

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO CARLOS
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E DE TECNOLOGIA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA DE PRODUÇÃO

**Otimização no Planejamento Agregado de Produção em Indústrias de
Processamento de Suco Concentrado Congelado de Laranja**

José Renato Munhoz

TESE DE DOUTORADO

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO CARLOS
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E DE TECNOLOGIA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA DE PRODUÇÃO

**Otimização no Planejamento Agregado de Produção em Indústrias de
Processamento de Suco Concentrado Congelado de Laranja**

José Renato Munhoz

**Tese de doutorado apresentada ao Programa de Pós-
Graduação da Universidade Federal de São Carlos,
como parte dos requisitos para a obtenção do título de
Doutor em Engenharia de Produção**

Orientador: Prof. Dr. Reinaldo Morabito

SÃO CARLOS

2009

**Ficha catalográfica elaborada pelo DePT da
Biblioteca Comunitária/UFSCar**

M966op

Munhoz, José Renato.

Otimização no planejamento agregado de produção em indústrias de processamento de suco concentrado congelado de laranja / José Renato Munhoz. -- São Carlos : UFSCar, 2009.

163 f.

Tese (Doutorado) -- Universidade Federal de São Carlos, 2009.

1. Pesquisa operacional. 2. Programação linear. 3. Otimização. 4. Suco de laranja - indústria. 5. Planejamento de produção. I. Título.

CDD: 658.4034 (20^a)



FOLHA DE APROVAÇÃO

Aluno(a): José Renato Munhoz

TESE DE DOUTORADO DEFENDIDA E APROVADA EM 22/06/2009 PELA
COMISSÃO JULGADORA:

Prof. Dr. Reinaldo Morabito Neto
Orientador(a) PPGE/UFSCar

Prof. Dr. Néocles Alves Pereira
PPGE/UFSCar

Prof. Dr. Miguel Cezar Santoro
POLI/USP

Prof. Dr. José Vicente Caixeta Filho
ESALQIUSP

Prof. Dr. Marcos Nereu Arenales
ICMC/USP

Prof. Dr. Mário Otávio Batalha
Coordenador do PPGE

À Deus

À minha esposa Roseli

Ao meu filho Guilherme

Agradecimentos

Ao meu orientador, Prof. Dr. Reinaldo Morabito, agradeço pelo apoio, incentivo e paciência.

À minha esposa e filho, pelo incentivo em todos os momentos.

À todos aqueles, que de alguma forma contribuíram para a elaboração deste trabalho.

Resumo

O objetivo deste trabalho é desenvolver modelos de programação linear, programação por metas e otimização robusta para apoiar decisões no processo de planejamento agregado da produção de suco concentrado congelado de laranja. A modelagem proposta incorpora o planejamento de colheita da laranja, levando-se em consideração as curvas de maturação das laranjas. Esse fato conduz a um modelo que incorpora grande parte da cadeia de suprimento envolvida no setor de produção de suco concentrado congelado de laranja. Outro ponto a destacar é a consideração do processo de mistura de diferentes tipos de sucos para a obtenção da especificação de *ratio* do produto acabado. No caso desse estudo, utiliza-se a acidez da laranja como base de cálculo para a especificação de *ratio* do produto acabado. Este estudo também explora a importância da incorporação de incerteza a determinados parâmetros envolvidos no processo de planejamento de produção nesse setor e analisa os resultados das diferentes abordagens de otimização robusta para o problema. Sendo que, este autor desconhece trabalhos anteriores na literatura com esta abordagem para a indústria de suco de laranja. A modelagem do problema utiliza conceitos de problemas de mistura e planejamento de produção com múltiplos produtos, estágios e períodos. Para resolver os modelos de programação linear, programação por metas e otimização robusta, utilizou-se uma linguagem de modelagem algébrica e um aplicativo de última geração de solução de problemas de programação matemática. Um estudo de caso foi realizado em uma empresa de suco de laranja localizada no Estado de São Paulo, envolvendo várias plantas e com uma rede de distribuição internacional com características típicas de outras empresas do setor. Os resultados indicam que a abordagem aqui proposta pode ser aplicada em situações reais.

Palavras-chave: Programação linear, programação por metas, otimização robusta, processo de mistura, suco concentrado congelado de laranja, problemas de planejamento de produção com múltiplos produtos, estágios e períodos.

Abstract

This work aim at developing models using linear programming, goal programming and robust optimization to support decision making in the frozen concentrated orange juice planning process. The proposed model includes orange harvesting plan, which takes into account oranges maturation curves. This fact leads to a model that incorporates a large portion of the supply chain involved in the frozen concentrated orange juice sector. Another point to highlight is the inclusion of the blending process of different types of juices to match ratio specification of the product. This study uses orange acidity to calculate ratio specification of the product. This study also explores the importance of data uncertainty incorporation to the aggregate production planning for this business and evaluate results from different approaches of robust optimization to this problem. This author is not aware of previous work in the literature with such approach to the orange juice industry. The problem modeling uses blending problem concepts and production planning with multiple products, stages and periods concepts as well. To solve the linear programming, goal programming and robust optimization models, an algebraic modeling language and a state of art optimization solver of mathematical programming problems is used. A case study was developed in an orange juice company located in the São Paulo State. This company has many facilities and a worldwide distribution system, similar to other companies in this sector. The results show that the proposed approach can be used in real situations.

Keywords: *linear programming, goal programming, robust optimization, blending process, frozen concentrated orange juice, production planning with multiple products, stages and periods.*

Lista de Figuras

Figura 2.1 – Produção de laranjas em milhares de toneladas	21
Figura 2.2 – Exportações de suco concentrado de laranja em milhares de toneladas	21
Figura 2.3 – Fluxo do processamento de suco de laranja e subprodutos	24
Figura 2.4 – Planejamento básico da safra	28
Figura 2.5 – Exemplo de curva de maturação da laranja	29
Figura 6.1 – Custo total como função da probabilidade de violação da restrição utilizando limitante 1 apresentado na seção 3.5	92
Figura 6.2 – Custo total como função de gama (preço da robustez) utilizando limitante 1 apresentado na seção 3.5	92
Figura 6.3 – Variação do custo total como função de gama (preço da robustez) utilizando limitante 1 apresentado na seção 3.5	93
Figura 6.4 – Custo total como função da probabilidade de violação da restrição utilizando limitante 2 apresentado na seção 3.5	94
Figura 7.1 – Escolha da função para os limites de incerteza Γ_{it}	106
Figura 7.2 – Funções lineares para computar a incerteza global para cada cenário	107
Figura 7.3 – Valor ótimo da função objetivo como função do valor acumulado do limite de incerteza	109
Figura 7.4 – Nível de estoque de produto acabado ($\sum_i HS_{it}, \forall t$) para o caso de ocorrência da demanda nominal ($Demanda_{it}, \forall i, t$)	110

Lista de Tabelas

Tabela 2.1 – Terminologia utilizada na indústria cítrica	20
Tabela 2.2 – Produção de laranjas	20
Tabela 2.3 – Exportações de suco concentrado de laranja	20
Tabela 2.4: Participação nas exportações das principais indústrias processadoras, 2000-2003	22
Tabela 3.1: Escolha de Γ_i como função de $n = J_i $ de forma tal que a probabilidade de que uma restrição seja violada é menor que 1%	44
Tabela 4.1 – Índices utilizados no modelo	70
Tabela 4.2 – Variáveis utilizadas no modelo	70
Tabela 4.3 – Restrições utilizadas no modelo	71
Tabela 4.4 – Parâmetros de entrada em cada cenário	72
Tabela 4.5 – Resultados do modelo para cada cenário	73
Tabela 4.6 – Resultado do plano de mistura para o cenário 1	75
Tabela 5.1 – Variáveis de desvio	77
Tabela 5.2 – Resultados do plano de mistura para o modelo de programação por metas com os objetivos 1 e 2	82
Tabela 6.1 – Intervalo de variação do parâmetro acidez da base de suco e o respectivo impacto no <i>ratio</i> da base de suco	90
Tabela 6.2 – Resultados das soluções robustas utilizando limitante 1 apresentado na seção 3.5	91
Tabela 6.3 – Resultados das soluções robustas utilizando limitante 2 apresentado na seção 3.5	93
Tabela 6.4 – Quantidade de bases de suco produzida em função da variação de gama (valores em toneladas de suco)	94
Tabela 6.5 – Quantidade de bases de suco produzida em função da variação de gama (valores em porcentagem de suco)	95
Tabela 6.6 – Resultado do plano de mistura para $\Gamma = 7$ gerado pelo modelo apresentado no capítulo 6 com desvio de 0% na acidez da base	97
Tabela 6.7 – Resultado do plano de mistura para $\Gamma = 7$ gerado pelo modelo apresentado no capítulo 6 com desvio de 2% na acidez da base	98
Tabela 7.1 – Cenários para os limites de incerteza	108
Tabela 7.2 – Comportamento do modelo de otimização robusta com incerteza na	

Sumário

1	Introdução	12
1.1	Escopo, Objetivo e Justificativa	12
1.2	Organização do Trabalho	17
2	Descrição do Problema	19
2.1	A Indústria de Suco de Laranja	19
2.2	O Processo de Produção e de Planejamento	23
2.3	Delimitação do Problema	29
3	Revisão da Literatura Relacionada	31
3.1	Conceitos de Planejamento	31
3.2	Modelagem Determinística: Programação Linear	33
3.3	Programação por Metas	34
3.4	Restrição de Chance	35
3.5	Otimização Robusta	36
4	O Modelo Determinístico	48
4.1	Descrição do Problema Determinístico	48
4.2	Representação Algébrica do Problema	49
4.2.1	Índices	49
4.2.2	Dados Fornecidos	49
4.2.3	Dados Calculados	52
4.2.4	Cálculos	52
4.2.5	Variáveis de Decisão	53
4.2.6	Função Objetivo	53
4.2.7	Restrições	54
4.3	Representação do Problema em GAMS, Análise Crítica da Solução e Exploração de Possíveis direções para a Modelagem	57

4.3.1	Cenário Inicial	57
4.3.2	Cenário sem Restrição à Hierarquia de Planejamento	58
4.4	Representação Algébrica do Problema Considerando-se Aspectos Relevantes da Matéria-prima na Modelagem	60
4.4.1	Índices	60
4.4.2	Dados Fornecidos	60
4.4.3	Dados Calculados	62
4.4.4	Cálculos	63
4.4.5	Variáveis de Decisão	63
4.4.6	Função Objetivo	64
4.4.7	Restrições	64
4.5	Representação do Problema em GAMS Considerando Aspectos Relevantes da Matéria-prima e Análise Crítica do Modelo	68
5	Uma Proposta de Programação por Metas Visando Otimizar o Processo de Mistura	77
5.1	Modelo de Programação por Metas	77
5.2	Resultados Computacionais e Análise do Modelo de Programação por Metas	80
6	Uma Proposta de Otimização Robusta com Incerteza na Acidez da Base de Suco	83
6.1	Modelo de Otimização Robusta	83
6.1.1	Índices	85
6.1.2	Dados Fornecidos	85
6.1.3	Dados Calculados	86
6.1.4	Cálculos	86
6.1.5	Variáveis de Decisão	86
6.1.6	Função Objetivo	87
6.1.7	Restrições	87
6.2	Resultados Computacionais e Análise do Modelo de Otimização Robusta com Incerteza na Acidez da Base de Suco	90

7	Uma Proposta de Otimização Robusta com Incerteza na Demanda de Suco de Laranja	99
7.1	Modelo Determinístico Modificado	99
7.1.1	Índices	99
7.1.2	Dados Fornecidos	100
7.1.3	Dados Calculados	100
7.1.4	Cálculos	100
7.1.5	Variáveis de Decisão	100
7.1.6	Função Objetivo	100
7.1.7	Restrições	101
7.2	Modelo de Otimização Robusta com Incerteza na Demanda Por Produto Acabado	103
7.3	Resultados Computacionais e Análise do Modelo de Otimização Robusta com Incerteza na Demanda por Produto Acabado	106
8	Conclusões e Perspectivas	112
8.1	Considerações Finais	112
8.2	Perspectivas para Pesquisa Futura	114
	Referências Bibliográficas	116
	Anexo 1 – Modelo considerando aspectos relevantes da matéria-prima	126
	Anexo 2 – Modelo de programação por metas	138
	Anexo 3 – Modelo de otimização robusta com incerteza no parâmetro acidez	151

1 Introdução

Na indústria de produção de suco de laranja, o processo de obtenção de um produto final (suco concentrado congelado de laranja) a partir das matérias-primas (variedades de laranjas) disponíveis no mercado, envolve uma grande quantidade de informações. O processamento e a análise dessas informações podem apoiar a empresa na geração de um diferencial competitivo, que é a excelência no gerenciamento integrado da cadeia de suprimentos.

A coordenação da produção, estoques e transporte de matérias-primas (diferentes variedades de laranja), produtos intermediários (sucos concentrados de laranja de diferentes variedades de laranja, chamados de bases) e produtos finais (sucos concentrados congelados de laranja obtidos pelas misturas de diferentes bases) é particularmente importante devido à combinação da sazonalidade da fruta e à relativa estabilidade na demanda por produtos.

A utilização de modelos de otimização linear para representar tal processo, pode resultar em um poderoso instrumento para análise de decisões táticas e operacionais, conforme observado em Munhoz e Morabito (2001a e 2001b). Porém, modelos de otimização linear em geral admitem que os dados sejam precisamente conhecidos e iguais a determinados valores nominais. Bertsimas e Sim (2004) observam que a abordagem clássica de programação matemática não leva em consideração a influência de incertezas nos dados, na qualidade e factibilidade do modelo.

Dentro deste contexto, o presente trabalho utiliza programação linear, programação por metas e otimização robusta para dar tratamento às informações, visando suprir subsídios ao tomador de decisão na busca da excelência na gestão da cadeia de suprimentos. A análise conjunta do processo de fornecimento das frutas até a geração dos produtos acabados para suprir a demanda é um aspecto importante deste trabalho.

1.1 Escopo, Objetivo e Justificativa

O objeto deste estudo é o planejamento agregado da produção de sucos concentrados congelados de laranja desde a colheita até a geração dos produtos finais. Esse planejamento se inicia na colheita das variedades de laranja e passa pelo processamento dessas frutas, gerando bases de suco concentrado. Essas bases de suco são então misturadas, de forma a atender às especificações dos diferentes produtos acabados.

Neste trabalho, admitem-se como conhecidas as disponibilidades de laranjas nos fornecedores, as demandas por produtos acabados, custos de armazenagem, custos de falta de produto, custos de cada variedade de laranja, especificações qualitativas de cada variedade de

laranja e dos produtos acabados, e restrições importantes, tais como: capacidades de colheita e processamento. Não é objetivo desse trabalho considerar restrições da logística de distribuição dos produtos, tais como capacidades de armazenagem de produto, capacidades de transporte de produto, entre outros.

Conforme mencionado, o problema é abordado por meio de programação matemática, em particular, programação linear, programação por metas e otimização robusta, para apoiar decisões no processo de planejamento da produção de suco concentrado de laranja no nível tático da organização.

O planejamento em uma organização em geral ocorre em três diferentes níveis: estratégico, tático e operacional. O planejamento estratégico direciona a missão da empresa em termos de sua atividade e resultados almejados e se dá na alta administração. O planejamento tático analisa alternativas para a realização da missão e se desenvolve preferencialmente na média gerência. Finalmente, o planejamento operacional define cronogramas específicos de curto prazo e alvos mensuráveis, sendo executado pelo pessoal de supervisão.

Neste trabalho, o planejamento em questão se dá no nível tático da organização, em que se trabalha com um horizonte rolante anual e com famílias de produtos. Essas famílias de produtos, por exemplo, consistem na agregação de produtos acabados em faixas de especificações do produto, de forma a simplificar a análise para apoiar a tomada de decisão. Não é objetivo deste trabalho desagregar o resultado do processamento, ou seja, detalhar a necessidade de laranjas por unidades industriais, assim como planos detalhados de produção por produto.

O trabalho utiliza como referência uma empresa típica do setor de produção de suco de laranja de abrangência internacional. No entanto, os conceitos aqui abordados são abrangentes o suficiente para serem aplicados a outras empresas similares do setor.

O objetivo deste trabalho é desenvolver abordagens para auxiliar a tomada de decisão no nível tático, em outras palavras, permitir identificar a adequação entre a demanda por produtos e o fornecimento de insumos. O planejamento agregado é modelado sem e com considerações de incertezas em alguns parâmetros de modo a construir uma ferramenta de suporte e análise efetiva à tomada de decisão. Uma das contribuições desta pesquisa se dá pela utilização de modelos de otimização robusta (Bertsimas e Sim, 2003; Bertsimas e Thiele, 2006) para representar as incertezas de certos parâmetros envolvidos neste planejamento. A otimização robusta é uma técnica de pior caso, que pretende obter soluções que minimizem o desvio máximo das variáveis aleatórias consideradas, de forma que seja assegurada a factibilidade do problema para o pior cenário das incertezas, sem grande perda de otimalidade, e sem considerar as distribuições de probabilidade

associadas (Bertsimas e Sim, 2003). A técnica agrega mais flexibilidade no controle do conservadorismo adotado na análise da incerteza.

É fato que na prática tem-se significativo nível de incerteza em vários parâmetros do problema, entre eles pode-se citar: *ratio* do suco, porcentagem de determinados componentes que é possível de se utilizar no processo de mistura, rendimento industrial (quantidade de laranja necessária para gerar uma tonelada de suco), demanda esperada do suco, disponibilidade de laranja, entre outros.

O *ratio* da laranja é tido como um dos principais impactantes neste planejamento. No setor há grande esforço depositado na tentativa de se precisar a curva que representa a evolução da maturação da fruta ao longo do tempo, aqui representada pelo *ratio* da base. A principal linha utilizada pelas empresas é baseada em métodos estatísticos, que se resumem na análise de amostras de frutas, técnicas de regressão, combinadas com dados históricos e análise de especialistas sobre fatores diversos que impactam na maturação (por exemplo, clima, solo, trato de pomares, entre outros). Esta análise gera diferentes curvas, representando a evolução do *ratio* da laranja ao longo do tempo. Devido ao grau de incerteza associado a este fato, também é proposta deste trabalho uma abordagem de otimização robusta para tratar o problema em questão.

Conforme Munhoz e Morabito (2001a e 2001b), no sistema de mistura de suco de laranja, pode ocorrer a necessidade de decisões gerenciais envolvendo vários objetivos. Muitas vezes, quando na elaboração do plano de mistura, deseja-se, além de minimizar custos, que os produtos fiquem o mais próximo possível da média de suas especificações mínimas e máximas de *ratio*. Por exemplo, em um produto com especificações de *ratio* mínimo e máximo 14 e 15 respectivamente, é desejável que seu *ratio* fique o mais próximo possível da média 14,5. Dessa forma, também são propostas neste trabalho diferentes metas, com níveis de prioridades associados a cada uma delas.

O modelo proposto deve responder algumas questões básicas como: quanto, quando e como deve ser produzido o suco envolvendo operações, desde a colheita até o atendimento da demanda. O modelo deve fornecer tais resultados respeitando-se restrições dos recursos produtivos e visando a minimização de custos envolvidos.

O modelo considera que o planejamento é parcialmente orientado pela restrição de demanda (lembrando que, antes de iniciar uma nova safra, tem-se parte do volume a ser produzido já comprometido com vendas), e parcialmente dirigido pela restrição de matéria-prima. A fruta própria da empresa, assim como a fruta previamente contratada, são dados de entrada para o planejamento. Esta fruta deve ser totalmente utilizada, ou seja, o planejamento envolve um processo de empurrar o fornecimento de material para dentro do sistema. Por outro lado, há uma segunda parcela de matéria-prima que não está contratada (normalmente contratos de curto prazo e

pontuais), e é puxada para dentro do sistema, orientado pela demanda. Esses aspectos devem estar devidamente representados no modelo, cuja solução consome a parcela empurrada e utiliza apenas o mínimo necessário da parcela puxada, para satisfação da demanda por produtos acabados.

Em resumo, pode-se separar os objetivos deste trabalho em gerais e específicos, a saber:

Objetivo geral: propor abordagens para apoiar a tomada de decisão no planejamento agregado de produção e colheita. As curvas de maturação das laranjas no planejamento de colheita e o processo de mistura de diferentes tipos de bases para obtenção da especificação de *ratio* do produto acabado no planejamento da produção conduzem a um modelo que incorpora grande parte da cadeia de suprimentos envolvida neste setor. Desta forma, o modelo apoia o tomador de decisão na busca a excelência na gestão da cadeia de suprimentos.

Objetivos específicos:

- Propor um modelo de programação linear para representar o processo de planejamento agregado de produção de suco concentrado congelado de laranja incorporando a colheita;
- Propor um modelo de programação por metas para o problema em estudo para o caso de se ter diferentes metas, com prioridades associadas a cada uma delas;
- Aplicar abordagens de otimização robusta ao problema em estudo, incorporando incertezas a determinados parâmetros do modelo e analisando a compensação (*trade-off*) entre a solução determinística e as soluções robustas.

A justificativa destes objetivos aqui propostos está, primeiro, na extensão do modelo de programação linear proposto por Munhoz (2000) e Munhoz e Morabito (2001a e 2001b), no sentido de incorporar o planejamento de colheita ao problema e utilizar equações de mistura com cálculo de *ratio* resultante a partir da acidez dos diferentes componentes. Esta extensão torna o modelo (ainda de programação linear) uma ferramenta de suporte e análise à tomada de decisão mais poderosa e efetiva.

Segundo, a incorporação de incerteza a determinados parâmetros do modelo conduz a uma melhor representação da realidade, sendo a aplicação da abordagem de otimização robusta uma solução técnica e computacional atrativa, por manter o modelo como um problema de programação linear, porém robusto.

Terceiro, academicamente o autor desconhece trabalhos na literatura que dêem tratamento ao objeto deste estudo utilizando tal abordagem. Por meio de pesquisa bibliográfica, identificou-se poucos trabalhos que tratam do tema otimização aplicada ao suco concentrado de laranja, como por exemplo, Pinto (1996), que utiliza programação linear inteira-mista para apoiar a decisão sobre sistemas de distribuição de suco concentrado de laranja, e Caixeta Filho (1993; 2006), que apresenta uma modelagem matemática para o gerenciamento da programação de colheita da laranja.

Porém, são os trabalhos de Munhoz (2000) e Munhoz e Morabito (2001a; 2001b) que mais se aproximam da abordagem aqui proposta e servem de ponto de partida para este estudo.

Outros estudos não relacionados ao suco de laranja, porém parcialmente relacionados a abordagem proposta neste trabalho e aplicados a outros setores, foram desenvolvidos no Programa de Pós-graduação em Engenharia de Produção da Universidade Federal de São Carlos. Por exemplo: Luche (2003), Luche e Morabito (2005) e Luche *et al.* (2008) apresentam um modelo de otimização inteira para apoiar a tomada de decisão na programação da produção de grãos eletrofundidos; Junqueira (2006) e Junqueira e Morabito (2006; 2008) apresentam um modelo de otimização linear para auxiliar nas decisões do planejamento tático da produção, estocagem e transporte de sementes de milho; Paiva (2006; 2009), Paiva e Morabito (2007; 2009) apresentam modelos de otimização linear e inteira mista para o planejamento agregado da produção em usinas de açúcar e álcool; Ferreira (2007) e Ferreira *et al.* (2008; 2009) apresentam um modelo de programação inteira mista para o problema integrado de dimensionamento e sequenciamento de lotes da produção de bebidas; Toso (2008) e Toso *et al.* (2008; 2009) apresentam um modelo de programação inteira mista para o problema integrado de dimensionamento e sequenciamento de lotes de produção de rações animais; Toledo *et al.* (2009) apresentam um algoritmo genérico para resolver o problema de programação da produção que envolve decisões relativas à armazenagem da matéria-prima e as linhas de engarrafamento de refrigerantes.

Recentemente nota-se um crescente interesse pelo tema otimização robusta aplicada ao gerenciamento de sistemas produtivos, o que pode ser evidenciado em Leung *et al.* (2004), que apresentam um modelo de otimização robusta para resolver problemas de planejamento agregado de produção em um ambiente com incerteza no qual os custos de produção, mão-de-obra, estoques e variações nos níveis de mão-de-obra são minimizados; em Leung *et al.* (2007a), que apresentam um modelo de otimização robusta para resolver problemas de planejamento da produção para produtos perecíveis em um ambiente com incerteza; em Leung *et al.* (2007b), que apresentam um modelo de otimização robusta para resolver um problema de planejamento de produção multi-plantas com incerteza em determinados parâmetros; em Kanyalkar e Adil (2008), que apresentam um modelo de otimização robusta para o planejamento integrado da produção, aquisição e distribuição aplicado ao caso de uma empresa multinacional de bens de consumo; em Bohle *et al.* (2008), que apresentam um problema de otimização da programação de colheita de uvas para a produção de vinhos, sujeito a diversas incertezas associadas ao processo.

1.2 Organização do Trabalho

O trabalho está organizado em oito capítulos, sendo este capítulo 1 uma introdução que descreve o escopo, objetivo e justificativa deste estudo. O capítulo 2 apresenta a evolução da indústria de suco de laranja, desde sua origem nos EUA, até seu estabelecimento e desenvolvimento no Brasil. Esse capítulo também descreve o processo de produção do suco de laranja e seus subprodutos, o planejamento nesse setor, assim como delimita o problema objeto deste estudo.

No capítulo 3 há uma breve revisão da literatura relacionada, tais como: os conceitos de planejamento aplicados a este trabalho, modelagem determinística, programação por metas e técnicas de otimização robusta.

No capítulo 4, modela-se o problema descrito no capítulo 2 utilizando programação linear, sendo os trabalhos de Munhoz (2000) e Munhoz e Morabito (2001a e 2001b) os pontos de partida para a modelagem. Ainda nesse capítulo resolve-se o modelo para diferentes cenários, elabora-se a análise do modelo e desses resultados, explora-se possíveis direções para a modelagem, o que conduz aos capítulos 5, 6 e 7.

No capítulo 5 utiliza-se uma abordagem de programação por metas com níveis de prioridades associados a cada uma delas. Define-se como meta prioritária a minimização de custos, que faz parte do modelo do capítulo 4, e uma meta secundária que é otimizar o processo de mistura. Resolve-se o modelo em questão utilizando os mesmos parâmetros aplicados no capítulo 4 e, da mesma forma que no capítulo anterior, é realizada a análise do modelo e dos resultados.

No capítulo 6 tem-se uma primeira aplicação de técnicas de otimização robusta ao problema apresentado no capítulo 4. Nesse capítulo admite-se incerteza na matriz de coeficientes tecnológicos do modelo em questão, mais precisamente nos parâmetros de acidez da base de suco que fazem parte da restrição de mistura do modelo em estudo. Resolve-se o modelo robusto utilizando os mesmos parâmetros aplicados no capítulo 4 e analisa-se o comportamento do modelo e dos resultados frente ao nível de proteção contra a violação da restrição de mistura.

No capítulo 7 tem-se a segunda aplicação de técnicas de otimização robusta ao problema apresentado no capítulo 4. Nesse capítulo admite-se incerteza no vetor do lado direito das restrições do modelo em questão, mais precisamente nos parâmetros de demanda por produto acabado. Resolve-se o modelo robusto utilizando os mesmos parâmetros aplicados no capítulo 4 e analisa-se o comportamento do modelo e dos resultados relativamente ao modelo determinístico.

Nos capítulos 4, 5, 6 e 7 foi utilizada a linguagem de modelagem GAMS e o *solver* CPLEX para resolver os modelos propostos. A análise dos modelos e dos resultados é feita ao final de cada capítulo.

Finalmente, no capítulo 8 relaciona-se as várias abordagens deste estudo como ferramentas de apoio à tomada de decisão no planejamento agregado da produção de suco concentrado congelado de laranja e apresenta-se as conclusões e perspectivas para pesquisas futuras.

2 Descrição do Problema

2.1 A Indústria de Suco de Laranja

Segundo Viegas *et al.* (1983), o desenvolvimento da indústria de suco de laranja se deu nos EUA na década de 30, devido ao aumento do consumo do produto. Em 1944 teve início a comercialização de suco concentrado congelado de laranja. No Brasil, as primeiras agroindústrias processadoras de suco de laranja iniciaram operação no início dos anos 60 (Castilho, 2006).

Na véspera do Natal de 1962, os laranjais da Flórida nos EUA amanheceram cobertos de geada. Os danos sobre os pomares de laranja foram enormes, obrigando os americanos a procurar laranja pelo mundo, a fim de abastecer o gigantesco mercado americano. O Brasil, que já engatinhava na produção de sucos, foi um dos países diretamente beneficiados por aquela geada (Hasse, 1987).

Segundo Hasse (1987), a primeira fábrica de suco concentrado e congelado, nos moldes americanos, implantada no Brasil, foi a Suconasa (Sucos Nacionais S.A.) em Araraquara-SP no ano de 1963. Segundo o autor foi praticamente um transplante: tinha causas, motivações, agentes, capital, tecnologia e mercado externos. Não era iniciativa completamente americana, porque, na realidade, foi realizada por um porto-riquenho chamado Pedro Santiago, dono da Toddy do Brasil.

Antes da Suconasa, o mais típico exemplo de indústria de suco de laranja existente foi a Companhia Mineira de Conservas, criada em 1962, em Bebedouro-SP, pelo engenheiro austríaco Eduardo Rinzler. O suco era embalado a quente (sistema “*hot pack*”), depois de receber um conservante à base de dióxido de enxofre e benzoato de sódio, para evitar fermentação (Hasse, 1987).

Segundo Maia (1996), o Brasil exportou o suco concentrado congelado de laranja pela primeira vez em 1962, com volume de 235 toneladas, gerando 84 mil dólares. No início dos anos 80, o Brasil tornou-se o maior produtor e exportador mundial de suco, ultrapassando os EUA (Castilho, 2006; Vieira, 2008). A Tabela 2.1 apresenta alguma terminologia utilizada na indústria cítrica, a Tabela 2.2 e a Figura 2.1 apresentam a produção de laranja atualmente e a Tabela 2.3 e a Figura 2.2 apresentam as exportações de suco concentrado de laranja no mundo nos últimos anos (note a destacada liderança do Brasil na produção e exportação desse produto).

Tabela 2.1 – Terminologia utilizada na indústria cítrica

Caixa de fruta	unidade de peso equivalente a 40,8 quilos ou 90 libras
Brix	refere-se a porcentagem de sólidos solúveis ou açúcares e ácidos, sendo quantificado em graus brix através de refratômetro. O refratômetro é um instrumento utilizado para medir o índice de refração de soluções.
Acidez	depois dos açúcares, os ácidos são os sólidos solúveis presentes em maior quantidade no suco. O teor de ácidos é determinado por titulação.
Ratio	é a relação brix/acidez e fornece o grau de maturação e qualidade do suco.
Variedade	as variedades de laranja Pêra, Natal e Valência são as mais indicadas para a industrialização, enquanto a variedade Hamlin, por ser mais precoce, permite que a fábrica opere economicamente no início da safra, mas fornece um suco de qualidade inferior e de pouca aceitação no mercado.

Tabela 2.2 – Produção de laranjas em milhares de toneladas

	1995	1996	1997	1998	1999	2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007
Mundo	59.282	61.294	65.651	62.290	62.326	63.812	60.121	62.072	59.491	64.778	62.876	63.618	63.906
Brasil	19.837	21.079	23.047	20.850	22.893	21.330	16.983	18.531	16.918	18.314	17.853	18.032	18.279
EUA	10.371	10.366	11.514	12.401	8.912	11.791	11.087	11.226	10.473	11.677	8.393	8.166	7.357
México	3.572	3.985	3.944	3.331	3.520	3.813	4.035	4.020	3.846	3.977	4.113	4.157	4.160
Índia	2.300	2.500	2.550	2.800	3.000	2.675	2.575	2.870	1.922	3.263	3.314	3.435	3.900
Espanha	2.587	2.201	2.845	2.455	2.690	2.616	2.898	2.963	3.052	2.767	2.376	2.360	2.691
China	2.123	2.182	2.110	1.185	1.435	1.181	1.488	1.643	2.013	2.333	2.741	2.790	2.865
Outros	18.492	18.981	19.641	19.268	20.204	20.406	21.055	20.819	21.267	22.447	24.086	24.678	24.654

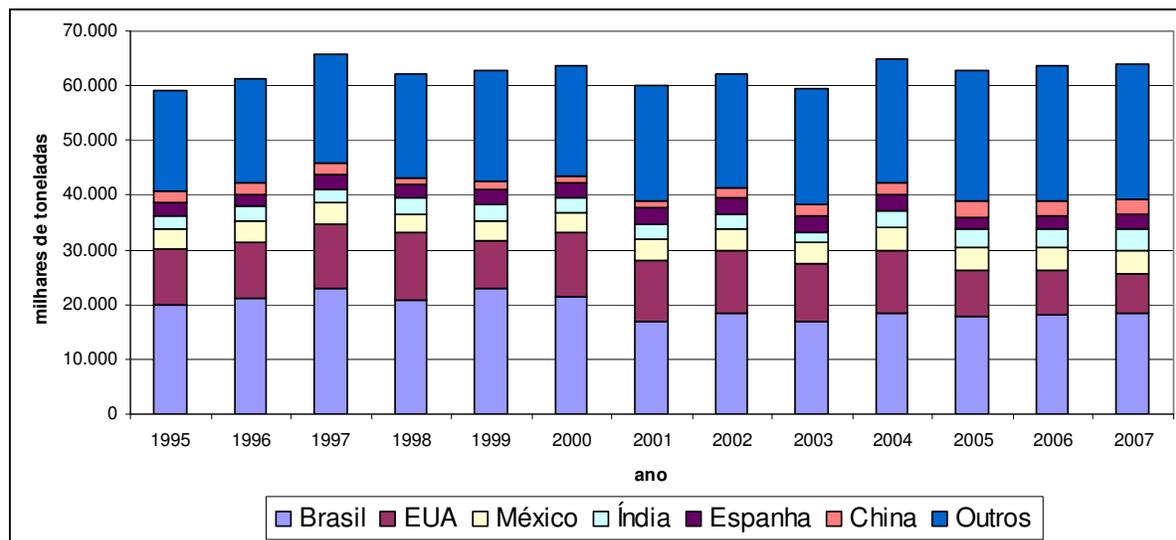
Fonte: F.A.O. (2008a, 2009a)

Tabela 2.3 – Exportações de suco concentrado de laranja em milhares de toneladas

	1995	1996	1997	1998	1999	2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006
Mundo	1.221	1.407	1.422	1.471	1.403	1.515	1.640	1.436	1.417	1.385	1.475	1.351
Brasil	961	1.182	1.180	1.228	1.168	1.224	1.348	1.003	1.054	1.010	1.059	973
EUA	91	103	122	92	91	85	74	194	68	78	59	61
Espanha	21	29	32	44	30	52	58	61	86	96	78	71
Outros	148	93	88	107	114	154	160	178	209	201	279	246

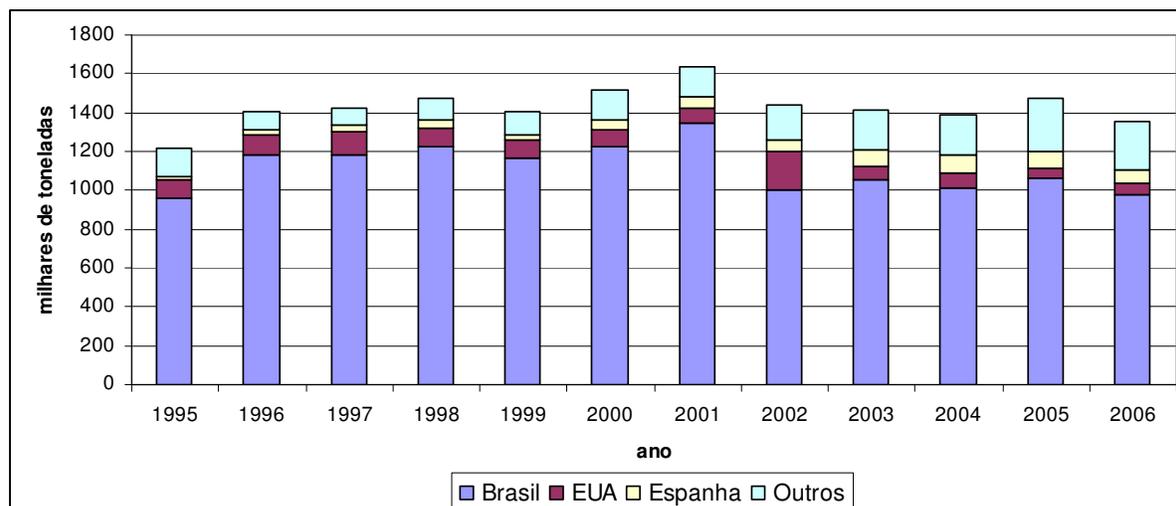
Fonte: F.A.O. (2008b, 2009b)

Figura 2.1 – Produção de laranjas em milhares de toneladas



Fonte: F.A.O. (2008a, 2009a)

Figura 2.2 – Exportações de suco concentrado de laranja em milhares de toneladas



Fonte: F.A.O. (2008b, 2009b)

Segundo dados do IBGE (2008), o nível de produção de laranjas em 2008 está estimado em 17.956.938 toneladas, o que indica a manutenção dos patamares de produção do Brasil indicado na Tabela 2.2 e na Figura 2.1.

Em Castilho (2006), o Estado de São Paulo é apresentado concentrando 75% da produção brasileira de laranja, sendo o estado responsável por 95% das exportações de suco de laranja do país. Segundo Neves *et al.* (2008), 82% da produção paulista de laranja, em média, destina-se ao

processamento, e o suco de laranja concentrado congelado é o 17º principal produto da pauta das exportações brasileiras, sendo responsável por 72% das exportações citrícolas.

Ferraz *et al.* (1995) classificaram empresas segundo padrões de competitividade e concluíram que as agroindústrias, classificadas como indústrias produtoras de *commodities*, são caracterizadas por elevada participação no mercado, número reduzido de firmas, oligopólio homogêneo, prevalência de pequena diferenciação dos produtos e elevadas escalas técnicas de produção, comparadas aos demais ramos da indústria. O autor conclui também que para estarem bem colocadas na competição, as empresas produtoras de *commodities* devem ser capazes de explorar ao máximo todas as possibilidades de redução de custos.

Segundo Castilho (2006), com um parque industrial constantemente atualizado e incorporando novas tecnologias, o Brasil tornou-se líder, tanto no processamento de citros para a produção de suco concentrado congelado, em termos de tecnologia, qualidade e custo, como em logística de distribuição em âmbito mundial. Também Neves *et al.* (2005) observam que o parque industrial produtor de suco de laranja, em São Paulo, é constituído de fábricas modernas usando a mais avançada tecnologia existente no mundo, e até 2003 as cinco empresas principais exportadoras de suco eram Cutrale, Citrosuco, Citrovita, Cargill e Coinbra, denominadas “5Cs” (Tabela 2.4); e que em 2004 todas as operações do negócio citrícola da Cargill no Brasil foram vendidas para a Cutrale e Citrosuco, e que a Citrovita adquiriu a Sucorrico, alterando a participação dessas empresas nas exportações.

Tabela 2.4: Participação nas exportações das principais indústrias processadoras, 2000-2003

Exportações cítricas por empresa: valor e participação - Mil US\$ FOB								
	2000		2001		2002		2003	
	US\$	%	US\$	%	US\$	%	US\$	%
Sucocitrico Cutrale	321.783	28,63	348.765	35,84	315.741	27,03	424.101	30,96
Citrosuco Paulista	243.025	21,62	222.299	22,84	261.132	22,35	331.646	24,21
Citrovita	74.135	6,60	68.428	7,03	98.816	8,46	163.852	11,96
Cargill Juice	37.642	3,35	n/d	n/d	156.558	13,40	151.815	11,08
Coinbra-Frutesp	98.576	8,77	94.186	9,68	82.605	7,07	108.531	7,92
Montecitrus	86.554	7,70	66.776	6,86	67.011	5,74	73.121	5,34
Outros	262.386	23,34	n/d	n/d	186.437	15,96	116.834	8,53
Total	1.124.100	100,00	973.100	100,00	1.168.300	100,00	1.369.900	100,00

Fonte: Neves *et al.* (2005)

Na sequência é descrito brevemente como é o processamento da laranja e o respectivo planejamento das operações.

2.2 O Processo de Produção e de Planejamento

A seguir, tem-se a descrição do processo de produção do suco de laranja e seus subprodutos. Em Tetra Pak Processing Systems AB (1998), também é apresentada uma boa descrição de como se dá o processamento da laranja, entre outros assuntos relacionados ao suco de laranja.

Descarregamento da Fruta

A laranja é transportada até a fábrica por meio de caminhões que, ao chegarem na empresa, são descarregados através de rampas com acionamento hidráulico (Figura 2.3). A fruta é transportada por meio de correias e elevadores de canecas até os silos de estocagem de laranja (Figura 2.3).

Durante o descarregamento da fruta, é coletada uma amostra representativa da carga do caminhão, para que seja feita a identificação das características físico-químicas desta. Entre as principais características estão o brix, *ratio* e variedade, as quais foram descritas na seção 2.1 deste capítulo.

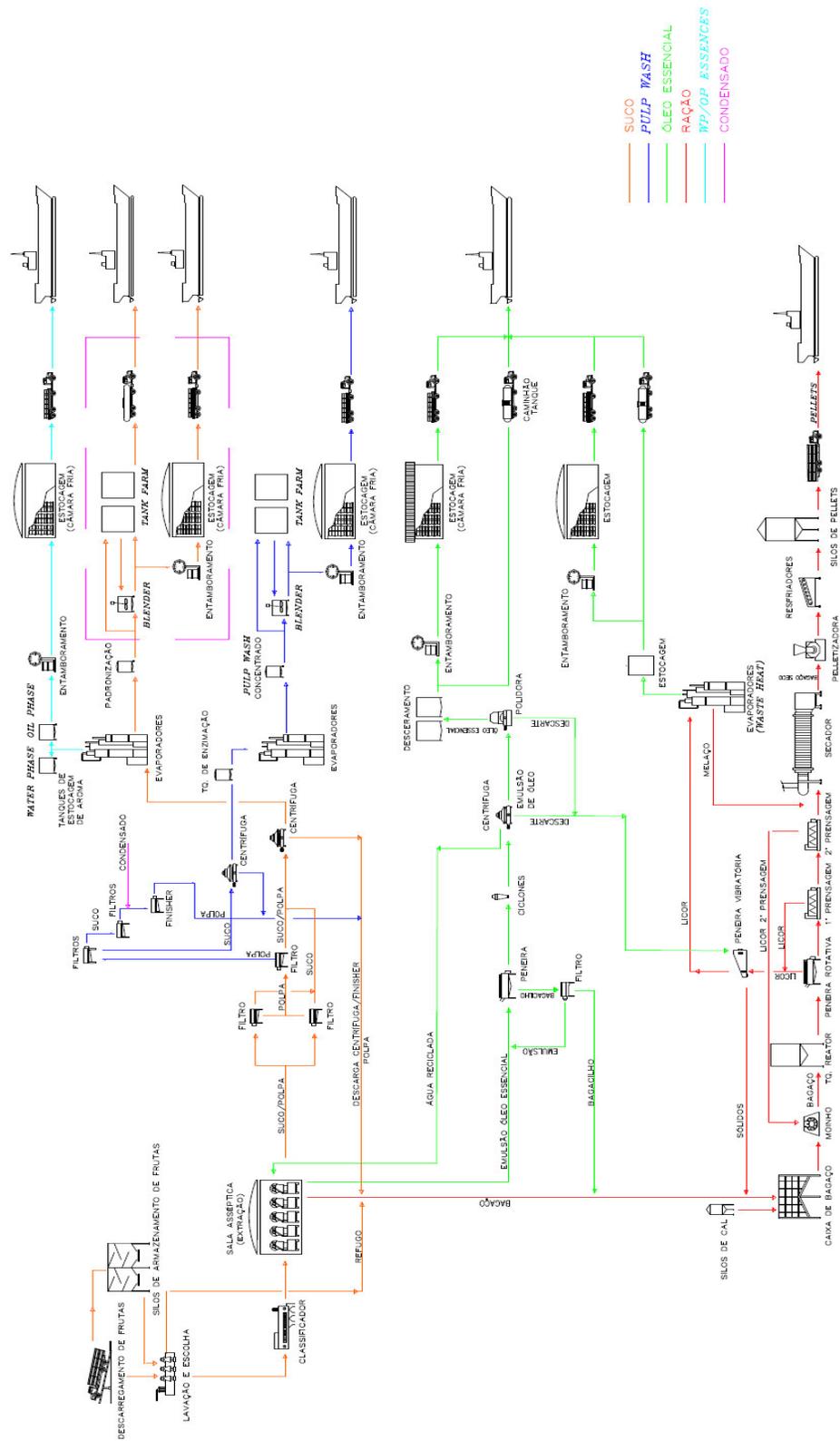


Figura 2.3 – Fluxo do processamento de suco de laranja e subprodutos

O Processamento da Laranja

Com base nas características físico-químicas da laranja e no plano de produção, é feita a retirada da fruta dos silos por meio de correias transportadoras e elevadores de canecas, a qual é encaminhada ao setor de lavagem e seleção (Figura 2.3).

