UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO CARLOS
CENTRO DE EDUCAÇÃO E CIÊNCIAS HUMANAS
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO

# INVESTIGANDO GEOMETRIA: APRENDIZAGENS DE PROFESSORAS DA EDUCAÇÃO INFANTIL

**Maiza Lamonato**

SÃO CARLOS/SP
2007

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO CARLOS
CENTRO DE EDUCAÇÃO E CIÊNCIAS HUMANAS
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO

# INVESTIGANDO GEOMETRIA: APRENDIZAGENS DE PROFESSORAS DA EDUCAÇÃO INFANTIL

Maiza Lamonato

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Educação da Universidade Federal de São Carlos como parte dos requisitos para obtenção do título de Mestre em Educação, Área de Concentração: Metodologia de Ensino. Orientadora: Profa. Dra. Cármen Lúcia Brancaglion Passos.

SÃO CARLOS/SP
2007

**Ficha catalográfica elaborada pelo DePT da Biblioteca Comunitária da UFSCar**

L234ig

Lamonato, Maiza.
Investigando geometria : aprendizagens de professoras da educação infantil / Maiza Lamonato. -- São Carlos : UFSCar, 2007.
244 p.

Dissertação (Mestrado) -- Universidade Federal de São Carlos, 2007.

1. Professores – formação. 2. Formação contínua. 3. Ensino de Geometria. 4. Atividade exploratório-investigativa. 5. Educação de crianças – matemática. I. Título.

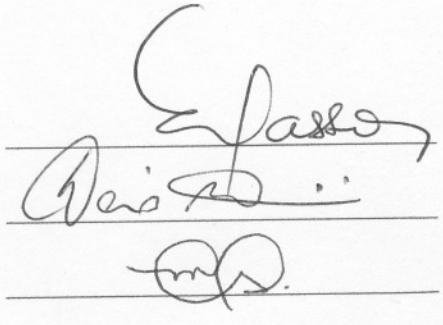
CDD: 370.71 (20ª)

**BANCA EXAMINADORA**

Profª Drª Cármen Lúcia Brancaglion Passos

Prof. Dr. Dario Fiorentini

Profª Drª Maria do Carmo de Sousa



A Deus,
ao meu pai e minha mãe,
aos meus avós
e ao meu namorado Jean...
Com muito amor e carinho.

# *Agradecimentos*

Agradeço a Deus pela vida e pela sua presença em todos os meus momentos, que torna meus sonhos possíveis.

À minha família, em especial aos meus avós Oswaldo e Izabel que lutaram para que meus estudos se concretizassem, sempre! À minha mãe Maria Izabel, que se aqui estivesse, receberia esta conquista como dela também, por tudo que sempre foi e fez. Pela sua eterna presença. Ao meu pai Eugênio, pelo auxílio de todos os dias.

Ao meu namorado Jean, pelos ensinamentos acadêmicos, pelas horas de discussão e reflexão e pelos diálogos que foram de grande ajuda neste trabalho. Pela sua paciência e compreensão nas minhas ausências... Pelo amor e companhia nesta caminhada.

À minha orientadora, Cármen Lúcia Brancaglion Passos, pela amizade, carinho e precioso auxílio, sempre! Pela orientação certa, pelo incentivo e confiança.

Ao Prof. Dr. Dario Fiorentini e a Profa. Dra. Maria do Carmo de Sousa pelas valiosas contribuições no Exame de Qualificação.

Aos professores da Especialização em Educação Matemática da Universidade de Franca, da turma de 1998 — a equipe do Prof. Dr. Sérgio Lorenzato — pela motivação, pela qualidade de suas aulas e pelos ensinamentos que estão presentes nesta investigação. De maneira fundamental contribuíram para este trabalho de mestrado, pelas possibilidades anunciadas no campo da Educação Matemática e pelas reflexões incitadas...

Aos professores do PPGE da UFSCar, e em especial aqueles com os quais tive o prazer de ser aluna. Obrigada pelos ensinamentos e pela dedicação à nossa formação.

Aos funcionários do PPGE e do DME pela atenção e cordialidade no atendimento, sempre.

Aos colegas do curso, em especial à Raquel, pelas discussões e reflexões que compartilhamos.

A Gisele, Leandro, Cris e Fabiana, grandes amigos, por me acompanharem neste momento especial.

Às diretoras das escolas que leciono, Márcia F. R. Vilela e Renata P. Peraro, pelos esforços que possibilitaram-me ser professora e mestranda ao mesmo tempo. Meus sinceros agradecimentos por

tornarem possível o que nem sempre o seria!

Às professoras participantes Ana Júlia, Guilhermina, Laura e Bianca, por abrirem as portas de seu trabalho profissional para nossa aprendizagem, pela confiança de todos os momentos.

A todas as pessoas não mencionadas anteriormente que contribuíram para a conclusão desta investigação, meu muito obrigada.

# *Resumo*

A presente pesquisa tem sua origem na prática docente da pesquisadora e nos estudos que indicam a ausência do ensino da geometria na Educação Básica bem como nas pesquisas que apontam para as possibilidades formativas da investigação matemática no ensino de matemática e naquelas que especificamente consideram a geometria como campo privilegiado para a exploração e a investigação. Objetivou-se investigar os conhecimentos revelados por quatro professoras que ensinam matemática para crianças de seis anos que cursam a Educação Infantil tendo como foco os momentos nos quais tais professoras: envolvem-se em atividades exploratório-investigativas de geometria, discutem sobre o ensino deste campo da matemática, elaboram tarefas a serem implementadas em suas salas de aula, realizam a ação pedagógica e refletem sobre a ação pedagógica. Além disso buscou-se investigar as possibilidades formativas das atividades exploratório-investigativas na constituição e ressignificação do conhecimento do professor e as possibilidades de tais atividades no ensino de matemática para crianças de seis anos a partir das ações desenvolvidas pelas professoras participantes. A pesquisa tem abordagem qualitativa cujos referenciais teóricos são fundamentados nas pesquisas que tratam do conhecimento do professor, considerando o aprender a ensinar como um processo contínuo, influenciado por diversas fontes e nos estudos sobre as atividades exploratório-investigativas no ensino de matemática. Os dados empíricos provém de um curso de formação contínua e são constituídos de: diário de campo da pesquisadora, registros escritos das professoras, gravações em vídeo e respectivas transcrições referentes aos encontros realizados no referido curso, onde a pesquisadora atuou também como formadora. A análise procedeu a partir de três eixos: o lugar ocupado pela geometria, as atividades exploratório-investigativas e o conhecimento do professor e a reconstrução de conhecimentos profissionais no repensar da prática pedagógica. Na análise confirmou-se que a geometria não é um campo da matemática regularmente presente no trabalho das professoras em conseqüência de suas experiências na formação e no seu trabalho profissional. Durante as atividades realizadas pelas professoras ao aprender geometria no contexto da exploração-investigação matemática foi possível perceber um estranhamento inicial com tarefas de caráter aberto e a evolução para uma postura questionadora e argumentativa. Também foram evidenciados elementos relacionados à importância das tarefas no desenvolvimento da atividade. O repensar da prática pedagógica em decorrência das atividades desenvolvidas e dos momentos formativos de reflexão compartilhada possibilitou ressignificações sobre como a geometria é entendida no início da Educação Básica estando além das formas geométricas e abrangendo noções espaciais e representações do espaço. Além disso, culminou em reelaborações do conhecimento pedagógico do conteúdo indicando possibilidades da exploração-investigação matemática no ensino de matemática para crianças de seis anos, apontando para mudanças nas atitudes do professor ao assumir uma postura instigadora e questionadora, levando desta forma as crianças a também questionarem e justificarem suas hipóteses, em uma atividade conjunta entre professor e alunos. As ações desenvolvidas na sala de aula pelas professoras participantes confirmaram essas possibilidades, bem como revelaram novas formas de entender as finalidades dos registros das crianças sobre as brincadeiras que realizam.

**Palavras-chave:** Professores – formação; Formação contínua; Ensino de Geometria; Atividade exploratório-investigativa; Ensino de crianças – matemática

# *Abstract*

The present work begins from the teaching experience of its researcher and in studies which identify the absence of geometry teaching in the education of children and youngsters; it is also based on data indicating the formation possibilities of mathematical investigation in the math teaching, and research specifically considering geometry as a privileged field for exploration and investigation. Its main objective was to investigate the teaching professional knowledge of four six-year-old pupil teachers and it chiefly focused on the moments when such teachers: got involved in geometry exploratory-investigative activities, discussed the teaching process in this math field, designed tasks to be implemented in the lessons, experienced the pedagogical process and meditated on it. Furthermore, it sought to investigate the formation possibilities of exploratory-investigative activities in the constitution and (re)significance of the teacher's knowledge and the possibilities for such activities to be in the lessons for six-year-olds through the actions developed by the participant teachers. This study counts on the qualitative approach and its theoretical fundamentals lie in the research on teacher's knowledge — taking into consideration that learning to teach is a continuous process influenced by various aspects — and in the works on exploratory-investigative activities in the math teaching. The empirical data stem from an in-service education course and consist of: researcher's diary notes, participant teachers' notes, video recordings, and transcriptions of the recordings at the meetings in the course, where the researcher also acted as a trainer. The data analysis was then based on three facets: the importance geometry takes, exploratory-investigative activities and teacher's knowledge, the reconstruction of professional knowledge as to the reconsideration of the pedagogical praxis. The analysis confirmed that geometry is not a math field regularly present in the teachers' school routine owing to their experience when at school as students and presently as teachers. During the participation of the teachers in the activities designed for them to learn geometry in the context of exploratory-investigative math, an initial feeling of estrangement arose towards open-ended tasks, progressed by a questioning and argumentative attitude. It also came to light some elements related to the importance of the tasks in the development of the activity. The reconsideration of the pedagogical practice — as a result of the activities experienced and the moments of sharing reflections — gave birth to the development of new viewpoints as to how geometry is conceived at the outset of primary school, being beyond geometric patterns and encompassing spatial notions and spatial representations. Moreover, such reconsideration resulted in new elaborations of the pedagogical content knowledge, which indicates possibilities for mathematical exploration-investigation in the math teaching for six-year-olds. It also showed changes in the teachers' attitude when adopting a questioning and investigative posture, which would, in turn, take children to question and justify their hypothesis in an integrated activity with their teacher. The actions developed by the participant teachers in the classroom confirmed such possibilities, and brought new perspectives to understand the purpose in the children's writing and attitudes when playing in the room.

**Key-words:** Teacher education; In-service education; Geometry teaching; Exploratory-investigative activities; Education of children – mathematics

# *Lista de Figuras*


2.1 Interface do *Software Transana*. . . . . p. 39

4.1 Modelo que demonstra o caráter relacional do conceito *tarefa*, conforme Christiansen e Walther (1986, p. 5). . . . . p. 73

4.2 Adaptação realizada a partir do modelo que demonstra o caráter relacional do conceito *tarefa*, acrescentando-se as relações binárias tarefa-tarefa e aluno-aluno. p. 73

4.3 Os tipos de tarefas em termos do grau de dificuldade e de abertura (PONTE, 2003, p. 5). . . . . p. 79

5.1 Correlações entre os elementos *conceito*, *objeto*, *desenho* e *imagem mental* (PAIS, 1996, p. 72). . . . . p. 100

6.1 Representação da pesquisadora, a partir do vídeo, do triângulo retângulo recortado por Bianca. . . . . p. 131

6.2 Representação da pesquisadora, a partir do vídeo, do triângulo recortado por Bianca. p. 131

6.3 Representação da pesquisadora, a partir do vídeo, do triângulo recortado por Bianca. p. 132

6.4 Representação realizada pela pesquisadora, a partir do vídeo - Folha de revista resultante do recorte de um triângulo obtusângulo. . . . . p. 135

6.5 Representação realizada pela pesquisadora a partir do vídeo - Projeção do recorte da professora Bianca. . . . . p. 136

6.6 Representação realizada pela pesquisadora a partir do vídeo - Projeção do recorte da professora Bianca. . . . . p. 136

6.7 Representação realizada pela pesquisadora a partir do vídeo - Projeção do recorte da professora Bianca. . . . . p. 137

6.8 Quadro das tarefas matemáticas (STEIN; SMITH, 1998, p. 4). . . . . p. 146

6.9 Figura do enunciado original (PONTE; BROCARDO; OLIVEIRA, 2003, p.72). . p. 147

6.10 Representação feita pela pesquisadora dos recortes apresentados por Guilhermina a partir do vídeo combinado com o registro escrito desta professora. . . . . p. 148

6.11 Representação da pesquisadora a partir do registro escrito de Guilhermina. . . . . p. 152

6.12 Professora Laura medindo um ângulo tendo como referência o canto de uma régua. p. 153

6.13 Anotações da professora Guilhermina. . . . . p. 154

6.14 Representação realizada pela pesquisadora a partir do vídeo – Recortes da professora Ana Júlia. . . . . p. 156

6.15 Representação realizada pela pesquisadora a partir do vídeo — Recortes desdobrados da professora Ana Júlia. . . . . p. 156

6.16 Representação feita pela pesquisadora a partir do vídeo e do registro escrito – Recortes feitos pela professora Laura. . . . . p. 160

6.17 Representação feita pela pesquisadora dos recortes abertos da professora Laura a partir do vídeo e do seu registro escrito. . . . . p. 161

6.18 Detalhe do triângulo retângulo recortado por Guilhermina obtido a partir da Figura 6.10. . . . . p. 165

6.19 Suporte do rolo de papel higiênico. . . . . p. 167

6.20 Registro escrito de Guilhermina em relação ao rolinho de papel higiênico. . . . . p. 167

6.21 Figura do enunciado original (PONTE; BROCARDO; OLIVEIRA, 2003, p.72). . p. 184

6.22 Representação realizada pela pesquisadora a partir do vídeo e do regsitro escrito – Recortes da professora Guilhermina. . . . . p. 185

6.23 Representação realizada pela pesquisadora a partir do vídeo – Recortes da professora Ana Júlia. . . . . p. 186

6.24 Representação feita pela pesquisadora a partir do vídeo e do registro escrito – Recortes feitos pela professora Laura. . . . . p. 186

6.25 Blocos de encaixe. . . . . p. 205

6.26 Representação da brincadeira do tubarão feita por aluno (a) da professora Bianca. p. 220

6.27 Representação da amarelinha feita por uma criança da professora Bianca. . . . . p. 221

# *Sumário*

**Introdução** p. 19

**1 O início** p. 23

1.1 A escolha da temática . . . . . p. 23

1.2 Caminhos da pesquisadora . . . . . p. 23

**2 A pesquisa** p. 27

2.1 A constituição do objeto de estudo . . . . . p. 27

2.2 Justificativa . . . . . p. 31

2.3 Objetivos e Questão de Pesquisa . . . . . p. 34

2.4 Procedimentos Metodológicos . . . . . p. 35

2.5 Cenário da pesquisa: O curso de extensão "A Geometria na Educação Infantil" . p. 42

2.6 Os sujeitos: professoras participantes . . . . . p. 44

2.6.1 Professora Ana Júlia . . . . . p. 45

2.6.2 Professora Bianca . . . . . p. 46

2.6.3 Professora Guilhermina . . . . . p. 46

2.6.4 Professora Laura . . . . . p. 46

2.7 O papel da pesquisadora no grupo de formação . . . . . p. 47

**3 Conhecimento do professor** p. 49

3.1 A base de conhecimento para o ensino e o desenvolvimento profissional . . . . . p. 49

3.2 Aspectos do conhecimento do conteúdo no ensino . . . . . p. 53

3.2.1 Conhecimento de conteúdo específico . . . . . p. 56

3.2.2 Conhecimento pedagógico do conteúdo . . . . . p. 58
3.2.3 Conhecimento curricular . . . . . p. 60
3.3 Fontes do conhecimento para o ensino . . . . . p. 61

**4 Investigação Matemática** p. 67
4.1 A perspectiva da exploração e inquirição e algumas implicações na prática pedagógica . . . . . p. 69
4.2 Tarefa e Atividade . . . . . p. 71
4.3 A Investigação Matemática . . . . . p. 75
4.4 A Resolução de Problemas e a Investigação Matemática . . . . . p. 78
4.5 Investigação Matemática na sala de aula . . . . . p. 82
4.6 A investigação matemática e os documentos curriculares brasileiros . . . . . p. 88

**5 Ensino de geometria** p. 91
5.1 O lugar no currículo . . . . . p. 91
5.2 A geometria na Educação Infantil . . . . . p. 102

**6 Descrição e análise dos conhecimentos revelados pelas professoras participantes** p. 107
6.1 O lugar destinado à geometria . . . . . p. 109
6.2 As atividades exploratório-investigativas e o conhecimento do professor . . . . . p. 126
6.2.1 Tarefa "Recortando triângulos..." . . . . . p. 126
6.2.2 Tarefa "Planificando embalagens" . . . . . p. 166
6.2.3 Reflexões sobre as atividades e o conhecimento do professor . . . . . p. 180
6.2.3.1 Do estranhamento inicial à postura interrogativa . . . . . p. 180
6.2.3.2 A importância das tarefas no desenvolvimento da atividade . . p. 183
6.3 Repensando a prática pedagógica: (re)construindo conhecimentos profissionais . p. 187
6.3.1 A ressignificação de conceitos geométricos e as reflexões sobre suas práticas: o caso dos retângulos . . . . . p. 188

6.3.2 Em busca do conhecimento pedagógico do conteúdo: primeiros desdobramentos a partir das tarefas . . . . . p. 191

6.3.3 Construindo possibilidades para a exploração-investigação matemática na Educação Infantil . . . . . p. 194

6.3.4 Indícios da exploração-investigação matemática na sala de aula da Educação Infantil . . . . . p. 204

6.3.4.1 A atividade do bilboquê de Guilhermina . . . . . p. 209

6.3.5 A geometria além das formas e o registro das brincadeiras . . . . . p. 215

**Considerações finais** p. 227

**Referências Bibliográficas** p. 231

**Anexo** p. 241

# *Introdução*

Este estudo tem seus fundamentos nas preocupações sobre a importância do aprender e ensinar geometria ao longo de toda a escolaridade, entendida como um campo propício ao desenvolvimento de diversas habilidades que possibilitem o indivíduo compreender, interpretar e representar o mundo em que vive, para sua melhor adaptação e desenvolvimento.

Ao constituir nossa investigação consideramos as possibilidades da exploração-investigação matemática no ensino de geometria enunciadas por diversos pesquisadores na área de Educação Matemática e pela própria prática da pesquisadora em sua atividade docente.

Além disso, de maneira oposta, a literatura de Educação Matemática tem indicado que a geometria não é um campo de estudo regularmente presente na Educação Básica, com ênfase para sua ausência, muitas vezes, nas séries iniciais desta etapa de escolaridade.

Assim, nosso estudo foi sendo delimitado ao ensino de geometria na faixa etária destinada a crianças de seis anos, que atualmente encontra-se em transição da Educação Infantil para o Ensino Fundamental, conforme preceitos legais brasileiros, o que demanda novas pesquisas e entendimentos. Ao pensarmos sobre o ensino nesta faixa etária, temos como foco investigativo, o professor, um dos protagonistas no ensino. Buscamos contribuir para o campo da Educação Matemática trazendo novas reflexões e conhecimentos que permitam melhor entender, compreender e inferir no ensino de matemática para crianças de seis anos e na formação de professores que atuam nesta etapa.

Nesta pesquisa tivemos o objetivo de investigar os conhecimentos revelados por professoras que ensinam matemática para crianças de seis a partir de um contexto exploratório-investigativo. E, em decorrência, investigar as possibilidades formativas da exploração-investigação matemática na constituição dos conhecimentos do professor e as possibilidades enunciadas pelas professoras participantes para este nível de escolaridade.

Constituímos assim, nossa questão principal de pesquisa *Quais conhecimentos são revelados por professoras da Educação Infantil quando elas discutem sobre geometria e seu ensino em um contexto exploratório-investigativo?* e suas questões derivadas: *Quais conhecimentos as professoras revelam quando envolvem-se em atividades exploratório-investigativas com conteúdo geométrico?*, *Qual o lugar ocupado pela geometria na prática pedagógica das professoras na Educação Infantil?* e *Quais as possibilidades do uso de tarefas exploratório-investigativas no aprender e ensinar geometria?*.

Os sujeitos desta pesquisa, entendidos como professoras participantes, lecionam em escolas da prefeitura de um município no interior do Estado de São Paulo. A formação das quatro professoras participantes ocorreu em nível médio (Curso Normal ou Magistério) seguida de curso superior, das quais, três completaram Pedagogia e a outra, Licenciatura e cursa Pedagogia. Todas as professoras participantes têm tempo de experiência na Educação Infantil que varia de 8 a 13 anos, quando os dados foram obtidos, em 2006.

Os dados empíricos de nossa investigação provém de um curso de formação contínua no qual as professoras participaram e a pesquisadora atuou como formadora. Nossa investigação tem abordagem qualitativa cujos procedimentos metodológicos contemplaram a observação participante, com a presença e participação da pesquisadora no campo onde os dados foram constituídos. As sessões de formação no curso foram videogravadas e transcritas pela própria pesquisadora e se somam aos dados obtidos pelo diário de campo e pelos registros escritos das professoras.

Ao apresentar nosso estudo, no Capítulo 1 — **O início** — apresentamos a trajetória profissional, pessoal e acadêmica da pesquisadora apontando motivos e inquietações que levaram a escolha da temática exploração-investigação matemática, geometria e professor que ensina matemática para crianças de seis anos.

No Capítulo 2 — **A pesquisa** — apresentamos o delineamento da pesquisa, desde as inquietações e os caminhos percorridos para a constituição do objeto de estudo, passando pelas discussões sobre a relevância de nosso estudo. Igualmente contemplamos nossas opções metodológicas e as maneiras pelas quais a análise foi desenvolvida. Abordamos neste capítulo, o cenário da pesquisa e as professoras participantes.

Posteriormente, no Capítulo 3 — **Conhecimento do professor** — discutimos nosso referencial teórico no tocante ao conhecimento do professor e suas fontes, que mantém estreita ligação com seu desenvolvimento profissional.

O Capítulo 4 — **Investigação Matemática** — traz a discussão da literatura de Educação Matemática sobre a perspectiva da exploração e inquirição e a investigação matemática bem como as aproximações ou divergências com a resolução de problemas. Ainda, mais especificamente tratamos dos termos *tarefa* e *atividade* que perpassam nossa redação e da investigação matemática na sala de aula e nos documentos curriculares brasileiros.

Para finalizar nossa discussão teórica e bibliográfica, compomos o Capítulo 5 — **Ensino de geometria** — no qual tratamos do ensino de geometria, discutindo o lugar ocupado por este campo da matemática, tendo como referência a literatura sobre o assunto e apontamos especificamente, o lugar da geometria na Educação Infantil.

Os dados de nossa investigação são descritos e analisados no Capítulo 6 — **Descrição e análise dos conhecimentos revelados pelas professoras participantes** — organizados em três eixos analíticos: O lugar destinado à geometria, As atividades exploratório-investigativas e o conhecimento do professor e Repensando a prática pedagógica: (re) construindo conhecimentos profissionais.

Finalmente, apresentamos nossas **Considerações Finais**.

# *1 O início*

Neste capítulo pretendo localizar a pesquisa em minha trajetória profissional, pessoal e acadêmica. Apresento os motivos e inquietações que levaram-me a escolha da temática *a exploração-investigação matemática, o ensino de geometria e o professor de Educação Infantil*

## 1.1 A escolha da temática

O projeto de pesquisa teve origem nos questionamentos que foram surgindo em minha prática docente, como professora na Educação Infantil, e como professora de matemática no Ensino Fundamental e no Ensino Médio.

Na seção seguinte, apresentaremos com mais detalhes os caminhos percorridos pela pesquisadora até a constituição desta dissertação. E, em decorrência da abordagem qualitativa, o objeto de estudo é reajustado em diversas etapas, desde a concepção do projeto de pesquisa até a escrita do relatório final. Ele está imbricado por crenças, expectativas e vivências do (a) pesquisador (a). Por isso entendo ser fundamental a construção dos caminhos da pesquisadora, que pode dar ao leitor o contexto onde a pesquisa floresceu.

## 1.2 Caminhos da pesquisadora

Meu interesse pela Matemática, na verdade pelo aprender e ensinar Matemática, vem me acompanhando desde quando ingressei no Ensino Fundamental, se ampliou ao cursar o Magistério e me motivou a optar pelo curso Licenciatura em Matemática.

Nos meus primeiros anos de docência como professora de Matemática, como ocorre com muitos professores, meu espelho e referência foram meus antigos professores, principalmente aqueles dos níveis correspondentes ao que eu estava a lecionar.

Minha escolha quanto aos conteúdos de Matemática que eu ofereceria aos meus alunos era feita pelo índice de livros didáticos mas eu sempre gostava quando me deparava com novidades tanto com

relação a metodologias, a materiais didáticos ou mesmo novas abordagens dos conteúdos. Entretanto as inovações eram difíceis uma vez que os sistemas de ensino não previam formação contínua; eu sempre tive que "me virar" por conta própria.

Em minhas primeiras experiências de ensino, a geometria era ensinada no último bimestre, em decorrência de sua colocação nos livros didáticos da época. Sempre que eu chegava nos tópicos sobre geometria, o tempo já era muito pequeno e o ano letivo terminava. Depois de poucos anos comecei a modificar minha prática com base em minha experiência, até porque já estavam surgindo outros livros que traziam organizações diferentes das anteriores.

Desta forma, sentia-me com mais autonomia curricular e eu também já percebia melhores resultados para situações de aulas diferentes. Em meu trabalho eu já incluia a geometria de maneira mais uniforme durante o ano e percebia que é um tópico que atrai a atenção dos alunos e possibilita o trabalho com materiais diversos, tendo como ponto de partida a intuição e a manipulação. E, com o passsar do tempo, fui procurando atribuir um lugar de destaque à geometria em minha prática como professora de matemática, equilibrando com as demais áreas que também têm sua importância.

Posteriormente, ainda como professora de Matemática (alguns anos cheguei a lecionar também Ciências) das séries finais do Ensino Fundamental e Médio, passei a atuar também na Educação Infantil. Foram muitas as dificuldades iniciais que vivenciei para ensinar matemática neste nível, mesmo sendo conhecedora de conteúdo matemático muito mais aprofundado do que eu deveria ensinar. Estas dificuldades eram tanto em relação a quais conteúdos que eu deveria ensinar como nas formas de ensiná-lo. Novamente sozinha, eu buscava caminhos alternativos.

Na busca de respostas e encantada com a possibilidade de oferecer um ensino diferenciado em minhas aulas desde a Educação Infantil até os demais níveis que eu lecionava procurei um curso de Especialização em Educação Matemática. Lá eu conheci a Educação Matemática que até então eu nem sabia o que era! Porém, com a especialização minha tarefa na Educação Infantil parecia ainda mais difícil. Por quê? Porque ensinar matemática também implicava em levar o aluno a construir conhecimento, pela observação, questionamento e perceber que a matemática não era um conhecimento acabado, do qual deveria-se aprender apenas técnicas e nomenclaturas.

Isto levou-me a questionar minha própria formação e minha prática, mas não no sentido de desvalorizar o que aprendi na graduação mas de buscar caminhos para ensinar que fossem diferentes daqueles que eu aprendi, pois eu observava que poucos alunos realmente aprendiam.

Especificamente na Educação Infantil estas dificuldades pareciam não ser somente minhas e também ocorriam com colegas. Entretanto, com aqueles que não gostavam de matemática, essas preocupações parece que não existiam, mas a mim incomodavam muito. Minha inquietação, então,

direcionava-se para aqueles que não gostavam, não valorizavam ou não conheciam a matemática de maneira suficiente a incorporá-la em suas práticas, contemplando inclusive a geometria.

Sempre foi comum eu ouvir professores reconhecerem que têm dificuldades em Matemática e que admitem que não gostam desta disciplina. Outros demonstram vontade em saber mais Matemática para ensinarem melhor. Infelizmente, percebo que dentre todos esses, é minoria aqueles que tiveram história de sucesso enquanto alunos na matemática escolar.

De forma geral, percebi ao longo da minha experiência docente que muitos professores desde a Educação Infantil até a quarta série do Ensino Fundamental não gostam de Matemática e procuram ensinar somente o que consideram essencial, como eles mesmos dizem as quatro operações fundamentais e algumas formas geométricas.

Essas inquietações têm provocado reflexões sobre ser professor que ensina matemática no início da escolarização e algumas questões emergiram, tais como: se para alguém que gosta de matemática, de ensinar matemática e que tem algum conhecimento na área, a trajetória aponta dificuldades, como é aqueles que não gostam de matemática, que podem ter conhecimentos equivocados? Como fica o ensino e aprendizagem de matemática na Educação Infantil e nas séries iniciais do Ensino Fundamental quando os professores "temem" a matemática?

Estas preocupações continuam vivas, e acredito que elas me impulsionam a fazer um pouquinho melhor todos os dias.

Tais indagações foram se constituindo desde meus primeiros estudos e posteriormente fui percebendo a pesquisa muito próxima de meus questionamentos e de minha prática. Foi constituindo meu embrião de pesquisadora...

No capítulo seguinte, na elaboração do objeto de estudo, estão contempladas minhas opções pela exploração-investigação matemática.

# *2 A pesquisa*

Neste capítulo apresentamos o delineamento da pesquisa, desde o projeto inicial até a elaboração desta dissertação. Na primeira seção contemplamos a *constituição do objeto de estudo* desde a questão inicial até a interrogação principal que prosseguimos e buscamos responder.

Na segunda seção deste capítulo manifestamos as justificativas e a relevância de uma pesquisa *com* professores que ensinam matemática para crianças de seis anos.

Nas seções 2.3 e 2.4 delimitamos nossos objetivos e os procedimentos metodológicos que foram sendo constituídos durante o desenvolvimento da pesquisa. Também delineamos nossa análise e os eixos e categorias emergentes.

Posteriormente, apresentamos o cenário no qual os dados desta investigação foram constituídos, o papel da pesquisadora no campo de pesquisa e as *professoras participantes*: Ana Júlia, Bianca, Guilhermina e Laura.

## 2.1 A constituição do objeto de estudo

O delineamento da pesquisa e a constituição do objeto de estudo já é considerado um componente da investigação. Sendo assim, o percurso do pesquisador na elaboração e refinamento da questão de pesquisa, ou seja, "todo o processo de construção da pergunta faz parte da própria pergunta" e a pergunta é a síntese do caminho percorrido (BORBA; ARAúJO, 2004, p. 27).

Em junho de 2004, quando eu iniciava a elaboração do projeto de pesquisa a ser apresentado para selação no Programa de Pós-Graduação em Educação (PPGE) da Universidade Federal de São Carlos (UFSCar) também ingressei no Grupo de Estudos e Pesquisas em Educação Matemática (GEM) da mesma instituição, que naquele momento estudava e discutia referenciais a respeito da investigação matemática na sala de aula. Então, envolta por aquelas discussões e empenhada em investigar com meus alunos do Ensino Fundamental as potencialidades das tarefas investigativas para o ensino e aprendizagem da matemática, fui preparar uma tarefa para tal empreitada.

A preparação da tarefa começou pela reelaboração de um enunciado referente à tarefa "Dobragens e Cortes" de Ponte, Brocardo e Oliveira (2003, p. 72). Eu me encontrava em um horário vago na escola onde leciono na Educação Infantil e fui acompanhada de uma estagiária, com formação para o Magistério em nível Médio, que cursava Pedagogia e trabalhava na mesma escola onde eu trabalho. Ela interessou-se e se envolveu na atividade, porém, apresentou dificuldades, dúvidas e conceitos incorretos sobre os conteúdos geométricos ali envolvidos. Eu fui auxiliando-a na tarefa e questionando-a a respeito dos conteúdos envolvidos. Ao final ficou surpresa com suas descobertas. Eu, de igual forma, fiquei surpresa em perceber que em uma única oportunidade aquela professora da Educação Infantil aprendeu e reelaborou conhecimentos relacionados ao campo da geometria. Percebi, além disso, que o caráter aberto da situação proposta proporcionou tais discussões, direcionamentos diversos e as aprendizagens ocorridas.

Este episódio deu-nos indícios das possibilidades das atividades exploratório-investigativas na formação de professores, de maneira que possibilitou, pelo caráter aberto da proposta apresentada, que a professora mobilizasse seus conhecimentos anteriores, buscando utilizá-los e confrontá-los no desenvolvimento da atividade. Ela necessitou utilizar conhecimentos que já trazia, muitas vezes pelo resgate e externalização de conteúdos que ela se lembrava ter tido contato no Ensino Fundamental e não precisamente em seu curso de formação, o Magistério.

Assim, minhas intrigas e questionamentos foram se constituindo de maneira que pude delinear, posteriormente meu projeto de investigação. Naquele momento algumas questões pairavam durante minhas reflexões: E se professores, como ela, que trabalham na Educação Infantil estivessem, juntos, realizando atividades exploratório-investigativas, que aprendizagens seriam percebidas? Quais as dificuldades seriam reveladas? O que eles senteriam nessa situação? Ficariam também surpresos e aprenderiam matemática? Que colaborações para o campo educacional o registro e análise de tais situações poderiam ser construídas? E eu também me questionava: será uma pesquisa fazer um trabalho com professores envolvidos em exploração-investigação matemática? E se, não fosse o caráter aberto da atividade, mas fosse uma simples questão que ela tivesse que me dar uma resposta única, haveria discussão, ou a resposta seria "é assim" ou "não sei isso não"? E os cursos de formação, com professores passivos, ouvintes, possibilitam tal envolvimento?

Tenho que dizer que fiquei muito curiosa com as possibilidades de propor tarefas exploratório-investigativas para professores de Educação Infantil e, desta forma, investigar, em princípio o que ocorreria. Naquele momento, devido as dificuldades daquela professora e suas dúvidas e erros em relação aos conteúdos geométricos envolvidos e depois a superação na interação comigo, levou-me a me interessar primeiramente por investigar as dificuldades dos professores, conforme relatarei mais adiante.

Possivelmente esse é o momento em que devo colocar minha posição particular em relação à aprendizagem docente, de eu dizer aos leitores que acredito na formação compartilhada, onde o professor tem espaço para refletir, e expor suas reflexões, de questionar seus conhecimentos, suas práticas, por iniciativa própria, motivado pelas situações formativas oferecidas, e junto com seus pares colocar-se em busca de conhecimentos que necessita para continuar se desenvolvendo como professor. Assim, eu acredito em processos de formação em que os envolvidos têm voz e espaço para se colocar, frente aos demais participantes, não apenas para relatar suas experiências, o que não é incomum, mas para discutir conteúdos específicos, como matemática por exemplo.

Depois, no GEM, participei de uma pesquisa (PASSOS et al., 2005a) que realizamos com alunos do Ensino Fundamental e que foi possível perceber diversos aspectos do que os alunos já sabiam e como eles foram adquirindo novos conhecimentos na interação com o professor e os colegas durante uma seqüência de aulas nas quais estavam envolvidos em desenvolver a tarefa proposta, bem como as transformações da própria tarefa para possibilitar tal envolvimento.

A partir daí mergulhei em outros referenciais sobre resolução de problemas e investigação matemática que também eram discutidos no grupo. Ao mesmo tempo fui refletindo e delineando um projeto de pesquisa que pudesse contemplar a investigação matemática e a formação de professores. Além disso, as teses de Nacarato (2000) e Lopes (2003) foram ao encontro de uma perspectiva de pesquisa que eu almejava trabalhar: *com* professores. Outro fator relevante que muito contribuiu para a constituição de uma pesquisa desta natureza foi ser sujeito de uma pesquisa de mestrado e as discussões com minha amiga, a pesquisadora Maria Aparecida Vilela de Mendonça Pinto Coelho.

Estes fatos levaram-me a constituir minha primeira questão de pesquisa, apresentada no projeto o qual foi submetido à seleção do mestrado no PPGE/UFSCar. Inicialmente pretendeu-se investigar *Que dificuldades referentes aos conteúdos geométricos podem emergir em um grupo de professores que discute sobre o ensino de geometria para crianças de 6-7 anos que cursam Educação Infantil ou a primeira série do Ensino Fundamental?*

Em paralelo comecei a perceber as possibilidades da investigação matemática, com ênfase na exploração para alunos da Educação Infantil. Comecei a apresentar situações a meus alunos de seis anos e refletir sobre as respostas que eles davam e os direcionamentos que eu em contrapartida apresentava. Constitui um saber docente que me acompanha na pesquisa ao perceber as possibilidades da exploração-investigação no desenvolvimento do raciocínio matemático e na argumentação de crianças que ainda sem recursos para realizar demonstrações, utilizavam de seus conhecimentos e de suas observações para levantarem hipóteses e justificarem ou tentarem justificar suas respostas.

Como a minha questão inicial parecia focar os erros dos professores, posteriormente, percebi que o levantamento de erros não seria o caminho mais adequado, mas que a investigação sobre os saberes

produzidos pelos professores quando estavam em atividade matemática era uma alternativa mais promissora. O foco nos saberes possibilitaria a construção de conhecimentos e conseqüentemente forneceria subsídios para melhor compreensão de minha indagação. Então a questão de pesquisa passou a ser: *Que saberes são produzidos em um grupo de professores de Educação Infantil e de primeira série do Ensino Fundamental quando realizam atividades de investigações matemáticas abordando conteúdos geométricos?*

Nesta etapa incluí o professor da primeira série do Ensino Fundamental mas, posteriormente retiramos, pois por ocasião da coleta de dados, o professor que ensina matemática para crianças de seis anos, na rede municipal onde os sujeitos desta pesquisa lecionam, é o professor de Educação Infantil.

Enfatizamos que neste trabalho investigativo, quando nos referirmos aos nossos dados e utilizarmos a expressão Educação Infantil estaremos tomando a faixa etária de criança com seis anos ou a completar.

Posteriormente, buscamos melhor delimitar a questão; esta foi reconstruída para: *Quais as transformações dos professores na sua prática pedagógica quando estes desenvolvem tarefas exploratório-investigativas?* Mas "que transformações"?

Esta indagação então, necessitava de uma melhor re-definição, juntando-se às contribuições dadas pelas leituras e questionamentos do projeto de pesquisa no Encontro Brasileiro de Estudantes de Pós-Graduação em Educação Matemática (IX EBRAPEM), em 2005, o que levou-me a reconstruir a questão final, a qual permitiu-me imergir no estudo de campo em busca dos dados, sendo enunciada como ***Quais conhecimentos são revelados por professoras da Educação Infantil quando discutem sobre geometria e seu ensino em um contexto exploratório-investigativo?***

Assim, ao buscarmos investigar os conhecimentos do professor que ensina matemática encontramos nossas bases teóricas fundamentadas principalmente nos trabalhos de Shulman e colaboradores e da pesquisadora brasileira Mizukami sobre a base de conhecimento para o ensino. Os dados também foram analisados à luz dos referenciais sobre as aprendizagens que ocorrem durante dinâmicas de aulas de caráter exploratório-investigativo devido ao contexto de nosso trabalho e nossa questão de pesquisa.

Ao delinear a presente pesquisa concebemos desenvolvê-la na perspectiva qualitativa concordando com Garnica (2004), que reconhece a não neutralidade do pesquisador e a constituição das compreensões em uma trajetória em que estas e os meios de obtê-las podem ser (re)configurados.

Desta forma a presente pesquisa vai sendo formada e reformulada durante seu desenvolvimento. Isto implica que sua metodologia e análise sejam construídas considerando-se os dados que foram

sendo obtidos.

A pesquisa qualitativa também apresenta cinco características segundo Bogdan e Biklen (1999): (a) o investigador é o instrumento principal e a fonte de dados é natural. Para estes autores, o entendimento e o contexto são instrumentos-chave; (b) a investigação tem caráter descritivo, procurando-se manter a riqueza e a sutileza dos dados; (c) o foco de interesse são os processos em sobreposição ao resultado final e aos produtos; (d) os dados tendem a ser analisados de forma indutiva: "as abstrações são construídas à medida que os dados particulares que foram recolhidos se vão agrupando" (p. 50) e (e) é dada importância vital ao significado atribuído pelos participantes.

Com especial atenção ao item (e) referido acima, em nossa análise considerou-se a expressão direta dos participantes, suas falas e explicitações como valiosa fonte de dados. Devido à dinâmica na construção dos dados e sua abundância, muitos participantes reiteradas vezes atribuíam significado às suas próprias percepções, seus próprios conhecimentos e realidade.

As modalidades de pesquisa segundo o processo de coleta de dados são categorizadas em *histórico-bibliográfica* ou de *revisão*, em *experimentais* ou *quase-experimentais* (de laboratório) ou a modalidade de pesquisa denominada *pesquisa naturalista* ou *pesquisa de campo* (FIORENTINI; LORENZATO, 2006). Neste caso, entendemos que o trabalho aqui apresentado enquadra-se nesta terceira categoria. Como preconizado por Fiorentini e Lorenzato (2006, p. 72) a pesquisa de campo realizada neste estudo é adequada à "modalidade de investigação na qual a coleta de dados é realizada diretamente no local em que o problema ou fenômeno acontece".

## 2.2 Justificativa

Entendemos que a presente dissertação contribuirá na constituição da área da Educação Matemática colaborando na resposta às suas indagações e oferecendo conhecimentos para a compreensão de questões relacionadas à formação de professores e ao ensino da Matemática na Educação Infantil.

Assim, concordamos com a conceituação de Fiorentini (1994) a respeito da Educação Matemática:

> "como área de saber que procura de modo sistemático e consistente investigar problemas ou responder indagações relativas ao ensino e à aprendizagem da matemática, bem como, a formação de professores, ao contexto escolar, cultural e sócio-político em que ocorre a prática pedagógica. Além disso, conceberemos a Educação Matemática como uma área multifacetada e multidimensional que envolve não apenas a dimensão didático-metodológica, mas também, outras de caráter epistemológico, hitórico-filosófico, sociológico, psicológico e axiológico-praxiológico pertinentes à Matemática e à Educação. (FIORENTINI, 1994, p. 7)

Encontramos significativas sinalizações em nossa revisão bibliográfica da importância da pesquisa *com* professores que ensinam matemática para crianças de seis anos, não somente na Educação Infantil como no Ensino Fundamental.

A partir da década de 90, com a mudança de paradigma na formação contínua, deslocando-se da racionalidade técnica para considerar os professores como "sujeitos do conhecimento que possuem" também ocorre mudança na concepção de pesquisa. Esta passa de "pesquisa *sobre* professores para pesquisa *com* professores, de maneira que ambos podem constituir-se, colaborativamente, pesquisadores e produtores de saber" (FIORENTINI et al., 2002, p. 154). E ainda, como este mesmo pesquisador em outra ocasião afirma: "Se os professores universitários e os formadores quiserem realmente conhecer ou estudar os saberes profissionais, devem ir à escola onde praticam os professores; ou melhor, devem se juntar com quem trabalha em sala de aula." (FIORENTINI, 2000, p. 189).

Fiorentini et al. (2002) apresentam um balanço de 25 anos de pesquisa brasileira em Educação Matemática tendo como objeto de estudo a formação do professor que ensina Matemática ou o seu desenvolvimento profissional, não considerando aquelas referentes à prática docente ou ao comportamento e pensamento do professor. Este trabalho já afirma a tendência mundial em considerar o professor "como elemento fundamental nos processos de mudança educacional e curricular" (p. 140) e portanto com necessidades de atualização permanente.

Esta referida pesquisa documenta que, em um total de 112 pesquisas de mestrado e doutorado analisadas, 51 delas referem-se à formação continuada, e destas, estes autores afirmam que "a maioria delas refere-se aos níveis fundamentais e médio; apenas uma se refere à Educação Infantil (ARAUJO, 1998) e uma ao ensino superior" (FIORENTINI et al., 2002, p. 150).

A dissertação de mestrado de Araujo (1998) investigou a dinâmica de um projeto pedagógico de Matemática em um curso de Educação Infantil, na perspectiva da pesquisa-ação, por meio da elaboração, aplicação e reflexão de atividades de ensino. O trabalho culminou em uma Proposta de Matemática para a Educação Infantil.

A mesma pesquisadora, em 2003, em sua tese de doutorado (ARAUJO, 2003), investigou o processo de aprendizagem docente na dimensão do desenvolvimento profissional, com o foco em como o professor realizava suas aprendizagens docentes ao participar de atividades de formação. Seu trabalho envolveu 15 professoras de uma escola pública de Educação Infantil do município de São Paulo. A pesquisadora considerou o objeto em movimento e desta forma acredita que mudanças qualitativas na formação profissional tem suas origens na própria escola, passando pela organização coletiva do trabalho, pela explicitação e documentação das práticas, pelo delineamento dos instrumentos de trabalho, dos critérios de reflexão, pela mobilização de experiências e pela mediação cul-

tural. Este trabalho teve seus referenciais teóricos fundamentados na abordagem histórico-cultural, tendo como núcleo a atividade de ensino, entendida como formadora do aluno e do professor. A tese de Araujo (2003) teve como foco a elaboração, o desenvolvimento e a reflexão de atividade em um contexto de um projeto pedagógico de Matemática. Das considerações de seu trabalho, destacamos que "fazer junto com o outro" foi decisivo para a apropriação de conhecimentos por parte das professoras" (p. 161-162). A pesquisadora ressalta a possibilidade de a escola ser ambiente propício à aprendizagem docente, construindo o cultural coletivo.

Outra pesquisa no cenário brasileiro que destacamos refere-se a um trabalho de doutorado de Lopes (2003) realizado junto a professoras de Educação Infantil em uma escola da rede particular de ensino de Campinas. Realizou-se uma intervenção planejada, constituindo-se uma produção colaborativa, possiblitando a ampliação do conhecimento profissional das educadoras referente à Estocástica no currículo e no processo de ensino e aprendizagem. O trabalho foi realizado com referenciais teóricos na perspectiva teórica do professor reflexivo na visão freireana, visando o desenvolvimento profissional docente, a partir da reflexão sobre a prática, considerando-se que o conhecimento profissional resulta da integração da teoria e prática, sendo pessoal, cuja manifestação é na ação. Buscou-se "investigar as contribuições que o estudo, a vivência e a reflexão sobre conceitos de Estatística e Probabilidade podem trazer para o desenvolvimento profissional e para a prática pedagógica de um grupo de professoras da Educação Infantil" (p. xiii). Assim, em suas considerações a pesquisadora afirma a importante dimensão que os projetos colaborativos adquirem ao considerarem o processo reflexivo na e sobre a prática docente, o conhecimento e o desenvolvimento profissional do professor, não se limitando apenas às questões conceituais de uma área de conhecimento.

Em sua revisão bibliográfica, Lopes (2003) denota que existem poucos trabalhos relacionados ao conhecimento profissional relativo a conteúdos matemáticos do educador da Educação Infantil. Nacarato e Paiva (2006) também apontam que as pesquisas com professores que ensinam Matemática na Educação Infantil e nas séries iniciais do Ensino Fundamental têm ainda um vasto campo a ser investigado, uma vez que vêm merecendo pouca atenção dos pesquisadores considerando-se o número reduzido de pesquisas nesta área. Estas pesquisadoras ressaltam que existe uma lacuna na formação matemática do professor que atua na Educação Infantil.

Percebemos pelas pesquisas anteriormente mencionadas bem como a de Nacarato (2000) (referenciada no Capítulo 5) as potencialidades de pesquisas *com* professores, que a partir de práticas reflexivas possibilitam o crescimento do conhecimento profissional para a docência bem como promovem o desenvolvimento profissional dos envolvidos. Por outro lado, a literatura não demonstra vasta investigação nestes aspectos, levando-nos a buscar em nossa pesquisa, contribuições que venham somar às anteriores, quer seja para a constituição do campo de conhecimento acadêmico, quer

seja como ponto de partida para a formação de professores.

Além disso, em decorrência da atual legislação brasileira [1] a criança que tem seis anos de idade, em 2006 é atendida na Educação Infantil. A partir de 2007, os sistemas se reorganizarão de maneira que esta faixa etária será, progressivamente, incluída no Ensino Fundamental, constituindo o primeiro deste nível de ensino, demandando adequação didático-pedagógica, dentre outras.

Assim, a investigação aqui apresentada busca contribuir para as discussões e constituição da formação de professores e da prática pedagógica do professor que ensina matemática para crianças de seis anos. Bem como, pretende contribuir para futuras pesquisas ou ações relacionadas à formação inicial ou contínua de professores que ensinam matemática para crianças de seis anos.

Ao utilizarmos a expressão *professores que ensinam matemática* o faremos como sinônimo de *professores polivalentes* considerando a interpretação expressa por Nacarato e Paiva (2006) tendo como referência outros pesquisadores na Educação Matemática:

> professores polivalentes — aquele que atuam na educação infantil e/ou nas séries iniciais do ensino fundamental — e que ensinam matemática, apesar de não serem denominados "professores de matemática", visto não serem especialistas (NACARATO; PAIVA, 2006, p. 19).

## 2.3 Objetivos e Questão de Pesquisa

Esta investigação buscou responder à seguinte questão de pesquisa **Quais conhecimentos são revelados por professoras da Educação Infantil quando discutem sobre geometria e seu ensino em um contexto exploratório-investigativo?** Em decorrência, temos tais questões derivadas:

1. Quais conhecimentos as professores revelam quando envolvem-se em atividades exploratório-investigativas com conteúdo geométrico?
2. Qual o lugar ocupado pela geometria na prática pedagógica das professoras na Educação Infantil?
3. Quais as possibilidades do uso de tarefas exploratório-investigativas no aprender e ensinar geometria?

Os objetivos desta pesquisa consistiram em:

[1] Lei n$^o$ 11.274 de 06 de fevereiro de 2006, disponível em <http://www.http://www6.senado.gov.br/sicon/ListaReferencias.action?codigoBase=2&codigoDocumento=253755> Acesso em 20 de novembro de 2006

- Investigar quais conhecimentos as professoras revelam em cinco momentos: ao realizarem atividades exploratório-investigativas com conteúdo geométrico, na discussão do ensino de geometria, na elaboração de tarefas a serem implementadas nas suas salas de aula, na ação pedagógica e na reflexão/avaliação sobre a ação pedagógica;

- Investigar as possibilidades formativas das atividades exploratório-investigativas na constituição e ressignificação do conhecimento do professor;

- Investigar quais as possibilidades para a presença de atividades exploratório-investigativas no ensino de matemática para crianças de seis anos, a partir das discussões, das reflexões e das ações pedagógicas realizadas pelas professoras participantes.

## 2.4 Procedimentos Metodológicos

Os sujeitos foram entendidos como *professores participantes* e não apenas como *sujeitos* da pesquisa, uma vez que não pretendeu-se fazer um estudo *sobre* professores, mas *com* professores. Utilzaremos as expressões *professora participante* ou simplesmente *professora* ao nos referirmos a cada um dos sujeitos desta pesquisa.

Os dados empíricos foram construídos durante um curso de formação continuada na qual a pesquisadora atuou também como formadora. Este material é constituído de: diário de campo da pesquisadora, registros reflexivos escritos dos professores, gravações em vídeo e aúdio e transcrições das gravações. Ressalta-se que os registros reflexivos das professoras foram produzidos em caráter aberto, ou seja, não estruturado, ou em decorrência de questões apresentadas pela pesquisadora.

A pesquisadora, atuando como formadora e participando dos momentos formativos nos quais as professoras participantes se envolveram em atividades exploratório-investigativas e também dos momentos de elaboração e implementação de tarefas com conteúdo geométrico para alunos da Educação Infantil configurou a observação participante, que é aquela em que o pesquisador não fica separado da situação observada, mas a ela se integra "por uma participação direta e pessoal" (LAVILLE; DIONNE, 1999, p. 180).

Schwartz & Schwartz (1955) citados por Minayo (1992, p. 135) complementam que

> Definimos observação participante como um processo pelo qual mantém-se a presença do observador numa situação social, com a finalidade de realizar uma investigação científica. O observador está em relação face a face com os observados e, ao participar da vida deles, no seu cenário cultural, colhe dados. Assim o observador é parte do contexto sob observação, e ao mesmo tempo modificando e sendo modificado por esse contexto (p. 355).

Da observação foram produzidas as notas de campo, que foram redigidas durante e posteriormente às observações, prevalecendo a escrita posterior devido à participação da pesquisadora no campo de estudo. De acordo com Bogdan e Biklen (1999, p. 150) as notas de campo são "o relato escrito daquilo que o investigador ouve, vê, experiencia e pensa no decurso da recolha e refletindo sobre os dados de um estudo qualitativo"; sendo estas compostas de material descritivo e reflexivo. Fiorentini e Lorenzato (2006) salientam que o diário de campo é um dos mais ricos instrumentos de coleta de dados, pois é nele que o pesquisador registra suas impressões, observações, descrições de pessoas, cenários, situações e ocorrências. O pesquisador retrata diálogos e episódios.

As reuniões do grupo de professores no curso foram videogravadas e audiogravadas. O equipamento de gravação de áudio foi auxiliar para manter a seqüência das falas durante a troca dos *dvds* na filmadora e para prevenir eventual perda de dados da fonte principal. Os diários de campo também foram revisitados e complementados durante as sessões de observação e transcrição dos vídeos, quando foi possível acrescentar as percepções e reflexões da pesquisadora.

Inicialmente optou-se por transcrever todas as falas dos vídeos, acrescentando-se, inclusive muitos dos gestos dos participantes. Para isso a pesquisadora fez a transcrição de três encontros e chegou a contar com a ajuda de um profissional para outros dois. Porém, ao final do quinto encontro, percebeu-se que o grande volume de transcrições que se acumularia tenderia a impossibilitar freqüentes recorrências ao vídeo durante a análise, dificultaria a aproximação e o refinamento das falas.

Desta forma, a partir do sexto encontro modificou-se este procedimento. A pesquisadora passou realizar a tarefa de transcrição, possibilitando realimentar as notas de campo e uma aproximação entre quem investiga e os dados obtidos. Percebemos que este prodecimento favoreceu a reflexão sobre sua própria atuação e conseqüentes redirecionamentos para os encontros subseqüentes com o grupo. Sendo assim, as transcrições realizadas com profissional externo foram revisadas e o procedimento foi reajustado passando a ser feito exclusivamente pela própria pesquisadora.

Isso permitiu que os vídeos fossem observados diversas vezes, descrevendo-se os dados, elecando eventos relacionados à questão investigada e transcrevendo-se os diálogos que tinham relação direta com a questão de pesquisa ou com as questões derivadas. Assim não foram mais feitas transcrições na íntegra, porém ressalta-se que cada vídeo acabou por ter a maioria de suas falas transcritas,

Então, as transcrições não foram usadas em separado ou em substituição aos vídeos, mas na análise recorreu-se aos vídeos, em diversas situações.

Meira (apud PASSOS, 2000) enfatiza que a videografia é importante nesse tipo coleta de dados pois permite uma interpretação consistente dos mecanismos subjacentes à atividade humana. Por sua

configuração tecnológica, o vídeo é um instrumento indicado para trabalhos desse tipo de pesquisa, pois permite uma aproximação ao sujeito em estudo. As experiências gravadas em vídeo podem ser repetidas quantas vezes forem necessárias, facilitando a coleta de dados e a conseguinte análise dos mesmos a partir das anotações em protocolos dos elementos mais esclarecedores que permitem a identificação dos processos de resolução pelos quais as professoras-participantes passaram bem como da reação da pesquisadora.

No mesmo sentido, concordamos com Powell, Francisco e Maher (2004, p. 86 e 91) quando apoiam-se nas declarações de Clement (2000) afirmando que o vídeo "pode capturar comportamentos valiosos e interações complexas e permite aos pesquisadores reexaminar continuamente os dados. [...] O vídeo não apenas permite múltiplas visões, mas também possibilita visões sob múltiplos pontos de vista."[2]

Nesta pesquisa a opção pelo uso do vídeo é justificada por dois fatores principais: (1) a pesquisadora interagiu com os participantes, não possibilitando que as notas de campo tenham todos os dados descritivos feitos em tempo real; (2) por tratarem-se de conteúdos geométricos, é difícil reconstituir representações verbais e gestuais em tempo posterior aos acontecimentos.

Pirie (1996) citado por Powell, Francisco e Mather (2003) recomenda o uso parelhado com outros tipos de dados, como as escritas dos estudantes (em nosso caso, as professoras participantes), uma vez que os vídeos são apenas "uma limitada janela do fenômeno" (POWELL; FRANCISCO; MATHER, 2003, p. 408). Acrescentam ainda que os dados de vídeo não são completos e trazem traços teóricos do pesquisador, além de serem passíveis de seletividade.

Neste sentido, optamos por utilizar os registros escritos dos participantes, tanto para confirmar como para elucidar informações obtidas pelas videogravações.

Tecendo um paralelo na afirmação "as fotografias não são respostas, mas ferramentas para chegar às respostas" (BOGDAN; BIKLEN, 1999, p. 191) entendo que os vídeos não indicarão as respostas à nossa questão de pesquisa, mas constituirão dados que, sob interpretação e análise, nos levarão às possíveis respostas.

Powell, Francisco e Mather (2003, p. 409) afirmam que as gravações em vídeo para fins investigativos dão origem a questões éticas. As argumentações de seu artigo apontam para: Quais as finalidades dos dados? Quem terá acesso às gravações? Como eles serão guardados ou protegidos? Se eles serão disponibilizados para leitores ou outras pessoas e como isto poderá ocorrer? Quais as bases para sua análise? Isto é relevante uma vez que as gravações em vídeos apresentam os comportamentos em contexto e podem ser passíveis de julgamentos.

[2] Texto traduzido do inglês por nós.

Nesta dissertação as professoras participantes concordaram com a gravação do vídeo e o áudio, permitindo o uso do gravador e da filmadora. Elas assinaram um termo para a permissão do uso dos dados, o qual ficaram com uma cópia.

Os vídeos ficaram com a pesquisadora mas as professoras que tiverem interesse poderão solicitar uma cópia. Ficou acordado que não serão disponibilizadas cópias dos vídeos para outras pessoas e eles não serão anexos de documentos científicos.

Estes procedimentos enunciados nos dois parágrafos anteriores parecem ter facilitado a coleta de dados, pois as professoras não demonstraram constrangimentos e teciam diversos comentários, tanto de natureza pessoal como profissional durante os encontros. Demonstraram muita confiança nos procedimentos e externaram bem-estar portando-se de maneira natural, conforme evidenciado nas notas de campo da pesquisadora.

A câmera filmadora era ligada logo no início de cada encontro, quando a pesquisadora adentrava no local dos encontros, e procurava-se que ela fosse desligada quando as professoras já estivessem saindo do local. Mesmo com a liberdade para desligarem os equipamentos de gravação ou solicitarem que isso fosse feito, não ocorreram momentos em que as professoras solicitassem a interrupção da gravação, com exceção ao final de alguns encontros quando queriam dialogar a respeito de assuntos não relacionados ao curso.

As sessões onde a pesquisadora assistia aos vídeos e os transcrevia foram realizadas utilizando-se o *software Transana Version 2.10-Win* [3], que de acordo com sua descrição trata-se de ”uma ferramenta para a transcrição e análise qualitativa de dados de vídeo e áudio”. É um *software* livre escrito pelo Wisconsin Center for Education Research da University of Wisconsin, no estado de Madinson, nos Estados Unidos da América.

O *Transana* apresenta três janelas que ficam simultaneamente abertas na tela. Na janela de vídeo ocorre a exibição do vídeo. A janela de transcricão é onde são feitas as transcricões, onde estas são exibidas e editadas. Na janela de dados são vistos, organizados e manipulados os dados como vídeos e transcrições e a janela de visualização do som permite uma representação da faixa do vídeo em um diagrama de ondas. A Figura 2.1 apresenta a tela do *Transana*; a janela do vídeo não foi capturada nesta imagem, aparecendo preenchida em preto, mantendo-se assim o sigilo da identidade das participantes. O *software Transana* permite realizar marcações na trancrição de forma a recorrer posteriormente ao momento marcado, sem necessitar de avanços ou retrocessos manuais durante a busca, bastanto para isso o posicionamento do *mouse* na marcação feita.

Além disso, o referido *software* têm à disposição um conjunto de marcadores que facilitam

[3] *Software* de uso livre, disponível em www.transana.org. Acesso em 20 jul. 2006.

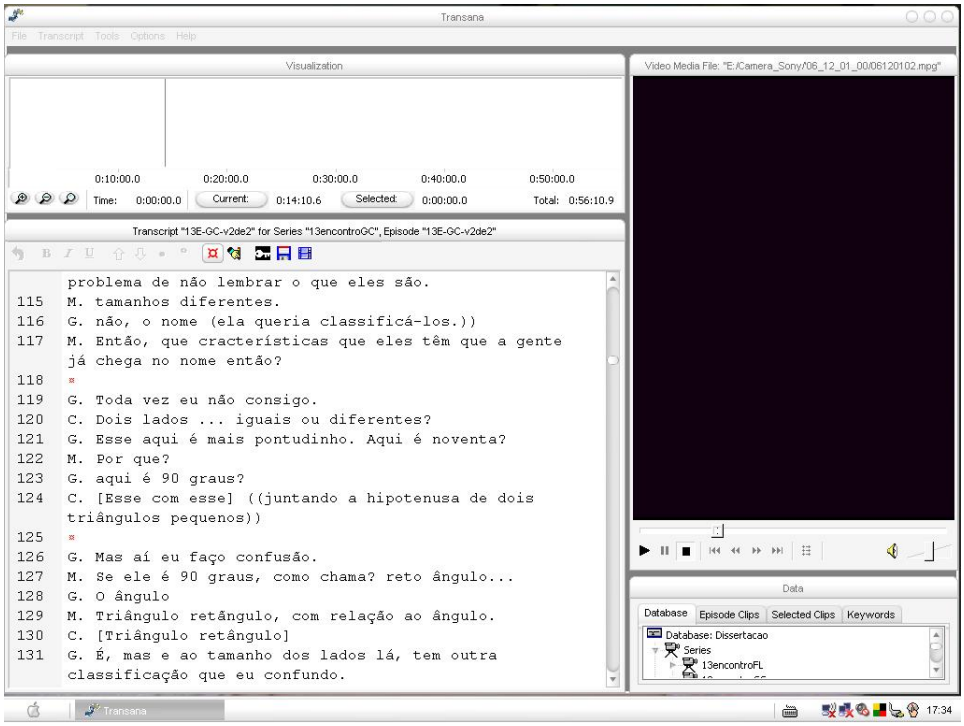



Figura 2.1: Interface do *Software Transana*.

a transcrição, como por exemplo, o uso de "<texto>", para indicar que o texto foi falado mais pausadamente, o que interpretamos, muitas vezes, como ênfase no discurso, dentre outros. Tais procedimentos permitiram-nos acrescentar às transcrições notações que, ao serem revisitadas pela pesquisadora, davam maior proximidade às maneiras pelas quais o discurso foi proferido.

Em nossas transcrições não utilizamos as ferramentas com finalidades analíticas disponíveis no *Transana*, porém registramos este detalhe uma vez que pode ser uma das contribuições de nossa pesquisa, o que fizemos, como o fizemos e os indícios de outras possibilidades avistadas por nós. Apenas não optamos por tais ferramentas porque ainda não considerávamos nossa experiência com o uso de tal *software* suficiente para adequadamente utilizá-las e não havia tempo suficiente antes da coleta de dados para que isso fosse feito. Deixamos para pesquisas futuras.

As transcrições foram codificadas e numeradas tendo-se como referência o encontro em que elas foram produzidas. Para isso, usou-se a notação (*n*E-v*x*de*y*), onde *n* é o número ordinal do encontro, *x* o número ordinal do vídeo do referido encontro e *y* o número total de vídeos produzidos no dado encontro. Por exemplo, (11E-v1de3) refere-se ao primeiro vídeo de um total de três gravados no $11^o$ encontro.

Um outro material utilizado na análise foram os registros escritos produzidos pelas professoras, durante os encontros bem como fora deles. Estes eram entregues periodicamente à pesquisadora, que os fotocopiava produzindo, assim, uma segunda via. Tanto no original como na segunda via

eram anotados questionamentos ou observações pela pesquisadora com dois objetivos principais:

1. Esclarecer pontos de dúvida da pesquisadora sobre o que estava escrito ou necessitando de complementação.

2. Possibilitar ao professor o uso da escrita como ferramenta de aprendizado e reflexão.

O segundo desses objetivos, apesar de estar voltado à metodologia do curso e não da pesquisa, também serviu indiretamente para elucidar pontos enunciados pelas professoras que requeriam esclarecimentos.

Os dados obtidos nos registros escritos das professoras foram valiosos subsídios na interpretação e seleção das falas dos vídeos, uma vez que se confirmaram e ratificaram posições já obtidas pela fala. Foi importante esta convergência dos dados porque, por se tratar de um curso, os professores apresentavam discurso verbal em elaboração. Ou seja, ao mesmo tempo em que estavam pensando iam falando. E a devida atenção e consideração a este fato é importante para não ocorrer equívocos na análise e interpretação que possam ser diferentes do que o professor realmente teria a intenção de afirmar.

Na composição dos registros escritos, diversas vezes a pesquisadora apresentou perguntas às professoras, que foram sendo entregues após os encontros para facilitar sua reflexão, pois percebeu-se que apenas pedir que às professoras escrevessem o registro reflexivo dos encontros não estava sendo produtivo, uma vez que elas se esqueciam e acabavam não fazendo devido à sua falta de tempo. Então optamos por apresentar algumas questões sobre as quais ele pudesse discorrer.

Os registros escritos foram numerados, seqüencialmente, recebendo a notação RE-*número*. Ao referenciarmos os registros escritos no texto utilizaremos a expressão “fala” para mantermos a seqüência numérica das falas ocorridas durante os encontros. Assim, em outras palavras, cada registro escrito, será dividido em “falas” ao ser apresentado no texto, porém ao final recebe a notação RE-*número*.

Como material ilustrativo serão apresentadas algumas fotos. Elas são importantes para o entendimento durante a leitura da dissertação, uma vez que por tratar-se de geometria, e portanto, as imagens aproximam a descrição feita do real. As fotos, por serem elementos estáticos, permitem ilustrar algumas situações. Algumas fotos são originadas de câmera fotográfica digital, em foto produzida pela própria pesquisadora, enquanto outras foram obtidas por captura de tela dos vídeos produzidos. E finalmente foram produzidas algumas figuras pela pesquisadora que representam imagens capturadas pelo vídeo, que se fizeram necessárias devido à posição desfavorável da câmera no

dado momento, o que produziu imagens não totalmente inteligíveis por leitor externo, requerendo substituição.

A análise das falas iniciou-se sublinhando-se os trechos das transcrições que mantinham relação com a questão principal de pesquisa ou derivadas. Posteriormente, foi construída uma tabela de dupla entrada. Na primeira coluna desta tabela foram colocados temas principais percebidos nas falas e as quatro colunas seguintes foram dedicadas a cada uma das professoras participantes. Para alimentação das células desta tabela foram retirados os diálogos já sublinhados nas transcrições e acrescentados os trechos oriundos dos registros escritos.

Esta primeira etapa analítica descrita no parágrafo serviu de guia à pesquisadora no delineamento inicial da análise e permitiu uma visão global de possíveis categorias.

Na segunda etapa, procurou-se constituir os diálogos no contexto em que ocorreram, e desta forma os dados foram agrupados mantendo-se principalmente duas linhas: as tarefas selecionadas e os momentos oriundos de discussões, registros ou aulas das professoras que mantinham relação com nossa questão de pesquisa.

Assim, depois da segunda etapa, associada aos temas elencados na primeira etapa, tínhamos dois percursos a seguir. O primeiro deles seria o delineamento das categorias análiticas sob o referencial teórico adotado, ou seja, o eixo analítico instituído no Capítulo 6 ficaria dividido nas categorias do conhecimento do conteúdo no ensino (SHULMAN, 1986). No segundo, adotado por nós, as categorias emergiram dos dados propriamente ditos, à luz do referencial teórico, e sua análise assim procedeu. Isto muito se justifica, pois se optássemos pelo primeiro percurso teríamos diversas situações nas quais um diálogo representa duas categorias distintas e ao separar suas falas, perderíamos a complementaridade do discurso. Enquanto que, da forma como o fizemos, as falas estão alocadas no discurso ao qual elas ocorreram, mantendo-se não somente a(s) fala(s) de um sujeito, mas o conjunto que lhe confere sentido.

Esta conduta analítica tomada por nós na análise, levou-nos a refletir sobre os argumentos pelos quais ela ocorreu. Neste sentido, observamos que se os dados fossem obtidos através de entrevistas, possivelmente as falas seriam mais longas, individuais e por si representariam um elemento analítico. Ao passo que, pelo fato de os dados serem construídos na reflexão compartilhada e na reelaboração de conhecimentos de maneira espontânea, durante o processo formativo, as falas, marcadas pela complementariedade do diálogo trazendo consigo o normal “vai e vem” de nossa oralidade.

Enfim, nesta trajetória pudemos identificar e compor três eixos analíticos, que indicam o crescimento do conhecimento profissional das professoras, conforme dissertaremos na introdução do Capítulo 6:

1. $1^o$ eixo: O lugar destinado à geometria (Seção 6.1)

2. $2^o$ eixo: As atividades exploratório-investigativas e o conhecimento do professor (Seção 6.2)

3. $3^o$ eixo: Repensando a prática pedagógica: (re)construindo conhecimentos profissionais (Seção 6.3)

O primeiro eixo revela-nos aspectos relacionados às nossas questões investigativas com ênfase ao conhecimento das professoras antes da participação no curso de formação, indicando-nos o lugar ocupado pela geometria em sua formação escolar e profissional e na prática pedagógica.

O segundo eixo evidencia os conhecimentos (re)construídos durante o curso, ao envolverem-se nas atividades decorrentes das tarefas exploratório-investigativas propostas.

E o terceiro eixo denota a (re)construção de conhecimentos profissionais a partir das atividades realizadas e da problematização e reflexão sobre suas práticas. Neste terceiro eixo destaca-se a busca, pelas professoras, de novas maneiras para aprender e ensinar geometria.

## 2.5 Cenário da pesquisa: O curso de extensão "A Geometria na Educação Infantil"

Nesta seção apresentamos o cenário onde os dados desta pesquisa foram constituídos — o curso de extensão[4].

O curso "A Geometria na Educação Infantil" é parte do Programa Formação Compartilhada de Professores que Ensinam Matemática na Educação Básica na Linha Programática Formação Continuada do Departamento de Metodologia de Ensino do Centro de Educação e Ciências Humanas da Universidade Federal de São Carlos, campus de São Carlos. Este curso de extensão esteve sob a coordenação da Prof$^a$ Dra. Cármen Lúcia Brancaglion Passos, orientadora deste trabalho no qual a pesquisadora atuou como formadora (Seção 2.7).

O curso foi planejado para atender professores de Educação Infantil, na perspectiva da construção compartilhada de conhecimento entre professores-pesquisadores e professores escolares. Acreditamos que colaboração entre a instituição escolar e a academia pode possiblitar o estabelecimento de vínculos entre professores e instituições de pesquisa, que historicamente são vistas como produtoras de conhecimento e os primeiros, por sua vez, como possíveis executores de tal conhecimento produzido.

[4]Todas as participantes do curso foram as quatro professoras participantes desta investigação.

Durante o curso foram propostas tarefas de caráter exploratório-investigativo que abordavam conteúdos geométricos tais como: figuras planas e figuras não-planas, planificação de figuras espaciais, simetria, composição e decomposição de figuras. Foram discutidos aspectos relacionados ao trabalho com habilidades de percepção espacial, localização e orientação espacial e representações do espaço na Educação Infantil.

Os conteúdos contemplados não foram escolhidos tendo-se em vista exatamente *"o que"* e *"como"* devem ser trabalhados com crianças de seis anos. Mas foram elencados para irem ao encontro de conteúdos que os professores comumente afirmam trabalhar com as crianças, como por exemplo as formas geométricas planas.

A partir das tarefas propostas desenvolveram-se as atividades exploratório-investigativas, com discussões sobre o ensino de geometria sendo permeadas pelas reflexões das professoras sobre suas aprendizagens anteriores e sua prática pedagógica. Os encontros também foram marcados com o planejamento e avaliação das possibilidades de implementação nas salas de aulas de tarefas elaboradas pelos participantes.

Foram quatro professoras participantes, todas ministrando aulas na última etapa da Educação Infantil, denominada Pré-III no referido sistema municipal. Esta etapa é destinada a crianças que completem seis anos de idade durante o ano letivo. Para o Pré-I e Pré-II são oferecidas vagas para crianças que completem, respectivamente, 4 e 5 anos durante o curso da etapa, conforme legislação municipal. Assim, em 2006 para o pré-III, pré-II e pré-I foram admitidas crianças nascidas no ano de 2000, 2001 e 2002, respectivamente; para 2007 serão aquelas nascidas em 2001, 2002 e 2003, respectivamente.

A implementação do ensino fundamental de nove anos ocorrerá a partir de 2007, com as crianças que complementem seis anos até 31/12/2006, como já ocorre. Ou seja, crianças nascidas em 2000 frequentarão a primeira série do Ensino Fundamental: eram aquelas que em 2006 tiveram oferecidas matrículas na última etapa da Educação Infantil. Em 2008 serão atendidas no primeiro ano do Ensino Fundamental no município onde as professoras participantes trabalham as crianças que completarem seis anos até o final do mês de fevereiro do ano letivo correspondente, de acordo com dados obtidos em legislação municipal.

