



UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO CARLOS
CENTRO DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIA PARA A SUSTENTABILIDADE
DEPARTAMENTO DE FÍSICA, QUÍMICA E MATEMÁTICA
CURSO DE GRADUAÇÃO LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

Patrícia do Nascimento dos Santos

**Um modelo de controle integrado (químico e biológico) via Programação
Linear Fuzzy para a lagarta-do-cartucho *Spodoptera
frugiperda* (Lepidoptera: Noctuidae) na cultura do milho**

Sorocaba
2022

Patrícia do Nascimento dos Santos

Um modelo de controle integrado (químico e biológico) via Programação
Linear Fuzzy para a lagarta-do-cartucho *Spodoptera*
frugiperda (Lepidoptera: Noctuidae) na cultura do milho

Trabalho de Conclusão de Curso de Graduação em
Licenciatura em Matemática do Centro de Ciências e
Tecnologia para a Sustentabilidade da Universidade
Federal de São Carlos como requisito para a obten-
ção do título de Licenciada em Matemática.
Orientadora: Dra. Magda da Silva Peixoto

Sorocaba

2022

Patrícia do Nascimento dos Santos

**Um modelo de controle integrado (químico e biológico) via Programação
Linear Fuzzy para a lagarta-do-cartucho *Spodoptera
frugiperda* (Lepidoptera: Noctuidae) na cultura do milho**

Este Trabalho de Conclusão de Curso foi julgado adequado para obtenção do Título de “Licenciada em Matemática” e aprovado em sua forma final pelo Curso de Graduação em Licenciatura em Matemática.

Sorocaba, 08 de dezembro de 2022.

Banca Examinadora:

Profa. Dra. Magda da Silva Peixoto
Universidade Federal de São Carlos

Profa. Dra. Silvia Maria Simões de Carvalho
Universidade Federal de São Carlos

Prof. Dr. Antonio Luís Venezuela
Universidade Federal de São Carlos



FUNDAÇÃO UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO CARLOS

COORDENAÇÃO DO CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA DE SOROCABA - CCML-So/CCTS

Rod. João Leme dos Santos km 110 - SP-264, s/n - Bairro Itinga, Sorocaba/SP, CEP 18052-780

Telefone: (15) 32298874 - <http://www.ufscar.br>

DP-TCC-FA nº 12/2022/CCML-So/CCTS

Graduação: Defesa Pública de Trabalho de Conclusão de Curso

Folha Aprovação (GDP-TCC-FA)

FOLHA DE APROVAÇÃO

PATRICIA DO NASCIMENTO DOS SANTOS

UM MODELO DE CONTROLE INTEGRADO (QUÍMICO E BIOLÓGICO) VIA P L FUZZY PARA A

LAGARTA-DO-CARTUCHO *SPODOPTERA FRUGIPERDA* (LEPIDOPTERA: NOCTUIDAE) NA CULTURA DO MILHO

Trabalho de Conclusão de Curso

Universidade Federal de São Carlos – Campus Sorocaba

Sorocaba, 08 de dezembro de 2022

ASSINATURAS E CIÊNCIAS

| Cargo/Função | Nome Completo |
|---------------------|---|
| Orientadora | Profa. Dra. Magda da Silva Peixoto |
| Membro da Banca 1 | Prof. Dr. Antonio Luís Venezuela |
| Membro da Banca 2 | Profa. Dra. Silvia Maria Simões de Carvalho |



Documento assinado eletronicamente por **Silvia Maria Simoes de Carvalho, Docente**, em 13/12/2022, às 17:03, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do [Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015](#).



Documento assinado eletronicamente por **Antonio Luis Venezuela, Docente**, em 13/12/2022, às 17:32, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do [Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015](#).



Documento assinado eletronicamente por **Magda da Silva Peixoto, Docente**, em 14/12/2022, às 10:19, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do [Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015](#).



A autenticidade deste documento pode ser conferida no site <https://sei.ufscar.br/autenticacao>, informando o código verificador **0888030** e o código CRC **9BF09733**.

Referência: Caso responda a este documento, indicar expressamente o Processo nº 23112.041819/2022-89

SEI nº 0888030

Modelo de Documento: Grad: Defesa TCC: Folha Aprovação, versão de 02/Agosto/2019

Este trabalho é dedicado a minha irmã, aos amigos que fiz
ao longo do percurso e a orientadora mais paciente e
solícita, Magda.

RESUMO

Este trabalho visa propor um modelo matemático para o controle ótimo de pragas na agricultura via integração das estratégias de controle químico (aplicação de inseticidas) e biológico (predação e/ou parasitismo), utilizando Programação Linear Fuzzy. Tem por objetivo principal aplicar este modelo ao controle da lagarta-do-cartucho *Spodoptera frugiperda* (Lepidoptera: Noctuidae), praga consolidada no território brasileiro. O agronegócio tem um papel de grande importância na economia do Brasil, exercendo relevante influência no Produto Interno Bruto. Atualmente, o país é um dos grandes exportadores de produtos agrícolas, enfoque para o milho, uma de suas principais culturas, liderando a exportação mundial em 2019, superando quantidades exportadas anteriormente. De acordo com projeções para a próxima década, a expectativa é que a demanda pela produção agrícola cresça impulsionada pelo crescimento populacional e da renda, conseqüentemente aumenta a necessidade de uma gestão de riscos que minimize custos e maximize a produtividade. Uma das grandes problemáticas está associada a incidência de pragas nas plantações, tendo em vista que os custos relacionados ao controle são altos, principalmente o químico. Portanto, a adesão de novas técnicas é indispensável e o Manejo Integrado de Pragas mostra-se eficiente, pois além de gerar menor impacto ambiental, associa diferentes estratégias, como o controle biológico.

Palavras-chave: Controle, predação, parasitismo, conjuntos fuzzy, programação linear fuzzy.

ABSTRACT

This work aims to propose a mathematical model for optimal pest control in agriculture via integration of chemical (application of insecticides) and biological (predation and/or parasitism) control strategies with optimization techniques via Linear Programming *Fuzzy*. Its main objective is apply this model to the control of the fall armyworm *Spodoptera frugiperda* (Lepidoptera: Noctuidae), a consolidated pest in Brazilian territory. Agribusiness plays an important role in the Brazilian economy, exerting a relevant influence on the Gross Domestic Product. Currently, the country is one of the great exporters of agricultural products, focusing on corn, one of its main crops, leading the world export in 2019, surpassing previously exported quantities. According to projections for the next decade, the expectation is that the demand for agricultural production will grow driven by population and income growth, consequently increasing the need for risk management that minimizes costs and maximizes productivity. One of the major problems is associated with the incidence of pests in the plantations, considering that the costs related to control are high, especially the chemical one. Therefore, the adhesion of new techniques is indispensable and the Integrated Pest Management proves to be efficient, as in addition to generating less environmental impact, it combines different strategies, such as biological control.

Keywords: Control, predation, parasitism, fuzzy sets, linear programming fuzzy

SUMÁRIO

| | | |
|-------|---|----|
| | Lista de figuras | 7 |
| | Introdução | 8 |
| 1 | PANORAMA BRASILEIRO: AGRONEGÓCIO | 10 |
| 2 | PROCESSO DE MODELAGEM MATEMÁTICA | 15 |
| 2.1 | INTERAÇÃO ENTRE ESPÉCIES: PREDACÃO | 16 |
| 2.2 | BIOLOGIA DOS INSETOS EM LAVOURAS DE MILHO | 19 |
| 2.2.1 | Lagarta-do-cartucho <i>Spodoptera frugiperda</i> | 19 |
| 2.2.2 | Ciclo de vida do predador <i>Doru luteipes</i> | 21 |
| 3 | PROGRAMAÇÃO MATEMÁTICA | 23 |
| 3.1 | PROGRAMAÇÃO LINEAR | 23 |
| 3.2 | PROGRAMAÇÃO LINEAR FUZZY | 24 |
| 4 | O MODELO MATEMÁTICO | 29 |
| 4.1 | O PROBLEMA DE PROGRAMAÇÃO LINEAR FUZZY PARA CON- TROLE DA LAGARTA <i>S. FRUGIPERDA</i> COM PREDACÃO E APLI- CAÇÃO DE INSETICIDA | 29 |
| 5 | CONSIDERAÇÕES FINAIS | 33 |
| | REFERÊNCIAS | 35 |
| | APÊNDICE A – | 40 |
| | APÊNDICE B – | 49 |

LISTA DE FIGURAS

| | |
|---|----|
| Figura 1 – Importações, exportações e saldo da balança comercial agrícola, de 1989 a 2020 | 10 |
| Figura 2 – População mundial, classe média mundial e participação da classe média mundial no total da população, de 1970 a 2030 | 11 |
| Figura 3 – Tipos de respostas funcional. Fonte: (ROCHA, 2002) | 18 |
| Figura 4 – Ciclo de vida da <i>Spodoptera frugiperda</i> | 20 |
| Figura 5 – Ciclo de vida do predador <i>D. luteipes</i> | 21 |

INTRODUÇÃO

O Brasil é um dos grandes exportadores de produtos agrícolas, enfoque para o milho, uma de suas principais culturas, liderando a exportação mundial em 2019, superando quantidades exportadas anteriormente (AGRICULTURA PECUÁRIA E ABASTECIMENTO - MAPA, 2020). Nesta perspectiva, aumenta-se a necessidade de gestão de riscos que minimize custos e maximize a produtividade e uma das grandes problemáticas está associada a incidência de pragas nas plantações, tendo em vista que os custos relacionados ao controle são altos. Portanto, é proposto um modelo de controle integrado via Programação Linear Fuzzy para lagarta *Spodoptera frugiperda*, uma das das principais pragas do milho consolidada nacionalmente que pode gerar prejuízo de até 34% na produção (BARROS, R., 2012).

A Programação Linear (PL) é um caso particular dentro da programação matemática que busca resolver problemas de forma quantitativa e auxiliar na tomada das melhores decisões, está relacionada à modelagem matemática de problemas de decisão, determinando os objetivos e as restrições sob as quais se deve operar. Neste contexto as variáveis de decisão são contínuas ou inteiras e são linearmente relacionadas à função objetivo e às restrições do problema, isso significa que as relações entre as variáveis são expressas por equações e desigualdades lineares. No entanto, em diversas situações práticas, as restrições ou mesmo a função objetivo em problemas de PL não apresentam termos precisos e nítidos, desta forma podendo ser modelados por um número fuzzy. A Teoria dos Conjuntos Fuzzy tem como objetivo modelar o modo aproximado de raciocínio, tentando imitar a habilidade humana de tomar decisões, considerando incertezas e imprecisões inerentes aos dados ou ao processo (ARENALES; ARMENTANO *et al.*, 2006; GOLDBARG, M.; LUNA; GOLDBARG, E., 2016; BARROS, L. C. de; BASSANEZI, 2010).

Este trabalho visa propor um modelo matemático para o controle ótimo de pragas na agricultura via integração das estratégias de controle químico (aplicação de inseticidas) e biológico (predação e/ou parasitismo) com técnicas de otimização via Programação Linear Fuzzy. Tem por objetivo principal aplicar este modelo ao controle da lagarta-do-cartucho *Spodoptera frugiperda* (Lepidoptera: Noctuidae), praga consolidada no território brasileiro.

Importante observar que os estudos e resultados que serão apresentados a seguir foram desenvolvidos durante o período de realização Projeto de Iniciação Científica FAPESP número 2021/06204-3.

O presente trabalho está organizado da seguinte forma:

No capítulo 1 destacamos a relevância socioeconômica do agronegócio brasileiro, enfoque às grandes culturas de exportação como o milho e a importância no investimento em programas de manejo voltados ao controle de pragas e doenças.

No capítulo 2 descrevemos o processo em que se sustenta a modelagem matemática

até a obtenção de um modelo matemático e as premissas adotadas no ponto de vista da ecologia aplicada. Em seguida, dispomos os fundamentos da Teoria dos Conjuntos Fuzzy e sua significativa relevância quando incorporada em uma metodologia de programação matemática como a Programação Linear. No capítulo 4 propomos uma aplicação dada pelo modelo obtido que viabiliza um programa de controle integrado, químico e biológico, para a lagarta-do-cartucho.

No capítulo 5 apresentamos as considerações finais e trabalhos futuros, ou seja, trabalhos que pretende-se iniciar decorrente da situação-problema estudada.