Neste setor, a laranja é lavada primeiro com água e, em seguida, com solução sanitizante, para a devida assepsia desta. Após a lavagem, a laranja passa por um processo de seleção (Figura 2.3), onde são retiradas manualmente as frutas deterioradas e verdes (estas frutas são transportadas por bombeamento para o setor de produção do *pellet* de polpa cítrica, que é um subproduto da laranja utilizado como componente para ração animal).

Uma vez lavada e selecionada, a fruta é transportada mais uma vez por correias transportadoras até o equipamento denominado classificador (Figura 2.3). Este equipamento classifica a laranja em três diferentes grupos conforme o tamanho da fruta (pequena, média e grande).

Depois de classificada, a laranja é processada no setor conhecido por extração (Figura 2.3). É neste local que temos o equipamento conhecido por extratora, o qual fornece as seguintes fases a partir da laranja:

- suco com polpa;
- emulsão água com óleo e fragmentos de casca da laranja;
- bagaço da laranja.

O bagaço da laranja é conduzido por meio de roscas transportadoras até o setor chamado de ração. Neste setor o bagaço é armazenado em um silo (vide caixa de bagaço na Figura 2.3) a partir do qual passa por uma sequência de equipamentos (que são descritos a seguir), até resultar nos subprodutos: D'limonene, que é utilizado na fabricação de solventes, resinas, entre outros, e o *pellet* de polpa cítrica, que é utilizado como um componente na fabricação de ração animal.

O bagaço da laranja é retirado do silo por roscas transportadoras, quando ocorre a adição de cal (vide silo de cal na Figura 2.3), que tem por funções corrigir o pH e tornar o bagaço da laranja menos viscoso (Kesterson e Braddock, 1976), proporcionando, assim, mais facilidade de prensagem em outra etapa. Em seguida, o bagaço é triturado em moinhos tipo martelo (Figura 2.3) e enviado por bombeamento para um tanque (vide tanque reator na Figura 2.3), que tem por função retardar o envio deste para a próxima etapa do processo, a fim de que a cal tenha tempo suficiente para reagir com o bagaço.

Após o tanque, o bagaço passa por um sistema de peneiramento e prensagem (Figura 2.3), para retirar o líquido (licor) contido no bagaço. Neste momento têm-se duas fases: o licor e o bagaço.

O licor é enviado por bombeamento para evaporadores (Figura 2.3), que extraem o subproduto denominado D'limonene. O D'limonene extraído neste ponto é bombeado para tanques (Figura 2.3) para, em seguida, ser estocado em tambores ou comercializado a granel (Figura 2.3).

O bagaço proveniente da etapa de prensagem é enviado, por roscas transportadoras, para a secagem em secador do tipo rotativo (Figura 2.3). Os gases utilizados na secagem do bagaço são usados como forma de energia nos evaporadores e a palha (bagaço seco) é, finalmente, peletizada, resfriada e armazenada em silos (Figura 2.3), para, posteriormente, ser comercializada na forma de *pellets* de polpa cítrica.

Retornando ao setor de extração, tem-se a fase de emulsão água com óleo e fragmentos de casca de laranja, que é encaminhada, por roscas transportadoras, ao setor de produção de óleo essencial de laranja. Neste setor, esta emulsão primeiro passa por um sistema de peneiramento e filtragem (Figura 2.3), para retirar o máximo de solução água e óleo de laranja dos fragmentos de casca. Os fragmentos de casca são transportados, juntamente com o bagaço da laranja, para o silo de bagaço (Figura 2.3) do setor da ração.

A solução água e óleo é separada por centrifugação (Figura 2.3), e a água é reutilizada no setor de extração, neste mesmo processo de recuperação de óleo essencial. Enquanto isso, o óleo é encaminhado para tanques com baixas temperaturas (vide desceramento na Figura 2.3), que têm por função retirar a cera contida neste. Após o processo de desceramento, o óleo essencial está pronto para comercialização em tambores de 200 (duzentos) litros ou a granel (Figura 2.3).

De volta ao setor de extração, tem-se a fase suco com polpa, que é transportada por gravidade ao setor de filtragem e centrifugação (Figura 2.3). Neste setor, é retirado do suco o excesso de polpa e outros defeitos que possam estar nele incorporados, além de se efetuar o ajuste do teor de polpa do produto dentro dos padrões desejados. A polpa retirada do suco nesta etapa é utilizada na produção do subproduto conhecido como *pulp wash* (polpa lavada), que vem a ser um suco com qualidade inferior.

O processo de produção do *pulp wash* consiste na lavagem da polpa retirada do suco com água em contrafluxo (Figura 2.3), e posterior concentração deste em evaporadores de múltiplos estágios com filme descendente (Figura 2.3), e pela combinação de temperatura e vácuo concentra-se o produto até a especificação desejada. Na sequência, o produto é resfriado em trocadores de calor e estocado a baixas temperaturas em câmaras frigoríficas (Figura 2.3) até o momento da comercialização que, usualmente, é feita em tambores metálicos de 200 (duzentos) litros.

Retornando ao suco, que está com o teor de polpa desejado, o processo de industrialização segue, da mesma forma que no *pulp wash*, pela concentração do suco, até a especificação desejada

em evaporadores de múltiplos efeitos com filme descendente Figura 2.3). Após concentrado, resfria-se o suco e armazena-se este a granel em câmaras frigoríficas (Figura 2.3).

Neste momento, tem-se o suco na forma de bases, que pode se entender como sendo um primeiro estágio de um processo de planejamento da produção. Em um segundo estágio tem-se o processo de mistura das diversas bases de suco de forma a obter-se os produtos finais (vide blender na Figura 2.3). Quando o suco está sendo concentrado nos evaporadores, ocorre a extração de outros dois subprodutos conhecidos por *oil phase* e *water phase*, que, na sequência, são armazenados em tambores metálicos de 200 (duzentos) litros prontos para serem comercializados (Figura 2.3).

O Processo de Mistura

As bases de suco, que estão armazenadas em câmaras frigoríficas com tanques em aço inoxidável, são bombeadas para tanques localizados no setor denominado *blender* (Figura 2.3) em diferentes quantidades, de forma tal que se obtenha um produto dentro das especificações pré determinadas.

Uma vez completado o tanque *blender* com as quantidades especificadas de bases, coleta-se uma amostra representativa deste e efetua-se um conjunto de análises físico-químicas, organolépticas (diz-se das propriedades das substâncias que impressionam os sentidos, no caso em estudo, propriedades do suco que impressionam o paladar, tais como: acidez, amargor, adstringência, etc.) e microbiológicas do produto, para verificação da conformidade com as especificações.

Estando o produto conforme, este é bombeado novamente para as câmaras frigoríficas, para posterior embarque a granel, ou envasado em tambores metálicos de 200 (duzentos) litros, para posterior comercialização (Figura 2.3).

O cálculo da quantidade de cada base a ser utilizada na mistura para resultar um *ratio* (brix/acidez) pré-estabelecido, é feito conforme a seguinte equação linear:

$$A_d Q_d = A_1 Q_1 + A_2 Q_2 + \dots + A_n Q_n$$

com

$$Q_d = Q_1 + Q_2 + \dots + Q_n$$

e, finalmente,

$$R_d = B_d / A_d$$

em que

$$R_d = \text{ratio final desejado para o produto acabado};$$

A_d = acidez final desejada para o produto acabado;

Q_d = quantidade desejada de produto acabado;

A_i = acidez da base de suco i , ($i = 1, 2, \dots, n$);

Q_i = quantidade de base de suco i , ($i = 1, 2, \dots, n$);

B_d = brix final médio do produto acabado, que no caso do problema é 66, ou seja, 66% do produto é composto por sólidos solúveis (vide definição de brix na Tabela 2.1);

Para algumas bases, além do cálculo acima, especificam-se também as quantidades limites (em porcentagem) de determinadas bases a serem adicionadas ao produto final.

Nesse contexto o planejamento utilizado para este trabalho se dá no nível tático da organização, quando se analisam simultaneamente os estoques de passagem de uma safra para outra, um plano de demanda por produtos acabados e um plano de disponibilidade de matéria-prima (Figura 2.4). A análise se dá em um nível mais agregado respeitando-se a hierarquia das decisões (a seção 3.2 trata desses conceitos). A capacidade dos recursos produtivos é uma importante restrição.

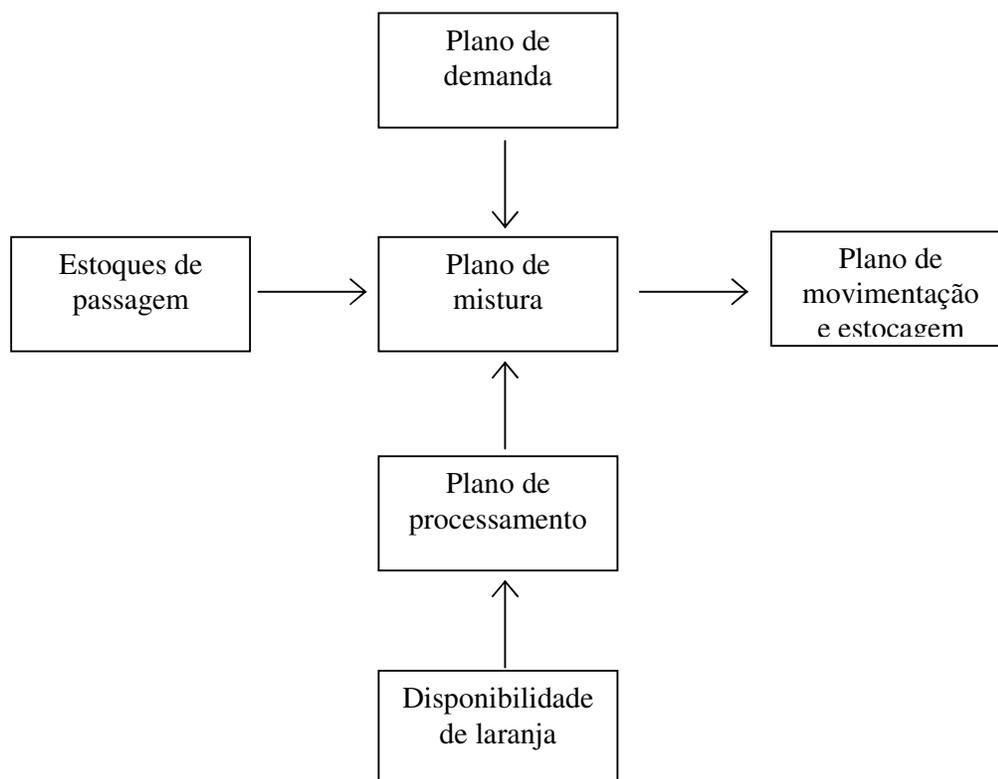


Figura 2.4 – Planejamento básico da safra

O plano de disponibilidade de laranja, que também pode ser chamado de planejamento de colheita, é elaborado a partir de diversos parâmetros, com destaque para a curva que representa a evolução da maturação da fruta ao longo do tempo, aqui representada pelo parâmetro *ratio*,

conforme definido na Tabela 2.1. O setor deposita grande esforço na tentativa de entender o comportamento deste parâmetro, sendo que a principal linha utilizada pelas empresas é baseada em métodos estatísticos, que se resumem na análise de amostras de frutas, técnicas de regressão, combinado com dados históricos e análise de especialistas sobre fatores diversos que impactam o processo de maturação (por exemplo, clima, solo, trato de pomares, entre outros), gerando diferentes curvas representando a evolução do *ratio* da laranja ao longo do tempo. A Figura 2.5 ilustra uma curva de maturação para uma laranja tipo precoce, sendo que o *ratio* desta fruta varia ao longo do tempo.

Figura 2.5 – Exemplo de curva de maturação da laranja



2.3 Delimitação do Problema

O objeto deste estudo é o planejamento agregado da produção de suco concentrado congelado de laranja, desde a colheita da laranja até a geração do produto final. Conforme descrito na seção 2.2, no processamento da laranja tem-se, além do suco concentrado congelado de laranja, a produção de alguns subprodutos, tais como: *pellets* de polpa cítrica, óleo essencial, *oil phase*, *water phase*, entre outros. No planejamento da produção neste setor é comum direcionar mais esforço para o suco concentrado de laranja, ficando os subprodutos para um controle mais operacional, com foco na maximização da recuperação destes durante o processamento.

Neste trabalho, admite-se como conhecidos a disponibilidade de laranja nos fornecedores, a demanda por produto acabado, custo de armazenagem, custo de falta de produto, custo da laranja, especificações qualitativas da laranja e do produto acabado e as principais restrições de:

capacidades de colheita e processamento. No caso do custo de falta de produto, é utilizado um alto valor para este parâmetro de forma a penalizar a falta. Isto vem de encontro com uma das principais preocupações dos gerentes de produção, que é evitar as faltas de produto.

A programação matemática foi a abordagem de solução, em particular, programação linear, programação por metas e otimização robusta, para apoiar decisões no planejamento da produção de suco concentrado de laranja no nível tático da organização. A coordenação e integração dessas decisões em um planejamento agregado têm o benefício de oferecer maior velocidade e flexibilidade na análise de diferentes cenários, o que pode caracterizar uma vantagem competitiva para a empresa. O estudo se dá em uma empresa processadora de laranja localizada no Estado de São Paulo e com uma rede de distribuição internacional.

No próximo capítulo, é apresentada uma breve revisão da literatura relacionada.

3 Revisão da Literatura Relacionada

3.1 Conceitos de Planejamento

Segundo Tubino (2000), em um sistema produtivo, ao serem definidas suas metas e estratégias, faz-se necessário formular planos para atingi-las, administrar os recursos humanos e físicos com base nesses planos, direcionar a ação dos recursos humanos sobre os físicos e acompanhar esta ação, permitindo a correção de prováveis desvios, sendo essas atividades desenvolvidas pelo planejamento e controle da produção.

As atividades de planejamento e controle proporcionam os sistemas, procedimentos e decisões que conciliam os recursos da operação, os quais têm a capacidade de fornecer ao consumidor, com um conjunto de demandas, tanto gerais como específicas, tanto atuais como potenciais, os produtos e serviços da operação (Slack *et al.*, 1999).

Nessa seção são apresentados alguns conceitos relativos ao planejamento da produção que são aplicados nesse trabalho. Anthony (1965) classificou as decisões envolvidas no processo de planejamento em três categorias: planejamento estratégico, planejamento tático e controle operacional.

No planejamento estratégico as decisões são mais relacionadas ao estabelecimento de políticas de gestão e o desenvolvimento de recursos para satisfazer os requisitos externos de forma consistente com os objetivos da organização. Na área da gestão da produção essas decisões estão relacionadas ao projeto das facilidades produtivas e incluem: localização e tamanho de novas plantas; aquisição de novos equipamentos; seleção de novas linhas de produtos e projeto de sistemas logísticos. Essas decisões são muito importantes porque elas definem a posição competitiva da empresa, sua taxa de crescimento e podem determinar seu sucesso ou fracasso. Essas decisões são tomadas nos níveis mais altos da administração, envolvem alto nível de investimento, têm implicações no longo prazo e são afetadas por informações internas e externas. Assim, qualquer modelo para apoiar essas decisões deve ter um escopo amplo, com horizonte de planejamento de longo prazo e reconhecer os impactos das incertezas e os riscos das decisões.

No planejamento tático as decisões são focadas no processo de utilização dos recursos. O problema básico nesse nível é alocação de recursos, tais como: capacidade, disponibilidade de mão-de-obra, recursos de armazenagem e distribuição. As decisões típicas dessa categoria incluem: utilização de mão-de-obra em horário normal e hora extra; alocação de capacidade para famílias de produtos; formação de estoques sazonais; definição dos canais de distribuição e seleção de alternativas de transporte. Essas decisões envolvem um horizonte de planejamento de médio prazo e

a agregação de itens em famílias de produtos. Na literatura, modelos que endereçam essas decisões são classificados como modelos de planejamento agregado.

No controle operacional as decisões são relativas aos problemas diários da operação e programação que requerem completa desagregação das informações geradas pelos níveis superiores. Decisões típicas dessa categoria incluem: sequenciamento da produção; definição de tamanho de lote no nível de itens; atribuição de pedidos de clientes às máquinas; atividades de controle de estoque, expedição e processamento de pedidos. O problema de programação da produção em organizações produtivas é determinar quando, onde e quanto produzir (Ballou, 1993; Slack *et al.*, 1999; Tubino, 2000; Corrêa *et al.*, 2007).

Shapiro (2001) cita que o mapeamento de itens ou produtos em famílias, clientes em mercados e fornecedores em grupos é um passo importante na conceitualização e implementação de um modelo de cadeia de suprimento para o planejamento estratégico e tático. A relevância da agregação de produtos para se obter modelos efetivos foi reconhecido por pesquisadores há algum tempo, como, por exemplo, em Geoffrion (1977), Zipkin (1982) e Axsater e Jonsson (1984).

A abordagem hierárquica para o planejamento da produção reconhece essas diferenças entre as categorias e dessa forma as decisões são decompostas em subproblemas, de tal forma que, dentro do contexto da hierarquia organizacional, liga as decisões de nível mais alto com aquelas de nível mais baixo de uma maneira efetiva. Decisões que são tomadas no nível mais alto impõem restrições para as decisões de nível mais baixo. Por sua vez, decisões detalhadas fornecem a necessária retroalimentação para avaliar a qualidade da decisão agregada (Bitran e Tirupati, 1989).

Hax e Meal (1975) introduziram o conceito de planejamento hierárquico reconhecendo as diferenças entre as decisões táticas e operacionais. Decisões táticas estão associadas com o planejamento agregado da produção, enquanto decisões operacionais são um resultado do processo de desagregação. A estrutura hierárquica proposta por Hax e Meal (1975) e subsequentemente utilizada por Bitran e Hax (1977, 1981) e Bitran *et al.* (1981) é baseada em três níveis de agregação de produto, a saber:

Itens: são os produtos finais entregues aos clientes e representam o maior nível de especificidade relativamente aos produtos manufaturados. Um dado produto pode gerar um grande número de itens, diferenciando em características como cor, embalagem, rótulos, tamanho, acessórios, etc.

Tipos de Produto: são grupos de itens que têm similaridades, tais como custo unitário, custo direto, custo de armazenagem por unidade por período, produtividade e sazonalidade.

Famílias: são grupos de itens que pertencem ao mesmo tipo de produto e compartilham tempos de preparação (*setup*) similares. Isto é, sempre que uma máquina é preparada para produzir um item

de uma família, todos os outros itens dessa mesma família podem ser produzidos com pouca necessidade de novos tempos de preparação.

Outro conceito aplicado nesse trabalho é o de sistemas de planejamento tipo puxado (*pull*) e empurrado (*push*). Segundo Tubino (2000), empurrar a produção significa elaborar periodicamente um programa de produção completo, para atender a um plano de longo prazo, desde a compra de materiais até a montagem do produto acabado, e transmiti-lo aos setores responsáveis através da emissão de ordens de compra, fabricação e montagem. Ainda segundo Tubino (2000), puxar a produção significa não produzir até que o cliente (interno ou externo) solicite a produção de determinado item.

Segundo Corrêa *et al.* (2001), os sistemas tradicionais são sistemas que empurram a produção, desde a compra de matérias-primas e componentes até o estoque de produtos acabados. Nesse caso, as operações são disparadas pela disponibilidade de material a processar. Uma vez completada a primeira operação, o lote é empurrado para a operação seguinte, na qual espera sua vez de encabeçar a fila de lotes a serem processados, de acordo com seu nível de prioridade. Ainda segundo Corrêa *et al.* (2001), no sistema puxado o material é processado em uma operação se ele é requerido pela operação subsequente do processo.

Em Blackstone (2008), define-se sistemas empurrados (*push system*), em produção, a produção de itens nos momentos necessários por uma dada programação previamente planejada. E sistemas puxados (*pull system*), em produção, a produção de itens apenas quando demandado para uso ou reposição daqueles itens que foram utilizados.

3.2 Modelagem Determinística: Programação Linear

No ocidente, durante e após a Segunda Guerra Mundial, tornou-se evidente que o planejamento e a coordenação entre vários projetos, assim como a eficiente utilização de recursos escassos eram essenciais (Bazaraa *et al.*, 1990). Em Junho de 1947 teve início o projeto SCOP (Scientific Computation of Optimum Programs) na Força Aérea Norte Americana, que tinha a participação, entre outros, do matemático George Dantzig. Durante esse projeto, Dantzig desenvolveu, formalizou e testou o método simplex para resolver problemas de programação linear. A programação linear é a otimização de funções lineares sujeito a restrições lineares.

Bazaraa *et al.* (1990), Hillier & Lieberman (1995), entre outros, endereçam, com profundidade, o desenvolvimento teórico e as características desses problemas de otimização. Shapiro (2001) demonstra a aplicação de modelos de programação linear para um problema central da gestão da cadeia de suprimentos, que é a alocação ótima de recursos escassos. Também Arenales

et al. (2007) apresentam diversos exemplos de aplicações de modelos lineares em problemas de mistura, problemas de transporte, transbordo e designação, problemas de planejamento de produção, problemas de gestão de projetos, entre outros.

Em muitas aplicações práticas, alguns dados do problema não são exatamente conhecidos, sendo importante estar apto a encontrar novas soluções ótimas para o problema quando novas estimativas desses dados estão disponíveis, sem ter que resolver o modelo de otimização linear passando novamente por todos os passos. Bazaraa *et al.* (1990) classificam esse tópico, entre outros, como análise de sensibilidade e apresentam exemplos de análise de sensibilidade quando se perturba determinados parâmetros do modelo de programação linear.

Silva (2008) observa que a análise de sensibilidade permite avaliar impactos associados as alterações nos valores dos parâmetros de entrada do sistema, possibilitando constatar tendências e anomalias.

Outra técnica utilizada na prática em problemas multiperíodos é o horizonte de planejamento rolante, ou seja, resolver o modelo com $1, 2, \dots, T$ períodos consecutivamente a cada novo período t , considerando que o novo horizonte de planejamento é $t+1, \dots, t+T$, com as estimativas dos dados atualizadas.

3.3 Programação por Metas

Hax e Candea (1984) dividem os modelos com custo linear em duas categorias, dependendo de como os objetivos gerenciais são incorporados na formulação:

- formulações de programação linear clássicas, em que a função objetivo representa uma meta única (por exemplo, minimizar o custo total de produção);
- formulações de programação por metas (*goal programming*), nas quais várias metas aparecem explicitamente, e *tradeoffs* entre objetivos são testados com base em um conjunto de prioridades, ao invés de fatores específicos de custos.

Quando as decisões gerenciais requerem a consideração de vários objetivos que podem conflitar entre si e serem de difícil mensuração, uma abordagem possível para esses casos é a programação por metas. Esta abordagem pode ser vista como uma modificação e extensão da programação linear. A abordagem da programação por metas permite uma solução simultânea de um sistema de objetivos complexos, ao invés de um único e simples objetivo (Hax e Candea, 1984).

Para formular um problema como um modelo de programação por metas, é preciso especificar um conjunto de objetivos com níveis de prioridades associados com cada um deles. Em geral, há dois tipos de conjuntos de restrições: restrições regulares, representando dependências

entre variáveis de decisão e parâmetros (como em qualquer modelo de programação linear), e restrições de objetivos, relacionando as variáveis de decisão com os objetivos. As variáveis de desvio (variáveis de folga ou excesso), que são sempre parte das restrições de objetivos, mostram o desvio das metas. Uma abordagem de solução consiste em definir uma estrutura de prioridade com múltiplos níveis, cada nível minimizando a variável de desvio associada com a meta daquele nível.

Quando não é possível determinar precisamente a importância relativa dos objetivos, a programação por metas hierárquica (*pre-emptive goal programming*) pode ser uma ferramenta útil. Para aplicar a programação por metas hierárquica, é preciso ordenar os objetivos, do mais importante para o menos importante. O coeficiente da função objetivo, para a variável de desvio da meta i , é denotado por P_i . Admite-se que o peso da meta 1 é muito maior que o peso da meta 2, o peso da meta 2 é muito maior que o peso da meta 3, e assim por diante. Essa definição assegura que, primeiro se tentará satisfazer a meta de maior importância (P1), depois a meta de segunda maior importância (P2), e assim por diante. Mais detalhes deste método podem ser encontrados em Winston (1991).

Hax e Candea (1984) e Ozan (1986) apresentam modelos de programação por metas na forma genérica. Shapiro (2001) também ilustra a teoria de otimização com múltiplos objetivos através de um exemplo.

3.4 Restrição de Chance

Uma abordagem de restrição de chance (*chance constraint*) dá tratamento a problemas de otimização com presença de incerteza em determinados parâmetros. Modelos com restrições de chance são bastante utilizados na literatura de programação estocástica para tratar incertezas que impactam na factibilidade do problema (Charnes e Cooper, 1959; Johnson e Montgomery, 1974).

Quando há incerteza em determinados parâmetros, pode ser desejável um balanceamento na decisão, para controlar o risco envolvido. Para isso se utiliza as distribuições de probabilidade desses parâmetros, e se impõe limites de risco que sejam aceitáveis para a situação em questão. Esse tipo de modelo envolve a consideração de que as restrições são satisfeitas com uma probabilidade específica (Diwekar, 2002).

Uma discussão mais detalhada de problemas de restrição de chance, e de uma forma mais geral, programação estocástica, pode ser encontrada em Prékopa (1995) e Ruszczyński e Shapiro (2003).

3.5 Otimização Robusta

Quando da construção de modelos de otimização matemática, é comum admitir que os dados são conhecidos exatamente e ignorar a possível influência de incertezas associadas a esses parâmetros sobre a otimalidade e factibilidade das soluções desses modelos.

Ben-Tal e Nemirovsky (2000) citam que em aplicações para casos reais de programação linear, não se pode ignorar a possibilidade de que uma pequena incerteza nos dados pode fazer a solução ótima completamente sem sentido do ponto de vista prático.

Em muitos problemas de otimização no mundo real a presença de incertezas em determinados parâmetros é um fato, como, por exemplo, na otimização da cadeia de suprimentos, a demanda por produtos, o retorno financeiro, a necessidade de materiais e outros recursos não são precisamente conhecidos.

As metodologias clássicas para o tratamento de problemas com incerteza nos parâmetros incluem análise de sensibilidade e otimização estocástica. Segundo Sim (2004), análise de sensibilidade é apenas uma ferramenta para analisar quão boa é uma solução, e não é particularmente útil para gerar soluções robustas a mudanças nos parâmetros e, mais, não é prático desenvolver análise de sensibilidade conjunta em modelos com muitos parâmetros com incerteza. Ainda segundo Sim (2004), na otimização estocástica se expressa a factibilidade de uma solução usando restrição de chance, assumindo como dadas as distribuições dos parâmetros, as quais são difíceis de se conhecer e, finalmente, é computacionalmente desafiador avaliar restrição de chance.

Mulvey *et al.* (1995) citam que a análise de sensibilidade é uma abordagem reativa para controlar a incerteza nos parâmetros de um problema de otimização linear. Ela mede a sensibilidade de uma solução a mudanças nos dados de entrada do modelo. Essa abordagem não apresenta mecanismo de forma a controlar essa sensibilidade. Segundo Nikulin (2008), na análise de sensibilidade uma solução ótima é encontrada e se estuda os diferentes aspectos dessa otimalidade sob possíveis incertezas nos parâmetros do problema.

Mulvey *et al.* (1995) propõem uma abordagem de programação estocástica robusta como alternativa para tratar o balanceamento entre otimalidade e robustez em ambientes de incerteza. Segundo Mulvey *et al.* (1995): “Solução robusta” é toda solução que permanece *próxima* à solução ótima em todos os cenários considerados, e “modelagem robusta” é toda modelagem que gera soluções factíveis ou *quase* factíveis em todos os cenários considerados. Tal abordagem tem como contribuição a consideração de penalidades para a violação das restrições nos diferentes cenários e a flexibilização da função objetivo de forma a contemplar diferentes critérios de otimização. Essa abordagem leva em consideração as necessidades de cada modelagem e o grau de aversão ao risco

do decisor, como pode ser visto em Takriti e Ahmed (2004), Yamashita *et al.* (2007) e Khor *et al.* (2008). Sendo assim, é possível considerar as diversas modelagens de risco existentes na literatura, tais como, modelos de média/variância, mínimo arrependimento, assim como balancear otimalidade e robustez em um único modelo (Paiva, 2009). Porém, Mulvey *et al.* (1995) destacam que essas formulações são complexas e apresentam um alto esforço computacional.

Nesse contexto, têm-se os modelos de otimização robusta que abordam a questão de incertezas associadas aos parâmetros de uma perspectiva de tratabilidade computacional. Nestes modelos, a garantia de factibilidade é obtida por uma análise de pior caso, que incorpora a incerteza nos parâmetros de forma direta em um modelo de minimização do máximo desvio previsto para a variável aleatória (Bertsimas e Sim, 2003). Com esta abordagem de pior caso, não é necessário trabalhar com penalização à infactibilidade do modelo, como no modelo de programação estocástica robusta. Além disso, é possível garantir que a solução obtida é factível para qualquer caso em que os parâmetros incertos variem dentro de um conjunto convexo preestabelecido.

A primeira tentativa na direção de se desenvolver modelos que são, na medida do possível, imunes a incerteza nos parâmetros, vem de Soyster (1973), o qual propôs um modelo de otimização linear para construir uma solução que é factível para todos os dados que pertencem a um conjunto convexo. O modelo resultante produz soluções que são muito conservadoras no sentido de penalizar muito a solução ótima do problema nominal de forma a assegurar robustez (Bertsimas e Sim, 2004).

Ainda segundo Bertsimas e Sim (2004), passos significativos na direção do desenvolvimento da teoria para otimização robusta foram dados independentemente por Ben-Tal e Nemirovski (1998, 1999, 2000), El-Ghaoui e Lenchet (1997) e El-Ghaoui *et al.* (1998), que propuseram modelos para dar tratamento ao grau de conservadorismo visando maior flexibilidade a esta abordagem.

Bertsimas e Sim (2004) propõem uma nova abordagem para otimização linear robusta que retém as vantagens da estrutura linear de Soyster (1973) e oferece total controle do grau de conservadorismo para cada restrição. Eles protegem contra a violação de certa restrição i deterministicamente, quando apenas um número pré-especificado Γ_i de coeficientes mudam, ou seja, eles garantem que a solução é factível se até Γ_i coeficientes com incerteza mudam e, mais, eles oferecem garantia probabilística que mesmo se mais de Γ_i coeficientes mudarem, então a solução robusta será factível com alta probabilidade. A contrapartida robusta que eles propõem para o problema linear nominal são problemas de otimização linear. Esse resultado é generalizado para problemas de otimização discreta em Bertsimas e Sim (2003).

Outras contribuições importantes para a teoria e aplicação da otimização robusta são encontradas em Bertsimas *et al.* (2004) e Bertsimas e Thiele (2006). Na sequência apresenta-se uma breve discussão das formulações robustas para problemas de programação linear elaboradas por Soyster, Bertsimas e Sim (2004) e Bertsimas e Thiele (2006).

Seja o seguinte problema nominal clássico de programação linear (equações (3.1) a (3.3)):

$$\max Z = \sum_{j=1}^m c_j x_j \quad (3.1)$$

sujeito a

$$\sum_{j=1}^m a_{ij} x_j \leq b_i \quad i=1, \dots, n \quad (3.2)$$

$$l_j \leq x_j \leq u_j \quad j=1, \dots, m \quad (3.3)$$

Abordagem de Soyster

O primeiro passo na direção da teoria de otimização robusta foi dado por Soyster (1973), que propôs uma abordagem de pior caso para garantir a factibilidade em modelos de programação linear com incerteza na matriz tecnológica \tilde{a}_{ij} , $j \in J_i$, em que:

a_{ij} Valor esperado para a variável aleatória \tilde{a}_{ij} ;

\tilde{a}_{ij} Variável aleatória contida em intervalo com centro a_{ij} e raio \hat{a}_{ij} , como segue:

$$K_{ij} = \left\{ \tilde{a}_{ij} \in \mathfrak{R} \mid \left| \tilde{a}_{ij} - a_{ij} \right| \leq \hat{a}_{ij} \right\}, \quad i = 1, \dots, n; j \in J_i;$$

\hat{a}_{ij} Desvio máximo da variável aleatória \tilde{a}_{ij} com relação ao valor esperado a_{ij} ;

J_i Conjunto de parâmetros j que possuem incerteza na restrição i ;

η_{ij} Desvio unitário da variável aleatória \tilde{a}_{ij} , definido como: $\eta_{ij} = (\tilde{a}_{ij} - a_{ij}) / \hat{a}_{ij} \in [-1, 1]$.

Note-se que o valor \hat{a}_{ij} determina a inexactidão da variável aleatória \tilde{a}_{ij} . Assim, se $\hat{a}_{ij} = 0$ tem-se um modelo determinístico. Para considerar a incerteza associada aos parâmetros da matriz tecnológica do problema de programação linear acima (equações (3.1) a (3.3)), substitui-se o conjunto de restrições (3.2) pelo conjunto de restrições (3.4).

$$\sum_{j=1}^m \tilde{a}_{ij} x_j \leq b_i \quad i=1, \dots, n \quad (3.4)$$

Soyster (1973) propõe uma abordagem determinística de pior caso para garantir a factibilidade do conjunto de restrições (3.4) para toda realização \tilde{a}_{ij} no intervalo K_{ij} . Considere-se o seguinte desenvolvimento:

$$\sum_{j=1}^m \tilde{a}_{ij} x_j = \sum_{j=1}^m a_{ij} x_j + \sum_{j \in J_i} \eta_{ij} \hat{a}_{ij} x_j \leq \sum_{j=1}^m a_{ij} x_j + \sum_{j \in J_i} \hat{a}_{ij} |x_j| \leq b_i \quad i=1, \dots, n$$

(3.5)

O termo $\sum_{j \in J_i} \hat{a}_{ij} |x_j|$ do conjunto de restrições (3.5) determina a “proteção” necessária para garantir a factibilidade de cada restrição i , impondo um espaço de segurança entre $\sum_{j=1}^m a_{ij} x_j$ e b_i .

Soyster (1973) considera a substituição do módulo de x_j por uma variável auxiliar y_j da seguinte forma: $y_j = |x_j|$, $-y_j \leq x_j \leq y_j$ e $y_j \geq 0$. Com esta nova variável e estas novas restrições é possível reescrever o problema apresentado acima (equações (3.1), (3.3) e (3.5)) como um problema de programação linear:

$$\max Z = \sum_{j=1}^m c_j x_j \quad (3.6)$$

sujeito a

$$\sum_{j=1}^m a_{ij} x_j + \sum_{j \in J_i} \hat{a}_{ij} y_j \leq b_i \quad i=1, \dots, n \quad (3.7)$$

$$-y_j \leq x_j \leq y_j \quad j \in J_i \quad (3.8)$$

$$l_j \leq x_j \leq u_j \quad j=1, \dots, m \quad (3.9)$$

$$y_j \geq 0 \quad j \in J_i \quad (3.10)$$

Esta formulação agrega robustez ao resultado encontrado, garantindo a factibilidade do modelo para toda realização \tilde{a}_{ij} no intervalo K_{ij} , entretanto também penaliza de forma excessiva a otimalidade da solução (Bertsimas e Sim, 2003).

Abordagem de Bertsimas e Sim

A principal contribuição do modelo de otimização robusta proposto por Bertsimas e Sim (2003) é a possibilidade de exercer um controle sobre o grau de conservadorismo da solução. Este

controle é exercido pelo parâmetro Γ_i , que representa o grau de aversão ao risco que o decisor está disposto a correr.

Seja o modelo de programação linear definido pelas equações (3.1) a (3.3). Considere também que as incertezas do modelo estão presentes nos coeficientes da matriz tecnológica \tilde{a}_{ij} , $j \in J_i$ com distribuição desconhecida, porém simétrica $[a_{ij} - \hat{a}_{ij}; a_{ij} + \hat{a}_{ij}]$. Seja J_i o conjunto de parâmetros j que possuem incerteza na restrição i , o parâmetro Γ_i , não necessariamente inteiro, o grau de conservadorismo da restrição i , tal que $\Gamma_i \in [0, |J_i|]$, e S_i um subconjunto de J_i ($S_i \subseteq J_i$), tal que $|S_i| = \lfloor \Gamma_i \rfloor$. (A notação $\lfloor x \rfloor$ significa o maior inteiro menor ou igual a x).

O papel do parâmetro Γ_i é ajustar a robustez do método proposto contra o nível de conservadorismo da solução. O objetivo é estar protegido contra todos os casos em que até $\lfloor \Gamma_i \rfloor$ coeficientes da i -ésima restrição são permitidos variar, e mais um coeficiente a_{it} varia de $(\Gamma_i - \lfloor \Gamma_i \rfloor) \hat{a}_{it}$. Essa abordagem tem a propriedade de que, se a natureza se comportar dessa forma, então a solução robusta será factível deterministicamente, e mais, mesmo se mais que $\lfloor \Gamma_i \rfloor$ coeficientes variarem, então a solução robusta será factível com alta probabilidade (Bertsimas e Sim, 2004).

Desta forma, é possível escrever o seguinte modelo de programação não-linear (equações (3.11) a (3.13)):

$$\max Z = \sum_{j=1}^m c_j x_j \quad (3.11)$$

sujeito a

$$\sum_{j=1}^1 a_{ij} x_j + \max_{\{S_i \cup \{t_i\} \mid S_i \subseteq J_i, |S_i| = \lfloor \Gamma_i \rfloor, t_i \in J_i \setminus S_i\}} \left\{ \sum_{j \in S_i} \hat{a}_{ij} |x_j| + (\Gamma_i - \lfloor \Gamma_i \rfloor) \hat{a}_{it_i} |x_j| \right\} \leq b_i \quad i=1, \dots, n \quad (3.12)$$

$$l_j \leq x_j \leq u_j \quad j=1, \dots, m \quad (3.13)$$

com a função de proteção da i -ésima restrição dada pela expressão (3.14).

$$\beta_i(x, \Gamma_i) = \max_{\{S_i \cup \{t_i\} \mid S_i \subseteq J_i, |S_i| = \lfloor \Gamma_i \rfloor, t_i \in J_i \setminus S_i\}} \left\{ \sum_{j \in S_i} \hat{a}_{ij} |x_j| + (\Gamma_i - \lfloor \Gamma_i \rfloor) \hat{a}_{it_i} |x_j| \right\} \quad (3.14)$$

Observe na formulação acima que se $\Gamma_i = |J_i|$, então tem-se a formulação de Soyster (1973) e se $\Gamma_i = 0$, tem-se o modelo determinístico. Desta forma, quando adota-se valores de Γ_i no intervalo $[0, |J_i|]$, tem-se a flexibilidade de ajustar o conservadorismo da solução, como mencionado anteriormente.

A função de proteção (3.14), para uma solução factível x conhecida, pode ser reescrita como o seguinte problema de otimização linear (Bertsimas e Sim, 2004):

$$\beta_i(x, \Gamma_i) = \max \sum_{j \in J_i} \hat{a}_{ij} |x_j| z_{ij} \quad (3.15)$$

sujeito a

$$\sum_{j \in J_i} z_{ij} \leq \Gamma_i \quad (3.16)$$

$$0 \leq z_{ij} \leq 1 \quad j \in J_i \quad (3.17)$$

Na sequência, constrói-se o equivalente dual do problema de otimização acima (equações (3.15) a (3.17)). Para tal, introduz-se as variáveis duais z_i (associadas as restrições (3.16)) e p_{ij} (associadas as restrições (3.17)):

$$\min z_i \Gamma_i + \sum_{j \in J_i} p_{ij} \quad (3.18)$$

sujeito a

$$z_i + p_{ij} \geq \hat{a}_{ij} |x_j| \quad j \in J_i, i=1, \dots, n \quad (3.19)$$

$$p_{ij} \geq 0 \quad j \in J_i, i=1, \dots, n \quad (3.20)$$

$$z_i \geq 0 \quad i=1, \dots, n \quad (3.21)$$

Por dualidade forte, uma vez que o problema de otimização (equações (3.15) a (3.17)) é factível e limitado para todo $\Gamma_i \in [0, |J_i|]$, então o problema dual (equações (3.18) a (3.21)) também é factível e limitado e, o valor de suas funções objetivo coincidem.

Para eliminar a função módulo nas equações (3.19), pode-se considerar a substituição do módulo de x_j por uma variável auxiliar y_j , da seguinte forma: $y_j = |x_j|$, $-y_j \leq x_j \leq y_j$ e $y_j \geq 0$. Dessa forma é possível reescrever o modelo descrito pelas equações (3.18) a (3.21) de forma linear, como segue:

$$\min z_i \Gamma_i + \sum_{j \in J_i} p_{ij} \quad (3.22)$$

sujeito a

$$z_i + p_{ij} \geq \hat{a}_{ij} y_j \quad j \in J_i, i=1, \dots, n \quad (3.23)$$

$$-y_j \leq x_j \leq y_j \quad j \in J_i \quad (3.24)$$

$$p_{ij} \geq 0 \quad j \in J_i, i=1, \dots, n \quad (3.25)$$

$$z_i \geq 0 \quad i=1, \dots, n \quad (3.26)$$

$$y_j \geq 0 \quad j \in J_i \quad (3.27)$$

Finalmente, substituindo a formulação do modelo dual obtido para a i -ésima função de proteção $\beta_i(x_j, \Gamma_i)$ (equações (3.22) a (3.27)) na equação (3.12) do modelo não linear original, obtêm-se a formulação do modelo de otimização robusto correspondente:

$$\max Z = \sum_{j=1}^m c_j x_j \quad (3.28)$$

sujeito a

$$\sum_{j=1}^m a_{ij} x_j + z_i \Gamma_i + \sum_{j \in J_i} p_{ij} \leq b_i \quad i=1, \dots, n \quad (3.29)$$

$$z_i + p_{ij} \geq \hat{a}_{ij} y_j \quad j \in J_i, i=1, \dots, n \quad (3.30)$$

$$-y_j \leq x_j \leq y_j \quad j \in J_i \quad (3.31)$$

$$l_j \leq x_j \leq u_j \quad j=1, \dots, m \quad (3.32)$$

$$p_{ij} \geq 0 \quad j \in J_i, i=1, \dots, n \quad (3.33)$$

$$z_i \geq 0 \quad i=1, \dots, n \quad (3.34)$$

$$y_j \geq 0 \quad j \in J_i \quad (3.35)$$

Para mais detalhes desta abordagem, o leitor pode consultar Bertsimas e Sim (2004). Uma das vantagens da abordagem proposta por Bertsimas e Sim (2003; 2004) é a possibilidade de inferir a probabilidade de violação das restrições para os casos em que a variável aleatória ultrapasse o espaço de incerteza considerado. A demonstração da probabilidade de violação dos limites das restrições é apresentada em Sim (2004), onde têm-se que o parâmetro Γ_i faz o balanceamento (*trade-off*) entre a probabilidade de violação e o efeito para a função objetivo do problema nominal, denominado o preço da robustez.

Bertsimas e Sim (2004) demonstram que, sob o modelo de dados incertos apresentado no início desta seção, a solução robusta gerada pela abordagem deles é factível com alta probabilidade,

e apresentam alguns limitantes para a probabilidade de violação da restrição. Na sequência apresenta-se dois desses limitantes, que são utilizados nesse trabalho na seção 6.8.

