

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO CARLOS  
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E DE TECNOLOGIA  
DEPARTAMENTO DE ESTATÍSTICA

*Long and Short* por cointegração aplicado ao  
mercado acionário brasileiro

Clézio Lopes Cardoso

Trabalho de Conclusão de Curso



Clézio Lopes Cardoso

*Long and Short* por cointegração aplicado ao mercado acionário  
brasileiro

Este exemplar corresponde à redação final do trabalho de conclusão de curso devidamente corrigido e defendido por Clézio Lopes Cardoso e aprovado pela banca examinadora.

São Carlos, 06 de Setembro de 2023.

Banca Examinadora

- Maria Sílvia de Assis Moura
- Francisco Antônio Rojas
- Renato Jacob Gava



## Agradecimentos

Agradeço primeiramente aos meus pais Arlete e Fátima, por todo apoio e dedicação para que eu pudesse concluir este projeto e conseqüentemente finalizar o curso, obrigado por ser base e exemplo para mim. Esse trabalho finalizado é fruto de todos os seus esforços. Agradeço também a minha irmã Carla, pela união, carinho, conversas e conselhos. Agradeço a minha orientadora Professora Maria Sílvia pela parceria, ensinamentos e principalmente paciência, e por topar conduzir o projeto com um assunto do meu interesse. A professora foi fundamental para a conclusão deste projeto, quando eu mesmo não acreditava mais em mim ela não mediu esforços para me mostrar que seria capaz de finalizar, sou muito grato a ti. Agradeço aos professores da banca Prof. Francisco Rojas e Prof. Renato Gava por aceitaram o convite de fazer parte da banca examinadora e por serem importantes em toda minha etapa de formação. Agradeço ao Programa de Educação Tutorial (PET-Estatística) na qual fiz parte durante a graduação e com todos os membros foi responsável por complementar a minha formação não somente como profissional mas também como pessoa para além da sala de aula, a todos os amigos que fiz na graduação, em especial ao Ângelo Mageau, Alberto Torres e Thiago Reis por todos os desafios, risadas, apoio mútuo e troca de conhecimento, durante essa etapa tão importante e por fim aos meus amigos de infância Cleiton Santos e Daniel Vieira por sempre apoiar, incentivar e torcer mesmo a distância pela conclusão desta graduação.



## Resumo

Neste artigo, realizamos uma análise detalhada da estratégia de investimento “*long and short*” com cointegração no mercado acionário brasileiro. Exploramos a correlação entre pares de ações e propomos uma abordagem de *trading* que capitaliza desvios temporários dessa relação. A estratégia envolve a compra da ação subvalorizada e a venda da sobrevalorizada. Através da aplicação de técnicas estatísticas avançadas e análise empírica, demonstramos que essa abordagem pode gerar retornos ajustados ao risco significativos. O artigo discute as implicações desses resultados para os investidores e oferece *insights* valiosos para aprimorar as estratégias de investimento. Este estudo contribui para a literatura financeira, apresentando uma nova perspectiva sobre a aplicação da cointegração na estratégia de “*long and short*”.

**Palavras-chave:** *cointegração, investimento, long and short, trading.*



## Abstract

In this article, we conduct a detailed analysis of the long and short investment strategy with cointegration in the Brazilian stock market. We explore the correlation between pairs of stocks and propose a trading approach that capitalizes on temporary deviations from this relationship. The strategy involves buying the undervalued stock and selling the overvalued one. Through the application of advanced statistical techniques and empirical analysis, we demonstrate that this approach can generate significant risk-adjusted returns. The article discusses the implications of these results for investors and offers valuable insights to enhance investment strategies. This study contributes to financial literature by presenting a new perspective on the application of cointegration in the long and short strategy.

**Keywords:** *cointegration, investment, long and short, trading.*



# Sumário

<b>1</b>	<b>Introdução</b>	<b>1</b>
<b>2</b>	<b>Perfis de investidores</b>	<b>7</b>
2.1	Tipos de <i>Trading</i> . . . . .	7
2.2	Aluguel de Ações . . . . .	8
2.3	Lucro na Bolsa de Valores . . . . .	9
2.4	Tipos de <i>long and short</i> . . . . .	11
<b>3</b>	<b>Materiais e métodos</b>	<b>13</b>
3.1	Base de dados utilizados . . . . .	13
3.2	Séries Temporais . . . . .	14
3.3	Modelo autorregressivo - AR . . . . .	15
3.4	Operador Lag . . . . .	15
3.5	Teste de Dickey-Fuller Aumentado - ADF . . . . .	17
3.6	Regressão Linear . . . . .	18
3.7	Média Móvel - MA . . . . .	18
3.8	Cointegração . . . . .	19
<b>4</b>	<b>Aplicação aos dados reais</b>	<b>23</b>
<b>5</b>	<b>Conclusões</b>	<b>39</b>



# Lista de Tabelas

4.1	Medidas descritivas da série GGBR4 . . . . .	24
4.2	Medidas descritivas da série GOAU4 . . . . .	26
4.3	Sinais das operações realizadas . . . . .	33
4.4	Saldo por operação realizada . . . . .	34
4.5	Saldo por operação realizada . . . . .	36
4.6	Saldo por operação realizada . . . . .	36



# Lista de Figuras

2.1	Lucro no long and short. <b>fonte:</b> Itaú Corretora. . . . .	10
2.2	Lucro no long and short. <b>fonte:</b> Itaú Corretora. . . . .	10
2.3	Lucro no long and short. <b>fonte:</b> Itaú Corretora. . . . .	11
4.1	Valores históricos de GGBR4 . . . . .	24
4.2	Valores históricos de GGBR4 e média móvel de 30 dias . . . . .	25
4.3	ACF e PACF da série GGBR4 . . . . .	25
4.4	Valores históricos de GOAU4 . . . . .	26
4.5	Valores históricos de GOAU4 e média móvel de 30 dias . . . . .	27
4.6	ACF e PACF da série GOAU4 . . . . .	27
4.7	Valores históricos de GGBR4 e GOAU4 . . . . .	28
4.8	Dispersão dos valores de GGBR4 e GOAU4 . . . . .	28
4.9	Correlação cruzada entre as séries GGBR4 e GOAU4 . . . . .	29
4.10	Valor de fechamento das séries GGBR4 e GOAU4 . . . . .	30
4.11	Resíduos da regressão entre as séries GGBR4 e GOAU4 . . . . .	31
4.12	Resíduos da regressão entre as séries GGBR4 e GOAU4 normalizados . . . . .	31
4.13	Resíduos normalizados - OOT . . . . .	32
4.14	Resíduos normalizados - OOT com sinais . . . . .	32
4.15	Cálculo Financeiro das operações 1 e 2. . . . .	34
4.16	Cálculo Financeiro das operações 3 e 4. . . . .	35
4.17	Cálculo Financeiro das operações 5 e 6. . . . .	35



# Capítulo 1

## Introdução

A crença de que investimentos são exclusivos para indivíduos com alto patrimônio é equivocada. Investimentos podem ser uma ferramenta para aumentar o patrimônio de qualquer pessoa, independentemente de sua situação financeira atual. Frases como “Só investe quem é rico” devem ser substituídas por “Só é rico quem investe” ou “Investir não é para ricos, investir torna você rico” GuiaInvest (2019).

Existem muitas opções de investimento, mas a maioria dos brasileiros prefere investir em renda fixa, principalmente na poupança. A poupança é uma forma de guardar dinheiro para o futuro, um tipo de investimento de renda fixa, que acumula juros. Foi criada no Brasil pelo imperador Dom Pedro II, junto com a Caixa Econômica Federal em 1861, Silva (2023). É uma opção simples, acessível e de baixo risco para quem quer começar a investir. No entanto, a poupança tem um rendimento menor do que outros tipos de investimentos, então pode não ser a melhor opção para quem quer fazer seu dinheiro render mais, ou seja, isso significa que muitos brasileiros não estão investindo muito e, quando investem, não estão escolhendo as melhores opções para fazer seu dinheiro render mais. É importante pesquisar e comparar as opções de investimento antes de decidir onde alocar seu dinheiro.

Existem muitas opções de investimento que podem ser comparadas com a poupança antes de decidir onde investir seu dinheiro. Algumas opções que podem oferecer retornos maiores do que a poupança em média incluem:

- **Títulos públicos:** São títulos emitidos pelo governo federal para financiar suas atividades. Eles são considerados investimentos de baixo risco e podem oferecer retornos maiores do que a poupança, dependendo do título escolhido.

- **CDBs (Certificados de Depósito Bancário):** São títulos emitidos por bancos para captar recursos. Eles podem oferecer retornos maiores do que a poupança, dependendo do banco e do prazo do investimento.
- **LCIs (Letras de Crédito Imobiliário) e LCAs (Letras de Crédito do Agronegócio):** São títulos emitidos por instituições financeiras para financiar atividades imobiliárias ou do agronegócio. Eles são isentos de Imposto de Renda para pessoas físicas e podem oferecer retornos maiores do que a poupança.
- **Fundos de investimento:** São uma forma de investir em diferentes tipos de ativos através de um único produto. Existem fundos de renda fixa, renda variável, multimercado, entre outros. Os retornos variam de acordo com o tipo de fundo e o desempenho dos ativos em que ele investe.
- **Ações:** Representam uma fração do capital social de uma empresa e podem ser compradas e vendidas na bolsa de valores, com retornos variando de acordo com o desempenho da empresa e do mercado acionário. É importante lembrar que todos os investimentos têm riscos e que os retornos podem variar ao longo do tempo. É sempre uma boa ideia pesquisar e comparar as opções antes de decidir onde investir seu dinheiro.

De acordo com a *Associação Brasileira das Entidades dos Mercados Financeiro e de Capitais - AMBIMA*, em seu material “Raio X do investidor brasileiro - 6ª Edição - 2023” que leva como base os dados de 2022, 36% dos brasileiros dizem possuir investimentos financeiros. Isso é um crescimento comparado ao ano anterior, quando em 2021 era 31%. No entanto, quando olhamos para um período maior, vemos que o percentual de brasileiros que possuem produtos financeiros reduziu. Em 2018 eram 42%, em 2019 o percentual era de 44% e em 2020 caiu para 40%. Para o ano de 2021, o percentual foi de 31%. Um possível motivo para essa redução no período de 2020 e 2021 pode ser decorrente da pandemia do coronavírus.

A pandemia de coronavírus teve um impacto significativo no mercado financeiro brasileiro. De acordo com a Fundação Instituto de Administração *business school* (FIA *business school*), o ano de 2020 ficará marcado na história pelos impactos do coronavírus no mercado financeiro, além de todas as implicações sobre o setor da saúde FIA (2020). Os impactos da pandemia da Covid-19 no Brasil, agravados pela instabilidade política,

atingiram praticamente todos os setores da economia, com reflexos nos investimentos financeiros e no mercado de capitais do Comércio (s.d.). O lockdown, somado ao embate entre os poderes Executivo e Legislativo, impactou as expectativas macroeconômicas para o ano do Comércio (s.d.). No entanto, o Ministério da Economia afirma que o Brasil superou os impactos econômicos da pandemia e está pronto para crescer da Economia (2021). O ano de 2021 foi marcado pela volta da geração de empregos, retomada dos níveis de investimentos, avanço da agenda de reformas, aceleração do fluxo de leilões, de privatizações e de concessões, manutenção do equilíbrio fiscal e retomada do comércio exterior da Economia (2021).

Este relatório também fornece informações sobre o perfil do investidor brasileiro. De acordo com o relatório, a idade média dos investidores brasileiros é de 42 anos. Além disso, 72% dos investidores possuem atividade remunerada e 41% são casados. O relatório também mostra que 32% dos investidores economizaram no último ano. Quando olhamos para os dados de gênero, podemos ver que houve uma mudança nos últimos anos. Em 2018, 57% dos investidores eram homens. No entanto, em 2022, o percentual de homens caiu para 48%. Isso sugere que houve um aumento no número de mulheres que começaram a investir nos últimos anos, diminuindo a diferença entre os gêneros (Agência Brasil, s.d.). É interessante observar essas mudanças no perfil do investidor brasileiro e como elas podem afetar o mercado financeiro no futuro, AgênciaBrasil (2018).

