UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO CARLOS
CENTRO DE EDUCAÇÃO E CIÊNCIAS HUMANAS

GRAZIELLA RIBEIRO SOARES MOURA

CRIANÇAS COM DIFICULDADES EM RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS: avaliação de um programa de intervenção

SÃO CARLOS
2007

GRAZIELLA RIBEIRO SOARES MOURA

CRIANÇAS COM DIFICULDADES EM RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS: avaliação de um programa de intervenção

Tese apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Educação Especial do Centro de Educação e Ciências Humanas da Universidade Federal de São Carlos, para obtenção do título de Doutor em Educação do Indivíduo Especial.
Orientador: Prof. Dr. Júlio César Coelho de Rose.

SÃO CARLOS

2007

Ficha catalográfica elaborada pelo DePT da Biblioteca Comunitária/UFSCar

M929cd	Moura, Graziella Ribeiro Soares. Crianças com dificuldades em resolução de problemas matemáticos : avaliação de um programa de intervenção / Graziella Ribeiro Soares Moura. -- São Carlos : UFSCar, 2007. 156 f. Tese (Doutorado) -- Universidade Federal de São Carlos, 2007. 1. Educação especial – métodos de ensino. 2. Dificuldade de aprendizagem. 3. Ensino – aprendizagem de matemática. 4. Resolução de problemas. I. Título. CDD: 371.9043 (20ª)

Banca Examinadora da Tese de **Graziella Ribeiro Soares Moura**

Maria Amelia Almeida, Ph.D.	Ass. ______________
(UFSCar)	
Prof. Dr. Nelson Antonio Pirola	Ass. ______________
(UNESP – Bauru)	
Prof. Dr. Nivaldo Nale	Ass. ______________
(UFSCar)	
Prof. Dr. Paulo Sérgio Teixeira do Prado	Ass. ______________
(UNESP –Marília)	
Prof. Dr. Júlio César Coelho de Rose - Orientador	Ass. ______________
(UFSCar)	

DEDICO

esta pesquisa a todas as crianças que, mesmo apresentando algumas limitações, são capazes de aprender.

AGRADECIMENTOS

A Deus, porque dotou-me de sabedoria, inteligência e saúde para desenvolver este trabalho.

Aos meus pais, Lauricélia e Flávio Moura que me educaram e proporcionaram as oportunidades de estudo e qualificação acadêmica.

Ao meu orientador, professor Dr. Júlio César Coelho de Rose, que me ensinou a pesquisar não medindo esforços para orientar-me na redação deste trabalho e com sua imensa capacidade intelectual fez-me ser mais humana, professora e pesquisadora. A você, Júlio, todo o meu carinho e gratidão!

A minha irmã Talita Moura, que me auxiliou várias vezes no decorrer do trabalho.

Ao amigo Wilmar Scavassa, que colaborou com os contatos necessários.

A minha amiga Elisandra Maranhe, que me incentivou a estudar nesta renomada instituição.

Aos professores e funcionários do Programa, que inúmeras vezes contribuíram para o cumprimento deste estudo.

A todas as crianças participantes do estudo, pais e profissionais das escolas investigadas.

Aos queridos docentes da banca examinadora, profª Dr ª Maria Amélia Almeida, prof. Dr. Nelson Antônio Pirola,, prof. Dr. Nivaldo Nale, prof. Dr. Paulo Sérgio Prado e aos professores suplentes Drª Eliane Aparecida C. Araújo e Drª Terezinha Fortes Mestrinelli, o meu muito obrigada!

AGRADECIMENTO ESPECIAL

Há momentos na vida nos quais nada é mais importante do que a disposição, a dedicação e a sabedoria de um homem, um amigo, um profissional de qualidade imensurável. Foi isso que tornou o professor Ms. Luis Gino Farina de Oliveira uma pessoa de inestimável admiração para mim. Palavras são insignificantes diante da sua grandiosa colaboração nas análises estatísticas oferecidas a este trabalho. É com poucas palavras que exprimo meus mais sinceros agradecimentos a você, querido engenheiro e professor de estatística, Gino.

Uma grande descoberta resolve um grande problema, mas há sempre uma pitada de descoberta na resolução de qualquer problema. O problema pode ser modesto, mas se ele desafiar a curiosidade e puser em jogo as faculdades inventivas, quem o resolver por seus próprios meios, experimentará a tensão e gozará o triunfo da descoberta. Experiências tais, numa idade susceptível, poderão gerar o gosto pelo trabalho mental e deixar, por toda a vida, a sua marca na mente e no caráter.

Polya, 1994.

RESUMO

A compreensão de textos escritos mantém-se, atualmente, como uma das práticas acadêmicas mais difíceis para estudantes da Educação Básica. Se compreender um material escrito em termos lingüísticos traz dificuldades para alguns alunos, um texto escrito em linguagem matemática pode ser mais difícil, porque, além do entendimento da língua materna, faz-se necessário ter conceitos matemáticos para compreendê-lo. Muitas pesquisas tentaram encontrar formas melhores para ajudar as crianças a entender o que era solicitado em situações-problema de matemática, entretanto, ainda há muito que fazer para se entender os processos e dificuldades envolvidos na resolução de problemas pelos escolares e para se levá-los a compreender os conceitos básicos contidos nos enunciados matemáticos. Nesse sentido, o presente estudo teve como objetivos elaborar, aplicar e avaliar um programa de intervenção com crianças de 4ª série do Ensino Fundamental que apresentavam dificuldades na compreensão e resolução de problemas matemáticos e maximizar as capacidades cognitivas destas crianças. A metodologia escolhida foi o delineamento experimental de comparação entre grupos, um grupo experimental e um grupo controle. O estudo consistiu de um pré-teste, um programa de intervenção, um pós-teste e um pós-teste postergado. O pré-teste avaliou o desempenho das crianças na tarefa de resolução de problemas aritméticos. Em seguida, foi aplicado o programa de ensino nos estudantes que apresentaram um desempenho inferior a 40% de acertos nos problemas propostos. O objetivo foi desenvolver nos alunos o repertório necessário para aumentar a capacidade de resolução de problemas matemáticos. Este programa procurou ensinar os estudantes a lerem os enunciados dos problemas e encontrarem a representação matemática mais apropriada para resolver a questão. Para tanto, foi necessário ensinar os conceitos das operações aritméticas, visto que uma das dificuldades das crianças estava no campo do entendimento do significado de cada operação (adição, subtração, multiplicação e divisão) e sua representação simbólica. Os resultados dos pós-teste e pós-teste postergado do grupo experimental foram superiores aos resultados dos pré-teste do grupo experimental e do grupo controle, indicando melhora no desempenho dos estudantes que participaram do programa. Demonstrou-se, com estes dados, que a intervenção utilizada foi eficiente, desenvolvendo as capacidades cognitivas necessárias à tarefa de resolução de problemas aritméticos, que consiste basicamente, em compreender o enunciado escrito e representá-lo matematicamente.

Palavras-chave: Educação. Educação Especial. Educação Matemática. Resolução de problemas aritméticos. Compreensão de textos matemáticos. Dificuldades em aprender. Programa de Intervenção.

ABSTRACT

The comprehension of written texts continues being one of the most difficult academic practices for students of Basic Education. If comprehending a written material in linguistic terms brings out difficulties for some students, a text written in mathematical language can be even more difficult, because besides the mother language understanding, mathematical concepts are also needed. A lot of research has been done to try to find better ways to help children understand what was asked in mathematical problem-questions. However, there is a lot to be done to understand the difficulties and processes of problem resolution and about basic conceptual comprehension present in mathematical problems instructions. In this sense, the purpose of the present study was to elaborate, apply and evaluate an intervention program performed with children in the fourth year of Elementary School who showed difficulties comprehending and solving mathematical problems, and maximize their cognitive capacity. The methodology chosen was the experimental delineation of comparison between groups, an experimental and a control group. The study consisted of a pretest, an intervention program, a post-test and a delayed post-test. The pretest evaluated the children's performance in resolving arithmetical problems. Next, the teaching program was used with students who showed performance under 40% right in problems. This aimed to develop, in the students, enough knowledge to increase their resolution capacity of mathematical problems. That program sought to teach students to read mathematical problems instructions and find the most appropriate mathematical representation to solve the question. For this, it was necessary to teach the arithmetical operations concepts, since one of the children's difficulties was connected with understanding the meaning of each operation (addition, subtraction, multiplication and division) and its symbolic representation. The post-test and delayed post-test results for the experimental group were superior to the pretest results for the experimental and control groups, indicating an improvement in performance for the students who took part in the program. Those data showed that the intervention utilized was efficient, increasing the cognitive capacity necessary to the task of resolving arithmetical problems, which basically consists of comprehending written instructions and representing them mathematically.

Key-words: Education. Special Education. Mathematical Education. Arithmetical problems resolution. Mathematical texts comprehension. Learning disabilities. Intervention Program.

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO

A aprendizagem escolar é uma das práticas sociais mais importantes no mundo atual. Pressupõe o desenvolvimento de inúmeras capacidades, cognitivas, motoras, afetivas e atitudinais, cuja aquisição se pretende promover por meio do processo de escolarização.

Considerando as afirmações de Coll e Martin (2004), a educação em geral e a educação escolar, em particular, têm como objetivo promover os processos de desenvolvimento e socialização das pessoas, e para isso, devem agir sobre o conjunto de capacidades envolvidas.

A aprendizagem resulta da interação entre os sujeitos e o ambiente e se traduz em uma modificação comportamental decorrente de processos mentais como a compreensão, a percepção, a análise, a síntese, a memorização, a associação, subjacentes a essa mudança (GAGNÉ, 1977 citado por COLL, PALACIOS, MARCHESI, 1996). O autor considera que, no contexto da instrução, todo ato de aprendizagem depende de uma série de acontecimentos externos ao aprendiz, projetados para estimular os processos internos da aprendizagem, tais como observação, manipulação de objetos, ouvir as instruções de outras pessoas. Neste sentido, as atividades proporcionadas aos alunos em situações de ensino são fundamentais para a apropriação dos conhecimentos.

A aprendizagem normal acontece de forma integrada no aluno, no seu pensamento, sentimento, ações e verbalizações. Quando se manifestam dissociações e a pessoa não é portadora de disfunções orgânicas, pode-se inferir que dificuldades de aprendizagem estejam se instalando. Concordando com Fonseca (1995) a aprendizagem envolve processamento de informação e processos sensoriais, neurológicos, psicológicos colocando em atividade dois processos básicos: um neurológico e outro comportamental, pois não há dúvidas de que, quando o ser humano aprende, ocorrem mudanças tanto internas quanto externas, ou seja, acontecem modificações em sua estrutura cognitiva e orgânica e os comportamentos observáveis da pessoa são visíveis a partir desta mudança interna.

A aprendizagem escolar comporta a apropriação de muitos conhecimentos, mas há crianças em idade escolar que não acompanham as atividades propostas, demonstrando certas discrepâncias entre a capacidade intelectual e seu desempenho escolar, em decorrência de um número grande de alunos nas classes, de estilos diferenciados de aprendizagem, sobrecarga de tarefas que os docentes devem realizar.

Quanto mais tempo uma dificuldade de aprendizagem permanece sem reconhecimento, mais provavelmente os problemas aumentam, causando frustração, reduzindo o estímulo, a autoconfiança e o entusiasmo pela escola.

Infelizmente, a atual política da educação prejudica essa população que, muitas vezes, pode se tornar marginalizada por ter um desempenho insatisfatório. Essa marginalização pode permanecer durante anos, com conseqüências negativas para o desenvolvimento de crianças com dificuldades de aprendizagem.

Dessa forma, se faz imprescindível uma ação imediata que possa remediar esses problemas. Os docentes costumeiramente relatam que encontram certas limitações ao oferecer atividades diferenciadas que atinjam o foco da dificuldade da criança, por isso, programas de intervenção são sempre uma possibilidade de conquistar melhorias acadêmicas para essa população.

Os resultados do Sistema Nacional de Avaliação da Educação Básica (SAEB), exame nacional realizado anualmente pelo Ministério da Educação sobre o rendimento escolar, aponta que o desempenho dos estudantes do Ensino Fundamental na disciplina matemática está aquém do esperado. Encontra-se atualmente, ao final dos ciclos, ou seja, 4ª série e 8ª série, uma defasagem com relação ao conhecimento adquirido em conteúdos básicos como as operações aritméticas e resolução de problemas. Os resultados deste exame indicam que de 2001 a 2003, houve uma queda no rendimento dos estudantes na disciplina matemática (BRASIL, 2003).

Frente a esses resultados, a escola e a sociedade não podem ignorar o problema desses alunos. Se não houver investimento adequado que capacite esses estudantes a superarem suas dificuldades eles se manterão marginalizados, por isso existe a necessidade de investigar programas instrucionais com potencial para promover melhorias na aprendizagem das crianças com dificuldades em compreender os enunciados de problemas aritméticos e solucioná-los a contento.

De acordo com Fuchs, L. S. e Fuchs, D. (2002) a instrução pode ser o foco para melhorar a competência matemática podendo também agir como forma de remediação e prevenção de possíveis dificuldades de aprendizagem. Dessa forma, entende-se que investir em programas pedagógicos enforcando as dificuldades específicas dos estudantes seja uma atitude adequada para a mudança do contexto atual.

Sendo uma linguagem, a matemática requer a memorização de certos símbolos e apresenta vocabulário e sintaxe próprios que as pessoas devem dominar. Na matemática há princípios lógicos e invenções culturais que devem ser apreendidos pelas pessoas. As crianças devem aprender a lógica correta, aplicando-a à aprendizagem de técnicas matemáticas novas. Essa habilidade lógica pode melhorar o resultado da aprendizagem de sistemas culturalmente projetados.

Um dos eixos fundamentais do ensino da matemática é o desenvolvimento das capacidades relacionadas à resolução de problemas. A educação matemática pode proporcionar um conjunto de técnicas e de algoritmos de cálculo concretos para a realização da atividade de resolução de problemas matemáticos e adquire sentido quando dota os estudantes de um conjunto de ferramentas gerais e específicas para tal atividade. Aprender a solucionar problemas matemáticos torna a pessoa independente e autônoma, desenvolvendo nela o espírito desafiador e encorajador frente às circunstâncias problemáticas que a vida lhe oferece.

A tarefa de resolução de problemas aritméticos requer uma integração das habilidades de processamento lingüístico e aritmético (ROSENTHAL e RESNICK, 1974; OAKHILL, 1984; MAYER, 1992; BRITO, FINI e GARCIA, 1994; MALTA, 2003). Exige raciocínio e pode ser considerada como a forma mais complexa de atividade intelectual e uma das atividades humanas mais inteligentes. Ser capaz de solucionar problemas torna as pessoas capazes tanto de se adaptar a seu ambiente como também de modificá-lo. A atividade de resolução de problemas requer a formação de conceitos relacionados à situação, bem como a aplicação de regras, procedimentos e técnicas.

A resolução de problemas é uma atividade em que a experiência anterior é utilizada para reorganizar os componentes de uma situação problemática a fim de atingir um objetivo. Compreende rememorização, estratégias, técnicas de raciocínio, seleção e organização dos dados para formular relações e associações. As crianças com dificuldades nessa área não dispõem de sistematização e planificação de tarefas, prioridades e hierarquizações que envolvem a prática de resolução de problemas. O raciocínio dessas crianças se apresenta desorganizado, fragmentado e sem inferências (FONSECA, 1995) .

Segundo Chi e Glaser (citados por STERNBERG, 1992), a resolução de problemas pode ser considerada uma habilidade cognitiva complexa caracterizando-se como uma das atividades humanas mais inteligentes. Constitui uma atividade intelectual que capacita as pessoas para pensar maneiras autônomas de solucionar desafios, buscar a informação necessária e os recursos que facilitam a tarefa, selecionar as estratégias adequadas e aplicá-las. Todas estas ações aliadas à interpretação, requerem uma atuação cognitiva do sujeito. A prática de solucionar problemas pode se revelar como auxiliar as outras disciplinas e gerar entusiasmo nos estudantes.

É nesse sentido que se justifica uma proposta de ensino para pessoas que não dispõem de elementos cognitivos necessários e adequados para a prática de resolução de problemas, pois elas precisarão desse conhecimento para superar as situações desafiadoras que se apresentam na sociedade atual.

Atividades de intervenção adequadas se revelam importante instrumento de modificação de comportamento; as experiências de aprendizagem são o instrumento para promover conhecimentos e desenvolvimento. No caso da resolução de problemas, essas atividades auxiliam os estudantes a desenvolver estratégias cognitivas ao organizar soluções novas para os problemas, a utilizar diversos meios para controlar o próprio pensamento e os processos de aprendizagem. Como condições internas, tem-se a recuperação de conceitos e regras relevantes e como condições externas, a descrição verbal e oferecimento de situações variadas para exercer a estratégia. (FONSECA, 1995; COLL, PALACIOS e MARCHESI, 1996; MAYER, 1992).

Outra justificativa está no fato de que as crianças submetidas a intervenções pedagógicas adequadas, enriquecidas em termos de processo de ensino e aprendizagem, adquirem informação e podem superar suas dificuldades modificando cognitivamente seu potencial dinâmico de aprendizagem (FONSECA, 1995).

Partindo dessas premissas, pergunta-se: um programa de ensino específico à tarefa de resolução de problemas pode maximizar a aprendizagem de crianças que estão apresentando dificuldades nesta atividade?

Acredita-se que um programa de ensino estruturado de forma a atingir as deficiências cognitivas que as crianças apresentam provavelmente contribuirá para o desempenho eficiente dos estudantes participantes na área de domínio delimitada nesta pesquisa.

Este trabalho procurou discutir elementos teóricos e processos de ensino que contribuam para o aperfeiçoamento da aprendizagem humana e dos seus processos, aprendizagem concebida como a capacidade de processar, armazenar e usar a informação, a ponto de estruturar em condições de intervenção e investigação aplicada, para se obter dados que impliquem a melhoria, o progresso, a compreensão, a prevenção e a intervenção no âmbito das dificuldades de aprendizagem.

Portanto, os objetivos desta pesquisa foram elaborar, implementar e avaliar um programa de intervenção para crianças que apresentavam dificuldades em compreensão de enunciados escritos de problemas matemáticos e por isso não eram capazes de solucioná-los e desenvolver, nas crianças participantes, um repertório de capacidades cognitivas necessárias para a resolução de problemas matemáticos, que aja em caráter de prevenção às possíveis dificuldades de aprendizagem.

Para a realização deste estudo a proposta metodológica pautou-se na pesquisa experimental. Inicialmente selecionou-se os participantes por meio de um instrumento que continha um teste com situações-problema, para reconhecer aqueles que apresentavam a dificuldade que seria investigada. Após esta seleção, um pré-teste foi aplicado, as questões pontuadas e em seguida dois grupos se formaram: um experimental que passou pela intervenção e um grupo controle que não passou pelo programa de ensino.

Posteriormente, o programa de intervenção foi aplicado ao grupo experimental durante dois meses e ao término, houve a aplicação do pós-teste e pós-teste postergado aos dois grupos.

O trabalho procura em seu Capítulo 1 fornecer subsídios teóricos e ampliar os conhecimentos do leitor acerca do tema. O segundo capítulo apresenta a metodologia aplicada. O Capítulo 3 descreve os resultados obtidos e analisados estatisticamente e por fim, uma discussão sobre o programa de intervenção desenvolvido é relatada no Capítulo 4, concomitantemente a uma análise das capacidades que puderam ser desenvolvidas nas crianças.

Espera-se que os resultados obtidos nesta pesquisa possam fomentar reflexões e novos comportamentos nos professores em prol de uma qualidade melhor de ensino e de aprendizagem dos estudantes.

CAPÍTULO 1

O ENSINO E A APRENDIZAGEM DA MATEMÁTICA E A RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS ARITMÉTICOS

Diariamente as pessoas se vêem diante de problemas de toda ordem. Na escola, desde pequena, a criança é submetida a atividades desafiadoras principalmente nas aulas de matemática. Estas atividades são extremamente úteis, pois aprimoram o pensamento, o raciocínio lógico, a autonomia, a capacidade de enfrentamento de situações adversas, o desenvolvimento da habilidade de criar estratégias para diversas circunstâncias. Nesse sentido, atividades de resolução de problemas são altamente produtivas nas escolas e os professores necessitam não só oferecer situações-problema como, também, instigar os estudantes a desejarem alcançar a resolução das situações propostas, encorajando-os a buscar caminhos para a resolução. Solucionar problemas matemáticos desenvolve capacidades cognitivas e intelectuais inerentes a processos básicos como memória, atenção, raciocínio, concentração, que os seres humanos desenvolvem para produzir conhecimentos novos.

Pensando em uma escola com um programa curricular que atenda à diversidade, buscando corresponder às necessidades de todas as pessoas, é necessário concretizar as intenções educativas expressando a resolução de problemas matemáticos como conteúdos procedimentais capazes de desenvolver uma série de capacidades em todos os alunos. O domínio deste conteúdo é considerado essencial para que se produza desenvolvimento e socialização adequados dos estudantes dentro da sociedade à qual pertencem (COLL et al, 2000).

A escola tem que provocar intencionalmente as aprendizagens necessárias e desenvolver as capacidades que as pessoas necessitam. Aprender matemática significa desenvolver capacidades como compreender os conceitos matemáticos em sua linguagem específica e saber representá-los matematicamente. Assim assinala Coll (1987, citado por COLL e MARTÍN, 2004, p. 17): “os resultados da aprendizagem devem se referir às capacidades cuja aquisição e cujo desenvolvimento se pretende promover mediante a escolaridade”.

A tarefa da escola é desenvolver as capacidades que irão permitir a continuidade da aprendizagem pelos alunos, possibilitando que utilizem aquilo que sabem (que aprenderam na escola) para viver e conviver em sociedade, mas as avaliações nacionais realizadas pelos órgãos governamentais da educação brasileira, não têm indicado a concretização desta intenção da escola.

Os resultados do Sistema Nacional de Avaliação da Educação Básica (SAEB), que avalia o rendimento dos estudantes brasileiros da Educação Básica (4ª e 8ª séries do Ensino Fundamental e 3ª série do Ensino Médio), de escolas públicas estaduais municipais e escolas privadas, indicaram que o desenvolvimento de habilidades básicas em matemática vem se revelando insuficiente. A análise dos resultados, no ano de 2003, em âmbito brasileiro, feita por meio de uma escala única de desempenho, mostrou que os alunos de 4ª série apresentavam habilidades ainda elementares para quem estava finalizando a primeira etapa do Ensino Fundamental. Apresentavam dificuldades nas operações aritméticas e em resolução de problemas simples e complexos. Segundo os procedimentos estatísticos, em alguns estados brasileiros como no estado de São Paulo, não houve diferença entre as médias durante 2001 e 2003.

Em 2003, 11,5% dos estudantes da 4ª série estavam no estágio considerado muito crítico e 40, 1% no estágio crítico. Apenas 6,4% encontravam-se no estágio julgado adequado de competências e habilidades matemáticas estabelecidas pelos pesquisadores do Instituto Nacional de Pesquisas Educacionais (INEP)[1].

Com relação às competências, de 2001 a 2003 a média no estágio muito crítico aumentou dois pontos percentuais e no estágio crítico cerca de três pontos, permanecendo quase estável no estágio adequado, ainda que com uma queda de apenas sete décimos. Em suma, a avaliação realizada pelos órgãos superiores da educação demonstra que o desempenho dos estudantes do Ensino Fundamental no Brasil não tem sido satisfatório.

O SAEB destaca ainda que, em dez anos de avaliação, a média do desempenho em Matemática dos estudantes da 4ª série no Brasil vem obtendo queda acentuada. Em 1995, a média do país foi 190,6 pontos e em 2005 ficou em 182,4. No estado de São Paulo, as escolas públicas estaduais tiveram uma média de 193,6 em 1995, caindo para 182,9 em 2005. As escolas municipais do estado de São Paulo obtiveram uma média de 191,4 em 1995 e 186,4 em 2005.

---

[1] Segundo o INEP, no estágio muito crítico o aluno não transpõe comandos operacionais próprios da idade em uma representação matemática adequada. No estágio crítico consegue desenvolver algumas habilidades matemáticas básicas de compreensão de problemas aquém das exigidas pela série. No estágio adequado consegue realizar operações aritméticas e interpretam e solucionam problemas de forma competente.
Nota: O INEP não divulgou o total de alunos por série, submetidos ao exame, somente o total geral que foi de 300 mil.

Semelhante ao SAEB, a cada três anos uma avaliação do rendimento dos estudantes em diversas áreas do conhecimento é realizada mundialmente. Trata-se do Sistema Internacional de Avaliação de Alunos (PISA)[2]. Em 2003, participaram do PISA 250 mil adolescentes com 15 anos de idade em 41 países, No Brasil participaram 229 escolas de 179 municípios das cinco regiões, distribuídas entre estabelecimentos das zonas urbana e rural, das redes pública e privada. Foram selecionados para participar do exame 5 235 alunos com quinze anos de idade que estavam cursando a 7ª ou 8ª série do Ensino Fundamental e o 1°, 2° ou 3° ano do Ensino Médio. Em matemática foram avaliados o uso da linguagem matemática, a escolha de modelos e procedimentos e habilidades de resolução de problemas, capacidade de realizar operações simples e conexões para resolver problemas (BRASIL, 2005).

Os resultados em matemática dos alunos brasileiros no PISA em 2003 mostraram um pequeno avanço em comparação com a aplicação anterior em 2000. O Brasil apresentou o maior índice de crescimento de resultados, entre os 41 países, em duas áreas do conteúdo matemático avaliado ("Espaço e Forma" e "Mudança e Relação")[3]; no entanto, o aproveitamento é bastante baixo.

Este exame definiu seis níveis de aprendizado da matemática. O nível 3 tratou da resolução de problemas. Nesta etapa os estudantes conseguiam executar procedimentos claramente descritos e selecionar e pôr em prática estratégias de resolução de problemas simples. Conseguiam interpretar e utilizar representações baseadas em diferentes fontes de informação, além de refletir diretamente sobre elas. Podiam desenvolver comunicações curtas para relatar suas interpretações, resultados e raciocínios. Dos 4.452 brasileiros que realizaram a prova, apenas 6,8% conseguiram alcançar este nível.

Os jovens do Brasil participantes do PISA tiveram notas próximas da mínima, sendo as mais baixas entre os 41 países. Três quartos dos estudantes brasileiros avaliados não conseguiram aplicar de forma consistente as habilidades básicas de matemática para explorar e compreender uma situação cotidiana.

No primeiro semestre de 2007, o INEP divulgou os resultados do Índice de Desenvolvimento da Educação Básica (IDEB). Este índice é um indicador de qualidade

---

[2] Maiores esclarecimentos sobre o PISA podem ser encontrados no site: www.inep.gov.br ou www.pisa.oecd.org.

[3] A área "Espaço e Forma" está relacionada com fenômenos e relações espaciais e geométricas, geralmente baseadas na disciplina curricular de geometria. "Mudança e relação" envolve manifestações matemáticas de mudança, assim como relações funcionais e de dependência entre variáveis. Esta área de conteúdo está mais próxima da álgebra (Fonte: www.inep.gov.br)

educacional que combina informações do rendimento dos estudantes de 4ª, 8ª e Ensino Médio obtidas nos exames Prova Brasil e SAEB. No último exame, em 2005, os resultados da 4ª série do Ensino Fundamental em Língua Portuguesa e Matemática, em uma escala de 0 a 10 foram os seguintes: No Brasil, a média obtida na primeira fase[4] foi 4,0. No Estado de São Paulo esta média ficou em 4,5 na primeira fase e 3,8 na segunda. Na cidade de Bauru, município alvo desta pesquisa, o desempenho dos estudantes foi 4,4 nas duas fases da prova (BRASIL, 2007).

Percebe-se que nenhuma média do IDEB atingiu 50% da escala, o que parece indicar a necessidade de maiores empreendimentos na área educacional do país. Acredita-se que investimentos no âmbito do ensino podem ser uma possibilidade de avanço no desempenho escolar dos estudantes, bem como o incentivo à formação dos professores e aprimoramento das condições físicas das escolas.

Os exames das 4ª séries aplicados pelos órgãos governamentais incluem os conceitos mais elementares da matemática como cálculo das operações aritméticas e resolução de problemas. Estas avaliações indicam que uma das principais dificuldades de aprendizagem no campo da matemática é a resolução de problemas. Dentro do parâmetro de dificuldades cognitivas, não se pode esquecer dessa atividade em que a experiência anterior é utilizada para reorganizar os componentes de uma situação problemática, a fim de atingir um dado objetivo. Compreende a rememorização, a estratégia e a tática de raciocínio (dedutivo ou indutivo), a seleção e a organização dos dados para formular princípios, relações e associações que envolvem a própria resolução dos problemas.

Em se tratando da resolução de problemas, muitas são as capacidades envolvidas. No que se refere a problemas escritos é necessário considerar inicialmente o aspecto da leitura e compreensão de enunciados lingüísticos que comportam uma linguagem também matemática. Ao ler o enunciado a pessoa deve compreender o que está sendo expresso e a partir desta informação verbal escrita estabelecer relações matemáticas, elaborar estratégias e planos de ação e tomar decisões escolhendo a melhor opção, ou seja, aquela que dará o melhor resultado.

Segundo Mayer (1992), a compreensão do enunciado matemático é o primeiro passo para a sua resolução. Para compreender a questão, a pessoa precisa traduzir a linguagem expressa em informações matemáticas e isto requer três tipos de conhecimentos: a) lingüísticos, b) semânticos,

[4] O INEP não divulgou a nota do Brasil na 2ª fase do exame. Maiores informações podem ser obtidas em: www.inep.gov.br.

c) esquemáticos. Estes conhecimentos ajudam o solucionador a compreender a tarefa, permitindo o registro da sua representação em termos matemáticos e a elaboração de um plano para a resolução.

O primeiro tipo de conhecimento, o lingüístico, faz referência à linguagem na qual está redigido o problema. É a compreensão do conteúdo do enunciado expresso na língua materna. No caso de textos matemáticos, como o de problemas aritméticos, este enunciado escrito contém relações entre esta linguagem e informações matemáticas.

Os aspectos lingüísticos envolvidos na resolução de problemas matemáticos foram estudados por alguns autores. Para Brown (1953) a linguagem matemática possui aspectos internos, receptivos e expressivos, assim como acontece com outras formas de comportamento simbólico. Uma criança inicialmente assimila e integra as experiências não-verbais; depois aprende a associar os símbolos numéricos a experiências não-verbais, em seguida, aprende a associar os símbolos numéricos à experiência e, finalmente, expressa as idéias de quantidade, espaço e ordem usando a linguagem matemática.

O conhecimento matemático tem uma linguagem própria que deve ser conhecida e compreendida pelas pessoas (KITCHER, 1984). Nesse sentido, é necessário que o ensino da matemática escolar centre sua metodologia nos aspectos de compreensão e não na aprendizagem mecânica. Se assim não for, defasagens e dificuldades na interpretação da linguagem matemática poderão estar na raiz da incapacidade da resolução dos problemas propostos.

Danyluk (2002) adverte que a matemática tem uma linguagem de abstração e como sistema lingüístico, faz uso de signos para se comunicar. Dessa forma torna-se imprescindível, por parte das pessoas, a compreensão e a interpretação da linguagem matemática e das relações implícitas nos textos matemáticos, o que ocorre por meio da leitura adequada da linguagem matemática. A autora assinala, ainda, que ler matemática significativamente é estar consciente do sentido matemático que está expresso. É compreender, interpretar e comunicar idéias matemáticas.

Existem muitos estudos realizados em Educação Matemática, dedicando grande atenção à questão da linguagem (ANGHILERI, 1995; GARNICA 1992; MACHADO, 2003; MALTA, 2003; PIMM, 1994; WINSLOW, 2000). Entretanto, há muitas e diferentes concepções sobre linguagem e linguagem matemática, o que tem gerado certa dificuldade em esclarecer de que linguagem se fala. Grande parte dos pesquisadores concorda que os processos cognitivos estão de alguma forma relacionados aos processos lingüísticos. Esses autores acreditam que para compreender enunciados matemáticos é necessário entender a linguagem específica da matemática.

A linguagem envolve uma significação que, por sua vez, envolve um processo de informação. Este implica um processo de tradução e de equivalência e, como tal, subentende um modelo cognitivo e uma estrutura que o operacionalize, isto é, um cérebro. Para expressar idéias e sentimentos, o cérebro terá de se munir de meios sistemáticos e convencionais de comunicação – gestos, sinais, sons contendo significações.

Garnica (1992) em sua pesquisa de mestrado, procurou investigar os textos de matemática. A pergunta orientadora do estudo era se um texto de matemática pode ser lido hermeneuticamente, entendendo hermenêutica como a capacidade de compreender, interpretar e traduzir, de maneira clara, signos inicialmente obscuros. Foram realizadas discussões com alunos norteadas por um texto de matemática. Os resultados indicaram que: 1) é possível uma abordagem hermenêutica dos textos de matemática; 2) essa abordagem hermenêutica carrega a possibilidade do leitor ter mais claro o significado dos elementos da matemática a cada retomada da leitura; 3) algumas sugestões para uma trajetória metodológica para leitura do texto de matemática puderam ser detectadas; 4) a abordagem hermenêutica do texto matemático permite, por parte do leitor /intérprete, um exercício de crítica ao contexto. Isso denota um sentido de que todos os problemas matemáticos devem ser compreendidos para serem resolvidos.

Estudos intensificam a questão da linguagem como essencial dentro da Educação Matemática, o que traz implicações para a Didática da Matemática e para as ações concretas empreendidas em seu ensino. Isto corrobora a necessidade de se compreender mais profundamente as conexões entre os processos cognitivos e lingüísticos, ou sua interdependência, como preferem alguns pesquisadores (PIMM, 1994; WINSLOW, 2000).

Neste cenário, encontram-se três níveis de utilização da linguagem para o aprendizado da Matemática, os quais se interceptam mutuamente: a utilização da linguagem natural ou materna, a linguagem matemática dos matemáticos (pesquisadores e estudiosos de matemática avançada) e uma linguagem matemática tipicamente escolar, mergulhada num gênero discursivo próprio da escola. A resposta à questão do quanto esses níveis estão e devem estar imbricados, certamente irá depender das concepções acerca das teorias de ensino e aprendizagem, por sua vez pautadas em teorias sobre os processos cognitivos das pessoas.

Pesquisadores em Educação Matemática têm forte suporte no paradigma construtivista de aprendizagem, enfatizando o papel da linguagem na construção do conhecimento, sendo esta, não um meio de transportar estruturas conceituais do professor para os estudantes, mas sim, um meio de interagir, que permite ao professor condicionar e guiar a construção cognitiva de seu aluno (ANGHILERI, 1995).

Pretendendo enfocar a importância da linguagem no processo de aprendizagem em matemática, Malta (2003) discute, em seu artigo, a idéia de que os alunos de hoje, pela falta do exercício da leitura, ainda não perceberam que entender não é apenas relacionar o que está sendo lido com algo já conhecido anteriormente; não descobriram que o entendimento de um texto não trivial é o resultado de um processo de construção, processo no qual as pessoas constroem objetos mentais que vão dar significados aos novos conceitos (ou situações) que estão sendo apresentados. Na leitura de um texto literário, conduzido pelo autor, vão-se construindo personagens (mentais), cenários e paisagens que darão sentido à história criada pelo autor. Na leitura de um texto matemático, é preciso construir, também, guiados pelo autor, objetos mentais que darão significados aos conceitos abstratos (e suas relações) que estão sendo introduzidos sendo que, para um aluno, esse processo de construção passa pela interação com o professor (e colegas).

Ainda com relação ao conhecimento lingüístico necessário para a prática da resolução de problemas, é preciso reconhecer que o vocabulário é importante nesta atividade. Lerner (1996), pesquisando as dificuldades que crianças de 3ª e 5ª séries tinham para resolver problemas de subtração, pedia para estes sujeitos inventarem um problema de subtração. Para a maior parte das crianças, este pedido era recebido com surpresa. Grande parte dos entrevistados inventou problemas simples do tipo: *Um caminhão de laranjas tem 50 laranjas e o dono comeu 20. Quantas laranjas ficaram?* Para a autora, isto é compreensível, visto que, na situação habitual de sala de aula, os enunciados são sempre criados pelo professor e, em sua maior parte, descontextualizados e sem significados para os alunos, cabendo a estes apenas resolvê-los. Este fato, segundo Lerner, indica que as crianças não saberão mesmo interpretar problemas, pois as situações dadas são sempre as mesmas.

Estudos sobre a questão da linguagem dos textos matemáticos têm demonstrado que a utilização de palavras-chave[5] como recurso para boa interpretação de problemas parece não ser um bom procedimento de ensino (CARPENTER et al, 1980; FIGUEIREDO, 1985; PARMAR, CAWLEY e FRAZITA, 1996). Os estudantes usam um mecanismo de busca de palavras-chave como "menos" para conta de menos e "mais" para conta de mais que nem sempre correspondem com a resolução e respostas corretas dos problemas.

O estudo de Figueiredo (1985) analisou os benefícios ou prejuízos resultantes da ênfase em palavras-chave no ensino de resolução de problemas de matemática elementar na escola. Participaram do estudo 72 crianças da 2ª série do 1º grau de quatro escolas particulares de Recife e Olinda - PE. Com base em observações em sala de aula, caracterizou-se a ênfase em palavras-chave dadas pelos professores ao trabalharem resolução de problemas, encontrando-se três professores que salientavam as palavras-chave nos problemas e um que não o fazia. Os alunos resolveram problemas de três tipos: 1. Problemas com palavras-chave em seu uso habitual (como "ganhou" em problemas de soma); 2. Problemas com palavras-chave indicando operações diversas de seu uso habitual (como "perdeu" em problemas de soma) e 3. Problemas sem as palavras-chave habituais.

A autora constatou que: a) crianças cujos professores enfatizavam as palavras-chave mostraram bom desempenho nos problemas do tipo 1, porém seu desempenho foi significativamente inferior nos problemas tipo 2 e 3; b) os alunos do professor que não enfatizava palavras-chave exibiram rendimento similar nos três tipos de problema e superior aos dos outros três professores. Para Figueiredo, tais resultados sugerem que os benefícios esperados pela ênfase em palavras-chave como auxílio na resolução de problemas aritméticos podem ser apenas aparentes; a transferência desse modo de análise para problemas que não utilizam exatamente as mesmas pistas parece não ocorrer, enquanto que crianças não treinadas nessa forma de análise de problemas verbais não demonstram dificuldades maiores na resolução de problemas.

Algumas situações de ensino que abordam o uso de palavras-chave para resolver situações-problema podem desestimular a capacidade de raciocínio dos estudantes. Figueiredo

---

[5] Palavras-chave em enunciados de problemas matemáticos são vocábulos que podem direcionar a escolha equivocada da representação do problema. Por exemplo: *Marcos tem 63 anos e Lucas tem 15. Quantos anos Marcos tem a mais?* Para resolver esta questão é necessário subtrair uma quantidade da outra e não somar, embora na expressão apareça a palavra *a mais*. Inibir as palavras-chave seria não demonstrar aos alunos que determinada palavra indica uma operação, ou seja palavras como "a mais", "ganhou", "comprou", para operações de adição e "vendeu", "deu", "perdeu" para operações de subtração.

(1985) e Santos (1998), realizaram alguns estudos e perceberam que a utilização de algumas palavras pode direcionar equivocadamente o pensamento da pessoa. Esse fato foi evidenciado quando as crianças investigadas associavam palavras como *ganhou* a operações de adição; *vendeu* a operações de subtração e nem sempre estes vocábulos se referem a conceitos aditivos e subtrativos.

Em outro exemplo, que concerne à linguagem escrita, Johnson e Myklebust (1983) analisam a leitura como uma “tradução” (transdução ou equivalência) do que está impresso na página, em equivalentes auditivos que são previamente apreendidos.

A literatura sobre compreensão de leitura aponta que, para ser bem realizada, é necessário que o leitor faça uso dos significados, inferências e ativação dos conhecimentos prévios (BARTLETT, 1932; BAUMANN, 1984; BRANDÃO e SPINILLO, 1998; HANSEN e PEARSON, 1983; OAKHILL, 1984; STEFFENSEN, JOAGG-DEV e ANDERSON, 1987). Essa compreensão é necessária tanto para textos lingüísticos quanto para textos matemáticos.

Neste conjunto de estudos a leitura é concebida como um processo de construção de significados que se dá através da interação dinâmica entre o leitor, o texto e o contexto da situação de leitura. Os estudos têm demonstrado que as experiências e o conhecimento que os leitores trazem para a leitura de um texto exercem forte influência sobre como compreendem e se lembram do texto (STEFFENSEN, JOAGG-DEV e ANDERSON, 1987).

Diante do fato de que a atribuição de significado à leitura através de seu uso para algum fim importante tem influência sobre o sucesso das crianças na alfabetização, torna-se clara a necessidade de que a escola promova esse tipo de atividade durante o processo de alfabetização. Essa necessidade é, naturalmente, ainda maior quando se sabe que uma proporção notável de crianças poderá ir para a escola sem ter sido exposta a atividades significativas de leitura e escrita. Se a leitura for pensada na escola como atividade-meio, os professores deveriam utilizar uma enorme gama de situações de uso da língua escrita em sala de aula desde o início da alfabetização, do contrário, alguns estudantes podem apresentar dificuldades em leitura e compreensão de diversos tipos de textos, inclusive os matemáticos.

O segundo tipo de conhecimento para Mayer (1992) é o semântico e caracteriza-se pelo conhecimento dos fatos do mundo, como por exemplo, na questão: *lavei todas as rodas de cinco carros. Quantas rodas lavei?* Este conhecimento auxilia a compreensão e resolução do problema, à medida que a pessoa completa a informação ao saber o que é carro e que carro tem quatro rodas. Pode-se afirmar que se tem na questão exemplificada uma inferência pragmática (idéia subjacente) que requer o acionamento de conhecimentos aprendidos no cotidiano.

Com relação às inferências e significados, Brandão e Spinillo (1998) concluíram que a compreensão de texto de histórias é uma atividade de resolução de problema. Enquanto a produção de texto implica a "tradução" do conhecimento em palavras, a compreensão requer traduzir as palavras em conhecimento, em que este processo de tradução de palavras em informação, idéia, significado é tarefa de natureza cognitiva e lingüística. Este estudo focalizou a natureza da tarefa de compreensão apresentada ao sujeito e as habilidades requeridas na compreensão. As pesquisadoras evidenciaram que, para as pessoas combinarem informações entre sentenças, como ocorre em um texto, é preciso que as informações das primeiras sentenças, ou aquelas presentes no início de um enunciado estejam disponíveis em algum lugar da memória. Para elas, avaliar a memória verbal se justifica devido ao fato de que a compreensão da história envolve o armazenamento de informações na memória de curto prazo[6].

Em outro momento do estudo, a história apresentada às crianças foi dividida em três blocos que versavam sobre situação-problema, resolução do problema e conseqüência/conclusão. As autoras concluíram que a maior dificuldade das crianças se encontra na parte de resolução da situação-problema e que para as pessoas compreenderem textos é preciso atribuir significados, criar uma rede de relações entre os enunciados, integrando as informações nele contidas e as partes que compõem esse mesmo texto, fazer inferências, reconhecer e selecionar informações relevantes e ainda, acionar conhecimentos de mundo e conhecimentos lingüísticos.

As inferências, segundo Baumann (1984), desempenham papel central no entendimento das informações. O autor considera que a compreensão requer que o leitor faça inferências sobre o conteúdo contido no texto. Sua pesquisa tem fornecido evidências de que a leitura é um processo interativo, enfatizando o papel do leitor na construção de significados. O autor verificou que, ao tentar entender textos, o leitor faz uma integração das informações novas com as informações prévias e esta integração ocorre principalmente através do estabelecimento de relações referenciais (ou relações inferenciais).

O mesmo acontece com relação às inferências na atividade de resolução de problemas matemáticos. Os textos enunciativos dos problemas matemáticos diferem dos demais tipos de textos porque a matemática é uma linguagem simbólica com função prática de expressar relações

---

[6] Memória de curto prazo é uma memória de curta duração.

quantitativas e espaciais e cuja função teórica é facilitar o pensamento. (BROWN, 1953). O ser humano, através dos tempos tem confeccionado símbolos para expressar idéias de muitos modos - idéias de quantidade, de tamanho e de ordem.

Voltando à classificação de tipos de conhecimento apresentados por Mayer (1992), o terceiro conhecimento fundamental para a tarefa de resolver problemas matemáticos é o conhecimento esquemático. Este conhecimento informa o leitor sobre qual tipo de problema está resolvendo, ou seja, quais dados são úteis, quais podem ser descartados e quais ações são necessárias para obter a resolução. No enunciado: *Pedro tem 5 balas. Jorge tem 6 balas a mais do que Pedro. Quantas balas Jorge tem?* a dificuldade é maior do que em: *Pedro tem 5 balas e Jorge tem 6. Quantas balas têm os dois juntos?* O primeiro exemplo é mais difícil porque evoca um esquema de comparação entre duas quantidades, ao passo que, no segundo, basta acionar um esquema de combinação das quantias. Este segundo exemplo evoca um esquema mais próximo do esquema de adição que as crianças têm e, por isso, é mais fácil de ser resolvido.

Além da compreensão semântica, os esquemas representam função importante na prática de resolução de problemas. Os esquemas constituem conhecimentos representados na memória. A teoria dos esquemas pressupõe que existem estruturas de recordações na memória para situações recorrentes que são vivenciadas e que uma importante função dos esquemas é construir representações das novas situações vividas (STERNBERG, 2000).

Os esquemas são ações mentais necessárias para as operações matemáticas. Os esquemas estão relacionados aos conceitos que são idéias sobre as coisas. Para Bartlett e Piaget, esquema é um modelo do mundo exterior que reproduz o conhecimento que se tem acerca do mesmo (SIERRA; CARRETERO, citados por COLL, PALÁCIOS e MARCHESI, 1996). Os esquemas promovem a interpretação do fluxo de informações provenientes do mundo real.

Os conceitos podem estar organizados em esquemas. Os esquemas contam com informações sobre os valores existentes nos objetos. Por exemplo: o gato tem quatro patas, bigodes, pêlos, é um bicho sensível e, às vezes, arisco. Estas informações conduzem a percepção de que quando se depara com algo com estas características tem-se, então, um gato.

No caso dos problemas aritméticos, é necessária a existência destes esquemas na memória para a obtenção de novos conhecimentos (entendimento do significado de cada operação), pois são ativados no momento da resolução. Na ausência destes esquemas, a possibilidade de solucionar corretamente é mínima, pois a falta de conhecimentos prévios não permite a representação simbólica. O aluno não retém na memória a história e não a compreende, porque faltam-lhe conceitos prévios em forma de esquemas que possa evocar na busca de solução.

Bartlett (1932) propôs a teoria de esquemas para descrever o que ocorre quando as pessoas tentam compreender materiais escritos. Ele sugeriu que os leitores, em seus esforços para entenderem, complementam e acrescentam significados ao material apresentado, a partir de informações provenientes de sua própria experiência.

Hansen e Pearson (1983) em seus estudos, sugerem que os esquemas têm funções importantes no processo de compreensão, pois formam um quadro de referência para a classificação dos conceitos presentes no texto. Quanto maior o quadro de referência (informações prévias), maior será a probabilidade de que os conceitos sejam classificados e fiquem disponíveis para subseqüente recuperação na memória de longo prazo. Os autores investigaram a aplicabilidade das noções teóricas de esquemas para a compreensão de informações inferenciáveis. Foram sujeitos de um estudo, bons leitores de 2ª série do Ensino Fundamental com fortes e fracos esquemas de conhecimento sobre aranhas. Os alunos liam um texto sobre aranhas e respondiam a questões do tipo "por que", que se referiam a informações apresentadas explicitamente e a um conhecimento que, necessariamente, tinha que ser inferido a partir do texto.Verificou-se um efeito significativo do conhecimento prévio no responder às questões que envolviam informações inferenciais, mas não no responder àquelas para as quais as informações necessárias estavam explicitamente no texto.

Case (1984, 1985, 1987, citado por STERNBERG, 2000) sustenta que uma das principais mudanças no desenvolvimento humano está na capacidade de uma pessoa reunir esquemas mentais que são planos para resolver diferentes problemas.

Um outro conjunto de estudos de Graves, Cooke e La Berge (1983) procurou investigar como os professores podem auxiliar seus alunos a construírem conhecimento prévio de forma a maximizar a compreensão do texto. Estes estudos têm enfocado a identificação de estratégias de ensino denominadas estratégias dirigidas pelo professor e estratégias interativas. A estratégia dirigida é centrada no fornecimento de informações explícitas consideradas essenciais para o entendimento de um texto. Os professores apresentam estas informações através de explicações orais diretas baseadas em um roteiro previamente preparado. Na estratégia interativa, os alunos participam de uma extensa discussão em torno de seu conhecimento prévio relativo ao tópico do texto a ser lido. A participação ativa dos alunos na discussão permite que eles processem o seu conhecimento em termos mais profundos passando a ter um entendimento individual e grupal do tópico usando este conhecimento para compreenderem o texto.

Entende-se que para resolver problemas é preciso ativar esquemas, ter conceitos e representações mentais. Se a pessoa não resolve um problema é porque não dispõe desses elementos na mente, ou porque não ativa ou ativa os esquemas errados.

O processamento da informação é uma abordagem que desafia a pessoa cognitivamente, possibilitando um conhecimento mais aprofundado da atividade de resolução de problemas matemáticos e, sem dúvida, oferece ferramentas para a construção mais eficaz da aprendizagem e capacidade para a resolução. Segundo os postulados de Vieira (1999) e Freitas (2005), o uso de representações mentais é imprescindível para o processo de resolução de problemas..

Vieira (1999) articulou as abordagens da Psicologia Cognitiva, da Educação Matemática e da Neuropsicologia Cognitiva para analisar as dificuldades subjacentes aos processos de Representação Mental relacionados à atividade de resolução de problemas matemáticos com enunciados verbais, em adultos, professores de séries iniciais do Ensino Fundamental. Buscou compreender como funcionam os sujeitos adultos com dificuldades no plano cognitivo e metacognitivo. Foram analisadas as dificuldades relacionadas à segunda fase de construção da representação mental, mais especificamente a fase de integração.

Em seus estudos, Vieira mostrou que a fonte principal para selecionar uma adequada RM são os conhecimentos armazenados na memória de longo prazo[7] e o contexto semântico. A dificuldade para compreender os problemas matemáticos pode resultar de falhas na elaboração e modificação da representação mental. Os três processos responsáveis pela mudança da representação mental, a saber, codificação, combinação e comparação seletivas foram estudados. Ao lado da investigação sobre as dificuldades nas estratégias de compreensão foi proposta uma Intervenção Psicopedagógica centrada no monitoramento cognitivo, durante três meses, por meio de oficinas. Foram apresentados aos professores problemas com enunciados verbais mais complexos que os utilizados durante as aulas de Matemática nas séries iniciais. Os vinte e seis professores trabalharam para integrar seus conhecimentos matemáticos e lógicos. Os resultados do autor indicaram que a Intervenção Psicopedagógica centrada no monitoramento cognitivo pode conduzir a uma melhora na qualidade dos processos de mudança da representação mental,

---

[7] A memória de longo prazo dura longos períodos de tempo (dias, meses, décadas...)

possibilitando aos professores regular e controlar este processo e dessa forma reduzir significativamente as dificuldades dos estudantes.

A resolução de problemas exige a disponibilidade, na memória, de uma estrutura apropriada para representar o problema. A questão verbal deve ser traduzida dentro dessa estrutura e algumas crianças podem não ter o conhecimento lingüístico e conceitual necessário para entender a situação expressa.

A falta de domínio da compreensão daquilo que se lê, muitas vezes interfere na resolução correta de problemas matemáticos escolares e do dia-a-dia. Atualmente é comum encontrar crianças em idade escolar denominadas como crianças que apresentam dificuldades de aprendizagem. Muitas dessas dificuldades estão no campo da leitura, mais precisamente no âmbito da compreensão da leitura (CAMPOS, 1997; CIASCA, 2003; DOCKRELL e MCSHANE, 2000; FONSECA, 1995; GARGIULO, 2003; GERBER, 1996; HALLAHAN, 2000; HENLEY, 1999; JOHNSON e MYKLEBUST, 1983; PASSERI, 2003).

Muitas crianças apresentam dificuldades em resolver problemas matemáticos devido à incompreensão do enunciado da situação problema. Apesar de terem decodificação, isto é, decifram as letras a contento, não são boas interpretadoras do que lêem. (KAMII, 1990; JOHNSON e MYKLEBUST, 1983; MORAIS, 1997; OAKHILL, 1984; SANTOS, 1998; TOLEDO, 1997).

Pesquisadores como Nunes, Buarque e Bryant (2000) e Santos (2002) preocuparam-se com a capacidade de compreensão de leitura e as dificuldades que podem surgir no momento em que aprendem.

As dificuldades de compreensão de leitura são ocasionadas por: a) problemas relacionados à velocidade, pois a leitura silabada impede a retenção do texto, mais que a leitura fluente; b) deficiência de vocabulário oral e visual, o que impede uma perfeita compreensão, visto que o leitor não consegue ter uma visão global do texto lido; c) utilização inadequada dos sinais de pontuação, que reduz a velocidade da leitura e pode provocar uma interferência no significado do que está sendo lido; d) incapacidade para seguir instruções, tirar conclusões e reter idéias, aplicando-as e integrando-as à própria vivência anterior.

Crianças com dificuldades de compreensão da leitura são deficientes na construção de inferências quando lêem. Oakhill (1984), em um de seus estudos apresentou uma série de histórias curtas para serem lidas por crianças com boa compreensão e com compreensão deficiente e, no final de cada história, formulou-se um conjunto de perguntas de compreensão. As perguntas elaboradas eram do tipo literais (informações explícitas no texto) e do tipo inferenciais (informações implícitas). As perguntas eram propostas duas vezes: na primeira vez, sem terem acesso ao texto, as crianças eram solicitadas a responder de memória; na segunda vez, com a reapresentação do texto, as perguntas eram repetidas e as crianças solicitadas a consultar o texto antes de responder. Os dois grupos de crianças cometeram poucos erros nas questões literais, mas, só aquelas com boa compreensão tiveram bom desempenho ao responder de memória as perguntas inferenciais. As crianças com compreensão deficiente tiveram baixo desempenho nas questões inferenciais. Verificou-se que as crianças com compreensão deficiente podem examinar o texto para recuperar informações que estão declaradas explicitamente, entretanto, acham difícil recuperar informações que requeiram o uso de inferência mesmo com o apoio do texto. Para a autora, esses resultados indicam que as crianças com dificuldades em compreensão são menos capazes de inferir e usar o conhecimento geral relevante quando lêem uma história. O fracasso na extração de inferências evita que o leitor forme uma representação integrada do significado textual, fato que prejudica a compreensão.

Ainda sobre a relação existente entre resolução de problemas e compreensão dos enunciados, o estudo de Pacheco (2000) teve como objetivo investigar que fatores têm influência nas dificuldades encontradas pelos alunos na resolução de problemas, verificar as relações existentes entre a compreensão da leitura do enunciado e a resolução de problemas matemáticos e ainda analisar recursos instrucionais que possam auxiliar na interpretação desses problemas. Os instrumentos utilizados foram entrevistas com as professoras e observações do trabalho docente junto aos alunos que freqüentavam o laboratório de aprendizagem da Secretaria Municipal de Educação de Porto Alegre. O estudo caracterizou-se como pesquisa-ação, uma vez que deu oportunidade às professoras de refletirem sobre sua prática educativa por meio de um diálogo permanente entre o seu fazer pedagógico, as possibilidades e limites do aluno e a realidade na qual se insere, a fim de alcançar a transformação de sua ação no laboratório de aprendizagem. Os dados foram estudados por meio de análise de conteúdo.

Nesta pesquisa, Pacheco identificou alguns fatores limitantes: a postura do professor, sua falta de compreensão sobre as dificuldades apresentadas pela criança, o vocabulário inadequado utilizado no enunciado dos problemas face à realidade do educando e a insegurança deste aluno frente a um problema devido aos inúmeros caminhos a serem percorridos. Já os fatores facilitadores caracterizam-se pela compreensão do professor na construção do enunciado, adequado à faixa etária do aluno, assim como o vocabulário condizente com a sua realidade e a própria postura do professor como mediador do processo ensino-aprendizagem, auxiliando o educando na compreensão do problema.

A compreensão do enunciado do problema não é uma ação suficiente para resolver problemas matemáticos. Alguns estudos que investigaram sobre o aumento da capacidade compreensiva de textos matemáticos e de problemas afirmam essa capacidade como elemento capaz de influir no domínio da prática de resolução de problemas, no entanto, Krutetskii (1976, citado por BRITO, FINI e GARCIA, 1994) concluiu que um nível elevado de desenvolvimento do pensamento lógico-verbal não determina, por completo, a capacidade matemática, embora seja um elemento importante. O autor afirma que um baixo nível lógico-verbal tende a dificultar a compreensão matemática. A resolução de problema requer uma atividade analítico-sintética de nível superior ao exigido para a resolução de operações algorítmicas.

A prática de resolução de problemas estabelece uma relação entre as capacidades de raciocínio verbal e raciocínio matemático. Os problemas matemáticos com enunciados escritos exigem que a pessoa realize dois processos: o raciocínio verbal e o matemático.

Raciocínio verbal é a capacidade cognitiva que expressa idéias por meio de símbolos verbais. Pode-se afirmar que é a capacidade cognitiva utilizada na resolução de problemas cujo conteúdo seja composto por símbolos verbais. A avaliação deste tipo de raciocínio através de testes de raciocínio verbal permite ao estudante ter noção de como está a sua capacidade para lidar com símbolos verbais, forçando-o a uma utilização mais freqüente desta capacidade que poderá resultar em maior aprimoramento.

Preocupados em compreender a relação existente entre a linguagem verbal e a linguagem matemática, Brito, Fini e Garcia (1994) realizaram um estudo exploratório cujo objetivo foi verificar como acontecem as relações entre resolução de problemas matemáticos e o desempenho verbal. Foram participantes 60 alunos de 1° e 2° anos de um curso de Licenciatura em Matemática. Estes estudantes foram solicitados a resolver uma prova com 12 problemas de natureza aritmética, algébrica e geométrica. Esta prova de matemática, em primeiro momento, exigia que os alunos compreendessem os doze enunciados dos problemas, tendo que elaborar, em seguida, uma pergunta correspondente ao enunciado. Em segundo momento, os estudantes deveriam resolver o problema e posteriormente, os estudantes responderam a um teste de raciocínio verbal cuja finalidade era avaliar a habilidade de abstração e generalização de conceitos expressos em palavras.

Os autores evidenciaram que o raciocínio verbal apresenta alguma relação com o fator matemático, mas não é o elemento mais importante durante a tarefa de resolver problemas de matemática. Para eles compreender bem a língua materna que está expressa em um enunciado matemático não significa ter sucesso na atividade de resolução de problemas. A maior necessidade dos estudantes seria adquirir capacidade de relacionar o conteúdo verbal escrito do problema com sua resolução, duas variáveis muito associadas. A compreensão da situação-problema expressa é muito importante, bem como, a existência de um conjunto de habilidades matemáticas. Os dados permitiram a formulação do seguinte modelo: informação externa - codificação verbal - representação interna - compreensão da natureza matemática do problema – processo de resolução do problema – resposta.

Este estudo revelou aos pesquisadores que a compreensão da leitura é mais importante para se chegar à resolução do que as outras variáveis presentes no processo de resolução de problemas como a compreensão da natureza do problema e habilidades matemáticas específicas (flexibilidade de pensamento matemático, habilidade de alcançar passos de uma resolução e memória específica para elementos matemáticos).

Em outro estudo, De Luca (1991) observou resultados similares sobre a influência da compreensão da leitura na tarefa de resolução de problemas. Alunos universitários cujos problemas foram apresentados por meio de equações matemáticas obtiveram melhores resultados em sua resolução do que aqueles, cujo material foi apresentado com linguagem verbal. Segundo o autor, a linguagem matemática facilitou a recuperação mnemônica e a aplicação de conceitos já aprendidos em novas situações-problema.

A atividade de resolução de problemas implica executar um raciocínio e este raciocínio matemático relacionado ao entendimento do enunciado escrito não é fácil para as crianças no início de vida escolar, por isso deve haver empenho por parte dos docentes em contribuir com o desenvolvimento das capacidades de raciocínio infantil. Acredita-se na existência de um fator geral do raciocínio que é expresso pela capacidade de estabelecer e aplicar relações entre elementos e em aptidões primárias ou específicas expressas pelas diferenças de contexto ou conteúdo dos elementos. É possível admitir que raciocínio é um mecanismo cognitivo utilizado para a resolução de problemas sejam eles simples ou complexos e em suas diferentes formas de conteúdo (verbal, numérico, mecânico, espacial e abstrato) por meio de seus componentes relacionais: de descoberta e de aplicação (ALMEIDA, 1988 a).

O raciocínio pode ser caracterizado pela aptidão do sujeito em: a) identificar os elementos de um problema; b) conceitualizar ou compreender a sua formulação; c) conceber formas alternativas de resolvê-lo; d) avaliar as diferentes formas alternativas elaboradas para resolvê-lo; e) retirar conclusões lógicas da informação fornecida e processada; f) utilizar os componentes relacionais nos procedimentos anteriores; g) utilizar os procedimentos anteriores independentes do conteúdo e da forma da situação; h) avaliar a adequação da resposta elaborada considerando mais a especificidade da situação que a "opinião pessoal" sobre a mesma (ALMEIDA, 1988 b).

As dificuldades em problemas aritméticos podem ser minimizadas com manipulação intensiva do nível de formulação verbal do problema. Nesher e Teubal (1975) evidenciaram que existe dificuldade por parte de alguns estudantes em traduzir a formulação verbal do problema e encontrar a expressão matemática correspondente. Estes autores desenvolveram um estudo avaliando crianças de 3ª e 4ª séries que tinham de resolver uma série de seis problemas diferentes. Cada problema poderia ser respondido por dois caminhos, mas foi exigido que escolhessem apenas um e dessem a resposta.

Durante a pesquisa, os investigadores propuseram três níveis de passagem para a tarefa de resolução de problemas: a) a formulação verbal; b) as relações matemáticas e c) a expressão matemática simbólica. A análise foi efetuada por meio de um teste de hipótese em que H_0 foi rejeitado. Nesher e Teubal concluíram que o treino facilita a transição do nível a para o c e que as palavras contidas nos enunciados apresentam conotações específicas em cada questão-problema, por isso, a pessoa deve compreender a relação matemática existente em cada formulação verbal. Os autores também constataram que alunos de 3ª e 4ª séries têm dificuldades em compreender o tipo de problema proposto devido à interpretação errônea que fazem da expressão lingüística e das relações matemáticas existentes que podem representar esta linguagem. O estudo propõe que haja treinamento insistente para que os alunos consigam atingir a capacidade de traduzir matematicamente uma expressão da língua materna que possui relações matemáticas.

Outros autores acreditam que a deficiência na capacidade de ler[8] e compreender o material escrito influencia negativamente a compreensão das relações matemáticas contidas nos enunciados dos problemas (LE BLANC, WEBER-RUSSEL, 1996). Para Morais (1996) ler

---

[8] Esta deficiência pode compreender leitura silabada, muito lenta ou muito rápida.

consiste em extrair diretamente idéias contidas no texto. Assim como a leitura de um texto, a leitura de um problema matemático é uma atividade de elaboração de hipóteses sobre o sentido das palavras e o raciocínio expresso.

Além dos conhecimentos lingüísticos, semânticos e esquemáticos muitos pesquisadores investigaram os efeitos dos materiais concretos no processo de ensino e aprendizagem da matemática. Operar com materiais concretos é importante para os estudantes conseguirem formar representações mentais, pois o primeiro fator que provoca a imagem mental é a percepção visual da imagem real. Assim, utilizar objetos, contadores e desenhos em intervenções pedagógicas auxilia a construção das imagens mentais, possibilitando a formação de representações mentais da linguagem matemática.

Quanto maior for o número e a variedade de recursos materiais e pictóricos com os quais a pessoa tiver contato, maior capacidade terá para realizar as representações mentais. Ambientes pobres de estímulos materiais podem dificultar a elaboração de representações mentais pela criança, o que trará dificuldades também para o entendimento do significado do texto e da linguagem matemática expressa.

Da mesma forma como os materiais concretos podem ser bons auxiliares do ensino da matemática, os brinquedos e jogos também podem facilitar o aprendizado infantil (ARAÚJO, 2000; MAJOR, 1990). O importante é verificar quais atividades lúdicas mais se aproximam da compreensão dos conteúdos por parte dos alunos, pois os brinquedos contribuem com a formação de representações mentais, facilitando a aquisição do conhecimento matemático.

As representações das informações podem ocorrer sob a forma de imagens não-verbais (pictóricas) e em forma simbólica e verbal. Os problemas matemáticos escritos incluem-se na forma simbólica, pois para serem solucionados precisam ser compreendidos em sua linguagem verbal (escrita) e transformados em símbolos matemáticos mentais ou escritos por meio de operações aritméticas. Estas operações, por exemplo: 23 + 65 = 88, são representações que o ser humano padronizou para expressar a linguagem matemática coerente à questão*: Sueli comprou 23 balas e Solange comprou 65. Quantas balas elas compraram no total?*

Para Sternberg (2000), nem sempre as representações simbólicas condizem com os objetos reais do mundo circundante. Por exemplo, a palavra gato é composta por quatro símbolos gráficos, chamados letras (g, a, t, o) que nada têm a ver com o animal gato e o seu desenho (figura ou fotografia), porque *gato* é uma representação simbólica criada pelo ser humano para representar o animal.

O mesmo ocorre com o conceito das operações e suas representações matemáticas. Na situação: *Amanda recebeu em sua papelaria 15 pacotes de cadernos contendo 30 cadernos em cada pacote. Quantos cadernos ela recebeu ao todo?* A criança deve aprender na escola a representar esta situação com materiais manipuláveis, com desenhos e com imagens mentais. A representação 15 x 30 = 450 é uma representação matemática simbólica elaborada pelo ser humano que indica a ação ocorrida na loja da Amanda. A figura a seguir representa esta ação.

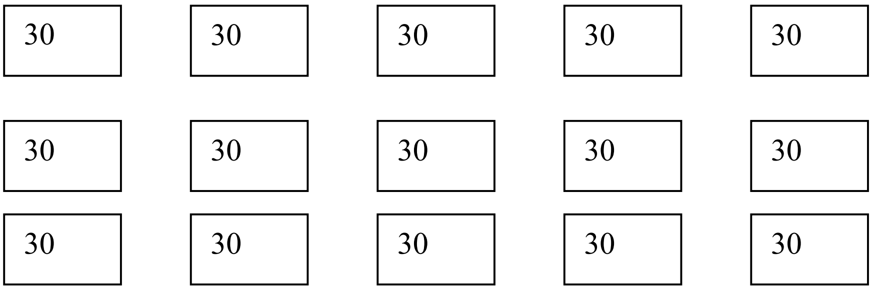


Figura 1: Representação do enunciado do problema

Esta padronização da linguagem é muito importante de ser dominada pelos estudantes, uma vez que é universal e eles precisam dela na vida cotidiana para compreender e ser compreendidos na sociedade.

Boa parte dos educadores matemáticos considera que a utilização de materiais concretos em sala de aula oferece subsídios necessários para que a compreensão aconteça na hora da criança interpretar e resolver problemas. Carpenter e Moser (1982) mostraram que crianças pequenas norte-americanas que ainda não haviam recebido instrução sobre como solucionar problemas de adição e subtração obtiveram desempenho melhor na realização desses problemas quando puderam utilizar blocos do que quando não tinham bloco algum disponível. A porcentagem de sucesso dessas crianças que não tiveram instrução em aritmética ao resolver problemas com números pequenos e blocos foi de 78,5% de respostas corretas, um resultado significativo. Quando elas não tinham objetos como auxílio à resolução, a porcentagem caiu para 68% de respostas corretas.

Qualquer tipo de recurso de contagem pode facilitar o início da aprendizagem matemática, porque, pelo fato dela ser abstrata e simbólica, estes recursos agem como um meio auxiliar de compreensão dos símbolos, principalmente com crianças e adolescentes.

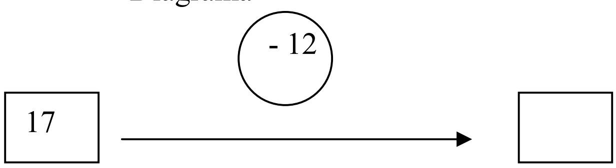
Alguns estudos constataram que materiais concretos podem auxiliar as estratégias de resolução de problemas, no entanto, nem sempre são as melhores alternativas. O estudo de Santos (1998) teve como objetivo verificar se o material concreto auxiliava crianças na resolução de problemas com estruturas aditivas em relação ao cálculo relacional (cálculo mental que relaciona as informações lingüísticas e as matemáticas de um enunciado de problema). Foram entrevistados 30 sujeitos de três quartas séries (10 sujeitos de cada) de uma escola pública de Recife. Estes 30 sujeitos foram divididos em dois grupos de forma homogênea, sendo que o grupo denominado "A" não tinha intervenção direta do pesquisador e o grupo denominado "B" tinha a intervenção direta do pesquisador.

Santos percebeu que o grupo "B" apresentou um desempenho bastante superior em relação ao grupo "A", mas este desempenho não foi atribuído ao uso em si do material, mas às discussões proporcionadas durante a intervenção, que deram condições aos alunos de identificar os elementos desconhecidos, os dados e as situações do problema. A autora verificou que os alunos dessa série apresentaram maiores dificuldades no cálculo relacional do que nos algoritmos. As crianças que passaram pela intervenção substituíram o "vício" da procura das palavras-chave, pelo hábito de refletir e procurar caminhos para resolver os problemas em questão.

Quanto ao cálculo relacional, em um de seus estudos, Vergnaud (1982, citado por VASCONCELOS, 1998), analisando os procedimentos utilizados e as dificuldades encontradas por crianças durante a resolução de problemas de adição e subtração, apresentou uma classificação das relações aditivas, propondo uma estrutura para a compreensão das diferentes representações simbólicas destas operações. Para interpretar o comportamento das crianças quando realizavam problemas aritméticos, Vergnaud distinguiu duas espécies de cálculo: o cálculo numérico e o cálculo relacional. O cálculo numérico consiste nas operações propriamente ditas e o cálculo relacional envolve as operações de pensamento necessárias para manipular as relações matemáticas e verbais envolvidas nos problemas escritos não, necessariamente expressas pelas crianças, mas hipotetizadas por suas ações.

Para Vergnaud, é fundamental reconhecer a variedade de estruturas dos problemas e analisar as relações envolvidas, as operações de pensamento e os procedimentos necessários para resolver cada classe de problema. A diferenciação entre as categorias torna-se clara pela utilização de símbolos e diagramas, como no exemplo a seguir: *Paulo tinha 17 chocolates . Ele deu 12 chocolates a seus colegas da classe. Quantos chocolates Paulo tem agora?*

Diagrama



Equação

$$17 + (-12) = 5$$

Figura 2: Representação do problema em forma de diagrama

O círculo simboliza uma transformação e a seta significa essa transformação ligando uma medida a outra. A proposta de Vergnaud procura realizar uma categorização semântica e busca da relação entre as operações mentais e as operações numéricas envolvidas nos problemas.

Vasconcelos (1998) teve como finalidade analisar as contribuições à resolução de problemas matemáticos, do uso de representações originadas nas propostas de diagrama de Vergnaud (1982, citado por VASCONCELOS, 1998) e da proposta de Riley, Greeno e Heller (1983) sobre representação gráfica de parte-todo. A eficiência do uso destas representações foi comparada à utilização de material concreto.

Participaram desse estudo 60 crianças de 8 anos de idade cursando a 2ª série do Ensino Fundamental de uma escola particular de Recife. Os instrumentos utilizados foram protocolos de pré e pós-teste com 16 situações problema de adição e subtração. Em seguida, a pesquisadora procedeu a uma atividade de ensino fazendo uso das propostas elaboradas pelos autores citados anteriormente. Os sujeitos foram divididos em três grupos de 20 crianças e cada grupo participou de um programa específico: o primeiro grupo recebeu instrução por meio de resolução com diagramas, o segundo grupo, por meio de representação parte-todo e o terceiro mediante materiais concretos. O exemplo a seguir esclarece o que caracterizava esta atividade.

As crianças do grupo 1(diagrama) foram incentivadas a identificar o elemento desconhecido, o que significava o 8, o 6, o tipo de problema, escolher o esquema e qual a operação aritmética necessária, aprendendo a solucionar problemas da seguinte forma: *Carlos faz* *coleção de chaveiros. Carlos tinha 8 chaveiros. Sua mãe lhe deu 6. Quantos chaveiros o Carlos tem agora?*

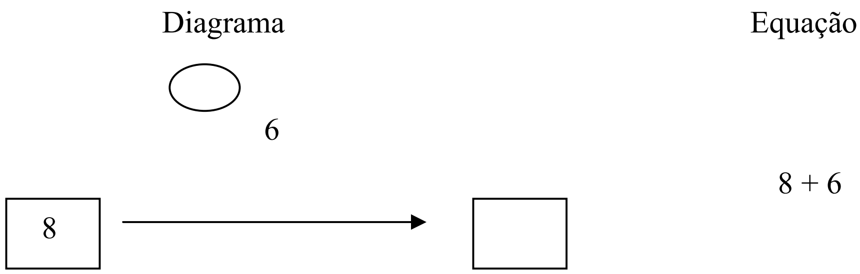


Figura 3: Representação do problema em forma de diagrama

O grupo 2 (representação parte-todo) foi levado a identificar o elemento desconhecido, o que significava o 8, o 6, se os dados se referiam às duas partes ou se ao todo, onde colocar cada número no esquema e qual a operação aritmética necessária: *Carlos faz coleção de chaveiros. Carlos tinha 8 chaveiros. Sua mãe lhe deu 6. Quantos chaveiros o Carlos tem agora?*

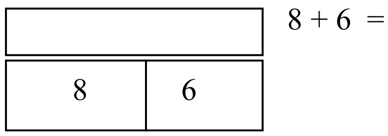


Figura 4: Representação do problema em forma de parte-todo

O grupo 3 (material concreto) deveria identificar o elemento desconhecido, aprender o que representava o 8, o 6, aprender a representar concretamente, com palitos de fósforo a situação e determinar qual a operação aritmética: *Carlos faz coleção de chaveiros. Carlos tinha 8 chaveiros. Sua mãe lhe deu 6. Quantos chaveiros o Carlos tem agora?*

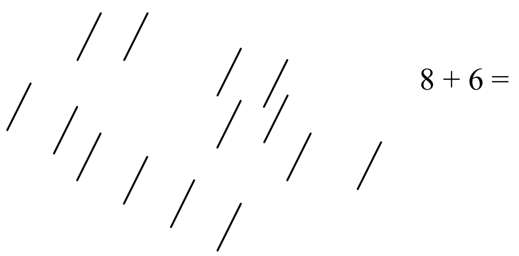


Figura 5: Representação do problema com materiais concretos

Para a autora os resultados do pós-teste mostraram uma sensível melhora no desempenho das crianças nos três grupos, no entanto, o grupo 1, ensinado por meio de diagramas, obteve melhores índices de desempenho, existindo, portanto, diferenças significativas entre os tipos de instrução. Os diagramas permitiram às crianças representar adequadamente a situação, relacionar os dados e deduzir a operação aritmética envolvida.

A utilização do material concreto não se revelou uma estratégia muito eficaz. O desempenho dos sujeitos melhorou por causa da exploração do enunciado do problema e pouco pelo material (VASCONCELOS, 1998).

A autora também concluiu que, quanto à relação parte-todo, essa representação se mostrou adequada aos alunos em problemas de *combinação* (Uma classe de 2ª série tem 20 alunos e uma classe de 3ª série tem 33. Quantos alunos há nas duas séries?) e de *mudança* (Paula tinha 12 bonecas. Ganhou três no aniversário. Quantas bonecas tem agora?), mas se mostrou mais difícil em problemas de comparação (Carlos tem 6 chaveiros e seu irmão 3. Quantos chaveiros Carlos tem a mais?). Os estudantes sentem dificuldade em identificar o todo e as partes na comparação envolvida na situação.

Em relação às dificuldades de interpretação do enunciado (também atribuído ao cálculo relacional), a pesquisadora encontrou dois tipos básicos de erros: subtração em vez de adição e adição em vez de subtração.

Os enunciados destes problemas traziam palavras do tipo "ganhou", "comprou", "a mais" e, na verdade, solicitavam uma subtração para chegar ao resultado, indo de encontro, muitas vezes, à metodologia utilizada em sala de aula, que prima pelo uso das famosas "palavras-chave", causando um obstáculo didático para a maioria dos alunos. Estes obstáculos surgem devido a uma escolha de tal estratégia de ensino, permitindo, no momento da aprendizagem, que conhecimentos errôneos ou de certa forma incompletos se formem. Os resultados demonstraram que a dificuldade maior das crianças está no campo relacional, isto é, no campo da interpretação do problema, visto que a porcentagem de erros foi significativamente maior em relação a este tipo de cálculo (VASCONCELOS, 1998).

A autora atribuiu esse fato a vários motivos: geralmente são problemas menos trabalhados na escola e que quase não aparecem nos livros didáticos. Além destes fatores que colaboram para dificultar a compreensão do problema pelo aluno, estas categorias de problemas exigem uma operação compatível com o que está determinado no enunciado do problema.

