

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO CARLOS  
CENTRO DE EDUCAÇÃO E CIÊNCIAS HUMANAS  
PROGRAMA DE PÓS – GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO  
ÁREA DE METODOLOGIA DO ENSINO

**UMA INVESTIGAÇÃO SOBRE A PRÁTICA PEDAGÓGICA:  
REFLETINDO SOBRE A INVESTIGAÇÃO NAS AULAS DE  
MATEMÁTICA**

**Maria das Graças dos Santos Abreu**

SÃO CARLOS  
2008

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO CARLOS  
CENTRO DE EDUCAÇÃO E CIÊNCIAS HUMANAS  
PROGRAMA DE PÓS – GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO  
ÁREA DE METODOLOGIA DO ENSINO

**UMA INVESTIGAÇÃO SOBRE A PRÁTICA PEDAGÓGICA:  
REFLETINDO SOBRE A INVESTIGAÇÃO NAS AULAS DE  
MATEMÁTICA**

Maria das Graças dos Santos Abreu

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Educação da Universidade Federal de São Carlos como parte dos requisitos para obtenção do título de Mestre em Educação, Área de Concentração: Metodologia de Ensino. Orientadora: Profa. Dra. Cármen Lúcia Brancaglioni Passos.

SÃO CARLOS  
2008

**Ficha catalográfica elaborada pelo DePT da  
Biblioteca Comunitária da UFSCar**

A162ip

Abreu, Maria das Graças dos Santos.

Uma investigação sobre a prática pedagógica : refletindo sobre a investigação nas aulas de matemática / Maria das Graças dos Santos Abreu. -- São Carlos : UFSCar, 2008. 192 f.

Dissertação (Mestrado) -- Universidade Federal de São Carlos, 2008.

1. Matemática – ensino. 2. Formação profissional. 3. Pesquisa - prática profissional. I. Título.

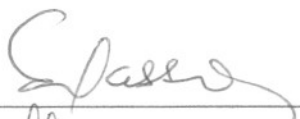
CDD: 370 (20<sup>a</sup>)

**BANCA EXAMINADORA**

Profª Drª Cármen Lúcia Brancaglioni Passos

Profª Drª Adair Mendes Nacarato

Profª Drª Rosa Maria Moraes Anunciato de Oliveira

  
\_\_\_\_\_  
Adair Mendes Nacarato  
\_\_\_\_\_  
R. Anunciato  
\_\_\_\_\_

Aos meus Pais.

Aos meus três amores: João, Ricardo e Guilherme.

A todos os meus alunos.

## **AGRADECIMENTOS**

*À Profa. Dra. Cármen Lúcia Brancaglioni Passos, minha orientadora, pelo incentivo, pela paciência e principalmente pela confiança.*

*À Profa. Dra. Adair Mendes Nacarato, pela leitura e pelas valiosas contribuições.*

*À Profa. Dra. Rosa, pelo carinho, confiança e parceria em trabalhos realizados.*

*Às amigas: Dora e Juliana que me mostraram a necessidade de um educador repensar sua prática.*

*À Kiki, que disse a frase que desencadeou todo esse processo.*

*Ao Prof. Dr. Dario Fiorentini e aos amigos: Alfonso, Adilson, Claudia, Conceição, Eliane, Juliana, Renata, Rodrigo, Rogério, do Grupo de Sábado que me ensinaram a escrever para refletir.*

*Às queridas amigas do mestrado: Lígia, Maria Vitória, Selva, Sydione, Raquel e todas as outras que trouxeram preciosas contribuições além da alegria e companheirismo.*

*À Marisa, pela amizade, incentivo e pela ajuda que sempre me ofereceu.*

*Às minhas amigas, principalmente, Cléo e Vera que aceitaram a minha ausência e compreenderam a importância deste trabalho para mim apoiando-me, muitas vezes, silenciosamente.*

*À direção do Colégio Dom Barreto pelo apoio, incentivo e pela possibilidade de realização deste trabalho em minhas salas de aula.*

*À Marlene, pela cuidadosa revisão.*

*Ao Ricardo, pela transcrição e tradução.*

*À Maíza, pela leitura cuidadosa e valiosas contribuições.*

*Aos meus colegas de trabalho, professores do Dom Barreto, principalmente Valdemar e Roberta, que de forma direta ou indireta contribuíram para esta realização.*

*Ao meu marido, João e aos meus filhos Ricardo e Guilherme, pelo apoio que sustenta todas as minhas buscas e pelo amor que alimenta o meu espírito.*

*A todos os meus alunos.*

*Sobretudo, a Deus.*

## RESUMO

Esta pesquisa, de abordagem qualitativa, foi realizada em escolas das redes pública estadual e particular da cidade de Campinas – SP. Trata-se de uma pesquisa da própria prática que busca compreender as transformações ocorridas na prática num contexto de realização de tarefas exploratório-investigativas nas aulas de matemática. Estas tarefas são propostas de trabalho, em que os alunos exploram uma situação aberta, procuram regularidades, formulam problemas, criam conjecturas, argumentam e comunicam oralmente ou por escrito as suas conclusões. Este estudo, que tem o olhar voltado para a própria prática profissional da investigadora, visa analisar e compreender como se dá o processo de desenvolvimento profissional num ambiente de tarefas exploratório-investigativas e a interpretação da própria prática num contexto de aulas investigativas. A investigação orientou-se pela questão: **Quais as contribuições que um trabalho com tarefas exploratório-investigativas traz para o processo de reflexão sobre a própria prática e para a transformação de alguns saberes docentes e discentes?** A documentação necessária para o estudo foi constituída de: registros-escritos dos alunos, colhidos em diferentes momentos da trajetória profissional; registros escritos da professora-investigadora, colhidos em forma de narrativa, que serviram como diário de campo; registros em áudio de dois grupos de trabalho e de uma aula de socialização dos resultados. O desenvolvimento deste trabalho se deu em três partes: a primeira delas apresenta a metodologia escolhida para o desenvolvimento da pesquisa, os dados e uma narrativa da trajetória profissional da professora, desde o tempo de estudante, a graduação, os primeiros anos de docência e a volta à Universidade para o mestrado; a segunda parte apresenta os referenciais teóricos sobre formação de professores, saberes docentes, professor-pesquisador e professor pesquisador da própria prática, também apresenta uma síntese que busca as diferenças e aproximações entre a resolução de problemas e as investigações matemáticas, a terceira parte apresenta a análise dos dados coletados e centrados em três eixos: (a) mediação/interação realizada pela professora; (b) autonomia adquirida pelo aluno; e (c) a aula de matemática como um espaço epistemológico de produção de conhecimentos. Na parte final deste trabalho encontramos as reflexões produzidas pela professora decorrentes da produção das narrativas, dos estudos realizados e das análises do material coletado. Os resultados apontam para a importância da pesquisa do professor sobre a sua própria prática que neste movimento de investigar a sua atuação em sala de aula, acaba por investigar o seu próprio mundo, investigando-se, conhecendo-se, colocando-se junto com os alunos para assim poder refletir e rever os saberes já adquiridos transformando-os em novos saberes e produzindo novos conhecimentos para si e para outros professores de matemática. Também apresenta o desenvolvimento dos alunos em relação ao trabalho com as tarefas de investigação, apontando que este modelo de trabalho oferece oportunidade de participação individual e coletiva; autonomia para criação e desenvolvimento matemático.

**Palavras-chave:** pesquisa da própria prática; tarefas exploratório-investigativas; reflexão sobre a própria formação; desenvolvimento profissional.

## ABSTRACT

This research, of qualitative approach, was done in State public schools and private ones of the city of Campinas – SP. It is about a research of my own practice that seeks to comprehend the changes occurred in practice inside of an exploratory-investigative task accomplishment context during the Mathematics classes. These tasks are work proposals in which students explore an open situation, look for regularities, formulate problems, create conjectures, discuss and communicate written or orally their own conclusions. This study, that has a perspective towards to the researcher own professional practice, tries to analyze and comprehend how the professional process is performed in an environment of exploratory-investigative tasks and the interpretation of my own practice in a context of investigative classes. The investigation was guided by the question: **What are the contributions that a work with exploratory-investigative tasks gives to the process of reflection of my own practice and to the transformation of some teaching and student knowledge?** The required documentation to the study were constituted of: Written records of the students, gathered in different moments of my professional path; written records of the teacher-researcher, organized in a narrative form, that fulfill the purpose of a field diary; audio records of two work groups and of a socialization class of the results. The development of this work was divided in three parts: The first of them presents the methodology chosen for the development of the research, the data and a professional narrative of the teacher's professional background, since the period of an Elementary student, the Graduation, the first years of teaching and the come back to the University for the Master's Degree; The second part presents the theoretical references about teacher's development, teaching knowledge, teacher-researcher and teacher researcher of its own practice also presents an abstract that pursuits the differences and closeness between problem solving and the mathematical investigations; the third part presents the analyses of the gathered data and centered in three categories: (a) the guidance/interaction performed by the teacher; (b) student's acquired autonomy; and (c) the Mathematics class as an epistemological place of knowledge production. In the final part of this research we find the reflections produced by the teacher due to the narrative productions, from the performed studies and collected material analyzes. The results point to the importance of the teacher's research about its own practice that in this movement of investigation of his/her part inside the classroom, finds him/herself investigating his/her own world, searching him/herself, discovering him/herself, putting him/herself together with the students in order to reflect and review the already acquired knowledge, converting them into new knowledge and producing new knowledge to yourself and to other Mathematics teachers. It also presents the student's development regarding the investigation tasks, pointing out that this model of work offer opportunities for participating with an individual and group collection; autonomy to the creation and development of Mathematics.

**Key-words:** research of my own practice; explanatory-investigative tasks; reflection about my own background; professional development.



## **LISTA DE QUADROS**

<i>Quadro 1: Enunciado da proposta de trabalho - Quatro Funções da Investigação na Aula de Matemática (Paul Goldenberg, 1999).</i>	22
<i>Quadro 2: Adaptação realizada a partir da tarefa: Quadriláteros e Diagonais (PONTE, BROCADO e OLIVEIRA, 2003, p.89).</i>	23
<i>Quadro 3: Proposta de trabalho retirada do livro didático Matemática para Todos – 5ª. Série (IMENES e LELLIS 2002, p.83).</i>	23
<i>Quadro 4: Tarefa elaborada por Juliana Facanali Castro e adaptada para a série em questão.</i>	26
<i>Quadro 5: Caracterização de alguns saberes docentes</i>	61
<i>Quadro 6: Proposta de trabalho para classificação de Problemas.</i>	79
<i>Quadro 7: Representação da seqüência dos números triangulares</i>	116
<i>Quadro 8: Proposta de trabalho retirada do livro didático Matemática para Todos – 5ª. série (IMENES e LELLIS, 2002, p. 83)</i>	121
<i>Quadro 9: Enunciado da proposta de trabalho - Quatro Funções da Investigação na Aula de Matemática (Paul Goldenberg, 1999)</i>	149
<i>Quadro 10: Adaptação realizada a partir da tarefa: Quadriláteros e Diagonais (PONTE, BROCADO e OLIVEIRA, 2003, p.89)</i>	149
<i>Quadro 11: Proposta de trabalho retirada do livro didático Matemática para Todos – 5ª. Série (IMENES e LELLIS 2002, p.83).</i>	157
 <i>Esquema 1 – Processo Reflexivo</i>	 55

## LISTA DE FIGURAS

<i>Figura 1: Registro escrito do aluno revelando seus sentimentos com relação a Matemática.</i>	76
<i>Figura 2: Registro escrito do aluno - Resolvendo Problemas</i>	81
<i>Figura 3: Registro escrito do aluno - Resolvendo Problemas</i>	82
<i>Figura 4: Registro escrito do aluno - Definindo Investigação</i>	83
<i>Figura 5: Registro escrito de aluno para expressar seus sentimentos em relação a Matemática</i>	117
<i>Figura 6: Registro escrito de aluno para expressar seus sentimentos em relação à Matemática</i>	117
<i>Figura 7: Registro escrito de aluno expressando seus sentimentos em relação à Matemática</i>	120
<i>Figura 8: Registro escrito do aluno com relação ao seu aprendizado matemático</i>	120
<i>Figura 9: Registro escrito do aluno com relação ao seu aprendizado matemático</i>	121
<i>Figura 10: Registro apresentado por alunos como resposta a solicitação feita no exercício</i>	124
<i>Figura 11: Registro apresentado por alunos como resposta a solicitação feita no exercício</i>	126
<i>Figura 12: Registro apresentado por alunos como resposta a solicitação feita no exercício</i>	127
<i>Figura 13: Registro apresentado por alunos como resposta a solicitação feita no exercício</i>	127
<i>Figura 14: Registro apresentado por aluno para descrição do pensamento</i>	135
<i>Figura 15: Registro apresentado por aluno para descrição do pensamento</i>	136
<i>Figura 16: Registro escrito com o objetivo de expressar sentimentos em relação ao trabalho realizado</i>	141
<i>Figura 17: Registro realizado por alunos com objetivo de comparar gráficos de funções</i>	144
<i>Figura 18: Registro realizado por alunos com objetivo de comparar gráficos de funções</i>	145
<i>Figura 19: Tela do software utilizado para representação de funções - SCIENTIFIC GRAPH CALCULATOR</i>	145
<i>Figura 20 : Polígono não convexo – Diagonais não se cruzam</i>	151
<i>Figura 21: Registro do aluno para apresentar conclusões da investigação sobre diagonais</i>	153

<i>Figura 22: Quadrado (protótipo)</i>	154
<i>Figura 23: Losango (protótipo)</i>	154
<i>Figura 24: Registro do aluno para apresentar conclusões da investigação sobre diagonais</i>	156
<i>Figura 25: Registro escrito do aluno expressando seus sentimentos em relação ao trabalho de investigações</i>	158
<i>Figura 26 Registro escrito do aluno expressando seus sentimentos em relação ao trabalho de investigações</i>	158
<i>Figura 27 Registro do aluno sobre fazer Matemática</i>	159
<i>Figura 28: Registro do aluno expressando seus sentimentos com relação ao trabalho com as investigações, as descobertas e o trabalho em grupo</i>	159
<i>Figura 29: Registro do aluno expressando seu sentimento</i>	163
<i>Figura 30: Registro do aluno expressando seu sentimento com relação as descobertas que faz</i>	163
<i>Figura 31 Registro apresentado pelo aluno apontando suas descobertas</i>	165

## SUMÁRIO

<b>APRESENTAÇÃO</b>	13
<b>PARTE I – O encontro de duas trajetórias: DA PESQUISA E DA PESQUISADORA</b>	16
1. Construção da Metodologia de Investigação	16
1.1. Os Procedimentos metodológicos	20
1.2. Os Dados	22
1.2.1. As aulas de Investigação	22
1.2.2. As narrativas Por quê?	26
1.2.3. A Trajetória Profissional	31
O Caminho Trilhado	32
O Grupo	40
O Mestrado	42
<b>PARTE II – Os desafios e possibilidades da investigação no contexto da FORMAÇÃO PROFISSIONAL, DO ENSINO E DA APRENDIZAGEM</b>	45
2. Os Fundamentos Conceituais	45
2.1. A Formação Profissional do Professor	46
2.2. Saberes Docentes	59
2.3. A Pesquisa da Própria Prática	67
2.4. O Professor Investigador no Contexto de Investigações Matemáticas	70

3. As Investigações Matemáticas	74
3.1. Resolução de Problemas – Um Panorama Geral	75
3.2. As Investigações Matemáticas nos Programas Curriculares	83
3.3. Diferenças e Semelhanças	93
<b>PARTE III – OS SABERES TRANSFORMADOS E CONSTRUÍDOS em aulas investigativas quando se pesquisa a própria prática</b>	<b>99</b>
4. Dos Dados à reflexão Na e SOBRE A AÇÃO: Um processo de Re-construção Pessoal e Profissional	99
4.1. O papel da Professora na Mediação/Intervenção realizada	102
4.2. A Autonomia do Aluno	139
4.3. A Aula de Investigação como um Espaço Epistemológico	148
<b>Considerações Finais</b>	<b>175</b>
<b>Referências Bibliográficas</b>	<b>183</b>

## APRESENTAÇÃO

*“Sim, sou eu, eu mesmo, tal qual resultei de tudo...  
Quanto fui, quanto não fui, tudo isso sou...  
Quanto quis, quanto não quis, tudo isso me forma...”*  
Fernando Pessoa

Este trabalho foi realizado por uma professora do Ensino Fundamental que em sua trajetória profissional busca caminhos que lhe possibilitem um olhar para a sua própria prática com o objetivo de realizar uma reflexão aprofundada sobre sua formação, bem como localizar pistas que promovam novos olhares para a sua prática pedagógica no intuito de transformá-la em uma prática reflexiva.

Apresenta também uma reflexão sobre as suas ações, seus pensamentos e seus saberes, assim como as mudanças que estas reflexões provocam em seu desenvolvimento profissional.

Na tentativa de compreender este processo de mudança e desenvolvimento profissional, apresento o caminho percorrido desde as primeiras experiências escolares, passando pela graduação, pela interrupção da docência, pelo retorno e inserção em um grupo colaborativo de professores, retornando à Universidade para a Pós-Graduação e chegando finalmente a este momento em que, de forma narrativa, relato toda esta trajetória.

Este trabalho foi desenvolvido em escolas das redes pública estadual e particular da cidade de Campinas, com alunos do Ensino Fundamental II, 5ª a 8ª séries e tem como foco as aulas com caráter exploratório-investigativas.

O desejo de realizar este trabalho de pesquisa da própria prática, num ambiente de aulas exploratório-investigativas foi sendo construído ao longo da minha trajetória profissional, a partir dos trabalhos e das discussões de que tive oportunidade de participar com os integrantes do Grupo de Sábado<sup>1</sup> com os meus

---

<sup>1</sup> Grupo de Sábado – GdS (Ex-GPAAE; Grupo de Pesquisa – Ação em Álgebra Elementar) é um grupo, de estudo e pesquisa, que congrega professores de Matemática de escolas públicas e particulares da região de Campinas e acadêmicos da Faculdade de Educação da Universidade Estadual de Campinas (professores, mestrandos e doutorandos), interessados em refletir, ler, investigar e escrever sobre a prática docente.

alunos, com os colegas de profissão e principalmente pela vontade de transformar a minha prática profissional construída sob a perspectiva da racionalidade técnica e que se percebe inadequada à realidade atual. Também comecei a ter um maior contato com estudos teóricos que apontam para as possibilidades de um professor pesquisador da sua prática e que junto aos seus alunos produz conhecimentos matemáticos em sua própria sala de aula.

Todas essas razões foram se materializando e tornando este trabalho uma realidade que, acredito, venha contribuir com outros estudos iniciados nesta mesma perspectiva e que evidenciam a produção de conhecimento realizado em sala de aula, por alunos e professores, um ato não só possível de ser concretizado, mas que também tem de ser divulgado.

Nesse sentido, esta pesquisa procura analisar esses conhecimentos produzidos na interação entre aluno e professora em um contexto de tarefas exploratório-investigativas. Ainda pretende verificar quais as contribuições que o trabalho com esta metodologia de investigações matemáticas proporciona para o ensino da matemática e para a prática da professora-pesquisadora.

Sendo assim, a questão que orienta o estudo é:

***Quais as contribuições que um trabalho com tarefas exploratório-investigativas traz para o processo de reflexão sobre a própria prática e para a transformação de alguns saberes docentes e discentes?***

Este trabalho foi estruturado em três partes:

PARTE I – O encontro de duas trajetórias: DA PESQUISA E DA PESQUISADORA – Nesta parte, trago a metodologia escolhida para o trabalho e um relato da minha trajetória profissional, a qual apresenta minha formação: meu início de carreira, minha procura por novos interlocutores, minha inserção no Grupo de Pesquisa, meu ingresso no mestrado e o desenvolvimento de minha pesquisa. Este relato possibilita localizar as contribuições dos diferentes interlocutores presentes em minha trajetória profissional, para a reflexão sobre a minha prática de professora e também uma maior compreensão das minhas ações neste processo de produção de conhecimento.

PARTE II – Os desafios e possibilidades da investigação no contexto da FORMAÇÃO PROFISSIONAL, DO ENSINO E DA APRENDIZAGEM – Nesta parte

proponho a discussão sobre a problemática da formação continuada de professores – uma revisão bibliográfica em torno dos conceitos que fundamentam e sustentam o desenvolvimento desta pesquisa. Apresento também, um panorama geral de propostas curriculares do Brasil e de outros países, localizando as recomendações para o trabalho numa perspectiva de resolução de problemas ou de investigações matemáticas, apontando as diferenças e aproximações entre estas duas metodologias.

Parte III – Os SABERES TRANSFORMADOS E CONSTRUÍDOS em aulas investigativas quando se pesquisa a própria prática – Nesta parte, encontra-se a análise da minha experiência prática-reflexiva num ambiente de aulas exploratório-investigativas. Nesta análise também são identificados certos conhecimentos, competências, habilidades e/ou atitudes características de minha prática, os quais têm sido construídos desde o início de minha carreira profissional para, neste momento, serem colocados em questão. Nas considerações finais apresento as reflexões decorrentes da análise do material coletado e estudado, as transformações observadas na prática provocadas pelas experiências vivenciadas com os trabalhos, sob as perspectivas de resolução de problemas e de tarefas exploratório-investigativas com destaque para a transformação e re-significação da prática, o que aponta para um desenvolvimento profissional e conseqüente produção de conhecimento.



## **PARTE I – O encontro de duas trajetórias: DA PESQUISA E DA PESQUISADORA**

### **1. Construção da Metodologia de Investigação**

Neste capítulo apresento as opções metodológicas, os instrumentos utilizados na coleta de informações e a forma escolhida para a análise de dados. Apresento também um relato da minha trajetória como professora, entendendo que esta traduz a minha identidade profissional, que permanece em constante construção.

Desde a idealização deste trabalho, havia uma preocupação e um interesse que buscava compreender como se processou, do meu ponto de vista, ou seja, da minha visão sobre as mudanças qualitativas que ocorrem ao longo de meu percurso profissional e mais precisamente sobre as mudanças que se processam, quando me disponho a refletir, pesquisar e analisar a minha própria prática.

Nesse sentido, optei por uma abordagem qualitativa, pois esta tem se afirmado como uma promissora possibilidade de investigação em pesquisas realizadas na área da educação e por apresentar-se como a mais adequada à investigação que pretendia realizar. A pesquisa com essa abordagem caracteriza-se pelo enfoque interpretativo e observa o fato no meio natural, por isso é também denominada pesquisa “naturalística” (ANDRÉ, 1995, p. 17).

Nas pesquisas que se caracterizam sob esta abordagem qualitativa, “os dados são predominantemente descritivos” (LÜDKE; ANDRÉ, 1986, p.12), ou seja, “ao recolher dados descritivos, os investigadores qualitativos abordam o mundo de forma minuciosa” (BOGDAN; BIKLEN, 1994, p. 49). Além disso,

os investigadores qualitativos em educação estão continuamente a questionar os sujeitos de investigação, com o objetivo de perceber “aquilo que eles experimentam, o modo como eles interpretam as suas

experiências e o modo como eles próprios estruturam o mundo social em que vivem” (PSATHAS, 1973 in BOGDAN; BIKLEN, 1994, p.51).

Esclareço que durante este trabalho de pesquisa não me afastei da escola em que trabalho e nem das minhas aulas, uma vez que a forma de conduzi-las seria também objeto de investigação. A pesquisa qualitativa ainda permite ao investigador investigar toda complexidade dos fenômenos em contexto natural (BOGDAN; BIKLEN, 1994).

Estes autores destacam cinco características deste tipo de investigação: 1) a fonte direta de dados é o ambiente natural e o investigador é o instrumento principal de recolha de dados; 2) os dados recolhidos são descritivos; 3) o interesse do investigador centra-se sobretudo nos processos; 4) a análise dos dados é feita pelo investigador de uma forma indutiva; 5) o investigador interessa-se em compreender o significado que os participantes atribuem às suas experiências.

Entendendo que este trabalho atende a estas características e ainda tem como objetivo “conhecer em profundidade o seu ‘como’ e os seus ‘por quês’” (PONTE, 1994), fiz a opção por uma metodologia qualitativa.

Para atender a estes propósitos de investigação foi realizada uma pesquisa sobre a minha própria prática, já que esta foi ambientada em minha sala de aula e tem nela a principal fonte de coleta de dados.

Segundo Ponte (2002), neste tipo de investigação, não se tem um ponto de chegada previamente definido, é um processo pautado por processos reflexivos e de questionamentos sobre a prática. O processo da pesquisa da própria prática, portanto, promete muitos desafios para o professor e uma dose de aventura ao desconhecido.

Por tratar-se de uma metodologia ainda em construção, requer um cuidado especial por parte do professor-pesquisador. Ponte (2002, p.7), com base nos estudos de Beillerot (2001), indica três condições para que uma atividade docente possa ser considerada uma investigação; “(i) produzir conhecimentos novos; (ii) ter uma metodologia rigorosa; (iii) ser pública”.

No que se refere à primeira condição, a temática escolhida apresenta vários estudos em países europeus, principalmente em Portugal, e tem

apresentado avanços em nosso país, como as pesquisas de Castro (2004) e Lima (2006), por exemplo, que trazem estudos sobre a própria prática, em temáticas relativas às investigações matemáticas, que também foram objetos de minha pesquisa. Além disso, aparece como tema de muitas discussões em congressos e encontros de professores, apontando para sensíveis avanços.

Nesse sentido, acredito que este estudo trará contribuições e dará continuidade às discussões já iniciadas. Esta pesquisa também busca contribuir indicando pistas para uma reflexão sobre a formação continuada de professores e mais diretamente sobre a formação que se processa no exercício da profissão docente.

Quanto à segunda condição, que é colocada como a mais complexa, uma vez que os procedimentos que fazem parte da cultura profissional dos professores tendem a ser considerados como informais, quando comparados aos procedimentos acadêmicos, acredito que o rigor metodológico se formará a partir dos dados utilizados, no que se refere aos procedimentos de coleta, organização, descrição e análise dos mesmos.

Por fim, para a condição de ser público, este trabalho, por sua própria característica, estará submetido a um processo de defesa e posterior divulgação.

Este estudo também lança um olhar para o papel das investigações matemáticas e das narrativas de episódios de sala de aula que são produzidas pela professora/pesquisadora para servirem como diários de campo e que se apresentam como instrumentos desencadeadores de um processo de questionamentos, mudança e conseqüente desenvolvimento profissional.

A opção por investigar a própria prática utilizando o recurso das narrativas, como diários de campo, surgiu quando passei a registrar os acontecimentos da sala de aula. De início, sem a intenção de pesquisa e posteriormente com o objetivo de analisar saberes profissionais produzidos e/ou modificados durante o processo de escrita. Também reconheci nas narrativas uma importante ferramenta que me permite lançar um olhar distanciado sobre mim mesma e sobre a minha prática, possibilitando analisar o próprio desempenho profissional.

Em Josso (2004) constatou-se que:

A dimensão reflexiva, que exige a construção de uma narrativa capaz de pôr em evidência, tanto no plano da exterioridade como da interioridade, os aspectos formadores das experiências de vida e os fios condutores da sua dinâmica, impõe um novo esforço de distanciamento face a si mesmo. (p. 150).

Esta possibilidade que a escrita de narrativas traz de distanciamento de si mesmo, oferece oportunidade para que o professor, na leitura e re-leitura de suas narrativas, se reveja: reconhecendo-se ou estranhando-se no narrado e dessa forma se sinta provocado a refletir sobre sua prática.

Desse modo,

como as narrativas não são espelhos da realidade, existe o problema da interpretação dos seus significados e da sua verdade. Seja qual for a situação, “quando alguém conta coisa de si mesmo, nenhuma descrição parece adequada à experiência e, no entanto, sem descrição, o que se aprende permanece privado e sem exame” (LAMPERT, 1999, p. 175, citado em OLIVEIRA, 2004 p. 43).

Nesta perspectiva a pesquisa passa a ter um sentido novo e especial, pois me coloca na tarefa de investigar e analisar o meu próprio mundo.

Para captar os diferentes momentos de reflexão, que ocorreram a partir da prática, foram empregados recursos e ferramentas que se misturam e se potencializam na construção e nos registros dos dados. Entre eles: 1) o trabalho com tarefas de cunho investigativo, pois este proporciona interações entre aluno e professor que passam a assumir uma nova postura na aula de matemática; 2) a produção de narrativas reflexivas, pela professora, que possibilitaram a reflexão sobre as reflexões na ação.

Assim, apresento o que se passou neste estudo para que possa ser confrontado com as características acima apresentadas.

## 1.1. Os Procedimentos Metodológicos

Os participantes da investigação foram alunos do ensino fundamental, de 5<sup>a</sup> a 8<sup>a</sup> série das redes pública estadual e particular, de escolas nas quais lecionei, na cidade de Campinas, num período de cinco anos, tempo em que colhi e guardei material produzido por eles.

De início, o material produzido pelos alunos era guardado para uma análise posterior à realizada em sala de aula, sem nenhuma intenção de pesquisa acadêmica. Guardava algumas produções dos alunos, ou por achá-las muito diferentes e interessantes, ou por que alguns alunos vendo que eu solicitava o material de seus colegas faziam questão de entregar os seus para que eu os tivesse comigo, como “recordação”.

Realizava várias leituras desses registros, em tempos e por razões diferentes: para uma nova análise, quando chegava em casa; para lembrar como havia solicitado a tarefa; para compará-los a novas produções ou simplesmente porque os encontrava quando estava à procura de outro material. Naqueles momentos, eu me reportava ao ocorrido em sala de aula e, por algumas vezes, conseguia lembrar as perguntas e respostas dadas, os olhares trocados e até do próprio silêncio, tão significativo na comunicação em sala de aula.

Enfim, este material começou a despertar em mim um grande interesse pelos registros escritos por alunos cujos conteúdos, após uma análise, permitiam-me uma melhor compreensão sobre as escolhas das estratégias que os alunos fazem e utilizam para resolver uma proposta de trabalho; as dificuldades que apresentam com a linguagem matemática, com as generalizações, com as opções por resoluções algébricas ou geométricas e outras.

Nesse sentido, considero que eu mesma agi como o principal instrumento de recolha de dados, pois apesar da coleta realizada em áudio e dos registros escritos pelos alunos, procurei manter-me sempre atenta ao ambiente, captando olhares, silêncios, expressões faciais, gestos que pudessem retratar o ocorrido em sala de aula, de modo a gerarem a minha narrativa que serve para registro e reflexão.

A apresentação dos fatos será feita na forma narrativa, em que serão destacados os fragmentos dos episódios de aula e das narrativas, diários de campo, que se constituíram em base de análise deste estudo.

Para construção dessa documentação, também foram utilizados os seguintes procedimentos:

- Audiogravação das discussões realizadas em aulas dialogadas nas quais foram socializadas as estratégias utilizadas na solução das tarefas exploratório-investigativas propostas;
- Audiogravação das discussões acontecidas em dois grupos de trabalho, formados por 4 alunos cada um e que foram escolhidos aleatoriamente entre 4 turmas de alunos de 8ª série, durante a realização do primeiro trabalho deles com investigações matemáticas. As gravações foram realizadas durante as atividades de investigação e buscaram captar o diálogo mantido pelo grupo de alunos durante realização das tarefas de investigação matemática bem como as intervenções que realizei;
- Registros escritos dos alunos nos quais são apresentadas as estratégias utilizadas para resolução da tarefa;
- Registros escritos pela professora/pesquisadora em forma de narrativa e que foram tomados como notas de campo, uma vez que relatam o ocorrido em sala de aula e a reflexão sobre a ação que estas narrativas desencadearam, servindo como uma pré-análise.

Define-se assim, como objeto de investigação, não somente as tarefas de investigação realizadas pelos alunos, mas também os contextos que englobam as aulas com tarefas exploratório-investigativas, as intervenções feitas pela professora/pesquisadora ou pelos alunos, as representações matemáticas, as estratégias utilizadas para resolução das tarefas e o registro escrito, bem como o desenvolvimento profissional da professora/pesquisadora.

## 1.2. Os Dados

### 1.2.1. As aulas de investigação

Desde 2000, quando tive contato, pela primeira vez, com as tarefas de investigação tenho procurado inserí-las nas minhas aulas.

Desse modo, os episódios de sala de aula produzidos e selecionados para este trabalho estão compreendidos no período de 2000 a 2007. Para esta pesquisa foram selecionados cinco episódios os quais possibilitaram a produção de significados, que me permitiram responder a questão investigativa.

O primeiro episódio refere-se a um problema elaborado a partir da leitura e discussão do artigo: “Quatro Funções da Investigação na Aula de matemática”, de Goldenberg (1999), que foi realizado com uma turma de 6ª série e uma de 2º ano do Ensino Médio da rede pública estadual de Campinas.

Desenha um semicírculo. Seguidamente inscreve um ângulo nesse semicírculo.  
Qual é a medida desse ângulo?  
Inscreve outro ângulo no semicírculo e mede. O que varia? O que fica na mesma.

*Quadro 1: Enunciado da proposta de trabalho - Quatro Funções da Investigação na Aula de Matemática (Paul Goldenberg, 1999).*

O ocorrido em sala de aula na realização deste problema deu origem à narrativa: *SE INSCREVER É COLOCAR DENTRO, ENTÃO O ERRADO É QUE ESTÁ CERTO.*<sup>2</sup>

O segundo episódio relata o ocorrido durante a realização da tarefa:

Desenhe dois segmentos de reta de modo que eles possam ser as duas diagonais de um quadrilátero. Investigue o que se dá quando mudam de tamanho e posição.

---

<sup>2</sup> Esta narrativa é parte integrante do livro *Histórias de Aulas de Matemática: compartilhando saberes profissionais* – publicação do Grupo de Sábado, Campinas, SP: Gráf. FE/UNICAMP: CEMPEM, 2003.

Não deixe de registrar seus esboços, explorações, conjecturas, testes, refutações, conclusões.

*Quadro 2: Adaptação realizada a partir da tarefa: Quadriláteros e Diagonais (PONTE, BROCADO e OLIVEIRA, 2003 p.89).*

O terceiro surge em uma aula para uma turma de 5ª Série da escola da rede particular, já citada. Esta aula que foi preparada para correção e comentários de um exercício do livro didático em seu movimento se apresenta como uma oportunidade para exploração e investigação.

Observe a seqüência:

$$3 \times 37 = 111 \quad 6 \times 37 = 222 \quad 9 \times 37 = 333 \quad 12 \times 37 = 444$$

- a) Efetue as duas próximas multiplicações da seqüência.
- b) Efetue  $27 \times 37$  e depois  $30 \times 37$ .
- c) Em relação ao ritmo da seqüência, o que você notou na segunda conta do item b?
- d) Copie e complete sem efetuar os cálculos:  
 $21 \times 37 = ?$        $3 \times 9 \times 37 = ?$        $888 : 37 = ?$

*Quadro 3: Proposta de trabalho retirada do livro didático Matemática para Todos – 5ª. Série (IMENES e LELLIS, 2002 p.83).*

O quarto episódio, apresentado mais adiante no Quadro 4, trata de uma tarefa exploratório-investigativa sobre números, realizada com turmas de 8ª série, de escola particular no início do ano letivo de 2007. Para seu desenvolvimento foram utilizadas três aulas de 50 minutos cada, sendo duas para discussão e registro por parte dos grupos, e uma aula para socialização das estratégias utilizadas e dos resultados obtidos.

O principal objetivo desta tarefa foi desenvolver o pensamento matemático através da observação e análise de padrões e regularidades em seqüências de números de diferentes conjuntos. Também esperava-se que os alunos, ao final do trabalho, pudessem:

- Conhecer, explorar, representar e caracterizar um conjunto de números;
- Reconhecer o conjunto de números naturais e seus subconjuntos;
- Conhecer, explorar e caracterizar números que não são números naturais;



- Conhecer e utilizar a linguagem e a simbologia relativas à teoria dos conjuntos;
- Realizar investigação matemática: problematizando, explorando, conjecturando, testando, argumentando, refutando, comprovando, generalizando;
- Trabalhar individualmente com a autonomia;
- Trabalhar em grupos colaborativamente;
- Comunicar por escrito e oralmente, de forma clara, detalhada e organizada todas as etapas da investigação matemática realizadas, utilizando corretamente a linguagem matemática e as unidades de medida necessárias;

## A TAREFA

1. Considere o seguinte conjunto formado por figuras geométricas:

Números Quadrados

Números Cúbicos

Números Triangulares

Individualmente:

- a) Desenhe outros três elementos pertencentes ao conjunto;
- b) Represente os elementos desse conjunto utilizando números naturais;
- c) Organize em ordem crescente os dez primeiros elementos do conjunto, formando uma seqüência;
- d) Descubra o número natural relativo ao vigésimo quinto termo dessa seqüência;
- e) Explique como descobrir se um número (figura) pertence ou não a essa (e) seqüência (conjunto);

Em equipe (formadas segundo orientação da professora):

- a) Elejam um redator e um relator;
- b) Cada um dos integrantes da equipe deverá apresentar aos colegas o trabalho que realizou individualmente e abrir espaço para que seja problematizado e explorado pela equipe;
- c) Confeccionar cartaz com as principais etapas da investigação;
- d) Apresentação do trabalho à classe para discussão.

2. Considere os seguintes conjuntos formados apenas por números naturais:

Números Pares

Números Ímpares

Múltiplos de 3

Múltiplos de 4

Números Primos

Números Compostos

Individualmente:

- Descubra outros três elementos pertencentes ao conjunto;
- Se possível, obedecendo a um padrão, crie representações geométricas para os elementos do conjunto;
- Organize em ordem crescente os dez primeiros elementos do conjunto, formando uma seqüência;
- Descubra o número natural relativo ao vigésimo quinto termo dessa seqüência;
- Explique como descobrir se um número (figura) pertence ou não a essa (e) seqüência (conjunto);

Em equipe:

- Cada um dos integrantes da equipe deverá apresentar aos colegas o trabalho que realizou individualmente e abrir espaço para que seja problematizado e explorado pela equipe;
- Confeccionar cartaz com as principais etapas da investigação;
- Apresentação do trabalho à classe para discussão.

3. Considere os seguintes números:

Números Inteiros

Números Decimais

Números em Forma de Fração

Individualmente:

- Descubra outros três elementos pertencentes ao conjunto;
- Se possível, obedecendo a um padrão, crie representações geométricas para os elementos do conjunto;
- Organize em ordem crescente os dez primeiros elementos do conjunto, formando uma seqüência;
- Tente descobrir o número relativo ao décimo termo dessa seqüência;
- Explique como descobrir se um número (figura) pertence ou não a essa (e) seqüência (conjunto);

Em equipe:

- Cada um dos integrantes da equipe deverá apresentar aos colegas o trabalho que realizou individualmente e abrir espaço para que seja problematizado e explorado pela equipe;
- Confeccionar cartaz com as principais etapas da investigação;
- Apresentação do trabalho à classe para discussão.

3      27      573      432      39      21      321      51

{5, 23, 41, 7, 11, 13, 19, 3}

40      16      106      304      208      72      400      2

{32, 96, 200, 72, 36, 48, 500, 4}

111      203      75      27      39      47      1033      217

0,33      4,55555...      1,416789      1,71529...      1,93373737....      4,72

{-2, -24, -236, -48, -108, -10332, -64}

$\left\{ \frac{1}{3}, \frac{6}{7}, \frac{9}{3}, \frac{5}{4}, \frac{26}{8} \right\}$								
$3 \times 10^{-15}$	4,3232.....	$1,3 \times 10^7$	$2,3 \times 10^{-3}$	0,0000345	$3,45 \times 10^{-5}$			
1,96	1,97	1,98	1,99	2,00	2,01	2,02	2,03	204
0,5	2,4	3,6	2,34	3,5	8,2	12,5		

Quadro 4: Tarefa elaborada por Juliana Facanali Castro e adaptada para a série em questão.

Esta tarefa foi proposta para uma turma de 8ª série, com 30 alunos que se reuniram em 6 grupos de 4 alunos e 2 grupos de 3 alunos. Foram realizadas gravações das discussões de 2 grupos de trabalho e também da aula reservada para socialização. Todos os registros escritos foram recolhidos, mediante autorização prévia dos alunos, para reflexão e análise posterior.

Trata-se de uma escola da rede particular de Campinas, como já mencionado, e estes alunos nunca antes haviam trabalhado com tarefas exploratória-investigativas, por isso pensei em analisar os registros escritos das estratégias e raciocínios utilizados pelos alunos no trabalho, com o objetivo de identificar o caminho escolhido, a mobilização dos saberes, a forma escolhida para argumentação e suas descobertas.

Na parte III, deste trabalho, analiso o material obtido junto aos alunos (audiogravação e registros escritos), além das narrativas produzidas pela professora/pesquisadora e que serviram como diário de campo.

Toda a atenção estará centrada nos elementos que emergiram durante a realização destas tarefas em sala de aula (ação) e nas narrativas que relatam o ocorrido, proporcionando um momento posterior de reflexão sobre a ação para a professora/pesquisadora.

### 1.2.2. As narrativas. Por quê?

A escolha por um trabalho com narrativas escritas decorre de estas terem-se tornado instrumentos importantes no ambiente formativo. Por meio dos relatos, sobretudo os escritos, viabilizam-se conhecimentos que falam sobre as imagens, os saberes e os fazeres, conhecimentos que falam das identidades assumidas ou

transformadas que vão se colocando na vida pessoal e profissional. (BRUNER,1986, apud CHAPMAN, 2005), ressalta que a narrativa relaciona-se com a explicação das intenções humanas no contexto da ação. O referido autor considera que “organizamos nossa experiência diária e nossa experiência de acontecimentos humanos principalmente sob a forma de narrativa (BRUNER,1991, apud GALVÃO, 2005, p. 328). Chapman (2005, p. 2) acrescenta que “além de especificar a experiência, a narrativa tem sido concebida como um modo de dar sentido às ações humanas”. Segundo a referida autora, as narrativas assumem o papel de histórias e “como as histórias que nós contamos refletem quem nós somos e o que nós podemos nos tornar, elas fornecem uma base para significar recuperação e construção de nossas experiências”.

Galvão (2005, p. 329), fazendo referência a Bruner, diz que as narrativas representam uma “versão da realidade cuja aceitabilidade é governada mais por convenção e necessidade, do que por verificação empírica e requisitos lógicos, embora continuemos a chamar de histórias verdadeiras e falsas”.

O potencial formativo das narrativas também foi percebido por Freitas (2000), quando utilizou notas e registros em sua investigação. Percebeu que os registros não eram apenas relatos escritos daquilo que o investigador vê ou experiencia, mas uma fonte de elementos que contribuíam para uma auto-reflexão.

As narrativas auxiliam a interpretação e o entendimento de nossas experiências, possibilitando manter contato com a própria história. Também favorecem a visão e a compreensão para além da aparência. Sob esta perspectiva elas podem ser usadas como objeto de análise e/ou um processo de reflexão.

A investigação pela narrativa, segundo Galvão (2005, p. 329), está em todas as suas diferentes manifestações, muito implicada em conflitos contemporâneos relacionados com teoria, metodologia e política educativa. No entanto, segundo a referida autora, a narrativa é sempre associada a um caráter social explicativo de algo pessoal.

Sendo assim, um olhar interpretativo se impôs, buscando compreender e analisar a minha prática pedagógica, a partir da minha visão sobre as mudanças qualitativas que ocorrem no meu percurso profissional. Para cumprir com este propósito, faço uso das narrativas que foram compostas com objetivo de registro e

memória e que possibilitam um distanciamento do meu olhar sobre mim mesma e sobre a minha prática favorecendo, a análise.

Essa abordagem é subjetiva e se fundamenta na consideração do ponto de vista do próprio professor, ou seja, em suas emoções, sensações, dilemas e receios pressupondo-o como um sujeito que utiliza e produz saberes específicos ao seu ofício (TARDIF, 2000). Este autor sugere que olhemos para o professor como um *ator competente* e sujeito ativo, cercado de saberes e que no seu dia-a-dia depara-se com situações problemáticas para as quais não basta a simples aplicação dos conhecimentos oriundos das ciências, ou dos saberes específicos do conteúdo de sua disciplina. Assim, o professor deixa de ser apenas um técnico que aplica os conhecimentos adquiridos e passa a ser considerado como um sujeito que produz conhecimento.

Nesse, sentido, o recurso narrativo é adotado como uma ferramenta importante e significativa para a compreensão do percurso de desenvolvimento profissional, possibilitando-me através da localização destes acontecimentos presentes em minhas vivências analisá-los, interpretá-los e transformá-los, gerando novos conhecimentos para mim mesma e para futuras gerações de professores.

Sobre a dimensão formadora desse recurso, Josso (2004, p. 185) destaca:

É aprender a analisar as contribuições das nossas atividades, dos nossos contextos de vida, das nossas relações eletivas e dos acontecimentos aos quais damos forma; é descobrir que, neste desenvolvimento de nossas vivências transformamos algumas, mais ou menos conscientemente, em experiências fundadoras; é aprender a investir o nosso presente de tal maneira, que nossas vivências possam tornar-se experiências formadoras, que vivificam ou alimentam as nossas buscas; é aprender a descobrir os pressupostos cognitivos das nossas interpretações, bem como os nossos registros de expressão privilegiados. O conjunto dessas aprendizagens permite, pois, ao autor-pesquisador compreender a sua formação e, de uma forma mais geral, o próprio campo da formação do ponto de vista do sujeito.

Neste modelo investigativo, o pesquisador analisa os dados procurando captar toda a sua riqueza, respeitando a forma como os registros foram realizados.

Em Bogdan (1994, p.49) encontra-se que a “palavra escrita assume particular importância na abordagem qualitativa, tanto para o registro dos dados como para a disseminação dos resultados”.

Os registros através de narrativas, as necessidades diárias da prática, o refinamento da proposta e do objeto da pesquisa - suas alterações buscando adequação, as inquietações geradas nas disciplinas cursadas na pós-graduação, os diálogos com os colegas e as angústias oriundas de um trabalho deste porte, aconteceram simultaneamente ao processo de sua construção. Desse modo, as narrativas construídas durante este processo me permitiram refletir e rever o meu trabalho, ao mesmo tempo em que as análises e reflexões decorrentes das técnicas de pesquisa possibilitaram uma identificação de saberes que contribuíram para a percepção e a transformação destes e de outros saberes.

As narrativas auxiliam a interpretação e o entendimento de nossas experiências, de modo que aqui, foram usadas como objeto de análise favorecendo o processo de reflexão.

As narrativas, que servem como diários de campo foram escritas, numa primeira etapa, com os trabalhos do Grupo de Sábado e objetivavam apenas o relato de experiências de sala de aula para registro e memória do grupo. Contudo, havia o interesse, por parte do grupo, na publicação destas narrativas. Na segunda etapa, cerca de dois anos depois, as narrativas passam a ser construídas tendo como suporte, os registros de sala de aula feitos com o objetivo de mostrar o planejamento das aulas, a aplicação das estratégias e o resultado conseguido.

Assim, este trabalho lançará um olhar nestas narrativas que foram produzidas num ambiente de aulas de investigação matemática, e o papel que estas ocupam no processo de reflexão e interpretação da minha prática. Estas narrativas colocam-me em constante confronto com o que sonho, o que devo e o que posso realizar.

Para cumprir com este propósito, de análise e compreensão, o diálogo com a literatura ocupou um papel fundamental nesse processo, possibilitando contato com as idéias e com as experiências de outros estudos, aprofundamento no

trabalho com aulas investigativas e as suas potencialidades quanto à aprendizagem dos alunos e uma compreensão das narrativas escritas que objetivaram documentar, organizar e provocar reflexões, assim como servirem de base para análise deste trabalho.

Os trabalhos realizados junto ao Grupo de Sábado aparecem, como os desencadeadores desse processo. Foi a partir deles que comecei a perceber mudanças na minha prática e em mim mesma. Também aprendi e re-aprendi a expor, discutir e refletir sobre a minha prática docente e, sobretudo, a perceber que a escrita de narrativas aparece como uma ferramenta fundamental nesse processo.

As informações necessárias à elaboração dessas narrativas foram obtidas a partir de registros escritos que realizei antes, durante ou após as aulas; das gravações em áudio e das produções escritas dos alunos. Convém ressaltar que essas informações nem sempre podem ser verbalizadas, gravadas, ou mesmo registradas, pois dizem respeito à observação, como já foi citado, do clima em sala de aula, de expressões faciais, corporais; entonações; anotações na lousa; no caderno; ou mesmo da interação que se estabelece entre estes protagonistas que, algumas vezes, traduz-se em completo silêncio.

Entendo ser oportuno esclarecer que fazer as anotações em sala de aula para futuras reflexões e análises do trabalho de pesquisa não foi uma tarefa fácil para mim. O trabalho com as investigações exigia uma atenção especial da minha parte, uma vez que não podia atender um grupo em detrimento de outro e precisava manter-me atenta a todas as discussões, para que estas não fugissem do objetivo proposto. Essas anotações foram feitas às pressas, em sala de aula, e por terem sido registradas na ação, apresentaram-se como um importante instrumento de análise.

Após a leitura e releitura do material coletado e a discussão com a banca no Exame de Qualificação, foram identificadas e selecionadas 3 categorias de análise, que emergem do trabalho com as tarefas de investigação, a saber:

- o papel da professora nas intervenções/mediações realizadas;
- autonomia do aluno frente à matemática identificada nas participações em sala de aula, quer nas interações aluno-professor, aluno-aluno, quer nos registros escritos

- as aulas de investigação como um espaço epistemológico de produção de conhecimentos.

### **1.2.3. A Trajetória Profissional**

Nesta parte do trabalho apresento um relato de minha vida de professora, protagonista deste trabalho, procurando compreendê-la com base nas experiências que vivenciei e que vivencio e que não podem estar dissociadas de minha própria história. Neste relato, na parte de minha história de vida são descritas as reflexões surgidas desde os primeiros anos como estudante, passando pelas primeiras experiências como professora e chegando finalmente a este momento de estudo e reflexão quando procuro dar sentido e voz aos atores que estiveram e estão presentes neste processo de re-significação de uma prática pedagógica.

Segundo Souza (2006),

As histórias de vida são, atualmente, utilizadas em diferentes áreas das ciências humanas e da formação, através da adequação de seus princípios epistemológicos e metodológicos a outra lógica da formação do adulto, a partir dos saberes tácitos ou experienciais e da relação das aprendizagens construídas ao longo da vida como uma metacognição ou metareflexão do conhecimento de si. (p.138)

Procuro também analisar as transformações ocorridas na minha trajetória profissional, durante a busca de um trabalho diferenciado para as minhas aulas de matemática.

Retomei, então, a minha trajetória com o propósito de compreender minha formação e as opções que foram feitas pelo modo de ensino. Segundo Hargreaves (1998), a forma como ensinamos está enraizada nas nossas origens e nos nossos antecedentes. Nesse processo, busco identificar como passei de aluna à professora e de professora à professora/investigadora de minha própria prática.



## O Caminho Trilhado

Com o objetivo de refletir e compreender o meu desenvolvimento profissional, bem como as mudanças qualitativas que ocorreram ao longo da minha trajetória profissional, trago fatos da minha história escolar que apresentam o caminho percorrido, desde as primeiras experiências escolares, passando pela graduação, pela inserção em um grupo de professores e chegando por fim a este momento, que acredito fazer parte do meu desenvolvimento pessoal e profissional.

O desenvolvimento profissional está diretamente ligado a um desenvolvimento pessoal, haja vista que as mudanças que ocorrem no campo profissional não se dissociam das que ocorrem no campo pessoal.

Segundo Oliveira, 1997, o desenvolvimento pessoal está relacionado com a pessoa do professor “numa multiplicidade de vertentes, entre as quais se destacam as formas de apreensão e organização dos conhecimentos, os valores, as crenças, os sentimentos e as motivações”. Assim como a autora, entendo que se trata de algo particular do professor pois envolve um processo “reflexivo sobre si próprio, no contexto profissional, com previsíveis implicações ao nível do seu auto-conhecimento como pessoa e como profissional” (OLIVEIRA, 1997, p. 94).

A formação de professores supõe a idéia de um processo *continuum*, que se dá ao longo da vida e que, por isso mesmo, é marcada pelo inesperado. Desse modo, é entendida, como um processo individual e que deve ser olhada como um percurso. Freitas (2006, p. 6), expressa essa idéia de percurso, quando diz: *Penso que tudo faz parte do “chegar a ser o que se é”*.

Nesse sentido, a formação básica, é vista apenas como um dos momentos do processo formativo. Mizukami et al. (2002, p.15) explicam que a idéia de formação como *continuum* supera a concepção do paradigma da racionalidade técnica.

A formação docente é, então, vista segundo o modelo reflexivo e artístico, tendo por base a concepção construtiva da realidade com a qual o professor se defronta, entendendo que ele constrói seu conhecimento

profissional de forma idiossincrática e processual, incorporando e transcendendo o conhecimento advindo da racionalidade técnica.

De fato, toda a nossa história nos mostra como nos constituímos primeiro como pessoa e depois como profissional.

Segundo Larrosa (1999, p.22) “o sentido do que somos depende das histórias que contamos a nós mesmos (...) Talvez os homens não sejamos outra coisa que um modo particular de contarmos o que somos”.

Como destacado por Mizukami et al, a idéia de *continuum*

obriga a considerar a necessidade de estabelecimento de um fio condutor que vá produzindo os sentidos e explicitando os significados ao longo de toda a vida do professor, garantindo, ao mesmo tempo, os nexos entre a formação inicial, a continuada e as experiências vividas. (MIZUKAMI et al, 2002, p. 16)

Com o intuito de buscar na minha história a compreensão pelo “chegar a ser o que se é” procuro relembrar as pessoas que deixaram marcas neste processo de educar-se e que me ajudaram a compor o conceito do que é educar.

A reflexão assume-se então como elemento capaz de promover os nexos assinalados por Mizukami et al (2002)

Algumas dessas pessoas aparecem de forma consciente e outras que devem ter tido importante papel neste processo de formação não aparecem de forma tão clara, uma vez que podem ter-me influenciado fortemente sem que eu tenha percebido.

As primeiras pessoas que chegam à minha mente e que foram fundamentais neste processo são a minha família.

Filha “temporona”, lembro-me do carinho com que minha mãe e irmãos arrumavam-me para ir à escola, um evento da máxima importância. Havia um preparo especial com o uniforme, que era impecavelmente cuidado por minha própria mãe; com o material escolar, comprado sempre com muita antecedência, para que fosse cuidadosamente encapado e identificado; com o cabelo que não

deveria cair nos olhos, para não atrapalhar a visão durante o trabalho em sala de aula. Meu pai, provedor que era, a tudo assistia com um misto de orgulho e satisfação. Meus irmãos, bem mais velhos, já se achavam em outra fase escolar, quando nela adentrei.

De certo modo, havia um sentimento não revelado, mas que todos conheciam: depositavam em mim muitas expectativas e acreditavam que eu corresponderia e até as superaria.

Meus pais não concluíram o primário (Ensino Fundamental I) e traziam consigo a idéia de que cada geração deveria superar a anterior em formação. Tinham também muito forte o ideal de terem os filhos “estudados”, como costumavam dizer e, sobretudo, carregavam a idéia de que filhos exigiam sacrifício. A idéia de sacrifício para meus pais e para a maioria das pessoas de sua geração incluía abdicar de qualquer prazer para comprar livros ou outro material necessário “ao estudo” e à formação.

Para melhor expressar essa idéia de sacrifício que meus pais apresentavam, trago Hargreaves que o faz de forma semelhante em uma dedicatória à sua mãe feita em seu livro: *Os Professores em Tempos de Mudança* (1998): - “O sacrifício é uma das virtudes humanas menos em voga e menos reconhecidas. Para a minha mãe e para as outras pessoas do seu sexo, classe e época, tratava-se da forma suprema de amar.”

Sempre muito estimulada, destacava-me nas atividades escolares chamando a atenção de minhas professoras que sempre me colocavam para ensinar “algo” para os outros alunos da classe. Poderia ser uma poesia, uma dança ou algum desenho, conforme a professora solicitasse e que eu prontamente me ajustava para corresponder ao esperado. Nas minhas lembranças estas solicitações não geravam disputas ou oposições.

Meus pais diziam constantemente que a oportunidade de estudo era uma bênção e que não deveríamos jamais desperdiçá-la. Meus irmãos não explicitavam grande paixão pelo estudo, ficando para mim a responsabilidade de corresponder à expectativa de meus pais. Tarefa que cumpria sem muitos esforços, uma vez que a escola apresentava-se como um local de imenso prazer. Não havia cobranças com relação às minhas notas e tarefas, que sempre foram motivo de destaque.

Outras pessoas que aparecem neste processo foram as minhas professoras do Jardim de Infância (Lurdinha) que sem dúvida foi a voz mais doce que eu já ouvi; a da 1ª série (Nair), que me alfabetizou. Outra imagem importante que me chega é a da professora de História (de quem não recordo o nome) que sem nunca ter aberto um livro didático nos ensinou tudo sobre História Geral; o professor de português da 7ª série (Isaías) que nos dizia uma frase que ainda guardo e que reaparece com um significado mais forte: “Escreva sempre o que você sabe, não se preocupe em escrever o que você acredita que os outros esperam que você escreva. Simplesmente escreva, verificaremos juntos depois o que está correto ou não”, e muitos outros que serviram e servem de modelos para a professora que desejei e que ainda desejo ser.

Na adolescência, passei a ter outros interesses que não eram mais só a escola. Os amigos e as atividades que desenvolvíamos juntos passaram a ocupar grande parte de meu tempo. Os jogos intercolégiais, as atividades de educação física, o coral, enfim as atividades extra-curriculares passaram a ser muito importantes, já não dedicava tanto tempo aos estudos e embora ainda mantivesse boas notas, comecei a preferir as disciplinas que nada ou muito pouco exigiam de mim. Assim foi até o fim do Colegial, atual Ensino Médio.

Já trazia muito forte o desejo de ser professora. A escolha pela Matemática deu-se nesse momento em que valorizei a “facilidade” com que esta disciplina se apresentava para mim. Estava com 17 anos nesta ocasião.

Prestei Vestibular para o curso de Matemática de uma Universidade Federal e, para meu espanto, não entrei.

Havia concorrido também para o curso de Matemática da Pontifícia Universidade Católica de Campinas e fui aprovada. Mudei-me de Botucatu, cidade natal, para Campinas onde passei a morar sozinha e, pela primeira vez, longe da minha família.

Penso que este tenha sido o primeiro impacto. Encontrava-me diante de duas realidades que pareciam caminhar em paralelo. Uma realidade era a das aulas da graduação que traziam os conteúdos formais, as fórmulas e as demonstrações e a outra era da minha realidade, a de como eu via a matemática e

as aulas que até então conhecia e de que gostava. Como conciliar estes dois mundos?

Passado o primeiro ano, morando sozinha em Campinas, com 18 anos de idade tive alguns momentos de dúvida. Seria isso mesmo?

Uma dessas dúvidas surgiu quando cursei a disciplina FORTRAN<sup>3</sup> (FORmula TRANslation). Fiquei muito interessada e informei-me sobre o que seria necessário para transferir-me para o curso de Análise de Sistemas. As informações que recebi me levaram a concluir que as disciplinas que deveria cursar para a solicitada transferência fariam com que o curso de Matemática previsto para quatro anos se transformasse em um curso de cinco anos. Desisti dessa mudança. Isso seria o mesmo que uma retenção. Naquela época, isso significava “perder” um ano, o que era visto como um absurdo por minha família e penso que, de um certo modo, por mim também, já que pretendia iniciar-me no mercado de trabalho ainda jovem, o que era muito bem visto pelas pessoas que eu conhecia e que faziam parte do meu mundo; também significava gozar de uma aposentadoria precoce. Idéia vigente da época, iniciar a carreira mais cedo para também encerrá-la mais cedo. Continuei com o curso de Matemática com um interesse um pouco menor no 2º e 3º anos e com uma certeza cada vez maior, esta, definitivamente não era a matemática de que eu gostava.

Neste período, para ajudar meu pai nas despesas que uma filha estudando em outra cidade traz, comecei a trabalhar em um banco. Passei logo em seguida para um trabalho em uma multinacional, transferindo desse modo o curso para o período noturno.

Terminada a graduação (1978) e com a perspectiva de um casamento, continuei trabalhando na multinacional e comecei a ministrar as minhas primeiras aulas. Eram aulas de Física, no período noturno, em um curso supletivo na cidade de Valinhos.

Estas primeiras experiências docentes como professora de Física ocorreram por indicação de um colega. Eram 20 aulas no período noturno. Depois de uma breve conversa com o Diretor do Colégio, fui contratada para o cargo, o

---

<sup>3</sup> Linguagem subproduto dos sistemas de programação desenvolvido principalmente para facilitar o uso científico e tecnológico dos computadores digitais.

qual deveria assumir imediatamente. Acrescento que ele não me perguntou se eu tinha experiência de sala de aula ou não; conversamos somente sobre a minha formação universitária. Fiquei assustada, pois se tratava de minha primeira experiência e precisava de mais informações. Comecei então a fazer-lhe algumas perguntas sobre horário, material didático, etc. Ao perguntar-lhe sobre um plano de ensino, respondeu-me que eu deveria procurar pelo outro professor da disciplina para que este me colocasse em contato com o material didático. Envergonhada por fazer tantas perguntas, tive medo de que o diretor mudasse de idéia com respeito à minha contratação, ou identificasse ali uma pessoa inexperiente e despreparada. Saí da sala e procurei pelo secretário que esclareceu dúvidas sobre o horário da escola e o das minhas aulas.

No dia seguinte, logo pela manhã, comprei um livro de Física para estudar o conteúdo que imaginei adequado para iniciar o ano letivo. Eu queria dar uma boa aula.

Chegando à noite para as aulas, fui apresentada aos demais integrantes do corpo docente e aos novos professores contratados. Não fui informada sobre planejamento ou como deveria agir. Enfim, não recebi nenhuma orientação por parte da direção da escola, tampouco por parte de algum dos colegas de trabalho.

Os receios e expectativas eram grandes. Tudo era novidade, os procedimentos para registro das aulas, o contato com a direção e, sobretudo, o contato com o grupo de alunos que estavam sob a minha responsabilidade, alguns até mais velhos do que eu.

Estudava muito para ministrar essas aulas. Continuei trabalhando durante o dia na multinacional, como já mencionei, e o tempo que sobrava para estudo era pequeno devendo, portanto, ser muito bem aproveitado. Emagreci, não dormia direito preocupada que estava em não conseguir dar conta da tarefa, sofria só de pensar que um aluno poderia fazer-me uma pergunta qualquer. Eu temia começar a gaguejar sem saber o que responder.

Tomando por base autores que procuram descrever a fase referente à entrada na carreira docente, Huberman (2000) ressalta que o início da docência é caracterizado pelos estágios de *sobrevivência* e *descoberta*. A sobrevivência está

relacionada com o 'choque do real', ao constatar a complexidade das situações na profissão que envolve

o tatear constante, a preocupação consigo próprio, a distância entre os ideais e as realidades cotidianas da sala de aula, a fragmentação do trabalho, a dificuldade em fazer face, simultaneamente, à relação pedagógica e à transmissão de conhecimentos, a oscilação entre relações demasiado íntimas e demasiado distantes, dificuldades com alunos que criam problemas, com material didático inadequado etc. (p.39)

O aspecto de descoberta traduz o entusiasmo do professor por estar em uma situação de responsabilidade. Huberman (2000) ressalta que os dois aspectos podem ser vividos em paralelo, sendo que a descoberta é que permite agüentar o aspecto da sobrevivência. O autor ressalta ainda que, em alguns casos, um dos componentes pode impor-se como dominante. Acredito que no meu caso sobrevivia à medida em que descobria.

O primeiro mês passou, o segundo também, as perguntas realizadas não apresentavam grandes dificuldades, tudo transcorria com tranqüilidade, sem muitas cobranças. Estava muito feliz. A direção da escola depositava muita confiança nos profissionais da escola e eu me incluía neste grupo.

A interação com os outros professores era muito boa, não se falava em problemas disciplinares e, como se tratava de um curso supletivo, era unânime a crença de que como os alunos eram mais velhos tinham maior interesse e responsabilidade.

A relação com os alunos estabeleceu-se num clima de confiança e respeito.

Paralelamente, na empresa em que eu atuava como secretária, o fato de ser professora conferia-me um status diferente das outras e eu apreciava muito esta distinção. A recordação e a menção deste sentimento faz notar que o status de professora se sobrepõe a qualquer outro, tendo sua importância destacada ainda que de forma involuntária.

Trabalhei nessa escola durante a sua existência na cidade, três anos. Nesta época estava concentrada em outro projeto de vida que era meu casamento. Não procurei por novas aulas em escolas particulares ou públicas, embora tivesse sido aprovada em um concurso para professor efetivo da rede pública estadual.

Cheguei a ir até São Paulo, onde deveria ser feita a escolha de aulas, mas não sabia como proceder, não entendia nenhuma das siglas que eram ditas e, por fim, desconhecia por completo qual havia sido a minha classificação, no concurso. Quando finalmente perguntei para alguém disposto a me acompanhar e orientar, já havia passado o momento da minha escolha. Levei alguns segundos para entender o que havia acontecido e encontrava-me novamente envergonhada pela inexperiência diante da situação. Voltei para casa um pouco frustrada; aprovada no concurso, porém sem as aulas a que tinha direito.

Permaneci afastada da sala de aula e só retornei após 12 longos anos. Neste retorno sentia-me renovada, havia assumido, em caráter de substituição, 18 aulas de Matemática em uma escola da rede estadual de ensino situada na cidade de Campinas. Preparava as aulas com muito entusiasmo. Hoje, entretanto, revendo todo esse processo posso afirmar que estas não se diferenciavam muito das aulas que eu tivera muitos anos atrás. Tudo era planejado a partir do que hoje compreendo como o modelo da racionalidade técnica que vê a excelência da formação inicial na qual se dá apropriação do conhecimento profissional a ser aplicado à futura atuação (SCHÖN, 1983).

Particpei de um novo concurso para o magistério paulista, em 1999 e, desta vez, assumi as aulas. Eram turmas de 5<sup>a</sup>, 6<sup>a</sup> e 8<sup>a</sup> séries do Ensino Fundamental em uma escola da rede pública estadual, na cidade de Campinas.

Foi logo após este retorno que comecei a inquietar-me com a minha prática. Não estou dizendo que ela não era boa, eu sentia que era, os meus alunos diziam gostar e entender tudo o que eu explicava, mas era uma prática espelhada nos modelos de professores que eu conhecera. Eu sentia que não havia encontrado o meu próprio caminho. Desejei mudar...



## O Grupo

Por indicação de um colega de trabalho, procurei por um grupo de estudos no qual pudesse dividir esses sentimentos. Após algumas buscas, encontrei o grupo: GPAAE – Grupo de Pesquisa-Ação em Álgebra Elementar, no qual identifiquei interesses mútuos, uma vez que eles também buscavam respostas para questionamentos que compartilhávamos.

Este grupo, que desde 1999 reúne-se aos sábados em uma das salas do CEMPEM da Universidade Estadual de Campinas, era constituído por professores universitários, alunos do programa de pós-graduação e professores de matemática de escolas públicas e particulares da região de Campinas – Estado de São Paulo. Estes professores buscavam ler, refletir e investigar sobre as possibilidades e dificuldades encontradas no ambiente de sala de aula e também em suas práticas pedagógicas.

De início, assumia-se como um grupo de estudos sobre as dificuldades apresentadas pelos alunos na aprendizagem da Álgebra, como já citei. Mais tarde sua atenção foi se centrando cada vez mais em outros objetivos: na reflexão e análise das práticas pedagógicas dos professores participantes; na investigação dos reflexos e das contribuições desse trabalho colaborativo, no desenvolvimento curricular dos professores e na reformulação dos cursos de formação de professores de matemática, por parte dos acadêmicos. Essa mudança na motivação inicial do grupo que se centrava no estudo da álgebra, pouco a pouco foi dando lugar a esses novos interesses o que levou o grupo a assumir um novo nome – GdS – Grupo de Sábado, que era de fato, o nome pelo qual os seus integrantes o chamavam. A mudança de nome foi efetivada em 2003 com a publicação do segundo livro.

Os alunos do programa de Pós-Graduação da Faculdade de Educação da Unicamp que participavam deste grupo traziam em seus trabalhos de pesquisa o interesse em investigar a formação continuada e o conseqüente desenvolvimento profissional dos professores. Dessa prática colaborativa resultaram duas teses de doutorado (PINTO, 2002; JIMÉNEZ, 2002), uma dissertação de mestrado (CASTRO, 2004) e a publicação de três livros de “Histórias de Aulas de

Matemática” (2001), “Histórias de Aulas de Matemática” – Compartilhando Saberes Profissionais (2003) e “Histórias e Investigações De/Em Aulas de Matemática” (2006).

Nesse grupo, busquei um lugar em que pudesse apresentar minha prática pedagógica para que fosse discutida e analisada por outros professores de matemática. Encontrei um espaço que proporcionou não só reflexões, apontamentos e busca de soluções, mas um ambiente onde podíamos aprender juntos. As palavras de Castro (2004, p.13) resumem o que sentíamos no grupo: “Lá também tomamos consciência de nossa imperfeição e pouco a pouco deixamos de sofrer com ela para nos sentirmos por ela desafiados”.

Segundo Olson (1997), citado in Miskulin et al. (2005, p.198):

cada sujeito participa de um trabalho colaborativo com seus propósitos e suas necessidades pessoais e, por meio da interlocução com os outros, também aprende mais sobre si mesmo, sobre os outros e sobre a vida em geral. Ou seja, há uma dimensão formativa do sujeito que participa das práticas colaborativas.

De certo modo as ações e reflexões realizadas no GdS se assemelham ao modelo construtivo-colaborativo de investigação (MIZUKAMI et al. 2002), pois passei a construir estratégias de intervenção-investigação em torno de princípios que guiaram os trabalhos. Nesse modelo ocorriam “diálogos, engajamento de pesquisadores e professores em conversação, trocas e desenvolvimento profissional, permitindo compreensões mútuas e consenso, tomada de decisão democrática e ação comum” (p.43).

Com o desenvolvimento do grupo, começamos a sentir necessidade de registrar e tornar público esses encontros. Surge então a idéia de escrever narrativas para que pudéssemos contar nossas discussões e reflexões, enfim, relatar nosso cotidiano escolar. Nessa prática pretendíamos nos comunicar com outros professores numa conversa simples, direta e que tratasse de experiências que eles também vivenciam, ou seja, o dia-a-dia da sala de aula, com os seus imprevistos, os acertos e erros.

O grupo assumiu a narrativa como:

Uma forma de expressão que aproxima linguagem e experiência, ou seja, a narrativa supõe o prazer em contar e ouvir histórias, histórias que se alimentam dos acontecimentos que permeiam a vida de narradores e ouvintes. (SOUZA apud PINTO, 2002, p. 27).

Assim, comecei a escrever narrativas sobre a minha prática pedagógica. Elas, de início, buscavam unicamente, registro e comunicação, para atender aos objetivos do grupo. No entanto, elas passaram a ser narrativas que possibilitaram um novo momento de reflexão distinto das reflexões anteriormente realizadas.

Esta experiência com a escrita foi notável no que diz respeito às reflexões realizadas sobre a minha prática pedagógica. Antes da participação no grupo não tivera oportunidade e nem interesse em escrever.

São essas narrativas que inseridas num novo modo de conceber o ensino, a minha própria formação, e a possibilidade que trouxeram para uma interpretação da minha prática pedagógica que também trago para discussão neste trabalho de pesquisa.

## **O Mestrado**

Na volta à Universidade busquei rever a minha formação e localizar pistas para orientar uma reflexão, que possibilitassem uma compreensão sobre o lugar ocupado pelas experiências, através da qual a formação se dá. Assim, passei a investir e ao mesmo tempo investigar a formação que já havia se sedimentado e uma nova que se apresentava como uma possibilidade transformadora.

Esta volta à Universidade está repleta de expectativas no que diz respeito ao estabelecimento de um diálogo entre minhas experiências de sala de aula, as reflexões que faço a respeito delas, os saberes que produzo nesse movimento e a teoria, a literatura, os acadêmicos e o conhecimento científico. Neste retorno,

procuro também uma aproximação entre a teoria e a minha prática pedagógica, na tentativa de melhor compreendê-la.

Concordamos com Mizukami et al (2002) que acreditam “que o conhecimento se constrói a partir de hipóteses que se estruturam e se desestruturam” (p.43).

Nesse ambiente de reflexão, indagação e pesquisa, as certezas presentes na prática pedagógica cotidiana são questionadas. E para que ocorra a desestruturação das certezas que suportam essas práticas é preciso abalar convicções, colocá-las em dúvida e, assim, será possível construir novas hipóteses, alcançar novos níveis de conhecimento.

Este foi mais um dos momentos importantes da minha constituição, quando a decisão e a oportunidade de investir em minha própria formação me conduzem a repensar valores e crenças que me levam a olhar para mim mesma de modo a buscar uma compreensão para as mudanças que se processam.

Ingressei no Programa de Pós-Graduação em Educação da Universidade Federal de São Carlos, no ano de 2005, com um pré-projeto que previa uma pesquisa sobre a própria prática, num ambiente de aulas investigativas. Por pactuar das idéias de Ponte (2002) sobre as aulas de investigação optei pela reflexão sobre a própria prática, pois eu estaria inserida no ambiente da pesquisa, não me afastando das minhas atribuições docentes.

a investigação não é algo que se possa realizar de forma rotineira, sem paixão, sem um verdadeiro investimento intelectual e afectivo. Ou seja, a investigação não se realiza com espírito de funcionário – requer o espírito de protagonista social. (p. 15)

Assim, este projeto foi se delineando ao longo do primeiro ano, nas discussões com os professores e colegas, nas leituras realizadas durante o curso das disciplinas obrigatórias do programa, nos trabalhos realizados individualmente ou em grupos e, principalmente, pelo trabalho que paralelamente era realizado em sala de aula traduzido nas vozes de meus alunos.

E foi desse modo e após alguns redirecionamentos que este trabalho assumiu o seu objetivo fundamental de estudo que é: - Identificar e analisar os elementos que emergem nas aulas de cunho investigativo, nas intervenções feitas pela professora e no posterior relato dessas aulas; - Descrever, analisar e refletir sobre as mudanças ocorridas na prática e como estas são percebidas como um componente de formação e produção de conhecimento; - Identificar e analisar o conhecimento matemático produzido pelos alunos durante a atividade de investigação.

## **PARTE II – Os desafios e possibilidades da investigação no contexto da FORMAÇÃO PROFISSIONAL, DO ENSINO E DA APRENDIZAGEM**

### **2. Os Fundamentos Conceituais**

Neste capítulo proponho uma reflexão sobre: a formação profissional do professor; seus saberes docentes; sobre o professor reflexivo e finalmente sobre um professor pesquisador que investiga sua própria prática e percebe a sala de aula como um local para produção de conhecimento e de desenvolvimento profissional.

Nessas reflexões procuro evidenciar a preocupação de conhecer mais e melhor a maneira como se desenvolve o aprender a ensinar matemática.

Os referenciais teóricos apresentaram-se como uma fonte de inspiração, consolidação e mudança do meu entendimento do que é educação. Nem sempre estiveram presentes na minha formação, uma vez que na graduação as disciplinas que se ocupavam da formação teórica da educação, não despertavam meu interesse e só aconteceram nos últimos anos, como que para cumprir formalidades curriculares. Desse modo, passei a compreender e reinventar a educação com as experiências da minha prática, com o apoio de um grupo-colaborativo ao qual me juntei e com leituras com as quais me identifico.

Dentre essas leituras estão as obras de Paulo Freire que trouxeram um novo e grande significado a este processo. Ele apresenta o sonho de educar, o querer bem aos educandos, o encantamento na educação. Sentimentos e valores que compartilho com esse educador e que pareciam dormentes em mim e somente após uma batalha interior provocada por um questionamento sobre o meu verdadeiro papel como professora, sobre a minha identidade, sobre o modelo de profissional que desejo ser, resgatei-os em mim mesma, apoiada nas reflexões que foram provocadas pelas leituras que realizei, na observação e análise da minha prática pedagógica e sobretudo na vontade de mudar.

Este processo de busca constante que objetivam conhecer o sujeito-professor para melhor compreender a sua formação profissional fez emergir uma nova professora e agora, pesquisadora que entende a educação como um processo contínuo de formação da pessoa em que a construção e reconstrução de conhecimentos envolvem tanto os aspectos cognitivos quanto os afetivos. Assim, a professora/pesquisadora começa a compreender que não é possível transmitir conhecimentos, mas é possível oferecer condições para que eles sejam construídos.

## **2.1. A Formação Profissional do Professor**

O processo de globalização da sociedade e do mundo, o avanço tecnológico e comunicacional têm posto novas exigências à sociedade, à escola e conseqüentemente à formação docente.

A concepção de educação existente e predominante no século XX, ou seja, de mera transmissão de conhecimentos já não é suficiente para o momento atual e tornou-se inadequada a um modelo de sociedade que busca ser solidária, participativa, democrática (IMBERNÓN, 2000), e que também é imediatista, consumista, superficial, hedonista, e que não enxerga mais na escola o único ou o meio mais rápido e seguro para se obter informações.

Nesse contexto a educação se apresenta de forma cada vez mais complexa, a profissão docente, também passará por mudanças com a mesma complexidade, ou seja, o professor não poderá ser mais um profissional resultante de um programa de formação que se baseia em uma linha centralizadora, transmissora e individualista. Ele não poderá ser mais um profissional que domina os conteúdos e as técnicas para sua transmissão. O momento exige um novo profissional, um novo modelo de professor, que saiba lidar com um conhecimento em construção, que seja capaz de trabalhar em grupo, que possa conviver com as mudanças estruturais e sociais emergentes e, sobretudo, que possa conviver com as incertezas de seu novo papel profissional (IMBERNÓN, 2004).

Por outro lado, Alarcão (2003) diz que não é necessário declarar morte ao professor, mas sim, compreendê-lo como “o timoneiro na viagem da aprendizagem em direção ao conhecimento” (p.31). Ele deve ser o condutor nessa viagem e ajudar o aluno a desenvolver-se como cidadão capaz de um trabalho autônomo e, ao mesmo tempo, colaborativo.

Assim, aprender a ser professor e ser um professor que atenda a todas essas expectativas geradas pela sociedade, pelos programas de formação e pelos próprios professores não é uma tarefa que se encerre com a conclusão de um curso universitário, tampouco com a transmissão dos conteúdos e as devidas técnicas aprendidas para transmissão dos mesmos (MIZUKAMI, 2002).

É uma aprendizagem que deve se dar por meio de situações práticas que sejam efetivamente problemáticas, o que exige o desenvolvimento de uma prática reflexiva competente. Exige ainda que, além de conhecimentos, sejam trabalhadas atitudes, as quais são consideradas tão importantes quanto os conhecimentos. (MIZUKAMI, 2002, p.12).

A formação do professor entendida como um *continuum* se opõe ao modelo que marcou a formação dos docentes durante muito tempo, conhecido como racionalidade técnica e que concebia a formação como um conjunto de técnicas, metodologias e teorias prontas e que deveriam ser colocadas em prática. Uma formação desprovida de qualquer questionamento ou reflexão e que subestimava os saberes práticos que são construídos a partir da realidade do ambiente escolar (MIZUKAMI, 2002).

Este modelo de formação, da racionalidade técnica, não atende mais às exigências atuais, impostas pela nossa sociedade, e à formação de professores. E, embora, ainda não esteja totalmente superado, tem dado lugar a outro modelo de formação de professores, definido como um paradigma prático-reflexivo. A formação docente passa a ser vista sob uma ótica “construtivista da realidade com a qual o professor se defronta, entendendo que ele constrói seu conhecimento profissional” (ibid., p.15). Este novo modelo, da racionalidade prática-reflexiva, passa a considerar os saberes práticos e a experiência profissional como conhecimentos importantes para a formação dos professores.



Também se fundamenta no pressuposto de que a qualificação docente deve articular teoria e prática e valorizar a atitude crítica-reflexiva como elemento essencial do fazer pedagógico. A formação é compreendida como um *continuum*, ou seja, um processo que se constrói e se re-constrói durante toda a trajetória profissional, representando, nesse caso, um processo de construção da própria identidade pessoal e profissional.

Sem dúvida, a formação de professores representa um grande desafio no contexto atual. Desse modo, os estudos sobre esse tema têm apresentado avanços que apontam para novas e múltiplas questões para investigação, sugerindo, muitas vezes, que os processos formativos devam incorporar o diálogo com as práticas docentes desenvolvidas nas escolas. Assim, as pesquisas sobre formação docente estão marcadas por estudos que privilegiam a prática docente e os saberes docentes dos professores, fazendo despontar na literatura trabalhos que valorizam os saberes da experiência e apresentam um novo paradigma formativo que orienta para uma perspectiva reflexiva.

A busca pela superação do modelo de formação pela racionalidade técnica está presente nas formulações de alguns autores, entre eles: Stenhouse (1984 e 1987) e Elliott (1990), que consideram a prática docente como um local de produção de conhecimento. Estes autores entendem que o professor cotidianamente depara-se em sua prática, com problemas que requerem soluções, para que possam prosseguir com o seu trabalho. Assim, o professor recupera o que tem acumulado e o utiliza para solucionar os novos problemas encontrados. Nessa tentativa de resolver os diferentes problemas emergentes, muitas vezes, o professor precisa transformar o acumulado e assim produzir necessariamente novos conhecimentos, portanto, um conhecimento que é produto da sua experiência e que surge na prática diária. Desse modo, a teoria assume um papel mediador entre uma prática já existente e uma prática atual, visando transformá-la, uma vez que ela se torna fonte de problemas que geram ações e novos saberes, possibilitando que o professor se torne um pesquisador.

Assim, coloca-se em discussão o modelo de formação que adota uma lógica condizente com o racionalismo técnico e que se apóia na idéia de que “saber, ou seja, possuir certo conhecimento formal era assumir a capacidade de ensiná-lo” (PÉREZ GÒMEZ, p. 13).

Várias pesquisas educacionais alinham-se ao modelo de formação, orientado pela racionalidade técnica, ou seja, apresentam uma abordagem técnica ao descrever o trabalho dos professores em sala de aula, minimizando o conhecimento prático dos professores e traduzindo esse conhecimento produzido como técnicas ou estratégias de ensino e não como sabedoria e conhecimento formalizado. Por outro lado, os professores apresentam grande resistência às pesquisas acadêmicas em Educação, pois se vêem descritos de forma negativa e se sentem explorados pelos pesquisadores (ELLIOTT, 1998). Não raro, manifestam que as pesquisas são feitas nas escolas, junto aos professores, que deveriam ser informados de seus resultados e até mesmo convidados para a apresentação destes trabalhos em que foram sujeitos de estudo e pesquisa.

Ambos percebem suas perguntas de investigação de um e de outro como irrelevantes, apesar de alguns exemplos isolados em que pesquisas de acadêmicos e de professores ultrapassaram a linha que as divide (ZEICHNER, 1998, p.208).

O relacionamento entre os professores do Ensino Fundamental e Médio e professores formadores e/ou pesquisadores também é entendido como uma forma de avaliação. O professor muitas vezes, pensa que o pesquisador está dentro da escola para “tomar, para receber, sem dar” (CHARLOT, apud PIMENTA 2002, p. 92).

Nesse mesmo sentido, Zeichner (1998) em seus trabalhos, cita algumas experiências que mostram o distanciamento existente entre acadêmicos e professores sobre a produção do conhecimento educacional. Em uma delas apresenta o distanciamento existente na relação entre uma escola primária selecionada como uma escola-problema por seu baixo padrão de resultados e por graves problemas sociais, como violência e drogas e uma Faculdade de Educação de uma universidade que está localizada na vizinhança da referida escola. Apesar da proximidade e da existência de vários especialistas renomados internacionalmente na citada universidade, os professores da escola afirmaram não perceber qualquer contribuição ou orientação na tentativa de ajudá-los com os seus problemas. O autor ainda destaca que os professores não estão atrás de respostas

fáceis ou mesmo de receitas prontas para os seus problemas mas sim de serem “desafiados intelectualmente e reconhecidos pelo que sabem e pelo que podem fazer” (p. 216).

Em outra experiência, o autor relata que, por vários anos, ele, junto a outros pesquisadores organizaram um congresso Regional de Pesquisa-ação, em que estudantes de Educação, diretores e professores envolvidos em trabalhos de pesquisa-ação tiveram a oportunidade de apresentar e discutir seus trabalhos. Foram realizadas tentativas de atrair outros colegas acadêmicos a fim de que fossem ouvir os práticos. No entanto, poucos docentes da Faculdade de Educação foram ouvi-los e conhecer suas experiências (ZEICHNER, 1998).

Sobre esse afastamento entre a sala de aula e a pesquisa, Bernard Charlot (apud PIMENTA, 2002) também aponta algumas diferenças que permitem compreender melhor esse distanciamento. Entre elas: que a pesquisa ocupa-se de aspectos do ensino de forma global e contextualizada não podendo desse modo abranger a totalidade da situação educacional – que o ensino tenta realizar o que deve ser e a pesquisa não pode dizer o que deve ser – o docente está diante da urgência de ser professor, a pesquisa não pode dar inteligibilidade a todas as mínimas ações da vida do professor. “O papel da pesquisa é forjar instrumentos, ferramentas para melhor compreender o que está acontecendo na sala de aula” ( p. 90).

Não são raras as experiências semelhantes a estas que podemos notar no Brasil. Para ilustrar a situação brasileira apresento o diálogo de uma professora<sup>4</sup> com a professora/pesquisadora, por ocasião de um encontro de professores de Matemática na Universidade Cruzeiro do Sul em São Paulo. A professora expôs “[...] que não conseguia enxergar onde estas pesquisas levam, pois a situação na sala de aula continua a mesma, senão mais difícil a cada dia.” Esta professora ainda questionou: “Onde estão os resultados dessas pesquisas? Quando o saber teórico se aliará ao saber prático? Quando trabalharão juntos: Acadêmicos e Professores Escolares?”. E, quase como um desabafo, colocou que “não vê como isso chega ou chegará um dia à sala de aula”.

---

<sup>4</sup> Professora do Ensino Fundamental da rede pública e aluna do programa de pós-graduação da UNICSUL, na apresentação deste trabalho de pesquisa no VII EPEM – 2º semestre de 2006.

De fato, podemos perceber que há uma preocupação nesse sentido e que as questões colocadas por esta professora têm sido tema recorrente de muitas discussões em encontros de profissionais da educação. Podemos questionar também se a academia com os seus trabalhos de pesquisa dão conta de resolver todos esses problemas colocados. Ou ainda, se todos eles são de sua competência.

Contudo, é possível observar que, em algumas pesquisas, artigos, aulas de pesquisadores acadêmicos ou programas de formação de professores já aparecem depoimentos e registros orais ou escritos, que tratam deste distanciamento, mostrando um avanço no sentido de validar esse conhecimento produzido por professores, oriundos de estudos e pesquisas realizados em suas próprias salas de aula (CASTRO, 2004; LIMA, 2006). Em alguns casos, os professores escolares já são solicitados a dar palestras e a participar de mesas redonda em Seminários e Encontros de Educação (SHIAM, VIII EPDM, 2006)<sup>5</sup>, onde apresentam suas experiências de sala de aula, trazendo para discussão os estudos desenvolvidos a partir de suas práticas, colocando a escola como *locus* de formação e aprendizagem (NACARATO, 2005, p. 175).

Embora ainda seja raro encontrar material que aponte para esse conhecimento produzido por professores, não é arriscado afirmar que há um forte movimento neste sentido, tanto por parte dos acadêmicos que começam a incluir o produto das pesquisas realizadas por professores, no ensino e nos programas de formação, quanto por parte dos professores, para que essa aproximação e troca de conhecimentos sejam efetivadas.

Já se observa no trabalho de alguns autores uma grande preocupação no sentido de se contrapor a essa idéia de que os pesquisadores ignoram os professores e os professores ignoram os pesquisadores, quando trazem em seus livros ou artigos publicados a participação de professores como parceiros de um trabalho colaborativo de pesquisa e conseqüente produção de conhecimento (MIZUKAMI et al. 2002; FIORENTINI, D.; NACARATO, A., 2005).

---

<sup>5</sup> SHIAM - Seminário de Histórias e Investigações de/em Aulas de Matemática – realizado em julho/2006, na UNICAMP - Campinas. VIII EPDM – Encontro Paulista de Matemática – realizado em agosto/2006, na UNICSUL – São Paulo

Ainda, nessa tentativa de reagir a essas concepções que provocaram distanciamentos aparecem pesquisas e trabalhos que propõem uma nova abordagem de formação, entendida como um processo contínuo, ou seja, um processo em que o próprio docente é o sujeito responsável pelo seu desenvolvimento profissional.

Neste formato de educação, consideram-se “os saberes e as competências docentes como resultados não só da formação profissional e do exercício da docência, mas também de aprendizagens realizadas ao longo da vida, dentro e fora da escola” (MIZUKAMI et al. 2002, p.31).

Pode-se dizer, então, que o desenvolvimento profissional do docente envolve valores, crenças, experiências, interesses, afetos, práticas sociais, profissionais, culturais e políticas. Nesse novo modelo o professor “constrói seu conhecimento profissional de forma idiossincrática e processual, incorporando e transcendendo o conhecimento advindo da racionalidade técnica” (ibid. p.15).

As referidas autoras destacam que “a construção contínua dos saberes não ocorre de forma isolada. Ela deve se dar na parceria entre pessoas que estão em diferentes níveis de desenvolvimento profissional” (ibid., p. 43).

Nesse sentido, vai se consolidando uma perspectiva de que a formação docente consiste em descobrir, organizar, fundamentar, revisar e construir suas próprias teorias. Significa promover a reflexão prática-teórica como uma das grandes metas para a formação permanente do educador e educadora (IMBERNÓM, 2000; MIZUKAMI, 2000).

Essa nova perspectiva de formação fundamenta-se nos estudos de John Dewey<sup>6</sup> que, no início do século XX, iniciou pesquisas nos EUA, apresentando pela primeira vez diferenças entre os atos reflexivos diários e os de uma reflexão sistemática e organizada.

---

<sup>6</sup> John Dewey (1859-1952), filósofo, psicólogo e educador norte-americano que influenciou de forma determinante o pensamento pedagógico contemporâneo. É citado por muitos como o pai da educação progressista. O enfoque que dava à pedagogia era voltado à experiência prática, às vezes chamada de “fazendo e aprendendo”.

Em Alarcão (1996), encontramos referência a John Dewey como um marco conceitual para os estudos relativos às formas de pensar e ao pensamento reflexivo.

Segundo esse autor, um educador que não reflete orienta-se pelo ímpeto em seu trabalho. Suas ações podem ser interpretadas como respostas espontâneas e de rotina, podendo produzir surpresas e resultados inesperados. Sem reflexão, a realidade pode ser percebida como única e sem problemas ou até mesmo imutável. Já a reflexão é tida como uma consideração ativa e intencional do professor sobre aquilo que se pratica.

É uma maneira de encarar e responder aos problemas, uma maneira de ser professor. A ação reflexiva também é um processo que implica mais do que a busca de soluções lógicas e racionais para os problemas... implica intuição, emoção e paixão! (DEWEY apud ZEICHNER 1993, p.18).

Esta nova visão de formação reflexiva projetou-se na Inglaterra com o intuito de promover uma educação mais significativa, atingindo principalmente os alunos com desempenho considerado insatisfatório. Recebem maior destaque os trabalhos de Lawrence Stenhouse, que já na década de 1970, defendia a idéia de professor pesquisador e propunha inovação pedagógica e curricular (ZEICHNER, 1993).

Nas idéias de Stenhouse encontramos uma das premissas que alicerçam o conceito de professor-investigador: “aprender a ensinar não ‘acaba’ durante o período de preparação pré-profissionalização, mas em vez disso é um processo contínuo no decurso da vida profissional” (COCHRAN-SMITH; LYTLE, 1999, p. 16).

Esse conceito, de profissional reflexivo, passa a fazer parte também dos estudos de Donald Schön<sup>7</sup>, para quem o trabalho de um profissional com esse perfil elimina a distância entre a pesquisa e a atividade profissional (SANTOS, 2001). Este autor propõe uma formação profissional baseada na valorização da prática profissional como parte da construção do conhecimento.

---

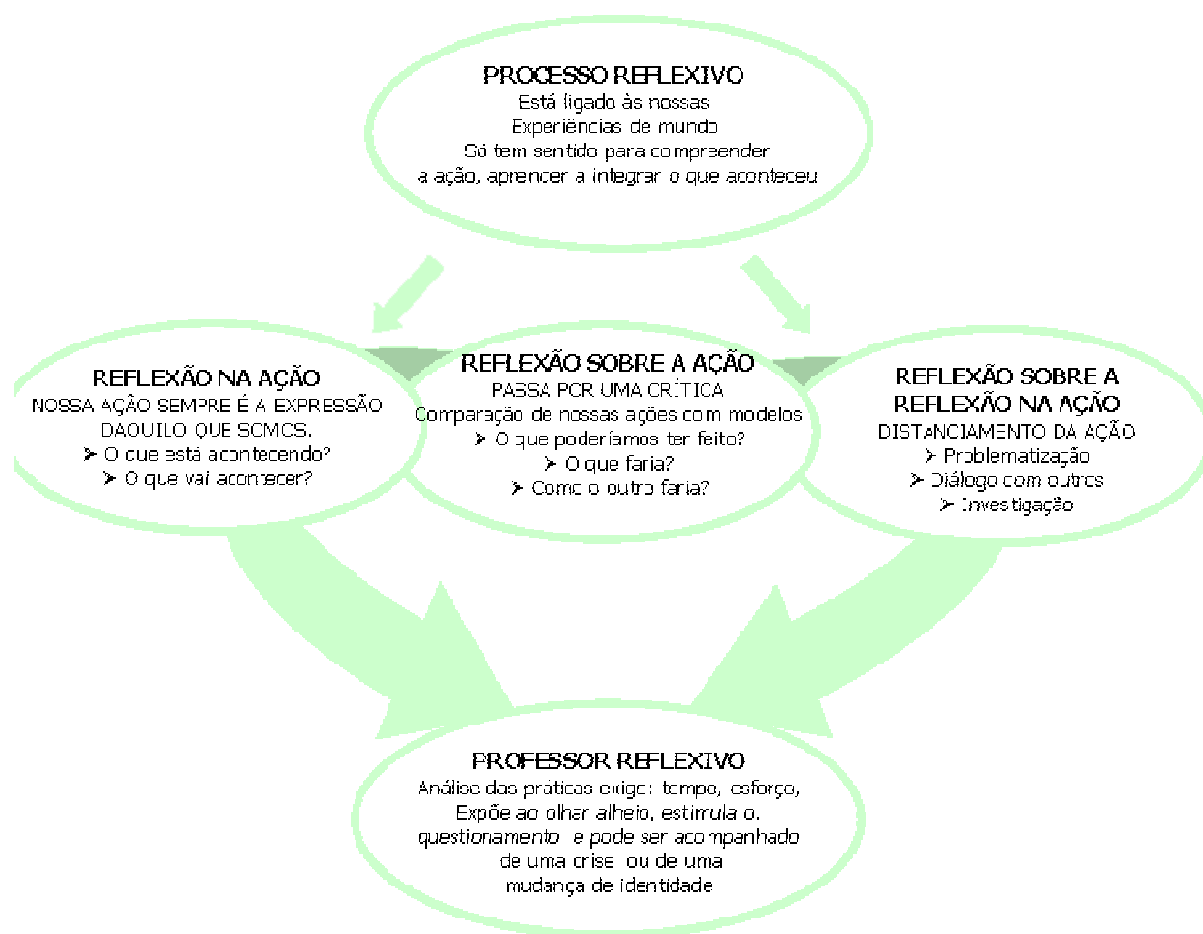
<sup>7</sup> Donald Schön, filósofo e pedagogo norte-americano, um dos autores que teve maior peso na difusão do conceito de “reflexão”.

