

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO CARLOS
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E TECNOLOGIA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA QUÍMICA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA QUÍMICA

KARLA RAPHAELA BRAGA DE MELO

**EFEITO DE FORÇAS HIDRODINÂMICAS EM COLISÕES PARTÍCULA-
SUPERFÍCIE EM DIFERENTES MEIOS FLUIDOS**

São Carlos – SP

2023

KARLA RAPHAELA BRAGA DE MELO

**EFEITO DE FORÇAS HIDRODINÂMICAS EM COLISÕES PARTÍCULA-
SUPERFÍCIE EM DIFERENTES MEIOS FLUIDOS**

Tese de doutorado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Química da Universidade Federal de São Carlos, como parte dos requisitos para obtenção do título de Doutor em Engenharia Química.

Orientadora: Prof.^a. Dr.^a. Gabriela Cantarelli
Lopes

Coorientador: Prof. Dr. Thiago Faggion de
Pádua

São Carlos – SP

2023



UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO CARLOS

Centro de Ciências Exatas e de Tecnologia
Programa de Pós-Graduação em Engenharia Química

Folha de Aprovação

Defesa de Tese de Doutorado da candidata Karla Raphaela Braga de Melo, realizada em 20/12/2023.

Comissão Julgadora:

Profa. Dra. Gabriela Cantarelli Lopes (UFSCar)

Prof. Dr. Claudio Roberto Duarte (UFU)

Prof. Dr. Rondinelli Moulin Lima (CETEM)

Prof. Dr. Rodrigo Béttega (UFSCar)

Profa. Dra. Maria do Carmo Ferreira (UFSCar)

O Relatório de Defesa assinado pelos membros da Comissão Julgadora encontra-se arquivado junto ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Química.

“Não importa onde você parou, em que momento da vida você cansou, o que importa é que é possível e necessário recomeçar.”

(Carlos Drummond de Andrade)

AGRADECIMENTOS

Após quase 4 anos de desafios, aprendizados e conquistas, hoje o meu sentimento maior é de gratidão. Primeiramente a Deus, pelo dom da vida, pelas pessoas que colocou no meu caminho, por me guiar nos momentos difíceis e me proporcionar tantas bênçãos. À Nossa Senhora de Fátima, que tantas vezes intercedeu por mim e me cuidou como filha.

Aos meus pais, José Braga e Sônia, fontes inesgotáveis de apoio e estímulo. Mesmo com os corações apertados, me apoiaram desde o início, celebrando vitórias e compartilhando desafios. São meus pilares de honestidade, cumplicidade e bondade, sempre estando presente, ensinando-me o valor da educação e demonstrando amor incondicional em cada gesto. Pelos quais nutro a maior admiração e amor que existem.

Ao Pedro, por todo o bem que me faz, por compreender os momentos de ausência, por suas palavras de otimismo e todo amor demonstrado. Por embarcar nesta jornada ao meu lado, compartilhando os momentos felizes e tristes. Por acreditar que juntos poderíamos alcançar o futuro e por sua persistência diária para isso. Por me fazer sentir verdadeiramente abençoada por tê-lo ao meu lado para partilhar a vida.

Aos meus familiares e amigos (que encheriam essa página com nomes), que vibraram com meus sonhos e entenderam minha ausência em tantos momentos nos últimos anos. Por cada mensagem, cada abraço espaçado no tempo e cada lembrança revivida. Minha gratidão por não esquecerem de mim e encherem minha vida de felicidade.

À minha orientadora, Profa. Dra. Gabriela Cantarelli, pela orientação nesse trabalho, pela paciência e humildade em compartilhar sua experiência. Por ser um exemplo inspirador, pela amizade construída e, acima de tudo, pela generosidade e compreensão que permearam nossa relação. Guardarei com carinho as reuniões de trabalho, mas, principalmente, as inúmeras conversas que transcenderam o âmbito acadêmico, proporcionando-me sorrisos nos dias mais desafiadores.

Ao meu coorientador, Prof. Dr. Thiago Faggion de Pádua, pela orientação dedicada e por estar sempre receptivo a ouvir minhas ideias. Agradeço por ter aceitado o convite, por sua generosidade ao compartilhar sua vasta experiência e conhecimento, compreender minhas decisões e contribuir de maneira significativa para este ciclo.

À Raíssa Andrade, por ter se tornado uma irmã e integrante especial da minha família. Desde o primeiro dia, sua presença nesta jornada tem sido marcada por paciência, amor, confiança, amizade e um apoio fundamental na realização deste trabalho. Agradeço por acreditar em mim e por não permitir que desistisse, pelas inúmeras alegrias compartilhadas e pelos desafios superados juntas. Por tornar o caminho muito mais leve e nunca me deixar sentir sozinha.

À Laira Borges, que se tornou um presente de São Carlos para toda a vida. Sua amizade e acolhimento caloroso, repletos de amor, são tesouros imensuráveis. Por vezes, sua amizade foi fundamental para me mostrar que a vida podia ser plenamente vivida mesmo longe de casa.

Aos laços construídos em São Carlos. Aos amigos de laboratório, em especial ao Victor e Ricardo, que levarei para a vida. Aos amigos alagoanos, Bárbara, Thalyne, Edilton e Luiz Daniel, que foram por vezes minha família em São Carlos.

Ao professor João Inácio Soletti, que me inspira desde 2013 a seguir à docência com amor.

Aos técnicos de laboratório e às Universidades parceiras, que forneceram conhecimento e estrutura em importantes etapas do trabalho.

À Universidade Federal de São Carlos e ao DEQ, pelos recursos oferecidos.

À FAPESP - Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo (Processo 2019/25146-4) pelo apoio financeiro essencial para realização dessa pesquisa.

O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior – Brasil (CAPES) – Código de Financiamento 001.

RESUMO

A dissipação de energia mecânica em sistemas, como sólido-gás e sólido-líquido, pode ocorrer de várias maneiras, incluindo resistência ao movimento, interações interfaciais, deformação e colisão das partículas. Em escoamentos gás-sólido, a dissipação resulta de deformação plástica, fricção interna ou perdas elásticas nas interações entre partículas ou com superfícies. Em fluxos líquidos, tensão superficial, adesão e forças dissipativas são relevantes. O coeficiente de restituição, obtido pela razão entre velocidades de restituição e impacto, mensura essa dissipação. Em líquidos, esse parâmetro está relacionado à capacidade do líquido em dissipar energia durante uma colisão, denominado coeficiente de restituição efetivo. Estudar essa dissipação é crucial para compreender o comportamento do sistema, otimizar processos e projetar dispositivos eficientes. Neste contexto, este trabalho objetiva investigar os diversos fatores envolvidos nas colisões que afetam os coeficientes de restituição e o coeficiente de restituição efetivo. Para isso, partículas comerciais de ABS, porcelana, aço carbono (recobertas ou não com um filme polimérico), polipropileno e alta alumina foram caracterizadas quanto à densidade, diâmetro e módulo de Young e utilizadas em ensaios experimentais de colisões partícula-superfície. Nos ensaios em ar, os resultados evidenciaram uma tendência decrescente do coeficiente de restituição com o aumento do número de impactos sucessivos nas colisões e a razão diâmetro da partícula/espessura da placa de colisão. Ainda, foi observada a influência das propriedades do material sobre os valores de coeficiente de restituição, incluindo o efeito de um filme polimérico que recobria esferas de aço carbono. Nos experimentos em líquido, foram obtidos resultados de coeficiente de restituição efetivo em diferentes concentrações de solução de glicerina, e foi observada uma relação diretamente proporcional entre o aumento deste parâmetro e o número de Stokes. Por fim, foram desenvolvidas correlações para ar e líquido. No caso do ar, utilizaram-se dados experimentais da literatura para validar uma correlação para o coeficiente de restituição a seco com base em propriedades da partícula, espessura da parede e velocidade de impacto. Quanto aos líquidos, os dados experimentais desta tese foram empregados na validação de uma correlação, considerando parâmetros como Stokes, módulo de Young e densidade das partículas. Os resultados evidenciaram que, em ambos os casos, as correlações descreveram de maneira satisfatória os dados experimentais, consolidando-se como ferramentas eficazes na predição desses parâmetros.

Palavras-chave: Colisões; Coeficiente de restituição; Coeficiente de restituição efetivo; Número de Stokes; Correlação.

ABSTRACT

Energy dissipation in systems, such as solid-gas and solid-liquid, can occur in several ways, including resistance to motion, interfacial interactions, deformation, and particle collision. In gas-solid flows, the main energy dissipation occurs due to plastic deformation, internal friction or elastic losses during interactions between particles or between particles and surfaces. On the other hand, in liquid flows, factors such as surface tension, adhesion and dissipative forces are relevant. One of the ways to measure this dissipation is by measuring the restitution coefficient, a dimensionless coefficient given by the ratio between the restitution and impact velocities. In liquids, this parameter is also related to the liquid's ability to dissipate energy during a collision and is called the effective coefficient of restitution. The study of this dissipation is crucial to understanding system behavior, optimizing processes, and designing efficient devices. In this context, this work aims to investigate the various factors involved in collisions that affect the restitution coefficients and the effective restitution coefficient. To this end, commercial particles of ABS, porcelain, carbon steel (coated or not with a polymeric film), polypropylene and high alumina were characterized in terms of density, diameter and Young's modulus and used in experimental particle-surface collision tests. In tests in air, the results showed a decreasing trend in the coefficient of restitution with the increase in the number of successive impacts in collisions and the ratio of particle diameter/thickness of the collision plate. Furthermore, the influence of material properties on the restitution coefficient values was observed, including the effect of a polymeric film covering carbon steel spheres. In liquid experiments, effective restitution coefficient results were obtained at different concentrations of glycerin solution, and a directly proportional relationship was observed between the increase in this parameter and the Stokes number. Finally, experimental data from the literature were used to validate a proposed correlation for predicting the dry restitution coefficient as a function of particle properties, wall thickness and impact velocity. The results demonstrated that the correlation satisfactorily described the experimental data and proved to be an effective tool in predicting this parameter.

Keywords: Collisions; Coefficient of restitution; Effective coefficient of restitution; Stokes number; Correlation.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Representação do contato entre corpos segundo a teoria de Hertz.....	22
Figura 2 - Etapas de compressão e restituição em uma colisão.....	24
Figura 3 - Fase elástica de colisão.	24
Figura 4 - Propagação de ondas de flexão em uma superfície durante a fase elástica de colisão.	25
Figura 5 - Representação da fase plástica da colisão.....	25
Figura 6 - Fluxograma das etapas experimentais.	29
Figura 7 - Esferas de Aço carbono (a), alta alumina (b) e polipropileno (c).....	30
Figura 8 - Esferas de aço carbono utilizadas para recobrimento.	31
Figura 9 - Esquema para o recobrimento das esferas de aço carbono.	31
Figura 10 - Esfera de aço carbono (a) sem recobrimento e (b) recoberta.	31
Figura 11 - Texturômetro utilizado nos ensaios de compressão.	32
Figura 12 - Ponteiros de aço inox e acrílico.	33
Figura 13 - Esquema do aparato experimental usado nas medidas de coeficiente de restituição a seco.	34
Figura 14 - Fluxograma dos ensaios experimentais realizados em ar.	35
Figura 15 - Método de cálculo para as velocidades de impacto e restituição.	36
Figura 16 - Coeficientes de restituição em função do número de impactos repetidos para colisões com velocidade 0,6 m/s em placas de 2 (a), 6 (b) e 20 (c) mm de espessura.	39
Figura 17 - Coeficientes de restituição experimental em função da razão diâmetro da partícula/espessura da parede (γ) para partículas de diferentes materiais.	41
Figura 18 - Coeficiente de restituição em função do parâmetro inelástico.	42
Figura 19 - Comparação entre dados experimentais e valores calculados de coeficientes de restituição em função do parâmetro inelástico.	43
Figura 20 - Comparação entre os coeficientes de restituição das esferas de aço comerciais e recoberta para colisões em placas de 2 e 20 mm de espessura.	44
Figura 21 - Comparação entre os coeficientes de restituição das esferas de aço comerciais e recoberta para diferentes diâmetros em colisões em placa de 20 mm de espessura.	45
Figura 22 - Forças de arraste e empuxo atuantes no escoamento sólido-fluido.	48
Figura 23 - Força de lubrificação no contato entre partículas e partícula com superfície imersas em fluidos viscosos.	49
Figura 24 - Fluxograma das etapas experimentais para investigação de colisões em líquidos.	54

Figura 25 - Partículas usadas nas colisões em líquido.....	55
Figura 26 - Esquema detalhado do aparato usado nas colisões em líquido.....	56
Figura 27 - Representação da trajetória de uma partícula (a) a partir da captura das imagens reais e (b) refletidas no espelho.	58
Figura 28 - Representação dos ensaios para medida de densidade dos líquidos.....	59
Figura 29 - Viscosímetro copo Ford (modelo 010574 da marca Techvision).....	59
Figura 30 - Coeficientes de restituição a seco (ar) e efetivo (água) em função do número de Stokes.	61
Figura 31 - Coeficientes de restituição a seco (a) e efetivo (b) em função da velocidade de impacto, para partículas de aço carbono de diferentes diâmetros.	62
Figura 32 - Deslocamento das partículas nos eixos xey em torno da posição inicial em função do tempo ao longo do movimento para partículas de alumina, aço carbono, porcelana e ABS. Cada material é representado por dados de um ensaio específico, escolhido aleatoriamente..	63
Figura 33 - Frequência de distribuição do deslocamento e ajuste de distribuição normal (curva vermelha pontilhada) para partículas de Alumina, aço carbono, porcelana e ABS.	65
Figura 34 - Velocidades de impacto e restituição nas direções x e y medidas em todos os experimentos para as partículas de Alumina (▲), Aço carbono (●), Porcelana (◆) e ABS (■).	66
Figura 35 - Coeficiente de restituição efetivo em função do número de Stokes (a) para diferentes soluções de glicerina, indicadas percentualmente em v. glicerina/ v. água e (b) para diferentes partículas.....	68
Figura 36 - Coeficiente de restituição efetivo em função do número de Stokes.	70
Figura 37 - Dados de coeficiente de restituição efetivo obtidos experimentalmente por diferentes autores em função do número de Stokes.	70
Figura 38 - Coeficiente de restituição efetivo em função da velocidade de impacto para soluções de glicerol com diferentes concentrações.	72
Figura 39 - Coeficiente de restituição efetivo em função da força de lubrificação para soluções de glicerol com diferentes concentrações.	75
Figura 40 - Coeficiente de restituição efetivo em função da força de arraste.	75
Figura 41 - Comparação entre os dados experimentais e valores preditos de coeficiente de restituição em função da velocidade de impacto para partículas de ABS sem recobrimento (a), ABS com 1 camada de recobrimento (b), ABS com 2 camadas de recobrimento (c), borracha nitrílica (d), Alginato de bário (e), alginato de cálcio (f) e alginato de cobalto (g) usadas na proposição das correlações.	83

Figura 42 - Comparação entre as somas quadráticas residuais da validação cruzada e do ajuste dos modelos.	84
Figura 43 - Valores preditos e valores experimentais de coeficiente de restituição para um intervalo de confiança de 90%.....	86
Figura 44 - Valores preditos e valores experimentais de coeficiente de restituição para um intervalo de confiança de 90% para as esferas de aço carbono, alumina e polipropileno.....	87
Figura 45 - Valores preditos e valores experimentais com intervalo de confiança de 90% (linhas tracejadas) para (a) o modelo original e (b) o modelo modificado proposto.	89
Figura 46 - Comparação entre os dados experimentais e valores preditos de coeficiente de restituição em função de Stokes (a) em escala aritmética e (b) escala logarítmica.....	90
Figura 47 - Comparação entre os dados experimentais e valores preditos de coeficiente de restituição em função de α em (a) escala aritmética e (b) escala logarítmica.	91
Figura 48 - Valores preditos e valores experimentais com intervalo de confiança de 90% (linhas tracejadas) para a correlação (a) em função de Stokes e (b) em função de α	93

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 - Dados de diâmetro, densidade e módulo de Young.	37
Tabela 2 - Propriedades das soluções de glicerina a 25 °C.....	59
Tabela 3 – Modelos para predição do coeficiente de restituição.....	79
Tabela 4 - Valores de A, B, C e D usados nas equações para determinação de m e n.....	80
Tabela 5 - Valores de F tabelados (com um nível de confiança de 95%) e calculados.....	85
Tabela 6 – Faixa de dados experimentais para validade da correlação proposta.	86
Tabela 7 – Faixa de dados experimentais para validade das correlações propostas.....	90

LISTA DE SÍMBOLOS

a	Área de contato entre os corpos	[m ²]
F	Força de contato normal	[N]
R^*	Raio efetivo	[m]
R	Raio	[m]
E	Módulo de Young	[Pa]
ν	Razão de Poisson	[-]
e	Coefficiente de restituição, coeficiente de restituição efetivo	[-]
v_2	Módulo da velocidade posterior à colisão	[m s ⁻¹]
v_1	Módulo da velocidade anterior à colisão	[m s ⁻¹]
F_D	Força de arraste	[N]
C_D	Coefficiente de arraste	[-]
ρ	Densidade do fluido	[kg m ⁻³]
A	Área projetada do corpo na direção perpendicular ao escoamento	[m ²]
v	Velocidade relativa do corpo em relação ao fluido	[m s ⁻¹]
d	Diâmetro da partícula	[m]

μ	Viscosidade do fluido	$[\text{m}^2 \text{s}^{-1}]$
h	Distância mínima entre os corpos	$[\text{m}]$
F_L	Força de lubrificação	$[\text{N}]$
St	Número de Stokes	$[-]$
c_0	Velocidade de propagação de ondas elásticas	$[\text{m s}^{-1}]$
ρ_p	Densidade da partícula	$[\text{kg m}^{-3}]$
ρ_f	Densidade do fluido	$[\text{kg m}^{-3}]$

SUMÁRIO

CAPÍTULO 1 - INTRODUÇÃO	18
CAPÍTULO 2 - OBJETIVOS.....	21
2.1. Objetivo geral	21
2.2. Objetivos específicos.....	21
CAPÍTULO 3 - COLISÕES EM AR	22
3.1. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	22
3.1.1. Contato entre corpos.....	22
3.1.2. Coeficiente de restituição	26
3.2. MATERIAIS E MÉTODOS	29
3.2.1. Seleção das partículas.....	29
3.2.2. Recobrimento de esferas de aço carbono	30
3.2.3. Caracterização das partículas	32
3.2.3.1. Densidade e diâmetro	32
3.2.3.2. Módulo de Young.....	32
3.2.4. Medidas do coeficiente de restituição a seco	34
3.3. RESULTADOS E DISCUSSÃO	36
3.3.1. Caracterização das partículas	36
3.3.2. Efeito do número de impactos.....	38
3.3.3. Influência da relação diâmetro da partícula/espessura da parede.....	40
3.3.4. Influência do recobrimento das esferas metálicas	43

CAPÍTULO 4 - COLISÕES EM LÍQUIDOS.....	47
4.1. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	47
4.1.1. Forças dissipativas.....	47
4.1.2. O número de Stokes.....	49
4.1.3. Determinação do coeficiente de restituição efetivo.....	50
4.2. MATERIAIS E MÉTODOS.....	54
4.2.1. Seleção de partículas	54
4.2.2. Ensaios experimentais com aparato experimental tipo pêndulo.....	55
4.2.3. Desenvolvimento do aparato experimental tipo estilingue.....	55
4.2.4. Caracterização dos líquidos	58
4.2.5. Ensaios de colisão em líquidos com aparato experimento tipo estilingue	59
4.3. RESULTADOS E DISCUSSÃO	60
4.3.1. Coeficiente de restituição a seco versus coeficiente de restituição efetivo	60
4.3.2. Avaliação do aparato experimental tipo estilingue.....	63
4.3.3. Efeito do número de Stokes.....	67
4.3.4. Efeito da velocidade de impacto.....	71
4.3.5. Magnitude de forças dissipativas.....	73
CAPÍTULO 5 - CORRELAÇÕES PARA PREDIÇÃO DO COEFICIENTE DE RESTITUIÇÃO	76
5.1. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA.....	76
5.1.1. Modelos para predição do coeficiente de restituição	76
5.2. METODOLOGIA.....	78

5.2.1. Correlações para predição de coeficiente de restituição em ar.....	78
5.2.2. Correlação para predição de coeficiente de restituição efetivo	81
5.3. RESULTADOS E DISCUSSÃO	81
5.3.1. Correlação em função da velocidade de impacto e propriedades das partículas.....	81
5.3.2. Adição do parâmetro γ na correlação	87
5.3.3. Correlação para líquidos.....	89
CAPÍTULO 6 – PALAVRAS FINAIS.....	94
6.1. CONCLUSÕES.....	94
6.2. SUGESTÕES DE TRABALHOS FUTUROS	95
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	96
PRODUÇÃO CIENTÍFICA REFERENTE AO TRABALHO.....	103

CAPÍTULO 1 - INTRODUÇÃO

Interações de partículas são muito importantes em processos industriais envolvendo o transporte de partículas por um gás ou líquido, como, por exemplo, processos de cristalização e sedimentação, operações de secagem e moagem, transporte pneumático de sólidos, craqueamento catalítico, classificação de partículas, adsorção em batelada, tratamento de efluentes, aglomeração, entre outros.

Em processos industriais que envolvem escoamento multifásico, as partículas interagem com as superfícies internas por meio de colisões. Nesse contexto, a modelagem matemática da dissipação de energia nas colisões partícula-superfície desempenha um papel significativo na simulação do sistema industrial. Além das colisões partícula-superfície, as partículas também se chocam entre si, aumentando assim a dissipação de energia ao longo do escoamento sólido-fluido. É importante destacar que essa dissipação de energia não é intrinsecamente prejudicial, mas parte natural do processo e pode ser gerenciada de maneira eficaz para melhorar o desempenho do sistema industrial. Em processos de mistura na indústria de alimentos, a dissipação de energia pode contribuir para homogeneização de fases e obtenção de texturas desejadas. Assim como em sistemas onde partículas precisam ser transportadas através de um fluido, a dissipação de energia pode evitar aglomeração excessiva das partículas, garantindo um transporte uniforme e eficiente. Por outro lado, a dissipação de energia pode ter efeito negativo em, por exemplo, sistemas que envolvem colisões. Nesses casos, a dissipação de energia pode levar ao desgaste prematuro de equipamentos, reduzindo a vida útil dos sistemas, e ao aumento do atrito e da resistência ao movimento resultante das colisões, requerendo uma entrada de energia maior para superar essas forças dissipativas, levando a um aumento nos custos operacionais. Esse efeito dissipativo pode ser mitigado por meio de um projeto cuidadoso que considera a escolha adequada de parâmetros operacionais, como a seleção das partículas, o dimensionamento das paredes do equipamento e o controle da velocidade das colisões. Essas considerações são essenciais para otimizar a eficiência do processo e garantir o desempenho adequado do sistema industrial.

A compreensão dos fatores que influenciam as colisões das partículas é crucial e requer investigações experimentais detalhadas. Identificar e medir esses fatores é fundamental, por exemplo, para uma simulação eficaz usando o Método dos Elementos Discretos (DEM). A precisão na previsão do tipo e intensidade de cada colisão é essencial para resultados precisos em simulações DEM. Uma simulação inadequada das colisões pode prejudicar

significativamente os resultados da simulação, considerando a importância de conhecer os fatores de influência. Ao compreender esses fatores, as simulações podem representar as colisões de maneira apropriada, proporcionando uma resposta precisa ao comportamento hidrodinâmico de sistemas multifásicos. Um meio de investigar a dinâmica das colisões é através da medida da dissipação de energia resultante nesses escoamentos, a partir da determinação do coeficiente de restituição, parâmetro adimensional definido como a razão entre as velocidades relativas de restituição e impacto de corpos em colisão (CROSS, 2021; STRONGE, 2018).

Por estar associado à dissipação de energia, o coeficiente de restituição é diretamente dependente de propriedades dos materiais sólidos e das fases envolvidas na colisão. A forma como esses parâmetros atuam no movimento resultam em diferentes fontes de perda energética. A perda, no caso, refere-se a conversão de energia mecânica e trabalho para formas de energia menos úteis após a colisão, uma vez que essa energia pode ser em parte absorvida pela partícula na forma de deformações locais e em seguida ser restituída e também pode se dissipar por meio da propagação de ondas de flexão na superfície de colisão, por calor ou atrito (SEVILLE E WU, 2016).

Nos escoamentos multifásicos, as partículas são envolvidas por um fluido, que pode ser o ar, outro gás ou líquido. A presença desse fluido é crucial e sua relevância é evidente, pois ele oferece resistência ao movimento das partículas, especialmente quando o efeito viscoso é mais pronunciado. Em se tratando do escoamento de fluidos de viscosidade elevada, como líquidos, o fluido impõe uma maior resistência ao movimento da fase sólida, dissipando mais energia no meio. Nesse caso, a dissipação de energia é também resultante da migração do líquido devido ao movimento da fase sólida, possível rompimento de pontes de líquido e, principalmente, atuação de forças dissipativas ao longo do deslocamento da fase particulada, as quais não podem ser negligenciadas (CHÈVREMONT *et al.*, 2020; SEVILLE E WU, 2016). Tem-se então, o parâmetro denominado coeficiente de restituição efetivo, o qual engloba as colisões como resultado das interações entre os corpos associadas à atuação de forças dissipativas provenientes da presença do líquido.

Diante do exposto, a fim de prever o efeito da dinâmica das colisões em escoamentos multifásicos, é de suma relevância investigar os diversos fatores envolvidos na dissipação de energia, que por conseguinte afetam os coeficientes de restituição a seco e efetivo, medidos em ar e em líquidos, respectivamente. Nesse contexto, embora muito progresso tenha sido feito para compreender os fatores envolvidos nas colisões, alguns tópicos carecem de maior investigação,

principalmente no que tange às significâncias dos efeitos combinados entre as propriedades da partícula, da superfície e da fase líquida quando as colisões ocorrem com partículas imersas em líquidos.

A partir da problemática exposta, esta tese tem como objetivo investigar o impacto dos fluidos, especialmente líquidos com diferentes viscosidades, nas colisões de partículas em sistemas multifásicos. O foco principal está nas variações dos coeficientes de restituição, tanto em condições secas quanto em meios líquidos, devido às influências das características das partículas e das propriedades do líquido. Embora o enfoque central seja nas colisões em líquidos, também foram examinadas colisões em ar, buscando identificar parâmetros relevantes que possam igualmente afetar as interações em meios líquidos. Além dos experimentos, o estudo inclui a proposição de correlações para estimar os coeficientes de restituição. A relevância deste estudo reside na melhoria da capacidade preditiva de modelos utilizados para prever a dinâmica do comportamento, contribuindo para aprimorar, projetar e dimensionar equipamentos em larga escala. No próximo capítulo, os objetivos gerais e específicos deste estudo serão apresentados de forma mais detalhada.

CAPÍTULO 2 - OBJETIVOS

2.1. Objetivo geral

O objetivo geral deste trabalho é avaliar colisões do tipo partícula-superfície e a dissipação de energia causada pela presença do fluido, com foco em ar e fluidos mais viscosos (líquidos). Serão empregadas partículas com propriedades distintas, a partir de medidas experimentais dos coeficientes de restituição a seco e efetivo e determinação da influência dos parâmetros usando ferramentas estatísticas. A investigação também inclui a proposição de correlações capazes de prever o coeficiente a partir de propriedades dos sólidos envolvidos e da colisão, incluindo também as propriedades do líquido quando o mesmo estiver presente.

Para alcançar o objetivo geral, foram definidos objetivos específicos descritos a seguir.

2.2. Objetivos específicos

- Investigar a influência de propriedades físicas e mecânicas de partículas nos valores de coeficiente de restituição, a partir de variáveis como diâmetro, elasticidade e recobrimento de superfície;
- Avaliar experimentalmente o efeito da velocidade de impacto das partículas, espessura da superfície de colisão e propriedades do líquido, principalmente a viscosidade, na dissipação de energia por meio dos valores de coeficiente de restituição;
- Propor um novo aparato experimental para determinação do coeficiente de restituição em líquidos de elevada viscosidade, com o principal objetivo de mensurar esse parâmetro para uma maior variedade de partículas;
- Avaliar a influência de outros parâmetros presentes no sistema, como velocidade de impacto, espessura da parede e propriedades do líquido;
- Propor correlações para determinação do coeficiente de restituição a seco e efetivo, em função de propriedades das partículas, do fluido e da superfície, além de outros parâmetros que se mostraram significativos durante as análises experimentais.

CAPÍTULO 3 - COLISÕES EM AR

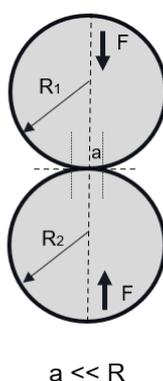
Este capítulo apresenta uma vasta investigação sobre os fatores que influenciam as colisões em ar, os quais são cruciais para as discussões dos capítulos subsequentes. Nele, são apresentados a revisão bibliográfica, metodologia e resultados obtidos. A revisão da literatura explorou o contexto teórico do contato entre corpos e dinâmica de colisões em escoamentos sólido-gás, com ênfase no estudo do coeficiente de restituição a seco. Em seguida, na metodologia, foram detalhadas as partículas utilizadas nos ensaios de colisão, os métodos empregados para caracterização dos materiais e o procedimento experimental para as medidas do coeficiente de restituição a seco. Por fim, os resultados descreveram o coeficiente de restituição a seco em função de diferentes parâmetros relacionados às propriedades das partículas e superfície de colisão.

3.1. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

3.1.1. Contato entre corpos

O contato entre duas partículas ou de uma partícula e uma superfície é de fundamental importância para diversas aplicações na engenharia. O primeiro estudo sobre o contato entre corpos rígidos foi proposto por Hertz (1882), o qual investigou as tensões de contato entre dois corpos perfeitamente elásticos usando lentes de vidro esféricas. Nesse estudo, considerou-se que a área de contato entre duas esferas era circular e muito pequena em comparação com o tamanho de cada esfera e dos raios de curvatura das superfícies de contato (Figura 1). Além disso, a teoria de Hertz supõe que não há atrito entre os corpos e, portanto, apenas uma força normal atua na superfície em contato, a qual resulta em tensões de baixa magnitude e, conseqüentemente, em pequenas deformações (JOHNSON, 1985; SEVILLE e WU, 2016).

Figura 1 - Representação do contato entre corpos segundo a teoria de Hertz.



