

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO CARLOS  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA DE PRODUÇÃO  
ÁREA DE PESQUISA: PESQUISA OPERACIONAL

OTIMIZAÇÃO NA PROGRAMAÇÃO DA PRODUÇÃO DE GRÃOS  
ELETROFUNDIDOS: UM ESTUDO DE CASO.

**José Roberto Dale Luche**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Produção como requisito parcial à obtenção do título de Mestre em Engenharia de Produção.

Orientador: Prof. Dr. Reinaldo Morabito

SÃO CARLOS – SP

2003

**Ficha catalográfica elaborada pelo DePT da  
Biblioteca Comunitária da UFSCar**

L936op

Luche, José Roberto Dale.

Otimização na programação de produção de grãos eletrofundidos: um estudo de caso / José Roberto Dale Luche. -- São Carlos : UFSCar, 2003.

75 p.

Dissertação (Mestrado) -- Universidade Federal de São Carlos, 2003.

1. Programação da produção. 2. Dimensionamento de lotes. 3. Grãos eletrofundidos. 4. Programação inteira mista.  
I. Título.

CDD: 658.53 (20<sup>a</sup>)

## **AGRADECIMENTOS**

Ao professor, amigo e orientador Reinaldo Morabito, pela confiança e atenção dispostas a mim e ao trabalho.

Aos funcionários da empresa estudada, em especial ao Camilotti por toda a ajuda prestada.

À meu pai, Roberto pelo coração e a coragem em auxiliar nos recursos necessários.

Aos amigos Gustavo, Molina e Vivian pela ajuda essencial que deram para que esse trabalho pudesse ser iniciado.

Aos membros da Banca, Arenales, Moccelin, Franklina e Néocles, pelas sugestões e correções.

Aos professores, Flávio e Vitória pela amizade e incentivo.

À todos os amigos do grupo de pesquisa de modelagem (MSM) e do PLACOP pelo coleguismo e troca de informações.

À Babi e sua família, pelo carinho e atenção.

Aos colegas de República e a todos que me ajudaram de qualquer forma, meu eterno agradecimento.

## **RESUMO**

Este trabalho apresenta modelos de otimização para apoiar decisões do Planejamento e Controle da Produção (PCP) na indústria de grãos eletrofundidos. Um estudo de caso foi realizado numa das maiores empresas do setor no estado de São Paulo. O objetivo do estudo é contribuir para a melhoria do sistema de PCP de empresas de grãos eletrofundidos, de maneira a obter ganhos de produtividade e melhorar o nível de serviço aos clientes no atendimento dos prazos de entrega. Para isso, foram aplicados modelos de Programação Linear Inteira Mista para auxiliar particularmente nas decisões da programação da produção, e analisar os resultados obtidos. Otimizar a programação da produção na indústria de grãos eletrofundidos não é uma tarefa simples, principalmente devido à grandeza dos tempos de preparação dos equipamentos, à diversidade de produtos e às limitações dos prazos de entrega.

## **ABSTRACT**

This work presents optimization models to support decisions of the Production Planning and Control (PPC) in the industry of grains electrocasting. A case study was accomplished in one of the largest companies in the State of São Paulo. The objective of the study is to contribute for the improvement of the system of PCP of companies of grains electrocasting, in such a way to obtain gains of productivity and to improve the user service level with respect to due date satisfaction. For that Mixed Integer Linear Programming models were applied to aid particularly in the decisions of production scheduling. Optimizing the production scheduling in the industry of grains electrocasting is not a simple task, mainly due to the greatness of setup times of the equipments, the diversity of products and the limitations of the order due dates.

## SUMÁRIO

### 1 – INTRODUÇÃO

1.1 – Objetivo e Justificativa.....	2
1.2 – Metodologia.....	4
1.3 – Organização do Trabalho.....	4

### 1 – DEFINIÇÃO DO PROBLEMA

2.1 – A Indústria de Grãos Eletrofundidos.....	6
2.2 – Descrição dos Processos.....	8
2.3 – Consumo de Energia.....	10
2.4 – Foco do Problema.....	11

### 2 – MODELAGEM DO PROBLEMA

3.1 – Breve Histórico da Pesquisa Operacional.....	16
3.2 – O Problema da Separação de Grãos na Empresa.....	18
3.3 – Modelagem do Problema da Empresa.....	21
3.4 – Problema de Seleção de Processos.....	23
3.5 – Dimensionamento de Lotes ( <i>lot-sizing</i> ).....	25
3.6 – Combinação de problema de seleção de processos e dimensionamento de lotes (não capacitado).....	27
3.7 – Combinação de problema de seleção de processos e dimensionamento de lotes (capacitado).....	31

### 4 – LINGUAGENS DE MODELAGEM E PACOTES DE SOLUÇÃO

4.1 – Linguagens de Modelagem.....	41
4.2 – Programação Inteira Mista.....	42
4.3 – Ilustração da Linguagens.....	43
4.3.1– A linguagem de modelagem <i>GAMS</i> ( <i>General Algebraic Modeling System</i> ).....	43
4.3.2– A linguagem de modelagem <i>LINGO</i> .....	50

4.3.3– A linguagem de modelagem <i>AIMMS (Advanced integrated Multidimensional Modeling Software)</i> .....	51
4.4 – Pacotes de Otimização Matemática “ <i>Solvers</i> ” .....	52
4.4.1– O solver <i>OSL (Optimization Subroutine library)</i> .....	52
4.4.2– O Solver <i>CPLEX</i> .....	52
<b>5 – RESULTADOS COMPUTACIONAIS</b>	
5.1 – Dados Simulados.....	54
5.1.1– Modelo MNP.....	56
5.1.2– Modelo MNP relaxado.....	58
5.1.3– Modelo MFP.....	59
5.1.4– Modelo MFP relaxado.....	60
5.1.5– Modelo MNP com tempos de <i>setup</i> .....	61
5.1.6– Modelo MFP com tempos de <i>setup</i> .....	63
5.2 – Dados Reais.....	65
5.2.1– Modelo MNP utilizando 140 processos.....	66
5.2.2– Modelo MNP utilizando 159 processos.....	66
5.2.3– Modelo MFP utilizando 140 processos.....	66
5.2.4– Modelo MFP utilizando 159 processos.....	67
<b>5.3 – Considerações Finais a Respeito dos Modelos Utilizados</b> .....	67
<b>6 – CONCLUSÕES E PERSPECTIVAS PARA PESQUISA FUTURA</b>	
6.1 – Conclusões.....	69
6.2 - Perspectivas para Pesquisa Futura.....	70
<b>7 – REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS</b> .....	72

## APÊNDICES

- A – Modelo *GAMS* – Dados Simulados. Minimizar o Número de Períodos Utilizados.
- B – Modelo *GAMS* – Dados Simulados com Demanda Maior. Minimizar a Falta de Produtos.
- C – Modelo *GAMS* – Dados Simulados. MFP Relaxado.

D – Modelo *GAMS* – Dados Simulados. MNP com tempos de *setup* e possibilidade de utilizar mais de um processo por dia.

E – Modelo *GAMS* – Dados Simulados. MFP com tempos de *Setup*.

F – Modelo *GAMS* – Dados Reais. Minimizar o Número de Períodos Utilizados Relaxando as Variáveis Inteiras.

G – Modelo *GAMS* – Dados Reais. Minimizar a Falta de Produtos.

H – Modelo *GAMS* – Dados Reais. MFP com processos extras.

## **ANEXO**

A – Breve Revisão dos Modelos de Dimensionamento de Lotes.



## **LISTA DE FIGURAS**

2.1 – Diagrama de fluxo de material na fábrica de SIC.....	9
2.2 – Diagrama de fluxo de material na fábrica de ALO.....	10
3.1 – Curvas de produção de grãos nos moinhos.....	19

## LISTA DE TABELAS

2.1 – Quantidades de grãos produzidos pelos conjuntos 1 –10 de peneiras.....	14
5.1 – Quantidade em quilos produzidos por dia do item $i$ utilizando o processo $j$ ( $a_{ij}$ )...	55
5.2 – Quantidade em quilos demandada do produto $i$ no período $t$ ( $d_{it}$ ).....	55
5.3 – Processos utilizados pelo modelo MNP para os dados das Tabelas 5.1 e 5.2.....	56
5.4 – Excesso final dos produtos gerado pela utilização dos processos da Tabela 5.3 referentes à Tabela 5.1, para a demanda da Tabela 5.2.....	56
5.5 – Quantidade em quilos demandada do produto $i$ no período $t$ para a segunda simulação ( $d_{it}$ ).....	57
5.6 – Proporção do tempo que é utilizado o processo $j$ no período $t$ pelo modelo MNP relaxado para os dados das Tabelas 5.1 e 5.5.....	58
5.7 – Estoque final de produtos gerado pela utilização dos processos da Tabela 5.6 referentes à Tabela 5.1, para a demanda da Tabela 5.5.....	58
5.8 – Processos utilizados pelo modelo MFP para os dados das Tabelas 5.1 e 5.5.....	59
5.9 – Estoque final de produtos gerado pela utilização dos processos da Tabela 5.8 referentes à Tabela 5.1, para a demanda da Tabela 5.5.....	59
5.10 – Processos utilizados pelo modelo MFP relaxado para os dados das Tabelas 5.1 e 5.5.....	60
5.11 – Estoque final de produtos gerado pela utilização dos processos da Tabela 5.10 referentes à Tabela 5.1, para a demanda da Tabela 5.5.....	61
5.12 – Quantidade em quilos produzidos por dia do item $i$ utilizando o processo $j$ sem custos de <i>setup</i> .....	62
5.13 – Proporção do tempo que é utilizado o processo $j$ no período $t$ pelo modelo MNP com tempos de <i>setup</i> para os dados das Tabelas 5.12 e 5.5.....	62
5.14 – Estoque final de produtos gerado pela utilização dos processos da Tabela 5.13 referentes à Tabela 5.12, para a demanda da Tabela 5.5.....	63
5.15 – Proporção do tempo que é utilizado o processo $j$ no período $t$ pelo modelo MFP com tempos de <i>setup</i> para os dados das Tabelas 5.12 e 5.5.....	64
5.16 – Estoque final de produtos gerado pela utilização dos processos da Tabela 5.15 referentes à Tabela 5.12, para a demanda da Tabela 5.5.....	64

## 1 – INTRODUÇÃO

O objeto de pesquisa deste trabalho é o Planejamento e Controle da Produção (PCP) na indústria de grãos eletrofundidos, que possui diversas unidades de produção na região sudeste do país, em particular, no estado de São Paulo. O trabalho é baseado num estudo de caso em uma empresa localizada na cidade de Salto, SP, que emprega mais de 300 funcionários e tem uma produção mensal de mais de 2000 toneladas de matérias-primas granulares eletrofundidas. Esta indústria consome grandes quantidades de energia elétrica na produção de grãos eletrofundidos, alcançando uma média mensal de 11MW/h, o que a colocou numa situação difícil com a recente crise energética no país e foi fonte de estímulo na pesquisa de alternativas para otimizar o processo e o planejamento da produção.

Diversas decisões importantes são consideradas no PCP da fábrica, em particular, com respeito aos níveis de estoques de matérias-primas e produtos intermediários, e à programação da produção dos fornos e processos subsequentes como britagem, moagem e classificação, em função da demanda de produtos finais. Estas decisões são típicas em empresas deste setor.

Cada produto tem uma faixa granulométrica diferente e vários produtos podem ser demandados num mesmo horizonte de planejamento da produção, tipicamente de um mês. A empresa trabalha sob pedido, programando sua produção no final do mês anterior, podendo haver mudanças no programa durante a produção, decorrente de novos pedidos que chegam com data de entrega antes do final do mês programado. Um mesmo produto pode aparecer em vários pedidos com diferentes prazos de entrega no mês. Devido aos custos e tempos de *setup* serem extremamente altos, tenta-se evitar a utilização de mais de um *setup* de processo por dia. Este problema pode ser visto dentro da classe dos problemas de dimensionamento de lotes (*lot-sizing*).

Como as técnicas industriais, em geral, tendem a ficar crescentemente mais complexas, resolver os problemas de dimensionamento de lotes se torna também cada vez mais difícil. Primeiro, porque as limitações dos recursos industriais precisam ser consideradas, além do que, as capacidades podem ser insuficientes para satisfazer todas as demandas. Segundo, porque vários produtos podem ter que compartilhar os

mesmos recursos, então, determinar o *mix* de produtos se torna um outro problema a ser solucionado. A competição por recursos entre diversos produtos faz com que os problemas sejam mais difíceis de resolver. Terceiro, porque a demanda pode variar substancialmente período a período, ao longo do horizonte de planejamento. Quarto, porque produzir um lote de um determinado produto em um determinado período pode requerer um *setup* substancial para aquele produto em cada recurso exigido durante aquele período. Um *setup* pode consumir dois tipos de recursos. Um é o custo de *setup*, expresso em termos monetários, o outro é o tempo de *setup*, no qual consome algumas horas (FENG & CHENG,1998).

A importância da modelagem como ferramenta de apoio à tomada de decisão tem dirigido muitos trabalhos de pesquisa para o desenvolvimento de formas de representação e técnicas de solução de modelos. Desde a metade dos anos 1980 estes trabalhos procuram reunir contribuições das áreas de Ciência da Computação (como Tecnologia de Bancos de Dados, Linguagens de Programação, Computação Gráfica e Inteligência Artificial) e Pesquisa Operacional (como Otimização, Simulação e Análise de Decisão), e têm levado ao conceito de Sistemas de Apoio à Decisão (SENNE, 1997).

Os protótipos desenvolvidos neste trabalho, têm a função de auxiliar os engenheiros na tomada de decisão da programação da produção de grãos eletrofundidos, e estão dentro do conceito de sistemas de apoio à decisão (LAUDON e LAUDON, 1999).

## **1.1 – Objetivo e Justificativa**

O objetivo deste trabalho é apresentar modelos de otimização para apoiar decisões do PCP na indústria de grãos eletrofundidos e contribuir para sua melhoria, de maneira a obter ganhos de produtividade e melhorar o nível de serviço aos clientes no atendimento dos prazos de entrega. Para isso, foram aplicados modelos de Programação Linear Inteira Mista para auxiliar particularmente nas decisões da programação da produção, e analisar os resultados obtidos. Otimizar a programação da produção na indústria de grãos eletrofundidos não é uma tarefa simples, principalmente devido à grandeza dos tempos de preparação dos equipamentos, à diversidade de produtos e às limitações dos prazos de entrega. Assim, o estudo pretende contribuir no sentido de

diminuir a lacuna entre a teoria e a prática do PCP, e ainda aumentar a integração entre universidade e empresa.

Uma justificativa do presente estudo é a importância técnica e econômica das decisões envolvidas. Em particular, a indústria de matérias-primas granulares é reconhecidamente uma das grandes consumidoras de energia elétrica no estado de São Paulo, o que estimula a pesquisa de alternativas para tornar mais eficiente o processo e o planejamento da sua produção perante a recente crise energética do estado e do país. Convém salientar que a empresa teve interesse no projeto e disponibilizou os dados necessários para a realização de um estudo de caso em sua unidade de Salto, SP.

Gerentes de produção em empresas deste setor, em geral encontram dificuldades para programar a produção devido, entre outros, à natureza combinatória do problema. Técnicas de programação matemática parecem não terem sido até agora efetivamente aplicadas para tratar tal problema, o que poderá trazer grandes benefícios para o processo de tomada de decisões no PCP destas empresas. Conforme visto neste estudo de caso, é comum um programa de produção precisar ser modificado várias vezes devido a imprevistos ou pedidos urgentes, o que reforça a importância de um modelo capaz de gerar rapidamente programas de produção eficientes.

Dois modelos são propostos para o problema, o primeiro modelo procura Minimizar o Número de Períodos (MNP) necessários para produção da demanda, e o segundo procura Minimizar a Falta de Produção (MFP) de itens demandados durante o horizonte de planejamento. O modelo MNP é eficiente quando a programação da produção pode ser cumprida sem atraso da produção de qualquer item, porém é infactível caso não seja possível evitar algum atraso. Já o modelo MFP é útil nas situações em que a programação da produção não pode ser cumprida sem algum atraso da produção de alguns itens.

Os resultados obtidos pelos modelos foram melhores (do ponto de vista dos seus critérios) que o programado pelos engenheiros da empresa, em exemplos fornecidos por ela, e foram encontrados em poucos minutos utilizando um software comercial e um microcomputador.

## 1.2 – Metodologia

Este trabalho consiste em um estudo de caso feito em uma empresa produtora de grãos eletrofundidos na cidade de Salto no estado de São Paulo. Primeiramente, foi feita uma pesquisa de campo: análise de como a empresa programa sua produção. Para isto, diversas visitas foram realizadas à empresa para o entendimento da complexidade do problema e para a coleta de dados e acompanhamento das operações.

Na etapa seguinte, foi feita uma revisão dos modelos de dimensionamento de lotes e baseado na definição do problema, foram desenvolvidos os dois modelos mencionados acima: o modelo MNP e o modelo MFP.

O terceiro passo constituiu na construção de protótipos computacionais, que foram implementados na linguagem de modelagem *GAMS* (*General Algebraic Modeling System*) utilizando o *solver* *CPLEX* (uma combinação da letra “C” da linguagem de programação com a palavra “*simplex*” do método *simplex* para programação linear).

Por fim, foram feitas novas visitas à empresa. Nessas visitas verificou-se a viabilidade das soluções geradas pelos modelos. A validação dos modelos propostos foi feita com apoio do pessoal técnico da empresa, tanto no fornecimento de dados, quanto na análise dos resultados obtidos. Planos de produção gerados pelos modelos foram comparados com os utilizados pela empresa.

## 1.3– Organização do Trabalho

No Capítulo 2 é brevemente apresentada a indústria de grãos eletrofundidos. A discussão é baseada numa planta localizada em Salto, SP, mas também se aplica para outras empresas do setor. A planta estudada está dividida em duas fábricas: a primeira produz carbeto de silício (SiC), um “mineral sintético”, e a segunda fábrica produz óxido de alumínio (ALO), que está dividida em duas seções, a primeira produz óxido de alumínio branco e a segunda produz óxido de alumínio marrom. Todos os produtos apresentam-se na forma de grãos cujos tamanhos variam desde alguns centímetros até poucos micrômetros. Ainda neste capítulo são apresentados os principais produtos e o processo para obtenção destes. Também é apresentado um problema comum de PCP da indústria do setor, que consiste na

classificação dos grãos por tamanho e quantidade. A classificação dos grãos é feita por meio de um conjunto de peneiras vibratórias que definem a faixa granulométrica do produto.

O Capítulo 3 começa com a apresentação de dois modelos de seleção de processos (produção simultânea de múltiplos produtos por um único processo). Logo após, são aplicados conceitos de modelos de dimensionamento de lotes para o problema do estudo de caso. O primeiro modelo (MNP) desenvolvido procura minimizar o número de períodos necessários para produção dos itens demandados. O modelo antecipa a produção o quanto antes, ou seja, mesmo sendo possível relaxar a produção num período, isto não é feito, devido ao risco de receber uma nova demanda para ser inserida no horizonte de planejamento. O segundo modelo (MFP) procura minimizar a quantidade de produtos demandados, porém não produzidos, ou seja, consiste em minimizar a falta de produção e os atrasos na entrega. Ele deve ser utilizado quando o problema MNP é infactível.

No Capítulo 4, são revisadas características importantes de três linguagens de modelagem: *AIMMS*, *GAMS* e *LINGO*. São apresentados o modelo para minimizar o número de períodos (MNP) e o modelo para minimizar a falta de Produção (MFP), implementados na linguagem de modelagem *GAMS* e explicados em detalhes juntamente com a sintaxe da linguagem.

No Capítulo 5, são apresentados os resultados computacionais obtidos utilizando os dois modelos MNP e MFP propostos neste trabalho, resolvidos pelo *GAMS* com o *solver CPLEX 7.0*. Na primeira seção, são discutidos os resultados obtidos com dados simulados em uma situação hipotética simplificada. Esses dados consistem em apenas 10 processos, 10 períodos e 15 itens, e são utilizados nos modelos MNP e MFP. Um outro experimento também foi realizado com estes dados levando em conta explicitamente os tempos de *setup* para o modelo MNP. Na segunda seção, são utilizados dados reais para apresentar os resultados obtidos utilizando os modelos MNP e MFP, em situação a partir de 140 processos, 19 períodos e 50 itens. São feitas análises sobre a eficiência de cada modelo quando submetido a cada uma das situações reais.

Finalmente, no Capítulo 6 discute-se conclusões e perspectivas para pesquisa futura.

## 2 – DEFINIÇÃO DO PROBLEMA

### 2.1 – A Indústria de Grãos Eletrofundidos

A discussão a seguir é baseada na planta da ALCOA-EMAS localizada em Salto, SP (atualmente do grupo Treibacher Schleifmittel Brasil Ltda), mas também se aplica para outras empresas do setor. A planta estudada está dividida em duas fábricas: a primeira produz carbeto de silício (SiC), um “mineral sintético”, também conhecido por carbureto de silício. O produto apresenta características físico-químicas de alta dureza, alta refratariedade e alta resistência química, qualificando-o para aplicações que exigem alto nível de desempenho. O carbeto de silício perde em dureza apenas para o diamante, que é o único material capaz de riscá-lo, mas ele tem pouca resistência a impactos devido a sua baixa ductilidade.

Como exemplo da aplicação do carbeto de silício podemos citar: materiais refratários aplicados na indústria siderúrgica e materiais abrasivos (lixas e rebolos), os quais são utilizados no acabamento superficial de mármore, granitos, vidros e outros materiais. O carbeto de silício pode ainda ser aplicado na indústria metalúrgica dentro de composições metálicas ferrosas como agente desoxidante e carburante, como por exemplo, na produção de aço e de ferro fundido. Ele é obtido a partir de uma mistura de areia e coque, a qual é submetida a altas temperaturas no forno (ALCOA, 2002).

A segunda fábrica produz óxido de alumínio (AL<sub>2</sub>O<sub>3</sub>) e está dividida em duas seções, a primeira produz óxido de alumínio branco e a segunda produz óxido de alumínio marrom. Todos os produtos apresentam-se na forma de grãos cujos tamanhos variam desde alguns centímetros até poucos micrômetros. Abaixo, a descrição dos principais produtos:

- *Hidróxido de Alumínio (ou Alumina tri-hidratada ou hidrato)* – É um produto inorgânico de origem sintética, com elevada pureza e grande consistência físico-química. Apresenta característica de se decompor quando submetido a temperaturas acima de 230 graus Celsius. Suas maiores aplicações são: 1) Fonte de alumínio para as indústrias químicas, tais como: Sulfato de Alumínio, Aluminato de Sódio, Fluoreto de Alumínio, Catalisadores, etc. 2) Fonte de alumínio para a indústria de



vidros, tais como vidros de embalagem, ópticos e fibra de vidro. 3) Retardante de chama, supressor de fumaça e também utilizado nas indústrias de plástico reforçado com fibra de vidro, mármore sintético, fios e cabos elétricos, e isolantes elétricos.

- *Óxido de Alumínio (ou Alumina ou Alumina Calcificada)* – Por meio de um processo controlado de calcinação do hidróxido de alumínio, obtém-se uma diversificada linha de aluminas calcinadas que são empregadas em diversas indústrias. O óxido de alumínio é considerado um óxido refratário pela sua capacidade de resistir a elevadas temperaturas sem sofrer alterações significativas na sua natureza química. Suas principais aplicações são: na indústria de refratários e fibras cerâmicas, indústria vidreira, esmaltes e revestimentos cerâmicos, matéria prima para a produção de aluminas, mulita, na indústria de abrasivos e de polimento.
- *Aluminas Eletrofundidas (Córindons)* – ALOs Branco e Marrom, o córidon, que pode ser encontrado também na natureza, quando obtido industrialmente é chamado de “mineral sintético”. Tem propriedades físico-químicas muito similares às do carbetto de silício (alta dureza, alta refratariedade e alta resistência química), com aplicações na indústria de refratários, abrasivos, revestimentos cerâmicos e isoladores elétricos. Seu processo produtivo consiste na fusão de matérias-primas num forno elétrico a arco a temperaturas superiores a 2200 °C. Os córidons apresentam-se na cor marrom (eletrofusão de bauxita calcinada e aditivos) e na cor branca (eletrofusão da alumina calcinada).
- *Mulita eletrofundida Branca* – A mulita é um silicato de alumínio encontrado também na natureza, porém muito raramente. É obtida industrialmente também por fusão de matérias prima num forno elétrico, tal como os córidons. Este material é destinado à indústria de materiais refratários para siderurgia, indústria de vidros, cerâmica e outras.
- *Produtos Ultrafinos* – Algumas aplicações demandam a utilização de partículas ultrafinas de modo a ter maior reatividade e/ou dar melhor acabamento ao produto final. Esta unidade de Salto possui equipamentos que permitem que esta cominuição (fragmentação a pedaços muito

pequenos) seja feita levando as partículas a microns sem interferir nas propriedades químicas dos materiais.

## 2.2 – Descrição dos Processos

Na fábrica de carbetos de silício (SiC), o quartzo é utilizado como a principal matéria prima. Ele é transportado até um misturador onde são adicionados outros elementos para atingir a composição ideal do SiC. A mistura segue para fornos (fornos Acheson) com paredes contendo eletrodos de cobre ligados a um gerador elétrico. Fios de grafite são colocados no meio do quartzo misturado para conduzir a eletricidade entre os eletrodos e provocar o aquecimento e transformação da matéria-prima. O material próximo ao grafite é o de melhor qualidade por ser onde se formam os melhores cristais. A medida em que se afasta do fio de grafite, os cristais são menores e tidos como de baixa qualidade, o que obriga os operários a separarem manualmente a parte de boa qualidade com o uso de um martelo. Em seguida o material passa por uma etapa de britagem e moagem, e posteriormente é feita uma separação magnética, onde os grãos com alto teor de ferro são separados para reprocesso. Finalmente, a última etapa desse processo de transformação classifica os grãos por meio de um conjunto de peneiras vibratórias retangulares que definem a faixa granulométrica do produto.

As etapas citadas acima podem ser vistas no diagrama de fluxo de material ilustrado na Figura 2.1. Maiores informações sobre o tamanho de partículas (grãos) e regulagem dos moinhos podem ser encontradas em ALLEN (1990). PILEGGI *et al.* (1998), desenvolveram e aplicaram um *software* na ALCOA-EMAS, que automatiza o processo de combinação de matérias-primas na obtenção de produtos cerâmicos.

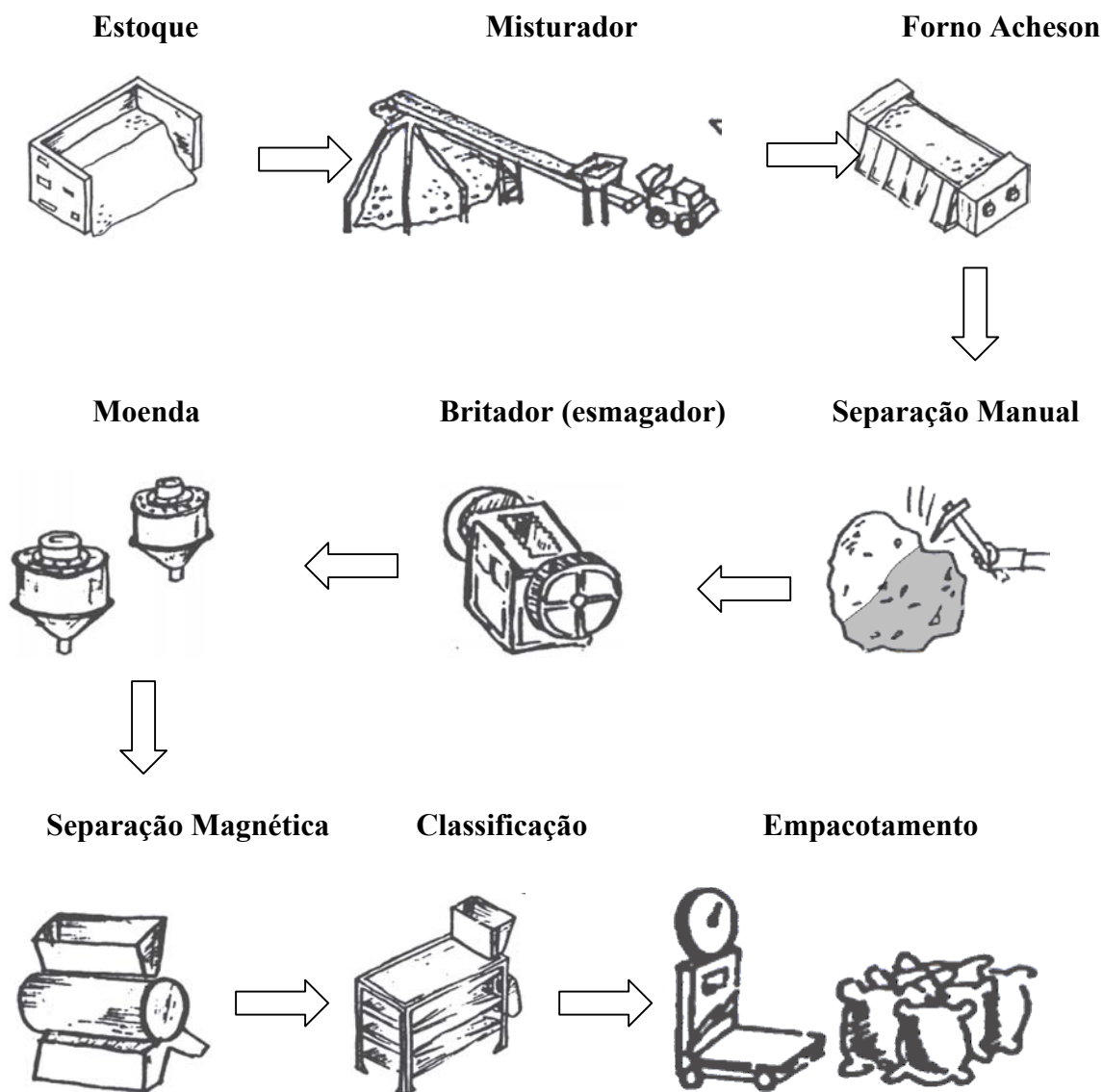


FIGURA 2.1 – Diagrama de fluxo de material na fábrica de SiC.

Na fábrica de óxido de alumínio (ALO) são feitas a fusão da alumina com bauxita por um processo de liquefação em fornos (fornos Higgins). Cada forno possui três eletrodos que ficam entre a matéria-prima, aquecendo-a a uma temperatura de aproximadamente 2500° C. Após o processo de liquefação, o material fica descansando até alcançar a propriedade sólida, depois é carregado para uma área de resfriamento na qual ficará resfriando por 30 horas. O transporte nesta fábrica é realizado por uma ponte rolante, responsável pela primeira quebra do material, em seguida, o material passa por uma etapa de britagem e moenda de rolo, e posteriormente é feita a separação magnética. A última etapa desse processo de transformação classifica os grãos por meio de um conjunto de peneiras vibratórias circulares que definem a faixa

granulométrica do produto. As etapas citadas acima podem ser vistas no diagrama de fluxo de material ilustrado na Figura 2.2.

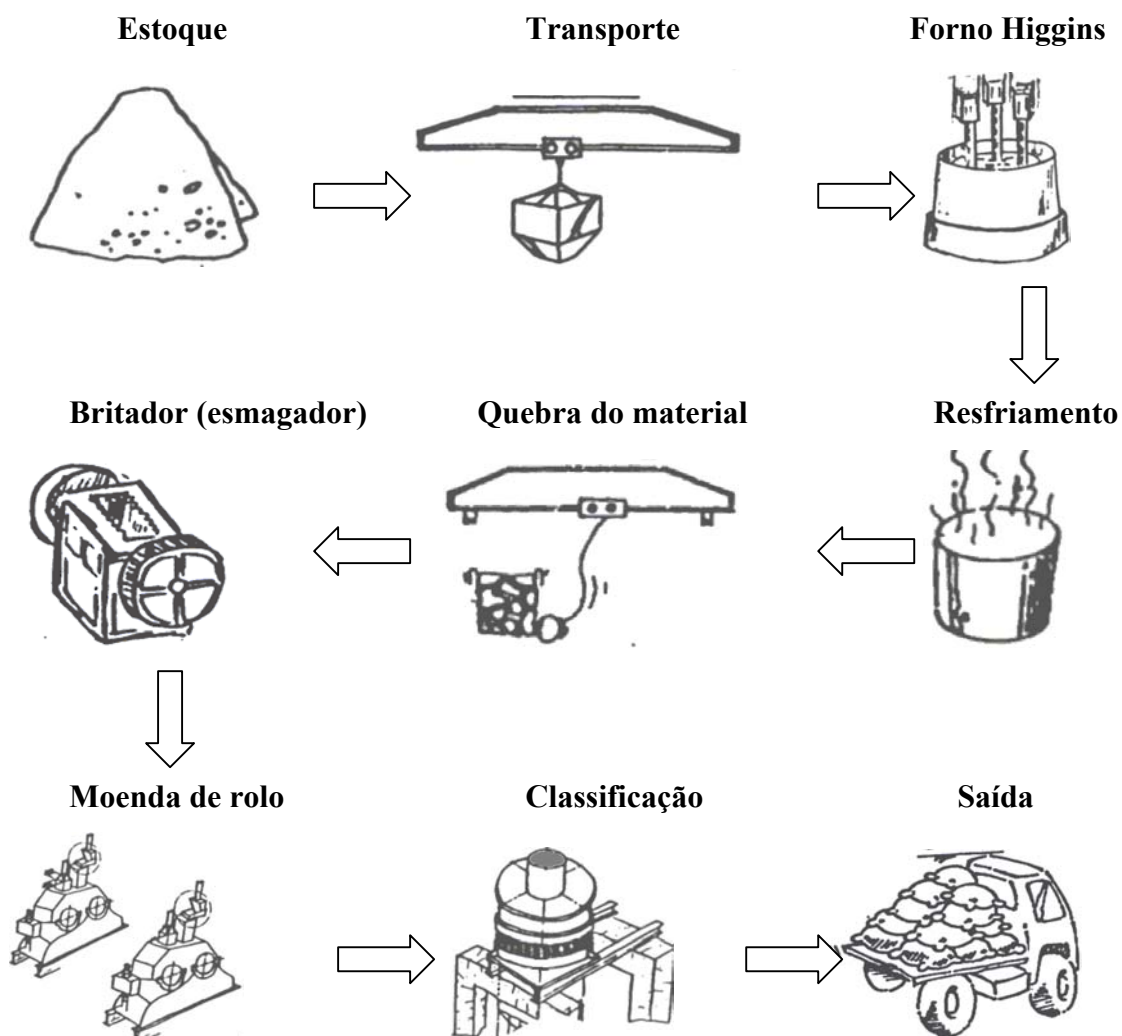


FIGURA 2.2 – Diagrama de fluxo de material na fábrica de ALO.

### 2.3 – Consumo de Energia

É conhecido que a indústria de fundição consome quantidades altíssimas de energia, chegando ao ponto da energia se tornar o principal insumo dessas indústrias. Ao final do ano de 2001 e início de 2002, o país passou por uma grave crise energética. Essa fábrica consome uma média mensal de 11MW/h para produzir grãos eletrofundidos, o que a obrigou a reduzir sua produção em cerca de 27%, devido à taxa de racionamento de energia imposta pelo governo brasileiro para o setor.

Embora o “fantasma” do racionamento ainda assuste o país, investimentos em geração própria de energia estão temporariamente descartados pela empresa, o que a deixa submetida aos fatores externos que podem causar um novo racionamento de energia no país. Mas como reduzir o consumo de energia sem reduzir a produção? Uma forma que está sendo estudada para minimizar este problema é otimizar a programação da produção dos grãos eletrofundidos, tema deste projeto, pois quanto mais puder ser produzido com a mesma quantidade de energia, menor será a quantidade de horas em operação que a empresa precisará para produzir a mesma quantidade que é produzida nos dias de hoje.

#### **2.4 – Foco do Problema**

O sistema de produção da empresa é intermitente e repetitivo, ou seja, sempre ocorrem mudanças no tipo de produto fabricado, gerando grande variedade de produtos. O *layout* é definido por produto – as máquinas são arranjadas de acordo com a seqüência de operações pelas quais o produto passa. Como todos os produtos possuem a mesma seqüência de operações nas diversas máquinas, ou seja, todos os produtos possuem o mesmo roteiro de fabricação, o padrão de fluxo no sistema de produção desta empresa é *flow-shop*.

A programação da produção consiste em decidir quais atividades produtivas devem ser realizadas, quando e com quais recursos atenderá uma certa demanda. Ela é a atividade mais específica e complexa do controle da produção, dada sua natureza combinatória (TERRA, 2000). As decisões decorrentes da programação da produção tornam-se um problema combinatório de tal ordem que as soluções intuitivas são inadequadas, dadas as limitações humanas no tocante a administrar as várias informações numa empresa.

Diversas decisões importantes estão envolvidas no PCP das duas fábricas mencionadas acima, em particular, com respeito aos níveis de estoques de matérias-primas e produtos intermediários, e à programação da produção dos fornos e processos subsequentes como britagem, moagem e classificação, tudo em função da demanda de produtos finais. Otimizar a programação da produção nestas fábricas não é uma tarefa simples, principalmente devido à grandeza dos tempos de preparação dos equipamentos, à diversidade de produtos e às limitações dos prazos de entrega.

A programação da classificação dos grãos (Figuras 2.1 e 2.2) deve ser feita em conjunto com a programação dos fornos, das britadeiras e das moendas, e envolve certas dificuldades. A classificação é feita por um conjunto de peneiras vibratórias retangulares na fábrica de SiC, e um conjunto de peneiras vibratórias circulares na fábrica de ALO. Ambos os conjuntos têm a finalidade de separar os grãos por tamanho (o tamanho é definido pela quantidade de furos por polegada na peneira) e podem ser montados com diferentes combinações de peneiras. Existem peneiras de várias medidas diferentes, por exemplo, o produto chamado EC31\_120 é um grão que passou inicialmente por uma peneira de 31 furos por polegada e parou numa peneira de 120 furos por polegada (a quantidade de furos por polegada pode variar de 5 furos na peneira de grãos mais grossos, até 220 na peneira de grãos mais finos). Em ALLEN (1990) encontra-se um exame de algumas técnicas de peneiramento.

Cada produto tem uma faixa granulométrica diferente, e centenas de produtos podem ser demandados num mesmo horizonte de planejamento da produção, tipicamente de um mês. A empresa trabalha sob pedido, programando sua produção no final do mês anterior, podendo haver mudanças no programa durante a produção, decorrente de novos pedidos que chegam com data de entrega antes do final do mês programado. É importante salientar que um mesmo produto pode aparecer em vários pedidos com diferentes prazos de entrega no mês. Devido aos tempos de preparação dos conjuntos de peneiras, procura-se evitar a utilização de mais de um conjunto por dia. A troca de peneiras costuma ser feita após o expediente normal, para serem utilizadas apenas no próximo dia de trabalho. A empresa trabalha com dezenas de possíveis conjuntos de peneiras, e tem dificuldades para programar os fornos, as britadeiras e as moendas, e escolher os melhores conjuntos de peneiras e a seqüência de utilização dos

mesmos, de maneira a produzir, de forma eficiente e dentro dos prazos estabelecidos, a demanda de produtos em carteira.

Apenas para ilustrar, a Tabela 2.1 apresenta as quantidades (em quilos por dia) de diversos grãos eletrofundidos (linhas da tabela) que podem ser produzidos por 10 conjuntos de peneiras diferentes (colunas de 1 a 10). Por exemplo, o conjunto 1 é capaz de produzir 2000 quilos do produto EC31\_36, 600 quilos do produto EC31\_120, 500 quilos do produto EC31\_150, e assim por diante, totalizando 28000 quilos por dia (última linha da tabela). Note que um mesmo produto pode ser produzido por diferentes conjuntos de peneiras e quantidades. Logo, um programa de produção, além da programação dos fornos, britadeiras e moendas, envolve determinar quais conjuntos de peneiras utilizar em cada dia (cabe observar que um mesmo conjunto pode ser utilizado por mais de um dia em seqüência), considerando as restrições de quantidades e prazos de entrega dos pedidos em carteira.

Tabela 2.1 - Quantidades (em quilos por dia) de grãos eletrofundidos (linhas da tabela) produzidos pelos conjuntos 1-10 de peneiras (colunas).

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
EC31 36	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000	
EC31 46									2000	
EC31 54					1000					
EC31 60						2000				
EC31 80								1500		
EC31 100									1000	
EC31 120	600		600		600		1000		600	
EC31 150	500			300	300			300	300	
EC31 180	300		300		300		500			
EC31 220	300			300						
EG52 36										1000
EG52 40										1000
EG52 50										1000
EG52 60									1000	
EG52 80										1000
EG52 100									1000	1000
EG52 120		500		500		500		500		2000
EG52 150		300	300			200	500		300	
EG52 180		300		300				300	500	
EG52 220		300	300							
EG52 240						300	500	400	300	
EG52 320	300	300	300	300						
EC31R 10 36									10000	15000
EC31R 3-8 1-4	2000	2000	2000	2000	1000	2000	2000	2000	2000	2000
EC31R 3-5 7	5000	5000	5000	5000	4000	5000	5000	5000	3000	
EC31R 5-16 4	2000	2000	2000	2000	1000	2000	2000	2000	2000	2000
EC31R 08 F	5000	5000	10000	8000	7000	7000	10000	10000		
EC31R 08 F1	6000				800		1500	1000		
EC31R 08 F2		400		500		1000		1000		
EC31R 08 F3					500		1000	1000		2000
EC31R 08 F4	2000		2000			1000				
EC31R 08 F5		900					1000			
EC31R 08 G			1000	1000	1000					
EC31R 08 G1		1000	1000		1000					
EC31R 08 G2						1000		1000	2000	
EC31R 08 G3	2000			5000		4000				
EC31R 08 G4		8000			7000					
EC31R 08 G5			1200	800	500		1000			
Produção Conj.	28000	28000	28000	28000	28000	28000	28000	28000	28000	28000

A demanda é determinada por produto, o que faz com que somente um número muito reduzido de processos possa ser considerado como uma razoável aproximação do que seria a produção ideal para cada período do horizonte programado.



O problema está em satisfazer todas as demandas no período requisitado carregando o mínimo possível de estoque.

Note que uma vez montada a linha de produção e escolhido um conjunto de peneiras para operar, alguns produtos produzidos por este conjunto podem não ter sido demandados. Isso acontece porque no processo escolhido já estão definidos os produtos e as quantidades de cada produto a serem produzidos no dia, então, é comum carregar estoques de produtos ainda sem demanda por longos períodos e até mesmo ao final do horizonte planejado. Uma forma de diminuir a quantidade carregada é utilizando o excesso dos produtos de grãos médios e grossos como matéria prima de grãos finos que tenham demanda. Para isso, é necessário retornar esses grãos novamente ao moinho para que sejam triturados mais uma vez.

A empresa tem os seguintes objetivos quanto à programação da produção:

- a) Priorizar o cliente;
- b) Priorizar a data de entrega;
- c) Priorizar o produto pelo lucro na venda ;
- d) Minimizar o estoque carregado entre períodos.

Atualmente, a programação da produção feita manualmente pelos engenheiros da empresa tem uma combinação dos quatro objetivos, porém, com maior prioridade na data de entrega e no cliente. Em casos onde não seja possível programar a produção de alguns itens de forma a atender completamente a demanda num certo período, a empresa renegociará os prazos de entrega com os clientes de forma a minimizar o descumprimento dos mesmos. Portanto, uma melhor programação da produção reduzirá o número de renegociações de data de entrega de produtos entre a empresa e seus clientes.

TERRA (2000) lembra que a escolha do critério de avaliação da programação da produção, dependerá do objetivo da programação, como por exemplo, redução do estoque em processo, atendimento dos prazos de entrega e redução dos custos de fabricação.

O próximo capítulo apresenta a aplicação dos principais modelos de dimensionamento de lotes monoestágio ao problema da empresa e são propostos dois modelos para resolvê-lo.

### 3 – MODELAGEM DO PROBLEMA

#### 3.1 – Breve Histórico da Pesquisa Operacional (PO)

Num cenário de negócios cada vez mais competitivo, a compreensão de processos e a busca pela eficiência nas empresas deixaram de ser um mero detalhe. Em ambientes de produção em média e larga escala, este trabalho às vezes se revela grande demais para ser resolvido de forma útil sem uma análise mais rigorosa.

Denominada como uma ciência aplicada voltada para a resolução de problemas reais, a pesquisa operacional tem como foco a tomada de decisões, aplicando conceitos e métodos de outras áreas científicas para concepção, planejamento ou operação de sistemas para atingir seus objetivos (SOBRAPO, 2002).

A pesquisa operacional tem sido utilizada nos negócios, na indústria e governo. Vários métodos analíticos foram envolvidos, tais como programação matemática, simulação, teoria de filas, redes, análise de decisão, etc, com grande poder de aplicação a problemas práticos com estrutura lógica apropriada (IFORS, 2002).

Com crescente importância nos setores público e privado, a pesquisa operacional vem sendo utilizada no projeto e planejamento de operações de sistemas de emergência urbano, defesa, energia e de recursos minerais. Também sendo aplicada em uma grande variedade de assuntos em sistemas de comunicação digital, transporte, *marketing*, finanças, planejamento de estoques, manufatura e muitos outros tópicos que venham a melhorar a produtividade nos negócios (INFORMS, 2002).

O nome ‘Pesquisa Operacional’ apareceu durante a segunda guerra mundial. Por causa da guerra houve uma necessidade urgente de alocar, de modo eficaz, recursos escassos às várias operações militares e às atividades dentro de cada operação. Americanos e ingleses formaram as primeiras equipes de pesquisa operacional a fim de que fizessem pesquisa sobre operações militares (de natureza logística, tática e estratégica) (WINSTON, 1991).

Embora o termo ‘Pesquisa Operacional’ tenha sido atribuído durante a segunda guerra mundial, as origens científicas do assunto foram iniciadas muito antes. Alguns modelos primitivos de programação matemática foram desenvolvidos por Quesnay, em 1759, e Walras, em 1874; modelos econômicos mais sofisticados foram apresentados por Von Neumann, em 1937, e Kantorovich, em 1939. As bases

matemáticas de modelos lineares foram estabelecidas por Jordam, em 1873, Minkowski, em 1896, e Farkas, em 1903. Um pouco mais tarde, Markov apresentou trabalhos sobre modelos dinâmicos. Durante os anos 20, foram dadas sugestões inovadoras para o controle de estoques, publicadas em periódicos de negócios e engenharia industrial. É importante lembrar também dos estudos pioneiros dos fenômenos das filas de espera completados por Erlang, que viveu de 1878 a 1929 (WAGNER, 1986).

Logo após a segunda guerra, com a explosão industrial e conseqüentemente a crescente complexidade e especialização nas organizações, a pesquisa operacional despertou o interesse de administradores de empresas, que notaram a utilidade da ciência na solução de seus problemas industriais. Os pesquisadores que trabalharam na guerra e os que estudaram o assunto, estavam motivados a desenvolver pesquisas para o campo. Passaram então a trabalhar na resolução dos problemas industriais, pois se entendia que eram basicamente os mesmos problemas dos militares, apenas mudava-se o contexto (TAHA, 1976).

Apesar destes primórdios terem recebido reconhecimento e aclamação, somente há pouco tempo os modelos matemáticos para análise de decisão começaram a ser implementados nas empresas. Dois fatores regem essa mudança. Primeiro, as pressões da concorrência nos negócios aumentaram muito desde a segunda guerra mundial. Os executivos de grandes e médias empresas percebem que agora é essencial, para manter lucros, melhorar as maneiras tradicionais de coletar e analisar dados. Segundo, o fantástico desenvolvimento e a adoção generalizada de computadores de alta velocidade de processamento fomentaram o crescimento de meios mais sofisticados para avaliar alternativas de decisão (HILLIER & LIEBERMAN, 1988).

Mesmo necessitando de novas técnicas para análise de decisão, ainda é muito pequeno o número de empresas que possui um profissional de PO em seu quadro de funcionários. Essa carência do profissional faz com que, a maioria dos problemas não sejam identificados e resolvidos por modelos matemáticos eficientes. As empresas possuem engenheiros que estão preocupados em “apagar incêndios” ao invés de estudarem a viabilidade de novos processos que otimizem os vários setores da empresa.

O processo de tomada de decisão nas empresas costuma levar em conta vários fatores, isto faz com que, em geral, se torne uma tarefa difícil de ser executada e toma tempo considerável. A partir do desenvolvimento do método simplex por George

Dantzig em 1947, a programação matemática se tornou uma das técnicas mais empregadas, em especial a Programação Linear (PL).

Na PL, o problema de tomada de decisão é modelado para otimizar (minimizar ou maximizar) uma função linear, denominada função objetivo, sujeita a um conjunto de restrições (igualdades ou desigualdades) lineares. Muitos problemas práticos como, por exemplo, problemas de transporte e distribuição, problemas de localização, problemas de planejamento, programação e controle da produção, planejamento financeiro, dentre muitos outros têm sido formulados e resolvidos como modelos de otimização (WILLIAMS, 1993).

Nos últimos anos, com o avanço dos computadores (tanto em *hardware*, com máquinas mais poderosas, como em *software*, com algoritmos mais inteligentes), o custo de obtenção de soluções tem diminuído. Diversos problemas práticos, considerados de difícil solução há alguns anos podem, hoje, ser resolvidos em poucos minutos em microcomputadores pessoais. Com estes avanços, tem aumentado o número de aplicações bem sucedidas de modelos de otimização. Neste capítulo, investiga-se alguns modelos de otimização que podem ser úteis para tratar o problema do estudo de caso.

### **3.2 – O Problema da Separação de Grãos na Empresa**

No presente estudo de caso a separação dos grãos é feita por um conjunto de peneiras e existem várias destas que poderão ser utilizadas para obtenção de boa classificação dos grãos. A programação da produção dos grãos na empresa não está apenas restrita a escolha das peneiras que serão utilizadas para formar o conjunto, mas também depende da programação dos moinhos. É pela regulagem (aperto) dos moinhos que será definido se existirá maior quantidade de grãos finos ou de grãos grossos, sabendo-se que para os moinhos existem várias curvas de produção possíveis de implementar.

A seguir na Figura 3.1 são apresentados dois gráficos de curvas de produção de grãos nos moinhos. Os gráficos representam a regulagem do moinho, a fim de saber qual a faixa de espessura de grãos que ele produzirá com maior quantidade. O gráfico da esquerda, por exemplo, apresenta uma curva que produz quantidades maiores

de grãos grossos (repare que a curva é mais acentuada à esquerda do gráfico). Já o gráfico da direita representa uma curva de produção de grãos finos.

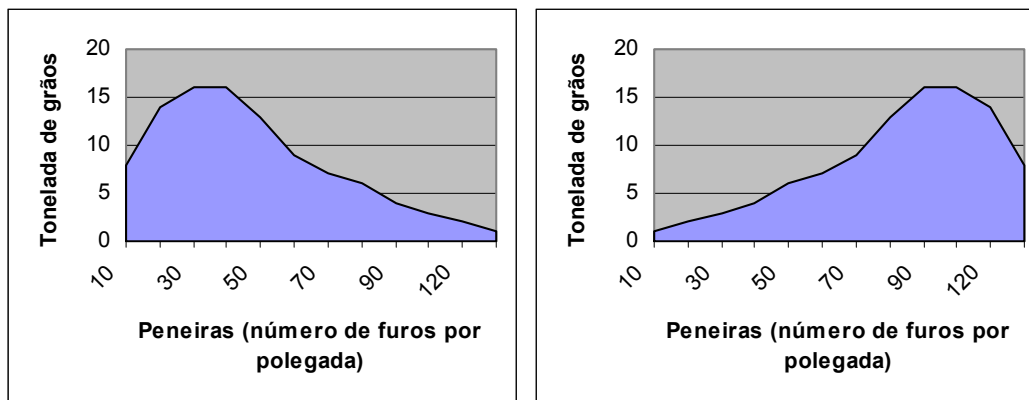


FIGURA 3.1 – Curvas de produção de grãos nos moinhos

O tamanho do lote não é igual para todos os períodos. Se os grãos estão em uma curva mais grossa, a produção é maior, enquanto que quanto mais fina for a curva, menor será o montante produzido. Isso acontece devido ao ajuste feito nos moinhos. Ao apertá-los para que triturem melhor o grão, serão obtidos grãos mais finos, mas devido a abertura para passagem dos grãos ser menor, o tamanho do lote também será reduzido. Portanto, quanto mais finos forem os grãos, menor será o tamanho do lote.

É importante compreender então, que o conjunto de peneiras define quais são os produtos que serão selecionados (produzidos) e a regulagem dos moinhos define a quantidade de cada um destes produtos. Ou seja, num conjunto de peneiras poderá haver alta produção de grãos do produto EC31\_120 e baixa do produto EC31\_20, mas num outro dia, ao alterar a regulagem dos moinhos (sem mudar o conjunto de peneiras), essa relação poderá inverter ou tomar outra proporção.

Em cada dia de trabalho (período), a empresa deseja realizar no máximo um *setup*, isso porque o custo de preparação de todas as máquinas é muito alto. O *setup* é feito ao final de cada dia para ser utilizado no próximo. Logo, em cada dia de trabalho, é admitido que será possível utilizar apenas um processo de produção. Cada processo consiste na regulagem dos moinhos juntamente com um conjunto de peneiras que possa ser utilizado num dia de trabalho. Convém salientar que nem mesmo a troca de peneiras

ou a regulação dos moinhos feita isoladamente é permitida ao longo do dia, pois ainda assim existiria alto custo de *setup*.

O *mix* de produtos a ser produzido num dia não é muito flexível, afinal a quantidade produzida de cada produto é definida no processo, e os processos já estão todos definidos. Para cada período, será necessário encontrar o processo que melhor atende a quantidade demandada de cada produto. Como o produto é tratado de forma independente, apenas um pequeno número de processos poderá ser utilizado para dar uma razoável aproximação do que seria o perfeito atendimento da demanda de todos os produtos em cada período, sem estoque ou falta de qualquer item.

Ter os processos definidos gera algumas insatisfações, tais como:

- 1) Dificilmente os processos produzem a quantidade ideal dos produtos;
- 2) Nem todos os produtos necessários são produzidos no processo;
- 3) Alguns produtos produzidos no processo não possuem demanda associada.

Por outro lado, com os processos já definidos, se reduz o número de combinações que o modelo irá percorrer até encontrar uma solução que possa ser viável, não sendo necessário o uso de restrições na combinação da produção de diferentes produtos num mesmo período.

A programação da produção de grãos ainda está submetida aos seguintes fatores:

- a) O período de programação é de um mês, o que se resume normalmente a 19 períodos, que são os dias em que há produção na empresa;
- b) Demandas podem ocorrer ao longo do horizonte já programado, ou seja, dentro de uma programação definida pode ser necessário refazer a programação para satisfazer à nova demanda;
- c) Não é considerado o estoque inicial dos produtos, o que seria estoque é debitado da quantidade demandada destes produtos antes de fazer a programação;

- d) Os produtos são produzidos em monoestágio (demanda independente), portanto não existe ordem de precedência a seguir.

A empresa retrabalha apenas os materiais de baixa qualidade que saem dos fornos e que ainda não passaram pelo britador, retornando novamente ao forno para ser fundido novamente. Uma quantidade de grãos somente será processada novamente se não existir demanda associada e ainda forem grãos de espessura média ou grande que seriam carregados como estoque, para que possam retornar ao moinho e serem transformados em grãos de espessura menor que tenham demanda.

A manutenção dos estoques é essencial para que se possa produzir a quantidade suficiente para atender a demanda de um produto num certo período, ou mesmo não produzir se for o caso, atendendo a demanda pelo excesso de produção acumulado em estoque. Entretanto os excessos devem ser evitados devido aos custos de carregar estoques entre períodos.

Nesse problema, as restrições de capacidade das máquinas são consideradas no momento da elaboração dos processos de produção, ou seja, cada processo de produção já levou em conta as restrições de capacidade da linha. É importante salientar que a empresa deixou claro que novos investimentos em maquinários não seriam feitos nos próximos anos.

### **3.3 – Modelagem do problema da empresa**

Devido aos diversos tipos de problemas reais encontrados nas empresas, vários foram os modelos desenvolvidos na tentativa de resolver cada um destes problemas, alguns deles descritos aqui, são aplicados ao problema da empresa estudada neste trabalho.

Apesar dos quatro fatores citados no segundo capítulo (*Priorizar o cliente; Priorizar a data de entrega; Priorizar o produto pelo lucro na venda e Minimizar o estoque carregado entre períodos*) como metas da empresa para a programação da produção, a empresa prioriza atualmente a data de entrega, por considerá-la muito importante na atual conjuntura. Como a maior dificuldade da empresa está em atender os prazos de entrega, resolveu-se nos modelos propostos aqui, priorizar o prazo de entrega em relação aos outros objetivos.

Ao longo dessa seção serão apresentadas algumas variações para duas propostas de modelo que são:

Primeira proposta – Minimizar o Número de Períodos (MNP) necessários para a produção dos itens demandados: o modelo deve produzir o quanto antes, ou seja, mesmo sendo possível não produzir num período, isto não é feito, devido ao risco de receber uma nova demanda para ser inserida no horizonte de planejamento. Então a linha de produção sempre estará trabalhando com a capacidade máxima, desde que exista demanda para períodos posteriores ao que o modelo esteja programando. Este tipo de programação pode acarretar em carregar estoques por períodos devido a possibilidade de se estar adiantando a produção de alguns itens.

Segunda Proposta – Minimizar a quantidade de itens demandados não produzidos (Minimizar a Falta de Produção (MFP)): para garantir que sempre se obterá uma solução factível para o problema, a função objetivo procura minimizar a falta de produção de produtos demandados.

Isso acontece da seguinte maneira: a cada período que se carrega falta de um produto, a quantidade de falta é registrada em uma matriz de Produto x Período. Por exemplo, suponha que o produto EC31\_150 tinha uma demanda de 2000kg para o período 5, mas que a empresa só conseguiu produzir 1500kg, faltando 500kg para cumprir a demanda no período 5. Suponha também que essa falta só será satisfeita no período 10, o que faz com que haja falta desse produto também nos períodos entre 5 e 9. A função então incrementa 500kg na matriz Produto x Período, a cada período que é constatado a falta do produto.

O valor da função objetivo deste modelo será igual a 2500kg, se considerado que em todos os períodos só houve a falta do produto EC31\_150. Nesta restrição torna-se preferível, portanto, dever 1000kg de um produto nos períodos 8 e 9 onde se somam 2000kg, do que dever 500kg do período 5 ao 9 onde se somam 2500kg. Isso se segue para todos os produtos em todos os períodos, o valor da função objetivo será então a soma dos valores da matriz Produto x Período.

### **3.4 – Problema de Seleção de Processos**

Neste tipo comum de problema, em geral são fixadas as demandas de produtos ao longo de um horizonte de planejamento. Cada produto pode ter vários



caminhos alternativos (recursos, rotas, processos) pelo qual ele pode ser produzido. Os custos unitários e os recursos utilizados irão depender do processo selecionado. Cada recurso de produção tem um limite de disponibilidade no período e vários produtos competem por esta capacidade de acordo com o processo de produção selecionado para cada produto. O problema consiste em determinar o quanto de cada produto será produzido em cada processo para minimizar os custos de produção, sujeito às restrições impostas por limitações de recursos e a demanda que define a quantidade total de cada produto a ser produzido (JONHSON & MONTGOMERY, 1974).

A seguir são apresentados dois modelos de seleção de processos:

MODELO 1: Utiliza apenas um período,  $m$  itens,  $n$  processos e custo de *setup* fixo para cada processo.

variáveis :  $x_j$  : quantidade de vezes que o processo  $j$  é processado (ou se o processo  $j$  é processado ou não)

parâmetros:  $c_j$  : custo total do processo  $j$ ;  
 $a_{ij}$  : quantidade do item  $i$  produzido pelo processo  $j$ ;  
 $d_i$  : demanda do item  $i$ .

índice:  $m$ : itens.

$$\min z = \sum_{j=1}^n c_j x_j \quad (3.1)$$

Sujeito a

$$\sum_{j=1}^n a_{ij} x_j \geq d_i, \quad i = 1, \dots, m \quad (3.2)$$

$$\text{com } x_j \geq 0, \text{ inteiro (ou } x_j \in \{0,1\}) \quad j = 1, \dots, n \quad (3.3)$$

Note que no caso do problema de corte de estoque se tem  $x_j \geq 0$ , inteiro. Por outro lado, em problemas de moer rochas/minérios para produzir *mix* de tamanhos, se tem  $x_j \in \{0,1\}$  (JONHSON & MONTGOMERY, 1974).

A função objetivo (3.1) minimiza a soma dos custos dos processos utilizados. Na inequação (3.2) a produção de um item deve ser maior ou igual a sua

demanda. Em (3.3) estão as restrições de não negatividade das variáveis (ou da utilização ou não de cada processo).

Agora considerando a produção para vários períodos temos:

MODELO 2: Multiperíodo,  $m$  itens,  $n$  processos e custo de *setup* fixo para cada processo.

variáveis :  $x_{jt}$  : quantidade de vezes que o processo  $j$  é processado no período  $t$  (ou se é processado ou não)

parâmetros:  $c_{jt}$  : custo fixo de produção do processo  $j$  no período  $t$ ;  
 $d_{it}$  : demanda do item  $i$  no período  $t$ .

$$\min z = \sum_{t=1}^T \sum_{j=1}^n c_{jt} x_{jt} \quad (3.4)$$

Sujeito a

$$\sum_{t'=1}^t \sum_{j=1}^n a_{ij} x_{jt'} \geq \sum_{t'=1}^t d_{it}, \quad i = 1, \dots, m, \quad t = 1, \dots, T \quad (3.5)$$

$$\text{com } x_{jt} \geq 0, \text{ inteiro (ou } x_{jt} \in \{0,1\}) \quad j = 1, \dots, n \quad (3.6)$$

A função objetivo (3.4) minimiza a soma dos custos dos processos utilizados no  $t$  períodos, na equação (3.5) a produção acumulada de um item deve ser maior ou igual a sua demanda acumulada no período, e em (3.6) estão as restrições de não negatividade das variáveis (ou da utilização ou não de cada processo em cada período).

### 3.5 – Problema de Dimensionamento de Lotes (*lot-sizing*)

O problema de dimensionamento de lotes de uma forma geral consiste em planejar a quantidade de itens a ser produzida em cada período ao longo de um horizonte de tempo finito, de modo a atender uma certa demanda e otimizar uma função objetivo, como minimizar os custos ou maximizar a contribuição ao lucro.

Este problema pode ser dividido em monoestágio e multiestágio. Denomina-se sistema de produção multiestágio quando os itens a serem produzidos são dependentes, isto é, a produção de determinado item depende da produção de outro

item, que é chamado item componente. Um sistema de produção é monoestágio quando os itens a serem produzidos são independentes, ou seja, nenhum item depende da produção de outro item.

O problema de dimensionamento de lotes monoestágio com um único item consiste na determinação da produção dos lotes de apenas um item para vários períodos de tempo, de modo a minimizar as somas dos custos de preparação, produção e estoque sobre um horizonte de planejamento. Deve-se também atender uma demanda preestabelecida e, pode-se considerar a formulação com ou sem restrição de capacidade. (ARAÚJO, 1999)

Este problema tem sido estudado desde o início do século passado. Os primeiros modelos para este tipo de problema são as renomadas fórmulas de quantidade de lote econômico – *Economic Order Quantity* (EOQ). O modelo EOQ é aplicado a problemas onde o processo de produção é monoestágio, sem restrições de capacidade, um único item e demanda contínua com taxa constante (DREXL & KIMMS, 1997).

Como o modelo EOQ trata de problemas muito restritos, outros modelos têm sido desenvolvidos, tal como o problema de programação de lote econômico – *Economic Lot Scheduling Problem* (ELSP): que é um problema de programação monoestágio com vários produtos, demanda estacionária e horizonte de programação infinito. Restrições de capacidade também são consideradas, pois alguns recursos escassos podem ser compartilhados por vários itens (DREXL & KIMMS, 1997).

Como as técnicas industriais em geral tendem a ficar crescentemente mais complexas, resolver os problemas de dimensionamento de lotes se torna também cada vez mais difícil. Primeiro, porque as limitações dos recursos industriais precisam ser consideradas, além do que, as capacidades podem ser insuficientes para satisfazer todas as demandas. Segundo, porque vários produtos podem ter que compartilhar os mesmos recursos, então, determinar o *mix* de produtos se torna um outro problema a ser solucionado. A competição por recursos entre diversos produtos faz com que os problemas sejam mais difíceis de resolver. Terceiro, porque a demanda pode variar substancialmente período a período, ao longo do horizonte de planejamento. Quarto, porque produzir um lote de um determinado produto em um determinado período pode requerer um *setup* substancial para aquele produto em cada recurso exigido durante aquele período. Um *setup* pode consumir dois tipos de recursos. Um é o custo de *setup*,

expresso em termos monetários, o outro é o tempo de *setup*, no qual consome algumas horas (FENG & CHENG,1998).

Em suma, há cinco dimensões de complexidade para os problemas de dimensionamento de lotes monoestágio: (i) disponibilidade de múltiplos recursos limitados, (ii) existência de vários produtos, (iii) vários períodos no horizonte de planejamento, (iv) tempos de *setup* e (v) custos de *setup*. Quando considerado os tempos e custos de *setup*, os problemas de dimensionamento de lotes tornam-se difíceis de resolver. A programação linear é usada para obter soluções aproximadas para problemas de dimensionamento de lotes econômicos que envolvem múltiplos produtos. Problemas desta classe são complexos (NP-Difíceis) e, em geral, formulados como problemas de programação inteira-mista, envolvendo variáveis binárias que representam a produção ou não de cada item, em cada período.

Quanto maior for o tempo de preparação da máquina, menor tende a ser o número de vezes que ela será preparada, ou seja, menor tende a ser o número de vezes que se muda de um item para outro. Isto quer dizer que maior será o número de itens de cada tipo a ser produzido de cada vez e daí, maior será o nível médio de estoque. A quantidade de itens a produzir de um tipo deve ser suficiente para satisfazer a demanda durante o tempo que a máquina está em preparação, mais o tempo que a máquina produz o outro tipo de item, mais outro tempo de preparação, ou seja, existe um *trade-off* entre baixos custos de *setup* (favorecendo a produção de grandes lotes, porém com altos custos de estocagem) e altos custos de *setup* (favorecendo a produção de pequenos lotes que facilitam o atendimento de prazos de entrega variados).

Um exemplo de modelo de dimensionamento de lotes aplicado à indústria de bebidas pode ser encontrado em FERREIRA (2002).

### **3.6 – Combinação de problema de seleção de processos e dimensionamento de lotes (não capacitado)**

Problema de dimensionamento de lote não capacitado (*The Uncapacitated Lot Sizing Problem* (ULSP)): Conhecido na literatura como sendo facilmente resolvido pelo algoritmo de Wagner e Whitin (1958), o problema de dimensionamento de lotes não-capacitado leva em conta custos de *setup*, horizonte de planejamento finito dividido em vários períodos discretos, a demanda é determinada por

período podendo variar sobre o tempo e é monoestágio, porém os limites de capacidade não são considerados.

A seguir serão apresentados quatro modelos de dimensionamento de lotes não capacitado aplicados ao problema da empresa (modelos 3 ao 6), partindo-se dos modelos de seleção de processos (modelos 1 e 2).

MODELO 3 – ULSP: No caso de se considerar custos de estocagem no modelo 2 de seleção de processos:

variável:  $I_{it}$  : estoque do item  $i$  no final do período  $t$ .

Parâmetro:  $h_{it}$  : custo de estocagem do item  $i$  no período  $t$ .

$$\min z = \sum_{t=1}^T \sum_{j=1}^n c_{jt} x_{jt} + \sum_{t=1}^T \sum_{i=1}^M h_{it} I_{it} \quad (3.7)$$

Sujeito a

$$I_{it} = I_{i,t-1} + \left( \sum_{j=1}^n a_{ij} x_{jt} \right) - d_{it}, \quad i = 1, \dots, M, \quad t = 1, \dots, T \quad (3.8)$$

$$\text{com } x_{jt} \in \{0,1\}, \quad I_{it} \geq 0. \quad (3.9)$$

Para se considerar pedidos pendentes (*backorder*), basta definir  $I_{it}^+ \geq 0$  (estoque em mãos) e  $I_{it}^- \geq 0$  (pedidos pendentes), com:

$I_{it} = I_{it}^+ - I_{it}^-$ , e alterar a função objetivo para:

$$\min z = \sum_t \sum_j c_{jt} x_{jt} + \sum_t \sum_i h_{it} I_{it}^+ + \sum_t \sum_i \pi_{it} I_{it}^- \quad (3.10)$$

onde  $\sum_t \sum_i h_{it} I_{it}^+$  é o custo de estoque

e  $\sum_t \sum_i \pi_{it} I_{it}^-$  é o custo de falta

A função objetivo (3.7) minimiza a soma dos custos dos processos utilizados e de estocagem, na equação (3.8) é representado o estoque de cada item  $i$  em cada período  $t$ , em (3.9) as restrições consideram a utilização ou não de cada processo

em cada período, e o estoque de cada item em cada período ser maior ou igual a zero. Note em (3.10) que a função objetivo permite pedidos pendentes.

Uma dificuldade neste estudo é estimar custo de falta ( $\pi_{it}$ ) e custo de estocagem ( $h_{it}$ ) dado que os períodos de tempo são pequenos (dias, ao invés de semanas ou meses). Por esse motivo procura-se evitar tais custos nas formulações.

MODELO 4: Na empresa estudada, o custo/tempo de *setup* é ‘muito grande’ para se ligar cada processo; assim, deseja-se encontrar um plano de produção com no máximo um processo por período (dia). Esta situação pode ser modelada como uma limitação dos modelos anteriores.

$$\text{Min } z = \sum_{t=1}^T \sum_{j=1}^n c_{jt} x_{jt} + \sum_{t=1}^T \sum_{i=1}^M h_{it} I_{it} \quad (3.11)$$

Sujeito a

$$I_{it} = I_{i,t-1} + \left( \sum_{j=1}^n a_{ij} x_{jt} \right) - d_{it}, \quad i = 1, \dots, M, \quad t = 1, \dots, T \quad (3.12)$$

$$\sum_{j=1}^n x_{jt} \leq 1, \quad t = 1, \dots, T \quad (3.13)$$

$$\text{com } x_{jt} \in \{0,1\}, \quad I_{it} \geq 0 \quad (3.14)$$

A função objetivo (3.11) minimiza a soma dos custos de *setup* e estocagem. Na equação (3.12) se tem o estoque por período. A inequação (3.13) garante que no máximo um processo poderá ser utilizado por período. As restrições (3.14) são do uso de variáveis binárias e de não negatividade.

Desconsiderando-se custo de estocagem no modelo 4 (pelas razões já mencionadas), e admitindo-se que  $c_{ij} = 1, \forall_{j,t}$  (todos os processos têm o mesmo custo), o problema é encontrar um plano de produção utilizando o menor número de períodos (dentre  $t = 1, 2, \dots, T$ ). Assim, o modelo 5 é formulado como um MNP. Este é o primeiro modelo proposto neste trabalho para resolver o problema da empresa.

MODELO 5 – MNP

$$\text{Min } z = \sum_{t=1}^T \sum_{j=1}^n t x_{jt} \quad (3.15)$$

Sujeito a

$$\sum_{t'=1}^t \sum_{j=1}^n a_{ij} x_{jt'} \geq \sum_{t'=1}^t d_{it'}, \quad i = 1, \dots, m \quad t = 1, \dots, T \quad (3.16)$$

$$\sum_{j=1}^n x_{jt} \leq 1, \quad t = 1, \dots, T \quad (3.17)$$

$$\text{com } x_{jt} \in \{0,1\} \quad (3.18)$$

Agora a função objetivo (3.15) minimiza o número de períodos utilizados para a produção, com os menores valores possíveis para  $t$ . A inequação (3.16) é a restrição de demanda, onde a quantidade produzida de um item no período somada ao seu estoque deve ser maior ou igual a demanda acumulada no período.

O modelo 5 também pode ser reescrito para que  $z$  corresponda "literalmente" ao número de períodos necessários (ao invés de uma penalidade). A nova restrição impõe uma ordem na atribuição das variáveis  $x(j,t)$ , de maneira a evitar que um período  $t+1$  seja utilizado sem que o período  $t$  também seja. Desta forma a solução sempre utiliza apenas os primeiros períodos disponíveis para produção. Os resultados serão os mesmos que no modelo 5.

$$\text{Min } z = \sum_{t=1}^T \sum_{j=1}^n x_{jt} \quad (\text{sem o uso do } t)$$

Sujeito às restrições (3.16), (3.17), (3.18) e uma nova restrição:

$$\sum_{j=1}^n x_{jt} \geq \sum_{j=1}^n x_{j,t+1} \quad t = 1, \dots, T-1.$$

Como a restrição de demanda (3.16) do modelo 5 frequentemente é infactível na prática (devido a prazos de entrega muito apertados negociados pelo departamento de vendas), é possível torná-la mais flexível com uso de variáveis de folga (excesso) e falta. O modelo 6 é formulado como um MFP. Este é o segundo modelo proposto neste trabalho para resolver o problema da empresa.

MODELO 6 – MFP: Penalizando-se a variável de falta, o modelo sempre encontrará solução factível, mas pode não ser tão “produtiva” quanto a do modelo 5.

Variáveis:  $f_{it}$  = de falta  
 $e_{it}$  = de folga (excesso)

$$\text{Min } z = \sum_{t=1}^T \sum_{i=1}^m f_{it} \quad (3.19)$$

Sujeito a

$$\left( \sum_{t'=1}^t \sum_{j=1}^n a_{ij} x_{jt'} \right) + f_{it} - e_{it} = \sum_{t'=1}^t d_{it'}, \quad i = 1, \dots, m, \quad t = 1, \dots, T \quad (3.20)$$

$$\sum_{j=1}^n x_{jt} \leq 1, \quad t = 1, \dots, T \quad (3.21)$$

com  $x_{jt} \in \{0,1\}$ ,  $f_{it} \geq 0$ ,  $e_{it} \geq 0$  note que a otimalidade  $f_{it}e_{it} = 0$  (3.22)

Aqui a função objetivo (3.19) minimiza a falta de produção dos itens demandados. Já na equação (3.20), a restrição de demanda agora tem as variáveis de folga e falta onde a quantidade produzida de um item no período somada ao seu estoque mais a falta ou menos o excesso deve ser igual a demanda do período.

Relaxação PL dos modelos MNP e MFP

Note que a ‘solução relaxada’ do modelo 5 e também do modelo 6 ( $x_{jt} \in \{0,1\} \rightarrow 0 \leq x_{jt} \leq 1$ ) fornece a “proporção de tempo” de cada período  $t$  que cada processo  $j$  é processado (sem considerar custo/tempo de *setup*). Agora será feita uma combinação com ‘dimensionamento de lote capacitado’ onde o ‘processo’ aqui no estudo de caso faz o papel do produto nas formulações clássicas, e incorpora-se nos modelos os tempos de *setup* dos processos.



### 3.7 – Combinação de problema de seleção de processos e dimensionamento de lotes (capacitado)

No Anexo A, é feita uma revisão de quatro modelos de dimensionamento de lotes capacitado monoestágio discutidos em DREXL & KIMMS (1997):

1. O problema de dimensionamento de lotes capacitado (*The Capacitated Lot Sizing Problem (CLSP)*);
2. O problema de dimensionamento de lotes discretos (*The Discrete Lot Sizing and Scheduling Problem (DLSP)*);
3. O problema de dimensionamento de lotes proporcional (*The Proportional Lot Sizing and Scheduling Problem (PLSP)*);
4. O problema de dimensionamento de lotes generalizado (*The General Lot Sizing and Scheduling Problem (GLSP)*).

Os modelos apresentados nessa seção estarão diretamente relacionados aos quatro problemas citados acima.

O problema de dimensionamento de lotes capacitado (*The Capacitated Lot Sizing Problem (CLSP)*): é visto apenas como uma extensão do conhecido problema de Wagner Whitin com restrições de capacidade, com vários itens podendo ser produzidos em cada período. Resolver o CLSP ótimo com custos de *setup* é conhecido como sendo NP-Difícil (BITRAN e YANASSE, 1982). Se tempos de *setup* também forem incorporados ao modelo, encontrar uma solução factível já é um problema NP-Difícil (MAES *et al.*, 1991).

TRIGGEIRO *et al.* (1989) lembra que o problema com tempos de *setup* não é apenas uma simples extensão do problema com custo de *setup*, uma vez modificado o número de *setup* no plano de produção, além do custo é alterado também o nível de capacidade utilizada.

ARMENTANO *et al.* (1999) enfoca o CLSP monoestágio propondo um novo modelo baseado em fluxo de redes para o problema com restrições de capacidade e tempos de preparação.

MODELO 7 – CLSP: O modelo 3 pode ser reescrito como:

Novos parâmetros:  $s_j$  : custo de setup do processo  $j$ ;

$st_j$  : tempo de setup do processo  $j$  (fração de um dia  $0 \leq t_j \leq 1$ ).

Nova variável:  $q_{jt}$  : tempo utilizando o processo  $j$  no período  $t$  (fração de um dia  $0 \leq q_{jt} \leq 1$ )

$$\text{Min } z = \sum_{t=1}^T \sum_{j=1}^n s_j x_{jt} + \sum_{t=1}^T \sum_{i=1}^M h_i I_{it} \quad (3.23)$$

Sujeito a

$$I_{it} = I_{i,t-1} + \left( \sum_{j=1}^n a_{ij} q_{jt} \right) - d_{it}, \quad i = 1, \dots, M, \quad t = 1, \dots, T \quad (3.24)$$

$$\sum_{j=1}^n (st_j x_{jt} + q_{jt}) \leq 1, \quad t = 1, \dots, T \quad (3.25)$$

$$q_{jt} \leq x_{jt}, \quad j = 1, \dots, n, \quad t = 1, \dots, T \quad (3.26)$$

$$\text{com } x_{jt} \in \{0,1\}, \quad q_{jt} \geq 0, \quad I_{it} \geq 0 \quad (3.27)$$

A função objetivo (3.23) minimiza a soma dos custos de *setup* dos processos utilizados e de estocagem. Na equação (3.24) é representado o estoque de cada item  $i$  em cada período  $t$ . Na inequação (3.25), o tempo de *setup* do processo mais o tempo de uso do processo deve ser menor ou igual a capacidade do período. Na restrição (3.26), o tempo utilizando um processo não deve ser superior a capacidade diária caso o processo seja utilizado no período. Em (3.27) estão as restrições de não negatividade das variáveis e da atribuição de valores binários a todo  $x_{jt}$ .

Note que, a função objetivo (3.23) equivale à função objetivo (A1) do Anexo A, onde o  $j$  aqui faz o papel de processo, enquanto que no Anexo A ele faz o papel de item. Como cada processo produz uma quantidade variada de vários itens, foi necessário fazer uma soma do custo de estocagem de todos os itens em todos os períodos e somar aos custos de *setup* nas mudanças de processo. A equação (3.24) corresponde à equação (A2), novamente sendo necessária a inclusão de uma somatória da quantidade produzida de cada item  $i$  em cada processo  $j$ . Note também que o  $q_{jt}$  aqui, é a fração do período  $t$  em que o processo  $j$  é utilizado, enquanto que no Anexo A,  $q_{jt}$  é a quantidade produzida do item  $j$  no período  $t$ . A inequação (3.25) corresponde à

inequação (A4), já a inequação (3.26) corresponde à inequação (A3) e finalmente as restrições em (3.27) correspondem as restrições (A5) e (A6) do Anexo A.

Este problema é bem difícil de ser resolvido. Se for desconsiderado o tempo de *setup* do processo  $j$ , a restrição de capacidade (3.25) fica:

$$\sum_{j=1}^m q_{jt} \leq 1, \quad t = 1, \dots, T$$

que ainda é difícil de ser resolvido.

Note que o modelo 7 (capacitado) permite que mais de um processo seja utilizado por período, diferente do modelo 4, mas assim como o modelo 3 (não capacitado). Desconsiderando-se custo de estocagem, admitindo-se  $c_{jt} = 1, \forall_j, t$ , desconsiderando-se custo de *setup* (mas considerando-se tempo de *setup*), e levando-se em conta a restrição de demanda (3.24) do modelo 7, pode-se obter o modelo correspondente ao modelo 5 (MNP) (que limitava em um processo por período).

MODELO 8 – CLSP: MNP com tempos de *setup*

$$\text{Min } z = \sum_{t=1}^T \sum_{j=1}^n tx_{jt} \quad (3.28)$$

Sujeito a

$$\left( \sum_{t'=1}^t \sum_{j=1}^n a_{ij} q_{jt'} \right) \geq \sum_{t'=1}^t d_{it'}, \quad i = 1, \dots, m, \quad t = 1, \dots, T \quad (3.29)$$

$$\sum_{j=1}^n (st_j x_{jt} + q_{jt}) \leq 1, \quad t = 1, \dots, T \quad (3.30)$$

$$q_{jt} \leq x_{jt}, \quad j = 1, \dots, n, \quad t = 1, \dots, T \quad (3.31)$$

$$\text{com } x_{jt} \in \{0,1\}, \quad q_{jt} \geq 0, \quad (3.32)$$

A função objetivo (3.28) é minimizar o número de períodos necessários. Na equação (3.29), a restrição de demanda assim como no modelo 5 pode gerar infactibilidade. As restrições em (3.30) impedem que o tempo de *setup* do processo

mais o tempo que o processo é processado seja maior que o tempo disponível para o período.

O mesmo pode ser feito para se obter o modelo correspondente ao modelo 6 (MFP):

MODELO 9 – CLSP: MFP com tempos de *setup*

$$\text{Min } z = \sum_{t=1}^T \sum_{i=1}^m f_{it} \quad (3.33)$$

Sujeito a

$$\left( \sum_{t'=1}^t \sum_{j=1}^n a_{ij} q_{jt'} \right) + f_{it} - e_{it} = \sum_{t'=1}^t d_{it'}, \quad i = 1, \dots, M, \quad t = 1, \dots, T \quad (3.34)$$

$$\sum_{j=1}^n (st_j x_{jt} + q_{jt}) \leq 1, \quad t = 1, \dots, T \quad (3.35)$$

$$q_{jt} \leq x_{jt}, \quad j = 1, \dots, n, \quad t = 1, \dots, T \quad (3.36)$$

$$\text{com } x_{jt} \in \{0,1\}, \quad q_{jt} \geq 0, \quad f_{it} \geq 0, \quad e_{it} \geq 0 \quad (3.37)$$

Nos casos em que a solução do modelo é dada por  $z = 0$ , ou seja, não houve falta de produção em qualquer período do horizonte programado, o modelo poderia, assim como nos modelos MNP, tentar reduzir o número de períodos para a produção da demanda. Uma forma de se fazer isso é reescrevendo a função objetivo (3.33) para:

$$\text{Min } z = K \sum_{t=1}^T \sum_{i=1}^m f_{it} + \sum_{t=1}^T \sum_{j=1}^n tx_{jt}$$

Onde  $K$  é suficientemente grande, de maneira que o primeiro objetivo (minimizar a falta) domine o segundo (minimizar o número de períodos de produção).

A função objetivo (3.33) é minimizar a falta. Na equação (3.34), a restrição de demanda assim como no modelo 6 tem as variáveis de folga e falta.

Este modelo, assim como o modelo 6, sempre encontrará solução factível, porém a solução encontrada pode não ser tão “produtiva”, isto é, utiliza um

maior número de períodos do que o mínimo necessário para produzir toda demanda (no caso deste último ter solução factível).

A seguir, analisamos como incorporar nos modelos de dimensionamento de lotes, decisões de seqüenciamento de lotes, conforme DREXL & KIMMS (1997).

**Problema de dimensionamento de lotes discreto (*The Discrete Lot Sizing and Scheduling Problem (DLSP)*):** Este problema combina decisões de dimensionamento e seqüenciamento de lotes, e é também conhecido como “tudo ou nada”, ou seja, somente um item pode ser produzido por período. Logo, deverá ocorrer custo de *setup* apenas quando a produção de um diferente item for iniciada.

A limitação de utilização de um processo por dia do modelo 6 pode ser vista como equivalente a condição tudo ou nada do modelo DLSP do Anexo A.

De fato, o modelo 3 também pode ser estendido para tratar este caso:

$$\text{Min } z = \sum_{t=1}^T \sum_{j=1}^n s_j x_{jt} + \sum_{t=1}^T \sum_{i=1}^M h_{it} I_{it} \quad (3.38)$$

Sujeito a

$$I_{it} = I_{i,t-1} + \left( \sum_{j=1}^n a_{ij} q_{jt} \right) - d_{it}, \quad i = 1, \dots, M, \quad t = 1, \dots, T \quad (3.39)$$

$$q_{jt} = x_{jt}, \quad j = 1, \dots, n, \quad t = 1, \dots, T \quad (3.40)$$

$$\sum_{j=1}^n x_{jt} \leq 1, \quad t = 1, \dots, T \quad (3.41)$$

$$\text{com } x_{jt} \in \{0,1\}, \quad I_{it} \geq 0 \quad (3.42)$$

que eliminando as variáveis  $q_{jt}$  (isto é, substituindo-as por  $x_{jt}$ ), se reduz ao modelo 4. (veja acima), com custo de *setup*  $s_j$  ( $s_j = c_{jt}$ ).

Note que não são considerados tempos de *setup*  $st_j$  no modelo acima, uma vez que apenas um processo pode ser utilizado por período (onde por definição

têm-se  $st_j + q_{jt} \leq 1$ ). Se for desejável considerar custo de *setup*  $s_j$  apenas nas situações onde se troca de processo de um período para outro (i.e., do dia  $t-1$  para o dia  $t$ ), pode-se definir a variável:

$$z_{jt} = \begin{cases} 1, & \text{se } x_{jt} = 1 \text{ e } x_{j,t-1} = 0 \\ 0, & \text{caso contrário (incluindo o caso: } x_{jt} = 1 \text{ e } x_{j,t-1} = 1) \end{cases}$$

Esta nova variável  $z$  representa troca de processo do período  $t-1$  para o período  $t$ .

**MODELO 10 – DLSP:** O modelo acima fica (0 ou 1 produtos podem ser produzidos num dia):

$$\text{Min} \quad \sum_{t=1}^T \sum_{j=1}^n s_j z_{jt} + \sum_{t=1}^T \sum_{i=1}^M h_{it} I_{it} \quad (3.43)$$

Sujeito a

$$I_{it} = I_{i,t-1} + \left( \sum_{j=1}^n a_{ij} x_{jt} \right) - d_{it}, \quad i = 1, \dots, M, \quad t = 1, \dots, T \quad (3.44)$$

$$\sum_{j=1}^n x_{jt} \leq 1, \quad t = 1, \dots, T \quad (3.45)$$

$$z_{jt} \geq x_{jt} - x_{j,t-1}, \quad j = 1, \dots, n, \quad t = 1, \dots, T \quad (3.46)$$

$$\text{com} \quad x_{jt} \in \{0,1\}, \quad z_{jt} \geq 0, \quad I_{it} \geq 0 \text{ sem atrasos} \quad (3.47)$$

Agora a função objetivo (3.43) só considera custo de *setup* ( $s_j$ ) se ele realmente existiu.

O modelo acima corresponde ao modelo DLSP do Anexo A. Note que a função objetivo (3.43) corresponde à função objetivo (A7), a equação (3.44) corresponde à equação (A8), a equação (3.45) corresponde à equação (A10), a inequação (3.46) corresponde à inequação (A11) e as restrições em (3.47) correspondem às restrições em (A12) e (A13). A equação correspondente à equação (A9) do Anexo A não é necessária aqui pelo fato de a capacidade das máquinas já ter sido considerada no momento da elaboração dos processos.

**Problema de dimensionamento de lotes proporcional (*The Proportional Lot Sizing and Scheduling Problem (PLSP)*):** O Problema de dimensionamento de lote proporcional consiste em evitar que em um período não seja utilizada a capacidade total, deixando a linha de produção ociosa. Então este problema procura encontrar um novo processo para ser produzido neste período, considerando também o tempo de *setup* deste novo processo. Isso permite que a produção de um processo seja adiantada e evita deixar a linha de produção com capacidade excedente ou produzindo estoque de itens sem demanda.

Se dois processos são executados em um único período, deve ser claro em qual ordem estes processos devem ser executados. As variáveis  $z_{jt}$  indicam o estado do *setup* no final do período. O estado do *setup* pode ser alterado no máximo uma vez por período, portanto, no máximo dois processos podem ser produzidos por período e não é possível a execução de dois processos em dois períodos na seqüência, a menos que o segundo processo executado num período seja o primeiro do próximo período.

Assim, também é possível usar o problema de dimensionamento de lote proporcional para relaxar o tudo ou nada: 0,1 ou 2 processos podem ser processados num dia.

#### MODELO 11 – PLSP:

$$\text{Min } z = \sum_{t=1}^T \sum_{j=1}^n s_j z_{jt} + \sum_{t=1}^T \sum_{i=1}^M h_{it} I_{it} \quad (3.48)$$

Sujeito a

$$I_{it} = I_{i,t-1} + \left( \sum_{j=1}^n a_{ij} q_{jt} \right) - d_{it}, \quad i = 1, \dots, M \quad t = 1, \dots, T \quad (3.49)$$

$$\sum_{j=1}^n (st_j z_{jt} + q_{jt}) \leq 1, \quad t = 1, \dots, T \quad (3.50)$$

$$q_{jt} \leq x_{j,t-1} + x_{jt}, \quad j = 1, \dots, n \quad t = 1, \dots, T \quad (3.51)$$

$$\sum_{j=1}^n x_{jt} \leq 1, \quad t = 1, \dots, T \quad (3.52)$$

$$z_{jt} \geq x_{jt} - x_{j,t-1}, \quad j = 1, \dots, n \quad t = 1, \dots, T \quad (3.53)$$

$$\text{com } x_{jt} \in \{0,1\}, \quad z_{jt} \geq 0, \quad q_{jt} \geq 0, \quad I_{it} \geq 0 \quad (3.54)$$

A função objetivo (3.48) é idêntica à do modelo 9, na equação (3.49) será utilizado o  $q_{jt}$  no lugar do  $x_{jt}$ . As restrições (3.50) limitam a capacidade, a restrição (3.52) assegura que somente um processo poderá ser utilizado por período.

Este modelo corresponde ao modelo PLSP do Anexo A, onde a função objetivo (3.48) corresponde à função objetivo (A14), a equação (3.49) corresponde à equação (A15), as inequações (3.50), (3.51), (3.52), (3.53) correspondem as inequações (A16), (A17), (A18), (A19) respectivamente, e as restrições em (3.54) equivalem às restrições em (A20) e (A21).

O mesmo poderia ser feito para o modelo GLSP do Anexo A:

**Problema de dimensionamento de lotes generalizado (*The General Lot Sizing and Scheduling Problem (GLSP)*):** O problema de dimensionamento de lote generalizado consiste em dividir cada macro-período  $t$  em períodos com tamanho variável, ou seja, é possível fixar um número máximo de lotes a serem produzidos por período ( $P_t$ ). Onde cada lote está associado a uma posição no período, definindo a seqüência de lotes.

#### MODELO 12 – GLSP:

Novo parâmetro:

$P_t$  número máximo de lotes no período  $t$ .

Variáveis de decisão:

$I_{it}$  estoque do item  $i$  no final do período  $t$ ;

$a_{ip}$  quantidade produzida do item  $i$  na posição  $p$ ;

$z_{ip}$  variável binária que indica se um *setup* para o item  $i$  ocorreu na posição  $p$  ( $z_{ip} = 1$ ) ou não ( $z_{ip} = 0$ );

$x_{jp}$  variável binária que indica se o processo  $j$  é utilizado na posição  $p$  ( $x_{jp} = 1$ ) ou ( $x_{jp} = 0$ ).



$F_t = 1 + \sum_{t=1}^{t-1} P_t$  é usado para denotar a primeira posição no período, e

$L_t = F_t + P_t - 1$  é usado para denotar a última posição no período.

$$\text{Min} \quad \sum_{t=1}^T \sum_{j=1}^n \sum_{p=1}^P s_j z_{jp} + \sum_{t=1}^T \sum_{i=1}^M h_{it} I_{it} \quad (3.55)$$

Sujeito a

$$I_{it} = I_{i(t-1)} + \left( \sum_{p=F_t}^{L_t} \sum_{j=1}^n a_{ij} q_{jp} \right) - d_{jt}, \quad i = 1, \dots, M, \quad t = 1, \dots, T \quad (3.56)$$

$$q_{jp} \leq x_{jp}, \quad j = 1, \dots, n, \quad p = F_t, \dots, L_t \quad (3.57)$$

$$\sum_{p=F_t}^{L_t} \sum_{j=1}^n (s_j z_{jp} + q_{jp}) \leq 1, \quad (3.58)$$

$$\sum_{j=1}^n x_{jp} \quad p = 1, \dots, P \quad (3.59)$$

$$z_{jp} \geq x_{jp} - x_{j,p-1}, \quad j = 1, \dots, n \quad p = 1, \dots, P \quad (3.60)$$

$$\text{com} \quad x_{jp} \in \{0,1\}, \quad z_{jp} \geq 0, \quad q_{jp} \geq 0, \quad I_{it} \geq 0 \quad (3.61)$$

A função objetivo e as restrições são iguais ao PLSP. Porém, note na equação (3.56) que agora um processo pode ser utilizado em várias posições num período.

Os modelos apresentados podem ainda ser estendidos, por exemplo, para considerar pedidos pendentes e vendas perdidas.

Diversos modelos ainda podem ser encontrados na literatura de gerência da produção e pesquisa operacional que podem ser úteis para tratar tais situações, conforme, por exemplo, JOHNSON e MONTGOMERY (1974), HAX e CANDEA (1984), WINSTON (1991), ASKIN e STANDRIDGE (1993), WILLIAMS (1993), GRAVES *et al.* (1993), GERSHWIN (1994) e NAHMIAS (1995). No Anexo A, são encontradas mais referências sobre modelos de dimensionamento de lotes.

Os outros objetivos desejados pela empresa como *Priorizar o cliente; Priorizar o produto pelo lucro na venda e Minimizar o estoque carregado entre períodos* podem ser resolvidos por meio da programação de metas (*goal programming*) definida por RAVIDRAN *et al.* (1987) como tendo todos os objetivos associados com níveis de prioridade. Assim permite uma solução simultânea de um sistema de objetivos complexos em lugar de um único objetivo. Naturalmente esta extensão envolve diversas dificuldades, uma vez que os modelos são de programação inteira mista.

Na literatura de dimensionamento de lotes, desconhecemos trabalhos realizados utilizando processos, portanto, a contribuição deste capítulo com relação aos modelos de dimensionamento de lotes consiste na elaboração de modelos, a partir da literatura, que tratam da combinação de seleção de processos e dimensionamento de lotes, na programação da produção de empresas que tenham sua produção definida por processos que envolvam a fabricação de diferentes itens dentro do mesmo processo.

No próximo capítulo, serão apresentadas e discutidas linguagens de modelagem e resolvidores (*solvers*) para resolver os modelos aqui propostos. Estes modelos propostos são apresentados e implementados na linguagem *GAMS*.

## 4 LINGUAGENS DE MODELAGEM E PACOTES DE SOLUÇÃO

### 4.1 – Linguagens de Modelagem

As características desejáveis de um Ambiente de Modelagem segundo SENNE (1997) são:

- Uma estrutura suficientemente geral para as diversas fases do processo de modelagem;
- O emprego de três representações básicas para um modelo: uma representação conveniente para comunicação com não-especialistas, uma representação matemática conveniente para uso por especialistas e uma representação executável por computador;
- Uma fundamentação conceitual rigorosa para as três representações básicas do modelo;
- A independência entre a representação do modelo e a de sua solução, com o emprego de interface que facilite a construção de bibliotecas de modelos ou de sub-modelos;
- A independência entre a representação do modelo e a representação dos dados que definem instâncias específicas do modelo;
- Facilidade de integração com bancos de dados;
- Implementação de interface visual e interativa com o usuário.

As Linguagens de Modelagem têm por função não apenas traduzir os modelos para um resolvidor de problemas matemáticos (*solver*) qualquer, como também se torna uma importante ferramenta para encurtar o tempo disposto pelos especialistas na implementação de um modelo matemático. Das várias formas de representação de modelos já propostas, as linguagens algébricas constituem um dos principais esquemas. O número de linguagens algébricas de modelagem existentes é uma prova disto.

As linguagens algébricas caracterizam-se basicamente por:

- Uso de conjuntos para representação de domínios;
- Capacidade de indexação;
- Expressões aritméticas simples e diretas;

- Descrição simbólica de conjuntos de dados;
- Capacidade de instanciação de dados;
- Habilidade em impor restrições sobre parâmetros e variáveis.

Em consequência da grande diversidade de linguagens algébricas, vários são os trabalhos que comparam as características destas linguagens. Os trabalhos mais recentes comparam as capacidades de linguagens que já alcançaram o *status* de produto comercial. Por exemplo, o trabalho de KIUP CAC (1993), compara as linguagens *UIMP*, *LPM*, *CAMPS*, *LMC*, *MGG*, *LAMP*, *ULP*, *GAMS*, *LPL*, *AMPL* e *MPL*. GEOFFRION (1993), compara as linguagens *AMPL*, *GAMS*, *LINGO* e *SML*. CHIANG KAO (1998), compara as linguagens *MATLAB*, *GINO*, *GAMS* e *AMPL*. Esses autores observam pontos que se relacionam com a efetividade da linguagem, como a possibilidade de utilização de conjuntos de índices, da separação entre modelo e dados, e em termos da linguagem e seu ambiente. SOLANKI & GORTI (1996), estudaram o uso da Programação Orientada a Objetos, no qual teria dado significantes avanços em linguagem de programação nos termos de modularidade e reusabilidade do código.

Nos últimos anos se viu uma crescente demanda por modelos matemáticos para análise de decisão nas empresas. Isso motivou e intensificou o desenvolvimento e aprimoramento de Linguagens de Modelagem e Pacotes de Solução (*solvers*) para Programação Linear (PL), Programação Inteira e Inteira Mista (PLI e PL Mista). Por exemplo, empresas como a americana *ILOG*, investiram pesado nesse mercado e conseguiram desenvolver novas ferramentas capazes de resolver problemas de otimização de grande porte. Outra empresa, a holandesa *PARAGON*, criou o *AIMMS*, que vem a ser uma nova concepção em linguagens de modelagem algébrica e estará sendo explicada em maiores detalhes na seção 4.3.3.

## 4.2 – Programação Inteira Mista

O modelo discutido neste projeto é um problema de programação inteira mista e o método *branch and bound* e suas derivações (*branch and cut*, *branch and price* e outros) são os algoritmos utilizados pelos *solvers* que são capazes de resolver os problemas de programação inteira mista.

Por muitos anos, a principal técnica de solução usada na prática de Programação Inteira Mista permaneceu inalterada: Programação Linear baseada no

algoritmo *branch and bound*. Isto, apesar de que de fato houve um significativo progresso na teoria de programação inteira e no campo relacionado a otimização combinatorial. Muitas das idéias desenvolvidas passaram por um grande esforço computacional, mas, até recentemente, relativamente pouco daquele trabalho havia sido feito em códigos comerciais. Aquela situação mudou, hoje existem vários *solvers*, entre eles, *LINDO (LINGO)*, *OSL (IBM)* e o *CPLEX (ILOG)*.

O poder da Programação Inteira Mista foi reconhecido quase que imediatamente, datando por volta dos anos cinqüenta, onde numerosas tentativas foram feitas para aplicá-la. Infelizmente, o modelo poderia ser bom, mas os *softwares* disponíveis e *hardware* para resolvê-los, não o eram. Muitos especialistas se simpatizavam com a Programação Inteira Mista, porém, reconheciam limitações para algumas aplicações práticas (BIXBY, 2000).

Os métodos que resolvem problemas de Programação Inteira Pura e Programação Inteira Mista requerem dramaticamente mais esforço computacional que os Programas Lineares sem restrições de variáveis inteiras. Muitos modelos de Programação Inteira relativamente pequenos podem levar muito tempo para serem resolvidos.

Para problemas com variáveis inteiras, o método *branch and bound* resolve uma série de subproblemas de Programação Linear. Isto porque um único Problema Inteiro Misto gera muitos subproblemas de Programação Linear, até mesmo um pequeno problema de Programação Inteira Mista, pode exigir grande esforço computacional e necessitar quantias significantes de memória física.

### **4.3 – Ilustração das Linguagens**

#### **4.3.1 – A Linguagem de Modelagem *GAMS (General Algebraic Modeling System)***

*GAMS* é uma Linguagem de Modelagem projetada para construção e solução de grandes e complexos modelos de Programação Matemática. Além de seu compilador, ele integra *solvers* de alta performance para resolver modelos de Programação Linear, Programação Linear Inteira e Mista, Programação Não Linear (PNL), entre outros (FERNANDES & MORABITO, 1993). É possível construir

grandes modelos que, se necessário, poderão ser rapidamente adaptados a novas situações.

O modelo em *GAMS* é desenvolvido inteiramente em um arquivo texto, a distinção de variáveis, parâmetros e equações são feitas por meio de palavras reservadas. Embora todos os dados do modelo estejam nesse arquivo texto, isso não faz com que fique difícil de entendê-lo, pelo contrário, por estarem todas as informações em um só lugar, torna a visualização da informação desejada mais fácil de ser encontrada e de constatar possíveis erros de integridade quando do desenvolvimento do projeto. Mas modelos armazenados em arquivos texto têm algumas inconveniências, como por exemplo, entre outros, a inserção dos dados que alimentam o modelo em si, a falta de uma ferramenta para tratamento de erros durante a modelagem e a atualização do modelo que somente poderá ser realizada por especialistas.

Ao final, o *GAMS* gera um relatório da solução encontrada para o modelo, este também em arquivo texto. Apesar de ser possível configurar a apresentação da saída, esta fica restrita apenas a forma como o resultado foi apresentado, ficando o usuário impedido de criar novas visões em cima do resultado apresentado.

Em seguida é apresentada a estrutura da linguagem *GAMS* aplicando o modelo MNP (modelo 5) descrito na seção 3.4.1.

Dada a representação matemática do modelo:

Parâmetros:

$a_{ij}$  Tonelada produzida do item  $i$  utilizando o processo  $j$ ;

$d_{it}$  Demanda do item  $i$  no período  $t$ .

Variáveis:

$x_{jt}$  Indica se o processo  $j$  é utilizado no período  $t$ ;

$$\text{Min } z = \sum_{t=1}^T \sum_{j=1}^n tx_{jt}$$

Sujeito a

$$\sum_{t'=1}^t \sum_{j=1}^n a_{ij} x_{jt'} \geq \sum_{t'=1}^t d_{it'}, \quad i = 1, \dots, m \quad t = 1, \dots, T$$

$$\sum_{j=1}^n x_{jt} \leq 1, \quad t = 1, \dots, T$$

com  $x_{jt} \in \{0,1\}$

Cinco elementos são identificados neste modelo, são eles:

(i) índices:  $t, j, i$ . Sejam:

$t$  período;

$j$  processo;

$i$  produto.

(ii) parâmetros:  $a_{ij}, d_{it}$ . Sejam:

$a_{ij}$  tonelada produzida por dia do item  $i$  utilizando o processo  $j$ ;

$d_{it}$  demanda do produto  $i$  no período  $t$ .

(iii) variável de decisão  $x_{jt}$ . Seja:

$x_{jt}$  indica se o processo  $j$  é utilizado no período  $t$

(iv) restrições: inequações (2) e (3).

(2) restrição de demanda

(3) restrição da capacidade diária

(v) função objetivo: expressão (1), minimizar o número de períodos utilizados para produção.

No modelo *GAMS*, estes elementos são definidos pelos comandos:

SETS (Índices)

SCALAR, PARAMETER e TABLE (Parâmetros)

VARIABLES (Variáveis de Decisão)

EQUATIONS (Restrições e Função Objetivo)

Estrutura básica do modelo *GAMS*:

SETS

declaração e designação do domínio

Parâmetros (SCALAR, PARAMETERS, TABLES)

declaração e designação dos valores

VARIABLES

declaração, designação do tipo, limitantes e valores iniciais

EQUATIONS

declaração e definição

MODEL

declaração

SOLVE

declaração

O comando MODEL define o nome do modelo e as equações que o compõem, e o comando SOLVE declara o algoritmo para resolvê-lo. O modelo completo para o exemplo do problema MNP de (1) a (4) aparece abaixo:

Considere o modelo MNP com 10 períodos ( $t$ ), 5 processos de produção ( $j$ ) e 10 produtos ( $i$ ):

```
SETS
  T      periodos      /1*10/
  J      processos     /1*5/
  I      produtos
/ EK8A_16,
  EK8A_20,
  EK8A_24,
  EK8A_30,
  EK8A_36,
  EK8A_46,
  EK8A_54,
  EK8A_60,
  EK8A_80,
  EK8A_100/;
```

ALIAS (T, TL); O alias TL é um índice com o mesmo domínio de T



TABLE a(i, j) tonelada por dia produzida do item i utilizando o processo j

	1	2	3	4	5
EK8A_16	0	1000	2000	0	500
EK8A_20	0	1000	500	0	500
EK8A_24	0	0	500	0	300
EK8A_30	0	0	500	0	300
EK8A_36	0	0	500	0	0
EK8A_46	0	0	0	1500	0
EK8A_54	0	0	0	800	0
EK8A_60	1500	0	0	1500	2000
EK8A_80	1000	1500	500	1500	1500
EK8A_100	300	300	0	500	300;

TABLE d(i, t) demanda do produto i no periodo t

	3	4	5	6	7	8	9	10
EK8A_16	0	0	0	0	400	0	600	500
EK8A_20	0	0	0	0	400	600	0	1000
EK8A_24	1000	0	0	0	0	500	0	0
EK8A_30	0	0	300	700	0	0	1000	0
EK8A_36	0	0	300	0	0	1000	800	0
EK8A_46	0	0	0	500	0	0	0	0
EK8A_54	0	0	0	500	0	0	0	1500
EK8A_60	0	1000	2000	0	0	0	1500	0
EK8A_80	0	0	0	500	0	1000	0	2000
EK8A_100	0	0	0	0	0	0	3000	0;

VARIABLES

x(j, t) indica se o processo j e utilizado no periodo t  
 Z atraso total ;

BINARY VARIABLE x;

EQUATIONS

VALOR funcao objetivo  
 DEMANDA(I, T) satisfaz a demanda do produto i no periodo t  
 PROPORCAO(T) satisfaz utilizacao dos processos;

VALOR .. Z =E= SUM((T, J), ORD(T)\*Y(J, T)) ;

DEMANDA(I, T) .. SUM((J, TL)\$(ORD(TL) le ORD(T)), a(I, J)\*x(P, TL))  
 =G= SUM(TL\$(ORD(TL) le ORD(T)), d(I, TL));

PROPORCAO(T) .. SUM(J, x(J, T)) =L= 1 ;

MODEL ALCOA /ALL/ ;

SOLVE ALCOA USING MIP MINIMIZING Z ;

PARAMETERS FT(I) excesso total do produto i;

FT(I) = SUM((P, T), a(I, J)\*x.L(J, T)) - SUM(T, d(I, T));

DISPLAY x.L, FT;

A maioria dos comandos acima é auto-explicativa. Devido ao GAMS trabalhar com *strings* a função ORD() serve para transformar as *strings* em números, já a instrução \$ têm a função de uma condição. Os operadores =L= e =G= significam menor ou igual (*Less or equal*) e maior ou igual (*Greater or equal*), respectivamente.

É importante lembrar que outros exemplos do problema podem ser resolvidos, apenas alterando o domínio dos comandos SETS e mudando a instância dos parâmetros. Tendo o GAMS um compilador da linguagem utilizada, independente do pacote de solução a ser utilizado, não será necessário que os modelos sofram mudança em sua estrutura.

Para o modelo MFP (modelo 6) descrito na seção 3.4.1. as diferenças na implementação com relação ao modelo MNP são as alterações na função objetivo e na restrição de demanda devido a inclusão de mais duas variáveis de decisão:  $e_{it}$  excesso de produção do produto  $i$  no período  $t$ , e  $f_{it}$  falta de produção do produto  $i$  no período  $t$ .

$$\text{Min } z = \sum_{t=1}^T \sum_{i=1}^m f_{it}$$

Sujeito a

$$\left( \sum_{t'=1}^t \sum_{j=1}^n a_{ij} x_{jt'} \right) + f_{it} - e_{it} = \sum_{t'=1}^t d_{it'}, \quad i = 1, \dots, m, \quad t = 1, \dots, T$$

$$\sum_{j=1}^n x_{jt} \leq 1, \quad t = 1, \dots, T$$

$$\text{com } x_{jt} \in \{0,1\}, \quad f_{it} \geq 0, \quad e_{it} \geq 0 \quad \text{note que } f_{it} e_{it} = 0$$

Considere o modelo MFP com 10 períodos, 5 processos de produção e 10 produtos:

SETS

```
T    periodos    /1*10/
J    processos   /1*5/
I    produtos
/   EK8A_16,
    EK8A_20,
    EK8A_24,
    EK8A_30,
    EK8A_36,
```

```

EK8A_46,
EK8A_54,
EK8A_60,
EK8A_80,
EK8A_100/;

```

ALIAS (T, TL); O alias TL é um índice com o mesmo domínio de T

TABLE a(I, J) tonelada por dia produzida do item i utilizando o processo j

	1	2	3	4	5
EK8A_16	0	1000	2000	0	500
EK8A_20	0	1000	500	0	500
EK8A_24	0	0	500	0	300
EK8A_30	0	0	500	0	300
EK8A_36	0	0	500	0	0
EK8A_46	0	0	0	1500	0
EK8A_54	0	0	0	800	0
EK8A_60	1500	0	0	1500	2000
EK8A_80	1000	1500	500	1500	1500
EK8A_100	300	300	0	500	300;

TABLE d(I, T) demanda do produto i no periodo t

	3	4	5	6	7	8	9	10
EK8A_16	0	0	0	0	400	0	600	500
EK8A_20	0	0	0	0	400	600	0	1000
EK8A_24	1000	0	0	0	0	500	0	0
EK8A_30	0	0	300	700	0	0	1000	0
EK8A_36	0	0	300	0	0	1000	800	0
EK8A_46	0	0	0	500	0	0	0	0
EK8A_54	0	0	0	500	0	0	0	1500
EK8A_60	0	1000	2000	0	0	0	1500	0
EK8A_80	0	0	0	500	0	1000	0	2000
EK8A_100	0	0	0	0	0	0	3000	0;

VARIABLES

```

x(J, T) indica se o processo j e utilizado no periodo t
E(I, T) excesso de producao do produto i no periodo t
F(I, T) falta de producao do produto i no periodo t
Z falta dos produtos;

```

```

BINARY VARIABLE x ;
POSITIVE VARIABLE E, F;

```

EQUATIONS

```

FALTA          funcao objetivo
DEMANDA(I, T) satisfaz a demanda do produto i no periodo t
PROPORCAO(T)  satisfaz utilizacao dos processos;

```

```

FALTA ..      Z =E= SUM((I, T), F(I, T)) ;

```

```

DEMANDA(I, T) .. SUM((J, TL)$ (ORD(TL) le ORD(T)), a(I, J)*x(J, TL))
+ F(I, T) - E(I, T) =E= SUM(TL$(ORD(TL) le ORD(T))
, d(I, TL));

```

```

PROPORCAO(T) ..      SUM(J, Y(J,T))  =L=  1 ;

MODEL ALCOA /ALL/ ;

SOLVE ALCOA USING MIP MINIMIZING Z ;

PARAMETERS FT(I) falta (ou excesso) total do produto i;

FT(I) = SUM((J,T), a(I,J)*x.L(J,T)) - SUM(T, d(I,T));

DISPLAY x.L, E.L, F.L, FT;

```

### 4.3.2 – A Linguagem de Modelagem *LINGO*

A versão 7.0 para windows provê um ambiente de modelagem intuitivo com menus, uma barra de ferramentas e um editor de modelos. Podendo ser expressos problemas em um estilo de equação simples e direto. Assim como o *GAMS*, *LINGO* é uma Linguagem de Modelagem projetada para construção e solução de grandes e complexos modelos de programação matemática. Além de seu compilador, ele integra os pacotes: *LINDO*, para resolver problemas de programação Linear, Inteira e Inteira Mista, e *GINO* para problemas não-lineares. O solver de programação inteira foi completamente revisado e atualizado para a versão 7.0. Em muitos casos, o novo procedimento heurístico do solver permite encontrar boas soluções inteiras em uma fração do tempo que era requerida no *LINGO* 6.0.

O modelo em *LINGO* também é todo desenvolvido num arquivo texto, porém é importante salientar que no *LINGO* é possível separar em arquivos diferentes os dados e a definição do modelo. Ou seja, o domínio dos conjuntos do comando *SETS* e os valores dos parâmetros do comando *DATA* podem ser retirados do modelo, e serem colocados num arquivo separado. Isto permite ter, para um mesmo modelo, diversos conjuntos de dados armazenados em arquivos diferentes. (FERNANDES & MORABITO, 1993).

### 4.3.3 – A Linguagem de Modelagem *AIMMS* (*Advanced Integrated Multidimensional Modeling Software*)

Criada pela *PARAGON*, a Linguagem de Modelagem Multidimensional *AIMMS* versão 3.3, oferece uma gama de ferramentas que possibilitam capturar a complexidade de problemas como eles acontecem nas situações da vida real. Além

disso, permite expressar cálculos muito complexos de uma maneira compacta sem a necessidade de se preocupar com a administração de memória ou armazenamento de dados. Utiliza-se para isso *solvers* como *CPLEX*, *OSL*, *XA*, *CONOPT* e *MINOS*.

Das linguagens de modelagem aqui abordadas, o *AIMMS* é o único ambiente de desenvolvimento que oferece uma interface totalmente visual, possui ferramentas que auxiliam no desenvolvimento do modelo, detalhando cada fase do projeto. Os desenvolvedores podem criar aplicações analíticas de apoio a decisão completamente funcionais que poderão ser utilizadas diretamente pelo usuário final. Ao contrário do *GAMS* e *LINGO*, o *AIMMS* possui uma combinação de características avançadas e ferramentas de *design*, tais como gráficos, modelos onde o horizonte pode ser baseado no uso do calendário e também associar unidades de medida.

Também existe a possibilidade do uso da SQL (*Structured Query Language*) como uma forma de consultas em Sistemas Gerenciadores de Banco de Dados (*SGBDs*) como o *ORACLE* e *INTERBASE*, aumentando a segurança dos dados empresariais, que no *LINGO* e *GAMS* ficam armazenados em arquivos texto de fácil acesso para qualquer pessoa ao abrir o documento em um *software* como o bloco de notas do Windows por exemplo.

O *AIMMS* destaca-se por tornar possível o desenvolvimento de *Softwares* comerciais, onde o usuário final não necessita ter conhecimentos de otimização matemática para operar o modelo. Embora não seja um ambiente orientado a objetos, o *AIMMS* tem uma interface avançada de desenvolvimento que se assemelha a dos melhores ambientes de programação visual comerciais, como o *Delphi* da *Borland* e o *Visual Basic* da *Microsoft*.

#### **4.4 Pacotes de Otimização Matemática “*Solvers*”**

O sucesso de um *solver* é dependente basicamente de três fatores: a) ser aplicável a um grande número de problemas, b) que seja eficiente, resolvendo problemas reais de grande escala em tempo razoável, e c) haja facilidade em formular um modelo e preparar os dados de entrada e saída deste problema.

#### 4.4.1 – O Solver OSL (*Optimization Subroutine Library*)

O OSL é um *solver* da IBM, que proporciona alto desempenho para resolução de problemas de Programação Linear, Linear Inteira, Inteira Mista e Programação Quadrática. O OSL utiliza um algoritmo *Branch and Bound* para resolver os problemas de Programação Inteira Mista com uma função objetivo linear. Assim como o CPLEX pode ser utilizado, dentre outros, no GAMS, AMPL, MPL e AIMMS (IBM, 2002).

#### 4.4.2 – O Solver CPLEX

CPLEX Optimization Inc., foi fundada em 1988 com a missão de prover *solvers* de alto desempenho para programação linear. CPLEX foi o primeiro *solver* de programação linear comercial desenvolvido na linguagem de programação C. Os primeiros produtos da CPLEX foram o CPLEX Linear Optimizer e CPLEX Callable Library. O nome "CPLEX" vem da combinação da letra "C" da linguagem de programação, e a palavra "*simplex*" do método *simplex* para programação linear.

Marcos significantes na história do CPLEX:

- 1988: Lançamento do CPLEX 1.0, com suporte para o método *primal simplex*;
- 1991: Lançamento do CPLEX 1.2, com suporte para o método *dual simplex* e MIP;
- Abril de 1992: Lançamento do CPLEX 2.0;
- Março de 1993: Lançamento do CPLEX 2.1;
- Abril de 1994: Lançamento do CPLEX 3.0, incluindo o CPLEX Barrier Solver;
- Março de 1995: Foi introduzido o Parallel CPLEX Barrier Solver ;
- Dezembro de 1995: Lançamento do CPLEX 4.0;
- Março de 1996: Foi introduzido o Parallel CPLEX Mixed Integer Solver;

- Agosto de 1997: *ILOG* adquire *CPLEX Optimization, Inc.* 53
- Setembro de 1997: É lançado o *CPLEX 5.0*, com novo modelo de memória para fácil integração com C++ .
- Abril de 1998: Lançamento do *CPLEX 6.0*, com melhorias de desempenho significantes nos métodos simplex primal e dual, e no *CPLEX Barrier Optimizer*;
- Março de 1999: Lançamento do *CPLEX 6.5*, melhoras ainda maiores no desempenho dos métodos simplex primais e duais, e no *CPLEX Mixed Integer Optimizer*;
- Outubro de 2000: É lançado o *CPLEX 7.0* com melhorias na programação inteira mista.
- 2002: É então lançado o *CPLEX 8.0* com melhorias na programação quadrática.

O *ILOG CPLEX* para Programação Inteira Mista emprega uma técnica *branch and bound*, e provê soluções rápidas e robustas aos problemas de programação inteira mista mais difíceis. Ele incorpora e se expande com os mais recentes resultados das pesquisas sobre Programação Inteira Mista no mundo. O *CPLEX* provê rotinas com as características necessárias para resolver modelos matemáticos exigentes, como também para projetar algoritmos complexos que requerem aplicação repetitiva de algoritmos de Programação Linear.

*CPLEX* provê uma aplicação de interface escrita em linguagem de programação C. Essa interface permite que o *CPLEX* seja acessado por múltiplas Linguagens de Modelagem. Os especialistas ainda podem personalizar o processo de ramificação ou podem selecionar técnicas especializadas que tiram proveito de estruturas em seus problemas específicos.

Neste trabalho é utilizada a linguagem de modelagem *GAMS 2.0* e o *solver CPLEX 7.0*. A escolha da linguagem e do *solver* se deve ao fato destes *softwares* estarem disponíveis (em versões completas) no laboratório onde o presente projeto foi desenvolvido.





## 5 – RESULTADOS COMPUTACIONAIS

Nos experimentos realizados, foi utilizado um micro-computador com processador Pentium-II 450mhz com 128mb de memória *RAM* e sistema operacional Windows 2000. Para resolver os modelos matemáticos, foi utilizada a linguagem de modelagem algébrica *GAMS 2.0* com o *solver CPLEX 7.0*. Optou-se pelo uso do *GAMS* e *CPLEX* por serem os *softwares* que a instituição possui licença para resolver problemas dessa grandeza.

Na seção 5.1, são discutidos os resultados obtidos com dados simulados. Esses dados referem-se a uma situação simplificada com apenas 10 processos, 10 períodos e 15 itens. Os dois modelos discutidos do Capítulo 4 são aplicados: o modelo para minimizar o número de períodos (MNP) e o modelo para minimizar a falta (MFP). Um outro experimento também foi realizado levando em conta os tempos de *setup* para o modelo 8 (MNP) e modelo 9 (MFP) do Capítulo 3. São apresentados os dados de entrada como, quantidades em quilos produzidos por dia do item  $i$  utilizando o processo  $j$  nas Tabelas 5.1 e 5.10, e quantidade em quilos demandada do produto  $i$  no período  $t$  nas Tabelas 5.2 e 5.5.

Na seção 5.2, são utilizados dados reais para apresentar os resultados obtidos utilizando o modelo para minimizar o número de períodos e o modelo para minimizar a falta. São utilizados inicialmente 140 processos, 19 períodos e 50 itens. Devido a quantidade de dados de entrada ser muito grande, na seção 5.2 é feita a discussão dos resultados que estão apresentados em tabelas. Já os dados de entrada e os modelos implementados em *GAMS* estão disponíveis nos Apêndices F, G e H.

### 5.1 – Dados Simulados

Foi criada uma lista fictícia de 10 processos para produzir 15 itens num horizonte de programação de 10 períodos com demanda determinada por período. Os dados simulados, por conterem menos informações que os dados reais, dão uma idéia mais simplificada da funcionalidade dos modelos e consistência das soluções. Os dados de entrada são apresentados abaixo nas Tabelas 5.1 e 5.2.

TABELA 5.1: Quantidade em quilos produzidos por dia do item  $i$  utilizando o processo  $j$  ( $a_{ij}$ ).

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
EK8A-16	0	1000	2000	0	500	0	0	0	1000	700
EK8A_20	0	1000	500	0	500	0	0	0	1000	700
EK8A_24	0	0	500	0	300	0	0	0	200	700
EK8A_30	0	0	500	0	300	0	0	600	200	0
EK8A_36	0	0	500	0	0	0	0	700	200	0
EK8A_46	0	0	0	1500	0	0	0	700	200	0
EK8A_54	0	0	0	800	0	0	0	700	200	0
EK8A_60	1500	0	0	1500	2000	3000	3000	0	1000	0
EK8A_80	1000	1500	500	1500	1500	2000	2500	0	1000	0
EK8A_100	300	300	0	500	300	700	800	0	1000	0
EK8A_120	300	300	0	500	300	700	800	500	1000	0
EK8A_150	250	250	0	0	200	500	700	300	1000	0
EK8A_180	250	250	0	500	200	500	700	300	500	0
EK8A_220	250	250	0	400	200	500	700	500	400	0
EK8A_FFF	200	200	0	0	300	0	600	500	400	0

TABELA 5.2: Quantidade em quilos demandada do produto  $i$  no período  $t$  ( $d_{it}$ ).

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
EK8A-16	0	0	0	0	0	0	400	0	600	500
EK8A_20	0	0	0	0	0	0	400	600	0	1000
EK8A_24	0	0	1000	0	0	0	0	500	0	0
EK8A_30	0	0	0	0	300	700	0	0	1000	0
EK8A_36	0	0	0	0	300	0	0	1000	800	0
EK8A_46	0	0	0	0	0	500	0	0	0	0
EK8A_54	0	0	0	0	0	500	0	0	0	1500
EK8A_60	0	0	0	1000	2000	0	0	0	1500	0
EK8A_80	0	0	0	0	0	500	0	1000	0	2000
EK8A_100	0	0	0	0	0	0	0	0	3000	0
EK8A_120	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1500
EK8A_150	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1500
EK8A_180	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1500
EK8A_220	0	0	500	0	0	0	0	0	2000	0
EK8A_FFF	0	0	0	1000	0	0	0	0	0	2000

Os tempos computacionais para resolver os dois modelos com os dados apresentados nas Tabelas 5.1 e 5.2 foram muito baixos, entre 1 e 10 segundos.

### 5.1.1 – Modelo MNP

Os dados completos deste modelo estão disponíveis no Apêndice A.

Como discutido no Capítulo 3, o modelo 5 minimiza o número de períodos antecipando a produção o máximo possível, de forma a satisfazer todas as demandas de produtos e utilizar o menor número possível de períodos. Nos dados utilizados para a simulação (Tabelas 5.1 e 5.2), o modelo gerou um plano de produção com 8 períodos, dois a menos que os 10 períodos disponíveis. O resultado satisfaz todas as demandas de todos os produtos nos períodos em que foram requisitados (Tabelas 5.3 e 5.4).

TABELA 5.3: Processos utilizados pelo modelo MNP para os dados das Tabelas 5.1 e 5.2.

Períodos	1	2	3	4	5	6	7	8
Processos	10	9	9	9	8	7	8	9

TABELA 5.4: Estoque final da produção dos produtos gerado pela utilização dos processos da Tabela 5.3 referentes à Tabela 5.1, para a demanda da Tabela 5.2.

Produtos	Quantidade produzida em excesso
EK8A-16	3200
EK8A_20	2700
EK8A_24	0
EK8A_30	0
EK8A_36	100
EK8A_46	1700
EK8A_54	200
EK8A_60	2500
EK8A_80	3000
EK8A_100	1800
EK8A_120	4300
EK8A_150	3800
EK8A_180	1800
EK8A_220	800
EK8A_FFF	200

Note que foi produzido estoque de vários produtos. Isso se deve ao fato de que cada processo utilizado produz uma quantidade já determinada de certos produtos. O fato de cumprir a produção no menor número de períodos possível não

garante o menor volume de estoque. Assim, é possível que exista outra seqüência de processos que produza menos estoque utilizando o mesmo número de períodos. Como já mencionado no Capítulo 3, o modelo MNP não leva em conta os custos de estoque produzido.

Uma nova carteira de pedidos foi gerada (Tabela 5.5), de maneira que seja impossível cumprir a entrega da quantidade total de todos os itens demandados no período requisitado. Os processos a serem utilizados serão os mesmos da Tabela 5.1.

TABELA 5.5: Quantidade em quilos demandada do produto  $i$  no período  $t$  para a segunda simulação ( $d_{it}$ ).

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
EK8A-16	0	0	0	0	0	0	400	0	600	500
EK8A_20	0	0	0	0	0	0	400	600	0	1000
EK8A_24	0	0	1000	2000	0	0	0	500	0	0
EK8A_30	0	0	0	0	300	700	0	0	1000	0
EK8A_36	0	0	0	0	300	0	0	1000	800	0
EK8A_46	0	0	1000	0	0	500	0	0	0	0
EK8A_54	0	0	0	0	0	500	0	0	0	1500
EK8A_60	0	0	0	1000	2000	0	0	0	1500	0
EK8A_80	0	0	0	0	0	500	0	1000	0	2000
EK8A_100	0	0	0	0	0	0	0	0	3000	0
EK8A_120	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1500
EK8A_150	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1500
EK8A_180	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1500
EK8A_220	0	0	500	0	0	0	0	0	2000	0
EK8A_FFF	0	0	0	1000	0	0	0	0	0	2000

Nesta nova carteira, acrescentou-se 1000 quilos no período 3 para o produto EK8A\_46. As demais demandas são idênticas à Tabela 5.2. Conforme esperado, o modelo MNP não gera solução factível. A infactibilidade ocorre devido à existência da restrição de demanda (3.16), que exige que a quantidade disponível de um item num período seja maior ou igual à sua demanda no mesmo período. Neste exemplo, a infactibilidade ocorre no período 3 ou num período próximo, como o período 4 ou 5, pois com os processos disponíveis, não há como produzir a quantidade demandada de todos os produtos em algum destes períodos. Apesar de existir capacidade disponível nos vários períodos mais adiante, onde se poderia produzir o

restante dos produtos, devido à restrição de demanda, o modelo não tem solução factível.

### 5.1.2 – Modelo MNP relaxado

Foi feito um outro experimento com o modelo MNP relaxado, (Capítulo 3), onde agora é permitido utilizar mais de um processo por dia, porém a capacidade de produção de cada processo está submetida a proporção do tempo em que o processo será utilizado.

Utilizando os dados das Tabelas 5.5 e 5.1 para o modelo MNP relaxado obteve-se o resultado apresentado na Tabela 5.6:

TABELA 5.6: Proporção do tempo que é utilizado o processo  $j$  no período  $t$  pelo modelo MNP relaxado para os dados das Tabelas 5.1 e 5.5.

Processos	Períodos							
	1	2	3	4	5	6	7	8
5	0,25							
7				1	0,22			0,015
8	0,75	0,68			0,28			0,661
9					0,5	1	1	
10		0,32	1					

TABELA 5.7: Estoque final de produtos gerado pela utilização dos processos da Tabela 5.6 referentes à Tabela 5.1, para a demanda da Tabela 5.5.

Produtos	Excesso Gerado
EK8A-16	2050
EK8A_20	1550
EK8A_36	62
EK8A_46	663
EK8A_54	162
EK8A_60	2188
EK8A_80	2448
EK8A_100	558
EK8A_120	3245
EK8A_150	2623
EK8A_180	1373
EK8A_220	598

Nota-se na tabela 5.6, que o modelo MNP relaxado obteve solução factível para o problema utilizando apenas 8 períodos para satisfazer a demanda de todos os produtos. Em alguns períodos, utilizou mais de um processo, chegando até mesmo a uma combinação de três processos num único período. Soluções deste tipo raramente são utilizadas pela empresa, devido aos grandes tempos de *setup* envolvidos que não estão sendo aqui considerados.

### 5.1.3 – Modelo MFP

Utilizando também as tabelas 5.1 e 5.5 para o modelo 6 MFP do Capítulo 3, obteve-se o seguinte resultado:

TABELA 5.8: Processos utilizados pelo modelo MFP para os dados das Tabelas 5.1 e 5.5.

Períodos	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Processos	4	10	5	7	8	9	8	3	9	7

TABELA 5.9: Estoque final de produtos gerado pela utilização dos processos da Tabela 5.8 referentes à Tabela 5.1, para a demanda da Tabela 5.5.

Produtos	Estoque Final
EK8A-16	3700
EK8A_20	1700
EK8A_24	400
EK8A_30	400
EK8A_36	200
EK8A_46	1800
EK8A_54	600
EK8A_60	7000
EK8A_80	7000
EK8A_100	1400
EK8A_120	3900
EK8A_150	2700
EK8A_180	2200
EK8A_220	1300
EK8A_FFF	300

Os dados completos deste modelo estão disponíveis no Apêndice B.

Na solução de falta mínima gerada pelo modelo MFP, todos os produtos tiveram sua demanda completamente satisfeita ao final do horizonte programado. Antes



TABELA 5.11: Estoque final produtos gerado pela utilização dos processos da Tabela 5.10 referentes à Tabela 5.1, para a demanda da Tabela 5.5.

Produtos	Estoque final
EK8A-16	2141
EK8A_20	141
EK8A_24	641
EK8A_36	150
EK8A_46	1250
EK8A_54	283
EK8A_60	6964
EK8A_80	6435
EK8A_100	67
EK8A_120	2817
EK8A_150	1578
EK8A_180	1910
EK8A_220	1344

Os dados completos deste modelo estão disponíveis no Apêndice C.

O resultado deste modelo foi melhor do que o do MFP da seção 5.1.3, pois não gerou falta e seu estoque total no final do horizonte programado foi menor, 25.721kg contra 34.600kg do MFP da seção 5.1.3. Note, entretanto, que os tempos de *setup* dos processos não estão sendo considerados no modelo MFP relaxado (no período 2 têm-se 3 processos sendo utilizados).

### 5.1.5 – Modelo MNP com tempos de *setup*

Para enriquecer a análise do modelo MNP relaxado da seção 5.1.2, foram incorporados tempos de *setup*. Devido às dificuldades encontradas em obter tempos de *setup* precisos para cada processo junto à empresa, por simplicidade, para poder ilustrar o exemplo, todos os processos terão tempo de *setup* = 10% de sua capacidade de produção. Este modelo é discutido no Capítulo 3 (modelo 8 para MNP com tempos de *setup*). É importante lembrar que na Tabela 5.1, os processos já estavam formulados com o tempo de *setup*, e que para este outro modelo são utilizados os dados da Tabela 5.12 onde são apresentados os 10 processos sem considerar os tempos de *setup*. Também é utilizada a Tabela 5.5 de demanda.

Os dados completos deste modelo estão disponíveis no Apêndice D.





TABELA 5.14: Estoque final de produtos gerado pela utilização dos processos da Tabela 5.13 referentes à Tabela 5.12, para a demanda da Tabela 5.5.

Produtos	Estoque final
EK8A-16	2059
EK8A_20	1559
EK8A_36	46
EK8A_46	646
EK8A_54	146
EK8A_60	2271
EK8A_80	2512
EK8A_100	570
EK8A_120	3245
EK8A_150	2622
EK8A_180	1372
EK8A_220	593

Pode-se verificar que enquanto este modelo utilizou 11 processos ao longo do horizonte de programação, o modelo MNP relaxado da seção 5.1.2 utilizou 13 processos. O menor número de processos utilizados se deve ao motivo de aqui, a mudança de processo causar perda de produção devido ao tempo utilizado para *setup*. No entanto, o estoque que no modelo MNP relaxado da seção 5.1.2 era de 17.520 kg, aqui aumentou para 17.641 kg. Portanto, pode existir um *trade-off* entre minimizar o número de processos utilizados devido aos tempos de *setup* e o estoque total de itens no final do horizonte programado. É importante lembrar que este modelo leva em conta somente os tempos de *setup*.

### 5.1.6 – Modelo MFP com tempos de *setup*

Assim como foi feito na seção 5.1.5 para o modelo MNP relaxado, aqui, o modelo MFP relaxado da seção 5.1.4 também foi considerado com tempos de *setup*. Por simplicidade, todos os processos terão tempo de *setup* = 10% de sua capacidade de produção. Este modelo é discutido no Capítulo 3 (modelo 9 para MFP com tempos de *setup*). Serão utilizados os dados da Tabela 5.10 e da Tabela 5.5.

TABELA 5.15: Proporção do tempo que é utilizado o processo  $j$  no período  $t$  pelo modelo MFP com tempos de *setup* para os dados das Tabelas 5.12 e 5.5.

Proc	Períodos									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
3					0.909					
4	0.597									
6		0.251				0.165				
7	0.312	0.280		0.909						
8						0.744	0.909	0.717	0.900	
9								0.192		
10		0.378	0.909							0.909

TABELA 5.16: Estoque final de produtos gerado pela utilização dos processos da tabela 5.15 referentes à tabela 5.12, para a demanda da tabela 5.5.

Produtos	Estoque final
EK8A-16	2437
EK8A_20	423
EK8A_24	753
EK8A_30	126
EK8A_36	289
EK8A_46	1385
EK8A_54	415
EK8A_60	6095
EK8A_80	5805
EK8A_120	2815
EK8A_150	1600
EK8A_180	1823
EK8A_220	1262

Os dados deste modelo estão disponíveis no apêndice E.

Verifica-se aqui, que este modelo utilizou 15 processos em dez períodos de programação, já o modelo MFP relaxado da seção 5.1.4 utilizou 16 processos nos mesmos dez períodos. Novamente, assim como o exemplo da seção 5.1.5, houve redução no número de processos utilizados devido aos custos de *setup* que foram incluídos. Quanto ao estoque de itens, a mudança foi muito pequena, porém, aqui o estoque total foi de 25.228 kg, menor que na seção 5.1.4, que era de 25721 kg.

## 5.2 – Dados Reais

Uma lista limitada de processos foi tomada inicialmente como base para a programação da produção. O motivo deve-se ao gigantesco número de possíveis processos de fabricação que podem ser implementados na fábrica. Isto porque num processo, existe a combinação da produção de diferentes quantidades de vários produtos que podem ou não ser produzidos. Considerando que a produção média diária seja de 28 toneladas, que existam cerca de 50 produtos diferentes, e que os produtos podem ser produzidos em quantidades a partir de 300kg (com 5kg sendo a escala mínima de incremento), isso resultaria num número de processos muito grande, tornando o modelo intratável computacionalmente. Técnicas de geração de colunas (processos) poderiam ser aqui utilizadas, assim como na literatura de problemas de corte (MORABITO e ARENALES, 1992). No entanto, aqui há dificuldades adicionais para se definir processos viáveis, em função das restrições dos diversos equipamentos envolvidos.

Devido ao problema do grande número de processos, a empresa definiu 140 processos padrões (mais utilizados), para alimentar o modelo e que teriam boa aproximação do resultado esperado. Sabe-se que usando somente esses 140 processos, dificilmente se chegará a melhores resultados que o programado pelos engenheiros da empresa, uma vez que eles têm grande flexibilidade na montagem dos processos. Porém, essa aproximação facilitará aos engenheiros encontrarem resultados em menos tempo e ainda melhores do que os obtidos sem o uso do computador. Além do que, os novos processos definidos pelos engenheiros podem ser adicionados à lista de processos do modelo e rodando-se o modelo mais uma vez, poderá se confirmar ou não, o benefício destes novos processos.

Assim, os dados de entrada consistem de 140 processos, com o tempo de *setup* já descontado da capacidade de produção de cada processo, 50 produtos e 19 períodos de produção e demanda. Posteriormente, é feito outro experimento utilizando 159 processos com o tempo de *setup* já descontado da capacidade de produção de cada processo, 50 produtos e 19 períodos de produção e demanda.

Na programação feita pelos engenheiros da empresa obteve-se a falta total de 13.450 quilos;

### 5.2.1 – Modelo MNP utilizando 140 processos

Tempo gasto pelo computador = 5 segundos;

Resultado da programação do modelo = não obteve solução factível.

Não foi obtido resultado válido na tentativa de minimizar o número de períodos da produção. A demanda de alguns itens em determinados períodos era maior do que a quantidade disponível para entrega. A quantidade de demanda de cada item deveria ser cumprida totalmente e não apenas parcialmente.

Um experimento adicional foi relaxar as variáveis inteiras (utilização de processos num período) do modelo, mas este ainda não obteve solução factível.

### 5.2.2 – Modelo MNP utilizando 159 processos

Foram adicionados mais 19 processos aos dados de entrada, eles correspondem aos processos utilizados pelos engenheiros da empresa. Na seqüência utilizada pelos engenheiros, estes processos não foram capazes de satisfazer a demanda de todos os itens em todos os períodos.

O teste com o modelo MNP utilizando 159 processos, com variáveis inteiras, também não gerou solução factível. Relaxando as variáveis inteiras do modelo obteve-se solução factível utilizando apenas 14 períodos de produção tendo até 6 processos sendo executados em um único período de produção. Os dados completos deste modelo estão disponíveis no Apêndice F.

### 5.2.3 – Modelo MFP utilizando 140 processos

Os dados completos deste modelo estão disponíveis no Apêndice G.

Tempo gasto pelo computador = 1 minuto;

Falta Total em quilos = 423.700.

O resultado deste exemplo está distante de ser tão bom quanto o resultado obtido na programação feita pelos engenheiros. Isso acontece devido ao fato de que o modelo trabalha com a oportunidade de escolha entre apenas 140 processos, enquanto que os engenheiros têm grande flexibilidade para formular novos processos que atendem melhor a demanda.

#### 5.2.4 – Modelo MFP utilizando 159 processos

O que se fez então foi adicionar os 19 processos utilizados pelos engenheiros aos dados de entrada, a fim de testar a utilidade desses processos e realizar um teste de eficiência do modelo. Desta vez era esperado que o modelo gerasse, na pior das hipóteses, a mesma combinação de processos na mesma seqüência aplicada pelos engenheiros.

Os dados completos deste modelo estão disponíveis no Apêndice H. Nesta segunda simulação obteve-se os seguintes resultados:

Tempo gasto pelo computador = 3 minutos;  
 Falta Total em quilos = 10.475.

Nota-se desta vez que o modelo computacional obteve melhor desempenho que o programado pelos engenheiros. Convém salientar que a diferença é significativa (de 13.450 quilos para 10.475 quilos, diminuindo em 22,22% a falta de produção da empresa no horizonte programado). Ou seja, os processos adicionais incluídos são fundamentais para uma boa programação da produção.

### 5.3 – Considerações Finais a Respeito dos Modelos Utilizados

O modelo 5 (MNP) do Capítulo 3 é útil quando a programação da produção pode ser cumprida sem atraso da produção de qualquer item, porém não conseguirá obter uma solução para o problema quando este não for factível do ponto de vista do atraso zero. Já o modelo 6 (MFP), deve ser utilizado quando a programação da produção não pode ser cumprida sem o atraso da produção de alguns itens. Nas situações reais, aparentemente a qualidade das soluções é muito sensível ao conjunto de processos utilizados como dados de entrada do modelo. Apesar da empresa usar freqüentemente cerca de 140 processos, este conjunto isolado não é capaz de gerar bons programas de produção. É necessário que outros processos explorando os padrões da demanda em cada período sejam também considerados pelos modelos. Isto sugere a importância da interação dos tomadores de decisão na utilização dos modelos, testando o benefício da inclusão de novos processos em função da carteira de pedidos.

Uma perspectiva interessante para pesquisa futura é a aplicação de técnicas de geração de colunas (processos) na solução destes modelos, de maneira semelhante aos modelos da literatura de problemas de corte e seqüenciamento (MORABITO e ARENALES, 1992). Infelizmente o procedimento de geração de um processo viável para a fábrica de grãos eletrofundidos parece envolver grandes dificuldades de modelagem, devido às diversas restrições técnicas dos equipamentos envolvidos.

Como as soluções dos modelos relaxados utilizam a combinação de mais de um processo por dia, encontrando um plano de produção com menos estoques e possibilidade de um número menor de períodos utilizados, então uma idéia inicial é fazer uma combinação dos processos utilizados em cada período na solução relaxada para criar novos processos, levando-se em conta as restrições técnicas para isso. Isto pode ser útil numa pesquisa futura, explorando um procedimento de geração de colunas.

## **6 – CONCLUSÕES E PERSPECTIVAS PARA PESQUISA FUTURA**

### **6.1 – Conclusões**

A abordagem de solução proposta para o problema da programação da produção de grãos eletrofundidos analisada neste estudo foi a utilização de modelos de seleção de processos combinados com modelos de dimensionamento de lotes monoestágio. Nesta abordagem, ao invés de produtos, os modelos utilizam processos que produzem um conjunto de produtos. Em particular, dois modelos foram propostos para programar a produção da empresa que serviu de estudo de caso: o modelo 5 (MNP) e o modelo 6 (MFP). O modelo 5 (MNP) é útil quando a programação da produção pode ser cumprida sem atraso da produção de qualquer item. Já o modelo 6 (MFP) deve ser utilizado quando a programação da produção não pode ser cumprida sem atraso da produção de alguns itens.

Nas situações reais, aparentemente a qualidade das soluções é muito sensível ao conjunto de processos utilizados como dados de entrada do modelo. Apesar da empresa do presente estudo de caso usar freqüentemente cerca de 140 processos, este conjunto isolado não é capaz de gerar bons programas de produção. É necessário que outros processos explorando os padrões da demanda em cada período sejam também considerados pelos modelos. Isto sugere a importância da interação dos tomadores de decisão na utilização dos modelos, testando o benefício da inclusão de novos processos em função da carteira de pedidos.

O resultado apresentado pelo modelo 6 (MFP) com 159 processos para uma carteira de pedidos real da empresa foi melhor (do ponto de vista de seus critérios) que o programado pelos engenheiros. O modelo computacional reduziu a falta de produtos de 13.450 quilos para 10.475 quilos, ou seja, uma queda de 22,22% dentro do horizonte programado. Isto pode representar uma grande vantagem, dado que, conforme reportado pela empresa, uma das motivações para o presente trabalho é a presença de atrasos constantes nos prazos de entrega. Devido aos baixos tempos computacionais, os modelos ainda possibilitam que sejam feitas (se necessário), várias simulações de programação da produção da empresa em um curto espaço de tempo, o que permite aos departamentos de produção e vendas da empresa responder rapidamente sobre a possibilidade de produção dos pedidos dos clientes.



## 6.2 – Perspectivas para Pesquisa Futura

Uma pesquisa futura interessante é realizar um estudo de caso mais efetivo por meio de outros experimentos, rodando diversas carteiras de pedidos em diferentes períodos do ano, para avaliar melhor o desempenho dos modelos com relação às soluções encontradas pela empresa. Para isso os engenheiros que fazem a programação da produção da empresa precisam se envolver no fornecimento de dados precisos sobre demanda, processos e períodos de produção, além de disponibilidade de maquinário e mão de obra.

Como é importante priorizar o cliente, penaliza-se a falta de entrega de produto por cliente, por exemplo: a falta de produção de 100kg de um determinado produto para o cliente A tem penalidade de 1 peso por período, enquanto que esta mesma quantidade do produto para o cliente B pode ter penalidade, por exemplo, de 2 pesos. Isto significa que o cliente B é mais importante do que o cliente A para esta empresa. Os modelos podem ser adaptados para considerar esta situação, porém como discutido em ARAUJO (1999), há dificuldades ao considerar clientes diferentes para o mesmo produto.

Uma forma de minimizar o tempo gasto para programar a produção e evitar o problema da reprogramação quando da entrada de novos pedidos é utilizar o conceito de horizonte rolante, refinando a programação nos primeiros períodos. Ou seja, ao invés de produzir o resultado obtido para os 19 períodos, utiliza-se um número de períodos menor, por exemplo, apenas 5 períodos. Portanto, ao final do quinto período programado, seria feita a reprogramação da produção para os próximos 19 períodos, e assim por diante. O nível de detalhamento nos modelos dos primeiros 5 períodos também poderia ser maior do que dos demais 14 períodos.

Como visto nos resultados computacionais, para que os modelos encontrem um bom plano de produção, é importante a criação de novos processos que se aproximem melhor da demanda em carteira. Conforme comentado no final do Capítulo 5, uma perspectiva interessante para pesquisa futura é o desenvolvimento de modelos com geração de colunas (processos) para formar novos processos mais eficientes. Também foi visto na solução dos modelos relaxados que a combinação da utilização de mais de um processo por dia era capaz de encontrar um plano de produção com menos estoques e número menor de períodos utilizados. Então uma idéia é fazer

uma combinação dos processos utilizados em cada período na solução relaxada para criar novos processos, claro, levando-se em conta as restrições técnicas para isso.

## 7 – Referências Bibliográficas

ALCOA. Produtos químicos. Disponível em:

<http://www.alcoa.com.br/produtos/quimicos.asp>. Acesso em 21-out-2002.

ALLEN, T. *Particle size measurement*. 4 th. Ed. Londres: Chapman and Hall, 806p, 1990.

ARAUJO, S.A. Estudos de problemas de dimensionamento de lotes monoestágio com restrição de capacidade. Dissertação de mestrado. ICMC-USP. São Carlos, 1999.

ARMENTANO, V. A., FRANÇA, P.M, TOLEDO, F.M.B. *A network flow model for the capacitated lot-sizing problem*. Omega, Int. J. Mgmt Sci. 27 pp. 275-284, 1999.

ASKIN, R. e STANDRIDGE, C. *Modeling and analysis of manufacturing systems*. John Wiley & Sons, NY, 1993.

BITRAN, G.R., MATSUO, H. *Aproximation s for the single – product capacitated lot size problem*. *Operations Research* 34, 63-74, 1986.

BITRAN, G.R., YANASSE, H.H. *Computational complexity of the capacitated lot size problem*, *Management Science* 28, 1174-1186, 1982.

BIXBY, R. E., FENELON, M., ZON GHAO GU, ED ROTHBERG, WUNDERLING, r. *Theory and practice – closing the gap*. Disponível em: <http://www.ilog.com/products/optimization/tech/research/mip.pdf>., Acesso em 01-out-2002..

BOTH, M. A., GELDERS, L.F., WASSENHOVE, L.N. “*Lot sizing under dynamic demand conditions: A review*”. *Engineering Costs and Production Economics* 8, 165-187, 1984.

BRUGGEMANN, W., JAHNKE, H. *The discrete lot-sizing and scheduling problem: Complexity and modification for batch availability*. *European Journal of Operational Research* 124, 511-528, 1999.

DREXL, A., KIMMS, A. *Lot sizing and scheduling – Survey and extensions*. *European Journal of Operational Research* 99, 221-235, 1997.

EIJL, C. A., HOESEL, C.P.M. *On the discrete lot-sizing and scheduling problem with Wagner-Whitin costs*. *Operations Research letters* 20, 7-13, 1997.

- FENG, H., CHENG, H. *Solving mixed integer programming production planning problems with setups by shadow price information. Computers and Operations Research* 12, 1027-1042, 1998.
- FERNANDES, F., MORABITO, R. “Linguagens de modelagem GAMS e LINGO: Aplicação a um problema de balanceamento de linha de montagem”, *Cadernos de Engenharia de Produção* n.20, UFSCar, São Carlos, pg 8-29, 1993.
- FERREIRA, D. - Um modelo de dimensionamento de lotes aplicado à indústria de bebidas, Dissertação de mestrado, programa de pós-graduação em matemática aplicada, IBILCE , UNESP, S.J. do Rio Preto, 111p , 2002.
- FLEISCHMANN, B. *The discrete lot-sizing and scheduling problem. European Journal of Operational Research* 44, 337-348, 1990.
- GEOFRION, A. *Indexing in modeling languages for mathematical-programming. Management Science* 38, 325-344, 1992.
- GERSHWIN, S. *Manufacturing systems engineering*. Prentice Hall, New Jersey.
- GRAVES, S.C., RINNOOY KAN, A.H.G., ZIPKIN, P.H. (1993). *Logistics of Production and Inventory. Handbook in operations research and management science*, vol.4, North-Holland, Amsterdam, 1994.
- GÜNTHER, H. O. “*Planning lot sizes and capacity requirements in a single-stage production system*”. *European Journal of Operational Research* 31, 223-231, 1987.
- HAASE, K., KIMMS, A. *Lot sizing and scheduling with sequence-dependent setup costs and times and efficient rescheduling opportunities. International Journal of Production Economics* 66, 159-169, 2000.
- HAEHLING, C. “*A production scheduling model by bivalent linear programming*”. *Management Science* 17, 105-111, 1970.
- HAX, ARNOLDO C., CANDEA, DAN. *Production and Inventory Management*. Prentice-Hall, Englewood Cliffs, NJ, 1984.
- HILLIER, F.S., LIEBERMAN, G.J. *Introdução à Pesquisa Operacional*. Editora Campus, Rio de Janeiro, 1988.
- IBM. *The IBM Optimization Subroutine Library (OSL)*. Disponível em: <http://www.research.ibm.com/osl/>. Acesso em 22-out-2002.
- IFORS. *International Federation of Operational Research Societies*. Disponível em:

- <http://www.ifors.org/education/index.html>. Acesso em 19-nov-2002.
- INFORMS. *Institute for Operations Research and the Management Sciences*. Disponível em: <http://www.informs.org/Join/Orms.html>. Acesso em 19-nov-2002.
- JOHNSON, L. A., MONTGOMERY. *Operations Research in Production Planning, Scheduling and Inventory Control*. John Wiley, New York, 1974.
- KAO, C. *Performance of several nonlinear programming software packages on microcomputers*. *Computers and Operations Research* 25, 807-816, 1998.
- KARMAKAR, U. S., KEKRE, S., KEKRE, S. *The deterministic lotsizing problem with startup and reservation costs*. *Operations Research* 35, 389-398, 1987.
- KIMMS, A. *Multi-level, single-machine lot sizing and scheduling (with initial inventory)*. *European Journal of Operational Research* 89, 86-99, 1996.
- KIUP CAC. *Algebraic languages for mathematical-programming*. *European Journal of Operational Research*. 67, 25-51, 1993.
- LAUDON, J. P., LAUDON, K.C. *Sistemas de informação: com internet*. LTC, 1999.
- MAES, J., McCLAIN, J.O., van WASSENHOVE, L.N. *Multilevel capacited lotsizing complexity and LP-based heuristics*. *European Journal of Operational Research* 53, 131-148, 1991.
- MATTA, R., GUIGNARD, M. “*Production scheduling with sequence independent changeover cost*”, *Working Paper. The Wharton School. University of Pennsylvania*, 1989.
- MORABITO, R., ARENALES, M. “*Um exame dos problemas de corte e empacotamento*”, *Pesquisa Operacional* 12(1), 1-20, 1992.
- NAHMIAS, S. *Production and Operations Analysis*. Irwin, Homewood, IL, 1995.
- PILEGGI, R., ORTEGA, F., MORABITO, R., VENDRASCO, S., PANDOFELLI, V. “*Desenvolvimento e aplicação de um software que automatiza o processo de combinação de matérias-primas na obtenção de produtos cerâmicos*”. *Cerâmica* 44, 289, 189-195, 1998.
- RAVINDRAN, A., PHILLIPS, D. T., SOLBERG, J.J. *Operations Research – Principles and Practice*. John Wiley, New York, 1987.
- SALOMON, M. *Deterministic lotsizing models for production planning. Lecture Notes in Economics and Mathematical Systems* vol. 355, springer, Berlin, 1991.

- SALOMON, M., SOLOMON, M. M., WASSENHOVE, L. N., DUMAS, Y., PERES, S.D. *Solving the discrete lotsizing and scheduling problem with sequence dependent set-up costs and set-up times using th Travelling Salesman Problem with time windows. European Journal of Operational Research* 100, 494-513, 1997.
- SENNE, E. Em busca de um modelo inteligente de modelagem de redes. Tese de livre docência. Unesp - Departamento de Matemática, 1997.
- SOBRAPO. Pesquisa Operacional. Disponível em:  
[http://www.sobrapo.org.br/index\\_sobrapo.htm](http://www.sobrapo.org.br/index_sobrapo.htm). Acesso em 21-out-2002.
- SOLANKI, R. S., GORTI, J.K. *Implementation of na integer optimization platform using object oriented programming. Computers and Operations Research* 24, 549-557, 1997.
- STAGGEMEIER, A. T., CLARK, A. R. *A Survey of lot-sizing and scheduling models. 33° SBPO*, 2001.
- TAHA, H. A. *Operations Research: An Introduction*. Mcmillan, NY, 1976.
- TERRA, A. R. T. Programação da Produção: Uma Abordagem por Redes Neurais Artificiais. Dissertação de mestrado. PPG.EP- UFSCar. São Carlos, 2000.
- TRIGEIRO, W.W., THOMAS, L. J. E Mc CLAIN J.O. “*Capacitated lot sizing with setup times*”. *Management Science* 35, n. 3, 353-366. 1989.
- WAGNER, H.M. Pesquisa Operacional. Prentice-Hall do Brasil, Rio de Janeiro, 1986.
- WAGNER, H.M. e WHITIN, T. M. “*Dynamic version of the economic lot size model*”, *Management Science* 5, n.1, 89-96. 1958.
- WILLIAMS, P. *Model building in mathematical programming*. John Wiley & Sons, NY, 1993.
- WINSTON, W. *Operations Research: Applications and algorithms*. PWS-Kent, Boston, 1991.



```

EK8A_180      250  250    0  500  200  500  700  300  500
0
EK8A_220      250  250    0  400  200  500  700  500  400
0
EK8A_FFF      200  200    0    0  300    0  600  500  400
0
;

```

```

TABLE D(I,T)  demanda do produto i no periodo t
              1    2    3    4    5    6    7    8    9
10
EK8A_16      0    0    0    0    0    0  400    0  600
500
EK8A_20      0    0    0    0    0    0  400  600    0
1000
EK8A_24      0    0  1000    0    0    0    0  500    0
0
EK8A_30      0    0    0    0  300  700    0    0  1000
0
EK8A_36      0    0    0    0  300    0    0  1000  800
0
EK8A_46      0    0    0    0    0  500    0    0    0
0
EK8A_54      0    0    0    0    0  500    0    0    0
1500
EK8A_60      0    0    0  1000  2000    0    0    0  1500
0
EK8A_80      0    0    0    0    0  500    0  1000    0
2000
EK8A_100     0    0    0    0    0    0    0    0  3000
0
EK8A_120     0    0    0    0    0    0    0    0    0
1500
EK8A_150     0    0    0    0    0    0    0    0    0
1500
EK8A_180     0    0    0    0    0    0    0    0    0
1500
EK8A_220     0    0  500    0    0    0    0    0  2000
0
EK8A_FFF     0    0    0  1000    0    0    0    0    0
2000;

```

VARIABLES

```

X(J,T)  indica se o processo j e utilizado no periodo t
Z        atraso total ;

```

BINARY VARIABLE Y ;

EQUATIONS

```

VALOR      funcao objetivo
DEMANDA(I,T)  satisfaz a demanda do produto i no periodo t
PROPORCAO(T)  satisfaz utilizacao dos processos;

```

```

VALOR ..    Z  =E=  SUM((T,J), ORD(T)*X(J,T)) ;

```



```
DEMANDA(I,T) ..      SUM((J,TL)$ (ORD(TL) le ORD(T)), A(I,J)*X(J,TL))
=G=
SUM(TL$(ORD(TL) le ORD (T)),D(I,TL));

PROPORCAO(T) ..      SUM(J, X(J,T)) =L= 1 ;

MODEL ALCOA /ALL/ ;

SOLVE ALCOA USING MIP MINIMIZING Z ;

PARAMETERS FT(I) falta (ou excesso) total do produto i;

FT(I) = SUM((J,T), A(I,J)*X.L(J,T)) - SUM(T, D(I,T));

DISPLAY Y.L, FT;
```



```

EK8A_150      250  250   0   0  200  500  700  300 1000
0
EK8A_180      250  250   0  500  200  500  700  300  500
0
EK8A_220      250  250   0  400  200  500  700  500  400
0
EK8A_FFF      200  200   0   0  300   0  600  500  400
0
;

```

TABLE D(I,T) demanda do produto i no periodo t

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
10									
EK8A_16	0	0	0	0	0	0	400	0	600
500									
EK8A_20	0	0	0	0	0	0	400	600	0
1000									
EK8A_24	0	0	1000	0	0	0	0	500	0
0									
EK8A_30	0	0	0	0	300	700	0	0	1000
0									
EK8A_36	0	0	0	0	300	0	0	1000	800
0									
EK8A_46	0	0	1000	0	0	500	0	0	0
0									
EK8A_54	0	0	0	0	0	500	0	0	0
1500									
EK8A_60	0	0	0	1000	2000	0	0	0	1500
0									
EK8A_80	0	0	0	0	0	500	0	1000	0
2000									
EK8A_100	0	0	0	0	0	0	0	0	3000
0									
EK8A_120	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1500									
EK8A_150	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1500									
EK8A_180	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1500									
EK8A_220	0	0	500	0	0	0	0	0	2000
0									
EK8A_FFF	0	0	0	1000	0	0	0	0	0
2000;									

VARIABLES

X(J,T) indica se o processo j e utilizado no periodo t  
E(I,T) excesso de producao do produto i no periodo t  
F(I,T) falta de producao do produto i no periodo t  
Z falta dos produtos;

BINARY VARIABLE X ;

POSITIVE VARIABLE E, F;

EQUATIONS

FALTA funcao objetivo  
DEMANDA(I,T) satisfaz a demanda do produto i no periodo t  
PROPORCAO(T) satisfaz utilizacao dos processos;

```

FALTA ..          Z  =E=  SUM((I,T), F(I,T)) ;

DEMANDA(I,T) ..  SUM((J,TL)$ (ORD(TL) le ORD(T)), A(I,J)*X(J,TL)) +
                  F(I,T) - E(I,T) =E= SUM(TL$(ORD(TL) le ORD
                  (T)), D(I,TL));

PROPORCAO(T) ..   SUM(J, X(J,T))  =L=  1 ;

MODEL ALCOA /ALL/ ;

SOLVE ALCOA USING MIP MINIMIZING Z ;

PARAMETERS FT(I) falta (ou excesso) total do produto i;

FT(I) = SUM((J,T), A(I,J)*X.L(J,T)) - SUM(T, D(I,T));

DISPLAY X.L, E.L, F.L, FT;

```



```

EK8A_180      250  250    0  500  200  500  700  300  500
0
EK8A_220      250  250    0  400  200  500  700  500  400
0
EK8A_FFF      200  200    0    0  300    0  600  500  400
0
;

```

```

TABLE D(I,T)  demanda do produto i no periodo t

                1    2    3    4    5    6    7    8    9
10
EK8A_16      0    0    0    0    0    0  400    0  600
500
EK8A_20      0    0    0    0    0    0  400  600    0
1000
EK8A_24      0    0 1000    0    0    0    0  500    0
0
EK8A_30      0    0    0    0  300  700    0    0 1000
0
EK8A_36      0    0    0    0  300    0    0 1000  800
0
EK8A_46      0    0 1000    0    0  500    0    0    0
0
EK8A_54      0    0    0    0    0  500    0    0    0
1500
EK8A_60      0    0    0 1000 2000    0    0    0 1500
0
EK8A_80      0    0    0    0    0  500    0 1000    0
2000
EK8A_100     0    0    0    0    0    0    0    0 3000
0
EK8A_120     0    0    0    0    0    0    0    0    0
1500
EK8A_150     0    0    0    0    0    0    0    0    0
1500
EK8A_180     0    0    0    0    0    0    0    0    0
1500
EK8A_220     0    0  500    0    0    0    0    0 2000
0
EK8A_FFF     0    0    0 1000    0    0    0    0    0
2000;

```

VARIABLES

```

X(J,T)  indica se o processo j e utilizado no periodo t
E(I,T)  excesso de producao do produto i no periodo t
F(I,T)  falta de producao do produto i no periodo t
Z       falta dos produtos;

```

```

BINARY VARIABLE X ;
POSITIVE VARIABLE E, F;

```

EQUATIONS

```

FALTA      funcao objetivo
DEMANDA(I,T)  satisfaz a demanda do produto i no periodo t
PROPORCAO(T)  satisfaz utilizacao dos processos;

```

```

FALTA ..          Z  =E=  SUM((I,T), F(I,T)) ;

DEMANDA(I,T) ..  SUM((J,TL)$ (ORD(TL) le ORD(T)), A(I,J)*X(J,TL)) +
F(I,T)           - E(I,T) =E= SUM(TL$(ORD(TL) le ORD
(T)),D(I,TL));

PROPORCAO(T) ..  SUM(J, X(J,T))  =L=  1 ;

MODEL ALCOA /ALL/ ;

SOLVE ALCOA USING RMIP MINIMIZING Z ;

PARAMETERS FT(I) falta (ou excesso) total do produto i;

FT(I) = SUM((J,T), A(I,J)*X.L(J,T)) - SUM(T, D(I,T));

DISPLAY X.L, E.L, F.L, FT;

```





```

EK8A_150      277.5 277.5      0      0      222      555      777      333      1110
0
EK8A_180      277.5 277.5      0      555      222      555      777      333      555
0
EK8A_220      277.5 277.5      0      444      222      555      777      555      444
0
EK8A_FFF      222      222      0      0      333      0      666      555      444
0
;

```

TABLE D(I,T) demanda do produto i no periodo t

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
10									
EK8A_16	0	0	0	0	0	0	400	0	600
500									
EK8A_20	0	0	0	0	0	0	400	600	0
1000									
EK8A_24	0	0	1000	0	0	0	0	500	0
0									
EK8A_30	0	0	0	0	300	700	0	0	1000
0									
EK8A_36	0	0	0	0	300	0	0	1000	800
0									
EK8A_46	0	0	1000	0	0	500	0	0	0
0									
EK8A_54	0	0	0	0	0	500	0	0	0
1500									
EK8A_60	0	0	0	1000	2000	0	0	0	1500
0									
EK8A_80	0	0	0	0	0	500	0	1000	0
2000									
EK8A_100	0	0	0	0	0	0	0	0	3000
0									
EK8A_120	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1500									
EK8A_150	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1500									
EK8A_180	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1500									
EK8A_220	0	0	500	0	0	0	0	0	2000
0									
EK8A_FFF	0	0	0	1000	0	0	0	0	0
2000;									

VARIABLES

X(J,T) indica se o processo j e utilizado no periodo t  
Q(J,T) se e o processo j e utilizado no periodo t  
Z falta dos produtos;

BINARY VARIABLE Q;

POSITIVE VARIABLE E, F, X;

EQUATIONS

VALOR funcao objetivo  
DEMANDA(I,T) satisfaz a demanda do produto i no periodo t  
PROPORCAO(T) satisfaz utilizacao dos processos

```

UTILIZACAO(J,T) porcentagem de utilização do processo;

VALOR ..          Z  =E=  SUM((I,T), F(I,T)) ;

DEMANDA(I,T) ..  SUM((J,TL)$ (ORD(TL) le ORD(T)), A(I,J)*X(J,TL)) +
                  F(I,T) - E(I,T) =E= SUM(TL$(ORD(TL) le ORD
                  (T)),D(I,TL));

PROPORCAO(T) ..   SUM(J, 0.1 * Q(J,T) + X(J,T))  =L=  1 ;

UTILIZACAO(J,T).. X(J,T) =L= Q(J,T);

MODEL ALCOA /ALL/ ;

SOLVE ALCOA USING MIP MINIMIZING Z ;

PARAMETERS FT(I) falta (ou excesso) total do produto i;

FT(I) = SUM((J,T), A(I,J)*X.L(J,T)) - SUM(T, D(I,T));

DISPLAY X.L, Q.L, FT;

```



```

EK8A_180      277.5 277.5      0  555  222  555  777  333  555
0
EK8A_220      277.5 277.5      0  444  222  555  777  555  444
0
EK8A_FFF      222   222      0    0  333    0  666  555  444
0
;

```

TABLE D(I,T) demanda do produto i no periodo t

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
10									
EK8A_16	0	0	0	0	0	0	400	0	600
500									
EK8A_20	0	0	0	0	0	0	400	600	0
1000									
EK8A_24	0	0	1000	0	0	0	0	500	0
0									
EK8A_30	0	0	0	0	300	700	0	0	1000
0									
EK8A_36	0	0	0	0	300	0	0	1000	800
0									
EK8A_46	0	0	1000	0	0	500	0	0	0
0									
EK8A_54	0	0	0	0	0	500	0	0	0
1500									
EK8A_60	0	0	0	1000	2000	0	0	0	1500
0									
EK8A_80	0	0	0	0	0	500	0	1000	0
2000									
EK8A_100	0	0	0	0	0	0	0	0	3000
0									
EK8A_120	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1500									
EK8A_150	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1500									
EK8A_180	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1500									
EK8A_220	0	0	500	0	0	0	0	0	2000
0									
EK8A_FFF	0	0	0	1000	0	0	0	0	0
2000;									

VARIABLES

```

X(J,T) indica se o processo j e utilizado no periodo t
E(I,T) excesso de producao do produto i no periodo t
F(I,T) falta de producao do produto i no periodo t
Z      falta dos produtos;

```

BINARY VARIABLE Q ;

POSITIVE VARIABLE E, F, X;

EQUATIONS

```

FALTA          funcao objetivo
DEMANDA(I,T)  satisfaz a demanda do produto i no periodo t
PROPORCAO(T)  satisfaz utilizacao dos processos
doq(J,T)      restricao;

```

```

FALTA ..          Z  =E=  SUM((I,T), F(I,T)) ;

DEMANDA(I,T) ..  SUM((J,TL)$ (ORD(TL) le ORD(T)), A(I,J)*X(J,TL))+
F(I,T)           - E(I,T) =E= SUM(TL$(ORD(TL) le ORD
(T)),D(I,TL));

PROPORCAO(T) ..  SUM(J, 0.1 * Q(J,T) + X(J,T))  =L=  1 ;
doq(J,T)..  X(J,T) =L= Q(J,T);

MODEL ALCOA /ALL/ ;

SOLVE ALCOA USING RMIP MINIMIZING Z ;

PARAMETERS FT(I) falta (ou excesso) total do produto i;

FT(I) = SUM((J,T), A(I,J)*X.L(J,T)) - SUM(T, D(I,T));

DISPLAY X.L, E.L, F.L, FT;

```

## APÊNDICE F

### Modelo *GAMS*: Dados Reais. Minimizar o Número de Períodos Utilizados Relaxando as Variáveis Inteiras

```
SETS
  T      periodos      /1*19/
  J      processos     /1*159/
  I      produtos
/ EK8A_16,
  EK8A_20,
  EK8A_24,
  EK8A_30,
  EK8A_36,
  EK8A_46,
  EK8A_54,
  EK8A_60,
  EK8A_80,
  EK8A_100,
  EK8A_120,
  EK8A_150,
  EK8A_180,
  EK8A_220,
  EK8A_FFF,
  EK8R_3_5_7,
  EK8R_3_6,
  EK8R_4_10,
  EK8R_6_10,
  EK8R_6_10C,
  EK8R_6_10N,
  EK8R_6_10CN,
  EK8R_10_20,
  EK8R_12_16,
  EK8R_10_36,
  EK8R_20_40,
  EK8R_08_20,
  EK8R_30_50,
  EK8R_35_70,
  EK8R_40_F,
  EK8R_60_F,
  EK8R_70_F,
  EK8R_70_140,
  EK8R_070_325,
  EK8R_16_F,
  EK8R_18_F,
  EK8RM_05_16_4,
  EK8RM_01_4_4,
  EK8RM_4_6,
  EK8RM_6_8,
  EK8RM_8_12,
  EK8RM_8_20,
  EK8RM_12_16,
  EK8RM_12_30,
  EK8RM_18_30,
  EK8RM_28_48,
  EK8RM_30_50,
  EK8RM_28_F,
  EK8RM_48_F,
  EK8RM_50_F  /;

ALIAS (T,TL);
```

TABLE A(I,J) tonelada por dia produzida do item i utilizando o processo j

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
EK8A_60	1500	2000	2000	2000	2500	3000	3000	0	0	0
EK8A_80	1000	1500	1500	2000	2000	2000	2500	0	0	0
EK8A_100	300	300	500	500	600	700	800	0	0	0
EK8A_120	300	300	500	500	600	700	800	0	0	0
EK8A_150	250	250	300	300	400	500	700	0	0	0
EK8A_180	250	250	300	300	400	500	700	0	0	0
EK8A_220	250	250	300	300	400	500	700	0	0	0
EK8A_FFF	200	200	300	400	500	600	600	0	0	0
EK8RM_05_16_4	2500	0	0	0	0	0	0	0	0	0
EK8RM_01_4_4	0	4500	0	0	0	0	0	0	0	0
EK8RM_4_6	1500	2000	3000	0	0	0	0	0	0	0
EK8RM_6_8	2000	2000	2000	2000	0	0	0	0	0	0
EK8RM_8_12	2000	2000	2000	3000	4000	0	0	0	0	0
EK8RM_12_30	10000	10000	12000	14000	14000	15000	0	0	0	0
EK8RM_30_50	1500	2000	2500	2500	3000	4000	4500	0	0	0
EK8RM_28_F	0	0	0	0	0	0	0	28000	0	0
EK8RM_48_F	0	0	0	0	0	0	0	0	18000	0
EK8RM_50_F	0	0	0	0	0	0	0	0	0	18000

+

	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
EK8A_60	0	0	0	0	0	0	0	1500	1500	2000
EK8A_80	0	0	0	0	0	0	0	1000	1500	1500
EK8R_60_F	3000	4000	5000	6000	7000	7500	8000	0	0	0
EK8R_70_F	0	0	0	0	0	0	0	2500	2500	3000
EK8RM_05_16_4	2500	0	0	0	0	0	0	2500	0	0
EK8RM_01_4_4	0	4500	0	0	0	0	0	0	3000	0
EK8RM_4_6	1500	2000	4500	0	0	0	0	1500	2000	4500
EK8RM_6_8	2000	2500	3000	3000	0	0	0	2000	2500	2000
EK8RM_8_12	2000	3000	3000	4000	4000	0	0	2000	2000	2000
EK8RM_12_30	10000	10000	10000	12000	14000	16000	0	12000	12000	11000
EK8RM_30_50	1500	2000	2500	3000	3000	4000	4500	1500	2000	2500

+

	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
EK8A_60	2000	2500	3000	3000	1500	2000	2000	2500	3000	3000
EK8A_80	2000	2000	2000	2500	1500	1500	2000	2000	2000	2500
EK8R_70_F	3000	4000	4000	4300	2500	3000	3000	4000	4000	4300
EK8RM_01_4_4	0	0	0	0	3000	0	0	0	0	0
EK8RM_4_6	0	0	0	0	2000	4500	0	0	0	0
EK8RM_6_8	2000	0	0	0	2500	2000	2000	0	0	0
EK8RM_8_12	3000	4000	0	0	2000	2000	3000	4000	0	0
EK8RM_12_30	12000	12000	13000	0	12000	11000	12000	12000	13000	0
EK8RM_28_48	0	0	0	0	2000	2500	3000	3000	4000	4500
EK8RM_30_50	3000	3000	4000	4500	0	0	0	0	0	0

+

	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
EK8A_36	1000	1000	1500	2500	3000	0	0	0	2500	2500
EK8R_3_5_7	0	0	0	0	0	0	0	0	0	5000
EK8R_3_6	0	0	0	0	0	0	0	0	5000	0
EK8R_6_10	0	0	0	0	0	0	0	0	2000	0
EK8R_10_36	0	0	0	0	0	0	0	0	12000	12000
EK8R_40_F	4000	5000	7000	8000	10000	0	0	0	6000	6000
EK8RM_01_4_4	3000	0	0	0	0	0	0	0	0	0
EK8RM_4_6	2000	4500	0	0	0	0	0	0	0	0
EK8RM_6_8	2500	2000	2000	0	0	0	0	0	0	0
EK8RM_8_12	2000	2000	3000	4000	0	0	0	0	2000	2000
EK8RM_12_30	12000	11000	12000	12000	13000	0	0	0	0	0

EK8RM_28_F	0	0	0	0	0	28000	0	0	0	0
EK8RM_48_F	0	0	0	0	0	0	18000	0	0	0
EK8RM_50_F	0	0	0	0	0	0	0	18000	0	0

+

	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
EK8A_36	0	0	2500	0	0	2500	0	2500	0	2500
EK8R_3_5_7	0	5000	0	0	0	0	0	0	0	0
EK8R_3_6	5000	0	0	0	0	0	0	0	0	0
EK8R_4_10	0	0	7000	7000	0	0	0	0	0	0
EK8R_6_10	2000	0	0	0	4000	4000	0	0	0	0
EK8R_6_10N	0	0	0	0	0	0	4000	4000	0	0
EK8R_6_10CN	0	0	0	0	0	0	0	0	5000	5000
EK8R_10_20	8000	8000	0	8000	9000	0	9000	0	9000	0
EK8R_10_36	0	0	12000	0	0	12000	0	12000	0	12000
EK8R_20_40	4000	4000	0	4000	5000	0	5000	0	5000	0
EK8R_40_F	6000	6000	5000	5000	6000	6000	6000	6000	6000	6000
EK8RM_8_12	2000	2000	2500	2500	3000	3000	3000	3000	3000	3000

+

	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
EK8A_24	1000	0	0	2000	0	0	0	0	0	0
EK8A_30	1000	0	0	2000	0	0	0	0	0	0
EK8A_36	0	2500	0	0	0	0	0	0	0	0
EK8R_3_5_7	0	0	0	0	0	5000	0	5000	0	0
EK8R_3_6	0	0	0	0	5000	0	5000	0	0	0
EK8R_4_10	0	0	0	0	0	0	0	0	7000	7000
EK8R_6_10	0	0	0	0	2000	0	2000	0	0	0
EK8R_10_20	12000	0	0	0	0	0	8000	8000	0	8000
EK8R_12_16	0	0	12000	0	0	0	0	0	0	0
EK8R_10_36	0	18000	0	0	10000	12000	0	0	12000	0
EK8R_20_40	7000	0	5000	0	0	0	0	0	0	0
EK8R_08_20	0	0	0	11000	0	0	0	0	0	0
EK8R_30_50	0	0	0	0	4500	4500	4500	4500	4500	4500
EK8R_40_F	7000	8000	8000	12000	0	0	0	0	0	0
EK8R_60_F	0	0	0	0	4000	4000	4000	4000	4000	4000
EK8RM_8_12	0	0	0	0	2000	2000	2000	2000	2500	2500

+

	61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
EK8A_24	0	0	0	0	0	0	2000	0	2000	2000
EK8A_30	0	0	0	0	0	0	1000	0	1000	1000
EK8R_6_10	4000	4000	0	0	0	0	0	0	0	0
EK8R_6_10N	0	0	4000	4000	0	0	0	0	0	0
EK8R_6_10CN	0	0	0	0	5000	5000	0	0	0	0
EK8R_10_20	9000	0	9000	0	9000	0	12000	0	0	0
EK8R_12_16	0	0	0	0	0	0	0	0	13000	0
EK8R_10_36	0	12000	0	12000	0	10000	0	18000	0	0
EK8R_08_20	0	0	0	0	0	0	0	0	0	12000
EK8R_30_50	4500	4500	4500	4500	4500	4500	4500	5000	5000	4500
EK8R_60_F	4000	4000	4000	4000	4000	6000	6000	5000	5000	5000
EK8RM_8_12	3000	3000	3000	3000	3000	3000	0	0	0	0

+

	71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
EK8R_3_5_7	0	5000	0	5000	0	0	0	0	0	0
EK8R_3_6	5000	0	5000	0	0	0	0	0	0	0



EK8R_4_10	0	0	0	0	7000	7000	0	0	0	0
EK8R_6_10	2000	0	2000	0	0	0	4000	4000	0	0
EK8R_6_10N	0	0	0	0	0	0	0	0	4000	4000
EK8R_10_20	0	0	8000	8000	0	8000	9000	0	9000	0
EK8R_10_36	10000	12000	0	0	12000	0	0	12000	0	12000
EK8R_35_70	4000	4000	4000	4000	4000	4000	4000	4000	4000	4000
EK8R_70_F	4000	4000	4000	4000	4000	4000	4000	4000	4000	4000
EK8RM_8_12	2000	2000	2000	2000	2500	2500	3000	3000	3000	3000

+

	81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
EK8A_24	0	0	2000	0	2000	2000	0	0	0	0
EK8A_30	0	0	1000	0	1000	1000	0	0	0	0
EK8R_3_5_7	0	0	0	0	0	0	0	5000	0	5000
EK8R_3_6	0	0	0	0	0	0	5000	0	5000	0
EK8R_6_10	0	0	0	0	0	0	2000	0	2000	0
EK8R_6_10CN	5000	5000	0	0	0	0	0	0	0	0
EK8R_10_20	9000	0	12000	0	0	0	0	0	8000	8000
EK8R_12_16	0	0	0	0	13000	0	0	0	0	0
EK8R_10_36	0	10000	0	18000	0	0	10000	12000	0	0
EK8R_08_20	0	0	0	0	0	12000	0	0	0	0
EK8R_35_70	4000	4000	5000	5000	5000	6000	4000	4000	4000	4000
EK8R_70_F	4000	4000	6000	4000	4000	7000	0	0	0	0
EK8R_070_325	0	0	0	0	0	0	4000	4000	4000	4000
EK8RM_8_12	3000	3000	0	0	0	0	2000	2000	2000	2000

+

	91	92	93	94	95	96	97	98	99	100
EK8A_24	0	0	0	0	0	0	0	0	2000	0
EK8A_30	0	0	0	0	0	0	0	0	1000	0
EK8R_4_10	7000	7000	0	0	0	0	0	0	0	0
EK8R_6_10	0	0	4000	4000	0	0	0	0	0	0
EK8R_6_10N	0	0	0	0	4000	4000	0	0	0	0
EK8R_6_10CN	0	0	0	0	0	0	5000	5000	0	0
EK8R_10_20	0	8000	9000	0	9000	0	9000	0	12000	0
EK8R_10_36	12000	0	0	12000	0	12000	0	10000	0	18000
EK8R_35_70	4000	4000	4000	4000	4000	4000	4000	4000	5000	5000
EK8R_070_325	4000	4000	4000	4000	4000	4000	4000	4000	6000	4000
EK8RM_8_12	2500	2500	3000	3000	3000	3000	3000	3000	0	0

+

	101	102	103	104	105	106	107	108	109	110
EK8A_24	2000	2000	0	0	0	0	0	0	0	0
EK8A_30	1000	1000	0	0	0	0	0	0	0	0
EK8R_3_5_7	0	0	0	5000	0	5000	0	0	0	0
EK8R_3_6	0	0	5000	0	5000	0	0	0	0	0
EK8R_4_10	0	0	0	0	0	0	7000	7000	0	0
EK8R_6_10	0	0	2000	0	2000	0	0	0	4000	4000
EK8R_10_20	0	0	0	0	8000	8000	0	8000	9000	0
EK8R_12_16	13000	0	0	0	0	0	0	0	0	0
EK8R_10_36	0	0	10000	12000	0	0	12000	0	0	12000
EK8R_08_20	0	12000	0	0	0	0	0	0	0	0
EK8R_35_70	5000	6000	4000	4000	4000	4000	4000	4000	4000	4000
EK8R_70_140	0	0	3000	3000	3000	3000	3000	3000	3000	3000
EK8R_070_325	4000	7000	0	0	0	0	0	0	0	0
EK8RM_8_12	0	0	2000	2000	2000	2000	2500	2500	3000	3000

+

	111	112	113	114	115	116	117	118	119	120
EK8A_24	0	0	0	0	2000	0	2000	2000	0	0

EK8A_30	0	0	0	0	1000	0	1000	1000	0	0
EK8A_36	0	0	0	0	0	0	0	0	2000	2000
EK8A_46	0	0	0	0	0	0	0	0	1000	1000
EK8A_54	0	0	0	0	0	0	0	0	500	500
EK8A_60	0	0	0	0	0	0	0	0	1500	1500
EK8A_80	0	0	0	0	0	0	0	0	1000	1000
EK8A_100	0	0	0	0	0	0	0	0	700	700
EK8A_120	0	0	0	0	0	0	0	0	700	700
EK8A_150	0	0	0	0	0	0	0	0	700	700
EK8A_180	0	0	0	0	0	0	0	0	700	700
EK8A_220	0	0	0	0	0	0	0	0	700	700
EK8A_FFF	0	0	0	0	0	0	0	0	300	300
EK8R_3_5_7	0	0	0	0	0	0	0	0	0	5000
EK8R_3_6	0	0	0	0	0	0	0	0	5000	0
EK8R_6_10	0	0	0	0	0	0	0	0	2000	0
EK8R_6_10N	4000	4000	0	0	0	0	0	0	0	0
EK8R_6_10C	0	0	5000	5000	0	0	0	0	0	0
EK8R_10_20	9000	0	9000	0	12000	0	0	0	0	0
EK8R_12_16	0	0	0	0	0	0	13000	0	0	0
EK8R_10_36	0	12000	0	10000	0	18000	0	0	10000	12000
EK8R_08_20	0	0	0	0	0	0	0	12000	0	0
EK8R_30_50	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
EK8R_35_70	4000	4000	4000	4000	5000	5000	5000	6000	0	0
EK8R_70_140	3000	3000	3000	3000	3500	3500	3500	3500	0	0
EK8RM_8_12	3000	3000	3000	3000	0	0	0	0	2000	2000

+

	121	122	123	124	125	126	127	128	129	130
EK8A_36	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000
EK8A_46	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000
EK8A_54	500	500	500	500	500	500	500	500	500	500
EK8A_60	1500	1500	1500	1500	1500	1500	1500	1500	1500	1500
EK8A_80	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000
EK8A_100	700	700	700	700	700	700	700	700	700	700
EK8A_120	700	700	700	700	700	700	700	700	700	700
EK8A_150	700	700	700	700	700	700	700	700	700	700
EK8A_180	700	700	700	700	700	700	700	700	700	700
EK8A_220	700	700	700	700	700	700	700	700	700	700
EK8A_FFF	300	300	300	300	300	300	300	300	300	300
EK8R_3_5_7	0	5000	0	0	0	0	0	0	0	0
EK8R_3_6	5000	0	0	0	0	0	0	0	0	0
EK8R_4_10	0	0	7000	7000	0	0	0	0	0	0
EK8R_6_10	2000	0	0	0	4000	4000	0	0	0	0
EK8R_6_10N	0	0	0	0	0	0	4000	4000	0	0
EK8R_6_10CN	0	0	0	0	0	0	0	0	5000	5000
EK8R_10_20	8000	8000	0	8000	9000	0	9000	0	9000	0
EK8R_10_36	0	0	10000	0	0	12000	0	12000	0	10000
EK8RM_8_12	2000	2000	2500	2500	3000	3000	3000	3000	3000	3000

+

	131	132	133	134	135	136	137	138	139	140
EK8A_16	0	0	0	0	0	0	0	0	1000	0
EK8A_20	0	0	0	0	0	0	0	0	1000	0
EK8A_24	0	0	2000	2000	0	0	0	0	2000	0
EK8A_30	0	0	1000	1000	0	0	0	0	2000	0
EK8A_36	2000	2000	2000	2000	0	0	0	0	2500	3000
EK8A_46	1000	1000	1000	1000	0	0	0	0	2000	2500
EK8A_54	500	500	500	500	0	0	0	0	500	700
EK8A_60	1500	1500	1500	1500	0	0	0	0	3000	3000
EK8A_80	1000	1000	1000	1000	0	0	0	0	2000	2500
EK8A_100	700	700	700	700	0	0	0	0	700	1000

EK8A_120	700	700	700	700	0	0	0	0	700	800
EK8A_150	700	700	700	700	0	0	0	0	500	700
EK8A_180	700	700	700	700	0	0	0	0	500	700
EK8A_220	700	700	700	700	0	0	0	0	500	700
EK8A_FFF	300	300	300	300	0	0	0	0	400	500
EK8R_10_20	12000	0	0	0	0	0	0	0	0	0
EK8R_12_16	0	0	13000	0	0	0	0	0	0	0
EK8R_10_36	0	18000	0	0	0	0	0	0	0	0
EK8R_08_20	0	0	0	12000	0	0	0	0	0	0
EK8R_40_F	0	0	0	0	20000	0	0	0	0	0
EK8R_60_F	0	0	0	0	0	15000	0	0	0	0
EK8R_16_F	0	0	0	0	0	0	25000	0	0	0
EK8R_18_F	0	0	0	0	0	0	0	25000	0	0

+

	141	142	143	144	145	146	147	148	149	150
EK8A_24	625	375	250	0	0	0	0	0	0	500
EK8A_30	0	0	250	0	0	0	0	0	0	0
EK8A_36	1000	500	250	0	0	0	0	0	0	0
EK8A_46	1500	1000	0	0	1000	500	0	0	0	0
EK8A_54	0	0	1000	0	0	0	0	0	0	0
EK8A_60	1000	0	0	500	0	1000	0	2000	0	0
EK8A_80	0	1000	500	600	1400	500	0	2000	1000	0
EK8A_100	0	475	750	525	700	0	0	0	0	1000
EK8A_120	0	0	500	250	500	500	0	0	0	500
EK8A_150	0	0	0	500	500	275	0	1025	200	275
EK8A_FFF	0	0	250	0	0	1000	0	750	0	0
EK8R_4_10	0	0	0	0	8000	0	0	0	0	0
EK8R_6_10	0	3500	500	0	0	0	0	0	0	0
EK8R_08_20	0	0	2000	0	0	0	0	0	0	1000
EK8R_10_20	400	0	0	0	0	0	0	0	0	0
EK8R_12_16	0	0	12000	0	0	0	0	0	0	0
EK8R_10_36	0	0	0	2000	0	0	0	0	0	0
EK8R_20_40	1650	0	0	0	0	0	0	0	0	0
EK8R_18_F	0	0	10000	0	0	0	0	0	0	0
EK8R_40_F	0	4000	0	0	0	0	0	0	0	0
EK8R_70_F	6000	1000	0	0	0	0	0	0	0	0
EK8RM_05_16_4	0	0	0	1500	1500	3000	1500	0	0	0
EK8RM_01_4_4	0	0	0	0	0	0	0	0	4500	4500
EK8RM_4_6	0	0	0	0	0	0	0	0	0	3000
EK8RM_6_8	0	0	0	0	0	0	0	4500	3000	0
EK8RM_8_12	0	0	0	0	3000	0	0	6000	0	1500
EK8RM_8_20	0	0	0	0	0	0	0	0	6000	9000
EK8RM_12_16	0	0	0	0	0	5000	0	0	0	0
EK8RM_12_30	0	0	0	4500	12000	0	0	0	4500	4500
EK8RM_18_30	0	0	0	0	0	0	3000	0	0	3000
EK8RM_30_50	0	0	0	4100	4900	0	3000	5500	1500	4500
EK8RM_28_F	0	0	0	0	0	0	13500	0	0	0
EK8RM_50_F	0	0	0	0	0	3000	0	0	0	0

+

	151	152	153	154	155	156	157	158	159
EK8A_16	250	0	0	0	0	0	0	0	0
EK8A_24	0	0	0	0	0	250	0	0	0
EK8A_30	0	0	0	0	0	1000	0	0	0
EK8A_36	1300	700	0	0	500	0	0	0	0
EK8A_46	2000	0	0	0	1500	1000	1000	0	0
EK8A_54	0	0	0	0	0	825	175	0	0
EK8A_60	1000	0	0	0	1900	1100	1050	1000	0
EK8A_80	1000	0	1000	0	1000	0	0	0	0
EK8A_120	450	50	0	0	1850	150	0	0	0
EK8A_150	225	800	500	200	0	0	0	0	0

EK8A_FFF	300	700	0	0	0	0	0	0	0
EK8R_4_10	1000	0	0	0	0	0	0	0	0
EK8R_10_20	0	500	0	0	0	0	0	0	0
EK8R_20_40	0	1500	0	0	0	0	0	0	0
EK8R_16_F	0	0	0	0	0	0	0	0	8000
EK8R_18_F	0	0	0	3000	0	0	0	0	0
EK8RM_4_6	3000	0	0	0	0	0	0	0	0
EK8RM_8_12	7500	0	0	0	4500	0	0	0	0
EK8RM_12_30	3000	0	0	0	0	0	0	0	0
EK8RM_30_50	850	5650	6000	3000	1500	0	0	0	0
EK8RM_50_F	3000	0	0	0	0	0	0	0	0

;

TABLE D(I,T) demanda do produto i no periodo t

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
EK8A_24	0	1000	250	0	0	0	0	0	0
EK8A_30	0	0	250	0	0	0	0	0	0
EK8A_36	0	1000	750	0	0	0	0	0	0
EK8A_46	0	1000	500	1000	0	0	0	0	1500
EK8A_54	0	0	1000	0	0	0	0	0	0
EK8A_60	0	1000	0	500	0	0	0	0	2000
EK8A_80	0	1000	500	1000	0	0	0	0	1500
EK8A_100	0	0	750	0	1000	700	0	0	0
EK8A_120	0	500	500	0	250	0	0	0	500
EK8A_150	0	0	500	0	500	0	500	0	500
EK8A_FFF	0	250	0	0	0	0	0	750	1000
EK8R_10_20	400	0	0	0	0	0	0	0	0
EK8R_20_40	1650	0	0	0	0	0	0	0	0
EK8R_40_F	0	0	0	0	0	4000	0	0	0
EK8R_3_5_7	0	1000	0	0	0	0	0	0	0
EK8R_4_10	0	0	0	0	0	0	4000	4000	0
EK8R_6_10	0	3000	1000	0	0	0	0	0	0
EK8R_70_F	0	3000	3000	1000	0	0	0	0	0
EK8R_08_20	0	0	0	2000	0	0	0	0	0
EK8R_10_36	0	0	0	0	0	0	2000	0	0
EK8R_12_16	0	0	0	5000	4000	3000	0	0	0
EK8R_16_F	0	0	0	0	8000	0	0	0	0
EK8R_18_F	0	0	0	10000	0	0	0	0	0
EK8RM_05_16_4	0	0	0	0	0	0	3000	3000	1500
EK8RM_6_8	0	0	0	0	0	0	0	0	3000
EK8RM_8_12	0	0	0	0	0	0	0	0	3000
EK8RM_12_16	0	0	0	0	0	0	0	5000	0
EK8RM_12_30	0	0	0	0	0	0	4500	0	12000
EK8RM_30_50	0	0	0	0	0	0	3000	4500	0
EK8RM_50_F	0	0	0	0	0	0	3000	0	0
EK8RM_28_F	0	0	0	0	0	0	0	0	7500

+

	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
EK8A_16	0	0	250	0	0	0	0	0	0	0
EK8A_24	500	0	0	0	0	0	0	0	250	0
EK8A_30	0	0	0	0	0	0	0	0	1000	0
EK8A_36	0	0	1000	1000	0	0	0	0	0	500
EK8A_46	0	0	1000	1000	0	0	0	0	0	3500
EK8A_54	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1000
EK8A_60	0	1000	1000	1000	0	0	1000	0	0	3050
EK8A_80	0	1000	1000	1000	1000	0	0	0	0	2000
EK8A_100	0	0	1000	0	0	0	0	0	0	0
EK8A_120	0	500	0	0	500	0	0	850	0	1000
EK8A_150	0	500	0	500	0	500	500	0	0	500
EK8A_FFF	0	0	0	0	0	0	1000	0	0	0

EK8R_10_20	0	0	0	0	500	0	0	0	0	0
EK8R_20_40	0	0	0	0	1500	0	0	0	0	0
EK8R_4_10	0	0	1000	0	0	0	0	0	0	0
EK8R_08_20	0	0	1000	0	0	0	0	0	0	0
EK8R_18_F	0	0	0	0	0	0	3000	0	0	0
EK8RM_4_6	0	0	0	6000	0	0	0	0	0	0
EK8RM_6_8	1500	3000	0	0	0	0	0	0	0	0
EK8RM_8_12	3000	3000	0	0	0	0	3000	3000	3000	6000
EK8RM_8_20	0	0	5000	5000	5000	0	0	0	0	0
EK8RM_12_30	0	9000	0	0	0	0	3000	0	0	0
EK8RM_18_30	3000	0	0	0	0	0	3000	0	0	0
EK8RM_01_4_4	3000	3000	3000	0	0	0	0	0	0	0
EK8RM_30_50	3000	4500	4500	4500	2000	0	4500	3000	1500	0
EK8RM_50_F	0	0	0	0	0	3000	0	0	0	0

;

## VARIABLES

X(J,T) indica se o processo j e utilizado no periodo t  
 Z falta dos produtos;

BINARY VARIABLE X ;

POSITIVE VARIABLE E, F;

## EQUATIONS

VALOR funcao objetivo  
 DEMANDA(I,T) satisfaz a demanda do produto i no periodo t  
 PROPORCAO(T) satisfaz utilizacao dos processos;

VALOR .. Z =E= SUM((T,J), ORD(T)\*X(J,T)) ;

DEMANDA(I,T) .. SUM((J,TL)\$ (ORD(TL) le ORD(T)), A(I,J)\*X(J,TL)) =G=  
 SUM(TL\$(ORD(TL) le ORD (T)),D(I,TL));

PROPORCAO(T) .. SUM(J, X(J,T)) =L= 1 ;

MODEL ALCOA /ALL/ ;

SOLVE ALCOA USING RMIP MINIMIZING Z ;

DISPLAY X.L;

## APÊNDICE G

### Modelo *GAMS*: Dados Reais. Minimizar a Falta de Produtos

```
option OPTCR = 0.000, ITERLIM = 100000;
```

```
SETS
```

```
T    periodos    /1*19/
J    processos   /1*140/
I    produtos
/  EK8A_16,
   EK8A_20,
   EK8A_24,
   EK8A_30,
   EK8A_36,
   EK8A_46,
   EK8A_54,
   EK8A_60,
   EK8A_80,
   EK8A_100,
   EK8A_120,
   EK8A_150,
   EK8A_180,
   EK8A_220,
   EK8A_FFF,
   EK8R_3_5_7,
   EK8R_3_6,
   EK8R_4_10,
   EK8R_6_10,
   EK8R_6_10C,
   EK8R_6_10N,
   EK8R_6_10CN,
   EK8R_10_20,
   EK8R_12_16,
   EK8R_10_36,
   EK8R_20_40,
   EK8R_08_20,
   EK8R_30_50,
   EK8R_35_70,
   EK8R_40_F,
   EK8R_60_F,
   EK8R_70_F,
   EK8R_70_140,
   EK8R_070_325,
   EK8R_16_F,
   EK8R_18_F,
   EK8RM_05_16_4,
   EK8RM_01_4_4,
   EK8RM_4_6,
   EK8RM_6_8,
   EK8RM_8_12,
   EK8RM_8_20,
   EK8RM_12_16,
   EK8RM_12_30,
   EK8RM_18_30,
   EK8RM_28_48,
   EK8RM_30_50,
   EK8RM_28_F,
   EK8RM_48_F,
   EK8RM_50_F    /;
```

```
ALIAS (T,TL);
```

TABLE A(I,P) tonelada por dia produzida do item i utilizando o processo j

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
EK8A_60	1500	2000	2000	2000	2500	3000	3000	0	0	0
EK8A_80	1000	1500	1500	2000	2000	2000	2500	0	0	0
EK8A_100	300	300	500	500	600	700	800	0	0	0
EK8A_120	300	300	500	500	600	700	800	0	0	0
EK8A_150	250	250	300	300	400	500	700	0	0	0
EK8A_180	250	250	300	300	400	500	700	0	0	0
EK8A_220	250	250	300	300	400	500	700	0	0	0
EK8A_FFF	200	200	300	400	500	600	600	0	0	0
EK8RM_05_16_4	2500	0	0	0	0	0	0	0	0	0
EK8RM_01_4_4	0	4500	0	0	0	0	0	0	0	0
EK8RM_4_6	1500	2000	3000	0	0	0	0	0	0	0
EK8RM_6_8	2000	2000	2000	2000	0	0	0	0	0	0
EK8RM_8_12	2000	2000	2000	3000	4000	0	0	0	0	0
EK8RM_12_30	10000	10000	12000	14000	14000	15000	0	0	0	0
EK8RM_30_50	1500	2000	2500	2500	3000	4000	4500	0	0	0
EK8RM_28_F	0	0	0	0	0	0	0	28000	0	0
EK8RM_48_F	0	0	0	0	0	0	0	0	18000	0
EK8RM_50_F	0	0	0	0	0	0	0	0	0	18000

+

	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
EK8A_60	0	0	0	0	0	0	0	1500	1500	2000
EK8A_80	0	0	0	0	0	0	0	1000	1500	1500
EK8R_60_F	3000	4000	5000	6000	7000	7500	8000	0	0	0
EK8R_70_F	0	0	0	0	0	0	0	2500	2500	3000
EK8RM_05_16_4	2500	0	0	0	0	0	0	2500	0	0
EK8RM_01_4_4	0	4500	0	0	0	0	0	0	3000	0
EK8RM_4_6	1500	2000	4500	0	0	0	0	1500	2000	4500
EK8RM_6_8	2000	2500	3000	3000	0	0	0	2000	2500	2000
EK8RM_8_12	2000	3000	3000	4000	4000	0	0	2000	2000	2000
EK8RM_12_30	10000	10000	10000	12000	14000	16000	0	12000	12000	11000
EK8RM_30_50	1500	2000	2500	3000	3000	4000	4500	1500	2000	2500

+

	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
EK8A_60	2000	2500	3000	3000	1500	2000	2000	2500	3000	3000
EK8A_80	2000	2000	2000	2500	1500	1500	2000	2000	2000	2500
EK8R_70_F	3000	4000	4000	4300	2500	3000	3000	4000	4000	4300
EK8RM_01_4_4	0	0	0	0	3000	0	0	0	0	0
EK8RM_4_6	0	0	0	0	2000	4500	0	0	0	0
EK8RM_6_8	2000	0	0	0	2500	2000	2000	0	0	0
EK8RM_8_12	3000	4000	0	0	2000	2000	3000	4000	0	0
EK8RM_12_30	12000	12000	13000	0	12000	11000	12000	12000	13000	0
EK8RM_28_48	0	0	0	0	2000	2500	3000	3000	4000	4500
EK8RM_30_50	3000	3000	4000	4500	0	0	0	0	0	0

+

	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
EK8A_36	1000	1000	1500	2500	3000	0	0	0	2500	2500
EK8R_3_5_7	0	0	0	0	0	0	0	0	0	5000
EK8R_3_6	0	0	0	0	0	0	0	0	5000	0
EK8R_6_10	0	0	0	0	0	0	0	0	2000	0
EK8R_10_36	0	0	0	0	0	0	0	0	12000	12000
EK8R_40_F	4000	5000	7000	8000	10000	0	0	0	6000	6000
EK8RM_01_4_4	3000	0	0	0	0	0	0	0	0	0
EK8RM_4_6	2000	4500	0	0	0	0	0	0	0	0
EK8RM_6_8	2500	2000	2000	0	0	0	0	0	0	0
EK8RM_8_12	2000	2000	3000	4000	0	0	0	0	2000	2000

EK8RM_12_30	12000	11000	12000	12000	13000	0	0	0	0	0
EK8RM_28_F	0	0	0	0	0	28000	0	0	0	0
EK8RM_48_F	0	0	0	0	0	0	18000	0	0	0
EK8RM_50_F	0	0	0	0	0	0	0	18000	0	0

+

	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
EK8A_36	0	0	2500	0	0	2500	0	2500	0	2500
EK8R_3_5_7	0	5000	0	0	0	0	0	0	0	0
EK8R_3_6	5000	0	0	0	0	0	0	0	0	0
EK8R_4_10	0	0	7000	7000	0	0	0	0	0	0
EK8R_6_10	2000	0	0	0	4000	4000	0	0	0	0
EK8R_6_10N	0	0	0	0	0	0	4000	4000	0	0
EK8R_6_10CN	0	0	0	0	0	0	0	0	5000	5000
EK8R_10_20	8000	8000	0	8000	9000	0	9000	0	9000	0
EK8R_10_36	0	0	12000	0	0	12000	0	12000	0	12000
EK8R_20_40	4000	4000	0	4000	5000	0	5000	0	5000	0
EK8R_40_F	6000	6000	5000	5000	6000	6000	6000	6000	6000	6000
EK8RM_8_12	2000	2000	2500	2500	3000	3000	3000	3000	3000	3000

+

	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
EK8A_24	1000	0	0	2000	0	0	0	0	0	0
EK8A_30	1000	0	0	2000	0	0	0	0	0	0
EK8A_36	0	2500	0	0	0	0	0	0	0	0
EK8R_3_5_7	0	0	0	0	0	5000	0	5000	0	0
EK8R_3_6	0	0	0	0	5000	0	5000	0	0	0
EK8R_4_10	0	0	0	0	0	0	0	0	7000	7000
EK8R_6_10	0	0	0	0	2000	0	2000	0	0	0
EK8R_10_20	12000	0	0	0	0	0	8000	8000	0	8000
EK8R_12_16	0	0	12000	0	0	0	0	0	0	0
EK8R_10_36	0	18000	0	0	10000	12000	0	0	12000	0
EK8R_20_40	7000	0	5000	0	0	0	0	0	0	0
EK8R_08_20	0	0	0	11000	0	0	0	0	0	0
EK8R_30_50	0	0	0	0	4500	4500	4500	4500	4500	4500
EK8R_40_F	7000	8000	8000	12000	0	0	0	0	0	0
EK8R_60_F	0	0	0	0	4000	4000	4000	4000	4000	4000
EK8RM_8_12	0	0	0	0	2000	2000	2000	2000	2500	2500

+

	61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
EK8A_24	0	0	0	0	0	0	2000	0	2000	2000
EK8A_30	0	0	0	0	0	0	1000	0	1000	1000
EK8R_6_10	4000	4000	0	0	0	0	0	0	0	0
EK8R_6_10N	0	0	4000	4000	0	0	0	0	0	0
EK8R_6_10CN	0	0	0	0	5000	5000	0	0	0	0
EK8R_10_20	9000	0	9000	0	9000	0	12000	0	0	0
EK8R_12_16	0	0	0	0	0	0	0	0	13000	0
EK8R_10_36	0	12000	0	12000	0	10000	0	18000	0	0
EK8R_08_20	0	0	0	0	0	0	0	0	0	12000
EK8R_30_50	4500	4500	4500	4500	4500	4500	4500	5000	5000	4500
EK8R_60_F	4000	4000	4000	4000	4000	6000	6000	5000	5000	5000
EK8RM_8_12	3000	3000	3000	3000	3000	3000	0	0	0	0

+

	71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
EK8R_3_5_7	0	5000	0	5000	0	0	0	0	0	0



EK8R_3_6	5000	0	5000	0	0	0	0	0	0	0
EK8R_4_10	0	0	0	0	7000	7000	0	0	0	0
EK8R_6_10	2000	0	2000	0	0	0	4000	4000	0	0
EK8R_6_10N	0	0	0	0	0	0	0	0	4000	4000
EK8R_10_20	0	0	8000	8000	0	8000	9000	0	9000	0
EK8R_10_36	10000	12000	0	0	12000	0	0	12000	0	12000
EK8R_35_70	4000	4000	4000	4000	4000	4000	4000	4000	4000	4000
EK8R_70_F	4000	4000	4000	4000	4000	4000	4000	4000	4000	4000
EK8RM_8_12	2000	2000	2000	2000	2500	2500	3000	3000	3000	3000

+

	81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
EK8A_24	0	0	2000	0	2000	2000	0	0	0	0
EK8A_30	0	0	1000	0	1000	1000	0	0	0	0
EK8R_3_5_7	0	0	0	0	0	0	0	5000	0	5000
EK8R_3_6	0	0	0	0	0	0	5000	0	5000	0
EK8R_4_10	0	0	0	0	0	0	2000	0	2000	0
EK8R_6_10CN	5000	5000	0	0	0	0	0	0	0	0
EK8R_10_20	9000	0	12000	0	0	0	0	0	8000	8000
EK8R_12_16	0	0	0	0	13000	0	0	0	0	0
EK8R_10_36	0	10000	0	18000	0	0	10000	12000	0	0
EK8R_08_20	0	0	0	0	0	12000	0	0	0	0
EK8R_35_70	4000	4000	5000	5000	5000	6000	4000	4000	4000	4000
EK8R_70_F	4000	4000	6000	4000	4000	7000	0	0	0	0
EK8R_070_325	0	0	0	0	0	0	4000	4000	4000	4000
EK8RM_8_12	3000	3000	0	0	0	0	2000	2000	2000	2000

+

	91	92	93	94	95	96	97	98	99	100
EK8A_24	0	0	0	0	0	0	0	0	2000	0
EK8A_30	0	0	0	0	0	0	0	0	1000	0
EK8R_4_10	7000	7000	0	0	0	0	0	0	0	0
EK8R_6_10	0	0	4000	4000	0	0	0	0	0	0
EK8R_6_10N	0	0	0	0	4000	4000	0	0	0	0
EK8R_6_10CN	0	0	0	0	0	0	5000	5000	0	0
EK8R_10_20	0	8000	9000	0	9000	0	9000	0	12000	0
EK8R_10_36	12000	0	0	12000	0	12000	0	10000	0	18000
EK8R_35_70	4000	4000	4000	4000	4000	4000	4000	4000	5000	5000
EK8R_070_325	4000	4000	4000	4000	4000	4000	4000	4000	6000	4000
EK8RM_8_12	2500	2500	3000	3000	3000	3000	3000	3000	0	0

+

	101	102	103	104	105	106	107	108	109	110
EK8A_24	2000	2000	0	0	0	0	0	0	0	0
EK8A_30	1000	1000	0	0	0	0	0	0	0	0
EK8R_3_5_7	0	0	0	5000	0	5000	0	0	0	0
EK8R_3_6	0	0	5000	0	5000	0	0	0	0	0
EK8R_4_10	0	0	0	0	0	0	7000	7000	0	0
EK8R_6_10	0	0	2000	0	2000	0	0	0	4000	4000
EK8R_10_20	0	0	0	0	8000	8000	0	8000	9000	0
EK8R_12_16	13000	0	0	0	0	0	0	0	0	0
EK8R_10_36	0	0	10000	12000	0	0	12000	0	0	12000
EK8R_08_20	0	12000	0	0	0	0	0	0	0	0
EK8R_35_70	5000	6000	4000	4000	4000	4000	4000	4000	4000	4000
EK8R_70_140	0	0	3000	3000	3000	3000	3000	3000	3000	3000
EK8R_070_325	4000	7000	0	0	0	0	0	0	0	0
EK8RM_8_12	0	0	2000	2000	2000	2000	2500	2500	3000	3000

+

	111	112	113	114	115	116	117	118	119	120
--	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----

EK8A_24	0	0	0	0	2000	0	2000	2000	0	0
EK8A_30	0	0	0	0	1000	0	1000	1000	0	0
EK8A_36	0	0	0	0	0	0	0	0	2000	2000
EK8A_46	0	0	0	0	0	0	0	0	1000	1000
EK8A_54	0	0	0	0	0	0	0	0	500	500
EK8A_60	0	0	0	0	0	0	0	0	1500	1500
EK8A_80	0	0	0	0	0	0	0	0	1000	1000
EK8A_100	0	0	0	0	0	0	0	0	700	700
EK8A_120	0	0	0	0	0	0	0	0	700	700
EK8A_150	0	0	0	0	0	0	0	0	700	700
EK8A_180	0	0	0	0	0	0	0	0	700	700
EK8A_220	0	0	0	0	0	0	0	0	700	700
EK8A_FFF	0	0	0	0	0	0	0	0	300	300
EK8R_3_5_7	0	0	0	0	0	0	0	0	0	5000
EK8R_3_6	0	0	0	0	0	0	0	0	5000	0
EK8R_6_10	0	0	0	0	0	0	0	0	2000	0
EK8R_6_10N	4000	4000	0	0	0	0	0	0	0	0
EK8R_6_10C	0	0	5000	5000	0	0	0	0	0	0
EK8R_10_20	9000	0	9000	0	12000	0	0	0	0	0
EK8R_12_16	0	0	0	0	0	0	13000	0	0	0
EK8R_10_36	0	12000	0	10000	0	18000	0	0	10000	12000
EK8R_08_20	0	0	0	0	0	0	0	12000	0	0
EK8R_30_50	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
EK8R_35_70	4000	4000	4000	4000	5000	5000	5000	6000	0	0
EK8R_70_140	3000	3000	3000	3000	3500	3500	3500	3500	0	0
EK8RM_8_12	3000	3000	3000	3000	0	0	0	0	2000	2000

+

	121	122	123	124	125	126	127	128	129	130
EK8A_36	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000
EK8A_46	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000
EK8A_54	500	500	500	500	500	500	500	500	500	500
EK8A_60	1500	1500	1500	1500	1500	1500	1500	1500	1500	1500
EK8A_80	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000
EK8A_100	700	700	700	700	700	700	700	700	700	700
EK8A_120	700	700	700	700	700	700	700	700	700	700
EK8A_150	700	700	700	700	700	700	700	700	700	700
EK8A_180	700	700	700	700	700	700	700	700	700	700
EK8A_220	700	700	700	700	700	700	700	700	700	700
EK8A_FFF	300	300	300	300	300	300	300	300	300	300
EK8R_3_5_7	0	5000	0	0	0	0	0	0	0	0
EK8R_3_6	5000	0	0	0	0	0	0	0	0	0
EK8R_4_10	0	0	7000	7000	0	0	0	0	0	0
EK8R_6_10	2000	0	0	0	4000	4000	0	0	0	0
EK8R_6_10N	0	0	0	0	0	0	4000	4000	0	0
EK8R_6_10CN	0	0	0	0	0	0	0	0	5000	5000
EK8R_10_20	8000	8000	0	8000	9000	0	9000	0	9000	0
EK8R_10_36	0	0	10000	0	0	12000	0	12000	0	10000
EK8RM_8_12	2000	2000	2500	2500	3000	3000	3000	3000	3000	3000

+

	131	132	133	134	135	136	137	138	139	140
EK8A_16	0	0	0	0	0	0	0	0	1000	0
EK8A_20	0	0	0	0	0	0	0	0	1000	0
EK8A_24	0	0	2000	2000	0	0	0	0	2000	0
EK8A_30	0	0	1000	1000	0	0	0	0	2000	0
EK8A_36	2000	2000	2000	2000	0	0	0	0	2500	3000
EK8A_46	1000	1000	1000	1000	0	0	0	0	2000	2500
EK8A_54	500	500	500	500	0	0	0	0	500	700
EK8A_60	1500	1500	1500	1500	0	0	0	0	3000	3000
EK8A_80	1000	1000	1000	1000	0	0	0	0	2000	2500
EK8A_100	700	700	700	700	0	0	0	0	700	1000
EK8A_120	700	700	700	700	0	0	0	0	700	800

EK8A_150	700	700	700	700	0	0	0	0	500	700
EK8A_180	700	700	700	700	0	0	0	0	500	700
EK8A_220	700	700	700	700	0	0	0	0	500	700
EK8A_FFF	300	300	300	300	0	0	0	0	400	500
EK8R_10_20	12000	0	0	0	0	0	0	0	0	0
EK8R_12_16	0	0	13000	0	0	0	0	0	0	0
EK8R_10_36	0	18000	0	0	0	0	0	0	0	0
EK8R_08_20	0	0	0	12000	0	0	0	0	0	0
EK8R_40_F	0	0	0	0	20000	0	0	0	0	0
EK8R_60_F	0	0	0	0	0	15000	0	0	0	0
EK8R_16_F	0	0	0	0	0	0	25000	0	0	0
EK8R_18_F	0	0	0	0	0	0	0	25000	0	0
;										

TABLE D(I,T) demanda do produto i no periodo t

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	
EK8A_24	0	1000	250	0	0	0	0	0	0	
EK8A_30	0	0	250	0	0	0	0	0	0	
EK8A_36	0	1000	750	0	0	0	0	0	0	
EK8A_46	0	1000	500	1000	0	0	0	0	1500	
EK8A_54	0	0	1000	0	0	0	0	0	0	
EK8A_60	0	1000	0	500	0	0	0	0	2000	
EK8A_80	0	1000	500	1000	0	0	0	0	1500	
EK8A_100	0	0	750	0	1000	700	0	0	0	
EK8A_120	0	500	500	0	250	0	0	0	500	
EK8A_150	0	0	500	0	500	0	500	0	500	
EK8A_FFF	0	250	0	0	0	0	0	750	1000	
EK8R_10_20	400	0	0	0	0	0	0	0	0	
EK8R_20_40	1650	0	0	0	0	0	0	0	0	
EK8R_40_F	0	0	0	0	0	4000	0	0	0	
EK8R_3_5_7	0	1000	0	0	0	0	0	0	0	
EK8R_4_10	0	0	0	0	0	0	4000	4000	0	
EK8R_6_10	0	3000	1000	0	0	0	0	0	0	
EK8R_70_F	0	3000	3000	1000	0	0	0	0	0	
EK8R_08_20	0	0	0	2000	0	0	0	0	0	
EK8R_10_36	0	0	0	0	0	0	2000	0	0	
EK8R_12_16	0	0	0	5000	4000	3000	0	0	0	
EK8R_16_F	0	0	0	0	8000	0	0	0	0	
EK8R_18_F	0	0	0	10000	0	0	0	0	0	
EK8RM_05_16_4	0	0	0	0	0	0	3000	3000	1500	
EK8RM_6_8	0	0	0	0	0	0	0	0	3000	
EK8RM_8_12	0	0	0	0	0	0	0	0	3000	
EK8RM_12_16	0	0	0	0	0	0	0	5000	0	
EK8RM_12_30	0	0	0	0	0	0	4500	0	12000	
EK8RM_30_50	0	0	0	0	0	0	3000	4500	0	
EK8RM_50_F	0	0	0	0	0	0	3000	0	0	
EK8RM_28_F	0	0	0	0	0	0	0	0	7500	
+										
	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
EK8A_16	0	0	250	0	0	0	0	0	0	0
EK8A_24	500	0	0	0	0	0	0	0	250	0
EK8A_30	0	0	0	0	0	0	0	0	1000	0
EK8A_36	0	0	1000	1000	0	0	0	0	0	500
EK8A_46	0	0	1000	1000	0	0	0	0	0	3500
EK8A_54	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1000
EK8A_60	0	1000	1000	1000	0	0	1000	0	0	3050
EK8A_80	0	1000	1000	1000	1000	0	0	0	0	2000
EK8A_100	0	0	1000	0	0	0	0	0	0	0
EK8A_120	0	500	0	0	500	0	0	850	0	1000
EK8A_150	0	500	0	500	0	500	500	0	0	500
EK8A_FFF	0	0	0	0	0	0	1000	0	0	0

EK8R_10_20	0	0	0	0	500	0	0	0	0	0
EK8R_20_40	0	0	0	0	1500	0	0	0	0	0
EK8R_4_10	0	0	1000	0	0	0	0	0	0	0
EK8R_08_20	0	0	1000	0	0	0	0	0	0	0
EK8R_18_F	0	0	0	0	0	0	3000	0	0	0
EK8RM_4_6	0	0	0	6000	0	0	0	0	0	0
EK8RM_6_8	1500	3000	0	0	0	0	0	0	0	0
EK8RM_8_12	3000	3000	0	0	0	0	3000	3000	3000	6000
EK8RM_8_20	0	0	5000	5000	5000	0	0	0	0	0
EK8RM_12_30	0	9000	0	0	0	0	3000	0	0	0
EK8RM_18_30	3000	0	0	0	0	0	3000	0	0	0
EK8RM_01_4_4	3000	3000	3000	0	0	0	0	0	0	0
EK8RM_30_50	3000	4500	4500	4500	2000	0	4500	3000	1500	0
EK8RM_50_F	0	0	0	0	0	3000	0	0	0	0

;

## VARIABLES

X(J,T) indica se o processo j e utilizado no periodo t  
E(I,T) excesso de producao do produto i no periodo t  
F(I,T) falta de producao do produto i no periodo t  
Z falta dos produtos;

BINARY VARIABLE X ;  
POSITIVE VARIABLE E, F;

## EQUATIONS

FALTA funcao objetivo  
DEMANDA(I,T) satisfaz a demanda do produto i no periodo t  
PROPORCAO(T) satisfaz utilizacao dos processos;

FALTA .. Z =E= SUM((I,T), F(I,T)) ;

DEMANDA(I,T) .. SUM((J,TL)\$ (ORD(TL) le ORD(T)), A(I,J)\*X(J,TL)) +  
F(I,T) - E(I,T) =E= SUM(TL\$(ORD(TL) le ORD  
(T)),D(I,TL));

PROPORCAO(T) .. SUM(J, Y(J,T)) =L= 1 ;

MODEL ALCOA /ALL/ ;

SOLVE ALCOA USING **MIP** MINIMIZING Z ;

PARAMETERS FT(I) falta (ou excesso) total do produto i;

FT(I) = SUM((J,T), A(I,J)\*X.L(J,T)) - SUM(T, D(I,T));

DISPLAY X.L, E.L, F.L, FT;

## APÊNDICE H

### Modelo *GAMS*: Dados Reais. MFP com processos extras.

```
option OPTCR = 0.000, ITERLIM = 100000;
```

```
SETS
```

```
T    periodos    /1*19/
J    processos   /1*159/
I    produtos
/  EK8A_16,
   EK8A_20,
   EK8A_24,
   EK8A_30,
   EK8A_36,
   EK8A_46,
   EK8A_54,
   EK8A_60,
   EK8A_80,
   EK8A_100,
   EK8A_120,
   EK8A_150,
   EK8A_180,
   EK8A_220,
   EK8A_FFF,
   EK8R_3_5_7,
   EK8R_3_6,
   EK8R_4_10,
   EK8R_6_10,
   EK8R_6_10C,
   EK8R_6_10N,
   EK8R_6_10CN,
   EK8R_10_20,
   EK8R_12_16,
   EK8R_10_36,
   EK8R_20_40,
   EK8R_08_20,
   EK8R_30_50,
   EK8R_35_70,
   EK8R_40_F,
   EK8R_60_F,
   EK8R_70_F,
   EK8R_70_140,
   EK8R_070_325,
   EK8R_16_F,
   EK8R_18_F,
   EK8RM_05_16_4,
   EK8RM_01_4_4,
   EK8RM_4_6,
   EK8RM_6_8,
   EK8RM_8_12,
   EK8RM_8_20,
   EK8RM_12_16,
   EK8RM_12_30,
   EK8RM_18_30,
   EK8RM_28_48,
   EK8RM_30_50,
   EK8RM_28_F,
   EK8RM_48_F,
   EK8RM_50_F    /;
```

```
ALIAS (T,TL);
```

TABLE A(I,J) tonelada por dia produzida do item i utilizando o processo j

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
EK8A_60	1500	2000	2000	2000	2500	3000	3000	0	0	0
EK8A_80	1000	1500	1500	2000	2000	2000	2500	0	0	0
EK8A_100	300	300	500	500	600	700	800	0	0	0
EK8A_120	300	300	500	500	600	700	800	0	0	0
EK8A_150	250	250	300	300	400	500	700	0	0	0
EK8A_180	250	250	300	300	400	500	700	0	0	0
EK8A_220	250	250	300	300	400	500	700	0	0	0
EK8A_FFF	200	200	300	400	500	600	600	0	0	0
EK8RM_05_16_4	2500	0	0	0	0	0	0	0	0	0
EK8RM_01_4_4	0	4500	0	0	0	0	0	0	0	0
EK8RM_4_6	1500	2000	3000	0	0	0	0	0	0	0
EK8RM_6_8	2000	2000	2000	2000	0	0	0	0	0	0
EK8RM_8_12	2000	2000	2000	3000	4000	0	0	0	0	0
EK8RM_12_30	10000	10000	12000	14000	14000	15000	0	0	0	0
EK8RM_30_50	1500	2000	2500	2500	3000	4000	4500	0	0	0
EK8RM_28_F	0	0	0	0	0	0	0	28000	0	0
EK8RM_48_F	0	0	0	0	0	0	0	0	18000	0
EK8RM_50_F	0	0	0	0	0	0	0	0	0	18000

+

	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
EK8A_60	0	0	0	0	0	0	0	1500	1500	2000
EK8A_80	0	0	0	0	0	0	0	1000	1500	1500
EK8R_60_F	3000	4000	5000	6000	7000	7500	8000	0	0	0
EK8R_70_F	0	0	0	0	0	0	0	2500	2500	3000
EK8RM_05_16_4	2500	0	0	0	0	0	0	2500	0	0
EK8RM_01_4_4	0	4500	0	0	0	0	0	0	3000	0
EK8RM_4_6	1500	2000	4500	0	0	0	0	1500	2000	4500
EK8RM_6_8	2000	2500	3000	3000	0	0	0	2000	2500	2000
EK8RM_8_12	2000	3000	3000	4000	4000	0	0	2000	2000	2000
EK8RM_12_30	10000	10000	10000	12000	14000	16000	0	12000	12000	11000
EK8RM_30_50	1500	2000	2500	3000	3000	4000	4500	1500	2000	2500

+

	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
EK8A_60	2000	2500	3000	3000	1500	2000	2000	2500	3000	3000
EK8A_80	2000	2000	2000	2500	1500	1500	2000	2000	2000	2500
EK8R_70_F	3000	4000	4000	4300	2500	3000	3000	4000	4000	4300
EK8RM_01_4_4	0	0	0	0	3000	0	0	0	0	0
EK8RM_4_6	0	0	0	0	2000	4500	0	0	0	0
EK8RM_6_8	2000	0	0	0	2500	2000	2000	0	0	0
EK8RM_8_12	3000	4000	0	0	2000	2000	3000	4000	0	0
EK8RM_12_30	12000	12000	13000	0	12000	11000	12000	12000	13000	0
EK8RM_28_48	0	0	0	0	2000	2500	3000	3000	4000	4500
EK8RM_30_50	3000	3000	4000	4500	0	0	0	0	0	0

+

	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
EK8A_36	1000	1000	1500	2500	3000	0	0	0	2500	2500
EK8R_3_5_7	0	0	0	0	0	0	0	0	0	5000
EK8R_3_6	0	0	0	0	0	0	0	0	5000	0
EK8R_6_10	0	0	0	0	0	0	0	0	2000	0
EK8R_10_36	0	0	0	0	0	0	0	0	12000	12000
EK8R_40_F	4000	5000	7000	8000	10000	0	0	0	6000	6000
EK8RM_01_4_4	3000	0	0	0	0	0	0	0	0	0
EK8RM_4_6	2000	4500	0	0	0	0	0	0	0	0
EK8RM_6_8	2500	2000	2000	0	0	0	0	0	0	0
EK8RM_8_12	2000	2000	3000	4000	0	0	0	0	2000	2000

EK8RM_12_30	12000	11000	12000	12000	13000	0	0	0	0	0
EK8RM_28_F	0	0	0	0	0	28000	0	0	0	0
EK8RM_48_F	0	0	0	0	0	0	18000	0	0	0
EK8RM_50_F	0	0	0	0	0	0	0	18000	0	0

+

	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
EK8A_36	0	0	2500	0	0	2500	0	2500	0	2500
EK8R_3_5_7	0	5000	0	0	0	0	0	0	0	0
EK8R_3_6	5000	0	0	0	0	0	0	0	0	0
EK8R_4_10	0	0	7000	7000	0	0	0	0	0	0
EK8R_6_10	2000	0	0	0	4000	4000	0	0	0	0
EK8R_6_10N	0	0	0	0	0	0	4000	4000	0	0
EK8R_6_10CN	0	0	0	0	0	0	0	0	5000	5000
EK8R_10_20	8000	8000	0	8000	9000	0	9000	0	9000	0
EK8R_10_36	0	0	12000	0	0	12000	0	12000	0	12000
EK8R_20_40	4000	4000	0	4000	5000	0	5000	0	5000	0
EK8R_40_F	6000	6000	5000	5000	6000	6000	6000	6000	6000	6000
EK8RM_8_12	2000	2000	2500	2500	3000	3000	3000	3000	3000	3000

+

	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
EK8A_24	1000	0	0	2000	0	0	0	0	0	0
EK8A_30	1000	0	0	2000	0	0	0	0	0	0
EK8A_36	0	2500	0	0	0	0	0	0	0	0
EK8R_3_5_7	0	0	0	0	0	5000	0	5000	0	0
EK8R_3_6	0	0	0	0	5000	0	5000	0	0	0
EK8R_4_10	0	0	0	0	0	0	0	0	7000	7000
EK8R_6_10	0	0	0	0	2000	0	2000	0	0	0
EK8R_10_20	12000	0	0	0	0	0	8000	8000	0	8000
EK8R_12_16	0	0	12000	0	0	0	0	0	0	0
EK8R_10_36	0	18000	0	0	10000	12000	0	0	12000	0
EK8R_20_40	7000	0	5000	0	0	0	0	0	0	0
EK8R_08_20	0	0	0	11000	0	0	0	0	0	0
EK8R_30_50	0	0	0	0	4500	4500	4500	4500	4500	4500
EK8R_40_F	7000	8000	8000	12000	0	0	0	0	0	0
EK8R_60_F	0	0	0	0	4000	4000	4000	4000	4000	4000
EK8RM_8_12	0	0	0	0	2000	2000	2000	2000	2500	2500

+

	61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
EK8A_24	0	0	0	0	0	0	2000	0	2000	2000
EK8A_30	0	0	0	0	0	0	1000	0	1000	1000
EK8R_6_10	4000	4000	0	0	0	0	0	0	0	0
EK8R_6_10N	0	0	4000	4000	0	0	0	0	0	0
EK8R_6_10CN	0	0	0	0	5000	5000	0	0	0	0
EK8R_10_20	9000	0	9000	0	9000	0	12000	0	0	0
EK8R_12_16	0	0	0	0	0	0	0	0	13000	0
EK8R_10_36	0	12000	0	12000	0	10000	0	18000	0	0
EK8R_08_20	0	0	0	0	0	0	0	0	0	12000
EK8R_30_50	4500	4500	4500	4500	4500	4500	4500	5000	5000	4500
EK8R_60_F	4000	4000	4000	4000	4000	6000	6000	5000	5000	5000
EK8RM_8_12	3000	3000	3000	3000	3000	3000	0	0	0	0

+

	71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
EK8R_3_5_7	0	5000	0	5000	0	0	0	0	0	0

EK8R_3_6	5000	0	5000	0	0	0	0	0	0	0
EK8R_4_10	0	0	0	0	7000	7000	0	0	0	0
EK8R_6_10	2000	0	2000	0	0	0	4000	4000	0	0
EK8R_6_10N	0	0	0	0	0	0	0	0	4000	4000
EK8R_10_20	0	0	8000	8000	0	8000	9000	0	9000	0
EK8R_10_36	10000	12000	0	0	12000	0	0	12000	0	12000
EK8R_35_70	4000	4000	4000	4000	4000	4000	4000	4000	4000	4000
EK8R_70_F	4000	4000	4000	4000	4000	4000	4000	4000	4000	4000
EK8RM_8_12	2000	2000	2000	2000	2500	2500	3000	3000	3000	3000

+

	81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
EK8A_24	0	0	2000	0	2000	2000	0	0	0	0
EK8A_30	0	0	1000	0	1000	1000	0	0	0	0
EK8R_3_5_7	0	0	0	0	0	0	0	5000	0	5000
EK8R_3_6	0	0	0	0	0	0	5000	0	5000	0
EK8R_4_10	0	0	0	0	0	0	2000	0	2000	0
EK8R_6_10CN	5000	5000	0	0	0	0	0	0	0	0
EK8R_10_20	9000	0	12000	0	0	0	0	0	8000	8000
EK8R_12_16	0	0	0	0	13000	0	0	0	0	0
EK8R_10_36	0	10000	0	18000	0	0	10000	12000	0	0
EK8R_08_20	0	0	0	0	0	12000	0	0	0	0
EK8R_35_70	4000	4000	5000	5000	5000	6000	4000	4000	4000	4000
EK8R_70_F	4000	4000	6000	4000	4000	7000	0	0	0	0
EK8R_070_325	0	0	0	0	0	0	4000	4000	4000	4000
EK8RM_8_12	3000	3000	0	0	0	0	2000	2000	2000	2000

+

	91	92	93	94	95	96	97	98	99	100
EK8A_24	0	0	0	0	0	0	0	0	2000	0
EK8A_30	0	0	0	0	0	0	0	0	1000	0
EK8R_4_10	7000	7000	0	0	0	0	0	0	0	0
EK8R_6_10	0	0	4000	4000	0	0	0	0	0	0
EK8R_6_10N	0	0	0	0	4000	4000	0	0	0	0
EK8R_6_10CN	0	0	0	0	0	0	5000	5000	0	0
EK8R_10_20	0	8000	9000	0	9000	0	9000	0	12000	0
EK8R_10_36	12000	0	0	12000	0	12000	0	10000	0	18000
EK8R_35_70	4000	4000	4000	4000	4000	4000	4000	4000	5000	5000
EK8R_070_325	4000	4000	4000	4000	4000	4000	4000	4000	6000	4000
EK8RM_8_12	2500	2500	3000	3000	3000	3000	3000	3000	0	0

+

	101	102	103	104	105	106	107	108	109	110
EK8A_24	2000	2000	0	0	0	0	0	0	0	0
EK8A_30	1000	1000	0	0	0	0	0	0	0	0
EK8R_3_5_7	0	0	0	5000	0	5000	0	0	0	0
EK8R_3_6	0	0	5000	0	5000	0	0	0	0	0
EK8R_4_10	0	0	0	0	0	0	7000	7000	0	0
EK8R_6_10	0	0	2000	0	2000	0	0	0	4000	4000
EK8R_10_20	0	0	0	0	8000	8000	0	8000	9000	0
EK8R_12_16	13000	0	0	0	0	0	0	0	0	0
EK8R_10_36	0	0	10000	12000	0	0	12000	0	0	12000
EK8R_08_20	0	12000	0	0	0	0	0	0	0	0
EK8R_35_70	5000	6000	4000	4000	4000	4000	4000	4000	4000	4000
EK8R_70_140	0	0	3000	3000	3000	3000	3000	3000	3000	3000
EK8R_070_325	4000	7000	0	0	0	0	0	0	0	0
EK8RM_8_12	0	0	2000	2000	2000	2000	2500	2500	3000	3000

+

	111	112	113	114	115	116	117	118	119	120
--	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----



EK8A_24	0	0	0	0	2000	0	2000	2000	0	0
EK8A_30	0	0	0	0	1000	0	1000	1000	0	0
EK8A_36	0	0	0	0	0	0	0	0	2000	2000
EK8A_46	0	0	0	0	0	0	0	0	1000	1000
EK8A_54	0	0	0	0	0	0	0	0	500	500
EK8A_60	0	0	0	0	0	0	0	0	1500	1500
EK8A_80	0	0	0	0	0	0	0	0	1000	1000
EK8A_100	0	0	0	0	0	0	0	0	700	700
EK8A_120	0	0	0	0	0	0	0	0	700	700
EK8A_150	0	0	0	0	0	0	0	0	700	700
EK8A_180	0	0	0	0	0	0	0	0	700	700
EK8A_220	0	0	0	0	0	0	0	0	700	700
EK8A_FFF	0	0	0	0	0	0	0	0	300	300
EK8R_3_5_7	0	0	0	0	0	0	0	0	0	5000
EK8R_3_6	0	0	0	0	0	0	0	0	5000	0
EK8R_6_10	0	0	0	0	0	0	0	0	2000	0
EK8R_6_10N	4000	4000	0	0	0	0	0	0	0	0
EK8R_6_10C	0	0	5000	5000	0	0	0	0	0	0
EK8R_10_20	9000	0	9000	0	12000	0	0	0	0	0
EK8R_12_16	0	0	0	0	0	0	13000	0	0	0
EK8R_10_36	0	12000	0	10000	0	18000	0	0	10000	12000
EK8R_08_20	0	0	0	0	0	0	0	12000	0	0
EK8R_30_50	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
EK8R_35_70	4000	4000	4000	4000	5000	5000	5000	6000	0	0
EK8R_70_140	3000	3000	3000	3000	3500	3500	3500	3500	0	0
EK8RM_8_12	3000	3000	3000	3000	0	0	0	0	2000	2000

+

	121	122	123	124	125	126	127	128	129	130
EK8A_36	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000	2000
EK8A_46	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000
EK8A_54	500	500	500	500	500	500	500	500	500	500
EK8A_60	1500	1500	1500	1500	1500	1500	1500	1500	1500	1500
EK8A_80	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000
EK8A_100	700	700	700	700	700	700	700	700	700	700
EK8A_120	700	700	700	700	700	700	700	700	700	700
EK8A_150	700	700	700	700	700	700	700	700	700	700
EK8A_180	700	700	700	700	700	700	700	700	700	700
EK8A_220	700	700	700	700	700	700	700	700	700	700
EK8A_FFF	300	300	300	300	300	300	300	300	300	300
EK8R_3_5_7	0	5000	0	0	0	0	0	0	0	0
EK8R_3_6	5000	0	0	0	0	0	0	0	0	0
EK8R_4_10	0	0	7000	7000	0	0	0	0	0	0
EK8R_6_10	2000	0	0	0	4000	4000	0	0	0	0
EK8R_6_10N	0	0	0	0	0	0	4000	4000	0	0
EK8R_6_10CN	0	0	0	0	0	0	0	0	5000	5000
EK8R_10_20	8000	8000	0	8000	9000	0	9000	0	9000	0
EK8R_10_36	0	0	10000	0	0	12000	0	12000	0	10000
EK8RM_8_12	2000	2000	2500	2500	3000	3000	3000	3000	3000	3000

+

	131	132	133	134	135	136	137	138	139	140
EK8A_16	0	0	0	0	0	0	0	0	1000	0
EK8A_20	0	0	0	0	0	0	0	0	1000	0
EK8A_24	0	0	2000	2000	0	0	0	0	2000	0
EK8A_30	0	0	1000	1000	0	0	0	0	2000	0
EK8A_36	2000	2000	2000	2000	0	0	0	0	2500	3000
EK8A_46	1000	1000	1000	1000	0	0	0	0	2000	2500
EK8A_54	500	500	500	500	0	0	0	0	500	700
EK8A_60	1500	1500	1500	1500	0	0	0	0	3000	3000
EK8A_80	1000	1000	1000	1000	0	0	0	0	2000	2500
EK8A_100	700	700	700	700	0	0	0	0	700	1000
EK8A_120	700	700	700	700	0	0	0	0	700	800

EK8A_150	700	700	700	700	0	0	0	0	500	700
EK8A_180	700	700	700	700	0	0	0	0	500	700
EK8A_220	700	700	700	700	0	0	0	0	500	700
EK8A_FFF	300	300	300	300	0	0	0	0	400	500
EK8R_10_20	12000	0	0	0	0	0	0	0	0	0
EK8R_12_16	0	0	13000	0	0	0	0	0	0	0
EK8R_10_36	0	18000	0	0	0	0	0	0	0	0
EK8R_08_20	0	0	0	12000	0	0	0	0	0	0
EK8R_40_F	0	0	0	0	20000	0	0	0	0	0
EK8R_60_F	0	0	0	0	0	15000	0	0	0	0
EK8R_16_F	0	0	0	0	0	0	25000	0	0	0
EK8R_18_F	0	0	0	0	0	0	0	25000	0	0

+

	141	142	143	144	145	146	147	148	149	150
EK8A_24	625	375	250	0	0	0	0	0	0	500
EK8A_30	0	0	250	0	0	0	0	0	0	0
EK8A_36	1000	500	250	0	0	0	0	0	0	0
EK8A_46	1500	1000	0	0	1000	500	0	0	0	0
EK8A_54	0	0	1000	0	0	0	0	0	0	0
EK8A_60	1000	0	0	500	0	1000	0	2000	0	0
EK8A_80	0	1000	500	600	1400	500	0	2000	1000	0
EK8A_100	0	475	750	525	700	0	0	0	0	1000
EK8A_120	0	0	500	250	500	500	0	0	0	500
EK8A_150	0	0	0	500	500	275	0	1025	200	275
EK8A_FFF	0	0	250	0	0	1000	0	750	0	0
EK8R_4_10	0	0	0	0	8000	0	0	0	0	0
EK8R_6_10	0	3500	500	0	0	0	0	0	0	0
EK8R_08_20	0	0	2000	0	0	0	0	0	0	1000
EK8R_10_20	400	0	0	0	0	0	0	0	0	0
EK8R_12_16	0	0	12000	0	0	0	0	0	0	0
EK8R_10_36	0	0	0	2000	0	0	0	0	0	0
EK8R_20_40	1650	0	0	0	0	0	0	0	0	0
EK8R_18_F	0	0	10000	0	0	0	0	0	0	0
EK8R_40_F	0	4000	0	0	0	0	0	0	0	0
EK8R_70_F	6000	1000	0	0	0	0	0	0	0	0
EK8RM_05_16_4	0	0	0	1500	1500	3000	1500	0	0	0
EK8RM_01_4_4	0	0	0	0	0	0	0	0	4500	4500
EK8RM_4_6	0	0	0	0	0	0	0	0	0	3000
EK8RM_6_8	0	0	0	0	0	0	0	4500	3000	0
EK8RM_8_12	0	0	0	0	3000	0	0	6000	0	1500
EK8RM_8_20	0	0	0	0	0	0	0	0	6000	9000
EK8RM_12_16	0	0	0	0	0	5000	0	0	0	0
EK8RM_12_30	0	0	0	4500	12000	0	0	0	4500	4500
EK8RM_18_30	0	0	0	0	0	0	3000	0	0	3000
EK8RM_30_50	0	0	0	4100	4900	0	3000	5500	1500	4500
EK8RM_28_F	0	0	0	0	0	0	13500	0	0	0
EK8RM_50_F	0	0	0	0	0	3000	0	0	0	0

+

	151	152	153	154	155	156	157	158	159
EK8A_16	250	0	0	0	0	0	0	0	0
EK8A_24	0	0	0	0	0	250	0	0	0
EK8A_30	0	0	0	0	0	1000	0	0	0
EK8A_36	1300	700	0	0	500	0	0	0	0
EK8A_46	2000	0	0	0	1500	1000	1000	0	0
EK8A_54	0	0	0	0	0	825	175	0	0
EK8A_60	1000	0	0	0	1900	1100	1050	1000	0
EK8A_80	1000	0	1000	0	1000	0	0	0	0
EK8A_120	450	50	0	0	1850	150	0	0	0
EK8A_150	225	800	500	200	0	0	0	0	0
EK8A_FFF	300	700	0	0	0	0	0	0	0
EK8R_4_10	1000	0	0	0	0	0	0	0	0

EK8R_10_20	0	500	0	0	0	0	0	0	0
EK8R_20_40	0	1500	0	0	0	0	0	0	0
EK8R_16_F	0	0	0	0	0	0	0	0	8000
EK8R_18_F	0	0	0	3000	0	0	0	0	0
EK8RM_4_6	3000	0	0	0	0	0	0	0	0
EK8RM_8_12	7500	0	0	0	4500	0	0	0	0
EK8RM_12_30	3000	0	0	0	0	0	0	0	0
EK8RM_30_50	850	5650	6000	3000	1500	0	0	0	0
EK8RM_50_F	3000	0	0	0	0	0	0	0	0

;

TABLE D(I,T) demanda do produto i no periodo t

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
EK8A_24	0	1000	250	0	0	0	0	0	0
EK8A_30	0	0	250	0	0	0	0	0	0
EK8A_36	0	1000	750	0	0	0	0	0	0
EK8A_46	0	1000	500	1000	0	0	0	0	1500
EK8A_54	0	0	1000	0	0	0	0	0	0
EK8A_60	0	1000	0	500	0	0	0	0	2000
EK8A_80	0	1000	500	1000	0	0	0	0	1500
EK8A_100	0	0	750	0	1000	700	0	0	0
EK8A_120	0	500	500	0	250	0	0	0	500
EK8A_150	0	0	500	0	500	0	500	0	500
EK8A_FFF	0	250	0	0	0	0	0	750	1000
EK8R_10_20	400	0	0	0	0	0	0	0	0
EK8R_20_40	1650	0	0	0	0	0	0	0	0
EK8R_40_F	0	0	0	0	0	4000	0	0	0
EK8R_3_5_7	0	1000	0	0	0	0	0	0	0
EK8R_4_10	0	0	0	0	0	0	4000	4000	0
EK8R_6_10	0	3000	1000	0	0	0	0	0	0
EK8R_70_F	0	3000	3000	1000	0	0	0	0	0
EK8R_08_20	0	0	0	2000	0	0	0	0	0
EK8R_10_36	0	0	0	0	0	0	2000	0	0
EK8R_12_16	0	0	0	5000	4000	3000	0	0	0
EK8R_16_F	0	0	0	0	8000	0	0	0	0
EK8R_18_F	0	0	0	10000	0	0	0	0	0
EK8RM_05_16_4	0	0	0	0	0	0	3000	3000	1500
EK8RM_6_8	0	0	0	0	0	0	0	0	3000
EK8RM_8_12	0	0	0	0	0	0	0	0	3000
EK8RM_12_16	0	0	0	0	0	0	0	5000	0
EK8RM_12_30	0	0	0	0	0	0	4500	0	12000
EK8RM_30_50	0	0	0	0	0	0	3000	4500	0
EK8RM_50_F	0	0	0	0	0	0	3000	0	0
EK8RM_28_F	0	0	0	0	0	0	0	0	7500

+

	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
EK8A_16	0	0	250	0	0	0	0	0	0	0
EK8A_24	500	0	0	0	0	0	0	0	250	0
EK8A_30	0	0	0	0	0	0	0	0	1000	0
EK8A_36	0	0	1000	1000	0	0	0	0	0	500
EK8A_46	0	0	1000	1000	0	0	0	0	0	3500
EK8A_54	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1000
EK8A_60	0	1000	1000	1000	0	0	1000	0	0	3050
EK8A_80	0	1000	1000	1000	1000	0	0	0	0	2000
EK8A_100	0	0	1000	0	0	0	0	0	0	0
EK8A_120	0	500	0	0	500	0	0	850	0	1000
EK8A_150	0	500	0	500	0	500	500	0	0	500
EK8A_FFF	0	0	0	0	0	0	1000	0	0	0
EK8R_10_20	0	0	0	0	500	0	0	0	0	0
EK8R_20_40	0	0	0	0	1500	0	0	0	0	0
EK8R_4_10	0	0	1000	0	0	0	0	0	0	0

EK8R_08_20	0	0	1000	0	0	0	0	0	0	0
EK8R_18_F	0	0	0	0	0	0	3000	0	0	0
EK8RM_4_6	0	0	0	6000	0	0	0	0	0	0
EK8RM_6_8	1500	3000	0	0	0	0	0	0	0	0
EK8RM_8_12	3000	3000	0	0	0	0	3000	3000	3000	6000
EK8RM_8_20	0	0	5000	5000	5000	0	0	0	0	0
EK8RM_12_30	0	9000	0	0	0	0	3000	0	0	0
EK8RM_18_30	3000	0	0	0	0	0	3000	0	0	0
EK8RM_01_4_4	3000	3000	3000	0	0	0	0	0	0	0
EK8RM_30_50	3000	4500	4500	4500	2000	0	4500	3000	1500	0
EK8RM_50_F	0	0	0	0	0	3000	0	0	0	0

;

## VARIABLES

X(J,T) indica se o processo j e utilizado no periodo t  
E(I,T) excesso de producao do produto i no periodo t  
F(I,T) falta de producao do produto i no periodo t  
Z falta dos produtos;

BINARY VARIABLE X ;  
POSITIVE VARIABLE E, F;

## EQUATIONS

FALTA funcao objetivo  
DEMANDA(I,T) satisfaz a demanda do produto i no periodo t  
PROPORCAO(T) satisfaz utilizacao dos processos;

FALTA .. Z =E= SUM((I,T), F(I,T)) ;

DEMANDA(I,T) .. SUM((J,TL)\$ (ORD(TL) le ORD(T)), A(I,J)\*X(J,TL)) +  
F(I,T) - E(I,T) =E= SUM(TL\$(ORD(TL) le ORD  
(T)),D(I,TL));

PROPORCAO(T) .. SUM(J, X(J,T)) =L= 1 ;

MODEL ALCOA /ALL/ ;

SOLVE ALCOA USING **MIP** MINIMIZING Z ;

PARAMETERS FT(I) falta (ou excesso) total do produto i;

FT(I) = SUM((J,T), A(I,J)\*X.L(J,T)) - SUM(T, D(I,T));

DISPLAY X.L, E.L, F.L, FT;

## ANEXO A

### Breve Revisão dos Modelos de Dimensionamento de Lotes.

Abaixo são apresentados resumidamente quatro problemas de dimensionamento de lotes capacitado monoestágio discutidos em DREXL & KIMMS (1997).

1) *The Capacitated Lot Sizing Problem* (CLSP): O problema de dimensionamento de lotes restrito é visto apenas como uma extensão do conhecido problema de Wagner Whitin com restrições de capacidade, com vários itens podendo ser produzidos em cada período. Resolver o CLSP ótimo com custos de *setup* é conhecido como sendo *NP-Difícil* (BITRAN e YANASSE, 1982). Se tempos de *setup* também forem incorporados ao modelo, encontrar uma solução factível já é um problema *NP-Difícil* (MAES *et al.*, 1991).

Considere os seguintes dados:

Variáveis de decisão:

- $I_{jt}$  Estoque do item  $j$  no final do período  $t$ .
- $q_{jt}$  Quantidade produzida do item  $j$  no período  $t$ .
- $x_{jt}$  Variável binária que indica se um *setup* ocorreu para o item  $j$  no período  $t$  ( $x_{jt} = 1$ ) ou não ( $x_{jt} = 0$ ).

Parâmetros:

- $C_t$  Capacidade disponível da máquina no período  $t$ .
- $d_{jt}$  Demanda externa do item  $j$  no período  $t$ .
- $h_j$  Custo de carregar estoque do item  $j$  (não negativo).
- $I_{j0}$  Estoque inicial do item  $j$ .
- $J$  Número de itens.
- $p_j$  Capacidade necessária para produzir uma unidade do item  $j$ .
- $s_j$  Custo de *setup* do item  $j$ .
- $T$  Número de períodos.

Formulação do Problema:

$$\text{Min } \sum_{j=1}^J \sum_{t=1}^T (s_j x_{jt} + h_j I_{jt}) \quad (\text{A1})$$

Sujeito a

$$I_{jt} = I_{j(t-1)} + q_{jt} - d_{jt}, \quad j = 1, \dots, J, \quad t = 1, \dots, T, \quad (\text{A2})$$

$$p_j q_{jt} \leq C_t x_{jt}, \quad j = 1, \dots, J, \quad t = 1, \dots, T, \quad (\text{A3})$$

$$\sum_{j=1}^J p_j q_{jt} \leq C_t, \quad t = 1, \dots, T, \quad (\text{A4})$$

$$x_{jt} \in \{0,1\}, \quad j = 1, \dots, J, \quad t = 1, \dots, T, \quad (\text{A5})$$

$$I_{jt}, q_{jt} \geq 0, \quad j = 1, \dots, J, \quad t = 1, \dots, T. \quad (\text{A6})$$

A função objetivo (A1) minimiza a soma dos custos de *setup* e custos de estoque carregado. Na equação (A2) é representado o balanceamento de estoques para cada item  $j$  e cada período  $t$ . Devido as restrições em (A3), a produção de um item só poderá se iniciar numa máquina se tiver sido feito o *setup* para o item naquele período. Em (A4) estão as restrições de capacidade em cada período  $t$ . As variáveis de *setup* são definidas como binárias na restrição (A5), e as inequações (A6) definem as condições de não negatividade das variáveis.

2) *The Discrete Lot Sizing and Scheduling Problem* (DLSP): Este problema combina decisões de dimensionamento e seqüenciamento de lotes, e é também conhecido como “tudo ou nada”, ou seja, somente um item pode ser produzido por período. Logo, deverá ocorrer custo de *setup* apenas quando a produção de um diferente item for iniciada. As variáveis de decisão e os parâmetros são os mesmos que para o CLSP, porém, para esse modelo é necessário adicionar uma nova variável de decisão e um novo parâmetro, ambos representando a condição de *setup* em certo período.

Considere os seguintes dados:

Nova variável:

$y_{jt}$  Variável binária, indica se há necessidade de *setup* para o item  $j$  no período  $t$  ( $y_{jt} = 1$ ) ou não ( $y_{jt} = 0$ ).

Novo parâmetro:

$y_{j0}$  De valor binário, indica se há um *setup* para o item  $j$  no início do período 1 ( $y_{j0} = 1$ ) ou não ( $y_{j0} = 0$ ).

Matematicamente, o DLSP agora pode ser especificado como um modelo de programação inteira mista:

Formulação do Problema:

$$\text{Min } \sum_{j=1}^J \sum_{t=1}^T (s_j x_{jt} + h_j I_{jt}) \quad (\text{A7})$$

Sujeito a

$$I_{jt} = I_{j(t-1)} + q_{jt} - d_{jt}, \quad j = 1, \dots, J, \quad t = 1, \dots, T, \quad (\text{A8})$$

$$p_j q_{jt} = C_t y_{jt}, \quad j = 1, \dots, J, \quad t = 1, \dots, T, \quad (\text{A9})$$

$$\sum_{j=1}^J y_{jt} \leq 1, \quad t = 1, \dots, T, \quad (\text{A10})$$

$$x_{jt} \geq y_{jt} - y_{j(t-1)}, \quad j = 1, \dots, J, \quad t = 1, \dots, T, \quad (\text{A11})$$

$$y_{jt} \in \{0,1\}, \quad j = 1, \dots, J, \quad t = 1, \dots, T, \quad (\text{A12})$$

$$I_{jt}, q_{jt}, x_{jt} \geq 0, \quad j = 1, \dots, J, \quad t = 1, \dots, T. \quad (\text{A13})$$

A função objetivo, assim como a maioria das restrições são iguais ao CLSP. Na equação (A9) aparece o conceito do “tudo ou nada” onde diferente do CLSP, o recurso necessário de produção para a quantidade de um item num período, deve ser igual a capacidade de produção deste item para o período. A equação (A10) restringe a produção a no máximo 1 item por período. O início de um novo lote é identificado por

meio das desigualdades em (A11). A restrição (A12) define as variáveis como sendo binárias, e por fim a inequação (A13) as restrições de não negatividade.

3) *The Proportional Lot Sizing and Scheduling Problem (PLSP)*: O Problema de dimensionamento de lote proporcional consiste em evitar que em um período não seja utilizada a capacidade total, deixando a linha de produção ociosa. Então este problema procura encontrar um novo item para ser produzido neste período, considerando também o tempo de *setup* deste novo item. Isso permite que a produção de um item seja adiantada e evita deixar a linha de produção com capacidade excedente.

Se dois itens são produzidos em um único período, deve ser claro em qual ordem estes itens devem ser produzidos. As variáveis  $y_{jt}$  indicam o estado do *setup* no final do período. O estado do *setup* pode ser alterado no máximo uma vez por período, portanto, no máximo dois itens podem ser produzidos por período e não é possível a produção de dois itens em dois períodos na seqüência.

Formulação do Problema:

$$\text{Min } \sum_{j=1}^J \sum_{t=1}^T (s_j x_{jt} + h_j I_{jt}) \quad (\text{A14})$$

Sujeito a

$$I_{jt} = I_{j(t-1)} + q_{jt} - d_{jt}, \quad j = 1, \dots, J, \quad t = 1, \dots, T, \quad (\text{A15})$$

$$p_j q_{jt} \leq C_t (y_{j(t-1)} + y_{jt}) \quad j = 1, \dots, J, \quad t = 1, \dots, T, \quad (\text{A16})$$

$$\sum_{j=1}^J p_j q_{jt} \leq C_t, \quad t = 1, \dots, T, \quad (\text{A17})$$

$$\sum_{j=1}^J y_{jt} \leq 1, \quad t = 1, \dots, T, \quad (\text{A18})$$

$$x_{jt} \geq y_{jt} - y_{j(t-1)}, \quad j = 1, \dots, J, \quad t = 1, \dots, T, \quad (\text{A19})$$

$$y_{jt} \in \{0,1\}, \quad j = 1, \dots, J, \quad t = 1, \dots, T, \quad (\text{A20})$$

$$I_{jt}, q_{jt}, x_{jt} \geq 0, \quad j = 1, \dots, J, \quad t = 1, \dots, T. \quad (\text{A21})$$



A função objetivo e a maior parte das restrições são iguais as do modelo CLSP, as inequações (A16) fazem com que a produção de um item em um certo período só possa ser executada se a máquina estiver devidamente preparada ou ao final do período. Como mais de um item pode ser produzido por período, a inequação (A17) foi introduzida para manter a capacidade total por período dentro do limite.

4) *The General Lot Sizing and Scheduling Problem (GLSP)*: O problema de dimensionamento de lote generalizado consiste em dividir cada macro-período  $t$  em períodos com tamanho variável, ou seja, é possível fixar um número máximo de lotes a serem produzidos por período ( $P_t$ ). Onde cada lote está associado a uma posição no período, definindo a seqüência de lotes.

Novo parâmetro:

$N_t$  número máximo de lotes no período  $t$ .

Variáveis de decisão:

$I_{jt}$  estoque do item  $j$  no final do período  $t$ ;

$q_{jn}$  quantidade produzida do item  $j$  na posição  $n$ ;

$x_{jn}$  variável binária que indica se um *setup* para o item  $j$  ocorreu na posição  $n$  ( $x_{jn} = 1$ ) ou não ( $x_{jn} = 0$ );

$y_{jn}$  variável binária que indica se a máquina está pronta para produzir o item  $j$  na posição  $n$  ( $y_{jn} = 1$ ) ou ( $y_{jn} = 0$ ).

$F_t = 1 + \sum_{t=1}^{t-1} N_t$  é usado para denotar a primeira posição no período, e

$L_t = F_t + N_t - 1$  é usado para denotar a última posição no período.

$$\text{Min} \quad \sum_{j=1}^J \sum_{n=1}^N s_j x_{jn} + \sum_{j=1}^J \sum_{t=1}^T h_j I_{jt} \quad (\text{A22})$$

Sujeito a

$$I_{jt} = I_{j(t-1)} + \sum_{n=F_t}^{L_t} q_{jn} - d_{jt}, \quad j = 1, \dots, J, \quad t = 1, \dots, T \quad (\text{A23})$$

$$p_j q_{jn} \leq C_t y_{jn}, \quad t = 1, \dots, T, \quad n = F_t, \dots, L_t \quad (\text{A24})$$

$$\sum_{j=1}^J \sum_{n=F_t}^{L_t} p_j q_{jn} \leq C_t, \quad t = 1, \dots, T \quad (\text{A25})$$

$$\sum_{j=1}^J y_{jn} \leq 1, \quad n = 1, \dots, N \quad (\text{A26})$$

$$x_{jn} \geq y_{jn} - y_{j(n-1)}, \quad j = 1, \dots, J, \quad n = 1, \dots, N \quad (\text{A27})$$

$$y_{jn} \in \{0, 1\}, \quad j = 1, \dots, J, \quad n = 1, \dots, N \quad (\text{A28})$$

$$I_{jt} \geq 0, \quad j = 1, \dots, J, \quad t = 1, \dots, T \quad (\text{A29})$$

$$q_{jn}, x_{jn} \geq 0, \quad j = 1, \dots, J, \quad n = 1, \dots, N \quad (\text{A30})$$

Novamente, a função objetivo (A22) minimiza a soma dos custos de *setup* e estocagem. Na equação (A23) é representado o balanceamento de estoques; note que um item pode ser produzido em várias posições em um período. A inequação (A24) garante que, se um lote para o item  $j$  é programado na posição  $n$ , a máquina estará preparada para produzi-lo. Restrições de capacidade são incorporadas em (A25). As restrições (A26) obrigam a ter no máximo um *setup*. A posição onde deve ocorrer o *setup* é determinado na inequação (A27). As restrições (A28) são condições binárias de *setup*, e (A29) e (A30) são restrições de não negatividade.

Muitos pesquisadores tentaram encontrar modelos apropriados e métodos de solução para cada tipo de problema. Modelos como *capacited lot-sizing problem* (CLSP) (BOTH *et al.*, 1984; GUNNTER, 1987), *the discrete lot-sizing and scheduling problem* (DLSP) (HAEHLING, 1970; FLEISCHMANN, 1990; SALOMON, 1991) e o *continuous setup lot sizing problem* (CSLP) (BITRAN AND MATSUO, 1986; KARMARKAR *et al.*, 1987; MATTA & GUIGNARD, 1989) (KIMMS, 1996).

Outros trabalhos também são encontrados em: BRUGGEMANN & JAHNKE (2000) que fizeram uma revisão da literatura de DLSP, EIJL & HOESEL (1997) que aplicam o DLSP como um problema de custos de Wagner Whitin, HAASE & KIMMS (2000) pesquisam a eficiência de um modelo com demanda dependente, custos e tempos de *setup* e oportunidade de reprogramação, STAGGEMEIER & CLARK (2001) fazem uma revisão dos modelos de dimensionamento de lotes monoestágio e SALOMON *et al.* (1997) resolvem o DLSP no problema do caixeiro viajante com janelas de tempo.