Limitante 1:

$$\frac{1}{2^n} \left[(1-\mu) \binom{n}{\lfloor v \rfloor} + \sum_{l=\lfloor v \rfloor+1}^n \binom{n}{l} \right] \quad (3.36)$$

com $n = |J_i|$, $v = (\Gamma_i + n)/2$ e $\mu = v - \lfloor v \rfloor$.

Limitante 2:

$$(1-\mu) C(n, \lfloor v \rfloor) + \sum_{l=\lfloor v \rfloor+1}^n C(n, l), \quad (3.37)$$

com

$$C(n, l) = \frac{1}{2^n} \text{ se } l = 0 \text{ ou } l = n,$$

$$C(n, l) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \sqrt{\frac{n}{(n-l)l}} \exp \left[n \log \left(\frac{n}{2(n-l)} \right) + l \log \left(\frac{n-l}{l} \right) \right] \text{ caso contrário.}$$

Enquanto o limitante 1 é o melhor possível (Bertsimas e Sim, 2004), ele apresenta dificuldades computacionais para avaliar a soma de funções de combinação para n grande. Por essa razão os autores apresentam o limitante 2, que é simples de ser calculado e também muito bom (ver demonstração com detalhes em Bertsimas e Sim, 2004).

Os autores também ilustram a escolha de Γ_i como uma função de $n = |J_i|$ de forma que a probabilidade de que uma restrição seja violada é menor de 1%. Isso é descrito na Tabela 3.1, a qual apresenta o valor a ser utilizado para Γ_i , dependendo da quantidade de parâmetros sujeitos a incerteza $|J_i|$, de forma que os limitantes 1 e 2 apresentem probabilidade de que uma restrição seja violada menor que 1%. Por exemplo, para $|J_i| = 100$ parâmetros, deve-se escolher $\Gamma_i = 24,3$; dessa forma os limitantes 1 e 2 oferecem probabilidade de violação da restrição menor que 1%. Os autores descrevem que para restrições com poucos parâmetros com incerteza, como $|J_i| = 5$ parâmetros, é necessário assegurar proteção total, o que é equivalente ao método de Soyster. Porém, para restrições com vários parâmetros com incerteza, a abordagem proposta fornece soluções menos conservativas relativamente ao método de Soyster (ver Tabela 3.1).

Tabela 3.1: Escolha de Γ_i como função de $n = |J_i|$ de forma tal que a probabilidade de que uma restrição seja violada é menor que 1%

$ J_i $	Γ_i para limitantes 1 e 2
5	5
10	8,2
100	24,3
200	33,9
2000	105

Fonte: Bertsimas e Sim (2004)

Os conceitos e resultados apresentados acima (abordagem de Bertsimas e Sim), são aplicados no modelo objeto desta tese no capítulo 6, para o qual se admite incerteza nos elementos da matriz A .

Abordagem de Bertsimas e Thiele

Também Bertsimas e Thiele (2006) aplicam a estrutura de otimização robusta proposta por Bertsimas e Sim (2004), para um problema de controlar de forma otimizada uma cadeia de suprimentos, em que a demanda é estocástica ao longo do horizonte de planejamento (considera-se o controle da incerteza no parâmetro independente b_i). Sendo que no capítulo 7 do presente trabalho se aplica tais conceitos para o processo de planejamento da produção de suco concentrado de laranja admitindo-se incerteza no parâmetro da demanda por produto acabado ao longo do tempo. Assim, na sequência apresenta-se de forma breve a modelagem de Bertsimas e Thiele (2006) para o problema de compras, em uma única instalação, um único item sujeito a demanda estocástica ao longo de um horizonte de tempo finito e discreto de T períodos, em que o objetivo é minimizar uma dada função de custo.

Define-se $k = 0, \dots, T$,

x_k = estoque disponível no início do k -ésimo período,

u_k = estoque comprado no início do k -ésimo período,

w_k = demanda durante o k -ésimo período.

O estoque comprado no início do k -ésimo período é entregue antes do início do período ($k + 1$). O excesso de demanda é postergado para os próximos períodos (*backlogged*). Desta forma a evolução do estoque ao longo do tempo é descrita pela seguinte equação linear:

$$x_{k+1} = x_k + u_k - w_k, \quad k = 0, \dots, T-1,$$

o que conduz à seguinte expressão:

$$x_{k+1} = x_0 + \sum_{i=0}^k (u_i - w_i), \quad k = 0, \dots, T-1.$$

As demandas w_k são variáveis aleatórias e são modeladas para cada período k como um parâmetro com incerteza que assume valores no intervalo $[\bar{w}_k - \hat{w}_k, \bar{w}_k + \hat{w}_k]$. Se define os desvios de w_k de seus valores nominais como $z_k = (w_k - \bar{w}_k) / \hat{w}_k$, os quais assumem valores no intervalo $[-1, 1]$. São impostos limites de incerteza para cada período k para os desvios acumulados até o k -ésimo período, conforme a seguir:

$$\sum_{i=0}^k |z_i| \leq \Gamma_k, \quad \text{para todos os períodos } k = 0, \dots, T-1. \text{ Assim } \Gamma_k \text{ é um parâmetro que impõe o valor}$$

máximo para os desvios acumulados dos parâmetros com incerteza até o período k .

Segundo Bertsimas e Thiele (2006), esses limites de incerteza conduzem a grandes desvios na demanda acumulada e, como um resultado da metodologia robusta, pode ser entendida como uma abordagem “razoavelmente de pior caso”. A principal consideração para Γ_k é que ele aumente ao longo do tempo e não mais do que o valor 1 a cada período, ou seja, o aumento dos limites de incerteza não devem exceder o número de novos parâmetros adicionados em cada período de tempo. Bertsimas e Thiele (2006) não fornecem procedimentos simples para o cálculo dos limites das probabilidades de violação das restrições, assim como foi feito em Bertsimas e Sim (2004).

A função de custo a cada período k consiste de duas partes: custo de compra, $C(u_k)$, e custo de estoque/falta resultante dessa compra, $R(x_k + u_k - w_k)$, que são computados ao final de cada período. Seguem as equações para o custo de compra:

$$C(u) = K + cu \quad \text{se } u > 0$$

$$C(u) = 0 \quad \text{se } u = 0$$

sendo K é o custo fixo de pedido e c é o custo variável de compra.

A equação para o custo de estoque/falta é convexa e linear por partes:

$$R(x) = \max(hx, -px)$$

sendo h é o custo de estocagem e p é o custo de falta. Assume-se que $p > c$, de forma que comprar é uma possibilidade até o final do horizonte de planejamento.

Assim, Bertsimas e Thiele (2006) escrevem o seguinte problema de estoque como um problema de programação inteira-mista:

$$\min \sum_{k=0}^{T-1} (cu_k + Kv_k + y_k) \quad (3.38)$$

sujeito a

$$y_k \geq h \left(x_0 + \sum_{i=0}^k (u_i - w_i) \right), \quad k = 0, \dots, T-1, \quad (3.39)$$

$$y_k \geq -p \left(x_0 + \sum_{i=0}^k (u_i - w_i) \right), \quad k = 0, \dots, T-1, \quad (3.40)$$

$$0 \leq u_k \leq Mv_k, \quad v_k \in \{0, 1\}, \quad k = 0, \dots, T-1, \quad (3.41)$$

com

M é um número positivo grande,

$$w_i = \bar{w}_i + \hat{w}_i z_i,$$

de tal forma que $\mathbf{z} \in \mathcal{F} = \left\{ \left| z_i \right| \leq 1 \forall i \geq 0, \sum_{i=0}^k \left| z_i \right| \leq \Gamma_k \forall k \geq 0 \right\}$.

A equação (3.38) computa o custo total para o horizonte de planejamento T , o qual é a soma do custo do pedido e do custo de armazenagem/falta. O custo total do pedido é composto por uma parcela variável, $\sum_{k=0}^{T-1} (cu_k)$, com c é o custo unitário do item u_k e, de uma parcela fixa, $\sum_{k=0}^{T-1} (kv_k)$, com K é um valor positivo fixo que ocorre sempre que houver um pedido. O custo total de armazenagem/falta é computado por $\sum_{k=0}^{T-1} y_k$.

A equação (3.39) diz respeito ao custo de armazenagem do estoque computado ao final do período k , após a produção u_k ter sido recebida e a demanda w_k ter sido realizada para o respectivo k .

A equação (3.40) diz respeito ao custo de falta de produto computado ao final do período k , após a produção u_k ter sido recebida e a demanda w_k ter sido realizada para o respectivo k .

O problema de programação inteira-mista acima tem apenas as restrições (3.39) e (3.40) afetadas por incerteza nos parâmetros. Bertsimas e Thiele (2006) aplicam a abordagem robusta, que nesse caso consiste em maximizar o lado direito do conjunto de restrições que possuem desvios admissíveis. Assim, para o k -ésimo par de restrições de estoque/falta, têm-se o seguinte problema de programação linear auxiliar:

$$\max \sum_{i=0}^k \hat{w}_i z_i \quad (3.42)$$

sujeito a

$$\sum_{i=0}^k z_i \leq \Gamma_k, \quad (3.43)$$

$$0 \leq z_i \leq 1 \quad i=1, \dots, k. \quad (3.44)$$

Como o problema de programação linear (equações (3.42) a (3.44)) é factível e limitado, por dualidade forte o custo ótimo desse problema é igual ao custo ótimo de seu dual. Reinjetando o dual do problema auxiliar nas restrições (3.39) e (3.40), têm-se a seguinte formulação robusta para o problema de inventário:

$$\min \sum_{k=0}^{T-1} (cu_k + Kv_k + y_k) \quad (3.45)$$

sujeito a

$$y_k \geq h \left(x_0 + \sum_{i=0}^k (u_i - \bar{w}_i) + q_k \Gamma_k + \sum_{i=0}^k r_{ik} \right) \quad k=1, \dots, T-1, \quad (3.46)$$

$$y_k \geq p \left(-x_0 - \sum_{i=0}^k (u_i - \bar{w}_i) + q_k \Gamma_k + \sum_{i=0}^k r_{ik} \right) \quad k=1, \dots, T-1, \quad (3.47)$$

$$q_k + r_{ik} \geq \hat{w}_i \quad k=1, \dots, T-1, \forall i \leq k, \quad (3.48)$$

$$q_k \geq 0, r_{ik} \geq 0 \quad k=1, \dots, T-1, \forall i \leq k, \quad (3.49)$$

$$0 \leq u_k \leq Mv_k, \quad v_k \in \{0,1\}, \quad k=1, \dots, T-1, \quad (3.50)$$

As variáveis q_k e r_{ik} quantificam a sensibilidade do custo a variações infinitesimais nos parâmetros chaves da abordagem robusta, chamadas de variáveis do nível de conservadorismo e dos limites de incerteza. Para cada período de tempo k , $q_k \Gamma_k + \sum_{i=0}^k r_{ik}$ representa o desvio pior caso da demanda acumulada de seu valor nominal, a qual está sujeita aos limites de incerteza. Note que o problema robusto é um problema de programação linear se o custo fixo de compra for nulo ($K=0$).

Os conceitos e resultados apresentados acima (abordagem de Bertsimas e Thiele) são aplicados no modelo objeto deste estudo no capítulo 7, em que se admite incerteza nos elementos do vetor do lado direito das restrições, que no caso é a demanda por produto acabado.

4 O Modelo Determinístico

4.1 Descrição do Problema Determinístico

Conforme mencionado o ponto de partida para a modelagem aqui proposta vem dos trabalhos de Munhoz (2000) e Munhoz e Morabito (2001a; 2001b). A modelagem a seguir agrega a sugestão desses trabalhos para futuras pesquisas de incorporar o planejamento de colheita ao problema. Além disso, o presente modelo utiliza equações de mistura com base na acidez da laranja, ao invés de utilizar o *ratio* da fruta, como no modelo anterior. Calcular o *ratio* médio resultante de uma mistura, a partir do *ratio* dos diferentes componentes da mistura, oferece um bom referencial para efeito da abordagem de planejamento deste trabalho. Porém, para se obter o *ratio* resultante de uma mistura de forma exata é necessário fazer os cálculos a partir da acidez dos diferentes componentes da mistura.

O procedimento de cálculo da necessidade de matéria-prima (laranja) ao longo do horizonte de planejamento (uma safra) para atender a demanda dos produtos acabados, alinhada a uma política de cobertura de estoques para esses itens finais, veja seção 2.2, é o cerne da modelagem.

Como forma de viabilizar a geração do produto final, frente a limitações relacionadas a sazonalidade da disponibilidade da matéria-prima ao longo do horizonte de planejamento, é utilizado o procedimento de mistura de diversas bases de suco, ou seja, efetua-se o planejamento da produção em dois estágios (veja seção 2.2): no primeiro estágio ocorre o processamento da laranja gerando produtos intermediários (bases de suco) e, no segundo estágio, efetua-se a mistura das diversas bases de suco de forma a se obter os produtos finais.

A modelagem matemática utiliza conceitos conhecidos da literatura de problemas de mistura e planejamento de produção com múltiplos produtos, estágios e períodos, conforme, por exemplo, em Ackoff (1962), Johnson e Montgomery (1974), Williams (1978), Schrage (1986 e 2001), Nahmias (1993), Shapiro (1993) e Al-Shammari e Dawood (1997).

O objetivo do problema é minimizar o custo total com matéria-prima, estoques e falta de produto ao longo do horizonte de planejamento. As principais restrições para esse processo dizem respeito às especificações de qualidade da mistura, capacidade da produção, balanceamento de material e período de disponibilidade de matéria-prima.

O modelo utiliza conceitos de planejamento agregado e hierárquico (veja seção 3.2). A aplicação de conceitos de planejamento agregado está relacionado ao agrupamento dos diversos produtos demandados pelo mercado em famílias e, por opção do autor, também agrega-se a

capacidade de processamento de produção como um todo, e não por unidade produtiva. Isso é interessante para empresas como a do presente estudo, com diversas unidades produtivas.

Neste estudo, a aplicação de conceitos de planejamento hierárquico se dá no aspecto de que o processo de planejamento tático se submete ao planejamento estratégico do negócio.

Outro ponto a se destacar na modelagem é a utilização de conceito de sistemas de planejamento tipo puxado e empurrado (veja seção 3.2). O sistema de planejamento para o processo em questão é parcialmente puxado pela demanda por produtos finais e, parcialmente empurrado pela disponibilidade, quantitativa e qualitativa, de matéria-prima para a produção dos produtos, levando-se, assim, a um sistema centralizado de planejamento das operações, que a literatura classifica como sistema de planejamento tipo empurrado (*push system*).

Não é objetivo deste trabalho desagregar o resultado do processamento, ou seja, detalhar a necessidade de laranjas por unidades industriais, assim como planos detalhados de produção por produto. O objetivo é fornecer uma técnica para auxiliar a tomada de decisão no nível tático, em outras palavras, permitir identificar tendências no processo relacionado à conciliação da demanda por produtos e o fornecimento de insumos.

Na sequência é apresentado o modelo genérico de otimização linear para este problema.

4.2 Representação Algébrica do Problema

4.2.1 Índices

i = família de suco, que é referenciada daqui em diante apenas como suco;

t = período de planejamento (mês);

j = família de laranja j que gera a base de suco j , que é referenciado daqui em diante apenas como laranja e base, respectivamente.

4.2.2 Dados Fornecidos

$TotLaranja$ = tamanho da safra para a empresa conforme definido na estratégia em caixas de 40,8 kg

HSI_{i0} = estoque inicial de suco i ($t = 0$) em toneladas

HHI_0 = estoque inicial de precoce i ($t = 0$) em toneladas

HBI_{j0} = estoque inicial de base j ($t = 0$) em toneladas

FSI_{i_0} = falta de estoque inicial de suco i ($t = 0$) em toneladas

FHI_0 = falta de estoque inicial de precoce i ($t = 0$) em toneladas

FBI_{j_0} = falta de estoque inicial de base j ($t = 0$) em toneladas

DTH_t = máximo de dias disponíveis para processamento no período t

(Este parâmetro é utilizado para cálculo da capacidade de processamento máxima para o período t (CPH_t). Na prática o seu valor é computado a partir do número total de dias no período t , descontados os finais de semana e os feriados nos quais a planta não opera. Normalmente nesses dias de não operação ocorrem as manutenções previamente programadas).

DTL_t = mínimo de dias disponíveis para processamento no período t

(Este parâmetro é utilizado para cálculo da capacidade de processamento mínima para o período t (CPL_t). Na prática o seu valor é computado a partir do número total de dias no período t , descontados os finais de semana, os feriados e o número de dias ideal para execução do plano de manutenção, assim como outros eventos que têm condição ideal de realização com a planta inoperante. Esse parâmetro assume valor nulo para o período de entressafra, ou seja, para o período para o qual não há laranja disponível para processamento).

CP_t = capacidade de processamento diária no período t em caixas de laranja de 40,8 kg

(Este parâmetro é obtido a partir do recurso produtivo que limita o máximo processamento, descontados os tempos mínimos necessários para preparação do recurso. Para esse tipo de indústria, tempo de preparação refere-se principalmente à higienização periódica do recurso).

$RatioSH_i$ = ratio máximo do suco i

$RatioSL_i$ = ratio mínimo do suco i

$RatioB_j$ = ratio da base j

$RatioH$ = ratio esperado da precoce

$PorcentagemH_{jt}$ = porcentagem esperada de precoce possível de se adicionar na base j no período t

(Este parâmetro é computado a partir de sessões de degustação de suco por painel de especialistas, que avaliam as propriedades relativas ao sabor e a cor do produto final frente aos padrões pré-definidos pela empresa).

$RendimentoB_{jt}$ = rendimento industrial esperado da laranja j gerando a base j no período t em caixas de laranja/tonelada

(Este parâmetro é computado a partir da análise de amostras de laranja coletadas no campo, as quais são processadas em laboratório, e o resultado é projetado por curvas de maturação obtidas estatisticamente).

$RendimentoH_t$ = rendimento industrial esperado da laranja precoce gerando base precoce no período t em caixas de laranja/tonelada

(Da mesma forma, este parâmetro é computado a partir da análise de amostras de laranja coletadas no campo, as quais são processadas em laboratório, e o resultado é projetado por curvas de maturação obtidas estatisticamente).

$Demanda_{it}$ = demanda esperada do suco i no período t em toneladas

(Este parâmetro é computado com base no plano do negócio e detalhado pelo time comercial. É a soma do volume vendido mais o volume a vender).

$CustoHS_{it}$ = custo de armazenagem do suco i no período t (unidades monetárias/tonelada)

$CustoHH_t$ = custo de armazenagem de precoce no período t (unidades monetárias/tonelada)

$CustoHB_{jt}$ = custo de armazenagem da base j no período t (unidades monetárias/tonelada)

(Para computar os custos de armazenagem ($CustoHS_{it}$, $CustoHH_t$ e $CustoHB_{jt}$), aplica-se o custo médio ponderado de armazenagem, utilizando-se os recursos de armazenagem da empresa e o custo de armazenagem em terceiros).

$CustoFS_{it}$ = custo de falta do suco i no período t (unidades monetárias/tonelada)

$CustoFH_t$ = custo de falta de precoce no período t (unidades monetárias/tonelada)

$CustoFB_{jt}$ = custo de falta da base j no período t (unidades monetárias/tonelada)

(Os custos de falta ($CustoFS_{it}$, $CustoFH_t$ e $CustoFB_{jt}$) são parâmetros difíceis de se computar. O conceito de planejamento da empresa almeja o atendimento de toda a demanda definida pelo plano do negócio, mesmo que para isso ocorra necessidade de postergação de entrega, devido à disponibilidade de produto para determinados períodos. Assim, computa-se para esses parâmetros valores elevados relativamente ao custo de armazenagem, de forma a penalizar fortemente a falta de produto).

$CustoQL_{jt}$ = custo da laranja j no período t (unidades monetárias/caixa de 40,8kg)

$CustoQLH_t$ = custo da laranja precoce no período t (unidades monetárias/caixa de 40,8kg)

(Os parâmetros de custo da laranja ($CustoQL_{jt}$ e $CustoQLH_t$) são computados a partir do preço médio projetado para cada período de planejamento t , podendo variar ao longo do horizonte de planejamento em função da variação da oferta e da demanda).

DL_{jt} = disponibilidade da laranja j no período t ($DL_{jt}=0$ se não há disponibilidade, $DL_{jt}=1$ caso contrário)

DH_t = disponibilidade da laranja precoce no período t ($DH_t=0$ se não há disponibilidade, $DH_t=1$ caso contrário)

(Para computar a tabela com parâmetros para disponibilidade da laranja (DL_{jt} e DH_t) ao longo do horizonte de planejamento, são utilizadas projeções com base em dados históricos e informações de especialistas).

4.2.3 Dados Calculados

CPH_t = capacidade de processamento industrial máxima no período t em caixas de laranja de 40,8 kg

CPL_t = capacidade de processamento industrial mínima no período t em caixas de laranja de 40,8 kg

(As capacidades mínima (CPL_t) e máxima (CPH_t) por período t são computadas a partir da capacidade de processamento (CP_t) e dos dias disponíveis para processamento (DTH_t e DTL_t), e são utilizadas nas restrições de capacidade do problema em questão).

ASH_i = acidez máxima do suco i

ASL_i = acidez mínima do suco i

AB_j = acidez da base j

AH = acidez da precoce

4.2.4 Cálculos

$$CPH_t = CP_t \times DTH_t \quad \forall t$$

$$CPL_t = CP_t \times DTL_t \quad \forall t$$

Os cálculos acima são para computar as capacidades máxima (CPH_t) e mínima (CPL_t) de processamento por período de planejamento t . Esses resultados são utilizados na construção das restrições de capacidade de processamento na modelagem em questão.

$$ASH_i = 66 / RatioSL_i \quad \forall i$$

$$ASL_i = 66 / RatioSH_i \quad \forall i$$

$$AB_j = 66 / RatioB_j \quad \forall j$$

$$AH = 66 / RatioH$$

Os cálculos acima são para computar a acidez máxima do suco i (ASH_i), acidez mínima do suco i (ASL_i), acidez da base j (AB_j) e acidez da precoce (AH). Observa-se que a constante 66 das equações acima se refere ao brix final médio do produto acabado, ou seja, 66% do produto é composto por sólidos solúveis (vide definição de brix na tabela 2.1). Isso se faz necessário, pois as restrições de mistura são baseadas na acidez dos vários componentes da mistura e da acidez do produto final.

4.2.5 Variáveis de Decisão

QL_{jt} = quantidade de laranja j gerando base j a ser processada no período t , em caixas de 40,8kg;

QLH_t = quantidade de laranja precoce gerando base precoce no período t , em caixas de 40,8kg;

QS_{it} = quantidade de suco i produzido no período t em toneladas;

QHP_t = quantidade de precoce produzida no período t em toneladas;

QBP_{jt} = quantidade de base j produzida no período t em toneladas;

QH_{jit} = quantidade de precoce consumida na base j para produzir suco i no período t em toneladas;

QB_{jit} = quantidade de base j consumida para produzir suco i no período t em toneladas;

HS_{it} = estoque de suco i no período t em toneladas;

HH_t = estoque de precoce no período t em toneladas;

HB_{jt} = estoque de base j no período t em toneladas;

FS_{it} = falta de suco i no período t em toneladas;

FH_t = falta de precoce no período t em toneladas;

FB_{jt} = falta de base j no período t em toneladas;

4.2.6 Função Objetivo

$$Z = \min \sum_t \sum_j Custo_{jt} \times QL_{jt} + \sum_t Custo_{QLH_t} \times QLH_t +$$

$$\begin{aligned}
& + \sum_t \sum_i (CustoHS_{it} \times HS_{it} + CustoFS_{it} \times FS_{it}) + \\
& + \sum_t (CustoHH_t \times HH_t + CustoFH_t \times FH_t) + \\
& + \sum_t \sum_j (CustoHB_{jt} \times HB_{jt} + CustoFB_{jt} \times FB_{jt}) \quad (4.1)
\end{aligned}$$

A função objetivo (4.1) é composta pela soma do custo total da matéria-prima; da soma do custo total de armazenagem de suco, base e precoce e; da soma do custo total de falta de suco, base e precoce. Nesse caso o custo da matéria-prima é minimizado relativamente ao período de processamento e na relação precoce x base (variedades nobres). Quanto aos custos de armazenagem (falta) de suco, base e precoce, esses são computados ao final de cada período de planejamento t a partir das equações de balanço de material e do parâmetro de custo de armazenagem (falta).

4.2.7 Restrições

O nível total de processamento desse planejamento tático (planejamento hierárquico) deve respeitar a definição estratégica de nível de processamento:

$$\sum_t \sum_j QL_{jt} + \sum_t QLH_t = TotLaranja \quad (4.2)$$

A equação (4.2) determina que a quantidade total de laranja processada ao longo do horizonte de planejamento deve ser igual ao valor definido no nível estratégico da empresa quanto à quantidade de laranja a ser processada no referido período ($TotLaranja$).

Níveis máximo e mínimo de processamento industrial:

$$CPL_t \leq \sum_j QL_{jt} + QLH_t \leq CPH_t \quad \forall t \quad (4.3)$$

As restrições em (4.3) garantem que a quantidade de laranja processada, por período t , deve ser maior que o parâmetro de capacidade mínima de processamento (CPL_t) e menor que o parâmetro de capacidade máxima de processamento (CPH_t).

Balanço de material:

$$QS_{it} - Demanda_{it} + HS_{i(t-1)} - FS_{i(t-1)} - HS_{it} + FS_{it} = 0 \quad \forall i, t \quad (4.4)$$

$$QHP_t - \sum_j \sum_i QH_{jii} + HH_{(t-1)} - FH_{(t-1)} - HH_t + FH_t = 0 \quad \forall t \quad (4.5)$$

$$QBP_{jt} - \sum_i QB_{jii} + HB_{j(t-1)} - FB_{j(t-1)} - HB_{jt} + FB_{jt} = 0 \quad \forall j, t \quad (4.6)$$

As equações acima fornecem o estoque (falta) de cada produto i (equações (4.4)), base j (equações (4.6)) e precoce (equações (4.5)), ao final de cada período de planejamento t . O resultado é composto pela soma do estoque do período anterior (ou menos a falta originada no período anterior), mais tudo o que foi produzido no período t , menos tudo o que foi consumido (demandado) no período t .

Especificações de acidez:

$$\left[\sum_j (QB_{jii} \times AB_j + QH_{jii} \times AH) \right] / ASH_i \leq \sum_j (QB_{jii} + QH_{jii}) \quad \forall i, t \quad (4.7)$$

$$\left[\sum_j (QB_{jii} \times AB_j + QH_{jii} \times AH) \right] / ASL_i \geq \sum_j (QB_{jii} + QH_{jii}) \quad \forall i, t \quad (4.8)$$

$$QH_{jii} \leq PorcentagemH_{ji} \times (QB_{jii} + QH_{jii}) \quad \forall j, i, t \quad (4.9)$$

$$QS_{it} = \sum_j (QB_{jii} + QH_{jii}) \quad \forall i, t \quad (4.10)$$

As desigualdades (4.7) e (4.8) são restrições que asseguram o limite máximo (4.7) e mínimo (4.8) da acidez para cada produto final i e para cada período t , a partir da combinação das diversas bases j e precoce.

As inequações em (4.9) garantem a quantidade máxima permitida de precoce ($PorcentagemH_{ji}$) adicionada a cada base j para produzir o suco i em cada período t .

As equações em (4.10) determinam que as quantidades de suco, por período, as quais devem ser iguais à soma das quantidades de base j e precoce.

Relação de quantidade de laranja gerando quantidades de bases e precoces, incorporando o fator disponibilidade de fruta nos cálculos:

$$QL_{jt} \leq TotLaranja \times DL_{jt} \quad \forall j, t \quad (4.11)$$

$$QLH_t \leq TotLaranja \times DH_t \quad \forall t \quad (4.12)$$

$$QL_{jt} - QBP_{jt} \times \text{Rendimento}B_{jt} = 0 \quad \forall j, t \quad (4.13)$$

$$QLH_t - QHP_t \times \text{Rendimento}H_t = 0 \quad \forall t \quad (4.14)$$

As equações (4.11) e (4.12) definem que o processamento de laranja (QL_{jt} e QLH_t) só ocorre quando existe a disponibilidade dessa laranja, ou seja, DL_{jt} igual ao valor 1 no caso das equações (4.11) e DH_t igual ao valor 1 no caso das equações (4.12). As equações em (4.13) definem as quantidades de base (QBP_{jt}) que são produzidas a partir das quantidades de laranja processada (QL_{jt}) para cada período de planejamento t . Da mesma forma, as equações em (4.14) definem a quantidade de precoce (QHP_t) que são produzidas a partir das quantidades de laranja precoce processada (QLH_t) para cada período de planejamento t .

Finalmente, têm-se as restrições de que todas as variáveis de decisão definidas na seção 4.2.5 são não-negativas.

Na sequência é rerepresentado resumidamente o modelo anterior:

$$\begin{aligned} Z = \min & \sum_t \sum_j \text{Custo}_{jt} \times QL_{jt} + \sum_t \text{Custo}QLH_t \times QLH_t + \\ & + \sum_t \sum_i (\text{Custo}HS_{it} \times HS_{it} + \text{Custo}FS_{it} \times FS_{it}) + \\ & + \sum_t (\text{Custo}HH_t \times HH_t + \text{Custo}FH_t \times FH_t) + \\ & + \sum_t \sum_j (\text{Custo}HB_{jt} \times HB_{jt} + \text{Custo}FB_{jt} \times FB_{jt}) \end{aligned} \quad (4.1)$$

sujeito a

$$\sum_t \sum_j QL_{jt} + \sum_t QLH_t = \text{TotLaranja} \quad (4.2)$$

$$CPL_t \leq \sum_j QL_{jt} + QLH_t \leq CPH_t \quad \forall t \quad (4.3)$$

$$QS_{it} - \text{Demanda}_{it} + HS_{i(t-1)} - FS_{i(t-1)} - HS_{it} + FS_{it} = 0 \quad \forall i, t \quad (4.4)$$

$$QHP_t - \sum_j \sum_i QH_{jit} + HH_{(t-1)} - FH_{(t-1)} - HH_t + FH_t = 0 \quad \forall t \quad (4.5)$$

$$QBP_{jt} - \sum_i QB_{jii} + HB_{j(t-1)} - FB_{j(t-1)} - HB_{jt} + FB_{jt} = 0 \quad \forall j, t \quad (4.6)$$

$$\left[\sum_j (QB_{jii} \times AB_j + QH_{jii} \times AH) \right] / ASH_i \leq \sum_j (QB_{jii} + QH_{jii}) \quad \forall i, t \quad (4.7)$$

$$\left[\sum_j (QB_{jii} \times AB_j + QH_{jii} \times AH) \right] / ASL_t \geq \sum_j (QB_{jii} + QH_{jii}) \quad \forall i, t \quad (4.8)$$

$$QH_{jii} \leq \text{Porcentagem}H_{ji} \times (QB_{jii} + QH_{jii}) \quad \forall j, i, t \quad (4.9)$$

$$QS_{it} = \sum_j (QB_{jii} + QH_{jii}) \quad \forall i, t \quad (4.10)$$

$$QL_{jt} \leq \text{TotLaranja} \times DL_{jt} \quad \forall j, t \quad (4.11)$$

$$QLH_t \leq \text{TotLaranja} \times DH_t \quad \forall t \quad (4.12)$$

$$QL_{jt} - QBP_{jt} \times \text{Rendimento}B_{jt} = 0 \quad \forall j, t \quad (4.13)$$

$$QLH_t - QHP_t \times \text{Rendimento}H_t = 0 \quad \forall t \quad (4.14)$$

4.3 Representação do Problema em GAMS, Análise Crítica da Solução e Exploração de Possíveis Direções para a Modelagem

Quando se formula e estuda um modelo matemático, é necessário gerar e resolver vários exemplares do modelo, testando diferentes conjuntos de dados (Williams, 1978; Schrage, 1986; Brooke, 1992; Ferreira, 2007). Essa tarefa, dependendo das dimensões do problema, pode ser difícil se for realizada manualmente. O uso de linguagens de modelagem facilita esse processo de construção e solução de modelos matemáticos. No mercado têm-se várias linguagens de modelagem acopladas a vários pacotes de otimização, como, por exemplo, AMPL, GAMS (Brooke *et al*, 1992) e LINGO (Schrage, 2001). Neste trabalho é utilizado o GAMS rev 118, *solver* CPLEX 7.0.0 como facilitador desse processo, pelo fato de se dispor de uma licença de uso desse *software*. Utiliza-se um computador com processador Intel(R) CPU T2300, 1.66 GHz e 0.99 GB de memória RAM.

4.3.1 Cenário Inicial

Nesse cenário utiliza-se o modelo apresentado na seção 4.2. O modelo é resolvido pelo GAMS/CPLEX. Esse problema possui processo de planejamento orientado pela demanda por produto acabado e têm-se os seguintes pontos a destacar:

- A restrição de disponibilidade de fruta é evidenciada, por exemplo, nos períodos 1 e 10, nos quais não ocorre processamento, justamente por não ter disponibilidade de matéria-prima;

- O modelo responde a restrição de capacidade, ficando mais evidente no período de 4 a 6, onde se tem disponibilidade máxima e mínima de dias para processamento iguais e com valores elevados, isto é, processando praticamente todos os dias do período;
- O resultado do modelo demonstra que as restrições de mistura são respeitadas no aspecto de limites inferiores e superiores de ratio e limites superiores de adição de precoce;
- O modelo fornece uma posição de estoque de 104.000 toneladas no final do horizonte de planejamento, atendendo o volume de 180.000 toneladas de vendas e respeitando assim a restrição hierárquica de se processar 70 milhões de caixas de laranja;
- O modelo busca a produção do volume máximo de precoce, uma vez que esse material oferece o menor custo, limitando-se pelas disponibilidades desse tipo de fruta e de capacidade de processamento;
- Como resultado esperado, tem-se falta de produto para atender a demanda no início do horizonte de planejamento, onde essa falta é sanada nos períodos subsequentes quando há fruta disponível para a produção do produto.

4.3.2 Cenário Sem Restrição à Hierarquia do Planejamento

Este cenário também é resolvido pelo GAMS/CPLEX. O problema é semelhante ao apresentado na seção 4.2 e resolvido na seção 4.3.1, com as seguintes diferenças e pontos a destacar:

- Eliminada a restrição relativa a hierarquia do planejamento, ou seja, o volume de processamento total não é dirigido por um planejamento estratégico. Neste modelo, esta hierarquia é representada pela restrição (4.2), que determina que o total de laranjas processadas deve ser igual a um determinado parâmetro (*TotLaranja*). Assim, basta eliminar a restrição (4.2) e o modelo não é mais dirigido por essa determinação estratégica;
- Relaxação da capacidade mínima da fábrica para zero, para qualquer que seja o período. Isso não impacta na simulação anterior, pois a hierarquia força o processamento. Aqui é importante essa relaxação para melhor avaliar o comportamento dos estoques;
- Como resultado o modelo gera o processamento de 44 milhões de caixas de laranja, ao invés de 70 milhões apresentados na seção 4.3.1. Isso gera 180.000 toneladas de produto, que é exatamente o volume necessário para atender a demanda, misturando o máximo de precoce, evitando falta de produto e estoque de produto. Este é o resultado esperado para esse cenário com esses parâmetros.

Porém, nesses dois cenários persiste uma inconsistência entre prática e conceito, ou seja, o processo de planejamento não é totalmente determinado pela demanda por produtos acabados, pois o perfil de maturação e disponibilidade das laranjas própria e previamente contratadas é um dado de entrada para o planejamento, porém com toda a incerteza inerente ao processo de maturação. Nesse caso têm-se que as laranjas próprias e previamente contratadas deverão ser processadas, independentemente da demanda por produto acabado. Assim tem-se uma característica na qual a matéria-prima restringe, parcialmente, o processo de planejamento.

Adicionalmente, há uma segunda parcela da matéria-prima que não está contratada (fruta de contratos conhecidos como curto prazo e *spot*), e que o processo de fornecimento pode ser parcialmente manipulado, pois mais uma vez essa manipulação é limitada pelo processo de maturação e disponibilidade desse tipo de fruta.

Outro fator a destacar é que a partir de uma quantidade de laranja disponível, a classificação dessa em determinada família é função do período que essa será colhida. Exemplificando, seja um fornecedor de laranja que tenha a previsão de fornecer 100 caixas de laranja para processamento industrial. A partir da análise de amostras da laranja obtém-se a fase de maturação dessa, podendo-se projetar a evolução do *ratio* ao longo do tempo. Suponha que no período 1 processou-se 10 caixas de laranja desse fornecedor, que apresentou *ratio* 13. Assim, a fruta foi classificada na família de laranja BA13. O saldo restante de 90 caixas foi definido para ser processado no período 4, em que têm-se a previsão, pela curva de maturação, de que o *ratio* será 15 e, portanto, esse saldo de fruta deverá ser classificado na família de laranja BA15.

Frente a essa realidade, é proposto um novo modelo determinístico para abordar o problema, gerando nesse caso, uma modelagem que é parcialmente dirigida por um processo de planejamento orientado pela restrição de demanda (lembrando que antes de iniciar uma nova safra tem-se parte do volume a ser produzido já comprometido com vendas), e parcialmente dirigido por um processo de planejamento orientado pela restrição de matéria-prima.

Nesse modelo não estão contempladas outras duas importantes características que interferem na determinação da especificação do *ratio* da fruta, a saber: a região produtora e a florada. Porém, para efeito desse trabalho, entende-se como suficiente e satisfatório para demonstrar a aplicabilidade e consistência da modelagem em questão. Fica como perspectiva para pesquisa futura a inclusão desses aspectos na modelagem do problema.

4.4 Representação Algébrica do Problema Considerando-se Aspectos Relevantes da Matéria-prima na Modelagem

Por conveniência, repete-se no texto a seguir a definição dos índices, parâmetros, variáveis, função objetivo e restrições. Porém, comenta-se apenas os novos índices, parâmetros, variáveis, etc.

4.4.1 Índices

i = família de suco, que é referenciada apenas como suco;

t = período de planejamento (mês);

j = família de laranja j que gera a base de suco j , que será referenciado apenas como laranja e base, respectivamente;

f = fornecedor de laranja f ;

Com a introdução do índice f incorpora-se ao modelo a obtenção de laranjas a partir de fontes diversas, como, por exemplo, fruta própria, fruta adquirida através de contratos de longo prazo, fruta adquirida no mercado *spot*, entre outras fontes de fornecimento.

g = tipo de laranja g ;

Com o índice g diferencia-se laranjas que apresentam diferentes curvas de maturação ao longo de uma safra. Note-se, que com a introdução desses dois novos índices (f e g) ao problema, refina-se ainda mais o modelo na direção do planejamento da matéria-prima.

4.4.2 Dados Fornecidos

ELI_{fg0} = estoque inicial de laranja base no fornecedor f do tipo g ($t = 0$) em caixas de laranja de 40,8 kg

$ELHI_{f0}$ = estoque inicial de laranja precoce no fornecedor f ($t = 0$) em caixas de laranja de 40,8 kg

Os parâmetros ELI_{fg0} e $ELHI_{f0}$ dizem respeito a estimativa da disponibilidade de laranja para a safra, levando-se em consideração o fornecedor f e o tipo da laranja g . Isso se faz necessário para incorporar o planejamento da matéria-prima ao modelo apresentado na seção 4.2.

HSI_{i0} = estoque inicial de suco i ($t = 0$) em toneladas

HHI_{i0} = estoque inicial de precoce i ($t = 0$) em toneladas

HBI_{j0} = estoque inicial de base j ($t = 0$) em toneladas

FSI_{i_0} = falta de estoque inicial de suco i ($t = 0$) em toneladas

FHI_0 = falta de estoque inicial de precoce i ($t = 0$) em toneladas

FBI_{j_0} = falta de estoque inicial de base j ($t = 0$) em toneladas

DHT_t = máximo de dias disponíveis para processamento no período t

DTL_t = mínimo de dias disponíveis para processamento no período t

CP_t = capacidade de processamento diária no período t em caixas de laranja de 40,8 kg

$RatioSH_i$ = ratio máximo do suco i

$RatioSL_i$ = ratio mínimo do suco i

$RatioB_j$ = ratio da base j

$RatioH$ = ratio esperado da precoce

$PorcentagemH_{jt}$ = porcentagem esperada de precoce possível de se adicionar na base j no período t

$RendimentoB_{jt}$ = rendimento industrial esperado da laranja j gerando a base j no período t em caixas de laranja/tonelada

$RendimentoH_t$ = rendimento industrial esperado da laranja precoce gerando precoce no período t em caixas de laranja/tonelada

$Demanda_{it}$ = demanda esperada do suco i no período t em toneladas

$CustoHS_{it}$ = custo armazenagem do suco i no período t (unidades monetárias/tonelada)

$CustoHH_t$ = custo armazenagem de precoce no período t (unidades monetárias/tonelada)

$CustoHB_{jt}$ = custo armazenagem de base j no período t (unidades monetárias/tonelada)

$CustoFS_{it}$ = custo de falta de suco i no período t (unidades monetárias/tonelada)

$CustoFH_t$ = custo de falta de precoce no período t (unidades monetárias/tonelada)

$CustoFB_{jt}$ = custo de falta de base j no período t (unidades monetárias/tonelada)

$CustoQL_{fgt}$ = custo da laranja base do fornecedor f do tipo g no período t (unidades monetárias/caixa de 40,8kg)

$CustoQLH_{ft}$ = custo da laranja precoce do fornecedor f no período t (unidades monetárias/caixa de 40,8kg)

Os parâmetros $CustoQL_{fgt}$ e $CustoQLH_{ft}$ dizem respeito ao custo da laranja e são computados ou pelo cálculo do custo de produção quando da fruta própria, ou pelo preço médio projetado para cada período de planejamento t , por fornecedor f e por tipo de laranja j ou precoce,

quando a fruta for adquirida de outros fornecedores. Esse preço pode variar ao longo do horizonte de planejamento em função da variação da oferta e demanda. Note que esses parâmetros permitem maior controle e precisão para computar o custo da matéria-prima no problema em questão, uma vez que se desdobra tais custos por fornecedor f , por laranja base tipo g e laranja precoce e por período t .

DL_{fgjt} = disponibilidade da laranja base j do fornecedor f do tipo g no período t (0= não tem; 1= tem)

DH_{ft} = disponibilidade da laranja precoce do fornecedor f no período t (0= não tem; 1= tem)

Para computar a tabela com parâmetros para disponibilidade da laranja (DL_{fgjt} e DH_{ft}) ao longo do horizonte de planejamento, são utilizadas projeções com base em dados históricos e informações de especialistas, que vem a ser a curva de maturação da laranja. Esses parâmetros assumem valores 0 ou 1, que significa, por exemplo, que quando o parâmetro DL_{fgjt} assume valor 1, então tem-se disponibilidade da laranja base j no fornecedor f do tipo g no período t . Note que esses parâmetros (DL_{fgjt} e DH_{ft}) permitem maior desdobramento ao problema, relativamente à modelagem da seção 4.2, uma vez que incluem informações de fornecedores (f) e do tipo de laranja (g).

CF_{ft} = capacidade de fornecimento de laranja (base e precoce) do fornecedor f no período t em caixas de laranja de 40,8 kg

Esse parâmetro (CF_{ft}) diz respeito à capacidade de fornecimento de laranja e é computado a partir da análise da capacidade de colheita dos diversos fornecedores f ao longo do horizonte de planejamento t . A inclusão desse parâmetro se faz necessário para se incluir o planejamento da colheita nessa modelagem.

4.4.3 Dados Calculados

CPH_t = capacidade de processamento industrial máxima no período t em caixas de laranja de 40,8 kg

CPL_t = capacidade de processamento industrial mínima no período t em caixas de laranja de 40,8 kg

ASH_i = acidez máxima do suco i

ASL_i = acidez mínima do suco i

AB_j = acidez da base j

AH = acidez da precoce

4.4.4 Cálculos

$$CPH_t = CP_t \times DTH_t \quad \forall t$$

$$CPL_t = CP_t \times DTL_t \quad \forall t$$

$$ASH_i = 66 / RatioSL_i \quad \forall i$$

$$ASL_i = 66 / RatioSH_i \quad \forall i$$

$$AB_j = 66 / RatioB_j \quad \forall j$$

$$AH = 66 / RatioH$$

4.4.5 Variáveis de Decisão

QL_{fgjt} = quantidade de laranja j gerando base j a ser processada no período t proveniente do fornecedor f do tipo g , em caixas de 40,8kg;

QLH_{ft} = quantidade de laranja precoce gerando precoce no período t proveniente do fornecedor f , em caixas de 40,8kg;

As variáveis de decisão QL_{fgjt} e QLH_{ft} apresentam o plano de colheita e processamento de laranjas para se realizar o plano de produção e mistura de suco requerido pelo modelo. Cabe ressaltar que a geração do plano de colheita, assim como do plano de produção e de mistura, vêm da resolução do modelo como um todo.