Os resultados experimentais obtidos por Hertz indicaram que a área de deformação entre os corpos depende das características do material e é função da força de contato normal, dos raios de curvatura e módulos de elasticidade de ambos os corpos, conforme descrito nas Equações 1 a 3.

$$a^3 = F \times \frac{R^*}{E^*} \quad (1)$$

$$R^* = \frac{R_1 \times R_2}{(R_1 + R_2)} \quad (2)$$

$$E^* = \frac{4}{3} \times \left(\frac{1}{\frac{(1 - \nu_1^2)}{E_1} + \frac{(1 - \nu_2^2)}{E_2}} \right) \quad (3)$$

A teoria de Hertz é considerada a base para a maioria dos modelos de contato existentes na literatura. No entanto, com o avanço dos estudos de contato desde então, percebeu-se que as limitações impostas pela teoria de Hertz tornavam-na inaplicável para materiais de baixa elasticidade e pequenos diâmetros, pois a teoria é restrita para superfícies polidas (sem atrito) e corpos perfeitamente elásticos. Tais colisões representam a maioria dos impactos encontrados em processos reais, uma vez que as fontes responsáveis pela quantidade de energia dissipada nesse contato não são consideradas em sua totalidade pelo modelo de Hertz (MACHADO *et al.*, 2012). Naturalmente, os trabalhos subsequentes avançaram no sentido de incluir essa dissipação de energia adicional na análise de contato (FLORES *et al.*, 2007, 2011). Portanto, identificar todas as fontes de dissipação de energia tornou-se um desafio no estudo da mecânica dos corpos.

Devido ao progresso dos estudos de contato, sabe-se que a dissipação de energia entre os corpos é proveniente do contato entre corpos, com predomínio de colisões. Essas são interações de curta duração entre os corpos e, em geral, podem ser divididas em dois momentos: as fases de compressão e de restituição. Quando a velocidade de impacto relativa entre os corpos é nula, tem-se a máxima compressão e a mudança de movimento dos corpos envolvidos no impacto, o que caracteriza o início da fase de restituição, conforme indica a Figura 2 (SEVILLE e WU, 2016).

Na fase de compressão, a energia cinética inicial é transformada em energia de deformação elástica e em energia associada com a propagação de ondas elásticas. No entanto, podem existir outras fontes de dissipação de energia, como deformação plástica, atrito ou propagação de ondas de flexão na superfície de contato (SEVILLE e WU, 2016). Essas fontes de

dissipação de energia estão associadas com as fases que constituem a etapa de compressão: as fases sísmica, elástica e plástica.

Figura 2 - Etapas de compressão e restituição em uma colisão.

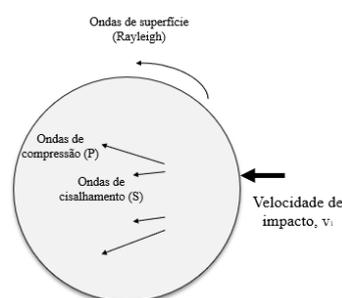


Fonte: Elaborado pelo autor, 2023.

A fase sísmica é caracterizada pela sobreposição dos corpos e aumento da área de contato entre eles. Essa fase ocorre em um curto período e por isso, é negligenciada na maior parte dos impactos (WEIR e TALLON, 2005).

Na fase elástica (Figura 3), o regime de elasticidade linear é assumido e a teoria de Hertz é válida para os corpos em contato. Nessa fase, propagam-se ondas elásticas de compressão e cisalhamento dentro dos corpos e na superfície, denominadas ondas do tipo P, S e Rayleigh, respectivamente. A geração dessas ondas contribui para a dissipação de energia cinética na região do impacto, mas as forças atuantes não possuem magnitude suficiente para causar deformações permanentes (HLOSTA *et al.*, 2018; WEIR e TALLON, 2005).

Figura 3 - Fase elástica de colisão.



Fonte: Adaptado de Weir e Tallon (2005).

Para um impacto entre uma esfera e uma placa, além das ondas elásticas que se disseminam no interior do corpo, tem-se a propagação de ondas de flexão na superfície de colisão, o que resulta em uma parcela adicional de dissipação de energia devido à vibração e deformação plástica na superfície, conforme indica a Figura 4. A propagação dessas ondas é dinâmica, ou seja, se estende no tempo, mas se inicia ainda na etapa de compressão, no primeiro contato entre a partícula e a placa (PATIL e HIGGS, 2017; PENG *et al.*, 2021). No entanto, a

propagação de ondas de flexão ocorre em paralelo com a restituição da partícula. E quanto maior a propagação, menor a restituição devido ao aumento da dissipação (MACHADO *et al.*, 2022). Esse efeito sofre influência da relação diâmetro da partícula/ espessura da superfície de colisão, o qual foi discutido em detalhes na seção 3.3 desta tese.

Figura 4 - Propagação de ondas de flexão em uma superfície durante a fase elástica de colisão.

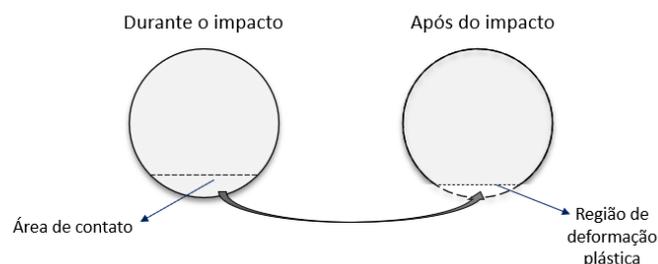


Fonte: Elaborado pelo autor, 2023.

Após a propagação de ondas na fase elástica, a depender da magnitude do impacto, é possível que ocorram deformações permanentes nas partículas ou na superfície de colisão, o que caracteriza o início da fase plástica (Figura 5). Essas deformações são resultantes da curta duração do contato e de elevadas tensões localizadas que atuam nas proximidades da área de contato e dependem, principalmente, da velocidade de impacto combinada às propriedades dos corpos (HLOSTA *et al.*, 2018; SEVILLE e WU, 2016). Em geral, essa fase é observada por deformações aparentes na superfície da partícula. No entanto, alguns materiais podem sofrer apenas modificações internas e não visíveis.

Após a etapa de compressão, tem início a etapa de restituição, desde que haja energia cinética da partícula acumulada após o impacto para isso. Durante a restituição, a energia cinética armazenada no interior da partícula é gradualmente recuperada devido à reversibilidade da deformação elástica proveniente da compressão. Com isso, a velocidade relativa de rebote aumenta e a partícula adquire energia cinética suficiente para restituir, sendo essa inferior a inicial em decorrência das perdas de energia que ocorrem no impacto (SEVILLE e WU, 2016).

Figura 5 - Representação da fase plástica da colisão.



Fonte: Elaborado pelo autor, 2023.

3.1.2. Coeficiente de restituição

A dissipação de energia relativa à colisão entre corpos pode ser mensurada a partir de um parâmetro adimensional chamado coeficiente de restituição. Esse parâmetro é uma medida da elasticidade da colisão e fornece uma previsão do comportamento de restituição desses corpos. O mesmo é definido como a razão entre os módulos da velocidade de restituição (v_2) e impacto (v_1), conforme apresentado na Equação 4 (CROSS, 2021; SEVILLE e WU, 2016).

$$e = \frac{v_2}{v_1} \quad (4)$$

No caso de uma colisão ideal, na qual uma esfera impacta contra uma superfície, sendo ambas totalmente elásticas, a velocidade de rebote é igual à velocidade de impacto inicial. Portanto, o coeficiente de restituição é igual a 1, uma vez que a energia dissipada na propagação de ondas é insignificante e assim a energia cinética total dos corpos antes da colisão é igual à energia cinética total dos corpos após a colisão. No entanto, para que essa condição seja atingida é necessário que a duração do impacto seja longa o suficiente para que as ondas elásticas se propaguem e retornem para esfera, de modo que a energia não seja perdida (HLOSTA *et al.*, 2018). Esse se trata do caso de colisões perfeitamente elásticas, em que não há apenas conservação da energia cinética total, mas também conservação da quantidade de movimento total do sistema.

Esse tipo de colisão é idealizado e raramente ocorre na prática, na maioria dos casos, fatores influenciam a perda energética e os valores de coeficiente de restituição são inferiores a 1. Essas são as colisões elásticas, em que são aquelas em que há perda de energia cinética durante o impacto, resultando em uma diminuição da energia total do sistema. As partículas podem se unir após a colisão, formando um único corpo, ou podem continuar separadas, mas com uma redução na energia cinética total. Nos casos em que as fontes de dissipação do sistema foram suficientemente grandes para a dissipação total, tem-se uma colisão inelástica, em que a fase de restituição não é observada e o coeficiente de restituição é igual a 0 (HLOSTA *et al.*, 2018; SEVILLE e WU, 2016; MARINACK *et al.*, 2013).

A eficácia da restituição da energia da partícula após o impacto depende das fontes de dissipação que predominam durante a fase de compressão. Nesse contexto, o número de estudos sobre o tema revela um crescente interesse nos últimos anos sobre o estudo do coeficiente de

restituição e dos numerosos fatores que influenciam as colisões em sistemas multifásicos. Dentre eles, são comumente estudados os efeitos da relação entre as características das partículas e da superfície de colisão, a velocidade de impacto e histórico de colisões, além das propriedades da fase fluida.

No que se refere a influência de propriedades de partículas, o mecanismo de dissipação de energia tem relação direta com o material e as características geométricas dos corpos que colidem. Assim, costuma-se investigar o efeito de propriedades físicas, elásticas e superficiais sobre o coeficiente de restituição.

Aryaei *et al.* (2010) investigaram a influência de uma ampla faixa de diâmetro (entre 4 e 14 mm) de esferas metálicas sobre o coeficiente de restituição, que decaiu para esferas de maior diâmetro. Por outro lado, Yurata *et al.* (2021) não observaram influência significativa do diâmetro para partículas de vidro e polipropileno, para uma faixa de 3-6 mm, e concluíram que o efeito do diâmetro é pronunciado apenas diante de uma ampla faixa de variação.

Além do efeito isolado do diâmetro, outros autores avaliaram a relação entre o diâmetro da partícula e a espessura da placa de colisão. Em um estudo pioneiro, Zener (1941) desenvolveu uma teoria para impacto de uma esfera em uma placa de grandes dimensões e comprovou a dependência do coeficiente de restituição com a espessura da placa e tamanho da esfera, embora não tenha levado em consideração deformações plásticas. Essa relação foi também explorada em trabalhos mais recentes como Mueller *et al.* (2015), Patil e Higgs (2017), Boettcher *et al.* (2019) e Peng *et al.* (2021), nos quais a influência dessa relação torna-se mais expressiva, uma vez que o diâmetro da partícula é maior e a mesma espessura da superfície é mantida, o que também leva a menores coeficientes de restituição.

Nesta linha de investigação, pode-se citar também o estudo de Lima *et al.* (2021), que comparou resultados experimentais e simulados do coeficiente de restituição para partículas de vidro e metal colidindo com placas de diferentes espessuras. Os resultados demonstraram que o coeficiente de restituição é afetado pelas propriedades das partículas e espessura das placas de colisão. Além disso, evidenciaram falhas nos valores simulados, uma vez que o coeficiente de restituição foi tratado como um valor constante para cada partícula, não sendo considerado o efeito da espessura.

A influência da rugosidade foi estudada por Ghanbarzadeh *et al.* (2019) e Krull *et al.* (2021). Os primeiros autores investigaram numericamente o efeito da rugosidade das partículas

sobre as colisões e constataram que o coeficiente de restituição decai com o aumento da rugosidade. Conclusões semelhantes foram obtidas por Krull *et al.* (2021), que investigaram as colisões de esferas de óxido de zircônio em 2 superfícies de titânio com e sem polimento.

O comportamento mecânico dos materiais também foi investigado e geralmente é expresso em termos de propriedades como módulo de Young e a razão de Poisson. Marinack *et al.* (2013) observaram uma tendência decrescente do coeficiente de restituição com o aumento da velocidade de impacto em colisões entre materiais metálicos, os quais apresentaram menores valores em comparação com colisões de esferas de vidro contra as mesmas superfícies de impacto. Hlosta *et al.* (2018) determinaram experimentalmente o coeficiente de restituição em colisões entre partículas e observaram que o efeito da velocidade de impacto é menos pronunciado a depender da geometria e elasticidade da partícula.

Yardeny *et al.* (2020) estudaram o comportamento do coeficiente de restituição com base na velocidade de impacto e nas propriedades das partículas e das superfícies envolvidas na colisão. Os resultados indicaram que o coeficiente de restituição diminui com o aumento da velocidade de impacto, o que é mais pronunciado para colisões com menor módulo de Young efetivo.

Estudos como de Seifried *et al.* (2005) investigaram a evolução do coeficiente de restituição em função de impactos sucessivos. Os resultados demonstraram que para condições iniciais idênticas, o histórico de deformações da partícula devido aos impactos iniciais afetou a região de impacto, resultando em diferentes coeficientes de restituição. Em um dado momento, as deformações plásticas não mais ocorreram e o coeficiente de restituição tornou-se independente do número de colisões, atingindo um valor estável.

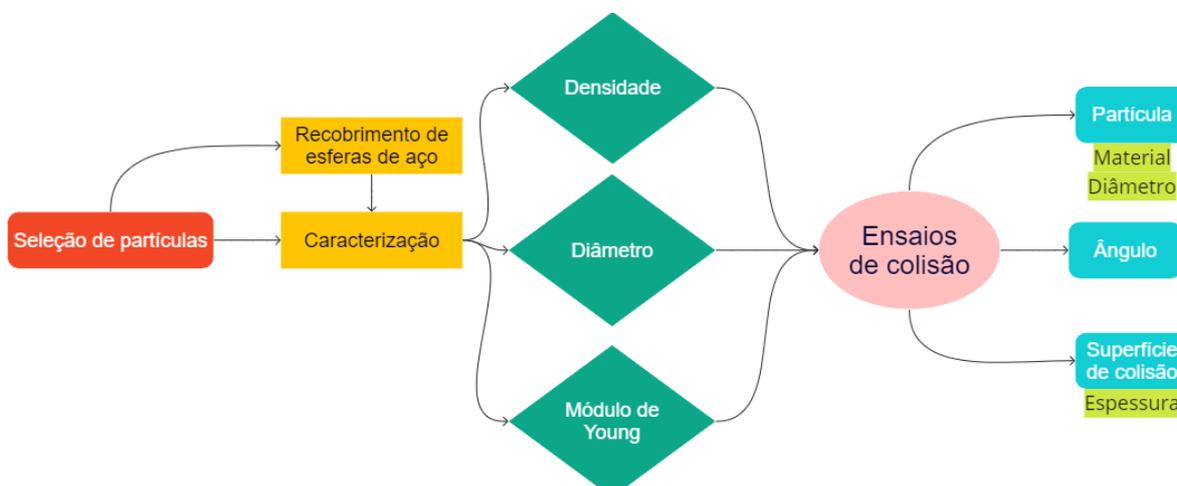
Em Melo *et al.* (2021a) foram investigadas as colisões em um grupo de partículas de baixa resistência mecânica, constituídas por alginato de bário, cálcio e cobalto, e destacaram que o coeficiente de restituição foi diretamente proporcional ao módulo de Young das partículas e inversamente à velocidade de impacto. Em um estudo posterior (Melo *et al.* 2021b), o coeficiente de restituição em colisões partícula-superfície foi determinado para partículas com diferentes resistências mecânicas. Neste estudo foi observado um efeito mais pronunciado da velocidade de impacto sobre o coeficiente de restituição para as partículas menos elásticas.

3.2. MATERIAIS E MÉTODOS

A abordagem experimental foi dividida em três ramos distintos: a seleção criteriosa das partículas, a caracterização dos materiais e a realização de testes de colisão em ar para determinar o coeficiente de restituição. A escolha das partículas envolveu a seleção de materiais com propriedades distintas, na qual foram selecionadas esferas de aço carbono, alumina e polipropileno de 3 diâmetros distintos. Na caracterização dos materiais, essas partículas foram caracterizadas quando ao diâmetro, densidade e módulo de Young. Por fim, os testes de colisão para medidas de coeficiente de restituição consistiram em ensaios experimentais em um aparato tipo pêndulo, no qual as partículas foram lançadas e colidiram contra placas de acrílico de diferentes espessuras. Para uma visão geral dessas etapas, um fluxograma elucidativo é fornecido na Figura 6, facilitando a compreensão do processo como um todo.

As etapas de preparo das partículas e medidas de coeficiente de restituição foram realizadas no Laboratório de Caracterização e Colisão de Partículas do Departamento de Engenharia Química (DEQ) da Universidade Federal de São Carlos (UFSCar).

Figura 6 - Fluxograma das etapas experimentais.



Fonte: Elaborado pelo autor, 2023.

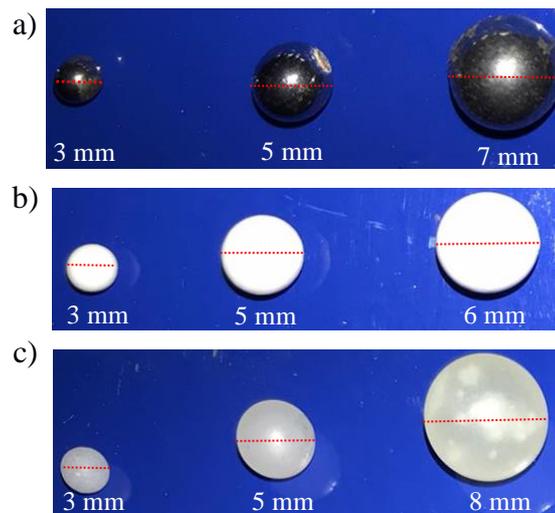
3.2.1. Seleção das partículas

Esferas de aço carbono, alta alumina, polipropileno, ABS e porcelana foram selecionadas. A escolha dessas partículas foi feita com o intuito de abranger uma variedade de comportamento mecânicos, uma vez que cada material apresenta propriedades específicas, como elasticidade,

densidade, resistência mecânica, que influenciam diretamente na dinâmica das partículas durante os experimentos.

Foram usadas esferas de aço carbono, alumina e polipropileno com três diâmetros diferentes, o que possibilitou a investigação do efeito do tamanho da partícula sobre o coeficiente de restituição, conforme apresentado na Figura 7.

Figura 7 - Esferas de Aço carbono (a), alta alumina (b) e polipropileno (c).



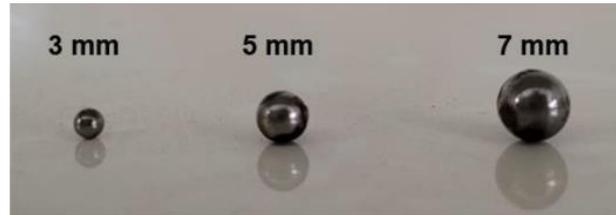
Fonte: Elaborado pelo autor, 2023.

3.2.2. Recobrimento de esferas de aço carbono

Parte das esferas de aço carbono de diâmetros de 3, 5 e 7 mm (Figura 8) foram submetidas a um processo de recobrimento, no qual foram recobertas por um material polimérico composto de Policloreto de Vinila, de nome comercial Plastisol (SQ 5060, Redelease[®]). O objetivo do recobrimento foi obter esferas rígidas recobertas por um filme de menor resistência mecânica, para que o efeito da dissipação de energia resultante da presença do filme fosse investigado.

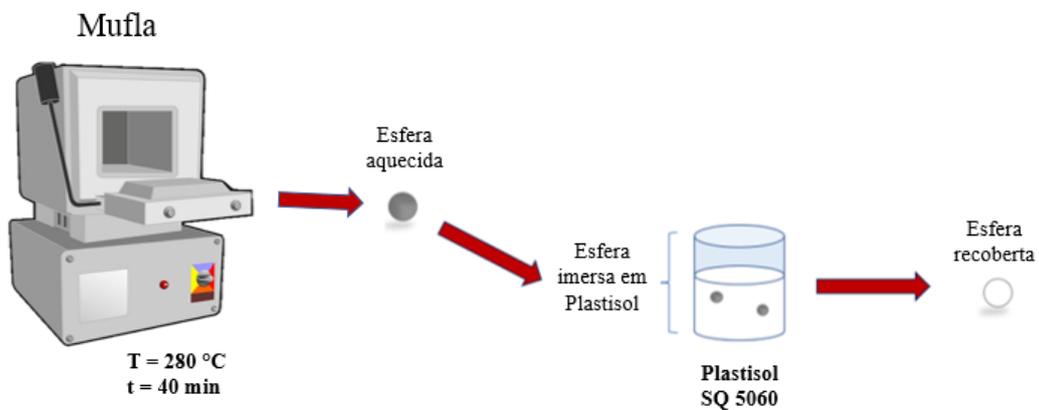
Para o recobrimento, as esferas metálicas foram colocadas em uma mufla a 280 °C durante 40 minutos. O aquecimento fez-se necessário para que o Plastisol solidificasse ao entrar em contato com a esfera. Em seguida, as esferas foram imersas na solução de Plastisol e retiradas lentamente. O processo de recobrimento é esquematizado na Figura 9.

Figura 8 - Esferas de aço carbono utilizadas para revestimento.



Fonte: Elaborado pelo autor, 2023.

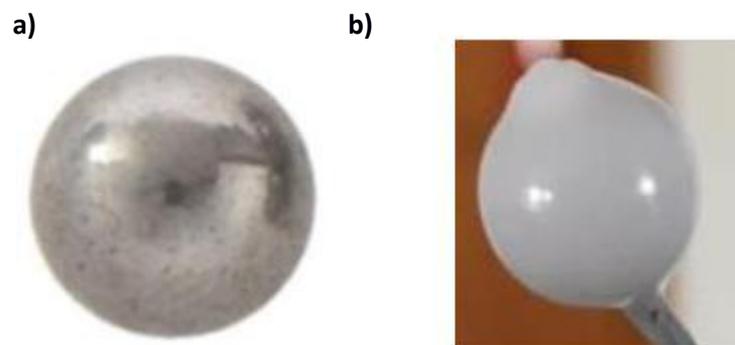
Figura 9 - Esquema para o revestimento das esferas de aço carbono.



Fonte: Elaborado pelo autor, 2023.

Ao término do processo, o Plastisol formou um filme uniforme, elastomérico e termoplástico (Figura 10). Para melhorar o acabamento do revestimento, foi utilizado um maçarico, no qual as esferas foram colocadas em contato direto com a chama por cerca de 2 segundos.

Figura 10 - Esfera de aço carbono (a) sem revestimento e (b) recoberta.



Fonte: Elaborado pelo autor, 2023.

3.2.3. Caracterização das partículas

As partículas foram caracterizadas quanto a parâmetros de densidade, diâmetro e módulo de Young.

3.2.3.1. Densidade e diâmetro

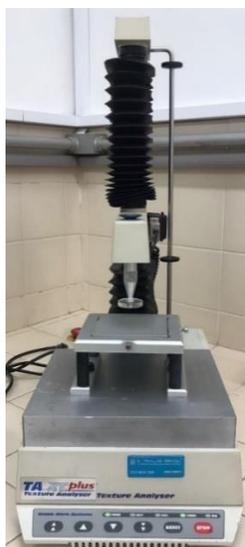
O diâmetro das partículas foi medido com o auxílio de um paquímetro com precisão de $\pm 0,01$ mm.

A densidade das partículas foi determinada por meio da técnica de picnometria líquida, utilizando um picnômetro de 10 ml e água como substância padrão. Para as medidas de densidade das esferas de alumina, xilol foi utilizado para verificar possíveis efeitos de alguma porosidade interna à partícula, porém, não foram observadas diferenças significativas em comparação com os resultados em água. Os ensaios foram realizados 5 vezes para cada material.

3.2.3.2. Módulo de Young

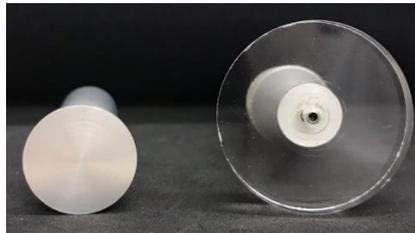
Para a avaliação do comportamento mecânico e determinação do módulo de Young das partículas e da superfície de colisão, foram realizados ensaios de compressão em um texturômetro universal *TAXT Plus Texture Analyser* (Stable Micro Systems, Surrey, UK) (Figura 11) no Laboratório de Engenharia de Processos do Departamento de Engenharia e Tecnologia de Alimentos da Universidade Estadual de Campinas.

Figura 11 - Texturômetro utilizado nos ensaios de compressão.



A compressão das amostras de ABS, porcelana, alumina, polipropileno e acrílico foi realizada a partir do deslocamento de uma placa de acrílico cilíndrica de 35 mm de diâmetro (Figura 12), já para as esferas de aço carbono e aço carbono recobertas foi utilizada uma barra cilíndrica de aço inox de 2 cm de diâmetro (Figura 12), a fim de evitar deformações permanentes na ponteira usada na compressão. Nos ensaios, a ponteira foi posicionada a 3 cm da posição inicial e foi deslocada até que uma força de 200 N fosse atingida, com uma velocidade de compressão de 1 mm/s. Para cada material, foram feitos ensaios em triplicata para 5 amostras.

Figura 12 - Ponteiras de aço inox e acrílico.



Fonte: Elaborado pelo autor, 2023.

Devido à geometria esférica das amostras, não foi possível medir o módulo de Young pela curva tensão-deformação diretamente, uma vez que a área de contato das esferas é não uniforme ao longo da aplicação da força de contato. Portanto, o módulo de Young foi calculado segundo o procedimento descrito em outros trabalhos da literatura para corpos esféricos (MELO *et al.*, 2021b; YARDENY *et al.*, 2020; PORTNIKOV e KALMAN, 2014; OUWERX *et al.*, 1998), nos quais o módulo de Young é determinado com base na teoria de Hertz (HERTZ, 1882), a qual refere-se ao contato elástico de uma esfera comprimida entre duas superfícies planas. Segundo a teoria, a relação entre a força, F , e o deslocamento da superfície, H , é dado segundo a Equação 5 (JOHNSON, 1985).

$$F = \frac{4}{3} R^{1/2} \frac{E}{(1 - \sigma)} \left(\frac{H}{2} \right)^{3/2} \quad (5)$$

Em que H é o deslocamento da ponteira em relação a posição inicial; R é o raio da partícula (m); F é a força de contato medida durante a compressão (N).

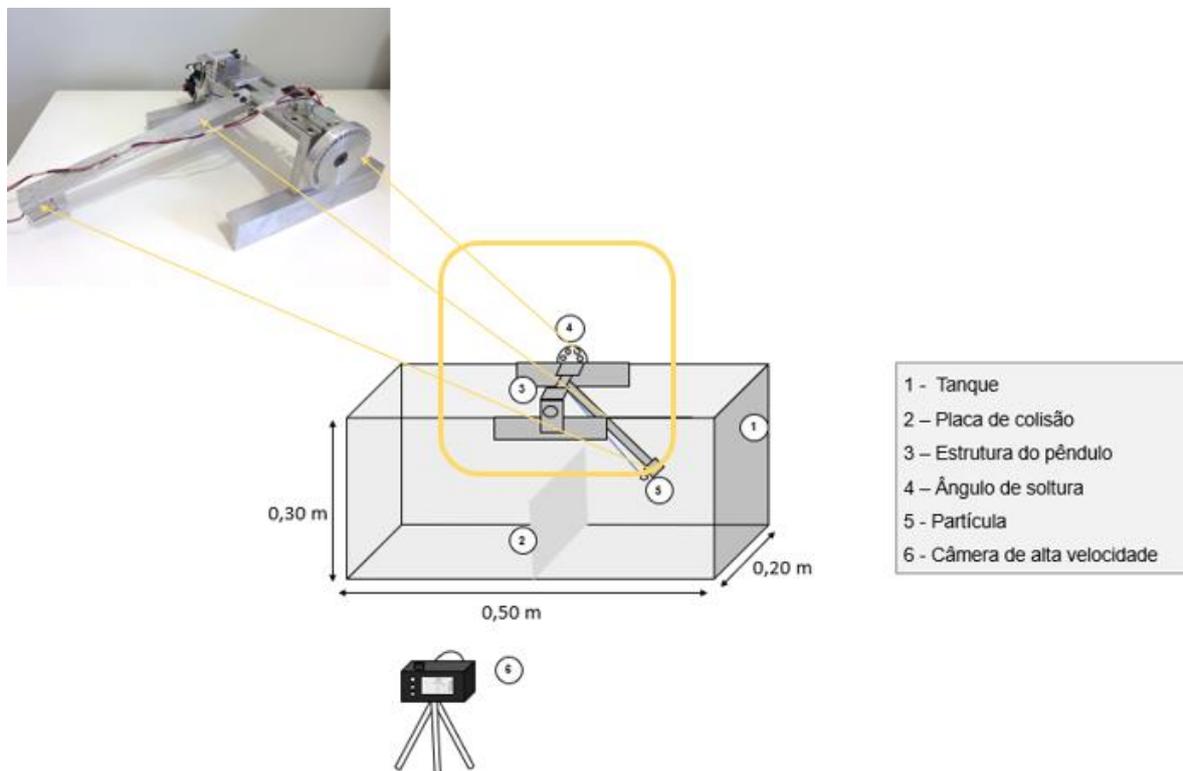
Já σ corresponde à razão de Poisson e varia de acordo com as características da partícula. De acordo com a literatura, para a alumina, aço, polipropileno, porcelana e ABS, os valores de σ correspondem a 0,22, 0,29 e 0,43, respectivamente (SONELASTIC, 2022; ENGINEERING TOOLBOX, 2022).

3.2.4. Medidas do coeficiente de restituição a seco

O coeficiente de restituição a seco em colisões partícula-superfície foi estimado a partir de medidas experimentais em um aparato experimental do tipo pêndulo.

Nessa metodologia, as partículas foram presas em um suporte por um fio de nylon (0,16 mm de espessura), preso à estrutura indicada no item 3 da Figura 13, e soltas por acionamento automático, de forma a garantir a trajetória definida das partículas e a reprodutibilidade dos experimentos. A configuração do aparato experimental (Figura 13) possibilitou variar a velocidade de colisão fixando o ângulo inicial em diferentes posições, de modo a regular a posição do suporte.

Figura 13 - Esquema do aparato experimental usado nas medidas de coeficiente de restituição a seco.



