

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO CARLOS
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E DE TECNOLOGIA
DEMEC - DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECÂNICA

**OTIMIZAÇÃO DO DESEMPENHO DINÂMICO DE ROBÔS
PARALELOS ACIONADOS POR CABOS COM REDUNDÂNCIA
CINEMÁTICA UTILIZANDO REPOSICIONAMENTO CONTÍNUO**

Orientador:

Prof. Dr. João Vitor de Carvalho Fontes

Aluno:

Gabriel Luis Oliveira



SÃO CARLOS, SP
2023

GABRIEL LUIS OLIVEIRA

**OTIMIZAÇÃO DO DESEMPENHO DINÂMICO DE ROBÔS
PARALELOS ACIONADOS POR CABOS COM REDUNDÂNCIA
CINEMÁTICA UTILIZANDO REPOSICIONAMENTO CONTÍNUO**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao DEMec -
Departamento de Engenharia Mecânica da Universidade
Federal de São Carlos, para obtenção do título de Bacharel
em Engenharia Mecânica.

Orientador: Prof. Dr. João Vitor de Carvalho Fontes

SÃO CARLOS, SP
2023



FUNDAÇÃO UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO CARLOS

COORDENAÇÃO DO CURSO DE ENGENHARIA MECÂNICA - CCEMec/CCET

Rod. Washington Luís km 235 - SP-310, s/n - Bairro Monjolinho, São Carlos/SP, CEP 13565-905
Telefone: (16) 33519703 - <http://www.ufscar.br>

DP-TCC-FA nº 32/2022/CCEMec/CCET

Graduação: Defesa Pública de Trabalho de Conclusão de Curso

Folha Aprovação (GDP-TCC-FA)

FOLHA DE APROVAÇÃO

GABRIEL LUIS OLIVEIRA

OTIMIZAÇÃO DO DESEMPENHO DINÂMICO DE ROBÔS PARALELOS ACIONADOS POR CABOS COM REDUNDÂNCIA CINEMÁTICA UTILIZANDO REPOSICIONAMENTO CONTÍNUO

Trabalho de Conclusão de Curso

Universidade Federal de São Carlos – Campus São Carlos

São Carlos, 03 de outubro de 2022

ASSINATURAS E CIÊNCIAS

Cargo/Função	Nome Completo
Orientador	João Vitor de Carvalho Fontes
Membro da Banca 1	Luis Antonio Oliveira Araújo
Membro da Banca 2	Sidney Bruce Shiki



Documento assinado eletronicamente por **Joao Vitor de Carvalho Fontes, Docente**, em 03/10/2022, às 11:39, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do [Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015](#).



Documento assinado eletronicamente por **Luis Antonio Oliveira Araujo, Docente**, em 03/10/2022, às 11:39, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do [Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015](#).



Documento assinado eletronicamente por **Sidney Bruce Shiki, Docente**, em 03/10/2022, às 11:40, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do [Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015](#).



A autenticidade deste documento pode ser conferida no site <https://sei.ufscar.br/autenticacao>, informando o código verificador **0829215** e o código CRC **9F0DEDAF**.

AGRADECIMENTOS

Em primeiro lugar, gostaria de agradecer aos meus pais, Bernadete e Luiz, pelo inesgotável empenho que tiveram desde os meus primeiros anos de vida, nutrindo nossa relação sempre com muito amor e mostrando a importância dos estudos para a minha vida. Graças a vocês, hoje eu tenho uma base de valores fortalecida.

Agradeço às minha avós, Juvercina e Maria, que sempre foram uma fonte de muito amor para toda família. Obrigado por todo apoio e confiança que me foi dado durante esses anos.

Agradeço ao meu primo, Ícaro, uma pessoa fantástica que sempre olhou por mim, me aconselhou e incentivou a tomar bons caminhos.

Agradeço a todos meus amigos de república em São Carlos e, em especial, Felipe, Leone, João e Guilherme. Nossa casa nos permitiu dividir sonhos e tudo que vivemos será recordado com bastante carinho por toda minha vida.

Agradeço aos meus amigos Joni, Alegre e Maria que sempre me ofereceram uma segunda casa em São Carlos. A sinceridade e genuinidade das nossas relações foi o que sempre nos uniu.

Agradeço aos meus amigos Pedro, Giovanni, André e Amanda que, desde cedo, me mostraram o verdadeiro valor de uma amizade.

Agradeço ao Edoardo e a Theresa pelos momentos que vivemos juntos em Newcastle. Com vocês eu pude entender um novo mundo que, hoje, faz parte de quem eu sou.

Agradeço imensamente ao Prof. Dr. João Vitor de Carvalho Fontes por todos esforços e dedicação que teve como docente e amigo durante a graduação. Para mim, você se tornou o símbolo do que é ser um professor. Muito obrigado.

Agradeço a todos colegas do curso de Engenharia Mecânica e, em especial, Herivelto, Luiz, Gabriel, Caio e André. Os estudos sempre foram desafiadores, mas juntos superamos todos obstáculos e tornamos o duro processo de aprendizagem mais leve.

Agradeço à Universidade Federal de São Carlos por ter oferecido toda a infraestrutura necessária para que eu pudesse desempenhar não somente um bom estudo, mas tivesse também a oportunidade de me relacionar abertamente com os demais estudantes do campus. Torço para que seu ambiente de aprendizagem continue fértil de forma perene e que as futuras gerações também possam vir a gozar deste privilégio.

Por fim, agradeço a todos aqueles que, direta ou indiretamente, contribuíram para que eu pudesse me desenvolver como humano e cidadão nesta maravilhosa jornada que é o aprendizado.

RESUMO

Os robôs paralelos desempenham um papel fundamental nos processos de fabricação. Dentre suas classificações, existe um tipo específico denominado robô paralelo acionado por cabos (RPAC), que apresenta boas propriedades inerciais e custos relativamente baixos. Ainda assim, pode haver características indesejadas, tais como a presença de singularidades no interior da área de trabalho, o que acarreta em, por exemplo, perda de rigidez dos cabos, distribuição de forças e vibração. Uma das maneiras de aprimorar a arquitetura do manipulador é por meio da redundância cinemática, técnica que consiste em adicionar uma junta ativa em uma das cadeias cinemáticas do manipulador não redundante. Tendo isso em vista, um modelo numérico de um robô paralelo planar acionado por cabos foi implementado no software MATLAB e o impacto da redundância cinemática foi definido mediante um reposicionamento contínuo das juntas redundantes. A partir de um algoritmo de otimização foi possível comparar diferentes estratégias de resolução de redundância, com o intuito de minimizar as forças atuantes nos cabos durante a execução da trajetória, bem como entender a influência da rotação do efetuador final nestes valores. Os resultados demonstraram uma melhoria no desempenho dinâmico dos manipuladores redundantes frente ao modelo não redundante, além de comparar entre os modelos redundantes qual estratégia foi mais adequada.

Palavras-chave: Redundância cinemática. Robôs paralelos acionados por cabos. Otimização.

ABSTRACT

Parallel robots play a key role in manufacturing processes. Among its classifications, there is a specific type called parallel robot driven by cables (RPAC), which has good inertial properties and relatively low costs. Even so, there may be undesired characteristics, such as the presence of singularities inside the work area, which leads, for example, to loss of rigidity of cables, distribution of forces and vibration. One way to improve the manipulator architecture is through kinematic redundancy, a technique that consists of adding an active joint in one of the kinematic chains of the non-redundant manipulator. Based on that, a numerical model of a cable-driven parallel planar robot was implemented in MATLAB software and the impact of kinematic redundancy was defined through a continuous repositioning of the redundant joints. It was possible to compare different redundancy resolution strategies through an optimization algorithm, in order to minimize the forces acting on the cables during the execution of the trajectory, as well as to understand the influence of the rotation of the end-effector on these values. The results showed an improvement in the dynamic performance of the redundant manipulators compared to the non-redundant model, in addition to comparing between the redundant models which strategy was more assertive.

Keywords: Kinematic Redundancy. Cable-driven parallel robots. Optimization.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Exemplo de robô paralelo industrial ABB Robotics (IRB 360).	12
Figura 2 – IPAnema: exemplo de robô acionado por cabos.	13
Figura 3 – Classificação dos RPACs baseada no padrão de movimentação.	18
Figura 4 – Diagrama esquemático do RPAC planar.	23
Figura 5 – Soma vetorial do cabo 2.	24
Figura 6 – Diagrama de corpo livre do efetuator final.	25
Figura 7 – Trajetória descrita pelo RPAC.	28
Figura 8 – Estratégias implementadas de resolução de redundância.	30
Figura 8 – Decomposição de forças no atuador	31
Figura 9 – Esquemático das diferentes configurações de RPAC simuladas.	33
Figura 10 – Deslocamento do RPAC não redundante ($\varphi = 0 \text{ rad}$).	36
Figura 11 – Comportamento temporal das forças nos cabos do RPAC não redundante ($\varphi = 0 \text{ rad}$).	36
Figura 12 – Comportamento temporal das forças nos cabos do RPAC não redundante ($\varphi = \frac{\pi}{6} \text{ rad}$).	38
Figura 13 – Comportamento temporal das forças nos cabos do RPAC redundante com deslocamento anti-horário ($\varphi = 0 \text{ rad}$).	39
Figura 14 – Comportamento temporal das forças nos cabos do RPAC redundante com deslocamento horizontal ($\varphi = 0 \text{ rad}$).	40
Figura 15 – Comportamento temporal das forças nos atuadores do RPAC redundante com deslocamento anti-horário ($\varphi = 0 \text{ rad}$).	41
Figura 16 – Comportamento temporal das forças nos atuadores do RPAC redundante com deslocamento horizontal ($\varphi = 0 \text{ rad}$).	41
Figura 17 – Comportamento temporal das forças nos cabos do RPAC redundante com deslocamento anti-horário ($\varphi = \frac{\pi}{6} \text{ rad}$).	42
Figura 18 – Comportamento temporal das forças nos cabos do RPAC redundante com deslocamento horizontal ($\varphi = \frac{\pi}{6} \text{ rad}$).	42
Figura 19 – Comportamento temporal das forças nos cabos do RPAC redundante com deslocamento anti-horário (de $\varphi = 0 \text{ rad}$ a $\varphi = \frac{\pi}{6} \text{ rad}$).	43
Figura 20 – Comportamento temporal das forças nos cabos do RPAC redundante com deslocamento horizontal (de $\varphi = 0 \text{ rad}$ a $\varphi = \frac{\pi}{6} \text{ rad}$).	43
Figura 21 – Valores da função custo em relação à configuração do RPAC para execução da trajetória quadrada.	44
Figura 22 – Comportamento temporal das forças nos cabos do RPAC não redundante (de $\varphi = 0 \text{ rad}$ a $\varphi = \frac{\pi}{6} \text{ rad}$).	49

Figura 23 – Comportamento temporal das forças nos atuadores do RPAC redundante com deslocamento anti-horário ($\varphi = \frac{\pi}{6}$ rad).	50
Figura 24 – Comportamento temporal das forças nos atuadores do RPAC redundante com deslocamento horizontal ($\varphi = \frac{\pi}{6}$ rad).	50
Figura 25 – Comportamento temporal das forças nos atuadores do RPAC redundante com deslocamento anti-horário (de $\varphi = 0$ rad a $\varphi = \frac{\pi}{6}$ rad).	51
Figura 26 – Comportamento temporal das forças nos atuadores do RPAC redundante com deslocamento horizontal (de $\varphi = 0$ rad a $\varphi = \frac{\pi}{6}$ rad)).	51

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Pontos e coordenadas do RPAC.	22
Tabela 2 – Parâmetros dos modelos dos manipuladores.	35
Tabela 3 – Valores da função custo para cada uma das nove configurações do RPAC planar.	37

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

RPAC	Robôs paralelos acionados por cabos
IRPM	<i>Incompletely restrained positioning mechanisms</i>
CRPM	<i>Completely restrained positioning mechanisms</i>
RRPM	<i>Redundantly restrained positioning mechanisms</i>
GA	<i>Genetic Algorithm</i>
SQP	<i>Sequential Quadratic Programming</i>

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	12
1.1	OBJETIVOS	14
1.1.1	Objetivos específicos	14
1.2	ESTRUTURA DO TEXTO	14
2	REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	16
2.1	ROBÔS ACIONADOS POR CABOS	16
2.2	RESOLUÇÃO DE REDUNDÂNCIA	19
2.3	OTIMIZAÇÃO E FUNÇÃO CUSTO	20
2.4	CONSIDERAÇÕES FINAIS DO CAPÍTULO	21
3	MODELAGEM E RESOLUÇÃO DA REDUNDÂNCIA	22
3.1	MODELO NÃO REDUNDANTE	22
3.1.1	Características do modelo não redundante	22
3.1.2	Cinemática inversa	23
3.1.3	Modelo dinâmico do efetuador final	24
3.1.4	Determinação das forças	26
3.2	PLANEJAMENTO DA TRAJETÓRIA	28
3.3	MODELO REDUNDANTE	29
3.4	CONSIDERAÇÕES FINAIS DO CAPÍTULO	34
4	RESULTADOS	35
4.1	CONSIDERAÇÕES FINAIS DO CAPÍTULO	40
5	CONCLUSÕES/CONSIDERAÇÕES FINAIS	45
6	REFERÊNCIAS	46
7	APÊNDICE	49

1 INTRODUÇÃO

O fomento e o desenvolvimento de novas tecnologias nas últimas décadas trouxeram à indústria esquemas de produção cada vez mais sofisticados. O conjunto de melhorias que ocorreu em, por exemplo, microprocessadores, robôs, inteligência artificial e redes de comunicação, contribuíram para melhorias na qualidade final dos produtos, na redução de custos com estoque e em uma execução mais veloz (JÚNIOR; CHAGAS; FERNANDES, 2003).

Neste cenário, os robôs paralelos desempenharam um papel fundamental nos processos de fabricação. Empregado principalmente em automações, são capazes de atingir altas acelerações, possuem alta relação entre a capacidade de carga e a massa da máquina, rigidez superior, precisão melhorada, entre outras características vantajosas (MERLET, 2006). Esses benefícios podem ser aproveitados em processos cirúrgicos, que exigem grande precisão (KOBLER et al., 2012), ou na indústria em processos de *Pega-e-Põe* (Figura 1), que necessitam de grande velocidade (CORBEL et al., 2010).

Figura 1 – Exemplo de robô paralelo industrial ABB Robotics (IRB 360).

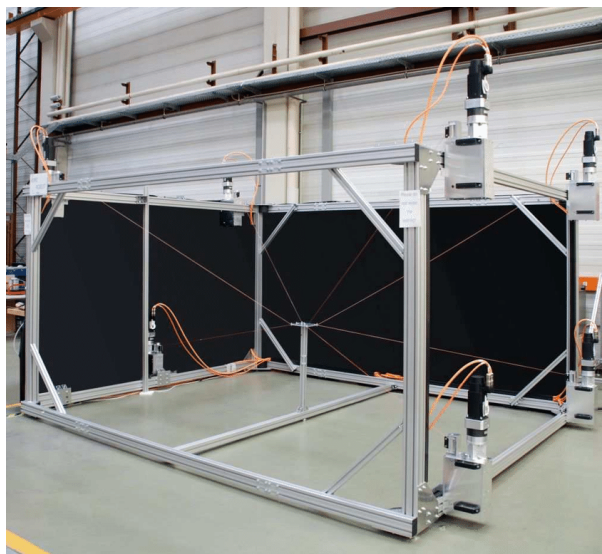


Fonte: Robotics (2022).

