

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO CARLOS
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E DE TECNOLOGIA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECÂNICA

LUAN ROBERTO MARQUES ANGELINO

**COMPARAÇÃO ENTRE OS MÉTODOS DE ANÁLISE MODAL
OPERACIONAL E ANÁLISE MODAL EXPERIMENTAL A PARTIR
DE UM ENSAIO DE VIBRAÇÃO EM UMA ESTRUTURA *FRAME***

SÃO CARLOS
2023

LUAN ROBERTO MARQUES ANGELINO

**COMPARAÇÃO ENTRE OS MÉTODOS DE ANÁLISE MODAL
OPERACIONAL E ANÁLISE MODAL EXPERIMENTAL A PARTIR
DE UM ENSAIO DE VIBRAÇÃO EM UMA ESTRUTURA *FRAME***

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao
Departamento de Engenharia Mecânica da Universidade
Federal de São Carlos, para obtenção do título de Bacharel
em Engenharia Mecânica.

Orientador: Prof. Dr. Sidney Bruce Shiki

SÃO CARLOS
2023



FUNDAÇÃO UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO CARLOS

COORDENAÇÃO DO CURSO DE ENGENHARIA MECÂNICA - CCEMec/CCET

Rod. Washington Luís km 235 - SP-310, s/n - Bairro Monjolinho, São Carlos/SP, CEP 13565-905

Telefone: (16) 33519703 - <http://www.ufscar.br>

DP-TCC-FA nº 27/2023/CCEMec/CCET

Graduação: Defesa Pública de Trabalho de Conclusão de Curso

Folha Aprovação (GDP-TCC-FA)

FOLHA DE APROVAÇÃO

LUAN ROBERTO MARQUES ANGELINO

COMPARAÇÃO ENTRE OS MÉTODOS DE ANÁLISE MODAL OPERACIONAL E ANÁLISE MODAL EXPERIMENTAL A PARTIR DE UM ENSAIO DE VIBRAÇÃO EM UMA ESTRUTURA FRAME

Trabalho de Conclusão de Curso

Universidade Federal de São Carlos – Campus São Carlos

São Carlos, 05 de julho de 2023

ASSINATURAS E CIÊNCIAS

Cargo/Função	Nome Completo
Orientador	Sidney Bruce Shiki
Membro da Banca 1	Alexandre Tácito Malavolta
Membro da Banca 2	Vitor Ramos Franco



Documento assinado eletronicamente por **Sidney Bruce Shiki, Docente**, em 05/07/2023, às 16:51, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do [Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015](#).



Documento assinado eletronicamente por **Vitor Ramos Franco, Docente**, em 05/07/2023, às 16:52, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do [Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015](#).



Documento assinado eletronicamente por **Alexandre Tácito Malavolta, Docente**, em 05/07/2023, às 16:52, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do [Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015](#).



A autenticidade deste documento pode ser conferida no site <https://sei.ufscar.br/autenticacao>, informando o código verificador **1090679** e o código CRC **33243F9E**.

Dedico aos meus pais por sempre terem acreditado em mim.

AGRADECIMENTOS

Aos meus pais, Beto e Eliana, por me dar todo o apoio e condições para que eu pudesse chegar onde estou, sem eles nada disso seria possível; por não medirem esforços para dar uma educação de qualidade para mim e meu irmão, pelo carinho, amor que ensinaram a viver com honestidade e dignidade.

Ao meu irmão, Cauan, pela fraternidade, amizade, por deixar a vida mais leve e por simplesmente fazer parte da minha existência.

Aos meus amigos, Felipe e Lucas, pelas conversas acompanhadas de vinho nas noites de Ribeirão Preto, pelos estudos intensos através das madrugadas de São Carlos, e pelos melhores momentos de descontração e palavras de apoio nos momentos difíceis, deixando a vida mais fácil de ser vivida.

Aos meus amigos da cobertura do Bloco 7 da Moradia Estudantil, pelos incontáveis momentos bons, diversão e pelas conversas necessárias e divertidas, permitindo que a graduação fosse mais tranquila. Sempre estarão no meu coração.

Aos meus amigos de Guaranésia, pelo companheirismo, conversas e por diversos momentos felizes ao longo desses últimos anos.

Ao Bruce, pela confiança, pelos ensinamentos, pela paciência e principalmente pela disposição em me ajudar e por fim agradecer a oportunidade em fazer uma Iniciação Científica.

À Universidade Federal de São Carlos, por me proporcionar uma experiência acadêmica e de vida, sempre serei eternamente grato por estudar na melhor universidade do país.

*Desejo a você uma vida longa e que você voe
alto
Sorrisos você dará e lágrimas você chorará
É tudo que você tocar e tudo que você ver
É tudo o que sua vida sempre será.*

Breathe (Pink Floyd, 1973)

RESUMO

Os sensores de vibração, sendo um exemplo os acelerômetros, são aplicados em diversas técnicas para o monitoramento da saúde estrutural de estruturas tais como pontes, máquinas entre outros. Na análise modal, existem vários trabalhos com os sensores piezoelétricos no intuito de se obter as propriedades inerentes aos corpos, tais como frequências naturais e modo de vibração. Entretanto, os estudos de validação entre as técnicas de análise modal operacional e análise modal experimental são poucos. A proposta deste trabalho foi, portanto, comparar o método da decomposição no domínio da frequência, técnica da AMO, com a análise modal tradicional em um ensaio de vibração de uma estrutura de alumínio, representando um prédio de dois andares. Foram usados 2 sensores PCB333B30 para a extração da aceleração e martelo de impacto para excitar o prédio. No intuito de se realizar uma comparação entre os métodos experimentais, realizou-se uma simulação computacional em elementos finitos. Depois, as medições passaram por um processamento de sinais com o auxílio do Matlab no qual foi possível extrair as frequências de ressonância, formas modais de vibração entre outras informações. Os resultados mostraram uma proximidade nos modos e nas frequências de ambos os métodos. Entretanto, devido à direção de impacto do martelo não foi possível excitar alguns dos modos de vibração encontrados na análise de elementos finitos. Dessa forma, pode-se concluir que devido à facilidade de implementação e dos baixos custos envolvendo o *setup* o método de análise modal operacional é o mais recomendado para esta estrutura.

Palavras-chave: Decomposição no domínio da frequência. Simulação de elementos finitos. Função de Resposta em Frequência. Vibração Mecânica.

ABSTRACT

Vibration sensors, such as accelerometers, are applied in various techniques for monitoring the structural health of structures, such as bridges, machines, among others. In modal analysis, there have been several studies using piezoelectric sensors with the aim of obtaining inherent properties of bodies, such as natural frequencies and mode of vibration. However, there are few studies validating the comparison between operational modal analysis and experimental modal analysis techniques. The purpose of this study, therefore, was to compare the frequency domain decomposition method, known as Operational Modal Analysis (OMA), with traditional modal analysis in a vibration test of an aluminum structure, representing a two-story building. Two PCB333B30 sensors were used for extracting acceleration data, and an impact hammer was used to excite the building. In order to compare the experimental methods, a finite element simulation was performed. Subsequently, the measurements underwent signal processing using Matlab, which allowed the extraction of resonance frequencies, modal shapes, and other information. The results showed a close proximity in the modes and frequencies obtained by both methods. However, due to the impact direction of the hammer, it was not possible to excite some of the vibration modes found in the finite element analysis. Consequently, it can be concluded that due to its ease of implementation and low setup costs, the operational modal analysis method is the most recommended for this structure.

Keywords: Frequency domain decomposition. Finite element Analysis. Frequency response function. Mechanical vibration.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Modelo FEA com o elemento de ligação tipo junta.	16
Figura 2 – Posicionamento dos sensores no Santuário.	17
Figura 3 – <i>Setup</i> experimental com os sensores.	19
Figura 4 – Vibração amortecida e Vibração não-amortecida	21
Figura 5 – Excitação determinística e aleatória	22
Figura 6 – Sistema Massa-Mola	22
Figura 7 – Sistema Massa-Mola-Amortecedor	23
Figura 8 – Colapso da ponte Tacoma Narrows.	24
Figura 9 – Os 4 primeiros modos de vibração de uma chapa.	25
Figura 10 – Exemplo de gráfico obtido por meio da <i>FRF</i>	27
Figura 11 – Exemplo de gráfico obtido por meio da <i>FDD</i>	28
Figura 12 – Imagens da estrutura.	29
Figura 13 – Identificação do sistema de coordenadas e quinas.	30
Figura 14 – Martelo de Impacto usado nos testes.	31
Figura 15 – Direção do impacto do martelo nos testes.	32
Figura 16 – Engaste da estrutura.	32
Figura 17 – Módulo NI9234 no <i>setup</i>	33
Figura 18 – <i>Setup</i> experimental esquemático.	34
Figura 19 – Estrutura criada no ANSYS.	36
Figura 20 – Modos de Vibração da estrutura simulada no ANSYS.	36
Figura 21 – Resposta temporal do impacto com o martelo e dos sensores.	40
Figura 22 – Posição dos sensores no primeiro teste de impacto.	41
Figura 23 – <i>PSD</i> do acelerômetro de referência.	41
Figura 24 – <i>FRF</i> obtidas nos testes.	42
Figura 25 – 1° Modo de Vibração da <i>FDD</i> e da <i>FRF</i>	44
Figura 26 – 2° Modo de Vibração da <i>FDD</i> e da <i>FRF</i>	45
Figura 27 – 3° Modo de Vibração da <i>FDD</i> e da <i>FRF</i>	46
Figura 28 – 4° Modo de Vibração da <i>FDD</i> e da <i>FRF</i>	47

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Posicionamento dos acelerômetros em cada configuração de testes. . . .	33
Tabela 2 – Propriedades da Liga de Alumínio.	35
Tabela 3 – Lista das 6 primeiras frequências naturais encontradas no ANSYS. . .	35
Tabela 4 – Comparação entre as frequências naturais obtidas pelo método <i>FDD</i> e pelo método <i>FRF</i>	42
Tabela 5 – Erros percentuais das frequências obtidas pelos métodos via AMO com o modelo <i>FEA</i>	43
Tabela 6 – MAC dos quatro primeiros modos entre <i>FDD</i> e <i>FRF</i>	43
Tabela 7 – Comparação do MAC das formas modais obtidas entre os métodos experimentais com o método de elementos finitos.	44

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

AM	Análise Modal
AME	Análise Modal Experimental
AMO	Análise Modal Operacional
GDL	Grau de Liberdade
FEA	Análise de Elementos Finitos
FDD	Decomposição no Domínio da Frequência
FRF	Função de Resposta em Frequência
MAC	Critério de Garantia Modal
MEMS	Sistemas Microeletromecânicos
PSD	Densidade Espectral de Potência
SVD	Decomposição dos Valores Singulares

LISTA DE SÍMBOLOS

c	amortecimento viscoso
c_c	amortecimento crítico
k	constante elástica
m	massa
ω_n	frequência natural não amortecida
ω_d	frequência natural amortecida
ζ	razão de amortecimento
$\{\phi_A\}_r$	autovetor da forma modal da FRF
$\{\phi_X\}_q$	autovetor da forma modal da FDD

SUMÁRIO

1 – INTRODUÇÃO	13
1.1 Objetivos	14
1.2 Estrutura do trabalho	14
2 – REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	16
3 – FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA	21
3.1 Vibrações Mecânicas	21
3.2 Frequências Naturais	23
3.3 Modos de Vibração	24
3.4 Função de Resposta em Frequência	25
3.5 Decomposição no Domínio da Frequência	26
4 – SETUP EXPERIMENTAL	29
4.1 Estrutura	29
4.2 Posicionamento dos sensores e entradas	30
4.3 Testes e Processamento dos dados	31
5 – ANÁLISE ELEMENTOS FINITOS	35
6 – RESULTADOS	40
7 – CONSIDERAÇÕES FINAIS E CONCLUSÃO	48
REFERÊNCIAS	49
Apêndices	51
APÊNDICE A – Rotina principal	52
APÊNDICE B – Rotina para a visualização dos modos de vibração	63
APÊNDICE C – Rotinas para o cálculo da FDD	67

1 INTRODUÇÃO

Vibrações mecânicas são movimentos que se repetem dentro de um intervalo de tempo (RAO, 2019). Para Silva (2000) é qualquer movimento repetitivo mesmo em altas frequências, com baixas amplitudes, podendo também possuir comportamento irregular e aleatório. Ter o conhecimento a respeito do comportamento vibratório das estruturas é fundamental para um bom projeto mecânico e civil, visto que sem um estudo aprofundado sobre o tema pode-se chegar em falhas que acarretam em prejuízos para empresas, danos irreversíveis nos equipamentos e até mesmo coloca em risco a vida humana. Por isso, é imprescindível que um dos requisitos desses projetos seja prever os movimentos vibracionais. Assim, o uso de técnicas de análise modal se torna necessário.

A Análise Modal (AM), de forma geral, é um conjunto de técnicas que permite obter as propriedades dinâmicas inerentes de uma estrutura, tais como as frequências naturais, frequências em que o sistema oscila na ausência de forças e os modos de vibração, padrão de vibração da estrutura em uma determinada frequência (RAO, 2019). A obtenção dessas características é fruto das medições adquiridas através da resposta dinâmica estrutural quando submetida à uma força externa. A técnica conhecida por essa forma de obtenção é a Análise Modal Experimental (AME), segundo Schwarz e Richardson (1999) foi desenvolvida no início dos anos 1970. Com o passar das décadas, a tecnologia evoluiu e assim outras formas de se obter as propriedades modais surgiram, como a Análise Modal Operacional (AMO).

A AMO tem por característica principal não necessitar da medição do sinal de excitação da estrutura para a obtenção das propriedades modais, somente os sinais de saída da resposta à vibração são necessários. Aliado à isso, a atratividade pelo uso dessa técnica se dá, segundo Brincker e Ventura (2015), pelo fato de ser relativamente mais barato e de maior facilidade de implementação do que a AME. Assim, ela é comumente empregada em construções civis de grande porte tais como pontes e edifícios e máquinas e estruturas em que não é possível realizar um estudo em laboratório com condições controladas. Dentre os diversos métodos existentes na AMO, quem mais se destaca é a Decomposição no Domínio da Frequência (do inglês, *Frequency Domain Decomposition*, *FDD*). Desenvolvida por Brincker, Zhang e Andersen (2001) devido à sua característica em fornecer todas as informações em um único gráfico, tornando-a fácil de ser implementada.

Sendo assim, como comentado, a criação de um modelo experimental traz informações relevantes sobre o sistema, com isso se torna possível antecipar problemas, e por consequência reduzir custos de manutenção, podendo investir em equipamentos de prevenção, como os sensores de vibração. Tendo em vista estes dispositivos, os mais comuns são os construídos com materiais piezoelétricos, na qual aplicando uma deformação no cristal, como a cerâmica ferroelétrica policristalina, é desenvolvido um campo magnético

que por sua vez gera uma tensão elétrica (DINEVA et al., 2014). Além disso, em trabalhos recentes, os sensores foram usados em aplicações como forma de geradores de energia para dispositivos (SAWANE; PRASAD, 2023).

No presente trabalho, acelerômetros piezoelétricos foram usados para a captação do sinal a partir da excitação por meio de um martelo de impacto na estrutura de teste de dois andares. Os dados foram coletados e posteriormente processados através do *software* MATLAB, utilizando as técnicas de AMO e AME. Os resultados foram comparados entre si e entre uma análise de elementos finitos.

1.1 Objetivos

O objetivo geral deste trabalho é comparar a técnica de decomposição no domínio da frequência, um método popular da análise modal operacional, com a técnica clássica de análise modal experimental em uma estrutura metálica de teste que representa um prédio de dois andares.

Como objetivos secundários, podem ser citados:

- Realizar ensaios modais na estrutura de testes;
- Processar os dados adquiridos através de um *software* a fim de extrair os parâmetros modais;
- Comparar os resultados da análise modal operacional com a análise modal experimental;
- Verificar o método a partir da comparação dos resultados com os de uma análise de elementos finitos da estrutura.

