UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO CARLOS – UFSCAR CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E DE TECNOLOGIA – CCET DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECÂNICA – DEMEC

LUCAS THOMÉ BRILHANTE GALVÃO

# ANÁLISE COMPUTACIONAL DE SISTEMA MECÂNICO E FADIGA DE MOLAS EM SUSPENSÕES DE VEÍCULOS OFF-ROAD BAJA SAE



SÃO CARLOS 2022

# LUCAS THOMÉ BRILHANTE GALVÃO

# ANÁLISE COMPUTACIONAL DE SISTEMA MECÂNICO E FADIGA DE MOLAS EM SUSPENSÕES DE VEÍCULOS OFF-ROAD BAJA SAE

Trabalho de conclusão de curso apresentada ao Curso de Graduação em Engenharia Mecânica da Universidade Federal de São Carlos, para obtenção do título de Bacharel em Engenharia Mecânica.

Orientador: Prof. Dr. Sidney Bruce Shiki

São Carlos 2022

Lucas Thomé Brilhante Galvão

\*

Análise computacional de sistema mecânico e fadiga de molas em suspensões de veículos off-road Baja SAE/ Lucas Thomé Brilhante Galvão. – São Carlos, 2022-

81p. : il. (algumas color.) ; 30 cm.

Orientador: Prof. Dr. Sidney Bruce Shiki

Trabalho de conclusão de curso – Universidade Federal de São Carlos – UFSCar Centro de Ciências Exatas e de Tecnologia – CCET Departamento de Engenharia Mecânica – DEMec, 2022.

1. Análise de fadiga. 2. Baja SAE. 3. Vehicle Noise, Vibration, Harshness I. Prof. Dr. Sidney Bruce Shiki II. Universidade Federal de São Carlos - UFSCar. III. Centro de Ciências Exatas e de Tecnologia - CCET. IV. Departamento de Engenharia Mecânica - DEMec. IV. Análise computacional de sistema mecânico e fadiga de molas em suspensões de veículos off-road Baja SAE

15/12/2022 18:05

SEI/FUFSCar - 0898214 - Grad: Defesa TCC: Folha Aprovação



#### FUNDAÇÃO UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO CARLOS

#### COORDENAÇÃO DO CURSO DE ENGENHARIA MECÂNICA - CCEMec/CCET

Rod. Washington Luís km 235 - SP-310, s/n - Bairro Monjolinho, São Carlos/SP, CEP 13565-905 Telefone: (16) 33519703 - http://www.ufscar.br

DP-TCC-FA nº 43/2022/CCEMec/CCET

#### Graduação: Defesa Pública de Trabalho de Conclusão de Curso

Folha Aprovação (GDP-TCC-FA)

FOLHA DE APROVAÇÃO

#### LUCAS THOMÉ BRILHANTE GALVÃO

### ANÁLISE COMPUTACIONAL DE SISTEMA MECÂNICO E FADIGA DE MOLAS EM SUSPENSÕES DE VEÍCULOS OFF-ROAD BAJA SAE

Trabalho de Conclusão de Curso

Universidade Federal de São Carlos – Campus São Carlos

São Carlos, 15 de dezembro de 2022

#### **ASSINATURAS E CIÊNCIAS**

Cargo/Função	Nome Completo
Orientador	Sidney Bruce Shiki
Membro da Banca 1	João Vitor de Carvalho Fontes
Membro da Banca 2	Luis Antonio Oliveira Araujo
Seil assinatura eletrónica P Documento oficial de B Documento conforme h	o assinado eletronicamente por <b>Sidney Bruce Shiki</b> , <b>Docente</b> , em 15/12/2022, às 17:55, conforme horário rasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do <u>Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015</u> . o assinado eletronicamente por <b>Luis Antonio Oliveira Araujo</b> , <b>Docente</b> , em 15/12/2022, às 17:55, norário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do <u>Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015</u> .
Seil Documento	o assinado eletronicamente por <b>Joao Vitor de Carvalho Fontes</b> , <b>Docente</b> , em 15/12/2022, às 17:56, Iorário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do <u>Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015</u> .

 $https://sei.ufscar.br/sei/controlador.php?acao=documento\_imprimir\_web\&acao\_origem=arvore\_visualizar\&id\_documento=1006453\&infra\_sistem\dots 1/2$ 

15/12/2022 18:05

SEI/FUFSCar - 0898214 - Grad: Defesa TCC: Folha Aprovação



A autenticidade deste documento pode ser conferida no site <u>https://sei.ufscar.br/autenticacao</u>, informando o código verificador **0898214** e o código CRC **B75C19AD**.

Referência: Caso responda a este documento, indicar expressamente o Processo nº 23112.042807/2022-71

SEI nº 0898214

Modelo de Documento: Grad: Defesa TCC: Folha Aprovação, versão de 02/Agosto/2019

Dedico este trabalho à minha família e amigos que me acompanharam durante minha jornada.

# AGRADECIMENTOS

Antes de tudo, agradeço à minha família, que tornou possível minha educação e possibilitoume aproveitar as oportunidades que tive na vida. Agradeço à Ordem DeMolay por proporcionarme amadurecimento e apresentar-me relações de irmandade com irmãos da ordem. Agradeço aos meus amigos que fizeram parte das fases da vida que trilhei. Agradeço aos profissionais da saúde que deram suporte a minha saúde mental. Agradeço àqueles que passaram dias e noites conversando comigo, presencial ou virtualmente, e ajudaram a mitigar minha dor. Agradeço ao Professor Bruce pela orientação e paciência durante vários trabalhos da faculdade.

"So I turn out the lights and lay there in the dark; And the thought crosses my mind; If I never wake up in the morning Would she ever doubt the way I feel; About her in my heart."

Garth Brooks - If Tomorrow Never Comes

### **RESUMO**

Veículos off-road são projetados e construídos por equipes de estudantes em projetos de extensão acadêmicos de engenharia para suportar diversos obstáculos e terrenos adversos, normalmente sem pavimento, de difícil circulação com veículos de passeio usuais. O projeto e o veículo são apresentados e avaliados perante juízes das competições regionais, nacionais e internacionais, organizadas pela SAE (Society of Automotive Engineers - Sociedade de Engenheiros Autônomos). Para garantir a segurança do piloto, além de seguir o regulamento da competição, é necessário avaliar os componentes considerando as cargas que serão aplicadas e o ambiente em que o veículo será inserido. Nessas avaliações, se busca um valor quantitativo para permitir estabelecer metas, conseguir estimar limites e poder validá-los. Nessa perspectiva, a análise de fadiga é necessária para estimar os limites considerando que o veículo será requisitado repetidas vezes, como na prova de resistência do Enduro, corrida com duração de 4 horas consecutivas. Nesse sentido, são feitas simulações com modelos representativos do veículo, usualmente construído por um sistema dinâmico discreto. A análise modal fornece as frequências de ressonância do modelo, que podem ser utilizadas para avaliar pontos críticos suscetíveis a carregamento. Realizando uma análise de sistema dinâmico, considerando como entrada as variações de um terro arbitrário, obteve-se a análise modal, calculou-se as tensões nas molas da suspensão e estimou-se o dano por fadiga causado pelo carregamento nas molas. Assim, o objetivo deste trabalho é apresentar uma forma de estimar o limite de fadiga do veículo.

Palavras-chave: Análise modal. Fadiga em molas. Baja SAE.

### ABSTRACT

Off-road vehicles are built to bear diverse obstacles and adverse terrains, normally without pavement, difficult to circulate in usual passenger vehicles. Baja SAE vehicles are designed and built by student teams of academic extension programs on engineering under-graduation. The project and vehicle are presented to, and evaluated by judges of regional, national and international competitions. To assure pilot's safety, besides follow the competition regulation, It is necessary to evaluate vehicle components considering repetitive loads and the environment it will be inserted. On that basis, a quantitative parameter is desired to establish goals, estimate limits and validate them afterwards. So, fatigue analysis is necessary to estimate limits considering that the vehicle will bear loads repeatedly, as in the resistance test of Enduro, 4 hours long race. Then, simulations are made with representative models, commonly consisting in a dynamic system with mass-spring-damp. Modal analysis shows natural frequencies of model, which can be used as critical cases to likely fracture. Analysing a dynamic system, considering arbitrary soil variations as input, was gotten the modal analysis, stress on springs was calculated and an index of fatigue damage was estimated to springs based on input.

Keywords: Modal analysis. Fatigue on springs. Baja SAE.

# LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Caracterização das molas helicoidais	. 19
Figura 2 – Tipos de molas helicoidais	. 20
Figura 3 – Modelo veículo completo	. 24
Figura 4 – Figura esquemática do modelo de carro completo evidenciando elementos	
discretos	. 24
Figura 5 – Curva tensão x tempo	. 32
Figura 6 – Picos e vales da curva tensão x tempo	. 33
Figura 7 – Histograma das tensões médias por ciclo	. 33
Figura 8 – Método rainflow	. 34
Figura 9 – Curva S-N	. 35
Figura 10 – Índice de dano de Palmgren-Miner	. 35
Figura 11 – Regra de Palmgren-Miner	. 36
Figura 12 – Percurso das rodas - Valeta	. 39
Figura 13 – Deslocamento das rodas - Valeta	. 39
Figura 14 – Percurso das rodas - Costeleta em fase	. 40
Figura 15 – Deslocamento das rodas - Costeleta em fase	. 40
Figura 16 – Percurso das rodas - Costeleta defasada	. 41
Figura 17 – Deslocamento das rodas - Costeleta defasada	. 41
Figura 18 – Percurso das rodas - Montanha	. 42
Figura 19 – Deslocamento das rodas - Montanhaa	. 42
Figura 20 – Modos de vibração	. 43
Figura 21 – Deslocamento do CG, Arfagem e Rolagem - Valeta	. 45
Figura 22 – Deslocamento das 4 rodas - Valeta	. 45
Figura 23 – Tensão nas 4 molas - Valeta	. 46
Figura 24 – Análise Fadiga Mola dianteira esquerda - Valeta	. 47
Figura 25 – Análise Fadiga Mola dianteira direita - Valeta	. 47
Figura 26 – Análise Fadiga Mola traseira direita - Valeta	. 48
Figura 27 – Análise Fadiga Mola dianteira esquerda - Valeta	. 48
Figura 28 – Deslocamento do CG, Arfagem e Rolagem - Costeleta em fase	. 50
Figura 29 – Deslocamento das 4 rodas - Costeleta em fase	. 50
Figura 30 – Tensão nas 4 molas - Costeleta em fase	. 51
Figura 31 – Análise Fadiga Mola dianteira esquerda - Costeleta em fase	. 52
Figura 32 – Análise Fadiga Mola dianteira direita - Costeleta em fase	. 52
Figura 33 – Análise Fadiga Mola traseira direita - Costeleta em fase	. 53
Figura 34 – Análise Fadiga Mola dianteira esquerda - Costeleta em fase	. 53
Figura 35 – Deslocamento do CG, Arfagem e Rolagem - Costeleta defasada	. 55

Figura 36 – Deslocamento das 4 rodas - Costeleta defasada	55
Figura 37 – Tensão nas 4 molas - Costeleta defasada	56
Figura 38 – Análise Fadiga Mola dianteira esquerda - Costeleta defasada	57
Figura 39 – Análise Fadiga Mola dianteira direita - Costeleta defasada	57
Figura 40 – Análise Fadiga Mola traseira direita - Costeleta defasada	58
Figura 41 – Análise Fadiga Mola dianteira esquerda - Costeleta defasada	58
Figura 42 – Deslocamento do CG, Arfagem e Rolagem - Montanha	60
Figura 43 – Deslocamento das 4 rodas - Montanha	60
Figura 44 – Tensão nas 4 molas - Montanha	61
Figura 45 – Análise Fadiga Mola dianteira esquerda - Montanha	62
Figura 46 – Análise Fadiga Mola dianteira direita - Montanha	62
Figura 47 – Análise Fadiga Mola traseira direita - Montanha	63
Figura 48 – Análise Fadiga Mola dianteira esquerda - Montanha	63

# LISTA DE TABELAS

Tabela 1	-	Parâmetros de um veículo Baja SAE	. 37
Tabela 2	_	Parâmetros geométricos das molas	. 37
Tabela 3	_	Parâmetros material das molas	. 38
Tabela 4	_	Pré-carga das molas	. 38
Tabela 5	_	Frequências naturais	. 44
Tabela 6	_	Dano pelo obstáculo - Valeta	. 49
Tabela 7	_	Dano pelo obstáculo - Costeleta em fase	54
Tabela 8	_	Dano pelo obstáculo - Costeleta defasada	. 59
Tabela 9	_	Dano pelo obstáculo - Montanha	. 64

# LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

SAE	Sociedade de Engenheiros Autônomos
CG	Centro de Gravidade
curva S-N	Curva Tensão - Número de ciclos
NVH	Noise, Vibration and Harshness (ruído, vibração e aspereza)

# LISTA DE SÍMBOLOS

m	Massa do carro
$m_f$	Massa da roda frontal
<i>m<sub>r</sub></i>	Massa da roda traseira
$I_{\chi}$	Momento de inércia longitudinal
$I_y$	Momento de inércia lateral
$a_1$	Distância entre o centro de gravidade e o eixo frontal
<i>a</i> <sub>2</sub>	Distância entre o centro de gravidade e o eixo traseiro
$b_1$	Distância entre o centro de gravidade e a roda esquerda
$b_2$	Distância entre o centro de gravidade e a roda direita
$k_f$	Rigidez da suspensão frontal
k <sub>r</sub>	Rigidez da suspensão traseira
k <sub>R</sub>	Rigidez da barra anti-rolagem
$k_{t_f}$	Rigidez do pneu frontal
k <sub>tr</sub>	Rigidez do pneu traseiro
$c_f$	Amortecimento da suspensão frontal
C <sub>r</sub>	Amortecimento da suspensão frontal
x	Deslocamento do centro de gravidade
ż	Velocidade do centro de gravidade
<i>X</i>	Aceleração do centro de gravidade
Уn	Sinal de entrada na roda <i>n</i>
<i>x</i> <sub><i>n</i></sub>	Deslocamento da roda n
φ	Rolagem (giro esquerda/direita)
θ	Arfagem (giro frontal/traseira)
$M_R$	Momento torçor de anti-rolagem

ω	Frequência de ressônancia
m	Matriz de massa
k	Matriz de rigidez
c	Matriz de amortecimento
$\Delta x(n)$	Elongação da mola <i>n</i>
τ	Tensão de cisalhamento
K <sub>B</sub>	Coeficiente de correção de Bergsträsser
С	Índice da mola
D	Diâmetro da espiral da mola
d	Diâmetro do fio da mola
$S_{ut}$	Tensão do limite de ruptura
S <sub>sy</sub>	Tensão limite aceitável segundo Samonov

# SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	17
1.1	OBJETIVOS GERAIS	18
1.2	OBJETIVOS ESPECÍFICOS	18
2	REVISÃO DA LITERATURA	19
2.1	CARACTERIZAÇÃO DAS MOLAS	19
2.2	SUSPENSÃO E UTILIZAÇÃO DE MOLAS	20
2.3	FADIGA	21
2.4	ANÁLISE DE VIBRAÇÕES E DINÂMICA DE ESTRUTURAS	22
3	MATERIAIS E MÉTODOS	24
3.1	MODELO UTILIZADO	24
3.2	PARÂMETROS UTILIZADOS	37
3.3	OBSTÁCULOS CONSIDERADOS	38
3.3.1	Valeta	39
3.3.2	Costeleta em fase	40
3.3.3	Costeleta defasada	41
3.3.4	Montanha	42
4	RESULTADOS	43
4.1	FREQUÊNCIA NATURAL E MODOS DE VIBRAÇÃO	43
4.2	OBSTÁCULO - VALETA	45
4.3	OBSTÁCULO - COSTELETA EM FASE	50
4.4	OBSTÁCULO - COSTELETA DEFASADA	55
4.5	OBSTÁCULO - MONTANHA	60
4.6	CONSIDERAÇÕES	64
5	CONCLUSÃO	65
	REFERÊNCIAS	66
	APÊNDICE A – ROTINA COMPUTACIONAL MATLAB	68

# 1 INTRODUÇÃO

Desenvolvido por estudantes de Engenharia, o Baja SAE é um projeto que visa a aplicação de conceitos acadêmicos teóricos com o intuito de projetar um veículo off-road de competição, preparando os alunos para o mercado de trabalho (SAE, 2022). Ao participar do programa Baja SAE, o aluno se envolve com um caso real de desenvolvimento de um veículo off road, desde sua concepção, projeto detalhado, construção e testes (ZOTTI; LENZ; SOUZA, 2020).

O projeto Baja SAE foi criado inicialmente na Universidade da Carolina do Sul, Estados Unidos, tendo realizado a primeira competição em 1976 (SAE, 2022). As atividades da SAE BRASIL iniciaram-se no ano de 1991, lançando o Projeto Baja SAE BRASIL apenas em 1994. No ano seguinte, em 1995, foi realizado a primeira competição nacional, na pista Guido Caloi, bairro do Ibirapuera, cidade de São Paulo, tendo a competição transferida para o Autódromo de Interlagos no próximo ano, onde ficaria até o ano de 2002 (SAE, 2022).

A partir de 2003 a competição passou a ser realizada em Piracicaba, interior de São Paulo, no ECPA – Esporte Clube Piracicabano de Automobilismo, onde desde 1997 a SAE BRASIL também apoia a realização de eventos regionais do Baja SAE BRASIL, através de suas Seções Regionais. Desde então, dezenas de eventos foram realizados em vários estados do país como Rio Grande do Sul, São Paulo, Minas Gerais e Bahia (SAE, 2022).

Veículos off-road projetados no BAJA SAE BRASIL possuem grandes requisitos individuais quanto às solicitações mecânicas, tornando o projeto de suspensão mais restritivo (MINOZZO, 2012). A suspensão é definida como um conjunto de peças que realiza a transmissão de energia da excitação do solo ao veículo conferindo dirigibilidade e conforto (MINOZZO, 2012; DEODATO, 2019).

Esse sistema compõe um conjunto de molas e amortecedores que podem ser considerados como um filtro mecânico, podendo permitir ou rejeitar faixas de frequências do espectro da excitação do solo (MINOZZO, 2012). Com isso, a suspensão é um item fundamental proporcionar a estabilidade necessária ao veículo em freadas, curvas e em situações em que o carro precise de estabilidade e controle da direção, tendo como principal componente de uma suspensão a mola (DEODATO, 2019).

A principal diferença de carga nas rodas de um mesmo eixo pode ser alterada, independente da distribuição de carga propiciada pela posição do centro de gravidade. Para isso, utiliza-se eixos dianteiro e traseiro com diferentes tipos de suspensão e rigidez de molas, tendo a rigidez podendo ser modificada pela escolha de molas propriamente ditas e pelo uso de estabilizadores (NICOLAZZI; ROSA; LEAL, 2001). Sem as molas e amortecedores, o desconforto seria muito grande, além de comprometer a vida útil do veículo que diminuiria muito com os impactos transferidos (DEODATO, 2019). A mola é um elemento que tem como principal função armazenar energia mecânica. Como a maioria dos problemas relacionados a projeto sobre elementos de máquinas requerem iterações, o que demanda muito tempo e energia, a utilização de rotinas computacionais para obtenção de resultados mais rápidos e precisos se torna assim, uma excelente opção nesses casos (CAVALCANTI, 2020).

Peças sujeitas à fadiga estão normalmente submetidas a esforços que se repetem com regularidade dentro de certa amplitude, estes esforços resultam em tensões cíclicas. Um parâmetro importante para os projetos mecânicos é a quantidade de ciclos de aplicação de uma determinada tensão que o componente consegue suportar até a falha. A quantidade de ciclos até a falha divide o estudo de fadiga entre de baixo e alto ciclo (YAN, 2011).

A fadiga de baixo ciclo é caracterizada por altas tensões e uma baixa quantidade de repetições até a falha. O número de ciclos que o componente suporta restringe-se geralmente à faixa entre 104 e 106 (CARNEIRO, 2002). Altas tensões presentes em falhas de fadiga de baixo ciclo não são necessariamente superiores ao limite de escoamento (YAN, 2011).

Com a alta solicitação de eficiência dinâmica durante provas em competições realizadas pela Baja SAE, estudar um modelo simplificado para representar um veículo Baja SAE e o comportamento do sistema aplicando como entrada um deslocamento nos pneus caracterizase como uma solução eficiente, podendo auxiliar futuras equipes em suas fases de projeto, permitindo ao mesmo uma maior compreensão da fadiga as molas da suspensão do veículo.

# 1.1 OBJETIVOS GERAIS

O objetivo principal desta presente monografia é encontrar um modelo simplificado para representar um veículo Baja SAE e o comportamento do sistema aplicando como entrada um deslocamento nos pneus. Verificar a influência de diferentes entradas e analisar com relação a fadiga as molas da suspensão do veículo. Dessa forma, apresentar uma forma de estimar a falha por fadiga nesse sistema, dado um deslocamento arbitrário e com resultados quantitativos, possíveis de validar.

## **1.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS**

- a análise modal do sistema (frequência natural e modo de vibração);
- elongação das molas;
- índice de dano para cada mola;
- número de repetições permitidas;

# 2 REVISÃO DA LITERATURA

A revisão bibliográfica que será apresentada a seguir busca discutir as diversas abordagens presentes na literatura no que diz respeito a análises de fadiga por vibração mecânica em estruturas e a partir delas, identificar as necessidades específicas do projeto.

# 2.1 CARACTERIZAÇÃO DAS MOLAS

As molas podem ser definidas como estruturas ou dispositivos que exibem deformação elástica quando carregados e que recuperam a sua configuração inicial quando a carga é removida (COLLINS; BUSBY; STAAB, 2009; DEODATO, 2019). Projetadas para promoverem força de tração, as molas ainda são responsáveis pela compressão ou um torque, ou ainda com funcionalidade de reservar energia (DEODATO, 2019). Sendo constituídas por fios redondos ou retangulares dobrados, as molas podem apresentar formatos de barra plana ou espiras. As molas de fio geralmente aparecem na forma de molas helicoidais de compressão helicoidais de tração, helicoidais de torção e formas encomendadas; enquanto molas planas são geralmente do tipo em balanço ou vigas bi-apoiadas e podem ter diferentes formas (NORTON, 2013). A Figura 1 apresenta as principais características das molas helicoidais de compressão cilíndrica.

Figura 1 - Caracterização das molas helicoidais



Fonte: Norton, 2013.

# 2.2 SUSPENSÃO E UTILIZAÇÃO DE MOLAS

Isolar da melhor maneira possível a massa suspensa das perturbações provenientes da superfície irregular da estrada, se torna uma das principais funções da suspensão de um veículo e, para que isso ocorra, as rodas e as massas integrantes são interligadas a uma carroceria com ligações mecânicas, o que permitem o seu movimento relativo, principalmente na direção vertical. Estas forças são transmitidas para os amortecedores e elementos da suspensão (DEODATO, 2019).

As molas flexíveis exigem batentes de borracha na compressão e na tração como limitadores de curso, o que ocasionam um aumento da rigidez da mola no final o seu curso de compressão ou de distensão, sendo as molas helicoidais provavelmente as mais utilizadas (COLLINS; BUSBY; STAAB, 2009). A Figura 2 ilustra os principais tipos de molas helicoidais.

Figura 2 – Tipos de molas helicoidais



Fonte: Adaptado de COLLINS, 2006.

Com isso, o amortecimento é realizado pelo amortecedor, onde as molas helicoidais de compressão são capazes de grandes deflexões, fornecendo assim, força de compressão. Segundo Collins, Busby e Staab (2009) seu formato padrão apresenta diâmetro de espira constante, passo constante e constante de mola fixa. Tendo em sua grande parte constituída por fio de seção transversal circular, a mesma pode ainda ser feita de seção retangular.

Para que possa proporcionar o máximo de armazenamento de energia, os materiais utilizados para a fabricação de molas devem ter alta resistência, alta resiliência, um ponto de escoamento alto, resistência à fluência e um baixo módulo de elasticidade. Em virtude disso, a fadiga se torna uma propriedade indispensável no caso de molas carregadas dinamicamente a resistência, onde diversos materiais satisfazem os critérios mencionados anteriormente, dentre esses materiais pode-se citar o aço carbono, o aço-liga, o aço inox, bem como materiais não ferrosos como o bronze-fósforo, latão de mola, cobre berílio e varias ligas de níquel (COLLINS; BUSBY; STAAB, 2009).

De acordo com Norton (2013), grande parte das molas de uso não intenso são produzida com fio circular ou retangular feito de aço repuxado, trabalhado a frio ou a partir de tiras planas, finas e laminadas a frio. Molas para uso intenso, como as que compõem a suspensão de veículos, são normalmente construídas de formas laminadas a quente ou forjadas.

### 2.3 FADIGA

A fadiga pode ser conceituada como um tipo de falha mecânica ocasionada em decorrência da aplicação de uma carga dinâmica menor que sua tensão de escoamento ao longo do tempo, podendo acarretar aos poucos uma redução na seção devido a propagação da trinca gerando elevadas tensões até que acontece a fratura da peça (SILVA et al., 2019).

Ocorrendo de forma brusca e inesperada em função de não haver mudanças evidentes no comportamento geral do material, esse tipo de falha tem caráter catastrófico (CASTRO; MEGGIOLARO; MIRANDA, 2009). Sendo elevado, o custo das falhas geradas por fadiga causam diversos tipos de prejuízos, onde sua verificação e modelagem precisa ter elevada precisão e confiabilidade.

Um dos primeiros estudiosos que obteve resultados mais notáveis no estudo de fadiga foi o engenheiro alemão August Wöhle, com estudos desenvolvidos durante o século XIX. Segundo Castro, Meggiolaro e Miranda (2009), suas pesquisas concluíram que a falha do material solicitado dinamicamente pode ocorrer abaixo da tensão estática. As falhas devido à fadiga em geral ocorrem, predominantemente, nos pontos de maior solicitação do material, próximo a um entalhe concentrador de tensão.

A análise de fadiga é usualmente realizada para prever falhas estruturais causadas pela ação de cargas ou tensões repetidas, variáveis, alternantes ou flutuantes, que são impostas a estrutura em um longo período de tempo e com um grande número de ciclos. Geralmente, essas cargas ou tensões possuem valores baixos, na maioria dos casos inferiores a resistência máxima que o material suporta ou até inferior a tensão de escoamento do material (YAN, 2011).

As falhas ocasionadas por fadiga se tornam perigosas por serem silenciosas e difíceis de se prever, em decorrência de condições impostas aos componentes estruturais (SHIGLEY, 2011). Para que se dê a ruptura por fadiga, existe um conjunto de variáveis imprescindíveis, como a tensão principal máxima suficientemente elevada; variação ou flutuação da tensão aplicada suficientemente grande e número de ciclos de tensão aplicada suficientemente grandes (BRANCO et al., 2006).

Ademais, a fadiga envolve principalmente o crescimento de fendas, onde apenas em sua fase de iniciação é que poderá estar ausente numa rotura por fadiga, portanto, um dos processos para se evitar a rotura por fadiga é evitar a iniciação de fendas (BRANCO et al., 2006). Sendo utilizados em análise de projetos para predizer quando um componente de máquina carregado ciclicamente falhará por fadiga num período de tempo, existem três tipos principais de métodos, sendo eles o método tensão-vida, método deformação-vida e o método da mecânica de fratura linear elástica.

Para que uma peça seja sujeita à fadiga, a mesma deve ser submetida a esforços repetitivos e regulares dentro de certa amplitude, onde estes esforços resultam em tensões cíclicas. A quantidade de ciclos de aplicação de uma determinada tensão que o componente consegue suportar até a falha se torna um parâmetro importante para os projetos mecânicos (YAN, 2011).

Vale ressaltar que a fadiga de baixo ciclo é caracterizada por altas tensões e uma baixa quantidade de repetições até a falha, onde a quantidade de ciclos até a falha divide o estudo de fadiga entre de baixo e alto ciclo. A O número de ciclos que o componente suporta restringe-se geralmente à faixa entre 104 e 106 (CARNEIRO, 2002).

Estando presentes em falhas de fadiga de baixo ciclo, as altas tensões não são necessariamente superiores ao limite de escoamento, pois falhas na fabricação ou concentrações de tensão na própria estrutura do material podem fazer com que certas regiões ultrapassem o limite elástico do material formando pequenas trincas, mesmo se a tensão aplicada for inferior ao limite de escoamento (YAN, 2011).

Com isso, grande parte das molas trabalha à fadiga. Em alguns casos a duração pretendida é pequena, como por exemplo alguns milhares de ciclos para a mola de uma fechadura, em outros casos se pretende durações muito grandes, como por exemplo milhões de ciclos para as molas de válvulas dos motores de explosão (FORD et al., ).

# 2.4 ANÁLISE DE VIBRAÇÕES E DINÂMICA DE ESTRUTURAS

De acordo com RAO (2008), vibrações podem ser qualquer movimento que se repita após um intervalo de tempo, onde a teoria de vibração estuda a respeito dos movimentos periódicos dos corpos e as forças a eles associadas. De acordo com o autor, os sistemas vibratórios possuem três componentes principais: um meio para armazenar energia potencial (mola ou elasticidade), um meio para armazenar energia cinética (massa ou inércia) e um meio de perda gradual de energia (amortecedor).

A vibração engloba a transferência de energia potencial para energia cinética e de energia cinética para energia potencial. Quando o sistema é amortecido tanto por forças de atrito ou outras formas de resistência, uma determinada quantidade dessa energia é dissipada a cada ciclo de vibração. Já sistemas não amortecidos podem seguir seu movimento indefinidamente, em decorrência de que a energia total do sistema se manterá igual (RAUBER, 2020).

Ainda, os sistemas de vibração podem ser classificados como livres ou forçados. A vibração livre ocorre quando não há uma força externa atuando no sistema, onde o movimento causado por uma perturbação inicial segue graças à energia potencial do sistema. Já na vibração forçada, o sistema sofre a ação de uma força periódica externa (HIBBELER et al., 2011). Por outro lado, caso a frequência de uma força externa atuante num sistema de vibração coincidir com a frequência natural deste sistema, ocorrerá o fenômeno de ressonância, que ocasiona oscilações cada vez maiores, o que pode ser perigoso e deve ser evitado em máquinas e estruturas.

Entre os trabalhos sobre estudos e análises de fadiga por vibração mecânica em estruturas, pode-se destacar o estudo de Cézar (2017), o qual desenvolveu análises estáticas e dinâmicas (modal, harmônica e espectral) considerando diferentes condições de contorno e carregamentos de um chassi do tipo Baja. Para validar os resultados obtidos a partir do modelo computacional, o autor instalou na estrutura do chassi acelerômetros e extensômetros e desenvolveu um ensaio de frequência para obtenção das frequências naturais da estrutura, e aplicou um carregamento estático para obter os níveis de tensões. Os resultados das frequências naturais do modelo numérico são coerentes com os valores obtidos para os dois primeiros modos de frequência natural nos ensaios experimentais. As modificações propostas pelo autor ocasionaram em redução de massa é viável frente à redução de rigidez, pois esta ainda é superior aos valores usados como referência.

Schweighardt et al. (2019) abordaram a caracterização das propriedades de ruído, vibração e aspereza (NVH, na sigla em inglês para noise, vibration, harshness) de um veículo, através de simulações e medições. O principal foco de interesse do trabalho foi a análise modal de uma estrutura de chassi de um carro de um único assento. O trabalho foi conduzido para predizer tanto o comportamento mecânico e acústico bem como a resposta do veículo. Como resultados, as principais frequências naturais e os modos dominantes foram encontrados tanto na simulação como nas medições experimentais. Os resultados de ambos estiveram em concordância a respeito das formas e das frequências. De acordo com os autores, as diferenças entre os resultados da simulação e das medições experimentais realizadas podem facilmente ser originadas por imperfeições na manufatura da estrutura do chassi.

# **3 MATERIAIS E MÉTODOS**

### 3.1 MODELO UTILIZADO

O sistema analisado baseou-se no clássico modelo de carro completo provido por Jazar (2008), que representa um carro como uma combinação de corpos rígidos, molas e amortecedores, evidenciando o veículo como uma massa suportada pela suspensão e pneus. A Figura 3 apresenta o modelo alusivo de como parte o modelo escolhido.

Figura 3 – Modelo veículo completo.



Fonte: Jazar, 2008.

A Figura 4 demonstra o modelo acima como massas e molas. Esse modelo foi escolhido por dar maior liberdade ao estudo, permitindo discretizar características do veículo em suas faces frontal/traseira e esquerda/direita.

Figura 4 – Figura esquemática do modelo de carro completo evidenciando elementos discretos.



Fonte: Jazar, 2008.

Nessa figura, *a* é a distância entre o centro de gravidade e os eixos frontal e traseiro. *b* é a distância do centro de gravidade e as rodas esquerda e direita, *x* é o deslocamento vertical do CG,  $\varphi$  o giro entre lado esquerdo e direito do carro, ou rolagem,  $\theta$  o giro entre frente e trás, ou arfagem, *m* é a massa do veículo,  $I_x$  e  $I_y$  o momento de inércia longitudinal e lateral, respectivamente,  $x_n$  são os deslocamentos verticais das rodas,  $m_n$  são as massas das rodas,  $k_t$  são

as rigidezes dos pneus, k as rigidezes da suspensão,  $k_R$  são as rigidezes torcionais das barras anti-rolagem, c os coeficientes de amortecimento da suspensão e  $y_n$  são os deslocamentos que excitarão a estrutura e serão o dados de entrada deste estudo. Os índices f e r denotam frontal e traseiro, respectivamente.

Usualmente, as suspensões dos veículos não tem distinção entre esquerda e direita, apenas frontal e traseira, portanto, o modelo de Jazar (2008) separa as propriedades entre frontal e traseira e como o pneu tem um coeficiente de amortecimento muito menor do que o da suspensão, será desconsiderado para simplificação dos cálculos. Ainda, traz as simplificações descritas adiante em sua modelagem.

Considerando que o veículo usa uma roda frontal esquerda com a mesma massa da frontal direita, e analogamente com a traseira, tem-se:

$$m_1 = m_2 = m_f \tag{1}$$

$$m_3 = m_4 = m_r \tag{2}$$

Usualmente, carros tem apenas barra anti-rolagem na parte frontal, portanto, Jazar (2008) desconsidera o a barra anti-rolagem traseira e simplifica o momento torçor gerado pela frontal na equação 3:

$$M_R = -k_R(\varphi - \frac{x_1 - x_2}{\omega_f}) \tag{3}$$

$$k_R = k_{R_f} \tag{4}$$

Neste caso,  $\omega_f$  é a distância entre as extremidades, portanto, pode-se usar:

$$\omega_f = b_1 + b_2 \tag{5}$$

Porém, no caso dos veículos off-road BAJA SAE, o usual é ter barra anti-rolagem na traseira do veículo, ao invés da frontal, porém, foi apenas alternado as características frontal com traseira, assim manteve-se as variáveis como no modelo, sem prejudicar a análise, afinal, será analisado apenas os deslocamentos verticais e podemos trocar a notação frente e trás sem prejuízo.

Definido o modelo massa-mola, usamos a equação do movimento de sistemas massamola-amortecedor, em sua forma matricial, apresentada na equação 6:

$$[m]\ddot{x} + [c]\dot{x} + [k]x = F \tag{6}$$

Onde [m], [c] e [k] são as matrizes de massa, amortecimento e rigidez, respectivamente,  $\ddot{x}$ ,  $\dot{x}$  e x são a aceleração, velocidade e deslocamento do sistema, e F é a força de entrada aplicada no sistema vibratório. As matrizes são dadas por:

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} x \\ \varphi \\ \theta \\ x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix}$$
$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} m & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ x_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & I_x & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & I_y & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & m_f & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & m_f & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & m_r & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & m_r \end{bmatrix}$$
$$\mathbf{[c]} = \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} & -c_f & -c_f & -c_r & -c_r \\ c_{21} & c_{22} & c_{23} & -b_1c_f & b_2c_f & b_1c_r & -b_2c_r \\ c_{31} & c_{32} & c_{33} & a_1c_f & a_1c_f & -a_2c_r & -a_2c_r \\ -c_f & -b_1c_f & a_1c_f & c_f & 0 & 0 & 0 \\ -c_f & b_2c_f & a_1c_f & 0 & m_f & 0 & 0 \\ -c_r & b_1c_r & -a_2c_r & 0 & 0 & c_r & 0 \\ -c_r & -b_2c_r & -a_2c_r & 0 & 0 & 0 & c_r \end{bmatrix}$$

$$c_{11} = 2c_f + 2c_r \tag{7}$$

$$c_{21} = c_{12} = b_1 c_f - b_2 c_f - b_1 c_r + b_2 c_r \tag{8}$$

$$c_{31} = c_{13} = 2a_2c_r - 2a_1c_f \tag{9}$$

$$c_{22} = b_1^2 + b_2^2 c_f + b_1^2 c_r + b_2^2 c_r$$
(10)

$$c_{32} = c_{23} = a_1 b_2 c_f - a_1 b_1 c_f - a_2 b_1 c_r + a_2 b_2 c_r$$
(11)

$$c_{33} = 2c_f a_1^2 + 2c_r a_2^2$$

$$\begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} & k_{13} & -k_f & -k_f & -k_r & -k_r \\ k_{21} & k_{22} & k_{23} & k_{24} & k_{25} & b_1 k_r & -b_2 k_r \\ k_{31} & k_{32} & k_{33} & a_1 k_f & a_1 k_f & -a_2 k_r & -a_2 k_r \\ -k_f & k_{42} & a_1 k_f & k_{44} & -\frac{k_R}{\omega^2} & 0 & 0 \\ -k_f & k_{52} & a_1 k_f & -\frac{k_R}{\omega^2} & k_{55} & 0 & 0 \\ -k_r & b_1 k_r & -a_2 k_r & 0 & 0 & k_r + k_t, & 0 \\ -k_r & -b_2 k_r & -a_2 k_r & 0 & 0 & 0 & k_r + k_t, \end{bmatrix}$$

$$(12)$$

$$k_{11} = 2k_f + 2k_r \tag{13}$$

$$k_{21} = k_{12} = b_1 k_f - b_2 k_f - b_1 k_r + b_2 k_r \tag{14}$$

$$k_{31} = k_{13} = 2a_2k_r - 2a_1k_f \tag{15}$$

$$k_{22} = k_R + b_1^2 k_f + b_2^2 k_f + b_1^2 k_r + b_2^2 k_r$$
(16)

$$k_{32} = k_{23} = a_1 b_2 k_f - a_1 b_1 k_f - a_2 b_1 k_r + a_2 b_2 k_r$$
(17)

$$k_{42} = k_{24} = -b_1 k_f - \frac{1}{\omega} k_R \tag{18}$$

$$k_{52} = k_{25} = b_2 k_f + \frac{1}{\omega} k_R \tag{19}$$

$$k_{33} = 2k_f a_1^2 + 2k_r a_2^2 \tag{20}$$

$$k_{44} = k_f + k_{t_f} + \frac{1}{\omega^2} k_R \tag{21}$$

$$k_{55} = k_f + k_{t_f} + \frac{1}{\omega^2} k_R$$

$$F = \begin{bmatrix} 0\\0\\0\\y_1 k_{t_f}\\y_2 k_{t_f}\\y_3 k_{r_f}\\y_4 k_{r_f} \end{bmatrix}$$

$$(22)$$

O primeiro dado que pode ser obtido, são as frequências naturais e os modos de vibração da estrutura, os quais são calculados a partir dos autovalores e autovetores da matriz [A], definida na equação 23:

$$[A] = [m]^{-1}[k]$$
(23)

Os autovalores são as frequências naturais e o autovetor de cada autovalor é o modo de vibração correspondente à cada frequência natural, então podemos obter o vetor  $\omega$  com as frequências e os vetores  $u_n$  com os modos de vibração:

$$\omega = \begin{bmatrix} \omega_1 \\ \omega_2 \\ \omega_3 \\ \omega_4 \\ \omega_5 \\ \omega_6 \\ \omega_7 \end{bmatrix}$$
$$u_n = \begin{bmatrix} x \{u_n\} \\ \varphi \{u_n\} \\ \varphi \{u_n\} \\ \eta \{u_n\} \\ x_1 \{u_n\} \\ x_2 \{u_n\} \\ x_3 \{u_n\} \\ x_4 \{u_n\} \end{bmatrix}$$

Para resolver esse sistema da equação 6, utilizou-se da Transformada de Laplace (mathcalL), trabalhando no domínio de *s* ao invés do domínio do tempo, e, portanto, tem-se:

$$\mathscr{L}(x(t)) = X(s) \tag{24}$$

$$\mathscr{L}(\dot{x}(t)) = sX(s) \tag{25}$$

$$\mathscr{L}(\ddot{x}(t)) = s^2 X(s) \tag{26}$$

$$\mathscr{L}(F(t)) = F(s) \tag{27}$$

Logo, pode-se reescrever a equação do movimento do sistema dinâmico conforme a equação 28:

$$[m]s2\mathbf{X}(\mathbf{s}) + [c]s\mathbf{X}(\mathbf{s}) + [k]\mathbf{X}(\mathbf{s}) = \mathbf{F}(\mathbf{s})$$
(28)

E ainda, pode-se encontrar uma expressão para X(s) na equação 29:

$$\mathbf{X}(\mathbf{s}) = [[m]s^2 + [c]s + [k]]^{-1}\mathbf{F}(\mathbf{s})$$
(29)

Pode-se relacionar F(s) com X(s) por meio da função de transferência H(s), pelas equações 30 e 31:

$$H(s) = [[m]s^{2} + [c]s + [k]]^{-1}$$
(30)

$$\mathbf{X}(\mathbf{s}) = [H]\mathbf{F}(\mathbf{s}) \tag{31}$$

Em que *H* é uma matriz 7x7 que cada componente  $H_{ij}$  representa a relação entre  $X_i$  e  $F_j$ . Substituindo X(s) e F(s), tem-se:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{x} \\ \boldsymbol{\varphi} \\ \boldsymbol{\theta} \\ \mathbf{x}_{1} \\ \mathbf{x}_{2} \\ \mathbf{x}_{3} \\ \mathbf{x}_{4} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ y_{1}k_{l_{f}} \\ y_{2}k_{l_{f}} \\ y_{3}k_{r_{f}} \\ y_{4}k_{r_{f}} \end{bmatrix}$$
(32)

Como essa relação se aplica para o domínio de *s*, não deve-se aplicar a entrada  $y_n(t)$  diretamente, então, pode-se arranjar a equação 32 como indicado na equação 33:

Dessa forma, é possível multiplicar as duas matrizes, H e a matriz com  $k_{t_f}$  e  $k_{t_r}$ . Resta aplicar as entradas  $y_n$  para obter-se a saída X(s) e retornar para o domínio do tempo, obtendo x(t). Para resolver isso, foi utilizado o auxílio do Matlab, por meio da função 'lsim'. Função que fornece a resposta no domínio do tempo para um sistema dinâmico dada uma entrada no tempo.

Com o resultado x(t), obtém-se a posição do CG, o giro de rolagem e arfagem, assim como a posição vertical  $x_n$  de cada roda para cada instante de tempo. Com as posições verticais e pelas relações trigonométricas que podem ser aplicadas na Figura 4, encontrou-se a elongação  $\Delta$  das molas pelas equações 34, 35, 36 e 37:

$$\Delta x(\text{mola } 1) = x + b_1 \sin(\varphi) - a_1 \sin(\theta) - x_1 \tag{34}$$

$$\Delta x(\text{mola } 2) = x - b_2 \sin(\varphi) - a_1 \sin(\theta) - x_2 \tag{35}$$

$$\Delta x(\text{mola }3) = x - b_2 \sin(\varphi) + a_2 \sin(\theta) - x_3 \tag{36}$$

$$\Delta x(\text{mola } 4) = x + b_1 \sin(\varphi) + a_2 \sin(\theta) - x_4 \tag{37}$$

Na suspensão, a mola terá um limite máximo e mínimo de elongação, devido ao conjunto da mola e amortecedor apresentarem uma limitação mecânica. Portanto, foi considerada uma elongação mínima e negativa  $\Delta(x_{min})$ , representando a compressão máxima e uma elongação positiva máxima  $\Delta(x_{max})$ , para a tração máxima da mola. Isso serviu para filtrar dados que excediam a restrição do veículo, de forma que todos os valores do vetor de elongação respeitavam as condições das equações 38 e 39:

$$\Delta x(\text{mola}) \le \Delta(x_{max}) \tag{38}$$

$$\Delta x(\text{mola}) \ge \Delta(x_{min}) \tag{39}$$

Com isso, foi obtido todos os valores de elongação da mola para cada instante de tempo. Aproveitando esses valores e conhecendo as rigidezes das molas, pode-se obter as forças de compressão ou tração devido a elongação, por meio das fórmulas de força elástica apresentada na equação 40:

$$F(\Delta x_n) = k_n \Delta x_n \tag{40}$$

As molas usualmente tem uma pré-carga pela montagem no amortecedor, então, pode-se somar essa pré-carga para obter a real força atuante na mola. Como na modelagem o eixo x cresce na vertical, o sentido positivo do deslocamento significa tração na mola, portanto esse é o sentido adotado também para a pré-carga. Corrigindo, tem-se as equações 41, 42, 43 e 44:

$$F_{real-1} = k_1 \Delta x_1 + F_{pre-carga-f} \tag{41}$$

$$F_{real-2} = k_2 \Delta x_2 + F_{pre-carga-f} \tag{42}$$

$$F_{real-3} = k_3 \Delta x_3 + F_{pre-carga-r} \tag{43}$$

$$F_{real-4} = k_4 \Delta x_4 + F_{pre-carga-r} \tag{44}$$

De acordo com Shigley (2011), verifica-se que a tensão predominante na mola é uma tensão de cisalhamento, pois a força aplicada tende a cisalhar o fio da mola. E para encontrar a maior tensão de cisalhamento, é proposta a equação 45:

$$\tau = K_B \frac{8FD}{\pi d^3} \tag{45}$$

Em que,

$$K_B = \frac{4C+2}{4C-3}$$
(46)

$$C = \frac{D}{d} \tag{47}$$

Onde,  $\tau$  é a tensão de cisalhamento,  $K_B$  o fator de correção de *Bergsträsser*, retirado de Samonov (1984) para considerar o efeito da curvatura do fio da mola, *F* é a força aplicada, *D* é o diâmetro médio da mola, *d* é o diâmetro do fio da mola e *C* é o índice de curvatura da mola.

Em seguida, calculou-se a tensão do limite de ruptura por tração do material da mola,  $S_{ut}$ , fornecido por Shigley (2011):

$$S_{ut} = \frac{A}{d^m} \tag{48}$$

Em que A e m são constantes encontradas na Tabela 10-4 de Shigley (2011).

Samonov (1984) define que a tensão limite aceitável  $S_{sy}$  para a tensão de cisalhamento total na mola  $\tau_{all}$  é dada pela equação 50:

$$S_{sy} = \tau_{all} = 0.56S_{ut} \tag{49}$$

Esse foi o primeiro critério utilizado para verificar a tensão na mola quanto à fadiga. Os valores do vetor de tensão não podiam ultrapassar esse limite, portanto, comparou-se a curva de tensões com essa tensão limite constante. Em seguida, foi utilizado uma rotina computacional de Souto (2022) para uma análise mais detalhada.

O primeiro gráfico apresentado por Souto (2022) é a curva tensão x tempo considerada para a simulação de fadiga. A ferramenta permite gerar curvas aleatórias ou inserir uma curva arbitrária. Exemplo na Figura 5.





Fonte: Souto, 2022.

Neste caso, foi utilizado o vetor de tensões obtido pela própria modelagem deste estudo para realizar a análise de fadiga pela Equação 45. A ferramenta permite definir o número de repetições que essa curva será considerada como o sinal de entrada, como mostrado em "Number of Repetitions: 9000". Nesse caso, não foi considerada repetição para controlar essa variável apenas pela entrada dos deslocamentos que excitam as rodas do modelo.

O segundo gráfico destaca os picos e vales da curva do gráfico anterior. Conforme exemplo da Figura 6 a seguir:



### Figura 6 – Picos e vales da curva tensão x tempo



O terceiro apresenta um histograma das tensões médias e a quantidade de ciclos referentes a essas tensões, conforme exemplo na Figura 7 a seguir:





O mesmo permite verificar como é a distribuição das tensões e do número de ciclos, como está a variância, se os ciclos estão bem distribuídos entre as tensões ou se há um intervalo predominante. A contagem de ciclos é usada para resumir dados de carga e tempo e a definição do ciclo depende do método de contagem. Nesse estudo, foi utilizado o método rainflow.

Fonte: Souto, 2022.

O método rainflow, introduzido por Matsuichi e Endo (1968) é o primeiro método aceitado para extrair ciclos de carregamento. Lee e Tjhung (2012) apresenta como a contagem é feita, através dos seguintes passos:

- Rotacionar dos eixos de carga e tempo em 90°, de modo que o eixo do tempo aumente para baixo e o a curva do carregamento pareça semelhante com inclinações de um telhado de um pagode, templo budista;
- Imaginar chuva correndo sobre a curva, com início a cada vértice;
- Definir meio ciclo caso a chuva desça até chegar a um vértice da curva, encontrar outro leito vindo de cima ou encontre o fim da curva;
- Encontrar as histereses ao comparar reversões;

A Figura 8 demonstra o método para contagem de ciclos por rainflow.





Fonte: Lee e Tjhung, 2012.

O quarto gráfico apresenta a curva S-N considerada, com base na curva escolhida da EN 1993-1-9, seção da norma europeia referente à fadiga de metais, como na Figura 9.



Figura 9 - Curva S-N



Ainda, a ferramenta permite definir os coeficientes angulares do primeiro e segundo trechos retilíneos da curva S-N adotada. Considerando que o material considerado foi Cromo vanádio, escolheu-se a categoria 160 por mais se aproximar da curva indicada por Norton (2013) e os coeficientes encontrados na EN 1993-1-9 foram mantidos, 3 e 5, respectivamente.

O quinto gráfico gerado informa o índice de dano causado na estrutura, seguindo o a regra de Palmgren-Ruler, o índice é informado como na Figura 10.





O gráfico apresenta uma barra verde caso o índice seja menor que 1 e vermelha, caso contrário. A ferramenta também permite estabelecer um coeficiente de segurança, neste estudo igual a 1, para definir a referência desse índice.
A regra de Palmgren-Miner considera a relação entre o número de ciclos na tensão atuante e o número total de ciclos de vida que a estrutura teria sendo excitada nessa mesma tensão. Dessa forma, consegue-se estimar o dano causado, como se número de ciclos fossem consumidos. Dowling (2013) traz uma representação gráfica da regra, indicada na Figura 11.



Figura 11 – Regra de Palmgren-Miner

Fonte: Dowling, 2013.

Nesse caso  $N_1$  é o número de ciclos com a tensão  $\sigma_{a1}$  e  $N_{f1}$  é o número de ciclos de vida que a estrutura teria com a tensão  $\sigma_{a1}$ . Analogamente para as tensões seguintes. Dessa forma, cada tensão acarreta em um dano acumulativo e no fim, a ruptura se dá quando a soma dos danos chega a 1. Portanto, podemos computar a fratura como:

$$\frac{N_1}{N_{f1}} + \frac{N_2}{N_{f2}} + \frac{N_3}{N_{f3}} + \dots = 1$$
(50)

Ainda, com o inverso do índice de dano, obtem-se a quantidade de vezes que o sistema pode ser excitado com a entrada até atingir o limite por fadiga. Esse número fornece um parâmetro quantitativo para avaliar e prever o limite da estrutura. Portanto, a vida  $N_{fadiga}$  pode ser dada em relação ao índice de dano  $I_{dano}$  pela equação 51:

$$N_{fadiga} = \frac{1}{I_{dano}} \tag{51}$$

# 3.2 PARÂMETROS UTILIZADOS

Os valores dos parâmetros referentes ao veículo podem ser verificados na Tabela 1.

Variável	Valor	Unidade	Descrição
m	250	kg	massa do carro
$m_f$	10	kg	massa roda dianteira
$m_r$	12	kg	massa roda traseira
$I_{\chi}$	820	kg.m <sup>2</sup>	momento de inércia longitudinal
Iy	1100	kg.m <sup>2</sup>	momento de inércia lateral
$a_1$	0,9	m	distância do eixo dianteiro ao centro
<i>a</i> <sub>2</sub>	0,8	m	distância do eixo traseiro ao centro
$b_1$	0,5	m	distância da roda esquerda ao centro
$b_2$	0,5	m	distância da roda direita ao centro
$k_f$	10000	N/m	rigidez da suspensão dianteira
<i>k</i> <sub>r</sub>	13000	N/m	rigidez da suspensão traseira
k <sub>R</sub>	25000	N/m	rigidez da barra anti rolagem
$k_{t_f}$	200000	N/m	rigidez do pneu dianteiro
$k_{t_r}$	200000	N/m	rigidez do pneu traseiro
$c_f$	2400	N.s/m	amortecimento da suspensão dianteira
Cr	2400	N.s/m	amortecimento da suspensão traseira

Tabela 1 – Parâmetros de um veículo Baja SAE

Fonte: Adaptado de Jazar, 2008.

Os valores foram extraídos do Jazar (2008), adequando os valores de massa e distâncias entre os eixos para valores coerentes com a confecção de um veículo BAJA SAE. Esses parâmetros devem ser adaptados conforme projeto da equipe.

Os diâmetros das espiras e fios das molas, escolhidos arbitrariamente dentro do intervalo fornecido por Norton (2013) para Cromo vanádio podem ser verificados na Tabela 2:

Variável	Valor	Unidade	Descrição
D	100	mm	Diâmetro da espira das molas
d	10	mm	Diâmetro do fio das molas frontais

Tabela 2 – Parâmetros geométricos das molas

Fonte: Elaborada pelo próprio autor.

Considerando Cromo vanádio para as molas, pois segundo Norton (2013), essa é a liga de aço mais comum para molas e é adequada para cargas de choque, impacto e fadiga, qualidades requisitadas para a suspensão de um veículo Baja SAE. As constantes para encontrar o  $S_{ut}$  desse material foram retiradas de Shigley (2011) e podem ser verificadas na Tabela 3:

Tabela 3 – Parâmetros material das molas

Material	Constante A	Constante m
Cromo vanádio	2005	0,168

Fonte: Elaborada pelo próprio autor.

Foi considerada uma pré-carga compressiva nas molas, de valor arbitrário para inclusão dessa variável no modelo, explicitada na Tabela 4:

Tabela 4 – Pré-carga das molas

Variável	Valor	Unidade	Descrição
$F_{pre-carga-fr}$	-100	Ν	Pré-carga nas molas dianteiras
F <sub>pre-carga-rr</sub>	-120	Ν	Pré-carga nas molas traseiras

Fonte: Elaborada pelo próprio autor.

O estudo segue a premissa de que o material é considerado em condições idealizadas (sem defeitos de fabricação e defeitos que diminuiriam a vida a fadiga), portanto, os parâmetros utilizados consideram condições ideais.

#### 3.3 OBSTÁCULOS CONSIDERADOS

Para considerar os obstáculos, primeiro foi criado dois vetores para representar o trajeto percorrido pelas rodas do lado esquerdo e direito, permitindo criar diferenças entre elas. Basicamente, esse vetor carrega a informação do terreno. Com o terreno definido, foi considerado um vetor com a velocidade do veículo a cada instante de tempo, porém foi considerado um vetor com valor constante neste estudo, para diminuir as variáveis a serem controladas. Com o percurso e com a velocidade, foi calculada a posição vertical das 4 rodas a cada instante de tempo, considerando a defasagem entre a roda dianteira e traseira, por conta da distância entre eixos.

No contexto do Baja, tem-se 4 obstáculos interessantes para analisar: valeta (depressão repentina no solo), costeleta (série de ondulações consecutivas), costeleta com defasagem entre roda esquerda e direita, e uma montanha.

#### 3.3.1 Valeta

Para representar a valeta, foi considerada uma depressão repentina de 15cm de profundidade e 30 cm de largura, 2 metros a partir do marco zero, como apresenta a Figura 12:



Figura 12 - Percurso das rodas - Valeta

Fonte: Elaborada pelo próprio autor.

Foi considerada uma velocidade constante de 0.5 m/s para o veículo, com isso, calculouse as posições verticais das rodas e o resultado pode ser verificado na Figura 13:

Figura 13 - Deslocamento das rodas - Valeta



Fonte: Elaborada pelo próprio autor.

#### 3.3.2 Costeleta em fase

Para representar a costeleta em fase, foi considerada uma curva seno para esquerda e direita, como apresenta a Figura 14:



Figura 14 - Percurso das rodas - Costeleta em fase

Fonte: Elaborada pelo próprio autor.

