### UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO CARLOS CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E DE TECNOLOGIA PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA CIVIL

# PROPOSTA DE MODELOS PARA ESTIMATIVA DO FATOR DE REDUÇÃO DA RESISTÊNCIA À COMPRESSÃO DE PILARES CASTELADOS CARREGADOS AXIALMENTE

**ARTHUR FILIPE FREIRE GOMES** 

São Carlos - SP 2024

### UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO CARLOS CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E DE TECNOLOGIA PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA CIVIL

# PROPOSTA DE MODELOS PARA ESTIMATIVA DO FATOR DE REDUÇÃO DA RESISTÊNCIA À COMPRESSÃO DE PILARES CASTELADOS CARREGADOS AXIALMENTE

**ARTHUR FILIPE FREIRE GOMES** 

Tese apresentada ao Programa de Pós-graduação em Estruturas e Construção Civil da Universidade Federal de São Carlos, como parte dos requisitos para obtenção do título de Doutor em Engenharia Civil

Área de Concentração: Estruturas e Geotecnia

Orientador: Prof. Dr. André Luis Christoforo

São Carlos – SP 2024

#### **RESUMO**

GOMES, A. F. F. **Proposta de modelos para estimativa do fator de redução da resistência à compressão de pilares castelados carregados axialmente.** 2024. 135f. Tese (Doutorado em Engenharia Civil) – Universidade de São Carlos. São Carlos, 2024.

Atualmente, os pilares castelados têm sido cada vez mais utilizados em edificações devido à sua flexibilidade, fácil compatibilidade e potencial de economia dado seu menor consumo de aço. No entanto, faltam pesquisas e métodos de dimensionamento para estes elementos estruturais. A influência da geometria das aberturas na capacidade resistente de pilares castelados ainda não foi claramente definida na literatura. Estudos sobre vigas casteladas podem ser facilmente encontrados, porém, estudos para tais perfis atuando como pilares são escassos. Neste contexto, modelos numéricos elaborados utilizando o método dos elementos finitos desenvolvidos com auxílio do software ABAQUS® foram desenvolvidos nesta pesquisa. Um estudo numérico com 1328 pilares visa avaliar a influência dos três principais tipos de pilares castelados (Peiner, Litzka e Anglo-Saxão), três fatores de expansão (k - 1,33, 1,50 e 1,67) e oito índices de esbeltez ( $\lambda$  - 25, 50, 75, 100, 125, 150, 175 e 200) no comportamento de pilares axialmente carregados. Para validar o modelo, a capacidade resistente obtida por meio de uma análise não linear física e geométrica e foi comparada com os valores encontrados em três estudos experimentais e na ABNT NBR 8800 (2008). Após a validação, a capacidade resistente de cada modelo foi determinada por meio de uma análise não linear física e geométrica em torno do eixo maior e de menor inércia. As cargas obtidas pelos pilares castelados e de alma cheia foram comparadas. Os fatores de redução de resistência associados à flambagem global ( $\chi$ ) para os perfis castelados também foram comparados aos valores propostos pela ABNT NBR 8800 (2008). Os pilares castelados apresentaram capacidade resistente inferior aos elementos de alma cheia, principalmente os pilares curtos. Os castelados pilares com maiores aberturas apresentaram maior redução da capacidade resistente. Além disso, a curva proposta pela ABNT NBR 8800 (2008) pode superestimar a capacidade resistente de pilares castelados para índices de esbeltez reduzido ( $\lambda_0$ ) menores que 0,75. Por fim, equações baseadas em modelos de regressão foram desenvolvidas (com valores de R<sup>2</sup> acima de 94,00) para estimar o fator de redução de resistência associado à flambagem global ( $\chi$ ) dos pilares avaliados no escopo deste estudo.

**Palavras-chave**: perfis alveolares; aço; análise de elementos finitos; ABAQUS<sup>®</sup>; análise não linear.

#### ABSTRACT

GOMES, A. F. F. **Proposal of models for estimating the compressive strength reduction factor of axially loaded castellated columns.** 2024. 135f. Tese (Doutorado em Engenharia Civil) – Universidade de São Carlos. São Carlos, 2024.

Currently, castellated columns have been increasingly used in buildings due to their flexibility, easy compatibility and potential savings given their lower steel consumption. However, there is a lack of research and design methods for these elements. The influence of the openings on the load capacity of castellated columns has not yet been clearly defined in the literature. Studies on castellated beams can be easily found, however, studies on such profiles acting as pillars are scarce. In this context, numerical models based on finite elements developed with the aid of ABAQUS® software are developed. This parametric study with 1328 numerical models aims to evaluate the influence of the three main types of castellated openings (Peiner, Litzka and Anglo-Saxon), three expansion factors (k - 1.33, 1.50 and 1.67) and eight slenderness indices ( $\lambda$  - 25, 50, 75, 100, 125, 150, 175 and 200) in the behavior of axially loaded columns. In order to validate the numerical model, the load capacity obtained through a nonlinear analysis was compared with the valuesfound in three experimental studies and in ABNT NBR 8800 (2008 After validation, the resistant capacity of each model was determined through a nonlinear physical and geometric analysis around the largest and least inertia axis. The loads obtained by the castellated and fullweb column were compared. The resistance reduction factors associated with global buckling  $(\gamma)$ for castellated columns were also compared to the values proposed by ABNT NBR 8800 (2008). Castellated columns had a lower resistance capacity than the full-web elements, especially the short columns. Castellated columns with larger openings showed a greater reduction in resistance capacity. Furthermore, the curve proposed by ABNT NBR 8800 (2008) may overestimate the resistant capacity of castellated columns for reduced slenderness indices ( $\lambda_0$ ) lower than 0.75. Finally, equations based on regression models were developed (with  $R^2$  values above 94.00) to estimate the resistance reduction factor associated with global buckling ( $\chi$ ) of the columns evaluated within the scope of this study.

*Keywords*: alveolar profiles; steel; finite element analysis; ABAQUS<sup>®</sup>.; non-linear analysis.



#### **UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO CARLOS**

Centro de Ciências Exatas e de Tecnologia Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil

#### Folha de Aprovação

Defesa de Tese de Doutorado do candidato Arthur Filipe Freire Gomes, realizada no dia 08/04/2024.

#### Comissão Julgadora:

Prof. Dr. André Luis Christoforo (UFSCar)

Prof. Dr. Rodrigo Ribeiro Paccola (USP)

Prof. Dr. Eduardo Chahud (UFMG)

Prof. Dr. Emerson Alexandro Bolandim (UNESP)

Prof. Dr. Wanderlei Malaquias Pereira Júnior (UFSCar)

O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior – Brasil (CAPES) – Código de Financiamento 001.

O Relatório de Defesa assinado pelos membros da Comissão Julgadora encontra-se arquivado junto ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil.

#### **AGRADECIMENTOS**

Agradeço, em primeiro lugar, à minha família, Helenice, Galeno e Carol, pelo apoio e incentivo sempre que precisei, em todos os momentos da minha vida, para que pudesse chegar até aqui.

À minha namorada, Ellen, pelas palavras de motivação e suporte que me auxiliaram nesta trajetória.

Ao meu orientador Prof. Dr. André Luis Christoforo por todos seus conselhos, conhecimento, disponibilidade e contribuições indispensáveis para o desenvolvimento deste trabalho.

Aos meus amigos, em especial Renato e Vitor, por torcerem pela realização dessa conquista.

Aos membros da banca do exame de qualificação, professores Rodrigo Ribeiro Paccola e Edson Denner Leonel, por todas as relevantes contribuições para o progresso deste trabalho.

À Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) pelo apoio e fomento à minha pesquisa.

Finalmente, aos professores do Programa de Pós-graduação em Engenharia Civil (PPGECiv) por todos os ensinamentos e contribuições na jornada acadêmica.

### LISTA DE FIGURAS

Figura 1.1. Processo de fabricação de um perfil castelado11
Figura 1.2. Processo de fabricação de um perfil alveolar12
Figura 1.3. Integração de perfis alveolares com instalações e sistemas de forro12
Figura 1.4. Capacidade de vencer grandes vãos13
Figura 1.5. Uso de pilares alveolares14
Figura 2.6. Perfil celular
Figura 2.7. Perfil castelado
Figura 2.8. Principais propriedades geométricas da seção transversal de um perfil alveolar: a) Seção original e b) seção alveolada
Figura 2.9. Métodos para o cálculo das propriedades geométricas: a) seção cheia, b) seção T, c)
ponderação por superfície e d) ponderação por linha20
Figura 2.10. Tipologias de aberturas: padrão Litzka
Figura 2.11. Tipologias de aberturas: padrão Peiner
Figura 2.12. Tipologias de aberturas: padrão Anglo-Saxão
Figura 2.13. Forças internas na alma e na seção "tê" de acordo com Vierendeel23
Figura 2.14. Linha de compressão e deformação no colapso24
Figura 2.15. Principais padrões de tensão residual utilizadas pelo mundo
Figura 2.16. Modelo de distribuição de tensões residuais para perfis celulares
Figura 2.17. Diagrama tensão normal versus deformação com e sem tensões residuais
Figura 2.18. Diagrama tensão versus deformação do aço29
Figura 2.19. Comportamento da barra perfeita e imperfeita
Figura 2.20. Modelo constitutivo elástico perfeito
Figura 2.21. Modelo constitutivo elástico-perfeitamente plástico

Figura 2.22. Modelo constitutivo elastoplástico com encruamento linear	. 33
Figura 2.23. Modelo constitutivo de Earls (1999)	. 34
Figura 2.24. Trajetória de equilíbrio bifurcacional	. 35
Figura 2.25. Trajetória de equilíbrio de instabilidade por "snap-through"	.36
Figura 2.26. Trajetórias de equilíbrio aproximadas	. 38
Figura 2.27. Curva $\chi \times \lambda 0$ – ABNT NBR 8800 (2008)	. 39
Figura 3.28. Fluxograma da pesquisa	.45
Figura 3.29. Sobreposição da espessura da alma e da mesa	.45
Figura 3.30. Elemento finito S4R	.46
Figura 3.31. Malha de elementos finitos	.46
Figura 3.32. Placas rígidas superior e inferior	.47
Figura 3.33. Ligação entre placa rígida e o perfil	.47
Figura 3.34. Restrição da placa superior	.48
Figura 3.35. Restrição da placa inferior	. 49
Figura 3.36. Restrição da translação da alma na direção Z e aplicação de carregamento	. 49
Figura 3.37. Aplicação de carregamento	. 50
Figura 3.38. Sequência do desenvolvimento dos modelos computacionais	. 50
Figura 3.39. Estratégia de análise	.51
Figura 3.40. Deformada de um pilar	. 52
Figura 3.41. Configurações da análise de flambagem elástica	. 52
Figura 3.42. Primeiro autovetor para um perfil $W150 \times 37,1$ (Litzka – k = 1,50, Esbeltez = 5	50):
com relação ao eixo de maior inércia [a) deslocamento em X, b) deslocamento em Y e	; c)
deslocamento em Z] e com relação ao eixo de menor inércia [d) deslocamento em X,	e)
deslocamento em Y e f) deslocamento em Z]	. 53

VII

Figura 3.43. Configurações da análise não linear	55
Figura 3.44. Exportando a posição dos nós do primeiro modo de flambagem da	análise elástica 56
Figura 3.45. Inserindo as imperfeições iniciais	57
Figura 3.46. Sequência do desenvolvimento da análise não linear	57
Figura 3.47. Modo de flambagem correspondente ao primeiro autovalor para um $37,1$ (Litzka – k = 1,50, Esbeltez = 50): flambagem global com relação ao eixo d	n perfil W150 × e maior inércia. 58
Figura 3.48. Carga aplicada de 1220 kN a) Deslocamentos em x [mm] e b) tensã [MPa]	o de von Mises 58
Figura 3.49. Elementos finitos: a) S4R e b) S8R	59
Figura 3.50. Cargas máximas e tempos de análise	60
Figura 3.51. Parâmetros seção transversal dos perfis metálicos	63
Figura 3.52. Resumo das etapas de validação (Fase 1)	64
Figura 3.53. Fluxograma da validação (Fase 1)	64
Figura 4.54. Esquema dos ensaios proposto por Hu et al. (2021)	69
Figura 4.55. Comparação entre carga numérica e experimental x deslocamento n	o centro do vão 70
Figura 4.56. W150 x 37,1 (H) – $\lambda$ = 100: a) análise de flambagem elástica e b) ar	aálise não linear 74
Figura 4.57. Carga x $\lambda$ para o eixo de menor inércia - W150 x 37,1 (H)	75
Figura 4.58. W200 x 59,0 (H) – $\lambda$ = 100: a) análise de flambagem elástica e b) ar	aálise não linear 75
Figura 4.59. Carga x $\lambda$ para o eixo de menor inércia - W200 x 59,0 (H)	76
Figura 4.60. W250 X 73,0 (H) – $\lambda$ = 100: a) análise de flambagem elástica e b) ar	nálise não linear

Figura 4.61. Carga x $\lambda$ para o eixo de menor inércia - W250 X 73,0 (H)77
Figura 4.62. W310x117,0(H) – $\lambda$ = 100: a) análise de flambagem elástica e b) análise não linear
Figura 4.63. Carga x λ para o eixo de menor inércia - W310x117,0(H)78
Figura 4.64. W360x122,0(H) – $\lambda$ = 100: a) análise de flambagem elástica e b) análise não linear 
Figura 4.65. Carga x $\lambda$ para o eixo de menor inércia - W360x122,0(H)79
Figura 4.66. Curva de carga $\times$ deslocamento da seção intermediária (Perfil W250 $\times$ 73,0) 80
Figura 4.67. Distribuição de tensões ao atingir a carga máxima (Perfil $W250 \times 73,0$ )80
Figura 4.68. Configuração do ensaio experimental81
Figura 4.69. Modelagem no ABAQUS®: validação pelo experimento Ma et al. (2018)
Figura 4.70. Detalhe das condições de contorno: a) placa superior e b) inferior
Figura 4.71. Aplicação de carga
Figura 4.72. Malha de elementos finitos
Figura 4.73. Curva carga-deslocamento lateral: a) CH1P e b) CH2P85
Figura 4.74. Curva carga-deslocamento lateral: a) CH2Q e b) CH3P
Figura 4.75 Curva carga-deslocamento lateral: a) CH3Q e b) CH4P
Figura 4.76. Curva carga-deslocamento lateral: CH4Q
Figura 4.77. Coluna CH1P: a) primeiro autovetor e b) deslocamentos na direção z para carga máxima
Figura 4.78. Coluna CH4P: a) primeiro autovetor e b) deslocamentos na direção z para carga máxima
Figura 4.79. Configuração do ensaio experimental
Figura 4.80. Seções escolhidas: (a) Série C80 e (b) Série C10090

Figura 4.81. Modelagem no ABAQUS®: validação pelo experimento Panedpojaman, Sae-Long
e Thepchatri (2021)91
Figura 4.82. Malha de elementos finitos
Figura 4.83. Curva carga-deslocamento lateral: a) RC 80-60 e b) CC 80-20
Figura 4.84. Curva carga-deslocamento lateral: a) CC 80-40 e b) CC 80-60
Figura 4.85. Curva carga-deslocamento lateral: a) RC 100-60 e b) CC 100-2093
Figura 4.86. Curva carga-deslocamento lateral: a) CC 100-40 e b) CC 100-6094
Figura 4.87. Deslocamentos na direção x para carga máxima: a) CC 80-20 e b) CC 100-6095
Figura 4.88. Deslocamentos na direção x para carga máxima para o modelo CC 100-20 com foco na deformação local na mesa comprimida
Figura 4.89. Curvas de flambagem em torno do eixo de menor inércia - W150×37.098
Figura 4.90. Curvas de flambagem em torno do eixo de maior inércia - W150×37.098
Figura 4.91. Curvas de flambagem em torno do eixo de menor inércia – W200×59.0
Figura 4.92. Curvas de flambagem em torno do eixo de maior inércia – W200×59.099
Figura 4.93. Curvas de flambagem em torno do eixo de menor inércia – W250×73.0 100
Figura 4.94. Curvas de flambagem em torno do eixo de maior inércia – W250×73.0100
Figura 4.95. Curvas de flambagem em torno do eixo de menor inércia – W310×117.0 101
Figura 4.96. Curvas de flambagem em torno do eixo de maior inércia – W310×117.0101
Figura 4.97. Curvas de flambagem em torno do eixo de menor inércia – W360×122.0 102
Figura 4.98. Curvas de flambagem em torno do eixo de maior inércia – W360×122.0102
Figura 4.99. Tensões de von Mises e deslocamento para a carga máxima em torno do eixo de maior inércia – W317, $0 \times 117,0$ (Peiner – k = 1,67, Esbeltez = 25)104
Figura 4.100. Tensões de von Mises e deslocamento para a carga máxima em torno do eixo de
maior inércia – W317,0×117,0 (Peiner – k = 1,67, Esbeltez = 200)105

Figura 4.109. Deslocamento do primeiro modo de flambagem em torno do eixo de maior inercia correspondente ao primeiro autovetor - W150  $\times$  37,1 (Litzka – k = 1,67, Esbeltez = 50) ...... 112

Figura 4.119. Curva $\chi \times \lambda 0$ - ABNT NBR 8800 (2008) e Anglo - Saxão (W250 × 73,0) 117
Figura 4.120. Curva $\chi \times \lambda 0$ – ABNT NBR 8800 (2008) e Peiner (W310x117,0)118
Figura 4.121. Curva $\chi \times \lambda 0$ – ABNT NBR 8800 (2008) e Litzka (W310x117,0) 118
Figura 4.122. Curva $\chi \times \lambda 0$ – ABNT NBR 8800 (2008) e Anglo - Saxão (W310x117,0) 119
Figura 4.123. Curva $\chi \times \lambda 0$ – ABNT NBR 8800 (2008) e Peiner (W360 x 122,0) 119
Figura 4.124. Curva $\chi \times \lambda 0$ – ABNT NBR 8800 (2008) e Litzka (W360 x 122,0) 120
Figura 4.125. Curva χ × λ0 – ABNT NBR 8800 (2008) e Anglo - Saxão (W360 x 122,0) 120
Figura 4.126. Gráfico de probabilidade para o erro do modelo de regressão associado ao perfil
W150×37,1 padrão LT

### LISTA DE TABELAS

Tabela 3.1. Condições de contorno para Fase 1 (validação)	48
Tabela 3.2. Modelos para estudo do elemento finito	59
Tabela 3.3. Propriedades dos perfis utilizados	62
Tabela 3.4. Parâmetros utilizados na validação (Etapa II)	63
Tabela 3.5. Parâmetros utilizados no estudo paramétrico (Fase 2)	65
Tabela 4.6. Propriedades do ensaio, do material e do perfil utilizado	69
Tabela 4.7. Modelos para validação das imperfeições físicas e geométricas – Perfil W200 x 5	59,0 71
Tabela 4.8. Propriedades geométricas das colunas	82
Tabela 4.9. Média das propriedades físicas para cada chapa	82
Tabela 4.10. Resultados de validação para o artigo de Ma et al. (2018)	85
Tabela 4.11. Descrição das tipologias	90
Tabela 4.12. Propriedades físicas	91
Tabela 4.13. Resultados de validação para o artigo de Panedpojaman, Sae-Long e Thepch (2021)	natri 92
Tabela 4.14. Resumo das etapas de calibração e validação da metodologia proposta	96
Tabela 4.15. Resultados de modelos de regressão para estimar os valores do fator de redução	ο (χ) 121
Tabela 4.16. Resultados acerca dos erros dos modelos de regressão dependentes do $\lambda 0$ par estimativa do $\chi$ .	ra a 122
Tabela 4.17. Resultados do teste de Tukey para os valores do fator de redução χ	124
Tabela 4.18. Resultados dos modelos de regressão de multivariáveis	125

1. INTRODUÇÃO	11
1.1. Aspectos Gerais	11
1.2. Objetivos da Pesquisa	16
1.3. Justificativa	16
1.4. Estrutura da tese	17
2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	18
2.1. Principais características geométricas e tipologias dos perfis alveolares	18
2.2. Modos de colapso local em perfis alveolares	22
2.2.1. Mecanismo de Vierendeel	22
2.2.2. Colapso no montante da alma	23
2.2.3. Colapso por cisalhamento	24
2.2.4. Colapso por flexão	25
2.3. Modos de colapso global em perfis alveolares	25
2.4. Pilares – comportamento teórico x comportamento real	25
2.4.1 Imperfeições físicas	25
2.4.2 Imperfeições geométricas	29
2.5. Modelos constitutivos do aço	31
2.6. Instabilidade global de Perfis I	34
2.6.1. Instabilidade bifurcacional	35
2.6.2. Instabilidade por "snap-through"	36
2.6.3. Análise lineares e não lineares de estabilidade	37
2.7. Curva de flambagem da ABNT NBR 8800 (2008)	38
2.8. Estudos sobre perfis alveolares	40
2.9. Conclusão da Revisão Bibliográfica	43
3. MATERIAIS E MÉTODOS	44
3.1. Elaboração do modelo numérico	45
3.2. Tipos de análise	50
3.2.1 Análise de flambagem elástica	51
3.2.2 Análise não linear física e geométrica	54
3.3. Definição do elemento finito	59
3.4. Validação do modelo numérico – Fase 1	61
3.5. Estudo Paramétrico e Análise Estatística dos Dados – Fase 2	65
4. RESULTADOS E DISCUSSÕES	68

## SUMÁRIO

4.1. Resultados da Validação	68
4.1.1. Experimento de Hu et al. (2021)	69
4.1.2. ABNT NBR 8800 (2008)	70
4.1.3. Experimento de Ma et al. (2018)	
4.2. Resultados do Estudo Paramétrico	97
5. CONCLUSÕES	
5.1. Conclusões gerais	
5.2. Sugestões para trabalhos futuros	
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	130

### 1. INTRODUÇÃO

#### **1.1. Aspectos Gerais**

Na construção em aço, em especial para edifícios de múltiplos pavimentos, os elementos estruturais (vigas e pilares) são fabricados principalmente em forma de I e H. No entanto, há algumas décadas, a procura por perfis com aberturas ou perfis alveolares tem aumentado. Tais perfis surgiram na Europa em meados da primeira metade do século XX e são fabricados a partir de um perfil laminado do tipo I ou H. Um corte longitudinal divide o perfil em duas partes, e posteriormente, essas peças são realinhadas e soldadas (Figura 1.1). Os perfis alveolares podem ser divididos em duas categorias: perfis castelados (aberturas em formato de hexágonos) e perfis celulares (aberturas em formato de círculos). Após a fabricação dos membros castelados, aberturas circulares podem ser cortadas ao redor das aberturas hexagonais, fabricando assim os perfis com aberturas celulares (Figura 1.2). Dessa forma, um novo perfil com altura superior à do perfil original é obtido, apresentando maior rigidez na direção de maior inércia com, aproximadamente, a mesma massa. O foco de estudo dessa pesquisa são perfis castelados e, segundo Vieira *et al.* (2015), Anglo-Saxão, Peiner e Litzka são as tipologias de castelados mais utilizadas.





Fonte: http://www.grunbauer.nl/ - acessado em 01/06/2021.



Figura 1.2. Processo de fabricação de um perfil alveolar

Fonte: Sonck (2014).

Devido ao processo construtivo, obtém-se um aumento de altura e, consequentemente, uma maior rigidez e capacidade resistente à flexão em comparação com um elemento estrutural de seção I de mesmo peso, o que possibilita vencer vãos maiores. Também, estes elementos estruturais proporcionam uma melhor acomodação das tubulações elétricas, hidrossanitárias e dutos de ar condicionado (Figura 1.3), promovendo uma diminuição da altura necessária entre os pavimentos (SONCK; VAN IMPE; BELIS, 2014). Além disso, tais elementos apresentam melhor desempenho quando submetidos à explosões e abalos sísmicos por apresentarem uma combinação de alta resistência e resposta dúctil (NAWAR *et al.*, 2021; AL-LABAN; SALMAN, 2021; BI *et al.*, 2021). Do ponto de vista arquitetônico, os elementos estruturais alveolares apresentam um aspecto agradável, versátil e diferenciado (Figura 1.4a e Figura 1.4b).





Fonte: Westok, 2024.

#### Figura 1.4. Capacidade de vencer grandes vãos



Fonte: Westok, 2021.

b)

a)

À medida que as exigências da arquitetura moderna continuam a evoluir, as colunas casteladas podem desempenhar um papel central na formação de estruturas no futuro. Com a sua combinação de eficiência estrutural, versatilidade arquitetônica e apelo estético, estes elementos estruturais inovadores apresentam novas possibilidades para designers, engenheiros e construtores.

Apesar das diversas vantagens e sua origem no início do século XX, perfis com aberturas caíram em desuso nas décadas seguintes devido aos altos custos para produção. A partir da década de 90, houve um ressurgimento do interesse pelos perfis com aberturas em virtude das novas tecnologias de corte e soldagem, que tornaram seu preço competitivo e, simultaneamente, possibilitaram novas geometrias. Assim, a variedade de tipologias e o apelo estético para esses elementos estruturais aumentou, sendo cada vez mais utilizados nas mais diversas obras.