Donald Schön (2000) destaca que a formação de um profissional reflexivo exige a superação do modelo de formação que se fundamenta nos princípios da racionalidade técnica, uma vez que essa perspectiva está centrada na dimensão instrumental da ação docente e não se constitui como possibilidade de posturas reflexivas diante das diferentes situações que emergem no ambiente de sala de aula e que colocam o professor em situações que geram conflitos e questionamentos no curso do desenvolvimento de suas práticas. Dessa forma, a prática do professor requer uma reflexão na e sobre a prática e demanda a mobilização de diferentes saberes, levando em conta a singularidade do fazer pedagógico.

A reflexão sobre a prática, segundo Schön (2000), pode se dar em diferentes categorias e momentos:

- i) *reflexão-na-ação*, que se refere aos processos de pensamento que se realizam durante o desenvolvimento da experiência, tendo como objetivo identificar os problemas que surgem durante a ação e promover mudanças no curso da intervenção;
- ii) *reflexão sobre a ação*, que ocorre num momento posterior à intervenção e no intuito de repensar o vivido, descrevendo e objetivando o que já ocorreu;
- iii) *reflexão sobre as reflexões-na-ação*, que implica um distanciamento maior da ação e a interpretação e investigação do próprio processo, permitindo uma revisão contínua da prática.

No esquema abaixo, a partir do estudo de Perrenoud (2002), procuro ilustrar como se dá o processo reflexivo e sua relação com a formação do professor,



Esquema 1 – Processo Reflexivo<sup>8</sup>

Nesse estudo, Perrenoud (2002), fundamentado nas idéias de Schön, aponta também para a existência de um conhecimento-na-ação, que o professor manifesta na solução de problemas da sua prática, um saber-fazer que é fruto da sua experiência pessoal e de reflexões anteriores.

As iniciativas de reflexão assumem maior profundidade e dimensão de pesquisa à medida que partem de uma situação do dia-a-dia (reflexão-na-ação, esquema 1) para captar o que ocorre durante a intervenção (reflexão-na-ação) e tentar dar conta da situação para uma interpretação posterior (reflexão sobre a

<sup>8</sup> Este esquema foi elaborado para fazer parte do trabalho **O Processo Reflexivo e Formativo do Professor e o Trabalho Colaborativo**, em co-autoria de Adriana Alves Fernandes Vicentini, Carla Helena Fernandes Martins e Eliane Palermo Romano, para cumprir exigência da disciplina ED-617 – Saberes Docentes e Formação do Professor, oferecida pelo Programa de Pós-Graduação da Universidade Estadual de Campinas, no primeiro semestre de 2004.



reflexão-na-ação) mais rigorosa de valores, teorias e experiências que fundamentam e movem as ações do professor na prática.

As idéias de Shön têm possibilitado aproximações entre o que seja reflexão e pesquisa a um ponto de quase identificar o professor reflexivo com o professor pesquisador.

Zeichner (1998) caracteriza o movimento do professor reflexivo ou professor pesquisador como uma forma de rejeitar as reformas educativas, que são feitas verticalmente, de cima para baixo, na qual os professores são apenas expectadores, participando de forma passiva do seu processo de formação. Este movimento pressupõe que o ensino se oriente pelos professores, pois estes possuem teorias que podem contribuir para a construção de uma base de conhecimento do ensino e se encontram em situação de privilégio para a realização de investigações, já que possuem uma visão mais realista de dentro da escola (COCHRAN-SMITH; LYTLE, 1993, apud ZEICHNER, 1998). Esta visão não seria possível para alguém de fora da escola e dos problemas inerentes a ela.

Essa nova perspectiva de formação profissional possibilita também um maior exercício de autonomia sobre o conhecimento e sobre a própria prática, processo essencial para que o professor se constitua como um profissional. Essa autonomia resgata a auto-estima provocando-o a valorizar-se como profissional e modificando os olhares dos alunos, dos pais, da sociedade, dos acadêmicos sobre o professor e do professor sobre si mesmo. Também, proporciona uma mudança em sua prática de ensino, recuperando seu potencial de motivação e transformação pedagógica na escola.

Para Imbernón (2000, p.59), uma formação continuada tem

o papel de descobrir a teoria para ordená-la, fundamentá-la, revisá-la e combatê-la, caso seja preciso. Seu objetivo é remover o sentido pedagógico comum, para recompor o equilíbrio entre os esquemas práticos e os esquemas teóricos que sustentam a prática educativa

No modelo, da racionalidade prática reflexiva, o professor não é mais apenas um expectador passivo que assiste a um modelo de formação onde

aprende técnicas e transmite o aprendido, mas é um profissional que tem voz, que participa, elabora, colabora, propõe, transforma e reflete sobre todo esse processo de formação e constituição.

Zeichner (1998) aponta para a importância das pesquisas acadêmicas e dos cursos de formação continuada, que estejam comprometidos com a ampliação da autonomia dos professores, habilitando-os e capacitando-os para a geração e disseminação de conhecimentos. Ultrapassar essa divisa entre professores e acadêmicos significa reconhecer e tratar os conhecimentos produzidos na investigação realizada por professores, investigações que estão ligadas às suas práticas, de maneira a considerá-las como uma forma de produzir conhecimentos educacionais (ZEICHNER, 1998). Para que isto se formalize, a academia deve comprometer-se com o corpo docente em parcerias genuínas, rompendo com os velhos padrões de dominação acadêmica e dando suporte ao desenvolvimento de investigações nas escolas, oferecendo trocas compartilhadas (MIZUKAMI, et al. 2002).

As referidas autoras enfatizam que “estudos sobre o pensamento do professor, sobre o ensino reflexivo, sobre a base de conhecimento para o ensino, sobre as teorias implícitas/tácitas etc.”, mesmo que se utilizem de referenciais teóricos e metodológicos diferenciados apontam para o caráter da “construção do conhecimento profissional, para o desenvolvimento profissional ao longo do exercício da docência e para a construção pessoal desse tipo de conhecimento” (p. 48).

Essa nova possibilidade de trabalho difundiu-se com uma multiplicidade de caminhos. Destaco na literatura internacional, os trabalhos de alguns autores que valorizam esse encaminhamento. Na pesquisa colaborativa aparece (ZEICHNER, 1993); o professor como investigador de sua prática no contexto de reformas curriculares (STENHOUSE, 1984); a investigação-ação como espiral de reflexão para melhorar a prática (ELLIOTT, 1996); a auto-reflexão coletiva e investigação-ação no sentido emancipatório (CARR e KEMMIS, 1988) e o professor-investigador como um processo contínuo no decurso da vida (COCHRAN-SMITH; LYTLE, 1999).

No Brasil é possível encontrar a combinação de pesquisa e prática no trabalho e formação de professores (LÜDKE, 1993), a discussão do papel didático

que pode ter a pesquisa na articulação entre saber e prática docente (ANDRÉ, 1994), a ênfase na importância da pesquisa como instrumento de reflexão coletiva sobre a prática (PEREIRA, 1998) que mostra evidências sobre as possibilidades de trabalho conjunto da universidade com as escolas públicas, por meio da pesquisa colaborativa (MIZUKAMI, 2002; FIORENTINI, 2005).

Paulo Freire (2002) trata a pesquisa e o ensino de forma integrada, afirmando que ensino e pesquisa estão estritamente conectados. Explicita que ensinar exige pesquisa e que “não há ensino sem pesquisa”, tampouco “pesquisa sem ensino” (p.32).

No Brasil, observa-se que os movimentos existentes, com o propósito de buscar uma reestruturação para os cursos de formação de professores e de educação continuada, têm apontado uma preocupação em preparar um profissional que pesquise a sua prática (PEREIRA, 1998). Há experiências que revelam o importante papel que o pesquisador acadêmico desempenha para o ensino da sala de aula, por isso pode atuar como um parceiro na educação continuada do professor – Neste sentido, tem-se os trabalhos desenvolvidos pelo GdS, que apresentam uma parceria entre a Academia e Professores como uma experiência positiva deste exercício de trabalho coletivo para formação reflexiva de professores e contribui para solucionar os problemas cotidianos da sala de aula, além de possibilitar desenvolvimento pessoal e profissional.

Desse modo, o professor que pesquisa na sua sala de aula e o professor-pesquisador ocupam uma posição privilegiada para fazer investigação sobre a sua própria prática e sobre a prática dos seus pares e assim criar conhecimento a partir do conhecimento que têm no seu vínculo com a prática, com seus pares e com o ambiente escolar.

A perspectiva do professor como investigador rejeita a concepção do professor como “técnico, consumidor, receptor, transmissor e implementador do conhecimento de outras pessoas” (COCHRAN-SMITH; LYTLE, 1999, p. 16), e assume que o seu papel é intelectual, produtor de conhecimento, investigador e até, em alguns casos, como crítico e teórico em matérias educativas e sociais.

## 2.2. Saberes Docentes

A formação de professores, sem dúvida, representa um grande desafio no contexto atual e tem provocado muitos estudos nessa linha de pesquisa, os quais têm apresentado avanços significativos, respondendo questões e gerando novas para investigação. Tais estudos sobre formação docente, na busca de identificar e valorizar os diferentes saberes produzidos na prática têm destacado os estudos que privilegiam os saberes docentes.

O modelo de formação orientado pela racionalidade técnica já citado anteriormente, pressupõe a necessidade de dotar o professor de recursos técnicos a serem utilizados na prática. Trata-se de uma formação acrítica e que coloca o professor como um profissional multiplicador que propaga conhecimentos. Os modelos formativos oriundos dessa concepção parecem não dar conta das necessidades formativas dos professores, frente aos desafios da sociedade atual, indicando a carência de um novo paradigma de formação. Desloca-se, assim, o foco centrado na dimensão técnica para uma nova discussão em torno dos saberes e das práticas docentes para evidenciar e procurar compreender o sentido e o valor das experiências nas aprendizagens profissionais.

Esses saberes, adquiridos a partir de uma re-elaboração dos saberes iniciais em confronto com a prática vivenciada resgatam a importância de se considerar o professor em sua formação num processo constante de auto-formação (NUNES, 2001).

Desse modo, os saberes dos professores vão se constituindo a partir da reflexão que estes promovem na prática e sobre a prática, definindo assim, um novo paradigma na formação de professores. Um paradigma com base no desenvolvimento pessoal e profissional dos professores, que valoriza, portanto, os saberes docentes.

No entanto, essa discussão é bastante recente, o que requer entender em qual momento esse paradigma começa a ganhar evidências. É possível constatar que durante a ascensão das ciências pedagógicas, a produção acadêmica fora aumentada em sua racionalização de formação, tornando-se assim, os saberes científicos e pedagógicos de criação exclusiva dos acadêmicos e sua aplicação

destinada aos professores. O entendimento da relação educador/aprendiz muda – o conhecimento a ser ensinado dá lugar ao aprendiz para assumir o centro das atenções. Tardif (2006) apresenta de forma caricatural: “que o ato de aprender se torna mais importante que o fato de saber” (p.45). Tais idéias também são evidenciadas por Freire (2002): “aprender precedeu ensinar ou, em outras palavras, ensinar se diluía na experiência realmente fundante de aprender” (p.26).

Na trajetória de composição dos estabelecimentos escolares atuais, o ideal presente na vocação de lecionar era encontrado somente nas instituições religiosas, sendo superado pelo conhecimento agora de teor profissionalizante, encontrado nos centros acadêmicos. Inicia-se no século passado, em 1970, um movimento de discussão por parte dos alunos, que agora eram tidos como “clientes” das escolas, sobre a validade dos saberes e das competências dos docentes.

A crise econômica nos países industrializados, na década de 1980, gera reflexões sobre os saberes fornecidos pela escola, pois estes pareciam não corresponder ao esperado pelo “mercado” e provoca questionamentos sobre a função da escola e da real utilidade dos saberes ensinados. Esta idéia desestabiliza a confiança que os diferentes grupos sociais depositam nos professores. A escola deixa de ser um lugar de formação para ser um local onde os alunos devem adquirir saberes que serão os instrumentos necessários para sua colocação no mercado de trabalho. Os professores passam a atuar como agentes de transmissão desses saberes externos, exigidos pelo mercado, e não como produtores dos saberes (TARDIF, 2002).

No entanto, nessa mesma década alguns estudos sobre os saberes começam a ganhar repercussão, principalmente com os trabalhos de Lee Shulman. A partir de seus estudos, vários pesquisadores começam a se apropriar desse construto teórico e sugerir tipologias para se referir aos diferentes saberes que compõem o repertório de saberes docentes. Vamos nos apoiar no trabalho de Borges (2001) que buscou analisar as tipologias utilizadas por alguns autores que têm sido referências nesse campo de pesquisa, principalmente pelo pioneirismo nessa discussão.

Borges (2001) faz uma análise de três autores – Lee Shulman (1986), Daniel Martin (1992) e de Gauthier et al. (1998), os quais com estudos

desenvolvidos sob essa temática buscam estabelecer diferentes classificações, identificando as abordagens teórico-metodológicas que orientam as pesquisas sobre o ensino, sobre a docência e sobre os saberes dos docentes.

Para uma melhor identificação dessas tipologias citadas na síntese de Borges (2001) elaboramos um quadro com essas caracterizações.

Shulman	Martin	Gauthier
<ul style="list-style-type: none"> <li>- <i>processo-produto</i> – analisar os efeitos das ações docentes sobre as aprendizagens dos alunos</li> <li>- <i>academic learning time</i> – aponta os elementos mediadores-chave entre as condutas dos professores e as atividades dos alunos durante o ensino</li> <li>- <i>cognição dos alunos</i> – centra-se no conhecimento dos alunos</li> <li>- <i>classroom ecology</i> – investiga o sentido que os atores dão às suas ações</li> <li>- <i>cognição dos professores</i> – a ênfase que antes era sobre o que fazem os docentes passa a ser sobre o conhecimento dos professores</li> <li>- sexto programa procura preencher as lacunas dos anteriores (falta esclarecimento da compreensão cognitiva dos conteúdos, das matérias ensinadas e das relações entre estes conteúdos e o ensino).</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- <i>psico-cognitiva</i> – resalta a estruturação mental dos saberes e sua aplicação no contexto da sala de aula. Diferenças entre docentes novatos e docentes experientes.</li> <li>- <i>subjetiva-interpretativa</i> – busca evidenciar a relação subjetiva que o docente estabelece com as diversas facetas de seu trabalho e como essa relação intervém na constituição dos saberes e no exercício da prática docente.</li> <li>- <i>curricular</i> – conhecimentos ligados ao ensino, aos conteúdos disciplinares, aos programas, etc. repercutem na ação docente. Como os professores operam com esses conhecimentos.</li> <li>- <i>profissional</i> – professores são produtores de saberes e existe um saber que emerge da prática profissional.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- <i>processo-produto</i> – professor é visto como um gestor de comportamentos que deve organizar os processos de ensino, visando à aprendizagem de alunos.</li> <li>- <i>cognitivista</i> - estudos sobre o pensamento dos professores se situam mais próximos da fenomenologia orientação incorpora a complexidade do ofício docente. Preocupação com o processamento da informação e com os processos de construção do conhecimento dentro do processo ensino-aprendizagem.</li> <li>- <i>interacionista-subjetivista</i> – consideram os trabalhos que dão ênfase ao indivíduo. Um ser que constrói o mundo em relação com outros sujeitos.</li> </ul>

Quadro 5: Caracterização de alguns saberes docentes

Essa autora menciona o trabalho de Shulman, apresentando em 1986, como um dos mais importantes para o estudo dos saberes docentes. Segundo este autor, o que falta nos programas é um esclarecimento da compreensão cognitiva dos conteúdos das matérias ensinadas, e das relações entre estes conteúdos e o ensino, que os docentes fornecem aos alunos. Mizukami et al. (2002) apresentam um importante estudo sobre a base de conhecimento proposto por Shulman, que se entende como “o conjunto de compreensões, conhecimentos, habilidades e

disposições necessárias para a atuação efetiva em situações específicas de ensino aprendizagem” (p. 67).

Quanto à síntese que Borges (2001), faz do trabalho de Martin, ela destaca que esse autor analisa a pluralidade metodológica das pesquisas norte-americanas sobre os professores e seus saberes e propõe um reagrupamento dos estudos segundo a natureza dos saberes docentes.

Por fim, Borges (2001) traz o trabalho de Gauthier et al. Segundo ela, esses autores apresentam estudos sobre o ensino e buscam identificar um repertório de conhecimentos dos docentes. Traçam um panorama da evolução das pesquisas sobre a eficácia no ensino, visando extrair elementos que possam contribuir para a constituição de um repertório de saberes.

Esses estudos ganharam notoriedade em diversos países inclusive o Brasil. Constata-se que a tipologia de Shulman foi bastante apropriada nos estudos brasileiros, ao lado dos trabalhos de Tardif, Lessard e Lahaye (1991) que trazem para a discussão a importância dos saberes da experiência. Posteriormente, Tardif tem o seu livro “Saberes Docentes e Formação Profissional”, traduzido em 2002, no Brasil e, provavelmente, seja um dos mais referenciados nessa temática. O autor aponta para a importância de se conceber o saber docente como objeto de estudo e as dificuldades que devem enfrentar quem se propõe estudá-lo pela própria complexidade do tema e pela falta de consenso sobre esse conceito.

Tardif (2002) entende os saberes docentes como um tópico de múltiplas e diversificadas interpretações. Aponta para características específicas dos saberes docentes, como suas qualidades temporais uma vez que eles resultam da prática do professor através do tempo; seu caráter eclético, já que o professor utiliza de teorias, concepções e técnicas; sua personalização, pois o professor incorpora aos saberes suas experiências profissionais e pessoais em suas atividades profissionais.

Esse autor traz uma contribuição inédita por apresentar os saberes docentes e suas características como instrumentos de construção e não de reprodução.

Sendo assim, a partir dessas noções e considerações fica evidente que Tardif, Lessard e Lahaye (1991) ponderam ser importante dizer que uma parte do

que os professores sabem sobre o ensino, sobre os papéis do professor e de como ensinar provêm de sua própria história de vida, de sua formação e de sua aquisição. Tardif (1991) apresenta as características gerais dos saberes docentes relacionadas às fontes de origem e influências do processo de sua construção, a saber:

- **os saberes profissionais** – São os saberes transmitidos pelas instituições de formação de professores (faculdades de ciências da educação), por meio de disciplinas de formação inicial dos professores e depois na formação continuada. Os estudos pedagógicos não têm por fim apenas produzir conhecimento, mas também incorporar novos a partir de idéias e conceitos já difundidos, podendo transformar-se em uma prática de caráter científico. No entanto, uma vez que o profissional em processo de formação entra em contato com as ciências da educação ocorre uma divisão lógica de trabalho em que o pesquisador distancia-se cada vez mais do meio escolar, destinado este quase exclusivamente ao professor. Os saberes pedagógicos "apresentam-se como doutrinas ou concepções produzidas por reflexões sobre a prática educativa, que conduzem a sistemas de orientações da prática educativa" (TARDIF, LESSARD, LAHAYE, p. 219). Elas fornecem à profissão algumas formas de saber-fazer e algumas técnicas, além de uma base ideológica.

Em outro texto Tardif (1999) faz uma análise acerca dos saberes profissionais e a sua relação com a questão da profissionalização do ensino e da formação dos professores. Compreende que o conhecimento profissional apresenta as seguintes características: é especializado e formalizado; é adquirido na maioria das vezes na universidade que prevê um título; é pragmático, pois busca solucionar problemas; é destinado a um grupo que poderá fazer parte deles; é avaliado e autogerido pelo grupo de pares; inspira improvisação e adaptação às novas situações numa posterior atitude de reflexão; dá início a uma formação contínua no desenvolvimento da sua evolução e que sua utilização é da competência do próprio profissional.

Vale ressaltar que a introdução e o desenvolvimento destas características no ensino e na formação de professores têm sido um dos objetivos perseguidos pelo movimento de profissionalização docente preocupado em construir um



repertório de conhecimento e definir competências para a formação e a prática do magistério.

- **saberes pedagógicos** - Tardif define os saberes docentes em um sentido muito abrangente, dizendo que se tratam de capacidades ou habilidades conhecidas em alguns momentos ou por alguns como, saber, saber-fazer e saber-ser. No entanto, Tardif, Lessard e Lahaye (1991) definem saberes pedagógicos como aqueles que:

Apresentam-se como doutrinas ou concepções produzidas por reflexões sobre a prática educativa no sentido amplo do termo, reflexões racionais e normativas que conduzem a sistemas, mais ou menos coerentes, de representações e de orientações da atividade educativa (p.219).

Mas a prática docente não é apenas um objeto de saber das ciências da educação, ela é também uma atividade que mobiliza diversos saberes.

Ou seja, saberes referentes aos resultados de reflexões sobre os problemas trazidos pela própria prática dos conceitos ou concepções aprendidos na escola ou universidade durante a trajetória docente, por isso, ele afirma que os centros acadêmicos ou até mesmo as escolas desempenham papel essencial na formação de professores.

- **os saberes curriculares** – tratam-se de discursos, objetivos, conteúdos e métodos, a partir dos quais a instituição escolar seleciona saberes sociais definidos e categorizados por ela como modelo da cultura erudita e de formação para a cultura erudita. Podem ser encontrados nos programas escolares que os professores devem aprender e aplicar.

- **os saberes da experiência (ou da prática)** – originados no trabalho diário do professor; nascem da prática sendo por ela validados; incorporam-se à vivência individual e coletiva sob a forma de habilidades, de saber-fazer e de saber-ser; formam um conjunto de representações a partir do qual os professores interpretam, compreendem e orientam sua profissão e sua prática.

Ainda na perspectiva dos estudos sobre saberes docentes, encontramos os estudos de Gauthier et al (1998) também tratam do repertório de conhecimentos do

professor, ao realizarem um levantamento das pesquisas norte-americanas sobre o que ficou conhecido na tradição anglo-saxônica como *knowledge base*, isto é, base de conhecimento, empregada num sentido amplo, podendo englobar todos os saberes dos docentes: conhecimento do conteúdo, saber da experiência, conhecimento do programa, conhecimento relativo ao gerenciamento da classe etc. Porém, Gauthier e os colaboradores utilizam o termo restringindo-o a somente a ação pedagógica, especificamente, sobre o gerenciamento da classe e do programa. Entendem, assim, que os **saberes disciplinares** produzidos pelas ciências da educação e pelos saberes pedagógicos, a prática docente, ainda englobam saberes sociais definidos e selecionados pela instituição universitária. Estes saberes emergem da tradição cultural e dos grupos sociais produtores de saberes. Esses autores dão um destaque aos saberes da experiência, por serem formados, segundo eles, por todos os demais saberes, re-traduzidos, atualizados, “polidos” e submetidos às certezas construídas na prática.

Tardif, Lessard e Lahaye (1991), também são referências para a discussão sobre os saberes da experiência, os quais não são provenientes de instituições formadoras, nem do currículo, tampouco dos livros, mas sim, adquiridos na e pela prática docente. São atualizados, deixados de lado e re-atualizados quando o docente se vê forçado a enfrentar as limitações da própria prática.

Tardif (2000), no tocante a essa questão, apresenta a idéia de que a prática docente não se restringe a um espaço de aplicação de saberes, mas entende que essa prática é um local de produção de saberes referentes ao ofício profissional. O professor no centro desse processo é entendido como sujeito do conhecimento e detentor de um saber específico concernente ao seu fazer pedagógico.

Esses trabalhos aparecem na literatura nacional com o propósito de identificar os diferentes saberes implícitos na prática docente. Assim, os saberes vêm sendo apontados sob diferentes enfoques, considerando que são plurais e formados por uma combinação de vários saberes que provém da formação profissional e dos saberes experienciais.

Sobre esses saberes, produzidos por professores, há um grande número de pesquisas produzidas na América do Norte e na Europa, as quais se constituíram em uma base suficiente para geração de trabalhos sínteses, que

estabelecem agrupamentos, classificações e tipologias de saberes, segundo critérios específicos. Na literatura internacional encontramos, além dos trabalhos já citados, os de Imbernón (2000); Nóvoa (1995), entre outros. No Brasil alguns pesquisadores que vêm se dedicando à temática além de Borges (2001), são: Caldeira (1995); Pimenta (1999); Fiorentini (1998); Santos (2002), entre outros.

Numa perspectiva próxima a de Tardif, Imbernón (2000) argumenta que o conhecimento profissional está relacionado à particularidade da profissão docente. O autor entende esse conhecimento como sendo de natureza polivalente, dinâmico e que é constituído e reconstituído de forma permanente na trajetória profissional. Nesse sentido, podemos dizer que esses saberes são históricos, provisórios e em constante transformação ao longo da trajetória profissional.

No entanto, essa trajetória profissional não está desvinculada da trajetória pessoal. Assim, Nóvoa (1995) amplia essa concepção ao considerar que cada professor cria abordagens únicas de ser e de ensinar, mesclando o pessoal e o profissional. Nessa perspectiva, o processo de formação de professores precisa se efetivar, a partir da articulação de diferentes saberes identificados na fase pré-profissional, na formação e na experiência.

Contudo, não há como desconsiderar que esses saberes são tecidos na prática, mas levando em consideração as reflexões teóricas produzidas na e pela prática. Essa idéia é defendida por Pimenta (1999) que apresenta os saberes docentes como saberes conquistados no cotidiano da sala de aula, no dia-a-dia do percurso profissional e que resultam das reflexões sobre a prática, das trocas entre pares, bem como dos estudos realizados a partir das produções teóricas, nessa área. A autora propõe a ressignificação dos saberes da formação e a compreensão de que a prática deve ser tomada como referência na formação docente, percebendo as situações que essa prática conclui para além da dimensão instrumental. Afirma: “A formação passa sempre pela mobilização de vários tipos de saberes: saberes de uma prática reflexiva, saberes de uma teoria especializada, saberes de uma militância pedagógica” (p.30).

Fiorentini et al (1998) ampliam essa discussão, situando a prática pedagógica como o local de problematização e de retradução dos saberes do professor. Segundo os autores, há uma ótica, no contexto atual, de valorização dos saberes docentes nos processos de formação do professor, assim como há uma

tendência de percepção do professor como produtor de saberes inerentes à natureza de sua ação. O trabalho docente é entendido como fonte de saberes originais e não como espaço de disseminação de conhecimentos.

Vê-se, assim, que embora utilizando terminologias diversificadas, os autores convergem em alguns aspectos: a existência de saberes de diferentes naturezas, a importância da prática e da experiência na constituição desses saberes e das reflexões teóricas produzidas na e pela prática. Os estudos brasileiros aproximam-se das publicações internacionais no que se refere ao ensino e a profissionalização do professor.

Os estudos sobre os saberes docentes no Brasil constituem um campo relativamente novo que necessitam, portanto, de investigação empírica.

Dada a diversidade de tipologias, optamos por concentrar nossa pesquisa na ótica dos saberes da prática ou também definidos por Tardif como saberes da experiência, uma vez que esses abordam não só os conhecimentos curriculares e profissionais como o repertório de conhecimentos segundo Gauthier, mas também às reflexões trazidas a tona após a mediação (professor-aluno) ocorrida em sala de aula através da prática durante o percurso profissional.

### **2.3. A Pesquisa da Própria Prática**

A investigação realizada pelo próprio profissional sobre os problemas que afetam a sua prática vem conquistando um destaque cada vez maior em diferentes campos de atuação: na saúde, no trabalho social na educação e em várias outras áreas.

Ponte (2002) evidencia, em seus estudos, que a investigação sobre a própria prática apresenta-se com capacidades que vão além da reflexão, pois conduzem os professores a participarem da construção do conhecimento do trabalho docente, assumindo-se como protagonista do processo educacional.

No Brasil, no campo da educação matemática, esses estudos têm-se apresentado com uma crescente visibilidade. Para citar alguns: Castro (2004); Lima

(2006). O primeiro apresenta um estudo sobre o papel desempenhado pelas experiências pedagógicas com Investigações Matemáticas em sala de aula no processo de constituição profissional da professora-autora. O segundo traz uma investigação da própria prática num contexto de sala de aula que privilegia as tarefas exploratório-investigativas, apontando para a importância da pesquisa do professor e mostrando que este, ao refletir sobre a sua prática, produz novos saberes.

Os trabalhos de Castro (2004) e Lima (2006) colocam em discussão a formação do professor e a aprendizagem dos alunos, ao mesmo tempo que investigam qual o papel do professor nesse processo, bem como a pesquisa que o professor e - neste caso autor - realiza sobre a sua própria prática profissional.

Apontam ainda, para duas realidades distintas. A primeira refere-se aos profissionais que lidam com situações dinâmicas que muitas vezes apresentam-se carregadas de incertezas, orientando para tomadas de decisões guiadas pelo bom senso e pela intuição. Na segunda, têm-se os profissionais que se norteiam apenas pelas orientações acadêmicas, evidenciando que estas por si só não são suficientes.

Assim, a oportunidade para investigação dos professores sobre a sua prática profissional passa a ser uma realidade para o campo educacional e mais especificamente para a educação matemática, redirecionando as pesquisas que apresentavam uma lógica acadêmica tradicional, ou seja, pesquisas quantitativas com uma distância acentuada entre sujeito e objeto (PONTE, 2002).

Outros estudos, como os de Fiorentini et al (2002) têm mostrado que é através de um processo reflexivo e investigativo, mediado por aportes teóricos, que o professor se forma e se constitui como profissional, sendo esse um processo inacabado. Investigar a própria prática torna-se um desafio tanto para o professor, quanto para o professor formador, pois envolve pressupostos epistemológicos, experiências sociais e culturais bem como desenvolvimento de um novo modelo teórico-metodológico de investigação (FIORENTINI et al. 2002).

Esta compreensão de que a investigação sobre a prática pode conduzir à construção do conhecimento tem provocado um interesse cada vez mais

acentuado sobre as suas possibilidades formativas de conseqüente poder transformador desta mesma prática.

Nesta perspectiva, a reflexão sobre a prática apresenta-se como um movimento de apropriação do sentido da docência, possibilitando ao professor a construção de uma autonomia profissional. Os professores tornam-se mais críticos e adquirem uma nova consciência do que fazem e por que o fazem. Tomam consciência de que estão a produzir conhecimentos no ambiente escolar. Tornam-se mais autônomos e desenvolvem um maior poder de escolha e de decisão em suas práticas, escolhem onde e como aplicar os resultados da pesquisa que estão realizando (MIZUKAMI et. al. 2002; ZEICHNER, 1993, 1995; IMBERNÒN, 2000).

Nos estudos realizados no Brasil sobre este tema, aparecem opiniões bastante divergentes. Entre os autores que defendem as pesquisas desta natureza são listados: Fiorentini, (1998) como um dos organizadores do livro “Cartografias do trabalho docente: professor(a) pesquisador(a)” que apresenta artigos e pesquisas sobre esta temática, bem como as discussões de Zeichner, pesquisador norte-americano, que apresenta em seus trabalhos pesquisas que professores escolares realizam em suas salas de aula. Temos ainda outros autores na literatura internacional, cujas idéias sobre professor-investigador servem como referência nos processos de reflexão e investigação da própria prática. John Dewey, John Elliott, Donald Schön, dentre outros.

Mizukami et al. (2002) ressaltam que, segundo Elliott, a expressão “professores como pesquisadores” surgiu na Inglaterra na década de 1970, quando do movimento de desenvolvimento curricular das escolas secundárias. “A colaboração e a negociação entre especialistas e práticos (professores) caracterizaram a forma inicial do que se tornou, mais tarde, conhecido como pesquisa-ação.” (ELLIOTT, 1998, apud MIZUKAMI et al., 2002, p. 136).

Para Elliott (1998, apud Mizukami et al., 2002, p. 138-139) o prático (professor), está livre da observação acadêmica em seu local de trabalho, ele é o responsável pela decisão que tomar sobre a condução da pesquisa-ação, que tem como características básicas a melhoria da prática, é “um processo que se move em forma de espirais de reflexão e ação, implicando modificação contínua”.

Uma das características dessa abordagem é ser uma estratégia associada à formação e ao desenvolvimento profissional, possibilitando a compreensão do que está ocorrendo a partir da perspectiva do professor.

Entendemos que a pesquisa sobre a própria prática pode superar o objetivo de melhorar a própria prática, como ressaltado por Elliott, de modo que possa gerar conhecimento. Conhecimento esse produzido pelo professor-pesquisador envolvido em investigações de natureza construtiva-colaborativa como ocorrida quando da participação no GdS. Embora, naquele momento almejava-se melhoria na ação pedagógica, buscava-se também a produção de conhecimento sobre a aprendizagem e desenvolvimento da docência.

Segundo Cochran-Smith e Lytle (1999, apud Mizukami et al. 2002, p. 151) a pesquisa do professor se constitui “como elemento importante em sua formação, em seus processos de desenvolvimento profissional”. A pesquisa realizada pelo professor em suas salas de aula e em suas escolas está “relacionada a programas de desenvolvimento da docência e a estratégias variadas de profissionalização do ensino”.

Como destacado por Mizukami et al. (2002, p. 152), “quando os professores transformam as salas de aula e as escolas em locais de pesquisa, eles geram conhecimento local sobre ensino, aprendizagem e escolarização”.

## **2.4. O Professor Investigador no Contexto de Investigações Matemáticas**

Segundo Hargreaves (2001), a nossa atual sociedade, denominada por ele de sociedade de informação, coloca-nos diante de múltiplas e diferentes exigências, especialmente na área educacional. Nela, tudo muda rapidamente, as informações sobre qualquer assunto são transmitidas e conhecidas de maneira quase instantânea. Essas mudanças passaram a fazer parte do ambiente escolar e tornaram-se preocupações que alteraram a rotina de muitos profissionais da educação e que diante desta nova realidade passaram a questionar-se sobre: Qual é o verdadeiro papel da escola? Do professor? Do conteúdo trabalhado, de como,

e por que é trabalhado? Nesta última cabe ainda outra questão. O que o professor deve fazer? Transmitir tantos conhecimentos quanto possível ou criar condições reais de aprendizagem significativa?

Estas questões têm provocado estes profissionais a buscarem respostas que lhes permitam melhor compreender a complexa realidade da sala de aula (HARGREAVES, 2002).

Nos trabalhos de diversos autores encontramos algumas condições para que um professor atue como um investigador. Uma das mais importantes está relacionada ao desejo do professor de assumir um papel de investigador, assumindo também o estilo de pensamento que está associado a esse modelo de professor.

Alarcão (2001, apud OLIVEIRA, 2004, p.16) acentua a necessidade de o professor querer investigar e querer contribuir para a produção do conhecimento sobre educação.

Elliott, segundo Pereira (1998), identifica outra condição prévia à investigação do professor: “que ele, como profissional, sinta a necessidade de iniciar mudanças, de inovar” (p. 167).

Em Beatriz D’Ambrosio (1996, apud Oliveira, 2004, p.16) encontramos que: “O professor investigador é aquele que observa, questiona e aprende cada vez mais sobre sua prática e seus alunos. Com isso ele altera sua prática, na busca da melhoria do ensino de matemática para seus alunos” (p.19).

Nesse sentido, podemos notar que um dos suportes da investigação é a mudança de atitude por parte do professor, que assume o que se pode chamar de postura investigativa. Essa postura inclui uma “predisposição para examinar a sua própria prática de uma forma crítica e sistemática” (STENHOUSE, citado em ALARCÃO, 2001, p.3). Essa postura também pode ser gerada por um sentimento de inconformismo por parte do professor ou de uma busca constante por melhores resultados na aprendizagem dos alunos e que motivam esse professor a agir como um investigador, levando-o

a colocar, e não apenas responder, a questões, interrogando as suas próprias práticas e pressupostos, bem como os dos outros, fazendo da



sala de aula um lugar para a inquirição – isto é, aprender como ensinar e melhorar o próprio ensino pela recolha e análise de “dados” do quotidiano das escolas. (COCHRAN-SMITH; LYTLE, 1999, apud OLIVEIRA, 2004, p.17).

Oliveira (2004) destaca que quando o professor promove um trabalho investigativo na aula de matemática com os seus alunos, ele cria condições muito favoráveis para problematizar o seu ensino e para gerar questões de investigação promissoras que promovam aprendizagens significativas.

Para o referido autor “ao assumir o papel de investigador em contextos de prática e de dinamizador de investigações matemáticas dos alunos, o professor promove uma cultura de sala de aula não-tradicional”(p.56), mas com o objetivo de uma aprendizagem significativa. Neste ambiente aparecem as investigações matemáticas que são tarefas com grandes potencialidades para o desenvolvimento do pensamento matemático. Neste novo modelo de trabalho inserem-se tarefas que tenham um carácter necessariamente problemático, mas que proporcionam ao aluno a liberdade de formulação de novas questões e que podem redirecionar o trabalho mediante diferentes olhares.

Estas tarefas oferecem oportunidades para inferências, observações, levantamento de conjecturas e busca de comprovação. Também proporcionam a liberdade necessária para que o aluno crie e experimente. “O pensamento criativo de um aluno pode empurrar os limites da nossa própria compreensão da matemática” (D’AMBROSIO, 1999, p.293).

Este é, sem dúvida, um novo estilo de trabalho para a aula de matemática e propicia um tipo de comportamento considerado como, genuinamente matemático (PONTE; MATOS, 1998, p.119).

Por outro lado, este novo método de trabalho investigativo implica em mudanças no ambiente da sala de aula, mudança de postura por parte dos alunos e por parte do professor e mudança na dinâmica das aulas. Implica também em mudanças para além da sala de aula, ou seja, mudança na visão que a família traz de uma aula de matemática e por fim, mudança por parte da própria administração escolar. Vários autores têm trabalhos, estudos e reflexões sobre as investigações

nas aulas de Matemática e como estas contribuem para a aprendizagem em sala de aula. Podemos citar alguns: Ponte, Oliveira, Brunheira, Varandas e Ferreira (1999) que apontam para o fato de que o trabalho com as investigações matemáticas permite aos alunos uma aproximação com a atividade do investigador matemático, ou seja, o aluno tem “um papel determinante na definição das questões a investigar, assim como na concepção de estratégias e na sua execução, e na validação dos resultados”; Segurado e Ponte (1998) apresentam a investigação como tarefas que possuam um caráter aberto com um ponto de partida pouco definido; Mason, Burton e Stacey (1982) argumentam que pensar matematicamente permite uma compreensão melhor do mundo e possibilita um aumento da complexidade das nossas idéias; Ponte e Matos (1992) afirmam que as atividades matemáticas “envolvem processos de raciocínio complexos e requerem um elevado grau de empenho e criatividade por parte dos alunos”; Schoenfeld (1992) apresenta aproximações entre a resolução de problemas e as investigações mostrando que problemas bem escolhidos podem promover discussões e levar os alunos a pensar matematicamente, ou seja, os alunos passam a realizar investigações como estratégias para solucionar problemas.

Desse modo, compreender a si mesmo passa a ser uma necessidade para a percepção de como essa formação e mudança se processam. Nas aulas com caráter investigativo, o professor assume um papel central que exige uma reflexão e tomada de consciência que definirão as novas situações de ensino e aprendizagem da matemática (PONTE, 2002 p.93).

Do exposto acima podemos concluir que para o professor agir como investigador em contextos de prática profissional, ele deve criar condições que induzam, de um modo controlado, a sua própria mudança, a mudança de seus saberes, a mudança das instituições, a mudança de seus pares e a mudança de seus alunos.

### 3. As Investigações Matemáticas

Nesta parte do trabalho destaco algumas idéias sobre estratégias de ensino que se orientam em resolução de problemas ou em tarefas de investigação. Estabeleço um paralelo entre estas duas ferramentas de trabalho no currículo e no interior da sala de aula, com destaque para o papel do professor na escolha da estratégia que se apresente como a mais adequada para a sua realidade.

Procuo apontar algumas diferenças entre estas duas ferramentas uma vez que antes de ingressar no GdS, já citado, trabalhava numa perspectiva de resolução de problemas e, após os primeiros ensaios com aulas de carácter investigativo - metodologia que conheci no grupo - optei por esta segunda, por reconhecê-la como uma nova possibilidade de trabalho em sala de aula, já que provoca mudanças tanto para os alunos quanto para o professor. As mudanças provocadas em mim levaram-me a olhar a sala de aula como um lugar de produção de conhecimentos matemáticos para mim mesma, para uma professora que interage com os alunos, num movimento contínuo, ensinando e aprendendo, alterando posições, sendo tocada a perceber uma nova prática que surge nessa interação.

Começo a discutir estas idéias a partir de questões que há muito acompanham o quotidiano dos professores: Como fazer com que os alunos se interessem, primeiro pela escola, depois pela aula e mais propriamente pela aula de matemática? Como escolher entre estratégias de ensino que possam favorecer a aprendizagem e o prazer pelo aprendizado nas aulas de matemática? Como ensinar matemática de forma a adequá-la às necessidades sociais atuais sem que ela perca seu carácter científico? Como promover um ambiente em sala de aula que ofereça ao aluno além da oportunidade de desenvolvimento uma autonomia intelectual?

### 3.1. Resolução de Problemas – Um Panorama Geral

*Situação que apresenta um desafio a ser solucionado. Porém, para alguns não apresenta uma dificuldade pois depende do grau de conhecimento da pessoa*

*(J. e N. 8ª. Série., 2006)*

Tão antiga quanto a própria matemática os problemas acompanham esta disciplina como se a ela estivessem agregados e desde a Antiguidade ocupam lugar central nos currículos (STANIC, KILPATRICK, 1989).

Já a resolução de problemas é mais recente, como afirmam esses mesmos autores, visto que só a partir do século XX, os educadores matemáticos começaram a se preocupar com “o desenvolvimento da capacidade de resolução de problemas” (p.1).

Convém destacar que não existe um consenso quanto às definições para resolução de problemas. Schoenfeld (1996) afirma que entre sete educadores matemáticos, provavelmente, conseguiríamos nove definições diferentes para este tema.

Por mais que esses dois conceitos, problemas e resolução de problemas, sejam utilizados de maneira abrangente e tão fortemente associados à Matemática não se desvinculam da idéia de dificuldade. Sendo assim, quando esses tópicos são mencionados subentende-se que os mesmos só serão compreendidos por algumas pessoas que dominam o assunto, restringindo-os.

Em Stanic e Kilpatrick (1989) encontramos que essa idéia de seleção percorre os tempos desde Platão, quando dizia que “aqueles que são por natureza bons em cálculo, são, pode-se dizê-lo, naturalmente argutos em todos os outros estudos e, (...) aqueles que são lentos nisso, se são educados e exercitados nesse estudo, melhoram e tornam-se mais competentes do que eram”. Assim, a ênfase dada, pelos educadores matemáticos, à resolução de problemas baseia-se na crença de que há uma melhoria no pensamento das pessoas.

Não é raro encontrar pais e alunos que acreditam que para ter sucesso profissional basta saber resolver problemas no campo da matemática, e que para que isto ocorra é preciso apenas saber raciocinar e pensar de maneira adequada.

Para ilustrar essa idéia trago o relato de um aluno que questionado sobre a sua relação com a matemática, escreve que esta é “muito importante, pois envolve uma das melhores e mais disputadas profissões do mercado”. Referia-se às ligadas à área Tecnológica.

A matemática é um matéria muito boa para se estudar, mas envolve muito a escuta e mais raciocínio.

A matemática é um matéria muito importante pois envolve uma das melhores e mais disputadas profissões do mercado.

Nunca tive dificuldade em matemática, só comecei no 7º série com álgebra, algumas coisas consigo pegar mais outras não pelo menos consigo tirar minhas dúvidas, o que não consigo assim como ainda foi potência, Notação científica não consigo ainda me ouve mas muito ainda.

Figura 1: Registro escrito do aluno revelando seus sentimentos com relação a Matemática.

Na maioria dos currículos ocidentais há uma grande preocupação para que o aluno seja um solucionador competente de problemas. Isto acontece porque a idéia de resolver problemas se mistura à própria idéia do que é a matemática. Há uma crença ainda muito forte de que fazer matemática é o mesmo que resolver bem os problemas.

Entender a matemática como um conhecimento que facilita o raciocínio está presente na mente de muitos professores e esta crença determina, em parte, a forma como esta matéria é ensinada (DOSSEY, 1992).

Também é consenso que, embora muito se tenha avançado em estratégias para proporcionar um ensino mais consistente, o trabalho em sala de aula ainda se pauta substancialmente na solução de exercícios e na resolução de problemas.

Sendo assim, a resolução de problemas matemáticos torna-se, ao mesmo tempo, um método de ensino e aprendizagem e também, um objetivo do mesmo. É método enquanto grande parte do conteúdo trata da aprendizagem de técnicas e procedimentos que poderão ser usados no cotidiano ou para o avanço científico e é objetivo na medida em que não podemos separar a aprendizagem de problemas na matemática dos conceitos que a constitui.

Nos Parâmetros Curriculares Nacionais, encontramos:

a situação-problema é o ponto de partida da atividade matemática e não a definição. No processo de ensino e aprendizagem, conceitos, idéias e métodos matemáticos devem ser abordados mediante a exploração de problemas, ou seja, de situações em que os alunos precisem desenvolver algum tipo de estratégia par resolvê-las; (BRASIL, 1998 p. 40).

Ainda,

questionar a realidade formulando-se problemas e tratando de resolvê-los, utilizando para isso o pensamento lógico, a criatividade, a intuição, a capacidade de análise crítica, selecionando procedimentos e verificando sua adequação. (BRASIL, 1998).

Via de regra, um problema apresenta-se em caráter fechado e a solução ou soluções são obtidas a partir de uma seqüência ou ordem de algoritmos e técnicas operatórias que são aplicados metodicamente em busca de um resultado que responda satisfatoriamente o proposto.

Para a resolução de problemas, o aluno ou o grupo de alunos deve buscar algoritmos, técnicas ou estratégias que lhes permitam encontrar um encaminhamento que leve à solução do problema proposto.

Mesmo o termo sendo largamente aceito e ligado à Matemática, ele carrega consigo a idéia de dificuldade. Portanto, quando se fala em resolução de problemas dá-se a entender um capítulo à parte: complexo e reservado a alguns poucos alunos que apresentam facilidade com a disciplina.

Segundo Schoenfeld (1985), muitas das dificuldades apresentadas pelos alunos, no que se refere à escolha de técnicas e estratégias para solução de problemas reside no fato de que o professor atua como um modelo a ser seguido. Dessa forma, os professores, por dominarem o conteúdo, automatizam as formas de resolução acreditando que as técnicas utilizadas são de conhecimento de todos, o que torna o problema uma tarefa para ele e um trabalho de difícil compreensão para os alunos, fazendo com que percam o interesse devido à dificuldade que encontram em solucioná-lo.