Ao analisar a classe de investidores, é possível notar uma grande variedade de produtos de investimento disponíveis. A caderneta de poupança ainda é a opção preferida por 26% dos investidores. No entanto, existem outras opções, como títulos privados, que representam 4% dos investimentos, fundos de investimento, também com 4%, títulos públicos via Tesouro Direto, com 1%, previdência privada, com 2%, moedas digitais, com 3%, entre outros ativos. Cada produto de investimento tem suas próprias características e pode ser mais adequado para diferentes perfis de investidores. É importante que os investidores avaliem cuidadosamente suas opções antes de tomar uma decisão sobre onde investir seu dinheiro.

A maioria dos investidores tem seus recursos em produtos de renda fixa, o que significa que seus ganhos estão ligados à taxa Selic, a taxa básica de juros da economia brasileira. Quando a taxa de juros está baixa, os ganhos também são menores. Com taxas de juros cada vez menores, a renda fixa perde seu atrativo e os investidores buscam opções com maior potencial de retorno, como o mercado de renda variável.

Um dos principais mercados para investimentos em renda variável é a bolsa de valores. Na bolsa, existem muitos produtos financeiros disponíveis, incluindo ações, títulos de crédito, fundos de investimento, fundos imobiliários e muitos outros. Neste trabalho, vamos nos concentrar especificamente nas ações, que também são conhecidas como papéis no mercado financeiro.

As ações representam uma pequena parte do capital social de uma empresa. Quando você compra uma ação, você se torna um acionista da empresa e tem direito a receber parte dos lucros na forma de dividendos. Além disso, o valor das ações pode aumentar ou diminuir com o tempo, dependendo do desempenho da empresa e das condições do mercado.

Investir em ações pode ser uma ótima maneira de obter retornos mais altos do que os oferecidos pela renda fixa. No entanto, é importante lembrar que investir em ações também envolve riscos e é importante fazer uma pesquisa cuidadosa antes de tomar qualquer decisão.

Uma ação é uma fração do capital social de uma empresa ASSAF NETO (2019). Quando um investidor compra uma ação, ele está adquirindo uma parte da empresa e, portanto, tem direito a participar dos lucros e prejuízos da mesma. Quando uma empresa deseja expandir seus negócios, ela pode optar por se tornar uma empresa de capital aberto e obter mais capital através da venda de suas ações.

O preço de uma ação é determinado pela oferta e demanda no mercado. Quando há mais compradores do que vendedores, o preço da ação tende a subir. Por outro lado, quando há mais vendedores do que compradores, o preço da ação tende a cair. Portanto, o valor de uma ação pode flutuar bastante, o que pode levar a ganhos ou perdas para os investidores.

Além disso, as empresas de capital aberto geralmente distribuem parte de seus lucros aos acionistas na forma de dividendos. A quantidade de dividendos que um acionista recebe geralmente depende do número de ações que ele possui e da política de dividendos da empresa. Portanto, os acionistas podem ganhar dinheiro tanto com a valorização das ações quanto com os dividendos. No entanto, é importante lembrar que investir em ações também envolve riscos, e é essencial fazer uma pesquisa cuidadosa e considerar a ajuda de um consultor financeiro antes de investir. Neste trabalho iremos focar apenas em entender a flutuação dos preços afim de obter lucro na bolsa de valores.

O objetivo do presente trabalho consiste em estudar a técnica de cointegração entre

séries aplicado com a operação *long and short* do mercado financeiro de modo a mitigar o risco de perda e verificar se há ganho com esse tipo de operação.

Esse trabalho está estruturado da seguinte maneira, no capítulo 2 apresentamos conceitos do mercado financeiro, no capítulo 3 temos as metodologias utilizadas durante o projeto além da fonte de dados utilizadas, no capítulo 4 temos uma aplicação da técnica discutida aos dados reais e no capítulo 5 a conclusão a cerca dos resultados obtidos.



# Capítulo 2

## Perfis de investidores

Quando falamos em investimentos, temos alguns perfis de acordo com o foco dos investimentos. Segundo TORO Investimentos (2019), existem os seguintes perfis de investidores:

- **Conservador:** Investidor com forte aversão ao risco e, portanto, busca investimentos com retornos conhecidos. Ele prefere investimentos em tesouro direto, CDBs pré-fixados, entre outros rendimentos onde o retorno é conhecido.
- **Moderado:** investidor moderado, assim como o conservador, possui um receio ao risco, mas está disposto a correr um certo risco dado que tem a chance de um retorno maior. Este perfil possui uma porcentagem em especial entre 20% a 25% de sua carteira em renda variável.
- **Arrojado/Agressivo:** O investidor agressivo está disposto a correr grandes riscos no curto prazo visando grandes lucros. Desse modo, sua carteira está focada em renda variável e assim buscando lucros com a imprevisibilidade do mercado.

### 2.1 Tipos de *Trading*

*Trading*, em tradução livre, significa negociação. É o ato de comprar ou vender um determinado ativo dentro da bolsa de valores. A pessoa responsável por fazer essas negociações é denominada *trader*. Dentro do mercado de ações, existem diferentes maneiras de negociar, dependendo da estratégia que cada investidor quer ter ao negociar. Essas estratégias diferem com relação ao tempo que o investidor mantém as ações compradas. As principais maneiras são:

- *Day Trade*: Este é o tipo de operação que tem início e fim no mesmo dia. Ou seja, são operações curtas que buscam obter lucro com a variação que ocorre durante o dia. Esse tipo de estratégia exige muito conhecimento e tempo do investidor, já que ele realiza essa operação constantemente.
- *Swing Trade*: As operações *swing trade* são mais longas que o *day trade*. Essas operações têm duração de dois a cinco dias ou até semanas, dificilmente ultrapassando esse período.
- *Position Trade*: Neste cenário, o tempo de duração dessa operação pode variar de meses a anos. O foco dessa estratégia é aproveitar o movimento de valorização de uma empresa.
- *Buy and Hold*: O foco neste cenário é o longo prazo. Neste tipo de estratégia, o investidor precisa ter paciência e atenção na hora de identificar uma ação com um potencial de valorização alto. Nesse caso, os investidores tendem a ficar com as ações por muito tempo, cerca de dez, vinte anos ou até mais.

## 2.2 Aluguel de Ações

Imagine que você tem uma casa de praia que não usa com frequência, mas não quer se desfazer dela porque acredita que ela pode valorizar no futuro. Uma opção é alugá-la para outras pessoas por um valor menor do que o valor total da casa, para obter um rendimento extra enquanto espera pela valorização. O mesmo pode acontecer com ações.

Investidores cuja estratégia é *position trade* ou *buy and hold* costumam ter ações que ficam “paradas” por longos períodos. Uma estratégia para lucrar com essas ações, mesmo que “paradas”, é disponibilizá-las para aluguel. Mesmo que por um valor baixo, há possibilidade de conseguir um rendimento extra.

Por outro lado, investidores cuja estratégia é *swing trade* acabam ficando com uma ação por alguns dias. Se a estratégia é na desvalorização do ativo, ou seja, acreditam que o valor irá cair, precisam ter a ação alugada. Nessa estratégia, o investidor vende uma ação a um preço mais caro e espera recomprar a um preço mais baixo, obtendo lucro com a diferença. Vender uma ação exige tê-la própria ou alugada para não incorrer em irregularidade de negociação na bolsa de valores. Caso contrário, o investidor estaria vendendo algo que não possui.

É necessário tomar bastante cuidado com essa estratégia. Não é permitido passar de um dia para o outro com uma venda de ativo sem estar alugado e as multas são altas: 1% no primeiro dia e mais 9% no segundo dia. Ou seja, se não tomar cuidado, em dois dias já tem um prejuízo de 10% somente com multas, sem contar o resultado da operação.

## 2.3 Lucro na Bolsa de Valores

Investir na bolsa de valores pode ser comparado a comprar um produto em uma loja e vendê-lo por um preço maior. Pelo lado do investidor, existem basicamente duas maneiras de obter lucro no mercado de ações: através da compra e venda de ações, também denominadas no mercado financeiro de operações *long* e *short*, respectivamente.

**Compra (*Long*):** Imagine que você comprou uma camiseta por R\$50,00 e depois descobriu que ela estava em alta e valia R\$100,00. Você poderia vendê-la por R\$100,00 e obter um lucro de R\$50,00. O mesmo pode acontecer com ações. O investidor, com base em algum estudo, acredita que uma determinada ação irá valorizar, ou seja, terá seu valor aumentado. Então ele compra a ação e espera que ela valorize para vendê-la por um preço maior e obter lucro com a valorização.

**Venda (*Short*):** Agora imagine que você tem informações de que o preço da camiseta vai cair para R\$30,00. Você poderia pegar uma camiseta emprestada de um amigo, vendê-la por R\$50,00 e depois comprá-la de volta por R\$30,00 quando o preço cair. Você devolveria a camiseta para o seu amigo e ainda teria um lucro de R\$20,00. O mesmo pode acontecer com ações. Neste caso, o investidor acredita que uma determinada ação irá desvalorizar. Ele então aluga a ação de outro investidor, vende-a e espera que ela desvalorize para comprá-la de volta por um preço menor. Ele devolve a ação para o investidor que a alugou e ainda obtém lucro com a desvalorização do ativo.

O tipo de estratégia utilizado neste trabalho é denominado *long and short*, que consiste na combinação das definições utilizadas anteriormente: compra e venda de ações no mesmo instante. Utilizando este tipo de operação, o principal objetivo é mitigar o risco associado a cada uma das operações, BTG-Pactual (2019). Desta forma, com uso de métodos estatísticos, busca-se obter lucro na compra e venda de ações sem sofrer impactos diretamente dos índices do mercado.

“Fazer uma operação *long and short* significa vender uma ação que não possui (*short*) e, com o recurso da venda, comprar uma ação que você acredita que irá subir (*long*). Além

disso, você precisará alugar a ação vendida para entregar ao comprador. É uma operação que mantém uma posição vendida em uma ação e comprada em outra para obter lucro quando a operação for liquidada em virtude da distorção do mercado”, ITAÚ-Corretora (2018). O investidor obtém lucro nas seguintes situações:

- Variação positiva na ponta *long* (compra) maior que variação negativa na ponta *short* (venda). Desta forma, mesmo obtendo prejuízo em uma das operações, o saldo é positivo pois o ganho será maior que a perda.

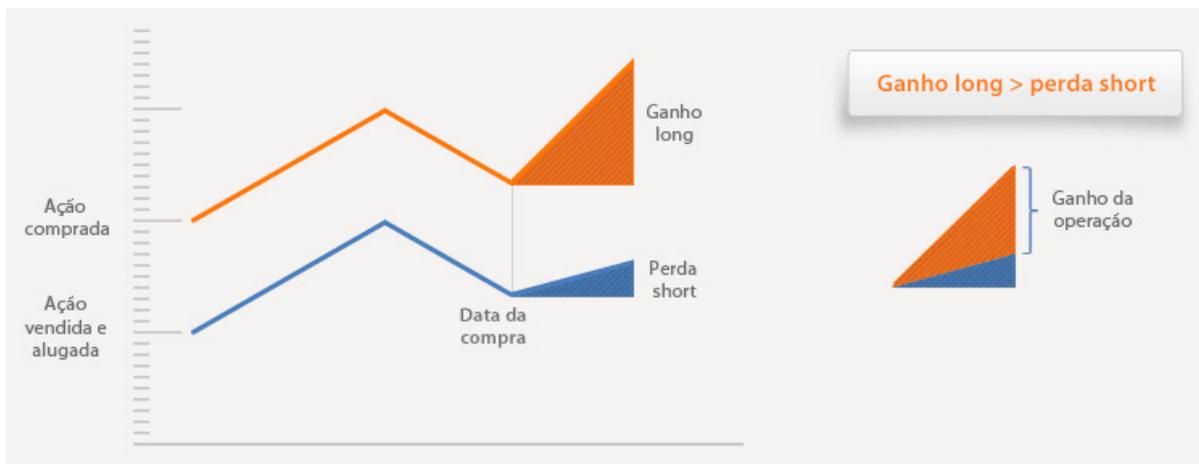


Figura 2.1: Lucro no long and short. **fonte:** Itaú Corretora.

- Variação positiva na ponta *long* (compra) e variação positiva na ponta *short* (venda), ou seja, obtenção de ganho nas duas operações.



Figura 2.2: Lucro no long and short. **fonte:** Itaú Corretora.

- Variação negativa na ponta *long* (compra) menor que variação positiva na ponta *short* (venda).

