UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO CARLOS
CENTRO DE EDUCAÇÃO E CIÊNCIAS HUMANAS
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO

GISELE ROMANO PAEZ

A PRODUÇÃO DE SENTIDOS E SIGNIFICADOS MATEMÁTICOS POR ESTUDANTES DO ÚLTIMO CICLO DO ENSINO FUNDAMENTAL POR MEIO DA LEITURA DA OBRA “O HOMEM QUE CALCULAVA”

São Carlos
2014

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO CARLOS
CENTRO DE EDUCAÇÃO E CIÊNCIAS HUMANAS
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO

A PRODUÇÃO DE SENTIDOS E SIGNIFICADOS MATEMÁTICOS POR ESTUDANTES DO ÚLTIMO CICLO DO ENSINO FUNDAMENTAL POR MEIO DA LEITURA DA OBRA "O HOMEM QUE CALCULAVA"

Gisele Romano Paez

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Educação da Universidade Federal de São Carlos como parte dos requisitos para obtenção do título de Mestre em Eduação, Área de Concentração: Educação.

Orientadora
Profa. Dra. Maria do Carmo de Sousa

São Carlos
2014

Ficha catalográfica elaborada pelo DePT da
Biblioteca Comunitária da UFSCar

P127ps

Paez, Gisele Romano.
A produção de sentidos e significados matemáticos por estudantes do último ciclo do ensino fundamental por meio da leitura da obra “O homem que calculava” / Gisele Romano Paez. -- São Carlos : UFSCar, 2014.
119 f.

Dissertação (Mestrado) -- Universidade Federal de São Carlos, 2012.

1. Matemática - estudo e ensino (Ensino Fundamental). 2. Significado e sentido. 3. Leitura. 4. Tahan, Malba,1895-1974. 5. Educação. I. Título.

CDD: 372.7 (20ª)

BANCA EXAMINADORA

Profª Drª Maria do Carmo de Sousa

Profª Drª Renata Prenstteter Gama

Prof. Dr. Adair Mendes Nacarato

Renata Prenstteter Gama

Adair Mendes Nacarato

Dedico esta pesquisa aos estudantes com os quais tive a oportunidade de aprender, ensinar e compartilhar sonhos, ideais, expectativas.

AGRADECIMENTOS

Primeiramente agradeço por estar viva e por todas as oportunidades que surgiram permitindo que me tornasse a pessoa que sou.

Agradeço à minha família que sempre me ensinou o valor dos estudos me incentivando e proporcionando acesso aos caminhos que me trouxeram até aqui e que ainda me levarão muito longe.

Agradeço em especial meu avô Arnaldo por ter me apresentado e presenteado o livro "O homem que calculava".

Agradeço todos os professores e educadores que contribuíram com minha formação escolar.

Agradeço aos amigos do GEM que me acolheram, apoiaram e valorizaram o ponto de vista do professor da Educação Básica incentivando sempre sua formação continuada. Em especial à Monike, Uaiana e Priscila.

Agradeço aos amigos do Projeto Observatório da Educação: Antonio, Angela, Naara, Mayra e Maria do Carmo, com quem pude compartilhar momentos de escritas coletivas, experiências, participação em suas pesquisas e uma amizade incrível. Foi uma das experiências compartilhadas neste projeto que me encorajou a escrever o projeto para a concorrência ao mestrado.

Agradeço meus amigos de mestrado Guilherme, Flavio, Sandra, Cristiane e Joana sempre atenciosos e prestativos, me animando nos momentos de crises e compartilhando conhecimento nos trabalhos das disciplinas do programa.

Agradeço minhas amigas Juliane e Carol pelo apoio moral antes, durante e depois desse trabalho, ofertando seus ombros para os momentos de crise na execução deste trabalho e nos momentos de alegria com a comemoração do início e término do mesmo.

Agradeço meus colegas de serviço, que me incentivaram e apoiaram na execução deste sonho, em especial Luciane, Luciene, Erlândia e Erika, por lerem o trabalho em vários momentos de sua execução e até a elaboração do seu Abstract.

Agradeço a equipe gestora da escola onde a pesquisa foi feita, pela aquisição dos exemplares do livro, pela disponibilização da filmadora, do espaço e pela autorização da realização desta pesquisa além da confiança em meu trabalho como professora.

Um agradecimento especial aos estudantes: Steven, Dhiogo, Roberto, Jean, Bruno Silva, Gove, Tcheqnormes, Poseidon, Emily, Ana, Kyrie, Carollyne, Marília, Valeska (que mesmo grávida compareceu na maioria dos encontros) pela confiança, presença, participação, contribuição, disponibilidade e vontade em aprender. Agradeço também os responsáveis desses estudantes que confiaram em mim e autorizaram a participação nesta pesquisa.

Agradeço às Professoras Doutoras Adair Nacarato e Renata Gama, por terem aceitado serem avaliadoras deste trabalho, dando grandes contribuições para a constituição desta pesquisa.

Um super agradecimento à minha orientadora Maria do Carmo de Sousa, que sempre acreditou no potencial dos professores da Educação Básica, pelo seu empenho em escrever projetos que integrem universidade - escola (PIBID e Observatório da Educação), acreditando no potencial desta parceria, pela paciência em me orientar em todas as fases críticas ou não, pelo conhecimento que pudemos compartilhar, por todos os textos que escrevemos juntas, pelos congressos que participamos, por todos os trabalhos que apresentamos.

Agradeço à Secretaria Estadual de Educação do Estado de São Paulo pelo financiamento desta pesquisa.

A CAPES e ao INEP pelo financiamento da bolsa, a partir do Programa Observatório da Educação.

RESUMO

A presente pesquisa tem como objetivo analisar a produção de sentidos e significados que foram explicitadas por estudantes das séries finais do Ensino Fundamental, enquanto liam o livro: “O homem que Calculava”. Dessa forma, parte do pressuposto que a leitura de textos literários em aulas de Matemática pode instigar a imaginação oportunizar a produção de sentidos não só à matemática como em situações cotidianas experimentadas pelos estudantes. Para tanto, se escolheu para este estudo a obra de Malba Tahan. É conduzida pela seguinte questão de investigação: *quais são os sentidos e significados matemáticos que podem ser produzidos por estudantes do 8º e 9º anos do Ensino Fundamental, de uma escola pública estadual da cidade de São Carlos, interior do Estado de São Paulo, a partir da leitura das estórias do livro “O Homem que Calculava”?*. Fundamenta-se basicamente nos estudos de: Lev Vygotsky, para o estudo sobre a produção de sentido e significado a partir da palavra, Bento de Jesus Caraça e George Ifrah, para a da produção de sentidos e significados aos conteúdos matemáticos através da história da matemática. E tem caráter qualitativo. Os dados foram construídos em dez encontros que foram filmados e a categoria de análise foi definida *a posteriori*. A análise foi feita a partir de uma unidade de significado, de natureza analítico-descritivas o papel da palavra escrita e falada na produção de sentidos e significados para os conteúdos matemáticos. Como resultado pode-se pontuar que a leitura de textos literários em aulas de matemática pode ultrapassar a produção de sentido para a matemática, suscitando sentido para práticas cotidianas através das relações feitas entre os conteúdos escolares, não só matemáticos, e a vida. Também foi possível detectar a dificuldade da representação simbólica específica da matemática principalmente nas situações que requeriam a representação fracionária da situação, nos permitindo questionar: até que ponto a forma como se ensina matemática com a sua representação própria está sendo apropriada pelo estudante como forma de interpretar o mundo?

Palavras-chave: Produção de Sentidos e Significados. Leitura em Aulas de Matemática. “O Homem que Calculava”.

ABSTRACT

This research aims to analyze the production of meanings that were articulated by students of grades of elementary school , while reading the book : " The Man Who Counted ." Thus , based on the assumption that reading literary texts in mathematics classes can instigate the imagination nurture the production of meaning not only to mathematics in everyday situations as experienced by students . Therefore , if selected for this study the work of Malba Tahan . It is driven by the following research question : what are the meanings mathematicians that can be produced by students of 8th and 9th grades of elementary school , a public school in the city of São Carlos , the state of São Paulo , from reading the stories of the book " the Man who Counted ?" . It is based primarily on studies of Lev Vygotsky , for the study of the production of meaning and meaning from the word , Bento de Jesus Caraga and George Ifrah , for the production of meanings to mathematical content through the history of mathematics . And is qualitative . Data were built in ten encounters were videotaped and analysis category was defined retrospectively . The analysis was made from a unit of meaning , descriptive - analytical nature of the role of the written and spoken word in the production of meanings for the mathematical content . As a result one can point out that the reading of literary texts in mathematics classes exceed the production of meaning in mathematics , arousing sense to everyday practices through relationships made between school subjects , not just math , and life . It was also possible to detect the difficulty of specific symbolic representation of mathematics especially in situations requiring a fractional representation of the situation , allowing us to ask: to what extent the way we teach mathematics with its own representation is being appropriated by the student as a way of interpreting the world ?

Keywords: Production of Meaning and Meanings. Reading Lessons Mathematics. " The Man Who Counted ."

LISTA DE FIGURAS

LISTA DE QUADROS

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO

Longe de ser como Malba Tahan, que tão bem associava a Matemática com a literatura, esta pesquisa não trata de escrita de textos literários para o ensino de matemática, tão pouco se propõe analisar e os textos literários produzidos nesta área. Ela se propõe apresentar e analisar as produções de sentidos e significados matemáticos explicitados por estudantes do 8º e 9º anos do Ensino Fundamental, quando liam e interpretavam alguns capítulos do livro "O Homem que Calculava".

O termo "produção de sentidos e significados" está sendo utilizado nesta pesquisa como produção de conhecimento que é gerada durante as ações que envolvem tanto o conhecimento de mundo, produzido individualmente, quanto o conhecimento formal ensinado na escola. Os dois conhecimentos podem ser considerados frutos das relações sociais. (VYGOTSKY, 2009).

As dificuldades na compreensão e na realização de um trabalho com leitura nas aulas de Matemática levaram ao estudo e execução desta pesquisa, considerando-se que, o desenvolvimento de várias atividades de leitura de livros paradidáticos nas aulas que ministro, para estranheza de alguns estudantes, sem o conhecimento das possibilidades que a leitura de textos literários podiam abranger. Parecia-nos que o desenvolvimento de atividades deste tipo poderia ajudar os estudantes em sua leitura de mundo e na produção de sentidos e significação dos conteúdos matemáticos.

Então, na tentativa de fugir da leitura pela leitura, mas por meio dela despertar o senso crítico dos estudantes, para que estes dessem sentido e produzissem significados aos conteúdos matemáticos recorrendo às situações fantasiosas, enigmáticas presentes nos textos e nos problemas matemáticos apresentados em alguns livros paradidáticos, nos lançamos ao estudo da leitura nas aulas de Matemática.

Para tanto, faremos uma pesquisa de caráter qualitativo cuja questão norteadora é: *quais sentidos e significados matemáticos podem ser produzidos por estudantes do 8º*

e 9º anos[1] *do Ensino Fundamental, de uma escola pública estadual da cidade de São Carlos, interior do Estado de São Paulo, a partir da leitura das estórias do livro "O Homem que Calculava"?*

---

[1]De acordo com a lei de número 11.274 de fevereiro de 2006, a partir de 2007, o Ensino Fundamental brasileiro passou a ter nove anos. A nova série será acrescentada no início do Ensino Fundamental. As crianças, ao invés de entrar na 1ª série com 7 anos de idade, entram com 6 no 1º ano. Os Estados e municípios tiveram até 2010 para se adaptarem à nova lei. Isso significa que em 2010, ano em que se deu a construção dos dados, a escola ainda estava organizada no sistema antigo. Só a partir de 2012 a escola onde foi realizada a pesquisa começou a possuir turmas de 6º ano para o Ensino Fundamental, e a partir daí se implantou sucessivamente as demais séries.

Para responder a este questionamento participaram da pesquisa 14 sujeitos. Os dados foram construídos no período de agosto à novembro de 2010 em uma escola da rede pública estadual, da cidade de São Carlos/SP. A análise destes considera uma unidade de significado, de natureza analítico-descritiva que foi definidas a *posteriori*: a produção de sentidos e significados dos conteúdos matemáticos expressa pela palavra escrita e falada.

O texto está organizado em cinco capítulos. No capítulo 1 apresentaremos a trajetória da pesquisadora para que o leitor possa compreender em que momento surgiram as inquietações e a proposta de se trabalhar com textos literários nas aulas de Matemática. Por se tratar de uma apresentação pessoal, este capítulo será escrito em primeira pessoal do singular e os demais na primeira pessoa do plural, uma vez que nos aliamos aos diversos autores.

O capítulo 2 tem por objetivo apresentar os fundamentos teóricos da pesquisa, a partir dos estudos de Vygotsky, no que diz respeito à produção de sentidos e significados pelo pensamento, a partir da palavra.

No capítulo 3 trataremos sobre a importância da leitura de textos literários para a constituição de leitores e ainda sobre a indústria editorial no Brasil, bem como do surgimento dos paradidáticos de matemática e as contribuições de Malba Tahan neste contexto.

Já o capítulo 4 apresenta o cenário em que se deu a pesquisa e a metodologia utilizada na pesquisa.

No capítulo 5 apresentaremos as análises de dez dos encontros que envolveram a leitura e estudo do livro “O Homem que Calculava” e, por fim, nas considerações finais, apresentaremos os resultados decorrentes do desenvolvimento da pesquisa.

2. CAPÍTULO 1 - A PESQUISADORA E SUA TRAJETÓRIA

Para dar início ao trabalho parece razoável indicar ao leitor de onde parto, quais as experiências, as inquietações que me motivaram a experimentar ser uma pesquisadora, qual o ponto de partida, de que realidade a pesquisa surgiu.

Neste capítulo, vou me apresentar, considerando-se três momentos: no primeiro narro como estou me constituindo leitora, ao mesmo tempo em que apresento meu interesse pela matemática; em seguida apresento minhas inquietações sobre o ensino e aprendizagem de matemática enquanto graduanda e por fim as angústias de ser professora, enquanto refletia sobre a possibilidade de desenvolver um ensino significativo da matemática envolvendo a leitura[2].

2.1 Constituindo-me leitora

Venho de uma família de professoras. Minha avó já não exercia a profissão e minha mãe cursava o magistério quando nasci. Minha mãe começou a lecionar como substituta na Educação Infantil em uma escola municipal de Bauru/SP e eu, com dois anos, ia à escola com ela, ingressando bem pequena no ambiente escolar. Nessa época, antes de dormir, minha mãe lia para mim gibis da Turma da Mônica de Maurício de Souza, do Pato Donald, de Maurício de Souza e Wall Disney, e os clássicos como “Chapeuzinho Vermelho”, “O Patinho Feio”, “Os Três Porquinhos”, “João e Maria” de autores como Joseph Jacobs, Hans Christian Andersen e Irmãos Grimm, entre outros. Ela sempre foi boa contadora de história.

Não saí da pré-escola alfabetizada. Em 1984, aos sete anos, ingressei na primeira série de um colégio particular da cidade de Bauru, colégio esse em que toda a família estudou, tanto no ensino básico, quanto no profissionalizante. Analiso que, o curso não era dos melhores, porque o melhor era muito caro, mas era particular e isso representava uma educação de qualidade para minha família. Minha mãe trabalhava como substituta e não tinha um salário fixo e meu pai, que era autônomo e separado de minha mãe, custeava meus estudos.

[2] No próximo item, usaremos os verbos em primeira pessoa do singular, pois se trata da minha história. A partir do capítulo 2, voltaremos usar os verbos em primeira pessoa do plural, por ser deste ponto que minha orientadora participa com suas imensas contribuições, sendo também autora deste trabalho.

Quando comecei a ler, minha mãe comprou para mim uma coleção de Monteiro Lobato, e todas as noites revezávamos na leitura dos capítulos dos livros. Embora não tenhamos conseguido lê-la integralmente, foi meu primeiro contato com a obra de Monteiro Lobato. Concomitantemente a televisão exibia um programa intitulado “Sítio do Pica-Pau Amarelo” do qual não perdia nenhum capítulo. E assim, a leitura completava os episódios exibidos na televisão, porém com mais liberdade imaginativa e criativa fazendo com que a leitura tivesse um sentido libertador para mim.

Nesse sentido, entendo que comecei a produzir significados no que diz respeito à leitura como mediadora entre o real e o imaginário.

Assim, a leitura representou um mundo à parte onde eu criava e vivia o que minha imaginação desejasse. Até hoje adentro nas histórias que leio, fantasio sobre os lugares, personagens, levanto hipóteses e estimativas sobre os acontecimentos que seguirão no enredo e fico muito satisfeita quando sou surpreendida pelo autor dando um fechamento inusitado diferente de tudo que construí em meu imaginário, mostrando-me que aquela história não pode ser previsível e que quanto mais fantástico, mais atraente se torna a leitura. Portanto, histórias de enigmas, suspense, principalmente os que misturarem fatos históricos, me apaixonam.

Em termos de produção de sentidos e significados, posso dizer que a leitura desperta o olhar para a realidade resignificando ou ratificando concepções sobre o mundo, as pessoas, as relações entre homem-meio, realidade-ficção, matemática escolar-matemática cotidiana, entre outras.

2.2 O gosto pela Matemática

Desde criança também, gostava muito de matemática. Esse gosto pela matemática só aumentou com o passar dos anos. Era ótima aluna em todas as matérias, mas gostava mais de matemática, me sentia desafiada, pois cada conta era uma conta diferente, não precisava ficar decorando datas ou acontecimentos que, para mim, não tinham a menor relação com o que eu vivia, uma vez que o estudo das Ciências Sociais se resumia a responder questionários e reproduzi-los nas avaliações.

Estou me referindo à uma escola “tradicional”, que desenvolvia suas atividades nas décadas de 1980/1990 ainda com resquícios do período da Ditadura Militar no Brasil. Aqui, ao que parece, a leitura ficava restrita às aulas de determinadas disciplinas, pertencente à área das humanidades. Era muito difícil ler livros diferentes dos didáticos, em aulas de matemática, ainda que, os paradidáticos de matemática estivessem sendo introduzidos no mercado como uma proposta de ensino lúdico e criativo para a aprendizagem da matemática rompendo com o ensino tradicional.

Dessa forma, o ensino era muito fragmentado. Comecei a fazer relações entre o que estudava nas disciplinas de humanas e atualidades no fim da oitava série em 1991, pois os professores propunham atividades que requeriam reflexões e eu podia expor minha opinião, mesmo que timidamente, extrapolando a reprodução do livro didático.

Quando estava no terceiro colegial, atual terceira série do Ensino Médio, em 1994, meu avô, percebendo meu gosto pela matemática, me deu meu primeiro livro com histórias matemáticas chamado: “O Homem que Calculava”, uma vez que tinha lido este livro quando jovem e achou que eu iria gostar. Amei! Achei um livro fantástico, com situações enigmáticas e desafiantes. Acho que, para mim, as coisas só tinham sentido se me desafiassem, e eu tivesse a necessidade de investigar e resolver.

Hoje, analisando o papel que a leitura deste livro me proporcionou para a produção de sentidos e significados matemáticos, posso afirmar que, pude perceber que a matemática está muito presente nas relações humanas e que sua criação vem suprir, uma necessidade de comunicação específica entre os homens e o meio.

Tal necessidade está atrelada ao desenvolvimento humano, uma vez que é por meio da comunicação que os homens se organizam em sociedade, manifestam sua cultura, relacionam-se com outros homens, estabelecendo regras e determinando o meio.

2.3 O início da carreira acadêmica

No final daquele mesmo ano, 1994, tinha que prestar vestibular e certamente seria na área de exatas. Não tinha muita dúvida, pois admirava meus professores da disciplina de Matemática, todos engenheiros. Então, tinha que fazer engenharia para poder dar aulas de matemática. Foi assim que prestei vestibular para Engenharia Mecânica na UNESP - *Campus* de Bauru, Engenharia Naval na USP – *Campus* de São Paulo e Engenharia de Alimentos na UNICAMP na cidade Campinas, embora soubesse que se passasse nas duas últimas não teria a menor chance de cursar, pela distância e dificuldade da minha família em me manter estudando fora da cidade que morava. Não passei em nenhuma delas, ai que decepção!

No ano seguinte, resolvi que ia estudar em casa e fazer um cursinho de meio ano mais intensivo. Me inscrevi novamente para o curso de Engenharia Mecânica da UNESP –

Campus de Bauru, mas agora só esse, pois tinha plena consciência que não cursaria nada fora da minha cidade. Passei em 385º. lugar, um avanço, mas utópico. Foi então que decidi ceder.

No ano seguinte não ia fazer cursinho nenhum, pois tive um bom Ensino Básico. Comprei revistas que diziam preparar para o vestibular e estudei em casa. Também decidi que prestaria vestibular para Matemática na UNESP na cidade de Bauru e em uma universidade particular, pois não aguentava mais estudar a mesma coisa e tentaria bolsa de estudos ou crédito educativo para me manter na particular e depois transferiria para Engenharia, pelo menos já teria cursado alguma coisa na área. Até então tinha certeza de que para ser professor de matemática precisava ser engenheiro.

Foi então que entrei em ambas, na UNESP em Bauru e na Universidade particular e acabei optando pela UNESP, por ser pública e isso representava ser de qualidade. Porém, a visão de fora é completamente diferente de quando estamos inseridos no meio. A situação da universidade pública brasileira estava passando por uma crise com o sucateamento das instalações, a falta de bolsas, a desvalorização dos docentes, foi um período difícil, enfrentamos alguns momentos de greve, o curso não tinha laboratório didático, a estrutura do departamento de Matemática era precária chegando a ter até quatro docentes por sala, não havia espaço para atendimento aos estudantes, enfim, uma desvalorização da educação.

Na primeira semana de aula descobri que para ser professor de matemática eu precisava cursar licenciatura em Matemática e não Engenharia e percebi que tinha feito a escolha certa.

Apesar de todas as dificuldades estruturais da universidade, a pública ainda era a melhor opção e foi durante a primeira aula de Cálculo que me surpreendi com a orientação dada pelo professor: “façam grupos, abram o livro de cálculo, leiam o capítulo 1, resolvam os exercícios ímpares e me entreguem ao final da aula. As dúvidas apenas serão respondidas depois de esgotadas as tentativas de respostas pelo grupo.”. Isso foi um choque, pois nunca tinha lido um livro didático de Matemática superior antes. Dessa forma, partia logo para a resolução dos exercícios que, muitas vezes, traziam como enunciado: calcule; resolva. Não lia nada que estava indicado no livro, ia direto à resolução dos exercícios, porém havia exercícios que exigiam a leitura para ser interpretados. Mais um desafio e uma necessidade colocados: para aprender matemática precisava ler. Com isso, fui criando o hábito de ler textos matemáticos que são específicos, que possuem linguagem e simbologias próprias.

Neste período, posso afirmar que, a produção de sentidos e de significados que ia construindo estava relacionada à percepção da matemática como produção humana, com simbologia própria representando um meio de comunicação entre os homens, carregado de intencionalidade e, portanto, não neutra, acrítica, isolado do contexto onde foi produzida.

Com o decorrer do curso, cada vez mais descobria a importância da leitura para ser um bom professor, e não só leituras relacionadas à matemáticas, mas de ser um professor atualizado, uma vez que a matemática é uma criação humana e seu desenvolvimento representa uma busca por respostas às necessidades humanas. (MOURA, 2002).

Ao terminar o curso de Matemática não me sentia preparada para ser professora, achava que minha formação na área pedagógica tinha muitas lacunas, por isso tive medo de encarar um Mestrado na área da Educação. Foi quando, em 2002, abriu o curso de Pedagogia na UNESP em Bauru. Resolvi prestá-lo, pois, com ele, teria mais acesso às questões da educação, teria uma visão mais completa sobre o ensino da matemática, indo da Educação Infantil ao Ensino Médio.

No que diz respeito à leitura, este curso me proporcionou um aprofundamento das teorias pedagógicas, já iniciadas na Matemática através do contato com outros autores.

Passei no vestibular e comecei a cursá-lo. Para mim, foi um mundo novo, cheio de descobertas, muita leitura sobre educação, filosofia, sociedade, escola, psicologia, muita reflexão, muitos questionamentos sobre a função social da escola, da matemática, do processo de tornar-se homem.

Com as aulas de Filosofia e de Prática de Ensino estudei autores como Koppin (1978) e Kosik (1976), que me convidavam a refletir sobre como o pensamento “pensa”, levando-se em consideração todo o contexto histórico e social da constituição do homem como ser dialético e contraditório.

Percebia que, a partir destas leituras, conseguia produzir significados e dar sentido a muitos conhecimentos matemáticos que estudei no curso de Matemática, como por exemplo: o porquê da constituição da teoria dos conjuntos, da lógica matemática e ainda, o que pretendia quando me formasse professora de Matemática. Comecei a fazer questões que procuravam relacionar a aula com o sujeito histórico: como dar uma aula visando a construção do sujeito histórico? Em que o conhecimento matemático pode contribuir com a interpretação e instrumentalização para a vida no mundo?

Vale a pena ressaltar que, o trabalho de conclusão de curso[3] que desenvolvi teve como objetivo estudar a temática educação e consumo, pois entendia que a sociedade do

---

[3] PAEZ Gisele Romano. O Consumo na Escola e na Sociedade. 2005. 0 f. Trabalho de Conclusão de Curso. (Graduação em Licenciatura Plena em Pedagogia) - Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho Orientador: Mara Sueli Simão Moraes.

consumo, capitalista, determina a educação e que se o sujeito tiver consciência do seu papel nessa sociedade poderá se transformar e transformá-la.

A escrita desse trabalho foi uma experiência um pouco frustrante, não pelos estudos que fiz, mas pela escrita, uma vez que, tive muita dificuldade em expressar minhas ideias e acabei achando que não era capaz de pesquisar na área da Educação.

Ao terminar o curso de Pedagogia em 2007 estava decidida a partir para a pesquisa na área da Matemática pura, pois tinha maior habilidade na escrita matemática que na escrita pedagógica, pois essa possui uma estrutura de argumentação diferente daquela, que é considerada, por muitos, exata e universal, enquanto que a escrita pedagógica requer uma explicitação do seu posicionamento perante suas opções políticas, talvez não muito consolidadas em mim ainda.

Neste ano, comecei a frequentar aulas na pós-graduação *stritu sensu* em Matemática na USP em São Carlos como aluna especial. Estava buscando dar sentido ao conhecimento matemático. Foi outra decepção, pois percebi que como meu curso tinha sido muito voltado para a licenciatura, não tinha pré-requisitos para acompanhar aquela pós. No ano seguinte, pedi transferência do meu cargo de Bauru para São Carlos e comecei a cursar matérias na graduação no curso de Matemática da USP para formar a base Matemática para acompanhar a pós.

Nessas aulas me sentia um “peixe fora d’água”. Nada tinha sentido para mim. Nada se relacionava com o que fazia ou já tinha feito. Percebi que a adaptação seria um caminho longo a percorrer.

Neste mesmo ano, um grupo de docentes da UFSCar foi à escola onde leciono convidar os professores da Educação Básica a participarem da elaboração de um projeto de iniciação à docência, o PIBID. Ao mesmo tempo, conheci o grupo da Educação Matemática da UFSCar e resolvi participar do GEM – “Grupo de Estudos e Pesquisas em Educação Matemática” onde pude ter contato com pesquisas na área da Educação Matemática, além de discutir sobre questões do ensino e aprendizagem da matemática, retomando algumas das reflexões que tinha feito no curso de Pedagogia. Desisti da Matemática pura, pois me encontrei no grupo, ali fazíamos discussões onde me sentia incluída, onde podia compartilhar conhecimento.

Ainda naquele ano, comecei a participar de uma ACIEPE - Atividade Curricular de Integração Ensino, Pesquisa e Extensão intitulada “Quando a História da Matemática passa a ser metodologia de ensino”, oferecida pela UFSCar, na qual tinha como proposta a elaboração de atividades orientadoras de ensino a partir de textos de História da Matemática.

Fiquei encantada em saber que é possível elaborar atividades matemáticas a partir de textos. Isso agregava meu interesse pela leitura e pela Matemática.

Em termos de produção de sentidos e de significados, posso afirmar que, participar do PIBID e do GEM possibilitou-me consolidar um posicionamento político sobre as minhas escolhas, respaldado pelos estudos e discussões proporcionados nestes espaços.

No final de 2007, me senti encorajada a prestar o processo seletivo do mestrado profissional no PPGECE – Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Exatas da UFSCar. Não fui aprovada.

Dois anos depois, em 2009 fui convidada a participar, como bolsista, de um projeto de formação continuada intitulado: “Produtos educacionais no Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática: itinerários de desenvolvimento e implementação, a partir da rede de pesquisa participante Escola-Universidade” do edital do Observatório da Educação - CAPES 2008, que consiste no desenvolvimento de uma pesquisa participante e longitudinal com foco na formação continuada e inicial de educadores. O projeto propõe a constituição de uma rede integradora e colaborativa entre docentes pesquisadores, mestrandos, licenciandos e professores da Educação Básica, na intenção de estudar e elaborar produtos educacionais.

A integração proporcionada pela participação nesse projeto me propiciou maior contato com professores-pesquisadores com conflitos semelhantes aos meus, com necessidades semelhantes às minhas. No projeto, os participantes podem compartilhar angústias e se organizar, estudar, refletir e buscar a melhoria de nossas práticas educativas por meio da ampliação do nosso conhecimento.

Vale a pena ressaltar que, as experiências vividas tanto no GEM, quanto no Observatório da Educação, me motivaram a escrever um projeto para o PPGE – Programa de Pós Graduação em Educação da UFSCar na linha de Educação em Ciências e Matemática.

O projeto, inicialmente, propunha-se a analisar se, os professores de Matemática da Educação Básica usam textos em suas aulas e se o fazem como isso se dá? Porém, conversando informalmente com colegas, percebi que essa prática não era muito comum e, portanto, a pesquisa não teria muita relevância. Foi então que decidi pesquisar minha própria prática.

2.4 A professora

Comecei a lecionar com 23 anos, quando ainda cursava o terceiro ano do curso de Matemática como professora do reforço do Ensino Fundamental de uma escola particular na cidade de Bauru. Essa escola oferecia cursos para os professores e eu também participava. Era bolsista do CIEE – Centro de Integração Empresa Escola. Minha função era dar as aulas do reforço, separar questões dos principais vestibulares para a montagem do material apostilado, e resolver os mesmos para o caderno do professor, era uma equipe multidisciplinar para desempenhar essa função, além de fiscalizar avaliações do Ensino Médio, toda sexta-feira. Logo de inicio me identifiquei muito com os estudantes, tínhamos um bom relacionamento. Esse fato levou à minha contratação como professora efetiva da escola assim que terminei o curso em 2001.

Comecei a lecionar no Ensino Fundamental na 5ª, 7ª e 8ª séries num total de 26 aulas semanais. No início foi um choque, não conseguia pôr em prática o que havia aprendido na faculdade, aquela clientela era muito abastada e eu não precisava ensiná-los a lutar pelo seu espaço, usar a educação como meio de transformação, uma vez que os estudantes já tinham um espaço dominado pelo capital que possuíam. Foi um começo bem difícil até eu entender como deveria lidar com aquele tipo de estudante.

Aos poucos fui me adaptando, mas não me sentia uma professora completa. Parecia que ali não era meu espaço. Mesmo assim, resolvi aproveitar a oportunidade e propus vários trabalhos diferenciados.

Na 5ª série, numa turma com aproximadamente 30 estudantes, sugeri a leitura do “O Homem que Calculava”, pois como tinha lido e achado muito interessante, pensei que os estudantes também o achariam, além de iniciá-los no mundo da leitura matemática.

Cada estudante levava o livro para casa e na aula seguinte, nos 10 minutos iniciais, contava à classe a estória lida e sempre que necessário eu problematizava a resolução do problema proposta pelo autor. Os estudantes gostavam muito e prestavam muita atenção no colega. Isso contribuía para acalmar a turma e motivá-los na aula que se seguiria.

Posso afirmar que, os estudantes me indicavam que, enquanto liam, produziam significados e parece que davam sentido a alguns conteúdos matemáticos, como por exemplo, potência, quando leram o capítulo 16 em que o autor conta a história da origem do jogo de xadrez, e que desta maneira, extrapolavam o contexto da sala de aula para um contexto imaginativo, muito mais instigante capaz de proporcionar um ambiente favorável à aprendizagem matemática.