Dessa maneira, não fica explícita a relação entre conhecimento e procedimentos, pois estão ocultas as estratégias utilizadas para a solução; apenas apresentam-se como uma série de cálculos que conduzem a um resultado sem, contudo, apresentar significado para os alunos.

Na tentativa de separar as citadas estratégias de ensino, alguns autores recorrem à análise de suas diferenças e semelhanças. Para Frobisher (*apud* Fonseca, 2000), durante muitos anos um problema em matemática era identificado como aquilo que chamamos “problema de palavras”, em que a tarefa é apresentada por palavras, uma questão estabelece o objetivo que o aluno tem de atingir e, na maioria das vezes, o algoritmo necessário para resolver o problema já foi ensinado. Mais recentemente, Reys, Suydam e Lindquist (*apud* Fonseca, 2000) definiram problema, tendo como referência a posição do aluno que o resolve, como uma situação na qual uma pessoa pretende alguma coisa e não sabe imediatamente o que fazer para conseguí-la. Na tentativa de exemplificar esta idéia, trago relatos de alunos quando, da realização da tarefa:

### Problemas?

De entre as tarefas seguintes, quais as que consideraria como um problema, supondo que o nível de escolaridade a que se destina é adequado? Apresente as razões das opções que tomar.

1. Calcular o valor de  $x^2 - 3x$  para  $x = 2$ .
2. Um cliente comprou num dia 2, 3 metros de fazenda. No dia seguinte comprou mais 1,5 metros da mesma fazenda. Quantos metros de fazenda comprou no total?
3. O João tem metade da idade do pai. Sabendo-se que a soma das duas idades é 72, quantos anos tem o João?
4. Usando os casos de semelhança, mostre que a altura relativa à hipotenusa divide um triângulo rectângulo em dois triângulos semelhantes.
5. Usando apenas seis fósforos, formar quatro triângulos equiláteros geometricamente iguais.
6. Construir uma planta de um estádio – um campo de futebol e uma pista de atletismo.
7. O produto de três números inteiros consecutivos é sempre um número par múltiplo de três. Comentar a situação se substituirmos *produto* por *soma*.
8. Considera uma página cheia de números

0	1	2	3
4	5	6	7
8	9	10	11
12	13	14	15
...	...	...	...

in P.Abrantes (1988) "Um (bom) problema (não) é (só)...", Educação e Matemática n° 8

*Quadro 6: Proposta de trabalho para que os alunos classificassem problemas.*

Tentando, segundo seus conceitos, classificar: exercício, atividade ou investigação, as alunas definem problema:



*É algo que temos dificuldade para resolver. Há problemas que temos mais dificuldade que outros, isso depende do conhecimento da pessoa relacionado ao assunto solicitado. (J. e N., 2006).*

Estas mesmas alunas, com relação ao item 2, também relatam que:

*Para nós esse não é um problema, já para minha irmãzinha que está na 2ª. série, este seria um problema. Eu sei por que faço a lição com ela e esse ela não sabe fazer. Ela não entende o número decimal e nem sabe o que é fazenda (J. e N., 2006).*

Outros alunos comentam que para resolver um problema é necessário só interpretá-lo e conhecer a “conta certa” a ser feita.

Esse pensamento confirma a idéia explicitada acima de que a solução ou soluções de um problema são obtidas a partir de uma seqüência ou ordem de algoritmos e técnicas operatórias, que são aplicados metodicamente em busca de um resultado que responda satisfatoriamente ao proposto.

Na figura 2, abaixo, no primeiro problema proposto, a aluna apresenta uma solução que vai ao encontro a este pensamento, *só precisa fazer a conta certa*. Ela faz os cálculos e ainda esclarece que não sabe o que é um paquiderme, ou seja, não há uma compreensão total do enunciado do problema. No entanto, mesmo com a falta de entendimento, o conhecimento matemático que possui lhe permite resolvê-lo, apresentando assim um resultado numérico. Esta forma de reconhecer e resolver o problema se contrapõe à idéia de que a pessoa (aluno que resolve) pretende algo mas que não sabe como conseguir. O registro apresentado por esta aluna aponta em sentido contrário. Ela afirma não saber o que é um paquiderme (informação do enunciado do problema), porém, isto não a impediu de resolver o problema.

## Problemas

1-) Celso é um paquiderme. Ele usa 17 sabonetes e 22 esponjas para tomar banho. Celso toma banho de 15 em 15 dias. Quantos sabonetes ele gasta em 3 meses?

$$17 \times 6$$

$$17 + 6$$

$$17 \times 2$$

$$17 + 22 = 39$$

$$39 \times 3$$

Eu não sei o que é paquiderme, mas isto não me impede de fazer o problema.

2-) Um avião pode transportar 314 passageiros. Se o avião fizer 6 viagens totalmente lotado, quantos passageiros ele vai transportar?

$$314 : 6$$

$$314 - 6$$

$$314 \times 6$$

$$314 + 314 + 314 + 314 + 314 + 314$$

Se as viagens forem só de ida será a conta que está pintada de amarelo, se as viagens forem de ida e volta será  $314 \times 12$ .

Seria 1

3-) João tem um livro com 120 páginas. Ele já leu 52 páginas. Ele já leu 52 páginas desse livro e quer terminar a leitura em 4 dias, lendo o mesmo número de páginas em cada dia.

Figura 2: Registro escrito do aluno – Resolvendo Problemas

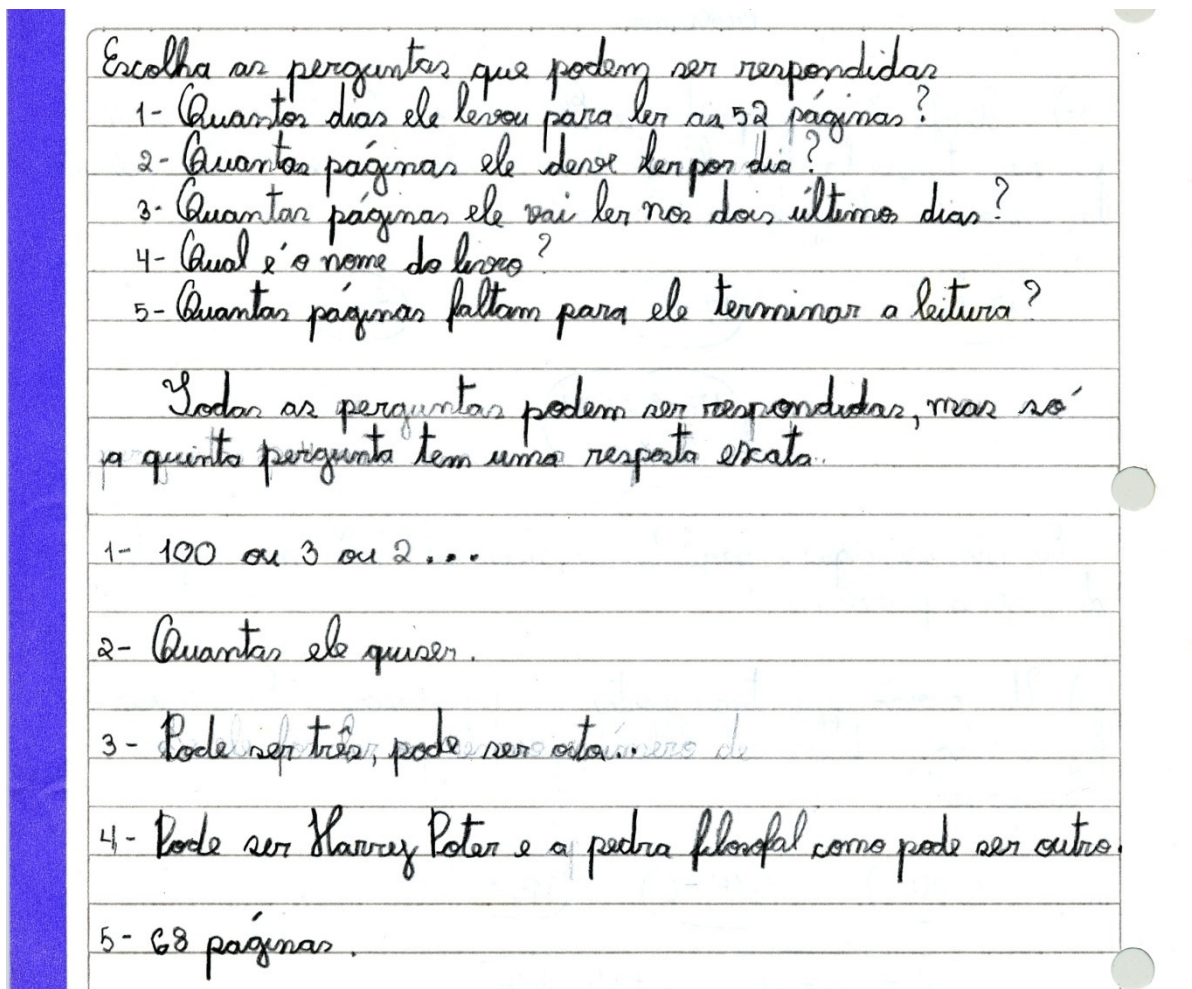


Figura 3: Registro escrito do aluno – Resolvendo Problemas

Em Mason (1998, p.78) encontramos a expressão “resolução de problemas de resposta aberta”. Na sua concepção, “a noção de resposta aberta convida à noção de questão aberta. Se existe uma resposta, que questão é que a terá determinado?”.

As idéias de Mason sobre questão e resposta aberta aproximam-se das concepções de investigação matemática. Isto se verifica na sua afirmação de que os estudantes devem ser convencidos

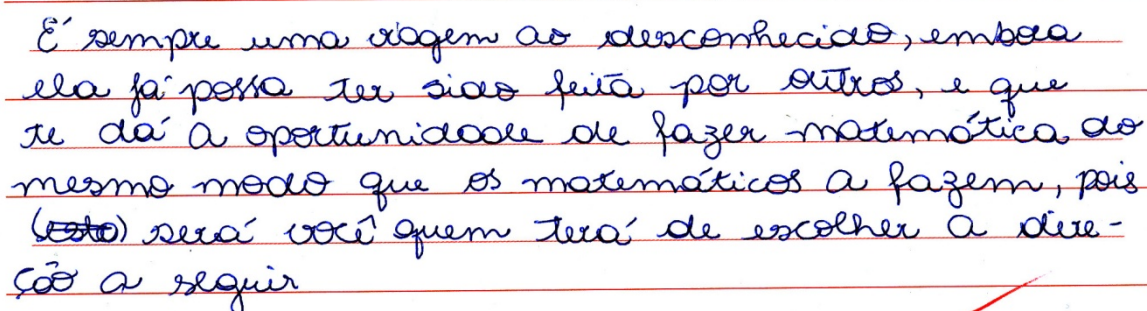
de que o seu sucesso reside, não tanto na obtenção de respostas correctas, mas antes na elaboração de conjecturas sustentáveis e na construção de argumentos que convençam os outros de que as suas conjecturas são razoáveis, um professor pode sustentar o raciocínio matemático, quando as coisas se tornam mais difíceis e os estudantes

encalham num determinado problema. Só ficando encalhado, se pode aprender a sair dessa situação. Mas para o fazer de forma eficiente, é necessário um professor sensível, experiente e ponderado. (MASON, 1998, p.81).

Esta concepção cria um elo entre as atividades de resolução de problemas e as atividades de investigação matemática.

Para Serrazina et al. (2002, p.42) "os conceitos de resolução de problemas e de investigações matemáticas têm mais pontos comuns do que diferenças", visto que em ambas os alunos se envolvem em processos complexos de pensamento. Para os autores, mais importante do que distinguir Investigações matemáticas de Resolução de Problemas é propor aos alunos, trabalhos interessantes que envolvam conceitos matemáticos fundamentais e que possibilitem aos alunos "experimentar, discutir, formular, conjecturar, generalizar, provar, comunicar as suas idéias e tomar decisões."

### 3.2. As Investigações Matemáticas nos Programas Curriculares



*É sempre uma coisa desconhecida, embora ela já possa ter sido feita por outros, e que te dá a oportunidade de fazer matemática do mesmo modo que os matemáticos a fazem, pois (isto) será você quem terá de escolher a direção a seguir*

Figura 4: Registro escrito da aluna M. 7ª série (2005) - Definindo Investigação.

A atenção que hoje tem se voltado para as investigações no ensino da Matemática teve sua origem na resolução de problemas. A partir dos anos 80, num documento publicado nos Estados Unidos, pelo NCTM (1980) – Normas para o currículo e avaliação em Matemática escolar - são apresentadas as orientações que os programas de Matemática deviam seguir. A primeira recomendação

sugerida era que o trabalho se desenvolvesse a partir da resolução de problemas. (BRASIL, 1998).

A partir deste documento, estudos e pesquisas vêm sendo realizados no sentido de apresentarem novas propostas educacionais. Um dos indicativos dessa preocupação foi realizado na Conferência Mundial sobre Educação para Todos, realizado em Jomtien, Tailândia, em 1990, patrocinada pela UNESCO. Pela primeira vez aparece o termo “educação básica” com a seguinte visão:

Toda a pessoa – criança, adolescente ou adulto – deve poder beneficiar de uma formação concebida para responder as suas necessidades educativas fundamentais. Estas necessidades dizem respeito tanto aos instrumentos essenciais de aprendizagem (leitura, escrita, expressão oral, cálculo, resolução de problemas), como aos conteúdos educativos fundamentais (conhecimentos, aptidões, valores e atitudes) de que o ser humano tem necessidade para sobreviver, desenvolver todas as suas faculdades, viver e trabalhar com dignidade, participar plenamente no desenvolvimento, melhorar a qualidade de sua existência, tomar decisões esclarecidas e continuar a aprender. (Artigo I – I) (Declaração Mundial sobre Educação para Todos in DELORS, 2004, P.126).

Esta preocupação mundial com a educação direciona um olhar também para os currículos escolares.

A educação que antes deste documento achava-se reservada a uma elite intelectual passa agora a ser oportunizada para todos; a Matemática passa a constar como uma disciplina obrigatória nos programas curriculares. Sendo assim, a matemática deve ser ensinada para todos, sem distinção de sexo, raça ou condição social. Na verdade, todos os cidadãos devem ter acesso a uma formação. No caso da matemática, transcendendo os seus aspectos utilitários, essa formação deve valorizar a compreensão dessa área do conhecimento, reconhecendo-a como um poderoso instrumento para pensar e compreender o mundo.

De acordo com a Declaração Mundial temos que a resolução de problemas aparece como um dos instrumentos de aprendizagem. Neste sentido parece haver um consenso por parte dos educadores matemáticos de que aprender matemática é “fazer matemática”. Esta idéia traduz as perspectivas atuais de que a

aprendizagem matemática não deve ser encarada como uma seqüência de regras e técnicas para se chegar a um resultado final, mas deve incluir oportunidades para que os alunos se envolvam em momentos genuínos de atividade matemática (SILVA et al., 1999)

Até meados dos anos 1950, os currículos eram estáveis e a maioria dos estudantes limitava-se a aplicar as técnicas e os conceitos matemáticos que haviam memorizado sem saber, de fato, o que significavam. Os anos 1960 tornaram-se uma década de abstração na instrução matemática, as crianças não aprendiam e não adquiriam sequer as habilidades consideradas básicas, uma vez que eram ensinados a crianças ainda muito pequenas conteúdos muito sofisticados para a idade, como por exemplo, a teoria numérica (SHOENFELD apud ABRANTES, 1996).

A década seguinte foi marcada por exercícios e prática sobre o básico. Ao final mostrou-se que não só os estudantes eram “incapazes de pensar matematicamente e resolver problemas”, como também se mostraram piores que os estudantes das décadas anteriores (SCHOENFELD apud ABRANTES, 1996, p.63).

Ao final dos anos 1970, a resolução de problemas estava quase a sair dos programas, quando no início dos anos 1980, um movimento de reforma da educação matemática, veiculada pelo NCTM - National Council of Teachers of Mathematics (1980) – E.U.A., declara que a resolução de problemas “devia ser o foco da escola de Matemática”. Esta declaração e outras semelhantes a ela foram ouvidas no mundo todo. Sabe-se, no entanto, que muito do que passava por resolução de problemas nessa época era, de fato, um conjunto de truques utilizados para resolução de problemas. “Há muito mais na resolução de problemas do que isso – e muito mais na Matemática do que a resolução de problemas” (SCHOENFELD apud ABRANTES, 1996, p.64).

A seguir, proponho uma reflexão sobre as diferenças e semelhanças existentes entre estas duas estratégias de ensino e sobre o destaque que tanto a resolução de problemas quanto a investigação ganham nos currículos de 4 países,

inclusive o Brasil. Esta abordagem será feita a partir dos estudos de Ponte et al.<sup>9</sup> (2003).

## **Inglaterra**

O currículo da Inglaterra e do País de Gales, 1995, refere que alunos entre 5 e 11 anos deverão ter “oportunidades de expor a sua linha de raciocínio” e “deverão ser capazes de entender e investigar afirmações gerais assim como investigar casos particulares”. Os alunos entre 11 e os 16 anos devem ter “oportunidades de usar e aplicar a Matemática em tarefas práticas, em problemas da vida real e em problemas puramente matemáticos: trabalhar em problemas que constituam um desafio, encontrar e considerar diferentes linhas de argumentação matemática”. Os alunos trabalhando sob esta perspectiva deverão, entre outras coisas, ser capazes de descobrir modos de ultrapassar dificuldades, desenvolver e usar estratégias próprias, explicar e justificar como chegaram a uma conclusão, elaborar conjecturas e hipóteses e desenvolver métodos para testá-las.

Desde sua publicação em 1995, o currículo inglês tem passado por várias reformulações, mas tem mantido estas idéias. Desde o início dos anos 1980, já se lia em documentos oficiais que “o ensino da Matemática deve incluir oportunidades para trabalho de investigação”. Em 1988 este país, que passou por uma reforma no seu sistema de avaliação, incluiu atividades de exploração e investigação, nestes exames. A inclusão deste tipo de atividade no processo avaliativo atribuiu-lhe um grande peso no processo de ensino-aprendizagem.

## **França**

Os programas franceses para o ensino secundário (alunos de 15-16 anos – *Classe de Seconde*) estão em vigor desde 1997 e indicam ser necessário “habituar os alunos à prática do trabalho científico, desenvolvendo conjuntamente as capacidades de experimentação e de raciocínio, de imaginação e análise crítica”. A resolução de problemas aparece como “objetivo essencial”.

---

<sup>9</sup> Sobre este estudo foram realizadas várias discussões no Grupo de Sábado. A síntese que trago neste trabalho foi apresentada por mim e pelo Prof. Valdemar Tessari Junior, em agosto de 2005.

No que se refere ao trabalho em sala de aula, os programas da *Classe de Second* apontam entre os seus objetivos principais:

Habituar os alunos à atividade científica e promover a aquisição de métodos: a aula de Matemática é antes de mais nada um lugar de descoberta, de exploração de situações, de reflexão e de debate sobre as estratégias seguidas e os resultados obtidos, de síntese que proporcione claramente algumas idéias e métodos essenciais, indicando o respectivo valor (MINISTÈRE DE L'ÉDUCATION NATIONALE, DE LA RECHERCHE ET DE LA TECHNOLOGIE, apud PONTE et al., 2003,p.131).

No programa da *Classe Terminale*, tanto no destinado a alunos de Economia e Ciências Sociais como no destinado a alunos da área científica, mantém-se esse mesmo espírito, a saber:

O estudo de situações mais complexas, sob a forma de preparação de atividades na aula ou de problemas a resolver ou a redigir, alimenta o trabalho de investigação, individual ou em equipa, e permite aos alunos avaliar a sua capacidade de mobilizar os seus conhecimentos em diversos setores (MINISTÈRE DE L'ÉDUCATION NATIONALE, DE LA RECHERCHE ET DE LA TECHNOLOGIE, apud PONTE et al., 2003,p.132).

Pode-se reconhecer nos programas franceses a idéia de investigação como núcleo central da atividade científica.

## **Estados Unidos**

Os movimentos de reforma da educação matemática iniciaram-se neste país tendo seus documentos publicados pelo NCTM, provocaram discussões e reformas curriculares no ensino da matemática em diversos países.

Estas normas indicam cinco objetivos gerais para todos os alunos: 1) aprender a dar valor à Matemática; 2) adquirir confiança na sua própria capacidade de fazer Matemática; 3) tornar-se apto a resolver problemas matemáticos; 4)



aprender a comunicar matematicamente; e 5) aprender a raciocinar matematicamente. Esse documento também apresenta que o grande objetivo da Matemática é ajudar todos os alunos a desenvolver “poder matemático” e, para tanto, o professor deve envolvê-los em tarefas de investigação e de resolução de problemas.

As mesmas Normas são ainda mais explícitas quando traz que: o “espírito de investigação deve estar presente em todo o ensino e aprendizagem da Matemática, e que “a verdadeira essência do estudo da Matemática é precisamente uma atividade de exploração, de formulação de conjecturas, de observação e de experimentação”.

Nas normas deste país, fica evidenciada a importância dada ao “pensar matematicamente” que é uma condição conseqüente ao trabalho com as investigações matemáticas.

## **Portugal**

Em seus programas de matemática, publicados em 1991, encontram-se algumas referências às tarefas de natureza investigativa. Para o ensino básico (alunos de 10-12 anos), temos que:

- O estudo do tema Geometria deverá assentar “em atividades que permitam aos alunos manipular, observar, comparar, descobrir, construir, traçar [...] é necessário que o aluno tenha oportunidade de ensaiar, errar, recomeçar, corrigir;
- Também o estudo do tema Números e Cálculo deverá ter como base a “realização de atividades sugestivas que incentivem os alunos a fazer conjecturas, a querer descobrir, a discutir estratégias...
- No subcapítulo das orientações metodológicas diz-se que a resolução de problemas “como atividade estimula o espírito de pesquisa, dando aos alunos oportunidades de observar, experimentar [...] fazer conjecturas, argumentar, concluir e avaliar” (MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO, 1991, apud PONTE et al., 2003, p.132-133).

Assim como em outros países, em Portugal, os Programas de Matemática não falam em investigações, contudo, referem-se várias vezes à importância da formulação de conjecturas, um dos aspectos importantes do processo de investigação.

Em um documento oficial mais recente, *Currículo Nacional do Ensino Básico*, encontra-se indicação de diversas competências a desenvolver nos alunos, entre elas: raciocinar matematicamente, procurar regularidades, fazer e testar conjecturas e formular generalizações. Este documento regula as atividades de investigação como experiências de aprendizagem que devem ser proporcionadas aos alunos.

Nos programas do ensino secundário de 1997 a finalidade para a disciplina é: desenvolver capacidades de formular e resolver problemas, de comunicar, assim como a memória, o rigor, o espírito crítico e a criatividade”.

Desse modo, é possível verificar que os programas portugueses para o ensino secundário fazem claras referências às investigações. Os demais programas, sem o indicarem com clareza, fazem alusão aos processos matemáticos inerentes a esse tipo de tarefa.

Contudo há que se considerar a numerosa publicação de artigos e trabalhos de mestrado e doutorado que focalizam as investigações nas aulas de matemática.

## **Brasil**

No Brasil, pode-se dizer que as atividades de investigação e exploração encontram um grande destaque. Os Parâmetros Curriculares Nacionais de 5<sup>a</sup> a 8<sup>a</sup> série, publicados em 1998, consideram as atividades de investigação com significativa importância aparecendo entre os objetivos gerais indicados para o ensino fundamental com o termo “espírito de investigação” e “da capacidade de resolver problemas”.

Nos PCN, encontramos as atividades de investigação associadas diretamente com a resolução de problemas, aqui entendida como “eixo organizador do processo de ensino e aprendizagem da Matemática”. A resolução de problemas

é vista como o ponto de partida da atividade matemática e recomenda-se ainda que esta não seja uma atividade a ser desenvolvida em paralelo, mas como uma ferramenta que possibilita estimular o aluno a questionar sua resposta, questionando o problema, transformando um dado em novos problemas, analisando problemas abertos – que admitem diferentes respostas.

Contribuindo com a ênfase dada à resolução de problemas encontramos Polya (1962/81) que defendia que do conhecimento que temos de qualquer matéria fazem parte a informação e *Know-how*; em Matemática esse *Know-how* é “a capacidade para resolver problemas – não problemas meramente rotineiros, mas problemas que requerem algum grau de dependência, julgamento, originalidade, criatividade” (POLYA, 1962). Nesse sentido, os problemas são entendidos como oportunidades para desenvolvimento de propostas criativas, originais e curiosas.

Os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) de 5<sup>a</sup> a 8<sup>a</sup> série em Matemática (1998) consideram a resolução de problemas como o eixo orientador do trabalho do professor em sala de aula. Ainda, apresentam a Matemática como peça fundamental na construção da cidadania, enfatizando a participação crítica do aluno e sua autonomia. Também destacam que o ensino da Matemática deve apresentar-se como um instrumental precioso para que o aluno possa utilizá-la para uma compreensão maior do mundo à sua volta e entendê-la “como área do conhecimento que estimula o interesse, a curiosidade, o espírito de investigação e o desenvolvimento da capacidade de resolver problemas” (p. 15).

Relativamente às pesquisas brasileiras que tomam como objeto de estudo as investigações matemáticas, temos observado um aumento considerável de trabalhos acadêmicos. Como assinalado por Lamonato (2006), o marco das pesquisas brasileiras foi a dissertação de Castro (2004) que investigou, como já assinalado anteriormente, a própria prática tomando como objeto as investigações matemáticas na sala de aula.

Para citar outras, no âmbito do Estado de São Paulo, temos:

Na Universidade Estadual de Campinas:

CASTRO, Juliana F. (2004) *Um estudo sobre a própria prática em um contexto de aulas investigativas de Matemática*. Trata-se de um estudo que analisa o papel desempenhado pelas experiências pedagógicas com investigações

matemáticas em sala de aula e no processo de constituição profissional da professora e pesquisadora.

FIORENTINI, Dario; FERNANDES, Fernando; MATESCO, Eliane. (2005) *Um estudo das potencialidades pedagógicas das Investigações Matemáticas no desenvolvimento do pensamento algébrico.*

PRAPEM/CEMPEM – GPAAE – Grupo de Pesquisa-Ação em Álgebra Elementar (2001) – *Histórias de aulas de matemática: Trocando Escrevendo Praticando Contando.* Este livro é a primeira publicação das narrativas produzidas por professores e que são resultantes de um trabalho colaborativo entre professores acadêmicos e professores escolares que buscam refletir sobre a prática pedagógica.

FIORENTINI, Dario; JIMÉNEZ, Alfonso (Orgs) (2003) – *Histórias de aulas de Matemática – Compartilhando saberes profissionais.* O livro traz histórias de sala de aula, num ambiente de investigação, de um grupo de professores que se reúnem para refletir, ler, investigar e escrever sobre a prática Matemática.

Na Universidade São Francisco:

LIMA, Claudia N.M.F. (2006) *Investigação da própria prática docente utilizando tarefas exploratório-investigativas em um ambiente de comunicação de idéias matemáticas no Ensino Médio.* Investiga os elementos que emergem dos processos de comunicação de idéias, a produção de saberes profissionais da professora e a re-significação desses saberes numa investigação da própria prática e num contexto de sala de aula que privilegia as tarefas exploratório-investigativas.

GOMES, Adriana A.M. (2007) *Aulas Investigativas na Educação de Jovens e Adultos (EJA): O movimento de Mobilizar-se e Apropriar-se de Saber(es) Matemático(s) e Profissional(is).* O estudo analisa a mobilização e a produção dos conhecimentos matemáticos gerados em contexto de realização de tarefas exploratório-investigativas de conteúdos matemáticos, assim como verificar quais as contribuições trazidas por essa metodologia para o processo de ensino da matemática e para constituição profissional e pessoal da professora-pesquisadora.

GRANDO, Regina et al. (2005) *Os modos matemáticos de Pensar que emergem de tarefas investigativas em um contexto de formação docente.* Este trabalho foi realizado junto a um grupo de estudos denominado - Oficina de

Geometria - que se influencia por Investigações Matemáticas em sala de aula e privilegia a formação docente.

Na Universidade Federal de São Carlos

LAMONATO, Maíza (2006) *Investigando Geometria: Aprendizagens de Professoras da Educação Infantil*. Investiga os conhecimentos que são revelados nas professoras que ensinam matemática para a Educação Infantil tendo como foco os momentos em que estas se envolvem em atividades exploratório-investigativas de geometria.

PASSOS, Cármen et al. (2005) *Investigações Geométricas no Contexto de uma Escola Pública Brasileira* – Pesquisa realizada por um grupo de estudos da Universidade de São Carlos com foco nas tentativas de uma professora participante do grupo em transformar o enunciado de uma tarefa em uma autêntica atividade de investigação geométrica.

Ainda no estado de São Paulo, temos:

Pontifícia Universidade Católica de São Paulo

CALHAU, Mari Emília S. (2007) – *Investigações em Sala de Aula: Uma Proposta de Atividade em Salas de Aula do Ensino Fundamental* – Estuda o tema Investigações Matemáticas em sala de aula com o propósito de trazer contribuições à aprendizagem dos alunos, através da utilização de tarefas de investigação e construir critério para a elaboração e aplicação de atividades que viabilizem o tema em sala de aula.

E fora deste estado encontramos:

Na Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais o estudo- *Experiência Matemática e Investigação Matemática de Maria Clara R. Frota* - que objetiva mapear as concepções de experiência matemática de um grupo de professores. Essa pesquisa realiza-se junto a um grupo de estudantes que se preparam para o exercício do magistério nas séries iniciais do Ensino Fundamental durante a realização de atividades investigativas envolvendo números.

Na Universidade Federal do Rio Grande do Norte, o trabalho - *A investigação como agente de desenvolvimento conceitual nas aulas de matemática – um estudo centrado no conceito de função de Sonia Maria Cavancanti Rocha*,

*estuda* a investigação como forma de produção de conhecimento em sala de aula baseada na perspectiva histórico-epistemológica da matemática.

### 3.3. Diferenças e Semelhanças

Vários autores se preocuparam e se dedicaram a estudos com a resolução de problemas, no currículo da Matemática. Para alguns deles, uma das principais características de um problema é ter um objetivo bem definido (POLYA, 1962/81; ERNEST, 1991; PONTE e MATOS, 1992/96; PONTE, OLIVEIRA, CUNHA e SEGURADO, 198), mas que não é rapidamente alcançável (POLYA, 1962/81; ERNEST 1991).

Para Polya (1962/81) o principal objetivo da Matemática escolar é ensinar os alunos a pensar, desenvolvendo a sua capacidade de utilização da informação transmitida e realçando o *Know-how*, as atitudes e os hábitos de pensamentos desejáveis. Esse pensamento, que deve ser produtivo e ter um objetivo, é identificado como sendo uma aproximação à resolução de problemas e, deste modo, um dos principais objetivos do currículo da Matemática é “desenvolver nos alunos a capacidade de resolver problemas” (POLYA, 1962/81, p. 100).

Para Ernest (1996), os conceitos de problema e investigação estão ambos relacionados com a inquirição, entendida como um processo ou atitude de questionar, matemática. Uma definição de problema é dada por:

situação na qual um indivíduo ou um grupo é chamado a realizar uma tarefa para a qual não há um algoritmo imediatamente acessível que determine completamente o método de solução... Deve-se acrescentar que se supõe um desejo por parte do indivíduo ou do grupo para realizar a tarefa (LESTER apud ERNEST, 1996, p.29).

Podemos perceber esta idéia nos registros dos alunos participantes desta pesquisa: *Para resolvermos um problema, precisamos querer resolvê-lo (A.; L. e T., 2006).*

Ainda, se referindo a um problema os alunos definem como:

*Situação que apresenta um desafio a ser solucionado. Porém, para alguns não apresenta uma dificuldade, pois depende do grau de conhecimento da pessoa. (J. e N., 2006).*

Em Ernest (1998, p.30) encontramos a resolução de problemas como uma “atividade de procura de um caminho de uma resposta” e esse “processo não pode pressupor uma resposta única, pois uma questão pode ter múltiplas soluções, ou nenhuma”. Isso também se verifica nos depoimentos de alunos participantes deste estudo:

*São desafios a serem resolvidos. Podem estar em diferentes situações e podem ser resolvidos de diferentes maneiras... (A e J, 2006).*

Mason (1998, p.78), argumenta que o termo “resolução de problemas de resposta aberta” foi utilizado por algum tempo para definir as investigações matemáticas, como assinalado anteriormente. Nesse sentido, a resolução de problemas de resposta aberta exige raciocínio das pessoas perante uma determinada situação, ou seja, é preciso que a pessoa ou o resolvidor tenha energia necessária “para colocar tom de voz apropriado” e essa “energia da pessoa pode ser transformada, através da presença de uma questão e de uma curiosidade ou desejos naturais de entender e compreender o mundo, numa força no seu interior. A abertura é uma qualidade das pessoas” (Ibidem).

Ponte e Matos (1988, p.19-20) entendem que as investigações matemáticas e a resolução de problemas têm aspectos comuns entre si, pois ambas envolvem processos de raciocínio complexos e necessitam de criatividade por parte do aluno. Porém, diferem em alguns pontos e processos característicos: as investigações têm sua problemática muito menos definida e requer que o aluno, no decorrer da atividade, torne esta problemática inicial uma nova fonte de

formulação de problemas; e a resolução de problemas exige do aluno a tarefa de tornar a questão mais precisa.

Mesmo em Polya (1962/81) forte defensor da resolução de problemas encontramos, de certo modo, uma alusão ao trabalho de investigação. Este autor refere que o ensino da Matemática deve possibilitar aos alunos a realização de trabalho criativo independente, e que o professor poderá propiciar aos alunos algum trabalho de investigação através de problemas apropriados. Estes problemas classificados por “problemas de investigação”, caracterizam-se por (i) o aluno pode formular, ou participar na formulação do problema, (ii) sugerir outros problemas desafiantes e (iii) colocar a observação, conjecturas e argumentos indutivos.

Estas características apontadas por Polya (1962/81) aos problemas de investigação são compartilhadas por diversos autores, entre eles: Ponte e Matos (1992/96); Oliveira, Segurado e Ponte (1996); Ponte, Oliveira, Cunha e Segurado (1998).

Desse modo, entendo que as investigações são tarefas que devem a partir de uma problemática inicial, possibilitar a formulação de novas questões, desafiadoras e que surgem a partir da observação e da curiosidade dos envolvidos devendo o professor ou os próprios alunos serem, ao mesmo tempo, orientadores e mediadores deste processo de resolução que se desencadeia a partir das novas questões.

Acrescento que o surgimento de perguntas ou conjecturas, que certamente contribuem para o avanço da aprendizagem por parte dos alunos, depende das atitudes pedagógicas que o professor escolher de modo que se encaixem de forma a organizar o conteúdo proposto para o trabalho.

Para Porfírio e Oliveira (1999), investigar é um tipo de atividade em que estão envolvidas características, tais como a descoberta, exploração, pesquisa, autonomia, tomada de decisões e espírito crítico. Brunheira e Fonseca (1998) consideram que a investigação é uma viagem ao desconhecido.

Temos também que tanto para a resolução de problemas como para as tarefas de investigação, como bem observou Ernest (1991), é necessário que os envolvidos nestes trabalhos assumam o desejo de realizar a tarefa.



Novamente trago relato dos alunos participantes desta pesquisa que apontam para esse envolvimento.

*Aprofundamento voluntário em um assunto e/ou situação. (A. e M., 2006)*

*É o caminho para chegar a resolução do problema. Isso depende da pessoa pois ela tem que querer resolver o problema. (A.; L. e T., 2006.*

As investigações por apresentarem-se em caráter aberto, proporcionam ao aluno ou grupo de alunos, um encaminhamento em várias direções. O objetivo das investigações é o de explorar terrenos desconhecidos propiciando oportunidades de discussão e descoberta.

Sendo assim, as atividades de investigação podem ser aplicadas em qualquer fase de desenvolvimento de um conteúdo, possibilitando ao aluno que através da utilização de seus conhecimentos conceituais possa desenvolver estratégias e formular possibilidades de demonstração de conjecturas, levando-o a tomar consciência do conteúdo assimilado ou a envolver-se com novos conceitos, na medida em que os trabalhos avancem, quer sejam individualmente, em pequenos grupos ou em situações dialogadas da sala de aula.

Os programas oficiais fazem claras referências a uma necessidade de mudança de postura na educação, como já citado anteriormente. Essa necessidade vem provocando muitos trabalhos que buscam refletir em torno dos dilemas e das dificuldades que os professores enfrentam no seu dia-a-dia na tentativa de promover um ensino consistente.

A reflexão aqui proposta nos permite observar que resolução de problemas, situação-problema, investigações não deixam de ser apenas palavras e como observa Schoenfeld sobre a obra Alice no País das Maravilhas, na sua versão cinematográfica, quando a protagonista alega estar confusa com o uso das palavras, seu interlocutor, esclarece: “Palavras significam aquilo que eu quero que elas signifiquem, rapariga – nada mais, nada menos” (SCHOENFELD apud ABRANTES, LEAL, PONTE, 1996, p.61).

Essa situação se assemelha ao que observamos com estas designações para o trabalho em matemática. Também verificamos que tanto na concepção de

alguns autores como nos programas curriculares de diversos países, como indicado por Ponte et al. (2003) inclusive o nosso, estas designações se misturam tornando-se muito próximas e se completam fazendo-se semelhantes.

Nas duas estratégias de trabalho serão encontrados resultados positivos. Não bastam as boas tarefas, quer sejam de investigação ou de resolução de problemas. O ambiente de sala de aula apresenta-se de forma complexa e mutável. Ele pode variar de aluno para aluno ou de turma para turma, portanto, a escolha de tarefas que propiciem a criação de um ambiente dinâmico que envolva a maioria e que possa oferecer aos alunos a oportunidade da descoberta deverá conduzi-los a um novo sentimento: o de autor de suas idéias matemáticas. Dessa forma, há um prazer pelo aprendizado e conseqüente, pelo aprendizado matemático.

Na realização de tarefas, quer sejam de investigação ou de resolução de problemas que favorecem esta nova situação, por diversas vezes encontramos o aluno ao final de uma descoberta, exclamar: *Isso é mágica!* Demonstrando claramente satisfação pelo sentimento que experimenta.

Para a escolha entre estas ou quaisquer outras estratégias é necessário que o professor reveja quais conhecimentos conceituais e procedimentais possui e como combiná-los a fim de obter sucesso.

É preciso também que o professor se reveja, compreendendo que o seu conhecimento, sua maneira de ver e fazer matemática difere da forma como seus alunos a entendem. Ele ainda precisa controlar a ansiedade e expectativa, pois o seu papel é decisivo para a compreensão dos processos de pensamento de seus alunos.

Ainda, com observação em trabalhos realizados, nas leituras de pesquisas feitas sobre o trabalho com as investigações em sala de aula e, sobretudo no depoimento de alunos, acrescento que o trabalho do professor de matemática com uma abordagem baseada em tarefas de investigação propicia uma mudança no ambiente de sala de aula e nos protagonistas deste tipo de trabalho. No entanto, não se trata de uma mudança que ocorre durante a atividade e que é ocasionada pela própria realização da tarefa, mas sim de uma mudança que implica em rever valores e crenças, por parte do professor e dos alunos, sobre a idéia que se tem de

uma aula de Matemática. Ao final de uma seqüência de trabalhos sob esta abordagem investigativa estas mudanças passam a fazer parte deles e são assimiladas como uma nova postura de trabalho, tanto para o professor quanto para os alunos.

Resumidamente, o trabalho com caráter investigativo, independente do nome com que se apresente - resolução de problemas ou investigações matemáticas – é uma proposta de trabalho que possibilita ao aluno: criar, conjecturar, questionar, provar, deduzir, argumentar. Estas propostas apóiam-se nas pesquisas que trazem os estudos realizados por professores sobre o tema ou ainda nos programas curriculares que orientam para o trabalho com esta perspectiva investigativa. Alguns dos motivos: este tem se tornado um ambiente promissor tanto para os alunos quanto para o professor, pois possibilita uma democratização da matemática, colocando-a como uma disciplina acessível para todos e se revelando como promotora de autonomia; também oferece um ambiente epistemológico em que se produz conhecimento, provocando uma nova maneira de agir e pensar a matemática; e, finalmente, a mudança de postura por parte dos protagonistas deste cenário.

### **PARTE III – OS SABERES TRANSFORMADOS E CONSTRUÍDOS em aulas investigativas quando se pesquisa a própria prática**

#### **4. Dos Dados à Reflexão Na e SOBRE A AÇÃO: Um processo de Re-construção Pessoal e Profissional**

A análise dos dados começou antes mesmo de terminar a coleta dos mesmos. De fato, as leituras e discussões realizadas durante e após os encontros no GdS, a reflexão ao final de cada aula, como professora da turma, a elaboração das narrativas para serem utilizadas como diário de campo, podem ser considerados os primeiros ensaios da análise que compõem os dados desta investigação.

A procura e o engajamento no GdS foi um marco decisivo nesse processo de busca e mudança de postura profissional. Foi neste grupo que tomei conhecimento do trabalho com investigações nas aulas de matemática e, mais ainda, foi também nesse grupo, motivada por uma de suas integrantes, que escrevi a minha primeira narrativa. Esta narrativa foi produzida num momento em que o GdS coletava material – narrativas produzidas pelos professores que o integravam - com o objetivo de publicá-las em um livro que tinha, de partida, dois objetivos: o primeiro era documentar e tornar público os encontros e discussões do Grupo; o segundo – oferecer aos professores, de maneira geral, uma literatura orientada para a prática cotidiana em que o professor-leitor pudesse se identificar com as histórias narradas.

Embora a exposição que a escrita provoca me amedrontasse muito, decidi arriscar e cedi aos insistentes pedidos da colega, produzindo assim, a minha primeira narrativa - *Se inscrever é colocar dentro, então o errado é que está certo.*<sup>10</sup> A aula que a motivou se desenvolveu a partir da minha curiosidade em saber como os alunos resolveriam um problema sobre ângulo inscrito.

Nesse sentido, tornou-se pertinente evocar esses momentos ao iniciar a etapa de análise e interpretação dos dados que compõem essa dissertação.

---

<sup>10</sup> Esta narrativa é parte integrante do livro *Histórias de Aulas de Matemática: compartilhando saberes profissionais*. Publicação do Grupo de Sábado – 2003.

Procurar posicionar-me como uma pesquisadora que vai, de fora para dentro, olhando para a própria trajetória de formação docente e tentar compreender como fui me constituindo e (re) constituindo-me profissionalmente em pensamento, ações e saberes.

Revi a minha caminhada, as minhas buscas e a minha inquietação com o modelo de formação que conhecia e que seguia. Olhei para o grupo de estudos ao qual me juntei e para as experiências ali vividas como um importante componente de formação e transformação.

Também procurei compreender como, nesse processo, fui reconhecendo os meus limites como professora, ultrapassando barreiras, superando as posturas assumidas e finalmente, como fui me transformando enquanto confrontava as experiências consolidadas com as novas experiências vividas.

Para uma descrição dessa análise, utilizei os relatórios das tarefas escritos pelos alunos, recortes ou fragmentos das transcrições dos registros de áudio dos grupos escolhidos durante a realização da tarefa e as notas constantes das narrativas que serviram como diário de campo e que foram auxiliares importantes neste processo.

As reflexões e análises realizadas procuram focar os três eixos escolhidos para categorização, que são: o papel da professora nas intervenções/mediações realizadas, autonomia do aluno frente à matemática identificada nas participações em sala de aula e as aulas de investigação como um espaço epistemológico de produção de conhecimento

**No primeiro eixo** procuro discutir a relação do professor e do aluno com as tarefas exploratório-investigativas, apontando para o importante papel que o professor ocupa e na interação que ocorre entre alunos e professor neste modelo de trabalho.

Tradicionalmente o ensino da matemática tem sido realizado com o professor passando as regras e técnicas para resolução de problemas e/ou exercícios; alunos, sentados, escutam e tentam reproduzir o conteúdo da forma mais competente possível.

As últimas décadas têm apresentado mudanças significativas nesse modelo escolar e o professor tem adotado uma postura baseada em questionamentos. Esta é típica do trabalho investigativo, sobre o que significa aprender matemática e difere muito da convencional, altera drasticamente os papéis que o professor e os alunos desempenham (OLIVEIRA, 2004).

Para cumprir com esta proposta investigativa, o professor com a sua intervenção/mediação deve orientar e conduzir as tarefas de investigação para que estas obtenham sucesso. O professor precisa transitar entre as questões: Quando? Por quê? Como intervir? De maneira que sua intervenção/mediação seja equilibrada. Nem demasiada nem insuficiente. Este é o enfoque que será dado nas análises que mais adiante apresentarei.

**No segundo eixo** procuro compreender como os alunos se envolvem com este tipo de tarefa - as investigações nas aulas de matemática - que se apresenta com uma proposta de caráter “aberto”, possibilitam um novo olhar para o fazer matemática e também oferecem a todos os alunos oportunidades para que possam apresentar as suas próprias descobertas, ou seja, dá-lhes autonomia no fazer e pensar matemática.

Esclareço que as tarefas propostas, bem como as análises realizadas e aqui apresentadas foram recortes de aulas, realizados em escolas das redes pública e particular de Campinas, sendo que nesta segunda já se trabalhava com uma abordagem exploratório-investigativa.

Os estudos sobre o trabalho investigativo apontam que a autonomia adquirida pelo aluno deve ser verificada numa perspectiva de longo prazo. Também mostram que a capacidade investigativa que conduz a essa autonomia matemática do aluno, desenvolve-se de forma lenta e progressiva a partir de uma seqüência de trabalhos nessa perspectiva (OLIVEIRA, 2004).

**No terceiro eixo** busco identificar, nos fragmentos das transcrições das audiografações e nos registros realizados pelos alunos, as questões que se apresentaram envolvendo conceitos epistemológicos da matemática.

A perspectiva de investigação presente nas aulas de carácter exploratório-investigativa coloca a matemática como "uma forma de gerar conhecimento e não como um corpo de conhecimentos" (OLIVEIRA, SEGURADO e PONTE, 1999, p.175).

Cunha (2000) enfatiza que o professor deve considerar os conhecimentos que seus alunos já possuem e o que esses conhecimentos lhe permitem fazer no âmbito da resolução de tarefas investigativas. Referindo-se aos indicadores do NCTM (1994) ela ressalta que o professor precisa ficar atento a áreas do conhecimento em que será necessário desenvolver o trabalho, de modo a permitir o crescimento e o desenvolvimento das capacidades intelectuais e de raciocínio de seus alunos.

Subjacente às potencialidades das investigações na aprendizagem da Matemática está uma outra visão do conhecimento matemático: a visão evolutiva ou falibilista. Os alunos, ao testarem as suas conjecturas e durante o processo de elaboração das suas provas, têm a oportunidade de aproximarem o seu trabalho do trabalho do matemático. Apercebem-se de que os caminhos são vários, os resultados podem ou não surgir e ser ou não válidos, e que a existência de soluções depende de caso para caso. Alguns caminhos seguidos poderão não conduzir a nenhuma solução ou, pelo contrário, levar a várias soluções para uma mesma questão inicial (CUNHA, 2000 p. 4).

#### **4.1. O papel da professora na Mediação/Intervenção realizada**

O homem não tem acesso direto aos objetos, mas acesso imediato, através de recortes do real, operados pelos sistemas simbólicos de que dispõe, portanto, enfatiza a construção do conhecimento como uma interação mediada por várias relações, ou seja, o conhecimento não está sendo visto como uma ação do sujeito sobre a realidade, assim como no construtivismo, e sim pela mediação feita por outros sujeitos. Este processo foi denominado por Vygotsky de mediação cognitiva.