QS_{it} = quantidade de suco i produzido no período t em toneladas;

QHP_t = quantidade de precoce produzida no período t em toneladas;

QBP_{jt} = quantidade de base j produzida no período t em toneladas;

QH_{jit} = quantidade de precoce consumida na base j para produzir suco i no período t em toneladas;

QB_{jit} = quantidade de base j consumida para produzir suco i no período t em toneladas;

HS_{it} = estoque de suco i no período t em toneladas;

HH_t = estoque de precoce no período t em toneladas;

HB_{jt} = estoque de base j no período t em toneladas;

FS_{it} = falta de suco i no período t em toneladas;

FH_t = falta de precoce no período t em toneladas;

FB_{jt} = falta de base j no período t em toneladas;

EL_{fgt} = estoque de laranja base no fornecedor f do tipo g no período t em caixas de laranja de 40,8 kg;

ELH_{ft} = estoque de laranja precoce no fornecedor f no período t em caixas de laranja de 40,8 kg;

As variáveis de decisão EL_{fgt} e ELH_{ft} fornecem o saldo remanescente de laranja ao final de cada período t em cada fornecedor f por tipo de base de laranja g e precoce. São elementos necessários para a incorporação do plano de matéria-prima ao modelo apresentado na seção 4.2, pois viabilizam as equações de balanço de material para o fornecimento de laranja que são apresentadas mais adiante (equações (4.29) e (4.30)).

4.4.6 Função Objetivo

$$\begin{aligned}
 Z = & \min \sum_f \sum_g \sum_t \sum_j \text{Custo}QL_{fgt} \times QL_{fgt} + \sum_f \sum_t \text{Custo}QLH_{ft} \times QLH_{ft} + \\
 & + \sum_t \sum_i (\text{Custo}HS_{it} \times HS_{it} + \text{Custo}FS_{it} \times FS_{it}) + \\
 & + \sum_t (\text{Custo}HH_t \times HH_t + \text{Custo}FH_t \times FH_t) + \\
 & + \sum_t \sum_j (\text{Custo}HB_{jt} \times HB_{jt} + \text{Custo}FB_{jt} \times FB_{jt}) \quad (4.15)
 \end{aligned}$$

De forma similar à função objetivo (4.1) da seção 4.2.6, a função objetivo (4.15) é composta pela soma do custo total da matéria-prima; da soma do custo total de armazenagem de suco, base e precoce e; da soma do custo total de falta de suco, base e precoce. Porém, nesse caso o custo da matéria-prima, além de ser minimizado relativamente ao período de processamento e na relação precoce x base, também é minimizado em relação ao fornecedor f e ao tipo de base g .

4.4.7 Restrições

Restrição de o nível total de processamento desse planejamento tático respeitar (planejamento hierárquico) a definição estratégica de nível de processamento:

$$\sum_f \sum_g \sum_t \sum_j QL_{fgjt} + \sum_f \sum_t QLH_{ft} \geq \sum_f \sum_g ELI_{fg0} + \sum_f ELHI_{f0} - \sum_g ELI_{\text{"spot"}g0} - ELHI_{\text{"spot"}0} \quad (4.16)$$

Relativamente a equação (4.2) da seção 4.2.7, que define que a quantidade total de laranja processada ao longo do horizonte de planejamento deve ser igual à definida pelo nível estratégico da empresa, a equação (4.16) determina que deve-se processar no mínimo a fruta de todos os tipos de contratos com exceção dos contratos tipo *spot*. Ou seja, nessa modelagem apenas ocorrerá formação de estoque de produto se a quantidade de laranja disponível para o horizonte de planejamento, de todos os tipos de contratos com exceção dos contratos tipo *spot*, for maior que a quantidade necessária de laranjas para produzir o volume de suco demandado no horizonte de planejamento em questão.

Restrições de níveis máximo e mínimo de processamento industrial:

$$CPL_t \leq \sum_f \sum_g \sum_j QL_{fgjt} + \sum_f QLH_{ft} \leq CPH_t \quad \forall t \quad (4.17)$$

De forma similar à equação (4.3) da seção 4.2.7, a equação (4.17) define que a quantidade de laranja processada em determinado período t deve ser maior que o parâmetro de capacidade mínima de processamento (CPL_t) e menor que o parâmetro de capacidade máxima de processamento (CPH_t). Porém, com o diferencial de que a quantidade de laranja (QL_{fgjt} e QLH_{ft}) está desdobrada, também, por fornecedor f e por tipo de laranja g .

Equações de balanço de material:

$$QS_{it} - Demanda_{it} + HS_{i(t-1)} - FS_{i(t-1)} - HS_{it} + FS_{it} = 0 \quad \forall i, t \quad (4.18)$$

$$QHP_t - \sum_j \sum_i QH_{jii} + HH_{(t-1)} - FH_{(t-1)} - HH_t + FH_t = 0 \quad \forall t \quad (4.19)$$

$$QBP_{jt} - \sum_i QB_{jii} + HB_{j(t-1)} - FB_{j(t-1)} - HB_{jt} + FB_{jt} = 0 \quad \forall j, t \quad (4.20)$$

As equações (4.18), (4.19) e (4.20), são idênticas as equações (4.4), (4.5) e (4.6), respectivamente, da seção 4.2.7.

Equações de mistura para obtenção dos produtos finais conforme especificações a partir de bases e precoces:

$$\left[\sum_j (QB_{jii} \times AB_j + QH_{jii} \times AH) \right] / ASH_i \leq \sum_j (QB_{jii} + QH_{jii}) \quad \forall i, t \quad (4.21)$$

$$\left[\sum_j (QB_{jii} \times AB_j + QH_{jii} \times AH) \right] / ASL_t \geq \sum_j (QB_{jii} + QH_{jii}) \quad \forall i, t \quad (4.22)$$

$$QH_{jii} \leq \text{Porcentagem}H_{jt} \times (QB_{jii} + QH_{jii}) \quad \forall j, i, t \quad (4.23)$$

$$QS_{it} = \sum_j (QB_{jii} + QH_{jii}) \quad \forall i, t \quad (4.24)$$

As equações (4.21), (4.22), (4.23) e (4.24), são idênticas as equações (4.7), (4.8), (4.9) e (4.10), respectivamente, da seção 4.2.7.

Equações de relação de quantidade de laranja gerando quantidades de bases e precoces, incorporando o fator disponibilidade de fruta nos cálculos:

$$QL_{fgjt} \leq ELI_{fg0} \times DL_{fgjt} \quad \forall f, g, j, t \quad (4.25)$$

$$QLH_{ft} \leq ELHI_{f0} \times DH_{ft} \quad \forall f, t \quad (4.26)$$

$$\sum_f \sum_g QL_{fgjt} - QBP_{jt} \times \text{Rendimento}B_{jt} = 0 \quad \forall j, t \quad (4.27)$$

$$\sum_f QLH_{ft} - QHP_t \times \text{Rendimento}H_t = 0 \quad \forall t \quad (4.28)$$

De forma similar as equações (4.11) e (4.12) da seção 4.2.7, as equações (4.25) e (4.26) definem que o processamento de laranja (QL_{fgjt} e QLH_{ft}) só ocorre quando existe a disponibilidade dessa laranja, ou seja, DL_{fgjt} igual ao valor 1 no caso da equação (4.25) e DH_{ft} igual ao valor 1 no caso da equação (4.26). Porém, com o diferencial de que a quantidade de laranja (QL_{fgjt} e QLH_{ft}) está desdobrada, também, por fornecedor f e por tipo de laranja g .

Também de forma similar a equação (4.13) da seção 4.2.7, a equação (4.27) define a quantidade de base (QBP_{jt}) é produzida a partir da quantidade de laranja processada (QL_{fgjt}) para cada período de planejamento t . Porém, com o diferencial de que a quantidade de laranja (QL_{fgjt}) está desdobrada, também, por fornecedor f e por tipo de laranja g .

De forma similar a equação (4.14) da seção 4.2.7, a equação (4.28) define a quantidade de precoce (QHP_t) é produzida a partir da quantidade de laranja precoce processada (QLH_{ft}) para

cada período de planejamento t . Porém, com o diferencial de que a quantidade de laranja (QLH_{ft}) está desdobrada, também, por fornecedor f .

Equações de balanço de material para fornecimento de laranja:

$$EL_{fgt} - EL_{fg(t-1)} + \sum_j QL_{fgjt} = 0 \quad \forall f, g, t \quad (4.29)$$

$$ELH_{ft} - ELH_{f(t-1)} + QLH_{ft} = 0 \quad \forall f, t \quad (4.30)$$

As equações (4.29) e (4.30) definem a evolução do estoque de laranja (EL_{fgt} e ELH_{ft}) ao longo do horizonte de planejamento por fornecedor f e por tipo de laranja g ou precoce. Essas equações foram adicionadas ao modelo, relativamente a modelagem da seção 4.2, para contemplar o planejamento da matéria-prima.

Restrição de capacidade de fornecimento de laranja:

$$\sum_j \sum_g QL_{fgjt} + QLH_{ft} \leq CF_{ft} \quad \forall f, t \quad (4.31)$$

A equação (4.31) define que o fornecimento de laranja para cada fornecedor f a cada período t deve ser no máximo igual a capacidade de fornecimento do referido fornecedor f no dado período t . Essa restrição é necessária para agregar o planejamento de colheita ao modelo em questão.

Finalmente, tem-se que todas as variáveis de decisão definidas na seção 4.4.5 são não-negativas.

Na sequência é reapresentado o modelo anterior, descrito de uma forma monolítica:

$$\begin{aligned} Z = \min & \sum_f \sum_g \sum_t \sum_j \text{Custo} QL_{fgt} \times QL_{fgjt} + \sum_f \sum_t \text{Custo} QLH_{ft} \times QLH_{ft} + \\ & + \sum_t \sum_i (\text{Custo} HS_{it} \times HS_{it} + \text{Custo} FS_{it} \times FS_{it}) + \\ & + \sum_t (\text{Custo} HH_t \times HH_t + \text{Custo} FH_t \times FH_t) + \\ & + \sum_t \sum_j (\text{Custo} HB_{jt} \times HB_{jt} + \text{Custo} FB_{jt} \times FB_{jt}) \end{aligned} \quad (4.15)$$

sujeito a

$$\sum_f \sum_g \sum_t \sum_j QL_{fgjt} + \sum_f \sum_t QLH_{ft} \geq \sum_f \sum_g ELI_{fg0} + \sum_f ELHI_{f0} - \sum_g ELI_{\text{"spot"}g0} - ELHI_{\text{"spot"}0} \quad (4.16)$$

$$CPL_t \leq \sum_f \sum_g \sum_j QL_{fgjt} + \sum_f QLH_{ft} \leq CPH_t \quad \forall t \quad (4.17)$$

$$QS_{it} - Demanda_{it} + HS_{i(t-1)} - FS_{i(t-1)} - HS_{it} + FS_{it} = 0 \quad \forall i, t \quad (4.18)$$

$$QHP_t - \sum_j \sum_i QH_{jii} + HH_{(t-1)} - FH_{(t-1)} - HH_t + FH_t = 0 \quad \forall t \quad (4.19)$$

$$QBP_{jt} - \sum_i QB_{jii} + HB_{j(t-1)} - FB_{j(t-1)} - HB_{jt} + FB_{jt} = 0 \quad \forall j, t \quad (4.20)$$

$$\left[\sum_j (QB_{jii} \times AB_j + QH_{jii} \times AH) \right] / ASH_i \leq \sum_j (QB_{jii} + QH_{jii}) \quad \forall i, t \quad (4.21)$$

$$\left[\sum_j (QB_{jii} \times AB_j + QH_{jii} \times AH) \right] / ASL_t \geq \sum_j (QB_{jii} + QH_{jii}) \quad \forall i, t \quad (4.22)$$

$$QH_{jii} \leq PorcentagemH_{jt} \times (QB_{jii} + QH_{jii}) \quad \forall j, i, t \quad (4.23)$$

$$QS_{it} = \sum_j (QB_{jii} + QH_{jii}) \quad \forall i, t \quad (4.24)$$

$$QL_{fgjt} \leq ELI_{fg0} \times DL_{fgjt} \quad \forall f, g, j, t \quad (4.25)$$

$$QLH_{ft} \leq ELHI_{f0} \times DH_{ft} \quad \forall f, t \quad (4.26)$$

$$\sum_f \sum_g QL_{fgjt} - QBP_{jt} \times \text{Rendimento}B_{jt} = 0 \quad \forall j, t \quad (4.27)$$

$$\sum_f QLH_{ft} - QHP_t \times \text{Rendimento}H_t = 0 \quad \forall t \quad (4.28)$$

$$EL_{fgt} - EL_{fg(t-1)} + \sum_j QL_{fgjt} = 0 \quad \forall f, g, t \quad (4.29)$$

$$ELH_{ft} - ELH_{f(t-1)} + QLH_{ft} = 0 \quad \forall f, t \quad (4.30)$$

$$\sum_j \sum_g QL_{fgjt} + QLH_{ft} \leq CF_{ft} \quad \forall f, t \quad (4.31)$$

4.5 Representação do Problema em GAMS Considerando Aspectos Relevantes da Matéria-prima e Análise Crítica do Modelo

A modelagem completa em GAMS está no anexo 1. Esse modelo apresentado na seção 4.4, possui os seguintes destaques:

- O modelo apresenta processo de planejamento parcialmente orientado pela demanda por produto acabado, e parcialmente orientado pela disponibilidade de matéria-prima. A fruta própria da empresa, assim como a fruta previamente contratada, são dados de entrada para o planejamento onde essa base de matéria-prima deve ser totalmente utilizada, ou seja, é um processo de empurrar o fornecimento de material para dentro do sistema. Por outro lado, há uma segunda parcela de matéria-prima que não está contratada (normalmente contratos de curto prazo e *spot*), e o processo de fornecimento pode ser puxado para dentro do sistema, orientado pela demanda. Esses aspectos estão devidamente representados no modelo, onde a solução consome a parcela empurrada e utiliza apenas o mínimo necessário da parcela puxada, conforme determinação da demanda por produtos acabados.
- O modelo incorpora adequadamente a dependência que o *ratio* do suco produzido apresenta em relação ao momento da colheita da laranja, ou seja, uma mesma laranja pode dar origem para diferentes *ratios* de suco em função de sua curva de maturação. Quanto mais tempo fica a laranja no pomar, maior será o *ratio* desta.
- A solução do modelo responde adequadamente ao objetivo de minimizar os custos da matéria-prima, manutenção de estoques de produtos, assim como custos de falta de produto. Cabe aqui destacar que para efeito desse trabalho, a relação custos de estoques contra custos de faltas de produto, são utilizados na forma de grandezas de valores, de forma a refletir a política da empresa relativamente a esses aspectos.
- O modelo incorpora equações de balanço de material para laranja e suco, onde a solução reflete corretamente o comportamento esperado dos estoques e faltas de produtos e matéria-prima ao longo do horizonte de planejamento.
- O modelo responde corretamente a característica de planejamento hierárquico que determina que deve-se processar no mínimo a fruta de todos os tipos de contratos, exceção aos contratos tipo *spot* que ficam subordinados à demanda por produtos acabados.
- O modelo incorpora de forma adequada as restrições de capacidade de processamento industrial, assim como de fornecimento de matéria-prima.
- As equações de mistura estão contidas no modelo, e a solução demonstra a coerente utilização dos vários tipos de suco em um processo de mistura, visando a obtenção de um determinado produto acabado.

Com o objetivo de avaliar o comportamento do modelo proposto, elaborou-se diversos cenários, variando-se os parâmetros de entrada e avaliando-se os resultados do modelo frente a essas variações.

A análise crítica dos resultados fornecidos pelo modelo frente aos diferentes parâmetros de entrada, é feita por um tomador de decisão nesse negócio, que nesse caso é o próprio autor dessa tese, com experiência de mais de 20 anos no setor de suco de laranja, dos quais 8 anos são na atividade de planejamento das operações e, por um especialista da empresa estudada em planejamento de matéria-prima, com ampla experiência neste tipo de planejamento e em modelos de otimização.

A seguir apresenta-se algumas estatísticas do modelo em questão, tais como, índices utilizados (Tabela 4.1), variáveis do modelo (Tabela 4.2) e restrições do modelo (Tabela 4.3).

Tabela 4.1 – Índices utilizados no modelo

Índice	Quantidade
Famílias de suco	4
Famílias de laranja que gera base	7
Períodos de planejamento (meses)	12
Tipos de fornecedores de laranja	5
Tipos de laranja	2

Tabela 4.2 – Variáveis utilizadas no modelo

Variável	Quantidade
Fornecimento de laranja	900
Produção de suco/base	144
Mistura	672
Estoque de suco/base	144
Falta de suco/base	144
Estoque de laranja	180
Total	2.184

Tabela 4.3 –Restrições utilizadas no modelo

Restrição	Quantidade
Hierárquica	1
Capacidade de processamento	24
Capacidade de suprimento de laranja	60
Balanço de suco	144
Balanço de laranja	276
Equilíbrio de suco	48
Disponibilidade de laranja	900
Mistura	432
Total	1.885

Na sequência apresenta-se os principais parâmetros de entrada utilizados para avaliar a consistência do modelo frente aos diversos cenários (Tabela 4.4), assim como os principais resultados do modelo para cada cenário (Tabela 4.5).

A Tabela 4.4 contém, nas linhas, parâmetros do modelo apresentado na seção 4.4, tais como dados de estoques iniciais de laranja e base de suco, custos da laranja, de armazenagem (falta) de produto, demanda por produto acabado, entre outros. Nas colunas, valores computados para esses parâmetros para cinco diferentes cenários. Note que está destacado em negrito os parâmetros que são alterados de um cenário para outro. Por exemplo, do cenário 1 para o cenário 2 foram modificados os valores dos parâmetros dos estoques iniciais de laranja precoce, média e tardia.

A Tabela 4.5 apresenta o resultado do modelo para cada um dos cinco cenários. Nas linhas da Tabela 4.5 têm-se as variáveis de decisão, como, por exemplo, fornecimento de laranja, produção de suco, estoques de produtos, entre outros, e a função objetivo, que é a minimização de custos. As colunas apresentam os valores resultantes para cada cenário. Na sequência têm-se a discussão desses resultados. Como os modelos envolvidos são de otimização linear, os tempos computacionais para resolvê-los pelo GAMS/CPLEX são bem aceitáveis, da ordem de poucos segundos no microcomputador utilizado.

Tabela 4.4 – Parâmetros de entrada em cada cenário

Parâmetro	Unidade	Fornecedor	Período	Cenário				
				1	2	3	4	5
Estoque inicial laranja precoce	caixas laranja	Propria	0	1.000.000	1.000.000	1.000.000	1.000.000	1.000.000
	caixas laranja	LP	0	2.000.000	2.000.000	2.000.000	2.000.000	2.000.000
	caixas laranja	CP	0	2.000.000	2.000.000	2.000.000	2.000.000	2.000.000
	caixas laranja	Spot	0	5.000.000	0	5.000.000	5.000.000	5.000.000
	caixas laranja	Toll	0	500.000	500.000	500.000	500.000	500.000
Estoque inicial laranja média	caixas laranja	Propria	0	3.000.000	3.000.000	3.000.000	3.000.000	3.000.000
	caixas laranja	LP	0	5.000.000	5.000.000	5.000.000	5.000.000	5.000.000
	caixas laranja	CP	0	5.000.000	5.000.000	5.000.000	5.000.000	5.000.000
	caixas laranja	Spot	0	30.000.000	0	30.000.000	30.000.000	30.000.000
	caixas laranja	Toll	0	2.000.000	2.000.000	2.000.000	2.000.000	2.000.000
Estoque inicial laranja tardia	caixas laranja	Propria	0	3.000.000	3.000.000	3.000.000	3.000.000	3.000.000
	caixas laranja	LP	0	2.000.000	2.000.000	2.000.000	2.000.000	2.000.000
	caixas laranja	CP	0	8.000.000	8.000.000	8.000.000	8.000.000	8.000.000
	caixas laranja	Spot	0	30.000.000	0	30.000.000	30.000.000	30.000.000
	caixas laranja	Toll	0	3.000.000	3.000.000	3.000.000	3.000.000	3.000.000
Estoque inicial base BA11	ton		0	0	1.000	0	0	
Estoque inicial base BA13	ton		0	0	1.000	0	0	
Estoque inicial base BA14	ton		0	0	0	0	0	
Estoque inicial base BA15	ton		0	0	1.000	0	0	
Estoque inicial base BA16	ton		0	0	0	0	0	
Estoque inicial base BA17	ton		0	0	1.000	0	0	
Estoque inicial base BA18	ton		0	0	1.000	0	0	
Custo laranja precoce	UM/caixa	Propria	todos	1,5	1,5	1,5	1,5	1,5
	UM/caixa	LP	todos	3,0	3,0	3,0	3,0	3,0
	UM/caixa	CP	todos	3,0	3,0	3,0	3,0	3,0
	UM/caixa	Spot	todos	4,0	4,0	4,0	400,0	4,0
	UM/caixa	Toll	todos	3,0	3,0	3,0	3,0	3,0
Custo laranja média	UM/caixa	Propria	todos	2,0	2,0	2,0	2,0	2,0
	UM/caixa	LP	todos	4,0	4,0	4,0	4,0	4,0
	UM/caixa	CP	todos	4,0	4,0	4,0	4,0	4,0
	UM/caixa	Spot	todos	5,0	5,0	5,0	5,0	5,0
	UM/caixa	Toll	todos	4,0	4,0	4,0	4,0	4,0
Custo laranja tardia	UM/caixa	Propria	todos	2,0	2,0	2,0	2,0	2,0
	UM/caixa	LP	todos	4,0	4,0	4,0	4,0	4,0
	UM/caixa	CP	todos	4,0	4,0	4,0	4,0	4,0
	UM/caixa	Spot	todos	5,0	5,0	5,0	5,0	5,0
	UM/caixa	Toll	todos	4,0	4,0	4,0	4,0	4,0
Demanda por suco "PA11"	toneladas		todos	18.000	18.000	18.000	18.000	0
Demanda por suco "PA13"	toneladas		todos	18.000	18.000	18.000	18.000	18.000
Demanda por suco "PA14"	toneladas		todos	90.000	90.000	90.000	90.000	90.000
Demanda por suco "PA15"	toneladas		todos	54.000	54.000	54.000	54.000	54.000
Custo de falta suco "PA11"	UM/tonelada		todos	2.000	2.000	2.000	2.000	2.000
Custo de falta suco "PA13"	UM/tonelada		todos	2.000	2.000	2.000	2.000	2.000
Custo de falta suco "PA14"	UM/tonelada		todos	2.000	2.000	2.000	2.000	2.000
Custo de falta suco "PA15"	UM/tonelada		todos	2.000	2.000	2.000	2.000	2.000
Custo de falta de precoce	UM/tonelada		todos	2.000	2.000	2.000	2.000	2.000
Custo de falta de base "BA11"	UM/tonelada		todos	2.000	2.000	2.000	2.000	2.000
Custo de falta de base "BA13"	UM/tonelada		todos	2.000	2.000	2.000	2.000	2.000
Custo de falta de base "BA14"	UM/tonelada		todos	2.000	2.000	2.000	2.000	2.000
Custo de falta de base "BA15"	UM/tonelada		todos	2.000	2.000	2.000	2.000	2.000
Custo de falta de base "BA16"	UM/tonelada		todos	2.000	2.000	2.000	2.000	2.000
Custo de falta de base "BA17"	UM/tonelada		todos	2.000	2.000	2.000	2.000	2.000
Custo de falta de base "BA18"	UM/tonelada		todos	2.000	2.000	2.000	2.000	2.000
Custo de armazenagem suco "PA11"	UM/tonelada		todos	2	2	2	2	2
Custo de armazenagem suco "PA13"	UM/tonelada		todos	2	2	2	2	2
Custo de armazenagem suco "PA14"	UM/tonelada		todos	2	2	2	2	2
Custo de armazenagem suco "PA15"	UM/tonelada		todos	2	2	2	2	2
Custo de armazenagem de precoce	UM/tonelada		todos	1	1	1	1	1
Custo de armazenagem de base "BA11"	UM/tonelada		todos	1	1	1	1	1
Custo de armazenagem de base "BA13"	UM/tonelada		todos	1	1	1	1	1
Custo de armazenagem de base "BA14"	UM/tonelada		todos	1	1	1	1	1
Custo de armazenagem de base "BA15"	UM/tonelada		todos	1	1	1	1	1
Custo de armazenagem de base "BA16"	UM/tonelada		todos	1	1	1	1	1
Custo de armazenagem de base "BA17"	UM/tonelada		todos	1	1	1	1	1
Custo de armazenagem de base "BA18"	UM/tonelada		todos	1	1	1	1	1
Capacidade de fornecimento laranja	caixas/período	Propria	todos	1.000.000	1.000.000	1.000.000	1.000.000	1.000.000
Capacidade de fornecimento laranja	caixas/período	LP	todos	4.000.000	4.000.000	4.000.000	4.000.000	4.000.000
Capacidade de fornecimento laranja	caixas/período	CP	todos	2.000.000	2.000.000	2.000.000	2.000.000	2.000.000
Capacidade de fornecimento laranja	caixas/período	Spot	todos	3.000.000	3.000.000	3.000.000	3.000.000	3.000.000
Capacidade de fornecimento laranja	caixas/período	Toll	todos	1.000.000	1.000.000	1.000.000	1.000.000	1.000.000

Tabela 4.5 – Resultados do modelo para cada cenário

Variável	Unidade	Fornecedor	Período	Cenário				
				1	2	3	4	5
Custo Total (Função Objetivo)	UM			320.304.896	377.192.848	276.545.436	320.996.877	291.312.282
Fornecimento laranja precoce	caixas laranja	Propria	todos	1.000.000	1.000.000	1.000.000	1.000.000	1.000.000
	caixas laranja	LP	todos	2.000.000	2.000.000	2.000.000	2.000.000	2.000.000
	caixas laranja	CP	todos	2.000.000	2.000.000	2.000.000	2.000.000	2.000.000
	caixas laranja	Spot	todos	1.607.750	0	1.607.750	0	392.750
	caixas laranja	Toll	todos	500.000	500.000	500.000	500.000	500.000
Fornecimento laranja média	caixas laranja	Propria	todos	3.000.000	3.000.000	3.000.000	3.000.000	3.000.000
	caixas laranja	LP	todos	5.000.000	5.000.000	5.000.000	5.000.000	5.000.000
	caixas laranja	CP	todos	5.000.000	5.000.000	5.000.000	5.000.000	5.000.000
	caixas laranja	Spot	todos	2.763.574	0	1.528.832	3.883.053	1.635.442
	caixas laranja	Toll	todos	2.000.000	2.000.000	2.000.000	2.000.000	2.000.000
Fornecimento laranja tardia	caixas laranja	Propria	todos	3.000.000	3.000.000	3.000.000	3.000.000	3.000.000
	caixas laranja	LP	todos	2.000.000	2.000.000	2.000.000	2.000.000	2.000.000
	caixas laranja	CP	todos	8.000.000	8.000.000	8.000.000	8.000.000	8.000.000
	caixas laranja	Spot	todos	3.118.426	0	3.153.168	3.428.058	1.006.558
	caixas laranja	Toll	todos	3.000.000	3.000.000	3.000.000	3.000.000	3.000.000
Estoque final laranja precoce	caixas laranja	Propria	12	0	0	0	0	0
	caixas laranja	LP	12	0	0	0	0	0
	caixas laranja	CP	12	0	0	0	0	0
	caixas laranja	Spot	12	3.392.250	0	3.392.250	5.000.000	4.607.250
	caixas laranja	Toll	12	0	0	0	0	0
Estoque final laranja média	caixas laranja	Propria	12	0	0	0	0	0
	caixas laranja	LP	12	0	0	0	0	0
	caixas laranja	CP	12	0	0	0	0	0
	caixas laranja	Spot	12	27.236.426	0	28.471.168	26.116.947	28.364.558
	caixas laranja	Toll	12	0	0	0	0	0
Estoque final laranja tardia	caixas laranja	Propria	12	0	0	0	0	0
	caixas laranja	LP	12	0	0	0	0	0
	caixas laranja	CP	12	0	0	0	0	0
	caixas laranja	Spot	12	26.881.574	0	26.846.832	26.571.942	28.993.442
	caixas laranja	Toll	12	0	0	0	0	0
Suco produzido "PA11"	toneladas		todos	18.000	18.000	18.000	18.000	0
Suco produzido "PA13"	toneladas		todos	18.000	18.000	18.000	18.000	18.000
Suco produzido "PA14"	toneladas		todos	90.000	90.000	90.000	90.000	90.000
Suco produzido "PA15"	toneladas		todos	54.000	54.000	54.000	54.000	54.000
Precoce produzida	toneladas		todos	26.325	20.370	26.325	20.370	23.625
Base produzida "BA11"	toneladas		todos	33.311	19.056	32.917	34.535	17.298
Base produzida "BA13"	toneladas		todos	6.552	13.635	8.189	3.468	1.839
Base produzida "BA14"	toneladas		todos	38.863	45.433	41.644	40.491	39.403
Base produzida "BA15"	toneladas		todos	26.260	32.199	18.755	31.070	33.191
Base produzida "BA16"	toneladas		todos	19.353	14.677	17.463	20.834	20.834
Base produzida "BA17"	toneladas		todos	29.335	4.167	29.707	29.232	25.810
Base produzida "BA18"	toneladas		todos	0	0	0	0	0
Precoce consumida	toneladas		todos	26.325	19.972	26.326	20.371	23.624
Base consumida "BA11"	toneladas		todos	33.313	33.229	33.919	34.536	17.300
Base consumida "BA13"	toneladas		todos	6.552	13.636	9.190	3.468	1.839
Base consumida "BA14"	toneladas		todos	38.860	45.429	41.642	40.487	39.399
Base consumida "BA15"	toneladas		todos	26.262	33.236	19.756	31.073	33.193
Base consumida "BA16"	toneladas		todos	19.353	14.677	17.462	20.834	20.834
Base consumida "BA17"	toneladas		todos	29.335	8.073	30.706	29.231	25.810
Base consumida "BA18"	toneladas		todos	0	11.349	1.000	0	0
Estoque final suco "PA11"	toneladas		12	0	0	0	0	0
Estoque final suco "PA13"	toneladas		12	0	0	0	0	0
Estoque final suco "PA14"	toneladas		12	0	0	0	0	0
Estoque final suco "PA15"	toneladas		12	0	0	0	0	0
Estoque final precoce	toneladas		12	0	0	0	0	0
Estoque final base "BA11"	toneladas		12	0	0	0	0	0
Estoque final base "BA13"	toneladas		12	0	0	0	0	0
Estoque final base "BA14"	toneladas		12	0	0	0	0	0
Estoque final base "BA15"	toneladas		12	0	0	0	0	0
Estoque final base "BA16"	toneladas		12	0	0	0	0	0
Estoque final base "BA17"	toneladas		12	0	0	0	0	0
Estoque final base "BA18"	toneladas		12	0	0	0	0	0
Falta final suco "PA11"	toneladas		12	0	0	0	0	0
Falta final suco "PA13"	toneladas		12	0	0	0	0	0
Falta final suco "PA14"	toneladas		12	0	0	0	0	0
Falta final suco "PA15"	toneladas		12	0	0	0	0	0
Falta final precoce	toneladas		12	0	0	0	0	0
Falta final base "BA11"	toneladas		12	0	14.173	0	0	0
Falta final base "BA13"	toneladas		12	0	0	0	0	0
Falta final base "BA14"	toneladas		12	0	0	0	0	0
Falta final base "BA15"	toneladas		12	0	1.035	0	0	0
Falta final base "BA16"	toneladas		12	0	0	0	0	0
Falta final base "BA17"	toneladas		12	0	3.906	0	0	0
Falta final base "BA18"	toneladas		12	0	11.349	0	0	0

A partir do cenário 1 (original), que basicamente apresenta os parâmetros para a modelagem do anexo 3, elaborou-se o cenário 2. Nesse cenário elimina-se a disponibilidade de fruta do fornecedor de laranja “spot” para os tipos de laranja “precoce”, “média” e “tardia”. Como resultados principais têm-se: não ocorre fornecimento desses tipos de laranja do fornecedor “spot” e, conseqüentemente, ocorre falta de bases para produção de suco. Resultados esses que são os esperados para essa situação.

Novamente a partir do cenário 1, altera-se o parâmetro “estoque inicial de base”, gerando o cenário 3. Como resultados principais desse cenário têm-se: o “custo total” (função objetivo) reduz sensivelmente devido a menor necessidade de laranja, que é o principal custo desse processo; não há falta de produto no final do horizonte de planejamento; não há estoque de produtos final, bases e precoce no final do horizonte de planejamento. Os resultados descritos na Tabela 4.5, são os esperados para essa simulação.

A partir do cenário 1 elevou-se o “custo da laranja precoce” do fornecedor “spot”, gerando-se o cenário 4. Como resultados principais do cenário 4 têm-se: não há consumo de laranja “precoce” do fornecedor de laranja “spot” e, conseqüentemente, uma menor produção de suco tipo “precoce”. Novamente os resultados são consistentes para tal cenário.

Finalmente, novamente a partir do cenário 1, eliminou-se a demanda por suco “PA11”. Como resultados principais têm-se: uma menor necessidade de geração de produtos acabados, bases e precoce, que por sua vez reduz a necessidade de laranjas e, conseqüentemente, um menor custo total. Resultados esses que são os esperados para essa situação.

O resultado do plano de mistura apresenta produtos acabados com especificação de *ratio* dentro dos limites estabelecidos, assim como respeita o limite máximo de consumo de base precoce de suco (máximo 15%), o que é demonstrado, por exemplo, na Tabela 4.6 para o cenário 1. Note que o formato proposto para a Tabela 4.6 é prático para suportar a implementação desse plano de mistura. A tabela é composta por quadros, representando cada produto final; linhas, representando os diferentes períodos de planejamento e; colunas, indicando quanto de cada componente deve ser consumido em cada período de planejamento. As últimas colunas de cada quadro indicam a acidez, o *ratio* e a porcentagem de precoce adicionada para o produto acabado resultante em cada período, respectivamente. Por exemplo, note que para se produzir 1.500 toneladas de produto acabado “PA13” no período (mês) 1, são necessárias 225 toneladas de “precoce”, 633 toneladas de base “BA11” e 642 toneladas de base “BA14”. Essa mistura resulta em uma acidez 5,077, *ratio* 13,0 e uma adição de 15% de “precoce”, resultados esses que estão dentro das especificações impostas pelo modelo.

Tabela 4.6 – Resultado do plano de mistura para o cenário 1

Determinístico**PA11 (de 11,00 à 11,99) (consumo esperado de precoce: máximo de 15%)**

	Precoce	BA11	BA13	BA14	BA15	BA16	BA17			
ratio	14,0	11,5	13,5	14,5	15,5	16,5	17,5			
acidez	4,714	5,739	4,889	4,552	4,258	4,000	3,771			
mês	Quantidade em toneladas							Acidez	Ratio	% Precoce
1	225	1275						5,585	11,82	15,0%
2	225	1275						5,585	11,82	15,0%
3	225	1275						5,585	11,82	15,0%
4	225	1173		102				5,505	11,99	15,0%
5	225	1132	143					5,504	11,99	15,0%
6	225	1173		102				5,505	11,99	15,0%
7	225	1193			82			5,504	11,99	15,0%
8	225	1205				70		5,504	11,99	15,0%
9	225	1213					62	5,504	11,99	15,0%
10	225	1213					62	5,504	11,99	15,0%
11	225	1213					62	5,504	11,99	15,0%
12	225	1213					62	5,504	11,99	15,0%

PA13 (de 13,00 à 13,99) (consumo esperado de precoce: máximo de 15%)

	Precoce	BA11	BA13	BA14	BA15	BA16	BA17			
ratio	14,0	11,5	13,5	14,5	15,5	16,5	17,5			
acidez	4,714	5,739	4,889	4,552	4,258	4,000	3,771			
mês	Quantidade em toneladas							Acidez	Ratio	% Precoce
1	225	633		642				5,077	13,00	15,0%
2	225	633		642				5,077	13,00	15,0%
3	225	633		642				5,077	13,00	15,0%
4	225	179		1096				4,718	13,99	15,0%
5	225		1275					4,863	13,57	15,0%
6	225	179		1096				4,718	13,99	15,0%
7	225	396			879			4,717	13,99	15,0%
8	225	527				748		4,718	13,99	15,0%
9	225	614					661	4,718	13,99	15,0%
10	225	614					661	4,718	13,99	15,0%
11	225	614					661	4,718	13,99	15,0%
12	225	614					661	4,718	13,99	15,0%

PA14 (de 14,00 à 14,99) (consumo esperado de precoce: máximo de 15%)

	Precoce	BA11	BA13	BA14	BA15	BA16	BA17			
ratio	14,0	11,5	13,5	14,5	15,5	16,5	17,5			
acidez	4,714	5,739	4,889	4,552	4,258	4,000	3,771			
mês	Quantidade em toneladas							Acidez	Ratio	% Precoce
1	1125	873		5502				4,714	14,00	15,0%
2	1125	873		5502				4,714	14,00	15,0%
3	1125	873		5502				4,714	14,00	15,0%
4	1125			6375				4,576	14,42	15,0%
5	1125		4610		1795			4,712	14,01	14,9%
6	1125			5937		438		4,544	14,53	15,0%
7	1125	387			5988			4,403	14,99	15,0%
8	1125	1276				5099		4,403	14,99	15,0%
9	1125	1868					4507	4,403	14,99	15,0%
10	1125	1868					4507	4,403	14,99	15,0%
11	1125	1868					4507	4,403	14,99	15,0%
12	1125	1868					4507	4,403	14,99	15,0%

PA15 (de 15,00 à 15,99) (consumo esperado de precoce: máximo de 15%)

	Precoce	BA11	BA13	BA14	BA15	BA16	BA17			
ratio	14,0	11,5	13,5	14,5	15,5	16,5	17,5			
acidez	4,714	5,739	4,889	4,552	4,258	4,000	3,771			
mês	Quantidade em toneladas							Acidez	Ratio	% Precoce
1	675			1126	2699			4,400	15,00	15,0%
2	675			1126	2699			4,400	15,00	15,0%
3	675			1126	2699			4,400	15,00	15,0%
4				2175	2325			4,400	15,00	0,0%
5	675		524		3301			4,400	15,00	15,0%
6	675			167		3658		4,128	15,99	15,0%
7	675				3825			4,326	15,25	15,0%
8	675	53				3772		4,128	15,99	15,0%
9	675	491					3334	4,128	15,99	15,0%
10	675	282				1796	1747	4,127	15,99	15,0%
11	675	491					3334	4,128	15,99	15,0%
12	675	53				3772		4,128	15,99	15,0%

Com isso observa-se que a presente modelagem é consistente. A partir desse modelo, que agora incorpora de forma satisfatória os aspectos relevantes da matéria-prima, há duas linhas de desenvolvimento a serem seguidas, a saber:

- Incorporar nesse modelo conceitos de programação por metas no sentido de, uma vez minimizado os custos, buscar a otimização do processo de mistura, o que é explorado no capítulo 5. No processo de mistura é comum visar que a especificação de ratio do produto final fique próximo a média da faixa de especificação.
- Desenvolver modelos de otimização robusta a partir desse modelo determinístico, incorporando as incertezas inerentes a determinados parâmetros do modelo, o que é explorado nos capítulos 6 e 7.

5 Uma Proposta de Programação por Metas Visando Otimizar o Processo de Mistura

5.1 Modelo de Programação por Metas

Conforme Munhoz e Morabito (2001a e 2001b), no sistema de mistura de suco de laranja, pode ocorrer a necessidade de decisões gerenciais envolvendo vários objetivos. Muitas vezes, quando na elaboração do plano de mistura, deseja-se, além de minimizar custos, que os produtos fiquem o mais próximo possível da média de suas especificações mínimas e máximas de *ratio*. Por exemplo, em um produto com especificações de *ratio* mínimo e máximo 14 e 15 respectivamente, é desejável que seu *ratio* fique o mais próximo possível da média 14,5.

Dessa forma, nesse novo modelo proposto nesse trabalho, também é cabível a aplicação desse conceito de diferentes metas, com níveis de prioridades associados a cada uma delas. Para o modelo em questão o objetivo é colocar-se as seguintes metas:

- Meta 1, de maior prioridade, é minimizar o custo total. Nesse modelo o custo total é a soma dos custos da matéria-prima (laranja), da armazenagem de produtos (sucos) e falta de produtos.
- Meta 2, de prioridade secundária, é minimizar o desvio da especificação de *ratio* médio para os diversos produtos.

Tabela 5.1 – Variáveis de desvio

Notação	Descrição
s_1^+	Variável de desvio indicando o quanto a somatória dos custos da laranja, da armazenagem de produtos e falta de produtos está acima da meta 1: “custo zero”.
s_{2it}^+	Variável de desvio indicando o quanto o produto i no período t , está acima da especificação de <i>ratio</i> intermediária desejada pela meta 2 (em quantidade x <i>ratio</i>).
s_{2it}^-	Variável de desvio indicando o quanto o produto i no período t , está abaixo da especificação de <i>ratio</i> intermediária desejada pela meta 2 (em quantidade x <i>ratio</i>).

A partir do problema determinístico considerando-se aspectos relevantes da matéria-prima na modelagem, apresentado na seção 4.4, equações (4.15) à (4.31) e, definindo-se as variáveis de

desvio conforme a Tabela 5.1, obtem-se uma nova função objetivo, para substituir a função objetivo (4.15) do modelo da seção 4.4, dada por:

$$\min P_1 (s_1^+) + P_2 \left(\sum_t \sum_i c_i (s_{2it}^+ + s_{2it}^-) \right) \quad (5.1)$$

onde admite-se que $P_1 \gg P_2$ e c_i é um peso relativo para cada produto i (neste trabalho utilizou-se $c_i = 1$).

As restrições do modelo da seção 4.4 continuam válidas. É necessário definir mais um parâmetro para *ratio* médio, a saber:

$$RatioSM_i = \text{ratio médio do suco } i;$$

que, por sua vez, necessita do cálculo a seguir para obter a acidez média (ASM_i):

$$ASM_i = 66 / RatioSM_i.$$

Por fim, adicionou-se ao modelo as seguintes restrições de metas 1 e 2:

Restrição da meta 1, obtida a partir da função objetivo (4.15) do modelo apresentado na seção 4.4:

$$\begin{aligned} & \sum_f \sum_g \sum_t \sum_j CustoQL_{fgt} \times QL_{fgt} + \sum_f \sum_t CustoQLH_{ft} \times QLH_{ft} + \\ & + \sum_t \sum_i (CustoHS_{it} \times HS_{it} + CustoFS_{it} \times FS_{it}) + \\ & + \sum_t (CustoHH_t \times HH_t + CustoFH_t \times FH_t) + \\ & + \sum_t \sum_j (CustoHB_{jt} \times HB_{jt} + CustoFB_{jt} \times FB_{jt}) - s_1^+ = 0 \end{aligned} \quad (5.2)$$

Restrição da meta 2, obtida a partir das equações de mistura (4.21) e (4.22) apresentadas na seção 4.4:

$$\left[\sum_j (QB_{ji} \times AB_j + QH_{ji} \times AH) \right] - s_{2it}^+ + s_{2it}^- = ASM_i \times \sum_j (QB_{ji} + QH_{ji}) \quad \forall i, t \quad (5.3)$$

A modelagem é similar à apresentada por Munhoz (2000), onde a restrição (5.2) junto com a nova função objetivo (5.1), estabelece que o custo total da laranja, armazenagem de produtos e falta

de produtos, deve ser o mais próximo possível de zero. Similarmente, a restrição (5.3) estabelece que o *ratio* médio do produto i , obtido a partir das misturas das várias bases j em cada período t , deve ser o mais próximo possível do valor médio da faixa de *ratio* permitida para este produto.

O modelo de programação por metas apresentado aqui, junto com as restrições de não negatividade das variáveis, também foi codificado e resolvido pelo GAMS/CPLEX. Da mesma forma desenvolvida por Munhoz (2000), inicialmente resolve-se o problema apresentado nessa seção minimizando o desvio da meta 1 (custo zero), ou seja, simplesmente ignora-se a meta 2 da função objetivo (5.1), para obter-se o custo mínimo F^* . Em seguida, resolve-se o problema novamente minimizando o desvio da meta 2 (*ratio* médio) sob a meta 1, ou seja, ignora-se a meta 1 da função objetivo (5.1) e adiciona-se no modelo a restrição de custo mínimo:

$s_1^+ = F^*$. Em outras palavras, ao admitir-se que $P_1 \gg P_2$, procura-se pela solução de mínimo desvio da meta de *ratio* médio, dentre todas as soluções alternativas de custo mínimo.

Na sequência é rerepresentado o modelo anterior, descrito de uma forma monolítica:

$$\min P_1 (s_1^+) + P_2 \left(\sum_t \sum_i c_i (s_{2it}^+ + s_{2it}^-) \right) \quad (5.1)$$

sujeito a

$$\sum_f \sum_g \sum_t \sum_j QL_{fgjt} + \sum_f \sum_t QLH_{ft} \geq \sum_f \sum_g ELI_{fg0} + \sum_f ELHI_{f0} - \sum_g ELI_{spot"0} - ELHI_{spot"0} \quad (4.16)$$

$$CPL_t \leq \sum_f \sum_g \sum_j QL_{fgjt} + \sum_f QLH_{ft} \leq CPH_t \quad \forall t \quad (4.17)$$

$$QS_{it} - Demanda_{it} + HS_{i(t-1)} - FS_{i(t-1)} - HS_{it} + FS_{it} = 0 \quad \forall i, t \quad (4.18)$$

$$QHP_t - \sum_j \sum_i QH_{jii} + HH_{(t-1)} - FH_{(t-1)} - HH_t + FH_t = 0 \quad \forall t \quad (4.19)$$

$$QBP_{jt} - \sum_i QB_{jii} + HB_{j(t-1)} - FB_{j(t-1)} - HB_{jt} + FB_{jt} = 0 \quad \forall j, t \quad (4.20)$$

$$QH_{jii} \leq PorcentagemH_{jt} \times (QB_{jii} + QH_{jii}) \quad \forall j, i, t \quad (4.23)$$

$$QS_{it} = \sum_j (QB_{jii} + QH_{jii}) \quad \forall i, t \quad (4.24)$$

$$QL_{fgjt} \leq ELI_{fg0} \times DL_{fgjt} \quad \forall f, g, j, t \quad (4.25)$$

$$QLH_{ft} \leq ELHI_{f0} \times DH_{ft} \quad \forall f, t \quad (4.26)$$

$$\sum_f \sum_g QL_{fgjt} - QBP_{jt} \times RendimentoB_{jt} = 0 \quad \forall j, t \quad (4.27)$$

$$\sum_f QLH_{ft} - QHP_t \times RendimentoH_t = 0 \quad \forall t \quad (4.28)$$

$$EL_{fgt} - EL_{fg(t-1)} + \sum_j QL_{fgjt} = 0 \quad \forall f, g, t \quad (4.29)$$

$$ELH_{ft} - ELH_{f(t-1)} + QLH_{ft} = 0 \quad \forall f, t \quad (4.30)$$

$$\sum_j \sum_g QL_{fgjt} + QLH_{ft} \leq CF_{ft} \quad \forall f, t \quad (4.31)$$

$$\begin{aligned} & \sum_f \sum_g \sum_t \sum_j CustoQL_{fgt} \times QL_{fgt} + \sum_f \sum_t CustoQLH_{ft} \times QLH_{ft} + \\ & + \sum_t \sum_i (CustoHS_{it} \times HS_{it} + CustoFS_{it} \times FS_{it}) + \\ & + \sum_t (CustoHH_t \times HH_t + CustoFH_t \times FH_t) + \\ & + \sum_t \sum_j (CustoHB_{jt} \times HB_{jt} + CustoFB_{jt} \times FB_{jt}) - s_1^+ = 0 \end{aligned} \quad (5.2)$$

$$\left[\sum_j (QB_{jii} \times AB_j + QH_{jii} \times AH) \right] - s_{2it}^+ + s_{2it}^- = ASM_i \times \sum_j (QB_{jii} + QH_{jii}) \quad \forall i, t \quad (5.3)$$

5.2 Resultados Computacionais e Análise do Modelo de Programação por Metas

Elaborou-se o modelo de programação por metas a partir do problema apresentado na seção 4.4 e com os parâmetros do cenário 1 da Tabela 4.4 da seção 4.5 A modelagem em GAMS está apresentada no anexo 2. Primeiro resolve-se o modelo minimizando o desvio da meta 1 (custo zero), com os parâmetros do cenário 1 da Tabela 4.4 apresentada na seção 4.5, sendo que os resultados, como esperado, são iguais aos apresentados na Tabela 4.5 para o cenário 1, e também o plano de mistura resultante é igual ao apresentado na Tabela 4.6 da seção 4.5. Em seguida, resolve-se o problema minimizando o desvio da meta 2 (*ratio* médio) sob a meta 1, ou seja, a meta 1 passa a ser uma restrição nesse modelo. Como os modelos envolvidos são de otimização linear, os tempos computacionais para resolvê-los pelo GAMS/CPLEX são bem aceitáveis, da ordem de poucos segundos no microcomputador utilizado.

O plano de mistura resultante para o modelo de programação por metas, considerando-se os objetivos 1 e 2, sendo que o objetivo 1 tem prioridade sobre o objetivo 2, é apresentado na Tabela 5.2. Compara-se os planos de mistura quando o objetivo é apenas minimizar o custo total (meta 1), apresentado na Tabela 4.6 da seção 4.5, e quando têm-se múltiplos objetivos, que nesse modelo se traduz em minimizar a custo total (meta 1) e minimizar o desvio da especificação *ratio* dos produtos acabados de seu valor médio (meta 2), apresentado na Tabela 5.2.

Nota-se que o formato proposto para a Tabela 5.2 é prático para suportar a implementação desse plano de mistura. A tabela é composta por quadros, representando cada produto final; linhas, representando os diferentes períodos do horizonte de planejamento e; colunas indicando quanto de cada componente deve ser consumido em cada período de planejamento. As últimas colunas de cada quadro indicam a acidez, o *ratio* e a porcentagem de precoce adicionada para o produto acabado resultante em cada período. Por exemplo, note que para se produzir 1.500 toneladas de produto acabado “PA13” no período (mês) 1, são necessárias 225 toneladas de “precoce”, 633 toneladas de base “BA11” e 642 toneladas de base “BA14”. Essa mistura resulta em acidez 5,077, *ratio* 13,0 e uma adição de 15% de “precoce”, resultados esses que estão dentro das especificações impostas pelo modelo.

Tem-se que a abordagem traz resultados positivos, uma vez que parte do produto acabado gerado a partir desse plano de mistura apresenta especificação de *ratio* em torno do valor médio do intervalo. Isso pode ser visualizado na Tabela 5.2, onde o *ratio* dos produtos “PA13” no mês 4, “PA14” nos meses 5 e 6 e “PA15” nos meses 5, 6 e 7, se alteraram na direção desejada.

Por exemplo, 7.500 ton do produto acabado “PA14” gerado pelo plano de mistura no período 5, considerando-se apenas a meta 1, apresenta *ratio* igual a 14,01 (vide a Tabela 4.6 da seção 4.5), enquanto esse mesmo produto nesse mesmo período resulta em *ratio* igual a 14,50, quando se considera as metas 1 e 2 (vide a Tabela 5.2). Note-se que a especificação de *ratio* para o produto acabado “PA14” varia de um mínimo de 14,00 a um valor máximo de 14,99, o que significa que o modelo fornece resultados na direção desejada.

A análise dos resultados do modelo em questão evidencia que a abordagem de programação por metas aqui desenvolvida é consistente, e oferece elementos importantes para dar apoio ao processo de tomada de decisão no planejamento da produção de suco concentrado congelado de laranja. Isso ocorre principalmente no que tange a elaboração do plano de mistura, que evidencia o quanto é viável que os produtos fiquem o mais próximo possível da média de suas especificações mínimas e máximas de *ratio*, sem afetar a meta principal de minimização de custos.

Outros resultados poderiam ter sido analisados estimando-se as penalizações P_1 e P_2 para os objetivos de custo mínimo e *ratio* médio, respectivamente, (ao invés de considerar $P_1 \gg P_2$), e resolvendo-se o modelo anterior com a função bi-objetivo escalonada desta maneira.

Também poderia-se facilmente analisar o efeito de soluções sub-ótimas (do ponto de vista da meta de custo mínimo), no *ratio* médio destas soluções. Para isto, bastaria considerar tolerâncias na restrição de custo mínimo, equação (5.2), adicionada no modelo (vide seção 5.1). Em outras palavras, analisar a compensação (*trade-off*) entre custos sub-ótimos e melhorias no *ratio* médio.

Tabela 5.2 – Resultados do plano de mistura para o modelo de programação por metas com os objetivos 1 e 2

Meta 1 (mínimo custo) e Meta 2 mínimo desvio da especificação de ratio médio

PA11 (de 11,00 à 11,99) (consumo esperado de precoce: máximo de 15%)

	Precoce	BA11	BA13	BA14	BA15	BA16	BA17			
ratio	14,0	11,5	13,5	14,5	15,5	16,5	17,5			
acidez	4,714	5,739	4,889	4,552	4,258	4,000	3,771			
mês	Quantidade em toneladas							Acidez	Ratio	% Precoce
1	225	1275						5,585	11,82	15,0%
2	225	1275						5,585	11,82	15,0%
3	225	1275						5,585	11,82	15,0%
4	225	1275						5,585	11,82	15,0%
5	225	1132	143					5,504	11,99	15,0%
6	225	1173		102				5,505	11,99	15,0%
7	225	1193			82			5,504	11,99	15,0%
8	225	1205				70		5,504	11,99	15,0%
9	225	1205				70		5,504	11,99	15,0%
10	225	1205				70		5,504	11,99	15,0%
11	225	1213					62	5,504	11,99	15,0%
12	225	1213					62	5,504	11,99	15,0%

PA13 (de 13,00 à 13,99) (consumo esperado de precoce: máximo de 15%)

	Precoce	BA11	BA13	BA14	BA15	BA16	BA17			
ratio	14,0	11,5	13,5	14,5	15,5	16,5	17,5			
acidez	4,714	5,739	4,889	4,552	4,258	4,000	3,771			
mês	Quantidade em toneladas							Acidez	Ratio	% Precoce
1	225	633		642				5,077	13,00	15,0%
2	225	633		642				5,077	13,00	15,0%
3	225	633		642				5,077	13,00	15,0%
4	225	395		880				4,889	13,50	15,0%
5	225		1275					4,863	13,57	15,0%
6	225	179		1096				4,718	13,99	15,0%
7	225	396			879			4,717	13,99	15,0%
8	225	527				748		4,718	13,99	15,0%
9	225	614					662	4,718	13,99	15,0%
10	225	614					662	4,718	13,99	15,0%
11	225	575				329	371	4,717	13,99	15,0%
12	225	614					662	4,718	13,99	15,0%

PA14 (de 14,00 à 14,99) (consumo esperado de precoce: máximo de 15%)

	Precoce	BA11	BA13	BA14	BA15	BA16	BA17			
ratio	14,0	11,5	13,5	14,5	15,5	16,5	17,5			
acidez	4,714	5,739	4,889	4,552	4,258	4,000	3,771			
mês	Quantidade em toneladas							Acidez	Ratio	% Precoce
1	1125	873		5502				4,714	14,00	15,0%
2	1125	873		5502				4,714	14,00	15,0%
3	1125	873		5502				4,714	14,00	15,0%
4	1125			6375				4,576	14,42	15,0%
5	1125		2678		3697			4,552	14,50	15,0%
6	1125			6044		332		4,552	14,50	15,0%
7	1125	387			5987			4,403	14,99	15,0%
8	1125	1276				5099		4,403	14,99	15,0%
9	1125	1868					4507	4,403	14,99	15,0%
10	1125	1868					4507	4,403	14,99	15,0%
11	1125	1868					4507	4,403	14,99	15,0%
12	1125	1276				5099		4,403	14,99	15,0%

PA15 (de 15,00 à 15,99) (consumo esperado de precoce: máximo de 15%)

	Precoce	BA11	BA13	BA14	BA15	BA16	BA17			
ratio	14,0	11,5	13,5	14,5	15,5	16,5	17,5			
acidez	4,714	5,739	4,889	4,552	4,258	4,000	3,771			
mês	Quantidade em toneladas							Acidez	Ratio	% Precoce
1	675			1126	2699			4,400	15,00	15,0%
2	675			1126	2699			4,400	15,00	15,0%
3	675			1126	2699			4,400	15,00	15,0%
4	675			2175	2325			4,400	15,00	0,0%
5	675				3825			4,326	15,25	15,0%
6	675			1231		2594		4,258	15,50	15,0%
7	675				3192		633	4,258	15,50	15,0%
8	675	53				3772		4,128	15,99	15,0%
9	675	491					3334	4,128	15,99	15,0%
10	675	491					3334	4,128	15,99	15,0%
11	675	491					3334	4,128	15,99	15,0%
12	675	491					3334	4,128	15,99	15,0%

6 Uma Proposta de Otimização Robusta com Incerteza na Acidez da Base de Suco

6.1 Modelo de Otimização Robusta

Retornando ao problema de otimização linear determinístico considerando-se aspectos relevantes da matéria-prima na modelagem, apresentado na seção 4.4, equações (4.15) à (4.31), é fato que na prática têm-se significativo nível de incerteza em vários parâmetros do modelo, entre eles pode-se citar: *ratio* da base ($RatioB_j$), *ratio* esperado da precoce ($RatioH$), porcentagem esperada de precoce possível de se adicionar na base j no período t ($PorcentagemH_{jt}$), rendimento industrial esperado da laranja j gerando base j no período t em caixas de laranja por tonelada ($RendimentoB_{jt}$), demanda esperada do suco i no período t em toneladas ($Demanda_{it}$), disponibilidade de laranja, que nesse modelo é representado como estoque inicial de laranja base (ELI_{fg0}) e laranja precoce ($ELHI_{f0}$), entre outros. O *ratio* da base ($RatioB_j$) é tido como um dos principais impactantes nesse processo de planejamento.

No setor há grande esforço depositado na tentativa de se entender a curva que representa a evolução da maturação da fruta ao longo do tempo, que aqui é representada pelo *ratio* da base. A principal linha utilizada pelas empresas é baseada em métodos estatísticos, que se resumem na análise de amostras de frutas, técnicas de regressão, combinado com dados históricos e análise de especialistas sobre fatores diversos que impactam o processo de maturação (por exemplo, clima, solo, trato de pomares entre outros), gerando diferentes curvas representando a evolução do *ratio* da laranja ao longo do tempo.

Com base nesse fato a proposta desse capítulo é modelar o problema de otimização linear determinístico apresentado na seção 4.4, como um problema de otimização linear robusto, seguindo a abordagem elaborada por Bertsimas e Sim (2004), aonde se admite incerteza nos elementos da matriz A do modelo apresentado na seção 3.5.

Seja o *ratio* da base j ($RatioB_j$), que no modelo se traduz na acidez da base j (AB_j), seja \mathbf{K} representando o conjunto de coeficientes $AB_j, j \in \mathbf{K}$, que estão sujeitos a incerteza. Cada entrada $AB_j, j \in \mathbf{K}$, é modelada como uma variável aleatória, simétrica e limitada $\tilde{AB}_j, j \in \mathbf{K}$, que assume valores no intervalo $[AB_j - \hat{d}_j, AB_j + \hat{d}_j]$. Associado com o dado com incerteza \tilde{AB}_j , define-se a variável aleatória $\eta = (\tilde{AB}_j - AB_j) / \hat{d}_j$, que obedece uma distribuição de probabilidade desconhecida, mas simétrica, com valores no intervalo $[-1, 1]$.

Para as restrições de mistura (4.21) e (4.22) apresentadas na seção 4.4 para obtenção dos produtos finais conforme especificações à partir de bases e precoces, é introduzido o parâmetro Γ . Este parâmetro não é necessariamente inteiro, e assume valores no intervalo $[0, |K|]$. O papel do parâmetro Γ é ajustar a robustez do método proposto contra o nível de conservadorismo da solução. O conceito de modelagem aplicado na sequência tem a propriedade, segundo Bertsimas e Sim (2004), que se a natureza variar até $\lfloor \Gamma \rfloor$ coeficientes AB_j , $j \in \mathbf{K}$, e um coeficiente AB_{j_i} , $j_i \in \mathbf{K}$, mudar de $\Gamma - \lfloor \Gamma \rfloor \hat{d}_{j_i}$, então a solução robusta será factível deterministicamente. Além disso, mesmo se mais do que $\lfloor \Gamma \rfloor$ coeficientes mudarem, então a solução robusta será factível com alta probabilidade.

Para se construir o modelo robusto a partir do problema apresentado na seção 4.4 (equações (4.15) à (4.31)), é necessário modificar a formulação das restrições (4.21) e (4.22) de forma a inserir a incerteza nesse modelo, conforme a seguir:

$$\left[\sum_j (QB_{jii} \times AB_j + QH_{jii} \times AH) \right] - \left(\sum_j (QB_{jii} + QH_{jii}) \right) \times ASH_i +$$

$$\left\{ \sum_{j \in S} \hat{d}_j y_{jii} + (\Gamma - \lfloor \Gamma \rfloor) \hat{d}_{j_i} y_{jii} \right\} \leq 0 \quad \forall i, t \quad (6.1)$$

$$\left[\sum_j (QB_{jii} \times AB_j + QH_{jii} \times AH) \right] - \left(\sum_j (QB_{jii} + QH_{jii}) \right) \times ASL_i -$$

$$\left\{ \sum_{j \in S} \hat{d}_j y_{jii} + (\Gamma - \lfloor \Gamma \rfloor) \hat{d}_{j_i} y_{jii} \right\} \geq 0 \quad \forall i, t \quad (6.2)$$

$$-y_{jii} \leq QB_{jii} \leq y_{jii} \quad \forall j, t, i$$

$$y_{jii} \geq 0 \quad \forall j, t, i$$

De forma a reformular o novo modelo como um problema de otimização linear robusta, segue-se o raciocínio utilizado em Bertsimas e Sim (2004), a saber:

Seja o vetor x^* e seja a função de proteção das restrições de mistura

$$\beta_{ii}(x^*, \Gamma) = \max_{\{S \cup \{t\} / S \subseteq K, |S| = \lfloor \Gamma \rfloor, t \in K \setminus S\}} \left\{ \sum_{j \in S} \hat{d}_j |x_{jii}^*| + (\Gamma - \lfloor \Gamma \rfloor) \hat{d}_{j_i} |x_{jii}^*| \right\} \quad (6.3)$$

igual a função objetivo do seguinte problema de otimização linear:

$$\text{maximizar } \sum_{j \in K} \hat{d}_j |x_{jii}^*| z_j \quad (6.4)$$

sujeito a

$$\sum_{j \in K} z_j \leq \Gamma$$

$$0 \leq z_j \leq 1 \quad \forall j \in K$$

onde a prova dessa relação pode ser vista em Bertsimas e Sim (2004). Construindo o dual do problema (6.4), têm-se:

$$\text{minimizar } \Gamma z + \sum_{j \in K} p_j \quad (6.5)$$

sujeito a

$$z + p_j \geq \hat{d}_j |x_{jii}^*| \quad \forall j \in K, t, i$$

$$z \geq 0$$

$$p_j \geq 0 \quad \forall j \in K$$

Por dualidade forte, uma vez que o problema (6.4) é factível e limitado por todo $\Gamma \in [0, |K|]$, então o problema dual (6.5) também é factível e limitado e suas funções objetivo coincidem. Dessa forma têm-se que $\beta_{ii}(x^*, \Gamma)$ é igual ao valor da função objetivo do problema (6.5).

Substituindo nas restrições (6.1) e (6.2) e reescrevendo o modelo, obtêm-se agora um modelo de otimização linear robusto, conforme apresentado na seção (3.5). A seguir é apresentado apenas o que é novo ou mudou em relação ao modelo determinístico da seção 4.4, equações (4.15) à (4.31).

6.1.1 Índices

Mantém-se os mesmos índices definidos na seção 4.4 e acrescenta-se o seguinte índice:

$k(j)$ = família de laranja j que gera a base de suco j com incerteza na acidez, onde $j \in K$;

O objetivo desse índice é controlar os parâmetros da família de suco j que apresentam incerteza na acidez.

6.1.2 Dados Fornecidos

Mantém-se os mesmos dados fornecidos definidos na seção 4.4 e acrescentam-se os seguintes parâmetros:

Γ = quantidade de parâmetros AB_j (acidez da base j), $j \in K$, com incerteza (parâmetro para ajuste da robustez do modelo)

O parâmetro Γ é introduzido nessa formulação com a função de ajustar a robustez do método proposto contra o nível de conservadorismo da solução.

\hat{d}_j = desvio da acidez da base j (AB_j) $j \in K$

O parâmetro \hat{d}_j representa o máximo desvio possível da acidez da base j de seu valor médio (AB_j).

6.1.3 Dados Calculados

Para o caso dos dados que são calculados, não há mudança relativamente ao modelo da seção 4.4.

6.1.4 Cálculos

Da mesma forma que para o caso dos dados que são calculados, não há mudança nos cálculos relativamente ao modelo da seção 4.4.

6.1.5 Variáveis de Decisão

Mantém-se as mesmas variáveis de decisão definidas na seção 4.4 e acrescentam-se as seguintes novas variáveis:

z = variável de robustez

p_j = variável auxiliar robusta

As variáveis z e p_j são as variáveis do problema dual (6.5) do problema de otimização linear (6.4) obtido a partir da função de proteção da restrição de mistura (6.3).

y_{ji} = variável de modelagem da incerteza simétrica

A variável de decisão y_{ji} está associada a variável de decisão QB_{ji} (quantidade de base j consumida para produzir o suco i no período t) e ao parâmetro \hat{d}_j que representa o máximo desvio possível da acidez da base j de seu valor médio (AB_j). Sendo que na otimalidade, $y_{ji} = |QB_{ji}|$

$\forall j, t, i$ (vide Bertsimas e Sim, 2004). Como neste trabalho $QB_{ji} \geq 0$, então, na otimalidade, $y_{ji} = QB_{ji} \forall j, t, i$.

6.1.6 Função Objetivo

A função objetivo se mantém a mesma apresentada na equação (4.15) apresentada na modelagem da seção 4.4.

6.1.7 Restrições

A restrição de o nível total de processamento desse planejamento tático respeitar (planejamento hierárquico) a definição estratégica de nível de processamento, se mantém igual a restrição (4.16) da seção 4.4.

A restrição de níveis máximo e mínimo de processamento industrial é igual a restrição (4.17) da seção 4.4.

As equações de balanço de material, são iguais as equações (4.18), (4.19) e (4.20) da seção 4.4.

Equações de mistura para obtenção dos produtos finais conforme especificações a partir de bases e precoces:

$$\left[\sum_j (QB_{ji} \times AB_j + QH_{ji} \times AH) \right] - \left(\sum_j (QB_{ji} + QH_{ji}) \right) \times ASH_i + \Gamma z + \sum_{j \in K} p_j \leq 0 \quad \forall i, t \quad (6.5)$$

$$\left[\sum_j (QB_{ji} \times AB_j + QH_{ji} \times AH) \right] - \left(\sum_j (QB_{ji} + QH_{ji}) \right) \times ASL_i - \Gamma z + \sum_{j \in K} p_j \geq 0 \quad \forall i, t \quad (6.6)$$

$$QB_{ji} \leq y_{ji} \quad \forall j, t, i \quad (6.7)$$

$$z + p_j \geq \hat{d}_j y_{ji} \quad \forall j \in K, t, i \quad (6.8)$$

$$z \geq 0 \quad (6.9)$$

$$p_j \geq 0 \quad \forall j \in K \quad (6.10)$$

$$y_{ji} \geq 0 \quad \forall j, t, i \quad (6.11)$$

$$QH_{ji} \leq \text{Porcentagem}H_{jt} \times (QB_{ji} + QH_{ji}) \quad \forall j, i, t \quad (6.12)$$

$$QS_{it} = \sum_j (QB_{ji} + QH_{ji}) \quad \forall i, t \quad (6.13)$$

As equações (6.5) a (6.11), são as equações de mistura admitindo-se incerteza na acidez da base j (AB_j), onde o desenvolvimento para se obter tal formulação está descrito no início deste capítulo (seção 6.1). As equações (6.12) e (6.13), são idênticas as equações (4.9) e (4.10), respectivamente, da seção 4.4.

As equações de relação de quantidade de laranja gerando quantidades de bases e precoces, incorporando o fator disponibilidade de fruta nos cálculos, são iguais as equações (4.25) à (4.28) da seção 4.4.

As equações de balanço de material para fornecimento de laranja, são iguais as equações (4.29) e (4.30) da seção 4.4.

A restrição de capacidade de fornecimento de laranja, é igual a equação (4.31) da seção 4.4.

Finalmente, têm-se que todas as variáveis de decisão para esse modelo são não-negativas.

Na sequência é rerepresentado o modelo otimização robusta com incerteza na acidez da base de suco, descrito de uma forma monolítica:

$$\begin{aligned} Z = \min & \sum_f \sum_g \sum_t \sum_j \text{Custo}QL_{fgt} \times QL_{fgt} + \sum_f \sum_t \text{Custo}QLH_{ft} \times QLH_{ft} + \\ & + \sum_t \sum_i (\text{Custo}HS_{it} \times HS_{it} + \text{Custo}FS_{it} \times FS_{it}) + \\ & + \sum_t (\text{Custo}HH_t \times HH_t + \text{Custo}FH_t \times FH_t) + \\ & + \sum_t \sum_j (\text{Custo}HB_{jt} \times HB_{jt} + \text{Custo}FB_{jt} \times FB_{jt}) \end{aligned} \quad (4.15)$$

sujeito a

$$\sum_f \sum_g \sum_t \sum_j QL_{fgt} + \sum_f \sum_t QLH_{ft} \geq \sum_f \sum_g ELI_{fg0} + \sum_f ELHI_{f0} - \sum_g ELI_{\text{"spot"}g0} - ELHI_{\text{"spot"}0} \quad (4.16)$$

$$CPL_t \leq \sum_f \sum_g \sum_j QL_{fgjt} + \sum_f QLH_{ft} \leq CPH_t \quad \forall t \quad (4.17)$$

$$QS_{it} - Demanda_{it} + HS_{i(t-1)} - FS_{i(t-1)} - HS_{it} + FS_{it} = 0 \quad \forall i, t \quad (4.18)$$

$$QHP_t - \sum_j \sum_i QH_{jii} + HH_{(t-1)} - FH_{(t-1)} - HH_t + FH_t = 0 \quad \forall t \quad (4.19)$$

$$QBP_{jt} - \sum_i QB_{jii} + HB_{j(t-1)} - FB_{j(t-1)} - HB_{jt} + FB_{jt} = 0 \quad \forall j, t \quad (4.20)$$

$$\left[\sum_j (QB_{jii} \times AB_j + QH_{jii} \times AH) \right] - \left(\sum_j (QB_{jii} + QH_{jii}) \right) \times ASH_i + \Gamma z + \sum_{j \in K} p_j \leq 0 \quad \forall i, t \quad (6.5)$$

$$\left[\sum_j (QB_{jii} \times AB_j + QH_{jii} \times AH) \right] - \left(\sum_j (QB_{jii} + QH_{jii}) \right) \times ASL_i - \Gamma z + \sum_{j \in K} p_j \geq 0 \quad \forall i, t \quad (6.6)$$

$$QB_{jii} \leq y_{jii} \quad \forall j, t, i \quad (6.7)$$

$$z + p_j \geq \hat{d}_j y_{jii} \quad \forall j \in K, t, i \quad (6.8)$$

$$z \geq 0 \quad (6.9)$$

$$p_j \geq 0 \quad \forall j \in K \quad (6.10)$$

$$y_{jii} \geq 0 \quad \forall j, t, i \quad (6.11)$$

$$QH_{jii} \leq PorcentagemH_{jt} \times (QB_{jii} + QH_{jii}) \quad \forall j, i, t \quad (6.12)$$

$$QS_{it} = \sum_j (QB_{jii} + QH_{jii}) \quad \forall i, t \quad (6.13)$$

$$QL_{fgjt} \leq ELI_{fg0} \times DL_{fgjt} \quad \forall f, g, j, t \quad (4.25)$$

$$QLH_{ft} \leq ELHI_{f0} \times DH_{ft} \quad \forall f, t \quad (4.26)$$

$$\sum_f \sum_g QL_{fgjt} - QBP_{jt} \times RendimentoB_{jt} = 0 \quad \forall j, t \quad (4.27)$$

$$\sum_f QLH_{ft} - QHP_t \times RendimentoH_t = 0 \quad \forall t \quad (4.28)$$

$$EL_{fgt} - EL_{fg(t-1)} + \sum_j QL_{fgjt} = 0 \quad \forall f, g, t \quad (4.29)$$

$$ELH_{ft} - ELH_{f(t-1)} + QLH_{ft} = 0 \quad \forall f, t \quad (4.30)$$

$$\sum_j \sum_g QL_{fgjt} + QLH_{ft} \leq CF_{ft} \quad \forall f, t \quad (4.31)$$

6.2 Resultados Computacionais e Análise do Modelo de Otimização Robusta com Incerteza na Acidez da Base de Suco

O objetivo nessa seção é avaliar o comportamento do modelo em questão relativamente ao nível de proteção contra a violação da restrição de mistura, ou seja, variando $\Gamma=0, 1, 2, \dots, 7$. Note que $\Gamma=0$ corresponde ao modelo determinístico, enquanto $\Gamma=7$ indica que todos os coeficientes da restrição de mistura estão sujeitos a incerteza e, portanto, equivale a abordagem de Soyster (1973). Os valores intermediários para Γ (entre 1 e 6) representam a abordagem de Bertsimas e Sim (2004). Como os modelos envolvidos são de otimização linear, os tempos computacionais para resolvê-los pelo GAMS/CPLEX são bem aceitáveis, da ordem de poucos segundos no microcomputador utilizado.

A modelagem em GAMS está no anexo 3. A Tabela 6.1 ilustra os limites para os parâmetros de acidez das bases de suco sujeitos a incerteza, e o respectivo impacto no ratio das bases de suco. Note que para o cenário em questão, assume-se um desvio na acidez da base de suco de 2%. Quando no limite inferior de acidez, têm-se uma redução no valor do parâmetro de 2%, a contrapartida no ratio da base também há um incremento de 2% em relação ao valor médio. Da mesma forma, quando no limite superior de acidez têm-se um acréscimo de 2% em relação ao valor médio, a contrapartida no ratio também tem uma redução de 2% em relação ao valor médio.

Tabela 6.1 – Intervalo de variação do parâmetro acidez da base de suco e o respectivo impacto no ratio da base de suco

	Desvio da acidez da base e equivalência no ratio									
	Acidez da base					Ratio da base				
	$AB_j - d$	AB_j	$AB_j + d$	$-d$	d	$RatioB_j - d$	$RatioB_j$	$RatioB_j + d$	$-d$	d
BA11	5,624	5,739	5,854	-2%	2%	11,7	11,5	11,3	2%	-2%
BA13	4,791	4,889	4,987	-2%	2%	13,8	13,5	13,2	2%	-2%
BA14	4,461	4,552	4,643	-2%	2%	14,8	14,5	14,2	2%	-2%
BA15	4,173	4,258	4,343	-2%	2%	15,8	15,5	15,2	2%	-2%
BA16	3,920	4,000	4,080	-2%	2%	16,8	16,5	16,2	2%	-2%
BA17	3,696	3,771	3,847	-2%	2%	17,9	17,5	17,2	2%	-2%
BA18	3,496	3,568	3,639	-2%	2%	18,9	18,5	18,1	2%	-2%

Utiliza-se os limitantes 1 e 2, apresentados na seção 3.5, para avaliar o balanceamento entre a probabilidade de violação dos limites das restrições de mistura e o efeito para a função objetivo relativamente ao problema nominal, o qual Bertsimas e Sim (2004) denominam o preço da robustez.

Para o modelo em questão, onde o número de coeficientes da restrição de mistura é pequeno ($n=7$), o limitante 1 é mais preciso do que o limitante 2, conforme descrito na seção 3.5.

Outro ponto destacado por Bertsimas e Sim (2004) é que quando a restrição contém poucos parâmetros com incerteza, é necessário assegurar proteção total, ou seja aplicar o método de Soyster (1973), que no modelo em estudo equivale a $\Gamma=7$. Essa afirmação pode ser verificada na Tabela 3.1 da seção 3.5.

Dado os pontos acima, aplica-se o limitante 1, apresentado na seção 3.5, e obtêm-se os resultados da Tabela 6.2 e das Figuras 6.1, 6.2 e 6.3. Nota-se que para $\Gamma=0$, têm-se o modelo determinístico sem prejuízo do valor ótimo da função objetivo, porém com uma probabilidade de violação da restrição de mistura elevada (64%). Aumentando-se a proteção, ou seja, aumentando-se o valor de Γ , ou melhor ainda, assumindo-se que mais parâmetros da restrição de mistura estão sujeitos a incerteza, nota-se que a probabilidade de violação da restrição de mistura reduz, porém aumenta-se o custo total da operação, o que vem a ser o preço da robustez trabalhada por Bertsimas e Sim (2004). Finalmente, quando aplica-se a proteção máxima ($\Gamma=7$), têm-se o ponto de máximo prejuízo do valor ótimo da função objetivo em relação ao problema nominal, onde para o cenário em questão a penalização é de 64,91%.

Constata-se que para o modelo em questão, embora seja recomendado utilizar a proteção total ($\Gamma=7$), eliminando-se assim a probabilidade de violação da restrição de mistura, a penalidade é muito alta, ou seja, há um aumento de 64,91% no valor da função objetivo, relativamente ao valor obtido no problema nominal (determinístico).

Tabela 6.2 – Resultados das soluções robustas utilizando limitante 1 apresentado na seção 3.5

Gama	Probabilidade de violação da restrição	Valor Ótimo	Redução (%)
0	64%	320304896	-
1	50%	346268681	8,11%
2	36%	372403977	16,27%
3	23%	409699968	27,91%
4	14%	447806986	39,81%
5	6%	479177451	49,60%
6	4%	511860777	59,80%
7	0%	528208770	64,91%

Figura 6.1 – Custo total como função da probabilidade de violação da restrição utilizando limitante 1 apresentado na seção 3.5

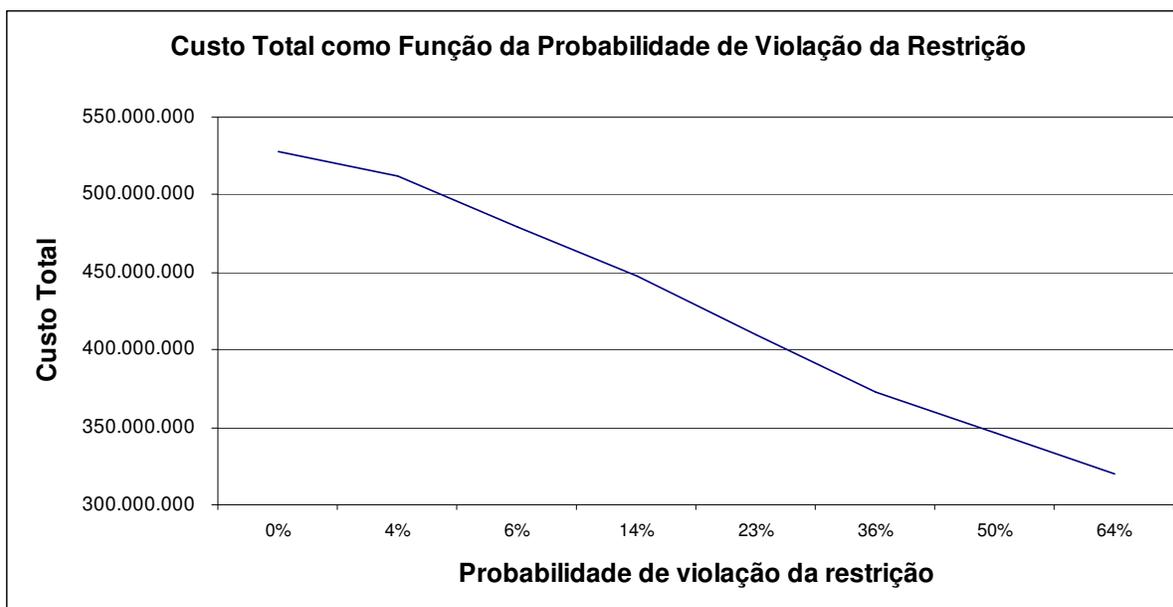


Figura 6.2 – Custo total como função de gama (preço da robustez) utilizando limitante 1 apresentado na seção 3.5

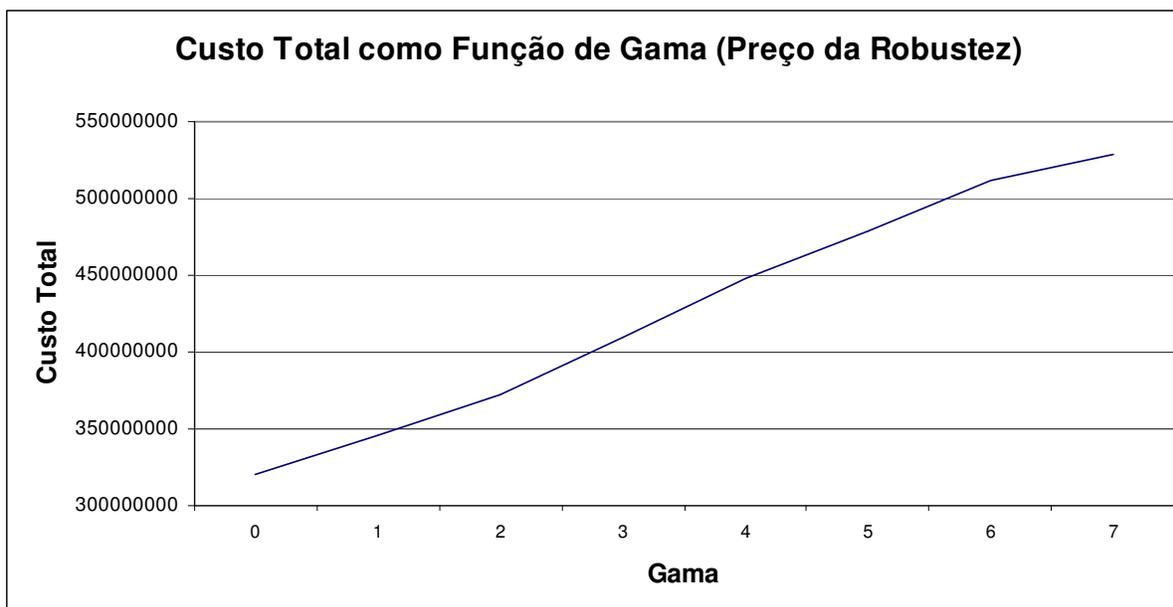
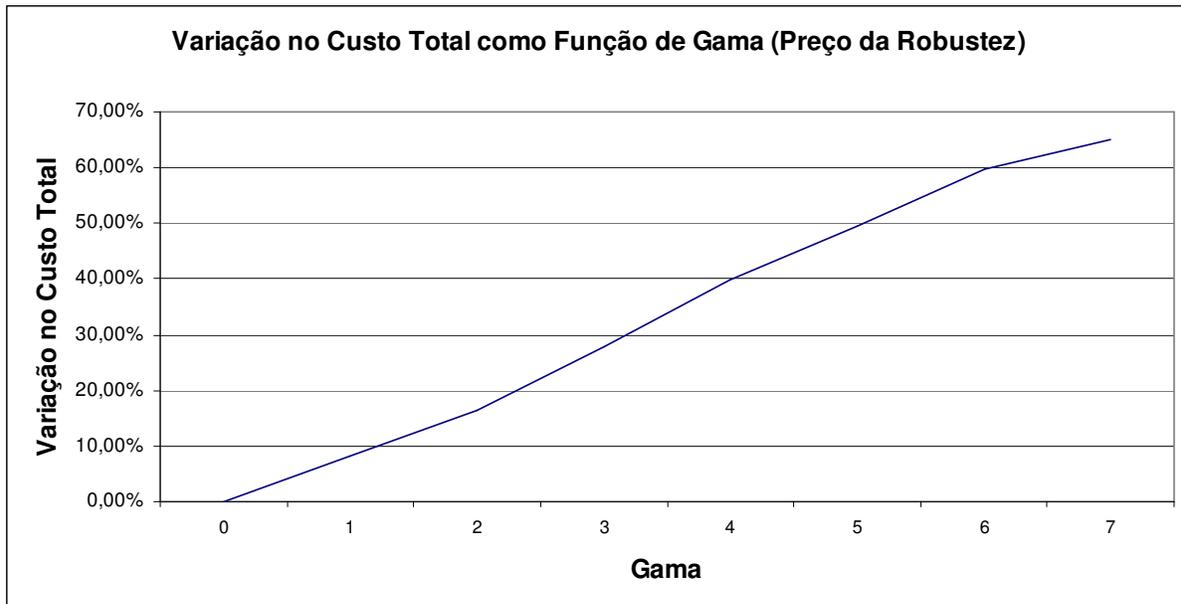


Figura 6.3 – Variação do custo total como função de gama (preço da robustez) utilizando limitante 1 apresentado na seção 3.5

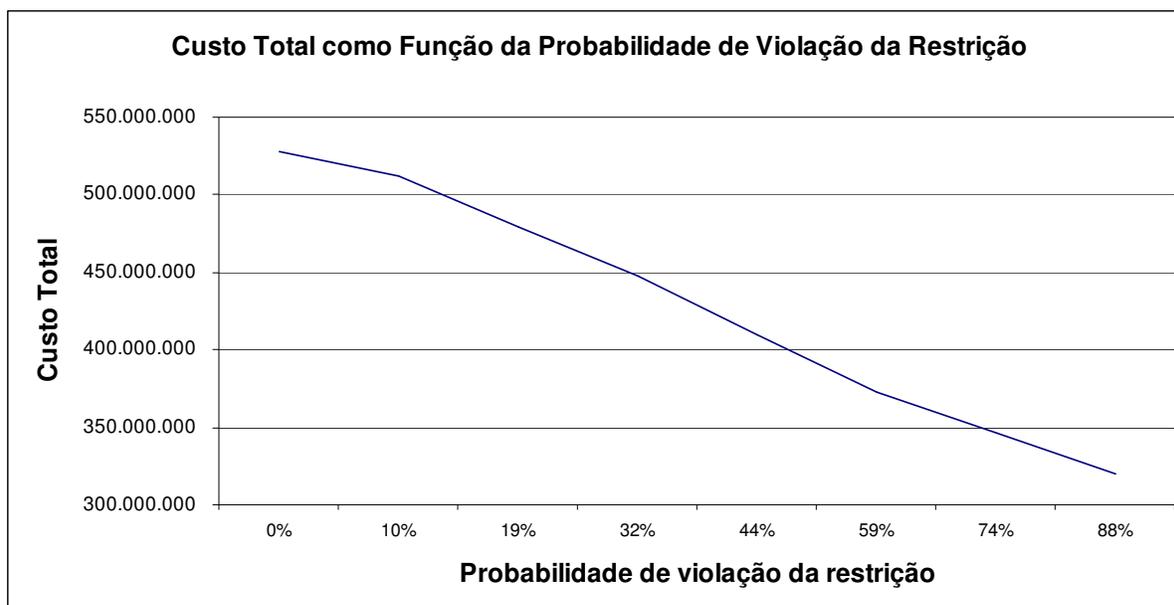


Da mesma forma aplica-se o limitante 2 que foi apresentado na seção 3.5, e obtêm-se os resultados da Tabela 6.3 e do Figura 6.4, onde se constata basicamente o mesmo perfil de comportamento para a probabilidade de violação da restrição de mistura e para o valor da função objetivo.

Tabela 6.3 – Resultados das soluções robustas utilizando limitante 2 apresentado na seção 3.5

Gama	Probabilidade de violação da restrição	Valor Ótimo	Redução (%)
0	88%	320304896	-
1	74%	346268681	8,11%
2	59%	372403977	16,27%
3	44%	409699968	27,91%
4	32%	447806986	39,81%
5	19%	479177451	49,60%
6	10%	511860777	59,80%
7	0%	528208770	64,91%

Figura 6.4 – Custo total como função da probabilidade de violação da restrição utilizando limitante 2 apresentado na seção 3.5



Analisando mais em detalhes os resultados obtidos na modelagem variando-se o valor de Γ , nas Tabelas 6.4 e 6.5 observa-se variações nas quantidades entre diferentes bases de suco e tendência de aumento na quantidade de suco gerada. O aumento da quantidade de suco produzido, gera formação de estoques, o que está em linha com o conceito de gestão da produção e inventário, de que quando há aumento na incerteza uma possível ação é aumentar os níveis de estoques de materiais.

Tabela 6.4 – Quantidade de bases de suco produzida em função da variação de gama (valores em toneladas de suco)

	gama							
	0	1	2	3	4	5	6	7
BA11	33.311	38.279	41.387	46.221	51.082	60.668	69.660	79.500
BA13	6.552	5.017	8.669	10.902	16.886	16.294	16.013	-
BA14	40.644	27.954	28.219	21.084	19.980	21.612	17.626	-
BA15	26.260	39.054	30.180	26.978	23.641	20.420	31.831	34.762
BA16	17.572	22.207	29.330	27.753	22.362	18.529	19.219	39.075
BA17	29.336	23.575	23.281	21.440	24.946	21.306	20.184	26.157
BA18	-	-	2	6.912	9.491	15.391	14.031	6.626
Precoce	26.325	23.914	23.791	25.210	25.869	26.410	27.742	27.742
Total	180.000	180.000	184.859	186.500	194.257	200.630	216.306	213.862

Tabela 6.5 – Quantidade de bases de suco produzida em função da variação de gama (valores em porcentagem de suco)

	gama							
	0	1	2	3	4	5	6	7
BA11	18,5%	21,3%	22,4%	24,8%	26,3%	30,2%	32,2%	37,2%
BA13	3,6%	2,8%	4,7%	5,8%	8,7%	8,1%	7,4%	0,0%
BA14	22,6%	15,5%	15,3%	11,3%	10,3%	10,8%	8,1%	0,0%
BA15	14,6%	21,7%	16,3%	14,5%	12,2%	10,2%	14,7%	16,3%
BA16	9,8%	12,3%	15,9%	14,9%	11,5%	9,2%	8,9%	18,3%
BA17	16,3%	13,1%	12,6%	11,5%	12,8%	10,6%	9,3%	12,2%
BA17	0,0%	0,0%	0,0%	3,7%	4,9%	7,7%	6,5%	3,1%
Precoce	14,6%	13,3%	12,9%	13,5%	13,3%	13,2%	12,8%	13,0%
Total	100,0%	100,0%	100,0%	100,0%	100,0%	100,0%	100,0%	100,0%

O modelo em estudo reage gerando diferentes planos de mistura conforme aumenta-se o número de parâmetros com incerteza Γ . O *ratio* resultante desses planos de mistura, para cada produto ao longo do horizonte de planejamento, tende para um valor intermediário da especificação de *ratio* do produto acabado, de forma a proteger contra os desvios nos parâmetros com incerteza. Ou seja, o modelo reage produzindo diferentes planos de mistura para diferentes valores de Γ , de forma a gerar os produtos acabados, respeitando os limites da especificação de *ratio* e de consumo de base de suco precoce (máximo 15% em cada processo de mistura). Isso é demonstrado, por exemplo, na Tabela 6.6 para $\Gamma = 7$ sem desvio da acidez da base, e na Tabela 6.7 para $\Gamma = 7$ com desvio de 2% na acidez da base.

Nota-se que o formato proposto para as Tabelas 6.6 e 6.7 é prático para suportar a implementação desse plano de mistura. As tabelas são compostas por quadros, representando cada produto final; linhas, representando os diferentes períodos de planejamento e; colunas indicando quanto de cada componente deve ser consumido em cada período de planejamento. As últimas colunas de cada quadro indicam a acidez, o *ratio* e a porcentagem de precoce adicionada para o produto acabado resultante em cada período. Por exemplo, note na Tabela 6.6, que para se produzir o produto acabado “PA13” no período (mês) 1, são necessárias 511 toneladas de “precoce”, 1.407 toneladas de base “BA11”, 966 toneladas de “BA15” e 528 toneladas de base “BA16”. Essa mistura resulta em uma acidez 4,897, *ratio* 13,48 e uma adição de 15% de “precoce”, resultados esses que estão dentro das especificações impostas pelo modelo.

Na Tabela 6.6 tem-se um plano de mistura para $\Gamma = 7$ e considerando-se que a acidez da base não tenha desvio de seu valor nominal, como resultado têm-se os valores de *ratio* do produto

acabado muito próximo de seus valores médios da faixa de especificação. Em contrapartida, têm-se esse mesmo plano de mistura na Tabela 6.7, considerando-se que a acidez da base vai sofrer a pior variação admissível (2%) de seu valor nominal. Mesmo assim, observa-se que a especificação de *ratio* de todos os produtos acabados ao longo do horizonte de planejamento continuam respeitando os limites das respectivas especificações. E mais, nota-se que a especificação de *ratio* do produto “PA14” para essa situação de pior caso está no limite inferior da faixa permissível, ou seja, o limite inferior da especificação de *ratio* para o produto “PA14” é 14,00 e o valor resultante do plano de mistura é 14,01.

A análise do modelo em questão evidencia que a abordagem de otimização robusta deste capítulo, para tratar a incerteza associada ao parâmetro de acidez do suco, oferece elementos importantes para dar apoio ao processo de tomada de decisão no planejamento da produção de suco concentrado congelado de laranja. Isso ocorre principalmente no que tange a elaboração do plano de mistura e na política de estoques para compensar incertezas na acidez do suco.

Tabela 6.6 – Resultado do plano de mistura para $\Gamma = 7$ gerado pelo modelo apresentado no capítulo 6 com desvio de 0% na acidez da base

gama = 7

PA11 (de 11,00 à 11,99) (consumo esperado de precoce: máximo de 15%) desvio: 0%

	Precoce	BA11	BA13	BA14	BA15	BA16	BA17	BA18			
ratio	14,0	11,5	13,5	14,5	15,5	16,5	17,5	18,5			
acidez	4,714	5,739	4,889	4,552	4,258	4,000	3,771	3,568			
mês	Quantidade em toneladas								Acidez	Ratio	% Precoce
1	0	2613	0	0	0	0	0	0	5,739	11,50	0,0%
2	0	2613	0	0	0	0	0	0	5,739	11,50	0,0%
3	0	2613	0	0	0	0	0	0	5,739	11,50	0,0%
4	0	2613	0	0	0	0	0	0	5,739	11,50	0,0%
5	0	2613	0	0	0	0	0	0	5,739	11,50	0,0%
6	0	2613	0	0	0	0	0	0	5,739	11,50	0,0%
7	0	2613	0	0	0	0	0	0	5,739	11,50	0,0%
8	0	2613	0	0	0	0	0	0	5,739	11,50	0,0%
9	0	2613	0	0	0	0	0	0	5,739	11,50	0,0%
10	0	2613	0	0	0	0	0	0	5,739	11,50	0,0%
11	0	2613	0	0	0	0	0	0	5,739	11,50	0,0%
12	0	2613	0	0	0	0	0	0	5,739	11,50	0,0%

PA13 (de 13,00 à 13,99) (consumo esperado de precoce: máximo de 15%) desvio: 0%

	Precoce	BA11	BA13	BA14	BA15	BA16	BA17	BA18			
ratio	14,0	11,5	13,5	14,5	15,5	16,5	17,5	18,5			
acidez	4,714	5,739	4,889	4,552	4,258	4,000	3,771	3,568			
mês	Quantidade em toneladas								Acidez	Ratio	% Precoce
1	511	1407	0	0	966	528	0	0	4,897	13,48	15,0%
2	511	1407	0	0	966	528	0	0	4,897	13,48	15,0%
3	511	1407	0	0	966	528	0	0	4,897	13,48	15,0%
4	511	1407	0	0	966	528	0	0	4,897	13,48	15,0%
5	511	1407	0	0	966	528	0	0	4,897	13,48	15,0%
6	511	1407	0	0	966	528	0	0	4,897	13,48	15,0%
7	511	1407	0	0	966	528	0	0	4,897	13,48	15,0%
8	511	1407	0	0	966	528	0	0	4,897	13,48	15,0%
9	511	1407	0	0	966	528	0	0	4,897	13,48	15,0%
10	511	1407	0	0	966	528	0	0	4,897	13,48	15,0%
11	511	1407	0	0	966	528	0	0	4,897	13,48	15,0%
12	511	1407	0	0	966	528	0	0	4,897	13,48	15,0%

PA14 (de 14,00 à 14,99) (consumo esperado de precoce: máximo de 15%) desvio: 0%

	Precoce	BA11	BA13	BA14	BA15	BA16	BA17	BA18			
ratio	14,0	11,5	13,5	14,5	15,5	16,5	17,5	18,5			
acidez	4,714	5,739	4,889	4,552	4,258	4,000	3,771	3,568			
mês	Quantidade em toneladas								Acidez	Ratio	% Precoce
1	1124	2403	0	0	966	1364	1090	552	4,633	14,25	15,0%
2	1124	2403	0	0	966	1364	1090	552	4,633	14,25	15,0%
3	1124	2403	0	0	966	1364	1090	552	4,633	14,25	15,0%
4	1124	2403	0	0	966	1364	1090	552	4,633	14,25	15,0%
5	1124	2403	0	0	966	1364	1090	552	4,633	14,25	15,0%
6	1124	2403	0	0	966	1364	1090	552	4,633	14,25	15,0%
7	1124	2403	0	0	966	1364	1090	552	4,633	14,25	15,0%
8	1124	2403	0	0	966	1364	1090	552	4,633	14,25	15,0%
9	1124	2403	0	0	966	1364	1090	552	4,633	14,25	15,0%
10	1124	2403	0	0	966	1364	1090	552	4,633	14,25	15,0%
11	1124	2403	0	0	966	1364	1090	552	4,633	14,25	15,0%
12	1124	2403	0	0	966	1364	1090	552	4,633	14,25	15,0%

PA15 (de 15,00 à 15,99) (consumo esperado de precoce: máximo de 15%) desvio: 0%

	Precoce	BA11	BA13	BA14	BA15	BA16	BA17	BA18			
ratio	14,0	11,5	13,5	14,5	15,5	16,5	17,5	18,5			
acidez	4,714	5,739	4,889	4,552	4,258	4,000	3,771	3,568			
mês	Quantidade em toneladas								Acidez	Ratio	% Precoce
1	675	405	0	0	966	1364	1090	0	4,264	15,48	15,0%
2	675	405	0	0	966	1364	1090	0	4,264	15,48	15,0%
3	675	405	0	0	966	1364	1090	0	4,264	15,48	15,0%
4	675	405	0	0	966	1364	1090	0	4,264	15,48	15,0%
5	675	405	0	0	966	1364	1090	0	4,264	15,48	15,0%
6	675	405	0	0	966	1364	1090	0	4,264	15,48	15,0%
7	675	405	0	0	966	1364	1090	0	4,264	15,48	15,0%
8	675	405	0	0	966	1364	1090	0	4,264	15,48	15,0%
9	675	405	0	0	966	1364	1090	0	4,264	15,48	15,0%
10	675	405	0	0	966	1364	1090	0	4,264	15,48	15,0%
11	675	405	0	0	966	1364	1090	0	4,264	15,48	15,0%
12	675	405	0	0	966	1364	1090	0	4,264	15,48	15,0%

Tabela 6.7 – Resultado do plano de mistura para $\Gamma = 7$ gerado pelo modelo apresentado no capítulo 6 com desvio de 2% na acidez da base

gama = 7

PA11 (de 11,00 à 11,99) (consumo esperado de precoce: máximo de 15%) desvio: 2%

	Precoce	BA11	BA13	BA14	BA15	BA16	BA17	BA18			
ratio	14,0	11,5	13,5	14,5	15,5	16,5	17,5	18,5			
acidez	4,714	5,854	4,987	4,643	4,343	4,080	3,847	3,639			
mês	Quantidade em toneladas								Acidez	Ratio	% Precoce
1	0	2613	0	0	0	0	0	0	5,854	11,27	0,0%
2	0	2613	0	0	0	0	0	0	5,854	11,27	0,0%
3	0	2613	0	0	0	0	0	0	5,854	11,27	0,0%
4	0	2613	0	0	0	0	0	0	5,854	11,27	0,0%
5	0	2613	0	0	0	0	0	0	5,854	11,27	0,0%
6	0	2613	0	0	0	0	0	0	5,854	11,27	0,0%
7	0	2613	0	0	0	0	0	0	5,854	11,27	0,0%
8	0	2613	0	0	0	0	0	0	5,854	11,27	0,0%
9	0	2613	0	0	0	0	0	0	5,854	11,27	0,0%
10	0	2613	0	0	0	0	0	0	5,854	11,27	0,0%
11	0	2613	0	0	0	0	0	0	5,854	11,27	0,0%
12	0	2613	0	0	0	0	0	0	5,854	11,27	0,0%

PA13 (de 13,00 à 13,99) (consumo esperado de precoce: máximo de 15%) desvio: 2%

	Precoce	BA11	BA13	BA14	BA15	BA16	BA17	BA18			
ratio	14,0	11,5	13,5	14,5	15,5	16,5	17,5	18,5			
acidez	4,714	5,854	4,987	4,643	4,343	4,080	3,847	3,639			
mês	Quantidade em toneladas								Acidez	Ratio	% Precoce
1	511	1407	0	0	966	528	0	0	4,981	13,25	15,0%
2	511	1407	0	0	966	528	0	0	4,981	13,25	15,0%
3	511	1407	0	0	966	528	0	0	4,981	13,25	15,0%
4	511	1407	0	0	966	528	0	0	4,981	13,25	15,0%
5	511	1407	0	0	966	528	0	0	4,981	13,25	15,0%
6	511	1407	0	0	966	528	0	0	4,981	13,25	15,0%
7	511	1407	0	0	966	528	0	0	4,981	13,25	15,0%
8	511	1407	0	0	966	528	0	0	4,981	13,25	15,0%
9	511	1407	0	0	966	528	0	0	4,981	13,25	15,0%
10	511	1407	0	0	966	528	0	0	4,981	13,25	15,0%
11	511	1407	0	0	966	528	0	0	4,981	13,25	15,0%
12	511	1407	0	0	966	528	0	0	4,981	13,25	15,0%

PA14 (de 14,00 à 14,99) (consumo esperado de precoce: máximo de 15%) desvio: 2%

	Precoce	BA11	BA13	BA14	BA15	BA16	BA17	BA18			
ratio	14,0	11,5	13,5	14,5	15,5	16,5	17,5	18,5			
acidez	4,714	5,854	4,987	4,643	4,343	4,080	3,847	3,639			
mês	Quantidade em toneladas								Acidez	Ratio	% Precoce
1	1124	2403	0	0	966	1364	1090	552	4,711	14,01	15,0%
2	1124	2403	0	0	966	1364	1090	552	4,711	14,01	15,0%
3	1124	2403	0	0	966	1364	1090	552	4,711	14,01	15,0%
4	1124	2403	0	0	966	1364	1090	552	4,711	14,01	15,0%
5	1124	2403	0	0	966	1364	1090	552	4,711	14,01	15,0%
6	1124	2403	0	0	966	1364	1090	552	4,711	14,01	15,0%
7	1124	2403	0	0	966	1364	1090	552	4,711	14,01	15,0%
8	1124	2403	0	0	966	1364	1090	552	4,711	14,01	15,0%
9	1124	2403	0	0	966	1364	1090	552	4,711	14,01	15,0%
10	1124	2403	0	0	966	1364	1090	552	4,711	14,01	15,0%
11	1124	2403	0	0	966	1364	1090	552	4,711	14,01	15,0%
12	1124	2403	0	0	966	1364	1090	552	4,711	14,01	15,0%

PA15 (de 15,00 à 15,99) (consumo esperado de precoce: máximo de 15%) desvio: 2%

	Precoce	BA11	BA13	BA14	BA15	BA16	BA17	BA18			
ratio	14,0	11,5	13,5	14,5	15,5	16,5	17,5	18,5			
acidez	4,714	5,854	4,987	4,643	4,343	4,080	3,847	3,639			
mês	Quantidade em toneladas								Acidez	Ratio	% Precoce
1	675	405	0	0	966	1364	1090	0	4,335	15,23	15,0%
2	675	405	0	0	966	1364	1090	0	4,335	15,23	15,0%
3	675	405	0	0	966	1364	1090	0	4,335	15,23	15,0%
4	675	405	0	0	966	1364	1090	0	4,335	15,23	15,0%
5	675	405	0	0	966	1364	1090	0	4,335	15,23	15,0%
6	675	405	0	0	966	1364	1090	0	4,335	15,23	15,0%
7	675	405	0	0	966	1364	1090	0	4,335	15,23	15,0%
8	675	405	0	0	966	1364	1090	0	4,335	15,23	15,0%
9	675	405	0	0	966	1364	1090	0	4,335	15,23	15,0%
10	675	405	0	0	966	1364	1090	0	4,335	15,23	15,0%
11	675	405	0	0	966	1364	1090	0	4,335	15,23	15,0%
12	675	405	0	0	966	1364	1090	0	4,335	15,23	15,0%

7 Uma Proposta de Otimização Robusta com Incerteza na Demanda de Suco de Laranja

7.1 Modelo Determinístico Modificado

Assim como no capítulo 6, retorna-se ao problema de otimização linear determinístico considerando-se aspectos relevantes da matéria-prima na modelagem, equações (4.15) à (4.31), apresentado no capítulo 4.4 e, aplica-se incerteza a outro importante parâmetro do modelo, a demanda por suco de laranja, que está presente no vetor \mathbf{b} do modelo discutido na seção 3.5, e que nesse problema é representado pelo parâmetro $Demanda_{it}$ (demanda esperada do suco i no período t).

Assim como no caso do parâmetro *ratio*, o setor deposita significativo esforço na tentativa de estimar a demanda por produto acabado nas várias geografias, objetivando elaborar um planejamento de produção que equilibre a sua cadeia de suprimento e demanda. Nesse caso a principal linha utilizada pelas empresas é baseada em métodos estatísticos, que se resumem na análise de dados de consumo histórico, metas organizacionais e análise de especialistas sobre fatores diversos que impactam a demanda global de suco de laranja (por exemplo, produtos concorrentes como o suco de maçã), gerando as estimativas de demanda para os diversos produtos.

Com base nesse fato, a proposta desse capítulo é modelar o problema de otimização linear determinístico apresentado na seção 4.4, como um problema de otimização linear robusto, seguindo a abordagem elaborada por Bertsimas e Sim (2004) e particularmente o trabalho de Bertsimas e Thiele (2006), discutidos na seção 3.5.

Para aplicar a incerteza na demanda, primeiro reescreve-se o modelo determinístico do capítulo 4.4. A seguir é apresentado apenas o que é novo ou mudou em relação ao modelo da seção 4.4, equações (4.15) à (4.31):

7.1.1 Índices

Mantém-se os mesmos índices definidos na seção 4.4 e acrescenta-se o seguinte índice: m = índice para auxiliar na computação da produção *versus* demanda acumulada, indicando período de tempo, assim como o índice t .

Este índice m é utilizado para modelar a demanda acumulada ao longo do horizonte de planejamento.

7.1.2 Dados Fornecidos

Para o caso dos dados fornecidos, não há mudança relativamente ao modelo da seção 4.4.

7.1.3 Dados Calculados

Para o caso dos dados calculados, não há mudança relativamente ao modelo da seção 4.4.

7.1.4 Cálculos

Da mesma forma que para o caso dos dados calculados, não há mudança nos cálculos relativamente ao modelo da seção 4.4.

7.1.5 Variáveis de Decisão

Mantém-se as mesmas variáveis de decisão definidas na seção 4.4 e acrescentam-se as seguintes novas variáveis:

$custo_{it}$ = custo de armazenagem/falta do suco i no período t .

A variável de decisão $custo_{it}$ corresponde ao custo de armazenagem (falta) do suco i no período t . Seu valor é composto pelo custo unitário de armazenagem (falta) do produto i no período t , multiplicado pelo estoque (falta) de produto i ao final de cada período de planejamento t . Utilizando a linearidade por partes e a convexidade da função de custo de armazenagem/falta (Bertsimas e Thiele, 2006), reescreve-se a função objetivo (4.15) apresentada na seção 4.4 e as restrições de custo de armazenagem/falta de produto conforme a seguir, para na sequência aplicar-se a abordagem robusto ao modelo determinístico modificado.

7.1.6 Função Objetivo

$$\begin{aligned}
 Z = \min & \sum_f \sum_g \sum_t \sum_j CustoQL_{fgt} \times QL_{fgt} + \sum_f \sum_t CustoQLH_{ft} \times QLH_{ft} + \\
 & + \sum_t \sum_i custo_{it} + \sum_t (CustoHH_t \times HH_t + CustofH_t \times FH_t) + \\
 & + \sum_t \sum_j (CustoHB_{jt} \times HB_{jt} + CustofB_{jt} \times FB_{jt})
 \end{aligned} \tag{7.1}$$

A função objetivo (7.1) mantém-se igual à apresentada na equação (4.15), porém com o custo total de armazenagem e falta de produto acabado ao longo do horizonte de planejamento representado pelo termo $\sum_t \sum_i custo_{it}$.

7.1.7 Restrições

A restrição de que o nível total de processamento de laranjas desse planejamento tático deve respeitar a definição estratégica de nível de processamento se mantém igual a equação (4.16) da seção 4.4.

A restrição de níveis máximo e mínimo de processamento industrial, é igual a equação (4.17) da seção 4.4.

Equações de custo de armazenagem/falta para produto acabado:

$$custo_{it} \geq CustoS_{it} \left(HS_{i0} + \sum_{m=1}^t (QS_{im} - Demanda_{im}) \right) \quad \forall i, t \quad (7.2)$$

A equação (7.2) diz respeito ao custo de armazenagem do estoque computado ao final do período t , após a produção de suco e a demanda serem realizadas para o respectivo t .

$$custo_{it} \geq -CustoFS_{it} \left(FS_{i0} + \sum_{m=1}^t (QS_{im} - Demanda_{im}) \right) \quad \forall i, t \quad (7.3)$$

A equação (7.3) diz respeito ao custo de falta de produto acabado computado ao final do período t , após a produção de suco e a demanda serem realizadas para o respectivo período t .

As equações de balanço de material são iguais as equações (4.18), (4.19) e (4.20) da seção 4.4.

As equações de mistura para obtenção dos produtos finais, conforme especificações a partir de bases e precoces, são iguais as equações (4.21), (4.22), (4.23) e (4.24) da seção 4.4.

As equações de relação de quantidade de laranja gerando quantidades de bases e precoces, incorporando o fator disponibilidade de fruta nos cálculos, são iguais as equações (4.25) à (4.28) da seção 4.4.

As equações de balanço de material para fornecimento de laranja são iguais as equações (4.29) e (4.30) da seção 4.4.

A restrição de capacidade de fornecimento de laranja é igual a equação (4.31) da seção 4.4.

Finalmente, têm-se que todas as variáveis de decisão para esse modelo são não-negativas.

Na sequência é apresentado o modelo determinístico modificado, descrito de uma forma monolítica:

$$\begin{aligned}
Z = & \min \sum_f \sum_g \sum_t \sum_j \text{Custo}QL_{fgt} \times QL_{fgt} + \sum_f \sum_t \text{Custo}QLH_{ft} \times QLH_{ft} + \\
& + \sum_t \sum_i \text{custo}_{it} + \sum_t (\text{Custo}HH_t \times HH_t + \text{Custo}FH_t \times FH_t) + \\
& + \sum_t \sum_j (\text{Custo}HB_{jt} \times HB_{jt} + \text{Custo}FB_{jt} \times FB_{jt}) \quad (7.1)
\end{aligned}$$

sujeito a

$$\sum_f \sum_g \sum_t \sum_j QL_{fgjt} + \sum_f \sum_t QLH_{ft} \geq \sum_f \sum_g ELI_{fg0} + \sum_f ELHI_{f0} - \sum_g ELI_{\text{"spot"}g0} - ELHI_{\text{"spot"}0} \quad (4.16)$$

$$CPL_t \leq \sum_f \sum_g \sum_j QL_{fgjt} + \sum_f QLH_{ft} \leq CPH_t \quad \forall t \quad (4.17)$$

$$\text{custo}_{it} \geq \text{Custo}HS_{it} \left(HS_{i0} + \sum_{m=1}^t (QS_{im} - \text{Demanda}_{im}) \right) \quad \forall i, t \quad (7.2)$$

$$\text{custo}_{it} \geq -\text{Custo}FS_{it} \left(FS_{i0} + \sum_{m=1}^t (QS_{im} - \text{Demanda}_{im}) \right) \quad \forall i, t \quad (7.3)$$

$$QS_{it} - \text{Demanda}_{it} + HS_{i(t-1)} - FS_{i(t-1)} - HS_{it} + FS_{it} = 0 \quad \forall i, t \quad (4.18)$$

$$QHP_t - \sum_j \sum_i QH_{jii} + HH_{(t-1)} - FH_{(t-1)} - HH_t + FH_t = 0 \quad \forall t \quad (4.19)$$

$$QBP_{jt} - \sum_i QB_{jii} + HB_{j(t-1)} - FB_{j(t-1)} - HB_{jt} + FB_{jt} = 0 \quad \forall j, t \quad (4.20)$$

$$\left[\sum_j (QB_{jii} \times AB_j + QH_{jii} \times AH) \right] / ASH_i \leq \sum_j (QB_{jii} + QH_{jii}) \quad \forall i, t \quad (4.21)$$

$$\left[\sum_j (QB_{jii} \times AB_j + QH_{jii} \times AH) \right] / ASL_t \geq \sum_j (QB_{jii} + QH_{jii}) \quad \forall i, t \quad (4.22)$$

$$QH_{jii} \leq \text{Porcentagem}H_{jt} \times (QB_{jii} + QH_{jii}) \quad \forall j, i, t \quad (4.23)$$

$$QS_{it} = \sum_j (QB_{jii} + QH_{jii}) \quad \forall i, t \quad (4.24)$$

$$QL_{fgjt} \leq ELI_{fg0} \times DL_{fgjt} \quad \forall f, g, j, t \quad (4.25)$$

$$QLH_{ft} \leq ELHI_{f0} \times DH_{ft} \quad \forall f, t \quad (4.26)$$

$$\sum_f \sum_g QL_{fgjt} - QBP_{jt} \times \text{Rendimento}B_{jt} = 0 \quad \forall j, t \quad (4.27)$$

$$\sum_f QLH_{ft} - QHP_t \times \text{Rendimento}H_t = 0 \quad \forall t \quad (4.28)$$

$$EL_{fgt} - EL_{fg(t-1)} + \sum_j QL_{fgjt} = 0 \quad \forall f, g, t \quad (4.29)$$

$$ELH_{ft} - ELH_{f(t-1)} + QLH_{ft} = 0 \quad \forall f, t \quad (4.30)$$

$$\sum_j \sum_g QL_{fgjt} + QLH_{ft} \leq CF_{ft} \quad \forall f, t \quad (4.31)$$

7.2 Modelo de Otimização Robusta com Incerteza na Demanda por Produto Acabado

A partir do modelo determinístico apresentado na seção 7.1, é elaborada a formulação robusta seguindo o mesmo raciocínio do capítulo 6 e de Bertsimas e Thiele (2006), apresentado na seção 3.5. Dessa forma, apenas o conjunto de restrições (7.2) e (7.3) é alterado conforme a seguir:

$$custo_{it} \geq CustoHS_{it} \left(HS_{i0} + \sum_{m=1}^t (QS_{im} - Demanda_{im}) + z_{it}\Gamma_{it} + \sum_{m=1}^t p_{imt} \right) \quad \forall i, t \quad (7.4)$$

$$custo_{it} \geq -CustoFS_{it} \left(FS_{i0} + \sum_{m=1}^t (QS_{im} - Demanda_{im}) - z_{it}\Gamma_{it} - \sum_{m=1}^t p_{imt} \right) \quad \forall i, t \quad (7.5)$$

$$z_{it} + p_{imt} \geq d_{im} \quad \forall i, m, t, \quad \forall m \leq t \quad (7.6)$$

$$z_{it} \geq 0 \quad \forall i, t \quad (7.7)$$

$$p_{imt} \geq 0 \quad \forall i, m, t, \quad \forall m \leq t \quad (7.8)$$

A função objetivo e as demais restrições não se alteram.

Segundo Bertsimas e Thiele (2006) (vide seção 3.5), as variáveis z_{it} e p_{imt} quantificam a sensibilidade do custo frente a mudanças infinitesimais nos parâmetros chaves da abordagem robusta, isto é, variáveis do nível de conservadorismo e dos limites de incerteza. Para cada período t , a expressão $z_{it}\Gamma_{it} + \sum_{m=1}^t p_{imt}$ representa o desvio de pior caso da demanda acumulada de seu valor nominal, a qual está sujeita aos limites de incerteza.

Sejam as demandas por produto acabado i no período t variáveis aleatórias ($Demanda_{it}$). Seguindo o mesmo raciocínio de Bertsimas e Thiele (2006) apresentado na seção 3.5, para aplicar a abordagem robusta segundo Bertsimas e Sim (2004), modela-se $Demanda_{it}$ para cada i e t como um parâmetro contendo incerteza, simétrica e limitada, assumindo valores no intervalo $[Demanda_{it} - d_{it}, Demanda_{it} + d_{it}]$, onde $Demanda_{it}$ é o valor nominal da demanda pelo produto i

no período t , e d_{it} é o desvio do valor nominal para o produto i no período t . Associado com o dado com incerteza $De\tilde{m}anda_{it}$, define-se a variável aleatória $\eta_{it} = (De\tilde{m}anda_{it} - Demanda_{it}) / d_{it}$, que obedece uma distribuição desconhecida, mas simétrica, e assume valores no intervalo $[-1,1]$.

São impostos limites de incerteza para cada produto i e cada período t dentro da escala dos desvios η_{it} . Desta forma, tem-se a restrição:

$$\sum_{m=1}^t |\eta_{im}| \leq \Gamma_{it} \quad \forall i, t$$

Segundo Bertsimas e Thiele (2006), esses limites de incerteza conduzem a grandes desvios na demanda acumulada, e como resultado a metodologia robusta pode ser entendida como uma abordagem “razoavelmente de pior caso”. A principal suposição para Γ_{it} é que ele aumenta em t , pois é de se esperar que a incerteza na demanda aumenta nos períodos futuros mais distantes. Também é considerado que Γ_{it} cresça a cada período não mais que o número de novos parâmetros adicionados nesse período.

Na sequência é apresentado o modelo de otimização robusta com incerteza na demanda por produto acabado, descrito de uma forma monolítica:

$$\begin{aligned} Z = \min & \sum_f \sum_g \sum_t \sum_j CustoQL_{fgt} \times QL_{fgt} + \sum_f \sum_t CustoQLH_{ft} \times QLH_{ft} + \\ & + \sum_t \sum_i custo_{it} + \sum_t (CustoHH_t \times HH_t + CustoFH_t \times FH_t) + \\ & + \sum_t \sum_j (CustoHB_{jt} \times HB_{jt} + CustoFB_{jt} \times FB_{jt}) \end{aligned} \quad (7.1)$$

sujeito a

$$\sum_f \sum_g \sum_t \sum_j QL_{fgjt} + \sum_f \sum_t QLH_{ft} \geq \sum_f \sum_g ELI_{fg0} + \sum_f ELHI_{f0} - \sum_g ELI_{spot^g0} - ELHI_{spot^0} \quad (4.16)$$

$$CPL_t \leq \sum_f \sum_g \sum_j QL_{fgjt} + \sum_f QLH_{ft} \leq CPH_t \quad \forall t \quad (4.17)$$

$$custo_{it} \geq CustoHS_{it} \left(HS_{i0} + \sum_{m=1}^t (QS_{im} - Demanda_{im}) + z_{it} \Gamma_{it} + \sum_{m=1}^t p_{im} \right) \quad \forall i, t \quad (7.4)$$

$$custo_{it} \geq -CustoFS_{it} \left(FS_{i0} + \sum_{m=1}^t (QS_{im} - Demanda_{im}) - z_{it} \Gamma_{it} - \sum_{m=1}^t p_{im} \right) \quad \forall i, t \quad (7.5)$$

$$z_{it} + p_{im} \geq d_{im} \quad \forall i, m, t, \quad \forall m \leq t \quad (7.6)$$

$$z_{it} \geq 0 \quad \forall i, t \quad (7.7)$$

$$p_{imt} \geq 0 \quad \forall i, m, t . \forall m \leq t \quad (7.8)$$

$$QS_{it} - Demanda_{it} + HS_{i(t-1)} - FS_{i(t-1)} - HS_{it} + FS_{it} = 0 \quad \forall i, t \quad (4.18)$$

$$QHP_t - \sum_j \sum_i QH_{jii} + HH_{(t-1)} - FH_{(t-1)} - HH_t + FH_t = 0 \quad \forall t \quad (4.19)$$

$$QBP_{jt} - \sum_i QB_{jii} + HB_{j(t-1)} - FB_{j(t-1)} - HB_{jt} + FB_{jt} = 0 \quad \forall j, t \quad (4.20)$$

$$\left[\sum_j (QB_{jii} \times AB_j + QH_{jii} \times AH) \right] / ASH_i \leq \sum_j (QB_{jii} + QH_{jii}) \quad \forall i, t \quad (4.21)$$

$$\left[\sum_j (QB_{jii} \times AB_j + QH_{jii} \times AH) \right] / ASL_i \geq \sum_j (QB_{jii} + QH_{jii}) \quad \forall i, t \quad (4.22)$$

$$QH_{jii} \leq PorcentagemH_{jt} \times (QB_{jii} + QH_{jii}) \quad \forall j, i, t \quad (4.23)$$

$$QS_{it} = \sum_j (QB_{jii} + QH_{jii}) \quad \forall i, t \quad (4.24)$$

$$QL_{fgjt} \leq ELI_{fg0} \times DL_{fgjt} \quad \forall f, g, j, t \quad (4.25)$$

$$QLH_{ft} \leq ELHI_{f0} \times DH_{ft} \quad \forall f, t \quad (4.26)$$

$$\sum_f \sum_g QL_{fgjt} - QBP_{jt} \times RendimentoB_{jt} = 0 \quad \forall j, t \quad (4.27)$$

$$\sum_f QLH_{ft} - QHP_t \times RendimentoH_t = 0 \quad \forall t \quad (4.28)$$

$$EL_{fgt} - EL_{fg(t-1)} + \sum_j QL_{fgjt} = 0 \quad \forall f, g, t \quad (4.29)$$

$$ELH_{ft} - ELH_{f(t-1)} + QLH_{ft} = 0 \quad \forall f, t \quad (4.30)$$

$$\sum_j \sum_g QL_{fgjt} + QLH_{ft} \leq CF_{ft} \quad \forall f, t \quad (4.31)$$

Na sequência é apresentada a modelagem computacional com análise de implementação numérica comparando o comportamento do modelo robusto frente a representação determinística.

7.3 Resultados Computacionais e Análise do Modelo de Otimização Robusta com Incerteza na Demanda por Produto Acabado

O objetivo desta seção é avaliar o comportamento do modelo de otimização robusta da seção 7.2, relativamente ao modelo determinístico apresentado na seção 4.5, assim como avaliar a relação entre o valor ótimo da função objetivo (equação 7.1) e os limites de incerteza (Γ_{it}).

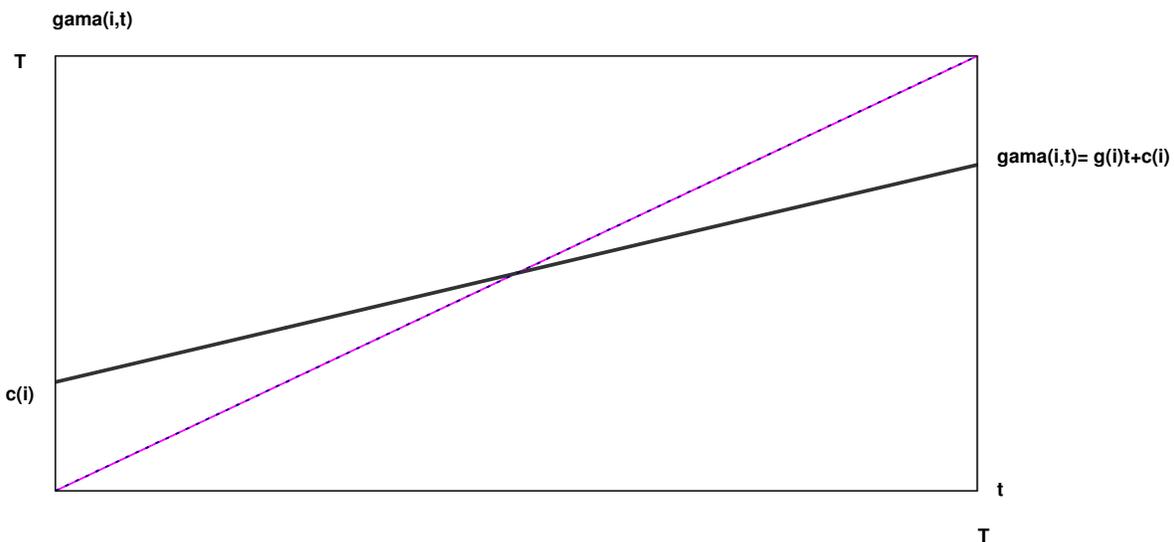
Utiliza-se uma função linear (Figura 7.1) para o cálculo dos limites de incerteza Γ_{it} (Adida e Perakis, 2006), respeitando-se as restrições apresentadas na seção anterior para esses parâmetros:

$$\Gamma_{it} = g_i t + c_i \quad \forall i, \quad (7.8)$$

onde $g_i, c_i \geq 0, g_i < 1$

$$\eta_{it} = (Demanda_{it} - Demanda_{it}) / d_{it} \quad \forall i, t$$

Figura 7.1: Escolha da função para os limites de incerteza Γ_{it}



Fonte: Adida e Perakis (2006)

Adida e Perakis (2006) demonstram que uma vez que o gráfico de Γ_{it} está acima da linha de 45° com o eixo horizontal, o seu valor não importa e $|\eta_{it}|$ assume valor 1, o que significa que os valores realizados de demanda ($Demanda_{it}$) atingem o extremo do intervalo de desvio (situação pior caso). Para evitar que isso ocorra na maior parte do horizonte de planejamento, escolhe-se $g_i < 1$.

Para estudar o efeito dos limites de incerteza (Γ_{it}) no valor ótimo da função objetivo, considera-se diversos cenários variando-se apenas os parâmetros Γ_{it} . Para cada cenário atribui-se os mesmos limites de incerteza para todos os produtos. Computa-se o valor acumulado do limite de incerteza como uma medida de incerteza global de cada cenário (Tabela 7.1):

$$\text{Limite de Incerteza Acumulado} = \sum_t \sum_i \min\{t, \Gamma_{it}\} \quad (7.9)$$

O comportamento das funções $\min\{t, \Gamma_{it}\}$ (equação (7.9)), para cada cenário (determinístico, 1, 2, ..., 7) pode ser visualizado na Figura 7.2. As curvas apresentadas na Figura 7.1 são obtidas a partir da função $\min\{t, \Gamma_{it}\}$, variando-se g_i e c_i , o que gera os diferentes cenários.

O valor do limite de incerteza acumulado ($\sum_t \sum_i \min\{t, \Gamma_{it}\}$) para cada cenário é apresentado na Tabela 7.1. Cada um dos cenários são obtidos à partir da equação (7.8) variando-se os parâmetros g_i e c_i , o que pode ser visualizado na Tabela 7.1.

Figura 7.2: Funções lineares para computar a incerteza global para cada cenário

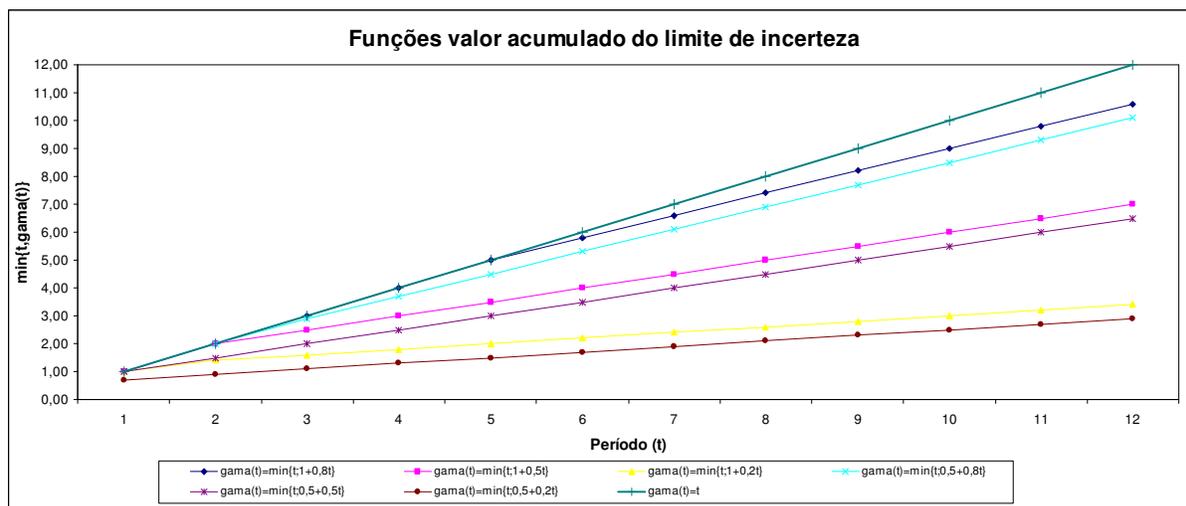


Tabela 7.1: Cenários para os limites de incerteza

Cenário	Γ_{it}	$\sum_t \sum_i \min\{t, \Gamma_{it}\}$
Determinístico	0	0
1	$1 + 0,8t$	289,6
2	$1 + 0,5t$	202,0
3	$1 + 0,3t$	109,6
4	$0,5 + 0,8t$	272,0
5	$0,5 + 0,5t$	180,0
6	$0,5 + 0,2t$	86,4
7	t	312,0

A partir dos cenários 1 ao 6 utilizados por Adida e Perakis (2006), mais o cenário determinístico e também o cenário 7 mais conservador (Tabela 7.1), executa-se o modelo de otimização robusta com incerteza na demanda apresentado na seção 7.2 e, avalia-se o comportamento do valor ótimo da função objetivo, que é uma forma de avaliar a compensação (*trade-off*) entre robustez e desempenho (Tabela 7.2). Note que a função $\sum_t \sum_i \min\{t, \Gamma_{it}\}$ da Tabela 7.2 representa a robustez, enquanto o valor ótimo da função objetivo nesta tabela representa o desempenho.

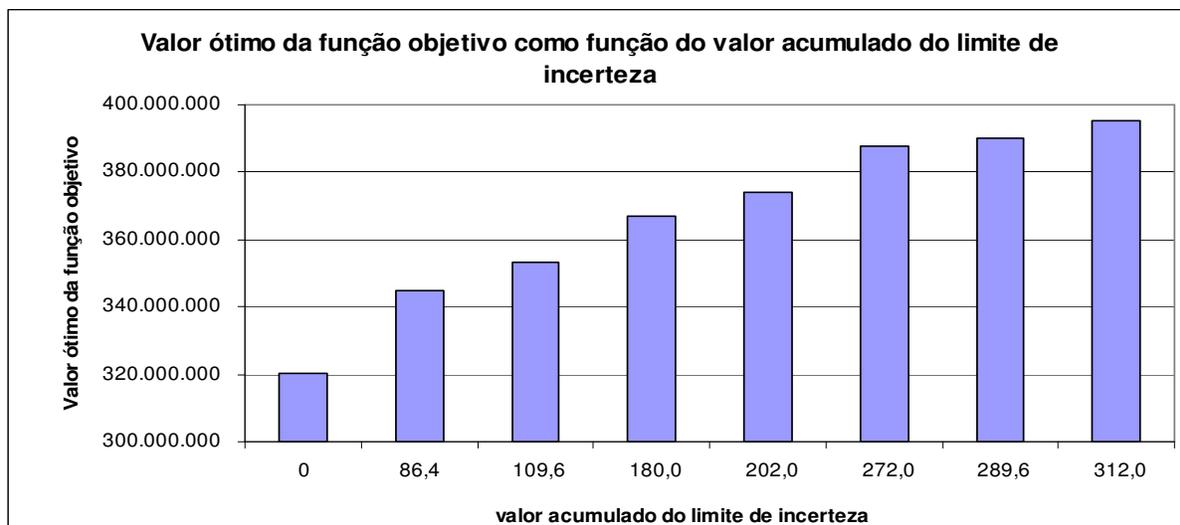
Quanto ao desempenho computacional dos modelos, note que como os modelos envolvidos são de otimização linear, os tempos computacionais para resolvê-los pelo GAMS/CPLEX são bem aceitáveis, da ordem de poucos segundos no microcomputador utilizado.

Tabela 7.2: Comportamento do modelo de otimização robusta com incerteza na demanda para os diferentes cenários

Cenário	Γ_{it}	$\sum_t \sum_i \min\{t, \Gamma_{it}\}$	Valor ótimo da função objetivo
Determinístico	0	0	320.304.896
1	$1 + 0,8t$	289,6	390.140.120
2	$1 + 0,5t$	202,0	374.111.018
3	$1 + 0,3t$	109,6	353.180.477
4	$0,5 + 0,8t$	272,0	387.621.599
5	$0,5 + 0,5t$	180,0	367.200.519
6	$0,5 + 0,2t$	86,4	344.739.439
7	t	312,0	395.175.409

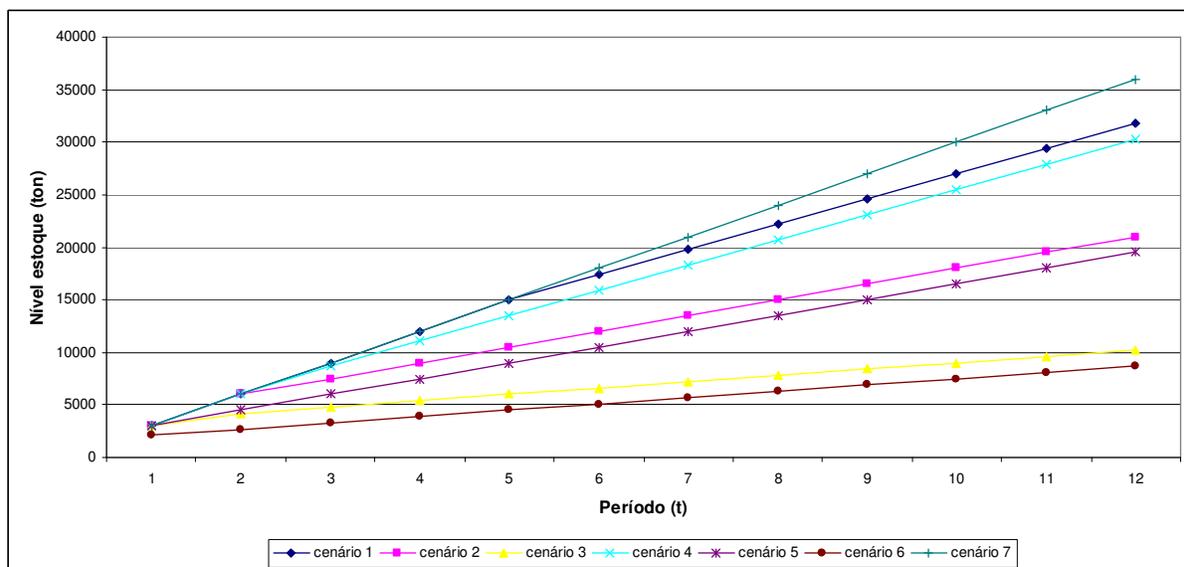
A Figura 7.3 apresenta a compensação (*trade-off*) entre robustez e desempenho e, da mesma forma que no estudo de Adida e Perakis (2006), sugere que o valor acumulado do limite de incerteza ($\sum_t \sum_i \min\{t, \Gamma_{it}\}$) pode ser uma medida razoável da incerteza associada a demanda por produto acabado para o modelo em questão. Nota-se que na medida em que a incerteza aumenta, o valor ótimo da função objetivo também aumenta, penalizando o resultado final. Isso ilustra a compensação (*trade-off*) entre otimalidade (baixos valores para a função objetivo no ponto ótimo) e robustez (alto nível de incerteza).

Figura 7.3: Valor ótimo da função objetivo como função do valor acumulado do limite de incerteza



A figura 7.4 ilustra o comportamento do estoque de produto acabado total ($\sum_i HS_{it}, \forall t$) ao longo do horizonte de planejamento, para o caso da ocorrência da demanda nominal ($Demanda_{it}, \forall i, t$). Quando assume-se que a demanda comporta-se de forma determinística, não há geração de estoque de produto acabado ao longo do horizonte de planejamento. Porém, à medida que eleva-se o nível de incerteza (o que é computado pelo valor acumulado do limite de incerteza $\sum_t \sum_i \min\{t, \Gamma_{it}\}$) e na hipótese de ocorrência da demanda nominal ($Demanda_{it}, \forall i, t$), então implica em geração de mais estoques de produto acabado. Note que à medida que se tem maiores quantidades de estoques de produtos acabados, maior será o custo total envolvido nesse planejamento. Isso reflete no valor ótimo da função objetivo (vide Tabela 7.2), que cresce à medida que se tem cenários com maior nível de incerteza. Esse é um dos dilemas vividos pelo tomador de decisão. Por um lado, ele tem o desafio de minimizar os custos da operação do sistema, sem prejudicar muito o nível de serviço ao cliente, que no caso desse estudo se traduz no atendimento à demanda por produtos acabados. Por outro lado, é evidente que quanto mais estoques de produtos acabados se têm, maiores são as chances de se atender à demanda por produtos acabados.

Figura 7.4: Nível de estoque de produto acabado total ($\sum_i HS_{it}, \forall t$) para o caso de ocorrência da demanda nominal ($Demanda_{it}, \forall i, t$)



A análise do modelo em questão indica que a abordagem de otimização robusta deste capítulo, para tratar incerteza associada à demanda por produtos acabados, se mostra atrativa.

Porém, seria interessante comparar esses resultados com abordagens baseadas em restrições de chance (vide seção 3.4 do capítulo 3). Outra possível linha de trabalho seria incorporar a demanda por produtos acabados (lado direito das restrições) à matriz tecnológica utilizando uma variável $x_{n+1}=1$ (isto é, por meio de uma variável artificial), e variar Γ entre 0 e 1 (Li e Ierapetritou, 2008). Embora interessantes, estes tópicos serão deixados para investigação futura.

No próximo capítulo são apresentadas as considerações finais desta tese, relacionando as várias abordagens nesse estudo como ferramentas de apoio à tomada de decisão no processo de planejamento da produção de suco concentrado congelado de laranja, e também as perspectivas para futuras pesquisas a partir deste estudo.

8 Conclusões e Perspectivas

8.1 Considerações Finais

Como apresentado no capítulo 1, o objetivo deste trabalho é modelar o planejamento agregado da produção de suco concentrado congelado de laranja e, desta forma, que a modelagem se torne uma ferramenta efetiva de apoio e análise à tomada de decisão. Para isso, representa-se as principais decisões envolvidas no planejamento por modelos de programação linear (capítulo 4), programação por metas (capítulo 5) e otimização robusta (capítulos 6 e 7).

Em um primeiro momento, no capítulo 4, apresenta-se uma abordagem determinística para o problema, que permite um planejamento mais integrado da cadeia de suprimentos de suco de laranja. Esse modelo pode ser uma ferramenta importante para apoiar a decisão neste sistema. Isto foi realizado por meio de uma extensão do modelo proposto por Munhoz (2000) e Munhoz e Morabito (2001a e 2001b), ao qual incorpora-se o planejamento de colheita ao planejamento de produção, e também os cálculos de *ratios* a partir da consideração de acidez das bases de suco.

No capítulo 5 apresenta-se uma abordagem de programação por metas, a qual apresenta resultados promissores, uma vez que oferece a possibilidade de gerar planos de produção objetivando atingir a especificação média para o parâmetro *ratio* do produto acabado (vide seção 5.2), sem prejudicar o objetivo de maior importância, que no problema em questão é minimizar custos de matéria-prima e armazenagem/falta de produtos. Nota-se que a vantagem deste modelo de programação por metas em relação ao modelo determinístico apresentado no capítulo 4, é que, neste último, uma vez atingido o valor ótimo da função objetivo (minimizar custos), a especificação de *ratio* do produto acabado em geral fica no limite inferior ou no limite superior da faixa de *ratio* definida para o produto acabado (vide Tabelas 4.6 do capítulo 4). Desta forma, pequenos desvios na execução do plano de produção podem levar a produtos fora de especificação. Enquanto que no modelo de programação por metas, o plano de produção gerado está mais bem protegido contra tais desvios (vide Tabela 5.2 do capítulo 5).

No capítulo 6 apresenta-se uma abordagem de otimização robusta, na qual admite-se incerteza no parâmetro acidez da base de suco. Nesta abordagem admite-se que a distribuição de probabilidade de acidez não precisa ser conhecida, mas apenas simétrica dentro de um intervalo de variação definido pelo tomador de decisão. Ilustra-se como esse modelo oferece a flexibilidade de proteger o plano de produção contra a incerteza no referido parâmetro (vide Tabelas 6.6 e 6.7 do capítulo 6). Tal flexibilidade se traduz na possibilidade de variar-se o parâmetro de incerteza Γ , cuja função é ajustar a robustez do modelo proposto contra o nível de conservadorismo da solução.

As Figuras 6.1, 6.2 e 6.3 do capítulo 6 ilustram tal comportamento: quanto maior a proteção contra a probabilidade de violação das restrições que contém os parâmetros com incerteza, maior será o custo total da solução gerada pelo modelo. Com isso, pode-se analisar de forma mais objetiva o *trade-off* existente entre a robustez e a qualidade da solução.

Finalmente, no capítulo 7 apresenta-se outra abordagem de otimização robusta, na qual admite-se incerteza na demanda por produtos acabados. Assim como na abordagem anterior, nessa abordagem, admite-se que a distribuição de probabilidade da demanda por produtos acabados não precisa ser conhecida, mas é simétrica dentro de um intervalo definido pelo tomador de decisão (vide seção 7.2 do capítulo 7). Adotou-se o parâmetro valor acumulado de incerteza para medir as incertezas associadas às demandas por produtos acabados. Os resultados apresentados pelos diversos cenários analisados mostram que essa abordagem também pode ser útil na análise de *trade-off* entre a otimalidade (minimizar custos) e o nível de incerteza (robustez) das soluções.

Em resumo, neste trabalho apresenta-se diferentes abordagens de programação linear e analisa-se os resultados fornecidos por estas abordagens em diferentes cenários. Ilustra-se como as abordagens de programação por metas e otimização robusta podem oferecer recursos adicionais para apoiar o processo de tomada de decisão em um ambiente com presença de incerteza. A análise dos resultados de cada abordagem é apresentada ao final de cada capítulo. Todos os modelos lineares aqui apresentados são resolvidos pelo *software* GAMS/CPLEX e os tempos de processamento são da ordem de poucos segundos, não sendo, portanto, um limitante para a aplicação destas abordagens na prática.

Cabe destacar que as principais contribuições deste estudo estão no desenvolvimento de modelos de programação linear, programação por metas e otimização robusta para apoiar o processo de tomada de decisão no planejamento agregado de produção e colheita. Sendo que, a consideração das curvas de maturação das laranjas no planejamento de colheita e a consideração dos processos de mistura de diferentes tipos de sucos para obtenção da especificação de *ratio* do produto acabado no planejamento da produção, conduzem a um modelo que incorpora grande parte das decisões envolvidas na cadeia de suprimentos deste setor. Desta forma, o modelo apoia o tomador de decisão na busca à excelência na gestão da cadeia de suprimentos.

8.2 Perspectivas para Pesquisa Futura

O presente trabalho oferece várias oportunidades para pesquisa futura. Algumas delas são destacadas a seguir:

- Conforme mencionado anteriormente, uma perspectiva interessante para investigação futura seria incorporar nos modelos outras características que interferem na determinação da especificação do *ratio* da fruta, tais como a região produtora e a florada.

- Outra perspectiva interessante seria incluir nos modelos o planejamento de distribuição do produto acabado, pois neste setor os sistemas de distribuição de produtos em geral são em nível internacional, com armazéns de distribuições em diferentes geografias, tais como: EUA, Europa e Ásia. Em Munhoz (2000) e Munhoz e Morabito (2001a; 2001b) pode ser encontrada uma descrição de um sistema de distribuição de suco de laranja concentrado de laranja de forma simplificada.

- Seria também interessante incorporar na abordagem de programação por metas apresentada no capítulo 5 uma análise de compensação (*trade-off*) entre soluções sub-ótimas e *ratio* do produto acabado resultante do plano de produção. Eventualmente uma pequena variação do objetivo primário (custo mínimo) pode resultar em planos de produção que gerem especificações de *ratio* dos produtos acabados bem mais próximas do valor médio da faixa permitida. Isto significa maior proteção contra possíveis desvios, minimizando assim ocorrência de produtos fora de especificação, apesar de implicar em (pequenos) aumentos no custo mínimo do plano. Outros resultados também poderiam ter sido analisados neste trabalho, estimando-se as penalizações P_1 e P_2 para os objetivos de custo mínimo e *ratio* médio, respectivamente (ao invés de considerar $P_1 \gg P_2$), e resolvendo-se o modelo de programação por metas com a função bi-objetivo escalonada desta maneira.

- Conforme mencionado, na abordagem de otimização robusta do capítulo 7, para tratar incerteza associada à demanda por produtos acabados, também seria interessante comparar esses resultados com abordagens baseadas em restrições de chance (vide seção 3.4 do capítulo 3). Outra possível linha de trabalho seria incorporar a demanda por produtos acabados (lado direito das restrições) à matriz tecnológica, utilizando uma variável $x_{n+1}=1$ (isto é, introduzindo variável artificial) e variando Γ entre 0 e 1 (Li e Ierapetritou, 2008).

- Outra pesquisa futura interessante seria avaliar como a combinação das abordagens de programação por metas e otimização robusta pode gerar ferramentas úteis para apoiar o processo de tomada de decisão no problema desta tese. Nesse caso seria possível avaliar, por exemplo, como

diferentes objetivos, com diferentes níveis de prioridades associados a cada um deles, seriam impactados na presença de incertezas associadas a determinados parâmetros.

- Também seria interessante combinar os modelos dos capítulos 6 e 7 para considerar incertezas simultaneamente nos parâmetros acidez da base de suco e demanda de produtos acabados, parâmetros analisados separadamente nos capítulos 6 e 7. Isso tornaria a abordagem ainda mais realista, uma vez que as incertezas estão associadas aos parâmetros acidez da base de suco e a demanda de produtos acabados simultaneamente.

- Finalmente, uma investigação futura importante baseada nas abordagens apresentadas neste trabalho seria desenvolver procedimentos para desagregação dos planos agregados gerados por estas abordagens. Desta forma, seria possível mostrar como estes modelos táticos de planejamento agregado poderiam ser desdobrados em planos operacionais, que por sua vez teriam os seus resultados controlados e também poderiam retro-alimentar os planos táticos.

Referências Bibliográficas

Ackoff, R.L.: Scientific method: optimizing applied research decisions. John Wiley & Sons, Inc., 1962.

Adida, E. e Perakis, G.: A robust optimization approach to dynamic pricing and inventory control with no backorders. *Mathematical Programming Series B*, v.107, n.1-2, p. 97-129, 2006.

Al-Shammari, M. & Dawood, I.: Linear programming applied to a production blending problem: a spreadsheet modeling approach. *Production and Inventory Management Journal*, v. 38, n. 1, p. 1-7, 1997.

Anthony, R.N.: Planning and control systems: a framework for analysis. Harvard University, Graduate School of Business Administration, Boston Massachusetts, 1965.

Arenales, M., Armentano, V., Morabito, R. e Yanasse, H.: Pesquisa Operacional. Rio de Janeiro. Campus-Elsevier, 2007.

Axsater, S. and Jonsson, H.: Aggregation and disaggregation in hierarchical production. *European Journal of Operational Research*, n. 17, p. 338-350, 1984.

Ballou, R. H.: Logística Empresarial: transportes, administração de materiais e distribuição física. Atlas, 1993.

Bazaraa, M.S.; Jarvis, J.J. & Sherali, H.D.: Linear Programming and Network Flows. John Wiley & Sons, Inc., 1990.

Ben-Tal, A., Nemirovsky, A.: Robust convex optimization. *Mathematics of Operations Research*, v.23, n.4, p. 769-805, 1998.

Ben-Tal, A., Nemirovsky, A.: Robust solutions of uncertain linear programs. *Operations Research letters*, v. 25, n.1, p. 1-13, 1999.

Ben-Tal, A., Nemirovsky, A.: Robust solutions of linear programming problems contaminated with uncertain data. *Mathematical Programming*, v. 88, n.3, p. 411-424, 2000.

Bertsimas, D., Pachamanova e Sim, M.: Robust linear optimization under general norms. *Operations Research Letters*, v. 32, n. 6, p. 510-516, 2004.

Bertsimas, D. e Sim, M.: Robust discrete optimization and network flows. *Mathematical Programming Series B*, v.98, n.1-3, p. 49-71, 2003.

Bertsimas, D. e Sim, M.: The price of robustness. *Operations Research*, v. 52, n. 1, p. 35-53, 2004.

Bertsimas, D. e Thiele, A.: A robust optimization approach to inventory theory. *Operations Research*, v. 54, n. 1, p. 150-168, 2006.

Bitran, G.R. e Hax, A.C.: One the design of hierarchical production planning systems. *Decision Science*, n. 8, p. 28-55, 1977.

Bitran, G.R., Haas, E.A. e Hax, A.C.: Hierarchical production planning: a single stage system. *Operations Research*, v. 29, p. 717-743, 1981.

Bitran, G.R. e Hax, A.C.: Disaggregation and resource allocation using convex knapsack problems. *Management Science*, n. 22, p. 431-441, 1981.

Bitran, G.R. e Tirupati, D.: Hierarchical production planning. Massachusetts Institute of Tecnology, Sloan School of Management paper 3017-89-MS, 1989.

Blackstone, J.H.: APICS dictionary. APICS The Association for Operations Management, 12th edition, 2008.

Bohle, C., Maturana, S., Vera, J.: A robust optimization approach to wine grape harvesting scheduling. *European Journal of Operational Research*. DOI: 10.1016/j.ejor.2008.12.003, 2008.

Brooke, A., Kendrick, D., Meeraus, A.: Release 2.25 GAMS – A User's Guide. The Scientific Press, San Francisco, 1992.

Caixeta Filho, J.V.: Estrutura de modelagem para programação de colheita de laranja. Tese de Doutorado, Universidade de São Paulo, 1993.

Caixeta Filho, J.V.: Orange harvesting scheduling management: a case study. *Journal of the Operational Research Society*, v. 57, p. 637-642, 2006.

Castilho, F.T.: Organização dos produtores para a comercialização da laranja: o caso do pool de produtores de Matão-SP. Dissertação de Mestrado, Departamento de Engenharia de Produção – Universidade Federal de São Carlos, 2006.

Charnes, A. & Cooper, W.W.: Chance-constrained programming. *Management Science*, v.6, n.1, 1959.

Corrêa, H.L., Giansi, I.G.N. e Caon, M.: Planejamento, programação e controle da produção: MRP II/ERP: conceitos, uso e implantação. 5 ed. São Paulo, ed. Atlas, 2007.

Diwekar, U.: Optimization under uncertainty. *SIAG/OPT Views-and-News*, v.13, n.1, p. 1-8, 2002.

El-Ghaoui, L., Lebret, H.: Robust solutions to least-square problems to uncertain data matrices. *SIAM Journal on Matrix Analysis And Applications*, v. 18, p. 1035-1064, 1997.

El-Ghaoui, L., Oustry, F., Lebret, H.: Robust solutions to uncertain semidefinite programs. *SIAM Journal on Optimization*, v. 9, p. 33-52, 1998.

F.A.O. – Food and Agriculture Organization of the United Nations: Oranges production. Disponível em <http://faostat.fao.org/site/408/desktopdefault.aspx?pageid=408>, acesso em 12/05/2008a.

F.A.O. – Food and Agriculture Organization of the United Nations: Oranges production. Disponível em <http://faostat.fao.org/site/567/desktopdefault.aspx?pageid=567>, acesso em 01/05/2009a.

F.A.O. – Food and Agriculture Organization of the United Nations: Orange juice concentrated exports. Disponível em <http://faostat.fao.org/site/412/desktopdefault.aspx?pageid=412>, acesso em 12/05/2008b.

F.A.O. – Food and Agriculture Organization of the United Nations: Orange juice concentrated exports. Disponível em <http://faostat.fao.org/site/535/desktopdefault.aspx?pageid=535>, acesso em 01/05/2009b.

Ferreira, D. .: Abordagens para o problema integrado de dimensionamento e sequenciamento de lotes da produção de bebidas. Tese de Doutorado, Departamento de Engenharia de Produção – Universidade Federal de São Carlos, 2007.

Ferreira, D., Morabito, R. e Rangel, S.: Um modelo de otimização inteira mista e heurísticas relax and fix para a programação da produção de fábricas de refrigerantes de pequeno porte. *Produção*, v.18, n.1, p.76-88, 2008.

Ferreira, D., Morabito, R. e Rangel, S.: Solution approaches for the soft drink integrated production lot sizing and scheduling problem. *European Journal of Operational Research*, v. 196, p. 697-706, 2009

Ferraz, J.C., Kupper, D. e Haguenaer, L.: *Made in Brazil: desafios competitivos para a indústria*. Rio de Janeiro, ed. Campus, 1995.

Geoffrion, A. M.: A priori error bounds for procurement commodity aggregation in logistics planning models. *Naval Research Logistics Quarterly*, v. 24, n. 2, p. 201-212, 1977.

Hasse, G.: *A laranja no Brasil 1500-1987: a história da agroindústria cítrica brasileira, dos quintais coloniais à fábricas exportadoras de suco do século XX*. São Paulo, Duprat & Iobe Propaganda, 1987

Hax, A.C. e Candea, D.: *Production and Inventory Management*. Prentice-Hall, Inc., 1984.

Hax, A.C. e Meal, H.C.: Hierarchical integration of production planning and scheduling. In *Studies in Management Sciences*, v.1. Logistics, M.A. Geisler (ed.), North Holland-American Elsevier, New York, 1975.

Hillier, F.S. & Lieberman, J.G.: *Introduction to Operations Research*. New York: McGraw-Hill International Editions, 6ª ed., 1995.

IBGE – Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística. Disponível em http://www.ibge.gov.br/home/estatística/indicadores/agropecuaria/lspa/lspa_200804_5.shtm, acesso em 12/05/2008.

Johnson, L.A. & Montgomery, D.C.: Operations research in production planning, scheduling, and inventory control. New York: John Wiley & Sons, Inc., 1974.

Junqueira, R. A. R.: Modelagem do planejamento agrícola, industrial e de transporte de uma empresa de produção de sementes de milho. Dissertação de Mestrado, Departamento de Engenharia de Produção, Universidade Federal de São Carlos, 2006.

Junqueira, R. A. R. e Morabito, R.: Um modelo de otimização linear para o planejamento agregado da produção e logística de sementes de milho. *Produção*, v. 16, n. 3, p. 510-525, 2006.

Junqueira, R.A.R. e Morabito, R.: Planejamento otimizado da produção e logística de empresas produtoras de sementes de milho: um estudo de caso. *Gestão & Produção*, v. 15, p. 367-380, 2008.

Kanyalkar, A.P., Adil, G.K.: A robust optimization model for aggregate and detailed planning of a multi-site procurement-production-distribution system. *International Journal of Production Research*, DOI:10.1080/00207540802471272, 2008.

Kesterson, J.W. and Braddock, R.J. : “By-Products and Specialty Products of Florida Citrus”. Institute of Food and Agricultural Sciences, University of Florida, Gainesville, Bulletin 784, 1976.

Khor, C.S., Elkamel, A., Ponnambalam, K. & Douglas, P.L.: Two-stage stochastic programming with fixed recourse via scenario planning with economic and operational risk management for petroleum refinery planning under uncertainty. *Chemical Engineering and Processing*, v.47, p.1744-1764, 2008.

Leung, S.C.H., Wu, Y.: A robust optimization model for stochastic aggregate production planning. *Production Planning & Control*, v. 5, n.5, p. 502-514, 2004.

Leung, S.C.H., Lai, K.K., Ng, W.L., Wu, Y.: A robust optimization model for production planning of perishable products. *Journal of the Operational Research Society*, v. 58, n.4, p. 413-422, 2007a.

Leung, S.C.H., Tsang, S.O.S., Ng, W.L., Wu, Y.: A robust optimization model for multi-site production planning problem in an uncertain environment. *European Journal of Operational Research*, v. 181, n.1, p. 224-238, 2007b.

Li, Z. E Ierapetritou, M.G.: Robust optimization for process scheduling under uncertainty. *Industrial & Engineering Chemistry Research*, v.47, p.4148-4157, DOI 10.1021/ie071431u, 2008.

Luche, J.R.D.: Otimização na programação da produção de grãos eletrofundidos: Um estudo de caso. Dissertação de Mestrado, Departamento de Engenharia de Produção – Universidade Federal de São Carlos, 2003.

Luche, J.R.D. e Morabito, R.: Otimização na programação da produção de grãos eletrofundidos: Um estudo de caso. *Gestão & Produção*, v.12, n.1, p.135-149, 2005.

Luche, J.R.D., Morabito, R. e Pureza, V.: Combining process selection and lot sizing models for production scheduling of electrofused grains. *Asia-Pacific Journal of Operational Research*, aceito para publicação, 2008.

Maia, M.L.: Citricultura paulista: evolução, estrutura e acordos de preço. São Paulo: I.E.A., 1996.

Mulvey, J.M., Vanderbei, R.J. and Zenios, S.A.: Robust Optimization of Large-Scale Systems. *Operations Research*, v.43, n.2, p. 264-281, 1995.

Munhoz, J.R.: Um modelo baseado em programação linear e programação de metas para análise de um sistema de produção e distribuição de suco concentrado congelado de laranja. Dissertação de Mestrado, Departamento de Engenharia de Produção – Universidade Federal de São Carlos, 2000.

Munhoz, J.R. e Morabito, R.: Um modelo baseado em programação linear e programação de metas para análise de um sistema de produção e distribuição de suco concentrado congelado de laranja. *Gestão & Produção*, v. 8, n. 2, p. 139-159, 2001a.

Munhoz, J.R. e Morabito, R.: A goal programming model for frozen concentrated orange juice production and distribution system. *Opsearch*, v. 38, n. 6, p. 630-646, 2001b.

Nahmias, S.: Production and operations analysis. Richard D. Irwin, Inc., 1993.

Neves, M.F.: Mapeamento e quantificação do sistema agroindustrial citrícola. Relatório parcial. Workshop do sistema agroindustrial citrícola. Disponível em <http://www.pcarp.usp.br/acsi/anterior/808/newpage6.htm>, acesso em 12/05/2008.

Neves, M.F., Lopes, F.F. (organizadores), Amaro, A.A., Neves, E.M., Marino, M.K., Rossi, R.M., Conejero, M.A., Campos, E.M., Teixeira, L., Marchetto, R.M., Carvalho, T.S.: Estratégia para a laranja no Brasil. São Paulo. ed. Atlas, 2005.

Nikulin, Y.: Robust Optimization. Disponível em <http://yurynikulin.com/L12.pdf>, acesso em 14/09/2008.

Ozan, T. M.: Applied Mathematical Programming for Engineering and Production Management. Prentice-Hall, Inc., 1986.

Paiva, R.P.O.: Um modelo baseado em seleção de processos e de dimensionamento de lotes para o planejamento agregado da produção em usinas de açúcar e álcool. Dissertação de Mestrado, Departamento de Engenharia de Produção – Universidade Federal de São Carlos, 2006.

Paiva, R. P. O. e Morabito, R.: Um modelo de otimização para o planejamento agregado da produção em usinas de açúcar e álcool. Gestão & Produção, v.14, n.1, p.25-41, 2007.

Paiva, R. P. O. e Morabito, R.: An optimization model for the aggregate production planning of a Brazilian sugar and ethanol milling company. Annals of Operations Research, , 169, 117-130, 2009.

Paiva, R.P.O.: Modelagem do planejamento agregado da produção em usinas cooperadas do setor sucroenergético utilizando programação matemática e otimização robusta. Tese de doutorado, Departamento de Engenharia de Produção – Universidade Federal de São Carlos, 2009.

Pinto, K.C.R.: “Contribuição à Análise de Decisão sobre os Sistemas de Distribuição Física de Suco de Laranja Brasileiro de Exportação”. Escola de Engenharia de São Carlos - Universidade de São Paulo, 1996.

Prépoka, A.: Stochastic programming. Dordrecht. The Netherlands: Kluwer Academic Publishers, 1995.

Ruszczynski, A. and Shapiro, A., editors: Stochastic Programming. Handbook in operations research and management science, v. 10. Elsevier Science Publishers B.V., 2003.

Schrage, L.: Linear, integer and quadratic programming with LINDO. The Scientific Press, 1986.

Schrage, L.: Optimization Modeling with Lingo. Lingo Systems, 2001.

Shapiro, J.F.: Mathematical programming models and methods for production planning and scheduling. Em Graves, S.C., Rinnooy Kan, A.H.G. and Zipkin, P.H., editors: Logistic of production and inventory (handbooks in operations research and management science: v. 4), Elsevier Science Publishers B.V., p. 371-439, 1993.

Shapiro, J.F.: Modeling the Supply Chain. Pacific Grove, Califórnia, ed. Duxbury, 2001.

Silva, L.C.: Riscos e Incertezas. Disponível em <http://www.agais.com/risco.htm#T3>, acesso em 14/09/2008.

Sim, M.: Robust optimization. Doctorate Thesis, Sloan School of Management, Massachusetts Institute of Technology, 2004.

Slack, N., Chambers, S., Harland, C., Harrison, A. e Johnston, R.: Administração da Produção: edição compacta. São Paulo, ed. Atlas, 1999.

Soyster, A.L.: Convex programming with set-inclusive constraints and applications to inexact linear programming. Operations Research, v. 21, n.1, p. 1154-1157, 1973.

Takriti, S. & Ahmed, S.: On robust optimization of two-stage systems. Mathematical Programming – Ser.A, v.99, p. 109-126, 2004.

Tetra Pak Processing Systems AB: The orange book. Ruter Press, 1998.

Thiele, A.: A robust optimization approach to supply chains and revenue management. Doctorate Thesis, Department of Electrical Engineering and Computer Science, Massachusetts Institute of Technology, 2004.

Toledo, C. F., França, P. M., Morabito, R. & Kimms, A.: Multi-population genetic algorithm to solve the synchronized and integrated two-level lot-sizing and scheduling problem. *International Journal of Production Research*, 47, 11, 3097-3119, 2009.

Toso, E. A. V., Dimensionamento e Seqüenciamento de Lotes de Produção na Indústria de Suplementos para Nutrição Animal. Tese (Doutorado em Engenharia de Produção) – DEP/UFSCar, 2008.

Toso, E. A. V., Morabito, R. e Alistair, C.: Combinação de abordagens GLSP e ATSP para o Problema de Dimensionamento e Seqüenciamento de Lotes de Produção de Suplementos para Nutrição Animal. *Pesquisa Operacional*, v.28, n.3, p. 423-450, 2008.

Toso, E. A. V., Morabito, R. & Clark, A.: Lot-sizing and sequencing optimisation at an animal-feed plant. Aceito para publicação no *Computers and Industrial Engineering*. DOI: 10.1016/j.cie.2009.02.011, 2009.

Tubino, D.F.: Manual de planejamento e controle da produção. 2 ed. São Paulo, ed. Atlas, 2000.

Viegas, F.C.P.: Os desafios da citricultura e a evolução das transações entre produtores e processadores. Disponível em: www.associtrus.com.br, acesso em 19/07/2004.

Viegas, F.C.P., Steger, E., Antonio, A.P., Fox, K.I. e Gray, L.E.: “Processamento dos produtos cítricos com máquinas FMC”, apostila do curso “Processamento de laranja com máquinas FMC”, Araraquara-SP, FMC do Brasil S.A., 1983.

Vieira, A.C.: A estratégia de verticalização da produção no setor citrícola. Disponível em http://www.abepro.org.br/biblioteca/enegep1997_t3503.pdf, acesso em 12/05/2008.

Williams, H.P.: Model building in Mathematical programming. New York: John Wiley & Sons, Inc., 1978.

Winston, W.L.: Operations Research: Applications and Algorithms. Boston: Wadsworth, Inc., 1991.

Yamashita, D.S., Armentano, V.A. & Laguna, M.: Robust optimization models for project scheduling with resource availability cost. *Journal of Scheduling*, v.10, n.1, p.67-76, 2007.

Zipkin, P.: Exact and approximate cost function for product aggregates. *Management Science*, n. 28, p. 1002-1012, 1982.

Anexo 1 – Modelo considerando aspectos relevantes da matéria-prima

- * plansucosim6 tem planej tipo sistema planej misto puxado pela demanda e empurrado pela mat prima
- * considerado aspectos relevantes da mat prima tais como: especificacao em funcao do momento de colheita,
- * base de fruta parte conhecida (fruta propria, LP, CP, toll) e parte desconhecida (spot)
- * possui equacoes de balanço material, de mistura, restricoes de capacidade de proces e dispon de fruta

Sets

i familia de suco /PA11, PA13, PA14, PA15/

j familia de laranja que gera a base /BA11, BA13, BA14, BA15, BA16, BA17, BA18/

t periodo de planejamento em meses /1*12/

f fornecedor de laranja /Propria, LP, CP, Spot, Toll/

g tipo de laranja /media, tardia/

Parameters

Contr(t) indice para controle estoque inicial nas equacoes

/1	1
2	0
3	0
4	0
5	0
6	0
7	0
8	0
9	0
10	0
11	0
12	0/

ELHI(f) estoque inicial de laranja precoce no fornecedor f em cxs

/Propria	1000000
LP	4000000
CP	2000000
Spot	5000000
Toll	500000/

HSI(i) estoque inicial de suco i em ton

/PA11	0
PA13	0
PA14	0
PA15	0/

HBI(j) estoque inicial de base j em ton

/BA11 0
BA13 0
BA14 0
BA15 0
BA16 0
BA17 0
BA18 0/

FSI(i) falta inicial de suco i em ton

/PA11 0
PA13 0
PA14 0
PA15 0/

FBI(j) falta inicial de base j em ton

/BA11 0
BA13 0
BA14 0
BA15 0
BA16 0
BA17 0
BA18 0/

DTH(t) maximo de dias disponiveis para processamento no periodo t

/1 3
2 28
3 28
4 28
5 28
6 28
7 28
8 28
9 28
10 5
11 0
12 0/

DTL(t) minimo de dias disponiveis para processamento no periodo t

/1 0
2 0
3 0
4 0

5 0
6 0
7 0
8 0
9 0
10 0
11 0
12 0/

CP(t) capacidade de processamento diaria no periodo t em caixas de laranja

/1 300000
2 300000
3 360000
4 360000
5 360000
6 360000
7 360000
8 360000
9 360000
10 360000
11 360000
12 360000/

RatioSH(i) ratio maximo do suco i

/PA11 11.99
PA13 13.99
PA14 14.99
PA15 15.99/

RatioSL(i) ratio minimo do suco i

/PA11 11.00
PA13 13.00
PA14 14.00
PA15 15.00/

RatioB(j) ratio da base j

/BA11 11.50
BA13 13.50
BA14 14.50
BA15 15.50
BA16 16.50
BA17 17.50
BA18 18.50/

RendimentoH(t) rendimento industrial esperado da laranja precoce gerando precoce no periodo t em caixas de laranja

/1	270
2	270
3	270
4	270
5	270
6	270
7	270
8	270
9	270
10	270
11	270
12	270/

CustoHH(t) custo armazenagem de precoce no periodo t em unidades monetarias por ton

/1	1
2	1
3	1
4	1
5	1
6	1
7	1
8	1
9	1
10	1
11	1
12	1/

CustoFH(t) custo de falta de precoce no periodo t em unidades monetarias por ton

/1	1000
2	1000
3	1000
4	1000
5	1000
6	1000
7	1000
8	1000
9	1000
10	1000
11	1000
12	1000/

CP	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Spot	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Toll	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Table DL(f,g,j,t) disponibilidade da laranja base j do fornecedor f do tipo g no periodo t onde 1 tem e 0 nao tem

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Propria.media.BA11	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Propria.media.BA13	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Propria.media.BA14	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
Propria.media.BA15	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0
Propria.media.BA16	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0
Propria.media.BA17	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0
Propria.media.BA18	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0
LP.media.BA11	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
LP.media.BA13	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
LP.media.BA14	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
LP.media.BA15	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0
LP.media.BA16	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0
LP.media.BA17	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0
LP.media.BA18	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0
CP.media.BA11	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
CP.media.BA13	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
CP.media.BA14	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
CP.media.BA15	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0
CP.media.BA16	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0
CP.media.BA17	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0
CP.media.BA18	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0
Spot.media.BA11	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Spot.media.BA13	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Spot.media.BA14	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
Spot.media.BA15	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0
Spot.media.BA16	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0
Spot.media.BA17	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0
Spot.media.BA18	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0
Toll.media.BA11	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Toll.media.BA13	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Toll.media.BA14	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
Toll.media.BA15	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0
Toll.media.BA16	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0
Toll.media.BA17	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0

Toll.media.BA18	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0
Propria.tardia.BA11	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
Propria.tardia.BA13	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0
Propria.tardia.BA14	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0
Propria.tardia.BA15	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0
Propria.tardia.BA16	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0
Propria.tardia.BA17	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0
Propria.tardia.BA18	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
LP.tardia.BA11	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
LP.tardia.BA13	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0
LP.tardia.BA14	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0
LP.tardia.BA15	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0
LP.tardia.BA16	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0
LP.tardia.BA17	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0
LP.tardia.BA18	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
CP.tardia.BA11	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
CP.tardia.BA13	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0
CP.tardia.BA14	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0
CP.tardia.BA15	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0
CP.tardia.BA16	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0
CP.tardia.BA17	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0
CP.tardia.BA18	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Spot.tardia.BA11	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
Spot.tardia.BA13	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0
Spot.tardia.BA14	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0
Spot.tardia.BA15	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0
Spot.tardia.BA16	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0
Spot.tardia.BA17	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0
Spot.tardia.BA18	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Toll.tardia.BA11	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
Toll.tardia.BA13	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0
Toll.tardia.BA14	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0
Toll.tardia.BA15	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0
Toll.tardia.BA16	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0
Toll.tardia.BA17	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0
Toll.tardia.BA18	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Table ELI(f,g) estoque inicial de laranja base no fornecedor f do tipo g em cxs

	media	tardia
Propria	3000000	3000000

LP	10000000	9000000
CP	5000000	8000000
Spot	30000000	30000000
Toll	2000000	3000000

Table PorcentagemH(j,t) porcentagem esperada de precoce possivel de se adicionar na base j no periodo t

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
BA11	.15	.15	.15	.15	.15	.15	.15	.15	.15	.15	.15	.15
BA13	.15	.15	.15	.15	.15	.15	.15	.15	.15	.15	.15	.15
BA14	.15	.15	.15	.15	.15	.15	.15	.15	.15	.15	.15	.15
BA15	.15	.15	.15	.15	.15	.15	.15	.15	.15	.15	.15	.15
BA16	.15	.15	.15	.15	.15	.15	.15	.15	.15	.15	.15	.15
BA17	.15	.15	.15	.15	.15	.15	.15	.15	.15	.15	.15	.15
BA18	.15	.15	.15	.15	.15	.15	.15	.15	.15	.15	.15	.15

Table RendimentoB(j,t) rendimento industrial esperado da laranja j gerando a base j no periodo t em cx por ton

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
BA11	240	240	240	240	240	240	240	240	240	240	240	240
BA13	240	240	240	240	240	240	240	240	240	240	240	240
BA14	240	240	240	240	240	240	240	240	240	240	240	240
BA15	240	240	240	240	240	240	240	240	240	240	240	240
BA16	240	240	240	240	240	240	240	240	240	240	240	240
BA17	240	240	240	240	240	240	240	240	240	240	240	240
BA18	240	240	240	240	240	240	240	240	240	240	240	240

Table Demanda(i,t) demanda esperada do suco i no periodo t em ton

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
PA11	1500	1500	1500	1500	1500	1500	1500	1500	1500	1500	1500	1500
PA13	1500	1500	1500	1500	1500	1500	1500	1500	1500	1500	1500	1500
PA14	7500	7500	7500	7500	7500	7500	7500	7500	7500	7500	7500	7500
PA15	4500	4500	4500	4500	4500	4500	4500	4500	4500	4500	4500	4500

Table CustoHS(i,t) custo armazenagem do suco i no periodo t em unidades monetarias por ton

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
PA11	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
PA13	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
PA14	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
PA15	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2

Table CustoFS(i,t) custo de falta do suco i no periodo t em unidades monetarias por ton

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
PA11	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000
PA13	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000
PA14	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000
PA15	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000

Table CustoHB(j,t) custo armazenagem de base j no periodo t em unidades monetarias por ton

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
BA11	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
BA13	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
BA14	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
BA15	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
BA16	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
BA17	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
BA18	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1

Table CustoFB(j,t) custo de falta de base j no periodo t em unidades monetarias por ton

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
BA11	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000
BA13	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000
BA14	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000
BA15	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000
BA16	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000
BA17	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000
BA18	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000

Scalar TotLaranja tamanho da safra para empresa conf definido no estrategico em cxs laranja /70000000/

Scalar HHI estoque inicial de precoce em ton /0/

Scalar FHI falta inicial de precoce em ton /0/

Scalar RatioH ratio esperado da precoce /14/ ;

Parameter CPH(t) capacidade de processamento industrial maxima no periodo t em cxs de laranja;

$$CPH(t) = CP(t) * DTH(t);$$

Parameter CPL(t) capacidade de processamento industrial minima no periodo t em cxs de laranja;

$$CPL(t) = CP(t) * DTL(t);$$

Parameter ASH(i) acidez maxima do suco i;

$$ASH(i) = 66/RatioSL(i);$$

Parameter ASL(i) acidez minima do suco i;

$$ASL(i) = 66/RatioSH(i);$$

Parameter AB(j) acidez da base j;

$$AB(j) = 66/RatioB(j);$$

Parameter AH acidez da precoce;

$$AH = 66/RatioH;$$

Variables

z custo total de laranja estoque e falta de produto

QL(f,g,j,t) qtde de laranja j gerando base j a ser processada no periodo t proveniente do fornecedor f do tipo g em cxs

QLH(f,t) qtde de laranja precoce gerando precoce no periodo t proveniente do fornecedor f em cxs

QS(i,t) qtde de suco i produzido no periodo t em ton

QHP(t) qtde de precoce produzida no periodo t em ton

QBP(j,t) qtde de base j produzida no periodo t em ton

QH(j,t,i) qtde de precoce consumida na base j para peoduzir suco i no periodo t em ton

QB(j,t,i) qtde de base j consumida para produzir suco i no periodo t em ton

HS(i,t) estoque de suco i no periodo t em ton

HH(t) estoque de precoce no periodo t em ton

HB(j,t) estoque de base j no periodo t em ton

FS(i,t) falta de suco i no periodo t em ton

FH(t) falta de precoce no periodo t em ton

FB(j,t) falta de base j no periodo t em ton

EL(f,g,t) estoque de laranja base no fornecedor f do tipo g no periodo t em caixas

ELH(f,t) estoque de laranja precoce no fornecedor f no periodo t em caixas ;

Positive variable QL, QLH, QS, QHP, QBP, QH, QB, HS, HH, HB, FS, FH, FB, EL, ELH ;

Equations

custo define a funcao objetivo

hierarquia o processamento total nesse modelo tatico respeita o definido no nivel estrategico

capacidademax(t) nivel maximo de processamento industrial no periodo t

capacidademin(t) nivel minimo de processamento industrial no periodo t

balancosuco(i,t) equacao de balanco material para o suco i no periodo t

balancoprecoce(t) equacao de balanco material para a precoce no periodo t

balancobase(j,t) equacao de balanço material para a base j no período t
 acidezmax(i,t) equacao de mistura para acidez máxima do suco i no período t
 acidezmin(i,t) equacao de mistura para acidez mínima do suco i no período t
 precocemax(j,t,i) equacao de mistura para porcentagem máxima de precoce na base j para prod suco i no período t
 equilibriosuco(i,t) calculo da quantidade de suco i produzido a partir da blengagem no período t
 dispolaranja(f,g,j,t) disponibilidade de laranja j no fornecedor f do tipo g gerando base no período t
 balancolaranja(j,t) calculo da qtde de laranja j gerando base no período t
 dispolarprecoce(f,t) disponibilidade de laranja precoce no fornecedor f gerando precoce no período t
 balancolarprecoce(t) calculo da qtde de laranja precoce gerando precoce no período t
 balancoestlar(f,g,t) equacao de balanço material para laranja base no fornecedor f do tipo g no período t em cxs
 balancoestlarprec(f,t) equacao de balanço material para laranja precoce no fornecedor f no período t em cxs
 capacidadefornlar(f,t) capacidade máxima de fornecimento de laranja do fornecedor f no período t em cxs ;

custo.. $z = e = \sum((f,g,j,t), \text{CustoQL}(f,g,t) * \text{QL}(f,g,j,t)) + \sum((f,t), \text{CustoQLH}(f,t) * \text{QLH}(f,t)) +$
 $\sum((i,t), \text{CustoHS}(i,t) * \text{HS}(i,t) + \text{CustoFS}(i,t) * \text{FS}(i,t)) +$
 $\sum((t), \text{CustoHH}(t) * \text{HH}(t) + \text{CustoFH}(t) * \text{FH}(t)) +$
 $\sum((j,t), \text{CustoHB}(j,t) * \text{HB}(j,t) + \text{CustoFB}(j,t) * \text{FB}(j,t)) ;$

hierarquia.. $\sum((f,g,j,t), \text{QL}(f,g,j,t)) + \sum((f,t), \text{QLH}(f,t)) - \sum((f,g), \text{ELI}(f,g)) - \sum(f, \text{ELHI}(f)) + \sum(g, \text{ELI}(\text{"Spot"},g)) + \text{ELHI}(\text{"Spot"}) = g = 0 ;$

capacidademax(t).. $\sum((f,g,j), \text{QL}(f,g,j,t)) + \sum(f, \text{QLH}(f,t)) - \text{CPH}(t) = l = 0 ;$

capacidademin(t).. $\sum((f,g,j), \text{QL}(f,g,j,t)) + \sum(f, \text{QLH}(f,t)) - \text{CPL}(t) = g = 0 ;$

balancosuco(i,t).. $\text{QS}(i,t) - \text{Demanda}(i,t) + \text{HSI}(i) \$ \text{Contr}(t) + \text{HS}(i,t-1) \$ (\text{Contr}(t) \text{ EQ } 0) - \text{FSI}(i) \$ \text{Contr}(t) - \text{FS}(i,t-1) \$ (\text{Contr}(t) \text{ EQ } 0) - \text{HS}(i,t) + \text{FS}(i,t) = e = 0 ;$

balancoprecoce(t).. $\text{QHP}(t) - \sum((j,i), \text{QH}(j,t,i)) + \text{HHI} \$ \text{Contr}(t) + \text{HH}(t-1) \$ (\text{Contr}(t) \text{ EQ } 0) - \text{FHI} \$ \text{Contr}(t) - \text{FH}(t-1) \$ (\text{Contr}(t) \text{ EQ } 0) - \text{HH}(t) + \text{FH}(t) = e = 0 ;$

balancobase(j,t).. $\text{QBP}(j,t) - \sum(i, \text{QB}(j,t,i)) + \text{HBI}(j) \$ \text{Contr}(t) + \text{HB}(j,t-1) \$ (\text{Contr}(t) \text{ EQ } 0) - \text{FBI}(j) \$ \text{Contr}(t) - \text{FB}(j,t-1) \$ (\text{Contr}(t) \text{ EQ } 0) - \text{HB}(j,t) + \text{FB}(j,t) = e = 0 ;$

acidezmax(i,t).. $\sum(j, \text{QB}(j,t,i) * \text{AB}(j) / \text{ASH}(i) + \text{QH}(j,t,i) * \text{AH} / \text{ASH}(i)) - \sum(j, \text{QB}(j,t,i) + \text{QH}(j,t,i)) = l = 0 ;$

acidezmin(i,t).. $\sum(j, \text{QB}(j,t,i) * \text{AB}(j) / \text{ASL}(i) + \text{QH}(j,t,i) * \text{AH} / \text{ASL}(i)) - \sum(j, \text{QB}(j,t,i) + \text{QH}(j,t,i)) = g = 0 ;$

precocemax(j,t,i).. $\text{QH}(j,t,i) - \text{PorcentagemH}(j,t) * (\text{QB}(j,t,i) + \text{QH}(j,t,i)) = l = 0 ;$

equilibriosuco(i,t).. $QS(i,t) - \sum(j, QH(j,t,i) + QB(j,t,i)) = e = 0 ;$

dispolaranja(f,g,j,t).. $QL(f,g,j,t) - ELI(f,g)*DL(f,g,j,t) = l = 0 ;$

balancolaranja(j,t).. $\sum((f,g), QL(f,g,j,t)) - QBP(j,t)*RendimentoB(j,t) = e = 0 ;$

dispolarprecoce(f,t).. $QLH(f,t) - ELHI(f)*DH(f,t) = l = 0 ;$

balancolarprecoce(t).. $\sum(f, QLH(f,t)) - QHP(t)*RendimentoH(t) = e = 0 ;$

balancoestlar(f,g,t).. $EL(f,g,t) - ELI(f,g)*Contr(t) - EL(f,g,t-1)*(Contr(t) EQ 0) + \sum(j, QL(f,g,j,t)) = e = 0 ;$

balancoestlarprec(f,t).. $ELH(f,t) - ELHI(f)*Contr(t) - ELH(f,t-1)*(Contr(t) EQ 0) + QLH(f,t) = e = 0 ;$

capacidadeformlar(f,t).. $\sum((g,j), QL(f,g,j,t)) + QLH(f,t) - CF(f,t) = l = 0 ;$

Model PlanSucoSim6 /all/ ;

option decimals=0 ;

solve PlanSucoSim6 using lp minimizing z ;

display QL.l, QLH.l, QS.l, QHP.l, QBP.l, QH.l, QB.l, HS.l, HH.l, HB.l, FS.l, FH.l, FB.l, EL.l, ELH.l ;

Anexo 2 – Modelo de programação por metas

- * Modelo de programação de metas baseado no plansucosim8 que equivale ao cenário 1 das seções 4.3.3 e 4.3.4
- * plansucosim8 tem planejamento tipo sistema planejado misto puxado pela demanda e empurrado pela matéria-prima
- * considerado aspectos relevantes da matéria-prima tais como: especificação em função do momento de colheita,
- * base de fruta parte conhecida (fruta própria, LP, CP, toll) e parte desconhecida (spot)
- * possui equações de balanço material, de mistura, restrições de capacidade de processo e disponibilidade de fruta
- * relativamente a plansucosim7: aumento custo falta precoce p/ testar se produz mínimo p/ atender demanda
- * isto é, sem faltas no final do horizonte planejado

Sets

i família de suco /PA11, PA13, PA14, PA15/

j família de laranja que gera a base /BA11, BA13, BA14, BA15, BA16, BA17, BA18/

t período de planejamento em meses /1*12/

f fornecedor de laranja /Própria, LP, CP, Spot, Toll/

g tipo de laranja /média, tardia/

Parameters

Contr(t) índice para controle de estoque inicial nas equações

/1	1
2	0
3	0
4	0
5	0
6	0
7	0
8	0
9	0
10	0
11	0
12	0/

ELHI(f) estoque inicial de laranja precoce no fornecedor f em cxs

/Própria	1000000
LP	2000000
CP	2000000
Spot	5000000
Toll	500000/

HSI(i) estoque inicial de suco i em ton

/PA11 0
PA13 0
PA14 0
PA15 0/

HBI(j) estoque inicial de base j em ton

/BA11 0
BA13 0
BA14 0
BA15 0
BA16 0
BA17 0
BA18 0/

FSI(i) falta inicial de suco i em ton

/PA11 0
PA13 0
PA14 0
PA15 0/

FBI(j) falta inicial de base j em ton

/BA11 0
BA13 0
BA14 0
BA15 0
BA16 0
BA17 0
BA18 0/

DTH(t) maximo de dias disponiveis para processamento no periodo t

/1 3
2 28
3 28
4 28
5 28
6 28
7 28
8 28
9 28
10 5
11 0
12 0/

DTL(t) minimo de dias disponiveis para processamento no periodo t

/1	0
2	0
3	0
4	0
5	0
6	0
7	0
8	0
9	0
10	0
11	0
12	0/

CP(t) capacidade de processamento diaria no periodo t em caixas de laranja

/1	300000
2	300000
3	360000
4	360000
5	360000
6	360000
7	360000
8	360000
9	360000
10	360000
11	360000
12	360000/

RatioSH(i) ratio maximo do suco i

/PA11	11.99
PA13	13.99
PA14	14.99
PA15	15.99/

RatioSL(i) ratio minimo do suco i

/PA11	11.00
PA13	13.00
PA14	14.00
PA15	15.00/

RatioSM(i) ratio medio do suco i

/PA11	11.50
PA13	13.50
PA14	14.50

PA15 15.50/

RatioB(j) ratio da base j

/BA11 11.50

BA13 13.50

BA14 14.50

BA15 15.50

BA16 16.50

BA17 17.50

BA18 18.50/

RendimentoH(t) rendimento industrial esperado da laranja precoce gerando precoce no periodo t em caixas de laranja

/1 270

2 270

3 270

4 270

5 270

6 270

7 270

8 270

9 270

10 270

11 270

12 270/

CustoHH(t) custo armazenagem de precoce no periodo t em unidades monetarias por ton

/1 1

2 1

3 1

4 1

5 1

6 1

7 1

8 1

9 1

10 1

11 1

12 1/

CustoFH(t) custo de falta de precoce no periodo t em unidades monetarias por ton

/1 2000

2 2000

3 2000

Spot.tardia	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
Toll.media	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
Toll.tardia	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4

Table DH(f,t) disponibilidade da laranja precoce do fornecedor f no periodo t onde 1 tem e 0 nao tem

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Propria	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
LP	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
CP	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Spot	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Toll	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Table DL(f,g,j,t) disponibilidade da laranja base j do fornecedor f do tipo g no periodo t onde 1 tem e 0 nao tem

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	
Propria.media.BA11			0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
Propria.media.BA13			0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Propria.media.BA14			0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0
Propria.media.BA15			0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0
Propria.media.BA16			0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0
Propria.media.BA17			0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0
Propria.media.BA18			0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0
LP.media.BA11			0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
LP.media.BA13			0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
LP.media.BA14			0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0
LP.media.BA15			0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0
LP.media.BA16			0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0
LP.media.BA17			0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0
LP.media.BA18			0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0
CP.media.BA11			0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
CP.media.BA13			0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
CP.media.BA14			0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0
CP.media.BA15			0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0
CP.media.BA16			0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0
CP.media.BA17			0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0
CP.media.BA18			0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0
Spot.media.BA11			0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
Spot.media.BA13			0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Spot.media.BA14			0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0
Spot.media.BA15			0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0

Spot.media.BA16	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0
Spot.media.BA17	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0
Spot.media.BA18	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0
Toll.media.BA11	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
Toll.media.BA13	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Toll.media.BA14	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0
Toll.media.BA15	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0
Toll.media.BA16	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0
Toll.media.BA17	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0
Toll.media.BA18	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0
Propria.tardia.BA11	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0
Propria.tardia.BA13	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0
Propria.tardia.BA14	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0
Propria.tardia.BA15	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0
Propria.tardia.BA16	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0
Propria.tardia.BA17	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0
Propria.tardia.BA18	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
LP.tardia.BA11	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0
LP.tardia.BA13	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0
LP.tardia.BA14	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0
LP.tardia.BA15	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0
LP.tardia.BA16	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0
LP.tardia.BA17	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0
LP.tardia.BA18	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
CP.tardia.BA11	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0
CP.tardia.BA13	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0
CP.tardia.BA14	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0
CP.tardia.BA15	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0
CP.tardia.BA16	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0
CP.tardia.BA17	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0
CP.tardia.BA18	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Spot.tardia.BA11	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0
Spot.tardia.BA13	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0
Spot.tardia.BA14	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0
Spot.tardia.BA15	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0
Spot.tardia.BA16	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0
Spot.tardia.BA17	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0
Spot.tardia.BA18	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Toll.tardia.BA11	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0
Toll.tardia.BA13	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0

Table CustoS(i,t) custo armazenagem do suco i no periodo t em unidades monetarias por ton

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
PA11	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
PA13	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
PA14	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
PA15	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2

Table CustoS(i,t) custo de falta do suco i no periodo t em unidades monetarias por ton

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
PA11	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000
PA13	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000
PA14	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000
PA15	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000

Table CustoS(j,t) custo armazenagem de base j no periodo t em unidades monetarias por ton

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
BA11	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
BA13	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
BA14	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
BA15	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
BA16	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
BA17	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
BA18	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1

Table CustoS(j,t) custo de falta de base j no periodo t em unidades monetarias por ton

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
BA11	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000
BA13	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000
BA14	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000
BA15	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000
BA16	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000
BA17	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000
BA18	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000

Scalar TotLaranja tamanho da safra para empresa conf definido no estrategico em cxs laranja /70000000/

Scalar HHI estoque inicial de precoce em ton /0/

Scalar FHI falta inicial de precoce em ton /0/

Scalar RatioH ratio esperado da precoce /14/ ;

Parameter CPH(t) capacidade de processamento industrial maxima no periodo t em cxs de laranja;

$$CPH(t) = CP(t)*DTH(t);$$

Parameter CPL(t) capacidade de processamento industrial minima no periodo t em cxs de laranja;

$$CPL(t) = CP(t)*DTL(t);$$

Parameter ASH(i) acidez maxima do suco i;

$$ASH(i) = 66/RatioSL(i);$$

Parameter ASL(i) acidez minima do suco i;

$$ASL(i) = 66/RatioSH(i);$$

Parameter ASM(i) acidez media do suco i;

$$ASM(i) = 66/RatioSM(i);$$

Parameter AB(j) acidez da base j;

$$AB(j) = 66/RatioB(j);$$

Parameter AH acidez da precoce;

$$AH = 66/RatioH;$$

Variables

* z para meta 1 eh o custo total de laranja estoque e falta de produto

z para meta 2 eh meta 1 mais min desvio do ratio medio

s1mais variavel de desvio indicando o qto o custo toal esta acima da meta 1

s2mais(i,t) variavel de desvio indicanto o qto o prod i no per t esta cima do ratio medio

s2menos(i,t) variavel de desvio indicanto o qto o prod i no per t esta abaixo do ratio medio

QL(f,g,j,t) qtde de laranja j gerando base j a ser processada no periodo t proveniente do fornecedor f do tipo g em

cxs

QLH(f,t) qtde de laranja precoce gerando precoce no periodo t proveniente do fornecedor f em cxs

QS(i,t) qtde de suco i produzido no periodo t em ton

QHP(t) qtde de precoce produzida no periodo t em ton

QBP(j,t) qtde de base j produzida no periodo t em ton

QH(j,t,i) qtde de precoce consumida na base j para peoduzir suco i no periodo t em ton

QB(j,t,i) qtde de base j consumida para produzir suco i no periodo t em ton

HS(i,t) estoque de suco i no periodo t em ton

HH(t) estoque de precoce no periodo t em ton

$HB(j,t)$ estoque de base j no periodo t em ton
 $FS(i,t)$ falta de suco i no periodo t em ton
 $FH(t)$ falta de precoce no periodo t em ton
 $FB(j,t)$ falta de base j no periodo t em ton
 $EL(f,g,t)$ estoque de laranja base no fornecedor f do tipo g no periodo t em caixas
 $ELH(f,t)$ estoque de laranja precoce no fornecedor f no periodo t em caixas ;

Positive variable $QL, QLH, QS, QHP, QBP, QH, QB, HS, HH, HB, FS, FH, FB, EL, ELH, s1mais, s2mais, s2menos$;

Equations

* $meta1$ define a funcao objetivo para a meta 1 que eh minimizar custo
 $meta2$ define a funcao objetivo para a meta 2 que eh minimizar o desvio de ratio da media
 $retrmeta1$ restricao que o custo seja igual a meta 1 qdo rodar para a meta 2
 $acidezmed(i,t)$ equacao de mistura com variaveis de desvio
 $custo$ define a restricao de minimizar custo
 $hierarquia$ o processamento total nesse modelo tatico respeita o definido no nivel estrategico
 $capacidademax(t)$ nivel maximo de processamento industrial no periodo t
 $capacidademin(t)$ nivel minimo de processamento industrial no periodo t
 $balancosuco(i,t)$ equacao de balanco material para o suco i no periodo t
 $balancoprecoce(t)$ equacao de balanco material para a precoce no periodo t
 $balancobase(j,t)$ equacao de balanco material para a base j no periodo t
 $acidezmax(i,t)$ equacao de mistura para acidez maxima do suco i no periodo t
 $acidezmin(i,t)$ equacao de mistura para acidez minima do suco i no periodo t
 $precoce(j,t,i)$ equacao de mistura para porcentagem maxima de precoce na base j para prod suco i no periodo t
 $equilibriosuco(i,t)$ calculo da quantidade de suco i produzido a partir da blengagem no periodo t
 $dispolaranja(f,g,j,t)$ disponibilidade de laranja j no fornecedor f do tipo g gerando base no periodo t
 $balancolaranja(j,t)$ calculo da qtde de laranja j gerando base no periodo t
 $dispolarprecoce(f,t)$ disponibilidade de laranja precoce no fornecedor f gerando precoce no periodo t
 $balancolarprecoce(t)$ calculo da qtde de laranja precoce gerando precoce no periodo t
 $balancoestlar(f,g,t)$ equacao de balanco material para laranja base no fornecedor f do tipo g no periodo t em cxs
 $balancoestlarprec(f,t)$ equacao de balanco material para laranja precoce no fornecedor f no periodo t em cxs
 $capacidadefornlar(f,t)$ capacidade maxima de fornecimento de laranja do fornecedor f no periodo t em cxs ;

* $meta1.. z = e = s1mais$;

$meta2.. z = e = \text{sum}((i,t), s2mais(i,t) + s2menos(i,t))$;

acidezmed(i,t).. $\sum(j, QB(j,t,i)*AB(j)/ASM(i) + QH(j,t,i)*AH / ASM(i)) - \sum(j, QB(j,t,i) + QH(j,t,i)) + s2mais(i,t) - s2menos(i,t) = e = 0$;

retrmeta1.. $s1mais = e = 320304896$;

custo.. $\sum((f,g,j,t), CustoQL(f,g,t)*QL(f,g,j,t)) + \sum((f,t),CustoQLH(f,t)*QLH(f,t)) + \sum((i,t), CustoHS(i,t)*HS(i,t) + CustoFS(i,t)*FS(i,t)) + \sum((t), CustoHH(t)*HH(t) + CustoFH(t)*FH(t)) + \sum((j,t), CustoHB(j,t)*HB(j,t) + CustoFB(j,t)*FB(j,t)) - s1mais = e = 0$;

hierarquia.. $\sum((f,g,j,t), QL(f,g,j,t)) + \sum((f,t), QLH(f,t)) - \sum((f,g), ELI(f,g)) - \sum(f, ELHI(f)) + \sum(g, ELI("Spot",g)) + ELHI("Spot") = g = 0$;

capacidademax(t).. $\sum((f,g,j), QL(f,g,j,t)) + \sum(f, QLH(f,t)) - CPH(t) = l = 0$;

capacidademin(t).. $\sum((f,g,j), QL(f,g,j,t)) + \sum(f, QLH(f,t)) - CPL(t) = g = 0$;

balancosuco(i,t).. $QS(i,t) - Demanda(i,t) + HSI(i)\$Contr(t) + HS(i,t-1)\$(Contr(t) EQ 0) - FSI(i)\$Contr(t) - FS(i,t-1)\$(Contr(t) EQ 0) - HS(i,t) + FS(i,t) = e = 0$;

balancoprecoce(t).. $QHP(t) - \sum((j,i), QH(j,t,i)) + HH\$Contr(t) + HH(t-1)\$(Contr(t) EQ 0) - FHI\$Contr(t) - FH(t-1)\$(Contr(t) EQ 0) - HH(t) + FH(t) = e = 0$;

balancobase(j,t).. $QBP(j,t) - \sum(i, QB(j,t,i)) + HBI(j)\$Contr(t) + HB(j,t-1)\$(Contr(t) EQ 0) - FBI(j)\$Contr(t) - FB(j,t-1)\$(Contr(t) EQ 0) - HB(j,t) + FB(j,t) = e = 0$;

acidezmax(i,t).. $\sum(j, QB(j,t,i)*AB(j)/ASH(i) + QH(j,t,i)*AH / ASH(i)) - \sum(j, QB(j,t,i) + QH(j,t,i)) = l = 0$;

acidezmin(i,t).. $\sum(j, QB(j,t,i)*AB(j)/ASL(i) + QH(j,t,i)*AH / ASL(i)) - \sum(j, QB(j,t,i) + QH(j,t,i)) = g = 0$;

precocemax(j,t,i).. $QH(j,t,i) - PorcentagemH(j,t) *(QB(j,t,i) + QH(j,t,i)) = l = 0$;

equilibriosuco(i,t).. $QS(i,t) - \sum(j, QH(j,t,i) + QB(j,t,i)) = e = 0$;

dispolaranja(f,g,j,t).. $QL(f,g,j,t) - ELI(f,g)*DL(f,g,j,t) = l = 0$;

balancolaranja(j,t).. $\sum((f,g), QL(f,g,j,t)) - QBP(j,t)*RendimentoB(j,t) = e = 0$;

dispolarprecoce(f,t).. $QLH(f,t) - ELHI(f)*DH(f,t) = l = 0$;

balancolarprecoce(t).. $\sum(f, QLH(f,t)) - QHP(t) * RendimentoH(t) = e = 0 ;$

balancoestlar(f,g,t).. $EL(f,g,t) - ELI(f,g) * Contr(t) - EL(f,g,t-1) * (contr(t) EQ 0) + \sum(j, QL(f,g,j,t)) = e = 0 ;$

balancoestlarprec(f,t).. $ELH(f,t) - ELHI(f) * Contr(t) - ELH(f,t-1) * (Contr(t) EQ 0) + QLH(f,t) = e = 0 ;$

capacidadefornlar(f,t).. $\sum((g,j), QL(f,g,j,t)) + QLH(f,t) - CF(f,t) = l = 0 ;$

Model ProgMetas /all/ ;

option decimals=1 ;

solve ProgMetas using lp minimizing z ;

display QL.1, QLH.1, QS.1, QHP.1, QBP.1, QH.1, QB.1, HS.1, HH.1, HB.1, FS.1, FH.1, FB.1, EL.1, ELH.1, s1mais.1 ,
s2mais.1 , s2menos.1 ;

Anexo 3 – Modelo de otimização robusta com incerteza no parâmetro acidez

- * plansucosim8robusto tem planej tipo sistema planej misto puxado pela demanda e empurrado pela mat prima
- * considerado aspectos relevantes da mat prima tais como: especificacao em funcao do momento de colheita,
- * base de fruta parte conhecida (fruta propria, LP, CP, toll) e parte desconhecida (spot)
- * possui equacoes de balanço material, de mistura, restricoes de capacidade de proces e dispon de fruta
- * relativamente a plansucosim7: aumento custo falta precoce p/ testar se produz minimo p/ atender demanda
- * isto eh, sem faltas no final do horiz plan
- * inserido incerteza no ratio da base (RatioBj)
- * resolver esse problema desde o deterministico, passando por Soyter (que sacrifica muito a F.O.)
- * chegando a Bertsimas e Sim os quais regulam a robustez atraves do parametro gama
- * gama variando de 0 a 7

Sets

i familia de suco /PA11, PA13, PA14, PA15/

j familia de laranja que gera a base /BA11, BA13, BA14, BA15, BA16, BA17, BA18/

t periodo de planejamento em meses /1*12/

f fornecedor de laranja /Propria, LP, CP, Spot, Toll/

g tipo de laranja /media, tardia/

k(j) familia de laranja que gera base com incerteza na acidez /BA11, BA13, BA14, BA15, BA16, BA17, BA18/

Parameters

Contr(t) indice para controle estoque inicial nas equacoes

/1	1
2	0
3	0
4	0
5	0
6	0
7	0
8	0
9	0
10	0
11	0
12	0/

ELHI(f) estoque inicial de laranja precoce no fornecedor f em cxs

/Propria	1000000
LP	2000000
CP	2000000

Spot 5000000

Toll 500000/

HSI(i) estoque inicial de suco i em ton

/PA11 0

PA13 0

PA14 0

PA15 0/

HBI(j) estoque inicial de base j em ton

/BA11 0

BA13 0

BA14 0

BA15 0

BA16 0

BA17 0

BA18 0/

FSI(i) falta inicial de suco i em ton

/PA11 0

PA13 0

PA14 0

PA15 0/

FBI(j) falta inicial de base j em ton

/BA11 0

BA13 0

BA14 0

BA15 0

BA16 0

BA17 0

BA18 0/

DTH(t) maximo de dias disponiveis para processamento no periodo t

/1 3

2 28

3 28

4 28

5 28

6 28

7 28

8 28

9 28

10 5
 11 0
 12 0/

DTL(t) minimo de dias disponiveis para processamento no periodo t

/1 0
 2 0
 3 0
 4 0
 5 0
 6 0
 7 0
 8 0
 9 0
 10 0
 11 0
 12 0/

CP(t) capacidade de processamento diaria no periodo t em caixas de laranja

/1 300000
 2 300000
 3 360000
 4 360000
 5 360000
 6 360000
 7 360000
 8 360000
 9 360000
 10 360000
 11 360000
 12 360000/

RatioSH(i) ratio maximo do suco i

/PA11 11.99
 PA13 13.99
 PA14 14.99
 PA15 15.99/

RatioSL(i) ratio minimo do suco i

/PA11 11.00
 PA13 13.00
 PA14 14.00
 PA15 15.00/

RatioB(j) ratio da base j

/BA11 11.50
 BA13 13.50
 BA14 14.50
 BA15 15.50
 BA16 16.50
 BA17 17.50
 BA18 18.50/

RendimentoH(t) rendimento industrial esperado da laranja precoce gerando precoce no periodo t em caixas de laranja

/1 270
 2 270
 3 270
 4 270
 5 270
 6 270
 7 270
 8 270
 9 270
 10 270
 11 270
 12 270/

CustoHH(t) custo armazenagem de precoce no periodo t em unidades monetarias por ton

/1 1
 2 1
 3 1
 4 1
 5 1
 6 1
 7 1
 8 1
 9 1
 10 1
 11 1
 12 1/

CustoFH(t) custo de falta de precoce no periodo t em unidades monetarias por ton

/1 2000
 2 2000
 3 2000
 4 2000
 5 2000

Toll.tardia 4 4 4 4 4 4 4 4 4 4 4 4

Table DH(f,t) disponibilidade da laranja precoce do fornecedor f no periodo t onde 1 tem e 0 nao tem

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Propria	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
LP	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
CP	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Spot	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Toll	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Table DL(f,g,j,t) disponibilidade da laranja base j do fornecedor f do tipo g no periodo t onde 1 tem e 0 nao tem

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Propria.media.BA11	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Propria.media.BA13	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Propria.media.BA14	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
Propria.media.BA15	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0
Propria.media.BA16	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0
Propria.media.BA17	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0
Propria.media.BA18	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0
LP.media.BA11	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
LP.media.BA13	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
LP.media.BA14	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
LP.media.BA15	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0
LP.media.BA16	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0
LP.media.BA17	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0
LP.media.BA18	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0
CP.media.BA11	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
CP.media.BA13	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
CP.media.BA14	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
CP.media.BA15	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0
CP.media.BA16	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0
CP.media.BA17	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0
CP.media.BA18	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0
Spot.media.BA11	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Spot.media.BA13	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Spot.media.BA14	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
Spot.media.BA15	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0
Spot.media.BA16	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0
Spot.media.BA17	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0

Spot.media.BA18	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0
Toll.media.BA11	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Toll.media.BA13	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Toll.media.BA14	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
Toll.media.BA15	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0
Toll.media.BA16	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0
Toll.media.BA17	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0
Toll.media.BA18	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0
Propria.tardia.BA11	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
Propria.tardia.BA13	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0
Propria.tardia.BA14	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0
Propria.tardia.BA15	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0
Propria.tardia.BA16	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0
Propria.tardia.BA17	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0
Propria.tardia.BA18	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
LP.tardia.BA11	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
LP.tardia.BA13	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0
LP.tardia.BA14	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0
LP.tardia.BA15	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0
LP.tardia.BA16	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0
LP.tardia.BA17	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0
LP.tardia.BA18	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
CP.tardia.BA11	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
CP.tardia.BA13	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0
CP.tardia.BA14	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0
CP.tardia.BA15	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0
CP.tardia.BA16	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0
CP.tardia.BA17	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0
CP.tardia.BA18	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Spot.tardia.BA11	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
Spot.tardia.BA13	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0
Spot.tardia.BA14	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0
Spot.tardia.BA15	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0
Spot.tardia.BA16	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0
Spot.tardia.BA17	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0
Spot.tardia.BA18	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Toll.tardia.BA11	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
Toll.tardia.BA13	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0
Toll.tardia.BA14	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0
Toll.tardia.BA15	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0

Toll.tardia.BA16	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0
Toll.tardia.BA17	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0
Toll.tardia.BA18	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Table ELI(f,g) estoque inicial de laranja base no fornecedor f do tipo g em cxs

	media	tardia
Propria	3000000	3000000
LP	5000000	2000000
CP	5000000	8000000
Spot	30000000	30000000
Toll	2000000	3000000

Table PorcentagemH(j,t) porcentagem esperada de precoce possivel de se adicionar na base j no periodo t

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
BA11	.15	.15	.15	.15	.15	.15	.15	.15	.15	.15	.15	.15
BA13	.15	.15	.15	.15	.15	.15	.15	.15	.15	.15	.15	.15
BA14	.15	.15	.15	.15	.15	.15	.15	.15	.15	.15	.15	.15
BA15	.15	.15	.15	.15	.15	.15	.15	.15	.15	.15	.15	.15
BA16	.15	.15	.15	.15	.15	.15	.15	.15	.15	.15	.15	.15
BA17	.15	.15	.15	.15	.15	.15	.15	.15	.15	.15	.15	.15
BA18	.15	.15	.15	.15	.15	.15	.15	.15	.15	.15	.15	.15

Table RendimentoB(j,t) rendimento industrial esperado da laranja j gerando a base j no periodo t em cx por ton

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
BA11	240	240	240	240	240	240	240	240	240	240	240	240
BA13	240	240	240	240	240	240	240	240	240	240	240	240
BA14	240	240	240	240	240	240	240	240	240	240	240	240
BA15	240	240	240	240	240	240	240	240	240	240	240	240
BA16	240	240	240	240	240	240	240	240	240	240	240	240
BA17	240	240	240	240	240	240	240	240	240	240	240	240
BA18	240	240	240	240	240	240	240	240	240	240	240	240

Table Demanda(i,t) demanda esperada do suco i no periodo t em ton

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
PA11	1500	1500	1500	1500	1500	1500	1500	1500	1500	1500	1500	1500
PA13	1500	1500	1500	1500	1500	1500	1500	1500	1500	1500	1500	1500
PA14	7500	7500	7500	7500	7500	7500	7500	7500	7500	7500	7500	7500
PA15	4500	4500	4500	4500	4500	4500	4500	4500	4500	4500	4500	4500

Table CustoHS(i,t) custo armazenagem do suco i no periodo t em unidades monetarias por ton

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
PA11	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
PA13	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
PA14	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
PA15	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2

Table CustofS(i,t) custo de falta do suco i no periodo t em unidades monetarias por ton

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
PA11	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000
PA13	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000
PA14	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000
PA15	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000

Table CustofB(j,t) custo armazenagem de base j no periodo t em unidades monetarias por ton

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
BA11	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
BA13	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
BA14	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
BA15	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
BA16	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
BA17	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
BA18	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1

Table CustofB(j,t) custo de falta de base j no periodo t em unidades monetarias por ton

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
BA11	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000
BA13	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000
BA14	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000
BA15	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000
BA16	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000
BA17	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000
BA18	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000

Scalar TotLaranja tamanho da safra para empresa conf definido no estrategico em cxs laranja /70000000/

Scalar HHI estoque inicial de precoce em ton /0/

Scalar FHI falta inicial de precoce em ton /0/

Scalar RatioH ratio esperado da precoce /14/ ;

Parameter CPH(t) capacidade de processamento industrial maxima no periodo t em cxs de laranja;

$$CPH(t) = CP(t) * DTH(t);$$

Parameter CPL(t) capacidade de processamento industrial minima no periodo t em cxs de laranja;

$$CPL(t) = CP(t) * DTL(t);$$

Parameter ASH(i) acidez maxima do suco i;

$$ASH(i) = 66 / \text{RatioSL}(i);$$

Parameter ASL(i) acidez minima do suco i;

$$ASL(i) = 66 / \text{RatioSH}(i);$$

Parameter AB(j) acidez da base j;

$$AB(j) = 66 / \text{RatioB}(j);$$

Parameter AH acidez da precoce;

$$AH = 66 / \text{RatioH};$$

Parameter d(k) desvio da acidez da base k;

$$d(k) = 0.02 * AB(k);$$

Parameter LI(k) limite inferior para a acidez da base k;

$$LI(k) = AB(k) - d(k);$$

Parameter LS(k) limite superior para a acidez da base k;

$$LS(k) = AB(k) + d(k);$$

Parameter ABtil(k) acidez incerta da base;

$$ABtil(k) = \text{uniform}(LI(k), LS(k));$$

scalar gama ajusta a robustez do modelo;

$$\text{gama} = 7;$$

Variables

CT custo total de laranja estoque e falta de produto

QL(f,g,j,t) qtde de laranja j gerando base j a ser processada no periodo t proveniente do fornecedor f do tipo g em cxs

QLH(f,t) qtde de laranja precoce gerando precoce no periodo t proveniente do fornecedor f em cxs

- $QS(i,t)$ qtde de suco i produzido no periodo t em ton
 $QHP(t)$ qtde de precoce produzida no periodo t em ton
 $QBP(j,t)$ qtde de base j produzida no periodo t em ton
 $QH(j,t,i)$ qtde de precoce consumida na base j para peoduzir suco i no periodo t em ton
 $QB(j,t,i)$ qtde de base j consumida para produzir suco i no periodo t em ton
 $HS(i,t)$ estoque de suco i no periodo t em ton
 $HH(t)$ estoque de precoce no periodo t em ton
 $HB(j,t)$ estoque de base j no periodo t em ton
 $FS(i,t)$ falta de suco i no periodo t em ton
 $FH(t)$ falta de precoce no periodo t em ton
 $FB(j,t)$ falta de base j no periodo t em ton
 $EL(f,g,t)$ estoque de laranja base no fornecedor f do tipo g no periodo t em caixas
 $ELH(f,t)$ estoque de laranja precoce no fornecedor f no periodo t em caixas
 $p(k)$ variavel auxiliar robusta
 z variavel de robustez
 * $y(j)$ variavel de modelagem da incerteza simetrica ;
 $y(j,t,i)$ variavel de modelagem da incerteza simetrica ;

Positive variable $QL, QLH, QS, QHP, QBP, QH, QB, HS, HH, HB, FS, FH, FB, EL, ELH, p(k), z, y$;

Equations

- | | |
|------------------------|---|
| custo | define a funcao objetivo |
| hierarquia | o processamento total nesse modelo tatico respeita o definido no nivel estrategico |
| capacidademax(t) | nivel maximo de processamento industrial no periodo t |
| capacidemin(t) | nivel minimo de processamento industrial no periodo t |
| balancosuco(i,t) | equacao de balanço material para o suco i no periodo t |
| balancoprecoce(t) | equacao de balanço material para a precoce no periodo t |
| balancobase(j,t) | equacao de balanço material para a base j no periodo t |
| acidezmax(i,t) | equacao de mistura para acidez maxima do suco i no periodo t |
| acidezmin(i,t) | equacao de mistura para acidez minima do suco i no periodo t |
| precocemax(j,t,i) | equacao de mistura para porcentagem maxima de precoce na base j para prod suco i no periodo t |
| equilibriosuco(i,t) | calculo da quantidade de suco i produzido a partir da blengagem no periodo t |
| dispolaranja(f,g,j,t) | disponibilidade de laranja j no fornecedor f do tipo g gerando base no periodo t |
| balancolaranja(j,t) | calculo da qtde de laranja j gerando base no periodo t |
| dispolarprecoce(f,t) | disponibilidade de laranja precoce no fornecedor f gerando precoce no periodo t |
| balancolarprecoce(t) | calculo da qtde de laranja precoce gerando precoce no periodo t |
| balancoestlar(f,g,t) | equacao de balanço material para laranja base no fornecedor f do tipo g no periodo t em cxs |
| balancoestlarprec(f,t) | equacao de balanço material para laranja precoce no fornecedor f no periodo t em cxs |
| capacidadefornlar(f,t) | capacidade maxima de fornecimento de laranja do fornecedor f no periodo t em cxs |

- * restrSoyster1(j,t,i) restricao de bound de Soyster que Bertsimas tambem usa
- restrSoyster2(j,t,i) restricao de bound de Soyster que Bertsimas tambem usa
- * restrBertsimas (k) restricao do modelo de Bertsimas ;
- restrBertsimas (k,t,i) restricao do modelo de Bertsimas ;

$$\text{custo.. CT} = e = \sum((f,g,j,t), \text{CustoQL}(f,g,t) * \text{QL}(f,g,j,t)) + \sum((f,t), \text{CustoQLH}(f,t) * \text{QLH}(f,t)) + \sum((i,t), \text{CustoHS}(i,t) * \text{HS}(i,t) + \text{CustoFS}(i,t) * \text{FS}(i,t)) + \sum((t), \text{CustoHH}(t) * \text{HH}(t) + \text{CustoFH}(t) * \text{FH}(t)) + \sum((j,t), \text{CustoHB}(j,t) * \text{HB}(j,t) + \text{CustoFB}(j,t) * \text{FB}(j,t)) ;$$

$$\text{hierarquia.. } \sum((f,g,j,t), \text{QL}(f,g,j,t)) + \sum((f,t), \text{QLH}(f,t)) - \sum((f,g), \text{ELI}(f,g)) - \sum(f, \text{ELHI}(f)) + \sum(g, \text{ELI}(\text{"Spot"},g)) + \sum(g, \text{ELHI}(\text{"Spot"})) = g = 0 ;$$

$$\text{capacidademax}(t).. \sum((f,g,j), \text{QL}(f,g,j,t)) + \sum(f, \text{QLH}(f,t)) - \text{CPH}(t) = l = 0 ;$$

$$\text{capacidademin}(t).. \sum((f,g,j), \text{QL}(f,g,j,t)) + \sum(f, \text{QLH}(f,t)) - \text{CPL}(t) = g = 0 ;$$

$$\text{balancosuco}(i,t).. \text{QS}(i,t) - \text{Demanda}(i,t) + \text{HSI}(i) \$ \text{Contr}(t) + \text{HS}(i,t-1) \$ (\text{Contr}(t) \text{ EQ } 0) - \text{FSI}(i) \$ \text{Contr}(t) - \text{FS}(i,t-1) \$ (\text{Contr}(t) \text{ EQ } 0) - \text{HS}(i,t) + \text{FS}(i,t) = e = 0 ;$$

$$\text{balancoprecoce}(t).. \text{QHP}(t) - \sum((j,i), \text{QH}(j,t,i)) + \text{HHI} \$ \text{Contr}(t) + \text{HH}(t-1) \$ (\text{Contr}(t) \text{ EQ } 0) - \text{FHI} \$ \text{Contr}(t) - \text{FH}(t-1) \$ (\text{Contr}(t) \text{ EQ } 0) - \text{HH}(t) + \text{FH}(t) = e = 0 ;$$

$$\text{balancobase}(j,t).. \text{QBP}(j,t) - \sum(i, \text{QB}(j,t,i)) + \text{HBI}(j) \$ \text{Contr}(t) + \text{HB}(j,t-1) \$ (\text{Contr}(t) \text{ EQ } 0) - \text{FBI}(j) \$ \text{Contr}(t) - \text{FB}(j,t-1) \$ (\text{Contr}(t) \text{ EQ } 0) - \text{HB}(j,t) + \text{FB}(j,t) = e = 0 ;$$

$$\text{acidezmax}(i,t).. \sum(j, \text{QB}(j,t,i) * \text{AB}(j) + \text{QH}(j,t,i) * \text{AH}) - \sum(j, \text{QB}(j,t,i) + \text{QH}(j,t,i)) * \text{ASH}(i) + \text{gama} * z + \sum(k, p(k)) = l = 0 ;$$

$$\text{acidezmin}(i,t).. \sum(j, \text{QB}(j,t,i) * \text{AB}(j) + \text{QH}(j,t,i) * \text{AH}) - \sum(j, \text{QB}(j,t,i) + \text{QH}(j,t,i)) * \text{ASL}(i) - \text{gama} * z - \sum(k, p(k)) = g = 0 ;$$

$$\text{precocemax}(j,t,i).. \text{QH}(j,t,i) - \text{PorcentagemH}(j,t) * (\text{QB}(j,t,i) + \text{QH}(j,t,i)) = l = 0 ;$$

$$\text{equilibriosuco}(i,t).. \text{QS}(i,t) - \sum(j, \text{QH}(j,t,i) + \text{QB}(j,t,i)) = e = 0 ;$$

$$\text{dispolaranja}(f,g,j,t).. \text{QL}(f,g,j,t) - \text{ELI}(f,g) * \text{DL}(f,g,j,t) = l = 0 ;$$

$$\text{balancolaranja}(j,t).. \sum((f,g), \text{QL}(f,g,j,t)) - \text{QBP}(j,t) * \text{RendimentoB}(j,t) = e = 0 ;$$

$$\text{dispolarprecoce}(f,t).. \text{QLH}(f,t) - \text{ELHI}(f) * \text{DH}(f,t) = 0 ;$$

$$\text{balancolarprecoce}(t).. \text{sum}(f, \text{QLH}(f,t)) - \text{QHP}(t) * \text{RendimentoH}(t) = 0 ;$$

$$\text{balancoestlar}(f,g,t).. \text{EL}(f,g,t) - \text{ELI}(f,g) * \text{Contr}(t) - \text{EL}(f,g,t-1) * (\text{Contr}(t) \text{ EQ } 0) + \text{sum}(j, \text{QL}(f,g,j,t)) = 0 ;$$

$$\text{balancoestlarprec}(f,t).. \text{ELH}(f,t) - \text{ELHI}(f) * \text{Contr}(t) - \text{ELH}(f,t-1) * (\text{Contr}(t) \text{ EQ } 0) + \text{QLH}(f,t) = 0 ;$$

$$\text{capacidadefornlar}(f,t).. \text{sum}((g,j), \text{QL}(f,g,j,t)) + \text{QLH}(f,t) - \text{CF}(f,t) = 0 ;$$

$$\text{*restrSoyster1}(j,t,i).. -y(j) - \text{QB}(j,t,i) = 0 ;$$

$$\text{restrSoyster2}(j,t,i).. y(j,t,i) - \text{QB}(j,t,i) = 0 ;$$

$$\text{*restrBertsimas}(k).. z + p(k) - d(k) * y(k) = 0 ;$$

$$\text{restrBertsimas}(k,t,i).. z + p(k) - d(k) * y(k,t,i) = 0 ;$$

Model PlanSucoSim8RRatio /all/ ;

option decimals=1 ;

solve PlanSucoSim8RRatio using lp minimizing CT ;

display CT.l, QL.l, QLH.l, QS.l, QHP.l, QBP.l, QH.l, QB.l, HS.l, HH.l, HB.l, FS.l, FH.l, FB.l, EL.l, ELH.l, z.l, p.l, d,
y.l ;