Com as 7ª. séries, a partir do interesse dos estudantes sobre a montagem dos dados de um jogo chamado MASTER que são poliédricos, introduzi aulas de desenho geométrico paralelamente ao currículo da escola. Nelas os estudantes desenhavam os polígonos e estudavam suas propriedades, seus elementos, definiam fórmulas e discutiam relações entre perímetro, área e volume. Enquanto desenvolviam essas atividades em sala sugeri a leitura do livro “Os Poliedros de Platão e os Dedos da Mão” (MACHADO, 2000), que traz um pouco da história dos poliedros. Os estudantes liam e organizavam seminários, que complementavam as atividades desenvolvidas em sala. Essa foi uma maneira que encontrei de não deixar a geometria de lado e tornar a matemática significativa para os estudantes.

Na 8ª série desenvolvi um trabalho com mosaicos, onde discuti o conteúdo de semelhança de polígonos. Os estudantes confeccionavam as peças do mosaico para preencher desenhos escolhidos por eles montando um mural. Durante o desenvolvimento das aulas, sugeri uma pesquisa sobre a origem dos mosaicos e seu significado enquanto expressão artística e matemática, uma vez que o mosaico é a justaposição de pequenas peças que compõe uma imagem, muito utilizado pelos sumérios, gregos e romanos representando uma produção cultural. No caso da relação entre o mosaico e a matemática, explorei simetrias, rotações, translações, além das formas geométricas nas peças confeccionadas pelos estudantes.

Todos esses trabalhos representaram para mim uma maneira de me aproximar daqueles estudantes e apresentar a eles relações existentes entre a matemática como construção humana e matemática escolar; leitura em aulas de matemática e conteúdos estudados.

Em 2004 fui dispensada, pois a unidade onde lecionava tinha sido vendida para outra franquia que já possuía professores recrutados em sua metodologia. Mas havia passado no concurso do Estado de São Paulo e estava esperando ser chamada para a escolha da vaga, o que ocorreu em julho daquele mesmo ano. Minha classificação no concurso permitiu que eu escolhesse uma escola em Bauru, na mesma cidade que morava, mesmo que na periferia, distante da minha casa. Foi um choque de realidade novamente, mas me sentia com muito mais liberdade de trabalhar, mesmo com a defasagem e desinteresse apresentados pelos estudantes.

Achava que naquele lugar teria muito mais para contribuir com a formação dos estudantes, pois teriam que lutar pelo seu espaço, com aqueles com quem havia trabalhado e eu sabia que as diferenças eram muitas e o caminho árduo. Dedicava-me àqueles estudantes como se fossem meus filhos. Dava aulas extras para grupos que queriam prestar vestibular, indicava leituras, enfim, tentava oferecer para eles o que os outros tinham com muita facilidade pelas oportunidades do capital econômico e cultural. Sabia que não seria fácil, mas não desistiria.

Nessa escola também desenvolvi vários trabalhos com leitura. Pelo projeto “O Jornal na Escola” fiz um trabalho no qual os estudantes da 6ª série formulavam problemas matemáticos a partir das reportagens do jornal. Também, com essa série, tentei introduzir a leitura de paradidáticos, mas não obtive uma boa resposta por parte dos estudantes. Acredito que pela escolha dos livros que traziam situações de sala de aula transcritas e isso não era interessante para aquele grupo.

Em um trabalho com atividades contextualizadas sobre o conceito de função, desenvolvido com estudantes da 1ª série do Ensino Médio, adaptado de uma pesquisa de mestrado[4] com a qual tive contato em uma das semanas da licenciatura em Matemática promovidas pela UNESP, tive a oportunidade de começar a entender que é possível praticar um ensino significativo de matemática uma vez que as atividades propunham que os estudantes desenvolvessem pesquisas sobre o conteúdo de função, juntamente com questões sociais de relações entre empregados e empregadores, consumo e geração de energia, e impostos pagos pelos cidadãos.

Este trabalho resultou em um portifólio entregue à Diretoria de Ensino de Bauru para o projeto sobre impostos que era uma parceria feita entre a Secretaria da Educação e a Receita Federal com o objetivo de esclarecer os estudantes sobre a importância da não sonegação de impostos para o país.

Nele os estudantes estudavam funções e produziam seus gráficos com o que era arrecadado e o que era investido em serviços públicos, retratando com fotos o estado das vias públicas, dos postos de saúde e da própria escola onde estudavam fazendo uma critica ao discurso demagogo. O trabalho foi selecionado para a etapa estadual, porém, o representante da receita dissera que este, não havia sido avaliado corretamente.

Vale a pena ressaltar que, a cada trabalho que desenvolvia com os estudantes, tinha mais certeza de que a matemática pode ser entendida como uma ferramenta política que instrumentaliza a maneira de ler o mundo.

---

[4] ALONSO. Élen Patrícia Uma Abordagem Político-Social para o Ensino de Funções no Ensino Médio. 2004. 0 f. Dissertação (Mestrado em Educação para a Ciência [Bauru]) - Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho

Aqui, o conceito de leitura de mundo é o utilizado por Freire (1989) como leitura que não se esgota com a simples decodificação da palavra escrita, mas uma leitura que relaciona texto escrito, verbalizado com contexto em que o estudante está inserido. A leitura do contexto precede leitura da dos signos impressos. O domínio da decodificação dos signos impressos não pode limitar a percepção de mundo, ao contrário, deve ser instrumento para entender melhor as relações nele existentes, ou seja, o domínio dos signos impressos não pode alienar, tem que servir para libertar.

Em 2007 pedi remoção da escola onde ingressei para tentar uma carreira acadêmica em São Carlos/SP e no início de 2008 já fazia parte de uma nova realidade na qual teria que me adaptar, conhecer e perceber as possibilidades de trabalho.

A escola para a qual fui removida, também na periferia, muito maior da que eu estava, tanto em número de estudantes, quanto em número de professores. Tive dificuldade em me enturmar com os professores que lecionavam há mais tempo na escola, e com as classes cheias, mais de 40 estudantes, era quase impossível fazer alguma coisa diferenciada. Mas não desisti. Fui aos poucos conquistando meu espaço e a confiança dos estudantes. Nesse momento a participação no GEM e na ACIEPE fizeram toda a diferença, pois me sentia segura, confiante e desafiada a fazer a diferença.

Em 2009, a diretora me atribuiu algumas séries do Ensino Médio, dois primeiros e um segundo ano, além de três oitavas séries do Ensino Fundamental. Foi então que me lancei a desenvolver uma atividade de leitura e interpretação do livro “O Diabo dos Números” de Hans Magnus Enzensberger, com os estudantes da primeira série do Ensino Médio do período da manhã, para quem lecionava a disciplina de Matemática naquele ano.

Este livro traz conteúdos fundamentais da matemática como: o surgimento do zero, continuidade, sequências, combinatória, dentre outros. Essa proposta tinha dois objetivos: por um lado desmistificar a matemática, mostrando que ela pode ser ensinada/aprendida de maneira divertida e, por outro, despertar o interesse pela leitura. Inicialmente, o livro foi apresentado à classe com um breve resumo da história.

Os estudantes levavam o livro, um exemplar meu e um da escola, para casa e tinham uma semana para preparar a apresentação, que ficava a critério de cada grupo. Exigia-se de cada grupo um resumo analítico escrito do capítulo que seria apresentado e um cartaz.

Em uma das classes, todos os grupos optaram pela apresentação oral na forma de seminário, na outra turma houve filmagens, teatro e seminários. Ao apresentarem seus relatos, os estudantes faziam relações entre o que estavam estudando nas aulas e o que tinham lido no capítulo, às vezes, eu intervinha e questionava-os sobre essas relações.

Em uma avaliação síntese a maioria dos estudantes declarou ter gostado de ler o livro porque este mostrou a existência de uma matemática mais clara, com vários exemplos, e de forma engraçada. Pude perceber, então, que a leitura tinha feito um sentido para eles e dado um significado à matemática: que a matemática também pode ser expressa por meio de textos literários que retratam seu desenvolvimento.

Assim, a partir do último trabalho que desenvolvi sobre a leitura do livro “O diabo dos números”, me senti motivada a pesquisar sobre a produção de sentidos e significações matemáticas, produzidas por meio da leitura de textos literários, no último ciclo do Ensino Fundamental. Conforme já afirmei acima, a matemática é uma linguagem presente nas relações humanas, fruto de suas produções, tentando interpretar e dar sentido ao mundo por meio de seus símbolos e de sua estrutura.

A seguir apresentaremos algumas ideias defendidas por Vygotsky (2009), no que diz respeito à produção de significados e sentidos pelas pessoas. Tais idéias serão relacionadas, na medida do possível, com o conteúdo do livro “O homem que calculava”.

3. CAPÍTULO 2 - A PRODUÇÃO DE SENTIDOS E SIGNIFICADOS, A PARTIR DA PALAVRA FALADA E ESCRITA

O trabalho com leitura de textos literários em aulas de matemática nos leva a refletir sobre qual seria o papel da palavra, escrita e falada, na produção de significados e sentidos matemáticos que deveriam ser produzidos pelos estudantes, uma vez que consideramos a matemática como um conhecimento historicamente constituído, uma produção da atividade humana. Ou seja, a matemática é um elemento criado pelo homem para suprir suas necessidades de conhecer, compreender e agir sobre fenômenos naturais e estabelecer relações humanas segundo uma linguagem com signos e regras próprias. (MOURA, 2002).

Vygotsky (2009) nos oferece uma contribuição para pensarmos sobre como se dá o processo de produção de significados e sentidos, não perdendo de vista que tal processo sempre está atrelado ao pensamento e à palavra.

Analisemos, primeiramente, o que o autor nos diz sobre a produção de significados.

O significado é a unidade, a ponte entre o pensamento e a palavra, "pertence às esferas tanto do pensamento quanto da linguagem, pois se o pensamento se vincula à palavra e nessa se encarna, a palavra só existe se sustentada pelo pensamento." (GÓES; CRUZ, 2006, p. 36).

Pensamento e palavra não existem separadamente, a palavra materializa o pensamento e o pensamento se realiza na palavra, em um movimento dialético, constituindo uma produção humana no decorrer do desenvolvimento histórico da consciência.

O significado é o que constitui a palavra: "a palavra desprovida de significado não é palavra, é um som vazio." (VYGOTSKY, 2009, p. 398). O significado da palavra é uma generalização, um conceito, um movimento do pensamento materializado na palavra. Todo pensamento implica uma ação que relacione coisas, buscando unificá-las, generalizá-las com o movimento de ida e vinda do pensamento à palavra por meio do significado.

Um exemplo dessa relação: significado, pensamento e palavra pode ser constatado quando apresentamos os diversos campos numéricos aos estudantes.

No caso dos números racionais, por exemplo, o pensamento está atrelado à ideia de medida, conforme nos aponta Caraça (1951). Ao mesmo tempo, tal ideia está atrelada a uma palavra que pode ser representada, a partir de quantidades inteiras ou de pedaços. Vejamos um exemplo: Quando perguntamos a alguém, quantos pedaços temos aqui?

Ao pensarmos sobre os “pedaços”, quase que, automaticamente, pensamos em um inteiro que pode ser dividido em partes iguais. No âmbito da sala de aula, materializamos a palavra “pedaço”, a partir de um “traço” de fração ou ainda de uma “vírgula”. O significado que damos a esta representação pode ser generalizado, na forma de $\frac{a}{b}$. Tal generalização foi construída historicamente e pode assumir vários sentidos: fração, razão e proporção.

A esse conjunto de ideias que se diferem dos números naturais, porque não são grandezas discretas, nem grandezas contínuas, justamente porque nos remetem à ideia de medida, denominamos de Conjunto dos Números Racionais. Esse campo numérico se caracteriza pela “densidade”, diferentemente do que ocorre com o campo dos números naturais que “contam” apenas objetos separados, “naturalmente” em unidades discretas, enquanto que o campo dos números racionais podem “contar” objetos que têm medidas diferentes.

Assim, ao falarmos as palavras: fração, razão e proporção somos obrigados a usar uma representação, $\frac{a}{b}$, que contém um sentido genérico: numerador e denominador. No entanto, pensar a fração tem significado distinto de pensar a razão que, por sua vez, tem significado distinto de pensar a proporção.

Considerando esse movimento constante entre pensamento e palavra, Vygotsky (2009) identifica que o significado de uma palavra é mutável. A mutabilidade do significado de uma palavra também é determinada pelo sentido atribuído a ela em diferentes contextos.

Vamos a mais um exemplo. Quando dividimos uma pizza em oito partes e pegamos três, dizemos que pegamos “três oitavos” da pizza e a representamos por $\frac{3}{8}$, ou ainda 0,375. No entanto, quando dividimos quarenta pessoas em oito grupos, dizemos que cada grupo tem cinco pessoas e se, quisermos saber quantas pessoas teremos em três grupos, dizemos quase que, automaticamente, a palavra “quinze”.

O que muda de um exemplo ao outro? Por que não nos utilizamos, no segundo exemplo da palavra “oitavos”? Ou ainda, porque evitamos responder que, quarenta pessoas divididas em oito grupos equivalem a “quarenta oitavos”?

Talvez, porque, quando nos referimos à pizza, estamos mobilizando nosso pensamento para “pensar” grandezas contínuas e, em se tratando de pessoas, estamos mobilizando nosso pensamento para “pensar” grandezas discretas. Em suma, no primeiro exemplo, a qualidade do número indica medida, enquanto no segundo, a qualidade do número indica unidades "naturalmente" separadas.

No primeiro caso, para efetuar a "contagem" precisamos criar uma unidade de medida, enquanto no segundo, basta fazer correspondência um a um.

Vygotsky, baseando-se nos estudos Paulham[5] traz a distinção feita por este autor entre significado e sentido. O sentido é dinâmico, fluídico, a "soma de todos os fatos psicológicos" despertado pela palavra na consciência e o significado é apenas uma das zonas adquiridas pelo sentido em determinado contexto.

> A palavra incorpora, absorve de todo o contexto com que está entrelaçada os conteúdos intelectuais e afetivos e começa a significar mais e menos do que contém o seu significado quando a tomamos isoladamente e fora do contexto: mais, porque o círculo dos seus significados se amplia, adquirindo adicionalmente toda uma variedade de zonas preenchidas por um novo conteúdo; menos, porque o significado abstrato da palavra se limita e se restringe àquilo que ela significa apenas em um determinado contexto. (VYGOTSKY, 2009, p. 465).

Ainda com o pensamento de Paulham[6] em Vygotsky (2009) sobre o sentido da palavra, temos que este depende da compreensão de mundo, do conhecimento do indivíduo e, portanto, nunca estará completo, podendo uma palavra ser substituída sem alteração de sentido e vice-versa, dependendo-se do tipo de linguagem usada.

Vale a pena ressaltar que, é por meio da linguagem, com a comunicação, que os homens se reconhecem como humanos. As linguagens nascem num meio social de acordo com as necessidades "através das trocas linguísticas, o indivíduo se certifica de seu conhecimento do mundo e dos outros homens, assim como de si mesmo, ao mesmo tempo em que participa das transformações em todas essas esferas.". (BORDINI; AGUIAR, 1993, p. 09).

Não há como construir significados das coisas fora da linguagem. A linguagem não expressa um pensamento pronto. Ao passar de pensamento para a linguagem, o mesmo se modifica, realizando-se na palavra.

Nesse processo dinâmico entre sentido e significado é que os sujeitos constituem o repertório para ler e interpretar o mundo, significando suas ações e dando sentido à sua existência, com o uso de diferentes linguagens.

---

[5] Sem referência em Vygotsky (2009).
[6] Sem refereência em Vygostky (2009).

Sob a inspiração de Paulo Freire, Corrêa (2009, p. 97) define que ser leitor "está além da capacidade de decodificar os símbolos da linguagem escrita, mas exige a capacidade de atribuir significados, de processar e interpretar criticamente as informações veiculadas.".

Costa (2007, p.250) indica que a linguagem tem assumido papel privilegiado na construção e circulação de significados uma vez que não servem apenas para relatar fatos, mas o constituem: "o significado é sempre produto da forma como esse objeto é socialmente construído por intermédio da linguagem de alguém.".

No caso da linguagem Matemática, Santos (2009, p.118), pautando-se em Gómez-Granell, define a linguagem Matemática como um conjunto de símbolos construídos conjuntamente com o conhecimento matemático e tem como objetivo principal tornar os conhecimentos matemáticos mais manipuláveis de modo a permitir a realização de inferências, generalizações e novos cálculos, pressupondo que "a Matemática pode ser tomada como uma maneira particular de observar e interpretar aspectos da realidade, utilizando uma linguagem específica diferente da linguagem corrente [...]". Desta forma, damos à linguagem Matemática o sentido de constituinte de uma maneira de interpretarmos o mundo.

A proposta desta pesquisa, que considera a Matemática como uma dessas linguagens que interpreta o mundo, tomará como parceria a linguagem literária, por entendermos profícua e essencial para a liberdade de expressão, abstração, generalização e desenvolvimento da criatividade.

Smolka (1995) nos alerta quanto à impossibilidade de observarmos os "processos de significação e produção de sentido", no que diz respeito à complexidade desses processos quanto à identificação do que se passa na transição do pensamento para a palavra. No entanto, o que é possível, através de processos analíticos, é tornar visível alguns aspectos entre referentes e referências no processo de comunicação.

Assim, quando propomos aos estudantes, por exemplo, a leitura de um capítulo onde o autor explora a ideia de proporção esperamos que estes explicitem os significados que dão ao conceito de número racional, em algum de seus vários sentidos no contexto da linguagem Matemática sob a mesma representação simbólica $\frac{a}{b}$.

Romanatto (1999) apresenta seis "personalidades", nós diríamos sentidos, que o número racional pode assumir: medida, quociente, razão, operador multiplicativo, probabilidade e número, onde todos são representados na forma simbólica e generalizada, $\frac{a}{b}$, porém cada personalidade, apresenta um sentido, o qual é determinado pelo contexto onde é empregada. Aqui, o significado da palavra racional foi generalizado na forma $\frac{a}{b}$ e os sentidos variam de acordo com os contextos em que são utlizados.

Conforme já apresentamos anteriormente, a representação simbólica $\frac{a}{b}$ tem o sentido de medida quando o contexto exige que se faça uma relação entre parte e todo. Assim, a pergunta: quantas vezes determinada unidade cabe no todo? Tem como princípio a comparação entre duas grandezas (ROMANATTO, 1999). A unidade pode caber exatamente um número inteiro de vezes, isso não é regra e sim exceção.

Na maioria dos casos a unidade considerada não cabe um número inteiro de vezes e aí surge a necessidade de saber o que fazer com a sobra.

Essa necessidade é histórica, percebida pelos egípcios por ocasião da repartição das terras à margem do Rio Nilo, segundo Caraça (1951).

Neste contexto a fração $\frac{a}{b}$ representa um número, pertencente a um novo conjunto numérico, gerado a partir da incapacidade de utilização de números inteiros para representar o número de vezes que certa unidade cabe no todo.

Esse fato fez com que, historicamente, um novo campo numérico fosse criado.

Nesse sentido, Caraça (1951, p. 36) apresenta duas vantagens da criação desse novo conjunto numérico – conjunto dos números racionais:

> 1ª – É possível exprimir *sempre* a medida dum segmento tomando outro como unidade; se, por exemplo, dividida a unidade em 5 partes iguais, cabem 2 dessas pastes na grandeza a medir, diz-se que a medida é o *número* $\frac{2}{5}$.
>
> 2ª – A divisão de números inteiros m e n agora pode sempre exprimir-se simbolicamente pelo número raciona $\frac{m}{n}$ - o cociente de 2 por 5 é o número *racional fraccionário* $\frac{2}{5}$, o cociente de 10 por 5 é o número *racional inteiro* $\frac{10}{5} = 2$.

No contexto em que determinada quantia precisa ser dividida em partes iguais, a forma $\frac{a}{b}$ toma o sentido de partição onde a fração é o número que representa o quociente de uma divisão, ou seja, dada a quantidade de agrupamentos necessários o quociente representaria a quantidade de elementos em cada agrupamento. (ROMANATTO, 1999).

Já a razão pode ser associada com a proporção quando seu sentido é “uma relação de comparação multiplicativa entre duas quantidades de mesma medida” (ROMANATTO, 1999, p. 42).

Usando o exemplo de Romanatto (1999) das duas jarras de suco de laranja, onde uma é preparada com duas partes de suco e três de água e a outra com uma de suco e duas de água, pergunta-se: qual dessas jarras tem o suco mais concentrado? Aqui, percebemos a relação de comparação entre parte/parte (suco/água).

Vale à pena considerar que, no capítulo IV[7] do livro “O Homem que Calculava” Malba Tahan propõe um problema que envolve o sentido de razão quando apresenta a relação de 1 para 3 e 7 para 3 onde 1 e 7 são a quantidade de pedaços de pão comida pelo xeique, pois cada um dos três pães do amigo foi repartido em 3 pedaços, gerando um total de 9 pedaços dos quais 8 foram comidos pelo viajante e 1 pelo xeique. Já os 5 pães que o homem que calculava possuía geraram 15 pedaços, sendo 8 consumidos pelo próprio homem que calculava e 7 pelo xeique, totalizando uma partição de 24 para 3, cabendo a cada personagem 8 pedaços de pão.

O texto escrito, com o emprego do artigo “**o**” na frase “Pois bem – sugeriu o xeique – juntemos esses pães e façamos uma sociedade única. Quando chegar a Bagdá prometo pagar com 8 moedas de outro **o** pão que comer!” (MALBA TAHAN, é um pseudônimo e não deve ser invertido,1994, p. 21), não deixa claro se o xeique se referia ao pagamento por pão inteiro ou ao pedaço que comesse, pois o xeique comeu 8 pedaços em 3 que foram repartidos cada um dos 8 pães, comendo assim $\frac{8}{3}$ dos pães, ou seja, 2 pães inteiros e mais $\frac{2}{3}$, uma quantidade racional. Se o pagamento fosse por pão inteiro, deveria pagar com apenas 2 moedas de ouro, porém, se o pagamento fosse por pedaço, aí sim a resolução se apresenta correta, ou seja, 8 moedas.

Este texto escrito fez parte de nossa pesquisa. Dessa forma, concordamos com Vygotsky (2009) quando este afirma que, a linguagem escrita exige o emprego de muito mais palavras para ser compreendida, pois o interlocutor está ausente. As palavras são empregadas

[7] Neste capítulo a problemática é que um viajante possui 3 pães inteiros e o outro possui 5 pães inteiros que devem ser repartidos entre 3 pessoas: o xeique, e os dois viajantes. Assim, os pães inteiros gerariam 9 e 15 pedaços, respectivamente, totalizando 24 pedaços, cabendo a cada um, 8 pedaços. Na hora de pagar o pão consumido o xeique entrega 3 moedas a um e 5 moedas ao outro, o que é contestado pelo homem que calculava, pois este mostrou que o amigo, que contribuiu com 3 pães inteiros, que repartidos entre os viajantes geraram 9 pedaços, devia receber 1 moeda e ele, que contribuiu com 5 pães inteiros, que repartidos entre os viajantes geraram 15 pedaços deveria receber 7 moedas.

com seus significados formais para que se exprima o pensamento do autor, o que dá ao texto escrito uma sintaxe mais complexa. Na linguagem escrita temos que transmitir com palavras o que a entonação da fala, os olhares, a própria situação, permitiria ser captada na linguagem falada.

No caso do livro de Malba Tahan, especificamente no capítulo IV, entendemos que a linguagem escrita transmite um duplo sentido, uma vez que não deixa explicito se o artigo "**o**" refere-se ao pão inteiro ou ao pedaço consumido. Porém, essa é a grande contribuição do texto literário, deixar lacunas para que o leitor o interprete a partir do seu repertório, dando-lhe o sentido que lhe convier.

Voltando aos sentidos da fração em Romanatto (1999, p.43), encontramos a representação $\frac{a}{b}$ como operador multiplicativo quando representa a estrutura multiplicativa dos números racionais tendo como exemplo que "a) $\frac{3}{4} = \text{três vezes } \frac{1}{4}$, b) $\frac{3}{4} = \text{uma vez } \frac{3}{4}$, c) $\frac{3}{4} = \frac{3}{4} \text{ vezes um}$ e d) $\frac{3}{4} = \frac{1}{4} \text{ três vezes}$".

Tomemos agora a fração como probabilidade quando se considera a relação "chances favoráveis e chances possíveis" como ampliação da relação parte todo do sentido da medida abordado anteriormente (ROMANATTO, 1999).

Por fim, o autor aponta que em algumas situações a representação simbólica $\frac{a}{b}$ representa um número localizável na reta numérica, devendo ser um sentido abordado ao se tratar de fração como medida e como quociente. (ROMANATTO, 1999).

Como podemos observar o número racional pode ter vários sentidos e assumir vários significados dependendo do contexto em que a sua representação simbólica $\frac{a}{b}$ é apresentada. O mesmo acontece com outros conteúdos da Matemática, como, por exemplo, potenciação, áreas e valor posicional, abordados em nossa pesquisa nos capítulos selecionados, lidos e explorados com os estudantes.

A linguagem falada permite o uso de abreviações de frases que podem ser completadas visualmente, por gestos, mímicas, olhares, entonações, insinuações. A linguagem falada pressupõe um diálogo entre pessoas que conheçam o assunto, gerando um discurso formado por réplicas conscientes e intencionais. (VYGOTSKY, 2009).

A linguagem literária representa o histórico, o político e o social, sem que, necessariamente, represente o contexto real. Permite com que os homens se percebam no texto pela identificação e relação entre o descrito e o vivido. Ou seja, permite com que se atribua sentido e significado ao que se lê a partir do seu repertório, recorrendo a lembranças e conhecimentos vivenciados, adquiridos, que o permitam formular hipóteses a serem confirmadas ou refutadas pelo texto.

> O conhecimento lingüístico, o conhecimento textual, o conhecimento de mundo devem ser ativados durante a leitura para poder chegar ao momento da compreensão, momento esse que passa desapercebido, em que as partes descritas se juntam para fazer um significado. (KLEIMAN, 2004, p. 27).

No caso específico do livro: “O homem que calculava” o histórico, o político e o social são representados da seguinte forma: a) o cenário onde se desenvolve o enredo: o Oriente, onde grande parte da Matemática se desenvolveu pela necessidade de se estabelecer relações comerciais entre os povos; b) nas personagens como o xeique, o vizir, o viajante, a filha do xeique, o ministro, o comerciante, a escrava que tem seus papeis bem definidos na sociedade oriental onde se passam as estórias; c) a cultura como o direito da maior parte da herança ao primogênito, a mulher que não pode ser vista e fica escondida atrás de um reposteiro para assistir a aula ser dada de forma oral, ter sempre uma manifestação em forma de versos; d) a religiosidade presente em todo início e término de trabalho.

A palavra no livro “O homem que Calculava” assume o papel de explicitação do fascínio do autor pela cultura oriental, pela matemática e pela sua preocupação com o ensino da Matemática. Por intermédio da palavra, o autor convence o leitor da importância da matemática para a humanidade, quando, por exemplo, no capítulo XX, a personagem conta a importância do zero, do valor posicional ocupado pelos algarismos, o surgimento das bases numéricas e o representação escrita do numeral gerando uma padronização, essencial para o estabelecimento de relações comerciais. Ou seja, a palavra é a expressão do pensamento, do conhecimento do autor, na tentativa de tornar público o seu imaginário, a maneira que vê a matemática e indicar, de certa forma, como ela deve ser ensinada.

Entendemos que, apesar do histórico, político e social das escolas brasileiras serem diferentes daqueles apresentadas nas estórias de Malba Tahan elas podem frequentar as nossas salas de aula porque é um meio de despertar o olhar do estudantes para sua realidade, à partir das relações que estabelece entre o contexto da obra e sua realidade. Aqui, tem-se a intenção que ao entrar em contato com estas estórias, os estudantes percebam as relações humanas históricas que levaram a constituição da Matemática enquanto Ciência. Nesse sentido, a palavra escrita assume o papel de meio para que as informações, as descobertas histórias fiquem perpetuadas revelando o comportamento de uma sociedade, sua produção cientifica e cultural, mesmo que retratando em estórias ficcionais. A palavra escrita possibilita o acesso à produção de conhecimento. Ela é atemporal ultrapassa barreiras. Ela permite a expressão do pensamento para quem quiser conhecê-lo.

No capítulo a seguir, argumentaremos mais sobre a linguagem literária, a leitura, o surgimento de textos literários de Matemática e a importância de Malba Tahan como escritor e como professor para o trabalho com literatura e Matemática.

4. CAPÍTULO 3 - A LEITURA, A LITERATURA E PRODUÇÃO DE SIGNIFICAÇÕES NAS AULAS DE MATEMÁTICA

Neste capítulo buscaremos estabelecer algumas relações entre a leitura de textos literários e textos literários matemáticos a fim de compreender a formação do cidadão leitor. Também faremos breve discussão sobre a indústria editorial do Brasil na produção de livros paradidáticos desde os anos 90 do século XX, apontando seus principais objetivos e interesses.

4.1. A sociedade e o cidadão leitor

Na atual sociedade da informação se faz cada vez mais necessário a formação de leitores críticos do mundo, capazes de perceber o seu papel enquanto consumidores e propagadores dessas informações, e assim, determinando estilos de vida, culturas, ações políticas e educacionais. Uma vez que encontram-se expostos a uma carga imensa de informações, do tipo: publicitária, educativa, política, cultural, entre outros, veiculadas pelas mídias, visando a absorção imediata e compulsiva de bens de consumo, fomentando a sociedade capitalista.

Costa (2007, p.256) indica que o tipo de leitores que a essa sociedade requer são aqueles "capazes de transformar aquilo que lêem em conceitos pessoais, bem como de estabelecer diversas relações entre o objeto de leitura e o restante dos conceitos de mundo de que dispõem." para agirem com criticidade e serem capazes de discernir o essencial do supérfluo. Ainda para esta autora, a leitura é a emissão de juízos de valor construídos a partir das representações do conhecimento que o leitor faz do fato lido. Assim, a leitura se processa sobre conteúdos da realidade que têm sentido na mente do leitor pelas representações por ele estabelecidas dessa realidade. (COSTA, 2007, p. 247).

As interpretações das leituras e, não estamos falando apenas da leitura de textos escritos, estamos englobando todas as formas de representação ideológica como arte, comportamentos, relações sociais que determinam o momento histórico, dependem do arcabouço cultural construído a partir das representações que se faz da realidade.

Elaborar esse repertório depende da exposição aos bens culturais construídos historicamente, levando-se em consideração que estamos rodeados de apelos e estímulos sensoriais que facilmente envolvem os mais vulneráveis desencadeando o não discernimento das intenções da sociedade de consumo.

Nesse sentido, reiteramos que a matemática é uma prática social por se tratar de uma forma de leitura de mundo, com simbologia específica carregada de valor, influenciada pelas escolhas dos conteúdos relevantes e metodologias utilizadas no acesso a eles em cada período histórico. Esse fato pode ser verificado nas tendências em Educação Matemática como a EtnoMatemática, ainda que não seja considerada por todos os educadores matemáticos, metodologia de ensino, a Modelagem Matemática, a Resolução de Problemas, entre outras, que vem mudar a lógica da Matemática neutra, isenta de valor, protegida de qualquer influência cultural.

Neste trabalho, entendemos que, a constituição do cidadão leitor perpassa pela leitura e interpretação da matemática, que como linguagem possibilita a percepção do mundo e de suas relações.

Aqui, a palavra é essencial, é o meio pelo qual se terá acesso ao conhecimento, seja ela verbalizada oralmente ou escrita.

Para tanto, propomos um trabalho com textos literários em aulas de matemática, por entender que a leitura desse gênero textual pode apresentar a realidade de forma ficcional, permitindo ao leitor um distanciamento e ao mesmo tempo uma aproximação da realidade.

Distanciamento porque o leitor é capaz de criar um mundo de fantasias onde lhe é permitido infringir regras, extrapolar limites, o que também o aproxima da realidade, pois ao infringir as regras, extrapolamos limites toma-se consciência deles.

No caso específico do ensino de matemática tão preso a formalismos e repetições incansáveis de procedimentos técnicos sem sentido, o uso da literatura mostrará a matemática como meio para solucionar problemas reais, fantasiados no texto literário, possibilitando o estudante a formulação de hipóteses, a criação de estratégias para a resolução de problemas, que podem ser resolvidos de maneira simples ou de maneira mais complexa como no caso das estórias do livro “O homem que calculava”.

4.2 A linguagem literária e a linguagem matemática

A comunicação humana pode se dar de diversas maneiras: por meio de gestos, mímicas, expressões faciais, corporais, pictóricas, oral, textual, entre outras. Dessa forma, ao dar significações e produzir significados às coisas pela linguagem, entendemos que as pessoas podem utilizar-se destas diversas maneiras para se expressarem, de forma que possam compreender e conhecer a realidade à sua volta.

