

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO CARLOS

CENTRO DE CIÊNCIAS DA NATUREZA

ENGENHARIA AMBIENTAL

Gabriel Donizete Bartolini

**APLICAÇÃO DE MODELOS BASEADOS EM AUTÔMATOS CELULARES NO
ESTUDO DA EXPANSÃO URBANA**

Buri - SP

2023

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO CARLOS

CENTRO DE CIÊNCIAS DA NATUREZA

ENGENHARIA AMBIENTAL

Gabriel Donizete Bartolini

**APLICAÇÃO DE MODELOS BASEADOS EM AUTÔMATOS CELULARES NO
ESTUDO DA EXPANSÃO URBANA**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado
como exigência parcial para a obtenção do
título de Bacharel em Engenharia Ambiental na
Universidade Federal de São Carlos.

Orientação: Prof. Dr. Iuri Emmanuel de Paula
Ferreira

Buri - SP

2023

Bartolini, Gabriel Donizete

Aplicação de modelos baseados em autômatos celulares
no estudo da expansão urbana / Gabriel Donizete
Bartolini -- 2023.
41f.

TCC (Graduação) - Universidade Federal de São Carlos,
campus Lagoa do Sino, Buri
Orientador (a): Iuri Emmanuel de Paula Ferreira
Banca Examinadora: Heber Lombardi de Carvalho,
Cristiano Augusto de Souza
Bibliografia

1. Urbanização. 2. Sistemas. 3. Planejamento. I.
Bartolini, Gabriel Donizete. II. Título.

Ficha catalográfica desenvolvida pela Secretaria Geral de Informática
(SIn)

DADOS FORNECIDOS PELO AUTOR

Bibliotecário responsável: Lissandra Pinhatelli de Britto – CRB/8 7539


UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO CARLOS
CENTRO DE CIÊNCIAS DA NATUREZA
CURSO DE GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA AMBIENTAL

Folha de Aprovação

Assinatura dos membros da comissão examinadora que avaliou e aprovou a Defesa de Trabalho de Conclusão de Curso do candidato Gabriel Bartolini Donizete, realizada em 30/03/2023:

 Documento assinado digitalmente
IURI EMMANUEL DE PAULA FERREIRA
Data: 11/04/2023 16:41:20 -0300
Verifique em <https://validar.it.gov.br>

Prof. Dr. Iuri Emmanuel de Paula Ferreira – Orientador
Centro de Ciências da Natureza – UFSCar – Campus Lagoa do Sino.

 Documento assinado digitalmente
HEBER LOMBARDI DE CARVALHO
Data: 11/04/2023 20:22:56 -0300
Verifique em <https://validar.it.gov.br>

Prof. Dr. Heber Lombardi de Carvalho
Centro de Ciências da Natureza – UFSCar – Campus Lagoa do Sino.

 Documento assinado digitalmente
CRISTIANO AUGUSTO DE SOUZA
Data: 11/04/2023 19:52:53 -0300
Verifique em <https://validar.it.gov.br>

Prof. Me. Cristiano Augusto de Souza
Centro de Ciências da Natureza – UFSCar – Campus Lagoa do Sino.

AGRADECIMENTO

Jamais iniciaria uma sessão de agradecimentos sem antes prestar graças à minha mãe, senhora **Elaine Sobrinho Ferreira**, e ao meu pai, senhor **Oswaldo Bartolini**; são estas as duas pessoas que me proporcionaram um pleno desenvolvimento.

Junto aos meus pais, meu irmão, **Oswaldo Bartolini Júnior**, e minhas duas irmãs, **Tamiris** e **Gislaine Bartolini**, que através do convívio, foram as outras pessoas que formaram parte do meu ser, por isso não poderia deixar de agradecê-los também.

Aos meus familiares, um sincero e profundo obrigado.

Dos camaradas, presto agradecimento

À minha companheira **Stephanie**, que além de namorada, é uma amiga valiosa que me acompanha em muitas aventuras e presta auxílios nas atividades das mais diversas naturezas;

Aos meus convives de república, **João** e **Vinicius**, e demais amigos do Legalize;

Ao meu amigo **Higor**, que me prestou auxílio neste trabalho.

Dos mestres, agradeço

Ao Dr. **Iuri Emmanuel**, inicialmente mestre no mesoconteúdo de Estatística, posteriormente mestre e orientador nos estudos envolvendo autômatos celulares;

Aos docentes e técnicos do campus Lagoa do Sino, em especial àqueles que lecionaram no curso de Engenharia Ambiental durante minha graduação;

Aos membros da banca avaliadora, Professores Doutores **Heber** e **Cristiano**;

Por fim, a **São Bento de Núrsia**, um oásis de humildade, paciência, disciplina e sabedoria, grande mestre dos tempos atuais, ainda que tenha deixado a vida há 14 séculos.

RESUMO

BARTOLINI, Gabriel Donizete. **Aplicação de modelos baseados em autômatos celulares no estudo da expansão urbana**. 2023. Trabalho de Conclusão de Curso – Universidade Federal de São Carlos, Buri, 2023.

O crescimento não planejado das cidades representa um problema oneroso para a manutenção das atividades humanas e para o meio ambiente. A solução dos problemas urbanos associados ao crescimento desordenado depende do uso de ferramental científico e tecnológico que possibilite a construção de cenários futuros da paisagem urbana. Para este propósito, os autômatos celulares (CA) se prestam como um método de fácil implementação em ambiente computacional, e o presente trabalho aborda alguns aspectos referentes à simulação computacional dos sistemas urbanos baseada em CA. O objetivo deste trabalho é apresentar o emprego de autômatos celulares na simulação computacional da dinâmica espaço-temporal de expansão urbana. Para isso, foi realizada uma pesquisa bibliográfica de caráter exploratório e com abordagem qualitativa dos artigos científicos publicados entre 2020 e outubro de 2022 pertinentes ao uso de CA no estudo da expansão urbana. Os artigos foram avaliados quanto aos efeitos do processo histórico na simulação, ao tamanho da vizinhança e ao componente de instabilidade estocástica utilizados na construção da função de transição da cobertura o solo. Os processos históricos e a distância temporal entre os períodos de ocorrência e de simulação, devido ao fato de que a evolução da paisagem urbana resulta de fenômenos dependentes da trajetória (*path-dependent*). Quanto ao tamanho da vizinhança, foi discutido que somente modelos com células de dimensão maior que $1000 \times 1000 m$ refletiram efeitos negativos no modelo, visto que os fatores determinantes operam a evolução do modelo em diferentes escalas. Por fim, o fator de instabilidade se demonstrou um elemento importante para simular eventos aleatórios que conduzem a evolução do sistema, e a forma com que é introduzido nos modelos não é claramente definida na bibliografia.

Palavras-chave: Dinâmica de Crescimento; Sistemas Complexos; Planejamento Urbano; Urbanização.

ABSTRACT

The unplanned growth of cities represents a burdensome problem for the maintenance of human activities and the environment. The solution to urban problems associated with uncontrolled growth depends on the use of scientific and technological tools that enable the construction of future scenarios for the urban landscape. For this purpose, cellular automata (CA) are suitable as an easy-to-implement method in a computational environment, and this work addresses some aspects related to the computer simulation of urban systems based on CA. The objective of this work is to present the use of cellular automata in the computer simulation of the spatiotemporal dynamics of urban expansion. For this, an exploratory and qualitative bibliographic research of scientific articles published between 2020 and October 2022 relevant to the use of CA in the study of urban expansion was carried out. The articles were evaluated for the effects of the historical process on the simulation, the size of the neighborhood, and the stochastic instability component used in constructing the land cover transition function. Historical processes and the temporal distance between the occurrence and simulation periods were discussed because the evolution of the urban landscape results from path-dependent phenomena. Regarding the size of the neighborhood, it was discussed that only models with cell dimensions larger than 1000×1000 m reflected negative effects in the model, as determining factors operate at different scales in the model's evolution. Finally, the instability factor proved to be an important element for simulating random events that lead to the system's evolution, and the way it is introduced in the models is not clearly defined in the literature.

Key-words: Growth Dynamics; Complex Systems; Urban Planning; Urbanization.

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

CA	Cellular Automata
DBN	Deep Belief Network
IGFM	Integrated Field Model
IGFM	Integrating Gravitational Field Model
LP	Land Parcel
LR	Logistic Regression
RF	Random Forest
SIG	Sistema de Informações Geográficas
SM	Smoothed Model
UFSCar	Universidade Federal de São Carlos
UNICAMP	Universidade Estadual de Campinas

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO	10
2. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA	12
2.1. AUTÔMATOS CELULARES	12
2.2. CIDADES E AUTÔMATOS CELULARES	15
2.2.1. Fatores Determinantes	16
2.2.2. Funções de transição	17
2.2.3. Instabilidades	18
3. OBJETIVOS	20
3.1. GERAL	20
3.2. ESPECÍFICOS	20
4. METODOLOGIA	21
5. RESULTADOS E DISCUSSÃO	22
5.1. EXPOSIÇÃO DOS MODELOS ESTUDADOS	23
5.1.1. Cao et al. (2020)	23
5.1.2. Lv et al. (2020)	24
5.1.3. Wang et al. (2021)	26
5.1.4. Chen (2021)	27
5.1.5. Zhou; Wu e Wang (2021)	29
5.1.6. Molinero-Parejo et al. (2022)	30
5.2. A RELEVÂNCIA DO PROCESSO HISTÓRICO PARA A MODELAGEM	30
5.3. A INFLUÊNCIA DO TAMANHO DA VIZINHANÇA	31
5.4. INCORPORAÇÃO DE FATORES DE INSTABILIDADE	33
6. CONSIDERAÇÕES FINAIS	36
REFERÊNCIAS	37

1. INTRODUÇÃO

O crescimento das fronteiras urbanas tem sido muito notado nas últimas décadas (SHAHRAKI et al. 2011). O processo de urbanização de grandes metrópoles passou a sofrer larga influência, até mesmo de agentes internacionais, e tem sido acelerado desde o final do século XX devido ao enfraquecimento de fronteiras nacionais pela globalização e popularização dos meios de comunicação digitais (FARIA, 2009). Segundo a Organização das Nações Unidas (2018 apud Ning et al., 2022), cerca de 55% da população mundial estava alocada em áreas urbanas, o que tem conduzido grandes transformações na paisagem urbana e exigido o direcionamento de cada vez mais recursos para a expansão das infraestruturas urbanas.

Na China, atualmente o país mais populoso do mundo, Ning et al. (2022) estimaram que o país experimentara uma taxa de crescimento médio das áreas urbanas de 5,84% ao ano, ao decorrer das últimas 3 décadas. No Brasil, conforme censos e estimativas realizados pelo IBGE (2010 apud MASSAKBI et al., 2017), a urbanização na região sudeste apresentou taxas de cerca de 93%, a maior registrada no país no ano de 2010.

Com a contínua ocupação da superfície terrestre por áreas urbanas, emergem problemáticas relacionadas à saúde e saneamento (SILVA; ALVES, 2020; MARTINS et al., 2020; RODRIGUES, 2005), drenagem (RODRIGUES, 2005), segurança (MARTINS et al., 2020), mobilidade (MARTINS et al., 2020; RUBIM; LEITÃO, 2013), poluição (SILVA; ALVES, 2020), entre outras, todas associadas, sobretudo, ao crescimento urbano não planejado para a demanda demográfica. Dados os desafios desencadeados pela urbanização não planejada, o futuro das cidades representa um desafio para o poder público, devido à imprevisibilidade dos fenômenos urbanos que conduzem a dinâmica da paisagem urbana.

Atualmente, a bibliografia científica define a paisagem urbana como conjuntos de elementos físicos, fatores socioeconômicos, políticos e antrópicos dispostos em formas geométricas que evoluem no espaço e no tempo, seguindo trajetórias não-determinísticas (MEDEIROS, 2006; ALMEIDA, 2019). Estas características conferem às cidades a possibilidade de serem estudadas sob a ótica dos sistemas dinâmicos complexos, pois compreendem um conjunto de variáveis complexas multidimensionais que derivam das relações entre inúmeros atributos físicos e antrópicos que, ainda que profundamente estudadas de maneira isolada, não garantem a compreensão integral do sistema urbano (BATTY, 2005; MILLER; PAGE, 2007; YIN; MULLER, 2007). Desta forma, o planejamento territorial urbano necessariamente demanda uma abordagem holística dos fenômenos urbanos, para que sejam criados cenários futuros da paisagem urbana que possibilitem o encabeçamento de políticas públicas de planejamento.

A ciência dispõe de arcabouço técnico necessário para a condução de estudos desta natureza, e isso inclui todo um ferramental computacional capaz de modelar sistemas complexos, incluindo os sistemas urbanos. Um dos modelos mais utilizados para simular dinâmicas de paisagem são os autômatos celulares (*cellular automata* – CA), propostos pelos matemáticos Stanislaw Ulam e John von Neumann a partir dos anos de 1940 (DILÃO, 1993). Estes modelos, que consistem em uma matriz celular em que cada célula pode assumir um número finito de estados e cuja evolução espaço-temporal é regida por regras de transição simples, possibilitaram Tan et al. (2015) e Junfeng (2013) estudarem o processo de urbanização da cidade de Wuhan, na China; Tripathy e Kumar (2019) utilizarem geotecnologias para simular a expansão da cidade de Deli, na Índia; e Clarke e Gaydos (2010) combinarem autômatos celulares e sistemas de informação geográfica (SIG) simularem o crescimento das cidades de São Francisco, Washington D.C. e Baltimore, nos Estados Unidos da América. Desta forma, os CA permitem a criação de estratégias de planejamento territorial (TIAN et al., 2016), que representa um desafio para a manutenção dos subsistemas urbanos (NATALE et al., 2016 apud FALAH, 2019).

A dificuldade de se prever cenários futuros da geometria da paisagem urbana de metrópoles consolidadas e emergentes no contexto brasileiro justifica a elaboração deste trabalho, que pretende apresentar uma variedade relativamente pequena – dentro de um gigantesco catálogo de aplicações existentes – de recursos computacionais possíveis de serem implementados em sistemas de autômatos celulares.

A dificuldade de se prever cenários futuros da geometria da paisagem urbana de metrópoles consolidadas e emergentes no contexto brasileiro justifica a elaboração deste trabalho, que pretende apresentar uma variedade objetiva – dentro de um extenso catálogo de aplicações existentes – de recursos computacionais possíveis de serem implementados em sistemas de autômatos celulares.

2. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

2.1. AUTÔMATOS CELULARES

Os autômatos celulares podem ser definidos como um sistema matricial n -dimensional definido em \mathbb{Z}^n , no qual cada elemento (célula) da matriz pode assumir um número finito de estados de um conjunto S e a configuração das células é dada por $a : \mathbb{Z}^n \rightarrow S$, em que a evolução temporal se dá a passos discretos de tempo e com intervalo constante Δt e o estado de cada célula é determinado por uma função de transição local $f : S^v \rightarrow S$, sendo v o tamanho da vizinhança (KARI, 2005).

O modelo mais básico, denominado autômato celular elementar, consiste em uma matriz unidimensional, em que as células podem assumir apenas dois estados possíveis ($S = \{0, 1\}$) e a vizinhança da célula de iteração a_j é formada pelas células a_{j-1} e a_{j+1} , adjacentes a célula de iteração. Geometricamente, os autômatos celulares elementares são representados por uma fita dividida longitudinalmente em seções iguais (células), em que a cor de cada célula corresponde ao seu estado. A Figura 1 apresenta a evolução de um sistema de autômato celular gerado com base na Regra 60, iniciando-se a partir de uma semente alocada na célula arbitrária a_j , até a 7ª geração de evolução, em que cada linha representa uma geração evoluída a partir da anterior. É possível observar a formação de um padrão geométrico logo nas primeiras 7 gerações.

Figura 1 – Reprodução das gerações 0 a 7 da Regra 60

a_{j-2}	a_{j-1}	a_j	a_{j+1}	a_{j+2}	a_{j+3}	a_{j+4}	a_{j+5}	a_{j+6}	a_{j+7}		
		■								t	gen. 0
		■	■							$t + 1$	gen. 1
		■		■						$t + 2$	gen. 2
		■	■	■	■					$t + 3$	gen. 3
		■				■				$t + 4$	gen. 4
		■	■			■	■			$t + 5$	gen. 5
		■		■		■		■		$t + 6$	gen. 6
		■	■	■	■	■	■	■	■	$t + 7$	gen. 7

Fonte: Autoria própria.

Neste tipo mais trivial de autômatos celulares, as regras de transição consistem em combinações lógicas entre o estado das células a_{j-1}^t , a_j^t e a_{j+1}^t no tempo t , que determinam o estado da célula a_j^{t+1} no tempo seguinte $t+1$, e as operações lógicas utilizadas na determinação do estado da célula de iteração dependerão da regra a ser utilizada. Dado um sistema de CA com S estados possíveis e largura de vizinhança L , o número de combinações possíveis para a janela de iteração de um autômato celular é S^L (para $a_j^{t+1} = f(a_j^t)$) ou S^{L-1} , e a quantidade de regras de transição possíveis de serem criadas é S^{S^L} ou $S^{S^{L-1}}$. Para um CA elementar, por exemplo, a evolução do sistema pode ser conduzida de 2^8 maneiras diferentes.

Estas regras podem ser sinalizadas em uma tabela-verdade, com a estrutura semelhante à exibida no Quadro 1.

Quadro 1 – Tabela-verdade dos autômatos celulares elementares

a_{j-1}^t	a_j^t	a_{j+1}^t	a_j^{t+1}
0	0	0	s_8
0	0	1	s_7
0	1	0	s_6
0	1	1	s_5
1	0	0	s_4
1	0	1	s_3
1	1	0	s_2
1	1	1	s_1

Fonte: Autoria própria

As regras podem ser extraídas tomando-se o número da regra, de 0 a 255, e obtendo-se sua expansão binária $(s_1, s_2, s_3, s_4, s_5, s_6, s_7, s_8)_b$. No Quadro 2, abaixo, é apresentada a tabela-verdade referente às combinações lógicas advindas da Regra 60.

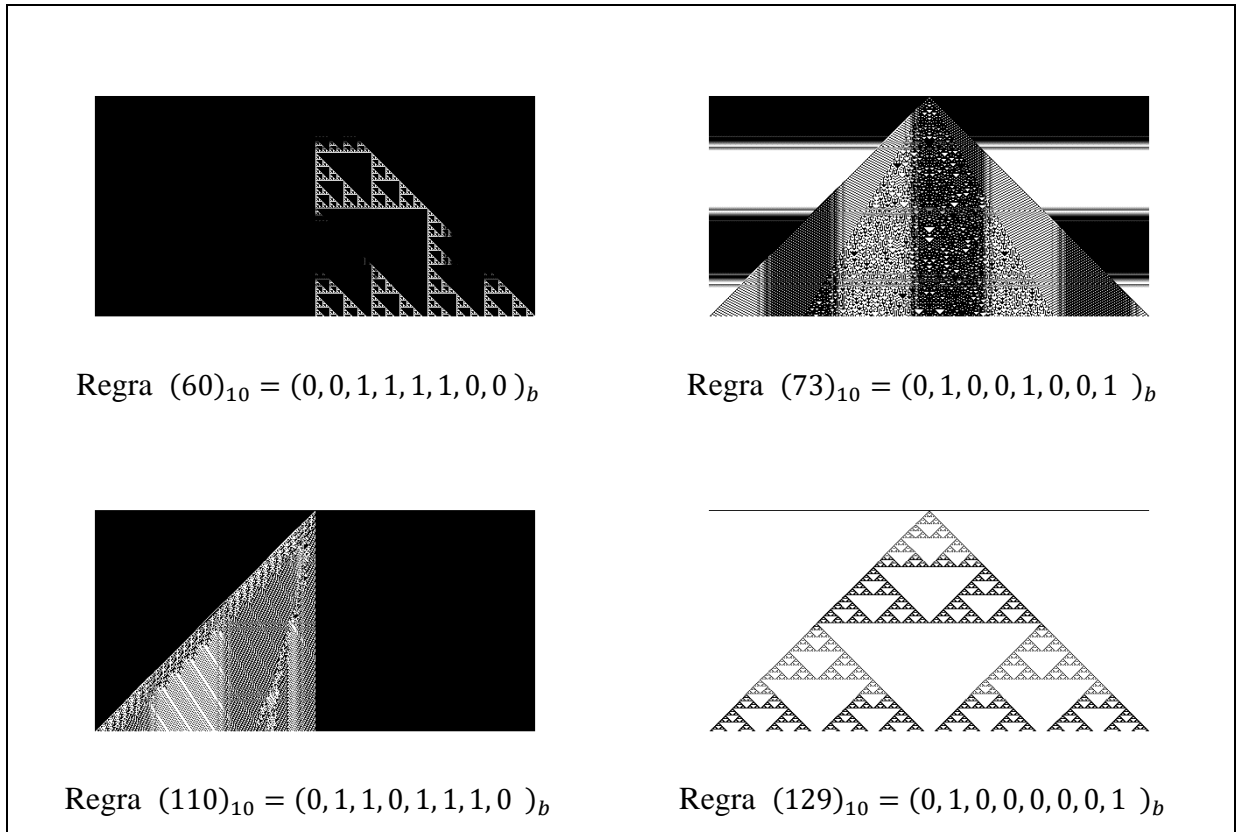
Quadro 2 – Combinações lógicas da Regra 60

a_{j-1}^t	a_j^t	a_{j+1}^t	a_j^{t+1}
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	1
0	1	1	1
1	0	0	1
1	0	1	1
1	1	0	0
1	1	1	0

Fonte: Autoria própria

Algumas regras são exibidas na Figura 2, que apresenta as primeiras 500 gerações de 4 diferentes sistemas de autômatos celulares elementares de 1001 células, iniciados a partir de uma semente alocada na célula a_{501} .

Figura 2 - Autômatos celulares construídos a partir de diferentes regras de transição



Fonte: Autoria própria.

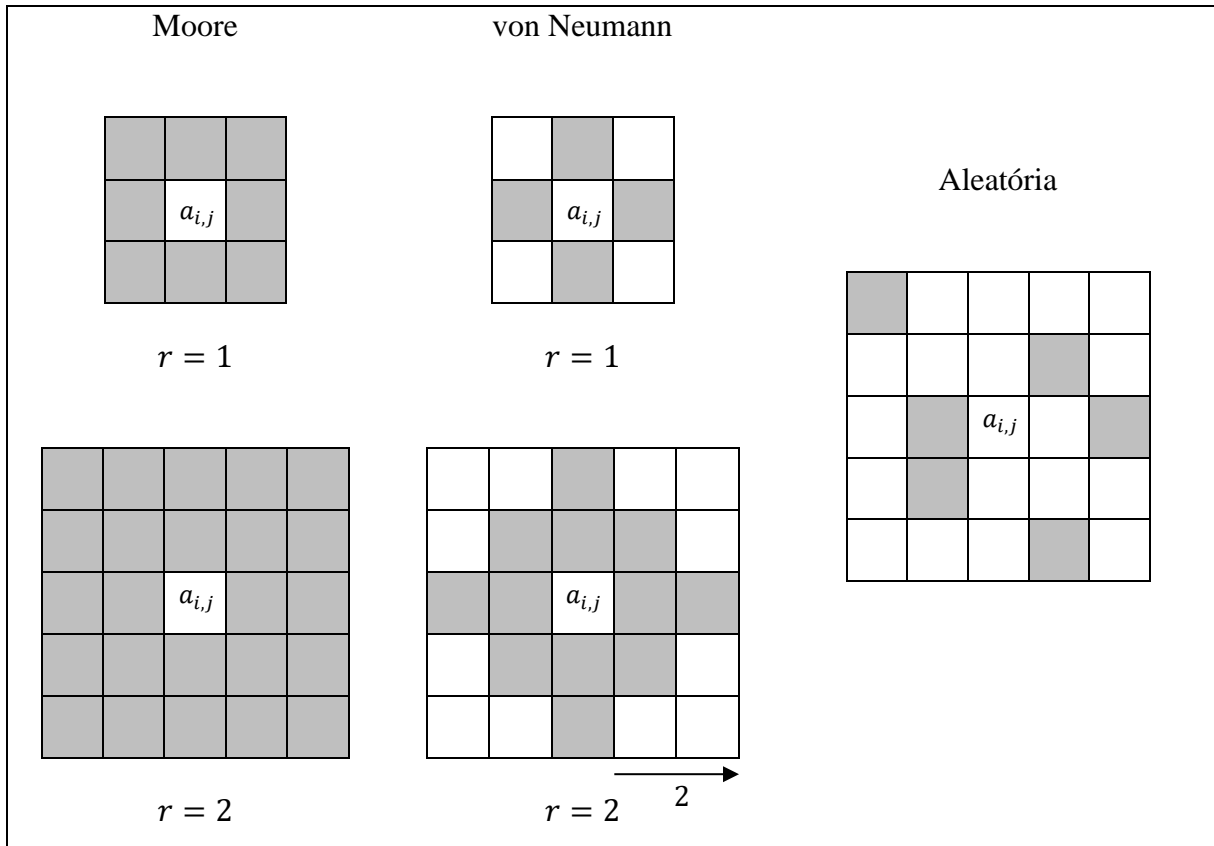
Os autômatos celulares bidimensionais, mais utilizados, correspondem à uma matriz do tipo:

$$\begin{bmatrix} \vdots & \vdots & \vdots & & \\ \dots & a_{i-1,j-1} & a_{i-1,j} & a_{i-1,j+1} & \dots \\ \dots & a_{i,j-1} & a_{i,j} & a_{i,j+1} & \dots \\ \dots & a_{i+1,j-1} & a_{i+1,j} & a_{i+1,j+1} & \dots \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \end{bmatrix}$$

Em que as células adjacentes à $a_{i,j}$ correspondem à uma vizinhança de Moore de raio $r = 1$. As configurações de vizinhança mais comuns são do tipo Moore, von Neumann e aleatória.

Na Figura 3 são apresentados os três tipos de vizinhança mais comuns, dentre os quais se destaca a vizinhança de Moore, sobretudo de dimensão 3×3 ($r = 1$), que é largamente utilizada em aplicações que envolvem a simulação de dinâmica de paisagem.

Figura 3 – Tipos de vizinhança



Fonte: Adaptado de Melloti (2009).

As funções de transição para este modelo de CA são construídas como regras lógicas em que o número de variáveis passa a ser S^L ou S^{L-1} , e o número de regras de transição possíveis passa a ser S^{S^L} ou $S^{S^{L-1}}$.

Apesar de serem construídos a partir de uma configuração topológica trivial e com regras de transição simples a nível local, que atribuem a uma célula um estado s dentro de um conjunto finito de estados possíveis, o sistema como um todo pode evoluir de maneira imprevisível (NEVES, 2003 apud CASTRO; CASTRO, 2008) e produzir padrões de organização que emergem à nível global a partir de condições de desordem inicial. Essas características dos autômatos celulares permitem expandir este sistema simples e adaptá-lo para a simulação da dinâmica de expansão urbana (FURTADO; DELDEN, 2011).

2.2. CIDADES E AUTÔMATOS CELULARES

Expandir um modelo de CA para a simulação do crescimento urbano significa traduzir os elementos de autômatos celulares para os atributos espaciais relacionados à dinâmica de uso e ocupação do solo, mais especificamente relacionados ao fenômeno de crescimento urbano. Isto é, a superfície terrestre é discretizada em uma grade regular composta por um conjunto de

células, que passam a representar parcelas da superfície terrestre; as células no entorno de uma célula de iteração (i, j) passam a representar a vizinhança, com a qual interage mutuamente; o espaço reticulado, a cidade e as ocupações de seu entorno; a função de transição, o conjunto das relações entre o ambiente, a ocupação e outras variáveis, que define a transição de estado da célula; e o estado, por fim, passa a representar a categoria de uso e cobertura do solo (FURTADO; DELDEN, 2011), usualmente 0, para qualquer ocupação não urbana, e 1, para ocupação urbana.

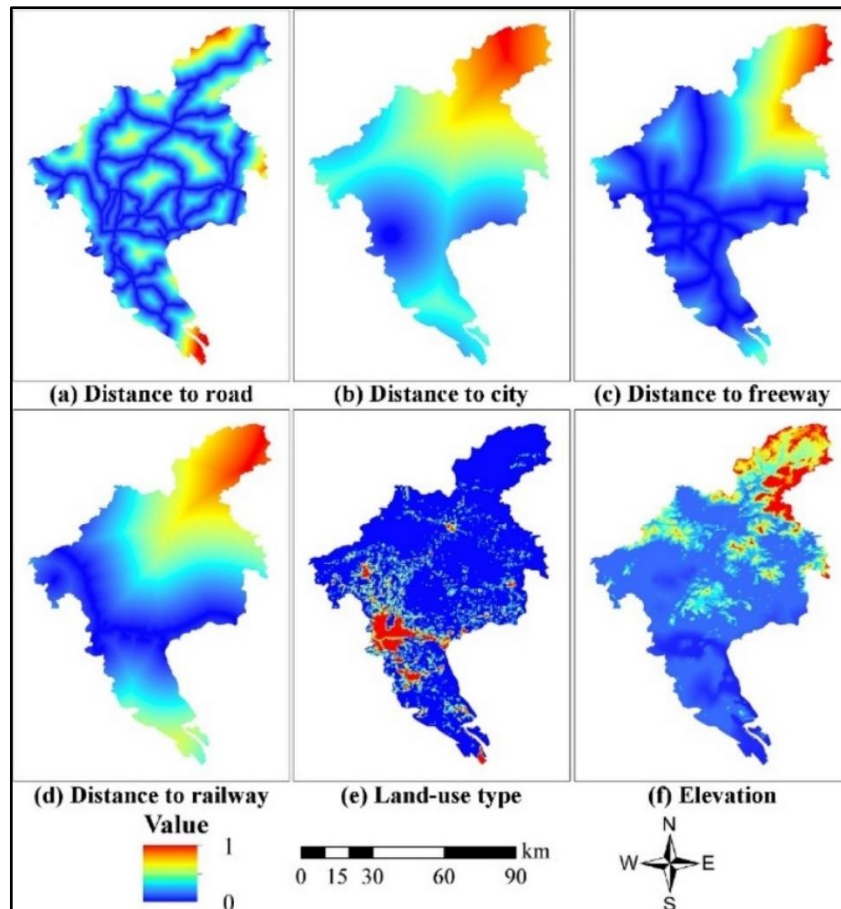
2.2.1. Fatores Determinantes

Os fatores determinantes correspondem às variáveis espaciais que favorecem ou inibem o surgimento de novas áreas urbanas, conforme verificado nos trabalhos de Ding et al. (2022), Tripathy e Kumar (2019), Mohamed e Worku (2020), Tian et al. (2016), Agyemang e Silva (2019), Liao et al. (2019), por exemplo.

Os fatores determinantes incluem variáveis do ambiente, como declividade, altitude, distância de recursos hídricos e restrições ecológicas, variáveis de acessibilidade, como distância de infraestrutura de transporte (sistema viário, ferrovias, estações de metrô e trem, portos, hidrovias, aeroportos), distância de estabelecimentos diversos (comércios, hospitais, escolas, entre outros), distância de aglomerações urbanas (metrópoles, cidades, vilas); variáveis socioeconômicas (atratividade comercial, turismo, postos de trabalho); variáveis de planejamento e restrição (zoneamento, diretrizes urbanísticas, áreas legalmente protegidas), entre outras.

As variáveis associadas ao espaço físico são transformadas em matrizes georreferenciadas e as operações matemáticas para a determinação da função de transição são realizadas em Sistemas de Informações Geográficas (SIG). Isto é, os dados são convertidos em camadas matriciais, e à cada pixel é atribuído um valor pertencente ao conjunto de valores referentes à grandeza representada pela camada matricial em questão. Na Figura 4, são exibidos seis fatores determinantes pré-processados e utilizados por Ding et al. (2022) para a modelagem do crescimento urbano da região de Guangzhou, capital da província homônima, na China.

Figura 4 – Fatores determinantes imputados em um modelo



Fonte: Ding et al. (2022).

Os dados atribuídos à cada pixel das camadas matriciais são utilizados para a extração de regras de transição. Ding et al. (2022), por exemplo, utilizaram como fatores determinantes as variáveis espaciais de distância (a, b, c e d), categoria de uso do solo (e) e elevação (f) no estudo realizado sobre a cidade de Guangzhou (China), e utilizaram o algoritmo *Whale Optimization Algorithm* para extrair as regras de transição a partir das relações entre os fatores determinantes.

2.2.2. Funções de transição

As funções de conversão ou transição de classe de ocupação do solo em modelos de expansão urbana são uma generalização das funções de transição de estado de autômatos celulares, equacionada a nível sistêmico conforme a expressão abaixo (FURTADO; DELDEN, 2011).

$$E^{t+1} = g(E^t | \Phi) \quad \text{Eq. (1)}$$

Em que E^{t+1} é um conjunto de estados no tempo $t + 1$, E^t é um vetor de estados no tempo t , Φ é a função de transição que governa a evolução do sistema do tempo t para o tempo $t + 1$.

A nível celular, a transição de estado pode ser escrita como:

$$State_{ij}^{t+1} = f(Global_{ij}^t, Neighb_{ij}^t, Constraint_{ij}^t) \quad \text{Eq. (2)}$$

Sendo $State_{ij}^{t+1}$ o estado da célula (i, j) em $t + 1$, $Global_{ij}^t$ as imposições do sistema sobre a célula (i, j) (*top-down*), $Neighb_{ij}^t$ a função de densidade e vizinhança, $Constraint_{ij}^t$ as restrições que incidem sobre a célula (i, j) e f a função de transição que relaciona as variáveis.

Comumente se encontra modelos em que as funções de transição que conduzem a dinâmica de mudança da cobertura do solo são baseadas no potencial ou potencial de conversão de uso do solo. Para fins de exemplo, Zhou; Wu e Wang (2021) determinaram que a dinâmica de conversão de cobertura do solo (não urbano \rightarrow urbano) para cada célula se comportaria conforme a equação 3.

$$State_{ij}^{t+1} = \begin{cases} 1, & P_{ij}^t > P_{threshold} \\ 0, & P_{ij}^t \leq P_{threshold} \end{cases} \quad \text{Eq. (3)}$$

Isto é, a conversão de estado de uma célula na posição (i, j) , do tempo t para o tempo $t + 1$, é condicionada ao limiar de conversão, definido no domínio $[0, 1]$. O valor de P_{ij}^t é determinado continuamente, célula-a-célula, em função dos fatores determinantes do crescimento urbano, do impacto de vizinhança e das restrições de conversão (ZHOU; WU; WANG, 2021).

2.2.3. Instabilidades

A instabilidade é um fato existente nos sistemas complexos e indissociável dos sistemas urbanos, conforme explicado por Allen (1997), que define o sistema urbano auto organizável como o conjunto formado por estruturas resultantes da evolução espaço-temporal do sistema e pelos desvios que ocorrem em torno dessa estrutura, e que podem levar a novas transformações. Portugali, Benenson e Omer (1994), ao tratarem a respeito deste componente dos sistemas complexos, se referem à instabilidade global como um comportamento generalizado no sistema e à instabilidade local como uma perturbação pontual que, em determinadas circunstâncias, pode evoluir para uma perturbação global e provocar efeitos a nível sistêmico.

A instabilidade pode ser equacionada no sistema como uma função genérica calculada sobre um valor aleatório da forma $f(r)$, em que r corresponde a uma variável cujos valores são gerados aleatoriamente e f é uma função que pode incorporar um ou mais coeficientes α que controlam o grau de influência de r , conforme formulação matemática proposta por White e Engelen (1993):

$$RA = 1 + (-\ln r)^\alpha \quad \text{Eq. (4)}$$

3. OBJETIVOS

3.1. GERAL

O presente trabalho foi elaborado com o objetivo de apresentar a aplicação de autômatos celulares na simulação computacional da dinâmica espaço-temporal de expansão urbana.

3.2. ESPECÍFICOS

- Trabalhar conceitos-chave relativos à simulação computacional, mais especificamente baseada em autômatos celulares;
- Compreender a aplicação de autômatos celulares na modelagem computacional de sistemas complexos e sua evolução temporal;
- Explorar as diferentes abordagens utilizadas na construção de modelos computacionais baseados em autômatos celulares para a simulação da dinâmica de crescimento de diversas cidades do planeta;
- Pontuar aspectos de instabilidade, processos históricos, efeitos de vizinhança e suas possíveis implicações nos resultados de simulações.

4. METODOLOGIA

A pesquisa bibliográfica foi realizada de forma exploratória e com abordagem qualitativa, utilizando-se como fonte de artigos o repositório acadêmico Science Direct.

A busca foi realizada utilizando-se os termos “cellular automata”, “urban”, “growth” “expansion”, “modelling” e “simulation”. Foram aplicados filtros de busca para que fossem exibidos apenas artigos disponibilizados no diretório Science Direct a partir de 2020. Convém mencionar também que os artigos encontrados se limitam àqueles disponibilizados até o final do mês de outubro de 2022.

Para o levantamento dos trabalhos-base, foram considerados os estudos desenvolvidos no âmbito da temática de simulação computacional da dinâmica de expansão urbana, com base em modelos computacionais construídos em sistemas de autômatos celulares (CA - *cellular automata*). Para os propósitos deste trabalho, foram considerados os estudos que efetivamente envolveram o desenvolvimento de um modelo computacional inédito e no qual os autores aplicaram os modelos desenvolvidos na simulação de cenários futuros de expansão urbana de cidades existentes. Assim, foram excluídos, neste primeiro momento, os artigos cujo objetivo fosse uma análise puramente computacional e/ou matemática de autômatos celulares e aqueles que envolvessem a simulação da expansão urbana utilizando-se modelos já existentes, bem como os artigos nos quais o uso de modelos baseados em CAs para simulação da expansão urbana não fosse o escopo primário do projeto.

Também é importante salientar que os artigos bloqueados ao acesso por e-mail institucional para estudantes da Universidade Federal de São Carlos (UFSCar) e da Universidade Estadual de Campinas (UNICAMP), ou indisponíveis para acesso livre, não puderam ser considerados neste estudo.

A partir da leitura preliminar dos artigos, foram aplicados os critérios apresentados anteriormente para a eliminação daqueles que não se enquadrassem nos propósitos do presente trabalho. Em um segundo momento, através de uma leitura geral, foram também desconsiderados os artigos que não explicitassem os métodos matemáticos envolvidos na determinação do potencial de conversão de uso do solo e, conseqüentemente, na determinação de parâmetros para a construção de funções de transição.

Os artigos encontrados foram analisados quanto às ferramentas utilizadas para estabelecer a relação entre os fatores determinantes e os elementos urbanos, quanto à metodologia empregada na construção do modelo como um todo, e também quanto aos aspectos socioeconômicos e ambientais considerados relevantes na relação das células com sua vizinhança e na construção das regras de transição dos modelos.

5. RESULTADOS E DISCUSSÃO

Após aplicados os filtros de busca e realizada a leitura preliminar, foram encontrados inicialmente 17 artigos científicos relacionados à temática de estudo da paisagem urbana através de modelos de autômatos celulares. Após a leitura integral dos artigos e a aplicação dos critérios de originalidade e interpretabilidade do modelo proposto em cada um deles, foram identificados 6 artigos adequados aos propósitos do presente trabalho.

As informações gerais dos artigos e os modelos utilizados na simulação do crescimento urbano são apresentados no Quadro 3, a seguir.

Quadro 3. Informações gerais dos artigos estudados

Título	Autores	Área de estudo	Modelo utilizado
Urban spatial growth modeling using logistic regression and cellular automata	Cao et al. (2020)	Hangzhou, China	Regressão Logística (LR-CA)
Simulating urban expansion by incorporating an integrated gravitational field model into a demand-driven random forest-cellular automata model	Lv et al. (2020)	Aglomeración urbana de Pequim-Tianjin-Hebei, China	Campo Gravitacional Integrado e <i>Random Forest</i> (IGFM-RF-CA)
Simulating urban growth by incorporating historical information into a cellular automata model	Wang (2021)	Pequim, China	Regressão Logística e Suavização Linear e Exponencial (SM-Logistic-CA)
An extended patch-based cellular automaton to simulate horizontal and vertical urban growth under the shared socioeconomic pathways	Chen (2021)	Área metropolitana de Guanzhou-Foshan, China	Land parcel (LP-CA)
Urban expansion simulation and development-oriented zoning of rapidly urbanizing areas: a case study of Hangzhou	Zhou, Wu e Wang (2021)	Hangzhou, China	<i>Deep Belief Network</i> (MDBN-CA)
Combining a land parcel cellular automata (LP-CA) model with participatory approaches in the simulation of disruptive future scenarios of urban land use change	Molinero-Parejo et al. (2022)	Corredor industrial de Henares, Espanha	<i>Land Parcel</i> (LP-CA)

Fonte: Autoria própria.

Os aspectos metodológicos utilizados em cada trabalho para a elaboração de seu respectivo modelo de simulação computacional estão apresentados adiante e, em seguida, foi realizada a discussão sobre aspectos importantes relativos à simulação computacional baseada em autômatos celulares para fins de modelagem da dinâmica de crescimento urbano.

5.1. EXPOSIÇÃO DOS MODELOS ESTUDADOS

5.1.1. Cao et al. (2020)

O trabalho de Cao et al. (2020) consistiu na aplicação de Regressão Logística na construção de um modelo de autômatos celulares (LR-CA), almejando simular os processos de auto-organização da paisagem urbana, identificar os fatores determinantes do desenvolvimento urbano e as áreas Hangzhou com uma maior tendência de crescimento com base.

Para a construção do modelo, Cao et al. (2020) utilizaram um conjunto de dois estados possíveis para as células, sendo $Y = 1$ representando áreas construídas (urbanizadas) e $Y = 0$ áreas não construídas, e cujo potencial parcial de conversão da classe de solo não construído para construído foi determinada através da Eq. (5).

$$P_g(Y = 1) = \frac{\exp(\hat{\beta}_0 + \sum_{i=1}^n (\hat{\beta}_i x_i))}{1 + \exp(\hat{\beta}_0 + \sum_{i=1}^n \hat{\beta}_i x_i)} \quad \text{Eq. (5)}$$

Sendo $\hat{\beta}_i$ o valor do coeficiente de regressão estimado e x_i é o i -ésimo fator determinante. Os termos $\hat{\beta}_i$, durante o ajuste do modelo de regressão, foram continuamente determinados em função dos seguintes fatores determinantes (x_i) de acessibilidade (distância de centros industriais – INDC [km], distância de vias principais – MROAD [km], distância de vias de menor importância – OROAD [km], e distância do rio Qiantang – QTR [km]); variáveis espaciais explanatórias (densidade de áreas construídas existentes – CLAND [%], densidade de vizinhança espacial explorável – AVAIL [%] densidade de água na vizinhança – WATER [%]). Para simulações a partir do ano de 1996, foi incorporado ao coeficiente de regressão o fator de plano de urbanização (PLAN [{0, 1}]), acrescentado somente para simulações a partir de 1996 devido ao surgimento de políticas públicas destinadas ao controle do crescimento urbano em meados da década de 1990 (CAO et al., 2020).

Como forma de introduzir a influência das células adjacentes no estado de determinada célula, Cao et al. (2020) utilizaram a função de vizinhança (Eq. (6)), ajustada para uma vizinhança de Moore de dimensão 3×3 (8 células).

$$\Omega_{ij}^t = \frac{\sum_{3 \times 3} \text{con}(s_{xy} = \text{urban})}{3 \times 3 - 1} \quad \text{Eq. (6)}$$

Ω_{ij}^t é a função de densidade vizinhança calculada para uma célula (i, j) no tempo t e não considera a influência de células além de $r = 1$. $\text{con}(s_{xy} = \text{urban})$ é uma função condicional que assume o valor 1 se a célula (x, y) da vizinhança está em estado de ocupação urbana e 0 quando não e 3×3 é o tamanho da janela de atualização da célula (i, j) .

Cao et al. (2020) definiram o potencial final (P^t) de conversão de cobertura do solo célula-a-célula, como um produto do potencial parcial de conversão (P_g), da função de vizinhança (Ω_{ij}^t) e do termo de perturbação (RA), conforme a equação abaixo:

$$P^t = P_g \cdot \Omega_{ij}^t \cdot RA \quad \text{Eq. (7)}$$

Por fim, o termo de perturbação de perturbação foi computado pelos autores através Eq. (4), proposta por White e Engelen, (1993).

$$RA = 1 + (-\ln y)^\alpha$$

Em que y é um número aleatório que varia no intervalo]0, 1] e α é o fator de influência que controla os efeitos da variável aleatória no termo de perturbação, tal que $\alpha \in [0, 10]$.

5.1.2. Lv et al. (2020)

No trabalho de Lv et al. (2020), muito diferentemente de outros estudos, os autores construíram o sistema de autômatos celulares a partir de um modelo integrado de *Random Forest* e campo gravitacional (IGFM-RF-CA), este último obtido a partir da Lei da Gravitação Universal de Newton, a fim de simular o fenômeno de expansão urbana cooperativa na região metropolitana de Pequim-Tianjin-Hebei. Neste estudo, o modelo de campo gravitacional foi estendido para o espaço celular, e o modo como cidades influenciam mutuamente o crescimento umas das outras foi interpretado como uma intensidade de campo (LV et al, 2020).

A Eq. (8) estabelece a intensidade de campo de influência U de uma cidade i sobre uma célula de outra localizada na posição (x, y) .

$$U_{i,x,y} = \frac{F_i}{D(x, y, x_i, y_i)^\beta} \quad \text{Eq. (8)}$$

F_i é a força de influência urbana de uma cidade i ; $D(x, y, x_i, y_i)$ corresponde à distância euclidiana entre o centro da cidade i e a célula na posição (x, y) de outra cidade; e o expoente β é o fator de decaimento da intensidade de campo, cujo valor normalmente utilizado é de 2,0.

A partir da Eq. (8), Lv et al. (2020) incorporaram os termos de fluxo de entrada e saída de informação de uma cidade i para uma cidade j e atribuíram à $D(x, y, x_i, y_i)$ o valor de distância tempo-custo de viagem entre o centro da cidade i (x_i, y_i) e a célula (x, y) da cidade j .

Assim, os autores construíram o modelo gravitacional integrado baseado nas Equações (9) e (10).

$$U_{i,j,x,y}(out) = U_{i,x,y} \cdot R_{i,j}(out) \quad \text{Eq. (9)}$$

$$U_{i,j,x,y}(in) = U_{i,x,y} \cdot R_{i,j}(in) \quad \text{Eq. (10)}$$

Em que $U_{i,j,x,y}(out)$ corresponde ao campo de intensidade de interação que flui da cidade i para a cidade j e $U_{i,j,x,y}(in)$ é o campo de intensidade que influenciado pela entrada de informação na cidade i , $R_{i,j}(out)$ é o fluxo de informação que flui da cidade i para a cidade j e $R_{i,j}(in)$ é o fluxo de informação que entra na cidade i .

No estudo de Lv et al. (2020), a determinação da probabilidade inicial de classificação da cobertura do solo foi realizada a partir do algoritmo de Random Forest com base na Eq. (11).

$$P_{ij,k} = \frac{\sum_{n=1}^M I(h_n(x) = Y_k)}{M} \quad \text{Eq. (11)}$$

P_{ij} é a probabilidade de a célula (i, j) ser classificada na classe de uso e ocupação k , $I(\dots)$ é uma função indicativa da árvore de decisão, x é um vetor que incorpora as variáveis espaciais, $h_n(x)$ corresponde ao resultado preditivo da n -ésima árvore de decisão, e M é o número total de árvores de decisão.

O potencial final (Eq. (13)) então foi dado como um produto do potencial inicial de classificação $P_{ij,k}$, da função de vizinhança (Eq. (12)), do coeficiente de inércia I_k^t de Liu et al., 2017 e das limitações geográficas $con(S_{ij}^t)$ impostas à célula (x, y) .

$$\Omega_{ij}^{t'} = \Omega_{ij}^t \cdot w_k \quad \text{Eq. (12)}$$

Sendo $\Omega_{ij}^{t'}$ a função de vizinhança ponderada modificada, Ω_{ij}^t a Eq. (5) e w_k o fator de peso atribuído à classe de cobertura do solo k . O potencial final foi computado através da Eq. (13).

$$TP_{ij,k}^t = P_{ij,k} \cdot \Omega_{ij}^{t'} \cdot I_k^t \cdot con(S_{ij}^t) \quad \text{Eq. (13)}$$

$TP_{ij,k}^t$ equivale ao potencial final de conversão de cobertura do solo. As restrições geográficas são representadas pela função condicional $con(S_{ij}^t)$, que vale 0 em células correspondentes a áreas submetidas a condições geográficas que impossibilitam a construção sobre o solo, e 1 nas demais áreas.

5.1.3. Wang et al. (2021)

No artigo que resultou dos trabalhos de Wang et al. (2021), assim como nos estudos de Cao et al. (2020), a Regressão Logística foi utilizada para extrair as regras de transição das

relações entre os fatores determinantes e o uso e ocupação do solo. O diferencial deste estudo consistiu na utilização de regras de transição inconstantes, em que a dinâmica de evolução espaço-temporal do sistema varia com o tempo, o que permitiu a Wang et al. (2021) incorporar ao modelo as alterações temporais das relações entre os fatores determinantes e a paisagem urbana, e, conseqüentemente, ajustar a tendência de crescimento urbano de acordo com estas alterações.

O período estudado, de 1995 a 2015, foi dividido em quatro intervalos de tempo, para os quais foram extraídas as regras de transição do período A (1995 a 2000), do período B (2000 a 2005), do período C (2005 a 2010) e do período D (2010 a 2015). Para cada um destes intervalos de tempo também foi determinado o índice de similaridade de expansão (*ESI*), que corresponde à uma medida de similaridade entre dois períodos históricos distintos (WANG et al., 2021). Calculado através da Eq. (14).

$$ESI_{PQ} = 10 - (|REFI_P - REFI_Q|) \quad \text{Eq. (14)}$$

Em que *Q* denota o período objeto de estudo e *P* se refere a um período qualquer diferente de *Q*, e *REFI* é o índice de característica de expansão relativa (WANG et al., 2021).

Assim, os autores estudaram a expansão da mancha urbana da capital chinesa, Pequim, a partir de um modelo baseado em suavização linear e exponencial das regras de transição extraídas através da Regressão Logística (SM-Logistic-CA). Em um primeiro momento, os fatores de peso (w_i) incorporados exclusivamente ao modelo de suavização linear foram calculados a partir de *ESI* (Eq. (15)).

$$w_i = \frac{ESI_i}{ESI_1 + \dots + ESI_i + \dots + ESI_n} \quad \text{Eq. (15)}$$

Segundo Wang et al. (2021), a suavização exponencial foi utilizada em um segundo momento como uma alternativa para a estimação dos fatores de peso w_i de cada período histórico, em substituição da determinação através de *ESI* (Eq. (15)). Os valores de índice de similaridade de expansão (*ESI*) foram utilizados apenas para ordenar os períodos históricos A, B e C de acordo com sua importância para período D (maior *ESI* implica em maior relevância), o que significa que o período histórico cuja expansão foi mais semelhante à expansão urbana no período-alvo foi priorizado na suavização. A formulação da suavização exponencial utilizada para determinar os fatores de peso é dada pela equação abaixo.

$$w_t = \alpha \cdot y_{t-1} + (1 - \alpha) \cdot w_{t-1} \quad \text{Eq. (16)}$$

Em que w_t é o valor do peso suavizado, α é o coeficiente de controle do nível de suavização e y é o fator de peso dos dados observados na série temporal. Na suavização exponencial, o coeficiente α controla a influência do peso observado y_t na determinação do fator de peso suavizado w_t , de forma que quanto maior o valor de α , maior será o efeito dos dados observados no coeficiente de peso suavizado ($\alpha \rightarrow 1$ implica em $w_t \rightarrow y_{t-1}$). Por outro lado, valores pequenos de α farão com que o fator de peso suavizado no passo de tempo $t - 1$ tenha maior influência no valor do fator de peso no passo t ($\alpha \rightarrow 0$ implica em $w_t \rightarrow w_{t-1}$).

Os pesos representativos dos períodos históricos foram incorporados ao modelo na equação de potencial linearmente suavizada, resultante da Regressão Logística e da suavização linear das regras de transição (Eq. (17)).

$$\text{Logit}(P) = w_1 \cdot \text{Logit}(P)_1 + w_2 \cdot \text{Logit}(P)_2 + \dots + w_n \cdot \text{Logit}(P)_n \quad \text{Eq. (17)}$$

Na sequência, a potencial parcial de conversão de cobertura do solo (P^L) foi obtida através da transformação Logit, na Eq. (18).

$$P^L = \frac{1}{1 + e^{-\text{Logit}(P)}} \quad \text{Eq. (18)}$$

O efeito da vizinhança foi estimado através da seguinte função de vizinhança:

$$P^N = \frac{\sum_{n \times n} \omega_d CS(d)}{n \times n - 1} \quad \text{Eq. (19)}$$

Em que n é a largura da janela de iteração, $CS(d)$ é a função condicional de estado para uma célula localizada à distância d da célula de iteração (se urbano, $CS(d) = 1$, caso contrário $CS(d) = 0$), ω_d é o coeficiente de decaimento de uma célula à distância d da célula de iteração, determinado através da expressão:

$$\omega_d = \frac{d^{-1}}{\sum_{d=1}^{\frac{n-1}{2}} d^{-1}} \quad \text{Eq. (20)}$$

Por fim, o potencial final de transição de cobertura do solo foi obtido célula-a-célula pelo produto:

$$P = P^L \cdot P^N \cdot CON() \quad \text{Eq. (21)}$$

Sendo $CON()$ a função condicional de restrição, que retorna 0 se a célula de iteração consistir em uma célula urbana ou corpo hídrico, e 1 se não.

5.1.4. Chen (2021)

Os modelos de autômatos celulares predominantes na bibliografia científica exploram a dinâmica da paisagem urbana da ótica do crescimento urbano horizontal. Chen (2021) estendeu os modelos convencionais de autômatos celulares baseados fragmentos (ou manchas) representativos da superfície terrestre (*patch-based CA*) para simular a expansão horizontal da mancha urbana e a verticalização na região Metropolitana de Guangzhou-Foshan. Para o estudo do crescimento horizontal da mancha urbana, o autor considerou simular a dinâmica de cobertura do solo de 6 classes de ocupação: campos agrícolas, florestas, pastagem, corpos hídricos, áreas sem uso e áreas edificadas.

O potencial de desenvolvimento, assim denominado por Chen (2021), corresponde ao potencial de conversão de cobertura do solo, que, neste trabalho, foi estimado por meio do algoritmo de *Random Forest* (RF).

O surgimento de novas manchas (*patch*) urbanas e suas respectivas áreas foi condicionado à uma variável aleatória r_a , com valores no intervalo entre 0 e 1, computada na área do novo *patch* através da Eq. (22).

$$A_p = a_0(r_a)^{a_1} \quad \text{Eq. (22)}$$

A_p é a área do novo *patch* urbano gerado na simulação e a_0 e a_1 são parâmetros ajustados com base em dados de uso e cobertura do solo obtidos de imagens de satélites.

Após obtido o valor da área do novo *patch*, o modelo de Chen (2021) determinou o tipo de crescimento urbano (espontâneo ou orgânico) através da comparação direta de uma variável aleatória v_{random} com um coeficiente de limiar T_{spon} , (CHEN et al, 2014 apud CHEN, 2021) em que:

- O crescimento seria considerado espontâneo se $v_{random} \leq T_{spon}$;
- Se $v_{random} > T_{spon}$, então as novas áreas urbanas seriam resultado de um processo de expansão orgânica.

A diferenciação entre expansão orgânica *versus* expansão espontânea se fez necessária devido ao modo como a simulação foi conduzida após esta etapa, isto é, os critérios empregados

na alocação da semente do novo *patch*. Para um novo *patch* de crescimento espontâneo, o potencial de conversão $P_{ij,k=0}^t$ de uma célula não urbana ($S_{ij}^t = 0$) aleatória foi comparado com uma variável aleatória $r \in [0, 1]$, e o estado S_{ij} da célula foi determinado de acordo com este comparativo.

$$S_{ij}^t = 0 \xrightarrow{\Delta t=1} S_{ij}^{t+1} = \begin{cases} 1, & P_{ij,k=0}^t \geq r \\ 0, & P_{ij,k=0}^t < r \end{cases} \quad \text{Eq. (23)}$$

Uma célula hipotética (i, j) não urbana que atendeu a condição $P_{ij,k=0}^t \geq r$, foi selecionada como a semente do novo *patch* e seu estado foi convertido para urbano ($k = 1$). Se a célula (i, j) não atendeu a condição de conversão, então foi mantida como uma célula não urbana ($k = 0$) e uma outra célula foi aleatoriamente selecionada e avaliada quanto à condição necessária para a conversão de sua classe de uso. O processo de alocação da semente de crescimento espontâneo, em síntese, consiste na sequência de etapas: sortear uma célula aleatória (i, j) e comparar o potencial de conversão $P_{ij,k=0}^t$ com a variável aleatória r ; se $P_{ij,k=0}^t \geq r$, a célula se torna urbana, se não, uma outra célula aleatória (x, y) é sorteada e avaliada quanto ao potencial de conversão $P_{xy,k=0}^t$. A cadeia de alocação apenas é interrompida quando uma célula finalmente atende à condição de $P_{ij,k=0}^t \geq r$.

Se, antes disso, o novo *patch* foi determinado como sendo de crescimento orgânico, então a variável r foi comparada ao produto entre o potencial de conversão e a função de densidade de vizinhança ($\Omega_{ij,k=0}^t$).

$$S_{ij}^t = 0 \xrightarrow{\Delta t=1} S_{ij}^{t+1} = \begin{cases} 1, & P_{ij,k=0}^t \cdot \Omega_{ij,k=0}^t \geq r \\ 0, & P_{ij,k=0}^t \cdot \Omega_{ij,k=0}^t < r \end{cases} \quad \text{Eq. (24)}$$

Assim como grande parte dos estudos de expansão urbana e autômatos celulares, Chen (2021) utilizou a Eq. (6) para computar a função de densidade de vizinhança para cada célula.

A partir da célula semente do novo *patch*, a célula vizinha (vizinhança de Moore 3×3) não urbana com maior potencial de conversão torna-se urbana, e a janela de iteração passa a ter como centro a nova célula convertida para o estado de uso urbano (CHEN, 2021).

5.1.5. Zhou, Wu e Wang (2021)

No trabalho de Zhou, Wu e Wang (2021), que estudou o crescimento urbano da cidade de Hangzhou, China, o método empregado na mineração de regras de transição foi o algoritmo

de rede de crenças profundas (*Deep Belief Network* – DBN). Desta forma, os autores propuseram uma maneira de estruturar o zoneamento municipal tendo como base os padrões espaço-temporais da paisagem urbana e os fatores multidimensionais que orientam a expansão da mancha urbana, utilizando-se de um modelo de autômatos celulares baseado em rede de crenças profundas (MDBN-CA) (ZHOU; WU; WANG, 2021).

Para o trabalho de Zhou; Wu e Wang (2021), foram considerados como fatores determinantes a elevação, declividade, localização, acesso ao transporte e variáveis de distância (de aeroporto, centro urbanos, rios, sistema viário, ferrovias e florestas), cujas influências mútuas entre estes fatores e de cada um deles na paisagem urbana foi determinada através do algoritmo DBN.

Quanto à influência das células adjacentes, foi adotada a vizinhança de Moore de dimensão 7×7 tanto para áreas urbanas quanto para áreas não urbanas, porém os autores não explicitaram a função de densidade de vizinhança empregada no estudo.

No algoritmo de DBN treinado por Zhou, Wu e Wang (2021), a variável binária de potencial parcial de conversão de cobertura do solo foi definida para assumir o valor de

- $p_{ij} = 1$, se a probabilidade de conversão utilizada no treinamento do algoritmo DBN ultrapassasse o valor do limiar de treinamento, calculado a partir de dados observados nos mapas de uso e cobertura do solo
- $p_{ij} = 0$, se a probabilidade fosse igual ou inferior ao limiar.

Então, o potencial final de conversão do solo (p'_{ij}) foi calculada acrescentando-se as variáveis de restrição, conforme apresentado na Eq. (25).

$$p'_{ij} = \begin{cases} 1, & p_{ij} \cdot EC_{ij}^t \cdot con(s_{ij}^t) \geq P_{threshold} \wedge RA > 0,5 \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases} \quad \text{Eq. (25)}$$

Em que RA é o termo de perturbação randômica que assume valores no intervalo $[0,1]$, EC_{ij}^t e $con(s_{ij}^t)$ são as variáveis binárias de restrições ecológicas e demais restrições, respectivamente, e $P_{threshold}$ é o limiar de conversão de cobertura do solo, definida em 0,9.

No modelo de Zhou, Wu e Wang (2021), a transição de estado de cada célula ocorre somente se o produto entre o potencial parcial e as restrições for maior ou igual ao limiar de transição e o termo de perturbação for maior do que 0,5. Não havendo o atendimento simultâneo das duas condições, a célula permanece de iteração permanece no estado de ocupação não urbana.

5.1.6. Molinero-Parejo et al. (2022)

Molinero-Parejo et al. (2022) construíram um sistema baseado em LP-CA (*Land Parcel*) para fins de estudo da dinâmica de expansão urbana, mais especificamente visando conhecer possíveis cenários disruptivos da tendência de crescimento da mancha urbana do corredor industrial de Henares, Espanha.

Para a estimação do potencial de transição de estado das parcelas de solo, Molinero-Parejo et al. (2022) utilizaram a equação de potencial de conversão de cobertura do solo ($P_{i,k}^t$) consolidada na bibliografia por White, Engelen e Uljee (1997), que consiste em um produto da acessibilidade na parcela i (A_i), adaptabilidade da parcela i para a cobertura do solo k ($S_{i,k}$), as diretrizes de zoneamento na parcela i (Z_i), da influência de vizinhança entre as células adjacentes à parcela i para a cobertura do solo k e no tempo t ($N_{i,k}^t$) e do termo de perturbação estocástica (ν). O termo de perturbação utilizado por Molinero-Parejo et al. (2022) foi computado através da Eq. (4), porém com α podendo assumir valores no intervalo]0, 1[. O equacionamento do potencial de conversão de cobertura do solo é apresentado abaixo:

$$P_{i,k}^t = A_i \cdot S_{i,k} \cdot Z_i \cdot N_{i,k}^t \cdot \nu \quad \text{Eq. (26)}$$

5.2. A RELEVÂNCIA DO PROCESSO HISTÓRICO PARA A MODELAGEM

Um modelo computacional da dinâmica da paisagem urbana deve, necessariamente, ter a capacidade de reproduzir fenômenos espaciais urbanos e gerar cenários preditivos que se ajustem aos dados de paisagem urbana observados. Para além disso, Allen (1997) afirma ainda que um bom modelo preditivo é aquele que possibilita não apenas prever a organização do sistema após um intervalo de tempo, mas sim reproduzir fielmente a trajetória que conduziu o sistema àquele estado de organização. Isto é, a construção de modelos preditivos da dinâmica da paisagem urbana baseados em autômatos celulares deve envolver a incorporação de processos históricos e políticos à dinâmica de evolução do sistema, permitindo que o crescimento urbano seja ponderado por fatores humanos implícitos nas relações existentes entre as variáveis determinantes e a paisagem urbana.

Estes processos políticos e históricos, os quais refletem em alterações significativas na tendência de expansão urbana, fazem das cidades sistemas complexos cujos fenômenos de dinâmica espacial são dependentes da trajetória (*path-dependent*) (ATKINSON; OLESON, 1996).

Neste sentido, Wang et al. (2021) desenvolveram um modelo de SM-Logistic-CA em que diferentes regras de transição foram ponderadas com fatores de peso determinados para

diferentes períodos históricos, permitindo que o modelo capturasse diferentes relações entre os fatores determinantes e a dinâmica de expansão urbana, visto que tais relações são drasticamente modificadas em função de políticas públicas (*top-down*) e de comportamentos que emergem do sistema (*bottom-up*).

De um modo geral, as simulações demonstraram que as regras de transição suavizadas geram resultados fiéis à realidade física observada na paisagem urbana. Assim, os autores observaram que as simulações nas quais os períodos históricos com um *ESI* baixo, se comparado ao período-alvo, apresentaram baixa acurácia na previsão da distribuição espacial das manchas urbanas, enquanto períodos com *ESI* elevado influenciaram positivamente a simulação. Wang et al. (2021) evidenciaram que as regras de transição suavizadas, sobretudo via suavização exponencial, se adequaram aos dados reais e incorporaram os efeitos provocados pelos processos históricos na simulação. Ademais, não apenas o índice de similaridade de expansão influencia os resultados da simulação, como também o tempo decorrido entre cada período histórico e o período-alvo, de modo que o período C, que apresentou o *ESI* mais baixo, influenciou mais fortemente na redução da acurácia, não apenas devido a menor semelhança com o processo histórico alvo, mas também devido ao curto intervalo de tempo que separa o período C dos períodos A e B.

Por fim, Wang et al. (2021) avaliaram a relação entre o tamanho da vizinhança e o índice de similaridade de expansão e constataram que para vizinhanças pequenas, a acurácia da simulação é mais beneficiada pela semelhança entre os períodos analisados, e para vizinhanças grandes, a distância temporal entre os períodos históricos e o período-alvo produz um efeito mais significativo sobre os resultados.

5.3. A INFLUÊNCIA DO TAMANHO DA VIZINHANÇA

A compreensão dos autômatos celulares como um sistema dinâmico auto organizável abrange o princípio de que regras locais levam a alterações locais, que governam a evolução do sistema (LIU, 2007). No entanto, em se tratando de estudos espaciais da paisagem urbana através de modelos de CA, a janela de atualização de uma célula (i, j) não necessariamente se limita à vizinhança adjacente, compreendida em $r = 1$. Isto se dá devido ao fato de que a definição de *regras locais* em sistemas urbanos é difícil de ser concebida (WU, 1996), posto que o potencial de expansão urbana e as limitações de crescimento são determinados por variáveis espaciais, geográficas, sociais e políticas que operam o sistema tanto em escala local, como, por exemplo, o relevo e a presença de corpos hídricos, quanto em escala global, como é

o caso dos planos de desenvolvimento urbano e econômico, malha viária, políticas públicas em âmbito metropolitano e sistemas de informação, por exemplo (LIU, 2007).

Em 4 (quatro) dos artigos estudados foram utilizadas vizinhanças pequenas e fixas, e apenas em 2 (dois) foi feita uma análise dos efeitos causados pelo tamanho da vizinhança nos resultados da simulação.

Cao et al. (2020), Lv et al. (2020) e Chen (2021), em seus respectivos estudos, criaram modelos de expansão urbana em que o potencial de conversão de estado da célula ($a_{i,j}$) foi calculada em função do estado das células adjacentes, em uma vizinhança do tipo Moore, de dimensão de 3×3 células ($N = [3 \times 3] - 1 = 8$ células), com base na dimensão amplamente testada e recomendada na literatura fundamental (CHEN et al., 2014). Zhou, Wu e Wang. (2021) expandiu a vizinhança de Moore para a dimensão de 7×7 células ($N = 48$ células).

Diferentemente dos autores mencionados anteriormente, Wang et al. (2021) testaram a vizinhança de Moore de dimensão $n \times n$, com $n \in \{5, 11, 15, 21, 25, 31, 35, 41\}$ e apresentaram uma análise simultânea do uso de informações históricas aplicadas a diferentes dimensões de vizinhança de Moore. Tal como Wang et al. (2021), Molinero-Parejo et al. (2022) experimentaram utilizar a vizinhança de Moore de dimensão $n \times n$, porém para $n \in \mathbb{N} \mid 3 \leq n \leq 33$, a fim de identificar a dimensão de janela de atualização na qual os resultados das simulações fossem otimizados.

Vizinhanças pequenas têm sido utilizadas em diversos modelos de dinâmica de uso e ocupação do solo implementados em CAs, como nos trabalhos de Clarke Hoppen e Gaydos (1997), Wu (1996), entre outros, o que parece ter sido consolidado na literatura de sistemas urbanos através de estudos empíricos, conforme explica Chen et al. (2014). Por outro lado, conforme apontado por Liu (2007), os diversos estudos sobre aplicação de autômatos celulares no estudo de sistemas urbanos têm apontado para a tendência do uso cada vez mais frequente de vizinhanças maiores, o que se confirma nos trabalhos de White et al. (1994) (10×10), Wang et al. (2021) ($N_{max} = [41 \times 41] - 1$) e Molinero-Parejo et al. (2022) ($N_{max} = [33 \times 33] - 1$).

A respeito do tamanho da vizinhança, Ménard e Marceau (2005) e Kocabas et al. (2006) constataram que os CA espaciais apresentam sensibilidade à escala espacial das células e são pouco influenciados pelo tamanho da vizinhança, mas os efeitos do raio de influência da vizinhança se tornam significativos em modelos cujas células possuem dimensões de $1000 m \times 1000 m$ ou mais.

Com base no que foi apresentado, o tamanho ideal da vizinhança a ser utilizado em modelos de expansão urbana baseado em CA não pode ser definido em um valor específico aplicável para todos os modelos, visto que uma célula representa uma parcela discreta da superfície terrestre e as dimensões espaciais da célula variam conforme a resolução espacial/amostral das imagens de satélite e dos dados utilizados, e é pouco prático avaliar a influência do tamanho da vizinhança em termos do número de células sem levar em consideração a dimensão espacial de cada célula e o peso atribuído à casa célula vizinha em função de sua distância da célula de iteração.

5.4. INCORPORAÇÃO DE FATORES DE INSTABILIDADE

A compreensão das cidades como sistemas dinâmicos auto-organizáveis implica na existência de instabilidades espaciais que resultarão na emergência de diversos comportamentos possíveis e, conseqüentemente, a evolução do sistema poderá ser conduzida por diferentes trajetórias (ALLEN, 1997), a depender da série de instabilidades imputadas no sistema. Desta forma, as instabilidades espaciais são introduzidas nos modelos urbanos com a finalidade de que se reproduza, em um ambiente computacional, os fenômenos reais que levam o sistema urbano a apresentar determinado comportamento (FURTADO; DELDEN, 2012).

A bibliografia pertinente à simulação de sistemas urbanos em ambiente celular não define uma maneira específica de se introduzir tais instabilidades nos modelos computacionais. No entanto, em muitos trabalhos consultados (TAN et al., 2015; BERBEROĞLU; AKIN; CLARKE, 2016; CHEN et al., 2016; LI et al., 2017; LIAO et al., 2019; TIAN et al., 2016), além de 5 dos 6 apresentados no presente trabalho, as instabilidades foram incorporadas ao modelo de expansão urbana através de um termo de perturbação ou de uma ou mais variáveis aleatórias.

Dentre os trabalhos selecionados, apenas no de Wang et al. (2021) o termo de perturbação foi desconsiderado na construção do modelo, devido ao fato de que a adoção de um termo de perturbação aleatória poderia levar distorções na evolução do sistema, o que foi considerado indesejado pelos autores.

Chen (2021) introduziu variáveis aleatórias em três etapas diferentes da evolução do sistema:

- A variável aleatória r_a ao computar a área de um novo *patch*, $A_p = a_0(r_a)^{a_1}$;
- v_{random} , para determinar se o crescimento do novo *patch* a partir de uma semente seria considerado espontâneo (se $v_{random} \leq T_{spon}$) ou orgânico (se $v_{random} > T_{spon}$); e

- r , que foi comparada ao potencial de conversão $P_{ij,k=0}^t$ de uma célula não urbana ($S_{ij}^t = 0$), de modo que o novo estado S_{ij}^{t+1} foi computado por $S_{ij}^{t+1} = \begin{cases} 1, P_{ij,k=0}^t \geq r \\ 0, P_{ij,k=0}^t < r \end{cases}$, para um *patch* de crescimento espontâneo, e por $S_{ij}^{t+1} = \begin{cases} 1, P_{ij,k=0}^t \cdot \Omega_{ij,k=0}^t \geq r \\ 0, P_{ij,k=0}^t \cdot \Omega_{ij,k=0}^t < r \end{cases}$, para um *patch* de crescimento orgânico.

Em Zhou, Wu e Wang, (2021), o termo aleatório RA foi introduzido diretamente na equação do potencial final de conversão $p'_{ij} = \begin{cases} 1, (p_{ij} \cdot EC_{ij}^t \cdot con(s_{ij}^t) \geq P_{threshold}) \wedge (RA > 0,5) \\ 0 \end{cases}$, não como uma variável associada ao potencial parcial de conversão e às restrições, mas puramente como um valor comparativo para a operação condicional de determinação de p'_{ij} .

Lv et al. (2020) utilizaram uma variável aleatória limitada no intervalo $[1, 0]$ para alocar a classe de cobertura do solo para célula de iteração (i, j) após a determinação do potencial total TP_{ij}^t para a mesma célula. O mecanismo utilizado para a alocação consistiu em um algoritmo de roleta de duas seções, na qual a área de cada seção correspondente à categoria de cobertura urbana foi calculada proporcionalmente ao potencial total de conversão de classe. Assim, a classe de uso e cobertura do solo foi alocada à célula (i, j) de acordo com o enquadramento da variável aleatória no mecanismo de roleta, ou seja, por maior que fosse o potencial de conversão total TP_{ij}^t , a transição do uso não urbano para urbano estaria condicionada à instabilidade intrínseca à variável aleatória, que representa a incerteza da dinâmica de transição de uso do solo, conforme explicado por Liu et al. (2017).

Nos trabalhos de Cao et al. (2020) e Molinero-Parejo et al. (2022), foi utilizado o termo de perturbação $r(\alpha)$ de White e Engelen, (1993), $r(\alpha) = 1 + (-\ln y)^\alpha$, calculado em função da variável aleatória $y \in]0, 1]$ e de um coeficiente de controle $\alpha \in [0, 10]$. Nestes trabalhos, o termo de perturbação foi utilizado como uma variável direta na estimação do potencial final de conversão de cobertura do solo. Dado que a variável aleatória representa um fator de instabilidade no sistema de CA, sobre o qual não é possível exercer controle durante a simulação, o valor do coeficiente α deve ser estimado com parcimônia conforme a morfologia urbana (WHITE; ENGELEN, 1993). Segundo Molinero-Parejo et al. (2022), α está associado a entropia da gênese urbana e seu valor imprime diferentes resultados na modelagem urbana: $\alpha \rightarrow 0$ implica na formação de manchas urbanas com menor entropia, mais regulares e compactas; $\alpha \rightarrow 10$ resulta na geração de padrões urbanos mais fragmentados e sem forma definida, resultado de uma maior entropia topológica; e para valores intermediários, a

morfologia das manchas urbanas geradas flutua entre áreas fragmentadas e outras regulares, sendo mais fidedignas à realidade de muitas cidades.

A respeito do impacto do termo de perturbação estocástica de White e Engelen, (1993) nos resultados de simulação do crescimento urbano, Mustafa et al. (2014) verificaram que valores muito baixos e flutuações próximas ao valor mínimo (0) do termo de perturbação estocástica podem produzir melhores resultados na acurácia de modelos de expansão urbana, e o aumento do valor de $r(\alpha)$ conseqüentemente resulta em redução da acurácia. Ainda assim, Mustafa et al. (2014), identificaram dificuldades no uso do termo de perturbação de White e Engelen, (1993), sobretudo devido à dificuldade de estimar valores de coeficiente de controle adequados à região que se pretende modelar.

Os trabalhos estudados tornaram evidente o fato de que a introdução de fatores de instabilidade em modelos de crescimento urbano em autômatos celulares está condicionada à metodologia empregada na construção das funções de transição de categoria de ocupação do solo. Até mesmo o termo de perturbação estocástica de White e Engelen, (1993), largamente utilizado na determinação do potencial de transição de cobertura do solo, apresenta imprecisões quanto a forma de se estimar seu valor.

6. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Neste trabalho, foram apresentados 6 artigos nos quais os autores empregaram diferentes metodologias na construção de modelos de dinâmica da expansão urbana baseado em autômatos celulares. De um modo geral, os métodos empregados se basearam na determinação do potencial de conversão de uso não urbano para uso urbano, computada através de variáveis espaciais determinantes da urbanização.

No que diz respeito à avaliação qualitativa dos efeitos do processo histórico nos resultados de simulação, ficou evidente que eventos históricos e a distância temporal de tais eventos até o período-alvo imprimem impactos variados na acurácia da simulação. Isso ocorre pois, tal como apresentado no trabalho, a dinâmica de uso e ocupação da cobertura do solo é resultado de fenômenos dependentes da trajetória (*path-dependent*), pois incorpora processos políticos e históricos.

Quanto a influência do tamanho da vizinhança nos resultados das simulações, uma largura da janela de atualização definida não pode ser generalizada para aplicação em modelagem do crescimento urbano, dadas as dificuldades atribuídas aos fatores determinantes e a dimensão espacial das células definida no modelo. Portanto, a influência da vizinhança deve ser avaliada em função da resolução dos dados imputados no sistema, da dimensão espacial das células e dos pesos atribuídos à cada célula vizinhança conforme sua distância da célula de iteração.

Por fim, a introdução de um componente de instabilidade nos modelos de simulação da dinâmica de uso do solo é imprescindível, pois, tal como todo sistema complexo, o sistema urbano está condicionado à uma série de instabilidades que continuamente conduzem a evolução do sistema em direção a padrões imprevisíveis. No entanto, adotar fatores de perturbação de maneira arbitrária pode levar à redução significativa da acurácia do modelo. O termo de perturbação de White e Engelen (1993) é muito utilizado na determinação do potencial de transição de cobertura do solo, porém, o coeficiente de controle do grau influência da variável aleatória no termo de perturbação pode representar um problema ao modelo quando as flutuações de seu valor se desviam significativamente do valor mínimo.

REFERÊNCIAS

- AGYEMANG, Felix S.K.; SILVA, Elisabete. Simulating the urban growth of a predominantly informal Ghanaian city-region with a cellular automata model: implications for urban planning and policy. **Applied Geography**, [S.L.], v. 105, p. 15-24, abr. 2019. Elsevier BV. <http://dx.doi.org/10.1016/j.apgeog.2019.02.011>.
- ALLEN, Peter M. **Cities and Regions as Self-Organizing Systems: models of complexity**. Bedford: International Ecotechnology Research Centre, 1997.
- ALMEIDA, Eveline Maria de Athayde. **A Cidade como Um Sistema Complexo: transformações morfológicas e climáticas em maceió**. 2019. 210 f. Tese (Doutorado) - Curso de Arquitetura e Urbanismo, Faculdade de Arquitetura e Urbanismo, Universidade Federal de Alagoas, Maceió, 2019.
- ATKINSON, Glen; OLESON, Ted. Urban Sprawl as a Path Dependent Process. **Journal of Economic Issues**. San Francisco, p. 609-615. jun. 1996.
- BATTY, M. **Cities and Complexity: Understanding Cities with Cellular Automata, Agent- Based Models, and Fractals**, MIT Press (MA). 2005. https://10.1007/978-3-642-15461-4_23
- BERBEROĞLU, Süha; AKÖN, Anıl; CLARKE, Keith C. Cellular automata modeling approaches to forecast urban growth for adana, Turkey: a comparative approach. **Landscape And Urban Planning**, [S.L.], v. 153, p. 11-27, set. 2016. Elsevier BV. <http://dx.doi.org/10.1016/j.landurbplan.2016.04.017>.
- CAO, Yu *et al.* Urban spatial growth modeling using logistic regression and cellular automata: a case study of hangzhou. **Ecological Indicators**, [S.L.], v. 113, p. 1200-1212, jun. 2020. Elsevier BV. <http://dx.doi.org/10.1016/j.ecolind.2020.106200>.
- CASTRO, M. L. A; CASTRO, R. DE O. Autômatos Celulares: Implementações de Von Neumann, Conway e Wolfram. **Revista de Ciências Exatas e Tecnologia**, v. 3, n. 3, 2008. <https://doi.org/10.17921/1890-1793.2008v3n3p89-106>
- CHEN, Y., LI, X., LIU, X., AI, B. Modeling urban land-use dynamics in a fast developing city using the modified logistic cellular automaton with a patch-based simulation strategy. **International Journal of Geographical Information Science**, n. 28, v. 2, 234–255. 2014.
- CHEN, Yimin. An extended patch-based cellular automaton to simulate horizontal and vertical urban growth under the shared socioeconomic pathways. **Computers, Environment And Urban Systems**, [S.L.], v. 91, p. 101727, jan. 2022. Elsevier BV. <http://dx.doi.org/10.1016/j.compenvurbsys.2021.101727>.
- CLARKE, K C; HOPPEN, S; GAYDOS, L. A self-modifying cellular automaton model of historical urbanization in the San Francisco Bay area. **Environment And Planning B: Planning and Design**, [S.L.], v. 24, n. 2, p. 247-261, 1997. SAGE Publications. <http://dx.doi.org/10.1068/b240247>.
- CLARKE, K. C; GAYDOS, L. J. Loose-coupling a cellular automaton model and GIS: long-term urban growth prediction for san francisco and washington/baltimore. **International**

Journal Of Geographical Information Science, [S.L.], v. 7, n. 12, p. 37-41, 06 ago. 2010. Disponível em: <http://www.tandfonline.com/loi/tgis20>. Acesso em: 04 ago. 2022.

DILÃO, R. **Autômatos celulares, máquinas de Turing ou a natureza como máquina de cálculo**, v. 12, p. 3–20, 1993.

DING, Yuan; CAO, Kai; QIAO, Weifeng; SHAO, Hua; YANG, Yingbao; LI, Hao. A whale optimization algorithm–based cellular automata model for urban expansion simulation. **International Journal of Applied Earth Observation and Geoinformation**, [S.L.], v. 115, p. 103093, dez. 2022. Elsevier BV. <http://dx.doi.org/10.1016/j.jag.2022.103093>.

FALAH, N; KARIMI, A; HARANDI; A.T. Urban growth modeling using cellular automata model and AHP (case study: Qazvin city). **Model. Earth Syst. Environ.** v. 6, 235–248, 2020. <https://doi.org/10.1007/s40808-019-00674-z>

FARIA, Leonardo. PLANEJAMENTO ESTRATÉGICO, ESTATUTO DA CIDADE E PLANO DIRETOR: métodos e instrumentos de organização e gestão do espaço urbano1. **Caminhos de Geografia**, Uberlândia, v. 10, n. 32, p. 162-170, dez. 2009.

FURTADO, B. A., DELDEN H. V. Modelagem urbana e regional com autômatos celulares e agentes: panorama teórico, aplicações e política pública. 2011. **Instituto de Pesquisa Econômica Aplicada**. Rio de Janeiro. Disponível em: http://repositorio.ipea.gov.br/bitstream/11058/1426/1/TD_1576.pdf

JUNFENG, J. **Transition rule elicitation for urban cellular automata models**. 2003. 133 f. Tese (Doutorado) - Curso de Ciência da Geoinformação e Observação da Terra, Instituto Internacional Para Ciência da Geoinformação e Observação da Terra, Enschede, 2003. Disponível em: https://www.researchgate.net/publication/30871325_Transition_Rule_Elicitation_Methods_for_Urban_Cellular_Automata_Models. Acesso em: 02 ago. 2022.

KARI, Jarkko. Theory of cellular automata: a survey. **Theoretical Computer Science**, Turku, p. 3-33, nov. 2005.

KOCABAS, Verda; DRAGICEVIC, Suzana. Assessing cellular automata model behaviour using a sensitivity analysis approach. **Computers, Environment And Urban Systems**, [S.L.], v. 30, n. 6, p. 921-953, nov. 2006. Elsevier BV. <http://dx.doi.org/10.1016/j.compenvurbsys.2006.01.001>.

LI, Xuecao; GONG, Peng; YU, Le; HU, Tengyun. A segment derived patch-based logistic cellular automata for urban growth modeling with heuristic rules. **Computers, Environment And Urban Systems**, [S.L.], v. 65, p. 140-149, set. 2017. Elsevier BV. <http://dx.doi.org/10.1016/j.compenvurbsys.2017.06.001>.

LIAO, Jiangfu; SHAO, Guofan; WANG, Cuiping; TANG, Lina; HUANG, Qiaoling; QIU, Quanyi. Urban sprawl scenario simulations based on cellular automata and ordered weighted averaging ecological constraints. **Ecological Indicators**, [S.L.], v. 107, p. 105572, dez. 2019. Elsevier BV. <http://dx.doi.org/10.1016/j.ecolind.2019.105572>.

LIU, Xiaoping; LIANG, Xun; LI, Xia; XU, Xiaocong; OU, Jinpei; CHEN, Yimin; LI, Shaoying; WANG, Shaojian; PEI, Fengsong. A future land use simulation model (FLUS) for simulating multiple land use scenarios by coupling human and natural effects. **Landscape And**

Urban Planning, [S.L.], v. 168, p. 94-116, dez. 2017. Elsevier BV. <http://dx.doi.org/10.1016/j.landurbplan.2017.09.019>.

LIU, Yan. The impact of neighbourhood size on the accuracy of cellular automata-based urban modelling. **Applied Gis**, [s. l], v. 3, n. 3, p. 1-14, abr. 2007.

LV, Jianjun *et al.* Simulating urban expansion by incorporating an integrated gravitational field model into a demand-driven random forest-cellular automata model. **Cities**, [S.L.], v. 109, p. 103044, fev. 2021. Elsevier BV. <http://dx.doi.org/10.1016/j.cities.2020.103044>.

MARTINS, Maria de Fátima; SALLES, Maria Clara Torquato; MACEDO, Euber Tavares de; NUNES, Emanuely Rodrigues; RIBEIRO, Rodrigo Oliveira. Problemas urbanos que interferem na sustentabilidade de cidades: um estudo no município de serra redonda-paraíba-brasil. **Research, Society And Development**, [s. l], v. 9, n. 8, p. 1-27, 2020.

MASSAKBI, José Augusto; PEIXOTO, Anna Silva Palcheco; KAISER, Ilza Machado; MANZATO, Gustavo Garcia. Modelagem dos padrões da expansão urbana da Região Metropolitana de São Paulo baseada em Autômatos Celulares. **Revista Brasileira de Gestão Urbana**, [s. l], v. 9, n. 1, p. 361-371, 2017.

MEDEIROS, Valério Augusto Soares de. **Urbis brasiliae ou sobre cidades do Brasil**: inserindo assentamentos urbanos do país em investigações configuracionais comparativas. 2006. 519 f. Tese (Doutorado) - Curso de Arquitetura e Urbanismo, Universidade de Brasília, Brasília, 2006.

MELOTTI, G. **Aplicação de Autômatos Celulares em Sistemas Complexos: Um Estudo de Caso em Espalhamento de Epidemias**. Universidade Federal de Minas Gerais. 2009. Disponível em: <https://www.ppgee.ufmg.br/defesas/335M.PDF>

MÉNARD, André; MARCEAU, Danielle J. Exploration of Spatial Scale Sensitivity in Geographic Cellular Automata. **Environment And Planning B: Planning and Design**, [S.L.], v. 32, n. 5, p. 693-714, out. 2005. SAGE Publications. <http://dx.doi.org/10.1068/b31163>.

MILLER, J. H; PAGE, S. E. **Complex adaptive systems**: Princeton University Press. [S.L.]: Princeton University Press, 2007. 263 p.

MOHAMED, Asfaw; WORKU, Hailu. Simulating urban land use and cover dynamics using cellular automata and Markov chain approach in Addis Ababa and the surrounding. **Urban Climate**, [S.L.], v. 31, p. 100545, mar. 2020. Elsevier BV. <http://dx.doi.org/10.1016/j.uclim.2019.100545>.

MOLINERO-PAREJO, Ramón *et al.* Combining a land parcel cellular automata (LP-CA) model with participatory approaches in the simulation of disruptive future scenarios of urban land use change. **Computers, Environment And Urban Systems**, [S.L.], v. 99, p. 101895, jan. 2023. Elsevier BV. <http://dx.doi.org/10.1016/j.compenvurbsys.2022.101895>.

MUSTAFA, Ahmed; SAADI, Ismaïl; COOLS, Mario; TELLER, Jacques. Measuring the effect of stochastic perturbation component in cellular automata urban growth model. **Procedia Environmental Sciences**, [s. l], v. 22, p. 156-168, 2014.

NING, Ying; LIU, Shuguang; ZHAO, Shuqing; LIU, Maochou; GAO, Haiqiang; GONG, Peng. Urban growth rates, trajectories, and multi-dimensional disparities in China. **Cities**, [S.L.], v. 126, p. 103717, jul. 2022. Elsevier BV. <http://dx.doi.org/10.1016/j.cities.2022.103717>.

PORTUGALI, Juval; BENENSON, Izhak; BENENSON, Izhak. Sociospatial Residential Dynamics: stability and instability within a self-organizing city. **Geographical Analysis**, [s. l.], v. 26, n. 4, p. 321-340, out. 1994.

RODRIGUES, Cleide. MORFOLOGIA ORIGINAL E MORFOLOGIA ANTROPOGÊNICA NA DEFINIÇÃO DE UNIDADES ESPACIAIS DE PLANEJAMENTO URBANO: exemplo na metrópole paulista. **Revista do Departamento de Geografia**, [s. l.], v. 17, p. 101-111, 2005.

RUBIM, Barbara; LEITÃO, Sérgio. O Plano de Mobilidade Urbana e o futuro das cidades. **Estudos Avançados**, [s. l.], v. 79, n. 27, p. 55-67, 2013.

SHAHRAKI, Saeed Zanganeh; SAURI, David; SERRA, Pere; MODUGNO, Sirio; SEIFOLDDINI, Faranak; POURAHMAD, Ahmad. Urban sprawl pattern and land-use change detection in Yazd, Iran. **Habitat International**, [S.L.], v. 35, n. 4, p. 521-528, out. 2011. Elsevier BV. <http://dx.doi.org/10.1016/j.habitatint.2011.02.004>.

SILVA, Gabriela Mendonça; ALVES, André Campos; SANTOS, Mayara Queiroz dos. DINÂMICA SOCIOESPACIAL E PROBLEMAS URBANOS NA MICROBACIA DO IGARAPÉ DO QUARENTA, MANAUS-AMAZONAS: araguaína. **Revista Tocantinense de Geografia**, [s. l.], v. 9, n. 19, p. 101-114, set. 2020.

TAN, R; LIU, Y; ZHOU, K; JIAO, L; TANG, W. A game-theory based agent-cellular model for use in urban growth simulation: a case study of the rapidly urbanizing wuhan area of central china. **Computers, Environment And Urban Systems**, [S.L.], v. 49, p. 15-29, jan. 2015. Disponível em: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0198971514001057?via%3Dihub>. Acesso em: 02 ago. 2022.

TIAN, G; MA, B; XU, X; LIU, X; XU, L; LIU, X; XIAO, Lin; KONG, L. Simulation of urban expansion and encroachment using cellular automata and multi-agent system model—A case study of Tianjin metropolitan region, China. **Ecological Indicators**, [S.L.], v. 70, p. 439-450, nov. 2016. Disponível em: <https://www.sciencedirect.com/science/article/abs/pii/S1470160X16303211?via%3Dihub>. Acesso em: 02 ago. 2022.

TRIPATHY, P; KUMAR, A. Monitoring and modelling spatio-temporal urban growth of Delhi using Cellular Automata and geoinformatics. **Cities**, [S.L.], v. 90, p. 52-63, jul. 2019. Disponível em: <https://www.sciencedirect.com/science/article/abs/pii/S0264275118303871?via%3Dihub>. Acesso em: 04 ago. 2022.

WANG, Haijun *et al.* Simulating urban land growth by incorporating historical information into a cellular automata model. **Landscape And Urban Planning**, [S.L.], v. 214, p. 104168, out. 2021. Elsevier BV. <http://dx.doi.org/10.1016/j.landurbplan.2021.104168>.

WHITE, R; ENGELN, G. Cellular Automata and Fractal Urban Form: a cellular modelling approach to the evolution of urban land-use patterns. **Environment And Planning A:**

Economy and Space, [S.L.], v. 25, n. 8, p. 1175-1199, ago. 1993. SAGE Publications. <http://dx.doi.org/10.1068/a251175>.

WHITE, R; ENGELEN, G; ULJEE, I. The use of constrained cellular automata for high-resolution modelling of urban land-use dynamics. **Environment And Planning B: Planning and Design**, [S.L.], v. 24, n. 3, p. 323-343, 1997. SAGE Publications. <http://dx.doi.org/10.1068/b240323>.

WU, Fulong. A linguistic cellular automata simulation approach for sustainable land development in a fast growing region. **Computers, Environment and Urban Systems**, [S.L.], v. 20, n. 6, p. 367-387, nov. 1996. Elsevier BV. [http://dx.doi.org/10.1016/s0198-9715\(97\)00003-3](http://dx.doi.org/10.1016/s0198-9715(97)00003-3).

ZHOU, Ye; WU, Tao; WANG, Yechenzi. Urban expansion simulation and development-oriented zoning of rapidly urbanising areas: a case study of hangzhou. **Science Of The Total Environment**, [S.L.], v. 807, p. 150813, fev. 2022. Elsevier BV. <http://dx.doi.org/10.1016/j.scitotenv.2021.150813>.