1.2 Estrutura do trabalho

O presente trabalho foi dividido em 6 capítulos de forma a elucidar o tema proposto.

O Capítulo 2, Revisão Bibliográfica, aprofunda em trabalhos anteriores e contextualiza o presente na área de análise modal experimental e operacional.

No Capítulo 3, Análise Modal Experimental, será apresentado o conceito de vibrações mecânicas, frequências naturais e modos de vibração. A partir disso, será explorado os conceitos de função de resposta em frequência, análise modal operacional e da técnica de decomposição no domínio da frequência.

Já o Capítulo 4, Setup Experimental, detalhará a configuração do experimento bem como os materiais, métodos e softwares utilizados no desenvolvimento deste trabalho.

No Capítulo 5 será abordada a análise de elementos finitos da estrutura e os resultados adquiridos desta simulação.

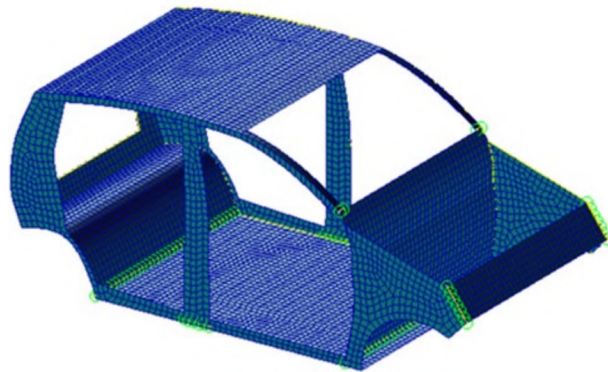
No Capítulo 6 será evidenciado os resultados obtidos dos testes de análise modal operacional e experimental comentando suas particularidades.

Por fim, o Capítulo 7 terá as considerações finais e conclusões a respeito do presente trabalho além de propor estudos que possam contribuir para a área.

2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

A análise modal, como já comentado, é a área de estudo de Vibrações em que são obtidas as propriedades inerentes das estruturas no intuito de evitar possíveis danos e garantir uma melhor performance no projeto. O estudo de Abdullah, Fouzi e Sani (2020) conciliou os dados experimentais após realizar uma análise modal experimental com uma análise de elementos finitos (do inglês, *Finite Element Analysis FEA*) na qual foi possível obter as propriedades modais. O estudo consistia em investigar o nível de acurácia do que eles chamam de *Body in white (BIW)* em que, resumidamente, é a etapa da manufatura na qual todas as partes da estrutura do carro são montadas. Para isso, o primeiro *BIW* foi modelado em elementos finitos negligenciando o elemento junta. O modelo consistia somente dos dados do material e das espessuras dos componentes básicos do carro. Já a segunda estratégia de modelagem, incluiu o elemento junta em diferentes posições, identificada pelos círculos verdes na Figura 1. Nessa estratégia, eles bifurcaram em outros dois focos: o primeiro foi modelar as ligações por meio do elemento barra enquanto que o segundo focou em criar o modelo com o elemento mola como conector. Para os dados experimentais, aplicaram o teste de impacto e usaram as técnicas de *roving accelerometer* e *roving hammer* com acelerômetros triaxiais. Posteriormente, realizaram o pós-processamento dos dados e concluíram que os modelos *FEA* que continham os elementos de ligação possuíam uma redução de discrepância para cada modo.

Figura 1 – Modelo FEA com o elemento de ligação tipo junta.

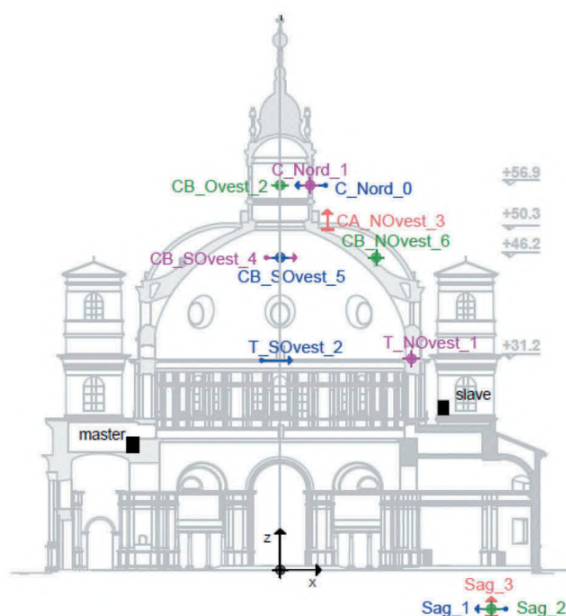


Fonte: Adaptado de Abdullah, Fouzi e Sani (2020).

De forma mais específica a Análise Modal Operacional tem por premissa obter as características das estruturas sem conhecer o sinal de entrada. No trabalho de Pecorelli, Ceravolo e Epicoco (2018) é aplicada essa abordagem, tendo em vista a realização do monitoramento dinâmico do domo do Santuário de Vicoforte, basílica localizada na Itália, com o objetivo de criar um algoritmo de monitoramento da saúde estrutural (do inglês, *Structural Health Monitoring SHM*) e detectar possíveis falhas estruturais. Nesse intuito

dispuseram de 12 acelerômetros uniaxiais: três foram alocados na base da basílica para monitorar as acelerações do solo e 9 em vários níveis do domo, como podem ser visualizados na Figura 2. Os dados foram gravados por 20 minutos a cada hora e enviados constantemente via internet para o laboratório de pesquisa durante 1 ano. Foram processados na rotina implementada no Matlab. Os resultados mostraram que por conta de poucos sensores e baixa vibração apenas os modos de flexão foram bem observados. Além disso, concluíram também que a temperatura influencia nas frequências naturais, quando está abaixo de 0 °C o gelo tende a enrijecer a estrutura aumentando assim essa propriedade modal. Por outro lado, concluíram que acima de 4 °C as frequências aumentam com a temperatura, acreditam que deve ser por conta da dilatação térmica que fecha as fissuras superficiais.

Figura 2 – Posicionamento dos sensores no Santuário.



Fonte: Adaptado de Pecorelli, Ceravolo e Epicoco (2018).

O estudo de Volkmar et al. (2023) tem como objetivo apresentar um novo método de automatizar a extração dos parâmetros modais em aplicações de validação da estabilidade aeroelástica durante um voo. Para isso, os autores utilizam a técnica de AMO em condições de trabalho de um avião e juntamente com testes feitos em ambiente controlado. O teste em solo foi realizado em um centro aeroespacial alemão. O modelo de aeronave foi suspenso por elásticos simulando a condição livre-livre. Assim com o auxílio de 2 *shakers* e 128 acelerômetros uniaxiais e triaxiais, o experimento foi conduzido. Os autores utilizaram uma faixa entre 3 e 20 Hz para procurar os modos. Em seguida, aplicaram o método automático nessa condição para sua validação. Os resultados mostraram que essa nova abordagem é igual ou superior ao método manual. Na AMO o experimento foi realizado em um aeroporto alemão em que utilizaram 12 acelerômetros no avião. Conduziram 8 voos para excitar o máximo de modos possíveis. Os dados foram identificados com uso da técnica de

identificação de subespaço estocástico (do inglês *stochastic subspace identification, SSI*) e pelo método automático. Os resultados indicaram que, embora o tempo de processamento dos dados seja maior em comparação ao método tradicional, a precisão é significativamente superior. Os autores concluíram que para aviões de pequeno porte a abordagem se saiu bem.

Já o trabalho de Kocan (2020) utiliza do conceito de AMO para a identificação dos parâmetros modais de um avião em situação de voo. No estudo, ele aplicou duas técnicas de identificação: a decomposição no domínio da frequência, *FDD*, e *SSI*, o primeiro é no domínio da frequência já o último é um método baseado no domínio do tempo. O objetivo foi analisar e comparar a eficiência desses dois métodos e observar suas limitações. O teste de voo durou 2 horas e 39 minutos na qual foi considerado 24 situações desde a partida do motor, passando pela decolagem, guinadas e descidas com diferentes altitudes e velocidades. Foram usados 12 acelerômetros triaxiais espalhados simetricamente nas asas do avião, assim 6 para cada uma. Os resultados evidenciaram que os melhores ambientes para OMA são em momentos de baixa velocidade na partida do motor e pontos de cruzeiro com altas altitudes, por conta de todos os modos serem excitados. Concluíram, portanto, que para esta aplicação tanto o método da *FDD* quanto o *SSI* se saíram bem na identificação dos modos. Em contrapartida, a estimativa da taxa de amortecimento do primeiro teve discrepâncias, enquanto que o segundo obteve melhores resultados. Os autores acreditam que a escolha do baixo tempo de janelamento acarretou nessa diferença. Assim, são necessárias séries temporais mais longas.

No que diz respeito à *FDD*, os autores Häusler et al. (2021) utiliza-se do método para analisar uma encosta rochosa localizada na Suíça. O objetivo do estudo foi entender e mitigar os deslizamentos de terra no local. Durante 4 anos os dados foram coletados através de 3 sismômetros fixos e mais outros 12 que foram dispostos temporariamente em 3 configurações com o intuito de mapear toda a encosta. Os resultados mostraram uma frequência de 3,6 Hz, o qual chamaram de frequência fundamental, e 4,6 Hz, que é a frequência associado ao primeiro modo mais alto. Observaram que houve uma variação anual de 11 % na frequência fundamental, enquanto que os parâmetros de amortecimento variou entre 6,0 % e 9,7 %. Os autores afirmaram que o motivo é devido às mudanças de temperatura que ficam abrindo e fechando as fissuras. Por fim, se torna necessário uma continuação do monitoramento dessa encosta rochosa, pois segundo os autores, se há uma diminuição nos valores da frequência é porque há risco de deslizamento.

Elahi et al. (2023) automatizaram a *FDD* para identificar os danos em estruturas visto que as degradações estão ocorrendo rapidamente. De forma geral, a ideia é gerar a decomposição de valores singulares, escolher os picos e verificar se o critério de garantia modal (do inglês, *Modal Assurance Criterion, MAC*) ou o fator de discriminação (do inglês, *Discrimination Factor, DF*) estiverem abaixo da faixa escolhida pelos autores: diferença acima de 0,21 quando comparados com os vetores obtidos da análise de elementos

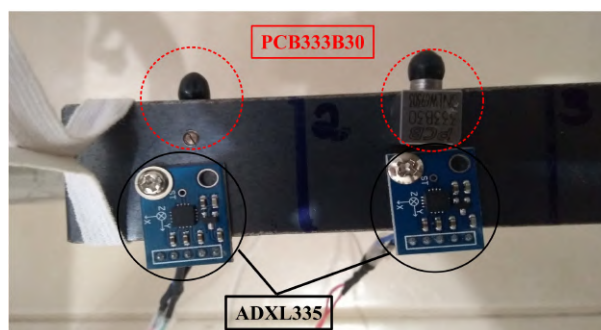
finitos. Assim, automaticamente será escolhido outro pico, ou seja outra frequência, até estar dentro da faixa. Aplicaram o método em uma ponte na China para a validação da automatização da técnica. Foram utilizados 150 acelerômetros ao longo de 510m de comprimento; os dados foram adquiridos em 7 horas de testes. Os resultados mostraram que *MAC* tem uma maior acurácia que o *DF*, pois esse último tem dificuldade de detectar picos muito próximos.

Já Melo et al. (2021) realizaram uma validação experimental de sensores de baixo custo na aplicação modal. O objetivo foi compará-los com sensores piezoelétricos comerciais em dois métodos diferentes, utilizando o método de análise modal experimental conhecido como Função de Resposta em Frequência (do inglês, *Frequency Response Function FRF*) e de análise modal operacional com o método *FDD*. Para isso, usaram uma viga em condição livre-livre simulada por uso de elásticos nas extremidades, também 2 sensores *MEMS*, *ADXL335* e 2 acelerômetros comerciais, *PCB333B30*, como podem ser observados na Figura 3. Excitaram a viga com um martelo e aplicaram a técnica de *roving accelerometer*, na qual o impacto foi feito no mesmo local da estrutura, enquanto que os acelerômetros eram deslocados para cobrir a estrutura toda. Após a realização do experimento, os resultados mostraram que uma frequência de 180 Hz apareceu no acelerômetros *low-cost*. Os autores acreditam que se deve ao *Aliasing*, relacionado à frequência de amostragem. Concluíram, portanto, que os sensores de baixo custo são bons em detectar frequências baixas, de até 50 Hz. Em contrapartida, na primeira frequência natural notou-se um alto erro causado, segundo eles, pelo uso de elástico que acrescenta o amortecimento na estrutura.

Figura 3 – *Setup* experimental com os sensores.



(a) Vista superior da viga de aço com os elásticos.



(b) Visão detalhada dos sensores acoplados na viga.

Fonte: Adaptado de Melo et al. (2021).

Kacin, Yilmaz e Caglar (2022) usou os *MEMS* para captar os sinais advindos da excitação do ambiente de um prédio escolar. A ideia foi realizar a medição antes e depois de acrescentar uma parede de cisalhamento (do inglês, *shear wall*). Um elemento bastante

aplicado na construção civil designado a resistir a cargas laterais (VIAN; BRUNEAU, 2006). A realização da primeira etapa de medição aconteceu antes da instalação desse elemento, em um bloco de 4 andares do prédio com 3 acelerômetros triaxiais. A excitação de entrada se deu por fatores ambientais como terremotos, passagem de veículos e pedestres na rua e ventos. Os dados foram mensurados em 30 min de exposição. Preliminarmente, os resultados mostraram que a adição de *shear wall* aumentou as duas primeiras frequências naturais da estrutura. Concluíram, portanto, que o elemento acarreta em um incremento na rigidez.

3 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

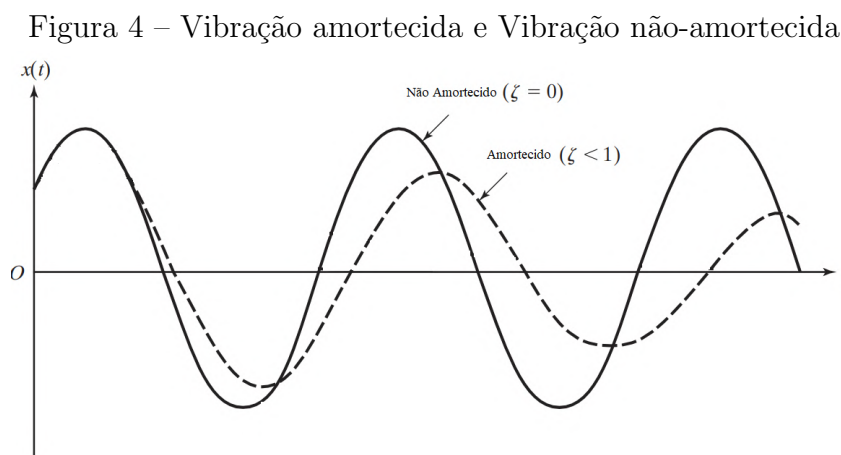
Nesta seção foram abordados tópicos para a compreensão de uma análise modal, dando bagagem teórica ao assunto.

3.1 Vibrações Mecânicas

A vibração mecânica nada mais é que a resposta oscilatória de um sistema dinâmico. Algumas de suas classificações são (RAO, 2019):

- Vibração livre: após uma perturbação inicial o sistema é deixado a oscilar por conta própria até o equilíbrio;
- Vibração forçada: quando o sistema é excitado por uma força externa;
- Vibração amortecida: durante as oscilações existirem perdas pelo ar, calor, atrito ou outros, de forma geral perda energia;
- Vibração não-amortecida: sistema que continua a oscilar infinitamente sem a presença de dissipações de energia.

A Figura 4 mostra graficamente o comportamento de um sistema com vibração amortecida e não-amortecida em função do tempo.