No caso específico desta pesquisa, ao produzirem significações e sentidos aos conteúdos matemáticos, desenvolvidos na sala de aula a partir da leitura de textos literários esperamos que os estudantes utilizem-se destas maneiras para se manifestarem. Ou seja, a partir de gestos, mímicas, expressões faciais, corporais, pictóricas, oral, textual, entre outras. Temos como intenção que os estudantes ao entrarem em contato com as estórias de Malba Tahan, explicitem os conhecimentos matemáticos abordados no texto, e o reconheçam como meio para resolver problemas históricos apresentados de forma lúdica e fantasiosa. Além disso, os estudantes poderão emitir juízos de valor sobre as atitudes da personagem explicitando seu caráter, sua formação religiosa, sua percepção enquanto sujeito histórico.

Vale a pena ressaltar que, desde bebê é possível estabelecer uma comunicação através do choro, que pode indicar fome ou dor, ou expressões faciais de alegria ou sofrimento. Conforme vamos crescendo, aprendemos a falar, a ler e a escrever, sendo que o domínio da escrita representa uma forma de poder e controle “a faculdade da linguagem situa-se no centro de nossa concepção de gênero humano, a fala nos torna humanos e a escrita nos torna civilizados.” (MARCUSCHI, 2008, p. 21).

Neste sentido, apresentaremos algumas considerações sobre a linguagem literária e a linguagem matemática, bem como a relação entre ambas.

4.2.1 A linguagem literária

Para falarmos de linguagem literária precisamos defini-la e caracterizá-la enquanto gênero textual, capaz de sensibilizar e mobilizar o indivíduo para liberar suas emoções, suas vivências ativando seu intelecto para a produção de conhecimento matemático.

É uma linguagem atemporal, sobrevive em diferentes contextos sempre tendo o que ensinar ao homem, independente da época em que se leia uma obra literária. Aparentemente, rompe com a realidade ao enunciá-la nos libertando dos estereótipos de um mundo insensível retratado pela linguagem cotidiana (MICHELETTI; BRANDÃO, 2007).

Para Bordini e Aguiar (1993, p. 13):

> a linguagem literária extrai dos processos histórico-politico-sociais nela representados uma visão típica da existência humana. O que importa não é apenas o fato sobre o qual se escreve, mas as formas de o homem pensar e sentir esse fato que o identificam com outros homens de tempo e lugares diversos.

O texto literário tem lacunas que devem ser preenchidas pelo leitor de acordo com suas experiências, suas vivências, despertando o imaginário na criação de um mundo fantasioso, ficcional, permitindo o leitor vivenciá-lo, recriando e reinterpretando o mundo real.

Neste sentido, o trabalho que estamos desenvolvendo visa romper com o ensino tradicional de matemática, introduzindo no cotidiano da sala de aula de matemática textos onde os estudantes possam imaginar, criar e perceber que a leitura nas aulas de matemática pode possibilitar o aprendizado da mesma. Ou seja, temos como intenção que os estudantes através dos textos literários compreendam pela linguagem matemática, o mundo que está em sua volta, ainda que, no livro em questão, apresente uma cultura totalmente diferente da nossa.

4.2.2 O surgimento dos textos literários de Matemática

Apresentaremos um breve levantamento, à partir das pesquisas, do surgimento de textos literários de Matemática no Brasil. Consideraremos, por exemplo, em que contexto histórico foram produzidos e quais suas intencionalidades.

O surgimento de textos literários de matemática pode ser datado na década de 30, do século XX, com a obra “Aritmética da Emília” escrita por Monteiro Lobato e as obras de Malba Tahan. Ressalta-se que, o segundo autor, chegou a ser condecorado pela Academia Brasileira de Letras pela obra “O Homem que Calculava” em 1939. (SIQUEIRA FILHO, 2008).

Tanto as obras de Monteiro Lobato, quanto as de Malba Tahan podem ser consideradas as precursoras de um tipo de texto que viria a surgir nos anos 80 do século XX: o paradidático, cuja intenção dos seus autores era romper com o ensino tradicional de matemática, considerando a literatura como um meio que possibilitaria uma aprendizagem prazerosa e significativa. (DALCIN, 2002).

Mas, o que seria uma matemática tradicional? Até que ponto, estudar este tipo de matemática não proporcionava aos estudantes a produção de sentidos e de significados sobre os conteúdos estudados?

A matemática tradicional a que estamos nos referindo tem como característica a execução de técnicas e procedimentos repetitivos, nesse sentido, fica difícil os estudantes explicitarem os sentidos e significados que produziam enquanto estudavam.

Já a matemática significativa que Monteio Lobato e Malba Tahan propunham tinha as seguintes características: a ludicidade, a criatividade e a resolução de situações-problemas.

Em “Aritmética da Emília”, por exemplo, Monteiro Lobato tem a preocupação em desenvolver um conteúdo matemático do ensino elementar, a partir de um contexto narrativo, pois acreditava que assim possibilitaria o desenvolvimento intelectual e imaginativo das crianças instigando a curiosidade e o desejo de aprender pelo prazer da leitura.

Monteiro Lobato era uma pessoa envolvida em discussões sobre educação e se tornou um defensor dos ideais Escolanovistas[8], de uma escola democrática, criadora de um novo homem. Em suas obras apresenta um humor crítico e defende uma liberdade imaginativa e criativa para o desenvolvimento do ser humano. (DALCIN, 2002).

Aqui, a palavra escrita tem como principal objetivo sensibilizar o leitor possibilitando que o mesmo perceba as relações entre a matemática e o meio.

Já, Julio Cesar de Mello e Souza – Malba Tahan - também se preocupava com a qualidade do ensino de matemática.

Autor de diversas obras de divulgação Matemática, Didática da Matemática e Literatura, Malba Tahan procura transmitir aos seus leitores a maior quantidade de informação com muita fidelidade, inserindo em seu texto, muitas notas explicativas e indicações de textos complementares.

Seus textos literários têm como foco o enredo da história e não o conteúdo matemático, que aparece interdependente no texto, em conceitos e cálculos a serem desenvolvidos dentro da lógica da história. (DALCIN, 2002).

Tanto Monteiro Lobato quanto Malba Tahan acreditam no ensino da matemática por meio de narrativas que envolvem o leitor em um meio fantasioso, através de descrições detalhadas de cenas, pessoas dentro de um contexto histórico, envolvendo afetivamente o leitor que se afina com a personagem chegando a torcer por ela. Porém os textos também apresentam aspectos da realidade, como por exemplo a condição de submissão da mulher muçulmana apresentada no capítulo IX do livro “O homem que Calculava”, quando a jovem filha do xeique não pode ser vista durante a aula de matemática ministrada pelo calculista, apresentando assim uma realidade que não torna o texto alienante. (DALCIN, 2002).

[8] Escolanovista é um movimento educacional que surge no final do século XIX em oposição à Pedagogia tradicional, mudando o foco das ações pedagógicas para o psicológico, o biológico, o espontâneo, o metodológico, o não diretivo, o qualitativo, o experimental. Teve como principal divulgador por John Dewey. (SAVIANI, 2002).

Mas, foi na década de 70 do século passado, que os paradidáticos começam a aparecer com mais ênfase no Brasil. Este fato está relacionado aos desdobramentos de políticas de Estado que envolviam os livros didáticos, a partir de acordos firmados nos anos 60, entre Brasil e Estados Unidos – MEC/USAID, que propiciou a criação da COLTED - Comissão do Livro Técnico e do Livro Didático. Tal comissão tinha como objetivo controlar a produção e distribuição de livros.

O crescimento do mercado editorial brasileiro teria sido diretamente influenciado por essa comissão, às custas de muitas negociatas que beneficiavam ilegalmente os que participavam, direta ou indiretamente das deliberações dessa comissão. Denúncias, no início da década de 70 levaram a extinção da COLTED e a implantação da INL – Instituto Nacional do Livro que, junto com o setor privado, controlaria, coordenaria e co-editaria livros didáticos (DALCIN, 2002).

Em 1971 a Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional – 5692/71 prevê a introdução de textos literários no currículo escolar privilegiando autores nacionais. Essa deliberação estimulou a criação de um novo tipo de livro: o paradidático que, em um primeiro momento, era a didatização[9] de clássicos da literatura e trazia um encarte com perguntas que direcionavam a leitura e interpretação do livro, sendo a editora Ática uma das precursoras. (DALCIN, 2002).

O surgimento do nome de paradidático ainda causa controvérsias, porém o fato é que na época essa denominação tinha como propósito criar uma política de marketing com fins comerciais. (DALCIN, 2002)

Inicialmente, só existiam paradidáticos de Língua Portuguesa e História, em meados dos anos 80, todas as disciplinas haviam sido contempladas com esse tipo de texto.

No que diz respeito à área matemática. As primeiras coleções de paradidáticos de matemática para as séries finais do Ensino Fundamental: “Vivendo a Matemática” da editora Scipione e “A Descoberta da Matemática” da editora Ática surgiram para subsidiar o ensino de matemática, porém se apresentaram de maneiras bem distintas. Dalcin (2002, p.24) caracteriza a primeira coleção da seguinte forma:

[9] Didatizar é tornar um livro clássico mais acessível, com introdução para contextualizar o texto, notas explicativas, capas e ilustrações atraentes, convidativos à leitura, além de encarte com uma ficha que direciona a leitura e a interpretação do texto. (DALCIN, 2002).
Texto didatizado é um texto em que o autor do livro didático ou o professor se apropriam e o utilizam para o ensino. Esses textos não foram escritos para esse fim, por isso a necessidade do autor do material didático, ou o professor, torná-lo mais acessível (SILVA; et al, 2007, p. 32).

> (...) assinalo a originalidade das abordagens, exploradas a partir de vários recursos. Dentre esses recursos destaco o uso de pequenas narrativas ou textos informativos com enfoque prático, de ilustrações que interagem com o texto escrito com maior ou menor articulação, de atividades que valorizam a intuição e a lógica Matemática e atividades que aproximam situações de vida cotidiana de conteúdos de sala de aula. A História da Matemática é utilizada em algumas obras como auxilio na contextualização de assuntos como Sistemas de Numeração e Medidas. Existe um cuidado com o rigor da linguagem Matemática que vai aparecendo imbricada, complementando o texto escrito podendo estar inserida em ilustrações. Cada obra é organizada a partir de pequenos capítulos que se complementas, embora não, necessariamente, exista uma sequencia de leitura a ser seguida.

Já a segunda coleção, segundo Dalcin (2002), segue os padrões adotados para as coleções de Língua Portuguesa, apresentando também encarte com ficha de atividades. A própria autora da coleção, Luzia Faraco Ramos comenta como escreve os livros:

> A pedra fundamental de cada obra é o conteúdo matemático que vou desenvolver, O passo seguinte é imaginar onde esse tema pode aparecer no cotidiano das pessoas. Procuro incluir também um outro plano em todas as histórias: a construção da consciência ambiental, abordando aspectos ecológicos como pesca não-predatória, plantio de grama, despoluição e a trama que poderá envolvê-los. Assim, sinto que estou humanizando a Matemática. (...) Acredito que a série trouxe uma brisa renovadora para o ensino da Matemática. Quando estava lecionando, procurava melhores caminhos para que meus alunos compreendessem os conceitos, a partir de nossas vivências em salas de aula. Com certeza, isso não tem nada a ver com decorar fórmulas de modelos prontos. Logo descobri que o conhecimento só é real se construído em cada aluno. O meu desejo é de que cada livro da série possa ser um caminho através do qual o aprendizado fique recheado de experiências e descobertas, de uma forma mais agradável e natural. (RAMOS[10] apud DALCIN, 2002, p. 27).

A partir daí várias outras coleções de paradidáticos de matemática surgiram mantendo-se o intuito de valorização do lúdico, de forma a ajudar tanto na construção do conhecimento matemático, quanto na integração entre outras linguagens. Buscou-se ainda, incorporar novos conteúdo e atender as novas tendências do ensino de matemática, principalmente as apresentadas pelos Parâmetros Curriculares Nacionais[11], sendo agora produzidos com mais detalhes devido o desenvolvimento dos recursos de editoração (DALCIN, 2002).

Os estudos de Dalcin (2002) mostram que o contexto do surgimento de livros paradidáticos em primeira vista tem interesses de mercado, os quais aproveitam-se das

---

[10] Entrevista concedida a Ática e disponível em www.atica.com.br/destaques/luzia_faraco.asp. Acesso: 05/09/2001, porém o link não se encontra mais disponível.

[11] Parâmetros Curriculares Nacionais é um referencial que apresentam as intenções educacionais para o Brasil, definindo temas, conteúdos e metodologias para o ensino dos componentes curriculares. A inovação está no aparecimento de temas transversais que perpassam todas as séries e conteúdos na tentativa de se tratar problemas sociais em todos componentes curriculares levando o estudante a associar o conhecimento escolar com a vida cotidiana.

orientações da LDB que indicam a necessidade da escola desenvolver um trabalho com textos literários. Nesse sentido, procura-se didatizar clássicos da literatura e explorar o potencial mercadológico com livros em todas as disciplinas, apresentando os conteúdos escolares de forma lúdica, contextualizada, relacionada com o cotidiano do estudante e com temas de relevância social, rompendo com o ensino tradicional.

Os elementos apresentados pelos livros paradidáticos, muitas vezes, descaracterizam o objetivo de levar o leitor a preencher as lacunas do texto literário com suas experiências e criatividade, buscando o conhecimento necessário para preenchê-las, tornando, assim, o texto um meio para o desencadeamento de ideias e formação de conhecimento, extrapolando o caráter de entretenimento (YASUDA; TEIXEIRA, 2007).

Muitas vezes os textos paradidáticos retratam conflitos vividos pelos adolescentes, com linguagem muitas vezes estereotipada e, principalmente em alguns paradidáticos de matemática, o texto traz situações de sala de aula transpondo-se a aula para o livro, trazendo tudo muito resolvido, respondido e acabado, como é o caso da coleção “Descoberta da Matemática” analisada por Dalcin (2002).

A partir do que apresentamos até aqui, sobre os livros paradidáticos e sobre os pressupostos de Vygotsky, entendemos que a palavra, pode exercer o papel de interlocutora entre o pensamento do autor, registrado de forma escrita em seu texto literário e, o pensamento do leitor que a percebe a partir de seu repertório, que pode ser explicitado a partir da palavra falada e escrita.

No caso desta investigação, o livro de Malba Tahan pode exercer o papel de interlocutora entre as idéias do autor e o pensamento dos estudantes da Educação Básica que as percebem, a partir de seus repertórios e as explicitam, a partir da palavra falada e escrita. A este processo estamos denominando de produção de sentidos e de significados matemáticos, explicitados por estudantes da Educação Básica.

Vale a pena ressaltar que o livro: “O homem que calculava”, usado nesta pesquisa, como meio para a produção de significações e de sentidos não é um paradidático, pois, apesar de trazer situações matemáticas instigantes, usar a História da Matemática como cenário, apresentar ludicamente os problemas, entendemos que o autor deixa subscrito nas entrelinhas muito de sua concepção de ensino de matemática, a forma como esta foi constituída, indicando como o contexto privilegia as relações históricas de comércio entre povos da região do oriente.

Como exemplo, deste fato, apontamos o capítulo III, intitulado: “*Onde é* narrada *a singular aventura dos 35 camelos que deviam ser repartidos por três árabes. Beremiz Samir* *efetua uma divisão que parecia impossível, contentando plenamente os três querelantes. O lucro inesperado obtido com a transação.*”

Neste capítulo, o pai deixa uma herança de 35 camelos para ser repartida de maneira proporcional entre os 3 filhos: o mais velho deveria receber a metade, o do meio a terça parte e o mais novo a nona parte. O autor, após descrever a estória, deixa implícitas as perguntas: Como fazer a vontade do pai se 35 não é divisível nem por 2, nem por 3 e nem por 9? É possível usar de uma estratégia matemática, como a de acrescentar 1 no começo e tirar 1 no final sem alterar o resultado da conta, tornando o número divisível?

Aqui, podemos observar um aspecto interessante: o tipo de sociedade retratada pelo autor: onde o primogênito deveria receber a maior parte, se contrapondo de alguma forma, ao que estamos acostumados no Brasil, quando tratamos de herança, onde na maioria das famílias, os bens são repartidos de forma igualitária entre os irmãos. Esta divisão parece ser um consenso, nas práticas sociais do nosso país, uma vez que, este direito está assegurado pela lei.

A solução proposta pelo autor: a de juntar mais um camelo para que então se tenha um número divisível por 2, 3 e 9 demonstra que é necessário perspicácia, fazer projeções, para se resolver alguns problemas matemáticos, uma vez que nem sempre a resolução do problema é imediata e que a grandeza a ser repartida é uma grandeza discreta, portanto, trata-se de uma razão e não de um quociente e para resolver esse problema conhecer os recursos da matemática facilita, pois permite a criação de estratégias de resolução.

De certa forma, o domínio do conhecimento matemático propiciou ao calculista certa vantagem na solução do problema, pois obteve a sobra de um camelo que solicitou a si como presente por ter resolvido o problema, sem que ninguém saísse perdendo.

Esse tipo de situação intriga o leitor, pois fica a expectativa da próxima proeza, da próxima solução mirabolante que o calculista irá efetuar, possibilitando ao leitor se lançar no levantamento de hipóteses e rever seus conceitos matemáticos, pois as soluções apresentadas fogem das tradicionais realizadas em sala de aula e até mesmo no dia a dia.

Neste capítulo, a palavra chave é “repartir”. Em determinado contexto, este verbo indica “dividir” em partes iguais. No entanto, no contexto apresentado pelo autor, tal fato não ocorre. Tal palavra indica uma razão. Ao mesmo tempo, o autor usa termos como: metade, terça parte e nona parte, indicando-nos em qual campo numérico se insere a partilha dos camelos. O sentido que o número racional assume é de razão, uma vez que camelos são grandezas discretas impossíveis de serem divididas como quocientes representando uma medida contínua, porém permissível de arredondamentos.

Ao inserir mais um camelo para fazer a partilha de forma que todos se dêem bem, o sentido que o número "um" assume é de unidade discreta que seria usada apenas como estratégia de cálculo, desnecessária, pois bastaria um arredondamento para mais que o problema teria a mesma solução e, por último, podemos analisar: "o que o autor sugere que se faça com as sobras?".

Na perspectiva de Malba Tahan, as sobras deveriam ir para quem solucionou o problema, porque o domínio do conhecimento matemático propiciou o cumprimento da vontade do pai, de forma que todos saíssem satisfeitos com o resultado, ou seja, o matemático sugere a premiação daquele que sabe resolver problemas matemáticos, de forma brilhante.

4.2.2.1 Malba Tahan e sua contribuição para a literatura Matemática

A seguir apresentaremos uma breve história do autor de "O homem que Calculava": Malba Tahan, indicando algumas de suas aspirações e intenções ao escrever textos literários de Matemática.

Júlio César de Mello e Souza nasceu aos 6 de maio de 1895 na cidade do Rio de Janeiro. Ainda criança mudou-se para a cidade de Queluz, onde passou sua infância. Durante as férias escolares, Mello e Souza confeccionou manualmente a revistinha ERRE que continha jogos, adivinhas, charadas e histórias de Salomão IV, seu primeiro personagem literário. (FARIA, 2004).

Em 1906, Júlio César de Mello e Souza ingressa no Colégio Militar onde passa 3 anos, antes de ser transferido para o Colégio Pedro II, pois conseguira uma semigratuidade. No Colégio Pedro II escrevia redações e vendia aos colegas a fim de ganhar uns contos de réis a mais para comprar chocolate e andar de bondinho junto com os amigos. Nesta época Júlio César de Mello e Souza não demonstrava gosto pela matemática, tendo até tirado notas vermelhas na disciplina. (FARIA, 2004).

Júlio César de Mello e Souza cursou Magistério e Engenharia Civil, mas optou por exercer a primeira profissão, em 1913 já lecionava para turmas do Externato do Colégio Pedro II.

Em 1918, quando trabalhava no jornal Imperial, tentou publicar seus primeiros contos. Porém, a publicação só saiu após sua autoria ter sido dada ao R. S. Slady, um americano criado por Júlio César de Mello e Souza. (FARIA, 2004). Slady e Salomão IV foram os primeiros pseudônimos adotados por Júlio César de Mello e Souza, ambos substituídos pelo árabe Malba Tahan.

Após 7 anos de preparação, de estudos sobre a cultura árabe, o autor compôs o seu personagem, de forma tão fidedigna, a tal ponto que sua nacionalidade foi questionada.

O nome de Malba Tahan foi composto a partir do sobrenome de uma aluna de Júlio César de Mello e Souza – Maria Zachusuk Tahan e a palavra islâmica Malba que significa o lugar onde se reúnem ovelhas para a ordenha. Mas, o próprio Júlio César de Mello e Souza define a origem do nome indicando que Malba é o nome de um oásis e Tahan significa moleiro – aquele que prepara o trigo. (FARIA, 2004).

No governo Getúlio Vargas, Júlio César de Mello e Souza foi autorizado a assinar Malba Tahan, como forma de reconhecimento das contribuições que trouxe à educação.

Como Malba Tahan, Júlio César de Mello e Souza, escreveu muitas obras literárias, mais de cem, entre elas: “Lendas do Oriente”, “A Sombra do Arco-Íris”, “O Homem que Calculava”. Escreveu ainda, livros didáticos de matemática, juntamente, com outros autores: Euclides Roxo e Cecil Thiré, por exemplo e livros sobre Didática da Matemática, onde deixa explicita sua indignação pela maneira “dura”, nada simplificada de apresentar a matemática aos estudantes, ainda que não negasse o rigor próprio da linguagem matemática. (SIQUEIRA FILHO, 2008).

Assim,

> o escritor Malba Tahan esperava que seus livros pudessem um dia educar e ensinar, não de forma fragmentada e destituída de significado e de significância para os seus leitores, mas com a mesma inteireza e a mesma complexidade da dupla missão com as quais os havia escrito. (FARIA, 2004, p. 47).

Em sua pesquisa Faria (2004) ainda apresenta uma citação do livro “A Arte de Ser um Perfeito Mau Professor” onde Júlio César de Mello e Souza indica as ações executadas por maus professores de matemática afirmando que estes: a) não oferecem problemas relacionados a outras disciplinas como Geografia, Física ou Química; b) não cogitam nenhuma aplicação prática da Matemática; c) falam de homens históricos como Erastótenes, Tales, Euclides, sem apresentar o contexto histórico de suas produções e, d) não usam nenhuma metodologia variada como jogos, uso de experimentos, limitando-se ao apenas à transmissão estéril e tradicional do ensino de Matemática.

> Muito mais que tentar interagir a Matemática com as demais disciplinas do currículo escolar, mas, sobretudo, buscando ensinar uma Matemática mais criativa, mais rica de significados e mais significativa para os seus alunos, o Prof. Mello e Souza, aliado ao escritor Malba Tahan, ia criando novas estratégias de ensino e aprendizagem da disciplina, testando-as em seus alunos e em seus leitores, buscando não perder o fio condutor do saber integral, que transcendesse os muros disciplinares explorados e contribuísse para a formação integral do ser humano que delas se aproximassem, quer sejam alunos e/ou leitores. (FARIA, 2004, p.81).

As obras do professor Júlio César de Mello e Souza, Malba Tahan, mostram o que pensa quanto ao papel da Matemática e da literatura, bem como, a relação entre Matemática e outros componentes curriculares da Educação Básica, na formação humana dos estudantes.

Vale a pena ressaltar que, assumimos neste trabalho, juntamente com o autor que, a Matemática é a ciência que contribui com a leitura e interpretação do mundo, com linguagem específica, criada a partir do próprio movimento de significação das relações homem-meio.

A nossa intenção em introduzir a leitura de livros literários em aulas de matemática é disponibilizar aos estudantes um repertório de conhecimentos disponibilizados em uma linguagem distinta da usualmente utilizada nas aulas regulares de matemática. Convidamos os estudantes a perceberem as distinções existentes entre os diversos sentidos e significados que podem ser produzidos, a partir das estórias que envolvem conteúdos matemáticos.

4.2.3 A leitura nas aulas de Matemática

No levantamento de pesquisas sobre o uso da leitura em aulas de matemática foi possível detectar que esta não é uma prática muito realizada, ou pouco pesquisada, pois há uma carência de pesquisa deste tema nos bancos de dados das agências.

Na prática de sala de aula, alguns professores de Matemática utilizam-se de poemas, histórias em quadrinhos, História da Matemática, mapas, gráficos, contas de serviços, panfletos de propagandas receitas ou bulas de remédio também considerados textos por Salmazo (2005).

Em seus estudos, Salmazo (2005) faz uso deles para analisar reações, atitudes e procedimentos dos estudantes, perante as leituras e interpretações de textos feitas pelos estudantes, durante as aulas de matemática. O autor pode concluir que ao trabalhar textos nas aulas de matemática os estudantes ficam mais dependentes do professor e ainda, que há grande dificuldade de interpretação, de leitura e de escrita. Alguns apresentam dificuldade de concentração. Aulas com esse tipo de metodologia são desestimulantes e penosas aos estudantes, apesar disso, os estudantes reconhecem sua importância.

Há de se considerar ainda que, muitos textos são utilizados apenas para contextualizar[12] a matemática, sem que trate de um conteúdo matemático específico. Porém, apresentam elementos que podem contribuir com o estudo de algum conteúdo, como porcentagem, funções, números decimais, juros, entre outros, inseridos em situações cotidianas possivelmente vividas pelos estudantes ou seus familiares.

Vale apena chamar a atenção para a tentativa de contextualizar a matemática. O cuidado a ser tomado com essa contextualização está atrelado a não "submeter as *práticas sociais* ao ritual escolar" (FONSECA; CARDOSO, 2009, p. 68, 69) e sim aproximar "o fazer matemático com o fazer cotidiano"

A escolha de um texto para ser trabalhado em aulas de matemática dependerá da intencionalidade do professor que, certamente, estará aliada à intencionalidade social da apropriação do conhecimento (MOURA, 2010) e requer o domínio de uma linguagem simbólica própria: a linguagem matemática, considerando-a como uma construção histórica, uma forma de expressão humana, necessária para a compreensão do mundo no qual o estudante está inserido.

Isto é, o texto a ser escolhido para o trabalho em sala de aula deve possibilitar a interpretação do mundo em suas múltiplas representações e para tanto é necessária a apropriação da linguagem matemática.

Fonseca e Cardoso (2009, p.65), ao caracterizarem textos matemáticos, afirmam que há ainda que se realçar a existência de diversos tipos de *textos matemáticos*, em que não predomina a linguagem verbal. "São textos com poucas palavras, que recorrem a sinais não só com sintaxe própria, mas com uma diagramação também diferenciada" As autoras ainda destacam os conteúdos desses tipos de textos como "exposição dos conteúdos, definições, demonstrações, resultados, etc.". (FONSECA E CARDOSO, 2009, p.65), portanto o professor que tem clareza dessa diferença poderá abordar os textos matemáticos apresentando aos estudantes a sua especificidade ensinando-lhes a interpretação dos mesmos.

Para Fonseca e Cardoso (2009, p.66) o uso de textos matemáticos pode

[12] Contextualização é entendida por Oliveira (2008) como a "utilização de uma grande diversidade de recursos didáticos, meios e estratégias entre os quais: a aproximação da escola como mundo real, a interdisciplinaridade, as aplicações práticas, as conexões entre os conceitos matemáticos, a História da Matemática, a resolução de problemas, os métodos de aprendizagem ativos e interativos, etc." (OLIVEIRA, 2008, p. 137).

> muito mais do que orientar a execução de determinada técnica, agregar elementos que não só favoreçam a constituição de significados dos conteúdos matemáticos, mas, também colaborem para a produção de sentidos da própria Matemática e de sua aprendizagem pelo aluno.

Nesta pesquisa, optamos por desenvolver um trabalho com textos literários, que apresentem aos estudantes a possibilidade de reflexão sobre sua realidade, estimulando a criatividade, a fantasia, própria de textos literários e a percepção da matemática como meio de interpretação da realidade, a qual se diferencia das anteriores no aspecto de não se tratar da utilização do texto como mero meio de se conhecer curiosidades matemáticas, ou de onde serão extraídos dados numéricos para se efetuar operações como porcentagens, ou fazer representações em forma de gráficos e diagramas, ou ainda como texto para simples resolução de problemas. Acreditamos que o texto vá para além da informação ou fornecedor de dados, ele pode estimular o senso crítico quando propicia a reflexão e relação com o contexto atual.

A seguir apresentaremos como esta pesquisa foi organizada, caracterizando que tipo de pesquisa fizemos, como foram realizadas as atividades para a construção dos dados e as análises.

5. CAPÍTULO 4 – OS CAMINHOS DA PESQUISA

Os caminhos da pesquisa visam atingir o objetivo proposto: analisar a produção de sentidos e significações matemáticas evidenciados pelos estudantes do 8º e 9º anos do Ensino Fundamental ao lerem um texto literário, onde o enredo é composto por problemas matemáticos, a fim de responder a questão: *quais sentidos e significados matemáticos podem ser produzidos por estudantes do 8º e 9º anos do Ensino Fundamental, de uma escola pública estadual da cidade de São Carlos, interior do Estado de São Paulo, a partir da leitura das estórias do livro "O Homem que Calculava"?.*

Para melhor descrever os caminhos percorridos nesta pesquisa, separamos este capítulo em 4 subitens onde apresentaremos: 1) o contexto e o cenário em que a pesquisa foi desenvolvida, caracterizando a escola; 2) a seleção dos estudantes/sujeitos e suas características; 3) como registramos os dados, o tipo de pesquisa que fizemos, o que pretendíamos e como fizemos para definir a categoria de análise: o papel da palavra escrita e falada na produção de sentidos e significados para os conteúdos matemáticos; como ocorreram os encontros, sua dinâmica; 4) do que falam os capítulos do livro "O homem que calculava" utilizado na pesquisa.

5.1 Contextualizando a pesquisa

A pesquisa foi realizada em uma escola pública, da rede Estadual de Ensino, localizada na periferia da cidade de São Carlos, interior do Estado de São Paulo, onde leciono da disciplina de Matemática desde 2008.

Em 2010, ano em que se iniciou a pesquisa, a escola funcionava em três turnos: manhã, tarde e noite, com 13 salas em cada turno e oferecia, no período da manhã, salas de 7ª série e 8ª série do Ensino Fundamental, salas com as três séries do Ensino Médio, com um total de, aproximadamente, 500 estudantes. No período da tarde a escola atendia estudantes da 5ª, 6ª e 7ª séries do Ensino Fundamental, também com aproximadamente 500 estudantes. O período noturno era todo oferecido às três séries do Ensino Médio regular, com aproximadamente 400 estudantes (SÃO PAULO, 2010).

A estrutura física do prédio é composta de uma secretaria, uma sala para a direção localizada dentro da secretaria, uma sala onde funcionava a sala de leitura e sala de vídeo, uma sala de informática onde funciona o projeto "Acessa Escola" do governo do Estado de

São Paulo, uma sala para a coordenação, uma cozinha, um pátio, um refeitório, tudo em um mesmo prédio térreo. Na área externa há um bloco com 4 salas de aula e uma quadra de esportes coberta. (SÃO PAULO, 2010).

O bairro, onde está localizada, está separado geograficamente dos demais e do centro da cidade por uma serra. Tem cerca de 20 mil habitantes[13] e é, predominantemente, constituído por emigrantes, provenientes das regiões norte, nordeste e dos estados de Minas Gerais e Paraná, que vieram em busca de melhoria na qualidade de vida, fixando-se e constituindo família. No bairrro, possui outras duas escolas estaduais, uma atendendo o ciclo II do Ensino Fundamental e o Ensino Médio regular e EJA, e outra que só atende o ciclo II do Ensino Fundamental e duas escolas municipais que atendem o ciclo I do Ensino Fundamental e oferecem Educação para Jovens e Adultos. A comunidade é bem carente e é assistida por vários projetos sociais do governo, de universidades e de organizações não governamentais. (SÃO PAULO, 2010).

Por se tratar de uma Escola da Rede Pública Estadual ela recebe orientações metodológicas, recursos financeiros e pessoais da Secretaria Estadual de Educação que, a partir de 2008, implantou em toda sua rede uma proposta curricular para o ciclo II do Ensino Fundamental e para o Ensino Médio. Com isso, a Secretaria da Educação propôs uma unificação/padronização de todo o currículo do Estado visando uma escola que garanta as competências necessárias para o enfrentamento do mundo contemporâneo, caracterizado por uma "sociedade do conhecimento", onde é preciso saber cada vez mais para se garantir a sobrevivência. Para tanto, prioriza a proficiência leitora e escritora e, considera a escola como espaço de cultura e articulação de conhecimento (SÃO PAULO, 2008).

A proposta indica que todas as disciplinas devem priorizar a leitura e a escrita e, no caso especifico da Matemática, indica como abordagem metodológica o uso de narrativas que podem ser fictícias ou fantasiosas motivadas pela História da Matemática, que é de fundamental importância para "a compreensão dos significados dos conceitos fundamentais, e principalmente o significado das transformações ou das mudanças de significado" (SÃO PAULO, 2008, p. 50).