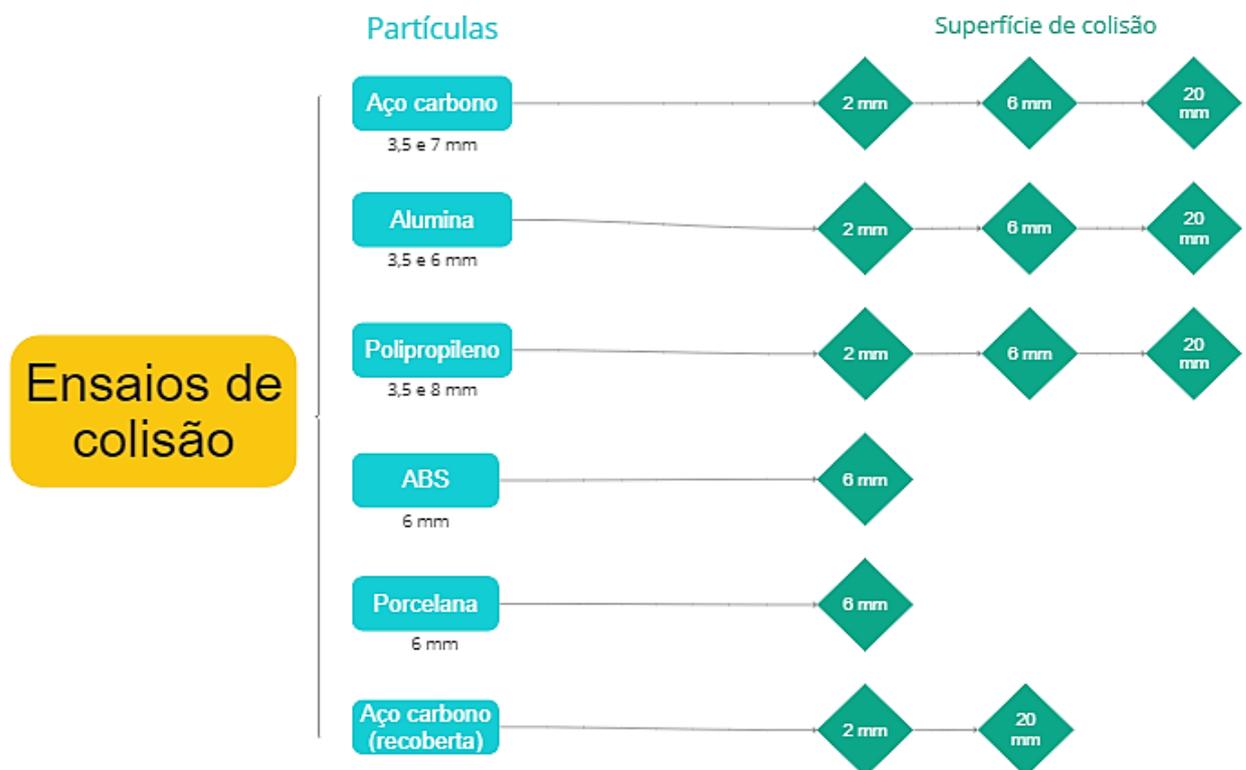
Fonte: Elaborado pelo autor, 2023.

Nos ensaios experimentais, para cada material, cinco partículas de mesmo diâmetro foram usadas, totalizando 15 partículas por material. Para uma mesma partícula, os experimentos foram repetidos 10 vezes, o que permitiu investigar o efeito de impactos sucessivos sobre o coeficiente de restituição.

Foi também avaliada a influência da razão diâmetro da partícula/espessura da placa nas colisões. Para isso, além do diâmetro das partículas, variou-se a espessura da placa de colisão e placas de 2, 6 e 20 mm foram utilizadas, totalizando 450 ensaios experimentais para cada placa.

Para as placas de 2 e 20 mm foram também realizados experimentos com as esferas de aço carbono recobertas. Um fluxograma com os parâmetros avaliados nas medidas em ar é apresentado na Figura 14.

Figura 14 - Fluxograma dos ensaios experimentais realizados em ar.

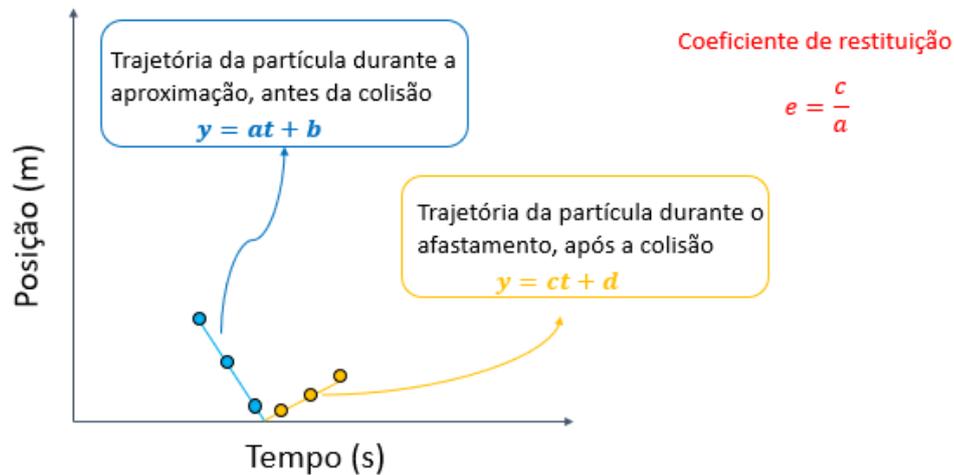


Fonte: Elaborado pelo autor, 2023.

Em todos os experimentos, a trajetória das partículas foi gravada com uma câmera de alta velocidade (Sony RX100IV). Um total de 960 quadros por segundo foi registrado em cada experimento e a trajetória da partícula foi posteriormente processada em um *software* de processamento e rastreamento de imagem (Tracker 6.0.8). A partir dos dados coletados, obteve-se o deslocamento das partículas no eixo principal antes e depois da colisão, referente à trajetória percorrida a partir do lançamento. Para o cálculo das velocidades, foi feito um ajuste linear com as três últimas posições de aproximação e as três primeiras posições de afastamento. Os coeficientes lineares das retas obtidas em cada uma das situações corresponderam,

respectivamente, às velocidades de impacto e de restituição, conforme ilustrado na Figura 15. Então, calculou-se o coeficiente de restituição a partir da Equação 4.

Figura 15 - Método de cálculo para as velocidades de impacto e restituição.



Fonte: Elaborado pelo autor, 2023.

3.3. RESULTADOS E DISCUSSÃO

3.3.1. Caracterização das partículas

Na Tabela 1, são apresentados as médias e os desvios (intervalo de confiança de 95%) de diâmetro, densidade e módulo de Young das partículas utilizadas no trabalho.

De acordo com a Tabela 1, os dados de módulo de Young para maior parte das partículas são de mesma ordem de grandeza, não sendo observada uma ampla variação na faixa de elasticidade. À título de exemplo, resultados de MELO *et al.* (2021b) apresentavam uma faixa bem mais ampla, já que havia interesse em definir o comportamento da colisão para partículas mais macias (menor resistência mecânica). No entanto, as curvas de força-deslocamento que fornecem os dados para o cálculo desse parâmetro definem não somente o limite elástico desses materiais, quantificado por esse parâmetro, mas o comportamento em resposta a uma força de contato aplicada.

Tabela 1 - Dados de diâmetro, densidade e módulo de Young.

Material	Diâmetro (mm)	Densidade (g/cm ³)	Módulo de Young (Pa)
Aço Carbono	3, 5 e 7	8,00±0,01	$(5,81 \pm 0,26) \times 10^8$
Aço carbono recoberta	9,05±0,01	5,96±0,03	$(3,42 \pm 0,80) \times 10^7$
Alumina	3, 5 e 6	3,25±0,01	$(4,94 \pm 0,23) \times 10^8$
Polipropileno	3, 5 e 8	0,89±0,01	$(1,94 \pm 0,08) \times 10^8$
ABS	5,95	1,82 ± 0,01	$(2,83 \pm 0,51) \times 10^9$
Porcelana	6,13	2,41 ± 0,01	$(3,92 \pm 0,52) \times 10^8$
Superfície de acrílico	-	-	$(3,00 \pm 0,20) \times 10^8$

Fonte: Elaborado pelo autor, 2023.

Assim, o tempo para que a partícula recupera sua forma original após o ensaio de compressão ou a força aplicada para que ocorra deformação plástica (mudança permanente na partícula que não é recuperada ao término do ensaio) são também informações importantes sobre o material e podem estar associadas a diferentes fontes de dissipação de energia. Em particular, tanto o polipropileno quanto o filme de Plastisol são materiais termoplásticos e devido à natureza desses materiais, a deformação permanente ocorre mais rapidamente em virtude das fracas forças de atração entre os átomos. Inclusive, os plásticos são assim chamados por serem mais facilmente deformados plasticamente (VAN VLACK, 2000).

Apenas o módulo de Young pôde ser analisado para os materiais desse estudo, devido às limitações de medição dos equipamentos empregados para esse fim. Mas entende-se que outras propriedades como dureza, tensão de ruptura e fluência podem ser importantes para agregar nas discussões futuras do comportamento. Assim, diante do exposto, mesmo que não haja uma variação significativa no módulo de Young, a variação no comportamento das curvas de força-deslocamento é decisiva para entender as mudanças na estrutura desses materiais decorrentes de colisões, as quais podem resultar em deformações permanentes, mesmo que não visíveis, caracterizadas pelo deslocamento de planos cristalinos e moléculas adjacentes, sendo fonte adicional de dissipação de energia.

3.3.2. Efeito do número de impactos

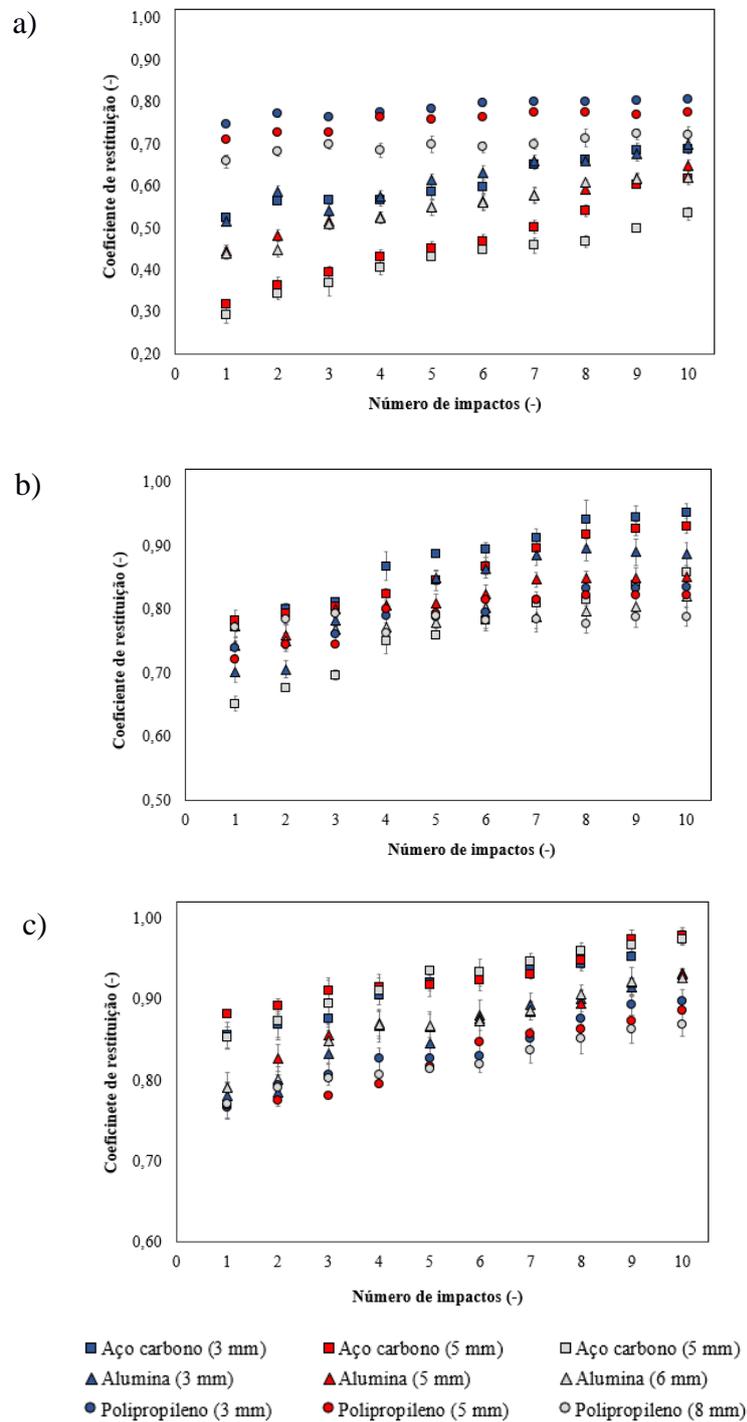
A Figura 16 apresenta o coeficiente de restituição com intervalo de confiança de 95% em função do número de impactos sucessivos para colisões em superfícies de 2, 6 e 20 mm de espessura.

Para as três superfícies avaliadas, os resultados demonstram o aumento do coeficiente de restituição a medida em que os impactos ocorrem. Nesses experimentos, as partículas foram posicionadas de tal forma que a colisão acontecia na mesma orientação e certamente com contato sempre na mesma região, para que condições experimentais iguais fossem mantidas. Assim, independentemente do material da partícula, o histórico de colisões afeta a quantidade de energia dissipada em um sistema. Isso se deve ao fato de que a cada impacto, ocorrem deformações plásticas progressivas sobre o ponto de impacto, e a medida em que os impactos ocorrem, tem-se o endurecimento da superfície das partículas e a área de contato sujeita a deformação plástica diminui (WEIR e TALLON, 2005). A razão da variação do coeficiente é que as deformações plásticas tendem a ser acentuadas, principalmente nos impactos iniciais.

Nos impactos subsequentes, a área de contato já sofreu uma deformação permanente elevada se comparada ao primeiro impacto, assim, embora deformações plásticas ainda ocorram, tem-se uma variação mais discreta. Além disso, os impactos repetidos têm o efeito de achatar as superfícies na região de impacto, o que aumenta o raio efetivo de curvatura e, conseqüentemente, a velocidade de propagação de onda, tornando o material mais elástico (STRONGE, 2018). Dessa forma, tem-se uma colisão cada vez mais elástica e, portanto, uma menor dissipação de energia, o que se reflete em maiores coeficientes de restituição, que tendem a um valor estacionário.

Na Figura 16, também é possível observar que, após cerca de sete impactos, o coeficiente de restituição da maioria das partículas atinge um valor constante, ou seja, sem variação estatisticamente relevante. Para as partículas de aço carbono em colisões com a placa de 20 mm, o coeficiente de restituição aproxima-se de um valor unitário, o que indica que para materiais mais elásticos, a dissipação de energia por plasticidade é menos acentuada e as colisões são predominantemente elásticas. Por outro lado, os menores coeficientes são obtidos para as esferas de polipropileno, o que se deve às características desses materiais poliméricos, os quais possuem mais fontes de dissipação de energia devido, por exemplo, ao movimento interno de partículas ou modificações em sua estrutura devido ao calor gerado no impacto, mesmo sem que essas deformações sejam visíveis.

Figura 16 - Coeficientes de restituição em função do número de impactos repetidos para colisões com velocidade 0,6 m/s em placas de 2 (a), 6 (b) e 20 (c) mm de espessura.



Fonte: Elaborado pelo autor, 2023.

3.3.3. Influência da relação diâmetro da partícula/espessura da parede

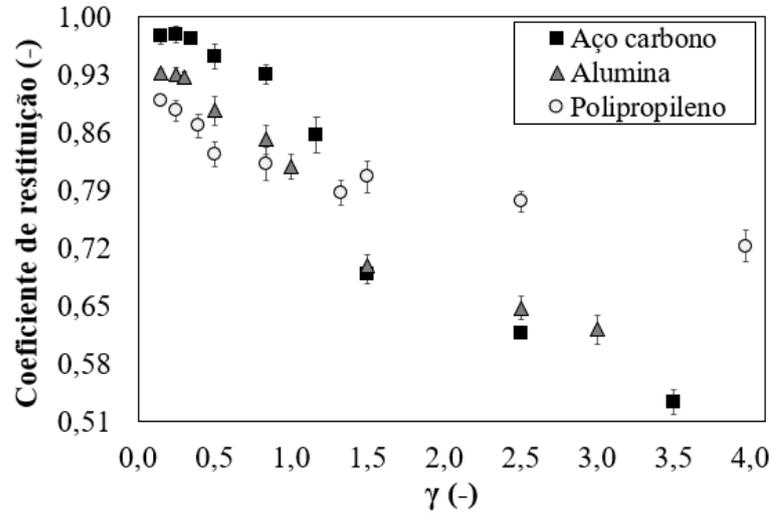
A influência de placas de acrílico de diferentes espessuras na colisão é apresentada na Figura 17, a partir dos resultados de coeficiente de restituição em função da razão diâmetro da partícula/espessura da parede, denominada parâmetro γ .

O comportamento das curvas indica que o coeficiente de restituição decai com o aumento do γ , independente do material da partícula. Na colisão partícula-superfície, a energia cinética do momento da colisão é convertida em energia no interior da placa. Com o aumento da razão entre o diâmetro da partícula e a espessura da placa, a energia cinética da colisão é dissipada crescentemente por meio de ondas de flexão que se propagam dentro da superfície de impacto, resultando em menores valores de coeficiente de restituição (MUELLER *et al.*, 2015; ZENER, 1941).

Para colisões com a placa de 20 mm, com valores de γ na faixa de 0,15 a 0,40, o coeficiente de restituição de um mesmo material tende a valores iguais independentemente do diâmetro da partícula. Esse comportamento é explicado uma vez que com o aumento da espessura da placa, o efeito das vibrações começa a diminuir, e a perda de energia no impacto fica dominada por outras fontes dissipativas associadas principalmente às características da partícula e a velocidade de impacto, que resultam em deformações plásticas e elásticas (PENG *et al.*, 2021). Esse resultado pode indicar que o coeficiente de restituição é dependente do parâmetro γ e não isoladamente do diâmetro da partícula, uma vez que não é possível estabelecer uma relação proporcional entre o coeficiente de restituição e o diâmetro sem que seja considerada a espessura da placa (PATIL e HIGGS, 2017).

Ao comparar os resultados da Figura 17 para as partículas de diferentes materiais, foi constatada uma maior dependência do coeficiente de restituição em relação a razão diâmetro da partícula/espessura da placa para esferas de aço carbono e alumina, as quais têm maior módulo de Young. Para as esferas de aço carbono, para valores de γ entre 0,15 e 0,35 obtidos nas colisões com a placa de 20 mm, o coeficiente de restituição assume valores próximos do unitário. Dessa forma, além da dissipação de energia por ondas de flexão não ser significativa, pode-se dizer que a dissipação de energia ocorre predominantemente pela propagação de ondas elásticas em decorrência da elevada resistência mecânica desse material, o que reforça que a combinação das propriedades do material da esfera e a espessura da placa tem um efeito significativo sobre as colisões.

Figura 17 - Coeficientes de restituição experimental em função da razão diâmetro da partícula/espessura da parede (γ) para partículas de diferentes materiais.



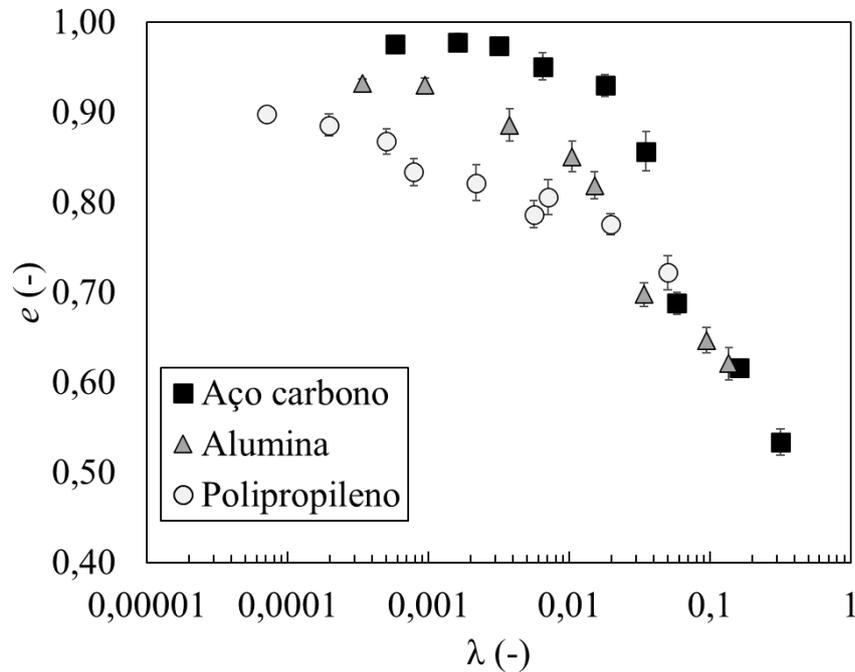
Fonte: Elaborado pelo autor, 2023.

Por outro lado, os resultados obtidos para a placa mais fina demonstraram um comportamento inverso para as esferas de aço carbono, o que se deve aos efeitos simultâneos da geometria e do comportamento mecânico dos materiais. Nas colisões na placa de maior espessura, o efeito do comportamento mecânico é predominante e o coeficiente de restituição depende fracamente da espessura da chapa. Assim, dependendo dos mecanismos de tensão e deformação de cada um dos materiais, eles se comportarão de forma diferente. Em placas mais finas, a espessura da placa se torna um fator dominante na dissipação. Assim, o impacto de esferas mais rígidas e densas como as metálicas resulta em uma maior propagação das ondas de flexão na placa, o que compromete a restituição.

Diferentemente do que se observou para as esferas de aço carbono, a análise dos resultados para as esferas de polipropileno indica que não há uma influência apreciável da espessura da placa sobre o coeficiente de restituição. Esse comportamento pode ser explicado a partir do parâmetro inelástico proposto por Zener (1941), apresentado na Equação 6. Os coeficientes de restituição das partículas em função do parâmetro inelástico são apresentados na Figura 18.

$$\lambda = \left(\frac{\pi \rho_p}{\rho_s} \right) \frac{1}{4\sqrt{3}} \left(\frac{r}{L} \right)^2 \left[\frac{v^2 \rho_s (1 - \sigma_s^2)}{E_s} \right]^{1/10} \left[1 + \frac{E_s (1 - \sigma_p^2)}{E_p (1 - \sigma_s^2)} \right]^{-2/5} \quad (6)$$

Figura 18 - Coeficiente de restituição em função do parâmetro inelástico.



Fonte: Elaborado pelo autor, 2023.

Para as partículas de polipropileno, a densidade e módulo de Young dessas partículas são muito menores que os da placa de acrílico e, assim, o parâmetro inelástico proposto por Zener (1941) permanece numa faixa mais reduzida e restrita, assim, apesar de uma proporção suficientemente grande entre o diâmetro da partícula e a espessura da placa, não há geração de uma quantidade de ondas de flexão significativa que seja fonte predominante da dissipação de energia. Consequentemente, as características das partículas têm efeito predominante e devido à menor elasticidade desse material, é possível que a dissipação de energia seja resultante de deformação de contato inelástica, ou mesmo de outras fontes, como rugosidade da superfície, fricção ou amortecimento (MUELLER *et al.*, 2015).

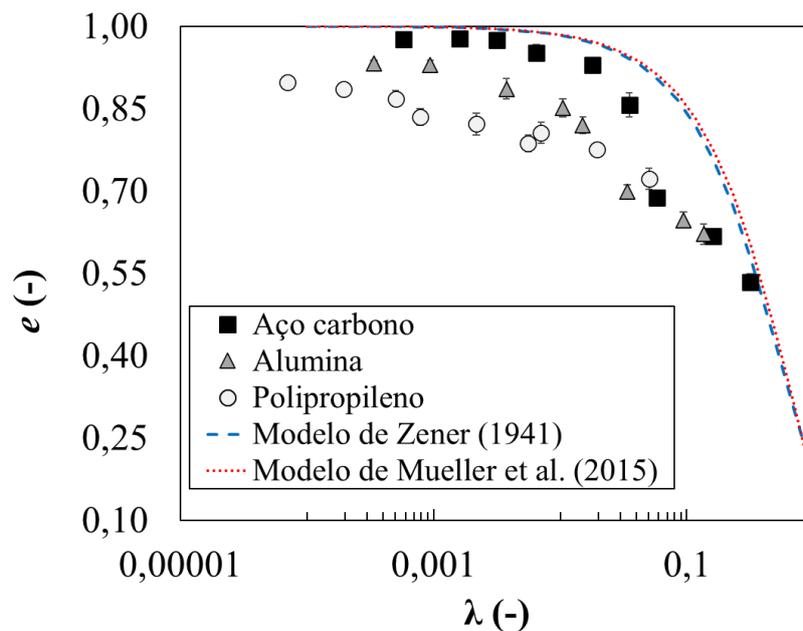
O efeito do parâmetro inelástico pode também ser avaliado quantitativamente por meio de correlações propostas na literatura. Zener (1941) e Mueller *et al.* (2015) propuseram modelos semiempíricos para calcular o coeficiente de restituição em função desse parâmetro inelástico, conforme apresentado nas Equações 7 e 8, respectivamente.

$$e = \left(\frac{1 - 0,84\lambda}{1 + 0,84\lambda} \right) \quad (7)$$

$$e = -\pi \frac{\lambda}{\sqrt{4 - \lambda^2}} \quad (8)$$

Os dados experimentais são comparados às curvas dos modelos de Zener (1941) e Mueller *et al.* (2015), conforme apresentado na Figura 19.

Figura 19 - Comparação entre dados experimentais e valores calculados de coeficientes de restituição em função do parâmetro inelástico.



Fonte: Elaborado pelo autor, 2023.

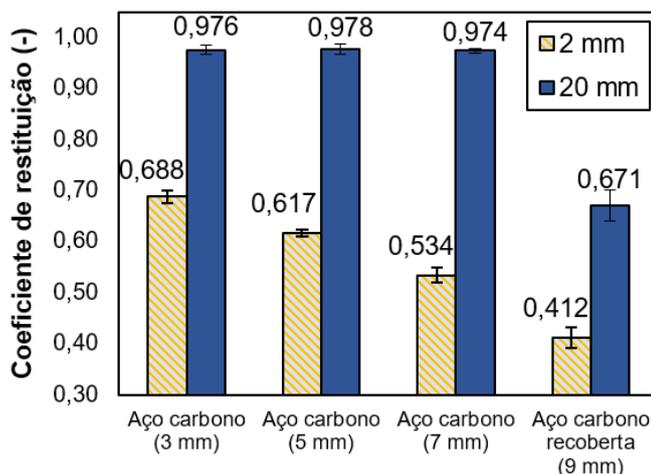
De acordo com a Figura 19, observa-se que a maior parte dos pontos experimentais está abaixo das curvas dos modelos. Ainda que o parâmetro inelástico proposto possa ser utilizado para explicar parte do comportamento do coeficiente de restituição para diferentes materiais, os modelos propostos consideram que a única fonte de perda de energia é a transferência de energia cinética para a placa, na forma de ondas de flexão e vibrações e, portanto, não considera outras fontes de dissipação de energia, como plasticidade ou atrito. Assim, as previsões tendem a superestimar o coeficiente de restituição, principalmente para partículas de baixa resistência mecânica.

3.3.4. Influência do recobrimento das esferas metálicas

Para investigação do efeito do recobrimento, as esferas de aço carbono de 7 mm recobertas colidiram em ar contra placas de 2 e 20 mm de espessura. Os resultados foram

comparados com os dados de ensaios anteriores para esferas comerciais de aço carbono de 3, 5 e 7 mm de diâmetro, apresentados na seção anterior. Os coeficientes de restituição são apresentados na Figura 20.

Figura 20 - Comparação entre os coeficientes de restituição das esferas de aço comerciais e recoberta para colisões em placas de 2 e 20 mm de espessura.



Fonte: Elaborado pelo autor, 2023.

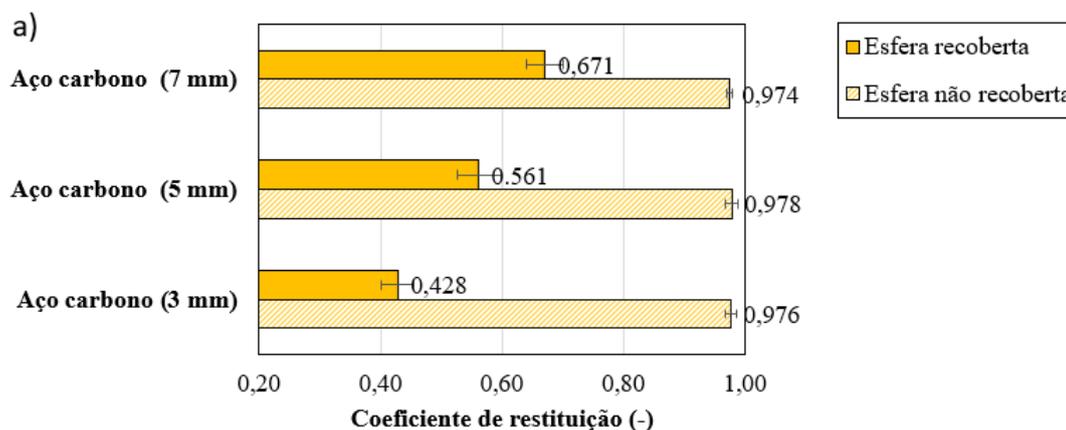
De acordo com a Figura 20, os menores coeficientes de restituição correspondem às esferas de aço carbono recobertas com filme polimérico, independentemente da espessura da placa. Além disso, os resultados condizem com o comportamento descrito na seção anterior, em que a redução do coeficiente de restituição é proporcional ao aumento da relação diâmetro da partícula/espessura da parede. No entanto, para a placa de 20 mm, os resultados demonstram que o coeficiente de restituição das esferas comerciais é constante e independe dessa relação, ou seja, o efeito de ondas de flexão não é mais pronunciado. Por outro lado, é observada uma queda pronunciada no coeficiente de restituição para a esfera recoberta, não havendo mais uma tendência constante.

Para investigar o efeito isolado do recobrimento, os resultados para a placa de 20 mm foram também avaliados para as esferas de aço carbono de 3 e 5 mm, conforme apresentado na Figura 21.

A Figura 21 evidencia que não houve variação significativa nos coeficientes de restituição das esferas de aço não revestidas, independentemente de seus diâmetros, todos permaneceram próximos de um valor unitário. Essa constância nos altos valores de coeficiente de restituição se beneficia das condições experimentais, notadamente a baixa velocidade de impacto, adequada

para esferas densas e elásticas. Essa abordagem minimiza consideravelmente a dissipação de energia mecânica durante as colisões.