Após a decisão da pesquisadora em obter os dados a partir de um curso de formação contínua de professores, e tendo em vista a aprovação do Projeto de Extensão, foi feito novo contato com as professoras que se inscreveram para marcar a data do primeiro encontro e reafirmar a participação de cada uma delas.

O curso iniciou-se em 09 de agosto de 2006 e terminou em 13 de dezembro de 2006, com

encontro semanais de 2 horas. Foram propostos encontros semanais de duas horas e as demais horas sendo realizadas no planejamento e reflexão individual das atividades e na realização de atividades com os alunos. Foram realizados alternadamente em duas escolas municipais em uma cidade do interior do estado de São Paulo, uma delas onde Laura leciona Língua Portuguesa e Bianca na Educação Infantil e a outra onde Guilhermina leciona.

Normalmente os encontros aconteceram às quartas-feiras sendo remanejados algumas vezes devido a outros compromissos profissionais das professoras participantes como reuniões, Trabalhos Remunerados (TR [5]), palestras ou excursões com alunos ou demais problemas.

Em anexo, apresentamos uma síntese com o cronograma cumprido do curso.

Percebeu-se um compromisso das professoras em participar dos encontros, compromisso esse que foi demonstrado não apenas em relação à pesquisadora, mas ao grupo. As ausências das professoras foram muito poucas e justificadas. As professoras Bianca, Ana Júlia e Guilhermina tiveram ausência em um encontro do total de quinze. Um dos encontros foi subdividido em duas partes, cada uma com duas professoras.

É relevante ressaltar a assiduidade das professoras aos encontros considerando como um dado para nossa investigação. Isto demonstra o compromisso individual com o próprio processo formativo, favorecendo o desenvolvimento profissional, uma vez que deve partir do próprio sujeito a iniciativa (NACARATO; PAIVA, 2006).

É igualmente valioso acrescentar que os encontros no grupo representavam uma carga a mais de trabalho para o professor, e a assiduidade é indício de interesse, compromisso e responsabilidade das professoras, tanto com os pares e com a pesquisadora, como para seu próprio processo de aprendizagem e de maneira indireta com a qualidade de trabalho de seus alunos. Conforme notas de campo, não foi demonstrado interesse das professoras em participar da pesquisa e do curso tendo em vista o certificado de curso de extensão, mas o compromisso com a própria aprendizagem e melhoria de suas práticas.

## 2.6 Os sujeitos: professoras participantes

As professoras que se dispuseram a participar desta pesquisa conheceram o percurso da pesquisadora no mestrado e tinham algum conhecimento de sua história como professora na Educação Básica. Contudo, não era de conhecimento prévio da pesquisadora o cotidiano de suas salas de aula.

[5] Trata-se de reuniões marcadas pela escola com duração de 3h 20min. O professor não é obrigado a participar mas quando o faz recebe o equivalente a 5 horas-aulas. Além das reuniões pedagógicas bimestrais este é o único momento periódico de encontro pedagógico com seus pares.

As professoras participantes, no olhar da pesquisadora, sempre demonstraram interesse e compromisso pelo processo educativo de seus alunos.

Desde o ingresso da pesquisadora no mestrado, sabendo de seu interesse e desejo por trabalhar com o ensino de Matemática com professores de Educação Infantil, elas afirmavam que gostariam de participar e desta forma aprenderem mais algumas coisas sobre o ensino de Matemática para a Educação Infantil.

Desta forma sua participação na pesquisa deu-se por terem proximidade com a pesquisadora, por demonstrarem interesse em participar e realmente efetivaram sua inscrição para o curso no qual a pesquisa foi inserida.

As professoras participantes são quatro. Para não haver identificação, e preservar o anonimato, elas escolheram nomes fictícios femininos[6] (Ana Júlia, Laura, Bianca e Guilhermina) e nas falas serão denominados pelas iniciais destes nomes (AJ., L., B. e G.).

Todas elas lecionam exclusivamente no sistema municipal de ensino em um município no interior do estado de São Paulo.

### 2.6.1 Professora Ana Júlia

A professora Ana Júlia iniciou a docência há 32 anos, porém teve algumas interrupções e completou, em 2006, 20 anos de experiência docente, sendo 12 anos nas quatro primeiras séries do Ensino Fundamental e 8 na Educação Infantil. Sua experiência na Educação Infantil iniciou-se com seu ingresso na prefeitura municipal onde leciona atualmente, na escola A. Destes 8 anos, 7 anos são de experiência no Pré-III. Então, desde 1998 Ana Júlia trabalha apenas na rede municipal e em 2006 leciona somente para alunos de Educação Infantil: no período da manhã na EMEI A, para uma turma de pré-III e no período da tarde, nessa mesma escola, para uma turma de pré-II.

A professora Ana Júlia formou-se professora no Curso de Formação de Professores (Normal) em 1973 e em 1977, concluiu o Curso de Pedagogia em uma instituição privada; ambos em cidades distintas no litoral paulista.

Esta professora afirma que participou de muitos cursos de formação contínua com exceção dos de matemática. Ela explicou que não houve oportunidades de curso nesta área

> 1. *Muitos, menos de matemática. [indica quais].*
> 2. *A (nome da prefeitura) e nas outras cidades que lecionei não me proporcionaram nenhuma oportunidade de cursos de matemática.* (RE-21)

[6] Nem todas são do sexo feminino, mas por decisão coletiva decidiram utilizar nomes femininos e pelo uso de "professoras", "elas", etc.

### 2.6.2 Professora Bianca

A professor Bianca tem 13 anos de experiência na docência, sendo 8 anos na Educação Infantil, dos quais 5 são no pré-III. Ela conta ainda com 6 anos de experiência lecionando nas quatro primeiras séries do Ensino Fundamental. Bianca atua na escola C.

Bianca concluiu o curso de Habilitação Específica de $2^o$ grau para o Magistério em 1994 em escola pública em uma cidade que dista aproximadamente 100 km da capital paulista. em 1994. Em 2001 concluiu o curso superior em Pedagogia em instituição privada na mesma cidade que leciona atualmente.

Quanto aos cursos de formação contínua Bianca informou que participou, nos últimos 10 anos, de muitos, entretanto, todos eles foram de curta duração, no máximo de 30 horas. Ela destacou os cursos que participou e justifica que não participou de outros devido aos seus compromissos familiares. É interessante ressaltar que ela manifestou desejo de cursar uma especialização e o que a impede, no momento, são suas condições financeiras. (RE-9)

### 2.6.3 Professora Guilhermina

A professora Guilhermina leciona somente na Educação Infantil na rede muncipal onde as demais professoras também lecionam e não tem experiência em outros níveis ou sistemas de ensino.

Guilhermina conta com 13 anos de experiência, sendo 10 dedicados ao Pré-III. Atualmente leciona na escola B em um único período e esporadicamente substitui outros professores no período oposto.

A professora Guilhermina formou-se em 1990 no curso de Habilitação Específica de $2^o$ Grau para o Magistério, em escola pública na mesma cidade que atualmente leciona. Em 1996 concluiu o curso de Pedagogia em uma faculdade pertencente à rede privada de ensino também na mesma cidade. Em 1997 concluiu a Especialização em Psicopedagogia na modalidade Lato Sensu em uma universidade em outra cidade do interior paulista.

### 2.6.4 Professora Laura

A professora Laura compartilha dois tipos de experiência: é professora da disciplina de Língua Portuguesa nas séries finais do Ensino Fundamental na escola C, somando 6 anos de experiência e há 11 anos leciona na Educação Infantil sendo que 7 deles em turmas de pré-III (escola D).

Em 1995 concluiu a Habilitação Específica de $2^o$ Grau para o Magistério na rede pública esta-

dual. Em seguida ingressou no ensino superior, concluindo a Licenciatura em Letras em 1999 e, em 2003, a Especialização Lato Sensu na área de Língua Portuguesa e Estudos Literários na mesma instituição privada em que fez a graduação, ambos na mesma cidade em que leciona atualmente. Desde o início de 2006 está cursando a Pedagogia na Modalidade a Distância em um centro universitário na rede particular de ensino.

Quanto à formação continuada nos últimos 10 anos, Laura elenca alguns cursos que fez e dentre eles, em relação à matemática, cita os Parâmetros em Ação que contemplou os RCNEI tendo quatro horas destinadas ao eixo Matemática. (RE-8).

## 2.7 O papel da pesquisadora no grupo de formação

A partir da construção da questão de pesquisa e do delineamento para a coleta de dados, as professoras participantes que desde a elaboração do projeto de pesquisa tinham manifestado interesse em participar fizeram sua inscrição para o curso de extensão, apresentado na seção anterior.

A pesquisadora procurou, durante sua fala no curso, não expor suas opiniões pessoais a respeito das questões lá discutidas. Sendo assim, tomou-se o cuidado de não direcionar os atos, reflexões e posturas das professoras, porém, salientamos que em vários momentos a pesquisadora questionava as professoras, conforme ficará explícito nas discussões dos dados.

Alguns subsídios fornecidos às professoras somente foram utilizados após a insistência delas, como é o caso do uso de textos. No primeiro, segundo e terceiro encontros não foram oferecidos às professoras subsídios teóricos, somente aparecendo no quarto encontro, pela necessidade expressa por elas, reiteradas vezes e ilustradas no diálogo abaixo estabelecido entre Bianca e Laura:

> 3. *B. Eu acho perigoso a gente ficar só nas nossas idéias.*
> *(. . . )*
> 4. *B. Mas eu acho que a gente precisa desse suporte.*
> 5. *L. É.*
> 6. *B. Não é? Eu acho, não sei, você pode falar pra sua orientadora que a gente pediu. (rindo) Eu acho que a gente precisa de suporte.*
> 7. *L. Eu acho que eu já tinha pedido, a semana passada eu te falei isso. Porque, por exemplo, quando a gente pensa na questão mesmo, dos sólidos e tal.*
> 8. *F. Dos sólidos, é.*
> 9. *L. Então são muitas (com ênfase nala) as dúvidas, e mesmo pra poder relembrar algumas coisas que talvez a gente já tenha até visto aí pra trás e ficou no esquecimento.*
> (3E-v1de2)

# 3 *Conhecimento do professor*

Neste capítulo apresentamos e discutimos os referenciais teóricos estudados que forneceram subsídios à constituição da pesquisa aqui apresentada, tendo como foco *conhecimento do professor* e suas fontes.

## 3.1 A base de conhecimento para o ensino e o desenvolvimento profissional

O conhecimento do professor está ligado à profissionalização do ensino (TARDIF, 2002) e conseqüentemente à formação de professores. O ensino como profissão, segundo Shulman (apud MIZUKAMI, 2004), envolve um corpo de conhecimento profissional próprio que pode ser sistematizado e compartilhado. Este corpo de conhecimentos representa a base de conhecimento para o ensino:

> A base de conhecimento para o ensino consiste de um corpo de compreensões, conhecimentos, habilidades e disposições que são necessários para que o professor possa propiciar processos de ensinar e de aprender, em diferentes áreas de conhecimento, níveis, contextos e modalidades de ensino. Essa base envolve conhecimentos de diferentes naturezas, todos necessários e indispensáveis para a atuação profissional. (MIZUKAMI, 2005, p. 290)

Assim, a base de conhecimento para o ensino são os conhecimentos, habilidades e disposições que o professor dispõe para ensinar e aprender e para tomar decisões, necessárias para sua atuação profissional. Esta base de conhecimentos não é estática, mas está em constante desenvolvimento e é própria da profissão docente. A reflexão e objetivação sobre a experiência profissional possibilita o aprofundamento dessa base de conhecimento, tornando-a mais flexível e diversificada, uma vez que ela não é rígida nem estável (MIZUKAMI, 2005).

Conforme afirma Freire (1996), ensinar exige dentre outras coisas a consciência do inacabamento, reflexão crítica sobre a prática e tomada consciente de decisões. Assim, é uma atividade não técnica, não previsível e que se faz no interior da sala de aula, exigindo múltiplos conhecimentos docentes. Neste sentido, nossa pesquisa busca elementos que possam contribuir para a compreen-

são e decodificação desta base de conhecimento, dando indícios que favoreçam novos projetos de formação docente.

De fato, segundo Ponte (1994, p. 2), a idéia de desenvolvimento profissional do professor está ligada a idéia de que o professor não é um técnico que executa tarefas planejadas por outros, ou simplesmente rotineiras, mas que "é um profissional que procura dar respostas às situações com que se depara, é alguém que se move em circunstâncias muito complexas e contraditórias, que é preciso respeitar, valorizar e, sobretudo, que é preciso conhecer melhor" .

Fiorentini, Souza Jr. e Melo (1998), referindo-se a professores do Ensino Fundamental e Médio, afirmam que nem sempre o professor teve autonomia intelectual e profissional para a elaboração e produção de inovações curriculares. O papel do professor oscilou entre tomar, através de cursos e capacitações, um conhecimento produzido por outro – o especialista, e aplicá-lo, desempenhando um papel técnico e, lutar pela autonomia intelectual em pensar e produzir conhecimento, atuando como agente ativo e reflexivo. O primeiro caso, de acordo com os referidos pesquisadores, pode ser em decorrência da cultura profissional da racionalidade técnica, que "supervaloriza o conhecimento teórico" ou ainda pelo "pragmatismo praticista ou ativista" (p. 131).

Para considerar o professor como sujeito aprendente é necessário concebermos o ciclo do conhecimento em um contínuo, não separando-o em extremos, o momento da produção e o momento de conhecer o conhecimento pronto, tornando-o transferência:

> se observarmos o ciclo do conhecimento, podemos perceber dois momentos, e não mais do que dois, dois momentos que se relacionam dialeticamente. O primeiro momento do ciclo, ou um dos momentos do ciclo, é o momento da produção, da produção de um conhecimento novo, de algo novo. O outro momento é aquele em que o conhecimento produzido é conhecido ou percebido . Um momento é a produção de um conhecimento novo e o segundo é aquele em que você conhece o conhecimento existente. O que acontece, geralmente, é que dicotomizamos esses dois momentos, isolamos um do outro. Conseqüentemente reduzimos o ato de *conhecer* do conhecimento existente a uma mera *transferência* do conhecimento existente. E o professor se torna exatamente o especialista em transferir conhecimento. Então, ele perde algumas das qualidades necessárias, indispensáveis, requeridas na produção do conhecimento, assim como no conhecer o conhecimento existente. Algumas dessas qualidades são, por exemplo, a ação, a reflexão crítica, a curiosidade, o questionamento exigente, a inquietação, a incerteza — todas estas virtudes são indispensáveis ao sujeito cognoscente! (SHOR; FREIRE, 1986, p. 18)

Assim, pensar no desenvolvimento profissional do professor é considerar a possibilidade de o professor construir/reelaborar conhecimentos que ele mesmo utiliza em seu cotidiano.

Esta possibilidade de entender-se como agente de seu próprio desenvolvimento ficou evidente nas falas das professoras participantes, sendo um dos motivos que levou-as a participarem do curso de formação: a oportunidade de *formar-se* de maneira ativa neste processo:

10. *G. E geralmente os cursos que a gente faz, não tem esse retorno. Você ouve, você vai, no outro dia é outro assunto, não dá nem tempo pra você pensar. (...)*
11. *L. Lá a gente é só paciente. E aqui a gente vai ser paciente e agente. (...)*
12. *B. Então, você não tem um grupo que tem o mesmo sentimento, que esteja disposto a trocar e que esteja disposto a aprender.*
(1E-v2de6)

Como afirma Mizukami (2000) citada por Fernandes e Reali (2005, p. 76): "aprender a ensinar pode ser considerado um processo complexo — pautado em diversas experiências e modos de conhecimentos — que se prolonga por toda a vida profissional do professor, envolvendo, dentre outros, fatores afetivos, cognitivos, éticos e de desempenho".

Assim, consideramos que o eixo relacionado ao conhecimento do professor está incluído em um conjunto maior, que poderemos, de maneira simples entender como "ser e continuar a ser professor". Ou seja, a profissão docente não é simplesmente ter conhecimentos do conteúdo a ensinar, das formas de fazê-lo, ou de como os conteúdos de ensino estão no currículo, mas é uma atividade complexa, como bem afirmam diversos pesquisadores, imbricada por conhecimentos de diversas naturezas. É uma atividade que inclui também as crenças, concepções e de igual maneira a história de vida do professor enquanto pessoa e profissional. Não é estática nem homogênea e não desvendada em sua totalidade, nem pelas pesquisas nem por aqueles que a exercem — os professores. Por isso, o desenvolvimento profissional pode se desenvolver por diversos eixos pelos quais a atividade docente se completa, e o conhecimento do professor é um deles.

Em suma, podemos dizer que a perspectiva do desenvolvimento profissional fundamenta-se na consideração do professor como aprendiz permanente de seu próprio ofício, para o qual não têm respostas prontas, mas necessita, como tarefa primeira, elaborar novos conhecimentos, reflexão e aprendizagens constantes. Acreditamos no aprender a ensinar como integrante ao trabalho profissional do professor e na formação contínua, uma das via de formação, como condição de trabalho.

Mais especificamente focamos nossa pesquisa no conhecimento do professor, via para seu desenvolvimento profissional, interessando-nos pelos conhecimentos relativos à área de matemática.

De acordo com Ponte (1994), a perspectiva do desenvolvimento profissional é um processo que atribui ao próprio sujeito o reconhecimento de crescimento e aquisições diversas. O processo de desenvolvimento profissional não é externo, cabendo ao próprio professor enquanto profissional a busca pelo seu desenvolvimento, se baseando "no pressuposto que o professor é o agente de seu próprio conhecimento — parte dele a necessidade de estar em permanente formação" (NACARATO; PAIVA, 2006, p. 15). Conforme afirma Bianca, é necessário "que se esteja disposto a trocar e que esteja disposto a aprender" (fala 12).

Saraiva e Ponte (2003, p. 5), fazendo referência a Serrazina (1998), indicam que o conhecimento do professor sobre os conteúdos matemáticos a ensinar, como os alunos podem compreendê-los e sobre os métodos de ensino pode ser um dos obstáculos ao desenvolvimento profissional do professor. Estes referidos pesquisadores apontam a insegurança do professor como um destes obstáculos e que pode ser superada pela observação e discussão de aulas dos colegas, o que depende de oportunidades e tempo do professor. Entretanto, dois dos fatores propulsores ao desenvolvimento profissional são: necessidade de mudança e reflexão (SARAIVA; PONTE, 2003).

Kelchtermans (1995), citado por Saraiva e Ponte (2003), ressalta a experiência e a reflexão, uma vez que o professor legitima uma teoria a partir do momento em que ela funciona na sua prática, o que se desenvolve pela reflexão dessa prática da sala de aula, e desta forma, a reflexão ocupa papel chave no desenvolvimento profissional.

> Aprendemos através da reflexão sobre a experiência e não diretamente a partir dela. [...] O desenvolvimento profissional realiza-se por um movimento a partir da prática dos outros para a nossa própria prática, da teoria para a prática ou da prática para a teoria. O professor aprenderá quer nos locais formais nos quais ouve, lê e discute idéias acerca da prática de ensino e das suas raízes teóricas, quer a partir da sua própria experiência, devidamente considerada e reflectida, quer a partir da experiência de outros profissionais, através de trocas de experiência (SARAIVA; PONTE, 2003, p. 8).

Com referência a Serrazina (1998), Saraiva e Ponte (2003) salientam o papel da reflexão do professor sobre sua experiência, sendo esta uma forma de ele se conscientizar e examinar pressupostos que fazem sentido na prática docente e com isso melhorar e aprofundar a compreensão de sua prática. Assim, conforme defende Freire (1996, p. 38) "a prática docente crítica envolve um movimento dinâmico, dialético entre o fazer e o pensar sobre o fazer". Por isso, conforme lembra Shulman (2004, p. 506), há "dois tipos de professores: um tem 20 anos de experiência; o outro tem um ano 20 vezes. Há uma grande diferença entre aprender da experiência e simplesmente ter experiência"[1].

Isto implica que, ao pensarmos sobre o conhecimento do professor, devemos entendê-lo compreendido na perspectiva relacionada ao saber docente afirmada por Fiorentini, Nacarato e Pinto (apud FIORENTINI, 2000, p. 190):

> saber reflexivo, plural e complexo porque histórico, provisório, contextual, afetivo, ético-político (pois tem como objetivo de trabalho seres humanos), cultural formando uma teia, mais ou menos coerente e imbricada, de saberes científicos — oriundos das ciências da educação, dos saberes das disciplinas, dos currículos — e de saberes da experiência e da tradição pedagógica.

[1] Texto traduzido por nós do inglês.

Como nosso interesse de estudo são os conhecimentos do professor relacionados aos conteúdos geométricos, nas seções seguintes apresentamos mais detalhes três categorias do conhecimento do conteúdo no ensino: conhecimento do conteúdo específico, conhecimento pedagógico do conteúdo e conhecimento curricular. Posteriormente, com mais detalhes, também contemplamos as fontes do conhecimento do professor já elencadas na citação imediatamente anterior.

## 3.2 Aspectos do conhecimento do conteúdo no ensino

De acordo com Fiorentini (2005), ao criticar a dicotomia entre o conhecimento específico e o conhecimento pedagógico na seleção e formação de professores, Shulman (1986) introduz um terceiro eixo — conhecimento do conteúdo no ensino que compreende três categorias: "conhecimento da matéria a ser ensinada, conhecimento didático da matéria e conhecimento curricular da matéria".

Deste modo, segundo Mizukami (2004) para Shulman (1986) o aspecto central da vida na sala de aula era ignorado pelas pesquisas: o conteúdo específico das disciplinas lecionadas pelos professores. Não era investigado pelas pesquisas

> como o conteúdo específico de uma área do conhecimento era transformado a partir do conhecimento que o professor tinha em conhecimento de ensino. Tampouco perguntaram como formulações particulares do conteúdo se relacionavam com o que os estudantes passaram a conhecer ou a aprender de forma equivocada (SHULMAN, 1986 apud MIZUKAMI, 2004, p. 2).

Nosso entendimento sobre o conhecimento do conteúdo no ensino permite-nos interpretá-lo como a perpectiva da prática escolar do conhecimento matemático, como afirma Fiorentini (2005), que "mantém interlocução com as duas outras perspectivas a saber: a matemática da prática científica ou acadêmica e a matemática das práticas cotidianas não formais" (p. 2).

Salientamos este entendimento uma vez que se faz necessário diferenciar o *conhecimento de conteúdo matemático no ensino* do conhecimento matemático acadêmico. Ainda neste sentido, as pesquisas de Shulman (1986) dão relevância e importância ao conhecimento do conteúdo no ensino, que encontrava-se no vácuo entre a valorização do conhecimento do conteúdo específico propriamente dito e do conhecimento de conteúdo pedagógico.

A pesquisa de Shulman (1986) alicerça-se nas lacunas de pesquisas que pouca importância têm dado ao conteúdo no ensino, como se o ensino configurasse uma atividade genérica, independente dos conteúdos que serão ensinados (MIZUKAMI, 2004).

Pensar sobre o ensino como uma atividade genérica pode não ajudar no ensino específico de determinadas área; é importante que se pense *ensinar o que* e *para quem* (WILSON; SHULMAN;

RICHERT, 1987). Estes pesquisadores, com base em Shavelson e Stern (1981) declararam que "a estrutura do conteúdo específico e a *maneira* pela qual ele é ensinado é extremamente importante para aquilo que os estudantes aprendem e suas atitudes em relação à aprendizagem e ao conteúdo específico"[2] (p. 108).

Oliveira e Ponte (1997, p. 10) buscando compor um quadro geral das pesquisas internacionais sobre o professor de matemática do nível elementar ao superior referentes ao período de 1992 a 1995 anunciavam que

> o conhecimento dos professores e futuros professores sobre conceitos matemáticos e sobre aspectos da aprendizagem dessa disciplina é muito limitado e, freqüentemente, marcado por sérias incompreensões. Outras vezes os resultados parecem ter sua origem no modo pouco habitual como são propostas certas tarefas. Mas o fato é que em certos aspectos essenciais parecem haver lacunas no conhecimento de base dos professores acerca dos assuntos que ensinar e do modo como eles podem ser aprendidos.

Em sua tese, Curi (2004) investigou os conhecimentos para ensinar matemática que devem ser constituídos por professores polivalentes que ensinam matemática nas séries iniciais do Ensino Fundamental bem como as crenças e atitudes que interferem na constituição desses conhecimentos. Ao analisar um curso de formação de professores polivalentes ela identifica os impactos dessa formação como também analisa as crenças e atitudes de 12 alunas em relação à matemática e seu ensino.

Curi (2004) aponta as implicações do "paradigma perdido" descrito por Shulman e oferece subsídios aos projetos curriculares de novos cursos de formação de professores para atuar nas séries iniciais do Ensino Fundamental, articulando as diferentes vertentes do conhecimento do professor referentes ao conhecimento da matemática para o ensino.

De acordo com Curi (2004), apoiando-se no trabalho de Shulman (1992), a necessidade do estudo do conhecimento do professor em relação à disciplina que ele ensina é justificada pelas peculiaridades de cada área do conhecimento. O ensino de Matemática apresenta características diferenciadas do ensino de história, que por sua vez tem características diferentes do ensino de língua portuguesa e assim por diante. Essas diferenças, ao nosso ver, se devem desde as diferenças nos conteúdos de ensino quanto às formas de abordá-los, que também estão relacionadas à natureza de cada um desses conhecimentos.

Wilson, Shulman e Richert (1987) afirmam que, intuitivamente, para um ensino efetivo, ocorre a dependência do que o professor sabe sobre os conteúdos que vai ensinar. Todavia isso não é suficiente e eles afirmam que: "enquanto o entendimento pessoal do conteúdo específico pode ser necessário, ele não é condição suficiente para ser capaz de ensinar" [3] (WILSON; SHULMAN; RICHERT,

[2] Texto traduzido do inglês por nós.
[3] Texto traduzido do inglês por nós.

1987, p. 105). Em outras palavras, "saber" não determina que o ensino seja eficaz e tampouco garante a aprendizagem. Um professor que tenha amplo domínio do conteúdo que vai ensinar não é garantia de que os seus alunos entenderão esse conteúdo e nem que ele seja capaz de ensiná-lo. Para estes pesquisadores, o professor necessita saber comunicar o que sabe para outras pessoas. Na palavras de Lorenzato (2004):

> não podemos crer na falácia que diz que "conhecer o conteúdo é condição necessária e suficiente para saber ensiná-lo". Na verdade, dominar um conteúdo não garante o privilégio de ensiná-lo bem...e os alunos que o digam. Porém, muitos leigos na arte do magistério, inclusive autoridades, acreditam neste mito educacional (p. 5).

Wilson, Shulman e Richert (1987) ressaltam inclusive que na formação de professores são raras as conexões entre as áreas específicas e a área pedagógica; muitas vezes a pedagogia é entendida de forma geral independente da área específica.

Wilson, Shulman e Richert (1987) diferenciam os conhecimentos necessários ao professor dependendo da situação em que o ensino ocorre, incluindo nesse contexto o conteúdo específico a ser ensinado. Com base em Dewey (1902), tais pesquisadores apresentam dois aspectos importantes do conteúdo. Um deles se refere ao conteúdo para o cientista e o outro, para o professor. Para o cientista, o conteúdo de uma área interessa para descobrir e firmar novos conhecimentos ou ainda para refutar conhecimento existente; interessa para novos problemas e verificar novos resultados. Por outro lado, para o professor, "seu conhecimento de conteúdo específico pode ajudar na interpretação das necessidades e ações das crianças podendo ser adequadamente direcionadas" [4] (WILSON; SHULMAN; RICHERT, 1987, p. 106).

Referindo-se a diversas pesquisas, Wilson, Shulman e Richert (1987) argumentam a importância do conhecimento de conteúdo específico, tanto do conteúdo propriamente dito quanto de sua estrutura. Neste sentido estes pesquisadores ressaltam estudos que indicam que professores com mais conhecimento tendem a rejeitar mais e depender menos da organização do livro didático, a entender melhor os pensamentos e representações dos seus alunos, interessar-se mais por estas representações, como também fazer mais relações entre os diversos tópicos de uma mesma disciplina, entre outras.

Neste sentido, Shulman (1986, p. 14) discute "aspectos do conhecimento do conteúdo que inclui conhecimento pedagógico do conteúdo específico (*content-specific pedagogical content*) e conhecimento curricular (*curricular knowledge*)" nos quais temos nosso foco teórico nesta pesquisa. Porém concordamos com o referido pesquisador sobre a igual importância de outros aspectos do conhecimento do professor como: conhecimento pedagógico geral, conhecimento dos estudantes, conhecimento dos contextos educacionais e de suas formas e princípios de organização, gerenciamento

[4] Texto traduzido do inglês por nós.

e financiamento bem como dos fundamentos filosóficos, históricos, sociais e culturais da educação e ainda do conhecimento de outros conteúdos dentre muitos outros (SHULMAN, 1986, 1987; WILSON; SHULMAN; RICHERT, 1987).

A seguir, nas seções 3.2.1, 3.2.2 e 3.2.3 apresentamos as discussões referentes especificamente a cada uma das três categorias do conhecimento relacionado ao conteúdo no ensino.

### 3.2.1 Conhecimento de conteúdo específico

O **conhecimento de conteúdo específico** [5] refere-se aos conteúdos específicos das disciplinas, como os conteúdos de matemática, é o conhecimento amplo dos conteúdos que ensina. " Inclui tanto as compreensões de fatos, conceitos, processos, procedimentos, etc. de uma área específica quanto aquelas relativas à construção dessa área." (MIZUKAMI, 2004, p. 5). O que implica dizer que os conteúdos específicos são diferentes de uma área para outra, tanto com vistas aqueles que serão ensinados quanto à própria construção e validação do conhecimento em cada área específica.

De acordo com Shulman (1986) referindo-se a Schwab, o conhecimento de conteúdo específico depende das estruturas substantivas e sintáticas da área. Na estrutura substantiva estão incluídos os conceitos, os fatos, as idéias, os procedimentos e as relações entre estes (WILSON; SHULMAN; RICHERT, 1987).

Quanto à estrutura sintática, consiste em "um conjunto de formas nas quais a verdade ou a falsidade, validade ou invalidade são estabelecidas."[6] (SHULMAN, 1986, p. 9), ou seja, como Shulman e seus colaboradores definiram "a estrutura sintática envolve o conhecimento das formas pelas quais a disciplina produz e avalia novos conhecimentos"[7] (WILSON; SHULMAN; RICHERT, 1987, p. 118), como o conhecimento é aceito pela comunidade da área (MIZUKAMI, 2004). A pesquisadora Mizukami (2004) ressalta que "é importante que o professor não só aprenda os conceitos, mas que os compreenda à luz do método investigativo e dos cânones da ciência assumidos pela área de conhecimento" (p. 6). Porém, concordando com a referida pesquisadora, "embora o conhecimento de conteúdo específico seja necessário ao ensino, o domínio de tal conhecimento, por si só, não garante que o mesmo seja ensinado e aprendido com sucesso. É necessário, mas não é suficiente." (p. 6).

O conhecimento de conteúdo específico não se resume simplesmente ao *o que* é determinado conteúdo, mas inclui o *por que é*.

[5] *Subject matter content knowledge* (SHULMAN, 1986, p. 9) traduzidos por: Conhecimento do conteúdo da disciplina (CURI, 2004, p. 33) ou Conhecimento da matéria que ensina (FIORENTINI; SOUZA JR.; MELO, 1998, p. 216) ou conhecimento de conteúdo específico (MIZUKAMI et al., 2003; MIZUKAMI, 2004).

[6] Texto traduzido do inglês por nós.

[7] Texto traduzido do inglês por nós.

Em relação à Matemática, entendemos que o conhecimento do conteúdo não se limita somente aos procedimentos e às técnicas para a resolução de exercícios e/ou problemas e nem somente aos conceitos e idéias. Mas inclui conhecimento de atitudes científicas envolvidas na validação do conhecimento matemático. Por exemplo, quando uma determinada hipótese não pode ser considerada válida por se mostrar verdadeira em apenas determinadas situações, e que pode, erroneamente ser generalizada e entendida como válida; são as provas erroneamente substituídas por mostras e exemplificações e não pelas demonstrações. Em outras palavras, quando um caso particular, de forma equivocada é considerado suficiente para provar uma afirmação.

Outro exemplo, também, é quando de maneira incorreta pode ser entendido que as relações, teoremas e postulados da geometria euclidiana são válidos como verdades incontestáveis em quaisquer outros referenciais, desconsiderando a existência de outras geometrias.

Ao utilizarmos o contexto da exploração-investigação matemática como mediadora para a construção de conhecimento matemático é possível ir além de fatos, conceitos e procedimentos, pois a partir do momento em que a atividade é desencadeada pela exploração, ao se propor uma questão a ser investigada e se elaborar uma conjectura (ou várias), há necessidade de se buscar a validade ou não de tal conjectura. Neste desenvolvimento é possível, mobilizar e reconstruir conhecimentos relacionados à estrutura sintática do conteúdo da disciplina.

Curi (2004, p. 37) referindo-se a Ball (1991) reafirma as necessidades do professor ter conhecimentos "de e sobre" matemática para ensinar matemática. Para Ball (1991), de acordo com Curi (2004), os conhecimentos *de* Matemática envolvem o conhecimento de conceitos, proposições e procedimentos matemáticos, da estrutura da Matemática e das relações entre os temas matemáticos. Os conhecimentos *sobre* a Matemática incluem conhecimentos sobre a natureza desta ciência bem como de sua organização interna, da compreensão dos princípios subentendidos aos procedimentos matemáticos e seus significados além dos conhecimentos relacionados aos modos de se fazer Matemática, como a resolução de problemas e o discurso matemático.

Em síntese, o conhecimento de conteúdo específico é necessário para o ensino, não sendo possível um ensino efetivo apenas considerando-se os aspectos pedagógicos ou metodológicos, uma vez que "ninguém consegue ensinar o que não sabe" (LORENZATO, 2006b, p. 3).

No caso específico dos conteúdos geométricos tratados nas tarefas aqui apresentadas, o conhecimento do conteúdo específico inclui os fatos e conceitos matemáticos, como os conceitos de quadriláteros ou triângulos, por exemplo. Inclui também as formas de validação do conhecimento na área. Por exemplo, quando uma das professoras buscava comprovar que não existiria triângulo escaleno acutângulo ("203. B. (...) Não tem como fazer triângulo com os três ângulos menores que

$90^o$. (1E-v6de6)[8]), ela acabou por determinar um contra-exemplo ("232. B. Aí, deu certo, **Pronto!** (1E-v6de6)[9]) para sua afirmação, provando a falsidade da afirmação pela existência de apenas um contra-exemplo, que basta ("**Pronto!**"). Este procedimento para refutarmos uma conjectura é um processo inerente às construções da própria área e necessário às ações do professor em sala de aula.

Desta forma, afirmamos que a inclusão da estrutura sintática e da estrutura substantiva ao pensar no conhecimento do conteúdo é importante pois como afirmam Fiorentini, Souza Jr. e Melo (1998, p. 316)

> Este domínio profundo do conhecimento é fundamental para que o professor tenha autonomia intelectual para produzir o seu próprio currículo, constituindo-se efetivamente como mediador entre o conhecimento historicamente produzido e aquele — o escolar reelaborado e relevante socioculturalmente — a ser apropriado/construído pelos alunos.

Acrescentam ainda, segundo Fiorentini(1995) "que a forma como conhecemos e concebemos os conteúdos de ensino tem fortes implicações no modo como os selecionamos e reelaboramos didaticamente em saber escolar, especificamente no modo como os exploramos/problematizamos em nossas aulas".

### 3.2.2 Conhecimento pedagógico do conteúdo

O segundo tipo de conhecimento do conteúdo é o **conhecimento pedagógico do conteúdo**[10]. Este tipo de conhecimento vai além do conhecimento dos conteúdos das disciplinas específicas, mas importa no conhecimento dos conteúdos para ensinar e como o fazer.

O conhecimento pedagógico do conteúdo "inclui a compreensão do que significa ensinar um tópico particular tão bem quanto o conhecimento dos princípios e técnicas rqueridas para isso"[11] (WILSON; SHULMAN; RICHERT, 1987, p. 118).

Para Wilson, Shulman e Richert (1987, p. 118) considerando

> como base uma conceitualização do conteúdo específico para o ensino, o professor emprega conhecimentos sobre como ensinar o assunto, como os alunos aprendem aquele assunto (quais são as dificuldades específicas de aprendizagem, quais as capacidades desenvolvidas pelos estudantes para adquirir certos conceitos, quais as concepções inadequadas mais comuns).[12]

[8] Da tarefa "Recortando triângulos...", página 134.

[9] Da tarefa "Recortando triângulos...", página 138.

[10] Conhecimento didático do conteúdo da disciplina (CURI, 2004, p. 33) ou conhecimento pedagógico da matéria (FIORENTINI; SOUZA JR.; MELO, 1998, p. 317) ou conhecimento pedagógico do conteúdo (MIZUKAMI et al., 2003, p. 67) and (MIZUKAMI, 2004, p. 7) e *pedagogical content knowledge* (SHULMAN, 1986, p. 9).

[11] Texto traduzido do inglês por nós.

[12] Texto traduzido do inglês por nós.

Mizukami et al. (2003) afirmam que este tipo de conhecimento é específico da docência. O conhecimento pedagógico do conteúdo é desenvolvido enquanto o professor prepara suas aulas ou os conteúdos para ensinar e também durante o desenvolvimento da própria aula (WILSON; SHULMAN; RICHERT, 1987, p. 114).

> Influenciado tanto pelo conteúdo específico da disciplina quanto pelo conteúdo pedagógico, o conhecimento pedagógico do conteúdo emerge e cresce quando os professores transformam seu conhecimento de conteúdo específico, tendo em vista os propósitos de ensino.

Shulman (1986) inclui nesta categoria os exemplos e contra-exemplos que o professor se utiliza, as demonstrações, explicações, analogias, representações que dependem de cada conteúdo em específico e sua ensinabilidade; "são as formas de representar e formular o conteúdo que os faz compreensíveis para os outros"[13] (SHULMAN, 1986, p. 9).

Também estão incluídos os aspectos que fazem determinado tópico tornar-se mais ou menos fácil ou compreensível e o conhecimento das possíveis concepções que os estudantes já trazem sobre o tema. Entendemos que esta categoria contém o conhecimento que o professor tem sobre a aprendizagem dos conteúdos da disciplina específica e das estratégias que ele pode dispor para conseguir o entendimento e a compreensão dos estudantes.

Mizukami (2004) afirma que

> Trata-se de conhecimento de importância fundamental em processos de aprendizagem da docência. É o único conhecimento pelo qual o professor pode estabelecer uma relação de protagonismo. É de sua autoria. É aprendido no exercício profissional, mas não prescinde dos outros tipos de conhecimentos que o professor aprende via cursos, programas, estudos de teorias, etc (p. 7).

Embora o conhecimento pedagógico do conteúdo possa ser construído pelo professor, ele deve ser objeto de estudo e reflexão desde a formação inicial e prolongando-se durante toda a carreira profissional, sendo limitado na formação inicial (MIZUKAMI, 2005). A experiência profissional conforme acima citado não é suficiente para a constituição do conhecimento, mas é necessária. A associação teoria e prática, construção e reconstrução da prática profissional é veículo para o desenvolvimento do conhecimento pedagógico do conteúdo.

Percebemos que o conhecimento pedagógico do conteúdo possibilita pensar o ensino como uma atividade específica de acordo com o tema ou assunto a ser ensinado. Desta forma, estes autores deixam como foco central o conteúdo que vai ser ensinado, que para ser representado pelo professor deve primeiro ser conhecido, uma vez que não é suficiente nem possível repassar o que se entende

[13] Texto traduzido do inglês por nós.

de determinado tópico sem pensar sobre isso. No caso específico da geometria este pode ser um dos fatores que a deixa em lugar irrisório nas aulas. Uma vez que pensar sobre o que vai ensinar requer conhecimento de conteúdo específico, e uma vez que esse tipo de conteúdo pode ser incipente, o pensar sobre ele pode não ocorrer. Então é imprescindível que o professor tenha condições de realmente aprender matemática para bem ensiná-la.

Concordamos com Passos (2005) ao afirmar que para os alunos aprenderem geometria nas séries iniciais é necessário que os professores conheçam "as idéias fundamentais da geometria e as diferentes maneiras de propiciar contextos favoráveis que levem os alunos à aprendizagem" (p. 19). Ou seja, é necessário que o professor tenha conhecimentos relacionados ao conteúdo específico e às maneiras pelas quais estes conteúdos, como objeto no ensino, sejam tranformados de maneira a serem aprendidos pelas crianças, incluindo, neste caso, as formas pessoais desta elaboração (conhecimento pedagógico do conteúdo) e ainda conhecimento curricular como veremos na seção seguinte.

Nestes contextos favoráveis reivindicados por Passos (2005), incluímos as aulas exploratório-investigativas que fomentam o diálogo e a interação entre professor e alunos, permitindo que a intuição, a exploração e a discussão de idéias tenha espaço em um ambiente de aprendizagem matemática.

### 3.2.3 Conhecimento curricular

A terceira categoria é o **conhecimento curricular** [14], sob uma visão restrita[15] de currículo, entendida por Shulman (1986) como:

> o currículo é representado por uma grande extensão de programas projetados para o ensino de assuntos particulares e tópicos para um dado nível, a variedade de materiais instrucionais disponíveis em relação aqueles programas e um conjunto de

[14] Conhecimento do currículo (CURI, 2004, p. 33) ou conhecimento curricular (FIORENTINI; SOUZA JR.; MELO, 1998, p. 316) — *curricular knowledge* (SHULMAN, 1986, p. 10).

[15] Ligada ao currículo prescrito e não ao currículo em ação, pois, o currículo pode ser entendido sob diversas outras acepções, conforme salienta Sacristán e Gómez (1998): "o conceito de currículo é bastante elástico" e por vezes pode ter significados distintos (p. 126), dentre as quais podemos citar: (a) o currículo tratar-se da dimensão dinâmica do projeto educativo (p. 123); (b) o currículo estabelecer os conteúdos de ensino e sua ordem de distribuição (p. 125); ou ainda, (c) segundo Sacristán e Gómez (1998, p. 137), ao que Stenhouse(1984, p. 27) considera:

> encontramo-nos frente a dois pontos de vista diferentes acerca do currículo. Por um lado é considerado como uma intenção, um plano ou uma prescrição, uma idéia a cerca do que desejaríamos que acontecesse nas escolas. Por outro, é visto como o estado de coisas existentes nelas, o que de fato acontece nas mesmas. Parece-me, essencialmente, que o estudo do currículo interessa-se pela relação entre essas duas concepções: como intenção e como realidade.

Sendo assim, é necessário considerar os contextos nos quais a concepção ou perspectiva é elaborada (SACRISTáN; GóMEZ, 1998).

> características que servem tanto às indicações ou contraindicações para o uso de currículos particulares ou materiais de programas em situações particulares (SHULMAN, 1986, p. 10) [16].

Para explicar sua idéia a respeito do conhecimento curricular, Shulman (1986) tece uma comparação afirmando que "o currículo e os materiais associados são *os materiais médicos* da pedagogia", aquilo que os professores dispõem para o ensino tal como o médico tem a disposição para realizar seu trabalho. Acrescenta ainda que da mesma forma que o médico, devemos esperar que o professor tenha entendimentos que permitam decidir sobre as alternativas curriculares que estejam disponíveis para o ensino. Nesta decisão, o entendimento do professor engloba sensibilidade, custo, sua intervenção, a interação com os demais elementos do currículo, a conveniência, a segurança e o conforto.

Assim, entendemos que os conteúdos que um professor contempla em seu ensino tal como os recursos que se utiliza, compõem o conhecimento curricular, ou seja, um arsenal para realizar o ensino. O foco do conhecimento curricular "são os materiais e programas que servem como "ferramentas para o ofício" do professor"[17] (SHULMAN, 1987, p. 8). Incluimos nomeadamente o conhecimento dos documentos curriculares brasileiros, como por exemplo o Referencial Curricular Nacional para a Educação Infantil (RCNEI) e os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN), o conhecimento sobre jogos, livros, filmes, materiais manipuláveis, *softwares*, dentre outros.

Shulman (1986) inclui o conhecimento do currículo lateral que significa a habilidade do professor em discutir e incluir tópicos do conteúdo que estão sendo discutidos em outras aulas ou disciplinas. Entendemos que esse tipo de conhecimento engloba a habilidade em trabalhar de forma transversal ou interdisciplinar o currículo. Outro aspecto é o conhecimento do currículo vertical, que é a familiarização com tópicos que são ou podem ser trabalhados em níveis anteriores ou posteriores. Isto nos remete ao currículo em espiral, onde um mesmo conteúdo é vivenciado pelos estudantes em diversos momentos e em várias séries ou níveis de ensino com abordagens próximas e também com níveis de aprofundamento diferenciado.

## 3.3 Fontes do conhecimento para o ensino

As origens dos conhecimentos que compõem a base de conhecimento profissional para o ensino são de fontes diversas, resultados de aprendizagem formal e informal (PACHECO; FLORES, 1999).

Shulman (1987, p. 4) respondendo às questões "Quais as fontes da base de conhecimento para o ensino? Como essas fontes podem ser conceitualizadas? Quais as implicações para as práticas de

[16] Texto traduzido do inglês por nós.
[17] Texto traduzido do inglês por nós.

ensino e para as reformas educacionais?[18]" enumera quatro maiores fontes para a base de conhecimento para o ensino:

1. Conteúdos das áreas específicas do conhecimento (MIZUKAMI, 2004, p. 5) ou conhecimento acadêmico dos conteúdos das disciplinas (PACHECO; FLORES, 1999, p. 36) — *scholarship in content disciplines* (SHULMAN, 1987, p. 8);

2. Os materiais e as estruturas organizacionais (MIZUKAMI, 2004, p. 5) ou estruturas e materiais educativos (PACHECO; FLORES, 1999, p. 36) — *educational materials and structures* (SHULMAN, 1987, p. 8); mais claramente, *do currículo* (ROCHA; FIORENTINI, 2005, p. 3);

3. Conhecimento acadêmico da educação formal (PACHECO; FLORES, 1999, p. 37) — *formal educational scholarship* (SHULMAN, 1987, p. 10) que corresponde a "literatura referente a processos de escolarização, de ensino e de aprendizagem e desenvolvimento humano, bem como sobre os fundamentos normativos, filosóficos e éticos da educação" (MIZUKAMI, 2004, p. 5); ou seja, das ciências da educação (ROCHA; FIORENTINI, 2005, p. 3);

4. Sabedoria da prática (MIZUKAMI, 2004; PACHECO; FLORES, 1999) — *wisdom of practice* (SHULMAN, 1987, p. 10) ou, *da experiência* que são produzidos/adquiridos na prática docente (ROCHA; FIORENTINI, 2005, p. 3).

Concordando com Gauthier et al. (1998) e Rocha e Fiorentini (2005), complementamos:

5. Tradição pedagógica (GAUTHIER et al., 1998, p. 32), pelas representações que se tem de escola e ensino.

O conteúdos da área específica do conhecimento ou o conhecimento acadêmico dos conteúdos da disciplina é a primeira fonte da base de conhecimento enumerada por Shulman (1987, p. 8-9) contemplando o "conhecimento do conteúdo, as compreensões, as habilidades e disposições que são aprendidas pelos alunos" [19]. O processo de aquisição desta fonte de conhecimento pode ocorrer por duas vias fundamentais: "os estudos e a literatura acumulada na área dos conteúdos específicos e os conhecimentos acadêmicos históricos e filosóficos relacionados à natureza do conhecimento naquele campo de estudos" [20] (SHULMAN, 1987, p. 9).

Esta fonte para a base de conhecimento (SHULMAN, 1987) está relacionada às estruturas substantiva e sintática do conhecimento de conteúdo específico.

[18]Texto traduzido do inglês por nós.
[19]Texto traduzido do inglês por nós.
[20]Texto traduzido do inglês por nós.

A segunda fonte da base de conhecimento para o ensino, os materiais e as estruturas educacionais inclui os currículos, os materiais avaliativos, a organização institucional da escola e dos professores no sistema educacional (SHULMAN, 1987) o que é justificado pelo fato de que o trabalho dos professores não é reduzido apenas ao ambiente de sua sala de aula e é determinado por diversos fatores escolares que delimitam sua autonomia e nível de ação além de seus próprios interesses e expectativas (PACHECO; FLORES, 1999).

Na terceira fonte, é incluído o conhecimento acadêmico da educação formal que é dedicado a entender os processos escolares de ensino e aprendizagem (SHULMAN, 1987). Isto corresponde à literatura que inclui os achados e métodos vindos das pesquisas empíricas nas áreas de ensino, aprendizagem e desenvolvimento humano tão bem quanto os fundamentos, normativos, filosóficos e éticos da educação (SHULMAN, 1987).

A sabedoria da prática é a fonte menos codificada de todas (SHULMAN, 1987). Esta fonte do conhecimento do professor são as máximas, princípios ou axiomas que "guiam ou levam a uma racionalização reflexiva das práticas dos professores hábeis" [21] (SHULMAN, 1987, p. 11).

Quanto a sabedoria da prática, como uma fonte para o conhecimento do professor, Tardif (2002) categoriza o conhecimento que os professores produzem a partir de sua prática cotidiana como saberes práticos ou experienciais. Tardif (2002) afirma que os docentes produzem ou tentam produzir saberes através dos quais eles buscam compreensão e domínio para sua prática. "O que caracteriza os saberes práticos ou experienciais, de um modo geral é o fato de se originarem na prática cotidiana da profissão e por ela serem validados". Assim, os saberes experienciais são entendidos como: "o conjunto de saberes atualizados, adquiridos e necessários no âmbito da prática da profissão docente e que não provém das instituição de formação nem dos currículos" (p.48-49).

Os saberes experienciais, de acordo com Tardif (2002) tem suas raízes nos diversos condicionantes da ação docente, que exigem a habilidade pessoal e a improvisação, não sendo passíveis de definições acabadas, uma vez que a ação docente é exercida numa rede de interações e não sobre um determinado objeto ou fenômeno. O saberes experienciais são partilháveis nas relações com os pares (p. 52). "Os saberes experienciais não são saberes como os demais; são, ao contrário, formados de todos os demais, mas retraduzidos, "polidos" e submetidos às certezas construídas na prática e na experiência." (54)

Pacheco e Flores (1999, p. 38) em síntese, afirmam que

> o conhecimento profissional do professor não é um conhecimento limitado temporalmente nem se pode dar como terminado em termos de aquisição. É um conhecimento que depende, acima de tudo, de um contexto de acção que exige constantes

[21] Texto traduzido do inglês por nós.

atualizações e adaptações, e que tem uma orientação prática.

Em relação à formação de professores, concordamos com Nacarato e Passos (2003) ao afirmarem que o professor aprende e incorpora novas práticas tendo como ponto inicial a partilha dos saberes experienciais.

Além disso, conforme Gauthier et al. (1998), o conhecimento do professor também tem origem na tradição pedagógica: é o "saber dar aulas" (p. 32) que cada um tem a partir da representação que traz do ensino e da escola, mesmo sem ter feito curso de formação de professores, o que Rocha e Fiorentini (2005, p. 3) afirmam serem os "saberes transmitidos de uma geração para outra e adquiridos implicitamente na própria atividade profissional e internalizados pelas práticas discursivas, as quais expressam um modo de conceber e realizar o trabalho docente". Esta fonte de conhecimento sobre o ensino é oriunda da nossa experiência, e muito revela a forma com a qual aprendemos, e que primeiramente, pode ser tomada como forma primária de ensino.

Em nossa análise, um dos momentos que exemplifica a tradição pedagógica como fonte de conhecimento para o professor pode ser constatado quando Guilhermina, enfaticamente concorda com Ana Júlia de que a separação entre a matemática e as demais disciplinas tem relações com sua formação (fala 37): "Quando eu estudei era assim, e a gente carrega isso".

Pensar sobre o conhecimento do professor implica em considerá-lo em constante movimento de reelaboração e construção a partir das fontes diversas, como anteriormente enumeradas, em processos muitas vezes implícitos e que se revelam na ação dos professores, quando na sala de aula ou no planejamento de suas aulas. Investigar os conhecimentos é considerá-los em movimento, uma vez que repousam sobre a afirmação de que já é um conhecimento "saber que ensinar não é transferir conhecimento, mas criar possibilidades para a sua própria produção ou a sua construção" (FREIRE, 1996). Então, "criar possibilidades" implica que elas não estejam prontas também, mas ocorrem no contexto, no lugar e no tempo.

É relevante afirmar que pensarmos nas vertentes do conhecimento do professor não significa considerá-las de maneira separada ou distinta. Mas por outro lado, os diversos aspectos do conhecimento do conteúdo no ensino se interseccionam e se complementam de maneira direta ou indireta.

Para investigar conhecimentos do professor é necessário estar nas condições onde este conhecimento se faz e refaz, como em nossa pesquisa, o contexto exploratório-investigativo, onde é possível que o professor ao mobilizar e reconstruir conhecimentos de conteúdo específico venha a revelar aspectos também do conhecimento pedagógico do conteúdo e do conhecimento curricular, sem entretanto desconsiderar demais aspectos, que não são nosso foco de estudo neste momento.

Em nosso próximo capítulo dissertaremos a respeito da Investigação Matemática, cujos refe-

renciais teóricos levam-nos a conceber o contexto exploratório-investigativo como *locus* privilegiado de construção de conhecimento matemático, tanto em relação aos conteúdos quanto em relação às atitudes perante o aprendizado da matemática. O conhecimento pedagógico do conteúdo tem, na literatura de Educação Matemática, argumentos para se constituir a partir da exploração-investigação matemática. Denotaremos a possível ligação entre os conteúdos de geometria e o contexto exploratório-investigativo, pelas possibilidades relacionadas à intuição, à observação, à visualização e a consideração de que a construção de conhecimento é uma atividade essencialmente humana.

Adiante, no Capítulo 5 (Ensino de geometria) perceberemos aspectos históricos do ensino de geometria e os aportes teóricos que revelam o lugar ocupado por esta área de conhecimento no ensino, a partir de pesquisas já realizadas. Indicaremos também as diretrizes enunciadas para este campo na etapa inicial da Educação Básica, a Educação Infantil.

# 4 *Investigação Matemática*

Neste capítulo contemplamos a investigação matemática e seu uso na sala de aula com vistas às possibilidades de construção de conhecimento a partir desta perspectiva, incluindo tanto conhecimentos específicos de matemática quanto as atitudes perante esta ciência, as contribuições para novas relações entre quem aprende e o objeto de conhecimento a ser aprendido.

Em um primeiro momento, discutiremos a perspectiva da inquirição que entendemos ser a base da investigação matemática. Na seqüência, apontamos as proximidades e distanciamentos da investigação matemática com a resolução de problemas. Posteriormente focaremos de modo mais específico a investigação matemática na sala de aula e aspectos da investigação matemática nos documentos curriculares brasileiros.

Uma parte do capítulo é destinada à diferenciação entre os termos *tarefa* e *atividade* que estão relacionados aos referenciais que tratam da investigação matemática na literatura de Educação Matemática, o que possibilita a compreensão do uso que deles faremos neste trabalho.

A investigação matemática na pesquisa brasileira em Educação Matemática teve seu marco em 2004 com a publicação da dissertação de Castro (2004). Neste trabalho, a pesquisadora investigou sua própria prática pedagógica em busca do papel desempenhado pela experiência com investigações matemáticas em sala de aula para sua constituição como professora de Matemática. Para tanto a pesquisadora utilizou-se de narrativas reflexivas escritas como metodologia e estratégia de pesquisa e teve como mediador um grupo de trabalho colaborativo ao qual ela estava inserida, que contribuiu com novas interpretações para sua prática. Castro (2004) aponta que as leituras e estudos sobre a investigação matemática na sala de aula possibilitou-lhe, como professora, uma revisão de sua prática pedagógica e de suas concepções sobre a matemática escolar bem como sobre o ensino e aprendizagem dessa disciplina.

Castro (2004) ressignificou a teoria sobre as investigações matemáticas na sala de aula, constituindo seus saberes docentes; passando a propor tarefas abertas para seus alunos, a instigá-los e a apoiá-los na busca, formulação, refutação ou confirmação de conjecturas. A pesquisadora enuncia em seu trabalho as potencialidades pedagógicas das tarefas investigativas no ensino e na aprendiza-

gem de matemática: a possibilidade do trabalho com alunos em diferentes níveis de compreensão e domínio conceitual; o desenvolvimento de habilidades investigativas como exploração, formulação de questões e conjecturas, argumentação, validação ou refutação de conjecturas e hipóteses, como também o desenvolvimento da capacidade de comunicar idéias e utilizar a linguagem matemática.

O uso da investigação matemática na sala de aula vai ao encontro do que D'Ambrósio (1993, p. 36) defendeu:

> Assim como no processo de construção da Matemática como disciplina, a essência do processo é a pesquisa, na construção do conhecimento para cada aluno, a essência do processo tem que ser a pesquisa. Dificilmente o aluno de Matemática testemunha a ação do verdadeiro matemático no processo de identificação e solução de problemas. O professor faz questão de preparar todos os problemas a serem apresentados com antecedência; conseqüentemente, o legítimo ato de pensar matematicamente é escondido do aluno, e o único a conhecer a dinâmica desse processo continua sendo o professor. O professor, com isso, guarda para si a emoção da descoberta de uma solução fascinante, da descoberta de um caminho produtivo, das frustrações inerentes ao problema considerado e de como um matemático toma decisões que facilitam a solução do problema proposto. O que o aluno testemunha é uma solução bonita, eficiente, sem obstáculos e sem dúvidas, dando-lhe a impressão de que ele também conseguirá resolver problemas matemáticos com tal elegância.

Neste mesmo sentido, Silver (1996) destaca a raridade de oportunidades que muitas vezes ocorre no ensino de matemática: aos alunos cabe resolver problemas que lhes são solicitados, enquanto que a proposição e a elaboração de tais problemas geralmente é reservada ao professor ou aos autores de livros didáticos. A investigação matemática na sala de aula, então pode ser uma maneira de oportunizar aos alunos a proposição de problemas, partindo-se de uma situação ou questão aberta.

A investigação matemática possibilita ao aluno pensar a partir de uma dinâmica que prevê observações, descobertas, erros, acertos e fundamentalmente decisões. Esta, em síntese, é a essência da investigação matemática que entendemos para a Educação Básica desde sua primeira etapa — a Educação Infantil, uma vez que, por tratar-se de questões abertas, cabe a quem está interessado em investigar a tomada de decisões sobre o percurso a seguir.

Este processo parece ter suas bases na perspectiva da exploração e da inquirição que estão relacionadas com as formas de se conceber o conhecimento matemático, tanto para o aluno quanto para o matemático profissional.

## 4.1 A perspectiva da exploração e inquirição e algumas implicações na prática pedagógica

Nesta seção discutiremos aspectos da perspectiva da inquirição que, sob nossa interpretação mantém estreita ligação com a investigação matemática no ensino. A ligação entre a inquirição e a investigação matemática parece-nos evidente nas formas pelas quais ambas consideram a construção do conhecimento matemático em quem aprende matemática: as dúvidas, os erros e os questionamentos promovem sua construção. Desta maneira, a construção do conhecimento é entendida como algo que se dá pela busca e pela superação de incertezas, através do questionamento e pela busca de respostas, e não como conseqüência certa do acúmulo de conhecimentos anteriores.

Algumas idéias desfavoráveis à matemática podem ser expressas por muitas pessoas. Não é incomum presenciarmos depoimentos que afirmam que “a matemática é difícil mesmo", que “ela é só para alguns, os mais inteligentes". Ou ainda, a matemática entendida como a disciplina de certeza (SIEGEL; BORASI, 1994), como uma ciência pura, exata (FONSECA; BRUNHEIRA; PONTE, 1999), não dinâmica, mas de certa maneira, já pronta. Estes aspectos, concordamos com Schoenfeld (1992) citado por Siegel e Borasi (1994, p. 201), desencadeiam crenças incorretas nos estudantes, que podem ser tais como “há somente um caminho correto para resolver qualquer problema matemático; matemática é uma atividade solitária feita por indivíduos em isolamento”. Segundo os referidos autores, a Teoria da Inquirição de Peirce (1834-1914)

> inicia com a rejeição da aproximação Cartesiana para o problema do conhecimento, o qual propõe que o conhecimento depende de firmes fundações das primeiras premissas as quais são diretas ou imediatas. (...) Peirce rejeita a idéia que o conhecimento é estável e certo e propõe, ao invés, que o conhecimento é processual, já aberto para a dúvida (SIEGEL; BORASI, 1994, p. 202) [1].

A Teoria da Inquirição de Peirce parece romper com a idéia de que o conhecimento é informação que se adquire, que por sua vez está acabada, sistematicamente organizada e desta forma deve ser ensinado e aprendido.

Skagestad (1981), citado por Siegel e Borasi (1994, p. 203), afirma que “somente a dúvida e a incerteza podem prover um motivo para a procura de novo conhecimento”. Neste sentido, Siegel e Borasi (1994, p. 205) indicam algumas conseqüências do conhecimento como inquirição:

> o conhecimento matemático é falível; o conhecimento matemático é criado através de um processo não-linear no qual a geração de hipóteses tem um papel chave; a produção do conhecimento matemático é um processo social que ocorre com a co-

[1] Texto traduzido por nós do inglês.

> munidade de prática; e o valor verdadeiro do conhecimento matemático é construído através de práticas retóricas. [2]

Desta forma, estes autores salientam a importância da dúvida, da incerteza e das hipóteses na construção do conhecimento matemático, e afirmam que o conhecimento absoluto é falível e compatível com a idéia de que a verdade absoluta é uma ilusão (SIEGEL; BORASI, 1994).

A perspectiva da inquirição, no pensar da prática pedagógica, contraria a simples apropriação do conhecimento através da transmissão e da memorização, mas requer sua construção por quem aprende. O foco da construção do conhecimento é o processo, que pode ser não linear e incerto, com importância dada ao erro e não exclusivamente ao caminho mais curto e direto. Esta perspectiva vai ao encontro de um dos saberes necessários à prática educativa, segundo Freire (1996, p. 22): "ensinar não é *transferir conhecimento*, mas criar possibilidades para sua produção ou a sua construção." (grifo original).

Um dos aspectos relevantes no processo de inquirição e exploração na sala de aula são as contribuições para as crenças, concepções e atitudes dos alunos sobre a matemática e sobre sua posição perante essa ciência, contribuições estas que consideramos um dos desafios aos educadores:

> O efeito cumulativo, dia após dia, de exploração, na sala de aula, de diferentes tipos de tarefas conduz ao desenvolvimento de idéias implícitas nos alunos sobre a natureza da Matemática – sobre se a Matemática é algo de que eles podem pessoalmente compreender o sentido e quão longa e arduamente devem trabalhar para o conseguir (STEIN; SMITH, 1998, p. 2).

Siegel e Borasi (1994) salientam que a inquirição entendida como prática social potencializa a meta da matemática escolar, socializando os significados dados pelos estudantes para uma comunidade, onde o professor é orientador e mediador.

Percebemos então, a inquirição como uma prática que valoriza a construção de conhecimento e não busca o acúmulo de pré-requisitos para atividades subseqüentes em uma organização cartesiana e que nem depende destes exclusivamente. Assim, consideramos a investigação matemática, cuja base encontra-se na perspectiva da inquirição com papel fundamental no desenvolvimento curricular. que pode favorecer o ensino de matemática ao longo de toda a escolaridade, por possibilitar a quem aprende elaborar conhecimento matemático. Sob essa perspectiva o ensino deve priorizar as atitudes que aproximam o estudante do pesquisador, que o colocam como *descobridor*, como aquele que procura evidências, regularidades e semelhanças e a partir destes dados elabora suas hipóteses e conjecturas indo em busca de descobertas, justificando-as e socializando na sua comunidade, implicando em um processo de negociação nas diversas etapas.

[2] Texto traduzido por nós do inglês.

Antes de nos referirmos especificamente à investigação matemática faremos uma discussão dos termos *tarefa* e *atividade* que diversos autores utilizam com significados distintos, visto que isso será importante na compreensão de suas idéias no decorrer deste trabalho.

## 4.2 Tarefa e Atividade

Abordaremos nesta seção o conceito de *tarefa* e a distinção deste com *atividade* apoiando-se em alguns autores, como veremos a seguir, que tratam da investigação matemática em outros países, não nos apegando ao termo *tarefa* como entendido no Brasil quando se refere às propostas do professor para o aluno desenvolver extra-classe, como sinônimo de "lição de casa".

De acordo com Christiansen e Walther (1986, p. 11) as tarefas dadas pelos professores podem iniciar os estudantes num "espectro apropriado de atividades matemáticas". Acrescentam ainda que, "a dependência mútua entre tarefa e atividade é de natureza indireta, e devido ao caráter relacional dos dois conceitos, aprender não pode ser assegurado simplesmente pelas tarefas". A aprendizagem, então, não é garantida nem determinada pela tarefa. Complementando o conceito de tarefa, temos que:

> As tarefas em si mesmas não contêm conceitos ou estruturas matemáticas. E atividade às cegas numa tarefa não assegura a aprendizagem que se pretende. A tarefa é interpretada sob a influência de muitos fatores e a atividade é condicionada pelas ações do professor, que são uma vez mais feitas e interpretadas sob a influência de atitudes e concepções do professor e do aluno respectivamente (CHRISTIANSEN; WALTHER, 1986, p.8).

Para Cunha (2000, p. 3), a palavra *tarefa* vem do inglês *task*, que significa "a proposta de trabalho que o professor apresenta aos seus alunos, que, pelo seu lado, se envolvem em 'atividade' matemática para poder resolver".

Neste sentido, então, estamos considerando *tarefa* como a proposta realizada pelo professor que pode ser da forma oral ou escrita. Cabendo, desta forma, aos alunos envolverem-se em atividade, sendo que neste processo não estarão somente os alunos, mas conjuntamente, estes com o professor, mesmo que em dados momentos os papéis sejam diferenciados.

Christiansen e Walther (1986, p. 20) advertem que é necessário que o professor analise as tarefas "com o propósito de descobrir atos de ensino através dos quais o aluno pode ser apoiado na sua aprendizagem". A análise e a exploração de uma tarefa pelo professor, segundo eles, não confere a ela o seu grau de dificuldade e de abertura. Os fatores que ocorrem na sala de aula, como explicações, informações, sugestões e orientações do professor e até mesmo as relações estabelecidas pelos alunos com seus colegas também modificam o alcance e o processo de desenvolvimento da tarefa. A tarefa

é usada como um "objeto para a atividade do aluno e esta um objeto para as funções do professor" (p. 31).

A preparação da tarefa e suas características inerentes não garantem o envolvimento dos alunos em atividade matemática, uma vez que não é possível prever antecipadamente as ocorrências na sala de aula, e a atividade dos alunos depende de diversos fatores onde apenas um deles é a tarefa proposta.

De acordo com Ernest (1996, p. 29) "a relação entre os objetivos do professor e os do aluno é complexa, e não é possível transferí-los simplesmente, de um para o outro, por imposição" e acrescentamos que, nem meramente, pela tarefa.

Conforme Stein e Smith (1998) as tarefas matemáticas passam por três fases: a primeira é a maneira como elas aparecem nos materiais curriculares, a segunda é aquela que engloba as formas pelas quais a tarefa é planejada e apresentada pelo professor e finalmente, a terceira fase, refere-se a como elas acontecem na sala de aula. Isto implica na impossibilidade de classificação das tarefas de maneira absoluta, sem considerar o contexto e as interações entre os agentes durante a dinâmica na sala de aula.

Referindo-se à atividade, Christiansen e Walther (1986, p. 37) afirmam que: "atividade – no sentido de 'fazer Matemática' – é um elemento intrínseco da Matemática e não deve ser simplesmente visto como uma conseqüência de uma estratégia pedagógica". Isto é fator relevante ao ensino e aprendizagem desta disciplina, o que assegura a participação ativa do aluno no processo, que pela *sua* atividade pode aprender matemática.

Christiansen e Walther (1986) ressaltam que os termos *tarefa* e *atividade* somente podem ser tomados de maneira significativa se considerarmos o caráter relacional e as conexões entre as duas componentes e com outros aspectos da educação matemática.

Em relação à *tarefa*, estes pesquisadores apresentam-na considerando-se as relações indicadas na Figura 4.1, para as quais implicitamente ilustrado está o conceito de *atividade*. Esclarece-se que a "matemática objetificada" é "como concebida pelos matemáticos e professores de Matemática com uma grande formação matemática" e "matemática como conteúdo/currículo" é a "descrição oficial dada pelas autoridades educacionais da disciplina de Matemática a ser ensinada na escola" (CHRISTIANSEN; WALTHER, 1986, p. 8). Na Figura 4.1 estão representadas as relações binárias envolvidas no conceito de tarefa: professor-conteúdo, conteúdo/currículo professor, professor/tarefa, etc.

Uma vez que ocorrem relações entre tarefa e conteúdo, tarefa e professor, tarefa-conteúdo-professor, e assim por diante, acrescentamos explicitamente mais duas relações tarefa-tarefa e aluno-

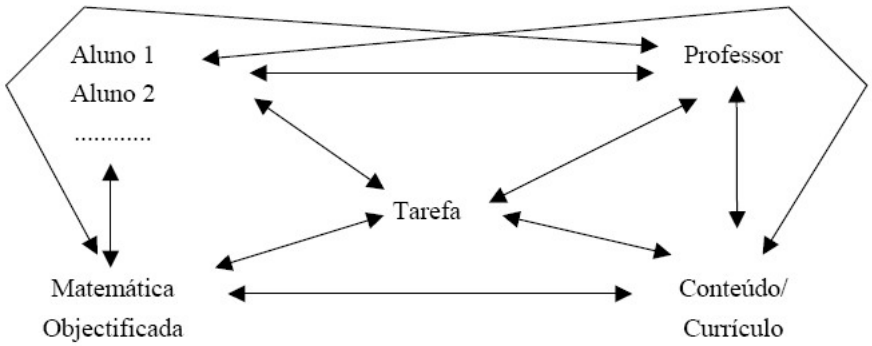



Figura 4.1: Modelo que demonstra o caráter relacional do conceito *tarefa*, conforme Christiansen e Walther (1986, p. 5).

aluno, pois o caráter relacional e as conexões entre duas ou mais tarefas podem ser componentes significativas para uma dada tarefa da mesma forma que a relação entre dois ou mais alunos. Uma tarefa e a atividade decorrente estão relacionadas com as demais tarefas apresentadas pelo professor. Assim, reelaboramos a Figura 4.1 obtendo a Figura 4.2.

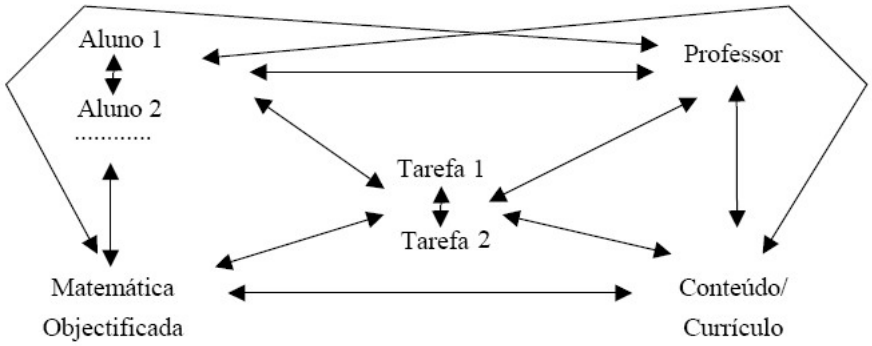



Figura 4.2: Adaptação realizada a partir do modelo que demonstra o caráter relacional do conceito *tarefa*, acrescentando-se as relações binárias tarefa-tarefa e aluno-aluno.

Além das relações indicadas nas figuras anteriores é importante ressaltar as influências de um grande número de aspectos (finalidades, conteúdos, métodos, avaliação, concepções dos alunos e professores a respeito do ensino e da aprendizagem de Matemática) e fatores sociais.

A aprendizagem não é garantida pelas tarefas apresentadas, mas é influenciada pelas atitudes e atenção do aluno, como seu interesse, motivação e concepções sobre a Matemática e sobre a aprendizagem. Outros fatores são as características da atividade do aluno, os processos que ele usa ou não durante a sua atividade, como por exemplo, a reflexão sobre suas ações e sua aprendizagem (CHRISTIANSEN; WALTHER, 1986).

A interação professor-aluno e os questionamentos que o professor pode fazer a seus alunos, acreditamos ser um dos fatores que pode contribuir ou não para o desenvolvimento da atividade matemática e a conseqüente elaboração de conhecimento matemático e, de certa forma, influenciar a elaboração/seleção das tarefas apresentadas.

Christiansen e Walther (1986) apoiam o conceito de *atividade* tomando como referências relações entre atividade, representação e tomada de consciência, segundo Leont'ev (1975) e Galperin (1980). Para tanto, toma como fundamento que

> as relações entre o "homem" e o mundo que o rodeia são mediadas através de actividade-orientada-para-um-objeto no decorrer do qual o sujeito constrói uma imagem do objecto em questão (p. 12).

Assim, mais adiante reafirmam que "o aspecto essencial da atividade é ser orientada para um objeto" (p. 12) e referindo-se a Leont'ev (1975) ratificam que "a actividade é um processo que é sempre enunciado e interpretado na perspectiva de um motivo" (*idem*). Acrescentam ainda que "a actividade existe somente nas acções" mesmo considerando que atividade e ação são entidades diferentes (*idem*). A ação "procede de um estado inicial para um estado final" (*idem*). Os referidos pesquisadores concluem que, de acordo com Leont'ev (1975) "a tarefa é o objectivo de uma acção". Então "a estructura de uma actividade é assim determinada: pelas condições inerentes ao objecto; pelo sistema de motivos e objectivos; pelas condições internas do sujeito em acção; e pelas condições externas" (CHRISTIANSEN; WALTHER, 1986, p. 13).

Christiansen e Walther (1986, p. 19-20) afirmam que Davidov e Markova (1981) consideram a tarefa e atividade como um ponto de encontro entre o professor e o aluno; uma forma de o professor entrar em contato com o aluno.

A tarefa é a proposta feita pelo professor que torna-se objeto para a atividade dos alunos, que por sua vez, ocorre a partir de ações desenvolvidas na interação entre os alunos ou entre estes e o professor. A tarefa apresentada e a forma de o fazer somente não determinan a atividade do aluno que é um processo complexo que envolve estes aspectos, o contexto e as condições na qual ela se desenvolverá. Contudo, ao professor, cabe a busca e a promoção de caminhos que oportunizem aprendizagens para seus alunos.

Em suma, podemos afirmar que a tarefa é a proposta de trabalho e atividade é a ação de quem se propõe a desenvolvê-la. E deste modo, estes dois termos são considerados nesta pesquisa e, conforme veremos no Capítulo 6, a atividade das professoras participantes e formadora não se restringirá apenas aos conteúdos contemplados na tarefa, no âmbito do conhecimento de conteúdo específico, mas incluirá outros aspectos do conhecimento do professor.

## 4.3 A Investigação Matemática

A investigação matemática é entendida como um meio pelo qual pode ocorrer a aprendizagem da Matemática em um processo que busca um paralelo com a atividade dos matemáticos profissionais.

De acordo com Ponte, Brocardo e Oliveira (2003, p. 13) "para os matemáticos profissionais, investigar é descobrir relações entre objetos matemáticos conhecidos ou desconhecidos, procurando identificar as respectivas propriedades".

Busca-se, nesse sentido que o ensino e aprendizagem da matemática escolar não sejam distintos das formas pelas quais ocorre a construção do conhecimento matemático enquanto ciência.

Da mesma forma de D'Ambrósio (1993), Ponte (2003, p. 1) tece críticas à separação entre investigação e ensino, onde o professor ensina o que outro inventou ou pesquisou. Este autor defende a idéia de interligar os dois processos na atividade escolar: "quem investiga está a procurar a aprender e quem aprende pode ter muito interesse em investigar". Para o autor, 'investigar' é um termo polissêmico, porém envolto por diversos mitos que colocam investigar como uma atividade reservada a poucos, separada de ensinar e que requer metodologias sofisticadas. Na perspectiva de Ponte (2003, p. 2)

> (...) "investigar" não é mais do que procurar conhecer, procurar compreender, procurar encontrar soluções para os problemas com os quais nos deparamos. Trata-se de uma capacidade de primeira importância para todos os cidadãos e que deveria permear todo o trabalho da escola, tanto dos professores como dos alunos.

A aproximação da atividade do aluno quando aprende Matemática ao de um pesquisador matemático é entendida em relação a suas atitudes perante o conhecimento e está além do conhecimento que produz. Com base em diversos educadores matemáticos, Siegel e Borasi (1994, p. 208) afirmam que:

> 'tornar-se um matemático' não significa simplesmente adquirir um corpo certo de conhecimentos estabelecidos, habilidades e competências, mas mais importante é assumir um conjunto de crenças, normas, visões de mundo e práticas características da comunidade matemática. [3]

O parágrafo acima bem explica as idéias contidas no paralelo que se pretende em quem aprende matemática através da investigação matemática e do trabalho dos matemáticos profissionais. Não está necessariamente no conhecimento que se produz, mas sim, nas iniciativas e atitudes em produzí-lo e na forma de encarar essa produção em busca do conhecimento. Em uma investigação não se busca que os alunos obtenham "a resposta certa", antecipadamente esperada pelo professor, mas que

[3] Texto traduzido por nós do inglês.

estes explorem possibilidades, postulem conjecturas e "se convençam a si próprios e aos outros das suas descobertas" segundo Pirie, citada por Serrazina et al. (2002, p. 43-44).

A investigação matemática alcança destaque por possibilitar que o aprender e ensinar sejam diferentes de transmitir e adquirir conhecimentos, mas pelos seus processos intrínsecos, porporcionam o desenvolvimento do conhecimento por quem se envolve em atividade de investigação matemática.

De acordo com Ernest (1996, p. 27) "a atividade de todos os que estão a aprender matemática, desde que produtiva, envolvendo a formulação e a resolução de problemas, não é qualitativamente diferente da atividade dos matemáticos profissionais". Neste mesmo sentido, Braumann (2002a) discute o paralelo qualitativo entre a atividade matemática do profissional e do estudante, em que ambas contribuem para o capital científico quer seja da ciência quer seja do indivíduo:

> há que se proporcionar aos estudantes amplas oportunidades de fazer a sua investigação matemática em vários contextos, ambientes e graus de dificuldade. Não estamos a falar de descobertas verdadeiramente novas para o capital científico da Matemática, mas sim de descobertas novas para o capital científico do estudante. Claro que elas poderiam ter sido apresentadas como conhecimento já feito, mas ao não o serem, vão permitir ao estudante a prática (e, assim esperamos, o prazer) da investigação matemática (p. 10).

Este paralelo é também discorrido por Ponte e Matos (1996, p. 199), ao destacarem que alunos e matemáticos profissionais "perante uma situação, objeto ou fenômeno ou mecanismo suficientemente rico (a) e complexo (a) eles tentam compreendê-lo (a), descobrir padrões, relações, semelhanças e diferenças de forma a conseguir chegar a generalizações".

Os pequisadores anteriormente indicados deixam clara a semelhança com relação às atitudes e não aos produtos na produção dos alunos e dos matemáticos. Aspectos que também são corroborados por Silver (1996, p. 148) que afirma que a educação matemática deve proporcionar aos alunos uma "experiência matemática autêntica" caracterizada como a atividade dos matemáticos profissionais, como também é assinalado por Hadamard (1945) citado por Silver (1996, p. 148) que identifica como característica dos profissionais em Matemática a procura por "questões de investigação fundamentais". Conforme defendem Freire e Faundez (1985), o conhecimento inicia-se com uma pergunta, sendo aprender a perguntar a base do conhecimento, a tarefa primeira na atividade matemática.

Pavanello (2004, p. 130-131) reafirma que tanto alunos quanto professores em formação devem ter contato com a produção do conhecimento matemático e não apenas reproduzí-lo:

> na aprendizagem da matemática é preciso que os alunos — e os seus professores durante sua formação inicial ou continuada — tenham algum contato com o modo pelo qual os matemáticos produzem a matemática, os procedimentos que utilizam nesta produção.

Os processos envolvidos em uma atividade investigativa são entendidos como paralelos ao trabalhos dos matemáticos. Em uma dada situação, a exploração inicial leva à proposição de questões que não estão dadas a priori. Então, tendo em vista as questões propostas por quem investiga é desencadeada nova etapa que objetiva a elaboração de conjecturas e seus refinamentos pela busca das validações que levam à justificação dos resultados obtidos e a conseqüente socialização e debate. Estes processos são convergentes com as palavras de Freire (1996, p. 88), ao afirmar que é necessário investir no exercício da curiosidade, que "convoca a imaginação, a intuição, as emoções, a capacidade de conjecturar, de comparar, na busca da perfilização do objeto".

Em outras palavras, considerando a investigação matemática no ensino de matemática, Ponte, Brocardo e Oliveira (2003, p. 20-21 e 29) indicam os processos envolvidos em uma atividade investigativa "exploração e formulação de questões, a formulação de conjecturas, o teste e a reformulação de conjecturas e, ainda, a justificação de conjecturas e avaliação do trabalho". A primeira etapa, a exploração e formulação de questões constitui os momentos iniciais da atividade, na qual os alunos observam ou recolhem dados, buscam diferenças, semelhanças, regularidades e põem questões que buscarão desvendar. Posteriormente, a formulação de conjecturas consiste num processo de elaboração de hipóteses para suas questões, explicações que serão testadas e reformuladas, utilizando-se de exemplos e contra-exemplos, caminhando assim para a justificação das conjecturas, implicando o uso da argumentação, da prova ou demonstração. E finalmente, a avaliação do trabalho, que prevê a discussão, argumentação, socialização e o debate. Processos estes, nem sempre lineares, mas que abarcam a negociação de significados em diversos momentos.

A investigação matemática permite a vivência do processo e não apenas objetiva o resultado final, sendo deste modo um caminho promissor para o aluno "pensar sobre" o que se investiga, buscando que ele não apenas desenvolva o que foi determinado pelo professor. Assim, na etapa final, a socialização dos resultados obtidos também será oportunidade de construção de conhecimento, uma vez que envolverá uma situação pensada, experimentada e problematizada, um momento de novidades até para o aluno que concluiu a tarefa. Isto difere de um exercício ou de certos problemas, pois muitas vezes quem conclui a tarefa *assiste* a apresentação do resultado final, feito pelo professor ou por outros alunos, como uma maneira de ratificar seus resultados.

Na investigação matemática, a proposição de questões é um dos seus processos, e isto tem levado a discussões sobre as aproximações ou os distanciamentos com a resolução de problemas.

## 4.4 A Resolução de Problemas e a Investigação Matemática

Parecem não existir limites claros e definidos que categorizam as tarefas em tarefas investigativas ou em problemas. A resolução de problemas e as investigações matemáticas são mais convergentes do que divergentes, pois ambos os conceitos "envolvem processos complexos de pensamento" (SERRAZINA et al., 2002, p. 42) e requerem grande empenho e criatividade dos alunos (PONTE; MATOS, 1996).

Quando falamos da resolução de problemas estamos considerando-na na perspectiva de ensinar matemática através da resolução de problemas (SCROEDER; LESTER JR., 1989 apud ONUCHIC, 1999), em que o problema é tido como desencadeador da construção do conhecimento matemático, como ponto de partida para o ensino nesta disciplina. Quanto mais a resolução de problemas for entendida como prática para aplicação de procedimentos, mais ela diverge da investigação matemática.

Há ainda que se considerar que muitas vezes um problema é usado, tradicionalmente, no sentido de uma tarefa a ser realizada, com foco no produto final (SCHOENFELD, 1992). Neste caso este é um dos pontos de maior diferença com a investigação matemática e com a própria resolução de problemas enquanto metodologia desencadeadora para construção de conhecimento matemático.

Na discussão sobre as convergências ou divergências entre a resolução de problemas é importante contemplarmos inclusive a discussão entre as tarefas desta natureza e os exercícios ou as explorações.

A diferença entre resolução de problemas e exercícios é observada por Cunha (2000) considerando-se o percurso de resolução: nos primeiros, os alunos desconhecem de antemão o algoritmo que pode levar à resolução enquanto que, no caso dos exercícios este é conhecido.

Ponte (2003), discutindo o papel das investigações no processo de ensino-aprendizagem de Matemática, aponta diferenças entre quatro tipos de tarefas: exercícios, explorações, problemas e tarefas de investigação. Contudo, apesar das diferenças, este mesmo autor considera que "as características de uma tarefa não são absolutas mas relativas à pessoa que a realiza. Uma mesma questão pode ser para uma pessoa um problema e para outra um exercício." (p. 4). No mesmo entendimento, Christiansen e Walther (1986, p. 29)

> sublinham o caráter *subjetivo* e *relativo* dos problemas no contexto de sala de aula: o que é um problema para um aluno pode não ser um problema para o seu par; e o que é um problema num nível de desenvolvimento pode ser uma tarefa de rotina num estádio posterior. (...) uma tarefa pode ter um caráter mais ou menos de problema, dependendo do grau de dificuldade subjetivo com que atinge o indivíduo, que aceita a tarefa quando concebe as condições e objetivo inerentes.

Assim, Christiansen e Walther (1986) e Ponte (2003) salientam que a tarefa por si não confere

grau de dificuldade ou abertura à atividade, nem que esta última ocorra, o que depende de quem nela se envolva, configurando desta forma o caráter relativo e subjetivo de uma tarefa.

Ponte (2003, p. 5) expõe as dimensões básicas de uma tarefa, não considerando-as como absolutas: "o seu grau de dificuldade, a sua estrutura, o seu contexto referencial e o tempo requerido para a sua resolução". Em síntese, este pesquisador aponta na Figura 4.3 os tipos de tarefas tendo como critérios os níveis de dificuldade e de abertura, traçando dois eixos. O eixo vertical representa o grau de dificuldade, considerada entre os extremos *fácil* e *difícil*. O eixo horizontal por sua vez refere-se ao grau de abertura, com extremos *aberto* e *fechado*. O nível fechado refere-se àquelas tarefas que têm respostas previstas por quem as propõe, cabendo a quem resolve dar a resposta esperada, enquanto que quanto mais aberta é a questão, mais diversidade é admitida na resposta, que não é, necessariamente, única. Desta forma são constituídos quatro quadrantes e cada um dos tipos de tarefas enunciados pelo referido autor têm características próprias: *exercício* tem nível de dificuldade considerado fácil e é fechado; *exploração*: considerada fácil e de caráter aberto; *problema* é fechado e difícil; *investigação* é difícil e aberta.

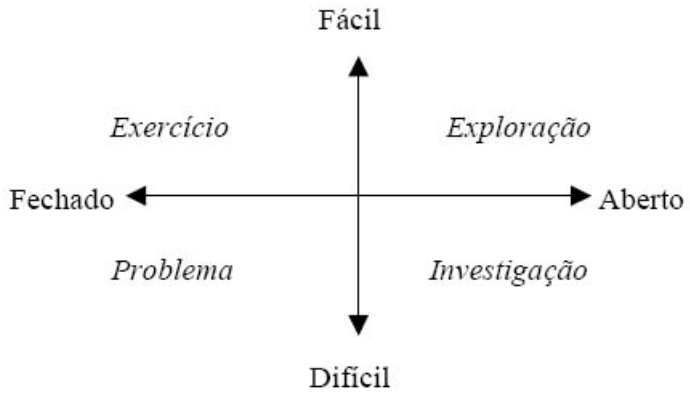



Figura 4.3: Os tipos de tarefas em termos do grau de dificuldade e de abertura (PONTE, 2003, p. 5).

Podemos perceber que o referido autor coloca as investigações, os problemas, os exercícios e as explorações em graus de dificuldade e de abertura diferentes. Para ele, a investigações e as explorações não têm delimitações definidas por não se saber o grau de partida e de dificuldade que uma tarefa pode impor a um grupo de alunos. Parece-nos claro o entendimento de Fiorentini, Fernandes e Cristóvão (2005) quanto às explorações ao afirmar que "as explorações tendem a ser mais livres e menos sistemáticas, demandando um tempo relativamente pequeno de trabalho" (p. 2). Ou ainda, conforme Martins et al. (2002, p. 61):

> actividades de exploração são actividades abertas que implicam entrar em terreno desconhecido, recolher dados, detectar diferenças, reconhecer regularidades e padrões, estabelecer analogias, e têm um sentido de investigação e de descoberta. Esta

> exploração favorece a formulação de conjecturas, argumentação e a demonstração. Os aspectos ligados à comunicação são, neste contexto, muito importantes, devendo a capacidade de argumentar de forma consistente e convincente ser desenvolvida ao longo da escolaridade, embora assumindo formas diferenciadas ao longo do tempo e em função dos alunos.

Os problemas ficam então, para aquelas atividades que têm um caráter de dificuldade próximo ao das investigações matemáticas, porém com enunciados e propostas mais fechados. Entretanto, o nível de dificuldade não é um limite rígido, uma vez que muitas tarefas de caráter fácil também podem desencadear uma investigação ou exploração, com benefícios para a aprendizagem dos alunos e para a posição destes perante esta ciência. Ponte (2003) apresentou dois critérios, não absolutos nem deterministas para a diferenciação entre as tarefas. Porém, as maneiras como cada tipo de tarefa é planejada, proposta e desenvolvida na sala de aula, bem como as condições oferecidas, as crenças, concepções e atitudes de alunos e professores influenciam ou determinam o caráter da atividade. Assim, não é possível determinar *a priori* as características de uma atividade pela sua tarefa.

Em outras palavras, entendemos que uma tarefa que tenha caráter fechado e fácil pode desencadear uma investigação, dependendo dos fatores acima elencados, bem como uma tarefa difícil e aberta pode não levar à investigação matemática, se na sala de aula for tratada de maneira fechada, o que depende do professor e do aluno.

Salientamos que, se a investigação matemática e a resolução de problemas forem consideradas distintas em termos do grau de dificuldade das tarefas, entendendo que a investigação é mais difícil que a resolução de problemas, haverá implicações pedagógicas desfavoráveis, pois pode-se esperar que para alcançá-las os alunos devam estar aptos a resolverem exercícios, a realizarem explorações, a resolverem problemas e, finalmente, capazes de investigar. E, se assim for, é prossível prever a inexistência da investigação matemática na sala de aula, principalmente nos níveis elementares. Os diversos pesquisadores estudados e nós discordamos desta posição. Discussão esta, apropriada para cursos de formação de professores, para que este equívoco não esteja presente em suas práticas.

Sendo assim, concordamos com (PONTE; MATOS, 1996, p. 119) quando afirmam que "as investigações matemáticas vão desde as tarefas bastante elaboradas e complexas que podem levar algum tempo a resolver, até as questões mais simples que podem ser levantadas a partir de uma pequena variação de um fato ou procedimento conhecido". E ainda, com Martins et al. (2002), referindo-se a Chamoso e Rawson (2001), ao afirmarem que na investigação incentiva-se o uso da curiosidade e a busca de estratégias alternativas, considerando-se inclusive a procura por entender o que ocorreria se certas condições do problema ou da situação proposta fossem alteradas.

Assim, avistamos a exploração e a investigação matemática nos diversos níveis de escolaridade, inclusive na Educação Infantil. No último caso, mesmo os alunos não tendo condições de

elaborarem processos complexos de raciocínio ou de utilizar demonstrações ou fazer justificações matemáticas, podem posicionar-se, com atitude investigativa perante situações matemáticas ou não, tomando decisões e não apenas dando respostas esperadas.

Para Ponte e Matos (1996, p. 119)

> os problemas matemáticos tendem a caracterizar-se por assentarem em dados e objetivos bem concretos, as investigações têm um ponto de partida muito menos definido. Assim, a primeira tarefa do aluno é tornar a questão mais precisa, uma característica que as investigações matemáticas têm em comum com as formulação de problemas.

Ponte, Oliveira, Cunha e Segurado (1998) citados por Martins et al. (2002) apresentam dois aspectos que permitem distinguir a resolução de problemas e a investigação matemática: (a) na resolução de problemas a questão a estudar é apresentada claramente pelo professor e na investigação, esta é apresentada vagamente, vindo a se tornar precisa pela atividade em si; (b) a resolução de problemas permite mais facilmente o uso de uma heurística na resolução enquanto que, devido a amplitude da investigação, esta é mais difícil de ser caracterizada. Novamente ressaltamos que, em nosso entendimento, quando estes pesquisadores se referem ao uso da heurística, não a entendemos como passos que possam ser seguidos, mas como etapas que podem ser mais lineares e seqüenciais na resolução de problemas do que na investigação matemática.

Então percebemos que segundo os autores aqui referidos, uma distinção entre a investigação matemática e a resolução de problemas considera fundamentalmente o ponto de partida, sendo que a investigação matemática não traz no início um claro ponto de partida e em contrapartida, a resolução de problemas o faz. A semelhança fica então para que o aluno, tanto na resolução de problemas quanto na investigação matemática, torne a questão mais precisa, faça seus direcionamentos e busque as estratégias de resolução, que em ambas, não é imediatamente prevista.

Confirmando, Serrazina et al. (2002, p. 2–3) sublinham que:

> uma das principais características de um problema é ter um objetivo bem definido mas que não é rapidamente alcançável. Os problemas podem ser mais estruturados ou mais abertos e referir-se a situações puramente matemáticas ou contextos da vida real, no entanto, geralmente, as questões estão claramente estruturadas desde o início e são apresentadas já formuladas aos alunos. Nas investigações, a formulação de problemas, a colocação de questões e o estabelecimento de objetivos por parte dos alunos são um dos seus atributos essenciais. Assim, para que este processo seja despoletado a investigação deve ter um caráter aberto e um ponto de partida pouco definido.

Completando as idéias anteriores, “na resolução de problemas o objetivo é encontrar um caminho e numa investigação o objetivo é explorar todos os caminhos interessantes partindo de uma

dada situação" (SERRAZINA et al., 2002, p. 2–3). Porém, estas mesmas autoras entendem que "a resolução de problemas vai muito além de resolver *um* problema" (p. 42)(grifo nosso).

Ponte, Brocardo e Oliveira (2003, p. 16) afirmam que "uma investigação matemática desenvolve-se usualmente em torno de um ou mais problemas. Pode mesmo dizer-se que o primeiro grande passo de qualquer investigação é identificar claramente o problema a resolver". Em ambos os casos há espaço para a proposição de questões e não apenas para sua resolução, por parte de quem investiga e não apenas pelo professor.

Em síntese, pelos autores e obras aqui referidos, a resolução de problemas e a investigação matemática diferem-se fundamentalmente pelo ponto de partida, sendo a partida de uma investigação de caráter mais aberto do que a resolução de problemas, ainda que, ambos os processos são entendidos na perspectiva da inquirição, concordando com (ERNEST, 1996). Este ponto de convergência é que ressaltamos serem favoráveis à tríade exploração-problema-investigação na perspectiva do ensino de Matemática na Educação Básica.

## 4.5 Investigação Matemática na sala de aula

De acordo com Cunha (2000), as perspectivas atuais para o ensino de Matemática levam os professores para a realização de atividades exploratórias e investigativas com seus alunos, uma vez que se tem considerado fundamental a formulação, o teste, a prova de conjecturas, assim como a argumentação e o uso de procedimentos metacognitivos. Tanto a resolução de problemas como a investigação matemática "envolvem conceitos matemáticos fundamentais e onde os alunos tenham oportunidade para experimentar, discutir, formular, conjecturar, generalizar, provar, comunicar suas idéias e tomar decisões"(SERRAZINA et al., 2002, p. 42).

Devido à sua abertura, a investigação e a exploração na sala de aula possibilitam uma experiência matemática real, trazendo os aspectos de formulação de questões, de conjecturas, de testes, de argumentação e de discussão de idéias, aspectos centrais em uma nova feição do ensino da Matemática (ABRANTES; LEAL; PONTE, 1996), permitindo ao aluno a observação, a percepção de relações e de elementos que não se reduzem simplesmente àquela resolução que o professor ainda não forneceu.

Braumann (2002b) avista a proximidade entre *aprender* matemática e a atitude investigativa ou a prática da inquirição:

> Aprender Matemática não é simplesmente compreender a Matemática já feita, mas ser capaz de fazer investigação de natureza matemática (ao nível adequado a cada grau de ensino). Só assim se pode verdadeiramente perceber o que é a Matemática

> e a sua utilidade na compreensão do mundo e na intervenção sobre o mundo. Só assim se pode realmente dominar os conhecimentos adquiridos. Só assim se pode ser inundado pela paixão "detectivesca" indispensável à verdadeira fruição da Matemática. Aprender Matemática sem forte intervenção da sua faceta investigativa é como tentar aprender a andar de bicicleta vendo os outros andar e recebendo informações sobre como o conseguem. Isso não chega. Para verdadeiramente aprender é preciso montar a bicicleta e andar, fazendo erros e aprendendo com eles. (...) Sem essa prática [investigativa], podemos dizer o que quisermos, mas, se formos minimamente honestos, sabemos que não estamos a ensinar Matemática e que o estudante não está a aprender Matemática. Não nos devemos espantar se ele não gostar"(p. 5,10).

Como acrescenta Freire (1996, p. 26), "nas condições de verdadeira aprendizagem os educandos vão se transformando em reais sujeitos da construção e da reconstrução do saber ensinado".

Serrazina et al. (2002, p. 9) afirmam que o ensino deve estar baseado "num modelo onde a investigação, a construção e a comunicação entre os alunos são palavras chave". Os autores ressaltam a mudança do ensino da Matemática, "onde a Matemática era vista como um sistema pronto a usar" (p. 9) para dar ênfase ao processo, à compreensão, à explicação, à justificação e não tratar a matemática como simples domínio de regras e procedimentos.

Cunha, Oliveira e Ponte (1996, p. 173) reafirmam as posições de Abrantes, Leal e Ponte (1996) enumerando as potencialidades das tarefas investigativas na sala de aula.

> A realização de actividades de investigação na sala de aula são importantes porque elas: (a) constituem uma parte essencial da experiência matemática e, por isso, permitem uma visão mais completa desta ciência; (b) estimulam o envolvimento dos alunos, necessário a uma aprendizagem significativa; (c) podem ser trabalhados por alunos de ciclos diferentes, a níveis de desenvolvimento também diferentes; e (d) potenciam um modo de pensamento holístico (ao relacionarem muitos tópicos), essencial ao raciocínio matemático.

Na investigação matemática na sala de aula, ao professor não é possível prever os caminhos trilhados por todos os alunos, ele pode ter alguns parâmetros pelos quais estes se desenvolvam. Assim, a investigação pode surpreender a proposta inicial e desvendar aspectos não observados pelo professor ao preparar a tarefa ou ao propô-la.

Desta forma, considerando que a tarefa não é "executada" em uma aula investigativa, mas que tem a função de desencadear um processo que não pode ser totalmente previsto, consideramos adequado utilizarmos o conceito apresentado por Fiorentini (2006, p. 29) para *aulas exploratório-investigativas*:

> aquelas que mobilizam e desencadeiam, em sala de aula, tarefas e atividades abertas, exploratórias e não diretivas do pensamento do aluno e que apresentam múltiplas possibilidades de alternativa de tratamento e significação. Essas aulas, servem,

> geralmente, para introduzir um novo tema de estudo ou para problematizar e produzir significados a um conceito matemático. Dependendo da forma como essas aulas são desenvolvidas, a atividade pode restringir-se apenas à fase de explorações e problematizações. Porém, se ocorrer durante a atividade, formulação de questões ou conjecturas que desencadeiam um processo de realização de testes e de tentativas de demonstração ou prova dessas conjecturas, teremos, então, uma situação de investigação matemática.

Em consonância com o sentido de *aulas exploratório-investigativas* acima enunciado, também utilizaremos a expressão *exploração-investigação matemática*.

Conforme apontamos no início desse capítulo, a investigação matemática é entendida em um paralelo com a atividade dos pesquisadores em matemática, e na sala de aula pode aproximar o aluno de processos os quais um pesquisador estende-se, conforme sublinham Ponte, Brocardo e Oliveira (2003, p. 23):

> O conceito de investigação matemática, como atividade de ensino de aprendizagem, ajuda a trazer para a sala de aula o espírito da atividade matemática genuína, constituindo, por isso, uma metáfora educativa. O aluno é chamado a agir como um matemático, não só na formulação de questões e conjecturas e na realização de provas e refutações, mas também na apresentação dos resultados e na discussão e argumentação com os seus colegas e o professor.

Em suas pesquisas sobre a investigação matemática na sala de aula, Ponte, Brocardo e Oliveira (2003, p. 25) apresentam as fases de uma atividade de investigação na sala de aula, uma aula investigativa:

- (i)introdução da tarefa, em que o professor faz a proposta à turma;
- (ii) realização da investigação, individualmente, aos pares, em pequenos grupos ou com a turma toda e
- (iii) discussão dos resultados, em que os alunos relatam aos colegas o trabalho realizado.

Estes mesmos pesquisadores afirmam alguns dos processos envolvidos em uma atividade investigativa de matemática: "a exploração e a formulação de conjecturas, o teste e a reformulação de conjecturas e, ainda, a justificação de conjecturas e avaliação do trabalho" (p. 29). Deste modo, primeiramente os alunos exploram a situação proposta, procurando regularidades e formulando problemas, aos quais também elaboram conjecturas, buscam sua veracidade ou falsidade, argumentam e posteriormente comunicam suas idéias e conclusões de forma oral ou escrita (ABRANTES; LEAL; PONTE, 1996). Porém estas etapas não são necessariamente seqüenciais, podendo se interpor durante o processo de investigação.

No desenvolvimento da investigação matemática na sala de aula, é decisivo como o professor responde às questões dos alunos, dando-lhes atenção e encorajando-os, sem mostrar-lhes as respostas diretamente (PONTE, 2003).

Ponte et al. (1997) ressaltam os diversos fatores que incidem na dinâmica da aula de matemática tais como: as tarefas matemáticas propostas pelo professor, as concepções, atitudes, conhecimentos e experiência dos alunos em relação à Matemática e à escola, os fatores referentes ao contexto escolar e social e finalmente, o próprio professor. Sendo assim, a investigação em sala de aula e a atividade do aluno não é garantida pela apresentação da tarefa nem por ela mesma, mas depende também da interação e intervenção do professor e do contexto social da turma, como bem destaca Ernest (1996).

O professor em uma aula investigativa assume diversos papéis: desafiar os alunos, avaliar o progresso deles, raciocinar matematicamente, apoiar seu trabalho dos alunos e promover reflexões, fornecer e recordar informação (PONTE et al., 1998; PONTE; BROCARDO; OLIVEIRA, 2003).

A investigação na sala de aula pode ser desencadeada e assim permanecer com a intervenção do professor. Porém se os alunos não tiverem apoio e acompanhamento do professor, pode-se iniciar a exploração e não prosseguir para as demais etapas.

A interação professor-aluno parece ser fundamental para o êxito da investigação matemática ou mesmo das aulas exploratório-investigativas na sala de aula e concordando com Ponte, Brocardo e Oliveira (2003), quando referem-se a Burton (1984), as tarefas de exploração e investigação implicam em uma mudança no papel do professor, que passa de responsável pelo que os alunos aprendem e realizam para ser um "recurso" dos alunos, em outras palavras, o professor não delimita precisamente o que os alunos podem aprender e como isto ocorrerá, mas os apóia fornecendo elementos necessários para sua aprendizagem; "envolve também uma mudança no poder do professor que deixa de ter o controle sobre as respostas, sobre os métodos aplicados pelos alunos e sobre a escolha dos conteúdos de cada aula" (ERNEST, 1996, p. 31).

Isto nos leva a refletir que nas etapas da investigação matemática na sala de aula podemos incluir *os momentos de elaboração/seleção/adaptação/preparação da tarefa pelo professor*. O que implica em considerarmos que para tanto, ele mobilizará conhecimentos de naturezas diversas, como as três categorias de conhecimento do professor (SHULMAN, 1986) cujos referenciais teóricos fundamentam nossa pesquisa, além de conhecimento dos alunos, da escola, dentre outros. Para que o professor possa se constituir nos papéis que lhe são requisitados numa aula investigativa, este deve vivenciar, em momentos de sua formação, experiências de caráter investigativo, exploratório, problemas ou exercícios; para que possa compreender os processos cognitivos e metacognitivos envolvidos em cada uma delas.

Concordamos com Coelho (2005, p. 37) que busca em Wheelerl (1981) “uma peculiar conexão entre ensinar e aprender” que defende que os professores “teriam que se tornar estudantes de aprendizagem, não meramente práticos dela”. Para Coelho (2005) é importante que o professor de Matemática tenha encontros com seus pares onde possa discutir os caminhos encontrados na resolução de problemas de Matemática. O mesmo estendemos para a exploração-investigação matemática.

De acordo com Cunha (2000, p. 3), diversos fatores devem ser levados em consideração pelo professor na seleção, organização e criação de tarefas: os alunos aos quais a tarefa se destina, à forma como eles aprendem Matemática e o conteúdo envolvido. Em outras palavras deve-se considerar se as tarefas (a) “são representativas dos conceitos e dos processos que lhe são subjacentes; (b) são relevantes em termos dos currículos existentes; (c) transmitem aos alunos a idéia de que a Matemática é um corpo de conhecimentos em constante mudança e evolução; (d) permitem que os alunos desenvolvam aptidões e automatismos apropriados”. Além disso, a referida pesquisadora alerta que devemos levar em conta os interesses, as predisposições, as experiências e as diferenças cognitivas existentes entre os alunos.

Christiansen e Walther (1986) destacam as mudanças que cabem ao professor perante a exploração-investigação matemática: a necessidade de distribuição dos diferentes tipos de atividades, a alteração de suas próprias ações e da seqüência de ensino e as formas pelas quais ele é um mediador. Ponderam, entretanto, que “os problemas de implementação estão fortemente ligados às dificuldades dos professores em corresponder às exigências e intenções de aumentar o peso da autodireção e autodeterminação na atividade de aprendizagem dos alunos” (p. 4).

Apesar dos muitos pontos favoráveis à presença da exploração-investigação matemática na sala de aula, Ponte (2003) indica alguns argumentos contrários à utilização das tarefas de exploração e investigação: (i) o desinteresse dos alunos por este tipo de tarefas; (ii) as dificuldades dos alunos nestas tarefas; (iii) conceitos e procedimentos são pré-requisitos para estas tarefas; (iv) a diferença de interesses, atividades e dedicação dos alunos da educação básica e dos matemáticos profissionais.

Este mesmo pesquisador, responde a esses argumentos. Para o primeiro, ele entende que é função do professor captar a atenção dos alunos através de perguntas, observações e desafios. Passos et al. (2005a) trouxe estas evidências quando apresentou os resultados de uma investigação com alunos de uma escola pública brasileira que não tinham experiência com tarefas investigativas, quando foi percebido que a atividade exploratório-investigativa despertou o interesse de alunos que rotineiramente não apresentavam grande envolvimento com as aulas de matemática.

Para o segundo argumento, Ponte (2003) também entende que se os alunos não sabem fazer investigações, pode ser uma oportunidade para aprender, e esta é a função do professor. Tanto na Educação Infantil quanto na Formação de Professores entendemos que as tarefas exploratório-in-

vestigativas podem colaborar no desenvolvimento de hábitos educativos que dêem autonomia ao aluno na construção de conceitos e conhecimentos matemáticos, tomando decisões perante uma dada situação.

Ponte (2003) discorda do terceiro argumento, pois este pesquisador, com o qual concordamos, acredita que os conceitos e procedimentos básicos podem ser aprendidos ao mesmo tempo em que a atividade se desenvolve, sendo esta significativa.

Quanto ao quarto e último argumento, Ponte (2003) fundamenta-se em Hadamard (1945):

> Entre o trabalho do aluno que tenta resolver um problema de geometria ou de álgebra e o trabalho de criação, pode-se dizer que existe apenas uma diferença de graus, uma diferença de nível, tendo ambos os trabalhos uma natureza semelhante. (PONTE, 2003, p. 13).

Em nosso entendimento, outro argumento que pode ser dificultador para a investigação matemática na sala de aula é o tempo gasto para suas realizações (PASSOS et al., 2005a).

Contudo, cada professor somente poderá ver as potencialidade, as vantagens, as dificuldades, os obstáculos e até o alcance da exploração-investigação matemática em sua prática docente, a partir do momento que se dispuser a experimentar e refletir sobre os fatos que se sucederem.

O aprender a realizar tarefas abertas, não diretivas, a levantar hipóteses, a discutir e a argumentar, são processos que não garantem o envolvimento e a interação dos alunos de imediato nem tampouco necessariamente o êxito da proposta feita pelo professor. Porém, a incorporação dessas atividades, pouco a pouco nas aulas de matemática, apresentará melhoria na sua implantação e no seu desenvolvimento. Em outras palavras, a construção de conhecimentos pelos próprios professores a partir de sua ousadia em experimentá-las, pode de fato, torná-las presentes no ensino de Matemática em todos os níveis.

A perspectiva de inquirição na sala de aula, em tarefas exploratórias-investigativas ou na resolução de problemas, favorece e contempla a interação em grupo e os registros escritos, sendo estas uma de suas potencialidades formativas. Por outro lado, pode ser uma das primeiras dificuldades encontradas. Acreditamos, entretanto, que a insistência nestas metodologias pode minimizar as dificuldades e despontar em novas aprendizagens que vão além do conhecimento estritamente matemático.

Enfim, a investigação matemática na sala de aula pode contribuir para uma visão falibilista da matemática, pois de acordo com Ernest (1996, p. 31):

> O que é também necessário é que através das experiências na sala de aula se passe uma visão evolutiva ou falibilista da matemática. Isto retira ênfase à unicidade e

> à correção de respostas e métodos, e em vez disso centra-se no indivíduo como criador ativo do conhecimento e na natureza temporária das suas criações.

## 4.6 A investigação matemática e os documentos curriculares brasileiros

A formulação e a resolução de problemas são entendidas como uma parte fundamental da matemática e consideradas como atividade acessível a todos, e com importantes conseqüências para a educação (ERNEST, 1996, p. 28). Dentre estas conseqüências, Ernest (1996, p. 28) indica que, então, a matemática escolar deve estar relacionada fundamentalmente com a elaboração e resolução de problemas, que o currículo de matemática deve reservar lugar central para a inquirição e investigação e expressar, explicitamente, a matemática como uma construção falível e em permanente construção.

Estas afirmações concordam com as propostas enunciadas nos documentos brasileiros que oficialmente norteiam o currículo de matemática, como os Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Fundamental (PCN) (BRASIL, 1998a), o Referencial Curricular Nacional para a Educação Infantil (RCNEI) (BRASIL, 1998b) e o Referencial Curricular Nacional para o Ensino Médio (RCNEM) (BRASIL, 1999). Nesses documentos a resolução de problemas é considerada como ponto de partida para a atividade matemática e como eixo articulador do processo de ensino e aprendizagem desta disciplina (BRASIL, 1998a).

Sendo assim, os princípios norteadores de tais documentos valorizam a Matemática como um meio para garantir o desenvolvimento de diversas capacidades: "observação, estabelecimento de relações, comunicação (diferentes linguagens), argumentação e validação de processos e o estímulo às formas de raciocínio como intuição, indução, dedução, analogia, estimativa" (BRASIL, 1998a, p. 56).

Os Parâmetros Curriculares Nacionais para os terceiros e quartos ciclos do Ensino Fundamental também afirmam que:

> Resolver um problema pressupõe que o aluno: (a) elabore um ou vários procedimentos de resolução (como realizar simulações, fazer tentativas, formular hipóteses), (b) compare seus resultados com os de outros alunos, (c) valide seus procedimentos (BRASIL, 1998a, p. 40).

A resolução de problemas nos documentos curriculares brasileiros tem uma ênfase muito próxima à investigação matemática, compreendidas na perspectiva da inquirição, onde o questiona-

mento, a colocação de problemas, o levantamento de hipóteses e sua validação parecem ser elementos comuns. Isto vai ao encontro da literatura de educação matemática, ao indicar uma matemática escolar voltada à construção de um currículo e não à sua mera execução; à uma matemática escolar que não visa estritamente o ensino de técnicas, procedimentos e fatos, mas que valoriza a matemática como uma construção humana e social e não como uma atividade reservada a poucos e isolados indivíduos.

De acordo com Ponte, Brocardo e Oliveira (2003, p. 135)

> Os PCN apoiam-se numa discussão sobre o conhecimento matemático, que é apresentado como resultado de uma construção humana, em interação com os contextos natural, social e cultural. O documento sublinha a importância de processos heurísticos, da criatividade e do sentido estético na criação do conhecimento matemático. Pondo em paralelo o caráter indutivo e dedutivo da Matemática.

Estes mesmos pesquisadores ressaltam nesses documentos a declaração de que

> A partir da observação de casos particulares, as regularidades são desvendadas, as conjecturas e teorias matemáticas são formuladas. Esse caráter indutivo é, em geral, pouco destacado quando se trata da comunicação ou do ensino do conhecimento matemático. O exercício da indução e da dedução em Matemática reveste-se de importância no desenvolvimento da capacidade de resolver problemas, de formular e testar hipóteses, de induzir, de generalizar e de inferir dentro de uma determinada lógica (BRASIL, 1998a, p. 26)

Apesar deste documento (BRASIL, 1998a) referir-se ao segundo ciclo do Ensino Fundamental, consideramos que as habilidades a serem desenvolvidas nos alunos devem ter seus primórdios na Educação Infantil, respeitando-se os limites de desenvolvimento e interesse da criança. Parece-nos ser plausível que a afirmação:

> a Matemática pode dar sua contribuição à formação do cidadão ao desenvolver metodologias que enfatizem a construção de estratégias, a comprovação e justificativa de resultados, a criatividade, a iniciativa pessoal, o trabalho coletivo e a autonomia advinda da confiança na própria capacidade para enfrentar desafios (BRASIL, 1998a, p. 27)

possa fazer parte do ensino de matemática desde a Educação Infantil. E sem dúvidas pode estar na formação de professores que ensinam matemática.

O RCNEI (BRASIL, 1998c) ressalta a importância do trabalho que contemple a comunicação de idéias, de hipóteses, de processos utilizados e de resultados encontrados em situações-problemas. Mesmo sem a referência às explorações ou investigações matemáticas, os processos citados na linha anterior são convergentes com as possibilidades exploratório-investigativas na Educação Infantil.

Não pretendemos que o professor utilize de forma moldada a investigação matemática nas suas aulas, uma vez que as vivências com essa metodologia e abordagem no ensino de matemática são conquistas que poderão ser inseridas nas salas de aula após a vivência ou apreensão pelo professor. No entanto a atitude investigativa e questionadora pode estar nas relações de ensino e aprendizagem do professor da Educação Infantil. Entretanto, conforme veremos no capítulo seguinte, o ensino de geometria tradicionalmente não têm estes aspectos, apesar dos diversos pesquisadores que citaremos, com os quais concordamos, perceberem estreita ligação entre a exploração-investigação matemática o ensino de geometria.

# 5 *Ensino de geometria*

Neste capítulo, na Seção 5.1 buscamos evidenciar o lugar ocupado pela geometria no currículo escolar tendo como referência pesquisadores na área de Educação Matemática. Ainda, evidenciaremos as possibilidades do ensino de geometria a partir da exploração-investigação matemática. Posteriormente, na Seção 5.2, discutimos as possibilidades de trabalho e entendimento do campo da geometria voltado para a Educação Infantil, especificamente à faixa etária de seis anos.

## 5.1 O lugar no currículo

O ensino de geometria tradicionalmente não tem a mesma ênfase no campo da matemática como a aritmética, por exemplo. Muitos autores (PAVANELLO, 1993; LORENZATO, 1995; NACARATO, 2000; PASSOS, 2005) têm alertado para o seu esquecimento, o que parece não ser exclusividade da realidade brasileira.

Os pesquisadores portugueses Veloso e Ponte (1999, p. 1–2) afirmam que a geometria ocupa espaço central nas preocupações educativas e que mesmo depois da última reforma curricular, o espaço da geometria "consistiu numa justaposição de tópicos tradicionais com muito pouco de inovador", havendo inclusive divergências em relação aos tópicos que devem ser incluídos, apesar da valorização quanto ao aspecto metodológico, em relação à experimentação e dedução. Estes pesquisadores atribuem este fato principalmente devido à maioria dos professores de Matemática daquele país pertencerem à uma geração que, enquanto alunos, "tiveram a vida escolar caracterizada por grande recessão no ensino da geometria" (VELOSO; PONTE, 1999, p. 2).

A pesquisadora Gálvez (1996, p. 249-250), ao investigar quais temas de geometria estavam incluídos nos programas oficiais para a escola primária mexicana a partir de textos e programas, avaliou que "não se ensinava Geometria" de forma a contribuir para o desenvolvimento dos alunos no que diz respeito ao domínio de suas relações com o espaço, mas que o ensino da Geometria se reduzia ao conhecimento de uma "coleção de objetos" definidos como se fossem parte de "um saber cultural" dos alunos em oposição ao saber funcional. Esta autora esclarece que o saber cultural é

entendido como a possibilidade de se expôr o que se sabe, porém este saber não pode ser recorrido com a finalidade de se resolver um problema, o que é próprio do saber funcional.

Educadores matemáticos brasileiros também creditam o abandono do ensino da geometria no currículo escolar ao Movimento da Matemática Moderna e acrescentam ainda o despreparo do professor com relação aos conteúdos geométricos e seu desenvolvimento (NACARATO; PASSOS, 2003).

No Brasil, enfaticamente na década de 90, temos pesquisas que demonstram e discutem a posição e o abandono da geometria na Educação Básica. Destas pesquisas, destacamos Pavanello (1993) que afirma o abandono principalmente depois da Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional de 1972 (Lei n$^o$ 5692/71). De acordo com a autora, essa lei permitia ao professor liberdade sobre os programas das disciplinas. A autora analisa o desenvolvimento do ensino e da geometria no século XX à luz das mudanças sociais, políticas e econômicas da sociedade brasileira que ecoaram na educação brasileira daquele período bem como a influência de idéias pedagógicas francesas e americanas.

Pavanello (1993) faz um retrospecto do ensino da Matemática desde o início do século XX, onde ele tinha um caráter utilitarista em uma sociedade com o predomínio de analfabetos, com o ensino secundário, elitista, geralmente privado, cuja finalidade era para o acesso ao ensino superior. Os professores neste período eram profissionais liberais ou tinham uma formação autodidata. De acordo com esta pesquisadora, o aumento do interesse pela difusão da escola primária deu-se com o objetivo de atender aos interesses eleitoreiros, uma vez que aos analfabetos não era permitido o voto. Isto acarretou a divulgação de obras com caráter metodológico e psicológico na década de 20.

Posteriormente, na década de 30, com a reestruturação do ensino superior, a criação do Ministério da Educação e Saúde, o Manifesto dos Pioneiros da Escola Nova, a criação das Universidades de São Paulo e do Rio de Janeiro e a Reforma Francisco Campos, a matemática que era dividida em suas áreas (álgebra, aritmética, geometria e trigonometria), sem integração nem vínculos, passa a ser Matemática, ministrada por apenas um professor. Procurava-se no campo da geometria iniciar pelas explorações intuitivas (PAVANELLO, 1993).

Na década de 40, com a necessidade de qualificação do trabalhador urbano, o ensino secundário passou a ser visto com um modo de ascensão social por algumas camadas sociais. Nesta década, o curso ginasial foi reduzido em um ano, passando para 4 e o secundário, de 2 para de 3 anos e é dividido em clássico e científico. A geometria é tratada de forma intuitiva nas duas primeiras séries do ginasial e nas duas últimas, de maneira dedutiva. Ela consta de todas as séries do secundário. O programa de matemática foi considerado muito longo em virtude do tempo para sua execução e meramente formal (PAVANELLO, 1993). Miguel, Fiorentini e Miorim (1992) complementam que a

geometria presente neste período anterior ao Movimento da Matemática Moderna (que ocorreria na década de 60), tinha seu ensino marcado pela forma rigorosa e quase sempre axiomático-dedutiva e inspirava-se nos *Elementos* de Euclides, apesar de já se denotar preocupação de alguns autores de livros didáticos em torna-lá com estilo mais ameno.

Segundo Pavanello (1993), os anos que se seguem trazem modificações não destacáveis. Em 1951, ocorre a elaboração de novos programas, adequando-os ao tempo disponível para sua execução, o que foi feito pelo Colégio Pedro II, no Rio de Janeiro. A geometria, neste caso, não consta na segunda série do ginásio e concentra-se no primeiro ano do secundário, reservada à etapa final. Nas séries do ginasial, mantém-se o ensino quase que exclusivamente prático e indutivo, mesmo com a introdução da dedução, das justificações, provas e demonstrações ainda neste nível. De acordo com a autora, o término da década de 50 é marcado pela falta de professores devido à expansão da escola.

O Movimento da Matemática Moderna, na década de 60, tem influência significativa no ensino da geometria que passa a utilizar a linguagem da teoria dos conjuntos e desta maneira passa a figurar nos livros didáticos (PAVANELLO, 1993) . Esta pesquisadora afirma que "não existe qualquer preocupação com a construção de uma sistematização a partir das noções primitivas e empiricamente elaboradas" (p. 13).

Em síntese, Miguel, Fiorentini e Miorim (1992, p. 48) reafirmam que

> com o movimento modernista, os conteúdos geométricos deixam de ser vistos como potencialmente ricos quer pelo seu valor cultural quer pela sua capacidade instrínseca de possibilitar a percepção, organização e sistematização da experiência espacial dos estudantes (...) mas passam a desempenhar papel de meios, úteis mas não indispensáveis para a construção e desenvolvimento das estruturas mentais básicas da inteligência.

Miorim (1998, p. 114), em relação à organização da Matemática moderna, afirma que esta

> baseava-se na teoria dos conjuntos, nas estruturas matemáticas e na lógica matemática. Esses três elementos foram responsáveis pela "unificação" dos campos matemáticos, um dos maiores objetivos do movimento. Para isso enfatizou-se o uso de uma linguagem matemática precisa e de justificações matemáticas rigorosas. Os alunos não precisariam "saber fazer", mas, sim, "saber justificar" por que faziam. A teoria dos conjuntos, as propriedades estruturais dos conjuntos, as relações e funções, tornaram-se temas básicos para o desenvolvimento dessa proposta.

Em acréscimo, na década de 60, o caráter utilitário e instrumental da matemática e da geometria são preconizados pelas Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (Lei n$^o$ 4024/61). Ocorre também a exigência da abordagem das transformações no ensino da geometria, assunto esse que muitos professores não dominavam e passaram a não ensinar a geometria nem de uma forma nem de outra (PAVANELLO, 1993).

O movimento modernista teve forte penetração na prática pedagógica (MIORIM, 1998) porém Miguel, Fiorentini e Miorim (1992) salientam o caráter difuso e diversificado desse movimento que pelas influências americana, que enfatizava aplicações e abordagem mais intuitiva, e francesa, com ênfase no rigor e na dedução, adquiriu um caráter eclético, além de influência de forças internas como o tecnicismo, conforme referencia estes pesquisadores a Beatriz D'Ambrósio (1988). Este caráter não unificado também prevaleceu nos livros didáticos, onde cada autor(es) apresentava sua leitura dos aspectos teóricos da Matemática Moderna considerando ainda, suas experiências pedagógicas (MIORIM, 2005).

Em 1971, a nova Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (Lei n$^o$ 5692/71) concede autonomia aos professores para elaborarem os programas de acordo com os seus alunos. Desta forma, muitos professores das quatro primeiras séries do primeiro grau (atual séries iniciais do Ensino Fundamental) passam a excluir a geometria, focando apenas na aritmética e noções de conjuntos. O ensino de geometria acaba ficando para o segundo grau, mas nem sempre acontecia (PAVANELLO, 1993). No ensino superior, a autora afirma que a introdução das Licenciaturas Curtas que também não davam condições referentes aos conteúdos para os futuros professores, mesmo para aqueles que complementavam seus estudos nas habilitações posteriores. Além disso, houve um aumento do número de alunos em sala de aula com o rebaixamento salarial dos professores e a conseqüente procura pelo aumento da carga horária de trabalho. Essa pesquisadora afirma que a dualidade passa a ser " 'escola onde se ensina a geometria' (escola da elite) x 'escola onde não se ensina a geometria' (escola do povo)" (p. 15); sendo as primeiras as privadas e as segundas, as públicas.

Ao analisarem a tendência atual do ensino da álgebra e da geometria no Brasil, Miguel, Fiorentini e Miorim (1992, p. 50) à epoca de seu artigo, afirmam que o

> "retorno" à Geometria não consiste nem na retomada pura e simples da Geometria euclidiana, na sua abordagem clássica, nem na reafirmação do papel que ela desempenha no currículo escolar dos períodos anteriores; mantém-se sobretudo, conceitos e propriedades fundamentais próprios da Geometria euclidiana numa abordagem inicial que privilegia os aspectos intuitivos e experimentais, aproximando-se, gradativamente, para deduções locais daquelas proposições mais fundamentais. Além, disso, a Geometria tende a desempenhar, cada vez com mais freqüência, um papel subsidiário na construção de conceitos e na visualização de propriedades aritméticas e algébricas.

O ensino de geometria que privilegia aspectos intuitivos num primeiro momento é evidente na Proposta Curricular para o Ensino de Matemática (SãO PAULO (ESTADO), 1988) destinada ao 1$^o$ grau (atual Ensino Fundamental) do Estado de São Paulo. Este documento, ao referir-se aos conteúdos e sua abordagem, declara que:

> Pode-se estudar geometria tendo como meta primordialmente a aprendizagem da lógica, da organização do conhecimento, partindo-se de pontos, retas e planos para

> somente ao final do percurso tratar de objetos tridimensionais. Pode-se ainda considerar o eixo para o ensino da geometria o estudo de certas classes de transformações e das propriedades que elas preservam, desde as mais gerais que são as topológicas até as mais específicas que são as métricas, passando pelas propriedades projetivas. Ou pode-se partir da manipulação dos objetos, do reconhecimento das formas mais freqüentes, de sua caracterização através das propriedades, da passagem dos relacionamentos entre objetos para o encadeamento de propriedades, para somente ao final do percurso aproximar-se a uma sistematização. Aqui a opção pelo último percurso citado se evidencia desde os primeiros contatos. (p. 11)

Deste modo entendemos que este documento do final da década de 80, indica que abordagem da geometria no ensino não seja a euclidiana, tampouco uma abordagem que tenha ênfase nas transformações, mas que valoriza o caráter intuitivo, como premissa para se chegar à caracterização dos objetos e às suas propriedades, para finalmente, em última etapa, buscar-se uma sistematização.

E, este caráter intuitivo permanece nas orientações atuais (BRASIL, 1997), cujo enfoque é voltado para a exploração de objetos do mundo físico, de obras de arte, que permitam a conexão da matemática com as outras áreas do conhecimento. Nesta obra, a geometria é entendida como um meio pelo qual o indivíduo desenvolve um tipo especial de pensamento que lhe permite descrever, compreender e representar, organizadamente o mundo em que vive. Salienta-se ainda que as noções geométricas contribuem para a aprendizagem de números e medidas pelo estímulo a observação, à percepção de semelhanças e diferenças e à identificação de regularidades.

Outras pesquisas também alertam para o descuido e a ausência do ensino da geometria no currículo da educação básica. Destacamos Lorenzato (1995) que relaciona a ausência do ensino da geometria a duas principais causas: a primeira é a falta de conhecimentos geométricos do professor necessários à prática pedagógica e, a segunda, refere-se à forte influência do livro didático, que à época de seu artigo não apresentavam a geometria ligada à realidade nem com conexões na própria matemática, mas restrita a fórmulas, definições e propriedades.

Não apenas na década de 90, mas na década subseqüente, os autores convergem na afirmação do descuido quanto ao ensino de geometria na Educação Básica e ao desconhecimento do professor quanto aos conteúdos geométricos. Isto vai ao encontro de nossas preocupações e os testemunhos de nossa experiência docente.

Nacarato (2000), em sua tese de doutorado, cuja opção metodológica foi a pesquisa-ação, questionou quais saberes curriculares, reflexões e conflitos são produzidos por um grupo de cinco professoras de primeira e segunda séries do Ensino Fundamental envolvidas num processo simultâneo de aprender Geometria e de tentar ensiná-la. Em tal trabalho a autora afirma a não-valorização do ensino da Geometria em duas professoras participantes e a insegurança revelada pelas demais. Considerou a prática pedagógica das professoras como o ponto de partida e o ponto de chegada do

processo reflexivo ao qual a formação continuada foi concebida, possibilitando uma ressignificação da educação continuada pela pesquisadora e uma ressignificação dos conceitos geométricos pelas professoras.

Curi (2004, p. 52), ao analisar os cursos de formação de professores polivalentes no Brasil, referindo-se a Tanuri (2000), afirma que, desde a criação do Curso Normal até a sua extinção por força da LDBEN 5692/71, os conteúdos matemáticos que deveriam ser ensinados aos estudantes no curso de formação para professores eram: "as quatro operações fundamentais com números naturais e racionais na forma fracionária, algumas noções de medidas, de proporcionalidade, incluindo porcentagem, regra de três e juros", sendo muito próximos do que era ensinado no curso primário, atual primeiras séries do Ensino Fundamental, campo de trabalho do professor polivalente. Desta forma, percebe-se que a formação tinha em seu currículo os conteúdos matemáticos semelhantes àqueles que o professor utilizaria em suas aulas. Percebemos também que a geometria não é citada nos referidos conteúdo citados, o que indica que tanto a formação quanto o ensino não teriam preocupações com esta área da matemática. A geometria aparece na formação profissional juntamente com a trigonometria, no segundo ano do Curso Normal (CURI, 2004, p. 53).

Veloso (1999, p. 18) considera que os principais traços negativos do ensino tradicional ainda são dominantes. Para o autor "a situação atual é desastrosa". A geometria quando presente muitas vezes fica em uma "posição isolada, de verdadeiro *gueto* [...] onde existe a matemática e... a geometria! [...] a geometria como 'ilustração' ou a geometria como 'pretexto" '(p. 20). Um outro aspecto indicado pelo autor como 'mau-hábito' é considerar uma ordem supostamente lógica para apresentar os objetos geométricos, passando do simples para o complexo; partindo-se do ponto para a reta, depois passando pelas figuras planas e por fim, do plano para o espaço. Desta forma, a geometria, quando presente no ensino parece ser exclusivamente euclidiana, com caráter axiomático, onde os conhecimentos são vistos de forma hieráquica.

> Para muitos alunos, a geometria não passa disso: pontos, retas, posições relativas das retas, ângulos, tipos de ângulos, triângulos, quadriláteros, tipos de quadriláteros, planos, posições relativas de planos, e assim por diante... [...] a experiência mostra que quando os programas têm por base e estrutura essa "pequena geometria" acabam por tomar como objetivo a aprendizagem desses nomes, desses fatos e dessas técnicas instrumentais (coordenadas e vetores), quedando-se por aí. E como esses nomes, fatos e técnicas não têm significados em si mesmos, nenhuma geometria é realmente aprendida (VELOSO, 1999, p. 31).

Segundo Passos (2005), para muitos professores que ensinam matemática nos primeiros ciclos do Ensino Fundamental (professor polivalente) "ainda não está claro qual a importância do ensino da geometria ou mesmo quais conteúdos devem ser selecionados. As dúvidas também são apontadas quanto à metodologia que deve ser utilizada e à avaliação dos alunos." (p. 30).

Em contrapartida à posição dada à geometria nos currículos, Abrantes (1999, p. 53), referindo-se a Freudenthal (1973), afirma que a geometria deve estar essencialmente relacionada à compreensão do espaço pela criança, para aí viver, relacionar-se, conquistar, explorar. Enfatiza, então, a ligação da geometria com as tarefas exploratório-investigativas:

> Fazendo apelo à intuição e à visualização e recorrendo, com naturalidade, à manipulação de materiais, a geometria torna-se, talvez mais do que qualquer outro domínio da Matemática, especialmente propícia a um ensino fortemente baseado na realização de descobertas e na resolução de problemas, desde os níveis escolares mais elementares. Na geometria, há um imenso campo para a escolha de tarefas de natureza exploratória e investigativa, que podem ser desenvolvidas na sala de aula, sem necessidade de um grande número de pré-requisitos e evitando, sem grande dificuldade, uma visão da matemática centrada na execução de algoritmos e em "receitas" para resolver exercícios-tipo.

A valorização da geometria no currículo é indicada por muitos argumentos: a grande variedade de objetos e situações e sua ligação com situações da realidade; o envolvimento com problemas de diversos tipos, quer com a própria geometria ou com outros domínio da matemática; é possível através de atividades investigativas usar aspectos essenciais da natureza da matemática bem como de aspectos da história da matemática e sua evolução, em qualquer nível de escolaridade ou desenvolvimento (ABRANTES, 1999).

Neste sentido, a geometria é entendida como um campo que privilegia a valorização de descobertas. De acordo com Veloso (1999, p. 31)

> Há, portanto que *inventar* uma nova abordagem do ensino da geometria. Tomando como premissa que os dois pilares em que assenta a aprendizagem da matemática são a experiência matemática e a reflexão sobre essa experiência, e aceitando, de acordo com essa premissa, que devem ser valorizadas as atividades de exploração e de investigação na sala de aula.

Nesta linha de pensamento, o autor afirma que a dedução não deve estar presente apenas nos últimos anos da escolaridade e nem a intuição ser reservada para apenas os primeiros, ambas devem estar presente ao longo de toda a escolaridade, considerando a maturidade matemática do aluno.

Abrantes (1999, p. 53) também indica os aspectos da investigação matemática pertinentes à natureza da própria matemática: "formular e resolver problemas, fazer conjecturas, testá-las, validá-las ou refutá-las, procurar generalizações, comunicar descobertas e justificações, tornam-se processos naturais". Estes processos têm incidido em um envolvimento significativo, autônomo e ativo dos alunos.

Acreditamos nessa perspectiva de ensino da geometria a partir da exploração-investigação matemática, onde a exploração, a descoberta, a sistematização e a socialização dos resultados são processos que podem estar em qualquer nível de escolaridade. Sendo possível desta forma a aproximação

entre a geometria, do espaço que o indivíduo percebe e manipula ao espaço que é representado na mente das pessoas.

A perspectiva do ensino da geometria com caráter exploratório-investigativo é coerente com a necessidade da formação matemática para todos os alunos. De acordo com Veloso (1999, p. 18):

> a formação matemática — *para todos os alunos* — terá como finalidade a compreensão da natureza da Matemática. Essa compreensão atinge-se através de uma experiência matemática intensa e variada, e da reflexão sobre essa experiência. Essa experiência e reflexão devem incidir nomeadamente sobre (a) a história da matemática; (b) os seus processos próprios de desenvolvimento — modelação matemática, procura de invariantes, descoberta de conexões dentro da matemática e utilização da analogia, generalização e abstração; (c) as suas caraterísticas como ciência — o papel da intuição e da dedução em matemática, a importância e caráter das definições e da demonstração, e a estrutura axiomática.

Tendo como referência os autores estudados, acreditamos que há um longo percurso, porém urgente e necessário, no sentido de se garantir ações que possam proporcionar momentos de aprender e ensinar geometria tanto para os alunos da educação básica quanto para os professores.

Até o presente momento, esta seção esteve voltada aos movimentos históricos no ensino de matemática que de certa maneira deram lugar ou facilitaram o abandono do ensino da geometria. Também evidenciamos, contrariamente, por diversos pesquisadores que a geometria é um campo aberto de possibilidades para a exploração-investigação matemática, e concordando com Passos (2005) que a geometria é a parte da matemática ligada à realidade, mais intuitiva e concreta. Entretanto, apesar de estar ligada à realidade, ter aspectos concretos e intuitivos, este campo da matemática não se faz apenas pela percepção e observação livres nem tampouco por simples explorações cotidianas do indivíduo em seu meio. Ao contrário, conforme salienta a pesquisadora ora referida, é necessário a escola proporcionar atividades que levem a criança a "investigar, experimentar e explorar" (p. 17) objetos do cotidiano ou materiais físicos específicos para o ensino de geometria.

Nacarato e Passos (2003) defendem o trabalho simultâneo com o objeto, o conceito e o desenho no ensino da geometria. Além desses aspectos tais pesquisadoras também ressaltam a importância da visualização e da representação para a formação do pensamento geométrico. Contudo é relevante dizer que a representação do espaço não é simplesmente perceptível e de fácil leitura a partir do ambiente, mas é construída pela interpretação, manipulação e interação com o meio de acordo com Piaget e Inhelder (1977) citados por Passos (2005).

Ao tratarmos dos elementos *objeto*, *conceito*, *desenho* utilizamos as idéias defendidas por Pais (1996, 2006) quando trata do interesse didático destes três elementos e do quarto elemento — *imagem mental* — como recursos didáticos auxiliares e representativos do processo de construção dos conceitos geométricos planos e espaciais.

Ao referir-se ao termo *objeto*, Pais (1996) o entende como sendo "os materiais didáticos ou modelos físicos para o ensino da geometria" (p. 67). Este referido pesquisador salienta a necessidade do uso de tais materiais ser acompanhado de cuidadoso planejamento e fundamentação teórica, pois devido a sua natureza particular e concreta não oferecem, por si só, meios para abstração, constrastando com a generalidade e a abstração dos conceitos. Por isso, é necessário que a intervenção educativa seja planejada de maneira que possa buscar a transposição de sua própria materialidade. Conforme suas palavras "o desafio didático, neste caso, é saber como dar a continuidade didática entre o uso do material e as questões que levariam a abstração" (PAIS, 1996, p. 68), uma vez que o objeto como modelo físico contribui para a formação das idéias, porém não as substitui.

O *desenho*, por sua vez, também se assemelha ao objeto pela sua natureza concreta e particular, sendo oposto à generalidade e abstração dos conceitos, e por isso torna-se necessária como no caso dos objetos, a transposição do próprio desenho. No caso da geometria espacial, o desenho traz uma dificuldade a mais aos alunos, ao necessitarem, na representação, fazerem uso da perspectiva para representar a terceira dimensão; dificuldade esta, acentuada também pelos grafismos tradicionais utilizados nos livros didáticos, no que diz respeito à leitura das representações (PAIS, 1996, 2006).

Acreditamos que são necessárias reflexões em relação ao uso do desenho, pois como justifica Pais (1996, 2006) é um dos recursos didáticos mais fortemente consolidados no ensino de geometria e muitas vezes o aluno não tem claro que o desenho é uma representação e pode tomá-lo como o próprio objeto geométrico (NACARATO; PASSOS, 2003). Parece-nos ser relevante ressaltar que o ensino de geometria pautado somente no desenho pode levar a erros e a construções conceituais que não se referem ao conceito original, mas a criações baseadas nas impressões que o desenho, e somente ele, pode oferecer. Convém salientar também que o desenho é importante suporte na aprendizagem, mas não é imprescindível, haja visto que os portadores de necessidades especiais também podem aprender (PAIS, 2006).

A *imagem mental* associada aos conceitos geométricos é tida pelo indivíduo "quando ele é capaz de enunciar, de uma forma descritiva, propriedades de um objeto ou de um desenho na ausência desses elementos" (PAIS, 1996, 2006, p. 70, p. 99), que é obtida como conseqüência do trabalho com desenhos e objetos. E ainda de acordo com tal pesquisador, "são os objetos e desenhos que podem estimular a formação de boas imagens mentais" (*ib.*). Acrescentamos que o uso adequado e cuidadoso do desenho e do objeto podem estimular a formação de boas imagens mentais. Também, de acordo com (PASSOS, 2005, p. 37)

> Em muitas situações do dia-a-dia da sala de aula, podem ser encontrados padrões de representação de uma figura geométrica como única maneira de representar graficamente a imagem de um objeto geométrico. Tal procedimento faz com que o conceito de uma figura geométrica, por exemplo, fique restrito à posição que a figura ocupa

no plano.

Os *conceitos* são construídos pouco a pouco na dialética entre o mundo físico e a reflexão intelectual sobre este mundo. Por outro lado, o quarto elemento, o conceito, não pode ser suscetível a mudanças subjetivas, contudo cada indivíduo tem uma série de imagens mentais associadas a um único conceito, e o trabalho didático repousa entre esses dois polos interligados, o conceito e as imagens mentais que são construídas a partir do trabalho como o objeto e o desenho (PAIS, 1996).

Para exemplificar as correlações existentes entre estes quatro elementos fundamentais no ensino de geometria, Pais (1996) apresenta o seguinte esquema:

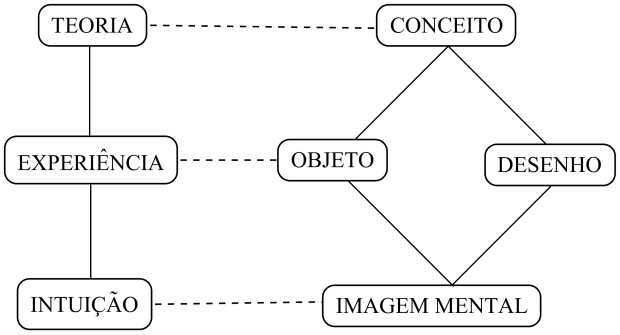



Figura 5.1: Correlações entre os elementos *conceito*, *objeto*, *desenho* e *imagem mental* (PAIS, 1996, p. 72).

Tendo em vista os parágrafos anteriores e a Figura 5.1, afirmamos que a imagem mental obtida pela evoção do objeto na sua ausência tem suas bases no nível intuitivo, enquanto que ao nível da experiência estão encontrados os elementos objeto e desenho, que permitem uma experiência matemática que parte da intuição com o destino de se chegar ao conceito, que se relaciona ao nível da teoria. Para isso, as imagens mentais que vão sendo construídas tornam possível a construção do conceito na mente do indivíduo, uma vez que este não é possível de subjetividade. E neste sentido, da intuição à teoria, passando pela experiência também é importante salientar que sob nossa interpretação, não ocorre a passagem de maneira a abandonar o(s) elemento(s) anterior(es), mas estes coexistem. Os conceitos, por sua vez, também influenciam as imagens mentais dos novos conceitos que vão sendo formados, e assim, de maneira cíclica, permitindo idas e voltas.

Na presente pesquisa, durante os encontros do grupo, a professora Guilhermina levou algumas páginas de livros que continham conteúdos geométricos retirados de livros didáticos de primeira série do Ensino Fundamental[1], datado possivelmente de vários anos atrás, os quais a professora tinha em sua casa. Esta professora tece sua crítica em relação ao uso excessivo do desenho (fala 27) e à falta de sugestões para o professor trabalhar com explorações (falas 20 e 28).

[1] Série imediatamente posterior à etapa da Educação Infantil com a qual as professoras participantes trabalhavam em 2006.

13. *G. Tinha uns livros muito velhos na minha casa. Eu fui arrancando todas as folhas que tinha geometria para ver o que é que eles falavam. E é ridículo! (risos) (com páginas de livros nas mãos)*
14. *P. Porque é ridículo?*
15. *G. Porque eram duas folhinhas assim. Geralmente duas, no máximo três. E assim...*
16. *B. Os livros é... trazem conceitos errados, muitos conceitos errados.*
17. *G. É.*
18. *B. Como tratar o chapéuzinho do palhaço como um cone.*
19. *G. Porque ele... não tem a base*[2].
20. *G. Sabe porque é que eu achei muito pobre? Não tem... Porque era o livro do professor, mas não tem por exemplo sugestões de... na prática... de exploração, o que fazer.*
21. *G. E é só isso. (Mostrando duas folhas, expondo duas páginas)*
22. *B. É.*
23. *G. Três folhinhas e acabava.*
24. *G. Olha era assim: (mostrando duas páginas) essas folhinhas.*
25. *AJ. Não explora realmente.*
26. *G. É.*
27. *L. E tudo no desenho só mesmo.*
    *(...)*
28. *G. Então, e porque é que nos livros não tem por exemplo esse tipo de sugestão? Eles não tem essa preocupação...*
29. *G. De trabalhar o concreto, sendo que nessa fase...*
30. *B. Eu já peguei uns quatro cinco e é tudo assim.*
    (4E-v1de3)

Além de os desenhos terem os limites impostos anteriormente, apesar de sua importância no ensino, ao utilizar de tais materiais, como o livro, como fonte de conhecimento, o professor poderia incorrer nos mesmos equívocos indicados por Guilhermina. É necessária a postura crítica do professor frente aos materiais educativos, como o fez Guilhermina. Para isso, o conhecimento do professor é a base para decidir no uso ou na negação dos materiais.

Em síntese, dois aspectos são importantes quando pensamos no ensino de geometria: o lugar deste campo da matemática na prática pedagógica e as maneiras de como isto pode ocorrer. Quanto ao primeiro aspecto, neste capítulo evidenciamos que historicamente a geometria não é regularmente presente na sala de aula ou no currículo escolar brasileiro. Por outro lado, diversos autores, com os quais concordamos, confirmam sua importância.

[2]Embora não seja material ou concreta, a base do cone pode ser visível dependendo da(s) imagem(ns) mental(is) que o indivíduo tem de cone e da perspectiva que ele o esteja considerando.

O segundo aspecto, em relação às maneiras de como a geometria pode estar na sala de aula, a exploraçao-investigação matemática torna-se uma opção que vai ao encontro das especifidades deste campo de estudo na Educação Básica. Neste segundo aspecto, o uso do desenho deve ser objeto de análise e reflexão pela possibilidade de se criar obstáculos ou ser facilitador no ensino e na comunicação em geometria.

## 5.2 A geometria na Educação Infantil

A criança vive em um mundo espacial, percebendo-o desta forma desde o seu nascimento. Neste mundo, em três dimensões, ela constrói suas primeiras relações como procurar alcançar os objetos à sua volta, jogar seus brinquedos e explorá-los. Porém, não é apenas pela percepção que ela aprende as relações espaciais necessárias à sua vida futura escolar ou extra-escolar. A intencionalidade do processo educativo deve proporcioná-la a exploração do esquema corporal, seu e dos demais, a organização do espaço e as primeiras noções geométricas.

A competência espacial, de acordo com Smole, Diniz e Cândido (2003a), implica na identificação das formas e objetos ao seu redor bem como a capacidade do indivíduo se orientar em um mundo de formas e com objetos que se situam espacialmente. A percepção espacial "é a faculdade de reconhecer e discriminar estímulos no espaço, e a partir do espaço, interpretar esses estímulos associando-os a experiências anteriores" (DEL GRANDE, 1994, p. 156).

A geometria na Educação Infantil, de forma resumida, objetiva "fazer com que a criança passe do espaço vivenciado para o espaço pensado" (LORENZATO, 2006a, p. 43). Nesta trajetória a aquisição do conhecimento espacial deve dar-se primeiramente pela topologia, passando para a geometria projetiva e por último ao conhecimento espacial euclidiano, em ordem inversa à da ciência Matemática — euclidiano, projetivo e topológico (LORENZATO, 2006a). Iniciando pela topologia, a esta primeira fase cabe levar a criança a vivenciar a geometria do objeto observado, desenvolvendo as noções básicas de "vizinhança, contorno, ordem, separação, continuidade" (p. 42). Na segunda fase — projetiva — as crianças começam a perceber a mudança das formas e dimensões dos objetos de acordo com o ponto de vista em que eles estão sendo observados. Algumas propriedades se alteram, outras se conservam, enquanto outras desaparecem (LORENZATO, 2006a). Na terceira fase, a euclidiana, há a percepção tanto do espaço quanto do próprio observador. Mesmo com objetos em movimento, ângulos, distâncias e formas são conservadas. Neste caso, a medição dos objetos já é possível.

Smole, Diniz e Cândido (2003a) complementam afirmando que "a percepção do espaço na criança avança em uma direção marcada por três etapas essenciais: a do vivido, a do percebido e a do

concebido" (p. 16). Para estas autoras, o espaço vivido corresponde ao espaço físico, que a criança vivencia pelo movimento e pelos deslocamentos. Este "é apreendido pela criança por meio de brincadeiras e atividades que permitam percorrer, delimitar ou organizar esse espaço" (p. 16). O espaço percebido é aquele que a criança consegue lembrar-se dele ou visualizá-lo sem ser experimentado fisicamente. No terceiro caso, o espaço concebido "surge quando existe a capacidade de estabelecer relações espaciais entre elementos somente através de suas representações, como é o caso de figuras geométricas, mapas, plantas e diagramas" (p. 6).

A importância da percepção espacial é relevante pois a criança se utiliza desta percepção para ler, escrever, desenhar, andar e jogar (LORENZATO, 2006a). O desenvolvimento da linguagem simbólica e a necessidade de compreender o mundo, interpretá-lo e apreciá-lo são desenvolvidos também pela compreensão espacial (SMOLE; DINIZ; CâNDIDO, 2003a).

Passos (2005) reafirma a importância da percepção espacial como elemento fundamental no estudo da geometria, como habilidades necessárias e básicas para o dia a dia bem como para a atuação profissional em diversos níveis. A percepção espacial, entre elementos do espaço, sejam eles objetos físicos ou pessoas é necessária em atividades cotidianas, na interação do homem com o meio independente da idade. Exemplificamos que uma criança facilmente puxa um objeto que esteja acima de sua altura, mas ao alcance das mãos, sem ter ainda exata noção de que o objeto e outros que estejam ao seu redor podem cair sobre ela, e ela nem sempre terá condições de se proteger contra acidentes se assim o fizer; ela também rapidamente sobe em uma mureta de sua altura e fica tentando caminhar e equilibrar-se, sem ainda perceber que poderá realmente cair. Um adulto, ao estacionar um carro, tendo em vista uma vaga, rapidamente tem de calcular o tamanho do carro, da vaga e a forma de colocá-lo. Contudo não paramos para resolver estas questões, são decisões quase instantâneas que tomamos desde criança e que representam nossa interação com o meio. Neste campo, a intuição geométrica, afirmada como sendo "o modo como o indívíduo consegue dar conta de relações entre elementos, seria o "vizualizar o caminho da solução" " (PASSOS, 2005, p. 19) é presente no cotidiano humano de maneira natural e diária. Quando pensamos que iremos de nossa casa a um determinado ponto da cidade que não temos o hábito de ir, é comum pensarmos nos diversos caminhos que podemos seguir, e neste raciocínio, buscamos o que seja menor e que consigamos fazer em um intervalo de tempo também menor. Habilidades cotidianas que requerem representações do espaço, intuição geométrica, percepção espacial, acreditamos não são adquiridas pelo indivíduo apenas com o desenvolvimento físico e com o passar do tempo.

Sendo assim, as habilidades de percepção espacial são condições para uma melhor inserção da criança no mundo e nele desenvolver-se amplamente. Cabendo portanto a escola um papel essencial no desenvolvimento de tal adaptação ao mundo que a cerca. De acordo com Del Grande (1994,

p. 158), as habilidades de percepção espacial, são: coordenação visual-motora, percepção de figuras em campos, constância de forma e tamanho, percepção da posição no espaço, percepção de relações espaciais, discriminação visual e memória visual.

No que diz respeito à Matemática, o RCNEI (BRASIL, 1998c) aponta para a necessidade da instituição de Educação Infantil ajudar as crianças a melhorar as informações e as estratégias relativas ao conhecimento matemático que as crianças já trazem, originadas em situações de contagem de brinquedos, manipulação de dinheiro e organização do espaço. Também é indicado o trabalho que proporcione a aquisição de novos conhecimentos matemáticos. Neste caso, tanto para o aproveitamento do conhecimento que a criança já traz da convivência extra-escolar como o ensino de temas matemáticos requer conhecimento e vivência do professor, tanto nos aspectos específicos quanto pedagógicos.

A vivência da criança em um mundo tridimensional, permeado por relações entre ela e os demais indivíduos ou objetos não é suficiente para a aprendizagem e desenvolvimento do pensamento e raciocínio lógico-matemático. São necessárias as intervenções educativas intencionais e planejadas do adulto. De acordo com o RCNEI (BRASIL, 1998c, p. 213) as atitudes indispensáveis do adulto são: "reconhecer a potencialidade e a adequação de uma dada situação para a aprendizagem, tecer comentários, formular perguntas, suscitar desafios, incentivar a verbalização pela criança, etc".

A professora Guilhermina ressalta a importância de

> 31. *G. Iniciar a discussão de um "conteúdo" com um desafio; é importante que a criança aprenda a observar / comparar / argumentar sobre um assunto proposto;*
> (RE-4)

Neste trabalho focalizaremos o professor que trabalha com crianças da última etapa da Educação Infantil, com 6 anos ou a completar. Porém, enunciaremos os objetivos, orientações didáticas e conteúdos dos Referenciais, não somente para crianças de 6 anos, para proporcionar um melhor entendimento por parte do leitor.

Quanto aos objetivos na abordagem da matemática, para crianças de zero a três anos, no RCNEI é afirmado que:

> A abordagem da Matemática na educacão infantil tem como finalidade proporcionar oportunidades para que as crianças desenvolvam a capacidade de: estabelecer aproximações e algumas noções matemáticas presentes no seu cotidiano, como contagem, relações espaciais, etc. (BRASIL, 1998c, p. 215)

Percebemos que os objetivos parecem ter alguma clareza para quem tem algum conhecimento matemático, por exemplo, o que este documento quer comunicar com o fragmento da primeira citação acima "relações espaciais, etc."? Parece evidente que a escrita é direcionada para professores

que podem entender o que significa *relações espaciais e etc*. Não estamos interessados em fazer uma análise do material oficial aqui apresentado, mas nossa particular reflexão nos leva a dar importância considerável uma vez que ele pode estar disponível ao professor e ser considerado há uma década como referencial curricular em opção alternativa aos sumários dos livros de matemática para Educação Infantil.

Para crianças de quatro a seis anos, é indicado o aprofundamento do trabalho iniciado na faixa etária anterior e a garantia de oportunidades para:

> - reconhecer e valorizar os números, as operações numéricas, as contagens orais e as noções espaciais como ferramentas necessárias no seu cotidiano;
> - comunicar idéias matemáticas, hipóteses, processos utilizados e resultados encontrados em situações-problema relativas a quantidades, espaço físico e medida, utilizando a linguagem oral e a linguagem matemática;
> - ter confiança em suas próprias estratégias e na sua capacidade para lidar com situações matemáticas novas, utilizando seus conhecimentos prévios (BRASIL, 1998c, p. 215).

No RCNEI os conteúdos e as respectivas orientações didáticas são separados nos dois blocos etários. No caso da faixa etária de quatro a seis anos, são apresentados em blocos separados: *Números e sistemas de numeração*, *Grandezas e medidas* e *Espaço e forma*.

No bloco Espaço e Forma figuram os seguintes itens:

> - Explicitação e/ou representação da posição de pessoas e objetos, utilizando vocabulário pertinente nos jogos, nas brincadeiras e nas diversas situações nas quais as crianças considerarem necessária essa ação.
> - Exploração e identificação de propriedades geométricas de objetos e figuras, como formas, tipos de contornos, bidimensionalidade, tridimensionalidade, faces planas, lados retos, etc.
> - Representações bidimensionais e tridimensionais de objetos.
> - Identificação de pontos de referência para situar-se e deslocar-se no espaço.
> - Descrição e representação de pequenos percursos e trajetos, observando pontos de referência. (BRASIL, 1998c, p. 229).

Neste caso, já consta, de forma mais explícita, os conteúdos matemáticos relacionados às noções espaciais e formas geométricas que o professor pode utilizar-se no seu trabalho ainda na Educação Infantil. Isto requer conhecimento matemático do professor, não sendo possível, mesmo por estar em um nível mínimo de escolaridade, apenas o trabalho intuitivo. O trabalho com formas geométricas (planas ou não-planas) implica em o professor ter conhecimento destes elementos matemáticos, tanto conhecimento em relação aos conteúdos específicos, quando aos pedagógicos e curriculares.

De acordo com o RCNEI (BRASIL, 1998c, p. 230) a exploração espacial deve ocorrer em três perspectivas: “as relações espaciais contidas nos objetos, as relações espaciais entre os objetos e as relações espaciais nos deslocamentos”.

Lujan e Fini (1997) enfatizam que na pré-escola e nas séries iniciais muitos conceitos geométricos, como simetria, intersecção de figuras planas, percepção de figuras inteiras e suas partes, dentre outras, podem ser trabalhadas com materiais manipuláveis simples e de fácil confecção; e, se constituem em uma base para o desenvolvimento de outros conceitos que serão estudados futuramente.

Em síntese, na Educação Infantil, o ensino e aprendizagem de geometria e da matemática propriamente dita deve estar voltado para as relações dos sujeitos com o mundo em que ele vive, sendo relevante a percepção de semelhanças e diferenças, as explorações, justificações e argumentações de suas hipóteses. Especialmente, concordamos e destacamos a posição de Tancredi (2004) no tocante ao que é fundamental na aprendizagem de matemática, “cujo propósito principal é estabelecer relações lógicas, levantar hipóteses, tirar conclusões, confrontá-las com as idéias dos outros, argumentar, justificar, provar” (p. 44).

O intuito da Educação Infantil, na área da geometria inclusive, é estimular a criação de idéias e suas formas de expressão, provocando a criança para que ela explique e confronte suas hipóteses e argumentos, acreditando que é possível que ela busque justificativas plausíveis para suas afirmações, podendo estas serem consideradas como uma forma de prova, guardadas as devidas diferenças. Em nosso próximo capítulo, estas possibilidades tomam forma a partir das ações pedagógicas das professoras participantes em suas salas de aula, em uma trajetória de construção de conhecimentos profissionais com base na reflexão compartilhada e no contexto exploratório-investigativo presente em um curso de formação contínua de professores.

# *6 Descrição e análise dos conhecimentos revelados pelas professoras participantes*

Os dados desta pesquisa e nossa análise estão organizados tendo em vista a questão central e as questões derivadas, que novamente enunciamos a seguir:

Questão central: **Quais conhecimentos são revelados por professoras da Educação Infantil quando elas discutem sobre geometria e seu ensino em um contexto exploratório-investigativo?**

Para melhor respondê-la, delimitando nosso campo de investigação, temos as questões derivadas:

1. Quais conhecimentos as professoras revelam quando envolvem-se em atividades exploratório-investigativas com conteúdo geométrico?

2. Qual o lugar ocupado pela geometria na prática pedagógica das professoras na Educação Infantil?

3. Quais as possibilidades do uso de tarefas exploratório-investigativas no aprender e ensinar geometria?

Durante o tempo em que os dados empíricos foram constituídos, uma das primeiras revelações das professoras nos encontros do grupo está diretamente ligada ao lugar ocupado pela geometria na prática pedagógica e na formação escolar e profissional das professoras participantes. Então, organizamos a Seção — **O lugar destinado à geometria (6.1)** — nosso primeiro eixo analítico.

Neste primeiro momento apontamos as revelações ocorridas nos encontros do curso, seja por questionamentos da pesquisadora ou comentários das professoras, expressas em seus registros escritos ou em suas falas.

Nesta primeira etapa o contexto considerado não será necessariamente as tarefas apresentadas. Isto se justifica porque nesta pesquisa não contemplaremos todos os momentos do curso nem todas

as tarefas ou as atividades, e em diversos momentos as professoras participantes fizeram revelações que respondem nossa questão central ou as questões derivadas de nosssa investigação.

Nesse primeiro eixo analítico evidenciamos revelações relacionadas, principalmente, à vertente do conhecimento curricular (SHULMAN, 1986) em relação aos conteúdos de geometria. Salientamos que a reflexão sobre a experiência e a tradição pedagógica, ambas como fonte de conhecimento, ocupam lugar de destaque nesta seção. Na maioria dos momentos, em suas reflexões, as professoras se reportam ao lugar ocupado pela geometria em sua formação escolar e profissional e na prática pedagógica antes das atividades realizadas pelo grupo, ou então, denotam o conflito entre o que faziam e as novas possibilidades construídas.

Posteriormente, no segundo eixo analítico — **As atividades exploratório-investigativas e o conhecimento do professor (6.2)** — contemplamos duas das tarefas apresentadas às professoras durante o curso: *"Recortando triângulos..."* (Subseção 6.2.1) e *"Planificando embalagens"* (Subseção 6.2.2) e as atividade decorrentes. Neste caso, fizemos uma descrição e análise dos fragmentos selecionados das atividades, procurando manter, na medida do possível as falas nos diálogos nos quais elas ocorreram, sem sermos, no entanto, demasiadamente descritivas para não perder o foco de análise.

Nesse segundo eixo analítico (Seção 6.2) descrevemos e analisamos as falas (subseções 6.2.1 e 6.2.2) com vistas a evidenciar os conhecimentos revelados pelas professoras ao envolverem-se em atividades exploratório-investigativas com conteúdo geométrico em decorrência de tarefas propostas durante o curso. Teremos indícios, principalmente de conhecimento de conteúdo específico e de conhecimento pedagógico do conteúdo.

Posteriormente, ainda no segundo eixo, apresentamos uma análise transversal (Subseção 6.2.3 – *Reflexões sobre as atividades e o conhecimento do professor*) que perpasse as duas tarefas/atividades. Elencamos, neste trajeto, as seguintes categorias:

1. *Do estranhamento inicial à postura interrogativa* (6.2.3.1)

2. *A importância das tarefas no desenvolvimento da atividade* (6.2.3.2)

E finalmente, em nosso terceiro eixo analítico — **Repensando a prática pedagógica: (re)construindo conhecimentos profissionais (6.3)** — novamente não consideraremos exclusivamente o contexto das tarefas apresentadas, mas diversos momentos do curso, expressos nas falas ou nos registros escritos das professoras. Nesse eixo, os conhecimentos revelados voltam-se com mais ênfase para o conhecimento pedagógico do conteúdo e o conhecimento curricular (SHULMAN, 1986), elaborados para a prática profissional ou a partir desta. Os dados evidenciam a reelaboração do co-

nhecimento das professoras com vistas ao ensino, quando, no repensar da prática pedagógica elas refletem, reelaboram, planejam tarefas para trabalhar com seus alunos e retornam da sala de aula com novas reflexões. Alguns aspectos estarão diretamente relacionados às possibilidades da exploração investigação-matemática para o aprender e ensinar geometria enquanto outros são conseqüências das ressignificações de seus conhecimentos. Assim, apresentamos as categorias:

1. *A ressignificação de conceitos geométricos e as reflexões sobre suas práticas: o caso dos retângulos*
2. *Em busca do conhecimento pedagógico do conteúdo: primeiros desdobramentos a partir das tarefas*
3. *Construindo possibilidades para a exploração-investigação matemática na Educação Infantil*
4. *Indícios da exploração-investigação matemática na sala de aula da Educação Infantil e a tarefa do bilboquê de Guilhermina*
5. *A geometria e as noções espaciais: os registros das brincadeiras*

## 6.1 O lugar destinado à geometria

Neste eixo analítico, abrangemos o lugar destinado à geometria em dois aspectos: a geometria na formação escolar e profissional das professoras participantes e a geometria em sua prática pedagógica, e que, como peceberemos, estão relacionados de maneira bastante expressiva.

O lugar ocupado pela geometria na prática pedagógica e no currículo de Educação Infantil das professoras participantes vai ao encontro do que diversos autores (LORENZATO, 1995; PAVANELLO, 1993) sinalizam há anos — é, muitas vezes, ausente. Contudo é importante salientar que esta evidência não foi indicada pela pesquisadora em suas observações, mas na fala das professoras participantes e parece ser oriunda de um momento de reflexão sobre suas práticas.

Um dos primeiros aspectos revelados pelas professoras ao denotarem o lugar ocupado pela geometria em suas práticas foi a relação da geometria que ensinam (ou não) com aquela que esteve presente (ou ausente) em sua formação profissional.

Ao responder à questão *Por que vocês se interessaram em participar desse curso e dessa pesquisa? A expectativa e o por quê estão aqui.*, colocada pela pesquisadora no primeiro encontro, Ana Júlia indica um distanciamento da matemática com as demais disciplinas tanto em sua formação quanto em sua prática. Cabe ressaltar que Ana Júlia é a professora com mais tempo de experiência

docente do grupo, com 32 anos. Por isso ela compara a formação que tivera a das demais (fala 32). Ana Júlia não apenas refere-se à lacuna da geometria em sua formação, mas ao campo da matemática como um todo.

> 32. *AJ. (...) eu não tenho esse conhecimento recente que vocês têm, a minha bagagem é antiga. E nunca foi valorizado a matemática pra complementar as outras matérias, pra ajudar. Sempre foi colocado como uma coisa à parte, e principalmente na pré-escola, não é.*
> (1E-v2de6)

Ana Júlia entende ser possível a união da matemática, inclusive da geometria, com outras áreas como a linguagem escrita ou a linguagem oral, por exemplo (fala 33), porém, ao analisar sua prática, percebe que mantém esta separação. Esta fragmentação também é indicada por Laura e Guilhermina (falas 35 e 34) quando se referem à formação que tiveram; Guilhermina afirma que "carrega" estes traços formativos em suas práticas (fala 37), sendo corroborada por Ana Júlia (fala 36) e Bianca (fala 38) , indicando-nos que conhecimentos dos quais estas professoras se utilizam tem como uma de suas fontes a tradição pedagógica (GAUTHIER et al., 1998), constituída na maneira como aprenderam, de quando foram alunas:

> 33. *AJ. Ninguém usa a matemática, a geometria, para auxiliar na linguagem oral, no conhecimento de mundo, naquelas outras..., naquelas outras áreas, é... natureza e sociedade, e mesmo na linguagem escrita. A gente tem aqui muito separado. Eu fui... meu conhecimento, os cursos que eu fiz, os cursos antigos eram assim. Matemática era uma coisa e língua portuguesa era outra. E pra mim é muito importante, na pré-escola ter essa união. Tem vezes que eu consigo separar ainda, eu acho que eu estou dando aula de matemática. Bobagem, né. Você tem que, prá criança é tudo global né.*
> 34. *G. A gente acha que não, mas a gente tem essa mania de ficar dividindo, mas eu fui, eu estudei assim.*
> 35. *L. A gente é tudo fragmentado.*
> 36. *AJ. A minha formação acadêmica foi assim também. Uma coisa é uma coisa, outra é outra.*
> 37. *G. Quando eu estudei, era assim, e a gente carrega isso.*
> (1E-v2de6)
> 38. *B. Quando assumimos a sala sem experiências e com pouquíssimos conhecimentos apelamos em reproduzir aulas que nos foram dadas quando crianças.*
> (RE-4)

Uma crítica à sua formação profissional foi afirmada por Ana Júlia, quando leu um dos textos indicados no curso (MARTINS et al., 2002). Ela registra em seu caderno um desabafo e afirma considerar a resolução de problemas e a investigação para a construção de conhecimentos. Assim, a contrução do conhecimento de Ana Júlia teve como uma de suas fontes os saberes da ciência da

educação, que originaram de pesquisas e a partir do contato com tais pesquisas em suas reflexões ela novamente se reporta à sua formação (falas 39 a 42) e ao "peso" (falas 40 a 42) que neste aspecto a tradição pedagógica desempenhou:

> 39. *AJ. Gostei muito. Percebi como é importante a investigação, a resolução de um problema para construir conhecimento.*
> 40. *AJ. Como nós tivemos no decorrer de nossa vida escolar "coisas prontas". Por isso que eu detesto matemática.*
> 41. *AJ. Daí eu levei para a minha profissão estes vícios.*
> 42. *AJ. Nós não fomos acostumados a investigar.*
> (RE-4)

Acreditamos que não somente a tradição pedagógica possa distanciar o que elas mesmas percebem que poderiam fazer o que fazem, mas também à falta de oportunidades de problematização de sua prática. Esta análise de sua formação em confronto com as possibilidades formativas do curso também podem ser significativas para favorecer a mudança. Tal como afirmam Tancredi et al. (2005, p. 286) ao se referirem às professoras das séries iniciais do ensino fundamental que participaram de um projeto de pesquisa de formação continuada em local de trabalho:

> o modo como aprenderam matemática influi na percepção sobre como essa aprendizagem ocorre e analisar suas experiências prévias como alunas pode favorecer o estabelecimento das relações entre a própria aprendizagem, as teorias de aprendizagem aprendidas durante a formação (básica e continuada) e a condução do processo educativo.

Ao ser questionada pela pesquisadora sobre como ela faz para ensinar matemática (fala 43), Ana Júlia ressalta que sua prática (não necessariamente para crianças de seis anos) se reduzia à repetição (fala 44), à escrita de numerais e na geometria era enfatizada a nomenclatura dos entes geométricos (fala 44), a partir da geometria plana com seus elementos primitivos, pontos, retas, linha reta, linha fechada. Tópicos estes, relacionados ao ensino de estruturas matemáticas que pretenderam unificar os campos da matemática, como a teoria dos conjuntos, em função do movimento modernista ocorrido na década de 60 e que teve forte influência na prática pedagógica, sendo por isso sua superação lenta e gradual (MIORIM, 1998).

Inferimos que o ensino mecânico e repetitivo, entendido como aquele que é voltado para o domínio de regras, nomenclaturas e linguagem, em detrimento da real compreensão com vistas a realizar determinados exercícios com êxito (RANGEL, 1992 apud TANCREDI et al., 2005) já fez parte da prática de Ana Júlia, possivelmente em decorrência de sua formação.

> 43. *P. E como você fez estes anos todos pra dar aulas matemática?*

> 44. *G. (. . . ) geometria era o tal negócio, você desenha, essa aqui é linha aberta, essa aqui é linha fechada (falando o que dizia para seus alunos e acompanhando com gestos nas mãos). Copia aí no caderno. Vamos fazer uma linha fechada, pinta por dentro. (gestos) Tinha a época dos conjuntos. Correspondência biuní?*
> 45. *P. Biunívoca.*
> 46. *AJ. Biunívoca. (com gestos de não gostar) Então dava pra ver, compara quantidades né.*
> 47. *P. Ultimamente você dava conjuntos ainda?*
> 48. *AJ. Não.*
> 49. *P. Faz pouco tempo?*
> 50. *AJ. Faz, faz,o que eu me lembro, na escola do Estado a gente trabalhava com AM lembra? (referindo-se aos subsídios Atividades Matemáticas que foi apelidado pela sigla AM*[1]*),*
> (15E-v1de2)

A modificação dos conteúdos matemáticos que Ana Júlia ensinava foi desencadeada por novos materiais, como as publicações "Atividades Matemáticas" (AM) oferecidos por uma escola onde ela atuou, que compunham um projeto que implica na "divulgação do conhecimento e conseqüentemente no apoio e na atualização da prática docente" (SãO PAULO (ESTADO), 1991d, p. 1), e pelos conteúdos contemplados nos livros didáticos (fala 53). Assim, é possível dizer que os materiais aos quais o professor têm à sua disposição e os livros didáticos utilizados tornam-se bases para o seu conhecimento curricular (SHULMAN, 1986), nas decisões sobre *o que* ele ensina e podendo incidir em *como o faz*, influenciando também a dimensão do conhecimento pedagógico do conteúdo (SHULMAN, 1986).

Isto exemplica-nos que os materiais educativos também são tomados como fonte do conhecimento para o ensino (SHULMAN, 1987). Ou, em outras palavras, uma das fontes do conhecimento dos professores é o currículo (ROCHA; FIORENTINI, 2005), pois de certa maneira, a maneira como Ana Júlia recebeu o AM (fala 51) representa, de certo modo, o currículo que a escola utilizava da qual ela precisava se apropriar.

A geometria presente nesta fase da carreira profissional de Ana Júlia, pelas suas palavras, inclui a geometria métrica (fala 54), prevalecendo o ensino de nomenclaturas associada à representação de figuras (falas 56 e 57) e *nos* materiais didáticos como o Tangram (fala 52).

> 51. *AJ. no Estado (referindo-se às escolas da rede estadual de ensino onde ela já lecionou) nós trabalhamos como AM: o AM está aqui, olha (referindo-se à fala que ouviu). Então eu tive, eu estudava antes, a. . . que eram tudo cheio de problemas, era resolução de problemas, nem falava em investigação. Eram problemas, resolução de problemas. Então, via um probleminha, você estudava antes, se tivesse que preparar um materialzinho você preparava.*

[1] São Paulo (Estado) (1991a, 1991b, 1991c, 1991d)

52. *AJ. Eu lembro que tinha tangram, mas eu não lembro de ter... o tangram, agora eu tô lembrando assim, nós não explorávamos como você fez comigo (referindo-se a uma tarefa exploratória feita com tangram no grupo não selecionada para análise nesta pesquisa), montar, fazer no papel, nada. Você dava as peças, mostrava que era um quadrado, depois ele fazia figuras; faz o barco, faz o chinês, faz isso, faz aquilo, com o modelo.*

53. *AJ. Eu dei a quarta série, eu peguei um livro didático e segui o livro didático, o que tinha lá eu dava. Eu não lembro de conjuntos.*
*(...)*

54. *AJ. no final a geometria. Mas assim, aquilo, desenhar aquilo. Nada... Tinha geometria assim, aqueles probleminhas assim: vou cercar o terreno da minha casa com arame, então, tinha que calcular o perímetro, na quarta série, no (nome de escola). Eu tô falando que eu peguei o livro didático e segui o livro didático.*
*(...)*

55. *AJ. Então livro didático, caderno e lousa.*
(15E-v1de2)

56. *AJ. Quando eu trabalhava no Fundamental, eu chegava na parte de geometria, mais para o final do ano eu já estava cansada eu não queria pensar sobre aquilo.*

57. *AJ. Então eu achava que passava uma coisa horrorosa pras crianças também. Ah, isso é triângulo, isso é quadrado, acabou!*
(7E-v3de4)

Como conseqüência, seu trabalho na Educação Infantil apresenta características semelhantes, com revelações que foram ratificadas durante os encontros do grupo, as quais citamos alguns fragmentos a seguir. No seu discurso é evidente que sua formação ao longo da carreira foi ocorrendo esporadicamente, em suas palavras "uma coisinha aqui, outra lá" (fala 61), tendo como possível fonte sua experiência, entretanto sem mencionar momentos formativos que valorizem a reflexão sobre a experiência.

58. *AJ. Ah, na pré-escola, então piorou:, achava que só os números é que era importante. De zero a 10. Contar né, E a sequência, e escrever. E ficar aquela escrita assim né... é... repetitiva.*

59. *AJ. E... aqueles exercícios que a gente conhece boliche com garrafas (...) só oral.*

60. *AJ. Com o passar do tempo eu fui incorporando, fui assimilando, fui investigando, porque eu acho ... a gente tá sempre aprendendo.*
*(...)*

61. *AJ. A gente não pode falar assim, ah, eu não aprendi nada, eu parei. Não, né. Eu acho que a gente tem que estar sempre investigando, sempre aprende sim. Uma coisinha aqui, outra lá, né. .*

62. *AJ. Então eu fui explorando mais. Com jogos, com brincadeiras, que ensinar números não é colocar a sequência na lousa.*
(7E-v3de4) e (15E-v1de2)

As aprendizagens docentes constituem um processo que se inicia enquanto somos alunos, perpassa nossa formação profissional e se prolonga durante nossa carreira, não se reduzindo apenas a formação inicial: "longe de ser uma trajetória linear ou limitada a um intervalo de tempo, é um processo contínuo e sempre inconcluso, permeado por dimensões subjetivas e sócio-culturais" (ROCHA; FIORENTINI, 2005, p. 1). Neste sentido, Ana Júlia, Laura e Guilhermina demonstram a influência da experiência que tiveram enquanto alunas na prática docente que vieram a desempenhar.

Ana Júlia traz algumas idéias a respeito da matemática que originaram-se em sua formação e que têm reflexos diretos em sua prática. Ela reconhece-se como uma pessoa que não gosta de matemática em decorrência de sua experiência enquanto aluna (fala 64), levando então a representação de ensino que tivera para a sua ação docente. Neste sentido, suas palavras concordam com Gauthier et al. (1998) e Fiorentini, Nacarato e Pinto (1999) citados por Rocha e Fiorentini (2005) ao indicarem a tradição pedagógica como uma das fonte do conhecimento do professor.

Gauthier et al. (1998) afirmam que a tradição pedagógica, um saber dar aulas que povoa nossa consciência, é uma representação vinda de nosso tempo enquanto aluno, uma representação da escola que trazemos. Em nosso caso específico, Ana Júlia, acompanhada de Laura e Guilhermina ao explicarem o lugar ocupado pela geometria em sua prática docente, denotam a importância de suas experiências enquanto alunas. E da mesma forma indicada por Gauthier et al. (1998), parece ter sido modificada, de maneira lenta e gradual pelo saber experiencial:

> 63. *AJ. Eu, gradativamente, com o passar dos anos, eu fui incorporando muitas coisas. Por exemplo, eu não trabalhava com o calendário de jeito nenhum, agora eu trabalho muito com o calendário.*
> (15E-v1de2)

Tardif (2002) neste mesmo sentido reafirma, referindo-se a diversos pesquisadores, a importância da experiência enquanto aluno no desempenho profissional:

> uma boa parte do que os professores sabem sobre o ensino, sobre os papéis do professor e sobre como ensinar provém de sua própria história de vida, principalmente de sua socialização enquanto alunos. (...) os saberes adquiridos durante a trajetória pré-profissional, isto é, quando da socialização primária e sobretudo quando da socialização escolar, têm um peso importante na compreensão da natureza dos saberes, do saber-fazer e do saber-ser que serão mobilizados e utilizados em seguida quando da socialização profissional e no próprio exercício do magistério (p. 68).

Dentre esses fatores, este mesmo pesquisador destaca: a escolha da carreira e a influência familiar e pessoal nesta opção, a influência de seus antigos professores, experiências escolares importantes ou positivas, sua relação afetiva com as crianças, ou seja a própria história de vida do professor.

64. *AJ. Eu acho que minha formação acadêmica, tanto como professora como aluna, quando eu era criança me colocou muito distante da matemática, como se fosse não uma coisa do cotidiano, do dia-a-dia, (...). Então fez com a matemática fosse uma coisa que me incomodasse muito. Não gosto e ponto final.*
(7E-v3de4)

A professora Ana Júlia em seu relato acrescenta algumas aprendizagens em decorrência do curso, citando, como exempo a importância do desenvolvimento das noções espaciais e das brincadeiras como a amarelinha (fala 65) e novamente se reporta à sua experiência discente (falas 67 e 69), sem explorações ou discussões. Neste contexto percebemos aprendizagens ocorridas a partir do curso da qual participa nesta pesquisa, tendo como contexto a exploração-investigação matemática e os momentos de reflexão e reelaboração da prática.

65. *AJ. Com o curso, com a Maiza... ficou muito... esclareceu muito mais. Que esse ano finalmente eu usei a amarelinha que eu não tinha usado e que é um recurso importante.*
66. *AJ. E essa questão do espaço eu achei muito importante (fala com ênfase) isso. A noção espacial.*
*(...)*
67. *AJ. Eu não lembro na minha memória de blocos, de coisas pra construir, de... a professora... a gente sentar na roda e discutir.*
68. *G. Mandar explorar alguma coisa*
69. *AJ. De explorar alguma coisa...*
(7E-v3de4)

Nas reflexões registradas no diário de campo salientamos que as colocações das professoras não foram feitas em tom de defesa do que fazem, considerando suas práticas como corretas, mas com um incômodo sentido por elas com o desejo de terem um percurso diferente e de satisfação por estarem aprendendo. Este é um dado que consideramos relevante, uma vez que o incômodo do próprio professor, ao questionar, tomar consciência e refletir sobre sua prática pode levar a novos olhares e a uma ressignificação de seus saberes. Neste caso, estaremos usando o termo *ressignificação* com o sentido de dar novos significados ou na reelaboração dos significados e das interpretações já existentes pelo indivíduo. O conceito de ressignificação entendido por nós concorda com Rocha e Fiorentini (2005, p. 3) e "diz respeito às reflexões e à produção de novos significados sobre os nossos saberes/conhecimentos produzidos e mobilizados na ação docente, sobre as experiências vivenciadas pelos professores em sua prática cotidiana".

Conforme afirmado por Freire (1996, p. 39), o momento fundamental da formação docente é o da reflexão crítica sobre a prática, que permite tomarmos consciência do que somos "quanto mais me assumo como estou sendo e percebo a ou as razões de ser de porque estou sendo assim, mais me torno capaz de mudar, de promover-me".

Assim, parece-nos claro que o movimento de ser e de vir a ser, permeado pela reflexão sobre a prática e pela consciência de seus momentos anteriores, do presente e de suas expectativas tornam possível o desenvolvimento do professor enquanto profissional aprendente.

Complementando, Ana Júlia afirma trabalhar com seus alunos as formas geométricas planas, nomeadamente: círculo, quadrado, retângulo e triângulo (fala 72):

> 70. *AJ. A gente simplesmente dá aquelas básicas...*
> 71. *G. Número.*
> 72. *AJ. Figuras planas. O círculo, o quadrado, o retângulo e o triângulo. Só, mais nada.*
> (8E-v1de3)

No tocante aos materiais, que segundo Shulman (1986) seu conhecimento compõem o conhecimento curricular, Ana Júlia acrescenta que (fala 73):

> 73. *AJ. Tem um baú assim, na sala da gente, com muitas coisas. Você abre assim, e fala, meu Deus, o que eu vou fazer com isso? (Ela se refere a um baú com materiais manipuláveis.)*
> 74. *G. Às vezes você pode fazer coisas tão simples.*
> 75. *AJ. Tão simples,*
> 76. *G. Mas tão significativas.*
> 77. *AJ. Você fecha e...*
> *(risos)*
> (1E-v2de6)

Em relação ao lugar destinado à geometria no ensino de matemática para crianças de seis anos, Guilhermina aponta outros motivos pelos quais este campo da matemática não tem espaço garantido na Educação Infantil: a dificuldade em transformar conteúdos matemáticos com vistas ao ensino (fala 80) — o conhecimento pedagógico do conteúdo (SHULMAN, 1986); e a prioridade com a alfabetização na língua materna (falas 82 e 83), tendo a concordância de Laura e de Ana Júlia. Possivelmente Guilhermina não teve uma formação relacionada ao conteúdo matemático no ensino, e sim com conteúdos matemáticos pela sua fala 80.

A prioridade dada à alfabetização na língua materna pelos professores polivalentes é um dos dados apresentados também na pesquisa de doutorado de Nacarato (2000). No caso dos professores de primeira série do Ensino Fundamental, Nacarato (2000) atribui à pressão que existe vinda da própria professora quanto dos pais dos alunos em ver a criança alfabetizada na língua materna. Guilhermina também explica que esta ênfase à alfabetização na língua materna deve-se à cobrança das famílias dos alunos, da escola, dos demais professores e do próprio professor (fala 83).

78. *G. (. . . ) eu acho que uma vez o Lorenzato (referindo-se a uma palestra proferida em 1997 pelo Prof. Dr. Sérgio Lorenzato) falou assim que a gente deveria fazer o curso daquilo que a gente menos sabe.*
79. *AJ. (balançando a cabeça concordando, com muita ênfase)*
80. *G. Que a gente menos tem conhecimento, (. . . ) Eu tenho muita, não é dificuldades, sempre fui boa aluna em matemática, sempre tirei nota, sempre fui bem. Mas trabalhar isso com a criança, e pelo fato não ser muito valorizado na Educação Infantil, e no caso do pré-III, a gente (indicando Laura), eu estava conversando até outro dia com a Laura, né. A gente, a gente. . .*
81. *L. Não; é verdade; a gente estava discutindo isso.*
82. *G. A gente estava discutindo isso. . . A gente fica muito preso nessa parte de letramento, na parte da alfabetização.*
*(AJ. balançando a cabeça em concordância)*
83. *G. Tanto por ser cobrado, a gente cobra isso da criança, a gente tem essa expectativa muito forte. E tem essa cobrança da família, e muitas vezes da escola, dos outros professores e tal.*
84. *(AJ. e L. balançando a cabeça em concordância)*
(1E-v2de6)

Além disso, a falta de oportunidades de reflexão sobre a prática leva à rotina (fala 86) e à consolidação das práticas existentes. Guilhermina procura modificações em sua prática, buscando, "uma forma mais adequada de ensinar geometria".

85. *G. Mas a princípio, geometria eu acho que eu não trabalho bem. Eu acho que eu não faço as coisas de uma maneira mais adequada. A gente até tenta, mas eu acredito que deve ter uma maneira melhor. E até pra refletir sobre o meu trabalho mesmo, que no dia a dia a gente, eu pelo menos não tenho esse hábito de: olha fiz essa atividade. . . não dá muito tempo.*
*(AJ. acena concordando).*
86. *G. E você acaba entrando na rotina, e fica. E aí, o que você deixa meio de lado geralmente são essas outras áreas e a parte da linguagem oral e escrita tem um peso, a gente querendo ou não. E isso não tá certo, a gente sabe, teoricamente. Mas na minha prática, por exemplo, é o que acontece, o foco não é. . .*
*(Todos as outras três professoras participantes balançam a cabeça em concordância).*
87. *G. O foco não é essa parte da matemática, e muitas vezes. . .*
88. *AJ. Não é o foco.*
89. *G. Muito menos a geometria.*
90. *AJ. A geometria.*
91. *G. É.*
(1E-v2de6)

Laura evidencia a ausência de oportunidades de reflexão (falas 92 e 93) em seu cotidiano e considera a reflexão como um caminho para modificar e melhorar a prática docente. Esta professora

enfatiza que práticas que não foram bem sucedidas podem ser descartadas e esquecidas enquanto algumas são cristalizadas, no sentido de que permanecem com o passar do tempo.

Assim, o conhecimento pedagógico do conteúdo parece ser composto de práticas que são avaliadas no dia-a-dia do trabalho docente e que, se percebidas como sucesso tendem a se repetir e, caso não ocorra êxito são desconsideradas e não retornam posteriormente. Parece então que a reflexão é substituída pela avaliação no sentido restrito de julgamento para a composição de um arsenal de estratégias de ensino. Conforme afirma Gauthier et al. (1998, p. 32–33) ao dissertar sobre o saber experiencial, a "experiência e o hábito estão intimamente relacionados". E complementa que a experiência "torna-se então a "regra" e, ao ser repetida, assume muitas vezes a forma de rotina". D. Pimm (1987) citado em epígrafe por Powell e López (1989) adverte que: "Há um perigoso mito de que as pessoas aprendem pela experiência. ... o melhor que podemos reivindicar é a *possibilidade* de aprender pela *reflexão* da experiência[2] (grifos originais).

Ou seja, o fazer docente por si só, se transforma em rotina, enquanto que a reflexão sobre a prática, conforme anteriormente rassaltamos nas palavras de Freire (1996, p. 38), é que possibilita o pensar certo na ação docente: "a prática docente crítica, implicante do pensamento certo, envolve o movimento dinâmico, dialético, entre o fazer e o pensar sobre o fazer", possivelmente entre o que sabemos teoricamente e o que fazemos.

> 92. *L. (...) eu sinto assim, com o tempo que eu estou tendo de caminhada, algumas coisas a gente vai cristalizando. E isso não é bom, porque...*
> *(todos com gestos de concordância)*
>
> 93. *L. A gente não tem muitas oportunidades pra parar justamente pra refletir, que é aquilo que vocês disseram, nosso dia-a-dia. E quando a gente não pára pra refletir, a gente cai no péssimo hábito da rotina. Então aquilo que já dá certo você sabe que vai fazendo, o que não dá certo você já descarta de uma vez, nunca mais tenta. Sem pensar que as coisas são diferentes, que as turmas são diferentes.*
>
> 94. *AJ. Isso.*
> (1E-v2de6)

A insegurança do professor em relação ao conhecimento do conteúdo no ensino e o isolamento do professor para buscar seu próprio desenvolvimento, pode levar a permanência de práticas, mesmo que o professor não as considere apropriadas, conforme revelações de Guilhermina (fala 95). Um dos indícios de desenvolvimento profissional do professor é a percepção de que, com os outros, ele pode aprender, compartilhar, entender e problematizar suas práticas, incluindo a percepção de seu próprio processo de desenvolvimento. Guilhermina (fala 98) aponta a importância do grupo na formação e no desenvolvimento profissional do professor.

[2]Texto traduzido por nós do inglês, mantendo-se os grifos originais.

95. *G. Acredito na importância da reflexão do nosso fazer pedagógico e isso inclui a área de matemática. Mas porque, com a rotina, acabo esquecendo disso? Tenho algumas "teorias":*
96. *G. Ter acesso à teoria pedagógica não significa praticá-la, esta prática vem em segundo momento quando não temos dúvidas teóricas, e sim segurança para seguir em frente (estas dúvidas, geralmente aparecem quando tentamos colocar em prática).*
97. *G. Às vezes me sinto sozinha, falta um grupo de discussões / estudos para reorientar minha prática, com pontos de vista diferentes dos meus.*
98. *G. Quando este grupo existe, voltamos para ele e nos fortificamos, renovamos, e retornamos para a sala de aula dispostos e certos do caminho que escolhemos seguir.*
(RE-4)

O isolamento do professor, "permite, ainda que nem sempre produza, o conservadorismo" (FULLAN; HARGREAVES, 2000, p. 20) e como um professor de um de seus estudos afirmou: "você se torna a sua própria companhia" (p. 20). Por outro lado, Freire (1996, p. 135) reafirma que um dos saberes necessários à prática educativa é a "disponibilidade para o diálogo":

> Nas minhas relações com os outros, que não fizeram necessariamente as mesmas opções que fiz, no nível da política, da ética, da estética, da pedagogia, nem posso partir de que devo "conquistá-los", não importa a que custo, nem tampouco temo que pretendam "conquistar-me". É no respeito às diferenças entre mim e eles ou elas, (...) É na *minha disponibilidade* à realidade que construo a minha segurança, indipensável à própria disponibilidade. (...) Minha segurança se funda na convicção de que sei algo e de que ignoro algo a que se junta a certeza de que posso saber melhor o que já sei e conhecer o que ainda não sei. (grifos originais)

A busca pela aprendizagem, a abertura ao novo e a consciência do inacabamento enquanto professor que quer adquirir novos conhecimentos contempla inclusive desabafos, conforme falas (99 a 104) de Laura:

99. *L. Então eu particularmente tenho sentido uma angústia (...) eu tenho estado muito omissa na parte de matemática com meus alunos da Educação Infantil. (AJ. concordando enfaticamente com a cabeça)*
100. *AJ. De ficar com aquele arroz com feijão.*
101. *L. O arroz com feijão, exatamente.*
102. *AJ. O número*
103. *L. O preenchimento de calendário. Aliás, eu tenho resumido praticamente a minha prática de matemática: preenchimento de calendário, contagem de algumas coisas e tudo mais. Então eu acho que isso é muito pouco, isso me angustia bastante.*
*(...)*
104. *L. Eu acho que é uma oportunidade justamente para eu poder parar e pensar um pouquinho na prática como professora de Educação Infantil, e principalmente na parte de matemática que eu acho que estou sendo bastante omissa.*
(1E-v2de6)

Em seu registro escrito (fala 107), Laura complementa que não tem desenvolvido atividades que envolvam conteúdos de geometria na Educação Infantil:

> 105. *L. Um dos principais motivos que incentivou-me a participar destes encontros foi justamente a consciência de que não estou realizando um trabalho adequado na área de conhecimento matemático esse ano.*
>
> 106. *L. O que tenho trabalhado nesse aspecto restringe-se basicamente a atividades de quantificação e registro de algarismos.*
> *(. . . )*
>
> 107. *L. Não realizei nenhuma atividade que envolvesse geometria.*
> (RE-3)

Conforme afirmou Laura, a participação nos encontros do grupo foi motivada pela consciência a respeito do trabalho que realiza. Como defende Freire (1996): "a assunção se vai fazendo cada vez mais assunção na medida em que ela engendra novas opções, por isso mesmo ela provoca ruptura, decisão, novos compromissos" (p. 10).

As colocações anteriores dos professores sobre a permanência de suas práticas estão vinculadas à suas experiências docentes e não na reflexão sobre a experiência. Bem como é afirmado por Mizukami et al. (2003, p. 50) "a experiência pode conduzir a lições erradas e à cristalização de práticas inadequadas e discriminadoras".

A professora Laura indica (fala 110) o acúmulo de trabalho e a falta de tempo, não somente para reflexão, mas para o preparo de suas aulas, como um dos fatores que leva a permanência de práticas já consolidadas. Laura é uma professora que trabalha de 8 a 9 horas por dia em sala de aula e, além disso, cursa de Pedagogia no período noturno.

> 108. *L. Eu tenho chegado a determinadas conclusões. É que eu sempre me cobrei muito.*
> *(. . . )*
>
> 109. *L. Quando a gente trabalha com uma coisa vão surgindo intrigas que levam a gente a pesquisar sobre aquilo. Não é? Surgiu uma coisa aqui que você não sabe explicar, então você vai procurar aquilo. E o que eu tô percebendo (. . . ) As intrigas, a gente precisa dessas intrigas que acontecem no dia a dia pra mover a gente a buscar alguma coisa.*
>
> 110. *L. Diante de tudo que eu tenho tido ultimamente, eu não tenho tempo pra poder parar e às vezes nem tenho percebido as intrigas que têm surgido. (. . . ) Eu tenho me sentido perdida em relação a isso. Então eu acho que eu. . . Isso me incomoda, então eu tenho a impressão que eu não estou fazendo bem nada! (fala com ênfase)*
> (7E-v3de4)

Laura ainda considera o curso que estava sendo realizado como um espaço para a percepção de sua própria prática e para a reflexão sobre ela (falas 114) e questiona sua formação (fala 111). Bianca,

na oportunidade, acrescenta a falta de tempo como um dos obstáculos à reflexão e a conseqüente acomodação do professor (falas 115 e 117).

111. *L. Então uma coisa que eu acho interessante, então esse curso assim (. . . ) tem me feito assim, voltar a perceber. E hoje pensando né. . . por que que eu não sei? Na verdade o que é que eu estudei de geometria? Na verdade foi o que eu tive no magistério, na verdade, não é?*

112. *AJ. É (sussurro).*

113. *L. Depois eu nunca mais fiz nada sobre isso. Eu estava me cobrando nos encontros. Puxa, no 1º e 2º encontros, começou a questão do que que diferenciava uma forma, mas eu pensava, mas como eu não sei isso! Mas também eu vou pensar o quê? Meu magistério terminou dez anos atrás, foi a única coisa que eu vi!*

114. *L. E depois eu não tive oportunidade e nem senti a necessidade de buscar isso! Então esse curso está sendo interessante pra mostrar algumas coisas, pra dar uma chacoalhada.*

115. *B. Isso, eu acho que de repente. . . existe uma coisa que. . . o fato de a gente tá quietinha né, nos acomoda.*

116. *L. Acomoda.*

117. *B. Eu senti uma grande preocupação quando (motivos familiares). Eu me dedicava tanto, será que agora (. . . ) eu não vou conseguir me dedicar né. Então eu me cobro muito isso. Porque a tendência é essa.*

118. *G. É difícil mesmo.*
*(. . . )*

119. *L. É complicado.*

120. *G. Tempo também.*

121. *B. Tempo. . .*
*(AJ. concorda com a cabeça)*
*(. . . )*

122. *L. Eu tento fazer isso também, mas a sensação. . . eu páro pra analisar você vai tocando o seu trabalho (com gestos de mão acompanhando)*

123. *B. Mas o fato de você se incomodar um pouco já vai mudar.*

124. *G. Não deixa cair.*

125. *L. Vai mudar, mas não tira a característica de eu não ter tempo pra poder me dedicar às coisas, você entendeu? (para Bianca) Isso que me angustia.*

126. *L. (. . . ) Eu não estou satisfeita com o trabalho que eu estou desenvolvendo na Educação Infantil. E principalmente em relação à matemática. Que eu acho que. . . eu tenho feito praticamente nada, tirando o calendário, que eu faço.*
(7E-v3de4)

Bianca (fala 123) ressalta que o incômodo proveniente pela reflexão da prática pode levar às mudanças, desde que haja, evidentemente condições para esta reflexão da prática

Como podemos observar ao mesmo tempo em que as professora contam-nos o lugar ocupado pela geometria, elas, de igual forma, indicam que uma das possibilidades para revertermos este quadro são as possibilidades formativas que lhe sejam oferecidas como condição de trabalho. Condições estas nas quais elas possam *realmente* participar e possam refletir sobre suas próprias práticas, sem excluir evidentemente aportes teóricos.

Na seqüencia, Bianca confirma (fala 128) que a busca individual de conhecimento baseado no "bom senso e na intuição" (fala 128) não é suficiente para bem ensinar. Ela encontrou dificuldades para realizar "uma ponte" entre o ensino de matemática e a alfabetização na língua materna.

> 127. *B. Assim que entrei em contato com as novas descobertas da psicologia do desenvolvimento e as teorias de Emília Ferreiro sobre alfabetização muito me incomodou não conseguir realizar uma ponte com o trabalho em matemática. Os RCNEI também se mostraram insuficientes então parti em busca de artigos e alguns livros, "catando milhos", tentando montar uma metodologia, uma filosofia de trabalho que condizesse com a teoria sócio-construtivista. Sempre me preocupei em trabalhar matemática e tampouco havia deixado de lado por conta da alfabetização.*
>
> 128. *B. Mesmo tendo buscado muito sinto que às vezes esse conhecimento fica desorganizado e baseado em meu bom senso e intuição.*
> (RE-4)

Ao se referir aos conteúdos que Bianca trabalha em sua sala de aula, esta professora dentre eles destaca, por exemplo, que constrói tabelas e gráficos com seus alunos, pois para tais conteúdos ela percebe uso social:

> 129. *B. (. . . ) tabelas e gráficos - é uma preocupação constante, sempre que há uma oportunidade exploro seu uso social construindo-os no coletivo e posteriormente no individual. (. . . )*
> (RE-4)

Conforme demonstrou anteriormente ao valorizar a matemática procurando seu uso social, a geometria no tocante às formas geométricas ficou em segundo plano, sendo resistente ao seu ensino por não reconhecer uso social para as formas geométricas planas e não-planas (fala 130).

> 130. *B. Quanto ao estudo de geometria sempre fui um tanto resistente a ele pois achava pouca aplicabilidade na vida diária dos alunos principalmente os mais carentes. Não via como figuras planas ou sólidos poderiam melhorar a qualidade de vida de alguém. Mesmo assim busquei algumas informações (nome de um livro) sem muita satisfação. Vi muito sentido no trabalho com orientação espacial e incorporei à minha prática já há dois anos.*
> (RE-4)

Bianca precisava de razões para o ensino de geometria e buscava motivos relacionados ao uso dos conteúdos desta área para que pudesse contemplar com seus alunos experiências ligadas a este

campo, especificamente no tocante às figuras geométricas. Em sua reflexão posterior à uma atividade realizada com embalagens (no curso de formação mas não analisada nesta pesquisa) Bianca indicou (fala 131) motivos pelos quais ela pode buscar uma maior presença da geometria em suas aulas. Bianca revela uma apropriação crítica à prática dos conteúdos da formação continuada, não uma aplicação, implementação ou transposição.

> 131. *B. A última aula [encontro] em que exploramos as embalagens para mim foi importantíssima pois trouxemos os sólidos para uma discussão prática, viva, mostrando por assim dizer uma "razão social" para o estudo geométrico. Pretendo seguir agora nesta linha, discutir com os alunos o porquê das formas, o para quê, ao invés de apenas aprendermos a classificá-las e representá-las.*
> (RE-4)

Além de mais este fator indicado por Bianca que pode deixar a geometria em segundo plano: a não percepção da possibilidade do uso de tais conteúdos para seus alunos, outros obstáculos ainda são enunciados pelas professoras: a organização da própria escola, à falta de tempo devido às outras atividades da escola (fala 132).

Indo ao encontro deste novo aspecto, Oliveira et al. (1999) aponta obstáculos para a não realização de tarefas de caráter investigativo: concepções e saberes do professor, sua relação com a matemática e as condições da escola. Neste último campo estes pesquisadores citam, dentre outros elementos, a falta de espaços de trabalho para os professores trocarem experiências e a estrutura organizativa da escola ou do sistema de ensino.

> 132. *L. Eu não sei se vai dar tempo. Porque a gente vai ter a festa da primavera, e a gente vai estar só por conta disso (festa da Primavera)*
> (5E-v3de3)

No encontro seguinte as professoras continuam a discussão sobre os projetos da escola e a matemática. A professora Guilhermina comenta que está animada para realizar atividades que planejam com seus alunos porém ainda não conseguiu realizá-las (fala 133). Então, as professoras discutem sobre os projetos da escola que se tornam obstáculos em suas práticas cotidianas (fala 135).

> 133. *G. O pior é que eu estava animada e ainda não consegui ir.*
> 134. *P. Por que G.?*
> 135. *G. Justamente por causa desse monte de coisas que já acontece, já tá acontecendo no meio do caminho.*
> 136. *L. Esse mês foi meio...*
> 137. *G. É, mas não é isso que eu queria fazer.*
> 138. *L. Complicado, tanto aqui (nome de escola) né, quanto lá também.*
> 139. *G. Começar outra coisa, entendeu. (para Ana Júlia)*
> *(...)*

> 140. *L. O nosso problema é esse: vão surgindo projetos que, se for ver até que não é tanto da secretaria, nós estamos com um problema no (nome da escola), surgiu muitos projetos esse ano.*
>
> 141. *G. Isso, da própria escola.*
>
> 142. *L. Da própria escola. E com isso eu não consegui nenhum momento no ano fazer um trabalho, assim, que eu gosto de fazer (fala com ênfase).*
> (6E-v1de3)

Laura então se dispõe a questionar a dinâmica de realização dos projetos em sua escola, requisitando autonomia nas decisões que couberem ao seu trabalho (fala 143).

> 143. *L. Uma coisa que eu vou comentar na próxima reunião da (nome da escola em que leciona): cada um ter liberdade pra fazer o seu trabalho.*
> (6E-v3de3)

Tendo em vista as falas e registros das professoras, pudemos perceber que as relações destas com a geometria não favorece a presença de tais temas em suas aulas. A sua formação, pelos depoimentos e registros escritos não favoreceu a construção de conhecimentos necessários para tal atuação, e a prática, por sua vez, como instância de produção de conhecimento profissional pela reflexão, também não tem sido local para tal elaboração. Uma vez que, segundo as professoras, a reflexão, como condição de trabalho não está presente em seus cotidianos.

A geometria não é um campo da matemática regularmente presente nas aulas de Educação Infantil das professoras. Os conteúdos geométricos quando aparecem estão relacionados às formas geométricas planas, como elas mesmo afirmam: triângulo, quadrado, retângulo e círculo. Ou então, *nos* materiais didáticos.

Além de sua formação inicial (Habilitação Específica de $2^o$ Grau para o Magistério ou Normal e Pedagogia, concluídas, para Bianca, Guilhermina e Ana Júlia e Laura graduanda; ou em Língua Portuguesa, no caso de Laura) as fontes de seu conhecimento parecem ser o bom senso, a intuição (de acordo com Bianca), os materiais didáticos (como o AM e o livro didático, por exemplo, para Ana Júlia), a própria prática em si conforme evidenciou Laura e a tradição pedagógica.

Mesmo quando a geometria aparece *nos* materiais didáticos e pela manipulação destes, não é claro para as professoras como tais materiais possam ser utilizados para o ensino de geometria. Esta é uma contradição presente na prática, mas que evidencia aspectos de seu conhecimento curricular.

Na etapa da Educação Infantil destinada a crianças de seis anos ou a completar, ficaram evidentes as preocupações com a alfabetização na língua materna, e estas preocupações determinam em parte privilégio para esta área do conhecimento. Além das preocupações e exigências com a alfabetização na língua materna, as professoras demonstraram familiaridade e segurança em relação

aos conhecimentos desta área. Assim, parece-nos evidente, então, que seja prioritária, pois como afirma Nacarato (2000, p. 25) "a ênfase dada a um determinado tópico do currículo vai depender das relações que o(a) professor(a) teve com o mesmo".

Além disso, o lugar (não-lugar!) da geometria na Educação Infantil também é conseqüência não apenas de carências de conhecimentos do professor conforme apontado pela professora Guilhermina em relação a esta área mas é parte de um todo onde a matemática não tem lugar garantido e enfrenta obstáculos além do conhecimento do professor como o acúmulo de trabalho, a falta de tempo e a dinâmica escolar, incluindo os projetos e a própria organização da escola.

Então, podemos dizer que presença restrita da geometria no ensino de crianças de seis anos parece ser proveniente de diversos fatos como elencamos acima; fatos estes que ora são conseqüências ora são causas, como é o caso dos projetos, por exemplo. Se o professor não tem conhecimentos que possibilitem a inclusão da geometria nos projetos da escola, o tempo que seria destinado a este campo cede lugar ao desenvolvimento dos projetos, e assim não sobra tempo para outras atividades que o professor queira fazer, mesmo que estas contemplem geometria. Além disso, sua prática vai aos poucos sendo pautada nas suas experiências anteriores para as quais ele percebeu sucesso, e assim, sem novas oportunidades de formação e reflexão que incluam esta prática, é possível que este cenário permaneça imutável.

Destacamos que esta situação acima enunciada não é confortável para as professoras, sendo motivo de incômodos e preocupações, porém o cotidiano de suas salas de aula e as situações nas quais estão inseridas parece não colaborar para mudanças.

Nas seções seguintes veremos com detalhes aspectos do conhecimento das professoras revelados nas aprendizagens que ocorreram durante momentos diversos dos encontros do grupo. A reelaboração do conhecimento do professor por meio da reflexão e de questionamentos à sua prática possibilitou mudanças e redirecionamentos, abrindo espaço ao campo da geometria, quer pelas formas geométricas como também pela valorização de um trabalho que contemple as habilidades de percepção espacial, a orientação espacial e as representações do espaço. De igual maneira, veremos que os conhecimentos que foram sendo reelaborados/construídos pelas professoras durante a dinâmica do curso também evidenciaram a possibilidade de a geometria estar na Educação Infantil no contexto da exploração-investigação matemática.

## 6.2 As atividades exploratório-investigativas e o conhecimento do professor

Nesta seção, apresentamos nossa análise de duas das tarefas apresentadas às professoras participantes no curso e a atividade decorrente em cada uma delas. Desta maneira, primeiramente enunciamos separadamente as tarefas e a descrição e análise de cada atividade correspondente. As tarefas são: **6.2.1. Recortando triângulos...** e **6.2.2. Planificando embalagens**.

Posteriormente, elencamos categorias transversais às duas atividades que foram percebidas na análise anterior. Estas categorias transversais compõem a Subseção **6.2.3. Reflexões sobre as atividades e o conhecimento do professor** e são: **6.2.3.1. Do estranhamento inicial à postura interrogativa** e **6.2.3.2. A importância das tarefas no desenvolvimento da atividade**.

### 6.2.1 Tarefa "Recortando triângulos..."

Ao selecionarmos esta tarefa procuramos contemplar conteúdos que, segundo nossa experiência docente, as professoras afirmam comumente trabalhar com seus alunos de seis anos: as figuras planas, principalmente triângulos e quadriláteros. Além disso, o RCNEI (BRASIL, 1998c), prevê como bloco de conteúdos, a "exploração e identificação de propriedades geométricas de objetos e figuras como formas, tipos de contornos, bidimensionalidade, tridimensionalidade, faces planas, lados retos, etc." (p. 229). Desta forma, objetivamos envolvê-las em atividade exploratório-investigativa de maneira que pudessem mobilizar/construir/reelaborar conhecimentos relativos aos conteúdos que são pertinentes a sua ação docente e conseqüentemente, incidir em discussões sobre o ensino de geometria para a faixa etária a qual ensinam.

A primeira tarefa apresentada às professoras ocorreu no primeiro encontro. Juntamente com o enunciado foram deixadas à disposição das professoras participantes: tesouras, réguas, colas e folhas de revista. A pesquisadora salientou que deveriam registrar todo o desenvolvimento da tarefa.

A seguir, na caixa de texto, apresentamos o enunciado da tarefa, que não denominamos naquele momento de "Recortando triângulos...", apenas chamamos de Tarefa 1.

| Tarefa 1 (Adaptada de PONTE; BROCARDO; OLIVEIRA; 2003, p. 72)<br>Numa folha de papel, dobrada ao meio, se a partir da dobra você recortar triângulos (fazendo apenas dois cortes), de modo que um dos lados desse triângulo esteja na dobra, que figura você obterá quando desdobrar o recorte de papel?<br>Registre todas as etapas! |
|---|

As professoras participantes envolveram-se em atividade, iniciando pela leitura do enunciado. A professora Bianca, após a leitura, iniciou seus recortes, sendo a primeira a recortar, enquanto as demais continuavam a leitura. Foi acordado entre as professoras que Bianca e Laura fariam juntas para depois discutirem os resultados juntamente com aqueles que seriam apresentados por Guilhermina e Ana Júlia. E, as duplas estavam em uma única mesa, com seus membros dispostos frente a frente. Era uma grande mesa que ocupava o espaço central da biblioteca onde a maioria dos encontros ocorreu.

Bianca e Laura não fizeram discussões sobre os resultados que poderiam obter. Enquanto Laura permaneceu fazendo a interpretação do enunciado e tentando prever os cortes, Bianca começou a recortar. Enquanto isso Ana Júlia e Guilhermina faziam a leitura.

Logo ao início da leitura, Ana Júlia teceu um primeiro comentário (fala 144) que nos dá indícios de que esta professora não estava habituada àquele determinado tipo de linguagem utilizada no enunciado e pode indicar uma não-familiaridade com o uso da língua materna em enunciados de tarefas de geometria. Ao nos referirmos a esta *não familiaridade*, a esta percepção do diferente e não habitual, estaremos chamando-a de *estranhamento* que conforme Ferreira (1999), "*Estranhamento* de *estranhar*+*mento*", que significa "ato de estranhar(-se)", que por sua vez corresponde a "(1)Achar extraordinário, oposto aos costumes, ao hábito; achar estranho; (2) Achar diferente do que seria natural esperar-se; (3) Causar espanto, admiração, a; surpreender; (. . . ) (4) (. . . ) não se familiarizar com.".

144. *AJ. Até a linguagem a gente tem que começar a se acostumar, né.*

*145. G. É exatamente.*
(1E-v2de6)

As professoras, com exceção de Laura, não buscaram prever seus resultados, levando em consideração a desinência "se" presente no enunciado.

O pedido de registro escrito feito pela pesquisadora oralmente e que constava no enunciado foi um fator de estranhamento pelas professoras. Inferimos que talvez pela falta de hábito, o registro tenha sido um dos problemas enfrentados pelas professoras participantes, que envolveram-se nos recortes, adiando os registros. Guilhermina justifica-se apontando sua necessidade em fazer os recortes (fala 146), pela ansiedade de ver o que ocorreria enquanto que, para Bianca, a situação foi diferente, ela adiou o registro porque já visualizava o que ocorreria (149).

146. *G. Eu ainda não sinto a necessidade de registrar nada. Eu quero fazer. Eu sou ansiosa.*

*147. L. Pode, pode fazer, depois registrar.*

148. *AJ. É isso que eu ia falar, né.*
*(. . . )*
149. *B. Por isso que para mim tá tão difícil o registro. Eu já vi o que vai acontecer.*
150. *G. É, você visualizou.*
(1E-v2de6)

O registro em atividades matemáticas não pareceu familiar às professoras participantes, conforme evidenciamos no diálogo anterior no que diz respeito à sua própria aprendizagem. As dificuldades ou a falta de hábito de escrever em contexto matemático parece não ser exclusividade de professores que não tenham formação específica que privilegie conteúdos matemáticos, denotando que poderiam estar relacionadas com o não conhecimento do conteúdo a ser contemplado na escrita, mas ao contrário, alguns trabalhos de pesquisa têm indicado que a escrita em contexto matemático não é tradição escolar e nem é regular nos cursos de formação de professores, incluindo a formação do professor de Matemática. Professoras participantes do Grupo de Sábado, de acordo com (FIORENTINI, 2006), relatam que esta prática não fez parte de sua formação, que ao optarem pela matemática parece que o lado da escrita ficou abandonado. Esta exclusão também pode fazer parte da prática pedagógica do professor de matemática, que para entender o raciocínio de um aluno, muitas vezes pede para ele "Fala como você pensou" ou invés de "Escreva o que você pensou" (FIORENTINI, 2006, p. 21).

Fiorentini (2006, p. 21-22) acrescenta com referência a Altrichter et al. (citado por Pinto, 2002), com quem concordamos, que a escrita envolve um profundamento da reflexão, um processo de análise:

> Escrever é difícil. É freqüentemente difícil colocar as idéias no papel, ainda que elas pareçam claras e lógicas quando pensamos ou falamos sobre elas anteriormente. [. . . ] Essas dificuldades se originam do fato de que escrever não é apenas comunicar resultados definitivos de uma análise, escrever em si é uma forma de análise. É uma continuação do processo de análise sob uma restrição mais severa, porque precisamos dar contorno e forma aos nossos pensamentos interiores. . .

Depois, Laura ressalta um problema (fala 153) que teve com o enunciado, o que pode estar relacionado tanto à elaboração da própria tarefa quanto à interpretação do leitor, em nosso caso, a professora participante.

Nas falas 167 e 168 a professora Laura aponta uma possível interpretação ao enunciado, e que pela sobreposição da atividade de Bianca não foram investigados pelo grupo ou pela própria professora participante. Laura foi a professora que, não fazendo os recortes, tentava prever o que obteria. Laura, naquele primeiro momento, buscava recortar e obter triângulos após o desdobre do papel.

Bianca declara sua facilidade (fala 154) em visualizar o que obteria, uma vez que a proposta foi ao encontro do que ela vivenciou em sala de aula naquele dia em que a tarefa foi apresentada. Então,

Bianca estava relacionando a tarefa com algo conhecido, vivido em outra situação, ou seja, com seus conhecimentos prévios e sua experiência, que estava em sua memória. E assim reconhece o conceito de simetria envolvido na atividade.

151. *L. Eu tive um problema com o enunciado.*

*152. G. É, no começo eu tive também.*

*153. L. Quando fala "de modo que um dos dois lados desse triângulo esteja na dobra da folha", eu não consegui visualizar isso. (enquanto isso Laura cruza os braços para ler e as demais ficam recortando.)*

*154. B. Sabe porque que para mim foi fácil visualizar? É por causa do que eu pensei no enunciado hoje por conta do cartão do dia dos pais. Eu queria um simétrico, pra fazer um carrinho.*
*(. . . )*

*155. B. Com recortes a partir da dobra. . . de repente pode mudar esse enunciado, quer?*

*156. B. (relê em silêncio) Mas eu acho que tá certo também.*

*157. L. Eu. . . eu. . . imaginei que figura que ia ficar neste papel aqui (indicando o papel vazado que sobra após a retirada dos recortes) e não. . .*

*158. B. Ah, tá (olhou para o papel na mão de Laura), mas é o mesmo!*

*159. L. É tudo bem, é o mesmo. Mas eu imaginei mais ou menos alguma coisa assim, que eu poderia fazer dois recortes. . .*
(1E-v4de6)

160. *L. Eu pensei que pudesse ser apenas dois cortes e nada mais.*

*161. B. Ah, tá. Vamos dizer que eu seja aquela aluna atrevida.*

*162. L. Não, mais é, tá certo!*

*163. L. Tudo bem que tá no plural.*
(1E-entrevídeos4e5)

164. *L. Que figura você obterá. . .*

*165. B. É pra você, não acontecer de você fazer, é porque não tem como fazer mais de dois cortes. Não,tem né. Se você (já tinha feito vários cortes na folha) fizesse três né, mais aí não seria triângulo.*

*166. L. Não, mas eu pensei que eu poderia recortar o papel apenas duas vezes.*

167. *L. Eu pensei, eu não sei, eu fiquei na dúvida, quando a partir da dobra você recortar triângulos (segurando outra folha e vincando-a com as mãos) fazendo apenas dois cortes. Eu imaginei que eu poderia fazer apenas dois cortes na dobra, nesse papel dobrado. Que figura. . . aí depois, de modo que um dos lados desse triângulo esteja dobra. Eu tentei ficar visualizando. . . (risos)*

*168. L. (. . . ) como que o lado do triângulo fica na dobra. depois eu imaginava de abrir (abrindo a folha que estava dobrada) Né. Falei gente, mas não vai ficar. Eu não sei porque motivo eu imaginei que em algum momento, na primeira leitura que eu fiz, eu teria que ter um triângulo na hora que eu abrisse, nessa folha. Então se eu recortasse apenas com dois cortes essa folha eu teria que ter algum triângulo. Entendeu, foi isso que eu queria dizer.*
(1E-v5de6)

Naquele momento em que Laura discutia a interpretação que fizera do enunciado, Bianca interrompe, apresentando os recortes que fez e Laura não prossegue com o que estava pensando a respeito do enunciado. Surge então uma primeira questão (falas 171), apontada por Bianca ao refletir sobre seus recortes, que ela mesma, tenta responder com base em seus recortes (fala 174

169. *B. (com três triângulos nas mãos apoiando-os sobre a mesa) (Figura 6.1, Figura 6.2 e Figura 6.3)*
170. *L. É, eu conheço os três.*
171. *B. Tem outros tipos de triângulos? (. . . )*
172. *B. Não, né.*
173. *G. Como assim?*
174. *B. Eu não tô equivocada, não né. São três tipos de triângulos?*
175. *G. É! (em tom de exclamação e dúvida ao mesmo tempo)*
176. *P. Quanto às medidas. . .*
177. *B. Ah, os três formatos. . . (referindo-se aos recortes que tinha feito)*
178. *B.. . . de triângulo né.*
(1E-v5de6)

Com o surgimento então, da primeira reflexão (falas 169 até a fala 178), os diálogos seguiram procurando-se responder a esta primeira questão colocada por Bianca nas falas 171 e 174.

Os ângulos retos foram obtidos pelas professoras utilizando-se o canto da régua e considerando-se esta referência para obter-se ângulos agudos e ângulos obtusos. Este foi um procedimento que as professoras participantes utilizaram rotineiramente, sem comentários explícitos.

Após a afirmação de Bianca sobre os três tipos de triângulos a pesquisadora questiona sobre quais tipos ela estava se referindo (fala 179). E Bianca inicia suas explicações.

179. *P. Quais são? A quais você se refere?*
180. *B. Bom, tem um que tem ângulo reto. (mostrando um triângulo retângulo) (Figura 6.1)*
(1E-v5de6)

Bianca corretamente observa o ângulo reto na dobra, mas não se lembrava da nomenclatura "triângulo retângulo". A pesquisadora questiona-a (fala 181) sobre a nomenclatura daquele triângulo para salientar que o nome estava sendo dado pela presença do ângulo reto e para poder usar a expressão "triângulo retângulo" nos momentos subseqüentes e assim facilitar a comunicação. E pela fala 184 percebe-se que o uso da nomenclatura era uma necessidade de Bianca.

181. *P. Como é que chama?*

182. *B. Não sei como é que chama? Tem ângulo reto (indicando o ângulo reto do triângulo que estava em suas mãos).*

183. *P. Triângulo retângulo, aquele que tem ângulo reto.*

184. *B. Ah, tá, tá vendo (falando para Laura).*
(1E-v5de6)

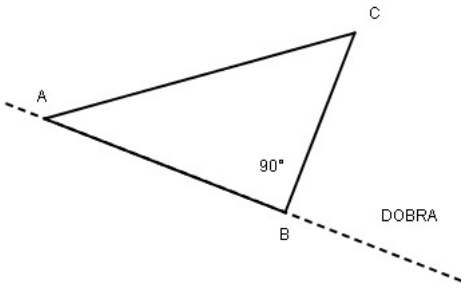



Figura 6.1: Representação da pesquisadora, a partir do vídeo, do triângulo retângulo recortado por Bianca.

Depois, Bianca apresenta uma confusão de conceitos em relação aos triângulos eqüiláteros e isósceles (falas 185 e 190). Ela não tinha construído o triângulo de forma a garantir que os três lados fossem iguais, mas afirmava ao olhá-lo (representação na Figura 6.2[3]).

185. *B. O eqüilátero, que eu não sei se é isso mesmo, porque é três lados iguais. (indicando um triângulo conforme representado na Figura 6.2)*

186. *B. Três lados iguais.*
(1E-v5de6)

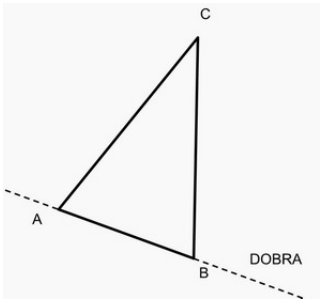



Figura 6.2: Representação da pesquisadora, a partir do vídeo, do triângulo recortado por Bianca.

E por fim Bianca apresenta o último dos três recortes que ela não sabia nomeá-lo. Neste momento, Ana Júlia participa da discussão e afirma que tratava-se de um triângulo isósceles, provavelmente indicando um nome que vinha à sua memória e ainda poderia não ter sido usado, pois

[3]Consideramos como triângulo a região interior delimitada pela poligonal fechada representada em cada caso, mesmo não preenchendo seu interior em nossas representações.

em relação ao triângulo anterior (Figura 6.2) ela também o observara e não comentou sobre sua classificação, cuja aparência poderia lembrar um triângulo isósceles.

187. *B. E esse que eu não sei o nome. (Figura 6.3)*

188. *AJ. Isós. . . isóceles.*

189. *L. Isósceles. (completando a palavra anterior de Ana Júlia e não se referindo à figura)*

190. *B. Isósceles*
(1E-v5de6)

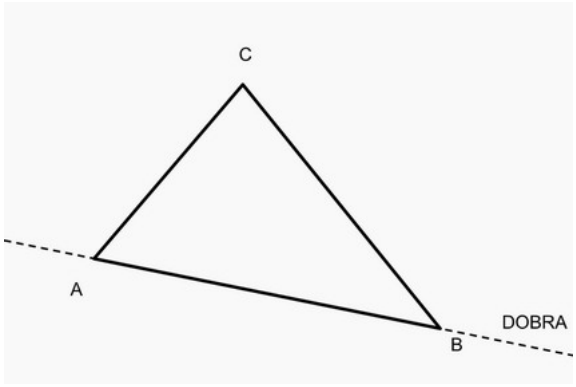



Figura 6.3: Representação da pesquisadora, a partir do vídeo, do triângulo recortado por Bianca.

E para elucidar a nomenclatura e as características da figura apresentada, a pesquisadora questiona Bianca (fala 191). Após a interferência de Guilhermina (fala 194), a pesquisadora informa que o triângulo que tem os três lados diferentes recebe a denominação escaleno (fala 196).

Em uma dinâmica de aulas exploratório-investigativas é necessário que o professor tenha o papel de recurso dos alunos, fornecendo-lhes informações quando necessário. Também é atribuição do professor ser instigador, proporcionando condições para que seus alunos prossigam nas questões por eles apresentadas. De igual forma, pode ser necessário que o professor questione-os, de forma direta, fazendo-os tomarem consciência de aspectos implícitos ou levando-os a conflitos ou discussões das declarações por eles proferidas. Entretanto, há que se pesar também que a intervenção do professor deve ocorrer de tal forma que não obscure a participação dos demais envolvidos.

Ponte, Brocardo e Oliveira (2003) e Ponte et al. (1998) apontam os papéis do professor numa aula de investigação matemática. Dentre esses papéis diversos, em síntese, estes autores enumeram: "desafiar os alunos, avaliar o seu progresso, raciocinar matematicamente e apoiar o trabalho deles" (PONTE; BROCARDO; OLIVEIRA, 2003, p. 47). Especificamente no caso de o professor desempenhar a função de apoio para os alunos, esta está relacionada tanto quanto à vertente didática quanto à exploração matemática. No caso do apoio em relação à exploração matemática estes pesquisadores

evidenciam que isto ocorre de várias formas, dentre as quais destacam que o professor deve colocar questões mais ou menos diretas, recordar ou fornecer informações, fazer sínteses e promover a reflexão dos alunos.

Em nosso caso, percebemos que durante diversos momentos foi necessário que a pesquisadora questionasse as professoras de maneira direta (fala 191), com a finalidade de levar a professora participante a refletir sobre determinados conceitos necessário para o prosseguimento da atividade. Em outros momentos foi necessário à pesquisadora tecer afirmações para clarear dúvidas de conteúdos das professoras participantes (fala 196).

Com a informação dada pela pesquisadora de que o triângulo que tem os três lados de medidas diferentes é o triângulo escaleno, Bianca questiona então qual seria o triângulo isósceles (fala 197).

Ana Júlia, ao responder (fala 198) para Bianca, denota que em seu conhecimento ela traz uma imagem associada ao conceito de triângulo isósceles, o triângulo isósceles acutângulo.

Ana Júlia, identificou que o protótipo de triângulo isósceles a qual ela se referia tem dois lados de mesma medida e concluiu então, que o outro lado teria medida diferente dos demais (fala 200), o que levou a nova intervenção da pesquisadora (fala 202).

191. *P. O que ele tem para ser isósceles?*
*192. B. Um lado menor (mostrando o menor lado)... os três lados diferentes.*
*193. L. Os três lados diferentes.*
*194. G. Os ângulos né.*
*195. AJ. Os três diferentes.*
*196. P. Os três lados diferentes: escaleno.*
*197. B. Escaleno. E o isósceles? Qual é?*
*198. AJ. Ah, é aquele pontudinho, assim (com as mãos faz no ar uma representação de um triângulo isósceles que tenha a base paralela ao plano horizontal e os outros dois lados indicados pelo perfil de cada uma das mãos, formando um ângulo agudo.)*
*199. P. Qual é o isósceles?*
*200. AJ. Tem dois lados iguais e um diferente.*
*201. B. Ah, tá.*
*202. P. Tendo dois lados de mesma medida já é isósceles.*
(1E-v5de6)

No diálogo anterior, a imagem que Ana Júlia trazia de triângulo isósceles está relacionada a um caso particular, possivelmente à posição à qual ela sempre se deparou. Neste caso, o desenho de triângulo isósceles que Ana Júlia representou é denominado por Pais (2000) de *configuração geométrica*. A *configuração geométrica* é um desenho que apresenta as seguintes características:

> ilustra um conceito ou propriedade, possui fortes condicionantes de equilíbrio e trata-se de um desenho encontrado com relativa freqüência no contexto do ensino e da aprendizagem escolar. Há uma espécie de tradição, influenciada tanto pelo senso comum como pelos saberes escolares, de preservação dessa forma particular de representação (PAIS, 2000, p. 4).

Pais (2000) dá como exemplo de configuração geométrica especificamente o triângulo isósceles não equilátero, acutângulo, considerando que o desenho usual geralmente apresenta "um de seus lados na posição horizontal, considerado como "base" do triângulo, cujo comprimento é um pouco menor do que a altura relativa a esta base horizontal" (p. 5). Apesar de Ana Júlia não mencionar as medidas dos lados, de maneira a considerar a "base" menor que os outros dois lados, como neste exemplo específico de Pais (2000), o triângulo descrito por Ana Júlia (fala 198) vai ao encontro do exemplo dado pelo referido pesquisador, revelando uma representação que ela traz de triângulo isósceles: triângulo isósceles, não equilátero, cuja "base" que tem medida diferente dos demais lados está na posição horizontal, e é um triângulo acutângulo.

Na seqüência da atividade, Laura e Bianca estavam empenhadas em nomear os recortes que tinham feito e percebiam que não havia apenas "três tipos de triângulos". E desta forma, as discussões passaram da nomeação de casos particulares obtidos nos recortes para o levantamento de conjecturas sobre a existência ou não de determinadas figuras que não tinham sido recortadas. Contudo, faziam experimentos para verificar suas hipóteses, quer com recortes ou projetando-os.

Na tentativa de prever triângulos que não tinham sido recortados, Bianca levanta uma conjectura sobre a inexistência de triângulos que tenham os três ângulos menores que 90 graus (fala 203).

> 203. *B. Mas sempre vai ter um (ângulo) que vai ser ou igual ou maior que 90. Não tem como fazer triângulo com os três ângulos menores que 90.*
> (1E-v6de6)

Então a pesquisadora questiona Bianca (fala 204) com o intuito de instigá-la a procurar a validade ou falsidade de sua afirmação, uma vez que ela já tinha recortado triângulo acutângulo. E Bianca complementa sua declaração, afirmando que referia-se a triângulos que tivessem os ângulos menores que 90 graus e cujos lados fossem de medidas diferentes (fala 206).

> 204. *P. Tem? Dá uma olhada naqueles que você já fez.*
> 205. *B. Tá tem. (risos)*
> *(. . . )*
> 206. *B. Mas diferentes não.*
> 207. *G. Ah, não! (em tom de voz muito baixo)*
> 208. *B. De lados diferentes.*
> 209. *P. De lados diferentes, com ângulos menores que 90?*

*210. B. É.*
(1E-v6de6)

Naquele momento ainda não tinham recortado triângulo escaleno acutângulo. A fala 209 da pesquisadora dá ênfase à conjectura levantada. Foi uma forma de ressaltar uma afirmação e enfatizá-la de modo que as professoras participantes fossem em busca de sua validade ou não.

Então, Bianca pegou uma folha de papel dobrada, na qual ela tinha recortado um triângulo escaleno obtusângulo conforme Figura 6.4.

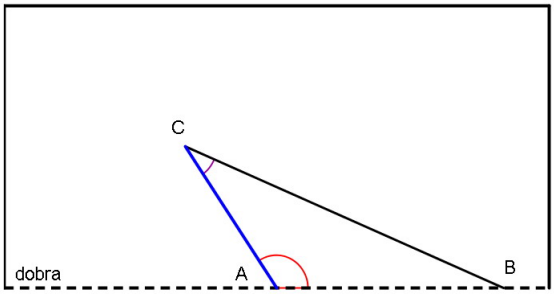



Figura 6.4: Representação realizada pela pesquisadora, a partir do vídeo - Folha de revista resultante do recorte de um triângulo obtusângulo.

A partir da folha de revista dobrada, já recortada que estava em suas mãos (Figura 6.4), Bianca inicia uma exploração, experimentando diversas maneiras de modificar o triângulo já recortando de maneira a mostrar que, mesmo modificando-o, com as projeções conforme veremos nas figuras a seguir, não é possível obter triângulo acutângulo. Esta possibilidade de explorar-experimentar parece-nos possível devido ao caráter aberto da tarefa, que permitiu que Bianca em suas primeiras explorações levantasse um questão e uma conjectura, e buscasse a validade de suas afirmações. Assim, na exploração-investigação matemática, devido à possibilidade de construção de conhecimento a partir das observações de quem se envolve na tarefa, é possível a exploração de múltiplas possibilidades, sem a expectativa de se buscar a(s) resposta que o professor aguarda.

Bianca apoiava a tesoura no vértice A e projetava outro recorte de modo que o lado AB ficasse maior e o ângulo A tivesse sua medida reduzida, afirmando que:

211. *B. Se eu vier pra cá (ponto A transladado para a esquerda sobre a dobra - formando a Figura 6.5) esse (ângulo C) vai ficar maior (que $90^o$).*
(1E-v6de6)

Na Figura 6.5 visualizamos o triângulo que Bianca projetava. E ela percebia que conservando-se o ângulo B, conforme a medida do ângulo A era reduzida, a medida do ângulo C aumentava.

E Bianca continua:

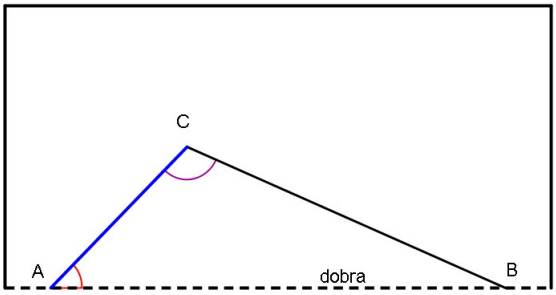



Figura 6.5: Representação realizada pela pesquisadora a partir do vídeo - Projeção do recorte da professora Bianca.

212. *B. Se eu vier pra cá (deslocando o vértice A para a direita sobre a dobra) esse (ângulo A) vai ficar maior (que 90º) (Figura 6.6).*
(1E-v6de6)

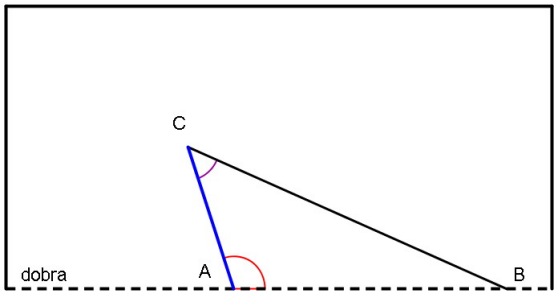



Figura 6.6: Representação realizada pela pesquisadora a partir do vídeo - Projeção do recorte da professora Bianca.

E Bianca continua sua argumentação (Figura 6.7):

213. *E se eu ficar aqui (apoiando a tesoura na dobra, sobre o ângulo A, simulando um recorte cujo segmento AC fosse perpendicular à dobra - Figura 6.7) ele (ângulo A) fica reto.*
(1E-v6de6)

Naquele momento, em relação à atividade que Bianca desenvolvia, Guilhermina tece um comentário (fala 214) que pode indicar que sua relação com a matemática leva-a a considerar esta ciência como aquela na qual as questões tem respostas únicas, e que pode estar diretamente ligado às experiências desta professora ao aprender matemática, à sua construção pessoal do conhecimento de conteúdo específico.

214. *G. Eu fico satisfeita com uma resposta. (fala em tom de voz baixo e termina rindo)*
(1E-v6de6)

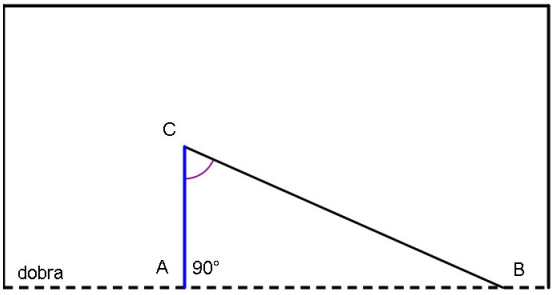



Figura 6.7: Representação realizada pela pesquisadora a partir do vídeo - Projeção do recorte da professora Bianca.

Esta mesma professora, em um momento posterior, no segundo encontro, provavelmente depois de refletir sobre o ocorrido no encontro anterior, também destaca, em tom de preocupação, este aspecto de sua atividade: ter feito um só recorte:

> 215. *G. Nossa... Eu fiquei tão feliz com uma resposta só, que eu não fiquei procurando mais respostas. Eu fiquei satisfeita. Achei uma solução pra mim era o suficiente. Eu fiquei me questionando porque que eu não fiquei procurando mais, para mim estava bom.*
> (2E-v1de3)

Laura, por sua vez, declara seu incômodo quanto à interpretação do enunciado (falas 216 e 217). Em paralelo, Bianca continua a investigar a existência de triângulo acutângulo. A pesquisadora não interveio com o intuito de criar oportunidades para que as demais participantes interviessem no debate, mas o fará mais adiante.

> 216. *L. Então tá eu fiquei triste comigo de ter tido tanto problema (fala concomitante à anterior de Guilhermina)...*
> *(...)*
> 217. *L. em interpretar o... (enunciado)*
> (1E-v6de6)

E Bianca continua sua investigação a respeito dos tipos de triângulos (fala 218). Como as demais professoras participantes não estavam questionando-a, a pesquisadora continuava a discutir com Bianca, que ainda não percebia a existência de triângulos acutângulos escalenos.

> 218. *B. Eu acho que não tem outros (dá ênfase à fala) tipos de triângulo porque qualquer outro recorte que eu fizer eu vou cair em um desses quatro.*
> *(...)*
> 219. *P. Os três ângulos menores de 90º e se ele for escaleno é uma suposição impossível? É essa idéia que você estava tendo?*
> 220. *B. Isso, é. É.*

221. *P. Isso que você tá pensando, é uma idéia que pode ser válida. Você não vai precisar fazer, fazer, fazer, triângulos para testar.*
222. *B. Isso. É.*
*(. . . )*
223. *P. Veja se você consegue verificar se essa suposição é uma idéia válida ou se essa idéia. . . é uma idéia que você já joga fora, que já refuta.*
224. *B. Tá. (fala bem baixo)*
225. *P. Então a tua idéia é: tem triângulo que seja triângulo escaleno mas também que tenha todos os ângulos menores que 90. Isso tem?*
226. *P. Tem que ter todos os ângulos menores que 90 e. . .*
227. *B. Escaleno (manuseando os recortes)*
228. *P. E que seja escaleno. (Laura e Bianca continuavam a observar os triângulos e Bianca tentava transformar um triângulo já recortado em triângulo escaleno acutângulo)*
(1E-v6de6)

Laura, que assistia o que Bianca fazia, repete a questão (fala 229), mas novamente fala sobre a interpretação do enunciado (fala 231).

229. *L. A questão é o escaleno em que os três ângulos tenham menos que 90. É isso?*
230. *P. É isso que eu propus pra Bianca, porque ela teve a idéia de que isso não existe.*
*(. . . )*
231. *L. Não, burrice sou eu, professora de Língua Portuguesa, não. . . empacar num enunciado!*
(1E-v6de6)

E são interrompidas por Bianca, que conseguiu fazer o recorte de um triângulo acutângulo escaleno, negando a veracidade de sua conjectura (fala 232). Assim, Bianca prova que é falso que não existe triângulo acutângulo escaleno, utilizando-se de uma dimensão da prova matemática, que para atestar-se da falsidade de uma declaração basta um exemplo que a contradiz. Neste caso, para isso Bianca utilizou-se da experimentação que estava fazendo, ou seja, o fez empiricamente.

232. *B. Aí, deu certo, Pronto! Maiza.*
233. *P. Você achou? Tem. . .*
234. *B. Então tem outro tipo de triângulo? Ah, não, já fala já quantos tem logo pra eu já chegar logo em quantos tem . (risos)*
(1E-v6de6)

A pesquisadora não responde, e ajuda Bianca a organizar os diversos tipos de triângulos que já estavam recortados, pois todas as participantes estavam com a atenção voltada para o que Bianca

fazia. Foi necessário então a pesquisadora fazer uma síntese, um dos papéis o professor em aulas exploratório-investigativas ao apoiar os alunos, no caso, professoras participantes.

Para sintetizar e sistematizar os recortes que tinham realizado a pesquisadora salienta a classificação dos triângulos considerando como parâmetro tanto as medidas dos lados quanto às dos ângulos:

> 235. *P. Então eu tenho o quê? Um triângulo eu posso pensar duas formas, não é?*
> *236. P. Uma se eu pensar em relação aos lados...*
> *237. G. E aos ângulos.*
> *238. P. E a outra... o que a Guilhermina falou. Em relação aos ângulos.*
> (1E-v6de6)

E Guilhermina sugere a organização do que for sendo feito:

> 239. *G. Agora organizando o pensamento, por favor.*
> *240. G. Coloca assim o que foi concluído.*
> *241. P. Então eu coloco e vocês vão falando?*
> *242. G. É bem melhor, não é?*
> (1E-v6de6)

Então a pesquisadora fez uma síntese dos tipos de triângulos discutidos, colocando na lousa um esquema de classificação considerando, separadamente os lados e os ângulos, anotando então, que:

Quanto às medidas de seus lados, os triângulos podem ser:

- triângulo escaleno: todos os lados têm medidas diferentes;
- triângulo isósceles: têm dois lados congruentes (de mesma medida);
- triângulo equilátero: todos os lados são congruentes.

Quanto às medidas de seus ângulos, os triângulos podem ser:

- triângulo retângulo: tem um ângulo reto (90 graus);
- triângulo obtusângulo: tem um ângulo maior que 90 graus (ângulo obtuso).
- triângulo acutângulo: tem todos os ângulos menores que 90 graus (agudos).

Conforme fazia as anotações, ia dialogando com as professoras, que apresentavam exemplos, quer com os recortes já feitos, quer fazendo outros, sempre justificando a relação do exemplo com a denominação dada. As professoras preocuparam-se em registrar as nomenclaturas, quando então, a pesquisadora as interroga (fala 243):

243. *P. Eu vou ter seis tipos de triângulos diferentes?*
244. *G. Não.*
245. *P. Na verdade não. Por que não?*
246. *AJ. Por causa do ponto de vista né.*
247. *P. Depende... se eu estiver olhando...*
248. *AJ. Analisando só lados... não posso... porque...*
249. *G. É.*
250. *AJ. O mesmo triângulo, você olha pelos lados e pelos ângulos.*
251. *P. E pelos ângulos.*
252. *P. Então na verdade a gente vai ter combinações disso.*
253. *G. É.*
254. *P. Aí, a idéia que surge é o quê? Existe triângulo equilátero que é triângulo retângulo ao mesmo tempo? Existe triângulo equilátero que é acutângulo ao mesmo tempo? Bom, se não são seis, se vai depender do ponto de vista, os triângulos recebem dois nomes, por exemplo: triângulo retângulo escaleno, e assim por diante.*
(1E-v6de6)

Daí em diante ficaram discutindo as possiblidades de combinar-se a nomenclatura, voltando nos exemplos já recortados e perceberam a impossiblidade de se ter triângulo equilátero que não seja acutângulo. Foram então, organizando seus registros escritos e suas anotações em seus cadernos e foram classificando os triângulos que tinham recortado.

Guilhermina ressalta um dos aspectos que percebeu com a exploração realizada, lançando uma reflexão para a abordagem de triângulos na sala de aula (fala 255) em sobreposição à idéia de que muitos parecem ter "para ser triângulo tem que ter três lados iguais", conforme fala (258) de Ana Júlia.

Assim, a ampliação de conhecimentos relacionados ao conceito de triângulo favoreceu a exploração didática. Inferimos, sem contudo termos a pretensão de generalizar, que a ampliação de conhecimentos relacionados ao conteúdo no ensino (neste caso o conceito de triângulo), mantém relações com aspectos do conhecimento pedagógico do conteúdo, que são reelaborados contemplando-se os novos entendimentos do primeiro.

255. *G. E até é legal mostrar isso pra criança. Porque de repente, você passa um conceito de que o triângulo são os três lados iguais, como e que você vai...*
256. *AJ. Isso!*
257. *G. Vai começar a falar coisas que não são verdade. Vai ensinar uma coisa errada.*
258. *AJ. Porque assim, é porque a gente ensina dessa forma.*
259. *G. Mostrar, mostrar, (triângulos) diferentes pra eles (não só o equilátero).*

260. *AJ. É.*

261. *B. Justamente porque eu achei interesssante...*

262. *G. Até pra questionar né, eles perceberem.*
(1E-v6de6)

Bianca por sua vez, também sublinha (fala 264) um aspecto relacionado à condução da atividade: a prática diferenciada da formadora a qual Guilhermina complementa (fala 275) transpondo à prática docente, como veremos no próximo diálogo.

Destacamos que as aprendizagens docentes que as professoras participantes podem levar às suas práticas não estão envolvidas estritamente ao conteúdo envolvido na tarefa (conhecimento do conteúdo), mas à dinâmica e à condução da atividade (conhecimento pedagógico do conteúdo). Assim, a partir do momento em que as professoras, em formação percebem-se como produtoras de conhecimento é possível que queiram colocar-se na condição de orientadoras de seus alunos, para que estes também venham a estar em tais condições.

Neste contexto entendemos a pertinência das maneiras pelas quais a formação ocorre e as formas que são requisitadas que os professores ensinem, conforme pondera Shulman (2004, p. 506) ao dissertar sobre o desenvolvimento profissional docente, pensando nas reformas educacionais, que entendemos como políticas públicas de formação docente:

> Muitos dos nossos esforços nas reformas educacionais encorajam os professores a criarem condições nas quais os estudantes sejam criativos e inventivos, resolvedores de problemas e inovadores. Os professores são questionados a criar condições de aprendizagem que eles próprios nunca encontraram antes.

Tendo como contexto de nossa pesquisa a exploração-investigação matemática, a abertura de tal proposta permitiu que as professoras mobilizassem seus conhecimentos a respeito de conteúdos geométricos quando reelaboravam outros, e neste movimento perceber-se enquanto sujeito aprendente e colocar-se na situação do outro, em uma perspectiva que há muito se diz necessário: o professor como orientador do conhecimento de maneira não diretiva e a quem aprende a oportunidade real de ser criativo, com espaço próprio para ouvir e ser ouvido, a oportunidade de quem aprende se apropriar do espaço de aprendizagem, de lhe pertencer. Desta maneira, as professoras participantes destacam suas reflexões que denotam as aprendizagens relacionadas ao conhecimento pedagógico do conteúdo, resumido por exemplo, nas palavras de Guilhermina (fala 275). Além do conhecimento de conteúdo específico, esta professora também está aprendendo um modo de estabelecer nova relação com a matemática (falas 285 a 286); a possibilidade de construção de conhecimento e o exercício da curiosidade que "convoca a imaginação, a intuição, as emoções, a capacidade de conjecturar, de comparar (...) admito hipóteses (...) até que chego à sua explicação" (FREIRE, 1996, p. 88).

263. *B. Não, outra coisa que eu fiquei te provocando... (...)*

264. *B. A forma como você foi conduzindo, né. Então, a forma até foi pra ver como é que você ia... Porque eu achei legal.*

265. *G. Mas quem tem que provar que tá certa é você (risos) (para Bianca)*

266. *B. Não, porque é interessante.*

267. *G. Não, o que ela fez foi isso. Ela fez você provar!*

268. *B. Não, ela foi, não de forma direta, de ficar falando, não esse não, tem outro, tem outro, né. Mas de forma que fosse instigando ... instigando pra descobrir.*

269. *G. Que é o que a gente ... Eu acho que é legal.*

270. *L. Instigando a gente na verdade.*

271. *G. Isso, isso*

272. *B. Isso, isso*

273. *L. A... a... a gente a pensar!*

274. *B. Isso, isso aí.*
*(...)*

275. *G. Que é o que é legal da gente fazer com as crianças.*

276. *AJ. Isso que é o que fazer com...*

277. *L. Ela não deu resposta pronta em nenhum momento.*

278. *B. É, então é isso.*

279. *L. Foi conduzindo de uma forma com que a gente fosse chegando até determinadas conclusões.*

280. *B. Isso, é isso que eu quero dizer.*
(...)

281. *B. Nem sempre a gente tem a paciência de fazer isso com o aluno, né; isso que é a verdade.*

282. *G. Às vezes a gente também não tem o tempo.*

283. *B. Mas não tem paciência às vezes.*

284. *G. Você tem por exemplo o horário para fazer uma coisa, tá no horário do lanche. Agora não dá para fazer. E aí, às vezes é difícil retormar o assunto, porque era interessante naquele momento com a criança. E posteriormente pode não ser.*
*(...)*

285. *L. A gente ficou empolgado em tentar descobrir. É realmente a construção do conhecimento. né.*

286. *L. A gente foi mesmo pela curiosidade de saber.*
(1E-v6de6)

Laura novamente comenta sobre seu estranhamento com o enunciado (fala 297) e o conflito vivenciado por ela, que acreditava que a interpretação seria suficiente para a aprendizagem (fala 301) e percebe que além das habilidades relacionadas à interpretação também é necessário conhecimento de conteúdo específico, uma vez que o discurso matemática tem especificidades próprias.

Em sua fala 292 Laura denota a falta de oportunidades formativas em relação ao conhecimento de conteúdo específico confirmada por Guilhermina (fala 300). Laura aproveita para complementar a posição anterior das professoras sobre a condução da atividade (fala 294) complementada por Guilhermina (fala 295), que centra-se no campo do conhecimento pedagógico do conteúdo, o qual inclui as maneiras pelas quais o professor busca tornar seus conteúdos de ensino possíveis de serem aprendidos pelos seus alunos (SHULMAN, 1986).

287. *L. Ou mesmo, eu por exemplo, tive uma dificuldade em interpretar um enunciado matemático. A princípio.*

288. *P. Agora, deixa eu te perguntar uma coisa: você teve dificuldade pelo enunciado, ou você sugere modificações para ele ficar melhor.*

289. *L. É o seguinte. Eu pensei o seguinte. A princípo eu acho que foi falta de... de conhecimento matemático mesmo.*

290. *P. Tá.*

291. *L. Você entendeu? Porque a partir do momento que a Bianca começou a fazer aqui na minha frente. Até eu tava escrevendo isso aqui no meu registro. Eu parei justamente aí. Eu voltei no enunciado eu vi que ela tava fazendo exatamente o que estava sendo pedido aqui.*
*(...)*

292. *B. Estou totalmente destreinada de matemática. Foi assim... Fazia muito tempo que eu não parava pra pensar em questões matemáticas.*

293. *L. Eu não sei na verdade te dizer qual foi a primeira coisa que eu imaginei. Sinceramente eu não sei te dizer o que eu imaginei a princípio. Aí quando a Bianca começou a fazer tão rapidinho. Eu voltei. Não, peraí, ela tá fazendo exatamente o que está sendo dito aqui. Então, eu pensei na questão da dobra...*
*(...)*

294. *L. Eu acho que é, né. Se a gente for pensar em questões pedagógica hoje, eu acho que na forma da condução da atividade. E não na atividade em si.*

295. *G. Que é o legal da gente estar repensando com a criança.*

296. *L. As interferências que você foi fazendo, no sentido de... de... estimular mesmo nosso pensamento.*

297. *L. Uma das minhas preocupações é tentar descobrir onde que eu parei na interpretação, que eu não fui para frente. Você entendeu?*
*(...)*

298. *L. Estou muito enferrujada.*

299. *G. Nossa!*

300. *G. A gente acaba se afastando...*

301. *L. Aí eu fico pensando naquela tese de todo professor de Língua Portuguesa: para poder interpretar qualquer coisa a gente precisa conseguir interpretar um texto. E de repente você se dapara com uma questão dessa e...*

302. *G. É, é.*

303. *L. E só interpretar sem ter conhecimento (específico) não adianta.*

*304. G. É é.*
*305. L. Eu empaquei.*
*306. G. Mas não é legal? É legal isso.*
*307. L. Então, é um argumento furado! Você precisa saber, mas você precisa...*
*308. G. Saber o assunto.*
*309. L. O assunto.*
*310. G. O contexto.*
(1E-v6de6)

Após essa discussão o primeiro encontro foi encerrado devido ao horário previamente combinando, e ficando para o próximo a continuação da tarefa. Neste primeiro momento a tarefa teve como foco a discussão sobre os tipos de triângulos que poderiam ser recortados, e pela curiosidade, interesse e conhecimento das professoras participantes se desenvolveu em torno da discussão sobre triângulos, com algumas situações voltadas para os quadriláteros e ainda sem relacionar o recorte que estivesse sendo feito com a figura resultante ao desdobrar o papel.

Percebemos então que nesta dinâmica exploratório-investigativa, os conteúdos abordados e as questões discutidas foram consequência da participação dos envolvidos e das interações estabelecidas. A priori, poder-se-ia esperar que o foco estivesse voltado para as relações entre os triângulos recortados e os quadriláteros obtidos, porém, as necessidades das professoras participantes deslocaram o foco para os conhecimentos sobre triângulos. Estavam aprendendo sobre triângulos durante a investigação.

As percepções a respeito da dinâmica e da condução da atividade foi ao encontro da sensibilidade das professoras que fizeram algumas reflexões associando com suas aulas, inclusive questinando suas práticas, como no diálogo entre Guilhermina e Bianca, por exemplo, quando ressaltam o aspecto positivo da tarefa ao mesmo tempo em que aponta fatores que interferem na realização de determinados tipos de tarefas, como a disponibilidade de tempo e a paciência do professor (falas 281 a 284).

A atividade desenvolvida prioritariamente por Bianca tomou conta de quase todo o tempo destinado à tarefa. Em paralelo, Ana Júlia e Guilhermina estavam tentando fazer sua atividade, e de fato fizeram um recorte cada uma, porém envolveram-se com a atividade desenvolvida por Bianca. O recorte feito por Ana Júlia e por Guilhermina foi sintetizado no registro escrito de Guilhermina mas não aparece no caderno de Ana Júlia.

O lugar em que estavam sentadas não permitiu que as atividades entre as duplas de professoras fossem distintas. Sabemos que em uma aula exploratório-investigativa uma das etapas é a socialização dos resultados e o debate entre as idéias apresentadas. Porém consideramos que o fato de ter-se poucas participantes permitiu que a atividade não fosse realizada de forma separada entre elas.

Previámos que fossem apresentados debates entre os resultados, porém no segundo encontro a atividade não foi continuada porque elas empenharam-se fortemente em discutir aspectos relacionados à sala de aula e às atividades que pudessem realizar com seus alunos, sem a necessidade de a pesquisadora solicitar tal tarefa.

A pesquisadora, em seu diário relata que houve grande interesse por parte das professoras em aprender conteúdos geométricos, porém as manifestações a respeito de suas preocupações com o ensino foram ainda maiores, marcando a direção dos próximos encontros a partir do segundo.

A interrupção da atividade que estava sendo desenvolvida no primeiro encontro por questões de tempo não foi um fator motivador para que ela fosse continuada. Além disso, parece que as professoras entenderam a atividade como uma forma de discutir conteúdos relacionados a triângulos, conforme expressa por Ana Júlia no quinto encontro quando a pesquisadora ressaltou que ainda tinham como tarefa a continuação da atividade do primeiro encontro e esta professora questiona:

311. *AJ. Você queria que fechasse o quê?*
312. *P. A gente parou a discussão nos triângulos.*
313. *AJ. Ah, entendi,*
314. *P. A gente não comentou que relações são percebidas entre o recorte feito e a figura obtida quando aberta.*
(5E-v1de3)

Stein e Smith (1998) ressaltam as fases de uma tarefa evidenciando que esta pode modificar-se quando os alunos trabalham sobre elas. Estes pesquisadores apresentam um quadro apresentando as três fases da tarefa antes da aprendizagem do aluno, conforme Figura 6.8. As fases as quais estes pesquisadores se referem são: como elas aparecem nos materiais curriculares, como elas são apresentadas pelo professor e como elas são realizadas pelos alunos.

A tarefa "Recortando triângulo..." passou por estas três fases e realmente foi modificada. Do enunciado original (PONTE; BROCARDO; OLIVEIRA, 2003, p. 72) ela foi reelaborada pela pesquisadora e posteriormente ao ser desenvolvida pelas professoras participantes teve outro aspecto, centrando-se nas figuras recortadas, sendo movida pela necessidade de conhecimentos relativos a triângulos para que fosse prosseguida pelas professoras.

Pareceu-nos que estas modificações não retiraram seu caráter-exploratório investigativo, a princípio pretendido pela pequisadora, uma vez que pelas falas (263 a 286) das próprias participantes uma de suas aprendizagens relacionou-se justamente pela condução de tal tarefa.

No segundo encontro, Bianca compartilha com Laura um dos efeitos do enunciado sobre seus cortes (fala 315). Assim, a forma como a tarefa é proposta, desde seu enunciado pode incidir em

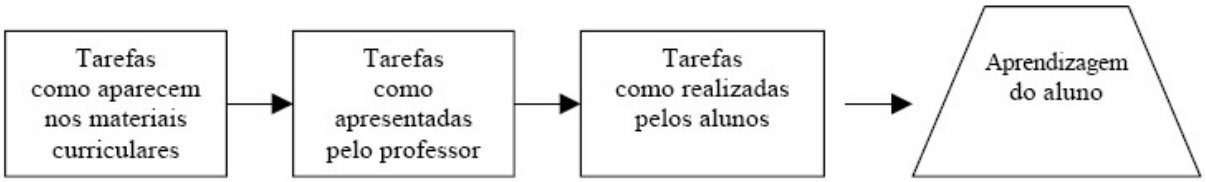



Figura 6.8: Quadro das tarefas matemáticas (STEIN; SMITH, 1998, p. 4).

alguns direcionamentos em que se envolve na atividade. Então o próprio enunciado pode ser um dos fatores que tem ligações diretas com a transformação da tarefa.

315. *B. Eu quero inclusive assim, colocar aqui uma coisa que eu estava pensando, né. Quando você falou assim né, quando a gente acabou de ler a atividade. Lembra que eu te falei assim ah mas eu já sei que figura vai formar. Aí depois eu fiquei pensando porque eu fui tão incisiva que haveria só uma figura porque eu pensei em apenas uma figura. Como eu não pensei na possibilidade de ter um monte. Aí depois eu percebi Maiza que o próprio enunciado me induziu. Ah lá, "Que figura você obterá?"*
*(todos estavam prestando atenção nela)*

316. *B. Então eu acho que...*

317. *G. Não, "quais figuras você forma".*

318. *B. É.*
(2E-v1de3)

Daí em diante as professoras participantes envolveram-se em buscar formas para o ensino de geometria para seus alunos as discussões foram várias e mesmo com algumas tentativas da pequisadora em dar continuidade à atividade anterior isto não foi possível porque estavam tomadas pelas discussões a respeito do ensino de geometria. No terceiro encontro também continuaram as discussões e tentavam montar projetos e isso foi acontecendo ao longo dos encontros, até que foi necessário, devido aos conteúdos que contemplavam no projeto apresentar outras tarefas.

Portanto, somente no décimo encontro retornou-se à tarefa "Recortando triângulos". Porém devido ao primeiro momento da atividade não ter possibilitado a apresentação dos resultados que cada professora ou dupla encontrou, mudamos a dinâmica da atividade com o intuito de provocar o debate de idéias matemáticas: cada professora faria a tarefa individualmente e levaria os resultados para compartilhar com as demais.

Também foi entregue às professoras o enunciado original com o intuito de oferecer uma situação que pudesse incidir em novas interpretações e complementar a situação anterior. Desta forma, retornou-se à tarefa lançada no primeiro, com o acréscimo do enunciado original (Figura 6.9).

A seguir apresentamos o enunciado original com a figura que o acompanha.

Tarefa 1

Por certo que na sua infância, na escola ou com amigos, você se entreteve a fazer cortes com papel e a brincar com os desenhos que obtinha.

Para explorar essa tarefa vai precisar de uma tesoura e de muito papel.

A — Uma dobragem e dois cortes

1. Numa folha de papel dobrada ao meio, corte triângulos eqüiláteros, isósceles e escalenos. Pegue os pedaços de papel que obteve, desdobre-os e diga quais as formas geométricas que têm.

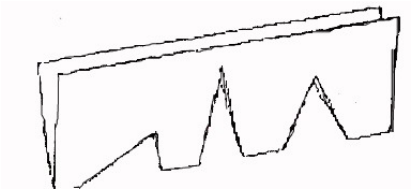


Figura 6.9: Figura do enunciado original (PONTE; BROCARDO; OLIVEIRA, 2003, p.72).

Três das professoras paticipantes levaram seus registros feitos a partir das tarefas (Laura, Guilhermina e Ana Júlia). Bianca não levou os registros, porém participou igualmente da discussão.

A primeira professora a apresentar seus resultados e os registros feitos foi Guilhermina:

319. *P. Eu gostaria que vocês comentassem quais cortes foram feitos, o resultado obtido... Enfim o que vocês fizeram.*
320. *G. Mas é tão simples.*
321. *L. Meu também.*
*(...)*
322. *AJ. Eu vou falar, é bem pouquinho.*
323. *P. Eu vou perguntando.*
*(...)*
324. *G. Eu trouxe o papel que eu recortei. (Figura 6.10)*
(10E-v1de3)

Diferentemente do primeiro encontro, Guilhermina preocupa-se em fazer diversos recortes, apesar de seguir o enunciado quanto aos tipos de triângulos que deveria fazer (eqüilátero, isósceles e escaleno). Contudo ainda não demonstra no início dos recortes que esteja relacionando os recortes feitos com as figuras obtidas. Na Figura 6.10 está uma reconstituição a partir do vídeo combinado com o registro escrito de Guilhermina; a nomeação dos vértices foi incluída pela pesquisadora.

325. *G. Aí, quando eu li o texto, ali já falava o triângulo que eu tinha que cortar: o escaleno, o isósceles e o eqüilátero.*
326. *G. E cortei assim: eqüilátero, o isósceles e o escaleno. (respectivamente, da esquerda para a direita, em relação à Figura 6.10)*

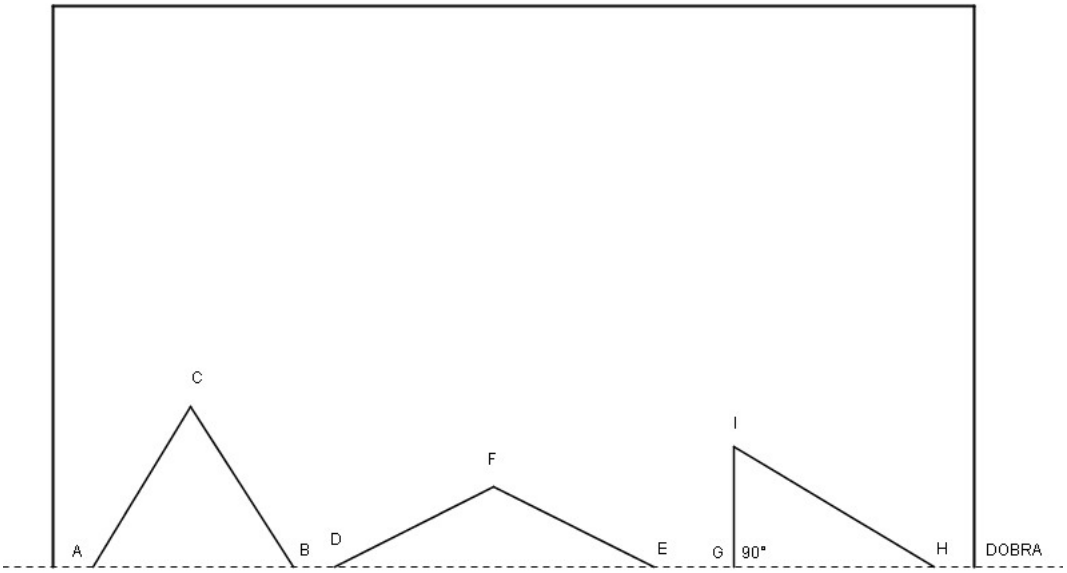



Figura 6.10: Representação feita pela pesquisadora dos recortes apresentados por Guilhermina a partir do vídeo combinado com o registro escrito desta professora.

*327. P. Tá.*
(10E-v1de3)

A pesquisadora questionou as estratégias utilizadas para construir e recortar o triângulo eqüilátero (fala 328). Em resposta, Guilhermina afirma (falas 330 e 331) que o fez sem medições.

328. *P. O eqüilátero, para você riscar, como é que você fez, Guilhermina? Como você tem certeza que ele é eqüilátero?*

*329. B. Ah, não; dá pra ver que é eqüilátero.*

*330. G. Então, é... (rindo) eu vou ser sincera, tá.*
*(...)*

*331. G. Eu fiz a olho.*

*332. AJ. Eu também.*
(10E-v1de3)

A professora Guilhermina prossegue, descrevendo seus recortes (fala 333), considerando o primeiro recorte feito como triângulo eqüilátero (triângulo ABC). O triângulo obtusângulo isósceles aparece no recorte de Guilhermina (triângulo DEF na Figura 6.10) quando esta professora busca fazer um "que seja todo diferente". Esta abertura à criatividade, característica marcante em uma tarefa exploratório-investigativa ocorreu pois ela mesma se preocupou em criar um triângulo, que da sua maneira pessoal, "era todo diferente" (fala 335). Inferimos que a qualificação "todo diferente" pode estar relacionada à sua experiência anterior com conteúdos referentes a triângulos, e que, possi-

velmente o triângulo isósceles obtusângulo aparecera significativamente com menor freqüência que triângulo isósceles acutângulo e triângulo retângulo.

333. *G. Aí eu fiz o de lados iguais. Então, pra mim, beleza, o eqüilátero. Fiz.*

334. *G. Porque esse aqui (referindo-se ao enunciado original) é em relação aos lados, não aos ângulos.*

335. *G. Aí eu fiz. Aí, eu falei, agora eu tenho que fazer um que seja todo diferente. (Indicando o triângulo DEF da Figura 6.10).*
(10E-v1de3)

Guilhermina realizou os cortes observando o enunciado, que, segundo sua interpretação, pedia que fossem feitos recortes de triângulos, observando-se a classificação de acordo com os lados, mas quando deveria recortar triângulo escaleno, não o fez, e recortou o triângulo retângulo (falas 342 e 344). Ao registrar tais recortes, Guilhermina afirmou que percebeu o engano cometido (fala 345). Mesmo assim aconteceu de o triângulo retângulo obtido ser escaleno.

Percebemos mudanças na interpretação que as professoras fizeram na tarefa como decorrência do enunciado apresentado. Porém, devemos considerar também que tratava-se de um segundo momento no qual a tarefa proposta não era inédita. As três professoras que desenvolveram a tarefa individualmente e trouxeram para compartilhar e debater no grupo, fizeram seus recortes obedecendo comandos que estavam expressos no enunciado, conforme, neste caso, retrata a fala 325 de Guilhermina.

336. *G. E aqui, esse aqui, eu pensei no ângulo. (mostrando o caso do recorte do triângulo retângulo GHI recortado - na Figura 6.10).*

337. *P. Esse aí que você está com a mão... (triângulo GHI na Figura 6.10)*

338. *G. Eu me preocupei com o ângulo.*

339. *P. Qual é? Triângulo ...*

340. *B. Retângulo.*

341. *G. Escaleno. (mostrando o triângulo retângulo)*

342. *G. É, que quando eu fiz o escaleno, eu não pensei em escaleno. Eu pensei no triângulo retângulo, porque pra mim... eu não sei... é um triângulo que pra mim... assim tem muito, por causa do ângulo né, pra mim é muito... sei lá (triângulo GHI na Figura 6.10).*

343. *P. Triângulo retângulo escaleno?*

344. *G. Eu não pensei escaleno, pensei no retângulo.*

345. *G. Aí depois eu fui, aí eu fui rever e falei assim: mas tem alguma coisa errada, porque é que os outros não tem a ver com ângulo, não tô fazendo escaleno, aí eu voltei lá, olhei (no caderno), falei assim, mas ele pode ser escaleno retângulo, então tá bom. Então eu fiz (rindo).*

346. *G. Porque eu achei interessante isso né. Não pensei no escaleno, pensei no retângulo.*

347. *G. Mas eu falei, mas eu... mas quem é quem.*
348. *G. Aí é que eu fui procurar. (fala em tom muito baixo)*
(10E-v1de3)

E continuam, de maneira que Guilhermina fazendo uso de suas anotações nomeia o triângulo central de seus recortes (Figura 6.10) de isósceles e também percebe que o triângulo eqüilátero é também triângulo isósceles (fala 354).

349. *P. Esse daí do meio qual é?*
350. *G. Isósceles.*
351. *P. O que é que ele tem pra ser isósceles?*
352. *G. O eqüilátero tem três lados iguais.*
353. *G. O isósceles tem dois lados iguais. E o escaleno três lados diferentes. (lendo em seu caderno anotações que fez no primeiro encontro)*
354. *G. Conseqüentemente o eqüilátero também é um isósceles.*
355. *G. Aí eu fiz os três.*
356. *G. Aí eu recortei.*
(10E-v1de3)

Outro fator interessante é que Guilhermina por ter feito individualmente a tarefa com vistas a apresentar necessitou escrever seus achados e para isso, ao escrever, percebe um engano que cometeu em relação ao que planejava recortar e realmente recortou. Assim, a escrita foi um valioso instrumento de reflexão.

Na fala 357 Guilhermina traz uma ressignificação ao registro durante uma atividade exploratório-investigativa, sendo que no primeiro encontro ela afirmara que não iria registrar porque não via necessidade ("Eu ainda não sinto a necessidade de registrar nada. Eu quero fazer. Eu sou ansiosa." (fala 146)), e agora, ela o fez (fala 357).

357. *G. Eu fui escrevendo pra ter noção do que eu tinha feito. Na hora que eu escrevi é que eu percebi que aqui (mostrando o caderno) eu me preocupei com ângulo. Foi só na hora que eu escrevi; na hora que eu estava fazendo eu não tinha percebido.*
(10E-v1de3)

De fato, o registro escrito em um trabalho exploratório-investigativo permite retomadas, intervenções e facilita a sistematização, conforme evidencia Cristóvão (2006, p. 170) quando se refere aos seus alunos em uma atividade exploratório-investigativa: "o registro é importante para eles, permitindo intervenções e retomada do trabalho, assim como para nossas reflexões e investigações sobre o processo vivido e sobre a nossa prática." e conforme mais adiante veremos (6.3.5) é tão importante para o professor quanto para o aluno.

Pouco a pouco Guilhermina continuou a expor os triângulos que recortou. Ao nomeá-los Guilhermina buscava associar os recortes feitos com as figuras abertas obtidas, avançando dessa forma para os conteúdos referentes a quadriláteros. Ao expor suas dúvidas foi possível perceber reelaborações de seu conhecimento anterior ao confrontar como o novo. Exemplificamos no diálogo estabelecido a seguir esta situação.

Quando Guilhermina nomeou (fala 358) as figuras de "losango" (indicadas na Figura 6.11) ela o fez, porém revela que percebeu que, mesmo chamando de losango, poderiam não ser, pois ela não sabia se era. Naquele momento a pesquisadora não interviu ou questionou diretamente para proporcionar que as demais o fizessem, mas relembrou-as que poderiam debater e colocar suas opiniões (fala 361).

A Figura 6.11 mostra o registro que Guilhermina fez da atividade e que serviu-lhe de base para compartilhar no grupo, além da folha vazada de onde ela retirou os recortes. Observamos que ao colar em seu caderno os recortes ela escreveu os recortes obtidos depois de abertos e não o fez na mesma ordem nem posição em que foram recortados. A nomeação dos vértices, a linha tracejada indicando a dobra e os valores $90^o$ na Figura 6.11 foram colocados pela pesquisadora na representação.

358. *G. Falei assim, mas será que é losango. Esses dois aqui... (Figura 6.11) (indicando no seu caderno as duas figuras à direita)*
359. *G. Mas aí, eu não sei se é. Fiquei com dúvidas de nomenclatura.*
360. *G. Mas eu não sabia o que era outra coisa, eu achei que fosse losango.*
361. *P. Enquanto a Guilhermina tá apresentando, é interessante se vocês discordarem, irem fazendo colocações.*
362. *G. É já fala, porque eu não sabia mesmo.*
363. *P. Qual triângulo você cortou pra dar losango?*
364. *G. O... isósceles e o eqüilátero.*
365. *P. O isósceles e o eqüilátero?*
366. *G. É.*
(10E-v1de3)

Após esta afirmação conclusiva (fala 366) a pesquisadora questiona Guilhermina (fala 367). Também percebemos que Bianca corretamente considera o quadrado como um losango (fala 373).

367. *P. Toda vez que eu cortar triângulo isósceles e triângulo eqüilátero vai dar losango?*
368. *L. (não com a cabeça)*
369. *G. Não, porque ele pode ser...*
370. *B. É, vai dar um quadrado.*

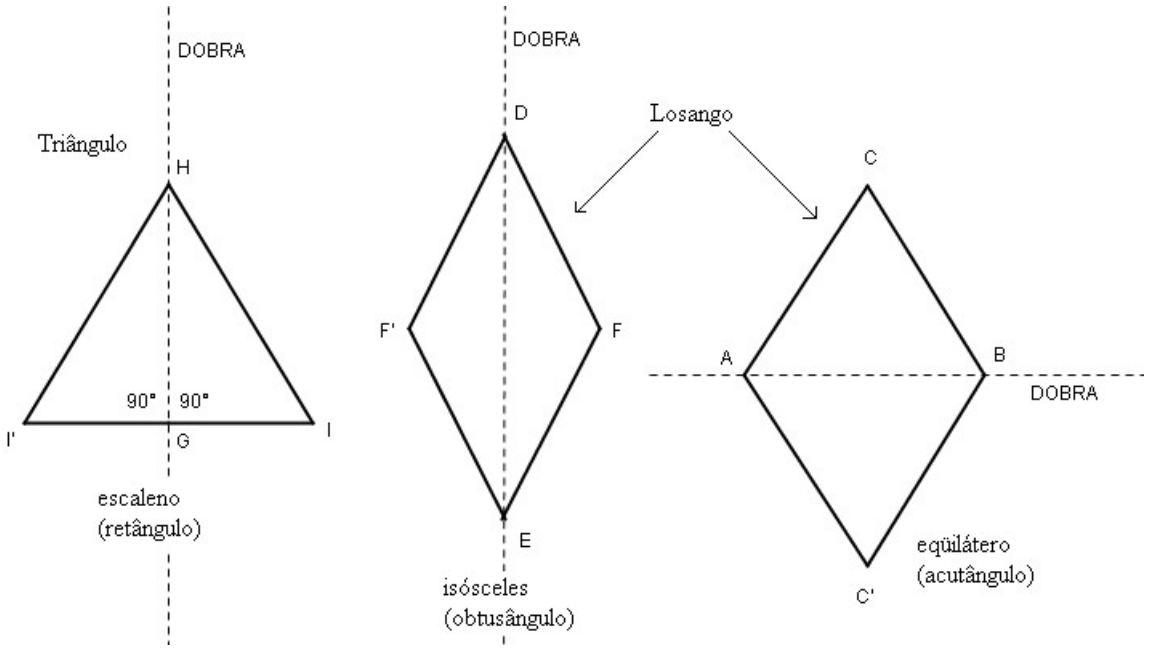



Figura 6.11: Representação da pesquisadora a partir do registro escrito de Guilhermina.

371. *G. Depois...*
372. *L. Vai dar um quadrado.*
373. *B. Mas é losango.*
374. *L. Eu não lembrava disso.*
(10E-v1de3)

Na seqüência, sem recortar, Guilhermina prevê os recortes de triângulos que não dão origem a losangos quando são abertos (fala 375 e fala 376).

375. *G. Isósceles obtusângulo ... ou isósceles retângulo ... (olhando em suas anotações do cadernos do primeiro encontro); ele pode ser outras coisas.*
376. *G. Eu não fiz, mas eu tenho consciência de que ele pode ser outras coisas.*
(10E-v1de3)

De fato, o losango pode ser obtido pelo desdobramento dos recortes de triângulos equiláteros ou de triângulos isósceles não eqüiláteros (acutângulos, obtusângulos ou retângulos) que tenham a base (lado não congruente) na dobra da folha de papel.

Guilhermina retorna e questiona (fala 377) Bianca (referente à fala 370) sobre quais recortes originam quadrados ao abrir-se as figuras. Guilhermina (fala 380) continua dicutindo com Bianca a partir de sua afirmação que foi incompleta (fala 379).

377. *G. Fala, do quadrado. Qual é que dá o quadrado?*
378. *B. Não...*

379. *L. É o... isósceles.*
380. *G. Mas o isósceles do que?*
381. *G. Isósceles o quê?*
382. *L. Um ângulo de maior que 90 graus. (com gestos)*
383. *L. É esse ângulo maior de 90 graus não é isso? (indicando o ângulo reto de um triângulo retângulo)*
*(Bianca fazendo recortes)*
384. *P. Então, pera lá, onde que está maior que 90?*
385. *G. Isósceles retângulo.*
386. *L. (pega um recorte de Bianca)*
387. *L. (medindo ângulo do recorte com o canto da régua) (Figura 6.12)*
388. *G. Então o isósceles retângulo.*
389. *L. Não, tá certo, aqui tem ângulo de 90 graus.*
390. *G. Não é?*
391. *P. Tem 90?*
392. *L. Tem (medindo com a régua - Figura 6.12).*
(10E-v1de3)

Figura 6.12: Professora Laura medindo um ângulo tendo como referência o canto de uma régua.

Observamos que até agora ainda não associaram a posição que deveria estar o ângulo reto ou obtuso e o recorte obtido. Por outro lado, percebemos um debate entre as professoras com discussão de idéias que envolvem conceitos matemáticos. Isso é relevante pois estavam aprendendo a investigar, e já apresentavam iniciativas de debate em torno de idéias matemáticas, diferentemente do primeiro encontro.

Segundo Veloso (1998, p. 376), para a construção de um determinado conceito geométrico "é conveniente que em cada momento haja um entendimento mínimo acerca de um conjunto de propriedades, de modo a permitir um certo nível de comunicação. A construção de um conceito é um processo lento de abstracção e de simplificação. É importante avaliar em cada momento o estado em que se encontra esse processo, não através de perguntas do tipo "diz o que é um quadrado", obrigando o aluno a papaguear uma definição qualquer, mas sim através de actividades de identificação, de distinção , de agrupamento, de classificação. No caso da geometria e dos objetos geométricos, as imagens são essenciais.".

Elas continuam e Guilhermina "descobre" (falas 401 a 407) que não é mais necessário recortar para observar o recorte aberto, mas é possível fazer a previsão fazendo um esboço desse desenho. Ela utiliza o conceito de simetria axial mas as professoras não o reconhecem naquele momento e a pesquisadora faz a afirmação (fala 409).

393. *P. Então ele deu...*
394. *L. É o isósceles...*
395. *G. Mas qual?*
396. *L. Com ângulo de 90 graus (virando a figura) deu um... quadrado.*
397. *G. Então é o isósceles retângulo.*
398. *G. Porque o que eu fiz foi o isósceles acutângulo.*
399. *G. Que deu o losango.*
400. *G. Entendeu? Aí eu tinha... aí quando eu ví aqui que tava errado eu voltei lá e falei assim, ah, quer dizer que tem mais opções. (voltando nas primeiras páginas de seu caderno)*
401. *G. É que eu não preciso estar recortando todos os modelos de triângulos e tal. Eu posso fazer de uma outra maneira sem recortar. (levanta seu caderno)*
402. *G. Eu posso simplesmente duplicar o desenho que eu fizer. (indicando no seu caderno como faz – Figura 6.13*[4]*)*
(10E-v1de3)

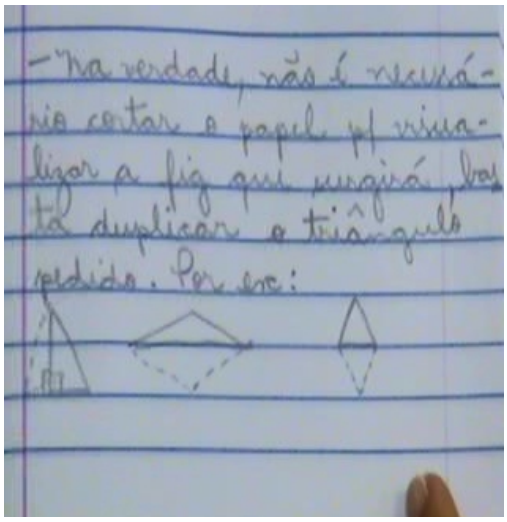



Figura 6.13: Anotações da professora Guilhermina.

403. *G. Eu posso duplicar ele. (indicando no caderno e gesticulando)*
404. *G. Porque é o que o recorte faz. Ele duplica a forma geométrica inicial. Ele faz ela duplicada.*
*(...)*

[4]Neste caso Guilhermina queria mostrar apenas a duplicação; os desenhos que ela fez não representam exatamente seus recortes, os quais ela registrou anteriormente e que representamos na Figura 6.11.

405. *G. Eu posso prever o que vai dar com o corte simplesmente com desenho.*

406. *G. Que é só eu duplicar, desenhar, fazer ele duas vezes.*

407. *G. Eu achei legal quando eu descobri isso, ai que bobeira, pra que é que eu vou ficar recortando? Eu posso desenhar e simplesmente duplicar. Porque é o que a gente faz na folha. (pegando sua folha vazada). A gente cortou duas vezes a mesma forma.*

408. *P. Lembra de algum conceito matemático que está envolvido aí?*
*(silêncio)*

409. *P. A simetria...*

410. *G. É verdade!*
(10E-v1de3)

Depois da apresentação de Gulhermina a pesquisadora não reviu seus recortes para aguardar aqueles que seriam apresentados pelas demais, e assim, novamente oportunizar que elas discutissem.

Ana Júlia foi a próxima e apresentou seus recortes; com a ajuda de todos foi reconhecendo os triângulos que foram feitos.

Salientamos que o enunciado de uma tarefa pode facilitar sua exploração bem como fornecer pistas de possíveis caminhos que o estudante possa seguir na exploração-investigação, o que depende da postura do estudante frente à tarefa. Ana Júlia ao falar de seus recortes associa-os ao que foi pedido no enunciado (fala 411).

411. *AJ. no enunciado falava exatamente isso. Corte triângulos eqüiláteros, isósceles e escaleno.*
(10E-v1de3)

Na seqüência apresentamos a discussão sobre um dos cortes e a respectiva figura obtida por Ana Júlia. Utilizaremos a Figura 6.14, especificamente o triângulo DEF que está na posição central.

Na Figura 6.15 representamos os recortes abertos a partir da Figura 6.14. Ana Júlia abre o triângulo central e pergunta se é um losango (fala 412) tendo como referência possivelmente apenas o aspecto visual que pode estar ligado à configuração geométrica do losango que entendemos como um desenho onde esta figura, o losango, aparece com suas diagonais paralelas às bordas da página do desenho sendo uma na posição horizontal e outra na vertical.

412. *AJ. É um losango? (quadrilátero DF'EF da Figura 6.15)*

413. *L. Esse...*

414. *P. Qual?*

415. *B. É losango...*

416. *P. Pra ser losango tem que ter os quatro lados ...*

417. *AJ. Iguais.*

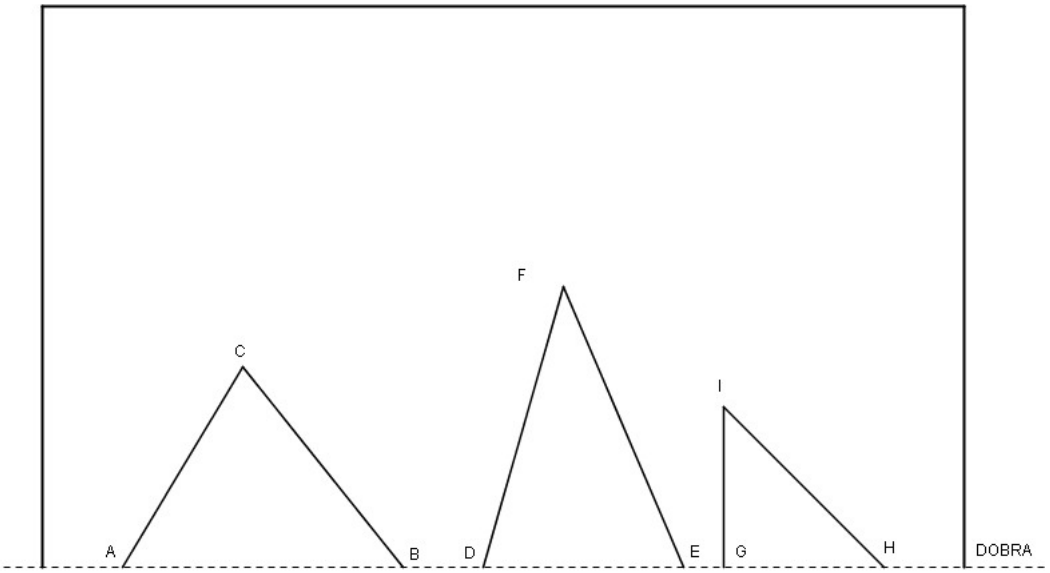



Figura 6.14: Representação realizada pela pesquisadora a partir do vídeo – Recortes da professora Ana Júlia.

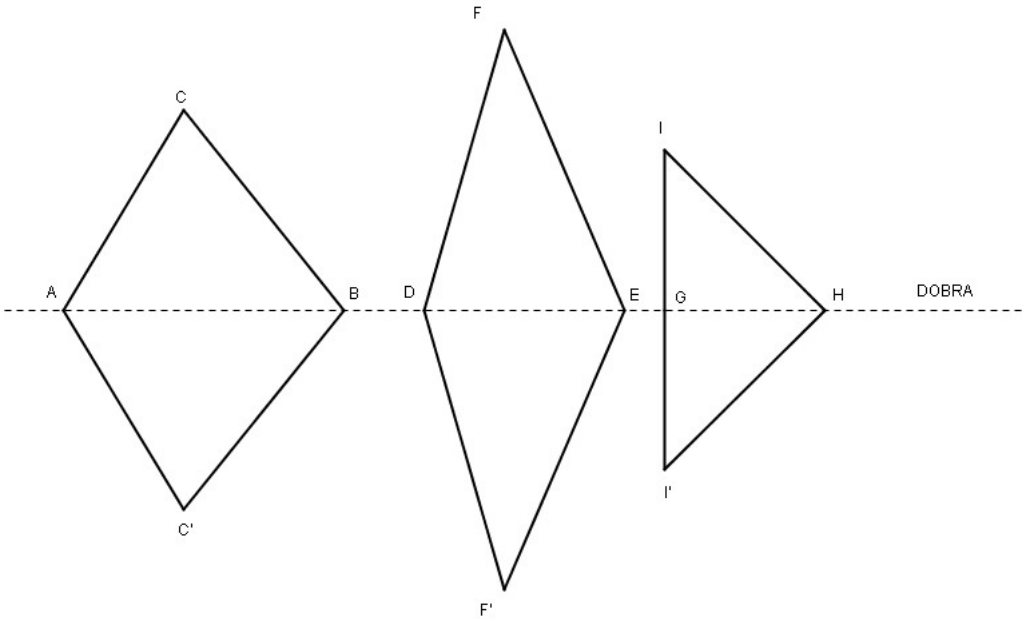



Figura 6.15: Representação realizada pela pesquisadora a partir do vídeo — Recortes desdobrados da professora Ana Júlia.

*418. P. De mesma medida.*

*419. AJ. Que figura seria essa... (mostrando o recorte aberto – figura central na Figura 6.15)*
(10E-v1de3)

A professora Laura questiona Ana Júlia quanto ao aspecto do desenho feito percebendo que não se tratava de uma figura com os lados congruentes (fala 420). Então, Bianca, sem fazer os recortes, afirma que o triângulo isósceles pode originar um losango (fala 421).

Discutem então que o triângulo isósceles e o equilátero podem formar losangos, percebendo a necessidade de se ter pelo menos dois lados congruentes (fala 431), mesmo não se atendo para os ângulos.

Observamos que quando Bianca distraiu-se ao falar de triângulo equilátero utilizando a palavra escaleno (fala 422) é logo surpreendida por Guilhermina (fala 422) e pela pesquisadora (fala 426), corrigindo logo em seguida (falas 427 e 428). Neste sentido a análise da figura pautava-se não pelo que parecia ser mas por propriedades relacionadas ao losango que é quadrilátero convexo equilátero. Também percebemos que o diálogo estabelecido não requer que a pesquisadora na condição de formadora valide diretamente o que as professoras estão discutindo, mas ocorre um diálogo quase independente, que se manifesta pelo uso de conhecimento do conteúdo matemático e pela colocação de idéias e pensamentos com referência à análise de uma dada situação.

Percebemos então que os diálogos estão ocorrendo com mais discussões que contemplem conteúdos matemáticos, sendo possivelmente fruto de aprendizagens realizadas pelas professoras a partir da proposta de tarefas exploratório-investigativas que permitem reflexões, discussões, diálogos e argumentações com tais conteúdos. As professoras, partindo da exploração, iniciam o processo de validação ou negação das afirmações que vão sendo construídas; pouco a pouco se colocam com posição questionadora frente às colocações das demais. Neste caso, não ocorreu por parte da pesquisadora preocupação em apresentar logo de início definições acabadas dos conceitos apresentados, mas prevaleceu a construção progressiva , quando as professoras foram construindo, ao longo do curso, idéias cada vez mais corretas sobre triângulos. Como ressaltado por Veloso (1998), tal procedimento rompe com o ensino tradicional da geometria, que infelizmente, segundo o referido autor, ainda se mantém no ensino atual, apresentando "de forma dogmática as definições dos objetos geométricos" (p. 374).

Houve um aumento significativo de idéias matemáticas nos diálogos das professoras, aparecendo questionamentos e explicações com a busca de validade ou falsidade para suas próprias afirmações ou dos demais membros do grupo da qual fazem parte.

420. *L. Losango? Quatro lados de mesma medida?*
421. *B. Então o isósceles só que dá.*
422. *B. O escaleno também.*
423. *G. Só um que dá certo.*
424. *P. O escaleno...*

*425. B. Não...*

*426. P. Também vira losango?*

*427. B. O escaleno não.*

*428. B. O eqüilátero.*

*429. G. É o eqüilátero.*

*430. L. Losango...*

*431. B. O eqüilátero e o isósceles.*

*432. P. O eqüilátero e o isósceles então dá? (com entonação de questionamento)*

*433. G. O losango.*

*434. P. Losango?*
(10E-v1de3)

No diálogo anterior percebemos o movimento exploração-conjectura-refutação, próprio de atividades exploratório-investigativas. Isto é importante para que o professor, enquanto em atividade também perceba o caráter provisório de suas afirmações, processo inerente a uma atividade em Matemática.

A pesquisadora, então, com o intuito de provocar a reflexão e o crescimento da argumentação das professoras, questiona-as com um *Por quê?* conforme fala 435. Para tanto, Guilhermina explica utilizando-se de seu próprio vocabulário (fala 436) e é complementada por Bianca (437).

435. *P. Por quê?*

*436. G. Porque ele tem os lados iguais não é? E a base vai ficar junto.*

*437. B. É a base é o... Que vai dar liga.*
(10E-v1de3)

Em decorrência do diálogo ocorrido, Ana Júlia então conclui que a figura não se trata de um losango (fala 438). Destacamos que a resposta não é dada pela pesquisadora mas pela professora Guilhermina, em tom afirmativo e com segurança (fala 439). Contudo Guilhermina também ao afirmar que não era um losango, o identifica como paralelogramo (fala 440).

438. *AJ. Então isso aqui não é o losango! (pegando a figura em suas mãos)*

*439. G. Não.*

*440. G. É um paralelogramo.*
(10E-v1de3)

Continuaram a discutir os demais recortes de Ana Júlia e começaram a surgir outros nomes de quadriláteros como o paralelogramo, por exemplo, lembrado por Guilhermina (fala 440). Foi necessário que a pesquisadora fizesse uma explanação a respeito dos quadriláteros convexos, inclusive a respeito de ser ou não convexo, contemplando as características dos trapézios, paralelogramos,

losangos, retângulos e quadrados, porém sem colocar exemplos ou figuras. Isto foi necessário para que as professoras tivessem recursos para continuar suas discussões. Veloso (1998) ressalta o papel do professor "na decisão dos momentos próprios para introdução de novos termos ou para um maior esclarecimento do significado de noções já correntes na comunicação na sala de aula."

O momento em que o professor fornece informações aos seus alunos durante um processo de exploração-investigação matemática deve ser objeto de reflexão e ser marcado por uma sensibilidade que permita avaliar indícios de que isso seja necessário para a continuidade da tarefa, de tal forma que não a aborte ou deixe-a truncada. Para Ponte, Brocardo e Oliveira (2003) ao professor cabe colocar questões que estimulem os alunos a olharem em diversas posições bem como levem-nos a refletir sobre o que fazem.

As informações e explicações fornecidas pela pesquisadora ocorreram em um momento em que as professoras avançavam nas suas explicações e argumentações, construindo relações entre os recortes feitos e as figuras geométricas obtidas. Neste caso, se não ocorresse a participação da pesquisadora entendemos que a atividade poderia estender-se a um dos dois extremos: (i) continuarem a discussão utilizando-se de conceitos ou idéias em desacordo com os conteúdos matemáticos sem avanços conceituais; ou (ii) retardar-se demasiadamente tais discussões para retornar aos conceitos necessários, e assim, desmotivar as professoras a continuá-la.

A intervenção é necessária em atividades exploratório-investigativas pois é por meio dela que os alunos podem avançar em seus processos matemáticos, uma vez que, se a partida já dominarem todos os processos envolvidos esta poderá ser apenas um exercício. Por outro lado, a exploração-investigação sem a intervenção pode não resultar em aprendizagens e ser abandonada por quem a realiza. A intervenção, neste caso, já havia sido destacada pelas professoras participantes como uma das ressignificações apreendidas.

Laura foi a próxima professora a apresentar seus recortes, representados na figura 6.16. Na figura 6.16 representamos os recortes feitos por Laura aos quais ela nomeou como: triângulo eqüilátero, triângulo isósceles e triângulo escaleno, conforme suas falas e seu registro escrito. Salientamos que esta professora teve a intenção de recortar exatamente estes triângulos em consonância com o enunciado da tarefa. Laura revela como o fez para garantir que o triângulo isósceles e o triângulo eqüilátero tivessem lados congruentes (falas 441 a 443).

Para construir um triângulo equilátero na dobra do papel, Laura apoia a régua no papel interseccionando o segmento da base em sua extremidade e movimentando a régua de forma a interseccionar também a mediatriz da base (falas 441 e 442). Traçou então o segmento que originou um lado do triângulo e com o mesmo procedimento obteve o outro lado (fala 443). Ela preocupou-se em garantir que o segmento da base e os outros dois lados contruídos fossem congruentes.

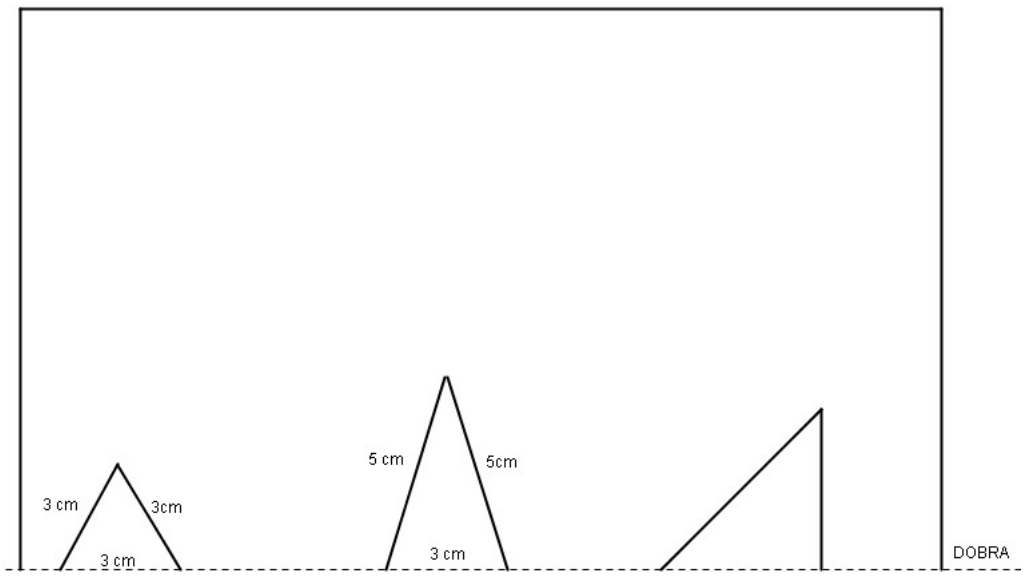



Figura 6.16: Representação feita pela pesquisadora a partir do vídeo e do registro escrito – Recortes feitos pela professora Laura.

Em um triângulo isósceles, as alturas coincidem com as medianas (segmento que une cada vértice ao ponto médio do lado oposto) e assim, ao partir do ponto médio da base e construir a mediatriz, Laura também definia o lugar geométrico dos pontos que poderiam ser o outro vértice de um triângulo isósceles, e para ser eqüilátero ela precisava que este vértice, fora da dobra, em sua construção, fosse eqüidistante das extremidades da base e congruente com a medida da base.

> 441. *L. Então, por exemplo, fui fazer o eqüilátero, eu medi com a régua... ah, tá ali com Ana Júlia (a régua).*
>
> *442. L. Eu medi assim ó. Três centímetros né, aqui. (colocando a régua na dobra)*
>
> *443. L. Aí peguei o meio, né, um e meio. E tracei uma linha reta na vertical. Aí eu contei então aqui desse pontinho (uma extremidade da base) que eu marquei três centímetros. Desse pontinho aqui (outra extremidade da base) eu marquei três centímetros também para poder ficar... eqüilátero.*
> (10E-v1de3)

Logo, Laura conclui que a figura formada é um losango por ter os lados congruentes (falas 444 e 447) e é complementada por Guilhermina (fala 446) e Bianca (fala 445). Depois Laura explica como o fez desenhar um triângulo isósceles, seguindo o mesmo procedimento do caso do equilátero, porém não garantindo que a base tenha a mesma medida que os outros dois lados (fala 448).

A professora Guilhermina afirma (fala 453) que tratava-se de um losango considerando as medidas congruentes dos lados do quadrilátero central na Figura 6.17, originado a partir do recorte de um triângulo eqüilátero. Laura ainda acrescentou que tratava-se de lados paralelos e de mesma medida

(fala 454). Nestes casos as professoras faziam uso das características da figura para nomeá-la, e não da sua aparência.

444. *L. Tanto é que ele (recorte aberto - desenho à esquerda da Figura 6.17) ficou um losango.*

445. *B. Isso.*

446. *G. Isso. Porque ele (indicando os lados congruentes do triângulo) tá igualzinho.*

447. *L. Né.*

448. *L. O... eu segui o mesmo raciocínio pra poder fazer o... isósceles. Então, só que daí eu medi 3 na base né, fiz a mesma coisa, tracei a linha na vertical e medi 5 (indicando com as mãos o que fez.)*

449. *G. Ham, ham.*

450. *L. Então ele também ficou um losango. (desenho central na Figura 6.17)*

451. *B. Isso.*

452. *L. Porque ele (quadrilátero central na Figura 6.17) tem 5 cm em todos os lados.*

453. *G. Os lados iguais.*

454. *L. Né, paralelos e lados de mesma medida.*
(10E-v1de3)

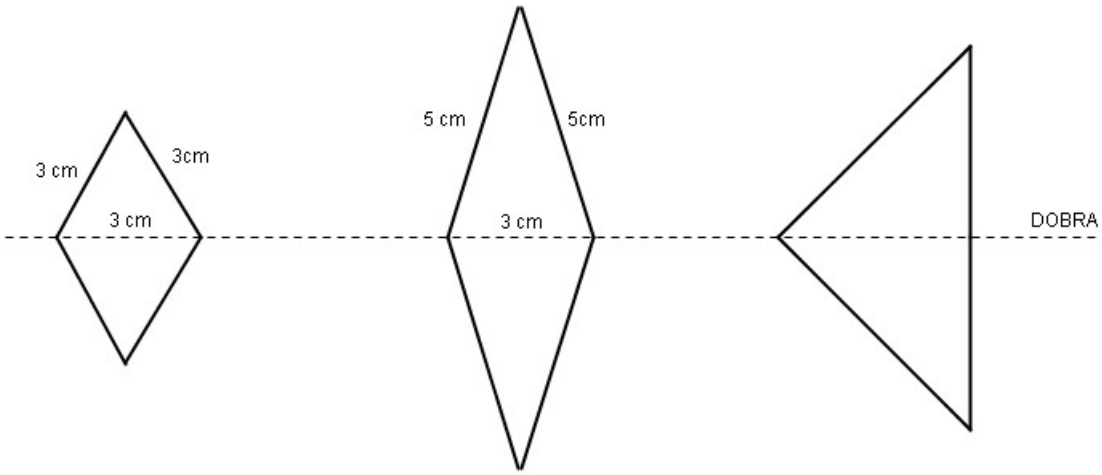



Figura 6.17: Representação feita pela pesquisadora dos recortes abertos da professora Laura a partir do vídeo e do seu registro escrito.

Para construir um triângulo escaleno Laura o fez sem preocupações com medidas, utilizando para tanto a expressão "a olho" (fala 455) o descrever seu procedimento.

455. *L. Agora o... isós, o escaleno eu fiz a olho, mas, esse ficou mais fácil de fazer a olho porque eu fiz a base de um certo tamanho, cortei uma linha reta na vertical, menor, e conseqüentemente o outro corte que eu fiz que foi numa linha*

> *inclinada, ele ficou maior que a base. Então, os três lados ficaram diferentes. E na hora que abriu virou um isósceles. (triângulo) (com o recorte nas mãos)*
> (10E-v1de3)

A pesquisadora então questiona Laura a respeito de qual triângulo isósceles ela recortou (falas 456, 458, 464, 460 e 469) com o intuito de prosseguirem a discussão. Contudo Laura continuava afirmando que era um triângulo isósceles, sem mencionar qualquer dado a respeito dos ângulos de tal desenho (falas 457 e 459).

> 456. *P. Um isósceles o quê?*
> 457. *L. Isósceles...*
> 458. *P. Mas um o quê?*
> 459. *L. Um triângulo isósceles.*
> *(...)*
> 460. *P. O que tinha nesse corte pra você obter um triângulo, não um quadrilátero?*
> 461. *(L. pensativa)*
> 462. *L. A questão da simetria?*
> 463. *P. Tudo bem, ele tem eixo de simetria.*
> 464. *P. Você não obteve quadrilátero, concorda comigo?*
> 465. *L. Tá, concordo.*
> 466. *P. Você obteve...*
> 467. *G. Triângulo.*
> 468. *P. Triângulo.*
> 469. *P. O que você fez nesse corte que não virou quadrilátero e virou triângulo?*
> 470. *(L. observando o corte)*
> (10E-v1de3)

E a pesquisadora insiste (fala 471) o que provoca a intervenção de outras professoras (Bianca e Guilhermina). Guilhermina então percebe que o ângulo reto na base fez com que o desenho recortado, quando aberto desse origem a um triângulo e não a um quadrilátero. E ao responder (fala 475) ela o faz para Laura e não diretamente para a pesquisadora.

> 471. *P. O que é que tem que ter...*
> 472. *B. Pra virar triângulo?*
> 473. *G. O ângulo*
> 474. *P. Que ângulo?*
> 475. *G. Fecha ele que você vai ver (para Laura)*
> 476. *L. A questão do ângulo reto?*
> 477. *G. Isso.*
> 478. *P. A questão do ângulo reto. Onde tá esse ângulo reto?*

*479. L. Na... no caso dele dobrado taria na dobra.*

*480. B. Na base.*

*481. P. Taria na dobra.*

*482. L. Na base.*

*483. B. Na dobra (fala em tom baixo)*

*484. P. Tudo bem.*

*485. L. Porque a dobra ficou base.*
(10E-v1de3)

Para continuarem a perceber as relações entre a posição dos ângulo no recorte a pesquisadora continua a instigar as professoras, conforme fala 486. Porém, em nossa análise percebemos que outras questões seriam apropriadas, como por exemplo, "Quais cortes poderiam ter sido feitos para se obter triângulos ao se desdobrar o papel?". Isto porque nem sempre que recortamos triângulo retângulo o desdobre origina um outro triângulo, pois se o triângulo retângulo recortado tiver o ângulo reto fora da dobra, a figura obtida será um quadrilátero e não um triângulo como no caso obtido.

486. *P. Se o ângulo reto ficasse em outro lugar, ficaria triângulo também?*

*487. (todas pensativas observando o triângulo nas mão de Laura)*

*488. AJ. Não.*
*(...)*

*489. L. Eu deixei um dos ângulos retos na hora de fazer o corte. No caso, pensando onde tá a dobra, foi na base.*
(10E-v1de3)

Apesar da explicação dada por Laura (fala 489) a pesquisadora novamente pergunta o *por quê* buscando novas justificativas (fala 490). Então Bianca (fala 491) explica, com suas palavras que um dos lados do triângulo, perpendicular à base, ao se abrir o recorte um lado do novo triângulo obtido, e não dois lados da nova figura. Conforme Ponte, Brocardo e Oliveira (2003) em uma fase inicial, como é o caso de tais professoras, a noção de prova matemática é feita gradualmente, procurando-se uma justificação aceitável, baseada em raciocínio plausível e nos conhecimentos que elas têm disponíveis.

490. *P. Então o fato de você ter colocado o ângulo reto na dobra, isso impediu que virasse quadrilátero e que fez com que ele permanecesse, que desse como resultado um triângulo, por quê?*

*491. B. Eles vão formar uma linha.*

*492. P. Uma linha reta, eles vão formar uma linha reta.*
(10E-v1de3)

Então, a pesquisadora para instigá-las a perceberem que aquela informação era verdadeira, ou seja, caso o ângulo reto seja colocado na dobra, o recorte aberto obtido é um triângulo e não um quadrilátero, e buscarem se a recíproca era verdadeira, ela questiona se o caso de objetivar-se um triângulo era necessário colocar-se ângulo reto na dobra (fala 493).

As discussões em decorrência do caráter aberto da tarefa proporcionaram uma interrelação entre temas da própria matemática uma vez que de maneira natural foi possível incluir nas discussões proposições lógicas e o trabalho com tais conceitos, o que em nosso entendimento estão além dos conteúdos propriamente abordados. O trabalho com lógica pode ser uma das maneiras de propiciar ao aluno, ou aos professores em formação, a construção de conhecimentos específicos de conteúdo matemático relacionados não somente aos procedimentos, fatos ou conceitos, mas a experimentação de processos relacionados à natureza da própria matemática.

493. *P. Quando você quer obter um triângulo e não um quadrilátero quando você abre os recortes então você coloca um ângulo reto na dobra? Isso é verdadeiro? Isso é uma conjectura. Ah, mas isso é sempre assim?*

494. *L. Então, é. O ângulo reto tem que ser na dobra.*

495. *B. Porque a dobra vira uma linha só né.*
(10E-v1de3)

Na seqüência Guilhermina acrescenta outro dado: que o triângulo obtido a partir do recorte de um triângulo retângulo com o ângulo reto na dobra seria isósceles ou equilátero (fala 496). E é questionada novamente pela pesquisadora para explicitar sua justificativas (falas 497 e 498).

Guilhermina então indica no seu recorte aberto (Figura 6.18) obtido a partir de um triângulo retângulo com o ângulo reto na dobra que ele pode ser triângulo eqüilátero ou isósceles (fala 496).

496. *G. Esse daqui (mostra o desenho da Figura 6.18) se o ângulo for reto, ele pode virar um triângulo eqüilátero ou isósceles.*

497. *P. Pra ele ser...*

498. *P. O que tem que acontecer pra ele ser...*
(10E-v1de3)

Guilhermina então explicita suas justificativas nas falas 499 a 503.

499. *G. Tem que ser múltiplo. Por exemplo, se aqui for três (lado perpendicular à dobra – segmento GI) , aqui (hipotenusa do triângulo retângulo recortado – segmento IH) tem que ser seis. Se aqui (lado perpendicular à dobra – segmento GI) for dois, aqui (hipotenusa do triângulo retângulo recortado– segmento IH) tem que ser quatro. (indicando na figura)*

500. *P. Então tem que ser o dobro né, não apenas múltiplo né.*

501. *G. É o dobro é.*

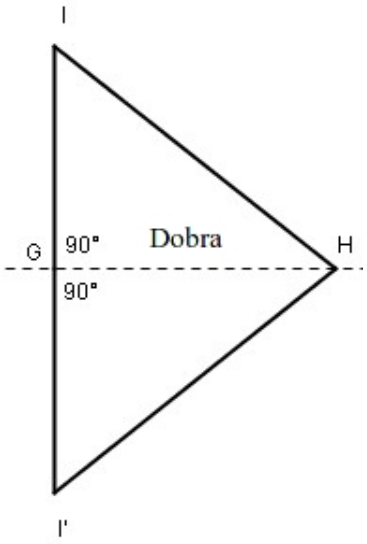



Figura 6.18: Detalhe do triângulo retângulo recortado por Guilhermina obtido a partir da Figura 6.10.

> *502. G. É que eu ia falar múltiplo de dois, por isso que eu falei múltiplo.*
>
> *503. G. Se você quiser isósceles, aqui (segmento IH) não precisa é... multiplicar por dois.*
> (10E-v1de3)

Os conteúdos específicos de geometria tratados no desenvolvimento da atividade das professoras centram-se principalmente sobre triângulos e quadriláteros e suas classificações, sendo predominante a busca pelo uso correto da linguagem matemática na nomeação de tais figuras. Neste movimento, as professoras participantes revelaram conhecimentos de conteúdo específico que traziam e ao mobilizarem tais conhecimentos frente as novas situações apresentadas houve necessidade de reelaboração destes conhecimentos. Neste sentido, pouco a pouco, seus conhecimentos específicos, que na maioria das situações demonstradas pautava-se nos aspectos figurais das figuras geométricas, foram sendo superados no sentido de se considerar as propriedades e características das figuras. Com isso os diálogos foram enriquecidos com argumentações fundadas nos novos conhecimentos de conteúdo específico que foram sendo construídos.

A primeira etapa da atividade ocorreu de maneira mais oral do que escrita, sendo a solicitação de registro escrito uma dificuldade a mais para as professoras naquele momento. Posteriormente, de maneira natural e até necessária, os registros escritos do desenvolvimento da tarefa foram realizados pelas professoras Laura, Guilhermina e Ana Júlia, apresentando um certo rigor que não tinha sido evidenciado em outro momento, como quando no registro de Laura percebemos a preocupação desta professora em construir as figuras utilizando estratégias que garantissem a coerência entre a figura construída e a nomeação dada.

Nos registros escritos não foram evidenciados o levantamento de conjecturas e suas justificações, mas eles foram descritivos dos recortes que fizeram e o resultado obtido, centrando desta forma mais nos aspectos exploratórios do que nos investigativos propriamente ditos.

Outro aspecto marcante no desenvolvido da atividade centra-se nas relações das professoras com a aprendizagem em matemática, podendo incluir tais aprendizagens no âmbito do conhecimento pedagógico do conteúdo, uma vez que as participantes apontam as atitudes mediadoras da formadora e consideram-nas com vistas às suas próprias práticas. Na reelaboração de seus conhecimentos, foi tomado como objeto para reflexão, um novo "jeito", por assim dizer, de ensinar e aprender.

Dentre os fatores que entendemos terem sido fundamentais para as aprendizagens ocorridas, destacamos a oportunidade de as professoras participantes expressarem suas idéias e conhecimentos, a oportunidade de ouvir e ser ouvido e a mobilização de seus conhecimentos anteriores no desenvolvimento da atividade. A exploração-investigação matemática permitiu a problematização e proporcionou o estabelecimento de outras relações com a matemática não mnemônicas, mas de construção e diálogo.

### 6.2.2 Tarefa "Planificando embalagens"

Esta tarefa foi elaborada com a intenção de apresentar às professoras uma situação na qual pudessem contemplar figuras planas e espaciais simultaneamente, indo ao encontro dos blocos de conteúdos citados no RCNEI (BRASIL, 1998c): "representações bidimensionais e tridimensionais de objetos" (p. 229) além da "exploração e identificação de propriedades geométricas de objetos e figuras, como formas, tipos de contornos, bidimensionalidade, tridimensionalidadem faces planas, lados retos, etc." (id. ibid.).

Nas discussões sobre o ensino de geometria ocorridas desde o segundo encontro, as professoras por diversas vezes, mencionavam a necessidade de se trabalhar as figuras planas a partir das espaciais, planejando que poderiam pedir a seus alunos que "carimbassem" (molhando em tinta) as faces de sólidos geométricos ou embalagens para discutirem as formas planas encontradas.

Então, com o anúncio desta possibilidade didática, projetamos esta tarefa de maneira a levar as professoras a trabalharem com planificações de figuras planas, deixando em aberto, pelo caráter da tarefa, quais aspectos seriam abordados.

Do sétimo para o oitavo encontro foi entregue às professoras uma tarefa intitulada "Planificando embalagens" cujo enunciado está expresso a seguir:

| Vamos planificar embalagens? Escolha diversas embalagens, planifique e vá investigando... |
|---|

Para o encontro posterior, as professoras deveriam levar seus registros escritos para compartilhar com o grupo suas investigações, como o faz Guilhermina. Ela fez uma representação do suporte do rolo de papel higiênico, aqui chamado simplesmente de “rolinho de papel higiênico” (Figura 6.19).

Figura 6.19: Suporte do rolo de papel higiênico.

Embora o rolinho não contenha as bases planas[5], em seu registro sobre a realização da tarefa ela registrou o que consta na Figura 6.20. O “2x” significa que tem aquela figura duas vezes, no caso, as duas “bases” (será explicado mais adiante na fala 539: “Em vez de eu desenhar duas vezes.”).

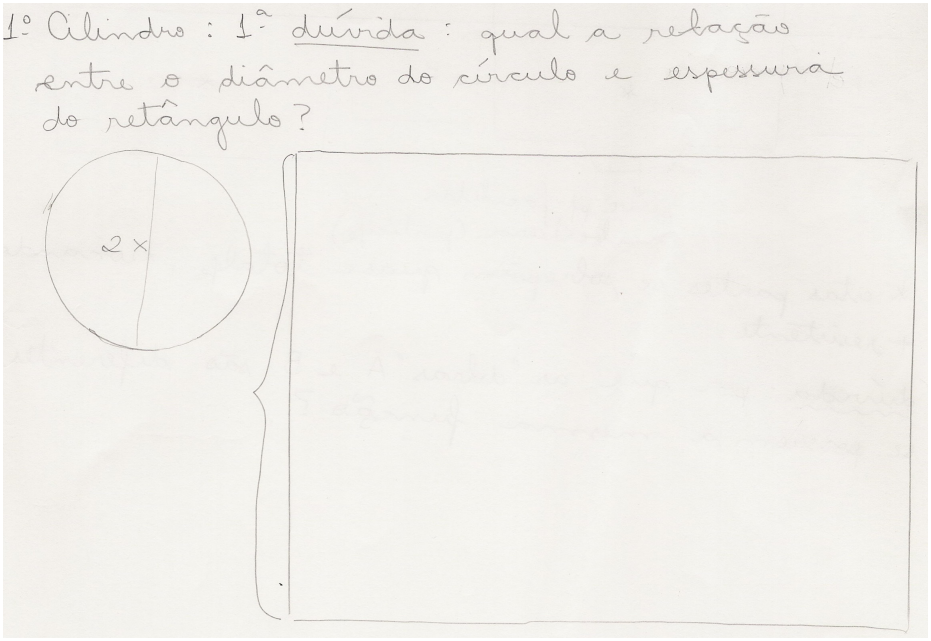



Figura 6.20: Registro escrito de Guilhermina em relação ao rolinho de papel higiênico.

Logo Guilhermina destaca que levantou uma questão (fala 504) mas que ainda não tinha respostas. Ela procurava a relação entre o diâmetro do rolinho e o comprimento da circunferência, expresso em outras palavras em suas falas 506, 511, 512, 514 e 515.

504. *G. A proposta era a gente pensar. Aí me veio isso: qual era a relação?*

*505. G. Eu sei que tem uma relação. Mas daí eu falei, ah, é uma coisa interessante da gente olhar.*

[5]Porém, caso a imagem mental associada a este objeto seja um cilindro, é possível visualizar as bases.

506. *G. Aí eu me questionei, qual será . . . Na hora que eu estava desenhando. Qual será a relação dessa (com as mãos) da medida do diâmetro, acho que eu pus né?*
507. *P. Você colocou diâmetro.*
508. *G. É, só que eu fiquei na dúvida se era isso mesmo que eu queria perguntar.*
509. *G. Porque às vezes esses conceitos eu confundo né, porque . . . eu confundo . . . diâmetro é assim? (indicando corretamente)*
510. *P. Isso.*
511. *G. Eu queria saber a relação desse (indicando a circunferência da base).*
512. *G. Deve ter alguma relação. Deve ter não, é obvio que tem. Uma relação do diâmetro com a largura, a espessura do cilindro (referindo-se ao diâmetro da circunferência).*
513. *P. Você diz com relação a isso daqui. (abrindo a lateral do rolinho e indicando a circunferência da base retificada que na superfície lateral é um dos lados do retângulo)*
514. *G. É, a espessura (diâmetro) né. Porque no caso, eu fiquei pensando assim: Se o cilindro fosse mais fininho (afina ele com a mão em um rolinho na sua mão) a base ia ser mais fi . . . ia ser menor.*
515. *G. Na verdade é a espessura do cilindro.*
(8E-v1de3)

A pesquisadora então revisa com as professoras participantes que o comprimento da circunferência da base torna-se um dos lados do retângulo ao planificar-se a superfície lateral do cilindro.

516. *P. Quando eu abro isso daqui (pegando o rolinho aberto)*
517. *P. Se eu pensar no cilindro, isso daqui é a superfície lateral.*
518. *G. É. Aí você abre, que é a fronteira dele. Então quando a gente abre na verdade, essa circunferência da base, ela passa a ser o quê? (contornando o retângulo aberto em suas mãos)*
519. *G. É o lado do retângulo.*
520. *P. É o lado de um retângulo.*
(8E-v1de3)

Na seqüência, Guilhermina expõe melhor suas dúvidas e o problema a investigar (fala 521) e dá explicações sobre o seu desenho. Esta professora investiga uma relação entre o comprimento da circunferência e do diâmetro da base.

521. *G. Mas eu fiquei pensando em cálculo mesmo, deve ter uma . . . sei lá, uma fórmula, é . . . sabe, ah, sei lá, multiplica por 2, por 3 . . .*
522. *AJ. Pra achar a circunferência né.*
523. *G. Não, porque pra achar, pra calcular! Qual a relação?*
524. *P. Se você tiver essa circunferência, se você tiver a medida do comprimento dessa circunferência. . .*

525. *G. Ah, tudo bem, eu sei a medida do lado (ela referia-se à superfície lateral aberta e medida).*

526. *P. É, 7cm...*

527. *P. Agora para calcular isso... Com instrumento de medição, aí não é calcular, é realmente medir*[6].

528. *G. Hum, hum.*

529. *P. Ou então tendo o raio.*

530. *G. É.*

531. *AJ. (concorda com a cabeça)*

532. *(L. estava muito atenta)*

533. *P. Aí quando você falou o diâmetro, por isso que eu te perguntei.*

534. *G. É, então.*

535. *G. O raio é um, o diâmetro é o outro.*

536. *P. O diâmetro é o dobro do raio.*

537. *G. Ah, isso eu sabia.*

538. *P. Quando você colocou esse duas vezes eu não estava entendendo.*

539. *G. É, em vez de eu desenhar duas vezes.*
(8E-v1de3)

Para prosseguir a exploração-investigação a partir da dúvida e questão levantada por Guilhermina, a pesquisadora propõe uma situação, onde as professoras deveriam buscar a medida do comprimento da circunferência e do diâmetro de diversos objetos circulares (falas 540 e 543). Guilhermina sente-se motivada em ela mesma realizar descobertas (fala 547).

540. *P. Peguem diversos objetos circulares, meçam o comprimento da circunferência e do diâmetro e coloquem isso em uma tabela. Daí procurem relações entre esses valores e tragam pro nosso próximo encontro. Vamos ver o que vai dar?*

541. *G. É, eu fiquei pensando naqueles cálculos que a gente faz, sei lá.*

542. *G. E aí vou saber a relação que existe. Dá pra descobrir.*
*(...)*

543. *P. Tentem perceber o que ocorre entre o comprimento da circunferência e o diâmetro. Façam quantos objetos ou quantas figuras vocês tiverem.*

544. *P. Se vocês acharem que precisam de outras medidas, que outras medidas ajudam ... vocês vão investigar.*
*(Ana Júlia presta muita atenção, Laura também está anotando)*

[6]Conforme Caraça (1989, p. 29), *medir* "consiste em comparar duas grandezas de mesma espécie – dois comprimentos, dois pesos, dois volumes, etc". Este mesmo autor acrescenta que no problema da medida há "três fases e três aspectos distintos — *escolha* da unidade; *comparação* com a unidade; *expressão* do resultado dessa comparação por um número" (p. 30), porém interdependentes. Por outro lado, as idéias de *calcular* expressas pelas professoras (falas 512, 523, 541 e 542) estão relacionadas à obtenção de um resultados, pela busca da generalização, servindo não somente a um determinado objeto.

545. *P. Vocês vão investigar.*
546. *P. Depois percebam o que vocês conseguem com esses dados. Conseguem chegar lá.*
547. *G. É legal a gente descobrir né.*
(8E-v1de3)

Ana Júlia então coloca outra questão (fala 548). Ela percebia que precisaria saber como descobrir o centro de uma circunferência para determinar o raio. A pesquisadora então pede que investiguem isso também (fala 554).

548. *AJ. Você falou que diâmetro é duas vezes o raio. E como é que a gente faz para encontrar o ponto central da circunferência pra achar o raio?*
549. *L. Tem coisas que é fácil, relógio...*
550. *G. Cd.*
551. *AJ. Mas, e o rolinho?*
552. *P. O rolinho, a panela.*
553. *L. (pega a folha de G. para ver seu registro)*
554. *P. Bem, tentem arranjar um jeito que consigam.*
(8E-v1de3)

A professora participante Laura encontra uma estratégia (fala 554) mas que não é suficiente pois pode fornecer o raio em valores numéricos (fala 558) caso tenha-se o diâmetro, mas ainda não descobriu como determinar o diâmetro e encontrar o centro da circunferência.

Ressaltamos que nesse caso, a pesquisadora não era a única a questionar as afirmações das professoras, as demais colegas se interpunham em suas falas e discutiam pontos de vistas diferentes. Por exemplo, a fala 557 da pesquisadora não foi conclusiva porque foi interrrompida por Ana Júlia. Neste episódio também percebemos uma busca pela generalização, quando as professoras tentam abandonar o valor numérico, para centrar-se nas formas de obtê-lo.

555. *L. Então, medindo o diâmetro e dividindo por dois não dá pra saber onde é que é o ponto?*
556. *G. É.*
557. *P. Sim, você tem o raio mas...*
558. *AJ. Sim, mas como é que faz. Aí, você tem o raio em números.*
(8E-v1de3)

Percebe-se que a pesquisadora anteriormente solicitou que as professoras realizassem a tarefa de medir o comprimento da circunferência e o diâmetro de diversos objetos e levassem para o próximo encontro, porém, continuaram a atividade em que estavam envolvidas discutindo as estratégias e procurando prever como poderiam realizar esta etapa da tarefa.

Como o valor numérico do raio não era o que procuravam, e sim como determiná-lo geometricamente, Laura prevê outra estratégia (fala 560). E logo é questionada por Guilhermina (falas 561 e 563), que percebe que a sugestão de Laura em traçar uma corda pode não coincidir com um diâmetro. Laura rebate dizendo que deveriam traçar várias cordas (falas 565 e 571).

559. *G. E como é que...*
560. *L. Se eu pegar a régua e colocar de um ponto no outro eu tenho o diâmetro.*
561. *G. Você sabe onde é o meio, pra achar o diâmetro?*
562. *AJ. Então, então.*
563. *G. Mais pra lá ou mais pra cá?*
564. *AJ. Se você dobrar a circunferência no meio...*
565. *L. Vários, várias ... será que o ponto de interseção deles não vai ser... (referindo-se à intersecção de diâmetros)*
566. *G. É.*
567. *AJ. Assim você faz...*
568. *L. É isso? (para a pesquisadora)*
569. *AJ. Como é que é?*
570. *P. Não é que é isso ... isso é uma estratégia que você construiu agora, investigue!*
571. *L. Pegar a régua em várias posições ... o ponto que der de interseção entre os...*
572. *AJ. Ahã (com ar meio desconfiada, falando em tom baixo)*

(8E-v1de3)

Laura continua pensando em sua estratégia, tentando avaliá-la e Ana Júlia prevê dobrar o círculo para determinar o diâmetro (fala 576) quando é questionada por Guilhermina que percebe que não é possível dobrar determinados objetos (fala 577).

573. *L. Entre as retas vai dar...*
574. *G. Mais fácil que...*
575. *AJ. É, eu pensei também você ... você...*
576. *AJ. Você traça um círculo, corta e se dobrar exatamente no meio, dobrando em quatro você não tem? Dobrar em quatro?*
577. *G. Ah, mas tem coisas que não dá para dobrar, como é que você vai dobrar a panela?*
578. *AJ. Ah, você tem que riscar!*
579. *G. Ah, entendi, ta! (rindo)*
580. *L. Vai ter que fazer uma planificação da panela (referindo-se a traçar uma circunferência contornando a "boca" de uma panela em uma folha de papel).*
581. *G. Só a base.*

(8E-v1de3)

A pesquisadora sintetiza que deverão arranjar estratégias para objetos diferentes e que deveriam buscar a relação procurada com os dados obtidos (falas 582 a 586).

582. *P. Aí o que acontece? Já vai ter que arranjar uma estratégia em cada objeto.*
583. *G. Vai ser diferente.*
584. *P. Depois com esses dados experimentem*
585. *G. Descobrir a relação.*
586. *P. Descobrir a relação.*
(8E-v1de3)

A pesquisadora ressalta que essa busca por questões, levantando hipóteses, buscando confirmá-las ou não, e justificando as etapas é uma investigação matemática (falas 587 e 588). Logo é interrompida por Guilhermina que afirma sua curiosidade em buscar as respostas (fala 589).

587. *P. Isso aqui que a gente percebeu, foi o quê? Isso é uma investigação.*
588. *P. E ela é uma investigação matemática, vocês colocaram questões, estão querendo investigá-las para ver se são verdadeiras ou não, buscando caminhos de como fazer...*
589. *G. É, porque eu fiquei curiosa, acho que é uma coisa que dá uma discussão legal.*
590. *P. Você observou, você levantou hipóteses. Exatamente.*
591. *G. Eu nem fiquei pensando em casa. Eu falei, acho que é muito mais interessante levar pro grupo porque daí cada um vai...*
592. *AJ. É.*
593. *G. Achar uma estratégia.*
594. *AJ. Porque é assim*
595. *G. Eu dei a pergunta e nem fiquei pensando nela.*
596. *P. Mas agora é um problema de todos.*
597. *G. É, exato.*
(8E-v1de3)

A pesquisadora explicita que numa investigação os caminhos dependem de quem está investigando, o que é observado (fala 598) e ao propor a tarefa não previu que ocorreria a busca pela relação entre o comprimento da circunferência e o diâmetro de uma circunferência (fala 599).

Guilhermina associa sua curiosidade em descobrir com um ex-professor que de sua formação profissional que não dava as respostas prontas, mas que também não propunha as descoberta, este professor justificava as fórmulas utilizadas (falas 600 a 602). Ela destaca então, suas reflexões relacionadas ao conhecimento pedagógico do conteúdo, como já o fez anteriormente ao dizer que é prazeroso realizar descobertas (fala 547). Agora (falas 600 a 604), ela confirma a necessidade de o professor não partir de respostas prontas, mas de revelar ao aluno seu raciocínio e o processo utilizado para se chegar a determinada resposta ou afirmação.

598. *P. Tudo depende do que você vai considerar. Se você pegar a figura plana propriamente dita, poderia ter ido para um outro caminho, e assim por diante... Vai depender de quem observa.*

599. *P. Por exemplo, quando eu dei essa questão eu nunca imaginaria que a gente fosse chegar nessa questão, nessa relação, especificamente com esse objeto (referindo-se ao suporte do rolo de papel higiênico).*

600. *G. E é uma coisa que fica mais concreta. Eu acho que tem ... eu lembro assim algumas vezes de um professor no magistério que não dava as respostas prontas.*

601. *G. Mas justamente porque ele mostrava como é que chegou na fórmula.*

602. *G. Só que assim, ele não dava pra gente descobrir sozinho né.*
*(...)*

603. *L. Parece que a coisa ganha mais significado.*
*(...)*

604. *G. Porque aquela fórmula que você decora pra prova e nunca mais você...*
(8E-v1de3)

Ana Júlia complementa as palavras de Guilhermina (fala 606) referindo-se à construção de um sólido geométrico (uma atividade que ela realizou no âmbito de outra tarefa do curso). Ana Júlia tece uma comparação entre o ensino que utiliza materiais concretos e aquele que é praticado com base em aulas expositivas e tem fundamentos apenas na memorização (fala 607), indo ao encontro de Shor (SHOR; FREIRE, 1986) de que o problema em uma aula expositiva é a inatividade dos alunos. Nesta situação específica Guilhermina revê sua prática, questionando-a (falas 608 e 609), sendo corroborada por Laura (fala 610).

605. *AJ. Foi o que eu escrevi aqui. (acompanhando em seu caderno)*

606. *AJ. Quando você constrói o sólido, mesmo que horroroso. Eu escrevi aqui. Foi positivo porque o exercício desse tipo, é bem concreto, exercita o raciocínio, né.*

607. *AJ. E isso fica marcado pra sempre. (...) É muito diferente de quando enche a lousa, já dá o resultado final e manda você fazer decoreba né.*

608. *G. E o que eu às vezes a gente fala em sala de aula com a Educação Infantil, porque eu já fiz isso. Apesar de eu antes de falar assim, eu pergunto pra eles. Eu tenho certeza de que eu já fiz isso em sala de aula: Ah, então, isso aqui é um retângulo!*

609. *G. Mas eu tenho certeza de que muitas vezes eu cheguei e falei: Ah, isso aqui é tal coisa!*

610. *L. Ah, eu também.*

611. *G. Entendeu?*
(8E-v1de3)

Outro aspecto além dos conhecimentos específicos de matemática contemplados na tarefa é observado por Ana Júlia, quando esta professora ressalta a possibilidade do uso da escrita em aulas

de matemática, exclamando por ter lhe sido pedido uma “descrição” no enunciado da tarefa (falas 612 a 619).

612. *AJ. A gente já não tem o hábito de escrever e muito menos em Matemática.*

*613. G. É.*

*614. AJ. É interessante isso, que a gente... Nunca pensei, como diz aqui, que você pudesse, como diz aqui, fazer uma descrição (fala com ênfase) em Matemática (referindo-se ao enunciado da tarefa).*

*615. G. A gente não tem esse...*

*616. AJ. A gente não tem esse hábito.*

*617. AJ. A descrição escrita.*

*618. G. Principalmente em Matemática.*

*619. AJ. Principalmente em Matemática.*
(8E-v1de3)

Mais adiante, no décimo primeiro encontro, as professoras participantes retornaram à tarefa pedida e em posse dos valores obtidos nas medições do comprimento da circunferência e do diâmetro de diversos objetos, deram seqüência à exploração-investigação matemática.

Guilhermina então inicia recolocando a questão que estavam procurando investigar (fala 620).

620. *G. Qual a relação do diâmetro lá... (fazendo gestos) com a espessura do rolinho de papel higiênico? Se ele for mais fininho eu acho que vai ser menor o diâmetro, se ele for mais grosso vai ser maior. Mas eu queria saber se existe alguma relação.*

*621. B. De medida...*

*622. G. De conta mesmo, é, se existe alguma relação.*

*623. B. Legal.*
(11E-v1de2)

Guilhermina então inicia dizendo como procedeu:

624. *G. Mas sabe que é difícil medir. Que nem, acho que não ficou certinho quando eu medi. Peguei a fita métrica mesmo e coloquei, por exemplo no cd, mas toda hora escapa, sabe.*

*625. P. Quanto deu no cd?*

*626. G. Deu 38 cm e o diâmetro 12. Mas por exemplo, com a panela, eu fiz com a tampa, não fiz com a panela, deu 54 e o diâmetro 17.*

*627. L. E se a gente medir com barbante e depois...*

*628. G. E o rolinho deu 13 e o diâmetro 4.*
(11E-v1de2)

Alertamos, com fundamento em Dias (2007) que a utilização de tais procedimentos para se *calcular* o número $\pi$ (pi) pode levar a incorreções conceituais, uma vez que os valores apresentados podem ser decimais exatos ou periódicos, portanto racionais e não irracional como o número $\pi$ (pi). Em nosso ver o erro não está no procedimento, mas na incomensurabilidade do diâmetro em relação à circunferência. Há ainda que se refletir que mesmo em livros didáticos há de se encontrar descuidos que levem a conceber o $\pi$ como igual a 3,14; a considerá-lo como igual a uma de seus arredondamentos, deixando-se de considerar a idéia de irracional pretendida. Há ainda que se dizer que, é necessário ressaltar também com vistas ao ensino as idéias de comensurabilidade e incomensurabilidade, embora não seja um conteúdo para a Educação Infantil.

Guilhermina é interrompida por Bianca que acredita que deve ter dado 12 e 4 no rolinho, sendo 12 o comprimento da circunferência e 4 o diâmetro. Ela acredita que o comprimento da circunferência é o triplo do diâmetro (fala 631) e tem esta conjectura como princípio em sua fala 629.

629. *B. Será que não é 12 e 4?*

*630. G. Então, isso que eu ia falar, não sei se está certinho.*

*631. B. Dá três vezes...*
(11E-v1de2)

Bianca começa a tecer uma estratégia que poderia ser utilizada para determinar a relação procurada (fala 632). Esta estratégia estava sendo elaborada à medida em que ela estava falando.

632. *B. Eu pensei o seguinte, talvez se a gente medisse com o transferidor daria uma... Não tem como fazer relação ... o ângulo (fazendo uma circunferência com a mão)... a medida da circunferência com o...*

*633. P. Com o transferidor?*

*634. B. Ah, não, estou confundindo com compasso, nada a ver.*
(11E-v2de2)

A pesquisadora após suas colocações vai à lousa e dá explicações sobre ângulos centrais em uma circunferência e os arcos correspondentes. Desta forma buscava-se fornecer subsídios teóricos para que as professoras continuassem a discussão.

Guilhermina, então, com base na nova informação tenta elaborar nova estratégia (falas 635 a 641), mas não a conclui porque ela mesma percebe que não dará certo, nem chegando a torná-la explícita para as demais professoras. Guilhermina é interrompida por Bianca que afirma que "é três e alguma coisinha" (fala 642), assim, Bianca refaz sua conjectura anterior de que era três vezes.

635. *G. Mas sabe o que eu estava pensando agora?*

*636. G. Se a partir do ângulo eu tenho o arco, se eu multiplicar... se eu juntar todos os arcos eu tenho a circunferência.*

637. *P. Sim*

638. *G. E eu sei... mas não dá certo.*

639. *G. Eu sei o ângulo todo do ... do... do círculo.*
*(...)*

640. *G. Não, pensa bem (para Bianca) Se você sabe que o arco... se você pode calcular o arco, o tamanho do arco; vamos supor que seja 5 cm, se eu juntar vários arcos vai dar a circunferência do que eu quero saber aqui, do objeto. Não dá. (...)*

641. *G. É... mas eu ainda não achei a relação do diâmetro com o comprimento da circunferência. (pensativa)*

642. *B. Ah, eu acho que é três e alguma coisinha.*
(11E-v2de2)

Posteriormente Bianca acrescenta os dados que obteve na medição utilizando uma panela (fala 643).

643. *B. 45 cm, deu 14 do diâmetro.*

644. *P. (anotando na lousa os valores que foram ditos)*
(11E-v2de2)

Até aquele momento estava anotado na lousa os valores aproximados respectivamente obtidos na medição do comprimento da circunferência e do seu diâmetro.

645. *rolinho: 13 cm e 4 cm;*
*pote de creme: 18 cm e 5,6 cm;*
*cd: 38 cm e 12 cm;*
*tampa da panela: 54 cm e 17 cm;*
*moeda: 7,4 cm e 2,3 cm*
*panela: 45 cm e 14 cm.*

Tendo em vista as anotações, Bianca percebe que:

646. *B. Também, olha você viu que nessa casa entre os 45 e 55... vai dar três vezes e sobra três centímetros! (olhando pra Guilhermina).*

647. *B. 14 vezes três é 42, daí 43, 44 e 45, sobrou três.*

648. *B. 17 vezes 3 é 51, pra 54 sobrou três também.*

649. *B. Por isso que eu fiz a moeda!*

650. *(todos dão gargalhadas)*

651. *G. O quê?*

652. *B. Eu fiz da moeda (rindo).*

653. *B. Eu fiz a relação, eu vi que quando os objetos eram menores, eu fiz o creme também.*

654. *B. Então quando os objetos eram menores dava menos diferença. (rindo)*
655. *B. Mas aí eu consegui chegar a alguma conclusão porque a moeda ficou, foi superdifícil de medir. Mas eu fiz com durex.*
656. *G. Imagino!*
657. *P. Quanto deu?*
658. *B. A moeda de cinqüenta centavos porque eu não tinha de um real. (risos)*
659. *B. A moeda deu 7,4 e... aproximadamente, bem aproximadamente... e o diâmetro deu 2,3.*
*(...)*
660. *P. Como você achou o centro da moeda?*
661. *B. Ah, tem o cinqüenta ali certinho (rindo).*
662. *P. Ah, é?*
663. *B. Pra que serve aquele cinqüenta, não é pra achar o meio... (fala em tom de brincadeira)*
664. *L. Como?*
665. *B. Aquele número cinqüenta, depois tem o meio (faz com gestos um traço vertical no ar.*
666. *P. Quanto deu 7,4 dividido por 2,3, você fez Bianca?*
667. *B. 2,3 vezes 3 dá 6,9.*
668. *B. Dá menos de um centímetro.*
669. *G. Ah, o que sobra né, você fala.*
670. *P. Ah, o que sobra.*
671. *G. Mas deu 3 e alguma coisa não é?*
672. *B. Dá, dá, 3 e alguma coisa mas... não sei, ficou bem menos a diferença.*
673. *B. Ficou menor que o cd!*
(11E-v2de2)

Daí então, a pesquisadora sugeriu que fizessem a divisão do comprimento da circunferência pelo diâmetro em cada objeto, e assim fizeram obtendo os valores que ficaram indicados na lousa.

674. *rolinho: 13 : 4 = 3,25;*
*pote de creme: 18 : 5,6 = 3,21;*
*cd: 38 : 12 = 3,16;*
*tampa da panela: 54 : 17 = 3,18;*
*moeda: 7,4 : 2,3 = 3,22;*
*panela: 45 : 14 = 3,21*

Depois de várias vezes terem repetido “três e alguma coisa”, Guilhermina lembra do número $\pi$ (pi) (fala 675). As professoras participantes vibram ao perceber que o número Pi era o valor que buscavam, a relação procurada que dava como resultado o valor de Pi.

675. *G. Qual que é o número do Pi?*
676. *P. O Pi?*
677. *G. É!*
678. *P. Aproximado?*
679. *G. É, aproximado.*
680. *P. Aproximado duas casas (colocando 3,14 na lousa)*
681. *B. Ah, é Pi! Pronto descobrimos, é o Pi!*
682. *G. Mas faz tempo... hoje eu fiquei... é o Pi.*
683. *L. Eu fiquei pensando no Pi.*
684. *G. Eu lembrei que o número do Pi é três e alguma coisa.*
685. *L. Tinha alguma coisa do Pi.*
686. *B. E tambem esse Pi tinha que servir pra alguma coisa né (rindo, em tom de brincadeira)*
*(...)*
687. *B. Eu não lembrei do Pi em nenhum momento.*
(11E-v2de2)

Guilhermina, então revela o significado que aquela descoberta teve na sua aprendizagem, quando em tom alto e com alegria afirma que:

688. *G. Ah. que legal, agora não vou esquecer nunca mais!*
689. *G. Nunca mais vou esquecer isso!*
690. *B. Ah, que legal, estamos corretas, descobrimos o Pi. Nessa noite gente!*
691. *B. Pensa bem: se não tivessem inventado o Pi a gente já teria descoberto! (gargalhadas)*
692. *B. Pensa bem se não tivessem inventado! (gargalhadas)*
693. *C. Não, você deve ter visto isso na escola.*
694. *B. Ah! Não, tem dó! E o nosso mérito investigativo foi pra onde? (rindo)*
695. *B. Vc está querendo tirar o nosso mérito investigativo?*
*C. (também rindo)*
696. *G. É difícil ela medir a moeda.*
697. *B. Tirar todas essas conclusões!*
698. *C. Você chegou ao Pi da questão! (gargalhadas)*
699. *G. Mas sabe que quando começou a dar um monte de números depois... eu falei assim, gente, eu não lembrava o Pi, se era dois ou três.*
700. *P. É, ele tem infinitas casas decimais e não são periódicas.*
701. *P. É, ele tem infinitas casas decimais e continua ainda sendo determinadas mais de suas casas.*
702. *G. Mas ele termina?*

703. *P. Não, tem infinitas casas decimais não periódicas, a não ser que alguém, algum dia prove que não! Tem pesquisadores empenhados em determinar mais casas decimais.*
704. *G. Computadores...*
705. *P. Isso.*
706. *P. Ele é um número, com infinitas casas decimais e não periódico, ou seja, as casas decimais não tem períodos, ou seja, um conjunto de algarismos que vai repetindo-se regularmente, com ele isso não acontece. Não é possível prever quais são os próximos algarismos por observar-se os anteriores.*
707. *G. Ah, tá.*
(11E-v2de2)

Os valores anotados na lousa (674) são valores aproximados de medidas e os quocientes não são necessariamente números irracionais como $\pi$, inclusive 3,25 é decimal exato. Não fizemos a discussão conceitual com tais professoras sobre as idéias de incomensurabilidade ou irracionalidade. Mas registramos nossas reflexões advindas da análise com fundamento em Dias (2007) que parecenos muito importantes, para não reafirmarmos posições contrárias que consideramos de saliente importância:

> As definições dos números racionais e irracionais pela sua forma, ou seja, baseadas no quociente de inteiros e representações decimais, constituem-se uma síntese de um processo de desenvolvimento. Quando no ensino o desenvolvimento do conteúdo se realiza a partir dessas sínteses, observou-se por meio das concepções apontadas no segundo movimento e, também durante o curso, suas limitações. Em virtude de resolverem um certo conjunto de situações, principalmente as que possuem uma relação mais direta com o pensamento empírico. Com isso, a apropriação das aptidões essencialmente humanas, acumuladas no desenvolvimento desses conceitos, como as relações com a própria incomensurabilidade, não são desenvolvidas pelos estudantes e, por vezes, nem pelos professores (p. 205).

A partir da tarefa proposta, Guilhermina traçou uma questão a investigar e levou ao grupo o que procurava: a relação entre o comprimento da circunferência e do diâmetro. Na busca de solucionar tal problema as professoras atribuíram significado a algo que elas já conheceram anteriormente: o número $\pi$. O atribuir significado está relacionado às descobertas pessoais que fizeram e ao "quase inventar" o $\pi$, ou seja no envolvimento de cada uma delas em construir seu próprio conhecimento, em partir de uma situação desconhecida, que não mostrava caminhos e desvendar, partindo-se de suas próprias observações e constatações.

Nesta tarefa, não era previsto tal desfecho, pois era muito ampla a diversidade de embalagens e questões levantadas, e de maneira autônoma uma das professoras participantes, a Guilhermina, deu os passos iniciais que conduziram à exploração-investigação realizada. A pesquisadora orientou e forneceu algumas sugestões para que, a partir do que elas mesmos colocaram, a atividade tivesse continuidade e levasse a construção de novos conhecimentos. Acreditamos que elas estão aprendendo a

investigar investigando... Não foi mais necessário perguntar o que era para fazer e nem dizer que a atividade era muito ampla, mas colocar uma questão para começar, o que fez Guilhermina.

Parece-nos claro neste episódio a importância de um problema para o desenvolvimento de uma atividade exploratório-investigativa. Possivelmente o fato de Guilhermina ter colocado uma questão motivou rumos para o grupo prosseguir suas investigações e realizar descobertas. Então, a partir da formulação de uma questão a atividade caminhou de um eixo exploratório para o exploratório-investigativo.

Foi perceptível a ampliação de conhecimentos de conteúdo específico no tocante aos elementos de uma circunferência ou círculo, como diâmetro e raio, de elemtnos perceptíveis do conceito do número $\pi$ (pi), do conceito de cálculo conceito de medir. Além do mais, despontaram as atitudes investigativas relacionadas ao conhecimento pedagógico do conteúdo, na atividade do aprender a investigar.

### 6.2.3 Reflexões sobre as atividades e o conhecimento do professor

Aqui, apresentamos duas categorias analíticas provenientes das atividades anteriores. Estas categorias emergiram durante a análise das atividades desenvolvidas a partir das tarefas "Recortando triângulos..." e "Planificando embalagens".

A primeira categoria, nomeada **Do estramento[7] inicial à postura interrogativa**, envolve conhecimentos revelados pelas professoras que denotam o estabelecimento de outra relação destas com a Matemática ou a Geometria; relação esta marcada pelo questionamento e pela prática da inquirição, diferentemente do modo existente em sua formação escolar e profissional anterior.

A segunda categoria, **A importância das tarefas no desenvolvimento da atividade**, evidencia relações entre os enunciados da tarefa "Recortando triângulos..." apresentados no primeiro e no décimo encontro com as professoras participantes.

#### 6.2.3.1 Do estranhamento inicial à postura interrogativa

Uma tarefa de caráter exploratório-investigativo comumente não traz em seu enunciado uma questão a responder, mas apresenta uma situação aberta que permita a quem se propõe realizá-la fazer explorações, propor questões, buscar as respostas, levantar e testar conjecturas, justificar, registrar, argumentar e socializar os resultados obtidos. Processos estes que tradicionalmente não estão presentes nas aulas de matemática, conforme confirma o diálogo entre as professoras:

[7] Consoante ao significado de *estranhamento* afirmado na página 127.

708. *AJ. Eu até escrevi aqui ó: eu percebi como é importante a investigação, a resolução de um problema pra construir um conhecimento. Como nós tivemos no decorrer de nossa vida escolar coisas prontas (ênfase na fala) por isso é que eu detesto matemática.*

709. *B. É muita sinceridade (rindo).*

710. *AJ. Daí que eu levei pra minha profissão estes vícios, tá certo? Nós não fomos acostumados a investigar (muita ênfase na fala).*

711. *AJ. Pensar, construir*

712. *G. A observar,*

713. *AJ. Observar.*

714. *G. Nem observar.*
(5E-v2de3)

Conforme enunciado nas falas das professora, suas experiências anteriores com o aprender geometria foram desprovidas deste caráter aberto e investigativo, fundamentado na criatividade e na autonomia de quem aprende, tendo reflexos em sua própria prática docente (fala 710).

No início da tarefa "Recortando triângulos..." percebemos um estranhamento das professoras com o enunciado apresentado, tanto em relação à linguagem utilizada quanto à interpretação propriamente dita. A seqüência da atividade foi desencadeada por uma das professoras (Bianca) que começou a realizar a tarefa devido à sua familiaridade com um dos conceitos envolvidos, a simetria. A partir disso, em atenção ao que Bianca realizava as demais professoras participaram conjuntamente da atividade.

Por outro lado, a tarefa "Planificando embalagens" foi realizada individualmente para favorecer o debate no grupo, uma vez que tínhamos quatro professoras que realizavam as atividades conjuntamente prejudicando o debate de idéias na socialização dos resultados. Neste caso, duas das professoras levaram a planificação de embalagens para o grupo. Uma delas (Ana Júlia) levou a planificação, teceu algumas relações encerrando-se a atividade na fase exploratória, não tendo levantado questões e assim, finalizou-se a tarefa. Para esta professora aquela tarefa pode ter sido apenas um exercício que se encerrou na planificação e nas relações observadas.

De modo diferente, a planificação do suporte do rolo de papel higiênico suscitou dúvidas em Guilhermina. Esta professora afirmou que seria melhor levar a questão para o grupo e assim envolveu as demais professoras em desvendar seus questionamentos. Então, a partir da proposição de uma questão e com o apoio da pesquisadora levaram adiante uma tarefa que foi além das expectativas da pesquisadora em relação aos conteúdos envolvidos.

Na segunda etapa da tarefa "Recortando triângulos..." as professoras também assumiram uma postura questionadora em relação às afirmações das demais e as próprias situações apresentadas. Isto

parece ter ocorrido com o passar do tempo no grupo, onde elas adquiriam mais experiências com as tarefas de caráter aberto.

Em todos os casos, no desenvolvimento das atividades, freqüentemente a pesquisadora intervia interrogando as professoras. Muitas vezes a pesquisadora evidenciava aspectos por elas percebidos, como ocorreu na primeira tarefa; outras vezes a pesquisadora questionava-as de maneira direta para que justificassem suas respostas ou até aprofundassem em suas reflexões em relação aos conteúdos matemáticos. Entretanto em diversos momentos houve necessidade de se pesar que não era necessário questionar diretamente, mas abrir espaço para que as demais o fizessem.

A postura interrogativa é uma das necessidades do professor em aulas exploratório-investigativas como um meio de levar o aluno, a também questionar as próprias proposições como também dos demais colegas. Conforme Oliveira et al. (1999, p. 7) a postura interrogativa é apropriada e "por vezes, torna-se necessário questionar os alunos de uma forma mais dirigida".

A postura interrogativa durante a atividade exploratório-investigativa vai ao nosso entendimento da perspectiva da inquirição, no sentido de questionamento, de análise, de crítica e de atitudes perante as diversas situações para as quais não conhecemos soluções nem os caminhos antecipadamente.

Assim, entendemos que a exploração-investigação matemática aproxima-se das atividades desenvolvidas pelos matemáticos profissionais, principalmente nas atitudes frente situações novas e freqüentemente desconhecidas, para as quais, pela própria autonomia, coloca-se com atitude questionadora e duvidosa, considerando a dúvida como um caminho para a certeza, contribuindo para que o conhecimento matemático seja construído em fundações que alicençam-se na superação de dúvidas e incertezas, e assim, contribuir para as crenças dos estudantes a respeito da própria matemática e não tratá-la apenas como disciplina da certeza (SIEGEL; BORASI, 1994).

Isto contribui para o que Shulman (1986) denomina de estrutura sintática do conhecimento de conteúdo específico, que implica no conhecimento de estruturas que validam o conhecimento na área específica, inclusive em nosso entendimento em conceber e assumir atitudes próximas à construção na área, como o questionamento frente às situações, o levantamento de questões, dentro outras.

De acordo com Goldenberg (1999) são quatro as funções da investigação na aula de matemática: explorar, descobrir, pôr em questão e ensinar a investigar.

A função de *explorar* está voltada a preparar o terreno para situações futuras. O *descobrir*, de acordo com o referido autor objetiva levar o aluno a perceber uma regra, um fato ou conceito matemático, valorizando a generalização. A função da investigação como *pôr em questão* está voltada a colocar em questão idéias matemáticas já estudadas parcialmente, aprofundando-as ou relacionando

com outras idéias, enquanto que a quarta função direciona-se não apenas ao conteúdo matemático, mas também a *aprender investigar* (GOLDENBERG, 1999).

Então as tarefas aqui analisadas puderam contribuir para tais funções da investigação no ensino de matemática conforme enumeradas por Goldenberg (1999). A exploração não é algo que ocorre espontaneamente, mas requer ações de quem aprende e de quem ensina. O ambiente foi propício para que as professoras avançassem pela etapa da exploração em cada uma das tarefas apresentadas. E assim, foi a partir das explorações que começaram a levantar questões, e a realmente *pôr em questão* seus conhecimentos anteriores permitindo reelaborações. Quanto ao *aprender a investigar* propriamente dito e o *descobrir*, percebemos que o tempo decorrido e as experiências adquiridas não foram totalmente suficientes para que as professoras utilizassem demonstrações, generalizações e processos matemáticos mais formais ou mais abstratos. Porém, suas argumentações foram se tornando mais pautadas nos conhecimentos matemáticos que iam adquirindo do que nas suas próprias percepções sensoriais. Elas foram descobrindo novos conhecimentos e reelaborando seus conhecimentos anteriores, atribuindo-lhes significados e elas mesmas revelaram o prazer e o potencial da descoberta.

#### 6.2.3.2 A importância das tarefas no desenvolvimento da atividade

As formas de apresentação das tarefas com foco no enunciado também influenciaram a atividade das professoras desde a interpretação até os resultados produzidos. Isto ficou evidente principalmente na tarefa "Recortando triângulos...". Evidentemente é necessário ressaltarmos que outros aspectos são importantes e por vezes podem ter mais influência na atividade propriamente dita, como a mediação do professor/formador e o entendimento das participantes sobre seu próprio processo de aprendizagem. Assim, uma tarefa, mesmo que apresente características exploratório-investigativas por quem a elabora, lê ou desenvolve, pode não incidir em atividade dessa caráter em outros indivíduos. Não é possível prever ou garantir pela tarefa a atividade que será desenvolvida.

A atividade é um dos intervenientes da atividade, mas deve ser considerada, uma vez que ela também pode facilitar ou dificultar a atividade e a mediação do professor/formador.

No primeiro encontro, ao envolverem-se em atividade em decorrência da tarefa "Recortando triângulos..." o desenvolvimento de tal atividade ficou quase restrito aos conteúdos referentes aos triângulos, muitas vezes porque as professoras não lembravam as denominações dadas aos triângulos de acordo com as medidas de seus lados e de seus ângulos. Então, a primeira etapa ficou quase restrita a estes aspectos.

Ainda nesta primeira etapa, o enunciado (indicado a seguir) não fornecia exemplos nem direci-

onava os tipos de recortes que deveriam ou poderiam ser feitos. Isto acabou por ser um obstáculo a mais, mas por outro lado também possivelmente pode ter deixado a tarefa com caráter mais aberto e propício às explorações e às discussões que ocorreram.

| Tarefa 1 (Adaptada de PONTE; BROCARDO; OLIVEIRA; 2003, p. 72)<br>Numa folha de papel, dobrada ao meio, se a partir da dobra você recortar triângulos (fazendo apenas dois cortes), de modo que um dos lados desse triângulo esteja na dobra, que figura você obterá quando desdobrar o recorte de papel?<br>Registre todas as etapas! |
|---|

Na segunda etapa com a apresentação do novo enunciado as professoras praticamente não recorreram ao anterior e desenvolveram suas atividades com base apenas na nova versão apresentada, conforme indicamos a seguir:

| Tarefa 1<br>Por certo que na sua infância, na escola ou com amigos, você se entreteve a fazer cortes com papel e a brincar com os desenhos que obtinha.<br>Para explorar essa tarefa vai precisar de uma tesoura e de muito papel.<br>A — Uma dobragem e dois cortes<br>1. Numa folha de papel dobrada ao meio, corte triângulos eqüiláteros, isósceles e escalenos. Pegue os pedaços de papel que obteve, desdobre-os e investigue as formas geométricas que podem ter. |
|---|

Figura 6.21: Figura do enunciado original (PONTE; BROCARDO; OLIVEIRA, 2003, p.72).

Esta nova forma de apresentar o enunciado pareceu mais fácil à interpretação das professoras, mas há que se pesar que a tarefa não era mais inédita. Por outro lado, a figura apresentada e os recortes solicitados (equilátero, isósceles e escaleno) figuraram nos registros e recortes das professoras e também as três professoras que realizaram a atividade individualmente fizeram exatamente três recortes na ordem que estava no enunciado - eqüilátero, isósceles e escaleno.

Assim, à medida que tornou-se mais fácil e um pouco mais direcionada também deixou as professoras mais seguras de que estavam a resolver o que foi pedido.

Tendo em vista os recortes feitos pelas professoras Guilhermina, Laura e Ana Júlia percebemos que seus registros foram, de certa forma influenciados pela figura e pelos dizeres do enunciado original, sendo ratificado pelas próprias palavras das professoras que recortaram três triângulos: um eqüilátero, um isósceles e um escaleno.

Novamente ilustramos os recortes feitos pelas professoras participantes:

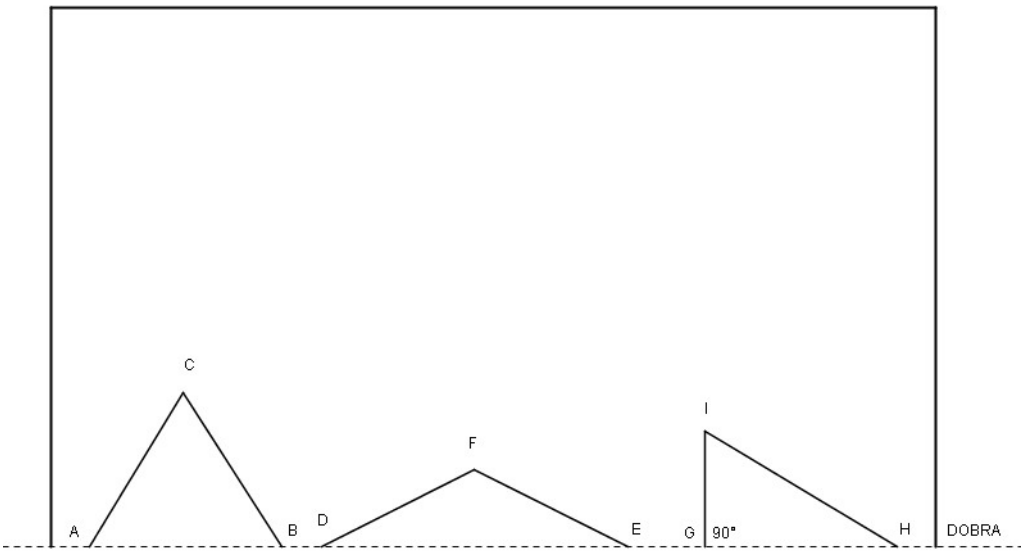



Figura 6.22: Representação realizada pela pesquisadora a partir do vídeo e do regsitro escrito – Recortes da professora Guilhermina.

O fato de as três professoras terem feito apenas três recortes parece-nos claro que foi em função do enunciado apresentado associado à pouca experiência com atividades exploratório-investigativas.

As três professoras buscaram fazer triângulo eqüilátero: o triângulo ABC de Guilhermina (Figura 6.22), o triângulo ABC de Ana Júlia (Figura 6.23) e o triângulo de Laura cujos lados têm 3 cm (Figura 6.24).

No caso do triângulo escaleno, as três professoras o fizeram, elegendo neste caso o triângulo retângulo escaleno. Isto tem proximidades com o triângulo à esquerda do enunciado original (Figura 6.21). Além disso, também com proximidade ao enunciado original, as três professoras que fizeram o triângulo retângulo tiveram como opção aquele em que um dos catetos está apoiado na dobra do papel.

Quanto ao triângulo isósceles que se encontra em todas as figuras na posição central (Figuras 6.22, 6.23 e 6.24), com exceção de Guilhermina, ele é triângulo isósceles acutângulo com o lado não congruente na dobra do papel, mantendo-se proximidade com os aspectos visuais do triângulo

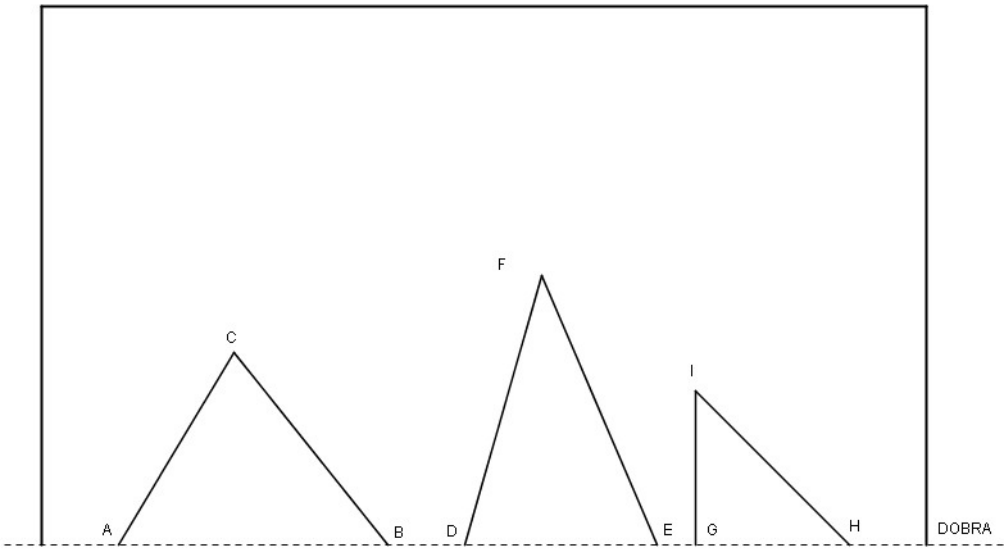



Figura 6.23: Representação realizada pela pesquisadora a partir do vídeo – Recortes da professora Ana Júlia.

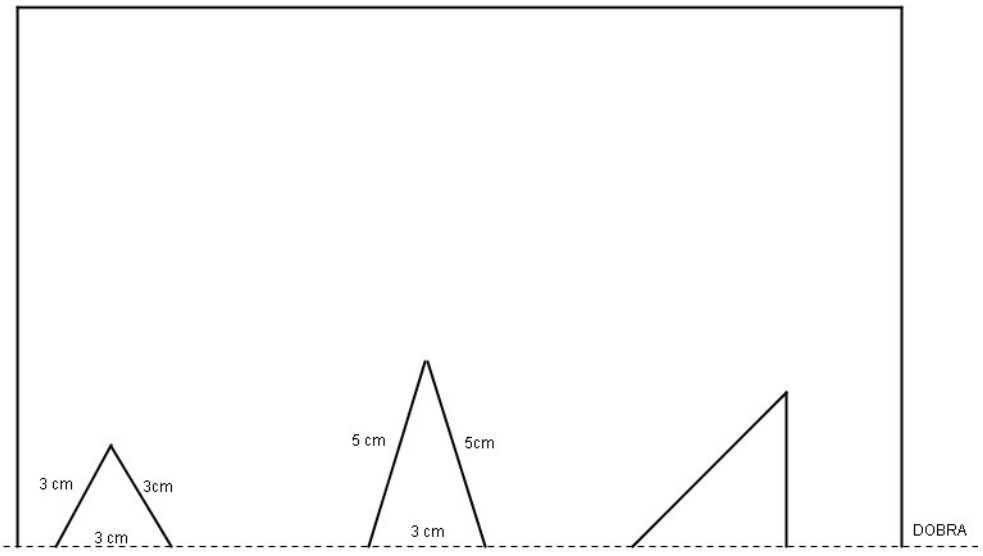



Figura 6.24: Representação feita pela pesquisadora a partir do vídeo e do registro escrito – Recortes feitos pela professora Laura.

central da Figura 6.21.

Guilhermina porém fez um triângulo isósceles obtusângulo ao procurar um que fosse “todo diferente” (fala 335) demonstrando autonomia e inovação perante o enunciado e à figura que ele trazia, levando-nos a perceber que da mesma forma que o enunciado pode influenciar os resultados, isto pode não ocorrer dependendo da autonomia e criatividade de quem investiga.

Desta forma, não fazemos crítica nem comparações a cada um dos enunciados, porém inferimos que as formas com as quais as figuras são inseridas ou são descartadas em um enunciado de uma tarefa considerada de caráter exploratório-investigativo por quem a propõe pode influenciar na atividade de quem a desenvolve. Da mesma maneira que a opção pela ilustração ou não, a linguagem utilizada pode ser facilitadora ou dificultar a atividade ou autonomia de quem se propõe a desenvolver a tarefa proposta. Tal influência também foi evidenciada por Lamonato e Passos (2005), Passos et al. (2005b) no ensino de geometria no ciclo final do Ensino Fundamental.

Parece-nos importante salientar que da mesma forma que se aprende a investigar aprendemos a elaborar tarefas elaborando-as. Esta preocupação com o enunciado não foi somente percebida por nós, mas como veremos na Seção 6.3.2, pelas próprias professoras participantes com vistas ao ensino.

## 6.3 Repensando a prática pedagógica: (re)construindo conhecimentos profissionais

Os dados de nossa pesquisa indicaram que o crescimento do conhecimento de conteúdo específico do professor leva, de modo quase natural, o professor a questionar e problematizar sua própria prática, tendo como conseqüências as construções e reelaborações dos conhecimentos nas outras categorias expressas por Shulman (1986). Uma delas, é o conhecimento pedagógico do conteúdo, próprio da docência, o qual o professor é protagonista (MIZUKAMI, 2004).

Durante os encontros, as professoras participantes compartilharam experiências docentes bem como demandaram esforços na constituição dos conhecimentos profissionais da docência, utilizando-se da reflexão sobre a experiência como propulsora para a reelaboração de seus conhecimentos.

O transformar o que se sabe em algo que pode ser aprendido pelos outros é uma das atribuições da prática docente, construindo-se no cotidiano e para o cotidiano do professor. Em diversos momentos dos encontros do grupo, as professoras participantes expressaram preocupações, dúvidas, inseguranças, disposição e compromisso na elaboração desta forma de conhecimento, que pudesse estar ao alcance do que seus alunos do pré-III (com seis anos ou a completar durante o ano letivo) entendem e representam, mas que também estivessem de acordo com o conhecimento do conteúdo específico.

Nas cinco próximas subseções destacamos os conhecimentos que as professoras participantes revelaram ao pensar sobre o ensino de geometria.

Na Subseção 6.3.1 (**A ressignificação de conceitos geométricos e as reflexões sobre suas prá-**

**ticas: o caso dos retângulos**) apresentamos alguns questionamentos das professoras em relação à própria prática tendo em vista os conhecimentos em relação às formas geométricas planas — os retângulos, que foram reelaborados durante as atividades desenvolvidas. Neste caso, resgataram as explicações que dão a seus alunos sobre tais formas geométricas e questionaram quais as implicações de se considerarem quadrados e retângulos como conjuntos disjuntos. Assim, percebemos, principalmente, reelaborações do conhecimento curricular e do conhecimento pedagógico do conteúdo a partir da ampliação de conhecimentos de conteúdo específico.

Depois, na segunda Subseção 6.3.2 (**Em busca do conhecimento pedagógico do conteúdo: primeiros desdobramentos a partir das tarefas**) evidenciamos as reflexões que ocorreram em decorrência da vivência em atividades exploratório-investigativas, com ênfase na dinâmica da atividade e não propriamente nos conteúdos.

Na terceira Subseção 6.3.3 (**Construindo possibilidades para a exploração-investigação matemática na Educação Infantil**) destacamos as possibilidades desenhadas pelas professoras para a presença da exploração-investigação matemática no ensino para crianças de seis anos. As ressignificações referem-se principalmente ao papel do professor e à importância do aprender a perguntar.

Posteriormente, na Subseção 6.3.4 (**Indícios da exploração-investigação matemática na sala de aula da Educação Infantil**), temos a análise de um dos indícios da exploração-investigação matemática na prática pedagógica da professora Guilhermina, que contribui de maneira substancial para a consolidação das linhas traçadas anteriormente, principalmente no tocante ao papel do professor e à função dos questionamentos no ambiente exploratório-investigativo concebido na subseção anterior.

E, finalmente, na Subseção 6.3.5 (**A geometria além das formas e o registro das brincadeiras**), apresentamos as ressignificações para o campo da geometria na Educação Infantil, ocorridas no repensar da prática pedagógica, tendo como destaque os registros das brincadeiras quando se pensa na geometria além das formas.

### 6.3.1 A ressignificação de conceitos geométricos e as reflexões sobre suas práticas: o caso dos retângulos

Nesta categoria contemplamos as reflexões das professoras com vistas às suas práticas a partir da reelaboração de conhecimentos dos conceitos de figuras planas, especificamente dos retângulos.

Dentre as inquietações das professoras não houve apenas preocupações com o que viriam a fazer, mas uma redescoberta do que já fazem. Evidenciamos, por exemplo, as preocupações de Laura em tomar consciência de como vinha ensinando “quadrado” e “retângulo” para seu alunos (falas 716

e 717), visto que anteriormente às atividades desenvolvidas no grupo ela os entendia como entes geométricos pertencentes a conjuntos disjuntos, não percebendo que todo quadrado é retângulo.

> 715. *L. No começo do ano, quando eu fui, é que eu estava definindo pra eles, falando, não lembro nem em que contexto. Que o quadrado teria os quatro lados... que são retos (gestos no ar) e tal. Foi quando eu trabalhei as linhas retas, linhas curvas essas coisas.*
>
> 716. *L. É, ele tem os quatro lados do mesmo tamanho! (gestos com a mão representando um quadrado no ar)*
> *(Nessa afirmação Laura enfatiza o que se lembra de ter falado às crianças)*
>
> 717. *L. E o retângulo, ele tem dois lados maiores e dois lados menores. (gestos com a caneta fazendo os dois lados maiores na linha horizontal)*
> (8E-v1de3)

A partir do conflito entre o novo entendimento e o anterior, Laura ressalta seu sentimento de insegurança (falas 718 e 720) que é compartilhado com Guilhermina. Ao destacar suas novas aprendizagens, ela o faz indissociadamente de reflexões sobre sua prática (fala 720); é movida pela a curiosidade crítica sobre a prática, como já afirmou Freire (1996) que é fundamental na formação permanente de professores.

> 718. *L. Foi o que eu falei.*
>
> 719. *G. Mas eu também sempre falo isso!*
>
> 720. *G. Aí depois, quando a gente viu lá, ah, o quadrado é retângulo, aí eu falei assim: e como é que eu vou agora diferenciar pros meus alunos?*
>
> 721. *G. Eu queria ter segurança em relação a isso!*
> *(...)*
>
> 722. *L. Aí eu queria saber o que eu disse. Porque foi muito no começo do ano. Ninguém pensava nessas coisas, aliás, além de não pensar eu não sabia!*
>
> 723. *P. Se você trabalhar semelhanças e diferenças entre figuras diversas, sem a preocupação de nomear, é possível que eles as coloquem na mesma condição, por exemplo, tem quatro lados!*
> (8E-v1de3)

Na seqüência, Guilhermina aponta (fala 724) uma questão necessária para o conhecimento do currículo vertical (SHULMAN, 1986), que corresponde ao conhecimento de tópicos que são ensinados em níveis posteriores ou anteriores da escolaridade bem como sua importância.

> 724. *G. Mas eu pensei agora: isso inter... Você (para a pesquisadora) que dá aula pros maiores, isso interfere, essa conclusão entre quadrado e retângulo?*
> (8E-v1de3)

A pesquisadora complementou afirmando que:

> 725. *P. É muito mais fácil você... ensinar quem não sabe, a pessoa que não sabe aprende com mais facilidade do que quem aprendeu errado e tem que desaprender, o que é muito mais difícil.*
> (8E-v1de3)

Naquele momento a pesquisadora parafraseou Josso (2004), ao declarar a necessidade de "desaprendizagens" na ocorrência de novas aprendizagens. Josso (2004) ao abordar a complexidade do ato de aprender denota que um dos problemas que suscitam é a identificação das "desaprendizagens", e para ilustrar a noção de desaprendizagem lança um exemplo que parece-nos bastante pertinente à situação ocorrida que, oportunamente, elencamos a seguir na íntegra:

> numa viagem de avião, pedi para falar com o comandante de bordo e com o co-piloto. Eu desejava saber seus pontos de vista sobre sua formação contínua. Minha última questão foi: "em sua formação contínua, o que lhe parece mais difícil?". A resposta dos dois foi imediata: "desaprender os antigos procedimentos. Em caso de urgência, são os mais atualizados que devem estar disponíveis imediatamente. Não saber esquecer as antigas rotinas representa um enorme perigo para a segurança de vôo e dos passageiros" (JOSSO, 2004, p. 238).

Entendemos que no caso do piloto de avião, sua atividade envolve procedimentos técnicos, diferentemente do professor. Contudo, tal situação de desaprendizagens ocorreu na reelaboração dos conhecimentos das professoras, uma vez que a recorrência às situações anteriores era constante, inclusive como subsídios ao ato reflexivo.

A importância de se tranformar o que se sabe naquilo que pode ser aprendido pelos outros requer, dentre muitas coisas, um cuidado e a coerência com o conhecimento de conteúdo específico. Esta percepção foi feita pela professora Bianca em seu primeiro registro escrito:

> 726. *B. Percebi também a necessidade de aprofundar os conhecimentos matemáticos pois é uma área em que encontramos, mesmo em livros didáticos muitos equívocos. A fim de simplificar acabamos por aprender (e repassar) conceitos errôneos.*
> (RE-1)

As preocupações em relação aos modos que as professoras ensinam "quadrado" e "retângulo" revelam que o ensino de tais figuras parece ocorrer de maneira comparativa, considerando estas figuras como pertencentes a dois conjuntos distintos: se tem os lados de mesmo tamanho é quadrado, e "se tem dois lados maiores e dois lados menores" é retângulo. Conclusões que podem ter sido elaboradas a partir de figuras com as quais estas professoras tenham se deparado e não com os conceitos de tais quadriláteros.

Estes entendimentos a respeito de quadrados e losangos parecem não ser apresentados somente pela professora Laura. Uma pesquisa realizada por Fujita e Jones (2006), na Escócia, na formação

inicial de professores, evidenciou que cerca de setenta por cento dos professores que responderam às questões que lhe foram apresentadas definiram um retângulo como "um quadrilátero no qual se tem dois lados maiores e dois lados menores" (p. 3) e quarenta e três por cento definiram tanto quadrado como retângulo sem mencionar ângulos.

Em todo o trabalho desenvolvido com as professoras não foi possível perceber como estas preocupações em relação ao ensino de figuras geométricas planas efetivamente desencadearam novo conhecimento pedagógico do conteúdo, como as representações feitas pelas professoras, as analogias e as explicações dadas na sala de aula, pois não houve oportunidades para um trabalho efetivo delas com seus alunos com vistas ao ensino de tais conteúdos.

### 6.3.2 Em busca do conhecimento pedagógico do conteúdo: primeiros desdobramentos a partir das tarefas

Logo no segundo encontro do grupo, as professoras participantes não deram seqüencia à tarefa "Recortando triângulos..." porque se envolveram em discussões e reflexões sobre tarefas que poderiam propor aos seus alunos, como estas deveriam ser, quais suas dificuldades, necessidades e anseios. A pesquisadora ressalta em seu diário de campo a intensidade de tais preocupações indo além de simples conversas, constituindo momentos reflexivos de autêntica reelaboração do conhecimento pedagógico do conteúdo. Conhecimentos estes que importam em como o professor transforma aquilo que sabe em algo que pode ser ensinado, de maneira acessível para seus alunos, respeitando o nível em que estes estejam.

Bianca, sugere (fala 727) uma possível adaptação da tarefa "Recortando triângulos..." para seus alunos que estão na última etapa da Educação Infantil, mas não busca simplesmente transpor o que ela sabe para o que deve ser ensinado. Ao pensar sobre a tarefa, ela mobiliza, simultaneamente, conhecimento de conteúdo específico, conhecimento pedagógico e conhecimento curricular, sem excluir os demais tipos. O que nos remete à inter-relação de cada uma das categorias do conhecimento do conteúdo no ensino e a reafirmar a indissociabilidade de tais conhecimentos na prática docente.

> 727. *B. Eu acho que aqui, uma coisa que até poderia ser adaptada pra pré-escola é: quantas figuras diferentes você pode achar?*
> *(...)*
> 728. *L. Você faria dois cortes só. E aí teria que chegar numa figura singular.*
> 729. *B. Eu acho que "quantas figuras diferentes você poderá obter", porque aí você não fecha a atividade. Você pode... fazer ele (a criança) pensar em quantas ele for...*
> (2E-v1de3)

Ela sugere como poderá abordar tal conteúdo (falas 729 e 730), incluindo a tarefa que pode

ser apresentada. As características desta tarefa dão-nos pistas de que é possível tomar como ponto de partida uma tarefa de caráter aberto possibilitando a exploração e discussão em sala de aula em níveis elementares. Tal abordagem aproxima-se do nosso entendimento da exploração-investigação matemática, não se videnciando a dinâmina exatamente nas tarefas e sim nas maneiras pelas quais ocorre a interação na sala de aula, na atividade propriamente dita, desde o momento em que o professor faz a proposta.

> 730. *B. É interessante... Depois fazer a socialização mesmo dos resultados.*
> 731. *G. É.*
> 732. *B. Olha fulano achou mais. né? (balançam a cabeça concordando com ela)*
> 733. *B. Né. Porque a gente faz isso né, de socializar depois os trabalhos. Porque a criança que realmente achou uma só...*
> 734. *G. Ela vai observar os outros...*
> 735. *B. Observar os outros e...*
> 736. *G. Ela vai observar como o outro fez. De uma próxima vez... né.*
> (2E-v1de3)

Ao elaborar o conhecimento pedagógico do conteúdo, Bianca, de maneira espontânea, apresenta uma sugestão (fala 737) de como conduzir uma aula tendo em vista o conhecimento que tem de seus alunos.

> 737. *B. Eu acho que essa parte de "quantas figuras diferentes você pode descobrir", eu acho que dá para partir daí. Que aí você, eu acho que tem que dar um exemplo. Ela não vai poder abstrair.*
> 738. *L. É muito abstrato.*
> 739. *B. Você tem que realmente, de repente, dobrar uma folha e olha, vou fazer dois cortes que se encontram, se encontram né e olha formou uma figura, tá vendo, mas não é só essa que a gente pode formar, existem muitas outras que a gente pode descobrir, fazendo só dois cortes. (com gestos nas mãos)*
> (2E-v1de6)

Esta abertura que Bianca buscava proporcionar aos seus alunos a partir da tarefa mantém relações com a abertura dada à tarefa "Recortando triângulos...". Em seu registro escrito após a tarefa "Recortando triângulo...", Bianca ressalta (fala 740) o caráter aberto da tarefa. Esse destaque dado pela professora Bianca ao caráter aberto da tarefa é um conhecimento pedagógico do conteúdo, uma vez que representa uma das maneiras pelas quais esta professora considera possível o ensino e a aprendizagem. Neste caso, é possível que Bianca não estivesse referindo-se às crianças da Educação Infantil, mas aos alunos de uma maneira mais ampla, pois nem sempre as crianças de Educação Infantil estão aptas a lerem enunciados, contudo, também não há necessidade de o professor explicar tudo de maneira minuciosa, substituindo processos de pensamento que estejam envolvidos no desenvolvimento de uma dada tarefa.

740. *B. O que mais chamou a atenção além do estilo da atividade aberto, propiciando descobertas e desenvolvendo o raciocínio lógico foi a importância do enunciado. Algumas vezes ignoramos o enunciado e explicamos abertamente à criança o que ela deve fazer deixando de desenvolver assim esse tipo de linguagem.*
(RE-1)

Laura, também, em seu registro escrito evidencia a importância do enunciado e de como o professor o apresenta. Esta professora denota que uma atividade exploratório-investigativa não requer alto grau de complexidade, bastando ser suficiente para aguçar a curiosidade e a atitude investigativa de quem se propõe a desenvolvê-la (fala 741). Para Ponte, Brocardo e Oliveira (2003) a introdução inicial do professor não deve substituir a interpretação da tarefa, que também é um dos objetivos em aulas exploratório-investigativas, então a introdução do professor não deve ser demasiadamente pormenorizada. Ela deve ocorrer de tal maneira que o aluno saiba o que lhe é pedido. Neste caso, Bianca (fala 739) exemplifica uma das possibilidades na Educação Infantil.

741. *L. Comecei a prestar atenção na forma como apresento os enunciados das tarefas e atividades e descobri que uma atividade não precisa ser complexa para despertar a curiosidade e a atitude investigativa.*
(RE-8)

Durante as discussões que se seguiram, Bianca insistiu (fala 742) que não bastava apenas de tarefas mas era necessário, em seu entendimento, planejar tarefas instigantes para as crianças. Na mesma oportunidade, Ana Júlia revela (fala 745) como ocorre o ensino de triângulos: pela apresentação da figura acompanhada da nomeação.

É interessante perceber também que esta afirmação de Ana Júlia foi feita em tom de crítica por ela mesma, que estava em busca de novas formas de entendimentos dos conteúdos específicos e a reelaboração do conhecimento pedagógico, tal como Bianca (fala 742). Propor tarefas instigantes para as crianças era um dos desafios e necessidades das professoras naquele momento. Elas não queriam fazer o que já faziam, buscavam novos desafios e reconheciam seus limites (falas 743 e 744).

Notamos um contraponto entre o que ocorre e o que buscam, reivindicando a complexidade do conhecimento do professor, que não basta apenas ter consciência das melhores alternativas, mas existe um distância entre o que o próprio professor pensa e o que realmente faz. Atesta-nos para reafirmar a complexidade e os diversos aspectos do saber docente, que, de acordo com Fiorentini, Nacarato e Pinto (1999) citados por Rocha e Fiorentini (2005, p. 3), são conceituados como sendo "histórico, provisório, contextual, afetivo, cultural, formando uma teia". Neste contexto, o professor é protagonista, não sendo possível, simplesmente, executar procedimentos produzidos por outros, mas buscar sua produção/reelaboração. O que vai ao encontro de Shor e Freire (1986) em relação ao

ciclo gnosiológico, aproximando o ato da produção de um conhecimento novo do ato de conhecer o conhecimento produzido.

Assim, ao desejarem propor tarefas instigantes para seus alunos, as professoras participantes não tinham o caminho a ser percorrido prontamente, ao contrário, tinham insegurança e medo de um lado, e de outro, a ousadia e a vontade. Elementos estes presentes na reelaboração do conhecimento pedagógico do conteúdo.

> 742. *B. Não, acho que tem que pensar, por isso que precisa amadurecer essa idéia né. Eu acho que a gente tem que pra olhar essas coisas, procurar, pra saber se é o melhor caminho. Porque é o que estou falando se você falar pra ele (a criança), você dando uma seqüência de passos pra ele, ele vai chegar no objetivo, com certeza. Mas será que essa é a melhor forma dele ir aprendendo isso? (...) Ver se a gente consegue alguma coisa mais instigante.*
>
> 743. *AJ. Pelo pouco que a gente trabalha eu acho que é até um avanço. (risos geral)*
>
> 744. *L. Eu nunca fiz nada disso. Então não sei, eu não sei.*
>
> 745. *AJ. A gente já fez pega os blocos lógicos, joga pro chão e fala (risos) ó esse aqui é o triângulo.*
> (2E-v3de3)

De maneira geral percebemos que os momentos de discussão das professoras com vistas ao preparo de tarefas que pudessem ser apresentadas aos seus alunos foram marcadas pela reflexão sobre a própria prática e apresenta indícios da postura interrogativa no desempenho da função docente. Assim, as professoras participantes começaram a delinear algumas possibilidades da exploração-investigação matemática na Educação Infantil.

Na próxima subseção contemplamos momentos nos quais avistamos, mais fortemente, as possibilidades da exploração-investigação matemática na Educação Infantil.

### 6.3.3 Construindo possibilidades para a exploração-investigação matemática na Educação Infantil

Uma aula de caráter exploratório-investigativo propicia aprendizagens em dois campos primordialmente: em relação aos conteúdos contemplados na tarefa e em relação à dinâmica estabelecida.

Conforme visto em seções anteriores, as professoras mobilizaram conhecimento específicos em relação aos conteúdos geométricos dentre seu próprio repertório, bem como os reelaboraram, constituiram significações e refletiram sobre o que estavam aprendendo na interação com as demais participantes.

Em paralelo, as professoras também demonstraram apreensões em relação à dinâmica das aulas buscando novas formas de ensinar para seus alunos. Na elaboração do conhecimento pedagógico do conteúdo percebemos que a inquietação do professor com sua própria prática é um dos pontos de partida essenciais para que o professor busque novos caminhos. Neste caso, as formas de conduzir as aulas foram preocupações que tomaram lugar central nas discussões das professoras em diversos encontros. Ainda acrescenta-se que a oportunidade de construírem/reelaborarem conhecimentos no contexto exploratório-investigativo foi importante para que demandassem esforços no sentido de proporcionarem aos seus alunos experiências na mesma direção. Como afirma Shulman (2004, p. 514):

> a aprendizagem autêntica e durável ocorre quando o professor é um agente ativo no processo — não passivo, não como telespectador, um cliente ou colecionador. A aprendizagem do professor torna-se mais ativa através da experimentação e inquirição, tanto quanto através da escrita, do diálogo e do questionamento. Então, as organizações escolares onde os professores trabalham devem provê-los de oportunidades e suporte nas quais eles se tornam investigadores ativos de seu próprio ensino[8] .

Neste sentido, as professoras revelavam uma valorização pelos questionamentos que o professor pode realizar em suas aulas, em nosso entendimento, uma valorização da inquirição, um dos caminhos possíveis para que as atividades exploratório-investigativas estejam presentes na Educação Básica, desde a Educação Infantil:

> 746. *B. Não, ela foi, não de forma direta, de ficar falando, não esse não, tem outro, tem outro, né. Mas de forma que fosse instigando . . . instigando pra descobrir.*
>
> 747. *G. Que é o que a gente . . . Eu acho que é legal.*
>
> 748. *L. Instigando a gente na verdade.*
> *(. . . )*
>
> 749. *L. A. . . a. . . a gente a pensar!*
> *(. . . )*
>
> 750. *G. Que é o que é legal da gente fazer com as crianças.*
> (1E-v6de6)

O envolvimento em atividades exploratório-investigativas e alguns textos oferecidos às professoras (após o terceiro encontro) colaboraram para a reflexão e questionamento de suas práticas, que já haviam sido demonstrados no primeiro encontro, sendo os motivos pelos quais se interessaram em participar do curso.

Durante as discussões sobre tarefas que pretendiam levar para suas salas de aula, a pequisadora questiona as professoras sobre qual tipo de metodologia pretendiam usar, se procuravam contemplar

[8] Texto traduzido do inglês por nós

tarefas em que as crianças teriam várias respostas ou se buscariam tarefas mais direcionadas. Esta questão foi feita com o intuito de obter as expectativas das professoras quanto à metodologia que procurariam empregar com seus alunos, anteriormente ao contato com referenciais teóricos.

Guilhermina então demonstra preocupações (fala 751) em relação à propor tarefas abertas para seus alunos. Afirma que não saberia como propor ou conduzir tais tarefas:

> 751. *G. Pra falar bem a verdade, eu não sei como propor assim, como conduzir uma com várias respostas... eu tenho muita dificuldade nisso.*
>
> *752. L. Eu também (em tom baixo).*
>
> *753. G. Porque é mais... você tem que estar atenta e mais próxima.*
> (3E-v1de2)

De fato, no ensino e na aprendizagem, os saberes não são transferidos: "nas condições de verdadeira aprendizagem os educandos vão se transformando em reais sujeitos da construção e da reconstrução do saber ensinado, ao lado do educador, igualmente sujeito do processo" (FREIRE, 1996, p. 26). E nisto consiste o desafio docente, pois como escreve Faundez "o caminho mais fácil é justamente a pedagogia da resposta, porque nele não se arrisca absolutamente nada" (FREIRE; FAUNDEZ, 1985, p. 52). Como veremos mais adiante (Seção 6.3.4), Guilhermina aceitará o desafio e investirá em descobrir o novo, em propor tarefa a qual ela não está habituada para seus alunos e aprender junto com eles.

Ao lado de suas dúvidas em relação ao uso de tarefas abertas, Guilhermina também salienta sua preocupação em direcionar demais o que seus alunos fazem, conforme fala 754:

> 754. *G. Mas meu medo na verdade é que eu acabo direcionando a atividade demais.*
>
> *755. G. Porque é aquela coisa né,você tem a sensação de controle maior, né. Então a impressão que eu... não que seja verdade, mas a impressão que a gente... eu ... que eu tenho é que é mais fácil controlar. Você vai direcionando, você controla mais crianças ao mesmo tempo. (...)*
>
> *756. G. Então eu pensei em trabalhar em grupo se fossem várias...*
>
> *757. B. Ou em conjunto também né.*
>
> *758. G. Não a sala toda, acho que eu conduziria, eu acabo conduzindo eu acho.*
>
> *759. B. Entendi. (em tom baixo)*
> *(...)*
>
> *760. B. Eu acho que a gente tem que prestar atenção no processo. O processo que tem que ter possibilidades.*
>
> *761. B. (...) Construir estratégias para chegar no final. Porque aí ele pode ter liberdade de construir... é... soluções, mas pra chegar num determinado fim.*
> (3E-v1de2)

Conforme afirmou Guilhermina (fala 755) muitas vezes o direcionamento leva a um controle maior, o que deixa o professor na posição de domínio ao qual ele está acostumado. Segundo afirmou Freire em seu diálogo com Faundez: "A curiosidade do estudante às vezes pode abalar a certeza do professor. (...) por outro lado, a pergunta que o aluno, livre para fazê-la, faz sobre um tema, pode colocar ao professor um ângulo diferente, do qual lhe será posível aprofundar mais tarde uma reflexão mais crítica." (FREIRE; FAUNDEZ, 1985, p. 44).

Ao se referir à pesquisa de Rowe (1974) sobre o tempo de espera quando o professor faz uma questão a um aluno, Shulman (2004) também salienta que um aumento no tempo de espera pode ser um convite à perda de controle; e por outro lado, se o tempo de espera for maior, há hipóteses de que as respostas sejam mais elaboradas, mais criativas, de um nível cognitivo superior, e assim, podem ser oferecidas aos professores respostas para os quais não estão antecipadamente prontos a responderem. Estas conclusões, freqüentemente poderiam facilmente ser interpretadas como uma resistência dos professores à mudança, o que na verdade tem suas raízes na insegurança do professor frente ao novo.

Na busca de preparar tarefas para seus alunos, as professoras indicavam necessitar de dois elementos: referenciais teóricos e registrar o que pensavam. Guilhermina demonstra necessidade de escreverem (falas 763 e 766) o que discutiam acompanhada de Laura (fala 765), que reforçava essa mesma condição. Por outro lado, Bianca afirma (fala 764) que necessita de referenciais.

É interessante perceber que o registro e a busca de referenciais teóricos podem ser necessidades diferentes para uma mesma situação: levar novos conhecimentos para a prática. Cada professora então reagiu de uma maneira ao elaborar novos conhecimentos pedagógicos do conteúdo. Porém percebe-se que as duas situações estavam embasadas pela busca por segurança.

762. *B. A gente precisava de um referencial né.*
763. *G. A gente tem que começar a fazer (colocar na forma escrita) a atividade.*
764. *B. Mas eu acho que a gente precisava de um referencial.*
*(...)*
765. *L. Eu acho que a gente tem que dar forma pros nossos pensamentos.*
766. *G. É, escrevendo mesmo essas atividades, e depois refletir em cima do que a gente já escreveu.*
(3E-v2de2)

No encontro posterior, quarto encontro, a pesquisadora levou alguns referenciais para as professoras: Lorenzato (2006a), Smole, Diniz e Cândido (2003a), Brasil (1998c), Pires, Curi e Campos (2000), Tancredi (2004) em relação ao ensino de geometria e, para instigá-las a respeito da exploração-investigação matemática enquanto metodologia de ensino, foi lhes entregue o texto Martins et al. (2002).

Os textos foram entregues para que cada uma delas pudesse fazer a leitura e tecer reflexões conforme seu interesse e necessidade. Outro motivo pelo qual optamos pela diversidade de textos foi para manter a autenticidade dos dados de nossa investigação sem formatá-los, ou seja, para evitarmos que o discurso das professoras refletisse as posições dos autores de um dado texto.

Em sua fala (769), Ana Júlia sintetiza o que ela apreendeu a partir dos textos sugeridos para leitura:

> 767. *B. Porque a gente quando dá um problema, dá um problema, pergunta e tchau. E às vezes por melhor que seja o problema você sempre dá a pergunta da questão.*
>
> 768. *AJ. Eu achei muito interessante isso mesmo.*
>
> 769. *AJ. Através de resolução de problemas. E pode ser de duas formas começar com uma investigação e chegar a um determinado problema e resolver (falando pausadamente). Ou, começar por um problema e procurar caminhos para resolvê-lo (pausadamente).*
> (5E-v1de3)

Bianca, em suas palavras acima transcritas, ousamos dizer que dialogam com Faundez quando este autor se dirige a Freire (FREIRE; FAUNDEZ, 1985, p. 48): "Eu insistiria que a origem do conhecimento está na pergunta, ou nas perguntas, ou no ato mesmo de perguntar;" e posteriormente complementa em relação às perguntas que já trazem a resposta, "Nesse sentido, não são se quer perguntas! São antes respostas que perguntas." (p. 51).

Em outras vezes, como afirma Freire (FREIRE; FAUNDEZ, 1985, p. 46): "o educador de modo geral, já traz a resposta sem se lhe terem perguntado nada!".

Ao indicar os questionamentos e a abertura às perguntas, tanto dos alunos quanto do professor, Ana Júlia igualmente destaca (fala 769) duas possibilidades com as quais concordamos: a resolução de problemas como metodologia ou como processo e a investigação matemática.

Guilhermina pondera que propor tarefas que possibilitem a atividade das crianças em várias direções não é simples, não tem como alguém lhe dar prontamente as regras de como o fazer. Esta professora não encontrara maneiras de não conduzir demais as respostas de seus alunos àquelas que ela esperava, sendo este um de seus incômodos (falas 771 a 775, 781, 784, 787, 793 e 788); seu desafio (fala 775). Guilhermina revela seu conflito: o que realmente faz e o que gostaria de fazer. São estes incômodos que podem levar esta professora a buscar novos conhecimentos. Para que a teoria tenha sentido é necessário o diálogo com a prática, pois concordamos com Freire (1996, p. 22) de que "a reflexão crítica sobre a prática se torna uma exigência da relação teoria/prática sem a qual a teoria pode ir virando blablablá e a prática, ativismo".

> 770. *AJ. Eu nem imaginava que tivesse isso (esses textos).*

771. *G. Que foi onde eu entrei em parafuso. Eu lia e falava assim: mas como?*

772. *G. E aí eu lia e falava assim, tá bom, eu sei, mas e aí, como? Eu fiquei assim lendo os textos e pensando, mas como? E como alguém vai dar a resposta de como?*

773. *G. Eu não consigo imaginar uma atividade, quer dizer, até consigo, mas eu não estou satisfeita . . . com o que eu estou pensando ultimamente, que seja esse desafio (para a criança).*

774. *G. Eu ainda não sei como não ficar conduzindo demais com os alunos, deixar que eles tenham essa. . . é, como foi da atividade do triângulo. Sabe. . . de eles poderem pensar, discutir, ter respostas diferentes.*

775. *G. Então eu queria assim. . . Conduzir eu sei, assim, a gente. . . é mais fácil; o outro (outra maneira) que pra mim é um desafio.*
(5E-v1de3)

Em resposta às inquietações de Guilhermina, a professora Bianca indica que levar a criança a colocar questões e fazer perguntas é uma maneira de aumentar a participação dos alunos diminuindo a condução das respostas pelo professor (falas 776, 777 e 779). Bianca indica uma possibilidade para as tarefas de caráter aberto na Educação Infantil (fala 786): "a gente precisa perguntar para que eles (as crianças) aprendam a perguntar".

776. *B. Esse texto (MARTINS et al., 2002). . . É esse que coloca a questão da pergunta e isso eu achei muito interessante. Porque quando a gente propõe um problema a gente já põe a pergunta. Exato! E como não fazer isso?*

777. *B. É simplesmente pôr o problema mas não dar a questão.*

778. *G. Dar essa liberdade e assim, até ajudar com que eles. . . Porque também não sei se no começo eles vão explorar, mas aí é. . .*

779. *G. É importante eles aprenderem a argumentar também, porque é isso e não é aquilo.*

780. *B. É, é.*

781. *G. Né. E meu medo. . .*

782. *B. Você conseguiu colocar algumas questões, depois que ele saiu do zero, que ele já tá num caminho, é mais fácil.*

783. *B. Agora colocar ele no caminho é que é.*

784. *G. É, minha preocupação é essa.*

785. *B. É como fazer um poema, eles não vão conseguir sair só da cabeça deles se eles nunca viram um poema.*

786. *B. Acho que a gente precisa perguntar, pra que eles (as crianças) aprendam a perguntar.*
*(fala conclusivamente e com muita ênfase)*

787. *G. Sabe qual é o meu medo? De fazer a pergunta direcionada. (. . . ) Mas na hora, às vezes você fala uma coisa e. . . por que é que eu fui falar isso? Quebrei, quebrei né.*
(5E-v1de3)

788. *G. Ah, eu tenho medo de escorregar!*

789. *B. Se eles trazem embalagem pra fazer uma coisa. Então vamos lá. Eles trouxeram lá... não vão trazer prisma, não vão trazer cone.*

790. *G. Mas o que a gente poderia usar pra fazer um chapéu?*

791. *B. Eles vão montar, aí fizeram, fizeram lá um boneco. Hã, o que é que talvez não ficou... não encaixou, por exemplo, se eles fizerem uma casinha eles não vão achar telhado.*

792. *B. Eu acho que é ir questionando né.*

793. *G. Não chegar e falar.*
(5E-v2de3)

"Ensinar" a perguntar, ou dar condições para que os alunos perguntem é um dos processos possíveis na exploração-investigação matemática. Faundez (FREIRE; FAUNDEZ, 1985, p. 45-46), em diálogo com Paulo Freire, destaca a importância da pergunta no ensino e na aprendizagem docente.

> é profundamente democrático começar a aprender a perguntar. No ensino, esqueceram-se das perguntas, tanto o professor como o alunos esqueceram-nas, e no meu entender todo conhecimento começa pela pergunta. Começa. pelo que você, Paulo, chama de *curiosidade*. Mas a curiosidade é uma pergunta! (...) o que o professor deveria ensinar — porque ele próprio deveria sabê-lo — seria, antes de tudo, *ensinar a perguntar*. Porque o início do conhecimento, repito, é *perguntar*. E somente a partir de perguntas é que se deve sair em busca de respostas, e não o contrário: estabelecer as respostas, com o que todo o saber fica justamente nisso, já está dado, é um absoluto, não cede lugar à curiosidade nem a elementos por descobrir. O saber já está feito, este é o ensino. Agora eu diria: "a única maneira de ensinar é aprendendo", e essa afirmação valeria tanto para o aluno como para o professor. Não concebo que um professor possa ensinar sem que ele também esteja aprendendo; para que ele possa ensinar, é preciso que ele *tenha de aprender* (grifos originais).

A mudança não é direta e imediata, mas repousa no "medo de escorregar", de falar o que não poderia. "Mudar é difícil mas é possível (...) preciso ter e renovar saberes específicos em cujo campo minha curiosidade se inquieta e minha prática se baseia" (FREIRE, 1996, p. 80). Este mesmo autor, em outra oportunidade (SHOR; FREIRE, 1986, p. 70) afirma que "é normal sentir medo. Sentir medo é uma manifestação de que estamos vivos. Não tenho que esconder meus temores. Mas, o que não posso permitir é que meu medo seja injustificado, e que me imobilize".

Laura também põe em dúvida se conseguirá conduzir uma atividade aberta com seus alunos (fala 794). Esta professora, tal como o fez Guilhermina, revela um conflito a partir da reflexão de sua prática. Ela tece uma crítica ao seu trabalho e não tem certeza de que seus conhecimentos de conteúdo específico e conhecimento pedagógico do conteúdo serão suficientes para realizar o trabalho da forma que planejavam, através de tarefas de caráter aberto (falas 796 a 801).

794. *L. Tô pensando na minha situação mesmo se eu vou conseguir conduzir.*

795. *P. Que conhecimentos, por exemplo, Laura você se questiona nesse momento?*

796. *L. Não, porque eu... eu não tenho hábito de trabalhar desse jeito. Aliás o que eu ando meio frustrada é com a forma que eu vejo... talvez eu tenho mais consciência do ... da precariedade... da forma como eu trabalho.*

797. *P. Mas comece devagar, uma aula de cada vez e você vai trazendo para o grupo.*

798. *L. Só que é assim, mas mesmo assim a gente precisa de determinados conhecimentos*

799. *L. Por exemplo o que me preocupa, é...*

800. *L. Os conhecimentos que eu tenho, se serão suficientes, se eu conseguirei explorar por exemplo da forma que a Bianca tá falando que ela vai explorar com os alunos dela!*

801. *L. Tanto na questão teórica de explicação mesmo quanto na condução da atividade.*
(5E-v2de3)

Destacamos que a opção em modificar suas formas de trabalho com os alunos da Educação Infantil foi um dos desejos demonstrados pelas professoras por interesse pessoal e profissional e não foi proposto ou solicitado pela pesquisadora. Consideramos isto como fatores propulsores para mudanças em suas práticas e novas aprendizagens, não sendo uma necessidade externa, mas uma requisição pessoal, de quem se dispõe em aprender a ensinar ensinando.

As revelações das professoras evidenciando seus conflitos entre aquilo que fazem e novas possibilidades indicam-nos que o conhecimento pedagógico do conteúdo não é uma adaptação do conhecimento de conteúdo específico, mas além disso, esta componente da base de conhecimento requer reelaborações e tem suas bases em processos reflexivos. As dúvidas e os receios revelados em diversas falas também reafirmam o protagonismo do professor na elaboração desta categoria do conhecimento no ensino.

O desenvolvimento do conhecimento pedagógico do conteúdo das professoras participantes durante os encontros do grupo permitiu-nos perceber as possibilidades da exploração-investigação matemática na Educação Infantil, especificamente em relação à faixa etária com a qual as professoras-participantes trabalham. Neste contexto, as professoras sinalizaram o destaque do professor com papel fundamental neste processo.

Para desenhar este novo papel, a postura interrogativa que foi pouco a pouco ficando mais presente no desenvolvimento das atividades que se envolviam teve reflexos em suas práticas pedagógicas. As novas maneiras de aprender, pela exploração-investigação matemática, produziram novos entendimentos sobre o ensinar. Conforme Freire (1996) enuncia: um dos saberes necessários à prática docente "não apenas precisa ser apreendido" (...) "mas também precisa ser constantemente testemunhado, vivido" (p. 47). O novo conhecimento revela que:

> *Saber que ensinar não é transferir conhecimento, mas criar as possibilidades para a sua própria produção ou a sua construção*. Quando entro em sala de aula devo estar sendo um ser aberto a indagações, à curiosidade, às perguntas dos alunos, a suas inibições; um ser crítico e inquiridor, inquieto em face da tarefa que tenho — *a de ensinar e não a de transferir conhecimento*. (FREIRE, 1996, p. 47) (grifos originais)

Ao final do curso, Bianca reafirma esta percepção a respeito do papel do professor como instigador e como questionador para levar o aluno à autonomia perante às situações diversas:

> 802. *B. O curso foi um excelente espaço para reflexão sobre minha prática e apreensão de novos conteúdos. Acredito que além do conhecimento matemático adquirido e a tomada de consciência para um maior preparo da disciplina incorporamos, sem dúvidas, atitudes mais questionadoras e desafiadoras em sala. Embora já tivesse algum conhecimento houve para mim uma reelaboração de meu papel. A necessidade de me colocar mais como uma orientadora, questionadora na hora da atividade ao invés de centralizar o conteúdo na minha figura, fazendo-os mais autônomos.*
>
> 803. *B. Valorizar os imprevistos! (. . . ) O curso, sobretudo, fez com que nos mexêssemos, tirou-nos da acomodação, motivou-nos para novas aprendizagens.* (RE-9)

Bem como afirmara Freire (1996):

> Como professor devo saber que sem curiosidade que me move, me inquieta, que me insere na busca, não *aprendo* nem *ensino*. Exercer a minha curiosidade de forma correta é um direito que tenho como gente e a que corresponde o dever de lutar por ele, o direito à curiosidade. Com a curiosidade *domesticada* posso alcançar a memorização mecânica do perfil deste ou daquele objeto, mas não o aprendizado real ou o conhecimento cabal do objeto. A construção ou a produção do conhecimento do objeto implica o exercício da curiosidade, sua capacidade crítica de "tomar distância" do objeto, de observá-lo, de delimitá-lo, de cindi-lo, de "cercar" o objeto ou fazer sua *aproximação* metódica, sua capacidade de comparar, de perguntar. (p. 85).

Os encontros do grupo foram oportunidades para as professoras se distanciarem de suas práticas e juntas, com novo olhar, se perceberem e buscarem novos conhecimentos.

Essa última fala (803) de Bianca só foi possível pelo interesse e compromisso de cada uma das professoras participantes, pelo seu envolvimento nas atividades do grupo e especificamente pela sua responsabilidade perante a função que desempenham: professoras de Educação Infantil.

Neste mesmo sentido, Laura evidencia a necessidade de trabalho com as crianças contemplando a observação, a exploração e a investigação (fala 804). Laura, como as demais professoras, falam de si, se colocam nas situações e evocam as necessidades que apontam para suas próprias práticas.

Salientamos que mesmo a observação e a exploração sendo processos envolvidos nas tarefas exploratório-investigativas, a afirmação de Laura é relevante pois, mesmo que o professor não proponha tarefas investigativas propriamente ditas, já o fato de ter a preocupação voltada para aspectos

que agucem a observação das crianças levando às explorações, entendemos que são situações possíveis e necessárias na Educação Infantil.

> 804. *L. Em relação à prática docente, comecei a perceber a importância de promover atividades tanto de observação como investigativas, sobretudo a importância de aguçar a capacidade exploratória das crianças através de atividades matemáticas.*
> (RE-8)

Para Laura (fala 804) "comecei a perceber" ocorreu, possivelmente porque ela "vivenciou", pois conforme considera Freire (1996, p. 90):

> "É interessante observar o que minha experiência discente é fundamental para a prática docente que terei amanhã ou que estou tendo agora simultaneamente com aquela. É vivendo criticamente a minha liberdade de aluno ou aluna que, em grande parte me preparo para assumir ou refazer o exercício de minha autoridade de professor. Para isso, como aluno hoje que sonha com ensinar amanhã ou como aluno que já ensina hoje devo ter como objeto de minha curiosidade as experiências que venho tendo com professores vários e as minhas próprias, se as tenho, com meus alunos. O que quero dizer é o seguinte: Não devo pensar apenas sobre os conteúdos programáticos que vêm sendo expostos ou discutidos pelos professores das diferentes disciplinas mas, ao mesmo tempo, a maneira mais aberta, dialógica, ou mais fechada, autoritária, com que este ou aquele professor ensina."

As ressignificações em relação ao papel do professor como questionador e a possibilidade de abertura à diversidade de idéias das crianças têm sua base na vivência das professoras em um contexto exploratóio-investigativo ocorrida no curso. Esta situação converge com a afirmação de Serrazina e Monteiro (2003) ao se referirem à pesquisa "Conhecimento do professor e práticas em geometria: um estudo de caso", da primeira autora (não publicada). Estas pesquisadoras denotam que a professora do referido estudo envolveu-se em reflexão sobre a própria prática e decidiu experimentar em sua turma de alunos atividades vivenciadas na formação em que participava. E tal como afirmam Serrazina e Monteiro (2003, p. 13): "para esta professora foi essencial ter tido a oportunidade de poder experimentar as atividades e discutí-las com seus colegas. Este fato aumentou o seu conhecimento didático de geometria, mas também a sua confiança no conhecimento matemático para ensinar."

O movimento evidenciado, entre o fazer e o desejar entendemos como pertinente quando pensamos em prática e reelaboração de conhecimentos. Guilhermina afirma que a mudança é gradativa e requer esforço para que futuramente não caia no esquecimento:

> 805. *G. Fator diferencial é a maneira de propor essas atividades, onde observo mais do que "comando": – Faça assim, agora desta forma!, é uma mudança de comportamento, o que significa que ocorre gradativamente e requer um*

> *esforço positivo constante para incentivar e afirmar essa mudança, caso contrário ela cai no esquecimento, sendo uma mudança temporária.*
> (RE-18)

Confirmando Guilhermina, Shor afirma que "poucos de nós somos experientes o suficiente para romper drasticamente com nossos velhos hábitos de ensino e aprendizagem. Nós *internalizamos* as formas tradicionais, a velha arquitetura da transferência de conhecimento, os hábitos autoritários do discurso professoral em sala de aula" (SHOR; FREIRE, 1986, p. 100).

As possibilidades enunciadas da exploração-investigação matemática na Educação Infantil tiveram como foco as intervenções que o professor faz deixando em segundo plano a dinâmica das aulas de caráter investigativo como um todo que contemplam também o registro dos resultados e a socialização.

Percebemos o destaque para o papel do professor enquanto questionador, instigador e como sujeito que explora e investiga junto com seus alunos, significados estes atribuídos pelas professoras participantes que estão próximos às suas expectativas e que elas revelam possível em seu trabalho cotidiano. Na Seção 6.3.5 evidenciaremos situações nas quais as professoras participantes efetivamente pediram o registro das crianças, que foi o caso das brincadeiras. Entendemos que as mudanças na prática pedagógica não ocorrem de maneira abrupta, mas podem ocorrer ao longo do tempo, pela disposição do próprio professor e pelas oportunidades de formação.

### 6.3.4 Indícios da exploração-investigação matemática na sala de aula da Educação Infantil

No período em que ocorreu o curso de formação contínua com as professoras participantes tivemos algumas atividades que elas realizaram em suas salas de aula com seus alunos de seis anos que cursam a Educação Infantil.

Pelo curso ter ocorrido no segundo semestre as professoras informalmente, por diversas vezes comentaram com a pesquisadora que aquele semestre não era o mais propício ao desenvolvimento de tudo o que planejavam, indicando como obstáculos, por exemplo, os demais projetos da escola que elas deveriam dar continuidade; argumentos estes que também apareceram nos diálogos retratados em nossa investigação.

Porém algumas atividades tiveram espaço em suas salas de aula: Bianca continuou a trabalhar com seus alunos atividade de localização e orientação espacial acompanhadas das representações na forma de desenho. Isto leva as demais professoras a também o fazerem, cada uma à sua forma, buscando destacar o papel instigador e questionador do professor neste contexto – as primeiras pos-

sibilidades de atitudes investigativas.

Ana Júlia desenvolveu uma atividade de pular obstáculos com seus alunos em consonância com sua disposição e compromisso em buscar novas formas de aprendizagem tanto para si mesma enquanto profissional como para seus alunos.

Guilhermina e Laura dispuseram-se a "experimentar" atitudes instigadoras e questionadoras com suas crianças utilizando o material "blocos de encaixe", além dos relatos das brincadeiras.

Assim, nesta seção, destacamos um dos episódios — a atividade do bilboquê— que indica indícios da exploração-investigação matemática no ensino de matemática para crianças de seis anos e as formas pelas quais as professoras participantes construíram tais possibilidades.

Com o intuito de destacar a tarefa do bilboquê[9] que Guilhermina apresentou aos seus alunos, primeiramente ressaltamos alguns aspectos de uma experiência realizada na sala de aula desta mesma professora com os blocos de encaixe. Isto é importante porque a tarefa do bilboquê que Guilhermina apresentou aos seus alunos foi precedida de alguns "*ensaios*" com os blocos de encaixe.

Guilhermina apresentou a seus alunos uma exploração livre com os blocos de encaixe, que são ilustrados na Figura 6.25. Isto ocorreu em decorrência de uma tarefa que a pesquisadora ofereceu às professoras nos encontros do grupo e que questionava as possibilidades do uso de tal material didático para o desenvolvimento de conteúdos matemáticos na Educação Infantil. Isto foi feito pois, conforme já avistado anteriormente pelas professoras, como por exemplo, na fala 73 de Ana Júlia, também ocorrem ocasiões nas quais o professor tem algum material à sua disposição, mas desconhece suas possibilidades pedagógicas.

Figura 6.25: Blocos de encaixe.

As professoras discutiram no grupo se aquele material seria um exercício para uma criança de

[9]De acordo com o Minidicionário Gama Cury da Língua Portuguesa, bilboquê é "um brinquedo constituído por uma bola com um furo, no qual deve-se encaixar-se um bastonete que se lhe prende por um cordel" (p. 95). No caso da professora Guilhermina ela buscava construir uma adaptação deste brinquedo, feito a partir de sucatas.

seis anos que prontamente os encaixaria ou não, e pairando curiosidades sobre quais explorações poderiam ser realizadas. Então, Guilhermina se dispôs a apresentá-los ao seus alunos.

A participação da pesquisadora, primeiramente seria a de filmar o que ocorreria. De imediato um grupo de crianças os encaixou, seguindo por um jogo simbólico. Como Guilhermina estava desenvolvendo uma atividade em paralelo com outras crianças, a pesquisadora interviu junto às crianças que estavam com os blocos. Tendo como partida um "castelo", perguntou-lhes 'Tem jeito desse castelo ficar ainda mais alto?". E, depois de as crianças construírem um castelo ainda mais alto, e verificarem que o novo era maior que o primeiro, a pesquisadora lançou-lhes um "por quê" e assim continuaram a dialogar com a pesquisadora, que questionava os alunos ou solicitava-lhes argumentos para o que faziam. Depois, Guilhermina se aproximou e da mesma forma que a pesquisadora foi oferecendo questões às crianças em função das respostas e situações que elas colocavam.

Esta dinâmica se repetiu em outros dois grupos de crianças. Depois da saída da pesquisadora, conforme tempo previamente combinado, Guilhermina continuou a atividade com as demais crianças da sala. Ela leva seu relato e reflexões para o encontro posterior do grupo (fala 806), sublinhando a questão que uma das crianças propôs (fala 808):

> 806. *G. Eu coloquei (para seus alunos): e se eu quiser fazer uma torre que eu vejo só três cores.*
>
> *807. G. É, isso foi ótimo. Isso foi muito legal! (fala com empolgação)*
> *(. . . )*
>
> *808. G. Aí ela falou assim: Ah, tia, e se agora a gente quisesse, não posso ver o azul?*
>
> *809. G. Eu achei tão legal! Eu achei interessante porque a partir de coisas que a gente fez, ela conseguiu colocar uma questão (fala com empolgação).*
> (9E-v3de5)

Guilhermina então indica que uma das possibilidades da exploração-investigação matemática na Educação Infantil, para crianças de seis anos, é o professor investigar junto com elas (fala 811), questionando e colocando desafios. Isto confirma os dizeres de Goldenberg (1999) que uma das funções da investigação matemática na sala de aula é ensinar o aluno a investigar, de o professor estar colocando questões (fala 810), para que a criança também aprenda a perguntar.

> 810. *G. Eu vi isso com a (nome da criança) né. A gente colocou algumas situações e depois ela pode colocar a situação dela, o questionamento dela.*
>
> *811. G. Eu acho que é uma coisa que pode caminhar junto. Nuns momentos você coloca problemas, em outros você pode deixar que eles levantem essas hipóteses. Eu achei que esse talvez seja o caminho por causa da idade deles e porque. . . por causa de que eles não estão acostumados a trabalhar assim. . .*
> (9E-v3de5)

A presença da pesquisadora na sala de aula pode ter fornecido elementos para Guilhermina enfrentar o desafio, frente a uma situação que sentia-se insegura.

A insegurança de Guilhermina foi explicitada (falas 812, 813, 822 e 823) no oitavo encontro, quando ela comenta que já pensou em realizar atividades com seus alunos porém não tinha feito, e pede à pesquisadora para propor-lhe o que ela deveria fazer.

Novamente Guilhermina evidencia o seu "eu não sei" (fala 813) buscando aprender, revelando seu incômodo.

> 812. *G. Acho que eu tô sentindo falta disso pra começar na sala, com as crianças. Pra eu começar mesmo. Eu tô empacada. Tem uma... fico insegura de estar fazendo com eles.*
> *(...)*
> 813. *G. Mas eu tinha pensando como é o mês das crianças a gente sempre faz brinquedos com eles, em uma revista que eu vi. Mas daí eu pensei, como é que eu vou trabalhar isso? Eu tinha pensado em começar com brinquedos pra eles, usando embalagens, no caso sucata, mas aí depois eu não sei o que fazer. Não sei depois como explorar... Depois pegar outras embalagens... Então, eu não sei.*
> 814. *G. Uma das embalagens é uma daquelas garrafas pequenas de refrigerante.*
> 815. *P. Você quer que eu te fale pra você fazer uma coisa?*
> 816. *G. Hum, hum. (em tom afirmativo)*
> 817. *P. Faz isso que você está falando!*
> (8E-v2de3)

Aproveitando seu relato, a pesquisadora deu-lhe uma sugestão inicial considerando a forma de objetos de sucata que ela pretendia usar na confecção de um brinquedo (fala 818 e 819).

> 818. *P. Se você não tivesse a garrafa (de sucata) você poderia substituir por qual? (silêncio, todas pensativas)*
> 819. *P. E se você colocar pra criança na hora que ela for montar isso aí, essa situação?*
> 820. *G. Ah, tá.*
> (8E-v2de3)

Guilhermina percebe que as tarefas exploratório-investigativas não precisam originar-se de situações especiais, únicas e requerer complexidade em sua elaboração (fala 824). Ao contrário, o processo de inquirição na sala de aula pode culminar em investigação-exploração.

Na interlocução com a pesquisadora (falas 812 a 824) Guilhermina sublinha a importância do grupo ou propriamente do outro no processo de pensar/elaborar tarefas: "eu não tinha pensado nisso" (da fala 824).

821. *G. Perguntar né.*
*(...)*

822. *G. Eu fiquei me questionando assim: se eu devo já propôr o brinquedo, olha nós vamos fazer tal brinquedo,... ou se eu devo propor isso que vocês estão comentando agora: colocar várias embalagens (com ênfase) e propor: nós vamos fazer um avião, qual dá certo e qual não dá?*

823. *G. Eu fiquei pensando qual é o melhor caminho. Você entendeu? Aí eu fico na dúvida, faço ou não faço e acabo não fazendo nada.*

824. *G. Essa idéia que você falou, ah, qual embalagem é que eu posso substituir? Por exemplo, eu não tinha pensado nisso! E é uma maneira extremamente eficiente de fazer com que a criança pense sobre a forma!*

825. *AJ. É.*

826. *G. Entendeu? Eu ia fazer uma coisa que, entre aspas, eu perdia a chance de encaminhar.*
(8E-v2de3)

Evidenciamos então que o conhecimento pedagógico do conteúdo não consiste em uma simples transferência daquilo que se sabe ou se entende, mas importa em como ensinar. O professor, por ter a resposta antecipada das questões que pretende propor para seus alunos pode não perceber de imediato as oportunidades de exploração que podem estar envolvidas. Acreditamos que esse conhecimento é elaborado a partir da reflexão sobre a prática pedagógica e das situações nas quais ela tenha oportunidades de expor suas dúvidas e inseguranças, compartilhando aprendizagens.

Nos encontros subseqüentes Guilhermina não mencionou o que iria fazer com seus alunos, contudo comentou com a pesquisadora que estava juntando algumas embalagens de sucata para fazer um bilboquê (o brinquedo que ela escolheu) com seus alunos.

As dúvidas de Guilhermina e a sua insegurança não foram motivos que a deixaram sem experimentar em suas aulas uma atitude diferenciava, a qual, ela em diversos momentos demonstrou acreditar. A iniciativa em realizar uma tarefa de caráter aberta para seus alunos mostrou-lhes possibilidades reais do alcance de tais oportunidades tanto para ela quanto para seus alunos. Confirmando as palavras de Shor:

> ao tentar fazer a transformação, aprendemos como fazê-la, e os limites dentro dos quais atuamos. Quando aprendemos os limites, os limites *reais*, em nossas salas de aulas ou em outras áreas da sociedade, também obtemos algum conhecimento concreto sobre quanto, ou até quão pouco, pode ser alcançado agora. (...) Isto faz com que seja necessário que o professor adote uma atitude muito experimental em suas salas de aula. Mas a atitude experimental é comum a todas as políticas de transformação. (...) Você pesquisa seu campo de ação para ver os resultados e os limites de suas intervenções (SHOR; FREIRE, 1986, p. 72-73).

De fato, será necessário esta tentativa para que ela possa perceber ressignificações em relação à

própria teoria (fala 829), associando a algo que ela já conhecia na parte de alfabetização (fala 827), que posteriomente à atividade do bilboquê, afirma:

> 827. *G. Na escrita a gente tem isso, a gente dá um pouco dessa liberdade da criança é... escrever da maneira dela. A gente já tem um pouco assim, na escrita. Acho que na Matemática falta isso. Porque muitas vezes a gente não sabe como introduzir um conteúdo e a gente chega e fala: isso é tal coisa!*
> *(Ana Júlia concorda com a cabeça - enfaticamente)*
>
> 828. *G. E eu não acho que isso (falar diretamente) é o melhor. Eu acho que é legal é eles experimentarem, eles pensarem, levantarem hipóteses. Isso eu tirei acho que um pouco da parte de alfabetização (olhando para Laura) que tem essa questão das hipóteses, né (para Laura).*
> *(Ana Júlia concorda com a cabeça).*
>
> 829. *G. Os textos que a gente tá lendo, sobre investigação. Isso assim, ajuda... a confirmar né, que esse é um caminho possível. Pode não ser, não é o único, eu sei, mas que é um caminho possível.*
> (11E-v1de2)

Veremos então, a subseção a seguir a atividade do bilboquê de Guilhermina, segundo seu relato.

#### 6.3.4.1 A atividade do bilboquê de Guilhermina

No décimo terceiro encontro Guilhermina inicia-o com um depoimento espontâneo sobre a tarefa que propôs aos seus alunos.

É interessante ressaltar que a insegurança anteriormente anunciada por esta professora pode ter levado-a primeiro a experimentar com seus alunos a tarefa que havia planejado e posteriormente compartilhar com o grupo. E inferimos que possivelmente os momentos de superação na sala de aula podem ter sido motivadores para suas aprendizagens e iniciativas futuras.

Guilhermina destaca a dificuldade das crianças em descreverem e explicarem o que pensavam e compara com suas próprias aprendizagens (fala 830, 831 e 832).

Esta professora reforça a necessidade de o professor oferecer aos seus alunos oportunidades diversas que contemplem a metodologia que procura utilizar, pois devido à falta de hábito, no início, podem ocorrer dificuldades tanto para o professor quanto para o aluno, e que com o passar do tempo e da experiência podem ser superadas (fala 834).

> 830. *G. Eles começaram a falar mas eles não tinham vocabulário. Eles não estão acostumados com isso.*
>
> 831. *G. Eles não conseguem explicar como que faz, eles mostram.*
>
> 832. *G. Eu acho que é igual a gente. Pra gente descrever eu preciso refle... às vezes a Maiza fala escreve como é que foi, escreve. A gente tem dificuldade e eles também tem.*

833. *AJ. Pensar... pensar uma coisa, falar é outra e escrever é outra.*

834. *G. Isso, eu acho que é treino. Quanto mais atividades desse tipo tiver, com o tempo, eles vão melhorando essa... essa...*
(11E-v1de2)

Guilhermina por iniciativa própria gravou e transcreveu sua aula e ao fazê-la ela percebeu-se em ação (fala 835). Foi importante para que ela pudesse tomar consciência e ver, afastadamente, suas reações e de seus alunos (falas 835, 839 e 841). No fazer junto com as crianças, Guilhermina foi construindo e reconstruindo formas de "fazer", como afirma Freire (1996): "ensinar não é *transferir conhecimento*, mas criar possibilidades para sua produção ou a sua construçao." (p. 22). Deste modo, Freire (1996) ao reafirmar que "não há docência sem discência" considera as diferenças entre o formador e o formando sem considerar um objeto do outro (p. 23).

835. *G. Eu achei interessante, duas... é... Enquanto eu fui transcrevendo a atividade, eu achei interessante porque eu fui percebendo as coisas que eu consegui fazer com eles. Porque quando a gente está fazendo a atividade muitas vezes a gente não percebe. (...) Eles não conseguiam falar, eles não conseguiam usar algumas palavras para descrever o que eles queriam falar, né. Que... A gente também tem essa dificuldade.*
(11E-v1de2)

No fazer junto com seus alunos, Guilhermina foi construindo e reconstruindo formas de "fazer" as quais foram percebidas quando realizou a transcrição. Assim, torna válida para ela mesma a experiência que realizava e exemplifica-nos que "quem ensinar aprende ao ensinar e quem aprende ensinar ao aprender (...) Ensinar inexiste sem aprender" (FREIRE, 1996, p. 23). O professor reelabora seu conhecimento pedagógico no ensino não apenas ao planejar sua aula, mas na ação docente junto com seus alunos e na reflexão sobre sua ação.

Guilhermina ao relatar a atividade destaca que seus alunos levantavam hipóteses (falas 838 e 837 e 840) sobre os materiais que poderiam ser usados na confecção do brinquedo que ela propôs bem como as justificavam oralmente.

Conforme fala 838, "a gente fazia", Guilhermina nos revela que o conhecimento do professor se faz também durante sua atuação em sala de aula, quando ao ensinar ela aprende, quando o material de estudo se transforma perante aluno e professor: "sem saber, de antemão, o que resultaria disso, mas inventando o conhecimento durante a aula, junto com os estudantes" (SHOR; FREIRE, 1986, p. 108)

836. *G. Que aí eu achei legal, porque eles conseguiram levantar hipóteses, porque quando eu coloquei a proposta eu coloquei alguns... Eu coloquei uma caixa de sabonete, uma garrafa pet de água da grande e o rolinho de papel higiênico. Esses três materiais. E falei que a gente ia usar material reciclado porque a*

*gente tem esse projeto aqui na escola. E... E aí a primeira proposta foi que eles pensassem, a gente ia fazer um brinquedo, chamado bilboquê. Eu perguntei se eles conheciam, alguns conheciam, outros não. Eu queria que eles pensassem se aquele material servia, se ia dar pra fazer.*

837. *G. Então foi um momento, levantaram, qual que eles achavam o melhor material pra fazer o bilboquê. Então já foi, já tiveram que levantar uma hipótese ali.*

838. *G. Cada um... aí eles tinham que explicar porquê. Então eles tiveram que levantar uma hipótese e justificar. Aí a gente fazia. Então a gente pegou e fez na prática. Aí depois eles tinham que levantar a hipótese da... do tamanho do barbante, eles novamente levantaram hipóteses.*

839. *G. Mas também assim não tinha, isso eu percebi na hora que eu estava transcrevendo, eu não dei uma referência (do tamanho).*

840. *G. Então eles levantavam hipóteses e a gente fazia.*

841. *G. Então, isso foi legal, assim. Que enquanto eu fui fazendo, eu não tinha certeza se eu estava propiciando isso pra eles.*

842. *Né, e o legal é que depois eles podiam verificar se a hipótese era verdadeira ou não. Então quando eu transcrevi eu fiquei super feliz, assim (fala com muita empolgação).*
(11E-v1de2)

A reflexão que Guilhermina fez de sua aula, ao transcrevê-la (fala 844), permitiu que fizesse uma análise de suas atitudes e de suas crianças, percebendo momentos que ela desconhecia. Ela salienta suas conquistas ao levar seus alunos a levantarem hipóteses e verificarem a veracidade ou falsidade de suas próprias idéias (fala 845):

843. *P. Você percebeu na transcrição o que você tinha feito?*

844. *G. É, na transcrição. Na hora que eu transcrevi, muita coisa eu percebi quando eu estava transcrevendo.*

845. *G. E eu achei interessante por isso, porque eu consegui fazer, em todos os momentos, que eles levantassem hipóteses, e depois a gente verificava.*

846. *G. E eu achei que... eu não tinha certeza se eu tinha conseguido isso né.*

847. *G. Porque é muitas vezes, aquilo que eu falei; muitas vezes a gente fica ansiosa. A hora que eles não falavam do... o que era circular... a boca do refrigerante onde eu cortei, e do rolinho, eu fiquei... quase fiquei muito brava (rindo).*

848. *G. Porque eles não falavam! E eu fiquei tão assim...*

849. *G. Eu ficava tão ansiosa.*
*(...)*

850. *G. Eu achei que eu ia explodir na hora, gente não sai (rindo)*
*(...)*
(11E-v1de2)

A ansiedade de Guilhermina, ao esperar as respostas de suas crianças parece ser própria da abertura dada na tarefa. Shor em diálogo com Freire (SHOR; FREIRE, 1986, p. 18) afirma que ao

dar abertura à participação dos alunos em seus cursos sente que é "excitante e produz ansiedade. Sinto-me ansioso no decorrer desse processo criativo para ver se todos os fios vão se juntar". Assim, tal como com Guilhermina este autor reafirma a postura diante do novo e do inesperado, o que parece não ser habitual no ensino de matemática e que representa um desafio à prática docente. Possivelmente um desafio no campo do conhecimento pedagógico do conteúdo, como proporcionar aos nossos alunos atividades que contemplem autênticos processos matemáticos, que oportunizem a participação das crianças? São respostas que não podemos responder em sua totalidade, porém as professoras participantes, como neste caso, de Guilhermina, têm manifestado favoráveis e indicado possibilidades. Guilhermina, para isso, decidiu investigar junto com os alunos, dialogar com eles, questionando e solicitando justificativas. E ainda, para ter certeza do que ocorria buscou meios de se distanciar e ver sua própria aula, gravando-a em áudio, e ao transcrever pôde perceber processos que durante seu desenvolvimento ficavam implícitos, e ela não os percebia.

Em suas reflexões, esta professora também indica a necessidade de tal experiência não ocorrer esporadicamente (fala 852), mas ser regular no ensino de matemática, e compara a experiência da criança à sua própria experiência (falas 853 e 854). Guilhermina indica (fala 852) que o conhecimento do professor cresce e se consolida com a prática, refletida e compartilhada na colaboração do grupo.

851. *G. Eu... Eu acho... eu acho que já talvez já tenha até feito, mas eu acho que não é questão de fa..., eu acho que o problema é, não dá... Não adianta você fazer uma vez só.*

852. *G. E talvez eu tenha feito uma vez só. E não é o suficiente. Né, a questão da constância e você vai crescendo, da mesma maneira que a gente vai crescendo no grupo, e que em algumas atividades a gente se sente mais à vontade em fazer.*

853. *G. É, aquilo que eu comentei no começo, a primeira atividade eu fiz um triângulo, e para mim aquilo era o suficiente (referindo-se ao fato de ter feito apenas um recorte na primeira etapa da Tarefa "Recortando triângulos..."). Na segunda vez (segunda etapa) que a gente fez, eu já pensei, já estava preocupada em fazer diferente, de outras formas pra ver o que ia acontecer. Isso é que acontece com a criança também.*

854. *G. Com o tempo ela vai conquistando uma segurança.*

855. *L. Se torna, de certa forma, um hábito né.*

856. *G. É.*

857. *L. Não a atividade, mas a conduta diante da atividade.*

858. *G. Exato.*

859. *G. Que ele (a criança) pode falar o que ele pensa.*

860. *G. De que é importante ele (a criança) justificar. Achei muito legal, na atividade que eu fiz, porque eu fazia com que eles justificassem, eles falassem o porquê, né, mesmo eles não dando conta.*

> 861. *G. Mas eu achei que foi legal, eu consegui, assim, propor essa situação, eles tinham que falar o porquê. Ah, mas você acha que esse aqui é melhor pra jogar, mas por quê? Porque todos os objetos dava pra fazer um bilboquê, até na caixinha de sabonete.*
> (11E-v1de2)

No diálogo anterior também percebemos (falas 860 e 861) o conhecimento pedagógico do conteúdo que contempla atitudes presentes em aulas exploratório-investigativas: a importância da justificação ou argumentação. Considerando que o princípio fundamental da argumentação na Educação Infantil, em nosso entendimento concorda com as palavras de Martins et al. (2002), pois busca "responsabilizar todos os alunos para que mostrem e expliquem os seus raciocínios, mas também para que se esforcem por compreender a argumentação dos outros." (p. 65).

Laura corrobora o sentimento de satisfação de Guilhermina, tendo como referência uma atividade com os blocos de encaixe que realizou com seus alunos, sem a presença da pesquisadora. Ela, com seus alunos divididos em grupos de quatro, e chamando um grupo de cada vez, apresentou-lhes a tarefa e, de acordo com as respostas das crianças, apresentava outras questões e desafios. Seu destaque também confirma o papel desempenhado por Guilhermina ao interagir com seus alunos questionando-os (falas 862, 863 e 864).

Em seu relatório escrito ela afirmou que:

> 862. *L. Achei muito interessante porque cada grupo reagiu de uma forma e a partir de suas reações consegui ir propondo questões a serem resolvidas e pedir que justificassem o por quê de suas ações.*
> *(. . . )*
>
> 863. *L. A atividade foi bastante interessante e valeu a pena, motivando-me a realizar outras. Alguns grupos renderam interações de quase 20 minutos, o que deixou-me feliz por ter conseguido lançar desafios a partir das próprias reações das crianças.*
> (RE-4)
>
> 864. *L. Mas o que eu achei legal é que eles mesmos foram me dando pistas do que eu deveria . . . ir. . . investigando com eles né.*
> (11E-v1de2)

Na fala 864 de Laura percebemos a revelação de uma das possibilidades da exploração-investigação matemática na Educação Infantil juntamente com o depoimento anterior de Guilhermina: o professor investigar junto com seus alunos. Desta forma, sendo os alunos ainda não habituados ou sem condições de conduzirem por si só uma tarefa de caráter aberto, o professor, pode juntamente com eles, e a partir de suas respostas, ir conduzindo de modo que as crianças avancem nas habilidades envolvidas na exploração-investigação matemática: observação, exploração, argumentação, justificação, dentre outras.

Laura tece uma comparação levando a condução do professor em uma aula exploratório-investigativa para algo que ela já conhecia: as aulas de filosofia para crianças (fala 865). Esta ressignificação, entendemos que pode ser um caminho para que esta professora tenha outros momentos com as tarefas exploratório-investigativas em sua prática pedagógica.

> 865. *L. Eu achei que foi legal de eu ir vendo que dá certo de ir explorando né. Tanto é que foi o que me fez lembrar das aulas de filosofia pra crianças. Porque era exatamente esse processo de investigação. A gente partia de um texto e você não tinha nada. Você só tinha o texto.*
>
> 866. *L. E lançar o máximo de perguntas e investigações. Então eu achei bem parecido, porque eles foram explorando e a partir da exploração deles eu tive que tentar ir pensando pra onde ir e tal.*
> (11E-v1de2)
>
> 867. *L. (. . . ) principalmente o fato de que não podemos esperar uma única resposta e a possiblidade de chegarmos a temas que não havíamos imaginado.*
> (RE-8)

Em seu registro escrito Laura traz um dos significados que ela atribuiu às aulas exploratório-investigativas que vai ao encontro de seus conhecimentos prévios, especialmente de suas experiências enquanto docente na Educação Infantil, que é o trabalho com filosofia para crianças (fala 867). Laura enuncia os aspectos que percebe semelhantes entre as atividades investigativas e a filosofia para crianças: a possibilidades de múltiplas respostas e a possibilidades de envolver-se temas não esperados de antemão pelo professor. Em outras palavras, Ponte, Brocardo e Oliveira (2003, p. 25), ao referir-se à uma aula de investigação, afirma que "pode-se sempre programar o modo de começar uma investigação, mas nunca se sabe como ela irá acabar".

A tarefa que Guilhermina apresentou aos seus alunos para a construção de um bilboquê foi marcada pelos seus questionamentos e pelo investigar juntamente com eles. Da mesma maneira as experiências das demais professoras em suas salas também tiveram essencialmente essa marca. Este papel do professor em investigar junto com seus alunos foi um sinalizador das possibilidades da exploração-investigação matemática no ensino de geometria para crianças de seis anos.

Parece-nos claro que estas possibilidades foram em decorrência de suas experiências com o aprender geometria durante as atividades do curso de formação, das quais duas foram contempladas nesta pesquisa. Ao nosso ver a postura investigativa do professor ao aprender matemática teve relações diretas com a postura do professor ao ensinar. E desta forma, as professoras participantes perceberam a necessidade de o professor colocar problemas para que os alunos também aprendam a fazer, como neste episódio dos blocos de encaixe na aula de Guilhermina: ela questionou seus alunos e eles começaram a aprender a questionar.

### 6.3.5 A geometria além das formas e o registro das brincadeiras

Conforme evidenciamos em diversos momentos, os conhecimentos das professoras participantes foram sendo reelaborados pela problematização de seus conhecimentos anteriores e de sua prática pedagógica, ora movidas pela reflexão compartilhadas ora, pelo contato com referenciais teóricos. Isto levou a ressignificações tanto para a prática existente como para a teoria que advinha.

O conhecimento curricular, entendido na perspectiva de Shulman (1986) como aquele referente aos materiais educativos e programas que servem de "ferramentas" para o professor desempenhar seu ofício, ficou evidente em diversos momentos do curso, principalmente no que concerne a geometria além das formas.

Ao utilizarmos a expressão "a geometria além das formas" buscamos expressar um entendimento da geometria que não é apenas o estudo de formas geométricas planas e espaciais, mas a um domínio maior que inclui também, dentre outras coisas, as noções espaciais e as representações do espaço.

As dicussões sobre a "geometria além das formas" ocorreu a partir do terceiro encontro, no momento em que as professoras estavam mobilizadas em elaborarem atividades a serem realizadas junto com as crianças. Para tanto, consultaram os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) de Matemática de primeira à quarta série do Ensino Fundamental (BRASIL, 1997), pela ausência do RCNEI[10], que estavam na biblioteca da escola, onde o grupo se reunia, .

Naquele documento constataram a valorização de "espaço" além das "formas", onde ganham lugar a localização, orientação e percepção espacial, bem como os deslocamentos e as representações do espaço.

Sendo as orientações dos PCN (BRASIL, 1997) destinadas às crianças do primeiro ciclo (primeira e segunda séries do ensino de oito anos) foi percebida a importância, de igual forma do trabalho com as noções espaciais e localização espacial e suas representações desde a Educação Infantil. Isto vai ao encontro de Smole, Diniz e Cândido (2003a) de que "a abordagem da geometria na educação infantil não deve estar restrita a tarefas de nomear figuras, mas fundamentalmente voltada para o desenvolvimento espacial das crianças" (p. 16), em outras palavras, segundo Smole (apud TANCREDI, 2004, p. 57) "é necessário pensar numa proposta que contemple, simultaneamente [...], três aspectos para o seu [da criança] pleno desenvolvimento: a organização do esquema corporal, a orientação e percepção espacial, e o desenvolvimento de noções geométricas propriamente ditas".

As professoras participantes fizeram a leitura de alguns trechos dos PCN (BRASIL, 1997), conforme indicamos a seguir. Neste documento, ao se referir aos conteúdos conceituais e procedimen-

[10]Conforme já dito anteriormente, a pesquisadora levou referenciais teóricos para as professoras no quarto encontro.

tais referentes a Espaço e Forma assim enunciam:

> - Localização de pessoas ou objetos no espaço, com base em diferentes pontos de referência e algumas indicações de posição.
> - Movimentação de pessoas ou objetos no espaço, com base em diferentes pontos de referência e algumas indicações de direção e sentido.
> - Descrição da localização e movimentação de pessoas ou objetos no espaço usando sua própria terminologia.
> - Dimensionamento de espaços, percebendo relações de tamanho e forma.
> - Interpretação e representação de posição e de movimentação no espaço a partir da análise de maquetes, esboços, croquis e itinerários.
>
> (. . . )
> (BRASIL, 1997, p.72-73)

As reflexões produzidas após a leitura desses trechos (citação a seguir) mostram a identificação das professoras com as recomendações sobre noções espaciais, ao mesmo tempo que uma tomada para si de responsabilidade quanto a esse aspecto, uma vez que, sendo este documento destinado ao nível posterior aquele em que lecionam, perceberam que isto ia ao encontro da prática que realizavam e era um componente importante na formação de seus alunos.

O conhecimento de tópicos do programa que são desenvolvidos em um nível posterior ou anterior ao que o professor desempenha a docência é denominado por Shulman (1986) por conhecimento do currículo vertical. Identificamos então, uma construção/reelaboração de conhecimento curricular, pois além de se importarem com tópicos que são indicados para o nível imediatamente posterior de escolaridade de seus alunos, Bianca (fala 868) denota uma importante significação quanto ao aspecto curricular quando nos referimos à geometria na Educação Infantil: o trabalho não se restringe especificamente às formas geométricas.