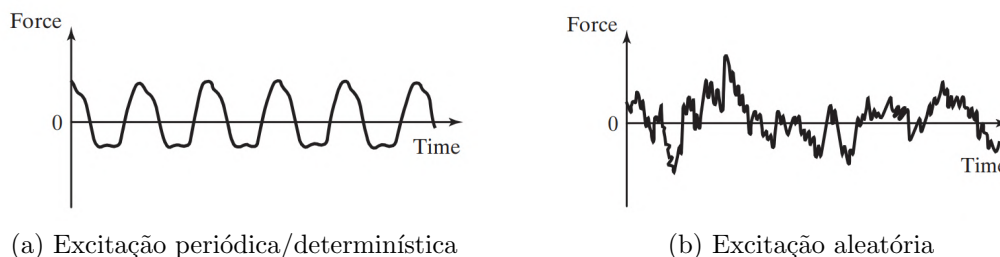


Fonte: Adaptado de Rao (2019).

Além dessas classificações para a vibração mecânica, pode ser comentado a respeito da vibração determinística e aleatória: a primeira é se a magnitude da excitação é conhecida enquanto que a outra não possui um padrão em que possa ser prevista, apenas utilizando métodos estatísticos para estimá-las, como pode ser observado nas Figuras 6a e 6b (RAO, 2019).

Antes de apresentar o modelo físico e matemático, se torna necessário explicar o que é Grau de Liberdade (GDL) de um corpo. Nada mais é do que a quantidade mínima de coordenadas independentes necessárias para descrever o movimento do sistema. Na

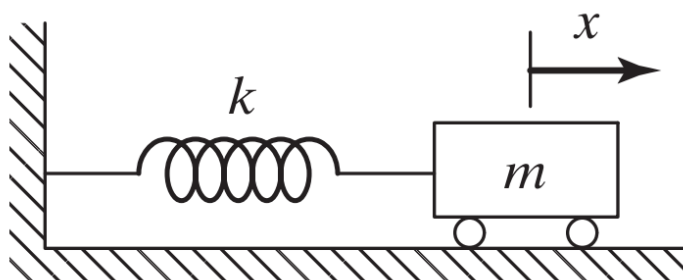
Figura 5 – Excitação determinística e aleatória



Fonte: Rao (2019).

representação de um corpo em condições de vibração, costuma-se simplificá-lo em um sistema massa-mola, evidenciado na Figura 6 em que k representa a constante elástica da mola, m a massa e x o deslocamento linear. Esse sistema possui apenas 1 GDL, ou seja, é possível informar o movimento com apenas uma informação: deslocamento linear na componente x .

Figura 6 – Sistema Massa-Mola



Fonte: Rao (2019).

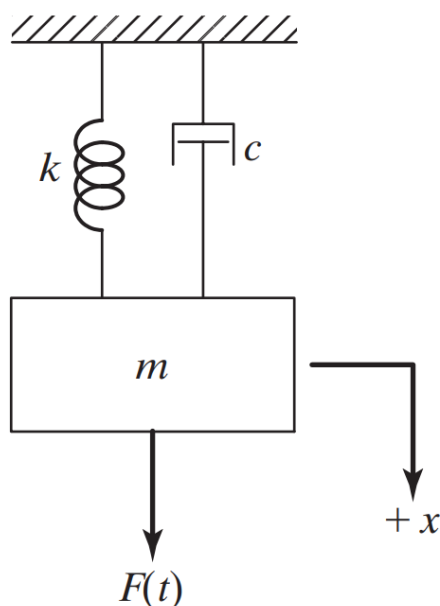
De forma geral, todo corpo contém uma componente que armazena energia potencial e energia cinética. Na simplificação apresentada quem armazena a energia potencial é a mola, já na energia cinética, é a massa. Rao (2019) afirma que a vibração do sistema ocorre quando existe essa transferência de energia. Entretanto, como comentado, no mundo real existem perdas nessa troca de energia, representado pelo amortecedor de coeficiente c na Figura 7.

Esse sistema conhecido como massa-mola-amortecedor é modelado conforme a Equação 1 representando a equação de movimento do sistema livre amortecido.

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = 0 \quad (1)$$

em que m é a massa em kg do corpo, k é a constante elástica da mola em N/m, c é amortecimento viscoso em Ns/m.

Figura 7 – Sistema Massa-Mola-Amortecedor



Fonte: Rao (2019).

3.2 Frequências Naturais

Quando a estrutura oscila sem forças externas e sem amortecimento, ela está oscilando em uma frequência específica conhecida como frequência natural não amortecida. Essa frequência está associada à quantidade de GDLs do corpo, apenas em termo de quantidade, assim de maneira geral para cada GDL existe uma frequência natural não amortecida associada (RAO, 2019). Conhecida também como uma das características inerentes à estrutura, é possível obtê-la através da Equação 1 supondo que o amortecimento viscoso c é nulo, mostrado conforme Equação 2.

$$\omega_n = \sqrt{\frac{k}{m}} \quad (2)$$

Para sistemas de 1 GDL sub-amortecidos é possível obter a frequência natural amortecida através da Equação 3.

$$\omega_d = \omega_n \sqrt{1 - \zeta^2} \quad (3)$$

em que ζ é uma constante conhecida como razão de amortecimento dada por c/c_c . Já c_c é uma variável chamada de amortecimento crítico. Como pode ser observado na equação, o valor é sempre menor que ω_n , evidenciando que a amplitude de oscilação é menor quando se comparado a estrutura sem amortecimento.

De forma geral, as equações são válidas para sistemas de apenas 1 GDL, ou seja, são estruturas que os modelos são simplificados para usar as fórmulas matemáticas. Esses sistemas são conhecidos como discretos. Por outro lado, existem estruturas complexas

que envolvem componentes deformáveis que existem infinitos GDL devido a infinitos pontos de massa que são chamados de sistemas contínuos (RAO, 2019). Dessa forma, a fim de determinar as frequências naturais de um sistema, é comum recorrer a recursos computacionais, como o método de elementos finitos. Esse método envolve a discretização do sistema contínuo, representando-o de forma discreta para extrair as frequências e modos correspondentes. A discretização é realizada por meio da divisão do sistema em elementos finitos conectados entre si em que cada um é descrito por equações matemáticas que representam seu comportamento. Com base nessas equações, é possível montar um sistema de equações matriciais que descreve o comportamento global do sistema discretizado. Uma outra característica desse sistema é que como existem infinitos GDL, existem infinitas frequências naturais.

Vale ressaltar sobre a questão da frequência de ressonância. Ela aparece quando os corpos são excitados por forças externas e a frequência de vibração coincide ou é próxima a uma frequência natural não-amortecida, acarretando em oscilação com uma alta amplitude colocando em risco a saúde estrutural do sistema. Dessa forma é imprescindível calculá-la para garantir que a vibração não esteja próxima da frequência de ressonância. O exemplo mais clássico disso, é o da ponte Tacoma Narrows localizada em Washington nos Estados Unidos ilustrada na Figura 8. Em 1940, devido aos ventos que no dia alcançaram aproximadamente 65 km/h, entrou em colapso devido às altas oscilações por um período de tempo de 10h consecutivas (GREEN; UNRUH, 2006). É imprescindível, portanto, conhecer em um projeto as frequências naturais, pois é possível evitar que estruturas oscilem com uma alta amplitude e causa estragos irreparáveis.

Figura 8 – Colapso da ponte Tacoma Narrows.



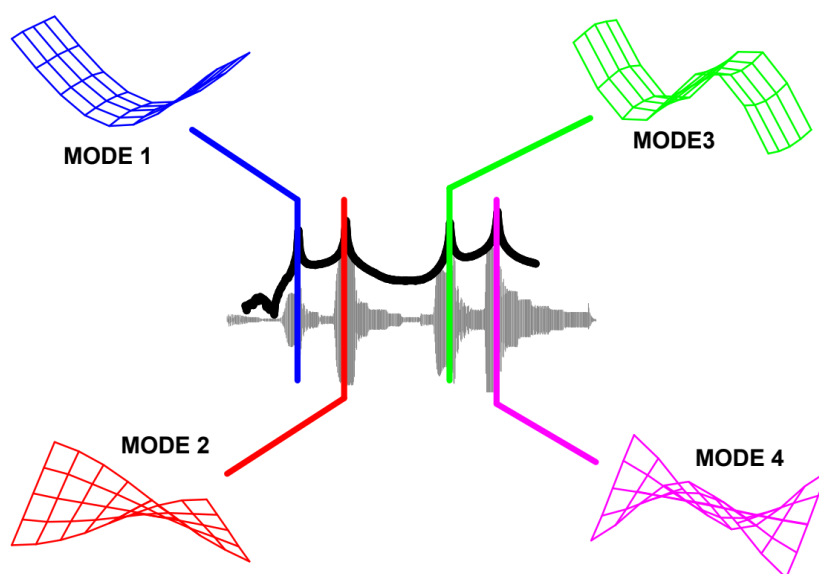
Fonte: Encyclopædia Britannica (2023).

3.3 Modos de Vibração

Os modos de vibração também são uma característica inerente de toda estrutura. Os modos são padrões específicos do movimento vibratório que o sistema pode ser assumido quando excitado em uma frequência específica, ou seja, toda frequência tem associada a

ela um comportamento de vibração. Cada estrutura tem uma série de modos de vibração possíveis, que são determinados pelas suas propriedades físicas e geométricas, como a forma, as condições de contorno e as características dos materiais utilizados (FU; HE, 2001). Por isso, é relevante também reconhecer como a estrutura se comportará a determinada frequência de ressonância e ter em mãos maneiras de evitar esse acontecimento. A Figura 9 mostra um exemplo das formas modais das 4 primeiras frequências naturais. Existem vários métodos para obtê-la, na Seção 3.4 e na Seção 3.5 serão explicadas formas de se obtê-lo.

Figura 9 – Os 4 primeiros modos de vibração de uma chapa.



Fonte: Avitabile (2001).

3.4 Função de Resposta em Frequência

A função de Resposta em Frequência (do inglês, *Frequency Response Function*, *FRF*) é uma função bastante utilizada na área de análise modal, pois é possível obter informações relevantes do sistema no domínio da frequência. Basicamente com ela são identificados as frequências de ressonância, amortecimento e os modos de vibração da estrutura física.

A Equação 4 se refere a um sistema de múltiplos graus de liberdade com um amortecimento não proporcional (FU; HE, 2001).

$$[M] \{\ddot{x}(t)\} + [K] \{x(t)\} + j [H] \{\dot{x}(t)\} = \{f(t)\} \quad (4)$$

em que $f(t)$ é um vetor linha de forças externas, $[M]$ é a matriz de massa, $[K]$ é a matriz de rigidez, $[H]$ é matriz de amortecimento estrutural e j é a unidade imaginária. A matriz

de amortecimento pode ser definida como parte imaginária da matriz de rigidez complexa conforme Equação 5.

$$[K]_c = [K] + j[H] \quad (5)$$

No caso de excitação harmônica o vetor de deslocamento e aceleração podem ser escritos de acordo com a Equação 6.

$$\begin{aligned} \{x(t)\} &= \{X\} \text{sen}(\omega t), \\ \{\ddot{x}(t)\} &= -\omega^2 \{X\} \text{sen}(\omega t). \end{aligned} \quad (6)$$

Realizando as substituições, é possível rescrever a Equação 4, a deixando de acordo com a Equação 7.

$$([K]_c - \omega^2 [M]) \{X\} = \{F\} \quad (7)$$

A parcela da equação $([K]_c - \omega^2 [M])$ é conhecida como a matriz de rigidez dinâmica $[Z(\omega)]$. A amplitude, então, é determinada pela Equação 8.

$$\{X\} = [Z(\omega)]^{-1} \{F\} \quad (8)$$

Na qual a $H = [Z(\omega)]^{-1}$ é matriz que contém as respostas em frequência do sistema. De maneira geral essa FRF está em função do deslocamento (lado esquerdo da equação) e da força (lado direito da equação). A FRF pode ser expressa em relação a outras grandezas cinemáticas, como velocidade e aceleração.

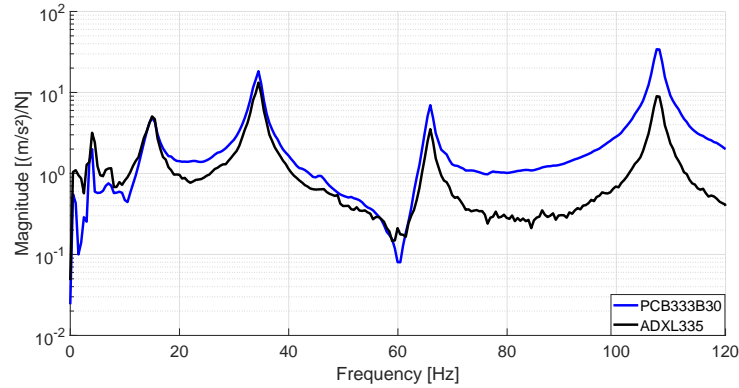
Na Figura 10 é mostrado um gráfico de amplitude gerado pela FRF , em que os picos representam as frequências naturais da estrutura. Através do método *peak-picking*, um dos mais simples da análise modal e representado pela Equação 9, os picos são localizados e a frequência natural é obtida (FU; HE, 2001). Já para obter os modos de vibração é necessário transformar a FRF em no domínio real-imaginário. O gráfico da parte imaginária possui picos tanto acima quanto abaixo de zero. As suas amplitudes implicam na determinação dos modos de vibração e o seu comportamento associado àquela frequência.

$$\omega_r = \omega_{peak} \quad (9)$$

3.5 Decomposição no Domínio da Frequência

A FDD é uma técnica desenvolvida por Brincker, Zhang e Andersen (2001) na qual é utilizada massivamente nos casos de AMO por conta da sua facilidade de ser aplicada e ser possível concentrar todas as informações em um plot dos valores singulares.

A técnica é primeiramente baseada no cálculo da matriz da densidade espectral de potência (do inglês, *Power Spectral Density PSD*) do sistema:

Figura 10 – Exemplo de gráfico obtido por meio da *FRF*.

Fonte: Melo et al. (2021).

$$[\mathbf{S}(\omega)] = \begin{bmatrix} S_{y_1,y_1}(\omega) & S_{y_1,y_2}(\omega) & \cdots & S_{y_1,y_N}(\omega) \\ S_{y_2,y_1}(\omega) & S_{y_2,y_2}(\omega) & \cdots & S_{y_2,y_N}(\omega) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ S_{y_N,y_1}(\omega) & S_{y_N,y_2}(\omega) & \cdots & S_{y_N,y_N}(\omega) \end{bmatrix} \quad (10)$$

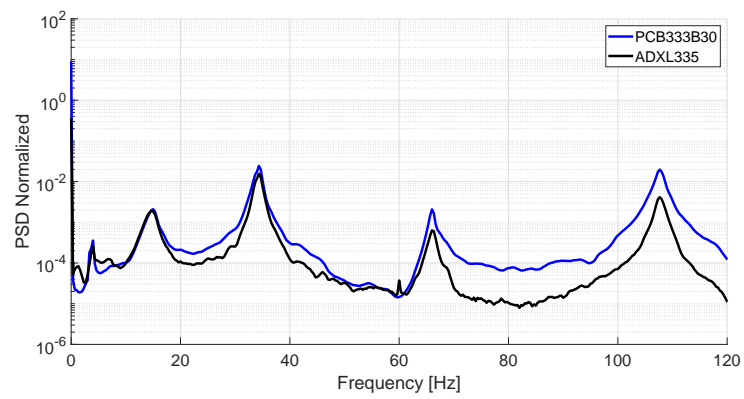
em que os termos da diagonal principal S_{y_n,y_n} são as *PSDs* enquanto que os termos restantes S_{y_n,y_m} são as *cross-PSDs*, n e m são números inteiros na qual $n, m \in [1, N]$ e N é o número de sinais de saída que são processados pelo algoritmo da *FDD*. A decomposição dos valores singulares (do inglês, *singular value decomposition SVD*) da matriz $[\mathbf{S}(\omega)]$ é calculada para cada frequência ω de acordo com a Equação 11.

$$[\mathbf{S}(\omega)] = [\mathbf{U}][\mathbf{\Sigma}][\mathbf{V}]^T \quad (11)$$

na qual $[\mathbf{U}]$ é uma matriz unitária $N \times N$, $[\mathbf{\Sigma}]$ é uma matriz diagonal $N \times N$ com os valores singulares e $[\mathbf{V}]^T$ é uma matriz com os vetores singulares $N \times N$.