Figura 21 - Comparação entre os coeficientes de restituição das esferas de aço comerciais e recoberta para diferentes diâmetros em colisões em placa de 20 mm de espessura.



Fonte: Elaborado pelo autor, 2023.

A uniformidade dos valores do coeficiente de restituição pode ser justificada com base na literatura (BOETTCHER *et al.*, 2017), que argumenta que a relação entre o diâmetro da partícula e a espessura da parede tem maior influência sobre o coeficiente do que o diâmetro isolado. Para relações diâmetro/espessura inferiores a 1, como ocorre aqui, o coeficiente de restituição permanece relativamente constante para um determinado par de materiais, mesmo quando o diâmetro das partículas varia. Nesse contexto, a relação diâmetro da partícula/espessura da placa não exerce influência substancial na dissipação de energia, considerando-se a espessura da placa de 20 mm, que resulta em uma relação menor do que 1.

A presença do filme polimérico teve um impacto significativo, levando a uma notável redução nos coeficientes de restituição. O material polimérico utilizado, em contraste com a superfície de aço carbono não revestida das esferas, exibe menor resistência mecânica e elasticidade, o que, combinado com uma aderência mais forte à superfície da placa, contribui para a redução da restituição. Além disso, a camada de filme introduz rugosidade à superfície da partícula, facilitando a aderência ao material da placa e prolongando o tempo de contato, o que resulta em uma menor energia restituída pela partícula (KRULL *et al.*, 2021).

Isso ressalta que as modificações na superfície da esfera de aço carbono devido ao revestimento polimérico têm um impacto significativo no coeficiente de restituição, alterando o

comportamento do material e aumentando a importância das propriedades da partícula, mesmo em relação a partículas rígidas. A menor resistência à deformação, quantificada pelo módulo de Young, e a maior aderência do material à superfície da placa desempenham um papel relevante nos resultados.

Essas discussões sublinham que, embora o filme polimérico modifique apenas a camada mais externa da partícula, sua presença é suficiente para contribuir significativamente para alterações no comportamento do material. Isso pode levar a fenômenos mais pronunciados de adesão, fricção e deformação plástica no momento do contato, resultando em um aumento das fontes de dissipação de energia e, conseqüentemente, na redução da restituição.

Esses resultados forneceram uma visão sobre mais um parâmetro de impacto nas colisões. Eles reforçam a compreensão de que o coeficiente de restituição é afetado por uma série de fatores simultâneos, em vez de parâmetros isolados. Essas observações são cruciais para investigações de sistemas mais complexos, especialmente escoamentos que envolvem líquidos viscosos. Além disso, essa discussão é relevante para aplicações industriais, como o uso de partículas de maior rigidez recobertas por filmes de menor elasticidade, frequentemente empregadas em processos como, por exemplo, biorreatores para tratamento de efluentes.

CAPÍTULO 4 - COLISÕES EM LÍQUIDOS

Este capítulo aborda a análise das colisões em meio líquido, foco principal desse estudo. Dentro deste capítulo, destaca-se a revisão bibliográfica, a metodologia adotada e os resultados obtidos. A revisão da literatura apresentou fatores fundamentais que afetam colisões em líquidos e descreveu métodos empregados para medição de dissipação de energia mecânica nesses casos. Em seguida, a metodologia detalhou minuciosamente os procedimentos experimentais, com destaque para a construção de um novo aparato experimental para medição do coeficiente de restituição efetivo. Por fim, os resultados oferecem uma avaliação detalhada do aparato experimental e uma análise da tendência do coeficiente de restituição efetivo em função de variações do líquido e propriedades das partículas.

4.1. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

4.1.1. Forças dissipativas

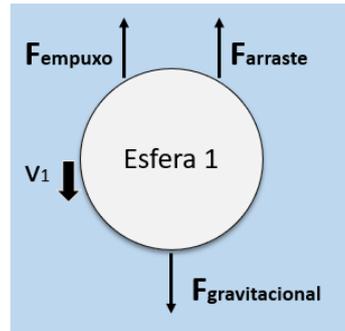
Nas colisões em líquidos, além dos fatores mencionados no capítulo anterior, a dissipação de energia é também consequência de forças hidrodinâmicas dissipativas resultantes da presença da fase líquida. Dentre as principais contribuintes, tem-se as forças de empuxo, arraste e lubrificação, as quais não podem ser negligenciadas (WANG *et al.*, 2012). De acordo com a viscosidade do fluido, é possível que a maior parte da energia dissipada na colisão seja absorvida pela dissipação viscosa na camada de líquido e outras fontes, como a ocorrência de deformações plásticas, represente uma parte bem menos pronunciada de dissipação.

A força de empuxo é exercida pelo fluido sobre o corpo e age verticalmente em sentido oposto à gravidade. Essa força surge devido às diferenças de pressão devido ao deslocamento do fluido e depende apenas do volume ocupado pelo corpo, independentemente da profundidade a qual está imerso.

Durante o movimento da partícula em um fluido, atua também a força de arraste, que tende a desacelerar a partícula em relação ao fluido circundante, agindo em oposição ao movimento da partícula. Essa força é menos pronunciada quando a partícula está imersa em gás, uma vez que é resultado da força viscosa que age sobre a superfície da fase sólida e das diferenças de pressão devido ao movimento da fase fluida, além disso ocorre somente em condições dinâmicas, sendo necessário haver movimento relativo fluido-partícula (YAMOAHA *et al.*, 2015).

Um esquema para as forças de empuxo e arraste que atuam sobre o corpo em queda no seio de um fluido é apresentado na Figura 22. Outras forças atuam a depender do regime e de algumas propriedades da partícula, no entanto, o balanço apresentado refere-se a condições em que as demais forças são desprezíveis.

Figura 22 - Forças de arraste e empuxo atuantes no escoamento sólido-fluido.



Fonte: Elaborado pelo autor, 2023.

O módulo da força de arraste é calculado segundo a Equação 9.

$$F_D = \frac{1}{2} C_D \rho A v^2 \quad (9)$$

Em que C_D é o coeficiente de arraste, ρ é a densidade do fluido, A é a área projetada do corpo na direção perpendicular ao escoamento e v é a velocidade relativa do corpo em relação ao fluido. Para uma esfera, a área é definida como $A = \pi d^2 / 4$, assim, a Equação 9 ganha forma:

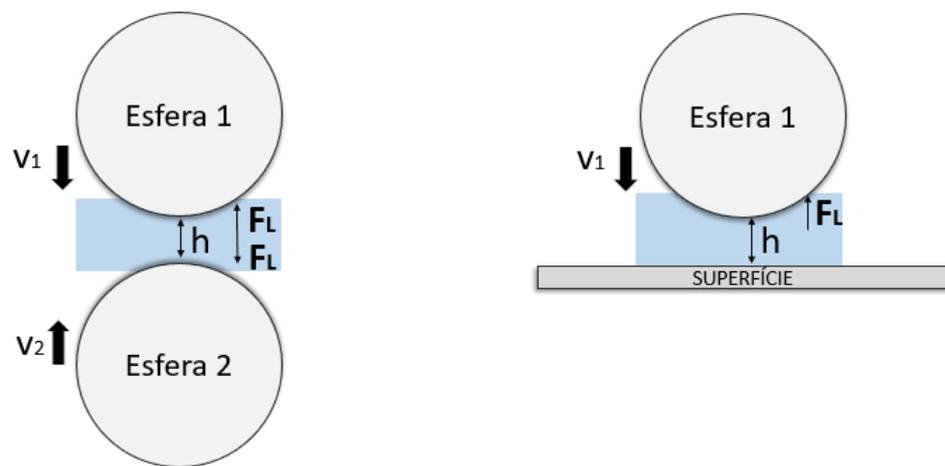
$$F_D = \frac{1}{8} C_D \rho \pi d^2 v^2$$

O coeficiente de arraste depende não apenas do regime de escoamento, mas também das propriedades e geometria das partículas da fase sólida. Sendo assim, não há modelo teórico para cálculo do coeficiente de arraste em todas as condições de Reynolds de partícula e forma da partícula. Para a grande maioria das situações é necessária a aplicação de alguma correlação empírica para o cálculo de C_D , o qual, em geral, é expresso em função do próprio número de Reynolds (SEVILLE e WU, 2016).

Quando dois corpos se movem, aproximando-se ou se afastando após uma colisão, com apenas uma fina camada de líquido separando-os, surge a força de lubrificação devido ao movimento do líquido intersticial, o qual gera gradientes de pressão e tensões viscosas. Esta é uma força de não conservação por envolver dissipação de energia ou transferência entre os corpos e atua como uma força de coesão entre os corpos (WANG *et al.*, 2012; ZHANG *et al.*, 2005).

As forças de lubrificação desempenham um papel importante no comportamento de sistemas líquido-sólido, onde afetam as colisões entre partículas. Essas forças surgem durante a imersão das partículas no líquido e aumentam a medida em que as partículas se aproximam umas das outras ou de outros corpos sólidos. Assim, influenciam significativamente o comportamento macroscópico de sistemas sólido-líquido ou mesmo de sistemas sólido-ar ou sólido-gás, quando trata-se de uma fase sólida composta por partículas suficientemente leves e pequenas (NIJSSEN *et al.*, 2023).

Figura 23 - Força de lubrificação no contato entre partículas e partícula com superfície imersas em fluidos viscosos.



Fonte: Elaborado pelo autor, 2023.

Com base na teoria elasto-hidrodinâmica para duas esferas elásticas, proposta por Barnocky e Davis (1989), a força de lubrificação é calculada segundo a Equação 10.

$$F_L = \frac{6\pi\mu R^2 v}{h} \quad (10)$$

Em que μ é a viscosidade do fluido, R é o raio da partícula, v é a velocidade relativa de aproximação e h é a distância mínima entre os corpos.

4.1.2. O número de Stokes

No estudo de escoamentos multifásicos, o número de Stokes é um parâmetro importante na mecânica dos fluidos para descrever o comportamento de partículas sólidas em suspensão dentro de um fluido viscoso, como líquidos, ou mesmo de partículas leves e pequenas imersas em gás (HAPPEL e BRENNER, 1983). Este adimensional é definido como o quociente entre a

força de arraste viscoso e a força elástica que atua sobre a partícula. Para partículas esféricas, o número de Stokes é expresso como:

$$St = \frac{2r^2 \rho_f \vartheta}{9\mu} \quad (11)$$

Onde r é o raio da partícula, ρ_f é a densidade do fluido, ϑ a velocidade da partícula, e μ é a viscosidade dinâmica do fluido.

Esse parâmetro é usado para determinar se o comportamento das partículas em movimento será dominado pela viscosidade do líquido ou pela inércia delas. Em partículas pequenas com números de Stokes baixos, a viscosidade do fluido prevalece, e as partículas tendem a seguir as linhas de fluxo do fluido. Por outro lado, em partículas maiores com números de Stokes elevados, a inércia domina, e as partículas podem se mover de forma mais independente do fluido, experimentando menor resistência viscosa. Relacionando o número de Stokes com o movimento da partícula, em condições de baixo número de Stokes, a dissipação de energia é alta, e as partículas tendem a desacelerar rapidamente e seguir trajetórias complexas. Em condições de alto número de Stokes, as partículas mantêm mais de sua energia cinética.

Esse parâmetro é usado para determinar se o comportamento das partículas em colisões será dominado pela viscosidade do líquido ou pela inércia das partículas. Ao conectar o número de Stokes com o coeficiente de restituição, podemos observar padrões distintos. Quando o número de Stokes é significativamente menor que 1, as forças viscosas predominam, resultando em uma maior dissipação de energia durante a colisão. Isso influencia o coeficiente de restituição, que geralmente é menor nesse regime. Por outro lado, quando o número de Stokes é muito maior que 1, a inércia das partículas é dominante, e a colisão se assemelha mais às ocorridas em meios não viscosos, como o ar. Nesse cenário, o coeficiente de restituição é menos afetado pela viscosidade do líquido, e a dissipação de energia devido ao arraste viscoso é relativamente pequena. Assim, o número de Stokes é uma ferramenta crucial para distinguir entre as influências da viscosidade e da inércia em colisões em líquidos viscosos, impactando diretamente o comportamento do coeficiente de restituição efetivo e auxiliando na compreensão de como as forças viscosas afetam as colisões de partículas em líquidos viscosos.

4.1.3. Determinação do coeficiente de restituição efetivo

O coeficiente de restituição efetivo é uma métrica de extrema importância no estudo de colisões em líquidos. Ele descreve a capacidade de um sistema de partículas recuperar energia

após uma colisão nesse ambiente líquido, levando em consideração não apenas as perdas de energia imediatamente durante a colisão, mas também aquelas que ocorrem ao longo do movimento das partículas no líquido. Esse parâmetro é influenciado por uma variedade de fatores, desde a viscosidade do líquido até características particulares das próprias partículas, proporcionando uma visão mais completa das dinâmicas de colisão de partículas em ambientes líquidos.

Com o intuito de investigar o efeito da presença do líquido nas colisões, muitos pesquisadores investigaram as colisões em fluidos viscosos e a atuação de forças hidrodinâmicas em escoamentos sólido-líquido através de medidas do coeficiente de restituição efetivo.

Um dos trabalhos mais difundidos sobre o tema foi proposto por Joseph *et al.* (2001), no qual foram determinados os coeficientes de restituição efetivo a partir de colisões em soluções de glicerol e água. Os resultados demonstraram a forte influência do número de Stokes e, conseqüentemente, das propriedades do fluido sobre a restituição. Conclusões semelhantes foram obtidas por Gondret *et al.* (2002), que investigaram as colisões em ar, água e óleos de silicone com partículas de diferentes materiais e observaram uma tendência crescente do coeficiente de restituição efetivo em função do aumento do número de Stokes. No entanto, observaram que para parte das partículas, as velocidades obtidas pelo lançamento em queda livre não foram suficientes para promover a restituição.

Na maioria dos estudos do tema, o método de queda livre é empregado para medir o coeficiente de restituição efetivo, devido, principalmente, a sua simplicidade. No entanto, como depende apenas da ação gravitacional, pode não ser suficiente para medir o coeficiente de restituição em condições experimentais com partículas pequenas ou leves imersas em líquido, uma vez que tendem a alcançar velocidades relativamente baixas (menos de 1 m/s) (GONDRET *et al.*, 2002; ANTONYUK *et al.*, 2009; LIMA *et al.*, 2021, YURATA *et al.*, 2021).

Para contornar essa limitação, alguns autores avaliaram o efeito de um filme líquido na colisão, utilizando uma partícula úmida ou uma superfície coberta por uma fina camada de líquido (ANTONYUK *et al.*, 2009; BUCK *et al.*, 2017; BUCK e HEINRICH, 2019; KRULL *et al.*, 2021). Como Ciornei *et al.* (2021), que investigaram colisões contra uma placa seca e molhada com óleo e observaram um menor efeito de amortecimento para as colisões a seco.

Ma *et al.* (2013) investigaram os impactos oblíquos entre a esfera de superfície rugosa e as camadas líquidas com ampla variação de parâmetros de impacto por meio de coeficientes de

restituição efetivos. Posteriormente, continuaram o estudo inicial (MA *et al.*, 2016) com uma investigação aprofundada do efeito das características da camada líquida, como morfologia e formação de pontes de líquido, sobre as colisões. Nesses estudos, concluíram que com o aumento da espessura e viscosidade da camada líquida, o coeficiente de restituição diminuiu, enquanto o tempo de ruptura da camada líquida aumentou.

Mueller e Huang (2016) conduziram uma investigação sobre a colisão de uma esfera em uma placa úmida, levando em conta a relação entre a espessura do filme líquido e o diâmetro da partícula. Seus resultados revelaram que, para uma relação fixa, o coeficiente de restituição efetivo diminuiu significativamente à medida que o número de Stokes diminuiu.

Em um estudo realizado por Buck *et al.* (2018), foram investigadas as condições de colisões em líquidos a partir de partículas previamente umedecidas, analisando suas colisões com placas secas e úmidas. O estudo comparou colisões envolvendo uma partícula molhada com uma parede seca e colisões entre uma partícula molhada e uma parede também molhada. Como resultado, observaram variações entre os casos “partícula molhada” e “partícula-parede molhadas” e concluíram que a espessura de líquido efetiva durante a colisão é a soma da camada da partícula e da camada da parede.

Entretanto, grande parte dessas pesquisas destacou que o coeficiente de restituição diminuiu consideravelmente com o aumento da espessura da camada líquida. Portanto, não é apropriado estender completamente as observações feitas em películas líquidas finas para colisões envolvendo partículas totalmente submersas. O mecanismo de colisão de partículas completamente imersas em um líquido é diferente, já que a tensão superficial não desempenha um papel relevante. Enquanto outras forças ocorrem mesmo iminentemente antes da colisão, como o arraste, que não é considerado nos experimentos de filme (BUCK *et al.*, 2018).

Como exemplo, recentemente, Krull *et al.* (2021) exploraram colisões de partículas de óxido de zircônio de alta densidade com superfícies de titânio, usando o método de queda livre em um ambiente aquático. Os resultados revelaram coeficientes de restituição efetivos baixos à medida que o número de Stokes diminuía. A restituição foi facilitada pela menor viscosidade da água e pela alta densidade das partículas (6050 kg/m^3), mas essa dinâmica poderia ser comprometida em líquidos mais viscosos e em uma variedade maior de materiais.

Nesse contexto, vários estudos propuseram alternativas aos aparatos de queda livre, com o objetivo de ampliar as possibilidades de resultados. Joseph *et al.* (2001) e Yang e Hunt (2006),

por exemplo, empregaram um dispositivo experimental semelhante a um pêndulo, que também é influenciado pela força gravitacional, para medir os coeficientes de restituição efetivos. Nestes experimentos, a restituição de partículas foi analisada com foco em materiais mais densos, como metal e vidro, e em colisões de baixa velocidade.

Ruiz-Angulo *et al.* (2010) investigaram o rebatimento de uma partícula colidindo com uma superfície deformável em um líquido viscoso e descreveram o coeficiente de restituição efetivo dependente de um parâmetro de deformação e do número de Stokes, para isso lançaram as partículas a partir de um pêndulo normal à superfície. Diferentes velocidades foram alcançadas variando o ângulo de liberação das partículas.

Aguilar-Corona *et al.* (2011) mediram o coeficiente de restituição efetivo dentro de um leito fluidizado sólido-líquido e obtiveram um comportamento em função do número de Stokes de acordo com dados experimentais obtidos em estudos anteriores para condições de impacto controladas.

Yardeny *et al.* (2020) utilizaram diferentes aparatos experimentais, de acordo com a faixa de velocidade da partícula. O primeiro consiste em um carrinho, no qual a partícula foi presa, acelerado com auxílio de elásticos esticados. O segundo foi considerado adequado para velocidades altas, acima de 4 m/s, e consiste em uma pistola de água que acelera as partículas devido ao fluxo da água através de um cano. No entanto, embora acelere a partícula, este aparato faz com que outros fenômenos apareçam, como a erosão superficial da água.

No estudo recente de Melo *et al.* (2023), foram comparadas colisões de partículas de aço carbono em dois ambientes distintos: ar e água. Para isso, utilizaram um aparato experimental semelhante a um pêndulo. Os resultados revelaram uma dissipação de energia significativamente maior nas colisões em água, acompanhada de velocidades de impacto consideravelmente inferiores. Além disso, verificou-se que essas velocidades são diretamente proporcionais ao diâmetro das partículas. No entanto, a capacidade de ampliar esses experimentos para incluir outros materiais e diâmetros menores é limitada pelas características do aparato utilizado.

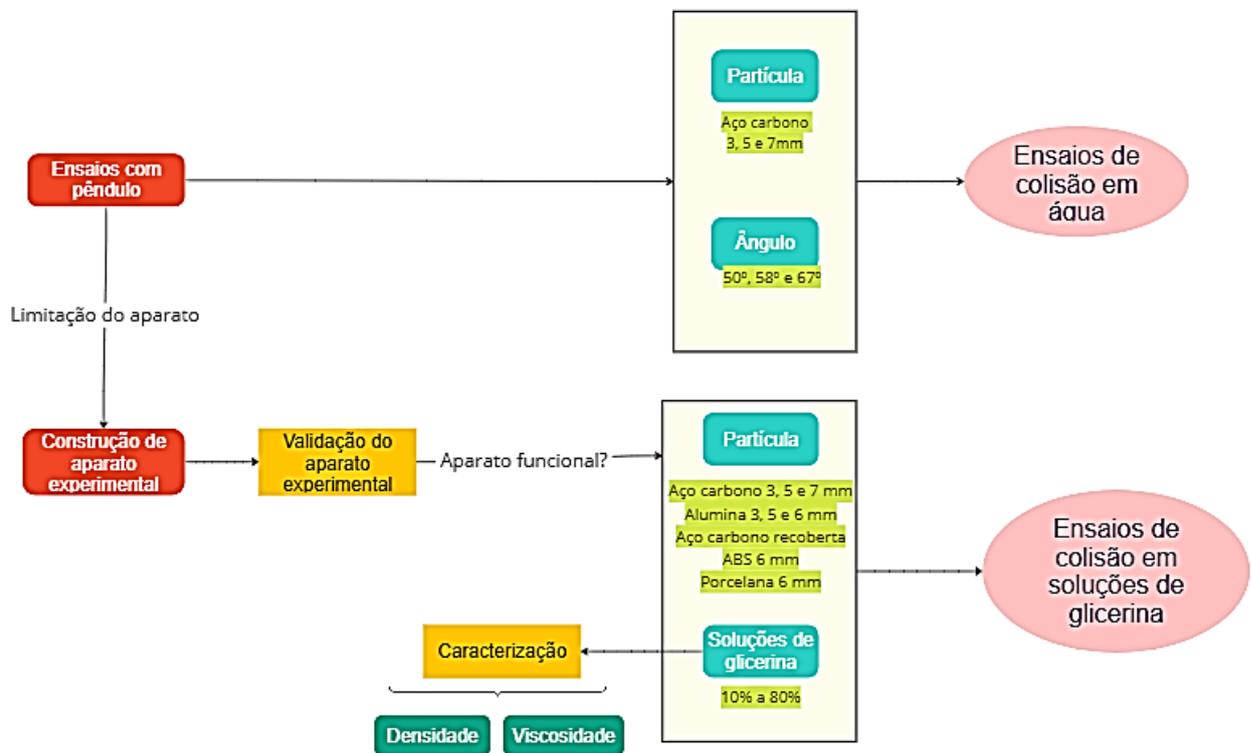
Investigações que se concentram em partículas densas ou líquidos viscosos oferecem uma abordagem eficaz para compreender os fenômenos de colisões em meios líquidos, especialmente em relação ao número de Stokes adimensional. No entanto, a falta de um aparato experimental versátil representa um desafio significativo. Há dificuldade em estender essas pesquisas para englobar uma variedade de partículas, especialmente aquelas com menor densidade e diâmetro.

Além disso, há uma notável restrição na exploração de uma gama mais ampla de velocidades de impacto, o que particularmente limita as investigações sobre colisões em ambientes altamente viscosos. Essa limitação destaca a necessidade de avanços em técnicas experimentais para compreender melhor as complexidades das colisões em líquidos, possibilitando uma exploração mais profunda e precisa dos fenômenos envolvidos.

4.2. MATERIAIS E MÉTODOS

A abordagem experimental de colisões em líquidos foi dividida em quatro linhas principais: a seleção das partículas, a condução de ensaios de colisão em água com o aparato experimental tipo pêndulo, a construção e implementação de um novo aparato experimental para ensaios com líquidos mais viscosos e a caracterização desses líquidos. Para uma visão geral das etapas, um fluxograma é fornecido na Figura 24, facilitando a compreensão do processo como um todo. Em sequência, cada uma dessas etapas é apresentada em detalhes.

Figura 24 - Fluxograma das etapas experimentais para investigação de colisões em líquidos.



Fonte: Elaborado pelo autor, 2023.

4.2.1. Seleção de partículas

Para os ensaios de colisão em líquidos, foram selecionadas esferas de aço carbono (3, 5 e 7 mm), alumina (3, 5 e 6 mm), ABS e porcelana, conforme apresentado na Figura 25.

Figura 25 - Partículas usadas nas colisões em líquido.



Aço carbono
(3 mm)



Aço carbono
(5 mm)



Aço carbono
(7 mm)



Alumina
(3 mm)



Alumina
(5 mm)



Alumina
(6 mm)



ABS
(5,95 mm)



Porcelana
(6,13 mm)

Fonte: Elaborado pelo autor, 2023.

4.2.2. Ensaios experimentais com aparato experimental tipo pêndulo

Na condução dos ensaios iniciais de colisão em líquido, utilizou-se um aparato experimental do tipo pêndulo para colisões em água a 25 °C. Este dispositivo foi minuciosamente detalhado no Capítulo 3 da presente tese. Durante esses experimentos, empregaram-se partículas de aço carbono com diâmetros de 3 mm, 5 mm e 7 mm, enquanto os ângulos de soltura variaram entre 50°, 58° e 67°.

É importante destacar que outras partículas não foram incluídas nestes experimentos devido às limitações do aparato experimental. Ficou evidente que o dispositivo não conseguiu proporcionar colisões e restituições eficientes para materiais menos densos, uma vez que as baixas velocidades alcançadas no líquido comprometiam a viabilidade desses processos.

4.2.3. Desenvolvimento do aparato experimental tipo estilingue

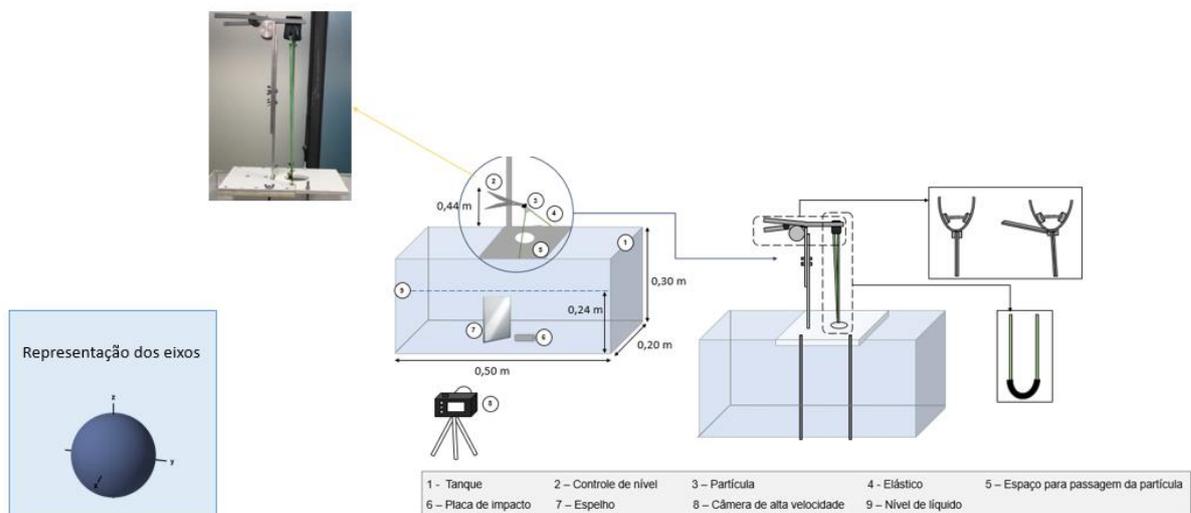
Diante das limitações do pêndulo, foi fundamental desenvolver um novo aparato experimental para dar continuidade às investigações em líquido. O equipamento proposto consiste em uma técnica original, de fácil construção e reprodução, e foi desenvolvido para aumentar a força no lançamento da partícula e assim, conseguir operar com velocidades mais altas e partículas de densidade variada.

Para avaliar o aparato experimental, diferentes tipos de esferas (ABS, alumina, aço carbono e porcelana) foram utilizadas nos testes. Os testes foram conduzidos em um meio líquido, especificamente em água.

O aparato experimental proposto era composto por um sistema contendo um estilingue, utilizado para liberar as partículas em altas velocidades na direção de um reservatório preenchido com líquido. Após ser lançada pelo estilingue, a partícula foi acelerada em direção a um tanque de acrílico, atravessando uma placa com espaço destinado à passagem das partículas. Em seguida, a partícula submergiu no líquido, movendo-se até colidir contra uma placa de impacto localizada no fundo do tanque. Em proximidade à placa de impacto, um espelho foi estrategicamente posicionado para facilitar a captura do movimento. O momento da colisão foi registrado por uma câmera de alta velocidade (Sony DSC-RX100 M4). O procedimento adotado para a obtenção dos dados de velocidades de impacto e restituição foi o mesmo descrito no capítulo anterior, permitindo assim o cálculo do coeficiente de restituição efetivo.

A Figura 26 apresenta detalhadamente os elementos do aparato experimental.

Figura 26 - Esquema detalhado do aparato usado nas colisões em líquido.



Fonte: Elaborado pelo autor, 2023.

Conforme esquematizado na Figura 26, a câmera (8) foi posicionada à frente do tanque para capturar a trajetória vertical das partículas durante as colisões. Um espelho (7), colocado dentro do tanque (1), formou um ângulo de 45° com a superfície de colisão, que consistia em uma placa acrílica medindo 8 cm x 8 cm e com 20 mm de espessura (6). Nos experimentos, um elástico de látex foi esticado de 0,20 m a 0,43 m. A partícula foi fixada na extremidade do elástico por meio de um suporte emborrachado. As partículas (3) foram lançadas verticalmente dentro do tanque por meio do acionamento manual de uma pinça como alavanca de liberação (2). Esse processo foi facilitado pelo uso de um elástico (4) e um mecanismo de acionamento tipo estilingue. Nessa configuração, o uso do estilingue permitiu que o deslocamento vertical das partículas fosse impulsionado não apenas pela ação da gravidade, mas também pela força elástica.