As professoras perceberam uma valorização, neste documento, de parte de sua prática docente, ao trabalharem com brincadeiras com as crianças. Assim, ao lerem tal fragmento, Bianca salienta que a representação do espaço faz parte do campo da geometria (fala 868):

> 868. *B. Você vê aqui: representação do espaço por meio de maquetes. Então, a representação do espaço, entra em geometria.*
> (3E-v1de2)

Ela complementa (fala 869), apontando atividades que podem ser contempladas com vistas aos conteúdos relacionados às noções espaciais que incluem percepção, orientação, localização e representação do espaço. Isto nos revela aspectos pertinentes ao conhecimento pedagógico do conteúdo que importa em como ensinar e para quem (SHULMAN, 1986): com o uso de brincadeiras e seu registro para crianças de seis anos.

Podemos entender que se trata se conhecimento pedagógico do conteúdo, pois as professoras pensam nas brincadeiras e como podem utilizá-la e nas maneiras de sua intervenção com vistas ao trabalho com noções espaciais e representações do espaço. Porém, se olharmos por outro ponto de vista, o fato de elas perceberem que têm à disposição a brincadeira de amarelinha, que é um recurso didático, não material propriamente dito, que dele podem dispor e como ele pode ser usado, podemos perceber como aspecto reacionado ao conhecimento curricular. Isto leva-nos a refletir que na prática docente, os conhecimentos do professor se entrelaçam e se interrelacionam, de maneira, muitas vezes, interdependente. Isto nos acrescenta, que ao estudarmos estes conhecimentos estamos tratando de um corpo complexo e, utilizando as palavras de Fiorentini, Nacarato e Pinto (apud FIORENTINI, 2000) de uma"uma teia".

Bianca traz (falas 869 e 871) o conhecimento que tem de seus alunos a respeito do desenho que fazem de brincadeiras de roda, destacando como as crianças representavam a brincadeira quando era pedido que fizessem o registro escrito no papel, através de desenhos.

> 869. *B. Eu acho que a brincadeira, o registro da brincadeira, ele tem muito a ver com geometria, porque você faz o registro do espaço. (...) A representação da roda é muito interessante. Porque tem criança que ela não consegue fazer as crianças de costas.*
>
> *870. G. Ah, é difícil.*
>
> *871. B. Faz de ponta cabeça, faz aberto, então cada uma consegue representar de uma forma, que não é uma representação "correta" (gestos com as mãos indicando aspas) do espaço. Então, isso daí eu acho que entra em geometria também.*
> (3E-entrevídeos1e2)

Guilhermina acrescenta que comumente faz a brincadeira dos quatro cantos e que também pede para suas crianças desenharem. Bianca afirma que sente necessidade de mais trabalhos com seus alunos a respeito das representações do espaço, conforme seu registro escrito (fala 872). Para Bianca, o registro escrito das crianças em sua prática pedagógica já ocorre:

> 872. *B. Já venho trabalhando há uns dois anos com esse tipo de registro dos alunos. A visão que tenho é a de que é uma parte importantíssima na construção do conhecimento, é no momento em que o aluno pára para registrar o que ele pensa, reflete, constata questões que não havia percebido ou deu pouca importância.*
> (RE-7)

A importância do desenho da brincadeira é indicada por Smole, Diniz e Cândido (2003b) como um recurso adequado que auxilia a criança a registrar o que fez e o que lhe é significativo, tomando consciência de suas percepções. Ainda, é importante destacar a importância do desenho para a formação do pensamento geométrico (NACARATO; PASSOS, 2003).

Em resposta aos comentários de Bianca sobre as representações que a criança faz do espaço, Guilhermina aponta (fala 873) uma das possibilidades que ela entende ser necessário para que as crianças representem melhor e reflitam sobre o que estão fazendo. A afirmação de Guilhermina sobre a repetição de tarefas vai ser percebida na fala de Ana Júlia mais adiante, que toma sua experiência como referência.

873. *G. Mas é importante você fazer mais de uma vez. (no sentido de repetir as brincadeiras)*

874. *B. É, é verdade.*

875. *G. Várias vezes porque ela vai reconstruindo essa representação (referindo-se aos registros das crianças).*
(3E-v2de2)

Assim, o saber experiencial não se faz da prática mas pela reflexão sobre a prática. A sabedoria da prática é uma das fontes do conhecimento do professor de acordo com Shulman (1987) e Rocha e Fiorentini (2005). Para que isto ocorra, a experiência por si só não tem necessariamente o caráter formativo, mas quando o professor reflete sobre sua prática e para ela busca entendimentos, compreensões e busca a sua melhoria, parece que seu conhecimento toma novas formas.

A partir destas discussões, as professoras participantes preocuparam-se em levar para o grupos registros de seus alunos sobre brincadeiras que elas propunham. Ao compartilharem com o grupo os registros de seus alunos, almejavam novas interpretações para os desenhos feitos pelas crianças e perceber as maneiras pelas quais as crianças representam as diferentes posições.

Adiante veremos um dos momentos em que isto ocorreu, sendo logo no encontro posterior, quando Bianca leva por exemplo o registro de seus alunos sobre a brincadeira do Tubarão (criada por Bianca), que se tratava de uma brincadeira de pega-pega, onde as crianças se protegeriam do tubarão virando tartaruga e ficando na posição de tartaruga, ou seja, deitadas com a barriga apoiada no solo (876 a 886).

876. *B. Essa aqui é uma brincadeira que eu fiz no pátio. Tem um círculo amarelo lá.*

877. *B. Tem um círculo amarelo lá, na verdade é uma circunferência.*

878. *G. Ah, tá.*

879. *B. E eles brincaram de tubarão. Tubarão eu inventei porque é, por causa do assunto que a gente tava trabalhando.*

880. *B. Aí, a brincadeira era assim: era um pega-pega, né.*

881. *G. Hum, hum.*
*(B. indicava no caderno com os dedos)*

882. *B. Era o tubarão só... e aí, quando o tubarão chegasse pra pegar eles viravam tartaruga porque o tubarão não come tartaruga.*

883. *G. Hum.*
*(. . . )*
884. *B. E aí eles teriam que ficar assim.*
885. *G. Ah, tá.*
886. *B. Deitados, de costas no chão, e. . . como se fosse uma tartaruga deitada tá.*
887. *B. É uma adaptação de uma outra brincadeira né.*
(4E-v1de3)

À medida que Bianca foi apresentando às demais participantes os registros de seus alunos nos cadernos, as professoras, juntamente com ela, foram observando e explorando os registros realizados, fornecendo interpretações ao que a criança realizou. Não foram observadas atitudes avaliativas nem comparativas, mas buscavam interpretar o que a criança buscou representar e como o fez. A leitura das professoras a respeito dos registros dos alunos foi importante pois forneceu-lhe elementos que pareciam ser inéditos, como por exemplo, ver se as crianças representavam as demais de costas ou não, como elas percebiam ou não os colegas e ela mesma em relação aos outros, dentre outros aspectos.

Bianca então faz uma breve análise (fala 888) da representação das posições das crianças realizada por seu aluno.

888. *B. Pra eles é. E é interessante na hora da representação essa posição. (Figura 6.26)*
889. *G. É, difícil.*
890. *B. Aí vocês vão ver que eles fizeram de ponta cabeça ó. (mostrando um desenho de uma criança)*
891. *G. É, é. Mas é uma maneira que conseguiu pra traduzir aquilo né.*
892. *B. É.*
(4E-1vde3)

893. *G. Mas eu achei engraçado que os dois fizeram meio círculo, eu achei engraçado isso.*
894. *P. Mas é o campo de visão dele, é o que ele via.*
(4E-v1de3)

Em outro exemplo que destacamos Bianca mostra o desenho de outra brincadeira, da amarelinha (Figura 6.27) e explica (fala 897) que a criança preocupou-se em desenhar os demais colegas sentados ao lado da amarelinha, valorizando o que a criança quis representar e as formas como ela o fez.

895. *B. A amarelinha dele (voltando para o desenho da amarelinha dessa mesma criança - Figura 6.27). Dele também.*

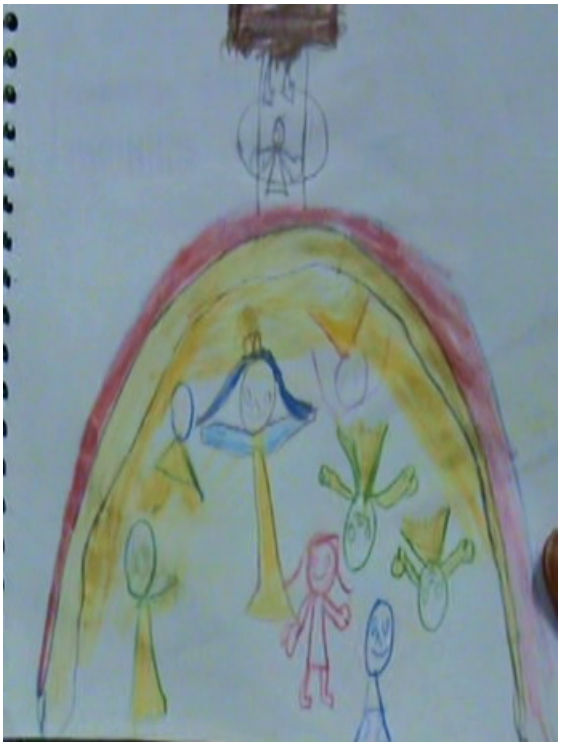


Figura 6.26: Representação da brincadeira do tubarão feita por aluno (a) da professora Bianca.

*896. G. Mas você viu ali a preocupação...*

*897. B. Ele fez... ele fez os colegas sentados, aí ele também fez duas vezes né. (referindo-se à criança ter feito duas representações) (Figura 6.27)*

*898. G. Hum, hum.*
(4E-v1de3)

A importância a ser dada aos registro das crianças, independentes das formas as quais ela se utiliza, como desenhos ou outras formas de grafias, é ressaltada por Lorenzato (2006a), que recomenda que além do professor possibilitar a ação física das crianças no espaço escolar, deve proporcionar-lhe condições de expressão verbal e "facilitar o registro do que foi feito, permitindo à criança a utilização de qualquer tipo de representação" (p. 15).

No encontro posterior, Ana Júlia também levou para o grupo uma atividade que desenvolveu com seus alunos a respeito do jogo da amarelinha. No encontro anterior a pesquisadora sugeriu que no trabalho com a amarelinha é importante que a criança também avalie o seu registro e os dos colegas, fazendo montagem da amarelinha[11] e não apenas representando-a. Pode ocorrer o confronto do registro com a possibilidade de jogo, onde a criança avalia seu próprio registro, refletindo e avaliando o que fez. Concordamos que:

[11]Esta idéia concorda com as palavras da Profa. Dra. Regina Célia Grando em Mesa Redonda apresentada no VIII Encontro Paulista de Educação Matemática ocorrido de 24 a 26 de agosto de 2006, em São Paulo/SP.

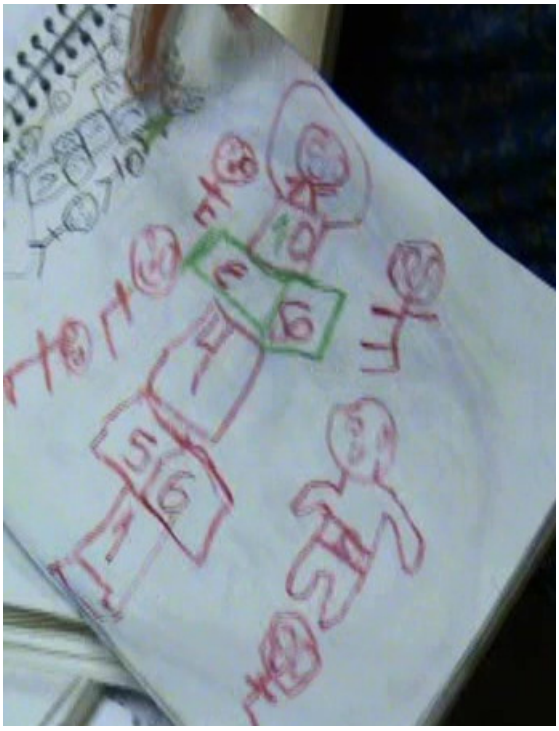


Figura 6.27: Representação da amarelinha feita por uma criança da professora Bianca.

> à medida que se oferece à criança oportunidade de representar pictoricamente suas vivências e compartilhar os registros entre seus pares, parece que começa a perceber a necessidade de caminhar para traços mais precisos, mas sofisticados. Esse processo de tentar encontrar uma maneira mais precisa e prática de representação será importante para a posterior elaboração e compreensão da linguagem matemática (SMOLE; DINIZ; CâNDIDO, 2003b, p. 18).

Ana Júlia posteriormente compartilha com o grupo uma experiência a partir desta indicação sobre o uso do desenho da criança. Observamos que o grupo pode fornecer subsídios para a construção de novos conhecimentos que quando experienciados proporcionam novas significações ao professor:

> 899. *AJ. Lá tem aquelas amarelinhas grandes, de montar no chão. É o que você falou realmente (para a pesquisadora)*
> *(. . . )*
> *AJ. Aí elas montaram no chão, interessante que elas mesmo viram a dificuldade, elas mesmas viram os erros, e entre elas procuraram corrigir.*
> (5E-v1de3)

Nesta mesma direção, de a criança confrontar seu registro, Bianca comenta que:

> 900. *B. Eu pedi para eles ficarem iguais ao registro né. Uma brincaderia de roda. Ai, foi muito engraçado mesmo. Eles se desenharam em pé, dentro do círculo.*
>
> *901. B. Se desenharam parecendo que estava de ponta cabeça, e tiveram que ficar como estavam.*

902. *P. E quem que interpretou?*
903. *B. Eles mesmos.*
(7E-1vde4)

Além dos registros e fragmentos dos comentários das professoras aqui apresentados, ocorreram outros momentos de troca de experiências, análises e reflexões pelos participantes pautados nos registros escritos de seus alunos e nas experiências de sala de aula. Ana Júlia, por exemplo, desenvolveu uma tarefa em que as crianças deveriam pular obstáculos como cadeiras, caixas, mesas e outros objetos em um circuito criado por ela no chão. Nesta atividade solicitava, constantemente, que a criança da vez fizesse diferente das anteriores, forçando-os a construir estratégias diversas, bem como para que isso acontecesse, ia alterando a posição dos obstáculos no espaço. Ao final, as crianças registraram e compartilharam o registro.

Percebemos que a valorização do registros dos alunos ocorreu devido às oportunidades de aprendizagem compartilhada no grupo. Quando as professoras levavam os seus registros, as demais teciam análises construtivas e teciam elogios, o que pareceu ser um fator motivador, além de ser notável de que os diferentes pontos de vista forneciam elementos para o próprio professor analisar os registros de seus alunos obtendo maior número de elementos analíticos. Conforme exemplificamos no diálogo a seguir, Guilhermina revela a importância dos registros escritos tanto para o professor quanto para os alunos:

904. *G. Porque que nem, no jogo, na amarelinha, nas brincadeiras lá, como eu trouxe, eu achei legal, que nem a Bianca falou: a criança pensou isso, aquilo...*
905. *G. Às vezes você pode perceber certas coisas no registro deles.*
*(...)*
906. *G. Que eu acho que é bom até pra eles também perceberem né.*
907. *B. Você não acha que o registro ajuda de eles terem consciência do que foi...*
908. *G. Repensarem e reorganizar o pensamento.*
909. *G. Eu acho que isso é que falta no meu trabalho. Eu fico pensando assim, eu acho que muitas vezes o que falta no meu trabalho é o registro.*
910. *L. O registro das crianças ou o seu registro?*
911. *G. Das crianças. Não, os dois né.*
(7E-v1de4)
912. *G. Já existia essa preocupação em meu trabalho mas a troca de experiências / ver o registro de outros alunos / ouvir as hipóteses dos outros professores sobre os registros, com certeza reforçam e auxiliam a minha observação destes registros (dos meus alunos) porque no próximo registro estarei atenta a outros pontos que não havia pensado antes.*
(RE-8)

Laura também apresentou ao grupo de professoras uma experiência com a amarelinha, motivada pelos relatos de Biana (fala 913):

913. *L. Durante os encontros, enquanto a Bianca expunha as atividades que havia realizado com seus alunos envolvendo o jogo da amarelinha, lembrei-me de um projeto que eu havia desenvolvido alguns anos atrás e que depois caiu no esquecimento. Tal projeto era bem semelhante ao trabalho colocado pela Bianca. Decidi então realizar algumas atividades com a amarelinha.*
(RE-9)

Depois de as crianças brincarem na amarelinha, Laura pediu-lhes que fizessem o registro no chão do pátio da escola, e posteriormente, as crianças verificavam a possibilidade ou não de se poder jogar em cada uma das amarelinhas desenhadas (registro escrito — falas 914 a 916). Deste modo as crianças puderam fazer suas representações em um espaço a qual não estavam acostumadas, o espaço real, do chão da escola, e puderam refletir sobre as construções que tinham realizado quando tinham a tarefa de jogar onde desenharam (falas 914 e 915). Em um terceiro momento as crianças utilizaram o recurso do desenho no papel (fala 916). Conforme Lorenzato (2006a), acreditamos que uma finalidades do ensino de geometria é a passagem do espaço vivenciado para o espaco imaginado, a qual entendemos ser uma abstração que ocorre pouco a pouco necessitando de intervenções pedagógicas para que isto realmente ocorra.

Laura evidencia aspectos significativos (fala 915) que podem estar presentes em situações cotidianas da Educação Infantil, onde as crianças são levadas a observarem e confrontarem suas próprias representações e o professor tem o papel de conduzir o aluno para que tal reflexão ocorra. Ao descrever como fez a brincadeira da amarelinha com seus alunos, a professora Laura destaca que neste caso, além dos questionamentos que fez às crianças e estas puderam explicar e confrontar suas respostas também lançou mão dos registros das crianças como elementos principal durante dinâmica (914), quando as crianças fizeram desenhos da amarelinha no chão, para verificarem suas hipóteses. Neste episódio Laura aproxima a valorização da postura interrogativa e questionadora do uso dos registros e da socialização dos resultados.

914. *L. A princípio, ensinei as regras às crianças e brincamos no pátio da escola que já possui amarelinhas desenhadas. Num segundo momento, após termos jogado várias vezes, distribui giz aos alunos e pedi que cada um desenhasse sua amarelinha. Algumas construções ficaram bastante interessantes, pois os quadros ficaram pequenos e não cabiam os pés.*

915. *L. Procurei assumir uma atitude instigadora, propondo que brincassem na amarelinha que haviam desenhado e lançava perguntas para que refletissem sobre as construções, o que funcionava e o que não funcionava, buscando sempre lançar perguntas que os levassem a verbalizar suas descobertas.*

916. *L. Por fim, em um terceiro momento pedi que registrassem a brincadeira através de um desenho.*
(RE-9)

Em síntese, nas palavras de Laura evidenciamos conhecimentos das professoras também em relação ao conhecimento pedagógico do conteúdo no tocante a ação mediadora dos registros escritos

para a evolução da representação do espaço e da utilidade de tal recurso para o professor no pensar de sua prática pedagógica (falas 917 a 919). Laura denota mudança de atitude em relação à sua própria prática (falas 917 e 918).

> 917. *L. Pra falar a verdade, antes dos encontros eu não havia solicitado aos alunos que fizessem nenhum registro das atividades que desenvolvíamos. Não havia pensado no riquíssimo material que tais registros podem constituir, pois a partir de sua análise, podemos perceber as aprendizagens realizadas pelas crianças, os percursos percorridos para construí-las bem como os pontos que devem ser melhorados ou mesmo trabalhados com mais ênfase.*
>
> 918. *L. A partir de agora não só solicito que façam os registros como também acredito que são parte fundamental do processo ensino-aprendizagem.*
> (RE-6)
>
> 919. *L. (...) eles constituem fontes ricas de informação sobre as aprendizagens realizadas e os caminhos percorridos para alcançá-las.*
> (RE-8)

Ana Júlia também indica novas significações a partir dos registros de seus alunos:

> 920. *AJ. Não tenho registrado as observações feitas com meus alunos em sala de aula, mas passei a observá-los mais e construir oral e mentalmente estas observações.*
>
> 921. *AJ. Preciso acostumar a registrar, principalmente através de textos coletivos e terminar com reflexões minhas.*
> (RE-8)
>
> 922. *AJ. Todas as atividades fora da classe eram sem planejamento, para preencher tempo e para brincadeiras livres, sem orientação. Para mim foi um crescimento como professora, no sentido de perceber como é importante para a criança de 4 a 6 anos, usar brincadeiras, jogos, o lúdico, enfim para o seu desenvolvimeto. Nunca observei que um jogo de amarelinha fosse me proporcionar tantos subsídios para desenvolver conceitos matemáticos. Ficava naquela de fazer o desenho da amarelinha, mimeografado só para as crianças preencherem com a seqüência dos numerais, como exercício de fixação.*
> (RE-25)

Os registros das crianças forneceram elementos para o professor refletir sobre sua própria prática. Houve, de certa forma, uma ressignificação das funções das brincadeiras no desenvolvimento das representações espaciais e das finalidades do registro de tais brincadeiras, tanto para a criança quanto para o professor, conforme sintetizado pelas palavras de Laura (fala 917) em sua reflexão escrita, que anteriormente aos encontros não pedia que as crianças fizessem registros livres das atividades que realizava: "Não havia pensado no riquíssimo material que tais registros podem constituir, pois a partir de sua análise, podemos perceber as aprendizagens realizadas pelas crianças, os percursos percorridos para construí-las bem como os pontos que devem ser melhorados ou mesmo trabalhados com mais ênfase". Para Cristóvão (2006) os registro permitem intervenção e retomada

do trabalho, bem como são recursos para as reflexões e investigações do professor sobre o processo vivido e sobre suas práticas.

Além disso, as reflexões compartilhadas das professoras sobre os registros das brincadeiras de seus alunos mobilizaram as demais a também os considerá-los como relevantes instrumentos no processo pedagógico.

Os registros das crianças apareceram associados a atividades que as professoras participantes já faziam com seus alunos. Esta prática, que foi sendo reafirmada nas discussões e na troca de experiências entre as professoras no grupo, não esteve presente nas aulas com os blocos de encaixe e com o bilboquê reforçando que os conhecimentos que as professoras foram adquirindo deu novas formas às suas práticas à medida em que se aproximavam de suas práticas anteriores.

Além de pedirem o registro das brincadeiras, houve uma ressignificação quanto (a) à função deste registro tanto para o aluno quanto para o professor e, (b) à mediação do professor em tais brincadeiras. Como se posicionou Ana Júlia (fala 922) que as brincadeiras devem ter uma intencionalidade educativa, ou, "as crianças podem pensar nas atividades como brincadeiras, como algo lúdico, mas o professor, ao propô-las, deve ter uma intencionalidade" (TANCREDI, 2005, p. 301).

Estes aspectos relacionados ao conhecimento pedagógico do conteúdo enriquecem as possibilidades da exploração-investigação matemática na Educação Infantil assinaladas na seção anterior. É possível inferir que são factíveis as atitudes investigativas na Educação Infantil no tocante ao bloco de conteúdos Espaço e Forma, sinalizadas pelas falas das professoras e pelas suas ações pedagógicas.

# *Considerações finais*

Esta pesquisa teve como princípio a importância do ensino de geometria desde os níveis elementares de escolaridade, entendida como fator importante para o desenvolvimento de habilidades que permitam ao indivíduo melhor compreensão, representação e descrição do mundo em que vive. E, de igual forma, considerando as possibilidades do ensino de geometria em um contexto exploratório-investigativo, pela riqueza de elementos que permitam o trabalho com materiais concretos e valorizam a intuição e as diversas maneiras de representação, desenvolvemos esta pesquisa tendo a geometria e a exploração-investigação matemática como dois pilares fundamentais. Além disso, temos ainda o terceiro aspecto aqui contemplado e que consideramos como principal neste cenário: o professor.

Na tríade *geometria—exploração-investigação matemática — professor que ensina matemática para crianças de seis anos* delineamos nossa investigação objetivando investigar os conhecimentos revelados pelas professoras participantes ao aprender e ensinar geometria e investigar as possibilidades formativas das atividades de caráter exploratório-investigativo na constituição e ressignificação do conhecimento do professor e como conseqüência dos dados obtidos, investigar inclusive as possibilidades de exploração-investigação matemática no nível escolar em que estas professoras ensinam.

As primeiras revelações de nossa pesquisa, que se relacionam às nossas interrogações iniciais, têm seu foco voltado para o lugar ocupado pela geometria na prática pedagógica da Educação Infantil, ficando evidente o pouco espaço destinado a este campo de conhecimento no ensino de crianças de seis anos. Contudo, salientamos que esta evidência é motivo de preocupações e incômodos das professoras participantes.

O lugar ocupado pela geometria, segundo as professoras participantes, deve-se em parte à formação escolar e profissional que tiveram/tem e a não oportunidade de discutir, questionar e compartilhar suas práticas no âmbito de seu trabalho profissional. Além disso, elas indicaram alguns obstáculos que levam à permanência de práticas que não contemplem regularmente o trabalho com geometria: a não percepção de um uso social para o ensino de geometria, as preocupações com a alfabetização na língua materna e os projetos da própria escola.

A alfabetização na língua materna dissociada do trabalho com tópicos geométricos e os projetos que ocorrem na própria escola parecem compor um ciclo: o professor não reconhece diversas possi-

bilidades do trabalho com a geometria então, ao constituir tarefas para seus alunos em outros campos do conhecimento não contempla conteúdos deste campo, e ao realizar as atividades planejadas não lhe sobra tempo hábil a incluir outros tópicos, como os geométricos. E assim, desenvolve-se o cotidiano, com atividades que enfatizam a alfabetização na língua materna sem vínculo com a geometria e possivelmente com a matemática e ao desenvolver projetos da escola, pode não encontrar neles, tarefas que incluam a geometria.

A consolidação de tais práticas parece que teve influência dos modos de como as professoras construíram seus conhecimentos durante o tempo: a forma como as professoras aprenderam, a própria prática, e seu bom senso e intuição. Ou seja, neste sentido as professoras revelam que o conhecimento que adquirem durante sua trajetória profissional tem suas bases nas maneiras como elas aprenderam e pouco a pouco pode ser modificada tendo como referência a prática que vão desenvolvendo e as oportunidades formativas que podem incluir ou não momentos reflexivos. Como uma das professoras afirma, algumas práticas vão se cristalizando de maneira que algo que não foi bem sucedido tende a ser abandonado, criando rotinas que, em nosso entendimento devam ser questionadas e problematizadas em momentos regulares de formação que considerem tais práticas e a discussão, reflexão e possibilidades de reelaboração.

Neste sentido, a oportunidade de construção e reelaboração de conhecimentos durante a formação contínua, na qual os dados desta dissertação foram constituídos, mostra-nos indícios de modificações neste panorama inicial. As modificações percebidas a partir das falas das professoras participantes levam-nos a elencar fatores propulsores para as alterações ocorridas: a formação a partir da exploração-investigação matemática, a oportunidade de reflexão compartilhada e o interesse pessoal e compromisso profissional das professoras participantes em aprender e reelaborar seus conhecimentos com vistas ao ensino.

Assim, as atividades exploratório-investigativas mobilizaram conhecimentos que as professoras traziam em relação aos conteúdos geométricos e em relação à metodologia adotada, possibilitando ressignificações, conflitos e novas buscas. Percebemos que ao ocorrer a ampliação do conhecimento de conteúdo específico também houve reelaborações do conhecimento pedagógico do conteúdo e do conhecimento curricular. Deste modo, à medida em que as professoras participantes envolviam-se em atividades com conteúdos geométricos decorrentes das tarefas propostas, de maneira natural, suas preocupações em relação ao ensino de geometria foram tomando lugar e centro das discussões, de tal forma que elas faziam reflexões a respeito de sua própria prática, muitas vezes em tom de questionamento ou desabafo e intencionavam mudanças. As atividades desenvolvidas contribuíram para a problematização e o estabelecimento de uma novas relação com a matemática, concebendo a aprendizagem desta ciência de modo não mnemônico, provocando reelaborações, intenções e ações

em relação ao conhecimento pedagógico e em relação ao conhecimento curricular, definindo lugar para a geometria no início da Educação Básica e novas maneiras de ensinar e aprender

A abrangência do campo da geometria, quando pensamos na Educação Infantil foi compreendido como além das formas geométricas planas, incluindo dentre outras coisas, as representações do espaço e a interpretação de tais representações, com a valorização do registro escrito das crianças.

Tendo como princípio a reflexão compartilhada permeada pelo contexto exploratório-investigativo das atividades desenvolvidas, as professoras participantes destacaram a possibilidade de atividades de caráter aberto na Educação Infantil, as quais sejam instigantes e desafiadoras para os alunos, indicando como uma necessidade para a criança e um desafio também para o professor. Um caminho possível delineado é o papel do professor como questionador e como aquele que investiga *junto* com suas crianças, com grupos de alunos ou com a sala toda, como aquele que pergunta para que as crianças também aprendam a perguntar e que busca espaços para que isto ocorra. Permeado pelo questionamento, pelo levantamento de hipóteses e pela requisição em justificar afirmações, pareceu ser possível o trabalho com as explorações-investigações no início da Educação Básica, considerando-se evidentemente os níveis argumentativos compatíveis com o entendimento e a produção de crianças de seis anos. Destacamos um dos encontros entre o desafio, a insegurança e a ousadia do professor: ir para a sala de aula e explorar-investigar *com* os alunos, criando novos espaços e novos conhecimentos.

As reelaborações e ressignificações dos conhecimentos das professoras nas atividades desenvolvidas e a possibilidade de refletir/repensar sobre a prática com conseqüências positivas no seu trabalho em sala de aula levam-nos a afirmar as possibilidades formativas da exploração-investigação matemática, que permitem o acesso e o crescimento do conhecimento profissional do professor. Além disso, leva-nos a considerar o contexto específico no qual o trabalho foi desenvolvido: a aproximação da pesquisa com a formação de professores e a formação em um grupo, com o reduzido número de participantes que permite ouvir e ser ouvido, possibilitando que o professor seja, de fato, ator de seu próprio desenvolvimento.

Nossas reflexões em relação às condições oferecidas às professoras participantes levam-nos a reivindicar a necessidade de se repensar/reavaliar as políticas públicas de formação contínua e a tradição da formação, que muitas vezes é fundada na racionalidade técnica a qual visa instrumentalizar o professor para um bom ensino. Indicamos que a formação ocorrida com a *participação* (seria redundante dizer "participação real") do professor têm conseqüências positivas em seu desenvolvimento profissional, permitindo: que o professor sinta-se como construtor de seus conhecimentos, que a prática pedagógica seja objetivada e refletida e, conseqüentemente, que a ação docente tenha crescimento qualitativo proporcionado aprendizagem *para os alunos*. Em síntese, a formação com a

*participação* do professor leva-o a considerar-se agente de seu próprio desenvolvimento profissional.

Cabe-nos acrescentar que para a pesquisadora, o desenvolvimento da presente pesquisa permitiu uma análise de sua própria prática enquanto formadora. Foi possível perceber o alcance de uma formação que considera o professor aprendente/construtor de conhecimentos, impregnado de experiências, expectativas, insegurança e coragem; que leva o formador a ficar frente a frente com o desconhecido e o imprevisível, condições impostas pela dinâmica estabelecida. O analisar sua própria atuação docente foi facilitado principalmente pelo uso das videogravações, onde o rever/assistir/transcrever/analisar os vídeos permitem ao pesquisador o distanciamento de sua atuação, momentos nos quais há estranhamento, identificação, reconhecimento, curiosidade, expectativa, reflexão e possibilita a replanejamento de sua atuação futura. Estes momentos de análise de vídeos permitiram inclusive ver o que não foi visto, perceber o que não foi percebido e refletir sobre o que passou despercebido no momento da prática.

Acreditamos que sejam necessárias novas investigações que possam ampliar a compreensão das possibilidades formativas da exploração-investigação matemática, de maneira a contribuir para que estas práticas estejam efetivamente no cotidiano do ensino de crianças que iniciam sua escolaridade. São necessárias ações que permitam que a formação de professores ocorra como condição de trabalho e seja, de fato contínua, que garanta sua participação de corpo e alma, por assim dizer. E ainda, que o professor tenha apoio para ousar em sala de aula, e que a atividade docente não seja tão solitária, tão individual e nem tão somente prática. Quais os caminhos que podem ser delineados para que o professor construa conhecimentos profissionais associando o momento de construção do conhecimento com o momento de conhecimento do conhecimento produzido? Construir compartilhadamente? E mais uma vez nos vemos diante de novas questões que apontam nosso movimento como pesquisadora. Diante de um trabalho completo, porém aberto para a possibilidade de um novo olhar, um outro caminhar...

# *Referências Bibliográficas*


ABRANTES, Paulo. Investigações em geometria na sala de aula. In: VELOSO, E.; FONSECA, H.; PONTE, J. P. da; ABRANTES, P. (Org.). *Ensino da Geometria no virar do milénio*. Lisboa: Departamento de Educação da Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa, 1999. p. 51–62.

ABRANTES, Paulo; LEAL, Joana; PONTE, João Pedro da. Introdução. In: ABRANTES, P.; LEAL, L. C.; PONTE, J. P. (Org.). *Investigar para Aprender Matemática*: (textos selecionados). Lisboa: Grupo "Matemática Para Todos - investigações na sala de aula"(CIEFCUL) e Associação de Professores de Matemática, 1996. p. 1–4.

AMARAL, Helena Maria Reis Pacheco de. *Actividades Investigativas na aprendizagem da matemática no primeiro ciclo*. Dissertação (Mestrado em Educação: Especialidade de Didáctica da Matemática) — Departamento de Educação da Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa, Lisboa, Portugal, 2003.

ARAUJO, Elaine Sampaio. *Da formação e do formar-se*: a Atividade de aprendizagem docente em uma escola pública. Tese (Doutorado em Educação) — Faculdade de Educação da Universidade de São Paulo, São Paulo, SP, 2003.

ARAUJO, Elaine Sampaio de. *Matemática e formação em educação infantil*: biografia de um projeto. Dissertação (Mestrado em Educação) — Faculdade de Educação da Universidade de São Paulo, São Paulo, 1998.

BOGDAN, Roberto C.; BIKLEN, Sari Knopp. *Investigação qualitativa em educação*. Porto, Portugal: Porto Editora, 1999. (Colecção Ciências da Educação).

BORBA, Marcelo de Carvalho; ARAúJO, Jussara Loyola. Construindo pesquisas coletivamente em Educação Matemática. In: BORBA, Marcelo de Carvalho; ARAÚJO, Jussara Loyola (Org.). Belo Horizonte: Autêntica, 2004. p. 25–45.

BRASIL. *Parâmetros Curriculares Nacionais*: Matemática. Brasília: MEC/Secretaria de Educação Fundamental, 1997. 147 p. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/livro03.pdf>.

____. *Parâmetros Curriculares Nacionais*: Matemática. Brasília: Ministério da Educação e do Desporto, Secretaria de Educação Fundamental, 1998.

____. *Referencial Curricular Nacional para a Educação Infantil*. Brasília: Ministério da Educação e do Desporto, Secretaria de Educação Fundamental, 1998. V. 1.

____. *Referencial Curricular Nacional para a Educação Infantil*. Brasília: Ministério da Educação e do Desporto, Secretaria de Educação Fundamental, 1998. V. 3.

____. *Parâmetros Curriculares Nacionais*: Ensino Médio. Brasília: Ministério da Educação. Secretaria de Educação Média e Tecnológica, 1999.

BRAUMANN, Carlos A. Divagações sobre investigação matemática e o seu papel na aprendizagem da matemática. In: *XI Encontro de Investigação em Educação Matemática*. Coimbra: Secção de Educação e Matemática da Sociedade Portuguesa de Ciências de Educação, 2002. p. 1–19. Disponível em: <http://www.esec.pt/eventos/xieiem/pdfs/Braumann.PDF>.

____. Divagações sobre investigação matemática e o seu papel na aprendizagem da matemática. In: *Actividades de Investigação na Aprendizagem da Matemática e na Formação de Professores*. Coimbra: Secção de Educação e Matemática da Sociedade Portuguesa de Ciências de Educação, 2002. cap. 2, p. 5–24.

CARAçA, Bento de Jesus. *Conceitos fundametnais da Matemática*. 9. ed. Lisboa: Livraria Sá da Costa Editora, 1989.

CASTRO, Juliana Facanali de. *Um estudo sobre a própria prática em um contexto de aulas investigativas de Matemática*. Dissertação (Mestrado em Educação) — Faculdade de Educação da Universidade Estadual de Campinas, Campinas, SP, 2004. 197 p.

CHRISTIANSEN, B.; WALTHER, G. Perspectives on mathematics education. In: ____. Dordrecht: D. Reidel, 1986. cap. Task and activity (Tarefa e Actividade), p. 243–307. Disponível em: <http://www.educ.fc.ul.pt/docentes/jponte/sd/mestrado-bibliografia.htm>. Acesso em: 28 mai. 2005.

COELHO, Maria Aparecida Vilela Mendonça Pinto. *A resolução de problemas*: da dimensão técnica a uma dimensão problematizadora. Dissertação (Mestrado em Educação) — Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Educação, Campinas, 2005.

CRISTóVãO, Eliane Matesco. Investigando, Começamos a Aprender a Investigar. In: FIORENTINI, Dario; CRISTÓVÃO, Eliane Matesco (Org.). *História e investigação de/em aulas de matemática*. Campinas/SP: Editora Alínea, 2006. p. 153–172.

CUNHA, Helena; OLIVEIRA, Hélia; PONTE, João Pedro da. Investigações matemáticas na sala de aula. In: ABRANTES, Paulo; LEAL, L. C.; PONTE, João Pedro da (Ed.). *Investigar para aprender matemática*. Lisboa: Projecto MPT e APM, 1996. p. 173–181. Disponível em: <http://ia.fc.ul.pt/>. Acesso em: 10 mai. 2005.

CUNHA, Maria Helena. Saberes profissionais de professores de matemática: Dilemas e dificuldades na realização de tarefas de investigação. *Revista Millenium on line*, n. 17, 2000. Disponível em: <www.ipv.pt>. Acesso em: 10 mai. 2005.

CURI, Edda. *Formação de professores polivalentes*: uma análise de conhecimentos para ensinar matemática e de crenças e atitudes que interferem na constituição desses conhecimentos. Tese (Doutorado em Educação Matemática) — PUC/SP, São Paulo, 2004.

D'AMBRóSIO, Beatriz S. Formação de professores de matemática para o século XXI: o grande desafio. *Pro-Posições*, v. 4, n. 1, p. 35–41, Março 1993.

DEL GRANDE, John J. Percepção espacial e geometria primária. In: LINDQUIST, M. M.; SHULTE, A. P. (Org.). *Aprendendo e ensinando geometria*. São Paulo: Atual, 1994. p. 156–167. Tradução de Hygino H. Domingues.

DIAS, Marisa da Silva. *Formação da imagem conceitual da reta real*: um estudo do desenvolvimento do conceito na perspectiva lógico-histórica. Tese (Doutorado em Educação) — Faculdade de Educação da Universidade de São Paulo, São Paulo, SP, 2007.

ERNEST, Paul. Investigações, resolução de problemas e pedagogia. In: ABRANTES, Paulo; LEAL, Leonor Cunha; PONTE, João Pedro da (Org.). *Investigar para Aprender Matemática*: (textos selecionados). Lisboa: Projeto Matemática para Todos – investigações na sala de aula e Associação dos Professores de Matemática, 1996. p. 25–48.

FERNANDES, Natal Lânia Roque; REALI, Aline Maria de Medeiros Rodrigues. Professores e informática na educação: conhecimentos e saberes em uma experiência de aprender a ensinar. In: MIZUKAMI, Maria da Graça Nicoletti; REALI, Aline Maria de Medeiros Rodrigues (Org.). *Processos formativos da docência*: conteúdos e práticas. São Carlos: EdUFSCar, 2005. p. 75–97.

FERREIRA, Aurélio Buarque de Holanda. *Novo Dicionário Aurélio - Século XXI*: (versão digital 3.0). [S.l.]: Lexicon Informática Ltda/Editora Nova Fronteira, 1999.

FIORENTINI, Dario. A educação matemática enquanto campo profissional de produção de saber: A trajetória brasileira. *Dynamis*, v. 1, n. 7, p. 7–17, abr/jun 1994.

____. Pesquisando com professores: Reflexóes sobre o processo de produção e ressignificação dos saberes da profissão docente. In: MATOS, J. F.; FERNANDES, E. (Eds.). *Investigação em Educação Matemática*: perspectivas e problemas. Lisboa, Portugal: APM, 2000. p. 187–195.

____. A formação matemática e didático-pedagógica nas disciplinas da licenciatura em matemática. *Revista de Educação PUC-Campinas*, n. 18, p. 107–115, Jun 2005.

____. Grupo de Sábado: uma história de reflexão, investigação e escrita sobre a prática escolar em matemática. In: FIORENTINI, Dario; CRISTÓVÃO, Eliane Matesco (Org.). *Histórias e investigação de/em aulas de matemática*. Campinas, SP: Editora Alínea, 2006. p. 13–36.

FIORENTINI, Dario; FERNANDES, Fernando Luís Pereira; CRISTóVãO, Eliane Matesco. Um estudo das potencialidades pedagógicas das investigações matemáticas no desenvolvimento do pensamento algébrico. In: *Anais do V Congresso Ibero-Americano de Educação Matemática - V CIBEM*. Porto, Portugal: [s.n.], 2005. v. 1, p. 1–13. Disponível em: <www.educ.fc.ul.pt/docentes/jponte/temporario/SEM-LB/Fiorentini-Fernandes-Cristovao2.doc>.

FIORENTINI, Dario; LORENZATO, Sergio. *Investigação em Educação Matemática*: percursos teóricos e metodológicos. Campinas, SP: Autores Associados, 2006. (Coleção Formação de Professores).

FIORENTINI, Dario; NACARATO, Adair Mendes; FERREIRA, Ana Cristina; LOPES, Celi Aparecida Spasandin; FREITAS, Maria Teresa Menezes; MISKULIN, Rosana Giaretta Sguerra. Formação de professores que ensinam matemática: um balanço dos 25 anos de pesquisa brasileira. *Educação em Revista - Dossiê: A pesquisa em Educação Matemática no Brasil*, n. 36, p. 137–160, 2002.

FIORENTINI, Dario; NACARATO, Adair Mendes; PINTO, Renata Anastácio. Os saberes da experiência docente em matemática e a formação continuada de professores. *Quadrante*, Lisboa, Portugal, n. 8, p. 33–60, 1999.

FIORENTINI, Dario; SOUZA JR., Arlindo José de; MELO, Gilberto Francisco Alves de. Saberes docentes: um desafio para acadêmicos e práticos. In: GERALDI, Corinta Maria Grisolia; FIORENTINI, Dario; PEREIRA, Elisabete Monteiro de A. (Org.). *Cartografias do trabalho docente*: professor(a)-pesquisador(a). Campinas/SP: Mercado de Letras: Associação de Leitura do Brasil - ALB, 1998. p. 307–335. (Coleção Leituras no Brasil).

FONSECA, Helena; BRUNHEIRA, Lina; PONTE, João Pedro da. As actividades de investigação, o professor e a aula de Matemática. In: *Actas do ProfMat99*. Lisboa: APM, 1999. p. 91–101. Disponível em: <http//esev.ipv.ptmat1ciclotextosTexto_Actividadesf>.

FREIRE, Paulo. *Pedagogia da autonomia*: saberes necessários à prática educativa. 31. ed. São Paulo: Paz e Terra, 1996. (Coleção Leitura).

FREIRE, Paulo; FAUNDEZ, Antonio. *Por uma pedagogia da pergunta*. 5. ed. Rio de Janeiro: Paz e Terra, 1985. (Coleção Educação e comunicação: v. 15).

FUJITA, Taro; JONES, Keith. Primary trainee teachers'understanding of basic geometrical figures in Scotland. In: NOVOTNÁ, J.; MORAOVÁ, H.; KRÁTKÁ, M.; STEHLÍKOVÁ, N. (Ed.). *Proceedings 30th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*. Prague: PME: [s.n.], 2006. p. 129–136. Disponível em: <http://www.bsrlm.org.uk/IPs/ip26-2/BSRLM-IP-26-2-5.pdf>.

FULLAN, Michael; HARGREAVES, Andy. *A escola como organização aprendente*: buscando uma educação de qualidade. 2. ed. Porto Alegre: Artes Médicas Sul, 2000. Tradução: Regina Garcez.

GARNICA, Antonio Vicente Marafioti. História oral e educação matemática. In: BORBA, Marcelo de Carvalho; ARAÚJO, Jussara de Loyola (Org.). *Pesquisa Qualitativa em Educação Matemática*. Belo Horizonte: Autêntica, 2004. p. 77–98.

GAUTHIER, Clermont; MARTINEAU, Stéphane; DESBIENS, Jean-Francois; MALO, Annie; SIMARD, Denis. *Por uma teoria da pedagogia*: pesquisas contemporâneas sobre o saber docente. Ijuí, RS: Editora Unijuí, 1998. Trad. Francisco Pereira (Coleção Fronteiras da Educação).

GOLDENBERG, E. Paul. Quatro funções da investigação na aula de matemática. In: ABRANTES, Paulo; PONTE, João Pedro da; FONSECA, Helena; BRUNHEIRA, Lina (Org.). *Investigações matemáticas na aula e no currículo*. Lisboa: Grupo "Matemática Para Todos - investigações na sala de aula"(CIEFCUL) e Associação de Professores de Matemática, 1999. p. 35–49.

GáLVEZ, Grecia. A geometria, a psicogênese das noções espaciais e o ensino de geometria na escola primária. In: PARRA, Cecilia; SAIZ, Irma (Org.). *Didática da matemática*: reflexões psicopedagógicas. Porto Alegre: Artes Médicas, 1996. p. 236–258. Tradução de Juan Acuña Llorens.

JOSSO, Marie-Christine. *Experiências de vida e formação*. São Paulo: Cortez, 2004. Prefácio: António Nóvoa; revisão científica, apresentação e notas à edição brasileira Cecília Warschauer; tradução José Claudino e Júlia Ferreira; adaptação à edição brasileira Maria Viana.

LAMONATO, Maiza; PASSOS, Cármen Lúcia Brancaglion. Investigações geométricas nas aulas de matemática: as aprendizagens que ocorrem quando os alunos registram o que sabem. In: *Anais do 15º COLE - Congresso de Leitura do Brasil*. Campinas: [s.n.], 2005.

LAVILLE, Christian; DIONNE, Jean. *A construção do saber*: manual de metodologia da pesquisa em ciências humanas. Porto Alegre: Editora UFMG / Artmed, 1999.

LOPES, Celi Aparecida Espasandin. *O conhecimento profissional dos professores e suas relações com estatística e probabilidade na Educação Infantil*. Tese (Doutorado em Educação) — Faculdade de Educação da Universidade Estadual de Campinas, Campinas, SP, 2003.

LORENZATO, Sergio. Por que não ensinar geometria? *A Educação Matemática em Revista*, n. 4, p. 3–13, 1 semestre 1995.

____. Formação inicial e continuada do professor de matemática. In: SBEM PAULISTA. *Anais do VII Encontro Paulista de Educação Matemática (EPEM)*. São Paulo, 2004. Disponível em: <http://www.sbempaulista.org.br/epem/anais/mesas_redondas/mr10-SergioLorenzato.doc>.

LORENZATO, Sérgio. *Educação infantil e percepção matemática*. Campinas, SP: Autores Associados, 2006.

____. *Para aprender matemática*. Campinas, SP: Autores Associados, 2006. (Coleção Formação de professores).

LUJAN, Maria Lucia Sansigolo; FINI, Lucila Diehl Tolaine. Trabalhando a geometria na pré-escola. In: *Anais do XIV Encontro Nacional de Professores do PROEPRE*. Águas de Lindóia: PROEPRE/UNICAMP/LPG, 1997. p. 214.

MARTINS, Cristina; MAIA, Ema; MENINO, Hugo; ROCHA, Isabel; PIRES, Manuel Vara. O trabalho investigativo nas aprendizagens iniciais da matemática. In: PONTE, J. P. DA; COSTA, C.; ROSENDO, A. I.; MAIA, E.; FIGUEIREDO, N.; DIONÍSIO, A. D. (ORG.). *Atividades de Investigação na Aprendizagem da Matemática e na Formação de Professores*. Coimbra: SEM da SPCE, 2002. p. 59–81. Disponível em: <http://www.esec.pt/eventos/xieiem/pdfs/gt2.PDF>. Acesso em: 06 jan. 2006.

MEIRA, L. Análise microgenética e videografia: ferramentas de pesquisa em Psicologia Cognitiva. *Temas em Psicologia*, v. 3, p. 59–71, 1994.

MIGUEL, Antônio; FIORENTINI, Dario; MIORIM, Maria Ângela. Álgebra ou geometria: para onde pende o pêndulo? *Pro-Posições*, v. 3, n. 1 [7], p. 39–53, mar 1992.

MINAYO, Maria Cecília de Souza. *O desafio do conhecimento*: pesquisa qualitativa em Saúde. São Paulo/Rio de Janeiro: Hucitec / Abrasco, 1992.

MIORIM, Maria Ângela. *Introdução à história da educação matemática*. São Paulo: Atual, 1998.

____. Livros didáticos de matemática do período de implantação do movimento da matemática moderna. In: *Anais do V CIBEM - Congresso Ibero-Americano de Educação Matemática*. Porto, Portugal: [s.n.], 2005. p. 1–20.

MIZUKAMI, Maria da Graça Nicoletti. Aprendizagem da docência: algumas contribuições de L. S. Shulman. *Revista Educação*, v. 29, n. 2, 2004. Disponível em: <http://www.ufsm.br/ce/revista/revce/2004/02/a3.htm>. Acesso em: 08 dez. 2005.

____. Relações universidade-escola e aprendizagem da docência: algumas lições de parcerias colaborativas. In: BARBOSA, Raquel Lazzari Leite (Org.). *Trajetórias e perspectivas da formação de educadores*. São Paulo: Editora Unesp, 2005. p. 285–314.

MIZUKAMI, Maria da Graça Nicoletti; REALI, Aline Maria de Medeiros Rodrigues; REYES, Cláudia Raimundo; MARTUCCI, Elisabeth Márcia; LIMA, Emília Freitas de; TANCREDI, Regina Maria Simões Puccinelli; MELLO, Roseli Rodrigues de. *Escola e Aprendizagem da Docência*: Processos de investigação e formação. São Carlos: EdUFSCar/INEP/COMPED, 2003. 203p.

NACARATO, Adair Mendes. *Educação continuada sob a perspectiva da pesquisa-ação*: currículo em ação de um grupo de professoras ao aprender ensinando geometria. Tese (Doutorado em Educação: Educação Matemática) — Universidade Estadual de Campinas, Campinas, SP, 2000.

NACARATO, Adair Mendes; PAIVA, Maria Auxiliadora Vilela. A formação do professor que ensina matemática: estudos e perspectivas a partir das investigações realizadas pelos pesquisadores do GT 7 da SBEM. In: NACARATO, Adair Mendes; PAIVA, Maria Auxiliadora Vilela (Org.). *A formação do professor que ensina matemática*: perspectivas e pesquisas. Belo Horizonte: Autêntica, 2006. p. 7–26.

NACARATO, Adair Mendes; PASSOS, Cármen Lúcia Brancaglion. *A Geometria nas séries iniciais*: uma análise sob a perspectiva da prática pedagógica e da formação de professores. São Carlos: EdUFSCar, 2003.

OLIVEIRA, Hélia; PONTE, João Pedro da; SANTOS, Leonor; BRUNHEIRA, Lina. Os professores e as actividades de investigação. In: ABRANTES, Paulo; PONTE, João Pedro da; FONSECA, Helena; BRUNHEIRA, Lina (Ed.). *Investigações matemáticas na aula e no currículo*. Lisboa: Projecto MPT e APM, 1999. p. 97–110. Disponível em: <http://ia.fc.ul.pt/>. Acesso em: 10 mai. 2005.

OLIVEIRA, Hélia Margarida; PONTE, João Pedro da. Investigação sobre concepções, saberes e desenvolvimento profissional dos professores de matemática. In: *VII Seminário de Investigação em Educação Matemática. Actas...* Lisboa: APM, 1997. p. 3–23. Disponível em: <http://www.educ.fc.ul.pt/docentes/jponte/docs-pt/97-SIEMVII.rtf>.

ONUCHIC, Lourdes de La Rosa. Ensino-aprendizagem de matemática através da resolução de problemas. In: BICUDO, Maria Aparecida Viggiani (Org.). *Pesquisa em Educação Matemática*: concepções e perspectivas. São Paulo: Editora UNESP, 1999. p. 199–218.

PACHECO, José Augusto; FLORES, Maria Assunção. *Formação e avaliação de professores*. [S.l.]: Porto Editora, 1999.

PAIS, Luiz Carlos. Intuição, experiência e teoria geométrica. *Zetetiké*, v. 4, n. 6, p. 65–74, jul/dez 1996.

____. Uma análise do significado da utilização de recursos didáticos no ensino da geometria. In: *23a. Reunião Anual da Anped. Anais...* Caxambu, MG: Anped, 2000. Acesso em 20 mar. 07. Disponível em: <www.anped.org.br/reunioes/23/textos/1919t.PDF>.

____. *Ensinar e aprender Matemática*. Belo Horizonte: Autêntica, 2006.

PASSOS, Cármen Lúcia Brancaglion. *Representações, interpretações e prática pedagógica*: a geometria na sala de aula. Tese (Doutorado em Educação Matemática) — Faculdade de Educação da Universidade Estadual de Campinas, Campinas, SP, 2000.

PASSOS, Cármen Lúcia Brancaglion. Que geometria acontece na sala de aula? In: MIZUKAMI, Maria da Graça Nicoletti; REALI, Aline Maria de Medeiros Rodrigues (Org.). *Processos formativos da docência*: conteúdos e práticas. São Carlos: EdUFSCar, 2005. p. 17–44.

PASSOS, Cármén Lúcia Brancaglion; ZUFFI, Edna Maria; MENEGHETTI, Renata Cristina Geromel; LAMONATO, Maiza; GONçALVES, Jean Piton; SOUZA, Raquel Duarte de; SOUZA, Verônica Simão Esteves de; CAMPAñA, Thelma Cardinal Duarte; SOUZA, Jacqueline P. de.

Investigações geométricas no contexto de uma escola pública brasileira. In: *ACTAS V CIBEM - Congresso Ibero-americano de Educação Matemática*. Porto, Portugal: APM-Faculdade de Ciências da Universidade do Porto, 2005. p. 1–15.

PASSOS, Cármén Lúcia Brancaglion; ZUFFI, Edna Maria; MENEGHETTI, Renata Cristina Geromel; LAMONATO, Maiza; GONçALVES, Jean Piton; SOUZA, Raquel Duarte de; SOUZA, Verônica Simão Esteves de. Investigações geométricas no contexto de uma escola pública brasileira. In: *Seminário Luso-Brasileiro de Investigações matemáticas no currículo e na formação de professores*. Lisboa, Portugal: Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa, 2005. Disponível em: <http://www.educ.fc.ul.pt/docentes/jponte/temporario/SEM-LB/Carmen-Passos2.pdf>.

PAVANELLO, Regina Maria. O abandono do ensino da geometria no Brasil: causas e conseqüências. *Zetetiké*, v. 1, n. 1, p. 7–17, março 1993.

____. A geometria nas séries iniciais do ensino fundamental: contribuições da pesquisa para o trabalho escolar. In: PAVANELLO, Regina Maria (Org.). *Matemática nas séries iniciais do Ensino Fundamental*: a pesquisa e a sala de aula. São Paulo: Sociedade Brasileira de Educação Matemática (SBEM), 2004. cap. 6, p. 129–143.

PIRES, Célia Maria Carolino; CURI, Edda; CAMPOS, Tania Maria Mendonça. *Espaço e forma*: a construção de noções geométricas pelas crianças das quatro séries iniciais do Ensino Fundamental. São Paulo: PROEM, 2000.

PONTE, João Pedro da. O desenvolvimento profissional do professor de matemática. *Educação e Matemática*, n. 31, p. 9–12 e 20, 1994. Disponível em: <http://www.educ.fc.ul.pt/docentes/jponte/docs-pt/94-Ponte(Educ&Mat).rtf>.

PONTE, João Pedro da; BOAVIDA, Ana; GRAçA, M.; ABRANTES, Paulo. *Didática da Matemática*. Lisboa: Departamento do Ensino Secundário, Ministério da Educação, 1997. 71-95 p.

PONTE, João Pedro da; BROCARDO, Joana; OLIVEIRA, Hélia. *Investigações matemáticas na sala de aula*. Belo Horizonte: Autêntica, 2003. (Coleção Tendências em Educação Matemática).

PONTE, João Pedro da; MATOS, João Filipe. Processos cognitivos e interações sociais nas investigações matemáticas. In: ABRANTES, Paulo; LEAL, Leonor Cunha; PONTE, João Pedro da (Org.). *Investigar para Aprender Matemática*: (textos selecionados). Lisboa: Associação dos Professores de Matemática, 1996. p. 119–137.

PONTE, João Pedro da; OLIVEIRA, Hélia; BRUNHEIRA, Lina; VARANDAS, José Manuel; FERREIRA, Catarina. O trabalho do professor numa aula de investigação matemática. *Quadrante*, v. 7 (2), p. 41–70, 1998. Disponível em: <http://www.educ.fc.ul.pt/docentes/jponte/docs-pt/98-Ponte-etc(Quadrante-MPT).doc>. Acesso em: 08 mai. 2005.

PONTE, João Pedro Mendes da. Investigar, ensinar e aprender. In: *Actas do ProfMat 2003*. Lisboa: APM, 2003. p. 25–39. Disponível em: <http://www.educ.fc.ul.pt/docentes/jponte>. Acesso em: 20 jun. 2005.

POWELL, Arthur B.; FRANCISCO, John M.; MAHER, Carolyn A. Uma abordagem à análise de dados de vídeo para investigar o desenvolvimento de idéias e raciocínios matemáticos de estudantes. *Bolema*, n. 21, p. 81–140, 2004. Tradução: Antonio Olimpio Junior.

POWELL, Arthur B.; FRANCISCO, John M.; MATHER, Carolyn A. An analytical model for studying the development of learners' mathematical ideas and reasoning using videotape data. *Journal of Mathematical Behavior*, n. 22, p. 405–435, 2003.

POWELL, Arthur B.; LóPEZ, José A. Writing as a Vehicle to Learn Mathematics: A Case Study. In: CONOLLY, P.; VILARDI, T. (Ed.). *The Role of Writing in Learning Mathematics and Science*. New York: Teachers College Press, 1989. cap. 13, p. 157–177.

RANGEL, Ana Cristina. *Educação Matemática e a construção do número pela criança*: Uma experiência em diferentes contextos sócio-econômicos. Porto Alegre: Artes Médicas, 1992.

ROCHA, Luciana Parente; FIORENTINI, Dario. O desafio de ser e constituir-se professor de matemática durante os primeiros anos de docência. In: *Anais da 28a. Reunião Anual da ANPED - Associação Nacional de Pós-Graduação e Pesquisa em Educação*. Caxambu/MG: [s.n.], 2005. v. 1, p. 1–17. Disponível em: <http://www.anped.org.br/reunioes/28/inicio.htm>.

SACRISTáN, J. Gimeno; GóMEZ, A. I. Pérez. *Compreender e transformar o ensino*. 4. ed. Porto Alegre, RS: Artmed, 1998.

SARAIVA, Manuel; PONTE, João Pedro da. O trabalho colaborativo e o desenvolvimento profissional do professor de matemática. *Quadrante*, v. 12 (2), p. 25–52, 2003. Disponível em: <http://www.educ.fc.ul.pt/docentes/jponte/docs-ptante).pdf>.

SCHOENFELD, Alan H. The Handbook for Research on Mathematics: Problem solving, metacogntion and sense making in mathematics. In: ____. *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning*. New York: MacMilllan, 1992. cap. Learning to think mathematically, p. 334–370. (Cap. 15). Disponível em: <http://gse.berkeley.edufaculty/AHSchoenfeld/Schoenfeld_MathThinking.pdf>.

SCROEDER, T. L.; LESTER JR., F. K. Developing understanding mathematics via problem solving. In: TRAFTON, P. R.; SHULTE, A. P. (Ed.). *New directions for elementary School mathematics*. (year book). [S.l.]: National Council of Teachers of Mathematics, 1989.

SERRAZINA, Lurdes; MONTEIRO, Cecília. *Professores e novas competências em matemática no primeiro ciclo*. Setúbal, Portugal: [s.n.], 2003. (texto disponível na URL indicada - atualizada em 16 jul. 2004).

SERRAZINA, Lurdes; VALE, Isabel; FONSECA, Helena; PIMENTEL, Teresa. Investigações matemáticas e profissionais na formação de professores. In: PONTE, João Pedro da; COSTA, Conceição; ROSENDO, Ana Isabel; MAIA, Ema; FIGUEIREDO, Nisa; DIONíSIO, Ana Filipa ((Org.)). *Actividades de investigação na aprendizagem da matemática e na formação de professores*. Coimbra: Secção de Educação e Matemática da Sociedade Portuguesa de Ci?ncias de Educação, 2002. p. 41–58. Acesso em: 03 ago. 2005.

SHOR, Ira; FREIRE, Paulo. *Medo e ousadia*: o cotidiano do professor. Rio de Janeiro: Paz e Terra, 1986. (Tradução: Adriana Lopez).

SHULMAN, Lee S. Those who understand: Knowledge growth in teaching. *Educational Reseacher*, n. 15(2), p. 4–14, 1986.

____. Knowledge and teaching: foundations of the new reform. *Harvard Educational Reviews*, v. 57, n. 1, p. 1–22, 1987.

____. Renewing the pedagogical of teacher education: the impact of subject-specific conceptions of teaching. In: MESA, L. Montero; VAZ, Jeremias J. L. (Ed.). *Las didácticas específicas en la formación del profesorado.* Santiago de Compostela: Tórculo, 1992.

____. Professional Development: Learning from Experience. In: WILSON, Suzanne M. (Ed.). *The wisdom of pratice*: essays on teaching, learning and learning to teach. 1. ed. United States of America: Jossey-Bass, 2004, (The Jossey-Bass higher and adult educational series). cap. 21, p. 501–520.

SIEGEL, Marjorie; BORASI, Raffaella. Demystifyng mathematics education throught inquiry. In: ERNEST, Paul (Ed.). *Constructing Mathematical Knowledge*: Epistemology and mathematics education. 2. ed. London: The Falmer Press, 1994, (Studies in Mathematics Education Series: 4). cap. 16, p. 201–214.

SILVER, Edward A. Acerca da formulação de problemas de matemática. In: ABRANTES, Paulo; LEAL, Leonor Cunha; PONTE, João Pedro da (Org.). *Investigar para Aprender Matemática (textos selecionados)*. Lisboa: Associação dos Professores de Matemática, 1996. p. 139–162.

SMOLE, Kátia Cristina Stocco. *A matemática na Educação Infantil*: a teoria das inteligências múltiplas na prática escolar. Porto Alegre: Artes Médicas, 1996.

SMOLE, Kátia Stocco; DINIZ, Maria Ignez de Souza Vieira; CâNDIDO, Patrícia Terezinha. *Coleção Matemática de 0 a 6*. Porto Alegre: Artmed, 2003. Vol 3 - Figuras e Formas.

____. *Coleção Matemática de 0 a 6*. Porto Alegre: Artes Médicas, 2003. Vol 1- Brincadeiras Infantis nas aulas de matemática.

STEIN, Mary Kay; SMITH, Margaret Schan. Mathematical tasks as a framework for reflection: from research to pratice. *Mathematics Teaching in the Middle School*, v. 3 (4), p. 268–275, 1998. Tradução. Acesso em: 28 mai. 2005.

SãO PAULO (ESTADO), Coordenadoria de Estudos e Normas Pedagógicas. *Proposta curricular para o ensino de matemática*: 1 grau. 3. ed. São Paulo: SE/CENP, 1988.

____. *Atividades matemáticas*: ciclo básico. 3. ed. São Paulo: SE/CENP, 1991.

____. *Atividades matemáticas*: ciclo básico. 5. ed. São Paulo: SE/CENP, 1991.

____. *Atividades matemáticas*: terceira série do primeiro grau. 4. ed. São Paulo: SE/CENP, 1991.

____. *Atividades matemáticas*: quarta série do primeiro grau. 2. ed. São Paulo: SE/CENP, 1991.

TANCREDI, Regina Maria Simões Puccinelli. A matemática na educação infantil: algumas idéias. In: PIROLA, N. A.; AMARO, F. de O. S. T. (Org.). *Pedagogia Cidadã*: Cadernos de Formação: Educação Matemática. São Paulo: UNESP, Pró-Reitoria de Graduação, 2004. p. 43–59.

____. Reflexões sobre o processo de ensinar e aprender os conteúdos matemáticos na educação infantil. In: MIZUKAMI, Maria da Graça Nicoletti; REALI, Aline Maria de Medeiros Rodrigues (Org.). *Processos formativos da docência*: conteúdos e práticas. São Carlos: EdUFSCar, 2005. p. 297–330.

TANCREDI, Regina Maria Simões Puccinelli; REALI, Aline Maria de Medeiros Rodrigues; REYES, Claúdia Raimundo; LIMA, Emília Freitas de; MIZUKAMI maria da Graça Nicoletti; MELO, Roseli Rodrigues de. A construção da base de conhecimento em matemática nas séries iniciais do ensino fundamental. In: MIZUKAMI, Maria da Graça Nicoletti; REALI, Aline Maria de Medeiros Rodrigues (IOrg.). *Processos formativos da docência*: conteúdos e práticas. São Carlos: EdUFSCar, 2005. p. 285–295.

TANURI, Leonor Maria. História da formação de professores. *Revista Brasileira de Educação*, n. 14, p. 61–88, Mai/Jun/Jul/Ago 2000. Disponível em: <www.anped.org.br/rbe14/05-artigo4.pdf>. Acesso em: 24 mai. 2006.

TARDIF, Maurice. *Saberes docentes e formação profissional*. Petrópolis: Vozes, 2002.

VELOSO, Eduardo. *Geometria*: Temas actuais: materiais para professores. Lisboa: Instituto de Inovação Educacional, 1998.

____. Ensino da geometria: Ideias para um futuro melhor. In: VELOSO, Eduardo; FONSECA, Helena; PONTE, João Pedro da; ABRANTES, Paulo (Org.). *Ensino da geometria no virar do milénio*. Lisboa: Departamento de Educação da Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa, 1999. p. 17–32.

VELOSO, Eduardo; PONTE, João Pedro da. Introdução. In: VELOSO, Eduardo; FONSECA, Helena; PONTE, João Pedro da; ABRANTES, Paulo (Org.). *Ensino da Geometria no virar do milénio*. Lisboa: Departamento de Educação da Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa, 1999. p. 1–5.

WILSON, Suzanne M.; SHULMAN, Lee S.; RICHERT, Anna E. 150 different ways' of knowing: representations of knowledge in teaching. In: CALDERHEAD, James (Ed.). *Exploring Teachers' Thinking*. London: Cassel Educational Limited, 1987. p. 104–124.

# *Anexo*

Cronograma resumido dos encontros formativos do curso:

$1^o$ encontro (09 ago. 2006)

Apresentação geral do curso.

Os motivos de cada uma das participantes em participar do curso e da pesquisa.

Tarefa "Recortando triângulos..." e a atividade decorrente.

$2^o$ encontro: (16 ago. 2006)

Comentários sobre a tarefa do encontro anterior.

Início da elaboração de tarefas/projeto para desenvolver com as crianças.

$3^o$ encontro: (21 ago. 2006)

Discussões e planejamento de tarefas/projeto para desenvolver com as crianças.

Leitura e discussão/reflexão sobre os Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática de $1^a$ a $4^a$ séries do Ensino Fundamental que estavam disponíveis na biblioteca.

Relatos e reflexões sobre as brincadeiras "Amarelinha" e "Quatro Cantos" que duas professoras participantes realizaram com seus alunos.

$4^o$ encontro: (01 set. 2006)

A pesquisadora fornece subsídios teóricos às professoras.

Reflexões e reelaborações das tarefas/projeto redigidas por uma das professoras com base nas discussões dos encontros anteriores.

Uma das professoras leva alguns registros de seus alunos sobre a brincadeira "Quatro cantos" e outra professora sobre a brincadeira "Amarelinha" e com as demais discutem aspectos observados nas representações das crianças.

Uma das professoras leva para discussões/reflexões no grupo algumas páginas retiradas de livros didáticos de $1^o$ ano do Ensino Fundamental.

$5^o$ encontro: (13 set. 2006)

Retomada e encerramento do planejamento de tarefas/projeto para seus alunos.

Comentários e reflexões sobre algumas leituras que as professoras fizeram do material teórico disponibilizado.

6$^o$ encontro: (27 set. 2006)

Discussões sobre o porquê ainda não realizaram tarefas planejadas com seus alunos.

A Matemática nos projetos das escolas onde as professoras participantes atuam.

Reflexões sobre os registros de alunos de outra professora sobre a brincadeira "Amarelinha".

Tarefa "Embalagens..." e atividade decorrente.

7$^o$ encontro: (04 out. 2006)

Comentários e reflexões sobre a tarefa das embalagens e a atividade decorrente.

Comentários e reflexões sobre os registros escritos das crianças.

Uma das professoras leva registros de suas crianças sobre uma tarefa realizada com recortes de papéis coloridos.

Uma das professoras planeja e discute com as demais uma brincadeira "Pular obstáculos" que será realizada com suas crianças.

Discussões e reflexões sobre os registros das crianças e do relato de uma das professoras com a brincadeira "Tubarão".

Discussões e reflexões sobre obstáculos que as professoras encontram para desenvolver atividades planejadas.

Adaptação da tarefa "Embalagens" de maneira que pudesse ser realizada por crianças de seis anos.

Comentários sobre o curso.

8$^o$ encontro: (18 out. 2006)

Discussões e reflexões sobre os registros das crianças da releitura de uma obra de arte (pintura) composta de formas geométricas planas variadas.

A pesquisadora oferece diversas planificações que dão origem a figuras geométricas não-planas como complemento a atividade das embalagens.

Discussões e reflexões sobre formas geométricas planas com base na prática pedagógica: o caso dos retângulos.

Explorações sobre o material didático "Blocos de Encaixe".

Atividade da tarefa "Planificando embalagens" — primeira etapa.

9$^o$ encontro: (25 out. 2006)

Relatos e reflexões a partir da tarefa "Pulando obstáculos" realizada por uma das professoras participantes com seus alunos (videogravada[1]. pela pesquisadora a convite da professora)

Relatos e reflexões a partir de exploração realizada pelos alunos de uma das professoras participantes com os blocos de encaixe (videogravada pela pesquisadora a convite da professora).

[1] As demais professoras, em sistema de rodízio, levavam para suas casas os *dvds* das colegas para assistirem.

Discussão/reflexão sobre habilidades de percepção espacial apresentadas pela pesquisadora.

Apresentação da tarefa "Recortando triângulos..." na versão original para ser desenvolvida individualmente e ser compartilhada no próximo encontro.

$10^o$ encontro: (01 nov. 2006)

Atividade decorrente da tarefa "Recortando triângulos..." (versão original) entregue às professoras no encontro anterior.

Explorações em material didático composto de 25 polígonos.

Discussões/reflexões dos registros dos alunos de uma das professoras sobre a brincadeira "Rocambole".

$11^o$ encontro: (08 nov. 2006)

Discussões e reflexões a partir do depoimento de uma das professoras sobre uma tarefa apresentada aos seus alunos (construção de um bilboquê).

Discussões e reflexões a partir do depoimento de uma das professoras sobre uma tarefa apresentada aos seus alunos com o material didático "Blocos de Encaixe" (videogravada pela pesquisadora a convite da professora).

Continuação e encerramento da atividade decorrente da tarefa "Planificando embalagens".

$12^o$ encontro: (22 nov. 2006)

Discussões/reflexões a partir do relato de uma das professoras que juntamente com suas crianças buscaram determinar o centro de um círculo.

Exploração do material Lego Gigante e discussão/reflexão de tarefas que podem ser propostas aos alunos da Educação Infantil.

$13^o$ encontro: (29 nov. 2006) — parte A (com a participação de duas professoras)

Discussões/reflexões a partir do relato de uma tarefa apresentada por uma das professoras aos seus alunos.

Tarefa exploratória com fotografias e atividade decorrente.

Tarefa exploratório-investigativa com o material Tangram e atividade decorrente.

$13^o$ encontro: (07 dez. 2006) — parte B (com a participação das outras duas professoras)

Tarefa exploratória com fotografias e atividade decorrente.

Tarefa exploratório-investigativa com o material Tangram e atividade decorrente.

$14^o$ encontro: (11 dez. 2006)

Leitura e discussões/reflexões a partir da tarefa "Cortes e mais cortes em quadrados" (AMARAL, 2003, p. 122-129)

Tarefa "Explorando simetrias com guache" e atividade decorrente.

$15^{o}$ encontro: (13 dez. 2006)

Encerramento com comentários finais e discussões/reflexões das aprendizagens ocorridas.