | x | x | x |
| j3 | | x | x | | x | x |
| j4 | x | | | x | x | x |
| j5 | x | | x | | x | x |
| j6 | | x | x | x | x | x |
| j7 | x | | x | x | x | x |
| j8 | x | x | x | | x | x |
| j9 | x | x | | x | x | x |

Fonte: Elaborado pelo autor.

QUADRO A2 – Capacidade de execução de operações por máquina das instâncias ilustrativas de configuração M

| | M/O1 | | | | | M/O2 | | | | | M/O3 | | | | |
|-----|------|----|----|----|----|------|----|----|----|----|------|----|----|----|----|
| | k1 | k2 | k3 | k4 | k5 | k1 | k2 | k3 | k4 | k5 | k1 | k2 | k3 | k4 | k5 |
| j1 | x | x | | x | | | x | x | | x | x | x | x | x | x |
| j2 | x | x | | | | | x | | | x | x | x | x | x | x |
| j3 | | x | | x | | x | | | x | x | x | x | x | x | x |
| j4 | x | | | x | | | x | | | x | x | x | x | x | x |
| j5 | x | | x | x | | x | | x | x | x | x | x | x | x | x |
| j6 | | x | | x | x | x | x | x | x | | x | x | x | x | x |
| j7 | | | | x | | x | x | x | | | x | x | x | x | x |
| j8 | x | x | | | | x | | x | x | x | x | x | x | x | x |
| j9 | x | x | | x | x | | x | x | x | x | x | x | x | x | x |
| j10 | x | x | | x | | x | | | | | x | x | x | x | x |
| j11 | x | | x | x | | x | | | | x | x | x | x | x | x |
| j12 | | x | x | | x | | | | x | | x | x | x | x | x |
| j13 | | x | x | x | | x | | x | | | x | x | x | x | x |
| j14 | | x | | | | x | | x | x | | x | x | x | x | x |
| j15 | x | | x | | x | | | x | | | x | x | x | x | x |
| j16 | x | | x | x | x | | | x | x | x | x | x | x | x | x |
| j17 | x | | | | x | x | | | x | x | x | x | x | x | x |
| j18 | | x | x | | | | x | | | x | x | x | x | x | x |

Fonte: Elaborado pelo autor.

QUADRO A3 – Capacidade de execução de operações por máquina das instâncias ilustrativas de configuração G

| | G/O1 | | | | | | | | G/O2 | | | | | | | | G/O3 | | | | | | | |
|-----|------|----|----|----|----|----|----|----|------|----|----|----|----|----|----|----|------|----|----|----|----|----|----|----|
| | k1 | k2 | k3 | k4 | k5 | k6 | k7 | k8 | k1 | k2 | k3 | k4 | k5 | k6 | k7 | k8 | k1 | k2 | k3 | k4 | k5 | k6 | k7 | k8 |
| j1 | x | x | | x | | | x | | | x | x | | x | | | x | x | x | x | x | x | x | x | x |
| j2 | x | x | | | | | | | | x | | | x | | x | x | x | x | x | x | x | x | x | x |
| j3 | | x | | x | | | | x | x | | | x | x | x | x | | x | x | x | x | x | x | x | x |
| j4 | x | | | x | | x | | x | | x | | | x | | x | x | x | x | x | x | x | x | x | x |
| j5 | x | | x | x | | | x | | x | | x | x | x | | x | x | x | x | x | x | x | x | x | x |
| j6 | | x | | x | x | x | | | x | x | x | x | | | x | | x | x | x | x | x | x | x | x |
| j7 | | | | x | | x | | x | x | x | x | | | | | x | x | x | x | x | x | x | x | x |
| j8 | x | x | | | | | | x | x | | x | x | x | | | | x | x | x | x | x | x | x | x |
| j9 | x | x | | x | x | x | | | | x | x | x | x | x | | x | x | x | x | x | x | x | x | x |
| j10 | x | x | | x | | | | | x | | | | | | | | x | x | x | x | x | x | x | x |
| j11 | x | | x | x | | x | x | x | x | | | | x | | | | x | x | x | x | x | x | x | x |
| j12 | | x | x | | x | | | | | | | x | | | | | x | x | x | x | x | x | x | x |
| j13 | | x | x | x | | | | x | x | | x | | | | x | | x | x | x | x | x | x | x | x |
| j14 | | x | | | | | x | | x | | x | x | | | | | x | x | x | x | x | x | x | x |
| j15 | x | | x | | x | | | x | | | x | | | | x | | x | x | x | x | x | x | x | x |
| j16 | x | | x | x | x | | x | x | | | x | x | x | x | | x | x | x | x | x | x | x | x | x |
| j17 | | | | | | x | x | | x | | | x | x | | x | | x | x | x | x | x | x | x | x |
| j18 | | x | x | | | | | | | x | | | x | x | x | | x | x | x | x | x | x | x | x |
| j19 | | | x | x | | | x | | | | x | x | x | | | x | x | x | x | x | x | x | x | x |
| j20 | x | | | x | x | x | x | x | x | x | x | x | x | x | | x | x | x | x | x | x | x | x | x |
| j21 | x | x | x | x | | x | | | | x | | | x | x | | | x | x | x | x | x | x | x | x |
| j22 | x | x | x | x | x | | x | | | x | x | x | | x | | | x | x | x | x | x | x | x | x |
| j23 | | x | | x | x | | | | | x | | | | x | x | | x | x | x | x | x | x | x | x |
| j24 | x | x | x | | | | | | | | x | | x | x | | x | x | x | x | x | x | x | x | x |
| j25 | | x | x | x | | x | x | x | x | | | | | | x | | x | x | x | x | x | x | x | x |
| j26 | x | | x | | x | x | x | x | x | | | | x | | x | | x | x | x | x | x | x | x | x |
| j27 | | x | | x | | | | | | x | x | x | x | x | x | | x | x | x | x | x | x | x | x |
| j28 | | x | | | x | x | | x | x | x | | x | | | | x | x | x | x | x | x | x | x | x |
| j29 | x | x | x | | | | | | | x | x | | x | x | | x | x | x | x | x | x | x | x | x |
| j30 | x | x | | | | | x | | x | | | | x | x | | | x | x | x | x | x | x | x | x |

Fonte: Elaborado pelo autor.

TABELA A12 – Demanda para instâncias pequenas dos testes ilustrativos

| | D1 | | D2 | | D3 | |
|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|
| | <i>t1</i> | <i>t2</i> | <i>t1</i> | <i>t2</i> | <i>t1</i> | <i>t2</i> |
| <i>i1</i> | 1 | 8 | 1 | 14 | 1 | 19 |
| <i>i2</i> | 0 | 10 | 0 | 16 | 0 | 22 |
| <i>i3</i> | 2 | 11 | 2 | 17 | 2 | 25 |

Fonte: Elaborada pelo autor.

TABELA A13 – Demanda para instâncias médias dos testes ilustrativos

| | D4 | | | D5 | | | D6 | | |
|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|
| | <i>t1</i> | <i>t2</i> | <i>t3</i> | <i>t1</i> | <i>t2</i> | <i>t3</i> | <i>t1</i> | <i>t2</i> | <i>t3</i> |
| <i>i1</i> | 1 | 1 | 13 | 1 | 2 | 22 | 1 | 3 | 31 |
| <i>i2</i> | 5 | 5 | 10 | 5 | 8 | 17 | 5 | 12 | 25 |
| <i>i3</i> | 4 | 4 | 5 | 4 | 7 | 9 | 4 | 9 | 12 |
| <i>i4</i> | 3 | 0 | 10 | 3 | 0 | 17 | 3 | 1 | 25 |
| <i>i5</i> | 2 | 6 | 8 | 2 | 11 | 13 | 2 | 15 | 18 |
| <i>i6</i> | 0 | 3 | 3 | 0 | 6 | 5 | 0 | 8 | 8 |

Fonte: Elaborada pelo autor.

TABELA A14 – Demanda para instâncias grandes dos testes ilustrativos

| | D7 | | | | D8 | | | | D9 | | | |
|------------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|
| | <i>t1</i> | <i>t2</i> | <i>t3</i> | <i>t4</i> | <i>t1</i> | <i>t2</i> | <i>t3</i> | <i>t4</i> | <i>t1</i> | <i>t2</i> | <i>t3</i> | <i>t4</i> |
| <i>i1</i> | 5 | 0 | 6 | 7 | 5 | 0 | 10 | 12 | 5 | 0 | 15 | 17 |
| <i>i2</i> | 5 | 3 | 2 | 7 | 5 | 6 | 3 | 12 | 5 | 8 | 5 | 16 |
| <i>i3</i> | 4 | 2 | 2 | 16 | 4 | 4 | 3 | 28 | 4 | 6 | 4 | 39 |
| <i>i4</i> | 2 | 2 | 1 | 10 | 2 | 3 | 1 | 17 | 2 | 4 | 2 | 24 |
| <i>i5</i> | 6 | 4 | 2 | 1 | 6 | 7 | 3 | 2 | 6 | 10 | 5 | 3 |
| <i>i6</i> | 4 | 7 | 6 | 8 | 4 | 13 | 11 | 14 | 4 | 19 | 16 | 20 |
| <i>i7</i> | 2 | 0 | 6 | 7 | 2 | 0 | 11 | 12 | 2 | 0 | 16 | 17 |
| <i>i8</i> | 3 | 6 | 11 | 8 | 3 | 10 | 18 | 14 | 3 | 14 | 26 | 19 |
| <i>i9</i> | 0 | 0 | 3 | 7 | 0 | 0 | 6 | 12 | 0 | 0 | 8 | 17 |
| <i>i10</i> | 2 | 4 | 7 | 8 | 2 | 7 | 12 | 13 | 2 | 10 | 17 | 19 |

Fonte: Elaborada pelo autor.

QUADRO A4 – Nomenclatura das instâncias de teste

| Instância | Tamanho | Tempo | Demanda | Op./máquina | Lote mínimo | Nomenclatura |
|-----------|---------|-------|---------|-------------|-------------|---------------|
| 1 | P | T1 | D1 | O1 | L1 | P/T1/D1/O1/L1 |
| 2 | P | T1 | D2 | O1 | L1 | P/T1/D2/O1/L1 |
| 3 | P | T1 | D3 | O1 | L1 | P/T1/D3/O1/L1 |
| 4 | M | T1 | D1 | O1 | L1 | M/T1/D1/O1/L1 |
| 5 | M | T1 | D2 | O1 | L1 | M/T1/D2/O1/L1 |
| 6 | M | T1 | D3 | O1 | L1 | M/T1/D3/O1/L1 |
| 7 | G | T1 | D1 | O1 | L1 | G/T1/D1/O1/L1 |
| 8 | G | T1 | D2 | O1 | L1 | G/T1/D2/O1/L1 |
| 9 | G | T1 | D3 | O1 | L1 | G/T1/D3/O1/L1 |
| 10 | P | T2 | D1 | O1 | L1 | P/T2/D1/O1/L1 |
| 11 | P | T2 | D2 | O1 | L1 | P/T2/D2/O1/L1 |
| 12 | P | T2 | D3 | O1 | L1 | P/T2/D3/O1/L1 |
| 13 | M | T2 | D1 | O1 | L1 | M/T2/D1/O1/L1 |
| 14 | M | T2 | D2 | O1 | L1 | M/T2/D2/O1/L1 |
| 15 | M | T2 | D3 | O1 | L1 | M/T2/D3/O1/L1 |
| 16 | G | T2 | D1 | O1 | L1 | G/T2/D1/O1/L1 |
| 17 | G | T2 | D2 | O1 | L1 | G/T2/D2/O1/L1 |
| 18 | G | T2 | D3 | O1 | L1 | G/T2/D3/O1/L1 |
| 19 | P | T1 | D1 | O1 | L2 | P/T1/D1/O1/L2 |
| 20 | P | T1 | D2 | O1 | L2 | P/T1/D2/O1/L2 |
| 21 | P | T1 | D3 | O1 | L2 | P/T1/D3/O1/L2 |
| 22 | M | T1 | D1 | O1 | L2 | M/T1/D1/O1/L2 |
| 23 | M | T1 | D2 | O1 | L2 | M/T1/D2/O1/L2 |
| 24 | M | T1 | D3 | O1 | L2 | M/T1/D3/O1/L2 |
| 25 | G | T1 | D1 | O1 | L2 | G/T1/D1/O1/L2 |
| 26 | G | T1 | D2 | O1 | L2 | G/T1/D2/O1/L2 |
| 27 | G | T1 | D3 | O1 | L2 | G/T1/D3/O1/L2 |
| 28 | P | T2 | D1 | O1 | L2 | P/T2/D1/O1/L2 |
| 29 | P | T2 | D2 | O1 | L2 | P/T2/D2/O1/L2 |
| 30 | P | T2 | D3 | O1 | L2 | P/T2/D3/O1/L2 |
| 31 | M | T2 | D1 | O1 | L2 | M/T2/D1/O1/L2 |
| 32 | M | T2 | D2 | O1 | L2 | M/T2/D2/O1/L2 |
| 33 | M | T2 | D3 | O1 | L2 | M/T2/D3/O1/L2 |
| 34 | G | T2 | D1 | O1 | L2 | G/T2/D1/O1/L2 |
| 35 | G | T2 | D2 | O1 | L2 | G/T2/D2/O1/L2 |
| 36 | G | T2 | D3 | O1 | L2 | G/T2/D3/O1/L2 |
| 37 | P | T1 | D1 | O2 | L1 | P/T1/D1/O2/L1 |
| 38 | P | T1 | D2 | O2 | L1 | P/T1/D2/O2/L1 |
| 39 | P | T1 | D3 | O2 | L1 | P/T1/D3/O2/L1 |
| 40 | M | T1 | D1 | O2 | L1 | M/T1/D1/O2/L1 |
| 41 | M | T1 | D2 | O2 | L1 | M/T1/D2/O2/L1 |
| 42 | M | T1 | D3 | O2 | L1 | M/T1/D3/O2/L1 |
| 43 | G | T1 | D1 | O2 | L1 | G/T1/D1/O2/L1 |
| 44 | G | T1 | D2 | O2 | L1 | G/T1/D2/O2/L1 |
| 45 | G | T1 | D3 | O2 | L1 | G/T1/D3/O2/L1 |
| 46 | P | T2 | D1 | O2 | L1 | P/T2/D1/O2/L1 |
| 47 | P | T2 | D2 | O2 | L1 | P/T2/D2/O2/L1 |
| 48 | P | T2 | D3 | O2 | L1 | P/T2/D3/O2/L1 |
| 49 | M | T2 | D1 | O2 | L1 | M/T2/D1/O2/L1 |
| 50 | M | T2 | D2 | O2 | L1 | M/T2/D2/O2/L1 |
| 51 | M | T2 | D3 | O2 | L1 | M/T2/D3/O2/L1 |

(continua)

| Instância | Tamanho | Tempo | Demanda | Op./máquina | Lote mínimo | Nomenclatura |
|-----------|---------|-------|---------|-------------|-------------|---------------|
| 52 | G | T2 | D1 | O2 | L1 | G/T2/D1/O2/L1 |
| 53 | G | T2 | D2 | O2 | L1 | G/T2/D2/O2/L1 |
| 54 | G | T2 | D3 | O2 | L1 | G/T2/D3/O2/L1 |
| 55 | P | T1 | D1 | O2 | L2 | P/T1/D1/O2/L2 |
| 56 | P | T1 | D2 | O2 | L2 | P/T1/D2/O2/L2 |
| 57 | P | T1 | D3 | O2 | L2 | P/T1/D3/O2/L2 |
| 58 | M | T1 | D1 | O2 | L2 | M/T1/D1/O2/L2 |
| 59 | M | T1 | D2 | O2 | L2 | M/T1/D2/O2/L2 |
| 60 | M | T1 | D3 | O2 | L2 | M/T1/D3/O2/L2 |
| 61 | G | T1 | D1 | O2 | L2 | G/T1/D1/O2/L2 |
| 62 | G | T1 | D2 | O2 | L2 | G/T1/D2/O2/L2 |
| 63 | G | T1 | D3 | O2 | L2 | G/T1/D3/O2/L2 |
| 64 | P | T2 | D1 | O2 | L2 | P/T2/D1/O2/L2 |
| 65 | P | T2 | D2 | O2 | L2 | P/T2/D2/O2/L2 |
| 66 | P | T2 | D3 | O2 | L2 | P/T2/D3/O2/L2 |
| 67 | M | T2 | D1 | O2 | L2 | M/T2/D1/O2/L2 |
| 68 | M | T2 | D2 | O2 | L2 | M/T2/D2/O2/L2 |
| 69 | M | T2 | D3 | O2 | L2 | M/T2/D3/O2/L2 |
| 70 | G | T2 | D1 | O2 | L2 | G/T2/D1/O2/L2 |
| 71 | G | T2 | D2 | O2 | L2 | G/T2/D2/O2/L2 |
| 72 | G | T2 | D3 | O2 | L2 | G/T2/D3/O2/L2 |
| 73 | P | T1 | D1 | O3 | L1 | P/T1/D1/O3/L1 |
| 74 | P | T1 | D2 | O3 | L1 | P/T1/D2/O3/L1 |
| 75 | P | T1 | D3 | O3 | L1 | P/T1/D3/O3/L1 |
| 76 | M | T1 | D1 | O3 | L1 | M/T1/D1/O3/L1 |
| 77 | M | T1 | D2 | O3 | L1 | M/T1/D2/O3/L1 |
| 78 | M | T1 | D3 | O3 | L1 | M/T1/D3/O3/L1 |
| 79 | G | T1 | D1 | O3 | L1 | G/T1/D1/O3/L1 |
| 80 | G | T1 | D2 | O3 | L1 | G/T1/D2/O3/L1 |
| 81 | G | T1 | D3 | O3 | L1 | G/T1/D3/O3/L1 |
| 82 | P | T2 | D1 | O3 | L1 | P/T2/D1/O3/L1 |
| 83 | P | T2 | D2 | O3 | L1 | P/T2/D2/O3/L1 |
| 84 | P | T2 | D3 | O3 | L1 | P/T2/D3/O3/L1 |
| 85 | M | T2 | D1 | O3 | L1 | M/T2/D1/O3/L1 |
| 86 | M | T2 | D2 | O3 | L1 | M/T2/D2/O3/L1 |
| 87 | M | T2 | D3 | O3 | L1 | M/T2/D3/O3/L1 |
| 88 | G | T2 | D1 | O3 | L1 | G/T2/D1/O3/L1 |
| 89 | G | T2 | D2 | O3 | L1 | G/T2/D2/O3/L1 |
| 90 | G | T2 | D3 | O3 | L1 | G/T2/D3/O3/L1 |
| 91 | P | T1 | D1 | O3 | L2 | P/T1/D1/O3/L2 |
| 92 | P | T1 | D2 | O3 | L2 | P/T1/D2/O3/L2 |
| 93 | P | T1 | D3 | O3 | L2 | P/T1/D3/O3/L2 |
| 94 | M | T1 | D1 | O3 | L2 | M/T1/D1/O3/L2 |
| 95 | M | T1 | D2 | O3 | L2 | M/T1/D2/O3/L2 |
| 96 | M | T1 | D3 | O3 | L2 | M/T1/D3/O3/L2 |
| 97 | G | T1 | D1 | O3 | L2 | G/T1/D1/O3/L2 |
| 98 | G | T1 | D2 | O3 | L2 | G/T1/D2/O3/L2 |
| 99 | G | T1 | D3 | O3 | L2 | G/T1/D3/O3/L2 |
| 100 | P | T2 | D1 | O3 | L2 | P/T2/D1/O3/L2 |
| 101 | P | T2 | D2 | O3 | L2 | P/T2/D2/O3/L2 |
| 102 | P | T2 | D3 | O3 | L2 | P/T2/D3/O3/L2 |
| 103 | M | T2 | D1 | O3 | L2 | M/T2/D1/O3/L2 |

(continua)

| Instância | Tamanho | Tempo | Demanda | Op./máquina | Lote mínimo | Nomenclatura |
|-----------|---------|-------|---------|-------------|-------------|---------------|
| 104 | M | T2 | D2 | O3 | L2 | M/T2/D2/O3/L2 |
| 105 | M | T2 | D3 | O3 | L2 | M/T2/D3/O3/L2 |
| 106 | G | T2 | D1 | O3 | L2 | G/T2/D1/O3/L2 |
| 107 | G | T2 | D2 | O3 | L2 | G/T2/D2/O3/L2 |
| 108 | G | T2 | D3 | O3 | L2 | G/T2/D3/O3/L2 |

Fonte: Elaborado pelo autor.

TABELA A15 – Lote mínimo para instâncias dos testes comparativos

| | P/L1 | P/L2 | M/L1 | M/L2 | G/L1 | G/L2 |
|-------------|------|------|------|------|------|------|
| Lote mínimo | 1 | 2 | 1 | 3 | 1 | 4 |

Fonte: Elaborada pelo autor.

APÊNDICE – B – Resultados das instâncias ilustrativas

TABELA B1 – Análise de correlação entre tempo de CPU e demanda do subconjunto de instâncias G/T1/O1

| G/T1/O1 | | | | | |
|-------------------------------------|---------|-----|--------------|---------|------|
| Instância | Solução | Gap | Tempo de CPU | Demanda | |
| 7 | 141 | 0% | 1.550 | 186 | |
| 8 | 205 | 0% | 2.580 | 297 | |
| 9 | 271 | 0% | 7.200 | 409 | |
| 25 | 143 | 0% | 828 | 186 | |
| 26 | 209 | 0% | 1.745 | 297 | |
| 27 | 275 | 0% | 6.897 | 409 | |
| Correlação - tempo de CPU x Demanda | | | | | 0,53 |

Fonte: Elaborada pelo autor.

TABELA B2 – Análise de correlação entre tempo de CPU e demanda do subconjunto de instâncias G/T1/O2

| G/T1/O2 | | | | | |
|-------------------------------------|---------|-----|--------------|---------|--------|
| Instância | Solução | Gap | Tempo de CPU | Demanda | |
| 43 | 158 | 2% | 7.200 | 186 | |
| 61 | 160 | 1% | 7.200 | 186 | |
| 62 | 232 | 1% | 7.200 | 297 | |
| 63 | 304 | 2% | 7.200 | 409 | |
| Correlação - tempo de CPU x Demanda | | | | | - 0,05 |

Fonte: Elaborada pelo autor.

TABELA B3 – Análise de correlação entre tempo de CPU e demanda do subconjunto de instâncias G/T2/O2

| G/T2/O2 | | | | |
|-------------------------------------|---------|-----|--------------|---------|
| Instância | Solução | Gap | Tempo de CPU | Demanda |
| 71 | 194 | 1% | 7.200 | 186 |
| 72 | 251 | 1% | 7.200 | 186 |
| Correlação - tempo de CPU x Demanda | | | | - 1,00 |

Fonte: Elaborada pelo autor.

TABELA B4 – Análise de correlação entre tempo de CPU e demanda do subconjunto de instâncias M/T1/O1

| M/T1/O1 | | | | |
|-------------------------------------|---------|-----|--------------|---------|
| Instância | Solução | Gap | Tempo de CPU | Demanda |
| 4 | 112 | 0% | 99 | 83 |
| 5 | 165 | 0% | 1.269 | 132 |
| 6 | 221 | 1% | 7.200 | 182 |
| 22 | 112 | 0% | 105 | 83 |
| 23 | 166 | 0% | 602 | 132 |
| 24 | 221 | 1% | 7.200 | 182 |
| Correlação - tempo de CPU x Demanda | | | | 0,92 |

Fonte: Elaborada pelo autor.

TABELA B5 – Análise de correlação entre tempo de CPU e demanda do subconjunto de instâncias M/T1/O2

| M/T1/O2 | | | | |
|-------------------------------------|---------|-----|--------------|---------|
| Instância | Solução | Gap | Tempo de CPU | Demanda |
| 40 | 93 | 0% | 210 | 83 |
| 41 | 140 | 0% | 2.357 | 132 |
| 42 | 186 | 1% | 7.200 | 182 |
| 58 | 95 | 0% | 281 | 83 |
| 59 | 143 | 0% | 1.675 | 132 |
| 60 | 189 | 0% | 7.200 | 182 |
| Correlação - tempo de CPU x Demanda | | | | 0,96 |

Fonte: Elaborada pelo autor.

TABELA B6 – Análise de correlação entre tempo de CPU e demanda do subconjunto de instâncias M/T1/O3

| M/T1/O3 | | | | |
|-------------------------------------|---------|-----|--------------|---------|
| Instância | Solução | Gap | Tempo de CPU | Demanda |
| 76 | 75 | 4% | 7.200 | 83 |
| 77 | 105 | 2% | 7.200 | 132 |
| 78 | 135 | 1% | 7.200 | 182 |
| 94 | 75 | 2% | 7.200 | 83 |
| 95 | 105 | 0% | 6.365 | 132 |
| 96 | 135 | 0% | 1.922 | 182 |
| Correlação - tempo de CPU x Demanda | | | | - 0,56 |

Fonte: Elaborada pelo autor.

TABELA B7 – Análise de correlação entre tempo de CPU e demanda do subconjunto de instâncias M/T2/O1

| M/T2/O1 | | | | |
|-------------------------------------|---------|-----|--------------|---------|
| Instância | Solução | Gap | Tempo de CPU | Demanda |
| 13 | 120 | 0% | 47 | 83 |
| 14 | 177 | 0% | 1.988 | 132 |
| 15 | 234 | 1% | 7.200 | 182 |
| 31 | 121 | 0% | 19 | 83 |
| 32 | 177 | 0% | 1.098 | 132 |
| 33 | 234 | 0% | 4.412 | 182 |
| Correlação - tempo de CPU x Demanda | | | | 0,91 |

Fonte: Elaborada pelo autor.

TABELA B8 – Análise de correlação entre tempo de CPU e demanda do subconjunto de instâncias M/T2/O2

| M/T2/O2 | | | | |
|-------------------------------------|---------|-----|--------------|---------|
| Instância | Solução | Gap | Tempo de CPU | Demanda |
| 49 | 84 | 0% | 1.700 | 83 |
| 50 | 125 | 0% | 828 | 132 |
| 51 | 169 | 2% | 7.200 | 182 |
| 67 | 90 | 0% | 6.940 | 83 |
| 68 | 131 | 3% | 7.200 | 132 |
| 69 | 174 | 4% | 7.200 | 182 |
| Correlação - tempo de CPU x Demanda | | | | 0,42 |

Fonte: Elaborada pelo autor.

TABELA B9 – Análise de correlação entre tempo de CPU e demanda do subconjunto de instâncias M/T2/O3

| M/T2/O3 | | | | |
|-------------------------------------|---------|-----|--------------|---------|
| Instância | Solução | Gap | Tempo de CPU | Demanda |
| 85 | 65 | 0% | 1.211 | 83 |
| 86 | 89 | 0% | 1.366 | 132 |
| 87 | 114 | 0% | 1.040 | 182 |
| 103 | 68 | 0% | 1.455 | 83 |
| 104 | 92 | 0% | 1.059 | 132 |
| 105 | 117 | 0% | 315 | 182 |
| Correlação - tempo de CPU x Demanda | | | | - 0,72 |

Fonte: Elaborada pelo autor.

TABELA B10 – Análise de correlação entre tempo de CPU e demanda do subconjunto de instâncias P/T1/O1

| P/T1/O1 | | | | |
|-------------------------------------|---------|-----|--------------|---------|
| Instância | Solução | Gap | Tempo de CPU | Demanda |
| 1 | 51 | 0% | 0 | 32 |
| 2 | 81 | 0% | 2 | 50 |
| 3 | 110 | 0% | 50 | 69 |
| 19 | 51 | 0% | 0 | 32 |
| 20 | 81 | 0% | 1 | 50 |
| 21 | 110 | 0% | 8 | 69 |
| Correlação - tempo de CPU x Demanda | | | | 0,66 |

Fonte: Elaborada pelo autor.

TABELA B11 – Análise de correlação entre tempo de CPU e demanda do subconjunto de instâncias P/T1/O2

| P/T1/O2 | | | | |
|-------------------------------------|---------|-----|--------------|---------|
| Instância | Solução | Gap | Tempo de CPU | Demanda |
| 37 | 49 | 0% | 0 | 32 |
| 38 | 73 | 0% | 0 | 50 |
| 39 | 99 | 0% | 1 | 69 |
| 55 | 49 | 0% | 0 | 32 |
| 56 | 73 | 0% | 0 | 50 |
| 57 | 99 | 0% | 1 | 69 |
| Correlação - tempo de CPU x Demanda | | | | 0,86 |

Fonte: Elaborada pelo autor.

TABELA B12 – Análise de correlação entre tempo de CPU e demanda do subconjunto de instâncias P/T1/O3

| P/T1/O3 | | | | |
|-------------------------------------|---------|-----|--------------|---------|
| Instância | Solução | Gap | Tempo de CPU | Demanda |
| 73 | 46 | 0% | 4 | 32 |
| 74 | 67 | 0% | 1 | 50 |
| 75 | 88 | 0% | 8 | 69 |
| 91 | 47 | 0% | 3 | 32 |
| 92 | 68 | 0% | 1 | 50 |
| 93 | 89 | 0% | 8 | 69 |
| Correlação - tempo de CPU x Demanda | | | | 0,62 |

Fonte: Elaborada pelo autor.

TABELA B13 – Análise de correlação entre tempo de CPU e demanda do subconjunto de instâncias P/T2/O1

| P/T2/O1 | | | | |
|-------------------------------------|---------|-----|--------------|---------|
| Instância | Solução | Gap | Tempo de CPU | Demanda |
| 10 | 47 | 0% | 0 | 32 |
| 11 | 72 | 0% | 1 | 50 |
| 12 | 99 | 0% | 1 | 69 |
| 28 | 47 | 0% | 0 | 32 |
| 29 | 72 | 0% | 0 | 50 |
| 30 | 99 | 0% | 2 | 69 |
| Correlação - tempo de CPU x Demanda | | | | 0,93 |

Fonte: Elaborada pelo autor.

TABELA B14 – Análise de correlação entre tempo de CPU e demanda do subconjunto de instâncias P/T2/O2

| P/T2/O2 | | | | |
|-------------------------------------|---------|-----|--------------|---------|
| Instância | Solução | Gap | Tempo de CPU | Demanda |
| 46 | 59 | 0% | 0 | 32 |
| 47 | 88 | 0% | 0 | 50 |
| 48 | 122 | 0% | 3 | 69 |
| 64 | 59 | 0% | 0 | 32 |
| 65 | 88 | 0% | 0 | 50 |
| 66 | 123 | 0% | 3 | 69 |
| Correlação - tempo de CPU x Demanda | | | | 0,89 |

Fonte: Elaborada pelo autor.

TABELA B15 – Análise de correlação entre tempo de CPU e demanda do subconjunto de instâncias P/T2/O3

| P/T2/O3 | | | | |
|-------------------------------------|---------|-----|--------------|---------|
| Instância | Solução | Gap | Tempo de CPU | Demanda |
| 82 | 45 | 0% | 3 | 32 |
| 83 | 65 | 0% | 2 | 50 |
| 84 | 87 | 0% | 7 | 69 |
| 100 | 46 | 0% | 5 | 32 |
| 101 | 65 | 0% | 2 | 50 |
| 102 | 88 | 0% | 5 | 69 |
| Correlação - tempo de CPU x Demanda | | | | 0,53 |

Fonte: Elaborada pelo autor.

TABELA B16 – Solução das heurísticas *relax-and-fix* aplicadas às instâncias ilustrativas

| Instância | Solução | | | | Gap para o lower bound | | | | | |
|-----------|---------|--------|--------|--------|------------------------|-----|-----|-----|-----|-----|
| | HT1 | HT2 | HT3 | HK1 | HJ1 | HT1 | HT2 | HT3 | HK1 | HJ1 |
| 7 | 163,28 | - | 163,28 | 154,69 | 152,57 | 10% | - | 10% | 4% | 3% |
| 8 | 229,89 | - | 229,89 | 231,12 | 219,40 | 9% | - | 9% | 9% | 4% |
| 9 | 290,43 | - | 290,43 | - | 288,11 | 5% | - | 5% | - | 4% |
| 16 | 158,86 | 152,63 | 158,86 | 154,52 | - | 6% | 2% | 6% | 3% | - |
| 17 | 226,49 | - | 230,21 | - | - | 6% | - | 7% | - | - |
| 18 | 299,12 | - | 297,22 | - | - | 6% | - | 6% | - | - |
| 25 | 177,63 | - | 182,88 | 152,97 | 154,65 | 18% | - | 22% | 2% | 3% |
| 26 | 239,05 | - | 239,05 | - | 221,35 | 12% | - | 12% | - | 4% |
| 27 | 307,96 | - | 307,96 | - | 289,88 | 11% | - | 11% | - | 4% |
| 34 | 166,76 | 168,40 | 171,31 | - | - | 8% | 9% | 11% | - | - |
| 35 | 233,88 | - | 233,88 | - | - | 7% | - | 7% | - | - |
| 36 | 302,83 | - | 302,19 | - | - | 6% | - | 6% | - | - |
| 43 | 174,66 | 175,61 | 174,66 | 161,32 | 162,71 | 12% | 13% | 12% | 4% | 5% |
| 44 | 242,01 | - | 242,01 | - | 234,72 | 8% | - | 8% | - | 4% |
| 45 | 314,13 | - | 314,13 | - | 315,16 | 6% | - | 6% | - | 7% |
| 52 | 147,30 | - | 147,30 | - | - | 12% | - | 12% | - | - |
| 53 | 204,90 | - | 204,90 | - | - | 10% | - | 10% | - | - |
| 54 | 258,73 | - | 258,60 | - | - | 6% | - | 6% | - | - |
| 61 | 187,49 | - | 184,54 | - | 167,66 | 19% | - | 17% | - | 6% |
| 62 | 252,32 | - | 252,32 | - | - | 10% | - | 10% | - | - |
| 63 | 318,47 | - | 324,43 | - | - | 7% | - | 9% | - | - |
| 70 | 153,71 | - | 153,59 | - | - | 12% | - | 12% | - | - |
| 71 | 208,24 | - | 208,24 | - | - | 9% | - | 9% | - | - |
| 72 | 268,95 | - | 268,83 | - | - | 9% | - | 9% | - | - |
| 79 | 113,01 | 101,06 | 147,10 | 101,18 | 98,99 | 21% | 8% | 57% | 8% | 6% |
| 80 | - | 143,67 | 150,06 | 136,78 | 134,74 | - | 11% | 16% | 6% | 4% |
| 81 | 184,47 | 173,43 | 184,47 | 172,33 | 169,05 | 12% | 5% | 12% | 5% | 3% |
| 88 | 121,00 | 99,25 | 154,54 | 96,43 | - | 37% | 13% | 75% | 9% | - |
| 89 | - | 129,35 | 167,90 | 122,59 | - | - | 12% | 46% | 7% | - |
| 90 | - | 158,80 | 161,83 | 150,36 | - | - | 12% | 14% | 6% | - |
| 97 | 117,21 | - | 116,74 | 105,83 | 101,29 | 22% | - | 22% | 10% | 6% |
| 98 | 151,30 | - | 154,50 | - | 136,07 | 16% | - | 19% | - | 4% |
| 99 | - | - | 189,52 | - | 171,15 | - | - | 14% | - | 3% |
| 106 | 116,20 | 111,79 | - | - | - | 24% | 20% | - | - | - |
| 107 | 153,00 | - | 143,33 | - | - | 28% | - | 20% | - | - |
| 108 | - | - | 167,29 | - | - | - | - | 15% | - | - |

Fonte: Elaborada pelo autor.

TABELA B17 – Tempo de CPU das heurísticas aplicadas às instâncias ilustrativas

| Instância | Tempo CPU | | | | |
|-----------|-----------|-------|-------|-------|-----|
| | HT1 | HT2 | HT3 | HK1 | HJ1 |
| 7 | 126 | - | 197 | 41 | 66 |
| 8 | 190 | - | 157 | 107 | 77 |
| 9 | 346 | - | 212 | - | 78 |
| 16 | 780 | 133 | 881 | 255 | - |
| 17 | 1.817 | - | 1.826 | - | - |
| 18 | 1.856 | - | 1.828 | - | - |
| 25 | 106 | - | 94 | 51 | 79 |
| 26 | 213 | - | 183 | - | 64 |
| 27 | 277 | - | 252 | - | 67 |
| 34 | 1.008 | 271 | 762 | - | - |
| 35 | 1.307 | - | 1.172 | - | - |
| 36 | 1.867 | - | 1.831 | - | - |
| 43 | 229 | 117 | 201 | 59 | 95 |
| 44 | 163 | - | 192 | - | 138 |
| 45 | 243 | - | 147 | - | 175 |
| 52 | 131 | - | 209 | - | - |
| 53 | 130 | - | 325 | - | - |
| 54 | 174 | - | 649 | - | - |
| 61 | 141 | - | 157 | - | 60 |
| 62 | 184 | - | 49 | - | - |
| 63 | 315 | - | 224 | - | - |
| 70 | 121 | - | 170 | - | - |
| 71 | 184 | - | 124 | - | - |
| 72 | 152 | - | 213 | - | - |
| 79 | 2.693 | 88 | 2.068 | 331 | 415 |
| 80 | - | 132 | 2.242 | 554 | 716 |
| 81 | 1.625 | 140 | 736 | 666 | 895 |
| 88 | 2.477 | 1.699 | 3.957 | 618 | - |
| 89 | - | 1.076 | 2.015 | 1.763 | - |
| 90 | - | 1.537 | 2.042 | 1.361 | - |
| 97 | 1.244 | - | 1.410 | 197 | 341 |
| 98 | 705 | - | 779 | - | 424 |
| 99 | - | - | 801 | - | 391 |
| 106 | 912 | 221 | - | - | - |
| 107 | 2.228 | - | 2.082 | - | - |
| 108 | - | - | 2.296 | - | - |

Fonte: Elaborada pelo autor.

APÊNDICE – C – Dados e resultados do estudo de caso

QUADRO C1 – Relação entre máquinas e operações

| | k1 | k2 | k3 | k4 | k5 | k6 | k7 | k8 | k9 | k10 | k11 | k12 | k13 | k14 | k15 | k16 | # máquinas |
|-----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|------------|
| j1 | X | X | | | | | | | | | | | | | | | 2 |
| j2 | | | | | | | | | | X | | | X | X | X | X | 5 |
| j3 | | | | | | | | | | X | | | | | X | X | 3 |
| j4 | X | | X | | | | | | | | | | | | | | 2 |
| j5 | | | | X | | | X | | | | | | | | | | 2 |
| j6 | X | | | | | | | | | | | | | | | | 1 |
| j7 | | | | | | | | X | | | | | X | X | | | 3 |
| j8 | X | | | | | | | | | | | | | | | | 1 |
| j9 | | | | | | | | X | X | | | | | | | | 2 |
| j10 | | | | | | | | X | X | | | | | | | | 2 |
| j11 | | | X | | | | | | | | | | | | | | 1 |
| j12 | | | | | | | | | X | | | | | | | | 1 |
| j13 | | | | | | | | X | | | | | | | X | X | 3 |
| j14 | X | X | | | | | | | | | | | | | | | 2 |
| j15 | | | | | | | | | | X | | | X | X | X | X | 5 |
| j16 | X | X | | | | | | | | | | | | | | | 2 |
| j17 | | | | | | | | | | X | | | X | X | X | X | 5 |
| j18 | X | X | | | | | | | | | | | | | | | 2 |
| j19 | | | | | | | | | | | | | X | X | X | X | 4 |
| j20 | X | X | | | | | | | | | | | | | | | 2 |
| j21 | | | | | | | | | | | | | X | X | X | X | 4 |
| j22 | | | | | | | | | | | X | X | | | X | X | 4 |
| j23 | X | X | | | | | | | | | | | | | | | 2 |
| j24 | | | | | | | | | | | | | X | X | X | X | 4 |
| j25 | | | | | | | | | | | X | X | | | X | X | 4 |
| j26 | | | X | | | | | | | | | | | | | | 1 |
| j27 | | | | | | | | X | X | | | | X | X | | | 4 |
| j28 | | | | | | | | X | X | | | | X | X | | | 4 |
| j29 | | | | | | | | X | X | | | | X | X | | | 4 |
| j30 | | | X | | | | | | | | | | | | | | 1 |
| j31 | | | | | | | | X | X | | | | X | X | | | 4 |
| j32 | | | | | | | | X | X | | | | X | X | | | 4 |
| j33 | | | | | | | | X | X | | | | X | X | | | 4 |
| j34 | | | | | X | X | X | | | | | | | | | | 3 |
| j35 | | | | | X | | | | | | | | | | | | 1 |

(continua)

| | k1 | k2 | k3 | k4 | k5 | k6 | k7 | k8 | k9 | k10 | k11 | k12 | k13 | k14 | k15 | k16 | # máquinas |
|-----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|------------|
| j36 | | | | | X | X | X | | | | | | | | | | 3 |
| j37 | | | | | X | X | X | | | | | | | | | | 3 |
| j38 | | | | X | X | X | | | | | | | | | | | 3 |
| j39 | | | | X | X | X | | | | | | | | | | | 3 |
| j40 | | | | | | | | X | X | | | | | | | | 2 |
| j41 | | | | X | | | | | | | | | | | | | 1 |
| j42 | X | | | | | | | | | | | | | | | | 1 |
| j43 | | | | X | X | | | | | | | | | | | | 2 |
| j44 | X | X | | | | | | | | | | | | | | | 2 |
| j45 | | | | | | | | X | X | | | | X | X | X | X | 6 |
| j46 | | | | | | | | X | X | | | | X | X | X | X | 6 |
| j47 | | | | | | X | X | | | | | | | | | | 2 |
| j48 | | | | X | X | X | | | | | | | | | | | 3 |
| j49 | | | | | | | | | | | X | X | | | | | 2 |
| j50 | | | | X | | | | | | | | | | | | | 1 |
| j51 | | | | | | | X | | | | | | | | | | 1 |
| j52 | | | | | | | | X | X | | | | | | | | 2 |
| j53 | | | | | | | X | X | | | | | | | | | 2 |
| j54 | | | | | | | | X | X | X | X | X | X | X | X | X | 9 |
| j55 | | | | | | | | | | X | | | X | X | X | X | 5 |
| j56 | | | | | | | | X | X | X | | | X | X | X | X | 7 |
| j57 | | | | | | | | X | X | | | | X | X | | | 4 |
| j58 | | | | | | | | X | X | X | | | X | X | | | 5 |
| j59 | | | | X | X | X | X | X | X | X | | | | | | | 6 |
| j60 | | | | | | | | X | X | X | X | X | X | X | X | X | 9 |
| j61 | | | | | | | | X | X | X | X | X | X | X | X | X | 9 |
| j62 | | | | | | X | | | | | | | | | | | 1 |
| j63 | | | | | | | | X | X | | | | | | | | 2 |
| j64 | | | | | | | | X | X | | | | | | | | 2 |
| j65 | | | | X | X | X | X | X | | | | | | | | | 5 |
| j66 | | | | | | | | X | X | | | | | | | | 2 |
| j67 | | | | | | | | | | | X | X | | | | | 2 |
| j68 | X | X | | | | | | | | | | | | | | | 2 |
| j69 | | | | | | | | | | X | X | X | X | X | X | X | 7 |
| j70 | | | | | | | | X | X | X | X | X | X | X | | | 7 |
| j71 | | | | | | | | X | X | X | X | X | X | X | X | X | 9 |
| j72 | | | | | | | | | | X | X | X | X | X | X | X | 7 |
| j73 | | | | | X | | | | | | | | | | | | 1 |

(continua)

| | k1 | k2 | k3 | k4 | k5 | k6 | k7 | k8 | k9 | k10 | k11 | k12 | k13 | k14 | k15 | k16 | # máquinas |
|-------------|----|----|----|----|----|----|----|----|----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|------------|
| j74 | | | | | | | | X | X | | | | | | | | 2 |
| j75 | | | | | | | | X | X | | | | | | | | 2 |
| j76 | X | | | | | | | | | | | | | | | | 1 |
| j77 | | | | | | | | X | X | | | | | | | | 2 |
| j78 | | | | | | | | | | X | X | X | | | X | X | 5 |
| j79 | | | | | | | | | | X | X | X | | | X | X | 5 |
| j80 | | | | | | | | X | X | X | | | X | X | | | 5 |
| j81 | | | | | | | | X | X | X | | | X | X | X | X | 7 |
| j82 | | | | | | | | | | X | X | X | X | X | X | X | 7 |
| j83 | | | | | | | | X | X | | | | X | X | | | 4 |
| j84 | | | | | | | | X | X | X | | | X | X | | | 5 |
| j85 | | | | | X | X | X | X | X | X | | | | | | | 6 |
| j86 | | | | | | | | X | X | X | X | X | X | X | X | X | 9 |
| j87 | | | | | | | | | | X | | | X | X | X | X | 5 |
| j88 | | | | | | | | | | | | | X | X | | | 2 |
| j89 | | | | | | | | | | | X | X | | | X | X | 4 |
| j90 | | | | | | | | | | | X | X | | | | | 2 |
| j91 | | | | | | | | | | | X | X | | | | | 2 |
| j92 | X | X | | | | | | | | | | | | | | | 2 |
| j93 | | | | | | | | | | | | | X | X | X | X | 4 |
| j94 | | | | | | | | | | | | | X | X | X | X | 4 |
| j95 | | | | | | | | | | | X | X | | | | | 2 |
| j96 | | | | | | | | | | | X | X | | | X | X | 4 |
| j97 | | | | | | | | | | | X | X | | | | | 2 |
| j98 | | | | | | | | | | | X | X | | | | | 2 |
| j99 | | | | | | | | | | | | | X | X | | | 2 |
| j100 | | | | | | | | | | | | | X | X | | | 2 |
| j101 | | | | | | | | | | | X | X | | | | | 2 |
| j102 | X | X | | | | | | | | | | | | | | | 2 |
| j103 | | | | | | | | | | | | | X | X | X | X | 4 |
| j104 | X | X | | | | | | | | | | | | | | | 2 |
| j105 | | | | | | | | | | X | X | X | X | X | X | X | 7 |
| j106 | | | | | | | | | | X | X | X | X | X | X | X | 7 |
| j107 | X | X | | | | | | | | | | | | | | | 2 |
| j108 | | | | | | | | X | X | X | X | X | X | X | X | X | 9 |
| j109 | | | | | | | | | | X | X | X | X | X | X | X | 7 |
| # operações | 17 | 12 | 4 | 6 | 12 | 12 | 11 | 38 | 35 | 28 | 27 | 27 | 43 | 43 | 35 | 35 | |

Fonte: Elaborado pelo autor.

TABELA C1 – Tempo de processamento por operação e máquina do estudo de caso

| | <i>k1</i> | <i>k2</i> | <i>k3</i> | <i>k4</i> | <i>k5</i> | <i>k6</i> | <i>k7</i> | <i>k8</i> | <i>k9</i> | <i>k10</i> | <i>k11</i> | <i>k12</i> | <i>k13</i> | <i>k14</i> | <i>k15</i> | <i>k16</i> |
|------------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|
| <i>j1</i> | 0,003 | 0,003 | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - |
| <i>j2</i> | - | - | - | - | - | - | - | - | - | 0,033 | - | - | 0,033 | 0,033 | 0,039 | 0,039 |
| <i>j3</i> | - | - | - | - | - | - | - | - | - | 0,063 | - | - | - | - | 0,057 | 0,057 |
| <i>j4</i> | 0,18 | - | 0,18 | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - |
| <i>j5</i> | - | - | - | 0,2 | - | - | 0,2 | - | - | - | - | - | - | - | - | - |
| <i>j6</i> | 0,15 | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - |
| <i>j7</i> | - | - | - | - | - | - | - | 0,19 | - | - | - | - | 0,1 | 0,1 | - | - |
| <i>j8</i> | 0,25 | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - |
| <i>j9</i> | - | - | - | - | - | - | - | 0,31 | 0,19 | - | - | - | - | - | - | - |
| <i>j10</i> | - | - | - | - | - | - | - | 0,27 | 0,27 | - | - | - | - | - | - | - |
| <i>j11</i> | - | - | 0,2 | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - |
| <i>j12</i> | - | - | - | - | - | - | - | - | 0,31 | - | - | - | - | - | - | - |
| <i>j13</i> | - | - | - | - | - | - | - | 0,08 | - | - | - | - | - | - | 0,075 | 0,075 |
| <i>j14</i> | 0,1 | 0,1 | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - |
| <i>j15</i> | - | - | - | - | - | - | - | - | - | 0,22 | - | - | 0,22 | 0,22 | 0,22 | 0,22 |
| <i>j16</i> | 0,00171 | 0,002 | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - |
| <i>j17</i> | - | - | - | - | - | - | - | - | - | 0,035 | - | - | 0,035 | 0,035 | 0,035 | 0,035 |
| <i>j18</i> | 0,05 | 0,05 | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - |
| <i>j19</i> | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | 0,08 | 0,08 | 0,08 | 0,08 |
| <i>j20</i> | 0,00471 | 0,005 | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - |
| <i>j21</i> | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | 0,05 | 0,05 | 0,09 | 0,09 |
| <i>j22</i> | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | 0,02 | 0,02 | - | - | 0,02 | 0,02 |
| <i>j23</i> | 0,00471 | 0,005 | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - |
| <i>j24</i> | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | 0,05 | 0,05 | 0,09 | 0,09 |
| <i>j25</i> | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | 0,02 | 0,02 | - | - | 0,02 | 0,02 |
| <i>j26</i> | - | - | 0,18 | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - |

(continua)

| | <i>k1</i> | <i>k2</i> | <i>k3</i> | <i>k4</i> | <i>k5</i> | <i>k6</i> | <i>k7</i> | <i>k8</i> | <i>k9</i> | <i>k10</i> | <i>k11</i> | <i>k12</i> | <i>k13</i> | <i>k14</i> | <i>k15</i> | <i>k16</i> |
|------------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|
| <i>j27</i> | - | - | - | - | - | - | - | 0,07 | 0,07 | - | - | - | 0,1 | 0,1 | - | - |
| <i>j28</i> | - | - | - | - | - | - | - | 0,1 | 0,1 | - | - | - | 0,15 | 0,15 | - | - |
| <i>j29</i> | - | - | - | - | - | - | - | 0,085 | 0,085 | - | - | - | 0,061 | 0,061 | - | - |
| <i>j30</i> | - | - | 0,18 | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - |
| <i>j31</i> | - | - | - | - | - | - | - | 0,07 | 0,07 | - | - | - | 0,1 | 0,1 | - | - |
| <i>j32</i> | - | - | - | - | - | - | - | 0,1 | 0,1 | - | - | - | 0,15 | 0,15 | - | - |
| <i>j33</i> | - | - | - | - | - | - | - | 0,085 | 0,085 | - | - | - | 0,061 | 0,061 | - | - |
| <i>j34</i> | - | - | - | - | 0,1 | 0,1 | 0,1 | - | - | - | - | - | - | - | - | - |
| <i>j35</i> | - | - | - | - | 0,16 | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - |
| <i>j36</i> | - | - | - | - | 0,06 | 0,06 | 0,06 | - | - | - | - | - | - | - | - | - |
| <i>j37</i> | - | - | - | - | 0,08 | 0,08 | 0,08 | - | - | - | - | - | - | - | - | - |
| <i>j38</i> | - | - | - | 0,03 | 0,03 | 0,03 | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - |
| <i>j39</i> | - | - | - | 0,03 | 0,03 | 0,03 | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - |
| <i>j40</i> | - | - | - | - | - | - | - | 2,5 | 2,5 | - | - | - | - | - | - | - |
| <i>j41</i> | - | - | - | 1 | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - |
| <i>j42</i> | 1 | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - |
| <i>j43</i> | - | - | - | 0,5 | 0,5 | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - |
| <i>j44</i> | 0,005 | 0,005 | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - |
| <i>j45</i> | - | - | - | - | - | - | - | 0,04 | 0,04 | - | - | - | 0,04 | 0,04 | 0,04 | 0,04 |
| <i>j46</i> | - | - | - | - | - | - | - | 0,046 | 0,046 | - | - | - | 0,046 | 0,046 | 0,046 | 0,046 |
| <i>j47</i> | - | - | - | - | - | 0,05 | 0,05 | - | - | - | - | - | - | - | - | - |
| <i>j48</i> | - | - | - | - | 0,11 | 0,11 | 0,11 | - | - | - | - | - | - | - | - | - |
| <i>j49</i> | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | 0,1 | 0,1 | - | - | - | - |
| <i>j50</i> | - | - | - | - | 0,75 | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - |
| <i>j51</i> | - | - | - | - | - | - | 0,5 | - | - | - | - | - | - | - | - | - |
| <i>j52</i> | - | - | - | - | - | - | - | 0,43 | 0,43 | - | - | - | - | - | - | - |
| <i>j53</i> | - | - | - | - | - | - | 1 | 1 | - | - | - | - | - | - | - | - |
| <i>j54</i> | - | - | - | - | - | - | - | 0,06 | 0,06 | 0,06 | 0,09 | 0,09 | 0,07 | 0,07 | 0,09 | 0,09 |

(continua)

| | <i>k1</i> | <i>k2</i> | <i>k3</i> | <i>k4</i> | <i>k5</i> | <i>k6</i> | <i>k7</i> | <i>k8</i> | <i>k9</i> | <i>k10</i> | <i>k11</i> | <i>k12</i> | <i>k13</i> | <i>k14</i> | <i>k15</i> | <i>k16</i> |
|------------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|
| <i>j55</i> | - | - | - | - | - | - | - | - | - | 0,21 | - | - | 0,21 | 0,21 | 0,21 | 0,21 |
| <i>j56</i> | - | - | - | - | - | - | - | 0,35 | 0,35 | 0,25 | - | - | 0,35 | 0,35 | 0,35 | 0,35 |
| <i>j57</i> | - | - | - | - | - | - | - | 0,14 | 0,14 | - | - | - | 0,14 | 0,14 | - | - |
| <i>j58</i> | - | - | - | - | - | - | - | 0,27 | 0,27 | 0,27 | - | - | 0,27 | 0,27 | - | - |
| <i>j59</i> | - | - | - | - | 0,1 | 0,1 | 0,1 | 0,025 | 0,025 | 0,025 | - | - | - | - | - | - |
| <i>j60</i> | - | - | - | - | - | - | - | 0,03 | 0,015 | 0,015 | 0,015 | 0,015 | 0,015 | 0,015 | 0,015 | 0,015 |
| <i>j61</i> | - | - | - | - | - | - | - | 0,015 | 0,015 | 0,015 | 0,015 | 0,015 | 0,015 | 0,015 | 0,015 | 0,015 |
| <i>j62</i> | - | - | - | - | - | 1 | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - |
| <i>j63</i> | - | - | - | - | - | - | - | 0,47 | 0,47 | - | - | - | - | - | - | - |
| <i>j64</i> | - | - | - | - | - | - | - | 0,29 | 0,29 | - | - | - | - | - | - | - |
| <i>j65</i> | - | - | - | 0,33 | 0,33 | 0,33 | 0,13 | 0,13 | - | - | - | - | - | - | - | - |
| <i>j66</i> | - | - | - | - | - | - | - | 0,08 | 0,08 | - | - | - | - | - | - | - |
| <i>j67</i> | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | 0,04 | 0,04 | - | - | - | - |
| <i>j68</i> | 0,00182 | 0,002 | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - |
| <i>j69</i> | - | - | - | - | - | - | - | - | - | 0,03 | 0,03 | 0,03 | 0,03 | 0,03 | 0,03 | 0,03 |
| <i>j70</i> | - | - | - | - | - | - | - | 0,05 | 0,05 | 0,04 | 0,04 | 0,04 | 0,04 | 0,04 | - | - |
| <i>j71</i> | - | - | - | - | - | - | - | 0,045 | 0,045 | 0,045 | 0,045 | 0,045 | 0,04 | 0,04 | 0,045 | 0,045 |
| <i>j72</i> | - | - | - | - | - | - | - | - | - | 0,041 | 0,05 | 0,05 | 0,06 | 0,06 | 0,06 | 0,06 |
| <i>j73</i> | - | - | - | - | - | 1 | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - |
| <i>j74</i> | - | - | - | - | - | - | - | 0,5 | 0,5 | - | - | - | - | - | - | - |
| <i>j75</i> | - | - | - | - | - | - | - | 0,24 | 0,24 | - | - | - | - | - | - | - |
| <i>j76</i> | 0,01364 | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - |
| <i>j77</i> | - | - | - | - | - | - | - | 0,14 | 0,14 | - | - | - | - | - | - | - |
| <i>j78</i> | - | - | - | - | - | - | - | - | - | 0,1 | 0,1 | 0,1 | - | - | 0,1 | 0,1 |
| <i>j79</i> | - | - | - | - | - | - | - | - | - | 0,1 | 0,1 | 0,1 | - | - | 0,1 | 0,1 |
| <i>j80</i> | - | - | - | - | - | - | - | 0,17 | 0,17 | 0,13 | - | - | 0,15 | 0,15 | - | - |
| <i>j81</i> | - | - | - | - | - | - | - | 0,42 | 0,42 | 0,33 | - | - | 0,5 | 0,5 | 0,6 | 0,6 |

(continua)

| | <i>k1</i> | <i>k2</i> | <i>k3</i> | <i>k4</i> | <i>k5</i> | <i>k6</i> | <i>k7</i> | <i>k8</i> | <i>k9</i> | <i>k10</i> | <i>k11</i> | <i>k12</i> | <i>k13</i> | <i>k14</i> | <i>k15</i> | <i>k16</i> |
|-------------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|
| <i>j82</i> | - | - | - | - | - | - | - | - | - | 0,12 | 0,14 | 0,14 | 0,15 | 0,15 | 0,14 | 0,14 |
| <i>j83</i> | - | - | - | - | - | - | - | 0,14 | 0,14 | - | - | - | 0,14 | 0,14 | - | - |
| <i>j84</i> | - | - | - | - | - | - | - | 0,24 | 0,24 | 0,25 | - | - | 0,22 | 0,22 | - | - |
| <i>j85</i> | - | - | - | - | 0,1 | 0,1 | 0,1 | 0,025 | 0,025 | 0,025 | - | - | - | - | - | - |
| <i>j86</i> | - | - | - | - | - | - | - | 0,015 | 0,015 | 0,015 | 0,015 | 0,015 | 0,015 | 0,015 | 0,015 | 0,015 |
| <i>j87</i> | - | - | - | - | - | - | - | - | - | 0,09 | - | - | 0,09 | 0,09 | 0,143 | 0,143 |
| <i>j88</i> | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | 0,066 | 0,066 | - | - |
| <i>j89</i> | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | 0,01 | 0,01 | - | - | 0,012 | 0,012 |
| <i>j90</i> | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | 0,04 | 0,04 | - | - | - | - |
| <i>j91</i> | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | 0,07 | 0,07 | - | - | - | - |
| <i>j92</i> | 0,002 | 0,002 | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - |
| <i>j93</i> | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | 0,11 | 0,11 | 0,14 | 0,14 |
| <i>j94</i> | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | 0,03 | 0,03 | 0,04 | 0,04 |
| <i>j95</i> | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | 0,05 | 0,05 | - | - | - | - |
| <i>j96</i> | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | 0,01 | 0,01 | - | - | 0,012 | 0,012 |
| <i>j97</i> | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | 0,04 | 0,04 | - | - | - | - |
| <i>j98</i> | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | 0,07 | 0,07 | - | - | - | - |
| <i>j99</i> | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | 0,067 | 0,067 | - | - |
| <i>j100</i> | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | 0,083 | 0,083 | - | - |
| <i>j101</i> | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | 0,08 | 0,08 | - | - | - | - |
| <i>j102</i> | 0,004 | 0,004 | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - |
| <i>j103</i> | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | 0,1 | 0,1 | 0,1 | 0,1 |
| <i>j104</i> | 0,00313 | 0,003 | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - |
| <i>j105</i> | - | - | - | - | - | - | - | - | - | 0,05 | 0,05 | 0,05 | 0,05 | 0,05 | 0,05 | 0,05 |
| <i>j106</i> | - | - | - | - | - | - | - | - | - | 0,06 | 0,06 | 0,06 | 0,06 | 0,06 | 0,06 | 0,06 |
| <i>j107</i> | 0,03 | 0,03 | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - |
| <i>j108</i> | - | - | - | - | - | - | - | 0,086 | 0,086 | 0,075 | 0,086 | 0,086 | 0,086 | 0,086 | 0,086 | 0,086 |
| <i>j109</i> | - | - | - | - | - | - | - | - | - | 0,12 | 0,12 | 0,12 | 0,12 | 0,12 | 0,12 | 0,12 |

Fonte: Elaborada pelo autor.

TABELA C2 – Tempo de preparação por operação e máquina do estudo de caso

| | <i>k1</i> | <i>k2</i> | <i>k3</i> | <i>k4</i> | <i>k5</i> | <i>k6</i> | <i>k7</i> | <i>k8</i> | <i>k9</i> | <i>k10</i> | <i>k11</i> | <i>k12</i> | <i>k13</i> | <i>k14</i> | <i>k15</i> | <i>k16</i> |
|------------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|
| <i>j1</i> | 0,3 | 0,25 | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - |
| <i>j2</i> | - | - | - | - | - | - | - | - | - | 4 | - | - | 4 | 4 | 4 | 4 |
| <i>j3</i> | - | - | - | - | - | - | - | - | - | 4 | - | - | - | - | 4 | 4 |
| <i>j4</i> | 0,3 | - | 0,3 | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - |
| <i>j5</i> | - | - | - | 0,5 | - | - | 0,5 | - | - | - | - | - | - | - | - | - |
| <i>j6</i> | 0,25 | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - |
| <i>j7</i> | - | - | - | - | - | - | - | 6 | - | - | - | - | 3 | 3 | - | - |
| <i>j8</i> | 0,25 | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - |
| <i>j9</i> | - | - | - | - | - | - | - | 5 | 6 | - | - | - | - | - | - | - |
| <i>j10</i> | - | - | - | - | - | - | - | 6 | 6 | - | - | - | - | - | - | - |
| <i>j11</i> | - | - | 0,5 | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - |
| <i>j12</i> | - | - | - | - | - | - | - | - | 5 | - | - | - | - | - | - | - |
| <i>j13</i> | - | - | - | - | - | - | - | 5 | - | - | - | - | - | - | 5 | 5 |
| <i>j14</i> | 0,25 | 0,3 | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - |
| <i>j15</i> | - | - | - | - | - | - | - | - | - | 12 | - | - | 12 | 12 | 12 | 12 |
| <i>j16</i> | 0,25 | 0,3 | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - |
| <i>j17</i> | - | - | - | - | - | - | - | - | - | 8 | - | - | 8 | 8 | 8 | 8 |
| <i>j18</i> | 0,25 | 0,3 | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - |
| <i>j19</i> | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | 5 | 5 | 5 | 5 |
| <i>j20</i> | 0,25 | 0,3 | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - |
| <i>j21</i> | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | 12 | 12 | 12 | 12 |
| <i>j22</i> | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | 6 | 6 | - | - | 6 | 6 |
| <i>j23</i> | 0,25 | 0,3 | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - |
| <i>j24</i> | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | 12 | 12 | 12 | 12 |
| <i>j25</i> | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | 6 | 6 | - | - | 6 | 6 |
| <i>j26</i> | - | - | 0,5 | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - |

(continua)

| | <i>k1</i> | <i>k2</i> | <i>k3</i> | <i>k4</i> | <i>k5</i> | <i>k6</i> | <i>k7</i> | <i>k8</i> | <i>k9</i> | <i>k10</i> | <i>k11</i> | <i>k12</i> | <i>k13</i> | <i>k14</i> | <i>k15</i> | <i>k16</i> |
|------------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|
| <i>j27</i> | - | - | - | - | - | - | - | 6 | 6 | - | - | - | 6 | 6 | - | - |
| <i>j28</i> | - | - | - | - | - | - | - | 5 | 5 | - | - | - | 5 | 5 | - | - |
| <i>j29</i> | - | - | - | - | - | - | - | 5 | 5 | - | - | - | 5 | 5 | - | - |
| <i>j30</i> | - | - | 0,5 | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - |
| <i>j31</i> | - | - | - | - | - | - | - | 6 | 6 | - | - | - | 6 | 6 | - | - |
| <i>j32</i> | - | - | - | - | - | - | - | 5 | 5 | - | - | - | 5 | 5 | - | - |
| <i>j33</i> | - | - | - | - | - | - | - | 5 | 5 | - | - | - | 5 | 5 | - | - |
| <i>j34</i> | - | - | - | - | 1 | 1 | 1 | - | - | - | - | - | - | - | - | - |
| <i>j35</i> | - | - | - | - | 1 | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - |
| <i>j36</i> | - | - | - | - | 1 | 1 | 1 | - | - | - | - | - | - | - | - | - |
| <i>j37</i> | - | - | - | - | 0,5 | 0,5 | 0,5 | - | - | - | - | - | - | - | - | - |
| <i>j38</i> | - | - | - | 1 | 1 | 1 | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - |
| <i>j39</i> | - | - | - | 1 | 1 | 1 | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - |
| <i>j40</i> | - | - | - | - | - | - | - | 7 | 7 | - | - | - | - | - | - | - |
| <i>j41</i> | - | - | - | 0,5 | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - |
| <i>j42</i> | 0,5 | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - |
| <i>j43</i> | - | - | - | 1 | 1 | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - |
| <i>j44</i> | 0,25 | 0,3 | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - |
| <i>j45</i> | - | - | - | - | - | - | - | 6 | 6 | - | - | - | 6 | 6 | 6 | 6 |
| <i>j46</i> | - | - | - | - | - | - | - | 6 | 6 | - | - | - | 6 | 6 | 6 | 6 |
| <i>j47</i> | - | - | - | - | - | 0,3 | 0,25 | - | - | - | - | - | - | - | - | - |
| <i>j48</i> | - | - | - | - | 0,5 | 0,5 | 0,5 | - | - | - | - | - | - | - | - | - |
| <i>j49</i> | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | 3 | 3 | - | - | - | - |
| <i>j50</i> | - | - | - | - | 0,5 | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - |
| <i>j51</i> | - | - | - | - | - | - | 0,5 | - | - | - | - | - | - | - | - | - |
| <i>j52</i> | - | - | - | - | - | - | - | 3 | 3 | - | - | - | - | - | - | - |
| <i>j53</i> | - | - | - | - | - | - | 8 | 8 | - | - | - | - | - | - | - | - |

(continua)

| | <i>k1</i> | <i>k2</i> | <i>k3</i> | <i>k4</i> | <i>k5</i> | <i>k6</i> | <i>k7</i> | <i>k8</i> | <i>k9</i> | <i>k10</i> | <i>k11</i> | <i>k12</i> | <i>k13</i> | <i>k14</i> | <i>k15</i> | <i>k16</i> |
|------------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|
| <i>j54</i> | - | - | - | - | - | - | - | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 |
| <i>j55</i> | - | - | - | - | - | - | - | - | - | 8 | - | - | 8 | 8 | 8 | 8 |
| <i>j56</i> | - | - | - | - | - | - | - | 8 | 8 | 8 | - | - | 8 | 8 | 8 | 8 |
| <i>j57</i> | - | - | - | - | - | - | - | 6 | 6 | - | - | - | 6 | 6 | - | - |
| <i>j58</i> | - | - | - | - | - | - | - | 8 | 8 | 8 | - | - | 8 | 8 | - | - |
| <i>j59</i> | - | - | - | - | 0,5 | 0,5 | 0,5 | 3 | 3 | 3 | - | - | - | - | - | - |
| <i>j60</i> | - | - | - | - | - | - | - | 3 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 |
| <i>j61</i> | - | - | - | - | - | - | - | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 |
| <i>j62</i> | - | - | - | - | - | 0,5 | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - |
| <i>j63</i> | - | - | - | - | - | - | - | 6 | 6 | - | - | - | - | - | - | - |
| <i>j64</i> | - | - | - | - | - | - | - | 7 | 7 | - | - | - | - | - | - | - |
| <i>j65</i> | - | - | - | 1 | 1 | 1 | 3 | 3 | - | - | - | - | - | - | - | - |
| <i>j66</i> | - | - | - | - | - | - | - | 6 | 6 | - | - | - | - | - | - | - |
| <i>j67</i> | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | 5 | 5 | - | - | - | - |
| <i>j68</i> | 0,5 | 0,5 | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - |
| <i>j69</i> | - | - | - | - | - | - | - | - | - | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 |
| <i>j70</i> | - | - | - | - | - | - | - | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | - | - |
| <i>j71</i> | - | - | - | - | - | - | - | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 |
| <i>j72</i> | - | - | - | - | - | - | - | - | - | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 |
| <i>j73</i> | - | - | - | - | - | 0,5 | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - |
| <i>j74</i> | - | - | - | - | - | - | - | 7 | 7 | - | - | - | - | - | - | - |
| <i>j75</i> | - | - | - | - | - | - | - | 7 | 7 | - | - | - | - | - | - | - |
| <i>j76</i> | 0,5 | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - |
| <i>j77</i> | - | - | - | - | - | - | - | 6 | 6 | - | - | - | - | - | - | - |
| <i>j78</i> | - | - | - | - | - | - | - | - | - | 4 | 4 | 4 | - | - | 4 | 4 |
| <i>j79</i> | - | - | - | - | - | - | - | - | - | 4 | 4 | 4 | - | - | 4 | 4 |
| <i>j80</i> | - | - | - | - | - | - | - | 6 | 6 | 6 | - | - | 6 | 6 | - | - |

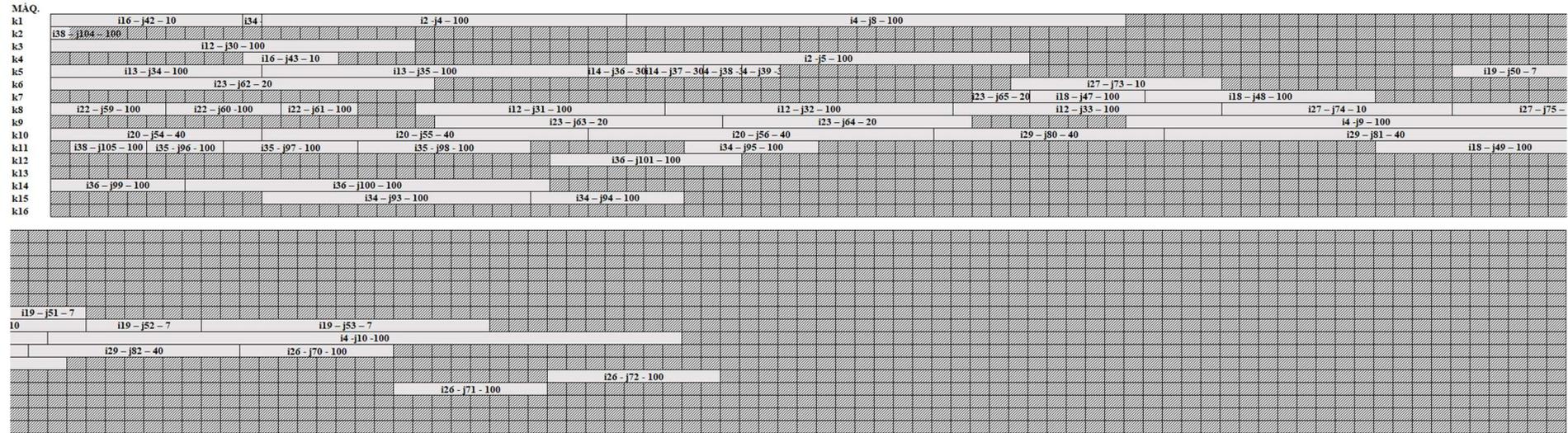
(continua)

| | <i>k1</i> | <i>k2</i> | <i>k3</i> | <i>k4</i> | <i>k5</i> | <i>k6</i> | <i>k7</i> | <i>k8</i> | <i>k9</i> | <i>k10</i> | <i>k11</i> | <i>k12</i> | <i>k13</i> | <i>k14</i> | <i>k15</i> | <i>k16</i> |
|--|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|
|--|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|

| | | | | | | | | | | | | | | | | |
|-------------|-----|-----|---|---|-----|-----|-----|---|---|---|---|---|----|----|----|----|
| <i>j81</i> | - | - | - | - | - | - | - | 8 | 8 | 8 | - | - | 8 | 8 | 8 | 8 |
| <i>j82</i> | - | - | - | - | - | - | - | - | - | 6 | 6 | 6 | 6 | 6 | 6 | 6 |
| <i>j83</i> | - | - | - | - | - | - | - | 6 | 6 | - | - | - | 6 | 6 | - | - |
| <i>j84</i> | - | - | - | - | - | - | - | 8 | 8 | 8 | - | - | 8 | 8 | - | - |
| <i>j85</i> | - | - | - | - | 0,5 | 0,5 | 0,5 | 3 | 3 | 3 | - | - | - | - | - | - |
| <i>j86</i> | - | - | - | - | - | - | - | 3 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 |
| <i>j87</i> | - | - | - | - | - | - | - | - | - | 6 | - | - | 6 | 6 | 6 | 6 |
| <i>j88</i> | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | 6 | 6 | - | - |
| <i>j89</i> | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | 3 | 3 | - | - | 3 | 3 |
| <i>j90</i> | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | 3 | 3 | - | - | - | - |
| <i>j91</i> | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | 2 | 2 | - | - | - | - |
| <i>j92</i> | 0,5 | 0,5 | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - |
| <i>j93</i> | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | 13 | 13 | 13 | 13 |
| <i>j94</i> | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | 4 | 4 | 4 | 4 |
| <i>j95</i> | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | 2 | 2 | - | - | - | - |
| <i>j96</i> | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | 3 | 3 | - | - | 3 | 3 |
| <i>j97</i> | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | 3 | 3 | - | - | - | - |
| <i>j98</i> | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | 2 | 2 | - | - | - | - |
| <i>j99</i> | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | 10 | 10 | - | - |
| <i>j100</i> | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | 10 | 10 | - | - |
| <i>j101</i> | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | 2 | 2 | - | - | - | - |
| <i>j102</i> | 0,5 | 0,5 | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - |
| <i>j103</i> | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | 6 | 6 | 6 | 6 |
| <i>j104</i> | 0,5 | 0,5 | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - |
| <i>j105</i> | - | - | - | - | - | - | - | - | - | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 |
| <i>j106</i> | - | - | - | - | - | - | - | - | - | 6 | 6 | 6 | 6 | 6 | 6 | 6 |
| <i>j107</i> | 0,5 | 0,5 | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - |
| <i>j108</i> | - | - | - | - | - | - | - | 6 | 6 | 6 | 6 | 6 | 6 | 6 | 6 | 6 |
| <i>j109</i> | - | - | - | - | - | - | - | - | - | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 |

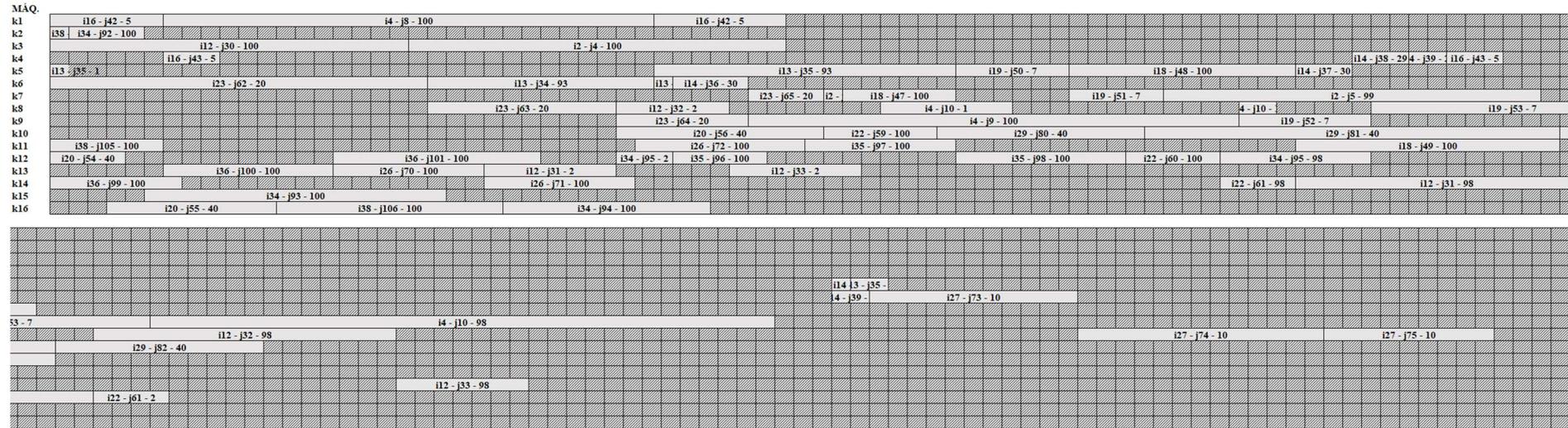
Fonte: Elaborada pelo autor.

FIGURA C1 – Gráfico de Gantt da instância R1 do estudo de caso



Fonte: Elaborada pelo autor.

FIGURA C2 – Gráfico de Gantt da instância R1 pelo método HI1FO



Fonte: Elaborada pelo autor.