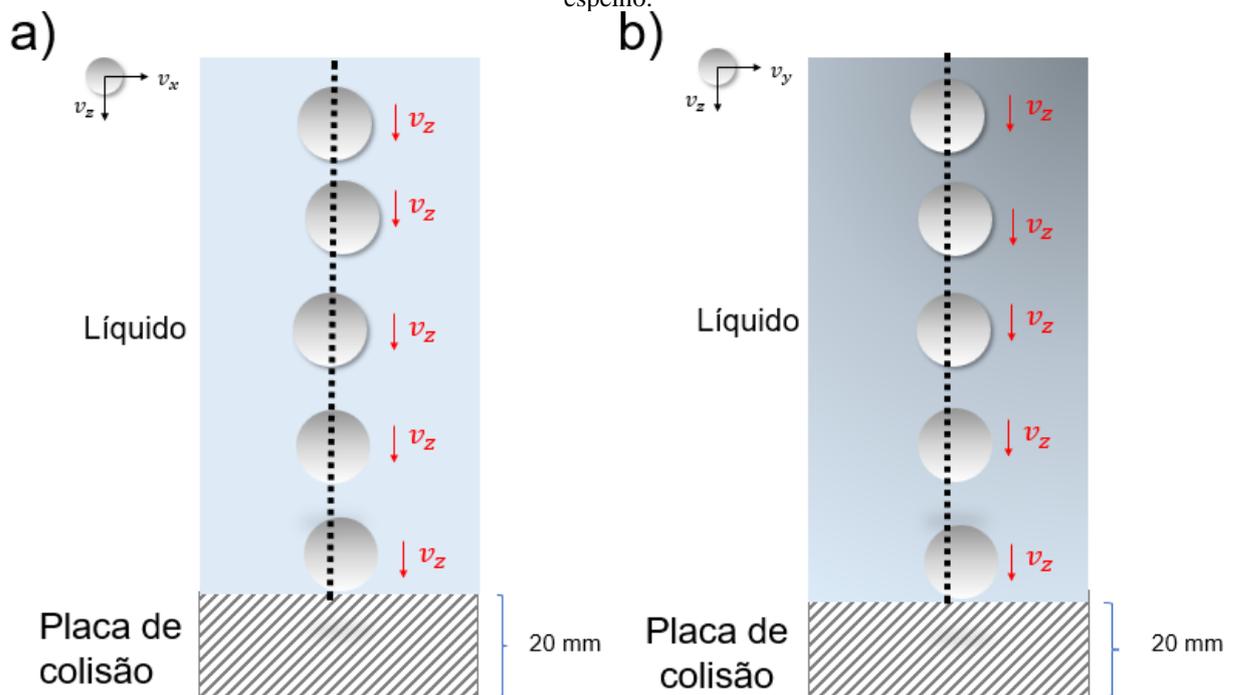
O espelho foi incorporado ao aparato experimental para permitir a detecção precisa de quaisquer desvios nas trajetórias das partículas. Estes desvios poderiam ser identificados através de variações horizontais nas imagens reais capturadas pela câmera de alta velocidade, bem como nas imagens refletidas no espelho. Da mesma forma, a escolha de uma placa com espessura de 20 mm foi deliberada para mitigar qualquer efeito de dissipação na placa que pudesse influenciar os resultados dos experimentos, conforme indicado pelas conclusões extraídas da investigação sobre a espessura da placa no Capítulo 3.

Além disso, a placa posicionada no interior do tanque foi essencial para controlar possíveis desvios de trajetória e descartar experimentos nos quais as partículas colidissem fora da região delimitada, correspondente à área da placa de impacto (6). Assim, foram considerados apenas as réplicas dos experimentos nos quais as partículas colidiram no centro da superfície, longe das bordas, indicando uma posição paralela ao ponto de lançamento (8 a cada 10 experimentos). Esse critério assegurou a precisão e a consistência dos dados coletados, garantindo a confiabilidade dos resultados obtidos.

Para validar o aparato experimental proposto e detectar eventuais desvios, as trajetórias das partículas foram analisadas nas direções x e y . Isso foi realizado ao observar os deslocamentos horizontais nas imagens reais e seus reflexos no espelho, respectivamente. Além disso, a avaliação dos resultados levou em conta tanto os desvios das trajetórias ao longo do tempo quanto a magnitude das velocidades de aproximação e afastamento nessas direções, em comparação com a direção principal do deslocamento no eixo z .

Para uma melhor compreensão dos eixos considerados na análise do deslocamento, uma representação esquemática do movimento da partícula é apresentada na Figura 27. Na Figura 27a, é mostrada a representação da trajetória real capturada diretamente pela câmera, enquanto na Figura 27b, é retratada a trajetória da partícula refletida no espelho. A trajetória ideal, considerada como referência para avaliação dos desvios, é indicada pela linha pontilhada, simbolizando a ausência de desvio em relação à direção principal.

Figura 27 - Representação da trajetória de uma partícula (a) a partir da captura das imagens reais e (b) refletidas no espelho.

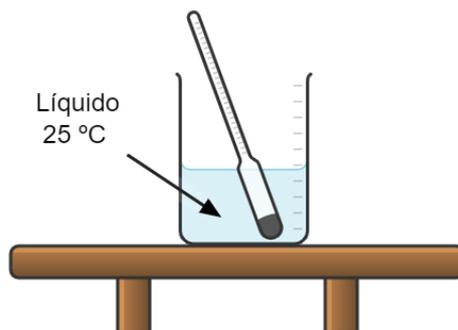


Fonte: Elaborado pelo autor, 2023.

4.2.4. Caracterização dos líquidos

Nos experimentos em líquidos, as partículas estavam imersas em água e soluções de glicerina. As soluções foram caracterizadas quanto à densidade e viscosidade a 25 °C, utilizando densímetros de vidro flutuantes (nas escalas de 0,900/1,000; 1,000/1,100; 1,100/1,200 e 1,200/1,400 ± 0,01 g/mL) (Figura 28) e um viscosímetro copo Ford (modelo 010574 da marca *Techvision*) (Figura 29), respectivamente. A temperatura foi medida com um termômetro e controlada mantendo a solução em um banho. Os dados estão dispostos na Tabela 2.

Figura 28 - Representação dos ensaios para medida de densidade dos líquidos.



Fonte: Elaborado pelo autor, 2023.

Figura 29 - Viscosímetro copo Ford (modelo 010574 da marca *Techvision*)



Fonte: Elaborado pelo autor, 2023.

Tabela 2 - Propriedades das soluções de glicerina a 25 °C.

Solução de glicerina (% v/v)	Densidade (kg/m ³)	Viscosidade dinâmica (Pa.s)
0,0	998,0	0,0089274
10,0	1025,9	0,0012189
23,1	1052,9	0,0019441
41,3	1099,9	0,0043140
61,4	1106,8	0,0108730
71,8	1186,0	0,0311900
80,2	1208,0	0,0453000

Fonte: Elaborado pelo autor, 2023.

4.2.5. Ensaios de colisão em líquidos com aparato experimento tipo estilingue

Após a validação bem-sucedida do aparato experimental, os ensaios de colisão em líquidos prosseguiram para diversas partículas e soluções previamente mencionadas. Nesses

experimentos, o efeito da viscosidade do líquido sobre as colisões foi investigado, principalmente, a partir de curvas de coeficiente de restituição efetivo em função do número de Stokes. As forças de arraste e de lubrificação atuantes no sistema foram também calculadas.

As equações e definições desses parâmetros foram apresentadas, respectivamente, nas seções 4.1.2 e 4.1.1.

4.3. RESULTADOS E DISCUSSÃO

4.3.1. Coeficiente de restituição a seco versus coeficiente de restituição efetivo

Embora o aparato experimental tipo pêndulo tenha se mostrado ineficaz para investigação das colisões em líquidos para partículas menos densas ou líquidos mais viscosos que a água, os ensaios realizados com esse aparato permitiram uma análise comparativa entre os resultados em ar, apresentados no Capítulo 3, e os resultados obtidos em água para as partículas de aço carbono de diferentes diâmetros. Com esses experimentos, foi possível investigar tendências diferentes dos coeficientes de restituição em ar e em água, além da influência do número de Stokes e fatores que constituem este parâmetro adimensional, como o diâmetro e a velocidade de impacto da partícula.

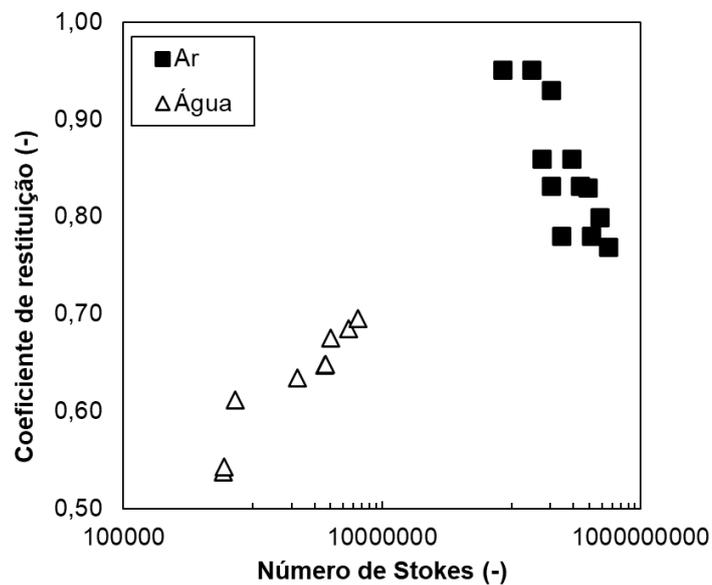
Os resultados foram avaliados pelos coeficientes de restituição a seco e efetivo, os quais são apresentados em função do número de Stokes e da velocidade de impacto nas Figuras 30 e 31, respectivamente.

Com base na Figura 30, observa-se uma tendência distinta nos experimentos realizados em ar e em água, indicando que os mecanismos de dissipação de energia variam de acordo com o fluido utilizado. No caso do ar, é observada uma diminuição do coeficiente de restituição à medida que o número de Stokes aumenta. Isso ocorre porque números de Stokes mais elevados correspondem a velocidades de impacto mais altas, que são uma fonte relevante de dissipação de energia no ar, devido à propagação maior de ondas elásticas ou mesmo plásticas. Nesse contexto, o mecanismo de dissipação está principalmente relacionado ao momento da colisão, não sendo influenciado pela resistência imposta por forças dissipativas do fluido. Vale ressaltar que o ar é um fluido pouco viscoso, e o efeito das forças dissipativas associadas a ele pode ser negligenciado.

Por outro lado, analisando os resultados em água, os coeficientes de restituição foram proporcionais ao número de Stokes. Nos experimentos em questão, a variação de Stokes foi

atribuída à mudança na velocidade de impacto e no diâmetro da partícula, considerando que o líquido utilizado permaneceu constante. Velocidades de impacto mais altas favoreceram o deslocamento do fluido, facilitando a ruptura da camada de líquido. Assim, conclui-se que os coeficientes de restituição mais altos obtidos para números de Stokes mais elevados se devem principalmente à redução do efeito dissipativo causado pelo líquido, em comparação com outros fatores envolvidos no sistema. Essa análise foi publicada em formato de artigo (MELO *et al.*, 2023).

Figura 30 - Coeficientes de restituição a seco (ar) e efetivo (água) em função do número de Stokes.

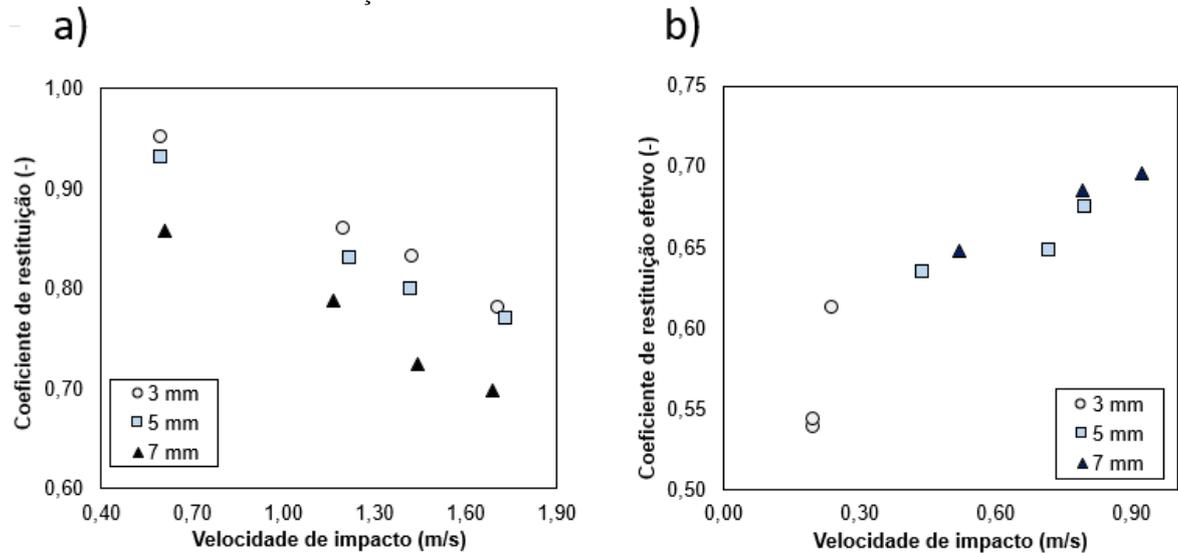


Fonte: Elaborado pelo autor, 2023.

Na Figura 31, é possível comparar o efeito da velocidade de colisão e dos diferentes diâmetros das partículas nos resultados de coeficiente de restituição para ambos os fluidos.

Ao analisar a Figura 31a, observa-se uma diminuição do coeficiente de restituição à medida que a velocidade de impacto aumenta. Além disso, como as partículas foram lançadas a partir do mesmo ângulo e se movem apenas pela influência da gravidade, as velocidades de impacto são iguais para todos os ângulos de lançamento. Nesse contexto, uma vez que o efeito do ar é insignificante, a redução do coeficiente de restituição é resultado do aumento da dissipação de energia devido às velocidades de impacto mais altas.

Figura 31 - Coeficientes de restituição a seco (a) e efetivo (b) em função da velocidade de impacto, para partículas de aço carbono de diferentes diâmetros.



Fonte: Elaborado pelo autor, 2023.

Outro ponto relevante é que, para uma mesma velocidade de impacto, os coeficientes de restituição mais baixos corresponderam a partículas com diâmetros maiores. Isso ocorreu devido à relação entre o diâmetro da partícula e a espessura da placa, que foi amplamente discutida no capítulo anterior desta tese. Essa relação indica que, quanto menor for essa proporção, menor será a dissipação de energia por meio de ondas de flexão na placa de colisão. Portanto, partículas de menor diâmetro apresentam uma relação diâmetro/espessura mais baixa, resultando em uma dissipação de energia menor.

Na Figura 31b, foi evidenciada uma tendência contrária, na qual o coeficiente de restituição aumentou conforme o aumento da velocidade de impacto. Esse comportamento é impulsionado pelo aumento do diâmetro da partícula, o qual resulta em uma maior velocidade de impacto, favorecendo a ruptura da camada de líquido e, conseqüentemente, promovendo o movimento da partícula. Comparando as Figuras 31a e 31b para o mesmo ângulo de lançamento, observa-se uma redução significativa na velocidade de impacto na água. Do mesmo modo, os coeficientes de restituição em água são inferiores aos observados e ar.

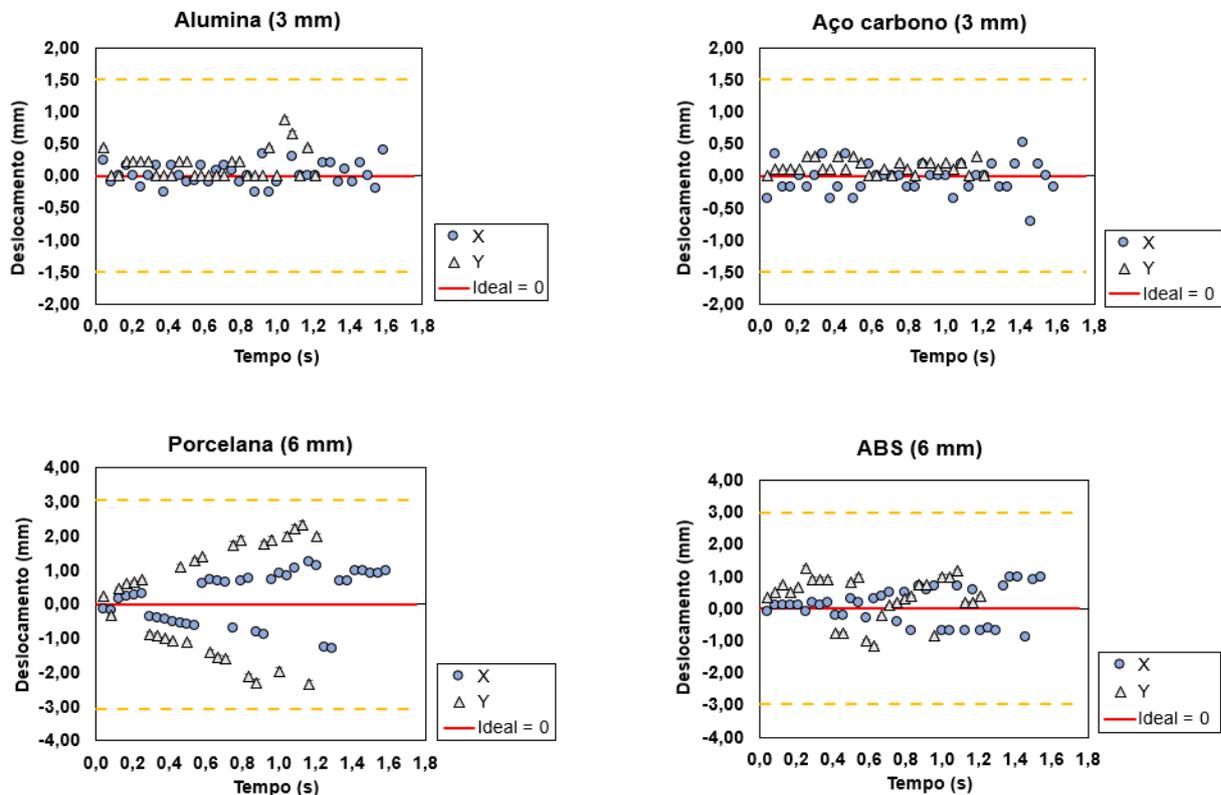
Essa redução é causada, principalmente, pela resistência ao movimento durante a trajetória da partícula e pelo amortecimento resultante da lubrificação gerada pela presença do líquido. Da mesma forma, ocorre uma diminuição no coeficiente de restituição quando comparado a um ambiente seco, principalmente devido às baixas velocidades de restituição resultantes da formação de pontes líquidas e à ação das forças de arraste e lubrificação. Essas

forças levam a uma perda mais significativa de energia cinética devido à dissipação viscosa, em comparação ao que ocorre no ar.

4.3.2. Avaliação do aparato experimental tipo estilingue

Para uma análise detalhada do aparato experimental e para assegurar a confiabilidade dos resultados obtidos, a avaliação incluiu uma análise das imagens reais e de seus reflexos no espelho, permitindo a identificação de quaisquer deslocamentos nas direções x e y. Na Figura 32, são apresentados os desvios nas trajetórias das partículas ao longo de seu movimento, cada conjunto de dados representa um experimento realizado com um dos materiais estudados. Estes desvios foram medidos em relação à linha central (representando a trajetória principal na direção z). A linha vermelha contínua representa a referência central (posição zero), enquanto as linhas tracejadas em amarelo correspondem ao raio da partícula em questão. O tempo inicial corresponde ao início do experimento.

Figura 32 - Deslocamento das partículas nos eixos x e y em torno da posição inicial em função do tempo ao longo do movimento para partículas de alumina, aço carbono, porcelana e ABS. Cada material é representado por dados de um ensaio específico, escolhido aleatoriamente.



Fonte: Elaborado pelo autor, 2023.

De acordo com a Figura 32, os desvios da trajetória do movimento vertical foram menores que o raio da partícula antes e depois da colisão em todos os casos, tanto nas direções x como y . Devido ao deslocamento horizontal mínimo, a dissipação de energia ocorreu principalmente através do movimento vertical. Como resultado, as partículas apresentaram uma trajetória reta e pequenos desvios tiveram impacto insignificante na dissipação de energia em outras direções.

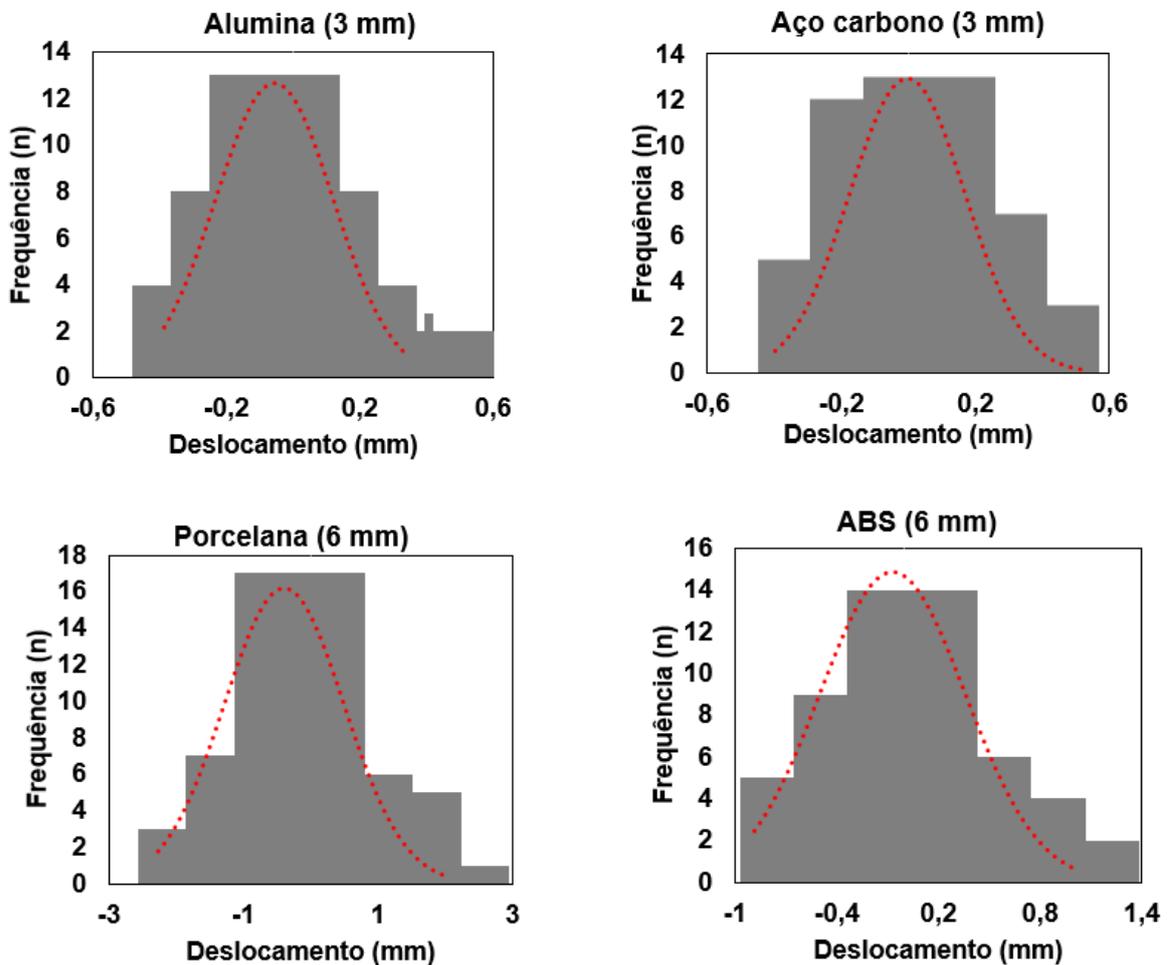
A análise enfatiza especificamente o coeficiente de restituição na direção normal. É importante ressaltar que o uso de partículas comerciais de esfericidade próxima a 1 ajudou muito nessas descobertas, pois favorecem naturalmente a trajetória reta de corpos regulares (HLOSTA *et al.*, 2018). Com exceção dos *outliers*, os resultados de todos os ensaios apresentaram comportamento semelhante ao longo da trajetória. A incerteza observada pode surgir de vários fatores, incluindo desvios na liberação de partículas e imprecisões de medição introduzidas pela marcação de pontos no software de processamento de imagens.

Além disso, dado que o deslocamento da partícula nas direções horizontais é consideravelmente menor, é razoável supor que a dissipação de energia devido ao movimento vertical no eixo principal seja dominante. Isso implica que as partículas seguem uma trajetória praticamente linear até o momento do impacto, e pequenos desvios no deslocamento não afetam significativamente a dissipação de energia em outras direções, especialmente quando consideramos apenas o coeficiente de restituição normal.

Esses resultados podem ser influenciados pela geometria das partículas, já que os experimentos foram conduzidos com partículas comerciais perfeitamente esféricas. Tal geometria favorece trajetórias lineares para corpos regulares, conforme mencionado por Hlosta *et al.* (2018). Além disso, os resultados reforçam a observação de que a colisão com a superfície da água não era suficiente para deslocar significativamente as partículas, indicando a adequação da metodologia experimental.

Analisando a distribuição normal destes dados, conforme mostrado na Figura 33, todas as distribuições seguem em grande parte as distribuições normais, indicando que os dados são aleatórios e, portanto, o desvio não é sistemático. Assim, os desvios não limitam o aparato experimental. Esta variação pode surgir de vários fatores, incluindo desvios na liberação de partículas e incertezas de medição introduzidas pela marcação de pontos no software de processamento de imagem.

Figura 33 - Frequência de distribuição do deslocamento e ajuste de distribuição normal (curva vermelha pontilhada) para partículas de Alumina, aço carbono, porcelana e ABS.

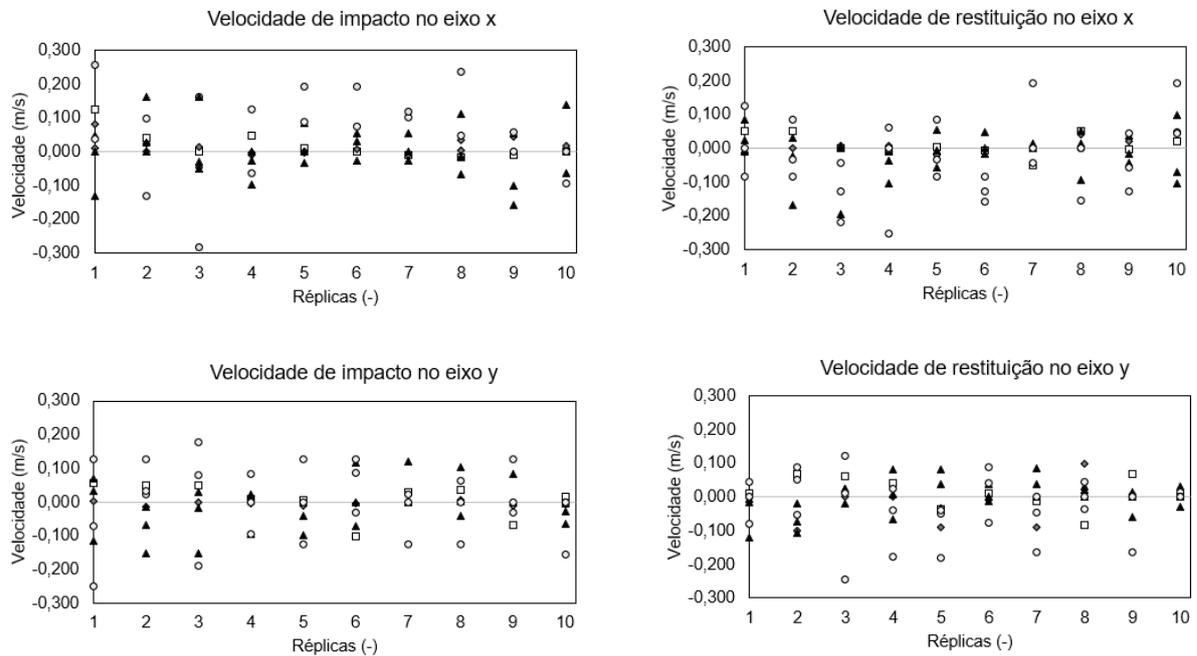


Fonte: Elaborado pelo autor, 2023.

Até este ponto, as análises realizadas foram baseadas em dados de um único experimento para cada material, não abrangendo a totalidade dos dados obtidos durante o processo de validação. Portanto, para avaliar completamente a eficácia do aparato experimental proposto, foi essencial investigar os desvios em toda a população de dados obtidos. Para isso, as velocidades nos eixos x e y foram analisadas para todas as réplicas de lançamento de cada partícula, conforme apresentado na Figura 34.

A análise quantitativa revelou desvios pequenos que oscilaram em torno de zero na maioria dos experimentos. Além disso, esses desvios, nos componentes x e y das velocidades, apresentaram uma média equivalente a, no máximo, 4% do valor da velocidade vertical (v_z). Isso tornou os componentes x e y praticamente insignificantes quando comparados ao movimento principal na direção vertical, como previamente indicado na Figura 32.

Figura 34 - Velocidades de impacto e restituição nas direções x e y medidas em todos os experimentos para as partículas de Alumina (\blacktriangle), Aço carbono (\bullet), Porcelana (\blacklozenge) e ABS (\blacksquare).



Fonte: Elaborado pelo autor, 2023.

É crucial destacar que as velocidades nos eixos secundários mostraram uma distribuição variada em diferentes direções, sugerindo um comportamento aleatório em vez de um erro sistemático nos resultados obtidos. Esta observação é fundamental, pois desvios significativos ao longo dos eixos x e y poderiam distorcer a estimativa da velocidade, levando a uma representação irreal do sistema. Portanto, a decisão de considerar o movimento unidimensional na análise foi apropriada, garantindo resultados precisos e confiáveis.

Após uma análise detalhada do aparato experimental, foi constatado que em média 80% dos experimentos realizados (ou seja, 8 em cada 10) apresentaram desvios inferiores ao raio da partícula. Os experimentos excluídos envolveram testes nos quais a partícula colidiu fora da placa de impacto. Essas colisões resultaram em desvios notáveis, permitindo a identificação visual da trajetória não linear das partículas. Mesmo sem uma análise quantitativa, esses experimentos foram excluídos como *outliers*, demonstrando a sensibilidade do método de detecção baseado em imagens captadas pela câmera de alta velocidade.

A maioria dos experimentos descartados envolveu as partículas de 3 mm. Notou-se que essas partículas foram mais difíceis de serem lançadas pelo estilingue devido à sua menor área de contato. Conseqüentemente, os desvios mais significativos estão provavelmente relacionados

ao posicionamento manual da pinça de liberação, que precisa estar precisamente alinhada ao centro da superfície de colisão.

