

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO CARLOS
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM CIÊNCIAS
EXATAS**

LILIANE FEITOZA BISPO DA SILVA

**MATEMÁTICA CHINESA COMO FERRAMENTA DE
APOIO AO ENSINO DE MATEMÁTICA EM ESCOLAS
PÚBLICAS**

SÃO CARLOS - SP

2023

Liliane Feitoza Bispo da Silva

**MATEMÁTICA CHINESA COMO FERRAMENTA DE
APOIO AO ENSINO DE MATEMÁTICA EM ESCOLAS
PÚBLICAS**

**Dissertação de Mestrado apresentado ao
Programa de Pós-graduação em Ciências Exatas
da Universidade de São Carlos, como requisito
parcial para a obtenção do título de Mestra.**

Orientador: Prof. Dr. José Salvador

SÃO CARLOS - SP

2023



UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO CARLOS

Centro de Ciências Exatas e de Tecnologia
Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Exatas

Folha de Aprovação

Defesa de Dissertação de Mestrado da candidata Liliane Feitoza Bispo da Silva, realizada em 22/03/2023.

Comissão Julgadora:

Prof. Dr. Jose Antonio Salvador (UFSCar)

Profa. Dra. Érica Regina Filletti Nascimento (UNESP)

Prof. Dr. Wladimir Seixas (UFSCar)

O Relatório de Defesa assinado pelos membros da Comissão Julgadora encontra-se arquivado junto ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Exatas.

AGRADECIMENTOS

Primeiramente, agradeço a Deus por me conceder a oportunidade de percorrer essa jornada. Seu amor e misericórdia foram fundamentais para superar os desafios ao longo deste caminho.

Agradeço também ao meu orientador Professor. Dr. José Salvador, pela sua dedicação e paciência. Sua orientação foi essencial para a conclusão deste trabalho, sempre se mostrando disponível para esclarecer minhas dúvidas e oferecer sugestões valiosas.

Agradeço à minha família, especialmente ao meu marido Lucas, pelo apoio incondicional e compreensão durante as horas dedicadas a este trabalho. Aos meus filhos Miguel e Leonardo, que são minha fonte de motivação e inspiração.

Por fim, agradeço aos meus amigos, pelo incentivo e suporte emocional em momentos difíceis.

RESUMO

Este trabalho visou recuperar e aprofundar habilidades essenciais de Matemática descritas no Currículo Paulista em duas unidades de ensino com perfis distintos. Desenvolvemos uma sequência de cinco atividades adaptadas e inspiradas em capítulos do livro "Os Nove Capítulos da Arte Matemática", de Liu Hui, escrito no século II d.C., utilizando a História da Matemática, com ênfase na Matemática Chinesa, como metodologia principal. As atividades foram planejadas para relacionar os conteúdos dos capítulos com as habilidades previstas no Currículo Paulista, permitindo que os alunos de ambas as unidades experimentassem essa abordagem no processo de ensino e aprendizagem.

A primeira unidade, Fundação Casa, com turmas multisseriadas, aplicou as atividades com o objetivo de aprofundamento e recuperação. Já a segunda unidade, uma escola de ensino integral, com alunos matriculados em suas respectivas séries, desenvolveu as atividades como parte de um plano de ação da escola, com o intuito de melhorar os resultados na disciplina de Matemática. Ao longo do processo, os estudantes progrediram em sua recuperação e concluíram a sequência produzindo produtos pedagógicos manipuláveis.

No entanto, o resultado mais abrangente foi alcançado na unidade 2, uma vez que a sequência de atividades foi implementada em todas as turmas do Ensino Fundamental II. Esse progresso foi oficialmente divulgado pela Secretaria da Educação do Estado de São Paulo.

Palavras-chave: História da Matemática; Matemática Chinesa; Sequência de Atividades.

ABSTRACT

This work aimed to recover and deepen essential mathematical skills described in the Currículo Paulista in two different educational units. We developed a sequence of five adapted activities inspired by chapters from the book "The Nine Chapters on the Mathematical Art" by Liu Hui, written in the 2nd century AD, using the History of Mathematics with a focus on Chinese Mathematics as the main methodology. The activities were designed to relate the content of each chapter to the skills outlined in the Currículo Paulista, allowing students from both units to experience this approach in the teaching and learning process.

The first unit, Fundação Casa, with multi-grade classes, implemented the activities with the aim of deepening and recovering skills. On the other hand, the second unit, a full-time school with students enrolled in their respective grade levels, developed the activities as part of a school action plan, aiming to improve results in the Mathematics discipline. Throughout the process, students made progress in their recovery and concluded the sequence by producing manipulative pedagogical products.

However, the most comprehensive outcome was achieved in unit 2, as the sequence of activities was implemented in all classes of the Middle School. This progress was officially announced by the Department of Education of the State of São Paulo.

Keywords: History of Mathematics; Chinese Mathematics; Sequence of activities

Sumário

1. INTRODUÇÃO.....	11
CAPÍTULO 2 - EXPLORANDO AS EVIDÊNCIAS: UMA INTRODUÇÃO À HISTÓRIA DA MATEMÁTICA.....	16
2.1 ALGO SOBRE A HISTÓRIA DA MATEMÁTICA	16
2.2 MATEMÁTICA E A CHINA	17
2.3 A LÍNGUA E MATEMÁTICA CHINESA.....	27
CAPÍTULO 3 - UM OLHAR PARA O PASSADO PARA CONSTRUIR O FUTURO	32
3.1 A HISTÓRIA DA MATEMÁTICA COMO METODOLOGIA DE ENSINO	32
3.2 HISTÓRIA DA MATEMÁTICA NOS DOCUMENTOS NORTEADORES DE ENSINO.....	37
CAPÍTULO 4 - CARACTERÍSTICAS DAS UNIDADES DE ENSINO	40
4.1 UNIDADE DE ENSINO 1:FUNDAÇÃO CASA.....	40
4.2 PROCESSO DE CHEGADA DO ALUNO NA UNIDADE DE ENSINO 1	41
4.3 O ESTUDANTE E A MATEMÁTICA NA UNIDADE 1	43
4.4 UNIDADE DE ENSINO 2: ESCOLA DE ENSINO INTEGRAL.....	43
4.5 O ESTUDANTE E A MATEMÁTICA NA UNIDADE 2.....	45
CAPÍTULO 5 – DESENVOLVIMENTO DA SEQUÊNCIA DIDÁTICA	47
5.1 ATIVIDADES DIDÁTICAS APLICADAS NAS DUAS UNIDADES DE ENSINO	47
5.2 HABILIDADES DO CURRÍCULO PAULISTA RELACIONADAS AOS CAPÍTULOS SELECIONADOS DE “ OS NOVE CAPÍTULOS SOBRE A ARTE DA MATEMÁTICA”.....	48
5.3 APLICAÇÃO DA SEQUÊNCIA DE ATIVIDADES NA UNIDADE 1.....	51
5.4 DESCRIÇÃO DOS CONTEÚDOS ABORDADOS NAS PARTES DEFINIDAS	52
5.5 APLICAÇÃO DA SEQUÊNCIA DE ATIVIDADES NA UNIDADE 2.....	55

CAPÍTULO 6 – ANALISANDO OS IMPACTOS DA REALIZAÇÃO DAS ATIVIDADES NAS UNIDADES DE ENSINO.....	63
6.1 ANÁLISE DAS ATIVIDADES DESENVOLVIDAS NAS UNIDADES 1 E 2 .	63
6.2 CONTRIBUIÇÕES	78
6.3 RESULTADOS	81
6.4 CONSIDERAÇÕES FINAIS	88
Anexos.....	93
ANEXO. A – SEQUÊNCIA DE ATIVIDADES 1	94
ANEXO.A1 – A CHINA E A MATEMÁTICA.....	95
ANEXO. A2 – TRABALHANDO SUAS HABILIDADES ARTÍSTICAS	96
ANEXO. A3 – REGISTRO HISTÓRICO E PRNCÍPIO DA MULTIPLICAÇÃO NA NUMERAÇÃO CHINESA	97
ANEXO. A4 – FAMILIARIDADE NA ESCRITA DE UM NÚMERO	98
ANEXO. A5 – UM POUCO DA LÍNGUA CHINESA.....	99
ANEXO. A6 – ANALIDANDO ALGUMAS DIFERENÇAS.....	100
ANEXO. A7 – A ESCRITA DE UM NÚMERO CHINÊS.....	101
ANEXO. A8 – CÁLCULOS ENVOLVENDO OPERAÇÕES ELEMENTARES UTILIZANDO A LINGUAGEM CHINESA	102
ANEXO. A9 - CÁLCULOS ENVOLVENDO OPERAÇÕES ELEMENTARES UTILIZANDO A LINGUAGEM CHINESA - CONTINUAÇÃO.....	103
ANEXO. A10 – INTERPRETANDO E RESOLVENDO PROBLEMAS CHINESES	104
ANEXO. B - SEQUÊNCIA DE ATIVIDADES 2 – UNIDADE DE ENSINO 2 ...	105
ANEXO. B1 – MEDIDAS DE COMPRIMENTTO CHINESA.....	106
ANEXO. B2 – CÁLCULO DE ÁREA.....	107
ANEXO. B3 – RAÍZ QUADRADA.....	108
ANEXO. B4 – CÁLCULO DE VOLUME	109
ANEXO. C - SEQUÊNCIA DE ATIVIDADES 3 – UNIDADE DE ENSINO 2...	110

ANEXO. C1 – REGISTRO HISTÓRICO DO QUADRADO MÁGICO CHINÊS	111
ANEXO. C2 – ORDEM DE UM QUADRADO MÁGICO	112
ANEXO. C3 – AS SOMAS DE TODOS OS NÚMEROS DE UM QUADRADO MÁGICO.....	113
ANEXO. C4 – ORDEM, SOMA DOS TERMOS E NÚMERO MÁGICO.....	114
ANEXO. C5 – OBRA MELANCOLIA E SUA RELAÇÃO COM O QUADRADO MÁGICO.....	115
ANEXO. C6 – FOLHA PARA CÁLCULOS	116
ANEXO. C7 – MÉTODO DE LA LOUBERÈ	117
ANEXO.C8 – MÉTODO DE LA LOUBERÉ - CONTINUAÇÃO.....	118
ANEXO. C9 – REFAZENDO O QUADRADO MÁGICO DE ORDEM 3.....	119
ANEXO. C10 - QUADRADO MÁGICO DE ORDEM 7.....	120
ANEXO. D - SEQUÊNCIA DE ATIVIDADES 4 – UNIDADE DE ENSINO 2...	121
ANEXO. D1 – A MULTIPLICAÇÃO CHINESA	122
ANEXO. D2 – PROCEDIMENTO DA MULTIPLICAÇÃO CHINESA	123
ANEXO. D3 – PROCEDIMENTO DA MULTIPLICAÇÃO CHINESA	124
ANEXO. D4 – PROCESSO MULTIPLICATIVO AUTÔNOMO.....	125
ANEXO. E - SEQUÊNCIA DE ATIVIDADES 5 – UNIDADE DE ENSINO 2 ...	126
ANEXO. F - PERCEPÇÕES DO PROFESSOR APLICADOR “X”	127
ANEXO. F1 - PERCEPÇÕES DO PROFESSOR APLICADOR DESENVOLVEDOR “X”- CONTINUAÇÃO.....	128
ANEXO. F2 - PERCEPÇÕES DO PROFESSOR APLICADOR “X” - CONTINUAÇÃO.....	129
ANEXO. F3 - PERCEPÇÕES DO PROFESSOR APLICADOR “Y”.	130
ANEXO. F4 - PERCEPÇÕES DO PROFESSOR APLICADOR “Y” - CONTINUAÇÃO.....	131
REFERÊNCIAS.....	132
REFERÊNCIAS WEBGRÁFICAS	133

1. INTRODUÇÃO

O trabalho teve início da necessidade real de recuperação e aprofundamento de habilidades no processo de ensino e aprendizagem do Ensino Fundamental II para estudantes da unidade de ensino 1, Fundação Casa de uma cidade do interior de São Paulo. Uma das medidas adotadas para alcançar esse objetivo foi a elaboração de atividades para a Semana de Estudos Intensivos (SEI).

Para tanto, algumas perguntas norteadoras foram estabelecidas para a elaboração deste trabalho: quais habilidades essenciais do Currículo Paulista deveriam fazer parte desta sequência e como desenvolver um trabalho de recuperação e aprofundamento em turmas do Ensino Fundamental II, abordando metodologia diferenciada e contextualizada?

Para responder estas questões, escolheu-se a metodologia da abordagem da História da Matemática, mais especificamente a Matemática Chinesa.

Dentro desse contexto, decidiu-se adaptar dois dos "Nove Capítulos sobre a Arte da Matemática", de Liu Hui, século II d.C. para criar uma sequência de atividades.

No entanto, essa sequência de atividades foi ampliada e se transformou em um Plano de Ação para o Método de Melhorias de Resultados (MMR) da Escola Estadual de Ensino Integral da Unidade 2, outra cidade do interior de São Paulo.

É importante ressaltar que nos últimos anos tenho lecionado em diferentes instituições públicas de ensino do Estado de São Paulo, as quais se diferenciam em termos de modalidade educacional. Na primeira delas, denominada Unidade 1, o foco era o ensino socioeducativo para jovens em regime fechado, atendidos pela Fundação Casa. Na segunda, a Unidade 2, eu atuei no turno 1, voltado para o ensino integral.

O objetivo secundário do trabalho foi analisar como a mesma sequência de atividades desenvolvida em unidades de ensino com diferentes públicos, coordenação pedagógica, espaço físico e recursos pode contribuir para o

processo de aprendizagem no ensino básico, ensino fundamental II. Portanto, a pesquisa visou aperfeiçoar o ensino de Matemática e identificar as melhores práticas para aprendizagem dos alunos.

O primeiro capítulo adaptado do livro mencionado acima foi o 4º capítulo com o título "Quanto Mede (SHAO KUAG)" e o segundo capítulo escolhido foi o 5º, denominado "Quadrados e Cubos". Foi visto que, por exemplo, nas atividades relacionadas ao 4º capítulo, devido ao levantamento das habilidades defasadas, o aprofundamento permeou a conversão de medidas chinesas e cálculos de áreas. Nas atividades norteadas pelo 5º capítulo, foi integralmente realizado o desenvolvimento das habilidades relacionadas aos quadrados, potenciação e radiciação.

No que se refere à implementação da sequência de atividades, houve diferenças significativas entre as unidades em que atuei como professora.

Na Unidade 1, por exemplo, onde eu ministrava aulas para turmas multisseriadas, a sequência de atividades foi desenvolvida integralmente em duas turmas sem a necessidade de divisão de partes relacionadas às habilidades.

Por outro lado, na Unidade 2, cujo perfil educacional era integral, as turmas eram formadas por alunos de cada ano/série correspondente e adequado, exigindo a separação da sequência de atividades em duas partes distintas a fim de respeitar as habilidades previstas para cada turma.

É importante destacar que na Unidade 1, como era professora de Matemática das duas turmas, não tive dificuldades em desenvolver a sequência de atividades. Apenas incluí a sequência no plano de aula da Semana de Estudos Intensivos (SEI) do quarto bimestre.

Já na Unidade 2, em que não tinha uma turma de matemática atribuída a mim, foi necessário um planejamento mais minucioso com a coordenação e os colegas de trabalho, o que exigiu que outro professor aplicasse a sequência de atividades.

Com base nesse fato, organizei as etapas do trabalho para implementar a sequência de atividades na Unidade 2 em três momentos distintos.

No primeiro momento, conversei com os professores da minha área, Matemática e Ciências da Natureza, para verificar se eles aceitariam a proposta de aplicar a sequência didática em momentos específicos de suas aulas de Matemática no ano letivo de 2022.

Dois professores aceitaram a proposta e incluíram-na em seus planos de aula. No entanto, a aplicação inicial foi prevista para ser realizada em uma aula semanal por turma, chamada "Experimentos Matemáticos", devido à falta de habilidades adequadas no currículo comum obrigatório definido pela Secretaria da Educação do Estado de São Paulo (SEDUC-SP) para as aulas específicas de Matemática.

No segundo momento, durante as reuniões semanais da equipe de professores, discutimos a sequência didática e concluímos que, dadas as características do contexto atual, seria necessário dividir a sequência em duas partes: uma para os alunos do 6º e 7º anos e outra para os alunos do 8º e 9º anos, uma vez que não havia mais turmas multisseriadas, como na Fundação Casa.

Por fim, no terceiro e último momento de alinhamento, ficou acordado que os professores colaboradores da área responderiam um Registro de Aplicação da Sequência Didática. Esse registro contém questões que abordam suas impressões sobre os momentos de realização das atividades e foi essencial para aperfeiçoar a sequência didática.

A sequência didática foi proposta na Unidade 2 para ser realizada na SEI, porém, devido à necessidade de seguir o currículo de ensino e desenvolver habilidades essenciais previstas para o ano/série, a única possibilidade de aplicação seria nas aulas de experimentos matemáticos. Essas aulas não exigem ou necessitam de planos de aula específicos, mas devem ser relacionadas às habilidades matemáticas ou correlatas.

No 1º bimestre houve uma Aula de Trabalho Pedagógico por Área de Conhecimento Geral (ATPCG) onde a pauta foi o MMR. O MMR segundo a SEDUC -SP através do Programa Gestão em Foco pode ser compreendido como:

(...) parte do Programa Gestão em Foco¹ da Secretaria da Educação do Estado de São Paulo, cujo objetivo é promover a melhoria contínua da qualidade do aprendizado por meio da implementação do Método de Melhoria de Resultados (MMR) nas Diretorias de Ensino e escolas (...).(SEDUC/SP, p.06)

O MMR foi implementado por volta do ano 2017 e é baseado na análise de resultados gerados pelo Índice de Desenvolvimento da Educação do Estado de São Paulo (IDESP). O IDESP é considerado

(...) um dos principais indicadores da qualidade do ensino na rede estadual paulista. Criado em 2007, é composto pelo indicador de desempenho (Língua Portuguesa e Matemática) e de fluxo (abandono, retenção nota/falta). (SEDUC/SP, p.55)

Um grande fator para deliberação de planos de ações e práticas metodológicas é a base de dados utilizada pelos IDESP.

O IDESP é um indicador que avalia a qualidade da escola. Nesta avaliação, considera-se que uma boa escola é aquela em que a maior parte dos alunos apreende as competências e habilidades requeridas para a sua série/ano, num período de tempo ideal – o ano letivo. Por este motivo, o IDESP é composto por dois critérios: o desempenho dos alunos nos exames de proficiência do SARESP (o quanto aprenderam) e o fluxo escolar (em quanto tempo aprenderam). (SEDUC/SP, p.55)

Parametrizados por esse indicador, cada área elaborou um plano de ação para recuperar habilidades e competências vistas como base para o progresso acadêmico dos estudantes. Antes disso, porém, era necessário definir uma causa para as dificuldades encontradas.

O plano de ação se concentrou em habilidades e competências relacionadas especificamente às disciplinas de Língua Portuguesa e Matemática, sempre fazendo conexões com outras áreas do conhecimento. Foi nesse cenário, de necessidade de um plano de ação, que esta sequência didática foi inserida.

A partir desse momento, não mais faria parte das aulas de Experimentos Matemáticos, mas sim, seria integrada aos planos de aula, inclusive com datas estipuladas pela própria SEDUC-SP para a realização das etapas.

As atividades da sequência, que utilizaram parte da História da Matemática Chinesa como recurso, abrangeram não só habilidades

matemáticas, mas também competência leitora, interpretação, foco e criatividade.

O plano de ação para o MMR, de forma objetiva, pode ser compreendido como um meio em busca de soluções para as dificuldades no aprendizado do ensino público. É um trabalho conjunto das diferentes áreas de aprendizado: Ciências Humanas, Linguagens e Códigos, Ciências da Natureza e Matemática, como forma de melhorar os índices alcançados anualmente.

Este trabalho já contribuiu efetivamente à SEI na unidade 1 e ao Plano de Ação do MMR - 1º SEMESTRE - da unidade 2, mesmo antes das considerações finais. Essa compreensão de contribuição se dá pelo fato de a atividade ter incorporado o próprio plano de ensino, não se tratando de atividade de ensino complementar.

Na segunda unidade, houve maior abrangência, pois as nove turmas existentes no ensino fundamental participaram e desenvolveram a sequência de atividades.

É comum, em todas as modalidades e instituições de ensino no Estado de São Paulo, a consideração da Base Nacional Comum Curricular (BNCC). Esta normativa aborda as habilidades essenciais e o desenvolvimento progressivo destas habilidades. Inclusive a BNCC afirma que:

Cumpra também considerar que, para a aprendizagem de certo conceito ou procedimento, é fundamental haver um contexto significativo para os alunos, não necessariamente do cotidiano, mas também de outras áreas do conhecimento e da própria história da Matemática. (BNCC, p. 299)

CAPÍTULO 2 - EXPLORANDO AS EVIDÊNCIAS: UMA INTRODUÇÃO À HISTÓRIA DA MATEMÁTICA

Este capítulo aborda uma pequena parte da História da Matemática. Uma vez que, ela é infindável e extremamente rica em seus registros e contribuições. A História da Matemática é viva e construção humana. Neste capítulo, será apresentada a partir de evidências.

2.1 ALGO SOBRE A HISTÓRIA DA MATEMÁTICA

A História da Matemática muitas vezes é vista como algo distante da realidade humana, desenvolvida por gênios e pessoas singulares. No entanto, ela é feita e sempre foi feita única e exclusivamente por necessidades humanas, sejam elas imediatas, por sobrevivência, ou por qualidade de vida, econômica e até mesmo vaidade.

Como aponta Alvarez (1967), durante a corrida espacial, também conhecida como Guerra Fria entre Estados Unidos e a antiga União Soviética, muitos estereótipos, ego e status de conhecimento exclusivo permearam a disputa, além de política e outros elementos que não são objeto deste texto.

O século XX foi testemunha dessa guerra, na qual o conhecimento foi a principal arma, e os avanços tecnológicos relacionados à engenhosidade requeriam muitos cálculos e aplicações de algoritmos matemáticos.

De acordo com Boyer (2003), milhares de anos antes, aproximadamente, 450 a.C. temos registros de cálculos geométricos dos povos que viviam as margens do rio Nilo como forma de marcarem e não perderem áreas de terras nas enchentes, notadamente, essa matemática era totalmente necessária para seu sustento e sobrevivência.

É uma das histórias mais antigas do Egito, mas, Aristóteles analisando os mesmos fatos históricos, cerca de um século depois, a atribuiu a sacerdotes em

lazer. Olhando esse fato histórico de forma analítica, por um lado temos homens com técnicas práticas e simples, esticando cordas para demarcarem áreas, por outro lado temos sacerdotes que acumulavam em alguns casos, o currículo de filósofo.

Observe que temos dois aspectos fundamentais, o prático e o contemplativo. Do lado prático, demarcadores de terras que produziam matemática no cotidiano como vivência. Opostamente, o contemplativo, sacerdotes que em alguns casos também filósofos que buscavam a matemática se questionando de forma proposital e sequencial.

Uma semelhança entre essas duas situações é o fato de que homens foram os responsáveis por conduzir a busca pelo conhecimento.

2.2 MATEMÁTICA E A CHINA

Os primeiros registros relacionados a antiga China se tratava de vestígios que elucidavam cálculos de medições, contagens e pesagens.

Boyer e Merzbach (2012), afirmam que há grande dificuldade de comprovar de forma confiável os documentos e vestígios da China antiga se comparado à Babilônia e Egito.

A história da China traz vários momentos de destruição de arquivos que comprovariam cronologia da construção de conhecimentos e colaborações, já que, quando ocorria mudança de dinastia ou império era certo, destruições de objetos, arquivos e até mesmo construções.

Há, de fato, a obra intitulada “Zhoubi” datada da dinastia Han, século II a. C, na qual encontra-se um diálogo entre um príncipe e seu ministro sobre o calendário.

O ministro divide a arte dos números de acordo com formas geométricas. Relaciona quadrado e círculo a elementos conhecidos, sendo quadrado associado à terra e o círculo ao céu. Sendo considerado um dos registros mais antigos e confiáveis, juntamente com o livro de Liu Hui Nove Capítulos sobre a

arte da matemática originalmente denominado Jiuzhang suan-chu (Chui-chang suan-shu), do século II d.C.

Os Nove Capítulos sobre a arte matemática abordam 246 problemas sobre terras, agricultura, sociedades, engenharia, impostos, cálculos, solução de equações e propriedades dos triângulos retângulos.

Cada capítulo aborda grandes áreas matemática dentro de contextos da sociedade, também é vasto em conteúdo e problemáticas para serem debruçadas, discutidas e transcorridas minuciosamente.

Seus resultados apresentados enaltecem proximidades, exatidões e compartimentalizações similares aos babilônios e egípcios. A seguir, utilizando como apoio e consulta as resoluções dispostas por Paques e Roveran (2016), será ilustrado um problema que exemplifique do que se trata cada capítulo.

CAPÍTULO 1 - MEDIÇÃO DE CAMPOS (FANG THIEN)

Cálculo de áreas de campos e operações com frações envolvendo formas de campos quadriláteros, retangulares, círculos, segmentos circulares e anéis.

Considere 1 bu = 138,24 centímetros ou 1,3824 metros

Problema 1 - Dado um campo retangular de largura 15 bu e 16 bu de comprimento, quanto mede sua área?

Resposta: Regra para a determinação da área de um campo retangular: Multiplique o número de bu da largura pelo comprimento para obter bu (quadrado).

$$15 \text{ bu} \times 16 \text{ bu} = 240 \text{ bu (quadrados)}$$

Convertendo as medidas do resultado, temos: $240 \times 138,24 \text{ cm} = 33.177,60 \text{ cm}^2$ ou $331,7760 \text{ m}^2$

Teoria das frações:

A regra da redução de frações.

Se o denominador e o numerador podem ser divididos por dois, então divida-os. Se não, escreva o denominador d e o numerador n na forma (n,d) .

O método eficiente a seguir descreve como simplificar frações, pois reduz o denominador e o numerador à sua forma mais simples. Ele consiste em comparar d e n e subtrair o menor número do maior e o colocar na forma acima. Ao final, obtém-se $teng$, o máximo divisor comum.