Gerando o gráfico de *SVDs* é possível identificar picos de amplitude, nos quais representam uma aproximação dos autovalores da estrutura. Portanto para cada frequência um vetor com os valores singulares são gerados de forma que seja possível considerar uma aproximação das formas modais do sistema em questão. A Figura 11 mostra um gráfico obtido por meio da *FDD*. Os picos representam as frequências naturais da estrutura em questão.

Figura 11 – Exemplo de gráfico obtido por meio da *FDD*.



Fonte: Melo et al. (2021).

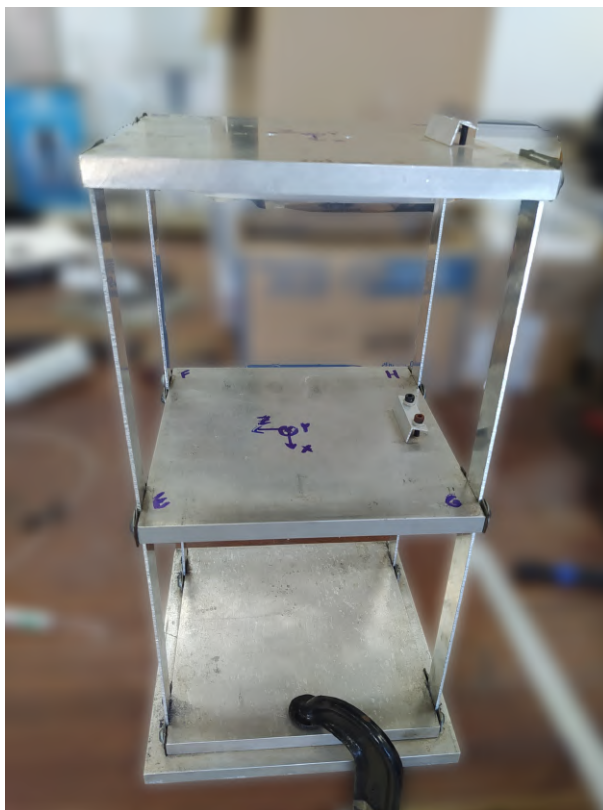
4 SETUP EXPERIMENTAL

Nesse capítulo, será comentado como os experimentos foram realizados e as configurações para que fosse possível comparar os métodos da AMO e AME.

4.1 Estrutura

Para ser realizada essa comparação, foi montado um *setup* na qual a estrutura a ser utilizada para alocar os sensores e ser excitada pode ser visualizada na Figura 12. É um modelo experimental de um prédio de dois andares em que cada andar é uma placa de alumínio com dimensões de $201 \times 201 \times 12,8$ mm com uma massa total de 1,444 kg. Cada andar é conectado por 4 vigas de alumínio com as dimensões de $180,8 \times 21,5 \times 2$ mm. Elas foram conectadas por uma chapa metálica e dois parafusos.

Figura 12 – Imagens da estrutura.



(a) Estrutura inteira



(b) Ligação entre as vigas e o andar.

Fonte: Próprio autor (2023).

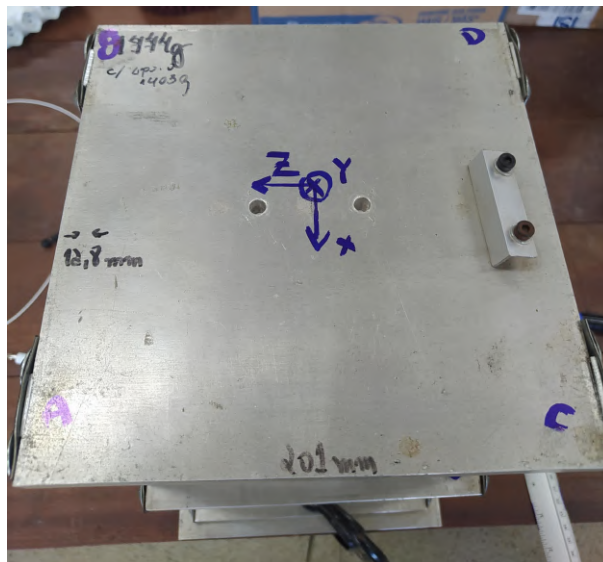
4.2 Posicionamento dos sensores e entradas

Antes da realização dos testes, precisou-se estabelecer o posicionamento dos sensores e a maneira como seria realizado os testes com o intuito de garantir que toda a estrutura fosse excitada ao mesmo tempo para se obter as suas acelerações além de ser possível obter modos de torção. Decidiu-se, portanto, que os acelerômetros ficariam nas bordas das chapas. Assim, foi imposto o sistema de coordenadas e identificou as quinas de A a H, como pode ser visualizado na Figura 13. Considerou-se a altura como o eixo Y e o plano XZ.

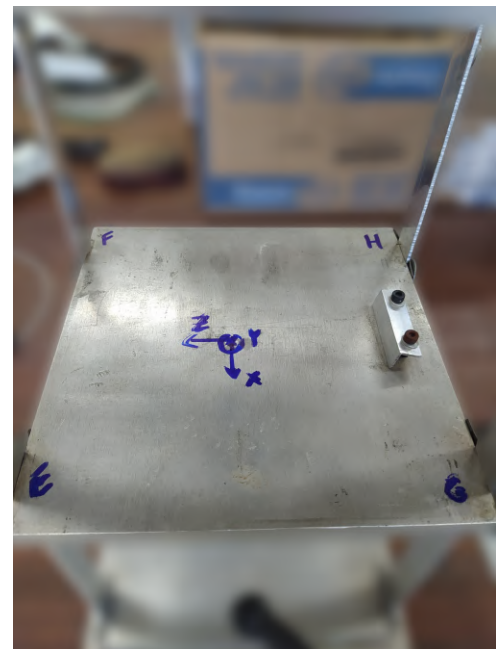
Foram utilizados 3 acelerômetros uniaxiais do modelo PCB33330, visualizados na Figura 14b. Suas características são as seguintes:

- Sensibilidade: 100 mV/N;
- Faixa de Medição: pico de até ± 50 g;
- Faixa de Frequência: 0,5 Hz até 3000 Hz;
- Frequência de Amostragem: até 12800 Hz.

Figura 13 – Identificação do sistema de coordenadas e quinas.



(a) Segundo Andar



(b) Primeiro Andar

Fonte: Próprio autor (2023).

Aplicando a técnica de *roving accelerometer*, os dois sensores percorreriam as quinas, começando no ponto A até chegar ao ponto H. Um estaria na direção Z e o segundo na direção X. Já o terceiro ficaria fixo no ponto A na direção Z para garantir a confiabilidade da aquisição dos dados.

Com o propósito de excitar os primeiros modos, escolheu-se optar por utilizar o martelo de impacto PCB 086C03, na Figura 14 é mostrada o modelo. Suas características

são as seguintes:

- Sensibilidade: 2,25 mV/N;
- Faixa de Medição: pico de até ± 2224 N;
- Frequência de Ressonância: ≥ 22 kHz.

A ponta escolhida foi a de Nylon que garante a excitação de frequências abaixo dos 500 Hz. Como a técnica a ser aplicada é o *roving accelerometer*, o martelo excitará a estrutura no mesmo ponto em todos os testes. Assim optou-se pelo ponto H na direção Z pela facilidade em executar o movimento. O sentido da martelada é representado pela cor vermelha visualizado na Figura 15. Na imagem os acelerômetros se encontram na posição H, então nessa configuração realizou-se o impacto ao lado do sensor para evitar que este último danificasse.

Figura 14 – Martelo de Impacto usado nos testes.



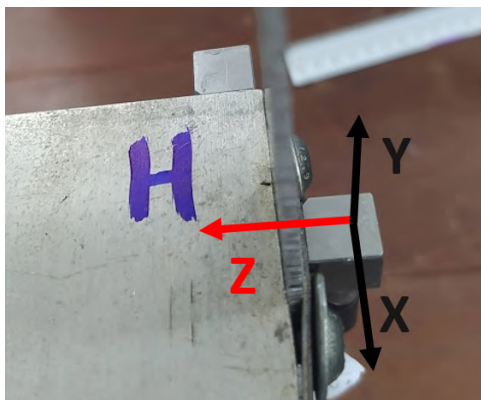
Fonte: Próprio autor (2023).

Por fim, usou-se um grampo na base da estrutura para garantir que ela se mantivesse estável e simular um engaste, como um prédio. A Figura 16 mostra esse engaste realizado.

4.3 Testes e Processamento dos dados

Para a aquisição dos dados nos testes, utilizou-se o módulo NI-9234 da *National Instruments*, ilustrado na Figura 17, visto que apresentam configurações robustas para

Figura 15 – Direção do impacto do martelo nos testes.



Fonte: Próprio autor (2023).

Figura 16 – Engaste da estrutura.



Fonte: Próprio autor (2023).

este nível de teste. Algumas de suas configurações:

- 4 canais;
- Taxa de amostragem: 51,2 kHz/canal;
- Resolução: 24 bits

Os 4 canais foram utilizados, no primeiro foi conectado o martelo de impacto, no segundo o sensor de referência e nos outros dois os outros acelerômetros. Integrado com o módulo, contou-se com o *LabView* software de engenharia para a medição, aquisição e salvamento dos dados.

Neste trabalho, decidiu-se que o teste seria realizado 5 vezes para cada configuração dos sensores citada anteriormente, gerando 40 arquivos ao final, como pode ser observado na Tabela 1. Ao início de cada teste a estrutura foi excitada com o martelo, com o tempo de duração de 60 segundos para cada teste. Foi escolhido essa maneira, porque assegurava a excitação de cada ponto e facilitaria a geração dos modos de vibração. A frequência de amostragem foi de 6400 Hz. Na Figura 18 é mostrado o *setup* experimental esquemático.

Figura 17 – Módulo NI9234 no *setup*.

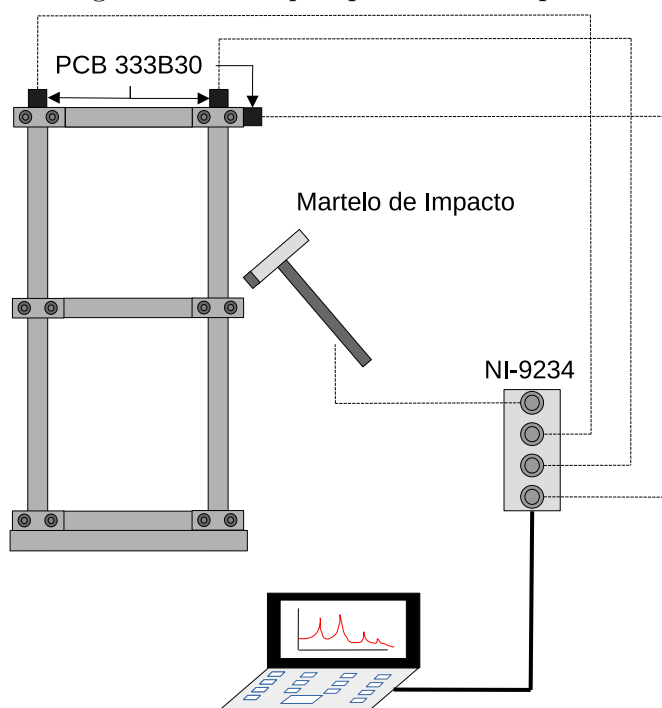
Fonte: Próprio autor (2023).

Tabela 1 – Posicionamento dos acelerômetros em cada configuração de testes.

Testes	Pos. acc 1	Pos. acc 2	Pos. acc 3
1 a 5	A_z	A_z	A_x
6 a 10	A_z	B_z	B_x
11 a 15	A_z	C_z	C_x
16 a 20	A_z	D_z	D_x
21 a 25	A_z	E_z	E_x
26 a 30	A_z	F_z	F_x
31 a 35	A_z	G_z	G_x
36 a 40	A_z	H_z	H_x

A próxima etapa foi o processamento dos dados com o auxílio do software MATLAB. A rotina iniciou-se com o algoritmo realizando a união dos dados dos sensores que estavam na mesma configuração. A matriz das acelerações continham 24 colunas, já que para cada ponto havia 2 sensores e 1 de referência localizado no ponto A na direção Z. Em seguida, por meio de um compilado de três funções, englobando a técnica *FDD* na qual foi citada no Capítulo 3, gerou-se os modos de vibração e as frequências naturais. Após isso, usou-se a função *tfestimate* (Estimativa da Função de Transferência) para encontrar a FT entre o sinal de entrada, o impacto do martelo no domínio da frequência e os sinais de saída. Obtendo assim, as propriedades modais da estrutura. As rotinas utilizadas nesta etapa podem ser encontradas no Apêndice A, na qual é a rotina principal, Apêndice B e Apêndice C em que são as rotinas auxiliares.

Figura 18 – *Setup* experimental esquemático.



Fonte: Próprio autor (2023).

5 ANÁLISE ELEMENTOS FINITOS

Uma análise de elementos finitos foi feita no intuito de se ter o conhecimento das frequências naturais e modo de vibração, ou seja, para dar um direcionamento aos testes. A estrutura foi criada como sendo um bloco de alumínio monolítico sem a representação das juntas parafusadas, sendo desprezada as conexões entre os andares.

Com o auxílio do software ANSYS, foi escolhido a liga de alumínio para ser aplicado ao prédio. A Tabela 2 evidencia algumas propriedades mecânicas do material. Em seguida, foi criada a malha, visto na Figura 19, ao todo foram 14715 elementos tetraédricos. Por fim, fixou-se a base, não permitindo movimentação em nenhum dos eixos.

Tabela 2 – Propriedades da Liga de Alumínio.

Parâmetros	Valores	Unidade
Módulo de Young	71	GPa
Densidade	2770	kg/m ³
Coefficiente de Poisson	0,33	-
Módulo de Cisalhamento	266,92	GPa
Módulo Volumétrico	69,61	GPa

Fonte: Ansys, 2022.

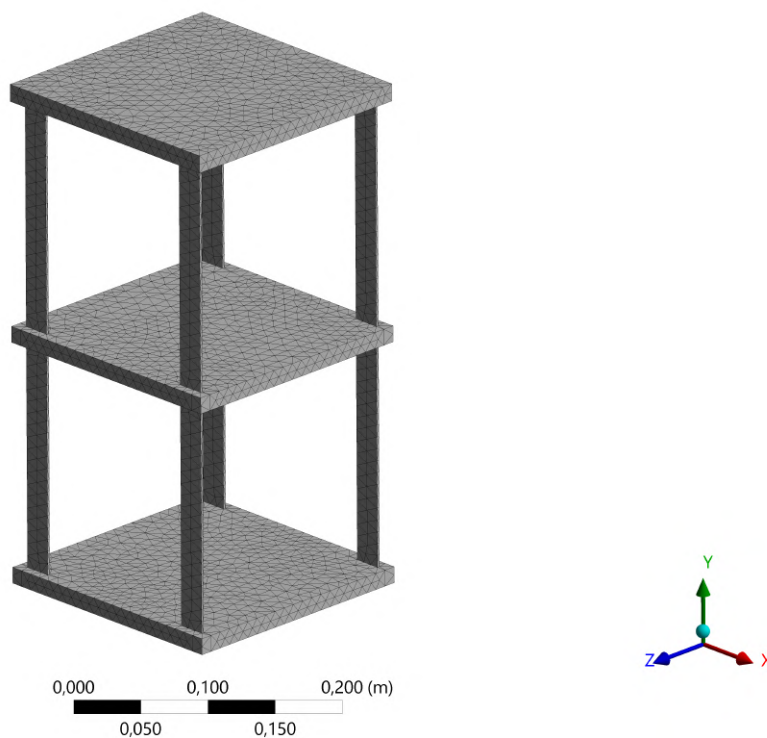
Gerado os resultados, escolheu-se para verificar as 6 primeiras frequências naturais que podem ser visualizadas na Tabela 3. Para essas frequências, estão os modos de vibração associados, como pode ser visualizados na Figura 20.

Tabela 3 – Lista das 6 primeiras frequências naturais encontradas no ANSYS.

Ordem	Frequências Naturais [Hz]	Movimento
1	7,28	Flexão ao longo do eixo Z
2	19,44	Flexão ao longo do eixo Z
3	66,31	Flexão ao longo do eixo X
4	74,68	Torção
5	190,02	Flexão ao longo do eixo X
6	211,33	Torção

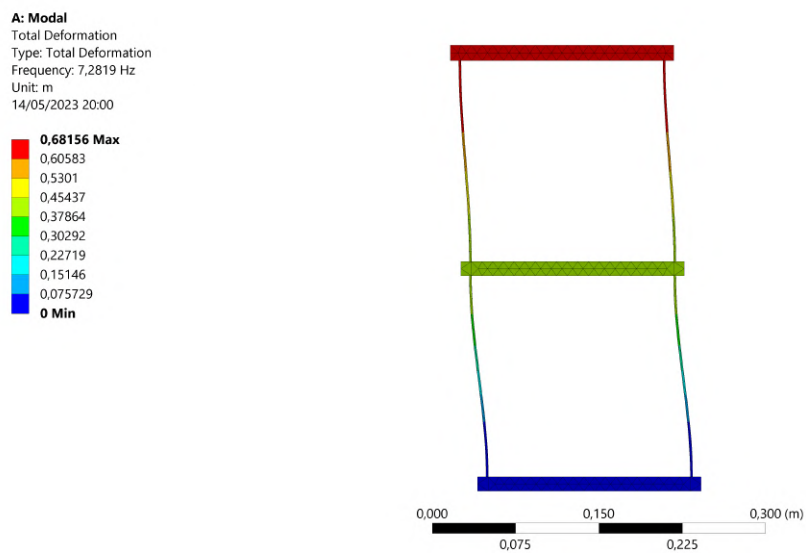
O primeiro modo é de flexão no sentido do eixo Z em que a chapa superior possui o maior deslocamento. O segundo é também de flexão no eixo Z, contudo a chapa intermediária é o que possui maior deslocamento. O terceiro modo é semelhante ao primeiro, mudando o sentido de vibração para o eixo X, bem como o quinto que é semelhante ao segundo, mas o sentido de vibração também é em X. Já quarto e sexto modos são de torção.

Figura 19 – Estrutura criada no ANSYS.

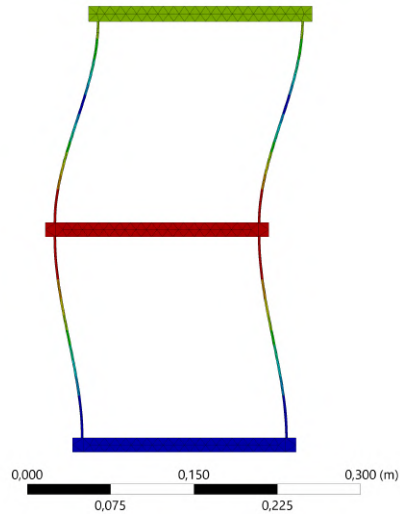
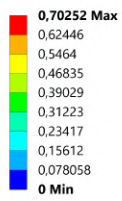


Fonte: Próprio autor (2023).

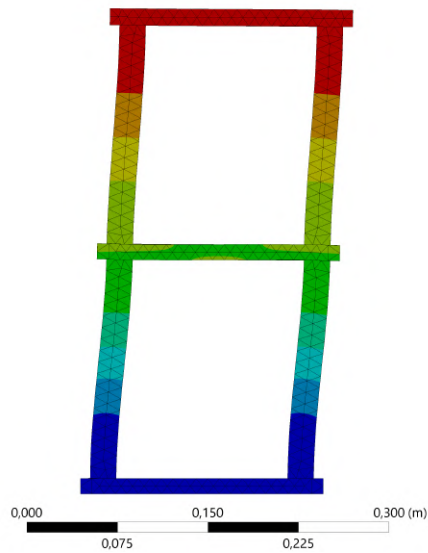
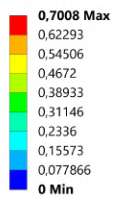
Figura 20 – Modos de Vibração da estrutura simulada no ANSYS.



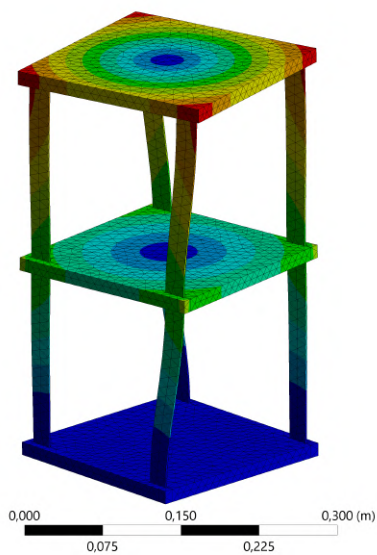
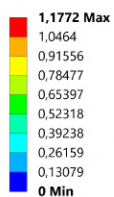
A: Modal
 Total Deformation 2
 Type: Total Deformation
 Frequency: 19.44 Hz
 Unit: m
 14/05/2023 20:01



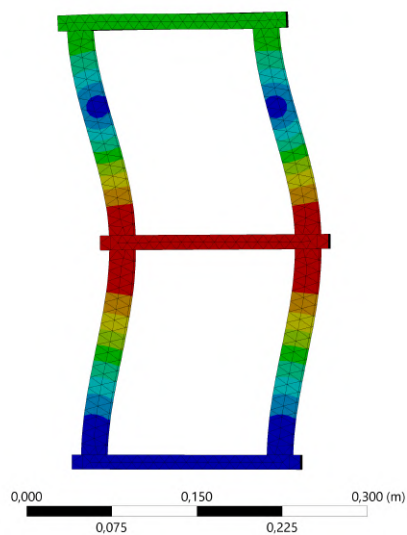
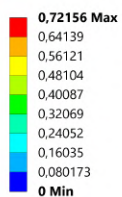
A: Modal
 Total Deformation 3
 Type: Total Deformation
 Frequency: 66.312 Hz
 Unit: m
 14/05/2023 20:02



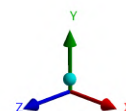
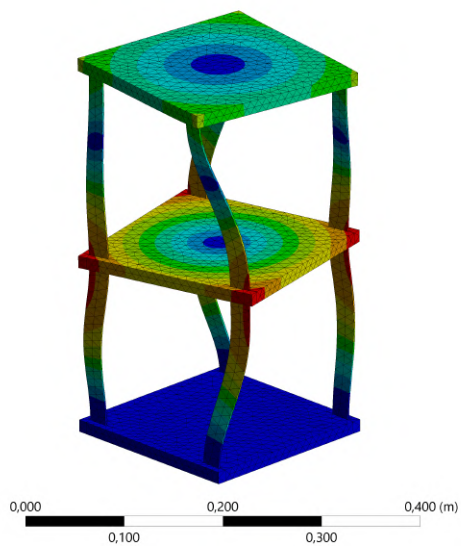
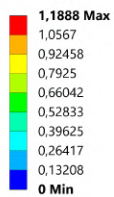
A: Modal
Total Deformation 4
Type: Total Deformation
Frequency: 74,684 Hz
Unit: m
14/05/2023 20:02



A: Modal
Total Deformation 5
Type: Total Deformation
Frequency: 190,02 Hz
Unit: m
14/05/2023 20:03



A: Modal
Total Deformation 6
Type: Total Deformation
Frequency: 211,33 Hz
Unit: m
14/05/2023 20:04

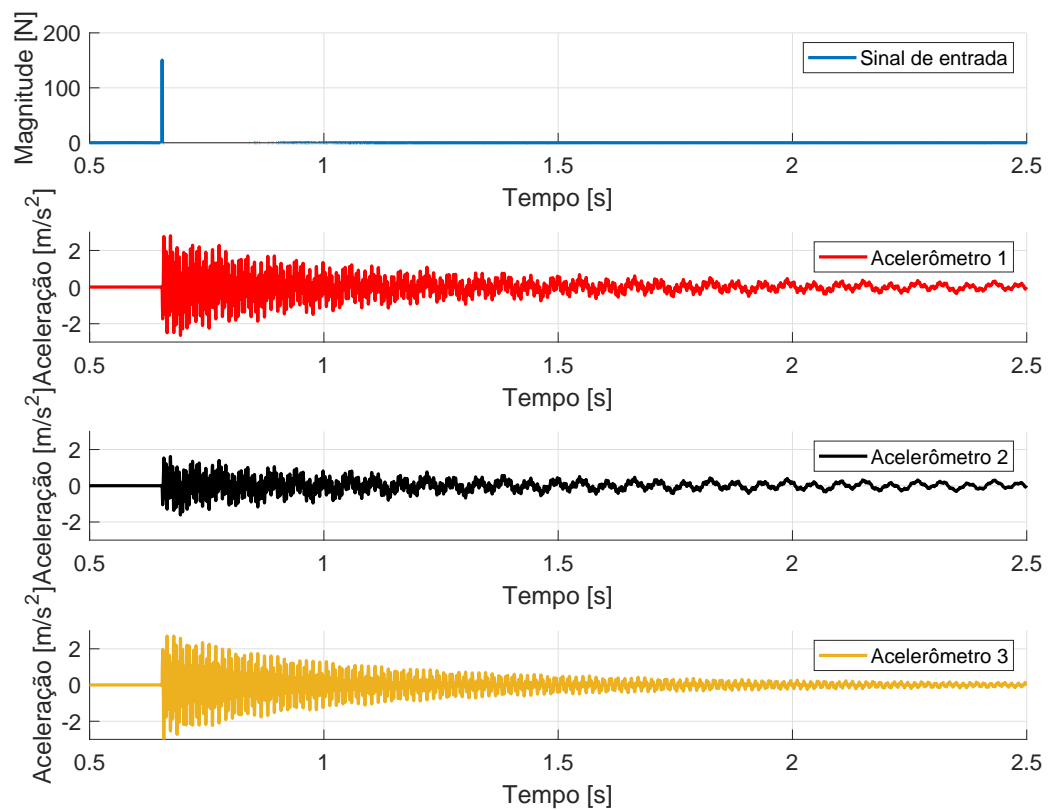


Fonte: Próprio autor (2023).

6 RESULTADOS

Com os dados processados, foram gerados alguns *plots* de interesse para entender o comportamento da estrutura durante o teste. Na Figura 21 é apresentada a entrada impulso realizada com o martelo em um dos testes acompanhado dos sinais de aceleração mensurados pelos PCB333B30 no domínio do tempo.

Figura 21 – Resposta temporal do impacto com o martelo e dos sensores.

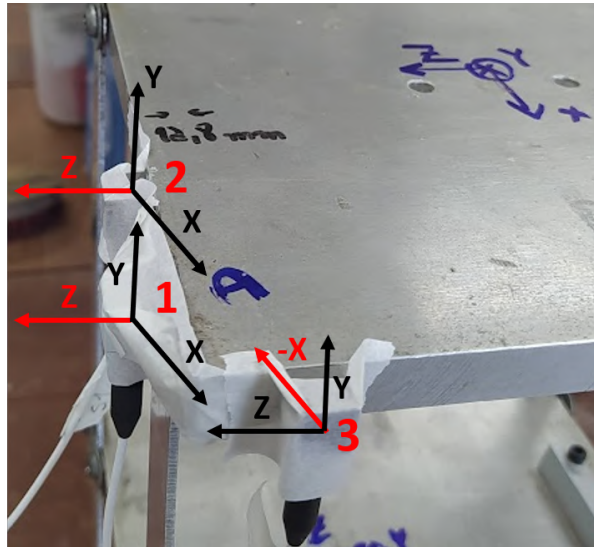


Fonte: Próprio autor (2023).

Percebe-se que o acelerômetro 2 está com a aceleração menor do que os dois. Ele está localizado no ponto A da estrutura, mesmo sentido (Z positivo) que o sensor de referência. Uma das causas pode ter sido a fixação que ficou frágil e elevou o amortecimento, acarretado pelo uso da fita, como pode ser visualizada na Figura 22, na qual as direções de medição estão em vermelho.

Posteriormente, foi realizado o processamento dos dados pelo método da *FDD* comentado anteriormente na Seção 3.5. A Figura 23 mostra o gráfico da *PSD* normalizada do acelerômetro de referência para cada configuração do teste. Já na Figura 24 é possível visualizar a *FRF* das 8 configurações realizadas. Vale ressaltar que os picos representam

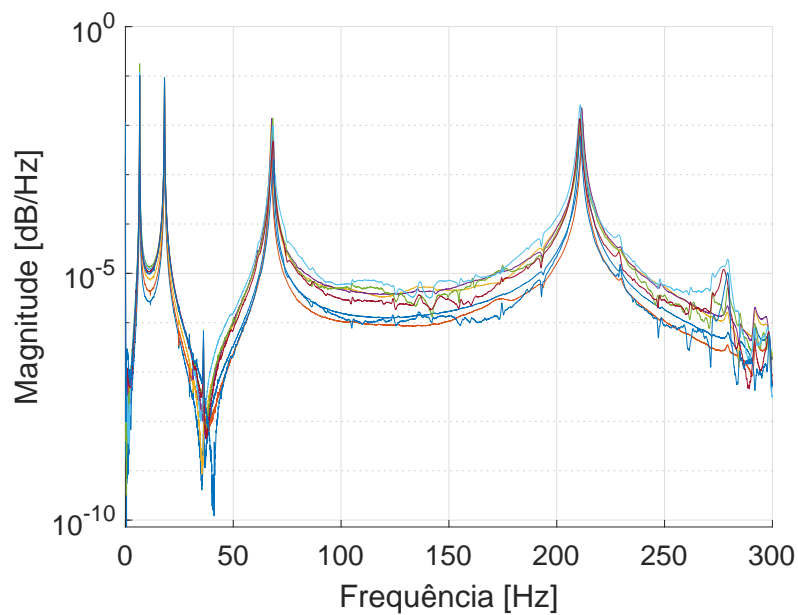
Figura 22 – Posição dos sensores no primeiro teste de impacto.



Fonte: Próprio autor (2023).

as frequências naturais da estrutura.

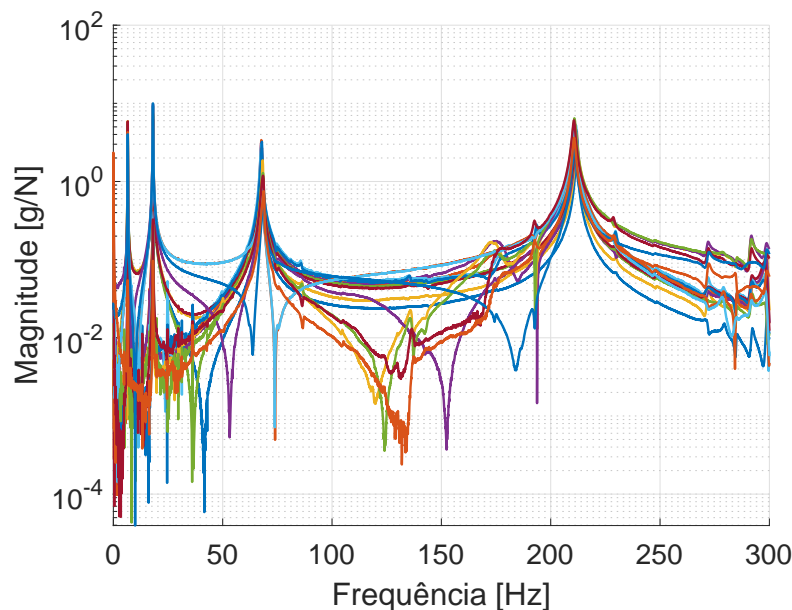
Figura 23 – PSD do acelerômetro de referência.



Fonte: Próprio autor (2023).

Criou-se a Tabela 4 com o intuito de comparar as frequências naturais obtidas pelo dois métodos. A comparação foi feita por meio do uso do erro relativo, a partir da Equação 12.

$$E_R = \frac{|x - \bar{x}|}{|x|} \times 100 \quad (12)$$

Figura 24 – FRF obtidas nos testes.

Fonte: Próprio autor (2023).

na qual x representa a frequência obtida pela FRF e \bar{x} a frequência do modelo FEA e do método FDD .

Tabela 4 – Comparação entre as frequências naturais obtidas pelo método FDD e pelo método FRF .

f_{FDD} [Hz]	f_{FRF} [Hz]	Erro [%]
6,60	6,57	0,46
18,12	18,17	0,27
68,77	67,65	1,66
210,73	211,85	0,53

Nota-se que os erros ficaram menores que 2 %, evidenciando que neste caso o uso dos métodos são aceitáveis. Além disso, realizou-se uma comparação entre as frequências obtidas pelos métodos da AMO com as do modelo FEA através da Tabela 5. Escolheu-se apenas as frequências correspondentes aos modos obtidos experimentalmente para facilitar essa análise. Mesmo assim, nota-se discrepâncias consideráveis das três primeiras frequências entre o modelo e as técnicas, visto que o primeiro, como já citado, foi criado apenas como uma aproximação grosseira do modelo experimental, permitindo que o modelo FEA se tornasse mais rígido como pode ser observado pelas primeiras frequências possuírem valores menores que as experimentais. Em seguida, partiu-se para construir os modos de vibração associados às frequências de cada método.

Como cada frequência possui um modo de vibração associado, delineou-se os modos de cada método para ter uma comparação. Na Figura 25 têm-se os primeiros modos da FDD e da FRF . Pode-se observar que os deslocamentos se deu no sentido Z para ambos

Tabela 5 – Erros percentuais das frequências obtidas pelos métodos via AMO com o modelo *FEA*.

f_{FEA} [Hz]	Erro $_{FEA vs FDD}$ [%]	Erro $_{FEA vs FRF}$ [%]
7,28	9,34	9,75
19,44	6,79	6,53
74,68	7,91	9,41
211,33	0,52	0,25

os modos, equivalente ao primeiro modo da simulação estrutural com o maior deslocamento da chapa superior. A Figura 26 já evidencia o segundo modo das duas técnicas. Assim como no primeiro, o segundo também condiz com o que foi encontrado no ANSYS em que o deslocamento ocorreu no sentido *Z* com a chapa intermediária tendo a maior variação.

Na Figura 27, por sua vez, é mostrado o terceiro modo em que diferente dos outros dois, esse é um modo de torção. Analisando esse modo no *FEA*, a frequência associada a ela é de 74,68 Hz, diferente da encontrada pelas técnicas que é por volta de 68 Hz. Uma explicação plausível para isso é a dificuldade de excitar adequadamente os modos de flexão, explicado com mais detalhes no Capítulo 7. Já o quarto modo pode ser visualizado na Figura 28. Esse modo, para as duas técnicas, também são diferentes da frequência associada na simulação, representando o sexto modo (211,33 Hz). A explicação segue o mesmo princípio, já que a quinta e sexta frequência estão bem próximas.

Com o intuito de comparar os modos de cada método, usou-se o critério de garantia modal (do inglês, *Modal Assurance Criterion*, *MAC*). É uma ferramenta matemática em que é realizado uma comparação entre dois vetores, através da Equação 13.

$$MAC(r,q) = \frac{\left| \{\phi_A\}_r^T \{\phi_X\}_q \right|^2}{\left| \left(\{\phi_A\}_r^T \{\phi_A\}_r \right) \left(\{\phi_X\}_q^T \{\phi_X\}_q \right) \right|} \quad (13)$$

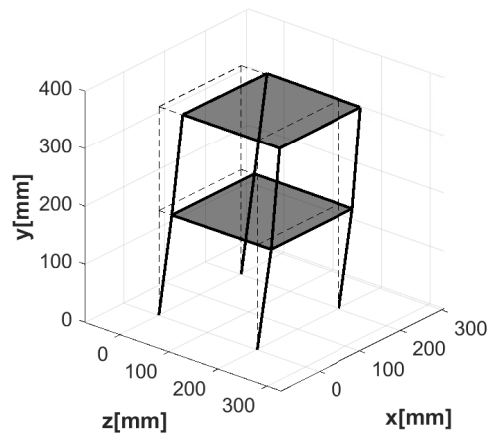
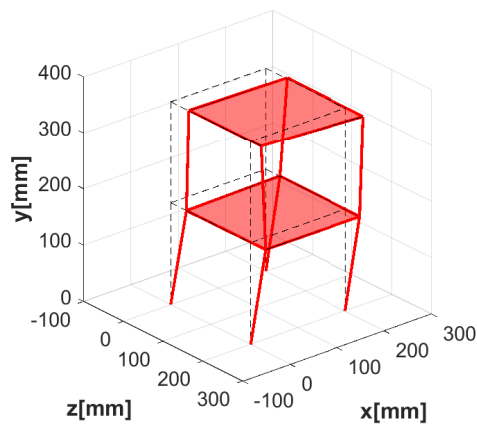
em que $\{\phi_A\}_r$ e $\{\phi_X\}_q$ são os autovetores representando as formas modais da *FRF* e da *FDD*, respectivamente. O *MAC* apresenta valores entre 0 e 1, quanto mais próximo do 1 maior é a correlação entre os vetores comparados, é um fator de confiabilidade adicional na validação entre os vetores modais (ALLEMANG, 2002).

A Tabela 6 mostra o *MAC* entre os 4 primeiros modos. Nota-se que os valores ficaram acima de 0,9, evidenciando que os dois métodos possuem a mesma eficácia para esse tipo de estrutura.

Tabela 6 – *MAC* dos quatro primeiros modos entre *FDD* e *FRF*.

	1° modo	2° modo	3° modo	4° modo
FRF vs. FDD	0,9357	0,9981	0,9305	0,9372

Além dessa análise, foi realizada uma comparação do *MAC* entre os métodos experimentais com o método de elementos finitos. Apesar de neste caso não fazer muito

Figura 25 – 1° Modo de Vibração da *FDD* e da *FRF*.(a) *FDD*(b) *FRF*

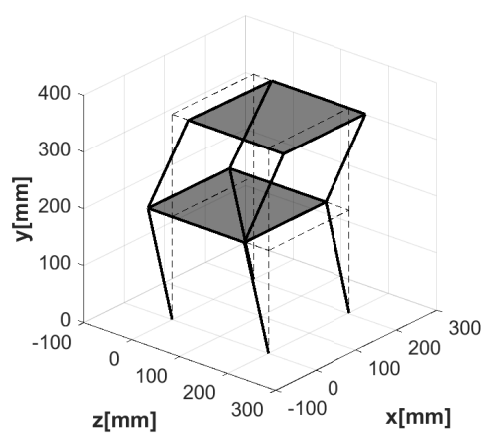
Fonte: Próprio autor (2023).

sentido esse confronto, visto que o modelo *FEA* serve apenas para o direcionamento dos experimentos.

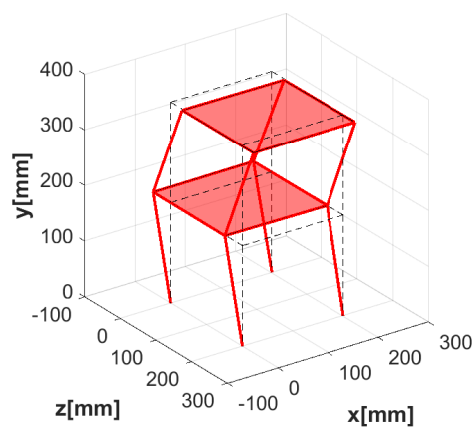
Tabela 7 – Comparação do MAC das formas modais obtidas entre os métodos experimentais com o método de elementos finitos.

	1° modo	2° modo	3° modo	4° modo
FEA vs. FDD	0,9959	0,9899	0,9581	0,9793
FEA vs. FRF	0,9372	0,9846	0,9276	0,9223

Figura 26 – 2º Modo de Vibração da *FDD* e da *FRF*.



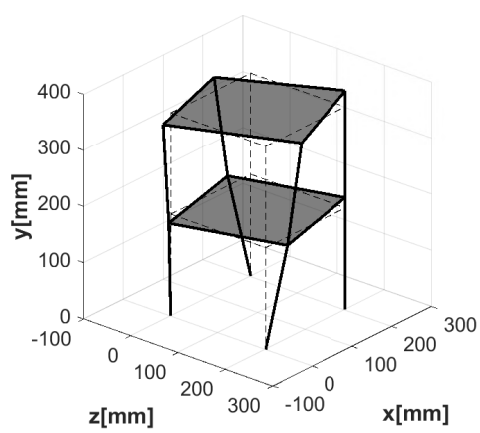
(a) *FDD*



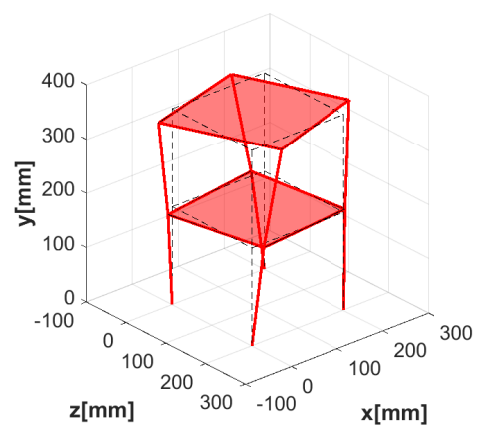
(b) *FRF*

Fonte: Próprio autor (2023).

Figura 27 – 3º Modo de Vibração da *FDD* e da *FRF*.



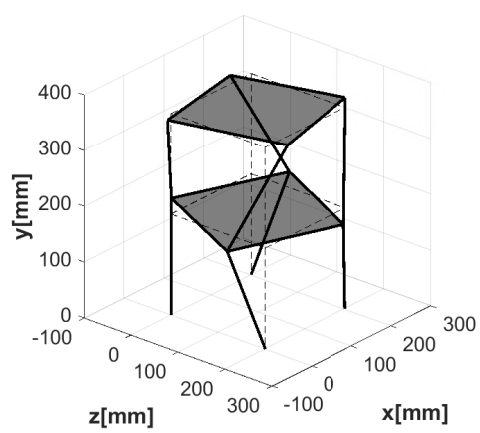
(a) *FDD*



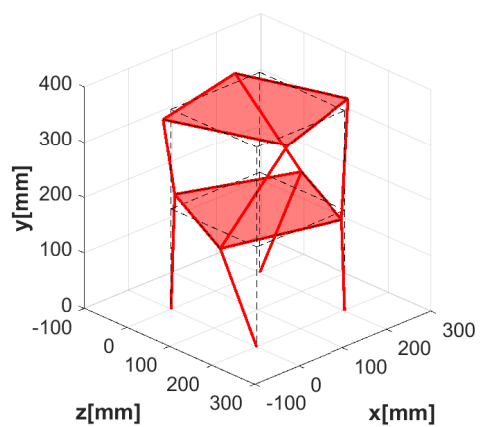
(b) *FRF*

Fonte: Próprio autor (2023).

Figura 28 – 4º Modo de Vibração da *FDD* e da *FRF*.



(a) *FDD*



(b) *FRF*

Fonte: Próprio autor (2023).

7 CONSIDERAÇÕES FINAIS E CONCLUSÃO

Este presente trabalho teve a proposta de realizar um ensaio vibracional em uma estrutura tipo *frame* em que simulava um prédio de dois andares. O objetivo foi comparar a técnica de decomposição no domínio da frequência, um método amplamente aplicado em análise modal operacional, com a técnica clássica de análise modal experimental: função de resposta em frequência.

Para os testes, foram usados 3 acelerômetros uniaxiais de modelo PCB33B30 e um martelo de impacto. Os acelerômetros foram posicionados próximas as quinas por meio da técnica *roving accelerometer*, na qual 1 ficou fixo em uma posição e direção enquanto os outros percorriam todos os pontos estabelecidos (8 quinas). Ao final, os dados dos sensores foram armazenados e passaram por um processamento com o auxílio do MATLAB.

Os resultados obtidos apontaram que as quatro primeiras frequências naturais entre os métodos *FDD* e *FRF* estão bem próximas com erros abaixo de 2%. Os modos de vibração, por sua vez, também possuem uma grande proximidade, corroborado pelo uso do *MAC*, ferramenta matemática para comparação entre os vetores modais. Os resultados desta técnica apontaram valores superiores a 0,9, evidenciando uma ótima correlação entre eles.

Contudo, há uma discrepância entre os modos encontrados pelas técnicas com os da análise de elementos finitos. Isso pode ter sido acarretado pela dificuldade em excitar adequadamente os modos de flexão na direção perpendicular usando o martelo de impacto: terceiro e quinto modo do modelo *FEA*, evidenciados na Tabela 3, que não foram encontrados nos testes experimentais. Para solucionar essa discrepância uma das soluções é ajustar a forma como o impacto é aplicado, buscando uma excitação mais eficiente dos modos.

Dessa forma, pode-se concluir que para estruturas com geometrias mais simples recomenda-se o uso do método AMO visto a sua facilidade de implementação da técnica e custos reduzidos na montagem do *setup* experimental. Vale a pena frisar que nos testes, deve-se atentar a excitar as frequências naturais, pois assim garante que os modos de vibração sejam bem representados. Para trabalhos futuros, considerar-se realizar esse mesmo teste com acelerômetros de baixo custo com o intuito de verificar a precisão desses sensores e garantir que *setups* experimentais mais baratos sejam possíveis. Além desse, novos experimentos com estruturas mais complexas para ser feita uma comparação e averiguar as limitações.

REFERÊNCIAS

- ABDULLAH, N.; FOUZI, M.; SANI, M. M. Computational modal analysis on finite element model of body-in-white structure and its correlation with experimental data. **International Journal of Automotive and Mechanical Engineering**, v. 17, n. 2, p. 7915–7926, 2020.
- ALLEMANG, R. J. The modal assurance criterion – twenty years of use and abuse. **20th International Modal Analysis Conference, Los Angeles, CA. February 2002**, p. 14–21, 2002.
- AVITABILE, P. Experimental modal analysis. **Sound and vibration**, v. 35, n. 1, p. 20–31, 2001.
- BRINCKER, R.; VENTURA, C. **Introduction to operational modal analysis**. [S.l.]: John Wiley & Sons, 2015.
- BRINCKER, R.; ZHANG, L.; ANDERSEN, P. Modal identification of output-only systems using frequency domain decomposition. **Smart Materials and Structures**, IOP Publishing, v. 10, n. 3, p. 441–445, jun 2001. Disponível em: <<https://doi.org/10.1088/0964-1726/10/3/303>>.
- DINEVA, P. et al. **Piezoelectric materials**. [S.l.]: Springer, 2014.
- ELAHI, A. R. et al. Automating the frequency domain decomposition technique using the modal assurance criterion. In: CIMELLARO, G. P. (Ed.). **Seismic Isolation, Energy Dissipation and Active Vibration Control of Structures**. Cham: Springer International Publishing, 2023. p. 1063–1073.
- FU, Z.-F.; HE, J. **Modal analysis**. [S.l.]: Elsevier, 2001.
- GREEN, D.; UNRUH, W. G. The failure of the tacoma bridge: A physical model. **American journal of physics**, American Association of Physics Teachers, v. 74, n. 8, p. 706–716, 2006.
- HÄUSLER, M. et al. Monitoring the preonzo rock slope instability using resonance mode analysis. **Journal of Geophysical Research: Earth Surface**, Wiley Online Library, v. 126, n. 4, p. e2020JF005709, 2021.
- KACIN, S.; YILMAZ, H. C.; CAGLAR, C. V. Determination to the period of a school building before and after its retrofitting using ambient vibration records. **Turkish Journal of Engineering**, v. 6, n. 2, p. 156–160, 2022.
- KOCAN, A comparative study on in-flight modal identification of an aircraft using time- and frequency-domain techniques. **Journal of Vibration and Control**, v. 26, p. 1920–1934, 02 2020.
- MELO, R. et al. Experimental evaluation of a low-cost vibration sensor for modal testing applications. In: COBEEM. **26th International Congress of Mechanical Engineering 2021**. [S.l.], 2021. p. 1–9.
- PECORELLI, M.; CERAVOLO, R.; EPICOCO, R. An automatic modal identification procedure for the permanent dynamic monitoring of the sanctuary of vicoforte. **International Journal of Architectural Heritage**, v. 14, 11 2018.