4.3.3. Efeito do número de Stokes

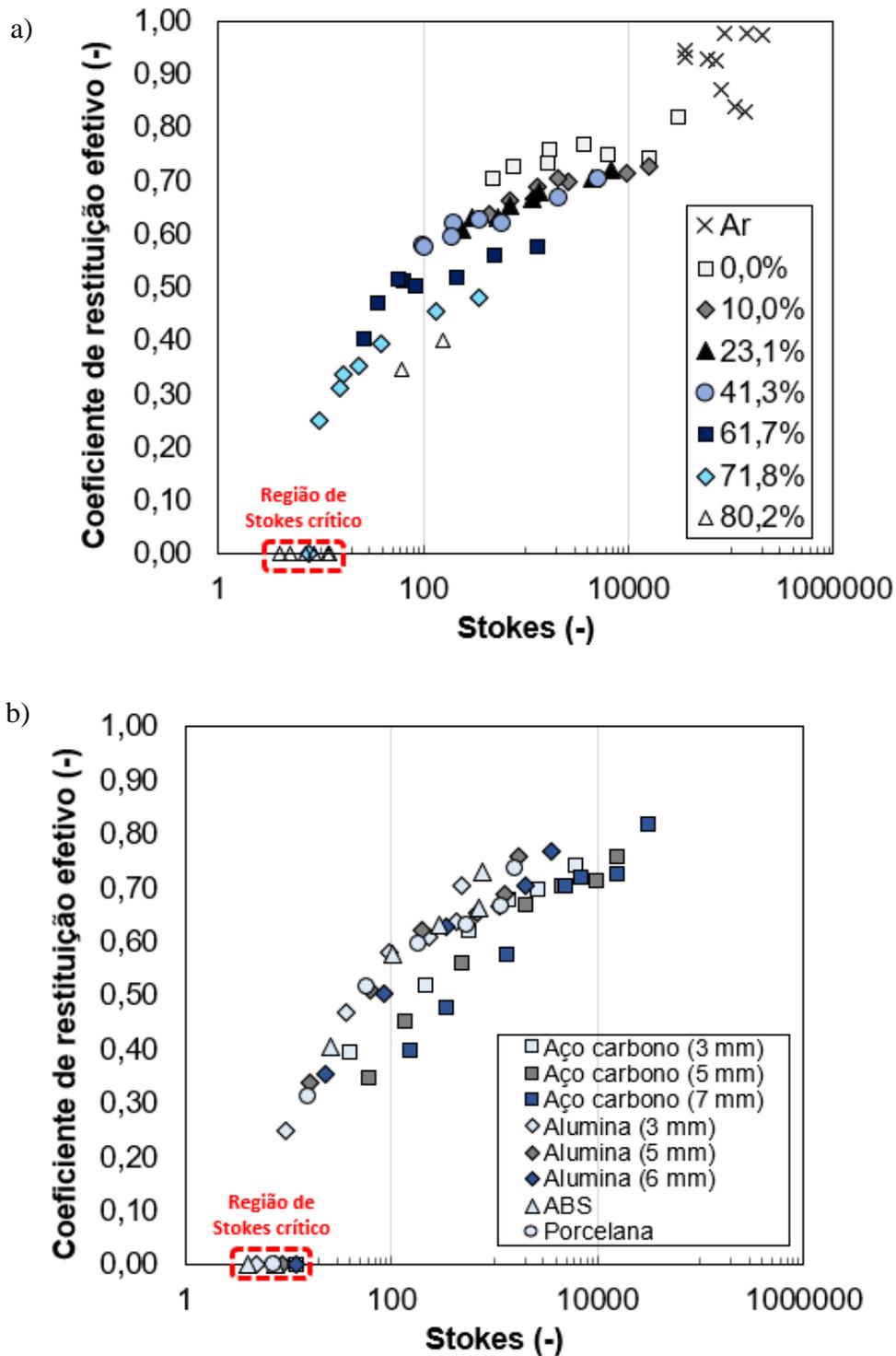
Os resultados de coeficiente de restituição foram então avaliados em função do número de Stokes. Os resultados são apresentados na Figura 35. Para fins de comparação, além dos resultados em líquido, dados em ar obtidos nas investigações anteriores desse trabalho foram também inseridos na Figura 35a, em que os pontos estão destacados em termos das diferentes dosagens de glicerina.

Comparando os resultados no ar e em líquido, observam-se coeficientes menores no líquido. Nesse caso, os maiores números de Stokes no ar correspondem às maiores velocidades de impacto e maiores diâmetros de partícula, não tendo relação de fato com propriedades do fluido. Porém, uma vez desprezado o efeito do ar, a velocidade de impacto é dominante, e é sabido da literatura que velocidades mais altas resultam em maior dissipação de energia (HLOSTA *et al.*, 2018; MELO *et al.*, 2021b). Em líquido, os resultados indicam uma tendência crescente do coeficiente de restituição com o aumento do número de Stokes.

Na Figura 35a, observa-se que os menores números de Stokes correspondem às soluções de maior viscosidade. Para colisões em líquido, o aumento da viscosidade (maior percentual de glicerina) leva a uma diminuição do coeficiente de restituição, o que se deve principalmente às velocidades de rebote menores devido à resistência ao movimento imposta por uma camada de líquido entre a partícula e a parede, enfatizando a ação dissipativa de forças de lubrificação e arraste.

Por outro lado, a Figura 35b apresenta uma avaliação dos resultados a partir das partículas utilizadas e observa-se que há um deslocamento da curva de coeficiente de restituição, sendo os valores mais baixos correspondentes às partículas de menor diâmetro e resistência mecânica. Assim, embora o efeito do líquido seja dominante, é notório que a dissipação de energia pode sofrer influência das características da partícula. Nesse caso, pode-se descartar o efeito da espessura da placa uma vez que foi utilizada uma superfície grossa de colisão, conforme discutiu-se em seções anteriores. Tais efeitos não devem ocorrer somente pela dissipação resultante da trajetória da partícula no escoamento, ao invés disso, devem estar relacionados principalmente pela dinâmica durante a colisão, em que se destacam as maiores velocidades de impacto.

Figura 35 - Coeficiente de restituição efetivo em função do número de Stokes (a) para diferentes soluções de glicerina, indicadas percentualmente em v. glicerina/ v. água e (b) para diferentes partículas.



Fonte: Elaborado pelo autor, 2023.

Além disso, é importante destacar que nem todas as partículas utilizadas nos experimentos restituíram após a colisão para as velocidades de colisão impostas. As partículas

de ABS não restituíram desde a solução de 71,8% de glicerina, enquanto esse comportamento foi notado para as partículas de Alumina (de 3 a 6 mm) e Porcelana na solução de 80,2% de glicerina. Esses pontos são identificados como a região de Stokes crítico, limite em que o número de Stokes passa a ser nulo porque a velocidade da partícula é zero. Nesta situação, toda a energia da partícula é dissipada no líquido antes da colisão e a força gravitacional que age sobre a partícula é equilibrada pela força de arraste viscoso. Para valores inferiores ao de Stokes crítico, as forças de resistência impossibilitam qualquer movimento da partícula e toda a energia é dissipada no escoamento, de modo que nenhuma restituição é esperada a partir desse ponto (ZENIT e LEGENDRE, 2009; GONDRET, 2002).

Os resultados obtidos nessa tese são também comparados com dados da literatura. A Figura 36 apresenta os resultados experimentais de coeficiente de restituição efetivo e dados de Joseph (2003) e Ruiz-Ângulo e Hunt (2010) em função do número de Stokes. A curva em preto representa o ajuste proposto por Ruiz-Ângulo e Hunt (2010) para o coeficiente de restituição efetivo, calculado segundo a Equação 12. A correlação foi proposta com base nos dados experimentais de Joseph (2003) para partículas de aço inoxidável colidindo em baixas velocidades de impacto contra placas de vitrocerâmica.

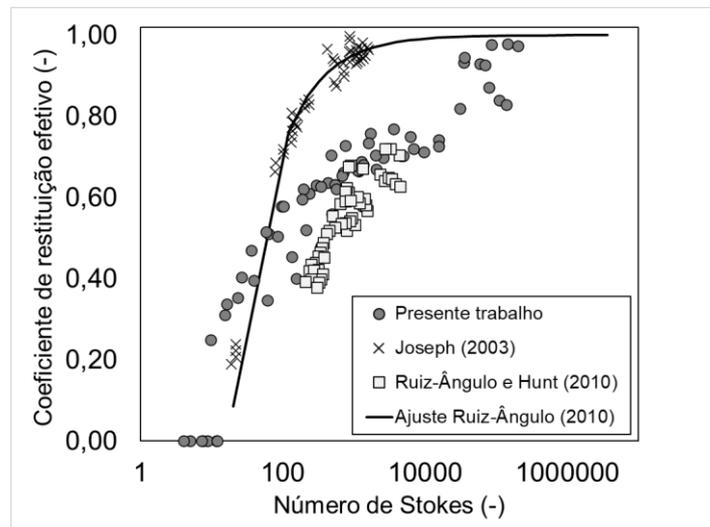
$$e = 1 - 8,65/St^{0,75} \quad (12)$$

Comparando os resultados experimentais deste trabalho com os de Joseph (2003) e Ruiz-Angulo e Hunt (2010), observou-se uma tendência crescente em comum do coeficiente de restituição em função do aumento do número de Stokes (Figura 36). Por sua vez, ao contrário das investigações anteriores, que os resultados experimentais promoveram a variação do número de Stokes somente pela mudança da viscosidade do líquido, no presente estudo, as propriedades distintas das partículas também podem ter contribuído para a variação desse parâmetro.

Analisando o comportamento da curva teórica por Ruiz-Angulo e Hunt (2010), para os maiores números de Stokes, tanto a curva do modelo quanto os resultados experimentais tendem a um valor unitário de coeficiente de restituição. Nesta região do gráfico, os efeitos viscosos para algumas partículas podem ser desprezados por corresponder à faixa de experimentos em ar. Nesse caso, o coeficiente de restituição atinge o limite elástico próximo a 1. Porém, para números de Stokes menores ($St < 100$), a correlação superestima os coeficientes de restituição experimentais. A correlação foi proposta com base em condições experimentais que favoreceram a conservação de energia cinética do sistema uma vez que não promoveram dissipação

significativa por meio, por exemplo, de deformação plástica, adesão à superfície ou propagação de ondas de flexão.

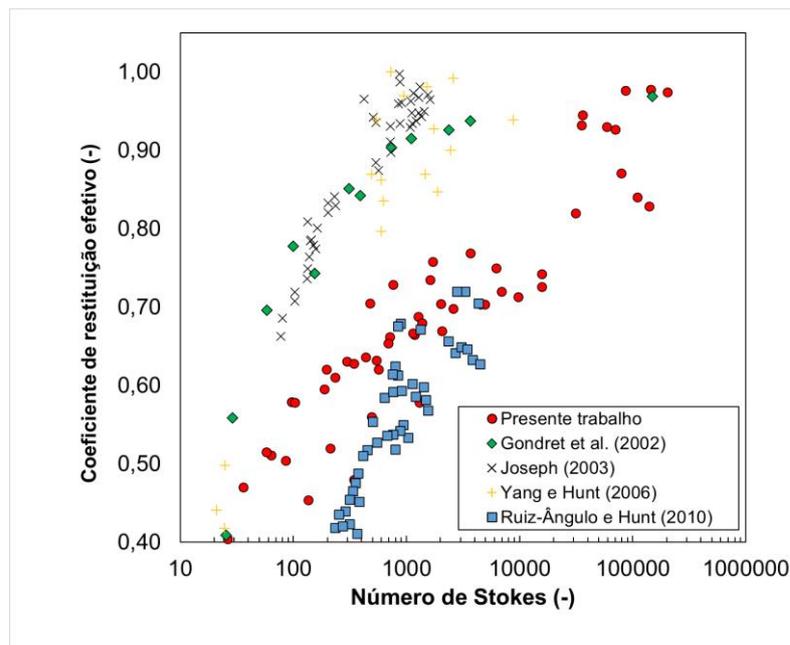
Figura 36 - Coeficiente de restituição efetivo em função do número de Stokes.



Fonte: Elaborado pelo autor, 2023.

A tendência dos dados pode ser melhor observada ao compará-los com outros dados da literatura para uma mesma faixa de Stokes, conforme apresentado na Figura 37.

Figura 37 - Dados de coeficiente de restituição efetivo obtidos experimentalmente por diferentes autores em função do número de Stokes.



Fonte: Elaborado pelo autor, 2023.

Particularmente, os dados experimentais foram ligeiramente superiores aos resultados de Ruiz-Ângulo e Hunt (2010). Esses autores utilizaram esferas metálicas de 12,7 mm de diâmetro, lançadas por um mecanismo tipo pêndulo eletromagnético, que colidiu com uma barra cilíndrica (25,4 mm de diâmetro e 254,0 mm de comprimento). A distinção dos resultados de Ruiz-Ângulo e Hunt (2010) é provavelmente uma consequência das condições experimentais, uma vez que é possível que existam outros efeitos nas colisões, como a geometria da superfície e o diâmetro das partículas.

Por sua vez, Gondret *et al.* (2002) e Joseph (2003) obtiveram coeficientes de restituição efetivos mais elevados, com tendências semelhantes em ambos os estudos. Gondret *et al.* (2002) investigaram partículas metálicas colidindo contra uma placa com 30 mm de espessura, de forma que possivelmente o efeito da placa não foi considerado, resultando em coeficientes mais elevados. O mesmo pode justificar os resultados de Joseph *et al.*, (2001), porém, foram utilizadas esferas de materiais diferentes em um mecanismo tipo pêndulo.

Vários fatores, incluindo características das partículas como elasticidade e rugosidade, bem como parâmetros incorporados no cálculo do número de Stokes, podem contribuir para a discrepância dos dados experimentais desta tese e de diferentes autores. A diferença entre os coeficientes de restituição da literatura e aqueles observados nesse estudo também pode ser atribuída a diferentes condições experimentais que resultam, por exemplo, em forças de diferentes magnitudes e diferentes velocidades de impacto. À medida que os valores de Stokes aumentam, a dissipação é influenciada não apenas pelo meio líquido, mas também pelas propriedades do material que impactam a interação entre as partículas sólidas (GONDRET *et al.*, 2002). Em comparação com outros estudos, a configuração experimental proposta permitiu ensaios com esferas de pequeno diâmetro e partículas de menor densidade. Esses tipos de partículas representam um desafio maior no rompimento da camada líquida e, como resultado, são pouco exploradas em estudos de colisão envolvendo líquidos viscosos. Tanto que os estudos comparativos utilizam, predominantemente, esferas de metal e vidro de alta densidade.

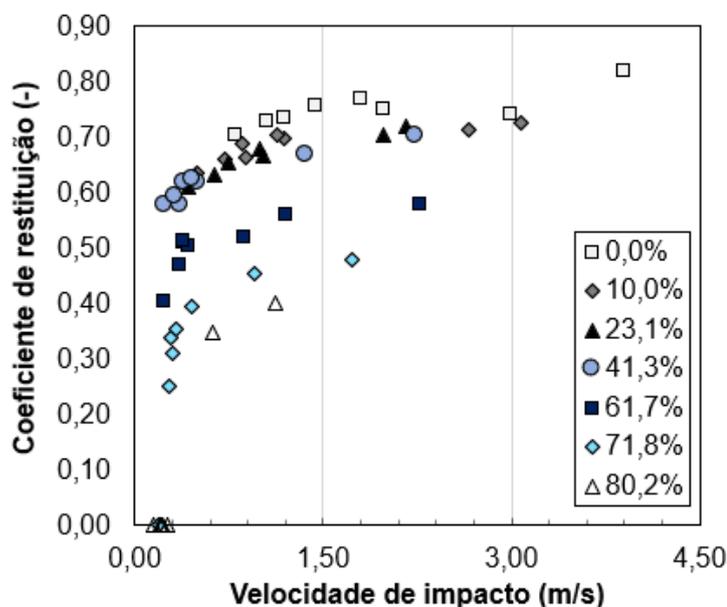
4.3.4. Efeito da velocidade de impacto

O principal benefício do método experimental proposto foi a possibilidade de investigar uma gama de partículas, proporcionando, principalmente, velocidades de impacto suficientemente altas para que as partículas rompessem a resistência imposta pelo líquido e a restituição fosse observada. Devido a importância desse parâmetro, os resultados foram

analisados de forma isolada em função da velocidade de impacto, conforme apresentado na Figura 38.

Os resultados indicam uma tendência crescente do coeficiente de restituição com o aumento da velocidade de impacto. Além disso, pôde-se constatar que para os experimentos em água (solução 0,0 %) as velocidades de impacto alcançadas para uma mesma partícula são superiores, assim como os coeficientes de restituição efetivos, uma vez que sua viscosidade é a menor entre os sistemas usados.

Figura 38 - Coeficiente de restituição efetivo em função da velocidade de impacto para soluções de glicerol com diferentes concentrações.



Fonte: Elaborado pelo autor, 2023.

Em líquidos, a velocidade da partícula também é afetada pela resistência da camada líquida, o que faz com que a partícula desacelere antes do contato com a superfície. Com uma velocidade de impacto maior, a partícula consegue romper a camada de líquido com mais facilidade e se movimenta com mais energia armazenada (ANTONYUK *et al.*, 2009). Na configuração experimental proposta, a velocidade da partícula não foi controlada, portanto os valores medidos resultaram das propriedades das partículas (dependente do material e do diâmetro) e das forças dissipativas que atuaram sobre a partícula ao longo da trajetória.

Em baixas velocidades de impacto, a restituição de partículas é influenciada principalmente pela presença do líquido e não pelo impacto da partícula com a superfície sólida. Portanto, as colisões neste cenário são dominadas por efeitos viscosos (YARDENY *et al.*, 2020).

Nesta situação, a partícula perde energia ao longo do movimento no líquido, dissipando toda a energia através da interação com a fase líquida, resultando em uma dissipação mínima no instante da colisão com a superfície sólida.

Conforme a velocidade de impacto aumenta, um mecanismo extra de perda de energia é introduzido e a energia consumida pela deformação plástica aumenta, enquanto a energia usada para deslocar o fluido diminui. Com uma maior velocidade de impacto, a partícula consegue romper com maior facilidade a camada de líquido e se movimenta com mais energia armazenada. Assim, com velocidades mais altas, o coeficiente tende a cair, pois a perda de energia devido à deformação começa a sobrepor os efeitos hidrodinâmicos. Assim, para baixos números de Stokes, as colisões são dominadas pelos efeitos viscosos. Mas, quando o número de Stokes é alto não por conta do fluido, mas pela presença de elevadas velocidades de impacto, ocorrem deformações, e o número de Stokes sozinho não é mais suficiente para descrever as colisões (RUIZ-ANGULO e HUNT, 2010).

Por outro lado, segundo alguns autores como Ruiz-Angulo e Hunt (2010), é importante enfatizar que à medida que a velocidade de impacto aumenta, ocorre perda adicional de energia devido à deformação plástica, enquanto a energia utilizada para deslocar o fluido diminui. Nestes casos, o número de Stokes por si só é insuficiente para descrever colisões, uma vez que os parâmetros mecânicos relacionados com as partículas também têm um efeito significativo. Além disso, em velocidades de impacto mais elevadas, o coeficiente de restituição tende a diminuir devido ao aumento da dissipação de energia através da plasticidade.

Esses resultados consolidam a importância do aparato experimental desenvolvido, proporcionando uma oportunidade de investigar o comportamento de partículas menos densas e menores em velocidades notavelmente altas. A carência de dados experimentais nessa faixa específica de condições na literatura ressaltava a necessidade de um aparato capaz de superar as limitações de medição presentes em outros dispositivos existentes.

4.3.5. Magnitude de forças dissipativas

O coeficiente de restituição efetivo foi analisado em relação às forças dissipativas de lubrificação e arraste, conforme ilustrado nas Figuras 39 e 40. Os resultados revelam uma diminuição do coeficiente de restituição efetivo à medida que a viscosidade do fluido aumenta. No entanto, esse decréscimo não é diretamente proporcional ao aumento dessas forças.

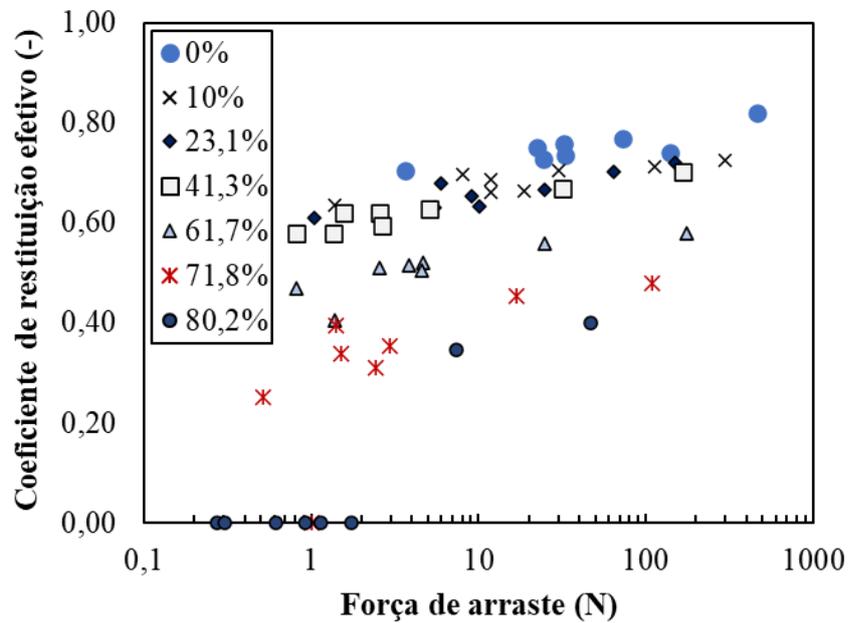
Na Figura 39, há um deslocamento dos pontos no sentido do aumento da força de lubrificação a medida em que se aumenta a viscosidade da solução, resultando nos menores coeficientes de restituição efetivos. Isso indica que a energia cinética das partículas é dissipada por forças viscosas mais pronunciadas, principalmente à medida que se aproxima da superfície de colisão (ZHANG *et al.*, 2005).

A presença da força de lubrificação surge da pressão hidrodinâmica no fluido intersticial espremido entre duas superfícies sólidas e fornece amortecimento durante os estágios de aproximação e separação durante a colisão (BARNOCKY e DAVIS 1989; ZHANG *et al.* 2005). Devido a esse efeito, as velocidades de impacto em líquidos viscosos tornam-se consideravelmente mais baixas. Além disso, as partículas estudadas são esferas pouco rugosas, resultando em distância mínima de contato muito pequena (dada pela ordem de grandeza da rugosidade das partículas) e maior ação lubrificante. Sendo assim, em velocidades mais baixas, o valor calculado de força será também menor.

Na Figura 40, é observado que a variação da força de arraste se mantém próxima nas diferentes soluções. Em uma colisão, o arraste diminui a velocidade da partícula, afetando diretamente a cinética da colisão, atuando em oposição ao movimento das partículas através do fluido (YAMOAHA *et al.*, 2015). Devido à maior viscosidade do líquido, há também uma maior resistência ao movimento da fase sólida, aumentando a dissipação de energia durante o escoamento, e não apenas no momento da colisão, refletindo quantitativamente em menores coeficientes de restituição.

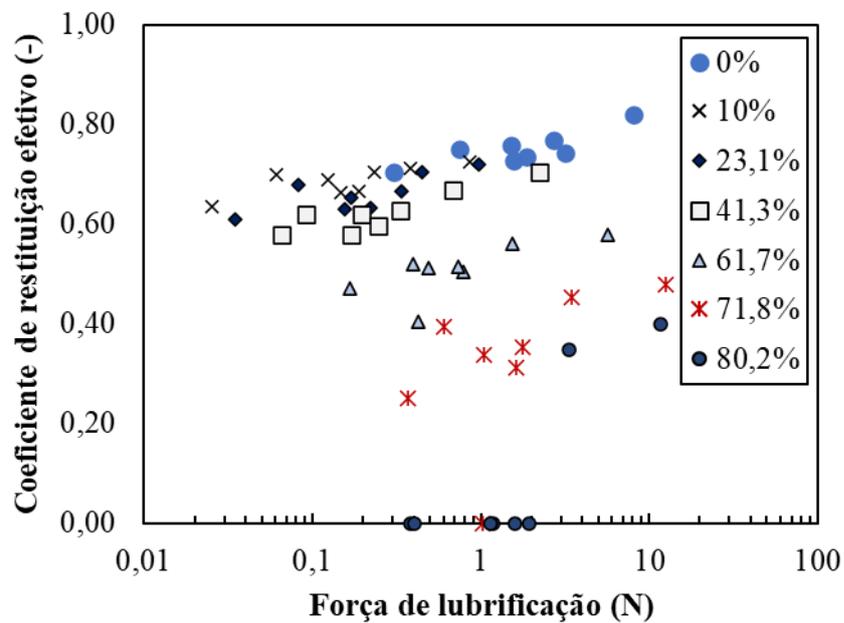
No entanto, como a força de arraste é calculada em função da velocidade de impacto, diâmetro da partícula e densidade do fluido, uma vez que, quantitativamente, as variações de velocidade e diâmetro são maiores que as de densidade, maiores forças de arraste podem corresponder a partículas de maior diâmetro e velocidade. Na Figura 40, o ponto de maior coeficiente de restituição corresponde a um experimento em água e também à maior força de arraste calculada. Nesse caso, as forças aumentam devido à maior área de contato e velocidade de impacto, mas esses fatores ajudam a partícula a romper a camada líquida.

Figura 39 - Coeficiente de restituição efetivo em função da força de lubrificação para soluções de glicerol com diferentes concentrações.



Fonte: Elaborado pelo autor, 2023.

Figura 40 - Coeficiente de restituição efetivo em função da força de arraste.



Fonte: Elaborado pelo autor, 2023.

CAPÍTULO 5 - CORRELAÇÕES PARA PREDIÇÃO DO COEFICIENTE DE RESTITUIÇÃO

Este capítulo é focado na apresentação e análise de correlações existentes na literatura para a predição do coeficiente de restituição e proposição de correlações com base nos dados experimentais da presente tese. As correlações propostas foram examinadas em relação a uma variedade de cenários de colisão, desde partículas de diferentes propriedades até superfícies com espessuras distintas. Ao analisar a precisão e a robustez dessas correlações, este capítulo contribui para uma predição mais precisa e eficaz da dissipação de energia em sistemas envolvendo colisões de partículas sólidas.

5.1. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

5.1.1. Modelos para predição do coeficiente de restituição

Nas interações entre partículas sólidas e as fases do escoamento multifásico, compreender como a energia é transferida durante as colisões é de fundamental importância. Como detalhado nos capítulos anteriores, uma das principais formas de mensurar a dissipação de energia é através do coeficiente de restituição, em ar ou gás, e coeficiente de restituição efetivo, em líquidos. Contudo, dada a complexidade e a diversidade dos fatores que influenciam essas colisões, torna-se impraticável obter dados experimentais para uma variedade infinita de cenários. Da mesma forma, não é válido considerar esse coeficiente como uma constante, dada a sua dependência desses diversos fatores. Nesse cenário desafiador, a precisão na previsão desse coeficiente torna-se crucial para o desenvolvimento e otimização de diversos processos e sistemas. Para alcançar esse objetivo, a literatura oferece uma variedade de modelos teóricos e correlações propostos com o intuito de oferecer ferramentas mais precisas para a análise dessas interações complexas.

Alguns modelos são usados como referência ainda hoje, embora não representem a maior parte dos sistemas. Dentre eles, o modelo de Newton para colisões elásticas, baseado na conservação de momento e energia cinética, aplicado particularmente para colisões idealmente elásticas. Alguns modelos mais antigos consideram a restituição linear, em que se assume que o coeficiente de restituição é uma constante para todas as velocidades de colisão. Embora seja uma simplificação, é amplamente utilizado em sistemas onde a energia dissipada é relativamente constante, independentemente das características do sistema.

O modelo de Hertz-Mindlin é usado em contextos de contato em que se tem sólidos deformáveis. Este modelo leva em conta a elasticidade e a geometria das partículas para prever

o coeficiente de restituição em colisões entre sólidos. No entanto, considera que a deformação é a única fonte de dissipação de energia e é representativo apenas para a fase elástica de colisão, na qual a deformação dos corpos é momentânea. Um modelo mais complexo para corpos deformáveis é o de Johnson-Kendall-Roberts (JOHNSON, 1971), que considera a adesão entre as partículas, além da elasticidade e geometria, para calcular o coeficiente de restituição.

O modelo de Hertz é base para outras abordagens preditivas encontradas na literatura. A maioria das abordagens baseia-se no contato teoria de Hertz que representa apenas a região de deformação elástica (TAKEDA (1953); HUNT e CROSSLEY (1975); TATARA e MORIWAKI (1982)). Esses modelos usaram parâmetros constantes que dependem do material, que não são apropriados para representar os dados de partículas de características variadas. São exemplos os modelos propostos por Takeda (1953) e Tatara e Moriwaki (1982).

Alguns modelos mais complexos, de base semiempírica, consideram as forças que atuam na dissipação de energia nas fases elástica e plástica, como os modelos de Magwandi *et al.* (2007) e Mueller *et al.* (2015). No entanto, não há consenso na literatura sobre o modelo de contato mais adequado para representar a região plástica.

Além da análise qualitativa do coeficiente de restituição, vários estudos têm se dedicado a propor equações que estimem esse coeficiente a partir de dados experimentais. Por exemplo, a correlação de Luding (1994) apresentou uma equação empírica de base experimental, especialmente focando na velocidade de impacto, para descrever colisões entre partículas granulares. O modelo desenvolvido por Zhang e Yu (2007) foi especificamente proposto para partículas poliméricas, levando em conta a viscosidade do polímero, a temperatura e a velocidade de colisão para estimar o coeficiente de restituição.

Outro modelo amplamente utilizado é o empírico de Hunt e Crossley (1975), que descreve o comportamento não linear do coeficiente de restituição considerando a sobreposição das partículas durante a colisão e levando em consideração as propriedades das partículas. Contudo, é importante destacar que esse modelo foi proposto dentro de uma faixa experimental específica, onde outras fontes de dissipação não foram consideradas, o que limita sua aplicabilidade em cenários mais amplos.

Em pesquisas mais recentes, novas correlações empíricas foram introduzidas para abordar a complexidade das colisões de partículas. Melo *et al.* (2021b) avaliaram diferentes ajustes empíricos para a predição do coeficiente de restituição em função do módulo de Young,

velocidade de impacto e densidade das partículas e concluíram que o modelo de potência tinha maior capacidade de prever o coeficiente de restituição a partir de dados genéricos, inclusive para partículas de baixa resistência mecânica. Yardeny *et al.* (2021) propuseram uma correlação empírica fundamentada em dados experimentais obtidos a partir de partículas de alta resistência mecânica. Por outro lado, Yurata *et al.* (2020) desenvolveram correlações baseadas na equação sigmoideal de Boltzmann para calcular o coeficiente de restituição de partículas rígidas, considerando a velocidade do impacto e a temperatura como variáveis influentes.