Em razão do aumento da rigidez e das demais vantagens supracitadas, elementos alveolares foram inicialmente utilizados em vigas, uma vez que a mesma quantidade de material suporta cargas superiores. Entretanto, elementos com aberturas podem ser utilizados quando submetidos a uma combinação de momento e compressão axial, ou mesmo em casos onde somente uma carga de compressão é encontrada (AVCAR, 2014; EL-SAWY; SWEEDAN; MARTINI, 2009; SONCK; BELIS, 2016; SWEEDAN; EL-SAWY; MARTINI, 2009; PANEDPOJAMAN; THEPCHATRI; LIMKATANYU, 2019; LING; KONG; DENAN, 2015). Pilares alveolares, assim como vigas alveolares, têm diversas vantagens, sendo a principal delas o aumento da inércia em torno do eixo de maior inércia. Em função disso, arquitetos e engenheiros têm utilizado elementos alveolares em pilares (Figura 1.5a, Figura 1.5b, Figura 1.5c). Todavia, como é apresentado na revisão bibliográfica, são poucos e recentes os trabalhos científicos

desenvolvidos com o objetivo de avaliar a resposta estrutural de perfis alveolares utilizados como pilares.



Figura 1.5. Uso de pilares alveolares





Entretanto, a presença de aberturas na alma pode modificar o comportamento estrutural dos elementos alveolares em relação ao perfil de alma cheia (GRILO *et al.*, 2018; LEI; YUAN; LI, 2017). Fenômenos de instabilidades localizadas podem surgir em razão das diferentes condições de contorno na alma. Assim, outros efeitos atuam nesses perfis e devem ser levados em consideração, como o efeito cortante, instabilidade global e local, a plastificação (ROSSI, 2018). Além disso, o método de fabricação de tais perfis pode alterar a distribuição de tensões residuais na seção transversal do elemento. Tais fatores podem diminuir a capacidade resistente do elemento alveolar.

No Brasil, o uso de elementos metálicos sem aberturas como elementos estruturais é regulamentado pela ABNT NBR 8800 (2008) "Projeto de estruturas de aço e de estruturas mistas de aço e concreto de edifícios", da Associação Brasileira de Normas Técnicas. A ABNT NBR 8800 (2008) utiliza como parte do dimensionamento de elementos comprimidos a determinação do fator de redução da resistência associada à flambagem global ( $\chi$ ) com base em uma única curva. Contudo, não há uma normativa ou metodologia específica para elementos castelados carregados axialmente, o que dificulta a implementação pelos profissionais da área.

Em função da demanda e da falta de metodologias de dimensionamento, algumas pesquisas têm sido desenvolvidas sobre o comportamento estrutural de pilares alveolares, mas os trabalhos disponíveis são escassos e relativamente recentes. Estudos sobre a capacidade resistente de pilares castelados ainda são poucos, sendo a maioria deles concentrado na capacidade resistente, considerando a estabilidade elástica (PANEDPOJAMAN; SAE-LONG; THEPCHATRI, 2021). Portanto, há a necessidade de desenvolver métodos para estimar a capacidade resistente de pilares com aberturas, considerando imperfeições físicas e geométricas. Além disso, o desenvolvimento de métodos de dimensionamento de pilares com perfis castelados pode facilitar sua utilização pelos profissionais.

Com base na demanda por pilares alveolares, neste trabalho avalia-se o comportamento estrutural de uma categoria de pilares alveolares, os castelados (compostos por aberturas hexagonais) submetidos à compressão axial. Pilares celulares (compostos por aberturas circulares) não serão abordados na metodologia, pois não serão foco de estudo da pesquisa. Foi realizado um estudo numérico com modelos de elementos finitos utilizando o software ABAQUS®. Desta forma, o presente trabalho avalia o comportamento estrutural de pilares castelados constituídos por cinco perfis de aço do catálogo da Gerdau (W150  $\times$  37,1, W200  $\times$  59,0, W250  $\times$  73,0, W310  $\times$  117,0 e W360  $\times$  122,0) submetidos à compressão axial com base em modelos numéricos de elementos finitos. Estes perfis são comumente utilizados em pilares de alma cheia, com pequena, média e grande altura, e estão isentos de problemas de instabilidade local. Os tipos de abertura de Anglo-Saxão, Peiner e Litzka com três diferentes fatores de expansão, que é a razão entre a altura o perfil com abertura e a altura do perfil sem abertura, (k - 1,33, 1,50 e 1,67) e oito razões de esbeltez (λ - 25, 50, 75, 100, 125, 150, 175 e 200). A carga máxima de cada modelo numérico é obtida por meio de uma análise não linear física e geométrica. Com base nestes resultados, expressões para estimar o fator de redução  $\chi$  de pilares dentro do escopo deste estudo são desenvolvidas e comparadas com as expressões propostas pela normativa ABNT NBR 8800 (2008). Ao todo, 1328 modelos numéricos foram desenvolvidos nesta pesquisa.

#### 1.2. Objetivos da Pesquisa

Essa pesquisa busca avaliar o comportamento estrutural de pilares castelados axialmente carregados por meio de simulação numérica com modelos de elementos finitos, com foco na influência do tipo e da dimensão da abertura na alma.

Os objetivos específicos foram:

- Avaliar a capacidade resistente de pilares castelados em relação aos elementos sem aberturas;
- Avaliar a influência do padrão de corte e do fator de expansão na capacidade resistente do elemento;
- Avaliar o uso da curva de dimensionamento χ × λ<sub>0</sub> proposta pela ABNT NBR 8800 (2008) no método de dimensionamento de pilares castelados usualmente utilizados no Brasil;
- Desenvolver equações para estimar o fator de redução de resistência associado à flambagem global (χ) dos pilares abordados neste estudo;
- Avaliar o erro das equações propostas.

#### **1.3. Justificativa**

Atualmente, é cada vez mais comum o uso de elementos castelados submetidos à compressão. Tais elementos apresentam maior rigidez às deformações por flexão, maior resistência ao momento fletor e facilitam a integração das instalações prediais da estrutura. Além disso, apresentam um aspecto moderno e leve à edificação, estimulando arquitetos e engenheiros a adotarem novas formas estruturais.

Nas últimas décadas, houve um avanço considerável na construção de edifícios, especialmente em elementos metálicos. O desenvolvimento de novas técnicas de corte e montagem, e especialmente a criação de aços mais resistentes possibilita a fabricação de elementos estruturais com maiores capacidades resistentes. Tais condições favorecem o uso de elementos castelados, que têm sido cada vez mais utilizados não só como vigas, mas também como pilares. Como já citado, estudos sobre elementos castelados submetidos à compressão são escassos e recentes, além de não existir métodos de dimensionamento específicos. Assim, há a

necessidade de novos estudos sobre perfis alveolares, buscando aprofundar o conhecimento sobre o seu comportamento estrutural.

Em geral, para avaliar o comportamento de elementos estruturais são realizados ensaios e protótipos reais, com custos elevados, que requerem uma estrutura com equipamentos específicos, que podem inviabilizar a realização destes ensaios. Assim, as simulações computacionais são uma alternativa, pois a partir de um modelo calibrado é possível simular o comportamento de diversos elementos com diferentes parâmetros com um tempo e custo inferiores à abordagem puramente experimental. Com isso, este trabalho visa avaliar o comportamento de pilares castelados por meio de um estudo numérico com 1328 modelos numéricos. Desse modo, o comportamento estrutural de diversas configurações de pilares castelados (diferentes tipos, dimensões, aberturas, comprimentos, esbeltez e perfis) é avaliado, e expressões para estimar o fator de redução ( $\chi$ ) são definidas.

#### 1.4. Estrutura da tese

O trabalho é dividido em capítulos para alcançar os objetivos propostos por esta pesquisa. A seguir é apresentado brevemente o conteúdo de cada capítulo.

- Capítulo 2 [Revisão Bibliográfica]: apresenta-se uma revisão dos assuntos abordados durante o trabalho. São apresentadas as principais características de elementos castelados e os padrões de aberturas mais utilizados. Ademais, os modos de colapso, as imperfeições físicas e geométricas, e conceitos como os tipos de instabilidade globais e análises lineares e não lineares de estabilidade são abordados. Por fim, os principais trabalhos dos últimos anos são descritos, assim como suas principais contribuições.

Capítulo 3 [Materiais e Métodos]: apresenta-se a metodologia utilizada no estudo numérico. É descrita a montagem do modelo, estratégia de análise, validação do modelo, estudo paramétrico e, por fim, a análise estatística dos dados.

- Capítulo 4 [Resultados e Discussões]: neste capítulo são evidenciados os resultados da validação dos modelos numéricos. Posteriormente, os resultados do estudo paramétrico são apresentados e discutidos. Cargas máximas, tensões e deslocamentos, expressões para estimativa do fator de redução da resistência à compressão de pilares castelados são alguns dos resultados da pesquisa.

- Capítulo 5 [Conclusões]: neste capítulo são apresentadas as conclusões, as contribuições da pesquisa e sugestões de trabalhos futuros.

## 2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Em busca de englobar a temática investigada nesta pesquisa, a revisão bibliográfica é dividida em subitens. Os aspectos relevantes sobre pilares castelados, como propriedades geométricas, principais tipologias, modos de colapso, imperfeições físicas e geométricas, instabilidade global, tipos de análises para elementos submetidos a compressão e os trabalhos mais relevantes sobre o tema são abordados.

#### 2.1. Principais características geométricas e tipologias dos perfis alveolares

Os perfis alveolares podem ser fabricados com diversas tipologias, sendo as principais os perfis celulares (Figura 2.6), compostos por aberturas circulares e castelados (Figura 2.7), formados por aberturas hexagonais.



Figura 2.6. Perfil celular





Fonte: Autor (2024).

Devido às aberturas, diversos parâmetros são necessários para definir as dimensões da seção transversal, assim como diferentes expressões para o cálculo das propriedades da seção transversal são requeridas. Na Figura 2.8 são apresentados tais elementos, assim como as principais propriedades geométricas da seção transversal de um perfil alveolar.







Onde:

d é a altura total da seção original;

 $t_w$  é a espessura da alma do perfil original;

tf é a espessura da mesa do perfil original;

bf é largura da mesa do perfil original;

h<sub>0</sub> é a altura do alvéolo;

 $d_g$  é a altura total da seção expandida (dg = k (fator de expansão) x d).

A presença de aberturas na alma dos perfis alveolares faz com que a seção transversal apresente diferentes propriedades geométricas ao longo do comprimento do elemento estrutural. Até o momento desta pesquisa, os principais métodos de cálculo das propriedades geométricas de perfis com aberturas são:

- Método da seção cheia: as propriedades geométricas são descritas de acordo com uma seção transversal sem aberturas, similar aos perfis convencionais de alma cheia (Figura 2.9a);
- Método da seção T: neste método as propriedades geométricas são calculadas na seção transversal central de uma das aberturas do perfil (Figura 2.9b);
- Método da ponderação por superfície: são utilizadas equações que fazem uma ponderação das áreas base nas aberturas do modelo (área vazia) e alma cheia (área cheia) (Figura 2.9c);
- Método da ponderação por linha: similar ao método anterior, essa ponderação ocorre pela linha central do perfil, que possui trechos que passam pela seção cheia (linha cheia) e pela seção vazia (linha vazia) (Figura 2.9d).







Com base na literatura, as propriedades neste trabalho foram obtidas a partir da seção transversal do centro do alvéolo por ser a seção mais crítica. Tal metodologia é utilizada por

diversos autores (VERWEIJ, 2010; KINGET, 2014; SONCK, 2014; KERDAL; NETHERCOT, 1984; JANDERA; MACHACEK, 2014; SWEEDAN; EL-SAWY; MARTINI, 2009; PANEDPOJAMAN, THEPCHATRI, LIMKATANYU, 2019 PANEDPOJAMAN; SAE-LONG; THEPCHATRI, 2021; RODOLPHO *et al.* 2023; HORSANGCHAI *et al.* 2024). As outras metodologias são bem recentes (caso da ponderação por superfície e área) ou podem gerar valores distorcidos, como a desconsideração das aberturas na metodologia da alma cheia.

Com a grande variedade de parâmetros dos elementos alveolares, há diversos tipos de abertura. Durante a história, padrões variados de corte foram utilizados e, se tratando de perfis castelados (aberturas hexagonais), os principais são: Litzka (Figura 2.10), Peiner (Figura 2.11), Anglo-Saxão (Figura 2.12) (VIEIRA *et al.*, 2015). As principais diferenças entre os padrões de corte são a altura do alvéolo (h<sub>0</sub>), o montante da alma (b<sub>w</sub>), que é a distância entre as faces das aberturas, o passo (p), que define a distância entre alvéolos adjacentes, o ângulo de abertura e a altura do perfil castelado (d<sub>g</sub>). Vale ressaltar que perfis castelados têm o passo bem definido em função do montante da alma, enquanto em perfis celulares não há essa restrição.





Fonte: Autor (2024).





Fonte: Autor (2024).

Figura 2.12. Tipologias de aberturas: padrão Anglo-Saxão



Fonte: Autor (2024).

#### 2.2. Modos de colapso local em perfis alveolares

O comportamento estrutural de perfis alveolares é mais complexo que em perfis de alma cheia. Isso ocorre em função das aberturas na alma, que por sua vez, provocam alterações nos modos de falhas desses elementos estruturais. Os modos de falhas para vigas com aberturas são amplamente abordados na literatura, ao contrário do comportamento de colunas alveolares (PANEDPOJAMAN; THEPCHATRI; LIMKATANYU, 2019). A seguir, os principais modos de colapso local presentes em perfis alveolares são apresentados.

#### 2.2.1. Mecanismo de Vierendeel

O mecanismo de Vierendeel em perfis alveolares refere-se ao comportamento estrutural específico que ocorre quando esses perfis são submetidos à carga ao longo do seu comprimento, resultando em um tipo de deformação que envolve momentos fletores e forças cortantes nas ligações entre os elementos do perfil. Quando as vigas alveolares são carregadas ao longo do seu comprimento, cada parte do elemento estrutural atua de forma individual, formado por três partes: montante da alma, "tê" inferior e "tê" superior. São formadas quatro rótulas plásticas nos cantos das aberturas e os painéis se deformam, adquirindo uma forma de paralelogramo na zona de variação do momento fletor. Pesquisas indicam que esse modo de colapso é mais comum em vigas com vãos pequenos, alta relação entre largura da alma e perímetro da seção transversal (b<sub>w</sub>/p), e com altura reduzida das seções em forma de T acima e abaixo das aberturas em relação à altura expandida do perfil (KERDAL; NETHERCOT, 1984).

O momento fletor global é redistribuído pelas seções em "tê" como duas forças normais, enquanto a força cortante é assumida como distribuída uniformemente sobre as seções em "tê" superior e inferior. Se as forças de cisalhamento no "tê" inferior e superior forem consideradas iguais, o equilíbrio estático diz que o momento no centro do montante da alma é nulo. Devido às forças de cisalhamento no meio das seções em "tê", haverão momentos fletores secundários locais em ambos os "tê", que aumentarão com o acréscimo do comprimento da abertura. Quando a resistência total das seções em "tê" ao redor das aberturas for insuficiente para suportar as forças normais locais e os momentos secundários, a viga sofrerá uma falha pelo mecanismo Vierendeel. Esse tipo de falha é especialmente crítico em perfis curtos (onde o esforço cortante predomina), em perfis com grandes aberturas (que geram momentos secundários elevados) ou em seções em "tê" com espessura reduzida (que possuem baixa resistência plástica) (SONCK, 2014; KERDAL e NETHERCOAT, 1984). Um esboço das forças internas citadas é apresentado na Figura 2.13.

Figura 2.13. Forças internas na alma e na seção "tê" de acordo com Vierendeel



Fonte: Bitar et al. (2006) apud Sonck (2014).

#### 2.2.2. Colapso no montante da alma

O montante da alma será carregado por uma combinação de cisalhamento horizontal e flexão de dupla curvatura ao longo de sua altura, resultando em uma linha inclinada de compressão ao longo da altura do montante da alma (Figura 2.14). Além disso, forças transversais locais também induzem compressão ao montante da alma.



Figura 2.14. Linha de compressão e deformação no colapso

Fonte Adaptado de Tsavdaridis e D'Mello (2011).

Se forças locais forem aplicadas diretamente na alma, existe a possibilidade de que ela entre em colapso por compressão, sem que haja torção (RODOLPHO, 2023). Para evitar esse colapso, o anexo N do ENV3, Eurocode 3 (CEN, 1998), recomenda que o cálculo da força resistente siga o ENV3 (CEN, 1998), desde que a força local seja aplicada à uma certa distância da abertura. Caso contrário, devem ser utilizados enrijecedores transversais na alma (SONCK, 2014).

Devido às forças cortantes horizontais no montante da alma, pode ocorrer ruptura por escoamento ou na linha de solda que conecta os dois "tês" (RODOLPHO, 2023). A resistência depende da área soldada e da tensão de escoamento do aço (HOSAIN e SPEIRS, 1971 apud SONCK, 2014). Outra possível forma de colapso da alma é por flexão, mas este caso não será detalhado, pois é raramente observado em perfis alveolares, devido ao aumento da largura da alma na direção oposta ao centro do montante (FELDMANN *et al.*, 2006).

#### 2.2.3. Colapso por cisalhamento

A resistência ao cisalhamento de um elemento alveolar pode ser calculada utilizando como área de cisalhamento a área da alma na seção com aberturas (CHUNG, 2003; FELDMANN *et al.*, 2006). No entanto, de acordo com essas referências, esse cálculo é bastante conservador para aberturas maiores na alma e mesas espessas, e uma parte da área da mesa também poderia ser incluída na área de cisalhamento.

Quando as tensões normais devido ao momento fletor global acima e abaixo da abertura alcançam o limite de escoamento, são formadas dobradiças plásticas. Este é o mesmo mecanismo de falha que já existe para membros com alma simples, mas o momento plástico da seção transversal deve ser calculado usando a seção transversal no centro da abertura da alma, conforme Kerdal e Nethercot (1984).

#### 2.3. Modos de colapso global em perfis alveolares

Não há muitos estudos sobre o comportamento de colunas alveolares carregadas axialmente, assim como não há nenhuma disposição normativa sobre o colapso global por flambagem de colunas alveolares. A pesquisa sobre este tema é bastante limitada até o momento e ainda não está claro como a resistência à flambagem global de colunas alveolares deve ser determinada. No item 2.8 será apresentada uma visão geral da (limitada) literatura disponível sobre este assunto.

#### 2.4. Pilares – comportamento teórico x comportamento real

O comportamento teórico e real de elementos estruturais é frequentemente diferente e pilares não são exceções. Tais diferenças do comportamento ocorrem essencialmente de duas formas (GALAMBOS, 1988):

- não linearidade das relações tensão-deformação e/ou tensões residuais (imperfeições físicas);
- excentricidade e/ou curvatura inicial (imperfeições geométricas). Diversos estudos demonstram que o comportamento de pilares é consideravelmente afetado por tais imperfeições.

Em busca de simular o comportamento estrutural de pilares, é indicada a implementação destas imperfeições. A seguir, são discutidos aspectos das imperfeições físicas e geométricas.

#### 2.4.1 Imperfeições físicas

A não linearidade da curva tensão-deformação é provocada pela própria natureza do material ou pelo seu processo de fabricação. Independente do material, sua composição não é completamente homogênea e, como consequência, a tensão pode apresentar diferentes valores em determinados pontos do material.

Outra forma de imperfeição física comumente encontrada em elementos de aço são as tensões residuais, que resultam em esforços e deformações adicionais. Para um mesmo nível de tensão atuante, o material com elevado panorama de tensões residuais apresenta maiores deformações em relação a um material sem esse tipo de imperfeição inicia. As tensões residuais podem surgir de duas maneiras: processo de fabricação e esforço mecânico (SONCK, 2014). O primeiro ocorre quando determinado elemento é sujeito a algum processo térmico, como laminação a quente, oxicorte, soldagem, etc. Assim, a operação de corte e soldagem necessária para construir elementos celulares e castelados introduz tensões residuais nos elementos. Este fenômeno ocorre devido ao gradiente de temperatura que surge no material durante o processo de aquecimento e resfriamento, que provoca uma retração ou dilatação térmica diferenciada ao longo do elemento, fazendo com que surjam esforços internos para compatibilizar as deformações. O segundo modo é quando determinado elemento é submetido à esforços que provocam tensões acima do limite elástico e, posteriormente, ocorre um alívio do carregamento (SONCK, 2014). Para esse estudo, as tensões residuais de interesse ocorrem em função do primeiro método.

As distribuições das tensões residuais dependem diretamente da geometria da seção transversal, dos métodos de retificação das peças, propriedades do material, da temperatura de laminação ou soldagem e do resfriamento (GALAMBOS, 1988). Principalmente, as tensões residuais reduzem a resistência última de um elemento estrutural, acelerando o início do comportamento inelástico, aumentando assim sua flexibilidade e reduzindo a resistência à pós-flambagem.

Existem diversos padrões de distribuição de tensão residual em perfis laminados propostos. Alguns desses padrões são mostrados na Figura 2.15. O modelo australiano, proposto por Massey, possui uma distribuição constante nas mesas e triangularmente variável ao longo da alma. O modelo britânico, proposto por Young, possui distribuição parabólica em todos os elementos da seção transversal, enquanto o modelo americano, desenvolvido por Galambos, possui distribuição bi-linear nas mesas e constante na alma. A ECCS (European Convention for Constructional Steelwork) (1984) adota um modelo linear de tensões residuais tanto na alma quanto nos flanges e a ABNT NBR 8800 (2008) apresenta uma distribuição constante nas mesas do perfil igual a 30% da tensão de escoamento do aço. Esses são alguns dos vários modelos disponíveis na literatura para perfis laminados de alma cheia.



Figura 2.15. Principais padrões de tensão residual utilizadas pelo mundo

Fonte: Balio e Mazzolani (1983, adaptado por Gomes, 2006).

Como supracitado, o processo de corte e solda modifica as tensões residuais do elemento (ALPSTEN, TALL, 1970). Além disso, há escassas informações sobre a distribuição de tensões residuais em perfis castelados (SONCK, 2014). Isso ocorre em razão da complexidade de avaliar os efeitos dos diferentes cortes realizados no processo de fabricação de perfis alveolares. Dentre os poucos trabalhos sobre o tema, destaca-se Sonck (2014), que abordou os efeitos de tensões residuais em perfis alveolares. Sonck (2014) conduziu um estudo experimental para identificar as tensões residuais em perfis castelados de aço. Baseando-se no trabalho de Tebedge *et al.* (1971), a autora utilizou o Método do Seccionamento para medir as tensões residuais na seção transversal de um perfil castelado e sugeriu um padrão de distribuição dessas tensões, conforme mostrado na Figura 2.16.





Fonte: Sonck (2014).

Para obter um padrão de tensão residual simplificado, sem variação ao longo do comprimento do perfil, foi estabelecido que a tensão residual da alma cheia seja a mesma na região

da alma da seção "T", representada na Figura 2.16 por  $\sigma_{es,alma}$ . Essa tensão é calculada utilizando a (2.1) (SONCK, 2014).

$$\sigma_{res,alma} = 50 MPa x \frac{bt_f}{(H - t_f - a)t_w}$$
(2.1)

Entretanto, o padrão de distribuição proposto é limitado (um perfil avaliado), não deve ser utilizado para os demais perfis (RODOLPHO *et al.*, 2023). a consideração destas tensões no dimensionamento dos elementos estruturais de aço é importante, uma vez que estas tensões podem provocar o escoamento ou flambagem prematura deste elemento. Zhou *et al.* (2018) também avaliaram tensões residuais, porém foi oposto somente um potencial padrão de distribuição. Todavia, os próprios autores sugeriram estudos mais aprofundados para sua aplicação prática.

Foi observado que as tensões residuais provocam a não linearidade do diagrama de tensãodeformação de perfis metálicos (HUBER, BEEDLE, 1954). Segundo Bezerra (2011), o escoamento começa em uma tensão ( $\sigma_p$ ) que é menor que o limite de escoamento f<sub>y</sub> obtido no teste sem tensão residual. A diferença entre o limite de escoamento do material (corpo de prova) e a tensão de escoamento (perfil) é a tensão residual. A Figura 2.17 demostra esse comportamento.







Com isso, para considerar o efeito das tensões residuais em modelos computacionais de elementos finitos, alguns autores (ALMEIDA, 2012, DUTRA, 2014, CARDOSO, 2014) propõem modificar o diagrama tensão × deformação que descreve o comportamento mecânico do aço, como mostrado na Figura 2.18. O trecho linear elástico é limitado até a tensão correspondente,

definida em função da tensão de escoamento. Tal metodologia já foi aplicada com êxito e apresenta um custo computacional menor em comparação com a implementação de tensões residuais utilizando sub-rotinas (ALMEIDA, 2012, DUTRA, 2014, CARDOSO, 2014; GOMES *et al.*, 2023.



Figura 2.18. Diagrama tensão versus deformação do aço

Fonte: Adaptado de Almeida (2012).

#### 2.4.2 Imperfeições geométricas

As barras e, consequentemente, os pilares metálicos não são perfeitamente retilíneos, possuindo pequenas imperfeições e/ou uma curvatura inicial, geralmente em função do resfriamento não uniforme. O gradiente de temperatura provoca uma contração maior em uma face do perfil que a outra, gerando a curvatura. Tal imperfeição geométrica influencia consideravelmente o comportamento estrutural de pilares.

A carga suportada por um pilar prismático perfeito (sem imperfeições geométricas ou tensões residuais), carga axial centralizada e condições de contorno bem definidas pode ser determinada pela carga de Euler (Equação (2.2)), desde que o material esteja no regime elástico (Figura 2.19b, linhas OAB). Caso o pilar apresente uma curvatura inicial (Figura 2.19a) e/ou uma carga com excentricidade, a carga aplicada tende assintoticamente à carga crítica enquanto a barra permanecer no regime elástico (Figura 2.19b, curva C). Em ambos os casos, os deslocamentos tendem a crescer indefinidamente.

$$P_e = \frac{\pi^2 EI}{(KL)^2} \tag{2.2}$$

Em situações reais, os pilares podem estar submetidos às cargas superiores ao regime elástico e, assim, a principal hipótese da teoria de Euler é violada. Com isso, o material escoa e a rigidez é reduzida, seja em função da não linearidade do material ou da presença de tensões residuais na seção transversal. Nessa situação, o ponto de bifurcação é dado pela Equação (2.3), em função do módulo tangente. Se não ocorrer mudanças na rigidez em razão do escoamento da seção transversal, a carga aplicada tende assintoticamente à carga do módulo de elasticidade reduzido (Equação (2.4)), representado pela curva E na Figura 2.19c. Como o aumento da carga provoca um aumento do escoamento, a rigidez continua decrescendo (Figura 2.19c, curva F). Entretanto, nos casos práticos, os pilares apresentam imperfeições geométricas e/ou uma carga com excentricidade e, assim, a carga máxima fica reduzida (Figura 2.19c, curva G). Portanto, fica claro que é essencial considerar as imperfeições iniciais e as tensões residuais para representar o comportamento de pilares reais (CRISTINA *et al.*, 2007).

$$P_t = \frac{\pi^2 E_t I}{(KL)^2}$$
(2.3)

$$P_r = \frac{\pi^2 E_r I}{(KL)^2} \tag{2.4}$$

Figura 2.19. Comportamento da barra perfeita e imperfeita



Fonte: Adaptado de Galambos (1988).
Existem algumas abordagens para considerar os efeitos das imperfeições geométricas, dentre elas: escalonamento do modo de flambagem elástica, método de forças horizontais nocionais, redução da rigidez do elemento e modelagem direta de imperfeições geométricas iniciais (CHAN, HUANG, FANG, 2005). Nesta pesquisa, o método de escalonamento é adotado, abordagem similar a diversos autores para representar imperfeições iniciais (PANEDPOJAMAN; THEPCHATRI; LIMKATANYU, 2019; GOMES *et al.*, 2023; RODOLPHO *et al.*, 2023; HORSANGCHAI *et al.*, 2024). Primeiro é realizada uma análise de flambagem elástica da estrutura perfeita. O primeiro modo de flambagem é então dimensionado para representar a geometria imperfeição inicial (GU; CHAN, 2005). A suposição do método de escalonamento do modo de flambagem é que o primeiro modo de flambagem, representa a geometria de imperfeição mais crítica semelhante à deformação do pórtico no colapso (ALVARENGA; SILVEIRA, 2009). Assim, o pilar apresenta um deslocamento máximo definido, tipicamente utilizado em função do seu comprimento (L/1500, por exemplo). Assim, a estrutura apresenta uma curvatura inicial similar ao primeiro modo de flambagem, sendo o deslocamento máximo de L/1500, neste exemplo.

#### 2.5. Modelos constitutivos do aço

Os modelos constitutivos do aço são fundamentais para descrever o comportamento mecânico deste material sob diferentes condições de carregamento. Esta curva representa a relação entre a tensão aplicada e a deformação resultante, abrangendo regiões elásticas, plásticas e de potencial falha. A seguir são apresentados alguns dos modelos utilizados em trabalhos encontrados na literatura.

O modelo elástico-perfeito é um dos mais simples e fundamentais no estudo do comportamento dos materiais. Este modelo assume que o material responde linearmente à aplicação de cargas até o ponto de ruptura, sem considerar o comportamento plástico ou o endurecimento do material (Figura 2.20). Este modelo é limitado porque o aço exibe comportamento plástico significativo após o limite de escoamento. No entanto, para pequenas deformações e análises preliminares, o modelo elástico-perfeito pode ser uma simplificação útil. Vários trabalhos sobre colunas com aberturas adotam este modelo (SWEEDAN *et al.*, 2009; EL-SAWY *et al.*, 2009; YUAN, KIM; LI, 2014; GU; CHENG, 2016; PANEDPOJAMAN, THEPCHATRI, LIMKATANYU, 2019).

Figura 2.20. Modelo constitutivo elástico perfeito



Fonte: Autor (2024).

O modelo elástico-perfeitamente plástico é um dos mais simples e amplamente utilizados para a análise estrutural do aço. Este modelo assume que o material se comporta de maneira linear elástica até atingir o limite de escoamento, após o qual ele se deforma plasticamente sem qualquer endurecimento. Alguns trabalhos utilizaram este modelo para representação do comportamento do aço (SONCK 2016; HORSANGCHAI *et al.*, 2024; ROSSI, 2018). Na Figura 2.21 é demostrado o comportamento genérico desse modelo constitutivo.

Figura 2.21. Modelo constitutivo elástico-perfeitamente plástico



Fonte: Autor (2024).

O modelo elastoplástico com encruamento linear (Figura 2.22) é uma abordagem avançada que considera tanto o comportamento elástico inicial quanto o endurecimento linear (ou

encruamento) do aço após o escoamento. Este modelo é uma extensão do modelo elásticoperfeitamente plástico, incorporando um termo adicional para descrever o aumento da resistência do material à medida que a deformação plástica progride. Este modelo é mais realista que o modelo elástico-perfeitamente plástico, pois leva em consideração o aumento da resistência do aço devido ao encruamento, que é um fenômeno observado na maioria dos aços estruturais. Tal modelo é encontrado em alguns trabalhos na literatura (VERWEIJ, 2010; PANEDPOJAMAN; SAE-LONG; THEPCHATRI, 2021; EL-TOGBY; ABU-SENA; FARES, 2021; MA *et al.*, 2018).

Figura 2.22. Modelo constitutivo elastoplástico com encruamento linear



Fonte: Autor (2024).

O modelo de Earls (1999) foi desenvolvido para capturar o comportamento mais realista do aço, considerando o endurecimento do material após o escoamento. Após o escoamento, o comportamento do material é descrito por uma combinação de regras de endurecimento cinemático e isotrópico, onde a tensão de escoamento aumenta com a deformação plástica acumulada (Figura 2.23). Tal modelo é utilizado em alguns trabalhos na literatura (BEZERRA, 2011; ROSSI *et al.*, 2021; RODOLPHO *et al.*, 2023).

Figura 2.23. Modelo constitutivo de Earls (1999)



Fonte: Autor (2024).

Nesta pesquisa, optou-se por inserir as imperfeições físicas (tensões residuais) por meio da alteração do modelo constitutivo do material (ver item 2.4.1). Diversos trabalhos encontrados na literatura desconsideram esse efeito, que possui enorme influência na capacidade resistente de elementos estruturais. Em razão do volume de modelos propostos (1328 modelos numéricos), essa metodologia é uma solução viável para conseguir implementar tais imperfeições.

# 2.6. Instabilidade global de Perfis I

Em análises estruturais, o conceito de estabilidade representa que o elemento estrutural está em equilíbrio, que refere à capacidade de uma estrutura de alcançar uma posição de equilíbrio após a aplicação de qualquer carga ou deslocamento externo. Instabilidade estrutural refere-se à perda de capacidade de um elemento estrutural manter sua forma e resistir a cargas após atingir um determinado nível crítico de carga. Em perfis de aço, essa instabilidade pode se manifestar como flambagem ou deformações laterais significativas que podem levar à falha estrutural. As principais formas de instabilidade incluem a bifurcação e a instabilidade por ponto limite, cada uma com suas características e implicações específicas.

A transição entre as configurações de equilíbrio estável e instável representa a instabilidade estrutural que se desenvolve ao longo de uma determinada trajetória de equilíbrio. Essa instabilidade estrutural pode surgir de dois modos (REIS e CAMOTIM, 2000):

• Ocorrência de uma bifurcação de equilíbrio, ou seja, instabilidade bifurcacional;

• Ocorrência de um ponto limite, onde a trajetória de equilíbrio (não linear) tem derivada nula, chamada de instabilidade por ponto limite ou por "*snap-through*".

# 2.6.1. Instabilidade bifurcacional

Esse tipo de instabilidade é característico de pilares perfeitos (sem imperfeições físicas, geométricas) carregados axialmente. A instabilidade bifurcacional ocorre quando um perfil de aço atinge uma carga crítica, resultando em uma mudança súbita na configuração de equilíbrio. Este fenômeno é frequentemente observado como flambagem, onde o perfil se deforma lateralmente de seu eixo original. É no ponto de bifurcação que ocorre a transição de uma configuração de equilíbrio estável para uma configuração de equilíbrio instável. Segundo Reis e Camotim (2000), a instabilidade bifurcacional pode ser melhor visualizada por um diagrama genérico (Figura 2.24).

- Uma trajetória de equilíbrio fundamental (linear ou não linear), que se inicia na origem do diagrama carga-deslocamento;
- Uma trajetória de equilíbrio de pós-flambagem, que não passa pela origem do diagrama carga-deslocamento;
- Um ponto de bifurcação, que corresponde a intersecção das duas trajetórias e no qual as configurações de equilíbrio fundamental passam de estáveis para instáveis.





Fonte: Adaptado de Reis e Camotim (2000).

Em análises de instabilidade bifurcacional, são determinadas as cargas críticas de instabilidade (correspondentes às coordenadas do ponto de bifurcação) e o modo de flambagem predominante (pela observação da configuração deformada na bifurcação) (REIS, CAMOTIM, 2000).

# 2.6.2. Instabilidade por "snap-through"

Esse tipo de instabilidade é característica de estruturas reais que apresentam imperfeições geométricas iniciais. Diferente da instabilidade bifurcacional, a trajetória de equilíbrio apresenta um aumento progressivo dos deslocamentos para cada incremento de carga ou deslocamento, como mostrado na Figura 2.25. Segundo Chen e Lui (1987) e Reis e Camotim (2000), um problema de instabilidade por "*snap-through*" é caracterizado por:

- Uma trajetória de equilíbrio fundamental, com origem nas coordenadas nulas dos eixos;
- Um ponto limite, que corresponde ao ponto onde a inclinação da trajetória de equilíbrio se anula, fazendo com que as configurações de equilíbrio transitem de estáveis para instáveis;
- Um fenômeno de "*snap*", que ocorre quando a estrutura se encontra no ponto limite e é submetida a um rápido aumento de carga. Esse "*snap*" consiste na passagem da estrutura para uma configuração estável de equilíbrio afastada do ponto limite.

Figura 2.25. Trajetória de equilíbrio de instabilidade por "snap-through"



Fonte: Adaptado de Reis e Camotim (2000).

Em problemas de instabilidades que envolvem elementos estruturais com imperfeições geométricas, é necessário determinar a trajetória de equilíbrio (REIS; CAMOTIM, 2000). Diferente do problema de instabilidade bifurcacional, o elemento estrutural apresenta deslocamento desde o primeiro incremento de carga. Durante a aplicação do carregamento, os deslocamentos aumentam e a rigidez sofre uma diminuição até o ponto limite que se anula. Nesse momento, a ordenada fornece a carga limite ou snap. Com isso, é necessária uma metodologia que permita a determinação dessa trajetória (REIS, CAMOTIM, 2000).

# 2.6.3. Análise lineares e não lineares de estabilidade

A determinação precisa da trajetória de equilíbrio e do comportamento não linear real do sistema é alcançada por meio de soluções analíticas apenas para problemas de estabilidade muito simples (REIS; CAMOTIM, 2000). As análises de instabilidade bifurcacional e por "*snap-through*" são os tipos mais comuns de análises aproximadas de estabilidade.

A análise linear de estabilidade é baseada em simplificações que assumem pequenas deformações e comportamentos lineares dos materiais. Esta abordagem é adequada para a maioria das análises preliminares e para estruturas onde as deformações são pequenas em comparação com as dimensões estruturais. Em muitos problemas de análise bifurcacional, a trajetória fundamental de equilíbrio é linear. Quando essa trajetória não é linear, o objetivo é determinar apenas o valor da carga bifurcacional e o modo de instabilidade associado à menor carga bifurcacional (REIS; CAMOTIM, 2000).

Entretanto, elementos reais podem apresentar imperfeições geométricas, físicas e excentricidades. Nesses casos, a bifurcação de equilíbrio é substituída pela trajetória de equilíbrio. Assim, é necessário incluir termos não lineares nas equações de equilíbrio, realizando uma análise não linear de estabilidade por ponto limite ou "*snap-through*" para determinar essa trajetória (ROSSI, 2018). A Figura 2.26 demonstra as trajetórias citadas.





Fonte: Adaptado de Reis e Camotim (2000).

## 2.7. Curva de flambagem da ABNT NBR 8800 (2008)

A partir de 1970, diversos ensaios com diferentes perfis, índices de esbeltez e processos de fabricação de pilares submetidos à compressão foram realizados na Europa. A *European Convention for Constructional Steelwork* (ECCS) criou o Comitê sobre Estabilidade em 1959 para unificar as normativas nacionais de diversos países (LAVALL, 1996). Um conjunto de 1067 ensaios foram realizados em sete países da Europa, juntamente com um estudo teórico extenso foram a base para definir três curvas de flambagem. Posteriormente, duas novas curvas foram adotadas para perfis de aço de alta resistência e com baixas tensões residuais e outra curva para perfis com altas tensões residuais.

Ensaios também foram realizados nos Estados Unidos na Universidade de Lehigh. (R. Bjorhovde (1971 apud LAVALL, 1996) gerou 112 colunas de resistências das colunas ensaiadas cujas tensões residuais estavam disponíveis. Foi observado que diversas curvas apresentavam semelhanças, sendo divididas em três subgrupos, cada um representado pela sua média (LAVALL, 1996). As três curvas são conhecidas como as curvas da *Structural Stability Research Council* (SSRC). Essas normas são referências para as normas de outros países, como, por exemplo, o próprio Brasil.

Na ABNT NBR 8800 (2008), as curvas múltiplas de flambagem foram substituídas por uma única curva (Figura 2.27), idêntica à curva adotada pela normativa ANSI/AISC 360-(2022). O fator de redução é calculado em função do índice de esbeltez reduzido  $\lambda_0$  da barra pelas seguintes Equação (2.5) e Equação (2.6):

$$\lambda_0 \le 1.5 \to \chi = 0.658^{\lambda_0^2} \tag{2.5}$$

$$\lambda_0 > 1.5 \to \chi = \frac{0.877}{\lambda_0^2}$$
 (2.6)

Onde 
$$\lambda_0 = \sqrt{\frac{QA_g f_y}{N_e}}$$

Q = fator de redução associado a flambagem local;

Ag = área bruta da seção transversal;

 $f_y = tensão de escoamento;$ 

Ne = carga axial de flambagem elástica.





Fonte: Adaptado de ABNT NBR 8800 (2008).

# 2.8. Estudos sobre perfis alveolares

Como supracitado, elementos alveolares foram desenvolvidos primordialmente para serem utilizados como vigas, sendo relativamente recente seu uso como pilares. Portanto, há mais pesquisas relacionadas às vigas com perfis alveolares do que pilares. Estudos consideráveis foram realizados e diretrizes de projeto estão disponíveis sobre a capacidade resistente de vigas alveolares em regime elástico ou inelástico (CHUNG; LIU; KO, 2003; ABREU, 2011; BEZERRA, 2011; VIEIRA, 2011; OLIVEIRA, 2012; FERRARI, 2013; VIEIRA, 2014; LAWSON *et al.*, 2006; VIEIRA, 2015, GONÇALVES, 2015; TEIXEIRA, 2017).

No entanto, faltam estudos sobre a capacidade resistente de pilares alveolares e a maioria deles foca na resistência à flambagem elástica. Inicialmente, a revisão foi feita somente com base em pesquisas com foco em pilares castelados (foco de estudo desta pesquisa), porém esse parâmetro gerou poucos resultados. Portanto, a revisão bibliográfica aborda ambas as classes de pilares alveolares, ou seja, celulares (aberturas circulares) e castelados (aberturas hexagonais). Para isso, empregou-se como mecanismo de busca o Portal Periódicos CAPES, o Google Scholar, Elsevier e o endereço eletrônico de periódicos relacionados às temáticas: pilares castelados e pilares celulares. Nos parágrafos seguintes, uma visão geral da literatura relevante disponível sobre este assunto é apresentada. Trabalhos a partir do ano de 2009 são escolhidos visando abordar os trabalhos dos últimos 15 anos.

A influência das deformações de cisalhamento no comportamento de flambagem elástica por flexão em relação ao eixo de maior inércia desses pilares foi investigada em Sweedan *et al.* (2009) e El-Sawy *et al.* (2009). Os dois trabalhos apresentam abordagens similares, tendo em vista que foram feitos pelos mesmos pesquisadores. Nos artigos, são propostos fatores de redução para a carga crítica de flambagem em relação ao eixo de maior inércia de pilares celulares e castelados e uma rigidez à flexão equivalente é proposta. Observou-se que a influência do cisalhamento diminui com o aumento do comprimento do pilar e da altura da alma, bem como com a diminuição das alturas das aberturas.

Verweij (2010) avaliou o comportamento global de flambagem de perfis celulares axialmente carregados por meio de um estudo numérico. Ao comparar as capacidades resistentes obtidas a partir de simulações numéricas com os valores propostos pelo autor, esse método se mostrou muito conservador em diversos casos. Não foi possível estabelecer uma curva de flambagem adequada, mas observou-se que o comportamento à flambagem foi qualitativamente similar aos pilares sem aberturas.

Yuan, Kim e Li (2014) utilizaram uma análise analítica para estimar a carga crítica de flambagem de pilares castelados carregados axialmente. Verificou-se que a influência das deformações de cisalhamento da alma nas cargas críticas de flambagem de pilares castelados aumentou com a área da seção transversal em T e altura da abertura, mas diminuiu com o aumento do comprimento do pilar e a espessura da alma. Foi observado que desprezar as deformações de cisalhamento da alma pode superestimar a carga crítica de flambagem em até 25%.

Sonck (2014) avaliou o efeito das tensões residuais e do padrão de geometria em perfis alveolares com base em uma ampla pesquisa numérica e experimental. Foi proposto um modelo de tensões residuais para perfis celulares, além de um método de cálculo da resistência à flambagem global desses perfis. Entretanto, deve ser salientado que todos os estudos foram para um perfil, o que limita suas conclusões.

Sonck, Impe e Belis (2014) analisaram experimentalmente a tensão residual em elementos celulares e castelados. O processo de fabricação levou ao aumento da tensão residual de compressão das mesas, que provocou uma diminuição na capacidade resistente dos elementos avaliados. Além disso, o efeito das tensões residuais na capacidade resistente à flambagem global de elementos estruturais castelados é mais prejudicial do que em elementos estruturais sem aberturas.

Sonck e Belis (2016) analisaram a flambagem de pilares castelados em torno do eixo de menor inércia, considerando diferentes distribuições de tensões residuais. As propriedades da seção transversal dos pilares foram calculadas no centro da abertura. Em relação às curvas de flambagem do código europeu EN 1993-1-1 (2005) recomendadas para elementos de alma cheia, a capacidade resistente à flambagem dos elementos castelados encontra-se na curva de flambagem inferior (Curva d).

Gu e Cheng (2016) estudaram a carga crítica de flambagem de pilares celulares. O foco de estudo foi o comportamento perante à flambagem global por flexão em relação ao eixo de maior inércia. Foi concluído que o efeito das deformações de cisalhamento no elemento celular aumentou com o aumento da área da seção transversal da seção em T acima das aberturas e o diâmetro da abertura da alma. Porém, tal efeito diminuiu com a espessura da alma e o aumento do comprimento do elemento celular.

Zhou *et al.* (2018) avaliaram numericamente tensões residuais em vigas casteladas. Um estudo paramétrico foi realizado e os resultados discutidos. Foi proposto um modelo potencial de

distribuição de tensões residuais, porém os próprios autores recomendam mais estudos para avaliar sua utilização.

Panedpojaman, Thepchatri e Limkatanyu (2019) propõem um método de cálculo da carga elástica de flambagem em torno do eixo de maior inércia de pilares celulares. O estudo foi validado por comparações com análises numéricas utilizando o método dos elementos finitos. Também foi realizado um estudo paramétrico dos efeitos da geometria do pilar no cisalhamento, tais como relações de seção, abertura, espaçamento e esbeltez. Foi observado que o espaçamento das aberturas afeta a carga de flambagem mais do que o fator de expansão. Além disso, os efeitos de cisalhamento degradam a carga de flambagem em menos de 10% para casos com esbeltez maior que 75.

Panedpojaman, Sae-long e Thepchatri (2021) avaliaram numericamente o comportamento de pilares celulares submetidos à carga axial excêntrica. Este estudo teve como objetivo examinar a eficiência do uso das normativas EN 1993-1-1:(2005) e ANSI/AISC 360 (2022) para projetar a capacidade resistente de pilares celulares em torno do eixo de maior inércia. Para pilares com aberturas, as capacidades resistentes de projeto são menos conservadoras do que com pilares regulares. Os autores também observaram que a capacidade resistente é superestimada pela normativa europeia para valores de índice de esbeltez reduzido inferiores a 1,0.

El-Tobgy, Abu-Sena e Fares (2021) avaliaram numérica e experimentalmente pilares alveolares submetidos à compressão axial centrada e excêntrica em torno do eixo de menor inércia para diferentes fatores de expansão. Pode-se concluir que o efeito da flambagem local aumenta com o aumento do fator de expansão (K), sendo mais influente em pilares curtos, diminuindo sua capacidade resistente.

Rodolpho *et al.* (2023) analisaram numericamente a capacidade resistente de pilares celulares. Os resultados das cargas últimas foram comparados com os resultados dos procedimentos padrão contidos na EN 1993–1–1 (2005) e ABNT NBR 8800 (2008), utilizando quatro métodos diferentes para cálculo das propriedades geométricas. O cálculo das propriedades no centro da abertura apresentou os melhores resultados para estimativa da carga última.

Horsangchai *et al.* (2024) investigaram a flambagem por flexão elástica e inelástica de pilares celulares com uma abordagem analítica e numérica. A equação de carga de flambagem elástica proposta por Gu e Cheng (2016) é refinada para incorporar as deformações de flexão locais. A nova formulação apresenta melhores estimativas da carga última segundo normativas

EC3 e AISC360, mostrando a influência das deformações locais na capacidade resistente de perfis celulares.

# 2.9. Conclusão da Revisão Bibliográfica

Os principais aspectos relacionados a pilares castelados foram discutidos neste capítulo. Conforme os parâmetros de pesquisa e repositórios selecionados, há poucos trabalhos sobre pilares castelados, principalmente pesquisas com foco em perfis comumente utilizados no território nacional. Além disso, diversas pesquisas realizam análises simplificadas, sem considerar imperfeições geométricas, físicas e, em alguns casos, adotando abordagens elásticas para a capacidade resistente desses elementos. Ainda, não há metodologias ou formulações que auxiliem o dimensionamento de pilares castelados.

Diferente dos trabalhos já realizados, este estudo emprega cinco perfis comumente utilizados e os três principais padrões de cortes castelados, para abranger as combinações mais usuais de perfis castelados no Brasil. Os modelos foram avaliados em função dos eixos de maior e menor inércia a partir de análises não lineares físicas e geométricas. As capacidades resistentes dos modelos foram obtidas por meio de análises não lineares e foi possível definir expressões para estimar o fator de redução de resistência associado à flambagem global ( $\chi$ ) dos pilares abordados.

Além disso, a partir dos resultados da pesquisa, foi possível aprofundar os conhecimentos sobre perfis castelados, buscando avaliar como diversos parâmetros afetam a capacidade resistente, os deslocamentos e as possíveis concentrações de tensões nesses elementos. Ademais, a partir das deformações dos modelos, foi possível avaliar o surgimento de fenômenos locais e qual a influência da dimensão das aberturas nesse aspecto. Tais discussões complementam os estudos disponíveis na literatura e são especialmente importantes no âmbito nacional, tendo em vista que é praticamente inexistentes trabalhos sobre o comportamento de pilares castelados com os perfis mais utilizados no Brasil.

# **3. MATERIAIS E MÉTODOS**

Este capítulo apresenta a metodologia para estudar o comportamento estrutural de pilares castelados carregados axialmente. A principal ferramenta utilizada neste estudo foi o *software* ABAQUS<sup>®</sup>, que possui uma ampla gama de possibilidades de simulação, como análises estáticas, dinâmicas, lineares e não lineares, contemplando assim análises de instabilidade e, o foco desta pesquisa, pós-instabilidade. As análises não lineares são normalmente precedidas de análises lineares ou elásticas, através das quais se obtém uma aproximação da carga crítica de flambagem elástica e dos possíveis modos de instabilidade. Com base nos resultados desta primeira análise, foi realizada a análise não linear, que considera diversas as fontes de não linearidades (física e geométrica). As imperfeições geométricas foram inseridas nos modelos com base no primeiro autovetor para todas as análises.

Foram desenvolvidos 1328 modelos computacionais de elementos finitos com auxílio do *software* ABAQUS<sup>®</sup>. Como não foram encontrados trabalhos experimentais com elementos estruturais castelados, a validação dos modelos foi feita com base em ensaios experimentais de colunas de alma cheia e colunas com aberturas celulares. Isso demostra a falta de trabalhos relacionados a perfis alveolares, especialmente com aberturas casteladas.

Este capítulo é dividido em subitens. Os passos para a modelagem realizada e os dois tipos de análises realizadas para cada modelo numérico são apresentados no primeiro e segundo item, respectivamente. A seguir é apresentada a metodologia de validação dos modelos (Fase 1) e o estudo paramétrico (Fase 2), assim como o tratamento estatístico dos dados. Foram adotados cinco perfis de diferentes alturas para abranger uma maior variedade de modelos comumente utilizados no Brasil (série W150 até W360).

Com isso, a metodologia da pesquisa é definida. Ao todo, foram realizados 688 modelos na Fase 1 (validação) e 640 modelos na Fase 2 (Estudo Paramétrico e Análise Estatística dos Dados). O fluxograma da Figura 3.28 resume a metodologia definida neste capítulo.

#### Figura 3.28. Fluxograma da pesquisa



Fonte: Autor (2024).

#### 3.1. Elaboração do modelo numérico

Os banzos e a alma foram modelados por elementos do tipo *shell* (casca), desprezando-se a presença dos filetes de solda entre os banzos e a alma. A alma e as mesas foram modeladas individualmente e posteriormente montadas no modo *Assembly*, disponível no ABAQUS<sup>®</sup>. Em razão do elemento utilizado para discretizar o perfil não possuir espessura física, ocorre a sobreposição das espessuras da alma e das mesas (Figura 3.29). Segundo Taras (2010), essa opção de modelagem tem mínima influência nas curvas de flambagem e evita erros na geração da malha. A seção transversal pode ser visualizada no eixo ZX e o eixo axial de todos os modelos é consequentemente Y.

Figura 3.29. Sobreposição da espessura da alma e da mesa



Fonte: Autor (2024).

Para avaliar o elemento mais eficiente para a proposta da pesquisa, foi realizado um estudo preliminar com o elemento S4R e S8R, que consistiu na comparação da carga máxima obtida pela

análise não linear e o tempo de processamento do modelo. Tal comparação é apresentada no item 3.3. A Figura 3.30 mostra o elemento de casca do tipo S4R (elemento linear, quadrilateral com integração reduzida seletiva), utilizado para modelar estruturas (perfil de aço) nas quais uma dimensão, ou seja, a espessura, é significativamente menor que as outras dimensões e as tensões na direção da espessura são desprezáveis.





Fonte: Autor (2024).

A partir da definição do elemento, o próximo passo foi a geração da malha. Foi adotado o método de malha livre por ser mais flexível, apresentar um processo mais simples e rápido. O formato do elemento escolhido foi *Quad-dominated*, que utiliza preferencialmente elementos quadriláteros, mas permite o uso de triângulos em regiões de transição. O algoritmo utilizado para geração da malha foi *Advancing front*, que gera elementos quadrilaterais no limite da região e continua a gerar elementos à medida que se move sistematicamente para o interior da região. Além disso, foi realizada uma análise de sensibilidade para selecionar a malha (apresentada no subitem 4.1). Imagens das malhas utilizadas são mostradas na Figura 3.31.



Figura 3.31. Malha de elementos finitos

Fonte: Autor (2024).

Na montagem de ensaios experimentais são normalmente utilizados chapas nos pontos de aplicação de carga, visando garantir uma distribuição mais uniforme. Assim, os modelos foram fixados por duas placas rígidas (módulo de elasticidade dez vezes maior que do perfil) em cada extremidade. As placas são maiores em largura e altura, 50 mm se comparadas aos perfis. Nestas placas foram criados pontos de referência ("Sup" e "Inf", **Figura 3.32**) aos quais foram atribuídas as condições de contorno. Por fim, elas foram conectadas ao restante do modelo pilar por meio de uma restrição (*Constraints*) do tipo *Tie*, que restringe qualquer deslocamento relativo entre a placa rígida e o pilar (Figura 3.33).





Fonte: Autor (2024). Figura 3.33. Ligação entre placa rígida e o perfil



Fonte: Autor (2024).

Com o modelo montado, foram definidas as condições de contorno. Na fase 1 (validação), os modelos foram avaliados em relação à flambagem em torno do seu eixo de menor inércia. Na fase 2 (estudo paramétrico), os pilares foram avaliados nas duas direções (maior e menor inércia). As condições de contorno dos modelos são apresentadas na Tabela 3.1. Abaixo são apresentadas as imagens de todas as condições de contorno do modelo de validação (Figura 3.34 e Figura 3.35).

Ζ
0
0
)
Ζ
)
)
)

 Tabela 3.1. Condições de contorno para Fase 1 (validação)

Fonte: Autor (2024).

Figura 3.34. Restrição da placa superior



Fonte: Autor (2024).



Fonte: Autor (2024).

As condições de contorno da fase 2 (estudo paramétrico) são similares às apresentadas acima. Entretanto, para avaliar a flambagem em torno do eixo de maior inércia, a translação da alma foi restrita na direção Z, como mostra a Figura 3.36. Abaixo são apresentadas as imagens de todas as condições de contorno do modelo de validação. A carga em todos os modelos foi aplicada por meio de uma carga distribuída na placa rígida superior na direção Y, como mostrado na Figura 3.37. As etapas para montagem do modelo numérico são apresentadas na Figura 3.38.

Figura 3.36. Restrição da translação da alma na direção Z e aplicação de carregamento



Fonte: Autor (2024).

Figura 3.37. Aplicação de carregamento



Fonte: Autor (2024).

Figura 3.38. Sequência do desenvolvimento dos modelos computacionais



Fonte: Autor (2024).

# 3.2. Tipos de análise

Em um estudo numérico é essencial definir a estratégia de análise conforme o comportamento estrutural esperado do elemento em questão. Em pilares, o fenômeno da instabilidade global é usualmente determinante na capacidade resistente. Os modelos

desenvolvidos foram analisados em duas etapas, a primeira referente a uma análise de flambagem elástica (*Buckle*) e a segunda a uma análise não linear física e geométrica (*Static Riks*), conforme a sequência apresentada na Figura 3.39.



Fonte: Autor (2024).

## 3.2.1 Análise de flambagem elástica

A análise de flambagem elástica é essencialmente um algoritmo utilizado para determinar os autovalores e autovetores da matriz de rigidez geométrica da estrutura, com a equação de equilíbrio é mostrada na Equação (3.7). A análise de flambagem elástica consiste na determinação dos modos instabilidade na estrutura (autovetores) e os fatores de multiplicação de carga (autovalores). A partir desses valores, foi possível definir a deformada e a carga crítica de cada modo de flambagem. Para cada modelo, foi possível encontrar um ou mais modos, como mostrado na Figura 3.40. Porém, o primeiro modo de flambagem é o de menor energia e, assim, é o modo predominante de falha. Portanto, os modos fundamentais, ou seja, os que apresentam a menor carga crítica, foram utilizados na implementação da imperfeição geométrica inicial nas análises não lineares. Essa metodologia é amplamente validada por diversos autores na literatura (PANEDPOJAMAN; THEPCHATRI; LIMKATANYU, 2019; GOMES *et al.*, 2023; RODOLPHO *et al.*, 2023; HORSANGCHAI *et al.*, 2024).

$$[K] * \{u\} = \{F\}$$
(3.7)

Onde:

F é o vetor de forças nodais;

K é a matriz de rigidez;

D é o vetor de deslocamentos nodais.



O modelo constitutivo adotado para a análise de flambagem elástica de cada modelo foi elástico perfeito, onde foram inseridos o módulo de elasticidade (E) e o coeficiente de Poisson (*v*) do material. Nesta análise, o material foi modelado como elástico linear com módulo de elasticidade de 200 GPa e coeficiente de Poisson de 0,3. O carregamento nesta análise foi definido como valor de 1 N. A carga crítica é obtida pela multiplicação entre o carregamento e o autovalor. Para efetuar uma análise de flambagem no ABAQUS<sup>®</sup>, aplica-se o carregamento ao modelo como uma perturbação linear do tipo *buckle* e a solução é obtida pelo Método de Iteração por Subespaços. Os parâmetros da análise foram definidos conforme mostra a Figura 3.41.

💠 Edit Step	×
Name: Step-1	
Type: Buckle	
Basic Other	
Description:	
NIgeom: Off	
Eigensolver: 🔿 Lanczos 🔘 Subspace	
Number of eigenvalues requested: 3	
Maximum eigenvalue of interest:	
Vectors used per iteration: 10	
Maximum number of iterations: 30	
OK	Cancel

Figura 3.41. Configurações da análise de flambagem elástica

Fonte: Autor (2024).

Nas Figura 3.42a - f são apresentados o primeiro modo de flambagem em cada direção (em torno do eixo de maior e de menor inércia) de um dos modelos numéricos, assim como os respectivos deslocamentos em cada direção (1 = na direção X, 2 na direção Y e 3 na direção Z). As formas do modo de flambagem são vetores normalizados e não representam magnitudes reais. Eles são normalizados para que o componente de deslocamento máximo tenha uma magnitude relativa de 1,00 na direção do modo de flambagem. As aberturas na Figura 3.42d e Figura 3.42e não são visíveis pois, estão bloqueados pela mesa.

**Figura 3.42.** Primeiro autovetor para um perfil  $W150 \times 37,1$  (Litzka – k = 1,50, Esbeltez = 50): com relação ao eixo de maior inércia [a) deslocamento em X, b) deslocamento em Y e c) deslocamento em Z] e com relação ao eixo de menor inércia [d) deslocamento em X, e) deslocamento em Y e f) deslocamento em Z]



Fonte: Autor (2024).

# 3.2.2 Análise não linear física e geométrica

Em uma análise linear assume-se que a rigidez estrutural permanece constante durante o processo de deformação, ou seja, o modelo mantém a mesma rigidez antes e depois da aplicação do carregamento. Tal abordagem simplifica o processo de formulação e solução de problemas, pois é necessário resolver a Equação (3.7) (ver item 3.2.1) uma única vez. Entretanto, a rigidez de pilares reais modifica ao longo da aplicação de carga. Para levar tal efeito em consideração, é indicado realizar uma análise não linear. Ao contrário da linear, a matriz de rigidez em uma análise não linear deve ser recalculada à medida que o carregamento é aplicado. Para essas análises, o ABAQUS<sup>®</sup> utiliza o método Newton-Raphson, que escolhe automaticamente o incremento de carga e a tolerância de convergência apropriados e ajusta constantemente essa tolerância durante a análise para garantir que uma solução precisa seja efetivamente obtida. Muitas vezes são necessárias várias iterações para determinar uma solução aceitável para um determinado incremento de carga, e a soma de todas as respostas incrementais é a solução aproximada para a análise não linear.

Adicionalmente, o equilíbrio para cada incremento de carga é obtido através do método de Riks modificado, que utiliza o procedimento incremental baseado no Método de Comprimento de Arco. Esse método fornece a resposta da curva carga x deslocamento, além do valor da carga máxima resistida pela estrutura. Para realizar a análise, é necessário fornecer um incremento inicial por meio de uma fração da carga, que equivale ao comprimento do arco. Posteriormente, os seguintes incrementos são determinados automaticamente. Embora a alteração da rigidez seja comum para todos os tipos de análises não lineares, o comportamento não linear pode ter algumas origens, como geometria não linear, perda de instabilidade e material não linear. Além disso, pilares reais apresentam algumas diferenças em relação aos modelos teóricos, como curvatura inicial, excentricidade da carga, apoios imperfeitos, falta de homogeneidade do material, dentre outras. Dessa forma, a não consideração de imperfeições na análise pode levar a valores superiores de capacidade resistente.

O carregamento foi aplicado utilizando o método de Riks modificado e a não linearidade geométrica foi ativada. Por fim, o passo inicial, mínimo e máximo do incremento foram definidos, assim como o número máximo de incrementos. As configurações da análise são mostradas na **Figura 3.43**.

Figura 3.43.	Configurações	da análise não	linear

🜩 Edit Step	× 🖕 Edit Step	×
Name: Step-1 Type: Static, Riks Baic: Incrementation Other Description:	Name: Step-1         Type: Static, Riks         Basic Incrementation         Other         Type: @ Automatic O Fixed         Maximum number of increments: 10000         Initial Minimum Maximum         Arc length increment 1E-05         Estimated total arc length: 0.0001         Note: Used only to compute the intial load proportionality factor	
OK	OK	

Fonte: Autor (2024).

O aço utilizado foi do tipo ASTM A572 (Grau 50) com tensão ao escoamento (f<sub>y</sub>) de 345 MPa e a resistência à ruptura de 490 MPa. Foi adicionada a tensão residual, que reduz a capacidade resistente dos pilares e influência o comportamento estrutural (CRISTINA et al., 2007; JANDERA; MACHACEK, 2014). Foi demonstrado que as influências térmicas durante o processo de fabricação modificam as tensões residuais presentes no perfil (SONCK; VAN IMPE; BELIS, 2014). Portanto, simulações numéricas que não consideram a tensão residual podem levar a resultados inseguros. Optou-se por implementar as tensões residuais alterando a curva tensão deformação do aço, segundo proposto por alguns autores (ALMEIDA, 2012; CARDOSO, 2014; DUTRA, 2014), conforme apresentado na Figura 2.18. No diagrama, a imperfeição limita o trecho linear elástico até a tensão correspondente a 100%, 85%, 70% e 55% da resistência de escoamento, considerando, 0%, 15%, 30% e 45% de tensões residuais, respectivamente. Tal metodologia apresenta resultados satisfatórios, além de um menor custo computacional em comparação com a implementação de tensões residuais usando sub-rotinas (ALMEIDA, 2012, DUTRA, 2014, CARDOSO, 2014, GOMES et al., 2023). Também foi considerado o encruamento isotrópico e a superfície de escoamento de von Mises, que fornece o comportamento inelástico não linear do aço.

Para inserir as imperfeições geométricas, adotou-se o método de escalonamento do primeiro modo de flambagem. Essa metodologia é amplamente validada por diversos autores na literatura (PANEDPOJAMAN; THEPCHATRI; LIMKATANYU, 2019; GOMES et al., 2023; RODOLPHO et al., 2023; HORSANGCHAI et al., 2024). Para isso, foi necessário determinar o autovetor (forma do modo de flambagem) de menor energia por meio de uma análise de flambagem elástica, atribuindo um fator de escala para a deformação do elemento. Com isso, o modelo inicial da análise não linear apresenta um deslocamento lateral máximo igual ao fator de escala (L/1500, por exemplo). A posição dos nós do primeiro modo de flambagem determinado a partir de uma análise elástica foi exportada ao final de cada análise de flambagem elástica. Nas palavras-chave do modelo elástico foram inseridos os comandos *NODE PRINT* e *NODE FILE* (Figura 3.44) para criar um arquivo do tipo "fil" com a deformada da estrutura. No modelo não linear, esses dados foram importados modificando as palavras-chave e inserindo o comando *IMPERFECTION* (Figura 3.45). Desse modo, o primeiro modo de flambagem foi escalonado e definido como a posição inicial da análise não linear.

Figura 3.44. Exportando a posição dos nós do primeiro modo de flambagem da análise elástica



Fonte: Autor (2024).

💠 Edit keywords, Model: ANALISE-NAO-LINEAR	×
** Constraint: Tielnf	^
*Tie, name=Tielnf, adjust=yes Surf-8, Surf-1	
** Constraint: TieSup	
*Tie, name=TieSup, adjust=yes Surf-15, Surf-16	
*End Assembly	
*IMPERFECTION, FILE=ANALISE-DE-FLAMBAGEM, STEP=1 1, 1.92,	
** ** MATERIALS **	
*Material, name="ASTM A572 Grau 50"	
*Elastic 200000, 0.3	
*Plastic 293.25, 0. 345., 0.00267375 345., 1.	~
Block: Add After Remove Discard Edits	
OK Discard All Edits Cancel	

Figura 3.45. Inserindo as imperfeições iniciais

Fonte: Autor (2024).

Na Figura 3.46, as etapas para elaboração da análise não linear geométrica e física são apresentadas. A análise de flambagem elástica é realizada e o autovetor e autovalor são obtidos (

Figura 3.47). A deformada do primeiro modo de flambagem (autovetor) é escalonada e inserida como posição inicial no modelo não linear. A carga passa a ser aplicada incrementalmente e a rigidez do pilar é recalculada a cada passo. As Figura 3.48a e Figura 3.48b mostram os deslocamentos do pilar na direção Z e as tensões de von Mises em todo o elemento para a carga máxima suportada pelo perfil.

Figura 3.46. Sequência do desenvolvimento da análise não linear



**Figura 3.47.** Modo de flambagem correspondente ao primeiro autovalor para um perfil W150  $\times$  37,1 (Litzka – k = 1,50, Esbeltez = 50): flambagem global com relação ao eixo de maior inércia.



Fonte: Autor (2024).

Figura 3.48. Carga aplicada de 1220 kN a) Deslocamentos em x [mm] e b) tensão de von Mises



[MPa]

Fonte: Autor (2024).

# 3.3. Definição do elemento finito

Para modelar estruturas (perfil de aço) nas quais uma dimensão é significativamente menor que as outras dimensões e as tensões na direção da espessura são desprezáveis, são indicados elementos do tipo *shell*, como foi adotado nos trabalhos descritos na revisão bibliográfica. Os elementos avaliados foram S4R e S8R (Figura 3.49a e Figura 3.49b, respectivamente), tipos também avaliados por Sonck (2014). S4R é um elemento de casca linear, quadrilateral com integração reduzida e S8R é um elemento curvo, quadrilateral com integração reduzida. Tais elementos foram definidos para esse comparativo por serem os comumente utilizados na literatura para este tipo de análise (RODOLPHO *et al.*, 2023; GOMES *et al.*, 2023; SONCK, 2014).





Fonte: Autor (2024).

Foi realizado um estudo preliminar para a escolha do elemento finito para discretizar o perfil metálico. O Perfil W250 x 73,0 (H), padrão de abertura tipo Peiner, e dois fatores de expansão (1,33 e 1,67) foram adotados. Nessa etapa, 16 modelos numéricos foram avaliados, com um total de 64 análises (uma análise de flambagem elástica e uma análise não linear para cada um dos elementos). A descrição dos modelos é apresentada na Tabela 3.3.

Modelos	λorig.	k = dg/d
1	25	1,33
2	50	1,33
3	75	1,33
4	100	1,33
5	125	1,33
6	150	1,33
7	175	1,33
8	200	1,33
9	25	1,67
10	50	1,67
11	75	1,67
12	100	1,67
13	125	1.67

 Tabela 3.2. Modelos para estudo do elemento finito

14	150	1,67
15	175	1,67
16	200	1,67
Fonte: Autor (2024).		

Na Figura 3.50 é apresentada a carga de cada modelo, assim como o tempo adicional necessário para completar a análise numérica para os pilares modelados com o elemento S8R. Como pode ser observado, os modelos apresentaram cargas similares, com a diferença média de 0,4%. Entretanto, o tempo adicional de processamento foi consideravelmente superior em modelos discretizados pelo elemento S8R, com valor médio superior em 245% em relação ao tempo necessário para as análises utilizando o elemento S4R. A malha em ambos os casos foi adotada com tamanho máximo de 15 mm.





Em virtude dos resultados, o elemento S4R foi adotado para os modelos da pesquisa, similar à escolha de Rodolpho *et al.* (2023) e Gomes *et al.* (2023). A análise realizada por Sonck (2014) apresentou melhores resultados com o elemento S8R. Isso pode ser explicado pela diferença no refinamento da malha adotado nas pesquisas, sendo o valor máximo de 30 mm em Sonck (2014) e 15 mm neste trabalho. Tal refinamento promove alto nível de detalhamento do modelo, promovendo resultados satisfatórios. Além disso, as cargas foram aplicadas no perfil metálico por placas fixadas nas extremidades, o que melhora a distribuição de esforços e aumenta a possibilidade de convergência do modelo. Segundo a documentação dos ABAQUS<sup>®</sup>, elementos lineares de integração reduzida podem dar resultados aceitáveis desde que uma malha razoavelmente refinada seja adotada.

Fonte: Autor (2024).

## 3.4. Validação do modelo numérico – Fase 1

Por causa da falta de ensaios experimentais focados em colunas com aberturas na alma, diversos autores optam por validar seus modelos de forma indireta, ou seja, com base em resultados experimentais e analíticos de elementos estruturais similares (SWEEDAN *et al.*, 2009; EL-SAWY *et al.*, 2009; SONCK; BELIS, 2016; PANEDPOJAMAN; THEPCHATRI; LIMKATANYU, 2019; RODOLPHO *et al.*,2023; HORSANGCHAI *et al.*, 2024).

Tendo em vista a falta de estudos experimentais com perfis castelados, a capacidade resistente obtida pela análise não linear física e geométrica foi comparada com diversos valores disponíveis na literatura para validar o modelo numérico proposto. Ao todo, foram utilizados três estudos experimentais, sendo dois focados em pilares de alma cheia e um em pilares com aberturas celulares, e a normativa ABNT NBR 8800 (2008). O procedimento de validação (da fase 1) do modelo de elementos finitos é realizado em quatro etapas:

- I. Primeiramente, o modelo numérico desenvolvido foi validado com o experimento desenvolvido por Hu *et al.* (2021), onde foi utilizado um pilar de seção I200 submetido à compressão.
- II. A capacidade resistente numérica do pilar de alma cheia é comparada com a capacidade resistente fornecida pelo modelo de cálculo da ABNT NBR 8800 (2008), considerando os coeficientes parciais de segurança, unitários.
- III. O modelo foi validado com o experimento desenvolvido por Ma *et al.* (2018), que avaliaram colunas esbeltas de alma cheia de aço de alta resistência submetidas à compressão. A carga máxima e a curva carga x deslocamento obtidas experimentalmente por Ma *et al.* (2018) e os valores numéricos estimados foram comparados.
- IV. Por fim, o modelo foi validado com o experimento desenvolvido por Panedpojaman, Sae-Long e Thepchatri (2021), que avaliaram comportamento de colunas celulares em torno do eixo de maior inércia. Assim como na etapa anterior, a carga máxima e a curva carga x deslocamento obtidas experimentalmente por Panedpojaman, Sae-Long e Thepchatri (2021) e os valores numéricos estimados foram comparados.

Na etapa I, avaliou-se a capacidade resistente de um pilar de alma cheia do estudo experimental de Hu *et al.* (2021). A curva carga x deslocamento experimental no meio do vão foi comparada com o valor numérico obtido pela metodologia desta pesquisa. Nessa etapa, foi realizado o refinamento da malha de elementos finitos. Ao todo, quatro tamanhos de malha foram

testados (10mm, 15mm, 20mm e 25mm). Definida a malha de elementos finitos, as imperfeições físicas e geométricas são analisadas.

Na etapa II, 640 modelos numéricos de colunas de alma cheia foram desenvolvidos para calibrar as imperfeições geométricas e físicas. Para isso, as cargas numéricas obtidas com base em análises não lineares foram comparadas com os valores propostos pela normativa ABNT NBR 8800 (2008). Segundo Madah e Amir (2019), o modo de flambagem real a ser considerado em uma determinada estrutura depende fortemente das imperfeições iniciais. Foi utilizado o método de escalonamento do primeiro modo de flambagem, um dos mais utilizados para esse objetivo (SHAYAN, RASMUSSEN, ZHANG, 2014). Ao realizar a análise de flambagem elástica, o software ABAQUS® apresenta as configurações dos pilares deformados (autovetores), com deslocamento horizontal relativo máximo igual a 1. Assim, as imperfeições geométricas foram introduzidas no modelo computacional considerando o deslocamento horizontal do primeiro autovetor (primeiro modo de flambagem) multiplicado por um fator de escalonamento. Portanto, ao realizar a análise não linear, o modelo computacional possui uma curvatura inicial semelhante ao primeiro autovetor, cujo deslocamento horizontal máximo é igual ao valor da imperfeição. Foi feita uma comparação entre os seguintes valores de imperfeição geométrica: L/3000, L/2500, L/2000, L/1500. Além disso, as imperfeições físicas (tensões residuais) foram inseridas nos modelos por meio do modelo constitutivo. Foram avaliadas tensões residuais de 0%, 15%, 30% e 45% da tensão de escoamento. Todos os modelos dessa etapa (etapa II) foram avaliados para a flambagem global por flexão em torno do eixo de menor inércia. A validação dos modelos foi feita com base nas dimensões nominais do catálogo de 5 perfis laminados da GERDAU (Tabela 3.3), demonstrado pela Figura 3.51, 8 índices de esbeltez, 4 valores de tensão residual e 4 valores de imperfeição geométrica global inicial. Os parâmetros para a validação são apresentados na Tabela 3.4, elaborados um total de 640 modelos numéricos.

Perfil	D [mm]	b <sub>f</sub> [mm]	t <sub>w</sub> [mm]	t <sub>f</sub> [mm]	h [mm]
W150 × 37,1	162	154	8,1	11,6	139
W200 × 59,0	210	205	9,1	14,2	182
W250 × 73,0	253	254	8,6	14,2	225
W310 × 117,0	314	307	11,9	18,7	277
W360 × 122,0	363	257	13,0	21,7	320

Tabela 3.3. Propriedades dos perfis utilizados

Fonte: Autor (2024).

Figura 3.51. Parâmetros seção transversal dos perfis metálicos



Fonte: Autor (2024).

Tabela 3.4. Parâmetros utilizados na validação (Etapa II)

Perfis	$W150 \times 37,1, W200 \times 59,0, W250 \times 73,0,$
	W310 × 117,0, W360 × 122,0
λ	25, 50, 75, 100, 125, 150, 175 e 200
Tensão residual	0%, 15%, 30% e 45%
Imperfeição inicial	L/3000, L/2500, L/2000 e L/1500

Fonte: Autor (2024).

Na etapa III, avaliou-se a capacidade resistente de sete colunas de alma cheia submetidas à compressão conforme o experimento realizado por Ma *et al.* (2018). A curva carga x deslocamento experimental foi comparada com o valor numérico obtido pela metodologia desta pesquisa. A carga última experimental e numérica também foram comparadas.

Na etapa IV, o estudo experimental realizado por Panedpojaman, Sae-Long e Thepchatri (2021) de oito colunas, duas com alma cheia e seis com aberturas celulares, foi comparado ao comportamento numérico do modelo proposto nesta pesquisa. Assim como na etapa III, foram comparadas a curva carga x deslocamento experimental e a carga última experimental com os valores numéricos obtidos.

Com base em ensaios experimentais e modelos analíticos, a metodologia desenvolvida nesta pesquisa foi validada. Ao todo, 688 modelos numéricos foram avaliados para a validação,

discutido em detalhes no Capítulo 4. Na Figura 3.52 é apresentado o resumo das etapas e na Figura 3.53 é mostrado o fluxograma da validação.



Figura 3.52. Resumo das etapas de validação (Fase 1)

Fonte: Autor (2024).





Fonte: Autor (2024).

# 3.5. Estudo Paramétrico e Análise Estatística dos Dados – Fase 2

Realizou-se um estudo paramétrico no software ABAQUS<sup>®</sup>, no qual foram desenvolvidos um total de 640 modelos numéricos, utilizando o mesmo tipo de modelagem e malha empregado no processo de validação. Como supracitado, foram analisados cinco tipos de perfis laminados produzidos pela Gerdau (W150 × 37,1, W200 × 59,0, W250 × 73,0, W310 × 117,0 e W360 × 122,0). Estes tipos de perfis são comumente utilizados em pilares de alma cheia, possuem pequena, média e grande altura e estão isentos de problemas de instabilidade local. Como mencionado, três tipos de elementos castelados foram avaliados: Anglo-Saxão, Peiner e Litzka.

Dentre os parâmetros dos perfis castelados, cita-se o fator de expansão (k), definido pela razão entre a altura do perfil e a altura expandida do perfil original. O fator de expansão pode variar de 1 a 2, tecnicamente. No entanto, vários estudos têm sido realizados para determinar o fator de expansão ótima em elementos castelados, resultando em valores que variam de 1,33 a 1,67 (TOPRAC, COOKE, 1959; GALAMBOS, HOSAIN, SPEIRS, 1975; ZAAROUR, REDWOOD, 1996; DEMIRDJIAN, 1999; OLIVEIRA, 2012). Na fase 2, os parâmetros foram: cinco perfis (W150 × 37,1, W200 × 59,0, W250 × 73,0, W310 × 117,0 e W360 × 122,0); três padrões de corte (Litzka, Peiner e Anglo-Saxão); três fatores de expansão (1,33, 1,50 e 1,67); oito índices de esbeltez (25, 50, 75, 100, 125, 150, 175 e 200), tensão residual de 15% da tensão de escoamento (ver item 4.1.2) e L/1500 de imperfeição inicial (ver item 4.1.2). Nesta fase, foram realizadas análises não lineares física e geométrica, contemplando os dois eixos centrais de inércia. Os parâmetros para o estudo paramétrico são apresentados na Tabela 3.5, elaborados um total de 640 modelos numéricos.

	-
Perfis	W150 × 37,1, W200 × 59,0, W250 × 73,0,
	W310 × 117,0, W360 × 122,0
λ	25, 50, 75, 100, 125, 150, 175 e 200
Padrão de abertura	Litzka, Peiner e Anglo-Saxão
Fator de expansão*	1,00; 1,50; 1,67

Tabela 3.5. Parâmetros utilizados no estudo paramétrico (Fase 2)

\*Para o padrão de abertura Anglo-Saxão foi adotado o valor fixo de 1.5 segundo Vieira (2015).

Fonte: Autor (2024).

Com base nos resultados obtidos para os perfis analisados e para os perfis castelados (Litzka [LT], Peiner [PN] e Anglo Saxon [AS]), modelos de regressão, quadráticos (Equação (3.8)), cúbica (Equação (3.9)), exponencial (Equação (3.10)), logarítmica (Equação (3.11)) e geométrica (Equação (3.12)), foram realizados considerando uma análise de variância (ANOVA) com 5% de significância. As curvas geradas pelos modelos de regressão foram comparadas com a curva proposta pela norma brasileira ABNT NBR 8800 (2008) para determinar a de melhor ajuste, envolvendo o fator de redução  $\chi$  (variável dependente) e o índice de esbeltez  $\lambda_0$  (variável independente).

$$\chi = \alpha_0 + \alpha_1 \cdot \lambda_0 + \alpha_2 \cdot \lambda_0^2 + \varepsilon \tag{3.8}$$

$$\chi = \alpha_0 + \alpha_1 \cdot \lambda_0 + \alpha_2 \cdot \lambda_0^2 + \alpha_3 \cdot \lambda_0^3 + \varepsilon$$
(3.9)

$$\chi = \alpha_0 \cdot e^{\alpha_1 \cdot \lambda_0} + \varepsilon \tag{3.10}$$

$$\chi = \alpha_0 + \alpha_1 \cdot Ln(\lambda_0) + \varepsilon \tag{3.11}$$

$$\chi = \alpha_0 \cdot \lambda_0^{\alpha_1} + \varepsilon \tag{3.12}$$

Das Equações (3.8)-(3.12), os coeficientes  $\alpha$ i foram obtidos pelo método dos mínimos quadrados, e  $\epsilon$  é o erro aleatório, ou seja, o produto de variações nas medidas que não seguem uma tendência fixa, mas que podem ser analisadas estatisticamente por suas dispersões. Além disso, a qualidade do ajuste foi determinada com base nos valores dos coeficientes de determinação R<sup>2</sup>. A ANOVA dos modelos de regressão foi realizada para avaliar se seus termos são considerados significativos (ao nível de significância de 5%), o que implica que variações nos valores de  $\lambda_0$  promovem variações nos valores de  $\chi$ . Para as hipóteses aceitas (H0 e H1), o valor P (probabilidade P) maior que 0,05 resulta em coeficientes não significativos e, caso contrário, significativos (valor P  $\leq$  0,05).

Como os valores de  $\lambda_0$  não foram os mesmos em simulações numéricas baseadas no melhor ajuste [ $\chi = f(\lambda_0)$ ] para a estimativa do tipo e  $\chi$  para cada perfil padrão, os valores de  $\lambda_0$  [0; 3.31] da curva  $\chi \times \lambda_0$  (NBR 8800, 2008) foram usados para estimar  $\chi$  pelos modelos mencionados. Uma vez que o conjunto de valores de  $\lambda_0$  foi o mesmo para todas as configurações, a verificação do modelo que melhor aproxima o  $\chi \times \lambda_0$ , proposto pela norma brasileira ABNT NBR 8800 (2008), baseia-se no teste de comparação múltipla de Tukey (a 5% significado). No teste de Tukey, A denota o grupo com o maior valor médio de  $\chi$ , o grupo B tem um valor médio diferente, porém menor, e assim por diante. As mesmas letras significam grupos estatisticamente equivalentes.
Como as simulações numéricas foram feitas considerando a direção [d] dos dois eixos (x e z), o fato de expansão k (1,33; 1,5; 1,67) e o índice de esbeltez reduzido  $\lambda_0$  [0,07; 2,25] para obter os valores do fator de redução de  $\chi$ , o modelo de regressão (Equação (3.13)) e os parâmetros dependentes d, k,  $\lambda_0$  foram utilizados para verificar a significância de cada fator principal e/ou sua interação com esses valores de  $\chi$ .

$$\chi = \alpha_0 + \alpha_1 \cdot d + \alpha_2 \cdot k + \alpha_3 \cdot \lambda_0 + \alpha_4 \cdot d \cdot k + \alpha_5 \cdot d \cdot \lambda_0 + \alpha_6 \cdot k \cdot \lambda_0 + \alpha_7 \cdot d \cdot k \cdot \lambda_0$$
(3.13)  
+  $\varepsilon$ 

Na Equação (3.13), os coeficientes  $\alpha$ i foram obtidos pelo método dos mínimos quadrados, e  $\epsilon$  é o erro aleatório, lembrando que a qualidade do ajuste é determinada com base nos valores dos coeficientes de determinação R<sup>2</sup>. Nas simulações, vale ressaltar que a variável direção categórica (d) foi tratada como x = 0 e y = 1. Somente nas simulações envolvendo o padrão Anglo Saxão, o fator de expansão k foi mantida constante (invariante) e igual a 1,5, resultando na redução da Equação (3.13) para quatro termos para todos.

Uma análise de sensibilidade dos coeficientes da Equação (3.13) foi avaliada com base em ANOVA, também ao nível de significância de 5%. Para hipóteses de formulações (H0 e H1), o P-valor maior ou igual ao nível de significância (0,05) implica que os modelos não foram significativos e, caso contrário, significativos para um P-valor menor que 0,05. Por fim, o erro do modelo é calculado.

# **4. RESULTADOS E DISCUSSÕES**

Os resultados são divididos em subitens. O primeiro apresenta os resultados da validação dos modelos (Fase 1), onde os perfis sem abertura (alma cheia) são comparados com o ensaio experimental de Hu *et al.* (2021) e com a carga prevista na normativa ABNT NBR 8800 (2008). Na sequência, o modelo é validado com base no ensaio de colunas de alma cheia realizado por Ma *et al.* (2018) e colunas celulares realizado por Panedpojaman, Sae-Long e Thepchatri (2021) Com o modelo validado, os resultados do estudo paramétrico com pilares castelados (capacidade resistente, deslocamentos e tensões) são apresentados e discutidos (Fase 2). A partir da capacidade resistente de cada modelo, expressões para estimar o fator de redução de resistência associado à flambagem global ( $\chi$ ) são propostas. Por fim, uma análise do erro dos modelos é apresentada. O estudo numérico realizado é baseado em 1328 modelos numéricos.

# 4.1. Resultados da Validação

Estudos baseados em modelos numéricos precisam ser validados. Um dos métodos mais usuais é replicar ensaios experimentais do elemento estrutural que deseja avaliar e comparar os valores obtidos numericamente. A partir da revisão bibliográfica, não foram encontrados trabalhos experimentais relevantes sobre pilares castelados submetidos à compressão axial.

Devido à falta de ensaios em colunas de aço castelados, ensaios experimentais de colunas de aço com alma cheia (HU *et al.*, 2021; MA *et al.*, 2018), a normativa ABNT NBR 8800 (2008) e ensaios experimentais de colunas celulares (PANEDPOJAMAN; SAE-LONG; THEPCHATRI, 2021) foram utilizados na validação do modelo numérico. Em todos os casos, as cargas obtidas por meio análises não lineares físicas e geométricas foram comparadas com os resultados encontrados na literatura.

Em todas as etapas da validação, as configurações para a análise de flambagem elástica e análise não linear física e geométrica foram definidas conforme as Figura 3.41 e Figura 3.43, respectivamente. Isso inclui o modo de introdução das imperfeições físicas (alteração do modelo constitutivo) e geométricas (escalonamento do modo fundamental) (ver item 3.2.2). Ainda, as demais configurações, como materiais utilizados, dimensões, excentricidades, condições de contorno, foram definidas segundo os modelos de validação de cada etapa.

# 4.1.1. Experimento de Hu et al. (2021)

Hu *et al.* (2021) avaliaram o comportamento de colunas de alma cheia reforçadas com polímeros. O teste de sensibilidade de malha foi realizado com base no ensaio de uma coluna sem reforço estrutural. Um esquema geral do ensaio é ilustrado na Figura 4.54. Vale ressaltar que o ensaio escolhido para validação consiste em uma coluna biapoiada e com a carga aplicada sem excentricidade. As propriedades do ensaio, do material, do perfil descritas pelos autores e adotadas no modelo numérico são descritas na Tabela 4.6.



Figura 4.54. Esquema dos ensaios proposto por Hu et al. (2021)

Fonte: Adaptado de Hu et al. (2021).

Propriedades do ensaio					
λ	Le	а	e		
200	3140 mm	0	0		
	Propried	lades do aço			
T:	Tensão de escoamento	Tanção último (Mno)	Módulo de elasticidade		
Tipo de aço	(Mpa)	Tensao utuma (Mpa)	(Mpa)		
Q690	682	765	206		
	Propriedade	s do perfil (I200)			
Altura do perfil		Espessura da mesa			
(mm)	Largura da mesa (mm)	(mm)	Espessura da alma (mm)		
114	70	5	5		

Tabela 4.6. Propriedades do ensaio, do material e do perfil utilizado

Fonte: Adaptado de Hu et al. (2021).

Foram testados quatro tamanhos de malha (10, 15, 20 e 25mm) e a curva carga x deslocamento no centro do vão foi comparada aos valores experimentais. Como pode ser visto na Figura 4.55, as diferenças da carga máxima encontrada entre as malhas de 10 mm e 15 mm são próximas. Por isso, a malha de 15mm foi adotada em todo o modelo, por possuir um menor tempo de processamento. A malha é mais refinada se comparada com os trabalhos Rodolpho *et al.* (2023), que adotou o mesmo elemento finito (S4R) porém com um tamanho de 20mm.



Figura 4.55. Comparação entre carga numérica e experimental x deslocamento no centro do vão



## 4.1.2. ABNT NBR 8800 (2008)

Posteriormente, o modelo numérico foi calibrado para os perfis de alma cheia a partir da capacidade resistente obtida pela análise não linear. Avaliaram-se os valores de imperfeições geométricas (L/3000, L/2500, L/2000 e L/1500) e físicas (0%, 15%, 30% e 45%) propostos, com 1280 simulações realizadas com os cinco perfis do estudo. Os resultados de um perfil (W200 x 59,0) são apresentados na Tabela 4.7, onde são mostradas as imperfeições físicas (valor da tensão residual em relação à tensão de escoamento), as imperfeições geométricas (deslocamento inicial do modelo), índices de esbeltez ( $\lambda$ ), capacidades resistentes segundo a ABNT NBR 8800 (2008) (N<sub>c,k</sub> (A)), capacidades resistentes com base em análises não lineares físicas e geométricas (N<sub>c,k</sub> (N)). A combinação que apresentou melhores resultados foi L/1500 e tensão residual de 15% da resistência ao escoamento do material, apresenta elevado coeficiente de determinação (R<sup>2</sup> de 99,87%). Esse resultado concorda com estudos anteriores (GALAMBOS, 1976; ALMEIDA, NETO; MALITE, 2009, 2010; MESQUITA; GOMES; LEÃO, 2019). Portanto, a deformada inicial nas análises não lineares possui a deformada do primeiro modo de flambagem com o deslocamento horizontal máximo de L/1500. Ainda, o modelo constitutivo foi modificado com base em uma tensão residual de 15%, ou seja, o trecho linear elástico termina na tensão de 293,25 MPa (85% da tensão de escoamento). Tal metodologia para inserir imperfeições geométricas e físicas foi proposta e validada por alguns autores (ALMEIDA, 2012, DUTRA, 2014, CARDOSO, 2014). Os demais perfis são qualitativamente similares aos resultados apresentados na Tabela 4.7.

Modelo	Tensão Residual	Imperfeição Inicial	λ	$N_{c,k}(A) [kN]$	$N_{c,k}$ (N) [kN]
Modelo-01	0%	L/1500	25	2505	2623
Modelo-02	0%	L/1500	50	2184	2448
Modelo-03	0%	L/1500	75	1739	1973
Modelo-04	0%	L/1500	100	1260	1304
Modelo-05	0%	L/1500	125	840	880
Modelo-06	0%	L/1500	150	584	619
Modelo-07	0%	L/1500	175	430	459
Modelo-08	0%	L/1500	200	329	356
Modelo-09	15%	L/1500	25	2505	2627
Modelo-10	15%	L/1500	50	2184	2335
Modelo-11	15%	L/1500	75	1739	1798
Modelo-12	15%	L/1500	100	1260	1256
Modelo-13	15%	L/1500	125	840	863
Modelo-14	15%	L/1500	150	584	615
Modelo-15	15%	L/1500	175	430	459
Modelo-16	15%	L/1500	200	329	355
Modelo-17	30%	L/1500	25	2505	2623
Modelo-18	30%	L/1500	50	2184	2626
Modelo-19	30%	L/1500	75	1739	1578
Modelo-20	30%	L/1500	100	1260	1190
Modelo-21	30%	L/1500	125	840	835
Modelo-22	30%	L/1500	150	584	604
Modelo-23	30%	L/1500	175	430	449
Modelo-24	30%	L/1500	200	329	349
Modelo-25	45%	L/1500	25	2505	2623
Modelo-26	45%	L/1500	50	2184	2062
Modelo-27	45%	L/1500	75	1739	1466
Modelo-28	45%	L/1500	100	1260	1082
Modelo-29	45%	L/1500	125	840	796
Modelo-30	45%	L/1500	150	584	584
Modelo-31	45%	L/1500	175	430	442
Modelo-32	45%	L/1500	200	329	343
Modelo-33	0%	L/2000	25	2505	2619
Modelo-34	0%	L/2000	50	2184	2475
Modelo-35	0%	L/2000	75	1739	2016
Modelo-36	0%	L/2000	100	1260	1334
Modelo-37	0%	L/2000	125	840	885
Modelo-38	0%	L/2000	150	584	615
Modelo-39	0%	L/2000	175	430	470

Tabela 4.7. Modelos para validação das imperfeições físicas e geométricas - Perfil W200 x 59,0

Modelo-40	0%	L/2000	200	329	362
Modelo-41	15%	L/2000	25	2505	2439
Modelo-42	15%	L/2000	50	2184	2622
Modelo-43	15%	L/2000	75	1739	1845
Modelo-44	15%	L/2000	100	1260	1294
Modelo-45	15%	L/2000	125	840	900
Modelo-46	15%	L/2000	150	584	620
Modelo-47	15%	L/2000	175	430	465
Modelo-48	15%	L/2000	200	329	358
Modelo-49	30%	L/2000	25	2505	2610
Modelo-50	30%	L/2000	50	2184	2625
Modelo-51	30%	L/2000	75	1739	1615
Modelo-52	30%	L/2000	100	1260	1150
Modelo-53	30%	L/2000	125	840	855
Modelo-54	30%	L/2000	150	584	616
Modelo-55	30%	L/2000	175	430	461
Modelo-56	30%	L/2000	200	329	356
Modelo-57	45%	L/2000	25	2505	2624
Modelo-58	45%	L/2000	50	2184	2112
Modelo-59	45%	L/2000	75	1739	1494
Modelo-60	45%	L/2000	100	1260	1118
Modelo-61	45%	L/2000	125	840	821
Modelo-62	45%	L/2000	150	584	597
Modelo-63	45%	L/2000	175	430	451
Modelo-64	45%	L/2000	200	329	350
Modelo-65	0%	L/2500	25	2505	2620
Modelo-66	0%	L/2500	50	2184	2498
Modelo-67	0%	L/2500	75	1739	1851
Modelo-68	0%	L/2500	100	1260	1360
Modelo-69	0%	L/2500	125	840	905
Modelo-70	0%	L/2500	150	584	633
Modelo-71	0%	L/2500	175	430	464
Modelo-72	0%	L/2500	200	329	363
Modelo-73	15%	L/2500	25	2505	2443
Modelo-74	15%	L/2500	50	2184	2617
Modelo-75	15%	L/2500	75	1739	1874
Modelo-76	15%	L/2500	100	1260	1365
Modelo-77	15%	L/2500	125	840	901
Modelo-78	15%	L/2500	150	584	619
Modelo-79	15%	L/2500	175	430	470
Modelo-80	15%	L/2500	200	329	360
Modelo-81	30%	L/2500	25	2505	2675
Modelo-82	30%	L/2500	50	2184	2015
Modelo-83	30%	L/2500	75	1739	1625
Modelo-84	30%	L/2500	100	1260	1150

Modelo-85	30%	L/2500	125	840	855
Modelo-86	30%	L/2500	150	584	650
Modelo-87	30%	L/2500	175	430	464
Modelo-88	30%	L/2500	200	329	370
Modelo-89	45%	L/2500	25	2505	2623
Modelo-90	45%	L/2500	50	2184	2150
Modelo-91	45%	L/2500	75	1739	1499
Modelo-92	45%	L/2500	100	1260	1148
Modelo-93	45%	L/2500	125	840	839
Modelo-94	45%	L/2500	150	584	609
Modelo-95	45%	L/2500	175	430	458
Modelo-96	45%	L/2500	200	329	353
Modelo-97	0%	L/3000	25	2505	2620
Modelo-98	0%	L/3000	50	2184	2514
Modelo-99	0%	L/3000	75	1739	2117
Modelo-100	0%	L/3000	100	1260	1450
Modelo-101	0%	L/3000	125	840	909
Modelo-102	0%	L/3000	150	584	625
Modelo-103	0%	L/3000	175	430	476
Modelo-104	0%	L/3000	200	329	365
Modelo-105	15%	L/3000	25	2505	2439
Modelo-106	15%	L/3000	50	2184	2624
Modelo-107	15%	L/3000	75	1739	1921
Modelo-108	15%	L/3000	100	1260	1342
Modelo-109	15%	L/3000	125	840	895
Modelo-110	15%	L/3000	150	584	636
Modelo-111	15%	L/3000	175	430	475
Modelo-112	15%	L/3000	200	329	363
Modelo-113	30%	L/3000	25	2505	2665
Modelo-114	30%	L/3000	50	2184	2000
Modelo-115	30%	L/3000	75	1739	1665
Modelo-116	30%	L/3000	100	1260	1355
Modelo-117	30%	L/3000	125	840	901
Modelo-118	30%	L/3000	150	584	629
Modelo-119	30%	L/3000	175	430	467
Modelo-120	30%	L/3000	200	329	360
Modelo-121	45%	L/3000	25	2505	2623
Modelo-122	45%	L/3000	50	2184	2179
Modelo-123	45%	L/3000	75	1739	1507
Modelo-124	45%	L/3000	100	1260	1170
Modelo-125	45%	L/3000	125	840	853
Modelo-126	45%	L/3000	150	584	617
Modelo-127	45%	L/3000	175	430	461
Modelo-128	45%	L/3000	200	329	355

Para implementar as imperfeições geométricas nos modelos, foi necessário obter o primeiro modo de flambagem da coluna, conforme mostrado na Figura 4.56a, Figura 4.58a, Figura 4.60a, Figura 4.62a, Figura 4.64a. Em seguida, a capacidade resistente foi comparada, considerando imperfeições, tensões residuais e uma análise não linear física e geométrica (Figura 4.56b, Figura 4.58b, Figura 4.60b, Figura 4.62b e Figura 4.64b), com os valores propostos pela norma brasileira ABNT NBR 8800 (2008) (Figura 4.57, Figura 4.59, Figura 4.61, Figura 4.63 e Figura 4.65). A magnitude dos deslocamentos é adimensional e as tensões de von Mises são apresentadas em MPa. A seguir são mostrados os gráficos para os modelos com melhor ajuste (imperfeição geométrica de L/1500 e tensão residual de 15% da resistência ao escoamento do material).





a) Deslocamentos do primeiro modo de flambagem: carga de 924kN  b) Distribuição de tensões [MPa]: carga de 788kN



Figura 4.57. Carga x λ para o eixo de menor inércia - W150 x 37,1 (H)

Fonte: Autor (2024).

**Figura 4.58.** W200 x 59,0 (H) –  $\lambda$  = 100: a) análise de flambagem elástica e b) análise não linear



a) Deslocamentos do primeiro modo de flambagem: carga de 1482kN





Figura 4.59. Carga x λ para o eixo de menor inércia - W200 x 59,0 (H)

Fonte: Autor (2024).

**Figura 4.60.** W250 X 73,0 (H) –  $\lambda$  = 100: a) análise de flambagem elástica e b) análise não



a) Deslocamentos do primeiro modo de flambagem: carga de 1812kN





Figura 4.61. Carga x λ para o eixo de menor inércia - W250 X 73,0 (H)

Fonte: Autor (2024).

**Figura 4.62.** W310x117,0(H) –  $\lambda$  = 100: a) análise de flambagem elástica e b) análise não linear



a) Deslocamentos do primeiro modo de flambagem: carga de 2938kN





Figura 4.63. Carga x λ para o eixo de menor inércia - W310x117,0(H)

Fonte: Autor (2024).

**Figura 4.64.** W360x122,0(H) –  $\lambda$  = 100: a) análise de flambagem elástica e b) análise não linear



a) Deslocamentos do primeiro modo de flambagem: carga de 3036kN





Figura 4.65. Carga x λ para o eixo de menor inércia - W360x122,0(H)

Os valores numéricos e os valores referência (Euler e NBR 8800) apresentam alta concordância, na análise de flambagem elástica, assim como na análise não linear. Como o perfil é rotulado nas duas extremidades e não tem restrições de rotação e translação na alma, o modo de flambagem ocorre em torno do eixo de menor inércia pela sua menor energia de instabilidade.

Como pode ser observado, as cargas nas análises não lineares são consideravelmente inferiores para elementos menos esbeltos. Isso pode ser observado também pelos gráficos, onde o valor da carga da análise de flambagem elástica e da análise não linear se aproximam a partir do valor de esbeltez próximo a 100. Em pilares menos esbeltos, que corresponde à flambagem inelástica, a resistência do pilar é determinada principalmente pelo limite de escoamento do aço, e o colapso estrutural ocorre após a formação de uma rótula plástica ou plastificação da seção. Nota-se que os pilares com menor índice de esbeltez ( $\lambda = 25 e 50$ ), os deslocamentos são consideravelmente inferiores (Figura 4.66). Com isso, a resistência ao escoamento é atingida na seção do pilar (Figura 4.67), ocorrendo a plastificação do elemento. Em pilares mais esbeltos, que corresponde à flambagem elástica, a resistência do pilar é controlada pelos parâmetros geométricos (momento de inércia e área) e mecânicos (módulo de Young), e o colapso estrutural ocorre devido a deslocamentos excessivos, provocando a instabilidade do elemento. Assim, observa-se que os elementos apresentam falha por plastificação em elementos menos esbeltos e instabilidade em elementos mais esbeltos. A Figura 4.67 mostra a variação das tensões em um perfil em razão do índice de esbeltez. A partir do índice de esbeltez 50, o elemento atinge a capacidade resistente sem atingir a tensão máxima do material.



Figura 4.66. Curva de carga  $\times$  deslocamento da seção intermediária (Perfil W250  $\times$  73,0)

Fonte: Autor (2024).

Figura 4.67. Distribuição de tensões ao atingir a carga máxima (Perfil W250 × 73,0)



Fonte: Autor (2024).

# 4.1.3. Experimento de Ma et al. (2018)

Ma *et al.* (2018) avaliaram o comportamento de colunas de alma cheia carregadas axialmente com base em ensaios experimentais. Foram desenvolvidas sete colunas biapoiadas com aço de alta resistência, todas submetidas à flambagem em relação ao eixo de menor inércia. A configuração do ensaio é mostrada na Figura 4.68. Foram utilizadas quatro seções diferentes, denominadas H1, H2, H3 e H4, todas com seção H soldada. A Tabela 4.8 apresenta as dimensões, assim como a curvatura inicial de cada um dos modelos utilizados no estudo experimental realizado por Ma *et al.* (2018). Além disso, os autores fizeram a caracterização dos materiais, com as propriedades descritas na Tabela 4.9.





Fonte: Adaptado de Ma et al. (2018).

	Altura						
	do	Largura	Espessura	Espessura	Comprimento	Compriment	Curvatura
	perfil	da mesa	da mesa	da alma	da amostra	o efetivo	inicial
ID	(mm)	(mm)	(mm)	(mm)	(mm)	(mm)	(mm)
CH1P	141,3	119,6	9,93	5,81	1614,5	1994,5	0,8
CH2P	170,0	149,0	9,92	5,84	1612,5	1992,5	0,3
CH2Q	168,4	149,7	9,94	5,83	2414,0	2794,0	1,0
CH3P	231,2	200,4	16,01	9,93	1616,0	1996,0	0,3
CH3Q	232,1	200,0	15,98	9,94	2414,0	2794,0	0,5
CH4P	281,0	250,1	15,99	9,92	1611,5	1991,5	0,5
CH4Q	281,3	249,8	15,99	9,93	2411,0	2791,0	0,8

Tabela 4.8. Propriedades geométricas das colunas

Fonte: Adaptado de Ma et al. (2018).

Tabela 4.9. Média das propriedades físicas para cada chapa

Espessura nominal da	Módulo de	Tensão de	Tensão	Deformação
chapa (mm)	elasticidade (MPa)	escoamento (MPa)	última (MPa)	última (%)
6	210	766	815	5,9
10	212	756	793	7,0
16	209	800	844	6,6

Fonte: Adaptado de Ma et al. (2018).

Com base na caracterização dos ensaios experimentais, o modelo numérico foi elaborado (Figura 4.67). As dimensões e os materiais foram adotados conforme apresentado pelos autores no artigo. O comprimento das colunas foi considerado igual ao comprimento efetivo do ensaio. Nas extremidades foram modeladas chapas para melhor distribuição das tensões. As condições de contorno e o carregamento foram aplicados nas placas inferior e superior (Imagens). Na placa inferior, os deslocamentos em x, y e z são restringidos, assim como a rotação em torno do eixo y. Na placa superior, os deslocamentos de translação no eixo x e z são impedidos (Figura 4.70a e Figura 4.70b). O carregamento é aplicado na placa superior na direção negativa de y (Figura 4.71). A curvatura inicial foi inserida no modelo com base no primeiro modo de flambagem.

Figura 4.69. Modelagem no ABAQUS<sup>®</sup>: validação pelo experimento Ma et al. (2018)



Fonte: Autor (2024).

Figura 4.70. Detalhe das condições de contorno: a) placa superior e b) inferior



Fonte: Autor (2024).



Fonte: Autor (2024).

Como não foi feita uma caracterização das tensões residuais, elas foram inseridas no modelo por meio do modelo constitutivo. Tal metodologia é corroborada por diversos autores (ALMEIDA, 2012, DUTRA, 2014, CARDOSO, 2014, GOMES *et al.*, 2023). Foi adotada uma redução de 15% da tensão de escoamento do material. A discretização dos modelos numéricos foi realizada com elementos do tipo S4R, com tamanho máximo de 15mm (Figura 4.72).

Figura 4.72. Malha de elementos finitos



Fonte: Autor (2024).

Para validação do modelo, a capacidade resistente experimental obtida por Ma *et al.* (2018) e a capacidade resistente com base em análises não lineares físicas e geométricas foram comparadas. A Tabela 4.10 mostra o resumo dos resultados. Outro aspecto comparado foram os deslocamentos laterais no centro da coluna obtidos experimental e numericamente. As Figura 4.73 - Figura 4.76 mostram os resultados obtidos.

ID	$P_{EXP}(kN)$	P <sub>NUM</sub> (kN)	P <sub>NUM</sub> / P <sub>EXP</sub>
CH1P	1284	1361	1,06
CH2P	2714	2492	0,92
CH2Q	1510	1463	0,97
CH3P	5924	6445	1,09
CH3Q	4644	5337	1,15
CH4P	7739	8435	1,09
CH4Q	7284	7850	1,08
		Média	1,05
		Desvio	0,07

Tabela 4.10. Resultados de validação para o artigo de Ma et al. (2018)

Figura 4.73. Curva carga-deslocamento lateral: a) CH1P e b) CH2P



Fonte: Autor (2024).















Figura 4.76. Curva carga-deslocamento lateral: CH4Q

As colunas começaram a se deformar pouco depois da aplicação das cargas axiais, com as deflexões laterais aumentando de maneira gradual e linear conforme as cargas aplicadas aumentavam. Isso ocorre em razão das imperfeições geométricas inseridas no modelo. Quando as cargas aplicadas se aproximavam dos limites de falha, as deflexões laterais das colunas se intensificaram rapidamente, acompanhadas por uma diminuição súbita nas cargas aplicadas.

Assim como observado por Ma *et al.* (2018), todas as colunas apresentaram falha por flambagem global. No modelo numérico referente à coluna CH4P também foi observada a flambagem local da alma na região central do elemento estrutural. Como exemplo, na Figura 4.77 é mostrado o modo de flambagem correspondente ao primeiro autovetor, assim como a análise não linear da coluna CH1P. Na

Figura **4.78** é possível ver o primeiro autovetor e a deformada do perfil CH4P. Tais observações estão condizentes com resultados encontrados por Ma *et al.* (2018).











Fonte: Autor (2024).

É possível notar pequenas discrepâncias entre os valores experimentais e numéricos. Isso pode ser explicado por falta de amostras para os ensaios experimentais, assim como a consideração feita para os apoios no modelo numérico. Um exemplo disso pode ser observado na Figura 4.73b, onde o deslocamento experimental é negativo. Entretanto, com base nos resultados apresentados acima, é possível observar uma boa concordância entre os resultados experimentais e numéricos. Isso confirma que o modelo é capaz de representar o comportamento das colunas de alma cheia submetidas à compressão axial.

# 4.1.4. Experimento de Panedpojaman, Sae-Long e Thepchatri (2021)

Panedpojaman, Sae-Long e Thepchatri (2021) avaliaram experimentalmente o comportamento de colunas celulares carregadas com excentricidade. Foram desenvolvidas oito colunas biapoiadas, duas com seção de alma cheia e seis com seção celular, todas submetidas à flambagem em relação ao eixo de maior inércia. Para a montagem do ensaio experimental, foram utilizadas chapas de 10 mm de espessura para a soldagem de cada extremidade dos perfis. As chapas de 4,8 mm foram soldadas para servir de enrijecedores nas extremidades para transferir o

momento aos perfis. Um conjunto de esfera e soquete simularam rótulas de apoio, com uma altura de 60 mm. Chapas de 15 mm foram parafusadas à bola e ao soquete, servindo como chapas de base dos suportes. Após ajustar a posição relativa entre as linhas centrais dos perfis e dos suportes para obter a excentricidade desejada, eles foram soldados. Para garantir que a flambagem ocorresse apenas em torno do eixo de maior inércia, foram utilizados cinco pares de contraventamentos laterais. A configuração do ensaio é mostrada na Figura 4.79.



Figura 4.79. Configuração do ensaio experimental

Fonte: Adaptado de Panedpojaman, Sae-Long e Thepchatri (2021).

Foram utilizadas duas seções diferentes, denominadas série C80 e C100, e três valores de excentricidade. A seção de alma cheia apresenta as mesmas dimensões demonstradas na Figura 4.80, porém não contem aberturas. Oito colunas, com comprimento fixo de 1500mm, foram testadas. Um resumo das configurações de cada um dos modelos é apresentado na Tabela 4.11.

Figura 4.80. Seções escolhidas: (a) Série C80 e (b) Série C100



Fonte: Panedpojaman, Sae-Long e Thepchatri (2021).

ID	Seção transversal	Tipo de seção	Excentricidade (mm)
RC80-60	C80	Alma cheia	60
CC80-20	C80	Celular	20
CC80-40	C80	Celular	40
CC80-60	C80	Celular	60
RC100-60	C100	Alma cheia	60
CC100-20	C100	Celular	20
CC100-40	C100	Celular	40
CC100-60	C100	Celular	60

Tabela 4.11. Descrição das tipologias

Fonte: Adaptado de Panedpojaman, Sae-Long e Thepchatri (2021).

Com base na caracterização dos ensaios experimentais, o modelo numérico foi elaborado. Um resumo das propriedades físicas dos perfis é apresentado na Tabela 4.12. As dimensões e os materiais foram adotados conforme apresentado pelos autores no artigo. Nas extremidades foram modeladas chapas para melhor distribuição das tensões. As condições de contorno e o carregamento foram aplicados nas placas inferior e superior. Na placa inferior, os deslocamentos em x, y e z são restringidos, assim como a rotação em torno do eixo y. Na placa superior, os deslocamentos de translação no eixo x e z são impedidos. O carregamento é aplicado na placa superior na direção negativa de y. Para avaliar a flambagem em torno do eixo de maior inércia, a translação da alma foi impedida na direção z. O modelo numérico é apresentado na Figura 4.81.

Tensão de escoamento (MPa)	Tensão de última (MPa)	Módulo de elasticidade (MPa)
345	411	200

Fonte: Adaptado de Panedpojaman, Sae-Long e Thepchatri (2021).

Figura 4.81. Modelagem no ABAQUS<sup>®</sup>: validação pelo experimento Panedpojaman, Sae-Long e Thepchatri (2021)



Fonte: Autor (2024).

Como não foi feita uma caracterização das tensões residuais, elas foram inseridas no modelo por meio do modelo constitutivo. Foi adotada uma redução de 15% da tensão de escoamento do material. As imperfeições geométricas foram inseridas escalonando o primeiro modo de flambagem por um valor de L/1500. Como todos os elementos têm o tamanho fixo (1500mm), a imperfeição geométrica foi o mesmo valor para todos os modelos, ou seja, 1. A discretização dos modelos numéricos foi realizada com elementos do tipo S4R, com tamanho máximo de 15mm (Figura 4.82).



Fonte: Autor (2024).

Para validação do modelo, a capacidade resistente experimental obtida por Panedpojaman, Sae-Long e Thepchatri (2021) e a capacidade resistente numérica com base em análises não lineares físicas e geométricas foram comparadas. A Tabela 4.13 mostra o resumo dos resultados. Outro aspecto comparado foram os deslocamentos laterais no centro da coluna obtidos experimental e numericamente. As Figura 4.83- Figura 4.86 apresentam os resultados.

Tabela 4.13. Resultados de validação para o artigo de Panedpojaman, Sae-Long e Thepchatri

(2021)

ID	$P_{EXP}(kN)$	P <sub>NUM</sub> (kN)	P <sub>NUM</sub> / P <sub>EXP</sub>
RC80-60	103	97	0,94
CC80-20	131	125	0,95
CC80-40	105	99	0,94
CC80-60	78	80	1,03
RC100-60	138	137	0,99
CC100-20	188	160	0,85
CC100-40	140	130	0,93
CC100-60	102	102	1,00
		Média	0,95
		Desvio	0,05



Figura 4.83. Curva carga-deslocamento lateral: a) RC 80-60 e b) CC 80-20







Fonte: Autor (2024).

Figura 4.85. Curva carga-deslocamento lateral: a) RC 100-60 e b) CC 100-20



Fonte: Autor (2024).



Figura 4.86. Curva carga-deslocamento lateral: a) CC 100-40 e b) CC 100-60



No geral, as cargas resistentes estão alinhadas com os valores experimentais encontrados por Panedpojaman, Sae-Long e Thepchatri (2021). Nota-se que as curvas numéricas são mais rígidas que as curvas experimentais, o que também foi observado no estudo numérico proposto pelos mesmos autores. A variação da deflexão tem apenas um pequeno efeito na carga de ruptura do modelo de elementos finitos (PANEDPOJAMAN; SAE-LONG; THEPCHATRI, 2021). Assim, como observado pelos autores nos ensaios experimentais, todas as colunas apresentaram falha por flambagem global. Como exemplo, as Figura 4.87a-b mostram os deslocamentos do modelo CC 80-20 e CC 100-60, respectivamente. No modelo numérico referente à coluna CC 100-20 também foi observada a flambagem local da mesa (Figura 4.88), similar ao observado pelos autores.

Figura 4.87. Deslocamentos na direção x para carga máxima: a) CC 80-20 e b) CC 100-60



Figura 4.88. Deslocamentos na direção x para carga máxima para o modelo CC 100-20 com foco na deformação local na mesa comprimida



Fonte: Autor (2024).

Em resumo, como não foram encontrados ensaios confiáveis de colunas casteladas, o modelo numérico proposto foi calibrado e validado em diversas etapas. São elas:

- Análise de sensibilidade da malha com base no experimento de colunas de alma cheia realizado por Hu *et al.* (2021);
- Calibração dos valores de imperfeição física e geométrica com base nos valores estimados pela normativa ABNT NBR 8800 (2008);
- Validação do modelo com base em ensaios experimentais de colunas de alma cheia desenvolvidos por Ma *et al.* (2018);
- Validação dos modelos com base em ensaios experimentais de colunas celulares realizados por Panedpojaman, Sae-Long e Thepchatri (2021).

Ao todo, foram desenvolvidos 688 modelos numéricos para calibração e validação do modelo (Tabela 4.14). Vale ressaltar a robustez do modelo, que considera imperfeições geométricas e físicas, possui malha refinada (tamanho máximo de 15mm) e consegue estimar a capacidade resistente de colunas com e sem aberturas por meio de análise não linear física e geométrica. Por fim, o modelo computacional mostrou-se satisfatório na determinação da capacidade resistente de colunas com alma cheia e com aberturas circulares. Deduz-se que o modelo numérico proposto é capaz de representar consistentemente o comportamento de colunas com aberturas casteladas para diversos índices de esbeltez (25 a 200) e diferentes perfis (série W150 até W360).

Etano	
Ецара	modelos
Escolha do elemento finito - S4R ou S8R	32
Análise de sensibilidade de malha - Hu et al. (2021)	1
Calibração dos parâmetros de imperfeições físicas e geométricas	640
Validação do modelo com base em ensaios experimentais de colunas de alma	7
cheia - Ma <i>et al</i> . (2018)	/
Validação do modelo com base em ensaios experimentais de colunas celulares -	0
Panedpojaman, Sae-Long e Thepchatri (2021)	8
Total de modelos	688

Tabela 4.14. Resumo das etapas de calibração e validação da metodologia proposta

# 4.2. Resultados do Estudo Paramétrico

A partir do modelo validado, o estudo numérico foi realizado com 640 modelos numéricos elaborados com a metodologia proposta. Vale ressaltar que as análises realizadas neste estudo são mais complexas que os trabalhos existentes sobre elementos estruturais com aberturas alveolares, abordando imperfeições físicas, geométricas, análises não lineares e diferentes tipos de aberturas. Um trabalho com essa metodologia e com base em 1328 modelos numéricos (688 modelos na fase de validação e 640 no estudo paramétrico) sobre a capacidade resistente de pilares castelados não estava disponível na literatura.

Para o estudo paramétrico, cinco perfis castelados, três tipos de aberturas, três fatores de expansão, oito índices de esbeltez e dois tipos de flambagem (em torno do eixo de maior e menor inércia) foram avaliados. A capacidade resistente dos elementos de alma cheia (sem aberturas) e elementos castelados obtidas com base em análises não lineares físicas e geométricas foram comparadas. Os resultados são apresentados para o perfil - W150×37,0 (Figura 4.89 e Figura 4.90), W200×59,0 (Figura 4.91 e Figura 4.92), W250×73,0 (Figura 4.93 e Figura 4.94), W310×117,0 (Figura 4.95 e Figura 4.96) e W360×122,0 (Figura 4.97 e Figura 4.98). Os modelos são referentes à flambagem em torno do eixo de menor inércia (I<sub>y</sub>), maior inércia (I<sub>x</sub>), com os padrões de aberturas Litzka (LT), Peiner (PN), AS (Anglo Saxão) e sem aberturas (AC – Alma cheia). A síntese da legenda das curvas é exemplificada abaixo:

Perfil – eixo de flambagem – padrão de abertura – fator de expansão.

Exemplo: W150x37, 1 - Iy - AS - k = 1,5



**Figura 4.89.** Curvas de flambagem em torno do eixo de menor inércia - W150×37.0

Fonte: Autor (2024).







Figura 4.91. Curvas de flambagem em torno do eixo de menor inércia – W200×59.0

Fonte: Autor (2024).





Fonte: Autor (2024).



**Figura 4.93.** Curvas de flambagem em torno do eixo de menor inércia – W250×73.0

Fonte: Autor (2024).





Fonte: Autor (2024).



Figura 4.95. Curvas de flambagem em torno do eixo de menor inércia – W310×117.0







Figura 4.97. Curvas de flambagem em torno do eixo de menor inércia – W360×122.0





Fonte: Autor (2024).
Como pode ser observado, pilares castelados têm menor capacidade resistente submetidos às cargas axiais se comparados a perfis de alma cheia. Alguns pesquisadores encontraram resultados similares para a carga crítica de flambagem de perfis celulares (EL-SAWY; SWEEDAN; MARTINI, 2009; GU; CHENG, 2016; SWEEDAN; EL-SAWY; MARTINI, 2009; YUAN; KIM; LI, 2014). Tal conclusão para perfis castelados não tinha sido encontrada na literatura com base em modelos numéricos robustos, que levam em consideração imperfeições físicas, geométricas, a partir de análises não lineares.

Vale salientar que a esbeltez de cada modelo foi recalculada com base nas propriedades geométricas da seção central da abertura. Os perfis originais (sem aberturas) foram avaliados entre o índice de esbeltez de 25 e 200. O intervalo do índice de esbeltez dos perfis castelados são diferentes, pois ele é inversamente proporcional à inércia. O aumento significativo da inércia em perfis castelados avaliados em torno do eixo de maior inércia modifica consideravelmente o intervalo do índice de esbeltez. Isso não ocorre para os modelos com flambagem em torno do eixo de menor inércia, pois virtualmente não há alteração da inércia. Isso pode ser observado na Figura 4.54, o intervalo do índice de esbeltez fica entre 15 e 110.

Apesar do aumento da inércia, notou-se a diminuição da capacidade resistente nas colunas casteladas. Isso sugere que a presença de aberturas na alma promove instabilidades locais em função das condições de contorno na alma e das mesas. Em pilares com baixo índice de esbeltez as diferenças são mais visíveis e a capacidade resistente do elemento é reduzida devido à presença das aberturas. Assim, o colapso de estruturas menos esbeltas ocorre por uma combinação de instabilidade local e global, e não puramente por instabilidade global como em pilares mais esbeltos.

Conforme a esbeltez aumenta, a diferença entra as curvas (perfis com e sem aberturas) diminui. Isso indica que a influência das aberturas é menor se comparado aos efeitos da instabilidade global para elementos muito esbeltos. Portanto, para pilares castelados, a melhor alternativa no que diz respeito à resistência são perfis com menores aberturas e muito esbeltos. Também pode ser observado que os modelos com maior fator de expansão (k) apresentam menor capacidade resistente. Conforme o fator de expansão aumenta, as condições de apoio da alma e consequentemente da mesa são modificadas, gerando um apoio da alma para a mesa menos eficiente. Isso faz com que as instabilidades locais sejam mais proeminentes com aberturas maiores. Panedpojaman, Sae-long e Thepchatri (2021) observaram que almas esbeltas e aberturas grandes promovem instabilidades locais em perfis alveolares.

Nas Figura 4.99a-c são mostradas as tensões e deslocamentos laterais na carga máxima resistida por um pilar curto (índice de esbeltez de 25). É possível observar a concentração de tensões na primeira abertura e na abertura no centro do pilar, com tensões iguais ao limite de escoamento do material. Isso indica um modo de colapso local, que promove a instabilidade da alma e da mesa. Em contrapartida, nas Figura 4.100a-c são apresentados as tensões e deslocamentos laterais na carga máxima resistida por um pilar muito esbelto (índice de esbeltez de 200). Nota-se que a concentração de tensões em torno da primeira abertura é consideravelmente inferior ao do pilar curto, o que mostra a menor influência das aberturas em pilares mais esbeltos. Além disso, percebe-se que no centro do pilar as tensões de uma mesa são superiores em relação a outra, o que indica o deslocamento lateral do pilar consideravelmente superior, característica da falha por instabilidade global por flexão. Adicionalmente, observa-se que os pilares mais curtos apresentam maiores tensões na seção transversal, especialmente nas mesas e deslocamentos muito pequenos para a carga máxima se comparados aos elementos muito esbeltos. Pode-se inferir que a instabilidade local das mesas ocorre com mais intensidade em pilares curtos. Nota-se que seu deslocamento lateral é imperceptível em escala real, diferente de pilares muito esbeltos, onde a tensão máxima no elemento é inferior a de escoamento e o deslocamento lateral é visível (Figura 4.99c e Figura 4.100c). Rodolpho et al. (2023) observaram resultados semelhantes em seu estudo.