Repita o processo até obter (m,m) onde m é o máximo divisor comum. Simplifique a fração original dividindo ambos os números pelo $teng$, o máximo divisor comum.

Trata-se, afinal, de aplicar o processo de subtração recíproca para a determinação do máximo divisor comum de dois números, descrito por Euclides no Livro 7 de Os Elementos.

Problema 6 - Reduza a fração $49/91$ na sua forma irredutível.

Método: Escreve-se, sucessivamente, usando a regra acima. $(49, 91)$; $(49, 42)$; $(7, 42)$; $(7, 35)$; $(7, 28)$; $(7, 21)$; $(7, 14)$; $(7, 7)$. Assim, 7 é o máximo divisor comum ($teng$) do numerador e denominador e resulta a fração $7/13$, equivalente à fração dada.

Resposta: $7/13$.

CAPÍTULO 2 – CEREAIS (SU MEI)

Regra de proporção aplicada para conversão de quantidades.

Considere 1 dou = 10 sheng, sendo uma aproximação para 1 sheng de 200 ml.

Problema 15 - Temos 7 dou e $5 \frac{4}{7}$ sheng de grãos de milho para trocar por grãos de arroz com casca. Quanto obteremos em grãos de arroz com casca?

Método: (Regra Jinyou) multiplique o valor disponível por 6 e divida por 5.

De fato, pela tabela de conversão temos grão de milho: 50 e arroz com casca: 60.

Como 7 dou e $5 \frac{4}{7}$ sheng = $75 \frac{4}{7}$ sheng,

$(75 \frac{4}{7} \cdot 6) / 5 = 529/35 \cdot 6 = 3174/35 = 90 \frac{24}{35}$ sheng = 9 dou $\frac{24}{35}$ sheng.

Resposta: 9 dou $\frac{24}{35}$ sheng de arroz com casca.

CAPÍTULO 3 – DISTRIBUIÇÃO POR PROPORÇÃO (TSHUI FEN)

Compreendido como continuidade do capítulo anterior, desenvolve distribuições proporcionais, diretas, inversas e compostas.

Problema 1 - Existem 5 oficiais de diferentes escalões (posições hierárquicas): Dafu, Bugeng, Zanniao, Shangzao e Gongshi. Juntos caçaram 5 cervos. Se a divisão da caça deve ser feita de acordo com sua posição hierárquica, quanto cada um deverá receber?

Resposta: Dafu receberá $1 \frac{2}{3}$ de cervo, Bugeng receberá $1 \frac{1}{3}$ de cervo, Zanniao receberá 1 cervo, Shangzao receberá $\frac{2}{3}$ de cervo e Gongshi receberá $\frac{1}{3}$ de cervo.

Método: Mantenha o peso de cada posição como a razão da distribuição. Tome sua soma como divisor. Multiplique 5 cervos por cada razão como dividendo. Divida, dando o número de cervos para cada oficial. Liu: O peso para cada posição significa Dafu 5, Bugeng 4, Zanniao 3, Shangzao 2 e Gongshi 1.

Pelas regras vigentes, “conceder recompensas de acordo com suas posições”, as razões de distribuição são as razões buscadas, sua soma, as razões dadas e a quantidade de cervos, os números dados.

Aplicando a regra obteremos a resposta.

Em linguagem moderna: Seja x a quantidade de cervos que Gongshi deverá receber, 2x para Shangzao, 3x para Zannio, 4x para Bugeng e

5x para Dafu. $5x + 4x + 3x + 2x + x = 5$, $15x = 5$. $x = 1/3$ cervo, $2x = 2/3$ cervo, $3x = 1$ cervo, $4x = 1\ 1/3$ cervo, $5x = 1\ 2/3$ cervo.

CAPÍTULO 4 – QUANTO MEDE? (SHAO KUANG)

Desenvolve cálculos de áreas e volumes, desencadeando extração de raízes quadradas e cúbicas, por exemplo. Problemas para encontrar diâmetros ou medidas de lados também aparecem. Ele pode até ser compreendido como um encaminhamento para cálculos algébricos.

Problema 1 - Dado um campo retangular, cuja largura é $1\ 1/2$ bu e cuja área é 1 mu, encontrar o seu comprimento.

Resposta: 160 bu.

Método: $A = 1$ mu = 240 bu (quadrado). Largura $l = 1\ 1/2 = 3/2$. Assim, o comprimento é igual a

$$240/(3/2) = 240 \times 2/3 = 160 \text{ bu.}$$

CAPÍTULO 5 – QUADRADOS E CUBOS

Capítulo composto por 28 problemas contextualizados, relacionados a terraplenagem e volume.

CAPÍTULO 6 – TAXAS JUSTAS (JUNG SHU)

Capítulo 6 – Dedicado ao cálculo de taxas apresentadas no contexto de entreposto de cereais.

Problema 14 - (de perseguição a caça). Uma lebre corre **100** bu à frente de um cão. O cão persegue a lebre durante **250** bu, mas a lebre ainda está a **30** bu adiante dele. Quanto tem ainda o cão de correr para apanhar a lebre?

Resposta: $107 \frac{1}{7}$ bu.

Método: Tome 100 bu da lebre que está na frente e subtraia 30 bu que o cão está atrás. O resto é o divisor. Multiplique 30 bu que o cão está atrás pelo número de bu que o cão está perseguindo a lebre. Divida e tenha o número de bu pedido. Ou seja tome $(250 \cdot 30)/(100-30) = 7500/70 = 107 \frac{1}{7}$ bu.

Solução atual : $100 - 30 = 70$ é a razão da lebre andar na frente e 250 é a razão de perseguição do cão . Reduza a 7 e 25. De acordo com a regra de três, $25/7 = x/30$. Logo $x = 25/7 \cdot 30 = 107 \frac{1}{7}$ bu.

CAPÍTULO 7 – EXCESSO E FALTA (CHUN SHU)

Direcionado a resolução de uma equação linear ou sistema de duas equações lineares. O capítulo 7 traz 20 problemas, exceto o décimo sexto, cujas equações lineares são resolvidas pela regra da dupla falsa posição e os sistemas de duas equações lineares pela regra do excesso e déficit.

Problema 6 - Várias pessoas compram ovelhas. Se cada uma contribui com 5, o déficit é 45. Se cada uma contribui com 7, o déficit é 3. Qual é o número de pessoas, e qual é o preço de cada ovelha?

Neste problema como resolução será utilizado o Método para dois déficits, porém, a seguir demonstrarei as duas regras dispostas no enunciado acima.

Regra da Dupla Falsa Posição

Dada uma equação linear $ax + b = c$, a regra consiste em fazer duas suposições diferentes (e provavelmente falsas) para x , obtendo (provavelmente) erros diferentes. Assim, assumindo $x = a_1$, obtém-se um erro c_1 , deste modo, $aa_1 + b = c + c_1$. Assumindo $x = a_2$, obtém-se um erro c_2 . Deste modo $aa_2 + b = c + c_2$. Agora multiplique cruzado

a_2c_1 e a_1c_2 . Tome a diferença ($a_2c_1 - a_1c_2$), e divida pela diferença dos erros, $c_1 - c_2$. Isto dá o valor de x .

$$x = \frac{a_2c_1 - a_1c_2}{c_1 - c_2}$$

$$a = \frac{c_1 - c_2}{a_1 - a_2}$$

e

$$c - b = \frac{a_2c_1 - a_1c_2}{a_1 - a_2}$$

e

$$x = \frac{c-b}{a} = \frac{a_2c_1 - a_1c_2}{c_1 - c_2} \quad (1).$$

Regra do Excesso(um) e Déficit(um)

Inicialmente considere a regra do (um) Excesso e Déficit no caso onde x pessoas compram um item custando y moedas. Se cada uma pagar a_1 , temos um excesso de c_1 ; se cada uma pagar a_2 temos um déficit de $-c_2$. No caso c_1 e c_2 são positivos. Supondo que $a_1 > a_2$, então temos o sistema

$$\begin{cases} a_1x - y = c_1 \\ y - a_2x = c_2 \end{cases}$$

Homogeneizando o sistema, ou seja, multiplicando a primeira equação por c_2 e a segunda por c_1 , e subtraindo, obtemos $x(a_1c_2 + a_2c_1) = y(c_2 + c_1)$, ou seja

$$\frac{y}{x} = \frac{a_1c_2 + a_2c_1}{c_1 + c_2} \quad (2).$$

Esta fórmula é a mesma acima. Na primeira encontramos o valor de x e na segunda, que vem de um problema de duas variáveis, x e y , a razão y/x , que é exatamente a parte que cada pessoa paga do objeto.

Resposta: 21 pessoas, preço da ovelha 150.

Sejam x a quantidade de pessoas e y o preço de cada ovelha, então $y/x = (-15+315)/(-3+45) = 300/42$. Logo $y = 300/2$ e $x = 42/2$.

Solução atual: Podemos modelar o problema com as equações:

$$\begin{cases} y - 5x = 45 \\ y - 7x = 3 \end{cases}$$

que dão as soluções acima.

CAPÍTULO 8 – MATRIZES RETANGULARES

Ainda aborda equações lineares como no capítulo anterior, entretanto, no contexto de matrizes retangulares.

Problema 8 – Foram vendidos 2 bois e 5 carneiros, para comprar 13 porcos. Sobraram 1000 moedas. Venderam 3 bois e 3 porcos e compraram 9 carneiros. Eles têm exatamente o dinheiro para isto. Venderam 6 carneiros e 8 porcos. Então compraram 5 bois. (Existem 600 moedas em deficit.). Pergunta: Qual o preço de cada boi, carneiro e porco, respectivamente?

Resposta: O preço de cada boi, 1200. De cada carneiro, 500 e de cada porco 300.

Método: Use a “regra da matriz”, coloque 2 bois, 5 carneiros, positivos, 13 porcos, negativo, dando 1000 moedas positivo, na coluna da direita R; na coluna do meio (M) 3 bois, positivo, 9 carneiros, negativo, 3

porcos positivo; na coluna da esquerda (L), coloque 5 bois, negativo, 6 carneiros positivo, 8 porcos positivo. Déficit de moedas, negativo. Calcule usando a regra dos sinais. Na matriz temos o seguinte:

$$(i) \quad \begin{array}{l} \text{GADO} \\ \text{CARNEIRO} \\ \text{PORCO} \\ \text{MOEDAS} \end{array} \quad \begin{array}{ccc} \text{L} & \text{M} & \text{R} \\ \left[\begin{array}{ccc} -5 & 3 & 2 \\ 6 & -9 & 5 \\ 8 & 3 & -13 \\ -600 & 0 & 1000 \end{array} \right] & \begin{array}{l} \\ 2M \\ \rightarrow \end{array} & \end{array}$$

$$(ii) \quad \begin{array}{l} \\ \\ \\ \end{array} \quad \begin{array}{ccc} \left[\begin{array}{ccc} -5 & 6 & 2 \\ 6 & -18 & 5 \\ 8 & 6 & -13 \\ -600 & 0 & 1000 \end{array} \right] & \begin{array}{l} \\ \\ M - 3R \times 3 \end{array} & \end{array}$$

$$(iii) \quad \begin{array}{l} \\ \\ \\ \end{array} \quad \begin{array}{ccc} \left[\begin{array}{ccc} -5 & 0 & 2 \\ 6 & -33 & 5 \\ 8 & 45 & -13 \\ -600 & -3000 & 1000 \end{array} \right] & \begin{array}{l} \\ \\ 2L + 5R \end{array} & \end{array}$$

$$(iv) \quad \begin{array}{l} \\ \\ \\ \end{array} \quad \begin{array}{ccc} \left[\begin{array}{ccc} 0 & 0 & 2 \\ 37 & -33 & 5 \\ -49 & 45 & -13 \\ 3800 & -3000 & 1000 \end{array} \right] & & \end{array}$$

$$(v) \quad \begin{array}{l} 33M + 33L \\ \rightarrow \end{array} \left[\begin{array}{ccc} 0 & 0 & 2 \\ 37 & 0 & 5 \\ -49 & 48 & -13 \\ 3800 & 14400 & 1000 \end{array} \right]$$

Assim temos 48 porcos custando 14 400 moedas, ou seja, um porco custa 300 moedas. Os outros preços são encontrados por substituição recíproca. Hoje resolvemos da seguinte maneira: Chamando de x , y , p , o número de bois, carneiros e porcos respectivamente, temos as seguintes equações:

$$2x + 5y = 13p + 1000, 3x + 3p = 9y, 6y + 8p = 5x - 600.$$

Em geral resolvemos este sistema linear, pelo método de eliminação de Gauss que é exatamente o que foi desenvolvido acima. Na linguagem moderna usamos as informações dadas pelas equações, em linhas numa matriz, de cima para baixo, e não como o acima em colunas da direita para a esquerda.

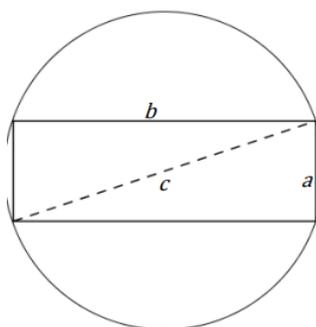
CAPÍTULO 9 – TRIÂNGULOS RETÂNGULOS (GOUGU)

Engloba proporções entre triângulos semelhantes, os chamados triângulos retângulos-gougu. Fato importante é a semelhança com o que o ocidente denomina Teorema de Pitágoras.

Considere 1 cun = 2,304

Problema 4 - É dado um tronco circular de 2 chi e 5 cun de diâmetro. Deve ser transformado em uma prancha retangular de espessura igual a 7 cun. Qual é a largura da prancha?

Método: Eleve o diâmetro, 2 chi 5 cun ao quadrado, subtraia o quadrado de 7 cun e extraia a raiz quadrada dessa diferença. Esta é a largura da prancha.



Ou seja, se a , b e c são como acima e sabendo que 1 chi = 10 cun, temos $c = 25$ cun e $a = 7$ cun. Pelo teorema de Pitágoras $b/2 = 576$ e assim, $b = 24$ cun ou 2 chi 4 cun.

Resposta: 24 cun ou 2 chi 4 cun.

Convertendo, temos: 24 cun = $24 \times 2,304 = 55,296$ cm

2.3 A LÍNGUA E MATEMÁTICA CHINESA

A escolha de incorporar contribuições da matemática chinesa e sua linguagem foi fundamentada em dois aspectos principais. Primeiramente, o fato de que o Sistema de Numeração Chinês e o Sistema Indo-arábico são semelhantes, o que possibilita estabelecer conexões e comparações entre eles.

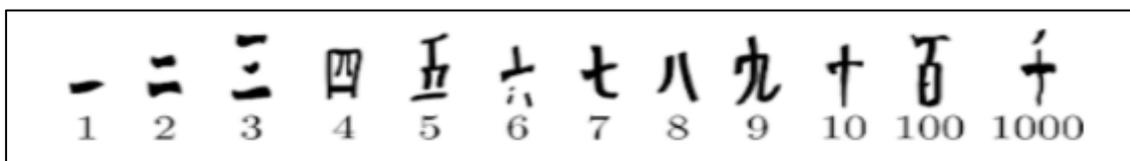
Em segundo lugar, ao utilizar a linguagem chinesa, buscou-se promover uma leitura minuciosa e concentrada, desenvolvendo e aprofundando as habilidades de leitura e interpretação.

Ao final da sequência de atividades, espera-se estimular a criação de um produto pedagógico que ilustre os conteúdos trabalhados de forma prática e, principalmente, manipulável.

É interessante destacar que, por volta de 1000 a.C., os chineses desenvolveram um sistema de numeração escrito com símbolos que representavam os números

de 1 a 9, além de símbolos para 10, 100 e 1000. Esses números eram formados combinando os símbolos por meio da multiplicação.

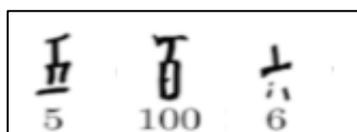
Figura 1 – Números Floridos



Fonte: USP (https://edisciplinas.usp.br/pluginfile.php/4475041/mod_resource/content/1/SISTEMAS%20DE%20NUMERA%C3%87%C3%83O.pdf). Acesso em 19 de agosto de 2021.

É importante destacar que por mais que houvesse a formação de números através da multiplicação, ao representarem os números não havia nenhum símbolo representando a multiplicação. Observe o exemplo a seguir:

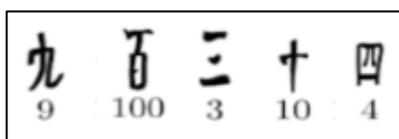
Figura 2 – Ilustração do número 506 em Números Floridos



Fonte: USP (https://edisciplinas.usp.br/pluginfile.php/4475041/mod_resource/content/1/SISTEMAS%20DE%20NUMERA%C3%87%C3%83O.pdf). Acesso em 19 de agosto de 2021.

Escrevendo na linguagem atual temos: $5 \cdot 100 + 6 = 506$.

Figura 3 – Ilustração do número 934



Fonte: USP (https://edisciplinas.usp.br/pluginfile.php/4475041/mod_resource/content/1/SISTEMAS%20DE%20NUMERA%C3%87%C3%83O.pdf). Acesso em 19 de agosto de 2021.

Escrevendo na linguagem atual temos: $9 \cdot 100 + 3 \cdot 10 + 4 = 934$.

O sistema de numeração chinês permitiu representar grandes números com um número reduzido de símbolos, usando o princípio da multiplicação como recurso. Avançando mais na Matemática chinesa, entre os séculos II a.C. e II a.C., surgiu o sistema de numeração posicional que usou barras verticais para representar as 9 unidades simples.

Figura 4 – Sistema de Numeração Posicional com barras verticais



Fonte: USP (https://edisciplinas.usp.br/pluginfile.php/4475041/mod_resource/content/1/SISTEMAS%20DE%20NUMERA%C3%87%C3%83O.pdf). Acesso em 19 de agosto de 2021.

São apenas barras verticais que a partir da representação do número 6 utilizam uma barra horizontal sobre as barras verticais repetindo-as a partir da representação do número 1.

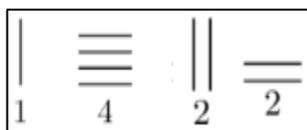
Figura 5 – Ilustração do número 572



Fonte: EVES, Howard. Introdução à História da Matemática. Tradução de Hygino H. Domingues. 5. ed. Campinas: Editora Unicamp, 2011.

Uma estratégia para não haver confusão na representação de um número foi intercalar barras horizontais com barras verticais para que não houvesse dúvidas nos espaçamentos na formação dos números.

Figura 6 – Ilustração do número 1422



Fonte: EVES, Howard. Introdução à História da Matemática. Tradução de Hygino H. Domingues. 5. ed. Campinas: Editora Unicamp, 2011.

O número 1422 representado na Figura 6 apresenta barras verticais nas casas ímpares e barras horizontais nas casas pares, seguindo o Sistema de Numeração Posicional.

Embora não tenhamos abordado os números pares ou ímpares nas atividades da sequência didática, essa representação numérica é uma ferramenta valiosa para abordar habilidades como múltiplos, divisores e outras relações entre os números, o que torna relevante incluí-la em um plano de aula sobre esses temas.

Um fato notável sobre os sistemas de numeração é que, em alguns deles, não havia uma representação explícita para o número 0 (zero). Em vez disso, esse espaço era deixado em branco, o que poderia levar a confusão em certas situações.

Não é objetivo desta atividade explorar a complexidade da língua chinesa em relação à língua portuguesa, incluindo a concordância e a regência verbal e nominal, ou a conjugação de verbos. Em vez disso, os alunos tiveram um contato superficial com as palavras em chinês que representam os símbolos, números e algorismos chineses utilizados nas atividades propostas.

O sistema posicional que utilizamos é bastante semelhante ao sistema chinês, mas é originário da Índia e é conhecido como sistema posicional indo-arábico. Essa civilização contribuiu significativamente para o avanço da ciência.

Há registros de que eles tenham calculado o diâmetro da Terra e já sabiam, antes de outras civilizações, que a Terra girava em torno do Sol. Esses conhecimentos foram adquiridos por civilizações antigas, como a indiana, muito antes de serem estabelecidos na Europa. No entanto, foi somente após um período de mil anos que o movimento da Terra foi finalmente reconhecido e comprovado, graças aos estudos e trabalhos do astrônomo e matemático Nicolau Copérnico.

Além disso, o sistema de numeração hindu, que incluía o uso do zero e a representação posicional, foi difundido no ocidente pelos árabes. Esse sistema numérico influenciou grandemente o desenvolvimento da matemática e da ciência na Europa, e por essa razão, ele é conhecido como "sistema de numeração indo-arábico".

O sistema posicional indo-arábico utiliza uma base decimal, ou seja, utiliza dez algarismos distintos para representar qualquer número.

Os algarismos (símbolos): 0,1,2,3,4,5,6,7,8,9 formam essa base e de acordo com suas posições alteram os valores dos números formados eles.

CAPÍTULO 3 - UM OLHAR PARA O PASSADO PARA CONSTRUIR O FUTURO

Tendo como base e inspiração os Nove Capítulos sobre a arte matemática, escolhi adaptar a História da Matemática Chinesa e desenvolver problemas similares, porém, com menor grau de complexidade, inicialmente nas turmas em que lecionava na Unidade 1.

Usando a mesma ideia, no entanto, com a finalidade de comparação estrutural, aprendizado, material disponível e falta de restrição, essa mesma sequência didática foi reaplicada em turmas do ensino integral do Estado de São Paulo.

Veremos neste capítulo a História da Matemática como metodologia de ensino, não como algo complementar ou adendo durante outra metodologia de ensino.

3.1 A HISTÓRIA DA MATEMÁTICA COMO METODOLOGIA DE ENSINO

Comumente ouvimos em nosso entorno social e profissional o quanto a Matemática é vista como algo difícil. No entanto, a humanidade evoluiu e se beneficiou imensamente da Matemática. Toda a nossa evolução tecnológica tem como forte braço essa ciência exata. Como algo que nos beneficia tanto pode ser visto como algo difícil e até mesmo impossível?

Essa visão, infelizmente, é perpetuada pela sociedade em geral, mas acredito que o contato natural pode quebrar essas barreiras.

Uma maneira de quebrar as barreiras do estigma em torno da Matemática, é levar o estudante ao momento de construção e concepção do conceito apresentado.

Isso significa abordar a Matemática de uma maneira, que possibilite ao aluno entender o porquê das fórmulas, dos teoremas e das regras matemáticas.

Uma forma de fazer isso é por meio da História da Matemática como metodologia de ensino.

Os dois exemplos a seguir trazem ideias abordadas por Piaget em sua obra sobre a Equilibração da Estrutura Cognitiva e mostram como a História da Matemática pode ajudar no ensino dessa disciplina de forma mais efetiva e interessante para os alunos.

Segundo Piaget (1976), considerando a ideia apriorista as crianças nascem com todas as estruturas perceptivas e seu desenvolvimento está relacionado com as fases da sua vida, como se necessitasse passar por maturação, algo similar a tábula-rasa. Na primeira situação essa ideia é exemplificada.

Primeira situação:

Numa escola de ensino infantil uma pedagoga apresenta os símbolos 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 e 10, na lousa e pede que os alunos repitam com ela a sequência, depois apresenta uma música que também repete a sequência e por repetição, a criança decora. Antes não houve introdução do porquê, 1 ser lido como um e assim sucessivamente, não havendo justificativa ou construção de significados, mas sim, é assim porque é assim.

Já no construtivismo Piaget (1976) afirma que o conhecimento é construído pelo sujeito se houver estruturas de assimilação. O conhecimento sendo significativo, sua estrutura cognitiva sofrerá uma perturbação e na busca por equilíbrio, se reorganizará na forma de novo conhecimento. Na próxima situação, vamos exemplificar possível assimilação.

Segunda situação:

Em outra turma da mesma escola, mesmo nível, uma professora se fantasia de pastor, traz em um saco pedrinhas e mini animais, conta uma história descrevendo a seguinte relação: cada pedra representa um animal e assim, sensibilizando as crianças vai construindo um conhecimento humanizado até por fim, no último momento apresentar o que realmente os indo-arábicos nos proporcionaram com o Sistema de Numeração Decimal.

O objetivo deste trabalho não é criticar negativamente as metodologias de ensino de matemática, mas sim enfatizar a importância de apresentar a construção histórica da matemática para os estudantes no início da vida escolar, quando eles têm os primeiros contatos com formas geométricas, algarismos e números.

Ao observarmos as duas situações descritas anteriormente, podemos perceber que a segunda situação oferece à criança a oportunidade de entender que não há mágica ou aprendizado instantâneo na matemática. Ela entenderá que houve necessidade humana para o desenvolvimento matemático e que muitas áreas do conhecimento contribuíram para esse processo.

Esses resultados são úteis até os dias atuais. Para complementar a primeira situação, é necessário aguardar que os estudantes adquiram familiaridade com o conteúdo e estejam imersos no processo de aprendizagem significativa. Somente então, será possível avançar para um próximo passo de forma efetiva.

Seguindo essa linha de raciocínio, há inúmeros argumentos que justificam a contribuição da matemática para nossa qualidade de vida. Um exemplo essencial é a forma como compreendemos a passagem do tempo.

Desde cedo, as crianças aprendem que fazem aniversário de ano em ano, que um ano equivale a 365 dias (não bissextos), que existem quatro estações climáticas (outono, inverno, primavera, verão), que um dia possui 24 horas, e que há noite e dia. Esses dados exatos foram possíveis de serem compreendidos como um padrão porque muitos erros e acertos históricos foram

gerados por muitos estudiosos, estimulados pela necessidade de compreensão do que ocorre ao seu entorno e até mesmo por sua sobrevivência.

Na agricultura, por exemplo, as estações climáticas ajudam no controle do cultivo de alimentos, auxiliando a determinar o momento certo para o plantio e a colheita e qual alimento é mais beneficiado em cada estação.

Para chegarmos a esses valores corretos, muitos curiosos, estudiosos e observadores conjecturaram, teorizaram, criaram teoremas, proposições e contribuições que originalmente não estavam plenamente corretas em sua demonstração ou prova, porém, tornaram-se base para os próximos até chegarem a resultados integralmente corretos.

Um exemplo disso é a teoria Geocêntrica, elaborada pelo astrônomo grego Claudio Ptolomeu no início da Era Cristã, também chamada de sistema ptolomaico, defendida em seu livro intitulado *Almagesto*.

De acordo com essa teoria, a Terra está no centro do Sistema Solar, e os demais astros orbitam ao redor dela. Hoje, sabemos que isso não é verdade, mas sua teoria não foi descartada absolutamente, ao contrário, foi base para Johannes Kepler (1571-1630) e Galileu Galilei (1564 – 1642) concluírem o que sabemos hoje. Ou seja, que a Terra gira em seu próprio eixo (movimento de rotação) que nos proporciona o nosso dia de 24 horas e simultaneamente faz movimento de translação enquanto orbita o Sol, movimento que dura 365 dias.

Os fatos históricos que permeiam nosso cotidiano e o calendário gregoriano atual são resultado de um longo caminho de criação por matemáticos, cientistas e astrônomos ao longo do tempo.

Com uma abordagem cronológica, é possível apresentar aos estudantes os passos e erros cometidos pelos pioneiros da Matemática, mostrando que a construção do conhecimento envolve tentativas, erros e acertos.

O estudo dos erros na História da Matemática concede à disciplina o direito de errar, já que é construída por humanos. Ao compreender que os matemáticos também erram, os estudantes se sentem mais à vontade para experimentar, vivenciar e aprender com seus próprios erros.

Não se trata apenas de mostrar os erros cometidos no passado, mas também de destacar a participação humana na construção do conhecimento matemático. Isso rompe com o estigma do exato, do pronto e do reservado para poucos, abrindo espaço para o estímulo e a oportunidade no processo de ensino e aprendizagem.

Diante de todo contexto afirmado anteriormente, é relevante constatar que antes mesmo de Kepler e Galileu teorizar o movimento da Terra, o povo chinês já havia desenvolvido todo um Sistema de Numeração Posicional e resolvido problemas através de métodos.

Embora alguns professores ainda tenham dúvidas sobre como abordar a História da Matemática como metodologia, ela pode ser utilizada como uma ferramenta motivacional que não apenas sugere, mas participa ativamente da construção cognitiva do aprendizado.

De acordo com Gomes (2005) há ainda confusão por parte de professores sobre a abordagem da História da Matemática como metodologia, pois, acredita-se tratar de uma história com a finalidade de motivação inicial. Ela sugere e motiva, mas não participa do processo de construção cognitiva do aprendizado.

[...] a história apresenta sob um caráter meramente ilustrativo e informativo, ou seja, aparece como um elemento descartável nas atividades da sala de aula, pois, do modo como é abordada, não é indispensável à construção dos conceitos matemáticos. (MENDES, 2001, p. 26)

Esta proposta busca integrar a História da Matemática como uma ferramenta de aprendizado ao longo de toda a sequência de atividades, desde o início até o fim. Tal abordagem será amplamente explorada no capítulo 4, oferecendo uma análise detalhada.

3.2 HISTÓRIA DA MATEMÁTICA NOS DOCUMENTOS NORTEADORES DE ENSINO

Se você nunca viu ou ouviu essa história, agora será o momento. Reza a lenda que Isaac Newton (1643 – 1727) descobriu a teoria da gravidade por um acaso, simplesmente porque uma maçã caiu em sua cabeça. De acordo com Roque (2012), esse relato fomenta a genialidade da ciência. Se a lenda fosse um fato, Newton de repente inovou e pronto, magicamente tudo aconteceu, num rompante ele criou a lei da gravidade. O que torna muitas vezes essa lenda algo aceitável no imaginário, é o fato de quem recebe esse relato desconhecer a ordem expositiva das ideias e construções sobre o tema, que nesse caso é a própria lei da gravidade.

Quando algo é apresentado do final para início a compreensão passa a ser ruidosa, visto que, haverá lacunas que por muitas vezes a retomada será necessária para encontrar sentido.

Mas como podemos enquadrar o termo, do final para o início, na prática de ensino? Simples. Apresente a aplicação de resultados desconsiderado a definição, teorema e demonstrações que usaram as definições já apresentadas.

Imagine, se durante o processo de ensino aprendizagem o professor propusesse ao aluno um problema envolvendo triângulo retângulo e o orientasse a utilizar Pitágoras, apresentando a relação e encerra dessa maneira sua explicação. O aluno verá um triângulo retângulo, uma relação e nenhuma conexão significativa.

Quando a ordem expositiva, sequencial e contextualizada é propiciada, a transcendência e extrapolação do problema apresentado se tornará real.

Isso não significa que não haja abstração na Matemática, sabemos que a abstração é inerente a Matemática, mas é compreensível que ela será mais eficiente e possível quando o aluno desenvolver o aprendizado, armazenando, complementando e construindo relações nas diferentes áreas e temas do conhecimento.

Os parâmetros de ensino orientam para que cada vez mais o ensino da Matemática torne-se menos abstrato, mas no sentido de relacionar o conteúdo com o cotidiano e relações do aluno. Levando-se em conta essa necessidade e recomendação dos parâmetros, partir da aplicação de resultados não se alinha

com essas diretrizes. O PCN (Parâmetros Curriculares Nacionais) evidencia que reprodução de algoritmos não contribuem

No entanto, apesar dessa evidência, tem-se buscado, sem sucesso, uma aprendizagem em Matemática pelo caminho da reprodução de procedimentos e da acumulação de informações; nem mesmo a exploração de materiais didáticos tem contribuído para uma aprendizagem mais eficaz, por ser realizada em contextos pouco significativos e de forma muitas vezes artificial.

É fundamental não subestimar a capacidade dos alunos, reconhecendo que resolvem problemas, mesmo que razoavelmente complexos, lançando mão de seus conhecimentos sobre o assunto e buscando estabelecer relações entre o já conhecido e o novo.

O significado da atividade matemática para o aluno também resulta das conexões que ele estabelece entre ela e as demais disciplinas, entre ela e seu cotidiano e das conexões que ele percebe entre os diferentes temas matemáticos.

Ao relacionar ideias matemáticas entre si, podem reconhecer princípios gerais, como proporcionalidade, igualdade, composição e inclusão e perceber que processos como o estabelecimento de analogias, indução e dedução estão presentes tanto no trabalho com números e operações como em espaço, forma e medidas.

O estabelecimento de relações é tão importante quanto a exploração dos conteúdos matemáticos, pois, abordados de forma isolada, os conteúdos podem acabar representando muito pouco para a formação do aluno, particularmente para a formação da cidadania. (PCN, 1997, p.29)

Sobre o aluno e o saber matemático pode ser afirmar que:

Embora se saiba que alguns conhecimentos precedem outros necessários e deve-se escolher um certo percurso, não existem, por outro lado, amarras tão fortes como algumas que podem ser observadas comumente. Por exemplo, trabalhar primeiro apenas os números menores que 10, depois os menores que 100, depois os menores que 1000, etc.; apresentar a representação fracionária dos racionais para introduzir, posteriormente, a decimal; desenvolver o conceito de semelhança, para depois explorar o Teorema de Pitágoras. Por vezes, essa concepção linear faz com que, ao se definir qual será o elo inicial da cadeia, tomem-se os chamados fundamentos como ponto de partida. É o que ocorre, por exemplo, quando se privilegiam as noções de “ponto, reta e plano” como referência inicial para o ensino de Geometria ou quando se tomam os “conjuntos” como base para a aprendizagem de números e operações, o que não é, necessariamente, o caminho mais adequado. (PCN, 1997, p.22)

Quanto ao professor e o saber matemático os parâmetros afirmam que:

O conhecimento da história dos conceitos matemáticos precisa fazer parte da formação dos professores para que tenham elementos que

lhes permitam mostrar aos alunos a Matemática como ciência que não trata de verdades eternas, infalíveis e imutáveis, mas como ciência dinâmica, sempre aberta à incorporação de novos conhecimentos. Além disso, conhecer os obstáculos envolvidos no processo de construção de conceitos é de grande utilidade para que o professor compreenda melhor alguns aspectos da aprendizagem dos alunos. O conhecimento matemático formalizado precisa, necessariamente, ser transformado para se tornar passível de ser ensinado/aprendido; ou seja, a obra e o pensamento do matemático teórico não são passíveis de comunicação direta aos alunos. Essa consideração implica rever a ideia, que persiste na escola, de ver nos objetos de ensino cópias fiéis dos objetos da ciência. (PCN, 1997, p. 30).

É evidente que os documentos oficiais e norteadores do ensino no Brasil têm demonstrado uma preocupação em relação ao desenvolvimento e ao ensino da Matemática como uma ciência aberta.

O PCN norteia as práticas pedagógicas de forma contínua e desperta reflexões ao docente, no entanto, o ensino básico do Brasil como forma de balizar práticas, habilidades e competência conta com a Base Nacional Comum Curricular (BNCC). Seu lema é, “A EDUCAÇÃO É BASE” e sua versão final foi entregue no ano 2017.

Foi elaborado por especialistas de todas as áreas do conhecimento, com o intuito de preparar o estudante para o futuro. Segundo Brasil (2017) sua formulação não alterará a presente desigualdade da Educação Básica, mas poderá ser considerada um início. Visto que umas de suas finalidades é

[...] contextualizar os conteúdos dos componentes curriculares, identificando estratégias para apresentá-los, representá-los, exemplificá-los, conectá-los e torná-los significativos, com base na realidade do lugar e do tempo nos quais as aprendizagens estão situadas;(Brasil, 2017, p.16).

Desenvolver práticas de ensino com o recurso da História da Matemática é uma ação prevista na BNCC e pauta a intenção da sequência didática desenvolvida neste trabalho com a finalidade de comparação entre as duas instituições de ensino.

CAPÍTULO 4 - CARACTERÍSTICAS DAS UNIDADES DE ENSINO

Neste capítulo apresentaremos os dados das unidades escolares e turmas que realizaram as atividades diferenciadas.

4.1 UNIDADE DE ENSINO 1:FUNDAÇÃO CASA

Os alunos da unidade 1 estão em processo socioeducativo, em privação de liberdade e são denominados jovens em conflito com a lei. A Fundação Casa é uma instituição vinculada à Secretaria Estadual da Justiça e Cidadania. Ela presta assistência a jovens de 12 a 21 anos incompletos em todo o Estado de São Paulo. Eles estão inseridos nas medidas socioeducativas de privação de liberdade (internação) e semiliberdade.

As medidas determinadas pelo Poder Judiciário são aplicadas de acordo com o ato infracional e a idade dos adolescentes. Os alunos das turmas envolvidas nas atividades, no geral estão na faixa etária entre 13 e 18 anos, porém há grande concentração na faixa etária entre 15 e 17 anos.

Em 2021, ano de aplicação da sequência das atividades, a escola que fica localizada dentro da instituição, possuía aproximadamente 35 alunos matriculados entre ensino fundamental e médio.

Para a compreensão e seriedade deste trabalho será necessário minuciar o que é o processo socioeducativo. Segundo o Estatuto da Criança e do Adolescente (ECA), após verificada a prática de ato infracional, a autoridade competente poderá aplicar ao adolescente as seguintes medidas: advertência; obrigação de reparar o dano; prestação de serviços à comunidade (PSC); liberdade assistida (LA); inserção em regime de semiliberdade; e internação em estabelecimento educacional.

De acordo com fontes que, por motivo de segurança e garantia do Estatuto da Criança e Adolescente (ECA), devem ser ocultadas para a preservação da anonimidade dos estudantes (denominadas dentro da instituição como "referentes do adolescente"), os alunos que estão inseridos no contexto

mencionado no parágrafo anterior são oriundos de famílias pobres e monoafetivas (único adulto responsável pelo jovem). Eles residem em bairros considerados periféricos e normalmente criam uma sociedade local paralela, onde existe cultura direcionada ao abandono escolar e apologia ao crime.

Tal fato está relacionado diretamente com a ausência de Estado, ou seja, políticas públicas e assistência adequada à família e ao adolescente. Todos os referentes possuem título e/ou pós-graduação na área de Psicologia, Pedagógica, Educação ou Correlatas.

4.2 PROCESSO DE CHEGADA DO ALUNO NA UNIDADE DE ENSINO 1

Para descrever este processo foi considerada, exclusivamente, a rotina escolar do adolescente a partir do olhar e ações voltadas à disciplina de Matemática.

Ao chegar à unidade escolar, o estudante, obrigatoriamente, por força de lei, deve frequentar as aulas, é previsto na medida socioeducativa. Ele recebe no primeiro dia de aula uma Avaliação Diagnóstica de Entrada (ADE), que deve ser realizada contemplando habilidades e competências previstas como consolidadas para que siga o currículo de ensino e tenha contato com as habilidades do ano/série matriculado.

Um campo de parecer do professor deve ser preenchido descrevendo e observando o que é de conhecimento do aluno, o que deve ser recuperado e o como será recuperado. Processo que vai além da recuperação continuada, comum a todos os alunos do ensino regular do Estado de São Paulo de acordo com o PCN.

Após a realização da Avaliação Diagnóstica Específica (ADE), esta é incluída no processo jurídico do aluno e deve ser respeitada, pois é necessária uma nova avaliação ao final do processo para verificar o desempenho e a recuperação do aluno.

É importante ressaltar que o momento de reavaliação pelo professor é fundamental para o aprendizado do aluno, porém pode ter impacto direto no processo jurídico, influenciando de maneira positiva ou negativa os relatórios de acompanhamento.

A interação do aluno em sala de aula é amplamente discutida e observada pelos responsáveis de cada aluno dentro da instituição de ensino, evidenciando a importância do acompanhamento e suporte educacional para um desenvolvimento efetivo do aluno.

É lamentável constatar que, muitas vezes, há uma grande defasagem e falta de domínio nas operações elementares entre os alunos privados de liberdade, resultado da evasão escolar que ocorreu anteriormente. Já os que frequentavam as aulas, infelizmente, não seguiam as orientações de estudo, conforme relatado pelos próprios estudantes.

Muitos não participavam das atividades em sala de aula e frequentemente desrespeitavam as condutas estabelecidas no ambiente escolar. No entanto, é importante ressaltar que há exceções e alguns alunos demonstram um bom desempenho e comprometimento com seus estudos.

Em algum momento certamente tais alunos frequentaram a escola até porque o Estatuto da Criança e do Adolescente (ECA) afirma no Art. 53 que:

A criança e o adolescente têm direito à educação, visando ao pleno desenvolvimento de sua pessoa, preparo para o exercício da cidadania e qualificação para o trabalho, assegurando-se lhes:

- I - igualdade de condições para o acesso e permanência na escola;
- II - direito de ser respeitado por seus educadores;
- III - direito de contestar critérios avaliativos, podendo recorrer às instâncias escolares superiores;
- IV - direito de organização e participação em entidades estudantis;
- V - acesso à escola pública e gratuita próxima de sua residência.

Parágrafo Único - É direito dos pais ou responsáveis ter ciência do processo pedagógico, bem como participar da definição das propostas educacionais. (Brasil, 1990).

Portanto, não permite a infrequência, no entanto, ao chegarem à adolescência os conflitos que normalmente se iniciam no ambiente familiar externam-se para a sociedade, em geral, e é aí que adentra no ambiente escolar.

Retomando o que já foi afirmado anteriormente acerca da ADE e complementando a relação processo socioeducativo e práticas em sala de aula, na unidade 1 possuímos ambiente favorável para o ensino, pois, o engajamento, participação e desenvolvimento escolar são considerados o fator de mais relevância na medida socioeducativa. Inclusive, o juiz responsável pelo acompanhamento escolar do adolescente/estudante quando possível, faz visitas pessoalmente ou por vídeos chamadas na escola.

4.3 O ESTUDANTE E A MATEMÁTICA NA UNIDADE 1

Os alunos geralmente enfrentam dificuldades para expressar e explicar os processos matemáticos utilizados, embora sejam capazes de realizar cálculos mentais simples, como adição e subtração.

A falta de domínio da língua portuguesa é um fator que interfere diretamente no processo de resolução de problemas, e em alguns casos é agravado por uma defasagem ainda mais crítica, com alunos chegando com níveis de alfabetização pré-silábicos. Isso impacta negativamente na recuperação contínua e paralela, bem como no aprofundamento dos conhecimentos matemáticos desses alunos em comparação com aqueles que frequentam o ensino regular.

4.4 UNIDADE DE ENSINO 2: ESCOLA DE ENSINO INTEGRAL

A escola em questão é uma instituição de ensino integral com uma longa história, que recentemente passou a fazer parte do Programa de Ensino Integral (PEI).

Atualmente, a escola conta com nove turmas em cada período, divididas em dois turnos: o primeiro período vai das 7h às 14h e o segundo, das 14h15 às 21h15. O que difere em relação ao modelo de ensino tradicional é que os professores têm exclusividade de jornada na unidade de ensino, ou seja, aquele

que leciona no primeiro período encerra suas atividades às 16h, enquanto o professor do segundo período inicia sua jornada às 12h15.

Dessa forma, ambos os professores cumprem uma jornada de oito horas diárias, com uma hora para o almoço no caso do primeiro período e uma hora para o jantar no segundo período. As duas horas que antecedem ou sucedem a entrada e saída dos estudantes são exclusivamente dedicadas a reuniões pedagógicas com pautas gerais, específicas de área e alinhamentos em geral, que são distribuídas ao longo dos dias letivos da semana.

Os estudantes matriculados na unidade são em grande parte originários das proximidades e estão passando por um período de adaptação ao novo modelo PEI, incluindo o currículo, grade de ensino, horários de aulas, refeições e outras mudanças.

Embora alguns alunos tenham se adaptado bem ao modelo centrado no aluno, com seu papel de protagonista no processo de ensino e aprendizagem, outros ainda estão se ajustando. Por isso, o currículo inclui uma variedade de disciplinas, como Protagonismo, Orientação de Estudos e Clube Juvenil, que visam apoiar o estudante em seu papel de protagonista.

Em resposta a essas mudanças no modelo de ensino e vida acadêmica dos estudantes, a escola acredita em metodologias de ensino diversificadas e apoia a aplicação de técnicas como o MMR - Métodos de Melhorias de Resultados. No entanto, muitos alunos desta unidade de ensino ainda estão se adaptando ao modelo PEI e isso é compreensível, dado o histórico escolar e os impactos da pandemia.

Além disso, a pandemia teve um impacto significativo na educação dos estudantes. Em 2020 e 2021, muitos estudantes estiveram em fases 100% remotas ou em fases híbridas, com aulas parciais em casa e na escola. Para que o processo de ensino e aprendizagem seja eficiente, é necessária uma rotina de estudos e acompanhamento dos responsáveis. Entretanto, muitos responsáveis trabalhavam e não podiam acompanhar seus filhos em casa. Isso levou a uma grande parcela de alunos, principalmente na escola pública, a perder o aprendizado significativo.

De acordo com o teórico do aprendizado significativo, Ausubel (1982), a base prepositiva e preexistente é fundamental para que ocorra uma aprendizagem significativa. No contexto educacional pandêmico entre 2020 e 2021, com ênfase em 2020, tornou-se mais difícil para muitos alunos desenvolverem uma base sólida de conhecimento prévio.

No momento, lidamos com uma janela de atraso aproximada de dois anos no aprendizado e de muitas maneiras diferentes, busca-se atenuá-las. Sobre os possíveis impactos da pandemia da COVID-19 no processo de aprendizagem podemos citar que:

As crianças e adolescentes foram impactadas diretamente pela pandemia de COVID -19. O processo de ensino e aprendizagem foi interrompido abruptamente e as tentativas de continuidade das atividades educacionais não foram adequadas para propiciar um ensino de qualidade a todos. A crise sanitária agravou a crise social já existente no Brasil, [...]. A ruptura e a mudança de rotina fragilizaram o aprendizado, dificultando a fixação do conhecimento e a continuidade na formação educacional e curricular. A desigualdade entre as classes sociais ajudou a excluir os alunos do processo educacional e também aumentou a evasão escolar. Pessoas mais desfavorecidas tornaram-se mais vulneráveis propiciando o déficit de aprendizagem em crianças e adolescentes que não se alimentam adequadamente, resultando em um subdesenvolvimento intelectual. (SILVA, 2022, p. 5-6).

4.5 O ESTUDANTE E A MATEMÁTICA NA UNIDADE 2

De acordo com o IDESP referente ao ano letivo de 2021, os estudantes do 9º ano do Ensino Fundamental obtiveram um desempenho médio de 2,5720 em Matemática, em comparação com a média estadual de 2,70. A distribuição percentual dos alunos por níveis de desempenho foi a seguinte: 33,70% Abaixo do Básico, 57,61% Básico, 6,52% Adequado e 2,17% Avançado.

Com base nesses indicadores, a meta para o próximo ano é atingir um desempenho médio de 2,99 em Matemática.

Após minuciosa análise desses índices em conjunto com os colegas, chegamos a um consenso sobre as possíveis causas dos problemas observados

no aprendizado dos alunos. Identificamos que há problemas centrados no aprendiz, tais como dificuldades na interpretação de problemas matemáticos e na compreensão de gráficos e tabelas.

Também notamos que há problemas centrados na prática educacional, como a necessidade de aprimorar a leitura e interpretação de textos em diferentes disciplinas da BNCC, bem como a importância de atividades que estimulem o desenvolvimento do pensamento crítico dos alunos.

Além disso, identificamos uma falta de formação adequada dos docentes para a utilização de diferentes metodologias de ensino, o que pode estar afetando a qualidade do aprendizado dos alunos.

Observa-se que, de maneira semelhante ao que ocorre na unidade 1, porém em menor grau, os estudantes do 9º ano do ensino fundamental apresentam deficiências na consolidação das habilidades básicas do final do ciclo anterior, que corresponde ao 5º ano do ensino fundamental.

CAPÍTULO 5 – DESENVOLVIMENTO DA SEQUÊNCIA DIDÁTICA

Este capítulo abordará a construção, formulação, e processo de ensino e aprendizagem durante a realização da atividade.

5.1 ATIVIDADES DIDÁTICAS APLICADAS NAS DUAS UNIDADES DE ENSINO

A sequência didática foi elaborada com fichas de atividades que visam recuperar habilidades não consolidadas pelos alunos, identificadas previamente na Avaliação Diagnóstica de Entrada. Essas atividades foram utilizadas tanto na Recuperação Continuada como na Semana de Estudos Intensivos do 4º bimestre na Unidade de Ensino 1.

Já na Unidade de Ensino 2, a sequência didática foi integrada ao Plano de Ação de nivelamento e recuperação de habilidades, seguindo o MMR. Como a Unidade de Ensino 1 possui turmas multisseriadas do 6º ao 9º ano/série, o nível de conteúdo abordado foi nivelado com habilidades do sexto e sétimo ano, visto que as atividades foram direcionadas para recuperação e aprofundamento. As fichas de atividades foram desenvolvidas para as turmas fundamental A e C.

Por outro lado, na escola PEI, as turmas são seriadas de acordo com o ano/série regular e a faixa etária dos alunos, com nove turmas distribuídas em dois sextos anos, dois sétimos anos, dois oitavos anos e três nonos anos.

As fichas de atividades abordaram o conteúdo do currículo paulista e utilizaram recursos como a História da Matemática da China. Algumas atividades exclusivamente abordaram o conteúdo sob uma perspectiva histórica, já que os alunos já haviam estudado o conteúdo previsto pelo Currículo Paulista.

O Currículo Paulista define e explicita, a todos os profissionais da educação que atuam no Estado, as competências e as habilidades essenciais para o desenvolvimento cognitivo, social e emocional dos estudantes paulistas e considera sempre sua formação integral na

perspectiva do desenvolvimento humano. (COPED/SEDUC, 2019, p.11).

O trabalho utilizou a História da Matemática Chinesa nas atividades dos estudantes em processo de recuperação e aprofundamento, tanto para os alunos inseridos em privação de liberdade de uma cidade do interior de São Paulo, quanto para os alunos da escola integral.

Embora as justificativas para a utilização das atividades sejam diferentes, ou seja, a aplicação da sequência de atividades na SEI, UNIDADE 1, e como plano de ação do MMR na UNIDADE 2, o objetivo é o mesmo: recuperar habilidades essenciais.

5.2 HABILIDADES DO CURRÍCULO PAULISTA RELACIONADAS AOS CAPÍTULOS SELECIONADOS DE “ OS NOVE CAPÍTULOS SOBRE A ARTE DA MATEMÁTICA”

A sequência de atividades, como mencionado anteriormente, foi baseada em dois capítulos dos Nove Capítulos da Matemática. No entanto, a atividade 1 não foi direcionada por esses dois capítulos, pois foi inserida como introdução para familiarização com a História e a Língua Chinesa.

Essa atividade consistiu em exercícios que abordaram o sistema de numeração chinês, seus símbolos e a resolução de problemas que envolviam expressões numéricas e interpretação. A atividade foi focada em operações de adição, subtração, divisão e multiplicação com números naturais.

De acordo com o Currículo Paulista (Secretaria da Educação do Estado de São Paulo), as habilidades que se relacionam com os exercícios dessa primeira parte são as seguintes:

(EF06MA03) Resolver e elaborar problemas que envolvam cálculos (mentais ou escritos, exatos ou aproximados) com números naturais, por meio de estratégias variadas, com compreensão dos processos neles envolvidos com e sem uso de calculadora. (CURRÍCULO PAULISTA, 2019, p.251)

(EF06MA06) Resolver e elaborar situações-problema que envolvam as ideias de múltiplo e de divisor, reconhecendo os números primos, múltiplos e divisores. (CURRÍCULO PAULISTA, 2019, p. 252)

A atividade 2 foi inspirada no capítulo 4, intitulado "Quanto Mede?", ou "Shao Kuang" na tradução de Liu Hui, que aborda cálculos de área e volume. Na adaptação dessa atividade, além de trabalhar os cálculos de área e volume por meio de fórmulas usadas na Matemática Moderna, também foi possível explorar a conversão de medidas utilizando números decimais.

No primeiro exercício, os estudantes iniciaram completaram uma tabela de conversão de medidas realizando operações de adição e multiplicação com números decimais, estabelecendo uma base para as etapas seguintes da sequência.

A tabela de conversão tinha objetivo de auxiliar a desenvolver algoritmos dos demais exercícios. No entanto, é importante mencionar que, mesmo tendo os dados prontos na tabela, alguns estudantes optaram por refazer os cálculos a cada exercício.