Foi considerada uma velocidade constante de 0.5 m/s para o veículo, com isso, calculouse as posições verticais das rodas e o resultado pode ser verificado na Figura 15:



Figura 15 - Deslocamento das rodas - Costeleta em fase

Fonte: Elaborada pelo próprio autor.

#### 3.3.3 Costeleta defasada

Para representar a costeleta defasada, foi considerada uma curva seno para esquerda e uma cosseno para a direita, como apresenta a Figura 16:



Figura 16 - Percurso das rodas - Costeleta defasada

Fonte: Elaborada pelo próprio autor.

Foi considerada uma velocidade constante de 0.5 m/s para o veículo, com isso, calculouse as posições verticais das rodas e o resultado pode ser verificado na Figura 17:



Figura 17 - Deslocamento das rodas - Costeleta defasada

Fonte: Elaborada pelo próprio autor.

#### 3.3.4 Montanha

Para representar a montanha, foi considerada uma curva seno para esquerda e direita, indicando uma rampa de 1 metro de altura e comprimento, como apresenta a Figura 18:



Figura 18 - Percurso das rodas - Montanha

Fonte: Elaborada pelo próprio autor.

Foi considerada uma velocidade constante de 0.5 m/s para o veículo, com isso, calculouse as posições verticais das rodas e o resultado pode ser verificado na Figura 19:



Figura 19 - Deslocamento das rodas - Montanhaa

Fonte: Elaborada pelo próprio autor.

# 4.1 FREQUÊNCIA NATURAL E MODOS DE VIBRAÇÃO

As frequências naturais e seus respectivos modos de vibração estão apresentados na Figura 20:



Figura 20 - Modos de vibração

Fonte: Elaborada pelo próprio autor.

Modo de vibração	Frequência natural [Hz]
1°	0,84345
2°	0,94925
<u>3°</u>	2,0987
4°	21,2044
5°	21,2085
6°	23,0662
7°	25,6671

<b>m</b> 1 1	~		^	•	
Tabela	<b>`</b> –	Hren	mena	C128	naturais
raoura	2	I I U U		Jus	naturano

Fonte: Elaborada pelo próprio autor.

Com essa informação, verifica-se as frequências naturais do modelo, que podem ser analisadas juntamente com outras modais, usualmente feitas por cada equipe. Os modos foram ordenados de forma crescente de frequência natural, por convenção e estão apresentados na Tabela 5.

Esse item está apresentado antes dos resultados de cada obstáculo, pois não depende do obstáculo. A análise modal não parte de uma força ou deslocamento como entrada. Por isso, embora análises modais feitas em elementos finitos gerem resultado com frequência modal, modos de vibração e valores para as saídas, os valores absolutos deste último não são interessantes, pois não têm representação física. Dessa forma, a magnitude apresentada dos gráficos está entre -1 e 1 e se aproveita apenas a proporção.

Nota-se que no primeiro modo, há majoritariamente arfagem, no sentido negativo adotado, portanto, a dianteira está acima da traseira. No segundo modo, majoritariamente rolagem, com a esquerda acima da direita. No terceiro, principalmente deslocamento do CG para cima, e um leve deslocamento das rodas para cima também. No quarto, há deslocamento da roda traseira direita para baixo e traseira esquerda para cima. No quinto, há deslocamento de ambas rodas traseiras para baixo. No sexto, ocorre o contrário, apenas deslocamento das rodas frontais para baixo. No sétimo, há deslocamento da roda frontal esquerda para cima e frontal direita para baixo.

Verificar a proporção entre as variáveis permite também, analisar como está a atuação da suspensão referente à ergonomia. Um maior deslocamento das rodas, acompanhado com pouco deslocamento do CG indica que a suspensão absorveu a maior parte da variação do solo. Isso representa grande benefício para a ergonomia do veículo, afinal o piloto sentiria pouco deslocamento. Porém, quanto maior a atuação da mola, mais sujeita a fadiga. No caso dos deslocamentos estarem similares, das rodas com o do CG, verifica-se menor atuação das molas, uma suspensão mais rígida, que apesar de sujeitar menos as molas à fadiga, transmite mais a variação do solo para o piloto, sendo ruim em questão de ergonomia. Dessa forma, busca-se avaliar a fadiga para garantir melhor ergonomia sem comprometer estruralmente os componentes.

# 4.2 OBSTÁCULO - VALETA

As curvas de deslocamento do CG, arfagem e rolagem estão apresentadas na Figura 21 e o deslocamento das 4 rodas na Figura 22.





Fonte: Elaborada pelo próprio autor.



Figura 22 - Deslocamento das 4 rodas - Valeta

Fonte: Elaborada pelo próprio autor.

A rolagem é bem menor do que arfagem, como esperado, já que a roda esquerda e direita passam pela valeta no mesmo instante. Quanto aos deslocamentos, verifica-se que o CG se deslocou menos do que as rodas, então, essa diferença se deu pela elongação das molas. Positivo no caso de ergonomia, pois o piloto sente menos a variação no solo. Como o obstáculo é curto, verifica-se que os deslocamentos estabilizam brevemente após encerrar a excitação das entradas.

As tensões calculadas para as 4 molas da suspensão do veículo estão apresentadas na Figura 23, em que a curva azul representa a tensão devido a elongação das molas e a constante laranja apresenta o limite definido por Samonov (1984).



Figura 23 – Tensão nas 4 molas - Valeta

Fonte: Elaborada pelo próprio autor.

Verifica-se que a carga no decorrer do tempo é bem menor do que a tensão limite aceitável proposta. Pela pré-carga compressiva considerada, a mola já inicia em compressão, mas nota-se que também recebe carga de tração. Considerando esse gráfico, pelo critério de fadiga segundo Samonov (1984), as molas sofrem carga bem abaixo do limite, mas não é possível checar o índice de dano.

Esses gráficos são apresentados novamente pela rotina de Souto (2022), mas checar juntamente é interessante certificar que não existe alguma incoerência. Nesse caso da valeta, a tensão na mola esquerda e direita devem ser semelhantes entre si, no caso da dianteira e no caso da traseira. Conforme esperado, os resultados são semelhantes.

O resultado utilizando a rotina de Souto (2022) para o carregamento na mola dianteira esquerda está apresentado na Figura 24:



Figura 24 - Análise Fadiga Mola dianteira esquerda - Valeta

Fonte: Adaptado de Souto, 2022.

O resultado utilizando a rotina de Souto (2022) para o carregamento na mola dianteira direita está apresentado na Figura 25:





Fonte: Adaptado de Souto, 2022.

O resultado utilizando a rotina de Souto (2022) para o carregamento na mola fadiga traseira está apresentado na Figura 26



Figura 26 – Análise Fadiga Mola traseira direita - Valeta

Fonte: Adaptado de Souto, 2022.

O resultado utilizando a rotina de Souto (2022) para o carregamento na mola traseira esquerda está apresentado na Figura 27

Figura 27 – Análise Fadiga Mola dianteira esquerda - Valeta



Fonte: Adaptado de Souto, 2022.

A tabela 6 apresenta os índices de dano para cada mola da suspensão devido ao obstáculo e quantas repetições são admitíveis até a fadiga.

	Índice de dano	Repetições até o limite
Mola dianteira esquerda	$2,3409x10^{-5}$	42.718
Mola dianteira direita	$1,7998x10^{-5}$	55.561
Mola traseira direita	$5,5462x10^{-5}$	18.030
Mola traseira esquerda	$7,3801x10^{-5}$	13.549

Tabela 6 – Dano pelo obstáculo - Valeta

Fonte: Elaborada pelo próprio autor.

Verifica-se que os histogramas obtidos estão coerentes com as curvas de tensão, já que na maior parte, a média de 50 MPa de compressão faz sentido, com variação de 200 MPa entre máximo e mínimo. Como esperado, os índices de dano são valores muito pequenos, considerando apenas uma repetição da entrada. Como um parâmetro básico é que o carro persista em uma corrida durante 4 horas consecutivas na competição, o número de repetições informa se estaria adequado. Nesse caso, a mola mais suscetível a fadiga é a traseira esquerda, que suportaria 13.549 repetições. Como a análise apresenta aproximadamente 16 segundos, considerando apenas a valeta de entrada, estima-se que essa mola suporte 60 horas excitada por essa entrada.

### 4.3 OBSTÁCULO - COSTELETA EM FASE

As curvas de deslocamento do CG, arfagem e rolagem estão apresentadas na Figura 28 e o deslocamento das 4 rodas na Figura 29.





Fonte: Elaborada pelo próprio autor.



Figura 29 - Deslocamento das 4 rodas - Costeleta em fase

Fonte: Elaborada pelo próprio autor.

Para a costeleta em fase, assim como no caso da valeta, os sinais de entrada são semelhantes se comparado esquerda com direita. Diferente da valeta, a costeleta apesar de ter baixa amplitude, tem uma frêquencia maior, usualmente causando maior trepidação. Verifica-se que há mais arfagem do que rolagem, que é coerente, pois se espera que obstáculo provoque mais deslocamento entre dianteira e traseira do que esquerda e direita. Os deslocamentos das rodas são bem semelhantes e o deslocamento do CG é consideravelmente menor, portanto, apresenta um aspecto mais ergonômico. As respostas estabilizam brevemente após a roda traseira terminar a passagem do obstáculo, com pouco regime transiente.

As tensões calculadas para as 4 molas da suspensão do veículo estão apresentadas na Figura 30, em que a curva azul representa a tensão devido a elongação das molas e a constante laranja apresenta o limite definido por (SAMONOV, 1984).



Figura 30 - Tensão nas 4 molas - Costeleta em fase

Fonte: Elaborada pelo próprio autor.

O perfil do resultado de tensão para as 4 molas é coerente verificando a semelhança resultante entre elas com o esperado. Novamente, a magnitude é bem menor do que a tensão limite considerada, também coerente, pois a entrada se trata apenas de um obstáculo, com uma repetição e por um curto período de tempo.

O resultado utilizando a rotina de Souto (2022) para o carregamento na mola dianteira esquerda está apresentado na Figura 31:



Figura 31 – Análise Fadiga Mola dianteira esquerda - Costeleta em fase

Fonte: Adaptado de Souto, 2022.

O resultado utilizando a rotina de Souto (2022) para o carregamento na mola dianteira direita está apresentado na Figura 32:

Figura 32 - Análise Fadiga Mola dianteira direita - Costeleta em fase



Fonte: Adaptado de Souto, 2022.

O resultado utilizando a rotina de Souto (2022) para o carregamento na mola fadiga traseira está apresentado na Figura 33



Figura 33 – Análise Fadiga Mola traseira direita - Costeleta em fase

Fonte: Adaptado de Souto, 2022.

O resultado utilizando a rotina de Souto (2022) para o carregamento na mola traseira esquerda está apresentado na Figura 34

Figura 34 - Análise Fadiga Mola dianteira esquerda - Costeleta em fase



Fonte: Adaptado de Souto, 2022.

A tabela 7 apresenta os índices de dano para cada mola da suspensão devido ao obstáculo e quantas repetições são admitíveis até a fadiga.

	Índice de dano	Repetições até o limite
Mola dianteira esquerda	$5,5360x10^{-5}$	18.063
Mola dianteira direita	$4,2257x10^{-5}$	23.664
Mola traseira direita	$1,6435x10^{-5}$	60.845
Mola traseira esquerda	$2,4357x10^{-5}$	41.055

Tabela 7 - Dano pelo obstáculo - Costeleta em fase

Fonte: Elaborada pelo próprio autor.

Diferentemente do caso da valeta, os histogramas para este caso apresentam uma segunda barra expressiva, ao invés de apenas uma, para as molas traseiras. Isso pelo fato da diferença entre as magnitudes quando as rodas dianteiras passam pelo obstáculo e quando as traseiras passam. Pelos índices de dano, a mola mais suscetível à fadiga é a dianteira esquerda. . Como a análise apresenta aproximadamente 16 segundos, estima-se que a mola suporte 80 horas de repetição, considerando apenas esse trecho com esse obstáculo.

### 4.4 OBSTÁCULO - COSTELETA DEFASADA

As curvas de deslocamento do CG, arfagem e rolagem estão apresentadas na Figura 35 e o deslocamento das 4 rodas na Figura 36.



Figura 35 - Deslocamento do CG, Arfagem e Rolagem - Costeleta defasada

Fonte: Elaborada pelo próprio autor.

Figura 36 - Deslocamento das 4 rodas - Costeleta defasada



Fonte: Elaborada pelo próprio autor.

Esse obstáculo apresenta tanto rolagem quanto arfagem, com maior rolagem, pelo fato da ondulação no solo além de causr a diferença entre roda dianteira e traseira, a defasagem de seno para cosseno entre os sinais de entrada para esquerda e direita provoca uma maior rolagem. Pela magnitude dos deslocamentos, verifica-se que o deslocamento do CG é aproximadamente metade do deslocamento das rodas.

As tensões calculadas para as 4 molas da suspensão do veículo estão apresentadas na Figura 37, em que a curva azul representa a tensão devido a elongação das molas e a constante laranja apresenta o limite definido por Samonov (1984).



Figura 37 - Tensão nas 4 molas - Costeleta defasada

Fonte: Elaborada pelo próprio autor.

As magnitudes obtidas são semelhantes com a costeleta em fase, porém verifica-se diferença na frequência, no caso anterior, havia uma clara pausa, em que a tensão se mantinha constante entre as rodas dianteiras e traseiras passarem pelo obstáculo. Neste caso, não há essa constante. Novamente, as tensões se encontram bem abaixo da tensão limite estipulada.

O resultado utilizando a rotina de Souto (2022) para o carregamento na mola dianteira esquerda está apresentado na Figura 38:



Figura 38 – Análise Fadiga Mola dianteira esquerda - Costeleta defasada

Fonte: Adaptado de Souto, 2022.

O resultado utilizando a rotina de Souto (2022) para o carregamento na mola dianteira direita está apresentado na Figura 39:

Figura 39 - Análise Fadiga Mola dianteira direita - Costeleta defasada



Fonte: Adaptado de Souto, 2022.

O resultado utilizando a rotina de Souto (2022) para o carregamento na mola fadiga traseira está apresentado na Figura 40



Figura 40 – Análise Fadiga Mola traseira direita - Costeleta defasada

Fonte: Adaptado de Souto, 2022.