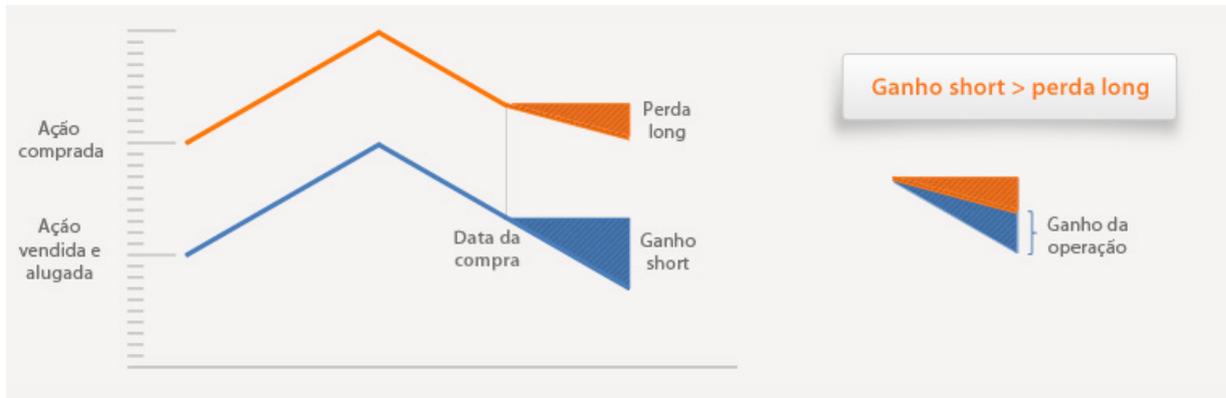


Figura 2.3: Lucro no long and short. **fonte:** Itaú Corretora.

Segundo DUTRA (2016), podemos denotar a ponta *long* como “ponta comprada” e a ponta *short* como “ponta vendida”.

## 2.4 Tipos de *long and short*

Segundo Capitalizo (2020) é possível montar uma operação de *long and short* com diferentes ativos da bolsa de valores, mas temos que os mais comuns são:

- **Intrasetoriais:** Neste modelo temos pouco risco associado a operações pois envolve papéis de empresas do mesmo setor, em alguns casos empresas do mesmo setor tendem a ter comportamentos similares, quando ocorre alguma anomalia, é uma oportunidade de montar a operação *long and short*. Ex: Bradesco (BBRA3) e Itaú (ITUB4).
- **Intersetoriais:** Já neste método, temos um alto risco associado a operação, pois envolve empresas de setores diferentes, e para esse tipo de operação é necessário um bom conhecimento em relação aos dois setores, pois as empresas possuem características diferentes, nesta operação observa maiores retornos. Ex: Pão de Açúcar (PCAR4) e Vale (VALE3).
- **ON vs. PN:** Ações ON são ações do tipo **ordinárias**, as mesmas dão direito a voto nas decisões da empresa, mas não possuem preferência no momento de dividir lucros, enquanto as ações PN são do tipo **preferenciais** e não possui direito a voto

na empresa mas possuem preferência no momento de dividir lucros. Neste tipo de operação os riscos externos são mitigados porque as ações são da mesma empresa, no entanto os aluguéis de ação são mais caros pois o volume negociado é alto. Ex: Petrobras ON (PETR3) e Petrobras PN (PETR4).

- **Controlada vs. Controladora:** Neste operação, assim como no caso anterior, os riscos são mínimos pois a empresa controladora possui um grande número de ações da controlada sendo assim seus resultados são parecidos. Ex: Banco Itaú (ITUB4) e Itaú S.A. (ITSA4).

O *long and short* é o termo usado para representar uma estratégia de transação no mercado financeiro. Nela, o investidor usa ações em par: enquanto aposta na valorização de uma, espera pela queda da outra. Assim, o objetivo é lucrar tanto na alta quanto na baixa, InfoMoney (2021). É importante lembrar que o risco de prejuízo ainda assim é real, InfoMoney (2021). A corretora vai exigir do cliente alguma garantia, InfoMoney (2021). É possível escolher uma ação e um índice, como o IBOV, ou um índice contra outro índice, InfoMoney (2021). Para que o investidor venda a descoberto, ele paga um valor pelo aluguel das ações que ele não tem para depois poder vendê-las, InfoMoney (2021). Com esse crédito, pode comprar o outro ativo, InfoMoney (2021).

# Capítulo 3

## Materiais e métodos

### 3.1 Base de dados utilizados

No início do ano de 2023, havia mais de 400 ações brasileiras sendo negociadas na Bolsa, Brasil e Balcão (B3), a bolsa de valores brasileira. Além disso, mais de 100 ações estrangeiras eram negociadas indiretamente. Para o conjunto de dados que estamos trabalhando, vamos nos concentrar nas ações que compõem o índice Ibovespa.

O Ibovespa é o principal indicador de desempenho das ações negociadas na B3 e reúne as empresas mais importantes do mercado de capitais brasileiro<sup>1</sup>. Criado em 1968, consolidou-se como referência para investidores ao redor do mundo. É composto pelas ações e units (misto de ações ordinárias e preferenciais) de companhias listadas na B3 que atendem a determinados critérios. Os papéis que compõem o Ibovespa correspondem a cerca de 80% do número de negócios e do volume financeiro do mercado brasileiro de capitais.

O índice é reavaliado a cada quatro meses para determinar quais ações devem ser incluídas ou excluídas. No período de maio a agosto de 2023, um total de 86 ações compunham o índice Ibovespa.

Decidimos trabalhar com as ações que fazem parte do índice Ibovespa porque elas têm um alto volume de negociação. Isso significa que muitas pessoas estão comprando e vendendo essas ações. Como nossa estratégia envolve a compra e venda de ações, quanto mais pessoas estiverem negociando, maior será a chance de concluir a transação. Quando falamos em negociação, é comum ouvir o termo “liquidez”. Liquidez se refere à facilidade com que um ativo pode ser convertido em dinheiro sem afetar seu preço. Ações com alta

---

<sup>1</sup><https://www.infomoney.com.br/cotacoes/b3/indice/ibovespa/>

liquidez são mais fáceis de comprar e vender porque há muitas pessoas negociando. Por outro lado, trabalhar com ações pouco negociadas ou com baixa liquidez pode ser mais arriscado, pois pode ser mais difícil encontrar compradores ou vendedores.

Os dados financeiros podem ser encontrados em plataformas de corretoras e em sites especializados em finanças. Para extrair esses dados, utilizaremos funções de bibliotecas específicas do Python<sup>2</sup> e faremos o download diretamente do site Yahoo Finance<sup>3</sup>. Dessa forma, os dados utilizados neste trabalho podem ser facilmente encontrados e suas análises replicadas.

Nossa base de dados contém informações sobre o código da ação, valores de abertura, fechamento, mínimo e máximo da ação, volume negociado no dia, preço ajustado, data e log retornos das ações. Para nossas análises, usaremos o valor de fechamento diário.

O período de coleta dessas informações corresponde aos anos de 2017 a 2023. Faremos uma análise considerando o período de 2017 a 2019 (pré-pandemia) e discutiremos o uso da cointegração entre séries com base no estudo de Regressão Linear, Estacionariedade (Teste de Dickey-Fuller) e Modelos autorregressivos (AR).

## 3.2 Séries Temporais

Segundo Box e Jenkins (1976) uma série temporal é um conjunto de registros numéricos de observações tomadas sequencialmente no tempo,  $Z_t$ ,  $t = 1, 2, 3, \dots, T$ .

Uma característica de uma série temporal é a existência de dependência entre observações adjacentes, ou seja, o valor no instante  $t$  depende do valor no instante  $t-1$ .

Morettin (2004) define série temporal  $Z_t$  como uma realização de um processo estocástico. Na análise de séries temporais a primeira suposição é que o processo estocástico gerador da série temporal é estacionário.

Morettin (2004) apresenta a definição proveniente de processo fracamente estacionário se atende aos seguintes critérios:

- Média constante, independente de  $t$ .
- Variância constante, independente de  $t$ .
- a covariância entre dois instantes da série  $t$  e  $s$  depende apenas da diferença entre  $t$  e  $s$ .

---

<sup>2</sup><https://www.python.org/downloads/>

<sup>3</sup><https://finance.yahoo.com>

### 3.3 Modelo autorregressivo - AR

Um modelo autorregressivo de ordem  $p$ , denotado por  $AR(p)$ , representa que um determinado valor da série no instante  $t$ ,  $Z_t$ , pode ser representado por uma combinação dos  $p$  anteriores valores da mesma série  $Z_t$ ,  $\mu_t$  é a média de  $Z_t$ , e um termo  $a_t$  denominado Ruído Branco (RB). Considere  $\tilde{Z}_t = Z_t - \mu_z$ , o modelo pode ser escrito como:

$$\tilde{Z}_t = \phi_1 \tilde{Z}_{t-1} + \phi_2 \tilde{Z}_{t-2} + \dots + \phi_p \tilde{Z}_{t-p} + a_t, \quad (3.1)$$

em que,

$\tilde{Z}_{t-1}, \tilde{Z}_{t-2}, \dots, \tilde{Z}_{t-p}$  representa a variável em estudo nos instantes de medição  $t - 1, t - 2, \dots, t - p$ ;

$\phi_1, \phi_2, \dots, \phi_p$  são os parâmetros reais;

$a_t \sim RB(0, \sigma^2)$ , ou seja,  $a_t$  é ruído branco (RB), com média zero e variância independente do instante  $t$ .

### 3.4 Operador Lag

O operador lag (ou, operador defasagem), representado por  $B$ , aplicado à variável  $Z_t$  representa a variável  $Z_{t-1}$ . Assim  $BZ_t = Z_{t-1}$ , ainda possui as propriedades seguintes:

$$\begin{aligned} B\tilde{Z}_t &= \tilde{Z}_{t-1}, \\ B^2\tilde{Z}_t &= \tilde{Z}_{t-2}, \end{aligned} \quad (3.2)$$

$$(1 - B)\tilde{Z}_t = \tilde{Z}_t - B\tilde{Z}_t = \tilde{Z}_t - \tilde{Z}_{t-1} = \Delta\tilde{Z}_t, \quad (3.3)$$

onde,

$\Delta$  é conhecido como operador diferença.

Utilizando os resultados 3.2 e 3.3 podemos escrever o modelo  $AR(p)$  da equação 3.1, como:

$$(1 - \phi_1 B - \phi_2 B^2 - \dots - \phi_p B^p)\tilde{Z}_t = \phi_0 + a_t, \quad (3.4)$$

em que:

$$\phi(B) = 1 - \phi_1 B - \phi_2 B^2 - \dots - \phi_p B^p, \quad (3.5)$$

denominamos como polinômio autorregressivo de grau  $p$ . Que pode ser reescrito como:

$$\phi(B)\tilde{Z}_t = a_t, \quad (3.6)$$

Existe, ou pode existir, um polinômio  $\psi(B)$  tal que  $\Phi(B)\Psi(B) = 1$ ,  $\Psi(B)$  será um polinômio em  $B$  de grau infinito e para processos estacionários, Morettin (2004) afirma que o processo é considerado estacionário a que  $\psi(B)$  convergir quando  $|B| < 1$ , onde:

$$\psi(B) = \sum_{j=0}^{\infty} \phi^j B^j = [\phi(B)]^{-1} = (1 - \phi B)^{-1}. \quad (3.7)$$

Segue-se, para  $AR(1)$  que devemos ter  $|\phi| < 1$ . Como a raiz da equação  $\phi(B) = 1 - \phi B = 0$  é  $B = \phi^{-1}$ , está equação é equivalente dizer que a raiz de  $\phi(B) = 0$  deve ficar fora do círculo unitário.

Essa condição pode ser estendida polinômio  $\Phi(B)$  de grau  $p$ , ou seja, as raízes de  $\Phi(B)$  devem estar fora do círculo unitário.

Dizer que uma série é estacionária é dizer que o seu comportamento tende a ser aleatório em torno de um valor (média), ou seja, apresenta uma relação de equilíbrio. Entretanto a maioria dos casos encontrados não apresentam esse comportamento.

Como nos estudos de séries temporais lidamos com tendências crescentes e decrescentes sendo as mais comuns, a maioria das técnicas de análise de séries temporais são definidas para séries estacionárias, a maneira mais simples de transformar uma série original em estacionária é aplicando a operação de diferenciação, segundo as equações 3.2 e 3.3 sua diferenciação, até a obtenção de uma série estacionária.