- RAO, S. S. **Vibration of continuous systems**. [S.l.]: John Wiley & Sons, 2019.
- SAWANE, M.; PRASAD, M. Mems piezoelectric sensor for self-powered devices: A review. **Materials Science in Semiconductor Processing**, v. 158, p. 107324, 2023. ISSN 1369-8001. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1369800123000173>>.
- SCHWARZ, B. J.; RICHARDSON, M. H. Experimental modal analysis. **CSI Reliability week**, Orlando FL, v. 35, n. 1, p. 1–12, 1999.
- SILVA, C. W. de. **Vibration: Fundamentals and Practice**. Boca Raton: CRC Press, 2000. 957 p.
- VIAN, D.; BRUNEAU, M. Testing of specially steel plate shear walls. 2006.
- VOLKMAR, R. et al. Experimental and operational modal analysis: Automated system identification for safety-critical applications. **Mechanical Systems and Signal Processing**, v. 183, p. 109658, 2023. ISSN 0888-3270. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0888327022007397>>.

Apêndices

APÊNDICE A – Rotina principal

```

1 clear;
2 clc;
3 close all;
4
5 %Processamento dos dados do PCB
6
7 % Parametros de Entrada
8
9 fs = 6400; %frequencia de amostragem em Hz
10 blocksize = fs*40; % Tamanho do bloco
11 nwin = boxcar(blocksize); %janela
12 noverlap = 0;
13 threshold = 0.06; % Limiar para encontrar inicio das respostas
14 nblocks = 1; % Quantidade de impulsos realizados no teste.
15 nsens = 3; %numero de sensores
16 nSvalues = 1;
17 ninterp = 5;%interpolacao
18 nrepet = 5; %qtd de cada repeticao da configuracao
19
20 LB = [6.5 18 67 210];
21 UB = [6.7 18.3 69 213];
22
23 Nmodes = length(LB); %numero de modos
24 thresh = 0.1;
25 nLB = floor(LB*blocksize/fs);
26 nUB = ceil(UB*blocksize/fs);
27
28 files_pcb = {'test_001'; 'test_002'; 'test_003'; 'test_004'; '
           test_005';
29             'test_006'; 'test_007'; 'test_008'; 'test_009'; '
           test_010';
30             'test_011'; 'test_012'; 'test_013'; 'test_014'; '
           test_015';
31             'test_016'; 'test_017'; 'test_018'; 'test_019'; '
           test_020';
32             'test_021'; 'test_022'; 'test_023'; 'test_024'; '

```

```
        test_025 ' ;
33         'test_026 ' ; 'test_027 ' ; 'test_028 ' ; 'test_029 ' ; '
            test_030 ' ;
34         'test_031 ' ; 'test_032 ' ; 'test_033 ' ; 'test_034 ' ; '
            test_035 ' ;
35         'test_036 ' ; 'test_037 ' ; 'test_038 ' ; 'test_039 ' ; '
            test_040 ' ; } ;

36
37 m_ini_pcb = zeros(length(files_pcb),nblocks);
38
39 %encontrar o inicio dos picos de cada teste
40 for k = 1:length(files_pcb)
41     a = load(files_pcb{k});
42     acc1 = a.file.Segment1.data(:,3);
43     acc1 = acc1-acc1(end);
44     m_ini_pcb(k,:) = impulstartfinder(acc1,threshold,blocksize
        ,nblocks);
45 end
46
47 %juntando as aceleracoes de cada teste. As colunas sao os 3
        acelerometros
48 %dispostos na viga por meio do roving accelerometer.
49
50 Apcb = zeros(blocksize*size(m_ini_pcb,2),2*length(files_pcb)/2);
51 aux = 1;
52 for k = 1:5:length(files_pcb)
53
54     %Abrindo para as 5 repeticoes para cada configuracao
55     load(files_pcb{k});
56     a = load(files_pcb{k});
57     acc1 = a.file.Segment1.data(:,3); %acelerometro 1
58     acc2 = a.file.Segment1.data(:,4); %acelerometro 2
59     acc3 = a.file.Segment1.data(:,5); %acelerometro 3
60
61     load(files_pcb{k+1});
62     a1 = load(files_pcb{k+1});
63     acc1_1 = a1.file.Segment1.data(:,3); %acelerometro 1
64     acc2_1 = a1.file.Segment1.data(:,4); %acelerometro 2
65     acc3_1 = a1.file.Segment1.data(:,5); %acelerometro 3
```

```

66
67     load(files_pcb{k+2});
68     a2 = load(files_pcb{k+2});
69     acc1_2 = a2.file.Segment1.data(:,3); %acelerometro 1
70     acc2_2= a2.file.Segment1.data(:,4); %acelerometro 2
71     acc3_2= a2.file.Segment1.data(:,5); %acelerometro 3
72
73     load(files_pcb{k+3});
74     a3 = load(files_pcb{k+3});
75     acc1_3 = a3.file.Segment1.data(:,3); %acelerometro 1
76     acc2_3= a3.file.Segment1.data(:,4); %acelerometro 2
77     acc3_3= a3.file.Segment1.data(:,5); %acelerometro 3
78
79     load(files_pcb{k+4});
80     a4 = load(files_pcb{k+4});
81     acc1_4 = a4.file.Segment1.data(:,3); %acelerometro 1
82     acc2_4= a4.file.Segment1.data(:,4); %acelerometro 2
83     acc3_4= a4.file.Segment1.data(:,5); %acelerometro 3
84
85
86     for n = 1:size(m_ini_pcb,2)
87         inipcb = m_ini_pcb(k,n);
88         fimpcb = m_ini_pcb(k,n)+blocksize-1;
89
90         seg_acc1 = acc1(inipcb:fimpcb)-acc1(fimpcb);
91         seg_acc2 = acc2(inipcb:fimpcb)-acc2(fimpcb);
92         seg_acc3 = acc3(inipcb:fimpcb)-acc3(fimpcb);
93
94         fimvpcb = n*blocksize;
95         inivpcb = fimvpcb-blocksize+1;
96
97         Apcb(inivpcb:fimvpcb,aux*3-2) = seg_acc1;
98         Apcb(inivpcb:fimvpcb,aux*3-1) = seg_acc2;
99         Apcb(inivpcb:fimvpcb,aux*3) = seg_acc3;
100     end
101
102     for n = 1:size(m_ini_pcb,2)
103         inipcb = m_ini_pcb(k+1,n);
104         fimpcb = m_ini_pcb(k+1,n)+blocksize-1;

```

```

105
106     seg_acc1 = acc1_1(inipcb:fimpcb)-acc1_1(fimpcb);
107     seg_acc2 = acc2_1(inipcb:fimpcb)-acc2_1(fimpcb);
108     seg_acc3 = acc3_1(inipcb:fimpcb)-acc3_1(fimpcb);
109
110     fimvpcb = blocksize*size(m_ini_pcb,2)+n*blocksize;
111     inivpcb = fimvpcb-blocksize+1;
112
113     Apcb(inivpcb:fimvpcb,aux*3-2) = seg_acc1;
114     Apcb(inivpcb:fimvpcb,aux*3-1) = seg_acc2;
115     Apcb(inivpcb:fimvpcb,aux*3) = seg_acc3;
116 end
117
118 for n = 1:size(m_ini_pcb,2)
119     inipcb = m_ini_pcb(k+2,n);
120     fimpcb = m_ini_pcb(k+2,n)+blocksize-1;
121
122     seg_acc1 = acc1_2(inipcb:fimpcb)-acc1_2(fimpcb);
123     seg_acc2 = acc2_2(inipcb:fimpcb)-acc2_2(fimpcb);
124     seg_acc3 = acc3_2(inipcb:fimpcb)-acc3_2(fimpcb);
125
126     fimvpcb = blocksize*size(m_ini_pcb,2)+n*blocksize;
127     inivpcb = fimvpcb-blocksize+1;
128
129     Apcb(inivpcb:fimvpcb,aux*3-2) = seg_acc1;
130     Apcb(inivpcb:fimvpcb,aux*3-1) = seg_acc2;
131     Apcb(inivpcb:fimvpcb,aux*3) = seg_acc3;
132 end
133
134 for n = 1:size(m_ini_pcb,2)
135     inipcb = m_ini_pcb(k+3,n);
136     fimpcb = m_ini_pcb(k+3,n)+blocksize-1;
137
138     seg_acc1 = acc1_3(inipcb:fimpcb)-acc1_3(fimpcb);
139     seg_acc2 = acc2_3(inipcb:fimpcb)-acc2_3(fimpcb);
140     seg_acc3 = acc3_3(inipcb:fimpcb)-acc3_3(fimpcb);
141
142     fimvpcb = blocksize*size(m_ini_pcb,2)+n*blocksize;
143     inivpcb = fimvpcb-blocksize+1;

```



```

144
145     Apcb(inivpcb:fimvpcb,aux*3-2) = seg_acc1;
146     Apcb(inivpcb:fimvpcb,aux*3-1) = seg_acc2;
147     Apcb(inivpcb:fimvpcb,aux*3) = seg_acc3;
148     end
149
150     for n = 1:size(m_ini_pcb,2)
151         inipcb = m_ini_pcb(k+4,n);
152         fimpcb = m_ini_pcb(k+4,n)+blocksize-1;
153
154         seg_acc1 = acc1_4(inipcb:fimpcb)-acc1_4(fimpcb);
155         seg_acc2 = acc2_4(inipcb:fimpcb)-acc2_4(fimpcb);
156         seg_acc3 = acc3_4(inipcb:fimpcb)-acc3_4(fimpcb);
157
158         fimvpcb = blocksize*size(m_ini_pcb,2)+n*blocksize;
159         inivpcb = fimvpcb-blocksize+1;
160
161         Apcb(inivpcb:fimvpcb,aux*3-2) = seg_acc1;
162         Apcb(inivpcb:fimvpcb,aux*3-1) = seg_acc2;
163         Apcb(inivpcb:fimvpcb,aux*3) = seg_acc3;
164     end
165
166     aux = aux+1;
167 end
168
169 Apcb = Apcb(:,1:24);
170
171 %Aplicacao da FDD
172
173 m_fn_pcb = zeros(length(files_pcb)/nrepet,Nmodes);
174 m_zeta_pcb = zeros(length(files_pcb)/nrepet,Nmodes);
175 m_phiraw_pcb = zeros(length(files_pcb)/nrepet,nsens,Nmodes);
176
177 aux = 1;
178 for k = 1:3:size(Apcb,2)
179     Az_pcb = [Apcb(:,k) Apcb(:,k+1) Apcb(:,k+2)];
180
181     t = (0:(length(Az_pcb)-1))/fs;
182

```

```

183     % FDD
184     [m3D_Gxy_pcb, freq_pcb] = m_cpsd_FDD(Az_pcb, t, Nmodes, nwin,
        noverlap, blocksize);
185
186     figure(1);
187     semilogy(freq_pcb, squeeze(m3D_Gxy_pcb(1,1,:))); hold on; box
        off; grid on;
188     figure(2);
189     semilogy(freq_pcb, squeeze(m3D_Gxy_pcb(2,2,:))); hold on; box
        off; grid on;
190     figure(3);
191     semilogy(freq_pcb, squeeze(m3D_Gxy_pcb(3,3,:))); hold on; box
        off; grid on;
192
193     [U,S,V,intfreq] = get_svd(m3D_Gxy_pcb, freq_pcb, nSvalues,
        ninterp);
194     [v_fn_pcb, phi_pcb] = semiauto_modalparam(U,S,intfreq, LB, UB,
        nsens);
195
196     m_fn_pcb(aux,:) = v_fn_pcb;
197     for n = 1:Nmodes
198         m_phiraw_pcb(aux,:,n) = phi_pcb(n,:)/phi_pcb(n,1);
199         %m_phiraw(aux,:,n) = phi(n,:);
200     end
201     aux = aux+1;
202 end
203
204 absol = abs(m_phiraw_pcb);
205 for n = 1:Nmodes
206     m_phiraw_pcb(:,2:3,n) = m_phiraw_pcb(:,2:3,n)/...
207         max(absol(:,2:3,n), [], 'all');
208 end
209
210 figure(1);
211 xlabel('Frequencia [Hz]'); ylabel('Magnitude [dB/Hz]');
212 xlim([0 300]); grid on;
213 set(gca, 'FontSize', 14);
214 figure(2);
215 xlim([0 300]); grid on;

```

```
216 xlabel( 'Frequencia [Hz] '); ylabel( 'Magnitude [dB/Hz] ');
217 set( gca, 'FontSize', 14);
218 figure(3);
219 xlim([0 300]); grid on;
220 xlabel( 'Frequencia [Hz] '); ylabel( 'Magnitude [dB/Hz] ');
221 set( gca, 'FontSize', 14);
222
223 %Modos de Vibricao FDD
224
225
226 pos = [0;0;361.2; %A
227        0;201;361.2; %B
228        201;0;361.2; %C
229        201;201;361.2; %D
230        0;0;180.6; %E
231        0;201;180.6; %F
232        201;0;180.6; %G
233        201;201;180.6; %H
234        0;0;0; %I
235        0;201;0; %J
236        201;0;0 %K
237        201;201;0]; %L
238
239 phiFDD = zeros( length(pos), Nmodes );
240 for j = 1:Nmodes
241     for i = 1:size(m_phiraw_pcb,1)
242         phiFDD(3*i-2,j)= m_phiraw_pcb(i,2,j);
243         phiFDD(3*i-1,j)= m_phiraw_pcb(i,3,j);
244     end
245 end
246
247 m_modeFDD = zeros(16,4);
248 for j = 1:Nmodes
249     for i = 1:size(m_phiraw_pcb,1)
250         m_modeFDD(2*i-1,j)= m_phiraw_pcb(i,2,j);
251         m_modeFDD(2*i,j)= m_phiraw_pcb(i,3,j);
252     end
253 end
254
```

```

255 lin = size(phiFDD,1);
256 m = [zeros(24,1);pos(25:36)];
257 modcoord = repmat(m,1,Nmodes);
258
259 for i=1:Nmodes
260     for j=1:24
261         modcoord(j,i) = 50*phiFDD(j,i) + pos(j);
262     end
263 end
264 frame(pos,modcoord,Nmodes,m_fn_pcb(1,:));
265
266 %FRF
267
268 Aout = zeros(blocksize*5,16);
269 Ain = zeros(blocksize*5,16);
270 ind = 1;
271 for n = 1:5:40
272     f = [];
273     s0 = [];
274     s1 = [];
275     s2 = [];
276     for k = 0:4
277         if (n+k)<10
278             dados = importdata(['test_00',num2str(n+k),'.lvm'],'\t',24);
279             dados = dados.data;
280         else
281             dados = importdata(['test_0',num2str(n+k),'.lvm'],'\t',24);
282             dados = dados.data;
283         end
284         [ini] = impulstartfinder(dados(:,2),thresh,blocksize,
285                                 nblocks);
286         f = [f;dados(ini:(ini+blocksize-1),2)];
287         s0 = [s0;dados(ini:(ini+blocksize-1),3)];
288         s1 = [s1;dados(ini:(ini+blocksize-1),4)];
289         s2 = [s2;dados(ini:(ini+blocksize-1),5)];
290     end
291     Aout(:,ind) = s1;