Em meio líquido, diferentemente das correlações em ar, que as propriedades das partículas e velocidade de impacto são os parâmetros predominantes, o número de Stokes, que quantifica a influência do arraste viscoso durante uma colisão, emerge como um parâmetro essencial em correlações em meio líquido. Joseph *et al.* (2001) propuseram uma correlação baseada na teoria de lubrificação, em que o coeficiente de restituição é descrito como função do número de Stokes, mas também da distância crítica, x_c , na qual a aproximação de lubrificação diminui devido à rugosidade da superfície da partícula. Essa correlação não se mostrou suficiente para desrever a tendência do coeficiente para altos números de Stokes, além disso, tem uma aplicação limitada uma vez que x_c é determinado apenas por ensaios experimentais. Os dados experimentais de Joseph *et al.* (2001) foram aplicados em um ajuste proposto por Ruiz-Angulo e Hunt (2010), no qual o coeficiente de restituição efetivo foi descrito como uma função de Stokes elevado a uma potência.

Essas contribuições destacam a contínua evolução das técnicas empregadas na determinação do coeficiente de restituição e do coeficiente de restituição efetivo, enfocando não apenas a precisão dos modelos, mas também a consideração detalhada das variáveis envolvidas nas colisões. Essas pesquisas representam avanços significativos, proporcionando novas perspectivas para compreender as dinâmicas complexas das interações de partículas em diferentes contextos. No entanto, ainda permanece um desafio crucial abranger uma gama diversificada de condições experimentais e tipos de partículas para a representação real da dissipação de energia.

5.2. METODOLOGIA

5.2.1. Correlações para predição de coeficiente de restituição em ar

Com base em observações experimentais da literatura, foram propostas correlações para a predição do coeficiente de restituição em ar. Para isso, foram usados dados experimentais de

coeficiente de restituição de um estudo anterior para a validação das correlações propostas (MELO, 2020). Essas tiveram como parâmetros a velocidade de impacto, densidade e módulo de Young das partículas e foram baseadas no formato dos modelos empíricos fornecidos por Tatara e Moriwaki (1982), Hunt e Crossley (1975) e Takeda (1953), apresentados na Tabela 3, respectivamente.

Tabela 3 – Modelos para predição do coeficiente de restituição.

	Equação	
Modelo de potência	$e = m \times \left(\frac{1}{v_1}\right)^{1/n}$	(13)
Modelo linear	$e = 1 - m \times v_1$	(14)
Modelo exponencial	$e = \exp(-m \times v_1^n)$	(15)

Fonte: Elaborado pelo autor, 2023.

Os parâmetros m e n foram determinados a partir das Equações 13-15 e dos dados experimentais anteriormente obtidos durante o mestrado da doutoranda Karla Raphaela Braga de Melo, cuja dissertação é intitulada Modelagem e análise experimental do escoamento de esferas macias em fluidos viscosos: estudo de colisões partícula-partícula e partícula-superfície e da interação partícula-fluido (MELO, 2020), pelos mínimos quadrados utilizando o *software* Excel. Os valores de m e n obtidos para cada grupo de partículas foram definidos como uma função da velocidade de propagação de ondas elásticas da partícula (c_0), que depende da densidade e do módulo de Young, conforme a Equação 16.

$$c_0 = \sqrt{\frac{E}{\rho}} \quad (16)$$

A função logaritmo natural proporcionou o melhor ajuste dos dados experimentais, de modo que os parâmetros m e n são bem representados pelas Equações 17 e 18, respectivamente. Nessas equações, os parâmetros A , B , C e D variam de acordo com o modelo utilizado para prever o coeficiente de restituição e são apresentados na Tabela 4.

$$m = A \ln c_0 + B \quad (17)$$

$$n = C \ln co + D \quad (18)$$

Tabela 4 - Valores de A, B, C e D usados nas equações para determinação de m e n .

	Parâmetros			
	A	B	C	D
Modelo de potência	0,0244	0,7077	1,0477	0,1507
Modelo linear	-0,0270	0,2837	-	-
Modelo exponencial	-0,0260	0,2992	-0,1290	1,6294

Fonte: Elaborado pelo autor, 2023.

A qualidade do ajuste dos modelos foi avaliada por meio de análise de variância (ANOVA). Os coeficientes de determinação dos modelos (R^2) foram calculados através da razão entre a soma quadrática dos resíduos (SQR) e a total (SQT), dada pela Equação 19.

$$R^2 = 1 - \left(\frac{SQR}{SQT} \right) \quad (19)$$

Os modelos foram verificados pela técnica de validação cruzada com o método k-fold (NELLES, 2001). Enquanto a significância estatística dos parâmetros dos modelos também foi avaliada, a partir da aplicação do teste F.

Após a determinação da correlação mais eficaz, essa foi testada para os dados experimentais em ar obtidos no presente estudo. Entretanto, observou-se que a correlação não era capaz de prever os resultados quando o efeito da relação diâmetro da partícula/espessura da parede era pronunciado. Nesse caso, foi proposta uma correlação modificada para considerar essa fonte de dissipação de energia. Para isso, um parâmetro β foi introduzido ao modelo proposto por Melo *et al.* (2021b), sendo necessário considerá-lo para casos em que γ é maior que 1, conforme a Equação 20.

$$e = \left[(0.0244 \ln \sqrt{\frac{E}{\rho}} + 0.7077) \times \left(\frac{1}{v_1} \right)^{\left(\frac{1}{1.0477 \ln \sqrt{\frac{E}{\rho}} + 0.1507} \right)} \right] \times \beta \quad (20)$$

5.2.2. Correlação para predição de coeficiente de restituição efetivo

Com base nas observações da literatura, as correlações em ar não podem ser extrapoladas para sistemas com líquidos, uma vez que os efeitos dissipativos ocasionados pela viscosidade do líquido são muito mais pronunciados e resultam no predomínio de outras fontes de dissipação de energia. Para o ajuste da correlação, foram usados os dados experimentais apresentados no capítulo 4 desta tese, exceto os dados para a região de Stokes crítico, na qual o coeficiente de restituição efetivo é nulo. No primeiro instante, os dados foram ajustados em função do número de Stokes a partir de um modelo logarítmico, segundo a Equação 21.

$$e = b \times \ln(St) + c \quad (21)$$

Com b e c iguais a 0,0623 e 0,2115, respectivamente.

No entanto, o ajuste não foi suficiente para prever os efeitos dissipativos resultantes também das diferentes características das partículas. Nesse sentido, este estudo propôs uma nova correlação que integrou de maneira sistemática a velocidade de impacto, a velocidade de compressão de ondas elásticas e o número de Stokes em um adimensional definido como α , dado por:

$$\alpha = \left(\frac{c_0}{v}\right)^{1/3} \times St \quad (22)$$

Substituindo c_0 e St , temos que:

$$\alpha = \left(\frac{\sqrt{\frac{E}{\rho}}}{v}\right)^{1/3} \times \frac{2r^2 \rho v}{9\mu} \quad (23)$$

De modo que a correlação foi dada por:

$$e = d \times \ln(\alpha) + f \quad (24)$$

Com d e f iguais a 0,0814 e 0,0478, respectivamente.

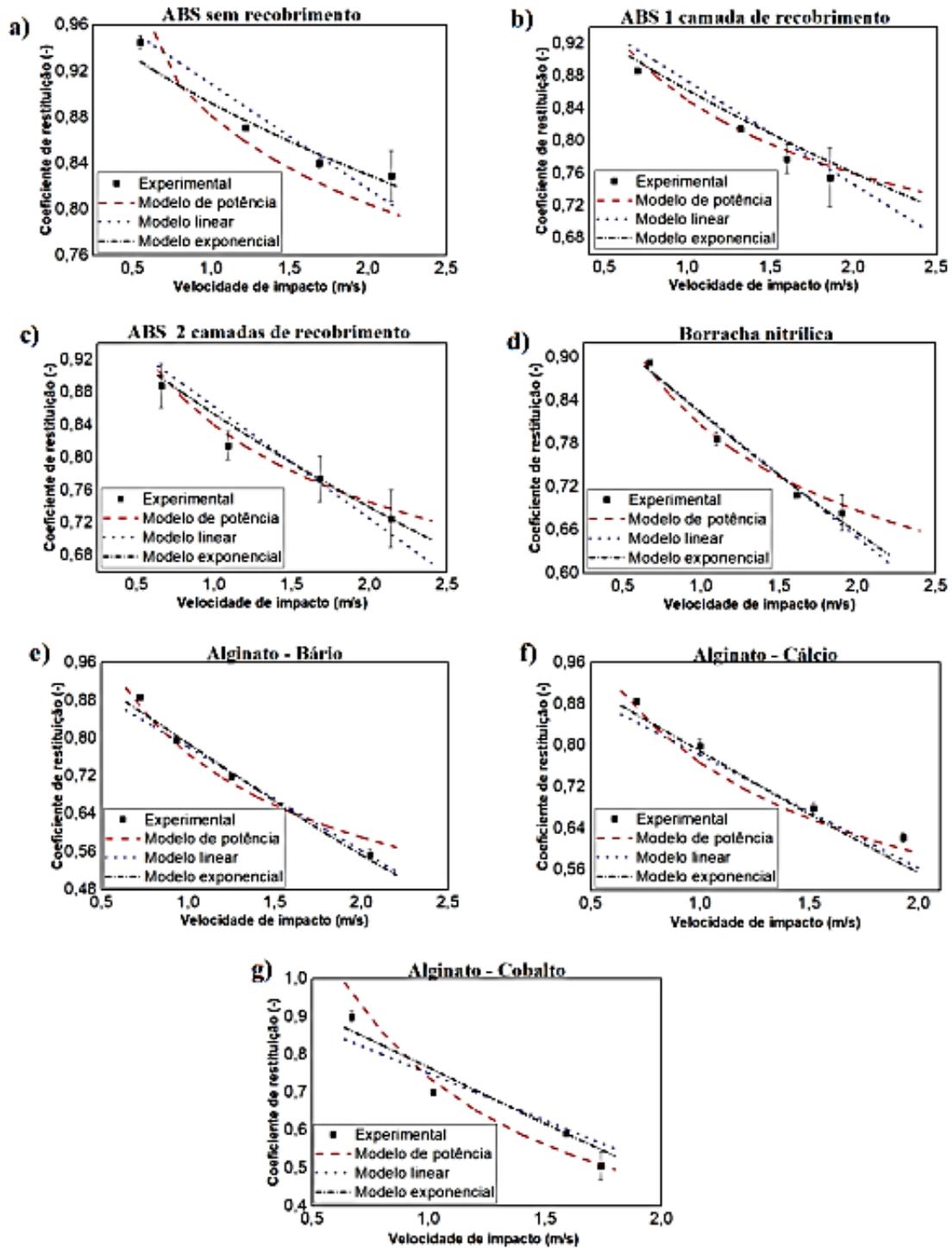
5.3. RESULTADOS E DISCUSSÃO

5.3.1. Correlação em função da velocidade de impacto e propriedades das partículas

Na investigação de correlações para a predição do coeficiente de restituição a seco, os coeficientes de determinação obtidos para os modelos de potência, linear e exponencial

apresentados na seção 5.2.1, ajustados aos dados experimentais de Melo (2020), foram 0,9563, 0,9360 e 0,9743, respectivamente. Esses valores demonstram que os modelos proporcionaram bons ajustes aos dados experimentais, com mais de 90% dos dados representados pela regressão. Além disso, os parâmetros considerados são relevantes no estudo das colisões e fornecem uma boa estimativa do coeficiente de restituição, conforme apresentado na Figura 41 a partir da comparação dos dados experimentais de Melo (2020) e obtidos pelas correlações.

Figura 41 - Comparação entre os dados experimentais e valores preditos de coeficiente de restituição em função da velocidade de impacto para partículas de ABS sem recobrimento (a), ABS com 1 camada de recobrimento (b), ABS com 2 camadas de recobrimento (c), borracha nitrílica (d), Alginato de bário (e), alginato de cálcio (f) e alginato de cobalto (g) usadas na proposição das correlações.

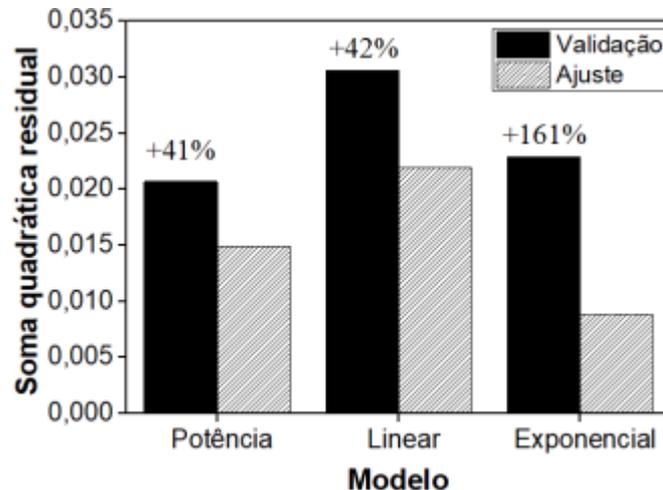


Fonte: Elaborado pelo autor, 2023.

No entanto, o ajuste dos modelos aos dados experimentais não é suficiente para garantir sua capacidade de representar dados que não foram aplicados para determinar os parâmetros do modelo. Assim, a capacidade de representar colisões de esferas com propriedades diferentes precisa ser investigada. Para isso, a técnica de validação cruzada com o método *k-fold* (NELLES, 2001) foi aplicado. O objetivo da validação cruzada foi verificar os modelos em termos de suas previsões para o coeficiente de partículas que eram independentes do subconjunto aplicado durante o ajuste.

Nesse caso, o conjunto de dados foi separado em sete subconjuntos, de acordo com o material da partícula. A cada ajuste e validação, seis subconjuntos foram usados como dados de treinamento para a estimativa dos modelos, enquanto o conjunto restante foi usado para validação, percorrendo assim cada um dos materiais como dados aplicados à validação experimental do modelo ajustado. Para cada ciclo, foram calculadas as somas quadráticas residuais de validação, que foram comparadas com as do ajuste, conforme apresentado na Figura 42.

Figura 42 - Comparação entre as somas quadráticas residuais da validação cruzada e do ajuste dos modelos.



Fonte: Elaborado pelo autor, 2023.

Os modelos forneceram somas quadráticas residuais de validação maiores que as do ajuste. O modelo linear apresentou a maior soma quadrática de resíduos tanto no ajuste quanto na validação. A menor soma residual para o ajuste foi obtida para o modelo exponencial. Porém, a menor variação entre as somas quadráticas residuais de validação em relação à de ajuste corresponde ao modelo de potência. O comportamento do modelo linear era esperado, pois sua representação não segue a tendência do coeficiente de restituição observado por meio de curvas

experimentais. O modelo exponencial demonstrou um aumento significativamente maior na soma da validação. Assim, embora se ajuste aos dados experimentais, pode não se aplicar para prever o coeficiente de restituição para dados que não foram apresentados para treinamento. Nesse sentido, o modelo de potência apresentou o melhor desempenho no teste de validação cruzada.

Por fim, a significância estatística dos parâmetros foi também avaliada por ANOVA, a partir do teste F. Esta técnica estatística foi usada para comparar as variâncias e assim avaliar até que ponto os dados estão dispersos em relação à estimativa do modelo. Depois de calcular o valor de F, ele é comparado com o valor de F tabulado para algum nível de significância desejado. O valor obtido de F foi calculado pela razão entre as médias quadráticas da regressão e os resíduos. Neste estudo, o F calculado foi comparado com o valor de F tabelado para o nível de confiança de 95%.

Para todos os modelos, conforme apresentado na Tabela 5, os valores de F calculados foram consideravelmente superiores aos tabulados, o que prova uma relação estatisticamente significativa entre as variáveis do modelo. Portanto, além de apresentarem coeficientes de determinação elevados, os modelos propostos apresentam um ajuste altamente significativo.

Tabela 5 - Valores de F tabelados (com um nível de confiança de 95%) e calculados.

Modelo	Potência	Linear	Exponencial
F tabelado	3,01	4,23	3,01
F calculado	198,91	378,12	307,81

Fonte: Elaborado pelo autor, 2023.

De acordo com as análises estatísticas, considerando o ajuste dos dados e a capacidade preditiva dos modelos, o modelo de potência foi considerado o mais apropriado. Assim, o coeficiente de restituição pôde ser predito segundo a correlação apresentada na Equação 25, para dados experimentais dentro da faixa apresentada na Tabela 6.

$$e = (0,0244 \ln co + 0,7077) \times \left(\frac{1}{v_1} \right)^{\left(\frac{1}{1,0477 \ln co + 0,1507} \right)} \quad (25)$$

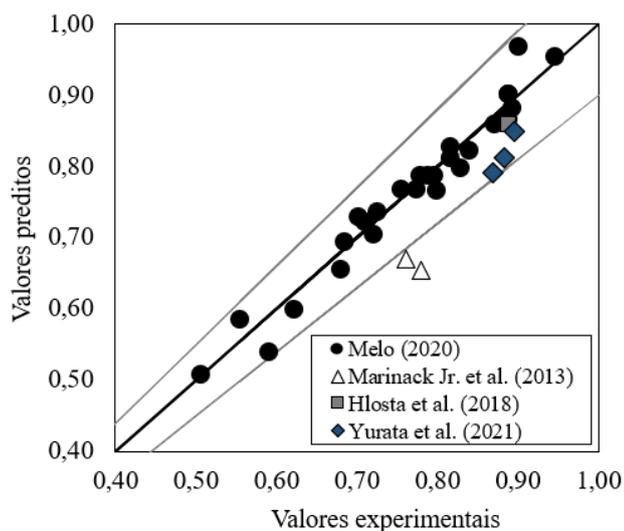
Tabela 6 – Faixa de dados experimentais para validade da correlação proposta.

Parâmetro	Mínimo	Máximo
Velocidade de impacto (m/s)	0,55	2,14
Velocidade de compreensão (m/s)	3,55	1246,29

Fonte: Elaborado pelo autor, 2023.

Para validar a precisão da correlação, os valores preditos foram comparados com os valores experimentais de Melo (2020) e de outros trabalhos da literatura, como apresentado na Figura 43. Os resultados experimentais estão dentro da faixa de 90% de confiança (linhas em cinza), o que indica que a correlação conseguiu prever com precisão os coeficientes de restituição de partículas com uma ampla faixa de características, incluindo também experimentos de outros pesquisadores. Assim, a correlação proposta mostra-se como uma ferramenta precisa para a predição do coeficiente de restituição a seco, além de ser de aplicação relativamente simples, considerando apenas valores de densidade, módulo de Young e velocidade de impacto.

Figura 43 - Valores preditos e valores experimentais de coeficiente de restituição para um intervalo de confiança de 90%.



Fonte: Elaborado pelo autor, 2023.

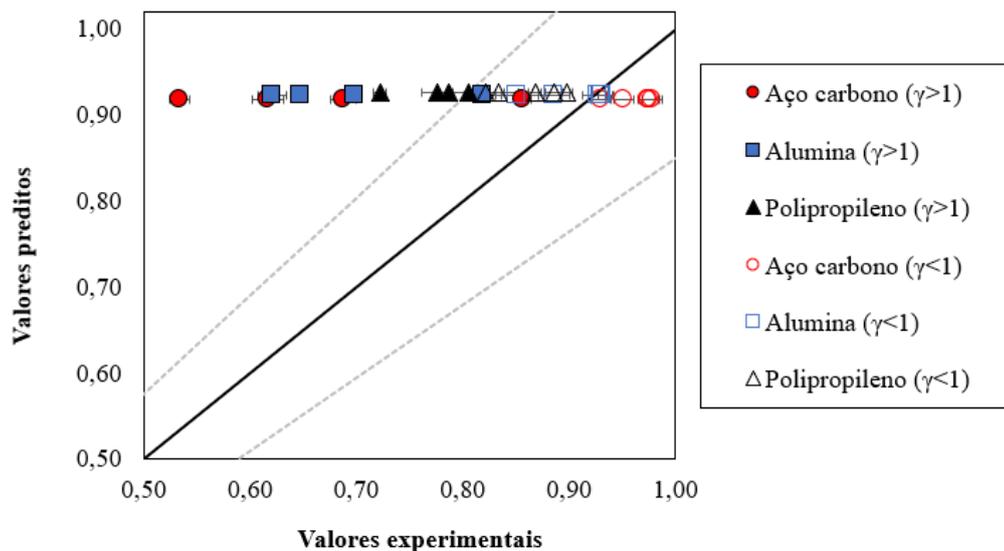
Essa análise foi publicada em formato de artigo (MELO *et al.*, 2021b) e a correlação proposta mostrou-se como uma ferramenta precisa para a predição do coeficiente de restituição

a seco, além de ser de aplicação relativamente simples, considerando apenas valores de densidade, módulo de Young e velocidade de impacto.

5.3.2. Adição do parâmetro γ na correlação

Além da comparação com dados da literatura, correlação foi também aplicada aos dados experimentais das partículas do presente trabalho a fim de reforçar que o modelo empírico proposto era capaz de prever o comportamento do coeficiente de restituição para outras partículas não usadas no ajuste do modelo. Os resultados experimentais apresentados na seção 4.2. foram então comparados com os coeficientes de restituição preditos a partir da correlação proposta, conforme apresentado na Figura 44.

Figura 44 - Valores preditos e valores experimentais de coeficiente de restituição para um intervalo de confiança de 90% para as esferas de aço carbono, alumina e polipropileno.



Fonte: Elaborado pelo autor, 2023.

De acordo com a Figura 44, constata-se que a correlação não conseguiu prever totalmente o comportamento dos dados experimentais e que a dissipação de energia durante as colisões partícula-superfície pode ser dividida em dois grupos: colisões com placas espessas e colisões com placas finas, para as quais a espessura da placa é menor que o diâmetro da partícula. No primeiro grupo, o modelo consegue descrever bem os dados experimentais, indicando que o efeito das características das partículas é predominante, enquanto o efeito da espessura da placa pode ser omitido na correlação. Por outro lado, nos casos em que o diâmetro da partícula é maior que a espessura da placa, o modelo não é válido, devendo ser considerada a relação estabelecida pelo parâmetro γ .

Uma vez que a correlação foi proposta com base em experimentos com γ menor que 1, o efeito da propagação de ondas de flexão na superfície de colisão foi muito menos pronunciado. Dessa forma, por não considerar essa fonte de dissipação de energia, a correlação tende a superestimar os valores de coeficiente de restituição para os casos em que o diâmetro da partícula é significativamente superior a espessura da parede e , portanto, γ é maior que 1. Esse comportamento é ainda mais aparente nas colisões com a superfície de 2 mm, para a qual a dissipação de energia torna-se maior devido às vibrações na placa.

Para que o efeito da influência da relação diâmetro da partícula/ espessura da parede (γ) sobre o coeficiente de restituição fosse considerado, foi investigada a adição dessa relação na correlação proposta para a predição do coeficiente de restituição em ar. Para isso, um parâmetro β foi introduzido ao modelo proposto por Melo *et al.* (2021b). β é um parâmetro variável para casos em que γ é maior que 1. A correlação modificada é dada pela Equação 26, previamente apresentada no capítulo de materiais e métodos.

$$e = \left[(0.0244 \ln \sqrt{\frac{E}{\rho}} + 0.7077) \times \left(\frac{1}{v_1} \right)^{\left(\frac{1}{1.0477 \ln \sqrt{\frac{E}{\rho}} + 0.1507} \right)} \right] \times \beta \quad (26)$$

Com:

$$\beta = 1, \text{ quando } \gamma \leq 1$$

$$\beta = \frac{1}{\gamma}, \text{ quando } \gamma > 1$$

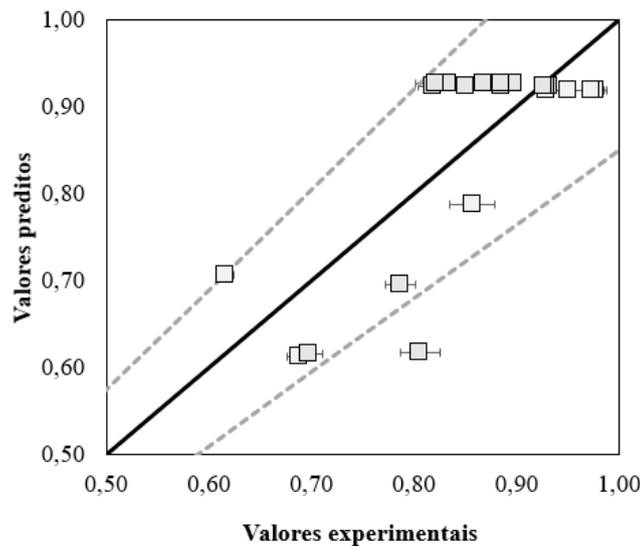
Os resultados experimentais e os preditos pelo modelo modificado podem ser comparados na Figura 45.

De acordo com a Figura 45, o modelo modificado foi capaz de descrever o efeito do parâmetro γ para a região de $\gamma > 1$ que não estava representada no modelo original. Além disso, embora não tenham sido feitas modificações no modelo para o intervalo de dados de $\gamma \leq 1$, a maioria dos dados experimentais está dentro do intervalo de confiança, o que corrobora que a forma como o parâmetro β foi introduzido foi capaz de descrever o comportamento dos dados experimentais nas diferentes faixas de γ .

Após esta avaliação, pode-se dizer que a modelagem empírica forneceu uma correspondência adequada entre os valores preditos e experimentais (90% de confiança). Apesar da notável simplicidade na correção proposta, os resultados confirmam que a inclusão do

parâmetro β foi suficiente para verificar o efeito simultâneo das variáveis discutidas e provou que as fontes de dissipação de energia predominantes variam não somente com as características da partícula, mas também com as condições de colisão e efeito combinados de diferentes parâmetros em colisões em ar.

Figura 45 - Valores preditos e valores experimentais com intervalo de confiança de 90% (linhas tracejadas) para (a) o modelo original e (b) o modelo modificado proposto.



Fonte: Elaborado pelo autor, 2023.

5.3.3. Correlação para líquidos

No capítulo 4, os dados experimentais foram comparados a dados da literatura e correlações para a predição do coeficiente de restituição (Figura 36), as quais eram função do número de Stokes e não previam a totalidade dos dados obtidos. Nesse sentido, na investigação de correlações para a predição do coeficiente de restituição efetivo, no primeiro ajuste, apenas o número de Stokes foi usado como o adimensional de referência, sendo esse o principal parâmetro para a predição de coeficientes de restituição em líquidos. Isso significa que a correlação foi desenvolvida considerando apenas a influência do arraste viscoso nas colisões das partículas no líquido. O coeficiente de determinação obtido foi de 0,8032, indicando que aproximadamente 80,32% da variabilidade nos dados experimentais pode ser explicada pelo número de Stokes, conforme apresentado na Figura 46.

Os dados experimentais para os quais as correlações têm validade são apresentados na Tabela 7.

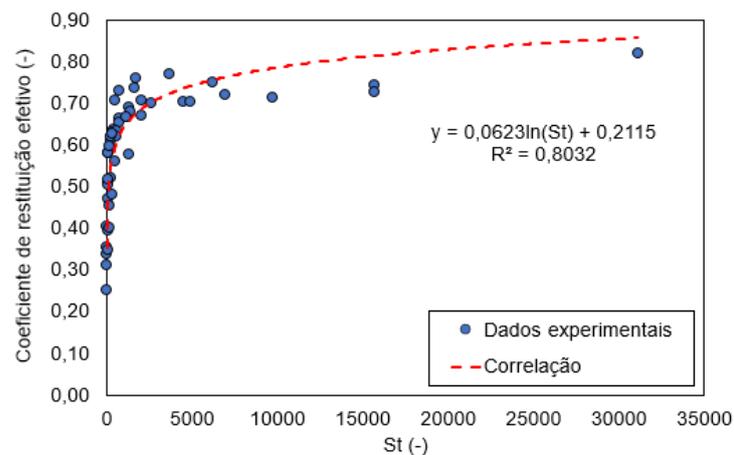
Tabela 7 – Faixa de dados experimentais para validade das correlações propostas.

Parâmetro	Mínimo	Máximo
Stokes (-)	15,42	9678,10
Velocidade de compressão (m/s)	26,96	1246,29
Velocidade de impacto (m/s)	0,24	3,08

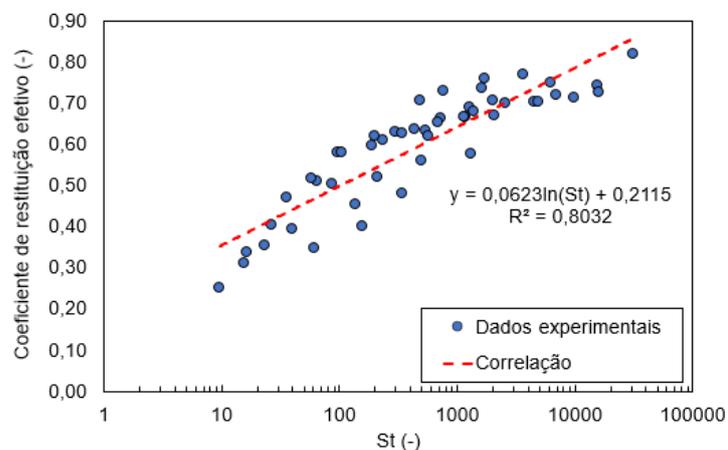
Fonte: Elaborado pelo autor, 2023.

Figura 46 - Comparação entre os dados experimentais e valores preditos de coeficiente de restituição em função de Stokes (a) em escala aritmética e (b) escala logarítmica.

a)



b)

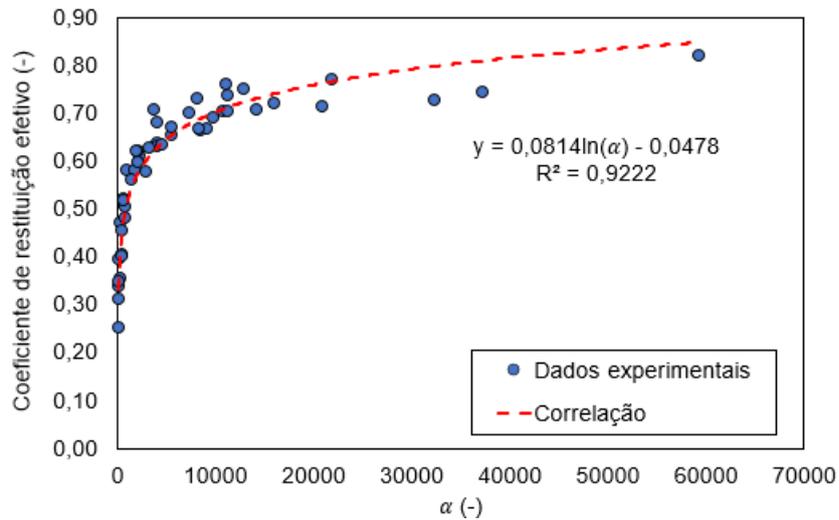


Fonte: Elaborado pelo autor, 2023.