A primeira diferença da série  $\tilde{Z}_t$  é dada por:

$$\Delta\tilde{Z}_t = \tilde{Z}_t - \tilde{Z}_{t-1}, \quad (3.8)$$

a segunda diferença é dada por:

$$\Delta^2\tilde{Z}_t = \Delta[\Delta\tilde{Z}_t] = \Delta[\tilde{Z}_t - \tilde{Z}_{t-1}], \quad (3.9)$$

ou seja,

$$\Delta^2 \tilde{Z}_t = [\tilde{Z}_t = -2\tilde{Z}_t + \tilde{Z}_{t-2}]. \quad (3.10)$$

de maneira geral, para a  $n$ -ésima diferença temos:

$$\Delta^n \tilde{Z}_t = \Delta[\Delta^{n-1} \tilde{Z}_t], \quad (3.11)$$

Se  $\Delta^n \tilde{Z}_t$  for estacionário, dizemos que  $\tilde{Z}_t$  é integrado de ordem  $n$  e escrevemos  $\tilde{Z}_t \sim I(n)$ .

### 3.5 Teste de Dickey-Fuller Aumentado - ADF

O teste de Dickey-Fuller Aumentado, mais conhecido com teste ADF (*Augmented Dickey-Fuller*) é utilizado para verificar a existência da raiz unitária, conseqüentemente na estacionariedade da série, o teste consiste no estudo da seguinte regressão:

$$\Delta z_t = \beta_1 + \beta_2 t + \delta Z_{t-1} + \sum_{i=0}^m \alpha_i \Delta Z_{t-i} + \epsilon_i, \quad (3.12)$$

em que:

$Z_t, Z_{t-1}, Z_{t-i}$ : são os valores da série nos instantes  $t, t-1, t-i$ ,

$\beta_1$ : o intercepto do modelo,

$\beta_2$ : coeficiente de tendência,

$\delta$ : o coeficiente da existência de raiz unitária da série, que indica que a série apresenta tendência,

$m$ : o número de defasagens tomada na série.

Para o teste da existência da raiz unitária suas hipóteses são:

$$\begin{cases} H_0 : \delta = 0, & \text{a série é não-estacionária,} \\ H_1 : \delta < 0, & \text{a série é estacionária.} \end{cases}$$

É feita uma regressão de  $\Delta Z_t$  em  $\Delta Z_{t-1}, \dots, \Delta Z_{t-p-1}$  e calculamos a estatística  $T$  dada por:

$$T = \frac{\hat{\delta}}{se(\hat{\delta})}, \quad \text{onde:}$$

$\hat{\delta}$  é um estimador para  $\delta$  e,  $se(\hat{\delta})$  é um estimador para desvio padrão do erro de  $\delta$ .

Os valores da estatística  $T$  de Dickey-Fuller foram tabelados através da simulação Monte Carlo, é um número negativo, quanto mais negativo mais indicativo de rejeitar a hipótese nula.

### 3.6 Regressão Linear

A técnica de Regressão Linear consiste no estudo de uma variável resposta denominada por  $Y$ , associada a uma ou mais variáveis preditoras  $X_i$ ,  $i = 1, 2, \dots, p - 1$ . O modelo de primeira ordem, ou seja, sem efeito de interação entre as variáveis consiste em  $p - 1$  variáveis preditoras.

Segundo Kutner *et al.* (1989), um modelo de regressão linear é dado por:

$$Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_{i,1} + \beta_2 X_{i,2} + \dots + \beta_{p-1} X_{i,p-1} + \epsilon_i, \quad (3.13)$$

$$i = 1, 2, \dots, p,$$

onde:

$Y_i$ : representa a variável resposta na  $i$ -ésima unidade de observação,

$X_{i,1}, \dots, X_{i,p-1}$ : variáveis preditoras na  $i$ -ésima unidade de observação, variáveis não aleatórias,

$\beta'$ s: são os  $p$  parâmetros desconhecidos do modelo,

$\epsilon_i$ : denota o erro associado a  $i$ -ésimo unidade de observação, são não observáveis e variáveis aleatórias independentes com distribuição normal com média zero e desvio padrão um.

O modelo de regressão linear tem erros cuja distribuição é normal, implica em observações que também são variáveis normais independentes, também tem  $\mathbb{E}(\epsilon_i) = 0$  e variância constante  $\sigma^2$ .

### 3.7 Média Móvel - MA

Um modelo de média móvel de ordem  $q$ , denotado por  $MA(q)$ , é um modelo utilizado no estudo de séries temporais que assume que o valor atual da série é uma combinação linear do erro atual com  $q$ 's erros anteriores, ou seja, a média móvel dos  $q$ 's últimos erros.

Exemplificando, o modelo  $MA(1)$  é um caso particular do  $MA(q)$ . O modelo  $MA(1)$

é útil na modelagem de séries temporais com autocorrelação negativa, nas quais os erros sucessivos tendem a ser opostos em sinal. O modelo é expresso matematicamente como:

$$Z_t = \mu + \epsilon_t + \theta_1 \epsilon_{t-1}, \quad (3.14)$$

onde,

$Z_t$  é a variável dependente no tempo  $t$ ,  $\mu$  é uma constante,  $\epsilon_t$  é o erro aleatório no tempo  $t$  e  $\theta_1$  é o coeficiente de autocorrelação no tempo  $t - 1$ .

### 3.8 Cointegração

Quando observamos duas ou mais séries temporais e ambas apresentam tendência estocástica comum ao longo do tempo, dizemos que essas séries são integradas. Após aplicar a diferenciação se for possível encontrar uma relação entre as séries, tal que possamos escrever uma série temporal em função de outra, dizemos que essas séries são cointegradas.

O estudo de cointegração entre duas séries ( $X_t$  e  $Y_t$ ) consiste na elaboração dos seguintes passos:

- Verificar através do teste de estacionariedade se ambas são não estacionárias.
- Aplicar uma regressão entre as observações das séries de modo que:  $Y_t = \alpha X_t + u_t$ .
- Calcular os resíduos desta regressão:  $\hat{u}_t = Y_t - \hat{\alpha} X_t$ .
- Testar a estacionariedade dos resíduos ( $u_t$ ).

Se os resíduos são estacionários, as séries  $X_t$  e  $Y_t$  são cointegradas, ou seja, dizemos que duas séries não estacionárias são cointegradas se existir um número  $\alpha$  tal que uma nova série  $Z = X - \alpha Y$  seja estacionária.

Seja  $A_n$  e  $B_n$  séries temporais, elas serão consideradas cointegradas se cada uma das séries tomadas individualmente forem integradas de ordem um,  $I(1)$ , ou seja, não estacionária com uma raiz unitária, enquanto alguma combinação linear dessas séries é estacionária,  $I(0)$ .

A cointegração significa que, mesmo que aconteçam mudanças permanentes nos elementos da série, então existe um equilíbrio ao longo do tempo ligando os componentes individuais segundo a combinação linear.

Um exemplo apresentado por Davison, Hendry, Srba e Yeo (1978) em Hamilton (1994), embora o consumo e a renda de uma população exiba uma raíz unitária, no longo prazo o consumo tende a ser uma proporção aproximadamente constante da renda, de maneira que o  $\log(\text{consumo})$  e o  $\log(\text{renda})$  sejam processos estacionários.

Um comportamento natural que apresenta uma interpretação para cointegração apresentado por Hamilton (1994) é a teoria da paridade do poder de compra. A teoria sustenta que, além dos custos de transportes, os bens devem ser vendidos pelo mesmo preço efetivo em dois países.

Considere  $P_t$  um índice de preços dos EUA (em dólares),  $P_t^*$  um índice para os preços da Itália (em liras) e  $S_t$  a taxa de câmbio entre as moedas (dólares por liras). Então a paridade de preços mantém que:

$$P_t = S_t P_t^*, \quad (3.15)$$

ou em  $\log$

$$p_t = s_t + p_t^*, \quad (3.16)$$

onde:

$$p_t = \log(P_t), \quad s_t = \log(S_t) \quad \text{e} \quad p_t^* = \log(P_t^*).$$

Sabemos que na prática isso não ocorre, temos erros na medição, custos de transportes e diferença de qualidade que impedem que se tenha esse cenário para os preços em todos os instantes  $t$ . Uma versão mais fraca dessa hipótese:

$$z_t = p_t - s_t - p_t^*, \quad (3.17)$$

$z_t$  é estacionário, mesmo que individualmente cada elemento  $p_t$ ,  $s_t$  ou  $p_t^*$  sejam  $I(1)$ .

Outro exemplo de um processo cointegrado é dado pelo sistema:

$$\begin{cases} y_{1t} &= \gamma y_{2t} + u_{1t}, \\ y_{2t} &= y_{2t-1} + u_{2t}, \end{cases} \quad (3.18)$$

onde, uma representação univariada para  $y_{2t}$  é um passeio aleatório

$$\Delta y_{2t} = u_{2t}, \quad (3.19)$$

enquanto que a diferença em (3.18) resulta em:

$$\Delta y_{1t} = \gamma y_{2t} + \Delta u_{1t} = \gamma u_{2t} + u_{1t} - u_{1,t-1}, \quad (3.20)$$

com uma representação MA(1) do lado direito:

$$\Delta y_{1t} = v_t + \Theta v_{t-1} \quad (3.21)$$

onde  $v_t$  é ruído branco,  $\Theta \neq -1$  desde que  $\gamma \neq 0$  e  $\mathbb{E}(u_{2t}^2) > 0$ .

Desse modo,  $y_{1t}$  e  $y_{2t}$  são processos  $I(1)$ . Enquanto a combinação linear  $(y_{1t} - \gamma y_{2t})$  é estacionária. Portanto, dizemos que  $y_t = (y_{1t}, y_{2t})$  são constantes com  $a' = (1, -\gamma)$ .

Outro exemplo citado por Hamilton (1994) é que os governos são forçados politicamente a manterem suas dívidas em um múltiplo aproximadamente constante em relação ao PIB, de modo que  $\log(\text{dívida}) - \log(\text{PIB})$  seja estacionário mesmo que os elementos individualmente não o sejam.



# Capítulo 4

## Aplicação aos dados reais

Conforme abordamos no capítulo anterior, a técnica de cointegração no longo prazo tem sido amplamente utilizada em diversas áreas como economia, finanças e ciências sociais, para estudar entre variáveis econômicas e financeiras. Neste capítulo, discutiremos como a técnica de cointegração pode ser aplicada aos dados reais para extrair informações úteis e tomar decisões informadas. Conforme já mencionado na seção 3.1, vamos analisar a aplicação da técnica durante três períodos que serão abordados a seguir.

Para ilustrar a aplicação dessa técnica nos anos entre 2017 e 2019, apresentaremos um estudo de caso em que a cointegração é usada para analisar a relação entre as ações GGBR4 e GOAU4 onde, GGBR4 é o código de negociação na B3 das ações preferenciais da Gerdau S/A, uma das maiores empresas brasileiras produtoras de aço e uma das principais fornecedoras de aços longos nas Américas e de aços especiais no mundo. No Brasil, também produz aços planos e minério de ferro. Possui operações nas Américas, Europa e Ásia.

A sigla GOAU4 representa as ações preferenciais da Metalúrgica Gerdau S/A que possui mesmo ramo de atuação da Gerdau S/A. A relação entre essas duas empresas é que a Metalúrgica Gerdau S/A é uma empresa controladora da Gerdau S/A. Isso significa que a Metalúrgica Gerdau possui uma participação majoritária nas ações da Gerdau e, portanto, tem poder de controle sobre as decisões estratégicas da empresa.

Conforme discutimos os tipos de *long and short* na seção 2.4, um dos exemplos citados foi as operações envolvendo controladora e controlada, este é um dos exemplos presentes na bolsa, um outro exemplo também é Itaúsa (ITSA4) e Banco Itaú (ITUB4). Neste caso, iremos concentrar nossos estudos nas ações envolvendo a Gerdau, a seguir vamos analisar primeiramente as séries GGBR4 e GOAU4 para o período de 2017 à 2019.

Vamos abordar com mais detalhes algumas informações descritivas a respeito da série GGBR4 para o período de 2017 à 2019. O seu comportamento ao longo do tempo pode ser observado a seguir:



Figura 4.1: Valores históricos de GGBR4

Para a série temporal da Figura 4.1 temos as seguintes medidas descritivas:

Tabela 4.1: Medidas descritivas da série GGBR4

N	Mínimo	Q. 25%	Mediana	Média	Q. 75%	Máximo	Desvio Padrão
748	6,11	8,18	9,87	9,58	10,87	14,26	1,66

Com a Tabela 4.1 Podemos observar as medidas descritivas para a série, observamos um valor de média próximo ao valor da mediana (Q 50%) o que indica uma distribuição quase simétrica dos dados. O valor mínimo que a ação GGBR4 atingiu durante o período foi de R\$ 6,11, enquanto seu valor máximo foi de R\$ 14,26.

Na Figura 4.1 podemos observar o comportamento do valor de fechamento da ação GGBR4 no período de 2017 à 2019, no início os valores das ações estão próximo de R\$ 8,00 (reais) e ao final do período seu valor está acima dos R\$ 14,00 (reais), ou seja, podemos notar uma valorização das ações durante esse período. Podemos notar que a série possui uma leve tendência de alta mas essa tendência apresenta uma maior estabilidade antes de subir novamente, notamos também que não há sazonalidade.

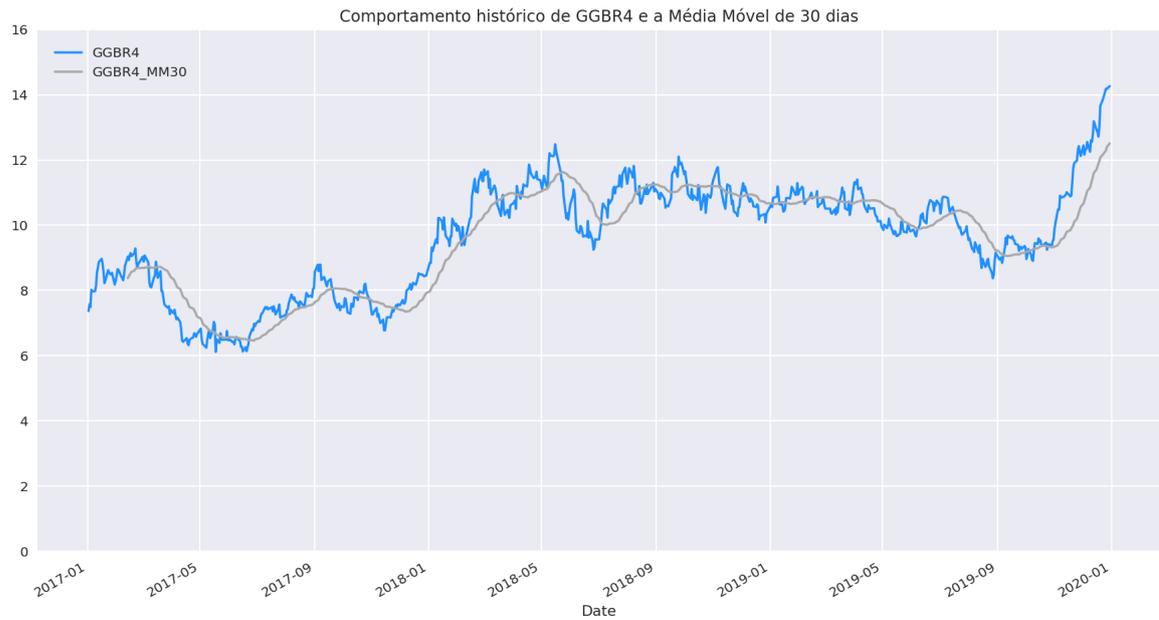


Figura 4.2: Valores históricos de GGBR4 e média móvel de 30 dias

Apenas para efeito ilustrativo, podemos observar na Figura 4.2 além dos valores de fechamento da ação, notamos também o comportamento da sua média móvel observando um horizonte de 30 dias. A seguir apresentamos o comportamento do valor de fechamento das ações GOAU4 no mesmo período apresentado anteriormente, 2017 à 2019.

Para está série, vamos observar os gráficos das funções de autocorrelação (ACF) e autocorrelação parcial (PACF):

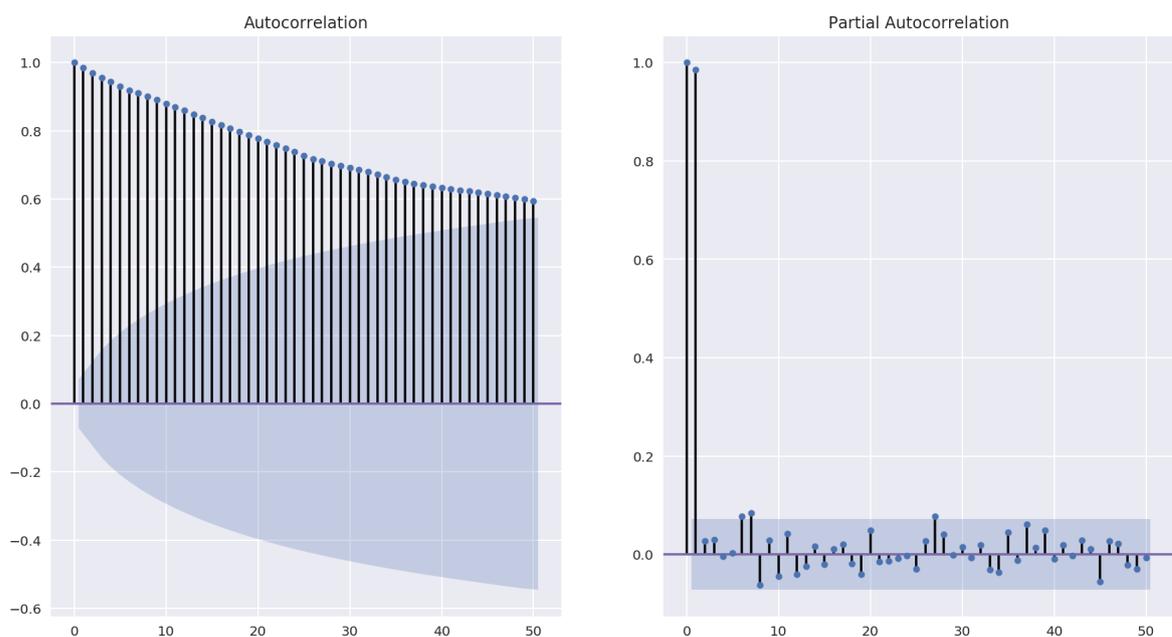


Figura 4.3: ACF e PACF da série GGBR4

A Função de Autocorrelação (ACF) e a Função de autocorrelação parcial (PACF) são outras maneiras que podemos analisar uma série temporal. A diferença entre ACF e PACF é que a ACF inclui correlação direta e indireta, enquanto a PACF inclui apenas correlação direta. onde é medido a correlação do período atual com relação ao período anterior. A área em azul representa o intervalo com 95% de confiança. Pelo gráfico de autocorrelação podemos observar que o valor da série possui correlação com a observação anterior.

Com relação a série de dados GOAU4, o gráfico podemos observar a seguir:



Figura 4.4: Valores históricos de GOAU4

Para a série temporal da Figura 4.4 temos as seguintes medidas descritivas:

Tabela 4.2: Medidas descritivas da série GOAU4

N	Mínimo	Q. 25%	Mediana	Média	Q. 75%	Máximo	Desvio Padrão
748	2,59	3,72	4,52	4,38	5,00	6,46	0,77

Pela Tabela 4.2 podemos observar que o menor valor da série GOAU4 foi de R\$ 2,59 enquanto seu valor máximo foi de R\$ 6,46, vale destacar que o desvio padrão de 0,77 é menor comparado com a série GGBR4, ou seja, o valor de fechamento das ações GOAU4 apresenta menor variabilidade comparado aos valores de GGBR4.

Assim como na Figura 4.1, também podemos observar na Figura 4.4 que para o período de 2017 à 2019 a série GOAU4 possui uma leve tendência de alta e também não apresenta

sazonalidade.



Figura 4.5: Valores históricos de GOAU4 e média móvel de 30 dias

Na Figura 4.5 podemos observar o valor da série de fechamento de GOAU4 e também a média móvel de 30 dias.

O gráfico de ACF e PACF para a série GOAU4 temos a seguir:

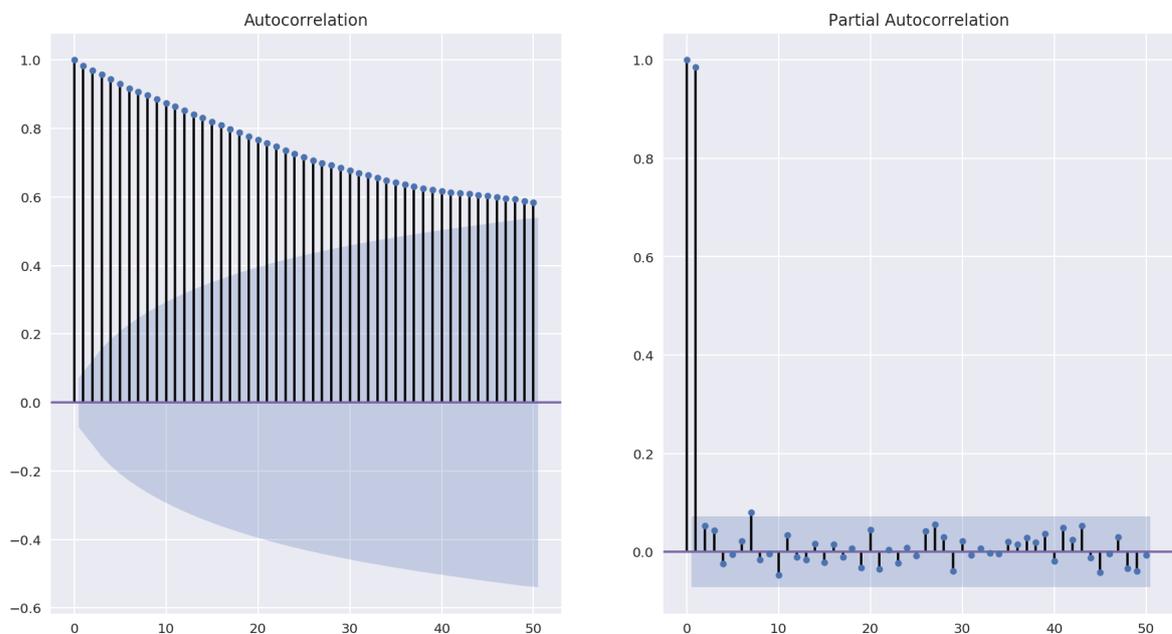


Figura 4.6: ACF e PACF da série GOAU4

Pelo gráfico de autocorrelação parcial encontrado na Figura 4.6 também podemos observar que um apenas um *lag* apresentou valor correlação fora do intervalo de confiança.

vamos observar o gráfico das séries simultaneamente. Portanto, temos que:

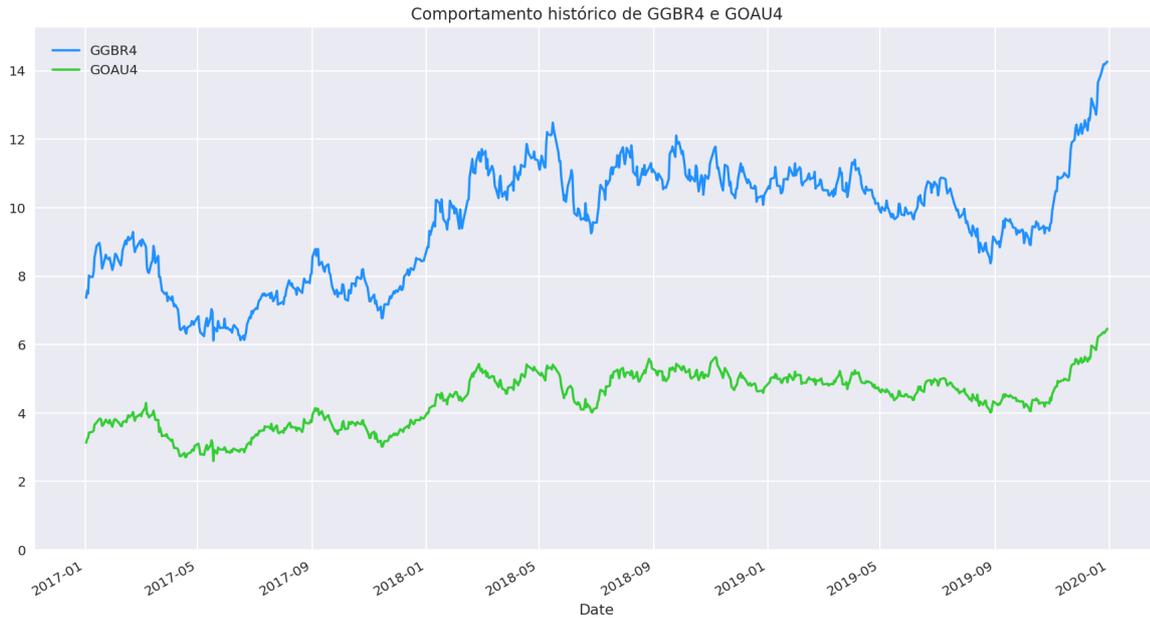


Figura 4.7: Valores históricos de GGBR4 e GOAU4

As séries apresentam patamar de valores diferentes mas quando tem o aumento em uma série na outra também temos observamos esse comportamento, e isso não necessariamente implica que as séries serão correlacionadas, mas nos dá indício que pode haver uma relação entre os ativos. Podemos observar a relação dos ativos com um gráfico de dispersão.

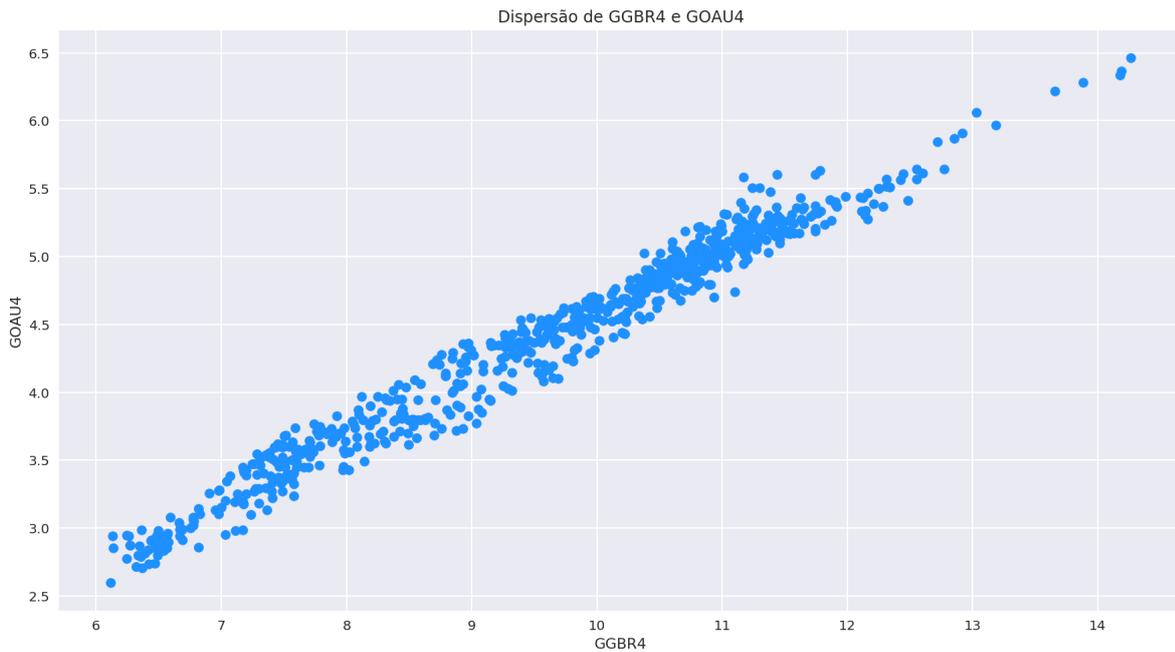


Figura 4.8: Dispersão dos valores de GGBR4 e GOAU4

Observando a Figura 4.8 podemos observar que existe uma relação entre os preços de fechamento de GGBR4 e GOAU4, ou seja, podemos encontrar o preço de uma ação através de uma relação linear em função da outra.

Analisar somente as correlações separadamente olhando somente o passado nem sempre é a melhor análise a se fazer pois nem sempre correlação implica causalidade, então buscamos analisar as séries conjuntamente, o gráfico de correlação cruzada nos fornece uma interpretação mais interessante, o gráfico da função de correlação cruzada (CCF) entre as séries GGBR4 e GOAU4, é dado por:

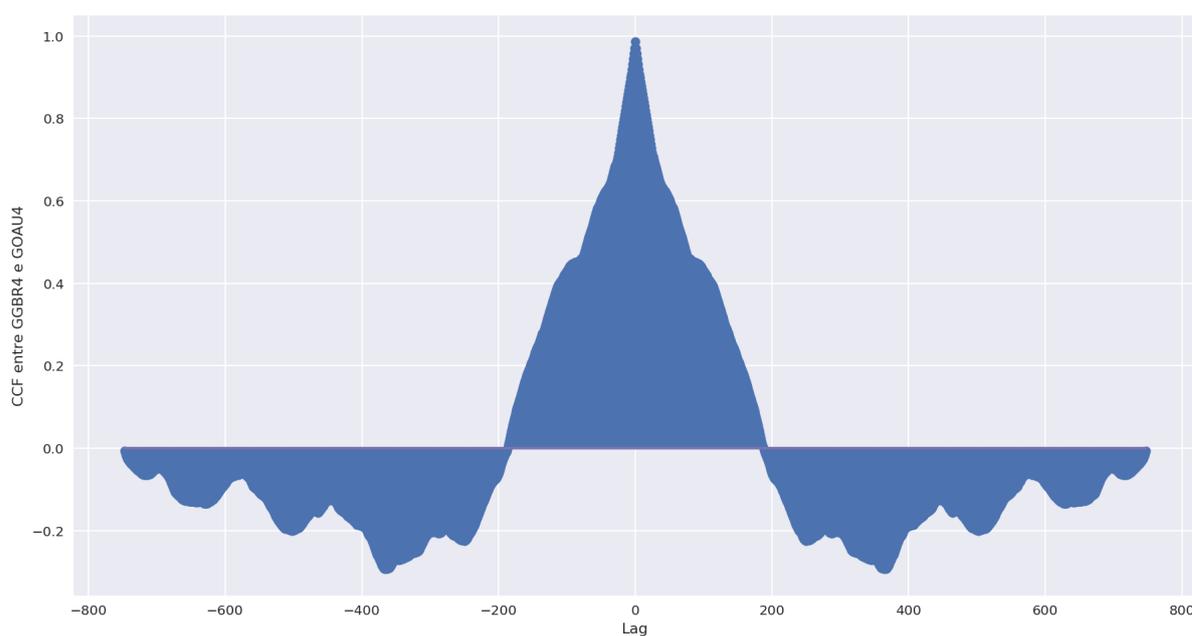


Figura 4.9: Correlação cruzada entre as séries GGBR4 e GOAU4

Temos na Figura 4.9 que a pontuação mais alta está nas defasagens menores que 200, e algumas pontuações acima de 200 têm uma relação negativa. O gráfico está nos dizendo que para o conjunto de dados no período de 2017 à 2019 o valor de fechamento da ação GGBR4 está altamente correlacionado com os valores de fechamento da ação GOAU4.

Com as análises descritivas concluídas das séries apresentadas até aqui, podemos seguir para a aplicação da técnica de cointegração. Uma etapa importante quando tratamos conjunto de dados e vamos ajustar modelos é definir um período para desenvolvimento e estudos dos modelos, mas o mais importante é definir um período para avaliar esse modelo, usualmente denominamos como período de treino e de teste. Uma das abordagens usualmente utilizadas em modelagem de dados é deixar o período mais recente para validação *out-of-time (OOT)* e um período anterior ao OOT como desenvolvimento (DES).

Considerando o período de 2017 à 2019, podemos deixar o período de 2017 à 2018 para desenvolvimento, ou seja, o período onde iremos testar a metodologia e deixaremos o período/ano de 2019 para validação OOT.



Figura 4.10: Valor de fechamento das séries GGBR4 e GOAU4

Na Figura 4.10 temos as séries GGBR4 e GOAU4 em todo o período e com o destaque pela linha tracejada vermelha indicando o período de DES a esquerda da linha e o período posterior de OOT.

Considerando somente o período de DES, utilizamos esses dados e seguindo os passos detalhados na Seção 3.8 para o ajuste da regressão linear, temos que a regressão entre GGBR4 e GOAU4 é dada por:

$$GGBR4 = 0.339125 + 2.115483 * GOAU4, \quad (4.1)$$

Portanto com a equação 4.1 temos que o  $\hat{\alpha} = 0.339125$  e  $\hat{\beta} = 2.115483$ , com esses parâmetros podemos aplicar nos dados de OOT, e a partir daí analisar os resultados. Com relação ao teste de cointegração a estatística do teste é  $-4.19064$  com  $p\text{-valor} = 0.00377$ , ou seja, ao nível de significância de 5%, temos que as séries GGBR4 e GOAU4 são cointegradas no período de 2017 à 2018.

Temos que as séries são cointegradas e temos os valores dos parâmetros da regressão, para seguirmos com os resultados precisamos encontrar os resíduos desta regressão (equação 4.1), Calculando o resíduo da regressão para os dados durante todo o período temos:

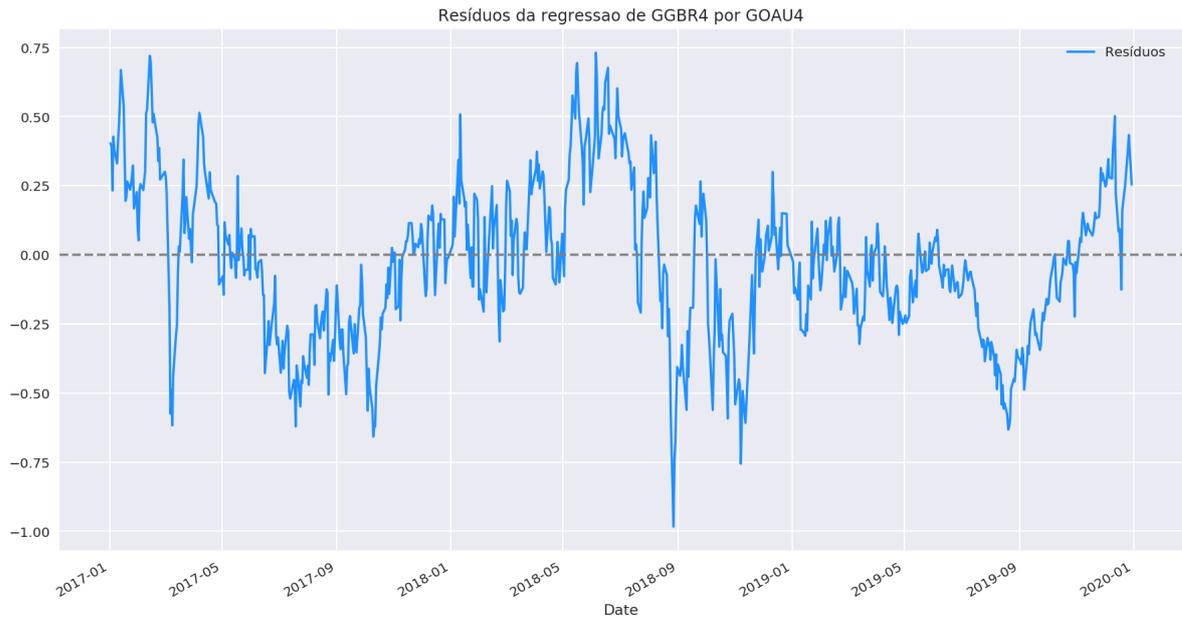


Figura 4.11: Resíduos da regressão entre as séries GGBR4 e GOAU4

Observando a Figura 4.11 temos que existe uma oscilação grande próxima ao valor zero mas com frequência o resíduo passa pelo zero. Olhar somente os valores dos resíduos não gera muitas interpretações, portanto podemos olhar com maior riqueza de valor o gráfico dos resíduos padronizados, pois com isso podemos traçar linhas com base nos desvios padrão, portanto o gráfico dos resíduos padronizados com o limite de  $-1$  e  $+1$  desvio padrão é dado por:

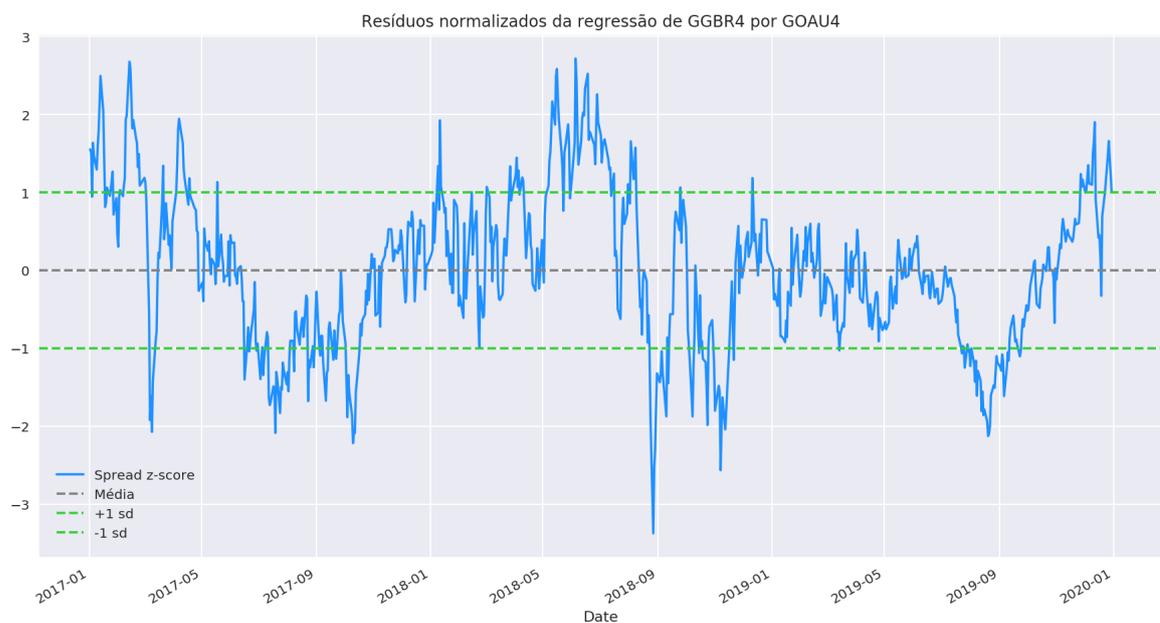


Figura 4.12: Resíduos da regressão entre as séries GGBR4 e GOAU4 normalizados

Na Figura 4.12 temos que os resíduos, como separamos período de OOT e o nosso interesse é avaliar o desempenho dessa estratégia na base de OOT, vamos olhar para este período (OOT).

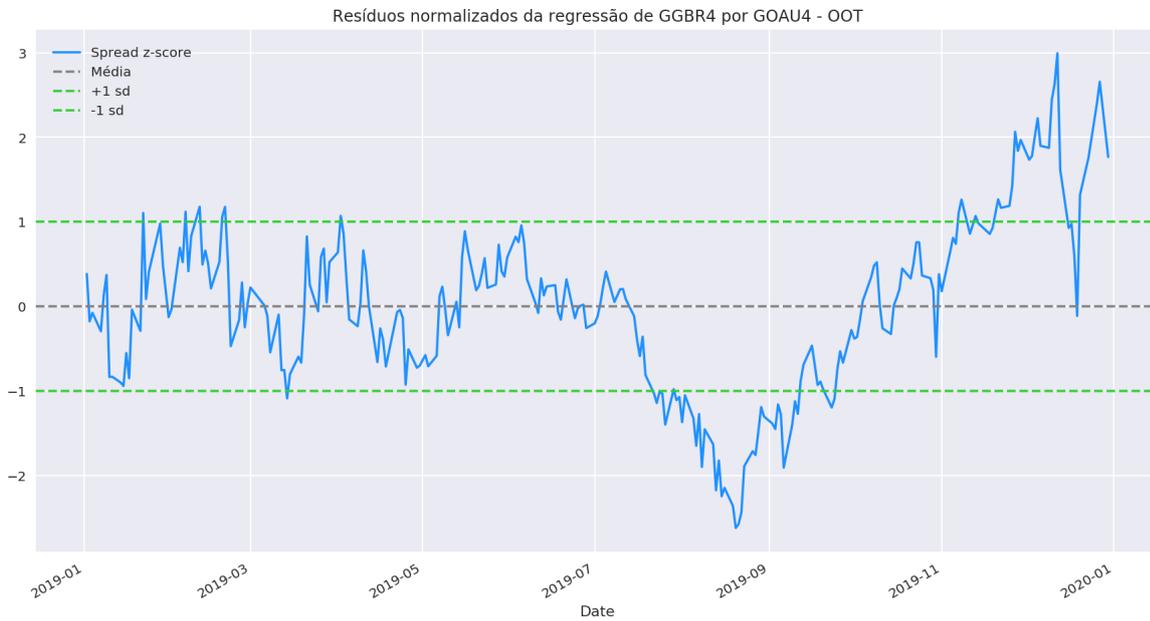


Figura 4.13: Resíduos normalizados - OOT

Analisando a Figura 4.13 já podemos identificar alguns pontos onde é um sinal da nossa estratégia, destacando temos:

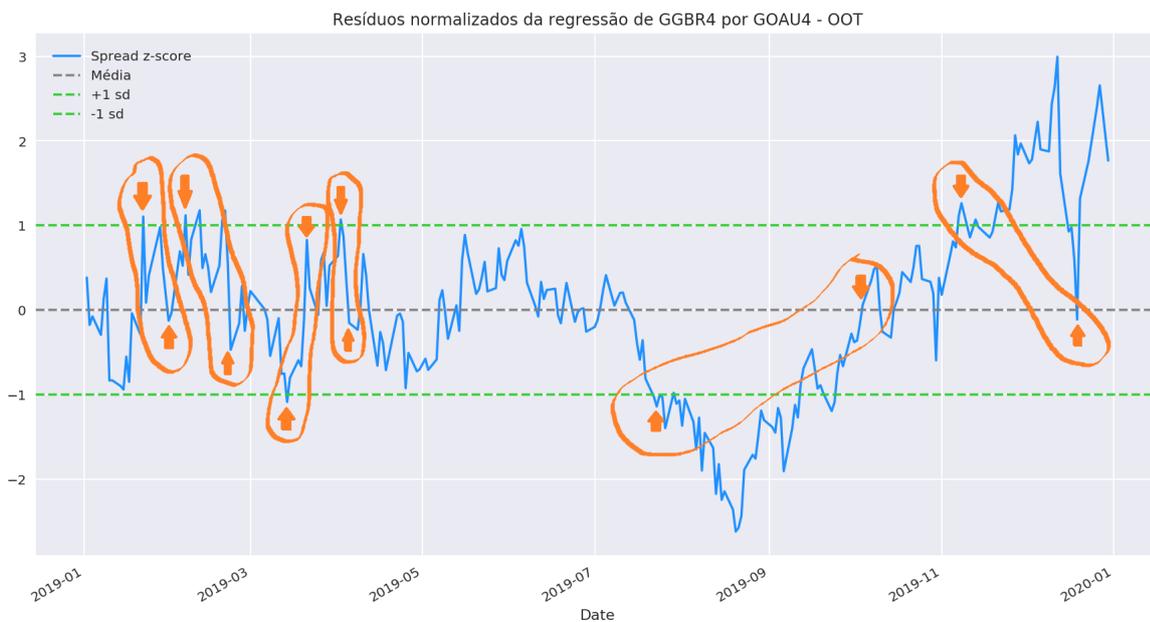


Figura 4.14: Resíduos normalizados - OOT com sinais

Com base na Figura 4.14 temos os momentos em que os resíduos ultrapassou o limite

que definimos e depois retornou para zero, momento em que a operação é desfeita. A operação é criada da seguinte forma, se o valor do resíduo ajustado ultrapassar o limite superior vendemos o ativo A e compramos o ativo B, e caso os resíduos ultrapasse o limite inferior compramos o ativo A e vendemos o ativo B, trazendo para o nosso exemplo, como estamos lidando com GGBR4 e GOAU4, então na primeira operação iremos vender GGBR4 e comprar GOAU4, na segunda operação também iremos vender GGBR4 e comprar GOAU4 e assim por diante. A quantidade das ações que iremos comprar respeita o valor definido pelo  $\hat{\beta}$  encontrados na regressão, ou seja, para cada unidade de GGBR4 que for negociada na bolsa, precisamos negociar 2.115483 de GOAU4, arredondaremos para 2,12. Na tabela a seguir temos os sinais das operações realizadas simultaneamente:

Tabela 4.3: Sinais das operações realizadas

Operação	Data	Compra	Venda	Sinal
1	23/01/2019	GOAU4	GGBR4	entrada
1	01/02/2019	GGBR4	GOAU4	saída
2	07/02/2019	GOAU4	GGBR4	entrada
2	22/02/2019	GGBR4	GOAU4	saída
3	15/03/2019	GGBR4	GOAU4	entrada
3	22/03/2019	GOAU4	GGBR4	saída
4	03/04/2019	GOAU4	GGBR4	entrada
4	08/04/2019	GGBR4	GOAU4	saída
5	23/07/2019	GGBR4	GOAU4	entrada
5	07/10/2019	GOAU4	GGBR4	saída
6	08/11/2019	GOAU4	GGBR4	entrada
6	20/12/2019	GGBR4	GOAU4	saída

Pela Tabela 4.3 podemos observar que a maioria das operações não demoraram muitos dias para serem encerradas, apenas as duas últimas operações apresentaram um período superior aos demais. Buscando não ficar muito tempo com as posições abertas é interessante ter uma estratégia de *stop* para minimizar o risco da cointegração se desfazer durante o ajuste. Buscando quantificar o desempenho dessa metodologia, vamos considerar apenas um aporte inicial no valor de R\$20.000,00 e buscando garantir que a proporção das ações negociadas sejam próxima aos valor encontrado pelo  $\hat{\beta}$  da regressão temos que:

Tabela 4.4: Saldo por operação realizada

Operação	Compra	Qtde.	Valor	Venda	Qtde.	Valor	Saldo
1	GOAU4	2.544	R\$ 4.94	GGBR4	1.200	R\$ 10.87	R\$ 487.51
1	GGBR4	1.200	R\$ 11.05	GOAU4	2.544	R\$ 5.10	-R\$ 281.49
2	GOAU4	2.544	R\$ 4.88	GGBR4	1.200	R\$ 10.80	R\$ 542.19
2	GGBR4	1.200	R\$ 10.66	GOAU4	2544	R\$ 4.97	-R\$ 149.17
3	GGBR4	1.300	R\$ 10.43	GOAU4	2.756	R\$ 4.91	-R\$ 28.40
3	GOAU4	2.756	R\$ 4.99	GGBR4	1.300	R\$ 10.87	R\$ 387.84
4	GOAU4	2.438	R\$ 5.21	GGBR4	1.150	R\$ 11.47	R\$ 504.22
4	GGBR4	1.150	R\$ 11.11	GOAU4	2.438	R\$ 5.18	-R\$ 150.16
5	GGBR4	1.400	R\$ 9.99	GOAU4	2.968	R\$ 4.71	R\$ 3.58
5	GOAU4	2.968	R\$ 4.24	GGBR4	1.400	R\$ 9.23	R\$ 353.75
6	GOAU4	2.756	R\$ 4.87	GGBR4	1.300	R\$ 10.76	R\$ 565.83
6	GGBR4	1.300	R\$ 13.11	GOAU4	2.756	R\$ 6.07	-R\$ 324.49

Para explicar detalhadamente o que foi cada uma das operações presentes na Tabela 4.4 temos as seguintes informações para as operações 1 e 2:

Data 23/01/2019					Data 01/02/2019						
	Ativo		Preço	Montande Total		Ativo		Preço	Montande Total		
Vende	GGBR4	1200	R\$ 10.87	1	R\$ 13,047.63	Compra	GGBR4	1200	R\$ 11.05	-1	-R\$ 13,257.40
Compra	GOAU4	2544	R\$ 4.94	-1	-R\$ 12,560.12	Vender	GOAU4	2544	R\$ 5.10	1	R\$ 12,975.91
				Lucro da operação	R\$ 487.51					Lucro da operação	-R\$ 281.49
										Lucro	<b>R\$ 206.02</b>
										%	<b>1.0%</b>
<b>Montante Final</b>				<b>R\$ 20,206.02</b>							
				Margem da operação	R\$ 19,449.57						
Data 07/02/2019					Data 22/02/2019						
	Ativo		Preço	Montande Total		Ativo		Preço	Montande Total		
Vende	GGBR4	1200	R\$ 10.80	1	R\$ 12,963.72	Compra	GGBR4	1200	R\$ 10.66	-1	-R\$ 12,795.91
Compra	GOAU4	2544	R\$ 4.88	-1	-R\$ 12,421.53	Vender	GOAU4	2544	R\$ 4.97	1	R\$ 12,646.74
				Lucro da operação	R\$ 542.19					Lucro da operação	-R\$ 149.17
										Lucro	<b>R\$ 393.03</b>
										%	<b>1.9%</b>
<b>Montante Final</b>				<b>R\$ 20,599.04</b>							

Figura 4.15: Cálculo Financeiro das operações 1 e 2.

Para as operações 3 e 4 o mesmo pode ser observado na Figura 4.16:

Data 15/03/2019						Data 22/03/2019						
Compra	Ativo		Preço		Montante Total	Vende	Ativo		Preço		Montante Total	
	GGBR4	1300	R\$ 10.43	-1	-R\$ 13,561.60		GGBR4	1300	R\$ 10.87	1	R\$ 14,128.95	
Vende	GOAU4	2756	R\$ 4.91	1	R\$ 13,533.19	Compra	GOAU4	2756	R\$ 4.99	-1	-R\$ 13,741.10	
					Lucro da operação						Lucro da operação	R\$ 387.84
					Margem da operação						Lucro	<b>R\$ 359.44</b>
											%	<b>1.7%</b>
<b>Montante Final</b>												
<b>R\$ 20,958.48</b>												

---

Data 03/04/2019						Data 08/04/2019						
Vende	Ativo		Preço		Montante Total	Compra	Ativo		Preço		Montante Total	
	GGBR4	1150	R\$ 11.47	1	R\$ 13,194.86		GGBR4	1150	R\$ 11.11	-1	-R\$ 12,773.92	
Compra	GOAU4	2438	R\$ 5.21	-1	-R\$ 12,690.64	Vende	GOAU4	2438	R\$ 5.18	1	R\$ 12,623.76	
					Lucro da operação						Lucro da operação	-R\$ 150.16
					Margem da operação						Lucro	<b>R\$ 354.06</b>
											%	<b>1.7%</b>
<b>Montante Final</b>												
<b>R\$ 21,312.54</b>												

Figura 4.16: Cálculo Financeiro das operações 3 e 4.

Para as duas últimas operações, temos os cálculos dados por:

Data 23/07/2019						Data 07/10/2019						
Compra	Ativo		Preço		Montante Total	Vende	Ativo		Preço		Montante Total	
	GGBR4	1400	R\$ 9.99	-1	-R\$ 13,986.22		GGBR4	1400	R\$ 9.23	1	R\$ 12,928.39	
Vende	GOAU4	2968	R\$ 4.71	1	R\$ 13,989.79	Compra	GOAU4	2968	R\$ 4.24	-1	-R\$ 12,574.63	
					Lucro da operação						Lucro da operação	R\$ 353.75
					Margem da operação						Lucro	<b>R\$ 357.33</b>
											%	<b>1.7%</b>
<b>Montante Final</b>												
<b>R\$ 21,669.87</b>												

---

Data 08/11/2019						Data 20/12/2019						
Vende	Ativo		Preço		Montante Total	Compra	Ativo		Preço		Montante Total	
	GGBR4	1300	R\$ 10.76	1	R\$ 13,984.17		GGBR4	1300	R\$ 13.11	-1	-R\$ 17,043.89	
Compra	GOAU4	2756	R\$ 4.87	-1	-R\$ 13,418.34	Vende	GOAU4	2756	R\$ 6.07	1	R\$ 16,719.40	
					Lucro da operação						Lucro da operação	-R\$ 324.49
					Margem da operação						Lucro	<b>R\$ 241.34</b>
											%	<b>1.1%</b>
<b>Montante Final</b>												
<b>R\$ 21,911.21</b>												

Figura 4.17: Cálculo Financeiro das operações 5 e 6.

Com base na Tabela 4.4 e as Figuras 4.15, 4.16 e 4.17 podemos analisar os resultados consolidados por cada operação, temos que:

Tabela 4.5: Saldo por operação realizada

<b>Operação</b>	<b>Saldo Carteira (R\$)</b>	<b>Lucro/Prejuízo</b>	<b>Lucro (%)</b>
1	R\$ 20,000.00	R\$ 206.02	1.0%
2	R\$ 20,206.02	R\$ 393.03	1.9%
3	R\$ 20,599.04	R\$ 359.44	1.7%
4	R\$ 20,958.48	R\$ 354.06	1.7%
5	R\$ 21,312.54	R\$ 357.33	1.7%
6	R\$ 21,669.87	R\$ 241.34	1.1%
-	R\$ 21,911.21	-	-

Pela Tabela 4.5 temos que em média o retorno de cada operação foi de 1.5% por operação, esse resultado é bastante animador, a medida que haja um aumento no capital alocado na operação o seu retorno financeiro será maior. Também podemos observar que após as operações realizadas resultamos com saldo em carteira de R\$ 21,911.21, o que corresponde a R\$ 1,911.21 de lucro, na qual representa uma valorização de aproximadamente 10%, a princípio pode parecer um resultado pouco expressivo, mas comparado com outros investimentos parece ser bastante promissor. Um exemplo já citado neste texto é em relação a poupança, onde o retorno anual da poupança foi de 4.26% no ano de 2019, se fazermos a correção pela inflação do período, o resultado é desanimador, a inflação foi de 4.31%, ou seja, o resultado final é uma desvalorização de 0.05%.

Tabela 4.6: Saldo por operação realizada

<b>Operação</b>	<b>M. Inicial (R\$)</b>	<b>M. Final (R\$)</b>	<b>Saldo (R\$)</b>	<b>Lucro (%)</b>
<i>Long and Short</i>	R\$ 20,000.00	R\$ 21,911.21	R\$ 1,911.21	10%
Poupança	R\$ 20,000.00	R\$ 19,990.00	-R\$ 10.00	-0.05%

Embora a poupança possa parecer uma opção segura, ela pode não ser a mais lucrativa. A desvalorização da poupança é uma tendência preocupante. Se os brasileiros continuarem a investir predominantemente na poupança, eles podem estar perdendo dinheiro ao longo dos anos. É crucial que os investidores estejam cientes das várias opções de investimento disponíveis e considerem diversificar seus portfólios para maximizar seus retornos.

Deste modo, podemos concluir que a operação de *long and short* por cointegração apresentou resultados promissores, uma vez que durante os testes as operações mostraram

potencial de retorno positivo. Vale destacar que neste tipo de análise tomamos cuidado apenas com os valores alocados em cada operação, para um estudo na prática devemos levar em consideração o valor do aluguel das ações que são vendidas, em geral, para ações com liquidez alta, o aluguel fica em torno de 1% ao ano do montante negociado, com base nos volumes financeiros apresentados aqui optamos por não considerar no cálculo. Outro ponto que devemos tomar bastante atenção é com relação ao pagamento de Imposto de Renda sobre o lucro obtido na bolsa, o imposto recolhido é de 15% para *swing trade* e 20% para operações de *day trade*.



# Capítulo 5

## Conclusões

Neste trabalho abordamos a técnica de *long and short* por cointegração através de um par de ações da bolsa de valores brasileira, sendo essas ações GGBR4 e GOAU4 no período de 2017 à 2019 que representam a Gerdau S./A. e a Metalúrgica Gerdau S./A., respectivamente. Primeiramente trouxemos informações com relação ao mercado financeiro e produtos disponíveis para investimentos além de explicar os diferentes tipos de *trading*. Para a elaboração deste estudo utilizamos metodologias como análise de séries temporais e modelos de regressão visto durante a graduação.

A técnica de cointegração mostrou-se bastante eficiente para a obtenção de ganho de capital através de ações, temos o retorno em média de 1.5% por operação o que é bastante considerável visto que outros investimentos não apresentam tais números. No presente estudo utilizamos apenas um único par e podemos observar que teve bastante período que o par não deu sinal de entrada, ou seja, teve momento sem nenhuma operação. Na prática, na vida real isso não acontece, pois buscamos monitorar inúmeros pares de ativos cointegrados de modo a buscar operar com maior frequência visto que em geral as posições não costumam ser muito longas pois a metodologia é uma reversão a média dos resíduos, atendendo os pressupostos os resíduos são estacionários e conseqüentemente próximo a zero com maior frequência, devido a complexidade de replicar o cenário real neste trabalho focamos em compreender a técnica utilizando apenas um par.

Sendo assim, temos que operar *long and short* por cointegração pode ser uma estratégia buscando gerar ganho de capital, visto que esse tipo de operação se mostrou consistente com relação aos retornos obtidos.

Finaliza-se como ideia futura para novos estudos abordar essa estratégia mesma frente a outros indicadores e ou produtos de investimentos, e por não depender de tendência

essa estratégia, pois a ideia é buscar distorções nos preços dos ativos pode-se testar essa estratégia no período de pandemia pois foi um período de muita incerteza no mercado financeiro e avaliar o desempenho dessa estratégia frente a um cenário pouco usual. Outro tipo de estudo que pode originar a partir daqui é o estudo desta estratégia em outros ativos como opções e criptomoedas.

# Referências Bibliográficas

- AgênciaBrasil (2018). Pesquisa mostra que 58% dos brasileiros não têm investimentos. <https://agenciabrasil.ebc.com.br/economia/noticia/2018-08/pesquisa-mostra-que-58-dos-brasileiros-nao-tem-investimentos>. 31 de Agosto, 2018.
- ASSAF NETO, A. (2019). *Mercado financeiro*. São Paulo: Atlas. - 14. ed. - [2. Reimpr.].
- Box e Jenkins (1976). *Time Series Analysis, forecasting and control*. San Francisco: Holden-Day.
- BTG-Pactual (2019). Ações: o que é e como funciona a estratégia de long and short. <https://www.btgpactualdigital.com/blog/coluna-andre-bona/acoes-o-que-e-e-como-funciona-a-estrategia-de-long-short>. 10 de Setembro, 2019.
- Capitalizo (2020). Long e short – entenda como funciona. <https://capitalizo.com.br/long-e-short/>. 23 de junho, 2020.
- da Economia, M. (2021). Brasil superou os impactos econômicos da pandemia e está pronto para crescer. Recuperado em 16 julho 2023, de <https://www.gov.br/economia/pt-br/assuntos/noticias/2021/julho/brasil-superou-os-impactos-economicos-da-pandemia-e-esta-pronto-para-crescer>.
- do Comércio, D. (s.d.). O impacto da pandemia nos mercados financeiros. Recuperado em 16 julho 2023, de <https://diariodocomercio.com.br/economia/o-impacto-da-pandemia-nos-mercados-financeiros>.
- DUTRA, C. N. (2016). Operações de long & short no mercado de ações brasileiro como estratégia de investimento em cenários de alta volatilidade. *Especialista em Finanças e Mercado de Capitais*, page 27. Universidade Regional do Nordeste do Estado do Rio Grande do Sul, Santa Rosa, 2016.

FIA (2020). Mercado financeiro e o coronavírus: histórico, impactos e projeções.

GuiaInvest (2019). Investir não É para ricos, investir torna você rico. <https://site.guiainvest.com.br/investir-torna-voce-rico/:text=Equipe%20Guiainvest&textSem%20d%C3%BAvidas%20um%20dos%20principais-aumentar%20ainda%20mais%20seus%20patrim%C3%B4nios.&text=Acontece%20que%20investir%20n%C3%A3o%20%C3%A9%20para%20ricos%2C%20investir%20torna%20voc%C3%AA%20rico>. 14 de Janeiro, 2019.

Hamilton, J. D. (1994). *Time Series Analysis*. Princeton university press, New Jersey.

InfoMoney (2021). Long and short. Recuperado em 16 julho 2023, de, <https://www.infomoney.com.br/onde-investir/long-and-short-entenda-como-funciona-essa-estrategia-de-investimento/>.

ITAÚ-Corretora (2018). Long short. <https://www.itaucorretora.com.br/nossosservicos/long-short.aspx>. 17 de Setembro, 2020.

Kutner, M. H., Nachtsheim, C. J., Neter, J., Li, W. e other (1989). *Applied linear statistical models*. McGraw-Hill Irwin New York, second edition.

Morettin, Pedro A. e Toloi, C. M. (2004). *Análise de Séries Temporais*. Edgard Blucher.

Silva, J. (2023). O que é poupança e como funciona.

TORO Investimentos (2019). Perfil de investidor - você é conservador, moderado ou arrojado? <https://blog.toroinvestimentos.com.br/perfil-de-investidor-conservador-moderado-arrojado>. 07 de Outubro, 2019.