Para Oliveira (1997, p.62), a “intervenção de outras pessoas – que no caso da escola são o professor e os demais alunos – é fundamental para a promoção do desenvolvimento do indivíduo”.

Sendo assim, é importante questionar: o quê, para quê e como perguntar? Primeiramente é preciso levar em consideração que a mediação do professor se dá quando oportuniza ao aluno criar seu próprio projeto de trabalho, a partir de uma indagação inicial e não quando apresenta seu próprio projeto de ensino. Cabe ao professor, portanto, oferecer espaços e situações de aprendizagem que permitam aos alunos construir conceitos sem a preocupação em classificá-los por disciplinas, mas ao contrário, perceber o todo, estabelecer relações significativas entre conhecimentos, expressar seu pensamento, registrar e publicar o que descobrem, partilhando suas idéias com outros sujeitos.

Nos trabalhos propostos que partem do interesse do aluno, como é o caso das investigações matemáticas, é importante salientar o papel da intervenção do professor. A intervenção/mediação do professor visa qualificar o trabalho do aluno e, ao mesmo tempo, possibilitar ao professor uma aproximação do pensamento do aluno, o que favorece sua compreensão para a maneira como o aluno está construindo seus conhecimentos. Dessa forma, pode-se compreender a mediação/intervenção por meio do tipo de pergunta que o professor faz ao aluno ao longo das atividades de resolução da tarefa investigativa proposta. As perguntas podem ser: exploratórias, explicativas, de contraposição e de redes conceituais.

Com o objetivo de analisar a mediação/intervenção realizada, definindo assim o papel da professora/pesquisadora procurando evidenciar a mudança que se processa na prática, a partir do trabalho e da reflexão sobre as tarefas de investigação - apresento fragmentos extraídos dos diálogos ocorridos durante a realização das tarefas exploratório-investigativas ou mesmo dos que se apresentam nas narrativas compostas, as quais serviram de diários de campo.

Os fragmentos que serão apresentados foram recolhidos ao longo de um período de cinco anos, (2002 – 2007), período em que iniciei o meu trabalho com as investigações matemáticas.

Quando propus a tarefa (Figura 10) tinha por objetivo principal identificar os conhecimentos prévios dos alunos com relação a números e conjuntos numéricos.



Também pretendia que os alunos se envolvessem com a tarefa e que com intervenções provocativas, minhas ou dos próprios colegas, ampliassem esses conceitos.

Neste sentido, a proposta de trabalho provou ser adequada para o início do ano letivo e, de certa forma, introduziria um novo modelo de trabalho e apresentaria uma nova postura para a aula de matemática.

À medida que os alunos passaram à leitura das instruções que a tarefa continha começaram as perguntas. A mais freqüente: - *Professora, o que é para fazer?*

Reitero o direcionamento para a turma toda, mas a pergunta continua. Torno a explicar, desta vez para cada grupo, em particular.

Como já assinalado, as propostas de investigação têm um caráter aberto, o que, de início, provoca incertezas quanto ao que fazer, ao mesmo tempo em que oportuniza diferentes direcionamentos dependendo da interpretação que o aluno ou o grupo de alunos faz. É esta interpretação, a responsável pela atividade e conseqüente condução dos trabalhos. Por parte do professor, há necessidade de intervenções neste momento da interpretação para que esta não gere atividades muito diversas ou, ainda, nenhuma atividade conforme a disposição ou o entendimento do aluno.

#### A TAREFA

1. Considere o seguinte conjunto formado por figuras geométricas:

Números Quadrados

Números Cúbicos

Números Triangulares

Individualmente:

- a) Desenhe outros três elementos pertencentes ao conjunto;
- b) Represente os elementos desse conjunto utilizando números naturais;
- c) Organize em ordem crescente os dez primeiros elementos do conjunto, formando uma seqüência;
- d) Descubra o número natural relativo ao vigésimo quinto termo dessa seqüência;
- e) Explique como descobrir se um número (figura) pertence ou não a essa (e) seqüência (conjunto);

*Parte da Tarefa sobre Conjuntos Numéricos apresentada no Quadro 4 (p. 24-26).*

A seguir, trago alguns trechos do diálogo mantido pelos alunos na tentativa de responder ao item (e) da tarefa proposta, com o objetivo de apresentar o movimento dessa aula:

L-1 (M) número triangular

L-2 (T) é o número vezes a posição dele, não era..... era o número vezes a metade da posição dele..

L-3 (G) eu anotei, eu anotei, é assim o... é a metade da posição que ele tá...

L-4 (G) não, é a metade da posição, isso (J) mais metade da posição (G) vezes a posição mais a metade dela.

L-5 (J) Nossa!. Não é o número vezes metade da posição mais metade da posição

L-6 (G) eu escrevi, olha, lê aí

(Parte da transcrição das gravações realizadas em áudio durante a realização da tarefa sobre Conjuntos Numéricos – 2007).

Apesar das incertezas sobre o que e como era para fazer, os alunos buscam uma forma de generalizar o que observaram, fazendo assim relações entre o número e a posição que ele ocupa na seqüência.

Nesta primeira análise, posso constatar que, tanto a tarefa como a sua atividade, mostraram-se adequadas no sentido de fazer emergir não só os conhecimentos que estes alunos trazem mas também algumas competências, entre elas: generalizar e relacionar.

Constatei ainda que, para promover o envolvimento dos alunos com este tipo de tarefa, o professor precisa criar um ambiente em que todos os alunos se sintam à vontade para apresentar suas descobertas, assim como se colocar contra as idéias de outros tornando este momento, um momento de construção. O aluno que pretende se contrapor à idéia de outro deve perceber que sua linguagem, a clareza na exposição de suas idéias é fundamental para que consiga argumentar de forma consistente.

#### A TAREFA

3. Considere os seguintes números:

Números Inteiros

Números Decimais

Números em Forma de Fração

Individualmente:

a) Desenhe outros três elementos pertencentes ao conjunto;

- b) Se possível, obedecendo a um padrão, crie representações geométricas para os elementos do conjunto;
- c) Organize em ordem crescente os dez primeiros elementos do conjunto, formando uma seqüência;
- d) Tente descobrir o número relativo ao décimo termo dessa seqüência;
- e) Explique como descobrir se um número (figura) pertence ou não a essa (e) seqüência (conjunto);

*Parte da Tarefa sobre Conjuntos Numéricos*

A seguir, apresento um diálogo entre professora/pesquisadora e alunos de uma 8<sup>a</sup>. série:

L-1. (M): *todo número tem a forma de fração, por exemplo, 21, embaixo do 21, é 1, não aparece mas é o 1.*

L-2. (J): *é, por exemplo, 15 sobre 1 é o quinze, 20 sobre 2 é dez, todo número é fracionário*

L-3. (M): *não é? Mesmo não vendo aqui embaixo tem sempre 1*

L-4. (G) e (J): *verdade, todo número é fracionário*

L-5. (J) *Graça, Graça, aqui ó, para descobrir números fracionários, como é que faz, todos são, não são?*

L-6. (M) *Todos são fracionários*

L-7. *Profa. Todos são fracionários? 20 sobre 1 é?... , então todos os números que você conhece são fracionários?*

L-8. (J):*exceto com vírgula*

L-9. *Profa.: Exceto número com virgula?*

L-10. (G): *tem número com vírgula também.*

L-11. *Profa. Tem número com vírgula também? Fala um pra mim, um que seja, com vírgula, e que se possa escrever na forma de fração?*

L-12. (G): *1 sobre 10*

L-13. *Profa. 1 sobre 10 está na forma de fração, esse número pode ser escrito na forma decimal?*

L-14. (M e G): *Pode.*

L-15. *Profa. Como é que ele fica?*

L-16. (M e G): *0,1, 1 décimo.*

L-17. *Profa. Ele fica um décimo. Então, a forma decimal e a forma fracionária são parecidas. É isso? O que há de diferente entre elas?*

L-18. (J): *só a escrita.*

L-19. *Profa. Só a escrita . Elas representam o mesmo número?*

L-20. (M) *sim*

L-21. *Prof. Então, o que tem de diferente nelas é só a escrita?.*

- L-22. Prof. a pergunta é. Todo número pode ser escrito na forma decimal?.
- L-23. (M) Pode, por exemplo, tem o número 30, mesmo que não apareça, tem o 1 aqui embaixo
- L-24. Prof. Mesmo que não apareça... (aluno fala baixinho). O que você falou? Dízima, escreva uma dízima para que a gente possa pensar sobre ela.
- L-25. (G) 0,3333...
- L-26. Prof. Tá, 0,333... que é uma dízima, portanto é um número infinito, mas é um infinito que a gente conhece, não é?
- L-27. (G) É.
- L-28. Prof. Por que conhecemos qualquer casa decimal, não é isso?
- L-29. (G) É, vai ser 3.
- L-30. Prof. Tem alguma maneira de eu escrever uma divisão, um número fracionário que resulte nessa dízima?
- L-31. (J) Tem.
- L-32. Prof. Tem. Qual é?
- L-33. (T) 1 sobre 3
- L-34. Prof. 1 sobre 3, se eu fizer essa divisão eu vou conseguir 0,3333...? Então, esse número pode ser escrito na forma de fração. Tem algum outro número que vocês conheçam que não poderia ser escrito na forma de fração, ou vocês.....
- L-35. (G) tem. Aquelas dízimas em que os números não se repetem.
- L-36. (M e J) é, não repete.
- L-37. Prof. vocês podem colocar isso... esse número não pode ser na forma de fração. E por que eu não posso escrever na forma de fração?
- L-38. (J) Porque cada um, cada casa decimal, eu tenho que calcular de novo.
- L-39. Prof. Não se conhece o número todo, é isso? Cada nova casa decimal eu preciso calcular novamente? São números que não podem ser escritos na forma de fração, é isso?.
- L-40. (J) todos podem exceto as dízimas que não se repetem....
- L-41. Prof. A parte decimal, não se repete?
- L-42. Um aluno tentando encontrar uma solução para a questão colocada escreve o número 0,55555...e mostra para o grupo.
- L-43. Prof. (perguntando para esse aluno apenas). Para a parte que se repetiu, você colocou?
- L-44. (G) nove.
- L-45. O aluno escreve  $\frac{5}{9}$

(Parte da transcrição das gravações realizadas em áudio durante a realização da tarefa sobre Conjuntos Numéricos – 2007).

Durante a tarefa cujo objetivo era desenvolver o pensamento matemático através da observação e análise de padrões e regularidades, envolvendo seqüências e números de diferentes conjuntos, identificamos no diálogo entre eu e os alunos momentos em que adotei o papel de mediadora, procurando dirigir a

atenção dos alunos para que revissem o conceito que possuem de número racional, procurando conduzi-los ao conceito de número irracional:

*L-7: Todos são fracionários? Tem número com vírgula também?*

*L-22: Todo número pode ser escrito na forma decimal?*

*L-39: Não se conhece o número todo, é isso? Cada nova casa decimal eu preciso calcular novamente? São números que não podem ser escritos na forma de fração, é isso?*

*L-41: A parte decimal não se repete?*

Nas questões colocadas (L-17 e L-34) há orientação para que o grupo compare as duas formas de escrita:

*L-17: Então, a forma decimal e a forma fracionária são parecidas. É isso? O que há de diferente entre elas?*

*L-34: Tem algum outro número que vocês conheçam que não poderia ser escrito na forma de fração?*

Estas intervenções evidenciam o quanto procurei contribuir com o processo mental desenvolvido pelos alunos na atividade, conduzindo-os para uma definição de número racional. Nesse momento assumi uma postura mais ativa, com a intenção de direcionar o pensamento dos alunos para o conjunto dos números irracionais.

A forma com que conduzi a mediação entre os alunos no grupo contribuiu para que eles pensassem na fração como uma divisão e, ainda, que a divisão pode ser realizada obtendo um número inteiro, um decimal finito, um decimal infinito, números que já são conhecidos dos alunos, caso das dízimas periódicas e, por fim, os números irracionais.

Por outro lado, identificamos um momento em que a falta de intervenção não conduziu os alunos para que refletissem sobre o comentário feito pelo aluno G (L-35: *Aquelas dízimas em que os números não se repetem*).

A transcrição, a leitura e re-leitura das gravações, a análise cuidadosa desse diálogo possibilitou a percepção de que durante uma aula de investigação matemática, os momentos em que a oralidade, por vezes seguida de alguns gestos, ou registros no papel ou lousa, estabelece um tipo de comunicação na aula

que precisa ser compartilhada com o coletivo. Os alunos falam ou mostram o que estão fazendo, evidenciam que há um entendimento sobre o tema tratado. Como professora, que tem como objetivo a compreensão dos conceitos intrínsecos à atividade, para que conceitos novos sejam aceitos e os antigos sedimentados. Entendo que há necessidade da divulgação, da troca, da socialização das aprendizagens ocorridas e de uma reflexão mais apurada sobre o que foi discutido em cada grupo com a turma toda.

Ponte et al. (1999, p.147) afirmam que

o professor deve estar ciente de que pelos seus atos, ou mesmo por omissão, está constantemente transmitindo informação, através da linguagem oral e não oral – de modo que intervir e não intervir são basicamente, duas formas de intervenção.

Por outro lado, a intervenção/mediação do professor nem sempre é possível, uma vez que este ao permanecer envolvido com os trabalhos de um grupo, procurando fazer as perguntas certas para conduzir-lhes o trabalho, não poderá dar atenção aos outros grupos que, por trabalharem “livremente”, podem ou não realizar avanços significativos no trabalho.

O fragmento abaixo, da mesma tarefa, chamou-me a atenção durante a transcrição das gravações. Como assinalado anteriormente, este grupo<sup>11</sup> esteve trabalhando ativamente sem a presença da professora. No entanto, a gravação revelou o envolvimento de apenas duas alunas, discutindo e registrando. Essa autonomia das alunas pode ter inibido a participação dos outros integrantes do grupo. Situação que só foi conhecida durante a transcrição das fitas e análise dos episódios.

A TAREFA

2. Considere os seguintes conjuntos formados apenas por números naturais:

Números Pares

Números Ímpares

---

<sup>11</sup> Grupo composto de 5 alunas.

Múltiplos de 3

Múltiplos de 4

Números Primos

Números Compostos

Individualmente:

- a) Descubra outros três elementos pertencentes ao conjunto;
- b) Se possível, obedecendo a um padrão, crie representações geométricas para os elementos do conjunto;
- c) Organize em ordem crescente os dez primeiros elementos do conjunto, formando uma seqüência;
- d) Descubra o número natural relativo ao vigésimo quinto termo dessa seqüência;
- e) Explique como descobrir se um número (figura) pertence ou não a essa (e) seqüência (conjunto);

*Tarefa sobre Conjuntos Numéricos*

L-1. *(la) zero é ímpar?, zero é o quê?, par ou ímpar?, acho que o zero é par, porque não é assim:, um ímpar e dois par e três ímpar? É, ímpar, par, ímpar, par, ímpar, par, ímpar par - então se 1 é ímpar o 0 é par*

L-2. *(ma) um é ímpar*

L-3. *(la) quando você vai dividir 1 por 2...*

L-4. *(ma) vai dar meio*

L-5. *(la) então, mas tem que dar um número inteiro na divisão*

L-6. *(ma) é só fazer a conta*

L-7. *(la) sim é lógico, todo número então dá pra dividir por 2.*

L-8. *... ..*

L-9. *(la) 3 não é ímpar?, 3 não é ímpar?, 3 não é ímpar? calma aí, 3 não é ímpar? e não dá pra dividir? 3 dividido por 2 dá quanto?*

L-10. *(ma) 1 e sobra 1*

L-11. *(la) então dá conta com vírgula, não pode dar resposta com vírgula, tem que dar número inteiro*

L-12. *(ma) entendi*

L-13. *(ma) então 0,6*

L-14. *(la) é par ?*

*(Parte da transcrição das gravações realizadas em áudio durante a realização da tarefa sobre Conjuntos Numéricos – 2007).*

Acrescento que atender a todos os grupos simultaneamente não é possível, e os alunos muitas vezes se sentem desanimados por minha demora. Em alguns casos, o grupo parte para outro trabalho e quando chego para atendê-los dizem não precisar mais de ajuda e que já resolveram, quando na verdade, abandonaram a investigação em curso.

A falta de minha mediação/intervenção nesse momento da discussão decorre do fato de não conseguir atender a todos os grupos durante a aula. Não houve, portanto, naquele momento, perguntas que poderiam ter sido colocadas, a fim de que os alunos refletissem sobre a idéia de número que estavam a discutir.

O fato de se questionarem sobre o zero ser par ou ímpar pode estar ligado à idéia que normalmente surge de que os números são aquilo que nos permite contar. Desse modo, o número é encarado como cardinal, ou seja, descreve a quantidade. Contudo, o número pode ser usado em sentido muito diferente, quando, por exemplo, apontamos que eram três atletas competindo (cardinal) e um deles chegou em terceiro lugar (ordinal) (CEBOLA, 2000).

Na discussão em questão (zero) minha mediação poderia ter provocado uma reflexão sobre o zero, como elemento nulo da multiplicação e neutro da adição, ou ainda, ter comparado esses diferentes significados: para a matemática (torna igual a zero) - o resultado é zero e para a língua materna - (torna igual a zero) - que não existe, sem efeito, sem utilidade ou valor, inútil - (HOUAISS, 2006).

L-1 *Profa. Você disse que todo número do tipo.... 2 vezes x(número) é par?....*

L-2 *.....respondem baixinho - É*

L-2 *(la) .... dá -4,*

L-3 *Profa. E é par, ou não?*

L-4 *(la) é par (ma e pa) eu acho que é..Se multiplico por 2 o número (resultado) é par.*

*(Parte da transcrição das gravações realizadas em áudio durante a realização da tarefa sobre Conjuntos Numéricos – 2007).*

Minha intervenção/mediação, neste momento, pode ter favorecido uma discussão inconcludente, desfavorável para o avanço no conceito de número que este grupo traz: *Zero é ímpar? Zero é o que? Par ou ímpar?* Eu poderia ter levantado novas questões que orientassem as discussões na busca de uma conclusão para números pares e provocasse o pensamento dos integrantes do grupo para que refletissem se este trabalho é válido para todo tipo de número, quero dizer, *estamos falando de qualquer conjunto numérico ou apenas do conjunto dos números naturais?*



Na transcrição das fitas, notei que propus um avanço nesse sentido, quando perguntei ao grupo se 0,6 é par? (L-1). Porém, o meu distanciamento, para atender outro grupo, pode ter ocasionado um abandono desta discussão por parte do grupo, por falta de conhecimento ou por motivação. Os alunos escolheram voltar à discussão que estavam mantendo, por se sentirem mais motivados ou mais seguros.

*L-1 Prof. Pensem um pouco nisso. O número par precisa estar escrito nessa forma comum que a gente conhece, por exemplo, se eu perguntar assim 0,6 é um número par?*

*L-2 (la) é, ele dividido por 2 vai dar 0, alguma coisa assim*

*L-3 Prof. Pensem um pouco nesses números.*

*L-4 professora sai para atender outro grupo*

*L-5 ..... discutem em tom muito baixo.*

*L-6 (la) acho que é*

*L-7 (ma) 0,6 é um número par, dá pra dividir por 2 (la) dá - (ma) dá pra multiplicar por 2 (la) dá*

*L-8 (ma) então ele é.*

*L-9 (la) se todo par dá, então por que não pode ser?*

*L-10 (ma) ímpar?*

*(Parte da transcrição das gravações realizadas em áudio durante a realização da tarefa sobre Conjuntos Numéricos – 2007).*

No fragmento seguinte, questionei sobre números quadrados e uma das integrantes respondeu rapidamente, mostrando que já têm conhecimento do assunto e que está disposta a ir adiante. A resposta apresentada aponta para um conhecimento baseado em definições já prontas, sem reflexão. As outras integrantes do grupo não discutem e se mostram muito apressadas para continuar partindo para a solicitação seguinte (L-3).

#### A TAREFA

1. Considere o seguinte conjunto formado por figuras geométricas:

Números Quadrados

Números Cúbicos

Números Triangulares

Individualmente:

a) Desenhe outros três elementos pertencentes ao conjunto;

b) Represente os elementos desse conjunto utilizando números naturais;

c) Organize em ordem crescente os dez primeiros elementos do conjunto, formando uma seqüência;

- d) Descubra o número natural relativo ao vigésimo quinto termo dessa seqüência;
- e) Explique como descobrir se um número (figura) pertence ou não a essa (e) seqüência (conjunto);

*Tarefa sobre Conjuntos Numéricos*

L-1 *Profa. Para ser um número quadrado o que é preciso?*

L-2 *(la) Que tenha raiz quadrada exata.*

L-3 *Profa. Já registraram isso?*

L-4 *Já.*

L-5 *( ) Números Cúbicos*

L-6 *(la) a gente sabe que um número é cúbico se ele tiver raiz cúbica exata*

L-7 *(la) Tipo, o 8 é número cúbico daí a gente acha a raiz cúbica, é dois, então o 8 é cúbico*

L-8 *(la) Então você fatora e em vez de pegar de dois, pega de três.*

L-9 *.....49*

L-10 *(la) é número cúbico?*

L-11 *(ma) não, por quê?*

L-12 *(la) por que não*

L-13....

L-14 *(la) e 216 é número cúbico?*

L-15 *(la, ma, pa) É, acho que é*

L-16 *(la) é lógico que é*

L-17 *(la)  $6 \times 6$  e  $36 \times 6 = 216$*

L-18 *(la) você fatora e em vez de pegar (juntar) de dois em dois pega de três*

L-19 *(pa) Hã!*

L-20 *(la) Fatora o número e em vez de pegar (juntar) de dois em dois pega de três em três, depende, veja o 27*

L-21 *(la) é lógico*

L-22 *(la) É quase igual ao quadrado*

*(Parte da transcrição das gravações realizadas em áudio durante a realização da tarefa sobre Conjuntos Numéricos – 2007).*

Na ausência de uma reflexão por parte do grupo, sobre os números quadrados, propus o registro (L-3), tentando oferecer aos alunos uma nova estratégia para que retornassem ao solicitado na tarefa. Percebe-se, contudo, que a intervenção não foi eficaz, uma vez que os alunos responderam que já o haviam realizado (L-4) e partem para a solicitação seguinte.

O grupo também responde rapidamente a questão dos números cúbicos através da raiz cúbica e da fatoração. Não realizei intervenção nessa fase do

trabalho. Esta solicitação conduz os trabalhos para o plano da execução, cumprindo as etapas de solicitação, perdendo assim, um pouco da característica investigativa.

No momento de análise posterior à transcrição e leitura dos registros penso que o que pode ter motivado essa pressa dos alunos em continuar, talvez esteja ligada ao fato de que apresentei a tarefa de uma única vez, entregando duas folhas de papel sulfite com a tarefa impressa, e disse-lhes que a realizaríamos em duas aulas. Como a tarefa é longa, com muitas solicitações, isso pode tê-los assustado em relação ao tempo de execução, provocando-os a buscarem respostas mais diretas, com pouca reflexão.

Este tipo de resposta, direta, vai sendo abandonada à medida em que os alunos avançam e se envolvem de uma maneira diferente, com o trabalho. Exemplo disso é o tempo que ficaram discutindo sobre números pares, deixando todas as outras solicitações de lado. Convém lembrar que, na tarefa, números quadrados era a primeira solicitação e, os pares, a quarta de um total de doze questões.

Neste momento de escrita, ao refletir novamente sobre as intervenções, percebo que poderiam ter ocorrido com mais frequência, poderiam ser diferentes ou até poderiam ser eliminadas em alguns momentos e, ainda, que estas decisões certamente provocariam outras respostas, outros encaminhamentos.

O professor, no entanto, precisa cuidar para não se tornar vítima desse processo de reflexão que envolve níveis elevados de auto-crítica. Nesse movimento de rever a si e a sua própria prática, também precisa lembrar-se de que a sua identidade docente foi e é constituída de

concepções, crenças, saberes, habilidades, práticas e uma alta dose de intuição que se constrói a cada dia, numa relação dialógica entre teoria e prática, entre ensino e pesquisa, entre professor e aluno, entre Matemática e Pedagogia, entre o saber, fazer e o saber ser, sem perder de vista a certeza de que a prática, por ser uma ação humana, é imperfeita (CASTRO, 2004, p.183).

Prática que necessita, a todo o momento de reflexão, revisão e reconstrução.

Esta reflexão, que promove a revisão e uma conseqüente retomada dos conteúdos, definições, regras, postulados, enfim, o avanço do conhecimento matemático sobre o assunto que se está a discutir, pode ser realizada no momento de socialização, quando todos os alunos se colocam, apontando as suas descobertas, proporcionando assim oportunidades para que o que faltou em um grupo apareça no outro. A consciência do professor sobre o seu papel, neste momento, é fundamental para a organização, seleção, formalização, retomadas e registro final.

Neste próximo fragmento, o grupo discute sobre os números triangulares.

- L-1. (la) *Você quer saber o décimo da seqüência. Você faz  $10 + 9 + 8 + 7 + 6 + 5 + 4 + 3 + 2 + 1$  e assim por diante...*
- L-2. (la) *eu tô falando do primeiro jeito, não é preguiça*
- L-3. (ma) *e se isso estivesse numa prova, você levaria a prova inteira fazendo isso?*
- L-4. (ma) *se tivesse 690 você vai fazer  $690 + 689 + \dots$  até terminar?*
- L-5. (ma) *Você perde muito tempo!.*
- L-6. (pa) *depende, se você tiver uma calculadora do lado.*
- L-7. (pa) *a gente pode usar a calculadora na prova?*
- L-8. (la) *Mas às vezes você não pode usar a calculadora e aí perde muito tempo*
- L-9. (la) *o que que a gente tinha descoberto?*
- L-10. (ma) *eu já descobri*
- L-11. (ma) *A gente pega o número, por exemplo, 25, aí a gente pega metade dele que é 12,5 soma com 0,5*
- L-12. (la) *você quer saber o quê?*
- L-13. (ma) *os números triangulares*
- L-14. (ma) *daí dá 12,5*
- L-15. (la) *Você pega o número e daí que dá 13 e daí que dá 13?*
- L-16. (la) *depois que você achou o 13 você faz o que com ele?*
- L-17. (ma) *multiplica por 25.*
- L-18. *Profa. Vocês acham que uma tabela ajudaria a perceber essa regularidade?*
- L-19. (la) *e quanto que dá  $13 \times 15$*
- L-20. (ma) *dá 325*
- L-21. *Profa. Dá pra descobrir esse número?.. o número triangular da 25ª. Posição?*

*(Parte da transcrição das gravações realizadas em áudio durante a realização da tarefa sobre Conjuntos Numéricos – 2007).*

O grupo volta a assumir uma postura de investigação, quando passa a trabalhar com este tipo de número e encontra uma maneira de descobrir números triangulares que ocupem uma posição avançada na seqüência formada por este tipo de número. A saber:

Posição do número na seqüência	Número triangular
1	1
2	3
3	6
4	10
5	15
6	21

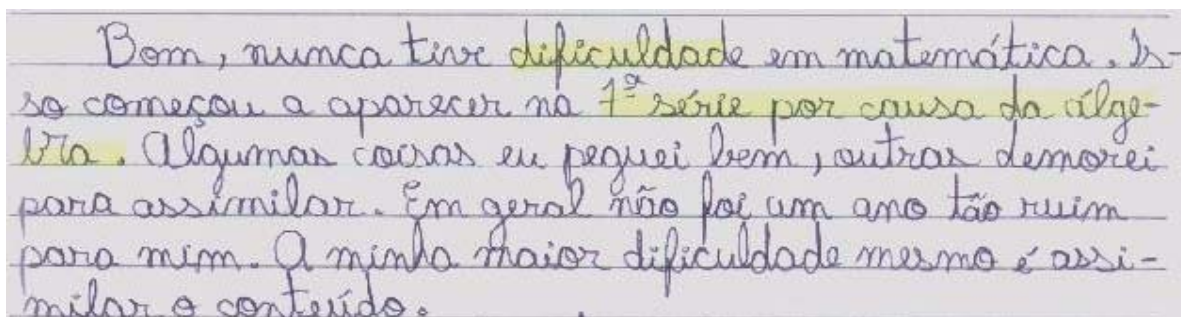
Quadro 7: Representação da seqüência dos números triangulares

A construção de uma tabela, sugerida por mim, objetivava organizar as observações realizadas pelos alunos. Eles comentam muito rapidamente e falam todos ao mesmo tempo, mostrando que aproveitam a idéia do colega para avançar com as suas, mas apresentam grande resistência em registrar essas idéias, muitas vezes não sabem mesmo como fazer para organizá-las. Neste sentido, a sugestão e orientação para a construção da tabela mostrou-se muito oportuna.

Os alunos apontam que para conhecer o número triangular basta fazer uma adição do tipo:  $4+3+2+1$  e assim encontra-se o quarto número triangular. A explicação dos alunos é oral e consensual. Falam juntos: - *Se desejamos encontrar o sétimo número triangular, fazemos  $7+6+5+4+3+2+1$ .*

No entanto, uma das integrantes mostra que na forma encontrada por eles podem ser prejudicados pelo tempo de execução que ela exige. Exemplifica: *(ma) se tivesse 690 você vai fazer  $690 + 689 + \dots$  até terminar?* (L-4). Pensam na possibilidade de uma calculadora, para agilizar, e por último colocam que se esta mesma situação estivesse numa prova não daria tempo de resolver desta maneira. Assim, começam a pensar numa alternativa para encontrar o número desejado e chegar a uma fórmula que os ajudasse a encontrar esse número rapidamente. Neste momento, chegam a comentar que é para isso que a regra (estavam se referindo a fórmulas) serve. A necessidade de *ganhar tempo* motiva-os a buscarem

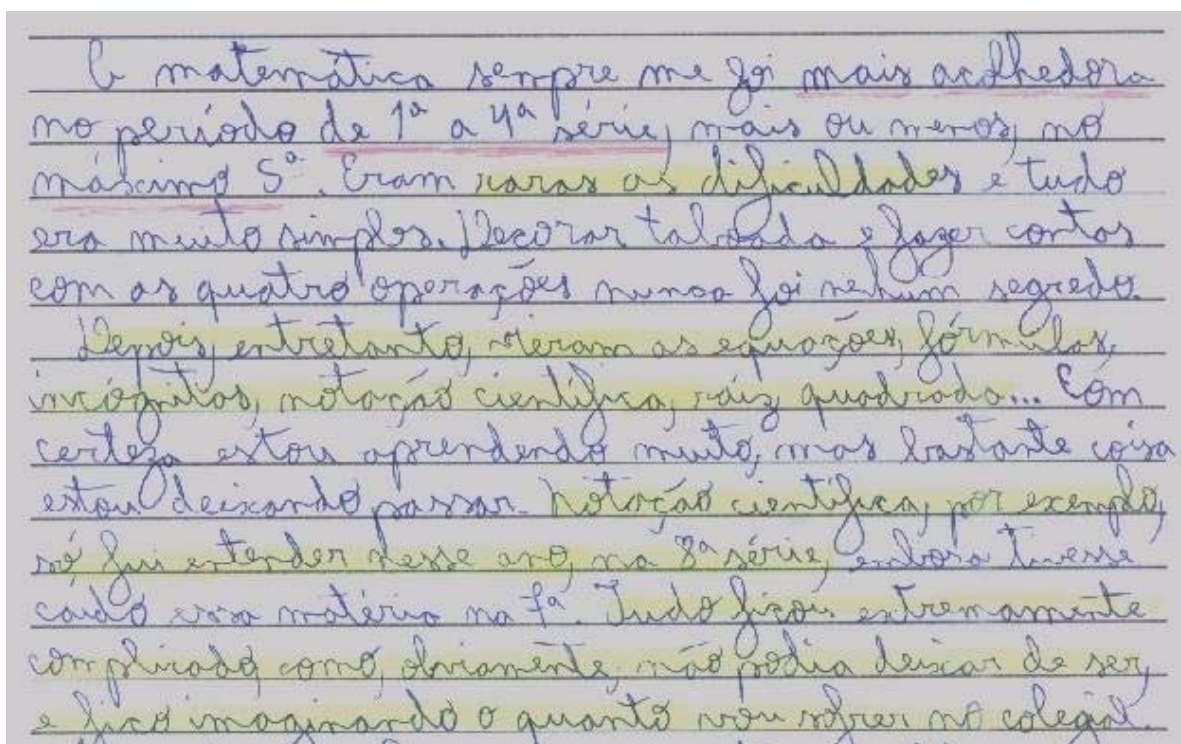
uma solução mais rápida, o que justificaria o uso de fórmulas que traz um significado para o trabalho algébrico tão angustiante para alguns alunos, a partir da 7ª série, como podemos notar nestes dois registros:



Bom, nunca tive dificuldade em matemática. Isso começou a aparecer na 1ª série por causa da álgebra. Algumas coisas eu peguei bem, outras demorei para assimilar. Em geral não foi um ano tão ruim para mim. A minha maior dificuldade mesmo é assimilar o conteúdo.

Figura 5: Registro escrito de aluno para expressar seus sentimentos com relação à Matemática.

Este registro e o seguinte foram realizados por alunos de 7ª série, no ano de 2005, a pedido da professora que desejava conhecer o sentimento dos alunos com relação à Matemática, se gostavam, se não gostavam e quando deixaram de gostar. A estratégia adotada, de escrever se gosta ou não da matemática, apresenta-se como uma forma de mediação que possibilita a explicitação de aprendizagens, de concepções, de crenças e de sentimentos.



A matemática sempre me foi mais arduosa no período de 1ª a 4ª série, mais ou menos no máximo 5ª. Eram raras as dificuldades e tudo era muito simples. Decorar tabuada e fazer contas com as quatro operações nunca foi nenhum segredo. Depois, entretanto, vieram as equações, fórmulas, incógnitas, notação científica, raiz quadrada... Com certeza estou aprendendo muito, mas bastante coisa estou deixando passar. Notação científica, por exemplo, só fui entender desse ano, na 8ª série, embora tivesse caído essa matéria na 7ª. Tudo ficou extremamente complicado como, obviamente, não podia deixar de ser e ficou imaginando o quanto vou sofrer no colegial.

Figura 6: Registro escrito de aluno para expressar seus sentimentos em relação à Matemática.

Podemos supor que muito do que os alunos expressam sobre os seus sentimentos, está relacionado à forma como a álgebra é trabalhada, sem significado para o aluno. Esta situação começa a evidenciar-se a partir da 7ª série quando há uma concentração maior do conteúdo algébrico. Nesse sentido concordamos com Imenes e Lelis (1994, p. 2) quando afirmam que:

Professores e alunos sofrem com a álgebra da 7ª série. Uns tentando explicar, outros tentando engolir técnicas de cálculo com letras que, quase sempre, são desprovidas de significados para uns e outros. Mesmo nas tais escolas de excelência, onde aparentemente os alunos de 7ª série dominam todas as técnicas, esse esforço tem poucos resultados.

Na busca de uma mudança com significado para ambos é que vejo, nas aulas de investigação, uma oportunidade genuína para isso e que aparece, muitas vezes, por necessidade, como no caso do fragmento anterior (L-4) em que o grupo precisa encontrar o vigésimo quinto elemento da seqüência de números triangulares e não queriam mais usar o método aditivo que haviam encontrado por entendê-lo agora, como inadequado.

Assim, para que os alunos organizassem o pensamento, sugeri que fizessem a tabela (Quadro 7) de forma que a visualização dela favorecesse a descoberta.

É interessante ressaltar que para este grupo de alunos, este tipo de tarefa, exploratório/investigativo, era algo totalmente novo e em muitos momentos prevaleceu a concepção de ensino centrado no professor.

Acertar esses descompassos existentes na sala de aula identificar esses momentos e procurar corrigi-los na mediação/intervenção, não é algo fácil de se conseguir. No diário de campo, sobre esta tarefa, coloco as minhas limitações em trabalhar com as turmas de 8ª série que ainda não realizaram trabalho sob a perspectiva investigativa.

*Tenho a impressão e talvez seja uma limitação minha com relação ao trabalho com as investigações, que nas séries iniciais as possibilidades de um trabalho investigativo são mais freqüentes e a postura do aluno com relação à Matemática é mais curiosa favorecendo desse modo esse tipo de trabalho.*

(Trecho de narrativa produzida para compor o documental de análise. Diário, abril de 2005).

De fato, durante o desenvolvimento dessa tarefa os alunos apresentaram algumas dificuldades, e eu também me comportei como se fosse a primeira vez<sup>12</sup> que estivesse trabalhando com este tipo de tarefa. Porém, no momento da análise dos dados coletados, vejo a importância da tarefa, de como ela foi conduzida, as expectativas presentes, a minha ansiedade e a dos alunos, se evidenciam.

Destaco que as observações oportunizadas por este tipo de trabalho investigativo, e pelas análises realizadas apresentaram conseqüências diretas sobre a minha prática, sobre o meu papel, sobre minhas reflexões e sobre o meu modo de agir, provocando-me, diariamente, uma re-elaboração dessa prática.

Busco em Freire (2002, p. 44), as palavras que tão bem traduzem este movimento diário de reflexão e de busca por uma prática melhor.

Por isso é que na formação permanente de professores, o momento fundamental é o da reflexão crítica sobre a prática. É pensando criticamente a prática de hoje ou de ontem que se pode melhorar a próxima prática.

O próximo registro (Figura 7) também foi realizado por um aluno de 7ª série, em 2007, durante o trabalho com a tarefa sobre conjuntos numéricos e, embora no início do registro ele relate que *acho que vai ficar "pior"* mais adiante demonstra um entusiasmo pelo conhecimento de alguns conteúdos que estavam sendo tratados e pela descoberta de algumas propriedades dos números. Sobre a descoberta e esse sentimento afirma Braumann (2002):

Não estamos a falar de descobertas verdadeiramente novas para o capital científico da Matemática, mas sim de descobertas novas para o capital científico do estudante. Claro que elas poderiam ter sido apresentadas como conhecimento já feito, mas ao não serem, vão permitir ao estudante

---

<sup>12</sup> Como se *Fosse a Primeira Vez* foi o título escolhido para a narrativa, diário de campo, pois era o que melhor expressava o meu sentimento com relação ao acontecido na aula em questão.



a prática (e, assim esperamos, o prazer) da investigação matemática (p. 21).

## Matemática da 7<sup>ª</sup> série

No fim do ano passado, comecei a pensar como seria a matemática deste ano, já que é a matéria com que mais me identifico. Imaginava que seria muito difícil, mas percebi o contrário (embora acho que vou ficar "pior")

As matérias deste ano foram coisas que sabíamos apenas o que eram, e agora descobrimos como desenvolvê-las. Os números primos, por exemplo, são divisíveis por um e por ele mesmo, mas esta matéria agora envolve fatoração (para formar um número por multiplicações de primos) e até divisão (para descobrir se um número é primo). O MMC era calculado de forma extensa, principalmente para números grande, e aprendemos a utilizar regras (como o MMC de primos e suas multiplicações) e a fazer as fatorações. Os números quadrados, triangulares e cúbicos, saímos da ideia de que "formam figuras" e descobrimos propriedades delas quanto a posição e diversas regras (por nós descobertos em um trabalho). Aprendemos também a identificar pares e ímpares, e relacionar a posição.

Figura 7: Registro escrito de aluno expressando seus sentimentos em relação à Matemática

Nos próximos registros os alunos manifestam um certo receio no início do ano, acreditando que encontrarão dificuldade com a Matemática e com o ritmo dos trabalhos. Em seguida, apresentam interesse e prazer pela descoberta. Estes depoimentos foram colhidos após o trabalho com a tarefa sobre números.

Na 7<sup>ª</sup> série, eu esperava que as matérias fossem mais complicadas, mais difíceis de entender. Achei que teria uma certa dificuldade de me adaptar ao ritmo mais acelerado. <sup>Meu</sup> ~~meu~~ interesse aumentou quando descobri que havia diferentes formas de identificar padrões, números primos, quadrados, triangulares. Um exemplo disso é o mínimo múltiplo comum (m.m.c.), que eu pensava que não havia formas diferentes de

Figura 8: Registro escrito do aluno com relação ao seu aprendizado matemático.

no início

No início do ano, fiquei um pouco **com medo**, pois no final do ano passado fiquei de recuperação de matemática do 3º trimestre.

Nesses dias estou mais calma, pois percebi que não é tão difícil quanto imaginava que fosse, em matemática **aprendi muitas coisas**!

Ex:

numeros cúbicos:  $\{1, 8, 27, \dots\}$

numeros triangulares  $\{1, 3, 6, \dots\}$

numeros quadrados  $\{1, 4, 9, \dots\}$

numeros Primos:

Até 100 - 2, 3, 5, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, 53, 59, 61, 67, 71, 73, 79, 83, 89, 97, 100

Figura 9: Registro escrito do aluno com relação ao seu aprendizado matemático.

A seguir apresento uma análise do episódio de aula que envolve o exercício:

Observe a seqüência:

$$3 \times 37 = 111 \quad 6 \times 37 = 222 \quad 9 \times 37 = 333 \quad 12 \times 37 = 444$$

- e) Efetue as duas próximas multiplicações da seqüência.
- f) Efetue  $27 \times 37$  e depois  $30 \times 37$ .
- g) Em relação ao ritmo da seqüência, o que você notou na segunda conta do item b)?
- h) Copie e complete sem efetuar os cálculos:
- $$21 \times 37 = ? \quad 3 \times 9 \times 37 = ? \quad 888 : 37 = ?$$

Quadro 8: Proposta de trabalho retirada do livro didático *Matemática para Todos – 5ª. Série* (IMENES e LELLIS, 2002 p.83)

Esta aula foi planejada para correção de exercícios, ou seja, com uma proposta mais expositiva. Contudo, durante a sua realização, ela assume um caráter exploratório-investigativo devido à participação dos alunos e ao redirecionamento que fiz. Trago para discussão qual o papel desempenhado pela mediação/intervenção do professor nessa postura assumida.

É importante destacar que não será possível desenvolver em todas as aulas tarefas com caráter exploratório/investigativo, tendo em vista os motivos já discutidos anteriormente. No entanto,

..., isto não significa que o professor não possa expor conteúdos ou promover domínio de rotinas e técnicas matemáticas relevantes, mas, ao contrário, que o seu estilo seja inquiridor, que seja investigativo, mesmo quando não propõe investigações formalmente, que faça mais perguntas e dê menos respostas – sobretudo, que dê menos respostas a perguntas que os alunos não fazem! (OLIVEIRA, 2004,p. 209)

A aula foi realizada junto a uma turma de 5ª série, que contava com 29 alunos organizados em duplas e um trio.

O exercício como está proposto no livro didático<sup>13</sup> já oferece aos alunos uma oportunidade de avanço, uma vez que, para resolvê-lo, o aluno deve fazer observações sobre as multiplicações propostas, os termos da seqüência e outras regularidades.

Ao questionar os alunos sobre as observações que haviam realizado, percebi nas respostas dadas que poderíamos avançar para além do conteúdo que estávamos tratando.

Este foi um momento de grande tumulto. Os alunos ficaram muito envolvidos com as perguntas e todos queriam falar ao mesmo tempo; sentiam-se muito à vontade para expor suas idéias. Como nesta fase escolar, alguns poucos se intimidam com a possibilidade do erro, foram muitas as respostas obtidas.

Na leitura de meus registros reflexivos, encontro um relato no qual expressei esses sentimentos de euforia por parte dos alunos e, da minha parte, que tentava conter todo o entusiasmo.

---

<sup>13</sup> Matemática para Todos – 5ª. série – Editora Scipione - Luiz Márcio Imenes e Marcelo Lellis – 2007.

*Procurei aproveitar o interesse que a turma apresentou pelo exercício e ofereci a possibilidade exploratória. Procurei incentivar a participação de todos os alunos e inibir um pouco a participação dos que são mais exaltados para dar vez aos outros, sem contudo, desanimá-los.*

*(Trecho de narrativa produzida para compor o documental de análise. Diário, abril de 2005).*

Desse modo, mudei o curso da aula, colocando questões, do tipo:

*L-1. O que vocês notaram de diferente neste trabalho?*

*L-2. Será que este fato acontece com outros números?*

*L-3. Há alguma curiosidade com os fatores destas multiplicações?*

Ao mesmo tempo em que perguntava também registrava, na lousa, as respostas obtidas, para assegurar que tudo fosse colocado para discussão.

Entendo que não criei uma tarefa de investigação, mas proporcionei uma mudança no curso da aula de tal forma que esta passou a ter um caráter exploratório. Atribuo esta postura ao fato de já ter realizado algumas tarefas de investigação antes deste momento e percebo o meu olhar e a minha postura em sala de aula diferente, desde então.

Segundo os autores, Oliveira, Ponte, Matos e Brunheira (2000), ser capaz de construir ou adaptar situações de investigação é muito mais complexo do que parece à primeira vista e exige uma certa “agilidade” matemática por parte do professor. Acredito que esta “agilidade” possa ser desenvolvida depois de alguns trabalhos com tarefas de investigação. Também é necessário um conhecimento das potencialidades e dos interesses dos alunos.

Destaco ainda que o conhecimento dos professores influencia e determina o modo como ensinam e o modo como encaram a aprendizagem. Oliveira (1993, apud CUNHA, 2000) aponta que os professores necessitam de um conhecimento profundo da disciplina, pois só assim saberão estruturar o ensino de forma a possibilitar a aprendizagem dos alunos (p. 75).

Acrescento que, o conhecimento da disciplina e essa nova forma de estruturar o ensino, alicerçam e contribuem para uma mudança de postura e que embora decorra de uma atitude intencional, ela acontece quase que naturalmente e determinará as formas de intervenção em sala de aula.

Nos próximos fragmentos podemos identificar outros momentos em que ocorreram mediações para a realização da tarefa.

Perguntei aos alunos se eles acreditavam que a regularidade observada para esta multiplicação se repetiria para outros números, ou não. Em caso positivo, quais seriam eles? Solicitei que escrevessem suas conclusões.

No registro a seguir constam as observações realizadas por uma das duplas:

Observações
1-) 37 multiplicado por múltiplos de 3, exceto o zero, resultará em números iguais.
2-) O dobro de 37, ou seja, 74, multiplicado por múltiplos de 3, resultam em múltiplos de 2 repetidos. Ex. $74 \times 3 = 222$ / $74 \times 6 = 444$ ...
3-) Quando multiplicamos o triplo de 37, ou seja, 111, por múltiplos 3, o resultado, (não) são múltiplos de 3 repetidos, quando multiplicamos o quádruplo de 37, ou seja, 148, (não) resulto em múltiplos 4 repetidos, e assim vai.
4-) A observação n° 3 só funciona até o n° 333.
5-) A observação n° 1 só funciona (não) até a conta $37 \times 27$ que resulta em 999.
6-) Tentamos multiplicar 37 por múltiplos de 5, exceto o 15, por 37, para ver se davam números (sequenciais) sequenciais, mas não deu certo.

Figura 10: Registro apresentado por alunos como resposta a solicitação feita no exercício

Essa dupla fez observações a partir da multiplicação sugerida no próprio exercício. No registro indicado no item 1, os alunos se referem ao produto obtido

pelas multiplicações de 37 pela seqüência de número naturais, com exceção de 0, resultará em números que possuem Algarismos Iguais, embora tenham escrito *número iguais*.

No item dois, a observação dos alunos mostra que eles realizaram uma multiplicação de 37 por 2, conseguindo assim um múltiplo 37, que é 74. Em seguida os alunos percebem e registram que o resultado (74, multiplicado por 3 e por 6) também é múltiplo de 2. Continuam com este raciocínio e anotam no item 3 que, multiplicando os resultados da multiplicação de 37 pelos múltiplos de 3, obtém-se múltiplos de 3.

$$3 \times 37 = 111$$

$$3 \times (2 \times 37) = 2(111)$$

Outro detalhe que chama a minha atenção nos registros feitos por esse grupo é que fizeram relações com o que haviam anotado, no item 4, para expressar uma idéia, sem repetir os exemplos dados. Esta é uma forma de registrar o raciocínio utilizado e também uma forma de comunicação matemática.