**Figura 4.99.** Tensões de von Mises e deslocamento para a carga máxima em torno do eixo de maior inércia – W317,0× 117,0 (Peiner – k = 1,67, Esbeltez = 25)



a) Tensões na primeira abertura [MPa]

b) Tensões no centro do elemento [MPa]



**Figura 4.100.** Tensões de von Mises e deslocamento para a carga máxima em torno do eixo de maior inércia – W317,0× 117,0 (Peiner – k = 1,67, Esbeltez = 200)



a) Tensões na primeira abertura [MPa]

b) Tensões no centro do elemento [MPa]



c) Deslocamentos em x [mm]

Fonte: Autor (2024).

A diferença entre os valores de capacidade resistente entre pilares que apresentaram instabilidade global por flexão em relação ao eixo de menor inércia é inferior ao se comparar com os resultados obtidos em pilares que apresentaram instabilidade global por flexão em relação ao eixo de maior inércia. Isso ocorre em razão da alma estar muito próxima ao eixo de menor inércia, a dimensão mais relevante (espessura) é muito pequena e, assim, a área removida não é muito significante para o menor momento de inércia. Ainda, não foram observadas diferenças significativas entre os diferentes padrões de corte, sendo o fator de expansão o principal fator de influência na capacidade resistente de elementos castelados.

Como já comentado, o comportamento dos pilares comprimidos com imperfeição geométrica global inicial difere substancialmente dos pilares sem imperfeições. Conforme mencionado, as imperfeições geométricas foram implementadas com base no primeiro modo de flambagem elástica do pilar. A Figura 4.101 mostra a curva carga x deslocamento lateral, onde pode ser observado o deslocamento lateral desde o início do carregamento. O carregamento aumenta até atingir a capacidade resistente do elemento. A partir desse ponto, os deslocamentos aumentam consideravelmente e ocorre uma diminuição na carga suportada pelo elemento.



# **Figura 4.101.** Curva carga x deslocamento lateral no centro da coluna $W250 \times 73,0$ (k = 1,33) – Peiner – Esbeltez = 50



A Figura 4.102 mostra que o deslocamento horizontal do modelo  $W250 \times 73,0$  (Peiner) aumentou consideravelmente após o elemento atingir sua capacidade de carga. Devido a este aumento, a distribuição de tensão na seção transversal foi modificada. Este comportamento pode ser observado na Figura 4.103, onde são mostradas as deformações plásticas no pilar. Surgem deformações plásticas na alma e, posteriormente, ocorre a instabilidade da mesa comprimida. Por fim, é apresentada a tensão na região central do pilar (Figura 4.104), onde podem ser observadas diferentes tensões da seção transversal. Vale ressaltar que, apesar de os pilares originais não apresentarem instabilidade local, os pilares castelados não são necessariamente isentos desses efeitos. Em pilares castelados ocorre a transferência de tensão da alma cheia para a alma com abertura, conforme a Figura 4.104, o que provoca uma concentração de tensões e instabilidades locais. A seguir, é possível observar que o modelo numérico é capaz de avaliar o comportamento após a capacidade resistente ser atingida, além de apresentar uma instabilidade local da mesa comprimida. Deve-se ressaltar que a análise de elementos finitos foi capaz de simular as interações de modos instabilidade (global e local). A análise de tensões possibilita identificar os possíveis pontos de origem de falhas locais. As figuras a seguir são referentes a região central do pilar castelado. Rodolpho et al. (2023) também associaram o modo de falha de elementos celulares à instabilidade global combinada com a instabilidade local da mesa no centro da coluna. Entretanto, El-Togby, Abu-Sena e Fares (2021) observaram as instabilidades da alma no primeiro e último alvéolos e Horsangchai et al. (2024) não observaram instabilidades locais. Isso está diretamente relaciona com a esbeltez da alma e da mesa dos perfis de cada pesquisa.





Fonte: Autor (2024).

Figura 4.103. Deformação plástica [adimensional]:  $W250 \times 73,0$  (k = 1,33) – Peiner – Esbeltez = 50





Figura 4.104. Tensão de von Mises [MPa]:  $W250 \times 73,0$  (k = 1,33) – Peiner – Esbeltez = 50

Fonte: Autor (2024).

Ao redor das aberturas da alma, estão presentes concentrações de tensões que causam deformações adicionais, que podem gerar efeitos locais (GU; CHENG, 2016; LEI, J. SONG; KIM; LI, 2020). Tais efeitos diminuem a capacidade resistente do elemento estrutural. Nas imagens a seguir (Figura 4.105 - Figura 4.110) são apresentadas o primeiro modo de flambagem (análise de flambagem elástica), o deslocamento na direção X (flambagem em torno do eixo de maior inércia) e tensões de von Mises para a carga máxima (análise não linear física e geométrica) para o perfil W150  $\times$  37,1. Observa-se que, para o fator de expansão k = 1,33, a tensão nas mesas atinge o limite de escoamento do material (345 MPa), além de não apresentar concentrações de tensão na situação mais crítica (centro da abertura). Por outro lado, o perfil com maior fator de expansão (k = 1,67) (Figura 4.110), apresenta concentração de tensões nas mesas e nas seções centrais das aberturas, especialmente nos primeiros alvéolos (ou aberturas). Isso sugere que, conforme o fator de expansão aumenta, os efeitos locais são mais acentuados. El-Tobgy, Abu-Sena e Fares (2021) encontraram resultados similares em sua pesquisa com elementos alveolares. Além disso, foram observadas deformações locais nas mesas. Vale ressaltar que os perfis de origem não apresentam instabilidades locais, porém, com as aberturas na alma, a distribuição de tensões e as condições de apoio da alma e da mesa são modificadas O fator de expansão de 1,67 apresentou maior presença de instabilidades locais, principalmente nas mesas. Isso indica que a possibilidade de tais instabilidades aumenta com o aumento das aberturas na alma. Os demais perfis apresentaram comportamentos similares.

**Figura 4.105.** Deslocamento do primeiro modo de flambagem em torno do eixo de maior inércia correspondente ao primeiro autovetor - W150  $\times$  37,1 (Litzka – k = 1,33, Esbeltez = 50)



Fonte: Autor (2024).

**Figura 4.106.** Campo de deslocamentos na direção U1 (mm) e tensões de von Mises (MPa) obtidos na análise não linear - W150  $\times$  37,1 (Litzka – k = 1,33, Esbeltez = 50)



Fonte: Autor (2024).



**Figura 4.107**. Deslocamento do primeiro modo de flambagem em torno do eixo de maior inércia correspondente ao primeiro autovetor - W150  $\times$  37,1 (Litzka – k = 1,50, Esbeltez = 50)

Fonte: Autor (2024).

**Figura 4.108.** Campo de deslocamentos na direção U1 (mm) e tensões de von Mises (MPa) obtidos na análise não linear - W150  $\times$  37,1 (Litzka - k = 1,50, Esbeltez = 50)



a) Deslocamentos em X [mm]



**Figura 4.109.** Deslocamento do primeiro modo de flambagem em torno do eixo de maior inércia correspondente ao primeiro autovetor - W150  $\times$  37,1 (Litzka – k = 1,67, Esbeltez = 50)



Fonte: Autor (2024).

**Figura 4.110.** Campo de deslocamentos na direção U1 (mm) e tensões de von Mises (MPa) obtidos na análise não linear - W150  $\times$  37,1 (Litzka - k = 1,67, Esbeltez = 50)



Em razão da falta de metodologias para dimensionamento de elementos castelados, foram plotadas as curvas do fator de redução de flambagem do estudo numérico e comparados com a normativa brasileira ABNT NBR 8800 (2008) (Figura 4.111-Figura 4.125). Vale ressaltar que as colunas avaliadas contemplam uma ampla faixa de esbeltez para todos os perfis, demostrando à abrangência desde estudo numérico. Verificou-se a aplicabilidade da curva proposta pela normativa para pilares castelados para índices de esbeltez reduzido ( $\lambda_0$ ) acima de 0,75. A capacidade resistente dos pilares castelados tende a ser superestimada para valores de esbeltez reduzida inferiores a 0,75. Uma vez que pilares mais curtos apresentam modos de falhas locais mais proeminentes, sua capacidade resistente é reduzida. Nesses casos, a normativa tende a fornecer a resistência à flambagem contra a segurança. Para valores de esbeltez reduzida superiores a 0,75., nota-se que o fator de redução ( $\chi$ ) em elementos castelados é superior ao valor recomendado por norma, tornando o dimensionamento mais seguro, pois a capacidade de resistência adotada no dimensionamento seria inferior à capacidade resistente real do elemento. Conclusões essas similares aos trabalhos de outros autores (PANEDPOJAMAN; SAE-LONG; THEPCHATRI, 2021; GU; CHENG, 2016; SONCK; BELIS, 2016), que avaliaram perfis celulares, análises mais simplificadas e curvas propostas por outras normativas. Rodolpho et al. (2023) avaliaram a precisão de outros métodos analíticos para determinação da capacidade resistente de elementos celulares, obtendo melhores estimativas para colunas mais esbeltas.



**Figura 4.111.** Curva  $\chi \times \lambda_0$  – ABNT NBR 8800 (2008) e Peiner (W150 x 37,1)

Fonte: Autor (2024).



**Figura 4.112.** Curva  $\chi \times \lambda_0$  – ABNT NBR 8800 (2008) e Litzka (W150 x 37,1)

Fonte: Autor (2024).

Figura 4.113. Curva  $\chi \times \lambda_0$  – ABNT NBR 8800 (2008) e Anglo - Saxão (W150 x 37,1)



Fonte: Autor (2024).



**Figura 4.114.** Curva  $\chi \times \lambda_0$  – ABNT NBR 8800 (2008) e Peiner (W200 x 59,0)



Figura 4.115. Curva  $\chi \times \lambda_0$  – ABNT NBR 8800 (2008) e Litzka (W200 x 59,0)



Fonte: Autor (2024).



Figura 4.116. Curva  $\chi \times \lambda_0$  – ABNT NBR 8800 (2008) e Anglo - Saxão (W200 x 59,0)

Fonte: Autor (2024).

Figura 4.117. Curva  $\chi \times \lambda_0$  – ABNT NBR 8800 (2008) e Peiner (W250 × 73,0)



Fonte: Autor (2024).



**Figura 4.118.** Curva  $\chi \times \lambda_0$  - ABNT NBR 8800 (2008) e Litzka (W250 × 73,0)



Figura 4.119. Curva  $\chi \times \lambda_0$  - ABNT NBR 8800 (2008) e Anglo - Saxão (W250  $\times$  73,0)





**Figura 4.120.** Curva  $\chi \times \lambda_0$  – ABNT NBR 8800 (2008) e Peiner (W310x117,0)



**Figura 4.121.** Curva  $\chi \times \lambda_0$  – ABNT NBR 8800 (2008) e Litzka (W310x117,0)





Figura 4.122. Curva  $\chi \times \lambda_0$  – ABNT NBR 8800 (2008) e Anglo - Saxão (W310x117,0)

Figura 4.123. Curva  $\chi \times \lambda_0$  – ABNT NBR 8800 (2008) e Peiner (W360 x 122,0)



Fonte: Autor (2024).

Fonte: Autor (2024).



**Figura 4.124.** Curva  $\chi \times \lambda_0$  – ABNT NBR 8800 (2008) e Litzka (W360 x 122,0)

Fonte: Autor (2024).





Com base na carga resistente de todos os modelos desenvolvidos nesta pesquisa, expressões para estimar o fator de redução  $\chi$  foram desenvolvidas. A Tabela 4.15 apresenta os melhores modelos de regressão (estimativa do fator de redução  $\chi$  em função do índice de esbeltez reduzido  $\lambda_0$ ) para cada tipo de perfil de padrão, com os respectivos valores dos coeficientes de determinação ( $\mathbb{R}^2$ ). Deve-se notar que todos os valores de P são inferiores a 5%, revelando a significância dos modelos. Além disso, os coeficientes de determinação são superiores a 94%, mostrando uma alta previsibilidade dos modelos. Os modelos de regressão polinomial de terceira ordem fornecem as melhores configurações em todos os casos, mostrando uma qualidade adequada dos ajustes obtidos, uma vez que os coeficientes de determinação ( $\mathbb{R}^2$ ) variam de 94,11% a 98,04%.

Perfil	Padrão	Modelo	${ m R}^2$ (%)
W150×37,1	LT	$\chi = 1,001 - 0,0148 \cdot \lambda_0 - 0,4140 \cdot \lambda_0^2 + 0,1143 \cdot \lambda_0^3$	96,97
	PN	$\chi = 1,014 - 0,01568 \cdot \lambda_0 - 0,4255 \cdot \lambda_0^2 + 0,1184 \cdot \lambda_0^3$	98,04
	AS	$\chi = 1,016 + 0,0899 \cdot \lambda_0 - 0,5423 \cdot \lambda_0^2 + 0,1488 \cdot \lambda_0^3$	97,55
W200×59,0	LT	$\chi = 0,8977 + 0,1884 \cdot \lambda_0 - 0,5417 \cdot \lambda_0^2 + 0,1396 \cdot \lambda_0^3$	98,55
	PN	$\chi = 0.9337 + 0.1006 \cdot \lambda_0 - 0.4778 \cdot \lambda_0^2 + 0.1255 \cdot \lambda_0^3$	98,85
	AS	$\chi = 0,9953 - 0,0244 \cdot \lambda_0 - 0,3958 \cdot {\lambda_0}^2 + 0,1084 \cdot {\lambda_0}^3$	99,04
W250×73,0	LT	$\chi = 1,038 - 0,1060 \cdot \lambda_0 - 0,3517 \cdot {\lambda_0}^2 + 0,1014 \cdot {\lambda_0}^3$	94,58
	PN	$\chi = 1,054 - 0,0352 \cdot \lambda_0 - 0,4451 \cdot \lambda_0^2 + 0,1271 \cdot \lambda_0^3$	95,40
	AS	$\chi = 1,007 + 0,0598 \cdot \lambda_0 - 0,4819 \cdot \lambda_0^2 + 0,1291 \cdot \lambda_0^3$	97,90
W310×117,0	LT	$\chi = 0.9303 + 0.1518 \cdot \lambda_0 - 0.5363 \cdot \lambda_0^2 + 0.1416 \cdot \lambda_0^3$	96,71
	PN	$\chi = 0.9376 + 0.1851 \cdot \lambda_0 - 0.5741 \cdot \lambda_0^2 + 0.1511 \cdot \lambda_0^3$	97,06
	AS	$\chi = 0,9926 + 0,0240 \lambda_0 - 0,4426 \cdot {\lambda_0}^2 + 0,1199 \cdot {\lambda_0}^3$	98,79
W360×122,0	LT	$\chi = 1,133 - 0,1865 \cdot \lambda_0 - 0,3440 \cdot \lambda_0^2 + 0,1057 \cdot \lambda_0^3$	94,52
	PN	$\chi = 1,136 - 0,2638 \cdot \lambda_0 - 0,2607 \cdot \lambda_0^2 + 0,08389 \cdot \lambda_0^3$	94,88
	AS	$\chi = 1,182 - 0,3017 \cdot \lambda_0 - 0,2433 \cdot {\lambda_0}^2 + 0,08008 \cdot {\lambda_0}^3$	94,11

**Tabela 4.15.** Resultados de modelos de regressão para estimar os valores do fator de redução ( $\chi$ )

#### Fonte: Autor (2024).

Na Tabela 4.16 são apresentados os resultados acerca dos erros cometidos pelos modelos de regressão obtidos na estimativa do fator de redução  $\chi [\chi = f(\lambda_0)]$ . Para tanto, foi-se determinado o percentual dos resultados cujos resíduos [Res] (Equação (4.14)) foram positivos (a favor da segurança da estrutura), o coeficiente de variação (CV – Equação (4.15)) e o erro percentual

absoluto médio (MAPE – Equação (4.16)), cabendo destacar que  $\chi$  e  $\tilde{\chi}$  consistem nos valores obtidos das simulações numéricas e dos modelos de regressão, respectivamente, que n é o número de observações e que  $\tilde{\chi}$  é o valor médio obtidos das simulações. Com o auxílio do software Minitab<sup>®</sup> versão 18, nessa tabela são também apresentados os resultados do teste de aderência (ao nível de 5% de significância) das funções densidade de probabilidade (FDP): Normal (N), Lognormal (LogN); Weibull (W) e Gama (G) sobre os erros relativos de cada modelo. A título de ilustração, na Figura 4.126 são apresentados os resultados dos testes de aderência sobre os erros cometidos pelos modelos de regressão para o perfil W150×37,1 no padrão LT.

Perfil	Padrão	$\operatorname{Res}\left(\%\geq 0\right)$	FDP (Erro)*	CV (%)	MAPE (%)
	LT	51.1	W ou G; LogN	6.27	4.70
W150×37,1	PN	47.8	W ou G; LogN	6.70	4.71
	AS	51.2	W ou G; LogN	7.30	4.60
	LT	52.1	W ou G; LogN	5.22	4.44
W200×59,0	PN	50.0	W ou G; LogN	4.68	4.22
	AS	62.5	W ou G; LogN	4.30	3.76
	LT	43.8	W ou G; LogN	11.0	5.96
W250×73,0	PN	41.7	W ou G; LogN	10.4	6.43
	AS	43.8	W ou G; LogN	6.48	4.25
	LT	54.2	W ou G; LogN	8.12	5.65
W310×117,0	PN	56.3	W ou G; LogN	7.72	5.61
	AS	56.2	W ou G; LogN	4.87	3.82
	LT	43.5	W ou G; LogN	11.4	6.86
W360×122,0	PN	53.2	W ou G; LogN	11.7	6.50
	AS	43.8	W ou G; LogN	11.6	7.74

**Tabela 4.16.** Resultados acerca dos erros dos modelos de regressão dependentes do  $\lambda_0$  para a estimativa do  $\chi$ .

Fonte: Autor (2024).

\*As funções densidade de probabilidade (PDF) foram aqui apresentadas na ordem da de maior aderência para a de menor.

$$Res = \chi_i - \tilde{\chi}_i \tag{4.14}$$

$$CV(\%) = 100 \cdot \frac{\sqrt{\sum_{i=1}^{n} (\chi_i - \tilde{\chi}_i)^2}}{\frac{n}{\overline{\chi}}}$$

$$MAPE(\%) = \frac{100}{n} \cdot \sum_{i=1}^{n} \left\| \frac{\chi_i - \tilde{\chi}_i}{\chi_i} \right\|$$

$$(4.16)$$

# Figura 4.126. Gráfico de probabilidade para o erro do modelo de regressão associado ao perfil W150×37,1 padrão LT.



Fonte: Autor (2024).

\* Probabilidade p (valor-p) superior ao nível de 5% de significância implica na aderência do modelo ao conjunto de resíduos e na não aderência em caso contrário.

Da Tabela 4.16, em média, nota-se que 50% dos modelos subestimam o valor do fator de redução de carga  $\chi$ , resultado esse a favor da segurança. Com base na média das distribuições do erro provenientes dos 15 modelos de regressão, 36% dos resultados estão associados a erros inferiores a 3%, 32% dos resultados estão relacionados a erros entre 3 e 6%, 18% entre 6 e 9% de erro e 14% entre 9 e 12%. Dessa forma, pode-se afirmar que 68% dos dados estimados apresentam erros inferiores a 6% e que 86% desses estão associados a erros inferiores a 9%.

Considerando-se as distribuições das razões  $(\chi/\tilde{\chi})$  entre os valores do fator de redução de carga obtidos das simulações numéricas e os valores dessa propriedade estimados pelos 15 modelos de regressão, pode-se concluir que 18% dos dados estão associados a razões entre 0,90 e 0,96, 31% a razões entre 0,96 e 1,02, 43% associados a razões entre 1,02 e 1,08 e 8% dos dados estão relacionados a razões entre 1,08 e 1,14. Dessa forma, é possível concluir que 49% dos dados estimados pelo modelo são inferiores (em até 10%; 0,90· $\chi$ ) aos valores obtidos das simulações e que 51% são superestimados (em até 14%; 1,14· $\chi$ ) pelas equações. Da aderência das FDP, as de Weibull e Gama foram equivalentes e ambas superiores a Lognormal, cabendo destacar que os resíduos gerados pelos modelos de regressão podem ser representados (tendência do modelo de previsão) como variáveis aleatórias por qualquer uma dessas três distribuições, entretanto, não pela distribuição normal (p-valor < 0.05).

O CV e o MAPE dos modelos (por tipo de perfil) variaram em faixas de valores relativamente próximas, o que indica o comportamento similar entre as aberturas avaliadas. Os resultados comprovam a precisão do modelo, que apresenta erro abaixo de 9% na maioria dos casos (86% dos modelos) entre o valor estimado e o valor numérico obtido para o fator de redução de carga  $\chi$ .

A Tabela 4.17 apresenta os resultados do teste de Tukey (a 5% de significância) para verificar qual dos modelos estimados está mais próximo da curva  $\chi \times \lambda 0$  proposta pela norma brasileira ABNT NBR 8800 (2008). Ou seja, os valores estimados para os fatores de redução são inferiores aos valores propostos pela norma brasileira, mas são considerados estatisticamente equivalentes (nível de significância de 5%) com a letra semelhante do grupo B.

Donfil	χ			
renn	Litzka	Peiner	Anglo Saxon	NBR 8800 (2008)
W150 × 37,1	В	В	В	А
W200 × 59,0	В	В	В	А
W250 × 73,0	В	В	В	А
W310 × 117,0	В	В	В	А
W360 × 122,0	В	В	В	А

Tabela 4.17. Resultados do teste de Tukey para os valores do fator de redução  $\chi$ 

Fonte: Autor (2024).

A Tabela 4.18 mostra os modelos de regressão multivariada utilizados para estimar o fator de redução  $\chi$ , encontrando os termos considerados significativos pela ANOVA (5% de significância), sendo aqueles sublinhados nas Equações. Com base nos três padrões e três perfis, apenas a razão de esbeltez  $\lambda_0$  é considerada significativa pela ANOVA (ao nível de 5% de significância), implicando que outros fatores principais e suas interações não afetam significativamente a estimativa  $\chi$  dos fatores de redução.