Porém, as Situações de Aprendizagem apresentadas tanto no caderno do professor quanto no caderno do aluno, elaborado para todas as escolas da rede Estadual de Ensino de São Paulo, algumas vezes trazem em seus enunciados, ou em secções especiais textos de História da Matemática como motivador do interesse por determinado conceito, como pode

[13] Informação obtida no site G1.

ser observado no caderno quatro da 8ª série ao se explorar o conceito do número π, onde é apresentado um texto de História da Matemática que explica o cálculo aproximado do comprimento da circunferência pela aproximação da medida do perímetro do polígono inscrito e do polígono circunscrito, lançando-se em seguida questões de interpretação do texto e atividades de comprovação das hipóteses por ele suscitadas, utilizando-se o texto como fonte de curiosidade onde as respostas interpretativas encontravam-se explícitas no corpo do texto.

Nesta pesquisa entendemos que o uso de uma proposta fechada, com textos já selecionados, inviabiliza o trabalho com textos elaborados ou ainda sugeridos pelo professor, pois além de inibir a intencionalidade do professor em selecionar textos que possibilitem a formação crítica do estudante, há ainda a cobrança em provas externas de um conteúdo sistematicamente estudado, reduzindo a possibilidade de exploração deste, para além da sua superficialidade, como mero meio de se trazer alguma curiosidade matemática, conforme temos visto nos materiais didáticos e, como está apresentado na referida situação de aprendizagem.

5.2 Os sujeitos da pesquisa

Em meados do ano letivo de 2010, convidei os estudantes das quatro salas de 8ª série em que lecionava a disciplina de Matemática à participarem da pesquisa esclarecendo que seriam realizados dez encontros, no período do noturno, pois era o único período que eu não estava em horário de trabalho. O dia da semana seria combinado com os estudantes que se interessassem. Pedi que os interessados em participar, conversassem com seus responsáveis e encaminhassem a disponibilidade de dia da semana para se realizar a atividade. Das quatro salas, cerca de vinte estudantes se interessaram.

Optamos por não fazer a pesquisa em uma turma específica ou até mesmo nas quatro turmas, pois achamos inviável devido à quantidade elevada de sujeitos (cada classe possuía cerca de 40 estudantes), e ainda, consideramos a dificuldade em registrar os dados e discutir as atividades com essa quantidade de sujeitos, ou seja, a qualidade dos dados poderia ficar comprometida.

Os estudantes não foram selecionados por seu desempenho nas aulas de matemática. O convite foi aberto a todos os integrantes da 8ª série daquele ano. Portanto o grupo era misto. O rendimento, em termos de nota na disciplina era variado. Tínhamos um repetente. O grupo foi formado a partir da disponibilidade deles em realizar uma atividade extraclasse, mediante a autorização de seus responsáveis.

Também foram convidados dois estudantes da 7ª série, onde também lecionava Matemática, um menino e uma menina, pois haviam me solicitado uma atividade para o recesso de julho. Prontamente sugeri a leitura do livro “O homem que calculava”. Durante o recesso, a estudante postou, em meu site de relacionamento virtual, seu encantamento com a leitura e sua disponibilidade em resolver os problemas propostos pelo autor. Ao retornar às aulas, o menino também se mostrou encantado e disponível para aprofundar o estudo do livro. Diante dessa demonstração de interesse, estendi o convite aos dois estudantes da 7ª série.

Solicitamos, então, aos estudantes que pedissem a seus pais que comparecessem à reunião de pais e mestres, pois, paralelamente, me reuniria com eles e explicaria os objetivos da pesquisa e o como seria desenvolvida: os encontros seriam filmados e os vídeos usados para fins acadêmicos. Os responsáveis deveriam assinar o termo de consentimento autorizando a participação do filho na pesquisa. Dos pais dos estudantes interessados alguns não permitiram a participação do filho por morarem muito longe da escola e o trajeto ser considerado perigoso no horário noturno.

Outros se lembraram de outras atividades desempenhadas pelo filho no período noturno, como participação em grupos de teatro na igreja, ou terem que cuidar dos outros irmãos e também não autorizaram a participação do filho na pesquisa. Todos os pais com os quais conversei demonstraram muita satisfação pelo convite, agradecendo o reconhecimento do potencial dos estudantes.

No primeiro encontro, porém, um estudante nos procurou pedindo para fazer parte do grupo, pois seu amigo e vizinho ia participar e ele esqueceu-se de me falar anteriormente que também gostaria de participar. Sua participação foi autorizada, pois dessa forma ele realmente demonstrou interesse e comprometimento com as atividades. Foi solicitado que seu responsável comparecesse à escola para que eu o esclarecesse sobre a pesquisa, como foi feito com os demais responsáveis.

Ao final tínhamos 12 estudantes da 8ª série 7 meninos: Gove, Bruno Silva, Theqnormes, Steven, Dhiogo, Roberto e Poseidon; e 5 meninas: Emily, Ana, Kyrie, Marília, Valeska e os 2 da sétima série, um menino: Jean e uma menina Carollyne, com faixa etária variando de 13 a 15 anos. Alguns desses estudantes frequentavam cursos fora do horário de aula como: cursos de informática, cursos de formação profissional nas áreas de Assistente Administrativo oferecidos pelo CEFA – Centro de Educação e Formação ao Adolescente, instituição que recebe recurso municipal e visa a formação do jovem para sua inserção no mercado de trabalho. Outros estudantes trabalhavam com os familiares como servente de pedreiro, vendedor no estabelecimento comercial da família. Havia ainda aqueles que auxiliavam nos afazeres domésticos e uma das estudantes estava grávida.

A participação na pesquisa representou, para alguns estudantes, uma atividade complementar, muitas vezes uma forma de encontrar os amigos, frequentar a escola em outro período, preencher o dia, pois em suas considerações sobre os encontros registravam suas expectativas em relação ao desenvolvimento da atividade, bem como ao capítulo que seria estudado. Ficavam curiosos para saber, por exemplo, o que a personagem iria “aprontar” para resolver os problemas matemáticos. Acreditamos que essa expectativa garantiu a presença dos estudantes nos encontros. Vale à pena ressaltar que, por diversos motivos, dentre eles cansaço causado pelo trabalho ou problemas de saúde, chuva, nem sempre tínhamos todos os estudantes nos encontros em média tínhamos 10 estudantes por encontro. Apenas um deles deixou de participar a partir do 5º encontro.

5.3 A construção e abordagem dos dados

Os dados foram construídos durante dez encontros que ocorreram na sala de vídeo/leitura da escola, por ser um espaço que propiciou melhor acomodação dos envolvidos na pesquisa e a presença dos estudantes do período da manhã, nesse espaço, no horário noturno não interferiu nas aulas regulares que aconteciam naquele período. Porém, em alguns momentos, fomos interrompidos por estudantes e pelos inspetores de alunos que iam buscar livros para serem usados nas aulas, o que não interferiu significativamente no andamento da pesquisa.

Antes do início de cada encontro eu posicionava 15 carteiras em roda, 14 para os estudantes e 1 para mim, de tal modo que todos fossem “enquadrados” na câmera filmadora, que também era ajustada para isso. A câmera utilizada foi a da escola adquirida para registrar atividades pedagógicas como passeios, intervenções, e momentos de integração e socialização, como festas, feiras, entre outros eventos.

Para auxiliar na filmagem, contamos com a colaboração de duas estudantes do curso de licenciatura em Matemática da Universidade Federal de São Carlos (UFSCar), bolsistas do Projeto Observatório da Educação intitulado “Produtos educacionais no Mestrado Profissional em Ensino de Física e Matemática: itinerários de desenvolvimento, implementação e avaliação, a partir da rede de pesquisa participante Escola-Universidade”.

Como parte do projeto, as estudantes realizaram duas pesquisas de Iniciação Científica que tinham como foco a produção e utilização de “produtos educacionais” por professores da Educação Básica, bem como a formação continuada de professores. Essas estudantes iniciavam e terminavam as gravações, ajustavam o foco para que todos os participantes aparecessem nas gravações, e, quando necessário, direcionavam a câmera para alguma atividade específica do estudante, como por exemplo, ir à lousa para registrar e mostrar aos demais o seu pensamento. Em seguida, baixavam as imagens no meu notebook e esvaziavam a memória da câmera para que pudesse ser usada pelos demais professores em outras atividades, sem que os dados se perdessem.

Como eu também sou integrante do Programa Observatório da Educação, da UFScar e este tem como um de seus objetivos: formar uma rede colaborativa entre professores em formação, professores da Educação Básica e pesquisadores, a colaboração das licenciandas na construção dos dados permitiu com que pudessem vivenciar aspectos da prática educativa presentes em suas pesquisas, contribuindo assim com a pesquisadora, além da parte técnica, com discussões que ocorriam, a *posteriori* e com o planejamento dos próximos encontros.

Os encontros foram filmados, pois vídeos podem capturar sentimentos dos envolvidos no momento do desenvolvimento da atividade, fato que contribuiu muito para que pudéssemos compreender as relações dos sujeitos com o objeto de estudo. Permitem ainda que se faça a revisão dos fatos por parte da pesquisadora para que não passe despercebido nenhuma informação importante que venha contribuir com a identificação de “momentos críticos”, momentos em que há “uma mudança em relação a uma compreensão prévia, um salto conceitual em relação a uma concepção anterior” (POWELL; FRANCISCO; MAHER, 2004, p. 105).

Powell, Francisco e Maher (2004) indicam alguns procedimentos para se observar e registrar os dados obtidos nas gravações de vídeo. Propõem que se elabore um quadro com duas colunas onde em uma conste o intervalo de tempo tomado da gravação e no outro a descrição tanto do que está sendo dito quanto de toda a cena com seus ruídos, gestos, comportamentos, sem que se façam inferências analíticas, ou seja, sugerem que se descreva tudo que ocorreu naquele determinado intervalo de tempo.

Mengali (2011, p.102), em sua Dissertação de Mestrado, utiliza o recurso da filmagens e, seguindo as orientações do Powell, Francisco e Maher (2004), elabora um quadro, porém o reorganiza com três colunas: na primeira o intervalo de tempo que entende que ocorreu algo significativo, ou o momento crítico; na segunda, traz a transcrição literal do diálogo ocorrido e, na terceira coluna, descreve algumas ações suas e dos sujeitos narrando suas percepções, interpretando o trecho selecionado segundo seu ponto de vista, embora os autores citados indiquem que o quadro deva ser descritivo para que “alguém lendo as descrições tenha uma ideia objetiva do conteúdo dos videoteipes”.

Optamos pelo modelo de quadro sugerido por Mengali (2011), por entendermos que se trata de um quadro mais completo que dará uma visão mais ampla dos instantes selecionados para análise. Destacaremos em negrito as palavras que acreditamos indicar a produção de sentido e significado evidenciado pelos estudantes, em relação aos conteúdos matemáticos tratados nos capítulos estudados.

Além da filmagem, solicitamos aos estudantes que ao final de cada encontro registrassem, por escrito, em uma ficha avaliativa: seu pseudônimo, o nome do livro, nome do autor, edição, editora, ano, data, título do capítulo estudado, síntese da discussão e comentários. O objetivo do registro escrito era de que, além das explicitações orais gravadas no vídeo, os estudantes pudessem escrever o que lhes foi mais significativo, durante o encontro, evidenciando seus pensamentos, após as discussões e inferências orais ocorridas após as leituras.

Essa ficha foi utilizada para verificação do uso da palavra escrita e da palavra verbalizada no momento de descrição e síntese do encontro realizado, possibilitando a identificação do papel dessas palavras durante a realização dos estudos.

Logo abaixo de cada quadro faremos a análise, relacionando as palavras em negrito destacadas do discurso verbalizado registrado pela filmagem e a palavra escrita registrado nas fichas avaliativas dos estudantes, à luz da teoria Vygotsky (2009) , no que diz respeito à produção de sentidos e significados produzidos pelas palavras escritas ou verbalizadas.

A categoria de análise ou unidade de significado, de natureza analítico descritiva (FIORENTINI; LORENZATO, 2009) foi definida a *posteriori*, contudo, tínhamos como pressuposto de que ao lerem os capítulos, os estudantes explicitassem os significados e sentidos que davam aos conteúdos matemáticos como proporção, área e volumes de figuras geométricas, potenciação, Teorema de Pitágoras, valor posicional, base de numeração, composição e decomposição numérica e geométrica, senso numérico, evidenciado em cada capítulo selecionado.

Entretanto, durante a realização dos encontros, pudemos perceber que alguns dos estudantes até verbalizavam alguns sentidos e significados referentes aos conteúdos matemáticos apresentados, mas, na maioria das vezes, relacionavam a situação descrita no capítulo com sua prática cotidiana ocorrida dentro e fora da escola.

Quando o foco do capítulo envolvia a divisão relatavam suas práticas ao dividirem seus pertences. Em outros momentos, relacionavam os conteúdos estudados a aula de Geografia, principalmente quando analisavam os povos do Oriente Médio, mostrando-nos que o sentido de determinada palavra, como por exemplo a palavra dividir que nos remete ao quociente, a divisão em partes iguais, para eles também significou justiça, dividir em partes iguais é o mesmo que ser justo, extrapolando o conteúdo matemático.

Nas fichas avaliativas as mesmas relações podem ser observadas, ou seja, os estudantes fazem paralelos entre os conteúdos estudados e as práticas cotidianas. Assim, definimos um eixo de análise: a produção de sentido e significado para os conteúdos matemáticos explicitados, a partir da obra estudada, tendo a palavra escrita e falada como forma de manifestação dessa produção.

A pesquisa tenta percorrer os cinco passos definidos por Bogdan e Biklen (1994, p.47-49) para uma abordagem qualitativa, a saber: “1) Na investigação qualitativa a fonte directa de dados é o ambiente natural, constituindo o investigador o instrumento principal; (...) 2) A investigação qualitativa é descritiva; (...) 3) Os investigadores qualitativos interessam-se mais pelo processo do que simplesmente pelos resultados ou produtos (p. 48); (...) 4) Os investigadores qualitativos tendem a analisar os seus dados de forma indutiva (...) e 5) O significado é de importância vital na abordagem qualitativa.”.

Concordamos com os autores quando afirmam que, não é necessário que se percorram todos os cinco passos para que a pesquisa seja caracterizada como qualitativa, mas faz-se necessário que, os passos que forem percorridos tenham a profundidade necessária.

Quanto ao primeiro passo podemos considerar que, apesar da pesquisa ter sido realizada no espaço escolar onde os estudantes cursavam o ensino regular no período da manhã e eu, professora-pesquisadora, lecionava Matemática, os sujeitos não foram observados em suas atividades diárias de rotina estudantil formal. A pesquisa foi proposta como atividade extracurricular, no contraturno das aulas regulares. Nesse sentido, não podemos considerar que houve uma inserção da pesquisadora no ambiente natural, ainda que tenha ocorrido na mesma escola onde leciona, mas houve um acordo de estudo estabelecido entre ambas as partes que só foi possível ser estabelecido, a partir da confiança construída.

Quanto ao segundo passo, os dados são descritivos, pois representam o pensamento explicitado nas discussões sobre o capítulo lido e pelos encontros terem sido filmados possibilitou uma análise minuciosa dos gestos, expressões, comentários que dizem muito sobre a visão de mundo dos sujeitos (BOGDAN; BIKLEN, 1994).

O terceiro passo foi o que permitiu verificar se a questão de pesquisa estava sendo respondida, pois é por meio dele que se constrói os sentidos e os significados evidenciados (BOGDAN; BIKLEN, 1994).

No quarto passo, os dados construídos não serviram para a comprovação de nenhuma hipótese *a priori*, apenas tínhamos como pressuposto que seriam produzidos algum sentido e significado, mas não sabíamos quais seriam explicitados após a leitura das estórias. Portanto, foi a partir do agrupamento dos dados que se construíram as categorias de análises que são analíticas-descritivas (BOGDAN; BIKLEN, 1994).

No quinto e último passo, os estudantes ao explicitarem, de forma oral e escrita, os significados matemáticos que se constituíram pela leitura, declararam qual o sentido que davam à matemática, à leitura, à matemática em seu cotidiano, à escola, enfim, como interpretavam sua função social como sujeitos da história, como atuam nesta sociedade, humanizando e sendo humanizados (BOGDAN; BIKLEN, 1994) pela Matemática.

5.3.1 A dinâmica dos encontros

Primeiramente, apresentei aos estudantes como seria a dinâmica dos encontros e o cronograma para que soubessem quais seriam as leituras e pudessem escolher os capítulos que iriam ler, pois a cada encontro um estudante deveria lê-lo, em voz alta e deveria dar encaminhamento às discussões sobre o capítulo. Ou seja, o trabalho seria seguido de uma problematização onde o estudante emitiria opiniões pessoais, tendo a oportunidade de construir relações que pudessem enriquecer o texto lido. Almejávamos que a leitura em voz alta não se tornasse apenas um estímulo visual, de mera reprodução mecânica sonora dos signos, sem que haja atribuição de sentido ao texto, conforme apontam os estudos de Silva e Carbonari (2007).

Desse modo, os estudantes se organizaram e escolheram o dia em que fariam a leitura. Porém, teríamos dez encontros para quatorze estudantes, algum estudante não realizaria a leitura. Isso não foi problema porque a média de estudantes por encontro foi dez, o que garantiu que praticamente todos participassem dessa dinâmica. A ideia era que os estudantes tivessem liberdade de expressão, deixando-os a vontade para decidirem como conduziriam a dinâmica dos encontros dentro da estrutura proposta.

Apresentamos o livro, contando um pouco da história do autor, explicando sobre o uso do pseudônimo para assinar o livro e sugeri que os estudantes criassem um pseudônimo para ser usado durante as atividades de leitura e escrita que seriam desenvolvidas. Após essa apresentação, iniciei a leitura dos dois primeiros capítulos do livro, em voz alta e pedi que acompanhassem a leitura de forma que pudessem compreender a apresentação, ambientação das estórias e a contextualização dos demais capítulos.

Em seguida, distribuímos os livros para as duplas e solicitei que um estudante fizesse a leitura do próximo capítulo e os outros a acompanhasse.

Após a leitura, o estudante que a conduziu começou a falar o que tinha entendido do texto e apresentou o problema matemático.

Todos os demais inferiram sobre o assunto, deixando também explicitas suas impressões. Eu intervinha algumas vezes questionando-os. Ao término da discussão, os estudantes preencheram a ficha avaliativa. Alguns estudantes se encaminharam para a sala de informática onde digitaram sua ficha avaliativa, porém outros preferiram fazer o registro em papel por não se sentirem a vontade com o recurso disponibilizado.

Todos os demais encontros seguiram a mesma estrutura.

5.4 Os capítulos selecionados do livro “O homem que calculava”

O livro “O homem que calculava” é uma das obras mais editadas no Brasil e também possui edições na Argentina, Espanha e Estados Unidos.

Para realizar esta pesquisa a direção da escola adquiriu 6 exemplares que variam da 72ª à 76ª edição, datando de 2008 e 2009, e, ainda, disponibilizei meu exemplar particular da 38ª edição de 1994 . Também adquiri um exemplar no sebo virtual, da 33ª edição, que foi sorteado entre os estudantes, no último encontro. Não percebemos nenhuma variação que pudesse prejudicar nosso trabalho, como alterações de capítulos, ou reformulações das estórias, as edições variavam as ilustrações, a fonte e o tamanho do livro.

O livro está dividido em 34 capítulos e um apêndice que traz explicações de alguns problemas resolvidos nos capítulos. Na 33ª e 38ª edições os capítulos são enumerados com números romanos, mas nas 72ª a 76ª edições segue a numeração hindu-arábica.

Como Faria (2004, p.118) e Dalcin (2002, p.17) destacam em suas pesquisas, o foco de Malba Tahan “está no enredo e não na matemática em si”. Sua preocupação era “estabelecer um ‘acordo’ entre leitor e autor sobre o significado das palavras e expressões”.

Abordava alguns conceitos matemáticos e propunha a resolução de alguns cálculos “dentro da sequencia lógica interna do enredo”. Demonstrava, assim, suas preocupações em ensinar matemática “plena de significados” dialogando com a literatura, a filosofia e ética, a fim de desmistificá-la como cruel e difícil, sendo acessível a apenas alguns poucos eleitos.

Assim, as estórias se desenrolam não como uma aula de determinado conteúdo, mas como uma envolvente situação problema que desvenda o mistério ou resolve os enigmas.

Como nosso objetivo de pesquisa é analisar os sentidos e significados que os estudantes evidenciam sobre os conteúdos matemáticos, optamos por selecionar alguns capítulos do livro, pois entendemos que o trabalho com o livro todo seria inviável para não massificar ou até mesmo causar desinteresse pela atividade. Queríamos instigar os estudantes para realizarem a leitura.

O livro não apresenta os conceitos matemáticos de forma linear como ocorre nos livros didáticos. Ou seja, não obedece uma ordem sequencial de conteúdos. Um mesmo conceito matemático é abordado em vários capítulos, mas em situações diferentes, como é o caso da proporcionalidade, apresentada no capítulo III com a divisão de uma herança de 35 camelos em partes proporcionais a 2, 3 e 9 e no capítulo IV na repartição de 8 pães para 3 amigos.

Apesar da não linearidade dos conteúdos e da não intencionalidade em se formalizar o ensino de matemática com esses textos, optamos em selecionar capítulos que abordassem conteúdos estudados nas aulas regulares propostos para o 8º e 9º anos do Ensino Fundamental: proporcionalidade, equivalências de frações, potenciação, radiciação, Teorema de Pitágoras, senso numérico, conceito de base, composição e decomposição numérica e geométrica, valor posicional, incomensurabilidade e infinito. Queríamos que os estudantes relacionassem o que estavam estudando ou tinham estudado nas aulas de matemática com o que estava sendo abordado no livro.

Assim, escolhemos treze capítulos para estudar, durante os dez encontros propostos.

No primeiro encontro, em 31/08/2010, estudamos os capítulos I, II e III.

O capítulo I: “*No qual o encontro durante uma excursão, singular viajante. Que fazia o viajante e quais eram as palavras que ele pronunciava.*” (MALBA TAHAN, 1994, p.13); e II: “*Neste capítulo Beremiz Samir, o Homem que Calculava, conta a história de sua vida. Como fiquei informado dos cálculos prodigiosos que realizava e por que nos tornamos companheiros de jornada.*” (MALBA TAHAN, 1994, p.15), foram lidos por mim como uma apresentação do livro, da personagem e do contexto onde se passam as estórias.

O capítulo III: “Onde é narrada a singular aventura dos 35 camelos que deviam ser repartidos por três árabes. Beremiz Samir efetua uma divisão que parecia impossível, contentando plenamente os três querelantes. O lucro inesperado obtido com a transação.” (MALBA TAHAN, 1994, p.19) foi lido pelo estudante Dhiogo.

Neste capítulo Malba Tahan apresenta o primeiro problema a ser resolvido por seu personagem Bermiz Samir – o homem que calculava. O problema trata da divisão proporcional de uma herança de 35 camelos a três irmãos, onde o primeiro deveria receber a metade, o segundo a terça parte e o terceiro a nona parte, porém 35 camelos não é divisível nem por 2, nem por 3 e nem por 9, causando assim a inquietude dos irmãos para cumprir a vontade do pai. Beremiz propõe que se junte o camelo de seu amigo viajante, totalizando assim 36 camelos e tornando a divisão fosse exata e com resultado maior, pois 36 por 2 dá 18, que é maior que 35 por 2 que é 17,5, por 3 que é 12 em contrapartida de 11,67 que é o resultado aproximado para 35 dividido por 3 e 4 que é o resultado de 36 dividido por 9, também maior que 3,89 valor aproximado de 35 divido por 9, restando ainda 2 camelos inteiros, o do amigo e um para ele que resolveu o problema.

Com este capítulo esperávamos que os estudantes evidenciassem os significados e sentidos sobre a divisão proporcional sugerida pelo pai na divisão da herança: por que dividir dessa maneira se o resultado não será inteiro? A divisão deveria ser sempre do inteiro 35 ou do que restava quando se tirava a parte de cada irmão? Será que podemos acrescentar números para facilitar os cálculos os retirando depois? Será que é necessário esse acréscimo? Será que não é possível fazer arredondamentos quando utilizamos grandezas discretas?

No encontro de 14/09/10 a estudante Marília[14] fez a leitura do capítulo IV: “Do nosso encontro com um rico xeique. O xeique estava a morrer de fome no deserto. A proposta que nos fez sobre os 8 pães que trazíamos, e como se resolveu, de modo imprevisto, o pagamento com 8 moedas. As três divisões de Beremiz: a divisão simples, a divisão certa e a divisão perfeita. Elogio que um ilustre vizir dirigiu ao Homem que Calculava.” (MALBA TAHAN, 1994, p.21)

Beremiz, personagem principal e seu amigo encontram um rico xeique faminto no deserto que teve sua caravana atacada por saqueadores no deserto. O xeique propõe uma sociedade na divisão de algo para se comer. Os viajantes possuíam pães: Beremiz possuía 5 pães e seu amigo 3, totalizando-se 8 pães ou ainda, 24 terços, uma vez que os pães seriam repartidos entre os 3 viajantes. O xeique prometeu pagar com 8 moedas o pão que comesse se

[14] Os nomes fictícios foram escolhidos pelos próprios estudantes para se estabelecer uma identidade com o autor do livro.

os viajantes repartissem com ele os pães. Ao chegarem à Bagdá, o xeique cumpre o combinado dando 5 moedas para Beremiz e 3 para seu companheiro. Porém, Beremiz discorda dessa distribuição das moedas alegando que teria direito a 7 moedas pois contribuiu com mais pedaços – 7 terços – já que tinha 5 pães, ou seja, 15 terços dos quais comeu 8 pedaços e o xeique 7, e seu amigo teria direito a 1 só moeda, pois como possuía apenas 3 pães – 9 terços – contribuindo com apenas 1 pedaço e comendo os outros 8. Essa seria a divisão matematicamente certa, segundo o Homem que Calculava. Para espanto e admiração de todos que presenciaram o raciocínio e argumentação de Beremiz, entre eles o vizir e o xeique. Entretanto, essa divisão não é a perfeita aos olhos de Deus e Beremiz sugere então a divisão em partes iguais, onde cada um acabou ficando com 4 moedas. Por sua destreza com os cálculos, humildade e companheirismo, o vizir, amigo do xeique, que acompanhou toda a discussão, lhe oferece o cargo de secretário.

Com este capítulo esperávamos que os estudantes pudessem dar sentidos e significados à divisão proporcional, porém agora abordada a partir de partes iguais: a distribuição das moedas pelos pedaços comidos estava certa? O pagamento seria pelos pães inteiros ou pelos pedaços comidos?

O terceiro encontro ocorreu em 21/09/2010 com a leitura do capítulo VI: “Do que ocorreu durante a nossa visita ao vizir Maluf. Encontramos o poeta Iezid, que não acreditava nos prodígios do Cálculo. O Homem que Calculava conta, de modo original, uma cáfila numerosa. A idade da noiva e um camelo sem orelha. Beremiz descobre a “amizade quadrática” e fala do rei Salomão.”, pelo estudante Tcheqnormes.

Neste capítulo Beremiz é chamado à residência do vizir onde é desafiado a calcular o número de camelos de uma cáfila, que seria dada como dote, para provar que era realmente bom na arte de calcular. Beremiz realiza com sucesso seu desafio e ainda conta como o fez, contando as pernas e as orelhas dos animais, verificando a presença de um camelo defeituoso, sem uma orelha, contando que já realizara cálculos mais difíceis como contar asas de borboletas, mostrando habilidade em contar por meio de um simples golpe de vista. Causando grande admiração de todos os presentes. Beremiz encerra sua visita sugerindo ainda que o dote fosse o quadrado da idade da noiva, pois seria de bom augúrio para os noivos, contando ainda a estória sobre a amizade quadrática entre números cuja soma de seus algarismos representam a raiz quadrada de outro número mutuamente.

Neste capítulo Malba Tahan abusa do senso numérico e contagem, além de abordar o conteúdo de radiciação e potenciação. Esperávamos que os estudantes significassem a questão do senso numérico e de agrupamentos para se realizar contagens, indicando que é possível perceber uma quantidade sem contá-la uma a uma.

Em 28/08/2010 ocorreu o 4º encontro, com a colaboração do estudante Roberto e o estudo do capítulo VII: “Nossa visita ao xeique dos mercadores. Beremiz e o turbante azul. O caso dos quatro quatros. O problema dos cinqüenta dinares. Beremiz resolve o problema e recebe um belíssimo presente.” (MALBA TAHAN, 1994, p. 35)

Este capítulo traz a intrigante composição de diversos números usando-se 4 algarismos 4, por exemplo, o 1 seria $\frac{44}{44}$, o $2 = \frac{4}{4} + \frac{4}{4}$, e assim por diante. Admirado com a habilidade do calculista, o dono da loja que vendia tudo a quatro dinares e se chamava os quatro quatros o presenteou com um lindo turbante azul e ainda solicitou o esclarecimento de por que às vezes o saldo devedor se iguala ao valor pago de uma dívida, fato que o calculista explicou ser pura coincidência.

Neste capítulo os estudantes poderiam dar sentido e significado à composição e decomposição numérica, explicitando que os números podem ser formados por operações matemática, com algarismos repetidos ou não. Ou até mesmo a soma de um valor constante, como no caso dos números naturais que são obtidos pelo acréscimo de uma unidade ao seu sucessor. Isso se aplica em todos os conjuntos numéricos? Quando não se aplica? Qual a lei de formação de cada conjunto? É possível criar um novo conjunto numérico? Que propriedades eles precisam obedecer?

O 5º encontro foi em 05/10/2010 com a leitura realizada pela estudante Emily do capítulo VIII: “Ouvimos Beremiz discorrer sobre as formas geométricas. Encontramos o xeique Salém Nasair entre os criadores de ovelhas. Beremiz resolve o problema dos 21 vasos e mais outro que causa assombro aos mercadores. Como se explica o desaparecimento de um dinar numa conta de trinta dinares.” (MALBA TAHAN, 1994, p. 39)

Neste capítulo Beremiz discursa sobre seu encantamento com a geometria, dizendo a seu amigo viajante que há geometria em toda a natureza citando como exemplo os alvéolos das colméias das abelhas em forma de prismas hexagonais. O problema a ser apresentado, no entanto, se refere a geometria, e o cabalístico número 7. Se tratava do pagamento a três viajantes por um lote de carneiros com 21 vasos dos quais 7 encontravam-se cheios de vinho, 7 meio cheios e 7 vazios. Cada um deveria recebe a mesma quantia de vasos e vinho. Habilidosamente o calculista sugeriu o pagamento de 3 vasos cheios, 1 meio cheio e 3 vazios ao primeiro viajante, 2 cheios, 3 meio cheios e 2 vazios ao segundo viajante e 2 cheios, 3 meio cheios e 2 vazios ao terceiro viajante, cabendo a cada um 7 vasos e a quantidade de vinho equivalente a 3 vasos e meio. Outro problema abordado neste capítulo é o do pagamento das despesas na mesa da hospedaria. A despesa total foi de 30 dinares onde cada viajante deu 10 dinares. Porém o dono errou, pois a despesa era de 25 dinares e mandou devolver 5 dinares, que foram dados um a cada viajante e 2 ao escravo que os serviu. Porém, um dos viajantes se intriga e levanta uma indignação: se ficamos com um dinar cada um, significa que pagamos 9 dinares num total de 27 dinares, mas demos 2 dinares ao escravo o que completaria 29 dinares, onde foi parar o outro dinar dos 30 que demos? O calculista então intervém e explica que dos 27 dados, 25 ficaram com o dono da hospedaria e os 2 foram dados ao escravo, não faltando nem sobrando nenhum dinar.

Este capítulo propiciou o questionamento sobre a presença da geometria em tudo. Será mesmo que tudo obedece a um padrão matemático? Tudo tem uma forma geométrica regular definida? O estudante deveria perceber que geralmente as coisas são irregulares, não há na natureza formas, perfeitamente, regulares como as que usamos para calcular áreas, perímetros e volumes, que essa regularidade é construção humana, só por meio da intervenção do homem é que encontramos as regularidades. Outro significado a ser dado poderia ser o da equivalência entre volumes. Os estudantes poderiam perceber, por exemplo que 2 vasos meio cheios equivale a 1 vaso inteiramente cheio. O mesmo sendo válido para os vasos vazios. Por fim, o uso equivocado da lógica nas operações apresentadas em diferentes sequencias, apontando a falsidade da propriedade associativa das parcelas em uma soma com números naturais.

O encontro de 19/10/2010 foi o 6º e nele lemos o capítulo XI: “*Vamos aqui narrar como iniciou Beremiz o seu curso de Matemática. Uma frase de Platão. A unidade e Deus. Que é medir. As partes que formam a Matemática. A Aritmética e os Números. A Álgebra e as relações. A Geometria e as formas. A Mecânica e a Astronomia. Um sonho do rei Asad-Abu-Carib. A “aluna invisível” ergue a Alá uma prece.*” (MALBA TAHAN, 1994, p. 57), comandada pelo estudante Jean.

Neste capítulo o calculista dará sua primeira aula à filha do xeique, de forma oral, sem que o professor possa ver a aluna, mas a aluna via o professor. A aula é uma apresentação da Matemática comentando-se sobre a noção de número, medida, aritmética, álgebra, geometria, e sua importância enquanto Ciência na interpretação do mundo.

Com o estudo deste capítulo pretendíamos que os estudantes explicitassem o sentido e o significado que davam à matemática. Gostaríamos de analisar até onde os estudantes podem nos dar indícios de que compreendem a matemática como construção humana, ou ainda, como linguagem.

Em 26/10/2010 foi o nosso 7º encontro com a leitura do capítulo XVI: “Onde se conta a famosa lenda sobre a origem do jogo de xadrez. A lenda é narrada ao califa de Bagdá, Al-Motacém Bilah, Emir dos Crentes, por Beremiz Samir, o Homem que Calculava.” (MALBA TAHAN, 1994, p. 85), pela estudante Carollyne

Este capítulo conta a lenda da origem do jogo de xadrez como um jogo de batalha, oferecido ao rei entristecido com a perda de um de seus filhos em luta. Como recompensa, o rei resolve presentear o inventor oferecendo-lhe qualquer coisa. O inventor recusa, porém após muita insistência resolve pedir algo impossível de ser pago: pede que lhe seja pago com grãos de trigo, um para a primeira casa do tabuleiro do jogo, dois pela segunda, três pela terceira, oito pela quarta e assim até a última casa do tabuleiro. O rei, espantado com a simplicidade do pedido, solicita que seja calcula esta quantia e entregue ao jovem inventor. Porém, os empregados do rei, ao efetuarem os cálculos percebem que a quantidade resultante geraria uma montanha cem vezes maior que o Himalaia, e nem que a Índia toda produzisse trigo nem em dois séculos seria suficiente para se ter a quantia calculada. O rei então reconhece sua impossibilidade de pagar e aceita o generoso presente.

O conteúdo explorado neste capítulo é potenciação. Pretendíamos que os estudantes, ao estudá-lo, pudessem dar sentido e significado para a forma exponencial de representar quantidades, além de perceber as grandezas dos números.

O 8º encontro ocorreu em 09/11/2010 e o capítulo estudado foi o XVIII: “Que trata de nossa volta ao palácio do xeique Iezid. Uma reunião de poetas e letrados. A homenagem ao marajá de Laore. A Matemática na Índia. A pérola de Lilaváti. Os problemas de Aritmética dos hindus. O valor da escrava de 20 anos.” (MALBA TAHAN, 1994, p. 99), lido pela estudante Ana.

Neste capítulo Beremiz apresenta vários conceitos matemáticos: o Teorema de Pitágoras, o volume de uma pirâmide, e Bháskara citando suas duas obras o Bija-ganita e Lilaváti. Aproveitando, Beremiz conta a lenda sobre a infeliz Lilaváti que mistura crença na astronomia e tragédia pela condenação de ficar solteira para sempre e para imortalizar a filha, o pai Bháskara, resolve escrever um livro sobre numeração decimal, operações com números inteiros, potencias, raízes quadradas e operações com números racionais.

Este capítulo trata de um assunto que estava sendo estudado nas aulas regulares de matemática: o Teorema de Pitágoras. Tratava-se da oportunidade perfeita para verificar se os estudantes estavam dando sentido e significado ao que estava se estudando nas aulas regulares. Gostaríamos de verificar se a questão da aplicabilidade do Teorema para quaisquer triângulos retângulos estava clara e sendo apropriada pelos estudantes. Além disso, entendíamos que o estudo de volume de sólidos geométricos como pirâmides e prismas era compreensível para os estudantes. Utilizamos, também, outros livros que traziam figuras planas, prisma e pirâmides para exemplificar visualmente o que se estava falando, pois os estudantes poderiam fazer confusão ao estudar essas figuras.

Esse encontro propiciou a discussão sobre volumes de sólidos geométricos nas aulas regulares, onde levei alguns sólidos para empiricamente verificar a relação da terça parte do volume do sólido em relação ao prisma.

O 9º e penúltimo encontro ocorreu em 16/11/2010 com o estudo do capítulo XX: “No qual Beremiz dá a segunda aula de Matemática. Número e sentido de número. Os algarismos. Os sistemas de numeração. Numeração decimal. O zero. Ouvimos novamente a voz da aluna invisível. O gramático Dorid cita um poeta.”, com a leitura realizada pelo estudante Poseidon.

Este capítulo aborda a questão da base nos sistemas de numeração. Beremiz apresenta a base 5 e algumas das representações numéricas nesta base, além de citar outras bases como a 12 e a sessenta, diferentes maneiras de representação dos números entre os povos da antiguidade, como o número 9765 que para os fenícios ficaria 9’’’7’’6’5, e outros povos que utilizavam letras e algarismos para representar os números. Outra questão abordada foi a invenção do zero para se obter o valor posicional.

Considerávamos um dos mais significativos, pois possibilitaria que os estudantes entendessem o próprio sistema de numeração decimal, compreendessem sua constituição e as operações nele efetuadas como a questão do “vai um” ou do “empresta”. Para auxiliar nesta compreensão, utilizamos o ábaco, para que o estudante pudesse manipular o material e compreender o mecanismo de obtenção dos números em outras bases.

No 10º e último encontro em 23/11/2010 fizemos a leitura de dois capítulos: o XXI: “*No qual começo a copiar livros de Medicina. Grandes progressos da aluna invisível. Beremiz é chamado a resolver um problema. A metade do “x” da vida. O rei Mazim e as prisões de Korassã. Um verso, um problema e uma lenda. A justiça do rei Mazim.*” (MALBA TAHAN, 1994, p. 119) lido pelo estudante Steven e XXII: “*Que ocorreu durante a nossa visita às prisões de Bagdá. Como Beremiz resolveu o problema da metade do “x” da vida. O instante de tempo. A libertação condicional. Beremiz esclarece os fundamentos de uma sentença.*” (MALBA TAHAN, 1994, p. 125), lido pela estudante Kyrie, pois o capítulo XXI era a proposta do problema e o XXII a solução.

No capítulo XXI Beremiz ensina a jovem filha do xeique sobre ângulos e curvas, quando é interrompido e solicitado a ajudar na solução de um problema gerado por um incêndio na prisão: o de que a pena dos detentos deveria ser reduzida à metade, no entanto, isso não seria um problema se todos os detentos tivessem uma pena comensurável, o que não acontecia com as condenações perpétuas. Como reduzia a metade uma pena perpétua? Entre os versos escritos pelos detentos também a proposição de um problema a de enfileirar 10 soldados em 5 filas com 4 soldados em cada fila. A solução a este problema é apresentada pela figura de uma estrela de 5 pontas onde cada soldado deveria ser posicionado na intersecção de duas ou mais linhas que ligam os vértices da estrela. No capítulo XXII Beremiz apresenta a solução do problema da metade da prisão perpétua discutindo sobre a infinitude de metades entre dois pontos.

Esperávamos que os estudantes, após a leitura e discussão desses capítulos explicitassem os sentidos e significados que dão ao infinito e à incomensurabilidade.

Porém, neste estudo será praticamente impossível abordar todos esses significados explicitados pelos estudantes e, portanto, faremos um recorte e analisaremos, mais atentamente aqueles que podem nos auxiliar a responder a questão: *quais sentidos e significados matemáticos podem ser produzidos por estudantes do 8º e 9º anos do Ensino Fundamental, de uma escola pública estadual da cidade de São Carlos, interior do Estado de São Paulo, a partir da leitura das estórias do livro "O Homem que Calculava"?*

6. CAPÍTULO 5 – IDENTIFICANDO SENTIDOS E SIGNIFICADOS EXPLICITADOS PELOS ESTUDANTES DA EDUCAÇÃO BÁSICA

Neste capítulo faremos as análises dos dados sob o ponto de vista das unidade de significado, de natureza analítica descritiva que foram determinadas *a posteriori*: *o papel da palavra escrita e falada na produção de sentidos e significados para os conteúdos matemáticos presentes no texto de Malba Tahan*, que auxiliaram na busca da resposta da questão já apresentada anteriormente: *quais sentidos e significados matemáticos podem ser produzidos por estudantes do 8º e 9º anos do Ensino Fundamental, de uma escola pública estadual da cidade de São Carlos, interior do Estado de São Paulo, a partir da leitura das estórias do livro "O Homem que Calculava"?* Além de tentar atingir o objetivo proposto para analisar a produção de sentidos e significações Matemáticas evidenciados pelos estudantes do 8º e 9º anos do Ensino Fundamental ao lerem um texto literário, onde o enredo é composto por problemas matemáticos.

Cada encontro será um subitem, no total de dez, onde apresentaremos um quadro com o instante em que surgiram os momentos críticos nas filmagens com a fala dos estudantes no momento em que surge a categoria, destacadas em negrito e a nossa descrição. Abaixo de cada quadro apresentaremos a analise à luz da teoria, e a relação entre o dito e o escrito nas fichas avaliativas, buscando também a categoria no registro escrito dos estudantes.

6.1 A divisão dos camelos

O capítulo estudado neste item foi o capítulo III: "Onde é narrada a singular aventura dos 35 camelos que deviam ser repartidos por três árabes. Beremiz Samir efetua uma divisão que parecia impossível, contentando plenamente os três querelantes. O lucro inesperado obtido com a transação.". Como já apresentamos, com ele pretendíamos que os estudantes dessem à divisão sugerida no texto o sentido de divisão proporcional, ou seja, que a divisão seria em partes desiguais: o mais velho receberia mais e o mais novo receberia menos. Além disso, era necessário que a resolução proposta fizesse sentido aos estudantes: por que aumentar um camelo? Fez diferença o acréscimo do camelo no resultado da partição? Como seria se o camelo não fosse acrescentado? O que deveria ser feito com a sobra?

A seguir apresentamos o quadro 1 com trechos das discussões feitas pelos estudantes para explicitarem seus pensamentos e o sentido e significado que estavam dando ao conteúdo matemático e ao texto lido. Algumas palavras que representam, para nós, os sentidos e significados que os estudantes atribuíam foram destacadas.

Quadro 1 – A divisão dos camelos 1

Intervalo de tempo	**Transcrição do vídeo**	**Descrição das ações**
00h34min11 – 00h37min10	Dhiogo: *A divisão do Homem que Calculava foi* ***justa*** *porque todos eles saíram no lucro* (referindo-se que todos tinham saído com quantidades maiores que os quocientes da divisão), *inclusive o próprio Homem que Calculava, ele foi esperto.* (vários estudantes falam ao mesmo tempo) Steven: ***Justo*** *seria se esse camelo que sobrasse eles vendessem e* ***repartissem*** *o dinheiro. Ele não tinha combinado nada antes: eu resolvo e você me dá um camelo.* (vários estudantes falam ao mesmo tempo) Steven: *O* ***certo*** *seria dar o camelo para o irmão que ficou com menos, 4.* Dhiogo: *A herança dele era* ***um nono*** *e* ***nada a mais****. Era o desejo do pai.* Steven: *por que não seria* ***justo dar*** *o camelo para o irmão.*	O estudante Steven estava inquieto, se mexendo o tempo todo em sua cadeira, querendo falar. Todos queriam falar e muitas vezes falavam ao mesmo tempo, sem que fosse possível distinguir suas falas. Os estudantes concordavam com a cabeça durante a fala de Steven, e cochichavam entre si.
00h42min25 – 00h44min00	Jean: ***E se Beremiz não tivesse chegado, como eles iriam fazer a divisão?*** Steven: *Eles iam* ***matar*** *o camelo* (risos) Ana: *Ou* ***vender e repartir o dinheiro.*** Emily: *O mais velho ia* ***se aproveitar*** Steven: *Se os irmãos tivessem bom coração, os dois mais velhos, eles* ***cederiam*** *esse camelo.* Dhiogo: *Steven, se eles fossem de bom coração não estariam brigando* Steven: *Porque* ***ser de bom coração não***	A pergunta do estudante Jean causou um momento de reflexão. Várias hipóteses foram lançadas, mas nenhuma matematicamente explicita, como: se vendessem o camelo, como seria a repartição do dinheiro: seria proporcional como indicado pelo pai ou seria em partes iguais? Por que o camelo que sobrou deveria ficar com o mais novo? Por que não com o mais velho já que ele era o mais velho e deveria ficar com uma porção maior de camelos? Nenhum estudante mencionou a hipótese de já que o resultado não era exato, sem juntar o camelo do viajante, eles

	significa que eu seja idiota *ao ponto de querer... uma pessoa sendo boa não quer dizer que é idiota: não é porque eu sou bonzinho que "a não eu não quero então pega pra você", não é isso que é ser bonzinho na história.* ***Bonzinho é ser coerente****: eu vou ficar com a metade e ele vai sair com menos, então fica com esse,* ***os dois tinham que entrar no consenso*** *e* ***dar*** *este camelo que* ***sobrasse*** *pro mais novo.*	pudessem arredondar para mais a quantidade de camelos que ainda restaria um, ou seja, não era necessário juntar o camelo do viajante para solucionar o problema. Esta questão leva os estudantes a pensarem o que fazer com a sobra.

Fonte: vídeo da pesquisa

Neste primeiro quadro parece-nos evidente que os estudantes atribuem à divisão o sentido e o significado de justiça e argumentam em defesa desse valor. Dhiogo acha justa a divisão, pois todos saíram com mais camelos que o resultado da divisão e o calculista, por ter resolvido a conta merecia uma recompensa, apesar de não ter sido combinado anteriormente. Steven acharia justo se o camelo que sobra fosse dado ao irmão mais novo que, na divisão proporcional, acabou ficando com a menor quantidade, pois dá-lo ao calculista sem prévia combinação não foi justo. Ana entende que o justo seria vender o camelo e repartir o dinheiro entre os irmãos.

A sugestão da troca do camelo por dinheiro nos remete à ideia de equivalência, de substituição de uma unidade por outra, de modo a permitir que se prossiga com os cálculos. Essa solução proposta pelos estudantes dá as palavras "metade, terça parte e nona parte" o sentido de proporção a partir da ideia de "uma relação de comparação multiplicativa entre duas quantidades de mesma medida" (ROMANATTO, 1999, p. 42). Caraça (1951, p.33) apresenta essa mesma ideia:

> se uma grandeza, medida com uma unidade de medida u, mede m, e subdividirmos u em n partes iguais, a medida da mesma grandeza, com a mesma unidade u, exprime-se pela razão dos dois números M e n, onde $M = m.n$ é o número de vezes que a nova unidade cabe na grandeza a medir.

Em suas sínteses escritas Tcheqnormes diz que a divisão de 36 camelos não fui justa, pois eram para se dividir 35. Foi uma forma do calculista se aproveitar da situação e levar vantagem ganhando um camelo. Emily percebe que na verdade foram divididos 34 camelos e que justo seria dividir a herança igualmente entre os três irmãos. Gove escreve que a sobra de um camelo foi devido o acréscimo do camelo do amigo, ou seja, a divisão de 36 por 2, 3 e 9 garantiu o resto 1. Ana percebe que o total de camelos dado a cada irmão somam 34: “18+12+4 =34” e que a sobra vai “parar na mão do calculista”. Jean escreve que a divisão de 35 na “metade, terça parte e nona parte” é muito “mais difícil, quase impossível” e que 36 dividido por 2, 3 e 9 é muito mais fácil e representa o cálculo feito por Beremiz.

Carollyne ao escrever sua interpretação sobre o capítulo lido, usa o símbolo da fração para representar as partes da herança que coube a cada irmão: *“(...) e dera a metade para o primogênito,* $\frac{1}{3}$ *para o do meio e* $\frac{1}{9}$ *para o mais novo (...)”*, demonstrando que palavras um terço e um nono dão sentido à representação $\frac{a}{b}$, ao contrário de Jean que usa a indicação da operação seguida de seu resultado para representar a proporção calculada pelo calculista e os demais não se preocupam em representar simbolicamente, usam a retórica como forma de representação.

Aqui encontramos uma questão que nos intrigou: por que os estudantes não usaram a representação matemática para a situação de proporcionalidade proposta no texto, já que se trata de um conteúdo abordado em todas as séries do Ensino Fundamental? Bem, ou eles não se apropriaram deste conceito e aí temos um problema: será que eles entenderam o problema proposto no texto? Ou não se apropriaram da representação do conceito, mas entendem o que a escrita um terço significa. Como esta questão estava aberta porque os estudantes não explicitavam seus pensamentos em relação à proporcionalidade, um dos objetivos do estudo desse capítulo e, com a ansiedade de iniciante, acabei sendo mais direta e questionamos quanto ao conteúdo como segue no quadro 2 abaixo.

Quadro 2 – A divisão dos camelos 2

Intervalo de tempo	**Transcrição do vídeo**	**Descrição das ações**
00h38min38 – 00h41mim00	Pesquisadora: *E essa divisão que ele fez aí: primeiro ele dividiu em 2 partes: um recebesse a metade, o outro recebesse um terço(fala de Marília) e o outro recebesse a nona parte. Vocês sabem como chama isso na matemática? Vocês conseguem se lembrar de ter estudado isso?* Roberto: *Fração* Pesquisadora: *É uma fração, mas não é uma fração qualquer...* (Silêncio) Steven: *Eu me*	A ansiedade inicial de pesquisadora de querer que os estudantes explicitassem a ideia de proporção, motivou a intervenção. O Estudante Steven, em outra ocasião, já resolvera o problema dividindo o resto na terça parte e o resto novamente na nona parte, e diante da solução apresentada, veio questionar por que não se dividia o resto e sim o todo e, oportunamente, ele retoma seu questionamento explicitando sua dúvida daquela ocasião.

	lembro de ter feito uma coisa assim, aí eu me confundi porque eu tinha que fazer sempre do 35 e não do que sobrava: como é que eu ia dividir 35 na metade?Eu pensava que ***essa parte que sobrava*** *que eu* ***dividiria o resto****,* ***mas não o total****... Isso acabou me confundindo um pouco.*	Como não era aula, preferi não explicar porque a divisão se deu do total de 35, pois gostaria de ver se algum aluno se remeteria às razões e divisões proporcionais.

Fonte: vídeo da pesquisa

Os estudantes acabaram explicitando que relacionavam as palavras “metade, terços e nonos” ao conteúdo de fração. Entendemos que, o silêncio evidenciou um possível desconhecimento sobre os diferentes sentidos atribuídos às frações, conforme apresentado por Romanatto (1999).

Steven, porém, apresentou um sentido que, em outra ocasião, deu ao problema: a divisão da sobra após a primeira divisão. Ele entendia que a divisão para os outros dois irmãos não poderia ser feita do todo, mas sim do que sobrasse ao segundo irmão e ao terceiro irmão, depois de tirada a primeira parte e a segunda parte. Parece que a divisão feita desta forma seria proporcional para este estudante.

Analisando a discussão feita pareceu-nos que, com o estudo do capítulo III do livro “O homem que calculava”, os estudantes deram à divisão o sentido de justiça, embora essa divisão não tenha sido igualitária, pois se tratava do cumprimento da vontade do pai, e essa vontade é inviolável, mesmo que no final, os herdeiros fiquem sem um camelo, que foi dado ao calculista pela resolução satisfatória do problema.

Assim, podemos supor que ou o texto não foi suficiente para que os estudantes dessem sentido e significado à proporção, ou os estudantes não produziram sentidos e significados para a proporcionalidade enquanto comparação multiplicativa, na relação parte/parte. Por isso outros capítulos que abordam proporcionalidade foram escolhidos.

6.2 A divisão dos pães

Neste item analisaremos a discussão do capítulo IV: “Do nosso encontro com um rico xeique. O xeique estava a morrer de fome no deserto. A proposta que nos fez sobre os 8 pães que trazíamos, e como se resolveu, de modo imprevisto, o pagamento com 8 moedas. As três divisões de Beremiz: a divisão simples, a divisão certa e a divisão perfeita. Elogio que um ilustre vizir dirigiu ao Homem que Calculava." Este capítulo também abordava o conceito de divisão proporcional. Ver quadro 3.

Quadro 3 – A divisão dos pães

Intervalo de tempo	**Transcrição do vídeo**	**Descrição das ações**
00h20min08 – 00h20:32	Emily: ***Ele comeu 7 pães ou 7 pedaços?*** Pesquisadora: *Isso, ele comeu 7 pães ou 7 pedaços? E aí?* Dhiogo e Bruno Silva: ***Pedaços***. Emily: ***Então ele tinha que ganhar 2 moedas***. Pesquisadora*: Por quê? Qual foi a lógica, Emily?* Emily: ***Dois pães, divididos por 3: 6 e sobrou um pedaço. E esse pedaço não dá uma moeda.*** Dhiogo: *Aqui (no texto) eles estão falando de fazer uma sociedade, então acho que nessa sociedade incluía eles comerem juntos.* Pesquisadora: *Certo. Bacana. Vamos ler o capítulo lá de novo* Tcheqnormes: *Ele não falou em* ***pedaço.*** Pesquisadora: *Então ele vai pagar O pão* ***inteiro*** *ou O pedaço?* Tcheqnormes: *Então ele vai lucrar. Por* ***cada*** *pedacinho do pão...* Pesquisadora: *Foi o que ele fez. Ele contou por pedaço. Ele acabou contando por pedaço e não por pão. O que vocês acham que deveria estar escrito aí?* Marília, Gove, Tcheqnormes, Poseidon: *8 moedas* Pesquisadora*: Pra fazer o que ele queria...* Carollyne: ***8 moedas cada pedaço*** *que ele comeu e* ***não os pães****. Porque 8 pães seria* ***o total*** *de pães.* Pesquisadora: *Isso, ele teria que oferecer 24 moedas. Então: "pagarei 24 moedas pelos pães que comer"* *Olha lá então,*	Durante toda a discussão antes de seu questionamento Emily sorri como se as colocações dos colegas contivesse algum equivoco, como se estivesse faltando algo em seus raciocínios. Quando Emily faz sua questão, Dhiogo e Marília se entreolham surpresos e Dhiogo tem em sua expressão facial ar de dúvida. Mesmo depois da explicação de Emily sobre seu raciocínio, Dhiogo tenta argumentar que se tratava de uma sociedade e isso implicaria em considerar como **o** pão como **o pedaço**. Com a dúvida, propus que o trecho fosse relido, e eu mesma o li, e proponho uma reescrita do trecho, que foi enunciada por Carollyne e reelaborada por mim. Durante minha fala, Gove conversa paralelamente com Tcheqnormes como se estivesse tentando explicando o que foi questionado pela amiga, chegando até fazer algumas contas em seu caderno. Solicito que ele vá à lousa mostrar a todos o que estava pensando e falando com Tcheqnormes. Inicialmente ele não se sente à vontade em escrever na lousa, mas se levanta e explica oralmente seu pensamento. Porém, insisto que faça o registro escrito, pois oralmente tinha sido muito rápido e não tínhamos entendido. Então ele registra: $6 + 1 = 7$ 8 $2 + 1$

	será que ele **dividiu** *certo, ele deu certo as moedas lá? Ele não falou que ele ia descontar a moeda do bolo que comesse.* Dhiogo: *É* Pesquisadora: *Ele não falou* Dhiogo: *Mas ele falou que ele ia pagar* pelo que ele comeu. Pesquisadora: *Pelo o que ele comeu.* Dhiogo: *Ele não falou que ia* ***descontar****, mas também ...* ***o que ele não comeu ele não precisaria pagar*** Pesquisadora: *O que ele não comeu, não precisaria pagar. Mas ele não comeu, como disse a Emily: ele não comeu 8 pães. Ele comeu dois pães...* Emily: *E um pedaço.* Dhiogo: *Ele pagou pelos* ***dois pães e um pedaço****.* Pesquisadora: *Ele pagou 8 moedas pelos dois pães e um pedaço. Olha que coisa interessante.* *Vai lá, vai lá Gove (indicando a lousa), vai lá porque agora todo mundo quer ver.* Gove: *Não, não. Eu falo daqui mesmo.* Pesquisadora: *Não, tem que mostrar a conta que você está mostrando ai. Vem. Vem.* Marília: *Leva o caderno.* Gove: *Não precisa.* Pesquisadora: *Não precisa, ta na cabeça Olha lá que maravilha*! Gove: *Ó professora, você falou que ele tinha 8 moedas pra 2 pães e um pedaço.* Pesquisadora: *Certo.* Gove: *Cada pão vale 3 pedaços.* *Pesquisadora: Certo.* Gove: ***Duas vezes três são 6 mais um pedaço são 7, então ele deu 8 moedas pra 7***	Com esse registro seguido da explicação de Gove, percebi que ele entendeu que Emily questionou de onde vinham os 7 pedaços. Mas Emily questionou sobre a relação inteiro-pedaço uma vez que o texto trás escrito o artigo "**o**" subtendido por ela como **o inteiro** e pelos demais como **o pedaço**. Marília tenta ajudar falando que o 8 era por causa do um terço do pão do outro viajante. Tento explicar a dúvida de Emily, porém Gove faz expressão de não ter entendido e volta para seu lugar. Em seguida, tento retomar toda a discussão e acabo explicando sobre divisão proporcional e o assunto se segue quanto à divisão justa aos olhos de Deus, que não vou abordar nesta análise.

	pedaços de pão. *Isso que eu estava falando pra ele.* Pesquisadora: *Então vai, escreve aí. Muito rápido.* Gove: *Escrever?!* Pesquisadora: *Muito rápido. O que você fez de desenho lá...* Gove: ***Eu só fiz a continha***. Pesquisadora: *Então faz ela aí. Deixa eu ver.* Gove: *Fazer a como?Eu não sei.* Pesquisadora: *Fala de novo. Porque a gente não entendeu. Vai. Ele comeu, vai, escreve lá* Gove: ***É, era 8 moedas ai tinha 2 pedaços, 2 pão mais um pedaço aí aqui são 3, três vezes 2 são 6 mais um são 7 e ele deu 8 moedas pra 7 pedacinho de pão***. Pesquisadora: *Por que são 3 ali? Não entendi.* Gove: *Porque* ***cada pão vale três.*** Pesquisadora: *Ah! Vale três.* Gove: *Vale três pedaços.* ***Ele comeu dois pães e um pedaço.*** Tcheqnormes: *Ah, agora eu entendi!* Gove: ***Então, duas vezes três são seis, mais um pedaço são sete... Isso que eu fiquei pensando... ele deu 7 pedaços e ganhou 8 moedas?*** Pesquisadora: *Não, 7 pedaços foi do Homem que Calculava,...* Marília: *Mas tinha* ***um...terço*** Pesquisadora: *Mas o amigo dele que tinha 5 pães. O amigo tinha 5. Um tinha 5 outro tinha 3, né. Então essa divisão que você fez ai era do amigo que tinha...5 pães. Você fez a conta ali né.* Dhiogo: *E ainda tinha um que tinha um.* Pesquisadora: *E ainda tinha o outro que tinha três pães. Então, do cara que tinha três pães ele comeu só um pedaço Por isso que ele deu 8*	

	moedas. Mas ainda ficou a questão da Emily, né. Fala de novo, Emily, a questão.	

Fonte: vídeo da pesquisa

Novamente nos deparamos com o sentido dados pelos estudantes ao número racional. Para Emily, o artigo "**o**" do texto deixou implícito que se tratava do pão inteiro e que a oferta do xeique e solução apresentada pelo calculista não estavam corretas, pois se o xeique comeu $\frac{8}{3}$ dos $\frac{24}{3}$ de pedaços de pão, então ele comeu 2 pães inteiros e mais $\frac{1}{3}$, e por isso deveria pagar apenas 2 moedas e alguns centavos, pois verificou quantos inteiros cabem em $\frac{7}{3}$ e quanto sobra, fazendo a subdivisão da sobra em um equivalente: centavos, usando a fração no contexto de medida, como apresentado por Romanatto (1999). Em sua síntese escrita, Emily explica:

> *O debate desse quarto capítulo foi muito interessante, porque eu achei que o Homem que Calculava enrolou todo mundo e ainda saiu ganhando,ele saiu com 4 moedas enquanto devia receber apenas 2 moedas e alguns centavos.Já o meu colega Dhiogo acha que pela sociedade que fizeram foi justo o que ele ganhou e acha também que o xeque não disse que pagaria 8 moedas por pães comidos* ***inteiros****,* ***e sim (talvez) por pedaços*** *de pães, mas por fim Beremiz fez a divisão que era "perfeita" aos olhos de Deus (aos seus próprios olhos,na minha opinião).*

Dhiogo entende que as 8 moedas pagas pelo xeique representava o pagamento pelos 2 pães e 1 pedaço que comeu. Para ele a relação de equivalência era de 8 moedas para cada $\frac{8}{3}$ que comesse.

O estudante Jean não se pronunciou oralmente, mas em sua ficha avaliativa apresenta a seguinte resolução:

8 pães

Cada pão foi repartido em 3 pedaços iguais, num total de 24 pedaços.

Cada um consumiu 8.

Os 5 pães de Beremiz somaram 15 pedaços

Os 3 pães de seu amigo = 9 pedaços

Beremiz
Amigo > *8 consumidos*

Restou 7 pedaços de Beremiz e 1 do seu amigo.

Esse resto foi doado ao vizir, que pagou exatamente 1 dinar por pedaço, sendo que o combinado foi 8 moedas por pão consumido.

Mesmo assim a divisão pode até ser matematicamente correta, mas para mim o calculista não acertou desta vez.

Beremiz

Tinha 5 pães = 15 pedaços;

Comeu 8 e sobrou 7.

Amigo
Tinha 3 pães = 9 pedaços
Comeu 8 e sobrou 1
O resto foi consumido pelo vizir, sendo 7 doados por Beremiz e 1 pelo seu companheiro.
Moedas:
Beremiz: 7 Para mim a divisão foi perfeita, pois ele considerou [Trecho apagado:cada pedaço]
Amigo: 1

Podemos supor que a representação simbólica $\frac{a}{b}$ do número racional para esses estudantes não teria significado para representar neste contexto a relação parte/parte explorada no texto, pois nenhum deles faz uso dela. Marília ainda usa a palavra "***terço***", quando tenta explicar para Gove que ainda restava um pedaço do pão do amigo.

Na escrita de seu raciocínio na lousa, o estudante Gove também não usa a representação $\frac{a}{b}$ para explicitar a quantia de pão comida pelo xeique, e ainda resolve a conta de baixo para cima, invertendo o algoritmo da multiplicação. Ele fala: "*são dois pães repartidos em três pedaços*" enquanto escreve a conta .

6 + 1 = 7 8
2 + 1

x 3

Podemos observar que o resultado de 2 x 3 está acima do 2. Este estudante parece não reconhecer e usar o algoritmo da multiplicação, embora a faça, e a representação $\frac{a}{b}$ não aparece embora em sua fala explicite que o 1 se refere a um pedaço de três.

O capítulo VIII retoma a divisão proporcional e será apresentada no item 6.8.

6.3 A contagem dos camelos

A discussão pretendida deveria ser sobre senso numérico, contagem, radiciação e potenciação. O capítulo lido foi o VI: “Do que ocorreu durante a nossa visita ao vizir Maluf. Encontramos o poeta Iezid, que não acreditava nos prodígios do Cálculo. O Homem que Calculava conta, de modo original, uma cáfila numerosa. A idade da noiva e um camelo sem orelha. Beremiz descobre a “amizade quadrática” e fala do rei Salomão.”. Segue a transcrição do vídeo desse encontro nos quadros 4 e 5.

Quadro 4 – A contagem dos camelos 1

Intervalo de tempo	**Transcrição do vídeo**	**Descrição das ações**
00h17min48 – 00h18min55	Tcheqnormes: *Entendi que ele contava as orelhas e dava um número.* Dhiogo: *Ele contou as pernas e as orelhas e dividiu por 6 que é a quantidade de pernas e orelhas, que cada camelo tem, e deu um número que...**o quadrado daquele número...se tirar o quadrado...é a idade da noiva dele é a raiz quadrada de 256**, esse seria o processo que ele usou.* Steven: *No caso seria 257 e não 256.* Gove: *Mas é só uma orelha, não é o par. Ele tirou uma orelha.* Pesquisadora: ***E o que você falou aí: o 256 é o que do 16?*** Steven: ***Raiz quadrada*** Pesquisadora: *Quem é a raiz quadrada de quem?* Bruno Silva, Roberto, Gove e Steven: *16 é a raiz quadrada de 256.*	O estudante Tcheqnormes que fez a leitura. Quando peço para que identifiquem a relação entre o 256 e o 16 o estudante Dhiogo dispersa o olhar, como se procurasse a relação em seu pensamento. Durante a fala dos colegas, a estudante Marília olha o texto e usa uma calculadora para efetuar alguns cálculos, mas não os explicita. Após a resposta em coro dos estudantes Bruno Silva, Roberto, Gove e Steven houve quase 1 minuto de silêncio.
00h20min00 – 00h21min50	Pesquisadora: *O Dhiogo fez a relação: disse que ele somou as patas e as orelhas e dividiu por 6, porque cada camelo tem 4 patas e 2 orelhas. E aí, o que ele encontrou como resultado?* Dhiogo: *257.* Steven: *Não, na hora 1541.* Gove: *Esse cara é louco pra falar a verdade. Ao invés de contar só os camelos ele quis fazer uma coisa...* Dhiogo: *Ele quis*	Retomei a fala do estudante Dhiogo, pois percebi que havia uma confusão entre a nomenclatura e identificação da raiz quadrada. Além disso, o texto fala que ele acrescenta um, da orelha que falta e não tira, como disse o estudante Gove. Diante do questionamento, o estudante Steven retorna ao texto para buscar o resultado e quando vê que o amigo Dhigo responde o resultado final, ele corrige o amigo, que concorda com a

	se mostrar (Murmurinho e agitação dos estudantes, e alguns segundos de silêncio) Steven: *Tá aqui (mostra o texto): ele acha* ***um total de 1541 camelos e divide por 6 e achou o resultado de 257.*** Pesquisadora: *E o 257...?* Steven: ***O 257 não é um número primo.*** *Eles querem a idade dela...* Dhiogo e Marília: *É o* ***contrário*** Steven: ***A idade dela é a raiz quadrada***. Pesquisadora: *Aí ele tirou a orelha...256...* Steven: *Aí a amizade quadrática que é, tipo, a soma do que vai tirar a raiz quadrada é igual ao número e a mesma soma da raiz quadrada daquele número é aquele número.* (agitação dos estudantes com falas simultâneas sobre a amizade quadrática) Gove: *Professora...* (agitação dos estudantes com falas simultâneas sobre a amizade quadrática)	cabeça, lançando seu corpo para frente. Todos falam muito baixo e cautelosamente. O estudante Gove balança as pernas o tempo todo como se demonstrasse ansiedade e indignação pela forma como o calculo foi conduzido. Antes de emitir sua opinião sobre a atitude do calculista, o estudante Dhiogo estava com os dois braços junto ao corpo e ao se pronunciar lança um dos braços sobre a mesa como forma de impor sua fala, aumentando também seu tom de voz. Nenhum dos estudantes questiona o resultado da divisão de 1541 por 6. O estudante Gove, logo após a fala de Steven dizendo que a idade dela é a raiz quadrada, solicita um livro e comenta com Tcheqnormes o que vai procurar. Tcheqnormes pega o livro e começa a reler um trecho, junto com Gove e Jean se aproxima para ver qual é a dúvida. Não encontrando, Gove toma o livro para si e relê o trecho. E tenta falar, sendo interrompido pelos colegas que comentam sobre a amizade quadrática, mas permanece com o livro aberto. Eu não consegui perceber essa inquietação do estudante Gove, pois todos falavam ao mesmo tempo e eu acabei não lhe dando a palavra.
00h21min21 – 00h22min41	Pesquisadora: *Parece que a Kyrie estava falando alguma coisa. Fala Kyrie.* Kyrie: *Eu estava falando que ele somou o outro camelo que não tinha a outra orelha, o que só tinha uma.* Steven: *É, ele somou um.* Pesquisadora: *Ah, ele somou um antes de dividir né!*	Kyrie parece perceber que havia um erro na fala dos colegas e os retifica, mas não explica por que essa mudança faria diferença nos resultados. Steven também não explica e apenas concorda com a amiga. Apenas reforcei com a intenção de algum estudante tentar explicar, mas isso não aconteceu e o Tcheqnormes mudou o assunto. O estudante Gove, ainda se mantém com o livro aberto, mas não mais tenta falar.
00h25min		O estudante Gove fecha o livro e desiste de falar.

Fonte: vídeo da pesquisa

Neste primeiro quadro o recorte dos diálogos apresentado nos permite identificar os sentidos e que os significados que os estudantes estão dando ao conceito de potencia e raiz.

Por meio de algumas expressões como "*tirar o quadrado*" e em seguida a tentativa de explicação "*a idade da noiva seria a raiz quadrada de 256*", usadas por Dhiogo, ou ainda, "*o 257 não é um número primo*", dita por Steven, podemos observar que são termos relacionados à radiciação.

Steven demonstra entendimento que para calcular a raiz quadrada exata de um número, este não pode ser primo, mas parece não saber identificar um número primo. Em suas sínteses escritas, nenhum estudante usa o símbolo da raiz quadrada quando descreve o texto. Parece que os conceitos de radiciação e potenciação abordados pelo texto não chamaram a atenção dos estudantes para que houvesse uma discussão mais aprofundada sobre o assunto.

Os estudantes mostram que não se atentaram para o fato de que o número 1.541 não é divisível por 6 e que por isso o calculista soma a orelha faltante do camelo defeituoso. Eles se prenderam mais à maneira usada para contar os camelos (pelas patas e orelhas), relida por Steven e ajuizado por Dhiogo com a expressão "*Ele quis se mostrar*", do que com o resultado obtido. Kyrie que chama atenção para o fato da soma da orelha ter sido feita antes da divisão, o que tornaria o número divisível por 6, corroborada por Steven, mas a explicação do cálculo não foi reelaborada por nenhum dos estudantes. Ou seja, o fato de não ser divisível não fez diferença.

Marília, em sua síntese escrita demonstra não ter compreendido o que foi somado para que a divisão fosse efetuada com exatidão: "*(...) diz ele que contou as patas e as orelhas dos camelos deu um resultado muito grande que foi 1.541 depois juntou esse total com uma dezena que não vem falando que* ***dezena*** *foi e dividiu por 6 que deu exato que foi 257.*"

Como o senso numérico e o agrupamento para contagem foram os temas que mais chamaram a atenção dos estudantes, no quadro a seguir, trazemos mais um trecho da discussão, para analisar se os estudantes reconhecem o agrupamento como estratégia de contagem, como segue no quadro 5.

Quadro 5 – A contagem dos camelos 2

Intervalo de tempo	**Transcrição do vídeo**	**Descrição das ações**
00h26min40 – 00h46min35	Pesquisadora: *Vocês acham que essa habilidade de contar as asas das borboletas é só do Homem que Calculava ou será que a gente*	Os estudantes, a todo momento, retomavam indignados a contagem das asas das borboletas relatada no texto. Para eles era um exibicionismos

	tem a habilidade de contar alguma coisa rápido também? Steven: *Se a gente estiver olhando assim [inaudível] automaticamente, a gente nem repara direito. Se a gente praticar...* Pesquisadora: *A Valeska ia responder.* Valeska: *Se for uma* ***quantidade mínima*** *a gente consegue contar, mas se for que nem ele, ninguém consegue contar asas de borboletas...* Pesquisadora: *Quanto você acha Valeska, que é esse mínimo que a gente consegue contar?* Dhiogo: *10* Steven: *50* Pesquisadora: *Eu não consigo olhar para a sala de vocês e dizer quantos estudantes estão presentes.* Tcheqnormes: *Depende, se* ***estiver enfileirado****...*	da parte do calculista. Mas foi uma forma que o autor encontrou para falar sobre agrupamento. O estudante Tcheqnormes não explica porque a contagem fica mais fácil se as carteiras estiverem enfileiradas, o que é feito por mim na sequencia.
00h48min25 – 0049min50	Poseidon: *Eu estava pensando no apanhador de laranja, porque quando* ***ele apanha a laranja ele já sabe quanto vai dar****. Tipo assim: a saca da laranja custa R$0,90, aí acho que ele tem que fazer, não sei direito, acho que é* ***vezes*** *para dar o dinheiro que ele vai receber.* Gove: *É assim: se é R$0,50 o valor de cada caixa de laranja vezes 25, por exemplo.* Pesquisadora: *E o que vocês acham: que ele* ***conta laranja por laranja****?* (vários responde ao mesmo tempo: "*a caixa*", seguido de muito murmúrio) Steven: *a pessoa faz assim: ele sabe que em uma caixa vai* ***em torno*** *de 200 laranjas e que vai pagar tanto...*	Poseidon traz uma questão de sua realidade para exemplificar sobre senso numérico e estimativa, e acaba explicitando sua dúvida sobre o cálculo do valor ao receber ao fim do trabalho, que é respondido pelo estudante Gove, com muita precisão. Quando questiono sobre a contagem da laranja, eles manifestam inquietação e Steven tenta me explicar o cálculo.

Fonte: vídeo da pesquisa

Os estudantes explicitam que reconhecem a "capacidade humana de reconhecimento imediato e visual dos números" (IFRAH, 1989, p. 50) e estimam uma quantidade mínima dessa capacidade.

Segundo Ifrah (1989) a mão humana é um "instrumento natural" para a contagem, que, de acordo com a disposição dos dedos, permite o reconhecimento imediato, com um só golpe de vista, da quantidade de cinco elementos.

Valeska intui a quantidade de dez elementos e acha absurda a contagem realizada pelo calculista. Em suas sínteses escritas os estudantes também mostram duvidar da capacidade de contagem: "*(...) Ele resolveu contar os camelos de uma forma diferente, onde contava apenas as patas e as orelhas, fazendo assim a soma 4+2,* ***o que é muito estranho, pois não deve ser nem um pouco fácil contar as patas e as orelhas de 257 camelos***." (Kyrie).

Tcheqnormes apresenta uma estratégia para contagem: o enfileiramento. Para ele, possivelmente, os elementos de uma fila e uma coluna serão contados e depois multiplicados. O fato estar enfileirado estabelece uma ordem. A ordenação numérica é essencial para a contagem. Ifrah (1989, p.45) afirma que "o número de elementos de uma coleção é inteiramente dependente da ordem de "numeração" de seus elementos." quando apresenta a contagem como faculdade humana.

Neste contexto, Poseidon nos apresenta uma associação que faz entre a capacidade de contar e o pagamento de um trabalhador rural que apanha laranjas.

Com essa associação Poseidon nos apresenta o sentido e o significado que a contagem tem para ele: a contagem está diretamente relacionada ao pagamento pela prestação do serviço pelo trabalhador rural.

Aqui, podemos dizer que a matemática faz sentido a esse estudante quando atrelada à sua realidade e a leitura deste texto permitiu com que pudesse fazer essa relação.

Nesse sentido, faz-se necessário considerar os estudos de D'Ambrósio (2011, p. 09), uma vez que, durante a conferencia de abertura do XIII CIAEM[15] afirmou que a Matemática só terá sentido se servir para melhorar a qualidade de vida do estudante, se respeitar a diversidade cultural e ainda, se estimular a criatividade, uma vez que:

> Procura-se uma educação que estimule o desenvolvimento de criatividade desinibida, conduzindo a novas formas de relações interculturais e intraculturais. Essas relações caracterizam a educação de massa e proporcionam o espaço adequado para preservar a diversidade e eliminar a desigualdade discriminatória, dando origem a uma nova organização da sociedade. Fazer da Matemática uma disciplina que preserve a diversidade e elimine a desigualdade discriminatória é a proposta maior de uma Matemática Humanística.

[15] CIAEM – Conferência Interamericana de Educação Matemática – Recife - 2011.

Parece que Poseidon conseguiu relacionar a Matemática estudada no livro paradidático com a Matemática de sua vida, a qual contem relações de trabalho que, possivelmente são vividas por ele.

6.4 Os quatro quatros e o sentido da matemática

O estudo deste encontro foi o capítulo VII: "Nossa visita ao xeique dos mercadores. Beremiz e o turbante azul. O caso dos quatro quatros. O problema dos cinqüenta dinares. Beremiz resolve o problema e recebe um belíssimo presente." Com ele pretendíamos que os estudantes dessem significado à composição e decomposição numérica entendendo que a formação de conjuntos numéricos é estabelecida quando satisfeitas algumas propriedades algébricas como: associatividade, comutatividade, elemento neutro para as operações que neles se definem como soma e produto.

Nos quadros 6 e 7 segue a discussão feita pelos estudantes.

Quadro 6 – Os quatro quatros e o sentido da matemática 1

Intervalo de tempo	Transcrição do vídeo	Descrição das ações
00h15min48 – 00h17min42	Pesquisadora: *Vocês **combinariam** esses números assim pra dar...?* Roberto: *Eu nem imaginaria, nem pensaria na **possibilidade** da soma...* Marília: *Ah não!* (Risos) Pesquisadora: *Será que só dá com quatro quatros, será que três três dá certo também?* Roberto: *Dois dois...Difícil!* Dhiogo: *Eu acho que dá sim!* Pesquisadora: *Cinco cincos? **Será que com cinco cincos a gente conseguiria o zero, por exemplo**?* (Silêncio) Dhiogo: *Cinco cincos não dá não.* Gove: ***Tem que ser número par.*** Pesquisadora: *Tem que ser número par? Por que será?*	Neste dia choveu e fazia muito frio e por isso contávamos, apenas com metade do grupo – 6 meninos e 1 menina. Os estudantes não estavam falando muito e resolvi intervir com questionamentos. Diante do primeiro questionamento feito, os estudantes se agitavam, se mexendo na cadeira e falavam ao mesmo tempo. Já o segundo questionamento os deixou em silêncio por alguns instantes. Os estudantes Poseidon e Dhiogo voltaram a reler o texto, enquanto Jean escrevia algo na carteira, mas depois apaga e olha para os colegas, para ver se alguém conseguiu resolver a questão lançada. Quando Roberto lança uma solução, Marília imediatamente o corrige. Quando digo que há solução era para verificar se os estudantes estavam tentando

	(Murmurinhos) Gove: ***Porque número par dá pra você tirar o tanto que você pôs, e número ímpar não, vai sempre sobrar um.*** Roberto: ***Com o 5 dá pra fazer: 55 menos 55 dá zero****!* Marília: *São 5 cincos!* Roberto: *É verdade!* Gove: *Tem que ser 4, vai sempre sobrar um, tem que ser número par.* Pesquisadora: *Mas eu acho que já descobri um zero aí, hein!* Dhiogo: *Com 5 cincos?* Pesquisadora: *Com 5 cincos! Ele acabou de falar que dá zero 55-55. E se eu* ***dividir*** *por 5?* Roberto: ***Dá zero! Zero divido por 5 dá zero!*** Dhiogo: *Eu não sabia que podia dividir...* Pesquisadora: *Podia dividir...*	resolver a partir do falado por Roberto. Todos ficam muito inquietos com a possibilidade de solução. Ao anunciar a resposta, Dhiogo abre sua mão e olha para Marília demonstrando surpresa com a resposta e Marília suspira. Neste momento, Gove sussura a conta mentalmente para verificar o resultado.

Fonte: vídeo da pesquisa

Para os estudantes não é possível ou até mesmo muito difícil, escrever números a partir de operações com outros números inteiros na quantidade representada por seu algarismo, por exemplo: escrever os número 0, 1, 2 3,... com operações com 2 números 2, ou com 3 números 3, principalmente se a quantidade de números for ímpar, como nos escreve Gove explicando que na combinação dois a dois de quantidades ímpares, sempre sobraria um elemento.

O estudante Jean, em sua síntese escrita descreve o problema proposto como sendo: "*escrever com quatro quatros uma expressão que resulte a qualquer número inteiro proposto.*" Para Jean, parece que o problema está claro, porém não apresenta nenhum comentário sobre a possibilidade de compor os números inteiros com combinações de outros números como com cinco cincos, ou dois dois.

Portanto, podemos supor que para este grupo de estudantes, realizar combinações entre números iguais para compor números inteiros não teve sentido.

O que os estudantes destacaram deste capítulo foi a utilização do conhecimento matemático para "tirar proveito" de uma situação e o que a Matemática representa no cotidiano deles. Segue a discussão feita pelos estudantes no quadro 7.

Quadro 7 – Os quatro quatros e o sentido da matemática 2

Intervalo de tempo	**Transcrição do vídeo**	**Descrição das ações**
00h33min30 – 00h38min50	Poseidon: *Ah professora, às vezes todo mundo acha que ele é* ***interesseiro****, talvez ele também esta querendo dizer que* ***a Matemática não é uma coisa chata****, tipo assim,* ***aquele monte de numerinhos chatos*** *que a pessoa fica calculando...Vai ver ele queria demonstrar que* ***a Matemática é muito mais que isso****, só números...* Dhiogo: *É, e pegar um camelo não faz mal!* (Risos e agitação) Pesquisadora: *Eu gostei da ideia do Poseidon, vou pedir pra você continuar o pensamento. Você acha que a matemática não é só numerinhos, o que você acha que é matemática então?* Poseidon: ***Matemática, bem dizer, é tudo****. Porque às vezes, a gente vai precisar das coisas pra fazer conta, ou senão, também* ***surpreender alguém****. Matemática é... .como posso dizer...* Tcheqnormes: ***Matemática está no nosso cotidiano, toda hora, praticamente.*** Roberto: ***Interessante. Enigmática.*** Poseidon: *Na hora que vai* ***contar*** *as moedinhas lá, precisa de números.* (Risos) Gove: *Pra tudo.* Tcheqnormes: *É.* Roberto: *Tem uns loucos que ficam pensando até a morte...* Gove: ***Interessante. Tudo que nós usamos precisa de matemática.*** Roberto: ***Medir*** Gove: ***Medida***	Todos se mantêm atentos à fala de Poseidon. Embora manifestarem que acham o calculista um aproveitador. Aparentemente Poseidon entende uma das intenções do autor: de transmitir a ideia de uma matemática mais cotidiana, mas presente na realidade, menos rigorosa e mais prazerosa. Quando Gove se refere ao gasto com mulher, houve muita agitação e os estudantes Tcheqnormes, Dhiogo e Marília abaixam suas cabeças nas carteiras, acompanhadas de risadas envergonhadas. O estudante estava se referindo a junto com a menina levando-a a passear, porém deu sentido ambíguo, que é o de pagar para sair com uma mulher, ou seja, a compra do prazer, a venda do corpo para dar o prazer, posteriormente comentado por ele.

	Tcheqnormes: ***Largura, comprimento.*** Roberto: *A vá!* (Risos) Pesquisadora: *Gostei da ideia. Tem mais coisas que vocês acham , assim do cotidiano, que precisa, tipo roupa, com o tamanho, medida...* Roberto: ***Pagamento, a parte mais importante.*** Pesquisadora: *Por que?Por que é importante ter dinheiro?* Marília: ***Pra gente gastar****.* (Risos) Pesquisadora: *E a gente gasta com o quê?* Roberto: *Com coisa que a gente acha interessante, que você goste.* Gove: *Mulher.* Poseidon: ***Dinheiro também serve pra comprar comida, água, senão nós não sobrevivemos.*** Tcheqnormes: *Pra fazer um suco, quantos* **mls***... tudo tudo tudo. Pra* ***ir ao shopping comer pipoca!*** Pesquisadora: *Ir ao shopping comer pipoca é uma* ***necessidade****?* Roberto: *É uma* ***diversão****.* Pesquisadora: ***E se divertir faz parte da necessidade?*** Dhiogo: *Ás vezes.* Pesquisadora: *Vocês acham que se a gente só* ***trabalhar****, trabalhar e trabalhar e nunca se divertir...* Marília: *Você vai ficar louco!* Dhiogo: *Por isso você tem que dividir seu dia em 3 partes: 8 horas pra dormir, 8 horas pra trabalhar e estudar...* Marília: *A Matemática!* Dhiogo: ***A Matemática na divisão do dia****.* Gove: *Todo dia usa* ***matemática no computador.*** *Todo dia... Minha senha é só número.* Pesquisadora: *Mas*	

	aí que tá, vocês acham que a matemática do computador se ***limita*** *a colocar a senha que você põe, ou será que tem mais alguma matemática por detrás disso?* (agitação e todos falam ao mesmo tempo) Gove: *Tem um monte.* ***Até pra existir o computador usa matemática.*** Tcheqnormes: *Têm várias.* Roberto: *Pra saber a* ***área, pra medir o terreno****...* Tcheqnormes: ***Pode fazer o alicerce da casa usando a matemática*** *também. Pra construir.* Pesquisadora: *Em que momento?* Roberto: ***Planejar a casa, a planta, na hora do pedreiro medir pra ver o tamanho da parede****...* Pesquisadora: *E quando ele faz a planta, ele faz uma planta lá...* Dhiogo e Roberto: *Não.* (Todos falam juntos) Dhiogo: *Não, ele tem que medir o terreno.* Roberto: *Tem que* ***fazer uma legenda.*** Pesquisadora: *Ele faz uma medida como, Dhiogo?* Dhiogo: ***Ele mede o terreno e faz uma media para passar pro papel.*** Pesquisadora: ***E que medida que é essa?*** (Risos seguidos de silêncio) Dhiogo: *Calma, calma... é uma* ***proporção.*** Pesquisadora: *Proporção.* Marília: *É a palavrinha mágica.* Pesquisadora: *A gente está estudando, né!*	

Fonte: vídeo da pesquisa

Para o estudante Poseidon a matemática não se resume a operar com números. Ele, talvez por influência das atitudes da personagem do livro, fala que a Matemática serve para “*surpreender*” as pessoas. Este estudante, diferente dos demais, não acha que o calculista é “*interesseiro*” ou se aproveita das situações para tirar vantagem. Para Poseidon o calculista usa a resolução dos problemas para mostrar que a Matemática “*é tudo de bom*”. Roberto apresenta a Matemática como “*interessante e enigmática”*.

Em seguida, vários estudantes se manifestam indicando em quais situações cotidianas percebem as relações matemáticas: para se fazer medidas, na construção de casas, indo da construção real ao planejamento e desenho da planta, na manipulação com o dinheiro nas relações de compra e venda.

No que diz respeito ao uso da Matemática em medições e construções, os estudantes indicaram alguns elementos matemáticos como largura, comprimento, área e até proporcionalidade na relação do real com o desenho da planta.

Quanto às relações com o dinheiro, os estudantes apresentaram as situações em que o utilizam. O dinheiro surgiu como forma de pagamento pela prestação de serviço. A utilização desse dinheiro surgiu, primeiramente, para ser gasto com diversão, como “*a pipoca no shopping*”, que não é vista por todos como uma necessidade, depois surge como meio de garantir a sobrevivência com a aquisição de comida e água.

A partir das falas dos estudantes pudemos supor que estes se encontram em processo de humanização, segundo a teoria histórico-cultural, que embasada na teoria marxista, apresenta o trabalho como “*atividade humana por excelência. (...) aquilo que fundamentalmente humaniza e possibilita o desenvolvimento da cultura*. (...).” (RIGON; ASBAHR; MORETTI, 2010, p. 17)

Nesse sentido, “o homem cria necessidades que têm por objetivo não apenas garantir sua existência biológica, mas, principalmente, sua existência cultural.” (RINGON; ASBOBR; MORETTI, 2010, p. 16).

O significado dado ao pagamento, uma atividade matemática, pelos estudante Roberto, Marília e Tcheqnormes é a de atender a necessidade cultural de consumo. Já Poseidon entende que dinheiro garante a existência biológica, pois serve para “*comprar comida e água*”.

No 6º encontro retornaremos à discussão da presença da matemática no meio natural, a serviço das necessidades humanas.

Neste encontro, entendemos que os nossos objetivos de obter os sentidos e significados, referentes aos conteúdos composição e decomposição numérica não foram atingidos, porém podemos ter uma ideia dos sentidos e significados atribuídos à Matemática enquanto manifestação nas relações sociais.

6.5 A divisão do vinho e a conta do restaurante

Neste encontro retornamos ao estudo da fração recorrendo ao uso da geometria, mas não como sentido de medida e sim como operador multiplicativo. Outro significado que poderia ter sido explicitado é o da regularidade de figuras geométricas, pelo estudo do capítulo VIII: “*Ouvimos Beremiz discorrer sobre as formas geométricas. Encontramos o xeique Salém Nasair entre os criadores de ovelhas. Beremiz resolve o problema dos 21 vasos e mais outro que causa assombro aos mercadores. Como se explica o desaparecimento de um dinar numa conta de trinta dinares.*”.

Quadro 8 – A divisão do vinho e a conta do restaurante

Intervalo de tempo	**Transcrição do vídeo**	**Descrição das ações**
00h20min00 – 00h21min02	Pesquisadora: *O que ele fez para dividir as partes de vinho?* *Fale pra todo mundo ouvir, Ana.* Ana: *Não sei se está certo, se é isso. Porque aqui,* ***quando ele fala 3 vasos cheios, 1 meio cheio e 3 vazios, não ficou igual aos outros, a mesma quantidade de vinho.*** Emily: ***Mas se você juntar 2 meio cheios vai dar 1 inteiro, aí o segundo e o terceiro vão ficar com 3 cheios também, e 1 e meio vazio.*** Ana: *Ah tá! Entendi*	Neste encontro, a maioria não tinha ido ao encontro passado, apenas três estudantes e no meio da discussão foi necessário retomarmos o capítulo anterior para relacionar o assunto: agrupamento, e a relação entre o que se pagou com o que falta pagar. Porém os estudantes não fizeram as relações. Neste encontro os estudantes quase não se manifestaram, apesar da minha insistência com questionamentos sobre o que eles sabiam de geometria, as formas, se percebiam a geometria na natureza, etc.

Fonte: vídeo da pesquisa

A discussão mais significativa deste encontro foi a dúvida apresentada por Ana. Esta estudante explicita não reconhecer que $2 \times \frac{1}{2}$ é igual a 1 inteiro quando lê no texto que “ao segundo sócio caberão: 2 vasos cheios; 3 meio-cheios; e vazios” (MALBA TAHAN, 1994, p. 43) , mesmo com a representação esquemática do agrupamento.

Em sua síntese escrita Ana demonstra ter compreendido o que lhe foi explicado pela amiga Emily: “*É só pensar que poderíamos pegar metade e daria a solução 1 vaso* *cheio.*", mas não usa a representação $\frac{a}{b}$ e nem indica quantas metades seriam necessárias para se formar um vaso cheio.

Valeska por sua vez, não falou nada durante a discussão, mas escreveu: "Eu não achei correto do jeito que ele dividiu os 21 vasos de vinhos porque ele, falou que era pra ser dividido a quantidade igual mais, dois ficaram com quantidades igual e o outro ficou com mais.", apresentando que a junção de duas metades não gerariam um vaso cheio e portanto a resolução proposta não teria sido justa, por não ter sido igual.

Parece-nos que para Valeska a expressão "3 meio-cheios" não contém uma unidade. Possivelmente ela não reconheça a representação simbólica de $\frac{3}{2}$ como $\frac{3}{3}+\frac{1}{2}$, ou ainda, $3 \times \frac{1}{2}$ atribuindo à fração o sentido de operador multiplicativo como apresentado por Romanatto (1999).

Quanto a produzir sentido e significado sobre a regularidade e a presença da geometria na natureza os estudantes não explicitaram aspectos relacionados a esta idéia, em suas falas.

No entanto, em suas fichas avaliativas, a maioria deles escreveu o que entendia sobre geometria.

Jean escreve que: "A discussão envolveu a compreensão das formas naturais em relação a geometria, ou seja, a natureza e a matemática. De certa forma eu até entendo a frase: 'Deus arimetizou o céu e a terra.'." e Ana escreve: "(...) falava muito de figuras geométricas até fiquei sabendo que na natureza podemos encontrar figuras geométricas, mas não é bem assim, é porque na língua matemática 'é podemos encontrar' mas na nossa língua 'podemos encontrar coisas parecidas com figuras geométricas'."

Ambos explicitam ter entendido a ausência de regularidade matemática na natureza, atribuindo a outros como *"Deus"* na frase citada por Jean ou a "*nossa língua*" citada por Ana, a tentativa de padronizar, organizar o mundo. Com sua escrita, Ana percebe a existência de dois tipos de linguagem para representar o mundo.

O próximo encontro retoma a discussão sobre o sentido e significado da Matemática.

6.6 O que é a Matemática

Neste encontro o estudo foi do capítulo XI: “Vamos aqui narrar como iniciou Beremiz o seu curso de Matemática. Uma frase de Platão. A unidade e Deus. Que é medir. As partes que formam a Matemática. A Aritmética e os Números. A Álgebra e as relações. A Geometria e as formas. A Mecânica e a Astronomia. Um sonho do rei Asad-Abu-Carib. A “aluna invisível” ergue a Alá uma prece.”, onde Malba Tahan apresenta a Matemática como Ciência.

Pretendíamos que os estudantes percebessem a matemática como linguagem criada pelo homem para a interpretação do mundo. O estudo deste capítulo complementaria a discussão já iniciada no 4º encontro, onde os estudantes apresentaram como percebem a matemática nas relações cotidianas. Vide quadro 9.

Quadro 9 – O que é a Matemática

Intervalo de tempo	**Transcrição do vídeo**	**Descrição das ações**
00h29min52 – 00h30mim59	Tcheqnormes: *E o que tem que ele vai falar “possamos compreender a Ciência” (Tahan, 1994, p.60).* ***O que Ciência a ver com Matemática****?* Gove: *Tudo a ver (trecho inaudível)* Pesquisadora: *Gostei! E aí, me ajudem com a resposta.* Tcheqnormes: *Na verdade, na prática tem tudo,* ***tudo tem matemática****. Mas Ciências...* ***Ciências é células, corpo humano...*** Kyrie: *(trecho inaudível) distâncias entre os planetas e o sol...* Dhiogo: *Densidade vê em Ciência e é Matemática.* Ana: *Professora,* ***tem alguma coisa a ver quando ele fala, não sei: “Os números governam o mundo!”(****Tahan, 1994, p.58)* (Silêncio)	Os estudantes não têm falado espontaneamente. Tenho feito várias intervenções. Os estudantes Jean, Ana e Kyrie relêem o texto. Quando falei que tinha gostado da pergunta do estudante Tcheqnormes os estudantes se agitaram em suas carteiras e fizeram expressão de desafio, alguns sorriem. Quando a estudante Kyrie fala para o estudante Tcheqnormes a relação da Matemática com Astronomia, ela gesticula bastante, mas fala muito baixo, não possibilitando a integral audição.

Fonte: vídeo da pesquisa

Pelas falas dos estudantes parece que não percebem a Ciência como uma linguagem e a vêem como disciplina escolar, como dito e escrito por Tcheqnormes e Carollyne: “(...) *a matemática é o complemento de tudo. Até em ciências proporcionalidade dos ossos, quantidade de braços, cabeças, olhos o nosso peso, nosso tamanho etc.*”

Kyrie, em sua síntese escrita apresenta o que entendeu sobre Ciência: “Descobrimos que a Ciências não tem a ver somente com células ou algo relacionado aos seres humanos e as animais, e que também, tem a ver com muitas outras coisas como a Pintura, a Música , as Esculturas entre outro .” Dhiogo escreve que “Podemos notar como a matemática se comunica conosco, que é através dos números.”, e seguindo a mesma linha Poseidon escreve “(...) a professora fez outra pergunta o quê a Ciência e a Matemática tinham em comum e eu logo respondi: os números.”. Jean acrescenta uma observação em seu texto escrito: “a Matemática é a base de todas as Ciências e Artes que existem.”. Emily reproduz parte do texto quando apresenta sua opinião sobre a discussão: “Discutimos a relação matemática <-> ciência; que tudo no mundo precisa e se usa a matemática, e no livro diz que ela ‘saciou’ a sede da ciência, que é a ‘Pintura, a Música, a Retórica, a Filosofia, a Escultura, a Dialética e a Arquitetura’, e achei bem interessante, pois se não existisse Matemática talvez nem existisse a Ciência no mundo, porém ela não pode calcular a Eternidade e o Infinito, pois são incalculáveis.”.

A reprodução do texto feita por Emily e as demais falas dos estudantes nos permite inferir que a ideia de Malba Tahan em indicar a Matemática como Ciência complementar necessária para a interpretação das demais Ciências como as Humanas e Sociais foi percebida pelos estudantes.

Era nosso objetivo com o estudo deste capítulo que os estudantes significassem a Matemática como construção humana e como linguagem, assim como, alguns estudantes fizeram ao explicitar a relação entre Ciência e Matemática, embora outros ainda só tenham percebido Ciências como disciplina escolar.

6.7 O jogo de xadrez

No 7º encontro pretendíamos que os estudantes produzissem significado para a potenciação, ver a transcrição no quadro 10, com o estudo do capítulo XVI: “*Onde se conta a famosa lenda sobre a origem do jogo de xadrez. A lenda é narrada ao califa de Bagdá, Al-Motacém Bilah, Emir dos Crentes, por Beremiz Samir, o Homem que Calculava.*”.

Quadro 10 – O jogo de xadrez

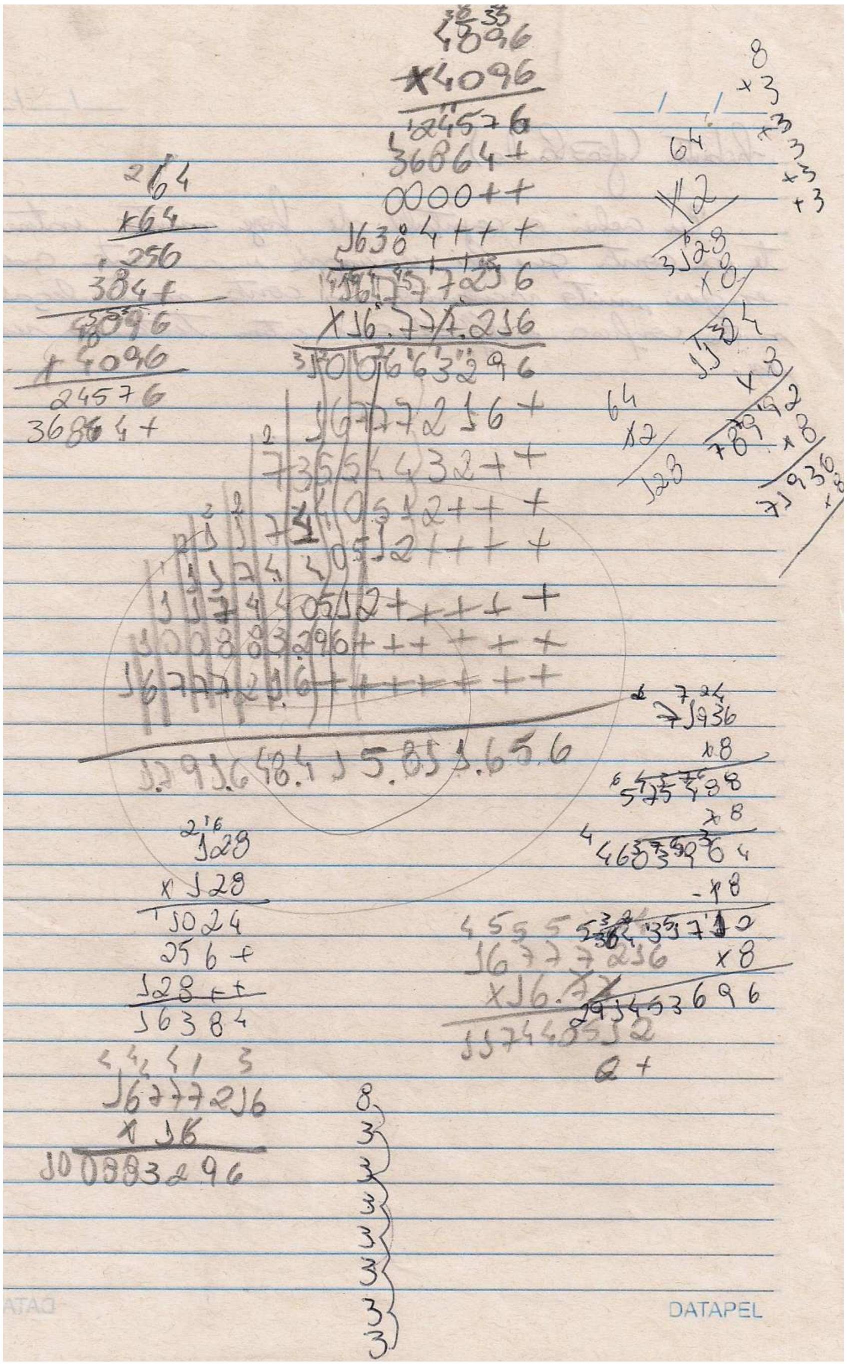
Intervalo de tempo	**Transcrição do vídeo**	**Descrição das ações**
00h42min50 – 00h52min22	Pesquisadora: *E em relação à conta? O que vocês acham da conta? Roberto, vi que você pegou o caderno, na hora que a Carollyne leu, e o que você fez? Mostra pra nós.* Roberto: ***Eu elevei 64 ao quadradro**, mas... não vai dar.* Steven: *Não tem, tipo, sei lá, uma **fórmula**, uma coisa parecida pra fazer mais **fácil**?* Roberto: *Mais **rápido**.* Steven: *Se não a gente vai ter que ficar multiplicando. No caso, **você multiplica um número, você tem que multiplicar de novo aquele mesmo número**, não tem, tipo, sei lá, **uma fórmula de multiplicar só o 64 direto** e...* Emily: ***E por que tira um**?* Steven: *Tira um.* Pesquisadora: *E aí, por que tira um?* (Silêncio) Steven: ***Tiraria um da primeira casa?*** Pesquisadora: *Tiraria uma unidade, que pode ser da primeira casa.* Steven: ***Esse um equivale a um grão ou uma casa?*** Pesquisadora: *Um grão.* Roberto: ***Depois que eu entendi** a conta que ele fez, eu **fui colocando 2 ao quadrado, que é a mesma coisa que 2 vezes 2, e fiz vezes 2, vezes 2, vezes 2**....aí eu desisti.* Pesquisadora: *Você chegou até em qual, 2 elevado a quanto?* Roberto: *Até 2 vezes 32* Pesquisadora: *Então você fez até 2 elevado a sexta. Sexta casa, a primeira linha...* Roberto: *Ta na*	Durante a leitura o estudante Roberto escreveu em seu caderno. Depois ele contou o que tinha feito. Os estudantes tiveram dificuldade em ler o número: 18446744073709551615, mas fizeram a separação dos valores posicionais e descobriram que se tratava de um número na casa dos quinquilhões. O estudante Steven quando expõe seu pensamente, gesticula muito, "escrevendo" no ar, ou na carteira o que está pensando. Após o silêncio, o estudante Roberto começa fazer contas em seu caderno e as estudantes Kyrie e Carollyne relêem o capítulo. Steven e Roberto se apresentam inconformados com a minha omissão de não revelar a fórmula. Eles querem a generalização, que no final, o estudante Jean, revela estar escrita no apêndice do livro, pois ele observou a indicação da nota de rodapé e foi lá ler. Distribuí uma folha à estudante Emily e Steven para que eles fizessem as contas que estavam pensando. Após não ter encontrado o resultado, a estudante Emily desiste da conta, mas Roberto continua. Então sugiro à Emily que tente 1024 vezes 1024 seis vezes, e ela retoma os cálculos. O estudante Steven se dispersa facilmente, mas retoma a conta, ele está partindo do resultado e dividindo-o por 8. Após a primeira divisão pergunta se tem que dividir de novo, aí eu o questiono do porque ele está dividindo por 64, o que pretende encontrar como resultado. Ele está fazendo o processo inverso, como ele pensa que os matemáticos fariam, conforme

	quinta. Steven: *32, 64, 128,304, 608, 1218, dois mil quatrocentos e...* Pesquisadora: *2 elevado a décima é 1024.* *Vocês perguntaram, será que não tem outro jeito? Tem ou não tem?* Roberto: *Mais fácil* Steven: *Uma fórmula.* Roberto: ***8 ao quadrado por exemplo, 64 ao quadrado. Depois multiplica o quadrado com o quadrado.*** Pesquisadora: *Vocês não responderam a pergunta da Emily: por que tira 1?* Emily**:** ***Faz 2 a décima, aí faz seis vezes essa conta com esse resultado.*** Steven: *Mas professora, existe alguma conta ou não tem?* ***Tem que descobrir alguma relação do valor com a base.*** *Tem que descobrir* ***alguma relação entre os números.*** *Tenta achar* ***uma relação entre o 8.*** Pesquisadora: *Eu queria saber por que 8?* Steven: *Porque 8 vezes 8 é 64.* Pesquisadora: *E o um? Se todo mundo é 2 elevado a alguma coisa, o 1...?* *A Emily fez e...* Dhiogo: *Passou longe!* Emily: *Muito longe, não chegou nem no milhão.* Steven: *Então,* ***como os matemáticos pensaram: eles primeiro descobriram o valor, encheram aquela lousa e descobriram o valor. Aí eles descobriram uma fórmula, tem que achar a relação desse número****, não é professora? Uma relação...* ***Toda vez que ele fizer aquela conta vai dar sempre o valor exato, pra ele não precisar ficar fazendo toda aquela conta.***	explicitado em sua fala. Alguns estudantes foram produzir o texto e os que estavam fazendo a conta, sentaram-se próximos para se ajudarem: Steven senta junto à Roberto para ajudá-lo, mas tenta descobrir uma fórmula generalizadora, Roberto resolve multiplicar por 8 que é 2 elevado a terceira como forma de agrupar o 2; Marília e Dhiogo pegam a conta de Steven para terminá-la; Emily faz 1024 elevado a seis e justificam que assim teriam 2 elevado a sessenta e depois multiplicou por 2 elevado a quarta para dar 64, ela procura o porque do menos 1. Neste encontro poucos estudantes fizeram a síntese escrita, ficaram envolvidos nos cálculos e acabaram não produzindo o texto. .

Fonte: vídeo da pesquisa

Os estudantes criaram algumas estratégias para encontrar a quantidade de trigo indicada no texto, como multiplicar 64 por 64, ou multiplicar o 8 ou o 2. Parece que os estudantes inicialmente não perceberam que o 64 ou o 8 é uma potência do 2, só depois Roberto percebe que quando multiplica por 8 está utilizando três 2, como indica a figura 1.

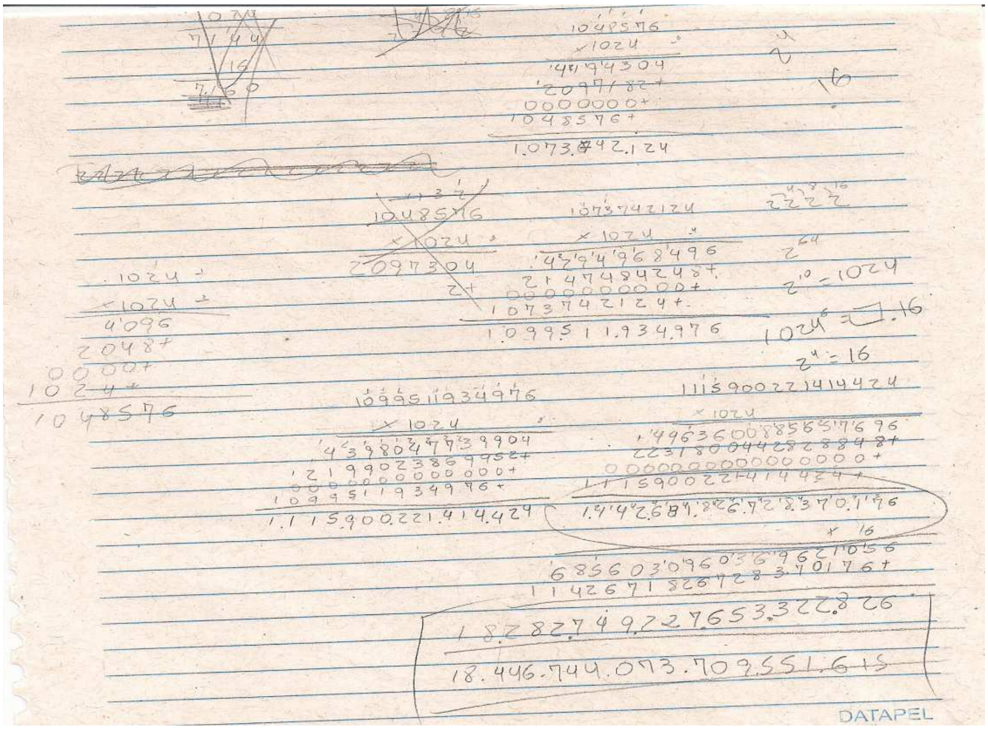
Figura 1 – Calculando 64x64



Fonte: rascunho do estudante

Emily apresenta um raciocínio que implica o uso de uma propriedade das potencias: $(2^{10})^6$ que resultaria em 2^{60} depois era só multiplicar por 2^4, foi o que tentou fazer na figura 2:

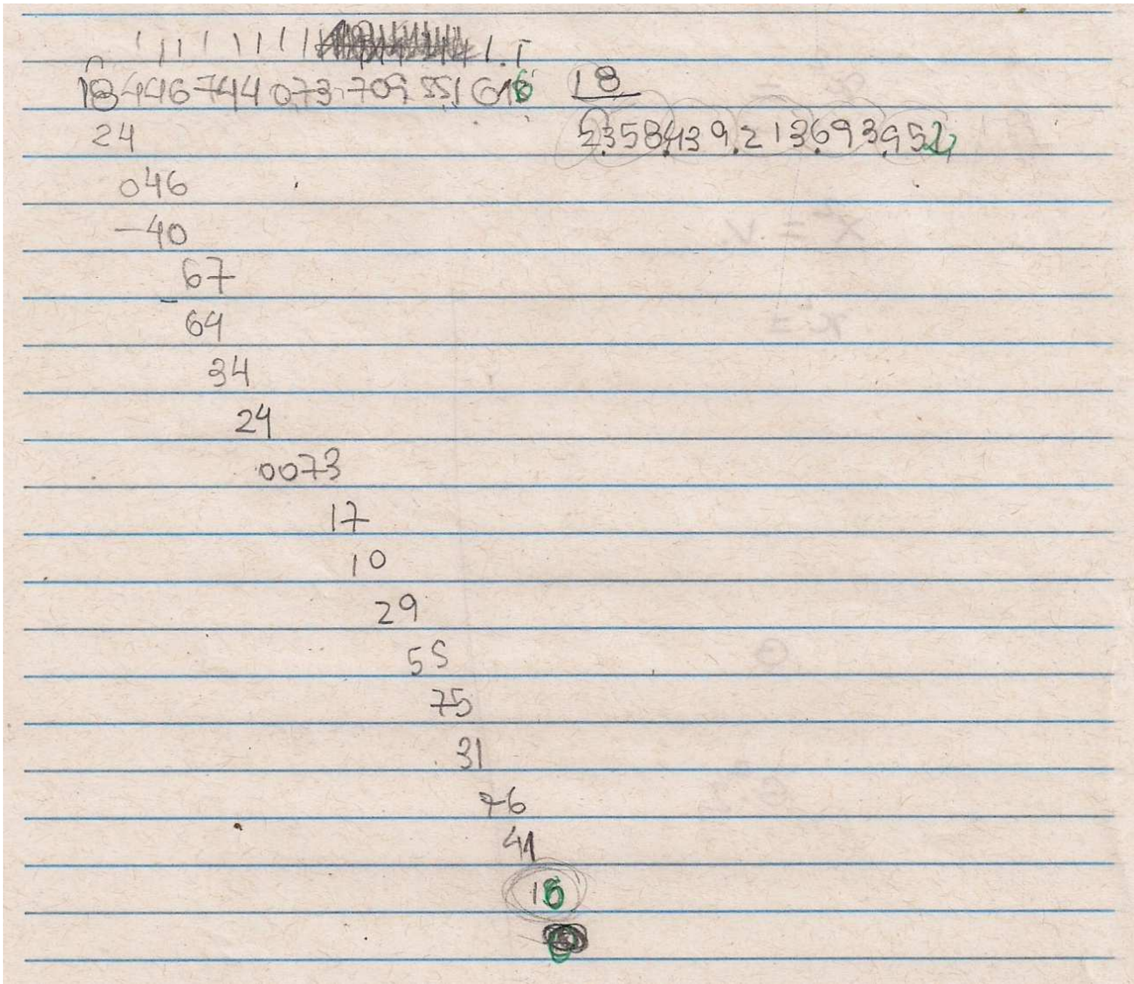
Figura 2 – Calculando $(2^{10})^6$



Fonte: Rascunho da estudante

Steven insistentemente quer encontrar uma fórmula generalizadora que tornaria o cálculo muito mais fácil e rápido, como sugere Roberto. Steven apresenta como entende que os matemáticos chegam nas fórmulas: partindo-se do resultado vide figura 3. E assim começa, mas Dhiogo e Marília terminam a atividade, sem chegar a uma fórmula generalizadora e também sem entender o resultado encontrado:

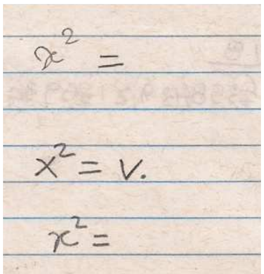
Figura 3 – Invertendo a operação



Fonte: rascunho do estudante

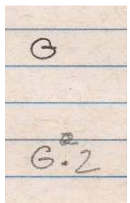
Steven ainda ensaia algumas fórmulas, conforme figuras 4 e 5:

Figura 4 – Generalizando 1



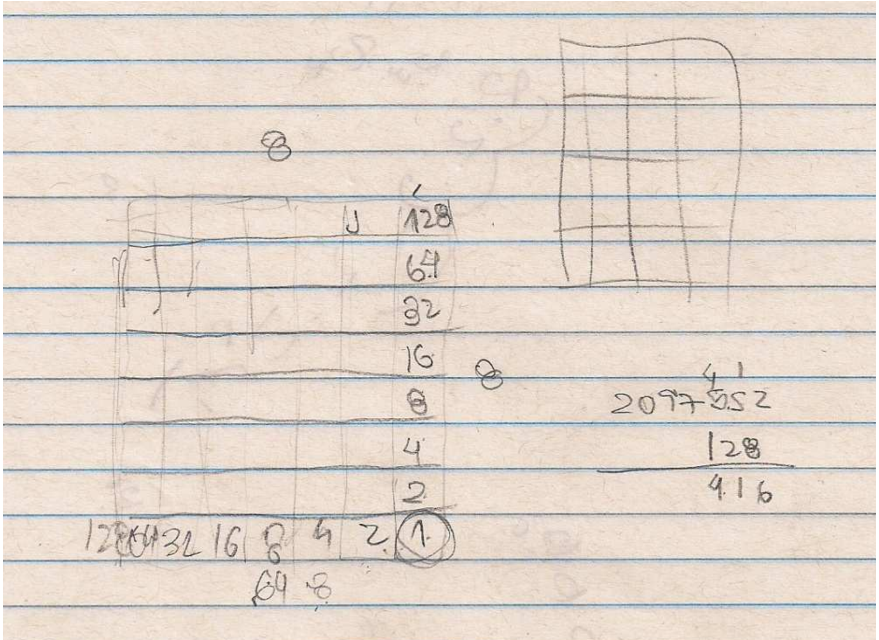
Fonte: rascunho do estudante

Figura 5– Generalizando 2



Fonte: rascunho do estudante

Figura 6 – Usando a linguagem pictórica



Fonte: rascunho do estudante

Podemos perceber que Steven e Roberto tentam dar significado ao resultado da conta recorrendo a figura geométrica, figura 6, assim como Euclides representava no seu livro “Os elementos”.

A questão levantada por Emily foi respondida por Steven em outro encontro. Ele explica que em todas as casas é uma potência de 2, logo na primeira casa também o era, mas não podia ter 2 na primeira casa, então retirava-se um. Ele não se remeteu a propriedade da potencia em que se o expoente for zero a potencia é 1, não dando sentido a essa propriedade.

Jean é o único estudante que se atenta para uma nota de rodapé que diz que a resolução do problema encontrava-se no apêndice, e em sua síntese escrita faz o seguinte registro: “O Rei Iedava promete a Lahur Sessa (inventor do jogo de xadrez) a soma dos 64 primeiros termos da progressão geométrica em forma de grãos.

A fórmula que soluciona esse mistério é: $s = 2^{64} - 1 = 18.446.744.073.709.551.616 - 1$ (MALBA TAHAN, 1994, p. 200).

Porém, Jean não comenta o que seria uma progressão geométrica, porém se sente satisfeito por encontrar a fórmula tão procurada por Steven e Roberto. Então, este estudante entende que $s = 2^{64} - 1$ é uma fórmula generalizadora, porém ela não apresenta uma variável. Portanto, trata-se de uma expressão matemática e não uma fórmula, com a incógnita *s*. Assim, este estudante de 8º ano, ano em que aparece o estudo da álgebra, não deu sentido à álgebra enquanto generalização. Diferentemente de Steven que explicita que a fórmula é uma relação entre os números, e insiste nesta ideia, como descrito no quadro anterior.

Os objetivos desse capítulo foram atingidos, porém, explicitou um elemento inesperado: a necessidade da generalização.

Aqui, os estudantes nos mostram que, o fato de estarem aprendendo álgebra desde o sétimo ano, não é suficiente para que produzem sentidos e significados para a relação aritmética, álgebra e geometria, a partir de generalizações, bem como às propriedades estudadas no âmbito da sala de aula.

6.8 Pirâmide x Triângulo

Neste encontro foi abordado como conteúdo matemático o Teorema de Pitágoras e volume de pirâmide, por meio do estudo do capítulo XVIII: "*Que trata de nossa volta ao palácio do xeique Iezid. Uma reunião de poetas e letrados. A homenagem ao marajá de Laore. A Matemática na Índia. A pérola de Lilaváti. Os problemas de Aritmética dos hindus. O valor da escrava de 20 anos.*". Pretendíamos analisar os sentidos e significados que os estudantes estavam dando ao Teorema de Pitágoras, uma vez que era este o conteúdo em estudo nas aulas regulares. Porém a discussão que por hora mais se destaca foi a do conceito de pirâmide e o seu volume, como podemos ver no quadro 11.

Quadro 11 – Pirâmide x Triângulo

Intervalo de tempo	**Transcrição do vídeo**	**Descrição das ações**
00h33min28 – 00h39min18	Emily: *A **altura da pirâmide**.* Pesquisadora: *Fala Emily, o que você sabe sobre a altura da pirâmide?* Emily: *Nada!* Dhiogo: ***Base vezes altura**.* Steven: ***Altura ao quadrado é igual a m vezes n.*** Dhiogo: ***Mas no caso da pirâmide é a base.*** Pesquisadora: *São coisas diferentes. Você está falando da altura do triângulo retângulo. Eles estão falando da altura da pirâmide. Vocês sabem distinguir a diferença de uma e da outra?*	Ao apresentar altura da pirâmide Emily balança seu dedo indicador no ar de cima para baixo traçando uma linha imaginária na vertical. Quando pergunto a Emily o que ela sabe sobre altura da pirâmide, ela sorri envergonhada antes de responder. Os estudantes Steven e Ana relêem o texto. Quando pergunto quanto a distinção entre pirâmide e triângulo Roberto afirma conhecer com a cabeça. Ao me responder a diferença, Roberto roda o dedo indicador no ar para indicar o

	Steven: ***Tem um ângulo reto***. Roberto: ***Uma tem um ângulo reto e a outra tem os 3 lados iguais.*** Steven: ***As duas têm ângulo reto.*** *Tem, as duas tem ângulo reto. Só que **o triângulo é a metade de um retângulo.*** Pesquisadora: *E a pirâmide?* Steven: ***Pirâmide é do quadrado?*** Pesquisadora: *Faz um quadrado e a metade do quadrado forma uma pirâmide? Uma pirâmide?* Steven: *É.* Pesquisadora: *Como é uma pirâmide?* Roberto: ***Tem os 3 lados iguais***. Pesquisadora: *Tem os 3 lados iguais...Como é a pirâmide?* Roberto: *Não tem não.* Steven: *Por quê?* Roberto: *Porque ele é **transversal**, vai ser maior.* Steven: ***Se aqui é c, esse vezes esse...*** Pesquisadora: *Como é, Dhiogo, a pirâmide?* Roberto: ***É a metade do quadrado.*** Pesquisadora: *Metade do quadrado. Alguém tem ideia de alguma outra pirâmide? Quando fala pirâmide vocês visualizam a metade de um quadrado, como o Roberto está falando?* Steven: *É um triângulo.* Emily: ***Triângulo isósceles***. Steven: ***Dois lados iguais***. Pesquisadora: *E a pirâmide?* Steven: ***Tem altura, largura e profundidade***. Pesquisadora: *Pirâmide tem profundidade. Como é que vocês acham que é?* Steven: ***Como se fosse o cubo. É a metade de um cubo ao invés do quadrado.***	triângulo, e para a pirâmide ele sobe e desce os dedos indicadores das duas mãos, apontando para mais uma dimensão. Ao responder Steven gesticula no ar como se visualizasse a figura com 3 dimensões. Mas sua voz é receosa, e dispersa o olhar como se estivesse imaginando a figura e em seguida responde com firmeza que ambas tem ângulo reto. Enquanto Steven pergunta se a pirâmide é a metade do quadrado, ele risca com o dedo sobre a mesa um quadrado. E volta olhar o texto diante do meu questionamento quanto a pirâmide ser metade do quadrado. O texto falava “que o volume da pirâmide se obtém multiplicando-se a metade da base pela altura.” (Tahan, 1994, p. 102) Dhiogo tenta imaginar a pirâmide com 3 lados iguais como Roberto afirmava e Emily risca no ar um quadrado com o dedo. Steven desenha no ar uma linha horizontal quando Roberto fala da transversal explicando porque a pirâmide não tem 3 lados iguais. Dhiogo parece não conseguir visualizar e, nega com a cabeça o que os colegas estão falando, mas também não consegue falar o que pensa ser a pirâmide. Roberto desenha em seu caderno. Eu peço que as estudantes que me auxiliam com a gravação procurem um livro na biblioteca em que apareçam pirâmides e triângulos. Os estudantes se agitam com minha insistência em perguntar como é a pirâmide. Steven risca um cubo no ar. E não se sente seguro ao indicar como cortar o cubo para obter a pirâmide. Roberto tenta desenhar novamente o cubo em seu caderno, agora juntando a

	Pesquisadora: *Metade de um cubo...* Steven: *Se cortar assim...* Roberto: *Ele faz no ar, ninguém está vendo. Tem que ficar imaginando...* (Risos) Pesquisadora: *Fala de novo como é sua pirâmide, Steven.* (Steven a representa no ar) Roberto: ***Quatro lados***. Steven: *1, 2, 3, 4. Tá certo?* Pesquisadora: *Já melhorou.* *Vocês conseguiram visualizar o que ele está falando? Por que não estava bom o que vocês estavam falando?* Steven: *Porque a gente estava falando que pirâmide era um triângulo. Não é.* Pesquisadora: *Vocês estavam confundindo uma figura plana com uma que tem 3 dimensões: uma figura que tem volume. O triângulo não tem volume. E o que ele fala sobre o volume aí?* Roberto: ***Volume é a base multiplicada pela altura***. Pesquisadora: *E antes disso, o que eles acharam que era?* Roberto: *A metade.* Pesquisadora: *E não é a metade, é a terça parte.* Steven: ***um terço vezes h, que é altura, igual a....volume, então igual a v.***	ideia de Steven, enquanto Steven risca sua carteira com o dedo. Steven risca no ar um quadrado e puxa, com a mão aberta, na direção vertical para cima fechando os dedos. E tenta explicar com gestos o que está visualizando mentalmente: vira o braço sobre a carteira para indicar algo no espaço e a mão é a base, depois com as duas mãos paralelas e abertas, parte da mesa e as sobe, juntando-as no ar, como se formassem as faces da pirâmide, em seguida, faz a mesma coisa nas outras duas direções. Ele parece visualizar os cortes no cubo. Ele junta as pontas dos dedos formando um telhado de casa, indicando as faces laterais da pirâmide e com os dedos indicador e polegar das duas mãos fecha um quadrado indicando a base da pirâmide. E ao contar o numero de faces ele faz com os dedos no ar apontando para sua construção imaginária. Ele continua sua construção imaginária para confirmar se tem mesmo 4 faces. Os demais tentam imaginar e visualizar mentalmente o que Steven esta fazendo. E finalmente, os estudantes partem para a fórmula do volume da pirâmide explicitando sua forma algébrica. Em aula, eu levo primas e pirâmides e demonstro empiricamente que o volume da pirâmide é um terço do volume do prisma. Eu não havia levado antes.

Fonte: vídeo da pesquisa

Podemos perceber que inicialmente Steven explicitou a relação que fez com a palavra altura. Ele anunciou como se calcula a altura de um triângulo retângulo, dada suas projeções ortogonais, matéria em estudo nas aulas regulares.

A palavra altura contém o significado deste cálculo, além de remetê-lo a exigência da presença do ângulo de 90º. Porém, a forma da pirâmide não tinha significado distinto de triângulo, em um primeiro momento. Para Steven estava claro que triângulo é a metade de um retângulo e pirâmide é a metade de um quadrado, se cortados na diagonal.

O fato da pirâmide significar a metade de um quadrado pode ter sido dado pela constituição do quadrado que possui ângulos de 90º e quatro lados de mesma medida, representando assim, uma forma regular e o triângulo formado por um corte em diagonal seria regular, se tornando, assim, uma pirâmide.

Emily, porém, apresenta esse tipo de triângulo como isósceles entendendo, então que não se tratava de uma pirâmide. O texto também pode ter contribuído para que os estudantes pudessem pensar uma pirâmide como metade de alguma coisa. Este fato fica explicito na seguinte frase: “Esse geômetra ensinava, por exemplo, que o volume da pirâmide se obtém multiplicando-se a metade da base pela altura.” (MALBA TAHAN, 1994, p.102). Certamente Steven só se ateve ao final da frase e tentou elaborar sua pirâmide a partir dela.

Roberto também explicitou inicialmente a imagem de um triângulo como a representação da pirâmide. Para ele, bastava a existência de três lados iguais para que o triângulo fosse uma pirâmide.

Percebendo a insistência na apresentação da pirâmide, Steven e Roberto começaram a reelaborar seus pensamentos acrescentando os elementos profundidade e volume em suas falas, até que Steven elabora uma pirâmide pelo corte de um cubo, mas mantém a relação de metade. Roberto também reelabora seu pensamento chegando a afirmar que a pirâmide possuía 4 lados e não 3 como pensava.

Entendemos que, não é possível dizer se esses estudantes identificaram a altura da pirâmide a distinguindo da altura relativa à hipotenusa do triângulo retângulo. Entretanto, uma forma da pirâmide: a pirâmide de base quadrada parece ter sido significada pelos estudantes principalmente após a tentativa de representá-la gestualmente, através de um desenho no “ar”, por Steven.

Nas sínteses escritas os estudantes colocaram suas definições de pirâmide: Kyrie: “Alguns dos meus colegas tentaram explicar a forma da pirâmide e por fim chegaram à conclusão de que ela é uma figura ‘quase que 3D’ pois não é plana como os triângulos.”, Dhiogo: “Discutimos sobre pirâmides e concluímos que pirâmides têm volume, e por isso não é feito igual ao triângulo”. Steven escreve: “O texto conta sobre as relações do triângulo retângulo fala sobre as pirâmides que são é uma forma geométrica e por isso ela possui volume e para se calcular é uma terço da parte sobre à altura que é igual ao valor cúbico da pirâmide.”. Parece-nos que os estudantes apresentam com clareza a representação de pirâmides, embora agora já usem palavras como 3D e volume para defini-la.

O próximo encontro tratou-se do sistema de numeração e base.

6.9 Sistemas de numeração

Neste encontro o estudo foi do capítulo XX: “No qual Beremiz dá a segunda aula de Matemática. Número e sentido de número. Os algarismos. Os sistemas de numeração. Numeração decimal. O zero. Ouvimos novamente a voz da aluna invisível. O gramático Dorid cita um poeta.”, que abordava sobre sistemas de numeração, bases e representação numérica, valor posicional, e a invenção do zero.