Observa-se, portanto, dois tipos distintos de postura de resolução de problemas quando se comparam os grupos A e B: no grupo A (sem intervenção), a manutenção da dependência das palavras-chave, enquanto que no grupo B (com intervenção), maior autonomia para a compreensão do enunciado, com menor dependência.

Algumas pesquisas como a de Borba e Santos (1999) investigaram a questão do cálculo relacional. Os autores constataram a existência de um maior percentual de erros, por parte dos sujeitos, em problemas com enunciados que apresentam pistas "falsas", ou seja, conduziam o aluno à escolha da operação incorreta se não fosse efetuada uma análise criteriosa das relações implícitas no problema.

A tarefa do professor implica auxiliar os estudantes a desenvolverem o raciocínio matemático independentemente das palavras que estão contidas nas sentenças verbais dos problemas. No seguinte exemplo: *Vera tem 23 m de tecido para confeccionar as cortinas da sala de sua casa e ainda faltam 12m. Quantos metros ao todo Vera precisa para as cortinas?* A palavra *faltam* pode indicar uma subtração (23-12), porém, neste caso, deve-se somar as duas quantidades para obter a resposta. Neste caso, utilizar um pedaço de pano que represente os 23 m e outro que represente os 12 m, auxiliaria as crianças a perceberem que os dois pedaços juntos formariam o todo, então, bastaria somar. Outra estratégia docente seria fazer um diagrama na lousa indicando os dois pedaços de pano com suas respectivas medidas.

A construção de um modelo de representação do problema foi também estudada por outros pesquisadores. Para Carpenter et al (1993) muitos problemas podem ser solucionados por uma representação direta como uma equação, um programa computacional ou uma representação física ou pictórica. Estes autores estudaram as formas de resolução de problemas envolvendo as quatro operações utilizadas por setenta crianças de jardim de infância. Na coleta de dados utilizou-se a técnica da entrevista individual. Cada criança deveria resolver uma lista com nove problemas, que foram lidos pelo entrevistador. As crianças poderiam usar lápis, papel e materiais para auxiliarem as tarefas e tiveram todos os comportamentos analisados como, por exemplo, se ela manipulava objetos, sussurrava... Se o entrevistador não entendesse a resposta dada pela criança, pedia para que lhe explicasse. Para que as respostas dos estudantes fossem consideradas como estratégias válidas, as crianças deveriam usar uma estratégia que resultasse em uma resposta correta, ou seja, a conta utilizada deveria estar certa.

Do total de crianças, 46% usaram estratégias válidas para todos os nove problemas aplicados e 63% responderam corretamente a sete ou mais problemas. Apenas 7% não foram capazes de responder aos problemas corretamente, não conseguindo solucionar as questões por meio de estratégias válidas.

Os resultados desta investigação sugeriram para os pesquisadores que crianças pequenas podem solucionar não só problemas de natureza aditiva e subtrativa, mas também, problemas que envolvem situações de multiplicação e divisão, muito mais cedo do que se tem presumido. Com poucas exceções, as estratégias infantis podem ser caracterizadas como representação e modelos de ação e relações descritas nos problemas. Fazer uso de modelos para ensinar estratégias de resolução de problemas matemáticos pode contribuir para a aprendizagem desta prática nas classes de Educação Infantil e Séries Iniciais do Ensino Fundamental.

É possível afirmar que este estudo de Carpenter et al (1993) não clarifica a idéia de que foram as instruções recebidas que conduziram ao bom desempenho e sim, que crianças pequenas podem solucionar problemas matemáticos que envolvam a idéia de adição, subtração, multiplicação e divisão. Os autores salientam que não é aconselhável subestimar as capacidades das crianças, mas, investir em seu desenvolvimento verificando os comportamentos e raciocínios destas crianças e comparar com aquelas que têm dificuldades. As crianças inicialmente tentam solucionar diferentes problemas por ação de modelagem direta ou relações descritas no problema. Os autores afirmam que geralmente os professores apresentam as situações-problema aos alunos exigindo que façam uma conta para solucioná-la, mas não explicam a eles como devem selecionar esta conta. A seleção das representações matemáticas contidas nos problemas requer o manejo e a compreensão da linguagem matemática.

Durante a resolução de problemas matemáticos, a pessoa pode utilizar dois tipos de pensamento: o produtivo ou o reprodutivo (WERTHEIMER, 1945, citado por POZO, 1998). Quando a pessoa produz novas soluções partindo de uma organização ou reorganização das informações do problema possui um pensamento produtivo, ao passo que, quando apenas se recorre às regras aprendidas de forma mecânica, sem reflexão, aplicando métodos já conhecidos está apenas reproduzindo fórmulas apresentando um pensamento reprodutivo.

O ato de instruir os alunos sobre como formular proposições e estratégias para resolver problemas tem se mostrado um tipo de intervenção interessante. As pesquisas que fazem uso da intervenção têm demonstrado novas possibilidades para o processo de ensino e aprendizagem, promovendo o alcance dos objetivos propostos pelas investigações. O estudo de Baek (1988) observou as estratégias de resolução de problemas em alunos que não tinham recebido instrução formal sobre multiplicação. A intervenção, desenvolvida pelos professores, teve a duração de um ano e envolveu seis classes escolares. Foram propostas atividades de resolução de problemas com lápis e papel, individualmente ou em pequenos grupos e a apresentação dos procedimentos aos colegas para discussão de suas similaridades e diferenças e identificação dos conceitos matemáticos implícitos.

Os algoritmos inventados pelos alunos foram classificados em cinco categorias: modelagem direta, manipulação de materiais ou desenhos, cálculo com quantidade total, cálculo com quantidade parcelada e estratégia de compensação de quantidades. A modelagem direta foi identificada pelo autor como a estratégia mais utilizada pelos alunos de todas as idades focalizadas pela pesquisa e que não receberam ensino formal sobre o conteúdo. Tanto a modelagem direta quanto o cálculo com quantidade parcelada foram desenvolvidos com base no sistema de numeração decimal: na primeira, os alunos realizaram contagem um-por-um ou em grupos de dez; no segundo, reduziram os números para quantidades menores, de preferência múltiplos de dez. Os resultados mostraram ao pesquisador uma forte relação entre a geração de estratégias multiplicativas mais sofisticadas e a compreensão do sistema de numeração decimal.

Analisando os aspectos estratégicos dos problemas, o estudo de Kouba (1989) se propôs a identificar os fatores que influenciam as estratégias de resolução de problemas. Em sua pesquisa, os sujeitos foram quarenta e três alunos de primeira série, trinta alunos de segunda e cinqüenta de terceira série do Ensino Fundamental, que tiveram de responder a uma série de problemas. Cada série consistia em dois problemas de adição, dois de multiplicação, quatro de subtração e quatro de divisão. Kouba constatou a utilização de 56 estratégias apropriadas nos 768 problemas. Estas estratégias foram classificadas como: a) estratégia de representação direta – eles processavam a informação em uma seqüência que refletia a estrutura do problema, utilizando materiais concretos, e contavam fazendo combinações, por exemplo: *você tem 6 copos. Em cada copo colocou 5 cerejas. Quantas cerejas colocou ao todo?* As crianças colocavam 5 cerejas em cada copo contando de um a um para obter o resultado; b) estratégia de conta em trânsito – as crianças calculavam a resposta usando uma seqüência de conta baseada em múltiplos fatores do problema. Esta estratégia é mais avançada do que a representação direta, pois os estudantes contam com espaços maiores, por exemplo, de 5 em 5, de 6 em 6...; c) estratégia aditiva ou subtrativa – as crianças identificavam o uso da repetição aditiva ou subtrativa para calcular a resposta. Por exemplo, para calcular o total de 4 grupos de 5, as crianças contavam *5 + 5 = 10, 10 + 5 = 15, 15 mais 5= 20.*

O autor considerou que estas crianças ainda apresentavam um modelo de estratégia intuitivo, revelando que ainda não compreendiam a multiplicação sem materiais concretos. Para a divisão também necessitavam partilhar cada algarismo do dividendo para encontrar o resultado.

Quanto às estratégias mais usadas pelos professores foram observadas as seguintes: a) determinar tarefas a partir das habilidades que os alunos já possuem; b) estar seguro que os alunos entenderam a tarefa a ser feita; c) dar tarefa em que os alunos possam receber ajuda para realizá-la enquanto estão na escola; d) providenciar freqüentemente lembrete sobre a tarefa que precisam realizar; e) permitir aos alunos vários caminhos para realizarem a tarefa.

Ainda com relação ao uso de estratégias utilizadas pelos alunos na tarefa de resolução de problemas, Carpenter e Moser (1982) asseguram que existem duas dimensões para estratégias de resolução de problemas por crianças. A primeira distinção é feita com relação às estratégias aditivas e subtrativas e a segunda, que as estratégias dos estudantes são realizadas de acordo com o nível de internalização, por meio do uso de materiais concretos, estratégias verbais e mentais. Os autores conferem a interferência dos efeitos da estrutura do problema nos processos de resolução.

O estudo longitudinal desenvolvido por estes autores, durou três anos e os participantes foram 30 alunos da 1ª série do Ensino Fundamental. As crianças foram entrevistadas três vezes durante o ano escolar e os dados foram coletados por meio de representações e estratégias de resolução de problemas simples de adição e subtração. Na primeira etapa da entrevista os alunos receberam uma instrução formal em adição e subtração e na segunda etapa aprenderam a solucionar mentalmente problemas de adição e subtração com somas maiores do que 10. Na terceira entrevista, receberam instrução de fatores básicos para problemas aditivos e subtrativos com somas maiores do que 20.

Durante as entrevistas as crianças deveriam reter a mensagem do problema, resolvê-lo, explicar e justificar a estratégia utilizada, encontrar uma representação material da sentença e escrever a resposta matematicamente. As entrevistas foram gravadas e transcritas por completo. Os estudantes eram estimulados a ler a questão-problema, sugerir uma representação com uso de materiais e, se errassem a escolha da operação aritmética eram ajudados sistematicamente pelo entrevistador.

A identificação das estratégias das crianças foi baseada também nas observações de seus comportamentos externos: movimentos dos dedos, manipulação de blocos e quando sussurravam ou nas respostas quando o entrevistador perguntava: v*ocê pode me dizer como você resolve este problema?* Os resultados deste estudo demonstraram para os autores que 64% dos alunos responderam corretamente, na primeira entrevista, a 118 problemas sem ajuda sistemática utilizando material concreto; 16% por estratégia verbal e 17% por estratégia mental. Na segunda entrevista foram 185 problemas corretos sem ajuda: 48% acertaram utilizando materiais; 17% por estratégia verbal e 31% por estratégia mental. Na terceira entrevista foram respondidos 207 problemas sem auxílio do entrevistador e 24% acertaram com o uso de materiais; 11% usando a estratégia verbal e 63% a estratégia mental.

Os pesquisadores admitiram que teoricamente existem diferentes caminhos que as crianças podem seguir como estratégia básica. Podem usar manipulação de materiais, contando-os de um a um ou contando-os em grupos. Os autores encontraram efeito da estrutura semântica em problemas de subtração quando do uso de estratégias materiais e verbais; no entanto, não constataram efeito similar no caso de estratégias mentais. Para os autores as estratégias que as crianças usam para solucionar problemas simples de adição e subtração dependem não apenas da estrutura semântica enunciada na questão-problema, mas também da seqüência dos elementos propostos no problema. Exemplo: *Uma biblioteca recebeu 125 livros ficando com 530. Quantos livros a biblioteca tinha?* Este problema, classificado por Carpenter e Moser (1982) como problema de combinação, é mais difícil do que problemas de mudança (*Tenho 5 canetas e ganhei 7; com quantas fiquei?)* porque a ordem das palavras não segue o normal. Isto exerce forte influência na escolha da estratégia e da operação a ser utilizada. Estes autores demonstraram que as crianças aplicam grande variedade de estratégias para solucionar problemas e estas estratégias lhe são familiares.

Outro ponto importante para o sucesso em resolução de problemas é a necessidade de que os dados expressos lingüística e matematicamente sejam relacionados com os conceitos e idéias que estão armazenados na memória da pessoa. Essa relação permite que a informação inicial seja transformada em uma informação que a pessoa possa usar. Se a pessoa não tiver informações como, por exemplo, de cálculos aritméticos e seus significados presentes na memória, dificilmente conseguirá elaborar esquemas e representações mentais suficientes para resolver o problema.

Isso significa que a resolução de problemas é essencial para a conceitualização, mas, como chama atenção Vergnaud (1994, p. 42): “um problema não é um problema para um indivíduo a menos que ele ou ela tenha conceitos que o/a tornem capaz de considerá-lo como um problema para si mesmo”. Para Vergnaud, a problematização vai muito além da abstração de regularidades do mundo observável. Problemas são teóricos e práticos, não meramente empíricos, mesmo para crianças pequenas. Quando uma classe de problemas é resolvida por uma pessoa (o que significa que desenvolve um esquema eficiente para lidar com todos ou quase todos os problemas dessa classe), o caráter problemático dessa classe específica desaparece. Mas essa competência desenvolvida pelo indivíduo o habilita a reconhecer ou considerar novos problemas para si mesmo; trata-se então, de um processo cíclico.

Segundo o autor, é através de situações de resolução de problemas que os conceitos se desenvolvem no aluno e as situações de resolução de problemas que tornam os conceitos significativos para os alunos podem estar, pelo menos inicialmente, muito distantes do formalismo apresentado pelo professor. Apesar disso, tais situações são essenciais para o desenvolvimento de conceitos. Quer dizer, ao mesmo tempo, que as situações formais são necessárias é preciso levar em consideração que o aluno pode estar ainda muito longe delas (VERGNAUD, 1990, 1996).

A teoria de Vergnaud parece ser um bom referencial para análise das dificuldades dos alunos na resolução de problemas. Tais dificuldades poderiam, por exemplo, ser examinadas em termos de invariantes operatórios, quer dizer, em termos de quais os conceitos que os estudantes estariam usando na resolução de problemas e de quão distantes estariam dos conceitos científicos adequados à resolução do problema em pauta.

Autores que se dedicaram ao estudo da resolução de problemas asseguram que uma série de processos cognitivos está envolvida nesta tarefa. Segundo Polya (1994), para resolver problemas a criança precisa, primeiramente, entender a situação proposta; em seguida, planejar um método de resolução, executar este plano e, por fim, verificar se o plano respondeu ao problema proposto. A compreensão é baseada em habilidades cognitivas e lingüísticas da criança; o planejamento envolve a construção de uma representação matemática do problema; a execução do plano significa a aplicação de uma ou mais estratégias e procedimentos matemáticos previamente selecionados e a verificação é uma avaliação que a pessoa faz para reconhecer se a sua estratégia resolveu a situação problemática.

Para Echeverría e Pozo (1998) as estratégias são importantes, mas não as principais habilidades para se conseguir resolver problemas. Essa prática depende, também, da maneira como a estrutura do problema se adapta à tarefa e da presença de regras, algoritmos e operadores concretos, isto é, técnicas que possibilitam o desenvolvimento mais efetivo dos planos de resolução.

Em um estudo desenvolvido com alunos de sexta série do Ensino Fundamental, Kaput e West (1994) partiram da continuidade existente entre estruturas e procedimentos matemáticos intuitivos e formais. As intervenções pedagógicas, realizadas nas classes de origem dos participantes, promoveram a manipulação de objetos de contagem e o ensino da representação tabular dos dados dos problemas. Os autores evidenciaram no pós-teste um acréscimo geral do número de acertos e modificação das estratégias de resolução utilizadas pelos sujeitos com tendência ao uso de procedimentos não-canônicos (não-convencionais). Durante o experimento a freqüência de uso da estratégia de acréscimo/decréscimo aumentou de 12% a 15% (pré-teste) para 42% no pós-teste. Esta estratégia, juntamente com a de unidade-fator foi responsável por 90% dos acertos obtidos pelos sujeitos.

As intervenções pedagógicas apropriadas são responsáveis pela prevenção de dificuldades de aprendizagem. Os professores que se dedicam a elaborar estratégias de ensino eficazes que vão ao encontro das necessidades instrucionais dos estudantes têm maiores sucessos no exercício de sua função no que diz respeito à aquisição de saber dos alunos. Quando as estratégias não atingem alguns alunos pode ocorrer um quadro de insatisfação pedagógica, porque esses alunos não aprendem.

José e Coelho (1999) asseveram que os problemas de aprendizagem referem-se às situações difíceis enfrentadas pela criança normal e pela criança com um desvio do quadro normal, mas com expectativa de aprendizagem a longo prazo. A atitude de não aprender não configura um quadro permanente, mas resulta de um conjunto peculiar de comportamentos, destacando-se como sinal de descompensação[9]. Muitas crianças são identificadas como portadoras de problemas de aprendizagem quando não realizam o que se espera de uma programação de ensino, seja porque ficam presas a mecanismos que tentam reproduzir sem êxito,

[9] Descompensação significa neste texto falta de algumas capacidades.

seja porque, apesar de compreenderem aquilo que o professor está ensinando, faltam-lhe mecanismos para se expressarem.

Frente às dificuldades de aprendizagem em resolução de problemas matemáticos, o modelo didático de Case e Sandieson (1988, citados por STERNBERG, 2000) propõe como intervenção didática a recapitulação conceitual. A recapitulação inclui a retomada da aprendizagem desde os aspectos conceituais mais primitivos até o nível necessário para a série escolar em que os sujeitos se encontram. Compõe-se de sete passos: a) apresentação de situações-problema com nível conceitual equivalente ao que os sujeitos possuem; b) introdução de um elemento conceitual novo a cada tarefa para extensão ou modificação da concepção original; c) fornecimento de sistemas simbólicos que permitam a representação do elemento novo integrado ao esquema conceitual pré-existente; d) fornecimento de novas situações-problema para aplicação da estratégia recém organizada pelo sujeito; e) fornecimento de situações-problema em um número suficiente para que seja capaz de resolvê-las sem auxílio dos colegas ou do professor; f) retorno aos cinco primeiros passos até a passagem completa do sujeito a um nível conceitual superior ao que se encontrava; g) retomada dos passos anteriores, a partir do segundo, enquanto o sujeito não demonstrar progressos em sua aprendizagem.

As dificuldades de aprendizagem constituem-se um assunto importante de ser investigado. Miller e Mercer (1983) desenvolveram um programa para o ensino de problemas multiplicativos a alunos do Ensino Fundamental com dificuldades de aprendizagem e idade entre sete e doze anos. O programa foi organizado em uma seqüência graduada de dificuldades e os enunciados apresentados, inicialmente, em forma de palavras e, em seguida, evoluíram gradativamente para o uso de frases, sentenças e parágrafos contendo ou não informações relevantes para a resolução. Miller e Mercer evidenciaram melhora do desempenho dos sujeitos nos tipos de problemas treinados pelo programa.

Com relação a dificuldades encontradas pelos estudantes em tipos de problemas matemáticos pode-se afirmar que os problemas de comparação são os mais difíceis (CARPENTER e MOSER, 1982; LEWIS, 1989; NUNES e BRYANT, 1997; PARMAR, CAWLEY e FRAZITA, 1996; VERGNAUD, 1982). As situações de comparação podem ser encontradas nos seguintes exemplos: *Márcia leu 28 livros o ano passado e Lucas leu 30. Quantos livros Márcia leu a menos? Ou: quantos livros Lucas leu a mais? Ou ainda: qual a diferença do número de livros lidos entre os dois?* Os autores consideram imprescindível o entendimento do conteúdo do problema para que se possa buscar a representação correta da situação, por isso, os problemas de adição e subtração do tipo comparação foram escolhidos para serem estudados nesta tese porque são o tipo mais difícil de representação por parte de crianças com e sem dificuldades.

Alguns estudos, como o de Lewis (1989) admitem que mesmo que a estrutura semântica de vários problemas seja a mesma, o cálculo utilizado quando a sintaxe se modifica nestes problemas é deficiente, porque os estudantes encontram dificuldade em representá-los.

O autor selecionou duzentos estudantes da última série do ensino Fundamental, os quais participaram de um pré-teste, sessões de intervenção e um pós-teste. Os testes avaliaram as capacidades dos alunos em solucionar os problemas aditivos e subtrativos de comparação envolvendo linguagem consistente (quando o enunciado é bem estruturado) e linguagem inconsistente (quando o enunciado não é bem estruturado, causando confusões durante a leitura).

A intervenção consistiu em um treino de tradução do problema, em que os estudantes eram incentivados a codificar a mensagem matemática expressa e um treino de integração, momento em que deveriam relacionar a mensagem do problema a um formato de diagrama como representação para a situação-problema. Lewis constatou que os estudantes que passaram pela intervenção aumentaram seus escores no pós-teste, confirmando a idéia de que processos de tradução efetiva do enunciado associados à representação por meio de diagramas são satisfatórios, ampliando o sucesso dos estudantes na tarefa de resolução de problemas matemáticos.

Ainda analisando pesquisas com intervenção, Leymone e Tremblay (1986) elaboraram um método de intervenção para os processos de resolução de problemas matemáticos, baseados em processamento das expressões na sentença de problemas de adição e subtração apresentados a alunos com idade entre 9 e 12 anos. Participaram do estudo quarenta e oito estudantes divididos entre grupos experimental e controle. Vinte e nove deles fizeram parte do grupo experimental que aprendeu uma série de exercícios que tinham como finalidade desenvolver habilidades de análise e processamento de certas expressões freqüentemente incluídas nas sentenças de problemas aditivos e multiplicativos. Os efeitos destes exercícios foram avaliados por meio de um pré e pós-teste apresentados aos sujeitos. As atividades consistiam em que as crianças respondessem às expressões dos problemas por diferentes caminhos, analisando os resultados das operações e identificando os processos que direcionavam estes resultados.

A intervenção do estudo de Leymone e Tremblay foi conduzida durante sete semanas com pequenos grupos de seis alunos durante 50 minutos. Para o primeiro tipo de exercício, dez expressões se referiam a situações ou a eventos e dez outras expressões representavam transformações. Os autores concluíram que a intervenção foi benéfica, pois somente os sujeitos que fizeram os exercícios obtiveram melhora significativa em seu desempenho no pós-teste. O estudo da perfomance individual demonstrou que aproximadamente 70% dos alunos do grupo experimental obtiveram melhores resultados no pós-teste. A intervenção mostrou, ainda, a inegável importância da interpretação no processo de resolução de problema. As modificações dos processos de interpretação são acompanhadas por uma melhor escolha das operações e aumenta a atenção sobre os itens contidos na informação da questão. O grupo experimental optou por escolhas mais apropriadas após a intervenção.

Parmar, Cawley e Frazita (1996) desenvolveram uma pesquisa cujo objetivo foi comparar a perfomance de estudantes de 8ª série com e sem dificuldades em uma série de problemas aritméticos de estruturas variadas, como sentença indireta, informações extras e duas sentenças. Os alunos responderam a um teste em sessões individuais com várias situações-problema envolvendo operações de adição, subtração, multiplicação e divisão com sentenças diversificadas. Os pesquisadores analisaram os processos utilizados na execução dos problemas e os detalhes das técnicas dos alunos. Quando apresentavam dificuldades na leitura, eram assistidos pelos experimentadores. Os resultados demonstraram aos pesquisadores que os estudantes com dificuldades têm baixos níveis de sucesso em problemas simples e problemas com sentença direta e indireta. Eles demonstraram mais dificuldades com problemas indiretos do que com problemas com informações extras e dificilmente conseguiram resolver problemas com mais de uma sentença em contraposição aos estudantes sem dificuldades os quais superaram os escores em qualquer tipo de situação proposta. Estes resultados indicam que é necessário se preocupar com os estudantes com dificuldades de aprendizagem e focar a aprendizagem em suas dificuldades específicas.

Muitos pesquisadores têm se preocupado com a performance de estudantes com dificuldades e distúrbios de atenção. Zentall (1990) avaliou as habilidades de alunos com dificuldades de aprendizagem, distúrbios de atenção comparando-as com adolescentes normais em tarefas de resolução de problemas aritméticos de diferentes tipos: de comparação, de combinação e problemas com duas operações que envolviam adição, subtração e multiplicação.

Zentall considerou que o grupo de crianças com dificuldades e distúrbios apresentavam habilidades básicas mais pobres do que os colegas sem dificuldades, porque normalmente o grupo com dificuldades experienciavam estímulos repetitivos e tarefas rotineiras em sala de aula, que pouco contribuíam para seu avanço. A pesquisa também concluiu que é necessário atingir as deficiências desses estudantes para que suas habilidades sejam aumentadas e suas condições de sucesso maximizadas.

Tanto a compreensão do enunciado, quanto as estratégias utilizadas são importantes para desenvolver a tarefa de solução de problemas e, no caso da matemática, as representações simbólicas são também necessárias (WEARNE; HIERBERT, 1998).

As dificuldades com a linguagem matemática são muito variadas e complexas em seus diferentes níveis. Podem evidenciar-se já no aprendizado aritmético básico como, mais tarde, na elaboração do pensamento matemático mais avançado. Embora essas dificuldades possam manifestar-se sem que a pessoa apresente inabilidade em leitura, há outras que são decorrentes do processamento lógico-matemático da linguagem lida ou ouvida. Também existem dificuldades de apreensão e no processamento de eventos matemáticos.

As dificuldades em resolução de problemas podem aparecer na compreensão do problema (linguagem verbal), na construção de um modelo matemático (representação simbólica da qual a matemática se utiliza para expressar as idéias: $20 + 23 = 43$) ou na execução de estratégias de resolução dos problemas com enunciados escritos. Entretanto, os principais determinantes do desempenho da criança parecem ser a complexidade do texto e a disponibilidade de bases para a representação matemática do problema.

Não existe uma causa única que possa justificar as bases das dificuldades com a linguagem matemática, que podem ocorrer por falta de habilidade para determinação de razão matemática ou pela dificuldade em elaboração de cálculo matemático. Essas dificuldades estão atreladas a fatores diversos, podendo estar vinculadas a problemas como o domínio da leitura e/ou da escrita, a compreensão global do que propõe o texto, bem como o próprio processamento da linguagem.

Há dificuldades diretamente relacionadas à confusão visual-espacial, como outras que têm relação com a discriminação da seqüência e da ordem precisas de fatos matemáticos e com a lembrança correta de adequação de procedimentos matemáticos. Embora ocorrendo mais raramente, também podem existir dificuldades em comparações: maior-menor, mais-menos.

Também existe a possibilidade do emocional dificultar ou, mesmo, bloquear o pensamento matemático, não possibilitando concentração precisa no foco da lógica matemática, determinante para elaboração da razão matemática.

Apesar de ser uma modalidade de conteúdo curricular eminentemente procedimental a resolução de problemas, no caso específico de problemas aritméticos, comporta, além de procedimentos, o domínio de conceitos de soma, subtração, multiplicação e divisão e por serem problemas escritos é necessário considerar o aspecto da leitura e compreensão de enunciados lingüísticos que comportam uma linguagem também matemática.

Algumas crianças podem acusar dificuldades nesta área, pois escapam-lhes uma certa sistematização e planificação das tarefas, das rotinas e das prioridades e hierarquizações que envolvem a resolução de problema, além da descoberta de meios e fins e da transferência de princípios. O raciocínio surge desorganizado, fragmentado, irrelevante e sem inferências ou premissas, quer nas atividades lúdicas, quer nas aprendizagens simbólicas.

A compreensão da leitura não é evidentemente, apenas dependente de uma modalidade de processamento da informação, mas depende da translação da informação de uma modalidade para outra ou da simultaneidade e cruzamento de informações que materializam o processo integrativo verdadeiro supra-sistema cognitivo que é utilizado nas aprendizagens simbólicas.

Problemas perceptivos podem perturbar o reconhecimento integral das palavras. Problemas de imagem ou de memória de curto prazo podem intervir no processo de armazenamento da informação, dificultando o processamento simbólico concomitantemente. Se por sua vez este se encontrar afetado, os níveis de compreensão também sofrem, perdendo-se a inter-relação das operações concretas e abstratas intrínsecas do ato de leitura.

Muitas dificuldades de aprendizagem dos alunos podem ser caracterizadas como dificuldades pedagógicas e incluem métodos inadequados de ensino; falta de estimulação dos pré-requisitos necessários para a leitura e escrita; falta de percepção, por parte da escola, do nível de maturidade da criança; relacionamento negativo entre professor e aluno; falta de domínio do conteúdo e do método por parte do professor; entendimento precário das crianças devido à superlotação da classe, desmotivação e indisciplina dos estudantes.

Diversas metodologias existem para o ensino da matemática e normalmente os livros sobre ensino dessa ciência relatam procedimentos adequados para se trabalhar com crianças que não apresentam dificuldades. Por diversas razões, professores encontram em salas de aula, crianças com dificuldades na aprendizagem da matemática sendo uma delas, a dificuldade em compreender as questões propostas. O que ocorre é que essas crianças continuam com seus problemas de compreensão porque os professores geralmente não estão preparados para utilizar procedimentos de ensino específicos com esses alunos. A conseqüência é que eles estão na escola, mas não aprendem (TOLEDO, Mauro, 1997; TOLEDO, Maria, 1997).

Quando o professor detecta uma dificuldade na criança necessita iniciar um processo de avaliação e análise sistemática desta criança de forma a perceber os indicadores desta dificuldade. O apoio às crianças com dificuldades de aprendizagem deve iniciar-se quando elas apresentam os primeiros sinais e estes são identificados, principalmente em conhecimentos básicos como leitura, escrita e cálculo. Se os meios de oferta de auxílio dos professores e pais não beneficiam os estudantes, o passo mais viável é procurar um programa externo que dê suporte às crianças.

Para muitos pesquisadores, problema de aprendizagem não se configura como algo permanente, mas comportamentos peculiares que podem ser resolvidos ou minimizados com programas de ensino adequados. Estudos com crianças que apresentam dificuldades no aprendizado são úteis, pois pontuam teorias e práticas capazes de tornar mais satisfatória a aprendizagem desses alunos.

Nesse sentido, a presente pesquisa se preocupou em elaborar e aplicar um programa de ensino a crianças com dificuldades em solucionar problemas que contemplem raciocínios matemáticos das operações aditivas, subtrativas, multiplicativas e de divisão, uma vez que não se encontrou uma pesquisa que abordasse a compreensão de enunciados com todas as idéias operativas para crianças com dificuldades no aprendizado. Lidar com várias operações pode produzir efeitos instrucionais benéficos, pois desenvolve raciocínios gerais para resolução de problemas e não pensamentos lógicos específicos de cada operação matemática.

Espera-se que o estudo desenvolvido neste trabalho possa melhorar as capacidades cognitivas das crianças com dificuldades e promover maiores domínios para aprender os conteúdos matemáticos escolares.

CAPÍTULO 2
MÉTODO

A presente pesquisa teve seu projeto submetido ao Comitê de Ética e Pesquisa da Universidade de São Carlos obtendo a autorização para sua realização.

O estudo foi realizado por meio do método experimental e constou de três fases: pré-teste, programa de intervenção e pós-teste. A pesquisadora manipulou alguns procedimentos de ensino que constituíram um programa de intervenção sobre resolução de problemas matemáticos e observou, mediu e analisou as respostas dadas pelos alunos.

O delineamento escolhido foi de comparação inter e intra-grupos: um grupo experimental e um grupo controle. A escolha por esse delineamento se deveu ao fato de que com a existência do grupo controle era possível controlar uma série de variáveis do estudo, pois as crianças estavam, durante toda a pesquisa, submetidas à instrução de operações aritméticas e problemas matemáticos em situações normais de sala de aula.

2. 1 Participantes

Os participantes foram setenta e duas (72) crianças com 10 anos de idade que cursavam classes regulares de 4ª série do Ensino Fundamental de quatro escolas públicas do município de Bauru/SP. Os critérios definidos para seleção foram: 1) saber ler (decodificar)[10]; 2) saber realizar as quatro operações aritméticas (adição, subtração, multiplicação e divisão), porém, ter dificuldades para solucionarem problemas matemáticos com enunciados escritos (o que foi reconhecido por meio do teste de triagem, detalhado adiante); 3) interesse em participar do estudo; 4) autorização dos pais e dos profissionais da escola (diretor/a e professor/a); 5) não possuir comprometimento neurológico, nem ser portador de cegueira ou surdez. Para o item número cinco, foram consultados os históricos escolares das crianças selecionadas e uma conversa informal com os pais e profissionais também foi realizada para certificação de que elas não possuíam comprometimento de outra natureza que não fossem dificuldades de aprendizagem.

As crianças selecionadas apresentavam dificuldades específicas em resolução de problemas aritméticos, podendo alcançar resultados satisfatórios em outras disciplinas e até

[10] Decodificar: processo elementar na aprendizagem da leitura de sistemas alfabéticos em que há a associação das letras contidas na palavra com os sons correspondentes da fala.

mesmo, em alguns momentos em matemática, como é o caso aqui proposto, pois estas crianças sabiam ler e fazer as operações aritméticas básicas.

2. 2 Local e horário

O estudo ocorreu em 4 escolas públicas do município de Bauru/SP, em salas de recurso e na biblioteca das escolas, durante o período de aulas das crianças participantes. Para que não houvesse comprometimento de conteúdos escolares, os horários para a realização do estudo foram discutidos com a diretora e a professora de cada classe. Esses horários foram determinados por impossibilidade de as escolas autorizarem a operacionalização do estudo durante as aulas de reforço dos alunos[11]. Também não foi possível organizar o estudo em período contrário ao das aulas, pois os pais não autorizavam.

2. 3 Instrumentos para coleta de dados

Os instrumentos para a coleta de dados constaram de um protocolo contendo os testes para seleção da amostra, um protocolo de atividades do pré e do pós-teste e protocolos de atividades do programa de intervenção. Para este programa utilizou-se papéis, pinos, botões, bonecos e dinheiro artificial.

2. 4 Seleção dos participantes (processo de triagem)

A pesquisadora fez contato inicialmente com uma supervisora de ensino, integrante da Diretoria de Ensino de Bauru, para obter a autorização da pesquisa. Mediante essa autorização, a supervisora fez um levantamento de todas as escolas públicas estaduais que ofereciam classes de 1ª a 4ª séries no município de Bauru e, a partir desta relação das escolas, foram selecionadas as instituições que estavam localizadas em bairros não periféricos por contemplar populações com perfis sócio-econômico-culturais semelhantes. As escolas alvo de interesse totalizaram 17 unidades. Devido à impossibilidade de realizar o estudo em 17 escolas, optou-se por sortear quatro, constituindo uma amostra aleatória simples, e aplicar o estudo em uma classe de 4ª série

[11] Aulas em horários diferentes das aulas normais que alunos com dificuldades de aprendizagem freqüentam. Geralmente são ministradas por outros professores.

de cada unidade escolar sorteada. Após o consentimento das diretoras e professoras, iniciou-se o trabalho.

No 2° semestre de 2005 a pesquisadora elaborou os dois protocolos para o teste de triagem. Estes exercícios serviram como uma avaliação das capacidades operativas, de cálculo e resolução de problemas dos alunos e por meio deles foi realizada a seleção dos estudantes que se enquadravam na pesquisa. As atividades constaram de uma série de 20 operações aritméticas (Ver Apêndice A) e 20 problemas matemáticos escritos indicados para a faixa etária (Ver Apêndice B).

Foi necessário elaborar e aplicar um protocolo de operações aritméticas para verificar quais crianças sabiam resolver operações algorítmicas (adição, subtração, multiplicação e divisão), pois para solucionar problemas matemáticos é necessário o domínio destas operações. Para efeito de análise estatística o protocolo de operações aritméticas constou de 20 operações, sendo cinco de cada tipo: cinco operações aditivas, cinco subtrativas, cinco multiplicativas e cinco de divisão.

A pontuação foi atribuída da seguinte forma: foi dado um ponto para as operações corretas (aquelas que apresentaram resultados corretos) e zero ponto para as incorretas (aquelas que apresentaram resultados incorretos).

O programa de ensino proposto requeria que os participantes já soubessem estas operações, uma vez que a ênfase estava na compreensão do enunciado e sua correta representação e resolução em linguagem matemática. Dessa forma, foram selecionadas as crianças que acertaram 80% ou mais de cada tipo de operação, ou seja, aquelas que acertaram quatro ou cinco de cada tipo, sendo que o mínimo de acertos foi 16 e o máximo 20.

Após este teste de operações foi aplicado o protocolo de problemas aritméticos contendo vinte situações-problema envolvendo cada tipo de operação aritmética; cinco de adição, cinco de subtração, cinco de multiplicação – idéia de razão e cinco de divisão – idéia de partição. Este instrumento foi construído pela pesquisadora, adaptado do protocolo de Carpenter e Moser (1982) e de Vergnaud (1994) e media duas capacidades: a de realizar a representação matemática correta e a de chegar à resposta do problema.

A pontuação dos problemas teve um escore duplo, atribuindo-se para cada questão-problema dois pontos: era dado um ponto se a criança, após ler o enunciado do problema, optasse pela operação aritmética correspondente ao raciocínio implícito na questão (representação matemática do enunciado) e um ponto se a criança escrevesse corretamente a resposta do problema. Dessa forma, cada questão-problema teve o máximo de dois pontos e o mínimo de zero. No total do instrumento com 20 questões o escore foi de 40 pontos no máximo e 0 no mínimo. Por exemplo: *Carla comprou 23 balas e Juliana comprou 5 balas a menos do que Carla. Quantas balas Juliana comprou?* A criança deveria escrever *23 – 5 = 18. Resposta: Juliana comprou 18 balas.* Sendo assim, obteria dois pontos nesta questão, pois tanto a representação matemática (23 – 5 = 18), quanto a resposta escrita (*Carla comprou 18 balas),* estão corretas. Se neste caso errasse apenas a resposta escrita obteria um ponto e, assim, sucessivamente.

As duas capacidades medidas por este teste, o qual apresentando resultados positivos de validação, seria utilizado nos pré e pós-teste, foram a capacidade de realizar a representação matemática corretamente e escrever a resposta do problema.

A representação matemática analisada no teste significa a criança saber escolher e operar o cálculo matemático correspondente ao que está sendo solicitado no enunciado do problema por meio de uma operação aritmética. Exemplo: *João tinha 34 figurinhas, ganhou 13. Quantas figurinhas ele tem agora? 34+13=47.*

A resposta escrita significa que a criança saiba escrever uma resposta compatível com a pergunta elaborada na questão-problema. Tomando o exemplo acima a resposta seria: R: *João tem 47 figurinhas.*

Os critérios de seleção foram determinados da seguinte forma: a pesquisadora selecionou as crianças que obtiveram de 0 a 16 pontos de um total máximo de 60, o que significava 40% ou menos de acertos.

Estes protocolos descritos foram aplicados a uma população de 170 alunos de 4ª série do Ensino Fundamental nas quatro escolas públicas estaduais sorteadas previamente. Estas escolas se concentravam dentro das unidades selecionadas como escolas de interesse.

O teste de triagem para selecionar as crianças participantes da pesquisa passou por um processo de reconhecimento de sua consistência interna. A análise desta consistência interna do instrumento foi realizada pelo teste de confiabilidade Alfa de Cronbach, utilizando-se os softwares estatísticos XLSTAT 2006 e MINITAB 14.2. Os dados obtidos por meio desta análise estão no Anexo A.

O gráfico a seguir indica a porcentagem obtida pelas vinte questões, cinco de cada operação (A1= primeira questão-problema sobre adição, S1= primeira questão-problema de subtração e assim sucessivamente).

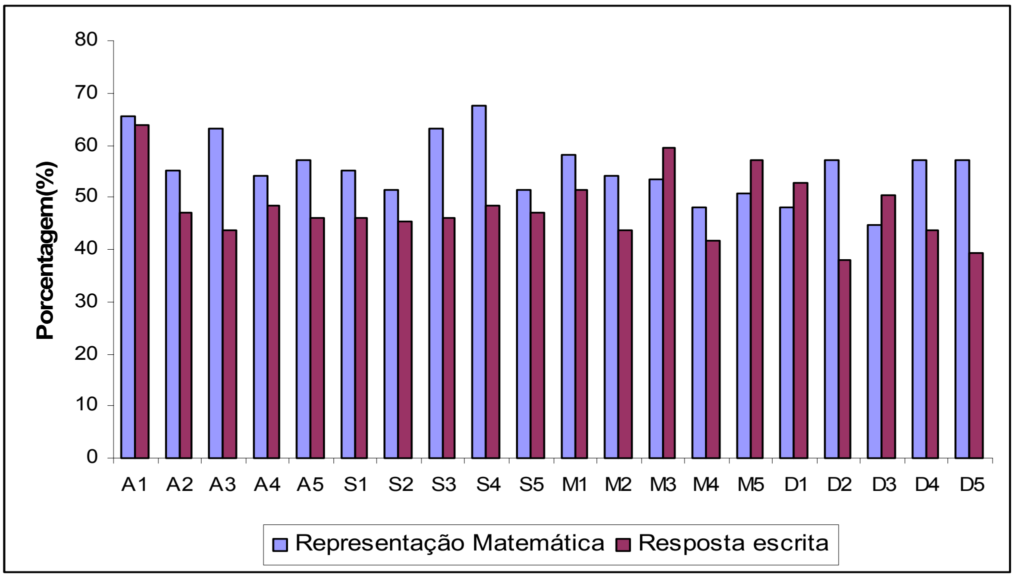


Gráfico 1 - Porcentagem de respostas corretas por aspecto

O objetivo foi verificar a consistência interna do teste pela análise da consistência interna dos itens, verificando a congruência que cada item do teste tem com o restante dos itens do mesmo teste. O coeficiente alfa de Cronbach varia de 0 a 1, em que 0 indica ausência total de consistência interna dos itens e 1 presença de consistência de 100%. Para validação de instrumentos a literatura recomenda o Alpha ≥ 0,70.

O alfa de Cronbach para a representação matemática foi de 0,934 e para a resposta escrita foi de 0,940, indicando uma consistência muito boa do instrumento.

Após o teste de triagem, a pesquisadora analisou os 170 protocolos eliminando exatamente 30 que não apresentavam os critérios para a pesquisa: os de crianças que não sabiam ler e nem realizar operações aritméticas. Os 140 participantes foram submetidos ao pré-teste, resultando 111 crianças com pontuação inferior a 40% nos problemas. Com estes 111, foi definida uma amostra de 72 alunos com uma margem de erro de 7%. Os participantes foram distribuídos entre os grupos experimental e controle por meio de um sorteio, ficando 36 em cada grupo.

Por questões éticas, após o estudo ter sido finalizado, o programa de ensino desenvolvido foi ensinado pela pesquisadora às professoras das classes dos alunos pesquisados, com o intuito de ser desenvolvido por elas com todos os estudantes, incluindo, principalmente as crianças do grupo controle.

A tebela 1 resume os dados sobre a constituição dos grupos controle e experimental, em função de escola e período em que estudavam.

Tabela 1 – Total de alunos de cada escola que constituíram os grupos controle e experimental

ESCOLA	GRUPO EXPERIMENTAL	GRUPO CONTROLE	TOTAL	PERÍODO
A	8	8	16	TARDE
B	5	5	10	MANHÃ
	5	5	10	TARDE
C	10	10	20	TARDE
D	8	8	16	MANHÃ
	36	36	72	

2. 5 Pré-teste

Após selecionar as crianças, a diretora e a coordenadora contataram os pais dessas crianças agendando uma reunião com a pesquisadora para explicação da pesquisa e obtenção do consentimento livre e esclarecido. Todos os pais concordaram prontamente com a participação dos filhos na pesquisa.

2. 5. 1 Procedimento para coleta de dados

A amostra dos participantes foi constituída por 72 crianças as quais responderam ao pré-teste que constou de um protocolo de problemas matemáticos semelhante ao protocolo para seleção, com 20 problemas aritméticos, cinco situações de cada tipo de operação (Ver Apêndice C).

A pontuação dos problemas do pré-teste foi feita da mesma forma do que no teste de triagem. Assim, no total do instrumento, houve 20 questões com escore de 40 pontos no máximo e 0 no mínimo. A pontuação final do pré-teste foi registrada no protocolo e posteriormente comparada com a pontuação final do pós-teste.

O pré-teste foi realizado em oito sessões de aproximadamente uma hora, durante quatro semanas (dois dias por semana) em salas de recurso e biblioteca de cada escola.

Durante o pré-teste, também foram avaliadas duas categorias sobre o repertório de conhecimento dos alunos as quais foram registradas de forma escrita em um protocolo construído pela pesquisadora (Ver Apêndice E). A primeira categoria dizia respeito às estratégias que as crianças utilizavam para solucionar os problemas. Teve como finalidade reconhecer se a criança no momento de solucionar os problemas: a) fazia uso de desenhos, b) usava diagramas, c) utilizava como recurso eventos físicos (contava nos dedos, usava objetos para contar), d) representava a questão simbolicamente por meio de um modelo matemático[12], seja por exemplo, o problema seguinte: *Suzana comprou uma blusa por R$ 50,00 e Davi uma calça por R$ 34,00. Quanto Davi pagou a menos?* Para verificar se a criança sabia representá-lo simbolicamente a pesquisadora perguntava à criança: *Você sabe escrever uma conta ou operação que representa esta história*?; ou*: você sabe como podemos mostrar essa história de forma matemática?* (50 + 34 = 84). Caso ela dissesse que sim, era solicitado que o fizesse.

Os itens analisados demonstraram se a criança era capaz de compreender o que lia no enunciado, como também se conseguia compreender e solucionar os problemas com o uso de recursos como os mencionados sem saber a operação matemática.

A segunda categoria analisada referia-se à capacidade da criança verbalizar suas ações: se ela pensava em voz alta, ou seja, conseguia expor oralmente o que fazia, como solucionava as questões, qual processo utilizava, ou se sabia dizer por que não conseguia resolver. A finalidade era perceber se a criança conseguia expor seu raciocínio e se o programa de intervenção colaboraria para melhorar este aspecto. Ao solicitar que a criança fale sobre o raciocínio aplicado a uma questão-problema os professores desenvolvem nos estudantes a capacidade de organizar o pensamento e expô-lo e ainda de refletir sobre as ações realizadas tomando consciência destas ações (metacognição). Isso contribui para que perceba se acertou ou errou, onde está o erro (se for o caso) e o que deve fazer para corrigi-lo.

Esta avaliação serviu para direcionar o programa de intervenção e perceber se houve melhora nestes itens após a intervenção. As crianças foram avaliadas individualmente por uma segunda juíza treinada anteriormente pela pesquisadora para registrar as ações das crianças referentes aos itens relacionados acima.

A pesquisadora e a segunda juíza aplicaram o pré-teste individualmente para que registrassem o máximo de respostas possíveis dos alunos.

---

[12] Podemos definir “modelo matemático” como a linguagem simbólica da qual a matemática se utiliza. No caso, seria a representação por meio de uma operação aritmética: 23 - 5=18.

2. 6 O Programa de Intervenção

Uma vez elaborado, o programa foi testado em um estudo piloto descrito suscintamente a seguir.

2. 6. 1 Estudo piloto

No segundo semestre de 2005, a pesquisadora realizou um estudo piloto, com 6 crianças de 10 anos de idade, estudantes da 4ª série do Ensino Fundamental de uma escola pública de Bauru utilizando o programa de ensino proposto que está detalhado adiante. O intuito deste estudo foi averiguar a aplicabilidade do instrumento e as relações que se estabeleceriam entre pesquisadora e participantes.

As crianças submetidas ao programa no estudo piloto obtiveram os seguintes resultados:

Tabela 2 - Desempenho dos alunos no estudo piloto

ALUNOS	PRÉ-TESTE	% de acertos	PÓS-TESTE	% de acertos
A	16 pontos	26,67	40 pontos	100,0
B	14 pontos	23,33	36 pontos	90,0
C	8 pontos	13,33	38 pontos	95,0
D	12 pontos	20,00	30 pontos	75,0
E	15 pontos	25,00	40 pontos	100,0
F	10 pontos	16,67	28 pontos	70,0

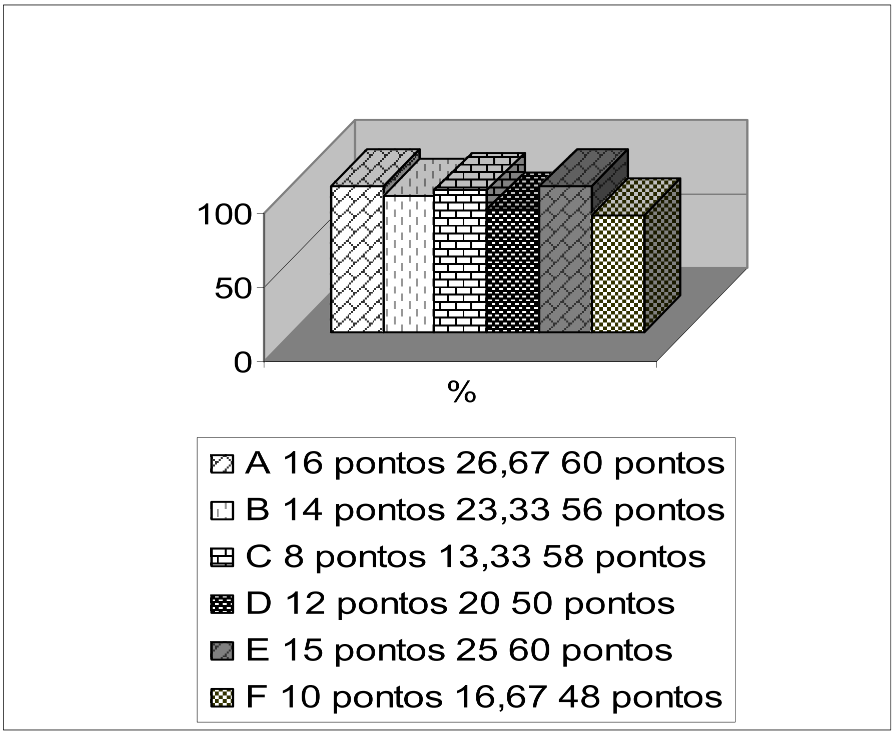


Gráfico 2: Porcentual de acertos dos participantes no estudo piloto

A pontuação do pós-teste revelou uma média de desempenho de aproximadamente 90% de acertos, comparando-se com a média do pré-teste que foi de 20%. Este dado numérico evidenciou grande aumento no nível de aproveitamento dos estudantes nas situações-problema propostas. Este aumento demonstrou que houve melhora no potencial de entendimento do objeto estudado pelas crianças e que o programa de ensino proposto foi satisfatório.

O estudo piloto auxiliou a pesquisadora: a compreender que os procedimentos de ensino utilizados poderiam ser eficientes; a observar que as crianças aprenderam a representar o problema quando manipularam os materiais concretos disponibilizados e fizeram desenhos; perceber que a maior dificuldade estava em compreender a representação matemática compatível com a situação proposta e não em compreender o enunciado lingüístico, pois, uma vez solicitadas a explicar o que entendiam quando liam o problema, faziam-no corretamente do ponto de vista da língua materna; determinar o número de sessões da intervenção, a maneira de falar com as crianças e o local mais adequado para realizar o estudo evitando as interferências externas das escolas.

2. 6. 2 O Programa de ensino aplicado

Após analisar a aplicabilidade do estudo por meio do teste piloto, iniciou-se o experimento propriamente dito para a amostra selecionada de 72 crianças no primeiro semestre de 2006. O programa desenvolvido nesta pesquisa foi composto de 16 sessões no total. Foram realizadas duas sessões por semana com duração de uma hora cada sessão durante dois meses, com 36 crianças. As outras 36 permaneceram como grupo controle. A intervenção foi aplicada ao mesmo tempo para o grupo experimental (36 crianças), em pequenos grupos. Enquanto a intervenção acontecia para esse grupo experimental, o grupo controle permanecia sem intervenção.

As capacidades que os alunos deveriam aprender a partir do programa instrucional e que foram medidas no pré-teste e depois no pós-teste foram : a) capacidade de acesso ao léxico, à semântica e à sintaxe (linguagem); b) compreensão do enunciado verbal do problema; c) tradução do enunciado em uma representação matemática (esquemas, representações mentais, operação simbólica); d) pensamento estratégico; e) escrita da resposta correta; f) metacognição. Isso são hierarquias de aprendizagem propostas por Gagné e Briggs (1977, citados por COLL, PALÁCIOS e MARCHESI, 1996).

As 36 crianças participaram da intervenção em grupos, cada uma em sua escola, dia e horários determinados conjuntamente com as professoras da sala. A opção pelos grupos se deveu ao fato de que as situações de aprendizagem da matemática, mesmo em tarefas que poderiam ser realizadas individualmente, tornam possível a relação entre os sujeitos, centrada na troca de interpretações dos problemas, das propostas de atuação, como por exemplo, as estratégias utilizadas na resolução, de argumentações sobre a validade ou falsidade das afirmações, ou os resultados dos colegas. O trabalho em grupo seria uma oportunidade para trocar pontos de vista e se relacionar com as pessoas.

Durante as atividades de intervenção as crianças observavam ações da pesquisadora a fim de construírem um modelo mental adequado para executar as tarefas necessárias. É preciso garantir às crianças o controle da execução dos procedimentos para que, em determinado tempo, possam realizar suas tarefas sozinhas. Algumas ações importantes foram realizadas pela pesquisadora durante a atividade instrucional: a) a atenção das crianças foi voltada para o que estava acontecendo durante a instrução, de forma que percebessem os aspectos relevantes; b) foram sugeridos exercícios variados, apresentados diversas vezes, para que houvesse retenção na memória de curto e longo prazo; c) foram encaminhados o olhar e o pensamento das crianças para o significado das atividades, observando de forma clara os passos a realizar. Isto foi feito com instruções orais com e sem o uso de recursos materiais e visuais; d) foi estimulada a motivação das crianças. Para isso a atenção das crianças foi sempre chamada também com instruções orais e recursos materiais.

Após o pré-teste, conversas com as crianças e explicação do que se pretendia com o estudo, a pesquisadora deu início ao programa de ensino. Primeiramente, as crianças foram levadas a ler pequenos textos narrativos (não matemáticos) de seu interesse e de acordo com seu nível cognitivo e idade. Visando atender esse requisito, os textos foram selecionados mediante as indicações do Centro de Pesquisas Literárias, da PUC do Rio Grande do Sul (1989)[13]. Também foram consideradas as indicações das professoras que têm contato diário com as crianças, bem como sugestões de Coelho (2004)[14]. Em seguida, as crianças discutiram com a pesquisadora o conteúdo destes textos.

Durante esta etapa, a pesquisadora perguntava: O que trata o texto? Qual o seu significado?, visando obter dados sobre a bagagem conceitual de conhecimentos prévios das crianças. A partir daí, com base nas perguntas que a pesquisadora tinha feito e nas respostas obtidas eram oferecidos elementos suficientes para a compreensão do material lido pelas crianças. Para essa fase foram utilizados materiais diversos como ilustrações, fotos, bonecos e objetos diversos que remetiam à idéia do conteúdo proposto para entendimento.

Para compreender um texto é necessário ter domínio do léxico; por isso, o dicionário serviu como recurso para conhecimento de novas palavras e entendimento de que, quando não se conhece o significado de alguma palavra, é necessário usar o dicionário. A pesquisadora também questionava as crianças sobre o significado de sentenças curtas dos textos, esclarecendo quando necessário.

Depois deste trabalho a pesquisadora pedia às crianças que lessem outros textos e comentassem sobre eles para verificar se estavam compreendendo a mensagem geral da história.

---

[13] O Centro de Pesquisas Literárias da PUCRS realizou uma pesquisa para avaliar quais textos escritos são compatíveis com os interesses e capacidades intelectuais de estudantes com 10 anos de idade, correspondentes a 4ª série do Ensino Fundamental. Na ocasião foi divulgada uma lista com estes textos, da qual foram extraídas as histórias que compuseram o programa de ensino aqui proposto.

[14] Betty Coelho é autora do livro: Contar história uma arte sem idade. A obra faz uma referência aos textos mais apropriados por crianças e adolescentes segundo sua faixa etária.

A segunda etapa consistiu em trabalhar os textos de problemas aritméticos da mesma forma que foram trabalhados os textos não matemáticos. Os problemas matemáticos escolhidos para o estudo são considerados problemas escolares, do tipo exercício com estruturas aditivas e subtrativas, multiplicativas e distributivas contendo uma estrutura bem formulada com informações precisas para permitir sua resolução.

As questões de adição e subtração utilizadas foram somente do tipo comparativas porque, segundo as pesquisas, é o tipo de problema em que as crianças encontram mais dificuldades. As questões multiplicativas contemplaram apenas a idéia de razão, por exemplo: *Em um pacote de balas há 5 balas. Quantas balas haverá em 4 pacotes iguais a este?* As questões de divisão abordaram apenas a idéia de partição: *Quero colocar 36 camisas em 9 cabides de forma que cada cabide fique com a mesma quantidade de camisas. Quantas camisas ficarão em cada cabide?* Foi modificada a sintaxe dos problemas, isto é, modificados em sua estrutura frasal, mas a semântica (significado) e o raciocínio matemático permaneceram os mesmos em todas as questões ensinadas. Um exemplo disto em relação ao enunciado anterior: *Quero colocar 36 camisas distribuídas igualmente em 9 cabides. Quantas camisas ficarão em cada cabide?*

Era necessário determinar os tipos de problemas matemáticos a serem ensinados para definir um programa de instrução que contemplasse as aprendizagens inerentes, uma vez que cada tipo de problema, em função de suas características específicas exige o acionamento de uma série de capacidades de raciocínio comuns. A aprendizagem deve capacitar a pessoa a se adaptar cada vez mais à estrutura da tarefa do problema imposto.

Os problemas tinham um nível de dificuldade mínimo, ou seja, todos apresentavam a mesma estrutura de raciocínio sendo modificados apenas em sua sintaxe. Exemplo 1: *A bibliotecária da escola de Marcelo guardou 45 livros em 9 estantes de forma que cada estante ficou com a mesma quantidade de livros. Quantos livros ficaram em cada estante?* Exemplo 2: *Se a bibliotecária da escola de Marcelo guardar 45 livros em 9 estantes de forma que cada estante fique com a mesma quantidade de livro, quantos livros ficarão em cada estante?* Os dois enunciados possuem a mesma seqüência de raciocínio, mas a escrita lingüística está diferente. O segundo exemplo apresenta um nível de dificuldade um pouco maior do que o primeiro, mas essa dificuldade não é significativa.

Nesta segunda etapa, para que as crianças pudessem compreender a situação matemática a partir da interpretação do problema (identificação do problema, busca de informações gerais e regras úteis, escolha, decisão e representação do problema) a pesquisadora se preocupou em conhecer as informações que as crianças tinham a respeito daquele texto, pois, conforme já exposto, as informações prévias são bases importantes para a aquisição de novas aprendizagens. A pesquisadora contou várias histórias que foram os enunciados de alguns problemas de comparação (adição e subtração), multiplicação (idéia de razão) e divisão (idéia de partição*)*.Exemplo: *Helena e Maria fazem coleção de selos. Helena tem 57 selos e Maria tem 25. Quantos selos Helena tem a mais do que Maria?*

Nesta fase, as crianças passaram por um ensino de leitura e compreensão dos enunciados matemáticos em que a pesquisadora fez, juntamente com os participantes, o levantamento das palavras do enunciado, uso do dicionário, associações a objetos do cotidiano e a materiais concretos.

Para levar as crianças à compreensão do problema proposto perguntas foram feitas às crianças e a busca das respostas foi auxiliada por meio de inúmeros exemplos de problemas matemáticos: Qual é a incógnita do problema? (o que não se sabe e se quer saber?) Quais são os dados que o problema apresenta? (quais as informações que temos do problema?) Qual é a condição estabelecida no problema? Existe alguma palavra, frase ou parte da proposição do problema que você não entende? Qual é a meta que você quer alcançar? Você conhece algum problema parecido com este? (fazer analogias é importante). Esta fase de instrução verbal é necessária para que os alunos consigam elaborar uma representação mental do que o problema exige.

A experimentadora deixava que as crianças respondessem a uma pergunta de cada vez e, então, pedia que falassem o problema em termos próprios e o explicassem aos colegas. Assim, discutia com eles o que compreendiam e deixavam de compreender e pedia que modificassem o formato da proposição.

Considerando que as crianças do estudo dominavam as operações aritméticas (adição, subtração, multiplicação e divisão) enquanto algoritmo, cabia reconhecer se elas dominavam os conceitos inerentes a esses algoritmos. Para tal, a pesquisadora explicava por meio de materiais concretos e desenhos o que é soma, subtração, multiplicação e divisão enquanto lia problemas envolvendo essas operações.

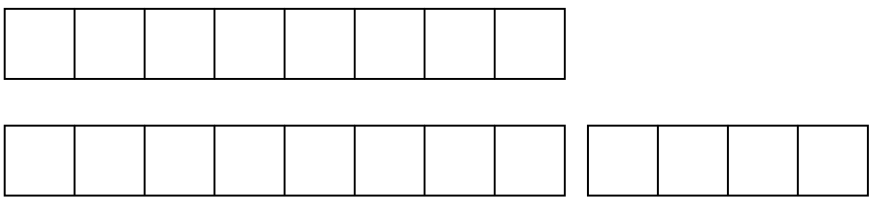
Em seguida as crianças foram levadas e realizar através da demonstração com uso de materiais ou desenhos a resolução do problema (formulação da estratégia, organização da informação, verificação e avaliação da resolução, resposta).

A pesquisadora solicitava aos participantes o levantamento de hipóteses acerca da leitura que faziam de forma a facilitar a construção dos esquemas.

Outro procedimento utilizado pela pesquisadora nessa fase foi a dramatização das idéias contidas nos enunciados. Tanto pesquisadora quanto alunos, representavam a situação expressa, como se fosse algo da vida real. Isso facilitava a compreensão do que estava sendo exigido no problema. Na situação: *Paulo deu 5 reais para cada um de seus três filhos. Quantos reais Paulo deu ao todo?*, a experimentadora pedia que uma criança simulasse esta situação pegando 5 reais e entregando à primeira criança, 5 à segunda e outros 5 à terceira, para verificar quantos reais ao todo ela entregou.

Posteriormente às dramatizações foi utilizado o recurso de apresentação de diagramas (CARRAHER et al, 1995; CONDEMARIN, 1997; DE CORTE e VERSCHAFFEl, 1987; LEWIS, 1989; VERGNAUD, 1994). Neste estudo os diagramas foram denominados como desenhos. Numa situação como a seguir: Marcos *tinha 8 chocolates, 4 a menos do que Ivan. Quantos chocolates tinha Ivan?* A pesquisadora dizia que, se Marcos tinha menos chocolates do que Ivan, então Ivan tinha <u>mais</u> chocolates do que Marcos. Os alunos deviam representar no papel:

Marcos = 8 chocolates



Ivan = 8 + 4

Resposta: Ivan tinha 12 chocolates.

Figura 6- Representação do enunciado matemático por diagrama

A criança era estimulada a retomar aquilo que compreendeu, ou, caso não tivesse compreendido, era levada a construir significados e conceitos frente à situação. A criança era incentivada a fazer o desenho, um diagrama, utilizar objetos como bonecos e ilustrações para interpretar a questão e a pensar matematicamente realizando uma representação mental e transformando-a em símbolos matemáticos.

Os participantes tiveram de passar pelas fases: observação da dificuldade (chamar a atenção das crianças para reconhecerem as dificuldades essenciais da questão), formulação do problema, recolhimento das informações (relembrar conhecimentos e métodos, assegurar-se de novos conhecimentos e desenvolver novos métodos para a resolução), testes das soluções (hipóteses), formulação de novas idéias e novos testes, caso os primeiros não tenham tido êxito e, por fim, avaliar a resolução (KLAUSMEIER; GOODWIN , 1977).

O programa contemplou a utilização de várias estratégias, com o intuito de atingir todos os participantes, uma vez que as pessoas possuem estilos de aprendizagem diferenciados, podendo, então, ser aceito diferentes tipos de procedimento (por exemplo, como já mencionado, o uso de desenhos ou diagramas para a resolução dos problemas), desde que associados a uma operação matemática simbólica, corretos e adequados à situação.

A pesquisadora, nesta fase, procurou ensinar mecanismos de raciocínio jamais propondo o uso de palavras-chave para a resolução dos problemas. Na seguinte situação comparativa: *Lucas tem 16 figurinhas e Fábio tem 29. Quantas figurinhas Fábio tem a mais do que Lucas?* Para esta situação a pesquisadora disponibilizava 16 figurinhas na mesa e perguntava: “Vejam quantas figurinhas eu tenho!” As crianças contavam: 16. Em seguida, colocava outras 29 figurinhas, pareando-as de forma que as crianças realizassem a correspondência termo-a-termo. Perguntava, então: “Quantas eu coloquei agora?” A criança devia perceber que há uma diferença de 13 figurinhas e transformar isto em uma operação. Esta atividade era conduzida utilizando-se da linguagem apropriada para as situações que envolviam cada uma das operações aritméticas básicas.

A pesquisadora auxiliou as crianças a perceberem, nos problemas de subtração e adição, que uma operação é o inverso da outra, por meio de objetos dispostos na mesa e, em seguida, mostrando como se escreve matematicamente cada uma delas. Isso significava fazer a criança perceber que a resposta pode ser atingida subtraindo-se a segunda quantidade da primeira, embora a palavra presente no texto seja “a mais”. É comum que as crianças que estão apresentando dificuldades utilizem palavras-chave, como mais para adições e menos para subtrações. Esse procedimento não foi usado pela pesquisadora porque a literatura aponta não ser uma estratégia de pensamento adequada para solucionar problemas matemáticos.

Neste tipo de situação as crianças sabem o que "mais" e "menos" significam, mas elas não conseguem conectar este conhecimento a uma estratégia e a uma operação para quantificar a diferença, porque provavelmente não reconhecem o valor comparativo de mais e menos.

Conforme mencionado, ao apresentar processos ou conceitos novos, as atividades começavam pelo nível mais concreto, o que tornava a compreensão mais próxima precisando contar com conhecimentos específicos sobre a questão raciocinada (COLL; MARTIN, 2004). Cada conceito novo era introduzido com materiais concretos, o processo era verbalizado e depois convertido em símbolos matemáticos. Os estágios internos, receptivos e expressivos foram considerados em todas as ocasiões.

Após solucionar o problema, a pesquisadora dizia que deviam escrever a resposta, retomando a pergunta do enunciado e solicitava que as crianças primeiramente respondessem oralmente, para em seguida, responderem no papel, por exemplo: *Quantas figurinhas Fábio tem a mais do que Lucas?* "Diga a frase completa: Fábio tem 13 figurinhas. Agora escreva" .

A pesquisadora observava se os participantes conseguiam solucionar os problemas a partir das aprendizagens adquiridas em condições novas que continham a mesma natureza dos problemas ensinados. Eram fornecidos outros problemas com enunciados semelhantes aos trabalhados na intervenção para que as crianças aplicassem os conhecimentos adquiridos.

A intervenção buscou tornar as atividades mais próximas dos alunos, pois, muitas vezes, a matemática não se revela interessante às crianças por estar, em alguns momentos, distante delas. As crianças não têm tanta necessidade de fazer cálculos, seus pais ou responsáveis os fazem por elas. No entanto, a atividade se torna mais próxima quando os cálculos visam algo de seu interesse.

2. 7 Pós-teste

O pós-teste constou de um protocolo isomórfico ao pré-teste, porém, foram modificados o texto dos problemas matemáticos e as quantidades numéricas propostas nos enunciados.

Após o término da intervenção, o pós-teste foi aplicado individualmente aos 36 alunos dos dois grupos: experimental e controle. A aplicação do pós-teste foi realizada pela mesma pesquisadora auxiliar do pré-teste, devidamente preparada pela pesquisadora para desenvolver a atividade. Esta segunda pessoa também aplicou e corrigiu os protocolos atribuindo-lhes a pontuação, sem, no entanto, saber quais estudantes tinham participado da intervenção e quais não.

Durante o pós-teste, também foram reavaliados dois aspectos do repertório de conhecimento dos alunos, ambos registrados de forma escrita em um protocolo no momento do pré-teste: 1) as estratégias utilizadas para a resolução de problemas; 2) A capacidade de verbalização das crianças.

Os escores da pontuação do pré e pós-teste do grupo experimental foram registrados nos protocolos e comparados estatisticamente, assim como os escores do grupo experimental e controle.

2. 8 Pós-teste postergado

O pós-teste postergado, também realizado pela segunda pesquisadora, ocorreu quarenta dias após o primeiro pós-teste, durante aproximadamente duas semanas. Constou de um protocolo isomórfico aos do pré-teste e pós-teste com enunciados e relações numéricas diferentes, e possibilitou a percepção da manutenção das capacidades objetivadas pelo estudo.

CAPÍTULO 3
RESULTADOS

Os dados foram analisados de forma quantitativa e tratados mediante um teste paramétrico de hipóteses. O teste estatístico *t de student* foi escolhido para comparar a diferença entre: 1) as médias dos pré-testes do grupo experimental e do grupo controle; 2) as médias dos pré e pós-teste do grupo controle; 3) as médias dos pré e pós-teste do grupo experimental; 4) as médias do pós-teste dos grupos experimental e controle; 5) as diferenças entre as médias do pré e o pós-teste do grupo controle e do experimental; 6) as médias do pós-teste e pós-teste postergado do grupo controle; 7) as médias do pós-teste e pós-teste postergado do grupo experimental; 8) as médias do pós-teste postergado dos grupos controle e experimental.

A identificação da melhora do desempenho do grupo experimental realizou-se a partir da comparação dos resultados deste grupo nos três testes (pré, pós-teste e pós-teste postergado). Para assegurar que os resultados foram devidos à intervenção e não a outras variáveis, as médias do grupo experimental foram comparadas com as do grupo controle. A seguir são apresentadas as análises das médias obtidas pelos grupos controle e experimental em todos os contrastes citados anteriormente.

O gráfico 3 mostra as pontuações médias dos grupos controle e experimental no pré-teste e no pós-teste.

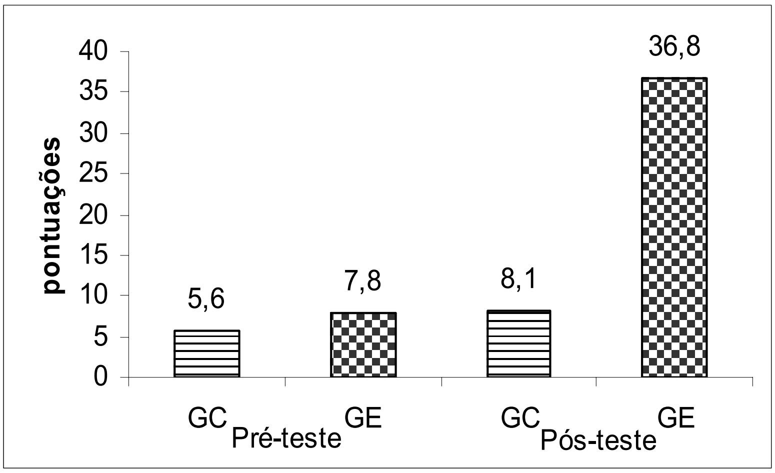


Gráfico 3 – Médias das pontuações obtidas - GC e GE

Os dois grupos apresentaram uma pontuação bem pequena no pré-teste. A pontuação média do grupo experimental foi, no entanto, ligeiramente superior, e essa diferença foi estatisticamente significativa (t= - 2,6; *p* = 0,01). .

Analisando as médias dos pós-testes dos dois grupos (experimental e controle), o teste *t de student* mostra que a diferença entre elas é estatisticamente significativa (t= -29,3; *p* = 0,001).

Observando-se o gráfico 3, nota-se que a pontuação média do grupo controle no pós-teste foi superior à pontuação média no pré-teste. Essa diferença é estatisticamente significativa (t = -3,9; *p* < 0,001). No entanto, apesar de haver aumento na pontuação do grupo de controle, este aumento é pequeno em relação ao aumento verificado para o grupo experimental (como veremos a seguir).

O gráfico 3 mostra, ainda, que o grupo experimental obteve no pós-teste uma pontuação média muito superior à pontuação no pré-teste. Esta diferença é estatisticamente significativa (t = -34,9; *p* <0,001). Este fato parece indicar que a intervenção utilizada teve efeitos positivos na aprendizagem dos estudantes.

Foi verificado que em ambos os grupos (controle e experimental), a pontuação média no pós-teste foi significativamente superior à pontuação média no pré-teste. No entanto, pode-se observar que a diferença entre as pontuações médias dos pós-teste e pré-teste é muito maior para o grupo experimental.

É importante analisar a diferença entre as médias de desempenho dos grupos pareados. Houve um aumento da pontuação média, como se vê no gráfico 4. Cada coluna mostra a diferença entre a média no pós-teste e no pré-teste dos grupos controle e experimental respectivamente.

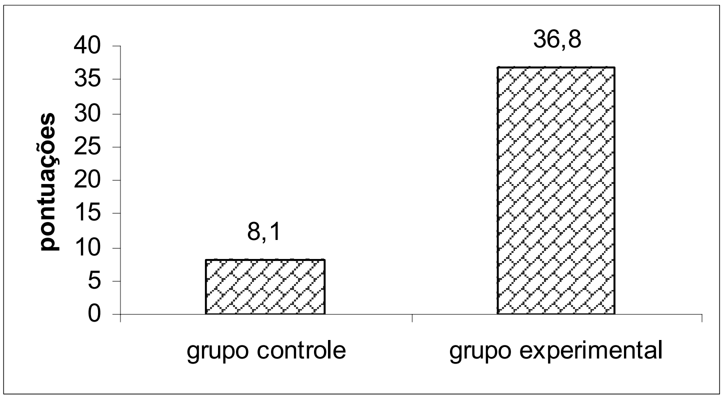


Gráfico 4 – Diferença entre a s médias no pré e pós-teste dos grupos – GC e GE

O teste *t de student* para amostras independentes, aplicado às diferenças de desempenho apresentadas pelos grupos controle e experimental mostra diferenças significativas entre os grupos controle e experimental (t =-26,5; p <0,001) com relação à diferença de pontuação entre o pós-teste e pré-teste. O ganho médio do grupo experimental foi superior ao do grupo controle, ou seja, o grupo experimental teve, entre o pré e pós-teste, um aumento de pontuação significativamente superior ao grupo controle.

Os pós-testes postergados foram utilizados com o intuito de verificar se houve a manutenção da pontuação dos grupos (experimental e controle). O gráfico 5 apresenta os escores dos testes postergados.

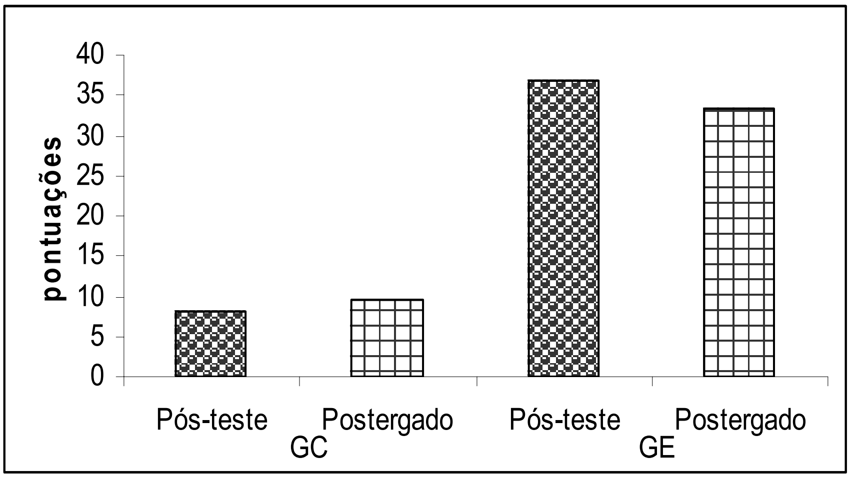


Gráfico 5 - Médias da pontuação obtidas no pós-teste e no pós-teste postergado – GC e GE

A pontuação média do grupo controle no pós-teste postergado foi maior do que no pós-teste. Esta diferença é estatisticamente significativa (t=-1,3; p < 0,001). O fato da média do grupo controle no pós-teste postergado ter sido superior à média do pós-teste não significa, porém, que as dificuldades deste grupo tenham sido superadas, pois a pontuação do grupo controle no pós-teste postergado continuou baixa.

O teste *t de Student* do grupo experimental (pós-teste e pós-teste postergado) mostra que a pontuação média do pós-teste postergado foi inferior à pontuação média do pós-teste (t=-3,4; p <0,001). Apesar da ligeira queda no desempenho, a pontuação do grupo experimental no pós-teste postergado permaneceu bastante alta.

Observando o gráfico 5, nota-se que houve diferenças significativas entre os grupos controle e experimental no pós-teste postergado (t=-19,1; p <0,001). A pontuação média do grupo experimental foi superior à pontuação média do grupo controle. Os resultados indicam que houve uma melhora significativa no desempenho dos estudantes do grupo experimental sugerindo que a intervenção utilizada contribuiu com o aperfeiçoamento das capacidades dos estudantes.

Os gráficos a seguir mostram as pontuações individuais obtidas pelos participantes. O gráfico 6 apresenta as médias das pontuações nos pré e pós-teste dos dois grupos (experimental e controle).

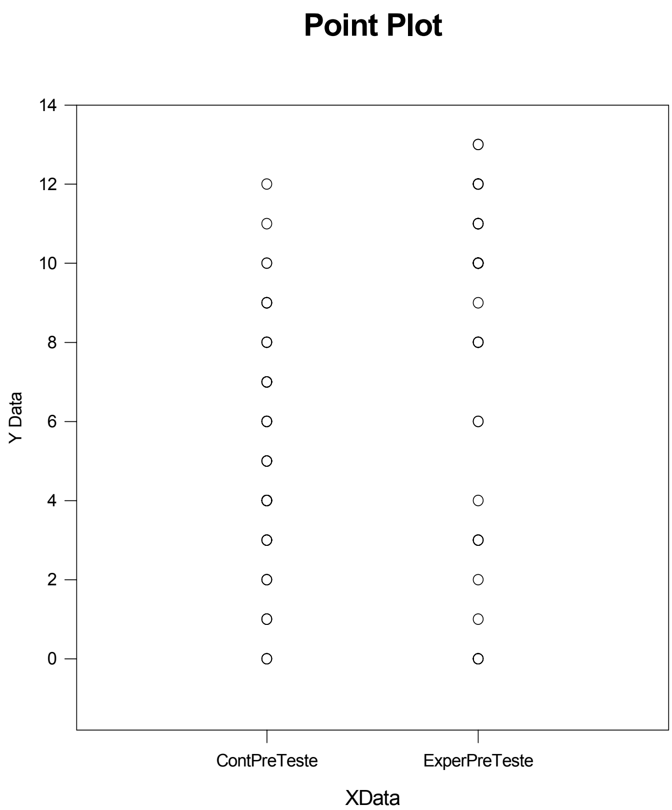


Gráfico 6 – Médias obtidas no pré-teste – GC e GE

Percebe-se que existe diferença significativa entre as médias dos dois grupos (p=0,01), mas esta diferença é bastante sutil. O grupo experimental demonstrou ser um pouco mais heterogêneo do que o grupo controle.

O gráfico 7 apresenta as pontuações nos pré e pós-teste do grupo controle.

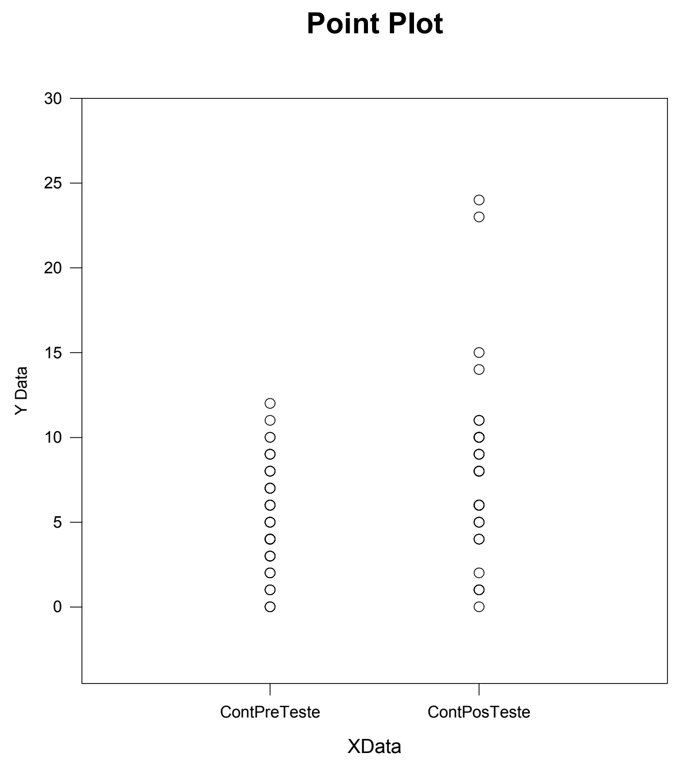


Gráfico 7 –Pontuações obtidas no pré e pós-teste – GC

Percebe-se que apenas duas pontuações do grupo controle foram superiores no pós-teste, àquelas recebidas pelo restante dos alunos, que se mantiveram nos mesmos níveis observados no pré-teste. Ao excluir estes alunos com duas pontuações maiores, nota-se desempenho semelhante nos pré e pós-testes.

A seguir apresenta-se o gráfico com as pontuações dos pré e pós-testes do grupo experimental.

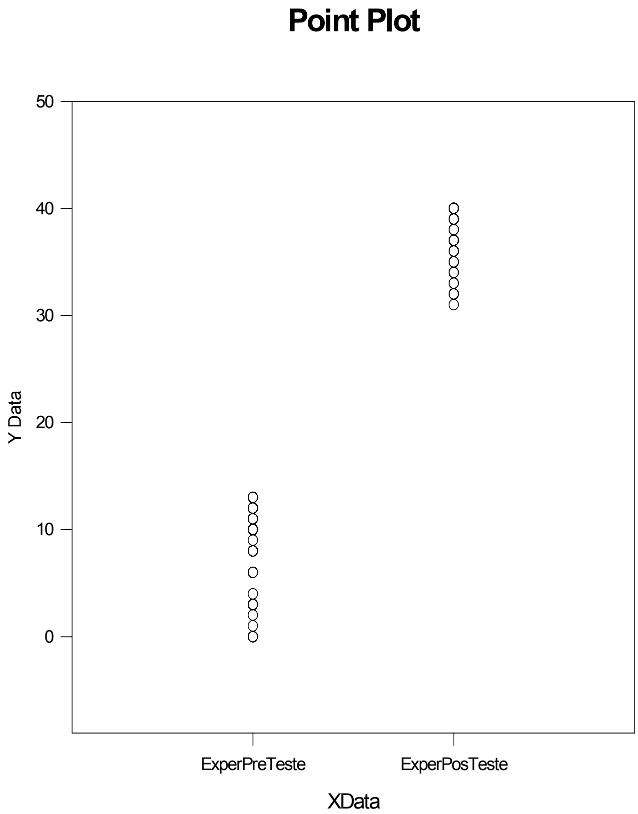


Gráfico 8 – Pontuações obtidas nos pré e pós-teste – GE

Observa-se que no pré-teste o grupo experimental teve um desempenho baixo. Já no pós-teste, além de apresentar-se mais homogêneo, a média foi muito maior àquela obtida no pré-teste. Esse resultado parece indicar que a metodologia de ensino proposta para este grupo mostrou-se mais eficiente no processo de aprendizagem.

Os dois grupos pesquisados apresentaram diferenças no pós-teste. O próximo gráfico mostra as pontuações.

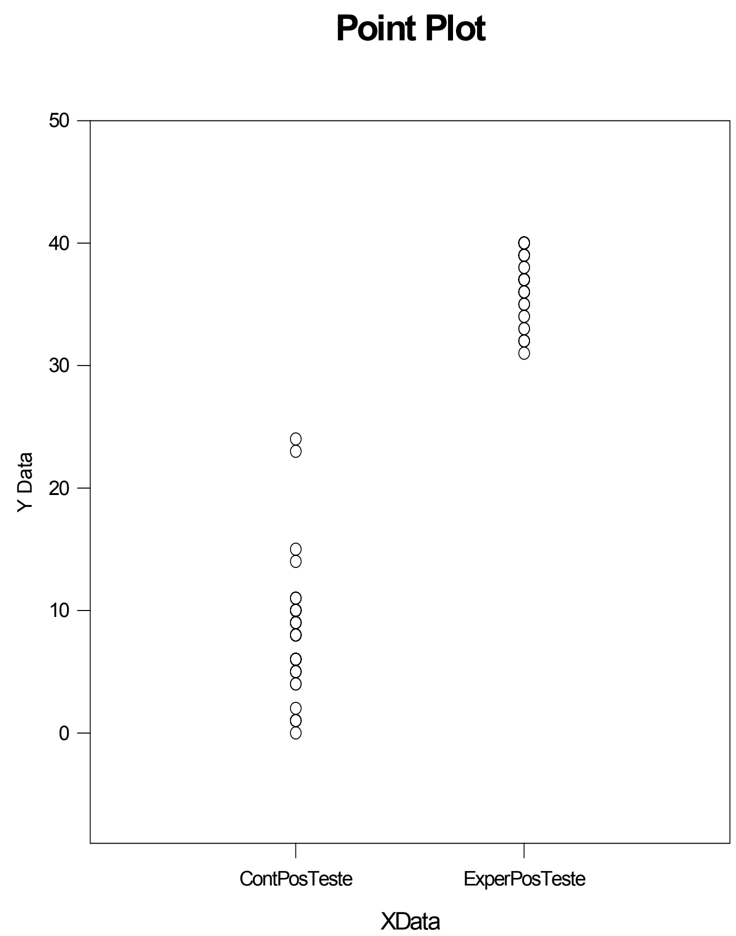


Gráfico 9 – Médias obtidas pelos dois grupos no pós-teste

Observa-se que existe diferença estatisticamente significativa entre as médias dos dois grupos (p = 0,001). O grupo experimental apresentou um conjunto de pontuação completamente homogêneo e alto, indicando que a instrução recebida melhorou a aprendizagem dos alunos participantes deste grupo.

O grupo controle obteve pontuação semelhante no pós-teste e no pós-teste postergado como mostra o gráfico a seguir.

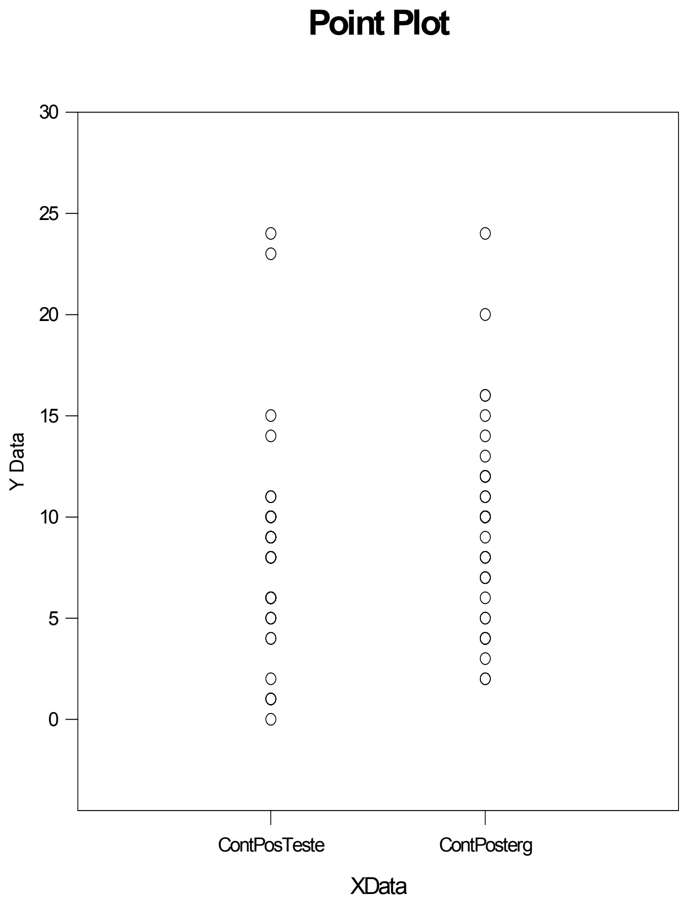


Gráfico 10 – Médias obtidas no pós-teste e no pós-teste postergado – GC

Existe diferença estatisticamente significativa entre os grupos (p= 0,200). As pontuações deste grupo no pós-teste postergado foram mais homogêneas do que no pós-teste, porém continuaram baixas, indicando que as aulas de matemática em sala de aula não tiveram contribuído eficazmente para a melhora do desempenho destes alunos.

A seguir, verifica-se que o grupo experimental apresentou ligeira diferença no desempenho durante o pós-teste e o postergado.

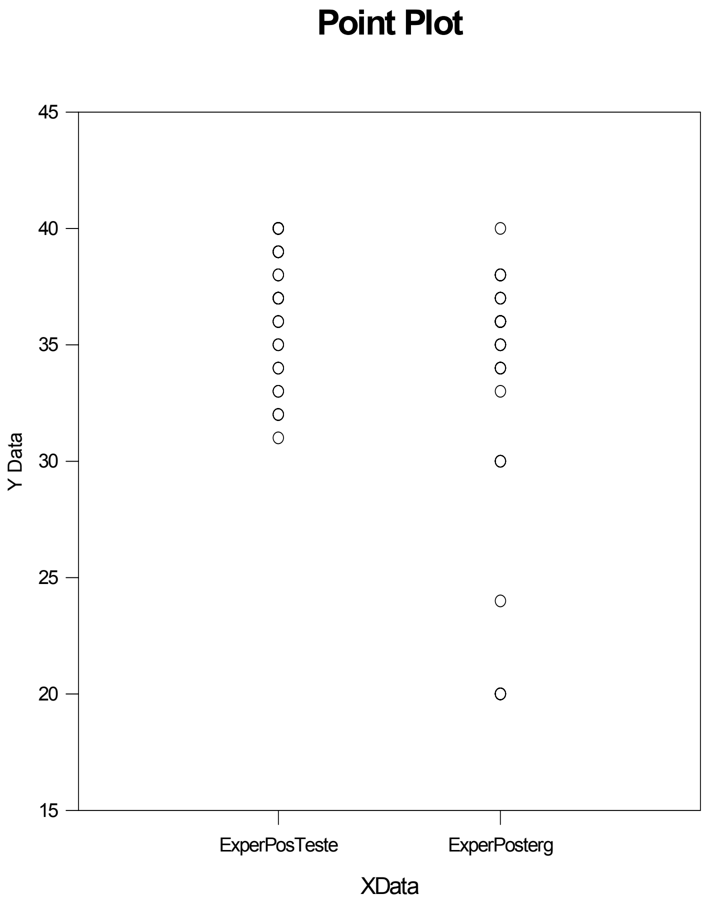


Gráfico 11 - Médias obtidas no pós-teste e no pós-teste postergado – GE

Houve diferença estatisticamente significativa entre as pontuações deste grupo nos dois momentos distintos de teste (p= 0,001). Nota-se que nestes dois testes este grupo teve um rendimento muito bom o que parece indicar que o ensino proposto na intervenção surtiu o efeito desejado.

A análise estatística anterior fez uma comparação das médias. Como se sabe, a média é uma medida de tendência central pouco resistente, isso significa que ela é muito afetada por valores extremos. Em princípio, seria mais adequada a aplicação de um teste paramétrico, pois apesar de ser mais rigoroso quanto aos pré-requisitos exigidos em sua aplicação, são mais precisos que seus equivalentes não-paramétricos. Contudo, o viés da distribuição resultou numa falta de normalidade dos dados em alguns contrastes estabelecidos na construção dos conjuntos de hipóteses. Por esta razão, foi feita também, a aplicação do "*teste de Mann-Whitney*", classificado como não paramétrico, cujo objetivo foi avaliar a diferença entre as medianas dos grupos. Este teste é mais flexível do que o primeiro, pois não exige normalidade dos dados. Em geral, os testes não paramétricos, por serem livres de distribuição, são menos exigentes que seus equivalentes paramétricos. A comparação entre o *teste t* e o de *Mann-Whitney está ap*resentada no Apêndice F.

3. 1 Resultados sobre a avaliação realizada com as crianças do grupo experimental: que repertório para a prática de resolução de problemas eles possuíam?

Esta avaliação foi realizada apenas com o grupo experimental e teve como objetivo verificar, antes da aplicação da proposta de ensino, a existência de um conjunto de estratégias manifestadas pelos estudantes durante a prática da resolução de problemas matemáticos e a capacidade de expressar verbalmente o raciocínio utilizado nesta tarefa para, após a intervenção, perceber se haveria modificação nestes processos.

Os resultados obtidos nesta avaliação inicial e individual constituíram-se de duas fases: pré e pós-teste e estão descritos a seguir. A tabela 3 apresenta o número de estudantes (de um total de 36 do grupo experimental) que apresentaram as respectivas estratégias divididas em categorias (1a, 1b, 1c, 1d) e a capacidade de verbalização.

Tabela 3 - Avaliação do repertório de capacidades em resolução de problemas matemáticos

	PRÉ-TESTE		**PÓS-TESTE**	
1. Uso de estratégias	**Sim**	**%**	**Sim**	**%**
1a	0	0	3	8.33
1b	0	0	0	0
1c	21	58.33	21	58.33
1d	36	100	36	100
2. A criança é capaz de verbalizar as ações	7	19.44	10	27.77

Categorias avaliadas:
1. Uso de estratégias: a) faz uso de desenhos; b) usa diagramas; c) usa como recurso eventos físicos (conta nos dedos, usa objetos para contar); d) representa simbolicamente / possui modelo matemático .
2. A criança é capaz de verbalizar suas ações (pensa em voz alta): sabe dizer como solucionou/ sabe dizer qual processo utilizou.

Com relação ao uso de estratégias como desenhos ou diagramas percebeu-se que houve pouca alteração nas capacidades dos estudantes. Apesar da intervenção utilizar estes recursos, verificou-se que eles são importantes para auxiliar a compreensão da tarefa, mas não necessariamente para serem utilizados na resolução.

Os resultados sugerem que as crianças eram familiarizadas com o registro simbólico da matemática, pois 100% dos alunos reconheciam a representação simbólica das operações, contudo, não sabiam aplicá-la corretamente, sendo incapazes de identificar o algoritmo aritmético mais adequado para cada enunciado escrito.

Quanto à contagem nos dedos, as crianças que o faziam permaneceram realizando este cálculo com o apoio das mãos. Importante considerar que este resultado era esperado, pois o programa de ensino não objetivava ensinar os estudantes a calcular mentalmente, visto que, para participar da pesquisa, era necessário saber realizar operações do tipo lápis e papel (Ver Apêndice A).

Quanto à leitura dos estudantes não houve modificação alguma, visto que a instrução oferecida não tinha o intuito de modificar esta capacidade.

Em se tratando da capacidade de exprimir verbalmente o raciocínio aplicado nas questões, pode-se inferir que o programa possibilitou aumento, embora em pequena dose, uma vez que não foi aplicado com esta finalidade. Importante ressaltar que é possível que os estudantes melhorem suas capacidades de expor oralmente os processos mentais, desde que sejam desenvolvidos em procedimentos pedagógicos adequados.

A prática de expressar as relações matemáticas não é tarefa fácil porque requer que a pessoa descreva oralmente o pensamento estratégico que elaborou em cada problema e exige uma organização lingüística interna. Os estudantes são propensos a realizar cálculos sem explicação; normalmente a escola não cobra esta atitude, que proporcionaria o desenvolvimento da capacidade metacognitiva (consciência de seus próprios atos).

CAPÍTULO 4

DISCUSSÃO DOS RESULTADOS

Da análise dos gráficos pode-se extrair diversas reflexões acerca do objeto estudado. Acredita-se ser interessante comentar inicialmente a questão do pré-teste dos grupos controle e experimental. O ideal é que não houvesse diferença no pré-teste entre os grupos, no entanto, há que se considerar que as crianças selecionadas deveriam apresentar escores de 0 a 16 pontos num total de 40. A escolha aleatória por sorteio determinou algumas crianças com pontuações ligeiramente maiores no grupo experimental. O fato é que o pós-teste identificou uma melhora significativa deste grupo, mesmo ele tendo apresentado ligeira pontuação maior no pré-teste, ao passo que, o grupo controle não obteve uma porcentagem alta de aumento na pontuação no pós-teste. Os gráficos possibilitam visualizar uma nítida melhora no desempenho do grupo experimental, quando se comparam seus resultados com os do grupo controle, ou mesmo quando se observa a mudança de desempenho dos participantes desse grupo entre o pré e o pós-teste (gráficos 16 e 17, Apêndice F), o que denota, sem dúvida alguma, que a intervenção produziu resultados positivos.

Um ponto fundamental pode ser verificado nos gráficos 12 e 13 (Apêndice F). Os estudantes do grupo experimental apresentaram, no pré-teste, maior heterogeneidade em suas características, ao contrário dos estudantes do grupo controle. Já no pós-teste, como se vê nos gráficos 14, 15, 16 e 17 (Apêndice F), o grupo que passou pela intervenção tornou-se totalmente homogêneo, enquanto que o grupo sem intervenção apresentou maior heterogeneidade. Esta homogeneidade do grupo experimental é um ponto importante, pois indica que a intervenção possibilitou que todos apresentassem progresso, de modo que os alunos passaram a ter características de aprendizagem e condições cognitivas mais semelhantes. Entende-se, portanto, que a instrução fornecida aos estudantes do grupo experimental produziu efeitos benéficos com relação à aprendizagem de resolução de problemas matemáticos.

Os gráficos mostraram no pré-teste pequenas diferenças entre os participantes e, particularmente uma diferença sutil, embora estatisticamente significativa, entre as médias do grupo experimental e do grupo controle. Isto já era esperado mesmo considerando que todas as crianças participantes do estudo tinham a mesma idade (10 anos) e já haviam cursado, no mínimo as 1ª, 2ª e 3ª séries do Ensino Fundamental, pois as capacidades cognitivas dos estudantes são muito diferentes. Conforme afirmam Chi e Glaser (1992) as pessoas se distinguem em seus modos de raciocinar, pensar e também de resolver problemas. É preciso que todos aprendam a partir das capacidades que têm e não esperar que todos sejam iguais.

Estas diferenças podem ser decorrentes de diversos fatores inclusive do sistema de ensino escolar vigente. Nem todos os professores aplicam procedimentos didáticos apropriados para os diversos conteúdos escolares, o que pode indicar a falta de homogeneidade entre o conhecimento dos alunos. A maturidade biológica (neurológica) da pessoa, as experiências de aprendizagem percebidas, as atitudes, valores e condições emocionais envolvidas no processo de aprendizagem ao longo dos anos também exercem influência neste processo.

Ao observar as médias do grupo controle nos dois testes (pré e pós, gráfico 14 , Apêndice F), como também a diferença entre a pontuação média dos dois grupos (gráfico 4, p. 70), pode-se inferir que poucas crianças melhoraram suas capacidades de resolução de problemas, o que indica ser pouco provável que o ensino utilizado pelas professoras das classes tenha surtido efeito de melhora na aprendizagem. Esta mínima melhora pode ser atribuída ao tempo de permanência na escola que, embora apresente um ensino deficitário, possibilitou a alguns estudantes que aumentassem seus conhecimentos, pois certamente os alunos não deixaram de estar expostos a questões problemas matemáticos em sala de aula.

Importante salientar que, apesar da média do grupo controle no pós-teste postergado ter sido superior à média no pós-teste, este aumento não é relevante. Analisando o processo de ensino escolar é possível admitir que com o passar do tempo, no caso do postergado, as crianças tivessem uma melhora em suas capacidades para resolver problemas, porém insignificante, comparando-se com o grupo que obteve a intervenção. Isto parece demonstrar que as atividades aplicadas pelo programa podem ter favorecido a aprendizagem e maximizado a pontuação do grupo experimental. Em contrapartida, os estudantes que ficaram submetidos apenas aos exercícios convencionais das professoras não apresentaram melhora significativa.

É também admissível que no pós-teste postergado os alunos do grupo experimental apresentassem uma queda em seus acertos, mas, apesar da ligeira queda no desempenho, os pontos permaneceram altos. Isso ocorre porque alguns processos cognitivos como a memória, tendem a diminuir com o passar do tempo (STERNBERG, 2000). Os resultados indicam que quando há aprendizagem as capacidades cognitivas permanecem, porém, precisam ser exercitadas a todo instante até que a pessoa se aproprie delas por completo. Nesse sentido, cabe a escola preocupar-se com os processos de ensino de forma a permitir que os conhecimentos possam se sedimentar na estrutura cognitiva dos alunos. Isto requer a solicitação adequada de atividades específicas sobre o conhecimento que se está ensinando e do qual se deseja que seja aprendido.

A análise possibilitou ainda a percepção de transformações cognitivas por parte das crianças. Avaliando o pós-teste e o pós-teste postergado do grupo experimental, nota-se que houve manutenção da aprendizagem. A ligeira queda de pontuação ocorrida no teste postergado do grupo experimental é absolutamente admissível, uma vez que os conhecimentos matemáticos necessitam de um período de tempo considerável para se solidificarem na estrutura cognitiva. O período entre o pós-teste e o postergado não prejudicou acentuadamente esta solidificação, afetando poucos participantes.

Quando se avaliam os mesmos testes (pós e postergado) do grupo controle, é possível inferir que esta aprendizagem não foi tão satisfatória quanto a do outro grupo. Apesar de haver um ligeiro aumento na pontuação estes números continuam baixos indicando que o desempenho ainda não está a contento.

4.1 Discussão sobre o programa de intervenção e a aprendizagem dos estudantes

A análise dos dados da presente pesquisa fundamentou-se nos estudos da Psicologia Cognitiva que estuda o cérebro a partir do exterior levantando hipóteses sobre os mecanismos que geram comportamentos de raciocínio e aprendizagem. A psicologia cognitiva trata principalmente dos estudos científicos dos processos da mente humana, procurando compreender o seu funcionamento. Baseou-se, ainda, em investigações acerca da neurociência que estuda o cérebro a partir do interior. A neurociência cognitiva trata das capacidades mentais mais complexas, como a linguagem, a autoconsciência, a memória. A Ciência neural estuda as representações internas dos eventos mentais.

A Psicologia Cognitiva é a ciência que procura descrever e explicar o conjunto das capacidades cognitivas (capacidades mentais de tratamento da informação) de que dispõem os animais, especialmente os seres humanos. Tem uma abordagem analítica decompondo o sistema cognitivo em subsistemas. Também se esforça por descrever as relações entre os subsistemas e a maneira como o sistema opera na percepção, no reconhecimento, na linguagem, na seleção, na aquisição e na memorização da informação, na organização e na planificação da ação, na avaliação e atribuição de conhecimentos, no raciocínio, na tomada de decisões. Sua metodologia é experimental: examina as performances dos sujeitos em tarefas nas quais se manipula uma ou diversas variáveis, ao mesmo tempo em que se procura prevenir ou controlar toda fonte de artefato proveniente de outras variáveis.

Dos fundadores da psicologia cognitiva herdou-se o conceito de que essa ciência tem a tarefa de analisar os processos cerebrais que intervêm entre o estímulo e o comportamento. Dessa forma, a psicologia cognitiva acredita que considerar o processamento interno e a representação dos eventos mentais é a forma mais adequada de compreender certos mecanismos do cérebro como a aprendizagem.

O desenvolvimento de novas tecnologias de imagem do cérebro possibilitou que neurocientistas cognitivos contribuíssem para a educação. Descobertas recentes da Psicologia Cognitiva e da Neurociência estão possibilitando análises pedagógicas mais profundas.

Neste sentido, buscou-se compreender as capacidades das crianças participantes do estudo e se o modelo de intervenção proposto foi eficiente. A idéia central desta vertente psicológica postula que a maioria dos aprendizes pode aprender bem se for otimizada a instrução que recebem e se lhes for proporcionado o tempo suficiente para aprender. Em se tratando de aprendizagem escolar, isso implica que o professor deve reconhecer como implícitos os seguintes itens: a) os objetivos da instrução devem ser claramente entendidos pelo seu aluno; b) cada aluno deve ter adquirido todos os pré-requisitos necessários para seu sucesso na tarefa de aprendizagem em que está envolvido; c) o estudante deve ser capaz de beneficiar-se da instrução; d) o aluno deve acompanhar a tarefa de aprendizagem tão bem e por tanto tempo quanto necessário para aprender a matéria (VALLET, 1977).

Aos docentes cabe o trabalho de descrever a tarefa, analisá-la e elaborar o arranjo seqüencial ou hierarquizado dos desempenhos que se espera dos aprendizes.

Cada conhecimento humano exige um tipo distinto de providências didático-pedagógicas a serem tomadas pela escola e pelo professor (denominadas condições exteriores aos aprendizes), ao mesmo tempo, exige o acionamento de partes específicas da estrutura cognitiva de quem aprende (condições internas dos aprendizes que levam ao aprendizado. Tanto as condições externas quanto as internas estimulam o aprendizado.

Um problema matemático de enunciado verbal é uma situação que exige a realização de uma seqüência de ações e, concomitantemente, a execução de operações para se obter um resultado. A presente pesquisa estudou os problemas aritméticos do tipo escolar, aqueles mais simples que indicam a execução de um determinado algoritmo. A tarefa de resolução de problemas mais simples deve mobilizar os conhecimentos dos estudantes para que alcancem níveis mais elevados de saberes aplicáveis em situações mais complexas.

A proposta de intervenção pontuou que as crianças participantes do estudo necessitam ler respeitando a norma culta da língua, ou seja, a leitura deve ser realizada corretamente respeitando-se a pontuação. Essa prática favorece o entendimento daquilo que é lido tornando a compreensão mais eficaz e as respostas aos problemas matemáticos mais satisfatórias.

Os estudantes do grupo experimental revelaram ter dificuldades em compreender o significado das expressões *a mais e a menos,* do ponto de vista matemático, reforçando os resultados de pesquisas como a de Garcia (1998), que evidenciaram que os problemas em que os estudantes apresentam mais dificuldades são o de comparação. Conforme relatado no capítulo anterior, os resultados da avaliação do repertório dos estudantes indicaram que algumas crianças conseguiam compreender o significado das sentenças lingüísticas, porém, não sabiam representá-las matematicamente.

A confusão se estabeleceu na diferença existente entre as questões: a) *Paulo tem 12 fotos a mais do que Elias que tem 25, então, quantas fotos tem Paulo? b) Suzana comprou 34 balas e Joana comprou 46. Quantas balas Joana comprou a mais? c) Solange fez 24 pontos em um exame; conseguiu fazer 12 pontos a mais do que Jonas. Quantos pontos Jonas fez?* Para realizar as questões b e c é necessário efetuar uma subtração ao passo que para responder a letra *a* é preciso somar as duas quantidades. Corroborando as investigações de Figueiredo (1985), apoiar-se em palavras-chave não é suficiente para solucionar problemas matemáticos; necessário se faz utilizar o raciocínio adequado a cada caso.

Igualmente, as questões a e c mencionam a expressão *a mais*, entretanto, na primeira é preciso juntar uma quantidade a outra e na terceira necessita-se retirar uma quantidade da outra. Este tipo de pensamento é complexo para algumas crianças, como as do estudo. O programa instrucional demonstrou que aplicações efetivas e direcionadas sobre estas questões podem favorecer e maximizar as capacidades de raciocínio das crianças.

Para estas questões pensar e efetuar um procedimento concreto e icônico para as crianças também é mais difícil. Durante a intervenção percebeu-se que problemas, como o exemplificado na questão c, anteriormente, foram os problemas de comparação mais difíceis e demorados de se compreender e solucionar a contento. No pós-teste, dos problemas comparativos, este foi o que apresentou maior porcentagem de erro.

No início, os alunos demonstravam impaciência ao solucionar as questões. Ao ler, escolhiam qualquer operação e perguntavam: *é de menos, de mais?,* demonstrando estarem condicionados às palavras-chave. Aos poucos foram compreendendo que nem sempre que se usa a palavra *mais* deve-se aplicar uma adição. Aprenderam que é necessário passar pelas etapas de resolução: compreender o enunciado, elaborar e executar um plano. A partir da intervenção foi possível reconhecer que procuravam interpretar a questão proposta, analisando-a e refletindo sobre ela.

A dificuldade esteve principalmente em questões do tipo: *Você ganhou 20 reais e eu ganhei dois a mais, quanto ganhei?* Os estudantes não conseguiam diferenciar operação de adição e subtração.

Os participantes do grupo experimental também apresentaram dificuldade em representar experimentalmente e, principalmente, em apresentar o registro escrito em questões como: *Mamãe deu 3 reais para cada um de seus três filhos. Quantos reais mamãe deu ao todo?* Aqui a dificuldade foi nítida. Muitas crianças (90%) conseguiam compreender que podiam somar as quantidades, mas não entendiam que esta soma podia ser substituída pela operação multiplicativa, demonstrando que não sabiam o que significa multiplicar, neste caso, somar parcelas iguais (3 + 3 + 3 = 9 ou 3 x 3 = 9).

Foto 1- Participantes em situação de ensino manipulando os materiais (dinheiro de papel e botões). Resolução do problema proposto anteriormente.

Situações-problema multiplicativas foram identificadas durante o estudo como as mais difíceis de se compreender sem o uso de material concreto ou figurativo. Este fato é compreensível, visto que, a multiplicação é uma operação mais complexa e abstrata para as crianças.

Os estudantes pareciam ter dificuldades em representar mentalmente estas situações que envolviam multiplicação, mas assim que as entendiam eram capazes de calcular.

O tipo de problema multiplicativo foi o de razão. Neste tipo a “quantidade inicial vai se modificando na medida em que se repete um determinado número de vezes” (TAXA, 2001, p. 62). “Na multiplicação, as crianças têm de identificar um procedimento correto relacionado à operação reconhecendo a função dos dois números envolvidos na operação” (VERGNAUD, 1979, citado por TAXA, 2001, p. 95). Muitos estudantes encontram dificuldade em identificar o operador multiplicativo. Interessante notar que, assim que houve a compreensão, as questões desprovidas de um dado numérico como: p*intei todas as unhas das mãos de 5 moças, quantas unhas pintei?,* foram facilmente assimiladas pelas crianças e realizadas corretamente. Foram capazes de buscar na memória que cada mão tem cinco dedos, por isso, multiplica-se 5 por 10.

No início, os estudantes confundiam as questões multiplicativas com as de divisão, por ter uma aparência semelhante, principalmente nos casos: a) *Pedro vai guardar 12 camisas em 3* *cabides igualmente. Quantas camisas ficarão em cada cabide? b) Se Pedro der 4 reais a cada um de seus 3 filhos, quantos reais ao todo Pedro dará?* A intervenção contribuiu para que as crianças compreendessem a diferença entre estes dois problemas. Existe uma idéia de contrariedade e ao mesmo tempo semelhança. Novamente é necessário entender o raciocínio explícito em cada uma.

Na questão b, alguns alunos entendiam que Pedro iria distribuir 4 reais entre 3 filhos pensando em uma divisão. O programa possibilitou a compreensão da real representação matemática para esta situação. Neste caso, a palavra *cada* contribui para o entendimento da operação correta, mas a operação não deve estar condicionada a palavra e sim ao entendimento do significado da palavra cada.

Da mesma forma, não houve dificuldade por parte de nenhuma criança sobre as questões: *a) Patrícia distribuiu 10 livros em 5 estantes. Quantos livros ficaram em cada estante? b) Patrícia distribuiu 25 livros em 5 estantes de forma que ficou o mesmo número de livros em cada uma. Quantos livros ficaram em cada estante?* A forma de redigir lingüisticamente as duas proposições não dificultou o entendimento dos alunos.

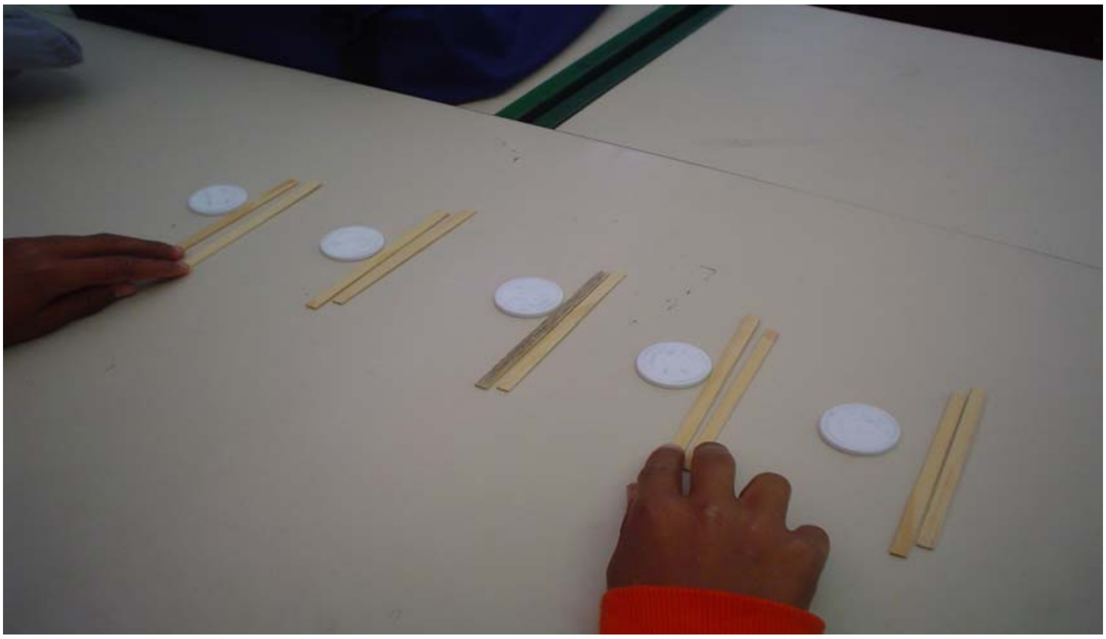


Foto 2 - Criança participante do programa resolvendo a questão-problema anterior sobre divisão

Foto 3 - Criança participante do programa resolvendo questão-problema sobre divisão

Para cerca de 90% das crianças a divisão foi a operação mais fácil de ser compreendida experimentalmente, mas no início não conseguiam transformar a situação real da divisão em representação simbólica matemática, embora soubessem dar o resultado correto. Este fato confirma as pesquisas de Nunes e Bryant (1997) de que a representação simbólica escrita não significa exatamente a operação efetuada mentalmente e na prática. Algumas situações empíricas não podem ser traduzidas literalmente para o registro escrito, por isso, a confusão.

Os resultados indicam que o modelo matemático simbólico precisa ser memorizado, pois não existe relação plausível entre ele e o conceito das operações. O registro escrito é uma forma de expressar a matemática e difere das situações matemáticas práticas cotidianas que as pessoas vivenciam, por isso, muitas pessoas pensam matematicamente, mas não conseguem traduzir este pensamento de forma escrita.

As crianças apresentavam dificuldade na representação matemática, principalmente porque não possuíam o esquema das operações (soma, subtração, multiplicação e divisão). Quando solicitadas a lerem e dizerem o que compreendiam, ou seja, o que a história estava contando, explicavam corretamente, realizando o recontar da história.

A intenção era que as crianças aprendessem a associar a operação correta àquela situação. Por exemplo: *Paula quer colocar 20 balas em 5 potes igualmente, quantas balas ficarão em cada pote?* Manipulando objetos e desenhando elas conseguiam a solução, mas, ao transformar a questão em sentença matemática não conseguiam associar que o mesmo resultado que viram por meio dos objetos era o que deveria dar no quociente da divisão.

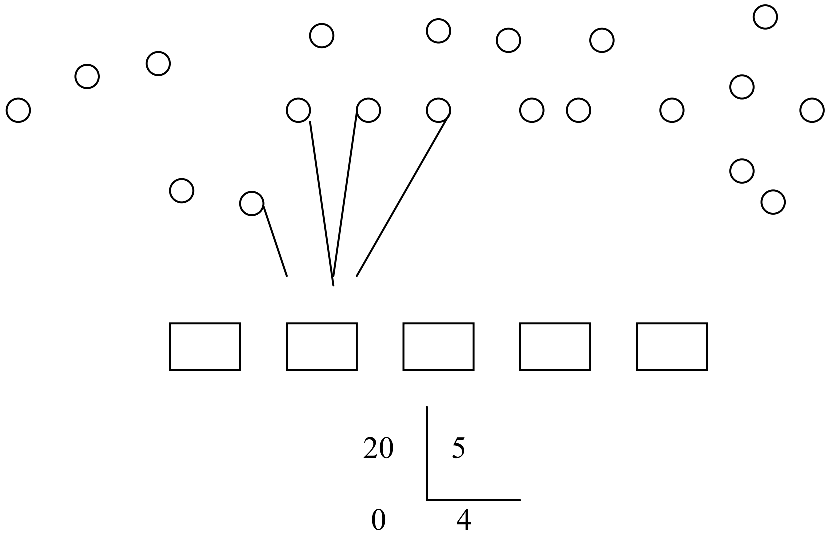


Figura 6 – Representação do enunciado do problema

A sintaxe diferente não proporcionou maiores dificuldades. Quando as questões indicavam o mesmo raciocínio, mas uma ordenação frasal modificada, às vezes causavam alguma confusão nas crianças, embora não tão acentuada. Algumas pesquisas concluíram que quando a redação do enunciado foge ao normal, geralmente dificulta a compreensão (DE CORTE e VERSCHAFFEL, 1987; PARMAR, CAWLEY e FRAZITA, 1996). Isto não foi comprovado em situações como: a) *Marcelo repartiu 24 flores em 3 vasos igualmente. Quantas flores ficaram em cada vaso? b) Se Marcelo repartir 24 flores em 3 vasos igualmente, quantas flores ficarão em cada vaso? c) Marcelo tem 24 flores e precisa reparti-las em 3 vasos igualmente. Quantas flores Marcelo colocará em cada vaso?*

As crianças apresentaram dificuldades na compreensão e representação da parte-todo. Quando solicitada a seguinte resolução: *Coloque 3 balas em cada um destes 2 potes,* eles não encontravam um ação que demonstrasse este enunciado que se refere a pensar da parte para o todo (2 x 3 = 6). A manipulação dos materiais e a discussão entre pesquisadora e crianças fizeram com que aos poucos compreendessem esta ação.

No início do estudo, as respostas escritas também apresentaram certa dificuldade, principalmente nos enunciados dos problemas de comparação*: Paula tem 23 balas, 5 a mais do* *que Fábio. Quantas balas Fábio tem?* A finalidade era que os alunos respondessem: *Fábio tem...a mais*. Algumas crianças apresentaram dificuldade em escrever uma sentença redigida na língua materna, por exemplo: R: *"Tem 18 reais*". Costumavam, no início, apenas colocar o numeral: *R: 22.* Durante a intervenção, os estudantes aprenderam a dar a resposta escrita com certa facilidade. Não houve dificuldade em transferir a resposta matemática em registro escrito. Esta aprendizagem foi satisfatória e percebeu-se que os estudantes, até o momento, não tinham sido ensinados a escrever este tipo de resposta que concordando com Pizani, Pimentel e Zunino (1998) é uma forma de expressão lingüística necessária às pessoas.

"A compreensão da leitura e o desenvolvimento conceitual sobre a operação são alguns dos fatores descritos como intervenientes para a escolha adequada da operação na resolução de problemas" (TAXA, 2001, p. 66). Este estudo reconheceu que, de fato, a maior dificuldade dos estudantes estava nesta questão: identificar qual operação aritmética era necessário aplicar naquelas questões para resolver e responder à pergunta. Isso envolve compreender o enunciado escrito e as relações entre as informações matemáticas que ele expõe.

O programa de intervenção desta pesquisa trabalhou as quatro operações, pois até o presente momento não foi encontrada nenhuma investigação que ensinasse as quatro operações simultaneamente. Os estudantes tiveram de compreender o sentido e o conceito de todas elas.

As crianças não tinham os esquemas das operações aritméticas formados na estrutura cognitiva. Elas não sabiam o que significava adição, subtração, multiplicação e divisão e isso contribuía para a dificuldade em solucionar problemas. Quando a pessoa compreende o que é e para que serve a adição, a subtração, etc consegue aplicá-las em situações cotidianas e escolares.

Os estudantes têm a tendência de compreender melhor os algoritmos e as técnicas operatórias do que os conceitos matemáticos. Vergnaud (1982, citado por VASCONCELOS, 1998) já salientava que o cálculo numérico, que se refere às operações algorítmicas, é mais fácil do que o cálculo relacional que significa as relações mentais realizadas. Para realizar estas relações é necessário ter o entendimento do sentido de cada operação. A compreensão conceitual é mais difícil porque exige compreender o processo que a envolve e não simplesmente a técnica operatória.

A pesquisa corroborou o que Vergnaud (1990, 1996) salienta, que os conceitos que se tem acerca dos fenômenos auxiliam a compreensão da realidade. No estudo percebeu-se que as crianças não dominavam o conceito das operações e isto era um fator causador das dificuldades.

Há indícios de que crianças da escola elementar utilizam métodos informais para resolver problemas (CARPENTER; MOSER, 1982; NUNES; BRYANT, 1997). O uso de métodos informais limita a forma sistematizada da matemática que é exigida pela sociedade, por isso é necessário aprender a sistematizar as informações matemáticas do ponto de vista formal. A dificuldade percebida estava na ausência de um procedimento adequado e uma representação desse procedimento em aritmética, que poderá no futuro, incentivar uma generalização deste conhecimento.

O saber matemático tem um caráter prático. As pessoas são capazes de independentemente da escola realizar raciocínios mentais, pois exercem estes processos no seu dia-a-dia, mas este conhecimento não é suficiente. O mundo atual exige conhecimentos mais avançados e é a escola a instituição que deve proporcionar a sistematização cada vez mais aperfeiçoada da matemática. As representações matemáticas aprendidas pelos alunos neste estudo são procedimentos que a escola deve ensinar.

Se os alunos têm de aprender e saber usar os procedimentos mais formais, primeiro devem perceber a necessidade deles. Isso requer que o professor reconheça que os alunos podem dispor de um método informal para um dado tipo de problema; que o valor desse método informal para a resolução do problema simples seja reconhecido e discutido e que as possíveis limitações do método sejam consideradas, tentando usá-las em problemas de mesma espécie, porém mais difíceis. Sugere-se que, desse modo, o aluno poderá chegar a reconhecer a necessidade de um procedimento mais formal. É necessário procurar meios de ajudar os alunos a desenvolver uma compreensão do próprio procedimento formal.

Durante o programa de intervenção a pesquisadora ensinou os alunos a desenvolverem a metacognição, ou seja, a capacidade que as pessoas têm de analisar sua própria ação, percebendo se a realizou corretamente ou não. A metacognição proporciona a consciência dos atos, auxiliando a pessoa a corrigir seus erros quando ocorrem.

A intervenção contribuiu para que as crianças olhassem mais atentamente para as situações-problema que eram propostas e com o passar do tempo iam percebendo quando erravam e, logo em seguida, pensavam e davam a resposta certa.

4.2 Sobre as capacidades desenvolvidas

4.2.1 A capacidade de acesso ao léxico, à semântica e à sintaxe (linguagem)

A capacidade de decodificar é um propulsor que favorece a habilidade da leitura. A leitura é impulsionada por esta atividade de decodificação. Quanto mais rápida for a identificação de cada palavra, mais resta memória de trabalho[15] a ser dedicada às operações de análises sintática e semântica dos constituintes da frase.

Conforme já discutido, quando não conheciam o significado de uma palavra contida no enunciado, os alunos usavam o dicionário. Durante a intervenção e no pós-teste foi possível reconhecer esta prática observando que sempre que estavam diante de uma palavra desconhecida pesquisavam-na no dicionário, aumentando assim, seu léxico. Os conhecimentos no campo da semântica puderam ser aprimorados, pois os estudantes passaram a compreender melhor as situações-problema propostas, entendendo melhor o contexto das situações. Quanto à sintaxe, conforme já explicitado, os alunos não apresentaram tanta dificuldade, e por isso, o estudo reforçou a compreensão que já tinham a respeito da organização frasal, contrariando as afirmações de Lewis (1989), o qual assevera que quando se modifica a ordem das palavras nos enunciados os estudantes têm dificuldades para compreender a mensagem.

4.2.2 Compreensão do enunciado verbal do problema

A compreensão da leitura envolve uma série de modalidades de processamento da informação (FONSECA, 1995). No caso específico da compreensão de enunciados matemáticos, esta compreensão implica a translação da informação verbal para outra informação que é matemática. Na compreensão de enunciados de problemas matemáticos deve haver o cruzamento das informações verbais com os dados matemáticos. Esta tarefa não é fácil para algumas pessoas, porém não é impossível desde que haja um direcionamento adequado da parte de quem ensina e esforço de quem aprende.

O enunciado escrito do problema matemático possui uma estrutura frasal ordenada lingüisticamente para desencadear um pensamento lógico, um raciocínio matemático. Entender o que está expresso verbalmente, não é difícil para os alunos. Eles eram capazes de reformular a

---

[15] Memória de trabalho se refere à capacidade de memorizarmos aquilo que estamos executando no momento.

questão quando a pesquisadora solicitava, demonstrando que entendiam o que o problema pedia, mas não reconheciam, de antemão, qual representação matemática deveriam utilizar. Exemplo: Ao propor: *Uma biblioteca comprou 64 livros novos e precisa guardá-los em 4 estantes de forma que cada estante fique com a mesma quantidade de livros. Quantos livros ficarão em cada estante?* Os alunos eram capazes de dizer exatamente o que a bibliotecária deveria fazer, mas não eram capazes de traduzir esta mensagem em uma simbolização matemática.

Um fato observado é que nem sempre uma deficiência na linguagem, como por exemplo, leitura lenta, silabada afeta a compreensão das idéias matemáticas contidas nos enunciados dos problemas. Quatro crianças do grupo experimental apresentavam este padrão de leitura, mas isto não prejudicou a aprendizagem proposta, embora continuassem lendo da mesma forma ao final do estudo. Este fato não confirma as idéias de Le Blanc e Weber-Russel (1996) de que a deficiência na linguagem interfere na compreensão do enunciado do problema. É aceitável que em alguns casos esta deficiência acarrete prejuízos, porém, isto não ocorre com todas as pessoas.

Diante desta constatação, é possível refletir sobre o importante e imprescindível papel do ensino escolar da matemática. Este tipo de capacidade de representar simbolicamente é um aprendizado essencialmente escolar. A língua materna e a matemática são sistemas simbólicos que devem ser apreendidos e dominados pelas pessoas e é a escola a instituição recomendável para que estes sistemas sejam apropriados pelos estudantes. Se um estudante finaliza sua educação básica, hoje, sem dominar estes conceitos, provavelmente existiu uma falha do sistema escolar, bem como, em algumas casos, da própria pessoa em desprezar este conhecimento oferecido.

4.2.3 A tradução do enunciado em uma representação matemática (esquemas e representações mentais)

O estudo confirmou as afirmações de Mayer (1992) ao reconhecer que para resolver um problema é necessário que a pessoa tenha informações matemáticas suficientes que dêem conta de permitir ao solucionador o alcance de uma resposta aceitável. Estas informações estão na estrutura cognitiva em forma de representações mentais e esquemas.

As capacidades de formação de esquemas e representação mental eram o foco da intervenção, pois acredita-se que se constituía em dificuldade para os estudantes. Os resultados do estudo evidenciaram que esta capacidade foi aumentada consideravelmente por todos os participantes. Conforme percebido na descrição dos resultados, a maioria dos alunos não obteve a pontuação máxima, acertando 100% dos problemas propostos no pós-teste, mas os pontos indicaram aumento significativo do rendimento. Possivelmente esta capacidade irá se generalizar com o tempo, desde que haja intervenção pedagógica constante, até que os raciocínios necessários para determinadas questões sejam sedimentados na estrutura cognitiva.

O presente estudo corroborou as conclusões de Nesher e Teubal (1975) de que algumas crianças de 3ª e 4ª séries sentem dificuldades em encontrar as relações matemáticas implícitas nos enunciados verbais dos problemas, por isso não conseguem representá-los matematicamente impossibilitando a sua resolução.

Alguns estudos, como os de Nunes e Bryant (1997), asseveram que as crianças devem, antes de adquirir os modelos matemáticos simbólicos (modelos canônicos), aprender a matemática informal, particular de cada um (modelos não canônicos), pois as pessoas, desde pequenas, têm representações lógicas para eventos do cotidiano. De fato, a escola deveria se preocupar com isto, mas ao mesmo tempo, fornecer meios para que os estudantes consigam abstrair esta lógica e transformá-la em elementos mais formais e sistematizados. Certamente isto evitaria possíveis dificuldades durante o processo de aprendizagem.

O estudo aqui desenvolvido teve a preocupação de contribuir para que as crianças já de 4ª série, uma série que demanda este tipo de matemática mais formal, pudessem absorver em seu repertório os conceitos e representações matemáticas em problemas.

Percebeu-se que as crianças não tinham nenhum modelo de como resolver as questões diferente da operação aritmética ainda que sem significado para elas. Apenas três crianças das 72 aplicaram desenhos no pré-teste e apenas uma no pós-teste.

A intervenção se preocupou em mostrar que é possível os estudantes aprenderem o modelo convencional associando-os ao sentido das operações.

4.2.4 O pensamento estratégico

Conforme alguns autores investigaram (MAYER, 1992; POLYA, 1994; POZO, 1998) a tarefa de resolução de problemas matemáticos requer a capacidade de pensar estrategicamente, ou seja, ter cognitivamente um conjunto de elementos que propiciem a formação de uma ou várias estratégias suficientes para resolver a questão.

A proposta de instrução ocorreu apenas com problemas do tipo exercício que são aqueles que já determinam uma "estratégia" em seu enunciado tornando-se mais fáceis para as crianças. Um ponto a refletir é que não se pode afirmar que eles sejam mais fáceis, uma vez que se encontrou várias crianças com dificuldades em sua resolução.

O programa de ensino possibilitou que os participantes aprendessem a encontrar a "estratégia" mais adequada para solucionar os problemas quando ensinou-os a selecionar a operação mais adequada para aquela questão.

A instrução elaborada e implementada nesta pesquisa procurou desenvolver as etapas de resolução de problemas descritas por Polya (1994): 1.Compreender o problema (discutido anteriormente); 2. Elaborar um plano; 3. Executar o plano; 4. Verificar o resultado (escrita da resposta). Quando se elabora um plano realiza-se um procedimento heurístico (analítico) constituído de múltiplas ações, incluindo manipulação de objetos, esquemas, desenhos e foi isto que ocorreu. Planejar as soluções ajuda a pessoa a tomar decisões efetivas e a refletir sobre os processos que utiliza, avaliando-os.

Estas etapas sugeridas por Polya foram resumidas na fundamentação teórica em três fases: 1. Compreensão do enunciado; 2. Execução do plano; 3. Escrita da resposta (verificação).

4.2.5 A escrita correta da resposta

Um dos objetivos do programa foi ensinar as crianças a escrever a resposta correta do problema. Esta atitude apresenta algumas implicações interessantes para o processo de aprendizagem: a) anotar apenas a resposta numérica não é suficiente e limita o pensamento da pessoa; b) escrever a resposta é um item da prática de resolução de problemas; c) ao redigir a resposta "completa", por exemplo: *Quantos ficaram? R.: Ficaram 12.,* a criança faz um exercício de reelaboração mental, retomando aquilo que ela pensou e executou em termos matemáticos; d) ao retornar à pergunta do enunciado, a criança pode pensar sobre o que fez e realizar a metacognição. Esta ação permite que ela perceba se houve algum erro e possa assim corrigi-lo .

O ato de conferir as respostas verificando se elas se aproximam do resultado instrui os alunos a reverem os cálculos e resultados. Esta prática indica certa racionalidade das respostas, atitude típica da matemática.

Apesar da pesquisa não ter o intuito de melhorar as capacidades da linguagem materna e sim da linguagem matemática, ao aprender a escrever a resposta escrita, os estudantes melhoraram suas capacidade de organizar mentalmente uma frase com estrutura sintática correta.

4.3 Uso de materiais manipulativos

A utilização de dinheiros de brinquedo (sem valor) revelou-se um recurso muito atraente. Foi o material que mais chamou a atenção e despertou o interesse das crianças. É possível afirmar que os professores podem fazer uso deste tipo de material constantemente em sala de aula de forma a atrair o interesse e a motivação dos estudantes para a aprendizagem matemática. Em problemas do tipo: *Priscila deu 5 reais para cada um de seus 4 filhos. Quantos reais ela deu ao todo?,* todas as crianças (100%) respondiam oralmente que ela deu 20 reais; no entanto, não sabiam representar a operação por meio do modelo matemático. A utilização do dinheiro de brinquedo durante a intervenção propiciou que os estudantes aprendessem a representar matematicamente o registro das questões propostas e com maior entusiasmo.

Foto 4 - Crianças participantes do programa manipulando dinheiros de papel

As tampinhas e os palitos utilizados também ajudaram as crianças a adquirirem as capacidades. Eles gostavam de manipulá-los e compreendiam melhor quando em contato com eles. Os demais recursos, como a dramatização e representações das situações dos problemas com bichinhos e bonecas não demonstraram muitos efeitos. As crianças desta idade parecem não se interessar por estes eventos como dramatizar cenas e “brincar” com bonequinhos. Durante a intervenção percebeu-se que não ficavam estimulados com estes materiais.

Os materiais concretos são importantes instrumentos que auxiliam a aprendizagem dos alunos, porém nem sempre surtem o efeito desejado (SANTOS, 1998). Assim como Santos, verificou-se que alguns destes materiais como o dinheiro de papel, palitos e tampinhas se revelaram ótimos recursos, já os demais, não se mostraram tão fundamentais enquanto apoio para se ensinar e aprender.

Foto 5 - Criança participante do programa manipulando os objetos utilizados na intervenção.

4.4. A resolução por desenhos (diagramas)

Quando os alunos são estimulados a ilustrar a informação dada pelo problema, têm oportunidade de usar um sistema de representação que lhes é mais familiar e, portanto, mais próximo da situação que desejam modelar. Segundo as pesquisas, como a de Vasconcellos

(1998), o processo de traçar um diagrama leva os alunos a focalizar sua atenção nas relações relevantes do problema. Essa representação mais concreta pode constituir um fundamento sólido para a facilidade na representação em símbolos.

A intervenção propôs alguns momentos em que os alunos tinham de desenhar a situação que liam nos enunciados. Durante o pré-teste não foram identificadas crianças que faziam uso do desenho. Durante o pós-teste três crianças utilizaram desenhos em alguns problemas.

O desenho colaborou para que os alunos entendessem qual operação deveria ser realizada. Esta prática se mostrou satisfatória, pois percebeu-se que contribuiu para a compreensão dos enunciados.

O uso de códigos visuais, desenhos e esquemas permitiram a atenção nos símbolos e operações facilitando a compreensão e a aprendizagem.

A diversificação de procedimentos utilizada na intervenção intensificou a idéia de que em sala de aula os professores devem selecionar um conjunto amplo de recursos, os quais correspondam ao ensino que está sendo proposto de forma a atingir os diferentes estilos de aprendizagem existentes. Aplicar diferentes estilos de ensino seria uma opção interessante para culminar em sucesso de aprendizagem.

A avaliação da intervenção indica que um ensino intensivo focado exatamente as dificuldades das crianças pode melhorar consideravelmente a aprendizagem. É necessário buscar incentivo e estímulos para as crianças.

Um trabalho efetivo deve acontecer desde o início da escolaridade para não criar certos vícios como o de palavras-chave. Crianças com dez anos que apresentam algumas dificuldades em compreensão e resolução de problemas matemáticos são mais difíceis de ensinar porque possuem alguns mecanismos inadequados de busca de resolução.

A prática da resolução de problemas por crianças implica que elas abstraiam a operação aritmética que traduz a ocorrência dos dados apresentados no enunciado. Cabe ao professor a incumbência de ensinar os alunos a interpretarem as questões permitindo que esbocem desenhos, diagramas, imagens mentais, esquemas até que consigam matematizar a questão proposta (VERGNAUD, 1979, citado por TAXA, 2001). “A construção do conhecimento matemático é um processo complexo e não é desenvolvida apenas por meio de alguns procedimentos metodológicos e sim por uma variedade deles” (VERGNAUD, 1981, citado por TAXA, 2001, p. 210).

Apesar da importância dos recursos externos, apreender a matemática não depende apenas da boa utilização de recursos pelo docente. É necessária a existência de certas funções cerebrais como a atenção, a concentração, a memória, os esquemas e as representações mentais. A matemática é simbólica e requer processamento interno das operações.

As tendências atuais da disciplina Matemática enfatizam que se deve considerar quais capacidades estão envolvidas nos processos de aprendizagem dos conteúdos; dessa forma precisa-se optar em trabalhar intervenções sistemáticas que potencializem estas capacidades.

Descobrir meios para solucionar desafios exige a capacidade de planejar a execução. Além disso, os problemas matemáticos escolares requerem a utilização de signos que façam parte do repertório cognitivo dos estudantes e também a utilização de relações entre a informação escrita e as informações matemáticas que se tem. Se o aluno não dispõe na memória destas informações não terá condições de resolver, por isso o programa de ensino desta pesquisa se preocupou com estes aspectos e orienta que os métodos de ensino selecionados pelos professores culminem para atingir estas metas.

Importante finalizar esta sessão comentando sobre a atividade de leitura e interpretação de textos narrativos realizada como primeira etapa do programa de intervenção. Ficou claro que para as crianças aprenderem a resolver problemas aritméticos escritos, o investimento em tarefas de textos não matemáticos não influi diretamente no desenvolvimento das capacidades necessárias para resolução de problemas. Os procedimentos a serem usados para os problemas podem ser específicos não exigindo o desenvolvimento de outros tipos de textos. Acredita-se que atividades de leitura e compreensão de vários tipos de textos devam permear todo o trabalho pedagógico, porém, não influenciam diretamente a aprendizagem de resolução de problemas matemáticos.

Após serem analisados e discutidos alguns pontos cruciais da investigação, o próximo capítulo expõe algumas reflexões na tentativa de esclarecer as idéias que se tem acerca da prática de ensinar e das dificuldades apresentadas por estudantes durante este período.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

A aprendizagem é um processo complexo que faz parte da vida humana. Todas as pessoas aprendem. Mesmo aquelas com distúrbios neurológicos, com estilos e ritmos diferentes são capazes de adquirir conceitos, técnicas e destrezas. Algumas podem apresentar certas dificuldades em determinadas áreas como as crianças deste estudo, mas são dificuldades, passíveis de controle.

Além das potencialidades internas necessárias para a aprendizagem, há a exigência das condições exteriores que são imprescindíveis e podem suscitar a ativação das unidades cognitivas necessárias para o aprendizado.

Para aprender a pessoa processa a informação. Neste caso preocupar-se com a forma de aprendizagem dos estudantes é uma atitude sensata dos professores em preparar meios e condições satisfatórias de ensino. Se os estudantes organizam as informações aprendidas, os professores podem ajudar suas aprendizagens dando-lhes informações organizadas.

A sugestão é que os professores se empenhem em conhecer os condicionantes da aprendizagem que permitam orientá-los nas suas escolhas e decisões didáticas. Sendo assim, é conveniente estudar as questões psicológicas, os níveis de desenvolvimento, os estilos de aprendizagem, as estratégias de ensino e tantas outras questões importantes. Quanto mais o ensino estiver apropriado menor as chances de desenvolver dificuldades nos aprendizes.

Muitas vezes os professores resistem em compreender que são seus métodos que não proporcionam aprendizagem para uma porcentagem de seus alunos e reforçam a idéia de que estas crianças têm distúrbios e necessitam de atendimento especial extraclasse. A maioria destas crianças consegue aprender com atendimento especial dentro da própria sala de aula, pois no momento em que os professores e a escola adaptam-se aos alunos com necessidades educacionais especiais está se realizando o processo de inclusão escolar.

É notável a diferença entre ensinar crianças em pequenos grupos, como foi o caso desta pesquisa e ensinar uma sala com cerca de trinta e cinco alunos. Logicamente os resultados serão menores quando o contingente for maior, mas não é impossível obter progresso. A pontuação do pós-teste e do postergado do grupo controle pode demonstrar esta premissa.

Todo profissional quer ver bons frutos de seu trabalho. Cada vez mais aparecem propostas de melhores práticas educativas e os resultados podem ser medidos por meio das atividades dos meninos e meninas. São eles que determinam, de certa forma, a prática docente, permitindo aos professores refletirem sobre as ações que realizam, quando estão boas, quando estão ruins e quando precisam melhorar.

É inegável que o controle consciente desta prática é difícil de ser realizado, pois o exercício docente é complexo e possui muitas variáveis intervenientes. Mas este controle de variáveis também não é impossível e requer a interpretação de instrumentos teóricos que auxiliem os professores a compreenderem o que acontece em aula e durante o processo de aprendizagem dos seus alunos.

É mister entender a função social do ensino e o conhecimento de como se aprende para que as intervenções pedagógicas sejam as mais adequadas possíveis. O planejamento da prática docente é essencial e dele devem fazer parte as intenções educativas que a escola e o professor desejam incluindo os alunos que apresentam ou podem apresentar sintomas de dificuldades.

Se os professores percebem que seus métodos não atingem todos os estudantes, cabe a eles a tarefa de preparar outros modelos que possam instigar a aprendizagem. Tanto ensinar (prática docente) quanto aprender (prática discente) exige certa dose de esforço, mas as crianças têm menos consciência que os adultos da importância de adquirirem conhecimentos, por isso, aos professores e à família cabe a responsabilidade de não medir esforços no intento de proporcionar saberes úteis às crianças e jovens.

Sabe-se que não bastam as boas intenções dos professores. Hoje eles também são vitimados pela política educacional do país que é excludente. O poder público é um dos responsáveis pelos problemas da educação escolar. As intervenções pedagógicas dos professores normalmente são guiadas pela ideologia imposta pelas autoridades educacionais.

Não se pode aceitar esta situação passivamente. É preciso dar atenção à diversidade entendendo quais modelos de ensino atendem à diversidade de alunos que se tem. Este caminho é difícil para os profissionais da educação, no entanto, somente este pode ser vislumbrado: ter conhecimentos teóricos e técnicos de como potencializar as capacidades das crianças e jovens, principalmente daqueles que vêm apresentando certas dificuldades.

Algumas dificuldades podem estar relacionadas às atitudes que os estudantes têm com os objetos de aprendizagem. Algumas propostas indicam que é prudente eliminar as circunstâncias aversivas com relação aquilo que se aprende e acentuar as estimulantes. As atitudes negativas com relação à matemática normalmente acontecem quando há situações de ensino precário e uso de métodos de ensino eficazes. As atitudes de rejeição e indiferença dos professores frente à matemática também contribuem com a aprendizagem deficiente.

A matemática escolar deve assegurar a todos, principalmente para aqueles com mais dificuldades, que aprendam a matematizar os eventos do cotidiano das pessoas, ou seja, relacionar os aspectos da realidade aos elementos matemáticos. É preciso considerar que é papel da escola formalizar os conhecimentos informais e matematizar os elementos do mundo real em sistemas de convenção.

Ao professor cabe a tarefa de orientar as atividades das crianças realizando a mediação adequada ao gerar questionamentos e solicitar explicação dos alunos sobre suas ações. Assim, permite-se o desenvolvimento das capacidades que certamente impedirão a origem de dificuldades de aprendizagem.

Os professores devem refletir constantemente sobre sua prática pedagógica avaliando as circunstâncias para adaptarem pressuposições teóricas à realidade. Certamente um contingente menor de crianças com dificuldades aparecerão nas escolas, à medida que os profissionais assumirem uma postura dinâmica de permanente busca de reorientação e solução para os problemas. A intervenção pedagógica em sala de aula que segue estes princípios pode ter sucesso, pois agirá em caráter de prevenção.

A prática da resolução de problemas não deve ser entendida como algo mecânico de ações repetitivas e sim como uma prática criativa, reflexiva que dota as pessoas de capacidades para pensar logicamente, de forma independente e corajosa.

A tese apresentada mostrou que uma proposta de ensino organizada é capaz de melhorar a aprendizagem das crianças que por ora estejam passando por dificuldades. A proposta de um ensino baseado em estratégias cognitivas poderá ser bem vinda na medida em que encontre suas possíveis aplicações no contexto de sala de aula e possibilite a ampliação dos saberes dos alunos durante o processo de ensino e aprendizagem de problemas matemáticos.

Acredita-se que outras pesquisas possam ser realizadas sobre os aspectos inerentes à aprendizagem escolar no âmbito das dificuldades escolares e do conhecimento matemático que, até o presente momento, são considerados obscuros em muitos aspectos, principalmente no que diz respeito ao funcionamento cognitivo.

REFERÊNCIAS

ALMEIDA, L. S. *Teorias da inteligência*. Porto: Edições Jornal de Psicologia, 1988 a.

______. *O Raciocínio diferencial dos jovens*. Porto: Instituto Nacional de Investigação Científica, 1988 b.

ANGHILERI, J. Language, arithmetic, and negotiation of meaning. *For the Learning of Mathematics,* v. 15, n. 3, p. 10-14, 1995.

ARAÚJO, I. R. O. de. *A utilização do lúdico para auxiliar a aprendizagem e desmistificar o ensino da matemática*. 2000. Dissertação (Mestrado em Educação). Faculdade de Educação, PUC, Rio Grande do Sul.

BAEK, J. Children's invented algorithms for multidigit multiplication problems. In: MORROW, L.; KENNEY, M. *The teaching and learning of algorithms in school mathematics.* USA: National Council of Teachers of mathematics, p.69-77, 1988.

BARTLETT, F.C. *Remembering.* Cambridge England: Cambridge University Press, 1932.

BAUMANN, J. F. Effect of ideational prominence on children reading comprehension of expository prosses. *Journal of reading behavior,* v. 13, p. 49-56, 1984.

BORBA, R.; SANTOS, R. B. Investigando a Resolução de Problemas de Estruturas Aditivas com Crianças de 3ª Série. In: *Tópicos Educacionais*, UFPE, 1999.

BRANDÃO, A. C. P.; SPINILLO, A. G. *Aspectos gerais e específicos na compreensão de textos.* Dissertação. 1998. (Mestrado em Educação). Faculdade de Educação, UFPE, Recife.

BRASIL. Instituto Nacional de Pesquisas Educacionais (INEP). Brasília, MEC, 2005. Disponível em: <http://www.inep.gov.br>. Acesso em: 5 jun. 2006.

BRASIL. Instituto Nacional de Pesquisas Educacionais (INEP). Brasília, MEC, 2005. Disponível em: <http://www.inep.gov.br>. Acesso em: 20 out. 2006.

BRASIL. Instituto Nacional de Pesquisas Educacionais (INEP). Brasília, MEC, 2007. Disponível em: <http://www.inep.gov.br>. Acesso em: 25 abr. 2007.

BRITO, M.; FINI, L.; GARCIA, V. Um estudo exploratório sobre as relações entre o raciocínio verbal e o raciocínio matemático. *Proposições*, Campinas, v.1, n.13, p.37-44, 1994.

BROWN, C. *The teaching of secondary mathematics.* Nova York: Harper e Bross, 1953.

CAMPOS, M. L. A rotulação de alunos como portadores de distúrbios ou dificuldades de aprendizagem: uma questão a ser refletida. In: *Série Idéias,* n. 28. São Paulo, FDE/SEE, 1997.

CARPENTER, T, et al. Solving word problems: results and implications from national assessment. *Arithmetic Teacher*, v. 28, p. 8-11, 1980.

CARPENTER, T., P.; MOSER, J., M. The Development of Addition and Subtraction Problem-Solving Skill. In: CARPENTER, J. MOSER, J.; ROMBERG, T. (Orgs.). *Addition and Subtracion*: a Cognitive Perspective. Hillsdale, NJ: Erlbaum, p. 9-24, 1982.

CARPENTER, T., P.; et al. Models of problem solving: a study of kindergarten childrens problem-solving processes. In: *Journal for Research in Mathematics Education,* v. 24, n. 5, p. 428-441, 1993.

CARRAHER, T..N.; et al. *Na vida dez, na escola zero.*10. ed. São Paulo: Cortez, 1995.

CENTRO de Pesquisas Literárias, PUC-RS. *Guia de leituras para alunos de 1° e 2° graus.* São Paulo: Cortez, 1989.

CHI T. H. M.; GLASER R. A capacidade para solução de problemas. In: STERNBERG, R. *As capacidades intelectuais humanas:* uma abordagem em processamento das informações. Porto Alegre: Artes Médicas, 1992.

CIASCA, S. M. (Org.). *Distúrbio de aprendizagem: proposta de avaliação interdisciplinar*. São Paulo: Casa do Psicólogo, 2003.

COLL. C.; MARTÍN, E. (Org.). *Aprender conteúdos e desenvolver capacidades.* Porto Alegre: Artes Médicas, 2004.

COLL, C.; et al. *Os conteúdos na reforma* – ensino e aprendizagem de conceitos, procedimentos e atitudes. Porto Alegre: Artes Médicas, 2000.

COLL, C.; PALÁCIOS, J.; MARCHESI, A. (Orgs). *Desenvolvimento psicológico e educação:.* psicologia da educação. Porto Alegre: Artes Médicas Sul, 1996.

CONDEMARIN, M.; et al. *Oficina de linguagem.- módulos* para desenvolver a linguagem oral e escrita. São Paulo: Moderna, 1997.

DANYLUK, O. *Alfabetização matemática:* as primeiras manifestações da escrita infantil. 2. ed. Porto Alegre: Sulina, 2002.

DE CORTE, E.; VERSCHAFFEL, L. The effect of semantic structure on first graders' strategies for solving asstion and subtraction wird problems. In*: Journal for Research in Mathematics Education*. v. 18, n. 5, p. 363-381, 1987.

DE LUCA, V. The effect of text structure on comprehension of technological concepts. In: *Journal of Industrial Teacher,* v. 28, n. 4, p. 64-71, 1991.

DOCKRELL, J.; MCSHANE, J. *Crianças com dificuldades de aprendizagem: uma abordagem cognitiva*. Porto Alegre: Artes Médicas, 2000.

ECHEVERRÍA, M., D. P., P.; POZO , J., I. Aprender a resolver problemas e resolver problemas para aprender. In: POZO, J., I. (Org.) *A solução de problemas: aprender a resolver, resolver para aprender.* Porto Alegre: Artmed, 1998.

FIGUEIREDO, A. M. C. *Resolução de problemas de matemática na escola de 1º grau e o uso de "palavras-chaves" como método de ensino.* 1985. Dissertação (Mestrado em Educação), Faculdade de Educação, Recife: UFPE.

FONSECA, V. da. D*ificuldades de aprendizagem.* 2.ed. Porto Alegre: Artes Médicas, 1995.

FREITAS. N. K. Representações mentais, imagens visuais e conhecimento no pensamento de Vygotsky. In: *Ciência & Cognição,* v. 6, p. 109-112, 2005.

FUCHS, L. S.; FUCHS. D. Mathematical problem-solving profiles of students with mathematics disabilities with and without comorbid reading disabilities. In: *Journal of learning disabilities.* v. 35, n. 6, p. 481-576, 2002.

GARCÍA, J. N. *Manual de dificuldades de aprendizagem: linguagem, leitura, escrita e matemática.* Porto Alegre: Artes Médicas, 1998.

GARGIULO, R. M. *Special education in contemporary society: a introduction to exceptionality*. Belmont: Wadsworth. Cap. 6, p. 199-261, 2003.

GARNICA, A. V. M. *A interpretação e o fazer do professor de matemática*: um estudo sobre a possibilidade do exame hermenêutico na Educação matemática. 1992. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática), Faculdade de Educação, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro.

GERBER, A. *Problemas de aprendizagem relacionados à linguagem:* natureza e tratamento. Porto Alegre: Artes Médicas, 1996.

GRAVES, M. F.; COOKE, C. L.; LA BERGE, M. J. Effects of previewing difficult short stories on low ability junior high scholl students comprehension, recall and attitudes. In: *Reading research quarterly,* n. 28, p. 262-276, 1983.

HALLAHAN, D. P. *Exceptional learners: introduction to special education*. 8. ed. Massachusetts: Allyn and Bacon. Cap. 5, p. 159-201, 2000.

HANSEN, J; PEARSON, P. D. An instructional study: Improving the inferencial comprehension of good and poor forth-grade readers. In: *Journal of Education Psychology,* n. 75, p. 821-829, 1983.

HENLEY, M. *Characteristics of and strategies for teaching students with mild disabilities*. 3. ed. Massachusetts: Allyn and Bacon. Cap. 4, p. 130-175, 1999.

JOSÉ, E. da A.; COELHO, M. T. *Problemas de aprendizagem.* São Paulo: Ática, 1999.

JOHNSON, D. J.; MYKLEBUST, H. R. *Distúrbio de aprendizagem: princípios e práticas educacionais.* São Paulo: Pioneira/Edusp, 1983.

KAMII, C. *A criança e o número*. 11.ed. Campinas: Papirus, 1990.

KITCHER, P. T*he nature of mathematical knowledge.* New York: Oxford University Press, 1984.

KAPUT, J.; WEST, M. M. Missing-value proportional reasoning problems: factors affecting informal reasoning patterns. In: HAREL, G.; CONFREY, J. (Orgs). *The development of multiplicative reasoning in the learning of mathematics.* New York: State Univerity of New York Press, p. 389-397, 1994.

KLAUSMEIER, H. J.; GOODWIN, W. *Manual de psicologia educacional* - aprendizagem e capacidades humanas*.* São Paulo: Harper & Raw, 1977.

KOUBA, V., L. Children's solution strategies for equivalent set multiplications and division word problems. In: *Journal forResearch in Mathematics Education.* v. 20, n. 2, p. 147-158, 1989.

LE BLANC, M.; WEBER-RUSSEL, S. Text integration and mathematical connections*:* a computer model of arithmetic word problem solving. In: *Cognitive Science,* v. 20, n. 3, p. 357-407, 1996.

LERNER, D. Z. *A Matemática na escola*: aqui e agora. 2. ed. Porto Alegre: Artes Médicas, 1996.

LEWIS, A. B. *Training students to represent arithmetic word problems.* In: *Journal of Educational Psychology*, n. 81, p. 521-531, 1989.

LEYMONE, G.; TREMBLAY, C. Addition and multiplication: problem-solving and interpretation of relevant data. In: *Educational Studies in Mathematics.* v. 17, n. 2, p. 97-123, 1986.

MACHADO, A. P. *Do significado da escrita matemática na prática de ensinar e no processo de aprendizagem a partir do discurso de professores*. 2003. Tese (Doutorado em Educação Matemática) Faculdade de Educação. Universidade Estadual Paulista. Rio Claro.

MAJOR, Suzane. *Dificuldades de aprendizado: jogos e atividades.* Santos(SP), 1990.

MALTA, I. Sobre um método não tradicional para aprender cálculo. In: CARVALHO, L.M.; GUIMARÃES, L. C. (Org.). *História e Tecnologia no Ensino de Matemática*, vol. 1. Rio de Janeiro: IME-UERJ, p. 179-186, 2003.

MAYER, R. E. *Thinking, problem solving, cognition.* New York: W. H. Freeman and Company, 1992.

MAYER, R. E. A capacidade para a matemática. In: STERNBERG, R. *As capacidades intelectuais humanas:* uma abordagem em processamento das informações. Porto Alegre: Artes Médicas, 1992.

MILLER, S.; MERCER, C. Using a graduated Word problem sequence to promote problem-solving skills. In: *Learning disabilities and practice,* v. 8, n. 3, p. 169-174, 1983.

MORAIS, A. M. P. *Distúrbio de aprendizagem*: uma abordagem psicopedagógica*.* 9. ed. São Paulo: Edicon, 1997.

MORAIS, J. *A arte de ler.* São Paulo: Editora da Universidade Estadual Paulista, 1996.

NESHER, P.; TEUBAL, E. Verbal cues as an interfering factor in verbal problem solving. In: *Educational Studies in Mathematic,* .n. 6, p. 41-51, 1975.

NUNES, T.; BUARQUE, L; BRYANT, P. *Dificuldades na aprendizagem da leitura: teoria e prática.* 3. ed. São Paulo: Cortez, 2000. (Questões da nossa época).

NUNES, T; BRYANT, P. *Crianças fazendo matemática.* Porto Alegre: Artes Médicas, 1997.

OAKHILL J. Inferencial and memory skills in children's comprehension of stories. In: *British Journal of Educacional Psycology,* n. 54, p. 31-39, 1984.

PACHECO, D. *A compreensão da leitura e resolução de problemas matemáticos*: um estudo com professores e alunos do laboratório de aprendizagem da secretaria municipal de Educação de Porto Alegre. 2000. Dissertação (Mestrado em Educação), Faculdade de Educação, PUC, Rio Grande do Sul.

PARMAR, R. S.; CAWLEY, J. F.; FRAZITA, R. R. Word problem-solving by students with and without mild disabilities. In: *Exceptional children*, Dallas, Texas v. 62, n. 5, p. 415-429, Ago.1996.

PASSERI, S. M. R. R. A psicopedagogia nos distúrbios e dificuldades de aprendizagem. In: CIASCA, S. M. (Org.). *Distúrbios de aprendizagem:* proposta de avaliação interdisciplinar. São Paulo: Casa do Psicólogo, p. 165-185, 2003.

PIMM, D. Mathematics classroom language: form, function and force. In BIEHLER, R.; et al. *Didactics of Mathematics as a Scientific Discipline.* Dordrecht: Kluwer, 1994.

PIZANI, A. P. de, PIMENTEL, M. M. de, ZUNINO, D. L. 7 (1998). *Compreensão da leitura* e expressão escrita. 7. ed. Porto Alegre: Artes Médicas. edufscee@power.ufscar.br

POLYA G. *A arte de resolver problemas:* um novo enfoque do método matemático. Rio de Janeiro: Interciência, 1994 (original publicado em 1975).

POZO, J. I. (Org). *A solução de problemas: aprender a resolver, resolver para aprender.* Porto Alegre: Artmed, 1998.

RILEY, M. S.; GREENO, J. G.; HELLER, J. I. Development of children's problem-solving ability. In. GINSBERG, : H. P .; et al. *The development of mathematical thinking*. New York: Academic press, p. 153-196, 1983.

ROSENTHAL, D. J. A.; RESNICK, L. B. Children´s solution processes in arithmetic word problems. In: *Journal of Educational Psychology.* . v. 66, n. 6, p. 817-825, 1974.

SANTOS, J. A. *Criança e literatura*: desenvolvimento da compreensão e do gosto pela leitura. 2002. Tese (Doutorado em Educação). Centro de Educação e Ciências Humanas, UFSCar, São Carlos.

SANTOS, R. B. dos. *Investigando contextos de utilização de materiais concretos como auxiliares na resolução de problemas matemáticos com estruturas aditivas*. 1998. Dissertação (Mestrado em Educação). Faculdade de Educação, UFPE, Recife.

STEFFENSEN, M. S.; JOAG-DEV, C.; ANDERSON, R. Acrooscultural perspective on reading comprehension. In: *Reading research Quartely,* n. 15, p. 10-29, 1987.

STERNBERG, R. *Psicologia cognitiva.* Porto Alegre: Artes Médicas Sul, 2000.

TAXA, F. de. O. S. *Problemas multiplicativos e processos de abstração em crianças na 3ª série do Ensino Fundamental.* 2001. Tese (Doutorado em Educação). Faculdade de Educação Campinas: Unicamp, Campinas.

TOLEDO, Mauro; TOLEDO, Maria. *Didática da matemática.* São Paulo: FTD, 1997.

VALETT, R. E. *Tratamento de distúrbios da aprendizagem:* manual de programas pscioeducacionais. São Paulo: EPU, 1977.

VASCONCELOS, L. Problemas de adição e subtração: modelos teóricos e práticas de ensino. In: SCHLIEMANN, A.; CARRAHER, D. W. (Orgs). *A compreensão de conceitos aritméticos:* ensino e pesquisa.*Campinas*, SP: Papirus, 1998.

VERGNAUD, G. Multiplicative conceptual field.: what and why? In: HAREL, G.; CONFREY, J (Orgs). *The development of multiplicative reasoning in the learning of mathematics.* New York: State University of New York Press, p. 389-397, 1994.

VERGNAUD, G. A trama dos campos conceituais na construção dos conhecimentos. In: *Revista do GEMPA,* Porto Alegre, n. 4, p. 9-19, 1996.

VERGNAUD. G. La théorie des champs conceptuels. Recherches en Didactique des Mathématiques, v. 10, n. 23, p. 133-170, 1990.

VIEIRA, E. *Intervenção psicopedagógica na fase de representação mental em resolução de problemas matemáticos.* 1999. Tese (Doutorado em Educação). Faculdade de Educação, PUC, Porto Alegre, RS.

WEARNE, D.; HIERBERT, J. Constructing and using meaning for mathematical Symbols: the case of decimal fractions. In: HIERBERT, J.; BEHR, M.(Orgs). *Numbers concepts and operations in the middle grades.* Virginia: Laurence Erlbaum Associates, p. 220-235, 1998.

WINSLOW, C. Coherence in theories relating Mathematics and Language. In: *Humanistic Mathematics Network Journal*, Claremont, CA, n. 22, p .339, April, 2000.

ZENTALL, S. S. Fact-retrieval automatization and math problem solving by learning disabled, attention-disordered, and normal adolescents. In: *Journal of Educational Psychology,* v. 82, n. 4, p. 856-86, 1990.

APÊNDICE A - Protocolo de operações aritméticas elaborado para seleção dos participantes

Participante:_____________________________________ Data:__________

Resolver:

3 4	4 6	8 7	1 3 2	2 9 5
+ 2 3	+ 6 7	+ 4 5	+ 4 9	+ 1 4 8

2 3 4	5 6 4	1 2 8	3 5 7	3 0 2
_ 4 9	_ 2 4 8	_ 3 7	_ 1 8 6	_ 2 3 8

7 2	2 6	1 3 6	2 0 4	1 8 6
x 5	x 4	x 3	x 7	x 6

4 5 | 5

7 2 | 8

2 3 4 | 4

3 2 6 | 7

1 3 5 | 3

APÊNDICE B - Protocolo de problemas matemáticos elaborado para seleção dos participantes

Participante:_____________________________________ Data:_______

Leia com atenção as situações propostas e solucione-as:

1. Márcia comprou 18 caixas de lápis de cor contendo 5 lápis em cada caixa. Quantos lápis, ao todo, Márcia comprou?

Resposta:

2. Jorge ganhou em uma partida de bola de gudes 63 bolas. Ele ganhou 15 a menos do que Marcelo. Quantas bolas Marcelo ganhou?

Resposta:

3. Davi e Marcos fazem coleção de super tazos. Davi tem 57 tazos e seu primo Marcos tem 25 tazos. Quantos tazos Davi tem a mais do que Marcos?

Resposta:

4. Fabiana quer colocar 84 flores em 4 vasos igualmente. Quantas flores ficarão em cada vaso?

Resposta:

5. Silvia e Guilherme colecionam selos. Silvia tem 25 selos e Guilherme tem 14. Quantos selos Guilherme tem a menos que Silvia?

Resposta:

6. O guarda-roupas de papai tem 5 camisas penduradas em cada cabide. O total de cabides é 12. Quantas camisas papai tem no guarda-roupas?

Resposta:

7. Minha avó tem 62 anos e minha mãe tem 19 anos a menos do que ela. Qual a idade da minha mãe ?

Resposta:

8. Tenho 7 pacotes de bolacha. Há 14 bolachas em cada pacote. Quantas bolachas você acha que eu tenho?

Resposta:

9. Marcela quer distribuir 348 reais igualmente entre suas duas sobrinhas. Quantos reais cada sobrinha vai ganhar?

Resposta:

10. Rosana fez 44 bandeirinhas de São João e sua prima Talita fez 23 a mais do que ela. Quantas bandeirinhas Talita fez?

Resposta:

11. Lavei todas as rodas de 8 carros. Quantas rodas lavei ao todo?

Resposta:

12. Andréa leu em uma semana 15 livros e sua irmã leu 26. Quantos livros Andréa leu a menos que sua irmã?

Resposta:

13. Rafael tem 9 cestas. Se ele colocar 8 pães em cada cesta, quantos pães estarão ao todo nas cestas?

Resposta:

14. Preciso guardar 124 copos em 4 prateleiras de forma que cada prateleira fique com a mesma quantidade de copos. Quantos copos ficarão em cada prateleira?

Resposta:

15. Na casa da vizinha de Helena existe um pé de laranja. Helena e sua vizinha Juliana subiram no pé e tiraram todas as laranjas maduras. Helena colheu 56, ela colheu 23 a mais do que sua vizinha Juliana. Quantas laranjas Juliana colheu?

Resposta:

16. Bianca tem uma coleção de livros. Para separar seus 96 livros em 4 estantes, sendo que cada estante fique com o mesmo número de livros, quantos livros Bianca deverá colocar em cada estante?

Resposta:

17. Em um campeonato na escola X, Silvana fez 95 pontos em um jogo, conseguindo fazer 31 pontos a menos do que sua amiga Natália. Quantos pontos Natália fez?

Resposta:

18. Minha professora tem 6 alunos a mais do que a professora do meu irmão que tem 35. Quantos alunos tem minha professora?

Resposta:

19. Se eu comprar 75 balas e distribui-las em 5 potes com a mesma quantidade em cada pote, quantas balas terei em cada pote?

Resposta:

20. Patrícia leva três dias a menos do que Luana para ler um gibi. Que dia Patrícia terminará a leitura se Luana terminou dia 15?

Resposta:

APÊNDICE C - Protocolo de problemas matemáticos formulados para o pré-teste dos alunos participantes

Participante:______________________________________ Data:_______

Leia com atenção as situações propostas e solucione-as:

1. Suzana comprou 12 caixas de lápis de cor contendo 6 lápis em cada caixa. Quantos lápis, ao todo, Suzana comprou?

Resposta:

2. Joel ganhou em uma partida de bola de gudes 43 bolas. Ele ganhou 18 a menos do que André. Quantas bolas André ganhou?

Resposta:

3. Dudu e Miguel fazem coleção de super tazos. Dudu tem 31 tazos e seu primo Miguel tem 19 tazos. Quantos tazos Dudu tem a mais do que Miguel?

Resposta:

4. Fábio quer colocar 24 flores em 3 vasos igualmente. Quantas flores ficarão em cada vaso?

Resposta:

5. Suelen e Pedro colecionam selos. Suelen tem 25 selos e Pedro tem 14. Quantos selos Pedro tem a menos que Suelen?

Resposta:

6. O armário de mamãe tem 4 blusas penduradas em cada cabide. O total de cabides é 13. Quantas blusas mamãe tem no armário?

Resposta:

7. Minha mãe tem 42 anos e minha tia tem 14 anos a menos do que ela. Qual a idade da minha tia?

Resposta:

8. Tenho 3 pacotes de bolacha. Há 15 bolachas em cada pacote. Quantas bolachas você acha que eu tenho?

Resposta:

9. Marcelo quer distribuir 272 reais igualmente entre seus dois filhos. Quantos reais cada filho vai ganhar?

Resposta:

10. Rosângela fez 23 bandeirinhas de São João e sua irmã Rose fez 19 a mais do que ela. Quantas bandeirinhas Rose fez?

Resposta:

11. Lavei todas as rodas de 4 carros. Quantas rodas lavei ao todo?

Resposta:

12. Paulo leu em uma semana 18 livros e sua irmã leu 22. Quantos livros Paulo leu a menos que sua irmã?

Resposta:

13. Marcos tem 8 cestas. Se ele colocar 6 pães em cada cesta, quantos pães estarão ao todo nas cestas?

Resposta:

14. Preciso guardar 72 pratos em 6 prateleiras de forma que cada prateleira fique com a mesma quantidade de pratos. Quantos pratos ficarão em cada prateleira?

Resposta:

15. Na casa da avó de Luciana existe um pé de manga. Luciana e sua irmã Renata resolveram subir no pé e tirar todas as mangas maduras. Luciana colheu 34, ela colheu 16 a mais do que sua irmã Renata. Quantas mangas Renata colheu?

Resposta:

16. Amanda possui uma coleção de brinquedos. Para separar seus 87 brinquedos em 3 caixas, sendo que cada caixa fique com o mesmo número de brinquedos, quantos brinquedos Amanda deverá colocar em cada caixa?

Resposta:

17. Em um campeonato na escola T, Sandro fez 84 pontos em um jogo, conseguindo fazer 22 pontos a menos do que sua amiga Elen. Quantos pontos Elen fez?

Resposta:

18. Minha professora tem 4 alunos a mais do que a professora do meu irmão que tem 38. Quantos alunos tem minha professora?

Resposta:

19. Se papai comprar 162 relógios para vender em sua loja e distribui-los em 6 vitrines com a mesma quantidade de relógios em cada vitrine, quantos relógios terá em cada vitrine?

Resposta:

20. Sônia leva dois dias a mais do que Laura para ler um livro. Que dia Sônia terminará a leitura se Laura terminou dia 23?

Resposta:

APÊNDICE D - Protocolo de problemas matemáticos formulados para o pós-teste dos alunos participantes

Participante:______________________________________ Data:_______

Leia com atenção as situações propostas e solucione-as:

1. Andressa comprou 84 caixas de suco contendo 5 garrafas de suco em cada caixa. Quantas garrafas de suco Andressa comprou ao todo?

Resposta:

2. Julio ganhou 234 pontos em um campeonato escolar. Ele ganhou 27 pontos a menos do que seu amigo Anderson. Quantos pontos Anderson ganhou?

Resposta:

3. Gabriel e Leandro fazem coleção de figurinhas da Copa. Gabriel já conseguiu 35 figurinhas e Leandro 19. Quantas figurinhas Gabriel conseguiu a mais do que Leandro?

Resposta:

4. Uma professora quer pendurar 168 bandeirinhas para a festa junina da escola em 2 pátios igualmente. Quantas bandeirinhas ficarão em cada pátio?

Resposta:

5. Fernanda e Caio colecionam brinquedos antigos. Fernanda tem 44 brinquedos e Caio tem 27. Quantos brinquedos Caio tem a menos do que Fernanda?

Resposta:

6. Um jornaleiro entrega 3 jornais por dia em cada uma das 54 casas que visita. Quantos jornais ele entrega ao todo por dia?

Resposta:

7. Meu irmão tem 34 anos e minha irmã tem 16 anos a menos do que meu irmão. Qual a idade da minha irmã?

Resposta:

8. Comprei 5 potes de cotonetes. Há 135 cotonetes em cada pote. Quantos cotonetes ao todo comprei?

Resposta:

9. Lívia quer doar 346 reais igualmente entre duas famílias pobres. Quantos reais cada família vai ganhar?

Resposta:

10. Rosana e Paula são pintoras. Rosana pintou o ano passado 38 quadros e Paula pintou 24 a mais do que ela. Quantos quadros Paula pintou?

Resposta:

11. Um frigorífico vendeu ontem todas as orelhas de 48 porcos para uma festa da feijoada. Quantas orelhas o frigorífico vendeu ao todo?

Resposta:

12. Simone gastou em uma semana 122 reais e sua irmã gastou 185. Quantos reais Simone gastou a menos do que Simone?

Resposta:

13. Carlos tem 4 armários. Se ele guardar 6 CDs em cada armário, quantos CDs ao todo ficarão guardados?

Resposta:

14. Uma costureira precisa entregar 246 peças de roupa em 3 lojas de forma que cada loja receba a mesma quantidade de roupas. Quantas roupas cada loja receberá?

Resposta:

15. No sítio de Amanda existe uma pereira. O pai e o tio de Amanda resolveram apanhar as pêras. O pai colheu 36, ele colheu 18 a mais do que o tio de Amanda. Quantas pêras o tio colheu?

Resposta:

16. Isabela possui uma coleção de bonecas. Ela separou suas 36 bonecas em 3 caixas, sendo que cada caixa ficou com o mesmo número de bonecas. Quantas bonecas Isabela colocou em cada caixa?

Resposta:

17. Em um ano, um jogador de futebol fez 45 gols, ele fez 21 pontos a menos do que seu colega. Quantos gols o colega fez?

Resposta:

18. Neste mês, mamãe recebeu de salário 123 reais a mais do que o mês passado quando recebeu 967 reais. Quantos reais mamãe recebeu este mês?

Resposta:

19. Se um sorveteiro repartir 186 picolés em 6 geladeiras ficando a mesma quantidade de picolés em cada geladeira, quantos picolés terão cada geladeira?

Resposta:

20. João e Marcos são escritores. João leva treze dias a mais do que Marcos para escrever um livro. Que dia João terminará de escrever se Marcos terminou dia 14?

Resposta:

APÊNDICE E – Protocolo de avaliação do repertório de capacidades em resolução de problemas matemáticos

Participante:____Data:_______

1. Uso de estratégias

a)) faz uso de desenhos:

b) usa diagramas:

c) tem como recurso eventos físicos (conta nos dedos, usa objetos para contar):

d) representa simbolicamente / possui modelo matemático

2) A criança é capaz de verbalizar suas ações (pensa em voz alta): sabe dizer como solucionou/ sabe dizer qual processo utilizou

APÊNDICE F - Análise estatística comparativa do experimento por meio dos *testes t de Student e de Mann-Whitney*

A seguir apresenta-se a análise dos resultados do experimento mediante uma comparação entre as médias obtidas pelo *teste t de Student* (paramétrico) e pelo teste da *Soma de Rank's* ***de Mann-Whitney*** (não paramétrico).

A primeira análise se faz sobre as médias dos pré-testes dos dois grupos (experimental e controle), *segundo o teste t*.

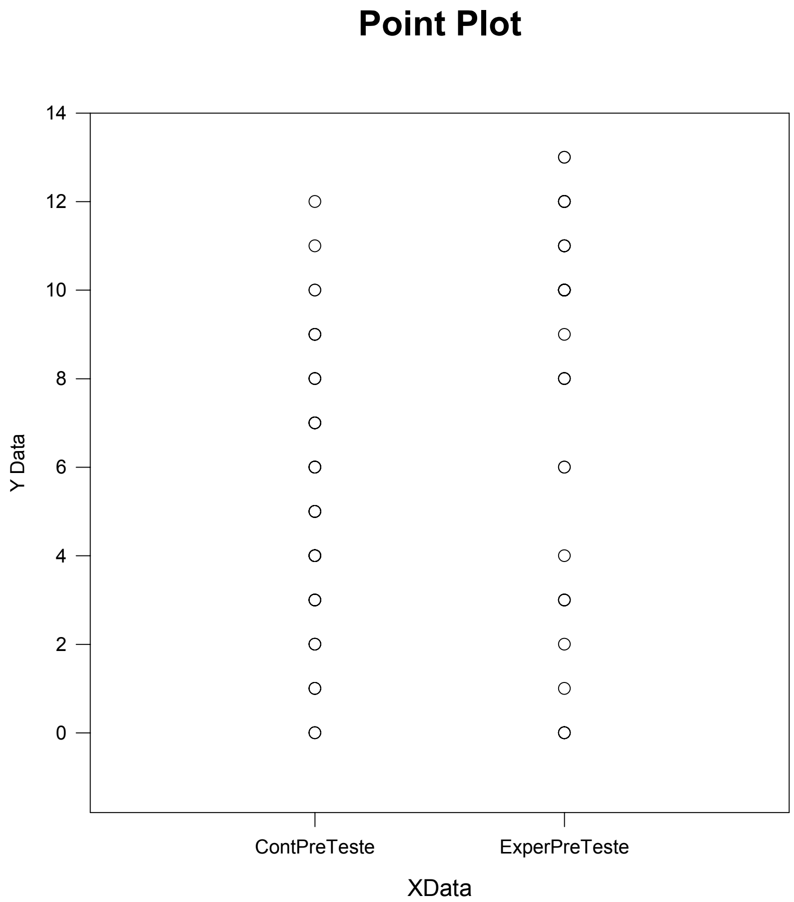


Gráfico 12 – Médias obtidas no pré-teste – GC e GE

A partir do gráfico, conclui-se que, ao nível de significância α = 0,05, existe diferença entre as médias dos dois grupos (p = 0,01).

De acordo com o teste *de Mann-Whitney* tem-se o seguinte:

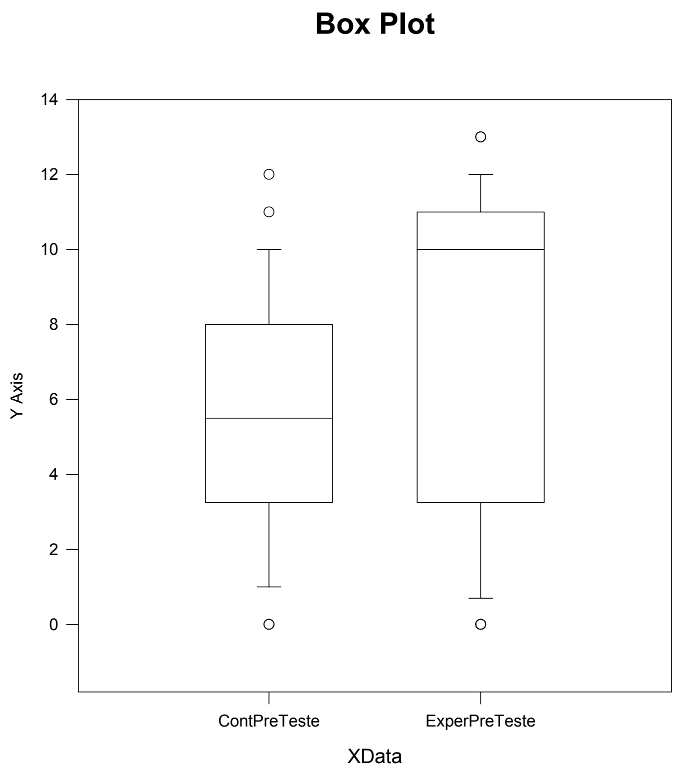


Gráfico 13: Diferença entre as medianas obtidas no pré-teste pelos dois grupos – GC e GE

O gráfico mostra que existem diferenças entre os grupos (p = 0,008), no entanto, o desempenho de ambos os grupos pode ser considerado baixo.

Apesar desta diferença entre as médias e as medianas, os dois grupos apresentaram pontuações próximas, embora os testes mostrem que o grupo experimental obteve algumas pontuações superiores e mais heterogeneidade.

Como se percebe nos gráficos 9, 10, 11 e 12, no pós-teste o grupo experimental tornou-se totalmente homogêneo, ao passo que, o grupo controle permaneceu heterogêneo.

A comparação entre as médias no pré e pós-teste do grupo controle são apresentadas a seguir segundo *o teste t.*

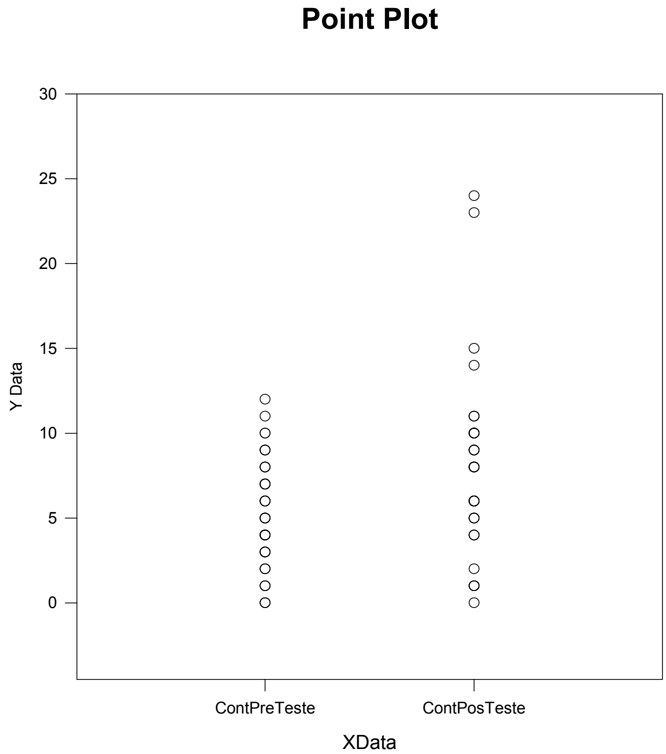


Gráfico 14 – Médias obtidas no pré e pós-teste – GC

Observando o gráfico conclui-se que existe diferença estatisticamente significativa entre as médias dos dois grupos ($p = 0,013$).

O teste *de Mann-Whitney* mostra semelhanças:

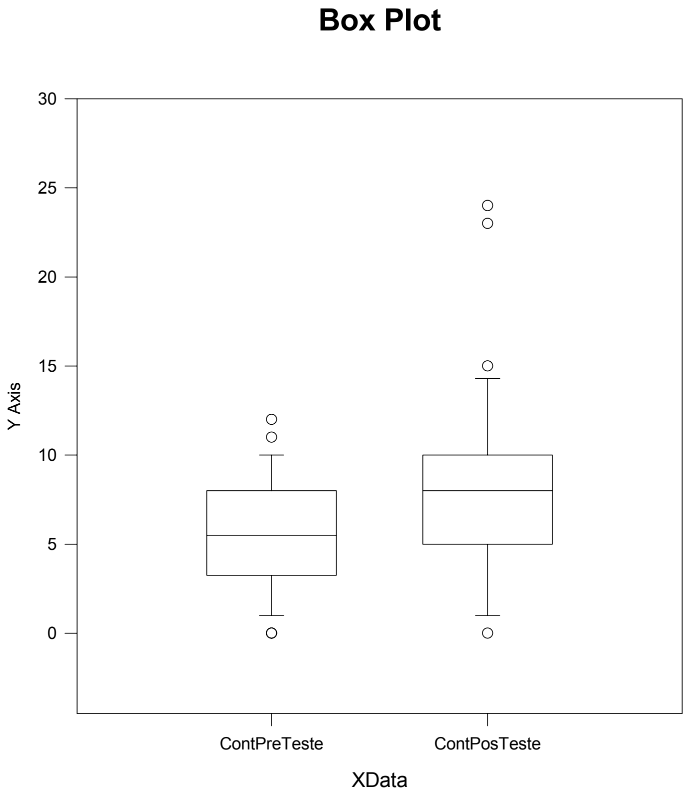


Gráfico 15: Mediana da pontuação nos pré e pós-testes - GC

É possível concluir que existem diferenças significativas entre os grupos (p = 0,018). A análise gráfica mostra que apenas duas pontuações do grupo controle foram superiores no pós-teste, àquelas recebidas pelo restante dos alunos que se mantiveram nos mesmos níveis observados no pré-teste. Excluindo-se estes alunos com duas pontuações maiores, nota-se que o desempenho é semelhante nos pré e pós-testes indicando que a metodologia de ensino aplicada pelas professoras das classes, não se mostrou eficiente para a maioria do grupo.

A seguir apresenta-se o gráfico com as pontuações dos pré e pós-testes do grupo experimental, de acordo com o *teste t.*

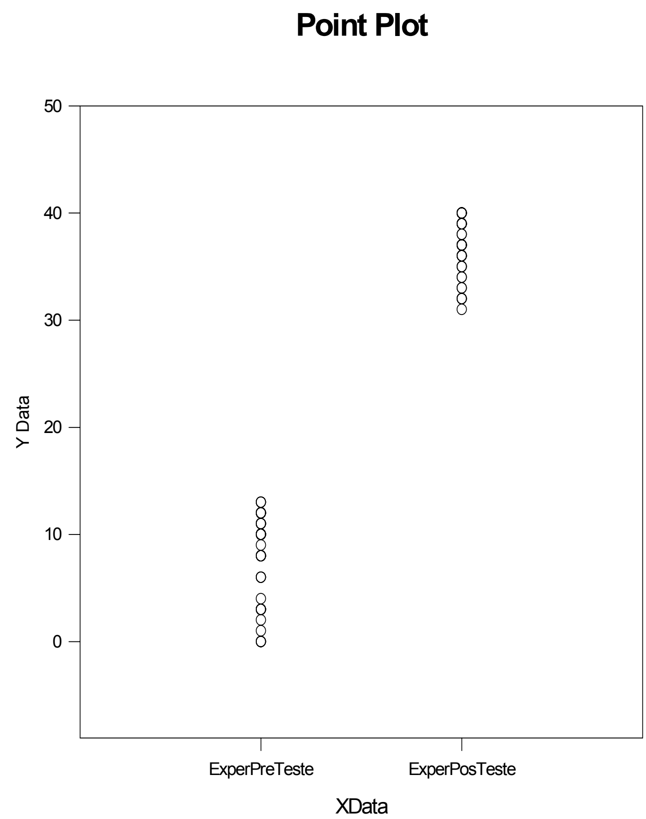


Gráfico 16 – Médias das pontuações obtidas nos pré e pós-teste – GE

O teste revela que existe diferença estatisticamente significativa entre as médias dos dois grupos (p< 0,001).

O teste *da Soma de Rank´s de Mann-Whitney* apresenta os seguintes resultados:

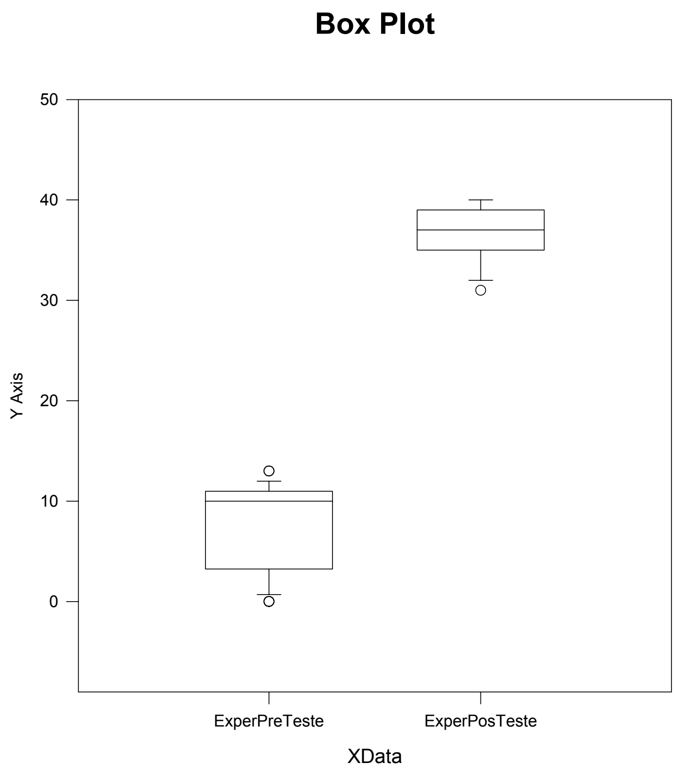


Gráfico 17: Mediana da pontuação nos pré e pós-testes - GE

Constatou-se que a diferença entre os valores medianos nos dois grupos é significativa ($p<0,001$).

Analisando o desempenho deste grupo, observa-se que, em termos de variabilidade, no pré-teste seu desempenho pode ser considerado baixo. Já no pós-teste, além de apresentar-se mais homogêneo quanto à variabilidade, a média foi muito superior àquela obtida no pré-teste. Esse resultado pode ser um indicativo de que a nova metodologia de ensino proposta, mostrou-se mais eficiente no processo de aprendizagem do grupo.

Os dois grupos pesquisados apresentaram diferenças no pós-teste. O próximo gráfico faz esta análise *pelo teste t.*

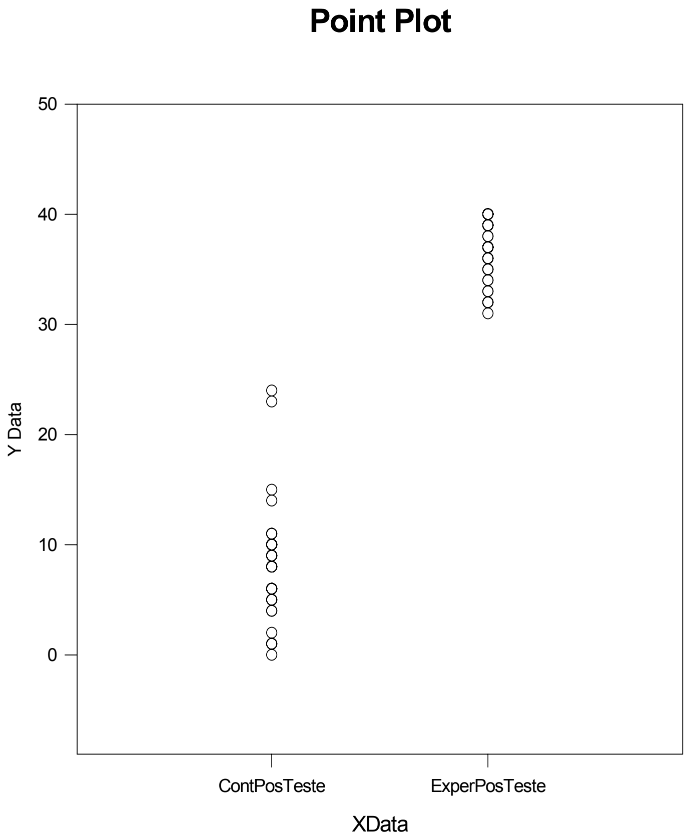


Gráfico 18– Médias obtidas pelos dois grupos no pós-teste – GC e GE

A análise conclui que existe diferença estatisticamente significativa entre as médias dos dois grupos (p = 0,001).

No teste de Mann-Whitney, também observou-se diferenças:

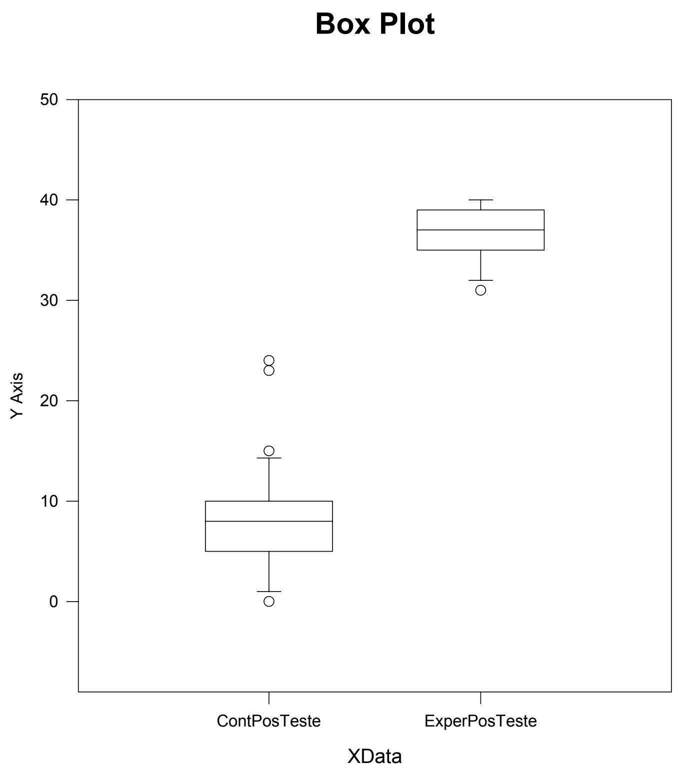


Gráfico 19 – Mediana da pontuação dos dois grupos no pós-teste – GC e GE

A diferença entre os valores medianos nos dois grupos é suficientemente grande para ser atribuída ao acaso; existem diferenças estatisticamente significativas entre os grupos (p = 0,001).

Estes gráficos ilustram a potencialidade do programa de ensino desenvolvido. Percebe-se que poucos sujeitos do grupo controle pontuaram acima de 15,0 pontos e ainda, é possível notar, que este grupo permaneceu heterogêneo com relação ao conhecimento sobre resolução de problemas. Em contrapartida, o grupo experimental se mostrou totalmente homogêneo após a intervenção quanto às capacidades para resolução de problemas adquiridas, pontuando de 30,0 a 40,0, o que pode indicar grande sucesso na atividade de ensino proposta.

A diferença entre as médias dos pré e pós-teste dos dois grupos pode ser analisada pelo *teste ,* no próximo gráfico.

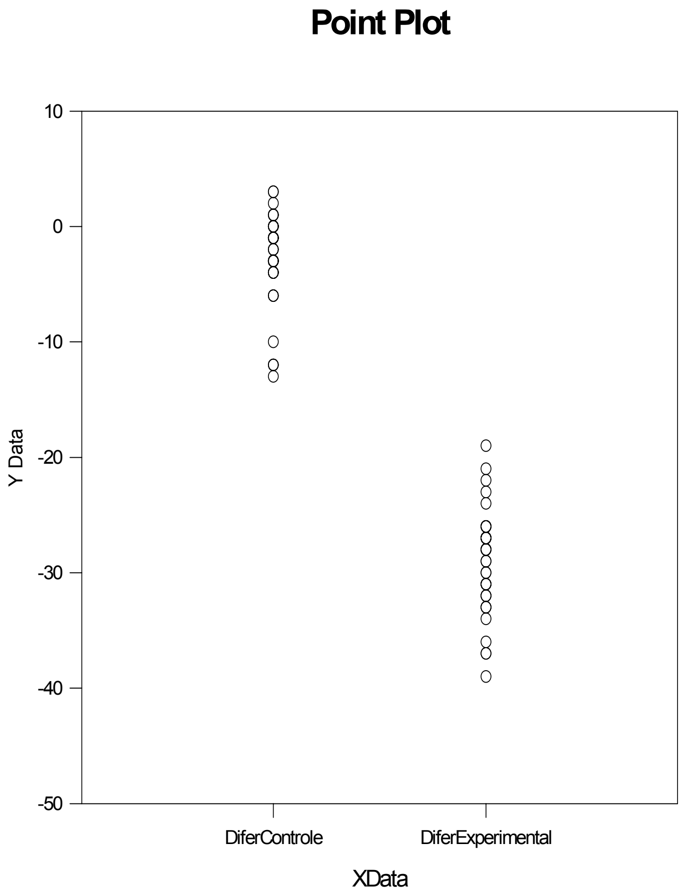


Gráfico 20 – Diferença de médias nos pré e pós-teste – GC e GE

Conclui-se que existe diferença estatisticamente significativa entre as médias dos dois grupos ($p < 0,001$).

Sobre os resultados do teste *Mann-Whitney* tem-se a seguinte posição:

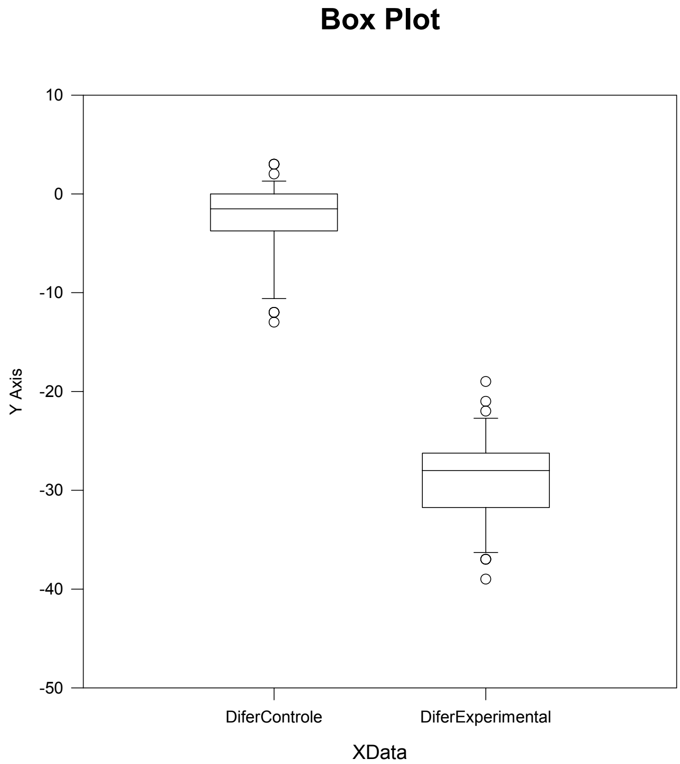


Gráfico 21 – Diferença entre as medianas dos dois grupos nos pré e pós-testes – GC e GE

A diferença entre os valores medianos nos dois grupos é suficientemente grande para ser atribuída ao acaso. Existem diferenças estatisticamente significativas entre os grupos ($p < 0,001$).

Os gráficos demonstram que o grupo controle apresentou pouca diferença entre as médias e as medianas do pré e pós-teste em contraposição ao grupo experimental. Estes resultados parecem indicar que houve melhora no desempenho do grupo experimental, sugerindo que a instrução fornecida aos participantes teve bons efeitos podendo melhorar sua aprendizagem.

De acordo com o *teste t,* o grupo controle obteve pontuação semelhante no pós-teste e no pós-teste postergado.

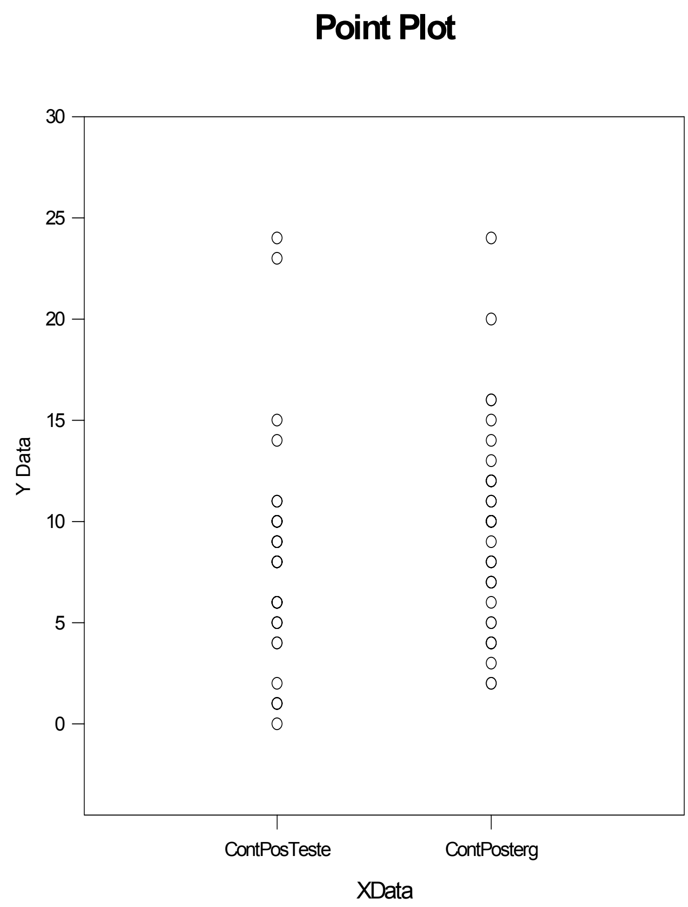


Gráfico 22 – Médias obtidas no pós-teste e no pós-teste postergado – GC

É possível concluir que não existem diferenças estatisticamente significativas entre os grupos (p = 0,200).

Com relação ao teste de *Mann-Whitney* tem-se:

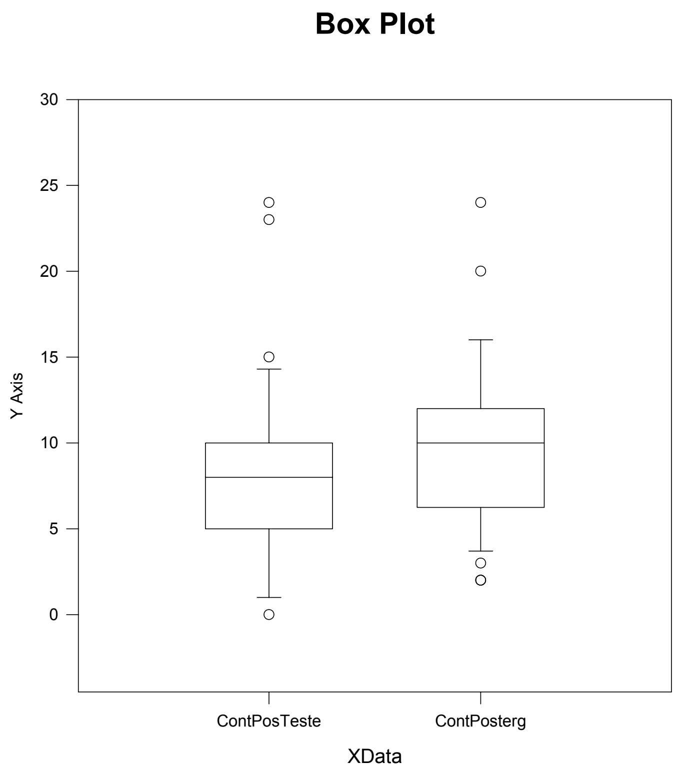


Gráfico 23 – Mediana da pontuação dos pós-teste e postergado - GC

A diferença entre os valores medianos mostra que não existe diferença estatisticamente significativa entre os grupos ($p = 0,098$).

Este fato pode indicar que o tempo em que os estudantes passaram na escola submetidos a exercícios acadêmicos não contribuiu com o aperfeiçoamento da aprendizagem.

O *teste t* analisou que o grupo experimental apresentou ligeira diferença no desempenho durante o pós-teste e o pós-teste postergado.

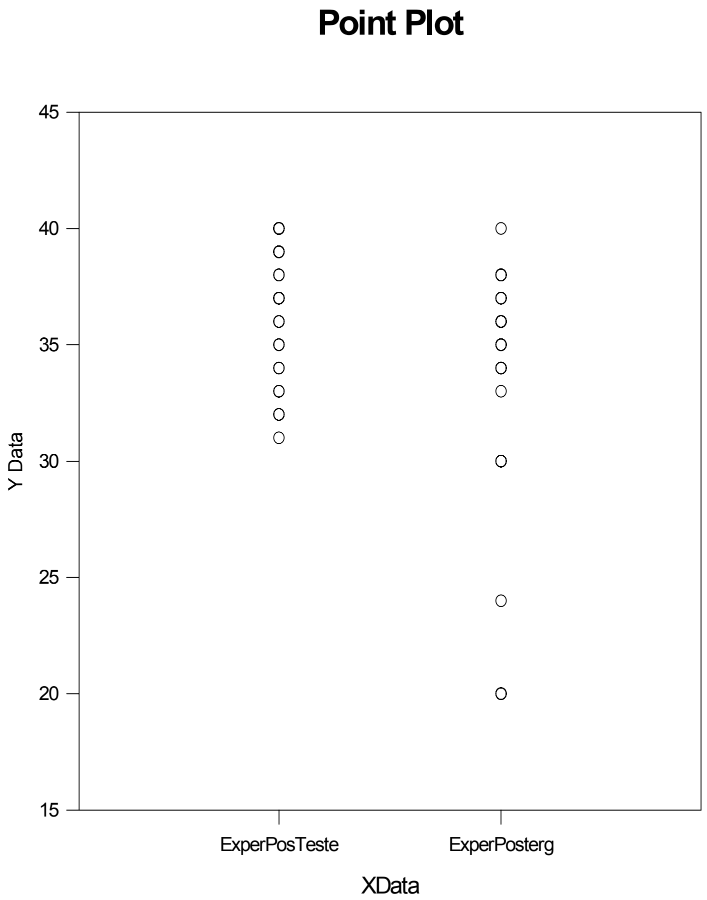


Gráfico 24 - Médias obtidas no pós-teste e no pós-teste postergado – GE

O gráfico mostra que existe diferença estatisticamente entre as médias dos dois grupos (p= 0,001).

De acordo com o teste de *Mann-Whitney* os resultados são semelhantes:

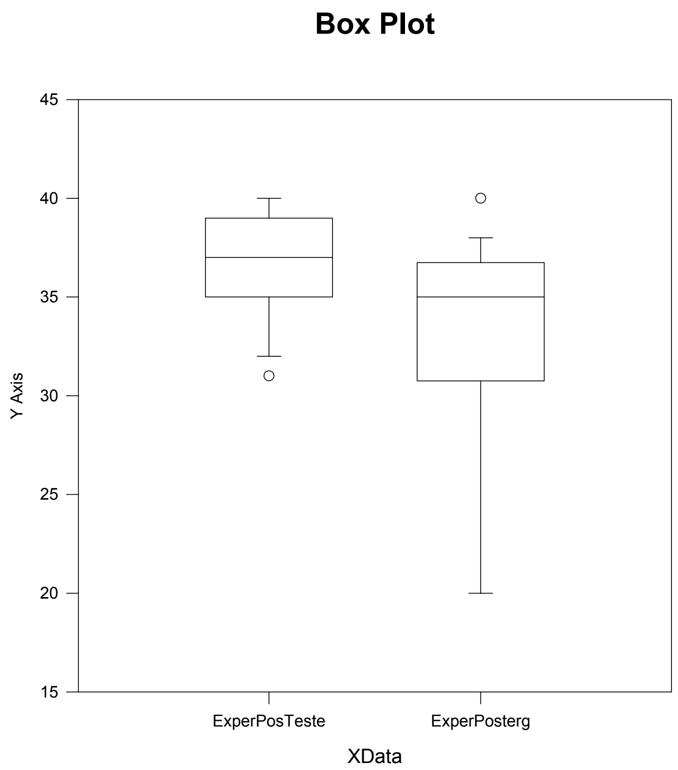


Gráfico 25 – Mediana obtida no pós-teste e no postergado - GE

A análise mostra que existem diferenças estatisticamente entre os grupos (p = 0,002).

O resultado demonstra que a pontuação do grupo experimental no pós-teste postergado manteve-se semelhante à pontuação do pós-teste, embora no teste postergado, o grupo esteve mais heterogêneo. Isto pode ser em decorrência ao tempo em que as crianças mantiveram-se distantes de um ensino mais sistematizado sobre resolução de problemas.

Com relação à pontuação do teste postergado dos dois grupos, *o teste t* mostra que houve diferença significativa e importante para análise.

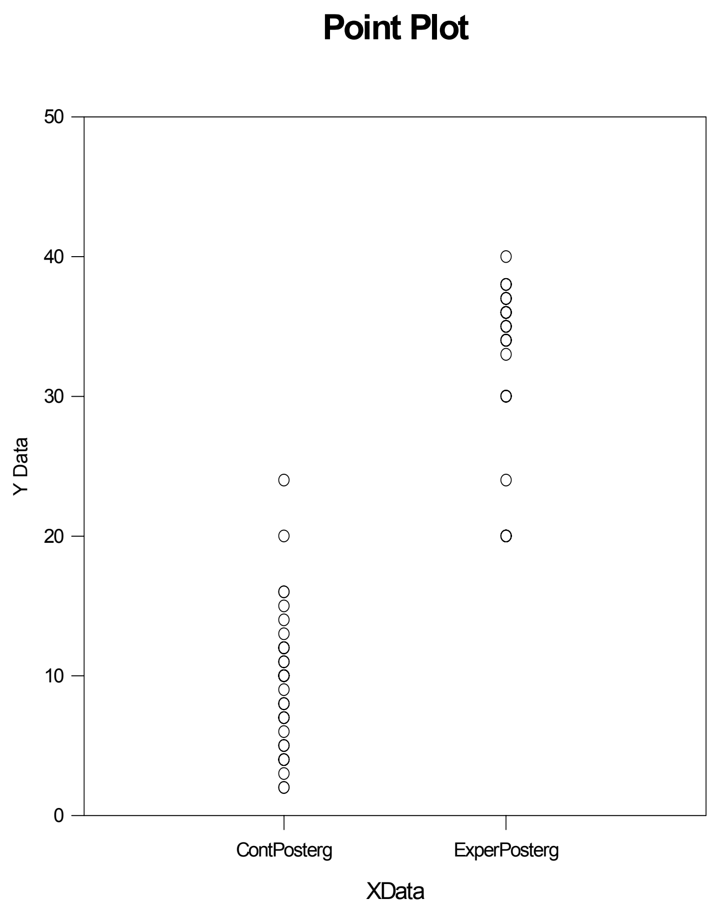


Gráfico 26 – Diferença entre as médias obtidas no pós-teste postergado – GC e GE

A diferença entre as médias dos dois grupos é estatisticamente significativa (p<0,001).

O teste de *Mann-Whitney* revelou condições parecidas entre os grupos.

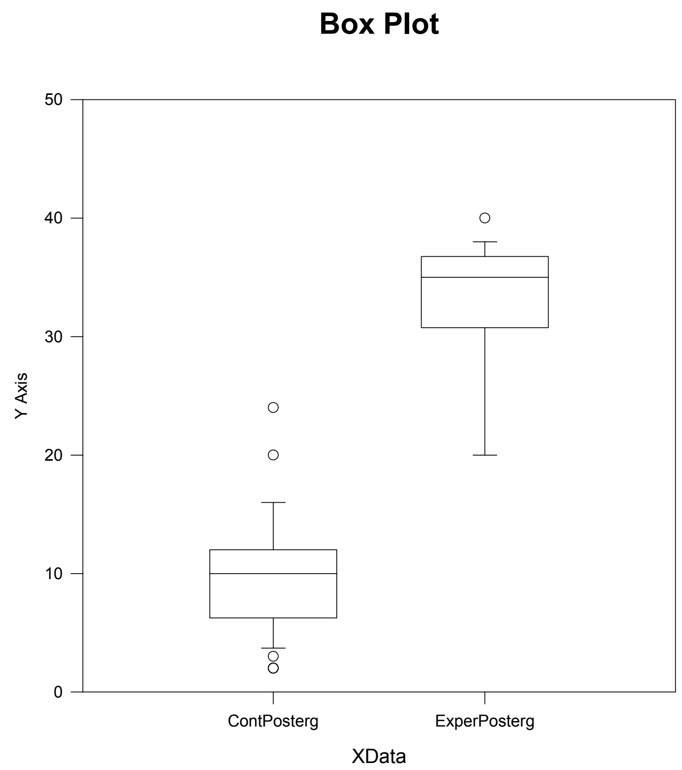


Gráfico 27 – Mediana dos dois grupos no teste postergado – GC e GE

A diferença entre os valores medianos nos dois grupos revela que existem diferenças estatisticamente significativas entre os grupos ($p < 0{,}001$).

Pode-se perceber que o grupo experimental apresentou um desempenho superior ao do grupo controle, apesar de poucos sujeitos pontuarem entre 20,0 e 25,0. Apesar do grupo controle mostrar-se mais homogêneo, obteve pontuações baixas indicando possibilidade de entender a intervenção como procedimento fundamental no processo de ensino e aprendizagem escolar.

ANEXO A – Protocolo do pré-teste de criança participante do grupo controle: 5 pontos

Leia com atenção as situações propostas e solucione-as:

1. Andressa comprou 84 caixas de suco contendo 5 garrafas de suco em cada caixa. Quantas garrafas de suco Andressa comprou ao todo?

$$\begin{array}{r} 84 \\ -\ 5 \\ \hline 81 \end{array}$$

Resposta:

2. Julio ganhou 234 pontos em um campeonato escolar. Ele ganhou 27 pontos a menos do que seu amigo Anderson. Quantos pontos Anderson ganhou?

$$\begin{array}{r} 439 \\ -\ 18 \\ \hline 38 \end{array}$$

Resposta:

3. Gabriel e Leandro fazem coleção de figurinhas da Copa. Gabriel já conseguiu 35 figurinhas e Leandro 19. Quantas figurinhas Gabriel conseguiu a mais do que Leandro?

Resposta:

4. Uma professora quer pendurar 168 bandeirinhas para a festa junina da escola em 2 pátios igualmente. Quantas bandeirinhas ficarão em cada pátio?

$$\begin{array}{l|l} 168 & 2 \\ \hline 08 & 84 \\ 0 & \end{array}$$

1

Resposta: Pátio

5. Fernanda e Caio colecionam brinquedos antigos. Fernanda tem 44 brinquedos e Caio tem 27. Quantos brinquedos Caio tem a menos do que Fernanda?

$$\begin{array}{r} 44 \\ -\ 27 \\ \hline 14 \end{array}$$

1

Resposta:

6. Um jornaleiro entrega 3 jornais por dia em cada uma das 54 casas que visita. Quantos jornais ele entrega ao todo por dia?

Resposta:

7. Meu irmão tem 34 anos e minha irmã tem 16 anos a menos do que meu irmão. Qual a idade da minha irmã?

$$\begin{array}{r} {}^{1}34 \\ +16 \\ \hline 50 \end{array}$$

Resposta: 50

8. Comprei 5 potes de cotonetes. Há 135 cotonetes em cada pote. Quantos cotonetes ao todo comprei?

$$\begin{array}{r} 1ℓ\overset{2}{3}5 \\ \times 5 \\ \hline 5ℓ6 \end{array}$$

1

Resposta:

9. Lívia quer doar 346 reais igualmente entre duas famílias pobres. Quantos reais cada família vai ganhar?

$$\begin{array}{r} 3\overset{1}{4}6 \\ \times 2 \\ \hline 182 \end{array}$$

Resposta:

10. Rosana e Paula são pintoras. Rosana pintou o ano passado 38 quadros e Paula pintou 24 a mais do que ela. Quantos quadros Paula pintou?

Resposta:

11. Um frigorífico vendeu ontem todas as orelhas de 48 porcos para uma festa da feijoada. Quantas orelhas o frigorífico vendeu ao todo?

Resposta:

12. Simone gastou em uma semana 122 reais e sua irmã gastou 185. Quantos reais Simone gastou a menos do que Simone?

Resposta:

13. Carlos tem 4 armários. Se ele guardar 6 CDs em cada armário, quantos CDs ao todo ficarão guardados?

$$\begin{array}{r} 4 \\ \times\ 6 \\ \hline 24 \end{array}$$

1

Resposta:

14. Uma costureira precisa entregar 246 peças de roupa em 3 lojas de forma que cada loja receba a mesma quantidade de roupas. Quantas roupas cada loja receberá?

$$\begin{array}{r|l} 246 & 3 \\ \hline 06 & 82 \\ 0 & \end{array}$$

1

Resposta:

15. No sítio de Amanda existe uma pereira. O pai e o tio de Amanda resolveram apanhar as pêras. O pai colheu 36, ele colheu 18 a mais do que o tio de Amanda. Quantas pêras o tio colheu?

Resposta:

16. Isabela possui uma coleção de bonecas. Ela separou suas 36 bonecas em 3 caixas, sendo que cada caixa ficou com o mesmo número de bonecas. Quantas bonecas Isabela colocou em cada caixa?

36 -

Resposta:

17. Em um ano, um jogador de futebol fez 45 gols, ele fez 21 pontos a menos do que seu colega. Quantos gols o colega fez?

Resposta:

18. Neste mês, mamãe recebeu de salário 123 reais a mais do que o mês passado quando recebeu 967 reais. Quantos reais mamãe recebeu este mês?

Resposta:

19. Se um sorveteiro repartir 186 picolés em 6 geladeiras ficando a mesma quantidade de picolés em cada geladeira, quantos picolés terão cada geladeira?

126

Resposta:

20. João e Marcos são escritores. João leva treze dias a mais do que Marcos para escrever um livro. Que dia João terminará de escrever se Marcos terminou dia 14?

Resposta:

ANEXO B -Protocolo do pós-teste de criança participante do grupo controle: 11 pontos

4

Leia com atenção as situações propostas e solucione-as:

1. Suzana comprou 12 caixas de lápis de cor contendo 6 lápis em cada caixa. Quantos lápis, ao todo, Suzana comprou?

12
+ 6
36

Resposta: 36 lapis de cor

2. Joel ganhou em uma partida de bola de gudes 43 bolas. Ele ganhou 18 a menos do que André. Quantas bolas André ganhou?

4~~3~~9
- 18
38

Resposta: 38 balon de gude André ganhou

3. Dudu e Miguel fazem coleção de super tazos. Dudu tem 31 tazos e seu primo Miguel tem 19 tazos. Quantos tazos Dudu tem a mais do que Miguel?

31
+19
41

Resposta: 41 e um tazos dudu tem mais do que miguel

4. Fábio quer colocar 24 flores em 3 vasos igualmente. Quantas flores ficarão em cada vaso?

24
+ 3
27

Resposta: ficaram 27 em cada vaso

5. Suelen e Pedro colecionam selos. Suelen tem 25 selos e Pedro tem 14. Quantos selos Pedro tem a menos que Suelen?

25
-14
11

2

Resposta: Pedro tem 11 a menos do que Suelem

6. O armário de mamãe tem 4 blusas penduradas em cada cabide. O total de cabides é 13. Quantas blusas mamãe tem no armário?

4
+13
53

Resposta: tem 53 blusas

7. Minha mãe tem 42 anos e minha tia tem 14 anos a menos do que ela. Qual a idade da minha tia ?

42~~6~~
- 14
32

8. Tenho 3 pacotes de bolacha. Há 15 bolachas em cada pacote. Quantas bolachas você acha que eu tenho?

3
+ 15
65

Resposta: tem 65 bolachas em cada pacote

9. Marcelo quer distribuir 272 reais igualmente entre seus dois filhos. Quantos reais cada filho vai ganhar?

R$ 272
+ 2
R$ 472

Resposta: R$ 472 reais

10. Rosângela fez 23 bandeirinhas de São João e sua irmã Rose fez 19 a mais do que ela. Quantas bandeirinhas Rose fez?

23
+ 19
42

Resposta: Rose fez 42 Bandeirinha

11. Lavei todas as rodas de 4 carros. Quantas rodas lavei ao todo?

4
+ 4
8

Resposta: lavei 8 rodas do carro

12. Paulo leu em uma semana 18 livros e sua irmã leu 22. Quantos livros Paulo leu a menos que sua irmã?

3~~1~~8
− 22
16

Resposta: 16 livros a menos do que sua irmã

13. Marcos tem 8 cestas. Se ele colocar 6 pães em cada cesta, quantos pães estarão ao todo nas cestas?

8
+ 6
14

Resposta: coloca 14 nas cestas

14. Preciso guardar 72 pratos em 6 prateleiras de forma que cada prateleira fique com a mesma quantidade de pratos. Quantos pratos ficarão em cada prateleira?

72
+ 6
162

coloca 162 em cada prateleira

5. Na casa da avó de Luciana existe um pé de manga. Luciana e sua irmã Renata resolveram subir no pé e tirar todas as mangas maduras. Luciana colheu 34, ela colheu 16 a mais do que sua irmã Renata. Quantas mangas Renata colheu?

$$\begin{array}{r} 34 \\ +16 \\ \hline 40 \end{array}$$

Resposta: Colheram 40 mangas

16. Amanda possui uma coleção de brinquedos. Para separar seus 89 brinquedos em 3 caixas, sendo que cada caixa fique com o mesmo número de brinquedos, quantos brinquedos Amanda deverá colocar em cada caixa?

$$\begin{array}{r} 89 \\ +3 \\ \hline 119 \end{array}$$

Resposta: Colocanou 119

17. Em um campeonato na escola T, Sandro fez 84 pontos em um jogo, conseguindo fazer 22 pontos a menos do que sua amiga Elen. Quantos pontos Elen fez?

$$\begin{array}{r} 84 \\ -22 \\ \hline 42 \end{array}$$

Resposta: Elen conseguiu faze 42

18. Minha professora tem 4 alunos a mais do que a professora do meu irmão que tem 38. Quantos alunos tem minha professora?

$$\begin{array}{r} 4 \\ +38 \\ \hline 78 \end{array}$$

Resposta: Sua professora tem 78 alunos

19. Se papai comprar 162 relógios para vender em sua loja e distribui-los em 6 vitrines com a mesma quantidade de relógios em cada vitrine, quantos relógios terá em cada vitrine?

$$\begin{array}{r} 162 \\ +6 \\ \hline 662 \end{array}$$

Resposta: tem 662

20. Sônia leva dois dias a mais do que Laura para ler um livro. Que dia Sônia terminará a leitura se Laura terminou dia 23?

$$\begin{array}{r} 2 \\ +23 \\ \hline 43 \end{array}$$

Resposta: termenarou dia 43

ANEXO C - Protocolo do pré-teste de criança participante do grupo experimental: 6 pontos

Leia com atenção as situações propostas e solucione-as: 6

1. Suzana comprou 12 caixas de lápis de cor contendo 6 lápis em cada caixa. Quantos lápis, ao todo, Suzana comprou?

$$\begin{array}{r} \overset{1}{1}2 \\ \times\ 6 \\ \hline 72 \end{array}$$

2

Resposta: Suzana comprou 72 lápis

2. Joel ganhou em uma partida de bola de gudes 43 bolas. Ele ganhou 18 a menos do que André. Quantas bolas André ganhou?

$$\begin{array}{r} \overset{2}{4}3 \\ \times 18 \\ \hline 44 \end{array}$$

1

Resposta: ondre ganho 44 bolas gudes

3. Dudu e Miguel fazem coleção de super tazos. Dudu tem 31 tazos e seu primo Miguel tem 19 tazos. Quantos tazos Dudu tem a mais do que Miguel?

$$\begin{array}{r} 31 \\ \times 19 \\ \hline 39 \end{array}$$

Resposta:

4. Fábio quer colocar 24 flores em 3 vasos igualmente. Quantas flores ficarão em cada vaso?

Resposta:

5. Suelen e Pedro colecionam selos. Suelen tem 25 selos e Pedro tem 14. Quantos selos Pedro tem a menos que Suelen?

$$\begin{array}{r} 25 \\ -\ 14 \\ \hline 11 \end{array}$$

1

Resposta:

6. O armário de mamãe tem 4 blusas penduradas em cada cabide. O total de cabides é 13. Quantas blusas mamãe tem no armário?

Resposta:

7. Minha mãe tem 42 anos e minha tia tem 14 anos a menos do que ela. Qual a idade da minha tia ?

$$\begin{array}{r} 42 \\ +\ 14 \\ \hline 56 \end{array}$$

Resposta:

8. Tenho 3 pacotes de bolacha. Há 15 bolachas em cada pacote. Quantas bolachas você acha que eu tenho?

$$\begin{array}{r} {}^{1}15 \\ \times\ 3 \\ \hline 45 \end{array}$$

1

Resposta:

9. Marcelo quer distribuir 272 reais igualmente entre seus dois filhos. Quantos reais cada filho vai ganhar?

Resposta:

10. Rosângela fez 23 bandeirinhas de São João e sua irmã Rose fez 19 a mais do que ela. Quantas bandeirinhas Rose fez?

$$\begin{array}{r} 23 \\ -\ 19 \\ \hline 04 \end{array}$$

Resposta:

11. Lavei todas as rodas de 4 carros. Quantas rodas lavei ao todo?

Resposta:

12. Paulo leu em uma semana 18 livros e sua irmã leu 22. Quantos livros Paulo leu a menos que sua irmã?

$$\begin{array}{r} {}^{1}12 \\ -\ 18 \\ \hline 18 \end{array}$$

1

Resposta:

13. Marcos tem 8 cestas. Se ele colocar 6 pães em cada cesta, quantos pães estarão ao todo nas cestas?

$$\begin{array}{r} 13 \\ +\ 8 \\ \hline \end{array}$$

Resposta:

14. Preciso guardar 72 pratos em 6 prateleiras de forma que cada prateleira fique com a mesma quantidade de pratos. Quantos pratos ficarão em cada prateleira?

Resposta:

15. Na casa da avó de Luciana existe um pé de manga. Luciana e sua irmã Renata resolveram subir no pé e tirar todas as mangas maduras. Luciana colheu 34, ela colheu 16 a mais do que sua irmã Renata. Quantas mangas Renata colheu?

$$\begin{array}{r} \overset{1}{3}4 \\ +\ 16 \\ \hline 50 \end{array}$$

Resposta:

16. Amanda possui uma coleção de brinquedos. Para separar seus 89 brinquedos em 3 caixas, sendo que cada caixa fique com o mesmo número de brinquedos, quantos brinquedos Amanda deverá colocar em cada caixa?

Resposta:

17. Em um campeonato na escola T, Sandro fez 84 pontos em um jogo, conseguindo fazer 22 pontos a menos do que sua amiga Elen. Quantos pontos Elen fez?

$$\begin{array}{r} 84 \\ -\ 22 \\ \hline 62 \end{array}$$

Resposta:

18. Minha professora tem 4 alunos a mais do que a professora do meu irmão que tem 38. Quantos alunos tem minha professora?

Resposta:

19. Se papai comprar 162 relógios para vender em sua loja e distribui-los em 6 vitrines com a mesma quantidade de relógios em cada vitrine, quantos relógios terá em cada vitrine?

Resposta:

20. Sônia leva dois dias a mais do que Laura para ler um livro. Que dia Sônia terminará a leitura se Laura terminou dia 23?

20

Resposta:

ANEXO D - Protocolo do pós-teste de criança participante do grupo experimental: 28 pontos

28

1. Andressa comprou 84 caixas de suco contendo 5 garrafas de suco em cada caixa. Quantas garrafas de suco Andressa comprou ao todo?

$$\begin{array}{r} {}^{2}84 \\ \times\ \ 5 \\ \hline 420 \end{array}$$

Resposta: Ela Comprou 420 garafas

2

2. Julio ganhou 234 pontos em um campeonato escolar. Ele ganhou 27 pontos a menos do que seu amigo Anderson. Quantos pontos Anderson ganhou?

$$\begin{array}{r} 2\,{}^{2}\cancel{3}\,{}^{1}4 \\ -\ \ 27 \\ \hline 207 \end{array}$$

Resposta: Ele ganhou 207 Pontos

4

3. Gabriel e Leandro fazem coleção de figurinhas da Copa. Gabriel já conseguiu 35 figurinhas e Leandro 19. Quantas figurinhas Gabriel conseguiu a mais do que Leandro?

$$\begin{array}{r} {}^{2}\cancel{3}\,{}^{1}5 \\ -\ 19 \\ \hline 16 \end{array}$$

Resposta: Ele Consegui 16 figurinhas

2

4. Uma professora quer pendurar 168 bandeirinhas para a festa junina da escola em 2 pátios igualmente. Quantas bandeirinhas ficarão em cada pátio?

$$\begin{array}{r} {}^{1}1\,{}^{1}68 \\ \times\ \ \ 2 \\ \hline 336 \end{array}$$

Resposta:

5. Fernanda e Caio colecionam brinquedos antigos. Fernanda tem 44 brinquedos e Caio tem 27. Quantos brinquedos Caio tem a menos do que Fernanda?

$$\begin{array}{r} {}^{3}\cancel{4}\,{}^{1}4 \\ -\ 27 \\ \hline 17 \end{array}$$

Resposta: Caio tem 17 a menos do que Fernanda

2

6. Um jornaleiro entrega 3 jornais por dia em cada uma das 54 casas que visita. Quantos jornais ele entrega ao todo por dia?

$$\begin{array}{r} {}^{1}54 \\ \times\ \ 3 \\ \hline 162 \end{array}$$

Resposta: ele entrega 162 jornais

2

7. Meu irmão tem 34 anos e minha irmã tem 16 anos a menos do que meu irmão. Qual a idade da minha irmã?

$$\begin{array}{r} 34 \\ -\ 16 \\ \hline 18 \end{array}$$

a idade

Resposta: é 18 anos

2

8. Comprei 5 potes de cotonetes. Há 135 cotonetes em cada pote. Quantos cotonetes ao todo comprei?

$$\begin{array}{r} {}^{1}{}^{2} \\ 135 \\ \times \quad 5 \\ \hline \end{array}$$

2

Resposta: coprei 775. Contonetes

9. Lívia quer doar 346 reais igualmente entre duas famílias pobres. Quantos reais cada família vai ganhar?

$$\begin{array}{r} 346 \\ - \quad 2 \\ \hline 342 \end{array}$$

4

1

Resposta: a familia vai ganhar 342 reais

10. Rosana e Paula são pintoras. Rosana pintou o ano passado 38 quadros e Paula pintou 24 a mais do que ela. Quantos quadros Paula pintou?

$$\begin{array}{r} {}^{1} \\ 38 \\ + \ 24 \\ \hline 62 \end{array}$$

2

Resposta: Paula pintou 62 quadro

11. Um frigorífico vendeu ontem todas as orelhas de 48 porcos para uma festa da feijoada. Quantas orelhas o frigorífico vendeu ao todo?

$$\begin{array}{r} {}^{1} \\ 48 \\ \times \quad 2 \\ \hline 96 \end{array}$$

2

Resposta: ele vendeu 96 orelhas

12. Simone gastou em uma semana 122 reais e sua irmã gastou 185. Quantos reais Simone gastou a menos do que ~~Simone~~? sua irmã?

$$\begin{array}{r} 0\,11\,2\,12 \\ - \ 185 \\ \hline 047 \end{array}$$

2

Resposta: Simone gastou o 47.

13. Carlos tem 4 armários. Se ele guardar 6 CDs em cada armário, quantos CDs ao todo ficarão guardados?

$$\begin{array}{r} 6 \\ \times \ 4 \\ \hline 24 \end{array}$$

2

Resposta: ele gardará 24 CD

14. Uma costureira precisa entregar 246 peças de roupa em 3 lojas de forma que cada loja receba a mesma quantidade de roupas. Quantas roupas cada loja receberá?

?

Resposta:

15. No sítio de Amanda existe uma pereira. O pai e o tio de Amanda resolveram apanhar as pêras. O pai colheu 36, ele colheu 18 a mais do que o tio de Amanda. Quantas pêras o tio colheu?

$$\begin{array}{r} 36 \\ -\ 18 \\ \hline 18 \end{array}$$

2

Resposta: Tiu Caelleu 18 pera

16. Isabela possui uma coleção de bonecas. Ela separou suas 36 bonecas em 3 caixas, sendo que cada caixa ficou com o mesmo número de bonecas. Quantas bonecas Isabela colocou em cada caixa?

$$\begin{array}{r|l} 36 & 3 \\ \cline{2-2} -36 & 12 \\ \hline 00 & \end{array}$$

2

Resposta: Colocarom 12 bonecas

17. Em um ano, um jogador de futebol fez 45 gols, ele fez 21 pontos a menos do que seu colega. Quantos gols o colega fez?

$$\begin{array}{r} 45 \\ -\ 21 \\ \hline 24 \end{array}$$

4

1

Resposta: O Colega fez 24 gols

18. Neste mês, mamãe recebeu de salário 123 reais a mais do que o mês passado quando recebeu 967 reais. Quantos reais mamãe recebeu este mês?

$$\begin{array}{r} 123 \\ \times\ 967 \\ \hline 932 \end{array}$$

1

Resposta: mãe reseble 932 nesemes

19. Se um sorveteiro repartir 186 picolés em 6 geladeiras ficando a mesma quantidade de picolés em cada geladeira, quantos picolés terão cada geladeira?

$$\begin{array}{r} 186 \\ \times\ 6 \\ \hline 486 \end{array}$$

4

Resposta: Terom 486 Picoles

20. João e Marcos são escritores. João leva treze dias a mais do que Marcos para escrever um livro. Que dia João terminará de escrever se Marcos terminou dia 14?

$$\begin{array}{r} 13 \\ -\ 14 \\ \hline \end{array}$$

Resposta:

ANEXO E - Análise da consistência interna do instrumento (protocolo de problemas aritméticos)

O quadro a seguir indica as freqüências e porcentagens para as questões respondidas corretamente pelas 170 crianças para a representação matemática (aspecto 1) e resposta escrita (aspecto 2).

Problema	Questão	Representação Matemática		Resposta escrita	
		n	%	n	%
Adição	1	107	65,6	104	63,8
	2	90	55,1	77	47,2
	3	103	63,2	71	43,6
	4	88	54,0	79	48,5
	5	93	57,1	75	46,1
Subtração	1	90	55,2	75	46,1
	2	84	51,3	74	45,4
	3	103	63,2	75	46,1
	4	110	67,5	79	48,5
	5	84	51,5	77	47,2
Multiplicação	1	95	58,3	84	51,3
	2	88	54,0	71	43,6
	3	87	53,4	97	59,5
	4	78	47,9	68	41,7
	5	83	50,9	93	57,1
Divisão	1	78	47,9	86	52,8
	2	93	57,1	62	38,0
	3	73	44,8	82	50,3
	4	93	57,1	71	43,6
	5	93	57,1	64	39,3

Quadro 1 - Respostas corretas por aspecto

Fórmulas dos coeficientes de precisão

<u>Alfa de Cronbach:</u> $\alpha = \frac{n}{n-1}\left(1 - \frac{\sum s_i^2}{s_T^2}\right)$

onde n=número dos itens, $\sum s_i^2$ = soma das variências dos n itens e s_T^2 = variância total dos escores do teste.

<u>Kuder-Richardson</u>

$KR_{20} = \frac{n}{n-1}\left(1 - \frac{\sum pq}{s_T^2}\right)$

Onde p representa a proporção dos sujeitos que acertam o item e q a proporção dos que erram. Essa é a fórmula de α quando os itens são dicotômicos pois s_i^2 = pq.

A fórmula que supõe que, além de dicotômicos, os itens têm o mesmo nível de dificuldade é:

$$KR_{21} = \frac{n}{n-1}\left(1 - \frac{\overline{T} - \left(\frac{\overline{T}^2}{n}\right)}{s_T^2}\right)$$

Onde T = soma dos itens acertados pelo sujeito (escore total).