O resultado utilizando a rotina de Souto (2022) para o carregamento na mola traseira esquerda está apresentado na Figura 41

Figura 41 – Análise Fadiga Mola dianteira esquerda - Costeleta defasada



Fonte: Adaptado de Souto, 2022.

A tabela 8 apresenta os índices de dano para cada mola da suspensão devido ao obstáculo e quantas repetições são admitíveis até a fadiga.

	Índice de dano	Repetições até o limite
Mola dianteira esquerda	$2,1603x10^{-5}$	46.289
Mola dianteira direita	$7,6570x10^{-5}$	13.059
Mola traseira direita	$31,880x10^{-5}$	3.136
Mola traseira esquerda	$9,6147x10^{-5}$	10.400

Tabela 8 - Dano pelo obstáculo - Costeleta defasada

Fonte: Elaborada pelo próprio autor.

Aqui, nota-se um grande aumento nos índices de dano e consequentemente, a queda nas repetições até o limite. A mola traseira direita que era a menos suscetível à fadiga no obstáculo anterior, é a mais suscetível neste obstáculo. Das 60.845 repetições que estimava-se ser o limite, passou a ser 3.136, significando um limite de 14 horas repetindo esse sinal de entrada.

# 4.5 OBSTÁCULO - MONTANHA

As curvas de deslocamento do CG, arfagem e rolagem estão apresentadas na Figura 42 e o deslocamento das 4 rodas na Figura 43.



Figura 42 - Deslocamento do CG, Arfagem e Rolagem - Montanha

Fonte: Elaborada pelo próprio autor.

Figura 43 - Deslocamento das 4 rodas - Montanha



Fonte: Elaborada pelo próprio autor.

No caso da montanha, um obstáculo com com menor frequência mas maior amplitude, atuando nas rodas dianteiras e traseiras, não ao mesmo tempo, como esperado verifica-se um caso majoritariamente de arfagem. Quanto aos deslocamentos, o CG atinge aproximadamente metade do deslocamento atingido pelas rodas, portanto o piloto sentiria o deslocamento de apenas metade do obstáculo.

As tensões calculadas para as 4 molas da suspensão do veículo estão apresentadas na Figura 44, em que a curva azul representa a tensão devido a elongação das molas e a constante laranja apresenta o limite definido por Samonov (1984).



Figura 44 - Tensão nas 4 molas - Montanha

Fonte: Elaborada pelo próprio autor.

Das tensões, novamente com magnitude menor do que o limite estipulado, porém houve aumento de magnitude em relação aos outros obstáculos. Embora a frequência da entrada tenha diminuído, ainda assim a tensão apresenta oscilação considerável, com um regime transiente um pouco mais longo. O resultado utilizando a rotina de Souto (2022) para o carregamento na mola dianteira esquerda está apresentado na Figura 45:



Figura 45 – Análise Fadiga Mola dianteira esquerda - Montanha

Fonte: Adaptado de Souto, 2022.

O resultado utilizando a rotina de Souto (2022) para o carregamento na mola dianteira direita está apresentado na Figura 46:

Figura 46 – Análise Fadiga Mola dianteira direita - Montanha



Fonte: Adaptado de Souto, 2022.

O resultado utilizando a rotina de Souto (2022) para o carregamento na mola fadiga traseira está apresentado na Figura 47



Figura 47 – Análise Fadiga Mola traseira direita - Montanha

Fonte: Adaptado de Souto, 2022.

O resultado utilizando a rotina de Souto (2022) para o carregamento na mola traseira esquerda está apresentado na Figura 48

Figura 48 - Análise Fadiga Mola dianteira esquerda - Montanha



Fonte: Adaptado de Souto, 2022.

A tabela 9 apresenta os índices de dano para cada mola da suspensão devido ao obstáculo e quantas repetições são admitíveis até a fadiga.

	Índice de dano	Repetições até o limite
Mola dianteira esquerda	$3,7017x10^{-5}$	27.014
Mola dianteira direita	$1,8850x10^{-5}$	53.050
Mola traseira direita	$7,4703x10^{-5}$	13.386
Mola traseira esquerda	$11,675x10^{-5}$	8.565

Tabela 9 – Dano pelo obstáculo - Montanha

Fonte: Elaborada pelo próprio autor.

Os histogramas revelam uma concentração dos ciclos em apenas uma intervalo de tensão média. Os resultados de dano para as molas apresentou valores menores do que o da costeleta defasada (que havia menor magnitude e maior frequência de entrada) e maiores do que da costeleta em fase (que havia menor magnitude e maior frequência de entrada). Estima-se que a mola mais suscetível a fadiga nesse caso suporte 38 horas repetindo essa entrada.

#### 4.6 CONSIDERAÇÕES

É importante lembrar que os resultados, principalmente de qual mola está mais suscetível a fadiga, é resultado da simulação, não do obstáculo. Com parâmetros diferentes para cada mola, a mesma simulação que indicou uma das quatro molas como mais suscetível, poderia ter indicado outra. Portanto, podemos afirmar que uma mola é mais suscetível a fadiga apenas dentro de um cenário estabelecido (dado um obstáculo, parâmetros da estrutura e parâmetros de velocidade).

### **5 CONCLUSÃO**

A rotina desenvolvida permitiu trabalhar com diversos sinais de entrada, possibilitando simular um perfil de terreno arbitrário. Apenas alterando parâmetros do veículo e da suspensão em si, foi possível verificar as saídas do sistema dinâmico, calcular a curva da tensão na mola e também obter um valor quantitivo para a fadiga, que seria o índice de dano.

Os resultados foram coerentes e, por checarem o sistema dinâmico e a fadiga das molas simultaneamente, é possível comparar tanto quanto à ergonomia quanto cálculo estrutural. Ambos são áreas de estudo para o desenvolvimento de um veículo off-road BAJA SAE, visto que ergonomia é parte crucial para projeto e apresentação de Design, enquanto fadiga é crucial para o cálculo estrutural.

Pelos resultados obtidos, nota-se que há maior solicitação de cargas compressivas nas molas. Como as molas possuem uma pré-carga compressiva, carregamentos de tração primeiro precisam compensar essa pré-carga para começar a causar tensão trativa na mola, tornando as molas menos suscetíveis à fadiga por tração.

Os objetivos do trabalho foram alcançados, embora o título poderia ter sido melhor direcionado como uma estimativa de fadiga, e não uma análise de fadiga em si, que poderia presumir uma validação prática dos resultados, atividade que não fazia parte do objetivo do trabalho. Para trabalhos futuros, fica a sugestão de estudar a combinação dessas entradas, simulando um trajeto mais complexo e próximo da realidade de uma prova de competição. Também é sugerido realizar uma validação, com a coleta dos parâmetros reais de um carro em específico e realizar um teste para verificar a correspondência dos resultados simulados com resultados experimentais.

# REFERÊNCIAS

BRANCO, V. T. C. et al. AnÁlise do dano por fadiga em amostras de mÁstique utilizando ensaios a tensÃo e a deformaÇÃo controladas. 2006.

CARNEIRO, M. A. Influência da fração de martensita revenida na vida em fadiga de um aço estrutural com aplicações em sistemas de ancoragem. **Rio de Janeiro: Tese de pós graduação PUC-Rio**, 2002.

CASTRO, J. T. P. de; MEGGIOLARO, M. A.; MIRANDA, A. C. de O. Fatigue crack growth predictions based on damage accumulation calculations ahead of the crack tip. **Computational Materials Science**, Elsevier, v. 46, n. 1, p. 115–123, 2009.

CAVALCANTI, L. I. Análise da integridade estrutural de um veículo off road do tipo mini baja sae. 2020.

CÉZAR, S. Análise dinâmica e estrutural de um chassi tubular através de elementos finitos com validação experimental. Universidade Federal do Pampa, 2017.

COLLINS, J. A.; BUSBY, H. R.; STAAB, G. H. Mechanical design of machine elements and machines: a failure prevention perspective. [S.l.]: John Wiley & Sons, 2009.

DEODATO, J. P. R. Rotina computacional para projeto de mola helicoidal de compressão aplicado a um protótipo veicular do tipo baja sae. 2019.

DOWLING, N. E. Mechanical behavior of materials-engineering methods for deformation, fracture, and fatigue. 2013.

FORD, E. T. L. C. et al. Desenvolvimento de um equipamento para mediÇÃo do coeficiente de amortecimento de amortecedores de automÓveis.

HIBBELER, R. C. et al. Mecánica de materiales. Biblioteca Hernán Malo González, 2011.

JAZAR, R. N. Vehicle dynamics. [S.l.]: Springer, 2008. v. 1.

LEE, Y.-L.; TJHUNG, T. Chapter 3 - rainflow cycle counting techniques. In: LEE, Y.-L.; BARKEY, M. E.; KANG, H.-T. (Ed.). **Metal Fatigue Analysis Handbook**. Boston: Butterworth-Heinemann, 2012. p. 89–114. ISBN 978-0-12-385204-5. Disponível em: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/B9780123852045000033>.

MATSUICHI, M.; ENDO, T. Fatigue of metals subjected to varying stress. In: . [S.l.: s.n.], 1968.

MINOZZO, R. Aquisição de forças dinâmicas atuantes na suspensão dianteira de um veículo protótipo baja sae. 2012.

NICOLAZZI, L. C.; ROSA, E. d.; LEAL, L. d. C. M. Introdução à modelagem quase-estática de veículos automotores de rodas. **Brasil: Publicação interna do GRANTE-Departamento de Engenharia Mecânica da UFSC**, 2001.

NORTON, R. L. Projeto de máquinas. [S.l.]: bookman editora, 2013.

RAO, S. Vibrações Mecânicas. São Paulo. [S.l.]: Brasil: Pearson Prentice Hall, 2008.

RAUBER, A. G. Análise de vibrações de um veículo baja através de simulação pelo método de elementos finitos. Dissertação (B.S. thesis), 2020.

SAE. "**BAJA NACIONAL | SAE BRASIL**". 2022. Disponível em: <https://saebrasil.org.br/programas-estudantis/baja-sae-brasil/>. Acesso em 27/11/2022.

SAMONOV, C. Some aspects of design of helical compression springs. In: Int. Symp. Design and Syhthesis, Tokyo. [S.l.: s.n.], 1984.

SCHWEIGHARDT, A. et al. Nvh and modal analysis in vehicle industry. **Perner's Contacts**, v. 19, n. 2, 2019.

SHIGLEY, J. E. Shigley's mechanical engineering design. [S.1.]: Tata McGraw-Hill Education, 2011.

SILVA, J. G. S. d. et al. Análise de vibrações e verificação de projeto à fadiga de pisos submetidos à ação dinâmica de equipamentos mecânicos. Universidade do Estado do Rio de Janeiro, 2019.

SOUTO, C. **"Fatigue Damage Accumulation"**. 2022. Disponível em: <https://github.com/ carlos-souto/Fatigue-Damage-Accumulation/>. Acesso em 27/11/2022.

YAN, L. T. W. Análise estrutural utilizando o método de elementos finitos de componentes do veículo baja sae submetidos a esforços de fadiga. **São Paulo: Universidade de São Paulo**, 2011.

ZOTTI, E.; LENZ, M. D. H.; SOUZA, R. R. de. Estudo de propostas para um sistema de traÇÃo 4x4 em um veÍculo do tipo baja sae. **Revista Destaques Acadêmicos**, v. 12, n. 4, 2020.