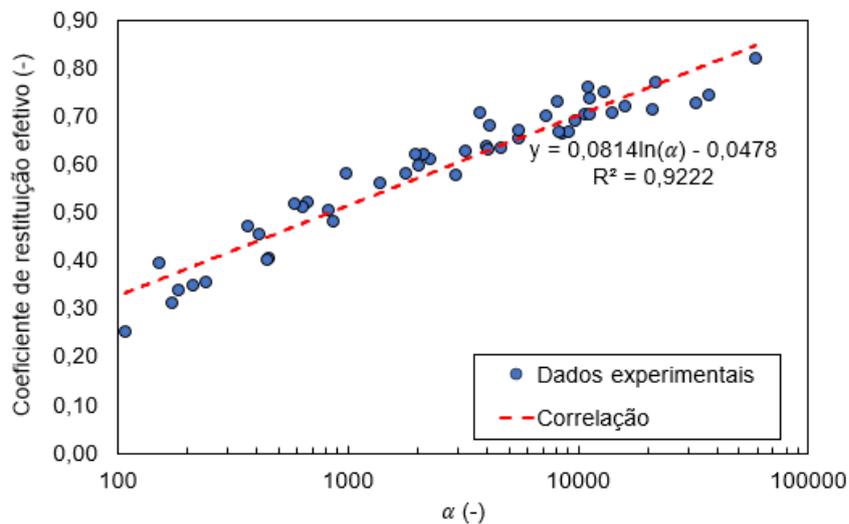
Os dados da segunda correlação proposta, em função do adimensional α , são apresentados na Figura 47.

Figura 47 - Comparação entre os dados experimentais e valores preditos de coeficiente de restituição em função de α em (a) escala aritmética e (b) escala logarítmica.

a)



b)



Fonte: Elaborado pelo autor, 2023.

No segundo modelo logarítmico, no qual o coeficiente de determinação foi de 0,9222, tanto o número de Stokes quanto outras características das partículas foram considerados para se chegar em um adimensional de referência. Ao incluir características das partículas além do número de Stokes, a correlação se tornou mais abrangente e capturou melhor a complexidade das colisões em líquidos. Isso significa que o modelo foi capaz de explicar aproximadamente 92,22%

da variabilidade nos dados experimentais, uma melhoria significativa em relação a primeira correlação.

A inclusão de características das partículas adicionais além do número de Stokes permitiu que o segundo modelo levasse em conta fatores como o módulo de Young das partículas. Ao considerar essas características adicionais, o modelo empírico foi capaz de capturar variações nos dados que não foram explicadas apenas pelo número de Stokes, mas também pelas diferentes características mecânicas das partículas empregadas nos experimentos.

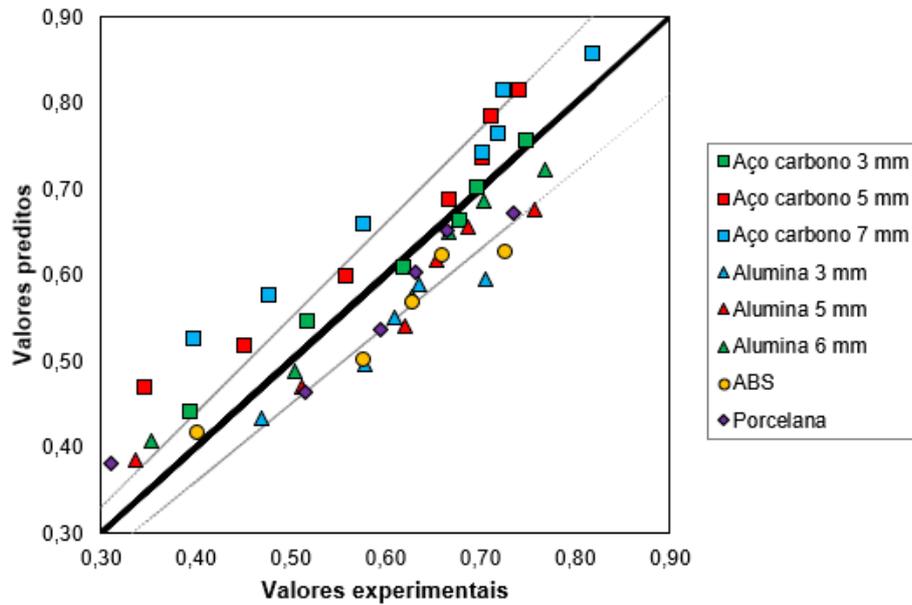
Os valores preditos e experimentais são apresentados na Figura 48 para as duas correlações. Ao observar a Figura 48a, nota-se que os pontos apresentam uma maior dispersão em torno da linha de 45° (linha preta), indicando que o modelo capturou parte da variação nos dados experimentais, mas não toda. Essa dispersão é mais notável para as esferas mais leves, como as de alumina e ABS, especialmente quando os valores experimentais ultrapassam 0,5. Nessas situações, o modelo superestimou a dissipação de energia, possivelmente devido a uma estimativa excessiva da dissipação por efeito viscoso. Isso resultou em coeficientes de restituição efetivos menores do que os reais.

Por outro lado, um padrão oposto é observado para as esferas de aço carbono de 7 mm. Nessas condições, o modelo subestimou a dissipação de energia, especialmente quando foram medidos baixos coeficientes de restituição efetivos, não considerando adequadamente o efeito viscoso pronunciado no movimento das partículas.

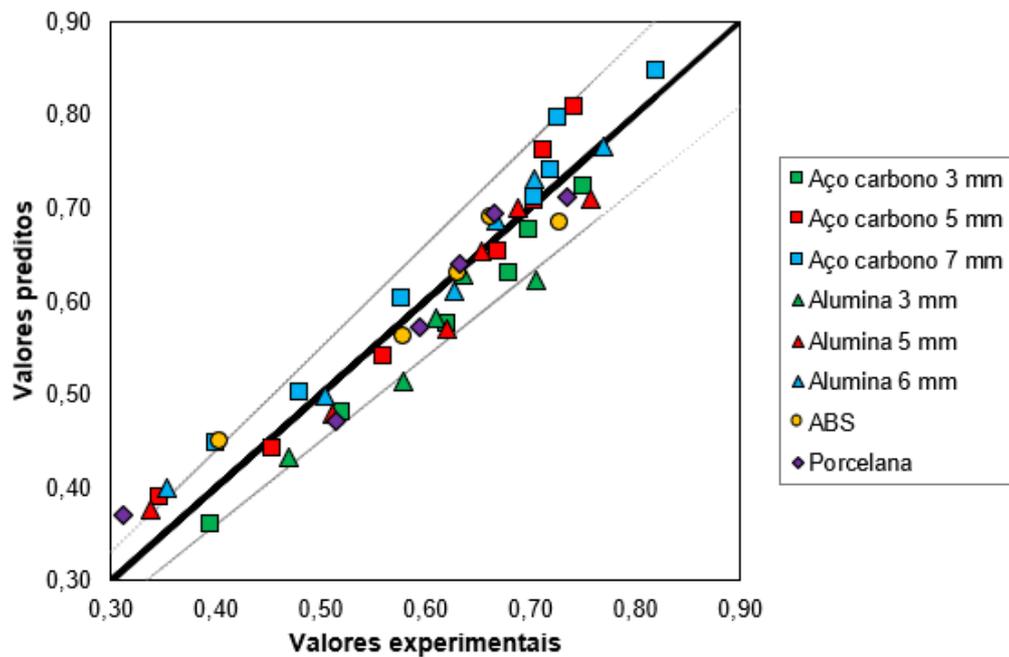
Na Figura 48b, a correlação tem uma distribuição de pontos mais próxima da linha diagonal e descreve quase que totalmente os dados experimentais dentro do intervalo de 90% de confiança (linhas em cinza). Isso mostra que o modelo melhorou significativamente sua capacidade de prever os dados experimentais, devido à inclusão das características adicionais das partículas. Assim, o segundo modelo é mais preciso na previsão das colisões em líquidos devido à inclusão das características detalhadas das partículas, o que leva a uma correspondência mais próxima entre os valores previstos e reais nos dados experimentais. E ainda, o ajuste é um indicativo de que de fato os parâmetros de partícula tiveram influência nas colisões para as condições utilizadas no aparato experimental com estilingue

Figura 48 - Valores preditos e valores experimentais com intervalo de confiança de 90% (linhas tracejadas) para a correlação (a) em função de Stokes e (b) em função de α .

a)



b)



Fonte: Elaborado pelo autor, 2023.

CAPÍTULO 6 – PALAVRAS FINAIS

6.1. CONCLUSÕES

As investigações conduzidas nesta tese proporcionaram resultados importantes sobre os fenômenos de colisão. As conclusões derivadas dessas análises são de significativa relevância para o entendimento das dinâmicas complexas envolvidas nas interações de partículas.

Na análise das colisões em ambiente de ar, observou-se uma clara dependência do coeficiente de restituição em condições secas, influenciada por diversos fatores. Os resultados obtidos estão em concordância com as observações previamente descritas na literatura, ressaltando que o coeficiente não é meramente determinado pelas propriedades do material. Além disso, ele é fortemente afetado pelo histórico de colisões do sistema e pela relação entre a geometria da partícula e a superfície. Essas constatações enfatizam que esse parâmetro não pode ser compreendido isoladamente, mas sim como resultado da interação dinâmica entre várias variáveis influentes.

No estudo das colisões em líquido, devido a eficácia do aparato experimental proposto, foi possível atingir velocidades de impacto excepcionalmente elevadas, levando as partículas a romperem a resistência imposta pelo líquido. Isso permitiu que a restituição fosse observada, mesmo para grupos de partículas considerados desafiadores para as condições experimentais tradicionais, em que são empregadas partículas densas e velocidades de impacto mais baixas, devido às limitações impostas por aparatos experimentais. Estes resultados não apenas expandiram a faixa de dados analisada, como demonstraram a relevância do aparato experimental proposto.

As investigações realizadas revelaram a dependência do coeficiente de restituição efetivo em relação ao número de Stokes e, por conseguinte, à viscosidade do fluido. Em colisões em líquido envolvendo partículas do mesmo material, mas com diferentes diâmetros, observaram-se variações mínimas no coeficiente de restituição efetivo. Isso sugere que, embora as forças dissipativas tenham um papel predominante como fonte de dissipação de energia, outros fatores, como as propriedades da fase sólida e a velocidade de colisão, também desempenham um papel fundamental e necessitam de uma investigação aprofundada para uma compreensão completa do fenômeno. Esses resultados destacam a complexidade das interações em sistemas multifásicos, ressaltando a importância de considerar uma gama diversificada de variáveis para uma análise precisa e abrangente.

Com relação ao estudo da predição do coeficiente de restituição a seco, a correlação proposta, incluindo as modificações sugeridas, conseguiu prever com precisão este parâmetro, já que descreveu os dados experimentais e foi estatisticamente relevante para esse fim. O aprimoramento da correlação também evidenciou a necessidade de considerar o maior número de parâmetros em um modelo empírico, para que a maior parte das fontes de dissipação de energia possa ser considerada e assim, uma correlação ideal e amplamente aplicável seja obtida.

No estudo da predição do coeficiente de restituição efetivo em líquidos, a análise da dispersão dos pontos preditos e experimentais ao redor da linha de 45° para diferentes correlações ressaltou a complexidade das colisões em líquidos, especialmente para sistemas que envolvem partículas leves ou macias. O modelo baseado apenas no adimensional de Stokes mostrou limitações em capturar totalmente o comportamento dos dados. A necessidade de aprimorar os modelos tornou-se evidente, buscando uma abordagem mais abrangente que leve em consideração não apenas o número de Stokes, mas também características detalhadas das partículas.

6.2. SUGESTÕES DE TRABALHOS FUTUROS

Os resultados e análises apresentados nesta tese representam avanços significativos, proporcionando uma base sólida para pesquisas futuras sobre colisões em líquidos. O novo aparato experimental proposto e as indicações do papel conjunto do número de Stokes com as propriedades das partículas abrem perspectivas promissoras que podem ser exploradas em estudos futuros para uma compreensão mais aprofundada desse fenômeno.

É fundamental explorar os mecanismos subjacentes dessas colisões, considerando não apenas o número de Stokes, mas também as características específicas das partículas e do fluido. Além das fontes de dissipação discutida nessa tese, estudos mais detalhados sobre a superfície das partículas, incluindo rugosidade, bem como o impacto da temperatura e pressão, são essenciais. Além disso, investigações sobre a interação de partículas com diferentes líquidos, cada um com suas próprias propriedades viscosas e tensão superficial, podem oferecer resultados valiosos para expandir o entendimento e aplicação prática das colisões em ambientes líquidos.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- AGUILAR-CORONA, C.; ZENIT, R.; ZASBERNAT, O. Collisions in a liquid fluidized bed. *International Journal of Multiphase Flow*, 37:695-705, 2011.
- ANTONYUK, S., HEINRICH, S., DEEN, N., KUIPERS, H. (2009). Influence of liquid layers on energy absorption during particle impact. *Particuology*, 2009, 7(4), 245 – 249. <https://doi.org/10.1016/j.partic.2009.04.006>
- ARYAEI, A., HASHEMNIA, K., & JAFARPUR, K. (2010). Experimental and numerical study of ball size effect on restitution coefficient in low velocity impacts. *International Journal of Impact Engineering*, 37(10), 1037–1044. <https://doi.org/10.1016/j.ijimpeng.2010.04.005>
- BARNOCKY, G., & DAVIS, R. H. (1989). The lubrication force between spherical drops, bubbles and rigid particles in a viscous fluid. *International Journal of Multiphase Flow*, 15(4), 627–638. [https://doi.org/10.1016/0301-9322\(89\)90057-8](https://doi.org/10.1016/0301-9322(89)90057-8)
- BOETTCHER, R. KUNIK, M., EICHMANN, S., RUSSELL, A., MUELLER, P. (2017). Revisiting energy dissipation due to elastic waves at impact of spheres on large thick plates, *International Journal of Impact Engineering*, 104, 45-54. <https://doi.org/10.1016/j.ijimpeng.2017.02.012>.
- BOETTCHER, R., EICHMANN, S., & MUELLER, P. Influence of viscous damping and elastic waves on energy dissipation during impacts. *Chemical Engineering Science*, 199, 571–587, 2019. <https://doi.org/10.1016/j.ces.2019.01.036>
- BUCK, B., TANG, Y., DEEN, N. G., KUIPERS, J. A. M., & HEINRICH, S. (2018). Dynamics of wet particle–wall collisions: influence of wetting condition. *Chemical Engineering Research and Design*, 135, 21-29. <https://doi.org/10.1016/j.cherd.2018.05.014>
- BUCK, B., HEINRICH, S. (2019). Collision dynamics of wet particles: Comparison of literature models to new experiments. *Advanced Powder Technology*, 30(12) 3241-3252. <http://dx.doi.org/10.1016/j.appt.2019.09.033>
- BUCK, B., TANG, Y., HEINRICH, S., DEEN, N. G., KUIPERS, J.A.M. (2017). Collision dynamics of wet solids: Rebound and rotation. *Powder Technology*, 316, 218-224. <https://doi.org/10.1016/j.powtec.2016.12.088>.

- CHÈVREMONT, W., BODIGUEL, H., & CHAREYRE, B. (2020). Lubricated contact model for numerical simulations of suspensions. *Powder Technology*, 372, 600–610. <https://doi.org/10.1016/j.powtec.2020.06.001>
- CIORNEI, F.C., ALACI, S., BULAI, P., & ROMANU, I.C. A comparative experimental study for dry and wet collisions. *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering*, 1169(1), 012-020, 2021. <https://doi.org/10.1088/1757-899x/1169/1/012020>
- CROSS, R. (2021). Coefficients of restitution for a collision. *Physics Education*, 56(6), 065017. <https://doi.org/10.1088/1361-6552/ac1f6e>
- ENGINEERING TOOLBOX, (2003). Young's Modulus - Tensile and Yield Strength for common Materials. [online]. Disponível em: https://www.engineeringtoolbox.com/young-modulus-d_417.html [Acesso em 12 dez. 2020].
- FLORES, P., AMBRÓSIO, J., CLARO, J. C. P., & LANKARANI, H. M. (2007). Dynamic behaviour of planar rigid multi-body systems including revolute joints with clearance. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part K: Journal of Multi-Body Dynamics*, 221(2), 161–174. <https://doi.org/10.1243/14644193JMBD96>
- FLORES, P., MACHADO, M., SILVA, M. T., & MARTINS, J. M. (2011). On the continuous contact force models for soft materials in multibody dynamics. *Multibody System Dynamics*, 25(3), 357–375. <https://doi.org/10.1007/s11044-010-9237-4>
- GHANBARZADEH, A., HASSANPOUR, A., & NEVILLE, A. (2019). A numerical model for calculation of the restitution coefficient of elastic-perfectly plastic and adhesive bodies with rough surfaces. *Powder Technology*, 345, 203–212. <https://doi.org/10.1016/j.powtec.2018.12.079>
- GONDRET, P., LANCE, M., & PETIT, L. (2002). Bouncing motion of spherical particles in fluids. *Physics of Fluids*, 14(2), 643–652. <https://doi.org/10.1063/1.1427920>
- HAPPEL, J. AND BRENNER, H. (1983) *Low Reynolds Number Hydrodynamics*. Martinus Nijhoff, Dordrecht
- HERTZ, H. (1882). Ueber die Berührung fester elastischer Körper. *Journal Für Die Reine Und Angewandte Mathematik (Crelles Journal)*, 1882(92), 156–171. <https://doi.org/10.1515/crll.1882.92.156>

- HLOSTA, J., ŽUROVEC, D., ROZBROJ, J., RAMÍREZ-GÓMEZ, Á., NEČAS, J., & ZEGZULKA, J. (2018a). Experimental determination of particle–particle restitution coefficient via double pendulum method. *Chemical Engineering Research and Design*, 135, 222–233. <https://doi.org/10.1016/j.cherd.2018.05.016>
- HUNT, K., & CROSSLEY, E. (1975). Coefficient of restitution interpreted as damping in vibroimpact. *Journal of Applied Mechanics, American Society of Mechanical Engineers*, 42, 440–445.
- JOHNSON, K. L. (1985). *Contact Mechanics*. Cambridge University Press.
<https://doi.org/10.1017/CBO9781139171731>
- JONATHAN P.K. SEVILLE, C.-Y. WU. (2016). *article Technology and Engineering: An Engineer's Guide to Particles and Powders: Fundamentals and Computational Approaches* (1st ed.). ELSEVIER SCIENCE & TECHNOLOGY.
- JOSEPH, G. G., ZENIT, R., HUNT, M. L., & ROSENWINKEL, A. M. (2001). Particle-wall collisions in a viscous fluid. *Journal of Fluid Mechanics*, 433, 329–346.
<https://doi.org/10.1017/S0022112001003470>
- KANTAK, A. A., GALVIN, J. E., WILDEMUTH, D. J., & DAVIS, R. H. (2005). Low-velocity collisions of particles with a dry or wet wall. *Microgravity - Science and Technology*, 17(1), 18–25. <https://doi.org/10.1007/BF02870971>
- KRULL, F., MATHY, J., BREUNINGER, P., & ANTONYUK, S. (2021). Influence of the surface roughness on the collision behavior of fine particles in ambient fluids. *Powder Technology*, 392, 58–68. <https://doi.org/10.1016/j.powtec.2021.06.051>
- LIMA, R. M., BRANDAO, R. J., SANTOS, R. L., DUARTE, C. R., BARROZO, M. A. S. (2021). Analysis of methodologies for determination of DEM input parameters. *Brazilian Journal of Chemical Engineering*, 38, 287–296.
<https://doi.org/10.1007/s43153-021-00107-4>
- LUDING, S., CLÉMENT, E., BLUMEN, A., RAJCHENBACH, J., DURAN, J. (1994). Anomalous energy dissipation in molecular dynamics simulations of grains: The “detachment” effect. *Physics review*, 50, 4113.

- MA, J., LIU, D., CHEN, X. (2013). Experimental study of oblique impact between dry spheres and liquid layers. *Physical Review E*, 88, 033018.
<https://doi.org/10.1103/PhysRevE.88.033018>
- MA, J.; LIU, D.; CHEN, X. Normal and oblique impacts between smooth spheres and liquid layers: Liquid bridge and restitution coefficient. *Powder Technology*, 301: 747-759, 2016
- MACHADO, M., MOREIRA, P., FLORES, P., & LANKARANI, H. M. (2012). Compliant contact force models in multibody dynamics: Evolution of the Hertz contact theory. *Mechanism and Machine Theory*, 53, 99–121.
<https://doi.org/10.1016/j.mechmachtheory.2012.02.010>
- MACHADO, M.V.C., LIMA, R.M., BRANDÃO, R.J., DUARTE, C.R., BARROZO, M.A.S. (2022). Restitution coefficient in grinding process: experimental determination and numerical analysis using DEM. *Braz. J. Chem. Eng.* <https://doi.org/10.1007/s43153-022-00237>.
- MARINACK, M. C., MUSGRAVE, R. E., & HIGGS, C. F. (2013). Experimental investigations on the coefficient of restitution of single particles. *Tribology Transactions*, 56(4), 572–580. <https://doi.org/10.1080/10402004.2012.748233>
- MELO, K. R. B DE. Modelagem e análise experimental do escoamento de esferas macias em fluidos viscosos: estudo de colisões partícula-partícula e partícula-superfície e da interação partícula-fluido. 2020. Dissertação (Mestrado em Engenharia Química) – Universidade Federal de São Carlos, São Carlos, 2020. Disponível em:
<https://repositorio.ufscar.br/handle/ufscar/12660>.
- MELO, K. R. B., GRACE, J. R., & LOPES, G. C. (2021A). A new correlation for the coefficient of restitution of particles with low mechanical resistance for modeling wastewater treatment biofilm reactors. *Clean Technologies and Environmental Policy*, 0123456789. <https://doi.org/10.1007/s10098-021-02079-y>
- MELO, K. R. B., DE PÁDUA, T. F., & LOPES, G. C. (2021B). A coefficient of restitution model for particle–surface collision of particles with a wide range of mechanical characteristics. *Advanced Powder Technology*, 32(12), 4723–4733.
<https://doi.org/10.1016/j.appt.2021.10.023>

- MELO, K. R. B., PÁDUA, T. F., LOPES, G. C. (2023). Investigation of carbon steel particle collisions in dry and wet environments. *Brazilian Journal of Chemical Engineering*, 2023. <https://doi.org/10.1007/s43153-023-00353-8>
- MUELLER, P., BOETTCHER, R., RUSSELL, A., TRUEE, M., & TOMAS, J. (2015A). A novel approach to evaluate the elastic impact of spheres on thin plates. *Chemical Engineering Science*, 138, 689–697. <https://doi.org/10.1016/j.ces.2015.08.056>
- NELLES, O. (2001). *Nonlinear System Identification*. Springer Berlin Heidelberg. <https://doi.org/10.1007/978-3-662-04323-3>
- NIJSSEN, T. M. J., OTTENS, M., PADDING, J. T. (2023). A note on the modelling of lubrication forces in unresolved simulations. *Powder Technology*, 413, 118017. <https://doi.org/10.1016/j.powtec.2022.118017>
- OUWERX, C., VELINGS, N., MESTDAGH, M. M., & AXELOS, M. A. V. (1998). Physico-chemical properties and rheology of alginate gel beads formed with various divalent cations. *Polymer Gels and Networks*, 6(5), 393–408. [https://doi.org/10.1016/S0966-7822\(98\)00035-5](https://doi.org/10.1016/S0966-7822(98)00035-5)
- PATIL, D., & HIGGS, C. F. (2017). A coefficient of restitution model for sphere–plate elastoplastic impact with flexural vibrations. *Nonlinear Dynamics*, 88(3), 1817–1832. <https://doi.org/10.1007/s11071-017-3346-z>
- PENG, Q., JIN, Y., LIU, X., & WEI, Y. G. (2021). Effect of plasticity on the coefficient of restitution of an elastoplastic sphere impacting an elastic plate. *International Journal of Solids and Structures*, 222–223. <https://doi.org/10.1016/j.ijsolstr.2021.03.023>
- PENG, Q., LIU, X., & WEI, Y. (2021). Elastic impact of sphere on large plate. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 156. <https://doi.org/10.1016/j.jmps.2021.104604>
- PORTNIKOV, D., & KALMAN, H. Determination of elastic properties of particles using single particle compression test. *Powder Technology*, 268, 244–252, 2014. <https://doi.org/10.1016/j.powtec.2014.08.011>
- RUIZ-ANGULO, A., & HUNT, M. L. (2010). Measurements of the coefficient of restitution for particle collisions with ductile surfaces in a liquid. *Granular Matter*, 12(2), 185–191. <https://doi.org/10.1007/s10035-010-0166-y>

- SEIFRIED, R.; MINAMOTO, H.; EBERHARD, P. Viscoplastic Effects Occurring in Impacts of Aluminum and Steel Bodies and Their Influence on the Coefficient of Restitution. *Journal of Applied Mechanics*, 77 (4): 041008, 2010
- SEVILLE, J., WU, C. Particle Technology and Engineering: An Engineer's Guide to Particles and Powders: Fundamentals and Computational Approaches. Elsevier, 2015.
- SONELASTIC. Modulus of elasticity and Poisson's coefficient of polymeric materials. [online]. Disponível em: <https://www.sonelastic.com/en/fundamentals/tables-of-materials-properties/polymers.html> [Acesso em 20 dez. 2022].
- STRONGE, W. J. Impact Mechanics. Second Edition, Cambridge University Press, 2018.
- TAKEDA, E. (1953). On the Coefficient of Restitution. *Journal of the Physical Society of Japan*, 8(6), 790. <https://doi.org/10.1143/JPSJ.8.790>
- TATARA, Y., & MORIWAKI, N. (1982). Study on Impact of Equivalent Two Bodies : Coefficients of Restitution of Spheres of Brass, Lead, Glass, Porcelain and Agate, and the Material Properties. *Bulletin of JSME*, 25(202), 631–637. <https://doi.org/10.1299/jsme1958.25.631>
- VAN VLACK, L. H. Princípios De Ciência Dos Materiais. 13ª Edição, Edgard Blucher, 2000.
- WANG, S., GUO, S., GAO, J., LAN, X., DONG, Q., & LI, X. (2012). Simulation of flow behavior of liquid and particles in a liquid-solid fluidized bed. *Powder Technology*, 224, 365–373. <https://doi.org/10.1016/j.powtec.2012.03.022>
- WEIR, G., & TALLON, S. (2005). The coefficient of restitution for normal incident, low velocity particle impacts. *Chemical Engineering Science*, 60(13), 3637–3647. <https://doi.org/10.1016/j.ces.2005.01.040>
- YAMOA, S., Martínez-Cuenca, R., Monrós, G., Chiva, S., & Macián-Juan, R. (2015). Numerical investigation of models for drag, lift, wall lubrication and turbulent dispersion forces for the simulation of gas-liquid two-phase flow. *Chemical Engineering Research and Design*, 98, 17–35. <https://doi.org/10.1016/j.cherd.2015.04.007>
- YARDENY, I., PORTNIKOV, D., & KALMAN, H. (2020). Experimental investigation of the coefficient of restitution of particles colliding with surfaces in air and water. *Advanced Powder Technology*, 31(9), 3747–3759. <https://doi.org/10.1016/j.apt.2020.07.018>

- YURATA, T., GIDASPOW, D., PIUMSOMBOON, P., & CHALERMSINSUWAN, B. (2021). The importance of parameter-dependent coefficient of restitution in discrete element method simulations. *Advanced Powder Technology*, 32(4), 1004–1012.
<https://doi.org/10.1016/j.appt.2021.02.005>
- ZENER, C. (1941). The intrinsic inelasticity of large plates. *Physical Review*, 59(8), 669–673.
<https://doi.org/10.1103/PhysRev.59.669>
- ZENIT, R & LEGENDRE, D. (2009). The coefficient of restitution for air bubbles colliding against solid walls in viscous liquids. *Physics of Fluids*, 21, 083306.
<https://doi.org/10.1063/1.3210764>
- ZHANG, W., NODA, R., & HORIO, M. (2005). Evaluation of lubrication force on colliding particles for DEM simulation of fluidized beds. *Powder Technology*, 158(1–3), 92–101.
<https://doi.org/10.1016/j.powtec.2005.04.021>

PRODUÇÃO CIENTÍFICA REFERENTE AO TRABALHO

Trabalhos científicos apresentados em congressos nacionais

Melo, K. R. B.; Lopes, G. C. Efeito de Forças Dissipativas em Colisões em Água. 23º Congresso Brasileiro de Engenharia Química – COBEQ, 2021.

Melo, K. R. B.; Pádua, T. F.; Lopes, G. C. Influência do diâmetro e presença de filme polimérico sobre o coeficiente de restituição de partículas rígidas. XL Congresso Brasileiro de Sistemas Particulados (ENEMP), 2022, Uberlândia.

Trabalhos científicos apresentados em congressos internacionais

Melo, K. R. B.; Ferreira, V. O.; Pádua, T. F.; Lopes, G. C. Effect of the number of impacts on the coefficient of restitution for different particles. 71st *Canadian Chemical Engineering Conference*, 2021.

Artigos científicos completos publicados em periódicos

Melo, K. R. B.; Grace, J. R.; Lopes, G. C. A new correlation for the coefficient of restitution of particles with low mechanical resistance for modeling wastewater treatment biofilm reactors. *Clean Technologies and Environmental Policy*, 2021.

Melo, K. R. B.; Pádua, T. F.; Lopes, G. C. A coefficient of restitution model for particle-surface collision of particles with a wide range of mechanical characteristics. *Advanced Powder Technology*, 2021.

Melo, K. R. B.; Pádua, T. F.; Lopes, G. C. *Investigation of carbon steel particle collisions in dry and wet environments. Brazilian Journal of Chemical Engineering*, 2023.