Dentre suas classificações, existe uma tipo específico de manipulador denominado robô paralelo acionado por cabos (RPAC). Conforme mostrado na Figura 2, esses robôs se distinguem dos demais por apresentarem cabos no lugar dos elos rígidos habituais que compõem as cadeias cinemáticas do robô (FANG et al., 2004). Os robôs paralelos acionados por cabos consistem de uma base fixa na qual estão os atuadores responsáveis por soltar e puxar os cabos, e um efetuador final, onde os cabos estão fixados. Esta configuração de manipulador com cabos contribui para que o robô apresente boas propriedades inerciais, tenha a conveniência de ter seus atuadores fixos à uma base, custos relativamente baixos e fáceis de serem configurados de acordo com seu *design* (CASTELLI; OTTAVIANO; GONZÁLEZ, 2010).

Apesar das características positivas, o manipulador paralelo também apresenta

Figura 2 – IPAnema: exemplo de robô acionado por cabos.



Fonte: Bruckmann e Pott (2012).

características indesejadas, tais como baixa relação entre a área de trabalho e o espaço de montagem do manipulador e a presença de singularidades no interior da área de trabalho. Quando o efetuador está próximo das áreas singulares pode ocorrer perda de rigidez dos cabos, comportamento que incide significativamente na estática e dinâmica dos RPACs e que afeta, por exemplo, a precisão de posicionamento, a distribuição de forças, a vibração e o controle (MERLET, 2006).

Segundo Merlet (2006), uma das formas de evitar ou eliminar os problemas causados pelas singularidades, é aplicando o conceito de redundância cinemática, de forma a melhorar a arquitetura do manipulador. Este conceito parte do princípio de adicionar uma junta ativa em uma das cadeias cinemáticas do manipular não redundante. Em um RPAC, essa adição pode ser feita através do reposicionamento do(s) motor(es) em sua base fixa.

Os manipuladores com redundância cinemática possuem infinitas soluções para cinemática inversa, isto quer dizer que para uma mesma posição fixa do efetuador final, as juntas podem se movimentar alternando a configuração do manipulador. Esta característica é denominada *self-motion* ou auto-configuração (FONTES, 2019).

Esta técnica permite que diferentes aspectos do manipulador sejam otimizados como, por exemplo, a diminuição da vibração dos elos (BIAN; GAO; YUN, 2011), a precisão (KOTLARSKI; ABDELLATIF; HEIMANN, 2008), o desempenho dinâmico, a energia consumida, o aumento da área de trabalho, entre outros.

1.1 OBJETIVOS

O presente trabalho teve como objetivo principal aprofundar o entendimento sobre os impactos do uso da redundância cinemática em robôs paralelos acionados por cabos com o intuito de verificar se pode haver uma otimização no desempenho dinâmico do manipulador por meio da minimização das forças atuantes nos cabos durante a execução de uma trajetória programada. Para isso, foi considerado um RPAC planar que possui 4 cabos para efetuar sua movimentação e, para o cálculo de redundância, aplicou-se diferentes estratégias de otimização e formas de deslocamento que serão descritas com mais detalhes no capítulo 4.

1.1.1 Objetivos específicos

Para atingir o objetivo principal, alguns objetivos específicos foram definidos:

- Criar um modelo matemático de um RPAC planar não redundante e um modelo redundante que terá a resolução da redundância obtida através de métodos de otimização;
- Confrontar os modelos redundante e não redundante do RPAC quanto ao desempenho dinâmico, a partir da definição de uma função custo;
- Comparar as diferentes configurações do RPAC redundante por meio dos métodos de resolução de redundância;
- Analisar se a redundância cinemática consiste em uma boa estratégia para aperfeiçoar o desempenho dinâmico dos robôs paralelos acionados por cabos;

1.2 ESTRUTURA DO TEXTO

Este trabalho está organizado da seguinte maneira:

- O capítulo 2 aprofunda o entendimento sobre os conceitos gerais associados aos manipuladores acionados por cabos, bem como suas classificações relacionadas a graus de liberdade, espaço de trabalho e padrão de movimentação. Ainda neste capítulo, aborda-se os conceitos de otimização e quais métodos utilizou-se para a realização das simulações. Por fim, apresenta-se também as forma de resolução de redundância, como podem ser executadas e trabalhos passados que implementaram a estratégia.
- O capítulo 3 relata toda a modelagem matemática realizada no cálculo dos modelos não redundante e redundante, além de destacar o planejamento da trajetória descrita pelo robô;

- O capítulo 4 apresenta todos os resultados obtidos nas simulações, bem como as discussões acerca das soluções obtidas;
- O capítulo 5 descreve as conclusões obtidas a partir do trabalho apresentado e seus respectivos resultados;

2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

2.1 ROBÔS ACIONADOS POR CABOS

Os robôs paralelos acionados por cabos representam uma classe particular de robôs paralelos, no qual os elos rígidos são cabos, o que traz aos manipuladores determinadas particularidades. Uma delas é que pelo fato dos cabos possuírem propriedade unilateral, ou seja, podem tracionar e não comprimir, os métodos de análise de cinemática tradicionais não podem ser aplicados. Além disso, é necessário que o manipulador esteja sob tração em todo instante de tempo para que sua operação não seja comprometida (BANADAKI, 2007).

Quanto às configurações de trabalho, os RPACs podem assumir diferentes padrões dependendo da atividade que desempenham. Os estudos de Bruckmann e Pott (2012) reúnem trabalhos prévios e os classificam em três grandes aspectos: o número de cabos (m) versus o grau de liberdade do efetuador final (n), o espaço de trabalho e, por último, o padrão de movimentação dos manipuladores.

A primeira classificação quanto ao número de cabos e graus de liberdade foi proposta por Ming (1994) como forma de diferenciar os robôs que são sub-restringidos, totalmente restringidos e sobre-restringidos. Seguindo esta classificação, os manipuladores são distinguidos da seguinte maneira:

- $m < n$: os RPACs pertencentes à esta classe são denominados de *mecanismos de posicionamento incompletamente restringidos (IRPM, em inglês)*;
- $m = n$: apesar desse tipo de robô estar completamente restringido, é necessário avaliar o equilíbrio de forças e torques aplicados externamente como, por exemplo, a ação da gravidade. Por isso, alguns autores costumam ter uma classe especial para definir estes;
- $m = n + 1$: esta classe é definida como *mecanismos de posicionamento completamente restringidos (CRPM, em inglês)*. Para esta classe, vários tipos de movimentos são possíveis;
- $m > n + 1$: como nesta classe de robôs há mais restrições cinemáticas do que graus de liberdade, então as forças estáticas acabam sendo indefinidas. Dessa forma, os RPACs dessa classe são denominados como *mecanismos de posicionamento redundantemente restringidos (RRPM, em inglês)*;

Para cada um desses casos, existem vantagens e desvantagens que vão se tornar mais ou menos relevantes dependendo da aplicação que se pretende dar ao manipulador. A distribuição de tensão em um RPAC redundantemente restringido, por exemplo, pode

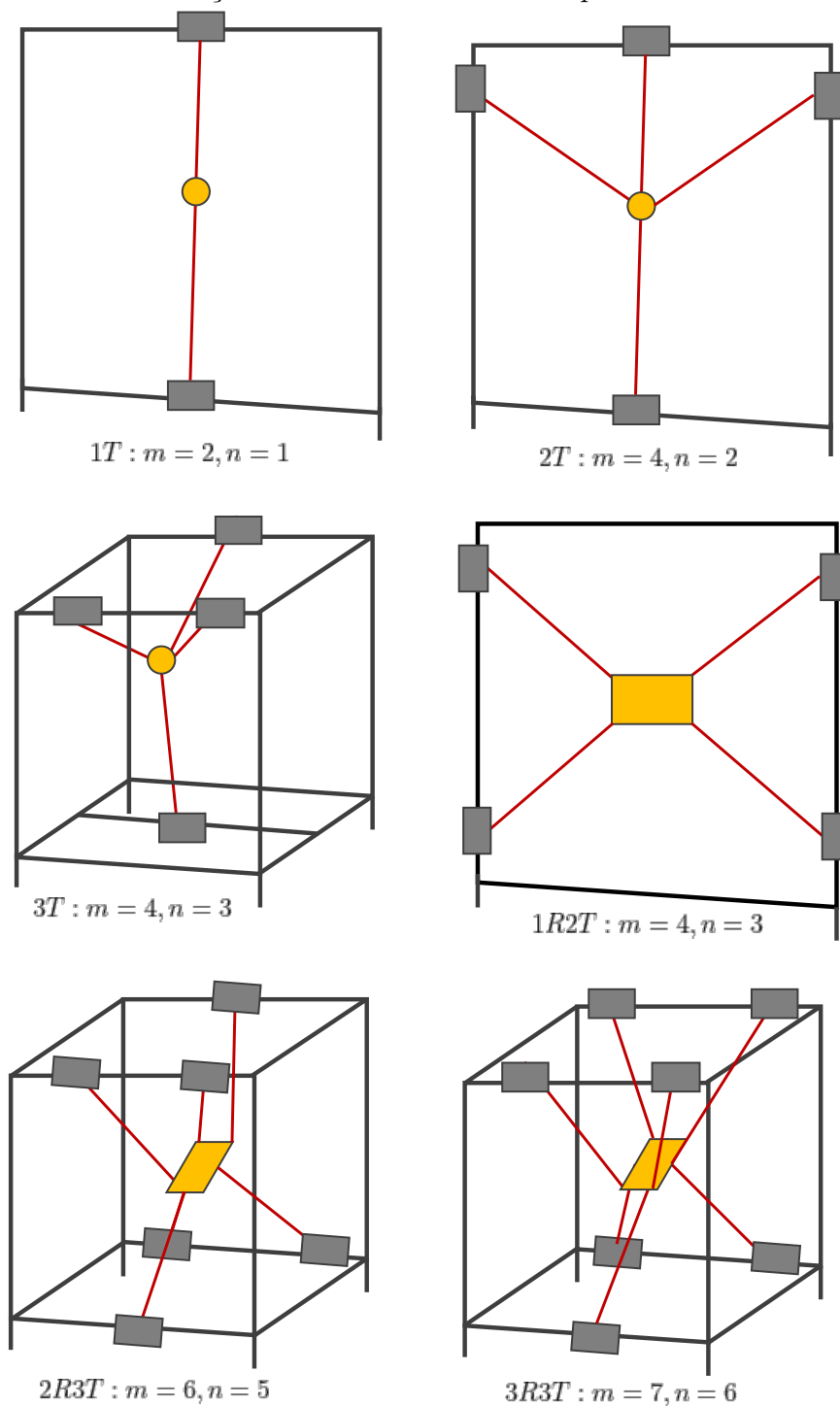
ser uma grande complicação pelo fato do próprio sistema aumentar as possibilidades de atuação da redundância. Porém, caso cabos adicionais sejam devidamente posicionados, a área de trabalho do manipulador pode ser ampliada e o número de configurações singulares reduzidas. Já com o incompletamente restringido suspenso, os riscos de colisão entre cabos e obstáculos podem ser reduzidos, uma vez que com a base fixa ao teto, a área de trabalho abaixo fica livre. Por outro lado, estes manipuladores ainda dependem da gravidade para manter as tensões no cabo (BARBAZZA et al., 2017).

Alguns trabalhos foram encontrados evidenciando o uso destes manipuladores em ocasiões distintas. Holland e Cannon (2004), por exemplo, patentearam um sistema de RPAC suspenso que atuava manipulando cargas pesadas, como containers, na extensão de uma grande área de trabalho. Pott, Meyer e Verl (2010), por sua vez, introduziram o protótipo de RPAC completamente restringido por em uma linha de montagem de painéis parabólicos refletores. Recentemente, Izard et al. (2013), apresentaram um protótipo de uma RPAC suspenso com uma configuração de atuação redundante para aplicações de *Pega-e-Põe* (BARBAZZA et al., 2017). Ilustra-se com isso que, frente a uma gama de possibilidades para configurar um RPAC, caso seja escolhido uma configuração e uma operação de trabalho adequada para estes manipuladores, soluções inteligentes podem ser encontradas para contornar complicações frequentes encontradas na indústria.

Agora uma segunda de forma categorizar os robôs paralelos acionados por cabos é quanto a sua área de trabalho, podendo ser classificados planares ou espaciais. Enquanto os efetuadores finais de RPACs planares atuam dentro de uma área de trabalho plana, os RPACs espaciais possuem área de trabalho que permite as trajetórias serem executadas dentro de um volume nas três dimensões.

Por último, os robôs paralelos também são caracterizados quanto ao seu padrão de movimentação. Nesse tipo de classificação, os padrões de movimento são representados pela abreviação $(n_R)R(n_T)T$, onde n_R indica os graus de liberdade de rotação e n_T designa o número de graus de liberdade translacionais (BRUCKMANN; POTT, 2012). A Figura 3 a seguir apresenta alguns desses principais modelos e suas respectivas nomenclaturas.

Figura 3 – Classificação dos RPACs baseada no padrão de movimentação.



Fonte: Baseado em Bruckmann e Pott (2012).

Neste trabalho, foi selecionado para as simulações e cálculos realizados o RPAC planar do tipo 1R2T, ou seja, que possui 1 grau de liberdade em rotação e 2 graus de liberdade em translação. A escolha se deve ao seu funcionamento mais simples e por possuir graus de liberdade completamente restringidos.

2.2 RESOLUÇÃO DE REDUNDÂNCIA

Durante sua operação, o manipulador paralelo pode ser interrompido pela presença de singularidades no interior da sua área de trabalho. Quando o efetuador está próximo destas regiões, complicações como, por exemplo, perda de rigidez e exigência de grandes esforços para realizar uma tarefa podem vir a ocorrer (MERLET, 2006).

Segundo Merlet (2006), para contornar os problemas gerados por singularidades, pode-se aplicar o conceito de redundância para melhorar a arquitetura do manipulador e, assim, evitar ou eliminar as singularidades. A redundância pode ser dividida em três diferentes segmentos:

- Redundância de medidas: sensores são adicionados ao manipulador não redundante de forma que a quantidade de sensores seja maior que o número de graus de liberdade do efetuador final. Esta redundância geralmente é utilizada para calibrar robôs e reduzir o erro de posição (MARQUET et al., 2002);
- Redundância de atuação: adição de um atuador na junta passiva do manipulador não redundante ou a adição de uma cadeia cinemática ativa ao manipulador não redundante. De acordo com Liu et al. (2001), este tipo de redundância permite eliminar singularidades. Porém, manipuladores com redundância de atuação apresentam um controle desafiador (MOHAMED; GOSSELIN, 2005) e podem diminuir a área de trabalho (ROCHA; SILVA, 2013);
- Redundância cinemática: adição de uma junta ativa em uma das cadeias cinemáticas do manipulador não redundante. A redundância cinemática permite que a configuração do manipulador seja alterada, podendo assim evitar singularidades (KOTLARSKI et al., 2009)(KOTLARSKI; HEIMANN; ORTMAIER, 2011).

Neste trabalho será aplicado o conceito de redundância cinemática. A partir dela, o desempenho dos manipuladores paralelos podem ser otimizados em diversos critérios como, por exemplo, na diminuição da vibração dos elos (BIAN; GAO; YUN, 2011), na precisão (KOTLARSKI; ABDELLATIF; HEIMANN, 2008), no desempenho dinâmico (FONTES; SANTOS; SILVA, 2014), na energia consumida (RUIZ; FONTES; SILVA, 2015), no aumento da área de trabalho (GOSSELIN; SCHREIBER, 2016), entre outros.

Os processos de resolução de redundância podem ser abordados local ou globalmente. Para o método de resolução de redundância local, define-se uma função custo, que, considerando o ponto atual da configuração, direciona o movimento da junta redundante contra o gradiente da função custo. Por outro lado, o método de resolução de redundância global considera o intervalo de tempo em que ocorre a tarefa, ou seja, o movimento das juntas redundantes é definido dentro de um intervalo de tempo específico da execução da tarefa por meio de um processo de otimização (AHUACTZIN; GUPTA, 1999).