Nessa etapa foi possível relacionar as habilidades

(EF06MA02) Reconhecer o sistema de numeração decimal, como o que prevaleceu no mundo ocidental, e destacar semelhanças e diferenças com outros sistemas, de modo a sistematizar suas principais características (base, valor posicional e função do zero), utilizando, inclusive, a composição e decomposição de números naturais e números racionais em sua representação decimal. (CURRÍCULO PAULISTA, 2019, p.251).

(EF06MA11) Resolver e elaborar situações-problema com números racionais positivos na representação decimal, envolvendo as quatro operações fundamentais e a potenciação, por meio de estratégias diversas, utilizando estimativas e arredondamentos para verificar a razoabilidade de respostas, com e sem uso de calculadora. (CURRÍCULO PAULISTA, 2019, p.252).

(EF06MA24) Resolver e elaborar situações-problema que envolvam as grandezas comprimento, massa, tempo, temperatura, área (triângulos e retângulos), capacidade e volume (sólidos formados por blocos retangulares), sem uso de fórmulas, inseridos, sempre que possível, em contextos oriundos de situações reais e/ou relacionadas às outras áreas do conhecimento. (CURRÍCULO PAULISTA, 2019, p.254).

A atividade 3 foi inspirada no capítulo 5 do livro de Liu Hui, intitulado "Quadrados e Cubos". Esse capítulo originalmente abordava contextos relacionados a terraplenagem e volume.

No entanto, na adaptação que realizamos, desenvolvemos exercícios que exploravam a história da dinastia chinesa que atribuía até mesmo significados religiosos aos quadrados mágicos.

No início da atividade, os estudantes foram introduzidos à origem dos quadrados mágicos. Em seguida, por meio dos exercícios, eles puderam desenvolver algoritmos relacionados às características e composição desses quadrados.

Pudemos relacionar as seguintes habilidades do Currículo Paulista:

(EF06MA03) Resolver e elaborar problemas que envolvam cálculos (mentais ou escritos, exatos ou aproximados) com números naturais, por meio de estratégias variadas, com compreensão dos processos neles envolvidos com e sem uso de calculadora. (CURRÍCULO PAULISTA, 2019, p.251)

(EF06MA09) Resolver e elaborar situações-problema que envolvam o cálculo da fração de uma quantidade e cujo resultado seja um número natural, com e sem uso de calculadora. (CURRÍCULO PAULISTA, 2019, p.252)

(EF08MA02) Resolver e elaborar situações-problema usando a relação entre potenciação e radiciação, para representar uma raiz como potência de expoente fracionário. (adaptado) (CURRÍCULO PAULISTA, 2019, p.260).

Caminhando para o final da sequência de atividades, a atividade 4 abordou a multiplicação chinesa utilizando o método das varetas, que originalmente havia sido realizado com varetas de bambu. Nessa atividade, as varetas foram substituídas por linhas verticais e horizontais, permitindo que os estudantes compreendessem o algoritmo e o procedimento adotado pelos chineses para obter o resultado.

Além disso, essa atividade resgatou conceitos de direção e sentido, como diagonal, vertical e horizontal, aos estudantes. Ela foi abrangente, pois

apresentou um método de multiplicação que pôde ser aplicado em diferentes contextos.

(EF06MA03) Resolver e elaborar problemas que envolvam cálculos (mentais ou escritos, exatos ou aproximados) com números naturais, por meio de estratégias variadas, com compreensão dos processos neles envolvidos com e sem uso de calculadora. (CURRÍCULO PAULISTA, 2019, p.251).

A atividade 5 abrangeu todas as habilidades descritas, pois propôs aos estudantes que desenvolvessem um produto pedagógico relacionado às atividades anteriormente desenvolvidas. Os produtos podem ser observados no próximo capítulo deste trabalho.

É importante destacar que, na sequência didática, no cabeçalho, apenas a descrição da principal habilidade da atividade foi fornecida, deixando opcional para aqueles que replicarem essa atividade incluírem todas as habilidades.

5.3 APLICAÇÃO DA SEQUÊNCIA DE ATIVIDADES NA UNIDADE 1

As turmas foram organizadas para realizarem a Sequência de Atividades seguindo o critério de habilidades de acordo com os alunos matriculados nas turmas multisseriadas.

Duas turmas desenvolveram as atividades. O fundamental A, contemplando estudantes de oitavos e nonos anos e o fundamental C, estudantes de sextos e sétimos anos. Participaram da prática das atividades um total de 11 alunos distribuídos nas duas turmas citadas.

Considerando a forma como é realizada a divisão das turmas na unidade de ensino, a sequência de atividades foi dividida em quatro etapas. Primeira e segunda etapa com habilidades destinadas ao fundamental C, terceira e quarta etapa com habilidades a serem desenvolvidas pelo fundamental A.

Seguindo o critério de alunos, turmas e multisseriação, a turma do fundamental A realizou as atividades 3, 4 e 5, enquanto a turma do Fundamental C realizou as atividades 1, 2 e 5.

Considerando as habilidades previstas na BNCC as atividades desenvolvidas pelas turmas foram realizadas de tal maneira, que cada aluno praticasse e aprofundasse suas competências leitora e de interpretação de texto, pois, além da recuperação e aprofundamento matemático, tais competências são essências à sua formação crítica.

A proposta foi iniciada na SEI, 4º bimestre de 2021, por meio de sensibilização sobre a construção de uma matemática baseada nas necessidades. Em seguida, no segundo momento, as folhas de atividades foram entregues e individualmente cada aluno desenvolveu a sua sequência.

Saliento que a sequência de atividades contou com quatro partes, e a parte final orientou os estudantes a construírem um produto pedagógico através do conhecimento alcançado ao terem contato com a sequência. Respeitando as necessidades de cada série, a sequência foi dividida em duas partes para o Fundamental C e em outras duas partes para o Fundamental A.

5.4 DESCRIÇÃO DOS CONTEÚDOS ABORDADOS NAS PARTES DEFINIDAS

As questões das fichas da primeira parte estão diretamente relacionada com as capacidades leitoras e interpretativas. Os alunos foram estimulados a lerem, interpretarem e traduzirem textos/termos, números floridos e expressões numéricas envolvendo língua chinesa para que só assim pudessem desenvolver algoritmos resolutivos. Após a realização das atividades do primeiro tópico o objetivo, conforme descrito no cabeçalho abaixo seria a compreensão do Sistema Decimal.

Figura 7 – Cabeçalho da primeira parte da atividade

Tema	Operações entre números naturais com o recurso da nomenclatura e linguagem chinesa
Objetivo	Compreender a construção histórica do sistema decimal na China e sua relação com o nosso sistema numérico
Requisitos	Ter visto previamente operações de adição, subtração, divisão e multiplicação entre números naturais e expressões numéricas.
Aulas	2 aulas de 45 minutos
Turma	Ensino Fundamental Multisseriado C (6º e 7º anos – predominando 6º ano)
Recursos	Atividade impressa, folha avulsa para resoluções, lápis, borracha e caneta.

Olá, espero que esteja bem! Hoje iremos embarcar em um túnel do tempo e regressar à dinastia Han. A **Dinastia Han** foi uma **dinastia chinesa** que durou de **206 a.C.** até **220 d.C.** Veremos como os chineses primórdios desenvolveram e colaboraram com a Matemática que conhecemos, a Matemática Ocidental. Para isso, desenvolveremos uma sequência de atividades que terão como recurso a HISTÓRIA DA MATEMÁTICA e através da leitura e fatos históricos de colaboradores da construção matemática vamos compreender construções e diferentes maneiras de trabalharmos alguns conceitos e conteúdos matemáticos.

A China e a Matemática

一	1	六	6	百	100
二	2	七	7	千	1000
三	3	八	8	萬	10000
四	4	九	9		
五	5	十	10		

Sabe esses símbolos aqui ao lado?! Fazem parte do sistema de numeração chinesa milenar e são chamados **números floridos**. Nesse sistema, a base é decimal e possui ideográficos específicos

... números de 1 a 9 e para as potências da base 10 até 10.000.

Fonte: Autoria Própria

Na segunda parte, os estudantes, obrigatoriamente precisaram converter unidades de medidas chinesas para as que praticam em seu cotidiano para obterem cálculos de área e volume.

Figura 8 – Cabeçalho da segunda parte

Objetivo	Interpretar, contextualizar e converter medidas e grandezas.
Habilidades	(EF06MA24) Resolver e elaborar situações problema que envolvam as grandezas comprimento, massa, tempo, temperatura, área (sólidos formados por blocos retangulares), sem uso de fórmulas, inseridos, sempre que possível, em contextos oriundos de situações reais e/ou relacionadas às outras áreas do conhecimento.
Requisitos	Ter visto previamente cálculos de áreas e volumes.
Aulas	2 aulas de 45 minutos
Turma	6º ano A, 6º ano B, 7º ano A e 7º ano B
Recursos	Computador ou smart tv ou lousa digital, atividade impressa, folha avulsa para resoluções, lápis, borracha e caneta.

Dando continuidade à nossa sequência de atividades, hoje iremos compreender um pouco mais da contribuição Matemática histórica da China.

Medidas de comprimento chinesa

Os chineses expressam as medidas usadas para o cálculo de área e volume de forma diferente, porém, podem ser convertidas conforme descrito na atividade abaixo.

Fonte: Autoria Própria

As partes 3 e 4 avançam no objeto de estudo nessa ordem: método resolutivo de preenchimento do QUADRADO MÁGICO CHINES na parte 3 através do método de La Loubere , onde é possível conhecer a lenda do surgimento do quadrado mágico chinês, sua importância e recorre à potenciação, divisão, multiplicação e sequência numérica para sua solução. Por

fim, na parte 4 avança-se para o MÉTODO DE MULTIPLICAÇÃO CHINESA com varetas através da contagem de pontos de intersecção de segmentos de retas representados por varetas e que era realizada pelos ancestrais chineses através de varetas fabricadas com bambu.

5.5 APLICAÇÃO DA SEQUÊNCIA DE ATIVIDADES NA UNIDADE 2

A mesma sequência de atividades foi desenvolvida, porém, mediada por distintos professores da área de Matemática e Ciências da Natureza não sendo aplicadas especificamente por mim.

Nesta unidade, em média 300 alunos divididos em 9 turmas tiveram acesso a este material. Por se tratar de escola PEI (Programa de Ensino Integral) a possibilidade de integração de projetos e planos de ação é necessária. Neste caso, como já mencionado no capítulo 4.1, esta sequência de atividades tornou-se um plano de ação do MMR e por isso, denominada uma ação comum da área.

Ela foi desenvolvida no 2º bimestre, primeiro semestre de 2022 e aplicada por três professores distintos, porém, mesma área. A professora X desenvolveu nas três turmas de nonos anos, o professor Y nas duas turmas de sextos anos e sétimos anos, por fim, desenvolvemos nas duas turmas de oitavos anos.

Cada etapa foi desenvolvida em prazos pré estabelecidos em planejamento e registrada devidamente para envio de resultados para a diretoria de ensino da região. Abaixo, momento da apresentação dos resultados para as supervisoras da diretoria de ensino da região da unidade de ensino, realizada em 18 de maio de 2022.

Figura 9- Registro da reunião de resultados do Plano de Ação



Fonte: Autoria Própria

Os alunos dos sextos e sétimos anos desenvolveram as sequências de atividades 1 e 2, relacionadas ao Sistema Posicional Chinês, Língua Chinesa e Medidas de Comprimento.

O professor Y optou por desenvolver a atividade em duplas e/ou trios devido à indisponibilidade de papel e tinta para impressão na unidade de ensino, podendo assim utilizar apenas uma impressão para cada agrupamento de estudantes.

Figura 10 - Alunos realizando as atividades na sala de inovação



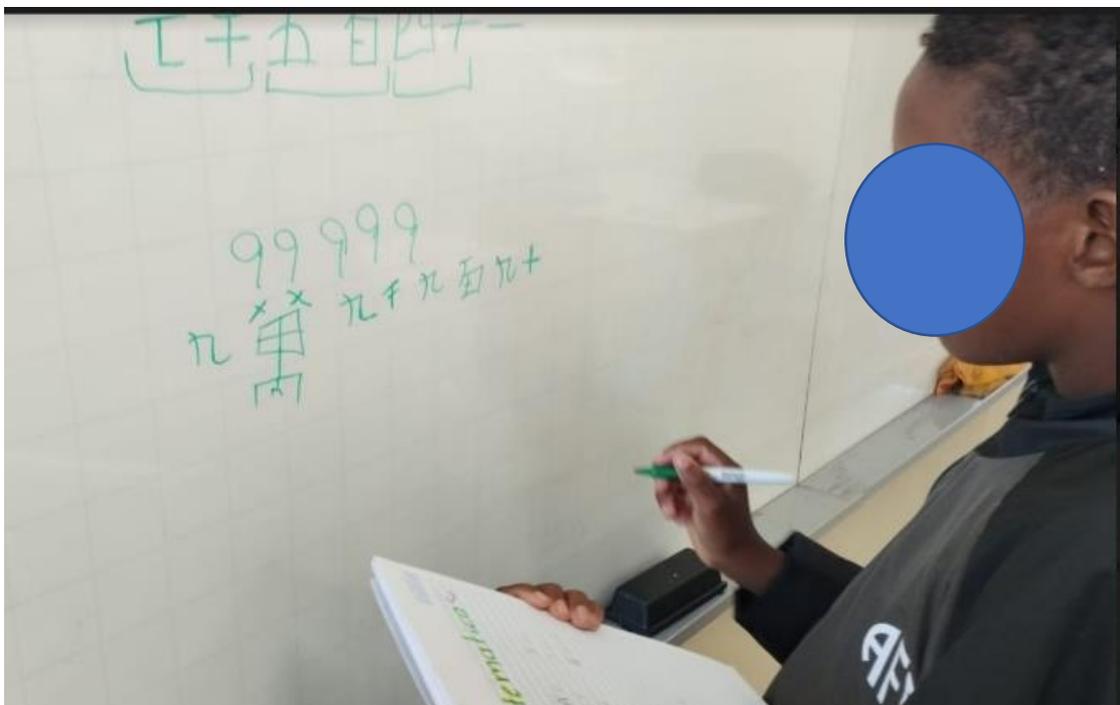
Fonte: Autoria Própria

Figura 11 - Apresentação de vídeos sobre a História da Matemática Chinesa



Fonte: Autoria Própria

Figura 12 – Interação e socialização através do compartilhamento na lousa

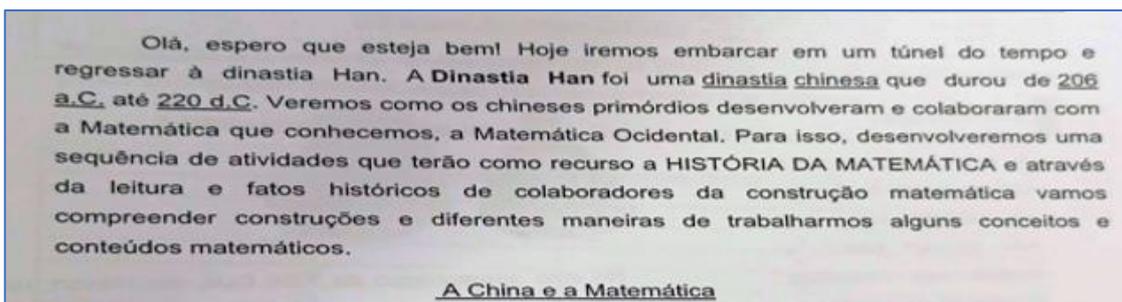


Fonte: Autoria Própria

As atividades desenvolvidas pelos alunos dos sextos e sétimos anos foram realizadas no caderno, consultando as fichas de atividades para organizarem os algoritmos resolutivos. Observe que, em relação a sequência de atividades desenvolvida na unidade 1, ocorreu alterações na estrutura das questões e roteiro. Explicitaremos melhor, as diferenças, através de análise comparativa.

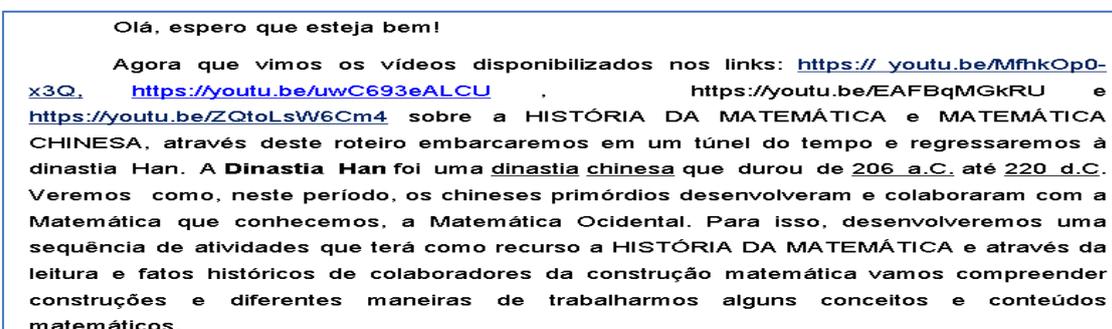
Como houve intervalo de um semestre entre os desenvolvimentos das atividades aplicadas nas duas unidades de ensino, foi possível adaptações e aprimoramentos. Por exemplo, na introdução da primeira atividade da unidade 1, não foi possível adicionar link de vídeos para ilustrar, por terem acesso restrito a computadores e rede de internet, porém, na unidade 2 não há restrições. Observe:

Figura 13 - Introdução unidade 1 sem link de vídeo



Fonte: Autoria Própria

Figura 14 – Introdução unidade 2 com link de vídeo



Fonte: Autoria Própria

Outra adaptação e aprimoramento é notado na reformulação da atividade 1.2 , que tem sua resposta partindo de dados individuais de cada aluno. Observe como ela foi proposta em cada unidade de ensino:

Figura 15 – Unidade 1 - Atividade 2 realizada por estudantes antes da reformulação

Atividade 2 – FAMILIARIDADE NA ESCRITA DE UM NÚMERO

Reescreva os números a seguir de acordo com o Sistema Decimal Multiplicativo dos chineses utilizando os números floridos. Siga o exemplo acima.

a) 986 九 × 百 + 八 × 十 + 六

b) 445 四 × 百 + 四 × 十 + 五

c) 235 二 × 百 + 三 × 十 + 五

d) 1123 一 × 千 + 一 × 百 + 二 × 十 + 三

Fonte: Autoria Própria

Figura 16 – Unidade 2 - Atividade 1.2 pós reformulação

Atividade 1.2 – FAMILIARIDADE NA ESCRITA DE UM NÚMERO

Reescreva os números a seguir de acordo com o Sistema de Numeração Chinesa utilizando os números floridos. Siga o exemplo 1.

a) Você nasceu em qual dia do mês?

b) Em que mês você nasceu?

c) Em que ano você nasceu?

d) Estamos em qual ano?

Fonte: A autoria Própria

Considerando a clareza de dados e adaptações citadas acima, anexe apenas a sequência de atividades com o aprimoramento e alterações realizadas no campo de anexos deste trabalho.

Destacamos que as alterações realizadas não modificaram habilidades, ordem da sequência ou objetivos. Foram pontuais e se relacionaram em sua maioria ao layout, divisão de páginas e tabulação de exercícios.

Um exemplo das alterações realizadas pode ser visto nas primeiras fichas de atividades realizadas na unidade 1. Antes, elas estavam divididas em ATIVIDADE 1, ATIVIDADE 2, Com a alteração sugerida pelo orientador, a parte 1 foi dividida em 1.1, 1.2, ..., e a parte 2 em 2.1, 2.2, 2.3,

Outro detalhe acrescentado na PARTE 3 foi a inclusão do recurso de vídeo introdutório. Diferentemente da unidade 2, a unidade 1, nas atividades desenvolvidas no item 3.1, não pôde acompanhar vídeos devido a restrições de acesso.

Figura 17 – Descrição dos acessos aos vídeos introdutórios



Fonte: Autoria Própria

Com o término das fichas de atividades todas as turmas foram instigadas por meio da atividade 5 a criarem com o conhecimento adquirido um produto pedagógico manipulável. Na unidade 1 esta parte não estava escrita como demonstrado abaixo, foi diálogada.

Figura 18 – Sugestões de construções de produtos pedagógicos

Tema	Apresentando seu produto pedagógico
Objetivo	Construir um jogo, material manipulativo ou esquema dinâmico que aplique e ilustre o quadrado mágico chinês e multiplicação chinesa
Habilidades	(EF06MA03) Solucionar e propor problemas que envolvam cálculos (mentais ou escritos, exatos ou aproximados) com números naturais, por meio de estratégias pessoais, com compreensão dos processos neles envolvidos com e sem uso de calculadora
Requisitos	Compreender toda fração como representação de uma divisão.
Aulas	2 aulas de 45 minutos
Ano/Série	8º ano A, 8º ano B, 9º ano A e 9º ano B
Recursos	Computador ou smart tv ou lousa digital, atividade impressa, folha avulsa para resoluções, lápis, borracha e caneta.

5.1 APRESENTANDO OS RESULTADOS

Vamos nos reunir em grupos e pensarmos em um jogo, dinâmica ou material manipulativo que envolva o QUADRADO MÁGICO CHINÊS e MULTIPLICAÇÃO CHINESA.

5.2 – SUGESTÃO PARA O QUADRADO MÁGICO CHINÊS

Pode ser feito um grande tabuleiro móvel com números em cartões e os alunos podem organizar regras para construírem um quadrado mágico dinâmico.

5.3 – SUGESTÃO PARA A CONSTRUÇÃO DA MULTIPLICAÇÃO CHINESA

Poderiam ser feitas com varetas personalizadas com cores específicas para cada ordem e classe do Sistema Posicional.

Fonte: Autoria Própria

CAPÍTULO 6 – ANALISANDO OS IMPACTOS DA REALIZAÇÃO DAS ATIVIDADES NAS UNIDADES DE ENSINO

Vamos comparar, relacionar e analisar pontos essenciais dos desenvolvimentos das atividades de forma qualitativa verificando seu impacto e se o aprendizado de fato foi significativo.

6.1 ANÁLISE DAS ATIVIDADES DESENVOLVIDAS NAS UNIDADES 1 E 2

Em ambas as unidades de ensino, não foram identificadas grandes dificuldades na parte 1, que, assim como em todas as partes da sequência didática envolvia a leitura e interpretação, porém, requeria aprofundamento na compreensão do sistema de numeração posicional e princípio da multiplicação do sistema. A imagem a seguir traz um recorte da resolução das atividades 1.5 e 1.6 que envolve traduzir, resolver problemas e expressões numéricas.

Figura 19 - Resolução das atividades 1.5 e 1.6 estudante – UNIDADE 1

Atividade 6 – RESOLVENDO PROBLEMAS CHINESES

a) $(\text{èr} - \text{shí}) + \text{sì}$ tartarugas precisam ser alimentadas e cada uma come $\text{shí} - \text{èr}$ folhas de hortaliças. Quantas folhas de hortaliças serão necessárias para alimentar as $(\text{èr} - \text{shí}) + \text{sì}$ tartarugas? 288 folhas de hortaliças.

b) Alguns pássaros primitivos chineses com mais de cem milhões de anos do gênero "Sapeornis", segundo uma pesquisa, possuíam grandes penas nos membros traseiros, que integravam sì asas. Qual o total de asas de uma revoada com $(\text{èr} - \text{bāi}) + \text{yī}$ pássaros? 804 ASAS

Atividade 7 – TRANSFORMANDO

Encontre as soluções e em seguida coloque as expressões numéricas na linguagem chinesa.

a) $(23.4) - 12 = \text{DÀ} - \text{SHÍ}$

b) $45 - 34 + 132 = \text{BĀI} + (\text{sì} - \text{SHÍ}) + \text{SĀN}$

c) $239 - 5 + (14.7) = (\text{SĀN} - \text{BĀI}) + (\text{SĀN} - \text{SHÍ}) + \text{ÈR}$

Handwritten calculations and notes: $24 \times 12 = 288$, $203 \times 4 = 804$, and "Realizou cálculos mentais".

Fonte: Autoria Própria

É imprescindível ressaltar que a conclusão das atividades da parte 2 demandou cálculos que envolveram adição, multiplicação e divisão, uma vez que as tarefas incluíram a conversão de medidas, cálculo de áreas e volumes. As figuras 20 e 21 apresentam o trabalho de um aluno de cada unidade de ensino, com o intuito de exemplificar a necessidade de realizar cálculos mais detalhados.

Figura 20 – Algoritmos resolutivos das atividades 2.2 e 2.4 estudante –
UNIDADE1

ATIVIDADE 2

23
 $\times 23$
 69
 46 +
 529

15
 $\times 23$
 45
 30 +
 34,5

15 cm

a) 34,5
 $\times 23$
 1035
 690 +
 793,5

Neste exercício foi possibilitado o arredondamento, já que, no exercício número 1) havia realizado os cálculos de conversão e para estes itens os consulta como referência para os novos cálculos

Não descreveu/identificou o resultado
 $A = 793,5 \text{ cm}^2$

b)

23
 $\times 42$
 46
 23 +
 276

21
 276
 $\times 345$
 1380
 1104 +
 828 +
 9522,0

Faltou dividir por 2.

ATIVIDADE 4

23
 $\times 22$
 46
 46 +
 506

23
 $\times 12$
 46
 23 +
 276

23
 $\times 6$
 138

506
 $\times 276$
 3036
 3542 +
 1012 +
 139656

Continua na página seguinte

Fonte: Autoria Própria

Figura 21 – Algoritmos resolutivos da atividade 2.4 estudante – UNIDADE2

Handwritten mathematical work on lined paper showing two columns of calculations. The left column shows a subtraction problem: $276480 - 3456 = 1858880$, followed by a series of additions: $1382400+$, $1105920+$, $829440+$, and 955514880 . The right column shows a multiplication problem: $955514880 \times 2 = 477741644$. There are also some smaller numbers and symbols scattered around, including '15', '11', '34', '08', and '00'. Two large checkmarks are drawn across the work.

Fonte: Autoria Própria

Como ocorreu mediações no decorrer do desenvolvimento das atividades, alguns alunos com menos defasagem ou dificuldades conseguiu elaborar de maneira organizada e clara. Como no caso do estudante da unidade 1, que tem sua resolução exposta na Figura 22.

Figura 22 – Algoritmos resolutivos da atividades 2.2 estudante – UNIDADE1

Atividade 2.2)

a) 1 chi = 23,04
 15 cum é igual a

$$\begin{array}{r} 2,304 \\ \times 15 \\ \hline 11520 \\ 2304+ \\ \hline 34,560 \end{array}$$

Área é igual
 1 chi . 15 cum = 23,04 . 34,560 = 796,26240 cm

$$\begin{array}{r} 34,560 \\ \times 23,04 \\ \hline 138240 \\ 00000+ \\ 103680++ \\ 69120+++ \\ \hline 796,26240 \end{array}$$

b)

10 chi = 230,40 ✓
 12 chi = 230,40 + 23,04 + 23,04 ✓

$$\begin{array}{r} 230,40 \\ 23,04 \\ 23,04 \\ \hline 276,48 \text{ cm} \end{array}$$

15 cum = 34,560

Área do triângulo é igual

a) $\frac{15 \text{ cum} \cdot 12 \text{ chi}}{2} = \frac{34,560 \times 276,48}{2} = 4777,5744$ ✓

$$\begin{array}{r} 34560 \\ 27,648 \\ \hline 276480 \\ 138240+ \\ 207360++ \\ 241920+++ \\ 69120+++ \\ \hline 9555148,80 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 955514880 \mid 2 \\ 15 \\ 15 \\ 15 \\ 11 \\ 14 \\ 08 \\ 08 \\ 00 \end{array}$$

Fonte: Autoria Própria

Figura 23 – Algoritmo resolutivo das atividades 2.3 e 2.4 estudante – UNIDADE 1

Atividade 2.3)

$$230,40 = A \quad \sqrt{A} = \sqrt{230,40}$$

$\begin{array}{r} 13 \\ \times 13 \\ \hline 39 \\ 13+ \\ \hline 169 \end{array}$	$\begin{array}{r} 15 \\ \times 15 \\ \hline 75 \\ 15+ \\ \hline 225 \end{array}$
--	--

Cada lado mede aproximadamente 15 u.m.
u.m. = unidade de medida

Atividade 2.4)

3 cum. 9 chi. 22 chi

22 chi	9 chi	3 cum
--------	-------	-------

$$\begin{array}{r} 23,04 \\ \times 22 \\ \hline 4608 \\ 4608+ \\ \hline 506,88 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 23,04 \\ \times 9 \\ \hline 207,36 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2,304 \\ \times 3 \\ \hline 6,912 \end{array}$$

Capacidade em litros é $506,88 \cdot 207,36 \cdot 6,912$

$\begin{array}{r} 506,88 \\ \cdot 207,36 \\ \hline 304128 \\ 152064+ \\ 354816++ \\ 00000+++ \\ \hline 104376++++ \\ 105106,6368 \end{array}$	$\begin{array}{r} 1051066368 \\ \cdot 6912 \\ \hline 2102132736 \\ 1051066368+ \\ 9459597312++ \\ 6306398208+++ \\ \hline 726497,0735616 \end{array}$
---	---

Capacidade é 726.497,0735616

Fonte: Autoria Própria

As figuras 22 e 23 evidenciam que o aluno organizou as etapas e explicou o processo de maneira clara, revelando domínio das operações matemáticas

necessárias. Em relação aos outros colegas da Fundação Casa, o aluno se destacou pela qualidade da organização do seu trabalho, demonstrando habilidade e atenção aos detalhes.

Na parte 3, O QUADRADO MÁGICO CHINÊS, a maior dificuldade apresentada unanimemente foi a compreensão da fórmula da soma dos n números do quadrado, dada por $S_n = 1 + 2 + 3 + 4 + \dots + n^2 = \frac{n^2(n^2+1)}{2}$. A resposta abaixo exemplifica uma situação, específica, em que um aluno da unidade 2 constrói os quadrados, mas, não conclui as demais etapas para definir a Constante Mágica. Há algumas observações na imagem.

Figura 24 – Respostas parciais das atividades 3.3 e 3.5 estudante – UNIDADE

2

3.3

Quadrado mágico 5x5
 e o quadrado mágico
 usando a contribuição
 de Leibniz.

17	24	1	8	15	17
23	5	7	14	16	23
4	6	13	20	22	4
10	12	19	21	3	10
11	18	25	2	9	

3.5

31	40	49	2	11	20	29
30	39	48	1	10	19	28
38	47	7	9	18	27	29
46	6	8	17	26	35	46
5	14	16	25	34	45	5
13	15	24	33	44	4	13

Enunciado: Monte o quadrado mágico de ordem 7, determine a soma de todos os números e sua constante mágica.

Observação: Fez apenas a primeira parte.

não prosseguiu com algoritmo para obter:

- Constante mágica
- Soma de todos os números

Fonte: Autoria Própria

Durante os trabalhos na unidade 1, acompanhamos integralmente os alunos e pude auxiliá-los em sala de aula devido ao baixo número de estudantes. No entanto, mesmo com o auxílio, os alunos apresentaram dificuldade em compreender a hierarquia de operações e potenciação. Essa dificuldade persistiu durante todo o desenvolvimento da unidade.

Para exemplificar, veja a ilustração de resolução completa na Figura 25.

Figura 25 – Resolução completa – atividade 3.3 estudante – UNIDADE 1

Citricidade | utilize os passos ao lado, determine sua ordem, soma total dos números e constante na diagonal do quadrado a seguir.

17	24	1	8	15
23	5	7	14	16
4	6	13	20	22
11	12	19	21	3
18	18	25	2	9

$n = 5$

$n^2 = 5^2 = 25$

$n^2 \frac{(n^2 + 1)}{2} = 25 \cdot \frac{(25 + 1)}{2} = 26$

$\frac{5^2(5^2 + 1)}{2} = \frac{25 \cdot (25 + 1)}{2} = 26$

$\frac{325}{5} = 2565$

$\frac{325}{5} = 2565$

n : A ordem é 5^a a soma é 65.

nome: *razão entre soma dos lados $n^2 = 35$ 9^a .*

Todos os cálculos descritos com algoritmo bem desenvolvido.

Fonte: Autoria Própria

É importante destacar que, na unidade 2, todos os estudantes precisaram copiar cada enunciado, uma vez que a sequência não foi impressa. Isso demandou mais tempo para a conclusão de cada parte do trabalho.

Na parte 4, que abordou a técnica da multiplicação chinesa, observei um maior engajamento e autonomia dos alunos nas resoluções. No entanto, alguns estudantes apresentaram dificuldades pontuais relacionadas ao significado da palavra 'diagonal'.

Além disso, no último item, que solicitava a conferência do resultado gerado através da multiplicação chinesa utilizando o algoritmo convencional, alguns alunos também apresentaram dificuldade. Esse algoritmo faz parte do currículo comum dos anos iniciais de aprendizado. Nas imagens 26,27,28 e 29 podemos ver as resoluções das duas unidades.

Figura 26 – Enunciado e resolução - atividade 4.1 – UNIDADE 2

Atividade

Crie uma multiplicação chinesa no espaço abaixo marque que representam no horizontal, vertical e descreva todo processo multiplicação.

264×322

Atividade

4.1) Reproduza a multiplicação chinesa segundo as orientações descritas.

1243×32

a) Identifique os algoritmos formados pelas varietas verticais e horizontais escreva-os nas linhas ao lado das varietas.

Fonte: Autoria Própria

Figura 27 – Enunciado e resolução - atividade 4.1 - continuação – UNIDADE 2

b- Escreva qual é a multiplicação formada pelas varietas

c- Marque os pontos de interação formada pelos encontros das varietas.

d- Trace as diagonais e pome os pontos de interações caso a soma da ultima diagonal seja maior que 10 coloque o 0 na frente. Exemplo: se a soma for 4 escreva 04.

e- Marque as somas na ordem e pome os algoritmos de dois em dois, mantendo fixo o ultimo algoritmo da direita - 0308161706 → 39.776

f- Qual é o resultado obtido?

g- Faça o calculo usando seu método habitual e compare os resultados.

1248	
x 32	
2496	
37296	
39776	

Fonte: Autoria Própria

Figura 28 – Resolução - atividade 4.1 estudante – UNIDADE 1

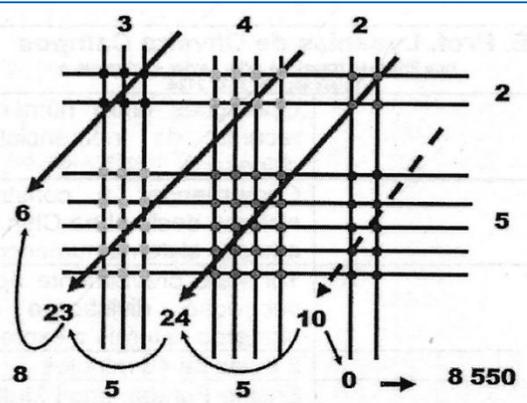


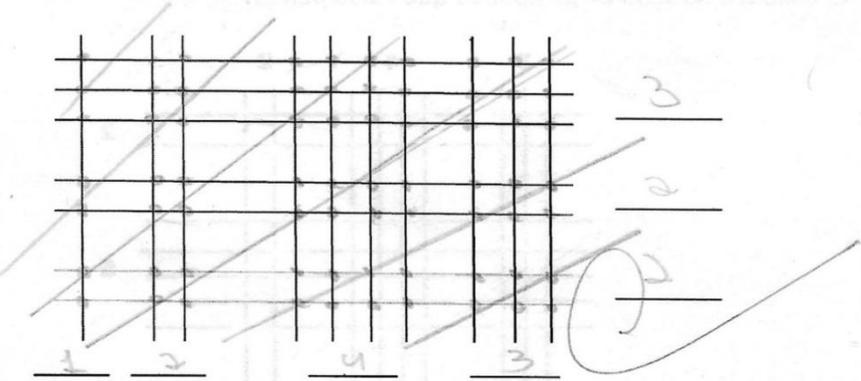
Figura 2: Método Chinês – Passo 2

6 23 24 10

E quando um dos dígitos for o algarismo zero?

Sabe-se que o produto de um número por zero é sempre zero, então se utiliza um único traço de cor diferente daquela utilizada nos demais traços e ao contar nas diagonais os cruzamentos, despreza-se aqueles onde está o zero.

Atividade 1) Reproduza a multiplicação chinesa seguindo as orientações descritas.



a) Identifique os algarismos formados pelas varetas verticais e horizontais, escreva-os nas linhas ao lado das varetas.

b) Escreva qual é a multiplicação formada pelas varetas.

1243 x 322

c) Marque os pontos de interseção formados pelos encontros das varetas.

na imagem

d) Trace as diagonais e some os pontos de interseção.

na imagem

16

Figura 29 – Resolução - atividade 4.1 estudante – continuação - UNIDADE 1

e) Marque as somas na ordem e some os algarismos de dois em dois, mantendo fixo o último algarismo da direita.

f) Qual o resultado obtido? 400246

g) Faça o cálculo usando seu método habitual e compare os resultados.

Espaço para cálculos

Dica: Veja o exemplo dado nas figuras 1 e 2 e siga os padrões.

Fonte: Autoria Própria

Tanto na unidade 1 quanto na unidade 2, foi observado que os estudantes demonstraram interesse em compreender outra língua e método resolutivo de outra cultura. Apesar da defasagem e evasão escolar na unidade 1, os alunos se engajaram na aprendizagem, mesmo tendo dificuldades com o processo resolutivo de multiplicação, divisão e potenciação.

No entanto, quando alguns alunos relembavam ou aprendiam o processo, compartilhavam seus conhecimentos com os demais, enriquecendo o ambiente de aprendizado. É salientar que, embora as respostas parecessem mais organizadas, essa percepção pode ter sido influenciada pelo pequeno número de estudantes por sala, o que possibilitou orientações mais individualizadas e mediações sem ruídos.

Os momentos mais lúdicos envolveram tentativas de pronunciar os principais números chineses, a construção de quadrados mágicos, a busca pela soma de todos os termos que formavam o quadrado e a multiplicação chinesa com varetas, que envolveu a soma de pontos no processo de diagonalização.

Os alunos discutiam e questionavam bastante, inclusive argumentando entre si quando chegavam a resultados diferentes.

Na unidade 2, a pandemia e a dificuldade inerente ao ano/série foram fatores que afetaram a resolução das atividades pelos alunos. No entanto, como as fichas foram desenvolvidas em trios, os professores foram menos acionados para auxílio, já que os alunos puderam trabalhar colaborativamente e pesquisar em conjunto para sanar suas dúvidas.

Considerando as diferenças entre as estruturas das escolas, é notável que os alunos das duas unidades de ensino tiveram acessos distintos a recursos e espaços.

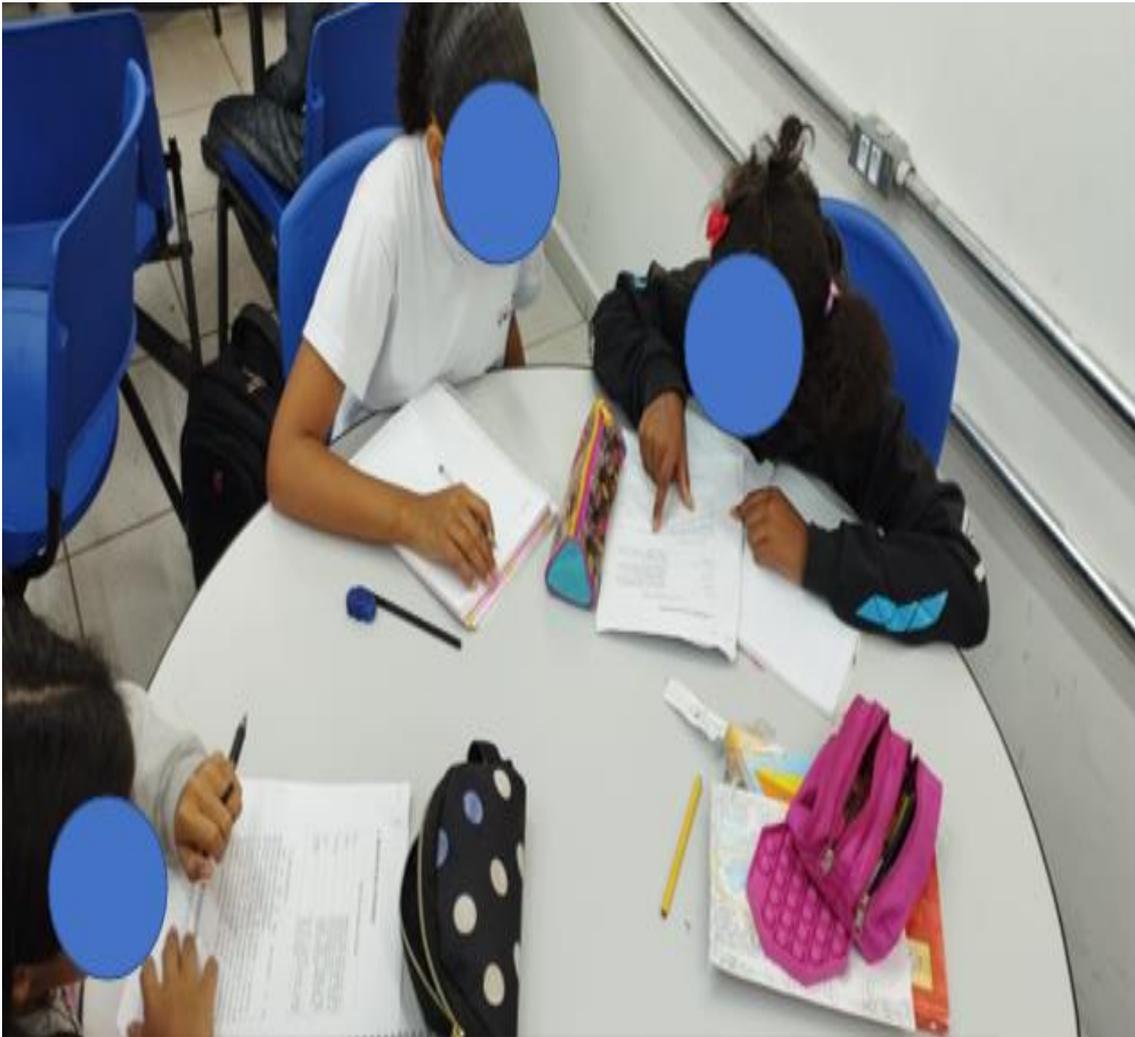
Na Fundação Casa, os estudantes não puderam transitar livremente entre os ambientes e todo o material utilizado na aula foi entregue no início e recolhido no final. Além disso, não contaram com recursos audiovisuais ou computacionais.

Por outro lado, na unidade 2, os alunos puderam se deslocar entre diferentes espaços para realizar as atividades, incluindo a sala de inovação que conta com recursos como mesas redondas, lousa digital, celulares, óculos 3D, notebooks de uso exclusivo dos alunos e televisão. Ademais, a disponibilidade de rede de internet possibilitou o uso de dispositivos pessoais como ferramenta pedagógica.

No que se refere à impressão da sequência de atividades, na unidade 1 cada aluno teve acesso a uma cópia, já na unidade 2, foram disponibilizadas quinze cópias para todas as turmas. Isso acarretou a necessidade de agrupar os alunos em duplas ou trios para realização das resoluções, que foram feitas em folhas avulsas e parcialmente no caderno.

Observe a disposição dos grupos de estudos na unidade de ensino 2 nas figuras 30 e 31.

Figura 30 – Agrupamento de estudos



Fonte: Autoria Própria

Figura 31 – Agrupamento de estudos



Fonte: Autoria Própria

Para encerrar este capítulo, gostaria de compartilhar a avaliação e opinião de um estudante da unidade 1 sobre a sequência didática abordada. No entanto, é importante ressaltar que essa é apenas uma opinião e que outros alunos tiveram perspectivas diferentes.

Também gostaria de informar que serão disponibilizados alguns anexos relacionados às resoluções discutidas neste capítulo. Esses anexos podem fornecer informações adicionais e ajudar na compreensão dos tópicos abordados.

Figura 32 – Avaliação de estudante – UNIDADE 1

AVALIAÇÃO DO ALUNO SOBRE A ATIVIDADE

a) Escreva sua opinião sobre a sequência de atividades abordando a “História da Matemática Chinesa”?

Difícil mais da hora de fazer

b) Encontrou dificuldades? Quais?

a linguagem chinesa

c) Do que mais gostou?

do quadrado mágico

Fonte: Autoria Própria

6.2 CONTRIBUIÇÕES

Na unidade 1, após a realização das atividades, ocorreu a ambientação das salas nos dois últimos dias de aula. Com a autorização da gestão escolar, durante esse período, os alunos de outras turmas, inclusive do ensino médio, puderam visitar as salas do Fundamental A e C, que já estavam ambientadas. Durante essa ocasião, os alunos compartilharam seus aprendizados de forma prática, utilizando os produtos pedagógicos que eles mesmos desenvolveram.

Figura 33 – Sala ambientada Matemática Chinesa

Figura 33 – Sala ambientada Matemática Chinesa



Fonte: Autoria Própria

Nos dias dedicados à ambientação das salas de aula, desenvolvi atividades relacionadas à matemática babilônica e indiana nas turmas do Fundamental B e D. Essas atividades não seguiram uma sequência específica, mas foram realizadas como atividades pontuais de aprofundamento. A seguir, são apresentadas imagens que mostram como as turmas ambientaram a sala de acordo com as atividades realizadas.

Figura 34 – Sala ambientada Fundamental B Matemática Indiana



Fonte: Autoria Própria

Figura 35– Sala ambientada Matemática Babilônica



Fonte: Autoria Própria

6.3 RESULTADOS

Considerando que a finalidade da elaboração das fichas de atividades foi o aprofundamento de habilidades não consolidadas e que como metodologia recorreu-se a História da Matemática Chinesa, avaliando o processo de realização das turmas contempladas, considero que os resultados foram alcançados.

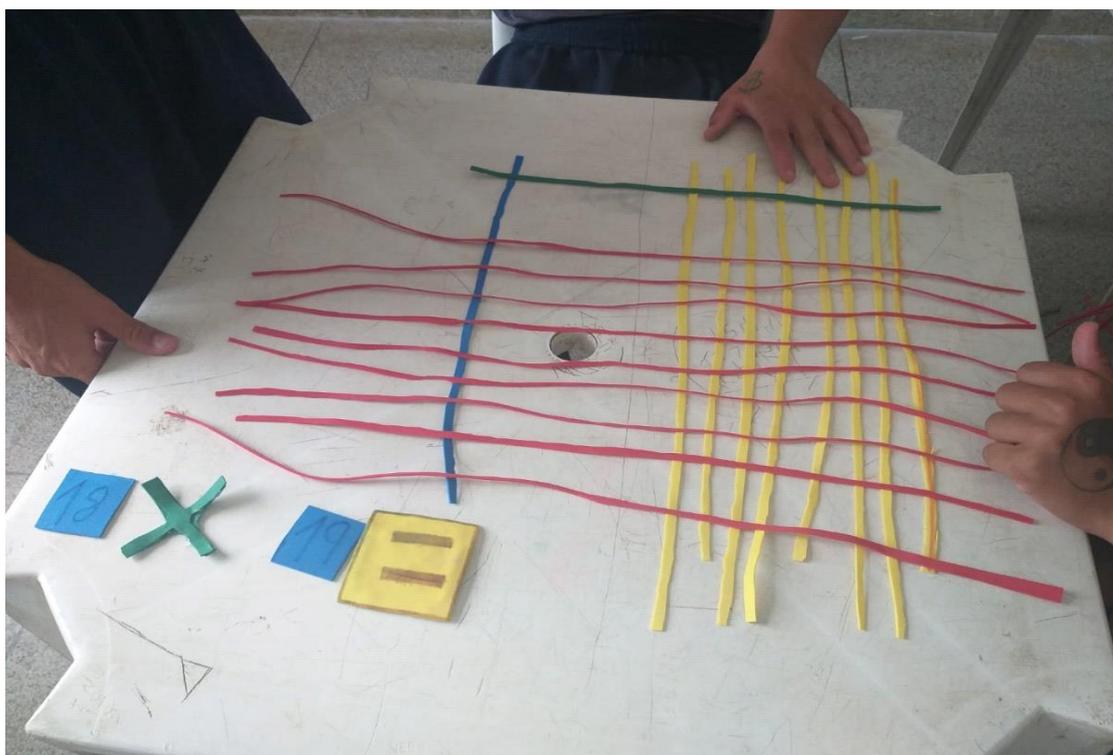
Na unidade 1, o objetivo foi aprofundar as habilidades dos alunos ao longo da Semana de Estudos Intensivos. O desenvolvimento de cada ficha de atividade com recursos da história da matemática e da língua chinesa facilitou o processo, uma vez que a curiosidade foi um grande estímulo para as resoluções.

Os alunos se mostraram engajados e acharam fascinante compreender e reproduzir os algoritmos criados pelos chineses. Houve uma parceria intensa e troca de ideias entre aqueles que já compreendiam o conteúdo e aqueles que ainda estavam em processo de aprendizagem, em momentos oportunos.

Devido à particularidade de ser um público de alunos em restrição de liberdade, houve muito entusiasmo e animosidade em compartilhar e reproduzir o que estavam aprendendo com colegas de outras turmas e até mesmo com colaboradores da unidade de ensino. Os alunos estavam ávidos por demonstrar seu progresso a cada aula.

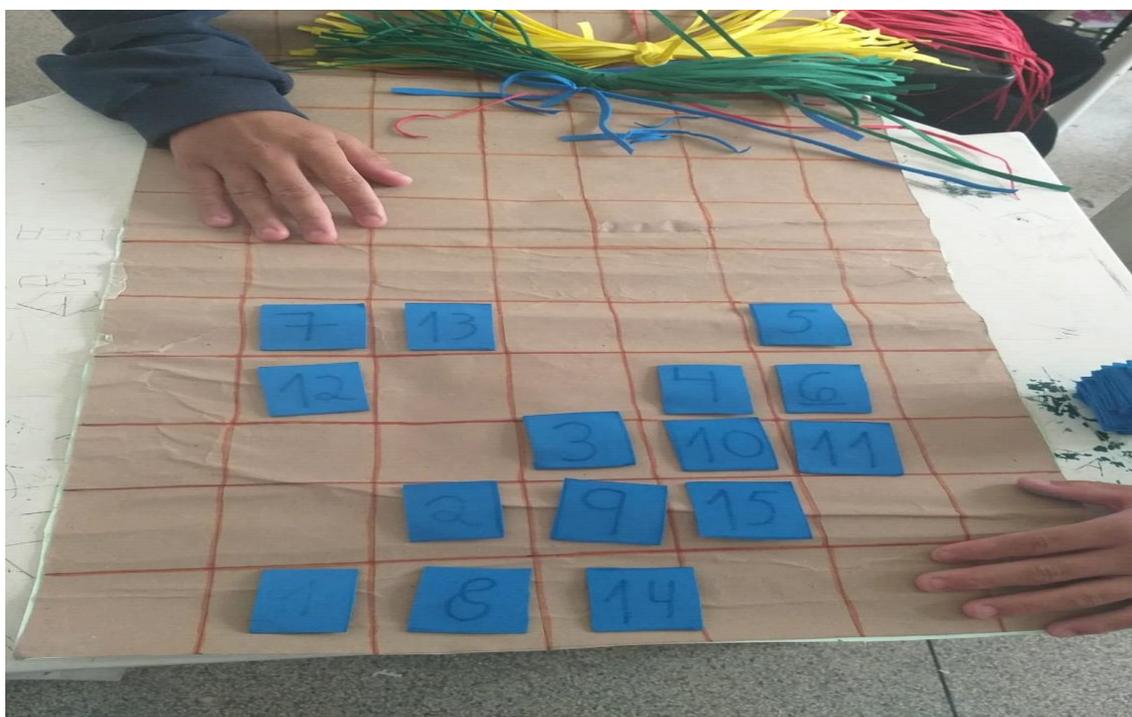
Receberam a proposta de desenvolver um produto pedagógico após as resoluções da sequência de atividades, podendo aplicar e consolidar o que compreenderam elaborando material manipulativo e compartilhar com os demais colegas que não pertenciam a sua sala, nos ambientes comuns e na visitação nos últimos dias letivos. Nas Figuras 36 e 37 apresentamos.