Perfil	Padrão	Modelo	<b>R</b> <sup>2</sup> (%)
W150 × 37,1	LT	$\begin{split} \chi &= 1,432 - 0,645 \cdot d - 0,230 \cdot k - 0,641 \cdot \lambda_0 + 0,449 \cdot d \cdot k + \\ &0,416 \cdot d \cdot \lambda_0 + 0,153 \cdot k \cdot \lambda_0 - 0,289 \cdot d \cdot k \cdot \lambda_0 \end{split}$	96,84
	PN	$\begin{split} \chi &= 1,504 - 0,538 \cdot d - 0,277 \cdot k - 0,704 \cdot \lambda_0 + 0,365 \cdot d \cdot k + \\ &0,394 \cdot d \cdot \lambda_0 + 0,196 \cdot k \cdot \lambda_0 - 0,269 \cdot d \cdot k \cdot \lambda_0 \end{split}$	96,42
	AS	$\chi = 1,2276 - 0,1594 \cdot d - 0,5092 \cdot \lambda_0 + 0,1037 \cdot d \cdot \lambda_0$	96,51
W200 × 59,0	LT	$\begin{split} \chi &= 1,363 - 0,042 \cdot d - 0,211 \cdot k - 0,550 \cdot \lambda_0 + 0,032 \cdot d \cdot k \\ &- 0,0083 \cdot d \cdot \lambda_0 + 0,1090 \cdot k \cdot \lambda_0 \end{split}$	96,94
	PN	$\begin{split} \chi &= 1,315 - 0,035 \; d - 0,1679 \; k - 0,524 \; \lambda_0 + 0,017 \; d^*k \\ & + 0,0022 \; d^*\lambda_0 + 0,0835 \; k^*\lambda_0 \end{split}$	97,48
	AS	$\begin{split} \chi &= 1,1250 + 0,0035 \ d - 0,5033 \ \lambda_0 + 0,0434 \ \lambda_0 * \lambda_0 \\ &- 0,0199 \ d * \lambda_0 \end{split}$	98,11
W250 × 73,0	LT	$\begin{split} \chi &= 1,597 - 0,756 \cdot d - 0,385 \cdot k - 0,795 \cdot \lambda_0 + 0,602 \cdot d \cdot k + \\ &0,580 \cdot d \cdot \lambda_0 + 0,286 \cdot k \cdot \lambda_0 - 0,445 \cdot d \cdot k \cdot \lambda_0 \end{split}$	95,34
	PN	$\begin{split} \chi &= 1,572 - 1,012 \cdot d - 0,336 \cdot k - 0,768 \cdot \lambda_0 + 0,749 \cdot d \cdot k + \\ & 0,687 \cdot d \cdot \lambda_0 + 0,248 \cdot k \cdot \lambda_0 - 0,500 \cdot d \cdot k \cdot \lambda_0 \end{split}$	94,96
	AS	$\chi = 1,1373 - 0,0797 \cdot d - 0,4417 \cdot \lambda_0 + 0,0525 \cdot d \cdot \lambda_0$	96,30
W310 × 17,0	LT	$\begin{split} \chi &= 1,690 - 0,407 \; d - 0,396 \; k - 0,580 \; \lambda_0 + 0,242 \; d^*k \\ &+ 0,0310 \; d^*\lambda_0 + 0,1031 \; k^*\lambda_0 \end{split}$	96,06

Tabela 4.18. Resultados dos modelos de regressão de multivariáveis

	PN	$\begin{split} \chi &= 1,713 - 0,408 \ d - 0,393 \ k - 0,598 \ \lambda_0 + 0,230 \ d^*k \\ &+ 0,0443 \ d^*\lambda_0 + 0,1041 \ k^*\lambda_0 \end{split}$	96,26
	AS	$\begin{split} \chi &= 1,1522 - 0,0518 \; d - 0,5041 \; \lambda_0 + 0,0346 \; \lambda_0 * \lambda_0 \\ & + 0,0140 \; d^* \lambda_0 \end{split}$	97,97
	LT	$\begin{split} \chi &= 1,860 - 0,157 \cdot d - 0,499 \cdot k - 0,869 \cdot \lambda_0 + 0,168 \cdot d \cdot k + \\ &0,184 \cdot d \cdot \lambda_0 + 0,303 \cdot k \cdot \lambda_0 - 0,166 \cdot d \cdot k \cdot \lambda_0 \end{split}$	94,32
W360 × 122,0	PN	$\begin{split} \chi &= 1,238 + 0,485 \cdot d - 0,101 \cdot k - 0,514 \cdot \lambda_0 - 0,244 \cdot d \cdot k - \\ & 0,182 \cdot d \cdot \lambda_0 + 0,073 \cdot k \cdot \lambda_0 + 0,071 \cdot d \cdot k \cdot \lambda_0 \end{split}$	94,85
	AS	$\chi = 1,0955 + 0,1800 \cdot d - 0,3848 \cdot \lambda_0 - 0,1326 \cdot d \cdot \lambda_0$	94,84

Tais expressões apresentam alta precisão, com valores de  $R^2$  acima de 94,00. Com isso, as expressões propostas na Tabela 4.15 são indicadas por serem mais simples de aplicar (dependem somente de uma variável). É importante ressaltar que ambos os conjuntos de expressões são confiáveis para estimar o fator de redução para os elementos castelados avaliados no escopo da pesquisa. Isso contribui consideravelmente para o desenvolvimento de metodologias para dimensionamento de tais elementos. Vale lembrar que os valores estimados pelas expressões apresentadas na Tabela 4.15 e na Tabela 4.18 devem ser limitados a 1.

Além disso, ao calcular todas as propriedades da seção transversal no centro de abertura da alma, os resultados sugerem que a ABNT NBR 8800 (2008) pode ser utilizada para dimensionar pilares castelados deste escopo para valores de esbeltez reduzida superior a 0,75. Ainda, foram desenvolvidas expressões para estimar os fatores de redução de pilares castelados com alta confiabilidade. É importante salientar que tais conclusões são baseadas em perfis do escopo desta pesquisa, sendo necessário avaliar sua aplicação para diferentes configurações.

Em resumo, as expressões desenvolvidas apresentam excelentes estimativas do fator de redução para os pilares, aberturas e fatores de expansão do escopo desta pesquisa. Tal parâmetro é essencial na determinação da capacidade resistente de colunas. Além disso, foi possível avançar no entendimento sobre o comportamento de pilares castelados, como as aberturas influenciam na capacidade resistente e os efeitos locais provocados. Esses resultados contribuem significativamente para o conhecimento sobre perfis castelados com diferentes padrões de corte e fator de expansão, o que contribui para o desenvolvimento de métodos de dimensionamento e,

assim, para a sua maior aplicabilidade em projetos estruturais. Entretanto, em função da falta de estudos, especialmente experimentais, sobre pilares castelados, são necessárias novas pesquisas para o desenvolvimento de métodos de dimensionamento unificados e gerais, assim como acontece com elementos sem aberturas.

# **5. CONCLUSÕES**

Após os objetivos propostos para o desenvolvimento deste trabalho serem atingidos, apresenta-se neste capítulo as considerações finais, assim como sugestões de trabalhos futuros sobre os estudos que ainda podem ser desenvolvidos sobre pilares castelados.

### 5.1. Conclusões gerais

No presente trabalho, foram apresentados resultados para análise de elementos castelados com comportamento não linear físico e geométrico para avaliar a influência de aberturas na capacidade resistente de pilares. Além disso, foram propostas expressões para estimar o fator de redução ( $\chi$ ), utilizado no dimensionamento de estruturas metálicas segundo a normativa brasileira.

A partir deste estudo, foi possível avaliar a influência das aberturas mais comumente utilizadas em padrões de corte castelados, assim como os diferentes fatores de expansão alteram a capacidade resistente dos pilares. Os principais resultados obtidos foram:

- Pilares castelados apresentaram capacidade resistente inferior se comparados a elementos de alma cheia;
- As aberturas apresentaram maior influência na capacidade resistente de pilares menos esbeltos em razão da concentração de tensões. Conforme a esbeltez aumenta, tal influência diminuiu e a capacidade resistente de pilares castelados e de alma cheia se aproximaram;
- > Pilares com maior fator de expansão apresentaram menor capacidade resistente;
- Não houve diferença significativa entre os diferentes padrões de abertura;
- A curva de dimensionamento χ × λ<sub>0</sub> proposta pela ABNT NBR 8800 (2008) não apresenta resultados satisfatórios para índices de esbeltez reduzido (λ<sub>0</sub>) menores que 0,75 no dimensionamento de pilares castelados;
- Equações foram propostas (com valores de R<sup>2</sup> acima de 94,00) para estimar o fator de redução de resistência associado à flambagem global (χ) dos pilares avaliados;
- S modelos propostos para estimar o fator de redução de carga χ apresentaram boa precisão, com erro abaixo de 9% na maioria dos casos (86% dos modelos) entre o valor estimado e o valor numérico.

Este estudo aprofundou o entendimento sobre o comportamento estrutural de pilares castelados axialmente carregados. Apesar de os pilares castelados abrangidos nesta pesquisa apresentarem reduções na capacidade resistente, tais apresentam diversos pontos positivos, como melhor acomodação de tubulações, excelente desempenho quando submetidas a abalos sísmicos e o aspecto arquitetônico versátil e agradável. Portanto, é necessário o desenvolvimento de metodologias para o seu dimensionamento, algo inexistente até o término desta pesquisa. Portanto, este estudo aprofunda os conhecimentos sobre elementos castelados em cinco dos principais perfis utilizados no Brasil, assim como propõe expressões com alta previsibilidade na estimativa do fator de redução de resistência associado à flambagem global. Tais resultados e expressões são mais um passo para desenvolvimento de um método de dimensionamento específico para elementos com aberturas na alma.

## 5.2. Sugestões para trabalhos futuros

A partir dos resultados apresentados, são sugeridas questões para futuros trabalhos, a fim de avançar mais no conhecimento sobre o comportamento de pilares castelados:

- Realizar ensaios com pilares castelados devido à escassez de resultados experimentais;
- Ampliar o escopo do estudo paramétrico para abranger outros tipos de perfis e aberturas;
- Avaliar outras formas de vinculação dos apoios;
- Implementar carregamentos com excentricidades;
- Adotar imperfeições geométricas mais rigorosas;
- Desenvolver modelos de tensão residual em pilares castelados;
- Adotar diferentes modos de flambagem (ou a combinação de dois ou mais) para a implementação das imperfeições geométricas.

# **REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS**

ABNT (2008) 'Associação Brasileira de Normas Técnicas. NBR 8800: **Projeto de estruturas de aço e de estruturas mistas de aço e concreto de edifícios**'. Rio de Janeiro.

ABREU, L. M. P. Determinação do momento fletor resistente à flambagem lateral com torção de vigas de aço celulares. Dissertação de Mestrado, Departamento de Engenharia Civil, Escola de Engenharia, UFMG, Belo Horizonte, 2011.

AL-LABAN, H. E.; & SALMAN, N. Parametric study of reduced web section of beam to column welded connection with castellated beam having hexagonal openings and subjected to cyclic loading. **Journal of Physics: Conference Series**, 1973(1), 2021. DOI: https://doi.org/10.1088/1742-6596/1973/1/012211

ALMEIDA, P.H.F. **Estudo Numérico de um Dispositivo de Transferência de Cargas em Pilares Mistos Tubulares Preenchidos com Concreto**. Dissertação de mestrado em Engenharia de Estruturas. Universidade Federal de Minas Gerais. Belo Horizonte, 2012.

ALMEIDA, S.J.C.; NETO, J.M.; MALITE, M. Numerical Analysis of Compressed Cold Formed Steel Members considering Initial Geometric Imperfections. Proceedings of the Twelfth International Conference on Civil, Structural and Environmental Engineering Computing. Stirlingshire, UK: Civil-Comp Press, 2009. doi: 10.4203/ccp.91.20.

ALPSTEN, G.A.; TALL, L. Residual stresses in heavy welded shapes. Welding Journal, v. 49, No. 3, p. 93-105, 1970.

ALVARENGA A. R, SILVERIA, R. Second-order plastic-zone analysis of steel frames — part II:effects of initial geometric imperfection and residual stress. Latin American Journal of Solids and Structures. 6(4):323–42, 2009.

ANSI/AISC-360-22, Specification for Structural Steel Buildings. AISC Committee (2022).

AVCAR, M. Elastic Buckling of Steel Columns Under Axial Compression. American Journal of Civil Engineering, 2(3), 102–108, 2014. https://doi.org/10.11648/j.ajce.20140203.17

BALIO, G., MAZZOLANI, F. M., Theory and design steel structures, 1983

BEZERRA, E. M. Determinação do momento fletor resistente à flambagem lateral com torção de vigas de aço castelados. Dissertação de Mestrado, Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2011.

BI, R.; JIA, L.; LI, P.; WANG, Q. Multiparameter seismic behavior of castellated beam-to-column connections based on stress migration. **Structures**, 29, 1137–1153, 2021. https://doi.org/10.1016/j.istruc.2020.12.016

BJORHOVDE, R. **Deterministic and probabilistic aproaches to the strenght of steel columns**. PhD Thesis. Lehigh University. 1972.

BITAR, D. *et al.* Poutres Cellulaires acier et mixte: partie 1 proposition d'un modèle pour laresistance desmontants. **Construction Métallique**, v. 1, 2006.

CARDOSO, H. S. Estudo Teórico-Experimental de Parafusos Utilizados como Dispositivos de Transferência de Carga em Pilares Mistos Tubulares Preenchidos com Concreto. Dissertação de mestrado em Engenharia de Estruturas. Universidade Federal de Minas Gerais. Belo Horizonte, 2014.

CEN. ENV 1993-1-1. Eurocode 3: Design of steel Structures. Part 1-1: General rules and rules for buildings. Annex N: Openings in webs. CEN (European Committee for Standardization). Brussels, 1998.

CEN. ENV 1993-1-1. Eurocode 3: Design of steel Structures. Part 1-1: General rules and rules for buildings. CEN (European Committee for Standardization). 1998.

CEN EN 1993-1-1 Eurocode 3: Design of steel structures - Part 1-1: General rules and rules for buildings. CEN (European Committee for Standardization), 2005.

CHAN SL; HUANG HY; FANG LX. Advanced analysis of imperfect portal frames with semirigid base connections. **Journal of Engineering Mechanics**, 131(6):633–40, 2005.

CHEN, W.F.; LUI, E. M. Structural Stability: Theory and Implementation. Elsevier, 1987.

CHUNG, K. F.; LIU, C. H.; KO, A. C. H. Steel beams with large web openings of various shapes and sizes: An empirical design method using a generalised moment-shear interaction curve. **Journal of Constructional Steel Research**, 59(9), 1177–1200, 2003. https://doi.org/10.1016/S0143-974X(03)00029-4

CRISTINA, A.; ALMEIDA, B.; CESAR, A.; LAVALL, C. Influência das tensões residuais na resistência de pilares de aço considerando a análise avançada com plasticidade distribuída (Influence of the residual stresses on the strength of steel columns considering advanced analysis with distributed plasticity). **Revista Escola Minas**, 60, 391–399, 2007.

DEMIRDJIAN, S. **Stability of castellated Beam Webs**. Dissertation (master's degree) - McGill University, Canada, United States, 1999.

DUTRA, C.M. Estudo do Comportamento Estrutural do Conector Crestbond Considerando Variações Geométricas e Mecânicas. Dissertação de mestrado em Engenharia Civil. Universidade Federal de Viçosa, Viçosa. 2014.

EARLS, C.J. Effects of material property stratification and residual stresses on single angle flexural ductility. **Journal of Constructional Steel Research**, No. 51, p. 147-175, 1999.

ECCS. Ultimate Limit State Calculations of Sway Frames with Rigid Joints (no.33). 1984.

EL-SAWY, K. M.; SWEEDAN, A. M. I.; MARTINI, M. I. Major-axis elastic buckling of axially loaded castellated steel columns. **Thin-Walled Structures**, 47(11), 1295–1304, 2009. https://doi.org/10.1016/j.tws.2009.03.012

EL-TOBGY, H. H.; ABU-SENA, A. B. B.; FARES, M. W. Experimental and parametric investigation of castellated steel beam-column in various expansion ratios, lengths and loading conditions. **Structures**, 33(April), 484–507, 2021. https://doi.org/10.1016/j.istruc.2021.04.053

FELDMANN, M. et al. LWO+: Design Guide (en). Technical report, 2006.

FERRARI, G. A. Simulação numérica do comportamento estrutural de vigas alveolares mistas de aço e concreto. Dissertação de Mestrado, UFV, Viçosa, 2013.

GALAMBOS, A.R.; HOSAIN, M.U.; SPEIRS, W.G. Optimum expansion ratio of castellated steel beams. **Egineering Optimization**, 1(4), pp. 213–225, 1975 doi: 10.1080/03052157508960588.

GALAMBOS, T.V. **Guide to Stability Design Criteria for Metal Structures**. 3rd edn. Edited by B. G. Johnston. University of Michigan: A Wiley-Interscience publication, 1976.

GALAMBOS, T. V. Guide to stability design criteria for metal sctructures. 4thed, New York, John Wiley & Sons, 1988

GOMES, C. A. B. Resistência à compressão de perfis H laminados de abas paralelas. Dissertação de mestrado em Engenharia Civil. Universidade Federal de Ouro Preto, Ouro preto, 2006.

GOMES, A.F.F. et. Influence of Opening Type in Axially Compressed Castellated Columns. **Buildings** 2023, 13, 1851. https://doi.org/10.3390/buildings13071851. 2023.

GONÇALVES, A. B. Modelo analítico para dimensionamento de vigas alveolares mistas de aço e concreto. Dissertação de Mestrado. UFV, Viçosa, 2015

GU JX; CHAN SL. Second-order analysis and design of steel structures allowing for member and frame imperfections. **International Journal for Numerical Methods in Engineering**, 62(5):601–15, 2005.

GU, J. Z.; CHENG, S. Shear effect on buckling of cellular columns subjected to axially compressed load. **Thin-Walled Structures**, 98, 416–420, 2016. https://doi.org/10.1016/j.tws.2015.10.019

GRILO, L. F.; FAKURY, R. H.; CASTRO E SILVA; A. L. R.; VERÍSSIMO, G.S. Design procedure for the web-post buckling of steel cellular beams. **Journal of Constructional Steel Research**, 148, 525–541, 2018. https://doi.org/10.1016/j.jcsr.2018.06.020

HORSANGCHAI, V., LENWARI, A., YOUNG, B. Elastic and inelastic major-axis flexural buckling of cellular steel columns. **Engineering Structures**, 301., 2024. https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2023.117286

HOSAIN, M.; SPEIRS, W. Défience de poutres métalliques à âme évidée due a la rupture de joints soudés. Acier-stahl-steel, v. 36(1), p. 34–40, 1971.

HU, L.; FENG, P.; MENG, Y.; YANG, J. Buckling behavior analysis of prestressed CFRPreinforced steel columns via FEM and ANN. **Engineering Structures**, 245(July), 2021. https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2021.112853

HUBER, A. W.; BEEDLE, L. S. Residual stress and the compressive strength of steel. Welding Journal, v. 33, p. 589-614, 1954, Reprint No. 96 (54-3) (1954).

JANDERA, M., & MACHACEK, J. Residual stress influence on material properties and column behaviour of stainless steel SHS. **Thin-Walled Structures**, 83, 12–18, 2014. https://doi.org/10.1016/j.tws.2014.03.013

KERDAL, D., & NETHERCOT, D. A. Failure modes for castellated beams. Journal of Constructional Steel Research, 4(4), 295–315, 1984. https://doi.org/10.1016/0143-974X(84)90004-X

KINGET, L., Strong-axis flexural buckling of castellated and cellular. Dissertação de Mestrado, Universidade de Gent, Gent, 2014.

LAWSON, R. M.; LIM, J.; HICKS, S. J.; SIMMS, W. I. Design of composite asymmetric cellular beams and beams with large web openings. **Journal of Constructional Steel Research**, 62(6), 614–629, 2006. https://doi.org/10.1016/j.jcsr.2005.09.012

LAVALL, A., C., C. **Uma formulação consistente para análise não-linear de pórticos planos de aço considerando imperfeições iniciais e tensões resíduas**. Tese de Doutorado. Universidade de São Paulo. São Carlos. 1996.

LEI, J. S., YUAN, W. BIN, & LI, L. Y. Axial compression buckling of castellated columns at elevated temperatures. **International Journal of Structural Stability and Dynamics**, 17(3), 2017. https://doi.org/10.1142/S0219455417500341

LEI, J. SONG; KIM, B.; LI, L. YUAN. Dynamic Instability Analysis of Axially Compressed Castellated Columns. **International Journal of Steel Structures**, v. 20, n. 2, p. 559–566, 2020. Disponível em: <a href="https://doi.org/10.1007/s13296-020-00306-8">https://doi.org/10.1007/s13296-020-00306-8</a>.

LING, J. Y.; KONG, S. L.; DE'NAN, F. Numerical Study of Buckling Behaviour of Cold-formed C-channel Steel Purlin with Perforation. **Procedia Engineering**, 125, 1135–1141, 2015. https://doi.org/10.1016/j.proeng.2015.11.140

MA *et al.*, Structural behaviour of slender columns of high strength S690 steel welded H-sections under compression. **Engineering Structures**, 157, 75–85, 2018.

MADAH, H.; AMIR, O. Concurrent structural optimization of buckling-resistant trusses and their initial imperfections. **International Journal of Solids and Structures**, 162, 244, 2019. https://doi.org/10.1016/j.ijsolstr.2018.12.007

MESQUITA, L. C.; GOMES; A F F; LEÃO, F. S. Simulação Computacional de Pilares de Aço Submetidos á Compressão Axial. **Revista Eletrônica de Engenharia Civil**, 15(2), 2019. https://doi.org/10.5216/reec.V15i2.nartigo

NAWAR, M. T.; ARAFA, I. T.; ELHOSSEINY, O. M.; EL-ZOHAIRY, A. Full static resistance of castellated steel beams with hexagonal web openings for blast response predictions. **Engineering Structures,** 245(March), 112844, 2021. https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2021.112844

OLIVEIRA, L. B. **Procedimentos para definição das características geométricas de vigas alveolares de aço para sistemas de piso e de cobertura**. Dissertação de Mestrado, Viçosa, 2012.

PANEDPOJAMAN, P.; SAE-LONG, W.; THEPCHATRI, T. Design of cellular beam-columns about the major axis. **Engineering Structures**, 236(March), 112060, 2021. https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2021.112060

PANEDPOJAMAN, P.; THEPCHATRI, T.; LIMKATANYU, S. Elastic buckling of cellular columns under axial compression. **Thin-Walled Structures**, 145, 2019. https://doi.org/10.1016/j.tws.2019.106434

REIS, A.; CAMOTIM, D. Estabilidade estrutural - McGraw-Hill; 2000.

ROSSI, A. Análise numérica da flambagem global de perfis celulares de aço biapoiados submetidos a compressãoaxial. 2023. Tese (Mestrado) – Universidade Estadual de Maringá, Maringá, 2023.

RODOLPHO, T. F., ROSSI, A., DE CARVALHO, A. S., MARTINS, C. H. (2023). Numerical analysis of the global stability of simply supported cellular steel columns under axial compression. **Thin-Walled Structures**, 192, 2023.

https://doi.org/10.1016/j.tws.2023.111143

ROSSI, A. Flambagem Lateral com Torção e Distorção da Alma em Vigas de Perfis I Metálicos Duplamente Simétricos. 2018. Tese (Mestrado) – Universidade Estadual de Maringá, Maringá, 2018.

SHAYAN, S., RASMUSSEN, K. J. R., & ZHANG, H. On the modelling of initial geometric imperfections of steel frames in advanced analysis. **Journal of Constructional Steel Research**, 98, 167–177, 2014. https://doi.org/10.1016/j.jcsr.2014.02.016

SONCK, D. (2014). **Global Buckling of Castellated and Cellular Steel Beams and Columns**. Tese de Doutorado, Universidade de Gent, Gent, 2014.

SONCK, D.; BELIS, J. Weak-axis flexural buckling of cellular and castellated columns. Journal of Constructional Steel Research, 124, 91–100, 2016. https://doi.org/10.1016/j.jcsr.2016.05.002

SONCK, D.; VAN IMPE, R.; BELIS, J. Experimental investigation of residual stresses in steel cellular and castellated members. **Construction and Building Materials**, 54, 512–519, 2014. https://doi.org/10.1016/j.conbuildmat.2013.12.045

SWEEDAN, A. M. I.; EL-SAWY, K. M.; MARTINI, M. I. Identification of the buckling capacity of axially loaded cellular columns. **Thin-Walled Structures**, 47(4), 442–454, 2009. https://doi.org/10.1016/j.tws.2008.08.009

TEBEDGE, N., ALPSTEN, G. A., AND TALL, L. Measurement of residual stresses. A study of methods. **Fritz Engineering Laboratory Report**, no. 337.8, 1971

TARAS, A. Contribution to the Development of Consistent Stability Design Rules for Steel Members. Tese de Doutorado, Graz University of Technology, 2010.

TEIXEIRA, F. B. **Estudo numérico do comportamento estrutural de perfis alveolares de aço**. Dissertação de Mestrado, UFMG, Belo Horizonte, 2017.

TOPRAC, A.A.; COOKE, B.R. An experimental investigation of open-web beams. Welding Research Council Bulletin 424 Series. No. 47, 1959.

TSAVDARIDIS, K. D.; D'MELLO, C.; HAWES, M. Experimental study of ultra-shallow floor

beams (USFB) with perforated steel sections. Nordic Steel, v. 9, p. 312 – 319, 2009.

VERWEIJ, J. G. (2010). Cellular Beam-Columns in Portal Frame Structures. Dissertação de Mestrado, 2010.

VIEIRA, H. C. Análise numérica da flambagem do montante de alma devida ao cisalhamento em vigas de aço celulares. Dissertação de Mestrado, UFMG, Belo Horizonte, 2014.

VIEIRA, W. B. Simulação numérica do comportamento estrutural de vigas castelados de aço com ênfase na flambagem do montante de alma. Dissertação de Mestrado, UFV, Viçosa, 2011

VIEIRA, W. B. Estudo numérico-experimental da flambagem do montante de alma em vigas castelados de aço. Tese de Doutorado. Universidade Federal de Viçosa, Viçosa, 2015.

VIEIRA, W. B.; SOUZA, V. G.; RIBEIRO, J. C. L.; PAES, J. L. R. Simulação numérica do comportamento estrutural de vigas castelados de aço com ênfase na flambagem do montante de alma. Ciencia y Engenharia, 24(1), 105–113, 2015. https://doi.org/10.14393/19834071.2015.29601

WESTOK. Applications/Westok, http://www.asdwestok.co.uk/Applications.

YUAN, W. B.; KIM, B.; LI, L. Y. Buckling of axially loaded castellated steel columns. Journal of Constructional Steel Research, 2014. https://doi.org/10.1016/j.jcsr.2013.10.013

ZAAROUR, W. RED; WOOD, R. Web Buckling in Thin Webbed Castellated Beams. Journal of Structural Engineering, 122(8), pp. 860–866, 1996.

ZHOU, X., LI, Z., HE, Y., HE, Y., LI, Z. Finite element analysis of thermal residual stresses in castellated beams. Journal of Constructional Steel Research, 148, 2018.