O método de resolução global, por sua vez, pode ser subdividido em dois tipos: com pré-posicionamento ou com reposicionamento contínuo, também definido, respectivamente, como *offline* e *online*, termos cunhados por Kotlarski, Abdellatif e Heimann (2008). A movimentação de pré-posicionamento aloca as juntas redundantes em posições ótimas fixas antes da movimentação do efetuador final, assim requisitando menor esforço computacional para ser calculado. Em contrapartida, o reposicionamento contínuo faz com que as juntas redundantes se movimentem ao mesmo tempo que o efetuador final realiza sua trajetória, o que proporciona maior potencial de melhoria do desempenho do sistema redundante (FONTES, 2019). Neste trabalho, será utilizado o método de resolução global com reposicionamento contínuo.

De acordo com Barbazza et al. (2017), a habilidade de reposicionar os atuadores continuamente durante a operação do efetuador leva a um aumento da área de trabalho, permite melhor performance de movimento em acelerações e velocidade e ainda contribuem evitando colisões entre cabos e obstáculos.

2.3 OTIMIZAÇÃO E FUNÇÃO CUSTO

A otimização é utilizada quando se necessita encontrar os valores do argumento de uma função que a maximiza ou minimiza. Sem perda de generalização, é possível definir uma função $F(x)$ real que descreve uma determinada característica de um sistema e, considerando que quanto menor o valor da função $F(x)$ melhor o desempenho, o problema da otimização consiste em encontrar o valor x_0 que minimiza $F(x)$ (FONTES, 2019).

Matematicamente, o problema pode ser definido como:

$$\begin{aligned} x_0 &= \arg \min F(x) \\ \text{sujeito a : } x &\in \mathbb{R} \end{aligned} \tag{1}$$

A função $F(x)$ geralmente é chamada de função objetivo ou função custo, x de variável de otimização e x_0 de solução ótima. Alguns problemas de otimização possuem restrições sobre a variável de otimização. Assim, deve-se acrescentar essas restrições em forma de equações ou inequações às quais a variável x está sujeita. Na prática, a função custo é definida para otimizar alguma característica do manipulador como, por exemplo, manipulabilidade, rigidez, eficiência energética ou desempenho dinâmico. O presente trabalho focou em otimizar o desempenho dinâmico, através da minimização das forças dos cabos.

Para solucionar os problemas relacionados a otimização, existem alguns algoritmos que são aplicados e fundamentos especificamente no gradiente da função custo, já outros são baseados em conceitos mais amplos como genética, biologia e ecologia. Para solucionar os problemas de redundância do manipulador paralelo planar deste trabalho, foram utilizados

dois algoritmos de maneira combinada: o algoritmo genético (*genetic algorithm*, GA) e a programação sequencial quadrática (*sequential quadratic programming*, SQP).

O algoritmo genético consiste em criar uma população das variáveis de otimização e, utilizando os valores calculados na função custo desta população, cada indivíduo é avaliado. Se o indivíduo tiver valores altos ou fora das restrições, ele é eliminado. Paralelamente, os valores intermediários são cruzados utilizando as técnicas do algoritmo e os menores valores são mantidos para a próxima geração. Este processo se repete quantas vezes for desejado ou até atingir uma tolerância de proximidade de todos indivíduos para o mesmo valor. Este valor final é o valor ótimo da otimização. A vantagem deste algoritmo é que não há a necessidade de se determinar um valor para inicializar seu processo e sua avaliação age de forma mais abrangente. Em contrapartida, seu processamento pode ser longo e sugerir soluções que ainda poderiam ser melhorados (RAO, 2019).

O algoritmo de otimização SQP, por sua vez, possuem um dos métodos de convergência mais rápida. As bases teóricas deste algoritmo se fundamentam em cálculos para solução de um conjunto de equações lineares usando o método de Newton, e na obtenção de equações lineares simultâneas utilizando condições de Kuhn-Tucker e as funções de restrição escritas pelo método de Lagrange (RAO, 2019). Este algoritmo, ao contrário do genético, depende de um valor inicial para começar o processo de otimização, o que o torna ágil e eficiente para encontrar um ótimo local próximo do ponto de partida, porém faz com que ele determina a solução ótima precipitadamente.

A combinação destes dois algoritmos é feita de forma sequencial, ou seja, primeiramente a otimização é feita por meio do algoritmo genético para que se encontre uma primeira solução sub-ótima para o problema. Em seguida, o algoritmo SQP é utilizado para refinar esta solução e, então, determinar-se um ponto ótimo.

2.4 CONSIDERAÇÕES FINAIS DO CAPÍTULO

O capítulo 2 tratou de aprofundar os conceitos associados às características e o funcionamento dos robôs paralelos acionados por cabos. Foram apresentadas as classificações quanto ao grau de liberdade e número de cabos, o espaço de trabalho e o padrão de movimentação destes manipuladores. Além disso, foi explorado como a redundância cinemática pode se tornar um artifício para contornar complicações de singularidade e quais algoritmos de otimização foram empregados neste processo de resolução de redundância.

3 MODELAGEM E RESOLUÇÃO DA REDUNDÂNCIA

Este capítulo tem como finalidade apresentar a modelagem matemática utilizada para descrever o comportamento de um RPAC planar e suas particularidades, além de estabelecer o seu funcionamento cinemático e dinâmico. A modelagem cinemática apresentada neste capítulo foi desenvolvida por Costa (2022) em seu trabalho de conclusão de curso que, por sua vez, foi inspirado nos trabalhos desenvolvidos por Banadaki (2007) e Bang (2007).

3.1 MODELO NÃO REDUNDANTE

3.1.1 Características do modelo não redundante

O presente trabalho trata de um robô paralelo planar acionado por cabos (RPAC) que possui três graus de liberdade ($n = 3$), onde um deles é rotacional e os outros dois são translacionais (1R2T). Esse RPAC é formado por apenas um efetuador final rígido que está ligado a uma base também rígida, porém fixa, através de quatro cabos ($m = 4$) que são controlados por quatro atuadores.

A Figura 4 apresenta a disposição de cada um dos elementos que compõem o robô. Os pontos da estrutura denominados de A_i , representam onde estão localizados os atuadores. Já a notação B_i é conferida aos pontos nos quais os cabos, estes denotados por L_i , estão fixados no efetuador final.

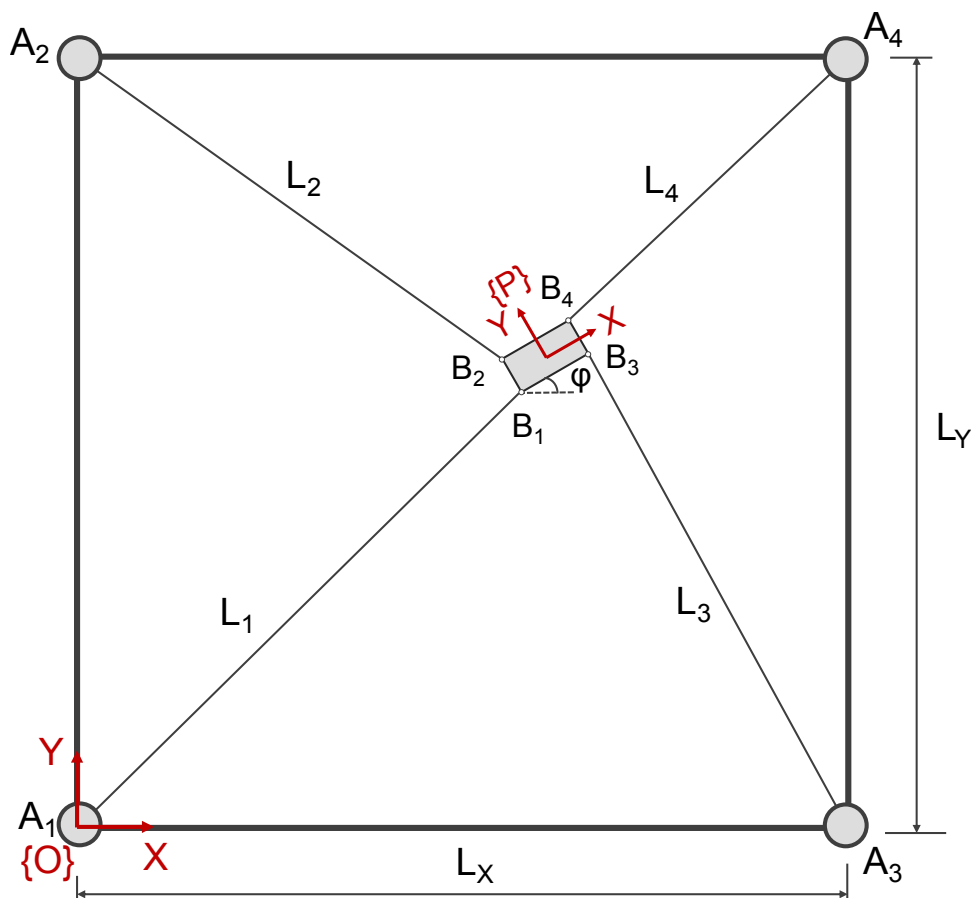
Um sistema de coordenadas referencial fixo $\{O\}$ é estabelecido no ponto A_1 , enquanto um referencial local $\{P\}$ é associado ao centroide do efetuador final. Além disso, enquanto a base fixa possui as dimensões L_X e L_Y , o efetuador final possui uma forma retangular de dimensões h_X e h_Y .

Tabela 1 – Pontos e coordenadas do RPAC.

Pontos	A_1	A_2	A_3	A_4	B_1^p	B_2^p	B_3^p	B_4^p
Coordenadas	(0,0)	(0, L_Y)	(L_X ,0)	(L_X , L_Y)	($-\frac{h_X}{2}$, $-\frac{h_Y}{2}$)	($-\frac{h_X}{2}$, $\frac{h_Y}{2}$)	($\frac{h_X}{2}$, $-\frac{h_Y}{2}$)	($\frac{h_X}{2}$, $\frac{h_Y}{2}$)

O vetor posição do centro de massa do efetuador final, em relação à referência $\{O\}$, pode ser escrito como $\mathbf{p} = \vec{OP} = \{x,y\}^T$. Para que todos os pontos estejam representados no mesmo sistema de coordenadas, podemos utilizar a matriz de rotação $\mathbf{R} = \begin{bmatrix} \cos\varphi & -\sin\varphi \\ \sin\varphi & \cos\varphi \end{bmatrix}$ para realizar a transformação linear dos vetores que anteriormente estavam descritos em relação à referência $\{P\}$. Note que φ é o ângulo de orientação do sistema de coordenadas $\{P\}$ em relação ao sistema de coordenadas $\{O\}$ em torno do eixo Z . Conectando o efetuador à base estão os cabos que são dados pelos segmentos $\overline{A_1B_1}$,

Figura 4 – Diagrama esquemático do RPAC planar.



Fonte: (COSTA, 2022).

$\overline{A_2B_2}$, $\overline{A_3B_3}$ e $\overline{A_4B_4}$. Em posse dessas variáveis, pode-se calcular a descrição cinemática do modelo.

3.1.2 Cinemática inversa

Segundo Castelli, Ottaviano e González (2010), na modelagem matemática dos robôs acionados por cabos, a cinemática inversa consiste em determinar os comprimentos dos cabos em função da posição do efetuador final. Utilizando de uma soma vetorial, pode-se calcular o comprimento dos cabos. Por exemplo, a Figura 5 a seguir representa a obtenção do vetor do cabo 2.

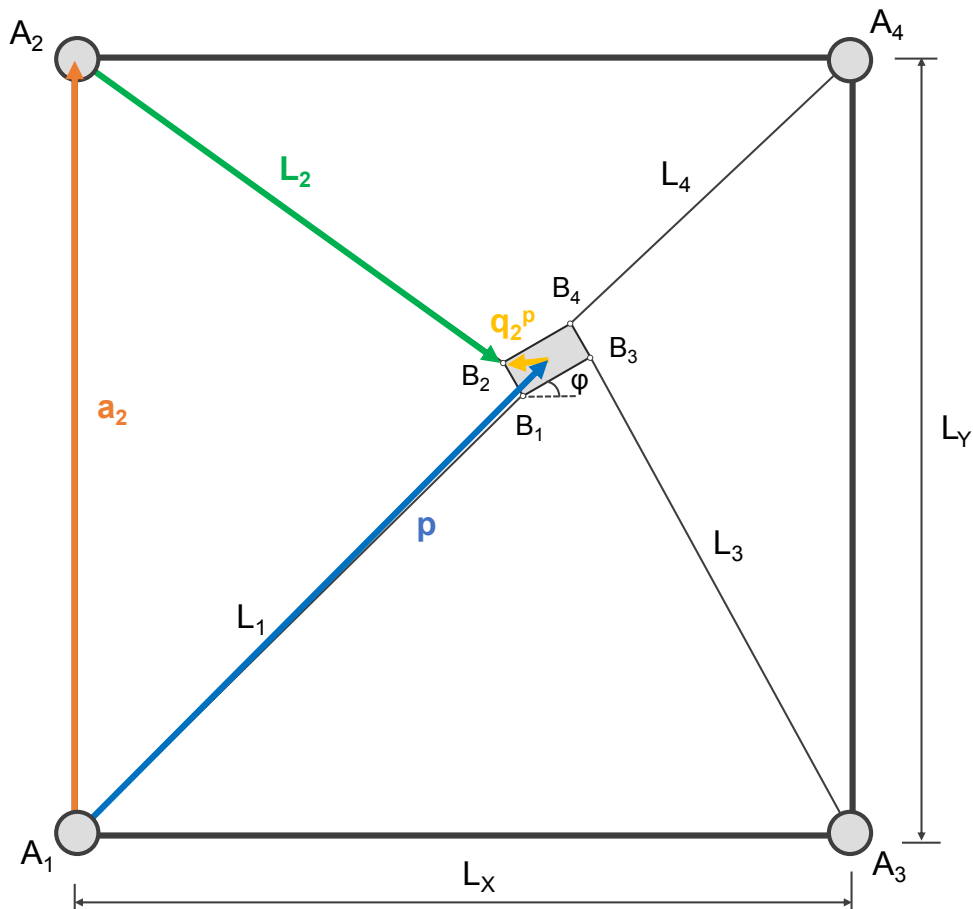
Generalizando a soma vetorial para todos os cabos, é possível obter uma expressão que utiliza as coordenadas do efetuador final, expressas por (x,y,φ) , aliado aos pontos descritos anteriormente e a matriz de rotação apresentada. Sendo \mathbf{q}_i^P o vetor do ponto de fixação do cabo i no efetuador final em relação à referência $\{P\}$ e \mathbf{a}_i sendo o vetor dos pontos A_i em relação à referência $\{O\}$, a expressão 2 calcula os vetores de cada um dos cabos:

$$\mathbf{L}_i = \mathbf{p} + \mathbf{R}\mathbf{q}_i^p - \mathbf{a}_i \quad (2)$$

Separando a equação anterior nas coordenadas do plano, a equação 3 é obtida para expressar a relação entre as variáveis de maneira mais geral:

$$\begin{Bmatrix} L_{i,x} \\ L_{i,y} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} x \\ y \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} \cos\varphi & -\sin\varphi \\ \sin\varphi & \cos\varphi \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} q_{i,x}^p \\ q_{i,y}^p \end{Bmatrix} - \begin{Bmatrix} a_{i,x} \\ a_{i,y} \end{Bmatrix} \quad (3)$$

Figura 5 – Soma vetorial do cabo 2.



Fonte: (COSTA, 2022).

Em posse do cálculo da cinemática inversa, é necessário analisar também o comportamento dinâmico do sistema.

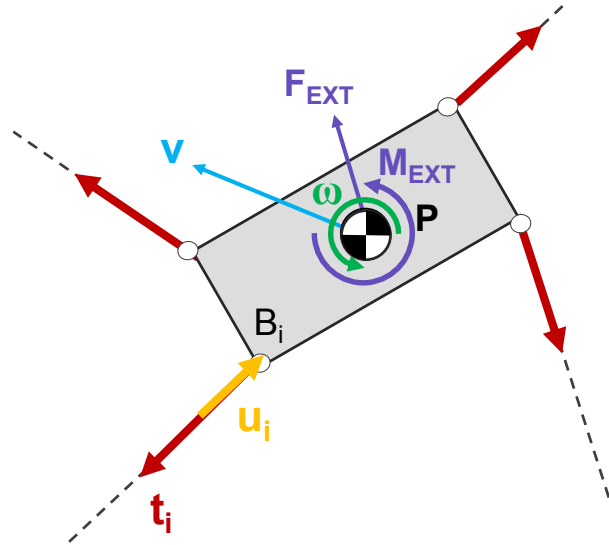
3.1.3 Modelo dinâmico do efetador final

De acordo com Pham, Yang e Yeo (2005), o modelo dinâmico do efetador final é representado por duas análises conjuntas: as equações de Newton, que descrevem o movimento translacional do centroide; e as equações de Euler, que descrevem a rotação do centroide. Esse conjunto de equações é utilizado para descrever o comportamento dinâmico do RPAC. Para o presente trabalho, foi considerado que os cabos do RPAC planar são

ideais e, portanto, não possuem massa, são perfeitamente rígidos e não possuem nenhuma perda de energia por atrito.

A análise dinâmica do efetuador tem como finalidade estabelecer a relação entre as variáveis de movimento e as forças e momentos que as causam. A Figura 6 a seguir apresenta o diagrama de corpo livre do efetuador final estudado, mostrando todas as variáveis que impactam na movimentação do mesmo.

Figura 6 – Diagrama de corpo livre do efetuador final.



Fonte: (COSTA, 2022).

A variável t_i expressa a tração que atua no i -ésimo cabo, no sentido negativo do vetor u_i , onde este consiste no vetor unitário do comprimento do cabo. Aplicando as relações de Newton-Euler ao problema da Figura 6 anterior, é possível obter as expressões descritas nas equações 4 e 5 a seguir:

$$\sum_{i=1}^m \mathbf{t}_i + m_e \mathbf{g} + F_{EXT} = m_e \dot{\mathbf{v}} \quad (4)$$

$$\sum_{i=1}^m \mathbf{q}_i \times \mathbf{t}_i + M_{EXT} = \mathbf{I}_e \dot{\boldsymbol{\omega}} + \boldsymbol{\omega} \times (\mathbf{I}_e \boldsymbol{\omega}) \quad (5)$$

Onde:

- m_e : a massa do efetuador final;
- \mathbf{I}_e : é o momento de inércia do efetuador em relação ao eixo do corpo;
- \mathbf{g} : aceleração da gravidade;
- $\mathbf{v}, \boldsymbol{\omega}$: velocidade linear e velocidade angular do centroide do efetuador;
- F_{EXT} e M_{EXT} : forças e momentos externos atuantes no efetuador, respectivamente;

O vetor unitário direcional do comprimento do cabo e o vetor de tração do cabo podem ser calculados, respectivamente, pelas expressões 6 e 7 a seguir:

$$u_i = \frac{\mathbf{L}_i}{\|\mathbf{L}_i\|} = \frac{\mathbf{p} + \mathbf{R}\mathbf{q}_i^P - \mathbf{a}_i}{\|\mathbf{p} + \mathbf{R}\mathbf{q}_i^P - \mathbf{a}_i\|} \quad (6)$$

$$\mathbf{t}_i = t_i \mathbf{u}_i = -t_i \frac{\mathbf{L}_i}{\|\mathbf{L}_i\|} \quad (7)$$

Substituindo as expressões 6 e 7 nas relações 4 e 5, pode-se reorganizar as equações numa forma matricial, da qual obtém-se:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{u}_1 & \mathbf{u}_2 & \mathbf{u}_3 & \mathbf{u}_4 \\ \mathbf{q}_1 \times \mathbf{u}_1 & \mathbf{q}_2 \times \mathbf{u}_2 & \mathbf{q}_3 \times \mathbf{u}_3 & \mathbf{q}_4 \times \mathbf{u}_4 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} t_1 \\ t_2 \\ t_3 \\ t_4 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} m_e \dot{\mathbf{v}} - m_e \mathbf{g} - F_{EXT} \\ \mathbf{I}_e \dot{\boldsymbol{\omega}} + \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{I}_e \boldsymbol{\omega} - M_{EXT} \end{Bmatrix} \rightarrow \mathbf{S}\mathbf{T} = \mathbf{W} \quad (8)$$

Onde:

- **S**: é denominada de matriz de estrutura do RPAC;
- **T**: é o vetor dos módulos das trações dos cabos;
- **W**: é denominado de *wrench* (posição e orientação) do efetuador final;

Em relação à matriz de estrutura, Bruckmann et al. (2008) ressalta que ela também pode ser derivada como a transposta do Jacobiano da cinemática inversa, mas geralmente é mais fácil obtê-la pela abordagem generalizada do equilíbrio de forças. Conforme Bruckmann e Pott (2012), a determinação das forças atuantes (**T**) nos cabos é um problema inerente aos RPACs, sendo esta discutida na seção seguinte.

3.1.4 Determinação das forças

De acordo com Nakamura (1990), para os casos onde $m > n$, a solução de forças pode ser escrita utilizando a matriz pseudo-inversa para obter uma solução particular adicionada a uma solução homogênea. Conforme a expressão 9 a seguir:

$$\mathbf{T} = \mathbf{S}^+ \mathbf{W} + (\mathbf{I} - \mathbf{S}^+ \mathbf{S}) \mathbf{Z} \quad (9)$$

Onde:

- $\mathbf{S}^+ = \mathbf{S}^T (\mathbf{S}\mathbf{S}^T)^{-1}$: é a pseudo-inversa da matriz de estrutura **S**;
- **I**: consiste na matriz identidade de ordem $n \times m$;
- $\mathbf{Z} = \{z_1 \ z_2 \ \dots \ z_m\}^T$: é um vetor coluna arbitrário;

Na equação 9 anterior, o termo $\mathbf{S}^+\mathbf{W}$ consiste na solução particular para a ação \mathbf{W} desejada. Já o termo $(\mathbf{I} - \mathbf{S}^+\mathbf{S})\mathbf{Z}$ é denominado de solução homogênea, que projeta o vetor \mathbf{Z} no espaço nulo de \mathbf{S} . Para o caso onde há um grau de redundância de atuação ($m = n + 1$), ou seja, o RPAC possui um cabo adicional além do necessário onde este pode ser utilizado para manter uma tensão positiva em todos os cabos. Adaptando o método de tensão positiva dos cabos descrita por Shen, Osumi e Arai (1994), a equação 9 se torna:

$$\mathbf{T} = \mathbf{S}^+\mathbf{W} + \lambda\mathbf{N} \quad (10)$$

Nessa nova equação, a solução homogênea acaba sendo expressa como a multiplicação de um escalar λ e o vetor núcleo (*kernel*) da matriz de estrutura ($\mathbf{N} = \{n_1, n_2, \dots, n_m\}^T$). Segundo o método de tensão positiva dos cabos, é necessário e suficiente que todos os componentes do vetor núcleo (denominados de n_i) tenham o mesmo sinal. Ou seja, para um determinado ponto estar contido no plano de trabalho do robô todos os $n_i > 0$ ou todos os $n_i < 0$. De tal maneira, para garantir que todas as tensões dos cabos sejam positivas, basta adicionar ou subtrair soluções homogêneas suficientes.

Para calcular as componentes do vetor núcleo (n_i), é utilizada a regra de Cramer descrita na equação 11 a seguir, onde o i -ésimo componente do vetor núcleo pode ser expresso pelo determinante da matriz de estrutura \mathbf{S} com a i -ésima coluna deletada, sendo que $i = 1, 2, \dots, 4$.

$$n_i = (-1)^n \begin{vmatrix} \mathbf{u}_1 & \dots & \mathbf{u}_{i-1} & \mathbf{u}_{i+1} & \dots & \mathbf{u}_m \\ \mathbf{q}_1 \times \mathbf{u}_1 & \dots & \mathbf{q}_{i-1} \times \mathbf{u}_{i-1} & \mathbf{q}_{i+1} \times \mathbf{u}_{i+1} & \dots & \mathbf{q}_m \times \mathbf{u}_m \end{vmatrix} \quad (11)$$

Após o cálculo do vetor núcleo, basta verificar se todas as suas componentes apresentam o mesmo sinal. Caso essa condição seja respeitada, é possível encontrar um escalar λ que mantenha todas as tensões positivas. Para cada um dos cabos, é associado um escalar que pode ser calculado pela equação 12:

$$\lambda_i = \frac{t_{min} - t_{pi}}{n_i} \quad (12)$$

O maior dos escalares calculados será o valor dado a λ , para que este seja utilizado no cálculo da solução homogênea.

$$\lambda = \max \{\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \lambda_4\} \quad (13)$$

Em posse do escalar λ definitivo, bem como os componentes do vetor núcleo, basta calcular a solução particular para obter o valor das forças de tração atuante nos cabos. Nesse sentido, a solução completa das tensões está descrita na equação 10:

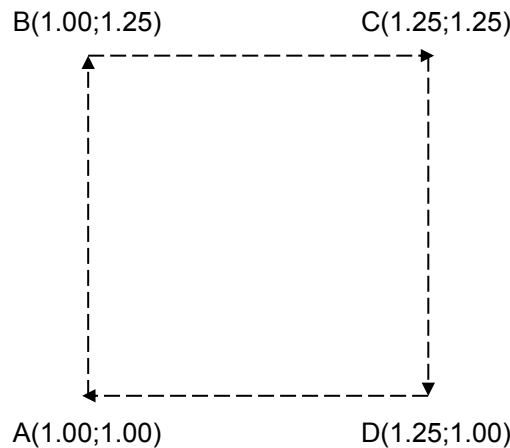
$$\mathbf{T} = \mathbf{S}^+ \mathbf{W} + \lambda \mathbf{N} \rightarrow \begin{Bmatrix} t_1 \\ t_2 \\ t_3 \\ t_4 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} t_{p1} \\ t_{p2} \\ t_{p3} \\ t_{p4} \end{Bmatrix} + \lambda \begin{Bmatrix} n_1 \\ n_2 \\ n_3 \\ n_4 \end{Bmatrix} \quad (14)$$

Portanto, foi possível obter as tensões atuantes nos cabos do modelo do RPAC não redundante. O próximo passo consistiu em realizar uma modelagem similar, porém aplicada ao RPAC que possui redundância cinemática.

3.2 PLANEJAMENTO DA TRAJETÓRIA

Para descrever a trajetória percorrida pelo RPAC, foi utilizado um polinômio de quinto grau para calcular as posições do efetuador final ao longo tempo. Dessa forma, foi possível garantir que as velocidades e acelerações fossem aumentadas e reduzidas de forma suave (PHAM; YANG; YEO, 2005). A trajetória escolhida para o robô estudado tem início no ponto A e segue o caminho descrevendo um quadrado de lado 0,25 [m], através dos pontos A, B, C e D, conforme apresentado na Figura 7.

Figura 7 – Trajetória descrita pelo RPAC.



Fonte: (COSTA, 2022).

Utilizando de uma abordagem mais simplificada para calcular os polinômios que descrevem a trajetória selecionada, é possível partir de um polinômio de quinto grau genérico, sendo este equivalente a posição do efetuador (equação 15). Derivando o polinômio em relação ao tempo, obtém-se o polinômio que descreve a velocidade do efetuador (equação 16). Analogamente, derivando mais uma vez, é obtido o polinômio referente à aceleração do efetuador (equação 17).

$$s(t) = a_0 + a_1 t + a_2 t^2 + a_3 t^3 + a_4 t^4 + a_5 t^5 \quad (15)$$

$$\dot{s}(t) = a_1 + 2a_2t + 3a_3t^2 + 4a_4t^3 + 5a_5t^4 \quad (16)$$

$$\ddot{s}(t) = 2a_2 + 6a_3t + 12a_4t^2 + 20a_5t^3 \quad (17)$$

Em posse dos polinômios da trajetória, basta resolver o sistema de equações para os valores desejados de posição, velocidade e aceleração, obtendo os valores das constantes $(\alpha_0, \alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4, \alpha_5)$ para cada um dos trechos da trajetória $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BC}, \overrightarrow{CD}, \overrightarrow{DA})$.

3.3 MODELO REDUNDANTE

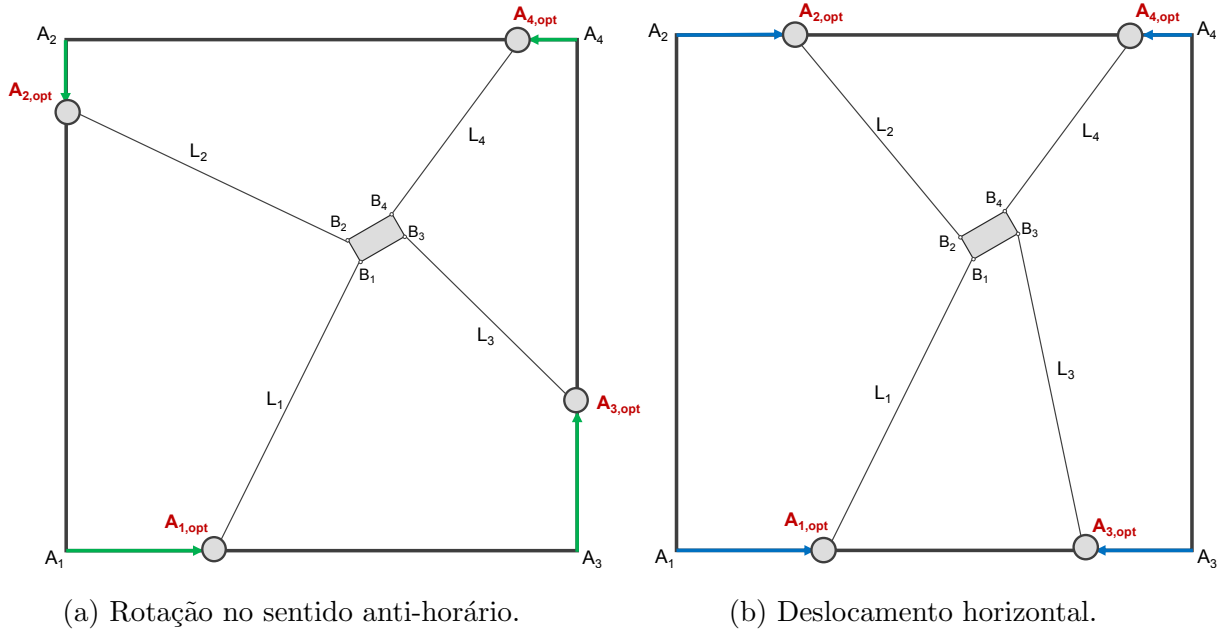
O processo de resolução de redundância consiste em definir o posicionamento das juntas redundantes dentre as infinitas configurações possíveis devido à redundância cinemática. Geralmente, tal escolha é realizada para aperfeiçoar uma determinada característica do sistema. Apesar de possuir as mesmas características estruturais e geométricas do robô não redundante, a caracterização da redundância cinemática no RPAC estudado se dá pela adição de graus de liberdade aos vínculos onde estão situados os atuadores do robô, permitindo que eles se movam na base fixa.

O problema proposto neste trabalho consiste na otimização do desempenho dinâmico do RPAC, onde a função custo definida compreende a norma dois de entre todas as forças nos cabos e nos atuadores durante toda a execução da trajetória. Com a finalidade de promover um estudo mais abrangente, foram adotados dois perfis de movimentação diferentes para as juntas redundantes. A primeira delas consiste nos atuadores seguirem um fluxo de rotação no sentido anti-horário com reposicionamento contínuo, conforme apresentado na Figura 7a, de forma a permitir uma rotação completa dos atuadores na base fixa. Já a segunda estratégia conta com os atuadores se movimentando apenas nas direções horizontais também com reposicionamento contínuo, indicado pela Figura 7b. Ambos os perfis de movimentação foram selecionados na tentativa de verificar os impactos dessas movimentações na distribuição final de forças nos cabos e, conseqüentemente, no desempenho dinâmico do robô.

Para a estruturação do cálculo da resolução de redundância, a primeira divergência considerada foi a movimentação contínua dos atuadores na base fixa. Seu posicionamento e orientação pode ser obtido utilizando um polinômio, o que permite a utilização de condições de contorno para a trajetória. Desse modo, escolheu-se um polinômio de quinto grau, no mesmo modelo das equações 15, 16 e 17. Para que essa trajetória seja suave foi considerado nulas as velocidades e acelerações nos pontos iniciais e finais.

A escolha do polinômio de quinto grau se deve ao fato de o impulso ter um perfil quadrático, evitando descontinuidades nos pontos finais da trajetória, fazendo com que não haja grandes variações de velocidade e aceleração (MACFARLANE; CROFT, 2003).

Figura 8 – Estratégias implementadas de resolução de redundância.



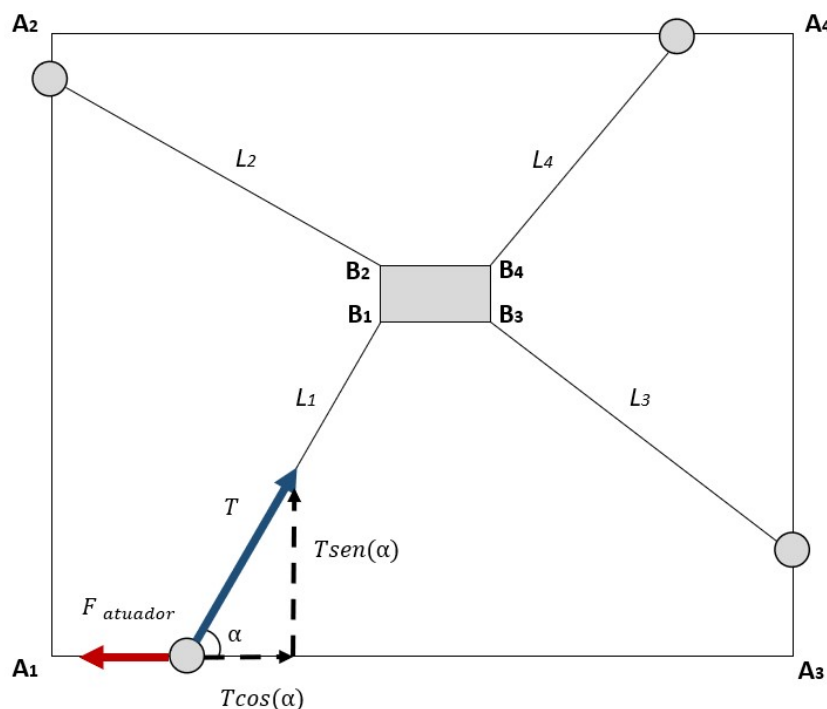
Fonte: (COSTA, 2022).

Os coeficientes do polinômio de quinto grau dos atuadores foram calculados conforme apresentado na equação 18 abaixo, sendo $p(t_i)$ e $p(t_f)$ variáveis de otimização obtidas pelos algoritmos genético e SQP, ambos descritos no capítulo 2.

$$\begin{aligned}
 a_0 &= p(t_i) \\
 a_1 &= a_2 = 0 \\
 a_3 &= \frac{10(p(t_f)) - p(t_i)}{t_f^3}, a_4 = \frac{-15(p(t_f)) - p(t_i)}{t_f^4}, a_5 = \frac{6(p(t_f)) - p(t_i)}{t_f^5}
 \end{aligned} \tag{18}$$

Além dos cálculos voltados para entender posicionamento, velocidade e aceleração do atuador, outro ponto que se faz necessário entender são os perfis de força que agem sobre cada um deles durante a movimentação. De acordo com estes deslocamentos ao longo da estrutura fixa e o comprimento do cabo, a magnitude das tensões nos cabos irá variar, influenciando diretamente os cálculos da função custo. Como exemplo ilustrativo, a Figura 8 abaixo apresenta a decomposição de forças que foi feita para um dos atuadores em estratégia de movimentação anti-horária e para o caso em que o efetuador final não apresenta rotação.

Figura 8 – Decomposição de forças no atuador



Fonte: Próprio autor

Equacionado o exemplo acima, o cálculo de força do atuador para movimentações horizontais segue como:

$$F_{at} = -T \cos(\alpha) - m_{at} a_{at} \quad (19)$$

Onde:

- F_{at} : é a força no atuador;
- m_{at} : é a massa do atuador;
- a_{at} : é a massa do atuador;

Já em movimentações na vertical, o cálculo passa a ser:

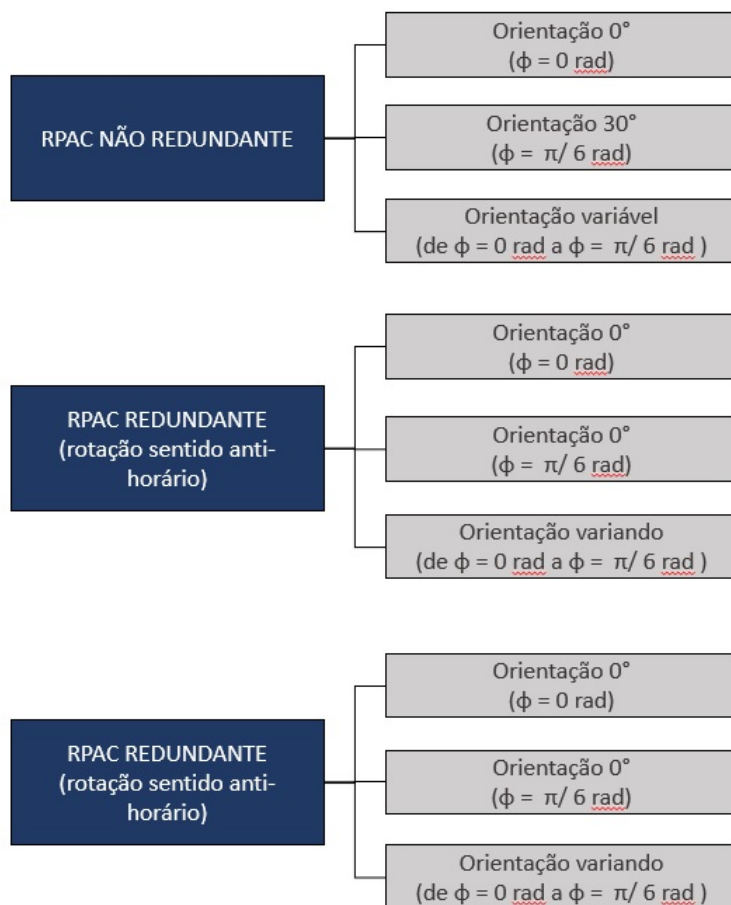
$$F_{at} = -T \sin(\alpha) - m_{at} a_{at} \quad (20)$$

Obtendo-se então os valores para cada um dos atuadores, prossegue-se para o cálculo da função custo, conforme a equação 21 abaixo:

$$F(x) = \left\| \left[\|t_1(t)\|_2, \|t_2(t)\|_2, \|t_3(t)\|_2, \|t_4(t)\|_2, \|F_{at1}(t)\|_2, \|F_{at2}(t)\|_2, \|F_{at3}(t)\|_2, \|F_{at4}(t)\|_2 \right] \right\|_2 \quad (21)$$

Apesar do RPAC seguir a mesma trajetória para ambas as estratégias apresentadas, também foram exploradas três diferentes angulações (φ) para o efetuador final, enquanto o RPAC executava a trajetória. Na primeira delas, o efetuador não teve nenhuma rotação em torno de si mesmo ($\varphi = 0$ rad); já na segunda configuração, ele apresenta uma rotação de 30° no sentido anti-horário ($\varphi = \frac{\pi}{6}$ rad); e, por fim, a última estratégia consistiu em fazer com que a angulação do efetuador final fosse variando de $\varphi = 0$ rad a $\varphi = \frac{\pi}{6}$ rad. Portanto, ao todo foram simuladas nove configurações distintas, conforme descrito na Figura 9 a seguir:

Figura 9 – Esquemático das diferentes configurações de RPAC simuladas.



Fonte: Elaborado pelo autor.

Para utilizar os algoritmos de otimização com controle sobre os critérios de parada e de maneira mais simplificada, as *toolboxes* do ambiente de simulação do MATLAB foram as ferramentas utilizadas para o cálculo da resolução da redundância. Para a execução do algoritmo genético foi utilizada a função *ga*, tendo como variável de entrada uma população inicial que corresponde ao modelo não redundante. Dessa forma, caso o algoritmo não encontre uma solução melhor para o problema de otimização, ele apresentaria como resultado final o próprio modelo não redundante. Além disso, foi estipulado 20 gerações como o critério de parada dessa rotina.

Na implementação da programação sequencial quadrática foi empregada a função *fmincon*, cuja entrada principal era o tipo de algoritmo utilizado no cálculo da otimização (SQP, no caso). Analogamente ao algoritmo genético, foram definidas 50 iterações como critério de parada para o SQP.

3.4 CONSIDERAÇÕES FINAIS DO CAPÍTULO

Neste capítulo foi descrita a modelagem matemática para os dois tipos de características distintas: o não redundante e o redundante. Partindo de uma abordagem cinemática dos cabos e da dinâmica do efetuador final, foi possível obter a descrição matemática do cálculo utilizado para determinar as forças atuantes nos cabos. Particularmente para o modelo redundante, foram apresentados também os métodos de otimização utilizados para calcular uma trajetória ótima dos atuadores do robô, minimizando a máxima norma de tensão entre os cabos. Além disso, foi demonstrado o cálculo dos polinômios que descrevem a trajetória seguida pelo RPAC planar.

4 RESULTADOS

Este capítulo tem como finalidade discutir os principais resultados obtidos com as simulações propostas. Para observações mais profundas de cada caso, o apêndice compilará todos os demais gráficos das simulações executada.

A modelagem matemática e teórica fundamentada no capítulo anterior permitiu que as simulações desejadas fossem executadas para diferentes estratégias de operação dos RPACs, o que levou ao entendimento dos efeitos da resolução de redundância e dos impactos da mudança de ângulos. Este capítulo pretende apresentar os resultados obtidos com essas simulações, bem como compará-los para evidenciar as particularidades que incidem sobre cada caso.

Para colocar os diferentes casos de simulação em uma mesma base de comparação, foram selecionados de maneira arbitrária valores para as constantes presentes nos cálculos. Seus valores e unidades de medidas estão listados na Tabela 2 a seguir e foram usados tanto para o modelo não redundante quanto os redundantes.

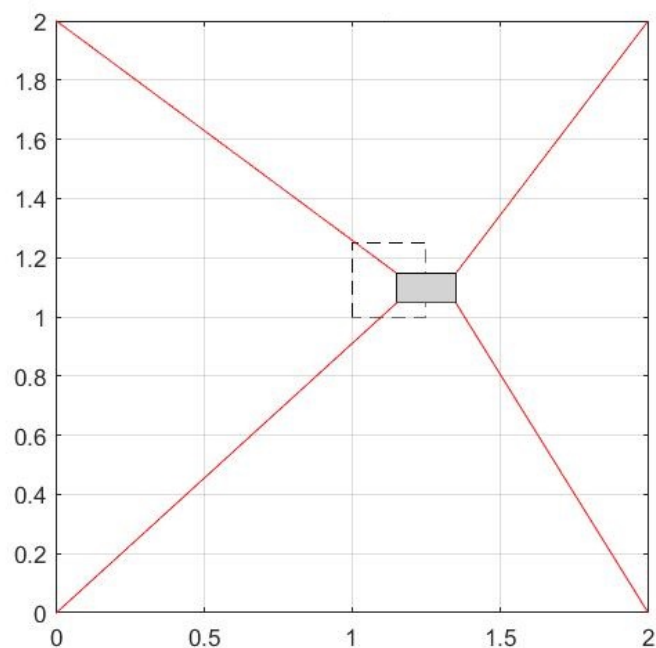
Tabela 2 – Parâmetros dos modelos dos manipuladores.

Parâmetro	Valor	Unidade
L_x	2	m
L_y	2	m
h_x	0,2	m
h_y	0,1	m
m_e	1	kg
I_e	0,6667	$kg.m^2$
g	9,81	m/s^2
t_{min}	1	N
F_{EXT}	0	N
M_{EXT}	0	N.m

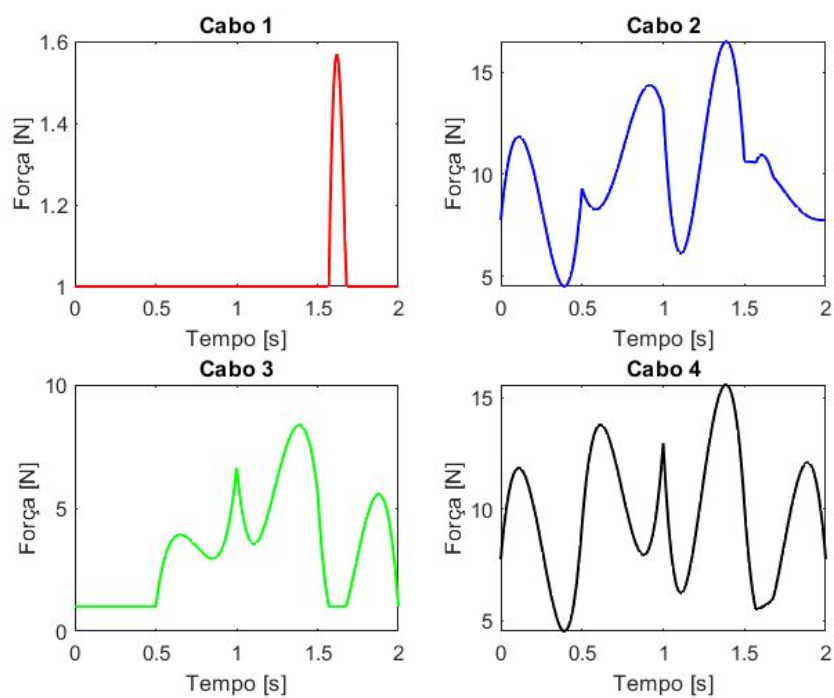
Fonte: Elaborado pelo autor.

Estes valores de constantes foram usados para referenciar o sistema e definir uma estrutura da forma como havia sido distribuído na Tabela 1.

Seguindo a linha de raciocínio da modelagem, foi possível obter por meio da cinemática inversa, o comprimento de cada um dos cabos para todo o percurso executado pelo efetuador final. Em seguida, as forças atuantes nos cabos e nos atuadores durante trajetória também puderam ser calculadas em função do tempo de deslocamento. Para efeito de ilustração, a Figura 10 e 11 apresentam, respectivamente, a trajetória executada na simulação pelo RPAC não redundante com uma angulação de 0° e o perfil das forças nos quatro cabos. Este raciocínio foi extrapolado para as oito demais configurações simuladas do RPAC.

Figura 10 – Deslocamento do RPAC não redundante ($\varphi = 0 \text{ rad}$).

Fonte: Elaborado pelo autor.

Figura 11 – Comportamento temporal das forças nos cabos do RPAC não redundante ($\varphi = 0 \text{ rad}$).

Fonte: Elaborado pelo autor.

As simulações de todas as diferentes configurações foram executadas com a finali-

dade de se obter os valores da função custo. A Tabela 3 a seguir compreende todos esses valores. Dessa forma, é possível compará-los e verificar quais são os modelos e angulações que melhor cumprem o papel de otimização. Por este motivo, a Tabela 3 contempla os principais resultados calculados e será o ponto principal das discussões realizadas, oferecendo diferentes enfoques acerca dos valores obtidos.

Tabela 3 – Valores da função custo para cada uma das nove configurações do RPAC planar.

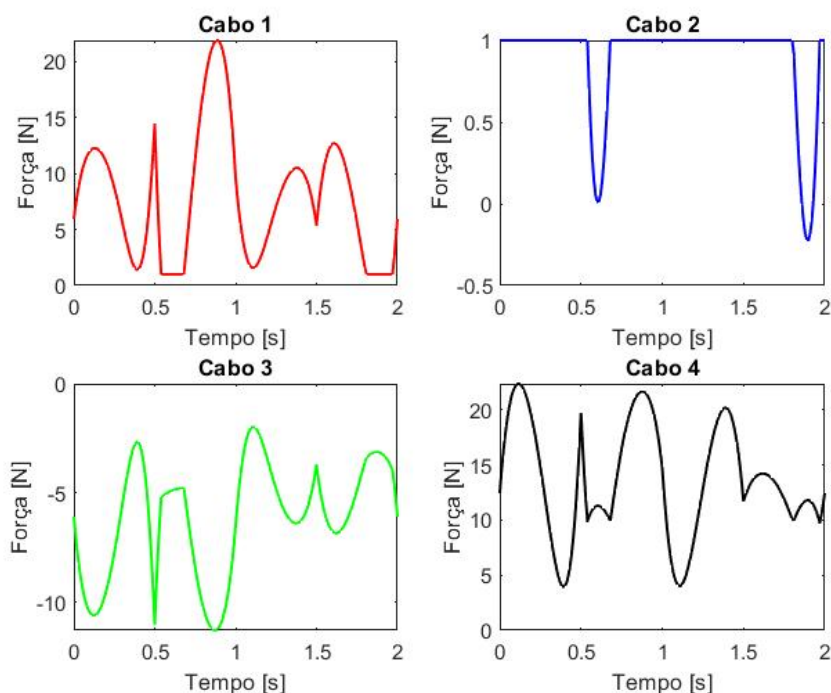
Modelo	φ [°]	Função Custo [N]
NÃO REDUNDANTE	0	272,28
	30	-
	0-30	-
REDUNDANTE Rotação anti-horária	0	262,54
	30	167,700
	0-30	211,29
REDUNDANTE Deslocamento horizontal	0	175,62
	30	183,38
	0-30	177,21

Em um primeiro momento, é importante notar que o modelo não redundante, tanto com angulação de 30° como variando de 0° a 30°, durante a execução da trajetória, não tiveram os valores da função custo consideradas, sendo esta uma consequência direta do perfil apresentado pelas forças nestas configurações do RPAC. Analisando a Figura 12, onde $\varphi = \frac{\pi}{6}$, é possível notar que as forças apresentadas pelos cabos 2 e 3 atingem valores negativos durante a execução da trajetória, indicando forças compressivas. Nesse sentido, apesar de terem sido simuladas, tais configurações do RPAC nunca funcionariam fisicamente, haja visto que, para uma movimentação normal do robô, o mesmo deve estar apenas sob forças de tração.

Outro aspecto importante a ser destacado é que, para uma mesma angulação de $\varphi = 0 \text{ rad}$, as duas estratégias utilizadas no modelo redundante apresentaram um valor para função custo reduzido frente ao modelo não redundante, chegando até 55% de redução com o modelo redundante de deslocamento horizontal. O mesmo ocorre para as demais angulações, o que comprova que o uso da redundância cinemática é uma estratégia efetiva para melhoria de desempenho dinâmico dos RPACs, indo ao encontro dos estudos realizados por Fontes, Santos e Silva (2014) e Barbazza et al. (2017), que salientaram essa possibilidade de melhoria de desempenho. Além dos valores reduzidos de função custo encontrados para os modelos com redundância, nota-se ainda, conforme as Figuras 13 e 14, que não houve nenhuma força compressiva nos cabos durante a execução da trajetória, o que reafirma o bom desempenho da estratégia.

No entanto, quando confronta-se apenas os modelos redundantes para esta angulação, observa-se uma melhoria de, aproximadamente, 50% na estratégia de deslocamento horizontal. Como pode ser visto pelas Figuras 15 e 16, a faixa de valores no qual os

Figura 12 – Comportamento temporal das forças nos cabos do RPAC não redundante ($\varphi = \frac{\pi}{6}$ rad).



Fonte: Elaborado pelo autor.

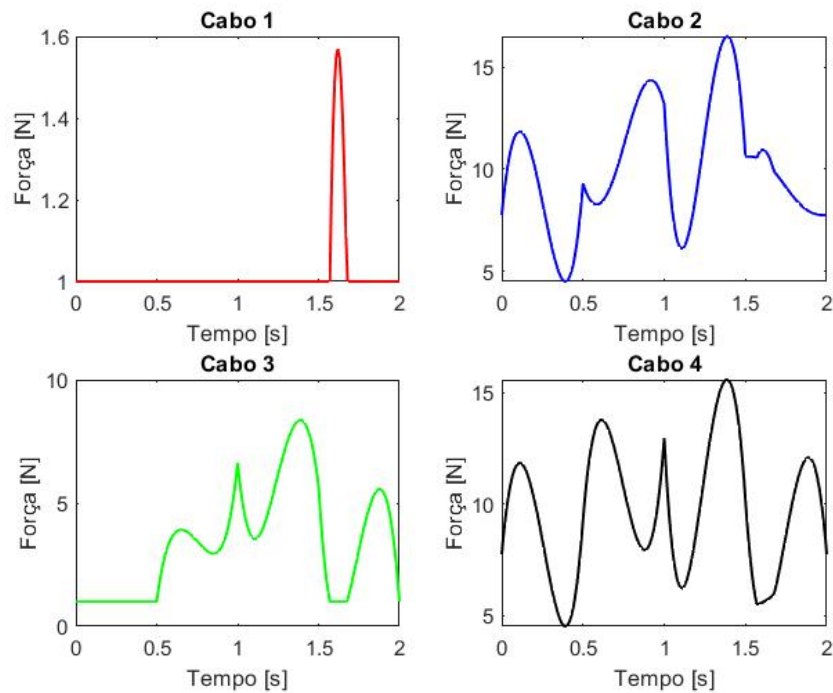
atuadores estão expostos durante a trajetória anti-horária são mais agressivas do que é visto na estratégia concorrente, o que mostra que o atuador está sob maior exigência para anular rotação do efetuador final durante a trajetória. Além disso, este é o único caso em que apenas um atuador entre quatro tem seu posicionamento otimizado durante a trajetória e, ainda assim, de forma irrisória. Isso se deve ao fato de que, mesmo após os cálculos do processo de otimização ter sido realizado, a melhor configuração das juntas redundantes para essa determinada angulação se aproxima da apresentada pelo RPAC não redundante.

Pelo fato do comportamento de força nos atuadores acompanharem de maneira bastante similar a forças nos cabos, este será o único caso em que as forças no atuador será evidenciado. Os demais podem ser encontrados no apêndice.

Agora, comparando-se as Figura 17 com as Figura 18, é possível confrontar o perfil de forças dos cabos para os modelos com redundância de mesma angulação do efetuador final, sendo $\varphi = \frac{\pi}{6}$ rad. Neste caso, os valores que a função custo assumiu foram relativamente próximos quando postos frente as comparações das demais estratégias de mesmo ângulo. Nota-se que os cabos 1 e 4, a partir da metade da trajetória na estratégia de deslocamento horizontal, tiveram picos de forças que superaram em mais de 100% os da estratégia anti-horária. Essas magnitudes excedentes de tensão explicam o fato da função custo ter obtido um valor 9,35% acima frente a estratégia anti-horária.

Agora, compondo as estratégias para os modelos com redundância, onde o efetuador

Figura 13 – Comportamento temporal das forças nos cabos do RPAC redundante com deslocamento anti-horário ($\varphi = 0$ rad).

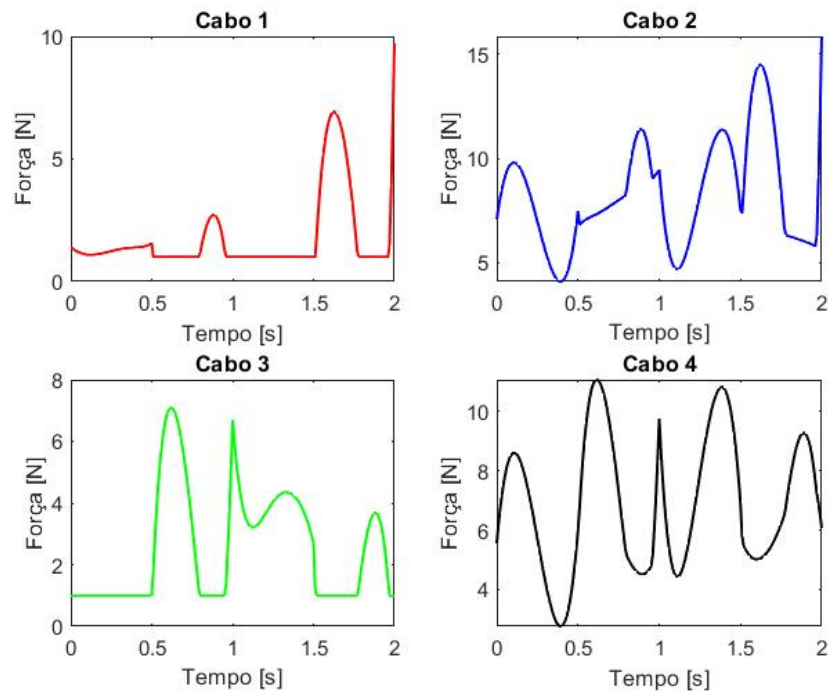


Fonte: Elaborado pelo autor.

final rotaciona paulatinamente entre os ângulos fixados anteriormente, percebe-se os novos valores de função custo ficaram entre seus respectivos resultados quando $\varphi = 0$ rad e $\varphi = \frac{\pi}{6}$ rad, como era esperado. Nesta situação cada modelo foi influenciado negativa ou positivamente de acordo com os ângulos que estavam assumindo, porém nota-se que existe um peso maior em termos de esforços, para ângulos próximos de zero quando as juntas se deslocam no sentido anti-horário, o que fez este a função custo deste modelo ficar aquém em cerca de 20%. As Figuras 19 e 20 mostram as distribuições de forças nos cabos durante o deslocamento.

Por último, a Figura 21 abaixo coloca os números descritos acima em perspectiva, permitindo visualizar melhor os nuances de desempenho nos modelos simulados. Fica mais claro notar, por exemplo, como o modelo não redundante com as juntas se deslocando de maneira anti-horária é mais sensível à mudanças de ângulo, com variações que chegam a mais de 56%. Contudo, mesmo com variações mais agressivas, este arranjo posicionando o efetuator final em 30° , foi o que teve melhor o desempenho dinâmico em valor absoluto entre todas simulações. O modelo redundante com arranjo de deslocamento horizontal, por sua vez, contou com valores menos discrepantes e com magnitudes mais reduzidas.

Figura 14 – Comportamento temporal das forças nos cabos do RPAC redundante com deslocamento horizontal ($\varphi = 0$ rad).



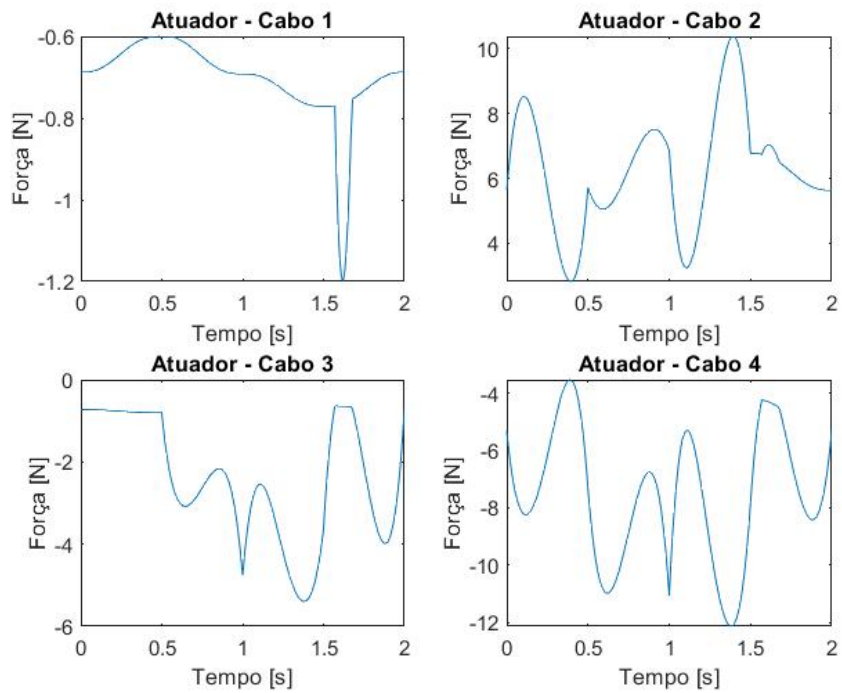
Fonte: Elaborado pelo autor.

4.1 CONSIDERAÇÕES FINAIS DO CAPÍTULO

Neste capítulo foram apresentados os resultados simulados, bem como as discussões acerca dos valores obtidos. Foi verificado que a redundância cinemática melhorou o desempenho dinâmico do RPAC para todas as angulações consideradas para o efetuador final. Além disso, a partir das figuras apresentadas, foi possível visualizar o deslocamento e o comportamento temporal das forças de cada um dos cabos e atuadores enquanto a trajetória era executada pelo RPAC.

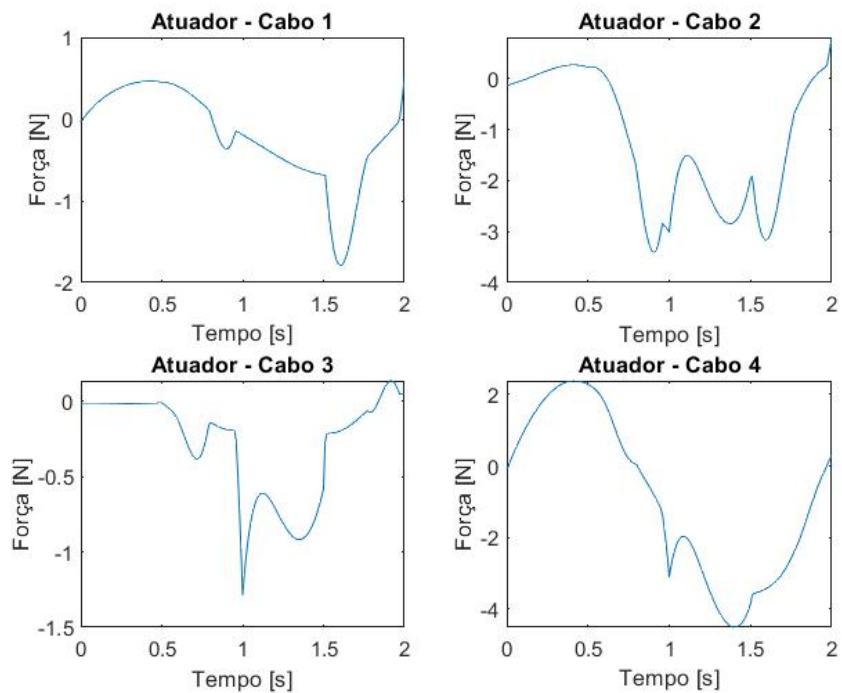
Por fim, verificou-se que o modelo redundante que utiliza da rotação no sentido anti-horário para a resolução da redundância, e cuja angulação é $\varphi = \frac{\pi}{6}$ rad, foi a configuração que apresentou o melhor desempenho dinâmico dentre os demais.