```

```

291     Aout(:, ind+1) = s2;
292     Ain(:, ind) = f;
293     Ain(:, ind+1) = f;
294     ind = ind+2;
295 end
296
297 H = zeros(blocksize/2+1, size(Ain, 2));
298 C = H;
299 m_peaks = zeros(4, 16);
300 m_fn = zeros(4, 16);
301 m_mode = zeros(4, 16);
302
303 for n = 1:size(Ain, 2)
304     [H(:, n), freq] = tfestimate(Ain(:, n), Aout(:, n), boxcar(
305         blocksize), 0, blocksize, fs);
306     [C(:, n), ~] = mscohere(Ain(:, n), Aout(:, n), boxcar(blocksize)
307         , 0, blocksize, fs);
308
309     for k = 1:4
310         [~, peakpos] = max(H(nLB(k):nUB(k), n));
311         peakpos = nLB(k)+peakpos-1;
312         m_peaks(k, n) = peakpos;
313         m_fn(k, n) = freq(peakpos);
314         m_mode(k, n) = imag(H(peakpos, n));
315     end
316     figure(8);
317     semilogy(freq, abs(H(:, n)), 'linewidth', 1.2); hold on;
318
319     figure(9);
320     plot(freq, (C(:, n)), 'linewidth', 1.2); hold on;
321 end
322
323 figure(8);
324 xlabel('Frequencia [Hz]'); ylabel('Magnitude [g/N]'); xlim([0
325     300]);
326 set(gca, 'fontsize', 14); grid on; box off;
327
328 figure(9);
329 xlabel('Frequencia [Hz]'); ylabel('Coherence [ ]'); xlim([0 300]);

```

```

327 set(gca,'fontsize',14);grid on;box off;
328
329 m_mode3d = zeros(8,3,4);
330 for n = 1:4
331     m_mode(n,:) = m_mode(n,+)/max(abs(m_mode(n,:)));
332     m_mode3d(:,2,n) = m_mode(n,1:2:end);
333     m_mode3d(:,3,n) = m_mode(n,2:2:end);
334 end
335 m_mode3d(:,1,:) = 1;
336
337 phiFRF = zeros(length(pos),Nmodes);
338
339 for j = 1:Nmodes
340     for i = 1:size(m_phiraw_pcb,1)
341         phiFRF(3*i-2,j)= m_mode3d(i,2,j);
342         phiFRF(3*i-1,j)= m_mode3d(i,3,j);
343     end
344 end
345
346 phiFRF(:,2:3) = -phiFRF(:,2:3);
347
348 lin = size(phiFRF,1);
349 m = [zeros(24,1);pos(25:36)];
350 modcoordFRF = repmat(m,1,Nmodes);
351
352 for i=1:Nmodes
353     for j=1:24
354         modcoordFRF(j,i) = 50*phiFRF(j,i) + pos(j);
355     end
356 end
357
358 frameFRF(pos,modcoordFRF,Nmodes,m_fn(:,1));
359
360 %Calculo MAC
361
362
363 % O MAC funciona se o vetor dos modos forem colunas. Por isso e
364 % necessario, transpor as matrizes.
365

```

```
366 m_mode = m_mode';
367
368 MAC = zeros(Nmodes,1);
369 for i=1:Nmodes
370     MAC(i,1) = (abs(m_modeFDD(:,i) '* m_mode(:,i))) ^ 2 / ...
371         ((m_modeFDD(:,i) '* m_modeFDD(:,i)) * (m_mode(:,i) '* m_mode
           (:,i)));
372 end
```

APÊNDICE B – Rotina para a visualização dos modos de vibração

```

1 function [coord] = frame(pos, modcoord, Nmodes, freq)
2
3 scale = 400;
4     for i=1:Nmodes
5         figure
6         hold on; grid on;
7
8
9         plot3([pos(1) pos(13)], [pos(2) pos(14)], [pos(3) pos
            (15)], 'k—');           % Barra AE
10        plot3([pos(13) pos(25)], [pos(14) pos(26)], [pos(15) pos
            (27)], 'k—');           % Barra EI
11        plot3([pos(4) pos(16)], [pos(5) pos(17)], [pos(6) pos
            (18)], 'k—');           % Barra BF
12        plot3([pos(16) pos(28)], [pos(17) pos(29)], [pos(18) pos
            (30)], 'k—');           % Barra FJ
13        plot3([pos(1) pos(4)], [pos(2) pos(5)], [pos(3) pos(6)],
            'k—');           % Barra AB
14        plot3([pos(13) pos(16)], [pos(14) pos(17)], [pos(15) pos
            (18)], 'k—');           % Barra EF
15
16        plot3([pos(7) pos(19)], [pos(8) pos(20)], [pos(9) pos
            (21)], 'k—');           % Barra CG
17        plot3([pos(19) pos(31)], [pos(20) pos(32)], [pos(21) pos
            (33)], 'k—');           % Barra GK
18        plot3([pos(10) pos(22)], [pos(11) pos(23)], [pos(12) pos
            (24)], 'k—');           % Barra DH
19        plot3([pos(22) pos(34)], [pos(23) pos(35)], [pos(24) pos
            (36)], 'k—');           % Barra HL
20        plot3([pos(7) pos(10)], [pos(8) pos(11)], [pos(9) pos
            (12)], 'k—');           % Barra CD
21        plot3([pos(19) pos(22)], [pos(20) pos(23)], [pos(21) pos
            (24)], 'k—');           % Barra GH
22
23        plot3([pos(1) pos(7)], [pos(2) pos(8)], [pos(3) pos(9)],
            'k—');           % Barra AC

```



```

24     plot3([pos(4) pos(10)], [pos(5) pos(11)], [pos(6) pos
        (12)], 'k—');           % Barra BD
25     plot3([pos(13) pos(19)], [pos(14) pos(20)], [pos(15) pos
        (21)], 'k—');           % Barra EG
26     plot3([pos(16) pos(22)], [pos(17) pos(23)], [pos(18) pos
        (24)], 'k—');           % Barra FH
27
28     retaEF =[modcoord(13,i) modcoord(14,i) modcoord(15,i);
29             modcoord(16,i) modcoord(17,i) modcoord(18,i)
        ];
30     retaFH =[modcoord(16,i) modcoord(17,i) modcoord(18,i);
31             modcoord(22,i) modcoord(23,i) modcoord(24,i)
        ];
32     retaHG =[modcoord(22,i) modcoord(23,i) modcoord(24,i);
33             modcoord(19,i) modcoord(20,i) modcoord(21,i)
        ];
34     retaGE =[modcoord(19,i) modcoord(20,i) modcoord(21,i);
35             modcoord(13,i) modcoord(14,i) modcoord(15,i)
        ];
36
37     retaAB =[modcoord(1,i) modcoord(2,i) modcoord(3,i);
38             modcoord(4,i) modcoord(5,i) modcoord(6,i)];
39     retaBD =[modcoord(4,i) modcoord(5,i) modcoord(6,i);
40             modcoord(10,i) modcoord(11,i) modcoord(12,i)
        ];
41     retaDC =[modcoord(10,i) modcoord(11,i) modcoord(12,i);
42             modcoord(7,i) modcoord(8,i) modcoord(9,i)];
43     retaCA =[modcoord(7,i) modcoord(8,i) modcoord(9,i);
44             modcoord(1,i) modcoord(2,i) modcoord(3,i)];
45
46     andar1 = [retaAB; retaBD; retaDC; retaCA];
47     andar2 = [retaEF; retaFH; retaHG; retaGE];
48
49     plot3([modcoord(1,i) modcoord(13,i)], [modcoord(2,i)
        modcoord(14,i)], [modcoord(3,i) modcoord(15,i)], 'k',
        'Linewidth', 2);       % Barra AE
50     plot3([modcoord(13,i) modcoord(25,i)], [modcoord(14,i)
        modcoord(26,i)], [modcoord(15,i) modcoord(27,i)], 'k',
        'Linewidth', 2);       % Barra EI

```

```
51 plot3([modcoord(4,i) modcoord(16,i)], [modcoord(5,i)
      modcoord(17,i)], [modcoord(6,i) modcoord(18,i)], 'k',
      'Linewidth',2); % Barra BF
52 plot3([modcoord(16,i) modcoord(28,i)], [modcoord(17,i)
      modcoord(29,i)], [modcoord(18,i) modcoord(30,i)], 'k'
      , 'Linewidth',2); % Barra FJ
53 plot3([modcoord(1,i) modcoord(4,i)], [modcoord(2,i)
      modcoord(5,i)], [modcoord(3,i) modcoord(6,i)], 'k', '
      Linewidth',2); % Barra AB ok
54 plot3([modcoord(13,i) modcoord(16,i)], [modcoord(14,i)
      modcoord(17,i)], [modcoord(15,i) modcoord(18,i)], 'k'
      , 'Linewidth',2); % Barra EF ok
55
56 plot3([modcoord(7,i) modcoord(19,i)], [modcoord(8,i)
      modcoord(20,i)], [modcoord(9,i) modcoord(21,i)], 'k',
      'Linewidth',2); % Barra CG
57 plot3([modcoord(19,i) modcoord(31,i)], [modcoord(20,i)
      modcoord(32,i)], [modcoord(21,i) modcoord(33,i)], 'k'
      , 'Linewidth',2); % Barra GK
58 plot3([modcoord(10,i) modcoord(22,i)], [modcoord(11,i)
      modcoord(23,i)], [modcoord(12,i) modcoord(24,i)], 'k'
      , 'Linewidth',2); % Barra DH
59 plot3([modcoord(22,i) modcoord(34,i)], [modcoord(23,i)
      modcoord(35,i)], [modcoord(24,i) modcoord(36,i)], 'k'
      , 'Linewidth',2); % Barra HL
60 plot3([modcoord(7,i) modcoord(10,i)], [modcoord(8,i)
      modcoord(11,i)], [modcoord(9,i) modcoord(12,i)], 'k',
      'Linewidth',2); % Barra CD ok
61 plot3([modcoord(19,i) modcoord(22,i)], [modcoord(20,i)
      modcoord(23,i)], [modcoord(21,i) modcoord(24,i)], 'k'
      , 'Linewidth',2); % Barra GH ok
62
63 plot3([modcoord(1,i) modcoord(7,i)], [modcoord(2,i)
      modcoord(8,i)], [modcoord(3,i) modcoord(9,i)], 'k', '
      Linewidth',2); % Barra AC ok
64 plot3([modcoord(4,i) modcoord(10,i)], [modcoord(5,i)
      modcoord(11,i)], [modcoord(6,i) modcoord(12,i)], 'k',
      'Linewidth',2); % Barra BD ok
65 plot3([modcoord(13,i) modcoord(19,i)], [modcoord(14,i)
```

```
        modcoord(20,i)], [modcoord(15,i) modcoord(21,i)], 'k'
        , 'Linewidth', 2); % Barra EG ok
66 plot3([modcoord(16,i) modcoord(22,i)], [modcoord(17,i)
        modcoord(23,i)], [modcoord(18,i) modcoord(24,i)], 'k'
        , 'Linewidth', 2); % Barra FH ok
67
68 p = fill3(andar1(:,1), andar1(:,2), andar1(:,3), 'k'); p
        (1).FaceAlpha = 0.5;
69 p1 = fill3(andar2(:,1), andar2(:,2), andar2(:,3), 'k'); p1
        (1).FaceAlpha = 0.5;
70 xlabel('z [mm]', 'fontweight', 'bold'); ylabel('x [mm]', '
        fontweight', 'bold'); zlabel('y [mm]', 'fontweight', 'bold
        ');
71 xlim([-100 300]); ylim([-100 300]); grid on; axis square;
72 set(gca, 'FontSize', 14);
73
74
75     end
76
77 end
```

APÊNDICE C – Rotinas para o cálculo da FDD

```

1 function [m3D_Gxy, freq] = m_cpsd_FDD(A, t, nmodes, nwin, noverlap,
    nfft)
2 % Sampling frequency
3 fs = 1/median(diff(t));
4
5 % The A matrix should have the samples through the lines
6 if size(A,1)<size(A,2)
7     A = A';
8 end
9
10 % Number of sensors or points that are measured
11 nsens = size(A,2);
12
13 % Number of time samples
14 nsamp = size(A,1);
15
16
17 if rem(nfft,2),
18     m3D_Gxy = zeros(nsens, nsens, round(nfft/2));
19 else
20     m3D_Gxy = zeros(nsens, nsens, round(nfft/2+1));
21 end
22
23 for n1=1:nsens,
24     for n2=1:nsens,
25         [m3D_Gxy(n1, n2, :), freq] = cpsd(A(:, n1), A(:, n2), nwin,
            noverlap, nfft, fs);
26
27     end
28 end
29
30 end

```

```
1 function [U,S,V,newfreq] = get_svd(m3D_Gxy,freq,nSvalues,ninterp)
2
3 % Number of sensors or points that are measured
4 nsens = size(m3D_Gxy,1);
5
6 S = zeros(nsens,size(m3D_Gxy,3));
7 for n1=1:size(m3D_Gxy,3)
8     [U(:,:,n1),diagMat,V(:,:,n1)] = svd(squeeze(m3D_Gxy(:,:,n1))
9         );
10    S(:,n1) = diag(diagMat);
11 end
12 % Consider only the first nSvalues
13 if nSvalues == 1
14     S = S(1,:);
15 else
16     S = sum(S(1:nSvalues,:));
17 end
18
19 newfreq = linspace(freq(1),freq(end),ninterp*numel(freq));
20 z = linspace(0,1,nsens); % normalized span
21 S = interp1(freq,S,newfreq,'pchip');
22 S = S./max(S); % normalized power spectral density
23 U = interp2(z,freq',squeeze(U(:,1,:))',z,newfreq)';
24
25 end
```

```
1 function [v_fn , m_phi] = semiauto_modalparam(U,S, freq ,LB,UB, nsens)
2
3 % Number of modes
4 nmodes = length(LB);
5
6 % Peak detection
7 i_peaks = peak_select(S, freq ,LB,UB);
8
9 % Initiate data structures
10 v_fn = freq(i_peaks);
11 m_phi = zeros(nsens ,nmodes);
12 % real(newU(:,indMax(ii)))
13 for n = 1:nmodes
14     m_phi(:,n) = real(U(:,i_peaks(n)));
15 end
16
17 m_phi = m_phi';
18
19 end
```

```
1 function [S,newfreq] = get_singvalues(m3D_Gxy,freq,nSvalues ,
    ninterp)
2
3 % Number of sensors or points that are measured
4 nsens = size(m3D_Gxy,1);
5
6 S = zeros(nsens , size(m3D_Gxy,3) );
7 for n1=1:size(m3D_Gxy,3)
8     [~,diagMat,~] = svd(squeeze(m3D_Gxy(:, :, n1)));
9     S(:,n1) = diag(diagMat);
10 end
11
12 % Consider only the first nSvalues
13 if nSvalues == 1
14     S = S(1, :);
15 else
16     S = sum(S(1:nSvalues, :));
17 end
18
19 newfreq = linspace(freq(1),freq(end),ninterp*numel(freq));
20 S = interp1(freq,S,newfreq,'pchip');
21 S = S./max(S); % normalized power spectral density
22
23 end
```

```
1 function [v_pos] = impulsestartfinder(sig, threshold, blocksize,
    nblocks)
2
3 sig = abs(diff(sig));
4
5 v_pos = zeros(nblocks,1);
6
7 n = 1;
8 nb = 1;
9 Nsig = length(sig);
10
11 while n<=Nsig && nb<=nblocks
12     if sig(n)>threshold
13         if n>1
14             v_pos(nb) = n-1;
15         else
16             v_pos(nb) = n;
17         end
18         nb = nb+1;
19         n = n+blocksize-1;
20     else
21         n = n+1;
22     end
23 end
24
25 if nb-1 < nblocks
26     disp('The code found less blocks than prescribed')
27 end
28
29 end
```