

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO CARLOS
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E DE TECNOLOGIA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA

LUIZ FELLIPE NOGUEIRÃO

ANÁLISE DA INFLUÊNCIA DA TEXTURIZAÇÃO
SUPERFICIAL EM MANCAIS HIDRODINÂMICOS RADIAIS

São Carlos - SP
2023

LUIZ FELLIPE NOGUEIRÃO

ANÁLISE DA INFLUÊNCIA DA TEXTURIZAÇÃO
SUPERFICIAL EM MANCAIS HIDRODINÂMICOS RADIAIS

Dissertação de Mestrado apresentada ao
Programa de Pós-Graduação em Engenharia
Mecânica da Universidade Federal de São
Carlos, para obtenção do título de Mestre em
Engenharia Mecânica.

Orientador: Prof. Dr. Flávio Yukio Watanabe

São Carlos - SP
2023



UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO CARLOS

Centro de Ciências Exatas e de Tecnologia
Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica

Folha de Aprovação

Defesa de Dissertação de Mestrado do candidato Luiz Fellipe Nogueirão, realizada em 23/02/2023.

Comissão Julgadora:

Prof. Dr. Flávio Yukio Watanabe (UFSCar)

Prof. Dr. Gregory Bregion Daniel (UNICAMP)

Prof. Dr. Jose Benaque Rubert (UFSCar)

O Relatório de Defesa assinado pelos membros da Comissão Julgadora encontra-se arquivado junto ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica.

Dedico este trabalho à minha esposa Fernanda e à minha filha Esmeralda. Muito obrigado por todo o suporte e inspiração.

AGRADECIMENTO

Começo agradecendo ao meu orientador Prof. Flávio Watanabe por confiar em mim neste desafio. Sua visão e nossas discussões me fazem evoluir desde a graduação. Levo para a vida o aprendizado de sua orientação.

Agradeço ao Prof. Buscaglia que auxiliou os autores na pesquisa, através de reuniões e trocas de e-mail sobre a metodologia aplicada na época de seus estudos.

Agradeço à toda a minha família, especialmente meus pais, irmão e minha esposa Fernanda e minha filha Esmeralda. Vocês são a minha fortaleza. Fernanda e Esmeralda, vocês são a inspiração para todas as minhas recentes conquistas.

Agradeço à Zanini Renk pela oportunidade e confiança de realizar este estudo enquanto empregado.

Agradeço à CAPES pela manutenção da estrutura capaz de manter a pesquisa científica em pé no Brasil.

RESUMO

O uso de superfícies texturizadas pode ser observado em diversas aplicações onde se busca um aprimoramento de certa característica do produto ou processo, com o objetivo de alterar as condições de atrito, desgaste e lubrificação. Quando se trata de mancais radiais hidrodinâmicos, uma forma de se analisar os parâmetros tribológicos envolvidos é por meio da equação clássica de Reynolds. No presente trabalho, foi realizada uma revisão atual da literatura para identificação dos métodos de análise estática para mancais radiais hidrodinâmicos texturizados. A correlação dos tipos de condições de contorno com as considerações em relação ao fenômeno de cavitação, mostra que é necessário que este fenômeno dever ser incluído em análise de mancais texturizados. A correlação se mostra coerente com o progresso histórico, o qual se inicia com condições que não incluíam os efeitos de cavitação (condições de *Half-Sommerfeld/Gümbel*); evoluindo para condições que incluíam os efeitos de cavitação, mas de forma exagerada ao não se considerar a conservação de massa no filme de óleo (condições de *Reynold's/Swift-Stieber*); e por fim resultando na teoria de cavitação com consideração da conservação de massa de *Jakobsson-Flober-Olsson (JFO)*. Uma rotina computacional capaz de analisar a influência da texturização nos mancais hidrodinâmicos radiais foi elaborada, considerando os efeitos de cavitação com conservação da massa. A rotina é validada com resultados da literatura e de *softwares* comerciais. As limitações na discretização das texturas em função do tamanho de malha aplicada foram analisadas e uma série de análises com diferentes casos de distribuição das texturas no mancal foi desenvolvida. Conclui-se que a texturização pode ser benéfica ou maléfica à capacidade de carga do mancal, dependendo da região texturizada. A texturização do mancal na região central se mostra prejudicial em todos os casos, enquanto a texturização nas regiões convergentes e divergentes do campo de pressão podem trazer valores mais elevados para a capacidade de carga.

Palavras-chave: Tribologia. Engenharia de Superfície. Cavitação. Conservação de massa. Superfície texturizada.

ABSTRACT

The use of textured surfaces can be observed in several applications where an improvement of a certain characteristic of the product or process is sought, with the aim of changing the conditions of friction, wear, and lubricant. When it comes to hydrodynamic radial bearings, one way to analyze the involved tribological parameters is through the Reynolds equation. A literature review is conducted to identify static analysis methods for textured hydrodynamic radial bearings. A correlation between the types of boundary conditions is conducted with considerations regarding the phenomenon of cavitation, which proves to be necessary to be included in the analysis of textured bearings. The correlation is consistent with historical progress, which starts with conditions that do not include cavitation effects (Half-Sommerfeld/Gümbel conditions); evolving to conditions that included cavitation effects, but in an exaggerated way by not considering the conservation of mass in the oil film (Reynold's/Swift-Stieber conditions); and finally resulting in the cavitation theory, which considers the conservation of mass, of Jakobsson-Flober-Olsson (JFO). A computational program capable of analyzing the influence of texturing in radial hydrodynamic bearings is elaborated, considering the effects of cavitation with conservation of mass. The routine is validated with results from the literature and commercial software. The limitation in the discretization of textures as a function of the applied mesh size is analyzed. Finally, a series of analyzes are conducted with different cases of distribution of textures on the bearing. It is concluded that texturing can be satisfactory or harmful to the load capacity of the bearing, depending on the textured region. The texturing of the bearing in the central region shows on all cases harmful, while texturing in the converging and diverging regions of the pressure field can bring higher values for the load capacity.

Keywords: Tribology. Surface Engineering. Cavitation. Mass Conservation. Textured Surfaces.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1.1 - Exemplo de aplicação de mancais de deslizamento em uma caixa de engrenagens, onde o eixo é apoiado na carcaça por um mancal radial (1) e por um mancal radial-axial (2).....	15
Figura 1.2 - Detalhe em corte da formação do filme de óleo mínimo h_0 , onde (1) representa o eixo e (2) o mancal em corte.....	16
Figura 1.3 - Perfil do filme de óleo h em função da posição angular do mancal.....	16
Figura 1.4 - Mancal de deslizamento radial em operação.....	17
Figura 1.5 - Sustentação de um mancal de deslizamento radial sendo influenciada por uma bolsa extra.....	17
Figura 1.6 - Tipos de texturas: a) circular, b) elíptica, c) triangular, d) quadrada, e) em rasgo, f) em chevron.....	18
Figura 1.7 - Publicações internacionais relacionadas à texturização de superfícies de 1965 - 2015.	19
Figura 2.1 - Diagrama de Stribeck.....	23
Figura 2.2 - Regime de lubrificação mista e hidrodinâmica, sendo: (1) o mancal, (2) o eixo, (3) a folga mínima real e (4) um <i>debris</i> gerado na lubrificação mista.....	24
Figura 2.3 - Início de operação em um mancal de deslizamento radial.....	24
Figura 2.4 - Sistema de coordenadas do filme de óleo utilizado no desenvolvimento da equação clássica de Reynolds.....	25
Figura 2.5 - Representação da distribuição de pressão em um mancal em coordenadas cilíndricas.	29
Figura 2.6 - Representação da distribuição de pressão do mancal da Figura 2.5 em coordenadas cartesianas.....	30
Figura 2.7 - Distribuição de pressão em um mancal utilizando coordenadas cartesianas.....	30
Figura 2.8 - Condição de contorno de Sommerfeld.....	32
Figura 2.9 - Condição de contorno de Gumbel, ou <i>Half-Sommerfeld</i>	32
Figura 2.10 - Condição de contorno de Swift-Stieber.....	33
Figura 2.11 - Região de ruptura do filme de óleo.....	34
Figura 2.12 - Modelo de cavitação de JFO.....	35
Figura 2.13 - Variação na geometria de mancais de deslizamento.....	39
Figura 2.14 - Perfil do filme de óleo h em função da posição angular α para um mancal cilíndrico.	39
Figura 2.15 - Perfil de filme de óleo com influência das texturas.....	40
Figura 2.16 - representação de $hf\alpha$ ao longo da largura e circunferência do mancal.....	40
Figura 2.17 - Capacidade de carga de um mancal radial hidrodinâmico.....	43
Figura 3.1 – Fluxograma da rotina elaborada no GNU Octave (2019).....	45
Figura 3.2 – Comparação dos valores de distribuição de pressão adimensional em $L/2$ entre os valores pela rotina elaborada no estudo e literatura.....	47
Figura 3.3 - Vista da região divergente da distribuição de pressão obtida pelo GNU Octave (2019).....	49
Figura 3.4 - Vista da região divergente da distribuição de pressão obtida pelo FVA-Workbench (2020).....	50
Figura 3.5 - Análise da sensibilidade quanto ao tamanho da malha – capacidade de carga e tempo de processamento.....	51
Figura 3.6 - Análise da sensibilidade quanto ao tamanho da malha – distribuições de pressão... ..	52

Figura 3.7 - Análise da sensibilidade quanto ao tamanho da malha.....	53
Figura 3.8 – Comparação das texturas modeladas do Caso 1 (esquerda) e Caso 6 (direita).	54
Figura 3.9 – Resultados obtidos para o Caso 1 no estudo de análise de sensibilidade em função do tamanho da textura, sendo: a) distribuição de pressão; b) distribuição da fração do filme de óleo θ ; c) distribuição de pressão e fração do filme de óleo θ na seção de corte $L/2$; d) perfil do filme de óleo.....	55
Figura 3.10 – Resultados obtidos para o Caso 5 no estudo de análise de sensibilidade em função do tamanho da textura, sendo: a) distribuição de pressão; b) distribuição da fração do filme de óleo θ ; c) distribuição de pressão e fração do filme de óleo θ na seção de corte $L/2$; d) perfil do filme de óleo.....	56
Figura 3.11 - Análise da sensibilidade quanto ao raio da textura na superfície do mancal r	57
Figura 3.12 - Resultados obtidos para o Caso 5 no estudo de análise de sensibilidade em função do tamanho do raio da textura na superfície do mancal r , sendo: a) distribuição de pressão; b) distribuição da fração do filme de óleo θ ; c) distribuição de pressão e fração do filme de óleo θ na seção de corte $L/2$; d) perfil do filme de óleo.....	58
Figura 3.13 - Resultados obtidos para o Caso 7 no estudo de análise de sensibilidade em função do tamanho do raio da textura na superfície do mancal r , sendo: a) distribuição de pressão; b) distribuição da fração do filme de óleo θ ; c) distribuição de pressão e fração do filme de óleo θ na seção de corte $L/2$; d) perfil do filme de óleo.....	59
Figura 4.1 – As nove áreas geradas na divisão do mancal para o estudo.....	60
Figura 4.2 – Texturização no centro do mancal. Caso utilizado como exemplo para a nomenclatura utilizada por matriz e binários.	61
Figura 4.3 – Casos analisados (apresentação gráfica).....	69

LISTA DE TABELAS

Tabela 2.1 - Condições de contorno aplicadas por Reynolds (1886).....	28
Tabela 3.1 - Características geométricas utilizadas por Elrod (1981).....	46
Tabela 3.2 - Características operacionais utilizadas por Elrod (1981).....	46
Tabela 3.3 - Características do fluido lubrificante utilizadas por Elrod (1981).	46
Tabela 3.4 - Características geométricas para análise de sensibilidade.	48
Tabela 3.5 - Características operacionais para análise de sensibilidade.	48
Tabela 3.6 - Características do fluido lubrificante para análise de sensibilidade.	48
Tabela 3.7 - Resultados obtidos para mancal liso.	49
Tabela 3.5 – Análise da sensibilidade quanto ao tamanho da malha – dados gerais	51
Tabela 3.6 – Análise da sensibilidade quanto ao tamanho da textura – dados gerais.	53
Tabela 3.7 - Análise da sensibilidade quanto ao raio da textura na superfície do mancal r – dados gerais.	56
Tabela 4.1 – Casos analisados com diferentes distribuições de texturas na superfície do mancal.	62
Tabela 4.2 – Casos analisados e principais resultados.	65

LISTA DE SIGLAS

ADI – Alternating Direction Implicit

FCM - Finite Cell Method

JFO - Jakobsson-Flober-Olsson

MDF - Método das Diferenças Finitas

MEF - Método dos Elementos Finitos

MVF - Método dos Volumes Finitos

SEM - Spectral Element Method

SLOR – Successive Line-Over Relaxation

SOR – Successive Over-Relaxation

LISTA DE SÍMBOLOS

c	Folga diametral entre eixo e mancal
d_e	Diâmetro do eixo
d_m	Diâmetro do mancal
dx	Tamanho do elemento no sentido circunferencial
dz	Tamanho do elemento no sentido axial
e	Excentricidade do eixo no mancal
F	Força aplicada no mancal
f	Função qualquer
h	Espessura do filme de óleo em dada posição
h_f	Espessura final do filme de óleo em dada posição
h_0	Mínima espessura do filme de óleo
h'	Espessura do filme de óleo por conta da textura em dada posição
g	Função de mudança
L	Largura do mancal
M_r	Dissipação viscosa ou torque de atrito
M	Centro geométrico do mancal
n	Rotação do eixo
ndx	número de elementos no sentido circunferencial
ndz	número de elementos no sentido axial
O	Centro geométrico do eixo
P	Pressão hidrodinâmica no mancal
P_{hid}	Pressão hidrostática na expressão de Navier Stokes
P_{ij}	Tensão viscosa na expressão de Navier Stokes
P_{cav}	Pressão para início da cavitação gasosa
P_{max}	Máxima pressão hidrodinâmica no mancal
P_0	Pressão ambiente
R	Raio do mancal
r	Raio da textura na superfície do mancal
r_y	Profundidade da textura
R_z	Rugosidade
t	Tempo
U	Velocidade tangencial
u	Velocidade na direção x
v	Velocidade na direção y
w	Velocidade na direção z
W	Capacidade de carga resultante
W_t	Soma de desvios de forma
W_x	Capacidade de carga na direção da excentricidade
W_y	Capacidade de carga na direção perpendicular à W_x

x	Direção do sistema de coordenadas cartesiano
x_c	Posição da textura em x
X	Força de corpo por unidade de massa em x
y	Direção do sistema de coordenadas cartesiano
Y	Força de corpo por unidade de massa em y
z	Direção do sistema de coordenadas cartesiano
Z	Força de corpo por unidade de massa em z
z_c	Posição da textura em z
α	Direção em x utilizando referência circunferencial
α_c	Posição da textura em α
β	Ângulo de atitude
β_{rho}	Fator de compressibilidade do fluido
θ	Razão entre densidades
μ	Viscosidade do lubrificante
ρ	Densidade
ρ_{cav}	Densidade na pressão de cavitação

Sumário

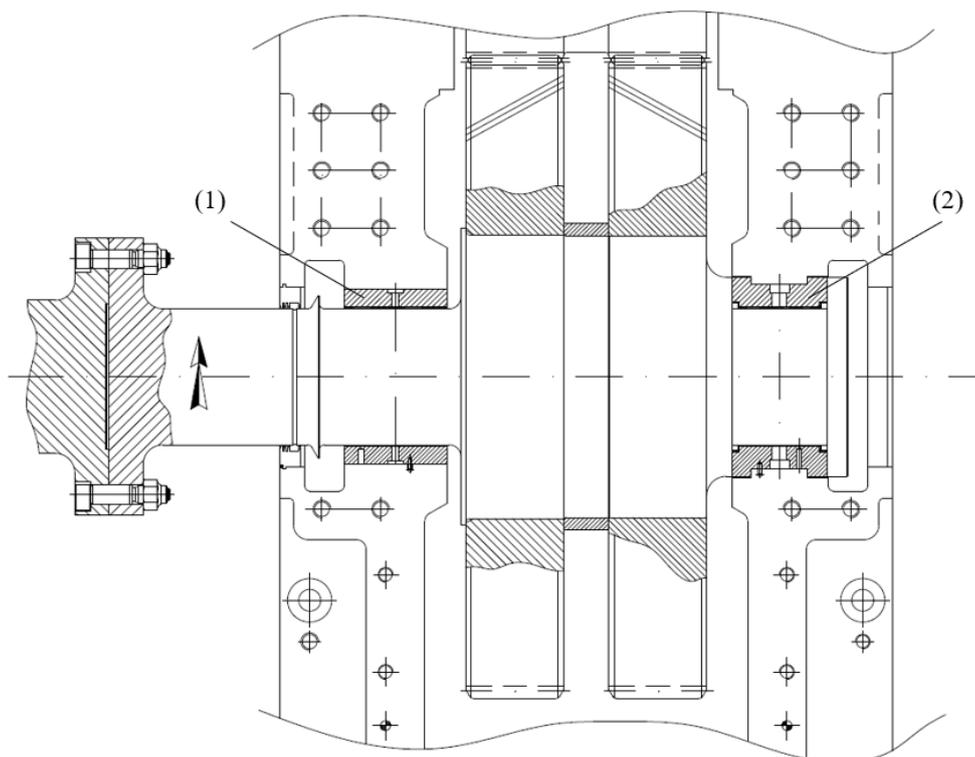
1. INTRODUÇÃO.....	15
1.1 MANCAIS DE DESLIZAMENTO TEXTURIZADOS.....	18
1.2 OBJETIVOS.....	21
1.2.1 <i>Objetivo principal</i>	21
1.2.2 <i>Objetivos secundário</i>	21
1.3 METODOLOGIA	22
2 MODELO MATEMÁTICO PARA MANCAIS DE DESLIZAMENTO RADIAIS TEXTURIZADOS	23
2.1 EQUAÇÃO DE REYNOLDS.....	25
2.1.1 <i>Condições de contorno circunferenciais sem conservação de massa</i>	31
2.1.2 <i>Condições de contorno circunferenciais com conservação de massa</i>	34
2.1.3 <i>Equação de Reynolds modificada</i>	35
2.2 MODELAGEM INCLUINDO TEXTURAS SUPERFICIAIS	38
2.3 SOLUÇÃO DA EQUAÇÃO DE REYNOLDS	41
2.4 CARACTERÍSTICAS ESTÁTICAS DOS MANCAIS RADIAIS	42
3 SIMULAÇÕES NUMÉRICAS	44
3.1 VALIDAÇÃO DA ROTINA COM A LITERATURA E SOFTWARES COMERCIAIS	45
3.2 SENSIBILIDADE DA ROTINA ELABORADA	50
4 RESULTADOS E DISCUSSÃO.....	60
5 CONSIDERAÇÕES FINAIS, CONCLUSÕES E PERSPECTIVAS FUTURAS.....	71
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	73
APÊNDICE A – RESULTADOS DAS SIMULAÇÕES	76

1. INTRODUÇÃO

Mancais de deslizamento são elementos de máquina utilizados para garantir o movimento relativo entre componentes. O movimento relativo entre os elementos é acompanhado de uma carga que o mancal deve suportar. Sentidos, amplitudes e frequências de rotação e cargas precisam ser analisados para a ideal seleção do tipo de mancal para a aplicação.

Cargas radiais e axiais levam ao uso de mancais radiais e axiais respectivamente. Há também a combinação de um mancal radial e axial, tendo-se assim um elemento que absorve ambas as cargas. Ambas as opções citadas são apresentadas na Figura 1.1 e indicadas por (1) e (2), respectivamente.

Figura 1.1 - Exemplo de aplicação de mancais de deslizamento em uma caixa de engrenagens, onde o eixo é apoiado na carcaça por um mancal radial (1) e por um mancal radial-axial (2).

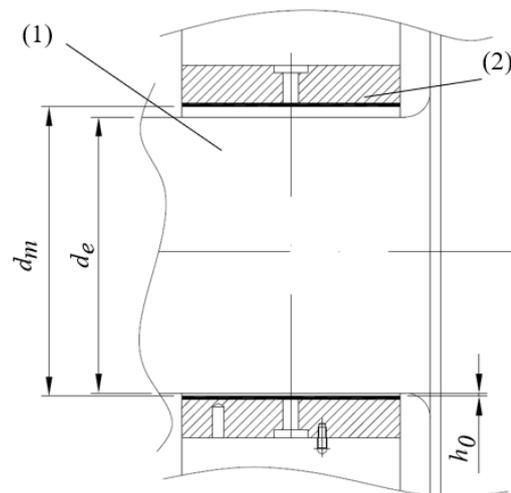


Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

O movimento relativo em mancais radiais é possibilitado pela folga c gerada pela diferença dos diâmetros do mancal d_m (identificado como (2) na Figura 1.2) e do eixo d_e (identificado como (1) na Figura 1.2). A posição do centro do eixo varia com o início da operação em função das condições de operação (velocidades e cargas) e as propriedades do sistema lubrificante (pressões, viscosidades e temperaturas). O volume entre eixo e

mancal é geralmente preenchido por um fluido lubrificante e tem-se desta forma o perfil de filme de lubrificante h . Para cada regime da operação, tem-se uma região específica entre eixo e mancal em que o perfil de filme de lubrificante h atinge um valor mínimo que é identificado por h_0 (Figura 1.2 e Figura 1.3).

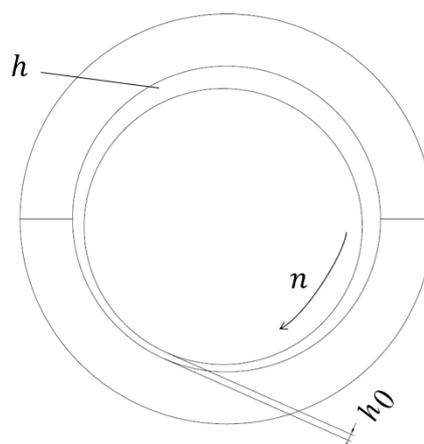
Figura 1.2 - Detalhe em corte da formação do filme de óleo mínimo h_0 , onde (1) representa o eixo e (2) o mancal em corte.



Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

Um corte transversal na Figura 1.2 exibe o perfil da espessura do filme de lubrificante h (Figura 1.3).

Figura 1.3 - Perfil do filme de óleo h em função da posição angular do mancal.



Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

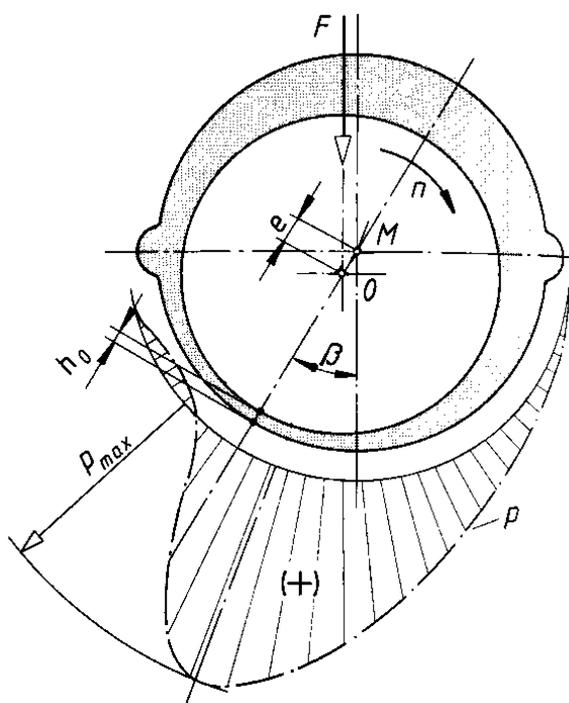
Cada condição de operação irá resultar em posições de equilíbrio distintas que podem ser estabelecidas em função das variáveis e e β , sendo:

e - excentricidade obtida entre os centros do mancal (M) e do eixo (O);

β - ângulo formado entre a linha de excentricidade e e a direção de aplicação de carga (F). β é referenciado como ângulo de atitude.

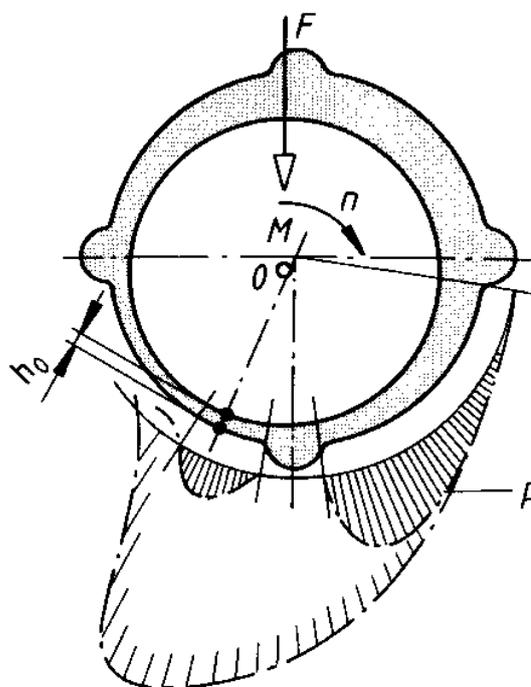
A Figura 1.4 exhibe como e e β são obtidos através do equilíbrio de forças entre F (carga aplicada) e as forças de sustentação resultantes da pressão (P) gerada pelo filme de óleo h .

Figura 1.4 - Mancal de deslizamento radial em operação.



Fonte: Imagem adaptada de Matek *et al.* (1994).

Figura 1.5 - Sustentação de um mancal de deslizamento radial sendo influenciada por uma bolsa extra.



Fonte: Matek *et al.* (1994).

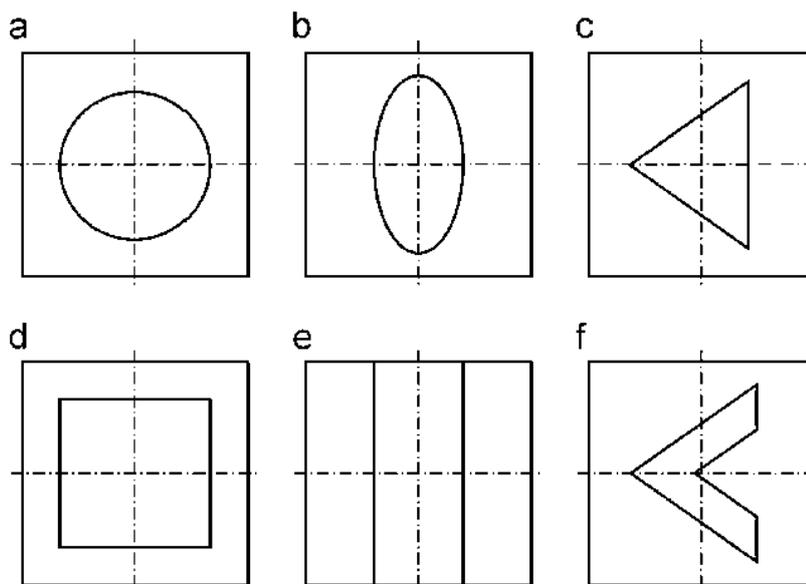
Matek *et al.* (1994) exibem um exemplo presente da influência na sustentação de mancais radiais por modificações nas superfícies envolvidas na formação do filme lubrificante (Figura 1.5). Nota-se por este exemplo que a posição da modificação altera o perfil de filme de óleo h naquela região, ocasionando assim alterações no perfil de distribuição de pressão e consequentemente novos valores para a excentricidade e e ângulo de atitude β .

O exemplo da Figura 1.5 é um caso de modificação “macro” da superfície de formação de filme lubrificante, no caso, uma bolsa. Existem aplicações e estudos da influência de “micro” alterações na superfície, denominadas como *grooves* ou texturas.

1.1 MANCAIS DE DESLIZAMENTO TEXTURIZADOS

A texturização de superfícies é definida como sendo a inserção intencional de detalhes idênticos respeitando um padrão em uma superfície. A aplicação de um padrão (Figura 1.6) é a principal diferença entre a texturização com a rugosidade, onde a última apresenta distribuição aleatória (GROPPER *et al.*, 2015). A texturização pode ocorrer de forma aditiva ou subtrativa à superfície de referência, sendo a última a mais encontrada devido às vantagens tribológicas e facilidade de fabricação (IBATAN *et al.*, 2015).

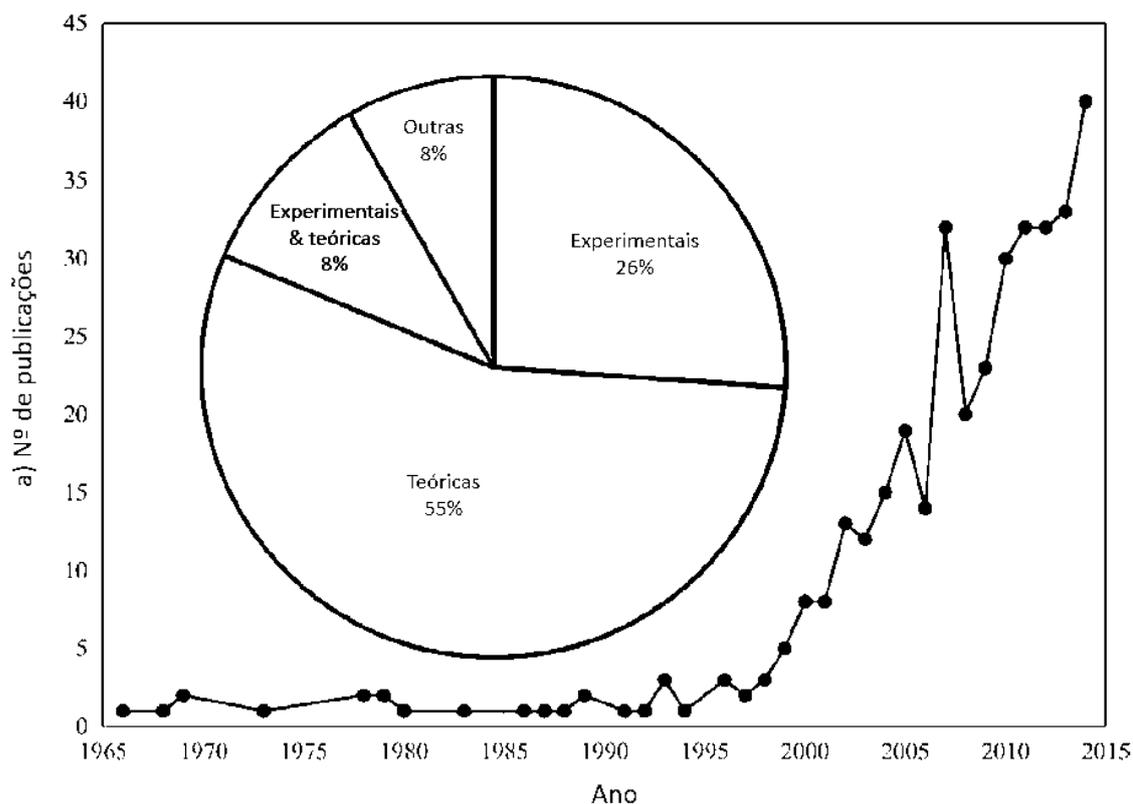
Figura 1.6 - Tipos de texturas: a) circular, b) elíptica, c) triangular, d) quadrada, e) em rasgo, f) em chevron.



Fonte: Gropper *et al.* (2015).

A geração deste padrão controlado é um desafio que vem apresentando maiores evoluções nas últimas décadas (Figura 1.7), isto graças ao surgimento de técnicas de fabricação em escala micrométrica (TALA-IGHIL *et al.*, 2007).

Figura 1.7 - Publicações internacionais relacionadas à texturização de superfícies de 1965 - 2015.



Fonte: Traduzido de Gropper *et al.* (2015).

Ibatan *et al.* (2015) citam opções para geração das texturas como:

- Texturização à laser;
- Microfresamento;
- Microfundição;
- Ataque eletroquímico.

Algumas observações são feitas pelos mesmos autores:

A texturização à laser é comumente aplicada na indústria de eletrônicos, apresentando alta precisão no controle do tamanho e forma das texturas geradas. Ainda, o processo a laser é rápido, reduzindo consideravelmente tempos de operação. Uma observação é feita com relação às altas energias envolvidas, que afetam termicamente as zonas ao redor da textura gerada, modificando localmente a microestrutura e propriedades mecânicas.

O microfresamento com ferramentas de topo de esfera é uma opção promissora, onde se pode gerar as texturas em superfícies planas e complexas. Porém, muitos estudos precisam ainda ser realizados com relação à formação de rebarbas e consequentemente maior precisão de usinagem.

A microfundição é um processo com poucos estudos e aplicações. O processo é vantajoso por reduzir a necessidade de usinagem extras, reduzindo custos e formação de rebarbas.

A geração de texturas por meios eletroquímicos é uma realidade nas indústrias biomédicas, automotivas e aeroespaciais. Há uma série de vantagens sobre os outros processos citados, como: alta eficiência, baixos custos produtivos, não há desgaste de ferramenta e não há zonas termicamente afetadas.

Conforme comentários de Ibatan *et al.* (2015), nota-se que a seleção do processo de texturização precisa considerar as dimensões e formas finais desejadas para a textura em análise. Ainda, deve-se atentar que o processo selecionado de texturização não impacte outras características superficiais, se sobrepondo aos efeitos esperados da textura em si.

Com a ultrapassagem das barreiras de microgeração das texturas, surgiram os estudos tribológicos de análise de seu efeito. Nota-se na Figura 1.7 o desequilíbrio da metodologia dos estudos, onde 55% são teóricos e 26% experimentais. Estudos teóricos são realizados através da elaboração de modelos matemáticos que buscam simular as condições de operação sob influência das texturas. Estudos experimentais são na maioria realizados em bancadas de teste para análise tribológica, como bancadas do tipo *pin-on-disc* e *ball-on-disc* (GROPPER *et al.*, 2015).

Segundo Gropper *et al.* (2015), um dos primeiros trabalhos a analisar a texturização de mancais através de modelos teóricos é o de Tala-Ighil *et al.* (2007). O estudo de Tala-Ighil *et al.* (2007), como muitos outros estudos teóricos, analisa a variação na performance do mancal sob influência das texturas. A performance é analisada pela variação na espessura de filme de óleo (diretamente relacionada com a capacidade de carga) e variação no torque de atrito (inversamente relacionada com a eficiência).

Wakuda *et al.* (2003) citam ainda outras possíveis vantagens do uso de texturas, como:

- As texturas poderiam servir como reservatórios locais de óleo, auxiliando na lubrificação em casos de escassez momentânea de óleo;
- As texturas poderiam servir como pontos de captura de particulados (*debris*). Tang *et al.* (2013) apresentam experimentos práticos para a análise desta possível vantagem.

Segundo Ibatan *et al.* (2015) há ainda grande divergência nos resultados das influências das texturas na performance de mancais hidrodinâmicos, isto devido à falta de consenso de quais seriam os melhores modelos e procedimentos para a análise.

1.2 OBJETIVOS

Ainda que a texturização de superfícies seja aplicada em diversos casos, nota-se que as pesquisas no campo dos mancais hidrodinâmicos são ainda recentes e com conclusões divergentes.

A aplicação de mancais de deslizamento é extensa na indústria, com grande destaque no Brasil no setor sucroalcooleiro, petroquímico e de geração de energia. Há uma crescente exigência por tecnologias mais eficientes e com maior confiabilidade. Tendo-se o suporte do avanço das técnicas de fabricação, deve-se estar preparado para um projeto atualizado para os mancais de deslizamento.

Este estudo busca analisar a influência das texturizações na superfície de mancais hidrodinâmicos radiais por meio de um modelo matemático implementado computacionalmente.

1.2.1 *Objetivo principal*

Analisar a influência de texturas na performance de mancais radiais hidrodinâmicos, simulando computacionalmente as superfícies envolvidas em condição de lubrificação hidrodinâmica.

1.2.2 *Objetivos secundário*

- Entender a evolução dos métodos de cálculos numéricos para mancais radiais hidrodinâmicos, buscando os motivos para cada progresso.
- Estabelecer uma rotina computacional, atendendo os requisitos específicos para uma análise de superfícies texturizadas.
- Registrar as limitações do modelo computacional elaborado, indicando as hipóteses simplificadoras adotadas.
- Identificar possíveis sequências de estudo, gerando continuidade do assunto na pesquisa científica.

1.3 METODOLOGIA

É realizada uma busca bibliográfica para identificar possíveis modelagens matemáticas para o problema. Em paralelo, identifica-se os métodos numéricos utilizados pelos autores para modelagem.

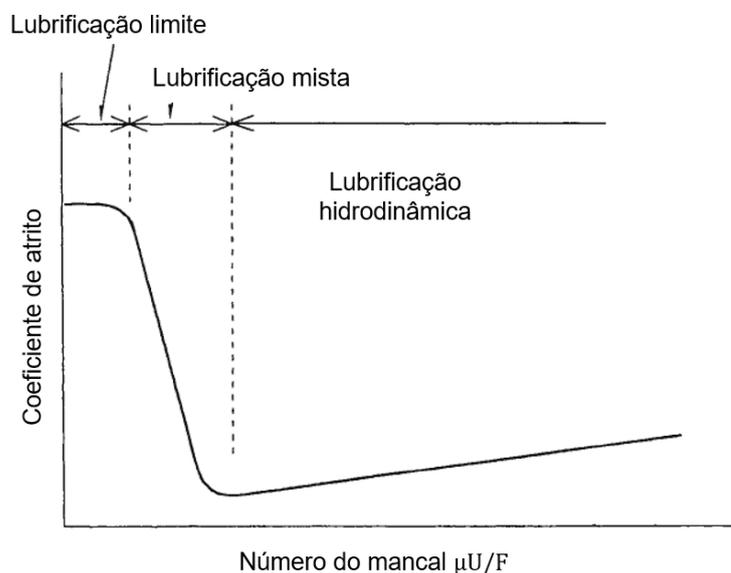
Utiliza-se o software GNU Octave (2019) para elaboração de uma rotina computacional para modelagem e solução do problema.

Os resultados sob efeito da cavitação são comparados com estudos da bibliografia e softwares comerciais a fim de validar a rotina computacional desenvolvida.

2 MODELO MATEMÁTICO PARA MANCAIS DE DESLIZAMENTO RADIAIS TEXTURIZADOS

O lubrificante presente na folga do mancal c pode assumir três tipos de regimes de lubrificação: limite, mista e hidrodinâmica. Richard Stribeck (1861 - 1950) deu origem ao diagrama de Stribeck (Figura 2.1) em 1902 através de experimentos para exibir a relação entre coeficiente de atrito e tipo de lubrificação (HORI, 2006). Nota-se que a transição de um regime para outro ocorre com o aumento da velocidade tangencial (U) ou com a diminuição da carga aplicada (F), sendo ainda influenciado pela viscosidade μ do lubrificante.

Figura 2.1 - Diagrama de Stribeck.



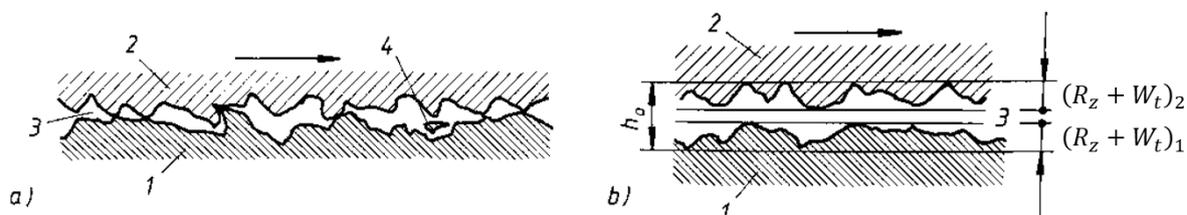
Fonte: Adaptado de Hori (2006).

Na lubrificação limite há contato direto entre mancal e eixo, resultando em um alto coeficiente de atrito, e conseqüentemente, alta força de atrito e geração de potência térmica. A sustentação das forças ocorre puramente pela força estática resultante entre mancal e eixo.

Na lubrificação mista há formação de filme de lubrificante, reduzindo assim o coeficiente de atrito, mas sua espessura é inferior às características superficiais do eixo e do mancal. Estas características são: desvios de forma e rugosidade (Figura 2.2a). A sustentação das forças ocorre pela combinação de pressões hidrodinâmicas e força estática do contato direto entre superfícies.

Na lubrificação hidrodinâmica há completa formação de um filme lubrificante entre as superfícies (Figura 2.2b). O coeficiente de atrito é menor e a sustentação da força ocorre pela geração de pressão hidrodinâmica.

Figura 2.2 - Regime de lubrificação mista e hidrodinâmica, sendo: (1) o mancal, (2) o eixo, (3) a folga mínima real e (4) um *debris* gerado na lubrificação mista.

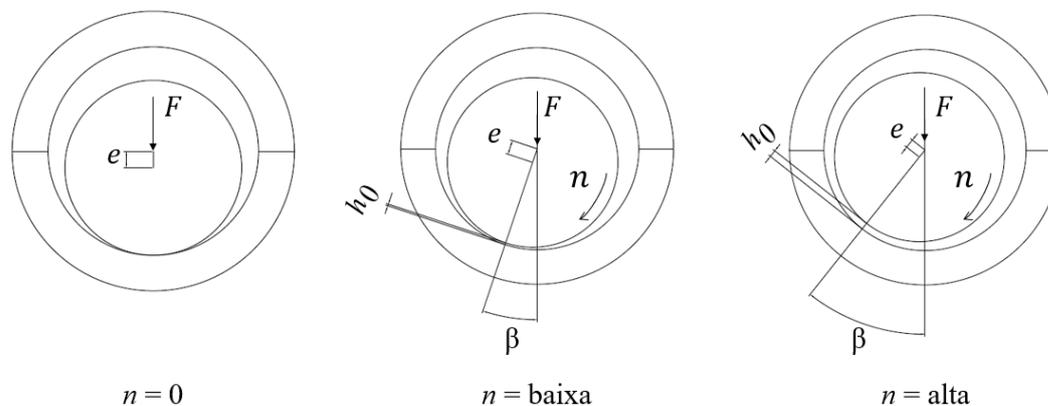


Fonte: Adaptado de Matek (1994).

Tem-se usualmente nas aplicações uma transição como do diagrama de Stribeck (Figura 2.1) no acionamento de equipamentos, onde mancal e eixo estão em contato quando a rotação é zero e com a aceleração do equipamento avança-se para um regime misto (Figura 2.2a) e na sequência hidrodinâmico (Figura 2.2b). Nota-se no regime hidrodinâmico que este só é garantido com uma mínima formação de filme lubrificante que seja superior aos desvios de forma ($W_{t_{1,2}}$) e parâmetros de rugosidade ($R_{z_{1,2}}$) do mancal e do eixo.

A Figura 2.3 ainda exhibe a variação das condições de equilíbrio no regime hidrodinâmico com o aumento da velocidade de rotação n , onde se observa variações nas excentricidades e e ângulos de atitude β , resultando conseqüentemente no mínimo filme lubrificante h_0 .

Figura 2.3 - Início de operação em um mancal de deslizamento radial.



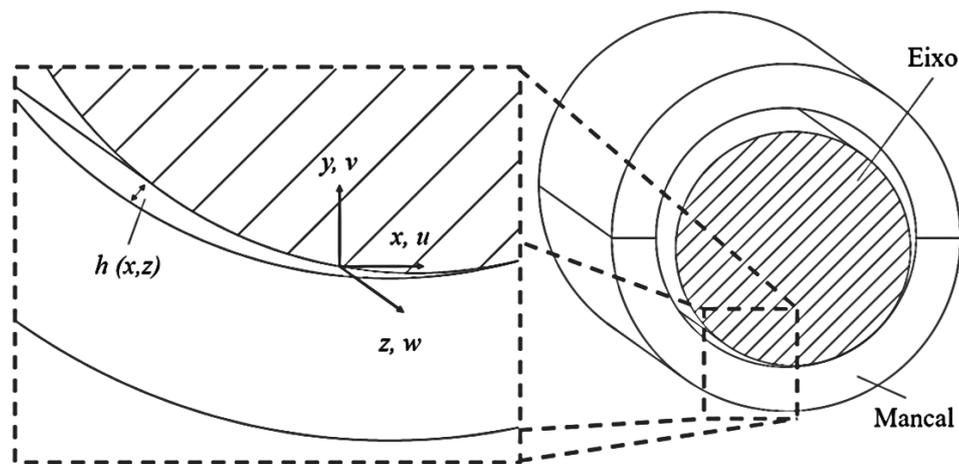
Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

Mancais radiais e axiais em regime de lubrificação hidrodinâmica podem ser analisados através da equação constitutiva de Reynolds para se obter as condições de equilíbrio em operação e valores característicos da performance dos componentes.

2.1 EQUAÇÃO DE REYNOLDS

Reynolds (1886) analisou os experimentos realizados por Beauchamp Tower em 1883 e 1884 para propor em seu estudo a equação clássica de Reynolds. A Figura 2.4 exibe o sistema de coordenadas utilizado no desenvolvimento:

Figura 2.4 - Sistema de coordenadas do filme de óleo utilizado no desenvolvimento da equação clássica de Reynolds.



Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

Para se utilizar o sistema de coordenadas da Figura 2.4 em mancais radiais, Reynolds (1886) assume sua primeira hipótese simplificadora (identificadas em sequência numérica antecedidas por um “H”):

H1. As magnitudes dos raios do eixo e do mancal são muito superiores à espessura do filme lubrificante, e assim, pode-se planificar o mancal, utilizando-se o sistema de coordenadas cartesiano.

Reynolds (1886) inicia o desenvolvimento pela equação de Navier-Stokes para expressar a tensão viscosa (P_{ij}) em um fluido newtoniano nas direções ortogonais (equações 2.1) e tangenciais (equações 2.2).

$$\begin{aligned} P_{xx} &= -P_{hid} - \frac{2}{3}\mu \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right) + 2\mu \frac{\partial u}{\partial x} \\ P_{yy} &= -P_{hid} - \frac{2}{3}\mu \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right) + 2\mu \frac{\partial v}{\partial y} \end{aligned} \quad (2.1)$$

$$\begin{aligned}
P_{zz} &= -P_{hid} - \frac{2}{3}\mu \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right) + 2\mu \frac{\partial w}{\partial z} \\
P_{xy} &= P_{yx} = \mu \left(\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \right) \\
P_{yz} &= P_{zy} = \mu \left(\frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial z} \right) \\
P_{zx} &= P_{xz} = \mu \left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right)
\end{aligned} \tag{2.2}$$

Sendo:

P_{hid} – Pressão hidrostática;

u , v , e w as velocidades nas direções x , y e z respectivamente.

A substituição das equações 2.1 e 2.2 nas equações de movimento do fluido de Cauchy (três primeiras equações listadas em 2.3) e na equação da continuidade (última equação listada em 2.3) fornece a equação completa de movimento no interior de um fluido viscoso.

$$\begin{aligned}
\rho \frac{\delta u}{\delta t} &= \rho X + \frac{\partial P_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial P_{yx}}{\partial y} + \frac{\partial P_{zx}}{\partial z} \\
\rho \frac{\delta v}{\delta t} &= \rho Y + \frac{\partial P_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial P_{yy}}{\partial y} + \frac{\partial P_{zy}}{\partial z} \\
\rho \frac{\delta w}{\delta t} &= \rho Z + \frac{\partial P_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial P_{yz}}{\partial y} + \frac{\partial P_{zz}}{\partial z} \\
\frac{\delta \rho}{\delta t} + \rho \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right) &= 0
\end{aligned} \tag{2.3}$$

Sendo:

X , Y e Z as forças de corpo por unidade de massa agindo nas direções x , y e z respectivamente;

t o tempo.

Antes de seguir com a substituição, Reynolds (1886) assume mais três hipóteses simplificadoras:

H2. Termos relacionados à inércia e gravidade, que possuem ρ como fator, nas três primeiras equações 2.3 podem ser omitidos. Esta simplificação ocorre já que estas forças são muito inferiores quando comparadas às forças viscosas (termos com o fator μ).

H3. No caso de óleo, pode-se assumir este como incompressível, omitindo assim os termos relacionados à compressibilidade do fluido;

H4.O fluido é considerado newtoniano, logo, μ é constante com relação à taxa de cisalhamento;

Através destas três simplificações, e substituindo as equações 2.1 e 2.2 no conjunto de equações 2.3:

$$\begin{aligned}\frac{\partial P_{xx}}{\partial x} &= \mu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right) \\ \frac{\partial P_{yy}}{\partial y} &= \mu \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} \right) \\ \frac{\partial P_{zz}}{\partial z} &= \mu \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} \right) \\ \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} &= 0\end{aligned}\tag{2.4}$$

Onde a última equação de 2.4 é a equação de continuidade para um pequeno volume de elemento de fluido incompressível. Esta será tratada separadamente do conjunto e segue na equação 2.5:

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0\tag{2.5}$$

Para as três primeiras equações na equação 2.4, Reynolds (1886) assume as seguintes hipóteses simplificadoras adicionais:

H5.A velocidade v (direção da espessura do filme de óleo) é pequena quando comparada com as velocidades u e w . Assim, v pode ser omitido.

H6.As variações das velocidades u e w nas direções x e z , ou seja $\frac{\partial u}{\partial x}$, $\frac{\partial u}{\partial z}$, $\frac{\partial w}{\partial x}$ e $\frac{\partial w}{\partial z}$, são pequenas quando comparadas com as variações na direção y . Estas podem ser omitidas.

As três primeiras equações de 2.4 são simplificadas para:

$$\begin{aligned}\frac{\partial P_{xx}}{\partial x} &= \mu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \\ \frac{\partial P_{yy}}{\partial y} &= 0 \\ \frac{\partial P_{zz}}{\partial z} &= \mu \frac{\partial^2 w}{\partial y^2}\end{aligned}\tag{2.6}$$

São aplicadas as condições de contorno no filme de óleo para um mancal radial conforme Tabela 2.1:

Tabela 2.1 - Condições de contorno aplicadas por Reynolds (1886).

Posição	Condições de contorno		
	1	2	3
$y = 0$	$u = U_0$	$w = 0$	$v = 0$
$y = h$	$u = U_1$	$w = 0$	$v = U_1 \frac{\partial h}{\partial x} + V_1$

Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

As tensões viscosas P_{xx} , P_{yy} e P_{zz} passam a ser representadas por P .

Integra-se as equações 2.6 e aplica-se as condições de contorno da Tabela 2.1 para obter os valores das constantes de integração. Obtém-se as velocidades u e w :

$$u = \frac{1}{2\mu} \frac{\partial P}{\partial x} (y-h)y + U_0 \frac{h-y}{h} + U_1 \frac{y}{h}$$

$$w = \frac{1}{2\mu} \frac{\partial P}{\partial z} (y-h)y \quad (2.7)$$

Diferencia-se as equações 2.7 em x e z respectivamente e substitui-se estas na equação de continuidade 2.5:

$$\frac{\partial v}{\partial y} = -\frac{1}{2\mu} \left[\frac{\partial}{\partial x} \left\{ \frac{\partial P}{\partial x} (y-h)y \right\} + \frac{\partial}{\partial z} \left\{ \frac{\partial P}{\partial z} (y-h)y \right\} \right] - \frac{\partial}{\partial x} \left\{ U_0 \frac{h-y}{h} + U_1 \frac{y}{h} \right\} \quad (2.8)$$

Integra-se a equação 2.8 de $y = 0$ a $y = h$ e substitui-se as condições de contorno da Tabela 2.1:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(h^3 \frac{\partial P}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(h^3 \frac{\partial P}{\partial z} \right) = 6\mu \left\{ (U_0 + U_1) \frac{\partial h}{\partial x} + 2V_1 \right\} \quad (2.9)$$

A equação 2.9 é a equação clássica de Reynolds que descreve a formação do perfil de pressão em mancais hidrodinâmicos.

Além das hipóteses simplificadoras de Reynolds (1886), a DIN 31652 (1983) lista mais algumas simplificações importantes:

H7. O fluxo do lubrificante é laminar. Segundo Khonsari e Booser (2008), pode-se utilizar equações modificadas de Reynolds para análise de fluxos turbulentos.

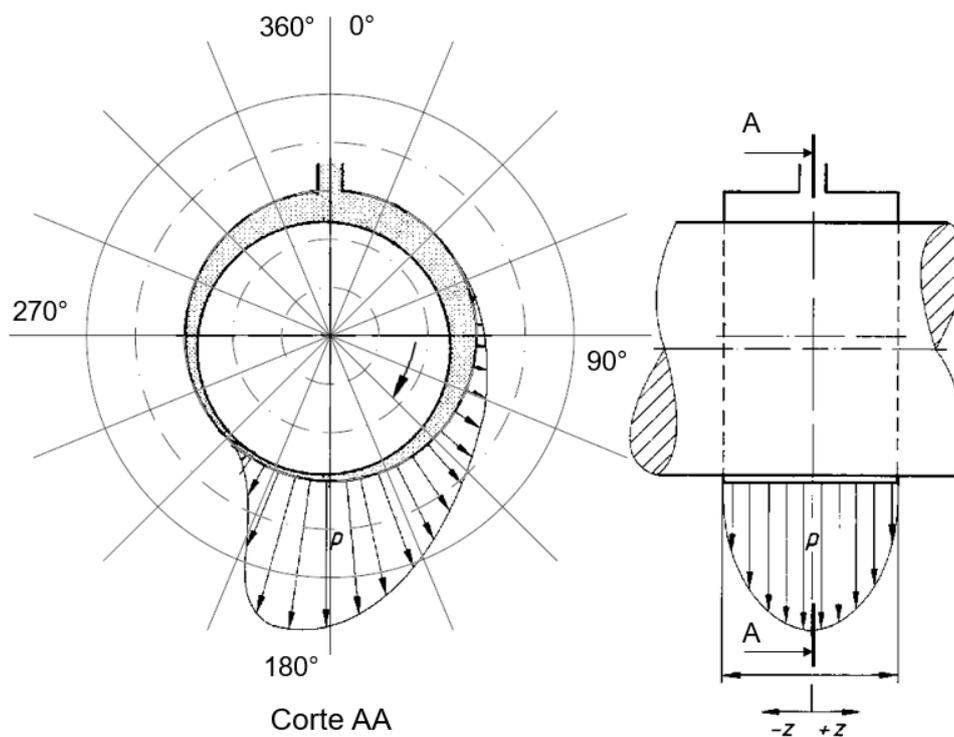
H8. Não há escorregamento entre fluido lubrificante e superfícies do eixo e mancal.

H9. Além de desprezar as forças de inércia, despreza-se também os efeitos de forças de campo gravitacional ou magnético.

- H10. Eixo, mancal e carcaças envolvidas são considerados rígidos;
- H11. Em casos em que o fluido lubrificante é inserido de forma forçada no mancal esta pressão inicial é desprezada, visto a diferença entre ela e as pressões obtidas hidrodinamicamente;
- H12. A viscosidade μ é constante com relação à variação de temperatura ao longo do perfil do filme de óleo.

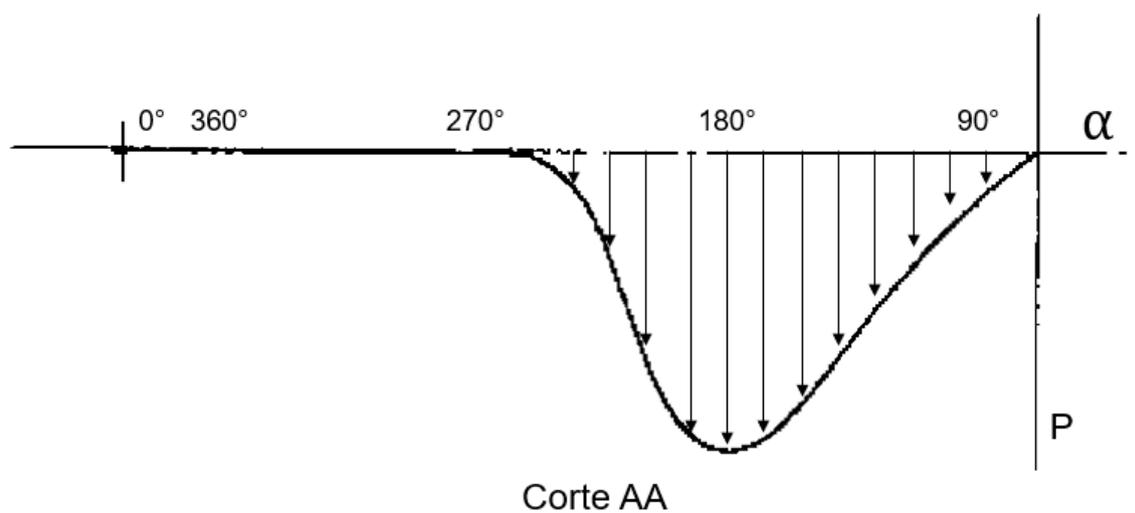
Conforme simplificações adotadas, a equação clássica de Reynolds é escrita em coordenadas cartesianas, logo, é usual a representação de resultados com o mancal planificado. Segue nas Figura 2.5 e Figura 2.6 uma comparação entre resultados em coordenadas cilíndricas e coordenadas cartesianas.

Figura 2.5 - Representação da distribuição de pressão em um mancal em coordenadas cilíndricas.



Fonte: Adaptado de DIN 31652 (1983).

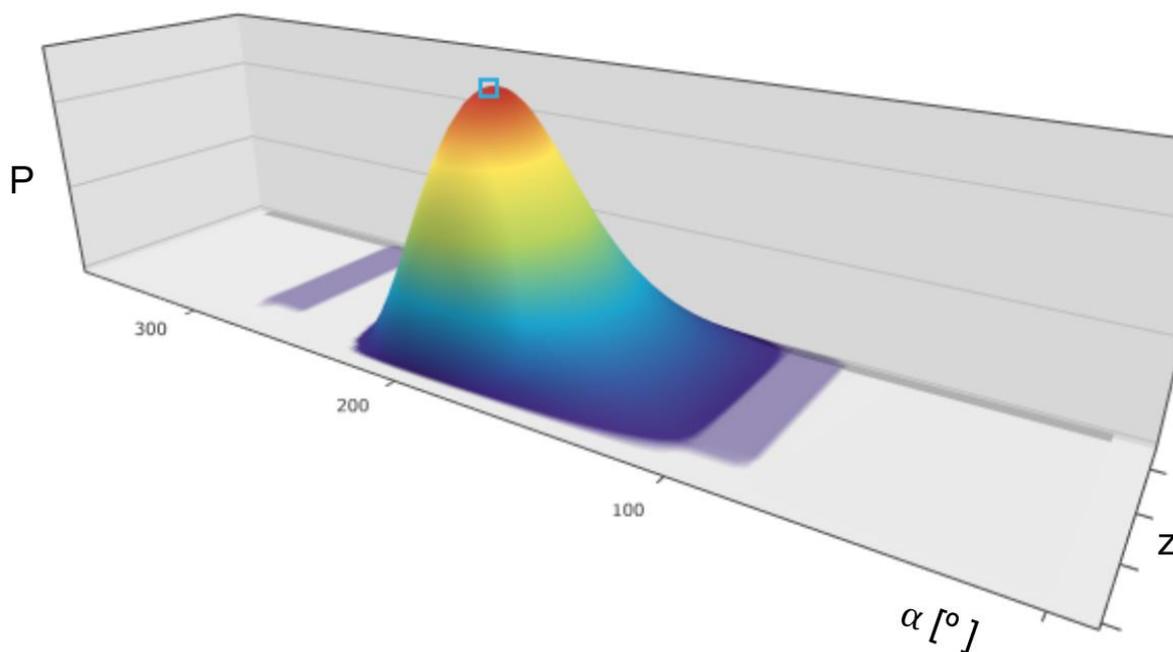
Figura 2.6 - Representação da distribuição de pressão do mancal da Figura 2.5 em coordenadas cartesianas.



Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

O uso das coordenadas cartesianas ainda possibilita gerar um gráfico único para plotagem da distribuição de pressão ao longo da circunferência e largura do mancal conforme Figura 2.7.

Figura 2.7 - Distribuição de pressão em um mancal utilizando coordenadas cartesianas.



Fonte: Elaborado pelo próprio autor através do software comercial FVA-Workbench (2020).

As condições de contorno da Tabela 2.1 são suficientes para determinação da equação clássica de Reynolds, porém, para a solução, deve-se determinar uma condição de contorno ao longo da circunferência.

A equação de Reynolds considera que a folga está completamente preenchida com óleo e que a pressão é positiva em regiões onde a folga diminui e negativa em regiões onde a folga aumenta. Porém, na prática, enquanto as pressões positivas não possuem um limite superior, as pressões negativas possuem. Ao atingir este valor limite para as pressões negativas, tem-se o fenômeno de ruptura do óleo, e a pressão não consegue diminuir mais. O fenômeno de ruptura do óleo é complexo pois envolve diversos fatores, por exemplo, a cavitação e até mesmo o fato desta região atingir valores de pressão mais baixos que o do ambiente, possibilitando assim a entrada de ar ou fluidos externos (HORI, 2006).

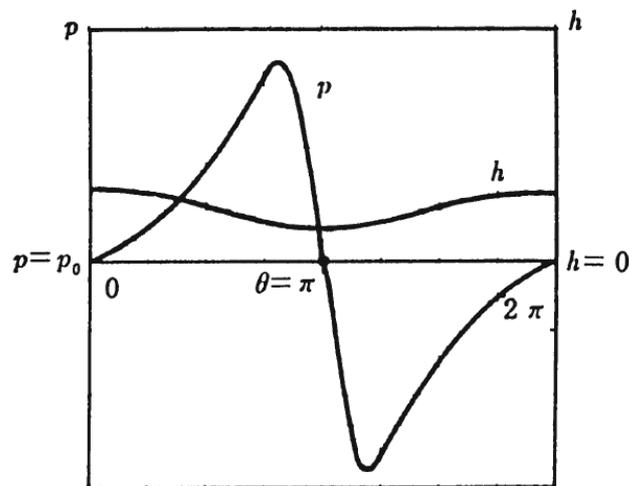
As opções de condições de contorno a serem aplicadas na região de ruptura de filme de óleo foram evoluindo ao longo dos estudos. A seleção de qual condição utilizar depende da natureza do problema.

2.1.1 Condições de contorno circunferenciais sem conservação de massa

A solução da equação de Reynolds por Sommerfeld¹ (1914), *apud* Braun e Hannon (2010) não considera a ruptura do filme de óleo, permitindo que a distribuição de pressões atingisse valores sub-atmosféricos e até mesmo negativos. Os campos de pressões positivas e negativas resultantes são simétricos (Figura 2.8).

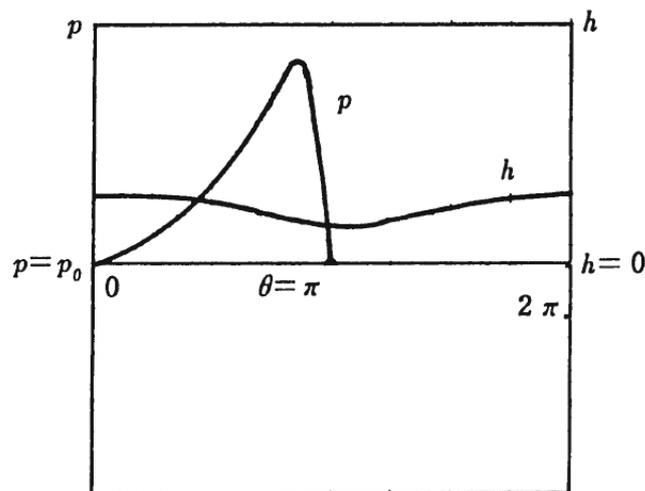
¹ SOMMERFELD, A. Zur hydrodynamische Theorie der Schmiermittelreibung. **Zeit Math. Phys.** v. 50, p. 97-155, 1904.

Figura 2.8 - Condição de contorno de Sommerfeld.



Fonte: Someya (1989).

Como forma de aproximar os resultados dos experimentos práticos, Gumbel² (1914), *apud* Braun e Hannon (2010), apresenta uma condição de contorno que zera todos os valores negativos de pressão (Figura 2.9). Esta condição de contorno também é conhecida como *Half-Sommerfeld*.

Figura 2.9 - Condição de contorno de Gumbel, ou *Half-Sommerfeld*.

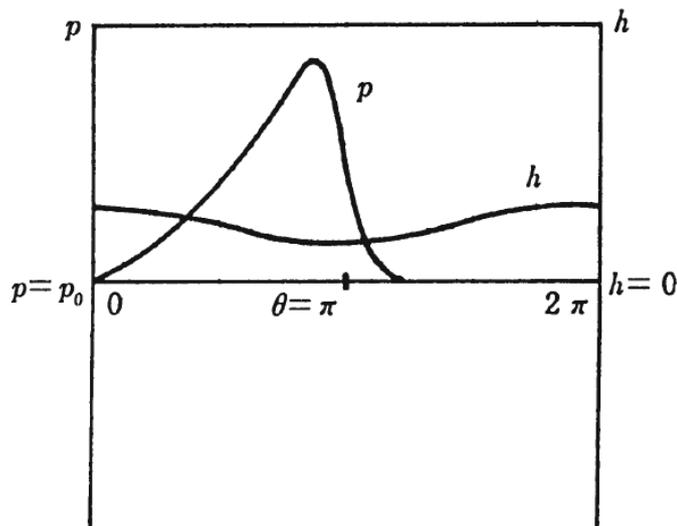
Fonte: Adaptado de Someya (1989).

A condição de contorno de Gumbel viola o princípio de fluxo contínuo ao zerar abruptamente os valores negativos do campo de pressão (KHONSARI; BOOSER, 2008). Ainda segundo Khonsari e Booser (2008), Reynolds (1886) já estava ciente dos problemas associados à condição de contorno na região divergente do filme de óleo, mas

² GÜMBEL, L. **Das Problem der Lagerreibung**. Berlin Bezirksverein. v. 5, p. 87-104 e p. 109-120, 1914.

são Swift³ (1932) e Stieber⁴ (1933), *apud* Braun e Hannon (2010), que apresentam de forma independente uma nova condição de contorno que considera que a região de ruptura do filme de óleo ocorre de forma gradual obedecendo a condição que $\frac{\partial P}{\partial x} = \frac{\partial P}{\partial y} = 0$ (Figura 2.10). Esta condição de contorno também é chamada de condição de contorno de Reynolds (HORI, 2006).

Figura 2.10 - Condição de contorno de Swift-Stieber.



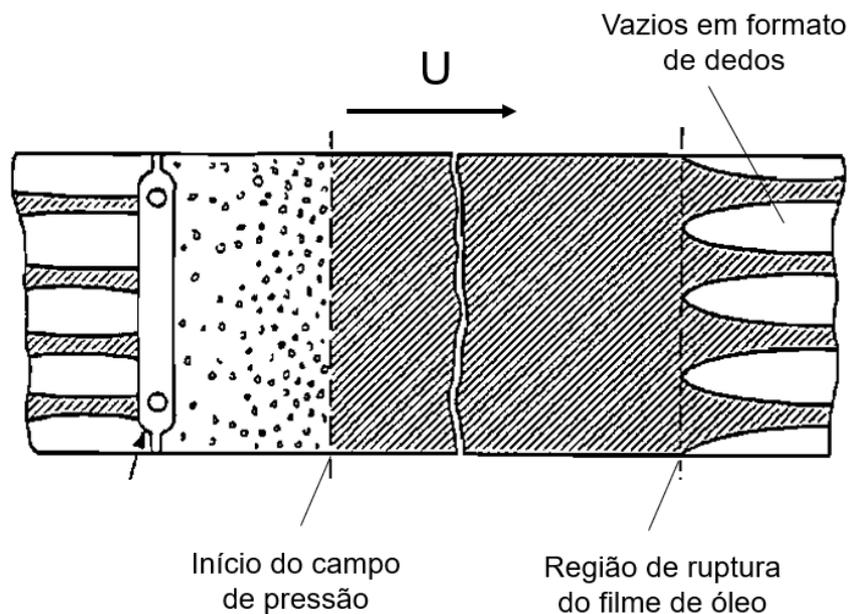
Fonte: Adaptado de Someya (1989).

Conforme discutido, a convergência do filme de óleo leva ao aumento das pressões no mancal e ao ultrapassar a região de máxima pressão, o filme de óleo volta a aumentar a sua espessura. Conforme Figura 2.11, o óleo pressurizado não consegue ocupar este aumento de folga, gerando-se assim a ruptura do filme de óleo que costuma ocorrer em vazios com formato de dedos (*finger-shaped-voids*) (KHONSARI; BOOSER, 2008).

³ SWIFT, H. W. The stability of lubricating films in journal bearings. **Proceedings of the institution of civil engineers**. v. 233, p. 267-288, 1932.

⁴ STIEBER, W. **Das schwimmlager: Hydrodynamische Theorie des Gleitlagers**. VDI Verlag, GmbH, Berlin, 1933

Figura 2.11 - Região de ruptura do filme de óleo.



Fonte: Adaptado de Heshmat (2008).

O fenômeno da Figura 2.11 é considerado na condição de Swift-Stieber e recebe o termo de cavitação gasosa, mas é a condição de contorno de Jakobsson-Flober-Olsson (JFO) que se mostra mais avançada para o descrever (BRAUN; HANNON, 2010).

Ausas *et al.* (2007) exibem como a aplicação de um modelo sem conservação de massa para mancais texturizados superestima o ganho na capacidade de carga. O estudo recomenda o uso de modelos com conservação de massa, como modelos que seguem a teoria de JFO.

2.1.2 Condições de contorno circunferenciais com conservação de massa

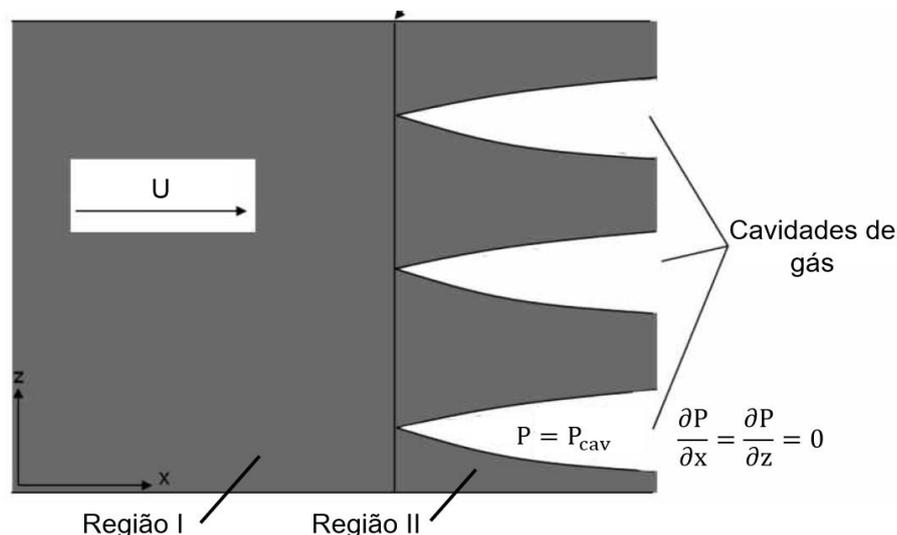
Jakobsson e Floberg⁵ (1957) e Olsson⁶ (1965), *apud* Elrod (1981), apresentam uma teoria de cavitação que garante um compromisso adequado entre a praticidade e a precisão. A teoria é identificada por JFO e divide o filme de óleo em duas regiões: a primeira região com formação completa do filme (região I da Figura 2.12) obedece a clássica equação de Reynolds (equação 2.9); a segunda região surge com a ruptura do filme de óleo (região II da Figura 2.12). Nesta segunda região, somente parte da folga é

⁵ JAKOBSSON, B.; FLOBERG, L. The finite journal bearing, considering vaporization. **Transactions of Chalmers University Technology**, Goteborg, Sweden: v. 190, p. 1-119, 1957.

⁶ OLSSON, K. Cavitation in dynamically loaded bearings. **Transactions of Chalmers University Technology**, Goteborg, Sweden: v. 308, 1965.

preenchida com óleo e a pressão é considerada constante, assim, os termos da equação de Reynolds (equação 2.9) relacionadas à pressão, são zerados (ELROD, 1981).

Figura 2.12 - Modelo de cavitação de JFO.



Fonte: Adaptado de Braun e Hannon (2010).

A condição de contorno de JFO resulta da aplicação da conservação de massa na interface de filme completo e zonas de cavitação (ELROD, 1981). A teoria de JFO recebeu diversos algoritmos para sua implementação (BRAUN; HANNON, 2010).

2.1.3 Equação de Reynolds modificada

Elrod e Adams⁷ (1974), *apud* Braun e Hannon (2010) apresentam uma equação modificada de Reynolds que descreve as condições hidrodinâmicas nas regiões de filme completo e de cavitação.

O algoritmo de Elrod e Adams (1974) é aprimorado e apresentado em Elrod (1981) através de uma equação de Reynolds modificada. São apresentadas três novas variáveis 2.10, 2.11 e 2.12 que precisam ser inseridas na equação clássica de Reynolds, sendo a primeira a razão adimensional entre as densidades:

$$\theta = \frac{\rho}{\rho_{cav}} \quad (2.10)$$

Na qual,

⁷ ELROD, H. G.; ADAMS, M. L. A computer program for cavitation and starvation problems. **Proceedings of the first Leeds-Lyon Symposium on Tribology**. Leeds, 1974.

ρ = densidade do filme de óleo;

ρ_{cav} = densidade do filme de óleo na região de cavitação onde a pressão é constante e vale P_{cav} .

No caso, θ é um valor adimensional que indica se está na região de cavitação ou não:

Se $\theta < 1$, tem-se uma densidade menor que a densidade ρ_{cav} , logo, tem-se uma condição de ruptura devido a região de cavitação.

Se $\theta \geq 1$, tem-se a completa formação de filme de óleo.

A segunda variável necessária é a constante β_ρ (*bulk modulus* ou fator de compressibilidade (BRAUN; HANNON, 2010)) que determina a relação da densidade com a pressão:

$$\beta_\rho = \rho \frac{\partial P}{\partial \rho} \quad (2.11)$$

E a terceira variável necessária é a função de mudança g :

$$g = g(\theta) \quad (2.12)$$

Onde:

Se $\theta < 1 \rightarrow g = 0$, ou seja, tem-se a condição de cavitação;

Se $\theta \geq 1 \rightarrow g = 1$, ou seja, tem-se a formação completa do filme de óleo.

Inicia-se isolando ρ da expressão 2.10 e diferencia-se em ρ :

$$\rho_{cav} \cdot \theta = \rho \quad (2.13)$$

$$\rho_{cav} \frac{\partial \theta}{\partial \rho} = \frac{\partial \rho}{\partial \rho} \quad (2.14)$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial \rho} = \frac{1}{\rho_{cav}} \cdot 1 \quad (2.15)$$

$$\partial \rho = \rho_{cav} \cdot \partial \theta \quad (2.16)$$

Substitui-se a equação 2.16 na equação 2.11:

$$\beta_\rho = \rho \cdot \frac{\partial P}{\rho_{cav} \cdot \partial \theta} \quad (2.17)$$

Utiliza-se a definição em 2.10 para se obter uma nova expressão para β_ρ , agora em função de θ :

$$\beta_\rho = \theta \cdot \frac{\partial P}{\partial \theta} \quad (2.18)$$

Vijayaraghavan e Keith Jr. (1989) aplicam uma melhoria no algoritmo de Elrod (1981) ao unir a função de mudança g à expressão 2.18, resultando em:

$$g(\theta)\beta_\rho = \theta \cdot \frac{\partial P}{\partial \theta} \quad (2.19)$$

Pode-se assim isolar ∂P :

$$\partial P = \frac{g(\theta)\beta_\rho}{\theta} \partial \theta \quad (2.20)$$

Conforme equação 2.11, a análise agora considera a compressibilidade do fluido. Assim, precisa-se modificar a equação clássica de Reynolds (2.9), na qual Reynolds (1886) considerou o fluido incompressível. Para isto, considera-se no lugar da equação 2.5 a equação de continuidade para um fluido compressível (KHONSARI; BOOSER, 2008):

$$0 = \frac{\partial \rho u}{\partial x} + \frac{\partial \rho v}{\partial y} + \frac{\partial \rho w}{\partial z} \quad (2.21)$$

Segue-se com a mesma dedução original da equação de Reynolds clássica 2.9 obtendo-se:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\rho h^3 \frac{\partial P}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\rho h^3 \frac{\partial P}{\partial z} \right) = 6\mu \left\{ (U_0 + U_1) \frac{\partial \rho h}{\partial x} + 2V_1 \right\} \quad (2.22)$$

Considera-se que a única velocidade periférica envolvida é a do eixo, logo, $U_0 = V_1 = 0$, resultando em:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\rho h^3 \frac{\partial P}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\rho h^3 \frac{\partial P}{\partial z} \right) = 6\mu U_1 \frac{\partial \rho h}{\partial x} \quad (2.23)$$

Substitui-se 2.10 e 2.20 na equação 2.23:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\beta_p h^3 g(\theta) \frac{\partial \theta}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\beta_p h^3 g(\theta) \frac{\partial \theta}{\partial z} \right) = 6\mu U_l \frac{\partial \theta h}{\partial x} \quad (2.24)$$

A equação 2.24 é a equação modificada de Reynolds proposta por Elrod (1981) com modificações por Vijayaraghavan e Keith Jr. (1989).

Muitos estudos partem da equação modificada de Reynolds 2.24. Fesanghary e Khonsary (2011) apresentam uma modificação na função binária de mudança g , onde esta recebe valores intermediários entre 0 e 1 para aprimorar a convergência da solução. Profito (2015) e Ausas *et al.* (2007) estabelecem algoritmos para solução da equação através de métodos numéricos.

A solução da equação modificada (2.24) fornece a distribuição da razão entre densidades θ , que inclui a distribuição de regiões de formação completa de filme de óleo e regiões com cavitação. Tendo-se a distribuição de θ ao longo do mancal, pode-se obter a distribuição de pressões P através da integração da equação 2.20, que resulta em:

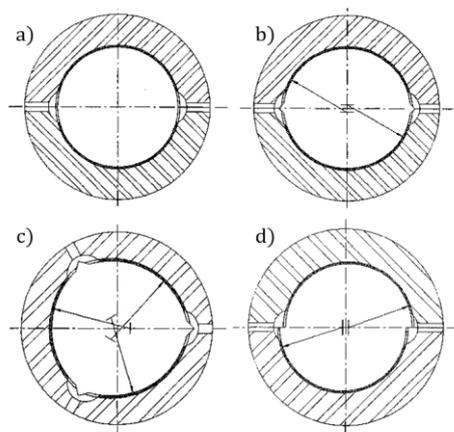
$$P = g(\theta) \beta_p \ln \theta + P_{cav} \quad (2.25)$$

Pode-se assim, através da equação 2.25, obter a distribuição de pressões P em um mancal radial hidrodinâmico, incluindo-se os efeitos de cavitação.

2.2 MODELAGEM INCLUINDO TEXTURAS SUPERFICIAIS

A equação de Reynolds clássica (2.9) e as equações de Reynolds modificadas possibilitam a análise de diversos tipos de mancais (Figura 2.13). Para isto, basta estabelecer a expressão do perfil do filme de óleo $h(\alpha)$ para cada tipo de mancal.

Figura 2.13 - Variação na geometria de mancais de deslizamento.



Fonte: Imagem adaptada de Zeidan e Paquette (1994).

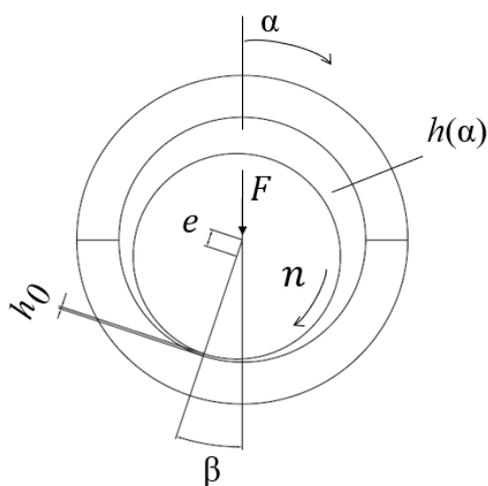
A Figura 2.13 exibe quatro tipos de mancais, sendo:

- a) Mancais cilíndricos;
- b) Mancais 2 lóbulos;
- c) Mancais 3 lóbulos;
- d) Mancais *off-set*.

Para mancais cilíndricos, o perfil do filme de óleo $h(\alpha)$ é expresso em função da folga c , da excentricidade e e do ângulo de atitude β (equação 2.26 e Figura 2.14):

$$h(\alpha) = c + e \cdot \cos(\alpha - \beta) \quad (2.26)$$

Figura 2.14 - Perfil do filme de óleo h em função da posição angular α para um mancal cilíndrico.



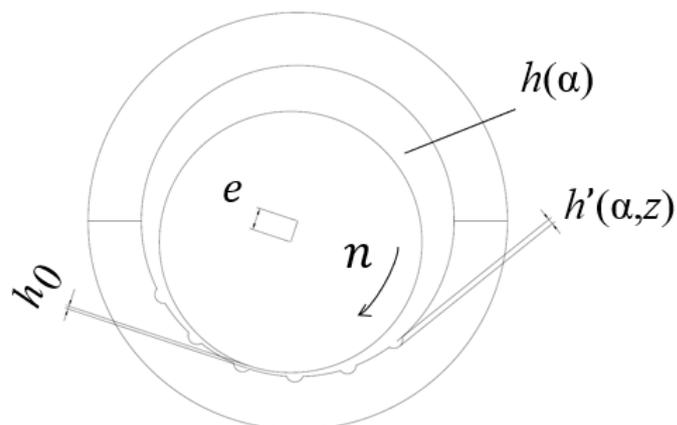
Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

A adição de texturas no mancal pode ser interpretada como a adição de espaço extra para o filme de óleo (Figura 2.15), assim, o perfil final do filme de óleo vale:

$$h_f(\alpha, z) = h(\alpha) + h'(\alpha, z) \quad (2.27)$$

Onde $h'(\alpha, z)$ descreve a distribuição das texturas ao longo do mancal. Esta distribuição indica o número, posição e formato das texturas (Figura 2.15 e Figura 2.16).

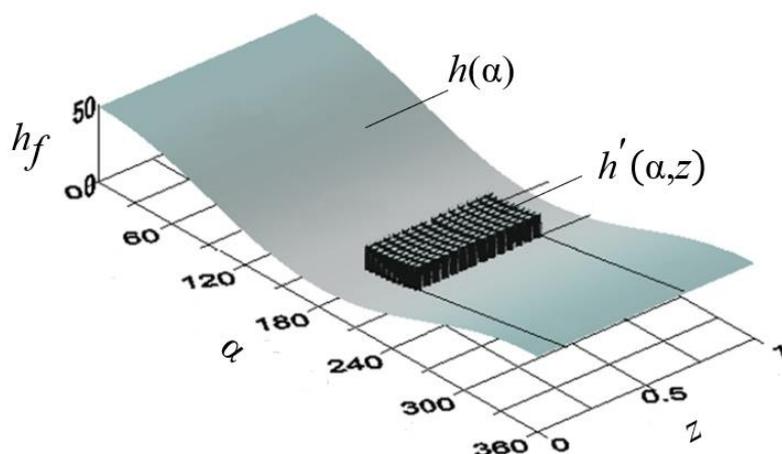
Figura 2.15 - Perfil de filme de óleo com influência das texturas.



Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

Tala-Ighil *et al.* (2011) trazem na Figura 2.16 uma representação de $h_f(\alpha, z)$ tridimensional.

Figura 2.16 - representação de $h_f(\alpha)$ ao longo da largura e circunferência do mancal.



Fonte: Imagem adaptada de Tala-Igjil (2011).

Para este estudo, considerou-se as texturas como cavidades com um formato esférico. A seguinte expressão é utilizada para inserir as texturas:

$$h'(\alpha, z) = \frac{r_y}{r} \cdot \sqrt{r^2 - (x-x_c)^2 - (z-z_c)^2}, \text{ se } \sqrt{(x-x_c)^2 + (z-z_c)^2} \leq r$$

$$h'(\alpha, z) = 0 \quad \text{caso contrário} \quad (2.28)$$

Em que:

r_y é a profundidade máxima da textura;

r é o raio da textura na superfície do mancal;

x_c e z_c são as coordenadas para posicionamento de cada textura.

2.3 SOLUÇÃO DA EQUAÇÃO DE REYNOLDS

A equação clássica de Reynolds (2.9) pode ser resolvida de forma analítica caso se aplique certas simplificações. Estas simplificações levam às equações clássicas de Reynolds para soluções específicas conhecidas como solução para mancal curto e solução para mancal infinitamente longo (HORI, 2006).

A solução para mancais finitos utilizando a equação clássica de Reynolds (2.9) ou a equação modificada (2.24) só é possível por um método numérico. Gropper (2006) lista os métodos mais aplicados, sendo: o método das diferenças finitas (MDF), o método dos elementos finitos (MEF), o método dos volumes finitos (MVF), *finite cell method (FCM)*, e o *spectral element method (SEM)*.

Em um estudo comparativo entre MDF, MEF, MVF e *SEM* de Woloszynski e Podsiadlo (2013), o *SEM* se mostrou como o método capaz de utilizar o menor número de nós, resultando assim em um baixo tempo de convergência do problema. Porém, devido a facilidade de implementação, o MDF é o método mais aplicado, seguido do MEF e MVF (GROPPER, 2006).

Segundo Gropper (2006), deve-se ter especial atenção à discretização ao utilizar o MDF e MVF, especialmente ao utilizar a equação modificada de Reynolds. Para a equação modificada de Reynolds deve-se prever um tipo específico de diferenciação para a região de formação completa do filme de óleo ($g = 1$) e para a região de cavitação ($g = 0$):

- A região de formação completa do filme de óleo ($g = 1$) se equivale a condição descrita pela equação clássica de Reynolds que é uma equação diferencial parcial elíptica. Para este tipo de equação cabe a diferenciação numérica centrada (Vijayaraghavan and Keith Jr. (1988)).

- A região de cavitação ($g = 0$) gera uma equação diferencial parcial hiperbólica. Para este tipo de equação cabe a diferenciação numérica progressiva (VIJAYARAGHAVAN; KEITH, 1990).

Com o modelo discretizado, a solução do sistema pode ocorrer por diferentes métodos iterativos. Khonsari e Booser (2008) e Gropper (2006) indicam o método de Gauss-Seidel com sobre relaxamento sucessivo (*successive over-relaxation SOR*). Fesanghary e Khonsary (2011) ainda citam outros exemplos de métodos iterativos como: *successive line-over relaxation (SLOR)*; *alternating direction implicit (ADI)* e *multigrid*.

Ausas *et al.* (2009) apresentam um algoritmo para solução da equação modificada de Reynolds 2.24, discretizada pelo MVF e resolvida por SOR. O código do algoritmo é publicamente disponibilizado pelo autor, onde afirmam que tal iniciativa é um passo importante para a maturidade de técnicas numéricas aplicadas nas simulações de problemas de engenharia.

2.4 CARACTERÍSTICAS ESTÁTICAS DOS MANCAIS RADIAIS

Tendo-se a distribuição de pressão através das equações de Reynolds clássica (2.9) ou modificada (2.25), pode-se obter parâmetros para análise da *performance* do mancal em operação.

A capacidade de carga W de um mancal é obtida através da integração numérica do perfil de pressão nas direções da excentricidade W_x e perpendicular à mesma W_y (Figura 2.17):

$$\begin{aligned} W_x &= \int_0^L \int_0^{2\pi} PR \cos\alpha \, d\alpha \, dz \\ W_y &= \int_0^L \int_0^{2\pi} PR \operatorname{sen}\alpha \, d\alpha \, dz \\ W &= \sqrt{W_x^2 + W_y^2} \end{aligned} \quad (2.29)$$

A capacidade de carga W possui a mesma intensidade da força F aplicada no eixo, porém ambas possuem direções opostas.

3 SIMULAÇÕES NUMÉRICAS

Desenvolveu-se uma rotina no GNU Octave (2019) para solução da equação modificada de Reynolds (2.24, incluindo a conservação de massa, efeitos de cavitação e texturização da superfície do mancal.

A rotina desenvolvida é baseada no código disponibilizado por Ausas *et al.* (2009) com seguintes detalhes:

- o código disponibilizado por Ausas *et al.* (2009) está na linguagem C++. Utiliza-se do recurso “Oct-files” do GNU Octave (2019) para criar uma rotina única capaz de chamar trechos do código em C++. Como vantagens tem-se:

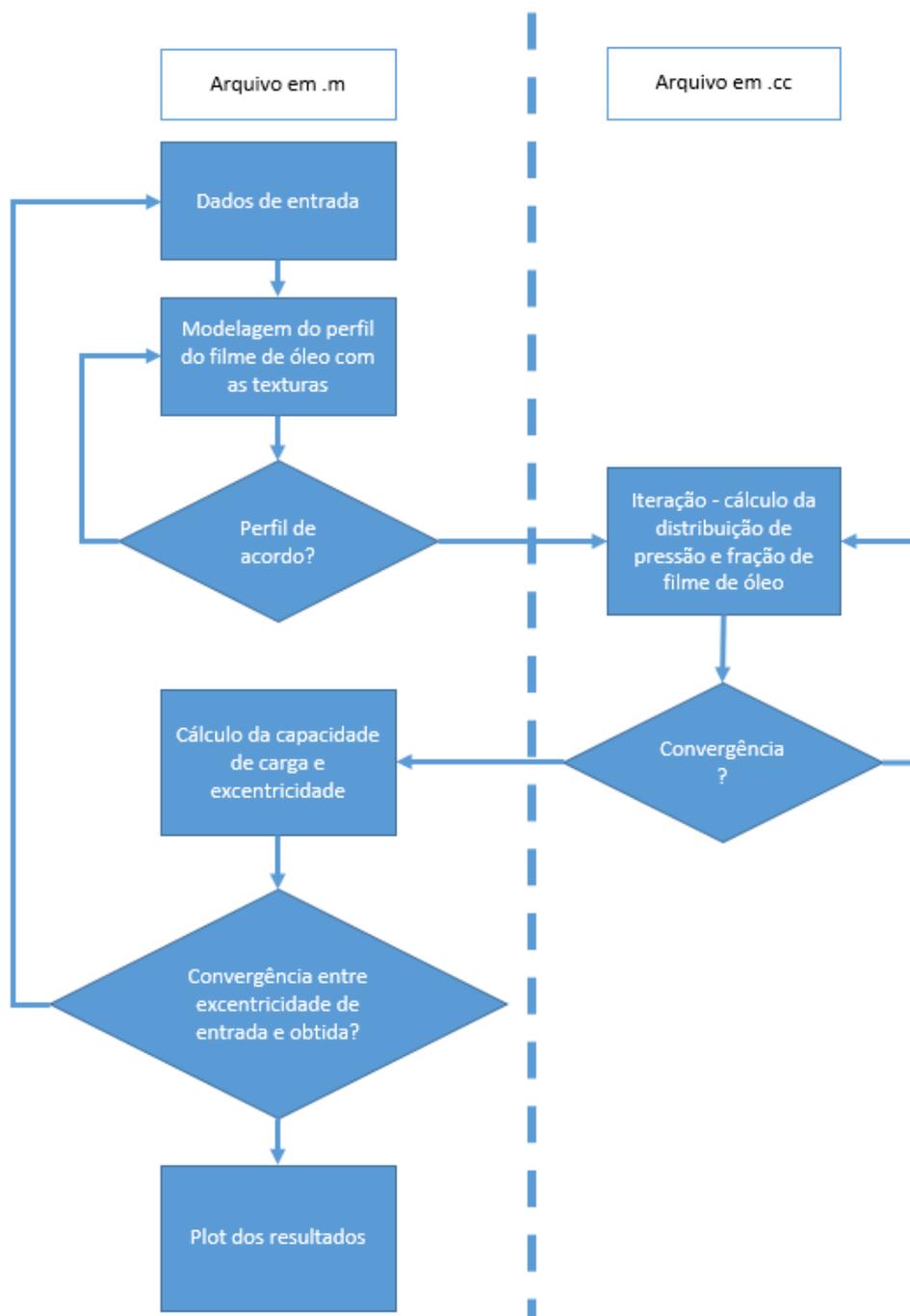
- Redução considerável do tempo computacional, comparando-se à um código similar escrito só no GNU Octave (2019);

- Possibilidade de usar as ferramentas para plotagem de gráficos com o código em C++;

- ainda, o código disponibilizado por Ausas *et al.* (2009) é utilizado para análise dinâmica de mancais hidrodinâmicos com conservação de massa e efeitos de cavitação. Adaptou-se a rotina de Ausas *et al.* (2009) para o problema estático, conforme também discutido pelos mesmos autores em Ausas *et al.* (2007);

A Figura 3.1 exibe um fluxograma da rotina desenvolvida.

Figura 3.1 – Fluxograma da rotina elaborada no GNU Octave (2019).



Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

3.1 VALIDAÇÃO DA ROTINA COM A LITERATURA E SOFTWARES COMERCIAIS

Comparou-se a distribuição de pressão obtida pela rotina desenvolvida com os resultados de Elrod (1981), e que é apresentada graficamente em Ausas *et al.* (2007). Os dados de entrada seguem nas Tabela 3.1 - Tabela 3.3.

Tabela 3.1 - Características geométricas utilizadas por Elrod (1981).

Parâmetros e unidades	Valor
Diâmetro [mm]	62,8
Largura [mm]	62,8
Folga radial [mm]	0,055

Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

Tabela 3.2 - Características operacionais utilizadas por Elrod (1981)

Parâmetros e unidades	Valor
Velocidade tangencial do eixo [m/s]	19,7
Excentricidade devido à carga [mm]	0,8

Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

Tabela 3.3 - Características do fluido lubrificante utilizadas por Elrod (1981).

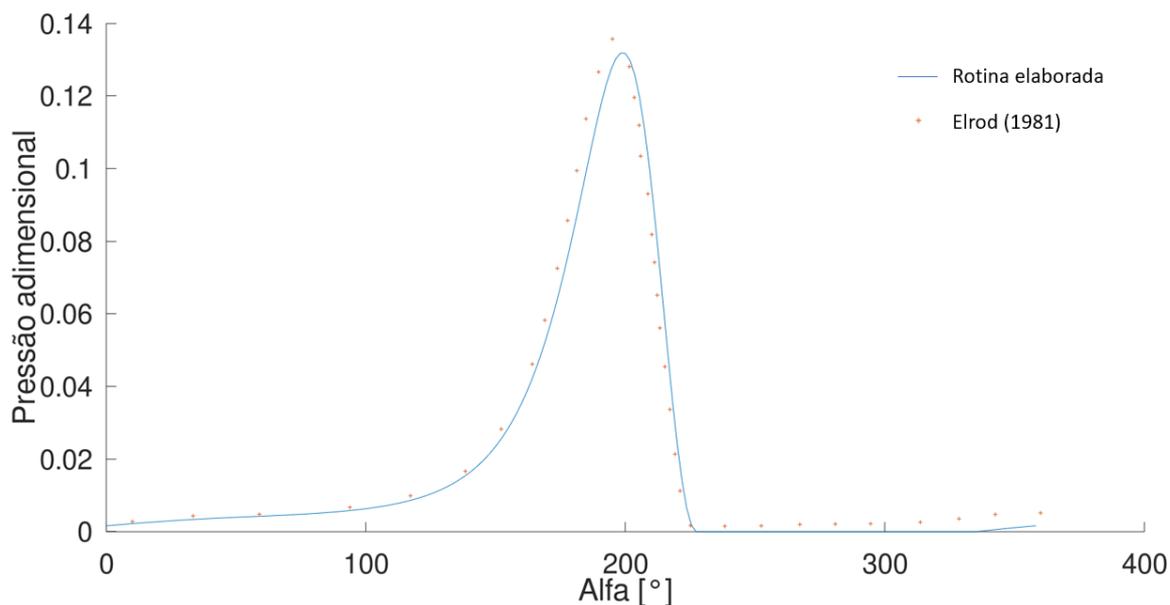
Parâmetros e unidades	Valor
Densidade [kg/m ³]	870,00
Viscosidade dinâmica [mPas]	3,5

Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

Para esta análise, utilizou-se uma malha de 1 mm x 1 mm, resultando em 198 nós na circunferencial e 64 nós na axial. Ainda, considerou-se que o mancal está em condição mergulhado, ou seja, os arredores do mancal possuem óleo e conseqüentemente a condição de contorno nesta região vale $\theta = 1$.

A Figura 3.2 exhibe a comparação entre os resultados obtidos. Nota-se um comportamento similar para as duas curvas. Os picos de pressão máxima possuem uma defasagem na posição de 3 graus e na amplitude adimensional de 0,004, representando esta última um valor em torno de 3% menor que o da literatura. O comportamento da convergência e da divergência da pressão é bem similar. Nota-se uma diferença nas pressões mínimas alcançadas, principalmente na região após ruptura e reformulação do filme de óleo.

Figura 3.2 – Comparação dos valores de distribuição de pressão adimensional em $L/2$ entre os valores pela rotina elaborada no estudo e literatura.



Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

Comparou-se os resultados de uma análise com a rotina elaborada com as de dois softwares comerciais, no caso, o Gleitlag (2004) e o FVA-Workbench (2020).

O software Gleitlag (2004) é disponibilizado pela empresa Zanini Renk. O software não contém uma solução numérica, mas é elaborado seguindo a DIN 31652. A DIN 31652 contém equações adimensionais obtidas da solução da equação clássica de Reynolds utilizando as condições de contorno de Swift-Stieber (Reynolds). Não há detalhes sobre o método numérico utilizado.

Ainda, o software Gleitlag (2004) é utilizado em todas as análises pois ele fornece uma viscosidade média corrigida para a temperatura do filme de óleo. O software insere na iteração um balanço térmico que corrige a viscosidade do óleo em função da temperatura média alcançada no filme. A queda na viscosidade, por conta do aumento de temperatura, possibilita valores de capacidade de carga e momento de atrito mais próximos dos esperados na realidade.

O segundo software utilizado, o FVA-Workbench (2020), teve licença disponibilizada no período de novembro de 2020 até janeiro de 2021. Na época, realizou-se uma reunião com a equipe do FVA-Workbench (2020) no dia 25 de novembro de 2020 onde se obteve a informação que, assim como o código de Ausas (2009), o software também utiliza o MVF. A condição de contorno circunferencial utilizada considera a

ruptura do filme de óleo. Para as análises com o FVA-Workbench considerou-se também as viscosidades corrigidas conforme balanço térmico fornecido pelo Gleitlag (2004).

Para as três análises, utilizou-se como dados de entrada os indicados nas Tabela 3.4 até a Tabela 3.6.

Tabela 3.4 - Características geométricas para análise de sensibilidade.

Parâmetros e unidades	Valor
Diâmetro [mm]	225,00
Largura [mm]	170,00
Folga radial [mm]	0,166

Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

Tabela 3.5 - Características operacionais para análise de sensibilidade.

Parâmetros e unidades	Valor
Rotação do eixo [rpm]	1800,00
Excentricidade devido à carga [mm]	0,125

Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

Tabela 3.6 - Características do fluido lubrificante para análise de sensibilidade.

Parâmetros e unidades	Valor
Tipo do óleo	ISO VG 68
Densidade [kg/m ³]	870,00
Temperatura de entrada do óleo [°C]	45,0
Temperatura média do filme obtida no Gleitlag (2004) [°C]	60,0
Viscosidade dinâmica na temperatura média do filme [mPas]	24,28

Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

O modelo da rotina elaborada no GNU Octave (2019) é discretizado em 354 nós na circunferencial e 86 nós na axial, através de uma malha 2 mm x 2 mm. Ainda, considerou-se que o mancal está em condição mergulhado, ou seja, os arredores do mancal possuem óleo e conseqüentemente a condição de contorno nesta região vale $\theta = 1$.

Segue na Tabela 3.7 os resultados obtidos.

Tabela 3.7 - Resultados obtidos para mancal liso.

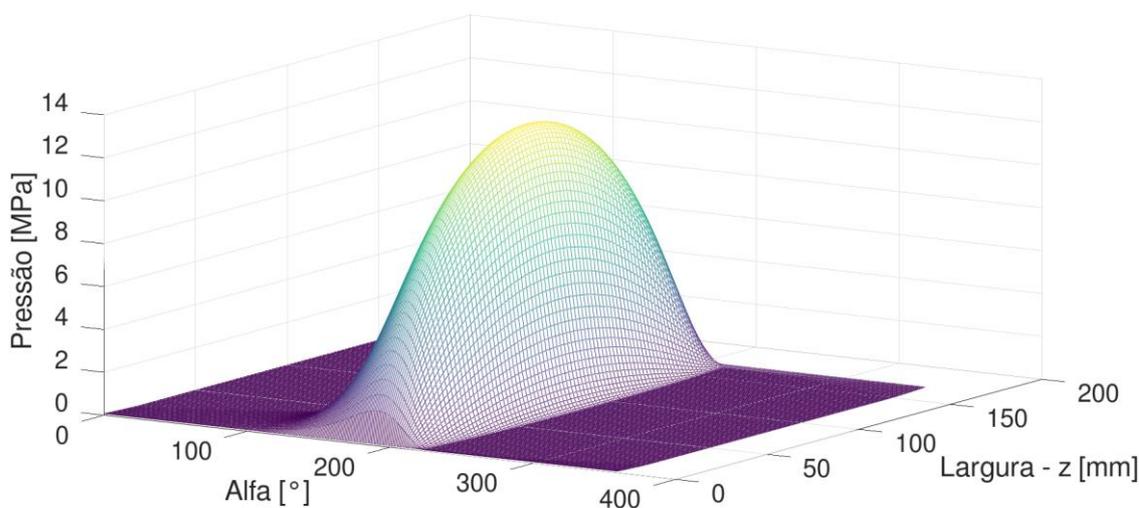
Resultados e unidades	GNU Octave (2019)	Gleitlag (2004)	FVA-Workbench (2020)
Capacidade de carga W [kN]	150,45	155,00	156,09
Ângulo de atitude β [°]	29,98	36,94	36,80
Espessura mínima do filme h_0 [mm]	0,041	0,041	0,041
Pressão máxima [MPa]	13,04	NA	12,75
Posição circunferencial da pressão máxima [°]	189,15	NA	194,06

Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

Nota-se dos resultados da Tabela 3.7:

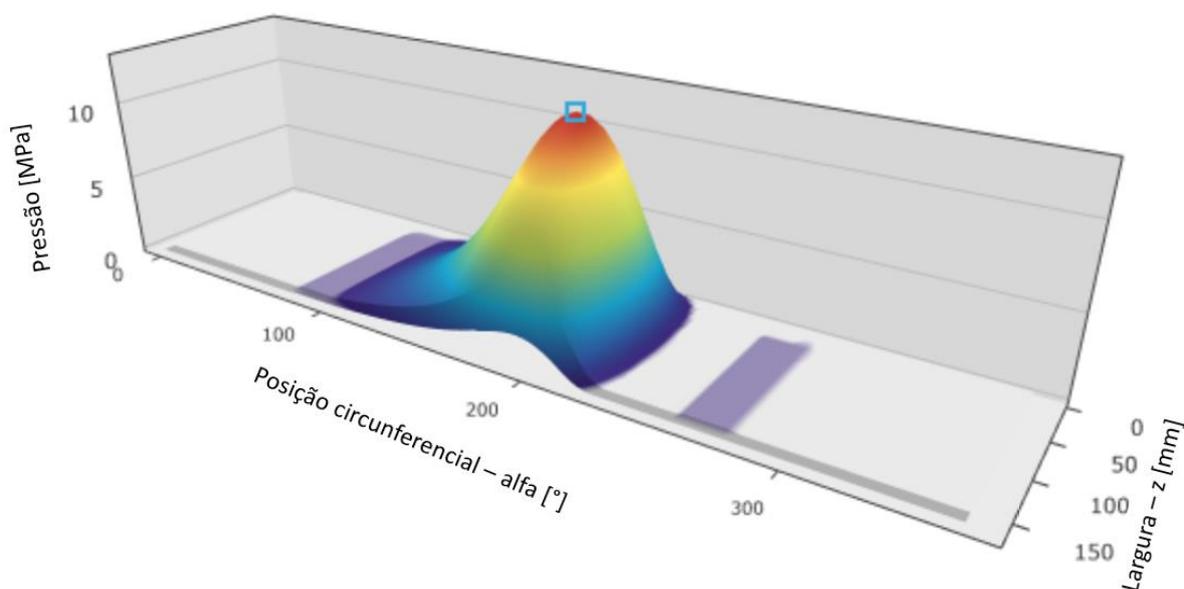
A capacidade de carga W obtida no GNU Octave (2019) é cerca de 4% menor que as obtidas no Gleitlag (2004) e FVA-Workbench (2020). Esta diferença pode estar relacionada às condições de contorno circunferências aplicadas por cada software. Ainda, nota-se ao se comparar as curvas de distribuição de pressão do GNU Octave (2019) com do FVA-Workbench (2020), Figura 3.3 e Figura 3.4, respectivamente, que o último considera a pressão do sistema de óleo, isto é, a pressão que o sistema de óleo fornece às bolsas de lubrificação opostas em 180°, conforme exemplificado na Figura 3.4. Esta pressão extra influencia positivamente a capacidade de carga.

Figura 3.3 - Vista da região divergente da distribuição de pressão obtida pelo GNU Octave (2019).



Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

Figura 3.4 - Vista da região divergente da distribuição de pressão obtida pelo FVA-Workbench (2020).



Fonte: Elaborado pelo próprio autor através do software FVA-Workbench (2020).

Como a excentricidade é igual para as três análises (por ser um dado de entrada) e a capacidade de carga obtida são três resultados diferentes, há uma diferença no ângulo de atitude β obtido no equilíbrio da operação.

A mínima espessura do filme de óleo h_0 é fornecida na Tabela 3.7 mais como forma de verificação se os dados de entrada estão corretos, já que cada software trabalha com um tipo de folga (radial ou diametral) o que poderia gerar desvios na análise.

O Gleitlag (2004) não fornece curvas de distribuição da pressão por não ser um cálculo numérico. Assim, ele também não fornece a pressão máxima e sua posição angular. Nota-se uma diferença de cerca 2% entre as pressões máximas obtidas no GNU Octave (2019) e no FVA-Workbench (2020).

3.2 SENSIBILIDADE DA ROTINA ELABORADA

Verificou-se a sensibilidade da rotina desenvolvida no GNU Octave (2019) com relação ao tamanho da malha. Os dados de entrada considerados na análise de sensibilidade da malha são os mesmos das Tabela 3.4 até a Tabela 3.6.

A primeira análise de sensibilidade é feita refinando-se a malha para o mancal sem texturas. Com a variação da malha, compara-se a capacidade de carga, pressão máxima e tempo de processamento na Tabela 3.8 e Figura 3.5. Ainda, fornece-se na Tabela 3.8 os valores para número de elementos no sentido circunferencial (ndx), número de elementos

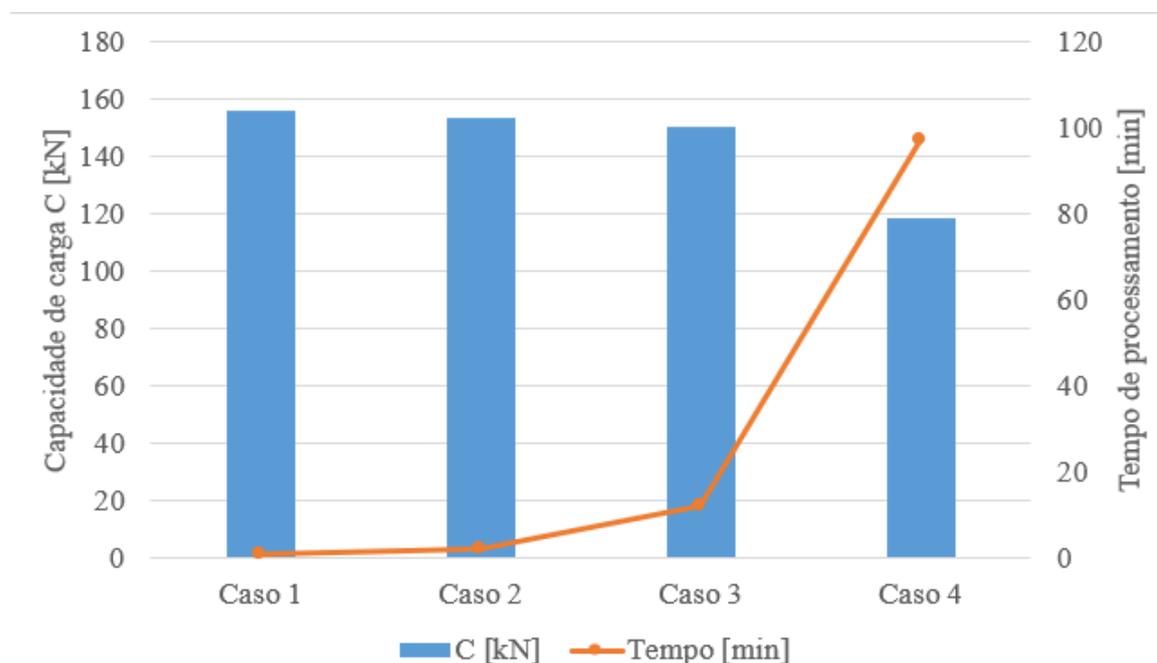
no sentido axial (ndz), tamanho do elemento no sentido circunferencial (dx) e tamanho do elemento no sentido axial (dz).

Tabela 3.8 – Análise da sensibilidade quanto ao tamanho da malha – dados gerais

Resultados e unidades	Caso 1	Caso 2	Caso 3	Caso 4
	4 x 4 mm	3 x 3 mm	2 x 2 mm	1 x 1 mm
ndx	178	236	354	708
ndz	44	58	86	170
dx [mm]	3,97	2,99	1,99	0,99
dz [mm]	3,86	2,93	1,97	1,00
Capacidade de carga W [kN]	156,52	153,48	150,45	118,47
Pressão máxima [MPa]	13,49	13,27	13,04	10,18
Tempo de processamento	55 s	1 min 54 s	12 min 2 s	1h 37 min

Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

Figura 3.5 - Análise da sensibilidade quanto ao tamanho da malha – capacidade de carga e tempo de processamento.

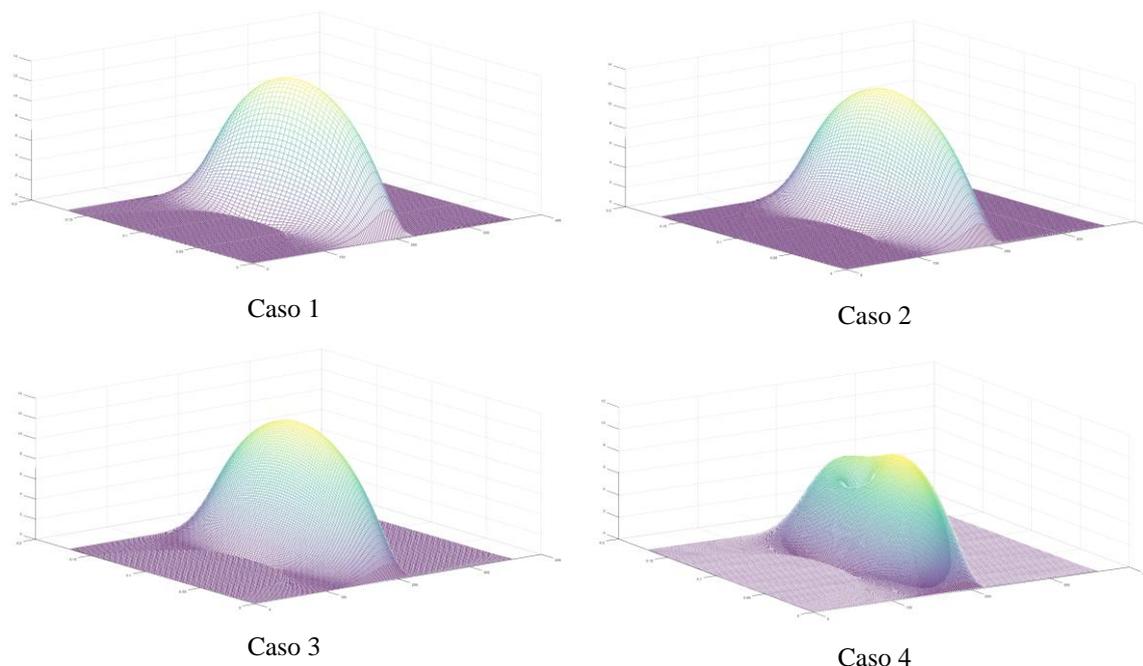


Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

Nota-se na Tabela 3.8 e Figura 3.5 que o Caso 4 se distancia dos anteriores com relação à capacidade de carga e pressão máxima. A análise da distribuição de pressão deste caso evidencia um erro de convergência no problema (Figura 3.6). O problema

converge, fornecendo valores conforme Tabela 3.8, mas nota-se uma divergência na curva de pressão. Esta divergência é gerada durante a iteração da curva de pressão.

Figura 3.6 - Análise da sensibilidade quanto ao tamanho da malha – distribuições de pressão.



Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

Conclui-se que ao utilizar a rotina desenvolvida, o mancal com dimensão conforme Tabela 3.4 - Tabela 3.6 pode ser discretizado com refino da malha até 2 x 2 mm. A utilização de uma malha com mais elementos, e conseqüentemente menores, resulta em uma convergência não fiel à modelagem.

A segunda análise de sensibilidade é feita acrescentando-se uma textura esférica no mancal e variando-se sua dimensão.

A textura é acrescentada na região convergente do campo de pressão, isto é, onde o campo de pressão está aumentando no sentido circunferencial. No caso, a textura é posicionada na metade do mancal na direção circunferencial e axial, ou seja, na interseção entre as linhas centrais do mancal de $L/2$ na axial e 180° na circunferencial. Mantém-se as condições do mancal, operação e óleo lubrificante conforme Tabela 3.4 até a Tabela 3.6.

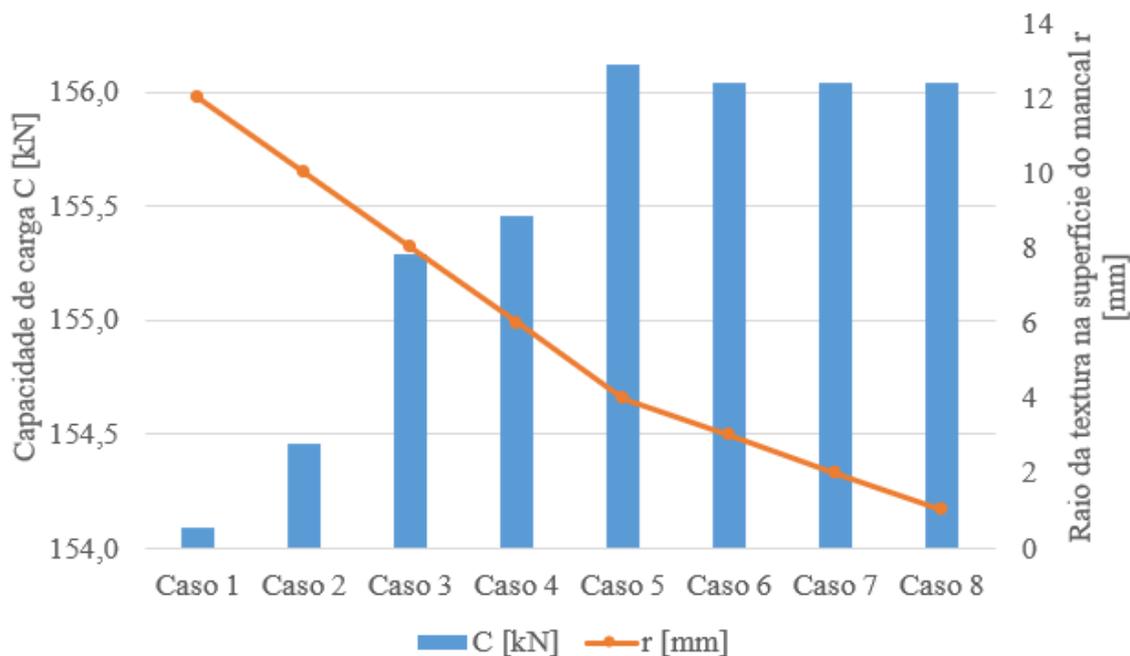
Varia-se primeiro o diâmetro da textura na superfície do mancal r (conforme indicado na Equação (2.28)). Para esta análise, a profundidade da textura r_y é fixa em 0,3 mm e inicia-se com uma malha de 4 mm x 4 mm. Segue na Tabela 3.9 e Figura 3.7 os resultados obtidos.

Tabela 3.9 – Análise da sensibilidade quanto ao tamanho da textura – dados gerais.

Resultados e unidades	Casos							
	1	2	3	4	5	6	7	8
dx [mm]	3,97	3,97	3,97	3,97	3,97	3,97	3,97	3,97
dz [mm]	3,86	3,86	3,86	3,86	3,86	3,86	3,86	3,86
r [mm]	12	10	8	6	4	3	2	1
r_y [mm]	0,3	0,3	0,3	0,3	0,3	0,3	0,3	0,3
Capacidade de carga W [kN]	154,09	154,46	155,29	155,45	156,12	156,04	156,04	156,04
Tempo de processamento [s]	96,07	80,55	64,22	51,37	34,75	33,01	34,11	34,41

Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

Figura 3.7 - Análise da sensibilidade quanto ao tamanho da malha.

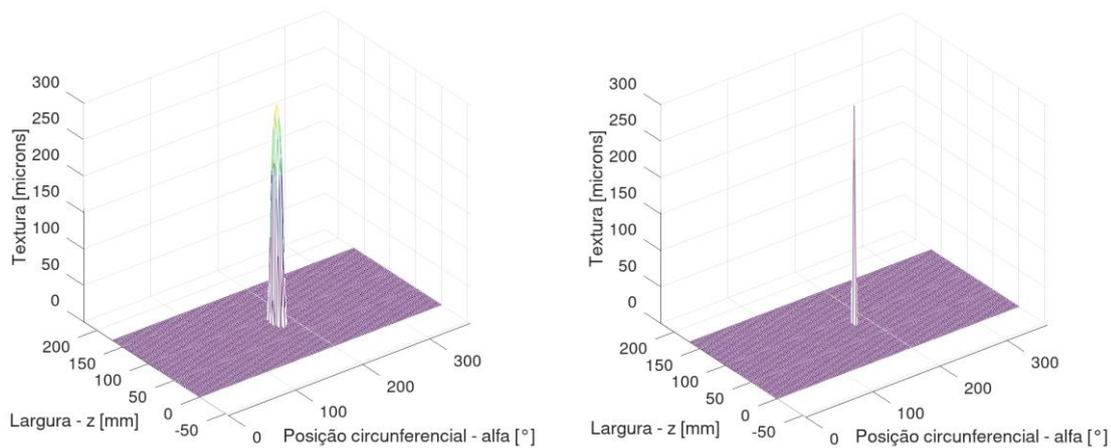


Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

Nota-se na Tabela 3.9 e na Figura 3.7 que conforme se diminui o tamanho da textura, se aumenta a capacidade de carga até o Caso 5. Porém, nota-se que no Caso 6 a capacidade de carga cai, mesmo com diminuição da textura. Nota-se também que os Casos 7 e 8 possuem mesma capacidade de carga que o Caso 6.

Conclui-se que a malha 4 x 4 mm não é própria para os Casos 6, 7 e 8 já que as texturas são menores que o elemento da malha. Esta conclusão fica clara ao se analisar a discretização das texturas nas imagens do perfil do filme de óleo (Figura 3.8).

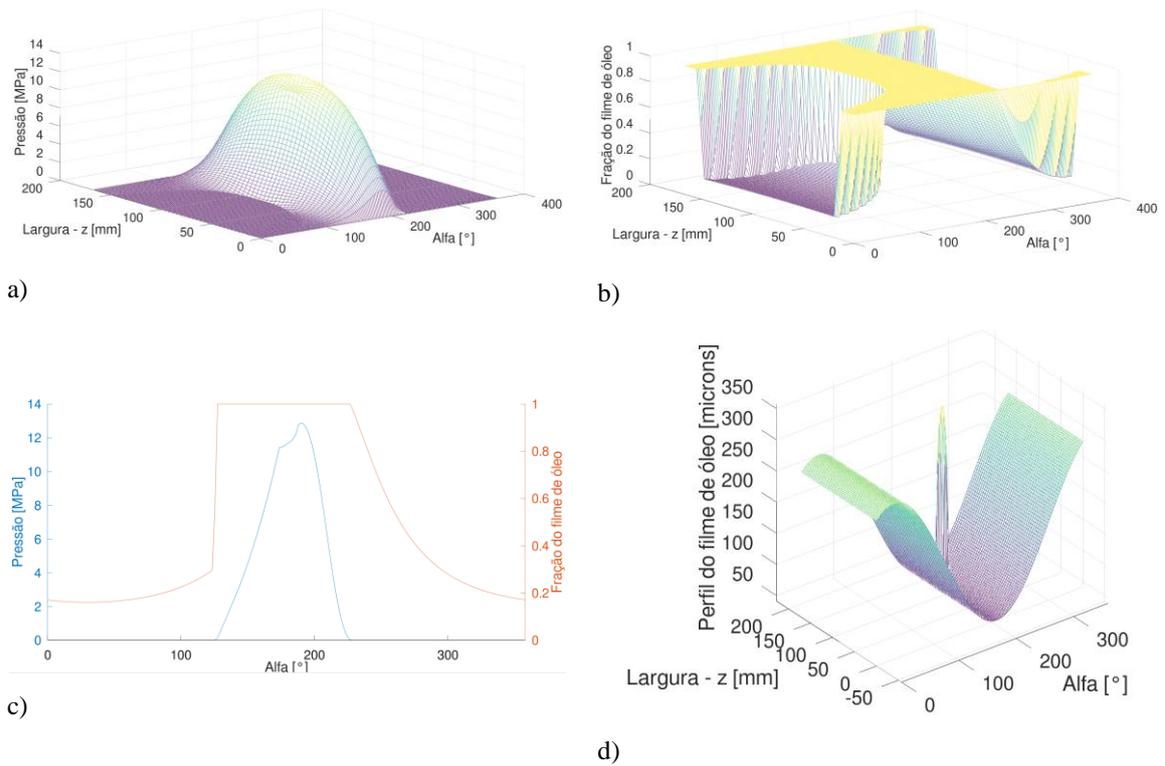
Figura 3.8 – Comparação das texturas modeladas do Caso 1 (esquerda) e Caso 6 (direita).



Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

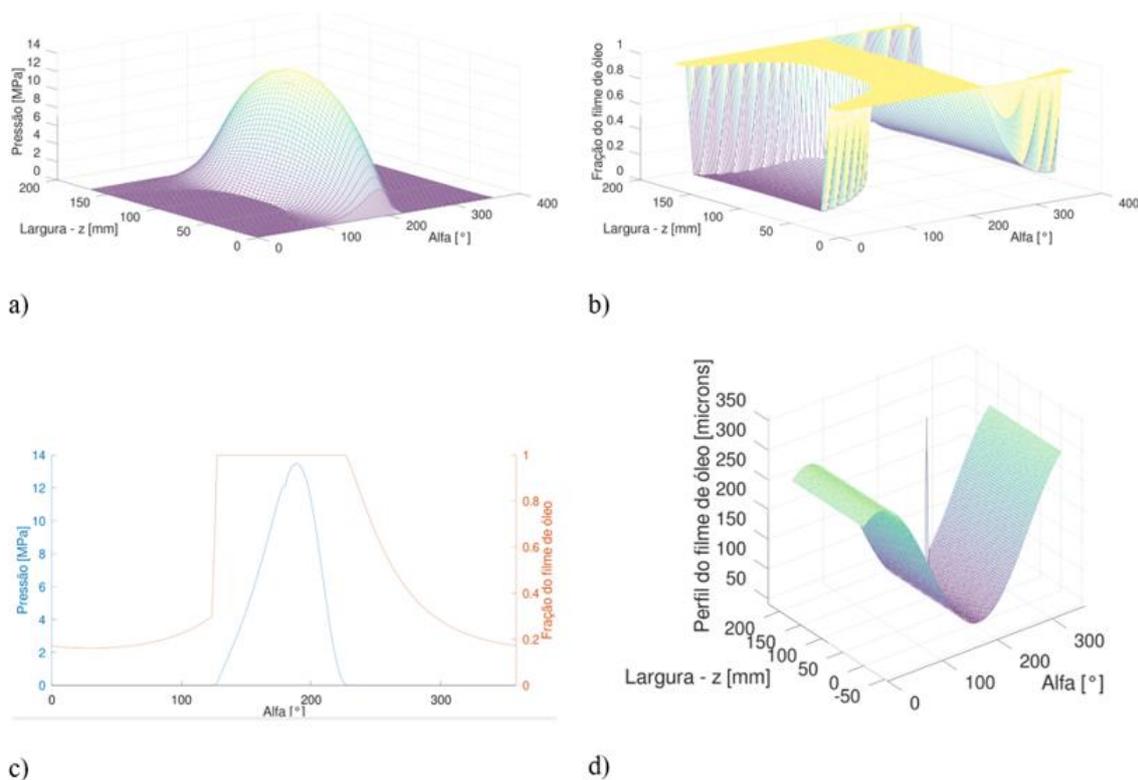
Antes de seguir, aproveita-se para registrar o efeito das texturas dos Casos 1 e 5 nas Figura 3.9 e Figura 3.10.

Figura 3.9 – Resultados obtidos para o Caso 1 no estudo de análise de sensibilidade em função do tamanho da textura, sendo: a) distribuição de pressão; b) distribuição da fração do filme de óleo θ ; c) distribuição de pressão e fração do filme de óleo θ na seção de corte $L/2$; d) perfil do filme de óleo.



Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

Figura 3.10 – Resultados obtidos para o Caso 5 no estudo de análise de sensibilidade em função do tamanho da textura, sendo: a) distribuição de pressão; b) distribuição da fração do filme de óleo θ ; c) distribuição de pressão e fração do filme de óleo θ na seção de corte $L/2$; d) perfil do filme de óleo.



Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

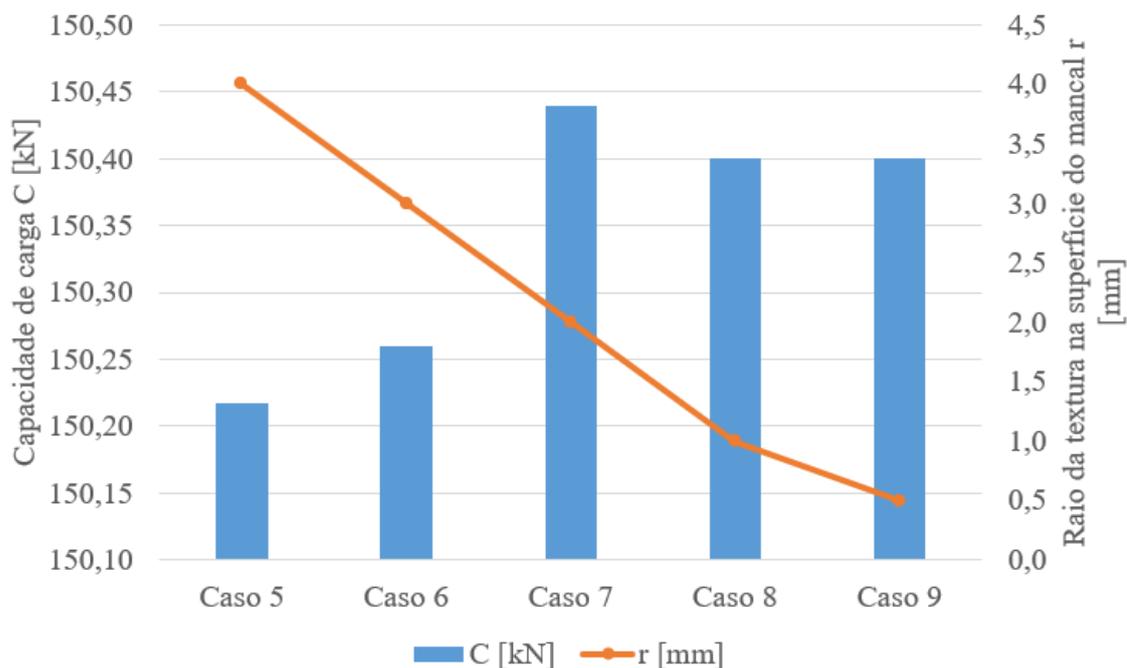
Refina-se a malha para seu limite conforme indicado no estudo anterior, ou seja, para 2×2 mm. Com a malha refinada, repete-se as análises dos Casos 5, 6, 7 e 8 e realiza-se um caso extra 9. Segue na Tabela 3.10 e na Figura 3.11 os resultados.

Tabela 3.10 - Análise da sensibilidade quanto ao raio da textura na superfície do mancal r – dados gerais.

Resultados e unidades	Casos				
	5	6	7	8	9
dx [mm]			1,99		
dz [mm]			1,97		
r [mm]	4	3	2	1	0,5
r_y [mm]			0,3		
Capacidade de carga W [kN]	150,22	150,26	150,44	150,40	150,40
Tempo de processamento [min]	10,5	17,3	15,6	12,11	6,49

Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

Figura 3.11 - Análise da sensibilidade quanto ao raio da textura na superfície do mancal r .

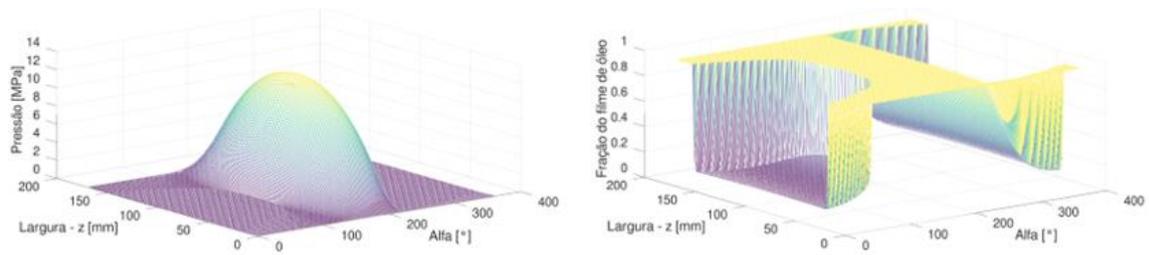


Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

Através das duas análises de sensibilidade toma-se a decisão de utilizar a malha refinada em 2 mm x 2 mm e com texturas com raios na superfície do mancal r de no mínimo 4 mm. Ressalta-se que este resultado é restrito para mancais com dimensão conforme Tabela 3.4 até Tabela 3.6.

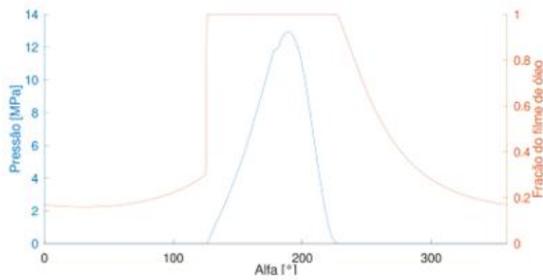
Novamente, para registro, seguem resultados gráficos de dois casos, no caso, dos Casos 5 e 7 nas Figura 3.12 e Figura 3.13 respectivamente.

Figura 3.12 - Resultados obtidos para o Caso 5 no estudo de análise de sensibilidade em função do tamanho do raio da textura na superfície do mancal r , sendo: a) distribuição de pressão; b) distribuição da fração do filme de óleo θ ; c) distribuição de pressão e fração do filme de óleo θ na seção de corte $L/2$; d) perfil do filme de óleo.

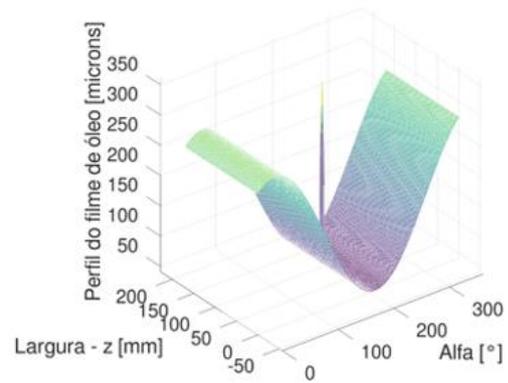


a)

b)



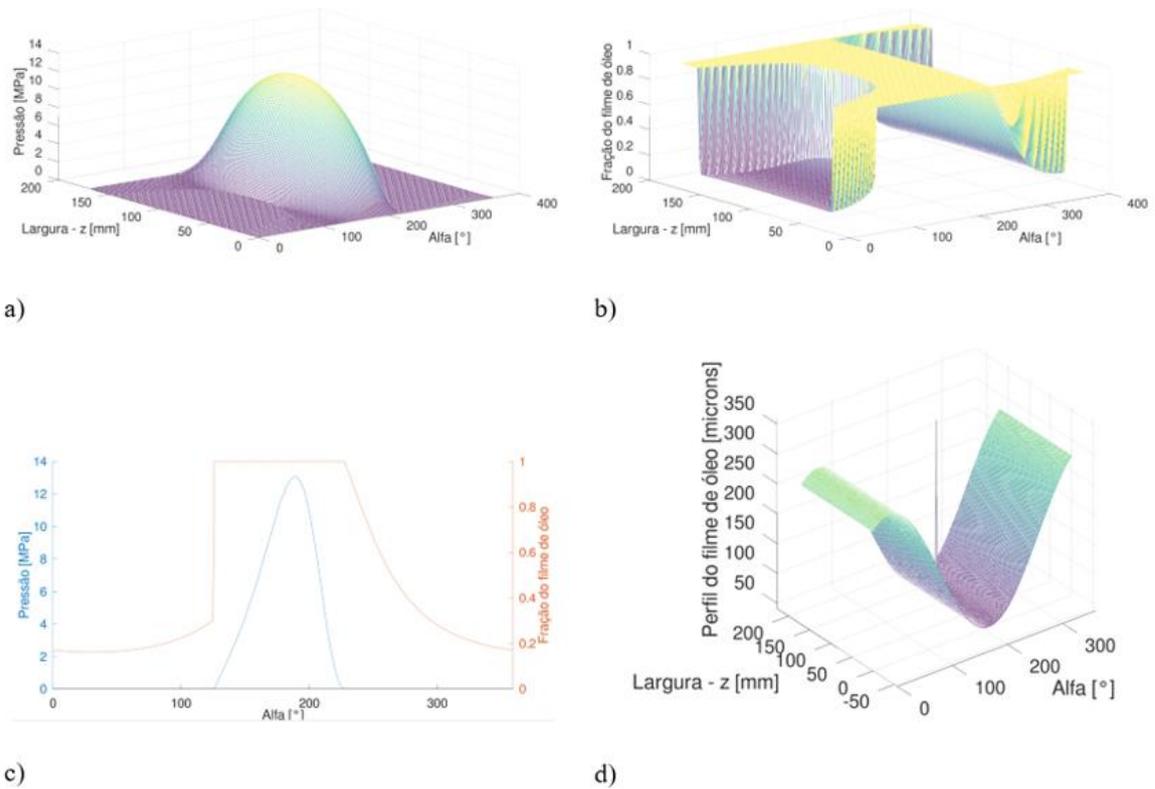
c)



d)

Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

Figura 3.13 - Resultados obtidos para o Caso 7 no estudo de análise de sensibilidade em função do tamanho do raio da textura na superfície do mancal r , sendo: a) distribuição de pressão; b) distribuição da fração do filme de óleo θ ; c) distribuição de pressão e fração do filme de óleo θ na seção de corte $L/2$; d) perfil do filme de óleo.



Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

4 RESULTADOS E DISCUSSÃO

Determinada a sensibilidade da rotina às dimensões da textura, realiza-se um estudo comparativo entre resultados para diferentes casos de texturização.

As propriedades da aplicação e do lubrificante são as mesmas dos estudos de sensibilidade e validação com os softwares comerciais (Tabela 3.4 até Tabela 3.6).

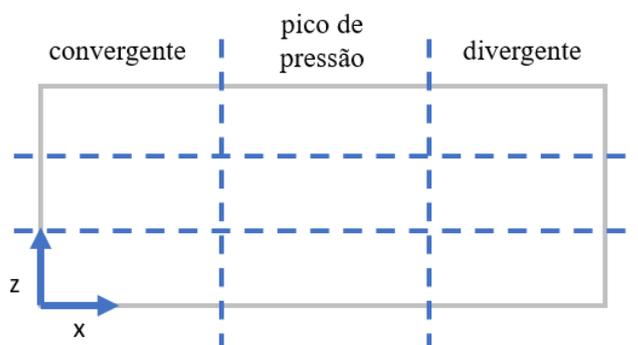
Com base nos estudos de sensibilidade, adota-se:

- Malha do mancal em 2 por 2 mm;
- Raio das texturas na superfície do mancal de: 4 mm;
- Profundidade das texturas de 0,3 mm;
- Distância mínima entre os centros das texturas de 12 mm;
- Texturas com formato esférico.

A escolha da profundidade e do formato esférico partiu dos autores por experiência de que seriam propriedades factíveis para uma usinagem convencional.

As texturas são distribuídas na superfície do mancal nas regiões convergentes, divergentes e pico de pressão. Para isto, divide-se a superfície do mancal em nove áreas conforme a Figura 4.1.

Figura 4.1 – As nove áreas geradas na divisão do mancal para o estudo.



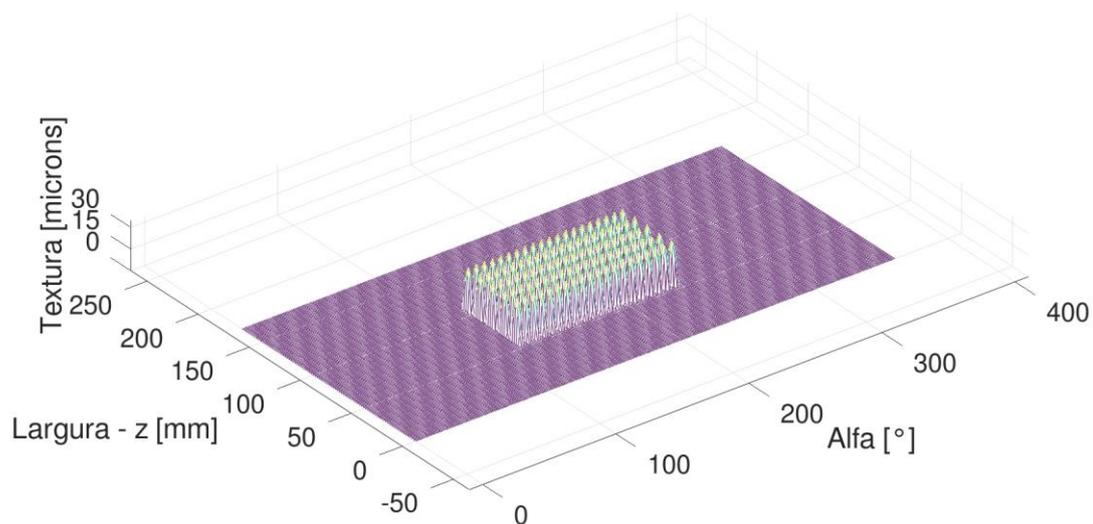
Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

Os casos analisados consistem em opções de distribuição das texturas nas áreas da Figura 4.1. Cada caso analisado possui o máximo de texturas aplicadas na devida área, obedecendo as restrições listadas anteriormente baseadas nos estudos de sensibilidade.

Para facilitar a referência de cada caso, adota-se uma nomenclatura binária em uma matriz 3x3 que descreve a presença de texturas nas nove áreas do mancal. No caso, 0 representa que a área não possui texturas e 1 representa que há texturas aplicadas. Por

exemplo, a matriz $\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ representa a texturização do mancal em sua região central em x e z, conforme Figura 4.2.

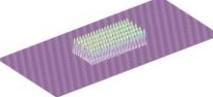
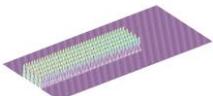
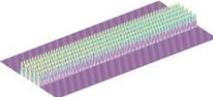
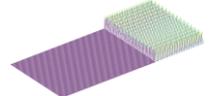
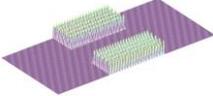
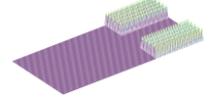
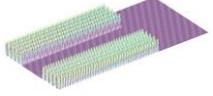
Figura 4.2 – Texturização no centro do mancal. Caso utilizado como exemplo para a nomenclatura utilizada por matriz e binários.

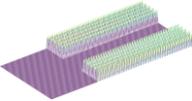
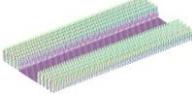
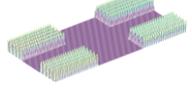
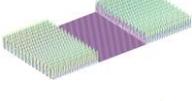
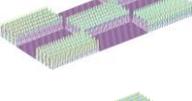
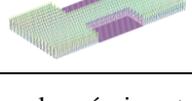


Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

Segue na Tabela 4.1 os casos analisados.

Tabela 4.1 – Casos analisados com diferentes distribuições de texturas na superfície do mancal.

Caso	Representação matricial	Representação gráfica	Número de texturas
1	$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$		100
2	$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$		100
3	$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$		100
4	$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$		200
5	$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$		200
6	$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$		300
7	$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$		900
8	$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$		300
9	$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$		300
10	$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$		300
11	$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$		200
12	$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$		200
13	$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$		200
14	$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$		400

15	$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$		400
16	$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$		600
17	$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$		400
18	$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$		600
19	$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$		200
20	$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$		500
21	$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$		700

Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

Tabela 4.2 exhibe e ordena decrescentemente os resultados de capacidade de carga e pressão obtidos para cada caso e para o caso sem texturas (conforme Tabela 3.7). A última coluna informa percentualmente a relação com a capacidade de carga obtida para o mancal liso (sem texturas).

Os principais resultados são discutidos e seus gráficos seguem registrados no Apêndice A deste documento.

Tabela 4.2 – Casos analisados e principais resultados.

Caso	Representação matricial	Capacidade de carga [kN]	Pressão máxima [MPa]	Relação da capacidade de carga com o mancal liso
18	$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$	152,892	13,1301	101,62%
17	$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$	152,892	13,1300	101,62%
8	$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$	152,038	13,0965	101,05%
11	$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$	151,892	13,0936	100,95%
10	$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$	151,354	13,0760	100,60%
13	$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$	151,354	13,0760	100,60%
19	$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$	150,483	13,0430	100,02%
1	$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$	150,456	13,0418	100,00%
3	$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$	150,456	13,0418	100,00%
Liso	$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$	150,456	13,0418	Referência
21	$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$	143,918	11,7547	95,65%
20	$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$	143,910	11,7542	95,65%
4	$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$	142,339	11,8862	94,61%
2	$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$	142,337	11,8861	94,61%

6	$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$	141,518	11,6809	94,06%
5	$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$	141,518	11,6809	94,06%
16	$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$	125,825	11,3458	83,63%
14	$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$	125,038	11,3156	83,11%
15	$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$	124,891	11,3435	83,01%
12	$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$	124,031	11,3113	82,44%
7	$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$	119,583	10,2449	79,48%
9	$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$	117,946	10,2879	78,39%

Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

Gera-se a Figura 4.3 através da Tabela 4.2 e a análise de ambos os dados fornece uma série de observações e conclusões. Ainda, fornece-se no Apêndice os principais resultados gráficos para os casos que são referenciados a seguir:

- Com relação à comparação da capacidade de carga dos 20 casos com a do mancal liso: 7 casos apresentam valores maiores; 2 casos apresentam valores similares ao do mancal liso e 12 casos apresentam valores inferiores;
- Quando a capacidade de carga é comparada com o mancal liso sem texturas, tem-se que o maior ganho obtido é de +1,62% (caso 18 - $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$) e a maior perda é de -21,61% (caso 9 - $\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$) (Figura A1 e Figura A2, respectivamente);
- A texturização na região central da coordenada circunferencial do mancal é prejudicial à capacidade de carga: os 9 casos que mantiveram

ou superaram a capacidade de carga do mancal liso não possuem texturas nesta região. Todos os 11 casos que apresentam valores inferiores possuem texturas na região central na circunferencial;

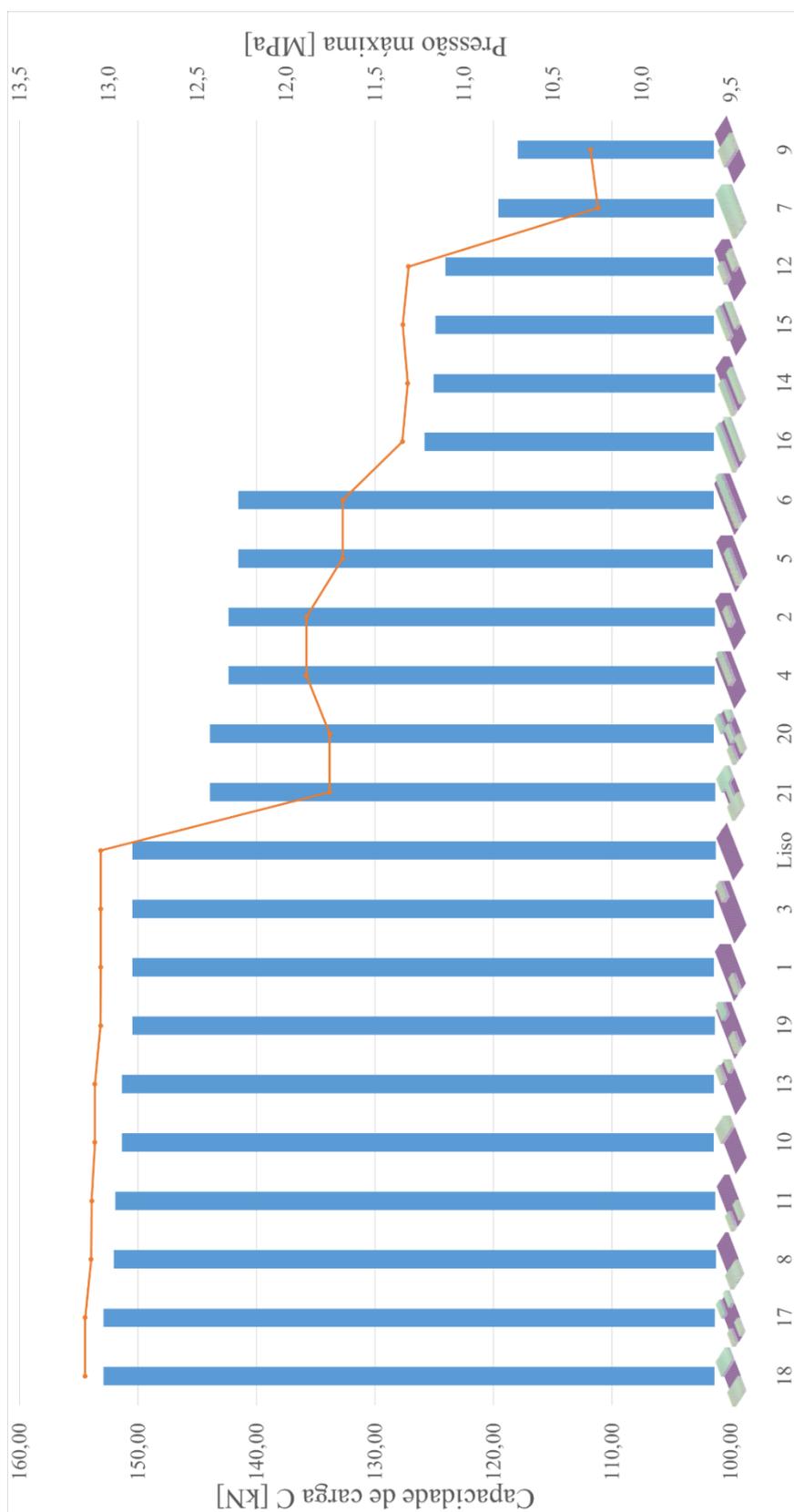
- O item discutido anteriormente é suportado ainda por: o pior caso obtido (caso 9 - $\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$) em capacidade de carga só é texturizado na região central da coordenada circunferencial e é até pior que o caso com o mancal texturizado por completo (caso 7 - $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$); o melhor caso obtido (caso 18 - $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$) só não é texturizado na região central da coordenada circunferencial (Figura A2, Figura A3 e Figura A1, respectivamente).
- Ainda, a texturização isolada na região central circunferencial afeta a fração do filme de óleo (cavitação) nas regiões divergentes e convergentes ao longo da direção circunferencial texturizada. Isto fica evidente nos casos 2 - $\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$, 9 - $\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$ e 12 - $\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$ (Figura A4, Figura A2 e Figura A5, respectivamente). O caso 10 - $\begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ (Figura A7) seria um exemplo de texturização isolada na região divergente que não influencia as outras regiões com relação à fração do filme de óleo.
- A texturização de forma parcial na região convergente resulta em maiores ganhos na capacidade de carga do que a texturização parcial na região divergente. Esta conclusão é obtida comparando os ganhos do caso 8 - $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ com 10 - $\begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ e casos 11 - $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ com 13 - $\begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ (Figura A6, Figura A7, Figura A8 e Figura A9, respectivamente). Ainda, esta conclusão se repete ao se comparar as

perdas dos casos 15 - $\begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$ com 14 - $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$ (Figura A10; e

Figura A11);

- Os casos 20 - $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$, 21 - $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ e 15 - $\begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$ são os únicos onde a capacidade de carga e pressão máxima possuem posições diferentes quando todos os casos são organizados de forma decrescente/crescente (Figura A12, Figura A13 e Figura A10);

Figura 4.3 – Casos analisados (apresentação gráfica).



Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

As observações e conclusões deste estudo podem ser discutidas em função de conclusões da literatura, como:

- Ramos (2018) também conclui que texturização na região central é prejudicial à capacidade de carga e que na região convergente e divergente (indicadas pelo autor como “regiões periféricas”) podem promover ganhos no mesmo quesito;
- Tala-Ighil *et al.* (2007 e 2011) também concluem em suas análises de influência da distribuição das texturas que a texturização completa do mancal é maléfica à capacidade de carga. Ainda, eles indicam que a texturização parcial pode ser benéfica, mesmo que com efeitos mínimos. Uma diferença das conclusões dos autores citados com as deste estudo é com relação à posição de texturização, onde os melhores resultados com texturização parcial nas regiões convergentes e divergentes se opõem;

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS, CONCLUSÕES E PERSPECTIVAS FUTURAS

Identifica-se através da revisão bibliográfica que o modelo computacional mais indicado para a análise de superfícies texturizadas em mancais hidrodinâmicos precisa englobar os efeitos de conservação de massa, considerando a quebra do filme de óleo (cavitação).

Elabora-se uma rotina computacional baseada no código de Ausas *et al.* (2009). O código original sofre as modificações necessárias para atender a análise puramente estática e para ser estudado pelo GNU Octave (2019).

Realiza-se um estudo de sensibilidade do código com relação ao tamanho da malha utilizada no mancal em estudo. Identifica-se uma limitação da malha na discretização da textura na superfície do mancal. Seguintes decisões são tomadas para sequência do estudo:

- Define-se um limite para refino da malha;
- Define-se um limite para a dimensão da textura na superfície do mancal e uma distância mínima entre as texturas;
- Define-se um valor de profundidade da textura com base na experiência dos autores para a fabricação de uma textura por métodos convencionais de usinagem;

Nota-se pelas análises computacionais realizadas que a texturização pode melhorar ou piorar as características estáticas do mancal, mais especificamente, sua capacidade de carga. A condição da texturização em auxiliar ou prejudicar a capacidade de carga, está atrelada à geometria da textura (forma, tamanho e profundidade) e sua posição na superfície do mancal.

A análise variando a região texturizada conclui:

- Para o exemplo de aplicação analisado, a texturização pode gerar ganhos na capacidade de carga de até +1,62% e perdas de até -21,61%.
- A texturização na região central circunferencial do mancal é prejudicial à capacidade de carga;
- Quando o mancal é texturizado isoladamente em seu centro circunferencial, em qualquer posição ao longo da largura, a cavitação das áreas circunferenciais adjacentes é afetada;

- A texturização de forma parcial na região convergente resulta em maiores ganhos na capacidade de carga do que a texturização parcial na região divergente;

Os resultados e conclusões gerados são importantes para demonstrar o potencial impacto da texturização em mancais de deslizamento. Destaca-se novamente como a decisão da posição de texturização é crucial, visto que sua variação pode levar de uma condição de ganhos para perdas na capacidade de carga. Assim, o projeto, fabricação e montagem e aplicação final precisam ser coerentes com a texturização.

Identifica-se potencial de avanço do estudo em seguintes frentes, que seguem ordenadas como uma sugestão cronológica:

- Refino de malha e redução no tempo de processamento através de técnicas como a por *multigrid*;
- Além da capacidade de carga, analisar a variação no momento de atrito (eficiência térmica) para os casos texturizados;
- Modelagem de outras geometrias de mancais, que são vastamente utilizadas pela indústria, como: dois lóbulos, quatro lóbulos e *offset*;
- Inclusão dos efeitos de turbulência para casos em que o regime não é laminar;
- Inclusão de efeitos termohidrodinâmicos.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

AUSAS, R.; RAGOT, P.; LEIVA, J.; JAI, M.; BAYADA, G.; BUSCAGLIA, G. C. The Impact of the Cavitation Model in the Analysis of Microtextured Lubricated Journal Bearings. **Transactions of the ASME**. v. 129, p. 868-875, 2007.

AUSAS, R.; MOHAMMED, J.; BUSCAGLIA, G. A Mass-Conserving Algorithm for Dynamical Lubrication Problems with Cavitation. **Journal of Tribology**. v. 131, 2009.

BRAUN, M. J.; HANNON, W. M. Cavitation formation and modelling for fluid film bearings: a review. **Journal of Engineering Tribology**. v. 224, n. 9, p. 839-863, 2010.

DEUTSCHES INSTITUT FÜR NORMUNG E. V. - DIN 31652 - Teil 1. Hydrodynamische Radial-Gleitlager im stationären Betrieb. Berechnung von Kreiszyylinderlagern. Berlin: Beuth Verlag GmbH, 1983. 16 S.

ELROD, H. G. A Cavitation Algorithm. **Journal of Lubrication Technology**. v. 103, n. 3, p. 350-354, 1981.

FESANGHARY, M.; KHONSARI, M. M. A Modification of the Switch Function in the Elrod Cavitation Algorithm. **Journal of Tribology**. v. 133, n. 2, p. 024501-1-024501-4, 2011.

FVA-WORKBENCH v. 6.1.0. FVA Software & Service, 2020.

GLEITLAG 2004-02-25. RENK AG, 2004.

GNU OCTAVE v. 5.1.0. John W. Eaton and others, 2019.

GROPPER, D.; WANG, L.; HARVEY, T. J. Hydrodynamic lubrication of textured surfaces: A review of modeling techniques and key findings. **Tribology International**, v. 94, p. 509-529, 2016.

HESHMAT, H. The Mechanism of Cavitation in Hydrodynamic Lubrication. **Tribology Transactions**, v. 32, n. 2, p. 177-186, 1991.

HORI, Y. **Hydrodynamic Lubrication**. Tokyo Springer Verlag, 2006.

IBATAN, T.; UDDIN, M. S.; CHOWDHURY, M. A. K. Recent development on surface texturing in enhancing tribological performance of bearing sliders. **Surface & Coatings Technology**, v. 272, p. 102-120, 2015.

KHONSARI, M. M.; BOOSER, E. R. **Applied Tribology: Bearing Design and Lubrication**. 2 ed. Chichester: John Wiley & Sons, Ltd. 2008. 566 p.

MATEK, W.; MUHS, D.; WITTEL, H.; BECKER, M. **Roloff/Matek Maschinenelemente: Normung, Berechnung, Gestaltung**. 13. Auflage. Braunschweig/Wiesbaden: Friedr. Vieweg & Sohn Verlagsgesellschaft mbH, 1995. 689 S.

PROFITO, F. J. **On the Development of Advanced Techniques for Mixed-Elastohydrodynamic Lubrication Modelling of Journal and Sliding Bearing Systems**. São Paulo, 2015

RAMOS, L. T. **Modelagem de Mancais Hidrodinâmicos com Efeitos de Texturização Superficial**. Dissertação (Mestrado em Engenharia Mecânica) - Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2018.

REYNOLDS, O. On the theory of lubrication and its application to Mr. Beauchamp Tower's experiments, including an experimental determination of the viscosity of olive oil. **Philosophical Transactions of the Royal Society of London**. v. 177, p. 157-234, 1886.

SOMEYA, T. **Journal-Bearing Databook**. Berlin-Heidelberg: Springer-Verlag, 1989.

TALA-IGHIL, N. MASPEYROT, P.; FILLON, M.; BOUNIF, A.; Effects of surface texture on journal-bearing characteristics under steady-state operating conditions. **Journal of Engineering Tribology**, v. 221, n. 6, p. 623-633, 2007.

TALA-IGHIL, N.; FILLON, M.; MASPEYROT, P. Effect of textured area on the performances of a hydrodynamic journal bearing. **Tribology International**, v. 44, p. 211-219, 2011.

TANG, W; ZHOU, Y; ZHU, H.; YANG, H. The effect of surface texturing on reducing the friction and wear of steel under lubricated contact. **Applied Surface Science**, v. 273, p. 199-204, 2013.

VIJAYARAGHAVAN, D.; KEITH JR., T. G. Development and Evaluation of a Cavitation Algorithm. **Tribology Transactions**. v. 32, p. 225-233, 1989.

VIJAYARAGHAVAN, D.; KEITH JR., T. G. An Efficient, Robust and Time Accurate Numerical Scheme Applied to a Cavitation Algorithm. **Journal of Lubrication Technology**. v. 112, p. 44-51, 1990.

WAKUDA, M.; YAMAUCHI, Y.; KANZAKI, S.; YASUDA, Y. Effect of surface texturing on friction reduction between ceramic and steel materials under lubricated sliding contact. **Wear**. v. 254, p. 356-363, 2003.

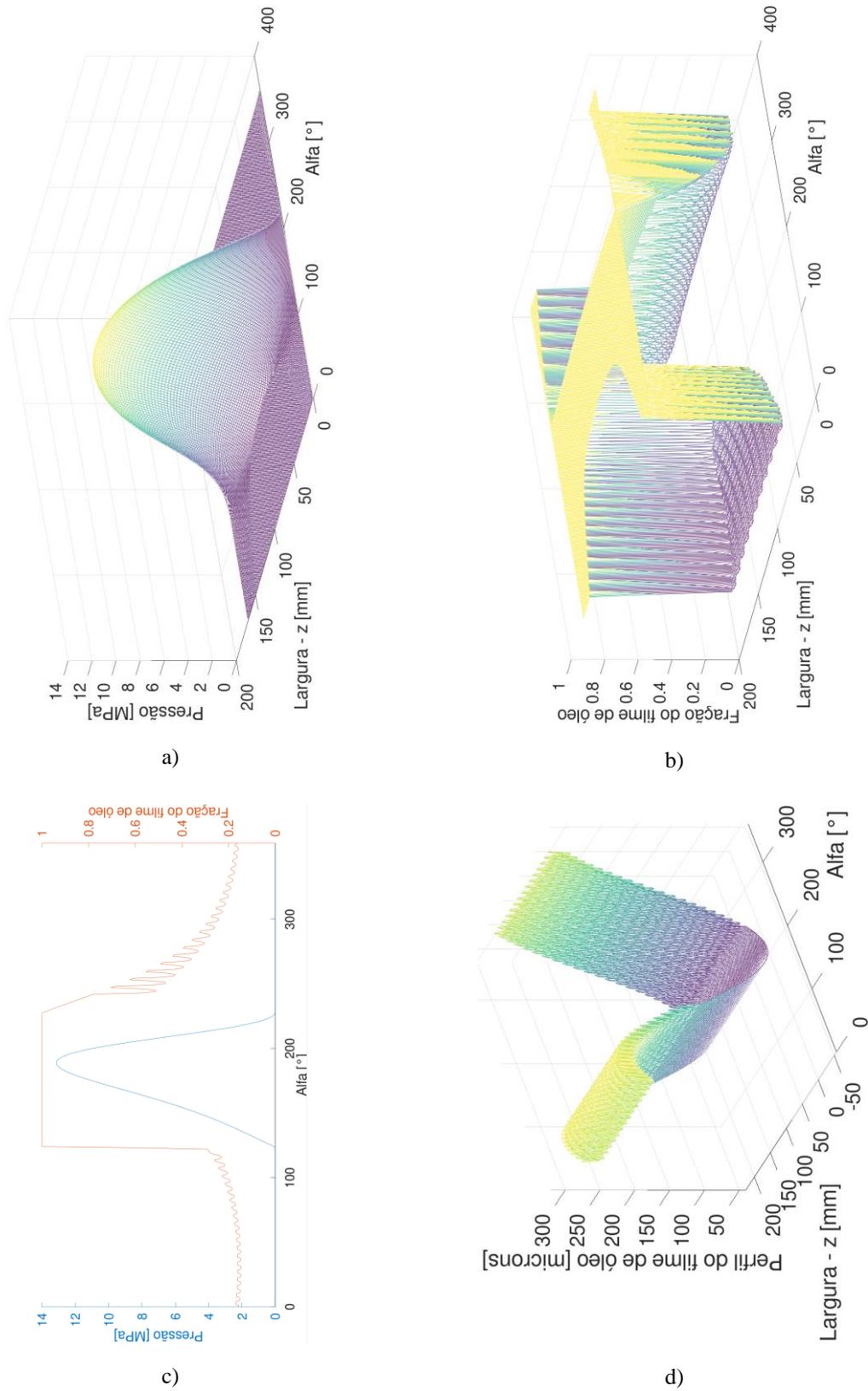
WOLOSZYNSKI, T.; PODSIADLO, P.; STACHOWIAK, K. W. Evaluation of Discretisation and Integration Methods for the Analysis of Hydrodynamic Bearings With and Without Surface Texturing. **Tribology Letters**. v. 51, p. 25-47, 2013.

ZEIDAN, F. Y.; PAQUETTE, D. J. Application Of High Speed And High Performance Fluid Film Bearings In Rotating Machinery. *In: Turbomachinery Symposium 23.*, 1994, Texas. **Proceedings** [...]. Texas: Texas A&M University, 1994, p. 209-234.

APÊNDICE A – RESULTADOS DAS SIMULAÇÕES

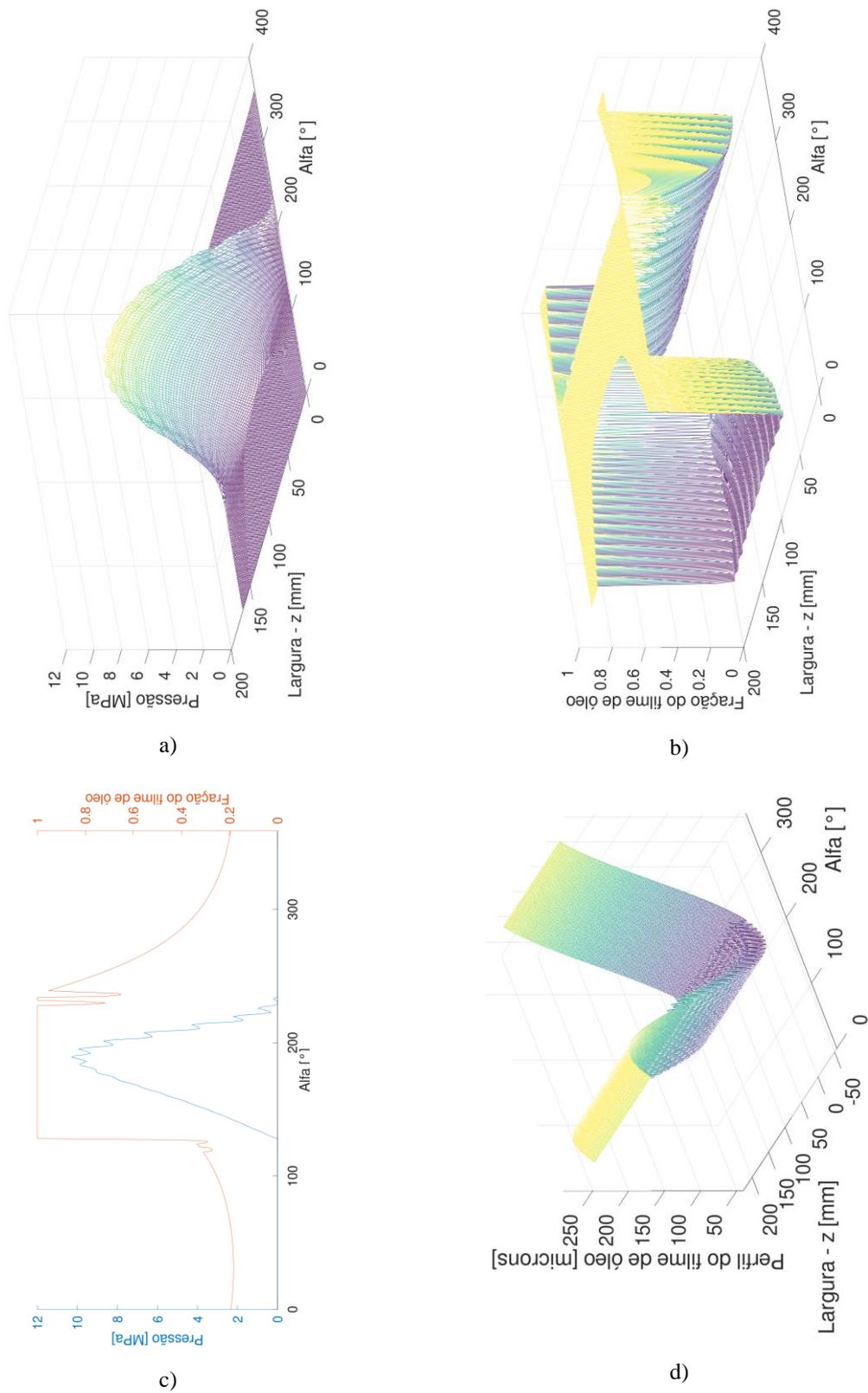
Os resultados das principais simulações são apresentados de forma gráfica no presente Apêndice.

Figura A1 – Resultados obtidos para o caso 18, sendo: a) distribuição de pressão; b) distribuição da fração do filme de óleo θ ; c) distribuição de pressão e fração do filme de óleo θ na seção de corte $L/2$; d) perfil do filme de óleo.



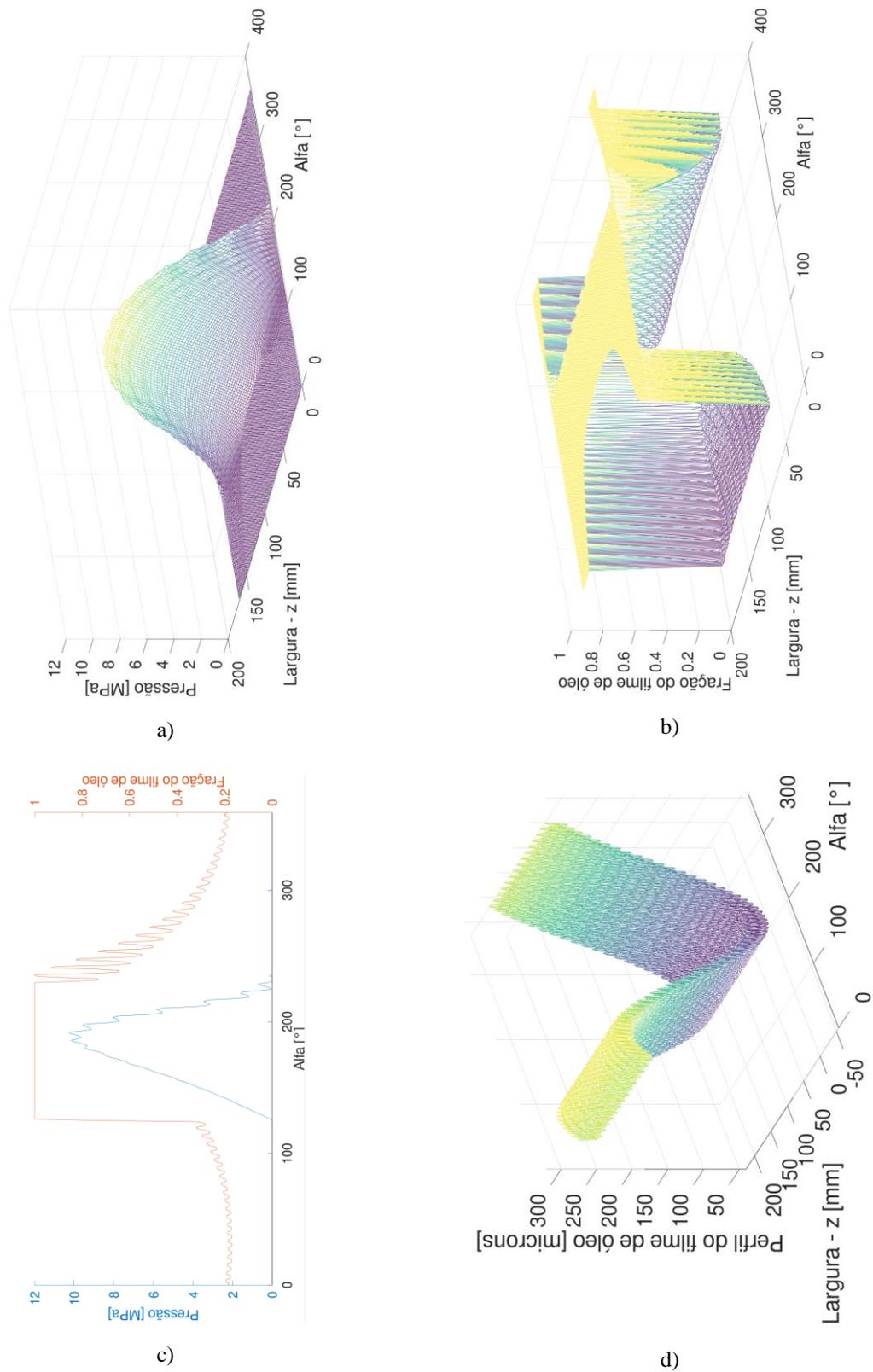
Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

Figura A2 – Resultados obtidos para o caso 9, sendo: a) distribuição de pressão; b) distribuição da fração do filme de óleo θ ; c) distribuição de pressão e fração do filme de óleo θ na seção de corte $L/2$; d) perfil do filme de óleo.



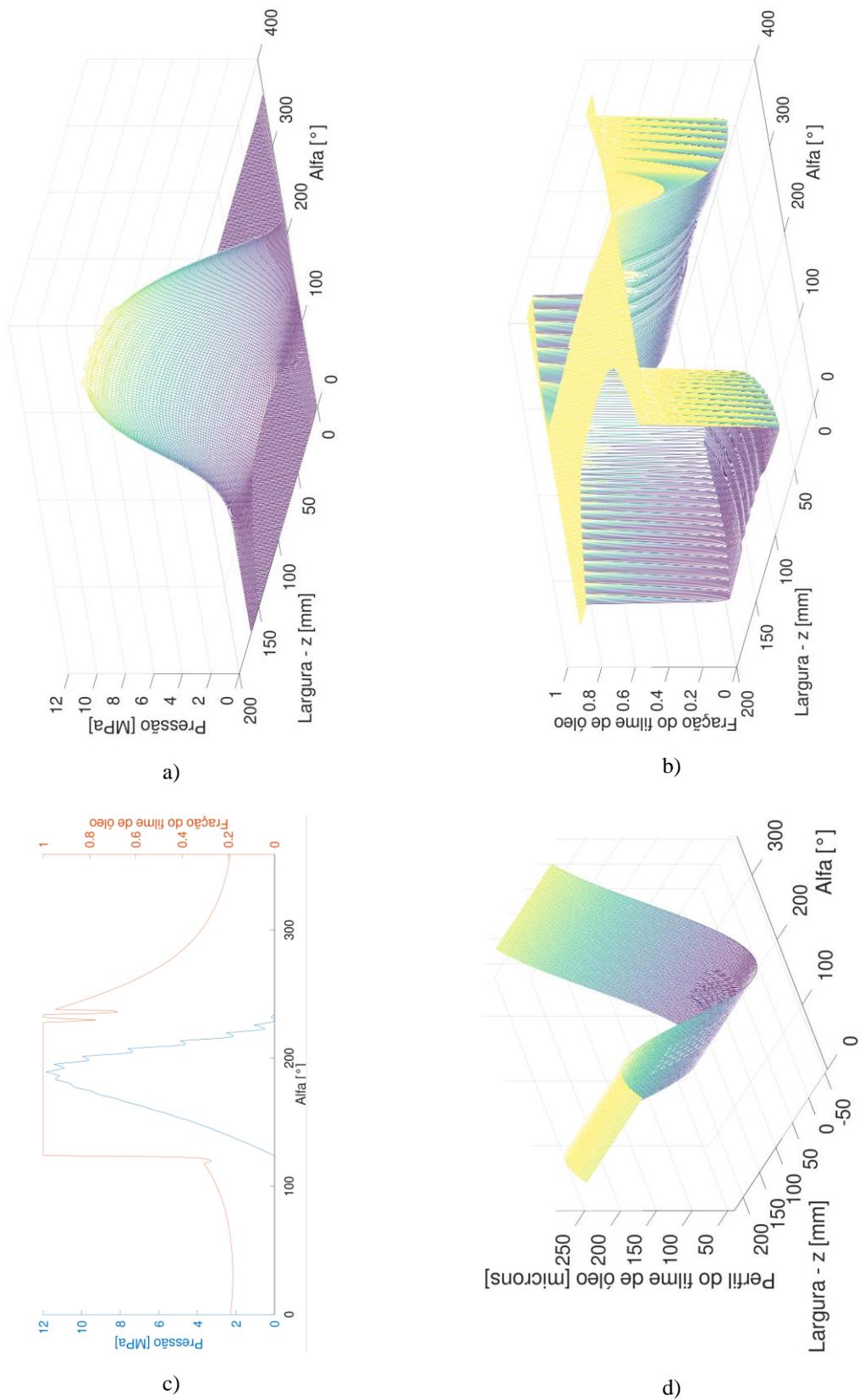
Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

Figura A3 – Resultados obtidos para o caso 7, sendo: a) distribuição de pressão; b) distribuição da fração do filme de óleo θ ; c) distribuição de pressão e fração do filme de óleo θ na seção de corte $L/2$; d) perfil do filme de óleo.



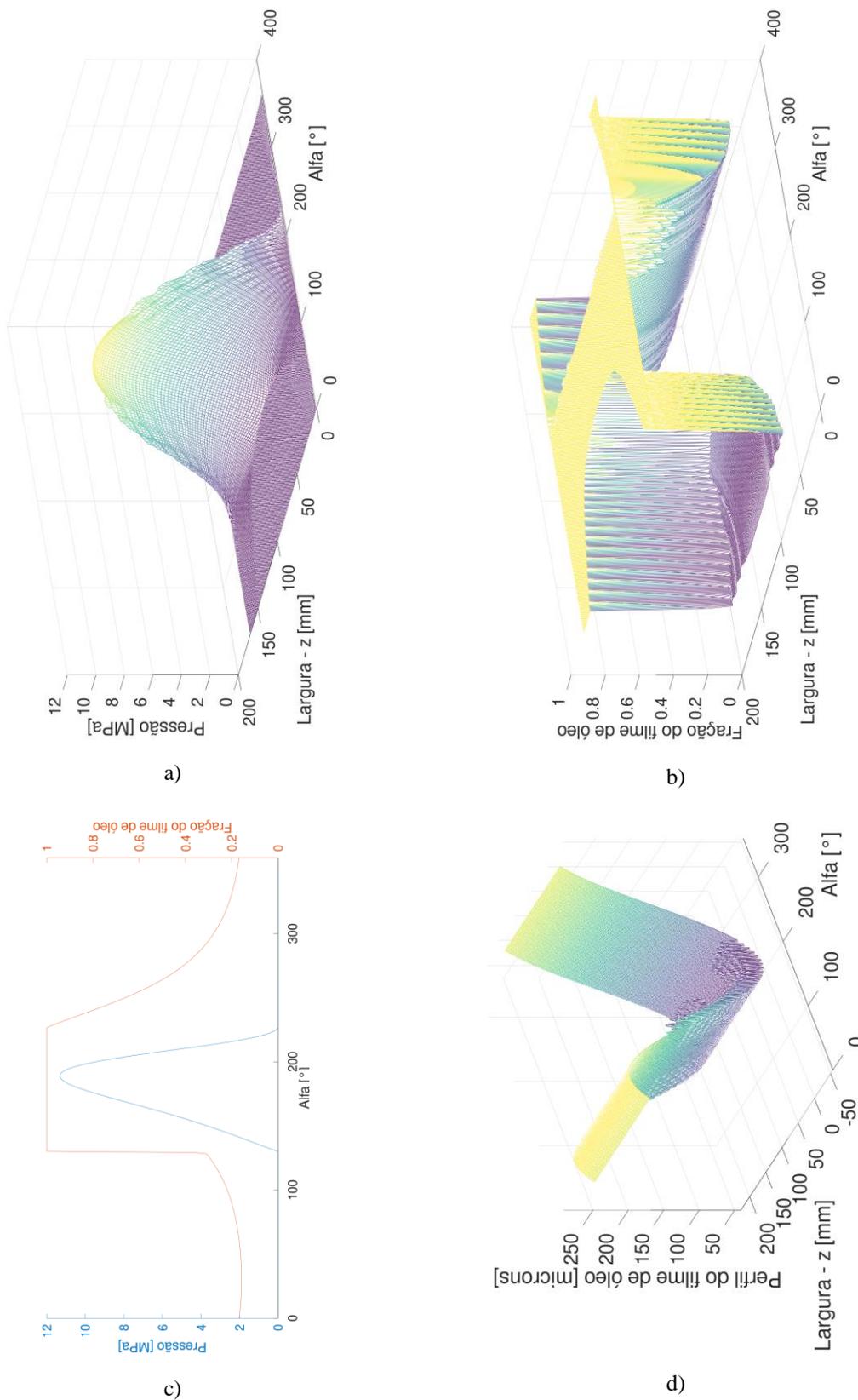
Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

Figura A4 – Resultados obtidos para o caso 2, sendo: a) distribuição de pressão; b) distribuição da fração do filme de óleo θ ; c) distribuição de pressão e fração do filme de óleo θ na seção de corte $L/2$; d) perfil do filme de óleo.



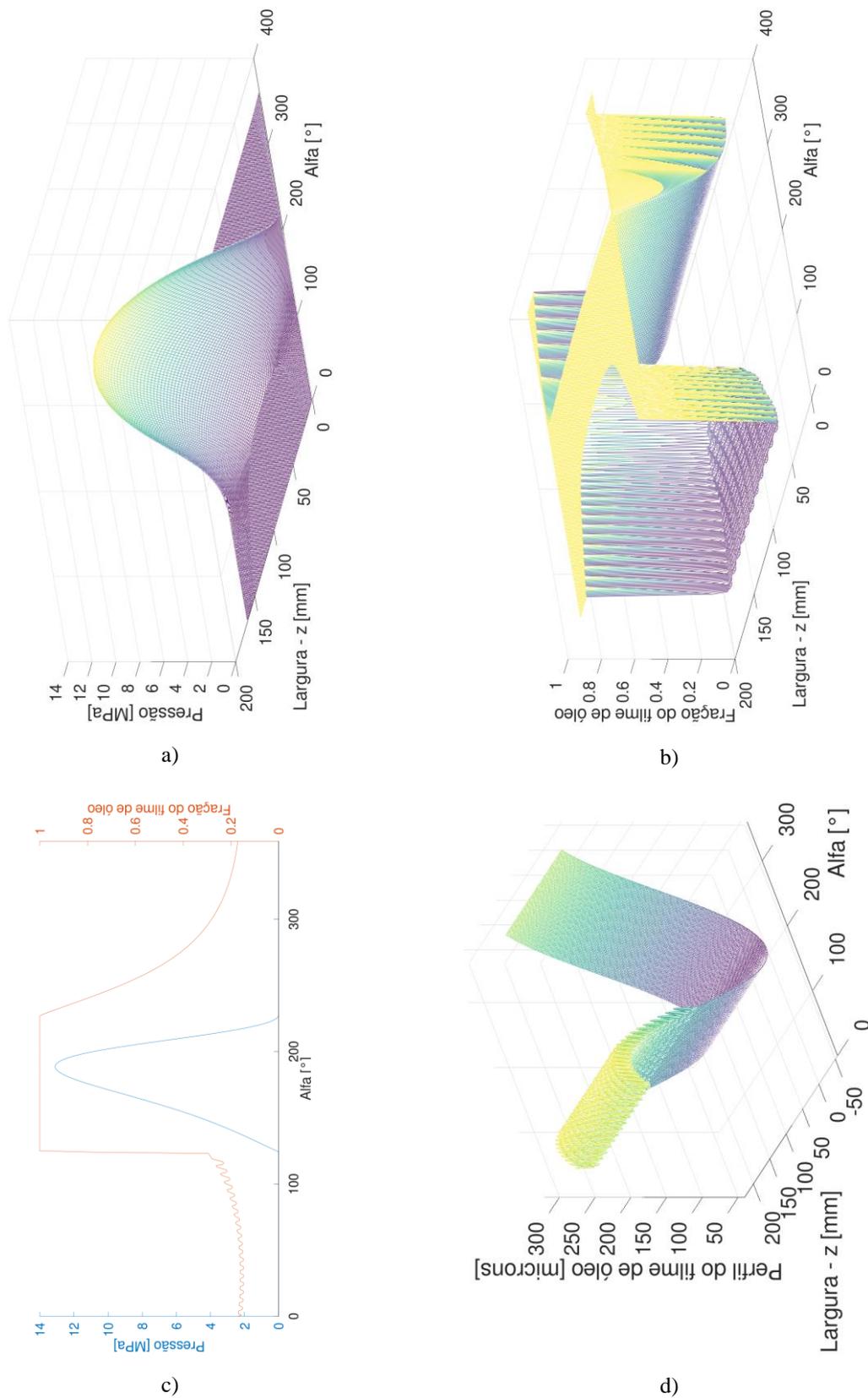
Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

Figura A5 – Resultados obtidos para o caso 12, sendo: a) distribuição de pressão; b) distribuição da fração do filme de óleo θ ; c) distribuição de pressão e fração do filme de óleo θ na seção de corte $L/2$; d) perfil do filme de óleo.



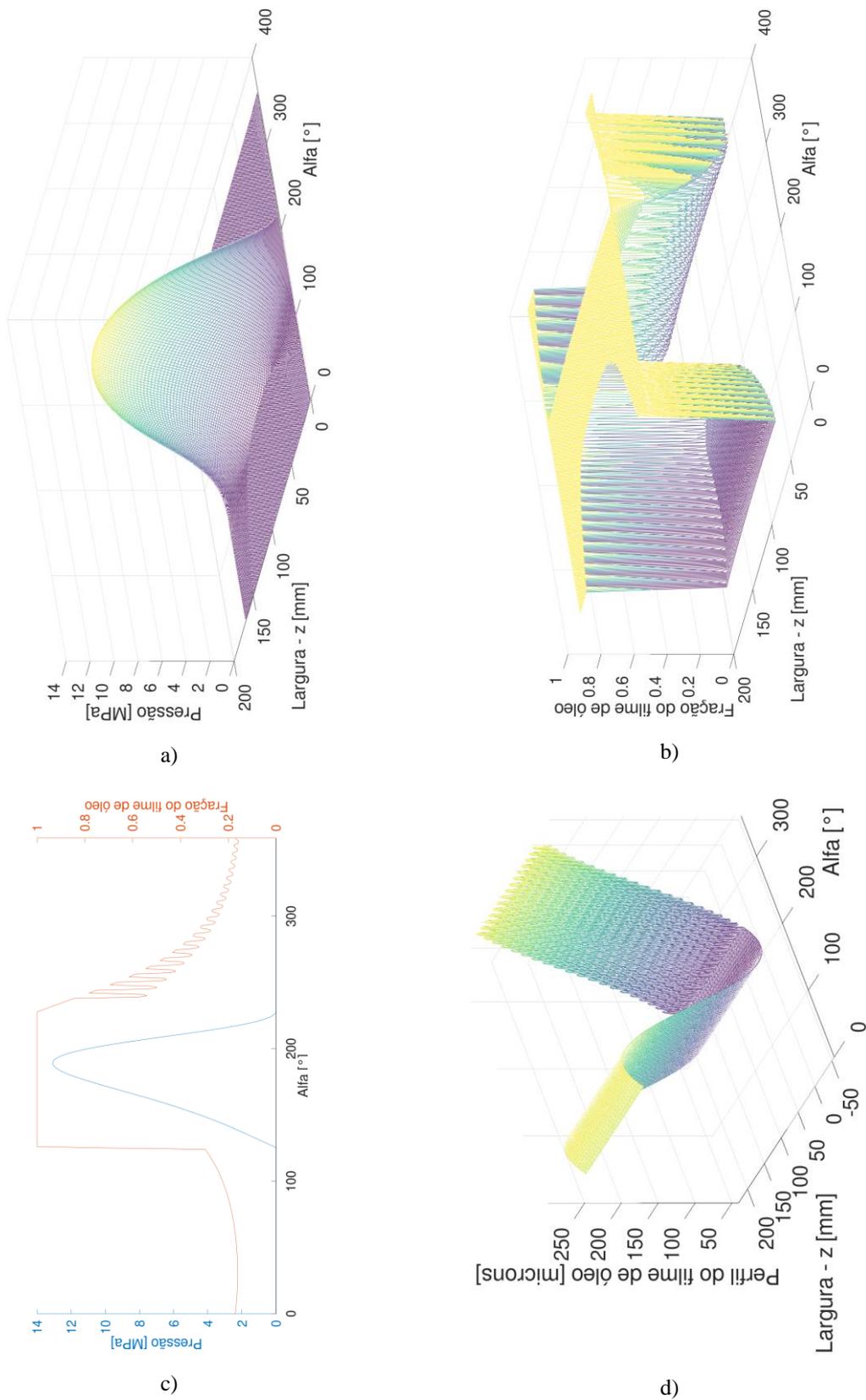
Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

Figura A6 – Resultados obtidos para o caso 8, sendo: a) distribuição de pressão; b) distribuição da fração do filme de óleo θ ; c) distribuição de pressão e fração do filme de óleo θ na seção de corte $L/2$; d) perfil do filme de óleo.



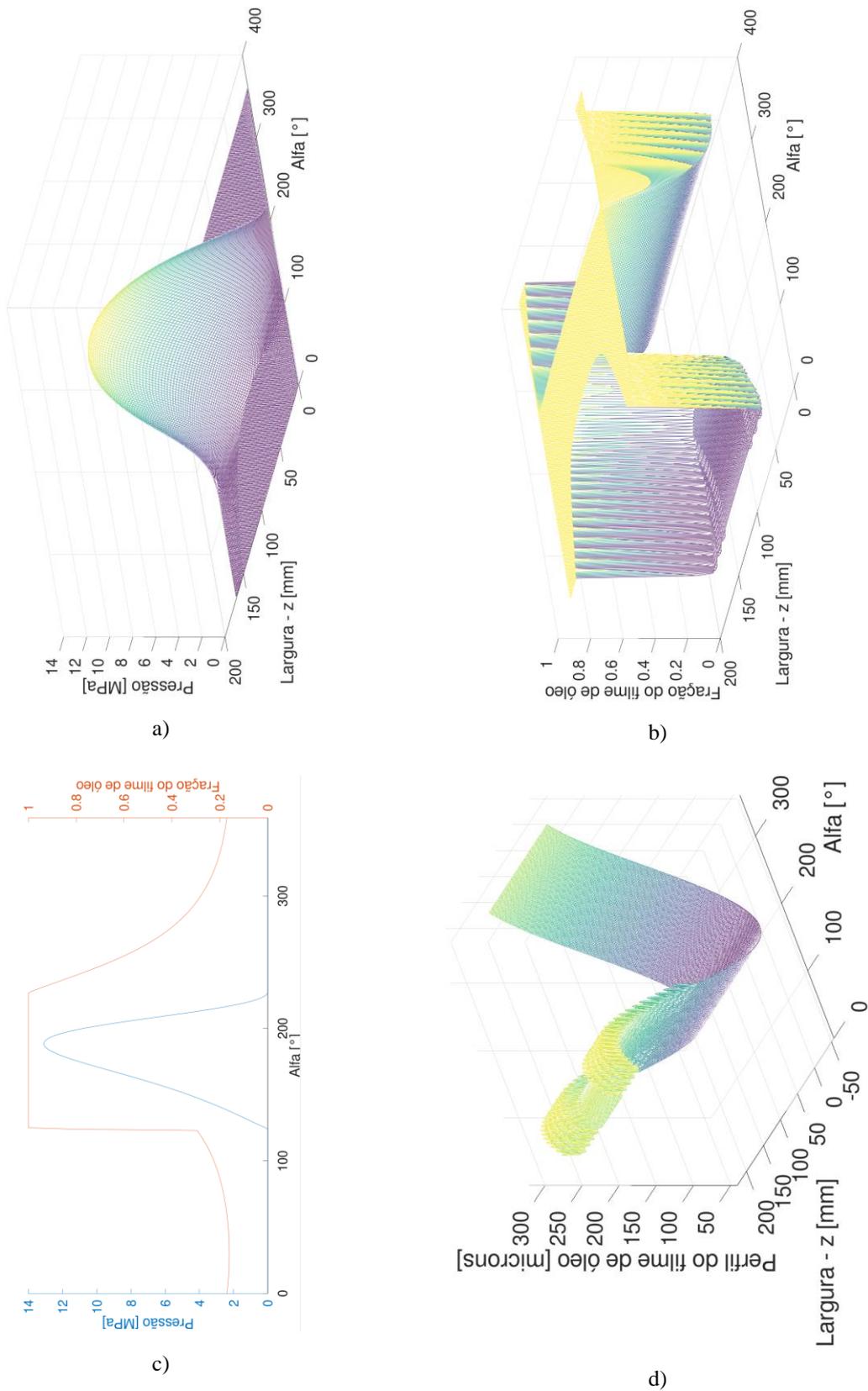
Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

Figura A7 – Resultados obtidos para o caso 10, sendo: a) distribuição de pressão; b) distribuição da fração do filme de óleo θ ; c) distribuição de pressão e fração do filme de óleo θ na seção de corte $L/2$; d) perfil do filme de óleo.



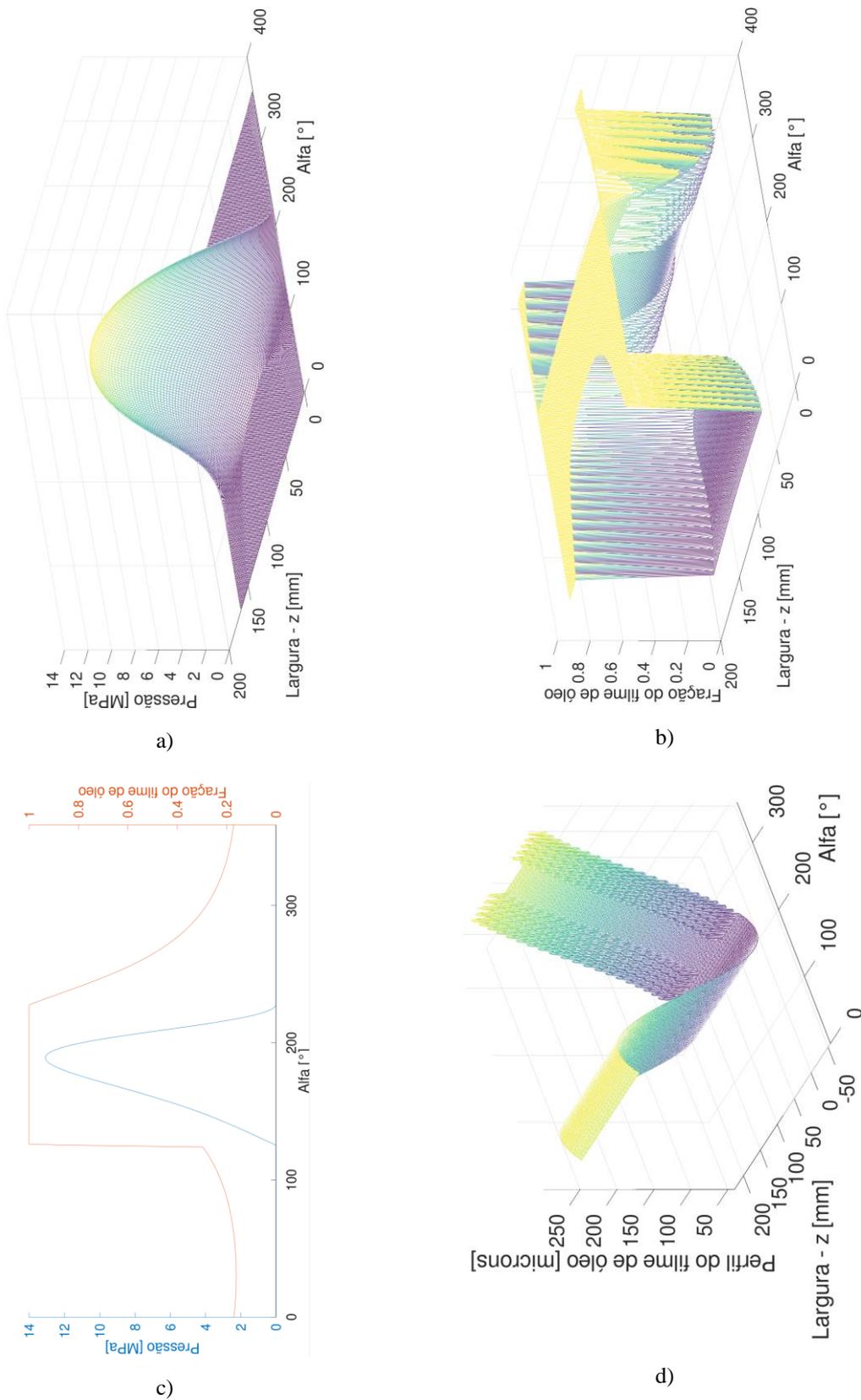
Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

Figura A8 – Resultados obtidos para o caso 11, sendo: a) distribuição de pressão; b) distribuição da fração do filme de óleo θ ; c) distribuição de pressão e fração do filme de óleo θ na seção de corte $L/2$; d) perfil do filme de óleo.



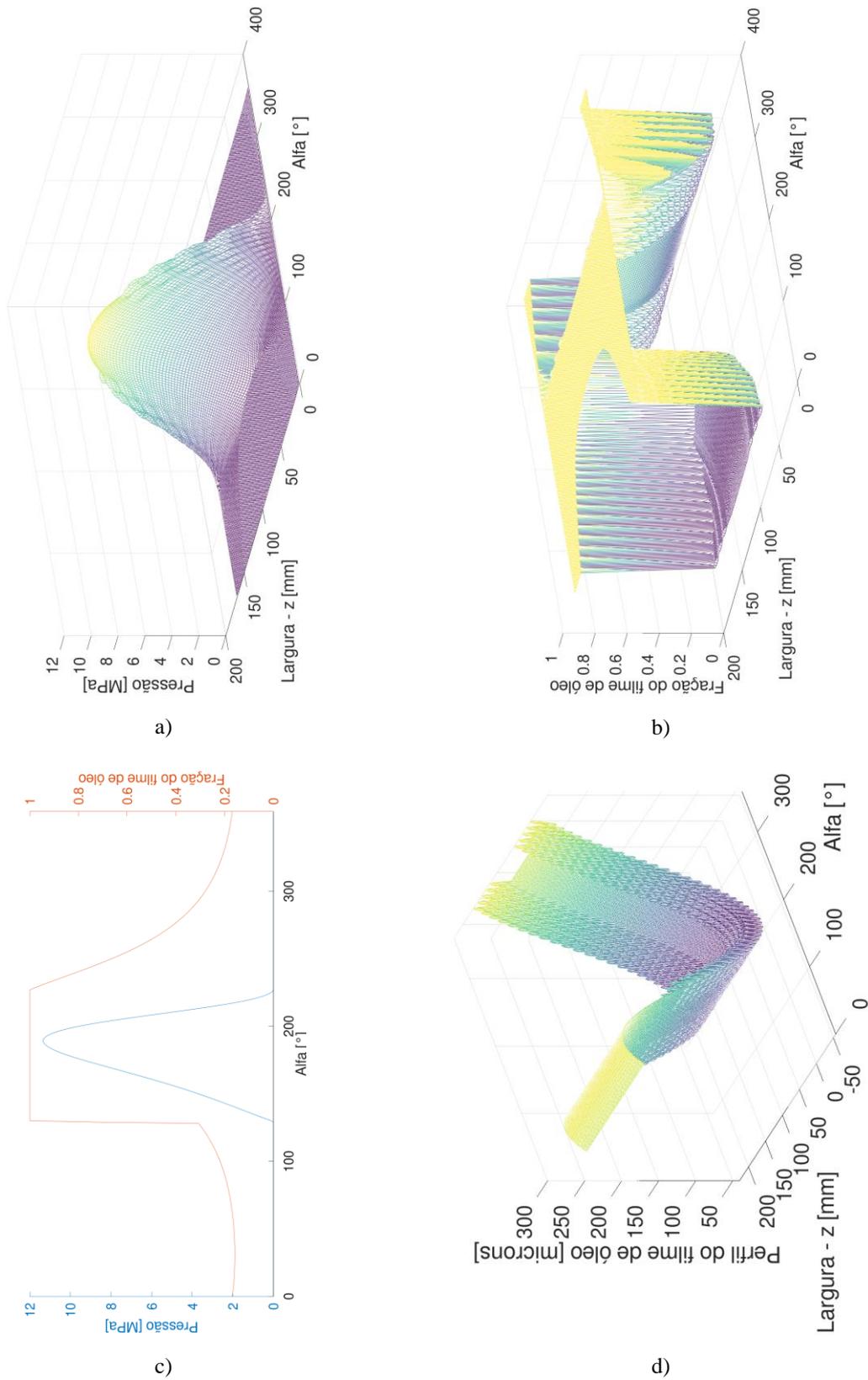
Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

Figura A9 – Resultados obtidos para o caso 13, sendo: a) distribuição de pressão; b) distribuição da fração do filme de óleo θ ; c) distribuição de pressão e fração do filme de óleo θ na seção de corte $L/2$; d) perfil do filme de óleo.



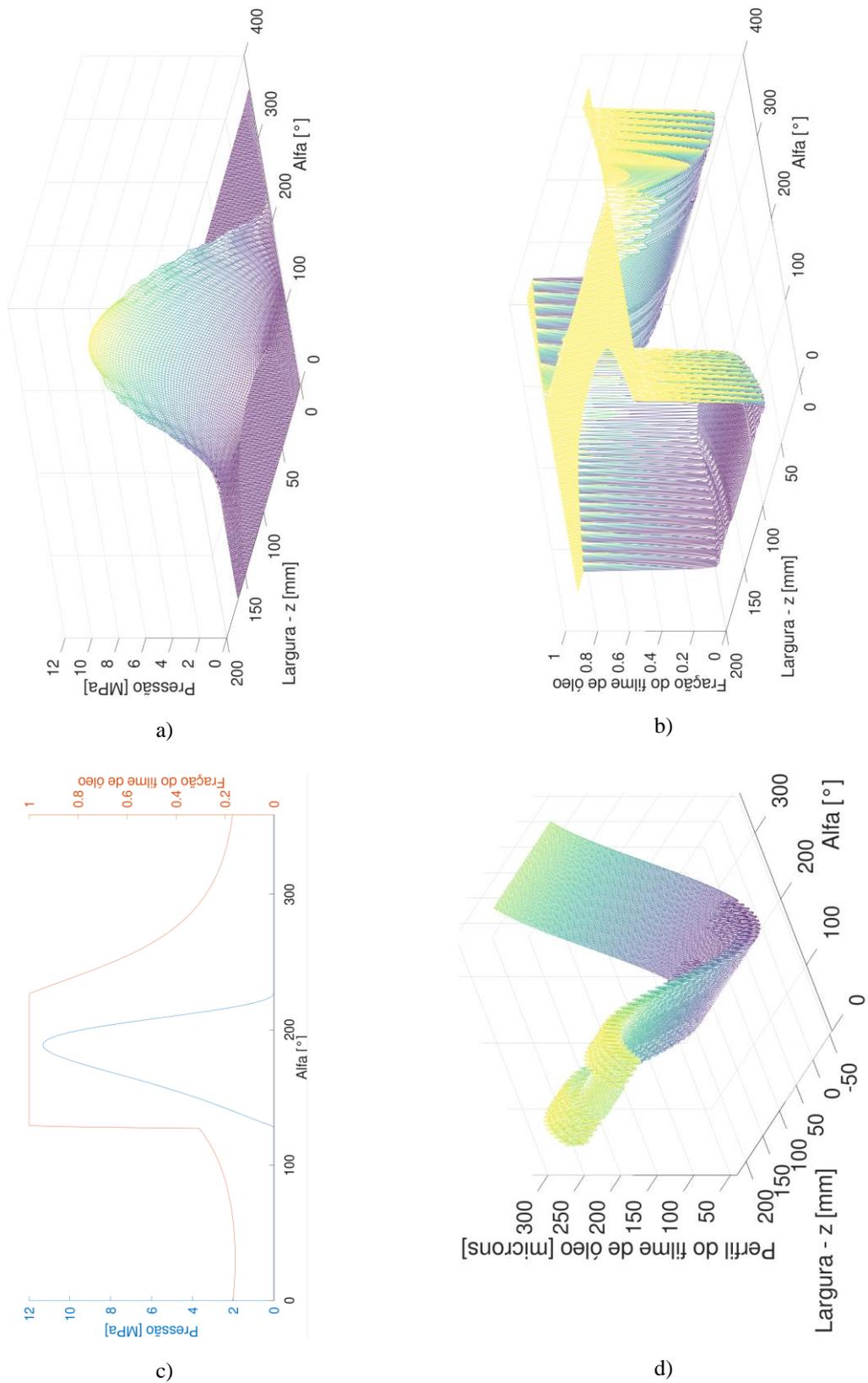
Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

Figura A10 – Resultados obtidos para o caso 15, sendo: a) distribuição de pressão; b) distribuição da fração do filme de óleo θ ; c) distribuição de pressão e fração do filme de óleo θ na seção de corte $L/2$; d) perfil do filme de óleo.



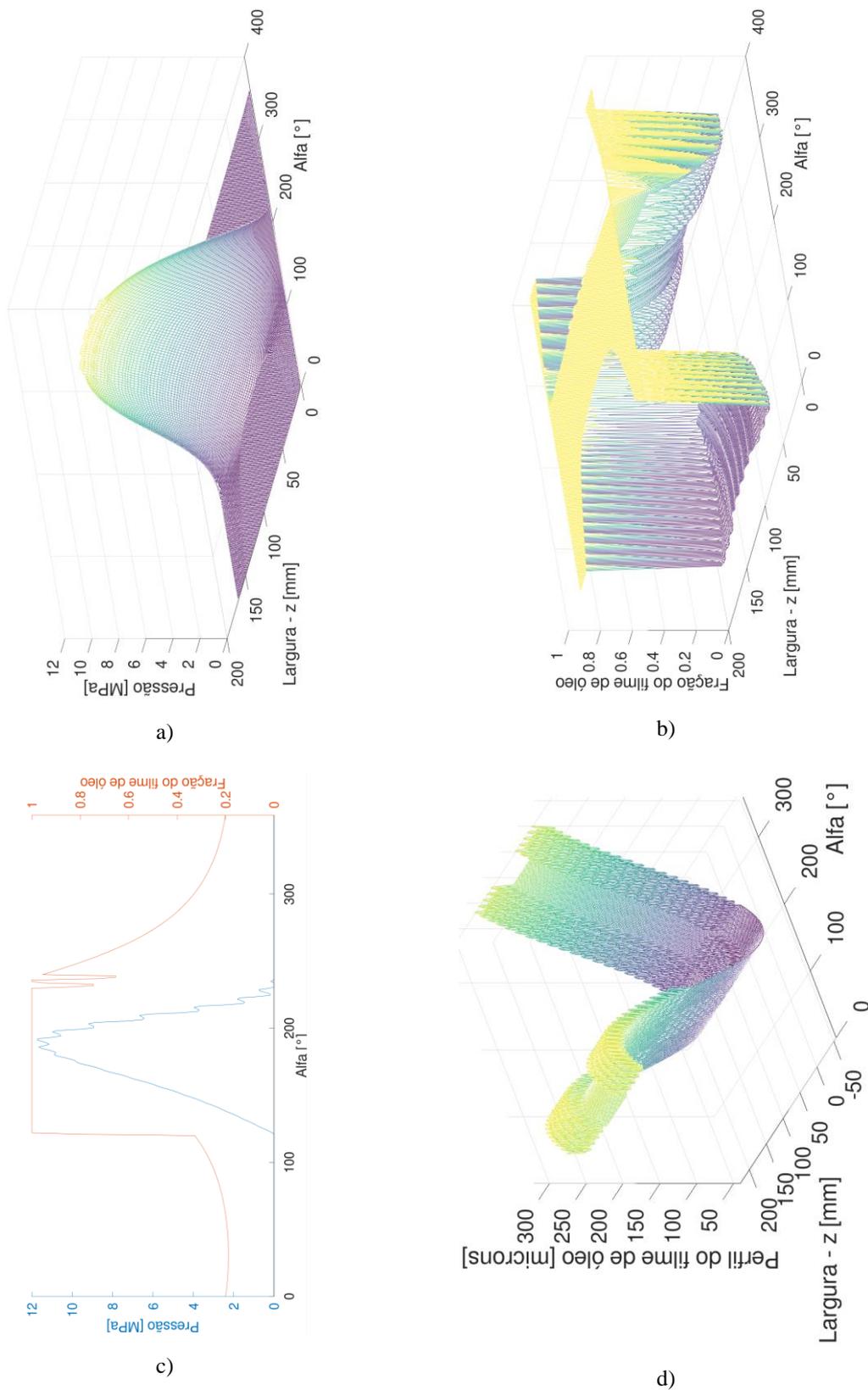
Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

Figura A11– Resultados obtidos para o caso 14, sendo: a) distribuição de pressão; b) distribuição da fração do filme de óleo θ ; c) distribuição de pressão e fração do filme de óleo θ na seção de corte $L/2$; d) perfil do filme de óleo.



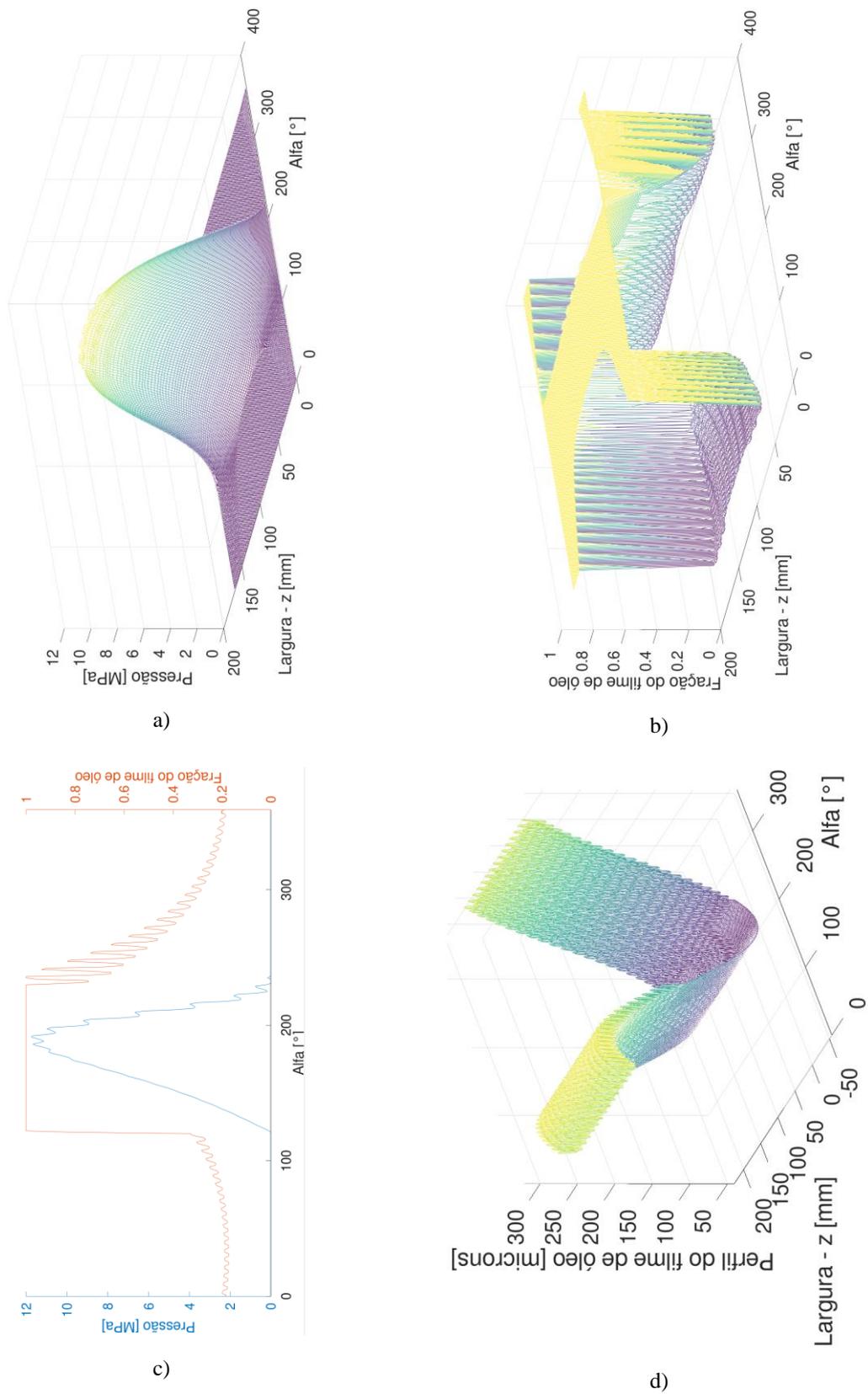
Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

Figura A12– Resultados obtidos para o caso 20, sendo: a) distribuição de pressão; b) distribuição da fração do filme de óleo θ ; c) distribuição de pressão e fração do filme de óleo θ na seção de corte $L/2$; d) perfil do filme de óleo.



Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

Figura A13 – Resultados obtidos para o caso 21, sendo: a) distribuição de pressão; b) distribuição da fração do filme de óleo θ ; c) distribuição de pressão e fração do filme de óleo θ na seção de corte $L/2$; d) perfil do filme de óleo.



Fonte: Elaborado pelo próprio autor.