Figura 15 – Comportamento temporal das forças nos atuadores do RPAC redundante com deslocamento anti-horário ($\varphi = 0$ rad).



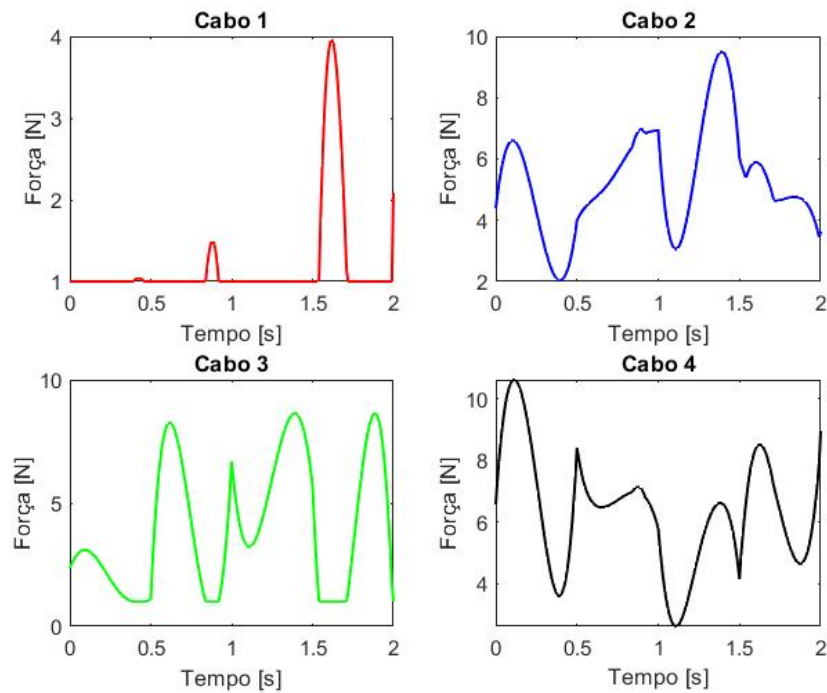
Fonte: Elaborado pelo autor.

Figura 16 – Comportamento temporal das forças nos atuadores do RPAC redundante com deslocamento horizontal ($\varphi = 0$ rad).



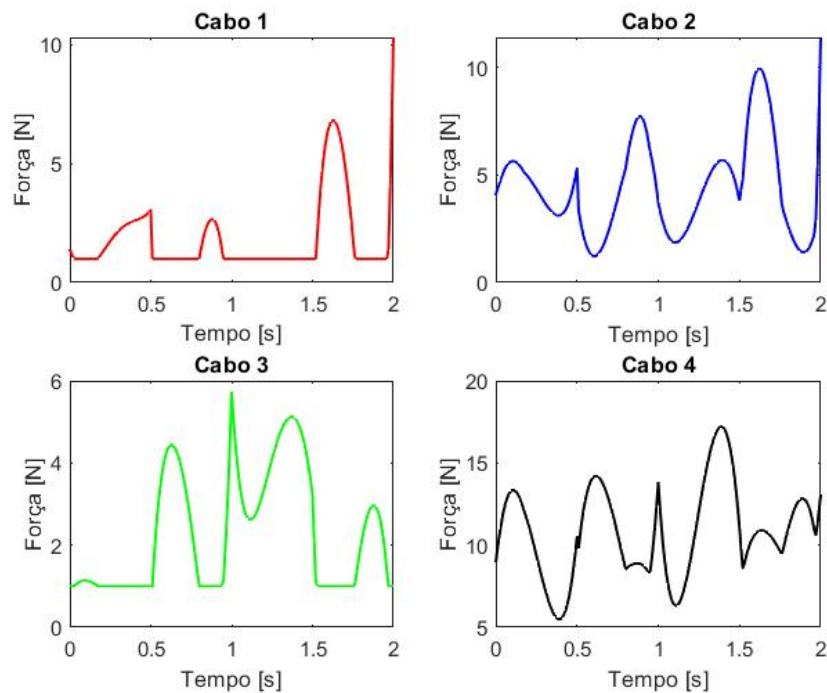
Fonte: Elaborado pelo autor.

Figura 17 – Comportamento temporal das forças nos cabos do RPAC redundante com deslocamento anti-horário ($\varphi = \frac{\pi}{6}$ rad).



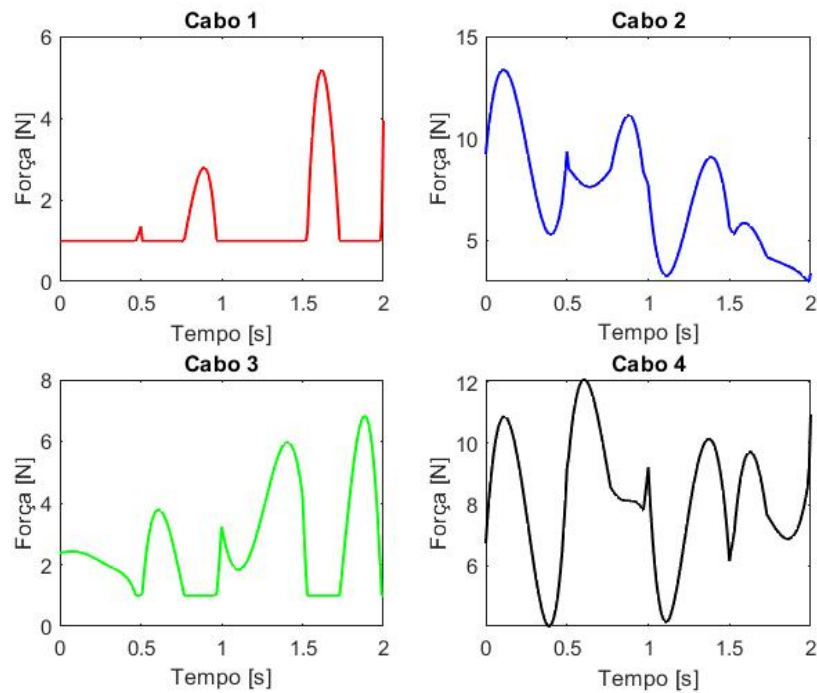
Fonte: Elaborado pelo autor.

Figura 18 – Comportamento temporal das forças nos cabos do RPAC redundante com deslocamento horizontal ($\varphi = \frac{\pi}{6}$ rad).



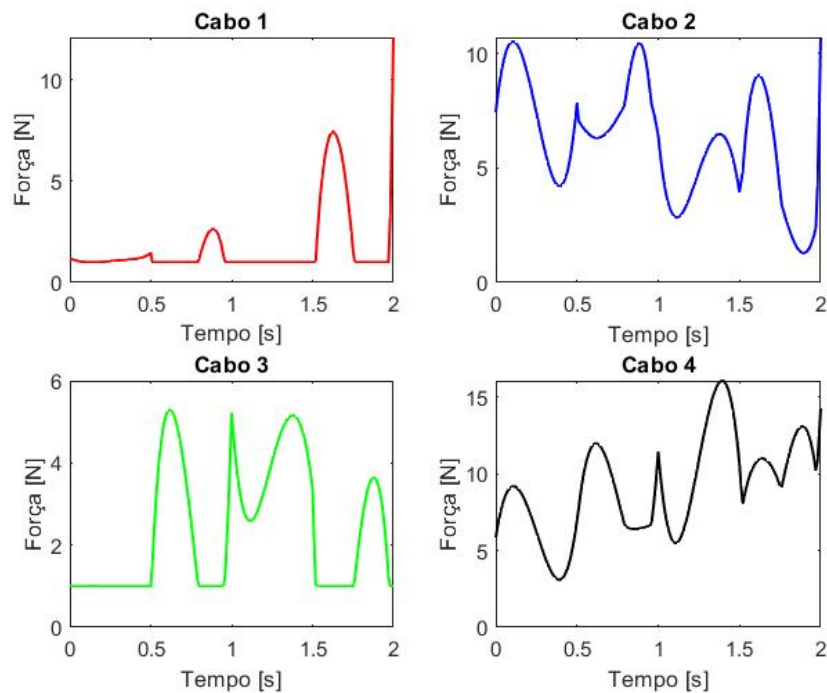
Fonte: Elaborado pelo autor.

Figura 19 – Comportamento temporal das forças nos cabos do RPAC redundante com deslocamento anti-horário (de $\varphi = 0$ rad a $\varphi = \frac{\pi}{6}$ rad).



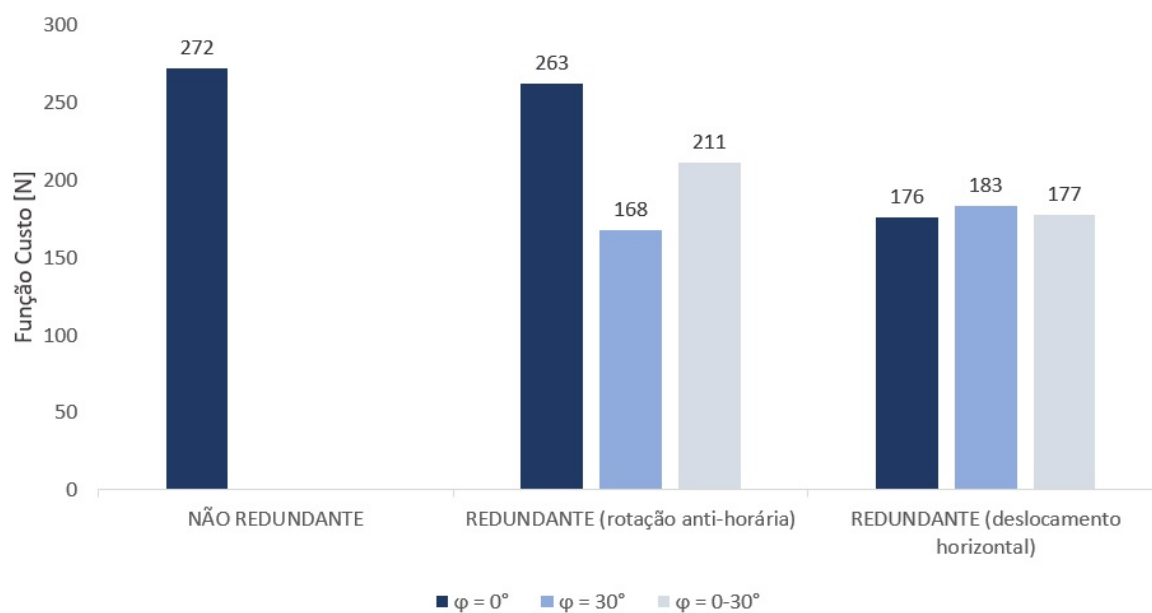
Fonte: Elaborado pelo autor.

Figura 20 – Comportamento temporal das forças nos cabos do RPAC redundante com deslocamento horizontal (de $\varphi = 0$ rad a $\varphi = \frac{\pi}{6}$ rad).



Fonte: Elaborado pelo autor.

Figura 21 – Valores da função custo em relação à configuração do RPAC para execução da trajetória quadrada.



Fonte: Elaborado pelo autor.

5 CONCLUSÕES/CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este trabalho se empenhou em aprofundar o entendimento de como a redundância cinemática impacta o desempenho dinâmico dos robôs paralelos acionados por cabos. Para isso, foi elaborado um plano de simulações contendo diversas configurações de movimentação para um RPAC planar, onde aspectos mais particulares como, por exemplo, o ângulo utilizado pelo efetuador final durante a execução da trajetória e a estratégia de resolução de redundância foram modificados para gerarem uma maior gama de resultados disponíveis e poderem ser colocados sob comparação.

Dentre as contribuições apresentadas por este trabalho, pode ser citado a criação do modelo matemático de um RPAC planar redundante. Está incluso neste modelo os cálculos da cinemática inversa e solução de tensão para os cabos do robô, podendo ser aplicadas diferentes estratégias para a resolução da redundância e implementados para quaisquer trajetórias lineares e/ou circulares.

Os resultados obtidos nas simulações apontaram que a estratégia de redundância cinemática pode ser utilizada para eliminar e/ou minimizar as limitações que o modelo não redundante apresenta e levar melhorias para determinadas características dos robôs. Por meio dela, foi possível minimizar as forças atuantes nos cabos e levar um aumento de desempenho dinâmico do manipulador.

Também foi demonstrado como a rotação do efetuador final pode influenciar fortemente os valores da função custo. Para casos em que o efetuador possuía rotação nula, a configuração com deslocamento horizontal da redundância se mostrou a frente nos resultados. Porém, conforme as angulações foram sendo trabalhadas, o modelo com redundância e deslocamento anti-horário obteve o melhor desempenho absoluto.

A maior dificuldade encontrada neste trabalho está associadas a gama de literatura disponível para o entendimento dos robôs paralelos acionadas por cabo. Por se tratar de um caso mais específico, estruturas de cálculo são dificilmente uniformizadas na literatura e os exemplos são escassos.

Por fim, para trabalhos futuros sobre o robôs paralelos acionados por cabos com redundância cinemática, por se tratar de um tema vasto e rico em detalhes, diversas possibilidades ainda podem ser exploradas daqui em diante. Quanto às premissas utilizadas para os cabos, por exemplo, é possível alterá-las para casos em que haja elasticidade e/ou massa. Diferentes estratégias de angulação também podem ser reutilizadas para o efetuador final, podendo torná-las, por exemplo, variáveis de otimização. Por fim, também é possível explorar para cada um destes casos, novas configurações dimensionais, permitindo que o robô passe a se movimentar em mais de um plano.

6 REFERÊNCIAS

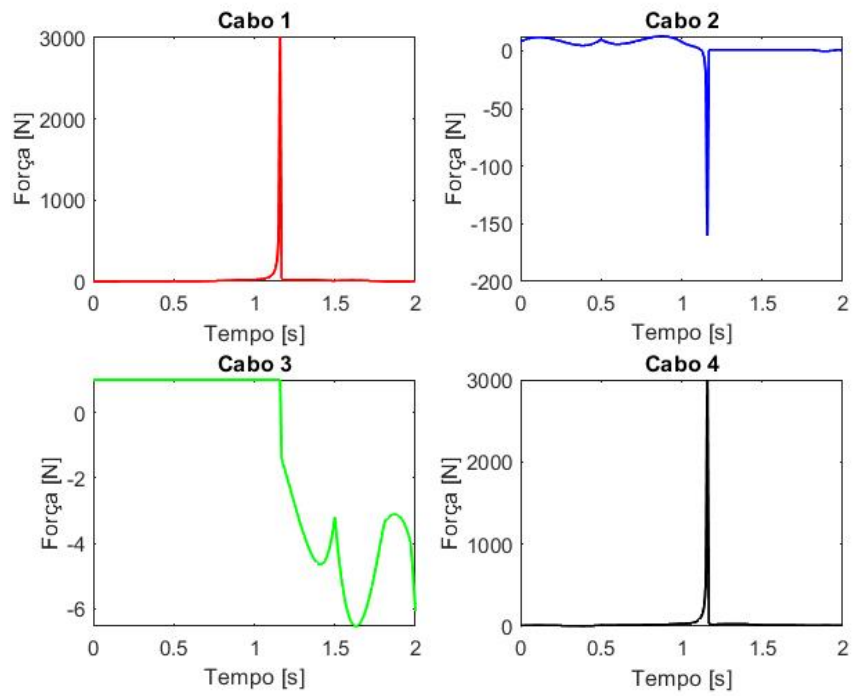
- AHUACTZIN, J. M.; GUPTA, K. K. The kinematic roadmap: A motion planning based global approach for inverse kinematics of redundant robots. **IEEE Transactions on Robotics and Automation**, IEEE, v. 15, n. 4, p. 653–669, 1999.
- BANADAKI, S. M. D. Modelling and control of cable-driven robots. **SCHOOL OF MECHANICAL & AEROSPACE ENGINEERING NANYANG TECHNOLOGICAL UNIVERSITY**, p. 13–16, 2007.
- BANG, P. C. **Analysis and Design of Cable-Driven Parallel Kinematic Mechanisms**. Tese (Doutorado) — Nanyang Technological University, 2007.
- BARBAZZA, L. et al. Trajectory planning of a suspended cable driven parallel robot with reconfigurable end effector. **Robotics and Computer-Integrated Manufacturing**, Elsevier, v. 48, p. 1–11, 2017.
- BIAN, Y.; GAO, Z.; YUN, C. Study on vibration reduction and mobility improvement for the flexible manipulator via redundancy resolution. **Nonlinear Dynamics**, Springer, v. 65, n. 4, p. 359–368, 2011.
- BRUCKMANN, T. et al. Wire robots part i: Kinematics, analysis & design. 2008.
- BRUCKMANN, T.; POTT, A. **Cable-driven parallel robots**. [S.l.]: Springer, 2012. v. 12.
- CASTELLI, G.; OTTAVIANO, E.; GONZÁLEZ, A. Analysis and simulation of a new cartesian cable-suspended robot. **Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C: Journal of Mechanical Engineering Science**, SAGE Publications Sage UK: London, England, v. 224, n. 8, p. 1717–1726, 2010.
- CORBEL, D. et al. Towards 100g with pkm. is actuation redundancy a good solution for pick-and-place? In: IEEE. **2010 IEEE International Conference on Robotics and Automation**. [S.l.], 2010. p. 4675–4682.
- COSTA, A. A. D. Otimização do desempenho dinâmico dos robôs acionados por cabos com redundância cinemática (tcc). p. 21–27, 2022.
- FANG, S. et al. Motion control of a tendon-based parallel manipulator using optimal tension distribution. **IEEE/ASME Transactions On Mechatronics**, IEEE, v. 9, n. 3, p. 561–568, 2004.
- FONTES, J. V. d. C. **Controle de um manipulador planar paralelo com redundância cinemática**. Tese (Doutorado) — Universidade de São Paulo, 2019.
- FONTES, J. V. de C.; SANTOS, J. C.; SILVA, M. M. da. Torque optimization of parallel manipulators by the application of kinematic redundancy. 2014.
- GOSSELIN, C.; SCHREIBER, L.-T. Kinematically redundant spatial parallel mechanisms for singularity avoidance and large orientational workspace. **IEEE Transactions on Robotics**, IEEE, v. 32, n. 2, p. 286–300, 2016.

- HOLLAND, C. S.; CANNON, D. J. **Cable array robot for material handling**. [S.l.]: Google Patents, 2004. US Patent 6,826,452.
- IZARD, J.-B. et al. A reconfigurable robot for cable-driven parallel robotic research and industrial scenario proofing. In: **Cable-driven parallel robots**. [S.l.]: Springer, 2013. p. 135–148.
- JÚNIOR, A. P. de A.; CHAGAS, C. V. das; FERNANDES, R. G. **Uma rápida análise sobre automação industrial**. 2003.
- KOBLER, J.-P. et al. Design and analysis of a head-mounted parallel kinematic device for skull surgery. **International journal of computer assisted radiology and surgery**, Springer, v. 7, n. 1, p. 137–149, 2012.
- KOTLARSKI, J.; ABDELLATIF, H.; HEIMANN, B. Improving the pose accuracy of a planar 3rrr parallel manipulator using kinematic redundancy and optimized switching patterns. In: IEEE. **2008 IEEE international conference on robotics and automation**. [S.l.], 2008. p. 3863–3868.
- KOTLARSKI, J. et al. Enlarging the useable workspace of planar parallel robots using mechanisms of variable geometry. In: IEEE. **2009 ASME/IFToMM International Conference on Reconfigurable Mechanisms and Robots**. [S.l.], 2009. p. 63–72.
- KOTLARSKI, J.; HEIMANN, B.; ORTMAIER, T. Experimental validation of the influence of kinematic redundancy on the pose accuracy of parallel kinematic machines. In: IEEE. **2011 IEEE International Conference on Robotics and Automation**. [S.l.], 2011. p. 1923–1929.
- LIU, G. et al. Analysis and control of redundant parallel manipulators. In: IEEE. **Proceedings 2001 ICRA. IEEE International Conference on Robotics and Automation (Cat. No. 01CH37164)**. [S.l.], 2001. v. 4, p. 3748–3754.
- MACFARLANE, S.; CROFT, E. A. Jerk-bounded manipulator trajectory planning: design for real-time applications. **IEEE Transactions on robotics and automation**, IEEE, v. 19, n. 1, p. 42–52, 2003.
- MARQUET, F. et al. Enhancing parallel robots accuracy with redundant sensors. In: **Proceedings 2002 IEEE International Conference on Robotics and Automation (Cat. No.02CH37292)**. [S.l.: s.n.], 2002. v. 4, p. 4114–4119 vol.4.
- MERLET, J. P. Structural synthesis and architectures. **Parallel robots**, Springer, p. 19–94, 2006.
- MING, A. Study on multiple degree-of-freedom positioning mechanism using wires (part 2)-development of a planar completely restrained positioning mechanism. **Int. J. JSPE**, v. 28, n. 3, p. 235, 1994.
- MOHAMED, M. G.; GOSSELIN, C. M. Design and analysis of kinematically redundant parallel manipulators with configurable platforms. **IEEE Transactions on Robotics**, IEEE, v. 21, n. 3, p. 277–287, 2005.
- NAKAMURA, Y. **Advanced robotics: redundancy and optimization**. [S.l.]: Addison-Wesley Longman Publishing Co., Inc., 1990.

- PHAM, C. B.; YANG, G.; YEO, S. H. Dynamic analysis of cable-driven parallel mechanisms. In: IEEE. **Proceedings, 2005 IEEE/ASME International Conference on Advanced Intelligent Mechatronics**. [S.l.], 2005. p. 612–617.
- POTT, A.; MEYER, C.; VERL, A. Large-scale assembly of solar power plants with parallel cable robots. In: VDE. **ISR 2010 (41st International Symposium on Robotics) and ROBOTIK 2010 (6th German Conference on Robotics)**. [S.l.], 2010. p. 1–6.
- RAO, S. S. **Engineering optimization: theory and practice**. [S.l.]: John Wiley & Sons, 2019.
- ROBOTICS, A. **Manipulador paralelo industrial ABB Robotics (IRB 360)**. 2022. Url: <https://new.abb.com/products/robotics/industrial-robots/irb-360>.
- ROCHA, D. M.; SILVA, M. M. da. Workspace and singularity analysis of redundantly actuated planar parallel kinematic machines. In: **Proceedings of the XV International Symposium on Dynamic Problems of Mechanics**. [S.l.: s.n.], 2013.
- RUIZ, A. G.; FONTES, J.; SILVA, M. M. da. The impact of kinematic and actuation redundancy on the energy efficiency of planar parallel kinematic machines. In: **17th International Symposium on Dynamic Problems of Mechanics**. [S.l.: s.n.], 2015. p. 22–27.
- SHEN, Y.; OSUMI, H.; ARAI, T. Manipulability measures for multi-wire driven parallel mechanisms. In: IEEE. **Proceedings of 1994 IEEE International Conference on Industrial Technology-ICIT'94**. [S.l.], 1994. p. 550–554.

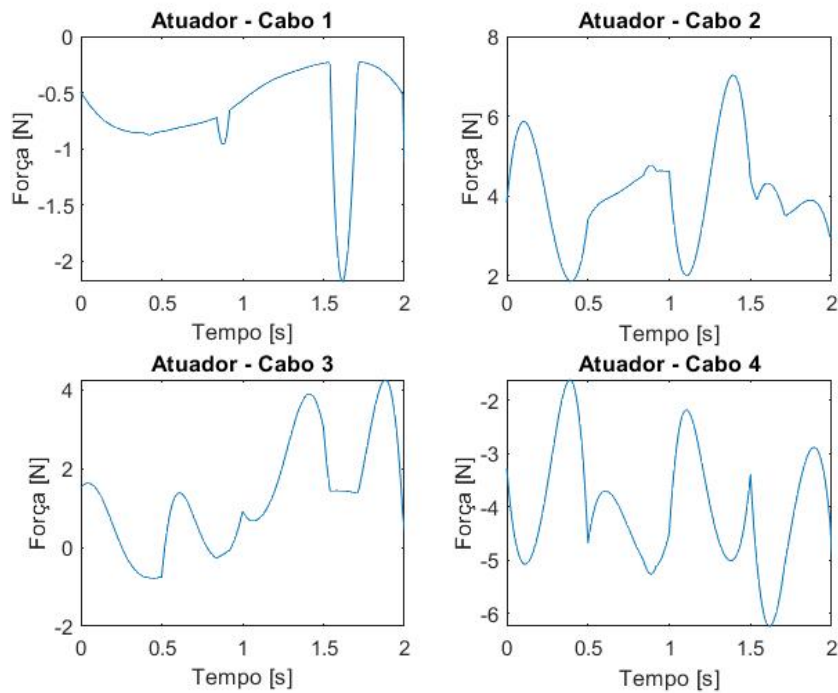
7 APÊNDICE

Figura 22 – Comportamento temporal das forças nos cabos do RPAC não redundante (de $\varphi = 0$ rad a $\varphi = \frac{\pi}{6}$ rad).



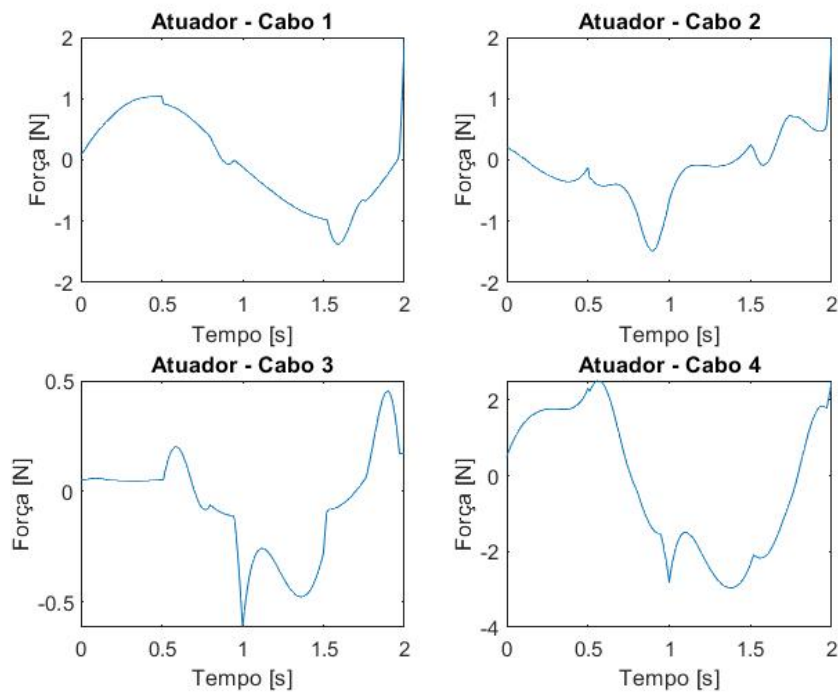
Fonte: Elaborado pelo autor.

Figura 23 – Comportamento temporal das forças nos atuadores do RPAC redundante com deslocamento anti-horário ($\varphi = \frac{\pi}{6}$ rad).



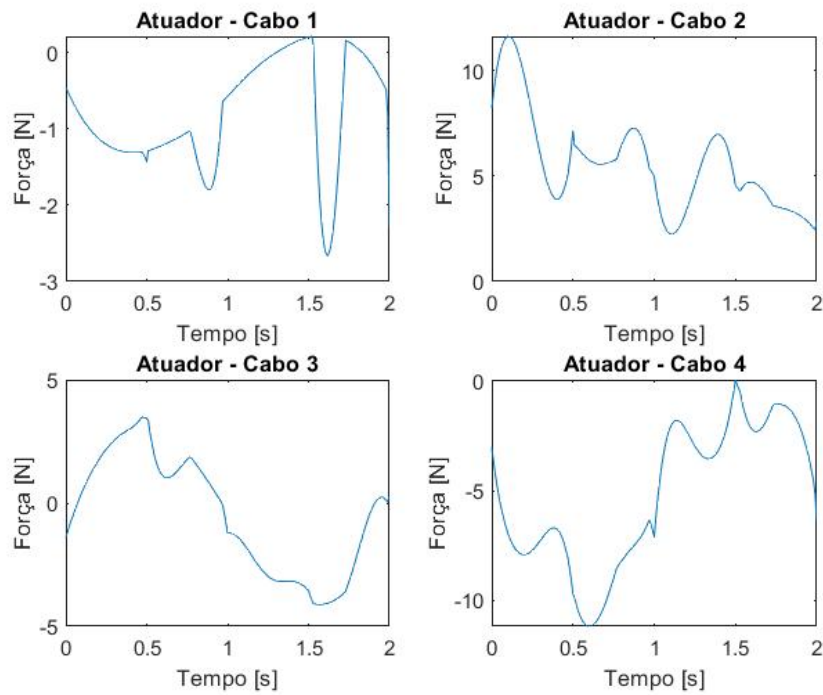
Fonte: Elaborado pelo autor.

Figura 24 – Comportamento temporal das forças nos atuadores do RPAC redundante com deslocamento horizontal ($\varphi = \frac{\pi}{6}$ rad).



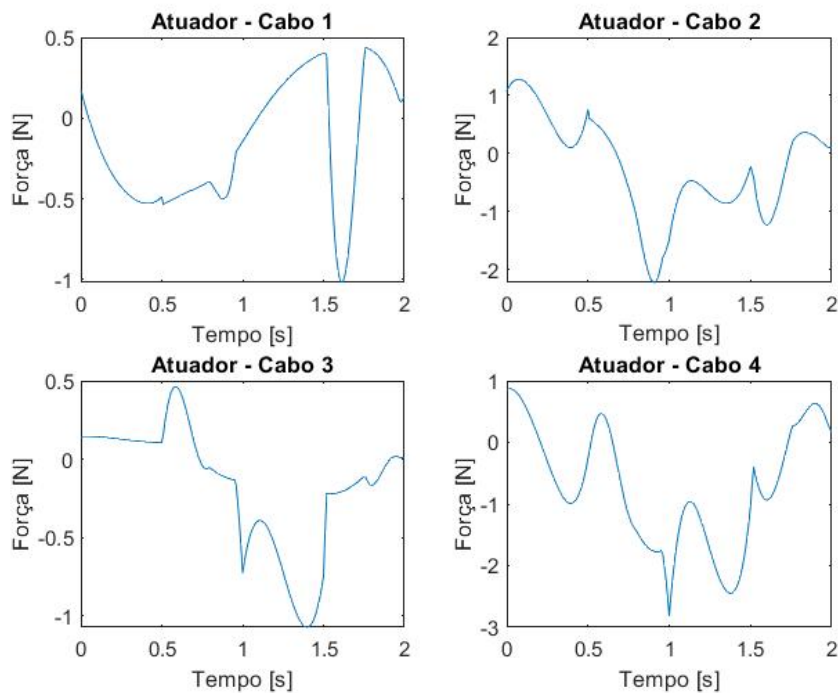
Fonte: Elaborado pelo autor.

Figura 25 – Comportamento temporal das forças nos atuadores do RPAC redundante com deslocamento anti-horário (de $\varphi = 0$ rad a $\varphi = \frac{\pi}{6}$ rad).



Fonte: Elaborado pelo autor.

Figura 26 – Comportamento temporal das forças nos atuadores do RPAC redundante com deslocamento horizontal (de $\varphi = 0$ rad a $\varphi = \frac{\pi}{6}$ rad)).



Fonte: Elaborado pelo autor.