Figura 36 – Multiplicação Chinesa manipulável



Fonte: Autoria Própria

Figura 37 – Quadrado Mágico manipulável



Fonte: Autoria Própria

O desempenho dos alunos na unidade 2 foi mais consolidado e tangível, uma vez que as atividades foram realizadas como parte do MMR Método de Melhorias de Resultados e como parte de um plano de ação para abordar habilidades não contempladas por ele. Além disso, os alunos continuaram a seguir o currículo paulista, o que contribuiu para o sucesso dos resultados.

Em 2023, dados preliminares do Sistema de Avaliação de Rendimento Escolar do Estado de São Paulo (SARESP) foram divulgados, juntamente com o fluxo escolar, compondo parcialmente o Índice de Desenvolvimento da Educação do Estado de São Paulo (IDESP), que serve como base para as ações do MMR. Esses dados analisaram o progresso e o nível de proficiência dos alunos do 9º ano, seguindo critérios específicos.

Figura 38- Descrição dos níveis e providências

ENCAMINHAMENTO PEDAGÓGICO	
NÍVEIS DE PROFICIÊNCIA	MEDIDA A SER TOMADA
Abaixo do Básico	Recuperação Intensiva
Básico	Recuperação Contínua
Adequado	Aprofundamento
Avançado	Desafio

Fonte: Idesp (<https://idesp.edunet.sp.gov.br>). Acesso em 07 de fevereiro de 2022.

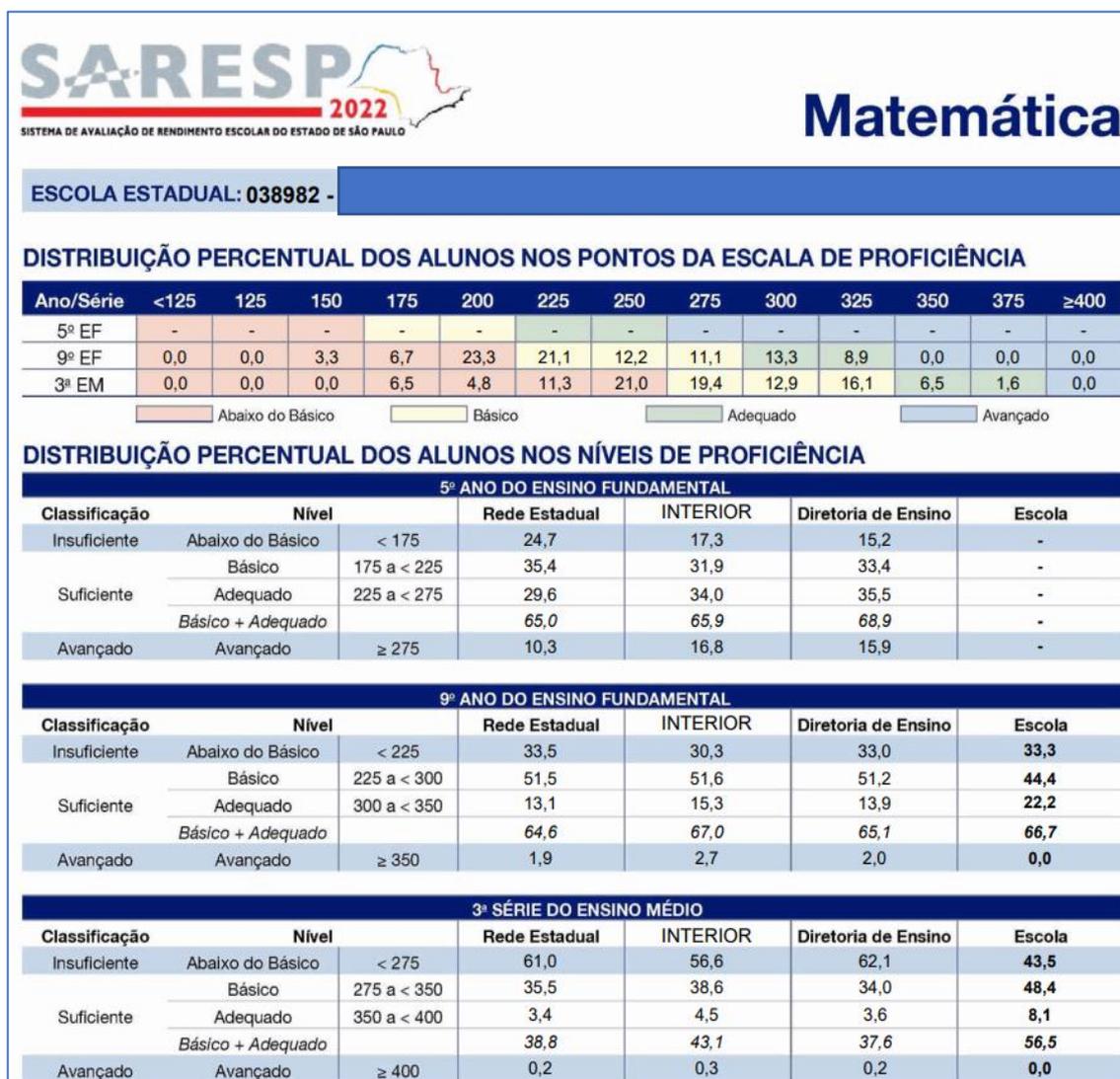
Figura 39 - Descrição dos níveis e providência

MATEMÁTICA			
	5º EF	9º EF	3º EM
Abaixo do Básico	< 175	< 225	< 275
Básico	175 a < 225	225 a < 300	275 a < 350
Adequado	225 a < 275	300 a < 350	350 a < 400
Avançado	≥ 275	≥ 350	≥ 400

Fonte: Idesp (<https://idesp.edunet.sp.gov.br>). Acesso em 07 de fevereiro de 2022.

As figuras 38 e 39 descrevem como são identificados os níveis de proficiência dos alunos, a fim de facilitar a leitura dos dados preliminares apresentados na figura 40 e 41.

Figura 40 – Distribuição percentual dos alunos nos pontos da escola de proficiência



Fonte: Sistema de Avaliação de Rendimento Escolar do Estado de São Paulo. São Paulo: SEE-SP, 2021.

Na Figura 41, é importante observar as colunas referentes ao 9º ano do Ensino Fundamental, que é a série participante dessa sequência de atividades, para este trabalho e sua contribuição.

Figura 41 – Gráfico comparativo



Fonte: Sistema de Avaliação de Rendimento Escolar do Estado de São Paulo. São Paulo: SEE-SP, 2021.

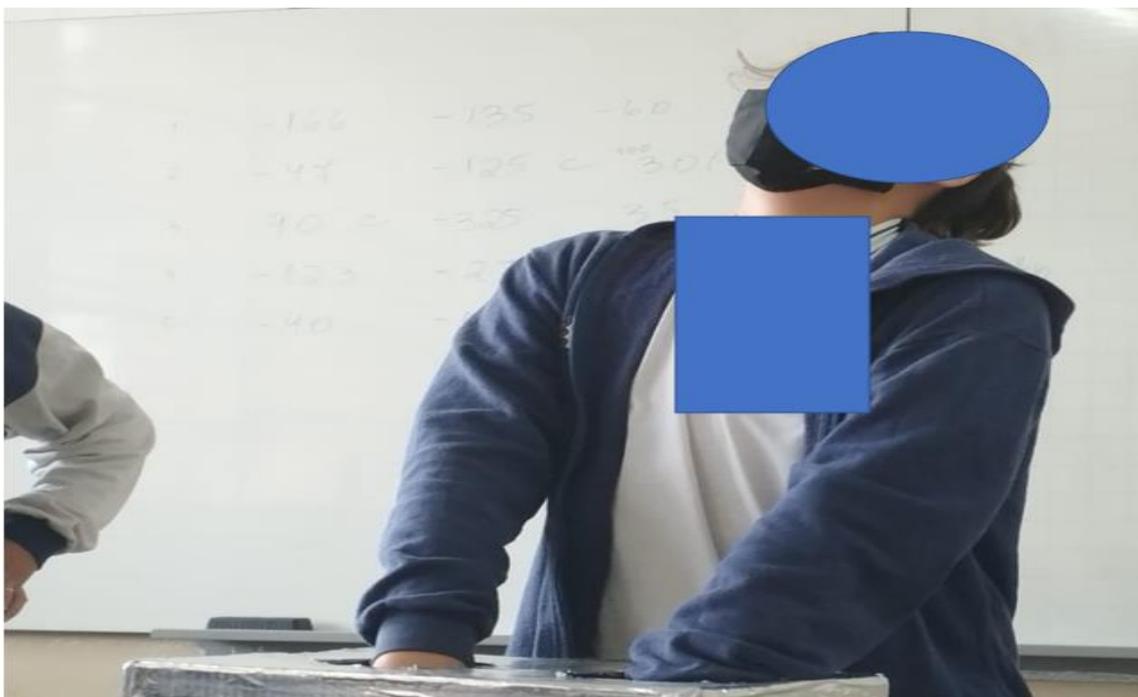
Nesta análise preliminar, é visto que ocorreu migração dos alunos Abaixo do Básico para o Básico; do nível Básico e Avançado para o nível Adequado. São dados agradáveis e positivos à escola. O que deve ser observado são os alunos com nível avançado, em torno de, 1,1 % que regrediram para níveis inferiores, porém de forma global o aumento foi maior.

Após finalizarem as atividades da sequência didática, as turmas da unidade 2 foram sugestionadas assim como as turmas da outra unidade, a produzirem um produto pedagógico, mas nesse caso, para que agregarem ao laboratório de Ciências da Natureza e Matemática.

Os 6ºs anos elaboraram um quiz relacionando a linguagem chinesa e o sistema posicional. A dinâmica do quiz consistia em um aluno ir à frente da

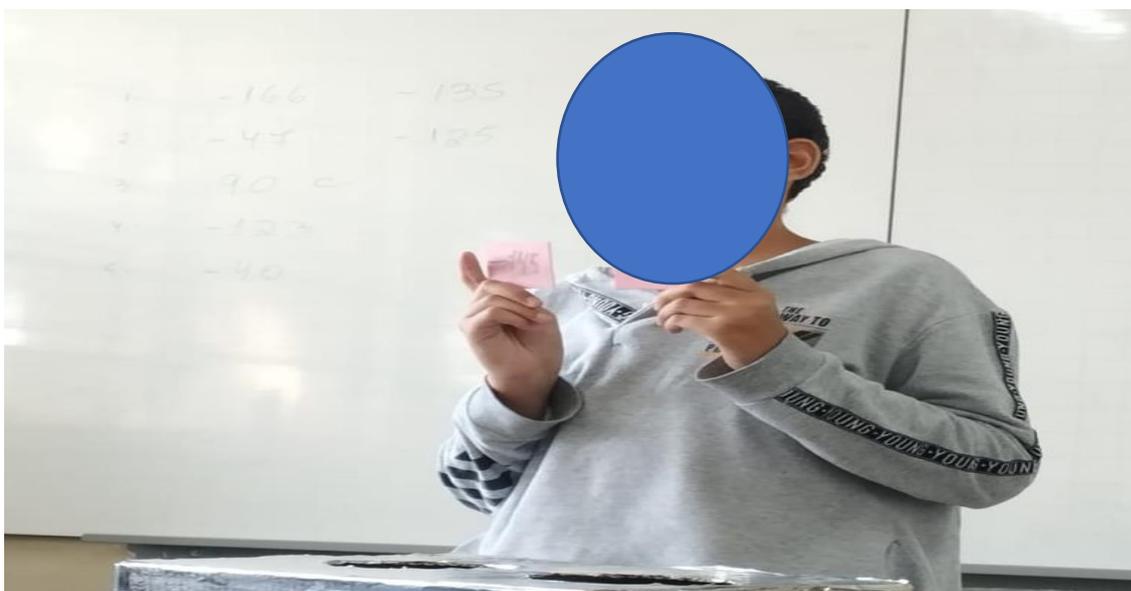
turma, escrever um número na linguagem chinesa na lousa e poderia responder quem retirasse da urna dois números inteiros, calculasse sua soma e acertando a adição, consultando a tabela da sequência de atividade 1, respondia ao quiz.

Figura 42– Aluno retirando as fichas na caixa de sorteio



Fonte: Autoria Própria

Figura 43 – Unidade 2 - Aluno retirando as fichas na caixa de sorteio



Fonte: Autoria Própria

Os produtos pedagógicos elaborados pela unidade 2 ocorreram sem restrições e limitações de materiais, pois, a primeira regra na unidade 1 é, não utilizar material pontiagudo, algo que possa se tornar um instrumento cortante ou que possa trazer periculosidade à situação. Dito isto, observe que na unidade 2 foi possível o uso de varetas, enquanto na unidade 1, para representarem o mesmo produto adaptaram tiras de E.V.A.

Figura 44 – Unidade 2- aluno desenvolvendo Multiplicação Chinesa com varetas



Fonte: Autoria Própria

A Figura 45 traz o último produto pedagógico: kits de quadrados mágicos com manual e orientações de como manipular e calcular suas relações. Foi de autoria dos 8ºs e 9ºs anos e, além de colaborar para o laboratório de Matemática e Ciências da Natureza, esteve exposto e foi divulgado pelos próprios estudantes na feira de Ciências realizada na última semana de novembro de 2022 na unidade de ensino.

Figura 45 – Unidade 2- Quadrado Mágico Chinês Manipulável



Fonte: Autoria Própria

6.4 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Podemos observar nos resultados e nas análises das aplicações das atividades de ensino que foi possível adaptar e desenvolver a sequência didática em unidades de ensino com alunos de realidades antagônicas. A sequência didática foi implementada em duas unidades de ensino com perfis diferentes, mas com o mesmo objetivo de recuperar habilidades matemáticas.

Na Fundação Casa, os estudantes encontraram na História da Matemática Chinesa uma oportunidade para análise, leitura, interpretação e construção de algoritmos, proporcionando uma viagem sem sair do lugar. É importante mencionar que a sequência transcendeu o objetivo de recuperar habilidades, despertando entusiasmo e ludicidade nos alunos. Infelizmente, não foi possível realizar outra atividade para análise de dados mais sólidos e comparações, pois a aplicação ocorreu na última semana de aula, durante a SEI, e não houve oportunidade de reavaliação, pois o ano letivo encerrou imediatamente após.

Na Escola de Ensino Integral, mais recursos foram disponibilizados, como vídeos e imagens dinâmicas, favorecendo a descoberta e viagem dos alunos por meio desses recursos. Independentemente da série/turma, não ocorreu resistência na realização das fichas de atividades, mesmo com as dificuldades nas construções e racionalização das buscas por respostas.

Os alunos possuíam dificuldades em resolver as atividades de forma autônoma, mas buscavam sanar e superar as dúvidas para avançar na sequência didática.

Um ponto importante das aplicações das atividades foi a participação dos professores desenvolvedores nas séries/turmas que não lecionavam, pois eles puderam compartilhar suas percepções e observações sobre a aplicação das atividades em suas respectivas turmas.

A seguir, apresentaremos de forma resumida as afirmações e percepções dos professores. No entanto, para uma leitura mais detalhada e completa, recomendo que consulte o anexo contendo a íntegra da Pesquisa de Aplicação da Sequência Didática.

Professor X afirmou que:

“Trata-se de uma atividade no qual os alunos não tinham o hábito de realizar. Mas com dedicação e atenção nas orientações conseguiam atingir os resultados positivamente”.

Professor Y afirmou que:

“Pelo fato de nosso sistema de numeração ser apenas posicional, tentar entender outros sistemas como o Chinês que também é posicional, mas é aditivo e multiplicativo torna-se complicado, por exemplo, alguns alunos escreverem o número 14 com os símbolos 1 seguido do símbolo 4 (associando a escrita chinesa a nossa), entender que variando a posição variava a operação foi a maior dificuldade”.

O confronto entre as realidades das unidades escolares 1 e 2, bem como a diversidade de perfis dos alunos, invariavelmente levanta a questão da disponibilidade de recursos para o desenvolvimento e aprimoramento das atividades pedagógicas.

Embora contar com uma gama variada de recursos e materiais seja um fator positivo, nem sempre é possível tê-los à disposição, como foi o caso da unidade 1. Isso requer do professor não apenas a capacidade de adaptação, mas também a habilidade de adequar sua prática pedagógica às particularidades do contexto escolar.

Nesse sentido, acredito que a disposição em se comprometer com a educação não é uma obrigação, mas sim um valor fundamental na prática docente.

No entanto, o acesso à mesma metodologia de ensino tornou os estudantes “iguais” autores e protagonistas do próprio aprendizado. Não há restrição de ensino para aqueles que estão em processo de restrição de liberdade, apenas a necessidade de planejamento e adaptação. Como pode ser visto nas imagens, ambos os grupos de estudantes criaram produtos pedagógicos e, nos anexos, pode-se observar as peculiaridades de cada processo.

Embora tenham ocorrido erros durante o processo de resolução, o objetivo não se limitou apenas ao resultado, mas sim a todo o processo de aprendizagem. Nesse sentido, gostaria de destacar a figura 46, que mostra um quadrado mágico criado por uma aluna que se desafiou a ir além das atividades propostas na sequência didática.

Figura 46 – desafio de estudante da UNIDADE 2

69	82	95	108	121	2	15	28	41	54	67	
68	81	94	107	120	1	14	27	40	53	66	68
80	93	106	119	11	13	26	39	52	65	67	80
92	105	118	10	12	25	38	51	64	77	79	92
104	117	9	22	24	37	50	63	76	78	91	104
116	8	21	23	36	49	62	75	88	90	103	16
7	20	33	35	48	61	74	87	39	102	115	7
19	32	34	47	60	73	86	99	102	114	6	19
31	44	46	59	72	85	98	100	113	5	18	31
43	45	58	71	84	97	110	122	4	17	30	43
55	57	70	83	96	109	110	3	16	29	42	55
56	69	82	95	108	122	2	15	28	41	54	

$S_{nm} = \frac{n^2(n^2+1)}{2}$
 $11^2(11^2+1) =$
 $\frac{121(121+1)}{2} =$
 $\frac{121 \cdot 122}{2} = 7381$

$\sqrt{7381} = 85,91$
 $\frac{66}{0} \begin{array}{r} 78 \\ 77 \\ 011 \\ 0 \end{array}$

Constante mágica = 671

ALUNO DO 9º ANO SE DESAFIOU A CONSTRUIR E ENCONTRAR A CONSTANTE MÁGICA DE UM QUADRADO MÁGICO DE ORDEM 11.

Fonte: Autoria Própria

Desenvolver e aplicar as atividades representou uma inovação para mim, pois nunca havia criado uma sequência de atividades com tamanho aprofundamento. Os Nove Capítulos da Arte da Matemática possuem um vasto conjunto de conteúdos e problemáticas, e sentimos que, diante da sua amplitude, escolher apenas dois capítulos foi, de certa maneira, limitado, mas na medida para propósito.

No entanto, essa escolha trouxe a sensação de que ainda há muito por explorar. Ao desenvolvermos e aplicarmos as atividades, pudemos enriquecer nossa prática docente e aprimorar a didática. Foi um desafio lidar com estruturas físicas e organizacionais distintas em um mesmo contexto de atividades, o que contribuiu para maior desenvolvimento profissional.

Além disso, a avaliação, comparação e estudo do desempenho acadêmico não foram exclusivamente direcionados aos alunos. Como exemplo, destacamos o aperfeiçoamento entre a primeira sequência de atividades desenvolvida na unidade 1 e a sequência da unidade 2. Esse aprimoramento foi

constante fruto de discussões com os pares e reflexões em cada etapa das aplicações das atividades.

Por meio dessa experiência, participamos de um momento que não imaginava fazer parte a curto prazo. Fomos convidados a apresentar aos dirigentes de ensino da região onde as unidades escolares estão localizadas como as atividades contribuíram para o plano de ação e aprendizado dos alunos, apresentando evidências e fundamentação teórica. Esse momento pode ser visto na Figura 9.

Como sugestão ao leitor e como próximo passo para aprimorar a prática docente, pretendemos elaborar novas sequências didáticas, explorando diferentes capítulos do livro *Os Nove Capítulos da Arte Matemática*. Para isso, vou adaptar e dosar o aprofundamento de cada capítulo ou exercício de acordo com o perfil e o diagnóstico de habilidades de cada turma envolvida no processo de ensino e aprendizagem. Dessa forma, esperamos ampliar ainda mais o repertório de estratégias didáticas e pedagógicas, e promover uma educação mais significativa e integrada para meus alunos.

Anexos

ANEXO. A – SEQUÊNCIA DE ATIVIDADES 1

1. SEQUÊNCIA DE ATIVIDADES

	
Tema	Operações entre números naturais com o recurso da nomenclatura e linguagem chinesa
Objetivo	Compreender a construção histórica do sistema decimal na China e sua relação com o nosso sistema numérico
Habilidades	(EF06MA03) Solucionar e propor problemas que envolvam cálculos (mentais ou escritos, exatos ou aproximados) com números naturais, por meio de estratégias pessoais, com compreensão dos processos neles envolvidos com e sem uso de calculadora. (EF06MA06) Resolver e elaborar situações-problema que envolvam as ideias de múltiplo e de divisor, reconhecendo os números primos, múltiplos e divisores.
Requisitos	Ter visto previamente operações de adição, subtração, divisão e multiplicação entre números naturais; e expressões numéricas.
Aulas	3 aulas de 45 minutos
Turma(s)	6º ano A, 6º ano B, 7º ano A e 7º ano B
Recursos	Computador ou smart tv ou lousa digital, atividade impressa, folha avulsa para resoluções, lápis, borracha e caneta.

Olá, espero que esteja bem!

Agora que vimos os vídeos disponibilizados nos links: <https://youtu.be/MfhkOp0-x3Q>, <https://youtu.be/uwC693eALCU>, <https://youtu.be/EAFBqMGkRU> e <https://youtu.be/ZQtoLsW6Cm4> sobre a HISTÓRIA DA MATEMÁTICA e MATEMÁTICA CHINESA, através deste roteiro embarcaremos em um túnel do tempo e regressaremos à dinastia Han. A **Dinastia Han** foi uma dinastia chinesa que durou de 206 a.C. até 220 d.C. Veremos como, neste período, os chineses primórdios desenvolveram e colaboraram com a Matemática que conhecemos, a Matemática Ocidental. Para isso, desenvolveremos uma sequência de atividades que terá como recurso a HISTÓRIA DA MATEMÁTICA e através da leitura e fatos históricos de colaboradores da construção matemática vamos compreender construções e diferentes maneiras de trabalharmos alguns conceitos e conteúdos matemáticos.

ANEXO.A1 – A CHINA E A MATEMÁTICA

A China e a Matemática

一	1	六	6	百	100
二	2	七	7	千	1000
三	3	八	8	萬	10000
四	4	九	9		
五	5	十	10		

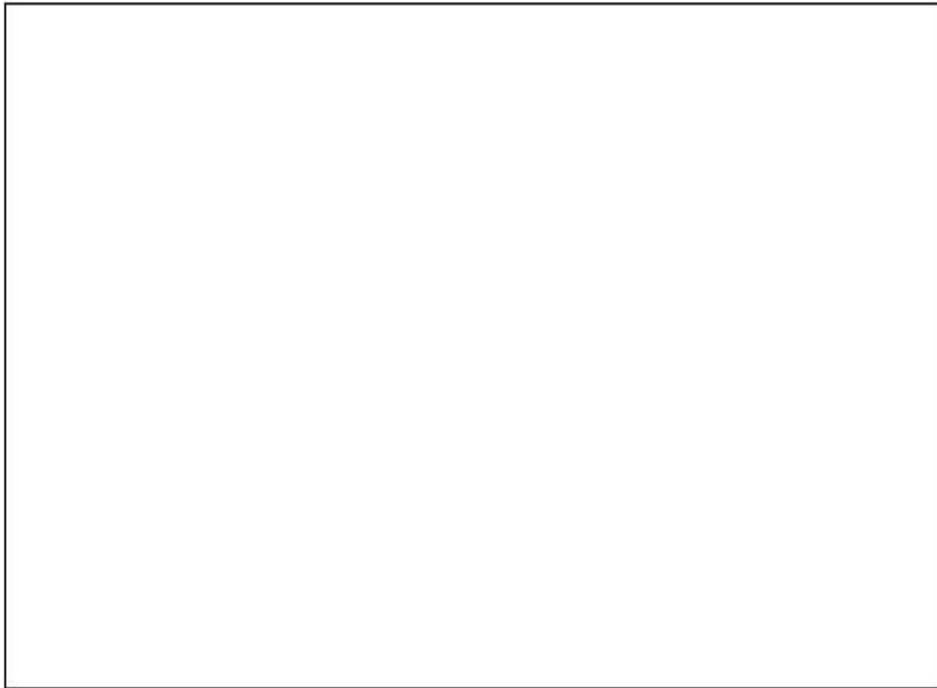
Sabe esses símbolos logo acima?! Fazem parte do sistema de numeração chinesa **milénar** e são chamados **números floridos**. Nesse sistema, a base é decimal e possui ideográfica específica para os números de 1 a 9 e para as potências da base 10 até 10.000.

→ Ideográfico: Que representa as ideias por imagens e símbolos para os números. ←

ANEXO. A2 – TRABALHANDO SUAS HABILIDADES ARTÍSTICAS

Atividade 1.1 – TRABALHANDO SUAS HABILIDADES ARTÍSTICAS

No espaço abaixo reproduza os números floridos da imagem acima.



Curiosidades

A leitura dos escritos chineses era realizada na vertical, pois, por não possuir papel, a escrita era realizada em placas de bambu.

ANEXO. A3 – REGISTRO HISTÓRICO E PRNCÍPIO DA MULTIPLICAÇÃO NA NUMERAÇÃO CHINESA

No sítio arqueológico de Xiao Dun, em Henan, na China, Ossos, carapaças e cascos de tartarugas (Jiaguwen), indicavam presença do sistema decimal multiplicativo.



Veja abaixo um exemplo de como reescrever um número indo-arábico no Sistema multiplicativo chinês.

Princípio da multiplicação na Numeração Chinesa

Os antigos chineses escreviam, por exemplo, o número 894 como

$$894 = 8 \times 100 + 9 \times 10 + 4$$

八百九十四

Exemplo 1

Acima temos, respectivamente, os símbolos de 8, 100, 9, 10 e 4. Quando se tem um símbolo menor à esquerda, multiplicamo-lo pelo número à direita. Note que há o princípio multiplicativo, mas não se coloca o símbolo da multiplicação, segue-se apenas a ordem.

Verifique que para escrevermos no Sistema de Numeração Posicional que usamos atualmente, fazemos da mesma forma. Observe:

894 =	8X100	+	9X10	+	4X1	= 800 + 90 + 4
-------	-------	---	------	---	-----	----------------

ANEXO. A4 – FAMILIARIDADE NA ESCRITA DE UM NÚMERO**Atividade 1.2 – FAMILIARIDADE NA ESCRITA DE UM NÚMERO**

Reescreva os números a seguir de acordo com o Sistema de Numeração Chinesa utilizando os números floridos. Siga o exemplo 1.

a) Você nasceu em qual dia do mês?

b) Em que mês você nasceu?

c) Em que ano você nasceu?

d) Estamos em qual ano?

e) Qual é a sua idade?

ANEXO. A5 – UM POUCO DA LÍNGUA CHINESA

Um pouco da Língua Chinesa

PAUSA PARA ENTENDERMOS A PRONÚNCIA DO NÚMERO CHINES. Acesse o link e ouça com muita atenção!

<https://www.youtube.com/watch?v=iBqHSs5KnJ8>

Aproveitando que estão se familiarizando com os símbolos chineses que tal conhecer um pouco da linguagem chinesa através das representações dos números.

A tabela abaixo descreve a leitura do Sistema de Numeração Decimal Chinês.

Representação dos números em Chines	
<i>yī</i>	1
<i>èr</i>	2
<i>sān</i>	3
<i>sì</i>	4
<i>wū</i>	5
<i>liù</i>	6
<i>qī</i>	7
<i>bā</i>	8
<i>jiǔ</i>	9
<i>shí</i>	10
<i>shí – yī (10 + 1)</i>	11
<i>shí – èr (10 + 2)</i>	12
<i>èr – shí (dois 10)</i>	20
⋮	⋮
<i>bāi</i>	100
<i>èr – bāi (dois 100)</i>	200

Tabela 1

Quero reforçar que o nosso sistema de numeração também é decimal, pois, qualquer número é formado pelos 10 algarismos: 0,1,2,3,4,5,6,7,8 ou 9. Assim torna-se mais direta a nossa adaptação dos algarismos chineses para os algarismos indo-arábicos.

ANEXO. A6 – ANALIDANDO ALGUMAS DIFERENÇAS**Atividade 1.3 – ANALISANDO ALGUMAS DIFERENÇAS**

a) Consultando a tabela 1 identifique quais números são representados abaixo.

shí – sǎn = _____

bāi – wū = _____

b) Se invertermos as palavras de lugar obteremos outros números. Escreva quais serão.

c) Escreva um número chinês diferente dos que estão sendo ilustrados na tabela e nos itens anteriores seguindo os critérios de formação.

ANEXO. A7 – A ESCRITA DE UM NÚMERO CHINÊS

A ESCRITA DE UM NÚMERO CHINÊS

Vimos que um número qualquer pode ser decomposto em nosso Sistema de Numeração Decimal da seguinte forma:

$$800 + 90 + 4$$

$$894 = 8 \times 100 + 9 \times 10 + 4 \text{ e assim era escrito em algarismos chineses.}$$

Veja 894 na linguagem chinesa, porém aqui utilizaremos como sinal de multiplicação o ponto (.), pois se usarmos o (x) possivelmente haverá confusões.

Não é o sinal negativo, mas de acordo com a tabela faz parte da composição do número e representa um traço.

$$\begin{array}{ccc}
 & \swarrow & \searrow \\
 (b\bar{a} - bai) & & (jiú - shí) \\
 \underline{\quad} & & \underline{\quad} \\
 800 & & 90
 \end{array}
 \quad
 \underline{\quad} \quad \underline{\quad} \quad \underline{\quad} \quad \Rightarrow \quad (b\bar{a} - bai) (jiú - shí) sì$$

Exemplo 2

ANEXO. A8 – CÁLCULOS ENVOLVENDO OPERAÇÕES ELEMENTARES UTILIZANDO A LINGUAGEM CHINESA

Atividade 1.5 – CÁLCULOS ENVOLVENDO OPERAÇÕES ELEMENTARES UTILIZANDO A LINGUAGEM CHINESA

Reescreva cada expressão utilizando a numeração indo-arábica e faça os cálculos das expressões numéricas.

$$a) (s\bar{i} - sh\bar{i}) + ((s\bar{a}n - sh\bar{i}) + ji\acute{u})$$

$$b) (ji\acute{u} - sh\bar{i}) + (ji\acute{u} - b\bar{a}i) - (sh\bar{i} - \grave{e}r)$$

ANEXO. A9 - CÁLCULOS ENVOLVENDO OPERAÇÕES ELEMENTARES UTILIZANDO A LINGUAGEM CHINESA - CONTINUAÇÃO

$$c) \text{liù} . [(\text{èr} - \text{shí}) + \text{sān}]$$

$$d) [qī . (\text{shí} - \text{èr})] + (\text{liù} . \text{wū})$$

ANEXO. A10 – INTERPRETANDO E RESOLVENDO PROBLEMAS CHINESES**Atividade 1.6 – INTERPRETANDO E RESOLVENDO PROBLEMAS CHINESES**

a) (*èr – shí*) *sì* tartarugas precisam ser alimentadas e cada uma come *shí – èr* folhas de hortaliças. Quantas folhas de hortaliças serão necessárias para alimentar as (*èr – shí*) *sì* tartarugas?

b) Alguns pássaros primitivos chineses com mais de cem milhões de anos do gênero "Sapeornis", segundo uma pesquisa, possuíam grandes penas nos membros traseiros, que integravam *sì* asas. Qual o total de asas de uma revoada com (*èr – bāi*) *yī* pássaros?

ANEXO. B - SEQUÊNCIA DE ATIVIDADES 2 – UNIDADE DE ENSINO 2

2. SEQUÊNCIA DE ATIVIDADES

	s
Tema	Desenvolvendo operações entre números naturais com recurso da nomenclatura e linguagem chinesa.
Objetivo	Interpretar, contextualizar e converter medidas e grandezas.
Habilidades	(EF06MA24) Resolver e elaborar situações problema que envolvam as grandezas comprimento, massa, tempo, temperatura, área (sólidos formados por blocos retangulares), sem uso de fórmulas, inseridos, sempre que possível, em contextos oriundos de situações reais e/ou relacionadas às outras áreas do conhecimento.
Requisitos	Ter visto previamente cálculos de áreas e volumes.
Aulas	2 aulas de 45 minutos
Turma	6º ano A, 6º ano B, 7º ano A e 7º ano B
Recursos	Computador ou smart tv ou lousa digital, atividade impressa, folha avulsa para resoluções, lápis, borracha e caneta.

Dando continuidade à nossa sequência de atividades, hoje iremos compreender um pouco mais da contribuição Matemática histórica da China.

Medidas de comprimento chinesa

Os chineses expressam as medidas usadas para o cálculo de área e volume de forma diferente, porém, podem ser convertidas conforme descrito na atividade abaixo.

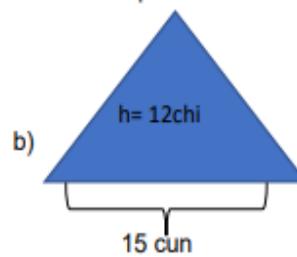
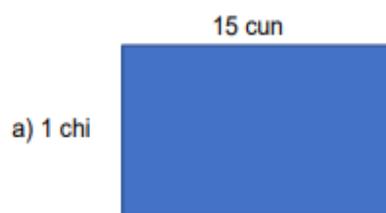
ANEXO. B1 – MEDIDAS DE COMPRIMENTO CHINESA

Atividade 2.1) Sabendo que 1 cun = 2,304 cm, complete a terceira coluna da tabela convertendo as medidas de comprimento chinesa para centímetros.

Medidas de comprimento: zhang e chi, cun, bu e li		Cm = centímetro
1 chi	= 10 cun	
1 li	= 300 bu = 6 chi x 300	
1 cun		
1 bu	= 6 chi	
1 zhang	= 10 chi	
1 li	= 300 bu	

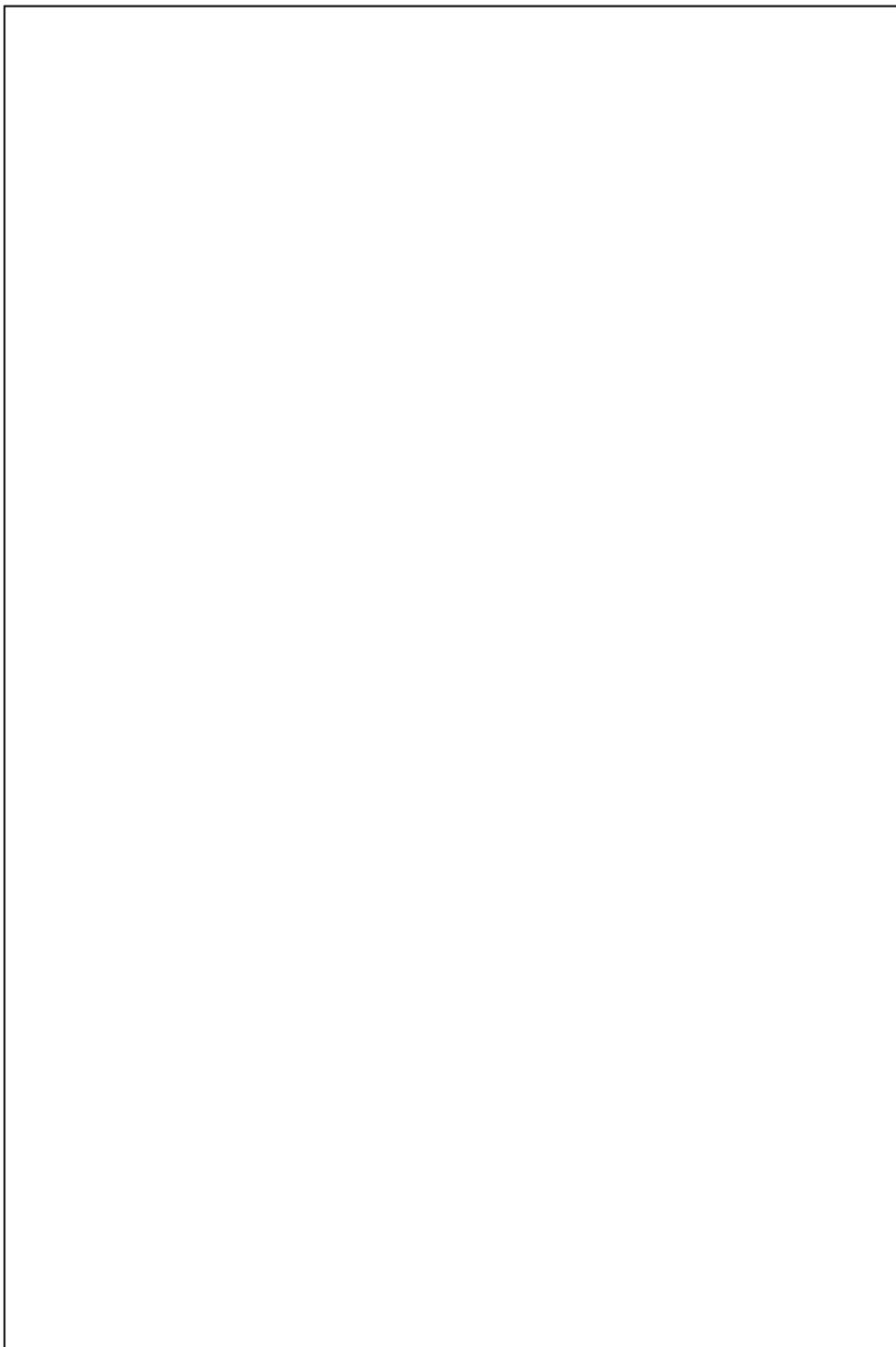
ANEXO. B2 – CÁLCULO DE ÁREA

Atividade 2.2 Calcule as áreas a seguir, registrando sua resposta em cm.



ANEXO. B3 – RAÍZ QUADRADA

Atividade 2.3 Um fazendeiro possui uma área para plantação de 1 zhang quadrado. Sabendo que o formato da área é quadrado, qual a medida de cada lado?



ANEXO. B4 – CÁLCULO DE VOLUME

Atividade 2.4 Uma piscina possuindo as dimensões abaixo possui qual capacidade em litros de água.



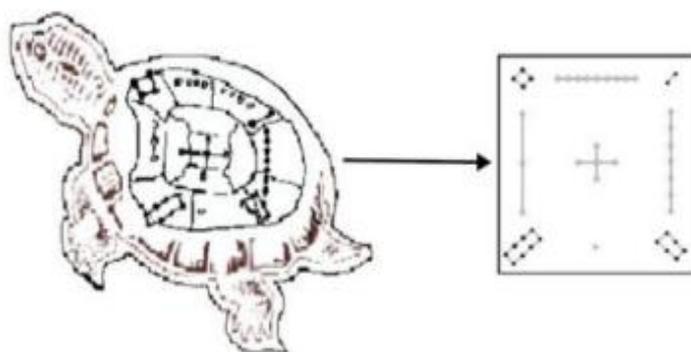
ANEXO. C - SEQUÊNCIA DE ATIVIDADES 3 – UNIDADE DE ENSINO 2

3. SEQUÊNCIA DE ATIVIDADES

[REDACTED]	
Tema	A potenciação através do quadrado mágico chinês
Objetivo	Compreender a construção histórica do sistema decimal na China e sua relação com o nosso sistema numérico.
Habilidades	(EF06MA03) Solucionar e propor problemas que envolvam cálculos (mentais ou escritos, exatos ou aproximados) com números naturais, por meio de estratégias pessoais, com compreensão dos processos neles envolvidos com e sem uso de calculadora
Requisitos	Compreender toda fração como representação de uma divisão.
Aulas	2 aulas de 45 minutos
Ano/Série	8º ano A, 8º ano B, 9º ano A, 9º ano B e 9º ano C.
Recursos	Computador ou smart tv ou lousa digital, atividade impressa, folha avulsa para resoluções, lápis, borracha e caneta.

O QUADRADO MÁGICO CHINÊS

A lenda da descoberta do quadrado mágico, conta que o imperador Yu cerca de 2.800 a.C. viu um quadrado mágico de ordem três bem nas costas de uma tartaruga (lo-shu), de modo que em cada linha, coluna e diagonal a soma mágica é igual a 15.



Quadrado mágico lo-shu com número mágico 15



ANEXO. C1 – REGISTRO HISTÓRICO DO QUADRADO MÁGICO CHINÊS

O quadrado mágico normal de ordem 3 começa com o número 1, e em cada linha, coluna e diagonal de uma malha 3x3 a soma sempre é igual a 15, talvez seja o primeiro deles encontrado cerca de 650 a. E.C.

Para os chineses os quadrados mágicos tinham significado espiritual e religioso. Logo foram construídos quadrados mágicos maiores, com poderes mágicos e matemáticos ainda maiores. Veremos alguns a seguir.

ANEXO. C2 – ORDEM DE UM QUADRADO MÁGICO

Atividade 3.1) Um quadrado mágico normal de ordem n tem n^2 números. Observe no caso acima que o quadrado mágico de ordem 3 possui $n = 3$, portanto, $n^2 = 3^2 = 3 \cdot 3 = 9$.

Utilizando a informação acima, responda:

a) Um quadrado mágico de ordem $n = 5$, possui quantos números? E de ordem 7?

b) Sabendo que um quadrado mágico possui 81 números. Qual é sua ordem?

ANEXO. C3 – AS SOMAS DE TODOS OS NÚMEROS DE UM QUADRADO MÁGICO

Descobrimo a soma de todos os números de um quadrado mágico

Em cada linha, coluna e diagonal a soma é sempre denominada constante mágica. Observe no quadrado 3 x 3 abaixo.

Linha 1 (L 1) = 4 + 9 + 2 = 15; Linha 2 (L2) = 3 + 5 + 7 = 15; Linha 3 (L 3) = 8 + 1 + 6 = 15.

Coluna 1 (C1) = 4 + 3 + 8 = 15; Coluna 2 (C2) = 9 + 5 + 1 = 15; Coluna 3 (C3) = 2 + 7 + 6 = 15.

Diagonal 1 (D1) = 4 + 5 + 6 = 15; Diagonal 2 (D2) = 2 + 5 + 8 = 15.

PORTANTO, CONSTANTE MÁGICA = 15

	D1	C1	C2	C3	D2
L1		4	9	2	
L2		3	5	7	
L3		8	1	6	

Tabela 2

Forma prática para obter a constante mágica.

1º) PASSO: Obtém-se a soma total dos números através da fórmula da soma de todos os termos.

$$S_n^2 = 1 + 2 + 3 + 4 + \dots + n^2 = \frac{n^2(n^2 + 1)}{2}$$

Aplicando ao quadrado 3 x 3, temos:

$$S_{3^2} = 1 + 2 + 3 + 4 + \dots + 3^2 = \frac{3^2(3^2 + 1)}{2} = \frac{90}{2} = 45$$

2º) PASSO: Agora que obtemos o valor da soma total basta aplicar a fórmula da CONSTANTE MÁGICA abaixo:

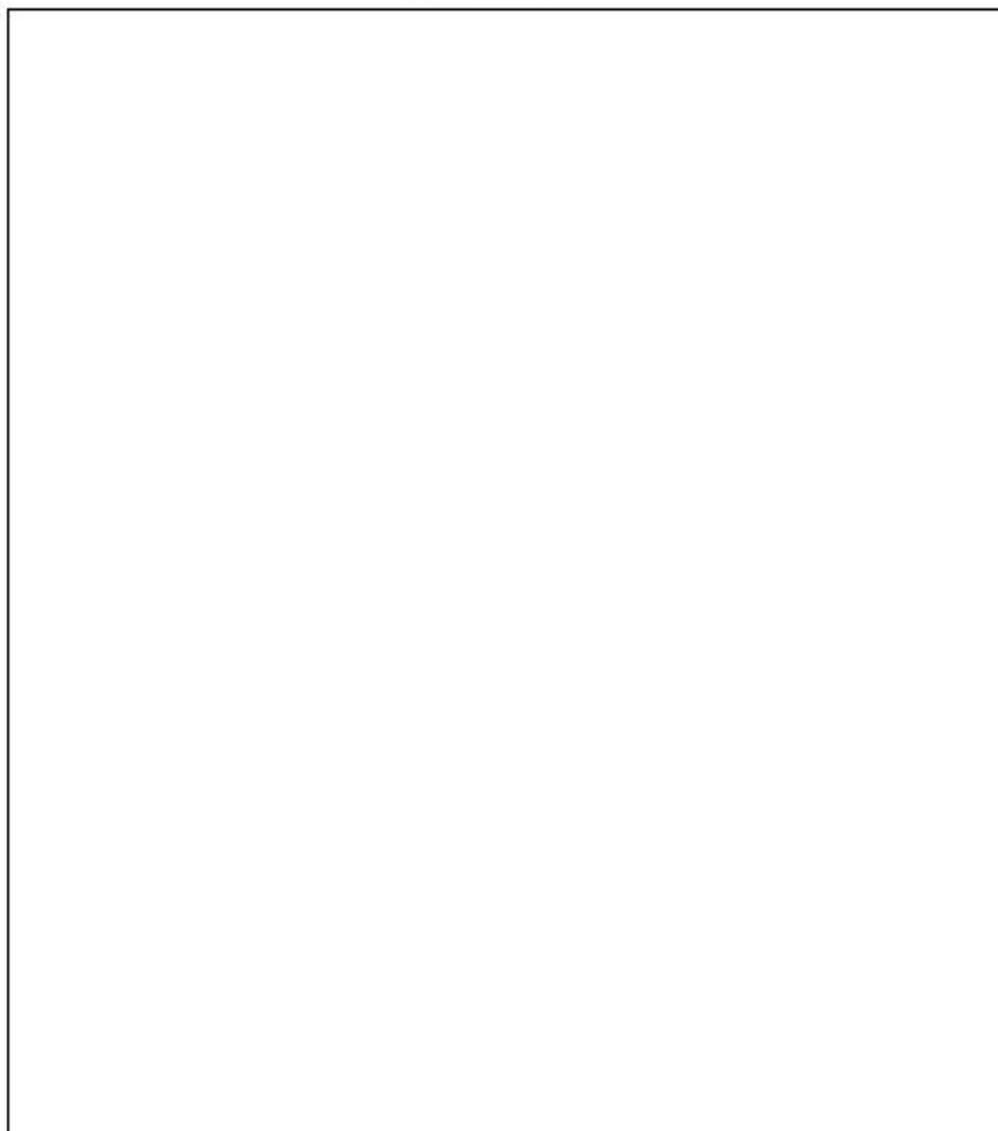
$$C_n^2 = \frac{S_n^2}{n}, \text{ ou seja, } C_{3^2} = \frac{45}{3} = 15.$$

ANEXO. C4 – ORDEM, SOMA DOS TERMOS E NÚMERO MÁGICO

Atividade 3.2 - Utilize os passos acima, determine sua ordem, soma total dos números e constante mágica do quadrado mágico a seguir.

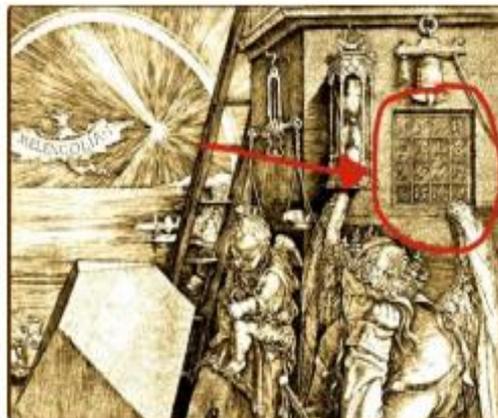
17	24	1	8	15
23	5	7	14	16
4	6	13	20	22
10	12	19	21	3
11	18	25	2	9

Tabela 2



ANEXO. C5 – OBRA MELANCOLIA E SUA RELAÇÃO COM O QUADRADO MÁGICO

Atividade 3.3 - Ao lado vemos a obra Melancolia, do artista e matemático alemão Albrecht Dürer. Se reparar há vários objetos e figuras geométricas como ampulheta, compasso, esfera e octaedro e um quadrado mágico destacado com um círculo e flecha. A obra é datada de 1514.



Disponível em: <https://www.metmuseum.org/art/collection/search/336228> às 15h50min em 11/05/2022.

Abaixo o quadrado mágico da obra Melancolia com algarismos indo - arábicos

16	3	2	13
5	10	11	8
9	6	7	12
4	15	14	1

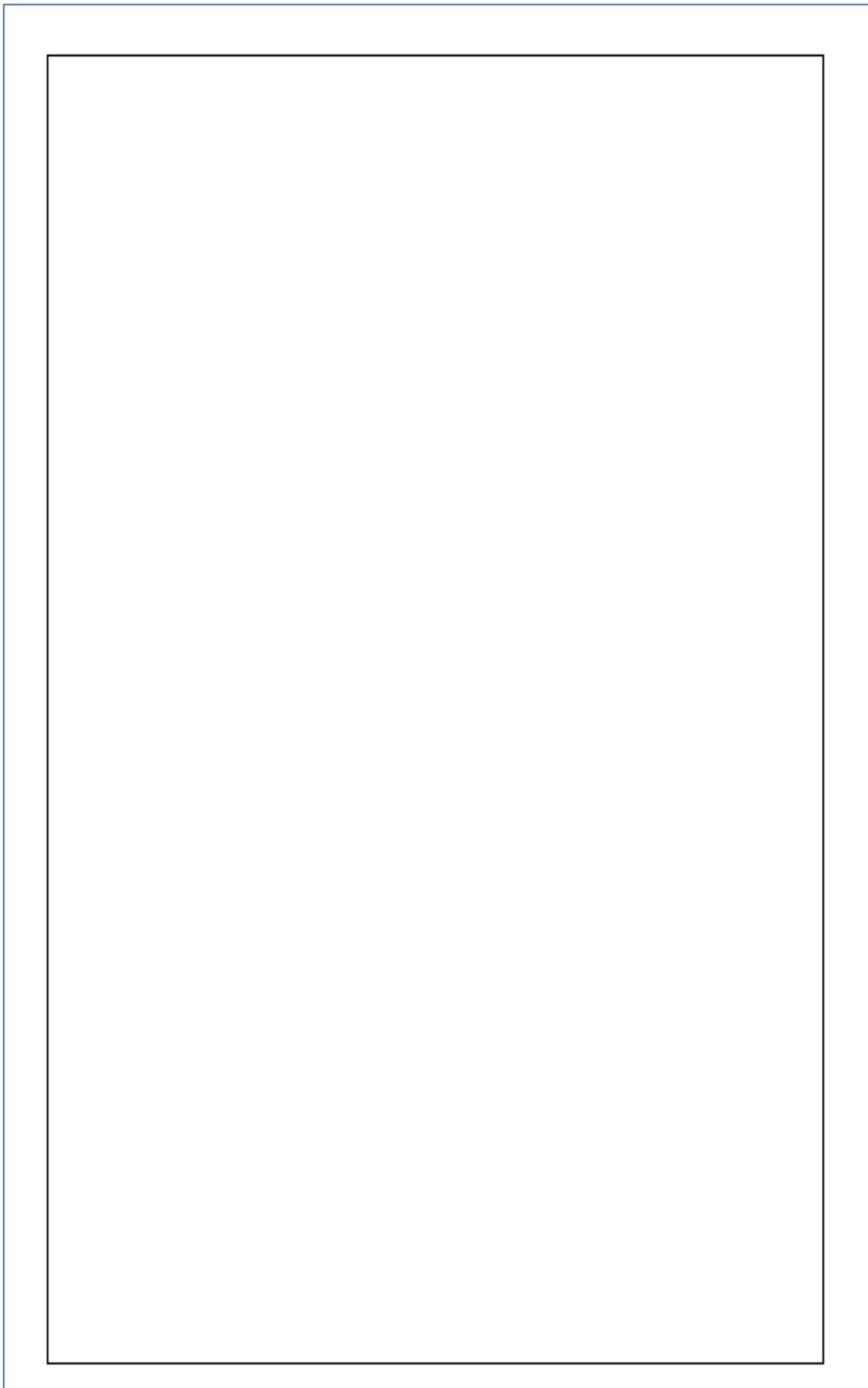
Tabela 3

Analisando o quadrado mágico acima, responda.

a) Qual a sua ordem?

b) Qual é a soma de todos os números do quadrado mágico

b) Qual é sua constante mágica?

ANEXO. C6 – FOLHA PARA CÁLCULOS

ANEXO. C7 – MÉTODO DE LA LOUBERÉ

Construção de quadrados mágicos ímpares e as ligações entre a China e Tailândia.

As **relações entre China e Tailândia** referem-se às relações diplomáticas entre a República Popular da China e o Reino da Tailândia. Historicamente, a Tailândia foi um Estado formado a partir da imigração intensa de chineses do sul da China. Os laços bilaterais entre os dois países se iniciaram, oficialmente, em novembro de 1975, depois de anos de negociações entre a monarquia tailandesa e o regime comunista chinês.

Estas relações justificam o fato de La Loubéré em 1687 descobrir na Tailândia um método simples para construir quadrados mágicos de ordem ímpar e sua contribuição ser desenvolvida neste contexto de história da matemática chinesa.

MÉTODO DE LA LOUBERÉ

Quadrado mágico 5x5

	18 ↓	25 ↓	2 ↓	9 ↓	
17	24	1 ↗	8 ↗	15 ↓	17 →
23	5 ↓	7 ↗	14 ↗	16 ↗	23 →
4 ↗	6 ↗	13 ↗	20	22	4 →
10 ↓	12 ↗	19	21	3 ↗	10 →
11	18	25	2 ↗	9 ↗	

Tabela 5

Observe que é uma malha com uma coluna adicional a direita e outra linha adicional acima.

PASSOS PARA O PREENCHIMENTO

- 1º) Insira o número 1 na célula central da primeira linha;
- 2º) Depois o número 2 a sua direita e acima;
- 3º) Quando o número cair fora do quadrado 5x5, coloque-o na última célula desta mesma coluna;
- 4º) Continue preenchendo os números seguintes na mesma diagonal secundária (uma casa acima e a direita) até que um número caia fora;

ANEXO.C8 – MÉTODO DE LA LOUBERÉ - CONTINUAÇÃO

5º) Coloque o número que caiu fora na primeira casa da mesma linha e continue o processo seguindo uma casa acima e a direita;

6º) Durante o processo quando uma casa já estiver ocupada, coloque o número seguinte abaixo do último número colocado na mesma coluna e continue o sucessivamente até que todos os números sejam distribuídos.

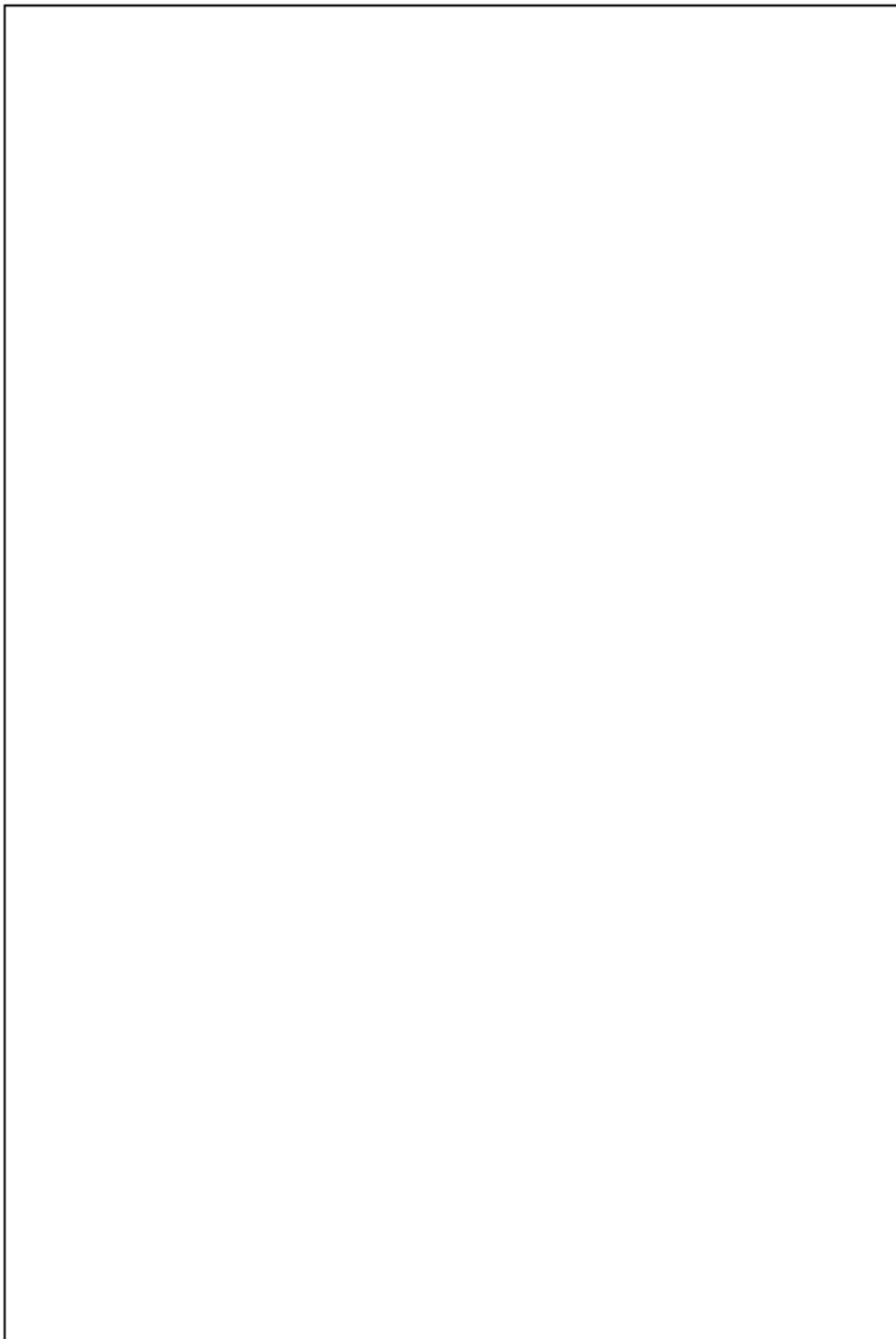
Dica: observe atentamente a tabela 5 e veja como os números vão se encaixando. Compare com os passos acima.

ANEXO. C9 – REFAZENDO O QUADRADO MÁGICO DE ORDEM 3

Atividade 3.4 - Seguindo este método refaça o quadrado mágico de ordem 3.

ANEXO. C10 - QUADRADO MÁGICO DE ORDEM 7

Atividade 3.5 - No espaço abaixo monte o quadrado mágico de ordem 7, determine a soma de todos os números e qual sua constante mágica.



ANEXO. D - SEQUÊNCIA DE ATIVIDADES 4 – UNIDADE DE ENSINO 2

4. SEQUÊNCIA DE ATIVIDADES

	
Tema	Usando o método chinês da soma para desenvolver a adição e multiplicação
Objetivo	Compreender a construção histórica do sistema decimal na China e sua relação com o nosso sistema numérico
Habilidades	(EF06MA03) Solucionar e propor problemas que envolvam cálculos (mentais ou escritos, exatos ou aproximados) com números naturais, por meio de estratégias pessoais, com compreensão dos processos neles envolvidos com e sem uso de calculadora. (EF06MA06) Resolver e elaborar situações-problema que envolvam as ideias de múltiplo e de divisor, reconhecendo os números primos, múltiplos e divisores.
Requisitos	Compreender o conceito de diagonal e operação de adição.
Aulas	2 aulas de 45 minutos
Turma	8º ano A, 8º ano B, 9º ano A, 9º ano B e 9º ano C.
Recursos	Atividade impressa, folha avulsa para resoluções, lápis, borracha e caneta.

Multiplicação chinesa

Na china, as multiplicações eram feitas utilizando-se de varetas de bambu onde as varetas horizontais representam o multiplicador e as verticais representam o multiplicando. Para se obter a resposta do cálculo, necessita a contagem dos pontos de intersecção das varetas horizontais com a vertical.

Neste caso a operação exige apenas que saiba somar.

ANEXO. D1 – A MULTIPLICAÇÃO CHINESA

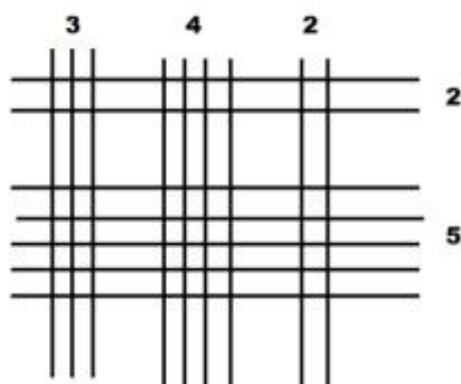


Figura 1: Método Chinês – Passo 1

Neste método são traçadas diagonais e são contados o número de cruzamentos entre as retas. A Figura 2 ilustra a aplicação do método chinês.

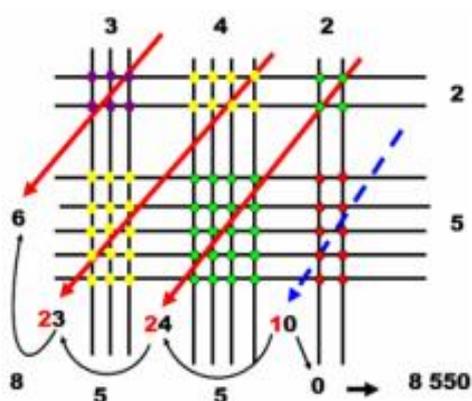


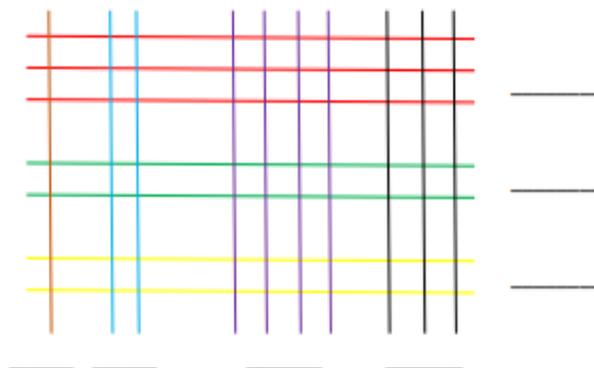
Figura 2: Método Chinês – Passo 2

E quando um dos dígitos for o algarismo zero?

Sabe-se que o produto de um número por zero é sempre zero, então se utiliza um único traço de cor diferente daquela utilizada nos demais traços e ao contar nas diagonais os cruzamentos, despreza-se aqueles onde está o zero.

ANEXO. D2 – PROCEDIMENTO DA MULTIPLICAÇÃO CHINESA

Atividade 4.1 - Reproduza a multiplicação chinesa seguindo as orientações descritas.



a) Identifique os Algarismos formados pelas varetas verticais e horizontais, escreva-os nas linhas ao lado das varetas.

b) Escreva qual é a multiplicação formada pelas varetas.

_____ x _____

c) Marque os pontos de interseção formados pelos encontros das varetas.

d) Trace as diagonais e some os pontos de intersecção. Caso a soma da última diagonal seja menor que 10 coloque o 0 na frente. Exemplo: se a soma for 4 escreva 04.

ANEXO. D3 – PROCEDIMENTO DA MULTIPLICAÇÃO CHINESA

e) Marque as somas na ordem e some os algarismos de dois em dois, mantendo fixo o último algarismo da direita.

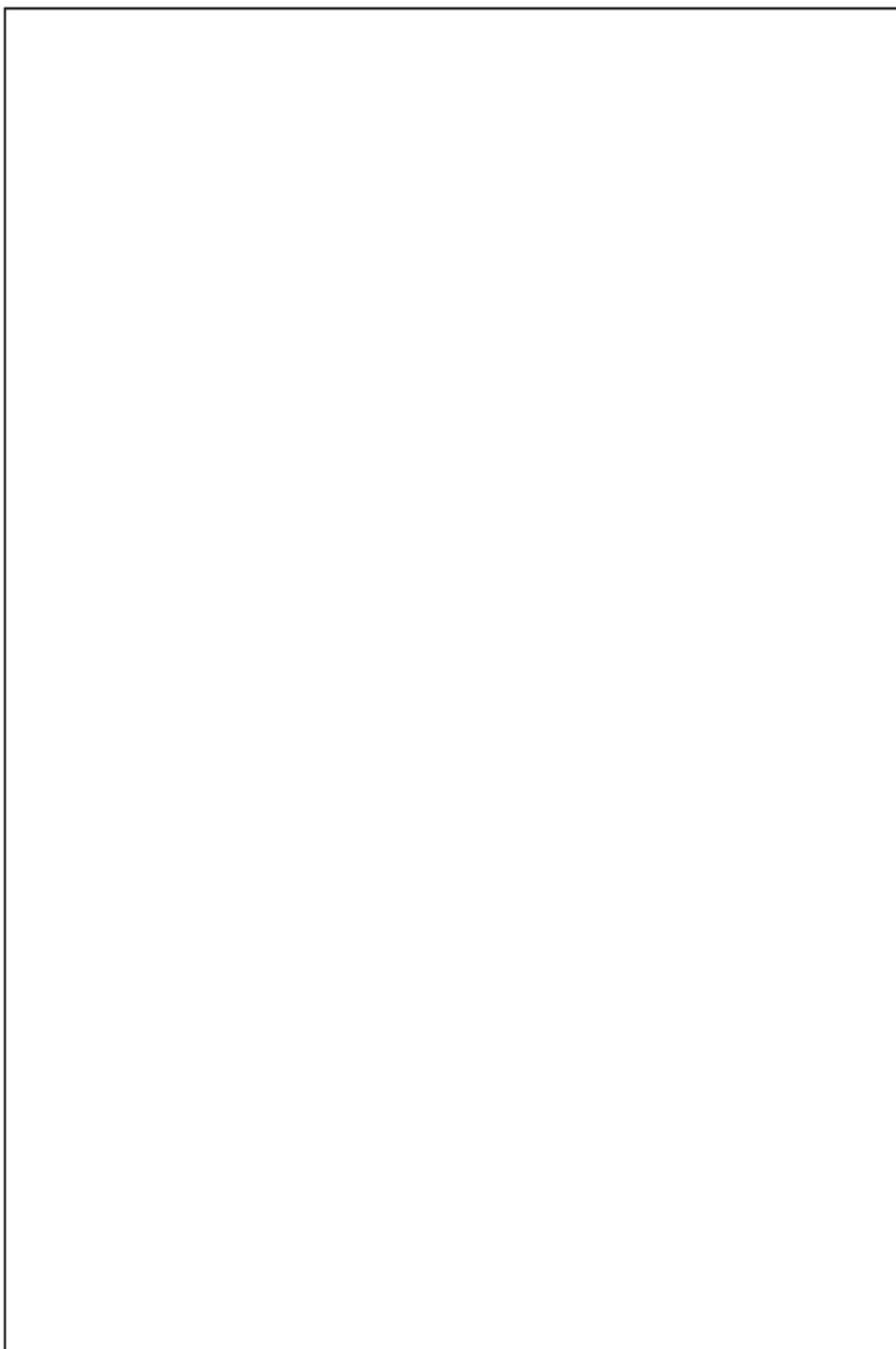
f) Qual o resultado obtido?

g) Faça o cálculo usando seu método habitual e compare os resultados.

Dica: Veja o exemplo dado nas figuras 1 e 2 e siga os padrões.

ANEXO. D4 – PROCESSO MULTIPLICATIVO AUTÔNOMO

Atividade 4.2 - Crie uma multiplicação chinesa no espaço abaixo. Marque as linhas que representam as varetas horizontais e verticais e descreva todo processo multiplicativo.



ANEXO. E - SEQUÊNCIA DE ATIVIDADES 5 – UNIDADE DE ENSINO 2

5. SEQUÊNCIA DE ATIVIDADES

E.E.E.I. Prof. Antonio dos Santos	
Tema	Apresentando seu produto pedagógico
Objetivo	Construir um jogo, material manipulativo ou esquema dinâmico que aplique e ilustre o quadrado mágico chinês e multiplicação chinesa
Habilidades	(EF06MA03) Solucionar e propor problemas que envolvam cálculos (mentais ou escritos, exatos ou aproximados) com números naturais, por meio de estratégias pessoais, com compreensão dos processos neles envolvidos com e sem uso de calculadora
Requisitos	Compreender toda fração como representação de uma divisão.
Aulas	2 aulas de 45 minutos
Ano/Série	8º ano A, 8º ano B, 9º ano A e 9º ano B
Recursos	Computador ou smart tv ou lousa digital, atividade impressa, folha avulsa para resoluções, lápis, borracha e caneta.

5.1 APRESENTANDO OS RESULTADOS

Vamos nos reunir em grupos e pensarmos em um jogo, dinâmica ou material manipulativo que envolva o QUADRADO MÁGICO CHINÊS e MULTIPLICAÇÃO CHINESA.

5.2 – SUGESTÃO PARA O QUADRADO MÁGICO CHINÊS

Pode ser feito um grande tabuleiro móvel com números em cartões e os alunos podem organizar regras para construírem um quadrado mágico dinâmico.

5.3 – SUGESTÃO PARA A CONSTRUÇÃO DA MULTIPLICAÇÃO CHINESA

Poderiam ser feitas com varetas personalizadas com cores específicas para cada ordem e classe do Sistema Posicional.

5.4 – PARTICIPAÇÃO DOS ALUNOS

Toda ideia deverá ser iniciada pelos alunos e o professor apenas mediará.

ANEXO. F - PERCEPÇÕES DO PROFESSOR APLICADOR “X”

Pesquisa de aplicação da Sequência Didática

Professor e desenvolvedor	
Dia da aplicação da sequência	16/05 à 20/05
Turma	6A, 6B, 7A e 7B
Local	

PERCEPÇÕES DO PROFESSOR / DESENVOLVEDOR

1) O roteiro de atividades foi auto-explicativo?

Sim, todas as atividades foram desenvolvidas com a leitura individual e realização das atividades em trio com posterior explicação, detalhamento, tira dúvidas e correção das atividades.

2) Quais dificuldades se mostraram persistentes durante a aplicação, em relação ao aprendizado e/ou falta de pré requisitos dos conteúdos?

Pelo fato de nosso sistema de numeração ser apenas posicional, tentar entender outros sistemas como o Chinês que também é posicional mas é aditivo e multiplicativo torna-se complicado, por exemplo, alguns alunos escreveram o 14 com os símbolos 1 seguido do símbolo 4 (associando a escrita chinesa a nossa), entender que variando a posição variava a operação foi a maior dificuldade encontrada.

3) Destaca aspectos positivos durante a aplicação da atividade?

A retomada da decomposição, a interação entre os alunos, o acesso a numeração antiga e de outra civilização fez da atividade muito atrativa e valiosa.

4) Contribui com alguma alteração, sugestão ou complementação?

Sugiro a alteração do terceiro vídeo na primeira parte do roteiro, o vídeo é muito curto e pouco detalhista.

5) Faça um breve relato sobre o desenvolvimento da sequência didática.

Adorei ter participado do desenvolvimento desta atividade em parceria com a professora Liliane, seu desenvolvimento trouxe para minhas aulas mais atratividade, diversificação, conteúdo, e acima de tudo muitas aprendizagens para nossos alunos.

ANEXO. F2 - PERCEPÇÕES DO PROFESSOR APLICADOR “X” - CONTINUAÇÃO

Tempo para desenvolvimento da atividade

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
										X

APONTAMENTOS SOBRE A CONCLUSÃO DA SEQUÊNCIA DIDÁTICA

ANEXO. F3 - PERCEPÇÕES DO PROFESSOR APLICADOR “Y”.**Pesquisa de aplicação da Sequência Didática**

Professor e desenvolvedor	
Dia da aplicação da sequência	
Turma	6A, 6B, 7A e 7B
Local	

PERCEPÇÕES DO PROFESSOR / DESENVOLVEDOR

1) O roteiro de atividades foi auto-explicativo?

Sim, todas as atividades se explicam por si só, sendo facilmente compreendido.

2) Quais dificuldades se mostraram persistentes durante a aplicação, em relação ao aprendizado e/ou falta de pré requisitos dos conteúdos?

Trata-se de uma atividade no qual os alunos não tinham o hábito de realizar. Mas com dedicação e atenção nas orientações conseguiram atingir os resultados positivamente.

3) Destaca aspectos positivos durante a aplicação da atividade?

A atividade despertou o interesse em conhecer mais profundamente o sistema de numeração. Acharam curioso e bastante diferente em relação ao nosso sistema.

4) Contribui com alguma alteração, sugestão ou complementação?

Não, pois as atividades foram suficientes para o engajamento dos alunos.

5) Faça um breve relato sobre o desenvolvimento da sequência didática.

Foi uma prática bastante enriquecedora para minha formação. Os alunos gostaram pois fugiram da rotina da sala de aula e agregou novos conhecimentos.

REFERÊNCIAS

ALVES, José Ferreira. **História da Matemática na China**. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2014. ISBN: 8578386254.

AUSUBEL, D. P. **A aprendizagem significativa: a teoria de David Ausubel**. São Paulo: Moraes, 1982.

BACICH, Lilian. **Metodologias Ativas para uma educação inovadora: uma abordagem teórico-prática**. Porto Alegre: Penso, 2018. Moran, José.

BOYER, C. B. **História da Matemática**. Trad. Elza F. Gomide. São Paulo: Edgard Blücher, 2003

BRENNAN, Richard P. **Gigantes da física: uma história da física moderna através de oito biografias**. Rio de Janeiro: Zahar, 2003.

BRASIL. Constituição (1988). **Constituição da República Federativa do Brasil**. Brasília, DF: Senado Federal: Centro Gráfico, 1988.

Eves, H., **Introdução à História da Matemática**, 5a. ed. Campinas, SP, Editora da UNICAMP, 2011.

J. V. Alvarez, "**Modelos Matemáticos de Corrida Armamentista**", Journal of Conflict Resolution, vol. 11, no. 3, pp. 371-385, 1967

Liu Hui. **Nove Capítulos sobre a Arte Matemática**. Editado e traduzido por Kangshen Shen, John N. Crossley e Anthony W.-C. Lun. Oxford University Press, 2000.

PIAGET, Jean. **A Equilíbrio das Estruturas Cognitivas**. Rio de Janeiro: Zahar, 1976

PAQUES, Otilia, ROVERAN, Adilson. **Os nove capítulos da Arte Matemática , de Liu Hui, do século II d.C: Uma visão geral de problemas muito interessantes do livro “ Os nove capítulos da arte matemática” de Lui Hui, do século II d.C**. IMEC/UNICAMP, Campinas, 2016.

Ptolemy, C. (c. 150 CE). **Almagest**. Alexandria.

ROQUE, Tatiana. **História da matemática: uma visão crítica, desfazendo mitos e lendas**. Rio de Janeiro: Zahar, 2012.

ROQUE, Tatiana. e Carvalho, J. B. P., Tópicos de História da Matemática, Coleção ProfMat, Rio de Janeiro, SBM, 2012.

ROSA, Jocélia. **História da Matemática no Ensino da Matemática**. São Paulo: Produção Independente, 1998.

GOMES, E.B. **A história da Matemática como metodologia de Ensino da Matemática: Perspectivas Epistemologias e Evolução de Conceitos** – 2005, dissertação.

REFERÊNCIAS WEBGRÁFICAS

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática**. Brasília: MEC / SEF, 1998.

<file:///C:/Users/Vaio/OneDrive/%C3%81rea%20de%20Trabalho/Mestrado/PCN%20-matematica%20-%20FUNDAMENTAL.pdf>

Secretaria de Educação do Estado de São Paulo. Método de Melhorias em Resultado. São Paulo: SEDUC/SP, 2021. **GESTÃO EM FOCO**.

<https://www.educacao.sp.gov.br/gestaoemfoco.v.br>

Secretaria de Educação do Estado de São Paulo. Currículo Paulista. São Paulo: SEDUC/SP, 2019. 2. **EDUCAÇÃO INTEGRAL E METODOLOGIAS ATIVAS**

[\(342.pdf \(educacao.sp.gov.br\)\)](#)

BRASIL. **Estatuto da Criança e do Adolescente**. Lei nº 8.069, de 13 de julho de 1990. Diário Oficial da União, Brasília, DF, 16 jul. 1990.

<https://www.gov.br/mdh/pt-br/navegue-por-temas/criancaadolescente/publicacoes/o-estatuto-da-crianca-e-do-adolescente>

Secretaria de Educação do Estado de São Paulo. **Índice de Desenvolvimento da Educação do Estado de São Paulo**. São Paulo: SEDUC/SP, 2021.

[\(http://idesp.edunet.sp.gov.br/\)](http://idesp.edunet.sp.gov.br/)

Secretaria de Educação do Estado de São Paulo. **Sistema de Avaliação de Rendimento Escolar do Estado de São Paulo**. São Paulo: SEDUC/SP, 2021.

[SARESP \(fde.sp.gov.br\)](http://fde.sp.gov.br)

Secretaria da Educação do Estado de São Paulo. **Currículo Paulista: Ciências Humanas e suas Tecnologias, Linguagens e suas Tecnologias, Matemática e suas Tecnologias, Ciências da Natureza e suas Tecnologias**. São Paulo: SEE-SP, 2019.

[Currículo Paulista-etapas-Educação-Infantil-e-Ensino-Fundamental-ISBN.pdf](#)
(educacao.sp.gov.br)

SILVA, M. C. Impactos da pandemia de COVID-19 na aprendizagem de crianças e adolescentes. **Pesquisa, Sociedade e Desenvolvimento**, [S. l.], v. 11, n. 5, p. e47611527837, 2022. DOI: 10.33448/rsd-v11i5.27837. Disponível em: <https://rsdjournal.org/index.php/rsd/article/view/27837>. Acesso em: 15 fev. 2023.

Sistema de Numeração. Disponível em: https://edisciplinas.usp.br/pluginfile.php/4475041/mod_resource/content/1/SISTEMAS%20DE%20NUMERA%C3%87%C3%83O.pdf. Acesso em: 19 de agosto de 2021.