Segundo Grandó (2004, p.100) o registro dos procedimentos utilizados pelas diferentes formas de raciocínio “estabelece uma reestruturação do próprio pensamento, das heurísticas utilizadas para a resolução do problema”.

Já no registro abaixo, observamos o uso de setas e representações pictóricas para evidenciar o raciocínio utilizado, oferecendo assim uma maneira de “provar” o que foi verificado. Referimo-me à “prova” sem, no entanto considerar o rigor matemático visto tratar-se de uma turma de 5ª série.

Observações

1º 37 multiplicado por múltiplo de 3, é ~~certos~~ número  
 0, resultará em nº igual

2º (partir dos múltiplos de 3 acima de 30 não é possível  
 multiplicar por 37 e achar números iguais.

3º Quando você multiplica 37 por 3 vai dar 111, acrescentar  
 do zeros no três que multiplica vai dar 111 e  
 o resto de zeros que você colocou no 3  
 Ex:

$$37 \times 30000 = 1110000$$

$$37 \times 30000 = 1110000$$

$$37 \times 6 = 222$$

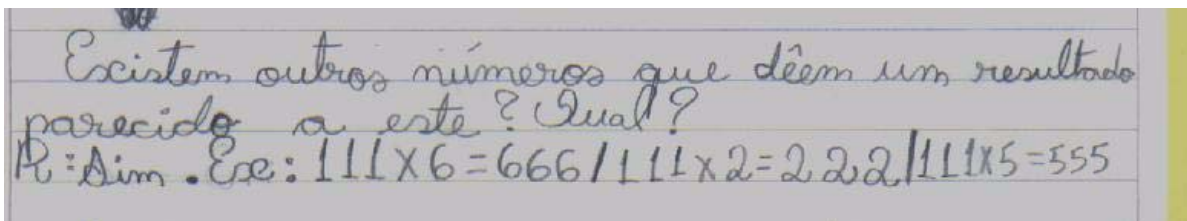
Figura 11: Registro apresentado por alunos como resposta a solicitação feita no exercício

Ponte, Brocado e Oliveira (2003, p.38) apontam a prova como uma justificação “aceitável, que se baseie num raciocínio plausível e nos conhecimentos que os alunos possuem”, sendo que, gradativamente, as provas devem se tornar mais sofisticadas e rigorosas.

A intervenção realizada com a pergunta: - *Existem outros números que dêem um resultado parecido com este? Qual?* encorajou os alunos a prosseguirem com as suas descobertas. Em alguns registros percebe-se uma forma de continuar com os questionamentos, produzindo perguntas que derivam das que foram por mim formuladas.

Pode-se dizer que esses primeiros registros elaborados pelos alunos, de um modo geral, não explicitam os processos matemáticos que emergiram durante

a realização da tarefa: são respostas curtas, mas que apresentam avanços em relação ao que foi solicitado, primeiro no exercício e depois, oralmente, pela professora.



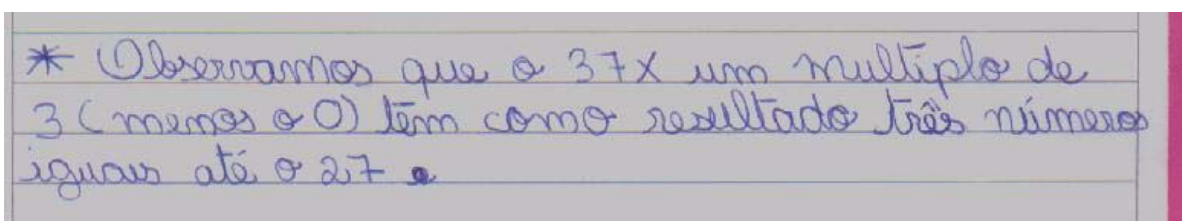
Existem outros números que dêem um resultado parecido a este? Qual?  
R: Sim. Ex:  $111 \times 6 = 666$  /  $111 \times 2 = 222$  /  $111 \times 5 = 555$

Figura 12: Registro apresentado por alunos como resposta a solicitação feita no exercício

Nesse momento, a intervenção/mediação que realizei não apresentava as mesmas características daquelas presentes nas aulas sobre números, que ocorreu com a turma da 8ª série. Procuo fazer com que os alunos participem ao mesmo tempo em que tento frear-lhes o entusiasmo para que todos possam “absorver” o que estava sendo discutido. Ficava o tempo todo a perguntar. – *Todos entenderam? Vocês concordam?*

Às perguntas colocadas por mim durante a realização da tarefa indicada acima ecoavam muitas respostas e estas me permitiram uma abordagem sobre múltiplos, divisores, elemento nulo, elemento neutro, fatores, seqüências, padrões, regularidades, números pares, ímpares e números primos. O trabalho foi muito mais amplo do que a proposta que constava no livro didático transformando-se numa atividade investigativa.

Um exemplo do avanço que os alunos apresentaram nessa discussão pode ser notado no registro abaixo, no qual o aluno, para expressar suas idéias, faz uso da linguagem matemática.



\* Observamos que o  $37x$  um múltiplo de 3 (menos o 0) tem como resultado três números iguais até o 27.

Figura 13: Registro apresentado por alunos como resposta a solicitação feita no exercício

O aluno registra a exclusão do zero o que demonstra a compreensão do elemento nulo da multiplicação. Também, nota-se a sua preocupação de esclarecer



a exceção, mostrando clareza na comunicação matemática, embora tenha escrito *números iguais* ao invés de *algarismos iguais*.

Foi grande o envolvimento dos alunos na exploração do exercício, que como destacado, superou o simples exercício. O fato de não apresentarem medo pelo erro e de se entusiasmarem com as suas descobertas proporcionou um momento de socialização muito proveitoso quando foram percebidos grandes avanços.

Segundo Alrø e Skovsmose (2006, p.52) “o paradigma do exercício tem sido desafiado de muitas maneiras”. Nesse episódio a abordagem investigativa transformou a mera resolução de exercícios em uma proposta de exploração. A aprendizagem decorreu, portanto, da ação e não como uma “atividade compulsória”. Os autores evocam que é preciso criar oportunidades para a realização de investigações, isto é, alternativas para o paradigma do exercício. No “cenário de investigação” estabelecido, perguntas do tipo: O que acontece se...? deixam de pertencer à professora e passam a ser colocada pelos alunos que estavam em ação.

Para tornar esta experiência possível mantive-me atenta às possibilidades exploratório-investigativas que se apresentaram no decorrer do trabalho.

A condução e dinâmica da aula deram-se nos moldes tradicionais, diferente das aulas propostas com o objetivo de investigação. Os alunos estavam dispostos em duplas, mas em fileiras e eu à frente da sala, registrando na lousa as observações que eles comentavam e que também iam registrando em seus cadernos. Nesse sentido, considero que a exploração/investigação ocorreu com toda a turma, com a mediação da professora.

Percebi-me fazendo perguntas diretas, porém com uma preocupação muito grande com as palavras utilizadas. Não são mais apresentadas pergunta do tipo: - *O que vocês fizeram?* , mas as que instigam novas explorações e descobertas, do tipo - *O que vocês descobriram?*

Essa preocupação com a linguagem, no trabalho com a 5ª série, decorre não só da mudança ocasionada pelo trabalho com as investigações, mas também pela preocupação que tive de adequar meu vocabulário, uma vez que estive muito tempo lecionando apenas para alunos das séries finais do Ensino Fundamental.

Sobre este fato, trago uma anotação encontrada nas narrativas do meu diário reflexivo, logo após iniciar o ano letivo com as 5ª série:

*O segundo desafio foi a linguagem.*

*Eu chegava para a aula e começava um diálogo com os alunos como se eles compreendessem perfeitamente tudo o que eu dizia. Acostumada com as turmas de oitava série em que os alunos já possuem um bom domínio da linguagem matemática eu precisei rever e adequar meu vocabulário, uma vez que muitos termos e denominações só farão sentido para esses alunos, um pouco mais tarde, em outra fase de seu aprendizado. Neste momento, alguns alunos chamavam a minha atenção para termos que desconheciam, perguntando sobre eles e seu significado com muita curiosidade. Alguns alunos mais tímidos, poucos, bem poucos, não perguntam sobre o que não entenderam porque acreditam que eles já deveriam saber o que o professor está falando e assim ficam envergonhados de admitir que ainda não o sabem.*

*(Trecho de narrativa produzida para compor o documental de análise. Diário, abril de 2005).*

A dinâmica da aula, desenvolvida com a 5ª série indica que a turma e o meu próprio posicionamento diante da situação e da possibilidade exploratória que se apresentava mostraram-se muito adequados e com resultados muito bons. Não obstante, é preciso manter sempre em mente, para não frustrar expectativas, que o que deu certo numa época, numa classe ou numa turma pode não surtir o mesmo efeito para outra turma, ainda que a aula seja em seguida. As estratégias precisam ser revistas a todo o momento e o professor precisa manter-se atento ao movimento e às possibilidades geradas em sala de sala.

Ao longo do Ensino Fundamental e à medida que o conteúdo da matemática solicita um desempenho mais técnico por parte dos alunos, o trabalho com tarefas investigativas vai se tornando mais raro. Este é um grande desafio que tenho procurado me impor além de procurar adequar as investigações ao conteúdo e vice-versa.

Reconheço que ainda apresento muitas limitações para elaborar tarefas de cunho investigativo, ou talvez ainda me sinta pressionada, muitas vezes por mim mesma, pelo tempo e pelo conteúdo a ser trabalhado.

As limitações podem, muitas vezes, levar-me a conduzir uma aula ou mudar-lhe o curso para situações que atendam de uma forma mais rápida às expectativas dos alunos e porque não dizer às minhas também, partindo, desse modo, para aulas mais expositivas, com o objetivo de “ganhar em tempo”, o que

pode acarretar em um desinteresse por parte dos alunos e não garantir o resultado esperado, ou seja, o conhecimento matemático.

Estas inquietações têm me acompanhado desde sempre, visto que apresento uma preocupação muito grande em manter os alunos envolvidos, durante toda a aula, com o conhecimento matemático e com as propostas de trabalho que apresento.

Nesse sentido, recorro a Castro (2004) que em sua pesquisa, sobre as investigações no currículo, conclui:

A incorporação de investigações matemáticas no currículo exige que o professor “cruze dados” tais como: adequação ao conteúdo, seu nível de conhecimento sobre o conteúdo, possibilidade de envolvimento dos alunos com uma investigação sobre o conteúdo, tempo disponível para realização da investigação, a “necessidade” de se cumprir o programado, entre outras variáveis. Mas o essencial é não tratar a investigação matemática em sala de aula como uma tarefa extra, ou seja, uma atribuição a mais para o professor e uma atividade a mais para o aluno. Isso para que ela não se transforme num “peso”. Importante é incorporá-la aos conteúdos, utilizando-a como estratégia quando for conveniente, mas com frequência, para que habituemo-nos, professores e alunos, a elas, e possamos usufruir de forma crescente de seu potencial político e pedagógico. (p. 188).

No sentido de incorporar as aulas de investigação no currículo, para que estas possam ser reconhecidas mais como um trabalho rotineiro do que como um trabalho “a mais” para o professor, acredito que o momento de socialização dos resultados obtidos pelos alunos apresentam-se como ideal, porque, além da possibilidade de participação para todos os alunos, este é o momento em que o professor utilizará os trabalhos apresentados para fazer avanços conceituais, respondendo ou propondo novas questões.

Assim, temos que ao final de uma investigação, a discussão das idéias e do trabalho realizado é um momento muito importante para partilha de conhecimentos e a negociação dos significados (PONTE, 2003). Os alunos devem colocar em discussão suas descobertas e as estratégias utilizadas para consegui-

las ou justificá-las. O professor, nesse momento, deve encorajar a participação de todos e incentivá-los a comunicarem suas idéias, para que possam ser discutidas em grupo. Essa fase deve apresentar uma sistematização das idéias, bem como uma busca pela justificação oral ou escrita de suas conjecturas. O professor ainda precisa fazer deste momento de fechamento do trabalho, uma oportunidade para avanços conceituais, ou seja, a mediação do professor nessa fase é fundamental para possibilitar e provocar reflexões sobre o conteúdo trabalhado.

A seguir, apresento fragmentos da reflexão final da tarefa sobre Conjuntos Numéricos, realizada com todas as salas de 8ª série, com o objetivo de trazer evidências da mediação realizada pela professora na socialização do conhecimento produzido.

A TAREFA

1. Considere o seguinte conjunto formado por figuras geométricas:

Números Quadrados

Números Cúbicos

Números Triangulares

Individualmente:

a) Desenhe outros três elementos pertencentes ao conjunto;

b) Represente os elementos desse conjunto utilizando números naturais;

c) Organize em ordem crescente os dez primeiros elementos do conjunto, formando uma seqüência;

d) Descubra o número natural relativo ao vigésimo quinto termo dessa seqüência;

e) Explique como descobrir se um número (figura) pertence ou não a essa (e) seqüência (conjunto);

*Tarefa sobre Conjuntos Numéricos*

L-1. *Prof. A primeira coisa que nós conversamos, foi sobre números quadrados. Foi isso?*

L-2. *Aluno Foi.*

L-3. *Prof. O que foi que vocês colocaram? O que vocês... quer dizer... o que observaram sobre os números quadrados?*

L-4. *Aluno Que ele é um número multiplicado por ele mesmo.*

L-5. *Aluna Mas, professora... Mas, não é os números ...*

L-6. *Prof. Mas nós não fizemos os quadrados também?*

L-7. *Aluna Também tem que colocar...?*

L-8. *Prof. Tem.*

L-9. *Aluno Ele é um número...*

L-10. *Prof. Ele é um número resultado da multiplicação dele por ele mesmo. Não é isso?. Tá, vamos ver um exemplo. Falem pra mim um exemplo de um número quadrado.*

- L-11. (Alunos) 9.
- L-12. Prof. 9 é um numero quadrado porque ele é resultado de?..
- L-13. (todos)  $3 \times 3$ .
- L-14. Prof. Perfeito!
- L-15. Prof. Aí eu perguntei então para vocês. Será? Não, antes disso.... ... a gente queria o? ...
- L-16. Profa.25º. número quadrado, então o primeiro quadrado era o 1, o segundo quadrado, 4; o terceiro quadrado 9, o quarto quadrado (todos)16, então viria o vigésimo quinto quadrado. Como é que eu faço para descobrir?.
- L-17. Alunos  $25 \times 25$
- L-18. Prof. Perfeito!. Aí eu quero saber o seguinte. Dessa maneira então eu consigo fazer...o número vezes ele mesmo, eu consigo encontrar um número quadrado, não é isso?.Eu pergunto pra vocês então agora o inverso... 392...aqui ...(prestem atenção!)
- L-19. Prof. 392, ele é um número quadrado?
- L-20. Respondem rapidamente (a maioria) – Não.
- L-21. Prof. Não?
- L-22. Prof. Como é que vocês sabem que ele não é um número quadrado?
- L-23. (todos) Por que ele termina em dois.
- L-24. Prof. Oi?
- L-25. Alunos porque ele termina em dois
- L-26. Prof. O que ele está dizendo lá?
- L-27. Aluno Porque não dá pra conseguir um número dois multiplicando dois números iguais.
- L-28. Prof. Por que eu não consigo formar um número terminado em dois multiplicando dois números iguais? Tá certo isso, gente? Todo mundo concorda com isso?
- L-29. Alunos Sim.
- L-30. Prof. Tá. Então, nós já saberíamos(sem fazer a multiplicação) os que podem ser quadrados? São os números terminados em quê?
- L-31. Alunos 1, 4, 9, 6,
- L-32. Prof. E?..
- L-33. Alunos 5
- L-34. Prof. Acabou?
- L-35. Aluno 8
- L-36. Prof. 8 dá?.
- L-37. Aluno Não
- L-38. Prof. Podem ser quadrados números terminados em 1,4,9,6,.. Isso não quer dizer que sejam mas podem ser.
- L-39. Prof. E os números terminados em 2,3,7,8, aí já tem um probleminha, porque como o (A) diz:. nós não temos números que multiplicados por ele mesmo terminem com esses números aí. Correto?. Muito bem.

O diálogo evidencia que minha intervenção como professora foi realizada com o propósito de conduzir o trabalho dos alunos para que estes buscassem uma generalização para os diferentes casos e para que sentissem necessidade do uso da linguagem matemática.

Com o intuito de aproveitar as observações realizadas pelos alunos, e o momento que se apresenta com grandes possibilidades de generalização, foi proposto aos alunos que pensassem no caminho inverso, ou seja, conhecendo um número, como seria possível identificar se ele pode representar um quadrado ou não (L-19). Na seqüência, observa-se que os alunos rapidamente descobrem uma maneira de justificar a impossibilidade de um quadrado para o número solicitado.

Fontana (2000) amplia esta visão de que o professor trabalhando junto com os alunos na apresentação dos trabalhos participa da configuração da reflexão deles, explicitando-lhes outras possibilidades.

Observa-se na intervenção realizada que fui orientadora para que os alunos pudessem fazer emergir as suas observações, ou seja, promovi uma situação para que eles externassem seu pensamento através das observações que realizavam.

Ainda, no fragmento acima, destaco a questão apresentada em (L-22), como saber se um número é um número quadrado ou não. Esta questão orienta para os alunos para que avancem em seus conhecimentos. Após a resposta dos alunos (L-23), na fala (L-28), continuei com a questão sobre o reconhecimento de um número quadrado. Neste momento propus aos alunos que trabalhassem apenas com dados da observação que estão a realizar. Procurei levá-los a enunciar uma proposição, partindo da terminação do número em questão (L-30), como já haviam feito em (L-27), sem preocupações, naquele momento, com a demonstração.

Dizer que a Matemática é demonstração é verdade, uma verdade essencial, mas só uma pequena parte da verdade. Antes de demonstrar uma proposição matemática (teorema), é preciso enunciar o teorema a demonstrar (BRAUMAN apud PONTE et al. p. 6).

Os alunos (L-31) apresentam uma argumentação oral sobre o problema levantado. Ponte, Brocado e Oliveira (2003) caracterizam a apresentação oral como uma situação de avaliação e também de aprendizagem, também favorece o desenvolvimento da capacidade de comunicação e argumentação.

Os momentos de comunicação orais ou escritos, individuais ou em grupo, são muito ricos, no sentido de revelar ao professor o caminho percorrido pelo aluno para a solução do problema proposto e também de como os alunos se apropriam dos conceitos matemáticos.

Outras mudanças percebidas nessa prática estão relacionadas com a forma de avaliar que deixa de ser apenas um momento de verificação e constatação e passa a ser um momento para uma análise atenta e rigorosa, seguida de uma reflexão sobre as produções orais ou escritas, sobre o processo de aprendizagem dos alunos.

Quem dirige este processo - a professora - deve solicitar aos alunos, sempre após a realização de uma tarefa de investigação, que escrevam sobre o solicitado, os caminhos e as estratégias utilizadas e sobre o sentimento experimentado com esta forma de trabalho.

Alguns alunos acreditam que suas idéias são demasiadamente simples e não são dignas de registro; outros não acham possível escrever em matemática, outros ainda, acham o registro desnecessário, pois, quando se expressam com a simbologia matemática, entendem que o pensamento está implícito.

O que ocorre, com o passar do tempo, é que o aluno assume a escrita como uma forma de comunicação de suas idéias e, em muitos casos, substitui a oralidade e o registro dos cálculos e passa a registrar o caminho seguido.

Segundo Vygotsky (2000), a diferença entre a palavra escrita e a falada é que:

A palavra escrita exige dupla abstração: requer uma simbolização dos símbolos sonoros e do interlocutor, que é imaginário ou idealizado. A linguagem escrita exige ainda representação do pensamento, trabalho arbitrário com os significados das palavras e seu desdobramento em uma seqüência determinada, ela precisa transferir a linguagem interior para o exterior.

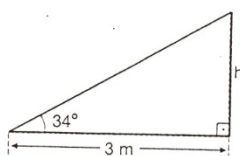
A seguir, apresento um problema solicitado para avaliação em que se pode notar a escolha da escrita feita pelo aluno ao invés da realização de cálculos. Os alunos optaram por descrever os passos que seguiriam para resolvê-lo, mostrando as diferentes possibilidades para resolução.

4) (3.0 pontos) Em uma prova aparece o seguinte problema:

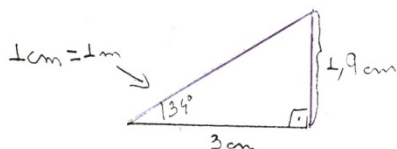
Quando o ângulo de elevação do Sol é de  $34^\circ$ , a sombra de um muro é de 3 m (figura). Calcule a altura do muro.

Como você faria para resolvê-lo? Lembrando que os valores de sen, cos e tg de  $34^\circ$  não foram oferecidos e você não se lembra de quanto eles valem.

OBS. **Justifique todos os seus passos.**



Eu construo o triângulo e messo o lado deste modo a altura do muro é de 1,9 m



Outro modo



Se eu tivesse uma tabela trigonométrica eu olharia os valores da tangente de  $30^\circ$  e de  $35^\circ$  e ~~encontraria~~ encontraria o cateto oposto dos ângulos que corresponde a altura e responderia que a altura do muro está entre esses valores que eu encontrarei

$$\operatorname{tg} 30^\circ = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{21}{21\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3} \approx 0,57$$

Como o ângulo  $0,57 = \frac{x}{3}$  de  $30^\circ$  é menor que o ângulo de  $34^\circ$  seu cateto oposto também será então a altura do muro é maior que 1,71 m

Figura 14: Registro apresentado por aluno para descrição do pensamento.

Neste registro, observamos que o aluno, utilizando a escrita para comunicação de suas idéias, aponta os caminhos que seguiria para resolver o problema proposto, sem efetuar muitos cálculos, apresenta o seu pensamento e a forma como faria para resolvê-lo.



No primeiro dos registros que apontam para a maneira de resolver o problema, o aluno decide por uma construção, buscando uma solução geométrica e um raciocínio comparativo.

No segundo opta por utilizar as razões trigonométricas, sugere consultar os ângulos de  $30^\circ$  e  $35^\circ$  em uma tabela trigonométrica e aponta que trabalhará com um valor estimativo, uma vez que situa o valor da tangente de  $34^\circ$  entre as tangentes dos ângulos mencionados.

No terceiro encontra a tangente de  $30^\circ$  utilizando para chegar a esse valor um triângulo equilátero, trabalhando algebricamente, ou seja, ele demonstra que a tangente de  $30^\circ$  é  $\frac{\sqrt{3}}{3}$ . Depois disso compara os dois ângulos e faz uma estimativa para a altura do muro.

Outra resolução utilizando a escrita:

4) (3.0 pontos) Em uma prova aparece o seguinte problema:  
Quando o ângulo de elevação do Sol é de  $34^\circ$ , a sombra de um muro é de 3 m (figura). Calcule a altura do muro.  
Como você faria para resolvê-lo? Lembrando que os valores de sen, cos e tg de  $34^\circ$  não foram oferecidos e você não se lembra de quanto eles valem.  
OBS. **Justifique todos os seus passos.**

Terho 2 maneiras de resolver o exercício:

1- desenho um triângulo com base  $2\text{cm}$  (onde  $1\text{cm} = 1\text{m}$ ) e com um ângulo reto e outro de  $31^\circ$ . Meço com a régua o cateto oposto do ângulo de  $31^\circ$  e vejo que mede  $2\text{cm}$ , que equivale a  $2\text{m}$ . A altura do muro então é  $2\text{m}$  (figura ①).

2- desenho um triângulo retângulo com ângulo de  $31^\circ$ . Meço seus lados com a régua e calculo sua tangente, que é, aproximadamente,  $0,66$ .  $0,66$  (tangente) é o cateto oposto ( $x$ ) sobre o cateto adjacente ( $2\text{m}$ ). Faço regra de 3 e descobri que  $x \approx 1,32$ , que é a altura do muro.

Ainda há outra alternativa, que é usar o triângulo do exercício 3 onde  $\alpha = 31^\circ$ .

Figura 15: Registro apresentado por aluno para descrição do pensamento

Nesse segundo registro, o aluno justifica todos os passos, para resolver o problema apenas de forma escrita, sem apresentar cálculo algum. Também faz

menção de utilizar os valores de outro exercício em que aparece o valor da tangente de  $34^\circ$ , mas não os utiliza para possíveis cálculos. Mostrando, dessa forma, que acredita ser a escrita suficiente e que esta já demonstra o seu conhecimento sobre o assunto.

#### Síntese:

Diante do exposto nesta parte do trabalho: as mediações/intervenções realizadas pela professora e pelos alunos, as produções dos alunos e as reflexões provocadas, apresento algumas evidências observadas e que reforçam: o uso de tarefas exploratório-investigativas, a postura do professor diante deste tipo de trabalho e o uso de registro escrito para comunicação nas aulas de Matemática.

Através das mediações/intervenções percebe-se uma mudança na prática, realizando-se perguntas que provoquem descobertas e dando voz aos alunos para que estes possam se expressar livremente em Matemática, permitindo uma aula gerenciada pelos alunos e intervindo em momentos oportunos que proporcionem avanços conceituais.

Fica evidenciada também a importância que a reflexão posterior oportunizada pela transcrição das gravações, pela leitura dos registros dos alunos e pelas minhas narrativas provocou. Estas leituras após as aulas exploratório-investigativas oferecem além da oportunidade de reflexão e compreensão do processo de aprendizagem o conteúdo a ser retomado nas aulas de socialização que se constituem em momentos importantes do trabalho investigativo, em que o aluno ou o grupo apresenta suas idéias e as coloca para apreciação da classe e do professor tornando-as semi-públicas e permitindo que sejam discutidas, aceitas ou refutadas.

Sem dúvida, é um novo modelo de trabalho nas aulas de Matemática, e que de certo, exigirá uma mudança, por parte do professor e por parte dos alunos. O trabalho em grupo exigirá do professor um controle sobre estes, começando pela decisão sobre o número de participantes, passando pela combinação de seus elementos e pelo trabalho que juntos realizam, de forma colaborativa, entendendo que todos têm a oferecer e a receber.

O trabalho com as tarefas exploratório-investigativas provocará uma mudança cultural para a aula e para o professor de Matemática. Ele desenvolverá o que neste trabalho denominei como postura investigativa. Começa a perceber as oportunidades de exploração e investigação que se apresentam em sala de aula, e que podem estar em perguntas formuladas por ele ou pelos alunos ou na simples correção de exercícios.

Outra evidência está na forma de comunicação, oral e escrita. Há uma transformação na prática do professor e dos alunos que consiste em saber ouvir e ser ouvido. Os trabalhos em grupo favorecem esta nova prática para os alunos, pois estes percebem que as idéias do outro, muitas vezes, são fundamentais para o avanço nas descobertas do grupo. Para o professor, esta prática, ouvir e ser ouvido passa a ser utilizada nas aulas de socialização em que ele precisa administrar a participação de todos inclusive a sua.

Entendo que ocorreu uma evolução no que se refere à produção escrita, uma vez que alguns alunos passam a preferir esta forma para comunicação incomum em matemática. Por outro lado, também mudei a minha prática, necessitando de uma familiarização com este novo modo que descreve o pensamento ou a estratégia de resolução. Ele exige mais atenção ao(s) raciocínio(s) utilizados em cada resposta. É preciso compreender o processo ao invés de apenas ler a resposta. Passo a entender a avaliação como um momento de aprendizagem, abandonando a idéia de avaliação como um momento de constatação.

A multiplicidade de experiências vividas, a liberdade proporcionada aos alunos no trabalho investigativo, vão oferecendo a quem analisa e a quem redigiu oportunidades de enriquecimento que lhes permite avançar no aprendizado e na produção de conhecimentos novos para si e para outros.

Na busca deste novo ambiente de trabalho para o aluno assistido pelo professor, percebe-se uma inversão de papéis: o aluno se liberta da passividade de assistente, característica marcante da cultura escolar, e o professor se liberta da responsabilidade de “transmissor” para assumir uma postura de orientador, mediador e assistente do processo de construção de conhecimento que acontece na aula de Matemática.

## 4.2. A Autonomia do Aluno

Os programas de Matemática constantes dos Parâmetros Curriculares Nacionais desde 1998 apresentam uma preocupação com o ensino de matemática de tal forma que toda criança e jovem brasileiro tenham acesso ao conhecimento matemático. Obviamente, a escola tem a responsabilidade de ajudar a preparar e educar os alunos matematicamente.

As estatísticas oficiais têm mostrado que a matemática contribui fortemente para a exclusão escolar e social de um número considerável de crianças e jovens. Diariamente, vemos e ouvimos sobre esses fatos na imprensa especializada. Como professores de matemática, não podemos ignorar nossa responsabilidade nesse cenário.

Não podemos limitar o nosso papel a simples transmissores de fatos ou técnicas matemáticas. É fundamental que o professor de matemática reconheça a dimensão social, ética e política no ensino dessa disciplina e assuma que não há como existir neutralidade nesse ensino.

Isto implica que se assuma que a educação não é neutra; ela transporta valores explícita ou implicitamente, sugere modos de atuar, valoriza comportamentos de certos tipos, etc. A educação matemática deve assumir igualmente este posicionamento (MATOS, 2002).

Acentua-se cada vez mais a participação do professor, buscando, no processo: a discussão, a apresentação de todos os pontos de vista e o questionamento de temas matemáticos.

Nessa perspectiva o trabalho investigativo, em sala de aula, assume uma dimensão educativa veiculada a princípios éticos e à formação da cidadania, e reconhece professor e aluno como produtores de conhecimentos que constroem, mediante investigações, sua autonomia profissional e intelectual. (CASTRO, 2004).

Advogo a favor dos trabalhos com uma proposta investigativa, pois foi neste modelo de trabalho coletivo, que percebi os maiores avanços por parte dos

alunos que temiam a matemática, que acreditavam não saber ou ter dificuldade com o conteúdo e os que não se achavam capazes de pensar e fazer matemática.

O trabalho investigativo geralmente é realizado em pequenos grupos, o que favorece a interação e a participação de todos os integrantes. Os alunos aos poucos percebem que neste tipo de trabalho não há resposta certa ou errada, mas sim conjecturas que são aceitas ou refutadas. Assim, o aluno fica livre para fazer seus apontamentos, pois só ao final do trabalho haverá uma discussão e um fechamento.

Como postula Alrø e Skovsmose (2006), fazendo referência a Freire (1972), dialogar é um elemento fundamental para a liberdade de aprender. Dialogar “é uma forma humilde e respeitosa de cooperar com o outro numa relação de confiança mútua” (p. 120-121).

A noção de diálogo, que ocorre entre alunos e entre professor e aluno, segundo os referidos autores “é inerente a conceitos de *empowerment*” (dar poder a) e *emancipação*... Dialogar é visto como algo existencial (p.13-14).

Neste modelo de trabalho investigativo, o aluno percebe que pode errar. Isto o leva a trabalhar sem medo, pois o erro terá o seu valor na construção do conhecimento. Ponte et al (1997) defendem que trabalhar em grupo permite aos alunos expor as suas idéias, ouvir os colegas, colocar questões, discutir estratégias e soluções, argumentar e criticar argumentos. O aprendiz, nessa relação, vai adquirindo uma autonomia com base no conhecimento matemático.

Alrø e Skovsmose (2006, p.123) argumentam que quando uma investigação matemática é realizada há o abandono da “comodidade da certeza” e o(s) aluno(s) deixam-se levar pela curiosidade. Os participantes expressam o desejo de descobrir algo.

O registro que trago foi escolhido para ilustrar o sentimento do aluno com relação ao experimentado diante das descobertas realizadas durante o desenvolvimento do trabalho com o exercício, já apresentado. No relato do aluno há uma referência ao trabalho realizado em grupo e às tentativas por eles realizadas.

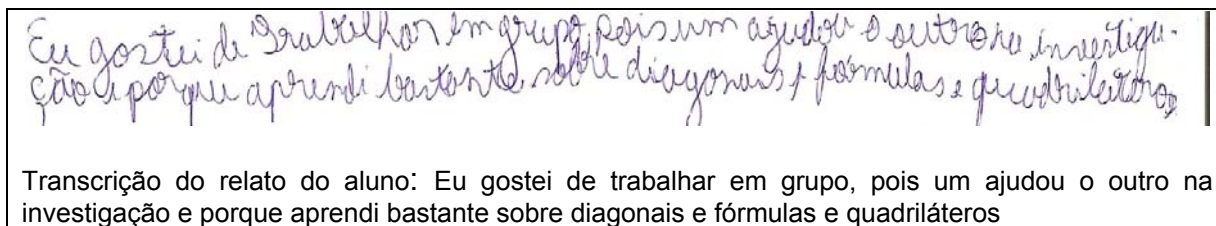


Figura 16: Registro escrito com o objetivo de expressar sentimentos em relação ao trabalho realizado.

Este trabalho foi desenvolvido junto a uma turma de 5<sup>a</sup> série e os alunos em seus relatos não fazem nenhuma referência à professora. Isto denota que o trabalho com características investigativas oportuniza um comportamento mais livre, desprendido do professor. Nele, os alunos, na busca pela superação das suas dificuldades optam por procurar ajuda com o colega de grupo e não somente com o professor. Nesse sentido, entendo que a realização da tarefa em grupo requer que as ações individuais sejam compartilhadas, o que aponta para certa autonomia diante do conhecimento matemático.

O aluno não tem medo de errar ou de se expor, pois não há mais resposta errada, uma vez que o caminho para as descobertas é livre e lhe permite um encaminhamento aberto para a tarefa. A discussão final, coordenada pelo professor, é que promoverá a síntese dos trabalhos e dos conteúdos abordados.

Estas tarefas conduzem para experiências pessoais mais significativas, proporcionam um maior envolvimento afetivo resultante da maior confiança dos alunos no trabalho matemático. Elas promovem, assim, concepções e idéias mais positivas sobre a matemática e sobre a sua aprendizagem (MARTINS et al. 2002).

Resolver as tarefas podendo interagir cria a necessidade de comunicar idéias verbalmente. Para que o faça, o aluno precisará organizar as informações, planificar estratégias, construir hipóteses, refletir, argumentar e eleger o procedimento mais eficaz, a fim de mostrar uma competência que lhe trará uma autonomia cada vez maior.

A confiança que os alunos sentem no seu próprio trabalho influi nas relações e nas responsabilidades assumidas no trabalho dentro do grupo. Assim como pode não ser o *melhor* aluno quem irá liderar o trabalho ou o *mais extrovertido* quem irá comunicar os resultados para toda turma.

O modo de agir do professor, o tipo de tarefa proposta e como ela é conduzida também interferem diretamente neste processo.

Com o propósito de ilustrar a autonomia adquirida pelos alunos no trabalho investigativo, apresento, mais abaixo, alguns fragmentos de uma tarefa sobre funções que apontam não só para essa autonomia, mas também para uma sensível mudança ocorrida na minha prática.

Com o intuito de sensibilizar o leitor para essa mudança da prática, procurei descrever, em poucas linhas, como eram as minhas aulas antes do trabalho com as investigações e como acontecem hoje, após alguns ensaios com o trabalho investigativo.

**Anterior** - As minhas aulas sobre o conteúdo de funções eram muito semelhantes às que eu tivera: Apresentava na lousa a forma geral da função de 1º grau  $f(x) = ax+b$ , construía um gráfico, localizava os pontos onde a reta corta o eixo x e o eixo y, comentava sobre os sinais da função e solicitava exercícios para que os alunos fixassem o conteúdo.

**Atual** – Eu, juntamente com os alunos, através de uma discussão, de uma leitura ou de uma tarefa, inicio o trabalho com funções com base nas idéias de proporcionalidade, gráficos, tabelas e fórmulas. Também é dada ênfase na idéia de variação ou de dependência (grandezas que variam, uma dependendo da outra). Após essa discussão, realizada na sala de aula, deslocamo-nos até o laboratório de informática da escola e lá os alunos são convidados a explorar, utilizando o site SCIENTIFIC GRAPH CALCULATOR<sup>14</sup>, algumas das funções comentadas em sala de aula.

Este recurso, o uso do computador, representa uma verdadeira revolução para as aulas de Matemática, tanto no sentido ideológico como no metodológico. As recomendações para seu uso provocaram e ainda têm provocado um grande mal estar nos professores que em parte derivam de uma carência formativa colocando os professores em situações muito desconfortáveis diante de seus pares e por vezes diante dos próprios alunos. (RIBEIRO; CABRITA, 2002).

---

<sup>14</sup> Programa disponível no site <http://membros.distributel.net/~skipper/calculator99/index.htm>

A oportunidade de um trabalho investigativo com o auxílio tecnológico vem ao encontro a esse desconforto que muitas vezes é sentido pelo professor. Ele pode com este modelo de trabalho criar motivações e arriscar-se nessa descoberta tal qual os alunos o fazem.

De início, os alunos estranham muito, não lhes parece possível um trabalho em matemática em que eles deveriam elaborar as questões, verificar se elas eram verdadeiras ou não e selecionar as que seriam dignas de comentários futuros, pela regularidade ou pela falta dela.

Fazem algumas poucas perguntas sobre como registrar as funções, onde arquivá-las, quantas devem observar. Respondo orientando-os sobre como conseguir as funções no programa de computador (digitando, por exemplo:  $x + 3$  caso desejem investigar uma função de 1º grau ou  $x^2 + 3x + 4$ , se desejam uma de 2º grau). Aviso-os de que as funções, se não forem apagadas, ficam registradas na lateral direita da tela; ainda, eles próprios devem decidir, sobre quantas devem observar, ou seja, quantas forem necessárias para comprovar as hipóteses levantadas.

Os alunos começam a digitar as funções e manifestam um grande prazer em verificar a rapidez com que seus gráficos vão aparecendo na tela. Os registros inicialmente são muito discretos, pois os alunos parecem duvidar do que vêem. À medida que percebem a necessidade dos registros, devido à rapidez com que os gráficos das funções aparecem na tela e a quantidade de observações que realizam, vão lentamente progredindo.

No registro que apresento a seguir, os alunos verificaram que:

Para  $f(x) = -x$ , o gráfico tem uma reta inclinada para a esquerda, sendo que o valor de  $x$  é o oposto de  $y$ .

Para  $f(x) = x + 3$  e para  $f(x) = x + 5$  estas retas são paralelas, pois o mantiveram o “a” e alteraram apenas o “b”.

Para  $f(x) = x$ , verificam que os valores  $x$  são iguais aos valores de  $y$  e a reta está inclinada para a direita porque o “a” é positivo.



## Funções

- 1-  $f(x) = -x$
- 2-  $f(x) = x + 3$
- 3-  $f(x) = x + 5$
- 4-  $f(x) = x$
- 5-  $f(x) = -x + 4$
- 6-  $f(x) = -x + 1/2$
- 7-  $f(x) = 10x$
- 8-  $f(x) = 0,003x$

### Observações:

- 1- O gráfico tem uma reta inclinada para a esquerda pois "a" é negativo na função; sendo que o valor de X é o posto do valor de Y
- 2- Esta função é paralela à função 3 pois mantivemos "a" e alteramos "b"
- 4- Nesta função os valores de Y são iguais ao de X correspondente. Está inclinada a direita pois "a" é positivo
- 5- Esta função tem uma reta curvada para a ~~direita~~ esquerda pois "a" é negativo
- 6- Com esta função "a" é negativo, a reta está inclinada para a esquerda
- 7- Como "a" é positivo, a reta da função é inclinada para a direita, sendo que a reta tem grande inclinação, pelo valor de Y ser alto em relação ao valor de X, atingindo o valor de X = 1 apenas ao valor de Y em 10
- 8- Apesar de não ser perceptível, a reta é inclinada para a direita, por "a" ser positivo

spiral

Figura 17: Registro realizado por alunos com o objetivo de comparar gráficos de funções

há grande inclinação pelas baixíssimas  
valores de  $Y$  em relação aos valores de  $X$

Observações:

- Na função de 2º grau, a parábola da função riscará o eixo  $Y$  em  $C$
- $B$  determinará onde a parábola riscará a reta  $X$ , com sinal invertido
- $A$  determinará a abertura da parábola
- Se  $A$  e  $B$  tiverem sinais iguais, a parábola não riscará o eixo  $X$
- Quando  $C$  for  $0$  (ou não existir) a parábola passará pela origem
- Se  $a$  for positivo, a abertura será para cima; se for negativo, a abertura será para baixo.

Figura 18: Registro realizado por alunos com o objetivo de comparar gráficos de funções.

Abaixo, uma imagem do site utilizado pelos alunos para observação e comparação dos gráficos de diferentes funções. Os gráficos representados correspondem às funções:  $-x$ ,  $x + 5$  e  $x + 3$ .

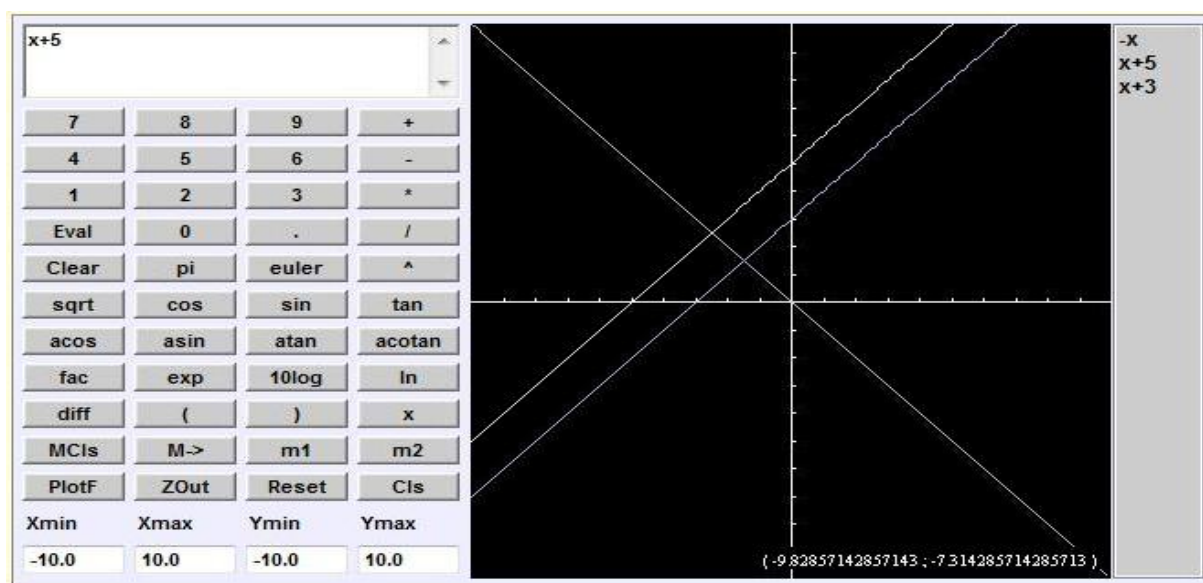


Figura 19: Tela do software utilizado para representação de funções - SCIENTIFIC GRAPH CALCULATOR

O computador como ferramenta tem sido apresentado, como sendo um instrumento muito útil na condução de investigações matemáticas (PONTE e MATOS, 1996). Este recurso possibilita e incentiva a realização de um grande número de experiências, o que seria inviável sem este recurso tecnológico.

Em aulas deste tipo, o aluno ou o grupo de alunos participam ativamente, ocupando quase que a sua totalidade para fazer descobertas, discuti-las com o colega de grupo e anotá-las para posterior comunicação.

A análise desta aula foi realizada com base nos relatos escritos pelos alunos e em minhas observações da participação destes, individualmente, no grupo e depois do próprio grupo durante a apresentação.

Estas análises contribuíram ainda para reflexões sobre o trabalho com as tarefas de investigação, sobre a participação do aluno e sobre a consciente intervenção ou não da professora a fim de proporcionar um ambiente onde os alunos possam participar e se expressar livremente.

Também pude perceber que a dinâmica dessas aulas proporcionou uma oportunidade para que experimentasse um novo sentimento em relação à minha prática: o de permitir que a aula fosse quase que na sua totalidade conduzida pelos próprios alunos. Este fato representa um novo modelo de trabalho e desafio para a minha própria prática.

Os alunos conduziram suas atividades e foram responsáveis pela forma como elas se desenrolaram e pelo que puderam aprender com elas.

A partir do momento em que os alunos conseguiram estabelecer um esquema de trabalho, começaram a sentir-se muito à vontade com a proposta, e deram início, a uma atividade curiosa, prazerosa e com possibilidade de ampliação, porque poderiam formular conjecturas e prová-las. Acredito que tenha ocorrido uma evolução neste sentido, ou seja, os alunos levantaram questões e verificaram a sua validade imediatamente, uma vez que o recurso didático utilizado assim o permitia. Neste sentido, considero esta tarefa altamente motivadora e adequada para que o aluno desenvolva a sua autonomia, já que ele se sente provocado a explorar e utilizar as potencialidades da máquina.

A tarefa realizada com o uso deste recurso didático também proporcionou aos alunos uma rapidez na percepção de regularidades, o que seria muito diferente

com o uso do lápis e papel. Segundo Matos e Serrazina (1996) “O sucesso dos alunos na aprendizagem da matemática é condicionado por diversos fatores, sendo um deles o contexto em que decorre a aprendizagem”. (p.193)

Posso afirmar que a maioria dos alunos gostou desta experiência, referem-se a ela como *uma aula diferente e menos monótona*. Atribuíram esse sentimento à utilização do computador que se apresentou como uma fonte de entusiasmo, para que os alunos explorassem a tarefa solicitada. Também valorizaram o trabalho em grupo pela contribuição ao bom relacionamento entre eles e o registro escrito que se mostrou como um recurso absolutamente necessário para ordenação e consulta, dada à rapidez e à quantidade de informações que obtinham.

Ponte e Matos (1996) esclarecem que é necessário ter em atenção o fato de que o computador oferece oportunidade de um grande número de experiências, mas que estas precisam ser completadas, já que se apresentam de forma limitada e inadequadas em relação a determinados objetivos. Um deles seria o próprio conceito de função, como dito anteriormente trabalha-se nesta série com a idéia de quantidades que dependem uma da outra e que necessita de um trabalho anterior para que o aluno dele se aproprie. As experiências com o computador e os gráficos que aparecem na tela, independente da quantidade, não são suficientes para que o aluno compreenda este conceito.

#### Síntese:

Com base nas análises identifico que realizei intervenções que atribuíram importância ao registro escrito do aluno, por considerá-lo uma forma de organizar o pensamento, que após uma tradução para palavras escritas deve produzir sentido. Neste modelo de trabalho é necessário que o aluno reflita sobre o seu pensamento antes da escrita procurando revê-la e refazê-la para comunicar-se com o outro.

Contudo, esta mediação não acontece de forma tranqüila, demanda de um tempo considerável para leitura e releitura dos registros, uma vez que somente nas entrelinhas percebe-se a alusão que o aluno faz ao conteúdo matemático. Também é necessário cuidado na devolutiva para o aluno afim de não desmotivá-lo diante das correções realizadas. Tudo isso leva um tempo que precisa ser compreendido

como uma fase para que não ocorra um afastamento ou até um abandono desse recurso.

Também percebi, através da mediação pela escrita, momentos diferentes no processo de aprendizagem dos alunos. A passagem que o aluno faz desde o trabalho no grupo, a partir de sua fala individual para uma fala que é discutida e aceita por todos, sendo assumida como verdadeira e culminando com o registro escrito, aponta que esse movimento vai trazendo para o aluno uma consciência individual sobre si e sobre o seu conhecimento matemático.

O registro nas aulas de Matemática não é algo que se assumia à simples solicitação do professor. Há muita resistência, pois, esta forma de trabalho é incomum em Matemática e nas outras áreas tem sido muitas vezes imposta e pouco prazerosa. Logo, os alunos iniciam-se, neste processo, muito lentamente, relutando, escrevendo poucas linhas e expressando muito pouco do conhecimento matemático, aos poucos vão ganhando confiança e percebendo a importância de um registro, que não é realizado de forma técnica, mas de forma livre, cada um a seu modo e que explique para o outro, o seu pensamento matemático.

Ao longo deste trabalho e nas análises procurei destacar que as solicitações de registro se iniciam com uma escrita livre, e que passo a incentivar uma escrita técnica e formal, procurando evidenciá-la como um recurso importante para o trabalho, para o aprendizado e para a comunicação matemática.

### **4.3. A Aula de Investigação como um Espaço Epistemológico de produção de conhecimentos**

A aula de matemática pode ser entendida como um ambiente favorável para que os alunos produzam conhecimento. Com esse objetivo, a perspectiva investigativa no ensino da matemática passa a ser um ambiente natural para que os alunos desenvolvam abordagens investigativas diferentes e originais.

Oliveira et al. (1999, p.127) comentam que num projeto colaborativo envolvendo professores e investigadores “É interessante notar que alguns alunos

tiveram idéias em que nós não tínhamos pensado enquanto projetávamos a tarefa”. De fato, este sentimento já foi experimentado por alguns colegas que trabalham com este tipo de abordagem investigativa e, algumas vezes, por mim mesma.

Para citar duas, trago parte da narrativa composta após o meu primeiro ensaio com aulas de investigação que continha essa tarefa:

Desenha um semicírculo. Seguidamente inscreve um ângulo nesse semicírculo.  
Qual é a medida desse ângulo?  
Inscreve outro ângulo no semicírculo e mede. O que varia? O que fica na mesma.

*Quadro 9: Enunciado da proposta de trabalho - Quatro Funções da Investigação na Aula de Matemática (Paul Goldenberg, 1999).*

- Professora, será que o que faz um aluno desenhar desta ou daquela forma não é o que ele entende por círculo e circunferência?  
- É, pode ser, parece que a dúvida não está na palavra “inscrito”, uma vez que todos colocaram dentro. Se o aluno souber o que é circunferência, ele não faz errado, falou um outro rapaz.  
Exclamei: - Bingo! Está aí uma resposta que eu não ouvira antes e nem mesmo a considerara. E notem bem gente: estes são alunos de escola pública... E, após mais algumas discussões, chegamos à seguinte conclusão: se considerarmos o ângulo ou triângulo inscrito num semicírculo, todas as respostas dadas são corretas. Mas se for inscrito numa semicircunferência, então são corretas apenas aquelas figuras cujos vértices estão sobre a circunferência...

*(Trecho de narrativa produzida e utilizada para compor o documental de análise, 2003).*

Na verdade, foi a partir da observação feita pela aluna: *Professora, será que o que faz um aluno desenhar desta ou daquela forma não é o que ele entende por círculo e circunferência?* que começo a fazer uma leitura diferente do problema e das respostas que até então tinha conseguido.

Aconteceu mais recentemente outra descoberta, quando ao realizar uma tarefa que já fora proposta e realizada algumas vezes por meus alunos em diferentes anos letivos.

Desenhe dois segmentos de reta de modo que eles possam ser as duas diagonais de um quadrilátero. Investigue o que se dá quando mudam de tamanho e posição.

*Quadro 10: Adaptação realizada a partir da tarefa: Quadriláteros e Diagonais (PONTE, BROCADO e OLIVEIRA, 2003 p.89).*

Eu considerava já ter experimentado as várias e diferentes observações que os alunos apresentam. Também imaginava que, pela experiência vivida com a tarefa e com as análises posteriores já teria pensado nas muitas outras observações que os alunos não apresentam e que eu, através de uma intervenção, poderia fazer emergir. No entanto, quando propus esta tarefa a alunos do curso de graduação em matemática da PUC-Campinas, em uma apresentação sobre aulas de investigação<sup>15</sup>, um aluno pergunta durante a realização da atividade;

*Estas diagonais precisam se cruzar?*

*Como assim, eu disse?*

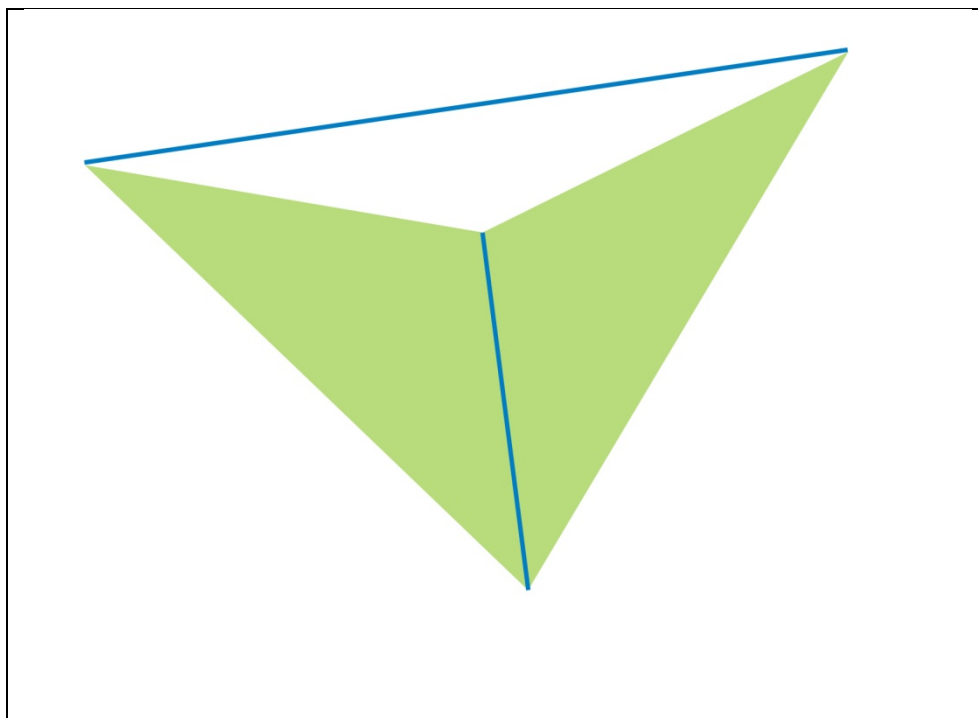
*Ele – Elas podem ser diagonais externas de um quadrilátero? Por exemplo: se o quadrilátero fosse parecido com um bumerangue.*

À medida que ele falava, eu desenhava na lousa (Figura 46). Eu e a outra professora que propúnhamos a investigação respondemos que sim. Nesse momento, outro grupo de alunos juntou-se a nós, concordando com essa idéia e afirmando que esta situação era possível para este tipo de quadrilátero, mas que eles não haviam pensado nisso, pois trabalharam apenas com a possibilidade das diagonais internas, ou seja, com quadriláteros convexos.

Essa situação que agora se apresenta como possível; quadriláteros não-convexos e diagonais externas, não fora trabalhada por mim durante vários anos no desenvolvimento da tarefa em sala de aula, porque não fora explicitada pelos alunos do ensino fundamental, e porque eu também não colocava questões que a provocassem, simplesmente porque havia me esquecido dela uma vez que os professores, de uma maneira geral, e aqui eu me incluo, trabalham com polígonos prototípicos.

---

<sup>15</sup> Aula ministrada por Juliana Facanali Castro e Maria das Graças dos Santos Abreu, para alunos do curso de Matemática da Pontifícia Universidade Católica de Campinas, sobre Aulas de Investigação em Setembro de 2007.



*Figura 20: Polígono não convexo – Diagonais não se cruzam*

A observação feita pelo aluno da graduação permitiu-nos rever o conceito de diagonais e polígonos, trazendo para discussão polígonos convexos e não convexos. Este acontecimento, de certa forma, desequilibrou-me. Há quanto tempo eu não falava em polígonos não-convexos? Essa pergunta inquietou-me, mostrando-me, mais uma vez, a necessidade de rever e refletir sobre a prática, pois não considerava esta possibilidade já havia algum tempo. Como já citei, venho trabalhando com as 8ª séries e quando o assunto é polígono, eu não retomo o tema, conceituando-os; acreditava que na série em questão só precisamos avançar.

Este acontecimento mostrou-me a importância de o professor rever a si e a sua prática a todo o momento, provocando os alunos para que estas situações apareçam e propondo-se a refletir sobre o que ocorre na sala de aula.

Esta análise e reflexão foram desencadeadas pela observação do aluno e só foram possíveis mediante a característica investigativa da aula, que, pela natureza “aberta”, levou o aluno a apresentar várias possibilidades para o trabalho.

Recorro a Castro (2004, p.187), que apresenta a gestão de uma aula investigativa como:



... um grande desafio, assim como deve ser para os alunos a realização de investigações matemáticas em sala de aula, pois entra em conflito com a tradição pedagógica, ou seja, as aulas investigativas representam uma ameaça aos modelos de escola, de aula, de professor e de aluno, tradicionalmente produzidos.

Desde os trabalhos com o GdS e as leituras que lá dei início, percebo-me, o tempo todo, a ver e rever a minha prática. Assim, revejo a minha formação mais uma vez e constato que ainda é forte o ranço que trago de um professor que precisa saber tudo, lembrar-se de tudo o tempo todo, aquele que tem a responsabilidade de “transmitir” o que sabe.

Após este encontro com os alunos da Matemática, fiquei pensando em quantas aulas já havia realizado com esta tarefa e não havia colocado a pergunta que desencadearia a discussão que agora emergia. Recorri aos registros dos alunos, os quais tinha guardado, referentes a dois episódios de aulas com a mencionada tarefa.

Apresento a seguir um registro de alunos sobre a mesma tarefa investigativa realizada em 2004. Nele, como nos demais que compõe o acervo dos meus guardados, pode-se notar que a situação de polígono não convexo não apareceu

Convém esclarecer que estes registros provêm de tarefa realizada em sala de aula e que teve após o momento de descoberta em grupo o seu momento de socialização de idéias. Sendo assim, foram discutidas as classificações que os alunos apresentaram, como por exemplo, o quadrilátero conhecido como “pipa” está classificado no trabalho de um grande número de alunos como sendo um losango.

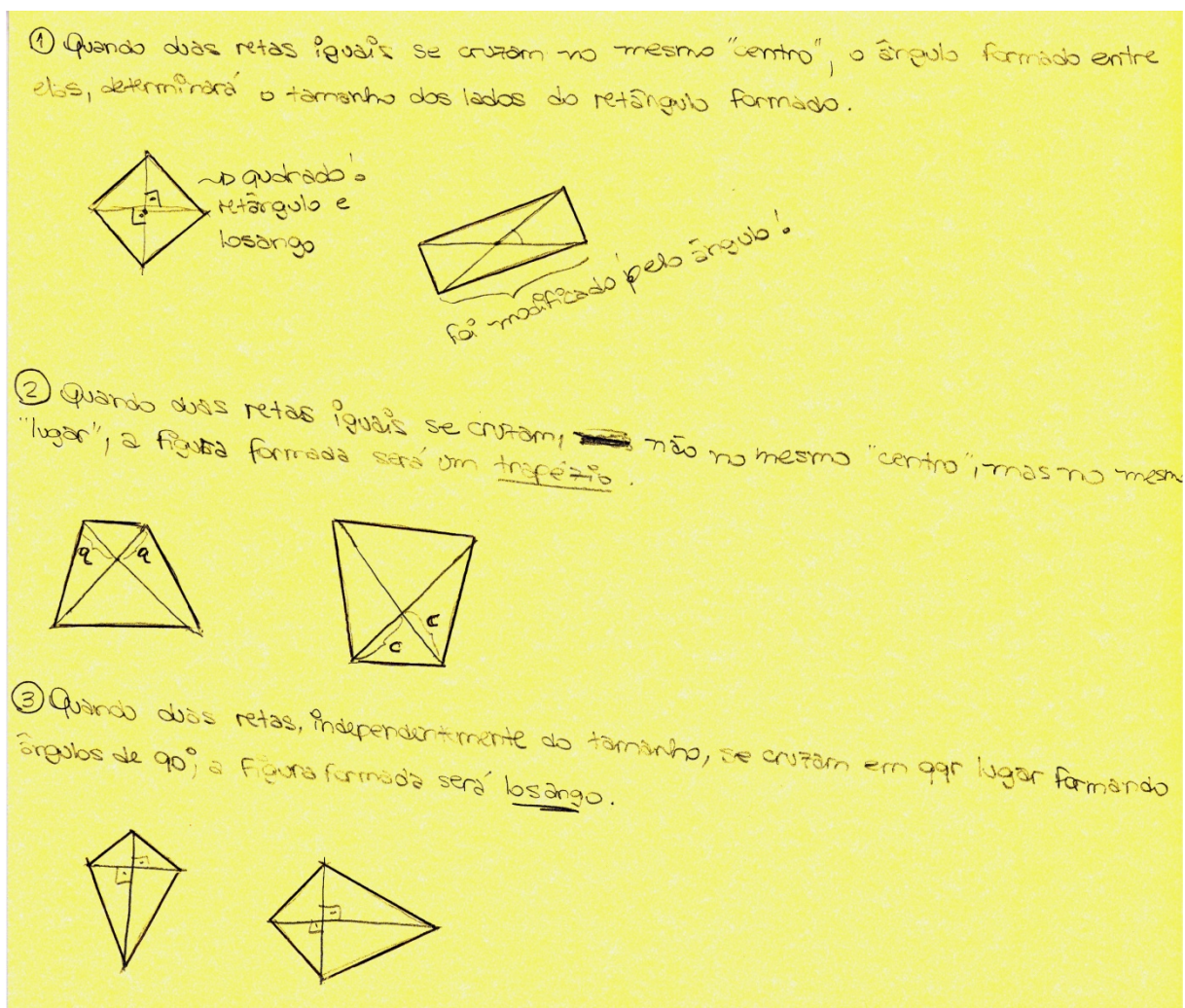


Figura 21: Registro do aluno para apresentar conclusões da investigação sobre diagonais.

É importante destacar que no trabalho com esta tarefa sempre procurei ficar atenta às respostas dos alunos, os quais, até então, relacionavam os quadriláteros ao tamanho das diagonais, a maneira como elas se cruzavam e ao tamanho. Depois de constatar que nessa investigação poderia inquirir os alunos, para que avançassem sobre seus conhecimentos de quadriláteros e suas diagonais, busquei em alguns livros didáticos quando é que eles abordam os conceitos de polígonos, como os definem e os exemplos que apresentam.

Com esse propósito consultei três livros didáticos para constatar a abordagem deste conteúdo. Em todas as obras, este assunto é mencionado procurando conceituar quadriláteros e diagonais.

Nos três volumes consultados, a abordagem não se estende a tipos e posições de quadriláteros, se as diagonais são internas ou externas e se cruzam, ou não. Esta consulta foi realizada, apenas no volume da 5ª série do Ensino Fundamental, série em que este conteúdo é abordado. Contudo, alguns autores trabalham com um ensino em espiral o que significa que os assuntos são tratados mais de uma vez, de diferentes formas, nos vários ciclos sempre procurando acompanhar a experiência dos alunos. A consulta que se limitou ao volume da 5ª série não foi realizada com profundidade, uma vez que o estudo do livro didático não é objetivo deste trabalho de pesquisa apenas buscou localizar como e quando esse assunto é tratado.

Esclareço ainda que, nestes mesmos livros também encontrei, no exemplar para o professor, notas de rodapé, observações nas laterais dos exercícios propostos e na parte final dos livros reservadas aos comentários dos autores sobre a obra e o ensino sugestões para ampliação das propostas de trabalho apresentadas.

Com tudo isso, foi a consideração feita pelo aluno de graduação que fez com que eu repensasse a forma como este assunto é tratado, pois para que um aluno pense na possibilidade das diagonais se cruzarem ou não, muitas vezes é necessário que ele seja instigado a pensar sobre ela. Esse modo de pensar livremente sobre um quadrilátero qualquer não surge de uma hora para a outra, na sala de aula. Os alunos, de uma maneira geral, estão acostumados a pensar sempre nos mesmos quadriláteros e quase sempre nas mesmas posições motivados pelos modelos que lhes são oferecidos – modelos prototípicos - ou seja, neste caso, os quadriláteros sempre aparecem muito semelhantes, sem muita variação, de forma e posição, ou de ângulos e tamanho.

O professor, quase sempre, num ato contínuo, fala em quadrado e desenha-o como o da figura 22 esquecendo-se de desenhá-lo em outras posições, como por exemplo, o da figura 23

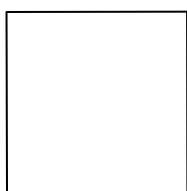


Figura 22: Quadrado (prototípico)

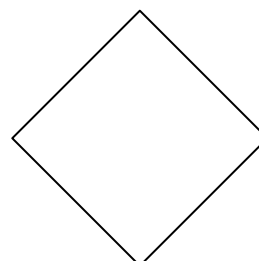


Figura 23: Losango (prototípico)

Alguns alunos reagem com um misto de surpresa ou obviedade quando um colega ou o professor argumentam que um quadrado também é um losango, basta uma rotação na figura para que fique na posição que todos estão acostumados a trabalhar, ou seja, quando um dos lados do quadrado situa-se horizontalmente em relação à mesa de trabalho, é um quadrado (Fig. 22) quando sua posição é mudada, ficando com um dos vértices na linha horizontal, é um losango (Fig. 23). Passos (2000), em sua tese de doutorado, constatou que professores das séries iniciais também externaram essa mesma surpresa ao se depararem com essa situação.

Assim, o professor, precisa estar atento para fazer a pergunta que irá disparar a curiosidade dos alunos e levá-los a discutir sobre diferentes polígonos e quadriláteros.

Desse modo, a aula se transformaria num espaço epistemológico de produção de conhecimentos como mencionado por Oliveira (2002, p.32), que “pode ser robustecido se acrescentado à dinâmica da aula de matemática uma perspectiva investigativa”, aumentando dessa forma a possibilidade dos alunos produzirem conhecimento matemático.

A pergunta inquiridora do professor, no caso da tarefa sobre diagonais, poderia ser a mesma feita, pelo aluno da licenciatura, mencionado anteriormente: - *As diagonais precisam se cruzar?* ou ainda, *Todas as diagonais precisam ser internas ao quadrilátero?* Estas perguntas conduziriam o trabalho para uma ampliação do conceito de polígono, quadriláteros e diagonais.

Nas minhas propostas de trabalhos mais recentes, como as realizadas no ano de 2007, pode-se observar que já aparecem os polígonos não convexos e as diagonais que não se cruzam.

## Investigação

Desenhe dois segmentos de reta de modo que sejam as diagonais de um quadrilátero.

Diagonal	Angulo Central	Se cruzam:	Quadrilátero
de mesmo tamanho	todos $90^\circ$	no meio	 Quadrado, retângulo, losango e paralelogramo
de mesmo tamanho	diferentes	no meio	 retângulo, paralelogramo
mesmo tamanho	$90^\circ$ ou diferentes	Em um ponto antes do centro, mas os dois com a mesma distância deste	 trapezoido
tamanhos diferentes	Todos $90^\circ$	no meio ou em outro ponto	 losango
tamanhos diferentes	diferentes	qualquer	
tamanhos diferentes	diferentes	no meio	 paralelogramo
tamanhos diferentes	diferentes	Não se cruzam	 diagonais

Figura 24: Registro do aluno para apresentar conclusões da investigação sobre diagonais

Embora alguns alunos apresentem um bom domínio deste assunto, para outros estas descobertas sobre os quadriláteros, suas diagonais, suas posições,

seus nomes, soam como fatos totalmente inéditos. Segundo Oliveira, (2004, p.237) “Os fatos matemáticos que os alunos descobrem/inventam podem ser relativamente inéditos, quando são novos apenas para alguém, ou, até mesmo, absolutamente inéditos” (OLIVEIRA, 2004, p. 237). Com base na afirmação deste autor, alego que, nas tarefas de investigação, as descobertas do aluno representam para ele conhecimento novo, pois é no momento da realização da tarefa, que ele efetivamente descobre e aceita o que descobriu.

O confronto de opiniões que ocorre entre os alunos durante uma atividade de investigação é, portanto, um momento rico da atividade, pois a interação que acontece entre eles irá favorecer o desenvolvimento da capacidade de argumentação das descobertas entendidas como de sua autoria.

Nesse sentido, o ensino através de aulas investigativas deve propiciar um ambiente em que os alunos possam dar lugar a uma expressão criadora em matemática. Os alunos, ao se depararem com as suas próprias descobertas, têm um sentimento novo diante do conhecimento, não raro se expressam, dizendo: *Isso é mágica!*

Trago alguns depoimentos de alunos, colhidos logo após a aula de correção do exercício

Observe a seqüência:

$$3 \times 37 = 111 \quad 6 \times 37 = 222 \quad 9 \times 37 = 333 \quad 12 \times 37 = 444$$

- Efetue as duas próximas multiplicações da seqüência.
- Efetue  $27 \times 37$  e depois  $30 \times 37$ .
- Em relação ao ritmo da seqüência, o que você notou na segunda conta do item b?
- Copie e complete sem efetuar os cálculos:

$$21 \times 37 = ? \quad 3 \times 9 \times 37 = ? \quad 888 : 37 = ?$$

Quadro 11: Proposta de trabalho retirada do livro didático *Matemática para Todos – 5ª. Série* (IMENES e LELLIS, 2002, p.83).

A solicitação do registro tinha por objetivo conhecer o sentimento que eles experimentaram nessa aula de descobertas.

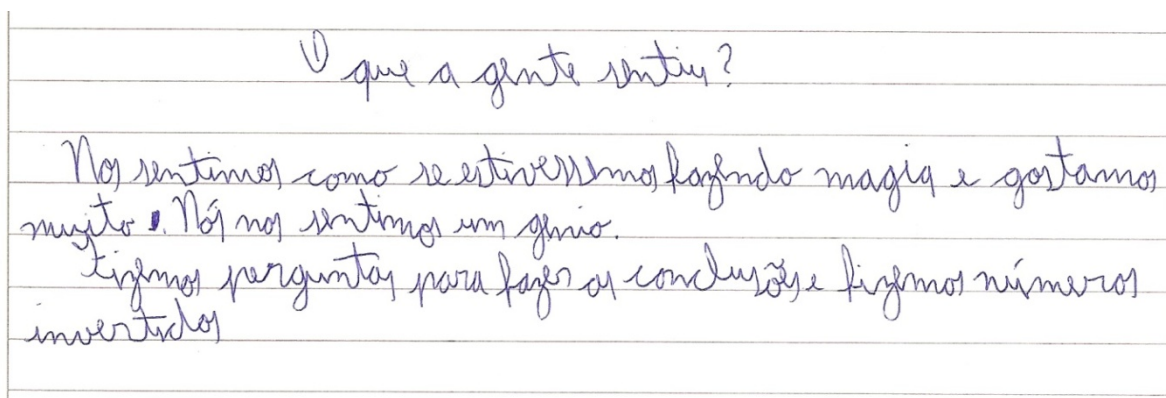


Figura 25: Registro escrito do aluno expressando seus sentimentos em relação ao trabalho de investigações.

O aluno expressa o sentimento de trabalhar nesta perspectiva, sentindo-se o autor das regras matemáticas que descobre, como se fosse algo mágico, sente-se um gênio. Pode soar estranho o apelo feito à sensibilidade e ao sentimento quando se trata de matemática, pois parece que o seu propósito é apenas de interesse intelectual. Contudo, para além da importância das descobertas matemáticas realizadas, os alunos atribuíram valor relevante ao sentimento que experimentaram, - a emoção.

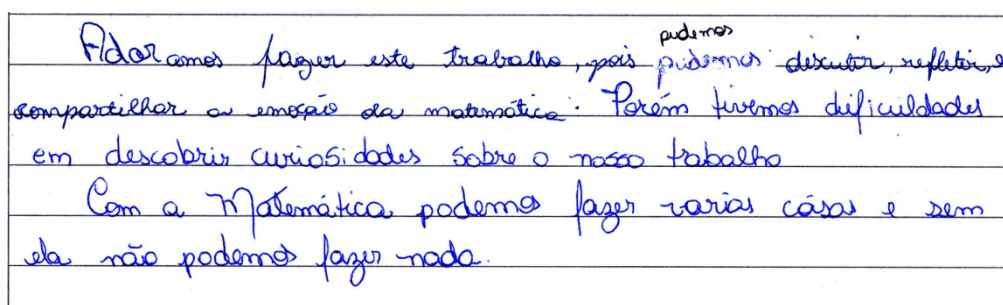


Figura 26: Registro escrito do aluno expressando seus sentimentos em relação ao trabalho de investigações.

Os novos objetivos apresentados com as tarefas de investigação requerem uma modificação significativa na natureza das atividades de aprendizagem que têm dominado o ambiente de sala de aula. Já não cabe mais o professor que “passa” os conhecimentos, mas sim àquele que orienta seus alunos para novas descobertas, as quais provocam neles esse sentimento de “genialidade”. Desse modo, o professor não ensina, mas cria condições de aprendizagem.

Nada mais deslocado da realidade histórica da Matemática do que a idéia de que as suas regras, teoremas, demonstrações e linguagem “caem do céu”. No

entanto, essa idéia ainda está presente na mente de muitos jovens. No registro do aluno podemos perceber uma desconstrução dessa idéia de que tudo é assim tão simples. O aluno apresenta a idéia de tentativas que podemos substituir por trabalho.

2. Pensa que a Matemática foi criada assim?  
 Sim, não sei o pensamento da pessoa que a criou, pois, penso que não tenha a mentalidade para criar uma matéria dessas, mas penso que com tentativas as regras dela foram criadas, porque não veio tudo na cabeça da pessoa, de repente.

Figura 27: Registro do aluno sobre fazer matemática

Neste outro registro, o aluno relata que gostou “mais ou menos” de realizar o trabalho, que é difícil e que não gosta muito de matemática, mas também expressa que as descobertas, as tentativas e o trabalho em grupo, são legais.

1. Gostar de fazer?  
 Mais ou menos, pois é difícil e não gosto muito de Matemática, mais o pensamento em grupo e as descobertas após a tentativa são bem legais.

Figura 28: Registro do aluno expressando seus sentimentos com relação ao trabalho com as investigações, as descobertas e o trabalho em grupo.

No registro apresentado na Figura 54, o aluno menciona que acredita não ter mentalidade para criar uma matéria assim, mas acredita que com tentativas as regras são descobertas. Também relata que não acredita que as regras venham à



cabeça, de repente. Este depoimento se contrapõe à idéia de que a matemática é uma matéria pronta, já estudada e demonstrada pelos matemáticos. O aluno percebe que pode criar algumas regras desde que haja determinação (com tentativas) para isso. Neste sentido, o depoimento anterior o completa, pois em grupo este trabalho se efetiva.

De fato, as descobertas matemáticas e as suas demonstrações não foram realizadas à luz de um único trabalho. Na tentativa de aproximar o trabalho realizado em sala de aula pelos alunos e pelos matemáticos, recorro a Poincaré (1996) que, no relato de experiências pessoais, diz que algumas descobertas, junto a suas demonstrações, muitas vezes surgiram inconscientemente, mas que só são possíveis se forem precedidas por um período de trabalho consciente.

Aqui podemos relacionar o que o aluno chama de tentativas com o trabalho consciente que Poincaré aponta, ou seja, o aluno está buscando um caminho, uma solução, uma forma de comprovar o que pensou.

Esse mesmo autor relata que, após ter iniciado um trabalho, permanecia alguns dias debruçado sobre ele, testando algumas combinações, sem chegar a resultado algum que o ajudasse a prosseguir com o objetivo de demonstrá-lo, e que, alguns dias depois, na tentativa de adormecer, não o conseguia, pois as idéias surgiam em sua mente como que se encaixando *e formando uma combinação estável*, o que o levou a escrever os resultados em apenas algumas horas.

Na tentativa de aproximar estes trabalhos, trago um relato oral de um aluno, durante a realização da tarefa com números:

*Está gostando de fazer esse trabalho? (perguntei)*

*Sim, é um trabalho muito diferente do que fazemos normalmente.*

*O trabalho em grupo ajuda a ter as idéias, um vai ajudando o outro e as soluções vão aparecendo.*

*Da próxima vez, se você apresentar um trabalho igual a este, vai ficar mais fácil. A gente já sabe como é para fazer (R. 8ª série, 2007).*

A resposta dada pelo aluno mostra sua disposição em reconhecer o trabalho em grupo como eficaz para a formulação das idéias, como uma experiência agradável e que deverá favorecer um próximo trabalho com as

investigações, colocando-o num movimento contínuo com as idéias que elabora, confrontando-as com as de seus colegas e avançando em seus pensamentos anteriores. O relato do aluno ainda me permite supor que a satisfação experimentada deixará uma lembrança que favorecerá o próximo trabalho de investigação.

Posso pensar na aula de matemática como um espaço pessoal, relacional e comunicacional em que, comumente, se produz conhecimento. Quando o trabalho investigativo passa a ser regular e consistente e o aluno se percebe como alguém que pensa e cria matemática, aumenta a possibilidade de os alunos produzirem conhecimentos matemáticos novos (OLIVEIRA, 2004).

Para os alunos, tal qual para os matemáticos profissionais, “o percurso matemático criativo, começa, quer se queira, ou não, por exemplos, e segue por tentativas com vista a formular teoremas a propósito dos exemplos” (FLATO, 1994, apud SILVA et al., 1999, p.78).

Deste modo, as investigações nas aulas de matemática aparecem como perspectivas para um ensino da matemática que promovem a expressão criadora dos alunos. O professor que apresenta, em sala de aula, o trabalho investigativo de forma consistente e regular deverá provocar uma postura investigativa nos alunos, de modo a possibilitar a produção de conhecimentos matemáticos novos.

Segundo Oliveira (2004, p.239), a dimensão investigativa torna a aula de matemática mais forte de um ponto de vista epistemológico e problematizá-la sob este aspecto, envolve:

- Identificar valências (negativas e positivas);
- Apreciar o conhecimento novo na sua dimensão estética;
- Estabelecer critérios de validação do conhecimento;
- Identificar obstáculos epistemológicos;
- Identificar o valor e os limites desse conhecimento;
- Estabelecer a relação entre quem conhece e o que conhece;
- Caracterizar o conhecimento (epistemia) matemático novo

O autor ainda acrescenta que esta caracterização não é a única e nem esgota todas as possibilidades de análise, mas perpassa aspectos incontornáveis de uma eventual análise holística de teor epistemológico. (p. 239).

Na tentativa de localizar estes aspectos para uma análise e apresentação, percebi no movimento da aula que estes se misturam, se completam, se separam, se potencializam um com o outro tornando difícil a separação para uma análise individualizada. Procurando caracterizar as dimensões citadas por Oliveira (2004) procederemos algumas aproximações com os dados deste estudo.

**Valências epistêmicas** - Segundo Oliveira (2004) na aula de matemática há três condições básicas que podem possibilitar, ou invalidar a criação de conhecimento novo por parte dos alunos: a liberdade, a divergência e a curiosidade. A liberdade permite que o aluno dê o rumo que desejar à sua investigação; a divergência é a concretização dessa liberdade, ou seja, o aluno não fica centrado na liberdade de poder seguir o seu caminho, mas, efetivamente, segue-o; a curiosidade é uma espécie de energia emotiva que assegura ao aluno a perseverança necessária ao processo de investigação e descoberta.

Se na aula de matemática estas três condições estiverem presentes, diz-se que o processo investigativo tem valência epistêmica positiva, e, na falta de pelo menos uma dessas condições o processo investigativo tem valência epistêmica negativa, e a criação de conhecimento pode ser inviabilizado.

Contudo, apresentar descobertas criativas em matemáticas não é uma tarefa fácil nem mesmo para os matemáticos e “não nos devemos esquecer que eles estão fortemente motivados para o assunto” (PONTE e MATOS, 1992, p.252).

O registro que trago de uma aluna relata um sentimento de desânimo causado pela dificuldade em elaborar idéias que podem estar associadas à falta de conhecimento sobre o tema falta de motivação ou por considerar muito simples e sem valor, suas idéias que, neste caso, poderiam ser julgadas como criativas e inovadoras.

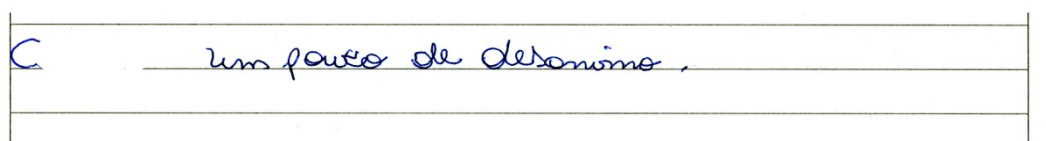


Figura 29: Registro do aluno expressando seu sentimento.

Este outro registro apresenta um sentimento de satisfação o que o mantém motivado a avançar em descobertas criativas.

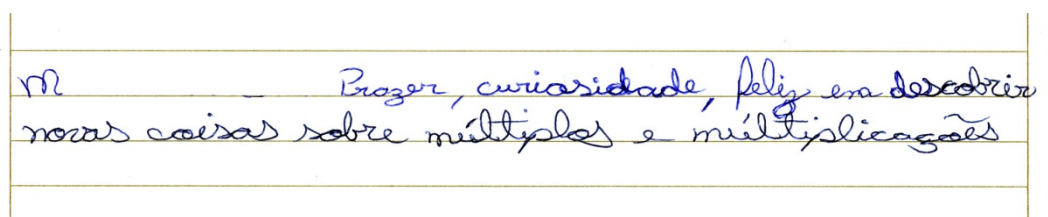


Figura 30: Registro do aluno expressando seu sentimento com relação às descobertas que faz.

Ainda, “os alunos podem não ser capazes de descobrir nenhuma maneira de começar uma investigação. Podem não saber conteúdos relevantes de base, ou não serem capazes de avaliar um resultado dado” (PONTE e MATOS, 1992, p.253).

Neste próximo fragmento podemos perceber que os alunos iniciam um questionamento sobre o que é um número composto (L-1) e o abandonam retornando ao trabalho com os números pares.

#### A TAREFA

2. Considere os seguintes conjuntos formados apenas por números naturais:

Números Pares

Números Ímpares

Múltiplos de 3

Múltiplos de 4

Números Primos

Números Compostos

Individualmente:

a) Descubra outros três elementos pertencentes ao conjunto;

b) Se possível, obedecendo a um padrão, crie representações geométricas para os elementos do conjunto;

c) Organize em ordem crescente os dez primeiros elementos do conjunto, formando uma seqüência;

- d) Descubra o número natural relativo ao vigésimo quinto termo dessa seqüência;  
 e) Explique como descobrir se um número (figura) pertence ou não a essa (e) seqüência (conjunto);

*Tarefa sobre Conjuntos Numéricos*

*L-1 (la) Número composto, o que é número composto?.. (ma) o que é número composto?*

*L-2 (la) vamos fazer os dos pares.*

*L-3 (pa) o que é que tem que fazer?*

*L-4 (la) tem que fazer o a) b) c)*

*L-5 pa) é isso que tem que fazer?*

*L-6 (pa) Jura?*

*L-7 (la) é lógico!*

*L-8 (la) ah! não é desse daqui debaixo.*

*L-9 la) números pares.*

*L-10 (ma) mas tem que explicar?*

*L-11 la) Como a gente vai explicar o que é um número par?*

*(Parte da transcrição das gravações realizadas em áudio durante a realização da tarefa sobre Conjuntos Numéricos – 2007).*

Podemos pensar que o desconhecimento sobre número composto representou um obstáculo para o avanço das investigações, levando o grupo a abandonar o curso da investigação e dirigir os trabalhos para os números pares. Neste momento, minha intervenção poderia orientá-los, favorecendo assim o avanço com as investigações e aproveitando o redirecionamento dado pelo grupo para trabalhar a idéia de número primo e número composto.

**Estética** - A atividade investigativa dos alunos em todos os sentidos deve ser alvo de uma valorização estética. Os caminhos que o aluno utiliza para uma demonstração devem ser valorizados e apreciados. Não estamos falando de uma utilização da simbologia matemática ou de outros recursos que o aluno possa vir a usar para uma demonstração a qualquer custo, mas uma demonstração que faça conexão, sentido, que tenha clareza e organização e que a argumentação matemática seja rigorosa, adequada ao nível cognitivo do aluno.

Observações

1º 37 multiplicado por múltiplo de 3, e ~~certos~~ número  
 0, resultará em nº ímpar

2º A partir dos múltiplos de 3 acima de 30 não é possível  
 multiplicar por 37 e achar números ímpares.

3º Quando você multiplica 37 por 3 vai dar 111, acrescentar  
 do zero no três que multiplica vai dar 111 e  
 o resto de zero que você colocou no 3  
 Ex:

$$37 \times 3 = 111$$

$$37 \times 30000 = 1110000$$

$$37 \times 6 = 222 \quad 1 \times$$

Figura 31: Registro apresentado pelo aluno apontando suas descobertas

Acredito que este fragmento escolhido para representar o critério estética mostra a idéia da aluna que, de uma forma intuitiva, faz observações a partir das multiplicações que já possuía, apresenta-a com uma boa estrutura e se utiliza de flechas e apontamentos em destaque para apontar a um possível leitor a organização necessária para comprovar a veracidade do que observou.

Sobre a estética, Poincaré (1996) nos traz que todos os verdadeiros matemáticos experimentam um sentimento estético e que pertence à sensibilidade. Estes sentimentos estéticos estão dispostos de forma harmoniosa na mente. Para este matemático a intuição é necessária a todo o trabalho criador.

Vista desse modo, a estética reside por detrás da matemática e está na existência das idéias organizadas na própria mente do pensador e se manifesta

como linguagem na busca de explicitar as ordens internas, como os ritmos e suas relações. São os percursos.

No depoimento oral de uma aluna, encontramos o seguinte relato: *A Matemática “une” as coisas* (J., 8ª série, 2006 – aluna explicando como entende a matemática e que o conhecimento matemático permite uma aproximação entre as diversas áreas do conhecimento).

**Validação** - Via de regra, são os especialistas que confirmam o rigor e têm a autoridade necessária para validar os esquemas que foram empregados pelos alunos nas realizações das tarefas.

Na aula de matemática o professor desempenha o papel de especialista e, portanto, tem autoridade para validação dos esquemas dos alunos. Na aula de investigação, tais esquemas devem ser apresentados com uma argumentação convincente, passando por provas elaboradas até a demonstração propriamente dita (OLIVEIRA, 2004).

A validação feita pelo professor adota os mesmos moldes que a validação realizada pelos especialistas, ou seja, há uma seleção do que é mais ou menos importante, atribuindo-lhe um valor, em função do objetivo. Exemplo disso são os fragmentos que selecionei para apresentar neste trabalho. Evidentemente, tinha muito material produzido pelos alunos, o que me levou a uma necessidade de seleção e escolha dada à limitação de tempo e espaço para apresentação e discussão de todos.

Contudo, as aulas de investigação e os momentos de discussão final dos trabalhos são os espaços em que os alunos percebem que todas as contribuições são importantes porque não há resposta certa ou errada, como já citei anteriormente, mas conjecturas que devem ser refutadas ou consideradas. Neste sentido, o aluno pode se expressar livremente, pois a sua contribuição, com descobertas, perguntas, observações, será importante para o fechamento e conclusão do conteúdo trabalhado na atividade em questão.

A validação também passa por um processo pessoal, que é o momento em que o aluno atribui um valor para o que descobriu. Em Matemática, validar é comprovar que é verdadeiro, que vale. Assim, exige demonstração. Essa função é,

sem dúvida, fundamental na Matemática mas nem sempre é motivadora ou mesmo simples para o aluno.

O professor pode validar o conhecimento produzido pelos alunos, desempenhando assim o papel de especialista, divulgando o trabalho dos alunos de forma que estes possam ser apreciados e recebam críticas exteriores à aula.

Neste sentido, os trabalhos apresentados se submeterão a apreciações e críticas, uma vez que se insere no corpo desta pesquisa como forma de divulgação e publicação e torna-se assim conhecido fora do ambiente escolar.

### **Obstáculos epistemológicos envolvidos nas atividades de investigação -**

Durante o trabalho com as investigações alguns obstáculos podem se apresentar comprometendo todo o processo. Em Oliveira (2004), encontramos alguns obstáculos registrados separadamente, como por exemplo: ausência de motivação e conhecimento de conteúdos.

Ponte e Matos (1992) apontam que fazer descobertas significativas em matemática não é algo fácil nem mesmo para os próprios matemáticos, sem esquecer que eles estão fortemente motivados e os alunos nem sempre se encontram suficientemente motivados para a matemática, muitas vezes por desconhecerem o tema tratado.

Nas análises que realizei, entendi que estes dois elementos se misturam um provocando o outro. Os alunos quase sempre se desmotivam, quando não conhecem o assunto.

Para ilustrar retomo a tarefa sobre conjuntos numéricos, realizada com as 8<sup>a</sup> séries. Em um dos grupos em que foi realizada a gravação, durante a transcrição percebem-se os alunos discutindo durante um longo tempo sobre números pares, (quando são, por que são, se o zero é par ou não?). Fazem isso, livremente, raras vezes solicitando a presença da professora, o que pode ser atribuído a um conhecimento do conteúdo e a uma forte motivação para a realização da tarefa. Este comportamento não ocorre quando tratam de números compostos; duas alunas levantam a questão L-1 e L-2, e, não encontrando resposta (falta de conhecimento ocasionando falta de motivação), retornam aos



números pares, desta vez para fazer o registro, ou seja, permanecem com o tema de que tinham conhecimento e onde podiam perceber os avanços.

*L-1 (la) Número composto, o que é número composto?*

....

*L-2 (ma) o que é número composto?*

*L-3 (la) vamos fazer os dos pares.*

*L-4 (pa) o que é que tem que fazer?*

*(Parte da transcrição das gravações realizadas em áudio durante a realização da tarefa sobre Conjuntos Numéricos – 2007).*

Nestes casos, em que o aluno abandona o caminho que está a seguir, por ausência de conhecimentos ou por falta de motivação, o professor assume um papel de moderador. Compete a ele oferecer aos alunos as condições necessárias, motivando-os para que avancem em suas investigações. Oliveira (2004) aponta que “inevitavelmente existirão obstáculos epistemológicos” e que estes podem ser minimizados pela ação do professor.

No fragmento abaixo, notamos a presença da professora em um grupo de trabalho, interagindo com o grupo,

A TAREFA

3. Considere os seguintes números:

Números Inteiros

Números Decimais

Números em Forma de Fração

Individualmente:

- a) Desenhe outros três elementos pertencentes ao conjunto;
- b) Se possível, obedecendo a um padrão, crie representações geométricas para os elementos do conjunto;
- c) Organize em ordem crescente os dez primeiros elementos do conjunto, formando uma seqüência;
- d) Tente descobrir o número relativo ao décimo termo dessa seqüência;
- e) Explique como descobrir se um número (figura) pertence ou não a essa (e) seqüência (conjunto);

*Tarefa sobre Conjuntos Numéricos*

L-1 (M e J) fracionários....

L-2 (J) Graça, vamo vê com a Graça.

L-3 (M) todo número tem a forma de fração por exemplo 21, embaixo do 21, é 1, não aparece mas é o 1,(J) e por exemplo, 15 sobre 1 é o quinze, 20 sobre 2 é dez, todo número é fracionário (M) não é? mesmo não vendo aqui embaixo tem sempre 1 (G) e (J) verdade, todo número é fracionário!

L-4 (J) Graça, Graça, aqui ó, para descobrir números fracionários, como é que faz, todos são não são?

L-5 (M) Todos são fracionários!

L-6 Profa. Todos são fracionários? Então todos os números que você conhece são fracionários?

L-7 (J) exceto com vírgula.

L-8 Profa. Exceto número com vírgula?

L-9 (G) tem número com vírgula também.

L-10 Profa. Tem número com vírgula também? Fala um pra mim um que seja, que se possa escrever na forma de fração,

L-11 (G) 1 sobre 10.

L-12 Profa. 1 sobre 10 está na forma de fração. Esse número pode ser escrito na forma decimal?

L-13 (M e G) Pode.

L-14 Profa. Como é que ele fica?

L-15 (M e G) 0,1, 1 décimo.

L-16 Profa. Ele fica um décimo, tá. Então, a forma decimal e a forma fracionária o que elas têm de diferente?

L-17 (J) só a escrita.

L-18 Profa. Só a escrita?. Elas representam o mesmo número?

L-19 (M) tem...

L-20 Profa. Então, o que tem de diferente nelas é só a escrita?.

L-21 Profa. A pergunta é: Todo número pode ser escrito na forma decimal?

L-22 (M) Pode, por exemplo, tem o número 30, mesmo que não apareça tem o 1 aqui embaixo

L-23 Profa. Mesmo que não apareça... O que você falou? (aluno falando baixinho...) Dízima?

L-24 Profa. Escreva uma dízima para que a gente possa pensar sobre ela.

L-25 (G) 0,3333...

L-26 Profa. Tá, 0,333... , é uma dízima, portanto é um número infinito, mas é um infinito que a gente conhece, não é?

L-27 (G) É.

L-28 Profa. Pode-se perguntar qualquer casa decimal que a gente sabe, é isso?

L-29 (G) vai ser 3.

L-30 Profa. Tem alguma maneira de eu escrever uma divisão, um número fracionário que resulte nessa dízima?

L-31 (J) Tem.

L-32 Profa. Tem. Qual é?

L-33 (T) 1 sobre 3

L-34 Profa. 1 sobre 3, se eu fizer essa divisão eu vou conseguir 0,3333..certo.? Então, esse número pode ser escrito na forma de fração. Tem algum outro numero que vocês conheçam que não poderia ser escrito na forma de fração, ou vocês.....

L-35 (G) tem. Aquelas dízimas em que os números não se repetem.

L-36 (M e J) não repete

L-37 (M e J) fracionários.....

(Parte da transcrição das gravações realizadas em áudio durante a realização da tarefa sobre Conjuntos Numéricos – 2007).

Pode-se observar que o grupo mantém-se altamente motivado e com a participação de todos os integrantes. A professora faz uma pergunta (L -14) e os integrantes do grupo prontamente respondem, muitas vezes, ao mesmo tempo (L-15).

Neste momento podemos observar avanços no trabalho deste grupo, tratam da forma fracionária (L-12), (L-15) avançam para dízimas periódicas (L-24), (L-25) e iniciam a discussão sobre números irracionais (L-35). Acredito que este encaminhamento da tarefa se dá devido ao conhecimento que os integrantes deste grupo têm sobre o assunto e por se encontrarem motivados para o trabalho.

**O valor e os limites do conhecimento produzido nas investigações** – Segundo Oliveira (2004), o professor que trabalha numa perspectiva investigativa deve aceitar que nem todo assunto trazido para discussão, pelos alunos, terá um valor que se expressa imediatamente ou até mesmo no futuro.

Um exemplo disto é a discussão que um grupo de alunos faz sobre números pares:

*Por que não é assim? Um ímpar e um ímpar, dois par e três ímpar. É ímpar, par, ímpar, par, ímpar, par, ímpar par - então se 1 é ímpar o 0 é par.*

Esta observação feita por alunos de 8<sup>a</sup> série apresenta-se, inicialmente, sem nenhum avanço conceitual com relação a números pares. No entanto, se em alguns momentos a produção matemática dos alunos apresenta-se de forma consistente e em sintonia com idéias matemáticas fortes, em outros trazem idéias que podem ser consideradas irrelevantes, se comparadas às produções mais

valorizadas. Compete ao professor fazer intervenções para que o aluno avance em conhecimento.

Nesta análise, atribuo mais ou menos valor às considerações feitas pelos alunos, segundo alguns critérios, tais como: a minha própria expectativa, o conhecimento prévio que os alunos trazem para a 8ª série, a linguagem que utilizam a forma que escolhem para representação.

Isto também ocorre na comunidade científica que, atribuindo mais ou menos valor a determinados resultados, decide quais devem ou não ser publicados. Desse modo, os produtos matemáticos podem estar sujeitos à influência de uma leitura particular (Burton apud OLIVEIRA, 2004).

Neste caso, julguei desnecessário (zero ser par ou não) como de menor valor, irrelevante, para alunos nesta fase escolar, por isso fechei, sem explorá-la, esta linha de investigação.

Neste sentido, a discussão que o grupo faz sobre *parzinho, par, ímpar*, buscava, de fato, uma clarificação sobre o que o zero é? Par ou ímpar?

Acredito que nesse momento de discussão do grupo, a presença e intervenção do professor é fundamental para que o grupo avance em descobertas.

**Relação entre conhecimento e quem conhece** - Oliveira (2004) afirma que “a relação entre conhecimento e quem conhece ganha um novo dinamismo: o sujeito aprendente recria o conhecimento” (p.36). Segundo Dawson (1992, p.201, citado por Oliveira, 2002), “aprender matemática não significa construir o conhecimento certo, visto que ninguém está seguro acerca do que é esse conhecimento”

No fragmento relacionado à tarefa sobre números verificamos os alunos, que participam deste grupo, iniciarem uma discussão sobre os números pares. Em determinado momento, o grupo conclui por classificar o número 0,6 como número par.

A TAREFA

2. Considere os seguintes conjuntos formados apenas por números naturais:

Números Pares  
 Números Ímpares  
 Múltiplos de 3  
 Múltiplos de 4  
 Números Primos  
 Números Compostos

Individualmente:

- a) Descubra outros três elementos pertencentes ao conjunto;
- b) Se possível, obedecendo a um padrão, crie representações geométricas para os elementos do conjunto;
- c) Organize em ordem crescente os dez primeiros elementos do conjunto, formando uma seqüência;
- d) Descubra o número natural relativo ao vigésimo quinto termo dessa seqüência;
- e) Explique como descobrir se um número (figura) pertence ou não a essa (e) seqüência (conjunto);

*Tarefa sobre Conjuntos Numéricos*

L-1 (la) 0,06 é par?. Acho que é, porque você divide 0,06 por 2 vai dar 0,03 não, vai dar 0,03?

(ma) mas como você vai representar?

L-2 (la) você não disse que todo número par dá pra dividir por 2?

L-3 (la) 0,06 dividido por 2 vai dar 0,03

L-4 (ma) 0,6 é um número par!

L-5 (la) sim é lógico, todo número então dá pra dividir por 2..

L-6 (la) 3 não é ímpar? 3 não é ímpar? 3 não é ímpar, calma aí, 3 não é ímpar e não dá pra dividir? e 3 dividido por 2 dá quanto?

L-7 (ma) 1 e sobra 1

L-8 (la) então dá conta com vírgula, não pode dar resposta com vírgula, tem que dar número inteiro

L-9 (ma) entendi

L-10 (ma) então 0,6

L-11 (la) é par ?

*(Parte da transcrição das gravações realizadas em áudio durante a realização da tarefa sobre Conjuntos Numéricos – 2007).*

Neste momento, dois integrantes de um grupo de 4 estão formalizando o conceito de número par e como não há nenhuma interferência por parte dos outros dois participantes do grupo, eles concordam que se um número é divisível por 2, então o número é par (L-2).

Logo em seguida, um dos alunos propõe que todo número que pode ser dividido por 2, é par, (L-5), criando a necessidade de se discutir e classificar o resultado desta divisão, o que fazem em seguida, (L-8), acrescentando que a divisão deve ser exata e que o resultado deve ser um número inteiro. Esta nova condição coloca o número anteriormente pensado (0,6) fora deste conjunto de números.

Os outros integrantes do grupo não se opõem à idéia que está sendo discutida. O que faz pensar que concordam.

**Caracterização do conhecimento matemático novo** – Segundo Oliveira (2002), “A concepção de aula de matemática como espaço epistemológico forte pressupõe que sabe matemática quem faz uso dinâmico e produtivo dos processos tipicamente matemáticos” (p.37) Neste momento, os alunos estão a “produzir um conhecimento novo”, para eles, que é a definição e a classificação dos números pares. Eles certamente saberiam enumerar os números pares, já aprendidos, mas estão a pensar sobre como classificá-los e como defini-los. A necessidade de agrupar os números por suas características fica mais evidente com estas colocações, o que norteia o trabalho sobre conjuntos numéricos.

Entender a aula de matemática como espaço epistemológico implica em adotar um princípio de equivalência entre saber matemática e fazer matemática. (OLIVEIRA, 2004, p.245). Nesse sentido, entendo que os alunos estão a fazer matemática, procurando para o seu trabalho uma maneira para representar o número par, uma vez que procuram expandir o conhecimento que já trazem, *número que pode ser dividido por 2*, mas, que o refutam já que não atende aos números por eles pensados.

Apóio-me em Oliveira (2004) que defende que o conhecimento novo deve ser considerado de forma ampla reconhecendo seus níveis de complexidade, extensão e profundidade. O autor também convida a fazer justiça ao conhecimento matemático, reconhecendo a “importância epistemológica da matemática informal, credibilizando o conhecimento ligado a todos os processos matemáticos e não apenas à validação (formal).” (p.246).

Para concluir, destaco que, a meu ver, alguns critérios estabelecidos por Oliveira (2004), para caracterizar a aula de matemática como um espaço epistemológico de produção de conhecimentos se misturam, ficando assim difícil separá-los para uma análise individual.

A sala de aula apresenta-se com um movimento contínuo que mantém uma relação dinâmica entre os seus protagonistas. É uma relação que se fortalece, reconstrói; em alguns casos, destrói, compõe e recompõe funções, papéis, práticas e usos das duas partes envolvidas. Há um movimento contínuo, embora diferenciado, que afeta a natureza de todos os envolvidos. A imagem que trago para exemplificar este movimento foi muito bem retratada na observação feita pelo Sr. Palomar, personagem de Ítalo Calvino em “Palomar”, sobre a onda:

O senhor Palomar vê uma onda apontar na distância, crescer, aproximar-se, mudar de forma e de cor, revolver-se sobre si mesma, quebrar-se, desfazer-se. A essa altura poderia convencer-se de ter levado a cabo a operação a que se havia proposto e ir-se embora. Contudo, isolar uma onda da que se lhe segue de imediato e que parece às vezes suplantá-la ou acrescentar-se a ela e mesmo arrastá-la é algo muito difícil, assim como separá-la da onda que aparece e que parece empurrá-la em direção à praia, quando não dá até mesmo a impressão de voltar-se contra ela como se quisesse fechá-la. (Calvino, 1994, p.7).

Dentro de um movimento contínuo é muito difícil separar e observar um único aspecto. Sendo ao mesmo tempo necessário precaver-se para não se deixar levar pelo próprio movimento observado.

Tenho consciência do movimento que esta discussão provoca, assim como, de sua amplitude. Todavia, aceitei este desafio por acreditar que a sala de aula é um local de produção de conhecimento matemático e profissional e também porque esse conhecimento necessita de estudo, reflexão e divulgação.

## CONSIDERAÇÕES FINAIS

Ao chegar a este momento, parte final deste texto, relembro todos os passos que foram dados para a sua composição. Momentos da minha trajetória que sustentaram e ainda sustentam o sonho que esta escrita materializa, assim como experiências e pessoas que nortearam o meu percurso profissional e a minha própria maneira de ser e entender a educação, procurando relacioná-los com o momento atual.

Início minhas memórias pelo começo de minha carreira. Um começo marcado, assim como o começo de muitos outros professores, por ações orientadas pela intuição e por tentativas de adaptação à cultura das escolas em que atuaram.

A insatisfação com a identidade profissional assumida, com as aulas que ministrava e com o desinteresse notado nos alunos, pela educação e pelas aulas de matemática, me provocam inquietações como professora. Essa insatisfação, tornou-se então motivo de busca por respostas ao meu desassossego com a minha prática. Uma prática, até então, espelhada e construída nos modelos que conheceria.

Essas inquietações contribuíram para que eu me inserisse num grupo formado por professores de Matemática das redes pública e particular e por professores acadêmicos. Nesse ambiente realizei leituras, me envolvi em discussões possibilitando que ocorressem avanços e retrocessos no processo de reflexão e de descoberta.

Foi também a partir dessas experiências que produzi a minha primeira narrativa. Nela evidenciava-se o processo de construção de uma nova identidade profissional através das reflexões provocadas e da participação dos alunos nestas mudanças de postura em sala de aula.

O grupo aparece como um marco divisório de duas fases de uma carreira profissional. Antes dele, como já exposto, a prática era pautada em modelos considerados tradicionais, ou seja, aulas em que o professor apresenta os



conteúdos e propõe exercícios e o aluno tenta resolvê-los da maneira mais competente possível.

Dos encontros que participo no Grupo, ressalto:

- O contato que tive com trabalhos teóricos que possibilitaram reflexões e provocaram conflitos;
- As discussões e as trocas com os outros professores participantes do grupo que começaram a provocar um turbilhão de sentimentos, imagens e reflexões que direcionam para uma mudança da prática pedagógica e a assunção de uma nova identidade profissional.

A partir das leituras e discussões realizadas, comecei a fazer questionamentos sobre a minha sala de aula, sobre minha formação e sobre a minha prática.

Estes momentos impulsionaram-me a rever essa prática e as concepções sobre um ensino de Matemática num modelo tradicional e de um ensino sob uma ótica de Educação Matemática. Um ensino que privilegie a descoberta e a autonomia do aluno.

Lá também, tenho o primeiro contato com as investigações matemáticas. Traço um paralelo entre as minhas práticas e as descritas nos trabalhos que passaram a fazer parte dos estudos do grupo. Começo também a escrever narrativas para registro dos episódios de aula e percebo o potencial formador deste recurso metodológico. Na produção destas narrativas percebo-me revendo a minha prática e realizando uma reflexão diferente sobre ela. Esta reflexão me oferece uma oportunidade de lançar um olhar crítico sobre mim mesma, percebendo minhas limitações, minhas crenças, meus medos, expondo assim, uma prática que precisa ser revista, estudada, analisada, compreendida, mantida, melhorada e, muitas vezes, transformada. Esta é a oportunidade de compreender não só o ensino mas os outros e nesta tentativa, compreender a mim mesma.

Sendo assim, apresento um pré-projeto de pesquisa e participo do processo seletivo para o Mestrado do Programa de Pós-Graduação da Universidade de São Carlos, com o propósito de buscar uma nova abordagem acadêmica formal. Aprovada, retorno à Universidade, com o objetivo de realizar um estudo que permita confrontar a minha prática com a teoria buscando subsídios

teóricos que ajudem a compreender os problemas e os desafios do trabalho docente e apontem para soluções oriundas de um processo reflexivo crítico e sistemático que possibilitem transformar essa prática em uma que promova um conhecimento novo para professor e aluno.

Nesse retorno à Universidade, encontro uma calorosa recepção oferecida pelos professores das diferentes disciplinas que cursei. Valiosas contribuições dadas pelos mesmos direcionaram meu olhar para leituras mais adequadas, contribuindo para a compreensão e construção das respostas que se apresentassem como mais apropriadas ao trabalho que pretendia realizar.

Assim como as contribuições dos integrantes do GEM – Grupo de Pesquisa em Educação Matemática - pela leitura e discussão deste trabalho e os colegas do mestrado, grandes amigos que consegui conquistar e que não podem ficar excluídos deste trabalho, uma vez que mesmo em conversas informais, quando concordavam ou discordavam das minhas idéias, provocavam sérias reflexões e mudanças que me ajudaram a avançar.

Finalmente, minha orientadora que pacientemente me conduziu, compreendendo e respeitando o meu tempo, oferecendo o suporte necessário ao desenvolvimento deste estudo para que este adquirisse o rigor necessário a um trabalho deste porte.

Com todos estes interlocutores, a questão de investigação foi sendo cuidadosamente trabalhada nas discussões com os professores, com os colegas, com as leituras que realizei, e posteriormente com a banca de qualificação. O objetivo dessas discussões foi sempre o de adequar a questão de investigação ao objeto de estudo. Este objeto de estudo, por sua natureza, exigia uma imersão no próprio ambiente de estudo. Foi feita assim, a opção por uma abordagem qualitativa-interpretativa pois esta se apresentava como a mais adequada para o trabalho.

A partir da experiência como professora de Matemática, vou aprendendo a desenvolver uma reflexão diferente que se apóia na teoria e também nas aulas exploratória-investigativas, sempre na procura de explicar a prática.

Assim, vão aparecendo os resultados que, organizados e analisados sob a perspectiva de uma professora que pesquisa a sua própria prática pedagógica, ou

seja, de uma professora portadora de saberes específicos que são construídos dinamicamente no contexto interativo da profissão, em função da e na ação docente, possibilitam tecer algumas considerações.

A primeira evidência que este trabalho aponta é sobre os saberes da professora que aparecem como saberes em permanente construção e que por disposição da mesma são colocados, a todo o momento, em questão. Estes, decorrem em grande parte, das influências geradas pela família e pelo conceito de educar e de se educar. Também aponta para as experiências profissionais vividas nas escolas em que atuou e na interação com colegas que encontra no exercício profissional.

Embora a pesquisa sobre a própria prática seja passível de muitos questionamentos, podendo inclusive ser entendida como um estudo irrelevante, acredito que este estudo dará continuidade aos estudos já iniciados, trazendo contribuições e apontando que esta é uma discussão que não se esgota e que o ambiente de sala de aula é um ambiente onde aluno e professor produzem conhecimento novo para si e para os outros. “O conhecimento é sempre uma tradução seguida de um reconstrução” (MORIN, 2000).

Retornando à pergunta que orientou este trabalho de pesquisa: **Quais as Contribuições que um trabalho com tarefas exploratório-investigativas traz para o processo de reflexão sobre a prática e para a transformação de alguns saberes docentes e discentes?**

Outros trabalhos trazem questões parecidas ou que se originaram de inquietações semelhantes. Acredito que esta semelhança se dá por ser a qualidade da educação, tanto do aprendizado quanto da docência, algo que inquieta os professores escolares ao mesmo tempo em que nos motiva e nos impulsiona a buscar soluções para problemas provenientes das salas de aula tanto das escolas públicas quanto das escolas particulares.

As primeiras observações realizadas com esta pesquisa apontam para a formação escolar da professora que não teve neste modelo oportunidades de discussão, descobertas e argumentações, o que provocou um modelo de ambiente de sala de aula em que o professor deveria controlar toda a aprendizagem. Este

modelo acaba por influenciar o início de carreira e avança até o momento em que a professora, após um período de interrupção da docência retoma suas aulas e começa a inquietar-se com essa prática por não acreditar que esta era verdadeiramente a sua prática. Inquieta-se por descobrir que está desenvolvendo um trabalho sob uma crença que já não se mantém, ou seja, não acredita que o aluno tenha um bom aprendizado nesse modelo, já que começa a colocar o seu próprio aprendizado em questão e se percebe descobrindo coisas junto aos alunos.

Esse incômodo cria a motivação para procurar alternativas de re-elaboração e percebe que com uma nova metodologia, que conheceu junto ao grupo de estudos e que provoca mudanças na sua sala de aula, passa a ser uma possibilidade de produção e reconstrução de conhecimentos.

Assim, passa a trabalhar com as tarefas de investigação com as quais teve contato teórico no grupo e percebe a mudança em sua postura e conseqüente mudança na postura dos alunos quando posto em prática. Este trabalho com as investigações matemáticas dá início a um processo de revisão e reflexão sobre a minha prática e sobre as minhas crenças e concepções sobre a aula de matemática.

As aulas começam a ter um movimento próprio que se origina das questões e/ou observações que os alunos trazem e as discussões nos momentos de socialização se apresentam como um momento de produção e de avanços no conhecimento matemático.

Convém esclarecer que os episódios de aula apresentados neste trabalho e que serviram de base para a análise do mesmo, foram tomados de alunos de uma escola particular que permitiu que o trabalho fosse realizado em seus domínios, oferecendo facilidades para a pesquisa, como por exemplo, o fácil acesso a computadores, a materiais e apoio técnico. Acredito, contudo, que este tipo de trabalho pode ser realizado em qualquer escola, mesmo nas que apresentam sérios problemas de disciplina ou desinteresse por parte dos alunos. Para evidenciar essa possibilidade utilizei um trabalho realizado na escola pública em que os alunos mostraram-se prontos e com o mesmo nível de motivação e envolvimento necessário para o desenvolvimento das tarefas.

Estes episódios e as narrativas realizadas para registro das aulas propiciaram as oportunidades para reflexão e para a análise dos mesmos. Estas contribuíram para a construção e re-construção de uma nova postura, que emerge deste tipo de trabalho e que uniu a prática existente às leituras realizadas e a uma nova prática que surge apoiada nas observações e nos resultados deste novo modelo de trabalho, percebida sob uma nova ótica que oscila entre um olhar de professora e um olhar de pesquisadora.

Das primeiras experiências com as investigações matemáticas às experiências posteriores com base nos mesmos trabalhos evidencia-se que a intervenção/mediação ou a falta destas propiciaram um desenvolvimento diferente para a tarefa proposta.

Há um crescente desenvolvimento nos trabalhos e que são perceptíveis pela intervenção realizada ou quando estas provocam mudanças de concepções existentes nas relações professor-aluno. Estes abandonam uma postura de expectador para assumir uma postura mais livre e autônoma estabelecendo para a aula uma “perspectiva compartilhada” (ALRΦ; SKOVSMOSE, 2006). Ou ainda, quando há uma tomada de consciência de que a intervenção/mediação ou a falta dela, pela professora proporciona momentos que podem se tornar “a mola-mestra da produção de significados de uma comunicação sem ser mencionada” (p. 29). Esta forma de comunicação pode determinar o curso da aula e o conseqüente avanço. Todavia, as narrativas escritas produzidas e que têm por objetivo registrar o ocorrido em sala de aula para posterior reflexão permitem ainda, que a professora se reveja, repense e reelabore a sua prática.

Nesse movimento vai surgindo uma nova concepção de ensino, tentando superar o modelo tradicional e criando condições para novas perspectivas pedagógicas. Este é um enorme desafio para o professor, uma vez que mudanças de atitudes em sala de aula não estão baseadas apenas no desejo e nas motivações deste, mas sim, em toda a lógica escolar (ALRΦ; SKOVSMOSE, 2006). Muitas vezes, uma lógica ancorada no pressuposto de que uma aula de Matemática é apenas o apontamento e a correção dos erros cometidos pelos alunos.

Assim, o trabalho com as investigações matemáticas vai mudando essa perspectiva e estabelecendo um novo modelo de comunicação em sala de aula,

pois neste modelo de trabalho pedagógico não existe erro, mas sim, conjecturas, que podem ser aceitas ou refutadas. Desse modo, o aluno vai tomando a frente do processo educacional, assumindo uma posição que lhe permite seguir os caminhos que o levam a fazer descobertas e a testá-las de forma intencional.

Também ficou evidenciado, através das análises realizadas que este modelo de trabalho permite uma nova relação com o conhecimento, entre professor e aluno, entre aluno e aluno e entre aluno, professor e o conhecimento matemático, pois a discussão, a troca, a socialização possibilitam a produção de novos saberes tanto para professor quanto para aluno.

Apontou também:

- Para a importância do trabalho escrito, promovendo uma mudança de comportamento e mudança da cultura escolar na sua forma e na sua percepção, oferecendo aos envolvidos um novo modelo de comunicação das idéias matemáticas;
- A alteração de sentimento/afeto que os alunos manifestam pela matemática, apresentando relatos em que se pode notar que aqueles que afirmam “ter dificuldade” começam a expressar-se de forma a demonstrar mais prazer pelo trabalho realizado;
- Que o trabalho em grupo favorece a interação e a participação de todos. Os alunos se sentem mais motivados com menos medo de errar, passando a compreender que o erro faz parte do aprendizado;
- Para a importância do trabalho realizado nas aulas de socialização, uma vez que nestas aulas aparecem todas as idéias trabalhadas, permitindo assim, que todos os alunos participem e que o professor possa conhecer os caminhos seguidos pelos alunos, incentivando-os a relatar também, os caminhos que foram abandonados. Acredito que este seja o momento mais rico do trabalho com as investigações por possibilitar mudanças e visíveis avanços conceituais;
- O papel do diálogo entre os alunos e entre alunos e professor aparecendo como elemento fundamental para a comunicação das idéias, para a autonomia do aluno e para a liberdade criativa;

Todas essas possibilidades de mudança, tanto na cultura escolar quanto na cultura formativa apontam para a necessidade de continuidade destes trabalhos, ou seja, trabalhos nos quais os professores, através de uma investigação de sua própria prática e dos problemas da sala de aula, construam uma teoria de ensino.

Acrescento ainda que, mesmo ciente da incompletude deste trabalho, devido à insuficiência do tempo para a sua realização, à dificuldade do trabalho em sala de aula como professora e pesquisadora, à preocupação em constituir a documentação para registro e ao distanciamento necessário para sua análise, creio que o mesmo trará contribuições aos estudos já iniciados sobre desenvolvimento profissional.

No entanto,

entre os textos há lacunas, ambigüidades, singularidades, que são preenchidos pela leitura que o pesquisador faz deles. Então, a História da produção acadêmica é aquela proposta pelo pesquisador que lê. Haverá tantas histórias, quanto leitores dispostos a lê-las (FERREIRA, 2002, p. 269).

Finalizo, dessa forma, certa de que este estudo não termina e outros trabalhos serão necessários para ampliar e preencher as lacunas ainda existentes.

## REFERÊNCIAS

ABRANTES, P.; LEAL, L. C.; PONTE, J. P. (Org.) *Investigar para aprender matemática: Textos selecionados*. 1. ed. Lisboa: Projeto MPT e APM, 1996. 205 p.

ANDRÉ, M. Pesquisa, Formação e Prática Docente. In: \_\_\_\_\_. *O papel da pesquisa na formação e na prática dos professores*. Campinas: Papyrus, 2001. cap. 3.

ANDRÉ, M. E. D. A. *Etnografia da prática escolar*. 7. ed. Campinas: Papyrus, 2002.

ANDRÉ, M. E. D. A. Estudo de caso em Pesquisa e Avaliação Educacional. Brasília: Líber Livro, 2005.

ALARCÃO, I. (Org.) *Formação reflexiva de Professores, estratégias de supervisão*. Porto :Porto Editora, 1996.

ALARCÃO, I. (Org.) *Ser Professor Reflexivo*. In: *Formação Reflexiva de Professores, estratégias de supervisão - Porto – Porto Editora, 1996* (p.173 – 188)

ALARCÃO, I. *Professores reflexivos em uma escola reflexiva*, 2. ed. São Paulo: Cortez, 2003. 101 p. (Coleção: Questões da Nossa Época v. 104).

ALARCÃO, I. Professor-investigador: Que sentido? Que formação? In B. P. Campos (Org.), *Formação profissional de professores no ensino superior*. Porto: Porto Editora, v.1. p. 21-31. disponível no site: <<http://www.inafop.pt/revista>>. Acesso em: 20 de agosto de 2007.

ALRØ, H.; SKOVSMOSE, O. *Diálogo e Aprendizagem em Educação Matemática*. 1. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2006. 158p. (Coleção: Tendências em Educação).

BOGDAN, R. C.; BIKLEN, S. K. *Investigação qualitativa em Educação*. Portugal: Porto Editora, 1994.

BORGES, C. *Saberes docentes: diferentes tipologias e classificações de um campo de pesquisa*. Educação & Sociedade, ano XXII, nº 74, abril, 2001. disponível em: <<http://www.scielo.br/pdf/es/v22n74/a05v2274.pdf>>. acesso em 05 de agosto de 2007.

BRASIL. Ministério da Educação. Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática. Secretaria da Educação Fundamental. Brasília. MEC/SEF, 1998, 148p.



BRAUMANN, C. Divagações sobre Investigação matemática e o seu papel na aprendizagem da matemática. In. PONTE, J.P. et al. *Actividades de Investigação na aprendizagem da matemática e na formação de professores*, 1. ed. Coimbra: Secção de Educação Matemática da Sociedade Portuguesa de Ciências de Educação, p. 5-24, 2002.

CALDEIRA, A.M.S. *Apropriação e a construção do saber docente e a prática cotidiana*. Cadernos de Pesquisa nº. 95, São Paulo, nov. 1995, p. 5-12.

CALVINO, I. *Palomar na Praia – Leitura de uma onda*. In: Palomar. Trad. Ivo Barroso. São Paulo: Companhia das Letras, 1994.

CHARLOT, B. Formação de professores: a pesquisa e a política educacional. In: PIMENTA, S.G.; GHEDIN, E. (Orgs.) *Professor Reflexivo no Brasil gênese e crítica de um conceito*. 2.ed. São Paulo: Cortez, p. 89-108, 2002.

CARR, W.; KEMMIS, S. *Teoria crítica de la enseñanza. La investigacióacción em la formación Del profesorado*. Barcelona: Martinez Roca, 1998.

CALHAU, M.E.S. Investigações em sala de aula: Uma proposta de atividade em salas de aula do Ensino Fundamental. Mestrado Profissional em Ensino de Matemática. Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, 2007.

CASTRO, J.F. *Um estudo sobre a própria prática em um contexto de aulas investigativas de matemática*, 2004, 196p. Dissertação (Mestrado em Educação: Educação Matemática). Faculdade de Educação, Universidades Estadual de Campinas.

CEBOLA, G. Do número ao sentido do número. In PONTE, et al . *Actividades de Investigação na Aprendizagem da Matemática e na Formação de Professores*, 1. ed. Coimbra: Secção de Educação Matemática e Sociedade Portuguesa de Ciências de Educação, p. 223-239, 2002.

CHAPMAN, O. Stories of Practice: A Tool in Preservice Secondary Mathematics Teacher Education. In 15th ICMI Study *The Professional Education and Development of Teachers of Mathematics XV ICMI International Commission on Mathematical Instruction*. Águas de Lindóia, SP: ICMI, 2005.

COCHRAN-SMITH, M.; LYTLE, S. L. Relationships of Knowledge and Praticce: teacher learning in communities. In: *Review of Research in Education USA*, 24, p. 249-305, 1999.

COLOMBO, J. A. A. *Pesquisa em formação de professores de matemática – uma comunidade compartilhando de um mesmo coletivo de pensamento*. Tese de doutorado disponível em : <<http://www.redemat.mtm.ufsc.br/reremat/republic-09-artigo.PDF>>. acesso em 05 de janeiro de 2008.

CUNHA, M. H. *Saberes Profissionais de Professores de Matemática: Dilemas e Dificuldades na Realização de tarefas de Investigação*. Área Científica de Matemática – Escola Superior de Educação de Viseu. Disponível em: <[http://www.ipv.pt/millenium/17\\_ect5.htm](http://www.ipv.pt/millenium/17_ect5.htm)>. acesso em 17 de julho de 2006.

D'AMBROSIO, B. *Mudanças no papel do professor de matemática diante das reformas de ensino*. In: Actas do ProfMat 1996, p.15-24. Lisboa: APM. 1996.

DELORS, J. *Um tesouro a descobrir*. 9. ed. São Paulo: Cortez; Brasília, DF: MEC: UNESCO, 2004. 288 p.

DEWEY, J. *Como Pensamos*: Nueva exposición de la relación entre pensamiento y processo educativo. Espanha: Ediciones Paidós Ibérica, S.A., 1989.

ELLIOTT, J. Recolocando a pesquisa-ação em seu lugar original e próprio. In GERALDI, C. M. G. et al. *Cartografias do Trabalho Docente – Professor(a)-Pesquisador(a)*. Campinas: Mercado das Letras, 1998. p.137-152

ELLIOT, J. *La investigación-acción en educación*. Madrid: Morata, 1990.

ERNEST, P. *Investigações, Resoluções de Problemas e Pedagogia*. In: Abrantes P.: Leal L.; Ponte, J. (Eds.) *Investigar para Aprender Matemática*. 1. ed. Lisboa: Associação de Professores de Matemática. 1996. p. 25-48.

FERREIRA, N. S. A. *As pesquisas Denominadas “Estado da Arte”*. In: Educação & Sociedade, 79, ano XXIII, ago/2002, CEDES, Campinas. Disponível em: <<http://www.fe.unicamp.br/alle/textos/NSAFAsPesquisasDenominadasEstadodaArte.pdf>>. acesso em 20 de dezembro de 2006.

FIORENTINI, D.; SOUZA, A. J.; MELO, G.F. *Saberes docentes: um desafio para acadêmicos*. In: GERALDI, C. M. G. et al. *Cartografias do trabalho docente: professo(a)-Pesquisador(a)*. Campinas, SP: Mercado de Letras, 1998. p. 307-333.

FIORENTINI, D. *Pesquisando “como” professores: reflexões sobre o processo de produção e ressignificação dos saberes da profissão docente*. In: *Investigação em Educação Matemática, perspectivas e problemas*. MATOS, J. ; FERNANDES, E. (eds.). (edit.). Lisboa. Associação de Professores de Matemática, 2000.

FIORENTINI, D. et al. Formação de professores que ensinam Matemática: um balanço de 25 anos da pesquisa brasileira. In: *Educação em Revista – Dossiê: Educação Matemática*. Belo Horizonte, UFMG, n.36, p. 137-160, 2002.

FIORENTINI, D.; NACARATO, A.M.(Orgs.) – *Cultura, formação e desenvolvimento profissional de professores que ensinam matemática: investigando e teorizando a partir da prática* – São Paulo: Musa Editora; Campinas, SP: GEPFPM-PRAPEM-FFE/UNICAMP, 2005.

FIORENTINI, D.; FERNANDES, F.; MATESCO, E. C. *Um estudo das potencialidades pedagógicas das investigações matemáticas no desenvolvimento do pensamento algébrico*. Disponível em: <[www.educ.fc.ul.pt/docentes/jponte/temporario/SEM-LB/Fiorentini-Fernandes-Cristovao2.doc](http://www.educ.fc.ul.pt/docentes/jponte/temporario/SEM-LB/Fiorentini-Fernandes-Cristovao2.doc)>. acesso em 15 de agosto de 2007.

FONSECA, H. *Os Processos Matemáticos e o discurso em atividades de investigação em sala de aula*. 2000, 208 p. Tese (Mestrado). Universidade de Lisboa, Lisboa, Portugal.

FONTANA, R.A.C. *Os Processos Matemáticos e o discurso em atividades de investigação em sala de aula*. 2000, 208 p. (Tese de Mestrado). Universidade de Lisboa, Portugal.

FREIRE, P. *Pedagogia da Autonomia: saberes necessários à prática educativa*. 24. ed. São Paulo – SP: Paz e Terra, 2002. 165 p.

FREITAS, M. T. A. *A escrita no processo de formação contínua do professor de matemática*. 2006, 289 f. Tese (Doutorado em Educação – Educação Matemática) Faculdade de Educação da Universidade Estadual de Campinas.

FREITAS, M.T.; FIORENTINI, D. *Desafios e Potencialidades da Escrita na Formação Docente em Matemática*. Disponível em: <<http://www.anped.org.br/reuniões/29ra/trabalhos/trabalho/GT19-2292--Int.pdf>> acesso em 13 de outubro 2007.

FROTA, M.C.R. *Experiência Matemática e Investigação Matemática*. Disponível em: <[http://www.matematica.pucminas.br/Eventos/artigos/Maria Clara Frota.pdf](http://www.matematica.pucminas.br/Eventos/artigos/Maria%20Clara%20Frota.pdf)> acesso em 07 de janeiro de 2008.

GALVÃO, C. *Narrativas em Educação*. In: *Conferência Internacional de Investigação em Educação*. 5 e 6 dez. 2002. Instituto Politécnico de Viana do Castelo – Escola Superior de educação, 2002. 22p.

GOLDENBERG, E. P. Quatro funções da investigação na sala de matemática. In Abrantes, P., et al. (Orgs.), *Investigações matemáticas na aula e no currículo*. Lisboa: Projeto “Matemática para Todos” e APM. 1999, p. 35-49

GRANDO, R. C. *O jogo e a matemática no contexto da sala de aula*. São Paulo: Paulus, 2004.

GRANDO et al. *Os modos matemáticos de pensar que emergem de tarefas investigativas em um contexto de formação docente*. Disponível em: <[www.educ.fc.ul.pt/docentes/jponte/seminario\\_eb.htm](http://www.educ.fc.ul.pt/docentes/jponte/seminario_eb.htm)>. acesso em 07 de janeiro de 2008.

GUARNIERI, M. R. *Tornando-se professor: o início na carreira docente e a consolidação da profissão*. 1996. 153 p. Tese (Doutorado em Educação). Universidade Federal de São Carlos. São Carlos. Orientadora: Maria da Graça Nicoletti Mizukami.

HARGREAVES, A.; EARL, L.; MOORE, S.; MANING, S. *Aprendendo a mudar. O ensino para além dos conteúdos e da padronização*. Porto Alegre: Artmed, 2002. 206p.

HARGREAVES, A. *O ensino como profissão paradoxal*. Pátio, Porto Alegre, ano IV, n.16, fev/abr 2001.

HUBERMAN, M.. O ciclo de vida profissional dos professores. In: NÖVOA, A. (org.). *Vidas de professores*. 2. ed. Porto, Portugal: Porto Ed., 2000. p. 31-61.

IMBERNÓN, F. *Formação docente e profissional – Formar-se para a mudança e a incerteza*. 4.ed. São Paulo: Cortez, 2000. 114p. (Coleção: Questões da Nossa Época v. 77).

IMENES, L.M.P., LELLIS, M. O currículo tradicional e o problema: um descompasso. In: *SBEM – a Educação Matemática em revista*, 2, 1994. p. 5- 12.

JIMÉNEZ, A. *Quando professores de Matemática da escola e da universidade se encontram: re-significação e reciprocidade de saberes*. 2002, 237f. Tese (Doutorado em Educação: Educação Matemática) – Faculdade de Educação da Universidade Estadual de Campinas.

LARROSA, J. *Pedagogia profana: danças, piruetas e mascaradas*. Belo Horizonte: Autêntica, 1999.

LIMA,C.N.M.F.- *Investigação da própria prática docente utilizando tarefas exploratório-investigativas em um ambiente de comunicação de idéias Matemáticas*

*no Ensino Médio*. 2006, 204p., Dissertação (Mestrado em Educação). Programa de Pós-Graduação *Stricto Sensu* em Educação, Universidade São Francisco, Itatiba/SP.

LÜDKE, M. A complexa relação entre o professor e a pesquisa. In ANDRÉ, M. (Org.). *O papel da pesquisa na formação e na prática dos professores*. Campinas: Papirus, 2001. cap.2.

LÜDKE, M.; ANDRÉ, M. E.D.A. *Pesquisa em Educação: abordagens qualitativas*. São Paulo: EPU, 1986

MARTINS, C. et al. O trabalho investigativo nas aprendizagens iniciais da matemática. In: Ponte, J.P. et al. (Orgs.)- *Actividades de Investigação na aprendizagem da matemática e na formação dos professores*. 1. ed. Coimbra: Secção de Educação e Matemática da Sociedade Portuguesa de Ciências de Educação, 2002. p.59-78.

MATOS, J.F. – *A Educação matemática como fenómeno emergente: desafios e perspectivas possíveis*. Disponível em: <[www.educ.fc.ul.pt/docentes/jfmatos/comunicações/realmat2004.doc](http://www.educ.fc.ul.pt/docentes/jfmatos/comunicações/realmat2004.doc)>. acesso em 20 julho de 2007.

MENDONÇA, M. C. D. Resolução de Problemas pede (Re)Formulação. In. ABRANTES,P. et al., (Orgs.) *Investigações matemáticas na aula e no currículo*. Ed. Grupo Matemática para Todos (CIEFCUL) e APM, 1999

MENEZES, L. Matemática, linguagem e comunicação. Trabalho apresentado no Encontro Nacional de Professores de Matemática. *Actas do ProfMat 99*. Lisboa: APM, 1999, p. 123-145. Disponível em: <[http://www.ipv.pt/millennium/20\\_ect3.htm](http://www.ipv.pt/millennium/20_ect3.htm)> acessado em 28 de outubro de 2007.

MISKULIN, et al. Pesquisas sobre trabalho Colaborativo na Formação de professores de matemática: Um Olhar sobre a Produção do PRAPEM/UNICAMP. In: FIORENTINI,D.;NACARATO,A.M. (Orgs.) *Cultura Formação e desenvolvimento profissional de professores que ensinam*. São Paulo:Musa Editora, SP. p. 196-217, 2005.

MIZUKAMI, M. da G. N. et. al. *Escola e aprendizagem da docência: processos de investigação e formação*. São Carlos: EDUFSCAR, 2002. 203p.

MORIN, E. *Os Sete Saberes* – Publicado no boletim da SEMTEC-MEC Informativo Eletrônico da Secretaria da Educação Média e Tecnológica- Ano 1 – Número 4 – junho/julho de 2000.

NACARATO, A. M. A escola como *lócus* de formação e de aprendizagem : possibilidades e riscos da colaboração. In: FIORENTINI,D.;NACARATO,A.M. (Orgs.) *Cultura Formação e desenvolvimento profissional de professores que ensinam*. São Paulo:Musa Editora, SP. p. 175-194, 2005.

NÓVOA, A. (Org.). *Os professores e sua formação*. Lisboa: Publicações Dom Quixote, p. 56-76, 1992.

NÓVOA, A. *Profissão professor*. 2ª ed. Porto: Porto Editora, 1995.

NUNES, C.M.F. Saberes docentes e formação de professores: um breve panorama da pesquisa brasileira. *Educação & Sociedade*, Campinas, v.22, n.74, p.59-76, abr. 2001.

OLIVEIRA, M. J. Os profesoeres de Matemática e a resolução de problemas (Tese de Mestrado, Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa). Lisboa: Associação de Professores de Matemática, 1993.

OLIVEIRA, H.; SEGURADO, M.; PONTE,J. Explorar, investigar e discutir na aula de matemática. In: ABRANTES P. et al., (Orgs.), *Investigações matemáticas na aula e no currículo*. Lisboa: Projeto MPT e APM, p. 175-182, 1999.

OLIVEIRA, I; SERRAZINA, L. – *A reflexão e o professor como investigador*. In GTI (Ed.), *Reflectir e investigar sobre a prática profissional*. Lisboa: APM, 2002 (pp. 29-42)

OLIVEIRA, L. A acção-investigação e o desenvolvimento profissional dos professores: um estudo no âmbito da formação contínua. In: SÁ CHAVES, I. (org.). *Percursos de formação e desenvolvimento profissional*. Porto: Porto Editora, 1997.

OLIVEIRA, P. *A investigação do professor, do matemático e do aluno: Uma discussão epistemológica*. 2002, 285p. Tese (Mestrado) Universidade de Lisboa, Lisboa, Portugal.

OLIVEIRA, H.; et al., *Os Profesores e as Actividades de Investigação*. Disponível em: <<http://www.prof2000.pt/users/j.pinto/textos/texto8.pdf>>. acesso em 20 de agosto de 2007.

PASSOS, C.L.B. et al. *Investigações Geométricas no Contexto de uma escola pública brasileira*. Disponível em: <[www.educ.fc.ul.pt/docente/jponte/temporario/SEM-LB/Carmen-Passos2.pdf](http://www.educ.fc.ul.pt/docente/jponte/temporario/SEM-LB/Carmen-Passos2.pdf)>. acesso em 07 de janeiro de 2008.

PEREIRA, E.M.A. Professor como Pesquisador: o enfoque da Pesquisa-Ação na prática docente. In GERALDI, C.M.G. et al *Cartografias do Trabalho Docente – Professor(a)-Pesquisador(a)*. Campinas: Mercado das Letras, p. 153-181, 1998.

PÉREZ-GÓMEZ, A. A função e formação do professor/a no ensino para compreensão de diferentes perspectivas. In. SACRISTAN, G.J.; GOMÉZ, A.I.P.. *Compreender e transformar o ensino*. Porto Alegre: Artmed, p. 358-380, 1998.

PÉREZ-GOMEZ, A. O pensamento prático do professor a formação do profissional reflexivo. In: NÓVOA, A. (Org.) *Os professores e sua formação*. Lisboa: Dom Quixote, p.93-114, 1992.

PERRENOUD, P. *A Prática Reflexiva no Ofício de Professor – Profissionalização e Razão Pedagógica*. Porto Alegre : Artmed, 2002.

PIMENTA, S. G. (org.). *Saberes pedagógicos e atividade docente*. São Paulo: Cortez, 1999.

PINTO, R.. *Quando professores de matemática tornam-se produtores de textos escritos*. 2002, 258f. Tese (Doutorado em Educação: Educação Matemática)-Faculdade de Educação da Universidade Estadual de Campinas.

POINCARÉ, H. A Invenção da Matemática – In: ABRANTES, P.; LEAL, L.; PONTE, J.P. (Orgs.). *Investigar para Aprender Matemática: Textos selecionados*. 1.ed. Lisboa: Projeto MPT – APM, p. 7-13, 1996.

PONTE, J.P., MATOS, F. Processo Cognitivos e Interações Sociais nas Investigações Matemáticas In: ABRANTES, P., LEAL, L.C., PONTE, J.P. (Orgs.). *Investigar para aprender matemática: Textos selecionados*. Lisboa: Projeto MPT e APM, p. 119-137, 1998.

PONTE, J.P. - *Da Formação ao Desenvolvimento Profissional*. In: Encontro Nacional de Professores de Matemática Prof. Mat 98, realizado em Guimarães. Publicado In: *Actas do ProfMat 98*. Lisboa – APM. P. 27-44, 1998.

PONTE, J. P. et al. Investigando as aulas de investigações matemáticas. In: ABRANTES P.; et al. (Orgs.). *Investigações matemáticas na aula e no currículo*. Lisboa, Projeto MPT e APM, 1999, p. 133-150.

PONTE, J.P. Investigar a nossa prática. In: GTI-Grupo de Trabalho e Investigação. *Reflectir e Investigar sobre a Prática Profissional*. Portugal: Associação de Professores de Matemática, p. 5-55, 2002.

PONTE, J.P. – Investigar a própria prática. In: GTI (Org.) *Reflectir e investigar sobre a prática profissional*. Lisboa:APM. p.5-28, 2002a.

PONTE, J.P.; BROCARD, J.; OLIVEIRA, H.– *Investigações matemáticas na sala de aula*. Belo Horizonte : Autêntica, 2003. 152p.

PONTE, J.P.et al. (Orgs.) *Actividades de Investigação na Aprendizagem da Matemática e na Formação de Professores*. 1. ed. Coimbra: Secção de Educação e Matemática da Sociedade Portuguesa de Ciências de Educação. P.1-4, 2002.

RIBEIRO, A.; CABRITA,I, O Cabri-Géomètre e a construção de uma nova cultura matemática In: PONTE, J.P. et al. *Actividades de Investigação na Aprendizagem da Matemática e na Formação de Professores*. 1. ed. Coimbra: Secção de Educação e Matemática da Sociedade Portuguesa de Ciências de Educação. p. 135-155, 2002.

ROCHA, S.M.C. *A investigação como agente de desenvolvimento conceitual nas aulas de matemática um estudo centrado no conceito de função*. Disponível em: <<http://www.fae.ufmg.br:8080/ebrapem/completos/04-10.pdf>>. acesso em 07 de janeiro de 2008.

SANTOS, L.C.P. Dilemas e perspectivas na relação entre ensino e pesquisa. In: ANDRÉ, M. (Org.). *O papel da pesquisa na formação e na prática dos professores*. Campinas: Papirus, 2001. cap.4.

SANTOS, L.C.P. Formação de professores e saberes docentes. In: NETO, A. S.; MACIEL, L. S. B. (orgs.). *Reflexões sobre a formação de professores*. Campinas, SP: Papirus, 2002.

SCHÖN, D.A. *Educando o profissional reflexivo: um novo design para o ensino e a aprendizagem*. Tradução: COSTA, R.C. Porto Alegre: Artmed, 2000.

SHOENFELD, H. A. Sugerencias par ala enseñanza de la resolución de problemas matemáticos . In: *La enseñanza de la matemática a debate*. Madrid: Serviço de Publicaciones Del MEC, 1985

SHOENFELD, H. Porquê toda esta agitação acerca da resolução de problemas? In: ABRANTES, P.;LEAL, LC.; PONTE J.P. (Orgs.) *Investigar para aprender Matemática* Texts selecionados. Lisboa:Projeto MPT e APM. P. 61-71, 1996.

SKOVSMOSE, Ole. Guetorização e globalização: um desafio para a educação matemática. *Zetetiké*. Círculo de estudo, memória e pesquisa em educação matemática (Cempem) Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas. Campinas, SP, v. 13, nº 24, jul./dez., p. 113-139, 2005.



SOUZA, E.C. – Pesquisa narrativa e escrita (auto) biográfica: interfaces metodológicas e formativas . In: SOUZA, E.C.; ABRAHÃO, M.H.M.B. (Orgs.) *Tempos, narrativas e ficções: a invenção de si*. Porto Alegre: EDIPUCRS e Salvador: EDUNEB, 2006.

STANIC,G.M.A.; KILPATRICK, J. Historical perspectives on problem solving in the mathematics curriculum. In: CHARLES, R.I. ; SILVER, E.A. (Eds.) *The Teaching and assessing of mathematical problem solving*, 1989, p. 1-22. Reston, VA: NCTM e Lawrence Erlbaum. Tradução em português disponível em: <<http://www.educ.fc.ul.pt/docents/jponte/sd/mestrado-bibliografia.htm>>. acesso em 08 de outubro de 2007.

STENHOUSE, L. *La investigación como base de la enseñanza*. Madrid: Morata, 1987.

TARDIF, M.; LESSARD, C.; LAHAYE, L. Os professores face ao saber: esboço de uma problemática do saber docente. *Teoria & Educação*, Porto Alegre, n. 4, p.215-233, 1991.

TARDIF, M. Os professores enquanto sujeitos do conhecimento: subjetividade, prática e saberes no magistério. In: Candau, V. (org.) *Didática, currículo e saberes escolares*. Rio de Janeiro: DP&A Editora, p. 112-128, 2000.

TARDIF, M. Saberes profissionais dos professores e conhecimentos universitários. *Revista Brasileira de Educação*, n.13, p. 5-24, jan/fev/mar/abr. 2000a.

TARDIF, M. *Saberes Docentes & Formação Profissional*. Petrópolis: Vozes, p. 9-28, 2002.

VYGOTSKI, L.S. *Por Que Vygotski?* – Coleção- Grandes Educadores da Atta Mídia e Educação. Disponível em: <[http://vygotski.com.br/html/vygotski/vy\\_pqvy.htm](http://vygotski.com.br/html/vygotski/vy_pqvy.htm)>. acesso em 24 de outubro de 2007.

ZEICHNER, K.M. *A formação reflexiva dos professores: idéias e práticas*. Tradução: TEIXEIRA, A.J.C. CARVALHO, M. J.; NÓVOA, M. Lisboa: Educa Professores, 1993, 130 p.

ZEICHNER, K. M.. Para além da divisão entre professor pesquisador e pesquisador acadêmico. In GERALDI, C.M.G. et.al. *Cartografias do trabalho docente – Professor(a)-Pesquisador(a)*. Campinas: Mercado de Letras, p.207-236, 1998.