Finalizamos no Apêndice A com o produto deste trabalho, o artigo intitulado "*An integrated control model (chemical and biological) with optimization techniques for Spodoptera frugiperda (Lepidoptera: Noctuidae)*" e no Apêndice B expõe o certificado de apresentação no *XLI Congresso de Matemática Aplicada e Computacional* do trabalho "*Modelo matemático para controle integrado da praga atuante na cultura do milho Spodoptera frugiperda (Lepidoptera: Noctuidae) (Smith, 1797) via Programação Linear Fuzzy.*

1 PANORAMA BRASILEIRO: AGRONEGÓCIO

A atual posição de potência agrícola ocupada pelo Brasil foi consolidada devido a alguns fatores, primeiramente, a ampla disponibilidade de recursos naturais (tais como terra, água e clima favorável) propiciaram o processo de ampliação da fronteira agrícola, favorecendo a incorporação de novas áreas ao processo produtivo (ALBUQUERQUE; NICOL, 1987), em seguida, investimentos de iniciativa tanto privada quanto pública em tecnologias facilitaram o status, e, por fim, as mudanças na política agrícola adotada a partir de 1990, envolvendo abertura comercial, privatização e desregulamentação da economia, promoveram reduções das tarifas sobre exportações e nas restrições do mercado agrícola, gerando grande impacto no agronegócio. Nas últimas três décadas, o saldo da balança comercial aumentou quase dez vezes, em 2020 apresentou superávit de *US\$87,60* bilhões (figura 1). (CHADDAD, 2017; RAMOS, 2009)

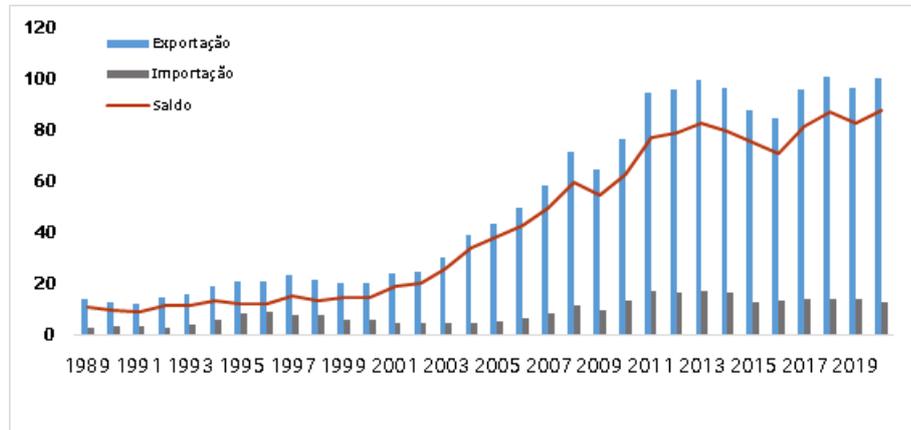


Figura 1 – Importações, exportações e saldo da balança comercial agrícola, de 1989 a 2020

Fonte: (AGRICULTURA PECUÁRIA E ABASTECIMENTO - MAPA, 2020)

Como importante protagonista na produção e exportação de produtos agrícolas, o país obteve na safra de 2016/2017 seu recorde de produção, provendo alimentos para o território nacional e mais 150 países. Para uma das principais culturas brasileiras, em 2019, registrou-se que o volume exportado de milho superou marcas anteriores com *42,72 Mt*, liderando a exportação mundial. Já em 2020, o volume correspondeu *34,43 Mt* e mesmo com uma queda de, aproximadamente, *19,5%* em relação a 2019, as vendas externas corresponderam a segunda melhor da história. Além de grande exportador, o país é um dos maiores consumidores desse cereal, estando atrás apenas dos Estados Unidos da América (EUA), China e União Européia (INDÚSTRIAS DO ESTADO DE SÃO PAULO (FIESP), 2020). Na safra de 2018/2019 o volume produzido correspondeu a *99,31 Mt* e o consumo interno compreendeu *63,92 Mt*, na de 2019/2020 o total produzido foi de *102,52 Mt* e o consumo interno correspondeu a *68,66 Mt*. (AGRICULTURA PECUÁRIA E ABASTECIMENTO - MAPA, 2020; PESQUISA AGROPECUÁRIA - EMBRAPA, 2018; ABASTECIMENTO, 2021)

Para projeções futuras, os aspectos quanto a demanda pela produção agrícola possui enorme influência, e dois pontos são determinantes: população e crescimento da renda, em nível nacional e no principal mercado atuante (OECD/FAO, 2019). Estima-se que o crescimento populacional para o Brasil caia pela metade nos próximos 5 anos, correspondendo a 0,6% ao ano. Para os dois maiores importadores do país, EUA e China, a estimativa é de 0,56% ao ano e 0,26% ao ano, respectivamente. Apesar da queda das taxas em comparação ao que foi pressuposto em relação as últimas décadas, ambos estão entre os países com as maiores populações, em números aproximados, na ordem, 1,439 bilhão e 331 milhões em 2020 (UNITED NATIONS; SOCIAL AFFAIRS, 2019). No que refere-se ao crescimento da renda, a partir dos anos 2000 houve uma significativa expansão (figura 2), e a expectativa é que países em desenvolvimento impulsionem com certo protagonismo a demanda até 2050, mesmo com previsão de um crescimento lento. Outro indicativo é o aumento da classe média na população total (figura 2). (PESQUISA AGROPECUÁRIA - EMBRAPA, 2018)

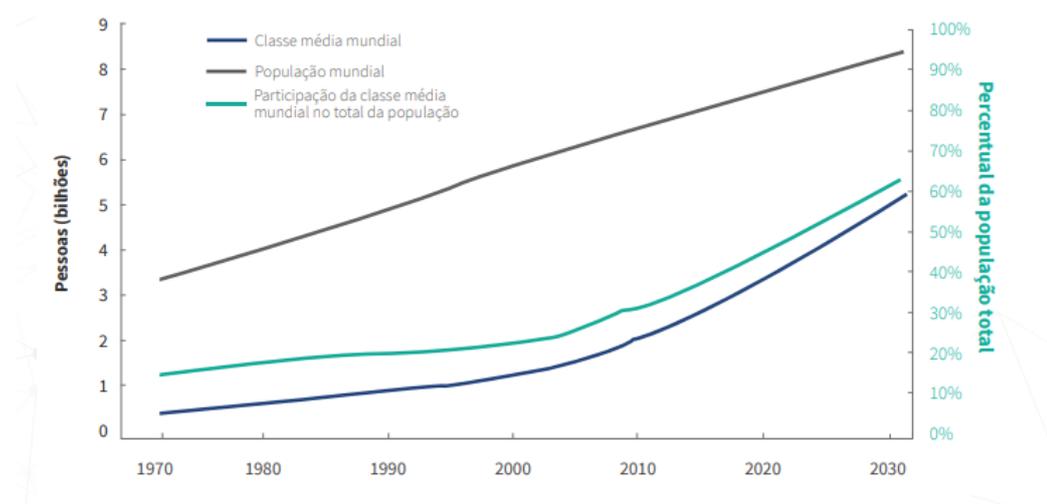


Figura 2 – População mundial, classe média mundial e participação da classe média mundial no total da população, de 1970 a 2030

Fonte: (PESQUISA AGROPECUÁRIA - EMBRAPA, 2018)

Avaliando dados da América Latina (AL), por exemplo, espera-se que as importações para a região aumentem para o milho em cerca de 7 Mt (alcançando a marca de 40,3 Mt em 2028), com o México correspondendo a 41% das importações totais de milho, tais que são provenientes da própria AL. Juntamente com a Argentina, o Brasil é o maior produtor de cereais, entre 2016/2018 os dois países produziram o correspondente a metade do total produzido pela AL de arroz, 75,1% de milho, 77,8% da produção de trigo. Para 2028, o esperado é produzir 233,5 Mt de milho (representando 18% do total mundial), 21,4 Mt de arroz (4% do total mundial), 37,3 Mt de trigo (11% do total produzido no mundo) (OECD/FAO, 2019). Em nível mundial, segundo levantamento constante em (PESQUISA AGROPECUÁRIA - EMBRAPA), o panorama é de um crescimento em

torno de 18% para o milho.

De acordo com a apresentação do cenário atual brasileiro para a produção agrícola, em especial a cultura do milho, e concernente as projeções dos próximos anos, o país manterá o crescimento no setor. Dada a relevante participação do Ramo Agrícola no Produto Interno Bruto (PIB) total do Brasil, 18,5% em 2020 de acordo com os cálculos de (CEPEA-USP, P. A.), a gestão de riscos para reduções de impactos econômicos é de extrema importância. A atividade agrícola é caracterizada por depender da disponibilidade de recursos naturais e por processos biológicos, este em particular, por crucialmente afetar os principais procedimentos da produção, portanto, nessa perspectiva, os riscos envolvidos chegam a ser maiores do que em outros setores (PESQUISA AGROPECUÁRIA - EMBRAPA, 2018).

Os riscos de natureza operacional são aqueles associados a ocorrência de perdas de produção, receitas, clientes, e são resultantes de falhas, deficiências, ou mesmo, inadequação de processos internos, pessoas e sistemas. Eventos atípicos tais como catástrofes, fraudes e greves também se encaixam nessa categoria. No processo de produção agrícola, os riscos nesses moldes verifica-se através das perdas econômicas em decorrência de reduções no volume produzido ocasionadas pela incidência de pragas ou eventos climáticos (IBGC, 2007). As pragas (insetos, ácaros e doenças causadas por fungos, bactérias e vírus) e as plantas invasoras causam perdas à produção, consideradas como os principais responsáveis na perda de volume, precarização da qualidade dos produtos, mortes de plantas, e, até mesmo, dizimação de cultivares inteiros.

De acordo com monitoramento realizado pela (CEPEA-USP) o custo dos produtores com fungicidas foi de R\$1,28 bilhão, inseticidas corresponderam a R\$1,42 bilhão e R\$1,53 bilhão com herbicidas, valores que representaram 9% do custo total da produção de milho nas safras de 2016/2017. Algumas simulações considerando um cenário no qual os produtores não fizessem uso do controle químico na cultura do milho para uma das principais pragas atuantes e consolidadas no território brasileiro, a lagarta do cartucho *Spodoptera frugiperda* (Smith, 1797), sugerem uma economia de R\$3,42 bilhões, entretanto, acarretaria uma perda de quase 40% da safra, ocasionando uma redução de 32% nas exportantes, correspondendo uma queda de US\$1,6 bilhão na receita cambial (CEPEA-USP, maio de 2019).

Neste sentido, o emprego de técnicas de controle é inevitável, contudo, dada a influência da atividade agrícola na economia, busca-se maximizar a produtividade enquanto minimiza custos, então, desta forma, o Manejo Integrado de pragas (MIP) constitui uma ferramenta eficiente nesse contexto, de acordo com (BUSOLI *et al.*)(2015),

O Manejo Integrado de pragas (MIP) consiste no planejamento e uso de táticas e estratégias voltadas para o controle de artrópodes-praga, visando à sua manutenção em níveis que não causam danos econômicos à produtividade das culturas, bem como à qualidade de seus produtos. De modo geral, tais táticas compreendem os métodos de controle aliados às práticas culturais, e devem ser adotadas mediante estratégias que privilegiem sua integração ou, no mínimo, que sejam compatíveis entre si. Um programa adequado de Manejo Integrado

de Pragas deve ser composto por três princípios básicos. Princípio econômico: toda tecnologia adotada deve ter custo compatível com os benefícios; isto é, produtividade maior e custo menor. Princípio ecológico: as medidas ou estratégias adotadas devem possibilitar um incremento das interações tritróficas que ocorrem no agroecossistema, com destaque para o Controle Biológico Natural de pragas. Princípio toxicológico: sempre optar pela utilização de defensivos seletivos, com menor toxicidade ao homem e ao meio ambiente e baixo impacto sobre inimigos naturais.

O controle biológico natural de pragas constitui uma das bases mais importantes em um programa de MIP, tendo em vista que possibilita manejar culturas agrícolas priorizando uma interação equilibrada com o meio ambiente, sobretudo quando são empregadas outras táticas de controle, como o químico com agrotóxicos seletivos aos inimigos naturais (BUSOLI *et al.*, 2015). Embora, as técnicas do MIP visem menor custo e maior produtividade, qualidade e responsabilidade socioambiental, sua aplicação prática é, ainda, restritiva. Algumas simulações são animadoras, conforme monitoramento realizado por (AVILA; SANTOS), extrapolou-se que a implementação de uma programa integrado para a soja, por exemplo, resultaria em um benefício econômico para o país de R\$1,7 bilhão no caso da safra de 2014/2015 e em R\$4,1 bilhões segundo avaliação das safras 2015/2016.

A vista do que foi apresentado e dada a relevância da produção do milho em aspectos econômicos e de consumo, além da importância de um programa que viabilize redução de prejuízos, este trabalho dedicou-se em estudar o controle da lagarta (*S. frugiperda*), de acordo com (BARROS, R., 2012) a média percentual de prejuízo desta praga é 15% nos primeiros 30 dias de desenvolvimento da cultura, podendo chegar a 34% na fase de florescimento. As mariposas migrantes de outras áreas depositam seus ovos nas folhas e as larvas recém-eclodidas começam a se alimentar dos tecidos verdes reduzindo a área foliar da planta, a medida em que crescem fazem orifícios nas folhas sendo capazes de destruir completamente as plantas novas, também podem acometer plantas maiores. O ataque pode ocorrer desde os 10 dias após a emergência das plântulas até a formação das espigas, as larvas mais desenvolvidas podem consumir o interior do colmo (caule), acarretando a morte da planta, ou então, penetrar a base da espiga danificando os grãos e deixando suscetível a entrada de patógenos. A principal técnica de controle da lagarta do cartucho tem se baseado na aplicação de inseticidas, entretanto, existem inúmeras desvantagens associadas ao emprego deste tipo de controle como, por exemplo, casos de resistência, custo elevado, toxicidade ao meio ambiente e aos trabalhadores, desta forma, existe uma demanda para utilização de outros métodos, dos quais, o controle biológico natural, já mencionado seus benefícios.

Dentre os inimigos naturais da lagarta do cartucho destaca-se a tesourinha *Doru luteipes* (Scudder, 1876) (Dermaptera: Forficulidae) com grande capacidade predatória, e indicada como um dos mais importantes na supressão de pragas na cultura do milho. Portanto, pretende-se propor um modelo matemático via Programação Linear (PL) *fuzzy* para um programa integrado de controles químico e biológico para a lagarta do cartucho,

considerando a presença da tesourinha predadora e aplicações de inseticidas, com a finalidade de manter a população da lagarta do cartucho abaixo do nível de dano econômico, ou seja, inferior a quantidade de praga que causa prejuízo igual ou maior ao custo do controle empregado, neste caso, quando verifica-se 10% das plantas atacadas (BARROS, R., 2012).

2 PROCESSO DE MODELAGEM MATEMÁTICA

A modelagem matemática de uma situação problema tem por intuito formalizá-la com uma linguagem abstrata, que por sua vez, proporciona o condensamento das ideias relevantes do problema, as quais estão dispostas em um emaranhado de informações dispensáveis. Nessas circunstâncias, tem por finalidade obter e validar um modelo matemático com o propósito de representar simplificada a realidade, Bassanezi (2002) propõe: “A modelagem consiste, essencialmente na arte de transformar situações da realidade em problemas matemáticos cujas soluções devem ser interpretadas na linguagem usual”. A modelagem matemática de um problema requer a realização de uma sequência de etapas para que ao final tenha-se um modelo que a descreva. O processo consiste (BASSANEZI, 2002) (SILVA, K. P. da; ALMEIDA; VERTUAN, 2012):

1. Inteiração: busca-se conhecer as características específicas da situação problema, para tanto, requer coleta de dados quantitativos e qualitativos, além de atividades laboratoriais, se necessário, para obtenção de novos dados, os quais não são possíveis encontrar na literatura.

2. Abstração: é o processo que transforma a linguagem natural da situação problema, ou seja, tal como é observada na realidade, para uma linguagem matemática. Esta etapa conduz a elaboração do Modelo Matemático, portanto, é necessário:

a. Seleção de variáveis: as informações disponíveis da problemática deverão ser refinadas e, então, definidas as variáveis pertinentes para a análise do problema.

b. Problematização: o problema apresenta uma pergunta científica central e relaciona as variáveis determinantes ou os fatos da situação. Nesta etapa é decidido exatamente o que se pretende resolver.

c. Formulação de hipóteses: são formulações gerais que possibilita ao pesquisador realizar manifestações da situação problema, podendo ser obtidas com o auxílio de observações dos fatos, comparação com outros estudos, dedução lógica, analogia de sistemas. A montagem do modelo é dada pelo o grau de complexidade das hipóteses formuladas e pela quantidade de variáveis relacionadas.

d. Simplificação: esta fase tem por intenção reduzir o campo de estudo de forma apropriada de modo que o problema seja tratável, ao mesmo tempo, não perdendo sua relevância.

3. Resolução: o modelo matemático é obtido quando a linguagem natural das hipóteses é transformada em uma linguagem matemática. E para resolução de um modelo é utilizado o ferramental matemático disponível, como também, métodos computacionais dependendo do grau de complexidade das formulações que fornecerão soluções aproximadas. Em alguns casos, é propício o desenvolvimento de novas técnicas e teorias, quando as ferramentas disponíveis não são adequadas para solucionar o problema proposto.

4. Validação: consiste na aceitação do modelo obtido, o qual deverá, minimamente, prever

os fatos que o originaram. Os modelos junto às hipóteses devem ser testados em comparação aos dados empíricos, verificando as soluções e previsões com valores do sistema real.

5. Modificação: um modelo matemático não é definitivo, considerando que são empregadas representações da realidade, e, portanto, podem não conduzir para previsões corretas. Neste caso pode ser reformulado.

Conseqüentemente, desenvolvemos as etapas 1-4. Nos passos 1 e 2, ocorreu a construção do modelo presa-predador (equação (49)) associado ao uso de inseticidas para a lagarta *S. frugiperda* e seu predador, a tesourinha *D. luteipes* (equação (50)). Incluímos técnica de otimização via Programação linear *fuzzy* a fim de simular quantidades mínimas de pesticidas a liberar no ambiente, enquanto há a presença do predador. A parte de coleta e seleção de dados é importante para o desenvolvimento do planejamento descrito anteriormente, visto que propiciou estimar os parâmetros necessários a inserir no modelo. A aplicação de métodos numéricos para obter a solução do problema acontece em 3 com auxílio do software interativo MATLAB. E em 4 será empregado um dos testes aplicáveis para determinar se o modelo é válido: a comparação das saídas preditas do modelo obtido com os dados do sistema real (ALVARADO, 2017).

Em perspectiva, a modelagem ecológica ao apropriar-se do ferramental matemático torna-se um recurso necessário, considerando que a ecologia é a ciência que estuda a distribuição e a abundância, isto é, preocupa-se em prever onde os organismos ocorrem e o tamanho de suas populações. Portanto, permite investigar padrões de comportamento em populações, interações tróficas e relações entre populações em um ambiente, possibilitando visualizar padrões ecológicos que sintetizam tendências de oscilação populacional (LIMA, 2010; GOTELLI, 2009). Para estudos agrícolas, os modelos matemáticos tem possibilitado melhor compreensão do triângulo ambiente-presa-predador e permite que o pesquisador, agrônomo, produtor ou mesmo a empresa tenha uma visão aproximada do sistema real, fornecendo suporte ao processo de experimentação em campo. (PEIXOTO *et al.*, 2005)

2.1 INTERAÇÃO ENTRE ESPÉCIES: PREDAÇÃO

As populações interagem de distintas formas, e tais relações podem ser negativas, neutras ou mutuamente benéficas. A consideração dessas interações é de grande importância para a compreensão dos diversos fenômenos populacionais, de forma que definem a estrutura das comunidades e evidencia a influência do ambiente biológico sobre o comportamento dos indivíduos, além de impactar a demografia das populações e a evolução das espécies (LOPES, 2017). Desta forma, decorre, também, da compreensão dessas relações, aplicação prática ao manejo de pragas nas plantações, objeto de estudo deste projeto e, portanto, esta sessão terá enfoque na interação do tipo presa-predador.

A relação predador-presa é um exemplo de interação consumidor-recurso, a qual organiza as comunidades biológicas em cadeias alimentares, grande parte das espécies consome recursos e atua como recurso para o consumo de outras espécies. Por exemplo,

as plantas e as algas, dispondo de alguns recursos como nutrientes, água e luz, realizam a fotossíntese e crescem, por sua vez enquanto vivas são consumidas por herbívoros, parasitas e patógenos. Semelhante, os animais consomem uma diversidade de organismos ao mesmo tempo que estão propícios ao consumo pelos carnívoros, parasitas e patógenos. Em ambos os casos, após a morte, animais, plantas e algas são consumidos por necrófagos, detritívoros e decompositores. (LOPES, 2017; RICKLEFS; RELYEA, 2016)

Predadores, a fim de obtenção de recursos que necessitam, reduzem a fecundidade ou chances de sobrevivência da presa, e conseqüentemente, podem diminuir a abundância da mesma. (TOWNSEND; BEGON; HARPER, 2009)

Essas relações desarmônicas compreendem um fator capaz controlar as populações, mas ainda é discutido sobre qual aspecto tem maior relevância: fator de mortalidade independente da densidade ou fator de mortalidade dependente da densidade. Essa discussão é de enorme importância para o controle biológico, à vista de que corresponde a manutenção da abundância dos indivíduos de uma população praga por seus inimigos naturais. Uma situação ideal na qual o controle biológico terá maior possibilidade de sucesso ocorre quando o inimigo natural não é apenas um fator de mortalidade quando em contato com população praga, mas por ser capaz de manter a densidade populacional da praga flutuando em nível de equilíbrio, ou seja reduz a densidade para o nível inferior ao de dano econômico em cultivares agrícolas, e, conseqüentemente, passa a apresentar flutuação populacional de forma síncrona com a praga. (FONTES; VALADARES-INGLIS, 2020)

Em perspectiva, para análise da dependência da densidade decorrente da interação trófica, dois componentes são essenciais: a resposta numérica e a resposta funcional do inimigo natural. A resposta funcional é por definição o número de indivíduos da população praga atacados em função da densidade das mesmas, já a resposta numérica é o crescimento da população do inimigo natural em função da densidade de pragas. Em conjunto, permitem avaliar o potencial das espécies como agentes de controle biológico. (FONTES; VALADARES-INGLIS, 2020)

Segundo (HOLLING) (1965) há quatro tipos de resposta funcional, sendo determinadas principalmente pela densidade de presas e um conjunto de componentes que inclui o tempo que o predador e a presa permanecem expostos um ao outro, o tempo de busca do predador pela presa, a taxa instantânea de ataque, contabilizando apenas os bem-sucedidos, a eficiência de busca, complementar a taxa de ataque e o tempo de manuseio. Em condições naturais, a taxa de ataque depende do comportamento alimentar do predador, tal que este depende da eficiência em determinar o habitat da presa e atacá-la. A taxa de ataque considera a distância relativa do predador em relação a sua presa, avaliando o movimento de ambos.

O tempo de manuseio engloba o tempo que o predador leva em perseguir e dominar a presa, o tempo gasto para ingerir a mesma, o período de pausa digestiva após ingestão

vestibular além do tempo gasto em preparar a presa. Pedido como importante elemento da resposta funcional devido a sua influência na taxa de ataque e eficiência de busca, determinando distintas curvas que definem os quatro tipos de respostas funcionais: tipo 1 (linear), tipo 2 (curvilinear), tipo III (sigmoidal) e tipo IV (Cupuliforme). (figura 3)

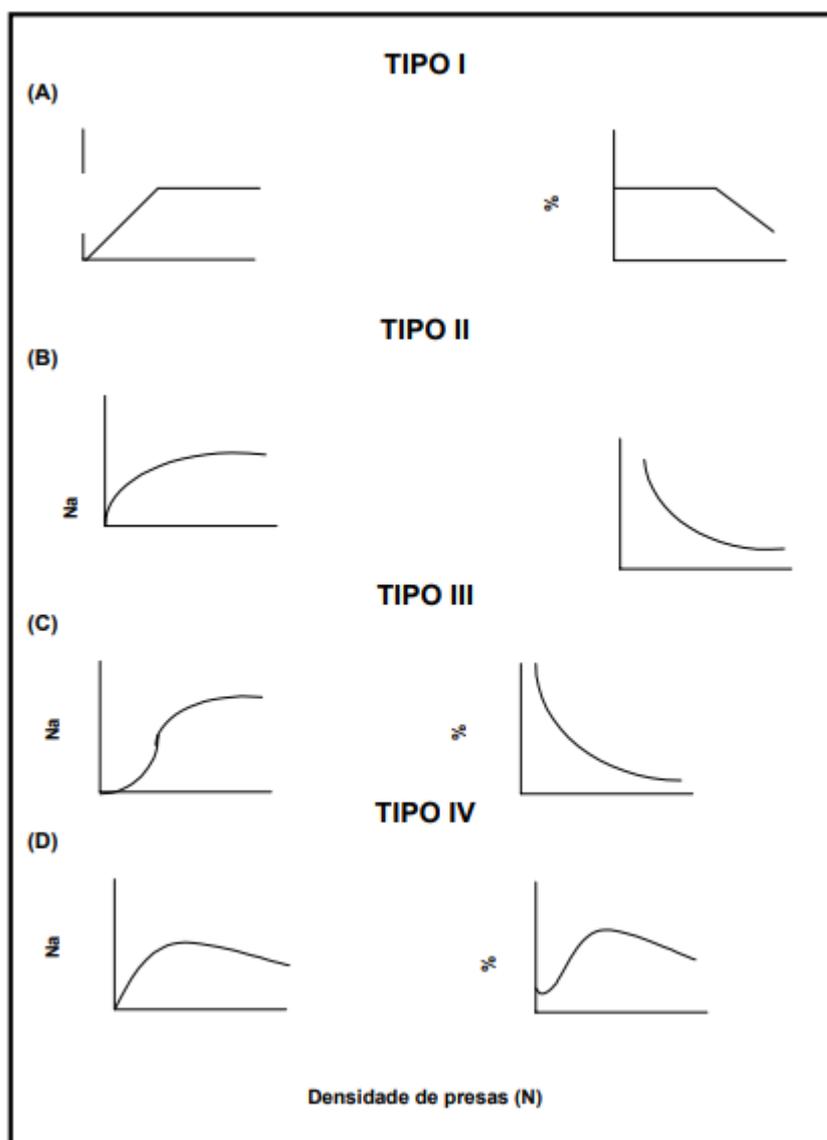


Figura 3 – Tipos de respostas funcional. Fonte: (ROCHA, 2002)

Na resposta tipo I, o consumo de presas aumentaram linearmente com o aumento da densidade das mesmas, para que esse tipo de resposta ocorra o tempo de manuseio é tido como nulo. No tipo II, a taxa de consumo aumenta com a densidade de presas até alcançar um limiar, a partir do qual a taxa de consumo permanece constante, deixando de responder a novos aumentos a densidade de presas, neste tipo de resposta o tempo de manuseio do predador é sempre o mesmo e não dependente da densidade das presas. Este tipo de resposta é mais frequentemente observada em invertebrados, sendo verificada na maioria dos insetos. No tipo III de resposta funcional, com a densidade de presas elevadas,

assemelha-se ao tipo II, entretanto, com a densidade de presas baixa, vai existir uma fase de aceleração em que um aumento da densidade de presas com dos ao incremento da taxa de ataque e uma diminuição do tempo de manuseio, resultando na curva sigmoideal. A resposta tipo III é mais comum vertebrados.

Por fim a resposta funcional tipo IV apresenta a semelhança com com a tipo II, contudo com grandes densidades de presa a um declínio no consumo produzindo uma curva em forma de cúpula ocorre quando existem outras presas podendo ser de mim mesma ou de diferentes espécies durante o manuseio do Predador, como consequência ocorre uma diminuição no número de ataques ou quando as presas possuem mecanismos de defesa.

O estudo dos insetos sobre distintos aspectos com a finalidade de estabelecer suas relações com seres humanos, plantas e animais é de grande importância. No que diz respeito ao número de espécies de insetos detalhadas estima-se que cerca de 10% são pragas, logo causam prejuízo as plantas animais e o próprio homem. Os danos que os insetos causam as plantas são variáveis e podem ser observados em todos os órgãos vegetais, são ditos diretos quando atacam o produto final a ser comercializado ou indiretos quando ataca estruturas vegetativas e não serão comercializadas mas que impactam os processos fisiológicos provocando reflexos na produção, além da possibilidade de atuarem como transmissores de patógenos: vírus, bactérias e fungos.

2.2 BIOLOGIA DOS INSETOS EM LAVOURAS DE MILHO

A premissa fundamental do controle biológico é manter sob controle a densidade pragas e vetores de doenças empregando seus inimigos naturais, dos quais podem ser outros insetos benéficos, predadores, parasitóides e microorganismos como bactérias, fungos e vírus. Refere-se a uma prática racional e sadia, considerando que geram impacto socioambiental.

O controle biológico ocorre no formato de interações tróficas, os organismos obtêm energia ao longo das cadeias alimentares influenciando a abundância das espécies até atingirem certo grau de equilíbrio na natureza. Neste sentido, alguns conceitos básicos de fatores que afetam a dinâmica das populações e nos efeitos decorrentes das interações ecológicas entre espécies de artrópodes e artrópodes-microorganismos na regulação populacional de pragas são necessários e, portanto, o estudo da biologia, comportamento e mecanismos de ação dos agentes de controle se torna essencial, posto que influenciam esses fatores. (FONTES; VALADARES-INGLIS, 2020)

2.2.1 Lagarta-do-cartucho *Spodoptera frugiperda*

De acordo com Barros (2012) a média percentual de prejuízo da lagarta *S. frugiperda* é 15% nos primeiros 30 dias de desenvolvimento da cultura do milho, podendo chegar a 34% na fase de florescimento. As mariposas migrantes de outras áreas depositam seus

ovos nas folhas e as larvas recém-eclodidas começam a se alimentar dos tecidos verdes reduzindo a área foliar da planta, a medida em que crescem fazem orifícios nas folhas sendo capazes de destruir completamente as plantas novas, também podem acometer plantas maiores. O ataque pode ocorrer desde os 10 dias após a emergência das plântulas até a formação das espigas, as larvas mais desenvolvidas podem consumir o interior do colmo (caule), acarretando a morte da planta, ou então, penetrar a base da espiga danificando os grãos e deixando suscetível a entrada de patógenos. A principal técnica de controle da lagarta-do-cartucho tem se baseado na aplicação de inseticidas, entretanto, existem inúmeras desvantagens associadas ao emprego deste tipo de controle como, por exemplo, casos de resistência, custo elevado, toxicidade ao meio ambiente e aos trabalhadores, desta forma, existe uma demanda para utilização de outros métodos, dos quais, o controle biológico natural, já mencionado seus benefícios.

A mariposa coloca seus ovos em posturas de cerca de 100 ovos nas folhas do milho, podendo alcançar até 2000 ovos por fêmea. Em temperaturas variando entre 25°C e 30°C , o período de incubação dura em torno de 3 dias, possivelmente 10 dias em temperaturas inferiores. Após a fase de incubação eclodem as lagartas, que começam a devorar as partes verdes das plantas deixando rastros de folhas raspadas. Com o seu desenvolvimento vão se dirigindo à região do cartucho, e ali chegando provocam sérios danos. A fase larval dura em média cerca de 15 dias, e as lagartas chegam ao tamanho aproximado de 50 mm. Após o período larval, as lagartas penetram no solo e transformam-se em pupa (Figura 4).

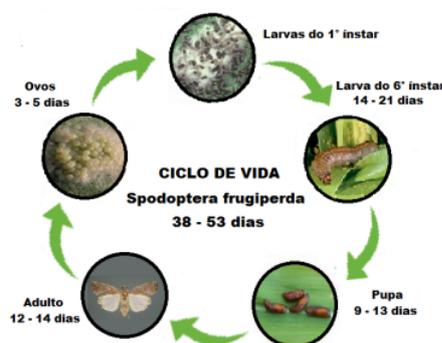


Figura 4 – Ciclo de vida da *Spodoptera frugiperda*.

Fonte: (SILVA, D. M., 2019)

Na fase adulta transformam-se em mariposas de aproximadamente 40 mm de envergadura, apresentando um ciclo total de vida, conforme figura, com a produção de várias gerações durante o ano.

Jaramillo et. al. (2020) estimaram limiares para o nível de dano econômico para *S. frugiperda* em milho para alguns tipos de híbridos. O nível de dano econômico baseia-se na ausência de aplicação de qualquer medida de controle sobre um inseto-praga até que sua população gere danos à cultura que justifique seu controle. Isto é, corresponde a densidade populacional mais baixa que causa perdas econômicas. Considerando uma área com 10

plantas, o limiar de lagartas por plantas que ocasionam perdas na produtividade que acarreta em entrada com controle é de aproximadamente 2,6 e 1,9 larvas para plantas em estágios iniciais.

2.2.2 Ciclo de vida do predador *Doru luteipes*

A tesourinha *Doru luteipes* passa por metamorfose incompleta, apresentando as fases evolutivas de ovo, ninfa (quatro instares) e adulto. A média de ovos por postura é em torno de 25, após o período de incubação, ao redor de sete dias, eclodem as ninfas, que começam a se alimentar de ovos e lagartas pequenas dos insetos. O período ninfal varia em torno de 35 a 40 dias (figura 5). As ninfas e os adultos são predadores de ovos e de lagartas de primeiros instares da lagarta-do-cartucho, sendo que cada indivíduo é capaz de consumir cerca de 496 ovos e 40 lagartas por dia. Esta espécie é considerada o inimigo natural mais importante da lagarta-do-cartucho do milho. No entanto, em condições naturais, esse inseto coloniza a planta de milho apenas nas fases tardias, quando os danos mais severos provocados pela lagarta-do-cartucho já ocorreram.



Figura 5 – Ciclo de vida do predador *D. luteipes*.

Fonte: (SILVA, D. M., 2019)

Dispondo da entrada na lavoura dos predadores de lagartas de *S. frugiperda*, *D. luteipes*, Sueldo et. al (2010) estimaram a resposta funcional das tesourinhas sobre lagartas avaliando o valor potencial de predação. Revelando uma resposta funcional do tipo II descrita segundo,

$$x_p = \frac{aTx_t}{1 + aT_hx_t} \quad (1)$$

onde x_p : é o número de pragas consumidas; a : proporção de ataques de presas por unidade que foram um sucesso; T : tempo total de exposição do predador a presa; T_h : tempo de manipulação da presa pelo predador; x_t : densidade de presas.

Os parâmetros estimados por Sueldo et. al (2010) foram: $a = 0,374 \pm 0,055$; $T_h = 182,9 \pm 14,7s$ e $T = 7200s$.

A tesourinha *D. luteipes* apresenta elevado potencial de predação e seletividade a uma gama de inseticidas, além de ser apontada como um dos principais predadores de ovos

e larvas e geralmente indicada como auxiliar no controle (FIGUEIREDO; MARTINS-DIAS; CRUZ, Ivan, 2006; GASSEN, 2006; GIELFI *et al.*, 2009). Neste sentido, com capacidade predatória semelhante a tesourinha *Euborellia annulipes*, podendo consumir de 15 a 42 larvas do 1º instar por dia(SUELDO; BRUZZONE; VIRLA, 2010; SILVA, H. E. G. d.; OLIVEIRA; BRITO, 2022), comparado ao consumo de 12 a 30 larvas de 1º instar por *E. annulipes* (SILVA, A. B. d.; BATISTA; BRITO, 2009), este projeto optou por avaliar e incorporar ao modelo a interação presa-predador de *S. frugiperda* com *D. luteipes*.

A seguir, no capítulo 3 são esmiuçados os elementos que integram um Problema de Programação Linear clássico e fuzzy, trazendo uma breve apresentação da teoria dos conjuntos fuzzy com definições iniciais, indispensáveis para compreensão das condições incorporadas no modelo matemático.

3 PROGRAMAÇÃO MATEMÁTICA

A Pesquisa Operacional pode ser definida como uma ciência que possibilita, através de métodos matemáticos e estatísticos, resolver problemas de forma quantitativa e auxiliar na tomada das melhores decisões. O componente científico está relacionado à modelagem matemática de problemas de decisão, determinando os objetivos e as restrições sob as quais se deve operar (ARENALES; ARMENTANO *et al.*, 2006). Dessa forma, a Pesquisa Operacional e seus métodos de otimização possuem grande utilidade na solução de problemas, em especial os que envolvem processos produtivos, na deliberação para seleção das melhores alternativas e no gerenciamento de sistemas.

As principais técnicas de Pesquisa Operacional são denominados de Programação Matemática e constituem uma das mais importantes variedades dos modelos quantitativos que exibem uma grande utilidade na solução de problemas de otimização (ARENALES; ARMENTANO *et al.*, 2006; GOLDBARG, M.; LUNA; GOLDBARG, E., 2016).

3.1 PROGRAMAÇÃO LINEAR

A programação linear consiste em um caso particular dos modelos de programação nos quais as variáveis de decisão são contínuas ou inteiras (elementos discretos) e são linearmente relacionadas à função objetivo e às restrições do problema, desta forma as relações entre as variáveis são expressas por equações e desigualdades lineares. Portanto de acordo com Goldbarg, Luna e Goldbarg (2016): “O modelo de programação linear é um modelo matemático de otimização no qual todas as funções e restrições são lineares”.

A seguinte forma do Problema de Programação Linear (PPL) é chamada de *forma padrão* (ARENALES; ARMENTANO *et al.*, 2006),

$$\text{minimizar (ou maximizar)} \quad f(x_1, x_2, \dots, x_n) = c_1x_1 + c_2x_2 + \dots + c_nx_n \quad (2)$$

sujeito a :

$$\begin{aligned} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n &= b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2n}x_n &= b_2 \\ \vdots & \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \dots + a_{mn}x_n &= b_m \end{aligned} \quad (3)$$

$$\begin{aligned} a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \dots + a_{mn}x_n &= b_m \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, \dots, x_n \geq 0. & \end{aligned} \quad (4)$$

A função f na expressão (2) é chamada de *função objetivo* e deverá ser minimizada (ou maximizada), o sistema de equações (3) representa as *restrições do problema* e (4) tem-se as *condições de não negatividade* das variáveis. Na forma matricial (ARENALES; AR-

MENTANO *et al.*, 2006; GOLDBARG, M.; LUNA; GOLDBARG, E., 2016), temos

$$\min (\text{ou } \max) \quad f(x) = c^T x \quad (5)$$

sujeito a :

$$Ax = b \quad (6)$$

$$x \geq 0. \quad (7)$$

em que, c corresponde a matriz transposta de coeficientes das variáveis de decisão da função objetivo f , A matriz dos coeficientes das variáveis de decisão das restrições, b matriz com constantes que representam as restrições e o vetor $x = (x_1, x_2, x_3, \dots, x_n)$ as variáveis de decisão.

Duas definições são importantes na compreensão de um PPL,

Definição 1 (*solução factível e região factível*): Uma solução (x_1, x_2, \dots, x_n) é factível caso satisfaça todas as restrições elencadas em (3) e as condições de não negatividade de (4). E o conjunto de todas soluções factíveis é dito região factível.

Definição 2 (*solução ótima*): Uma solução factível que atribui o menor ou maior valor à função objetivo é chamada de *solução ótima*, denotada por $(x_1^*, x_2^*, \dots, x_n^*)$, tal que:

$$f(x_1^*, x_2^*, \dots, x_n^*) \leq f(x_1, x_2, \dots, x_n) \quad (8)$$

para qualquer solução factível (x_1, x_2, \dots, x_n) .

3.2 PROGRAMAÇÃO LINEAR FUZZY

Naturalmente, em situações da realidade, inúmeros fenômenos estão imersos em uma subjetividade própria, compreendidos e transmitidos com grande eficiência pela linguagem natural, isentas, até então, de um tratamento matemático tradicional. Neste contexto, surge a Teoria dos Conjuntos Fuzzy, proposta pelo matemático Lofti Asker Zadeh (1965), realizando contribuições na abordagem de incertezas inerentes da própria linguagem, dispondo de um tratamento conjuntista para referir sobre aspectos e atributos subjetivos e incertos (BARROS, L. C. de; BASSANEZI, 2010; VALLE, s.d.).

Definição 1: Seja U um conjunto e A um subconjunto de U . A função característica de A é dada por:

$$X_A(x) \longrightarrow \{0, 1\}$$

$$X_A(x) = \begin{cases} 1 & , \text{ se } x \in A \\ 0 & , \text{ caso contrário.} \end{cases}$$

Permitindo uma certa flexibilização no conjunto imagem da função característica de um conjunto clássico que Zadeh (1965) sugeriu a formalização matemática de imprecisões, como a citada anteriormente, usando os subconjuntos fuzzy.

Definição 2: Seja U um conjunto clássico, um subconjunto fuzzy F de U é caracterizado por uma função $\phi_F : U \longrightarrow [0, 1]$ denominada função de pertinência do subconjunto fuzzy F .

Um subconjunto fuzzy F é bem representado pelos seus elementos $x \in U$ providos de um respectivo valor de pertinência a F , tal que,

$$F = \{(x, \phi_F(x)) | x \in U\}. \quad (9)$$

Definição 3 (α -nível): Seja F um subconjunto fuzzy de U e $\alpha \in [0, 1]$. O α -nível de F é o conjunto clássico de U definido por,

$$[F]^\alpha = \{x \in U | \phi_F(x) \geq \alpha\} \quad \text{para } \alpha \in (0, 1]. \quad (10)$$

Definição 4 (*Número fuzzy*): Um conjunto fuzzy $F \in \mathbb{F}(\mathbb{R})$ (família de todos os conjuntos fuzzy de \mathbb{R}) definido nos reais, é um número fuzzy se todos os seus α -níveis são intervalos fechados, limitados e não-vazios.

Definição 6: Um número fuzzy F é dito *trapezoidal* se sua função de pertinência é caracterizada pelos parâmetros a, m, n e b , de modo que:

$$\phi_F(x) = \begin{cases} \frac{x-a}{m-a} & , \text{ se } a \leq x < m \\ 1 & , \text{ se } m \leq x < n \\ \frac{b-x}{b-m} & , \text{ se } n \leq x < b \\ 0 & , \text{ caso contrário.} \end{cases} \quad (11)$$

Em diversas situações práticas, as restrições ou mesmo a função objetivo em problemas de programação linear não apresentam termos precisos e nítidos, desta forma podendo ser modelados por um número fuzzy. Portanto, a forma mais geral de um Problema de Programação Linear Fuzzy é formulado da seguinte forma (KLIR; YUAN, 1995),

$$\max \quad \sum_{j=1}^n C_j X_j \quad (12)$$

$$\text{sujeito a :} \quad (13)$$

$$\sum_{j=1}^n A_{ij} X_j \leq B_i \quad i = 1, 2, \dots, m \quad (14)$$

$$X_j \geq 0 \quad j = 1, 2, \dots, n. \quad (15)$$

em que A_{ij}, B_i e C_j são números fuzzy e X_j variáveis nos quais seus estados também são números fuzzy. Note que as operações realizadas, adição e multiplicação são operações aritméticas fuzzy e ' \leq ' determina ordem dos números fuzzy. Em geral, os problemas de programação linear fuzzy são, primeiramente, convertidos em problemas lineares ou não lineares equivalentes.

O PPL Fuzzy no qual apenas os números B_i são números fuzzy é formulado como

segue:

$$\max \sum_{j=1}^n c_j x_j \quad (16)$$

$$\text{sujeito a :} \quad (17)$$

$$\sum_{j=1}^n a_{ij} x_j \leq B_i \quad i = 1, 2, \dots, m \quad (18)$$

$$X_j \geq 0 \quad j = 1, 2, \dots, n \quad (19)$$

onde B_i ,

$$B_i = \begin{cases} 1 & , \text{ se } x \leq b_i \\ \frac{b_i + p_i - x}{p_i} & , \text{ se } b_i < x < b_i + p_i \\ 0 & , \text{ caso contrário} \end{cases} \quad (20)$$

na qual $x \in \mathbb{R}$.

Em seguida, é determinado o conjunto fuzzy de valores ótimos através do cálculo dos limites inferior e superior dos valores ideais. O limite inferior dos valores ideais, z_i , é obtido resolvendo o PPL (KLIR; YUAN, 1995),

$$\max \quad z = cx \quad (21)$$

$$\text{sujeito a :} \quad (22)$$

$$\sum_{j=1}^n a_{ij} x_j \leq b_i \quad i = 1, 2, \dots, m \quad (23)$$

$$x_j \geq 0 \quad j = 1, 2, \dots, n \quad (24)$$

De modo similar, para obter o limite superior dos valores ótimos, z_s , basta substituir b_i por $b + p_i$ em (23),

$$\max \quad z = cx \quad (25)$$

$$\text{sujeito a :} \quad (26)$$

$$\sum_{j=1}^n a_{ij} x_j \leq b + p_i \quad i = 1, 2, \dots, m \quad (27)$$

$$x_j \geq 0 \quad j = 1, 2, \dots, n \quad (28)$$

Assim, o conjunto fuzzy de valores ótimos, $G \subset \mathbb{R}^n$, é dado por,

$$G(x) = \begin{cases} 1 & , \text{ se } z_s \leq cx \\ \frac{cx - z_i}{z_s - z_i} & , \text{ se } z_i \leq cx \leq z_s \\ 0 & , \text{ se } cx \leq z_i \end{cases} \quad (29)$$

Portanto, o PPL fuzzy em (16) torna-se um PPL clássico,

$$\max \quad \lambda \tag{30}$$

$$\text{sujeito a :} \tag{31}$$

$$\lambda(z_s - z_i) - cx \leq -z_i \tag{32}$$

$$\lambda p_i + \sum_{j=1}^n a_{ij}x_j \leq b_i + p_i \quad i = 1, 2, \dots, m \tag{33}$$

$$\lambda, x_j \geq 0 \quad j = 1, 2, \dots, n \tag{34}$$

Exemplo: Controle químico para o pulgão-da-soja por meio de programação linear fuzzy (Retirado de (PEIXOTO *et al.*, 2018))

O uso de inseticidas constitui uma técnica de controle de custo elevado e que gera diversos impactos: ambiental, social, resistência da praga ao produto e até aparecimento de pragas secundárias. Neste sentido, com viés de acarretar menor dano, propõe-se obter uma quantidade de inseticidas z % da recomendada pelo fabricante, ou seja, uma quantidade menor da indicada, mas ainda eficaz. Portanto, considere o seguinte PPL fuzzy, com x número de pulgões,

$$\text{Maximizar} \quad z = 0, 2x \tag{35}$$

$$\text{Sujeito a :} \tag{36}$$

$$x \leq B \tag{37}$$

$$x \geq 0 \tag{38}$$

com B definido por,

$$B = \begin{cases} 1 & , \text{se } x \leq 250 \\ \frac{700-x}{450} & , \text{se } 250 < x \leq 700 \\ 0 & , \text{caso contrário} \end{cases} \tag{39}$$

Os limites inferior e superior da função objetivo são $z_i = 50$ e $z_s = 140$, respectivamente. Então, G ,

$$G(x) = \begin{cases} 1 & , \text{se } 140 \leq 0, 2x \\ \frac{0,2x-50}{90} & , \text{se } 50 \leq 0, 2x \leq 140 \\ 0 & , \text{se } 0, 2x \leq 50 \end{cases} \tag{40}$$

Assim, pelas expressões (39) e (40), (35) se torna o seguinte PPL clássico,

$$\text{Maximizar } \lambda \quad (41)$$

$$\text{Sujeito a :} \quad (42)$$

$$90\lambda - 0,2x \leq -50 \quad (43)$$

$$450\lambda + x \leq 700 \quad (44)$$

$$x \geq 0 \quad (45)$$

$$0 \leq \lambda \leq 1 \quad (46)$$

A solução do PPL em (41) foi obtida via Matlab (MATLAB, 2018) pelo Método Simplex Dual, cujos resultados são $\lambda = 0,5$ para $x = 475$, conseqüentemente,

$$z = 0, 2x = 95 \quad (47)$$

De acordo com ((47)), o modelo sugere uma quantidade de inseticida de 95% da recomendada pelo fabricante.

A luz dos estudos realizados neste capítulo, no próximo capítulo foi obtido um modelo que representa o plano de controle integrado com técnicas de otimização ao passo que minimiza a função objetivo de quantidade de inseticida aplicada no ambiente associada com a interação presa-predador dada pela resposta funcional da tesourinha *D. luteipes* em relação a lagarta *S. frugiperda*.

4 O MODELO MATEMÁTICO

4.1 O PROBLEMA DE PROGRAMAÇÃO LINEAR FUZZY PARA CONTROLE DA LAGARTA *S. FRUGIPERDA* COM PREDACÃO E APLICAÇÃO DE INSETICIDA

Visando um controle eficiente para a lagarta *S. frupiderda* que agregue menor dano sócio-ambiental, o problema de programação linear fuzzy consistiu em minimizar a quantidade de inseticida aplicada na lavoura ao incorporar a interação presa-predador com a entrada do inimigo natural *D. luteipes*. Desta forma, com a equação (1), tomemos a densidade de lagartas N após a predação no intervalo $T = 7200s$ determinada de acordo,

$$N = x_t - x_p = x_t - \frac{aTx_t}{1 + aT_hx_t} \Rightarrow N(x) = x - \frac{aTx}{1 + aT_hx}, \quad (48)$$

para o qual os parâmetros estimados por Sueldo et. al (2010) foram: $a = 0,374 \pm 0,055$; $T_h = 182,9 \pm 14,7s$. Em que, o termo $\frac{aTx}{1+aT_hx} \Rightarrow \frac{aT}{\frac{1}{x}+aT_h}$, conforme x cresce, $\frac{1}{x} \rightarrow 0$. Portanto, decorre $\frac{aT}{aT_h} = 39,37$ representa o valor de saciação da tesourinha *D. luteipes*(SUELDO; BRUZZONE; VIRLA, 2010). Consequentemente, a aproximação $N(x) = 0,9987x - 39,37$ determina a densidade de presas não predadas no intervalo T para um único predador. Seja $P > 0$ a densidade predadores, então N em função de x e P ,

$$N(x) = 0,9987x - 39,37P. \quad (49)$$

Logo, o percentual de ingrediente ativo que resultará na aplicação de menor volume de inseticida,

$$q(x, P) = a(0,9987x - 39,37P). \quad (50)$$

onde x é a densidade de pragas presentes em 10 plantas; P é o número de predadores presentes em 10 plantas; $a = 0,03$ a taxa entre a quantidade de ingrediente ativo de acordo a concentração letal que ocasiona mortalidade maior que 90% da população (SCHMIDT, 2002) e a recomendada pelo fabricante. Obtida calculando a quantidade de ingrediente ativo por cm^2 e de acordo com a média de consumo diária por lagarta (primeiros instar), $259 cm^2$ (ALBUQUERQUE *et al.*, 2013), foi determinado a razão de quantidade para uma lagarta e o recomendado para 10 plantas, isto é,

$$a = \frac{q_1}{q_3}. \quad (51)$$

tal que q_1 é a quantidade de produto ativo ingerido por 1 única lagarta que ocasiona morte e, q_2 a quantidade de ingrediente ativo recomendada pelo fabricante para 10 plantas com densidade de 30 lagartas (limiar de dano econômico)(JARAMILLO-BARRIOS; VARÓN-DEVIA; MONJE-ANDRADE, 2020). Logo $q(x, P) = aN$, determina o percentual indicado da dose recomendada de acordo com o número N de lagartas em 10 plantas.

E o PPL fuzzy,

$$\min \quad q = 0,03(0,9987x - 39,37P) \quad (52)$$

$$\text{sujeito a :} \quad (53)$$

$$0,9987x - 39,37P \geq B_1 \quad (54)$$

$$P \geq B_2 \quad (55)$$

$$x \geq 0. \quad (56)$$

com B_1 e B_2 , números fuzzy determinados segundo limiares de dano econômico de *S. frugiperda* e capacidade predatória de *D. luteipes*, de acordo com as estimativas de (JARAMILLO-BARRIOS; VARÓN-DEVIA; MONJE-ANDRADE, 2020) para *S. frugiperda* em milho, e para o predador é encontrado durante todo ano em campo e a presença em até 70% seria suficiente para manter a praga sob controle (WAQUIL; VIANA; CRUZ, 2002). Foi tomado uma área com 10 plantas de milho.

$$B_1 = \begin{cases} 1 & , \text{ se } x \leq 30 \\ \frac{100-x}{30} & , \text{ se } 30 < x \leq 100 \\ 0 & , \text{ caso contrário.} \end{cases} \quad (57)$$

E B_2 ,

$$B_2 = \begin{cases} 1 & , \text{ se } P \leq 1 \\ 3 - P & , \text{ se } 1 < P \leq 3 \\ 0 & , \text{ caso contrário.} \end{cases} \quad (58)$$

O limite inferior dos valores ideais, z_i , é obtido resolvendo o PPL,

$$\min \quad q = 0,03(0,9987x - 39,37P) \quad (59)$$

$$\text{sujeito a :} \quad (60)$$

$$0,9987x - 39,37P \geq 30 \quad (61)$$

$$P \geq 1 \quad (62)$$

$$x \geq 0. \quad (63)$$

Assim como, o limite superior z_s ,

$$\min \quad q = 0,03(0,9987x - 39,37P) \quad (64)$$

$$\text{sujeito a :} \quad (65)$$

$$0,9987x - 39,37P \geq 100 \quad (66)$$

$$P \geq 3 \quad (67)$$

$$x \geq 0. \quad (68)$$

Os valores obtidos foram $z_i = 0,8958$ e $z_s = 2,9867$. Assim, o conjunto fuzzy de valores ótimos, G , é dado por:

$$G = \begin{cases} 1 & , se 2,9867 \leq 0,03(0,9987x - 39,37P) \\ \frac{0,03(0,9987x - 39,37P) - 0,8958}{2,0909} & , se 0,8958 < 0,03(0,9987x - 39,37P) \leq 2,9867 \\ 0 & , se 0,03(0,9987x - 39,37P) \leq 0,8958. \end{cases} \quad (69)$$

Portanto, o PPL fuzzy em (64) torna-se um PPL clássico:

$$\min \quad \lambda \quad (70)$$

$$\text{sujeito a :} \quad (71)$$

$$2,0909\lambda - 0,03(0,9987x - 39,37P) \leq -0,8958 \quad (72)$$

$$30\lambda + 0,9987x \leq 100 \quad (73)$$

$$\lambda - 39,37P \leq 3 \quad (74)$$

$$x, P \geq 0 \quad (75)$$

$$0 \leq \lambda \leq 1. \quad (76)$$

O problema foi modelado via Método Simplex Dual em MATLAB. Resolvendo este problema clássico de otimização, encontramos o máximo $\lambda = 0$ para $x = 69,32$ e $P = 1$. A quantidade inseticida é calculada por $q(x, P) = 0,9162 \Rightarrow q = 91,62\%$. Este modelo sugere que a quantidade inseticida em uma área com alta infestação é 91,62% da quantidade recomendada, isto é, suficiente para manter o número de lagartas abaixo do nível de dano econômico. Dessa forma, o modelo sugere que a quantidade de inseticida pode ser inferior à quantidade recomendada pelo fabricante. Além disso, menores quantidades de inseticidas daqueles recomendados pelo fabricante podem ser eficazes.

A análise de sensibilidade é uma etapa importante na resolução de problemas de programação linear, pois permite avaliar o impacto de mudanças nos dados do problema sobre a solução ótima. Isso é útil porque muitas vezes as condições do problema podem mudar ao longo do tempo, ou podem conter incertezas que afetam os valores dos parâmetros. Permite que o tomador de decisão avalie como a solução ótima muda em resposta a mudanças nos valores dos coeficientes da função objetivo e das restrições do problema. (MELLO; MILIONI, 2010)

A análise de sensibilidade pelo chamado preço sombra é uma das técnicas mais comuns para avaliar a influência das restrições na solução ótima de um problema de programação linear. O preço sombra é um valor que indica o quanto o valor ótimo da função objetivo é afetado pela alteração no lado direito de uma restrição.

O preço sombra é uma medida importante porque permite avaliar a importância de cada restrição para a solução ótima. Se uma restrição tiver um preço sombra elevado, significa que a restrição é crucial para a solução e que pequenas alterações na restrição podem resultar em grandes alterações na solução. Além disso, o preço sombra pode ser

usado para identificar pontos fracos no problema ou na solução e para avaliar a estabilidade da solução.

Pelo método Simplex Dual no MATLAB é possível calcular o preço sombra retornando informações adicionais sobre a sensibilidade da solução. O PPL apresentado em (70) tem como saída para cada restrição o valor 0 de preço sombra, isto é, indicando que as restrições não estão afetando a solução ótima, ou seja, elas não estão limitando a solução. Nesse caso, a solução ótima pode ser considerada robusta em relação a essas restrições.

No entanto, é importante lembrar que a análise de sensibilidade deve ser realizada com cuidado e considerando todos os aspectos do problema, e não apenas os valores de preço sombra. Além disso, pode ser que outras restrições ou variações na função objetivo afetem a solução ótima de maneira mais significativa. Neste trabalho, nossos esforços se restringirá até este ponto de análise de sensibilidade, a discussão de itens adicionais podem ocorrer em trabalhos futuros.

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

O agronegócio tem um papel de grande importância na economia do Brasil, sendo que, atualmente, é um dos grandes exportadores de produtos agrícolas, enfoque para o milho, uma de suas principais culturas.

Uma das grandes problemáticas está associada a incidência de pragas nas plantações, tendo em vista que os custos relacionados ao controle são altos, principalmente o químico. Portanto, a adesão de novas técnicas é indispensável e o Manejo Integrado de Pragas mostra-se eficiente, pois além de gerar menor impacto ambiental, associa diferentes estratégias, como o controle biológico. A lagarta-do-cartucho *Spodoptera frugiperda* (Lepidoptera: Noctuidae), praga consolidada na cultura do milho no território brasileiro.

Pensando no acima exposto, neste trabalho, apresentamos um modelo matemático de um programa de controle integrado, isto é, químico com aplicação de inseticida e biológico com inserção do inimigo natural para a lagarta-do -cartucho. Esse modelo é dado por um problema de programação linear fuzzy cuja função objetivo determina a quantidade de inseticida aplicada no ambiente dependente da eficiência de aplicação e densidade de lagartas na área dada pela resposta funcional entre a praga e seu predador, a tesourinha *Doru luteipes*. O problema se constituiu em maximizar tal quantidade considerando a presença do inimigo natural e estipular o percentual da dose recomendada de inseticida Lufenuron Nortox, seletivo ao predador *D. luteipes*.

O modelo matemático construído para determinar um programa de controle integrado químico e biológico para a lagarta-do-cartucho e seu predador, a tesourinha, apresenta conclusões importantes para o controle dessas pragas. Neste contexto com a finalidade de minimizar a quantidade de produto químico, devido à presença de *D. luteipes*, a saída apresentou valor abaixo da dose indicada pelo fabricante. Sugerindo que a quantidade de inseticida pode ser inferior à quantidade recomendada pelo fabricante desde que um predador eficaz esteja presente, ou seja, menores quantidades de inseticidas daqueles recomendados pelo fabricante podem ser eficazes. O

A inserção do predador na estratégia de controle é uma alternativa promissora, uma vez que, além de reduzir a utilização de agrotóxicos, contribui para o controle biológico dessas pragas. Com o uso dessa estratégia, foi possível observar uma redução significativa na população da lagarta-do-cartucho, que é uma das principais pragas que afetam as culturas agrícolas.

A combinação de controle químico e biológico pode ser mais efetiva do que a utilização isolada de cada método, uma vez que pode ajudar a minimizar os efeitos colaterais indesejados do uso excessivo de pesticidas, tais como o aumento da resistência das pragas e a contaminação ambiental.

Em resumo, o modelo matemático em questão é uma importante ferramenta para a tomada de decisões em relação ao controle integrado de pragas em lavouras, podendo

contribuir para a redução de custos, a preservação do meio ambiente e a melhoria da qualidade dos produtos agrícolas.

Importante observar que os estudos e resultados aqui apresentados foram desenvolvidos durante o período de realização Projeto de Iniciação Científica FAPESP número 2021/06204-3.

Como trabalho futuro, pretende-se incluir um parasitóide ao modelo proposto e avaliar a interação presa-predador e hospedeiro-parasitóide em campo, tempo em vista a ausência de informações decorrente da experimentação em laboratório e, por consequência, impactou no processo de estipular importantes parâmetros como, por exemplo, tempo de procura do predador e/ou parasitóide pela lagarta.

REFERÊNCIAS

- ABASTECIMENTO, Companhia Nacional de. **Produção e Balanço de Oferta e Demanda**. Jan. 2021. Disponível em: <https://www.conab.gov.br/info-agro/safras/graos>. Acesso em: 10 mar. 2021.
- AGRICULTURA PECUÁRIA E ABASTECIMENTO - MAPA, Ministério da. **Indicadores gerais AGROSTAT**. setembro 2020. Disponível em: <http://indicadores.agricultura.gov.br/agrostat/index.htm>. Acesso em: 1 set. 2020.
- ALBUQUERQUE, Fernando Alves de; MULATI, Náyra Cristiane de Souza Crubelati; SANCHES, Rafael Egea; GARCIA, Amanda Pattaro; OLIVEIRA, Lidia de Souza Nunes; CASAGRANDE, Camila. CONSUMO FOLIAR DE GENÓTIPOS DE MILHO DOCE POR LAGARTA-DO-CARTUCHO, *Spodoptera frugiperda*. UNIVERSIDADE CESUMAR, 2013.
- ALBUQUERQUE, Marcos Cintra C; NICOL, Robert. Economia agrícola: o setor primário e a evolução da economia brasileira. **São Paulo: McGraw**, 1987.
- ALVARADO, Christiam Segundo Morales. **Estudo e implementação de métodos de validação de modelos matemáticos aplicados no desenvolvimento de sistemas de controle de processos industriais**. 2017. Tese (Doutorado) – Universidade de São Paulo.
- ARENALES, Marcos; ARMENTANO, Vinicius *et al.* **Pesquisa operacional**. [S.l.]: Elsevier Brasil, 2006.
- AVILA, CJ; SANTOS, V. Manejo Integrado de Pragas (MIP) na cultura da soja: um estudo de caso com benefícios econômicos e ambientais. **Embrapa Agropecuária Oeste-Documentos (INFOTECA-E)**, Dourados: Embrapa Agropecuária Oeste, 2018., 2018.
- BARROS, Laécio Carvalho de; BASSANEZI, Rodney Carlos. **Tópicos de lógica fuzzy e biomatemática**. [S.l.]: Grupo de Biomatemática, Instituto de Matemática, Estatística e Computação . . . , 2010.
- BARROS, Ricardo. Pragas do Milho. **Tecnologia e produção**, 2012.

BASSANEZI, Rodney Carlos. **Ensino-aprendizagem com modelagem matemática**. [S.l.]: Contexto, 2002.

BUSOLI, Antonio Carlos; SOUZA, Leandro Aparecido de; FRAGA, Diego Felisbino; GRIGOLLI, José Fernando Jurca. **Tópicos em Entomologia Agrícola-VII**. [S.l.]: Jaboticabal, 2015.

CEPEA-USP. Mensuração econômica da incidência de pragas e doenças no Brasil: uma aplicação para as culturas de soja, milho e algodão - Parte 1. **Centro de Estudos Avançados em Economia Aplicada-Esalq/Usp**, maio de 2019.

CEPEA-USP, PIB Agro. **CNA**. 2010. Disponível em: <http://www.cepea.esalq.usp.br/pib/>. Acesso em: 15 set. 2020.

CHADDAD, Fabio. **Economia e organização da agricultura brasileira**. [S.l.]: Elsevier Brasil, 2017.

FIGUEIREDO, Maria de Lourdes Corrêa; MARTINS-DIAS, Angélica Maria Penteado; CRUZ, Ivan. Relação entre a lagarta-do-cartucho e seus agentes de controle biológico natural na produção de milho. **Pesquisa Agropecuária Brasileira**, SciELO Brasil, v. 41, p. 1693–1698, 2006.

FONTES, EMG; VALADARES-INGLIS, MC. Controle biológico de pragas da agricultura. **Embrapa Recursos Genéticos e Biotecnologia-Livro técnico (INFOTECA-E)**, Brasília, DF: Embrapa, 2020., 2020.

GASSEN, Dirceu N. Lagarta-do-cartucho do milho, *Spodoptera frugiperda*. **Revista Plantio Direto**, v. 96, p. 12–14, 2006.

GIELFI, Fernando Simões; MORAIS, Pedro Ferreira; MAGALHÃES, Gérson Alves; MIGUEL, Gustavo; SCHMIDT, Valdiney Ferreira Alves; LIMA, Luiz Alberto Pereira; SILVA, Pablo Carvalho da; ADORNO, Rodolfo Damaceno. SELETIVIDADE DE INSETICIDAS À “TESOURINHA” Doru luteipes (DERMAPTERA: FORFICULIDAE)(SCUDDER) NA CULTURA DO MILHO¹. **X Seminário de Milho Safrinha**, Rio Verde, 2009.

GOLDBARG, Marco; LUNA, Henrique Pacca; GOLDBARG, Elizabeth. **Programação linear e fluxos em redes**. [S.l.]: Elsevier Brasil, 2016.

GOTELLI, Nicolas J. **Ecologia. Londrina.** [S.l.]: Planta, 2009.

HOLLING, Crawford Stanley. The functional response of predators to prey density and its role in mimicry and population regulation. **The Memoirs of the Entomological Society of Canada**, Cambridge University Press, v. 97, S45, p. 5–60, 1965.

IBGC. Guia de Orientação para Gerenciamento de Riscos Corporativos. **Instituto Brasileiro de Governança Corporativa**, 2007.

INDÚSTRIAS DO ESTADO DE SÃO PAULO (FIESP), Federação das. **Safra Mundial de Milho 2019/20 - 12º Levantamento do USDA.** [S.l.], abril 2020.

JARAMILLO-BARRIOS, Camilo Ignacio; VARÓN-DEVIA, Edgar Herney; MONJE-ANDRADE, Buenaventura. Economic injury level and action thresholds for *Spodoptera frugiperda* (JE Smith)(Lepidoptera: Noctuidae) in maize crops. **Revista Facultad Nacional de Agronomía Medellín**, Facultad de Ciencias Agrarias-Universidad Nacional de Colombia, v. 73, n. 1, p. 9065–9076, 2020.

KLIR, George J; YUAN, Bo. **Fuzzy sets and fuzzy logic: theory and applications.** [S.l.]: Prentice Hall, 1995.

LIMA, Ernesto Augusto Bueno da Fonseca. **Desenvolvimento e aplicação de modelos matemáticos para o controle da *Diaphorina citri* via manejo integrado e estudo da influência da temperatura sobre a dinâmica populacional de *Talitroides topitotum*.** 2010. Tese (Doutorado) – Universidade Estadual Paulista (UNESP).

LOPES, Taise Miranda. **Interações predador-presa: predação, oportunismo e antipredação, testadas a partir de experimentos.** 2017. Tese (Doutorado) – Universidade Estadual de Maringá. Departamento de Biologia. Programa de Pós ...

MATLAB, Manual. The language of technical computing. The MathWorks. **Inc.** <http://www.mathworks.com>, 2018.

MELLO, Djalma de Figueiredo; MILIONI, Armando Zeferino. **Pesquisa Operacional para Cursos de Engenharia.** [S.l.]: Elsevier, 2010.

OECD/FAO. **OECD-FAO Agricultural Outlook 2019-2028.** [S.l.]: Rome: OECD, Paris/Food e Agriculture Organization of the United Nations, 2019.

PEIXOTO, Magda da Silva *et al.* **Sistemas Dinâmicos e Controladores Fuzzy: um estudo da dispersão da morte súbita dos citros em São Paulo**. 2005. Tese (Doutorado) – Universidade Estadual de Campinas.

PEIXOTO, Magda da Silva; CARVALHO, Sílvia Maria Simões; BARROS, Laécio Carvalho; BASSANEZI, Rodney Carlos; LAUREANO, Estevão Esmeraldo; LODWICK, Weldon Alexander. **A control to soybean aphid via fuzzy linear programming**. [S.l.]: World Scientific, 2018.

PESQUISA AGROPECUÁRIA - EMBRAPA, Empresa Brasileira de. **Visão 2030: o futuro da agricultura brasileira**. [S.l.]: Embrapa Brasília, 2018.

RAMOS, Simone Yuri. Panorama da política agrícola brasileira: a política de garantia de preços mínimos. **Embrapa Cerrados-Documents (INFOTECA-E)**, Planaltina, DF: Embrapa Cerrados, 2009.

RICKLEFS, Robert and; RELYEA, Rick. **A economia da natureza**. [S.l.]: Guanabara Koogan, 2016.

ROCHA, Luciane da. **Atividade de predação de adultos de *Cosmoclopius nigroannulatus* STAL (Hemiptera: Reduviidae) sobre ninfas de *Spartocera dentiventris* (BERG) (Hemiptera: Coreidae)**. 2002. Diss. (Mestrado) – Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre.

SCHMIDT, Fábio Bortoletto. **Linha básica de suscetibilidade de *Spodoptera frugiperda* (Lepidoptera: Noctuidae) a Lufenuron na cultura do milho**. 2002. Tese (Doutorado) – Universidade de São Paulo.

SILVA, Aldeni Barbosa da; BATISTA, Jacinto de Luna; BRITO, Carlos Henrique de. Capacidade predatória de *Euborellia annulipes* (Lucas, 1847) sobre *Spodoptera frugiperda* (Smith, 1797). **Acta Scientiarum. Agronomy**, SciELO Brasil, v. 31, n. 1, p. 7–11, 2009.

SILVA, Dager Moreira. **Modelagem Matemática Aplicada ao Controle e Manejo Integrado de Pragas em Lavouras do Milho**. 2019. Diss. (Mestrado) – Universidade Federal Fluminense, Volta Redonda.

SILVA, Hallan Emmanuel Grigório da; OLIVEIRA, Robério de; BRITO, Carlos Henrique de. Biological aspects and predatory capacity of *Doru luteipes*

when fed with *Spodoptera frugiperda*. **Ciência Rural**, Universidade Federal de Santa Maria, v. 35, n. 2, p. 407–413, 2022.

SILVA, Karina Pessôa da; ALMEIDA, Lourdes Werle de; VERTUAN, Rodolfo Eduardo. **Modelagem Matemática na educação básica**. [S.l.]: Contexto, 2012.

SUELDO, Mabel Romero; BRUZZONE, Octavio A; VIRLA, Eduardo G. Characterization of the earwig, *Doru lineare*, as a predator of larvae of the fall armyworm, *Spodoptera frugiperda*: a functional response study. **Journal of Insect Science**, Oxford University Press Oxford, UK, v. 10, n. 1, p. 38, 2010.

TOWNSEND, Colin R; BEGON, Michael; HARPER, John L. **Fundamentos em ecologia**. [S.l.]: Artmed Editora, 2009.

UNITED NATIONS, Department of Economic; SOCIAL AFFAIRS, Population Division. World Population Prospects 2019, Online Edition. Rev. 1, 2019.

VALLE, Marcos Eduardo. **Notas de Aula sobre Conjunto Fuzzy como Modelador de Incerteza**. [S.l.: s.n.]. Material didático apresentado em aula. Unicamp, Campinas.

WAQUIL, JM; VIANA, PA; CRUZ, I. Cultivo do milho: manejo integrado de pragas (MIP). **Embrapa Milho e Sorgo. Comunicado técnico**, Sete Lagoas: Embrapa Milho e Sorgo., 2002.

ZADEH, L. A. Fuzzy Sets. *Informat. Control. Molecular Plant Pathology*, v. 8, p. 338–353, 1965.

APÊNDICE A –

An integrated control model (chemical and biological) with optimization techniques for *Spodoptera frugiperda* (Lepidoptera: Noctuidae)

P. N. SANTOS¹, M. S. PEIXOTO²

Abstract: The fall armyworm *Spodoptera frugiperda* is one of the main resistant pests of corn, which can cause damage to the productivity up to 34%. The control is strictly chemical. This project proposes an integrated control model that enables the pesticide use according to the prey density and the insertion of the natural enemy, the predators.

Keywords: fall armyworm, control, predators.

Running title: An integrated control model for *Spodoptera frugiperda* (Lepidoptera: Noctuidae)

Acknowledgments: The authors acknowledge São Paulo Research Foundation (FAPESP), projects numbers 2021/06204-3 and 2020/01658-3, for the financial support.

1. Introduction

Brazil is one of the major exporters of agricultural products, focusing on corn, one of its main crops, leading the world export in 2019, surpassing quantities previously exported [1]. In this perspective, the need for risk management that minimizes costs and maximizes productivity increases and one of the major problems is associated with the incidence of pests in plantations, given that the costs related to control are high. Therefore, this work proposes an integrated control model via Linear Fuzzy Programming for fall armyworm *Spodoptera frugiperda*, one of the main pests of corn consolidated nationally, which can generate losses of up to 34% in production.

Linear Programming (LP) is the field of knowledge of Mathematical Programming that aims to solve problems in a quantitative manner with the purpose of making the best decisions. In this context, the decision variables are continuous and present linear behavior, both in relation to the objective function and the

¹Department of Physics, Chemistry and Mathematics, Rd. João Leme dos Santos, Km 110, , 18052-780. Sorocaba, SP, Brazil – E-mail: patricianascimento@estudante.ufscar.br <https://orcid.org/xxxx-xxxx-xxxx-xxxx>

²Department of Physics, Chemistry and Mathematics, Rd. João Leme dos Santos, Km 110, , 18052-780. Sorocaba, SP, Brazil – E-mail: magda@ufscar.br <https://orcid.org/xxxx-xxxx-xxxx-xxxx>

constraints. However, in several practical situations, the constraints, or even the objective function in LP problems can not be represented by precise values. This kind of uncertainty can be modeled by a fuzzy number. The Fuzzy Sets Theory can model the approximate reasoning, which attempts to get closer to the human ability to make decisions, considering uncertainties and inaccuracies inherent to the data or to the processes [2, 3, 4].

With considerable frequency, physical and biological phenomena are well modeled when considering intrinsic uncertainties. In particular, some features are well understood by language terms, in contrast to the traditional mathematical treatment. In this context, Fuzzy Sets Theory emerged in 1965 [5], making contributions to the approach of uncertainties inherent in language itself, and proposing a conjunctist treatment to deal with subjective and uncertain aspects and attributes [4, 6].

2. Using Fuzzy Linear Programming

The average percentage loss of the caterpillar *S. frugiperda* is 15 % in the first 30 days of crop development, reaching 34% in the flowering phase [7]. Migrant moths from other areas lay their eggs on the leaves, and the newly hatched larvae begin to feed on the green tissues reducing the leaf area of the plant. As they grow, they make holes in the leaves being able to destroy completely the young plants as well can affect larger plants. The attack can occur from 10 days after seedling emergence until ear formation, the most developed larvae can consume the interior of the culm (stem), causing the death of the plant, or penetrate the base of the ear, damaging the grains. and making it susceptible to the entry of pathogens. The main control technique for fall armyworm has been based on the application of pesticides, however, there are numerous disadvantages associated with the use of this type of control, such as cases of resistance, high cost, toxicity to the environment and to workers. Thus, there is a demand for the use of other methods, including natural biological control.

The natural biological control of pests is one of the most important bases in an integrated management program, considering that it makes it possible to manage agricultural crops prioritizing a balanced interaction with the environment, especially when other control tactics are used, such as chemical with pesticides. selective to natural enemies [8]. Under those considerations, this work proposes an integrated management model in order to determine the amount of viable pesticide per area considering the prey-predator interaction of *S. frugiperda* and the scissors *Doru luteipes*.

2.1. Fuzzy Linear Programming

The classical linear programming problem is to determine the minimum (or maximum) values of the linear function under constraints represented by linear inequalities or equations, that is,

$$\text{maximize (or minimize)} \quad f(x) = c^T x \quad (2.1)$$

subject to :

$$Ax \leq b \quad (2.2)$$

$$x \geq 0 \quad (2.3)$$

where x is a vector of variables, A is called a constraint matrix, and the vector b is called a right-hand-side vector.

Fuzzy linear programming is a family of optimization problems in which the optimization model parameters are not well defined, that is, the objective function and/or constraint coefficients are not exactly known and that some of the inequalities involved may also be subject to more flexible limits. The optimization model associated with a linear programming problem in which only the right-hand-side numbers B are fuzzy numbers is formulated as follows:

$$\text{max (ou min)} \quad \sum_{j=1}^n c_j x_j \quad (2.4)$$

$$\text{subject to :} \quad (2.5)$$

$$\sum_{j=1}^n a_{ij} x_j \leq B_i \quad i = 1, 2, \dots, m \quad (2.6)$$

$$x_j \geq 0 \quad j = 1, 2, \dots, n \quad (2.7)$$

where B_i ,

$$B_i = \begin{cases} 1 & , \text{se } x \leq b_i \\ \frac{b_i + p_i - x}{p_i} & , \text{se } b_i < x < b_i + p_i \\ 0 & , \text{otherwise} \end{cases} \quad (2.8)$$

in which $x \in R$.

In general, fuzzy linear programming problems are first converted into equivalent crisp linear or nonlinear problems, which are then solved by standard methods. The final results of a fuzzy linear programming problem are thus real numbers, which represent a compromise in terms of the fuzzy numbers involved. Next, we determine the fuzzy set of optimal values. This is done by calculating the lower and upper bounds of the optimal values first. The lower bound of the optimal values, z_i , is obtained by solving the PPL [9],

$$\text{max (ou min)} \quad z = cx \quad (2.9)$$

$$\text{subject to :} \quad (2.10)$$

$$\sum_{j=1}^n a_{ij} x_j \leq b_i \quad i = 1, 2, \dots, m \quad (2.11)$$

$$x_j \geq 0 \quad j = 1, 2, \dots, n \quad (2.12)$$

Similarly, to obtain the upper bound of optimal values, z_s , simply substitute b_i por $b + p_i$ em (2.11). Therefore, the fuzzy PPL in 2.4 becomes a classic PPL,

$$\max(\text{ou min}) \quad \lambda \quad (2.13)$$

$$\text{subject to:} \quad (2.14)$$

$$\lambda(z_s - z_i) - cx \leq -z_i \quad (2.15)$$

$$\lambda p_i + \sum_{j=1}^n a_{ij}x_j \leq b_i + p_i \quad i = 1, 2, \dots, m \quad (2.16)$$

$$\lambda, x_j \geq 0 \quad j = 1, 2, \dots, n \quad (2.17)$$

2.2. The mathematical model

The earwig *D. luteipes* has a high predatory capacity on *S. frugiperda* of 1st and 2nd instar, being able to consume an average of 15 larvae/per day [10]. However, it can consume up to 42 1st instar larvae [11]. For an integrated control, the choice of selective pesticides that do not cause great damage to the predator is of great importance, the product LUFENURON NOROTOX 100 EC used in the chemical control of *S. caterpillars frugiperda* is said to be harmless to the predator *D. luteipes* [12], proving to be more appropriate in integrated control programs due to its greater selectivity. The recommended concentration of the insecticide is 150mg/L in water.

The prey population captured in an interval of time T is the result of the predator's functional response to prey. There are four types of functional responses, being mainly determined by the density of prey and a set of components that include the time that the predator and the prey remain exposed to each other, the time of the predator searching for the prey, the instant attack rate, counting only the successful ones, the search efficiency, complement the attack rate and the handling time [13]. The Type II response is more frequently observed in invertebrates, being verified in most insects. sueldo2010characterization estimated the functional response of the earwigs *D. luteipes* on caterpillars evaluating the potential value of predation. A Type II functional response is described by

$$x_p = \frac{aTx_t}{1 + aT_hx_t} \quad (2.18)$$

where the estimated parameters: $a = 0.3740.055$ -proportion of successful prey attacks per unit; $T_h = 182.914.7s$ -prey handling time by the predator, $T = 7200s$ total time of exposure of the predator to prey, x_a -number of 1st instar caterpillars consumed and x_t -density of caterpillars.

By (2.18) and the parameter values, the amount of non-predated caterpillars is given by;

$$N = x_t - x_p = x_t - \frac{aTx_t}{1 + aT_hx_t} \Rightarrow N(x) = x - \frac{aTx}{1 + aT_hx}, \quad (2.19)$$

with $x_t = x$.

The amount of pesticides q recommended by the manufacturer depends on the density of prey and predators per area with 10 plants, and it is given by

$$q(x, P) = \frac{q_r}{q_t} N_l \Rightarrow q(x, P) = 0,03(0,9987x - 39,37P) \quad (2.20)$$

where q_r is the amount of pesticide required per 10 plants according to the pest density and assuming maximum application efficiency (solution volume $7\mu L$ /caterpillar), and a lethal concentration for mortality of more than 90% of the pest population, given by $CL > 90 = 15mg/l$ [14]; q_t is the amount recommended by the manufacturer per 10 plants; N_l is the linearization of 2.19 considering the satiation level of the predator *D. luteipes* 39.37 caterpillars [15]. The problem can be formulated as the following fuzzy linear programming problem:

$$\min \quad q = 0,03(0,9987x - 39,37P) \quad (2.21)$$

$$\text{subject to:} \quad (2.22)$$

$$0,9987x - 39,37P \geq B_1 \quad (2.23)$$

$$P \geq B_2 \quad (2.24)$$

$$x \geq 0 \quad (2.25)$$

where B_1 and B_2 are fuzzy numbers determined according to economic damage thresholds to *S. frugiperda* and predatory ability of *D. luteipes*. In [11], thresholds for the level of economic damage for *S. frugiperda* in corn were estimated under an area with 10 plants, which is the maximum quantity of caterpillars per plants that cause productivity loss, and that leads to entry with control given by 2.6 and 1.9 larvae for 10 plants in early stages, approximately. The predator is found throughout the year in the field and the presence up to 70% would be enough to keep the pest under control. We considered 10 maize plants.

$$B_1 = \begin{cases} 1 & , x \leq 30 \\ \frac{100-x}{30} & , 30 < x \leq 100 \\ 0 & , \text{otherwise} \end{cases} \quad (2.26)$$

and B_2 ,

$$B_2 = \begin{cases} 1 & , P \leq 1 \\ 3 - P & , 1 < P \leq 3 \\ 0 & , \text{otherwise} \end{cases} \quad (2.27)$$

The lower bound of ideal values, z_i , is obtained by solving the PPL,

$$\min \quad q = 0,03(0,9987x - 39,37P) \quad (2.28)$$

$$\text{Subject to:} \quad (2.29)$$

$$0,9987x - 39,37P \geq 30 \quad (2.30)$$

$$P \geq 1 \quad (2.31)$$

$$x \geq 0 \quad (2.32)$$

As well, the upper limit z_s ,

$$\min \quad q = 0,03(0,9987x - 39,37P) \quad (2.33)$$

$$\text{subject to:} \quad (2.34)$$

$$0,9987x - 39,37P \geq 100 \quad (2.35)$$

$$P \geq 3 \quad (2.36)$$

$$x \geq 10 \quad (2.37)$$

The values obtained were

$$z_i = 0,8958$$

and $z_s = 2,9867$. So. the fuzzy set of optimal values, G , is given by:

$$G = \begin{cases} 1 & , 2,9867 \leq 0,03(0,9987x - 39,37P) \\ \frac{0,03(0,9987x - 39,37P) - 0,8958}{2,0909} & , 0,8958 < 0,03(0,9987x - 39,37P) \leq 2,9867 \\ 0 & , 0,03(0,9987x - 39,37P) \leq 0,8958 \end{cases} \quad (2.38)$$

Now, the fuzzy linear programming problem becomes the following classical optimization problem:

$$\min \quad \lambda \quad (2.39)$$

$$\text{subject to:} \quad (2.40)$$

$$2,0909\lambda - 0,03(0,9987x - 39,37P) \leq -0,8958 \quad (2.41)$$

$$30\lambda + 0,9987x \leq 100 \quad (2.42)$$

$$\lambda - 39,37P \leq 3 \quad (2.43)$$

$$x, P \geq 0 \quad (2.44)$$

$$0 \leq \lambda \leq 1 \quad (2.45)$$

3. Results and conclusions

The problem has been modelled via Simplex Method in MATLAB. Solving the classical linear program problem in 2.39, we found the maximum value of $\lambda = 0$ for $x = 69,32$. Thus, the amount of pesticides was $q = 0,9162$, that is, the amount of pesticides may be less than that recommended by the manufacturer, 91,62% of the suggested dosage. The concern about the environment has been increasingly important, because pesticides are toxic, harmful to human health and the environment.

References

- [1] M. da Agricultura Pecuária e Abastecimento MAPA, “Indicadores gerais agrostat.” Online. Acessado em 20/01/2022, <http://indicadores.agricultura.gov.br/agrostat/index>.
- [2] M. Arenales, V. Armentano, *et al.*, *Pesquisa operacional*. Elsevier Brasil, 2006.
- [3] M. Goldbarg, H. P. Luna, and E. Goldbarg, *Programação linear e fluxos em redes*. Elsevier Brasil, 2016.
- [4] L. C. de Barros and R. C. Bassanezi, *Tópicos de lógica fuzzy e biomatemática*. Grupo de Biomatemática, Instituto de Matemática, Estatística e Computação . . . , 2010.
- [5] L. A. Zadeh, “Fuzzy setes. informat. control,” *Molecular Plant Pathology*, vol. 8, pp. 338–353, 1965.
- [6] M. E. Valle, “Aula 2 conjunto fuzzy como modelador de incerteza,”
- [7] R. Barros, “Pragas do milho,” *Tecnologia e produção*, 2012.
- [8] A. C. Busoli, L. A. de Souza, D. F. Fraga, and J. F. J. Grigolli, “Tópicos em entomologia agrícola-vii,” 2015.
- [9] G. J. Klir and B. Yuan, *Fuzzy sets and fuzzy logic: theory and applications*. Prentice Hall, 1995.
- [10] H. E. G. da Silva, R. DE OLIVEIRA, and C. H. DE BRITO, “Biological aspects and predatory capacity of doru luteipes when fed with spodoptera frugiperda,” *Revista Caatinga*, vol. 35, pp. 490–497, 2022.
- [11] M. R. Sueldo, O. A. Bruzzone, and E. G. Virla, “Characterization of the earwig, doru lineare, as a predator of larvae of the fall armyworm, spodoptera frugiperda: a functional response study,” *Journal of Insect Science*, vol. 10, no. 1, p. 38, 2010.
- [12] F. S. Gielfi, P. F. Morais, G. A. Magalhães, G. Miguel, V. F. A. Schmidt, L. A. P. Lima, P. C. da Silva, and R. D. Adorno, “Seletividade de inseticidas à “tesourinha” doru luteipes (dermaptera: Forficulidae)(scudder) na cultura do milho¹,” *X Seminário de Milho Safrinha*, 2009.
- [13] C. S. Holling, “The functional response of predators to prey density and its role in mimicry and population regulation,” *The Memoirs of the Entomological Society of Canada*, vol. 97, no. S45, pp. 5–60, 1965.
- [14] S. Watanabe, J. L. Neto, S. L. Maria, G. Rolim, and H. Siqueira, “Toxicidade de metoxifenozida e lufenuron para spodoptera frugiperda (je smith)(lepidoptera: Noctuidae),” *Agrarian Academy*, vol. 3, no. 06, 2016.

- [15] C. I. Jaramillo-Barrios, E. H. Varón-Devia, and B. Monje-Andrade, “Economic injury level and action thresholds for *spodoptera frugiperda* (je smith)(lepidoptera: Noctuidae) in maize crops,” *Revista Facultad Nacional de Agronomía Medellín*, vol. 73, no. 1, pp. 9065–9076, 2020.

APÊNDICE B –

CERTIFICADO

Certificamos que o trabalho intitulado **Modelo Matemático para controle integrado da praga atuante na cultura do milho *Spodoptera frugiperda* (Lepidoptera: Noctuidae) (Smith, 1797) via Programação Linear Fuzzy** de autoria de PATRICIA NASCIMENTO SANTOS, Magda Silva Peixoto foi apresentado, de forma presencial, por PATRICIA NASCIMENTO SANTOS durante o **XLI Congresso Nacional de Matemática Aplicada e Computacional - CNMAC 2022**, realizado de 26 a 30 de setembro de 2022, na Universidade Estadual de Campinas e em formato virtual.



Pablo Martín Rodríguez
Presidente
Sociedade Brasileira de Matemática Aplicada e Computacional

Organização:

