

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO CARLOS
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA DE PRODUÇÃO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA DE PRODUÇÃO

MARINA SANCHES PAGLIARUSSI

CONTRIBUIÇÕES PARA A OTIMIZAÇÃO DA PROGRAMAÇÃO DA PRODUÇÃO DE
BEBIDAS A BASE DE FRUTAS.

SÃO CARLOS
MARÇO/2013

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO CARLOS
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA DE PRODUÇÃO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA DE PRODUÇÃO

MARINA SANCHES PAGLIARUSSI

CONTRIBUIÇÕES PARA A OTIMIZAÇÃO DA PROGRAMAÇÃO DA PRODUÇÃO DE
BEBIDAS A BASE DE FRUTAS.

Orientador: Prof. Dr. Reinaldo Morabito

Dissertação apresentada ao
Programa de Pós Graduação em
Engenharia de Produção, como parte
dos requisitos para obtenção do título
de Mestre em Engenharia de produção.¹

SÃO CARLOS
MARÇO/2013

¹ Este trabalho conta com o apoio financeiro da CAPES

**Ficha catalográfica elaborada pelo DePT da
Biblioteca Comunitária da UFSCar**

S211co

Sanches-Pagliarussi, Marina.

Contribuições para a otimização da programação da produção de bebidas a base de frutas / Marina Sanches Pagliarussi. -- São Carlos : UFSCar, 2013.
86 f.

Dissertação (Mestrado) -- Universidade Federal de São Carlos, 2013.

1. Programação da produção. 2. Dimensionamento de lotes. 3. Sequenciamento da produção. I. Título.

CDD: 658.53 (20^a)




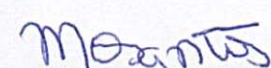
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA DE PRODUÇÃO
UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO CARLOS
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA DE PRODUÇÃO
Rod. Washington Luís, Km. 235 - CEP. 13565-905 - São Carlos - SP - Brasil
Fone/Fax: (016) 3351-8236 / 3351-8237 / 3351-8238 (ramal: 232)
E-mail : ppgep@dep.ufscar.br


FOLHA DE APROVAÇÃO

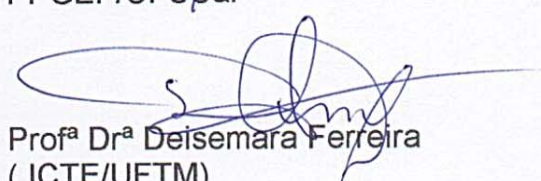
Aluno(a): Marina Sanches Pagliarussi

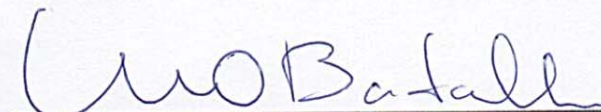
DISSERTAÇÃO DE MESTRADO DEFENDIDA E APROVADA EM 19/03/2013 PELA
COMISSÃO JULGADORA:


Prof. Dr. Reinaldo Morabito Neto
Orientador(a) PPGE/UFSCar


Prof.ª Dr.ª Maristela Oliveira dos Santos
ICMC/USP


Prof. Dr. Moacir Godinho Filho
PPGE/UFSCar


Prof.ª Dr.ª Deisemara Ferreira
(ICTE/UFTM)



Prof. Dr. Mário Otávio Batalha
Coordenador do PPGE

*If there's a bustle in your hedgerow,
don't be alarmed now
It's just a spring clean for the may queen
Yes, there are two paths you can go by,
but in the long run
There's still time to change the road
you're on
(Led Zeppelin, Stairway to
Heaven).*

Agradecimentos

Em primeiro lugar agradeço a quem me deu a vida, apoiou-me e continua a me apoiar mesmo quando não aprovam minhas escolhas. Pai, Mãe, obrigada. No mesmo patamar, se encontram meus irmãos, meus padrinhos, meus companheiros de choradeira, de pegar no meu pé e de muitas risadas.

Meus agradecimentos especiais ficam para o meu orientador Professor Reinaldo Morabito e para a Professora Maristela Oliveira dos Santos, por serem excelentes professores, por terem me aceitado, por todo aprendizado que me proporcionaram pela sua paciência e pela sua calma. Para a Professora Maristela, um simples agradecimento é pouco, já que me acompanha de perto desde a graduação, sempre pronta a ajudar (e puxar a orelha!). Agradeço também aos membros da minha banca de qualificação e de defesa, Professor Moacir Godinho e Professora Deisemara Ferreira, pelas sugestões e valiosas contribuições para o meu trabalho. Professora Deisemara, agradeço pelos questionamentos e sugestões que deram como o resultado o Modelo 3. Não posso deixar de mencionar também a Fábrica A e seus colaboradores. Obrigada pelo apoio.

Agradeço à minha Psica por todo o apoio e disponibilidade. Agradeço aos meus colegas do Laboratório de Otimização do ICMC – USP por responderem a tantas dúvidas e perguntas – às vezes bobas- bem como saberem quando e como descontraír. Especialmente ao Márcio, Marcos e Cherri, que estiveram comigo durante todo o caminho. Agradeço aos meus colegas da UFSCAR Leonardo e Vinicius por toda a ajuda prestada. À Clarissa e à Márcia por tudo que passamos juntas nos últimos dois anos e por tudo que ainda passaremos, pois estas amizades são eternas. Ao falar em vínculos eternos, não posso deixar de mencionar todos meus colegas e professores do Núcleo Taisan de Kung Fu. Minha segunda família, onde não é possível mensurar o aprendizado que temos a cada encontro. Em especial, agradeço à Mariana, Matheus Viana, Mateus Zanes e Janderson, pelas suas contribuições, pela sua companhia e por comparecerem no meu exame de qualificação. A meus dois professores, Shifu Chiari e Shifu Emerson que serão exemplos para o resto da minha vida. Obrigada por sua dedicação a todos nós, obrigada por todos os conselhos e apoio incondicional. Por fim, agradeço a um dos meus parceiros mais antigos, que discutiu o problema comigo tantas vezes, contribuiu para otimização dos procedimentos do mestrado, da vida e minimização das dificuldades. Obrigada, Márcio.

E a Deus, por permitir que eu tenha um círculo de pessoas tão bom à minha volta.

Resumo

As indústrias de bebidas tem buscado melhorar o planejamento e o controle da produção para obter vantagens competitivas e melhorar suas posições no mercado. Para isso, tem procurado atender melhor à demanda, produzir uma variedade maior de produtos em períodos de tempo mais curtos, utilizando menos recursos e respeitando a capacidade instalada. Neste projeto de mestrado, considera-se um problema de programação da produção em fábricas de bebidas não alcoólicas à base de frutas. A questão investigada consiste na otimização da programação e dimensionamento de lotes de produção de bebidas, tendo como características principais: horizonte de planejamento finito, multi períodos, múltiplas máquinas, restrições de capacidade de produção, tempo e custo de preparação de máquinas e condições especiais de preparação (limpezas obrigatórias após certo período de produção) e preparação de quatro horas independente da sequência de produção. Para a questão em estudo, foi proposta uma abordagem de otimização baseada no desenvolvimento de modelos de programação matemática e resolução dos modelos por meio de *softwares* de otimização, considerando vários cenários. Os modelos propostos são modificações de modelos de programação linear inteira mista bem conhecidos na literatura, tais como o GLSPPL (*General Lot Sizing and Scheduling Problem for Parallel Production Lines*) e o CLSP (*Capacitated lot sizing problem*). Porém, ao invés de se considerar múltiplas máquinas em paralelo, os modelos propostos exploram outras possíveis configurações de máquinas para representar melhor os processos de produção envolvidos. A abordagem proposta foi validada por meio de um estudo de caso em uma fábrica de bebidas no interior de São Paulo, em que as soluções obtidas pelos modelos foram comparadas com as práticas utilizadas pela empresa. Os resultados mostram que a abordagem proposta tem bom potencial de aplicação prática.

Abstract

Beverage factories have been trying to improve production planning and control to increase competitive advantages and market shares. In order to achieve such goals, the industries attempted to improve the process of meeting demands, manufacture larger product variety in less time, use less resources and considering the factory's operating limit. This work considers a production planning problem which lies in the factories which manufactures non-alcoholic beverages fruit. The research problem is the lot-scheduling of drinks, characterized by: finite planning horizon, multi-period, multi-machine, capacity constraints, *setup* time and cost, special machine constraints (the machines must be cleaned after certain production time). An optimization approach based on mathematical modeling is proposed, considering different scenarios and using optimization *softwares*. The proposed models are variations of mixed-integer programming models well-known in the literature, such as the GLSPPL (*General Lot Sizing and Scheduling Problem for Parallel Production Lines*) and CLSP (*Capacitated lot sizing problem*). However, instead of considering parallel machines, different arrangements of machines are considered to obtain better representation of the production processes. In order to validate the models, we proposed an approach involving a case study in a beverage factory in the state of São Paulo. The solutions obtained by the models were compared with those used in practice. The results show that the proposed approach has good potential for practical use.

Sumário

Capítulo 1 – Introdução	1
1.1 Apresentação do Trabalho	1
1.2 Um pouco sobre o setor	2
1.3 Objetivos e Justificativa	5
1.4 Metodologia	7
1.5 Organização do Trabalho	9
Capítulo 2 - Revisão Bibliográfica	10
2.1 Gestão da Produção e Operações	10
2.2 A Pesquisa Operacional	13
2.3 Dimensionamento de Lotes e <i>Scheduling</i> (programação).....	15
2.4 Modelo de Meyr para o dimensionamento de lotes e sequenciamento em máquinas paralelas	22
2.5 O problema do dimensionamento de lotes e sequenciamento em indústrias de bebidas	25
2.5.1 Dimensionamento de lotes e sequenciamento em indústrias de bebidas à base de frutas.....	27
Capítulo 3 - Definição do problema	34
3.1 O caso em estudo: a Fábrica A.....	34
3.2 O processo geral de fabricação de bebidas	34
3.3 O processo de fabricação de bebidas à base de frutas.....	35
3.4 A situação de programação da produção da Fábrica A.....	43
Capítulo 4 - Modelagem do problema e estudos computacionais	45
4.1 Problema de dimensionamento de lotes com múltiplas máquinas para maximização da produção – Modelo I.....	47
4.1.1 Breve estudo computacional do Modelo I.....	51
4.2 Problema de dimensionamento de lotes com múltiplas máquinas para minimização dos custos de atendimento da demanda – Modelo II	58
4.2.1 Estudo Computacional do Modelo II nas condições da Fábrica A.....	60

4.2.2 Os resultados do Modelo II e a programação da produção da Fábrica A.....	64
4.3 Problema de dimensionamento de lotes sem sequenciamento com múltiplas máquinas minimização dos custos de atender a demanda – Modelo III.....	73
4.3.1 Resultados comparativos de desempenho e solução entre o Modelo II e o Modelo III, com relação a programação da produção da Fábrica A.....	75
4.4 Validação	77
Capítulo 5 - Considerações finais.....	79
Referências	81

Índice de Figuras

Figura 1: Representação de um Sistema de PCP. Fonte: <i>Site 1</i>	11
Figura 2: Modelo Geral de Gestão e Estratégia de Produção (Slack et al.2002).	13
Figura 3: Representação da Linha de Produção do trabalho de Leite (2008)...	29
Figura 4: Situação da Linha 1 no final de 2011	38
Figura 5: Situação da Linha 1 no início de 2012	39
Figura 6: Descrição da Linha 1	41
Figura 7: Produção Padrão.....	42
Figura 8: Combinações de máquinas possíveis considerando apenas 4 máquinas(L1, L2, L3, L4).....	46
Figura 9: Solução do Modelo I representada em gráfico de Gantt, com os valores das variáveis de decisão e a duração de cada subperíodo.	54
Figura 10: Informações recebidas pela Fábrica A	55
Figura 11: Cenários utilizados para testes com o Modelo II	69

Índice de Gráficos

Gráfico 1: Brasil: Litros per capita por categoria. Fonte: Abir, 2012.....	3
Gráfico 2: Análise da última década das principais categorias, em litros. Fonte: Abir, 2012	4
Gráfico 3: Consumo Brasileiro de refrescos de frutas, sucos , néctares e bebidas à base de soja. Fonte: Pirillo e Sabio. 2009	5

Índice de Tabelas

Tabela 1: Correspondência entre os sabores, kits e batches.	43
Tabela 2: Descrição dos exemplares utilizados	51
Tabela 3: Solução dada pelo Modelo I (em horas)	54
Tabela 4: Problemas para o Modelo I com demanda agregada	56
Tabela 5: comparação de factibilidade	57
Tabela 6: Categorias de problema teste para o Modelo II	61
Tabela 7: Valores médios de resolução dos problemas teste.....	62
Tabela 8: <i>Gap</i> dos problemas teste não resolvidos em 3600s	63
Tabela 9: Valores médios das soluções dos problemas teste das categorias de 1 a 13.....	64
Tabela 10: Programa Mestre de Produção do Produto 1	66
Tabela 11: Programa Mestre de Produção do Produto 2	66
Tabela 12: Programa Mestre de Produção do Produto 3	67
Tabela 13 : Programa Mestre de Produção do Produto 4	67
Tabela 14: Programa Mestre de Produção do Produto 5	68
Tabela 15: Demanda agregada no final do mês para testes com o Modelo II ..	70
Tabela 16: Resultados dos testes com o Modelo II no cenário 1	71
Tabela 17: Resultados dos testes com o Modelo II no cenário 2.....	71
Tabela 18: Resultados dos testes com o Modelo II no cenário 3.....	72
Tabela 19: Resultados comparativos entre os Modelos II e III	76
Tabela 20: Solução do Modelo I para teste realizado na Fábrica A, em mil caixas.....	77

Lista de Abreviações e Siglas

ABIR – Associação Brasileira das Indústrias de Refrigerantes e de Bebidas

Não Alcoólicas

CIP – *clean in place*

CLSP – *Capacitated lot sizing problem*

CSLP – *Continuous setup lot sizing problem*

DLSP – *Discrete lot-sizing problem*

EOQ – *Economic Order Quantity*

ELSP – *Economic Lot Scheduling Problem*

GLSP – *General lot sizing and scheduling problem*

GLSPPL – *General Lot Sizing and Scheduling Problem for Parallel
Production Lines*

L1, L2, L3 – nome dado às três máquinas iguais inicialmente presentes no estudo.

L4 – segunda máquina comprada pela Fábrica A.

L5 – terceira máquina comprada pela Fábrica A.

ME – Mercado externo

MI – Mercado interno

PCP – Planejamento e controle da produção

PDL1MS – Problema de Dimensionamento de Lotes de uma Máquina de Sucos

PLSP – *Proportional lot sizing and scheduling problem*

PO – Pesquisa Operacional

P1E1M- Problema 1 Estágio 1 Máquina

P2EMM – Modelo 2 Estágios Multi Máquinas

1.1 Apresentação do trabalho

A intensa competição global pressiona as empresas a transformarem e melhorarem suas operações e práticas. As empresas, por sua vez, respondem a essa pressão reestruturando suas operações de forma a servir melhor seus clientes. Para competir efetivamente, muitas empresas tem procurado produzir uma variedade maior de produtos em períodos de tempo mais curtos e utilizando menos recursos, sendo, assim, importante a compreensão da gestão da produção e operações. Essa gestão corresponde a um amplo campo de estudo dos conceitos e técnicas aplicáveis à tomada de decisões na função de produção ou serviços (Slack *et al.*, 2002).

Nesse contexto, é possível destacar a indústria brasileira de bebidas não alcoólicas, uma vez que o crescimento do setor é notável: as vendas das bebidas não alcoólicas aumentaram cerca de 10,8%, em 2010 (Diário Econômico, consulta em fevereiro de 2011). Os dados mais recentes que foram divulgados pela ABIR, Associação Brasileira das Indústrias de Refrigerantes e de Bebidas Não Alcoólicas (ABIR, 2010), mostram que o setor de refrigerantes fechou o ano de 2008 com crescimento de 3,3% em relação a 2007.

O aumento potencial do consumo e, por consequência, o crescimento do número de itens produzidos pelas fábricas, a concorrência e as exigências do mercado aumentaram a preocupação das empresas em melhorar seus processos produtivos, tanto do ponto de vista de tecnologia quanto do ponto de vista da gerência, responsável por administrar todos os setores envolvidos direta ou indiretamente na produção, tais como setor financeiro, administrativo e setor de planejamento e controle da produção.

Um dos desafios recorrentes para o departamento de planejamento e controle da produção nas fábricas de bebidas é a determinação de um programa de produção eficiente, que considere o tempo disponível para produção, disponibilidade de insumos, demanda do período, várias máquinas a serem preparadas para produção, tempos de troca de itens e ainda a sincronia entre os estágios preparo do xarope e de envase de bebida.

Durante a realização de visitas em empresas do setor de bebidas, identificou-se a dificuldade dos programadores em realizar o dimensionamento de lotes e a programação da produção manualmente, o que já vinha sendo apontado em estudos anteriores de alguns autores brasileiros como, por exemplo, em Toledo *et al.* (2007), Ferreira *et al.* (2009) e Leite

(2008), que trataram de problemas de programação e sequenciamento de lotes de bebidas em empresas no estado de São Paulo.

Após diversas visitas e coleta de informações em algumas empresas de bebidas à base de frutas, escolheu-se, então, focalizar o estudo em uma das linhas de produção de uma típica fábrica de bebidas deste setor, localizada no interior de São Paulo. Convém salientar que esta linha tem características típicas de diversas outras linhas de bebidas à base de frutas de outras empresas brasileiras. O problema de dimensionamento de lotes e programação da produção nesta linha consiste em planejar a produção de um ou mais tipos de bebidas (itens) para atender a demanda em um determinado horizonte de tempo de planejamento. Tal linha de produção é referente a bebidas à base de frutas, cujas características de produto e de manufatura fazem com que a preparação da máquina não dependa da sequência, o que não ocorre nas linhas de produção relacionadas acima, por exemplo, em Toledo *et al.* (2007) e Ferreira *et al.* (2009), porém, ocorre em Leite (2008). Assim, este trabalho de mestrado adota como problema de estudo a otimização do dimensionamento de lotes e da programação da produção da linha de produção das bebidas à base de frutas.

Para maior ilustração da importância do setor de bebidas, na próxima seção se apresenta um breve histórico e uma avaliação do crescimento do setor nos últimos anos.

1.2 Um pouco sobre o setor

Uma das bebidas mais consumidas no mundo atualmente é o refrigerante. O refrigerante apareceu em 1772, quando o inglês Joseph Priestley descobriu como adicionar artificialmente o gás carbônico à água natural. Surgiu então a *soda water*. O sucesso da bebida despertou o interesse dos farmacêuticos da época que aumentaram as pesquisas para incrementar o sabor da bebida, adicionando ervas e extratos de frutas, visando também aumentar suas propriedades medicinais. Assim, nasceu de fato o refrigerante. No entanto, a primeira indústria de bebidas com marca registrada apareceu apenas em 1871 nos Estados Unidos, com a marca *Lemon's Superior Sparkling Ginger Ale* (ABIR, 2012).

A receita da Coca-Cola, uma das mais famosas e bem guardadas do mundo, nasceu em 1886 nos Estados Unidos, em Atlanta. O farmacêutico americano John Sith Pemberton fez uma variação de uma bebida chamada "Vin Mariani", substituindo o vinho por solução de noz-de-cola africana, que é de onde vem a cafeína. Pouco tempo depois do nascimento da Coca-Cola, em 1893, outro farmacêutico se aventurou no mundo das bebidas gasosas: Caled Bradham inventa a "*Brad's Drink*", com o intuito de suavizar o mal estar

causado pelo desequilíbrio do ácido péptico no estômago. Cinco anos depois esta bebida se tornou a *Pepsi Cola* (ABIR 2012). A partir do final do século XIX, o número de indústrias de bebidas aumentou substancialmente, diversificando seus portfólios com tipos de produtos, sabores, tamanhos e embalagens diferentes (Ferreira *et al.*, 2008). O consumo de bebidas à base de frutas prontas para beber está abaixo do consumo de refrigerantes; porém, isso pode ser justamente indicação do potencial de crescimento (Pirillo e Sabio, 2009). De 2007 para 2008, por exemplo, as vendas de suco de frutas cresceram o dobro do mercado de refrigerantes, segundo a ABIR. O Gráfico 1 e o Gráfico 2 ilustram o crescimento do setor de bebidas não alcoólicas no Brasil. Veja que no Gráfico 1 houve crescimento de 2009 para 2010, em todas as categorias consideradas: refrigerantes, águas, laticínios, bebidas quentes, bebidas para preparo e bebidas prontas para beber tais como refrescos, sucos e néctares, chás gelados e etc. Nota-se que o crescimento maior foi o das águas, com 6,6%; porém, as bebidas prontas para beber também tiveram crescimento relativo expressivo: 5,1%.

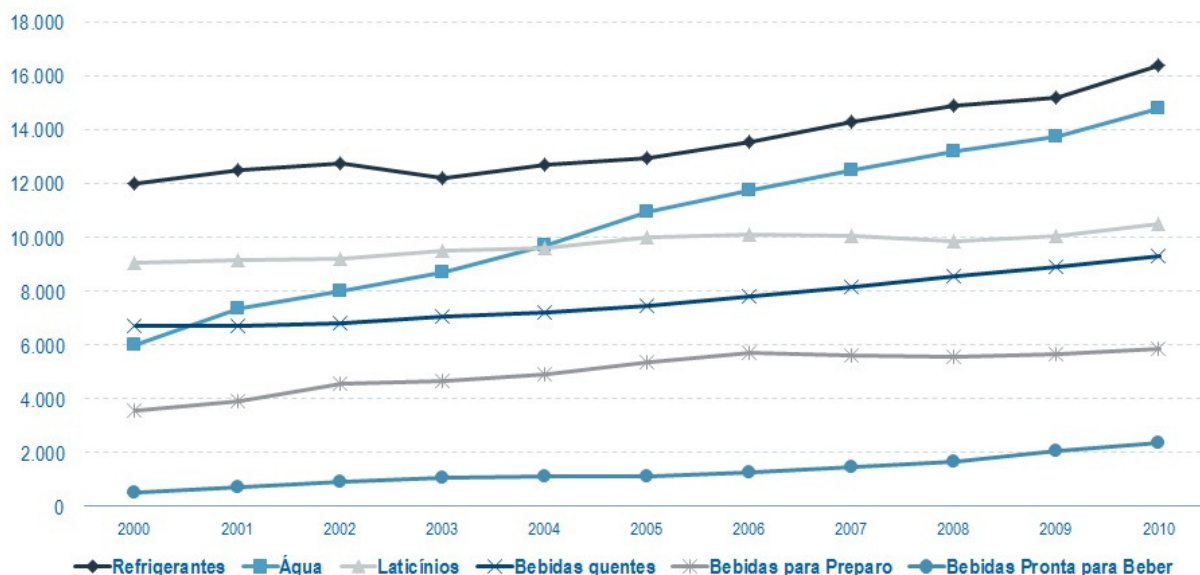
Gráfico 1: Brasil: Litros per capita por categoria em 2010. Fonte: Abir, 2012



No Gráfico 2, as quantidades indicadas no eixo y estão em *litros* e mostram a evolução do consumo anual das bebidas não alcoólicas. O crescimento do consumo de água foi contínuo, enquanto o de refrigerantes apresentou queda em 2003. O consumo das bebidas

prontas para beber cresceu até 2004 e permaneceu sem grandes mudanças até 2006, quando voltou a crescer.

Gráfico 2: Análise da última década das principais categorias, em litros. Fonte: Abir, 2012



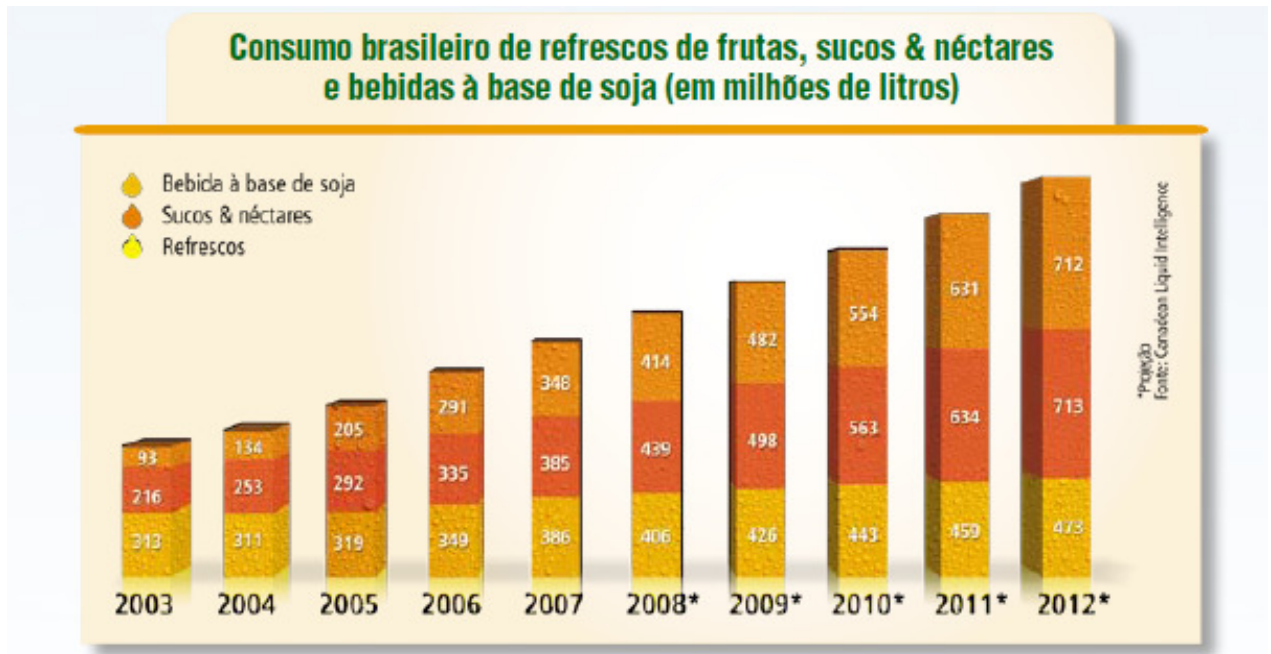
Uma vez que o objeto de pesquisa deste trabalho é o processo de produção de bebidas à base de frutas, a seguir apresenta-se uma breve discussão sobre as bebidas que tem frutas como ingredientes.

Suco é uma bebida não-fermentada, não-concentrada e não diluída em água, destinada ao consumo. É obtido da fruta madura e sadia, ou parte do vegetal de origem, por processamento tecnológico adequado, submetida a tratamento que assegure a sua apresentação e conservação até o momento do consumo. É permitida a adição de açúcar, desde que mencionado no rótulo “adoçado”. É proibida a adição de aromas e corantes artificiais (Pirillo e Sabio, 2009). Os néctares são bebidas não-fermentadas, obtidas da diluição em água potável da parte comestível do vegetal ou de seu extrato. A diferença básica é que o néctar não tem a obrigatoriedade de conservar todas as características originais de um suco natural de fruta (Pirillo e Sabio, 2009).

Refrescos ou bebidas de frutas ou de vegetais são bebidas não-fermentadas, obtidas pela diluição, em água potável, do suco de fruta, polpa ou extrato vegetal de sua origem, com ou sem adição de açúcares. Os refrescos são diferentes dos refrigerantes com frutas e contém uma quantidade de suco maior, porém inferior aos néctares. Além disso, o refrigerante é a bebida gaseificada. É permitida a adição de corantes, aromatizantes e açúcar

(Pirillo e Sabio, 2009). O crescimento do consumo dos produtos descritos está representado no Gráfico 3:

Gráfico 3: Consumo Brasileiro de refrescos de frutas, sucos , néctares e bebidas à base de soja. Fonte: Pirillo e Sabio. 2009



1.3 Objetivos e justificativa

As indústrias de bebidas buscam realizar o planejamento e a programação da produção de maneira eficiente, para obter vantagens competitivas e conseqüentemente melhorar sua posição no mercado, uma vez que tal prática possibilita reduzir variabilidade, estoques e melhorar o nível de serviço. Programar a produção envolve responder perguntas do tipo: Quais produtos serão produzidos? Quando eles serão produzidos? Em quais quantidades? Essas perguntas são diretamente relacionadas ao problema de programação e dimensionamento de lotes de produção. O programador de produção, em geral, procura responder a tais perguntas buscando o menor custo de produção, estoque, atraso, número de *setups* (preparações de máquina) ou o maior lucro possível.

Uma vez que as empresas estão susceptíveis a ambientes de incerteza, tanto de demanda como de suprimento, uma ferramenta de apoio à programação da produção que permita a exploração de diversos cenários de maneira rápida e eficaz pode ser muito útil para as empresas. Em face das dificuldades observadas durante algumas visitas no departamento de

planejamento e controle da produção (PCP) das empresas, entende-se que um modelo de otimização do dimensionamento de lotes e programação da produção pode ser útil para fazer simulações em diferentes cenários, compreendendo previsões de demandas, limitações de capacidade, número de máquinas, permitindo assim que o programador teste diferentes alternativas antes de escolher um programa de produção para os próximos dias ou as próximas semanas. Ou seja, a utilização de modelos de programação matemática permite, para o apoio ao processo de tomada de decisões, compreender melhor o ambiente em questão, identificar problemas, formular estratégias e oportunidades e apoiar e sistematizar o processo de tomada de decisões (Morabito e Pureza, 2010). Além disso, pode contribuir para o desenvolvimento de sistemas de apoio a decisão para o setor de bebidas e outros processos de produção similares e também colaborar para o enriquecimento da literatura sobre o assunto.

Ainda, o desenvolvimento e a solução de modelos de otimização aplicados a situações reais em geral representam um desafio para os pesquisadores no mundo, devido às dificuldades próprias da natureza combinatória dos problemas a serem modelados. O modelo pode colaborar na redução de custos e tempos e na agilidade da programação da produção, o que pode ter um impacto importante na empresa. Dessa forma, o método de pesquisa utilizado nesta dissertação é o de modelagem/simulação (Bertrand e Fransoo, 2002; Morabito e Pureza, 2010). É um método em que os modelos desenvolvidos são representações de operações que acontecem na realidade, conforme discutido na próxima seção.

Assim, os objetivos do trabalho são:

- i. Estudar o problema do dimensionamento de lotes e programação de produção com base no estudo de caso de uma linha de bebidas à base de frutas de uma fábrica de bebidas.
- ii. Estudar modelos já existentes na literatura e propor alterações ou adaptações para representar melhor esse problema.
- iii. Estudar as soluções do modelo por meio de *softwares* de otimização, como, por exemplo, o *IBM ILOG CPLEX* ou *Gurobi Optimizer and Solver*, para resolver o modelo.
- iv. Mostrar que essa abordagem é útil e efetiva para resolver o problema, com base no estudo de caso da fábrica de bebidas.

1.4 Metodologia

Uma vez que o objeto de estudo é a programação da produção de linhas de produção de bebidas à base de frutas, descrita por um problema de otimização de dimensionamento de lotes, utilizou-se uma abordagem quantitativa, que foca na estrutura e nos elementos da estrutura do objeto de estudo. A pesquisa em gestão de produção e operações baseada em modelos quantitativos pode ser classificada como uma abordagem de geração de conhecimento racional. Ela parte da premissa de que é possível construir modelos que expliquem pelo menos parte do comportamento de processos reais, ou que é possível capturar parte dos problemas de tomada de decisão encontrados em processos reais, o que é justamente o problema de pesquisa do trabalho proposto.

Dentro das pesquisas quantitativas, a pesquisa proposta se caracteriza como uma pesquisa empírica, que é primariamente dirigida por descobertas e medidas empíricas, uma vez que o objeto de estudo é a linha de produção de bebidas à base de frutas dentro de uma empresa de bebidas. A preocupação principal do pesquisador, dentro da pesquisa empírica, é assegurar que exista adesão entre observações e ações na realidade e o modelo elaborado daquela realidade, além de criar modelos que se adequem bem às relações causais existentes no problema real e, dessa forma, reportar aplicações dos resultados de pesquisa teórica em processos reais (Bertrand e Fransoo, 2002).

De acordo com Bertrand e Fransoo (2002), a pesquisa empírica quantitativa, por sua vez, possui duas subclassificações: (i) descritiva, que visa criar um modelo que descreva de forma adequada aquelas relações causais que podem existir na realidade, levando a uma compreensão dos processos reais, e (ii) normativa, que objetiva o desenvolvimento de políticas, estratégias e ações que melhorem a situação corrente e baseia-se em modelos que prescrevem uma decisão para o problema, podendo ser baseada em modelos de otimização ou programação matemática. Já que o trabalho proposto pretende contribuir para melhorar o processo de programação da produção, prescrevendo soluções possíveis para as quantidades a serem produzidas no período, a pesquisa aqui realizada pode ser classificada como empírica quantitativa e normativa.

Conforme mencionado anteriormente, este trabalho de mestrado foi conduzido segundo o método de modelagem/simulação. É um método em que os modelos desenvolvidos são representações de operações que acontecem na realidade. Cada modelo pressupõe variáveis ligadas por relações de causa e efeito, desenvolvidas dentro de um determinado

domínio e que não podem ser alteradas pelo pesquisador. Essas variáveis podem ser físicas, como posição de inventário e taxa de utilização, ou econômicas, como contribuição ao lucro e custos (Betrand e Fransoo, 2002). As variáveis definidas neste trabalho são principalmente físicas.

Dentro dos métodos quantitativos em gestão de operações, ferramentas de pesquisa operacional foram selecionadas. Os estudos de pesquisa operacional, no geral, seguem etapas características. Na literatura, há variações quanto à denominação e ao número de etapas. Segundo Morabito e Pureza (2010) há quatro etapas usuais, sugeridas para serem utilizadas por equipes de pesquisa operacional para enfrentar problemas reais.

- **Fase I:** Definição do problema de interesse e coleta dados.

Para isso, foram realizadas visitas a algumas fábricas do setor de bebidas e, em particular, à uma empresa de bebidas do interior de São Paulo, que é típica do setor. O objetivo foi conhecer profundamente seu processo de produção e a maneira como a programação da produção é realizada, para então modelar o problema matematicamente e analisá-lo. A coleta de dados foi executada por meio de entrevistas com tomadores de decisão e acesso à base de dados da empresa, que guarda dados históricos. De agora em diante, nos referiremos à tal empresa como Fábrica A.

As entrevistas foram feitas de maneira não estruturada com o gerente de produção, o coordenador de produção e o com o analista de produção que faz a programação da produção dentro do departamento de PCP (planejamento e controle da produção) da Fábrica A. Além disso, para conhecer melhor o processo, visitou-se o chão de fábrica e o controle do chão de fábrica, onde os operadores das máquinas e os chefes de operação também foram entrevistados de maneira não estruturada. É importante ressaltar que o contato com a Fábrica A começou no segundo semestre de 2011 e manteve-se por visitas frequentes até início de 2013, quando o trabalho foi concluído.

- **Fase II:** Construção de um modelo matemático para representar o problema.

As informações e estimativas coletadas na Fase I são usadas nessa fase para desenvolver e avaliar o modelo matemático representando o problema. Em geral o modelo matemático construído a partir do modelo conceitual é baseado em outros modelos matemáticos da literatura de pesquisa operacional. Assim, nessa fase, estudou-se modelos integrados de dimensionamento de lotes e sequenciamento com restrições de capacidade e se verificou sua adequação com o problema. Foram desenvolvidas duas variantes baseadas no

Modelo Geral de Programação e Dimensionamento de Lotes com Linhas Paralelas (GLSPPL) proposto em Meyr (2002) e um modelo baseado no problema de dimensionamento de lotes com restrições de capacidade, o CLSP, como apresentado em Drexl e Kimms, (1997). As variantes do modelo GLSPPL e a variante do modelo CLSP exploram possíveis configurações das máquinas envolvidas, para representar de forma mais adequada os processos de produção envolvidos, conforme é visto no Capítulo 4.

- **Fase III:** Solução do Modelo

Para resolver os modelos da Fase II, primeiramente o método *branch and cut*, do *solver* CPLEX 12.4 foi utilizado. O *solver* foi capaz de obter soluções de qualidade em um tempo computacional considerado razoável para os exemplares obtidos na Fase I e por exemplares maiores gerados com base nos exemplos reais, desta forma, não foram estudados e desenvolvidos métodos heurísticos nesta pesquisa. Os modelos foram implementados em linguagem de modelagem e resolvidos no *solver* disponível nos laboratórios do Departamento de Engenharia de Produção DEP – UFSCAR.

- **Fase IV:** Validação do modelo

Nesta fase é verificado se os modelos propostos nas Fases II e III representam apropriadamente o problema, ou seja, se as soluções dos modelos descrevem adequadamente o comportamento do sistema real, face às hipóteses admitidas na definição do problema na Fase I. Para isso, os resultados dos modelos foram comparados com dados históricos da empresa, assim como também foram analisados e validados junto aos gestores da empresa.

1.5 Organização do trabalho

O presente trabalho está organizado de forma que o Capítulo 2 apresente alguns conceitos principais de gestão de produção e operações, uma breve explanação sobre pesquisa operacional, o problema do dimensionamento de lotes e os modelos de otimização da literatura utilizados como base para o desenvolvimento desse trabalho. O Capítulo 3 contextualiza e define em detalhes o problema de pesquisa e seu ambiente, que está dentro do setor de fabricação de bebidas à base de frutas. O Capítulo 4 apresenta os modelos de otimização propostos e os testes computacionais realizados com esses modelos, assim como uma análise e validação das suas soluções. Finalmente, o Capítulo 5 trata das conclusões deste estudo e possíveis perspectivas para pesquisas futuras.

2.1 Gestão da produção e operações

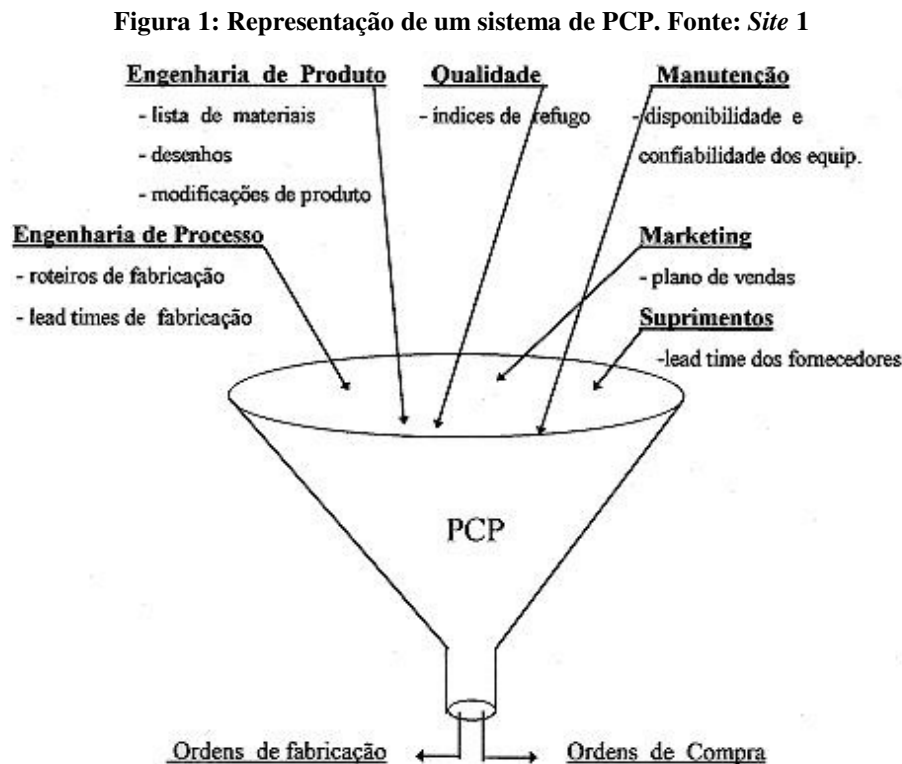
A gestão da produção e operações é o campo de estudo dos conceitos e técnicas aplicáveis à tomada de decisões na função de produção ou serviços. A gestão da produção evoluiu da produção em massa para a customização em massa. Porém, isso requer uma grande quantidade de tempo, flexibilidade e menor responsividade. No início da Segunda Guerra Mundial, havia uma demanda massiva por produtos, de forma que as indústrias foram forçadas a produzir produtos padronizados em altos volumes e desenvolver uma linha de produção em massa. Depois que os requisitos básicos do produto foram atingidos, as expectativas dos clientes passaram a ser por produtos de alta qualidade com preços menores. Dessa forma, as empresas desenvolveram estratégias diferentes para seus sistemas produtivos (como gestão da qualidade total e *just in time*). Porém, eventualmente o mercado se tornou global, de forma que a competição também ascendeu para esse nível. As empresas tiveram, então, que optar por operações globais baseadas em operações internacionais, terceirização baseada nas suas competências principais e investimento em tecnologia da informação (Gunasekaran e Ngai, 2012).

Os conceitos e técnicas que constituem o objeto da gestão da produção dizem respeito às funções administrativas clássicas (planejamento, organização, direção e controle) envolvidas com a produção física de um produto ou à prestação de um serviço (Moreira, 2000). Dentro da função produção, uma das mais importantes atividades é o Planejamento e controle da Produção (PCP) (Slack *et al.* 2002).

Stevenson *et al.* (2005) afirmam que os sistemas de PCP são ferramentas cruciais para atender a demanda que aumenta constantemente, num ambiente altamente competitivo de manufatura. Funções típicas de um sistema de PCP incluem planejamento de materiais, gerenciamento da demanda, planejamento da capacidade e a programação e o sequenciamento de tarefas.

Volmann *et al.* (2006) comentam que o sistema de PCP se ocupa do planejamento e controle de todos os aspectos da produção, abrangendo o gerenciamento de materiais, a programação de máquinas e pessoas e a coordenação de fornecedores e clientes-chaves. Fernandes e Godinho Filho (2010) entendem que as atividades do PCP envolvem várias decisões com o objetivo de definir o que, quanto e quando produzir, comprar e entregar, além de onde produzir e como produzir.

Para atender os requisitos de eficiência e eficácia, a produção precisa basear-se em um sistema de planejamento e controle confiável. Há muitas atividades que devem ser planejadas, organizadas e coordenadas para que a produção ocorra da melhor maneira possível. A complexidade do sistema produtivo exige necessariamente um esquema de planejamento e controle eficientes (Chiavenato, 2005). A Figura 1 ilustra os elementos necessários para que o sistema de PCP possa ser eficiente.



A estrutura hierárquica de um sistema PCP pode ser dividida em três níveis de planejamento distintos: estratégico, tático e operacional (Chopra e Meindl, 2004). O planejamento estratégico está relacionado ao mais alto nível de tomada de decisões, onde são definidas as metas globais da empresa, políticas corporativas, escolhas de linhas de produtos, localização de instalações e etc. O nível estratégico envolve horizontes de longo prazo, tipicamente de vários anos e, conseqüentemente altos graus de riscos e incerteza (Moreira, 2000).

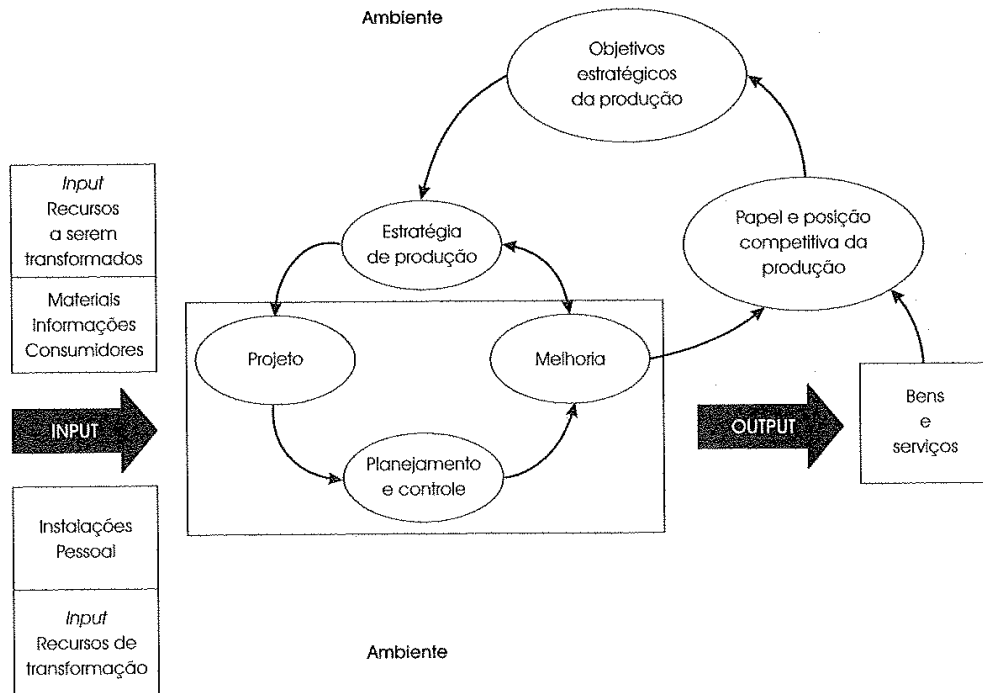
Assim, enquanto o planejamento estratégico envolve toda a organização, o planejamento tático envolve uma determinada unidade organizacional ou divisão e se estende pelo médio prazo, usualmente no período que varia de alguns meses até um ano. O

administrador delinea, com o planejamento tático, o que cada parte da organização deve fazer para que a organização alcance os objetivos definidos no planejamento estratégico (Chiavenato, 2004). Em indústrias, o planejamento tático ocorre em nível de fábrica com moderado grau de risco. Neste nível, devem ser tomadas as decisões que afetam áreas como a de produção (por exemplo: plano de produção ao longo de um horizonte de tempo e manutenção de máquinas) e marketing.

O planejamento operacional trata das decisões do dia-a-dia, focado no curto prazo, preocupa-se com “o que fazer” e com “como fazer”. Está voltado para a otimização e maximização de resultados (Chiavenato, 2004). Trata das decisões do dia-a-dia tendo como função executar os planos direcionados pelo planejamento tático: faz a programação detalhada da produção, que consiste em seqüenciar os pedidos nos centros de trabalho, administrar os estoques, fazer o controle de qualidade, comprar matérias-primas e programar a distribuição (Fernandes e Godinho Filho, 2010). Este combina decisões de dimensionamento de lotes e programação para apoiar decisões das duas próximas semanas.

Os conceitos e técnicas de gestão de produção e operações aplicam-se à *tomada de decisão* quanto aos recursos produtivos, ou mais diretamente, às formas de utilizá-los de maneira a conseguir os melhores resultados, ou seja: atender aos requisitos do cliente de forma a minimizar os recursos utilizados e desperdícios em geral (Moreira, 2000). Slack *et al.* (2002) apresentam um modelo geral de gestão e estratégia da produção na Figura 2.

Figura 2: Modelo geral de gestão e estratégia de produção (Slack *et al.*2002).



A tomada de decisão envolve uma situação em que o gerente depara-se com várias alternativas de solução. Porém, em geral, existe mais de uma solução factível e parte da tarefa do tomador de decisão é justamente pesquisar o maior número possível de soluções viáveis (Moreira, 2000). A análise formal de problemas de decisão é geralmente feita através de modelos matemáticos, que são representações simbólicas do problema em questão. O que se faz é procurar representar o problema em um de muitos modelos já disponíveis e de utilidade comprovada ou, em caso de haver analistas de pesquisa operacional, pode-se partir da situação problema e formular um novo modelo.

2.2 A Pesquisa operacional

Como o próprio nome indica, a pesquisa operacional (PO) envolve “pesquisa sobre operações”. Portanto, a pesquisa operacional é aplicada a problemas envolvendo como conduzir e coordenar as atividades em uma organização e tem sido largamente aplicada em áreas tão distintas como manufatura, transportes, construção, telecomunicações, planejamento financeiro, assistência médica e serviços públicos, entre outros (Hillier e Lieberman, 2006). A pesquisa operacional teve impacto na melhoria da eficiência de diversas organizações pelo mundo. Conforme Hillier e Lieberman (2006), a PO deu uma contribuição significativa no

aumento da produtividade das economias de diversos países. Os autores apresentam diversas aplicações da pesquisa operacional desde 1985 até 2003, incluindo empresas como a Monsanto Corporation, United Airlines, IBM e Merrill Lynch, entre muitas outras.

Fazendo uso de modelos matemáticos, a pesquisa operacional facilita o processo de análise e decisão dos resultados. Isto significa que uma decisão pode ser melhor avaliada e testada antes de ser efetivamente implementada: os resultados permitem a análise de uma solução de programação da produção, por exemplo, antes que esta seja posta em prática. Uma das técnicas da PO é a programação linear inteira mista. Tal abordagem modela problemas com funções lineares e variáveis reais e inteiras e pode ser aplicada à solução de problemas que buscam a *otimização* de uma situação em estudo. *Otimização* refere-se à maximização de funções, tais como: lucro, vendas, uso efetivo de uma área, nível de produção e uso de um determinado recurso; ou a minimização de funções, tais como: custos de produção, uso de um determinado recurso de alto valor monetário e emprego de mão-de-obra (Arenales *et al.*, 2008). Alguns exemplos de aplicação são: transporte (seleção de rotas); localização de instalações; carteira de ações (planos de investimentos); alocação de recursos em fábricas, fazendas, escritórios, etc.; designação de pessoas e tarefas (composição de escalas de trabalho, balanceamento de linhas) e corte de barras e chapas.

Os modelos de programação linear inteira mista são compostos por um conjunto de equações e inequações, que descrevem as restrições da situação real em estudo e uma ou mais equações para descrever a função objetivo, que expressa os critérios a serem maximizados ou minimizados. As variáveis inteiras podem incluir variáveis binárias, que representam o tipo de decisão sim-não. Este trabalho enfoca os problemas de tomada de decisão dentro da programação de produção e dimensionamento de lotes, voltado para o setor de bebidas. Para isso, utiliza-se programação inteira mista para dar suporte ao planejamento operacional, com horizonte de tempo de algumas semanas, que consiste basicamente no processo de determinar o quanto será produzido de cada produto em cada período e em qual sequência de produção (problema de programação e dimensionamento de lotes de produção).

Na seção 2.3, apresenta-se uma revisão bibliográfica sobre os problemas de programação e dimensionamento de lotes. Porém, para que um modelo possa ser usado em sua aplicação, é necessário que ele seja validado na prática.

Validação de Modelos

O processo de validação pode ser expresso como sendo a maneira mais apropriada de se testar a realidade percebida do sistema do mundo real (Vasco, 2012).

Segundo Morabito e Pureza (2010), a pesquisa operacional é melhor aplicada quando são estudados modelos que expliquem ou capturem uma parte importante do comportamento dos problemas encontrados em processos operacionais reais, que possam ser validados e cujos resultados das análises sejam testados na prática.

De acordo com Vasco (2012), uma área importante da validação é a da verificação, que é o processo de testar os programas para verificar o desempenho esperado. Nesse processo, é comum a realização de diversos testes preliminares para identificar possíveis erros e verificar a adequação e o desempenho da implementação computacional do algoritmo. Para verificar a consistência e a robustez das soluções, particularmente quando os parâmetros do modelo não podem ser estimados com precisão, é comum a prática de análises de sensibilidade e de cenários. Segundo Miser (1993), a verificação pode ser considerada como parte do processo de validação, uma vez que é o processo pelo qual o cientista assegura a si próprio e a outros que o modelo desenvolvido é realmente o que se pretendia construir. Miser (1993) enfatiza que o primeiro e mais fundamental passo no sentido de propor validação é comparar a consequente dedução de um modelo com o fenômeno na realidade.

De acordo com Borenstein (1998), é importante considerar que há diferentes entendimentos por parte de quem observa o sistema. Um modelo pode parecer plausível na estrutura e resultados produzidos, mas, sob um minucioso exame de partes interessadas, pode produzir diferentes interpretações. A utilidade, ou conveniência, depende do ponto de vista do usuário e do contexto ao qual ele está inserido. No contexto da engenharia econômica, Labys (1990) comenta que validação refere-se à correspondência entre o modelo e os processos básicos que estão sendo modelados.

Dessa forma, o processo de validação feito neste trabalho se apoia na verificação como descrita por Vasco (2012), a partir da utilização de cenários e nas propostas e na comparação do modelo com o fenômeno que ele representa, utilizando o ponto de vista do usuário e do contexto em que ele está inserido (Miser, 1997 e Borenstein, 1998). Também baseia-se na análise dos resultados, junto aos tomadores de decisão da empresa estudada. A seguir, aborda-se os problemas de programação e dimensionamento de lotes.

2.3 Dimensionamento de lotes e *scheduling* (programação)

O problema de dimensionamento de lotes (PDL) ou *lot sizing* pode ser definido como um problema de planejamento da produção, que consiste em determinar a quantidade de

itens a ser produzida em uma ou mais máquinas, em cada período de um horizonte de planejamento, de modo a atender uma certa demanda e a otimizar uma função objetivo, como, por exemplo, minimizar custos (Araujo, 2003; Santos e Armentano, 2005; Belo-Filho, 2010).

A programação das operações e da produção ao longo do tempo e sua atribuição aos recursos adequados tem ligações estreitas com o desempenho da organização no âmbito de dimensões estratégicas como rapidez, confiabilidade, flexibilidade, qualidade e custos (Slack *et al*, 2002). Conway *et al*. (1967) apud Hax e Candea (1984) ressaltam que em geral as decisões de programação afetam: i) os níveis de estoque em processo, e como consequência, os sistemas de custos de estoques; ii) os tempos de conclusão das tarefas que se refletem na qualidade dos serviços e na vantagem competitiva no mercado; e iii) os custos agregados via utilização eficiente ou ineficiente da capacidade existente.

A seguir, trata-se brevemente das características dos modelos de dimensionamento de lotes, de seu histórico e dos modelos clássicos existentes na literatura. De acordo com Karimi *et al*. (2003), a complexidade dos modelos de dimensionamento de lotes depende de suas características, tais como:

- *Horizonte de planejamento*: o horizonte de tempo de planejamento pode ser finito ou infinito. O horizonte finito geralmente é acompanhado pela suposição de demanda dinâmica e, o infinito, de demanda constante. Ainda, o horizonte de planejamento pode ser tratado de maneira contínua ou discreta (*i.e.* multi períodos). Em termos de terminologia de períodos de tempo, os problemas de dimensionamento de lotes podem ser classificados em *big bucket* ou *small bucket*. Os primeiros são problemas em que cada período de tempo do horizonte de planejamento é longo o suficiente para se produzir mais de um produto, no caso de múltiplos itens, enquanto que, nos problemas *small bucket*, o período de tempo é relativamente curto de forma que só é possível produzir um tipo de produto por período.
- *Número de estágios*: os sistemas de produção podem ser mono estágio ou multi estágio. Tem-se um sistema de produção multi estágio quando a produção de determinado item depende da produção de outro item, chamado item componente, que também deve ser programado para produção ou compra. Os itens finais, aqueles que dependem dos itens componentes para serem fabricados, possuem suas próprias demandas, em geral consideradas independentes, enquanto os itens componentes possuem demanda dependente para consumo interno, mas também podem possuir demanda independente, no caso de peças para reposição, por exemplo. Por outro lado,

um sistema de produção é monoestágio quando os itens a serem produzidos são independentes, ou seja, nenhum item depende da produção de outro item (Araújo, 2003).

- *Restrições de capacidade*: muitos dos problemas reais estudados apresentam algum tipo de limitação na produção tais como mão-de-obra, equipamentos, máquinas, orçamento e etc. Quando não há restrição nenhuma, o problema é dito “não-capacitado” e, quando há restrições de capacidade, o problema é dito “capacitado”. As restrições de capacidade são importantes e afetam diretamente a complexidade do problema, uma vez que sua resolução é muito mais difícil quando as restrições estão presentes.
- *Demanda*: o tipo admitido da demanda é considerado uma entrada para o modelo do problema. A demanda constante ou estática significa que seu valor não varia no tempo, enquanto a demanda dinâmica pode variar. Se a demanda é conhecida, é denominada determinística, caso contrário, se for baseada em teoria de probabilidades, é probabilística. Problemas com demanda dependente com estrutura multi estágio, e demanda probabilística são mais complexos.
 - *Estrutura de preparação da máquina (setup)*: há dois tipos de estrutura de *setup* simples e complexa. No *setup* simples, o custo e tempo de preparação da máquina são independentes da seqüência de produção. O *setup* complexo apresenta custos e tempos que são dependentes da seqüência de produção e de decisões tomadas nos períodos anteriores. Quando o *setup* é dependente da seqüência, a modelagem e sua resolução em geral são mais difíceis. Por outro lado, o fato de se considerar os tempos e/ou custos de *setup* por si só aumentam a complexidade do problema, porque normalmente são modelados introduzindo variáveis binárias que aumentam a dificuldade de resolução. Trigeiro *et al.* (1989) apresentam um exemplo mostrando que certos problemas reais não devem ser formulados sem a inclusão de tempos de preparação.

Existem vários modelos de dimensionamento de lotes na literatura, abrangendo diversas características. De acordo com Brahim *et al.* (2006), um dos precursores foi o chamado Economic Order Quantity (EOQ), proposto por Harris em 1913, que é um modelo cujos parâmetros são demanda constante, parâmetros de produção estáticos, e horizonte de planejamento infinito e contínuo. Considera ainda apenas um item e sem restrições de capacidade.

Como as considerações do EOQ em geral são pouco realistas, uma vez que os itens produzidos normalmente compartilham recursos tais como mão-de-obra, tempo disponível de máquina e etc, outros modelos passaram a incluir outros aspectos. O *Economic Lot Scheduling Problem* (ELSP) adicionou restrições de capacidade no modelo EOQ. O ELSP, de acordo com Drexl e Kimms (1997), é um problema mono estágio, multi item, mas ainda com demanda constante e horizonte de planejamento infinito e contínuo. O ELSP pode ser visto nos trabalhos de Rogers (1958) e de Elmaghraby (1978).

O problema de Wagner-Whitin (1958) apresenta uma variação do EOQ, uma vez que assume um horizonte de planejamento finito, que pode ser subdividido em vários períodos discretos. Além disso, a demanda é dada por período e pode variar no tempo, porém, as restrições de capacidade não são consideradas.

Em Drexl e Kimms (1997) e Karimi *et al.* (2003) encontramos descrições sobre outras variações dos problemas de dimensionamento de lotes. Os primeiros autores fazem uma revisão sobre os modelos existentes em dimensionamento de lotes e seqüenciamento da produção, explicam as diferenças entre os modelos existentes e recomendam algumas leituras iniciais. Karimi *et al.* (2003) descreveram as principais características dos problemas de dimensionamento de lotes e discorreram sobre os modelos monoestágio e as respectivas abordagens exatas e heurísticas para resolução. Dessa forma, tem-se:

- *CLSP- Capacitated lot sizing problem*: pode ser visto como uma extensão do problema de Wagner-Whitin com restrições de capacidade e múltiplos itens. Esse problema não inclui decisões de seqüenciamento da produção (Karimi *et al.*, 2003). É um problema *big bucket*, cujo macro período pode representar, por exemplo, uma semana na prática. O problema CLSP se torna NP difícil ao se adicionar tempos de *setup* no modelo (Drexl e Kimms, 1997). O CLSP com tempos de *setup* foi estudado por Trigeiro *et al.* (1989).

O modelo CLSP será utilizado no Capítulo 4 e, por isso, será detalhado a seguir, como apresentado em Drexl e Kimms, (1997):

Parâmetros do modelo: - CLSP

J conjunto de produtos, $j \in J$;

T , conjunto de períodos $t \in T$;

d_{jt} demanda externa do produto j no período t ;

s_j custo não negativo de *setup* para o produto j ;

h_j custo não negativo de estoque para o produto j ;

I_{j0} estoque inicial do produto j ;

p_j capacidade necessária para produção de uma unidade do produto j ;

C_t capacidade disponível no período t ;

Variáveis de Decisão

$x_{jt} \geq 0$ quantidade do item j no período t ;

$I_{jt} \geq 0$ quantidade do item j em estoque no final do período t (em unidades)

$y_{jt} \begin{cases} 1, \text{ se há produção do produto } j \text{ no período } t, \\ 0, \text{ caso contrário.} \end{cases}$

O CLSP tem como função objetivo (1) minimizar o custo de *setup* e de estoque:

$$\text{Minimizar } \sum_{j \in J} \sum_{t \in T} (s_j y_{jt} + h_j I_{jt}) \quad (1)$$

Sujeito a:

$$I_{jt} = I_{j,t-1} + y_{jt} - d_{jt}, \forall j \in J, \forall t \in T; \quad (2)$$

$$p_j y_j \leq C_t y_{jt}, \forall j \in J, \forall t \in T; \quad (3)$$

$$\sum_{j \in J} p_j y_{jt} \leq C_t, \forall t \in T; \quad (4)$$

$$x_j \geq 0, I_{jt} \geq 0, y_{jt} \in \{0,1\}, \forall j \in J, \forall t \in T. \quad (5)$$

As equações (2) representam o balanceamento de estoque. Devido às restrições (3), a produção de um item só pode acontecer se a máquina está pronta para aquele item em particular. O conjunto de restrições (4) limitam a capacidade de produção e as restrições (5) são de domínio das variáveis.

- DLSP – *Discrete lot-sizing problem*: é um problema NP-difícil, em que os macro períodos são divididos em vários subperíodos. A característica fundamental do DLSP é a produção “tudo ou nada”, ou seja, só um item pode ser produzido por período e, se essa for a decisão tomada, será produzido tanto quanto a capacidade permita. O DLSP é considerado

um problema *small bucket*, cujos períodos representam horas ou turnos (Drexl e Kimms,1997) e também foi estudado por Jordan e Drexl (1998), Bruggemann Jahnke (2000) e Luche *et al.* (2009).

- CSLP – *Continuous setup lot sizing problem*: é similar ao DLSP, porém, sem a premissa “tudo ou nada”, no entanto, apenas um item é produzido por período. Comparado com o DLSP, esse problema atraiu menos interesse científico e foi estudado por Karmarkar *et al.* (1987) e Bitran e Matsuo (1996), entre outros.
- PLSP- *Proportional lot sizing and scheduling problem*: A ideia por trás desse problema é considerar que é possível usar a capacidade restante em um período para produzir um segundo item no mesmo período, ou seja, parte da premissa que mais de um *setup* pode ser feito por período (Drexl e Haase, 1995).
- GLSP- *General lot sizing and scheduling problem*: Estudado por Fleischamn e Meyr (1997) e Meyr (2002). O GLSP integra decisões de dimensionamento de lotes e sequenciamento de vários produtos em uma única máquina, com restrições de capacidade. Os períodos de produção (macro períodos) são divididos em períodos menores (sub períodos ou número de preparos do período). O número máximo de sub períodos de cada período é definido pelo usuário e, em cada sub período apenas um item pode ser produzido. Dessa forma, obtém-se, em cada macro período, a ordem em que os lotes serão produzidos.

Segundo as características citadas acima, o problema abordado nesta dissertação de mestrado é um problema mono estágio, com múltiplos itens, com recursos limitados, possui demanda dinâmica que deve ser atendida ao longo de um horizonte de planejamento finito e multi períodos. É um problema de dimensionamento e sequenciamento de lotes. Além disso, o tempo das preparações para a produção dos itens é independente da sequência de produção, porque, devido às características químicas do produto, é obrigatório que se faça uma limpeza (chamada CIP- *Clean in Place*) após um certo tempo de produção, independente se há troca de sabor ou não. Caso haja troca de item, a mesma limpeza é necessária, e o tempo de limpeza não varia de acordo com o sabor do produto.

Uma boa revisão sobre modelos de dimensionamento de lotes aplicados à indústria pode ser encontrada em Jans e Degraeve (2008). Por sua vez, os problemas de dimensionamento de lotes e sequenciamento da produção simultâneos vêm repercutindo consideravelmente na literatura. Uma tendência recente são os trabalhos que apresentam modelos matemáticos que capturam simultaneamente as relações entre os dois problemas. Há vários trabalhos com aplicações práticas do problema de dimensionamento e sequenciamento

de lotes. Almada-Lobo *et al.* (2008) apresentam um modelo para o planejamento da produção de uma indústria de embalagens de vidro cujas decisões de dimensionamento de lotes são baseadas no modelo CLSP e as decisões do sequenciamento são formuladas com base no problema do caixeiro viajante assimétrico.

Toso *et al.* (2009) estudaram um caso de dimensionamento de lotes e sequenciamento para o caso de uma indústria de rações para animais. A característica-chave desta indústria é que certos produtos fazem o papel de “limpeza” na linha, de maneira a eliminar alguns *setups*. Um modelo de programação inteira mista foi desenvolvido, aplicado e testado em vários conjuntos de dados de diferentes estações do ano e dois métodos de resolução foram desenvolvidos para resolver o modelo. A programação fornecida pela resolução do modelo melhora significativamente a aplicada pela indústria estudada. Outro estudo relacionado aparece em Clark *et al.*,(2010).

Beraldi *et al.* (2008) desenvolveram uma abordagem aplicável a tendências emergentes nas indústrias têxteis e de fibra de vidro. Para isso, propuseram uma nova heurística de horizonte rolante e *relax and fix* para o problema de dimensionamento lotes e programação de máquinas paralelas idênticas, considerando *setup* complexo. Seus procedimentos são baseados em uma formulação compacta, baseada na hipótese de máquinas idênticas.

Amorim *et al.* (2011) estudaram o problema do dimensionamento de lotes e sequenciamento para o caso de produtos perecíveis. Sua maior contribuição foi a utilização de uma abordagem multi-objetivo para resolver esse problema, superando as desvantagens das abordagens anteriores. Dois modelos diferentes foram formulados: o primeiro considerando a estratégia fazer-contrapedido e o segundo é uma extensão do primeiro, que considera uma estratégia híbrida fazer-contrapedido e fazer-para-estoque. Os autores desenvolveram um algoritmo híbrido genético para resolução dos modelos.

Santos e Almada-Lobo (2012) desenvolveram uma nova formulação matemática baseada no modelo *big bucket* de dimensionamento de lotes com tempo de *setup* proposto por Meyr (2002), para tratar o problema de planejamento da produção de celulose e papel de uma empresa de Portugal. A empresa produz celulose a partir do cozimento da madeira (chamado de celulose virgem) que é utilizada juntamente com celulose reciclada para produção de papel destinada a embalagens. Para construção do modelo matemático foram considerados vários recursos críticos como o digestor, utilizado para a produção de celulose, a máquina de papel, a fábrica de papel reciclado, a recuperação química e vários tanques

intermediários. O problema foi modelado matematicamente e um procedimento de solução foi proposto utilizando a heurística *relax-and-fix* para obtenção de uma solução inicial e a heurística *fix-and-optimize* (fixa e otimiza) como procedimento de melhoria. Dados reais foram utilizados para testar o procedimento proposto e validar os planos de produção obtidos.

Já a questão estudada em Camargo *et al.* (2012) foi um exemplo de problema de dimensionamento de lotes e programação de produção multi estágio na indústria têxtil. O problema é constituído de um primeiro estágio contínuo ou quase contínuo e um segundo estágio de manufatura discreta, que devem ser sincronizados. Neste trabalho, são propostas três modelagens diferentes para o mesmo problema e duas abordagens diferentes de resolução.

Os modelos matemáticos construídos e utilizados nos próximos capítulos são baseados nestes e em outros modelos matemáticos da literatura de pesquisa operacional, tomando-se como base principalmente o modelo de Meyr (2002), para dimensionamento de lotes e programação da produção simultâneos em máquinas paralelas, (*General Lot Sizing and Scheduling Problem for Parallel Production Lines – GLSPPL*) e o modelo CLSP, como proposto em Drexel e Kimms (1997), para dimensionamento de lotes com restrições de capacidade.

2.4 Modelo de Meyr (2002) para o dimensionamento de lotes e sequenciamento em máquinas paralelas

O trabalho de Meyr (2002), no qual esse trabalho de mestrado está bem baseado, aborda o dimensionamento de lotes e o sequenciamento simultaneamente em máquinas paralelas heterogêneas. No modelo proposto por Meyr (2002), uma demanda determinística deve ser atendida sem atraso, com o objetivo de minimizar os custos de *setup*, de estoque e de produção. O modelo utiliza a abordagem de *small bucket* e *big bucket* combinados. O plano de produção é determinado em um horizonte de planejamento finito consistindo de macro períodos, com um tamanho dado, em que cada macro período t é dividido em subperíodos.

O número de subperíodos é um número fixo determinado pelo usuário. Por outro lado, a duração do subperíodo é uma variável de decisão, expressa pela quantidade produzida num subperíodo em determinada linha. Uma sequência de subperíodos consecutivos, em que o mesmo item é produzido na mesma linha, define um *lote* e a quantidade produzida durante esses subperíodos definem o *tamanho do lote*. O modelo

chamado GLSPPL, expansão direta do GLSP de Fleischmann e Meyr (1997), é o GLSP com máquinas paralelas. As linhas de produção podem ser programadas de forma independente, isso é feito para cada linha separadamente. Os parâmetros do modelo são descritos a seguir:

Parâmetros do modelo:

J conjunto de produtos $j \in J$ que serão colocados em:

M conjunto de linhas de produção $m \in M$ paralelas, num conjunto de períodos finitos;

T conjunto de períodos $t \in T$ com duração definida;

S_{mt} representa o conjunto dos subperíodos s que pertencem ao macro período t e a linha de produção m , ou seja $s \in S_{mt}$;

d_{jt} demanda do produto j no macro período t ;

a_{mj} tempo necessário para produção de uma unidade do produto j na linha m ;

q_{mj} lote mínimo do produto j (em unidades) se produzido na linha m ;

K_{mt} capacidade (tempo) da linha de produção m disponível no macro período t ;

h_j custo de armazenagem do produto j no macro período;

c_{mj} custo de produção da unidade do produto j na linha m ;

I_{j0} estoque inicial do produto j (em unidades) no início do horizonte de planejamento;

y_{mj0} é igual a 1, se a linha m está preparada para o produto j no início do horizonte de planejamento;

s_{mij} custo de preparação (*setup*) na linha m do produto i para o j ;

st_{mij} tempo de preparação (*setup*) na linha m do produto i para o j ;

Variáveis de Decisão

$x_{mjs} \geq 0$ quantidade do item j produzido no subperíodo s na linha m (em unidades);

$I_{jt} \geq 0$ quantidade do item j no final do macroperíodo t , (em unidades);

$$y_{mjs} = \begin{cases} 1, & \text{se a linha } m \text{ está preparada para o produto } j \text{ no micro período } s, \\ 0, & \text{caso contrário;} \end{cases}$$

$$z_{mij s} = \begin{cases} 1, & \text{se há troca do produto } i \text{ para o produto } j \text{ na linha } m, \text{ no início do} \\ & \text{subperíodo } s, \\ 0, & \text{caso contrário.} \end{cases}$$

O modelo tem como função objetivo minimizar os custos de *setup*, de estoque e de produção:

$$\text{Minimizar } \sum_{t \in T} \sum_{j \in J} h_j I_{jt} + \sum_{m \in M} \sum_{i \in I} \sum_{j \in J} \sum_{s \in S_{mt}} s_{mij} z_{mij s} + \sum_{m \in M} \sum_{i \in I} \sum_{s \in S_{mt}} c_{mij} x_{mjs} \quad (6)$$

Sujeito a:

$$I_{jt} = I_{j,t-1} + \sum_{m \in M} \sum_{s \in S_{mt}} x_{mjs} - d_{jt}, \quad \forall m \in M, \forall t \in T, \quad (7)$$

$$\sum_{j \in J} \sum_{s \in S_{mt}} a_{mj} x_{mjs} + \sum_{i \in I} \sum_{j \in J} \sum_{s \in S_{mt}} st_{mij s} z_{mij s} \leq K_{mt} \quad \forall m \in M, \forall t \in T, \quad (8)$$

$$x_{mjs} \leq \left(\frac{K_{mt}}{a_{mj}} \right) y_{mjs} \quad \forall m \in M, \forall t \in T, \forall s \in S, \quad (9)$$

$$x_{mjs} \geq q_{mj} (y_{mjs} - y_{mj,s-1}) \quad \forall m \in M, \forall t \in T, \forall s \in S, \quad (10)$$

$$\sum_j y_{mjs} = 1 \quad \forall m \in M, \forall s \in S, \quad (11)$$

$$z_{mij s} \geq y_{mi,s-1} + y_{mjs} - 1 \quad \forall m \in M, \forall i \in I, \forall j \in J, \forall s \in S, \quad (12)$$

$$x_{mjs} \geq 0, I_{jt} \geq 0, y_{mjs} \text{ e } z_{mij s} \in \{0,1\}, \forall m \in M, \forall i \in I, \forall j \in J, \forall s \in S. \quad (13)$$

Os custos de manter estoque, os custos de preparação (*setup*) dependentes da sequencia e os custos específicos de produção na linha são minimizados na função objetivo em (6). Note que se os custos de produção forem os mesmos para todas as linhas, então o custo total de produção é irrelevante para a otimização e pode ser desconsiderado. As restrições de balanceamento de estoque (7) garantem que a demanda seja entregue sem atraso. A capacidade é diminuída devido à consideração dos tempos de *setup* em (8).

Devido às restrições (9) e (11), a produção só pode acontecer se a linha estiver pronta para o respectivo produto, ainda, apenas um único estado de *setup* é permitido por linha de produção e por subperíodo. Tamanhos de lotes mínimos são introduzidos em (10) para evitar mudanças de *setup* sem que haja mudanças de produtos, o que poderia levar a uma

avaliação errada dos custos e tempos de *setup*. O conjunto de restrições (12) estabelece a conexão entre o estado de *setup* e indicações de troca de produto (*changeover*).

As restrições (13) são restrições de domínio de variáveis. Note que é possível relaxar a restrição de integralidade da variável z_{mjs} , sem perda de generalidade, devido à função objetivo e impondo que $0 \leq z_{mjs} \leq 1$. Desta maneira, as únicas variáveis inteiras (binárias) do modelo são as variáveis y_{mjs} .

2.5 O problema do dimensionamento de lotes e sequenciamento em indústrias de bebidas

Foram encontrados poucos trabalhos na literatura especificamente sobre planejamento e programação da produção de bebidas não alcóolicas, como refrigerantes, águas, chás, sucos e etc. Por exemplo, em Toledo *et al.*, (2002), os autores apresentam um modelo integrado de programação da produção e dimensionamento de lotes para a produção de refrigerantes. O problema em estudo foi encontrado em uma fábrica de refrigerantes em que vários tipos de refrigerantes precisam ser produzidos antes de seus respectivos prazos. Nessa fábrica, a produção envolve dois níveis interdependentes com decisões relativas à armazenagem das matérias-primas e ao engarrafamento das bebidas. O objetivo foi determinar simultaneamente o dimensionamento e a programação das matérias-primas nos tanques e o envase de bebidas nas linhas, onde tempos e custos de trocas dependem do tipo de item previamente armazenado e envasado.

Já em Toledo *et al.* (2007) é proposto um modelo matemático inteiro-misto, que envolve as mesmas condições da fábrica considerada em Toledo *et al.* (2002). Porém, esse novo modelo introduz diversas restrições combinadas que até então costumavam ser tratadas separadamente na literatura. A não existência de testes com modelos similares levou os autores a criarem conjunto de problemas teste para avaliar o modelo e as técnicas de solução propostas. A solução exata se mostrou viável apenas em exemplares de pequena dimensão devido à complexidade do problema em estudo. Outro estudo relacionado aparece em Toledo *et al.* (2009).

Clark (2003) explorou várias abordagens heurísticas para resolver um modelo de programação inteira mista que auxilia no planejamento do envase de bebidas de uma empresa. Essa empresa envasa com latas e garrafas, mas o processo de envase por latas foi escolhido para o projeto piloto. A conclusão principal é que, para a situação dada e os dados

dessa fábrica de bebidas, abordagens híbridas contendo tanto programação matemática clássica quanto métodos de busca local foram os métodos mais eficazes quando se considera qualidade da solução e tempo computacional.

Rangel e Ferreira (2003) apresentaram um modelo de programação inteira mista capacitado para a determinação dos lotes de produção de uma fábrica de refrigerantes da região de São José do Rio Preto, cujo portfólio de produtos apresentava vários tamanhos e sabores de bebidas. Dessa forma, a linha de produção era tal que o *setup* das máquinas dependia da sequência. Foi feito um estudo da estrutura combinatória do modelo proposto e foi apresentado um estudo computacional preliminar que usou o *solver* CPLEX 7.1 para avaliar a dificuldade de resolução do modelo. Os resultados obtidos foram limitados, porém, indicaram a necessidade de se desenvolver técnicas específicas para a solução do modelo proposto.

Em Ferreira *et al.* (2008) foi proposto um modelo de programação inteira mista (P1E1M- Problema 1 Estágio 1 Máquina) para integrar as decisões de dimensionamento e sequenciamento da produção de uma fábrica de refrigerantes, para contornar o problema da influencia do sequenciamento na capacidade de produção. Este modelo foi baseado no modelo GLSP (Fleishmann e Meyr, 1997). Em Ferreira *et al.* (2010), foi proposta uma heurística do tipo *relax and fix* para explorar a estrutura do modelo P1E1M e avaliar o seu desempenho computacional, resolvendo diferentes problemas teste baseados em dados reais de uma pequena fábrica de refrigerantes brasileira. As soluções obtidas foram comparadas com as soluções da empresa.

Defalque *et al.* (2011) propuseram um modelo integrado de dimensionamento de lotes e programação da produção mono máquina para uma fábrica de refrigerantes de pequeno porte. As decisões de dimensionamento foram baseadas no modelo proposto em Ferreira *et al.* (2010), e as decisões de sequenciamento foram modeladas utilizando restrições do problema do caixeiro viajante assimétrico. Para a validação do modelo proposto foram feitos testes computacionais com exemplares gerados aleatoriamente, além de exemplares baseados em dados reais obtidos da literatura. Os resultados mostraram que o modelo proposto representa o planejamento da produção em fábricas de bebidas monomáquinas e que, em algumas situações, produz resultados melhores que o modelo da literatura, o P1E1M.

Em Ferreira *et al.*, (2009), o modelo P1E1M foi revisto para representar o caso de fábricas de refrigerantes de grande porte, com várias linhas de envase e vários tanques disponíveis para o preparo dos xaropes (modelo P2EMM – Modelo 2 Estágios Multi

Máquinas). Neste tipo de fábrica, o gargalo de produção pode estar tanto no estágio de envase quanto no estágio de preparo do xarope e, por isso, o sequenciamento dos xaropes nos tanques também precisa ser considerado. Nesse trabalho, foram realizados testes computacionais com problemas teste que baseados em dados reais provenientes de uma fábrica de refrigerantes brasileira e os resultados mostraram que as soluções obtidas foram melhores do que aquelas usadas pela empresa. Outro estudo relacionado aparece em Ferreira *et al.* (2012).

Leite (2008) estudou uma linha de bebidas à base de frutas em seu trabalho final de graduação. Foi feito um estudo dentro de uma fábrica típica do setor de bebidas, a Fábrica A, para conhecer as particularidades das linhas de produção, coletando dados para a implementação do modelo. O modelo proposto é chamado modelo PDLIMS (Problema de Dimensionamento de Lotes de uma Máquina de Sucos). As soluções obtidas utilizando o *software* de otimização GAMS 19.6 e CPLEX 7.0 foram competitivas em relação às soluções da empresa. Leite (2008) desenvolveu um modelo que se ajustasse às linhas de produção, baseado em Ferreira *et al.* (2009), que, por sua vez, baseou-se no modelo GLSP de Fleischmann e Meyr (1997). Nesse estudo, havia três máquinas idênticas de envase atendidas por um único tanque, assim, as três máquinas embalavam apenas um tipo de sabor. Na próxima seção, o trabalho de Leite (2008) é descrito com mais detalhes, uma vez que também enfoca uma linha de bebidas à base de frutas. É importante ressaltar que esse foi o único estudo encontrado na literatura tratando especificamente do problema de dimensionamento de lotes na produção e sequenciamento de bebidas à base de frutas.

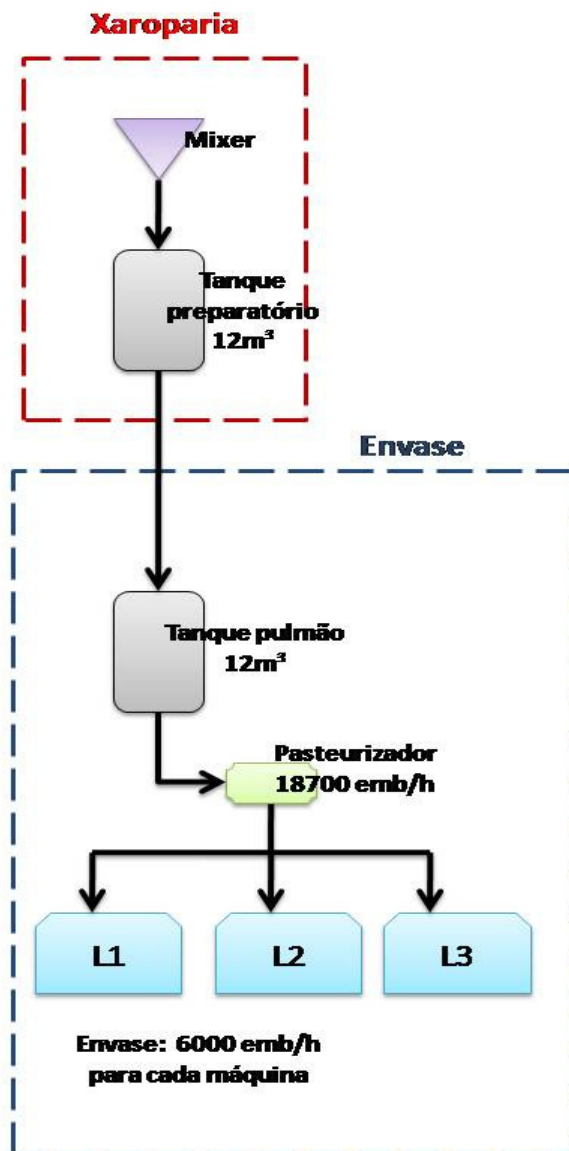
2.5.1 Dimensionamento de lotes e sequenciamento em indústrias de bebidas à base de frutas

Leite (2008) descreveu em detalhes como era o planejamento e controle da produção na época em que estudou o processo de produção na Fábrica A: a programação da produção era realizada manualmente. O analista de PCP era o responsável por fazer a programação da produção das bebidas, visando atender a demanda dos clientes em um determinado período. O objetivo principal era atender os clientes de maneira eficiente, com o menor custo, em menor tempo e sem atrasos. O planejamento da produção de uma semana normalmente era feito na quinta-feira anterior a ela e levava aproximadamente 6 horas para ser finalizado (por exemplo: na quinta-feira da semana 5 era feito o planejamento da semana 6).

Os dados de demanda eram responsabilidade do Mercado Externo (ME), que vendia produtos para outras franquias da Fábrica A e o Mercado Interno (MI), que vendia produtos para os pontos de venda da região atendida pela empresa. O analista sempre tinha a previsão de demanda detalhada de oito semanas e de um mês agregado, para evitar falta de produtos (ou estoque em excesso). Uma planilha eletrônica (*Microsoft Excel*) era utilizada para fazer o dimensionamento e sequenciamento dos lotes, a partir das previsões de demanda. Nesta planilha, existiam dados de estoque e demanda e, a partir dela, o programador dimensionava a produção para diversos períodos. Essa planilha ainda mostrava a capacidade da linha que seria utilizada e uma previsão de quantos dias o produto ficaria em estoque, utilizando a previsão de demanda da semana seguinte (Leite, 2008).

A linha de envase das bebidas à base de fruta era exclusiva. As bebidas eram acondicionadas em embalagens padronizadas *TetraPak* de 200ml. Havia cinco sabores: laranja, morango, uva, abacaxi e maracujá. Nesse estudo, foram considerados também dois tipos de produtos, que se diferenciavam pela quantidade de embalagens em cada um, ou seja, caixas com 12 ou 24 embalagens. A Figura 3 ilustra a linha de produção das bebidas à base de frutas. Inicialmente, o xarope é misturado à água na xaroparia, pelo *mixer*, e então segue para o tanque preparatório. Depois de preenchido, o tanque preparatório transfere o mix de xarope e água para o tanque pulmão, que transfere o mix para o pasteurizador. Os tanques tem capacidade de 12 m³ e o pasteurizador pode processar 18700 embalagens por hora. Depois de pasteurizada, a bebida à base de frutas segue para a fase de envase, feita por três máquinas *TetraPak* (máquinas L1, L2 e L3) com capacidade de 6000 embalagens por hora.

Figura 3: Representação da linha de produção do trabalho de Leite (2008)



Porém, por ser mais conveniente tratar as três máquinas como sendo máquina única, Leite (2008) tomou como referência o modelo P1E1M (Ferreira *et al.*, 2008), que é o modelo para um estágio e uma máquina. Chamado PDL1MS (Problema de Dimensionamento de Lotes de uma Máquina de Sucos), a autora realizou diversos testes computacionais com esse modelo em cada etapa. Ele foi desenvolvido em três etapas: duas versões intermediárias do modelo PDL1MS foram apresentadas antes da versão final. A primeira versão do modelo PDL1MS não considerava a política de estoques, enquanto na segunda versão, a política de estoques era considerada fundamental para o planejamento de produção. A versão final trazia

variáveis de atraso na entrega do produto e penalidade por não cumprir a política de estoques. Assim, o trabalho de Leite (2008) priorizava a minimização dos custos compostos por: custo de estoques, custo de falta de produtos, penalidade por não atender a política de estoque e custo de *setup*. A seguir, apresenta-se a versão final do modelo PDL1MS:

Parâmetros do modelo:

J número de bebidas, $i, j \in J$;

M número de máquinas, $m \in M$;

α_m conjunto de todas as bebidas que podem ser produzidas na máquina m ;

β_m conjunto de todos os xaropes que podem ser produzidas na máquina m ;

γ_{ml} conjunto de todas as bebidas que podem ser produzidas na máquina m e utilizam xarope l ;

T conjunto de períodos $t \in T$ com duração definida;

S_t o conjunto dos micro períodos s que pertencem ao macro período t , ou seja $s \in S_t$;

N número de subperíodos, de forma que $N = \sum_{t \in T} S_t$;

L número de xaropes, $k, l \in L$;

d_{jt} demanda do produto j no macro período t ;

h_j custo de armazenagem do produto j ;

g_j custo unitário de atrasar a entrega da bebida j ;

c_{ij}^{II} custo de fazer a troca da bebida i pela j ;

b_{ij}^{II} tempo necessário para fazer a troca da bebida i pela j ;

a_j^{II} tempo consumido para produção de uma unidade da bebida j ;

q_l^{I} lote mínimo a ser preparado do xarope l ;

K^{I} volume disponível no tanque;

K_{mt}^{II} capacidade de tempo disponível na maquina m para envase no período

t ;

r_{lj} quantidade consumida de xarope l para produção de uma unidade da bebida j ;

em_j estoque mínimo, em dias, do produto ;

f_j custo da falta de produtos em estoque, ou seja, de não atender à política de estoques da empresa.

Variáveis de Decisão

I_{jt}^+ quantidade em estoque da bebida j no período t ;

I_{jt}^- quantidade em atraso da bebida j no período t ;

I_{jt}^S quantidade da bebida j em atraso para atender o estoque de segurança no período t

x_{js}^H produção da bebida $j \in \alpha_m$ no subperíodo s ;

n_{ls} indica o número de kits utilizados em cada lote de produção;

$$y_{ls}^I = \begin{cases} 1, & \text{se o tanque está preparado para produção do xarope } l, l \in \beta_m \\ & \text{no subperíodo } s, \\ 0, & \text{caso contrário;} \end{cases}$$

$$y_{js}^H = \begin{cases} 1, & \text{se a máquina está preparada para produção da bebida } j, j \in \alpha_m, \\ & \text{no subperíodo } s, \\ 0, & \text{caso contrário.} \end{cases}$$

O modelo tem como função objetivo minimizar o custo de *setup*, de estoque e de atraso:

$$\text{Minimizar } \sum_{j \in J} \sum_{t \in T} (h_j I_{jt}^+ + g_j I_{jt}^- + f_j I_{jt}^S) + \sum_{l \in \beta} \sum_{s \in S} c_l^I y_{ls}^I \quad (14)$$

Sujeito a:

$$\sum_{j \in \mathcal{Y}_{ij}} r_{ij} x_{js}^H \leq 6000 n_{ls}, \forall l \in L, \forall t \in T, \forall s \in N ; \quad (15)$$

$$q_l^I y_{ls}^I \leq \sum_{j \in \mathcal{Y}_{lj}} r_{lj}^H x_{js}^H \leq K^I y_{ls}^I, \forall l \in L, \forall t \in T, \forall s \in N ; \quad (16)$$

$$I_{j,t-1}^+ + \sum_{s \in S_t} x_{js}^H + I_{jt}^- = I_{jt}^+ + I_{j,t-1}^- + d_{jt}, \forall j \in J, \forall t \in T ; \quad (17)$$

$$\sum_{s \in S_t} \sum_{j \in \alpha} a_{jt}^H x_{js}^H + \sum_{l \in \beta} \sum_{s \in S_t} b_l^I y_{ls}^I \leq K_t^H, \forall t \in T ; \quad (18)$$

$$x_{js}^H \leq \left(\frac{K_t^H}{a_{ks}^H} \right) y_{js}^H, \forall j \in \alpha, s \in S_t; \quad (19)$$

$$\sum_{j \in \gamma_{lj}^H} y_{js}^H \leq 2, l \in L, t \in T, s \in N; \quad (20)$$

$$\sum_{l \in \beta} y_{ls}^I \leq 1, \forall t \in T, s \in N; \quad (21)$$

$$\sum_{j=1}^J a_{jt}^H x_{js}^H \leq 2880, s \in S_t; \quad (22)$$

$$I_{jt}^+ + I_{jt}^S \geq \left(\frac{d_{j,t+1}}{5} \right) em_j, j \in J, t \in T; \quad (23)$$

$$I_{jt}^+, I_{jt}^-, x_{js}^H \geq 0, n_{js} \in \mathbb{Z}, y_{ls}^I, y_{js}^H = \{0,1\}, \forall i, j \in \alpha_m, k, l \in \beta_m, \quad (24)$$

$$s \in N.$$

Cada kit produz um volume de 6.000 litros de suco, portanto, as produções são múltiplas desse valor, condição representada por (15). As restrições (16) consideram que o volume de xarope utilizado em cada lote não pode ser maior que a capacidade máxima da Xaroparia (em litros de xarope), ou menor que o volume mínimo necessário para que o xarope fique sempre homogeneizado. As restrições (17) são de balanceamento de estoque, enquanto (18) garantem o tempo necessário para produzir todos os lotes, mais o tempo para fazer a higienização da linha em um período não pode ultrapassar a capacidade disponível desse período. O conjunto de restrições (19) determina que só haverá produção de um item caso a linha esteja preparada para produzi-lo, e as restrições (20) permitem que, para cada sabor de xarope, podem ser produzidos até dois itens diferentes no mesmo subperíodo. As restrições (21) impedem que haja produção de dois itens com sabores diferentes no mesmo subperíodo, as restrições (22) garantem que, por cuidados com a higiene e conservação do produto, a produção de um mesmo lote não pode ultrapassar 2 dias (2.880 horas). Por fim, as restrições (23) são restrições correspondentes à política de estoque de segurança e (24) são restrições de domínio das variáveis.

Tendo em vista o crescimento e a importância do setor de sucos, néctares e bebidas à base de frutas, conforme discutido no Capítulo 1, decidiu-se no presente trabalho, revisitar o processo de produção estudado em Leite, (2008), para investigar como estava a situação da linha de produção à base de frutas da Fábrica A. A próxima seção contextualiza

esse processo de produção de bebidas à base de frutas e apresenta novas informações provenientes de visitas realizadas na Fábrica A em 2011, 2012 e 2013.

Convém salientar que esse processo de produção é típico de outras fábricas de bebidas à base de frutas no Brasil, porque faz parte de uma franquia de uma grande empresa de bebidas do mundo. Ou seja, acredita-se que, com pequenas alterações, as abordagens de otimização aqui propostas para analisar esse processo de produção também possam ser utilizadas para análise dos processos dessas outras empresas brasileiras desse setor. Ressalta-se que os modelos matemáticos propostos neste trabalho consideram a xaroparia e o envase como sendo apenas um estágio, diferentemente do modelo proposto por Leite (2008). Esta diferença será discutida com mais detalhes na seção 3.3.

CAPÍTULO 3 - DEFINIÇÃO DO PROBLEMA

Conforme mencionado anteriormente, o problema em estudo refere-se a linhas de produção de bebidas à base de frutas em uma fábrica de bebidas diversas: alcoólicas, não alcoólicas, carbonatadas e não carbonatadas, descrita a seguir.

3.1 O caso em estudo: a Fábrica A

A fábrica de bebidas em estudo é uma franquia de uma companhia de grande porte que possui uma rede com franquias de grande poder econômico, dentro e fora do Brasil. No Brasil, o portfólio de produtos inclui bebidas como sucos, néctares e bebidas à base de frutas, cervejas, além de bebidas carbonatadas, como refrigerantes. A Fábrica A foi fundada em 1948 em Ribeirão Preto e é referência nacional em tecnologia, capacidade e qualidade. Atualmente fabrica e distribui diversos produtos. Sua área de distribuição abrange mais de 30 mil pontos de venda em aproximadamente 300 cidades do interior paulista e de Minas Gerais.

Nesses 62 anos, a empresa colaborou com o desenvolvimento de Ribeirão Preto e região. Com posição de destaque no cenário nacional, A Fábrica A mantém um sólido relacionamento com a comunidade de Ribeirão Preto, colaborando e executando importantes projetos para a preservação do meio ambiente. Um dos seus pontos fortes é o sistema de qualidade: é certificada pelas Normas Internacional ISO 9.001 (Qualidade), ISO 22.000 (Segurança de Alimentos), ISSO 14.001 (Meio Ambiente) e OHSAS 18.001 (Segurança e Saúde). A Fábrica A possui 8 linhas de produção que produzem mais de 100 itens diferentes, caracterizados por sabores e embalagens diferentes. No entanto, nem todas as linhas podem produzir todos os tipos de produtos. Ainda, as linhas funcionam a maior parte do tempo durante 24 horas por dia, o que inviabiliza a possibilidade de utilização de horas extras ou turnos adicionais.

3.2 O processo geral de fabricação de bebidas

O processo descrito nesta seção é um processo típico de produção de bebidas inspirado na Fábrica A, que servirá como estudo de caso. A descrição do processo foi composta pelas observações das visitas realizadas pela mestrandia, além dos trabalhos anteriores de Ferreira *et al.*, (2008) e de Leite (2008). O processo de produção de bebidas é, assim, composto por tratamento de água, preparo dos xaropes, envase e empacotamento.

Todos os tipos de refrigerantes, chás, sucos e águas passam por estas etapas. Em termos dos aspectos fundamentais, a produção de todos os produtos é similar, uma vez que pode-se dividir a produção das bebidas em dois estágios fundamentais: xaroparia e envase.

Na xaroparia, o preparo do xarope possui duas etapas: a primeira, em que os ingredientes são pesados e previamente misturados a partir de quantidades padrão chamadas *kits*. O rendimento de um kit depende do sabor da bebida pronta, assim, as proporções entre kits e bebida pronta são diferentes entre produtos. Após esta etapa o composto é enviado para os tanques de preparo. Tal mistura é agitada por hélices para tornar o xarope uma mistura homogênea, o que requer uma quantidade mínima de xarope no tanque, suficiente para cobrir as hélices. Depois de pronto, o xarope é enviado para as linhas de produção através de tubulações próprias. Um tanque pode abastecer simultaneamente várias linhas de produção, mas uma linha recebe xarope de apenas um tanque por vez. Sempre que houver preparação de xarope, será necessário considerar o tempo consumido. A etapa de envase da bebida é feita por linhas de produção.

As linhas têm sistemas de produção similares: os vasilhames entram por uma esteira rolante e podem ou não passar por lavagem, em seguida, percorrem uma esteira onde são feitas algumas preparações, tais como o enxague e, então a garrafa passa pela enchedora, onde ocorre a adição do líquido e capsulamento (por rolha ou tampa). Saindo deste processo as garrafas são encaminhadas para equipamentos que embalam o produto. A linha produz uma garrafa por vez.

Tais máquinas precisam de tempo de preparação toda vez que há modificações em sua configuração, seja no sabor e/ou no tamanho de vasilhame a ser preenchido. Esta preparação, no geral, depende da sequência da produção, principalmente no que tange a bebidas com e sem açúcar. Uma vez que os produtos dietéticos não podem conter traços de açúcar, a sequência de produção influencia no tempo de limpeza do equipamento. Dessa forma, ao envasar uma bebida dietética após uma normal, é necessário a inclusão de etapas de limpeza, o que aumenta consideravelmente o tempo de preparo do equipamento. Ao inverter a sequência de produção, trazendo o dietético primeiro, há ganhos vantajosos, pois não há restrições com relação ao açúcar, facilitando a preparação da linha (Ferreira *et al.*, 2008).

3.3 O processo de fabricação de bebidas à base de frutas

Em visitas realizadas na Fábrica A, observou-se que o departamento de Planejamento e Controle da Produção encontra dificuldade em programar a produção, em

particular na linha relacionada à gama de produtos não carbonatados feitos à base de frutas, que é líder de mercado em seu segmento e é chamada de linha de produção 1. A Linha 1 produz 5 sabores diferentes e possui um diferencial em relação às outras linhas: o tempo de preparação da linha não depende da sequência, diferentemente das linhas de refrigerantes, por exemplo. Por outro lado, é um produto com características que requerem que haja limpeza dos tanques e das linhas de produção a cada 48h, o que não é necessário para outras bebidas. O processo de limpeza é chamado na Fábrica A de CIP. O CIP (*Clean In Place*) é o método usado em plantas de processamento para limpar os tanques, a tubulação e áreas de trabalho entre bateladas de produção, recirculando automaticamente o detergente e as soluções de enxágue. O processo de lavagem consiste em diversos ciclos de lavagens que são recirculados através dos tanques, bombas, das válvulas e do outros equipamentos no fluxo do processo (Optek, 2012). É importante ressaltar que, uma vez feita a limpeza da linha, não se pode demorar muito para iniciar a produção, pois a linha não é perfeitamente hermética.

A produção das bebidas à base de frutas é então dividida em dois estágios fundamentais de produção. O estágio 1 é composto pela xaroparia, processo da fábrica onde o xarope (matéria prima para a produção das bebidas) é preparado a partir dos concentrados da bebida, água e açúcar. O estágio 2 é o processo da fábrica onde está a área de envase que produz o item final. As condições da linha de produção e da programação da produção estão diferentes do trabalho de Leite (2008): em visitas a fábrica no final de 2011, soube-se que o estoque não é mais considerado uma prioridade, devido a mudanças administrativas.

Atualmente, há uma segunda empresa que paga para que as bebidas à base de frutas sejam produzidas e também paga pelo estoque dentro da Fábrica A. Se houver tempo ocioso devido a baixa demanda, essa segunda empresa também cobre os custos de pessoal parado. Os programadores procuram não programar lotes com duração inferior a 48 horas para evitar preparações não obrigatórias, embora isso não seja uma obrigação. O programador encaminha a programação para a supervisão da linha de produção, que condiciona as quantidades em lotes de 48h. Porém, nem sempre é possível acondicionar a demanda em lotes de 48h. Nesse caso, o supervisor solicita que se produza o menor múltiplo mais próximo da demanda e consulta o programador sobre a possibilidade de produção de mais um lote.

Uma política de controle de uma produção maior do que a demanda, segundo o gerente de produção, ou seja, caso o estoque esteja muito alto, é colocar uma das máquinas de envase em manutenção, a velocidade do pasteurizador é diminuída, para que não se perca o produto por excesso de cozimento e, assim, consegue-se que o lote de 48 horas resulte em

menor número de produtos. Em visitas realizada no final de 2011, averiguou-se que houve a instalação de mais uma linha de envase na planta da empresa, que entrou em funcionamento nesta mesma época (L4), juntamente com um novo tanque pulmão e um novo pasteurizador, com capacidade de 32500 embalagens/hora, abastecidos pelo tanque preparatório 1. Tal situação está na Figura 4.

O propósito do tanque preparatório é manter constantemente o tanque pulmão abastecido. Em outras palavras, é como se o tanque pulmão tivesse *capacidade infinita*. O primeiro abastecimento do tanque preparatório leva em torno de duas horas e o abastecimento do tanque pulmão aproximadamente cinquenta minutos. Depois disso, o abastecimento é contínuo. Dessa forma, o *gargalo* da linha de produção são as linhas de envase.

Ao final de 2011, um novo tanque preparatório, um novo *mixer* e uma nova máquina de envase (L5) entraram em fase de adaptação e testes no processo de produção da empresa. Esta nova situação, que requer novas premissas e considerações, é a que este trabalho pretende estudar. Nesta época, o tanque preparatório, o *mixer* e a máquina L5 ainda estavam em fase de testes. A partir de 2012, a máquina L5 e os tanques já estavam em funcionamento; porém ainda havia problemas com o segundo *mixer* que, segundo o gerente de produção ainda não estava em pleno funcionamento, não atingindo o desempenho esperado. A máquina L5 estava em fase de ajustes, com a eficiência baixa. A situação da Fábrica A no início de 2012 está representada na Figura 5.

Figura 4: Situação da linha 1 no final de 2011

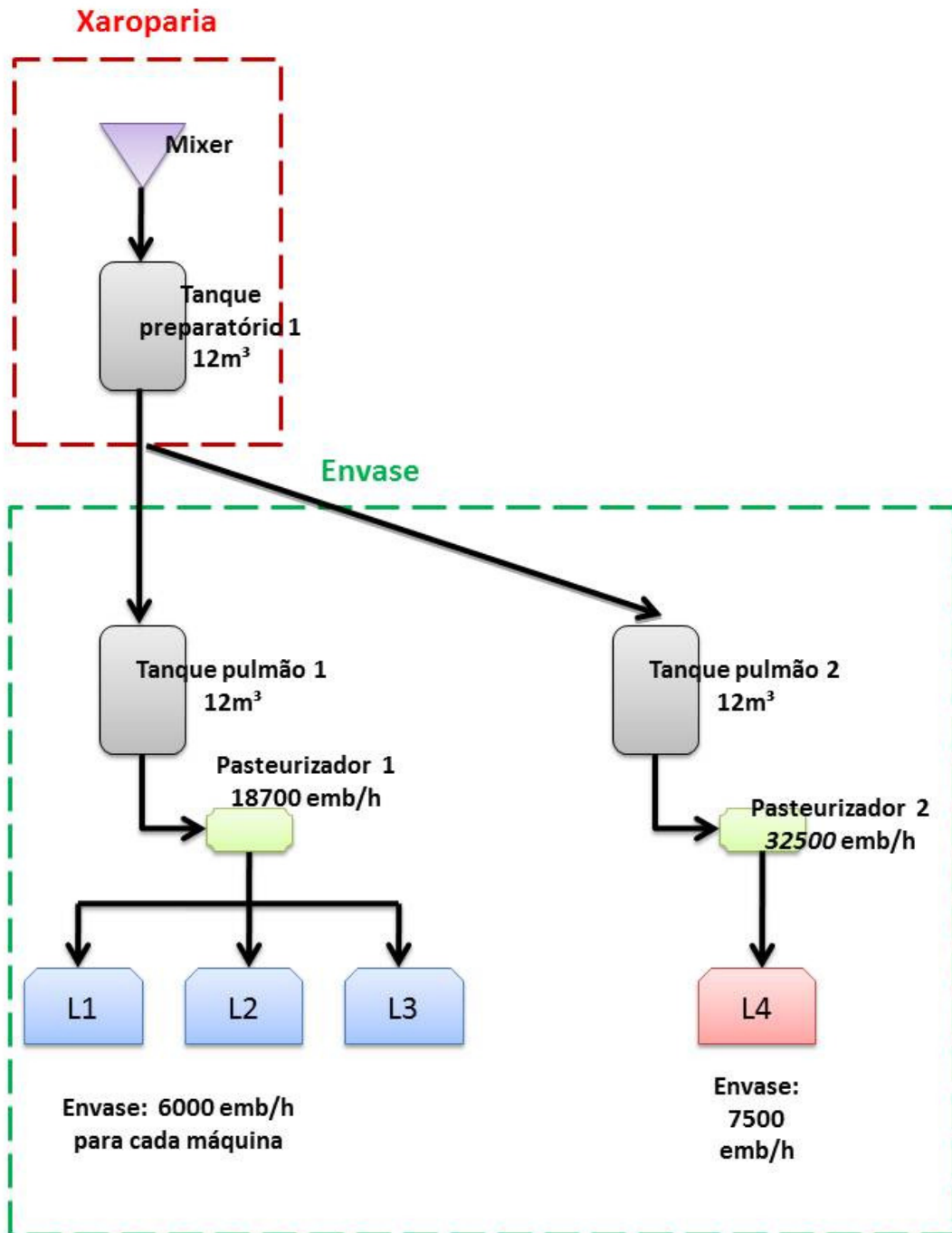
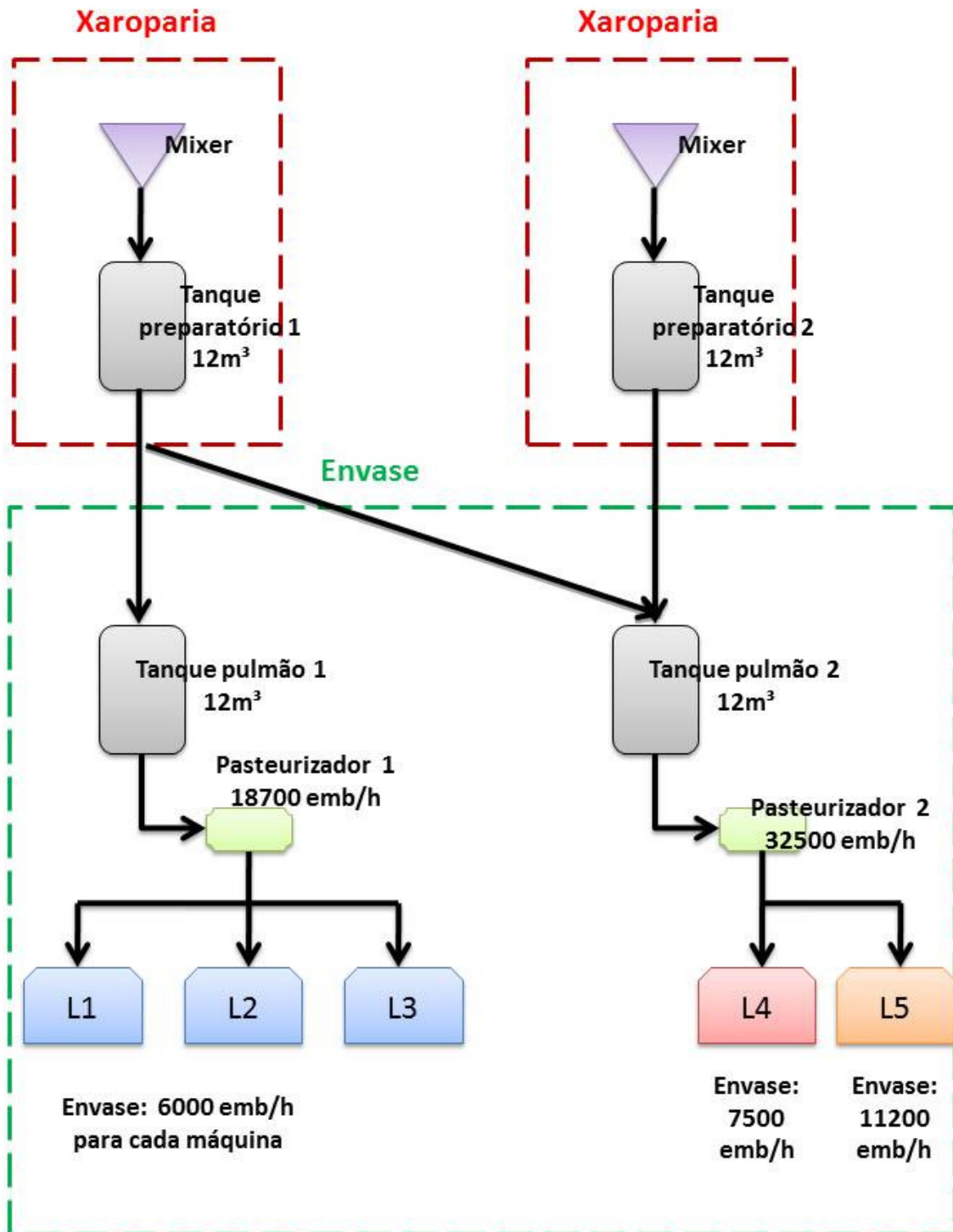


Figura 5: Situação da linha 1 no início de 2012



Dessa forma, no início de 2012, ainda não era possível produzir , dois sabores da bebida à base de frutas na Linha 1, agora composta por dois *mixers*, dois tanques pulmão, dois tanques preparatórios e cinco máquinas de envase, como mostrado na Figura 5. Entretanto, as máquinas L4 e L5 já começaram a ser utilizadas, uma vez que havia uma conexão entre o Tanque Preparatório 1 e o Tanque Pulmão 2, o que possibilitou a exclusão dos turnos de trabalho de domingo.

Segundo a gerência de produção, os próximos passos dentro dessa linha produtiva serão a conexão entre um pasteurizador a outro (essa futura ligação está representada na Figura 6 como uma linha tracejada vermelha), que permitirá a ligação entre os tanques e as linhas de envase e a conexão entre o tanque Preparatório 2 e o tanque pulmão 1. Mais informações sobre a Linha 1 estão representadas na Figura 6. O *mixer* 2 (misturador) fica a maior parte do tempo sendo utilizada pela Linha de Produção 1, enquanto o *mixer* 1, por sua vez é exclusivo. Os tanques preparatórios demoram duas horas para preparar a bebida que, uma vez pronta, demora 50 minutos para ser transferida para o tanque pulmão. Na prática, o tanque pulmão nunca está vazio e ocioso.

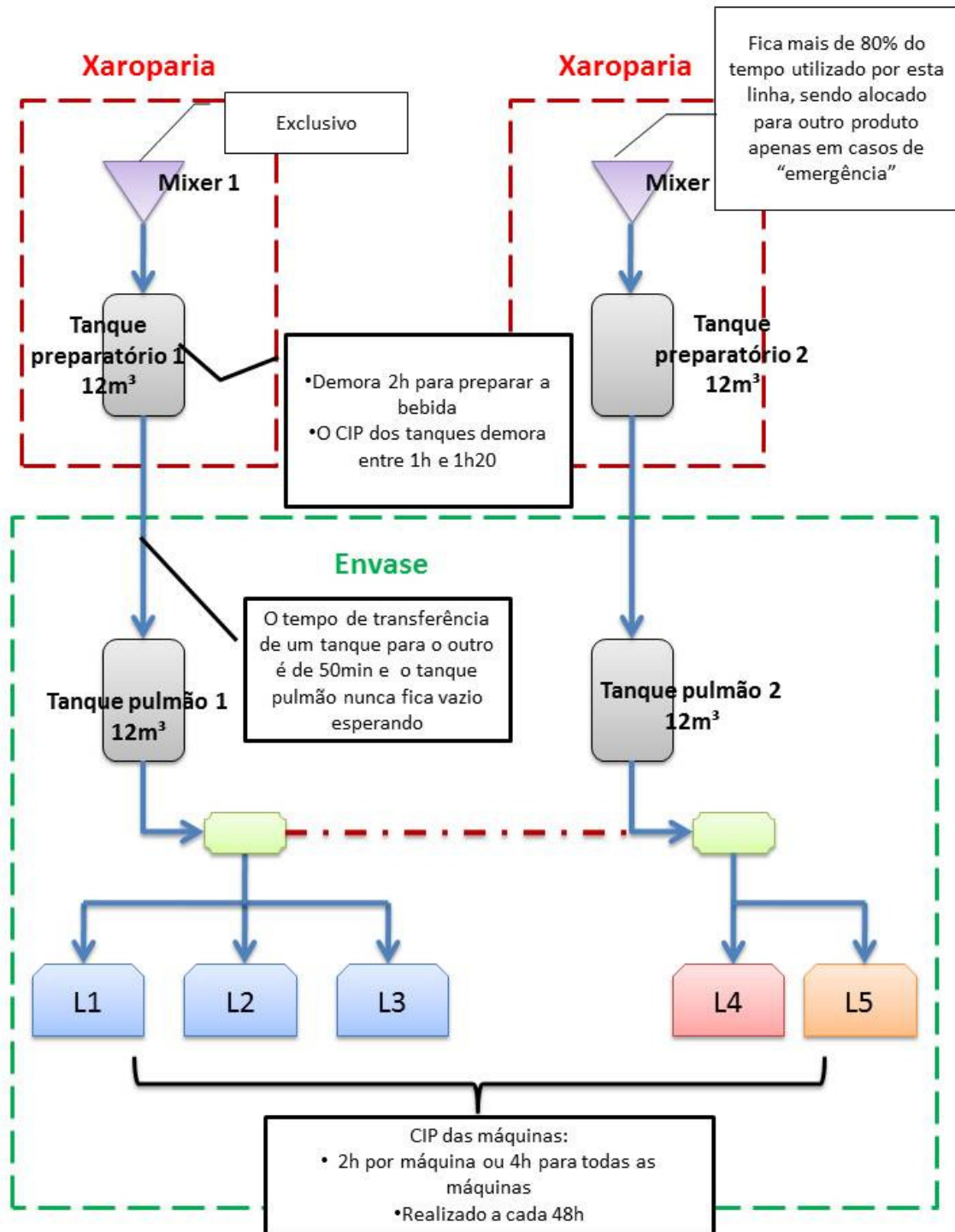
Devido às características descritas dos *mixers*, é possível produzir dois sabores de produtos ao mesmo tempo; entretanto, isso ainda não é feito na prática, pois o *mixer* 2 é frequentemente necessário para fazer a mistura do xarope de outros produtos da Fábrica A. Até o final de 2012, existia a intenção de produzir dois itens; porém, no início de 2013 decidiu-se que a Linha 1 só produzirá um sabor por vez.

O CIP de todas as máquinas é realizado ao mesmo tempo e demora quatro horas. O encarregado da linha de produção afirmou que, para fazer a “cipagem” de apenas uma máquina seria necessário aproximadamente duas horas, ao passo que o tempo de limpeza de todas as máquinas é de quatro horas. Portanto, não se justificava “cipar” uma máquina por vez (ver Figura 6). Observa-se que o primeiro CIP da semana tem duração de 5h

A expansão da Linha 1 foi justificada na Fábrica A pela previsão de demanda e de utilização de capacidade de 2011 até 2020. Em 2011, a capacidade utilizada de *todas* as fábricas do grupo da Fábrica A que produzem as bebidas à base de frutas era de 79% e, se as linhas permanecessem sem modificações, alcançaria 100% em 2012 e uma previsão de 173% em 2020. Tais dados foram fornecidos pela Fábrica A. A ideia inicial da empresa com esse aumento de capacidade produtiva era diminuir o número de turnos, de forma a evitar a produção durante os sábados a tarde e aos domingos. Ainda, pretendia-se também criar a possibilidade de produzir dois sabores de bebida ao mesmo tempo, uma vez que, na situação

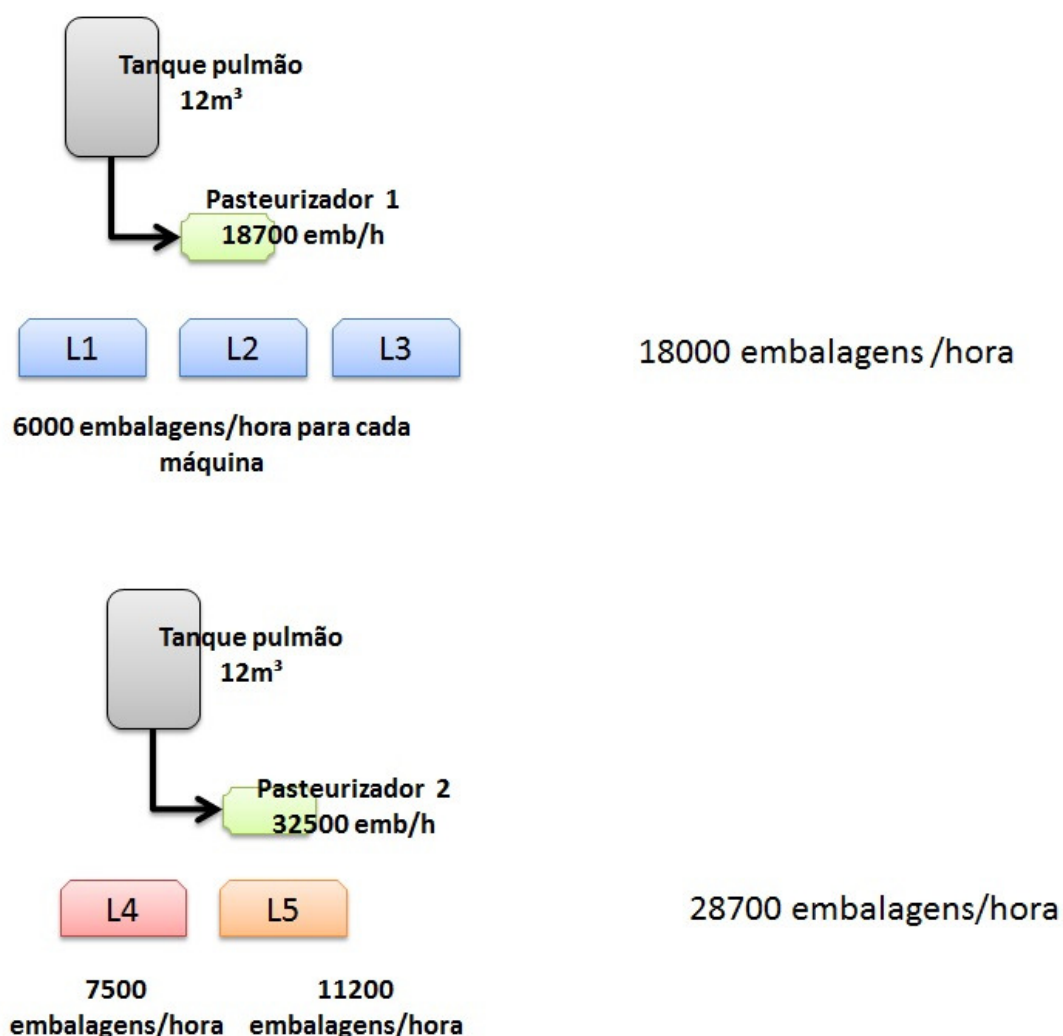
anterior (ver Figura 4), como somente um tanque abastece as linhas, só era possível produzir um sabor por vez.

Figura 6: Descrição da linha 1



O plano inicial da empresa era trabalhar com o Tanque Pulmão 1 abastecendo as linhas de envase L1, L2 e L3 e o Tanque Pulmão 2 abastecendo as linhas L4 e L5, como representado na Figura 7. Deve-se ressaltar que os tanques tem a mesma capacidade, a diferença está na capacidade dos pasteurizadores. O pasteurizador ligado às linhas L1, L2 e L3 tem capacidade máxima para processar 18700 embalagens de 200mL por hora, enquanto o pasteurizador ligado às linhas L4 e L5 tem a capacidade de processamento de 32500 embalagens por hora. (Figura 7).

Figura 7: Produção padrão



No presente trabalho, pretende-se desenvolver um modelo de programação inteira mista que possa ser útil para auxiliar a dimensionar o tamanho do lote a ser produzido

e escolher em quais combinações de linhas de envase o lote deve ser alocado. Será considerada apenas a produção de um sabor em cada subperíodo de tempo.

3.4 A situação de programação da produção da Fábrica A

Na Fábrica A, a programação da produção é realizada manualmente, como descrito na seção 2.5.1. Os dados de demanda são obtidos através de uma segunda empresa (ligada ao grupo da Fábrica A) que adquire os produtos da Linha 1, como dito na seção anterior. Em posse dos dados de demanda, o analista de PCP distribui a quantidade em *semanas*. Esse número, por sua vez, é passado para a Xaroparia, que calcula a quantidade necessária de *kits* para atender a demanda. É importante ressaltar que, na Linha de Produção 1, os lotes duram em geral 48h e a flexibilização do número de produtos é feita pelo número de máquinas designadas àquele *batch* e pela velocidade do pasteurizador.

É possível trabalhar com frações de kits, utilizando no mínimo 0,25 kit. Essa fração mínima é definida devido ao fato de que deve haver um mínimo de líquido no tanque para que a hélice do misturador possa girar. Porém, normalmente a fração que se utiliza é 0,5; com exceção do sabor morango e laranja. As correspondências podem ser vistas na Tabela 1.

	Quantidade produzida por kit (L)	Batch (fração do kit no tanque)
Laranja	12000	1
Uva	20000	0,5
Maracujá	24000	0,5
Abacaxi	24000	0,5
Morango	16000	0,75

Tabela 1: Correspondência entre os sabores, kits e batches.

Tais frações são utilizadas porque os tanques tem capacidade máxima de 12m³. Se, por acaso, a quantidade calculada pelo analista de PCP não der um número inteiro de frações de kits ou de *batches*, o gestor da xaroparia faz o maior número inteiro de *batches* contido na quantidade calculada e consulta o analista de PCP sobre fazer um *batch* a mais para cobrir a fração ou deixar para a próxima semana, ou seja, faz o arredondamento para cima ou para baixo. Por exemplo:

Considere que o analista de PCP passou para o líder de xaroparia 120 000 caixas do sabor morango, o que é equivalente a $12 \times 120 \times 10^3$ unidades de 200mL =

1.440.000 embalagens de bebida sabor morango. Para converter esse número para litros, tem-se que:

$$\text{Litros de bebida sabor morango} = \frac{1.440.000}{1000} \times 200 = 288.000 \text{ L}$$

De acordo com a Tabela 1:

$$\text{Kits requeridos} = \frac{288.000}{16.000} = 18 \text{ kits do sabor morango.}$$

Nesse exemplo, o líder da xaroparia consultaria o analista de PCP para saber se utilizaria 18 kits ou 14 kits do sabor morango. Em batches, isso significaria 29 ou 28 batches, respectivamente. Desprezam-se as perdas de arredondamento para efeito da programação da produção.

Os CIPS são realizados tão logo a produção termina e procura-se sincronizar o CIP dos tanques (responsabilidade do setor de Xaroparia) e das máquinas (responsabilidade do setor de Envase). A Fábrica A não deseja trabalhar com lotes menores que 48 horas de produção, para evitar a realização de *setups* não obrigatórios (uma vez que a limpeza, CIP, deve ser feita obrigatoriamente a cada 48h). Porém, para alguns sabores de suco, o estoque pode tornar-se muito alto. Nesses casos, torna-se necessário flexibilizar os tamanhos de lote.

Em visitas a Fábrica A, no início de 2012, estava em trâmite um acordo para regularizar atrasos por parte da Fábrica A e mudanças de pedidos por parte da empresa que compra as bebidas à base de fruta, sob pena de multa. Porém, atualmente, não se sabe os resultados de tal trâmite. Dessa forma, espera-se que esse trabalho contribua para auxiliar a programação da produção por meio de um *software* de otimização que forneça uma solução para a programação da produção, levando em consideração:

- ✓ A capacidade das máquinas disponíveis no período e suas respectivas eficiências de equipamento (OEE);
- ✓ A demanda do período;
- ✓ Os tempos de CIP;
- ✓ Por último, que forneça a programação da produção de algumas semanas consecutivas. Por exemplo, 8 semanas, como é usual na prática da Fábrica A.

CAPÍTULO 4 - MODELAGEM DO PROBLEMA E ESTUDOS COMPUTACIONAIS

Este capítulo apresenta modelagens matemáticas para o problema de programação de produção e dimensionamento de lotes de bebidas à base de frutas. Como bases para os modelos apresentados, foram utilizados o modelo GLSPPL de Meyr (2002) para os Modelos I e II e o modelo CLSP como apresentado em Drexl e Kimms (1997) para o Modelo III. O Modelo I aborda o problema de forma a maximizar a margem de contribuição do produto em sua função objetivo, enquanto os Modelos II e III priorizam o custo mínimo, considerando os custos de estocagem, atraso e preparação das máquinas. Observa-se que o Modelo II é uma simples modificação do Modelo I.

Optou-se por utilizar o modelo GLSPPL de Meyr (2002) como base para os Modelos I e II devido à presença de subperíodos, o que consideramos como um facilitador para representação da restrição que indica que o lote de produção não pode ultrapassar 48h. Foi desenvolvido um modelo simplificado na seção 4.3, representando a mesma situação-problema, mas retirando-se as decisões de sequenciamento, uma vez que o *setup* da Linha 1 não depende da sequência. Neste caso, utilizou-se como base o modelo CLSP como apresentado em Drexl e Kimms (1997), todavia, seria possível partir também do modelo de Rangel e Ferreira (2003).

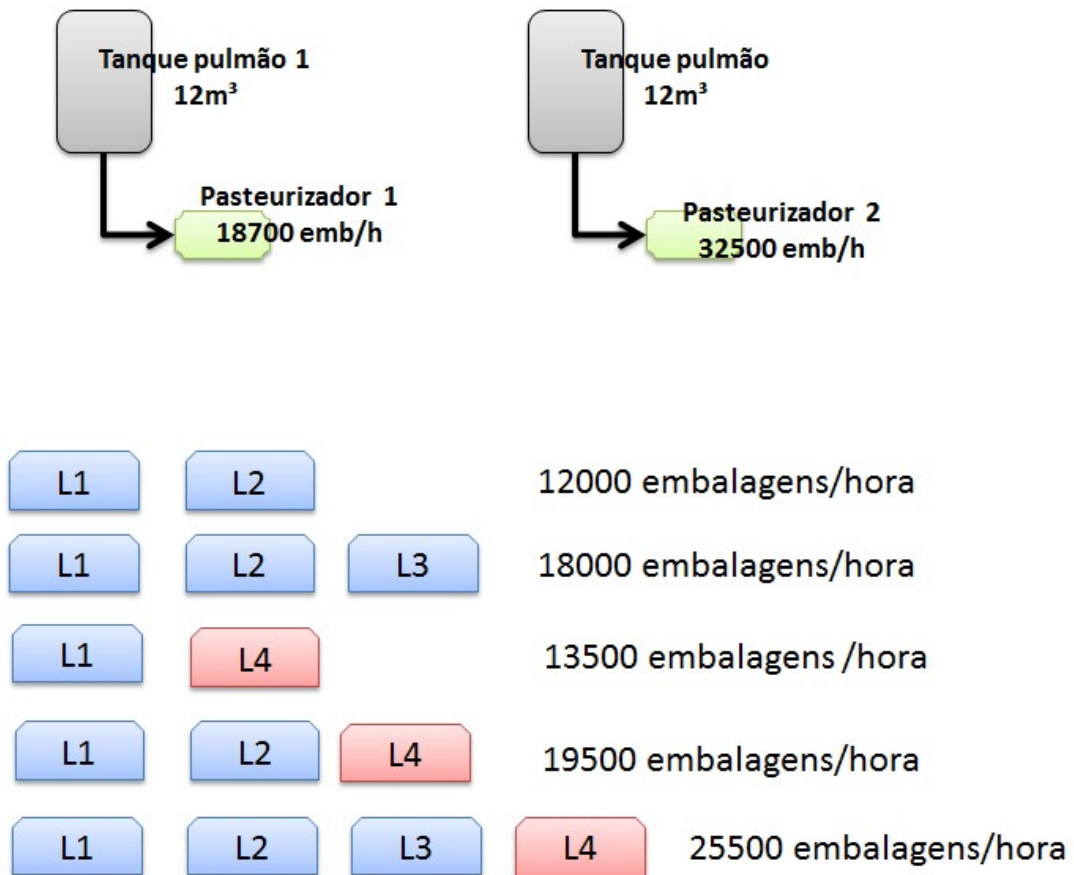
Convém ressaltar que nos Modelos I, II e III (apresentados nas seções 4.1, 4.2 e 4.3, respectivamente) tem-se que M é o número de *combinações* possíveis de máquinas de envase, ao invés de considerar o processo como sendo composto de *uma máquina* ou *uma linha com máquinas paralelas*, como os outros modelos encontrados na literatura. Toma-se como exemplo um teste realizado com quatro máquinas (L1, L2, L3 e L4) para ilustração. A Figura 8 mostra as possíveis combinações desse exemplo. Tais combinações foram feitas considerando as entrevistas feitas com os gestores da Fábrica A, a partir da informação de que quando o estoque estava muito alto, havia produção com apenas duas máquinas ligadas, o que era sua única forma de flexibilização do lote. Uma vez que a programação da produção priorizava o mínimo de *setups*, utilizava a capacidade máxima de produção que é de 48h antes de fazer o *setup* obrigatório.

Porém, para a Fábrica A não é viável produzir com capacidade limitada a menos de 12000 embalagens por hora, o que significava, na época da entrevista, que no

mínimo duas das máquinas L1, L2 ou L3 deveriam estar ligadas. As máquinas L4 e L5 ainda não haviam sido instaladas nesta época. Nota-se que, como as máquinas L1, L2 e L3 são iguais, algumas combinações são simétricas e podem ser retiradas sem perda de soluções ou generalidade. Dessa forma, tem-se que a cardinalidade do conjunto M é 5, isto é:

$$M = \{(L1,L2); (L1,L2,L3); (L1,L4); (L1,L2,L4); (L1,L2,L3,L4)\};$$

Figura 8: Combinações de máquinas possíveis considerando apenas 4 máquinas(L1, L2, L3, L4)



O parâmetro a_m foi calculado utilizando o resultado da divisão de 1 pelas capacidades nominais das combinações de máquinas, em embalagens por hora, e então multiplicadas por 12, uma vez que o modelo proposto toma como unidades das variáveis de decisão caixas com 12 unidades. Uma vez que os valores resultaram em números muito

pequenos, a velocidade foi multiplicada por 1000, ou seja, os valores correspondem à velocidade de produção de mil caixas de 12 unidades. Considerando o primeiro elemento do conjunto, ou seja, a combinação (L1, L2), determina-se o parâmetro a_1 , que significa quanto tempo é necessário para produzir mil caixas de 12 unidades. Nesta combinação, tem-se a duração de 1 hora.

$$a_1 = \frac{1}{(6000 + 6000)} \times 12 \times 1000 = 1h.$$

Dessa forma, para o caso exemplo, tem-se:

$$a_m = (1,00; 0,67; 0,89; 0,615; 0,470).$$

Outro fato considerado nos modelos é a sincronização das máquinas. Segundo o analista de produção, as produções das quatro máquinas sempre começam juntas, mas pode haver quebra e parada de alguma máquina durante o processo. As máquinas L1, L2 e L3 estão sincronizadas a maior parte do tempo, uma vez que estão ligadas ao mesmo pasteurizador, mas a sincronização da máquina L4 com L1, L2 e L3 foi uma simplificação adotada no modelo. A consideração da máquina L4 dentro do modelo proposto afeta apenas o limite de capacidade de produção e está discutida mais adiante, quando os testes computacionais são apresentados.

Escolheu-se dar esse tratamento aos modelos porque, como descrito em 3.3.4, se, por acaso, a quantidade calculada pelo analista de PCP não der um número inteiro de frações ou de *batches*, o líder da xaroparia faz o maior número inteiro de *batches* contido na quantidade calculada e consulta o analista de PCP sobre fazer um *batch* a mais para cobrir a fração ou deixar para a próxima semana, ou seja, faz o arredondamento para cima ou para baixo. Ilustra-se, assim, a utilização de modelos de pesquisa operacional apenas como ferramenta para auxílio à tomada de decisão, não substituindo um tomador de decisões, que interpreta e analisa os resultados de diversas simulações e cenários e os coloca em prática da melhor maneira que encontrar. A seguir, descreve-se os três modelos propostos neste trabalho

4.1 Problema de dimensionamento de lotes com múltiplas máquinas para maximização da produção – Modelo I

Para representar o problema de programação da produção das bebidas à base de fruta, inicialmente foi desenvolvido um modelo baseado no GLSPPL (Meyr, 2002), utilizado para contornar o problema da restrição de lote máximo. Esse modelo representa a primeira

situação ilustrada na Figura 4, em que há um tanque preparatório, ligado a dois tanques pulmão que se ligam aos respectivos pasteurizadores. Uma vez que a bebida à base de frutas foi pasteurizada, o próximo destino são as três máquinas embaladoras *TetraPak*, chamadas L1, L2 e L3, para o pasteurizador 1, e a máquina L4, para o pasteurizador 2. Esse modelo leva em consideração as informações obtidas pelo gerente de produção da Fábrica A, como, por exemplo, o fato de a empresa não ter muitos problemas com estoque em excesso nem com capacidade ociosa, e que os custos de um possível atraso ainda estavam sendo negociados (ver Seção 3.3.3.).

Os Modelos I, II e III se distinguem do modelo (14)-(24) proposto por Leite (2008) por representarem um processo de produção diferente e por tratar as máquinas como combinações de máquinas, ao invés de apenas uma configuração, possibilitando, dessa maneira, a parada de uma máquina caso seja mais vantajoso. Além disso, diferentemente do modelo de Leite (2008), as máquinas de envase são consideradas o gargalo da produção enquanto o tanque é suposto como tendo capacidade suficientemente grande, como discutido anteriormente, de forma que os Modelos I, II e III sejam monoestágio, enquanto o de Leite (2008) considera dois estágios.

Dessa forma, com base nessas informações, o primeiro modelo aqui estudado (Modelo I) prioriza apenas a maximização do valor da produção, já considerando a inserção da máquina L4 (que adiciona uma capacidade de 7500 embalagens/hora), para representar a situação no final de 2011. Esse objetivo foi sugerido pelo gerente de produção. A consideração de outras máquinas consiste apenas de mudanças no parâmetro M .

Parâmetros do modelo:

T conjunto de períodos, $t \in T$;

J conjunto de bebidas, $j \in J$;

St conjunto de possíveis subperíodos em cada período t , $s \in St$;

M combinações de máquinas, $m \in M$;

a_m tempo necessário para produção de uma unidade na combinação de máquinas m ;

$Lotemax$: limite máximo de produção de bebida, em unidades de tempo;

d_{jt} demanda da bebida j no período t ;

b_j tempo necessário para fazer a troca de uma bebida j para outra;
 q_j lote mínimo da bebida j necessário para homogeneização no tanque;
 p_j prioridade ou margem de contribuição do produto j ;
 K_t capacidade máxima do período em unidades de tempo no período t ;
 (Considerando a sincronia do CIP e o tempo de CIP das máquinas maior do que o dos tanques)

Variáveis

x_{jmts} produção da bebida j na combinação de máquinas m no subperíodo s do período t ;

I_{jt} quantidade em estoque da bebida j no período t ;

z_{jmts} $\begin{cases} 1 \text{ se há produção da bebida } j \text{ na combinação de máquinas } m \text{ da bebida no} \\ \text{subperíodo } s \text{ do período } t, \\ 0 \text{ caso contrário} \end{cases}$

Função Objetivo

$$\max \sum_{j \in J} \sum_{m \in M} \sum_{t \in T} \sum_{s \in St} p_j x_{jmts} \quad (25)$$

Sujeito a:

$$I_{j(t-1)} + \sum_{m \in M} \sum_{s \in St} x_{jmts} = I_{jt} + d_{jt}, \forall j \in J, \forall t \in T, \quad (26)$$

$$\sum_{m \in M} \sum_{j \in J} \sum_{s \in St} a_m x_{jmts} + \sum_{m \in M} \sum_{j \in J} \sum_{s \in St} b_j z_{jmts} \leq K_t, \forall t \in T, \quad (27)$$

$$x_{jmts} \geq q_j z_{jmts}, \forall j \in J, \forall m \in M, \forall t \in T, \forall s \in St, \quad (28)$$

$$\sum_{m \in M} \sum_{j \in J} z_{jmts} \leq 1, \forall s \in St, \forall t \in T, \quad (29)$$

$$x_{jmts} \leq \left(\frac{LoteMax}{a_m} \right) z_{jmts} \forall j \in J, \forall m \in M, \forall s \in St, \forall t \in T, \quad (30)$$

$$z_{jmts} \in \{0,1\}, x_{jmts} \geq 0, I_{jt} \geq 0, \forall j \in J, \forall m \in M, \forall s \in St, \forall t \in T. \quad (31)$$

A função objetivo (25) consiste em maximizar a margem de contribuição total, conforme sugerido inicialmente pelo gerente de produção da Fábrica A. As restrições (26) são de balanço de fluxo, indicando que o estoque do período anterior, mais a produção do período atual, tem que ser igual a demanda do período atual mais ao estoque (excesso) do período. As restrições (27) são de capacidade, relacionadas ao tempo: assim, o tempo gasto com produção, mais o tempo gasto com o *setup* não pode ultrapassar o tempo disponível daquele período.

As restrições (28) estabelecem um limite mínimo de produção para atender à restrição de volume mínimo do tanque para a hélice girar. As restrições (29) são de unicidade de escolha de máquina e produto, por subperíodo. Ou seja, só pode ser produzido um sabor em um conjunto de máquinas por subperíodo, porém, não é obrigatório que haja produção naquele subperíodo, justificando o sinal de menor ou igual (\leq). As restrições (30) impedem que haja produção por tempo maior que *LoteMax*, e que só haverá produção se z_{jms} for igual 1. Ou seja, sempre que um sabor tiver que ser produzido por um período maior que *LoteMax*, haverá CIP após esse período, para então a produção continuar. Garante também o CIP quando houver troca de produtos. Essas restrições, junto com as restrições (28) fazem a relação direta da produção com o CIP. As restrições (31) são do domínio de variáveis.

Convém ressaltar que no Modelo I a variável z_{jms} garante, pelos conjuntos de restrições (28), que só haverá produção se tal variável assumir o valor 1. Porém, apesar de ser descrita como uma variável binária indicadora de produção ou não, nas restrições (27) ela está atrelada ao tempo de *setup*, o que garante que cada vez que houver produção, haverá também limpeza dos tanques e, também, será contabilizado o tempo de preparação da máquina dentro da capacidade semanal. Diferente do modelo proposto por Meyr, (2002), a variável z_{jms} tem que ser binária nos Modelos I e II.

Para evitar o aparecimento de soluções simétricas nos subperíodos, foi adicionada a seguinte restrição (32):

$$\sum_{j \in J} z_{jmt(s-1)} \geq z_{jms} \forall t \in T, \forall m \in M, s > 1, s \in S. \quad (32)$$

Essa restrição foi retirada de Fleischmann e Meyr (1997), uma vez que, segundo os autores, a proposta original do modelo GLSP admite redundância indesejável: se uma sequencia de subperíodos dentro de um macro período é designada para um mesmo

produto, a quantidade produzida (ou parte dela) poderia ser distribuída arbitrariamente dentro de tais subperíodos sem mudar a programação e o valor da função objetivo.

4.1.1 Breve estudo computacional do Modelo I

Para testar o Modelo I utilizou-se um computador com processador Intel ® Core™ i5-2450M CPU 2.50GHz e memória RAM de 6 GB. O modelo foi programado e resolvido no *software* IBM ILOG CPLEX OPTIMIZATION STUDIO 12.4, com o tempo de resolução limitado em 3600s. Para testar o modelo, gerou-se problemas teste a partir de um exemplar obtido na Fábrica A. O exemplar tem informações sobre a demanda e a programação da produção e dimensionamento dos lotes das bebidas à base de frutas durante dois meses consecutivos. Assim, implementou-se um gerador aleatório em Linguagem C para variar a demanda, dentro dos números mostrados pela Fábrica A, em um período de 13 semanas, como mostra a Tabela 2.

Categoria do teste	Número de Testes por categoria	Número de Produtos (J)	Número de Períodos (T)
1	5	3	3
2	5	4	3
3	5	5	3
4	5	3	4
5	5	4	4
6	5	5	4
7	5	3	5
8	5	4	5
9	5	5	5
10	5	3	6
11	5	4	6
12	5	5	6
13	5	5	7
14	5	5	8

Tabela 2: Descrição dos exemplares utilizados

Demanda

Para testar o modelo com dados próximos da realidade da empresa e para testar vários problemas teste representando situações diferentes, variaram-se também as condições do gerador aleatório. Em um período de treze semanas de 2012, a demanda das bebidas de frutas variou de 110 mil caixas, com 12 unidades de 200 mL, até 216 mil caixas, portanto,

esses foram os limites inferior e superior do gerador. Porém, como raramente havia pedidos de mais de 2 sabores diferentes na mesma semana, o gerador foi construído para ficar o mais próximo possível dessas condições. Ainda, considerou-se os dados de demanda como recebidos pelo programador de produção, ou seja, já havia um viés para os dados do modelo, uma vez que a demanda já estava distribuída em semanas.

Parâmetros do modelo

$$St = 10;$$

$$LoteMax = 48 \text{ h};$$

$$p_j = 1 \text{ para } \forall j \in J, \text{ por simplicidade};$$

$$b_j = 4, \text{ para } \forall j \in J;$$

$$q_j = [1.25, 2.5, 2.084, 3.334, 2.5];$$

O parâmetro q_j foi calculado de acordo com a Tabela 1, que mostra a correspondência entre os sabores e as frações mínimas para produção (lote mínimo) utilizadas. Os valores da Tabela 1 foram convertidos em mil caixas de 12 unidades de 200mL de bebidas.

$$K_t = 144 \text{ h, uma vez que não há produção aos domingos, } \forall t \in T.$$

Dessa maneira, as variáveis do modelo, considerando os dados gerados ficaram descritas como:

x_{jms} produção da bebida j , no conjunto de máquinas m , no subperíodo s do período t em mil caixas de 12 unidades de 200 mL de bebida,

I_{jt} quantidade em estoque da bebida j no período t em mil caixas de 12 unidades de 200 mL de bebida.

Testes computacionais considerando o Modelo I

Inicialmente, consideramos os dados de demanda fornecidos pela fábrica e uma primeira configuração de envase, ou seja, 5 produtos, 3 máquinas de envase (L1,L2,L3) com capacidade de envase de 18000 embalagens por hora. Neste cenário, os testes com os dados da fábrica utilizando o Modelo I mostraram que a solução para o problema é infactível com três máquinas com capacidade de 6000 embalagens por hora cada uma. Nota-se que Modelo I

supõe que toda demanda deve ser atendida sem atrasos. Deve-se ressaltar, mais uma vez, que se considera o gargalo da produção como sendo as máquinas de envase, pois o tanque é tido como se tivesse capacidade infinita.

Como a solução foi infactível, considerou-se, em um segundo cenário, a máquina chamada de L4, com capacidade de 7500 embalagens/hora, porém, ainda não foi possível obter uma solução factível com esta configuração. Considerou-se, então, a inclusão da máquina L5. Nesta situação, o problema tornou-se factível do ponto de vista do atendimento de toda a demanda. O fato de a fábrica A trabalhar apenas com as máquinas L1, L2 e L3 e, para aumentar a factibilidade do problema, as máquinas L4 e L5 terem de ser incluídas mostra que é necessário que haja maior capacidade na Linha 1 ou que sejam incluídas novas variáveis, tais como variáveis de atraso.

Os testes indicaram que, nas soluções obtidas pelo Modelo I, os lotes de produção não ultrapassam o limite de 48h. Além disso, sempre que há produção, há limpeza, o que satisfaz os requisitos de higiene descritos na seção 3.3.3. Para ilustrar o funcionamento do modelo proposto, tomou-se inicialmente um exemplo hipotético e pequeno, com apenas 2 produtos, 2 máquinas de mesma capacidade, 2 combinações de máquinas, 3 períodos (com 10 subperíodos cada) e $K = 144$ h. Como a função é de maximização de produção, o modelo escolheu apenas $m=1$, uma vez que, tendo duas máquinas iguais:

$$M = \{(L1); (L1, L2)\};$$

$$a_m = (1; 0,5).$$

A solução do Modelo I para o exemplo ilustrativo é mostrada na Tabela 3. Note que essa solução obtida utiliza capacidade total (144 h) e está representada graficamente pela Figura 9, que também contém as respectivas variáveis de decisão e tamanho do subperíodo (representado por s_{tSt} em que t é o período e St o subperíodo correspondente). O valor absoluto da variável x_{jmts} , em caixas de 12 unidades, também está apresentado. Em seguida, seu valor em tempo é identificado, multiplicando-se seu valor por 0,5 que é a velocidade de produção escolhida pelo Modelo I neste exemplo.

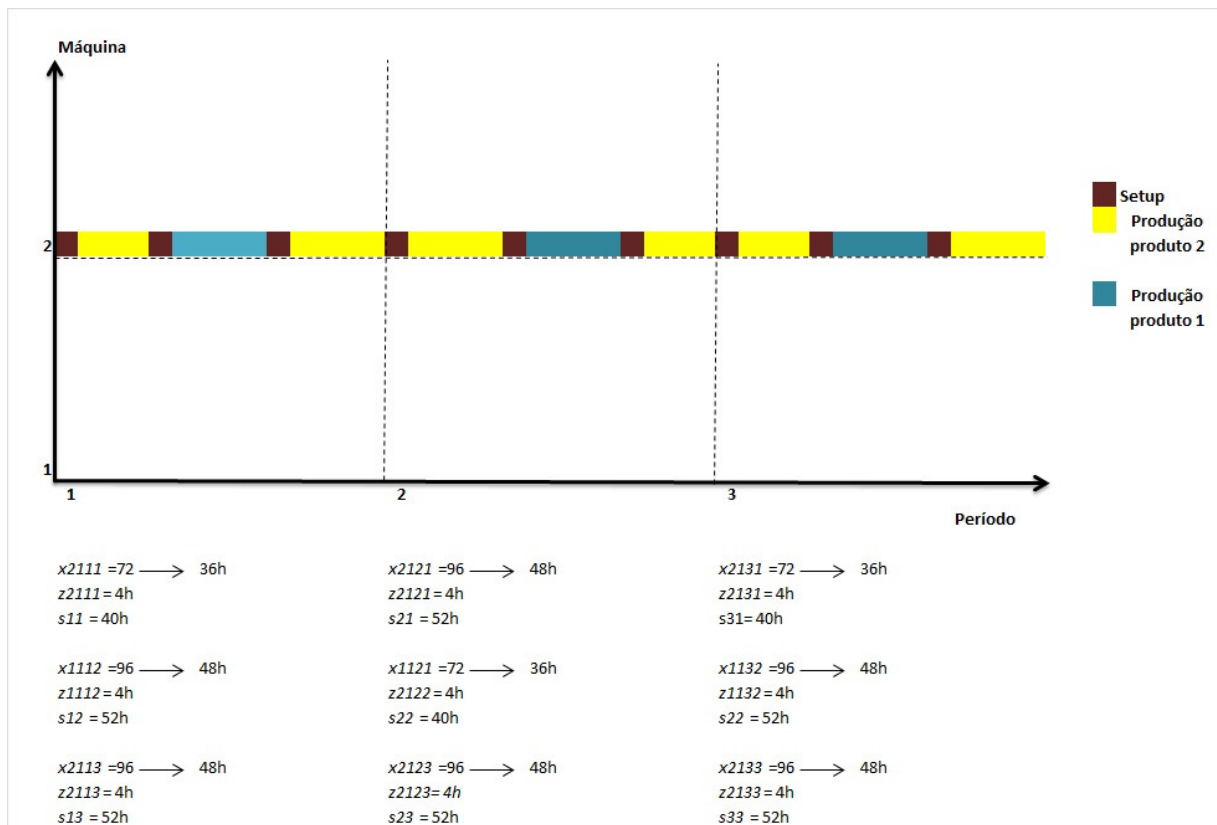
É importante destacar que, apesar de o modelo mostrar soluções tanto de dimensionamento de lotes como de sequenciamento desses lotes, as soluções de sequenciamento podem ser *permutadas* dentro do período, devido ao fato de que o *setup* independe da sequência. Outra observação é que as produções são colocadas nos primeiros subperíodos (1, 2 e 3, neste caso), o que é garantido pela restrição (32), que evita soluções

simétricas. O valor da função objetivo neste exemplo foi de 792 caixas de 12 unidades de 200mL de produto. Esse valor pode ser conferido ao somar todas as produções x_{jmts} indicadas na Figura 9.

Período 1		Período 2		Período 3	
Setup	4h	Setup	4h	Setup	4h
Produto 2	36h	Produto 2	48h	Produto 2	36h
Setup	4h	Setup	4h	Setup	4h
Produto1	48h	Produto1	36h	Produto1	48h
Setup	4h	Setup	4h	Setup	4h
Produto 2	48h	Produto 2	48h	Produto 2	48h
Total	144h	Total	144h	Total	144h

Tabela 3: Solução dada pelo Modelo I (em horas)

Figura 9: Solução do Modelo I representada em gráfico de Gantt, com os valores das variáveis de decisão e a duração de cada subperíodo.



Além do testes considerando o exemplo ilustrativo, foram realizados outros 210 testes com o Modelo I considerando os exemplares descritos na Tabela 2. Cada categoria de teste possui 5 problemas teste com demandas diferentes, resultando em 70 testes. Porém

cada exemplar de cada categoria foi variada três vezes, com e sem a adição da máquina L4, que aumenta a capacidade em 7500 embalagens por hora, e, no terceiro caso, com adição das máquinas L4 e L5, aumentando a capacidade em 19000 embalagens por hora, resultando então em 15 exemplares por categoria

Nestes novos testes, observou-se que, nas configurações anteriores da Linha de Produção 1, ou seja, com apenas 3 máquinas (L1,L2 e L3), a demanda é totalmente atendida em apenas 20% dos problemas teste. Quando se considera a primeira expansão da linha, a adição da máquina L4, já é possível atender a demanda em 31,43% dos problemas teste. Ao considerar a segunda expansão da linha, com adição da máquina L5, foi possível obter solução ótima em todos os exemplares.

Os demais detalhes dos resultados obtidos pelo Modelo I com os exemplares da Tabela 2, tais como valor da função objetivo, valor das variáveis e tempo computacional foram omitidos por não apresentarem *insights* interessantes nem permitir gerar conclusões mais genéricas.

Porém, uma vez que os dados de entrada para os primeiros testes com o Modelo I estavam enviesados pelas decisões tomadas pelo analista de programação de produção, foram realizados testes com a demanda agregada para avaliar a variação da factibilidade do Modelo I.

4.1.1.1 Estudo computacional do Modelo I considerando demanda agregada

Como mencionado anteriormente na seção 3.4, o analista de programação da produção recebe a previsão de demanda de um mês, divide-a arbitrariamente em semanas, submete-a para aprovação e depois faz a programação de produção semanal. A Figura 10 ilustra um exemplo real dos meses de outubro e novembro de 2012.

Figura 10: Informações recebidas pela Fábrica A

Estoque 15/10	Outubro					Novembro			
	Sem 40	Sem 41	Sem 42	Sem 43	Sem 44	Sem 45	Sem 46	Sem 47	Sem 48
-			-	100.650	-	127.600	-	-	-
-			-	76.042	-	128.400	-	-	-
121.370			-	-	-	231.200	-	-	-
-			-	-	321.635	374.434	-	-	-
12.158			249.790	120.336	-	552.400	-	-	-

A Tabela 4 representa as categorias de teste utilizadas nesta segunda avaliação do Modelo I. Deve-se ressaltar que os problemas descritos na Tabela 4 são diferentes dos mostrados na Tabela 2, uma vez que foram gerados novos problemas com valores aleatórios de demanda maior, colada apenas na última semana de cada mês. O parâmetro q_j também foi mudado, para simplificação do gerador aleatório de testes.

Categoria do teste	Número de Testes por categoria	Número de Produtos (J)	Número de Máquinas	Número de Períodos (T)
15	10	3	3	4
16	10	4	3	4
17	10	5	3	4
18	10	3	3	8
19	10	4	3	8
20	10	5	3	8
21	10	3	4	4
22	10	4	4	4
23	10	5	4	4
24	10	3	4	8
25	10	4	4	8
26	10	5	4	8
27	10	3	5	4
28	10	4	5	4
29	10	5	5	4
30	10	3	5	8
31	10	4	5	8
32	10	5	5	8

Tabela 4: Problemas para o Modelo I com demanda agregada

Ao refazer os testes com a demanda agregada, procura-se avaliar se o Modelo I consegue representar adequadamente a realidade da programação da produção da Fábrica A, comparando, por exemplo, nestas novas soluções, a desagregação da demanda feita pelo Modelo I e a feita pelo programador de produção.

Demanda

Para testar o modelo com dados próximos da realidade da empresa e para testar vários problemas teste representando situações diferentes, variaram-se também as condições do gerador aleatório. De acordo com a Figura 10, as demandas agregadas variavam de

100.000 a 500.000 caixas com 12 unidades de 200 mL, apenas na última semana do mês. O gerador foi construído para ficar o mais próximo possível dessas condições. Dessa forma, nos testes das categorias a , os períodos considerados como 4 semanas ou 8 semanas, para facilitar a distribuição da demanda.

Parâmetros do modelo

$$q_j = 2 \forall j \in J .$$

O parâmetro q_j foi simplificado para 2 para todos os produtos para facilitar os cálculos do gerador aleatório.

Os problemas das categorias de 15 a 32 foram resolvidos em tempo computacional menor ou igual a 1 segundo. Todos os exemplares factíveis foram resolvidos na otimalidade. A factibilidade das categorias com 3, 4 e 5 máquinas aumentou em relação ao primeiro teste, como mostra a Tabela 5:

Número de Máquinas	Factibilidade categorias 1 a 14	Factibilidade categorias 15 a 32
3	20%	21,67%
4	31,43%	46,67%
5	100%	100%

Tabela 5: comparação de factibilidade

Nos exemplares com 3 máquinas, a factibilidade dos problemas ficou bem próxima, enquanto nos exemplares com quatro máquinas o fato da demanda estar agregada aumentou a possibilidade de atender a demanda em sua totalidade em cerca de 15%.

Estas simulações realizadas indicaram que o plano de expansão da empresa é oportuno para os padrões de demanda atual. O *solver* CPLEX resolveu todos os problemas teste encontrando e provando a otimalidade das soluções obtidas. É importante ressaltar que o tempo computacional para resolução desses exemplares de teste não passa de um segundo, ou seja, esses problemas teste foram facilmente resolvidos pelo CPLEX.

Na próxima seção são realizados vários experimentos com exemplares semelhantes aos da Tabela 2, porém com uma simples variação do Modelo I, o Modelo II, e os resultados obtidos serão apresentados e analisados de forma mais detalhada.

4.2 Problema de dimensionamento de lotes com múltiplas máquinas para minimização dos custos de atendimento da demanda – Modelo II

O Modelo II foi construído como uma variante mais geral do Modelo I, do ponto de vista dos critérios a serem otimizados, com o intuito de que pudesse contribuir para esta e outras empresas com processos similares, porém, em condições administrativas um pouco diferentes. Assim, incluiu-se custo de *setup*, custo de estoque, custo de atraso e variáveis que possibilitassem eventuais atrasos nas entregas. Tais modificações são importantes, como visto na seção 4.1.1., em que foi mostrada a necessidade de incluir variáveis de atraso para representar melhor a realidade da Fábrica A. Os parâmetros e variáveis do Modelo II continuam os mesmos do modelo anterior, com exceção dos descritos a seguir:

Parâmetros do modelo:

h_j custo de estocagem da bebida j ;

g_j custo de atraso da bebida j ;

Set_j custo de *setup* da bebida j .

Variáveis

U_{jt} quantidade em atraso da bebida j no período t ,

Dessa forma, tem-se:

Função Objetivo

$$\min \sum_{j \in J} \sum_{m \in M} \sum_{t \in T} \sum_{s \in St} Set_j z_{jmst} + \sum_{j \in J} \sum_{t \in T} (g_j U_{jt} + h_{jt} I_{jt}), \quad (33)$$

$$I_{j(t-1)} + \sum_{m \in M} \sum_{s \in St} x_{jmst} + U_{jt} = I_{jt} + d_{jt} + U_{j,t-1}, \forall j \in J, \forall t \in T, \quad (34)$$

$$\sum_{m \in M} \sum_{j \in J} \sum_{s \in St} a_m x_{jmst} + \sum_{m \in M} \sum_{j \in J} \sum_{s \in St} b_j z_{jmst} \leq K_t, \forall t \in T, \quad (35)$$

$$x_{jmst} \geq q_j z_{jmst}, \forall j \in J, \forall m \in M, \forall s \in St, \forall t \in T, \quad (36)$$

$$\sum_{m \in M} \sum_{j \in J} z_{jmst} \leq 1, \forall s \in St, \forall t \in T, \quad (37)$$

$$x_{jmts} \leq \left(\frac{LoteMax}{a_m} \right) z_{jmts} \quad \forall j \in J, \forall m \in M, \forall s \in St, \forall t \in T, \quad (38)$$

$$z_{jmts} \in \{0,1\}, x_{jmts} \geq 0, I_{jt} \geq 0, U_{jt} \geq 0 \quad \forall j \in J, \forall m \in M, \forall s \in St, \forall t \in T. \quad (39)$$

A função objetivo (33) minimiza a soma dos custos de *setup*, estoque e atrasos nas entregas. As restrições (34) são de balanço de fluxo. Tal conjunto de restrições é o único em que aparecem as diferenças em relação às restrições do modelo anterior: a soma do estoque do período anterior, da produção do período atual e do *atraso do período atual* tem que ser igual à soma do estoque do período atual, com a demanda e o *atraso do período anterior*. Nesse modelo também foi adicionada a restrição anterior (32) para evitar o aparecimento de soluções simétricas nos subperíodos, reproduzida abaixo por conveniência.

Os testes foram realizados duas vezes: o primeiro teste com os mesmos problemas foram resolvidos em tempo total de 18h47min com a restrição (32) presente. Quando a restrição é removida do modelo, os mesmos problemas foram resolvidos em 26h10min.

Convém notar que os Modelos I e II desconsideram as variáveis de sequenciamento do modelo (6) – (13) de Meyr (2002), uma vez que o *setup*, no estudo de caso, é independente da sequência (i.e. não há restrição correspondente à restrição (12)). As restrições (30) e (38), similares às restrições (9) do modelo proposto por Meyr (2002), garantem que não haverá produção de lote maior do que 48 horas. Essa comparação não é válida para o Modelo III, apresentado adiante, porque é baseado no modelo CLSP, que não possui variáveis de sequenciamento.

O modelo em Leite (2008) considera a capacidade e a preparação dos tanques, além de considerar que as produções tem que ser múltiplas de um valor inteiro, referente ao tamanho do kit e quantos litros de bebida ele produz (Tabela 3). Porém, essas quantidades mudaram na Fábrica A e, conseqüentemente, nos Modelos I, II e III tratou-se como uma restrição de maior ou igual a um valor mínimo (restrições 28, 36 e 43, respectivamente), que faz a hélice do misturador girar. A próxima seção descreve os resultados computacionais obtidos com o Modelo II.

4.2.1 *Estudo Computacional do Modelo II nas condições da Fábrica A*

O ambiente computacional e os parâmetros utilizados são os mesmos do estudo do Modelo I (seção 4.1.1.), com a inclusão dos custos de estocagem h_j , de atraso u_j e de *setup* Set_j . Deve-se ressaltar que os custos de estoque, por simplicidade iguais a 1 para $\forall j \in J$, foram baseados em estimativas do preço do produto, uma vez não foi possível obter informações do custo do produto e os custos de estocagem e *setup* são difíceis de estimar. Por simplicidade, o custo de atraso foi aumentado em 10 vezes o valor de estoque; este fator foi baseado na diferença entre uma taxa de remuneração de 1% (custo de estoque) ao mês e uma margem de contribuição de 10% do valor do produto (custo de atraso). O custo de *setup* foi estimado com base no tempo em que não se está produzindo, ou seja, uma produção equivalente a quatro horas (*i.e.* custo de oportunidade). Tais custos foram assim estimados porque não puderam ser obtidos na Fábrica A.

O gerador de demanda também foi usado da mesma forma. Uma vez que o Modelo I resolveu todos os problemas teste rapidamente, as categorias de teste para o Modelo II foram um pouco diferentes. Considerou-se mais produtos e mais períodos por categoria, não ultrapassando um período de 13 semanas, equivalente a 3 meses. Este trabalho visa apoiar decisões de programação de produção no nível operacional e não tem o intuito de propor uma ferramenta para o planejamento tático, (*i.e.* médio prazo); entretanto, o número de períodos foi aumentado gradativamente durante estes testes para estudar o comportamento do Modelo II, com o aumento do número de variáveis e restrições. A Tabela 6 descreve as categorias dos testes. Note que as categorias da Tabela 6 são diferentes das categorias da Tabela 2 (*i.e.* são problemas maiores).

Categoria do teste	Número problemas por categoria	Número de Produtos	Número de Períodos
1	5	5	6
2	5	5	7
3	5	5	8
4	5	5	9
5	5	5	10
6	5	5	11
7	5	5	12
8	5	5	13
9	5	6	13
10	5	7	13
11	5	8	13
12	5	9	13
13	5	10	13

Tabela 6: Categorias de problema teste para o Modelo II

Para realização desses testes, tem-se:

$$Lotemax = 48h;$$

$$h_j = 1;$$

$$g_j = 10;$$

$$Set_j = 100;$$

Os resultados dos testes estão apresentados nas Tabelas 7, 8 e 9.

Neste trabalho, como em Trigeiro *et al.* (1989), avaliam-se as soluções através da diferença percentual entre o valor da função objetivo da melhor solução factível encontrada (limitante superior) e o valor do melhor limitante inferior, encontrado pelo *solver* CPLEX, dividido pelo valor do limitante inferior. Esta diferença percentual é chamada de "gap":

$$gap = \frac{\text{limitante superior} - \text{limitante inferior}}{\text{limitante inferior}} \times 100$$

	Número de exemplares da categoria	Número de exemplares da categoria resolvidos com prova de otimalidade	Valor médio Função Objetivo (1000\$)	Valor médio Gap	Valor médio Tempo de Resolução (s)
1	5	5	2553	0%	140
2	5	5	2938	0%	37
3	5	4	3281	0,24%	795
4	5	5	3681	0%	101
5	5	4	4772	0,24%	773
6	5	4	4263	1,13%	784
7	5	5	5478	0%	123
8	5	4	6033	0,03%	785
9	5	3	5743	0,23%	1666
10	5	5	5701	0%	299
11	5	2	6515	0,63%	2544
12	5	2	6377	0,32%	2214
13	5	1	6072	0,45%	2917

Tabela 7: Valores médios de resolução dos problemas teste

Dentro de cada categoria, a maior parte dos problemas teste foi resolvida na otimalidade, dentro do limite de tempo de 3600s, com exceção dos problemas das categorias de 11 a 13. Isso pode ser observado também pelo aumento na coluna Valor médio *Gap*, uma vez que o *gap* é calculado pela diferença entre a melhor estimativa e a melhor solução encontrada. Na categoria de testes 6, houve um problema com *gap* relativamente alto, conforme demonstrado na Tabela 8; esse problema é o que faz o *gap* da categoria 6 ser mais alto do que os outros.

É possível notar que, à medida que se aumenta o número de períodos, aumenta-se a quantidade de produtos que podem ser produzidos e também a possibilidade de atraso, caso a capacidade não seja suficiente. Por isso, observa-se o crescimento do valor (médio) da função objetivo, com exceção das categorias 6, 9 e 10, em que houve decréscimo. Para que a eficiência do modelo seja melhor ilustrada, apresenta-se na Tabela 8 os problemas teste cuja solução ótima não foi encontrada dentro do tempo delimitado. Os problemas teste foram nomeados da seguinte forma:

P (número de produtos)_(número de períodos)_(número do problema teste dentro da categoria)

Categoria	Problema Teste	Tempo de resolução	Gap
3	P5_8_1	3600	1,18%
5	P5_10_4	3600	1,21%
6	P5_11_1	3600	5,67%
8	P5_13_4	3600	0,16%
9	P6_13_2	3600	0,36%
9	P6_13_3	3600	0,80%
11	P8_13_1	3600	2,06%
11	P8_13_3	3600	0,19%
11	P8_13_4	3600	0,92%
12	P9_13_0	3600	0,95%
12	P9_13_1	3600	0,54%
12	P9_13_2	3600	0,11%
13	P10_13_0	3600	0,66%
13	P10_13_1	3600	0,12%
13	P10_13_2	3600	1,38%
13	P10_13_4	3600	0,08%

Tabela 8: Gap dos problemas teste não resolvidos em 3600s

Nota-se na Tabela 8 que, ainda que não se tenha obtido a solução ótima desses problemas teste dentro do tempo limite, o *solver* Cplex chegou bem perto, apresentando *gaps* relativamente baixos. A Tabela 9 apresenta os valores médios das soluções das categorias.

	Valor Médio Produção total (em 1000 Caixas de 12 unidades)	Valor Médio Setup Total (número de CIPS)	Valor Médio Estoque total(em 1000 Caixas de 12 unidades)	Valor Médio Atraso Total (porcentagem da demanda)
1	1594,3	18,2	647,1	0,33%
2	1718,0	19,0	315,1	0,37%
3	2047,9	23,2	950,6	0,03%
4	2276,2	25,6	1044,4	0,21%
5	2553,0	29,0	1785,3	0,21%
6	2763,2	31,8	898,8	0,57%
7	3030,8	34,0	1811,6	0,48%
8	3278,2	37,0	2409,2	0,03%
9	3247,5	36,0	2127,0	0,03%
10	3260,8	36,6	1909,6	0,23%
11	3279,8	37,2	2649,2	0,22%
12	3271,3	36,8	2472,5	0,35%
13	3213,5	37,6	2234,8	0,13%

Tabela 9: Valores médios das soluções dos problemas teste das categorias de 1 a 13

Das categorias 1 a 7, observa-se aumento de produção e do número de *setups* feitos, principalmente devido ao aumento do número de períodos. A partir da categoria 8, em que o número de períodos passa a ser 13, observa-se que a produção não cresce e varia dentro do intervalo [3200,3300], em mil caixas. O número de *setups* também não apresenta grande variabilidade, uma vez que se tem uma capacidade máxima fixa, e aumentou-se o número de produtos que deve ser produzido dentro desse período. Em todas as categorias, o atraso é relativamente pequeno se comparado ao número de caixas produzidas e de caixas estocadas e é.

4.2.2 Os resultados do Modelo II e a programação da produção da Fábrica A.

Conforme fornecido pela Fábrica A, em determinado período do ano, o programa mestre de produção da Linha 1 foi fornecido conforme indicado nas tabelas 10, 11, 12, 13, 14, para os produtos 1, 2, 3, 4 e 5, respectivamente. Os números negativos indicam *falta* de estoque, ou seja, o atraso na entrega dos produtos. Os cálculos realizados para

obtenção das informações de estoque foram realizados pela autora, uma vez que o analista que faz a programação da produção não possuía tais números. Conforme discutido em 4.1.1.1, o analista recebe a previsão de demanda de um mês, divide-a arbitrariamente em semanas, submete-a para aprovação e depois disso faz a programação de produção semanal.

		Outubro					Novembro			
Produto: 1	Períodos									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Previsão de demanda independente		0	0	0	100.650	100.650	127.600	0	0	0
Estoque atual/projetado	0	0	0	0	3.650	-97.000	-183.800	-183.800	-183.800	-183.800
Programa mestre de produção (MPS)		0	0	0	104.300	0	40.800	0	0	0

Tabela 10: Programa Mestre de Produção do Produto 1

		Outubro					Novembro			
Produto: 2	Períodos									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Previsão de demanda independente		0	0	0	76.042	76.042	128.400	0	0	0
Estoque atual/projetado	0	0	0	2.758	-73.284	-76.984	-76.984	-76.984	-76.984	-183.800
Programa mestre de produção (MPS)		0	0	0	78.800	0	124.700	0	0	0

Tabela 11: Programa Mestre de Produção do Produto 2

		Outubro					Novembro			
Produto: 3	Períodos									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Previsão de demanda independente		0	0	0	0	0	231200	0	0	0
Estoque atual/projetado	121.370	121.370	121.370	121.370	121.370	121.370	46.120	46.120	88.970	88.970
Programa mestre de produção (MPS)		0	0	0	0	0	155.950	0	42.850	0

Tabela 12: Programa Mestre de Produção do Produto 3

		Outubro					Novembro			
Produto: 4	Períodos									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Previsão de demanda independente		0	0	0	0	321.635	374.434	0	0	0
Estoque atual/projetado	0	0	0	0	0	11.665	-362.769	-238.069	-186.419	62.981
Programa mestre de produção (MPS)		0	0	0	0	333.300	0	124.700	51.650	249.400

Tabela 13 : Programa Mestre de Produção do Produto 4

Produto: 5	Outubro					Novembro				
	Períodos									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Previsão de demanda independente	0	0	0	249.790	120.336	370.126	552.400	0	0	0
Estoque atual/projetado	12.158	12.158	12.158	-237.632	-233.268	-603.394	-1155794	-906.394	-654.994	-530.294
Programa mestre de produção (MPS)		0	0	218.700	124.700	0	0	249.400	251.400	124.700

Tabela 14: Programa Mestre de Produção do Produto 5

As demandas informadas nas Tabelas de 8 a 12 estavam agregadas na semana 6, pois é muito superior ao comparado com as outras semanas. O analista confirmou que o mês de novembro ainda não estava fechado até a data de realização dos testes a seguir. Ele também informou que a linha de produção não rodava mais apenas em 6 dias, ou seja, a produção pode rodar até 7 dias, se fosse necessário. Porém, por simplicidade, os testes exibidos nessa seção consideram produção somente de 6 dias (ou seja, capacidade máxima de 144 h). Havia um estoque inicial de 121.370 caixas com 12 unidades do produto 3 e 12.158 caixas com 12 unidades do produto 5.

De acordo com as informações de estoque das tabelas 10, 11, 12, 13 e 14, tem-se, então:

Custo de estoque = (soma de todos os números positivos) × 1

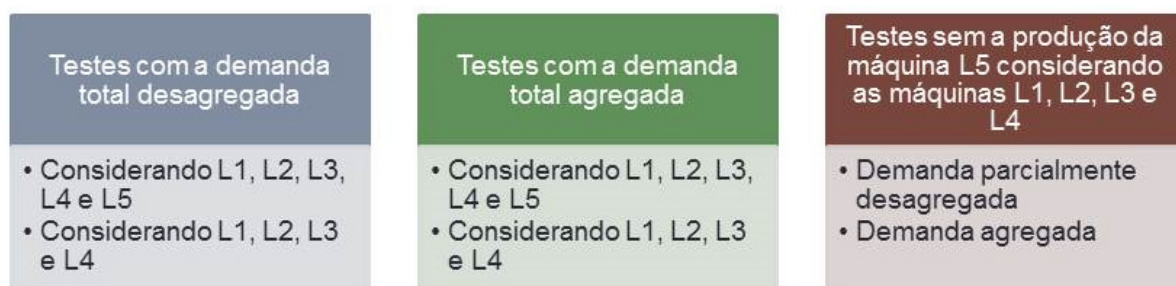
Custo de atraso = (soma de todos os números negativos em módulo) × 10

Total custos de estoque (749.135,00) + atraso (47.285,660) = 48.034.795,00 unidades monetárias.

4.2.2.1 Resultados dos testes com o Modelo II

Os testes com o Modelo II foram realizados em três cenários com características diferentes, representados pela Figura 11. O termo demanda agregada é aqui utilizado devido ao fato das informações recebidas pela Fábrica A virem na forma apresentada pela Figura 10. Como descrito nas Seções 3.4 e 4.1.1.1 o analista de PCP recebe a demanda mensal e a desagrega em semanas. Assim, no cenário 1, utilizando apenas os dados de previsão da Figura 10, os testes com o Modelo II estariam enviesados pela desagregação de demanda do analista, limitando dessa forma o potencial das soluções do Modelo II.

Figura 11: Cenários 1, 2 e 3, respectivamente, utilizados para testes com o Modelo II



Para efeitos de comparação, então, foram feitos dois testes adicionais, de modo que a demanda agregada é colocada no final do período, como pode ser visto na Tabela 15. É esperado que, ao se transferir a demanda para períodos mais distantes, como o final do mês, o custo de atraso diminua de forma significativa; porém, a quantificação e avaliação dessa redução desse custo torna-se mais fácil com a utilização de um modelo matemático.

Produto	Demanda								
	Outubro					Novembro			
	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	0	0	0	0	100.650	0	0	0	127.600
2	0	0	0	0	76.042	0	0	0	128.400
3	0	0	0	0	0	0	0	0	231.200
4	0	0	0	0	321.635	0	0	0	374.434
5	0	0	0	0	370.126	0	0	0	552.400

Tabela 15: Demanda agregada no final do mês para testes com o Modelo II

Ainda, considerou-se um outro cenário com a inclusão da máquina L5, nos testes com o Modelo II. Esta máquina não estava funcionando até meados de 2012, e entrou em funcionamento a partir do segundo semestre de 2012. Para efeitos de comparação, há testes em que apenas as máquinas L1, L2, L3 e L4 podem ser utilizadas, como descrito na Figura 11. Para uma comparação *mais justa*, neste terceiro cenário considerou-se a produção da máquina L5 retirada da demanda e a utilização das quatro máquinas citadas acima.

A seguir, apresenta-se os resultados sintetizados dos testes nas Tabelas 16, 17 e 18, para os Cenários 1, 2 e 3, respectivamente. Ressalta-se que as comparações dessas tabelas com o programa da Fábrica A são limitadas, uma vez que este programa não considera explicitamente custos de atraso, estoque e *setup*, conforme ressaltado pelo analista da empresa.

Cenário 1 – Demanda desagregada			
	Fábrica A 5 máquinas demanda total	Modelo 2 com demanda total 5 máquinas	Modelo 2 com demanda total 4 máquinas
Custo Estoque	749.135,00	3.674.353,816	3.215.400,00
Custo Atraso	47.285.660,00	0	6.472.000,00
Custo total	48.034.795,00	3.674.353,816	9.687.400,00
% Fábrica A	100%	7,65%	20,17%

Tabela 16: Resultados dos testes com o Modelo II no cenário 1

No Cenário 1, as soluções obtidas pelo Modelo 2 foram menos custosas, do ponto de vista do atraso e estoque, representando apenas 7,65% do custo total da Fábrica A utilizando 5 máquinas, e apenas 20,17% do custo total usando 4 máquinas. Ou seja, mesmo utilizando um número menor de máquinas é possível obter soluções menos custosas do que as atuais utilizadas pela fábrica, resguardadas as limitações dessa comparação. Deve-se observar também que, ao utilizar 5 máquinas, não há atraso na solução do Modelo II, diferentemente do programa da Fábrica A. E, ao utilizar 4 máquinas, o atraso do Modelo II é bem menor do que o do programa da fábrica.

Ao analisar de maneira qualitativa, deve-se considerar a os objetivos estratégicos, como por exemplo observando qual é a missão e a visão da empresa ou o quanto um possível atraso afeta sua relação com o cliente.

Cenário 2 – Demanda Agregada			
	Fábrica A 5 máquinas demanda total	Modelo II com demanda total agregada 5 máquinas	Modelo II com demanda total agregada 4 máquinas
Custo Estoque	749.135,00	2.819.583,57	2.819.600,00
Custo atraso	47.285.660,00	0	0
Custo total	48.034.795,00	2.819.583,57	2.819.600,00
% Fábrica A	100%	5,87%	5,87%

Tabela 17: Resultados dos testes com o Modelo II no cenário 2

No Cenário 2, que difere do Cenário 1 apenas por agregar a demanda nos períodos finais de cada mês, a economia é ainda maior, conforme esperado: os custos

representam apenas 5,87% do custo da Fábrica A nos dois exemplos e não há atraso. Isso indica que dentro das limitações de comparação assumidas, as decisões da distribuição de demanda mensal nas semanas escolhidas pelo modelo são menos custosas do que a distribuição feita pelo analista de programação de produção. Assim, como no Cenário 1, no Cenário 2 as soluções do Modelo II resultam em atrasos e estoques bem menores do que o programa da fábrica (os atrasos do modelo foram nulos).

	Cenário 3		
	Fábrica A 4 máquinas retirada produção de L5 da demanda	Modelo 2 com demanda igual 4 máquinas	Modelo 2 com demanda agregada 4 máquinas
Custo Estoque	925.827,00	3.190.600,00	2.752.500,00
Custo Atraso	31.337.650,00	0	33.797,00
Custo total	32.263.477,00	3.190.600,00	2.786.297,00
% Fábrica A	100%	6,64%	5,80%

Tabela 18: Resultados dos testes com o Modelo II no cenário 3

O Cenário 3 difere dos Cenários 1 e 2 porque a demanda ou capacidade é reduzida, desconsiderando-se a produção da máquina L5, e considerando-se apenas as máquinas L1, L2, L3 e L4. Esse cenário foi considerado devido ao fato de que a máquina L5 só chegou ao desempenho esperado no final de 2012. Novamente, os resultados obtidos com o Modelo 2 foram menos custosos do que os da Fábrica A e a utilização de demanda agregada reduziu ainda mais o custo.

Para todos os cenários, porém, é necessário considerar o *trade-off* entre custos de atraso e custos de estoque. Já foi descrito que o gerente de produção não considera os custos de estoque como uma questão importante. Porém, assim que o acordo descrito na seção 3.4, sobre atraso na entrega entrar em vigor, os efeitos de eventuais atrasos e estoques poderão ser significativos.

Nota-se que, nos experimentos realizados, o atraso é o maior gerador de custos na função objetivo do Modelo II; porém deve-se lembrar que esses experimentos consideram que o custo de estoque é 10 vezes menor que o custo de atraso. Ainda, partir da premissa de que todas as máquinas trabalham de forma sincronizada é uma simplificação do processo produtivo da empresa. Em realidade, a Fábrica 1 considera as máquinas L1, L2, e L3 como uma linha de produção e as máquinas L4 e L5 como outra, uma vez que estão ligadas a

pasteurizadores diferentes. Dessa forma, a produção nas duas linhas começa sincronizada no início dos períodos, mas, devido às velocidades diferentes e eventuais problemas ou quebras imprevisíveis, não necessariamente terminam a produção juntas.

Entretanto, apesar das simplificações feitas aqui, convém lembrar que, em ambos os testes realizados com o Modelo II, a capacidade em horas era de 144 h, ou um dia a menos do que uma semana, o que possivelmente poderia dar cobertura a eventuais quebras e /ou falta de sincronia nas máquinas da Linha 1. Ainda, observa-se que os custos de setup não foram apresentados porque são relativamente pequenos quando comparados aos custos de estoque e atraso.

4.3 Problema de dimensionamento de lotes sem sequenciamento com múltiplas máquinas minimização dos custos de atender a demanda – Modelo III

Conforme visto em 4.1.1, apesar de os modelos anteriores mostrarem soluções tanto de dimensionamento de lotes como de sequenciamento da produção, as soluções de sequenciamento podem ser *permutadas* dentro do período, devido ao fato de que o *setup* independe da sequencia. Assim, a seguinte pergunta torna-se pertinente: por que usar um modelo baseado em GLSPPL, que, no caso mais geral, prevê decisões de sequenciamento com *setup* dependente, ao invés de basear-se diretamente em outro modelo mais simples como, por exemplo, o CLSP, que não inclui tais decisões?

Dessa forma, a partir do Modelo II e do modelo CLSP, foi desenvolvido um modelo simplificado, representando a mesma situação-problema, mas retirando-se as decisões de sequenciamento. Essa sugestão foi dada por Ferreira em 2012, durante qualificação deste trabalho de mestrado. Os parâmetros e variáveis do Modelo III continuam os mesmos Modelo II, com exceção de:

Variáveis

x_{jmt} produção da bebida j na combinação de máquinas m no período t , ou seja :

$$x_{jmt} = \sum_{s \in St} x_{jmst} ;$$

z_{jmt} número de *setups* realizados para produção da bebida j na combinação

de máquinas m do período t ou seja : $z_{jmt} = \sum_{s \in St} z_{jmst} .$

Ou seja, não haverá mais consideração de subperíodos neste modelo, uma vez que não importa a sequência em que os lotes foram produzidos no período, que continua equivalendo a uma semana. Note que as variáveis do Modelo III podem ser vistas como substituição das variáveis x_{jmts} e z_{jmts} do Modelo II.

Dessa forma, tem-se o Modelo III, mais compacto que o Modelo II:

Função Objetivo

$$\min \sum_{j \in J} \sum_{m \in M} \sum_{t \in T} \text{Set } j z_{jmt} + \sum_{j \in J} \sum_{t \in T} (g_j U_{jt} + h_{jt} I_{jt}), \quad (40)$$

$$I_{j(t-1)} + \sum_{m \in M} x_{jmt} + U_{jt} = I_{jt} + d_{jt} + U_{j,t-1}, \forall j \in J, \forall t \in T, \quad (41)$$

$$\sum_{m \in M} \sum_{j \in J} a_m x_{jmt} + \sum_{m \in M} \sum_{j \in J} b_j z_{jmt} \leq K_t, \forall t \in T, \quad (42)$$

$$x_{jmt} \geq q_j z_{jmt}, \forall j \in J, \forall m \in M, \forall t \in T, \quad (43)$$

$$x_{jmt} \leq \left(\frac{\text{LoteMax}}{a_m} \right) z_{jmt} \forall j \in J, \forall m \in M, \forall t \in T, \quad (44)$$

$$z_{jmt} \in \mathbf{Z}, z_{jmt} \geq 0; x_{jmt} \geq 0, I_{jt} \geq 0, U_{jt} \geq 0 \forall j \in J, \forall m \in M, \forall t \in T. \quad (45)$$

A função objetivo (40) minimiza a soma dos custos de *setup*, estoque e atrasos nas entregas similarmente ao Modelo II. As restrições (41) são de balanço de fluxo, indicando que o estoque do período anterior mais a produção do período atual tem que ser igual ao estoque do período atual mais a demanda do período atual. As restrições (42) são de capacidade, relacionadas ao tempo; assim, o tempo gasto com produção, mais o tempo gasto com o *setup* não pode ultrapassar o tempo disponível daquele período. A restrição (37) de unicidade de escolha de máquina e produto por subperíodo do Modelo II é desconsiderada no Modelo III, uma vez que há possibilidade de produzir vários produtos em várias máquinas no período.

As restrições (43) e (44) merecem uma discussão mais detalhada. Ao substituir as variáveis $x_{jmt} = \sum_{s \in St} x_{jmts}$ e $z_{jmt} = \sum_{s \in St} z_{jmts}$, as restrições (43) e (44) de lote mínimo e de lote máximo (similares a (35) e (36)) ficaram do tipo restrições *surrogate* ou substitutas dos subperíodos s . Por esse motivo, são relaxações do Modelo II e aparentemente não garantem

que cada um dos lotes dos produtos j no mesmo período t terá tamanho do lote mínimo q_j e, no máximo, $\left(\frac{LoteMax}{a_m}\right)$. Neste caso, o Modelo III poderia produzir uma solução infactível para o problema definido no Capítulo 3.

Porém, não se encontrou nenhum exemplo numérico que mostrasse isso. De fato, sempre é possível dividir um lote grande x_{jmt} da solução do Modelo III (caso ultrapasse o valor máximo) pelo número de *setups* realizados nessa solução, ou seja, z_{jmt} e, assim, obter lotes menores que $\left(\frac{LoteMax}{a_m}\right)$. O mesmo argumento é válido para a restrição de lote mínimo q_j .

Considere o seguinte simples exemplo numérico: seja $q_j = 2$, $\left(\frac{LoteMax}{a_m}\right) = 10$. Supondo que se obteve como solução um lote $x_{jmt} = 24$ e o número de *setups* $z_{jmt} = 3$ tem-se que o resultado imediato do quociente é 8: esse número é maior que o lote mínimo 2 e menor que o lote máximo 10, portanto, satisfaz as restrições. Ainda, deve-se considerar a interpretação do analista de programação, que pode escolher fazer dois lotes máximos (iguais a 10) mais um lote menor (igual a 4). Ou seja, esse simples pós processamento na solução do Modelo III produz novos lotes (menores) que sempre são factíveis do ponto de vista dos lotes mínimo e máximo.

Finalmente, as restrições (45) são do domínio de variáveis.

Deve-se ressaltar que o Modelo III não pode ser considerado um CLSP clássico, devido ao fato de que a variável z_{jmt} é agora inteira e positiva ao invés de binária, como no CLSP.

4.3.1 Resultados comparativos de desempenho e solução entre o Modelo II e o Modelo III, com relação a programação da produção da Fábrica A.

Para comparar o desempenho dos Modelos II e III, utilizou-se os mesmos cenários avaliados em 4.2.2. As soluções obtidas por ambos foram idênticas em termos do valor da função objetivo, produção total, estoque total e atraso total, porém, na maioria dos casos, o Modelo III foi resolvido mais rapidamente, como pode ser visto na Tabela 19:

	Problema	Parâmetros	
		Tempo (s)	Gap (%)
Cenário 1	Modelo II com demanda total 5 máquinas	3600	0,02
	Modelo III com demanda total 5 máquinas	1520	0
	Modelo II com demanda total 4 máquinas	3600	0,75
	Modelo III com demanda total 4 máquinas	1530	0
Cenário 2	Modelo II com demanda total agregada 5 máquinas	25	0
	Modelo III com demanda total agregada 5 máquinas	4	0
	Modelo II com demanda total agregada 4 máquinas	91	0
	Modelo III com demanda total agregada 4 máquinas	15	0
Cenário 3	Modelo II com demanda igual 4 máquinas	10	0
	Modelo III com demanda igual 4 máquinas	50	0
	Modelo II com demanda agregada 4 máquinas	92,55	0
	Modelo III com demanda total agregada 4 máquinas	5	0

Tabela 19: Resultados comparativos entre os Modelos II e III

É importante lembrar, entretanto, que o Modelo III requer um pequeno *pós processamento*, para revisar os tamanhos dos lotes obtidos e garantir que a solução seja factível do ponto de vista dos lotes mínimos e máximos. Esse pós processamento consiste

simplesmente em dividir o lote grande x_{jmt} (caso ultrapasse o valor máximo) pelo número de *setups* realizados, ou seja, z_{jmt} e, assim, obter lotes factíveis menores que $\left(\frac{LoteMax}{a_m}\right)$. Esses lotes menores sempre satisfazem a restrição de lote mínimo q_j .

É importante ressaltar que é possível que o Modelo II encontre a solução ótima antes do Modelo III, embora demore mais tempo para provar a otimalidade, o que pode ser uma justificativa para utilização do Modelo II em alguns casos.

4.4 Validação

No início de 2013, visitou-se a Fábrica A com o objetivo de mostrar os resultados desse trabalho. Participaram da reunião dois tomadores de decisão: o coordenador de produção e o analista de produção que faz a programação da produção de todos os produtos da Fábrica A. Uma vez que não foi possível se obter informações sobre custos reais, a avaliação do *trade-off* dos Modelos II e III considerado neste trabalho (em que o custo de atraso foi arbitrado dez vezes maior que o custo de estocagem) ficou comprometida no processo de validação

Então, mostrou-se algumas simulações com o Modelo I, usando dados dos meses de outubro e novembro de 2012. Nesta ocasião, o analista de programação informou que ele fez a programação da produção considerando que cada máquina teria apenas 78% de eficiência. Além disso, que a máquina L5 somente recentemente passou a funcionar dentro do desempenho esperado. A solução obtida pelo Modelo I, já considerando a eficiência de 78% das máquinas, está mostrada na Tabela 20.

Produto	Outubro					Novembro			
	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	147,2393	81,76074							
2	147,2393	147,2393	147,2393	294,4785					147,2393
3		147,2393	147,2393				147,2393		147,2393
4	24,53988	90,0184	147,2393	147,2393		171,7791		441,7178	171,7791
5	147,2393		24,53988	24,53988	363,681	294,4785	319,0184	24,53988	

Tabela 20: Solução do Modelo I para teste realizado na Fábrica A, em mil caixas.

Essa solução foi considerada pelo analista de produção como muito próxima do que ele faz na prática, com exceção dos números em negrito e sublinhados. No caso do Modelo I, a função objetivo prioriza a maximização da margem de contribuição e não considera custos, portanto, suas soluções evitam períodos ociosos. No entanto, o analista apontou que, neste caso, esses lotes seriam relativamente pequenos e talvez fosse melhor não produzir nada nesses períodos. Uma simples alternativa para isso seria revisar, nos parâmetros do Modelo I, os tamanhos de lotes mínimos, correspondentes a q_j , para alguns desses produtos (restrição (28)).

Deve-se ressaltar que esse problema foi resolvido em cerca de 1 segundo pelo CPLEX 12.4 e o analista de produção afirmou precisar de pelo menos 40 minutos cada vez que tem que programar ou reprogramar a produção. Ele também aprovou usar o Modelo I com parâmetros de demanda agregada, porque considerou que a escolha de divisão da demanda durante as semanas consideradas no Modelo I também foi parecida com a que ele faz na prática, reforçando os resultados obtidos na seção 4.1.1.1, com os testes de 15 a 32 considerando o Modelo I e a demanda agregada.

Nesse caso, o modelo poderia ser usado como referência, o analista revisaria as soluções que não seriam diretamente aplicáveis e o procedimento ainda poderia ser mais efetivo do que o atual. Ainda, o coordenador de produção sugeriu que o analista utilizasse o Modelo I como teste por determinado período de tempo, para averiguar melhor se realmente suas soluções auxiliariam na programação e reprogramação da produção, o que está na agenda de pesquisa deste estudo.

CAPÍTULO 5 - CONSIDERAÇÕES FINAIS

A pesquisa apresentada neste trabalho teve como objetivo estudar e elaborar modelos matemáticos de otimização e métodos de solução para resolvê-los, para apoiar o processo de tomada de decisão na programação da produção de linhas de bebidas à base de frutas. Um estudo de caso foi realizado em uma linha de uma empresa típica deste setor. Os modelos propostos utilizaram como base o referencial teórico dos problemas de dimensionamento e sequenciamento de lotes de produção bem conhecidos e explorados na literatura. Utilizou-se formulações de programação linear inteira mista para representar o problema de programação da produção destes processos industriais.

Com base nos resultados obtidos, conclui-se que os modelos apresentados e os métodos testados tem bom potencial para serem aplicados para apoiar decisões de curto prazo, não ultrapassando o horizonte de programação de 8 ou 9 semanas. Acredita-se que os resultados desse trabalho possam ser aplicados com sucesso na empresa do estudo de caso (Fábrica A) e também em outras empresas desse setor, além de outros segmentos industriais cujos processos sejam similares, embora os critérios para otimização do dimensionamento e sequenciamento da produção possam ser diferentes ao levar em consideração custos de preparação, estoque e atraso, limites de tempo, capacidades de limitantes de lotes mínimos e máximos, entre outros.

Algumas perspectivas de pesquisas futuras interessantes incluem extensões dos Modelos II e III, em que as máquinas L1, L2 e L3 tenham um conjunto de subperíodos diferente do conjunto das máquinas L4 e L5, uma vez que, como discutido, a partir de 2013 a Fábrica A está trabalhando com dois tanques funcionando em paralelo e as máquinas L4 e L5 já estão em uso. A produção nos dois tanques e máquinas de envase inicia com sincronia; todavia, nem sempre termina sincronizada em função de eventuais paradas ou quebras.

Outra perspectiva de pesquisa significativa é desenvolver uma versão *user-friendly* do Modelo I, para que o analista de programação da Fábrica A possa testar e avaliar a eficiência do modelo na prática, e com isso se desenvolver um efetivo estudo de caso e processo de validação do modelo em situações reais. Neste caso, seria interessante avaliar o desempenho do modelo diante de programação e reprogramações de produção, usando abordagens de horizonte de tempo de programação rolante. Outra linha de pesquisa interessante seria investigar métodos heurísticos efetivos para resolver os Modelos I, II e III

em situações em que os *softwares* de otimização, baseados em algoritmos *branch and cut*, como o CPLEX, não sejam capazes de produzir boas soluções em tempos aceitáveis na prática.

REFERÊNCIAS

- ABIR --- <http://abir.org.br/> consulta em fevereiro de 2010
- AMORIM, P.; ANTUNES, C. H.; ALMADA-LOBO, B. Multi-Objective Lot-Sizing and Scheduling Dealing with Perishability Issues. **Ind. Eng. Chem. Res.**, **50**, 2011.
- ARENALES, M.N.; ARMENTANO, V.; MORABITO, R.; YANASSE, H. Pesquisa Operacional - Rio de Janeiro: Elsevier.
- ARAÚJO, S.A. Modelos e métodos para o planejamento e programação da produção aplicados no setor de fundições, Tese de doutorado, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2003.
- ALMADA-LOBO, B., OLIVEIRA, J. F., CARRAVILLA, M. A. *Production planning and scheduling in the glass container industry: A VNS approach. International Journal of Production Economics*, **114**, 363-375, 2008.
- ARMENTANO, V. A.; FRANÇA, P. M.; DE TOLEDO, F. M. B. *A network flow model for the capacitated lot-sizing problem. Omega*, v. **27**, n. **2**, p. **275-284**, 1999.
- BELO-FILHO, M. A. **Programação da produção e dimensionamento de lotes para flowshop**. Dissertação de Mestrado, Universidade de São Paulo, 2010.
- BERALDI, P.; GHIANI, G.; GRIECO A.; GUERRIERO, E. *Rolling-horizon and fix-and-Relax heuristics for the parallel machine lot-sizing and scheduling problem with sequence-dependent set-up costs. Computers & Operations Research* **35**, 2008.
- BERTRAND, J.W.M.; FRANSOO, J. *Modelling and Simulation. In: Karlson, C. Researching Operations Management. 265-306*, 2009.
- BITRAN, G.R., MATSUO, H., *Approximation formulations for the single-product capacitated lot size problem, Operations Research* **34** 63-74, 1986.
- BORESTEIN, D. *Towards a practical method to validate decision support systems. Decision Support Systems*, **23** 2337-239, 1998.

- BRAHIMI, N. et al. *Single item lot sizing problems*. **European Journal of Operational Research**, v. 168, n. 1, p. 116, 2006.
- BRUGGEMANN, W., JAHNKE, H. *The discrete lot-sizing and scheduling problem: complexity and modification for batch availability*. **European Journal of Operational Research** **124(3):511–28**, 2000.
- CAMARGO, V.C.B., TOLEDO, F.M.B., ALMADA-LOBO, B. *Three time-based scale formulations for the two-stage lot sizing and scheduling in process industries*. **Journal of the Operational Research Society** ,1–18, 2012
- CHIAVENATO, I. *Administração nos novos tempos*. 2ª Edição. Rio de Janeiro: Elsevier, 2004.
- CHIAVENATO, I. *Administração da Produção: uma abordagem introdutória*. Rio de Janeiro: Elsevier, 2005. 4ª Ed.
- Chopra, S., Meindl, P. *Gerenciamento da cadeia de suprimentos: estratégia, planejamento e operação*. Pearson Education do Brasil, 2004.
- CLARK, A. R. *Hybrid heuristics for planning lot setups and sizes*. **Computers & Industrial Engineering** **45** 545–562, 2003.
- CLARK, A. R.; MORABITO, R.; TOSO, E. A. V. *Production setup-sequencing and lot-sizing at an animal nutrition plant through ATSP subtour elimination and patching*. **Journal of Scheduling** **13: 111–121**, 2010
- DEFALQUE, C.M., RANGEL, S., FERREIRA, D. Usando o ATSP na modelagem do problema integrado de produção de bebidas. **TEMA (São Carlos)**, São Carlos, v. 12, n. 3, dez. 2011 . Disponível em
<http://www.scielo.br/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S2179-84512011000300004&lng=pt&nrm=iso>
- Diário Econômico** http://www.diariodepernambuco.com.br/2011/03/01/economia3_0.asp. consulta em fevereiro de 2010.
- DREXL A. e KIMMS A. *Lot Sizing and Scheduling - Survey and Extensions*, **European Journal of Operational Research**, **99** 221-235, 1997.
- DREXL, A., HAASE, K. *Proportional lot sizing and scheduling*. **International Journal of Production Economics** **40**: 73–87, 1995.
- ELMAGHRABY, S.E., *The economic lot scheduling problem (ELSP): review and extensions*, **Management Science** **24** 587-598, 1978

- FERNANDES, F.C.F., GODINHO FILHO, M. Planejamento e controle da produção: dos fundamentos ao essencial. São Paulo: Atlas, 2010.
- FERREIRA, D. , MORABITO, R., RANGEL, S. *Solution approaches for the soft drink integrated production lot sizing and scheduling problem. European Journal of Operational Research*, v. 196, p. 697-706, 2009.
- FERREIRA, D.,MORABITO, R., RANGEL, S. Um modelo de otimização inteira mista e heurísticas *relax and fix* para a programação da produção de fábricas de refrigerantes de pequeno porte. **Produção (São Paulo)**, v. 18, p. 76-88, 2008.
- FERREIRA, D.,MORABITO, R., RANGEL, S., *Relax and fix heuristics to solve one-stage one-machine lot-scheduling models for small-scale soft drink plants, Computers and Operations Research*, 37, No. 4 684-691, 2010.
- FERREIRA, D., CLARK, A.,ALMADA-LOBO, B., MORABITO, R. *Single-stage formulations for synchronised two-stage lot sizing and scheduling in soft drink production. Int. J. Production Economics* 136 255–265, 2012.
- FLEISCHMANN, B., MEYR, H. *The general lot sizing and scheduling problem. OR Spektrum* 19(1):11–21, 1997.
- GUNASEKARAN, A., NGAI, E. W. T. *The future of operations management: An outlook and analysis. Int. J. Production Economics* 135 687–70, 2012
- HAX, A. C.; CANDEA, D. *Production and inventory management. Prentice-Hall, New Jersey*, 1984.
- HILLIER, F. S. LIEBERMANN, G. J. *Introdução à Pesquisa Operacional*, 2006.
- JANS, R.; DEGRAEVE, Z. *Modelling industrial lot sizing problems: a review. International Journal of production research*, 46, n. 15, 2008.
- JORDAN, C., DREXL, A. *Discrete lot-sizing and scheduling by batch sequencing. Management Science*;44(5):698–713, 1998.
- KARIMI, B.; FATEMI GHOMI, S. M. T.; WILSON, J. M. *The capacitated lot sizing problem: a review of models and algorithms. Omega*, v. 31, p. 365-378, 2003.
- KARMARKAR, U.S., KEKRE, S., KEKRE, S., *The deterministic lotsizing problem with startup and reservation costs. Operations Research* 35 389-398, 1987.

- LABYS, W. C. *Evaluation of models. Energy 15155-162, 1990.*
- LEITE, R. P. M. Um estudo sobre o problema de dimensionamento e seqüenciamento da produção no setor de bebidas. **Trabalho de Conclusão de Curso.** UFSCAR, 2008.
- LUCHE, J. R. D., MORABITO, R., PUREZA, V. *Combining process selection and lot sizing models for production scheduling of electrofused grains. Asia-Pacific Journal of Operational Research . 26, N. 3 421–443, 2009.*
- MEYR H. *Simultaneous lotsizing and scheduling on parallel machines. European Journal of Operational Research 139 277–292, 2002.*
- MISER, H. J. *A foundation concept of Science appropriate for validation in operacional research European Journal of Operation Research, 66 204-215, 1993.*
- MORABITO, R. e PUREZA, V. Modelagem e simulação. In: MIGUEL, Paulo A.M (org.). *Metodologia de pesquisa em engenharia de produção e gestão de operações.* Rio de Janeiro: Elsevier, 2010, pp.165-194.
- MOREIRA, D. Administração da Produção e Operações. 5ª Edição, São Paulo: Pioneira, 2000.
- PIRILLO, C.P, SABIO, R. P. 100% Suco. **Revista HortiFruti Brasil, edição 81, 2009.**
http://www.cepea.esalq.usp.br/hfbrasil/edicoes/81/mat_capa.pdf
- OPTEK. <http://www.optek.com>. Consultado em outubro de 2012.
- RANGEL, S. e FERREIRA, D. Um Modelo de Dimensionamento de Lotes Aplicado à Indústria de Bebidas, **TEMA – Tendências em Matemática Aplicada**, 2003.
- ROGERS, J., *A computational approach to the economic lot scheduling problem. Management Science 4 264-291, 1958.*
- SANTOS, M. O., ALMADA-LOBO, B. *Integrated pulp and paper mill planning and scheduling. Computers & Industrial Engineering, 63, 1-12, 2012.*
- SANTOS, M. O., ARMENTANO, V.A. O problema de dimensionamento de lotes em máquinas paralelas com restrições de capacidade em sistemas multi estágios. **XXXVII Simpósio Brasileiro de Pesquisa Operacional (SBPO), 2005.**

- SLACK, N., CHAMBERS, S., JOHNSTON, R. *Administração da Produção* 2ª Edição, São Paulo: Editora Atlas, 2002.
- STEVENSON, M. HENDRY, L. C.. KINGSMAN, B.G. *A review of production planning and control: the applicability of key concepts to the make-to-order industry. Journal of Production Research*, 43, 869-898. 2005.
- TOSO, E. A. V., MORABITO, R., CLARK, A. R. . *Lot-Sizing and Sequencing Optimisation at an Animal-Feed Plant. Computers & Industrial Engineering*, 57, 813-82. 2009.
- TOLEDO, C.F.M., FRANÇA, P. M. e MORABITO, R., Proposta de um modelo conjunto de programação da produção e dimensionamento de lotes aplicado a uma indústria de bebidas, **XXII Encontro Nacional de Engenharia da Produção**, Curitiba-PR, outubro, 2002.
- TOLEDO, C.F.M., FRANÇA, P. M., MORABITO, R., KIMMS, A. Um modelo de otimização para o problema integrado de dimensionamento de lotes e programação da produção em fábricas de refrigerantes. **Pesquisa Operacional**, v.27, n.1, p.155-186, 2007.
- TOLEDO, C. F. M., FRANÇA, P. M., MORABITO, R., KIMMS, A. Multi-population genetic algorithm to solve the synchronized and integrated two-level lot sizing and scheduling problem. **International Journal of Production Research**,47:11,3097 — 3119, 2009.
- TRIGEIRO W.W., THOMAS L.J. e McCLAIN J.O. *Capacitated Lot Sizing With Setup Times. Management Science*, 35(3), 353-366, 1989.
- VOLLMANN, T. E.; BERRY, W. L.; WHYBARK, D. C.; JACOBS, F. R.. *Sistemas de Planejamento & Controle da Produção – para gerenciamento da cadeia de suprimentos*. 5 ed. Porto Alegre: Bookman, 2006
- ZHU, X.; WILHEM, W. E. *Scheduling and lot sizing with sequence-dependent setup: A literature review. IIE Transactions* 38, 11, 2006.
- WAGNER, H. M.; WHITIN, T. M. *Dynamic version of the economic lot size model. Management Science*, v. 5, p. 89-96, 1958

VASCO, R. A. Otimização na alocação dinâmica de veículos no transporte rodoviário de cargas completas entre terminais. Tese (Doutorado) -- Universidade Federal de São Carlos, 2012.

Sites 1 Verificado em Novembro de 2012.

<http://qualidadeonline.wordpress.com/2010/01/20/planejamento-e-controle-da-producao-pcp>