#### APÊNDICE A – ROTINA COMPUTACIONAL MATLAB

```
1 close all;
2 clear;
3 clc
4
5 %% Defini
              o das vari veis do modelo [Meio carro - Jazzar]
6 % No modelo do Jazzar, considerada uma barra anti-rolagem na parte
7 % frontal do carro. Como em ve culos baja a barra anti-rolagem
                                                                      na
8 % traseira, os dados incluidos ser o invertidos em frontal/traseiro,
     apesar
9 % de manter a nomenclatura da refer ncia.
10
11 m = 250; % [kg] massa do carro
12 mf = 10; % [kg] (roda dianteira)
13 mr = 12; % [kg] (roda traseira)
14
15 Ix = 820; % [kgm2] momento de in rcia longitudinal
16 Iy = 1100; % [kgm2] momento de in rcia lateral
17
18 a1 = 0.9; % [m] distancia do eixo dianteiro ao centro
19 a2 = 0.8; % [m] distancia do eixo traseiro ao centro
20
21 b1 = 0.5; % [m] distancia da roda esquerda ao centro
22 b2 = 0.5; % [m] distancia da roda direita ao centro
23
24 kf = 10000; % [N/m] rigidez da suspens o dianteira
25 kr = 13000; % [N/m] rigidez da suspens o traseira
26 k_R_roll = 25000; % [N/m] rigidez da barra anti rolagem
27
28 ktf = 200e3; % [N/m] rigidez do pneu dianteiro
29 ktr = 200e3; % [N/m] rigidez do pneu traseiro
30
31 cf = 2400; % [Ns/m] amortecimento da suspens o dianteira
32 cr = 2400; % [Ns/m] amortecimento da suspens o traseira
33
34 %% Defini o das vari veis relacionadas ao percurso
35
36 x_pavimento = (0:0.01:10)'; % [m] posi o horizontal do pavimento p/
     cada dx
37 y_lh_pavimento = zeros(size(x_pavimento)); % [m] posi o vertical do
     pavimento p/ roda esquerda a cada x
38 y_rh_pavimento = zeros(size(x_pavimento)); % [m] posi o vertical do
     pavimento p/ roda direita a cada x
39
```

```
40 \text{ cont} = 1;
41 for i = (2/0.01) : (3/0.01)
42 %y_lh_pavimento(i) = -0.15; % [m] posi o vertical do pavimento p/
     roda esquerda a cada x //valeta
43 %y_rh_pavimento(i) = -0.15; % [m] posi o vertical do pavimento p/
     roda direita a cada x //valeta
44 %y_lh_pavimento(i) = 0.1*sin(30*x_pavimento(cont)); %//costeleta fase
45 %y_rh_pavimento(i) = 0.1*sin(30*x_pavimento(cont)); %//costeleta fase
46 %y_rh_pavimento(i) = 0.1*cos(30*x_pavimento(cont)); %//costeleta
     defasada
47 y_lh_pavimento(i) = 1*sin(3*x_pavimento(cont)); %//rampa
48 y_rh_pavimento(i) = 1*sin(3*x_pavimento(cont)); %//rampa
49 cont = cont+1;
50 end
51
52 a = 0.5; % [m/s] velocidade do carro
53 v = a*ones(size(x_pavimento)); % [m/s] vetor velocidade do carro
54
55 for i=1:1:length(x_pavimento)
      if x_pavimento(i) > (a1+a2)
56
          def_x = i-1;
57
          break
58
      end
59
60 end
61
62 aux = def_x-1;
63 y1 = zeros(1, length(x_pavimento)-aux);
64 y2 = zeros(1, length(x_pavimento)-aux);
65 y3 = zeros(1,length(x_pavimento)-aux);
66 y4 = zeros(1, length(x_pavimento)-aux);
67 t = zeros(1, length(x_pavimento)-aux);
68
69 for i=def_x:1:length(x_pavimento)
      y1(i-aux) = y_lh_pavimento(i);
70
71
      y2(i-aux) = y_rh_pavimento(i);
72
      y3(i-aux) = y_rh_pavimento(i-aux);
73
74
      y4(i-aux) = y_lh_pavimento(i-aux);
75 end
76
77 for i=def_x:1:length(x_pavimento)-1
          t(i-aux+1) = ((x_pavimento(i-aux+1)- x_pavimento(i-aux))/v(i-aux
78
     ))+t(i-aux);
79 end
80
81 figure
82 plot(x_pavimento,y_lh_pavimento);
```

```
83 set(gca,'fontname','times new roman');
84 set(gca,'fontsize',12);
85 title('Percurso roda esquerda')
86 xlabel('Posi o horizontal [m]')
87 ylabel('Posi o vertical [m]')
88 [ymax2, imax2] = max(y_lh_pavimento(:,1));
89 [ymin2, imin2] = min(y_lh_pavimento(:,1));
90 ylim([ymin2-0.05, ymax2+0.05]);
91
92 figure
93 plot(x_pavimento,y_rh_pavimento);
94 set(gca,'fontname','times new roman');
95 set(gca,'fontsize',12);
96 title('Percurso roda direita')
97 xlabel('Posi o horizontal [m]')
98 ylabel('Posi o vertical [m]')
99 [ymax2, imax2] = max(y_rh_pavimento(:,1));
100 [ymin2, imin2] = min(y_rh_pavimento(:,1));
101 ylim([ymin2-0.05, ymax2+0.05]);
102
103 figure
104 plot(t,y1);
105 set(gca,'fontname','times new roman');
106 set(gca,'fontsize',12);
107 title('Deslocamento da roda esquerda frontal')
108 xlabel('Tempo [s]')
109 ylabel('Posi o vertical [m]')
110 [ymax2, imax2] = max(y1(1,:));
111 [ymin2, imin2] = min(y1(1,:));
112 ylim([ymin2-0.05, ymax2+0.05]);
113
114 figure
115 plot(t,y4);
116 set(gca,'fontname','times new roman');
117 set(gca,'fontsize',12);
118 title('Deslocamento da roda esquerda traseira')
119 xlabel('Tempo [s]')
120 ylabel('Posi o vertical [m]')
121 [ymax2, imax2] = max(y4(1,:));
122 [ymin2, imin2] = min(y4(1,:));
123 ylim([ymin2-0.05, ymax2+0.05]);
124
125
126 figure
127 plot(t,y2);
128 set(gca,'fontname','times new roman');
129 set(gca,'fontsize',12);
```

```
130 title('Deslocamento da roda direita frontal')
131 xlabel('Tempo [s]')
132 ylabel('Posi
                  o vertical [m]')
133 [ymax2, imax2] = max(y2(1,:));
134 \, [ymin2, imin2] = min(y2(1,:));
135 ylim([ymin2-0.05, ymax2+0.05]);
136
137 figure
138 plot(t,y3);
139 set(gca,'fontname','times new roman');
140 set(gca,'fontsize',12);
141 title('Deslocamento da roda direita traseira')
142 xlabel('Tempo [s]')
143 ylabel('Posi o vertical [m]')
144 [ymax2, imax2] = max(y3(1,:));
145 [ymin2, imin2] = min(y3(1,:));
146 ylim([ymin2-0.05, ymax2+0.05]);
147
148 %% Defini o das matrizes (massa, amortecimento, rigidez)
149
150 matriz_m = zeros(7,7);
       matriz_m(1,1) = m;
151
       matriz_m(2,2) = Ix;
152
       matriz_m(3,3) = Iy;
153
       matriz_m(4,4) = mf;
154
       matriz_m(5,5) = mf;
155
       matriz_m(6,6) = mr;
156
       matriz_m(7,7) = mr;
157
158
159 matriz_c = zeros(7,7);
       c11 = 2*cf + 2*cr;
160
       c21 = b1*cf - b2*cf - b1*cr - b2*cr;
161
       c31 = 2*a2*cr - 2*a1*cf;
162
       c22 = (cf + cr) * (b1^2 + b2^2);
163
164
       c32 = a1*b2*cf - a1*b1*cf - a2*b1*cr + a2*b2*cr;
       c33 = 2*cf*a1^2 + 2*cr*a2^2;
165
166
       matriz_c(1,:) = [c11, c21, c31, -cf, -cf, -cr, -cr];
167
       matriz_c(2,:) = [c21, c22, c32, -b1*cf, b2*cf, b1*cr, -b2*cr];
168
       matriz_c(3,:) = [c31, c32, c33, a1*cf, a1*cf, -a2*cr, -a2*cr];
169
       matriz_c(4,:) = [-cf, -b1*cf, a1*cf, cf, 0, 0, 0];
170
       matriz_c(5,:) = [-cf, b2*cf, a1*cf, 0, cf, 0, 0];
171
       matriz_c(6,:) = [-cr, b1*cr, -a2*cr, 0, 0, cr, 0];
172
       matriz_c(7,:) = [-cr, -b2*cr, -a2*cr, 0, 0, 0, cr];
173
174
175 matriz_k = zeros(7,7);
176 wf = b1+b2; %Pela barra de rolagem dianteira wf = b1+b2 <> krf = kr
```
```
k11 = 2*kf + 2*kr;
177
       k21 = b1*kf - b2*kf - b1*kr + b2*kr;
178
       k31 = 2*a2*kr - 2*a1*kf;
179
       k22 = k_R - 1 + (kf + kr) * (b1^2 + b2^2);
180
       k32 = a1*b2*kf - a1*b1*kf - a2*b1*kr + a2*b2*kr;
181
182
       k42 = -b1 * kf - (k_R_roll/wf);
       k52 = b2*kf + (k_R_roll/wf);
183
       k33 = 2*kf*(a1^2) + 2*kr*(a2^2);
184
       k44 = kf + ktf + (k_R_roll/(wf^2));
185
       k55 = kf + ktf + (k_R_roll/(wf^2));
186
187
       matriz_k(1,:) = [k11, k21, k31, -kf, -kf, -kr, -kr];
188
       matriz_k(2,:) = [k21, k22, k32, k42, k52, b1*kr, -b2*kr];
189
       matriz_k(3,:) = [k31, k32, k33, a1*kf, a1*kf, -a2*kr, -a2*kr];
190
       matriz_k(4,:) = [-kf, k42, a1*kf, k44, -k_R_roll/(wf^2), 0, 0];
191
       matriz_k(5,:) = [-kf, k52, a1*kf, -k_R_roll/(wf^2), k55, 0, 0];
192
       matriz_k(6,:) = [-kr, b1*kr, -a2*kr, 0, 0, kr+ktr, 0];
193
       matriz_k(7,:) = [-kr, -b2*kr, -a2*kr, 0, 0, 0, kr+ktr];
194
195
196 %% Frequ ncias naturais [m]x'' + [k]x = 0
197
198 A = matriz_m\matriz_k;
199 w = (eig(A).^{(1/2)})/(2*pi);
200 [w, I] = sort(w);
201 [u, aux] = eig(A);
202 u1 = u(:, I(1));
203 u2 = u(:, I(2));
204 \ u3 = u(:, I(3));
205 u4 = u(:, I(4));
206 u5 = u(:, I(5));
207 \ u6 = u(:, I(6));
208 u7 = u(:, I(7));
209
210 figure
211 plot(u1);
212 set(gca,'fontname','times new roman');
213 set(gca,'fontsize',12);
214 [ymax2, imax2] = max(u1(:, 1));
215 [ymin2, imin2] = min(u1(:,1));
216 ylim([ymin2-0.05, ymax2+0.05]);
217 title(strcat('1 Modo de vibra o',' \omega= ',num2str(w(1)),' Hz'))
218 eixox={'x';'$\varphi$';'$\theta$';'$x_{1}$';'$x_{2}$';'$x_{3}$';'$x_{4}$
      '};
219 set(gca,'xtick',[1:7],'xticklabel',eixox);
220 set(gca,'TickLabelInterpreter','latex');
221
```

```
222 figure
223 plot(u2);
224 set(gca,'fontname','times new roman');
225 set(gca,'fontsize',12);
226 [ymax2, imax2] = max(u2(:,1));
227 [ymin2, imin2] = min(u2(:,1));
228 ylim([ymin2-0.05, ymax2+0.05]);
229 title(strcat('2 Modo de vibra o',' \omega= ',num2str(w(2)),' Hz'))
      ;
230 eixox={'x';'$\varphi$';'$\theta$';'$x_{1}$';'$x_{2}$';'$x_{3}$';'$x_{4}$
      '};
231 set(gca,'xtick',[1:7],'xticklabel',eixox);
232 set(gca,'TickLabelInterpreter','latex');
233
234 figure
235 plot(u3);
236 set(gca,'fontname','times new roman');
237 set(gca,'fontsize',12);
238 [ymax2, imax2] = max(u3(:,1));
239 [ymin2, imin2] = min(u3(:,1));
240 ylim([ymin2-0.05, ymax2+0.05]);
241 title(strcat('3 Modo de vibra o',' \omega= ',num2str(w(3)),' Hz'))
242 eixox={'x';'$\varphi$';'$\theta$';'$x_{1}$';'$x_{2}$';'$x_{3}$';'$x_{4}$
      '};
243 set(gca,'xtick',[1:7],'xticklabel',eixox);
244 set(gca,'TickLabelInterpreter','latex');
245
246 figure
247 plot(u4);
248 set(gca,'fontname','times new roman');
249 set(gca,'fontsize',12);
250 [ymax2, imax2] = max(u4(:,1));
251 [ymin2, imin2] = min(u4(:,1));
252 ylim([ymin2-0.05, ymax2+0.05]);
253 title(strcat('4 Modo de vibra o',' \omega= ',num2str(w(4)),' Hz'))
254 eixox={'x';'$\varphi$';'$\theta$';'$x_{1}$';'$x_{2}$';'$x_{3}$';'$x_{4}$
      '};
255 set(gca,'xtick',[1:7],'xticklabel',eixox);
256 set(gca,'TickLabelInterpreter','latex');
2.57
258 figure
259 plot(u5);
260 set(gca,'fontname','times new roman');
261 set(gca,'fontsize',12);
262 [ymax2, imax2] = max(u5(:,1));
```

```
263 [ymin2, imin2] = min(u5(:,1));
264 ylim([ymin2-0.05, ymax2+0.05]);
265 title(strcat('5 Modo de vibra o',' \omega= ',num2str(w(5)),' Hz'))
266 eixox={'x';'$\varphi$';'$\theta$';'$x_{1}$';'$x_{2}$';'$x_{3}$';'$x_{4}$
      '};
267 set(gca,'xtick',[1:7],'xticklabel',eixox);
268 set(gca,'TickLabelInterpreter','latex');
269
270 figure
271 plot(u6);
272 set(gca,'fontname','times new roman');
273 set(gca,'fontsize',12);
274 [ymax2, imax2] = max(u6(:,1));
275 [ymin2, imin2] = min(u6(:, 1));
276 ylim([ymin2-0.05, ymax2+0.05]);
277 title(strcat('6 Modo de vibra o',' \omega= ',num2str(w(6)),' Hz'))
      :
278 eixox={'x';'$\varphi$';'$\theta$';'$x_{1}$';'$x_{2}$';'$x_{3}$';'$x_{4}$
      '};
279 set(gca,'xtick',[1:7],'xticklabel',eixox);
280 set(gca,'TickLabelInterpreter','latex');
281
282 figure
283 plot(u7);
284 set(gca,'fontname','times new roman');
285 set(gca,'fontsize',12);
286 [ymax2, imax2] = max(u7(:, 1));
287 [ymin2, imin2] = min(u7(:, 1));
288 ylim([ymin2-0.05, ymax2+0.05]);
289 title(strcat('7 Modo de vibra o',' \omega= ',num2str(w(7)),' Hz'))
290 eixox={'x';'$\varphi$';'$\theta$';'$x_{1}$';'$x_{2}$';'$x_{3}$';'$x_{4}$
      '};
291 set(gca,'xtick',[1:7],'xticklabel',eixox);
292 set(gca,'TickLabelInterpreter','latex');
293
294 %% Sistema [m]x'' + [c]x' + [k]x = F
295 s = tf('s');
296 H = ((matriz_m*s^2) + (matriz_c*s) + (matriz_k));
297 H = H \setminus eye(size(H));
298
299 F = [0; 0; 0; ktf; ktf; ktr; ktr];
300
301 X_y1 = H(1,4) * ktf;
302 X_y2 = H(1,5) * ktf;
303 X_y3 = H(1,6) * ktr;
```

```
304 X_y4 = H(1,7) * ktr;
305
306 \text{ Phi}_y1 = H(2,4) * \text{ktf};
307 \text{ Phi}_y2 = H(2,5)*ktf;
308 \text{ Phi}_y3 = H(2,6) * \text{ktr};
309 Phi_y4 = H(2,7) * ktr;
310
311 Theta_y1 = H(3, 4) * ktf;
312 Theta_y2 = H(3,5) * ktf;
313 Theta_y3 = H(3,6) * ktr;
314 Theta_y4 = H(3,7) * ktr;
315
316 X1_y1 = H(4,4) * ktf;
317 X1_y2 = H(4,5)*ktf;
318 X1_y3 = H(4,6) * ktr;
319 X1_y4 = H(4,7) * ktr;
320
321 X2_y1 = H(5,4) * ktf;
322 X2_y2 = H(5,5)*ktf;
323 X2_y3 = H(5,6)*ktr;
324 X2_y4 = H(5,7)*ktr;
325
326 X3_y1 = H(6,4)*ktf;
327 X3_y2 = H(6,5)*ktf;
328 X3_y3 = H(6,6) * ktr;
329 X3_y4 = H(6,7)*ktr;
330
331 X4_y1 = H(7,4)*ktf;
332 X4_y2 = H(7,5)*ktf;
333 X4_y3 = H(7,6)*ktr;
334 X4_y4 = H(7,7) * ktr;
335
336 %% Resultados das FTs
337 % CG
338 figure
339 [aux1,t] = lsim(X_y1,y1,t);
340 [aux2,t] = lsim(X_y2,y2,t);
341 [aux3,t] = lsim(X_y3,y3,t);
342 [aux4,t] = lsim(X_y4,y4,t);
343 saida_CG(:,1) = aux1(:,1) + aux2(:,1) + aux3(:,1) + aux4(:,1);
344 plot(t,saida_CG(:,1));
345 set(gca,'fontname','times new roman');
346 set(gca,'fontsize',12);
347 title('Deslocamento vertical do CG');
348 xlabel('Tempo [s]');
349 ylabel('Deslocamento [m]');
350
```

```
351 ylim([-0.2,1.2])
352
353 figure
354 [aux1,t] = lsim(Phi_y1,y1,t);
355 [aux2,t] = lsim(Phi_y2,y2,t);
356 [aux3,t] = lsim(Phi_y3,y3,t);
357 [aux4,t] = lsim(Phi_y4,y4,t);
358 giro_rh_lh(:,1) = aux1(:,1) + aux2(:,1) + aux3(:,1) + aux4(:,1);
359 plot(t,giro_rh_lh(:,1));
360 set(gca,'fontname','times new roman');
361 set(gca,'fontsize',12);
362 title('Rolagem (esquerda/direita)');
363 xlabel('Tempo [s]');
364 ylabel('Inclina o [rad]');
365
366 ylim([-0.8,0.8])
367
368 figure
369 [aux1,t] = lsim(Theta_y1,y1,t);
370 [aux2,t] = lsim(Theta_y2,y2,t);
371 [aux3,t] = lsim(Theta_y3,y3,t);
372 [aux4,t] = lsim(Theta_y4,y4,t);
373 giro_fr_rh(:,1) = aux1(:,1) + aux2(:,1) + aux3(:,1) + aux4(:,1);
374 plot(t,giro_fr_rh(:,1));
375 set(gca,'fontname','times new roman');
376 set(gca,'fontsize',12);
377 title('Arfagem (dianteira/traseira)');
378 xlabel('Tempo [s]');
379 ylabel('Inclina o [rad]');
380
381 ylim([-0.8,0.8])
382
383 %%
384 figure
385 [aux1,t] = lsim(X1_y1,y1,t);
386 [aux2,t] = lsim(X1_y2,y2,t);
387 [aux3,t] = lsim(X1_y3,y3,t);
388 [aux4,t] = lsim(X1_y4,y4,t);
389 saida_mola_x1(:,1) = aux1(:,1) + aux2(:,1) + aux3(:,1) + aux4(:,1);
390 plot(t,saida_mola_x1(:,1)); title('Deslocamento vertical da roda
      dianteira esquerda')
391 set(gca,'fontname','times new roman');
392 set(gca,'fontsize',12);
393 xlabel('Tempo [s]');
394 ylabel('Deslocamento [m]');
395 ylim([-0.2,1.2])
396
```

```
397 figure
398 [aux1,t] = lsim(X2_y1,y1,t);
399 [aux2,t] = lsim(X2_y2,y2,t);
400 [aux3,t] = lsim(X2_y3,y3,t);
401 \ [aux4,t] = lsim(X2_y4,y4,t);
402 saida_mola_x2(:,1) = aux1(:,1) + aux2(:,1) + aux3(:,1) + aux4(:,1);
403 plot(t,saida_mola_x2(:,1)); title('Deslocamento vertical da roda
      dianteira direita')
404 set(gca,'fontname','times new roman');
405 set(gca,'fontsize',12);
406 xlabel('Tempo [s]');
407 ylabel('Deslocamento [m]');
408 ylim([-0.2,1.2])
409
410 figure
411 [aux1,t] = lsim(X3_y1,y1,t);
412 [aux2,t] = lsim(X3_y2,y2,t);
413 [aux3,t] = lsim(X3_y3,y3,t);
414 [aux4,t] = lsim(X3_y4,y4,t);
415 saida_mola_x3(:,1) = aux1(:,1) + aux2(:,1) + aux3(:,1) + aux4(:,1);
416 plot(t,saida_mola_x3(:,1)); title('Deslocamento vertical da roda
      traseira direita')
417 set(gca,'fontname','times new roman');
418 set(gca,'fontsize',12);
419 xlabel('Tempo [s]');
420 ylabel('Deslocamento [m]');
421 ylim([-0.2,1.2])
422
423 figure
424 \ [aux1,t] = lsim(X4_y1,y1,t);
425 [aux2,t] = lsim(X4_y2,y2,t);
426 [aux3,t] = lsim(X4_y3,y3,t);
427 [aux4,t] = lsim(X4_y4,y4,t);
428 saida_mola_x4(:,1) = aux1(:,1) + aux2(:,1) + aux3(:,1) + aux4(:,1);
429 plot(t,saida_mola_x4(:,1)); title('Deslocamento vertical da roda
      traseira esquerda')
430 set(gca,'fontname','times new roman');
431 set(gca,'fontsize',12);
432 xlabel('Tempo [s]');
433 ylabel('Deslocamento [m]');
434 ylim([-0.2,1.2])
435
436 <mark>%% Deforma o da mola</mark>
437 elongacao_mola_1 = saida_CG(:,1)+((b1*sin(giro_rh_lh(:,1)))-(a1*sin(
      giro_fr_rh(:,1)))) - saida_mola_x1(:,1);
438 elongacao_mola_2 = saida_CG(:,1)+(-(b2*sin(giro_rh_lh(:,1)))-(a1*sin(
      giro_fr_rh(:,1)))) - saida_mola_x2(:,1);
```

```
439 elongacao_mola_3 = saida_CG(:,1)+(-(b2*sin(giro_rh_lh(:,1)))+(a2*sin(
      giro_fr_rh(:,1)))) - saida_mola_x3(:,1);
440 elongacao_mola_4 = saida_CG(:,1)+((b1*sin(giro_rh_lh(:,1)))+(a2*sin(
      giro_fr_rh(:,1)))) - saida_mola_x4(:,1);
441
   curso_da_mola = [-0.08;0.03]; %[compress o maxima; tra
                                                                   o maxima]
442
443
   for i=1:length(elongacao_mola_1)
444
       if elongacao_mola_1(i) < curso_da_mola(1)</pre>
445
446
           correcao_cg_mola_1(i) = elongacao_mola_1(i)-curso_da_mola(1);
           elongacao_mola_1(i) = curso_da_mola(1);
447
       elseif elongacao_mola_1(i) > curso_da_mola(2)
448
           correcao_cg_mola_1(i) = elongacao_mola_1(i)-curso_da_mola(2);
449
           elongacao_mola_1(i) = curso_da_mola(2);
450
451
       else
452
           correcao_cg_mola_1(i) = 0;
453
       end
  end
454
455
   for i=1:length(elongacao_mola_2)
456
       if elongacao_mola_2(i) < curso_da_mola(1)</pre>
457
           correcao_cg_mola_2(i) = elongacao_mola_2(i)-curso_da_mola(1);
458
            elongacao_mola_2(i) = curso_da_mola(1);
459
       elseif elongacao_mola_2(i) > curso_da_mola(2)
460
           correcao_cg_mola_2(i) = elongacao_mola_2(i)-curso_da_mola(2);
461
           elongacao_mola_2(i) = curso_da_mola(2);
462
463
       else
           correcao_cg_mola_2(i) = 0;
464
465
       end
466
   end
467
   for i=1:length(elongacao_mola_3)
468
469
       if elongacao_mola_3(i) < curso_da_mola(1)</pre>
           correcao_cg_mola_3(i) = elongacao_mola_3(i)-curso_da_mola(1);
470
           elongacao_mola_3(i) = curso_da_mola(1);
471
       elseif elongacao_mola_3(i) > curso_da_mola(2)
472
           correcao_cg_mola_3(i) = elongacao_mola_3(i)-curso_da_mola(2);
473
474
           elongacao_mola_3(i) = curso_da_mola(2);
475
       else
476
           correcao_cg_mola_3(i) = 0;
477
       end
478
   end
479
   for i=1:length(elongacao_mola_4)
480
       if elongacao_mola_4(i) < curso_da_mola(1)</pre>
481
           correcao_cg_mola_4(i) = elongacao_mola_4(i)-curso_da_mola(1);
482
           elongacao_mola_4(i) = curso_da_mola(1);
483
```

```
elseif elongacao_mola_4(i) > curso_da_mola(2)
484
           correcao_cg_mola_4(i) = elongacao_mola_4(i)-curso_da_mola(2);
485
           elongacao_mola_4(i) = curso_da_mola(2);
486
487
       else
           correcao_cg_mola_4(i) = 0;
488
489
       end
490 end
491
492 %figure
493 %plot(t,elongacao_mola_1);
494 %set(gca,'fontname','times new roman');
495 %set(gca,'fontsize',12);
496 %title('Elonga o vertical da mola dianteira esquerda')
497 %xlabel('Tempo [s]')
498 %ylabel('Total')
499
500 %figure
501 %plot(t,elongacao_mola_2);
502 %set(gca,'fontname','times new roman');
503 %set(gca,'fontsize',12);
                     o vertical da mola dianteira direita')
504 %title('Elonga
505 %xlabel('Tempo')
506 %ylabel('Total')
507
508 %figure
509 %plot(t,elongacao_mola_3);
510 %set(gca,'fontname','times new roman');
511 %set(gca,'fontsize',12);
512 %title('Elonga
                     o vertical da mola traseira direita')
513 %xlabel('Tempo')
514 %ylabel('Total')
515
516 %figure
517 %plot(t,elongacao_mola_4);
518 %set(gca,'fontname','times new roman');
519 %set(gca,'fontsize',12);
                     o vertical da mola traseira esquerda')
520 %title('Elonga
521 %xlabel('Tempo')
522 %ylabel('Total')
523
524 %% Com as deforma es das molas e suas rigidezes, extra mos os
      vetores de for as
525 forca_mola_1 = elongacao_mola_1.*kf;
526 forca_mola_2 = elongacao_mola_2.*kf;
527 forca_mola_3 = elongacao_mola_3.*kr;
528 forca_mola_4 = elongacao_mola_4.*kr;
529
```

```
530 %% Propriedades da mola
531 D_fr = 100; % Di metro da espira frontal
532 d_fr = 10; % Di metro do fio frontal
533 C_fr = D_fr/d_fr; % ndice da mola
534 K_B_fr = (4*C_fr+2)/(4*C_fr-3); % Fator de corre o Bergstresser
535
536 D_rr = 100; % Di metro da espira traseiro
537 d_rr = 10; % Di metro do fio traseiro
538 C_rr = D_rr/d_rr; % ndice
                               da mola traseiro
539 K_B_rr = (4*C_rr+2)/(4*C_rr-3); % Fator de corre o Bergstresser
540 pre_carga_fr = -100;
541 pre_carga_rr = -120;
542
543 forca_real_mola_1 = pre_carga_fr + forca_mola_1;
544 forca_real_mola_2 = pre_carga_fr + forca_mola_2;
545 forca_real_mola_3 = pre_carga_rr + forca_mola_3;
546 forca_real_mola_4 = pre_carga_rr + forca_mola_4;
547
548 tensao_max_mola_1 = K_B_fr*8*D_fr*forca_real_mola_1/(pi*(d_fr^3));
549 tensao_max_mola_2 = K_B_fr*8*D_fr*forca_real_mola_2/(pi*(d_fr^3));
550
551 tensao_max_mola_3 = K_B_rr*8*D_rr*forca_real_mola_3/(pi*(d_rr^3));
552 tensao_max_mola_4 = K_B_rr*8*D_rr*forca_real_mola_4/(pi*(d_rr^3));
553
554 %Pela tabela 10-4 do Shigley, Sut = A/d^m
555 %por (10-16) Ssy = tall = 0.56 Sut
556 A_mola_fr = 2005; m_mola_fr=0.168;
557 A_mola_rr = 2005; m_mola_rr=0.168;
558 Sut_fr = A_mola_fr/(d_fr^m_mola_fr);
559 Sut_rr = A_mola_rr/(d_fr^m_mola_rr);
560 Ssy_fr = 0.56*Sut_fr*ones(size(tensao_max_mola_1));
561 Ssy_rr = 0.56*Sut_rr*ones(size(tensao_max_mola_3));
562
563 figure
564 plot(t,tensao_max_mola_1);hold on
565 plot(t,Ssy_fr)
566 set(gca,'fontname','times new roman');
567 set(gca,'fontsize',12);
568 title('Tens o na mola dianteira esquerda')
569 xlabel('Tempo [s]')
570 ylabel('Tens o [MPa]')
571
572 figure
573 plot(t,tensao_max_mola_2); hold on
574 plot(t,Ssy_fr)
575 set(gca,'fontname','times new roman');
576 set(gca,'fontsize',12);
```

```
577 title('Tens o na mola dianteira direita')
578 xlabel('Tempo [s]')
579 ylabel('Tens o [MPa]')
580
581 figure
582 plot(t,tensao_max_mola_3);hold on
583 plot(t,Ssy_rr)
584 set(gca,'fontname','times new roman');
585 set(gca,'fontsize',12);
586 title('Tens o na mola traseira direita')
587 xlabel('Tempo [s]')
588 ylabel('Tens o [MPa]')
589
590 figure
591 plot(t,tensao_max_mola_4);hold on
592 plot(t,Ssy_rr)
593 set(gca,'fontname','times new roman');
594 set(gca,'fontsize',12);
595 title('Tens o na mola traseira esquerda')
596 xlabel('Tempo [s]')
597 ylabel('Tens o [MPa]')
598
599 damage = fatdamage(tensao_max_mola_1, 160, 'StressType', 'shear');
600 damage = fatdamage(tensao_max_mola_2, 160, 'StressType', 'shear');
601 damage = fatdamage(tensao_max_mola_3, 160, 'StressType', 'shear');
602 damage = fatdamage(tensao_max_mola_4, 160, 'StressType', 'shear');
```