Parte da discussão segue no quadro 12:

Quadro 12 – Sistema de numeração

Intervalo de tempo	**Transcrição do vídeo**	**Descrição das ações**
00h33min55 – 00h44min07	Jean: *Sobre o **sistema de numeração.*** Pesquisadora: *E o que você entendeu Jean, sobre o sistema de numeração?* Jean: *Que a* (rele o trecho do texto para si), por exemplo, *cinco (inaudível), dez (inaudível), se fossem 24, seriam duas quinas.* Pesquisadora: *Vocês conseguiram entender esse pedaço? É o que o Jean ta vendo no desenho.* (Silêncio) Pesquisadora: *Quer ler de novo o parágrafo, Jean, pra ver se o pessoal entende?* (Jean rele o parágrafo em voz alta) Dhiogo: *Eu não entendi essa parte aqui que fala: “8 unidades seriam 1 quina e mais 3 e escrevemos 13.” (Tahan, 1994, p. 114)* Pesquisadora: *Alguém quer explicara para o Dhiogo?* Emily: *É que o **5 é representado pelo 1** e aí como eram 3 a mais pra ficar 8...* Dhiogo: ***Mas o valor total não é 13.*** Emily: *Aí você escreve o 1, que vale 5, mais 3,*	Neste encontro só compareceram 6 estudantes. A noite estava chuvosa. Em poucos eles ficam mais reservados e não falam muito, e quando falam, falam com voz baixa, difícil de ouvir na gravação. Preciso ficar questionando-os. Hoje em especial, todos releram em silêncio o capítulo. Entre as falas, há sempre um intervalo de tempo de alguns segundos, às vezes até de um minuto. O parágrafo relido pelo estudante Jean foi: “Uma vez contadas cinco unidades, obtínhamos uma coleção denominada *quina*. Assim, 8 unidades seriam 1 quina e mais 3 e escreveríamos 13. Importa pois dizer que nesse sistema o segundo algarismo à esquerda valia cinco vezes mais do que se estivesse na primeira casa. O matemático diz, por isso, que a *base* desse sistema era 5.” (Tahan, 1994, p. 114). O estudante Jean, fica sem graça quando lhe pedi para ir à lousa, mas o faz em silêncio e registra todos os cálculos também em silêncio. Ele escreve: 8=1

	vai somar dá 8. Dhiogo: *Então, se eles fizessem* ***1mais 3*** *seria melhor!* Emily: *Aí ia ficar 4* (Risos) Dhiogo: *Mas você mesmo falou que 1 vale 5.* Pesquisadora: *A gente não escreve, por exemplo, o 13 como 10+3 usualmente. A gente põe o 1, que a gente ta entendendo que é o 10 e o mais 3. O 3 seguido do 1 significa que seria mais 3. Aí neste caso, a Emily ta explicando que o 1 vale 5. E o nosso 1 vale quanto? O nosso 1 nessa posição aí?* Jean: *Vale 10.* Pesquisadora: *Esse 1 aqui vale 5.* *Vocês acham que dá pra fazer outro sistema de numeração pensando assim?* (Silêncio) Pesquisadora: *Pode falar Jean. Qual você pensou? Um outro sistema de numeração.* Jean: ***Dá pra fazer qualquer um****. Por exemplo, 8: coloca 1 de um lado e vai acrescentando os números.* Pesquisadora: *Põe na lousa o que você esta pensando pra gente ver.* (Jean põe alguns números na base 8 e na base 3 – apresentados na coluna ao lado) Pesquisadora: *Explica pra nós o que você fez.* Jean: ***8 é igual a 1*** ***8 vezes 8 é igual a 64. Aqui ta representando 64 mais 1*** ***16 que é 2 vezes 8 que é 1*** ***E o 30 é 3 vezes 8 que é 24, mais 6*** ***3 é igual a 1.*** ***5 vezes 3 é igual a 15, mais 2 é igual a 17.*** ***3 vezes 8 é 24, mais 1 é 25.*** Pesquisadora: *Ta certo o que o Jean fez? Alguém tem alguma sugestão?* Emily: *Eu acho que ele* ***tinha que colocar o***	65=81 16=2 30=36 Para representar os números na base 8. À esquerda da igualdade estão os números representados na base 10 e à direita, os na base 8. Em seguida peço para que use a base 3. E escreve: 3=1 17=52 25=81 Os números à esquerda da igualdade estão na base 10 e os da direita na base 3. Em seguida, peço que explique, em voz alta, o que fez. Também com expressão de vergonha, o faz com clareza e convicção. Por fim, eu vou à lousa e os explico o funcionamento da contagem na base 8 e na base 3, utilizando os números sugeridos pelo estudante Jean e corrigindo seus equívocos na sua representação, de que, por exemplo 8 na base 8 seria representado pelo 1 seguido do 0: 10, o 65 seria 101, o 16 seria 20 e assim por diante, usando, para isso, o desenho de um ábaco. Além disso, ainda busco 2 ábacos e os disponibilizo para que eles manipulem e efetuem os cálculos e verifiquem a representação dos números sugeridos pelo estudantes Jean em seu exemplo.

	ponto. Pesquisadora: *Explique.* Emly: *Ele escreveu* ***65 é igual a 81, mas é 8 ponto 1.*** Pesquisadora: *Esse ponto seria vezes?* Emily: *Não, só pra separar.* Pesquisadora: *Só pra separar... Mas a gente não escreve, por exemplo 53 como 5 ponto 3...* Emily: *Ou pra somar.* Carollyne: *Não seria um mais?* Pesquisadora: *O ponto seria o mais, que foi o que o Dhiogo falou.*	

Fonte: vídeo da pesquisa

Dhiogo explicita, com sua pergunta inicial, que a representação 13 na base 5 não representa o número 8 da base 10. Para ele, falta algum símbolo, um sinal gráfico como o + ou o ponto (.), que indique a soma dos valores representados pelos algarismos de acordo com suas posições. Emily também manifesta a necessidade de um sinal nas representações feitas for Jean.

O estudante Jean percebe que é possível representar os números em qualquer base e vai até a lousa escrever seu pensamento e depois explica-o verbalmente. Percebemos que Jean compreende parcialmente o mecanismo de escrita dos números em bases diferentes da base 10, pois na sua representação ele equivale o 8 ao 1, mas não o representa em sua correta posição, representando-o como unidade mas compreendendo-o como uma "octena". Jean não percebe que a quantidade máxima de unidades na base 8 são 7, assim como nas demais posições, e aí representa o 65 como 81. O mesmo ocorre para a base 3, que em casa posição poderá usar apenas os algarismos 0, 1 e 2. Já em sua síntese escrita, após a discussão e a manipulação do ábaco, este estudante torna exemplificar a representação de números na base 8 e na base 5:

Base 8:

$$8 = 1 \rightarrow \underbrace{74}_{\text{hoje}} = 112$$

$$\downarrow$$

$$16 = \underbrace{20}_{\text{hoje}}$$

Base 5:

$$5 = 1 \rightarrow \underbrace{27}_{\text{hoje}} = 102$$

$$\downarrow$$

$$\underbrace{10}_{\text{hoje}} = 20$$

Embora Jean ainda represente a base como unidade, quando vai representar os números já o faz com corretamente, nos mostrando que a representação e a manipulação do ábaco fizeram sentido para a compreensão de base e ainda em sua ficha avaliativa descreve como se manipula o ábaco: *"A cada 3 bolinhas movidas para à esquerda, se aumenta 1 bolinha na linha debaixo, ou seja, 1 bolinha na linha inferior corresponde às três superiores."*.

Emily também arrisca um exemplo em sua síntese escrita:

6 = 1 (base)
37 = 21
44 = 32

Esta estudante apresenta-nos que não compreendeu o sentido a equivalência quantitativa do valor posicional do número, usando a representação da unidade para o 6. Interessante destacar que esta estudante foi quem explicou para Dhiogo a equivalência numérica na base 5 apresentado no texto, porém não a consegue utilizar na representação para a base 6.

Possivelmente para estes estudantes a representação de números em bases diferentes de 10 não tem sentido, mesmo que o texto tenha apresentado exemplos da utilização de outras bases para contagem, como a dúzia, muito usada pelos mercadores e muito apropriada, visto que possui mais divisores que a dezena. (MALBA TAHAN, 1994)

No encontro seguinte a discussão foi sobre a noção de infinito e incomensurabilidade.

6.10 A metade do x da vida

Neste encontro foram estudados dois capítulos: o XXI: "No qual começo a copiar livros de Medicina. Grandes progressos da aluna invisível. Beremiz é chamado a resolver um problema. A metade do "x" da vida. O rei Mazim e as prisões de Korassã. Um verso, um problema e uma lenda. A justiça do rei Mazim." lido pelo estudante Steven e XXII: "Que ocorreu durante a nossa visita às prisões de Bagdá. Como Beremiz resolveu o problema da metade do "x" da vida. O instante de tempo. A libertação condicional. Beremiz esclarece os fundamentos de uma sentença." O primeiro apresentava o problema e o segundo a solução do mesmo. Com eles pretendíamos que os estudantes produzissem significados relacionados ao conceito de infinito e incomensurabilidade. O quadro 13 mostra a discussão suscitada pela leitura destes capítulos.

Quadro 13 – A metade do x da vida

Intervalo de tempo	**Transcrição do vídeo**	**Descrição das ações**
00h16min08 – 00h17min34	Steven: *(...) Só que quando eles foram ver, tinha uma pessoa aqui que tinha sido condenada à pena perpétua, que é: teria que ser preso por toda vida. Como eles iam achar a metade disso?Como achar o valor de x? A* ***metade de x*** *da vida? Que é uma coisa* ***impossível de calcular****! Impossível, não tem como. (...)*	O estudante Steven fez a leitura do capítulo e em seguida apresentou ao grupo sua síntese. Ao lado aparece um trecho de sua análise. Os estudantes ficaram atentos à fala de Steven.
00h18min28 – 00h19min38	Steven: *Não tem como determinar a vida de uma pessoa. Não tem. Supondo assim, se você nascesse e pusesse assim: tem tanto, tem tanto... Não tem. Tem negócio do misticismos, com destino... Se você for ver, com a Ciência tem até como calcular,* ***aproximadamente****, quanto o corpo vive. Tá. Vai* ***depender*** *das condições de vida que aquela pessoa vai ter. É muito... é muito diferente. Não tem como calcular uma coisa que é tão* ***volúvel*** *assim. Tem como* ***aproximadamente.*** Pesquisadora: *Ele fala uma solução?* Steven: *Hoje tem o negócio de* ***aproximadamente*** *que nem diz aqui. O indivíduo no Brasil vive hoje, em* ***média,*** *70 anos.* Roberto: ***Expectativa*** *de vida.* Steven: *Isso! Então, a metade disso, a gente podia usar essa base.* (Vários falam juntos - trecho está inaudível) Pesquisadora: *Então vocês acham que é como calcular a metade do* ***infinito****, mas* ***raiz quadrada de*** π *tudo bem!* (Murmurinhos baixos)	Indignado, Steven tenta supor que as pessoas fossem marcadas com seu tempo de vida ao nascer, pois enquanto fala gesticula com a mão direita sobre o braço esquerdo como se carimbasse o tempo de vida. Ana e Roberto expressam espanto e falam "*Oh louco!*" Após vários comentários sobre a problemática levantada por Steven, eu os provoco com uma colocação. Os estudantes ficam pensativos, mas não comentam nada. Sugiro que o próximo capítulo seja lido, então.
00h29min00 –	Steven: *Não dá*	O estudante

00h29min43	*certo. Porque pensa, na* ***vida normal*** *uma pessoa tem em* ***média*** *8 anos. Na* ***vida real*** *ele não teria essa* ***média*** *de 8 anos, ele teria uma* ***expectativa*** *de vida maior. Como seria? Aumentaria? Não tem.* Roberto: *Se ele vai preso um ano, aí depois, na metade do outro ano ele morre...* Steven: *A expectativa de vida dele vai aumentando, diminuindo, aumentando, diminuindo...* Pesquisadora: *Então ainda não está bom o que ele está falando lá?* Steven: *Não.* Roberto: *Pra mim ainda não.*	Steven interrompe a leitura, realizada por Kyrie, do capítulo 22 na parte em que o calculista sugere que o condenado fique um dia preso e um dia solto, falando alguma coisa, baixo com Roberto. Eu peço que socialize e falo para Kyrie suspender a leitura. Steven demonstra indignação e inquietude em sua voz além de negar com a cabeça. Steven não pára de se mexer na cadeira. Roberto também não está satisfeito com a sugestão do calculista.
00h32min57 – 00h33min14	Kyrie: *Não tinha como, que nem o Steven falou. Então eles resolveram dar a prisão condicional pra ele. Porque não tinha como prender e soltar o homem.*	Ao terminar a leitura Kyrie apresenta sua interpretação sobre a solução do problema. Roberto sugere que se mate o condenado e todos ficam indignados e falaram ao mesmo tempo.

Fonte: vídeo da pesquisa

Como podemos interpretar, os estudantes não conseguiam imaginar como seria a divisão de um valor indeterminado como o tempo de vida. Então apresentaram palavras que representassem os fatores que determinam a variabilidade do tempo de vida de uma pessoa, como: as condições de vida dessa pessoa, a expectativa média de vida. Portanto, parece que para os estudantes o cálculo da metade da vida não tem sentido já que muitas são as variáveis que impossibilitariam essa determinação.

Diante do questionamento quanto à possibilidade da determinação da raiz quadrada de π, que também se trata de um valor indefinido por sua irracionalidade, os estudantes não se manifestaram. Pode ser que como π é um número, o cálculo de sua raiz seja possível, porém o tempo de vida, por não ser um número previamente determinado, não seja possível determinar. Então, que significado eles dão à razão $\frac{x}{2}$? Como esses estudantes percebem a função da variável x?

No 7º encontro Steven apresentou o significado que fórmulas algébricas têm: a de representar uma generalização que facilita e agiliza os cálculos. Mas neste encontro $\frac{x}{2}$ não representa uma generalização, possivelmente dado o contexto, aqui trata-se do cálculo de tempo de vida de uma pessoa e anteriormente, a quantidade de grãos de trigo, ou seja, grandezas incomensuráveis e comensuráveis, respectivamente. Mas, não é possível realizar cálculos com grandezas incomensuráveis? Por isso a questão do cálculo da raiz quadrada do π. Esses estudantes possivelmente não perceberam a relação entre essas grandezas.

A riqueza do encontro envolve os elementos apresentados pelos estudantes sobre a condição de vida das pessoas, os quais influenciam, diretamente em seu tempo de vida. Explicitaram o significado que davam ao cálculo da média, da estimativa do tempo de vida, ou seja, das aplicações de elementos de estatística que não eram esperados por nós.

Em suma, a partir da análise que fizemos neste capítulo e ao retomarmos a unidade de significado podemos dizer que os estudantes reconheceram em vários momentos os conceitos matemáticos apresentados por meio da palavra escrita e explicitaram de forma oral ou escrita os sentidos que produziram desses conceitos relacionando-os às suas convicções, seus valores, seus conhecimentos, sua realidade cotidiana de dentro e de fora da escola, percebendo que por meio da leitura de textos literários de matemática essas relações podem ser percebidas, reconhecidas e estabelecidas, tornando, assim, a matemática um meio de humanizar-se.

6.11 A produção de sentido e significado à matemática por meio da leitura

Diante dos dados construídos e aqui apresentados podemos observar que a produção de sentidos e significados à matemática através da leitura de textos literários é possível e pertinente, porém o trabalho com textos levaram os estudantes a produzirem muito mais que significados aos conceitos matemáticos, mas a significarem a matemática na vida.

A representação matemática, formal e sistematizada pela escola, apareceu muito discretamente nas sínteses escritas pelos estudantes. Possivelmente, a forma com que as representações matemáticas são ensinadas está dissociada da sua aplicação no cotidiano, ou ainda, a forma como o livro literário escolhido apresenta os problemas matemáticos e as soluções não levaram os estudantes à necessidade da representação formal dos conceitos matemáticos. Isso não significa que os estudantes não pensavam matematicamente, uma vez que "*o pensamento não é só externamente mediado por signos como internamente mediado por significados*." (VYGOTSKY, 2009, p. 479).

A passagem do pensamento interior para a sua explicitação verbal (linguagem) é um processo de reconstrução, pois é necessário escolher a palavra que tenha o significado apropriado para o que se explicitar o que está se pensando. A palavra tem um significado em si, porém, adquire sentidos diferentes dependendo da frase em que é empregada. (VYGOTSKY, 2009).

Quando foi escolhido verificar a produção de sentidos e significados matemáticos com o uso de textos literários tínhamos a clareza de que trabalhar com a palavra escrita ia requerer do estudante mais que a interpretação e significação dos conceitos matemáticos, mas os mesmos teriam que dar sentidos às palavras que estavam escritas literariamente, com todas as características de um texto literário: formalidade, sedução, entretenimento, fantasia, ficção, além de reconhecer os conceitos matemáticos, muitas vezes implícitos no texto. Correu-se o risco dos estudantes não conseguirem dar este salto para ressignificar as palavras e explicitar seu pensamento, pela complexidade do processo de decomposição do pensamento e recriação em palavras.

Porém, analisando os dados construídos, percebeu-se que, apesar de alguns estudantes terem dificuldade em expressar seus pensamentos matemáticos na linguagem matemática, eles conseguiam fazer relações entre as situações problemas apresentadas no texto com a sua vida cotidiana, considerando-se toda a diferença de contexto entre o tempo e o lugar em que se passa a obra e a atualidade, dando sentido às relações humanas. E se essa não for uma das funções do ensino da matemática, pare com tudo e ensine robôs.

7. CONSIDERAÇÕES FINAIS

As contribuições da pesquisa é apresentada no contexto da produção de sentidos e significados tanto para os estudantes da Educação Básica, quanto para a professora e futura pesquisadora.

Para os estudantes da Educação Básica podemos considerar que o uso de textos literários na produção de sentido e significados a conceitos matemáticos implica no estímulo a criatividade e liberdade de pensamento para o levantamento de hipóteses, argumentação em defesa de suas ideias, revisão de conceitos constituídos de forma formal - pela educação escolar - ou informal – estabelecida pelas relações com o meio, reflexão sobre o uso da linguagem matemática oral e escrita com representação própria distinta da utilizada na comunicação cotidiana, além de perceber a Matemática como Ciência, como meio para interpretar fenômenos naturais e sociais.

Cada um dos capítulos estudados tinha uma intencionalidade: a de perceber que significados os estudantes atribuíam a alguns dos conceitos matemáticos abordados em seus problemas, mas podemos perceber que os estudantes foram além dos conceitos matemáticos, eles também atribuíram significado às relações humanas apresentadas pelas personagens do livro como: ser justo ou ser aproveitador; ter distinção ou igualdade entre irmãos; a condição da mulher muçulmana e a mulher brasileira; as aulas orais proferidas pelo calculista à filha do xeique e as aulas recebidas pelos estudantes brasileiros; a religiosidade; o pagamento de dote; a relação entre trabalhador e empregador na agricultura no Brasil; a importância do salário e do consumo na sociedade capitalista, entre tantos outros aspectos que se encontram registrados nos vídeos e que não puderam ser apresentados nesta pesquisa por conta do tempo restrito (dois anos) dado a sua execução.

Se entendermos a Matemática como Ciência capaz e necessária para aproximar as Ciências Humanas e Sociais, cada uma com sua linguagem própria, porém com o mesmo propósito de interpretar e determinar as relações humanas, os estudantes atingiram esse objetivo explicitando nos encontros algumas das relações por eles percebidas entre matemática e convívio social, constatando a necessidade de uma linguagem matemática para a resolução de problemas humanos e reais.

Neste aspecto, a obra selecionada contribuiu muito, pois o autor não usa com frequência a simbologia matemática e traz os problemas em contextos de relações sociais.

Essa é a essência do ensino e aprendizagem da matemática: ser uma criação humana necessária para a interpretação e determinação do mundo com o desenvolvimento de tecnologias que possibilitam ao homem planejar suas ações dando-lhe poder de decisão quanto à suas intenções e aos possíveis impactos causados por estas ações.

Pode-se perceber também a fragilidade do ensino de matemática nas instituições públicas de ensino quando os estudantes do 8º e 9º anos apresentam dificuldade em algoritmizar multiplicações e números racionais. Como docente nesta instituição reservo-me o direito de indicar algumas falhas, que certamente influenciam na aprendizagem dos estudantes: falta de valorização ao docente, o que faz com que ele lecione muitas aulas diminuindo o tempo necessário para sua formação continuada, o que lhe permitiria aprimorar suas aulas; excesso de estudantes por sala; inadequação dos métodos de ensino em detrimento com as mudanças sociais – a escola ainda está estruturada como há dois séculos - o que gera desinteresse, indisciplina e desmotivação. Assim permanecendo, tender-se-á a defasagem cada vez maior dos estudantes em relação ao aprendizado dos conceitos matemáticos.

Quanto à produção de sentido e significado explicitadas pela professora da Educação Básica. Se trata de uma ruptura com o ensino tradicional de matemática de simples aplicação de técnicas operatórias, isoladas de contextos sociais, que exigem do estudante apenas a reprodução sem reflexão da importância à amplitude da resolução de operações matemáticas.

Não se trata de uma tarefa fácil, pois muitas vezes nem a própria professora tem consciência dessa possibilidade de tratamento para o ensino da matemática. Há de se considerar ainda, as condições de trabalho do professor da Rede Estadual de Ensino em São Paulo, que, além de desvalorizado financeiramente, ainda não possui incentivo para a busca por uma formação continuada que saneie suas necessidades, não tendo seus cursos reconhecidos pela Secretaria Estadual de Educação, ou ainda, com redução de carga horária em sala de aula para ter disponibilidade de tempo para a realização dessa formação, além de ter um material engessado que, na maioria das vezes, não reflete as necessidades dos estudantes na realidade de cada escola.

Enquanto professora, ao desenvolver a pesquisa, aprendi a ter um novo olhar para a matemática e seu ensino, compactuando com Malba Tahan ao escrever seus livros literários, já na década de 30 do século XX.

Enquanto pessoa, a pesquisa possibilitou a tomada de consciência do meu papel enquanto educadora na formação de jovens adolescentes: o papel de apresentar-lhes meios, instrumentos, ferramentas, livro, literatura, matemática, para a construção do futuro à medida que se constituem humanos.

Não foi fácil ser professora e pesquisadora, ao mesmo tempo, com todas as atribuições burocráticas dessa função. Ser educadora, com as atribuições sociais desta função, ser pesquisadora com todas as atribuições acadêmicas dessa função e ainda ser filha, esposa, neta, irmã. Muitas coisas se desfizeram no meio do caminho possivelmente pela incapacidade de administrar todas essas funções e todas essas atribuições, mas a satisfação de ler nos relatos dos estudantes o quanto foi importante para eles a participação nos encontros, para o estudo de matemática supera as perdas e me projetam a continuação do meu trabalho com a formação de estudantes, seja ele no ensino secundário ou superior possibilitado pelo título adquirido ao término deste processo de tornar-me pesquisadora.

Entendo que o papel da leitura em aulas de matemática pode contribuir para a formação do cidadão leitor, crítico, consciente, além de possibilitar a percepção da

Matemática como Ciência com linguagem simbólica própria, construída pelo homem em suas relações com o meio, na tentativa de compreendê-lo, explicá-lo e determiná-lo. Assim como fez o estudante Poseidon e alguns outros, no 4º encontro, que manifesta como percebe a Matemática para além da sala de aula: para a vida.

Quanto à questão de pesquisa ela foi respondida, pois em todos os encontros os estudantes explicitaram os sentidos e significados que estavam produzindo tanto aos conceitos matemáticos, quanto à matemática. Certamente, em muitos deles, essa produção não foi como esperávamos, mas certamente houve produção de outros significados e sentidos muito mais relevantes a esses estudantes que aqueles que eu me propunha investigar, tornando válida da mesma maneira a proposta de investigação.

Assim, enquanto pesquisadora posso afirmar que me sinto motivada, pois entendo que a educação escolar e não escolar carece de investigações que contribuam para o entendimento desse período histórico, tanto em termos de avanço na produção cientifica, quanto em determinação de políticas públicas, que visem a melhoria na qualidade da Educação.

8. REFERÊNCIAS

BOGDAN, R. C.; BIKLEN, S, K. **Investigação qualitativa em educação.** Portugal: Porto editora, 1994.

BORDINI, M. G.; AGUIAR, V. T. **Literatura**: a formação do leitor: alternativas metodológicas. 2. ed. Porto Alegre: Mercado Aberto, 1993.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais:** terceiro e quarto ciclos do Ensino Fundamental: introdução aos parâmetros curriculares nacionais**.** Brasília, 1998.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais:** Matemática**.** Brasília, 1998.

CARAÇA, B. J. **Conceitos fundamentais da Matemática.** Lisboa: Tipografia Matemática Ltda, 1951.

COSTA, V. L. O professor de Matemática como agente de letramento: utopia? In: SENNA, L. A. G. (Org.). **Letramento**: princípios e processos. Curitiba: Ibpx, 2007. p. 242 – 268.

D'AMBRÓSIO, U. **Educação Matemática:** da teoria à prática**.** Campinas, SP: Papirus, 1996. (Coleção Perspectivas em Educação Matemática).

D'AMBRÓSIO, U. Janus e as duas faces da Matemática. In: CONFERÊNCIA INTERAMERICANA DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 13., 2011, Recife. **Anais...** p. 1-9 Disponível em: <http://www.cimm.ucr.ac.cr/ocs/index.php/xiii_ciaem/xiii_ciaem/paper/viewFile/2839/1171(D%E2%80%99Amb%C3%B3sio)>. Acesso em: 02 mar. 2012.

DALCIN, A. **Um olhar para o paradidático de Matemática**. 2002. 222 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2002.

ENZENSBERGER, H. M. **O diabo dos números.** Tradução de Sérgio Tellaroli. São Paulo: Companhia das Letras, 1997.

FARIA, J. C. **A prática educativa de Júlio César de Mello e Souza Malba Tahan:** um olhar a partir da concepção de Interdisciplinaridade de Ivani Fazenda. 2004. 278 p. Dissertação (Mestrado em Educação) - Faculdade de Educação e Letras, São Bernardo do Campo, 2004. Disponível em: <http://www.malbatahan.com.br/artigos/dissertacao_juracycfaria.pdf>. Acesso em: 01 fev. 2012.

FIORENTINI, D.; LORENZATO, S. **Investigação em educação Matemática:** percursos teóricos e metodológicos. Campinas, SP: Autores Associados, 2006. (Coleção Formação de Professores).

FONSECA, M. C. F.; CARDOSO, C. A. Educação Matemática e letramento: textos para ensinar Matemática e Matemática para ler o texto. In: LOPES, C. A. E; NACARATO, A. M. (Org.). **Escritas e leituras na educação Matemática**. Belo Horizonte: Autêntica, 2009. p. 63 – 76.

FREIRE, P. **A importância do ato de ler:** em três artigos que se completam. São Paulo: Cortez, 1989. (Coleção Polêmicas do Nosso Tempo; 4).

G1, <http://m.g1.globo.com/sp/sao-carlos-regiao/noticia/2012/12/bairro-da-periferia-de-sao-carlos-sp-atrai-investimentos-no-comercio.html>, acessado em 06 nov. 13.

GÓES, M. C. R.; CRUZ, M. N. de. Sentido, significado e conceito: notas sobre as contribuições de Lev Vigostki. **Pro-posições**, v. 17, n. 2, p. 31 – 45, maio/ago. 2006. Disponível em: <http://www.proposicoes.fe.unicamp.br/~proposicoes/textos/50_dossie_goes_mcr_etal.pdf>. Acesso em: 07 dez. 2011.

IFRAH, G. **Os números:** história de uma grande invenção. Tradução de Stella Maria de Freitas Senra. Rio de Janeiro: Globo, 1989.

KLEIMAN, A. **Texto e leitor**: aspectos cognitivos da leitura. Campinas: Pontes, 2004.

KOPININ, P. V. **A dialética como lógica e teoria do conhecimento.** Tradução de Paulo Bezerra. Rio de Janeiro: Civilização Brasileira, 1978.

KOSIK, K. **Dialética do concreto.** Tradução de Cecília Neves e Alderico Toríbio. 9. ed. Rio de Janeiro: Paz e Terra, 1976.

M ARCUSCHI, L. A. **Da fala para a escrita**: atividades de retextualização. São Paulo: Cortez, 2008.

MENGALI, B. L. S. **A cultura da sala de aula numa perspectiva de resolução de problemas:**o desafio de ensinar matemática numa sala multisseriada. 2011. 218 p. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade de São Francisco, Itatiba, 2011.

MICHELETTI, G.; BRANDÃO, H. Teoria e prática da leitura. In: CHIAPPINI, L. **Aprender e ensinar com textos didáticos e paradidáticos.** 5. ed. São Paulo: Cortez, 2007. v. 2, p. 17-30.

MOURA, M. O. et al. A Atividade orientadora de ensino como unidade entre ensino e aprendizagem. In: MOURA, M. O. (Org.). **A atividade pedagógica na teoria histórico – cultural**. São Paulo: Liber livro editora, 2010. p. 81 – 109.

MOURA, M. O. A atividade de ensino como ação formadora. In: CASTRO, A. D.; CARVALHO, A. M. P. (Org.). **Ensinar a ensinar:** didática para a escola fundamental e média. São Paulo: Pioneira Thompson Learning, 2002. p. 143 – 162.

MUNAKATA, K. **Produzindo livros didáticos e paradidáticos.** 1996. Tese (Doutorado em História e Filosofia da Educação) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 1996.

OLIVEIRA, R. A. **Leitura e escrita nas aulas de Matemática do Ensino Médio.** 2007. 298 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática) – Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática, Universidade Cruzeiro do Sul, São Paulo, 2007.

POWELL, A.; FRANCISCO, J. M.; MAHER, C. A. Uma abordagem à análise de dados de vídeo para investigar o desenvolvimento de ideias e raciocínios matemáticos de estudantes. **Bolema**, Rio Claro, ano 17, n. 21, p.81-140, 2004.

RAMOS, M. C. M. **O paradidático:** esse rendoso desconhecido**.** 1986. Tese (Doutorado em Letras) – Faculdade de Filosofia Letras e Ciências Humanas, Universidade de São Paulo, São Paulo, 1987.

RIGON, A. J.; ASBAHR, F. da S. F.; MORETTI, V. D. Sobre o processo de humanização. In: MOURA, M. O. (Org). **A atividade pedagógica na teoria histórico-cultural.** São Paulo: Liber livro Editora Ltda, 2010. p. 13 – 44.

ROMANATTO, M. C. Número racional: uma teia de relações. **Zetetiké – CEMPEM – FE/UNICAM,**. Campinas, v. 7, n. 12, p. 37 – 49, jul./dez. 1999. Disponível em: < http://www.fae.unicamp.br/revista/index.php/zetetike/article/view/2651/2393>. Acesso em: 01 fev. 2012.

SALMAZO, R. **Atitudes e procedimentos de alunos frente à leitura e interpretação de textos nas aulas de Matemática.** 2005. 131 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Matemática) – Pontifícia Universidade Católica, São Paulo, 2005.

SANTOS, V. M. Linguagens e comunicação na aula de Matemática. In: LOPES, C. A. E; NACARATO, A. M. (Org.). **Escritas e leituras na educação Matemática**. Belo Horizonte: Autêntica, 2009. p. 117 - 125.

SÃO PAULO (Estado). Secretaria da Educação. **Plano de gestão**: EE Professor Orlando Perez. São Carlos, 2010.

SÃO PAULO (Estado). Secretaria da Educação. **Proposta curricular do Estado de São Paulo.** São Paulo, 2008.

SILVA, A. C. da; et al. A leitura do texto didático e didatizado. In: BRANDÃO, H.; MICHELETTI, G. **Aprender e ensinar com textos didáticos e paradidáticos.** São Paulo: Cortez, 2007. p. 31-93.

SILVA, A. C. et al. A leitura de texto didático e didatizado. In: CHIAPPINI, L. **Aprender e ensinar com textos didáticos e paradidáticos.** 5. ed. São Paulo: Cortez, 2007. v. 2 p. 31 - 93.

SILVA, D. R. Um olhar histórico sobre o livro paradidático de Matemática no Brasil. In: IX ENEM, 2006, Belo Horizonte, **Anais**... Disponível em: <http://www.sbem.com.br/files/ix_enem/Html/posteres.html>, PO32161579894. Acesso em: 02 mar. 2012.

SIQUEIRA FILHO, M. G. **Ali Iezid Izz-Edim Ibn Salim Hank Malba Tahan:** episódios do nascimento e manutenção de um autor – personagem. 2008. 258 f. Tese (Doutorado em Educação) – Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2008.

SMOLKA, A. L. B. Conhecimento e produção de sentidos na escola: a linguagem em foco. **Caderno Cedes**: implicações pedagógicas do modelo histórico cultural, Campinas, v. 35, p. 41-49, 1995.

SOUZA, A. P. G.; OLIVEIRA, R. M. M. A. Leitura, escrita e Matemática: a apropriação de conhecimentos e a receptividade de alunos da 4ª série do Ensino Fundamental. **ZETETIKE –** FE – UNICAMP, v. 8, n. 33,– jan/jun,. 2010. p. 173 – 210.

TAHAN, M. **O homem que calculava**. Rio de Janeiro: Record, 1994.

VYGOTSKY, L. S. **A construção do pensamento e da linguagem**. Tradução de Paulo Bezerra. São Paulo: WMF Martins Fontes, 2009.

YASUDA, A. M. B. G.; TEIXEIRA, M. J. C. A circulação do paradidático no cotidiano escolar. In: CHIAPPINI, L. **Aprender e ensinar com textos didáticos e paradidáticos.** 5. ed. São Paulo: Cortez, 2007. v. 2 p. 167 - 195.

APÊNDICE A - FICHA AVALIATIVA

Nome/pseudônimo:

Nome do livro:

Nome do autor:

Edição:

Editor:

Ano:

Encontro e Data de hoje:

Síntese da discussão:

Comentários: