UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO CARLOS
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E TECNOLOGIA
PROGRAMA DE MESTRADO PROFISSIONAL
EM ENSINO DE CIÊNCIAS EXATAS

MATHEUS DE ABREU SILVA

# O ENSINO DE FUNÇÕES POR UMA NOVA PERSPECTIVA

SÃO CARLOS

2022

MATHEUS DE ABREU SILVA

# O ENSINO DE FUNÇÕES POR UMA NOVA PERSPECTIVA

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Exatas como requisito parcial para a obtenção do grau de Mestre.

Orientador: Prof. Dr. Joao Carlos Vieira Sampaio

SÃO CARLOS

2022

Silva, Matheus de Abreu

O ensino de Funções Por Uma Nova Perspectiva /
Matheus de Abreu Silva -- 2022.
55f.

Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal de São
Carlos, campus São Carlos, São Carlos
Orientador (a): João Carlos Vieira Sampaio
Banca Examinadora: João Carlos Vieira Sampaio,
Luciene Nogueira Bertoncello, Marta Cilene Gadotti
Bibliografia

1. Funções. 2. Ensino de Matemática . 3. Uso de
Metodologias Diferenciadas. I. Silva, Matheus de Abreu.
II. Título.

Ficha catalográfica desenvolvida pela Secretaria Geral de Informática
(SIn)

DADOS FORNECIDOS PELO AUTOR

Bibliotecário responsável: Ronildo Santos Prado - CRB/8 7325

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO CARLOS**

Centro de Ciências Exatas e de Tecnologia
Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Exatas

## Folha de Aprovação

Defesa de Dissertação de Mestrado do candidato Matheus de Abreu Silva, realizada em 09/12/2022.

### Comissão Julgadora:

Prof. Dr. João Carlos Vieira Sampaio (UFSCar)

Profa. Dra. Marta Cilene Gadotti (UNESP)

Profa. Dra. Luciene Nogueira Bertoncello (UFSCar)

O Relatório de Defesa assinado pelos membros da Comissão Julgadora encontra-se arquivado junto ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Exatas.

*A todos que de alguma forma contribuíram de forma direta ou indiretamente na minha jornada que culminou na conclusão desta dissertação. Obrigado!*

# AGRADECIMENTOS

Em primeiro lugar, gostaria de agradecer especialmente a minha família, por me apoiar e incentivar na minha vida acadêmica, desde a graduação até o momento atual, sem eles nada seria possível.

Agradeço a todos os professores que passaram ao longo da minha caminhada e que agregaram valor em minha vida e colaboraram para a minha formação.

Agradeço a todas as amizades que eu adquirir durante a realização deste mestrado, por todas as horas de estudos que antecederam as avaliações, sem vocês, esta caminhada seria muito mais difícil e muito menos proveitosa.

Ao meu orientador, Joao Carlos Vieira Sampaio, por todo o auxílio na elaboração desta dissertação.

*O insucesso é apenas uma oportunidade para recomeçar com mais inteligência.*

***Henry Ford***

# RESUMO

Esta dissertação busca o desenvolvimento algumas atividades diferenciadas para a introdução do ensino de funções para uma turma do nono ano do ensino fundamental, com o objetivo de criar um processo de ensino e aprendizado significativo para o estudante e contornar as dificuldades comuns apresentadas pelos alunos sobre o ensino deste conteúdo. Para isso, as atividades se baseiam utilizar metodologias diferenciadas, como o uso de jogos e de tecnologias digitais, para que os estudantes possam atingir e potencializar as habilidades de aprendizado esperadas para este ano escolar, segundo o currículo escolar da Base Nacional Curricular Comum (BNCC).



**Palavras-chave:** Funções. Ensino de matemática. Educação. Matemática e jogos. Geogebra.

# ABSTRACT

This dissertation seeks to develop some differentiated activities for the introduction of the teaching of functions to a ninth grade elementary school class, with the objective of creating a meaningful teaching and learning process for the student and to overcome the common difficulties presented by the students about the teaching this content. For this, the activities are based on using different methodologies, such as the use of games and digital technologies, so that students can reach and enhance the learning skills expected for this school year, according to the school curriculum of the National Common Curriculum Base (BNCC).

**Keywords:** Functions. Math teaching. Education. Math and games. Geogebra.

# LISTA DE FIGURAS

## LISTA DE TABELAS

## SUMÁRIO

# 1 INTRODUÇÃO

O principal objetivo deste trabalho, é repensar a forma de como ensinar funções para uma turma do nono ano do ensino fundamental por meio de uma forma diferenciada, buscando se apoiar no uso metodologias não tradicionais, como o uso de dinâmicas, softwares e jogos matemáticos.

Segundo a base nacional curricular comum (BNCC, 2020), o ensino de funções se inicia no nono ano do ensino fundamental e está presente na unidade temática de álgebra. Na BNCC tal conteúdo é apresentado como o seguinte objeto de conhecimento: Funções – representação numérica, algébrica e gráfica, e a habilidade que os estudantes devem desenvolver para este objeto do conhecimento é:

> (EF09MA06) Compreender as funções como relações de dependência unívoca entre duas variáveis e suas representações numérica, algébrica e gráfica e utilizar esse conceito para analisar situações que envolvam relações funcionais entre duas variáveis.

A escolha de trazer funções como o objeto de conhecimento para ser abordado neste trabalho, se deu pois álgebra, acaba sendo um conteúdo mais sensível a ser ensinado por um professor do ensino fundamental, primeiro porque este conteúdo está presente na unidade temática de álgebra, vários alunos possuem dificuldades em conteúdos envolvendo álgebra, pois eles tem dificuldades em compreender o porquê da necessidade do uso de letras em matemática, relatos que determinadas passagens não fazem sentido, por exemplo, é imediato um aluno aceitar que $2 + 3 = 5$, contudo, a expressão $2x + 3x = 5x$, já deixa de ser óbvia e as vezes nem sequer faz sentido para alguns estudantes, pois para eles, não há necessidade de realizar operações matemáticas com letras. A dificuldade na apropriação no uso da linguagem algébrica, é evidenciada em (PEREIRA, 2017) no seguinte trecho:

> A presente pesquisa se justifica pelo fato de que boa parte dos alunos quando levados ao contato com a linguagem algébrica no âmbito da disciplina de matemática, apresentam dificuldades, desde o inicio de sua abordagem, formalmente iniciada no sétimo ano, estendendo-se até o nono. Fato este observado nos resultados das avaliações internas e externas da Escola, que nos reporta a investigação. (p.2)

Um segundo fator a ser considerado, já especificamente sobre funções, é que nesse contexto aparece vários conceitos e termos novos oriundos do formalismo da linguagem matemática, na qual a maioria dos estudantes acabam não se apropriando do significado real desses novos termos, sendo que muitas vezes sequer, faça sentido para eles, como por exemplo:

– Domínio da função

– Contradomínio da função

– Imagem da função

– Lei de formação da função

– Relação unívoca

– Variável

Desta forma, tais termos pertinentes à linguagem matemática, pode servir como uma barreira a mais no aprendizado do aluno, como é observado por (PEREIRA, 2017)

> [...] verifica-se que as dificuldades associadas ao ensino de álgebra podem estar relacionadas com alguns fatores, tais como: abordagem do conteúdo, organização escolar dos conteúdos, relação estabelecida entre Álgebra e Aritmética, pensamento algébrico e a mediação dos conteúdos pelos professores, que serão discutidos na sequência. (p.9)

Para contornar esta situação, esta dissertação busca desenvolver uma sequência de atividades para tornar o ensino de funções algo acessível e menos abstrato para os estudantes de uma turma do ensino fundamental e ainda assim, atender os objetivos de aprendizagem referente à este objeto de conhecimento.

Antes de chegarmos no desenvolvimento desta sequência de atividades para o ensino de funções, temos alguns capítulos antecedentes a esta parte. No segundo capítulo, é apresentado desenvolvimento histórico do conceito de função, onde e quem originou este conceito, a definição do que é uma função, a interligação entre álgebra e geometria, culminando na geometria analítica e a utilidade de funções na modelagem matemática, como por exemplo, a descrição de fenômenos físicos através de funções.

No capítulo 3, são apresentados algumas referências teóricas a respeito do uso de metodologias de ensino para o processo de aprendizagem em matemática e a sua respectiva importância para a aprendizagem das habilidades essenciais a serem aprendidas pelos estudantes segundo o curricular escolar da BNCC. Este capítulo foi dividido em duas seções, uma seção para o uso de jogos para o ensino de matemática, já na segunda seção, foi discutido o uso de tecnologias digitais para o ensino de matemática, com uma ênfase para o software GeoGebra ao fim desta seção.

O capítulo 4 é a consolidação dos pontos comentados nos capítulos anteriores para a montagem de uma sequência de atividades para a introdução do ensino de funções. Este capítulo é dividido em três seções, a primeira seção é dedicada a descrição da atividade chamada "dinâmica do piso", aqui temos o objetivo de definir o que é uma função de uma forma mais intuitiva, a partir de uma brincadeira. Na segunda seção é desenvolvido o jogo "adivinhe a regra", que tem o intuito de explorar mais sobre a lei de formação de uma informação e o uso da linguagem algébrica para isso. Por fim, na terceira e última seção, é realizada uma atividade no software GeoGebra, para que os alunos possam por meio do estímulo visual da ferramenta, compreender o comportamento da representação gráfica de uma função do primeiro grau, $f(x) = ax + b$, conforme os valores do números reais $a$ e $b$ mudam.

A partir dos pontos que serão comentados ao longo deste texto mais a elaboração da sequência de atividades de funções, espera-se que possamos refletir e repensar sobre a abordagem do ensino de funções para uma turma do nono ano do ensino fundamental, de forma que possamos facilitar a aprendizagem deste estudante, ressaltado as recorrentes dificuldades dos alunos, em conteúdos pertencentes a unidade temática da álgebra.

# 2 ALGUMAS LINHAS SOBRE O DESENVOLVIMENTO HISTÓRICO DO CONCEITO DE FUNÇÃO

Para a redação deste capítulo tomamos como referências principais Kline (1964) e Berlinghoff e Gouvea (2008).

## 2.1 UMA BREVE HISTÓRIA DO DESENVOLVIMENTO DO CONCEITO DE FUNÇÃO

A palavra função, em língua latina, deve ter sido usada pela primeira vez por Gottfried Wilhelm Leibniz (1646-1716), em 1694, e novamente por Johann Bernoulli (1667-1748) em 1718. Em ambos os casos ela se referia a uma fórmula relacionando uma variável a outras.

Enquanto $x$ denota uma variável, Leibniz e Bernoulli diriam que $x^2$ é uma função (da variável $x$). Um tal conceito está relacionado a uma fórmula $y = x^2$. Em linguagem moderna dizemos que a variável $y$ é uma função da variável $x$.

Na primeira metade do século 19, o matemático Johann Peter Gustav Lejeune Dirichlet (1805-1859) criou todos os termos técnicos que são atualmente usados no estudo das funções. Dirichlet é o criador dos seguintes conceitos relacionados à definição de função:

– Uma variável é um símbolo que representa um elemento genérico de um conjunto de números.

– Se duas variáveis $x$ e $y$ estão relacionadas de modo que a cada valor dado a $x$ corresponde, por meio de uma regra ou fórmula, um único valor da variável $y$, dizemos que $y$ é uma função da variável $x$.

– Se $y$ é função da variável $x$, a variável $x$ é chamada variável independente da função. A variável $y$ é a variável dependente da função (pois cada valor de $y$ depende de um valor atribuído a $x$).

– O conjunto dos valores numéricos que $x$ pode assumir é chamado domínio ou campo de definição da função. Já o conjunto de todos os possíveis valores de $y$ é chamado conjunto-imagem ou campo de valores da função.

### 2.1.1 A geometria de coordenadas

Os criadores da matemática aplicada foram o filósofo francês René Descartes (1596-1650) e o jurista e funcionário público francês Pierre de Fermat (1601-1665). Ambos, em pesquisas independentes, criaram a Geometria Analítica, ou seja, a geometria de coordenadas.

> Uma das idéias mais poderosas de toda a matemática é a compreensão de como representar formas por equações, uma área que agora chamamos de geometria analítica. Sem essa ponte entre a geometria e a álgebra, não existiria o cálculo para a ciência, nem tomografia computadorizada para a medicina, nem ferramentas automatizadas para a indústria, nem computação gráfica para arte e divertimento. Muitas coisas que tomamos como certas simplesmente não existiriam. (BERLINGHOFF; GOUVEA, 2008)

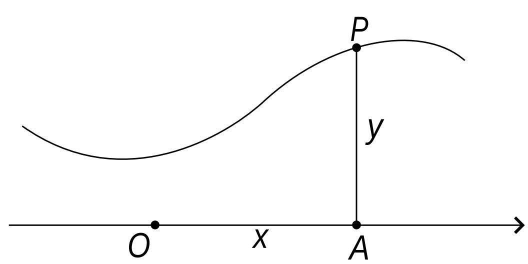
Nessa geometria, cada ponto de um plano é associado a um par de números e equações envolvendo duas variáveis representam configurações geométricas. Em contraste com o estudo de geometria euclidiana, em geometria analítica fazemos uso de equações algébricas com duas variáveis para tirarmos conclusões geométricas. Na geometria euclidiana tradicional, usamos lógica, axiomas, proposições preliminares e o método dedutivo para estabelecer teoremas e propriedades dos objetos geométricos estudados. Na geometria analítica usamos o método analítico, desenvolvido por Descartes. Por exemplo diante de uma medida desconhecida que denominamos $x$, a envolvemos em relações com outras medidas conhecidas $a$, $b$, $c$, etc., como se soubéssemos o valor de $x$, deduzindo efetivamente o valor de $x$ por considerações algébricas. Este é o espírito do método analítico, em contraste com o método sintético das deduções tradicionais em geometria euclidiana.

Para entender como esses dois sábios foram inspirados a criar esse método, recapitularemos brevemente um raciocínio empregado por Descartes, descrito em (KLINE, 1964).

Descartes propôs, por reflexões filosóficas em seu livro "Discurso do Método", que sempre que tivesse que resolver um problema, seria produtivo subdividi-lo em problemas mais simples, partindo de considerações simples em direção às considerações mais complexas, tentando resolver o problema complexo proposto a partir das soluções dos problemas mais simples em que foi subdividido.

Suponhamos que nos é dada, pensou Descartes, uma curva como a da figura 2.1.

Figura 2.1 – Coordenadas para estudo de uma curva.



A mais simples curva é linha reta. Fixemos uma linha reta para, através dela, proceder a um estudo da curva. Esta curva pode ser pensada, disse Descartes, como sendo gerada por um ponto $P$, que é a extremidade de um segmento vertical $AP$, que se apoia perpendicularmente à linha reta fixada em um ponto $A$ nessa reta (hoje chamada eixo-$x$ ou eixo das abscissas).

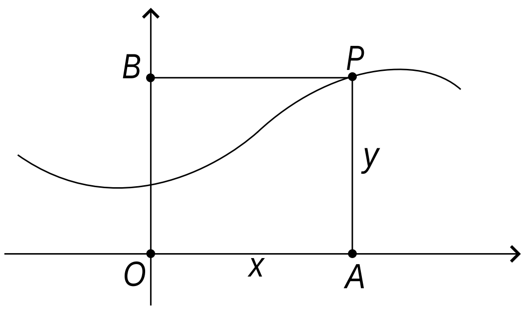
Quando o ponto $A$ se move para a direita ou para a esquerda, o ponto $P$ se move na curva num movimento de sobe e desce. Assim, a curva pode ser estudada pelo movimento de um ponto $P$ que se move para cima e para baixo na extremidade de um segmento vertical $AP$, este apoiado perpendicularmente numa linha reta.

Mas como é que estas considerações podem elucidar a natureza da curva? Aí que entrou a genialidade de Descartes. Para estudar a curva, Descartes propôs o uso de álgebra. Quando a linha vertical se desloca para a direita, a distância do ponto $A$ a um ponto fixo $O$, localizado na linha reta, é uma variável $x$. Por sua vez, a distância de $P$ à linha reta é uma variável $y$, que por sua vez depende de $x$. Assim, a cada posição do ponto $P$ na curva estudada, corresponderão um valor $x$ e um valor $y$.

Posteriormente foram introduzidas coordenadas negativas (que Descartes evitava fazer) e ficou convencionado que se o ponto $A$ está à direita de $O$, a variável $x$ é um número positivo. Se o ponto $A$ está à esquerda de $O$, $x$ é o negativo da distância de $A$ a $O$. Analogamente $y$ é positivo ou negativo conforme $P$ esteja acima ou abaixo da reta referencial. A reta de referência é hoje conhecida como eixo $Ox$.

Posteriormente à invenção de Descartes, foi introduzido mais um eixo de referência, vertical, passando por $O$, como ilustrado na figura 2.2. A partir de então $x$ e $y$ passaram a representar o deslocamento dos pontos $A$ e $B$, negativos ou positivos, em relação ao ponto $O$, quando $P$ se move na curva, sendo $PA$ e $PB$ respectivamente perpendiculares aos eixos coordenados $Ox$ e $Oy$.

Figura 2.2 – Coordenadas aprimoradas para estudo de uma curva.




Os fatos supracitados são mencionados no capítulo 13 de (BERLINGHOFF; GOUVEA, 2008).

A geometria de coordenadas de então não incluía um aspecto que nos é evidente hoje – o eixo das ordenadas, ou eixo vertical! Tanto para Descartes quanto para Fermat, a primeira coordenada de um ponto era um segmento de reta partindo da origem estendendo-se para a direita, e a segunda coordenada era um segmento que começava na extremidade do segmento $x$ e se estendia para cima a um ângulo fixo para o ponto. É verdade que Fermat usualmente considerava esse ângulo como reto, mas nem ele nem Descartes jamais se referiram a um segundo eixo. Além disso, como eles consideravam essas "grandezas desconhecidas" como (comprimentos de) segmentos de reta, só consideravam coordenadas positivas. John Wallis, um matemático inglês escrevendo nos anos 1650, estendeu essas ideias para considerar coordenadas negativas. No entanto, ainda no fim do século XVIII, mesmo um matemático proeminente como Leonhard Euler não incluía consistentemente um eixo vertical de coordenadas em seus diagramas. O sistema de dois eixos perpendiculares que consideramos atribuível a Descartes parece, em vez disso, ter evoluído gradualmente durante aquele século e meio depois que ele publicou La Géométrie. (BERLINGHOFF; GOUVEA, 2008)

### 2.1.2 Galileu Galilei, o provável criador da modelagem matemática

Galileu, de sobrenome Galilei, nasceu em Florença em 1564, o ano do nascimento de Shakespeare. A ele se deve um método empregado com sucesso na ciência moderna. A ele também se deve a introdução das funções para descrever fenômenos do mundo físico. O método criado por Galileu[1] consiste em obter descrições quantitativas de fenômenos naturais, independentemente de quaisquer explicações de causa desses fenômenos. Galileu é considerado pelos físicos como sendo o pai da física matemática.

Antes de Galileu, filósofos e cientistas concentravam-se em explicar o porquê dos fenômenos naturais. Com Galileu, nasceu a procura de fórmulas matemáticas descrevendo como esses fenômenos ocorrem. Note que uma fórmula matemática descrevendo um fenômeno não é, em geral, uma explicação das causas do fenômeno! O importante para Galileu não era saber *por quê* mas *como* as coisas ocorrem (KLINE, 1964).

Na descrição de fenômenos físicos, os gregos e seus sucessores também utilizavam fórmulas (de forma não simbólica porém) para descrever relacionamentos entre *grandezas físicas* (tais como *velocidade, tempo, distância, peso*, etc.). Essas "fórmulas" porém eram "deduzidas" a partir de reflexões filosóficas da própria mente, e não a partir de experimentos.

Por exemplo, a fórmula $V = F/R$ descreveria, para Aristóteles, a velocidade $V$ de uma pedra em queda livre. Segundo a fórmula, a velocidade $V$ seria diretamente proporcional à força

[1] Curiosamente, muitos historiadores citam Galileu Galilei pelo seu primeiro nome, em vez de citá-lo pelo sobrenome, Galilei, padrão adotado comumente na história das ciências.

$F$ determinada pelo peso do corpo e inversamente proporcional à resistência $R$ do meio onde o corpo se move. Esta fórmula carecia de confirmação por experimentos físicos. Ela era fruto de conjecturas filosóficas acerca da queda dos corpos.

Experimentalmente verifica-se que a velocidade de um corpo em queda tende a aumentar à medida em que ele cai. Pela fórmula acima a velocidade $V$ deve manter-se constante durante a queda, já que a força $F$ é determinada pelo peso do corpo, que é constante. O aumento da velocidade do corpo era “explicado” pela turbulência do ar.

### 2.1.3 O papel de Galileu Galilei na história das funções

Galileu foi o primeiro físico a propor a descrição de fenômenos naturais através de fórmulas matemáticas, área hoje conhecida como modelagem matemática. Assim por exemplo, a velocidade $v$ de um corpo em queda livre, mostrou Galileu, é uma funcão da variável $t$, o número de segundos decorridos desde o início de sua queda.

Galileu descobriu experimentalmente que *"A velocidade de uma pedra em queda livre, medida em metros por segundo, é (bem aproximadamente)* $9,8$ *vezes o número de segundos decorridos desde o início de sua queda* ".

A afirmação acima, em letras itálicas, é um exemplo de uma *função*. Primeiramente, ela lida com quantidades que mudam continuamente de valor, que são as *variáveis* velocidade e tempo decorrido. Em segundo lugar, ela determina que a cada número de segundos decorridos corresponde um valor para a velocidade do corpo em queda.

Assim, após 1 segundo, a velocidade do corpo é $9,8$ m/s, após 2 segundos, ela é $19,6$ m/s, e assim por diante.

Em símbolos, a declaração acima diz que, se um corpo cai em queda livre, tendo partido do estado de repouso, então, após $t$ segundos, sua velocidade será

$$v = 9,8 \cdot t$$

Este relacionamento funcional simbólico entre as duas variáveis $v$ e $t$ é a *fórmula* para a função descrita retoricamente acima.

Suponha agora que o corpo atinge o solo após 10 segundos. Então a fórmula acima só tem sentido físico para $0 \leq t \leq 10$. No entanto, a fórmula $v = 9,8 \cdot t$ tem significado para todos os possíveis valores reais de $t$.

Assim, a fórmula funcional é mais geral do que a situação física que ela descreve.

Conta uma lenda que Galileu subia na Torre de Pisa e de lá soltava pares de pedras de diferentes tamanhos e pesos, tendo concluído que todas levavam praticamente o mesmo tempo para chegar ao solo. A partir deste experimento ele concluiu que se não houver a resistência do ar, uma pluma e uma pedra, caindo a partir de uma mesma altura, chegam ao solo simultaneamente!

# 3 USO DE METODOLOGIAS DIFERENCIADAS PARA O ENSINO DE MATEMÁTICA

A forma de ensino de matemática, geralmente vista pelos estudantes nas escolas, que se baseia no uso de lousa e giz por parte do professor, explicação da teoria e exercícios de aplicação, pode ser visto como algo que não é interessante, pois muitas vezes, os conteúdos e conclusões vistas na sala de aula, aparentam não fazer sentido ou não possui utilidade prática para a vida do aluno. Para contornar esta situação, existe no campo acadêmico da educação, estudos em busca de formas de como melhorar o ensino de matemática, e uma das formas de atingir tal objetivo é por meio do uso de metodologias diferenciadas, fugindo do método tradicional de ensino.

Outro fator que colabora para o uso de metodologias diferenciadas, é a seguinte orientação presente na (BNCC, 2020), onde é sugerido o uso de vários recursos didáticos que podem ser utilizados pelo professor para o processo de ensino e aprendizagem, com o intuito de desenvolver as habilidades necessárias em cada ano escolar pelo estudante.

> Portanto, a BNCC orienta-se pelo pressuposto de que a aprendizagem em Matemática está intrinsecamente relacionada à compreensão, ou seja, à apreensão de significados dos objetos matemáticos, sem deixar de lado suas aplicações. Os significados desses objetos resultam das conexões que os alunos estabelecem entre eles e os demais componentes, entre eles e seu cotidiano e entre os diferentes temas matemáticos. Desse modo, recursos didáticos como malhas quadriculadas, ábacos, jogos, livros, vídeos, calculadoras, planilhas eletrônicas e softwares de geometria dinâmica têm um papel essencial para a compreensão e utilização das noções matemáticas. (p.276)

Neste capítulo, é abordado o uso de metodologias difenrenciadas para o ensino de matemática, para isso temos duas seções, uma abordando o uso de jogos para o ensino de matemática e uma segunda seção para o uso de ferramentas digitais. Estas metodologias, basearam o desenvolvimento da sequência didática para o ensino de funções, presente no capítulo seguinte.

## 3.1 O USO DE JOGOS PARA O ENSINO DE MATEMÁTICA

Para iniciamos essa seção, vamos investigar o significado da palavra jogo. Uma definição que podemos encontrar para esta palavra através de um dicionário é: atividade cuja natureza ou finalidade é a diversão, o entretenimento, o prazer ou a distração. Já para (HUIZINGA, 1990), um jogo é:

> “Atividade livre, conscientemente tomada como não-séria e exterior à vida habitual,mas ao mesmo tempo capaz de absorver o jogador de maneira intensa e total. É uma atividade desligada de todo e qualquer interesse material, com a qual não se pode obter

> qualquer lucro, praticada dentro dos limites espaciais e temporais próprios, segundo uma certa ordem e certas regras." (p.16)

Partindo desta definição, já podemos induzir que um jogo parte do princípio de ser uma atividade lúdica, ou que ao menos busca este objetivo.

É natural supor que o ser humano, ao longo de toda a sua vida, tenha interesse em realizar atividades e tarefas que ele julga atrativa e interessante, desde a infância, as pessoas em algum momento, tem contato com atividades como brincadeiras e jogos, tais atividades são vistas como recreação, uma atividade para passar o tempo ou distração e indiretamente, acaba sendo até uma forma da criança desenvolver habilidades importantes para a sua formação como indíviduo, por exemplo, a socialização com outras pessoas.

Com o passar dos anos, a pessoa deixa para trás a sua infância, as brincadeiras e jogos em que ele se interessava antes, podem não ser mais atrativas, mas apesar disso, as pessoas buscam ludicidade em outras atividades que gerarão prazer a elas, com base nas suas respectivas preferências pessoais. Deste modo, ao longo de toda a vida, naturalmente as pessoas buscam realizar em pelo menos algum nível mínimo, atividades que geram um prazer e satisfação pessoal, como alguma atividade física, atividade musical, passar tempo com pessoas queridas, entre outras possibilidades. Segundo (GRANDO, 2000), a necessidade do ser humano em desenvolver as atividades lúdicas, ou seja, atividades cujo fim seja o prazer que a própria atividade pode oferecer, determina a criação de diferentes jogos e brincadeiras.

Considerando a premissa da necessidade do ser humano por atividades lúdicas, citada no parágrafo anterior, vamos retomar um dos empecilhos no ensino de matemática que é a falta de interesse por parte dos estudantes, dito isso, o uso de jogos para o ensino de matemática, visa justamente contornar o ponto da falta de interesse, pois ao utilizar algum jogo com o intuito de desenvolver uma habilidade presente na (BNCC, 2020), possibilita que o estudante possa aprender de uma forma mais lúdica e interessante um conteúdo que ele já deveria aprender.

Dito isso, o uso de jogos para o ensino de matemática, busca aumentar o interesse e engajamento do estudante durantes as aulas, fazendo que o aluno potencialize a sua aprendizagem, através de um processo de aprendizagem diferente, mais dinâmico e obviamente, lúdico.

Importante ressaltar que em (FUNDAMENTAL, 1998), já havia menções sobre o uso de jogos no processo de ensino-aprendizagem, como podemos perceber no seguinte trecho

> "Nos jogos de estratégia (busca de procedimentos para ganhar) parte-se da realização de exemplos práticos (e não da repetição de modelos de procedimentos criados por outros) que levam ao desenvolvimento de habilidades específicas para a resolução de problemas e os modos típicos do pensamento matemático." (p.47)

Ou ainda, uma das habilidades a serem desenvolvidas segundo (BNCC, 2020), para o terceiro ano do ensino fundamental, presente na unidade temática de números sobre o objeto de conhecimento "Leitura, escrita e comparação de números naturais (até 100)" faz uma menção sobre a possibilidade do professor utilizar jogos e brincadeiras, ou seja, atividades lúdicas, para que os estudantes possam desenvolver a seguinte habilidade:

> (EF01MA04) Contar a quantidade de objetos de coleções até 100 unidades e apresentar o resultado por registros verbais e simbólicos, em situações de seu interesse, como jogos, brincadeiras, materiais da sala de aula, entre outros.

Com base nos pontos mencionados anteriormente, (GRANDO, 2000) faz um série de questionamentos sobre o uso de brincadeiras e jogos no processo de ensino-aprendizagem, já que na própria escola, as crianças fazem o uso de brincadeiras durante o intervalo, alguns dos questionamentos são:

> Por que, "no recreio", e não "na sala de aula"? Será que não poderíamos pensar em desenvolver um trabalho com esses jogos visando a construção de alguns conceitos e/ou habilidades matemáticas, tradicionalmente trabalhados pela escola? Será que estas crianças não ficariam muito mais interessadas a aprender se fosse através das próprias brincadeiras que elas estão acostumadas a fazer, ou de atividades semelhantes? Ou ainda, será que a sala de aula poderia ser um ambiente propício à reflexão e análise do jogo, a partir da intervenção pedagógica do professor responsável pelo grupo de alunos?

Como respostas aos questionamentos citados anteriormente, um dos objetivos deste trabalho, foi desenvolver no capítulo 4, duas atividades que buscam cumprir atender o processo de ensino-aprendizagem sobre o conteúdo de funções por meio da "Dinâmica do piso" e do jogo "Adivinhe a regra". Na primeira atividade, temos uma breve dinâmica, com o objetivo de ser o ponto de partida numa aula sobre funções, com o intuito de definir as condições necessárias para uma função, de um modo um pouco mais lúdico. Já na segunda atividade, aqui sim, temos uma proposta de um jogo, como uma atividade pedagógica, com o intuito de explorar a lei de formação de uma função.

## 3.2 O USO DE SOFTWARES PARA O ENSINO DE MATEMÁTICA

Como ponto de partida desta seção, questiono o leitor sobre a participação do uso de tecnologias presentes no seu dia-a-dia. Acredito que seja razoável supor o crescente aumento da tecnologia na vida do ser humano, cada vez estamos utilizando recursos, mais marcado principalmente pelo uso de celulares, computadores ou notebooks, podemos citar três tipos de demandas para o uso de tecnologia:

- Resolver demandas do cotiadiano: acessar a sua conta do banco pelo celular ou pedir algo para comer por aplicativo.

- Uso para lazer: assistir um vídeo, filmes ou séries, ouvir músicas, acessar as suas redes sociais, conversar com as pessoas que você gosta.

- Rotina de trabalho: participar de uma videochamada, escrever textos, montar apresentações ou planilhas através de softwares.

Feita a observação sobre o grande aumento do uso de tecnologias em nossas vidas, cria-se uma demanda das pessoas saberem utilizar a tecnologia, tanto que para pessoas que possui dificuldades com o uso de tecnologias, surge o termo "analfabetismo digital".

Dado o crescente uso da tecnologia pelas pessoas e as dificuldades dos estudantes em assimilar as habilidades a serem desenvolvidas pelo aluno na escola, partindo dessas duas premissas, o professor pode fazer uso tecnologias digitais para o ensino de matemática por exemplo, como forma de diversificar a metodologia de ensino ao longo do ano letivo.

Em (SOUSA, 2018), toda essa produção de recursos tecnológicos, como por exemplo, os softwares livres, pode ser melhor explorada como forma de aproximar a realidade de cada indivíduo ao contexto escolar, principalmente direcionando toda essa produção às práticas pedagógicas, proporcionando uma melhor adequação das metodologias de ensino ao contexto tecnológico atual.

No arquivo da (BNCC, 2020), no tópico das competências gerais da educação básica, temos o seguinte trecho referente a tecnologias digitais:

> Compreender, utilizar e criar tecnologias digitais de informação e comunicação de forma crítica, significativa, reflexiva e ética nas diversas práticas sociais (incluindo as escolares) para se comunicar, acessar e disseminar informações, produzir conhecimentos, resolver problemas e exercer protagonismo e autoria na vida pessoal e coletiva.(p.9)

Ainda no mesmo documento da (BNCC, 2020), temos também o tópico de competências específicas de matemática para o ensino fundamental, já aqui temos a ênfase da competência do uso de tecnologias digitais aplicada direcionada diretamente à disciplina de matemática, lá é dito que "utilizar processos e ferramentas matemáticas, inclusive tecnologias digitais disponíveis, para modelar e resolver problemas cotidianos, sociais e de outras áreas de conhecimento, validando estratégias e resultados. (p.267)".

Além da parte referente as competências especificas da disciplina de matemática, entre a lista de habilidades a serem desenvolvidas no ensino fundamental, possuem várias menções a possibilidade do uso de tecnologias digitais, já presentes a partir do terceiro ano do ensino fundamental. Os objetos de conhecimento onde há essa menção, são sobre construções de figuras planas, medidas de ângulos, construções de tabelas ou gráficos e resolução de problemas envolvendo cálculo de porcentagens. As habilidades mencionadas neste parágrafo, estão citadas no apêndice A deste texto.

Há ainda para as outras disciplinas, competências específicas destinadas ao uso de tecnologias digitais ou menções nas habilidades a serem desenvolvidas pelos estudantes em cada ano escolar, tanto em disciplinas da área de linguagens, como língua portuguesa, língua inglesa e artes, da área ciências humanas, como geografia e história, assim como na área de ciências da natureza.

Há uma boa diversidade de softwares que podem ser usados para o ensino de matemática, como por exemplo Excel, scratch, Maxima ou ainda o aplicativo para celular, o rei da matemática (aqui há uma série de perguntas no formato de quiz, onde o usuário deve responder sobre várias áreas da matemática básica). Neste texto, discutimos mais especificamente sobre o software GeoGebra.

O GeoGebra é um aplicativo de matemática dinâmica gratuito, que combina conceitos de geometria e álgebra (inclusive o nome GeoGebra é a combinação das palavras "geometria" e "álgebra"), neste software podemos fazer uma enormidade de construções geométricas, com o intuito de explorar propriedades destas construções em uma única GUI (do inglês, Graphical User Interface, ou do português Interface Gráfica do Utilizador). Através do software, podemos realizar algumas construções, como por exemplo:

– Retas paralelas, perpendiculares ou tangentes,

– Polígonos regulares ou polígonos onde os vértices podem ser movidos livremente pelo usuário,

– Pontos e interseção entre objetos construídos pelo usuário,

– Círculos e cônicas.

Além da parte com ênfase em geometria apenas, a tela inicial do software apresenta um plano cartesiano, desta forma, podemos utilizar esta ferramenta como uma calculadora gráfica, por exemplo, o usuário pode inserir funções e analisar o comportamento do gráfico da respectiva função. Neste caso particular, adianto que este será o objetivo da terceira atividade da sequência didática presente no próximo capítulo.

O software geogebra está disponível na versão online, no site: https://www.geogebra.org/. Caso a pessoa prefira, ela poderá instalar o software no seu respectivo computador ou notebook, ou ainda, instalar o software na versão em aplicativos para celulares ou tablets disponíveis para aparelhos do sistema operacional android ou IOS.

Vale mencionar que há ainda uma versão do software para a geometria tridimensional.

Devido a grande variedade de funcionalidades presentes no software GeoGebra, o professor de matemática poderá desenvolver uma grande gama de atividades utilizando esta ferramenta na sala de aula.

Outra detalhe sobre o uso do Geogebra como uma atividade pedagógica, é ter um objetivo matemático a ser alcançado pelos estudantes, e não utilizar o recurso tecnológico apenas por usar, tem de haver algum propósito por trás, com foi concluído por (SOUSA, 2018) durante o processo de formação de atividades para o Geogebra com um grupo de professores, é afirmado que:

> Os professores puderam perceber que no processo de planejamento das atividades o uso do software Geogebra foi um meio utilizado para se alcançar um determinado objetivo matemático, proposto previamente. Constaram que não basta apenas dominar uma determinada tecnologia, é preciso uma proposta pedagógica bem definida e que seja capaz de proporcionar experiências que contribuam no processo construtivo do conhecimento. (p.119)

Como este trabalho possui o intuito de repensar o ensino de funções para uma turma de nono ano do ensino fundamental, optou-se de utilizar a ferramenta de geometria dinâmica do GeoGebra, para explorar o comportamento do gráfico de uma função do primeiro grau, neste caso, o propósito do uso deste recurso de tecnologias digitais, é que os estudantes compreendem as variações das representações gráficas de uma função do primeiro grau.

# 4 SEQUÊNCIA DE ATIVIDADES

O conteúdo de funções, como mencionado anteriormente é um tema escolar sensível, pois gera bastante dúvidas para os estudantes, incluindo na parte conceitual do que é uma função, qual a diferença entre uma função e uma equação. Isso ocorre porque o aluno tem dificuldade em identificar tais diferenças e particularidades sobre uma função.

Dado o motivo anterior, foi buscado desenvolver uma sequência de atividades, no intuito de diminuir tais dificuldades, no ensino de funções para uma turma do nono ano do ensino fundamental, onde segundo a BNCC, começa o estudo deste tópico.

## 4.1 DINÂMICA DO PISO

Nesta primeira atividade desta sequência didática, o objetivo principal é que o estudante, compreenda as condições necessárias para se definir uma função matemática. As três condições necessárias para obtemos uma função matemática, segundo esse texto são:

a) A existência de pelo menos um valor inicial;

b) A existência de uma ordem/regra a ser cumprida;

c) Após cumprida a ordem da função devemos obter um novo e único valor final.

A condição a) se refere a existência do conjunto do domínio de uma função qualquer. A condição b) se refere a lei de formação da função, que relaciona os elementos do domínio com os elementos do contradomínio. E por fim, a condição c) se refere a existência do conjunto do contradomínio de uma função qualquer, garantindo que cada elemento do domínio da função, esteja associado a um único elemento do contradomínio da função.

Por exemplo, a função $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, tal que $f(x) = 2x + 1$, respeita a condição a), pois qualquer número real é elegível para ser o valor inicial da função, como por exemplo os números: $1, 2, 3, 1035, -4, \frac{2}{3}, \sqrt{2}, \pi$. Na função $f$, a regra da função seria dobrar o valor inicial do número e na sequência somar uma unidade (condição b) devido a expressão algébrica que define a função, por fim, após aplicada a regra da função $f$, obtemos um novo valor e este valor é único, pois dado um valor qualquer $x$ qualquer, o valor $2x + 1$ é único para todo $x \in \mathbb{R}$.

Portanto, $f$ atende as três condições necessárias usadas como premissas para ser uma função matemática.

Ressaltadas as premissas anteriores, para desenvolver a necessidade destas condições em uma função para uma turma do 9º ano do ensino fundamental, será desenvolvida a dinâmica do piso.

Para a realização desta atividade, o professor pedirá para que todos os alunos estejam em pé na sala de aula, em algum lugar da sua preferência. Após isso, o professor passará algumas instruções para os estudantes, como por exemplo:

- Ande dois passos para frente
- Ande três passos para trás
- Ande um passo para direita
- Ande dois passos para a esquerda

Deste modo, a cada momento, o professor passará uma ordem a ser cumprida e os estudantes realizarão tal comando, que nesse caso, resultará num deslocamento em relação ao local de início na sala de aula.

Após os alunos realizarem alguns movimentos a pedido do professor, iniciará o segundo momento da atividade, onde o professor fará alguns questionamentos à turma, com o intuito de construir o conceito de uma função matemática. Neste novo momento, o professor da sala, deve tomar um papel de mediador, buscando instigar e questionar os estudantes a concluir as respostas esperadas de forma mais autônoma possível.

O primeiro ponto que o professor deve questionar aos alunos, é qual foi o primeiro ato realizado por cada um deles nesta atividade, ou seja, qual foi a primeira condição necessária para a realização desta dinâmica. Algumas respostas esperadas aqui são:

- Eu levantei
- Eu escolhi um local da sala para ficar em pé

Associando com a ideia de uma função, dentro do domínio da função, que neste contexto seria o piso da sala, o estudante escolheu uma parte específica do piso para iniciar a atividade, ou seja, ele escolheu um elemento do domínio da função.

O segundo questionamento para a turma de estudantes é: após escolhido o seu local inicial, qual foi a sua próxima ação? Algumas das respostas esperadas são:

- Eu andei
- Eu mudei de lugar
- Eu cumpri a ordem do professor

Vamos supor que a ordem pedida pelo professor tenha sido "Ande dois passos para frente", quando os alunos realizam esta ordem, eles estão realizando a lei de formação de formação da função, que nesse caso especifíco, a regra da função é andar dois passos para frente e desta forma, cada um deles, cumpriram a segunda condição necessária de uma função.

Por fim, o último questionamento é "após cumprir a ordem pedida pelo professor, o que aconteceu?". Algumas das respostas esperadas são:

- Eu mudei de lugar
- Eu não estou mais no mesmo lugar
- Eu estou num novo lugar

Neste caso, o professor deve ressaltar que quando o aluno aplicou a "função pedida pelo professor", ele se deslocou para um novo lugar da sala, ou seja, o estudante se reposicionou um novo local dentro do contradomínio da função.

O professor deve questionar ainda aos alunos que se após cada um deles cumprirem a ordem pedida, haveria a possibilidade do estudante se reposionar em mais de um lugar da sala de aula, neste caso, desprezando o tamanho do passo do estudante, só há um único local que o aluno poderia se reposicionar, após realizar a ação pedida pelo professor. Neste ponto, busca-se explorar a ideia de que cada elemento do domínio da função está associado com um único elemento do contradomínio da função.

Ao abordar cada um dos três pontos anteriores, o professor terá abordado cada uma das três condições necessárias de uma função matemática. Feito isso, o professor poderá definir uma função como sendo uma relação que respeite as três condições necessárias citadas anteriormente no começo desta seção.

Após a conclusão da atividade anterior, o professor pode citar e desenvolver alguns exemplos de funções, que são definidas a partir de uma expressão algébrica, como por exemplo, as funções: $f(x) = 2x + 1$, $g(x) = 3x - 2$ e $h(x) = x^2$.

As próximas duas atividades descritas nesta dissertação, tem como intuito explorar o comportamento de uma função do primeiro grau, uma por meio de um jogo e a outra por meio do software de geometria dinâmica.

## 4.2 ADIVINHE A REGRA

Nesta segunda atividade, o objetivo é que o estudante por meio de um jogo consiga aperfeiçoar o conceito de função, por meio desta metodologia, busca-se propiciar um aprendizagem mais signitiva. O jogo tem como intuito que o aluno saiba identificar qual é a lei de formação da função, a partir da linguagem oral.

Para esta atividade, a turma pode ser dividida em grupos, permitindo que os alunos do mesmo grupo troquem informações e compartilhem estratégias para conseguir adivinhar a função pensada pelo professor. Além de desenvolver competências sociais, como o trabalho em equipe.

Após divididos os grupos na sala de aula, será estabelecida a ordem de jogada por cada grupo, através de um sorteio.

Em cada rodada, o professor mentalmente deve escolher uma função, vamos supor que para a primeira rodada, a função escolhida foi $f(x) = 2x + 1$. O primeiro grupo a jogar (escolhido previamente por sorteio), falará um número, vamos imaginar que o número escolhido por este grupo foi 5, a partir disso, o professor responderá o número 11, pois $f(5) = 2 \times 5 + 1 = 11$.

Na sequência, o segundo grupo a jogar deverá falar um outro número, vamos supor que o grupo 2, tenha dito o número 7, desta forma, o professor responderá o número 15, pois $f(7) = 2 \times 7 + 1 = 15$.

Assim, o jogo continua, respeitando a ordem de jogada estabelecida previamente, até que algum dos grupos consiga determinar oralmente qual é a regra, ou seja, qual é a lei de formação da função que o professor utiliza para responder os alunos. Caso o grupo acerte a regra, o grupo ganha 1 ponto, caso contrário, o jogo continua até que algum grupo acerte a regra da função.

Ganha o jogo, aquele grupo que tiver a maior quantidade de pontos, após realizada a quantidade de rodadas pré estabelecidas.

Durante o andamento da atividade, recomenda-se que o professor vá registrando os números ditos por cada grupo e o número respondido pelo professor em forma de uma tabela, como por exemplo:

Tabela 4.1 – Dados para a rodada 1, utilizando a função $f(x) = 2x + 1$

| **Número dito por cada grupo** | **Número respondido pelo professor** |
|---|---|
| 5 | 11 |
| 7 | 15 |
| 2 | 5 |
| 0 | 1 |
| 10 | 21 |
| 4 | 9 |

Fonte: Elaborado pelo autor.

A cada rodada, espera-se que os alunos acertem a lei de formação por meio da oralidade, por exemplo, na rodada 1, que a função escolhida pelo professor foi $f(x) = 2x + 1$, espera-se que uma possível resposta de um dos grupos seja " o número falado pelo professor é dobro mais um do número falado por nós"ou algo similar a isto, como nesse momento, ainda estamos construindo o conceito de função no aluno, eles tendem a expressar a regra da função por meio da oralidade apenas, e a partir disso, surge o momento do professor explorar em como escrever por meio de uma expressão algébrica, a regra da função, dita oralmente pelos grupos no decorrer das rodadas do jogo.

Neste instante, é papel do professor induzir que os alunos comecem a descrever a regra da função, por meio da linguagem algébrica, ou seja, o grande ponto desta atividade é que o aluno possa fazer a transição entre a linguagem oral para a linguagem algébrica e estabelecer relações essas duas linguagens no conceito de função.

É esperado que com o transcorrer do jogo, os estudantes vão se apropriando em dizer a lei da formação da função em cada rodada, através da linguagem algébrica e não utilizando apenas a linguagem oral.

É também esperado que os alunos desenvolvam estratégias para determinar a lei de formação em cada rodada do jogo, por exemplo, em casos em que a função é do primeiro grau, a questão da linearidade da função. Vamos considerar os seguintes valores para a função $f(x) = 3x - 1$.

Tabela 4.2 – Explorando a linearidade da função $f(x) = 3x - 1$

| **Número dito por cada grupo** | **Número respondido pelo professor** |
|---|---|
| 1 | 2 |
| 2 | 5 |
| 3 | 8 |
| 4 | 11 |
| 5 | 14 |
| 6 | 17 |

Fonte: Elaborado pelo autor.

Ou seja, toda vez que o número falado aumenta em uma unidade, o número respondido aumenta em três unidades. Funções do primeiro grau apresentam este comportamento. E o professor nesta atividade pode aproveitar e explorar esta propriedade, apesar de que neste momento o foco principal é que o estudante saiba fazer a migração da linguagem oral para a linguagem algébrica.

Após o fim do jogo, uma extensão deste que o professor poderá fazer é a partir dos dados de uma das rodadas realizadas, propor a construção do gráfico da função escolhida, que seria uma outra habilidade deste conteúdo a ser trabalhada pelo professor com os alunos.

É provável que ao longo das rodadas, os números ditos pelos alunos, em sua grande maioria (senão todos) sejam apenas números naturais (incluindo o número zero), desta forma se $f$ uma função utilizada em algumas das rodadas ao longo do jogo,o gráfico desta função teria a seguinte característica: $f:\mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$. A partir da construção deste gráfico, o professor poderá mostrar que podemos estender este gráfico para valores inteiros, ou seja, obtemos uma função do tipo $f:\mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}$, até que por fim, chegamos a condição de conjunto de domínio e contradomínio mais ampla para um aluno do ensino fundamental, utilizando conjunto dos números reais, obtendo o gráfico de uma função $f:\mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$.

Deste modo, ressaltamos que no conjunto domínio e contradomínio de uma função, podemos ter números naturais, inteiros, racionais e até irracionais, assim, podemos abranger qualquer número real no conjunto domínio e contradomínio de uma função.

## 4.3 ATIVIDADE NO GEOGEBRA

Nesta última atividade, o objetivo é analisar o comportamento de uma função do primeiro grau, ou seja, uma função da forma $f(x) = ax + b$, com $a, b \in \mathbb{R}$, por meio do software de geometria dinâmica GeoGebra.

Para utilizar esta ferramenta com os alunos, o professor poderá acessar a calculadora gráfica - Geogebra, pelo site: https://www.geogebra.org/graphing caso a escola possua computadores disponíveis para o acesso ou ainda, é possível acessar em celulares por via do aplicativo "Calculadora Gráfica GeoGebra".

Esta atividade poderá ser feita em duplas, trios ou grupos maiores, principalmente em caso de não haver computadores ou celulares para todos.

A proposta da atividade é que os alunos percebam a variação da representação gráfica de uma função, conforme se varia os parâmetros $a$ e $b$ numa função do primeiro grau. Note que esta atividade também pode ser adaptada para outros tipos de funções, como por exemplo:

- Funções do segundo grau
- Funções exponenciais
- Funções logarítimicas
- Funções trigonométricas

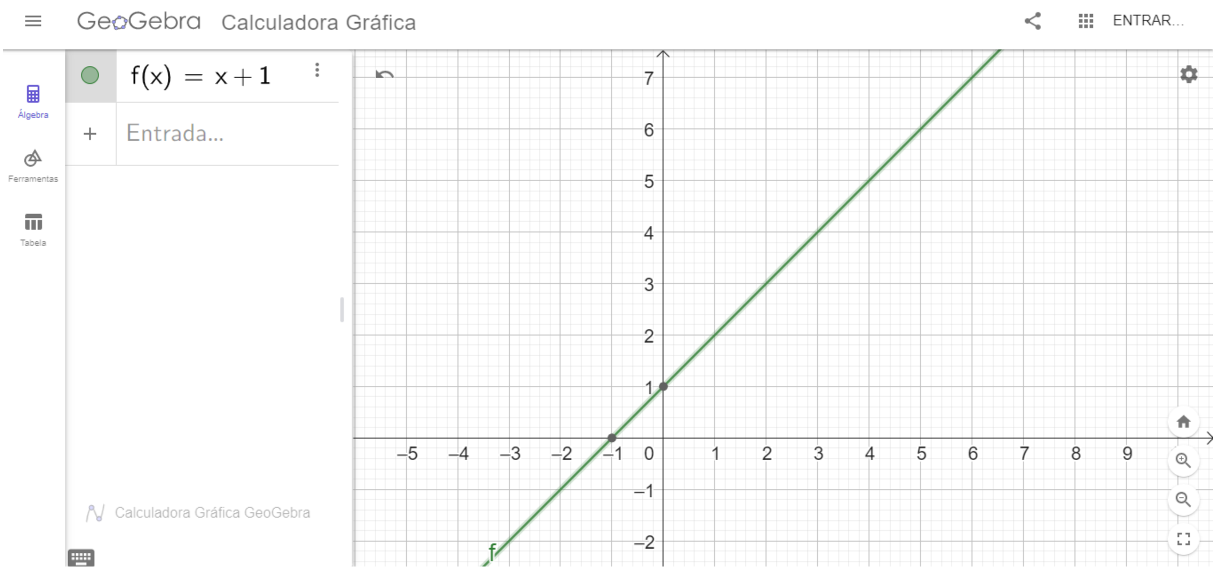
Para a primeira parte desta atividade no GeoGebra, vamos explorar o comportamento do gráfico da função do primeiro grau, a partir da variação do parâmetro $b$.

### 4.3.1 A variação do parâmetro $b$, numa função do primeiro grau

Vamos focar no parâmetro $b$ numa função da forma $f(x) = ax + b$, com $a, b \in \mathbb{R}$. Para isso, peça para que os alunos no software GeoGebra insiram a função $f(x) = x + 1$, desta forma obtemos a seguinte imagem.

Figura 4.1 – Representação gráfica da função $f$

1.png

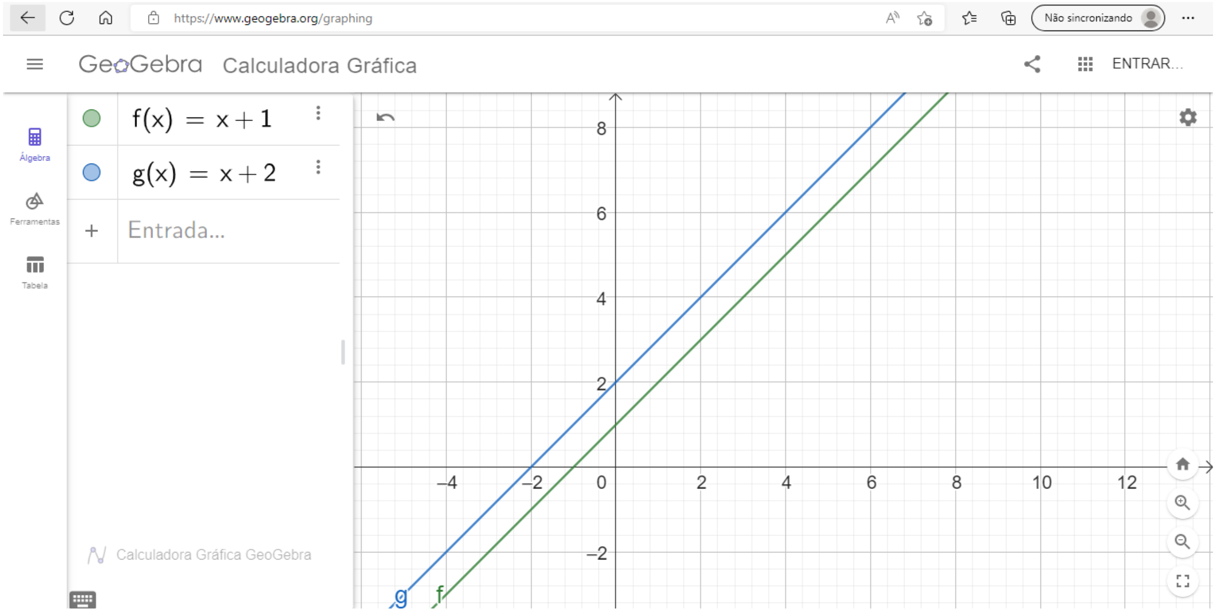



Fonte: Desenvolvida pelo próprio autor

Na sequência, o professor pedirá para que os estudantes insiram no software a seguinte função, $g(x) = x + 2$. Desta forma, obtemos a seguinte imagem.

Figura 4.2 – Representação gráfica das funções *f* e *g*

2.png

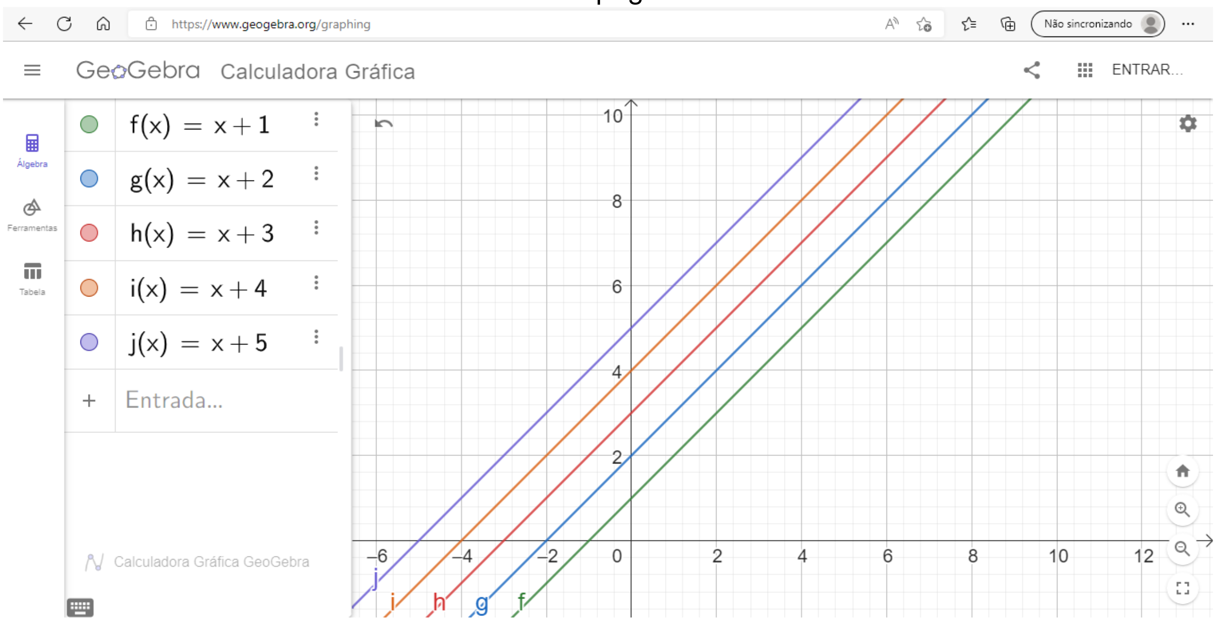



Fonte: Desenvolvida pelo próprio autor

De forma similar podemos adicionar as seguintes funções no software: $h(x) = x + 3$, $i(x) = x + 4$ e $j(x) = x + 5$. Obtemos assim a seguinte imagem no software.

Figura 4.3 – Representação gráfica das funções *f*, *g*, *h*, *i* e *j*

3.png




Fonte: Desenvolvida pelo próprio autor

Após os estudantes inserirem algumas funções no software, o professor deve questionar se houve alguma mudança nas representações gráficas de cada função e instigar os alunos, para que os mesmos consigam descrever exatamente qual está sendo a mudança nas representações gráficas e o porquê dessa mudança, a partir das leis de formação das funções utilizadas.

Para as funções presentes na imagem 4.3, o objetivo principal é que o aluno consiga compreender que conforme aumentamos o valor numérico do parâmetro *b*, o gráfico da função faz uma translação vertical para cima, similarmente, se o valor numérico do parâmetro *b* diminui, o gráfico da função faz uma translação vertical para baixo.

Por exemplo, se comparamos as seguintes funções $f(x) = x + 1$ e $h(x) = x + 3$, temos que o valor do parâmetro *b* em ambas funções são 1 e 3 respectivamente, notamos que na função *h*, o valor numérico de *b* é duas unidades maior em comparação a função *f*, e por consequência, a representação gráfica da função *h* teve uma translação vertical de duas unidades para cima. O professor pode estabelecer outras relações equivalentes utilizando as demais funções descritas anteriormente.

Preceba que nas funções *f*,*g*,*h*,*i* e *j*, o valor do parâmetro *b* dessas funções do primeiro grau, são respectivamente 1, 2, 3, 4 e 5.

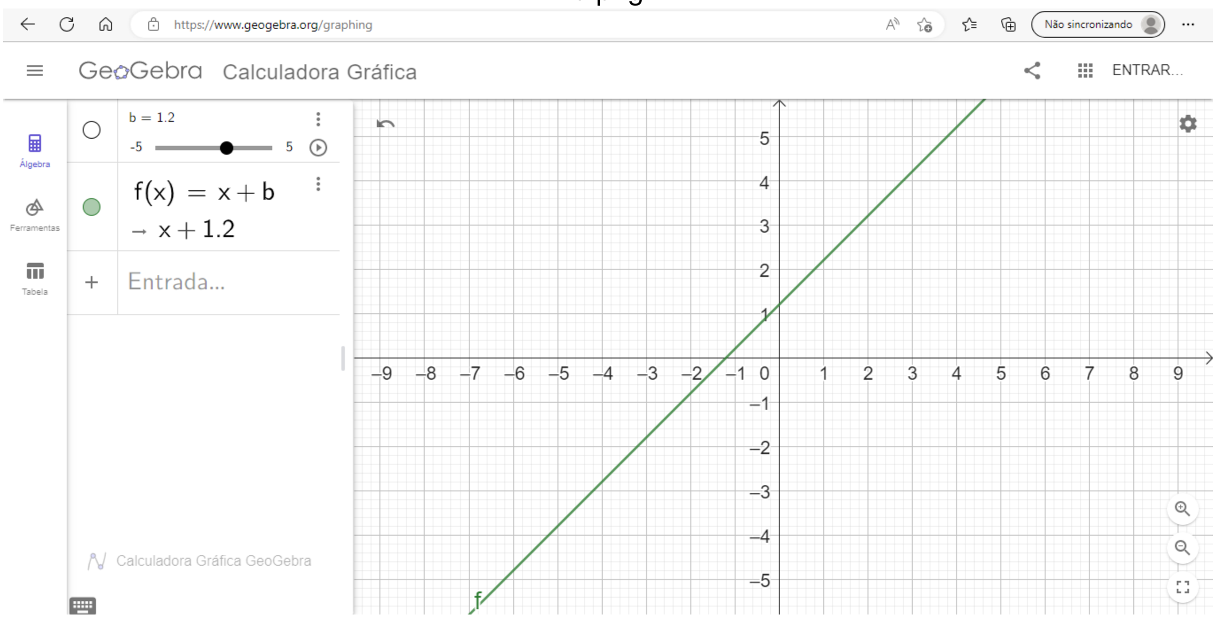
Outra observação que o professor poderá desenvolver com a turma, é a interseção das retas de cada umas das funções com o eixo *y*, essa interseção depende do valor de *b*, por exemplo na função $f$ inserida anteriormente pelos alunos, temos que $b = 1$ e a reta que representa essa função intercepta o eixo $y$ no ponto $(0, 1)$. Já na função $g$, temos que $b = 2$ e a reta que representa essa função intercepta o eixo $y$ no ponto $(0, 2)$. Assim como as funções $h$, $i$ e $j$, onde , $b = 3$, $b = 4$ e $b = 5$ respectivamente, o gráfico destas funções, interceptam o eixo $y$ nos pontos $(0, 3)$, $(0, 4)$ e $(0, 5)$ respectivamente.

É importante que os alunos percebam e generalizem que o gráfico de uma função da forma $f(x) = ax + b$ intercepta o eixo $y$ no ponto $(0, b)$. Cabe ao professor fazer o papel de mediador com os alunos, para que estes consigam chegar nesta conclusão.

Uma extensão desta atividade que poderá ser feita no GeoGebra, é a utilização da ferramenta do controle deslizante. Ao inserir a função $f(x) = x + b$ (sendo $b \in \mathbb{R}$), o software identifica o valor $x$ como a variável da função, enquanto $b$ é um número real qualquer a ser definido, para isso, o próprio software cria uma ferramenta, que é chamado de controle deslizante, aparecerá na tela um segmento, variando de -5 a 5, onde o usuário pode escolher um valor de $b$ dentro do intervalo $[-5, 5]$, com o valor de $b$ variando em 0,1 unidades, seguindo a configuração padrão do software. Segue a imagem abaixo da situação.

Figura 4.4 – Uso do controle deslizante numa função $f$, quando $b = 1,2$

5.png



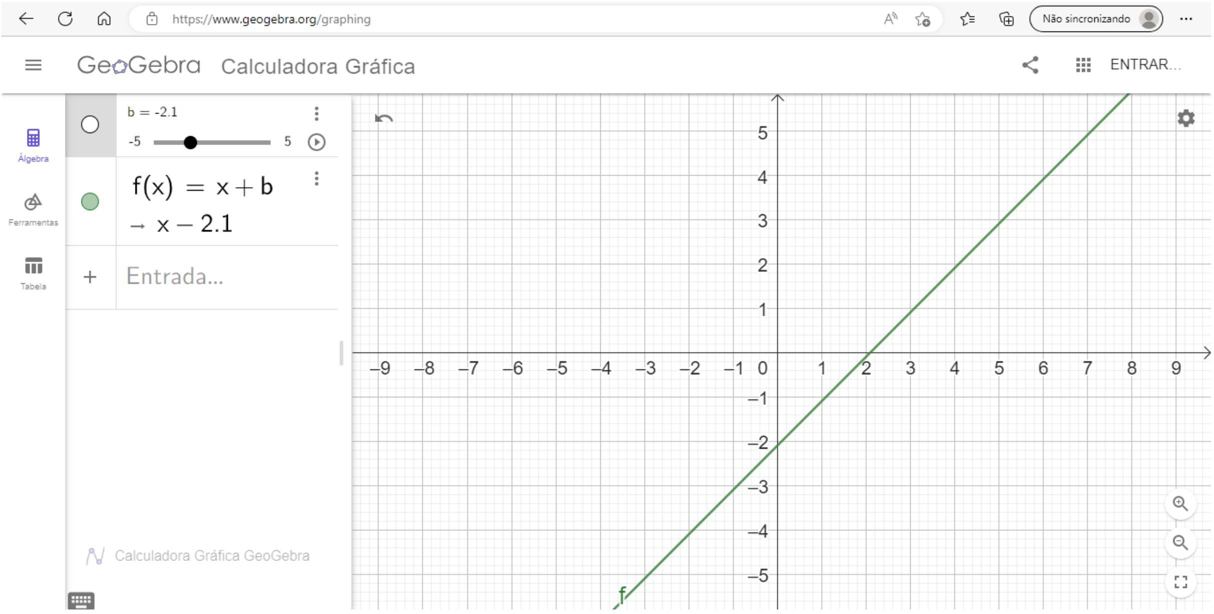

Fonte: Desenvolvida pelo próprio autor

Perceba o segmento que representa o valor de $b$ na aba da janela de álgebra do software, presente canto superior esquerdo da tela.

Na imagem 4.4, temos o gráfico da função $f(x) = x + b$, quando $b = 1,2$, ou seja, temos a representação gráfica da função $f(x) = x + 1,2$. Se alterarmos o valor de $b$, a representação gráfica da função muda de acordo com essa mudança. Por exemplo, veja abaixo o gráfico da função $f$, quando $b = -2,1$.

Figura 4.5 – Uso do controle deslizante numa função $f$ quando $b = -2,1$

6.png




Fonte: Desenvolvida pelo próprio autor

Os alunos devem perceber as diferenças nas representações gráficas da função, conforme eles próprios alteram o valor numérico de *b*.

Ainda sobre a ferramenta do controle deslizante, temos outra funcionalidade interessante, a automação da variação do valor de *b*. Ao lado do segmento que varia de -5 a 5, há um botão com o desenho de uma tecla com a figura de um triângulo com uma das pontas viradas para à direita (similar ao símbolo de "play"  em reprodutores de som ou vídeo), ao clicar nesse botão, o valor de *b* vai variando automaticamente com o passar do tempo e, consequentemente, a representação gráfica de *f* vai mudando a partir da variação do parâmetro *b*. É interessante o uso desta funcionalidade, para que os alunos de fato compreendam através de uma visualização dinâmica, o comportamento de uma função do primeiro grau $f(x) = ax + b$, quando o valor de *b* varia.

### 4.3.2 A variação do parâmetro *a*, numa função do primeiro grau

De forma semelhante ao que foi feito na subseção anterior, podemos desenvolver uma atividade para a variação do parâmetro *a*.

Em primeiro lugar, o professor instrui os alunos para que eles insiram no software, a função $f(x) = x$. Ou seja, nessa função do primeiro grau o valor do parâmetro $a$ é 1.

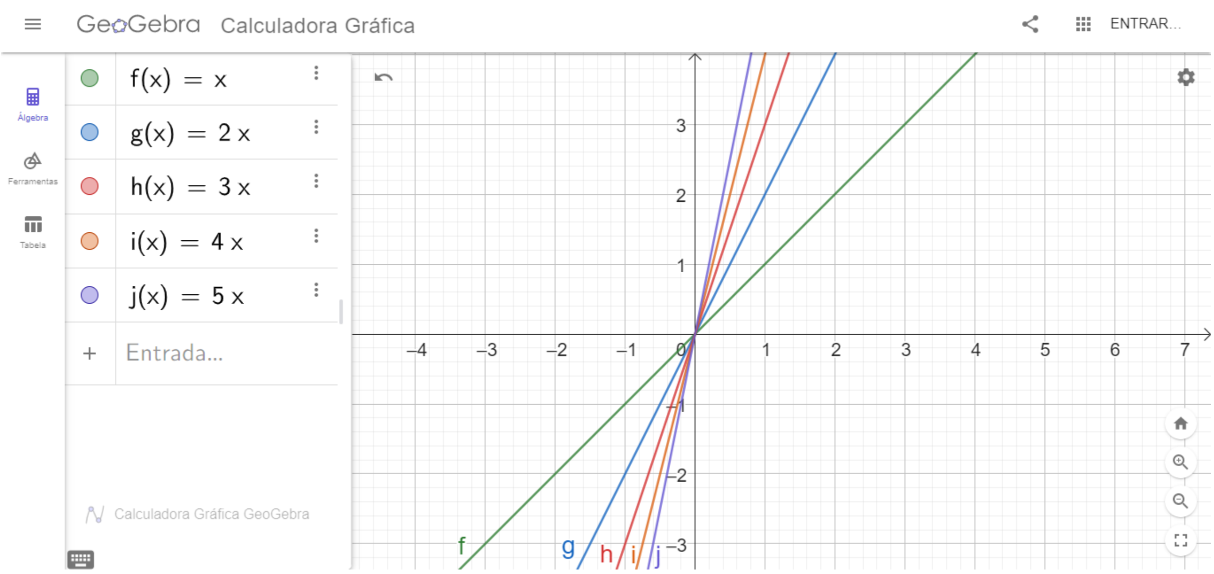
Em seguida, o professor pede para que os alunos gradativamente, insiram as seguintes funções:

- $g(x) = 2x$
- $h(x) = 3x$
- $i(x) = 4x$
- $j(x) = 5x$

Ao final, os estudantes devem obter a seguinte imagem no software.

Figura 4.6 – Representações gráficas das funções $f$, $g$, $h$, $i$ e $j$

4.png




Fonte: Desenvolvida pelo próprio autor

Após os alunos inserirem cada uma das funções, o professor deve questionar o que mudou nas representações gráficas de cada uma das funções inseridas no GeoGebra. É esperado que os alunos percebam que a mudança é diferente em relação a translação vertical que ocorria quando alteramos o parâmetro *b*.

O esperado é que os estudantes percebam que a variação do parâmetro *a* na função do primeiro grau, gera uma rotação na reta, ao invés da translação que ocorre na variação do parâmetro *b*.

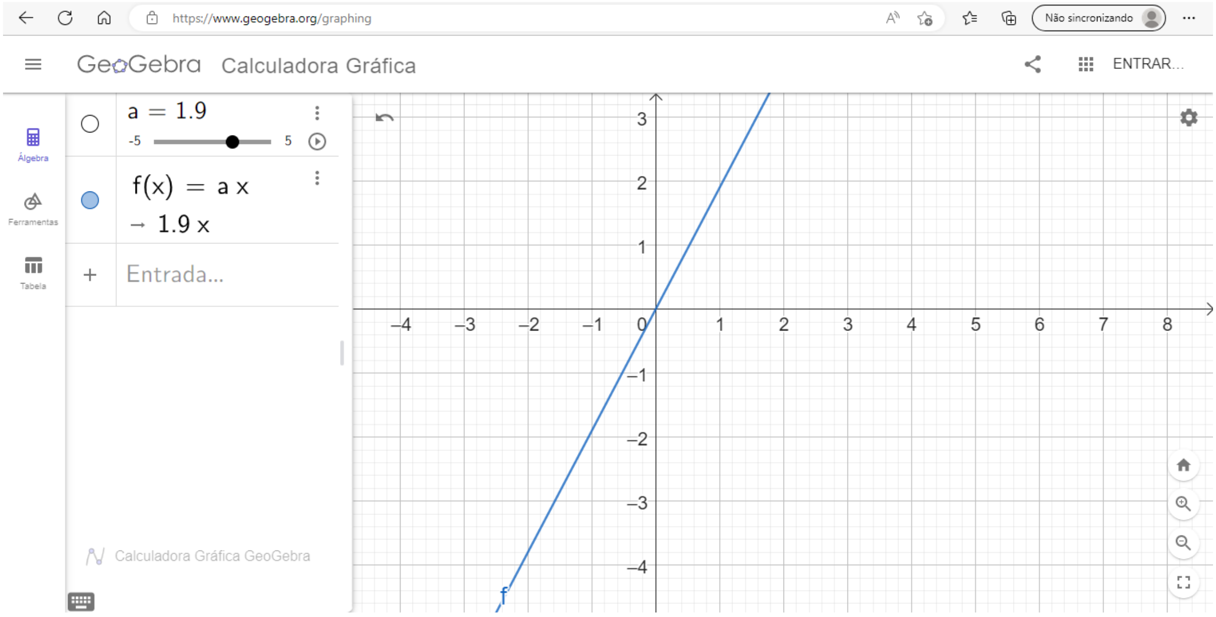
Neste caso, quando o valor de *a* aumenta, a reta faz uma rotação no sentido anti-horário e quando o valor de *a* diminui, a reta faz uma rotação no sentido horário.

Outra observação que pode ser feita pelo professor é que para valores positivos de *a*, conforme o valor de *a* for aumentando, a reta que representa a função se aproxima da posição vertical. De forma similar, quando o valor de *a* se aproxima de zero, a reta se aproxima da posição horizontal. Ou ainda, quando o valor de *a* for positivo, o gráfico da função é crescente, em contra partida, quando o valor de *a* for negativo, o gráfico da função é decrescente

Da mesma forma que foi feito na subseção anterior, podemos explorar a ferramenta do controle deslizante para a parâmetro *a* numa função do primeiro grau. Ao inserir a função $g(x) = ax$, (sendo $a \in \mathbb{R}$), novamente, o software identifica o valor $x$ como a variável da função, enquanto *a* é um número real qualquer a ser definido, para isso, desse modo o software cria o controle deslizante para o parâmetro *a*, variando de -5 a 5, onde o usuário pode escolher um valor de *a* dentro do intervalo $[-5, 5]$, com o valor de *a* variando em 0,1 unidades. Segue a imagem abaixo descrevendo a situação.

Figura 4.7 – Uso do controle deslizante para uma função $f$ com $a = 1,9$

7.png




Fonte: Desenvolvida pelo próprio autor

Após isso, os alunos devem perceber as diferenças nas representações gráficas da função, conforme eles próprios alteram o valor numérico de $a$, que o gráfico sofre um movimento de rotação e o sentido desta rotação, depende se estamos aumentando ou diminuindo o valor numérico de $a$. Para esta atividade do controle deslizante, o estudante pode utilizar novamente, a ferramenta de automação da variação do valor de $a$ utilizando o botão de "play", para enfatizar a conclusão a respeito da rotação que ocorre, quando se varia o valor numérico de $a$.

Com esta atividade, encerramos o estudo do comportamento de uma função da forma $f(x) = ax + b$, sendo $a$ e $b$ números reais, a partir da variações dos parâmetros $a$ e $b$. Reforço novamente, que esta atividade pode ser estendida de forma muito similar para outros tipos de funções. A escolha em priorizar as funções do primeiro grau, se deve exclusivamente ao fato de que para uma turma do nono ano do ensino fundamental, onde ocorre o primeiro contato do estudante com o conteúdo de funções, o primeiro tipo de função a ser estudado por esses alunos são justamente as funções do primeiro grau.

# 5 APLICAÇÃO DA SEQUÊNCIA DIDÁTICA

As sequências didáticas descritas no capítulo anterior, foram aplicados em uma escola pública da cidade de São Carlos, localizada no interior do estado de São Paulo, aplicadas em três turmas do 9º ano do ensino fundamental. Todas as atividades descritas no capítulo anterior, foram aplicadas nessas turmas do 9º ano.

## 5.1 APLICAÇÃO DA DINÂMICA DO PISO

Em todas as três salas de 9º ano, esta atividade foi realizada durante um período de 2 aulas (lembrando que na escola onde foi feita a aplicação, cada aula possui uma duração de 50 minutos).

A aplicação da dinâmica em si, é bem breve, conforme o que foi descrito no capítulo 4, o grande ponto desta atividade é desenvolver todo o conceito do que é uma função e relacionar este conceito, com dinâmica feita em sala de aula.

Antes de iniciar a dinâmica, iniciei a aula explicando que naquele dia, iríamos iniciar um novo conteúdo escolar, chamado de funções, conforme já havia sido dito nas aulas anteriores, porém, antes de explicar o que é uma função, seria realizado uma dinâmica para auxiliar no entendimento deste conceito.

Ao iniciar a dinâmica nas salas de 9º ano, já foi nítido a estranheza de uma parcela dos alunos, pois não é comum que o professor peça para que todos se levantem na sala, para iniciar uma atividade pedagógica. No transcorrer da atividade, alguns alunos também estranharam, porque apesar de estarem realizando as instruções pedidas pelo professor, não entendiam qual era o objetivo pedagógico da atividade e a relação com a matemática. Apesar dos pontos comentados anteriormente, a execução da dinâmica do piso foi feita sem problemas.

Uma observação a ser feita é que esta atividade foi realizada dentro da sala de aula, desta forma, algumas das instruções de movimentação, não era possível de ser cumpridas para alguns alunos, pois na sala de aula, há objetos, como cadeiras, mesa, armários e paredes, que limitam a movimentação do aluno, por exemplo, um aluno que iniciou a atividade próximo a parede do fundo da sala, não conseguia realizar a instrução "ande três passos para trás. Para contornar esta situação, o professor pode realizar esta dinâmica, se possível, numa área da escola mais aberta, como o pátio ou a quadra.

Vamos discutir sobre a segunda parte desta dinâmica. O primeiro questionamento foi: "qual foi a primeira ação que você precisou para realizar esta atividade?". Aqui já houve uma divergência entre as respostas dos alunos com a resposta esperada, as primeiras respostas, foram a primeira ação de movimentação do estudante, ou seja, surgiram respostas do tipo "eu andei três passos para a frente", contudo, a resposta esperada era que o estudante se levantou e escolheu um lugar para iniciar a atividade. Para contornar esta situação, eu questionei eles, se não havia tido alguma outra coisa que vocês fizeram anteriormente, pouco depois alguns alunos já respondiam a resposta esperada.

O segundo questionamento da atividade foi "após escolher um lugar para começar, qual foi a sua próxima ação?". Aqui as respostas dos alunos convergirão com a resposta esperada, neste momento, as turmas citavam a primeira ordem de movimentação pedida pelo professor, como por exemplo "eu andei dois passos para à direita", outras respostas mais sucintas surgiram, como "eu andei", "eu saí do lugar". Neste ponto, eu busquei enfatizar que eles haviam realizado a ordem dada por mim, já pensando na definição de função que seria dada posteriormente.

O terceiro e último questionamento foi "após cumprida a ordem pedida pelo professor, o que aconteceu?"Aqui, novamente as respostas dadas pelos alunos, se alinharam com as respostas esperadas, surgiram respostas como:

– Eu andei
– Eu saí de lugar
– Fui para um novo lugar
– Eu mudei de posição

Ressalto novamente, que até este ponto, alguns alunos estavam entendendo os pontos discutidos anteriormente, mas ainda não estava claro para eles, o objetivo de toda esta discussão.

A partir desse terceiro questionamento, finalmente voltei a mencionar a palavra função, e busquei explicar e definir o que é uma função. A função foi definida como uma relação que respeita três condições:

a) A existência de pelo menos um valor inicial;
b) A existência de uma ordem/regra a ser cumprida;
c) Após cumprida a ordem da função devemos obter um novo e único valor final.

Expliquei que a dinâmcia do piso, seria uma função, pois respeitava as três condições descritas anteriormente, só retomando que o valor inicial na dinâmica do piso era o local escolhido pelo estudante, para iniciar a atividade e o valor final seria a nova posição do estudante na sala, após este realizar a ordem do professor.

A partir daí, busquei realizar a transição desta atividade mais lúdica para trazer um exemplo de uma função utilizada em matemática. Para isso, trouxe a seguinte situação: Uma pessoa trabalha numa loja de roupas como uma vendedora. O salário mensal dela consiste num valor fixo de 1300 reais mais uma valor variável de 3 reais por peça de roupa vendida. A partir disso deixei três perguntas:

– Qual vai ser o salário mensal desta pessoa, caso ela venda um total de 100 peças no mês?

– Qual vai ser o salário mensal desta pessoa, caso ela venda um total de 200 peças no mês?

– Qual vai ser o salário mensal desta pessoa, caso ela venda um total de 300 peças no mês?

Essas perguntas foram respondidas pelas turmas sem maiores complicações. Depois, deixei mais um questionamento:

É possível determinar uma expressão para o salário mensal desta pessoa, caso a quantidade de peças vendidas no mês for desconhecida?

A pergunta acima, causou dúvidas em alguns estudantes, pois aparentemente não era possível determinar o salário desta pessoa sem saber o total de peças vendidas. A intervenção pedagógica realizada nesta passagem é "como determinamos uma quantia desconhecida na matemática?", desta forma alguns alunos lembraram de utilizar a letra "$x$" para representar a quantia de peças vendidas, e por fim, concluir que o salário da pessoa é dada pela expressão $1300 + 3x$.

E para encerrar, verificamos se este exemplo satisfaz as condições necessárias de uma função. Nesse caso, a existência do valor inicial seria a quantidade de peças vendidas, a ordem/regra a ser cumprida é aplicada no cálculo do salário mensal, que é dado pelo total de peças vendidas multiplicado por 3 somado ao valor fixo de 1300 reais. E o valor final neste contexto seria o salário mensal da pessoa. Para parte dos alunos que normalmente apresentam mais dificuldades na aprendizagem, esta parte ainda estava um pouco abstrata, pois nem todos se apropriaram do conceito do que é uma função, por ter sido apenas a primeira aula sobre funções, julguei que tal conceito poderia ser melhor aprendido no decorrer das aulas seguintes.

Desta forma esta situação pode ser representada pela seguinte função $S = 1300 + 3x$, onde $x$ é o total de peças vendidas e $S$ é o salário mensal. Por meio de uma expressão matemática, estabelecemos uma relação entre duas grandezas, nesse caso, $x$ é uma variável independente, que salvo alguma restrição do contexto, pode assumir qualquer valor (nesta situação o valor de $x$ deve ser positivo e inteiro), enquanto que $S$ é uma variável dependente, na qual o seu valor, depende da variável $x$.

Por fim, esta atividade visou ser uma aula de introdução ao conceito de função, busquei utilizar uma dinâmica inicial e usar uma modelagem de uma situação hipotética (cálculo do salário de uma pessoa), para facilitar o aprendizado do conceito, pois as vezes o conteúdo de funções pode ser muito abstrato para o estudante. Após desenvolver e aplicar esta atividade, julguei que os objetivos desta aula foram atendidos de forma majoritária, as dúvidas apresentadas pelos alunos foram contornadas e estavam dentro do esperado, pois se tratava de um novo e abstrato conteúdo.

## 5.2 APLICAÇÃO DO JOGO ADIVINHE A REGRA

A aplicação do jogo "Adivinhe a regra" se deu também nas três turmas de 9º ano na qual eu lecionava. Para essa aula foi destinada um tempo de duas aulas de cinquenta minutos para a realização do jogo, e essas aulas não foram continuação direta da dinâmica do piso.

Para o início dessa aula, pedi para que os alunos se dividissem em grupos de até cinco pessoas do modo que preferissem, porém alguns grupos, por preferências pessoais, acabaram ficando com apenas duas ou três pessoas, contudo a maioria possuía cinco pessoas.

Comecei apresentando as regras do jogo e realizei duas rodadas testes, para que todos pudessem compreender a dinâmica do jogo, antes de iniciar o jogo.

Os grupos poderiam falar qualquer número como valor inicial, contudo a ampla maioria dos números falados nas três turmas onde apliquei o jogo, se concentravam no intervalo de 0 a 50, ou seja, em raras exceções, não foi falado números negativos.

As funções que seriam utilizadas no jogo foram selecionadas previamente durante o meu período de planejamento de aulas. As funções selecionadas foram

a) $y = 11x$

b) $y = 2,5x$

c) $y = 2x + 1$

d) $y = 3x + 2$

e) $y = 2x - 1$

f) $y = -x$

g) $y = -5x$

h) $y = 100 - x$

i) $y = -x + 1$

j) $y = x^2$

k) $y = \frac{x}{2}$

l) $y = 5$

m) $y = x^3$

A prioridade na escolha acima foi por funções do primeiro grau, por ser o primeiro tipo de função a ser ensinada pelo professor de matemática, segundo a (BNCC, 2020), contudo, conforme visto anteriormente, adicionei dois exemplos de funções polinomiais de grau maior que um.

Em todas as turmas as funções do item a) e b) foram resolvidas de forma rápida pelos grupos, o que indica que esses exemplos de função, está mais imediato o que fazer para determinar a lei de formação dessas funções.

Já a função do item c), d) e e) foram necessárias uma quantidade um pouco maior de palpites nas três turmas, já que a regra da função, consistia em duas operações matemáticas, desta forma, tornava menos imediato determinar qual era a lei de formação da função, contudo notei que houve uma redução na quantidade de palpites ao chegar no item e), indícios que os grupos foram aperfeiçoando a sua estratégia de resolução do jogo.

Para determinar a função do item f), não houve empecilhos, pois foi nítido para os alunos que a regra da função consistia apenas inverter o número falado por eles. De forma similar, a função g) foi resolvida sem maiores transtornos.

As funções do item h) e i), aqui sim demandaram uma quantidade consideravelmente maior de palpites. De modo geral, foram as funções que mais geraram dificuldades para as turmas. O fato dessas funções possuirem duas operações matemáticas, sendo uma delas a presença do termo "$-x$", tornou a função pouco óbvia para eles. Assim sendo, foi necessária algumas intervenções pedagógicas, por exemplo, vamos considerar uma rodada hipotética da função do item g):

Tabela 5.1 – Dados para a rodada do jogo, utilizando a função $y = 100 - x$

| Número dito por cada grupo | Número respondido pelo professor |
|---|---|
| 5 | 95 |
| 17 | 83 |
| 25 | 75 |
| 26 | 74 |
| 27 | 73 |
| 2 | 98 |
| 0 | 100 |

Fonte: Elaborado pelo autor.

Questionei os grupos, "o que acontece com os valores da função, conforme aumentamos os números falado por vocês?"A conclusão foi que os valores da função diminuem, daí refletimos qual operação matemática realiza isso (de forma linear), no caso seria a operação de subtração, então concluímos que na expressão da função deve haver uma operação de subtração.

Outro ponto questionado foi, conforme diminuímos o valor inicial, o valor da função se aproxima de algum número específico? Alguns alunos perceberam que o valor da função tendia ao número 100, desta forma, foi concluído que de alguma forma, o número 100 estava envolvido na lei de formação da função.

A partir dessas discussões, em cada turma, houve um grupo em cada sala que deduziu que a função do item h) era $y = 100 - x$.

Após passar as rodadas das funções h) e i), as funções j), k) e m) não geraram dificuldades relevantes, num primeiro momento, em alguma das turmas, a função $y = x^2$ causou alguma hesitação do alunos, pois apresentava um comportamento diferente das funções anteriores, contudo após um dos grupos acertarem a função, os alunos entenderam a função, tanto que a rodada da função $y = x^3$ foi resolvida de forma mais rápida.

A última rodada que gostaria de comentar em mais detalhes, é referente a função do item l), y = 5. Ao realizar esta rodada, os grupos de alunos das três turmas, estavam intrigados, pois cada número falado por eles, o valor da função era sempre o mesmo, aparentemente não havia nenhuma lei de formação de uma função, que satisfazia os resultados nesta rodada. No 9ºA foi interessante esta rodada, pois um aluno, após uma série de palpites pela turma até este instante, arriscou um palpite, ele afirmou que a regra da função era $y = 5$, na hora, outros colegas de grupo reclamaram por ele ter dado este palpite sem o cossentimento dos demais membros do grupo e por acharem que estava errado, contudo, ao confirmar que a resposta estava correta, o grupo comemorou.

Foi nítido para os alunos, que indepedente do número falado, o valor da função era sempre o mesmo, a questão era determinar a lei de formação da função, ao encerrar esta rodada, fiz a seguinte observação, na lei de formação das funções anteriores, a variável $x$ representava o número falado por cada um dos grupos. Nesta em função em particular, como o valor da função era sempre o mesmo, indepedente do número falado inicialmente, logo, a lei de formação desta função não possui a variável $x$, ou seja, independente do valor da variável $x$, o valor da função (variável $y$) é sempre o mesmo, nesse caso particular, sendo igual a 5.

Agora, venho comentar e refletir sobre a participação dos grupos durante esta atividade. O comportamento dos alunos acabaram mudando nessa aula, devido a realização do jogo, uma parcela considerável de alunos, buscaram participar mais nessa aula, em comparação as outras aulas já dadas no ano letivo. Ao mesmo tempo, houve alguns alunos que participaram um pouco menos que o normal, a minha hipótese seria que a dinâmica do jogo, deixaram eles mais receosos em errar a regra da função, com todos os seus colegas de sala observando e/ou por timidez, pois alguns desses alunos que normalmente tiram dúvidas nas aulas, tem o hábito de vir até a mesa do professor ou levantam a mão para que eu vá diretamente na carteira deles, para ouvir a respectiva dúvida.

Na média, o engajamento das três turmas nessa atividade foi maior que na aulas utilizando o método de ensino tradicional. Apesar disso, houve alguns situações distintas em cada sala, por isso, a partir daqui passarei a analisar a realização do jogo pedagógico por turma.

A realização do jogo pedagógico na turma do 9º A, ocorreu de forma muito boa, de modo geral, todos os grupos a sua maneira, buscaram participar da atividade, que era o principal objetivo da atividade, trazer um maior engajamento na aula, houve apenas dois alunos que se recusaram a participar, por mais que eu tenha tentado fazer com que eles participassem. Houve um bom clima de competitividade entre os grupos, ao ponto de que o ânimo da turma se excederam e precisaram ser um pouco contido, pois alguns alunos gritavam, pedindo para dar um palpite antes do grupo ao lado.

Para o turma do 9º B, inicialmente a atividade estava transcorrendo bem, contudo, com o transcorrer das rodadas, um grupo em particular, estava pontuando bem mais que os outros, isso fez que os outros grupos, especialmente aqueles que possuíam os alunos menos participativos e/ou de menor desempenho, deixassem de participar da atividade, quando chegava a vez deles, apenas falava um número, mas já não tentavam mais acertar a regra da função. Neste ponto, questionei se posteriormente, eu devesse intervir no processo de formação dos grupos no início da atividade. Uma das possibilidades, seria eleger seis capitães de grupo, onde cada capitão seja algum aluno com maior facilidade em matemática, e cada capitão fosse um a um, escolhendo um aluno para participar em seu grupo, porque desta forma, a tendência seria que os grupos estivessem mais balanceados.

E por fim, na realização da atividade do 9ºC, no quesito participação, acabou sendo a sala de pior desempenho, pois houve muitos alunos, que por mais que ele estivessem numa atividade diferente do que é desenvolvida no dia-a-dia escolar, ainda sim, não estavam engajados em participar. Dois grupos acabaram concentrando o maior esforço na busca de adivinhar a regra das funções apresentadas, um desses dois grupos, acabou sendo liderado por um aluno que normalmente, participa com menos entusiasmo nas aulas regulares, contudo neste dia, a dinâmica do jogo, acabou atraindo mais o foco dele.

Apesar das particularidades de cada sala e a falta de interesse de alguns alunos, foi possível realizar a atividade proposta e julguei que o saldo foi positivo, em linha com as expectativas que eu possuía inicialmente. Além de mostrar para as turmas que é possível aprender matemática por meio de uma atividade menos monótona e mais lúdica.

A atividade proposta reforçou para os estudantes que numa função, para cada valor de $x$, há um único valor de $y$, e que conforme varíamos o valor de $x$ e o valor de $y$ também varia em função da variável $x$, ou seja, $y$ é uma variável dependente de $x$, enquanto que $x$ é uma variável independente.

## 5.3 APLICAÇÃO DAS ATIVIDADES USANNDO O SOFTWARE GEOGEBRA

A atividade desenvolvida utilizando o software GeoGebra foi dividida em duas partes durante a aplicação nas turmas de 9º ano.

- Análise do comportamento do gráfico da função do primeiro grau, a partir da variação do parâmetro $b$. Para esta atividade foram dedicadas duas aulas.
- Análise do comportamento do gráfico da função do primeiro grau, a partir da variação do parâmetro $a$. Para esta atividade foram dedicadas duas aulas.

Antes de iniciar esta aula, já havia orientado em mais de uma oportunidade na semana anterior, que usaríamos o software GeoGebra, e portanto, pedi para que os alunos instalassem o aplicativo no celular chamado "Calculadora gráfica GeoGebra".

Nesta atividade, os alunos formaram grupos para se auxiliarem durante a aula e para que os alunos que não possuíam celular, pudessem realizar a atividade. Após os alunos abrirem o aplicativo, expliquei brevemente a tela inicial do aplicativo e as suas funcionalidades principais, como a janela de visualização e a janela de álgebra.

O desenvolvimento da aula se deu conforme foi descrito no capítulo 4. O objetivo da primeira parte da atividade, é que os alunos percebam o que acontece com o comportamento de uma função do primeiro grau, quando variamos o parâmetro $b$, na expressão $y = ax + b$.

De forma similar, o objetivo da segunda parte da atividade, é que os alunos percebam o que acontece com o comportamento de uma função do primeiro grau, quando variamos o parâmetro $a$, na expressão $y = ax + b$

As dificuldades percebidas na realização desta aula foram na usabilidade do aplicativo, como praticamente todos os alunos não conheciam o aplicativo, houve dificuldades de realizar as instruções da aula, que basicamente era inserir as expressões algébricas das funções utilizadas em sala. O excesso de dúvidas acabou retardando o progresso da aula, mesmo realizando a atividade em grupo, alguns grupos de alunos, dependiam da minha orientação para realizar a atividade.

Alguns alunos tiveram dificuldades em descrever em palavras escritas, as semelhanças e variações do comportamento da representação gráfica das funções utilizadas em aula. As vezes eles até sabiam identificar o que estava se alterando nas representações gráficas, contudo possuíam dificuldades em explicar. Dada esta dificuldade, foi necessário definir alguns conceitos, como o que é uma reta (que é a representação gráfica de uma função do primeiro grau), plano cartesiano (que nesse caso particular, consiste no espaço dedicado a janela de visualização do aplicativo), posição relativa entre as retas e a interseção entre uma reta e os eixos do plano cartesiano.

Sobre as dificuldades nos questionamentos deixados em sala de aula a respeito das variações das representações gráficas, a tese que eu acredito, é que se devem pelo fato de serem perguntas puramente teóricas e subjetivas, na disciplina de matemática, é mais recorrente que o estudante tenha que responder perguntas mais práticas, que envolvem cálculos por exemplo.

Já na parte da atividade envolvendo o uso do controle deslizante, muito dos estudantes se surpreenderam no momento em que eles iniciaram a animação e perceberam as alterações no gráfico da função feita de forma automática na tela do seu respectivo celular. Talvez tem sido a passagem mais interessante da aula, e essa funcionalidade ajudou a que eles compreendessem melhor o comportamento de uma função do primeiro grau, conforme se varia os parâmetros dela.

Recebi algumas críticas negativas de certos alunos sobre o aplicativo, alguns não gostaram do uso deste na aula e que prefeririam a aula convencional, outros julgaram o aplicativo pouco intuitivo. Já outra parcela de alunos, gostaram do uso do aplicativo, basicamente por ser algo diferente do usual e ser algo um pouco mais interativo. Pessoalmente, eu senti que a aula não foi tão dinâmica quanto imaginaria, alguns pessoas terminaram a atividade de forma bem rápida, enquanto outros tiveram mais dificuldades em realizá-las, fazendo que parte da turma ficasse um pouco mais ociosa, e ainda, houve certos alunos que não demonstraram interesse em seguir a proposta aula e optaram por não fazer a atividade.

Na aula explorando sobre o comportamento do parâmetro $b$ numa função do primeiro grau, obtivemos três conclusões:

- Quando maior for o valor de *b*, mais acima a reta que representa a função estará em relação a origem do plano cartesiano.

- Quando menor for o valor de *b*, mais abaixo a reta que representa a função estará em relação a origem do plano cartesiano.

- Numa função do primeiro grau $y = ax + b$, a reta que representa esta função intercepta o eixo vertical no ponto de coordenada $(0, b)$.

Na aula explorando sobre o comportamento do parâmetro *a* numa função do primeiro grau, obtivemos quatro conclusões:

- Quando maior for o valor de *a*, a reta que representa a função fará uma rotação no sentido anti-horário.

- Quando menor for o valor de *a*, a reta que representa a função fará uma rotação no sentido horário.

- Se o valor de *a* for maior que zero, o gráfico da função é crescente.

- Se o valor de *a* for menor que zero, o gráfico da função é decrescente.

As funcionalidades do software GeoGebra permitiram que o estudante pudesse chegar nessas conclusões acima de forma mais dinâmica, ao invés de apenas construir esboços do gráfico de funções no caderno, por este motivo, julgo que essa ferramenta, é de grande importância em aulas, onde o professor desenvolverá conceitos envolvendo gráficos de funções.

# 6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

O aprendizado do objeto de conhecimento de funções é de grande importância para a formação escolar de um estudante, pois este conteúdo que é visto pela primeira vez no 9º ano do ensino fundamental, acaba retornando no componente curricular de matemática ao longo dos próximos anos escolares, além de ser importante para outros componentes curriculares, presente no ensino médio, como a disciplina de física, tendo aplicações nos estudos sobre cinemática, por exemplo, no processo de queda livre de um objeto que parte do repouso, podemos relacionar a velocidade deste objeto em função do tempo de queda do objeto, por meio da seguinte função $v = gt$, sendo, $v$ a velocidade de queda (m/s), $g$ a aceleração da gravidade ($m/s^2$) e $t$ o intervalo de tempo (s).

A partir desta aplicação na área de física dita anteriormente, ressalto que de fato, é essencial para a formação escolar do estudante do 9º ano do ensino fundamental, adquirir as habilidades de aprendizado sobre funções neste período, pois daqui para frente na jornada escolar do aluno, este será um conteúdo recorrente.

Feita a ressalva no parágrafo anterior, esta dissertação visou reavaliar o ensino de funções para os estudantes, de forma que facilitasse o processo de aprendizagem deles, para que após feita esta aprendizagem, os estudantes tenham condições de reutilizar as habilidades desenvolvidas nos próximos anos escolares, quando eles verão novamente o conteúdo de funções. Para isso, foi buscado a partir de algumas referências sobre o uso de metodologias que diferem do ensino tradicional presente nas escolas, o desenvolvimento de uma sequência de atividades, para potencializar o processo de aprendizagem dos alunos, com base no que foi trazido na fundamentação teórica deste texto.

As atividades comentadas no quarto capítulo, acredito que cumprem com as premissas discutidas no capítulo da fundamentação teórica sobre o uso de metodologias diferenciadas e atendem a motivação inicial desta dissertação que era repensar sobre o ensino de funções. As atividades desenvolvidas neste texto, buscam atuar em momentos distintos da aprendizagem sobre funções, a primeira atividade, a dinâmica do piso buscou ser a aula inicial sobre funções, onde nesta aula o professor busca construir o conceito de função para os alunos e definir o que é uma função.

A segunda atividade, o jogo "adivinhe a regra" , tem o intuito de explorar o tópico da representação algébrica de uma função, para isso foi desenvolvido um jogo onde os alunos podem interagir e realizar trocas de conhecimentos com os membros do seu grupo, com o objetivo de deduzir as expressões algébricas trazidas pelo professor, além desenvolver a habilidade de testar hipóteses e conjecturas, e ainda, desenvolver o raciocínio lógico do estudante.

E por fim, a terceira e última atividade, tem como objetivo, explorar o tópico da representação gráfica de uma função e entender o comportamento de diversas funções do primeiro grau, quando se varia os valores de $a$ e $b$, numa função da forma $f(x) = ax + b$. Para atender isso, foi utilizado o software Geogebra, pois por ser um software de geometria dinâmica, o próprio estudante, pode manipular as funções e as suas respectivas representações gráficas com mais autonomia e aproveitar o recurso da dinamicidade do software, o que não seria possível, caso o professor realizasse as construções dos gráficos, utilizando apenas giz e lousa, enquanto os estudantes fariam as construções manualmente em seus respectivos cadernos. Utilizando este software, o entendimento sobre a variação do comportamento de uma função do primeiro grau é potencializado.

A respeito da aplicação da sequência didática nas turmas em que lecionava, após finalizar todas as atividades planejadas, julguei que a sequência apresentou um resultado positivo, permitiu variações na metodologia de ensino utilizada em sala de aula, mostrando aos alunos que é possível aprender por outras formas de ensino, fugindo da metodologia tradicional de ensino. As atividades propriciaram situações em que o estudante tendia a participar mais em aula, fazendo com que indiretamente aumentasse o seu potencial de aprendizado e posteriormente, uma maior parte dos alunos apresentaram uma evolução ou estabilidade nos métodos avaliativos no bimestre em que foi aplicado a sequência didática.

Para finalizar, ressalto que as atividades trazidas ao longo deste texto tem o propósito de servir apenas como uma parte de uma sequência de aulas sobre funções, mas podem muito bem serem complementadas por outras atividades, como tentar descrever algumas situações do mundo real relacionando duas grandezas por meio de uma função, realização e construção de esboços de gráficos de funções ou outras atividades que o professor pode julgar pertinente para o ensino deste importante objeto de conhecimento do currículo escolar de matemática.

# REFERÊNCIAS


BERLINGHOFF, W. P.; GOUVEA, F. Q. **A Matemática Através dos Tempos**. São Paulo: Editora Edgard Blücher, 2008. Citado 4 vezes nas páginas 15, 16, 17 e 18.

BNCC. **Base Nacional Comum Curricular – Ensino Fundamental**. Brasília: Ministério da Educação, 2020. Citado 6 vezes nas páginas 12, 21, 22, 24, 45 e 54.

FUNDAMENTAL, M. . M. da Educação – Secretaria de E. **PCN's Parâmetros Curriculares Nacionais**. Brasília: [s.n.], 1998. (Editora Perspectiva). Citado na página 22.

GRANDO, R. C. **O CONHECIMENTO MATEMÁTICO E O USO DE JOGOS NA SALA DE AULA**. [S.I.]: UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS FACULDADE DE EDUCAÇÃO, 2000. Citado 2 vezes nas páginas 22 e 23.

HUIZINGA, J. **Homo Ludens: o jogo como elemento da cultura**. 2. ed. São Paulo: Editora Perspectiv, 1990. (Editora Perspectiva). Citado na página 21.

KLINE, M. **Mathematics in Western Culture**. New York: Oxford University Press, 1964. Citado 3 vezes nas páginas 15, 16 e 18.

PEREIRA, C. A. **Dificuldades do ensino da álgebra no ensino fundamental: algumas considerações**. Medianeira: Revista Eletrônica Científica Inovação e Tecnologia, 2017. Citado 2 vezes nas páginas 12 e 13.

SOUSA, J. F. de. **USO DO GEOGEBRA NO ENSINO DA MATEMÁTICA**. Lajeado: UNIVERSIDADE DO VALE DO TAQUARI - UNIVATES, 2018. Citado 2 vezes nas páginas 24 e 26.

# APÊNDICE A – LISTA DE HABILIDADES DA BNCC QUE MENCIONAM O USO DE TECNOLOGIAS DIGITAIS

Segue abaixo a lista de todas as habilidades que mencionam o uso de tecnologias digitais, presente no currículo escolar de matemática para o ensino fundamental, disponível em (BNCC, 2020).

– (EF03MA16) Reconhecer figuras congruentes, usando sobreposição e desenhos em malhas quadriculadas ou triangulares, incluindo o uso de tecnologias digitais.

– (EF03MA28) Realizar pesquisa envolvendo variáveis categóricas em um universo de até 50 elementos, organizar os dados coletados utilizando listas, tabelas simples ou de dupla entrada e representá-los em gráficos de colunas simples, com e sem uso de tecnologias digitais

– (EF04MA28) Realizar pesquisa envolvendo variáveis categóricas e numéricas e organizar dados coletados por meio de tabelas e gráficos de colunas simples ou agrupadas, com e sem uso de tecnologias digitais

– (EF05MA17) Reconhecer, nomear e comparar polígonos, considerando lados, vértices e ângulos, e desenhá-los, utilizando material de desenho ou tecnologias digitais.

– (EF05MA17) Reconhecer, nomear e comparar polígonos, considerando lados, vértices e ângulos, e desenhá-los, utilizando material de desenho ou tecnologias digitais.

– (EF05MA25) Realizar pesquisa envolvendo variáveis categóricas e numéricas, organizar dados coletados por meio de tabelas, gráficos de colunas, pictóricos e de linhas, com e sem uso de tecnologias digitais, e apresentar texto escrito sobre a finalidade da pesquisa e a síntese dos resultados.

– (EF06MA21) Construir figuras planas semelhantes em situações de ampliação e de redução, com o uso de malhas quadriculadas, plano cartesiano ou tecnologias digitais

– (EF06MA27) Determinar medidas da abertura de ângulos, por meio de transferidor e/ou tecnologias digitais.

– (EF08MA04) Resolver e elaborar problemas, envolvendo cálculo de porcentagens, incluindo o uso de tecnologias digitais.

– (EF09MA05) Resolver e elaborar problemas que envolvam porcentagens, com a ideia de aplicação de percentuais sucessivos e a determinação das taxas percentuais, preferencialmente com o uso de tecnologias digitais, no contexto da educação financeira..