

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO CARLOS
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E DE TECNOLOGIA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA QUÍMICA

**MODELAGEM MATEMÁTICA DO PROCESSO DE SECAGEM, POR CONVECÇÃO
FORÇADA, DE SISTEMAS SIMULADORES DE ALIMENTOS ESFÉRICOS E
DEFORMÁVEIS**

Aluno: Leonardo da Silva Arrieche

Orientador: Prof. Dr. Dermeval José Mazzini Sartori

São Carlos - SP

Setembro de 2007

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO CARLOS
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E DE TECNOLOGIA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA QUÍMICA

**MODELAGEM MATEMÁTICA DO PROCESSO DE SECAGEM, POR CONVECÇÃO
FORÇADA, DE SISTEMAS SIMULADORES DE ALIMENTOS ESFÉRICOS E
DEFORMÁVEIS**

Aluno: Leonardo da Silva Arrieche

Orientador: Prof. Dr. Dermeval José Mazzini Sartori

Tese apresentada como parte dos requisitos necessários para a obtenção do título de Doutor em Engenharia Química, área de concentração em Pesquisa e Desenvolvimento de Processos Químicos.

São Carlos – SP

Setembro de 2007

**Ficha catalográfica elaborada pelo DePT da
Biblioteca Comunitária/UFSCar**

A775mm

Arrieche, Leonardo da Silva.

Modelagem matemática do processo de secagem, por convecção forçada, de sistemas simuladores de alimentos esféricos e deformáveis / Leonardo da Silva Arrieche. -- São Carlos : UFSCar, 2007.

129 f.

Tese (Doutorado) -- Universidade Federal de São Carlos, 2007.

1. Engenharia química. 2. Modelagem matemática. 3. Secagem. 4. Modelos de alimentos. 5. Deformações e tensões. 6. Encolhimento. I. Título.

CDD: 660.28426 (20^a)

MEMBROS DA BANCA EXAMINADORA DA TESE DE DOUTORADO DE **LEONARDO DA SILVA ARRIECHE**, APRESENTADA AO PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA QUÍMICA DA UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO CARLOS EM 05 DE SETEMBRO DE 2007.

BANCA EXAMINADORA:



Prof. Dr. Dermeval José Mazzini Sartori
Orientador, PPG-EQ/UFSCar



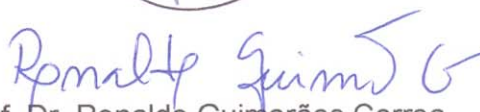
Prof. Dr. José Teixeira Freire
PPG-EQ/UFSCar



Prof. Dr. Fábio Bentes Freire
DECE/CEUNES/UFES



Prof. Dr. Marcos Antonio de Souza Barrozo
FEQ/UFU



Prof. Dr. Ronaldo Guimarães Correa
PPG-EQ/UFSCar

"In memoriam"

Florival Arrieche
Heloísa da Silva Arrieche

AGRADECIMENTOS

Ao meu orientador, Prof. Dr. Dermeval José Mazzini Sartori, pela orientação, amizade, apoio e incentivo.

Ao Prof. Dr. José Teixeira Freire pelos seus ensinamentos, pela amizade, apoio, reconhecimento e incentivo.

Ao Prof. Dr. Ronaldo Guimarães Corrêa, pelas contribuições dadas para o desenvolvimento deste trabalho.

Às professoras do Centro de Secagem do DEQ/UFSCar, Profa. Dra. Ana Maria da Silveira e à Profa. Dra. Maria do Carmo Ferreira, pelas contribuições dadas durante os seminários.

Aos técnicos do DEQ-UFSCar, especialmente ao Sr. Oscar da Silva, Sr. Dorival Prenholato e ao Sr. José Luiz dos Santos do DEMA-UFSCar.

Aos amigos e a todos os excelentes colegas do DEQ/UFSCar.

À minha família, em especial à minha tia materna Erli Pereira.

Ao CNPq e PRONEX/CNPq pelo suporte financeiro.

RESUMO

O encolhimento é um das razões principais para a redução de qualidade durante a secagem de alimentos, pois promove perda nas características de permeabilidade ao solvente e os torna instáveis e quebradiços, sendo ambos os efeitos indesejáveis. Para entender e minimizar este problema, o objetivo deste trabalho foi a realização de um estudo experimental, modelagem matemática e simulação da secagem de sistemas simuladores de alimentos, de geometria esférica e deformáveis, com a consideração da dinâmica do escoamento de fluido na camada limite com o sólido, a transferência de massa e as tensões mecânicas. Foram executadas experiências de secagem por convecção forçada para medir a temperatura do sólido e calcular a densidade de fluxo de massa, fatores de forma e massa específica aparente. Foram obtidas as propriedades mecânicas do material por meio de testes de compressão, realizados com espécimes cilíndricos até ruptura. O modelo matemático considera a transferência de massa no interior da amostra, difusividade efetiva de massa e variável, encolhimento linear e coeficientes convectivos de transferência de massa médio e local. Os campos de tensões e deformações foram obtidos a partir das equações para o equilíbrio mecânico e a Lei do Hooke, levando em conta o efeito da transferência de massa e encolhimento. As derivadas espaciais foram aproximadas pelo método das diferenças finitas e o sistema resultante de equações foi integrado na dimensão temporal pelo método de Runge-Kutta, usando o Matlab para a solução numérica e a simulação. Os resultados obtidos mostraram que a degradação física das amostras ocorre para teores de umidade abaixo do valor crítico. Os modelos matemáticos propostos representaram os perfis de umidade e os campos de tensões e deformações dentro da amostra e foi possível explicar a evolução de forma de acordo com os experimentos. Este estudo explica a degradação física dos sistemas simuladores de alimentos, devido à transferência de massa e ao conseqüente encolhimento, e assegura a necessidade de incluir um modelo para os campos de tensões e deformações na modelagem matemática da secagem.

ABSTRACT

Shrinkage is one of the main reasons for quality loss during drying of process materials, because it promotes loss in permeability characteristics and turns the materials unstable and brittle, both undesirable effects. As an attempt to understand and to minimize this problem, the objective of this work was an experimental study, mathematical modeling and simulation of the drying of spherical and deformable food simulants, considering the fluid-dynamics in the boundary layer, the mass transfers and mechanical interactions. Drying experiments were performed to measure the solid local temperature and to calculate mass flux, shape factors and apparent specific mass. The mechanical properties of the material were obtained through compression tests, performed with cylindrical specimens up to rupture. The proposed mathematical model considers mass transfers inside the sample, variable effective mass diffusivity, linear shrinkage, average and local convective mass transfer coefficients on the surface. The stress fields were obtained from the equations of mechanical equilibrium and Hooke's Law, taking into account the effect of mass transfer. The space derivatives were approximated by finite difference method and the resulting system of equations integrated in time dimension by the method of Runge-Kutta, using Matlab for numerical solution and simulation. The results showed that the physical degradation of the samples happened for moisture contents lower than the critical value. The proposed mathematical models represented the moisture profiles and stress fields inside the sample and explained the shape evolution in agreement with experiments. This study explains the shape evolution of the gel systems, due to the mass transfer and consequent shrinkage, and it assures the need to include a model for the stress and strain fields in the mathematical modeling of the drying process.

SUMÁRIO

DEDICATÓRIA	iii
AGRADECIMENTOS	iv
RESUMO	v
ABSTRACT	vi
LISTA DE FIGURAS	x
LISTA DE TABELAS	xv
NOMENCLATURA	xvi
CAPÍTULO 1 - INTRODUÇÃO	1
1.1 Motivação à pesquisa	1
1.2 Colocação do problema em estudo.....	4
1.3 Objetivo.....	5
1.4 Etapas	6
CAPÍTULO 2 - REVISÃO BIBLIOGRÁFICA.....	8
2.1 Fluidodinâmica ao redor de corpos submersos	8
2.2 Transferências de calor e de massa por convecção forçada ao redor de corpos submersos	12
2.3 Secagem convectiva considerando o encolhimento	16
2.4 Tensões e deformações decorrentes da transferência de massa	18
CAPÍTULO 3 - MODELAGEM MATEMÁTICA.....	24
3.1 Modelagem matemática unidimensional para a transferência de massa no sólido: formulação 1	24
3.2 Modelagem matemática bidimensional para a transferência de massa no sólido: formulação 2	27

3.2.1 Considerando o número de Biot de massa médio para as regiões anterior e posterior à separação do escoamento.....	27
3.2.2 Considerando o número de Biot de massa em função do ângulo zenital	30
3.3 Modelagem da distribuição de tensões para um perfil de umidade unidimensional: formulação3	31
3.3.1 Considerando o módulo de Young médio na posição	31
3.3.2 Considerando o módulo de Young local	35
CAPÍTULO 4 - DETERMINAÇÕES DOS COEFICIENTES DE TRANSPORTE E DAS PROPRIEDADES TERMODINÂMICAS E MECÂNICAS	37
4.1 Difusividade efetiva de massa.....	37
4.2 Coeficiente de transferência de massa por convecção	38
4.3 Coeficiente de difusão e propriedades físicas para o ar de secagem.....	41
4.4 Coeficiente de partição	42
4.5 Propriedades mecânicas	42
CAPÍTULO 5 - MÉTODOS PARA OS TESTES DE SECAGEM.....	47
5.1 Preparo dos sistemas simuladores	47
5.2 Unidade experimental de secagem convectiva.....	49
5.3 Determinação das variáveis de processo e erros e desvios prováveis de medidas.....	50
5.4 Testes de secagem e condições operacionais	51
5.5 Determinação das propriedades dos sistemas simuladores esféricos.....	53
5.6 Tratamento dos dados obtidos nos experimentos de secagem	54
CAPÍTULO 6 - MÉTODOS NUMÉRICOS E PROGRAMAÇÃO	55
CAPÍTULO - 7 RESULTADOS E DISCUSSÕES	59
7.1 Formulação 1	59

7.2 Formulação 2.....	64
7.2.1 Número de Biot de massa médio para as regiões anterior e posterior.....	64
7.2.2 Número de Biot de massa com variação local na superfície da esfera	70
7.3 Determinação das propriedades mecânicas.....	77
7.4 Simulação das tensões e deformações (formulação 3).....	86
7.4.1 Simulação das tensões para o perfil de umidade unidimensional considerando o módulo de Young como uma função da umidade média.....	87
7.4.2 Simulação das tensões para o perfil de umidade unidimensional considerando o módulo de Young local.....	95
7.4.3 Simulação das deformações para o perfil de umidade unidimensional considerando o módulo de Young local.....	107
7.5 Determinações experimentais de temperatura do sólido.....	115
CAPÍTULO 8 - CONCLUSÕES.....	119
CAPÍTULO 9 - SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS	122
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	123
APÊNDICE - EQUAÇÕES DISCRETIZADAS PARA AS FORMULAÇÕES 1 E 2	128
A. Formulação 1	128
B. Formulação 2	129

LISTA DE FIGURAS

Figura 1.1: Esquema do escoamento ao redor de uma esfera submersa em um fluido que escoar.	4
Figura 3.1: Elemento de volume esférico projetado no plano xz. (b) Elemento de volume esférico delimitado por duas superfícies esféricas concêntricas.	32
Figura 5.1: Esquema dos moldes esféricos de latão utilizados. (A) posição de extração e (B) posição de moldagem.	48
Figura 5.2: Esquema da unidade de secagem utilizada para a condução dos experimentos (CASSANDRE et al., 2001).	49
Figura 5.3: Esquema do circuito de medição de temperatura da amostra utilizado.	52
Figura 6.1: Malha estruturada para a solução numérica da formulação 1.	55
Figura 6.2: Malha estruturada para a solução numérica da formulação 2.	56
Figura 6.3: Fluxograma geral do programa computacional utilizado para solucionar a formulação 1.	57
Figura 6.4: Fluxograma geral do programa computacional utilizado para solucionar a formulação 2.	58
Figura 7.1: Umidade média em função do tempo, com $V_a=1,0\text{m/s}$, $D_0=1,61\text{cm}$ e $T_a=50^\circ\text{C}$. Modelo unidimensional.	60
Figura 7.2: Umidade média em função do tempo, com $V_a=1,0\text{m/s}$, $D_0=2,66\text{cm}$ e $T_a=50^\circ\text{C}$. Modelo unidimensional.	60
Figura 7.3: Fotos da amostra em três tempos do processo de secagem com $T_a=50^\circ\text{C}$, $V_a=1,0\text{m/s}$ e $D_0=2,66\text{cm}$ (escoamento da direita para esquerda, visão de topo).	61
Figura 7.4: Perfis de umidade local em função do raio, parametrizados no tempo de secagem, com $V_a=1,0\text{m/s}$, $D_0=1,61\text{cm}$ e $T_a=50^\circ\text{C}$. Modelo unidimensional.	63
Figura 7.5: Perfis de umidade local em função do raio, parametrizados no tempo de secagem, com $V_a=1,0\text{m/s}$, $D_0=2,66\text{cm}$ e $T_a=50^\circ\text{C}$. Modelo unidimensional.	63

- Figura 7.6: Umidade média em função do tempo, com $V_a=1,0$ m/s, $D_0=1,61$ cm e $T_a=50^\circ\text{C}$.
Modelo bidimensional com número de Biot de massa médio..... 65
- Figura 7.7: Umidade média em função do tempo, com $V_a=2,0$ m/s, $D_0=2,66$ cm e $T_a=50^\circ\text{C}$.
Modelo bidimensional com número de Biot de massa médio..... 65
- Figura 7.8: Umidade local em função do tempo para três posições da amostra, com $V_a=1,0$ m/s, $D_0=1,61$ cm e $T_a=50^\circ\text{C}$. Modelo bidimensional com número de Biot de massa médio..... 67
- Figura 7.9: Umidade local em função do tempo para três posições da amostra., com $V_a=2,0$ m/s, $D_0=2,66$ cm e $T_a=50^\circ\text{C}$. Modelo bidimensional com número de Biot de massa médio..... 67
- Figura 7.10: Umidade local em função do ângulo e raio durante o período de taxa constante de secagem, com $T_a=50^\circ\text{C}$, $V_a=2,0$ m/s e $D_0=2,66$ cm. Modelo bidimensional com número de Biot de massa médio. (a) 0 min, (b) 20 min, (c) 60 min, (d) 100 min, (e) 140 min e (f) 204 min. 69
- Figura 7.11: Umidade local em função do ângulo e raio ao longo do período de taxa decrescente de secagem, com $T_a=50^\circ\text{C}$, $V_a=2,0$ m/s e $D_0=2,66$ cm. Modelo bidimensional com número de Biot de massa médio. (a) 264 min, (b) 324 min, (c) 404 min e (d) 487 min..... 70
- Figura 7.12: Umidade média em função do tempo, com $V_a=1,0$ m/s, $D_0=1,61$ cm e $T_a=50^\circ\text{C}$. Modelo bidimensional com número de Biot de massa local. 71
- Figura 7.13: Umidade média em função do tempo, com $V_a=2,0$ m/s, $D_0=2,66$ cm e $T_a=50^\circ\text{C}$. Modelo bidimensional com número de Biot de massa local. 71
- Figura 7.14: Umidade local em função do tempo para três posições da amostra, com $V_a=1,0$ m/s, $D_0=1,61$ cm e $T_a=50^\circ\text{C}$. Modelo bidimensional com número de Biot de massa local. 73
- Figura 7.15: Umidade local em função do tempo para três posições da amostra, com $V_a=2,0$ m/s, $D_0=2,66$ cm e $T_a=50^\circ\text{C}$. Modelo bidimensional com número de Biot de massa local. 73
- Figura 7.16: Umidade local em função do ângulo e raio para 5 min do processo, com $T_a=50^\circ\text{C}$, $V_a=1,0$ m/s e $D_0=1,61$ cm. Modelo bidimensional com número de Biot de massa local. 74

Figura 7.17: Umidade local em função do ângulo e raio para 140 min do processo, com $T_a=50^0C$, $V_a=1,0m/s$ e $D_0=1,61cm$. Modelo bidimensional com número de Biot de massa local.....	75
Figura 7.18: Curva típica da tensão de engenharia (σ_E) em função da deformação de engenharia (ϵ_E) e tensão verdadeira (σ_T) em função da deformação Hencky (ϵ_T), para a concentração de 32,33 g água /g sólido seco.....	77
Figura 7.19: Ajuste para o módulo de Young em função do teor de umidade umidade(b.s.).....	85
Figura 7.20: Gráfico de probabilidade normal dos resíduos para o ajuste do módulo de Young pela Equação 7.12.....	85
Figura 7.21: Tensão radial do centro à superfície da amostra, em função do tempo, com $V_a=1,0m/s$, $D_0=2,66cm$ e $T_a=50^0C$	88
Figura 7.22: Tensão tangencial do centro à superfície da amostra, em função do tempo, com $V_a=1,0m/s$, $D_0=2,66cm$ e $T_a=50^0C$	89
Figura 7.23: Tensão tangencial do centro à superfície da amostra, para os primeiros 120 minutos de processo, com $V_a=1,0m/s$, $D_0=2,66cm$ e $T_a=50^0C$	90
Figura 7.24: Tensão de ruptura em função da umidade (b.s.).....	92
Figura 7.25: Perfis de tensão máxima de ruptura no sólido, em função do tempo, parametrizados na posição, com $V_a=1,0m/s$, $D_0=2,66 cm$ e $T_a=50^0C$. Modelo unidimensional.....	93
Figura 7.26: Tensão de ruptura e tensão radial, em função do tempo (posição central), com $V_a=1,0m/s$, $D_0=2,66cm$ e $T_a=50^0C$. Considerando o módulo de Young médio.	94
Figura 7.27: Tensão de ruptura rebaixada em 18% e tensão radial, em função do tempo (posição central), com $V_a=1,0 m/s$, $D_0=2,66 cm$ e $T_a=50 ^0C$. Considerando o módulo de Young médio.	95
Figura 7.28: Tensão radial do centro à superfície, em função do tempo, com $V_a=1,0m/s$, $D_0=2,66cm$ e $T_a=50^0C$. Considerando o módulo de Young local.....	96
Figura 7.29: Módulo de Young médio na posição, em função do tempo, com $V_a=1,0m/s$, $D_0=2,66cm$ e $T_a=50^0C$	97
Figura 7.30: Módulo de Young local do centro à superfície, em função do tempo, com $V_a=1,0m/s$, $D_0=2,66cm$ e $T_a=50^0C$	98

Figura 7.31: Diferença entre a umidade local (b.s.) central e superficial, em função do tempo, com $V_a=1,0\text{m/s}$, $D_0=2,66\text{cm}$ e $T_a=50^0\text{C}$.	98
Figura 7.32: Diferença entre o módulo de Young local central e superficial, em função do tempo, com $V_a=1,0\text{m/s}$, $D_0=2,66\text{cm}$ e $T_a=50^0\text{C}$.	99
Figura 7.33: Tensão tangencial do centro à superfície, em função do tempo, com $V_a=1,0\text{m/s}$, $D_0=2,66\text{cm}$ e $T_a=50^0\text{C}$.	101
Figura 7.34: Tensão de ruptura e tensão radial em função do tempo (oito posições), com $V_a=1,0\text{ m/s}$, $D_0=2,66\text{ cm}$ e $T_a=50^0\text{C}$.	102
Figura 7.35: Tensão de ruptura e tensão tangencial, em função do tempo (oito posições), com $V_a=1,0\text{ m/s}$, $D_0=2,66\text{ cm}$ e $T_a=50^0\text{C}$.	103
Figura 7.36: Tensão de ruptura rebatida e tensão tangencial, em função do tempo (oito posições), com $V_a=1,0\text{ m/s}$, $D_0=2,66\text{ cm}$ e $T_a=50^0\text{C}$.	103
Figura 7.37: Tensão de ruptura e tensão radial, em função do raio, parametrizados no tempo de secagem, com $V_a=1,0\text{ m/s}$, $D_0=2,66\text{ cm}$ e $T_a=50^0\text{C}$.	104
Figura 7.38: Tensão de ruptura e tensão tangencial, em função do raio, parametrizados no tempo de secagem, com $V_a=1,0\text{ m/s}$, $D_0=2,66\text{ cm}$ e $T_a=50^0\text{C}$.	105
Figura 7.39: Massa específica aparente da amostra, em função do tempo de secagem, com $V_a=1,0\text{m/s}$, $D_0=2,66\text{ cm}$ e $T_a=50^0\text{C}$.	105
Figura 7.40: Deformação radial mecânica puramente elástica, em nove posições, do centro à superfície, em função do tempo, com $V_a=1,0\text{m/s}$, $D_0=2,66\text{cm}$ e $T_a=50^0\text{C}$.	108
Figura 7.41: Deformação tangencial mecânica puramente elástica, em nove posições, do centro para à superfície, em função do tempo, com $V_a=1,0\text{m/s}$, $D_0=2,66\text{cm}$ e $T_a=50^0\text{C}$.	108
Figura 7.42: Deformação do encolhimento em nove posições, do centro à superfície, em função do tempo, com $V_a=1,0\text{m/s}$, $D_0=2,66\text{cm}$ e $T_a=50^0\text{C}$.	109
Figura 7.43: Deformação radial total em nove posições, do centro à superfície, em função do tempo, com $V_a=1,0\text{m/s}$, $D_0=2,66\text{cm}$ e $T_a=50^0\text{C}$.	110
Figura 7.44: Deformação tangencial total em nove posições, do centro à superfície, em função do tempo, com $V_a=1,0\text{m/s}$, $D_0=2,66\text{cm}$ e $T_a=50^0\text{C}$.	111

- Figura 7.45: Deslocamento mecânico radial em nove posições, do centro para a superfície, em função do tempo, com $V_a=1,0\text{m/s}$, $D_0=2,66\text{cm}$ e $T_a=50^0\text{C}$ 112
- Figura 7.46: Raio distribuído com efeito da distensão mecânica radial em nove posições, do centro para a superfície, em função do tempo, com $V_a=1,0\text{m/s}$, $D_0=2,66\text{cm}$ e $T_a=50^0\text{C}$ 113
- Figura 7.47: Perímetro distribuído com efeito da compressão mecânica tangencial em nove posições, do centro à superfície, em função do tempo, com $V_a=1,0\text{m/s}$, $D_0=2,66\text{cm}$ e $T_a=50^0\text{C}$ 114
- Figura 7.48: Temperaturas locais no sistema simulador esférico em função do tempo de secagem, parametrizadas em diferentes posições, com $D_0=1,61\text{cm}$, $V_a=2,0\text{m/s}$ e $T_a=50^0\text{C}$ 115
- Figura 7.49: Temperaturas locais em uma esfera de gel em função do tempo de secagem, parametrizadas em diferentes posições, com $D_0=1,61\text{cm}$, $V_a=2,0\text{m/s}$ e $T_a=50^0\text{C}$ (réplica). 116
- Figura 7.50: Densidade de fluxo de massa em função do tempo de secagem, com $D_0=1,61\text{cm}$, $V_a=2,0\text{m/s}$ e $T_a=50^0\text{C}$ 117

LISTA DE TABELAS

Tabela 4.1: Propriedades do ar à 1 atm (SINGH & HELDMAN, 1993).	41
Tabela 7.1: Análise estatística dos dados simulados pela Equação 3.1, em função dos dados experimentais, para o período de taxa constante.	61
Tabela 7.2: Análise estatística dos dados simulados pela Equação 3.10, (modelo com número de Biot de massa médio), em função dos dados experimentais, para o período de taxa constante de secagem.	66
Tabela 7.3: Análise estatística dos dados simulados pela Equação 3.10 (modelo com número de Biot de massa local) em função dos dados experimentais, para o período de taxa constante de secagem.	72
Tabela 7.4: Parâmetros estatísticos de ajuste dos dados experimentais de deformação Hencky e tensão verdadeira à Equação 4.13, para as determinações do módulo de Young.	79
Tabela 7.5: Parâmetros estatísticos de ajuste das determinações do módulo de Young às Eqs. 7.1 a 7.8.	83
Tabela 7.6: Parâmetros estatísticos de ajuste das determinações do módulo de Young às Eqs. 7.12 a 7.13.	84
Tabela 7.7: Parâmetros estatísticos da avaliação de ajuste polinomial da tensão de ruptura em função da umidade da amostra (b.s.).	91
Tabela 7.8: Parâmetros estatísticos da avaliação de reprodutibilidade dos valores de temperatura medidos em três posições da esfera para $V_a=2,0$ m/s, $T_a=50^0C$ e $D_0=1,61$ cm.	116

NOMENCLATURA

A_{esf}	área da esfera	$[L^2]$
A_{eq}	área da esfera equivalente à área projetada	$[L^2]$
c	constante positiva nas Equações 7.5, 7.6, 7.7, 7.9, 7.12, 7.13, 7.14, 7.15	$[-]$
C	notação geral para C_A	$[ML^{-3}]$
C_1	constante de integração da Equação 3.22	$[L]$
C_2	constante de integração da Equação 3.22	$[L^3]$
C_A	concentração do componente A em uma mistura binária	$[ML^{-3}]$
Bi_m	número de Biot de massa, $Bi_m = \frac{h_m \rho_a x_1 k}{\rho_s d_{\text{ef}}}$	$[-]$
d_{AB}	coeficiente de difusão em um sistema binário	$[L^2 T^{-1}]$
$d_{a\infty}$	difusividade da água no ar	$[L^2 T^{-1}]$
d_{ef}	difusividade efetiva	$[L^2 T^{-1}]$
d_f	difusividade efetiva ao atingir-se X_e	$[L^2 T^{-1}]$
d_{Te}	difusividade térmica	$[L^2 T^{-1}]$
d_∞	difusividade de quantidade de movimento	$[L^2 T^{-1}]$
D	diâmetro da esfera de volume igual ao calculado pela Equação 4.4	$[L]$
D_0	diâmetro inicial da amostra	$[L]$
D_{eq}	diâmetro da esfera equivalente à área projetada	$[L]$
D_f	relação de diâmetros, $D_f = (D_{\text{máx}} - D_{\text{mín}}) / D_{\text{méd}}$	$[-]$
DFM	densidade de fluxo de massa, $DFM = -m_s (d\bar{X}/dt) / A_{\text{esf}}$	$[MT^{-1} L^{-2}]$
$D_{\text{máx}}$	diâmetro máximo	$[L]$
$D_{\text{méd}}$	diâmetro médio	$[L]$
$D_{\text{mín}}$	diâmetro mínimo	$[L]$
E	módulo de Young	$[ML^{-1} T^{-2}]$
E_1	módulo de Young do componente 1	$[ML^{-1} T^{-2}]$
E_2	módulo de Young do componente 2	$[ML^{-1} T^{-2}]$
$F(t)$	força instantânea	$[MLT^{-2}]$
h_m	coeficiente de transferência de massa por convecção	$[LT^{-1}]$
$H(t)$	altura instantânea do cilindro de gel	$[L]$
H_0	altura inicial do cilindro de gel	$[L]$
k	constante de partição média	$[-]$
K	constante de secagem	$[T^{-1}]$
Le	número de Lewis, $Le = d_{Te} / d_{a\infty}$	$[-]$
m	massa	$[M]$
m_s	massa de sólido seco	$[M]$
m_{sa}	massa da amostra	$[M]$
n	constante positiva nas Equações 7.6 e 7.8	$[-]$
P_{eq}	perímetro do círculo equivalente à área projetada	$[L]$
P_p	perímetro projetado	$[L]$
r	coordenada radial	$[L]$
R	raio externo da esfera	$[L]$
R_A	taxa de geração ou consumo do componente A	$[ML^{-3} T^{-1}]$
Re	número de Reynolds de partícula, $Re = D V_a \rho_a / \mu_a$	$[-]$
R_s	raio externo da esfera de sólido seco	$[L]$

S_0	área transversal inicial do cilindro de gel	$[L^2]$
Sc	número de Schmidt, $Sc = d_{\infty} / d_{a\infty}$	$[-]$
Sh	número de Sherwood, Equações 4.2 e 4.6	$[-]$
$S(t)$	área instantânea	$[L^2]$
t	tempo	$[T]$
T_a	temperatura do ar de secagem	$[\theta]$
T_{am}	temperatura média de película	$[\theta]$
\vec{v}	vetor de velocidades do escoamento	$[LT^{-1}]$
v_r	componente radial de velocidade	$[LT^{-1}]$
v_{θ}	componente angular zenital de velocidade	$[LT^{-1}]$
v_{∞}	velocidade da corrente livre	$[LT^{-1}]$
V_a	velocidade do ar de secagem	$[LT^{-1}]$
V_{esf}	volume da esfera	$[L^3]$
V_{eq}	volume da esfera equivalente à área projetada	$[L^3]$
V_g	volume do gel, Equação 4.4	$[L^3]$
u	deslocamento radial	$[L]$
x_1	comprimento característico da esfera, $x_1 = V_{esf} / A_{esf}$	$[L]$
X	umidade local em base seca	$[-]$
\bar{X}	umidade média em base seca	$[-]$
X_0	umidade inicial em base seca	$[-]$
X_{BS}	umidade em base seca das amostras utilizadas nos testes de compressão	$[-]$
X_e	umidade de equilíbrio em base seca	$[-]$
Y	umidade absoluta do ar de secagem	$[-]$
Y_0	umidade absoluta do ar de secagem inicial na superfície	$[-]$
Y_{∞}	umidade absoluta do ar de secagem na corrente livre	$[-]$

Símbolos

α	notação geral para d	$[L^2T^{-1}]$
χ	porosidade da amostra, $\chi = (V_{eq} - V_g) / V_{eq}$	$[-]$
ε_E	deformação de engenharia, $\varepsilon_E \equiv (H_0 - H(t)) / H_0$	$[-]$
ε_H	deformação Hencky, $\varepsilon_H \equiv \ln(H_0 / H(t))$	$[-]$
ε_r	deformação radial	$[-]$
ε_t	deformação tangencial	$[-]$
ε^X	deformação do encolhimento	$[-]$
ϕ	coordenada angular azimutal	$[-]$
Φ_1	fração volumétrica do componente 1	$[-]$
Φ_2	fração volumétrica do componente 2	$[-]$
η	coordenada angular zenital adimensional, $\eta \equiv \theta / \pi$	$[-]$
μ_a	viscosidade do ar	$[ML^{-1}T^{-1}]$
μ_{sup}	viscosidade do ar na superfície da amostra	$[ML^{-1}T^{-1}]$
μ_{∞}	viscosidade do ar na corrente livre	$[ML^{-1}T^{-1}]$
O	ordem de grandeza	
θ	coordenada angular zenital	$[-]$
θ_{sep}	ângulo de separação, Equação 4.5	$[-]$
ρ_a	massa específica do ar	$[ML^{-3}]$
$\rho_{\text{água}}$	massa específica da água	$[ML^{-3}]$

ρ_g	massa específica do gel, Equação 5.6	$[ML^{-3}]$
ρ_s	massa específica do sólido seco	$[ML^{-3}]$
ρ_{sa}	massa específica aparente da amostra, $\rho_{sa} = (m_{sa} / V_{eq})$	$[ML^{-3}]$
σ_1	tensão máxima de ruptura do sólido seco	$[ML^{-1}T^{-2}]$
σ_E	tensão de engenharia, $\sigma_E \equiv F(t)/S_0$	$[ML^{-1}T^{-2}]$
$\sigma_{m\acute{a}x}$	tensão máxima de ruptura	$[ML^{-1}T^{-2}]$
σ_r	tensão radial	$[ML^{-1}T^{-2}]$
σ_t	tensão tangencial	$[ML^{-1}T^{-2}]$
σ_T	tensão verdadeira, $\sigma_T \equiv F(t)/S(t)$	$[ML^{-1}T^{-2}]$
τ	tempo adimensional, $\tau \equiv (d_f/R_s^2) \cdot (t)$	$[-]$
ν	coeficiente de Poisson	$[-]$
Ω	função corrente	$[LT^{-1}]$
ξ	coordenada radial adimensional, $\xi \equiv r/R$	$[-]$
ψ	razão de umidade local, $\psi \equiv (X - X_e)/(X_0 - X_e)$	$[-]$
$\bar{\psi}$	razão de umidade média, $\bar{\psi}(\tau) \equiv (\bar{X}(\tau) - X_e)/(X_0 - X_e)$	$[-]$
ϕ	circularidade, $\phi \equiv P_{eq} / P_p$	$[-]$

Subscritos

0	inicial
a	ar
a_∞	relativo a difusividade da água no ar
água	relativo à água
BS	base seca
centro	centro da esfera
e	equilíbrio
E	engenharia
ef	efetivo
eq	equivalente
esf	esfera
f	final
g	gel
g	gel
H	Hencky
i	componente
m	massa
máx	máximo
méd	médio
mín	mínimo
p	projetado
r	relativo à coordenada radial
s	sólido
sa	amostra
sep	separação
sup	superfície
T	verdadeira
Te	térmico
η	relativo à coordenada angular adimensional

θ	relativo à coordenada angular
ξ	relativo à coordenada radial adimensional
∞	corrente livre

Abreviações

Coef.	coeficiente
ED	equação diferencial
EDP	equação diferencial parcial
Eq.	equação
Fig.	Figura
máx.	maximo
sól.	sólido
RM	raio com efeito mecânico
RE	raio pelo encolhimento
Tab.	tabela
Transf.	transferência

CAPÍTULO 1

INTRODUÇÃO

Neste item são apresentados a motivação à pesquisa fundamental para o desenvolvimento científico dos processos de secagem, o problema específico que foi abordado, o objetivo do trabalho e as etapas cumpridas.

1.1 Motivação à pesquisa

O constante desenvolvimento dos processos de secagem é uma meta que não pode ser atingida sem o perfeito entendimento e, eventualmente, algum domínio de todos os sub-processos envolvidos, como o encolhimento da estrutura e os fenômenos internos e externos de transferência de calor e massa, os quais estão presentes na secagem de diversos materiais e que determinam a integridade física do produto final.

Uma das principais razões para a deterioração da estrutura física é decorrente de mudanças causadas pelo encolhimento do produto durante o processo de secagem. O encolhimento tanto promove a perda das características de permeabilidade ao solvente, como torna o produto instável e quebradiço, sendo ambos os efeitos indesejáveis. Diferentes atributos de qualidade dos produtos desidratados, tais como massa específica, formação de crosta, rachaduras e propriedades mecânicas, são todos relacionados com o processo de contração (EICHLER *et al.*, 1997).

Mas o estudo fundamental da secagem torna-se muito mais complicado quando se utilizam diretamente os materiais de interesse, como alimentos e outros materiais biológicos, devido às complexidades das estruturas. Por este motivo, os sistemas simuladores, ou sistemas

modelos, são utilizados, principalmente para simplificar os sistemas biológicos complexos. Assim é possível estudar os fatores que influenciam a qualidade dos produtos seletivamente, eliminando outros não desejáveis, conforme apresentado por GOGUS & LAMB (1998).

Os sistemas géis simuladores têm sido, nos últimos anos, largamente utilizados para a simulação de diferentes materiais em pesquisas fundamentais e para o desenvolvimento dos processos de industrialização de produtos com alto valor agregado, como apresentado nos trabalhos de SHAH & PORTER (1973), SCHRADER & LICHFIELD (1992), VAGENAS & KARATHANOS (1993), GARCIA & BUENO (1998), ROQUES *et al.* (1994), EICHLER *et al.* (1997), MRANI *et al.* (1997), GOGUS & LAMB (1998), BRAUM (2003), ARRIECHE (2003) e MORAES & SILVA (2004).

Nestes trabalhos vários sistemas géis simuladores são utilizados como os de amido, ágar, poli-acrilamida e outros, construídos em diferentes geometrias, para o estudo de reações químicas, mecanismos de encolhimento e estudos sobre a secagem.

A modelagem matemática, nestes estudos, é abordada com base nas equações de transferência de calor e de massa, considerando o encolhimento do sistema com fronteiras móveis, tendo como respostas a influência do processo sobre os perfis de temperatura e de umidade no interior dos materiais, deformações decorrentes do encolhimento e aprimoramento de processos energéticos combinados.

Em muitos estudos fundamentais, que visam ao desenvolvimento dos processos de secagem, a modelagem matemática é realizada com a inclusão do fenômeno do encolhimento. Entretanto, a condução de calor e a difusão de massa no sólido geralmente são consideradas unidimensionais.

Em amostras com geometria esférica, estes fenômenos são equacionados para apenas uma dimensão espacial (o raio), como em ROQUES *et al.* (1994). Sob o ponto de vista estrutural, poucos trabalhos consideram a modelagem das tensões internas, que surgem devido à

transferência de massa e encolhimento e que ocasionam a deterioração da estrutura física do produto, como em MRANI *et al.* (1997), que estudaram as tensões e deformações durante a secagem de um cilindro de gel ágar.

Estes modelos matemáticos unidimensionais, para as transferências de calor e de massa, podem ser úteis para descrever taxas de secagem, mas não são capazes de prever a correta evolução de forma e a decorrente deterioração física dos materiais desidratados.

Uma vez que a modelagem das tensões mecânicas seja considerada, é necessário ainda que se considerem os fenômenos fluidodinâmicos externos, de interação entre o fluido e a partícula.

Existem alguns trabalhos fundamentais que consideram os fenômenos de interação entre o fluido e a partícula na modelagem matemática das transferências de calor e de massa em corpos submersos, mas não relacionados especificamente com os processos de secagem de materiais ou com o efeito sobre as características físicas, tais como os realizados por KENDOUSH (1995) e HAN *et al.* (1996).

Durante a secagem de materiais por convecção forçada, estes fenômenos, poderão causar alterações nos coeficientes de transferência de calor e de massa por convecção e, por consequência, a secagem e o encolhimento não uniformes, com uma distribuição interna de tensões que levará a uma alteração mais agravante nos atributos de qualidade estrutural dos produtos.

De acordo com esta motivação e com base na revisão da literatura, almeja-se com esta pesquisa a modelagem matemática do processo de secagem, por convecção forçada, de sistemas simuladores de alimentos esféricos e deformáveis.

A modelagem proposta visa tornar possível simular desde a transferência de massa, até a distribuição de tensões e deformações no interior do material, de forma a englobar o efeito do escoamento de fluido na camada limite. Para a verificação dos resultados simulados

perante os dados experimentais, tem-se determinações experimentais de cinética de secagem, evolução de forma, coeficientes de transporte e propriedades mecânicas do material.

Pretende-se, com esta natureza de estudo, avaliar o efeito da secagem não uniforme na evolução de forma de produtos com geometria esférica e contribuir para o aprimoramento científico dos processos de secagem.

1.2 Colocação do problema em estudo

Com relação aos fenômenos de interação entre o fluido e a partícula, observa-se que ao redor de uma esfera fixa, imersa em um fluido que escoar com velocidade v_{∞} , em um processo de secagem por convecção forçada, existe um ponto de estagnação, onde a velocidade do fluido é igual à zero.

Este valor aumenta à medida que o fluido contorna o corpo, ao longo do ângulo zenital θ , formando uma camada limite, conforme o esquema mostrado na Figura 1.1.

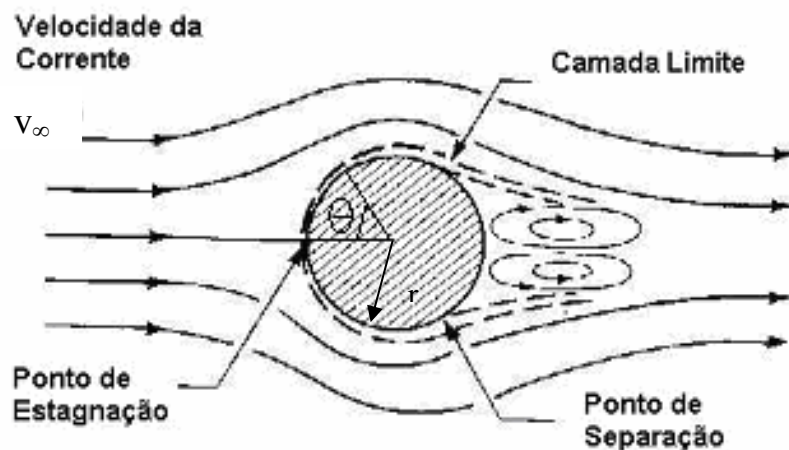


Figura 1.1: Esquema do escoamento ao redor de uma esfera submersa em um fluido que escoar.

O perfil de velocidade existente nesta camada limite será responsável pela ocorrência de uma tensão cisalhante sobre a superfície da esfera gerando uma força de interação

entre o fluido e a partícula. Colabora para a formação desta força o fluido adjacente a esta camada que precisa mudar de direção para contornar a esfera.

Em números de Reynolds (definidos com base em diâmetro de partícula) maiores que 20, as taxas de transferência na superfície anterior da esfera são diferentes e independentes daquelas na superfície posterior, porque a camada limite fluidodinâmica, que é formada no hemisfério anterior, separa-se da superfície e um escoamento reverso é imediatamente estabelecido na região posterior, com o desenvolvimento de uma segunda camada limite (KENDOUSH, 1995).

O ponto de separação da camada limite depende da velocidade do fluido, do diâmetro da partícula e da massa específica e viscosidade do ar de secagem, que são combinados no adimensional denominado número de Reynolds, que consiste numa relação entre as forças inerciais e as forças viscosas conferidas pelo fluido em movimento.

Quanto maiores as forças inerciais, em comparação às forças viscosas, menor será o ângulo θ em que ocorrerá a separação da camada limite, sendo que nos valores do número de Reynolds de partícula menores que 1 (região de Stokes), esta separação praticamente não ocorre, tendo-se então uma predominância das forças viscosas conferidas pelo fluido.

As variações destas taxas de transferência na camada limite têm grande influência na secagem convectiva de materiais que sofrem encolhimento devido ao transporte de umidade, pois ao encolher, o material o faz de forma contínua, sem apresentar lacunas ou sobreposições, surgindo tensões internas. De acordo com o perfil de umidade (que poderá ser somente radial ou radial e angular), o material irá romper em regiões distintas.

1.3 Objetivo

O objetivo deste trabalho é a realização de um estudo experimental, modelagem matemática e simulação da secagem de sistemas simuladores esféricos e deformáveis, com a

consideração da dinâmica do escoamento de fluido na camada limite com o sólido, a transferência de massa e as interações mecânicas.

1.4 Etapas

Para atingir este objetivo, propõe-se efetuar um estudo sobre o tema através das seguintes etapas.

Modelagem matemática:

- estabelecimento de um conjunto de hipóteses, para o equacionamento matemático da secagem por convecção forçada, que englobe a influência dos fenômenos que ocorrem na camada limite fluidodinâmica, etapa que abrange a modelagem na camada limite fluidodinâmica, modelagem na camada limite de concentração, equacionamento para a transferência de massa no sólido, e

- formulação do problema mecânico, considerando a evolução da forma das amostras e a variação das tensões e deformações em função da umidade do sólido, ao longo do processo.

Realização de experimentos:

- preparação dos sistemas simuladores com avaliação dos componentes da mistura a ser utilizada;

- condução de testes de secagem dos sistemas simuladores, em secador de convecção forçada, para determinar a cinética de secagem, o encolhimento, a evolução da forma e a temperatura do sólido no decorrer do processo;

- determinação de propriedades termodinâmicas e coeficientes de transporte com base experimental e teórica, e

- determinação das propriedades mecânicas (módulo de Young, tensão de ruptura e razão de Poisson) em função do teor de umidade das amostras.

Solução das equações e simulação:

- estabelecimento do método de resolução das equações propostas na modelagem matemática do processo;

- simulação dos perfis de umidade no interior do sólido;

- simulação das tensões e deformações ao longo do processo;

- simulação do estágio do processo em que ocorrerá a ruptura da estrutura, e

- simulação dos fatores de forma.

Verificação:

- análise dos dados simulados com os dados experimentais.

CAPÍTULO 2

REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Este capítulo enfoca inicialmente a forma clássica de como a modelagem matemática da fluidodinâmica ao redor de corpos submersos é tratada na literatura. Logo após, a revisão bibliográfica é direcionada para a modelagem das transferências de calor e de massa em corpos submersos e a sua relação com a secagem por convecção forçada, considerando o encolhimento, as tensões mecânicas e as deformações decorrentes do processo de transferência de massa no sólido.

Pretendeu-se dar uma visão concisa dos fenômenos envolvidos durante a secagem de sistemas simuladores esféricos e deformáveis, citando-se trabalhos relacionados com o tema desta pesquisa e a forma de abordagem do problema em estudo, utilizada por diversos autores. No final do capítulo, conclui-se, com base na revisão bibliográfica, sobre os desafios adicionais para o entendimento dos fenômenos complexos envolvidos na secagem, a fim de promover este método de engenharia.

Os modelos da literatura utilizados para a simulação do processo e para as determinações das propriedades das amostras, são apresentados, oportunamente, nos capítulos referentes aos métodos e aos resultados e discussões.

2.1 Fluidodinâmica ao redor de corpos submersos

O estudo das transferências de calor e de massa na camada limite, que se forma ao redor de corpos submersos em um fluido que escoar, envolve equações de balanço de energia e de

massa, sendo necessária a análise da dinâmica dos fluidos nesta região. Esta análise pode ser subdividida em escoamento viscoso e escoamento não viscoso.

O escoamento viscoso está compreendido na região entre o sólido e o fluido, onde as influências das forças viscosas sobrepujam as influências das forças de inércia, o que resulta na definição de viscosidade, sendo esta região denominada camada limite fluidodinâmica (BIRD *et al.*, 1960, HOLMAN, 1983).

A espessura da camada limite fluidodinâmica é com frequência definida como a região de escoamento entre o sólido e o fluido, até um ponto arbitrário onde a velocidade é 99% da velocidade do fluido não-perturbado (HOLMAN, 1983).

No seio do fluido o escoamento é, geralmente, governado pela teoria dos fluidos ideais. Em contraste, a viscosidade é importante na camada limite, mas como esta camada é relativamente fina, as equações de escoamento nesta região podem ser simplificadas e soluções adequadas podem ser obtidas para muitos casos. A divisão do problema do escoamento sobre um objeto nestas duas partes, como sugerido por Prandtl em 1904, mostrou ser de importância fundamental em dinâmica dos fluidos.

Considerando o escoamento de um fluido sobre uma placa plana, inicialmente o desenvolvimento da camada limite é laminar, porém a uma certa distância crítica da borda de ataque, dependendo do campo de escoamento e das propriedades do fluido, pequenas perturbações no escoamento podem ser amplificadas, ocorrendo um processo de transição até que o escoamento se torne turbulento, o qual para uma placa plana ocorre com número de Reynolds em torno de 5×10^5 (HOLMAN, 1983).

Considerando a situação de regime laminar, as moléculas podem se movimentar de uma lâmina de fluido para outra, transferindo uma quantidade de movimento correspondente à velocidade do escoamento, existindo um transporte líquido da quantidade de movimento de regiões de alta velocidade para regiões de baixa velocidade.

Na região de escoamento turbulento, ocorre um movimento aleatório das partículas fluidas. Assim, porções macroscópicas de fluido transportam quantidade de movimento, em vez do transporte microscópico, com base em moléculas individuais.

Desta forma deve-se esperar que no escoamento turbulento as massas dos elementos macroscópicos transportem mais energia e quantidade de movimento em comparação ao escoamento laminar (HOLMAN, 1983).

Embora nenhum fluido seja não viscoso, em algumas situações o fluido pode ser tratado como tal. Por exemplo, no problema da placa plana, o escoamento a uma distância suficientemente grande da placa terá um comportamento semelhante ao de um sistema não-viscoso.

A razão para este comportamento é que os gradientes de velocidade normais à direção do escoamento são muito pequenos, e, portanto, as forças de cisalhamento viscoso são pequenas (HOLMAN, 1983).

Durante a última metade do século dezenove uma teoria matemática, elaborada para fluidos ideais, foi desenvolvida e as equações diferenciais para o escoamento de um fluido ideal foram resolvidas para muitos casos.

Desde que o ar e a água têm baixas viscosidades, foi admitido que estes fluidos devam se comportar como fluidos ideais, exceto quando o número de Reynolds é muito baixo. A experiência mostrou que para muitos casos práticos esta teoria não é válida, como o caso da queda de pressão para água escoando através de um conduto.

A teoria dos fluidos ideais é de utilidade em aerodinâmica e no estudo geral de escoamento ao redor de corpos submersos porque fornece a distribuição de pressões no limite exterior da camada limite. Desde que esta teoria contém o postulado da viscosidade desprezível, pode ser considerada a situação de não aderência do fluido sobre a superfície sólida.

Para uma solução completa, o efeito da viscosidade e o cisalhamento devem ser considerados na camada limite próxima à superfície, porque, na realidade, não existe a situação de não aderência. Entretanto, em locais afastados da superfície, a hipótese de fluido ideal é, com frequência, válida (BIRD *et al.*, 1960).

Considerando que o escoamento invíscido é um ponto de referência útil para os escoamentos com altos números de Reynolds, uma simplificação diferente, conhecida como “creeping flow”, aplica-se nas condições de baixos números de Reynolds.

Neste caso, os termos inerciais da equação de Navier-Stokes são completamente desprezados. Problemas advindos da não linearidade do termo de aceleração convectiva são então evitados, entretanto, a ordem da equação e por consequência o número de condições de contorno requeridas não são mudados. Desta forma, as equações que governam o movimento de fluidos incompressíveis são a equação de Navier-Stokes e a equação da continuidade. A consideração de escoamentos com baixos números de Reynolds tem sido largamente aplicada em problemas como lubrificação, moldagem por injeção e escoamento através de meios porosos (CLIFT *et al.*, 1978).

Como discutido anteriormente, nenhum fluido é invíscido na prática. Para as situações com altos números de Reynolds, efeitos viscosos podem ser insignificantes através de grande parte do campo de escoamento e estas regiões podem ser tratadas como se o fluido fosse invíscido. Entretanto, o efeito da viscosidade deve, de uma forma geral, ser levado em conta em finas camadas adjacentes ao sólido no escoamento.

A essência da teoria da camada limite em mecânica dos fluidos, aplicáveis somente em altos números de Reynolds, é que os efeitos da viscosidade são considerados restritos à camada limite e certas simplificações podem ser feitas devido à espessura da camada limite. Usualmente, as derivadas com respeito à coordenada paralela ao escoamento são consideradas desprezíveis em relação àquelas na região transversal. Uma aproximação análoga

pode ser aplicada às transferências de calor e de massa em altos números de Peclet, referindo-se às camadas limite de temperatura e de concentração (CLIFT *et al.*, 1978).

Com relação à equação de Navier-Stokes, têm-se soluções exatas apenas para casos mais simples, com escoamento laminar, devido aos termos não lineares desta equação diferencial parcial. De um modo geral, simplificações podem ser obtidas através das aproximações de escoamento muito lento, teoria dos fluidos ideais e teoria da camada limite.

Com as aproximações do escoamento muito lento chega-se à solução exata para os perfis de velocidade ao redor de uma esfera submersa, porém esta situação é restrita a números de Reynolds menores do que 0,1. Nas aproximações feitas aplicando-se a teoria dos fluidos ideais, também é possível obter os perfis de velocidade ao redor de corpos submersos, por exemplo, uma esfera, porém, dependendo do fluido e da condição de escoamento, a formulação pode não ser satisfatória para as proximidades da superfície. Para esta região, é preciso aplicar-se as aproximações de camada limite.

2.2 Transferências de calor e de massa por convecção forçada ao redor de corpos submersos

A fim de se obter a variação local da taxa transferência de massa por convecção ao redor de corpos submersos, é necessário estabelecer um modelo para o perfil de concentração na camada limite entre o sólido e o fluido. A partir da igualdade dos fluxos difusivo e convectivo e de posse do perfil de concentração, obtém-se o número de Sherwood local ou o coeficiente de transferência de massa por convecção local.

Em um sistema binário (componentes A e B) com densidade, ρ , e coeficiente de difusão em um sistema binário, d_{AB} , constantes, a equação de transferência de massa convectiva para o componente A de concentração C_A é dada pela Equação (2.1):

$$\frac{\partial C_A}{\partial t} + (\vec{v} \cdot \nabla C_A) = d_{AB} \nabla^2 C_A + R_A, \quad (2.1)$$

onde, \vec{v} é o vetor de velocidade média da mistura (coordenadas fixas) e R_A é a taxa de geração ou consumo do componente A por reação química (BIRD *et al.*, 1960).

No estado estacionário, sem reação química, a equação de transferência de massa convectiva torna-se:

$$(\vec{v} \cdot \nabla C) = \alpha \nabla^2 C, \quad (2.2)$$

onde, o subscrito A foi eliminado por conveniência e α é utilizado como notação geral para d_{AB} .

Esta é também a forma da equação de transferência convectiva de calor derivada da equação da energia, para fluido de Newton incompressível, com capacidade calorífica constante a pressão constante e condutividade térmica constante, para o caso em que a variação de pressão e a dissipação viscosa são desprezíveis. Neste caso, C, na Equação (2.2), é análoga a temperatura e α é análoga à difusividade térmica (BIRD *et al.*, 1960).

Para resolver a equação de transferência de massa convectiva, Equação (2.1), é necessário obter a distribuição de velocidade do escoamento ao redor da partícula. A transferência de massa convectiva predomina em relação à transferência de massa por difusão em números de Reynolds moderados e até mesmo relativamente baixos quando a razão entre a viscosidade cinemática e o coeficiente de difusão, o número de Schmidt, Sc , fica em torno de 1000, como ocorre em um sistema líquido diluído em torno de 20°C.

Para um gás diluído na mesma temperatura, o número de Schmidt fica ao redor da unidade. A fim de obter a mesma taxa de transferência de massa para uma partícula suspensa em uma corrente gasosa, o número de Reynolds deve ser cerca de 1000 vezes o de um sistema

líquido. Para números de Reynolds muito maiores que a unidade, o escoamento potencial é usualmente aplicado para o escoamento além da camada limite.

Para o caso de uma esfera imersa em um fluido que escoa, o escoamento de fluido além da camada limite assumido como invíscido e irrotacional, pode ser representado pela seguinte função corrente (MILNE-THOMSON, 1972, apud KENDOUSH, 1995),

$$\Omega = \frac{1}{2} v_{\infty} \left[1 - \left(\frac{R}{r} \right)^3 \right] r^2 \sin\theta, \quad (2.3)$$

sendo as componentes de velocidade angular e radial obtidas por:

$$(v_{\theta}, v_r) = -\nabla\Omega \quad (2.4)$$

assim,

$$v_{\theta} = v_{\infty} \sin\theta \left[1 + \frac{1}{2 \left(\frac{R}{r} \right)^3} \right] \quad (2.5)$$

e

$$v_r = -v_{\infty} \cos\theta \left[1 - \left(\frac{R}{r} \right)^3 \right]. \quad (2.6)$$

Os perfis de velocidade segundo a teoria dos fluidos ideais, são em geral válidos para números de $Re > 0(10^2)$ (KENDOUSH, 1995).

A separação do escoamento ocorre quando o número de Reynolds for maior que 20 (CLIFT *et al.*, 1978). O escoamento reverso pode ser considerado similar ao escoamento na região anterior da esfera, segundo BATCHELOR (1967) e LEE & BARROW (1965) e a razão entre a velocidade da corrente livre reversa e a velocidade da corrente livre anterior, na borda da camada limite, fica ao redor de 0,077, segundo determinações experimentais de LEE & BARROW (1965). Assim, equações análogas para as velocidades podem ser obtidas para o escoamento reverso, utilizando-se a mesma função corrente, porém substituindo v_∞ por $0,077v_\infty$ (KENDOUSH, 1995).

Entre os trabalhos encontrados na literatura, que tratam de soluções analíticas para as equações de transferência de calor e de massa, ao redor de esferas e cilindros rígidos, destacam-se os realizados por KENDOUSH (1995) e HAN *et al.* (1996).

KENDOUSH (1995) obteve uma solução analítica para as transferências de calor e de massa por convecção forçada através de uma camada limite laminar incompressível, formada ao longo da superfície de uma partícula esférica estacionária, com separação do escoamento.

Neste trabalho o autor assumiu um escoamento invíscido no exterior da camada limite viscosa e a sua solução é limitada para fluidos com baixos números de Prandtl. A suposição de escoamento potencial além da camada limite viscosa tornou a solução obtida susceptível para escoamentos com altos números de Reynolds ($Re > 10^2$) e baixas viscosidades, por exemplo, líquidos pouco viscosos e gases.

Foram obtidas novas relações para os pontos de estagnação anterior e posterior, coeficientes de transferência de calor e de massa por convecção locais e globais para as regiões anterior e posterior da esfera, sendo que os resultados concordaram bem com outras teorias e foram validados com dados experimentais.

HAN *et al.* (1996) obtiveram uma solução analítica para a equação diferencial parcial que descreve a transferência de calor e de massa por convecção forçada ao redor de partículas cilíndricas e esféricas pela redução da equação diferencial parcial para uma equação diferencial ordinária de segunda ordem, utilizando uma transformação de similaridade.

Os cálculos com esta solução confirmaram que os gradientes de temperatura e concentração são maiores no ponto de estagnação anterior e que as taxas locais de transferência de massa, representadas pelo número de Sherwood local, decresceram a medida que o ângulo zenital θ aumenta de 0 para 180 graus, estando estes resultados de acordo com observações experimentais e outras teorias.

KENDOUSH (1995) e HAN *et al.* (1996) ainda relatam que a modelagem matemática estabelecida para a transferência de massa é análoga à modelagem matemática para a transferência de calor, na camada limite.

2.3 Secagem convectiva considerando o encolhimento

Com base na literatura consultada (SHAH & PORTER, 1973; SCHRADER & LICHFIELD, 1992; KETELAARS *et al.*, 1994; ROQUES *et al.*, 1994; EICHLER *et al.*, 1997; MRANI *et al.*, 1997, entre outros), pôde-se sintetizar a forma como a modelagem da secagem por convecção forçada, considerando o encolhimento, tem sido tratada.

Na modelagem para as transferências de calor e de massa constam equações de balanço diferenciais que descrevem as transferências de calor e de massa no interior do material, aplicando-se as leis de Fick e Fourier, respectivamente, com condições iniciais e de contorno para a resolução das equações. Para ambos os processos de transferência, as difusividades térmica e de massa, no interior do material, podem ser consideradas como constantes, ou dependentes da concentração de água e da temperatura.

Os modelos em geral têm duas considerações distintas: camada espessa ou camada fina. Para a camada espessa, a modelagem considera gradientes não nulos de temperatura e umidade. SHAH & PORTER (1973) consideraram apenas perfis de concentração no interior do material. A equação da energia é escrita assumindo-se a dependência da temperatura apenas em relação ao tempo, sendo uma função constante com a posição (dita análise concentrada).

Tendo-se perfis de concentração no interior do material, surgem tensões internas, durante a secagem, o que pode causar deteriorações na qualidade como rupturas (MRANI *et al.*, 1997). Para este caso, uma representação completa do processo deve incluir uma modelagem para a previsão da forma, o que implica em determinações de propriedades mecânicas como o Módulo de Young e a Razão de Poisson. A consideração de camada fina acarreta em temperatura e concentração variando uniformemente em função do tempo, eliminando-se o problema mecânico da modelagem.

Os modelos de secagem podem seguir dois tipos de coordenadas espaciais, como descrito por KETELAARS *et al.* (1994), segundo as visões de Lagrange e Euler. A visão de Lagrange é considerada a mais adequada para se descrever os problemas com vizinhanças móveis, porém, é necessária uma consideração sobre o tipo de encolhimento, para se obter uma equação de transporte. O encolhimento para muitos materiais biológicos é considerado como uma função linear da concentração de água, até a transição vítrea, onde ocorre a extinção do fenômeno do encolhimento (EICHLER *et al.*, 1997). De forma oposta, quando expressando as derivadas totais na visão de Euler, as velocidades locais das duas fases aparecem explicitamente, e não é preciso qualquer consideração em relação ao tipo de encolhimento (KETELAARS *et al.*, 1994).

Uma revisão detalhada sobre modelos de secagem convectiva considerando o encolhimento do sólido foi realizada por ARRIECHE (2003). Neste trabalho são apresentados

modelos para diferentes geometrias e foi dada ênfase às considerações realizadas pelos autores para o estabelecimento das equações que representam os fenômenos de transferência de massa e energia, tipo de encolhimento, difusividade, coordenadas utilizadas e principais conclusões sobre a validade dos mesmos.

A partir desta visão geral da modelagem da secagem, por convecção forçada, considerando o encolhimento, nota-se ser necessário a modelagem das tensões internas no material, devidas ao transporte de umidade. No item a seguir é apresentado uma revisão de como a modelagem das tensões é tratada na literatura.

2.4 Tensões e deformações decorrentes da transferência de massa

Com base na literatura sobre a teoria da elasticidade (TIMOSHENKO & GOODIER, 1980 e RACHID & LIBARDI, 1992) pôde-se fazer uma síntese dos aspectos gerais da modelagem matemática das tensões internas, devidas à transferência de massa. Uma vez estabelecidos os perfis de umidade no interior do sólido e a dependência do encolhimento com o teor de umidade é possível utilizar uma relação entre a tensão e a deformação, como a lei de Hooke (para materiais elásticos), incluindo-se o efeito da transferência de massa na formação de tensões.

A partir do balanço de forças em um elemento de volume do material, obtém-se a equação diferencial para as tensões, que em conjunto com a relação entre a tensão e a deformação, torna-se possível determinar a distribuição de tensões mecânicas no interior do material.

Estudos sobre as tensões, deformações e mudanças das propriedades mecânicas de alimentos submetidos ao processo de secagem, bem como outras formas de processamento, têm sido alvo de estudos por diversos pesquisadores, tanto no âmbito nacional como no internacional, destacando-se as pesquisas realizadas por BUVANASUNDARAM *et al.* (1996),

MRANI *et al.* (1997), MANCINI *et al.* (1999), LEWICKI & LUKASZUK (2000), KROKIDA *et al.* (2001), PONSART *et al.* (2002), ROSS & SCANLON (2003), PHAM *et al.* (2004) e NICOLETI *et al.* (2005).

Nestes trabalhos foram realizados estudos sobre modelagem das tensões e deformações durante a secagem convectiva e durante o congelamento, efeito da desidratação osmótica e da secagem convectiva nas propriedades reológicas e análise da mecânica da textura durante o processamento térmico.

BUVANASUNDARAM *et al.* (1996) desenvolveram um modelo matemático para prever as transferências de calor e de massa, as tensões e deformações e o encolhimento durante a secagem de alimentos considerados como materiais viscoelásticos. Amido de batata foi selecionado como o sistema modelo de alimentos, construído na geometria cilíndrica. As propriedades físicas tais como difusividade de massa, condutividade térmica e propriedades viscoelásticas foram determinadas como funções da temperatura e umidade do material. Para verificar a solução numérica, experimentos de secagem foram comparados com os dados simulados.

Durante a simulação, a tensão máxima desenvolveu-se perto da superfície do material. Este valor de tensão máxima não excedeu a tensão de ruptura e a superfície encolheu sem ocorrência de fissuras. Os dados simulados de perda de umidade e deformação das amostras de gel de amido ficaram de acordo com os resultados experimentais.

Além disto, BUVANASUNDARAM *et al.* (1996) afirmam que desde que os alimentos são em geral materiais viscoelásticos, pode ser necessário considerar este comportamento na modelagem das tensões mecânicas.

MRANI *et al.* (1997) aplicaram um modelo levando em conta a influência simultânea de ações mecânicas e higrométricas para estudar a secagem de um cilindro de gel bifásico (ágar gel) altamente deformável. Foram desenvolvidas soluções numéricas para a

equação de transporte de umidade e para a equação de equilíbrio mecânico. O material foi considerado como sendo elástico e foram obtidos perfis de umidade e perfis de tensões e deformações no cilindro de gel.

Os resultados numéricos obtidos por MRANI *et al.* (1997) foram validados com relação ao teor de umidade e deformação global dos cilindros de gel. Neste estudo três fases de deformação foram observadas. Na primeira fase, quando as concavidades das faces do cilindro ficaram voltadas para dentro, tensões de tração ocorreram na superfície da amostra. A distribuição da umidade tornou-se mais uniforme em uma segunda fase e o cilindro recuperou a forma inicial correspondendo a relaxação do estado de tensão.

Na terceira fase, a concavidade das faces do cilindro ficaram voltadas para fora, a superfície tornou-se rígida com tensões de compressão nas proximidades da superfície e tensões de tração no centro. Estas três fases de deformações corresponderam a distribuições particulares de umidade.

Uma das particularidades mais interessantes neste estudo relaciona-se com a consideração do material como sendo elástico. O gel ágar na realidade não comporta-se como um material perfeitamente elástico, pois tem uma parcela viscosa que diminui à medida que a concentração do sólido aumenta. Mesmo com a aproximação para material elástico, os resultados concordaram bem com dados experimentais. MRANI *et al.*(1997) também salientam que o modelo tem aplicabilidade no melhor controle de qualidade dos produtos desidratados, os quais são com frequência submetidos a excessiva deformação e a tensões internas que causam a quebra quando é ultrapassada a tensão de ruptura do materiais.

Seguindo a mesma linha de MRANI *et al.* (1997), tem-se o trabalho de PONSART *et al.*(2002) que modelaram o desenvolvimento de tensões em um alimento sólido (“spaghetti”), de geometria cilíndrica, o qual encolhe durante o processo de secagem, a fim de decidir sobre os melhores parâmetros de secagem para evitar-se a formação de fissuras. Para

tanto, um modelo foi desenvolvido para prever a evolução da temperatura e umidade do produto, e por conseqüência, o encolhimento e as tensões e deformações decorrentes do processo de transferência de massa. O objeto de estudo foi um cilindro infinito do material que representa o “spaghetti”.

Para desenvolver este trabalho, PONSART *et al.*(2002) tiveram que conhecer o comportamento mecânico do material, o qual é uma função da umidade e da temperatura. Os resultados simulados mostraram a evolução das tensões em cada posição das amostras, durante o processo de secagem, de acordo com as condições externas de secagem escolhidas.

As principais contribuições no estudo de PONSART *et al.*(2002) foram mostrar a necessidade de levar-se em conta as mudanças nas propriedades mecânicas durante o processo, de acordo com os valores locais de umidade e temperatura e dar uma maneira de escolher as condições de secagem apropriadas, a fim de se evitar a quebra do material. Para tanto, foi necessário comparar as tensões calculadas a tensão de ruptura com variação local, em função da temperatura e umidade do material.

Outro trabalho que se destaca sobre a modelagem de tensões internas durante o processamento de alimentos é o de PHAM *et al.*(2004), o qual não é ligado especificamente com o processo de secagem, porém a formulação do problema mecânico pode perfeitamente ser aplicada neste sentido.

PHAM *et al.*(2004) simularam as tensões térmicas que ocorrem durante o processo de congelamento de um alimento sólido de geometria esférica, utilizando um modelo elástico e propriedades térmicas e mecânicas determinadas experimentalmente. Foi descoberto que para explicar os padrões de quebra observados, ambos os fenômenos de expansão devida à mudança de fase e a contração térmica devem ser levados em consideração. Durante o congelamento, a região central não congelada esteve sempre sobre a ação de tensões de tração isotrópicas e uniformes, porém este fenômeno não explicou os padrões de quebra.

A causa mais provável da quebra durante o congelamento foi atribuída a tensões de tração tangenciais, decorrentes da contração térmica, e a vitrificação na superfície foi considerada a possível precursora da formação de fissuras. Os dados simulados indicaram que a fissura na superfície, uma vez formada, se propagará em direção ao centro, conforme foi observado experimentalmente.

PHAM *et al.*(2004) também afirmam que o modelo elástico proposto pode ser considerado simplificado, no entanto, os cálculos mostraram ser possível obter resultados muito similares aos obtidos a partir de modelos viscoelásticos mais sofisticados, ao menos nos estágios iniciais do congelamento, já que foram considerados a expansão volumétrica, a contração térmica e a variação das propriedades mecânicas em função da temperatura.

Os trabalhos discutidos são exemplos dos estudos que consideram a modelagem das tensões internas, que surgem devido à transferência de massa e o encolhimento, como observado em uma recente revisão feita por KATEKAWA & SILVA (2006). Mesmo com os progressos recentes nos estudos sobre a secagem convectiva ainda resta muito a ser explorado neste sentido.

Também foi constatado que há uma escassez de informações sobre a secagem considerando o efeito da natureza do escoamento na camada limite entre o sólido e o fluido e o seu efeito nos coeficientes de transferência de calor e massa. Entre os trabalhos encontrados na literatura, que tratam de soluções analíticas para as equações de transferência de calor e de massa, ao redor de esferas e cilindros rígidos, têm-se os realizados por KENDOUSH (1995) e HAN *et al.* (1996), mas nenhum ligado especificamente aos processos de secagem.

A literatura fornece muitos modelos para a representação do processo de secagem de materiais orgânicos. No entanto, cabe ainda o desenvolvimento de novas pesquisas que se preocupem com a variação da taxa de secagem ao longo da superfície dos materiais submetidos ao processo de secagem e que desenvolvem grande contração de volume, já que a variação local dos coeficientes de transferência de massa na superfície terá grande influência no encolhimento e na evolução da forma das amostras.

No estágio atual do desenvolvimento de representações matemáticas fundamentais, ainda carecem de considerações sobre os fenômenos de interação entre o fluido e o corpo submerso, e as suas influências na secagem de materiais sólidos deformáveis, bem como sobre as degradações na estrutura física, que ocorrem devido ao processo de transferência de massa e encolhimento.

É preciso obter mais informações sobre o comportamento de diversos materiais frente ao fluido de secagem, avaliar as variações nas propriedades mecânicas e garantir a manutenção dos atributos de qualidade dos produtos desidratados. Assim, será possível promover o método de secagem, com base científica e tecnológica.

CAPÍTULO 3

MODELAGEM MATEMÁTICA

Neste item é apresentada a modelagem matemática do problema em estudo, o qual foi introduzido no item 1.2. Várias abordagens para o equacionamento matemático do problema são realizadas, desde a consideração da transferência de massa no sólido apenas na direção radial, até a consideração do problema bidimensional e a modelagem das tensões e deformações.

3.1 Modelagem matemática unidimensional para a transferência de massa no sólido: formulação 1

De uma forma simplificada, o problema da secagem de um sistema simulador de alimentos deformável, apresentado no item 1.2, pode ser modelado a partir das seguintes considerações:

- transferência de massa em regime transiente;
- o sistema simulador é de geometria esférica;
- o encolhimento do sólido é considerado igual ao volume de água evaporado (de acordo com EICHLER *et al.*, 1997, item 2.3, trata-se da visão de Lagrange);
- a transferência de massa no sólido ocorre na direção radial, assim para um dado valor de tempo e de raio, a umidade é constante em qualquer valor do ângulo zenital θ e do ângulo azimutal ϕ ; conforme Figura 1.1;
- a condição de contorno na superfície do sólido envolve o número de Biot para massa global, função apenas do tempo (não varia nas direções angulares);
- a difusividade efetiva é variável no sólido com o teor de umidade média (aproximação usual comentada no item 2.3), e

- o sistema simulador é elaborado a partir de uma mistura de água no estado líquido e material sólido.

De acordo com estas considerações, a transferência de massa do interior do sólido para o ar de secagem pode ser representada pela Equação 3.1, a qual estabelece que toda a variação de umidade com o tempo é devida a variações do fluxo de massa na direção radial da amostra:

$$\frac{\partial \psi}{\partial \tau} = \left(\frac{R_s^2}{d_f} \frac{d_{ef}(\tau)}{R^2(\tau)} \right) \left[\frac{1}{\xi^2} \frac{\partial \left(\xi^2 \frac{\partial \psi}{\partial \xi} \right)}{\partial \xi} \right]. \quad (3.1)$$

A Equação 3.1 está sujeita a uma condição inicial (Equação 3.2) e a duas condições de contorno na coordenada radial (Equação 3.3 e Equação 3.4):

$$\psi = 1, \text{ para } \tau = 0 \text{ e } \forall \xi \quad (3.2)$$

$$\left(\frac{\partial \psi}{\partial \xi} \right) \Big|_{\xi=1} = -3\text{Bi}_m(\tau) \psi \Big|_{\xi=1}, \text{ para } \tau \geq 0 \text{ e } \xi = 1 \quad (3.3)$$

$$\frac{\partial \psi}{\partial \xi} = 0, \text{ para } \tau \geq 0 \text{ e } \xi = 0 \text{ (condição de simetria em relação à origem)}. \quad (3.4)$$

Nas Equações 3.1 a 3.4, as variáveis adimensionais ψ , τ e ξ , referentes à umidade da amostra, tempo de secagem e coordenada radial, respectivamente, foram definidas a partir das seguintes equações:

$$\psi \equiv (X - X_e)/(X_0 - X_e) \quad (3.5)$$

$$\tau \equiv (d_f/R_s^2) \cdot (t) \quad (3.6)$$

$$\xi \equiv r/R. \quad (3.7)$$

O número de Biot para massa (Bi_m) foi definido de acordo com CRANCK (1975),

$$Bi_m = \frac{h_m \rho_a x_l k}{\rho_s d_{ef}} \quad (3.8)$$

onde, k representa a constante de partição média, calculada pela razão entre a umidade absoluta do ar e a umidade de equilíbrio da amostra, X_e , assumindo uma dependência linear entre ambas.

A Equação 3.9 representa a razão de umidade média e para o seu cálculo será considerada a média aritmética, a qual representa a soma de todos os valores de razão de umidade local (Equação 3.5) dividida pelo número de pontos nodais:

$$\bar{\psi}(\tau) \equiv (\bar{X}(\tau) - X_e)/(X_0 - X_e). \quad (3.9)$$

O cálculo da umidade média é necessário, durante a simulação, para o cálculo do raio externo da esfera, $R=R(\tau)$, e para a verificação do modelo em confronto com os dados experimentais de umidade média.

Na Equação 3.1 a difusividade efetiva e o raio externo foram colocados em evidência, pois são funções da umidade média, a qual é uma função apenas do tempo e não da

coordenada radial. Assim, os valores de d_{ef} e R são recalculados durante a simulação, para cada incremento na dimensão temporal, a partir do valor de umidade média calculado no tempo anterior.

Na condição de contorno descrita pela Equação 3.3, a qual representa a igualdade entre o fluxo de massa difusivo no interior do sólido e o fluxo de massa convectivo da superfície para o ar, o número de Biot para massa é uma função do tempo, sendo x_1 , d_{ef} e h_m calculados para cada incremento de tempo, durante a solução numérica.

Esta formulação pode ser útil para prever a cinética de secagem do material e para a simulação das tensões internas, quando se tem um perfil de umidade apenas na direção radial.

Porém, devido ao fato de que no problema discutido no item 1.2, a transferência de massa é bidimensional no sólido, faz-se necessário um modelo que considere os efeitos da fluidodinâmica na camada limite, como no item 3.2. Assim é possível avaliar a degradação das amostras que se originará devido ao perfil de umidade angular.

3.2 Modelagem matemática bidimensional para a transferência de massa no sólido: formulação 2

A modelagem matemática bidimensional, para a transferência de massa no sólido, foi tratada de duas maneiras similares, distinguindo-se apenas na consideração do número de Biot de massa, conforme apresentado a seguir.

3.2.1 Considerando o número de Biot de massa médio para as regiões anterior e posterior à separação do escoamento

Para modelar o problema de transferência de massa bidimensional no sólido, discutido no item 1.2, têm-se as seguintes considerações:

- transferência de massa no regime transiente;
- o sistema simulador é de geometria esférica;
- o encolhimento do sólido é considerado igual ao volume de água evaporado, (de acordo com EICHLER *et al.*, 1997, item 2.3, visão de Lagrange);
- a transferência de massa no sólido ocorre na direção radial e na direção do ângulo zenital θ ; assim para um dado valor de tempo, raio e ângulo θ , a umidade é a mesma para qualquer valor do ângulo azimutal ϕ ;
- a condição de contorno na superfície envolve o número de Biot de massa médio para a região anterior à separação do escoamento e outro para a região posterior, sendo que ambos são funções do tempo;
- a difusividade efetiva é variável no sólido com o teor de umidade média;
- o escoamento reverso é similar ao escoamento na região anterior da esfera, segundo BATCHELOR (1967) e LEE & BARROW (1965);
- a razão entre a velocidade da corrente livre reversa e a velocidade da corrente livre anterior, na borda da camada limite, é de 0,077, segundo determinações experimentais de LEE & BARROW (1965), e
- o sistema simulador é elaborado a partir de uma mistura de água no estado líquido e material sólido.

De acordo com estas considerações, a transferência de massa do interior do sólido para o ar de secagem pode ser representada pela Equação 3.10, a qual estabelece que toda a variação de umidade com o tempo deve-se às variações dos fluxos difusivos de massa, nas direções radial e angular zenital da amostra.

$$\frac{\partial \psi}{\partial \tau} = \left(\frac{R_s^2 d_{ef}(t)}{d_f R^2(t)} \right) \left\{ \frac{1}{\xi^2} \frac{\partial \left(\xi^2 \frac{\partial \psi}{\partial \xi} \right)}{\partial \xi} + \frac{1}{\pi^2 \xi^2 \text{sen}(\pi \eta)} \frac{\partial \left(\text{sen}(\pi \eta) \frac{\partial \psi}{\partial \eta} \right)}{\partial \eta} \right\}. \quad (3.10)$$

A Equação 3.10 está sujeita a uma condição inicial (Equação 3.11), a duas condições de contorno na coordenada radial (Equação 3.12 e Equação 3.13) e a duas condições de contorno na coordenada angular zenital (Equação 3.14):

$$\psi = 1, \text{ para } \tau = 0, 0 \leq \xi \leq 1 \text{ e } \forall \eta \quad (3.11)$$

$$\psi = \psi(\tau), \text{ para } \tau \geq 0, \xi = 0 \text{ e } \forall \eta \quad (3.12)$$

$$\left(\frac{\partial \psi}{\partial \xi} \right)_{\xi=1} = -3\text{Bi}_m(\tau, \eta) \psi|_{\xi=1}, \text{ para } \tau \geq 0, \xi = 1 \text{ e } \forall \eta \quad (3.13)$$

$$\frac{\partial \psi}{\partial \eta} = 0, \text{ para } \tau \geq 0, 0 \leq \xi \leq 1, \eta = 0 \text{ e } \eta = 1 \text{ (condição de simetria em relação ao eixo central, paralelo à direção do escoamento)}. \quad (3.14)$$

Nas Equações 3.10 a 3.14, as variáveis dimensionais ψ , τ , ξ e η , referentes à umidade da amostra, tempo de secagem, coordenada radial e coordenada angular zenital θ , respectivamente, foram definidas a partir das seguintes equações:

$$\psi \equiv (X - X_e)/(X_0 - X_e) \quad (3.5)$$

$$\tau \equiv (d_f/R_s^2) \cdot (t) \quad (3.6)$$

$$\xi \equiv r/R \quad (3.7)$$

$$\eta \equiv \theta/\pi. \quad (3.15)$$

Da mesma maneira que no item 3.1, o número de Biot para massa (Bi_m) é definido de acordo com CRANCK (1975), Equação 3.8, e a razão de umidade média, Equação 3.9, é calculada pela média aritmética:

$$Bi_m = \frac{h_m \rho_a x_1 k}{\rho_s d_{ef}} \quad (3.8)$$

$$\bar{\psi}(\tau) \equiv (\bar{X}(\tau) - X_e) / (X_0 - X_e). \quad (3.9)$$

Porém, na condição de contorno descrita pela Equação 3.13, o número de Biot de massa é uma função do tempo e das regiões delimitadas pela separação do escoamento, pois x_1 , d_{ef} e h_m são calculados para cada incremento de tempo na simulação, sendo que são utilizados dois valores médios de h_m , um para a região anterior e outro para a região posterior a separação do escoamento.

O cálculo destes dois valores médios de h_m é fundamentado nos dados experimentais de LEE & BARROW (1965), conforme consta nas considerações feitas anteriormente para esta formulação.

3.2.2 Considerando o número de Biot de massa em função do ângulo zenital

Para este caso, a modelagem é exatamente a mesma do item anterior, exceto na consideração do número de Biot de massa. Desta vez foi considerado um número de Biot de

massa local, variando com o ângulo zenital θ , a partir da inclusão do coeficiente de transferência de massa h_m local. O cálculo de h_m de acordo com o ângulo será detalhado no item referente à determinação dos parâmetros de transporte. É válido lembrar que estas duas considerações para o número de Biot conduzirão a diferentes programações para a solução numérica das equações da formulação 2.

3.3 Modelagem da distribuição de tensões para um perfil de umidade unidimensional: formulação3

Uma das causas que originam tensões em um corpo durante o processo de secagem é a distribuição de umidade. Com o decorrer da transferência de massa, os elementos de volume do corpo encolhem. Normalmente, tal contração não pode ocorrer livremente em um corpo contínuo, e tensões devido à transferência de massa se estabelecem.

A ruptura através de fadiga pode ocorrer facilmente como resultado da distribuição de umidade, o que causa uma perda na qualidade dos produtos desidratados. Nos itens a seguir são apresentadas duas abordagens para a modelagem matemática das tensões e deformações decorrentes da transferência de massa.

3.3.1 Considerando o módulo de Young médio na posição

Para modelar matematicamente este processo, foi considerado o caso de uma esfera de gel com uma distribuição de umidade simétrica em relação ao centro, ou seja, função apenas da coordenada radial.

Devido à simetria, haverá três componentes de tensão não nulas, uma radial e duas componentes angulares (em θ e em ϕ , porém idênticas). A Figura 3.1 (a) mostra o elemento de volume esférico projetado com as tensões atuantes e a Figura 3.1 (b) o elemento de volume esférico no espaço.

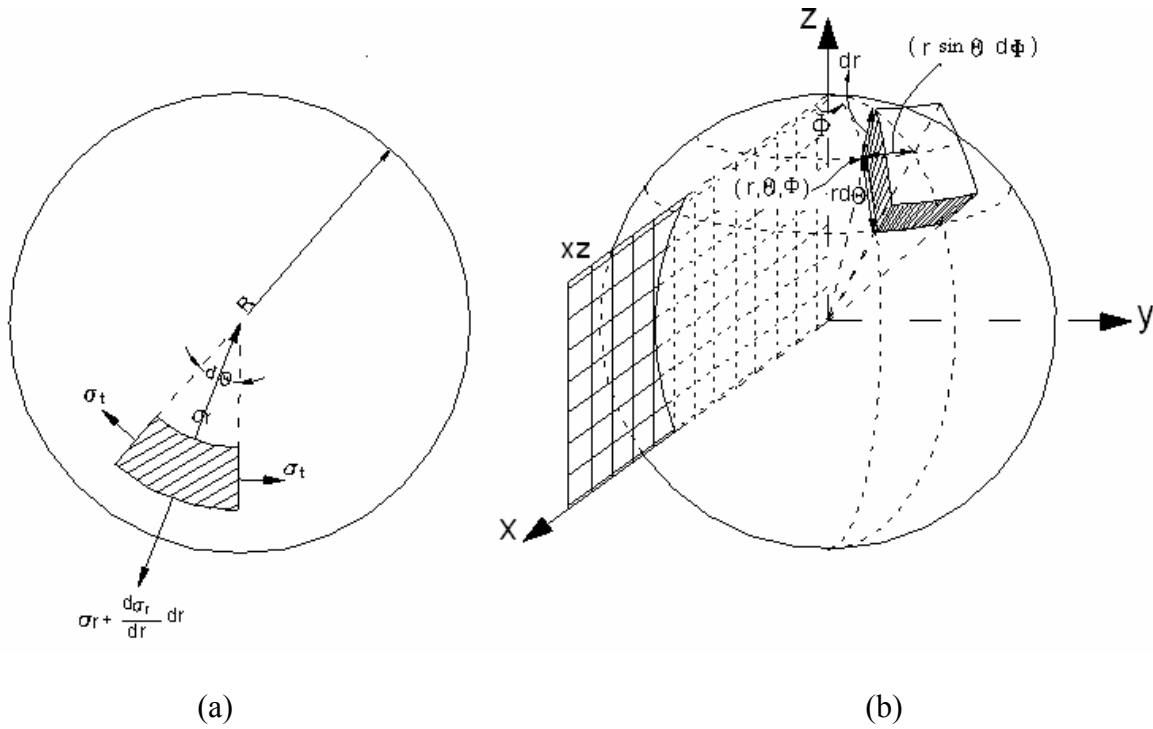


Figura 3.1: Elemento de volume esférico projetado no plano (a) e delimitado por duas superfícies esféricas concêntricas (b).

Estes componentes de tensão devem satisfazer à condição de equilíbrio de um elemento, na direção radial, de acordo com a Equação 3.16:

$$\frac{d\sigma_r}{dr} + \frac{2}{r}(\sigma_r - \sigma_t) = 0 \tag{3.16}$$

Ao considerar o gel como um material elástico, a Lei do Hooke foi aplicada para as duas deformações envolvidas, levando em conta o efeito da transferência de massa através da adição do termo ε^X ,

$$\varepsilon_r = \frac{1}{E}(\sigma_r - 2\nu\sigma_t) + \varepsilon^X \tag{3.17}$$

$$\varepsilon_t = \frac{1}{E}(\sigma_t - \nu(\sigma_r + \sigma_t)) + \varepsilon^X, \tag{3.18}$$

onde, ε^X é a deformação radial devida à variação de umidade, sendo que, pode ser obtida a partir da relação entre a variação de volume e a umidade do sistema simulador.

Uma vez estabelecida a equação para o equilíbrio de tensões e de posse da relação entre a tensão e a deformação, são necessárias as equações de compatibilidade, para relacionar as deformações com os deslocamentos e os tipos de deformações entre si.

Fisicamente, estas equações garantem que o corpo, ao se deformar, o fará de modo contínuo, sem apresentar aberturas e sobreposições. Ao considerar o material homogêneo e isotrópico, estas equações são reduzidas a (TIMOSHENKO & GOODIER, 1980):

$$\varepsilon_r = \frac{du}{dr} \quad (3.19)$$

$$\varepsilon_t = \frac{u}{r} \quad (3.20)$$

onde, u é o deslocamento radial.

Pela substituição da Lei de Hooke (com as tensões explícitas) e as relações de compatibilidade, na equação de equilíbrio (Equação 3.16), obteve-se a equação diferencial para o deslocamento radial:

$$\frac{d}{dr} \left[\frac{1}{r^2} \frac{d(r^2 u)}{dr} \right] = \frac{(1+\nu)}{(1-\nu)} \frac{d(\varepsilon^X)}{dr}. \quad (3.21)$$

A solução analítica para a Equação 3.21 foi obtida pela técnica de separação de variáveis (SPIEGEL, 1973),

$$u = \frac{(1+\nu)}{(1-\nu)} \frac{1}{r^2} \int_0^r (\varepsilon^x) r^2 dr + C_1 r + \frac{C_2}{r^2}, \quad (3.22)$$

sendo considerado que as propriedades mecânicas são aproximadamente constantes para uma determinada distribuição de umidade radial.

Substituindo esta solução nas Equações 3.19 e 3.20 e as equações resultantes na forma invertida da Lei de Hooke (com as tensões explícitas), obtêm-se:

$$\sigma_r = -\frac{2E}{1-\nu} \frac{1}{r^3} \int_0^r (\varepsilon^x) r^2 dr + \frac{EC_1}{1-2\nu} - \frac{2EC_2}{1+\nu} \frac{1}{r^3} \quad (3.23)$$

e

$$\sigma_t = \frac{E}{1-\nu} \frac{1}{r^3} \int_0^r (\varepsilon^x) r^2 dr + \frac{EC_1}{1-2\nu} + \frac{EC_2}{1+\nu} \frac{1}{r^3} - \frac{E\varepsilon^x}{1-\nu}, \quad (3.24)$$

as quais têm duas constantes de integração, C_1 e C_2 , obtidas pela aplicação de duas condições de contorno. Para este caso, onde se tem uma esfera sólida, $u = 0$ em $r = 0$, então, a partir da Equação 3.22, observa-se que

$$\lim_{r \rightarrow 0} \frac{1}{r^2} \int_0^r \varepsilon^x r^2 dr = (\varepsilon^x_{\text{centro}}) \lim_{r \rightarrow 0} \frac{r}{3} = 0, \quad (3.25)$$

de onde conclui-se que C_2 é nula, pois se sabe que u é finito.

A constante C_1 foi obtida a partir da suposição de que a superfície está livre de forças externas, de forma que a tensão radial é nula. Então, a partir da Equação 3.23, obteve-se:

$$\frac{EC_1}{(1-2\nu)} = \frac{2E}{(1-\nu)} \frac{1}{R^3} \int_0^R \varepsilon^X r^2 dr \quad (3.26)$$

e, finalmente, as equações para as distribuições de tensões na esfera de gel, como funções da coordenada radial e do teor de umidade, foram expressas por

$$\sigma_r = \frac{2E}{1-\nu} \left(\frac{1}{R^3} \int_0^R \varepsilon^X r^2 dr - \frac{1}{r^3} \int_0^r \varepsilon^X r^2 dr \right) \quad (3.27)$$

e

$$\sigma_t = \frac{E}{1-\nu} \left(\frac{2}{R^3} \int_0^R \varepsilon^X r^2 dr + \frac{1}{r^3} \int_0^r \varepsilon^X r^2 dr - \varepsilon^X \right). \quad (3.28)$$

3.3.2 Considerando o módulo de Young local

A solução analítica do item anterior é análoga à dada por TIMOSHENKO & GOODIER (1980) para o caso de propriedades mecânicas constantes. Entretanto, tais simplificações podem ser inadequadas na secagem de alimentos onde as propriedades podem variar como funções da umidade e posição, no caso da umidade do alimento apresentar uma distribuição durante o processo.

Para tais casos o campo de tensões deve ser resolvido numericamente. As equações apresentadas no item anterior puderam ser re-arranjadas na seguinte forma. Das Equações 3.17 e 3.19, tem-se que:

$$\frac{du}{dr} = \frac{\sigma_r - 2\sigma_t}{E} + \varepsilon^x. \quad (3.29)$$

A partir da Equação 3.18, obteve-se:

$$\sigma_t = \frac{1}{1-\nu} \left[E \left(\frac{u}{r} - \varepsilon^x \right) + \nu \sigma_r \right]. \quad (3.30)$$

Pela inserção da Equação 3.30 na Equação 3.16, chegou-se a:

$$\frac{d\sigma_r}{dr} = -\frac{2}{r} \left(\sigma_r - \left\{ \frac{1}{1-\nu} \left[E \left(\frac{u}{r} - \varepsilon^x \right) + \nu \sigma_r \right] \right\} \right). \quad (3.31)$$

As Equações 3.29 e 3.31 compõem um sistema de equações diferenciais ordinárias e as condições de contorno requeridas são tais como na solução analítica: $u = 0$ em $r = 0$ e $\sigma_r = 0$ em $r = R$.

Tanto a solução analítica quanto a solução numérica foram obtidas para uma dada distribuição de umidade, estabelecida em cada tempo do processo de secagem a partir da formulação 1 (item 3.1). Na solução analítica considerou-se o módulo de Young médio e na solução numérica como uma função da posição.

Uma vez estabelecidos os modelos para a transferência de massa no sólido e para as distribuições de tensões no material, têm-se que determinar os coeficientes de transporte e as propriedades termodinâmicas e mecânicas. Estas determinações são apresentadas no capítulo a seguir.

CAPÍTULO 4

DETERMINAÇÕES DOS COEFICIENTES DE TRANSPORTE E DAS PROPRIEDADES TERMODINÂMICAS E MECÂNICAS

Para simular o processo de secagem com as equações da modelagem matemática apresentada no Capítulo 3, são necessárias as determinações dos coeficientes de transporte e das propriedades termodinâmicas e mecânicas, conforme descritas a seguir.

4.1 Difusividade efetiva de massa

A constante de secagem, K , pode ser determinada com o ajuste da representação exponencial (na forma integrada a dois parâmetros) à curva de umidade experimental da amostra em função do tempo de secagem, para cada condição experimental adotada, como realizado por JASON (1958) e PINTO (1996), para a secagem de músculos de peixes considerando o encolhimento.

Esta representação exponencial estabelece que a taxa de secagem é proporcional à concentração de água livre do material, sendo que na forma integrada a dois parâmetros, corresponde ao primeiro termo da série que é a solução analítica do modelo de Fick para esferas, onde para tempos de secagem longos apenas o primeiro termo é significativo.

Assim, para cada condição experimental, tem-se um valor para a constante de secagem, sendo possível calcular a difusividade efetiva de massa utilizando a Equação 4.1,

$$K = \frac{\pi^2 d_{ef}}{R^2}, \quad (4.1)$$

advinda da correspondência da relação exponencial com a solução analítica do modelo de Fick para esferas (CRANK, 1975).

A difusividade efetiva, calculada pela Equação 4.1, está relacionada com a taxa de secagem e engloba diversos mecanismos de transferência de massa.

4.2 Coeficiente de transferência de massa por convecção

As modelagens unidimensional e bidimensional para a transferência de massa no sólido, considerando o número de Biot de massa médio (formulações 1 e 2) necessitam do coeficiente de transferência de massa por convecção, h_m .

Este coeficiente pode ser estimado a partir do número de Sherwood médio, de acordo com WHITAKER (1980), que propôs uma equação para líquidos e gases escoando sobre esferas, Equação 4.2.

$$\text{Sh} = 2 + \left(0,4 \text{Re}^{\frac{1}{2}} + 0,06 \text{Re}^{\frac{2}{3}} \right) \text{Sc}^{0,4} \left(\frac{\mu_{\infty}}{\mu_{\text{sup}}} \right)^{\frac{1}{4}}, \quad (4.2)$$

válida no domínio de

$$3,5 < \text{Re} < 8 \cdot 10^4; 0,7 < (\text{Sc}/\text{Le}) < 380 \text{ e } 1,0 < \left(\frac{\mu_{\infty}}{\mu_{\text{sup}}} \right) < 3,2$$

onde

$$\text{Re} = \frac{D V_a \rho_a}{\mu_a}. \quad (4.3)$$

As propriedades na Equação (4.2) são avaliadas à temperatura da corrente livre, para o cálculo de Re e μ_∞ . Para o cálculo de Sc e da viscosidade do ar na superfície da amostra (μ_{sup}), as propriedades são avaliadas à temperatura média entre a temperatura de bulbo úmido e a temperatura do ar de secagem.

Para o cálculo do número de Reynolds, considera-se o diâmetro da esfera de volume igual ao calculado pela equação do encolhimento ideal, de acordo com IGLESIAS *et al.* (1993),

$$V_g = (m_s / \rho_s) \cdot (1 + \bar{X} \cdot (\rho_s / \rho_{\text{água}})), \quad (4.4)$$

sendo que, o significado físico desta equação é que todo o encolhimento ocorrido pela amostra é igual ao volume de água evaporado de sua estrutura.

Para a formulação 1 (item 3.1), o coeficiente de transferência de massa por convecção, h_m , pode ser obtido através da Equação 4.2. Para a formulação 2 (item 3.2.1), h_m pode ser determinado pelo mesmo procedimento, porém, são calculados dois valores de h_m , um para a região anterior e outro para a região posterior à separação do escoamento, com base no trabalho de LEE & BARROW (1965).

Estes autores determinaram experimentalmente, conforme já comentado, que a razão entre a velocidade da corrente livre reversa, na borda da camada limite posterior, e a velocidade da corrente livre na borda da camada limite anterior é de aproximadamente 0,077.

Assim, a partir dos valores do número de Reynolds calculados para a corrente livre anterior e reversa, obtêm-se os valores médios de h_m para as regiões anterior e posterior da esfera, seguindo-se o ângulo de separação do escoamento na camada limite descrito por CLIFT *et al.* (1978), Equação 4.5:

$$\theta_{\text{sep}} = 78 + 275 \text{Re}^{-0,37} \quad (4.5)$$

válida para $400 < \text{Re} < 3.10^5$.

Para a formulação 2 (item 3.2.2), é proposta a utilização do coeficiente de transferência de massa por convecção, h_m , com variação local, ou seja, em função do ângulo.

Este coeficiente pode ser determinado através do número de Sherwood, de acordo com KENDOUSH (1995), que propôs uma solução analítica para a transferência de calor e de massa, por convecção forçada, através de uma camada limite laminar e incompressível ao longo da superfície de uma partícula esférica estacionária.

Esta solução, Equação 4.6, tem base em uma suposição de escoamento potencial nas equações de conservação de energia e de massa, com a utilização da aproximação de camada de limite:

$$\text{Sh}(\theta) = 1.693 \left\{ \frac{\text{sen}^2 \theta}{(2 + \cos^3 \theta - 3 \cos \theta)^{1/2}} \right\} (\text{Re})^{1/2} (\text{Sc})^{1/2}, \quad (4.6)$$

válida para ($\text{Sc} < 1$) e escoamento laminar com $\text{Re} > O(10^2)$.

O número de Reynolds e o ângulo de separação são calculados a partir das Equações 4.3 e 4.5, respectivamente, sendo que, para a corrente livre anterior, utiliza-se V_a e para a corrente livre reversa, substituem-se V_a por $(0,077V_a)$. Para o cálculo de $\text{Sh}(\theta)$ para a região posterior, substitui-se, na Equação 4.6, θ por $(\pi - \theta)$.

Assim, obtêm-se valores locais de $h_m = h_m(\theta)$, para as áreas anterior e posterior da esfera. É necessário também observar os limites da Equação (4.6) quando $\theta \rightarrow 0$, a fim de determinar-se as equações respectivas aos pontos de estagnação, nas áreas anterior e posterior à separação do escoamento.

4.3 Coeficiente de difusão e propriedades físicas para o ar de secagem

A difusividade do vapor d'água no ar e as propriedades físicas do ar de secagem como a viscosidade, a viscosidade cinemática e a massa específica são necessárias para o cálculo dos coeficientes de transferência de massa por convecção, de acordo com as equações apresentadas no item anterior.

Como estimativa, podem ser considerados os dados existentes na literatura (SINGH & HELDMAN, 1993 e PERRY & GREEN, 1997). A difusividade da água no ar ($d_{a\infty}$) pode ser estimada segundo SISSON & PITTS (1972), para uma ampla faixa de valores de temperaturas, pela equação:

$$d_{a\infty} = \frac{0,000146 T^{2.5}}{P(T + 441)} \quad (4.7)$$

onde, $d_{a\infty}$ é dado em ft^2/h , T é a temperatura em R e P a pressão em atm.

Os valores das propriedades utilizadas no cálculo dos coeficientes de transferência convectiva de massa, na superfície de contato entre o sólido e o fluido, são estimados com base nas condições operacionais utilizadas na unidade de secagem, conforme apresentado no próximo item, ou seja, na temperatura do fluido ($T_a = 50^\circ\text{C}$) e na temperatura média de película (T_{am}), entre a temperatura de bulbo úmido e de bulbo seco, e encontram-se reunidos na Tabela 4.1.

Tabela 4.1: Propriedades do ar à 1 atm (SINGH & HELDMAN, 1993).

Temperatura $^\circ\text{C}$	Massa específica (kg/m^3)	Viscosidade ($10^{-6} \text{ N}\cdot\text{s}/\text{m}^2$)	Viscosidade cinemática ($10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$)
30	1,13	18,68	16,58
40	1,09	19,12	17,60
50	1,06	19,52	18,58

4.4 Coeficiente de partição

Para o cálculo do número de Biot de massa, Equação 3.8, é necessária a constante de partição média, k , calculada pela razão entre a umidade absoluta do ar e a umidade de equilíbrio da amostra, X_e , assumindo uma dependência linear entre ambas, como em HERNÁNDEZ *et al.* (2000),

$$Y_i = k X_i, \quad (4.8)$$

onde, Y_i é substituído pela umidade do ar de secagem (Y_∞) e X_i pela umidade de equilíbrio dinâmico da amostra (X_e). Foi considerada a umidade de equilíbrio dinâmico do sistema, obtida diretamente dos testes de secagem.

4.5 Propriedades mecânicas

As propriedades mecânicas, como o módulo de Young, a tensão máxima e a deformação máxima podem ser determinadas através de ensaios mecânicos de compressão. Para tanto, utilizaram-se amostras cilíndricas de gel ágar de 4,56 cm de comprimento e 2,16 cm de diâmetro ($L/D \cong 2$), nas concentrações de 32,33; 28,29; 24,25; 20,21; 16,17, 12,12; 8,08 e 4,04 g água/g sólido seco.

As dimensões dos corpos de prova foram assim estabelecidas para se evitar a flambagem durante os testes de compressão. As concentrações foram selecionadas a fim de se obter uma faixa de valores, que abrangesse desde a umidade inicial das amostras de gel, utilizada nas experiências de secagem, até o valor de umidade crítica.

Para a elaboração dos corpos de prova, o ágar sólido era pesado e disperso em água destilada, conforme a concentração desejada. Logo após, a mistura era vertida em moldes

cilíndricos de latão (hermeticamente fechados) e geleificada em banho-maria. Para as amostras de umidade mais baixa, a mistura de ágar e água constava de um pó úmido, sendo necessária a compactação nos moldes cilíndricos e um tempo de aproximadamente 2 horas, para completa geleificação em banho-maria.

Uma vez elaborados, os corpos de prova eram conduzidos para o equipamento de ensaios mecânicos, a temperatura ambiente de aproximadamente 25 °C e comprimidos a uma taxa de deformação de 10 mm/min (WEINER & NUSSINOVITCH, 1994), até se atingir a ruptura.

O equipamento utilizado foi o Instron 4301 Universal Testintg Machine (Instron International, UK), do Laboratório de Ensaios Mecânicos do DEMA/UFSCar, equipado com uma célula de carga de 100 N e conectado a um microcomputador via um conversor analógico/digital IEEE PCB EXA 504-148 (Instron International, UK).

Um programa especial (Series, XII V2, 2004 Cyclic Test, Instron International, UK) tornou possível a operação do dinamômetro a partir do computador e a coleta contínua dos dados de voltagem e deslocamento do equipamento em função do tempo, convertendo para dados digitalizados de altura das amostras, $H=H(t)$, e carga de compressão aplicada, $F=F(t)$.

Por subsequência, utilizando a definição de tensão e deformação desejada, os valores instantâneos de altura das amostras e carga de compressão aplicada são convertidos em tensão de engenharia (σ_E) ou tensão verdadeira (σ_T), em função de deformação de engenharia (ε_E) ou deformação Hencky (ε_T), de acordo com as seguintes definições:

$$\sigma_E \equiv \frac{F(t)}{S_0} \quad (4.9)$$

$$\varepsilon_E \equiv \frac{H_0 - H(t)}{H_0} \quad (4.10)$$

$$\sigma_T \equiv \frac{F(t)}{S(t)} = \frac{F(t)}{S_0} \frac{H(t)}{H_0} = \sigma_E (1 - \varepsilon_E) \quad (4.11)$$

$$\varepsilon_H \equiv \ln\left(\frac{H_0}{H(t)}\right) = -\ln(1 - \varepsilon_E) \quad (4.12)$$

onde, S_0 e H_0 são a área transversal inicial e a altura das amostras, respectivamente, enquanto que na Equação 4.11, a área transversal instantânea, $S=S(t)$, é calculada na hipótese de volume constante (WEINER & NUSSINOVITCH, 1994; MANCINI *et al.*, 1999).

Ao utilizarem-se as definições 4.11 e 4.12, ocorre a linearização da curva de tensão em função da deformação e dependendo da concentração, pode-se aplicar a lei de Hooke, como uma aproximação para o comportamento mecânico das amostras. O módulo de Young, E , é então determinado pela Equação 4.13, através de regressão linear dos dados de tensão e deformação.

$$\varepsilon_H = \frac{1}{E} \sigma_T \quad (4.13)$$

Outros parâmetros mecânicos que são determinados através dos testes de compressão são a tensão de ruptura e a deformação máxima, de acordo com a definição utilizada de tensão e deformação.

Ainda é necessária a relação entre a perda de umidade da amostra e o deslocamento radial distribuído, devido ao encolhimento local. Assim, é possível estabelecer uma função para a deformação do encolhimento, ε^X , necessária para o cálculo das tensões. Esta relação foi obtida a partir dos perfis de umidade simulados e pela equação do encolhimento (Equação 4.4), conforme a seqüência de equações a seguir, onde N , NT , M e MT são os pontos

de discretização e o número total de pontos na coordenada radial e temporal, respectivamente, utilizados na solução numérica:

Para $N = 1, 2, 3, \dots, NT$; $M = 1, 2, 3, \dots, MT$

$$r'_{N,M} = \left(\frac{3}{4\pi} \left[\left(\frac{m_s}{\rho_s} \right) \left(1 + \frac{\rho_s}{\rho_{\text{água}}} X_{N,M} \right) \right] \right)^{\frac{1}{3}} \quad (4.14)$$

Para $N = 1$; $M = 1, 2, 3, \dots, MT$

$$dr_{n,m} = 0 \quad (4.15)$$

para $N = 2, 3, \dots, MT$; $M = 1, 2, 3, \dots, MT$

$$dr_{N,M} = \frac{(r'_{N,M} + r'_{N-1,M})}{2(N-1)} \quad (4.15)$$

Para $N = 1, 2, 3, \dots, NT$; $M = 1, 2, 3, \dots, MT$

$$r_{N,M} = \sum_{N=1}^{N=NT} dr_{N,M} \quad (4.16)$$

$$u_{N,M} = r_{N,1} - r_{N,M} \quad (4.17)$$

$$\varepsilon_{N,M}^X = \frac{u_{N,M}}{r_{N,1}} \quad (4.18)$$

O coeficiente Poisson exige métodos mais complicados para a sua determinação, porém o seu valor, segundo trabalho realizado por MRANI *et al.* (1997), não varia muito para diversos materiais, e fica em torno de 0,5 para o gel ágar.

CAPÍTULO 5

MÉTODOS PARA OS TESTES DE SECAGEM

Neste capítulo são apresentados os métodos para o preparo dos sistemas simuladores, a condução dos testes de secagem, a determinação das variáveis de processo, a caracterização dos sistemas simuladores esféricos e o tratamento dos dados de secagem.

5.1 Preparo dos sistemas simuladores

O ágar foi selecionado para compor as amostras com base em trabalhos anteriores de MOREIRA (2000), BRAUM (2003) e ARRIECHE (2003), pois dá consistência à mistura, permite a retração estrutural do sistema simulador e constitui-se de um sistema simplificado perante aos alimentos e outros materiais biológicos, eliminando-se fatores diferentes daqueles que estão sobre investigação, como reações químicas e alterações na cor.

O gel ágar apresenta ainda o encolhimento em função da bidimensionalidade da transferência de massa, conforme descrito em ARRIECHE (2003), o que possibilita verificar o efeito da transferência de massa por convecção não uniforme na evolução da forma.

A composição química e as propriedades físicas do ágar apresentam variações, conforme a espécie de alga da qual provém, do local onde é encontrada e da sua alimentação (MOURADI-GIVERNAUD *et al.*, 1992, BIRD & HINSON, 1992 e BIRD *et al.*, 1981).

Com a finalidade de padronizar a concentração de ágar e compreender melhor a secagem dos sistemas simuladores, fez-se necessário reduzir ao máximo a variabilidade destes fatores na resposta. Para isto adquiriu-se o ágar, na forma granular, de um único fornecedor (OXOID) e mesmo lote.

A concentração de ágar utilizada foi 3 % (b.u.) e água destilada suficiente para completar 100%, sendo que, este valor de concentração teve base em resultados disponíveis em ARRIECHE (2003). Dentre os diversos métodos de preparo, optou-se pelo método apresentado por COMMITTEE ON FOOD CHEMICALS CODEX (2004), devido à simplicidade do aparato experimental necessário e ao menor tempo exigido para o preparo, em relação aos demais métodos.

A solução foi preparada hidratando-se os constituintes da mistura com água fria ($T \cong 25^{\circ}\text{C}$), solubilizando-os em ebulição por 10 minutos com agitação contínua, visando à homogeneização da mistura, sendo sua concentração ajustada por peso, adicionando-se água no final do processo. O líquido obtido solidifica entre 32 e 39 °C, formando um gel firme e resistente que não se liquefaz em temperaturas inferiores a 85 °C.

A solução obtida era, então, colocada ainda quente em moldes esféricos, que são constituídos de duas peças simétricas desprovidas de partes móveis; conforme o esquema apresentado na Figura 5.1.

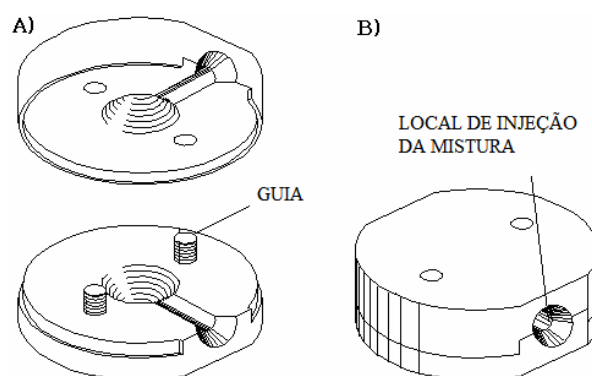


Figura 5.1: Esquema dos moldes esféricos de latão utilizados. (A) posição de extração e (B) posição de moldagem.

A mistura foi resfriada até a temperatura ambiente para obter a consistência de gel. Depois de retiradas dos moldes, foram pesadas para posterior determinação da umidade inicial das amostras e, em seguida, foram conduzidas para a unidade de secagem.

5.2 Unidade experimental de secagem convectiva

Os testes de secagem foram realizados em um secador de convecção forçada com reciclo de ar, construído por CASSANDRE *et al.* (2001) no Centro de Secagem do DEQ/UFSCar, de acordo com o esquema mostrado na Figura 5.2.

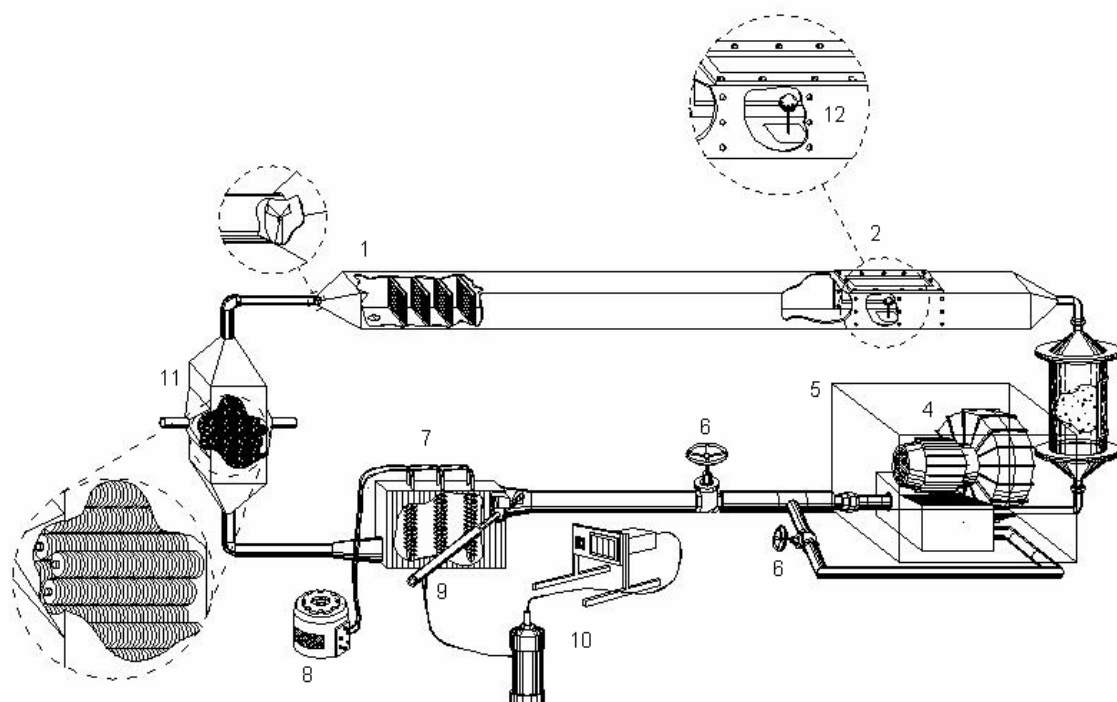


Figura 5.2: Esquema da unidade de secagem utilizada para a condução dos experimentos (CASSANDRE *et al.*, 2001).

A unidade de secagem (Figura 5.2) consiste de um compartimento para homogeneização do escoamento de ar munido com rotor e telas defletoras (1), compartimento de secagem (2) constituído de chapa de ferro galvanizada de $0,3 \cdot 10^{-2}$ m de espessura, com 2,50 m de comprimento e secção retangular de 0,15 m de largura e 0,10 m de altura, desumidificador do ar

constituído de sílica gel (3), soprador do tipo compressor radial (IBRAN) de 0,75 HP (4), caixa para isolamento acústico (5), duas válvulas tipo gaveta para a regulação manual do escoamento de ar (6), aquecedor elétrico dotado de três resistências elétricas de 750 W cada (7), conectado a um regulador de voltagem (VARIVOLT) (8), tubulação de saída de ar com orifícios para medidas de temperaturas de bulbo úmido e bulbo seco (9) através de um circuito de termopares de cobre-constantan (10), a fim de calcular-se a umidade relativa, trocador de calor para o sistema ar-água com tubos aletados (11) e orifícios para medidas de temperatura e velocidade do ar de secagem (12).

A garantia experimental é de aproximadamente 98,7 % de distribuições uniformes de velocidade e temperatura do ar no domínio de 0,5 a 2,0 m/s e de 30 a 70 °C, respectivamente, na região central do compartimento de secagem, o que mantém estas variáveis e a umidade relativa aproximadamente constantes, com base nos testes dinâmicos e térmicos realizados por CASSANDRE *et al.* (2001).

5.3 Determinação das variáveis de processo, erros e desvios prováveis de medidas

Para as medidas de velocidade e temperatura do ar no interior da câmara de secagem foi utilizado um termoanemômetro de fio quente digital, marca ALNOR, modelo 8525, com precisão de 0,1 m/s para a velocidade e de 1°C para a temperatura, com a extremidade localizada próxima à superfície anterior da amostra.

Para a determinação da umidade relativa do ar de secagem foram utilizados os termopares de bulbo úmido e bulbo seco (cobre-constantan), com precisão de 0,25 °C, para a temperatura, e 4% para a umidade relativa. A massa da amostra foi medida com uma balança analítica digital, da marca GEHAKA, modelo BG 440 de precisão de 10^{-6} kg, sendo a umidade da amostra determinada de acordo com o método de LEES (1980), com erro de aproximadamente 1%.

5.4 Testes de secagem e condições operacionais

Uma vez elaborados os sistemas simuladores esféricos, estes foram conduzidos para a unidade experimental e colocados na região central da câmara de secagem (Figura 5.2), sendo utilizado o método intermitente para a aquisição de imagens e medida de massa ao longo do processo de secagem.

Para tanto, uma plataforma acrílica de base quadrada foi utilizada, com uma área de $2,5 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2$, conectada a uma haste de metal com $2 \cdot 10^{-3} \text{ m}$ de diâmetro, sendo a amostra fixada à haste e a plataforma retirada do equipamento em intervalos de tempo pré-estabelecidos, retornando ao mesmo logo após a realização de medidas e a aquisição de imagens.

Os testes de secagem foram utilizados para confronto com os resultados simulados através das formulações 1, 2 e 3 (Capítulo 3). Experimentos preliminares foram conduzidos com réplicas, visando garantir a reprodutibilidade dos dados, a qual pôde ser verificada em ARRIECHE (2003), indicando que este método é adequado para o desenvolvimento deste trabalho.

Também foram conduzidos testes de secagem para medir somente a temperatura do sólido, durante o processo de secagem das amostras, com o objetivo de avaliar a influência da separação do escoamento sobre a transferência de calor.

Para tanto, foram utilizados termopares tipo k (cromel-alumel) com espessura de 0,2 mm, posicionados nas bases acrílicas. Estes termopares foram selecionados, nestas dimensões, para possibilitar as medidas de temperatura no centro original das amostras e nos pontos de estagnação anterior e posterior, conforme o esquema apresentado na Figura 5.3.

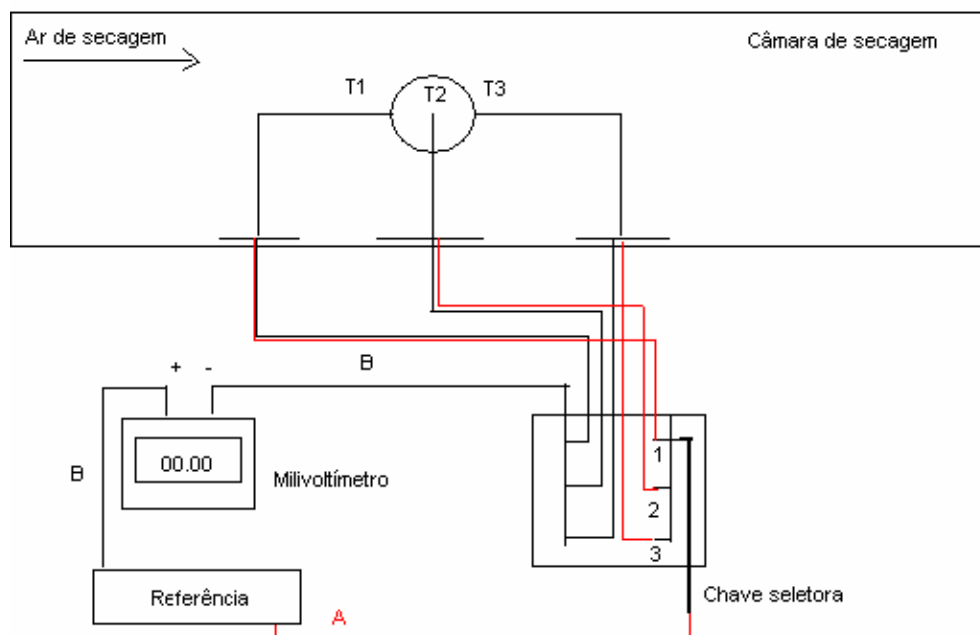


Figura 5.3: Esquema do circuito de medição de temperatura da amostra utilizado.

Os testes de secagem foram realizados com diâmetros de amostras iniciais de $2,66 \cdot 10^{-2}$ e $1,61 \cdot 10^{-2}$ m e velocidades do ar de secagem com valores de 1,0 até 2,0 m/s, mantendo-se a temperatura do ar em aproximadamente 50°C .

Esta faixa de valores foi escolhida para garantir experimentalmente um escoamento de fluido laminar na camada limite, com números de Reynolds menores que 10^5 (com base no diâmetro de partícula), visando evitar períodos longos de secagem, minimizar a influência das paredes da câmara de secagem no escoamento do ar sobre o sistema e estar dentro do domínio de validade das equações utilizadas na modelagem matemática.

A partir dos dados obtidos com os testes de secagem, realizados para medida de massa e aquisição de imagens durante o processo, foi possível a determinação das propriedades dos sistemas simuladores esféricos.

5.5 Determinação das propriedades dos sistemas simuladores esféricos

A análise da evolução da forma, realizada a partir dos perfis de umidade e das distribuições de tensões simulados com os modelos apresentados no Capítulo 4, precisa ser avaliada em confronto com dados experimentais de encolhimento, fatores de forma e massa específica aparente.

O encolhimento e a evolução da forma das amostras durante o processo foram registrados através de imagens, obtidas com câmara fotográfica digital. A análise das imagens foi realizada com auxílio do programa computacional Image Pro-Plus^{®1}, determinando-se a área projetada, o perímetro projetado, o diâmetro maior, o diâmetro menor e o diâmetro médio da partícula.

O grau de circularidade (ϕ), descrito por WADELL (1933) *apud* CLIFT *et al.* (1978), foi considerado para avaliar a evolução de forma da amostra durante o processo, sendo calculado pela área projetada e o perímetro projetado da amostra, de acordo com a Equação 5.1.

$$\phi \equiv \frac{P_{eq}}{P_p} = \pi \frac{D_{eq}}{P_p}. \quad (5.1)$$

Visando avaliar o encolhimento não uniforme da amostra, foi determinada a razão entre a diferença dos diâmetros máximo e mínimo pelo diâmetro médio, de acordo com a Equação 5.2.

$$D_f \equiv \frac{D_{m\acute{a}x} - D_{m\acute{i}n}}{D_{m\acute{e}d}}. \quad (5.2)$$

Além destas, outras propriedades da amostra que necessitam ser determinadas são a massa específica aparente e a porosidade, de acordo com as Equações 5.3 e 5.4,

^{®1} Media Cybernetics, Inc.

$$\rho_{sa} = (m_{sa} / V_{eq}), \quad (5.3)$$

$$\chi = (V_{eq} - V_g) / V_{eq} \quad (5.4)$$

e a umidade média crítica, através das curvas de umidade (b.s.) em função do tempo de secagem, utilizando-se método gráfico.

5.6 Tratamento dos dados obtidos nos experimentos de secagem

Os dados da cinética de secagem foram tratados por meio de curvas da densidade de fluxo de massa, de acordo com a Equação 5.5, com o auxílio dos programas ORIGIN^{®2} e STATISTICS^{®3}, sendo a umidade da amostra ao longo do processo expressa em base seca.

$$DFM = -m_s \frac{d(\bar{X})}{A_{esf} dt} \quad (5.5)$$

Para ajustar a dependência linear do volume em função da umidade, a Equação 5.4 foi utilizada, de acordo com IGLESIAS *et al.* (1993).

$$V_g = (m_s / \rho_s) \cdot (1 + \bar{X} \cdot (\rho_s / \rho_{\text{água}})) \quad (5.4)$$

Partindo da Equação 5.4, obtém-se a equação para a massa específica do gel, Equação 5.6:

$$\rho_g = (m_s + \bar{X} \cdot m_s) / ((m_s / \rho_s) \cdot (1 + \bar{X} \cdot (\rho_s / \rho_{\text{água}}))) \quad (5.6)$$

^{®2} Microcal Software, Inc. ^{®3} StatSoft, Inc.

CAPÍTULO 6

MÉTODOS NUMÉRICOS E PROGRAMAÇÃO

Uma vez estabelecidas a modelagem matemática do problema em estudo e os métodos para as determinações dos coeficientes de transporte, propriedades das amostras e testes de secagem, é necessário solucionar as equações diferenciais dos modelos, a fim de obter os resultados simulados para verificação com os dados experimentais.

As equações diferenciais dos modelos propostos no Capítulo 3, foram discretizadas pelo método das diferenças finitas (APÊNDICE) e escritas para cada ponto nodal, em uma malha estruturada para cada caso, incluindo as condições de contorno. Estas malhas estão representadas nas Figuras 6.1 e 6.2, com $N=5$ (como exemplo), para as formulações 1 e 2, respectivamente.

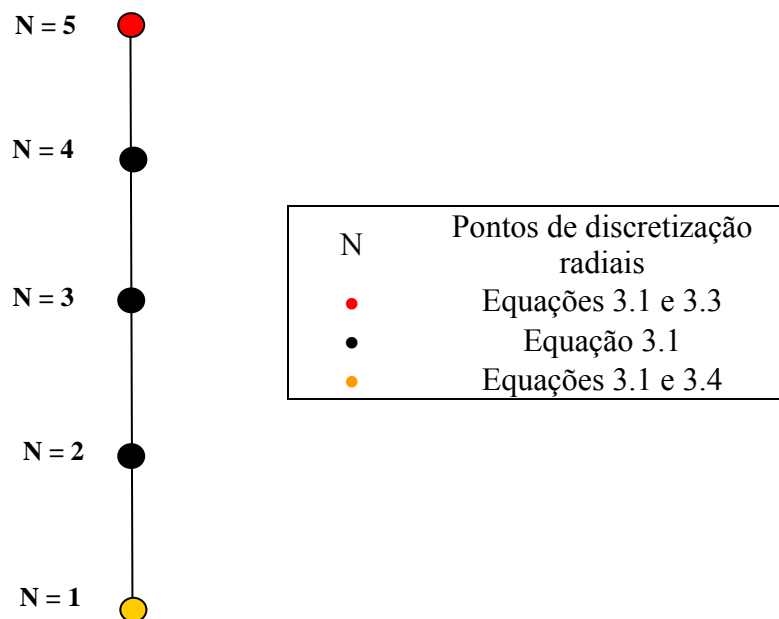


Figura 6.1: Malha estruturada para a solução numérica da formulação 1

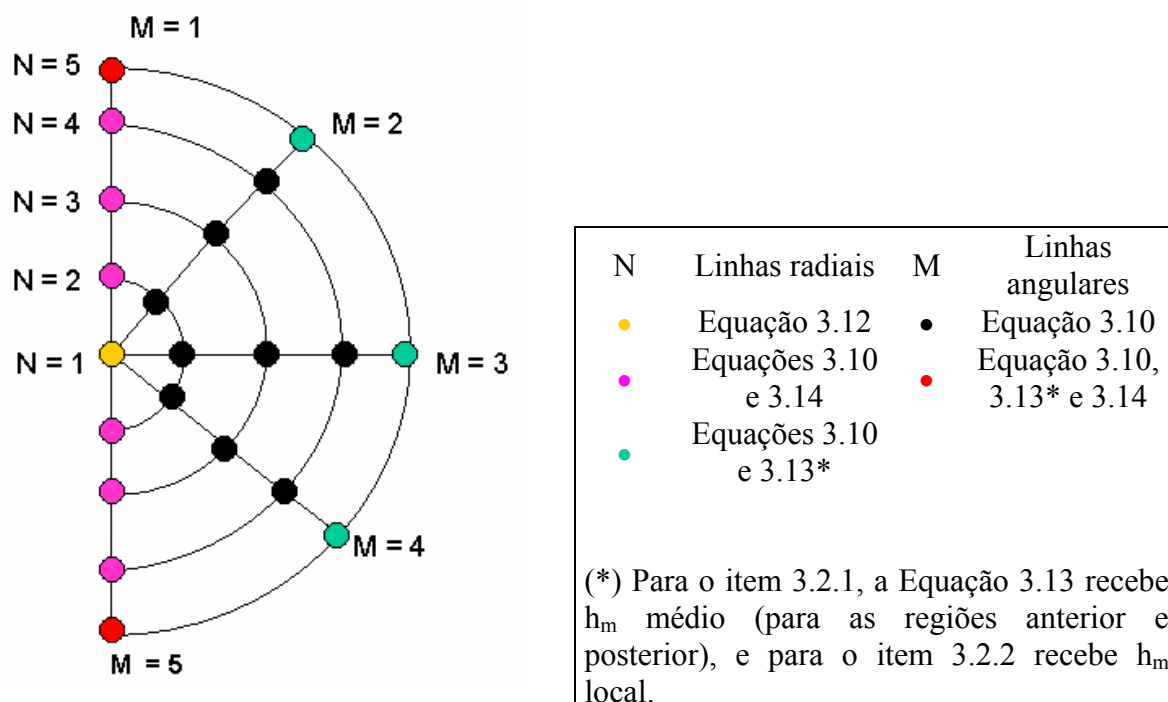


Figura 6.2: Malha estruturada para a solução numérica da formulação 2.

Os sistemas de equações ordinárias resultantes, para as formulações 1 e 2, foram integrados simultaneamente na dimensão temporal, pelo método de Runge-Kutta de quarta ordem, utilizando Matlab^{®4} para a programação. Os programas computacionais utilizados estão esquematizados nas Figuras 6.3 e 6.4.

A partir dos perfis de umidade unidimensionais, obtidos pela formulação 1, foi possível simular a distribuição de tensões e deformações nos sistemas simuladores, para cada tempo do processo de secagem. Para a solução da formulação 3, considerando o módulo de Young médio na posição, foi necessário aplicar o método trapezoidal (SPIEGEL, 1973), a fim de solucionar numericamente as integrais que constam nas Equações 3.27 e 3.28.

Para a solução com o módulo de Young variável com a posição, foi utilizado o método Runge Kutta de quarta ordem na integração das Equações 3.29 e 3.31. Devido às condições de contorno desta formulação estarem em extremidades opostas do domínio de integração, um procedimento de solução iterativa foi necessário.

^{®4} The MathWorks, Inc.

A integração das duas equações diferenciais ordinárias teve início em $r = 0$ com um valor arbitrário para σ_r . O valor de σ_r em $r = R$ foi obtido, a partir do qual um novo valor inicial para σ_r em $r = 0$ foi suposto. Procedimentos iterativos como o Newton Raphson e o método da bissecção foram empregados neste caso.

Os resultados simulados de umidade média foram verificados em relação aos dados experimentais, sendo avaliada a relação linear entre os resultados simulados e os dados experimentais de umidade média, assegurada estatisticamente pela variância explicada (% de pontos explicados pela relação linear) e o desvio médio entre os resultados simulados e os dados experimentais.

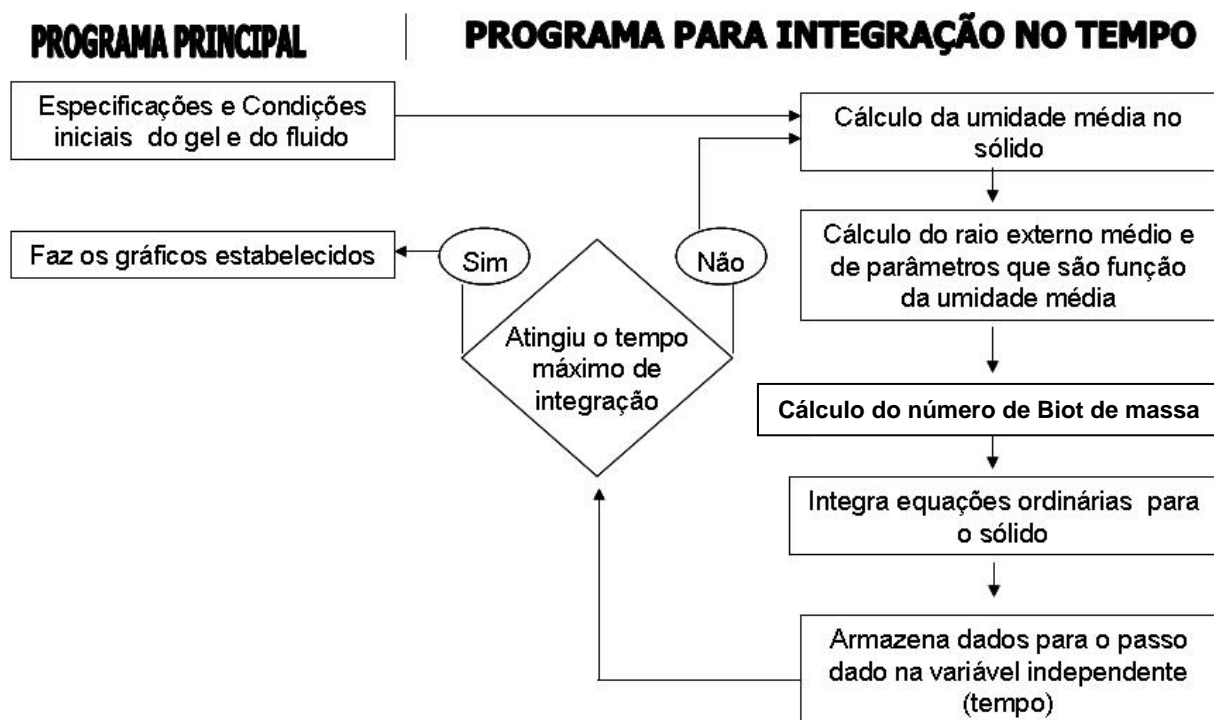


Figura 6.3: Fluxograma geral do programa computacional utilizado para solucionar a formulação 1.

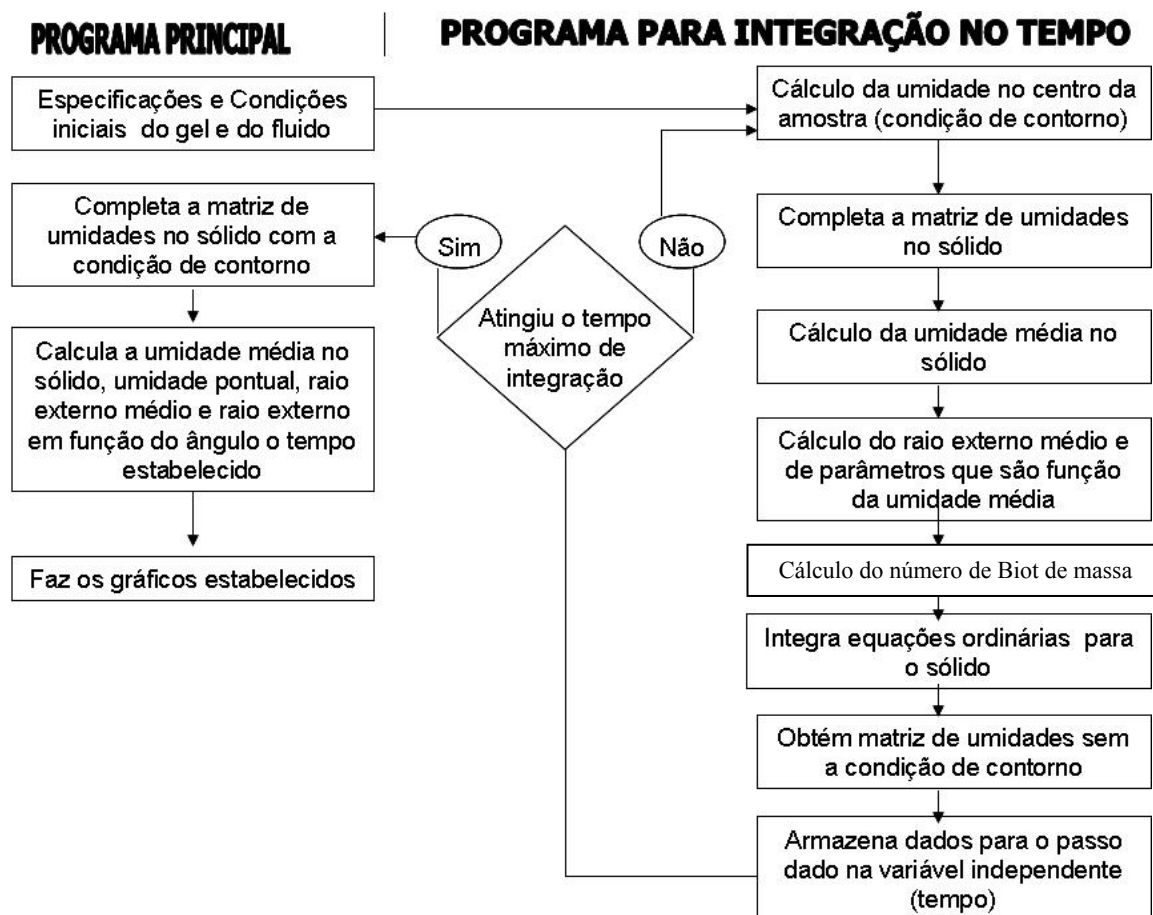


Figura 6.4: Fluxograma geral do programa computacional utilizado para solucionar a formulação 2.

CAPÍTULO 7

RESULTADOS E DISCUSSÕES

Neste capítulo, são discutidos os resultados obtidos com a simulação do processo de secagem a partir das formulações 1, 2 e 3, estabelecidas no Capítulo 3. Resultados típicos para os perfis de umidade no interior do sólido são apresentados quando considerado o número de Biot de massa global, médio para as regiões anterior e posterior e local.

São apresentadas as equações de ajuste para as propriedades mecânicas, como o módulo de Young e a tensão máxima para a ruptura, em função do teor de umidade, determinadas a partir dos ensaios mecânicos, bem como, a reprodutibilidade destas determinações. Com as propriedades mecânicas e o perfil de umidade unidimensional, pôde-se simular as tensões e deformações e determinar em que estágio do processo ocorrem as rupturas.

Apresenta-se a comparação entre os resultados simulados e os dados experimentais de umidade média e evolução de forma, a fim de verificar os diferentes modelos matemáticos utilizados. Também são apresentados os resultados típicos das medidas de temperaturas locais do sólido, visando avaliar a influência da separação do escoamento sobre a transferência de calor entre o ar de secagem e a superfície do sólido.

7.1 Formulação 1

As Figuras 7.1 e 7.2 apresentam os resultados típicos da umidade média (b.s.), determinada experimentalmente e da umidade média simulada pelo modelo unidimensional.

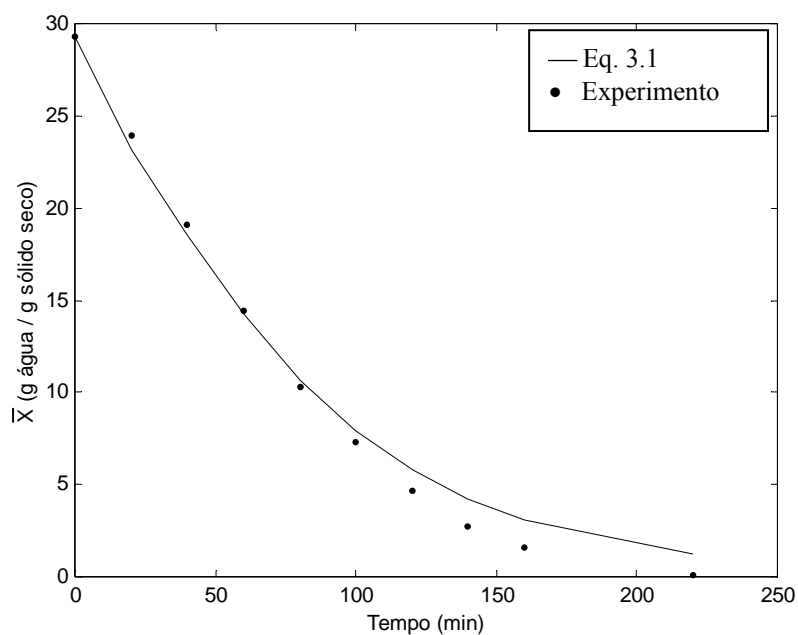


Figura 7.1: Umidade média em função do tempo, com $V_a=1,0\text{m/s}$, $D_0=1,61\text{cm}$ e $T_a=50^\circ\text{C}$. Modelo unidimensional.

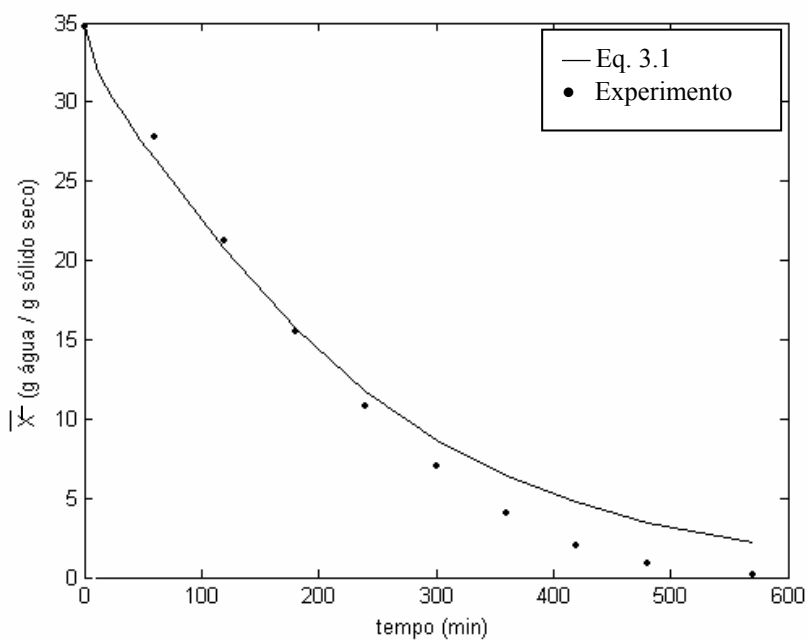


Figura 7.2: Umidade média em função do tempo, com $V_a=1,0\text{m/s}$, $D_0=2,66\text{cm}$ e $T_a=50^\circ\text{C}$. Modelo unidimensional.

Na Tabela 7.1 tem-se uma análise estatística dos dados de umidade média simulados pela Equação 3.1, em função dos dados experimentais, no período de taxa constante.

Tabela 7.1: Análise estatística dos dados de umidade média simulados pela Equação 3.1, em função dos dados experimentais, para o período de taxa constante.

T_a (°C)	D_0 (10^{-2} m)	V_a (m/s)	R^2 (%) para a relação linear entre valores experimentais e simulados	Desvio (%) = $\frac{100}{n} \sum_{i=1}^n \frac{ X_{sim} - X_{exp} }{X_{exp}}$
50	1,61	1,0	99,73	6,5
50	1,61	2,0	99,86	9,6
50	2,66	1,0	99,77	4,4
50	2,66	2,0	99,64	5,4

Na Figura 7.3 têm-se imagens típicas do sistema simulador e os valores determinados de circularidade, ϕ , razão de diâmetros, D_f , massa específica aparente e porosidade, para três tempos do processo de secagem.

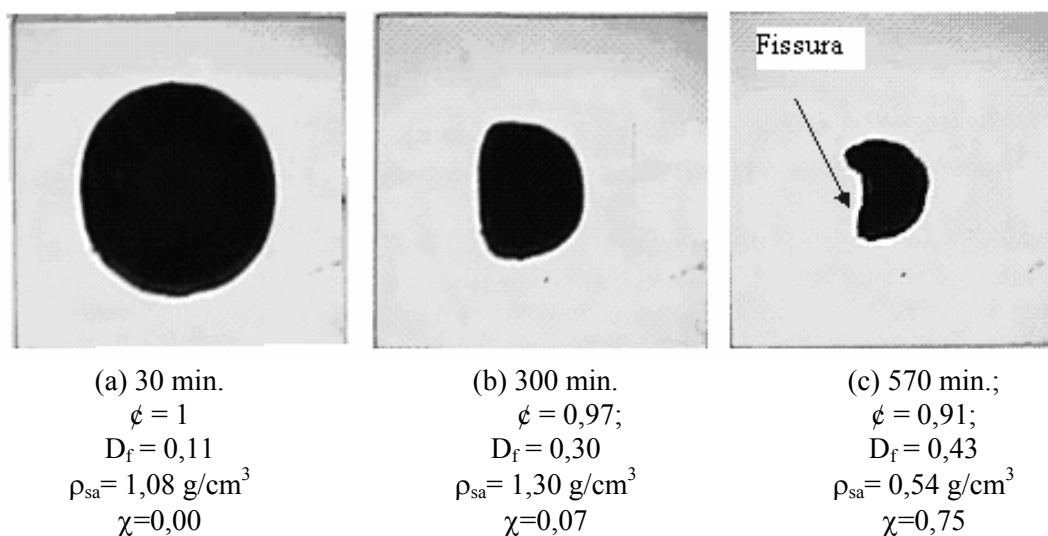


Figura 7.3: Fotos da amostra em três tempos do processo de secagem com $T_a=50^{\circ}\text{C}$, $V_a=1,0\text{m/s}$ e $D_0=2,66\text{cm}$ (escoamento da direita para esquerda, visão de topo).

A partir da Tabela 7.1 observa-se que a umidade média simulada pela Equação 3.1, teve um bom ajuste para o período de taxa constante, em todas as condições experimentais avaliadas, com um desvio inferior a 10 %. Porém, no período de taxa decrescente as curvas obtidas pelo modelo se distanciam dos dados experimentais, situando-se acima destes, com um erro superior a 100 %, como pode ser observado nos resultados típicos apresentados nas Figura 7.1 e 7.2.

Este desvio pode ser explicado pela degradação da amostra, no período de taxa decrescente, sendo que foi constatada experimentalmente a ocorrência de fissuras externas e a formação de poros, por consequência das fissuras, como pode ser observado na Figura 7.3. Devido a esta degradação, o ar de secagem atingi o interior do sistema simulador, através das fissuras, causando a evaporação da água no interior da estrutura e uma diminuição na massa específica aparente da amostra. Por esta razão, o encolhimento real, medido através da análise de imagens, difere do encolhimento predito pela Equação 4.4. Assim a umidade experimental para um tempo específico é menor que a umidade predita pela Equação 3.1, para o período de taxa decrescente.

Além disto, a formulação 1 assume simetria esférica (condição de simetria em relação à origem). A simetria esférica pode ser razoável para o estágio inicial do processo de secagem, mas não é uma boa aproximação para o final do período de taxa constante e durante o período de taxa decrescente, pois a separação do escoamento de ar implica na bidimensionalidade da transferência de massa.

As Figuras 7.4 e 7.5 apresentam os perfis de umidade típicos estabelecidos pelo modelo unidimensional, em função do raio e parametrizados no tempo. A partir das Figuras 7.4 e 7.5, observam-se o encolhimento das amostras, em diversos tempos do processo, e a desidratação na superfície, com ocorrência gradual, até atingir a umidade de equilíbrio. No interior das amostras tem-se perfis parabólicos e uma diminuição acentuada da umidade próximo à superfície. Com o decorrer do processo de secagem o encolhimento se acentua e os perfis ficam aproximadamente constantes.

Estas observações divergem parcialmente dos perfis de umidade encontrados experimentalmente por SCHRADER & LITCHFIELD (1992), durante a secagem de um sistema gel cilíndrico. Estes autores determinaram que, para o período de taxa constante, os perfis não eram da forma parabólica típica predita pela equação do modelo de Fick, mas uma forma muito

mais achatada próximo ao centro da amostra, com uma intensa diminuição de umidade na superfície. Uma das possíveis razões para esta divergência é que a difusividade efetiva não é apenas uma função do teor de umidade média, mas uma função da umidade e temperatura locais.

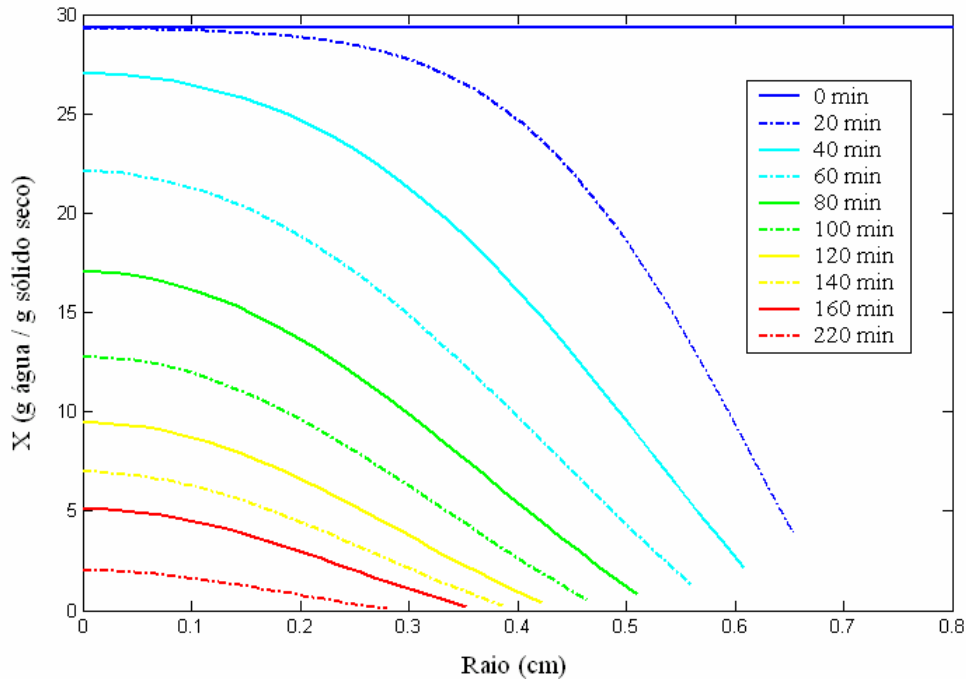


Figura 7.4: Perfis de umidade local em função do raio, parametrizados no tempo de secagem, com $V_a=1,0\text{m/s}$, $D_0=1,61\text{cm}$ e $T_a=50^\circ\text{C}$. Modelo unidimensional

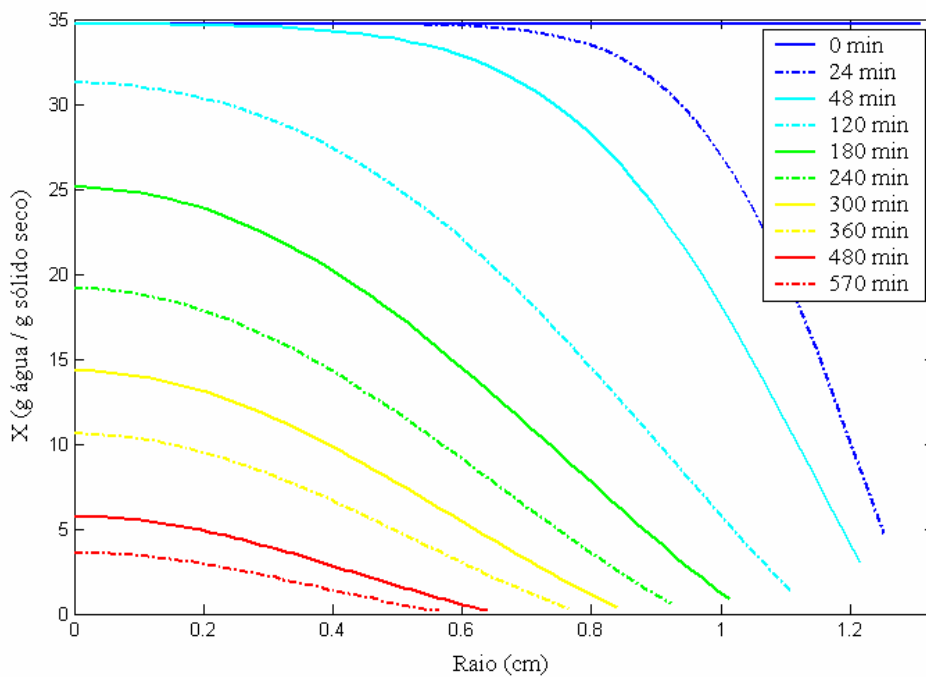


Figura 7.5: Perfis de umidade local em função do raio, parametrizados no tempo de secagem, com $V_a=1,0\text{m/s}$, $D_0=2,66\text{cm}$ e $T_a=50^\circ\text{C}$. Modelo unidimensional

Ao utilizar-se a formulação 1, a forma achatada dos perfis, no centro da amostra, pode ser simulada para os primeiros minutos do processo de secagem, mas não para todo o período de taxa constante. Porém, verifica-se a intensa desidratação na superfície e a uniformização dos perfis no final do processo, como era esperado (Figuras 7.4 e 7.5). Com a análise destes resultados, pode-se constatar que modelos simplificados, como o proposto para a transferência de massa unidimensional no sólido (formulação 1), podem ser utilizados para previsões aproximadas de taxas de secagem, períodos de secagem, umidade crítica e perfis de umidade no interior do sólido. Porém, estes perfis preditos não estão de acordo com a bidimensionalidade do problema, conforme apresentado anteriormente (Capítulo 1).

As observações experimentais da degradação do material, durante o processo, comprovaram que os modelos simplificados, que desconsideram a evolução da forma, não descrevem a cinética secagem de maneira correta durante o período de taxa decrescente. Assim, fica evidente a necessidade de uma descrição matemática mais rigorosa, onde sejam considerados os coeficientes de transferência de calor e de massa por convecção locais, a difusividade efetiva como função da umidade e temperatura locais, além de considerar as tensões internas que levam à degradação física do material.

7.2 Formulação 2

Neste item são apresentados os resultados obtidos com a simulação do processo de secagem considerando a transferência de massa bidimensional no sólido (formulação 2), onde foram consideradas duas possibilidades para o cálculo do número de Biot de massa.

7.2.1 Número de Biot de massa médio para as regiões anterior e posterior

As Figuras 7.6 e 7.7 apresentam os resultados típicos da umidade média (b.s.), determinada experimentalmente e simulada pelo modelo com número de Biot de massa médio.

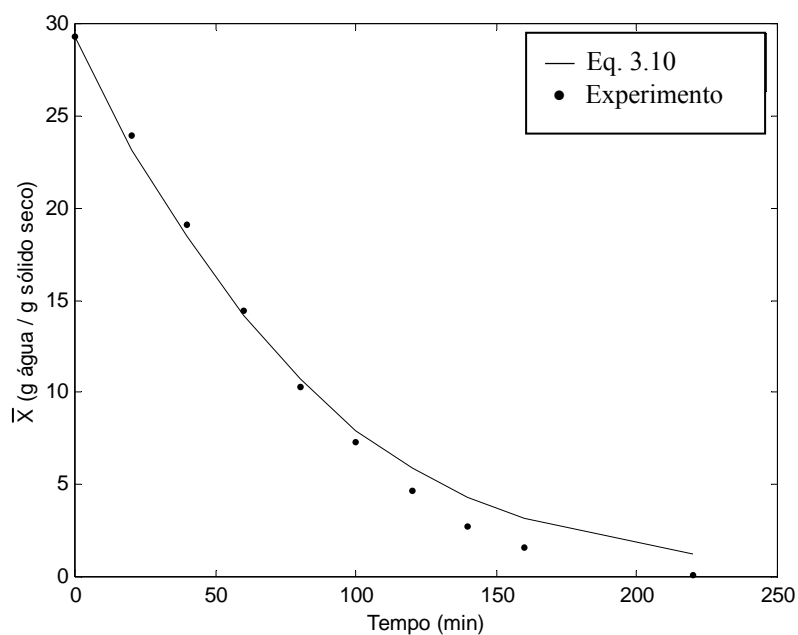


Figura 7.6: Umidade média em função do tempo, com $V_a=1,0\text{m/s}$, $D_0=1,61\text{ cm}$ e $T_a=50^\circ\text{C}$. Modelo bidimensional com número de Biot de massa médio.

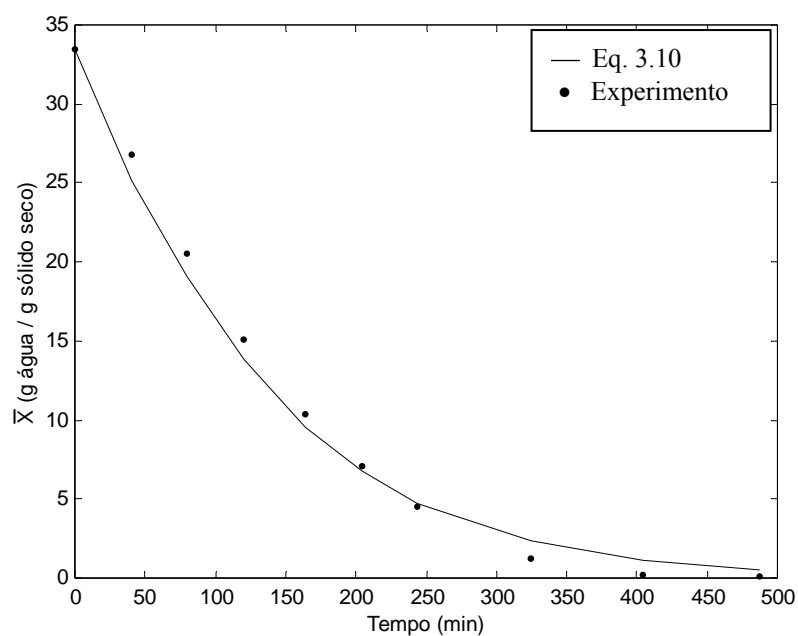


Figura 7.7: Umidade média em função do tempo, com $V_a=2,0\text{m/s}$, $D_0=2,66\text{ cm}$ e $T_a=50^\circ\text{C}$. Modelo bidimensional com número de Biot de massa médio.

Na Tabela 7.2, tem-se a análise estatística dos dados de umidade média simulados pela Equação 3.10 em função dos dados experimentais, para o período de taxa constante.

Tabela 7.2: Análise estatística dos dados de umidade média simulados pela Equação 3.10, (modelo com número de Biot de massa médio), em função dos dados experimentais, para o período de taxa constante.

T_a (°C)	D_0 (10^{-2} m)	V_a (m/s)	R^2 (%) para a relação linear entre valores experimentais e simulados	Desvio (%) = $\frac{100}{n} \sum_{i=1}^n \frac{ X_{sim} - X_{exp} }{X_{exp}}$
50	1,61	1,0	99,68	6,9
50	1,61	2,0	99,77	8,2
50	2,66	1,0	99,74	5,4
50	2,66	2,0	99,54	5,5

A partir das Figuras 7.6 e 7.7, pode-se constatar que os valores de umidade média simulada foram bastante próximos dos dados experimentais para o período de taxa constante de secagem, porém no período de taxa decrescente os dados experimentais estão localizados muito abaixo da curva obtida pela Equação 3.10. Esta dependência pode ser explicada pela degradação do gel, no período de taxa decrescente, como já comentado na análise do modelo unidimensional.

A partir da Tabela 7.2, constata-se que a umidade média simulada pela Equação 3.10, teve um ajuste razoável para o período de taxa constante, com um desvio não superior a 8,2 % em todas as condições experimentais avaliadas.

A consideração do número de Biot de massa médio, para as regiões anterior e posterior, não melhorou o ajuste do modelo aos dados experimentais de umidade média, pois a condição de simetria em relação ao eixo central, paralelo à direção do escoamento, não é boa durante o período de taxa decrescente, devido à degradação da amostra. Porém, foi possível a previsão da umidade local, na superfície, e a simulação dos perfis de umidade bidimensionais no interior do sólido, de acordo com o problema considerado no Capítulo 1.

As Figuras 7.8 e 7.9 apresentam os resultados típicos de umidade local simulada em função do tempo, para o centro da amostra e para os pontos de estagnação anterior e posterior.

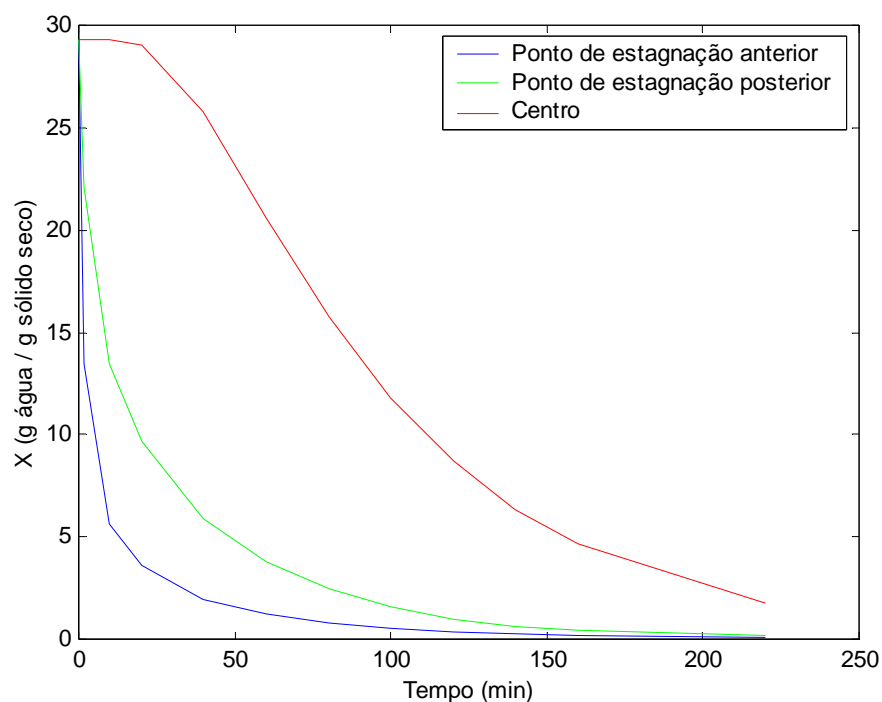


Figura 7.8: Umidade local em função do tempo para três posições da amostra, com $V_a=1,0$ m/s, $D_0=1,61$ cm e $T_a=50^\circ\text{C}$. Modelo bidimensional com número de Biot de massa médio.

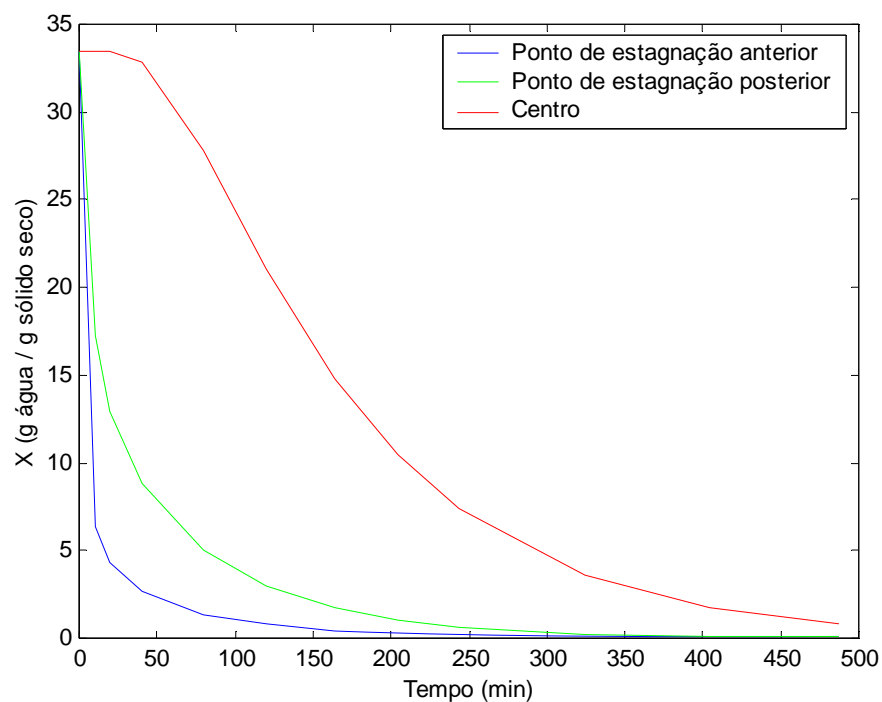


Figura 7.9: Umidade local em função do tempo para três posições da amostra., com $V_a=2,0$ m/s, $D_0=2,66$ cm e $T_a=50^\circ\text{C}$. Modelo bidimensional com número de Biot de massa médio.

Observa-se a partir das Figuras 7.8 e 7.9, pela diferença entre as curvas dos pontos de estagnação, que o perfil de umidade angular se forma no início do processo e persiste até o final do período de taxa constante de secagem, que para estes casos fica em aproximadamente 120 e 250 min, respectivamente.

Isto pode ser explicado, pois no período de taxa constante é predominante a resistência à convecção de umidade, sendo então decisiva a influência do escoamento de fluido, na camada limite, na formação de perfis bidimensionais.

Já no início do período de taxa de secagem decrescente, a resistência à difusão de umidade é predominante e, com isto, o perfil de umidade angular tende a diminuir, pois este é determinado pela transferência de massa por convecção não uniforme, que não é o mecanismo de maior resistência no período de taxa decrescente.

As Figuras 7.10 e 7.11 apresentam as superfícies típicas de umidade do sólido em função do ângulo e raio para diferentes tempos do processo, nos períodos de taxa de secagem constante e decrescente, respectivamente.

A partir das Figuras 7.10 e 7.11, podem ser observados o encolhimento da amostra através da variação do raio externo e os perfis de umidade bidimensionais, estabelecidos pela equação do modelo (Equação 3.10).

A redução do teor de umidade na superfície é observada com uma dependência angular, atingindo gradativamente o teor de umidade de equilíbrio dinâmico. No interior da amostra têm-se perfis parabólicos com uma forte diminuição de umidade na região próxima à superfície.

Considerou-se que os perfis de umidade no interior do sólido, utilizando o número de Biot de massa médio, para as regiões anterior e posterior, foram bem representados pela equação do modelo matemático proposto, pois estão de acordo com a real bidimensionalidade do problema em estudo.

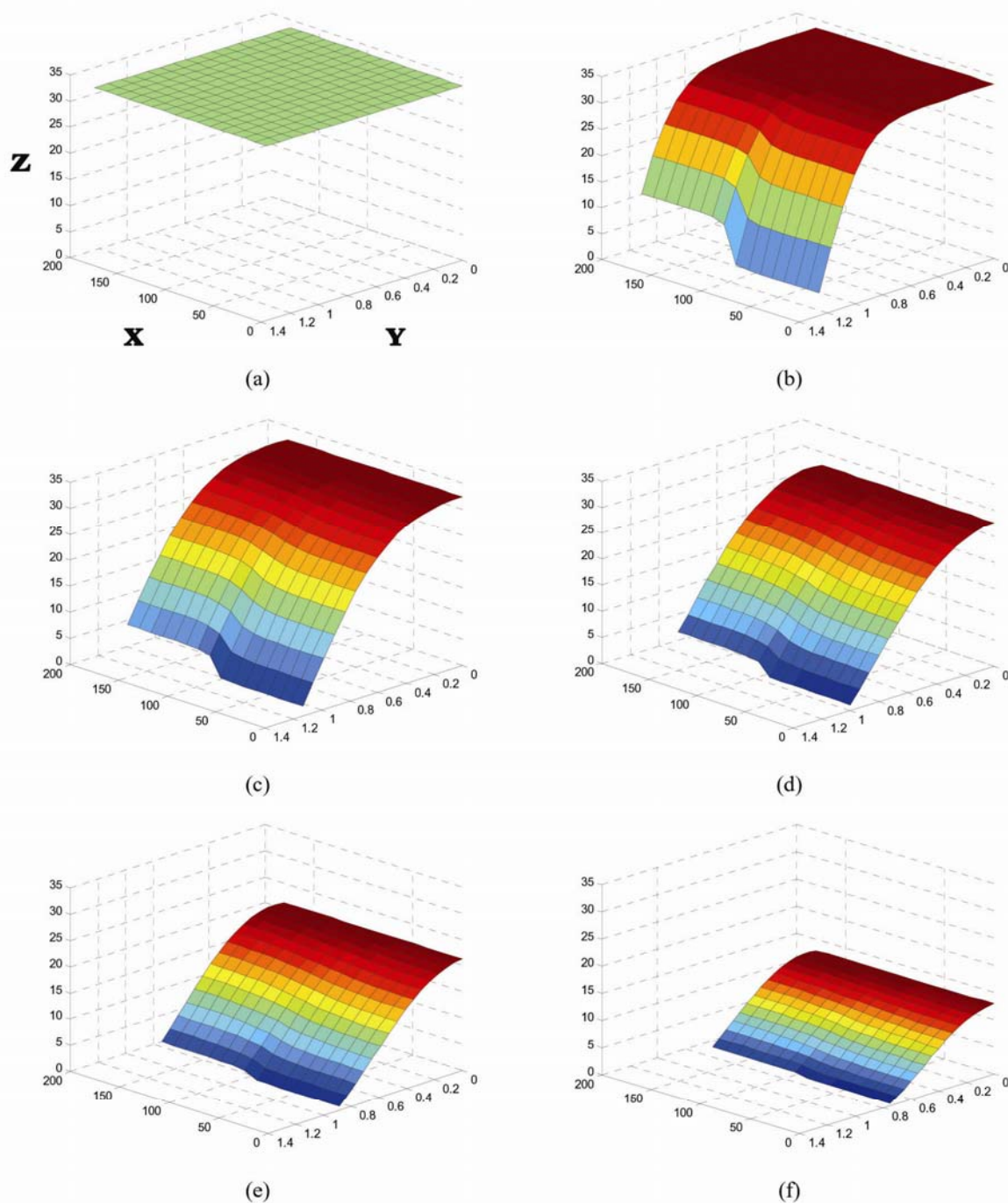


Figura 7.10: Umidade local em função do ângulo e raio durante o período de taxa constante de secagem, com $T_a=50^{\circ}\text{C}$, $V_a=2,0\text{m/s}$ e $D_0=2,66\text{ cm}$. Modelo bidimensional com número de Biot de massa médio. (a) 0 min, (b) 20 min, (c) 60 min, (d) 100 min, (e) 140 min e (f) 204 min.

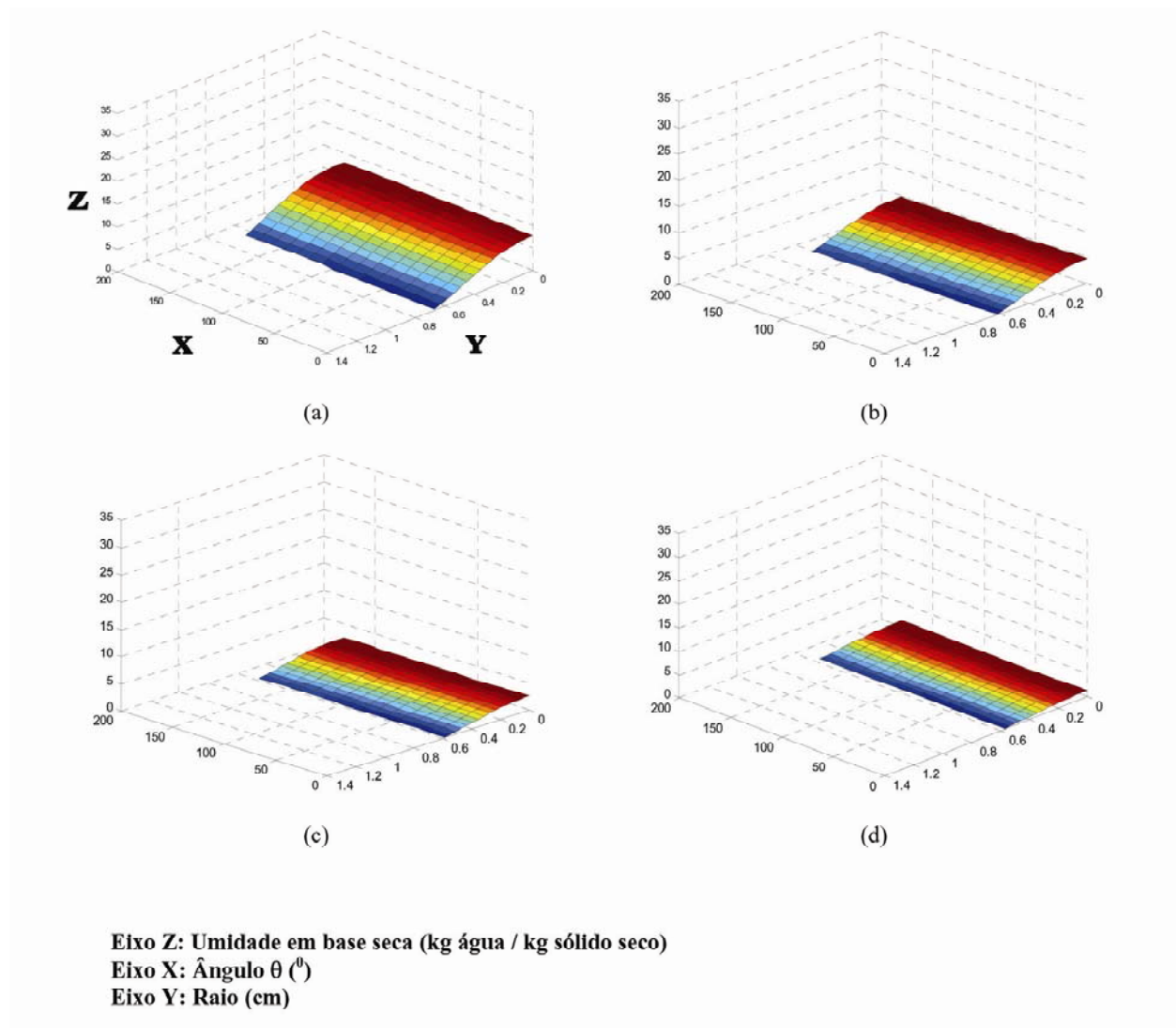


Figura 7.11: Umidade local em função do ângulo e raio ao longo do período de taxa decrescente de secagem, com $T_a=50^{\circ}\text{C}$, $V_a=2,0\text{m/s}$ e $D_0=2,66\text{cm}$. Modelo bidimensional com número de Biot de massa médio. (a) 264 min, (b) 324 min, (c) 404 min e (d) 487 min.

No próximo item serão apresentados os resultados típicos obtidos com a formulação 2, considerando o número de Biot de massa local. Com esta modificação pretende-se obter perfis de umidade mais precisos na região do ângulo de separação à superfície.

7.2.2 Número de Biot de massa com variação local na superfície da esfera

As Figuras 7.12 e 7.13 apresentam os resultados típicos da umidade média (b.s.), determinada experimentalmente e simulada pelo modelo com número de Biot de massa local.

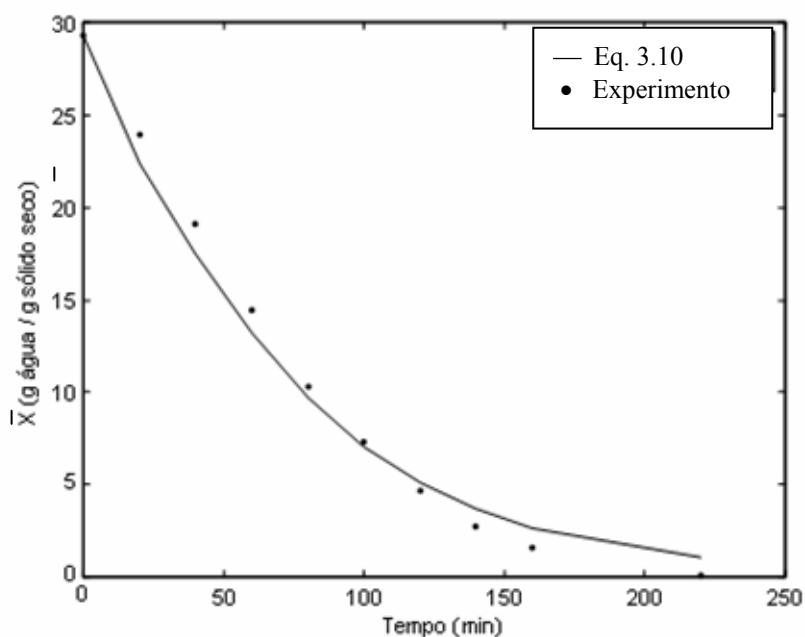


Figura 7.12: Umidade média em função do tempo, com $V_a=1,0$ m/s, $D_0=1,61$ cm e $T_a=50^\circ\text{C}$. Modelo bidimensional com número de Biot de massa local.

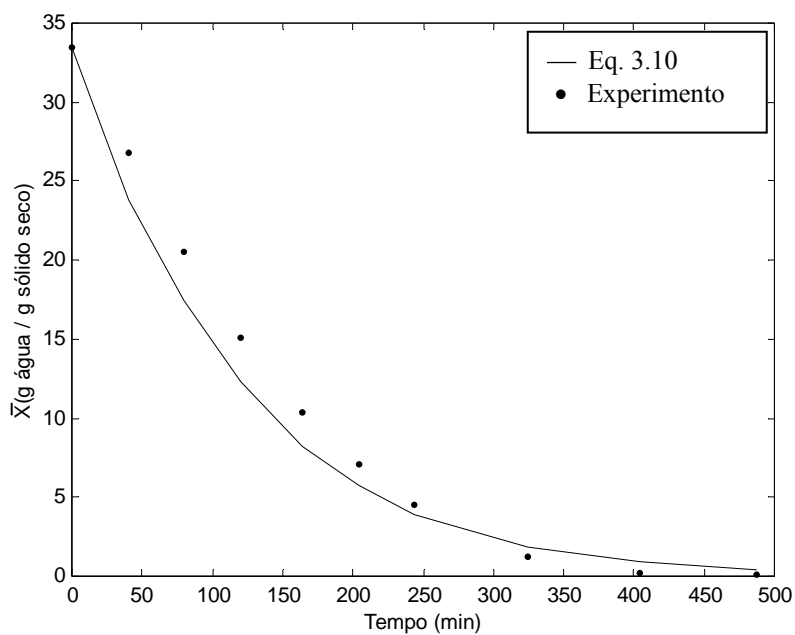


Figura 7.13: umidade média em função do tempo, com $V_a=2,0$ m/s, $D_0=2,66$ cm e $T_a=50^\circ\text{C}$. Modelo bidimensional com número de Biot de massa local.

A Tabela 7.3 reúne a análise estatística dos dados simulados pela Equação 3.10 (modelo com número de Biot de massa local) em função dos dados experimentais, para o período de taxa constante.

Tabela 7.3: Análise estatística dos dados simulados pela Equação 3.10 (modelo com número de Biot de massa local) em função dos dados experimentais, para o período de taxa constante de secagem.

T_a (°C)	D_0 (10^{-2}m)	V_a (m/s)	R^2 (%) para a relação linear entre valores experimentais e simulados	Desvio (%) = $\frac{100}{n} \sum_{i=1}^n \frac{ X_{\text{sim}} - X_{\text{exp}} }{X_{\text{exp}}}$
50	1,61	1,0	99,3	6,1
50	1,61	2,0	99,6	5,1
50	2,66	1,0	99,4	5,0
50	2,66	2,0	99,0	13,9

A partir da análise das Figuras 7.12 e 7.13, é possível verificar que, para o período de taxa constante de secagem, os valores dos dados experimentais foram sempre maiores, pois o modelo utilizado prevê os dados como uma função exponencial do tempo e de fato, durante este período, a umidade média é uma função linear do tempo. Mesmo assim o modelo utilizado foi considerado como sendo uma aproximação razoável, pois esta divergência não foi maior que 14%, como pode ser observado pela Tabela 7.3.

A consideração do número de Biot de massa local, para as regiões anterior e posterior, não melhorou o ajuste do modelo aos dados experimentais de umidade média pois, conforme já comentado, a condição de simetria em relação ao eixo central, paralelo à direção do escoamento, é apenas razoável durante o período de taxa decrescente, devido à degradação da amostra.

Porém, como também foi constatado no item anterior, foi possível a previsão da umidade local, na superfície, e a simulação dos perfis de umidade bidimensionais no interior do sólido, de acordo com o problema discutido no Capítulo 1.

As Figuras 7.14 e 7.15 apresentam os resultados típicos de umidade local simulada em função do tempo, em diferentes posições da amostra.

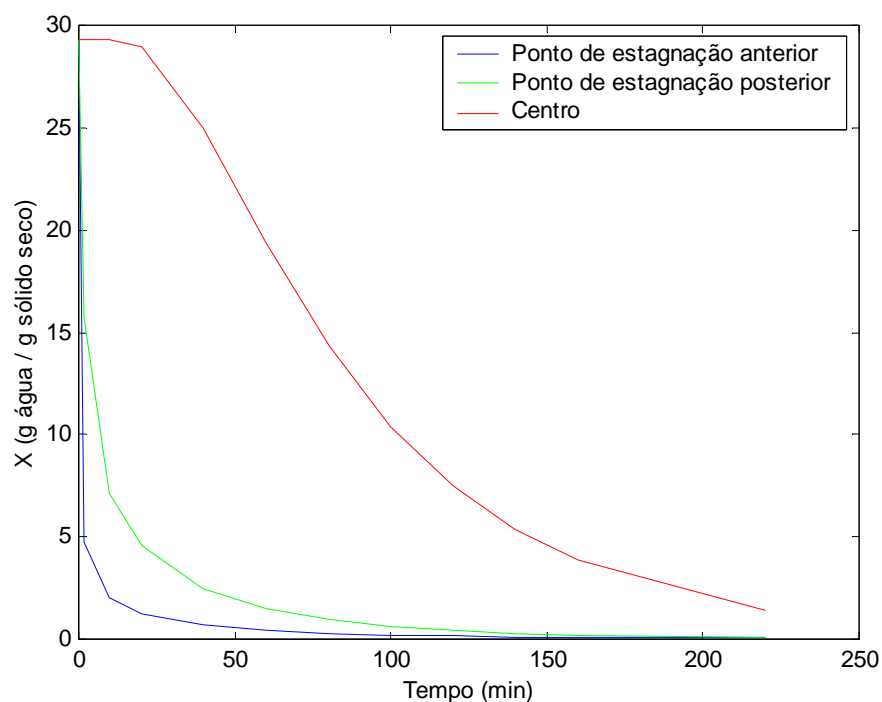


Figura 7.14: Umidade local em função do tempo para três posições da amostra, com $V_a=1,0$ m/s, $D_0=1,61$ cm e $T_a=50^\circ\text{C}$. Modelo bidimensional com número de Biot de massa local.

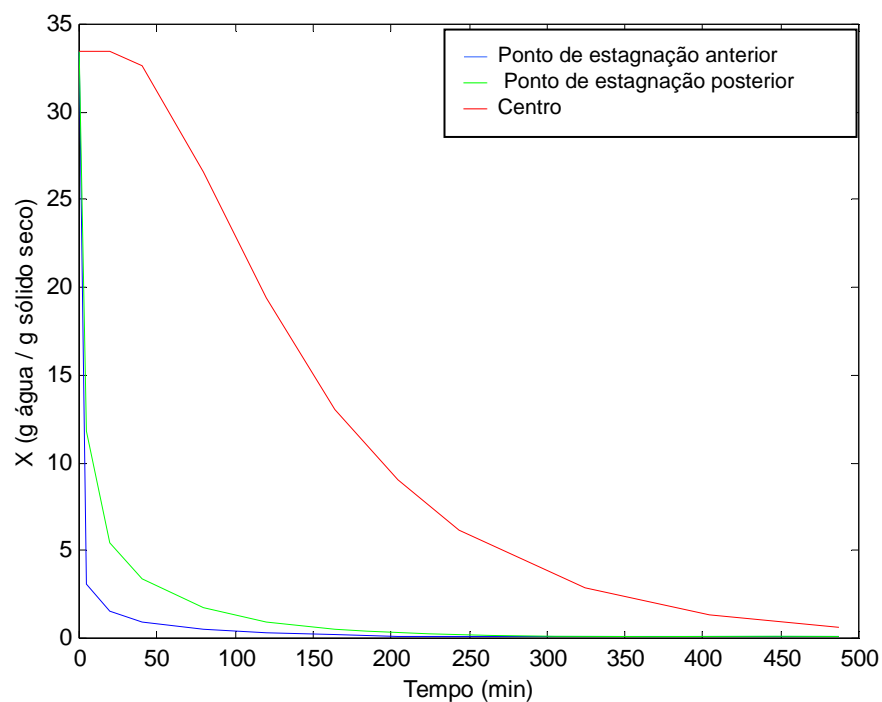


Figura 7.15: Umidade local em função do tempo para três posições da amostra, com $V_a=2,0$ m/s, $D_0=2,66$ cm e $T_a=50^\circ\text{C}$. Modelo bidimensional com número de Biot de massa local.

Observa-se a partir das Figuras 7.14 e 7.15 que o perfil de umidade angular, com a consideração do número de Biot de massa local, persiste até o final do período de taxa constante de secagem, onde é predominante a resistência à convecção de água. Esta dependência é análoga a dependência observada quando foi considerado o número de Biot de massa médio, sendo válida a mesma interpretação já discutida.

A distribuição de umidade no interior do sólido é muito importante quando se pretende entender a evolução das tensões mecânicas que se desenvolvem no material, devidas a gradientes de umidade.

As Figuras 7.16 e 7.17 apresentam distribuições de umidade típicas no interior do sólido, em função do ângulo e raio, para diferentes tempos do processo e para os raios externos próximos de 0,68 e 0,33 cm, respectivamente.

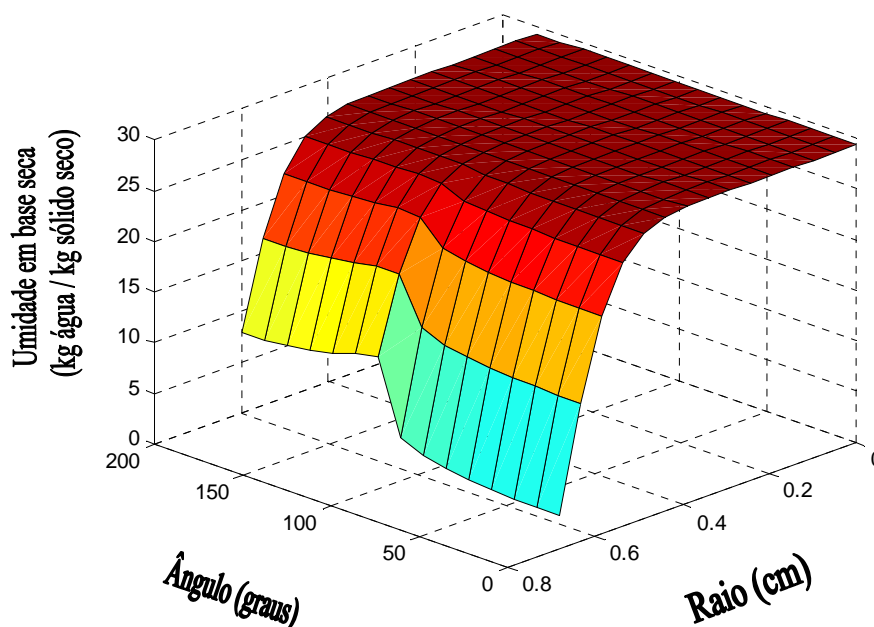


Figura 7.16: Umidade local em função do ângulo e raio para 5 min do processo, com $T_a=50^{\circ}\text{C}$, $V_a=1,0\text{m/s}$ e $D_0=1,61\text{ cm}$. Modelo bidimensional com número de Biot de massa local.

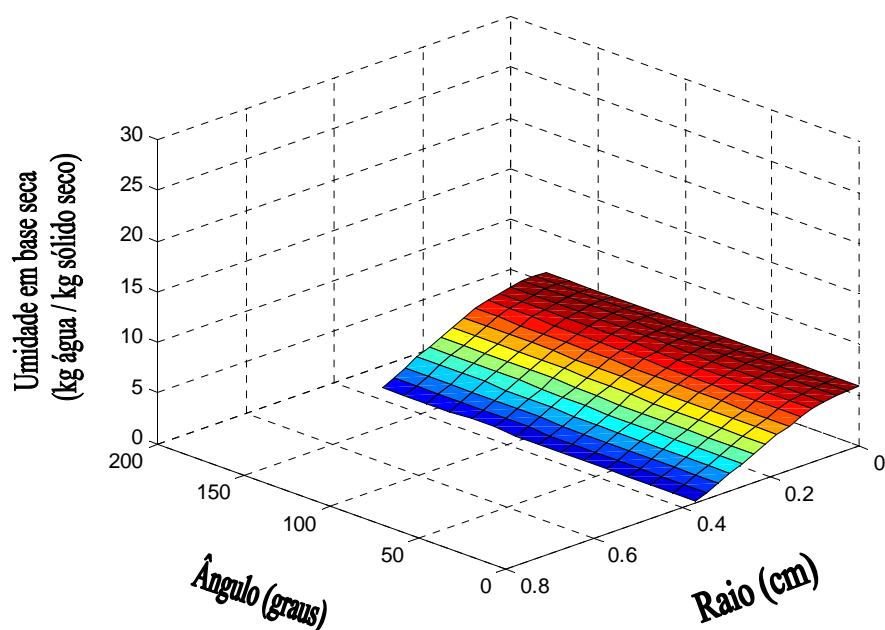


Figura 7.17: Umidade local em função do ângulo e raio para 140 min do processo, com $T_a=50^{\circ}\text{C}$, $V_a=1,0\text{m/s}$ e $D_0=1,61\text{cm}$. Modelo bidimensional com número de Biot de massa local.

A partir das Figuras 7.16 e 7.17 pode-se constatar que os maiores gradientes de umidade ocorrem próximos à superfície, com dependência angular e radial. Perfis parabólicos achatados ocorrem no centro da amostra (Figura 7.16), apenas para o estágio inicial da secagem, como foi verificado no modelo unidimensional.

Intensa desidratação é verificada na superfície, próximo ao ponto de estagnação anterior (no ângulo de zero graus, Figura 7.16), o que conduz ao encolhimento não uniforme da amostra, como pôde ser verificado nas imagens típicas apresentadas na Figura 7.3.

Conforme era esperado do ponto de vista físico e também afirmado por CLIFT *et al.* (1978), verificou-se que durante o período de taxa constante, o maior teor de umidade, na superfície, ocorre no ângulo de separação, onde não há camada limite fluidodinâmica, como pode ser visto na Figura 7.16, para um ângulo de separação de aproximadamente 104° , calculado pela Equação 4.5.

Por conseqüência dos perfis de umidade angular e radial, próximos à superfície, duas regiões da amostra se tornaram mais influenciadas pela degradação mecânica. Isto foi constatado através das imagens digitais, em todas as experiências realizadas.

Na área posterior da esfera, ao redor do ponto de estagnação, foi observado o desenvolvimento de uma fissura superficial (Figura 7.3), devido ao encolhimento mais acelerado nas camadas externas da área anterior da amostra, uma vez que altos coeficientes de transferência de massa por convecção atuam naquela região de ataque do fluido.

A retração não uniforme causa tensões na estrutura do sistema simulador e o rompimento ao redor do ponto de estagnação posterior, onde uma maior umidade superficial é mantida e, por conseqüência, tem-se a menor resistência mecânica da amostra.

Outra observação experimental importante foi em relação à fissura interna que fez as amostras ficarem completamente ocas no final do processo. Isto pode ser explicado devido à diminuição do encolhimento nas camadas superficiais. Como o interior da estrutura continua a encolher, com o transporte de umidade, um rompimento ocorre no centro da amostra.

Foi considerado que os perfis de umidade no interior do sólido foram representados de forma satisfatória pelo modelo matemático proposto, com o número de Biot de massa local, e estão de acordo com a evolução da forma observada experimentalmente. Além disto, a distribuição de umidade no interior do sólido é necessária quando se pretende entender a evolução das tensões mecânicas que se desenvolvem no material e que causam a degradação física, quando é ultrapassada a tensão de ruptura.

Uma vez simulados os perfis de umidade no sólido, tem-se ainda que determinar as propriedades mecânicas, a fim de obter as distribuições de tensões no material. Os resultados destas determinações são apresentadas no item a seguir.

7.3 Determinação das propriedades mecânicas

Para a solução do problema mecânico, foi necessária a determinação das propriedades mecânicas como o módulo de Young e a tensão de ruptura, através das curvas de tensão em função da deformação, para diferentes teores de umidade uniforme do sistema simulador.

A Figura 7.18 apresenta curvas típicas de tensão de engenharia (Equação 4.9), em função da deformação de engenharia (Equação 4.10) e tensão verdadeira (Equação 4.11) em função da deformação Hencky (Equação 4.12).

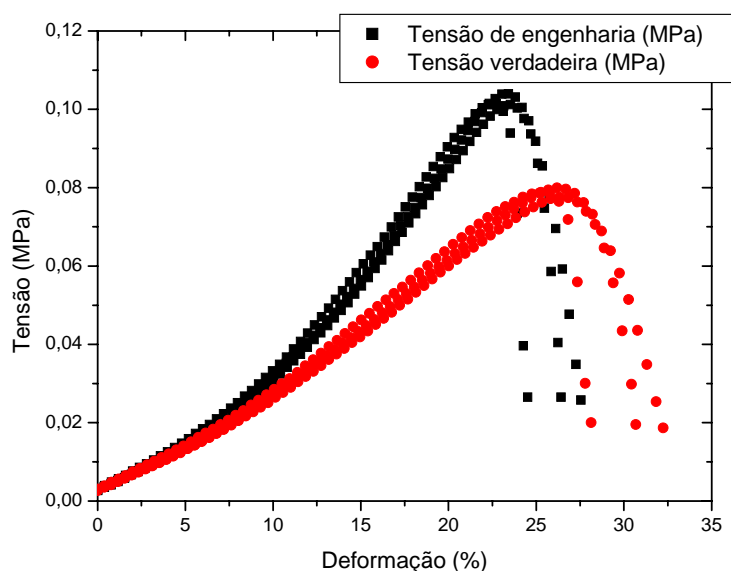


Figura 7.18: Curva típica da tensão de engenharia (σ_E) em função da deformação de engenharia (ε_E) e tensão verdadeira (σ_T) em função da deformação Hencky (ε_T), para a concentração de 32,33 g água /g sólido seco.

$$\sigma_E \equiv \frac{F(t)}{S_0} \quad (4.9)$$

$$\varepsilon_E \equiv \frac{H_0 - H(t)}{H_0} \quad (4.10)$$

$$\sigma_T \equiv \frac{F(t)}{S(t)} = \frac{F(t)}{S_0} \frac{H(t)}{H_0} = \sigma_E (1 - \varepsilon_E) \quad (4.11)$$

$$\varepsilon_H \equiv \ln\left(\frac{H_0}{H(t)}\right) = -\ln(1 - \varepsilon_E) \quad (4.12)$$

Como na Figura 7.18, observou-se em todos os testes, que a forma geral da curva da tensão de engenharia está caracterizada por uma concavidade voltada para o eixo da tensão. Este comportamento durante a compressão é geralmente atribuído à densificação da estrutura dos materiais viscoelásticos como os géis e outros sistemas poliméricos (MANCINI *et al.*, 1999, PHAM *et al.*, 2004).

Também foi observado que em concentrações menores (8,08 e 4,04 g de água/g sólido seco), o sistema simulador apresentou um comportamento mais próximo ao elástico, com uma diminuição na concavidade da curva da tensão de engenharia em função da deformação, sem a ocorrência de exsudação de água.

Porém, quando é feita a conversão dos dados de tensão e deformação de engenharia para tensão verdadeira e deformação Hencky, tem-se uma diminuição na concavidade, como pode ser observado na Figura 7.18.

Assim, o módulo de Young pode ser determinado pela Equação 4.13, através da regressão linear dos dados de deformação Hencky em função da tensão verdadeira.

$$\varepsilon_H = \frac{1}{E} \sigma_T \quad (4.13)$$

Tendo em vista avaliar a reprodutibilidade e o ajuste dos dados experimentais de deformação Hencky e tensão verdadeira à Equação 4.13, foram determinados os parâmetros

estatísticos de ajuste, para as determinações do módulo de Young, cujo os resultados estão reunidos na Tabela 7.4.

Tabela 7.4: Parâmetros estatísticos de ajuste dos dados experimentais de deformação Hencky e tensão verdadeira à Equação 4.13, para as determinações do módulo de Young.

Equação de ajuste: $\varepsilon_H = \frac{1}{E} \sigma_T$ (4.13)						
Concentrações	Módulo (E)	Erro Padrão	Teste t	Coefficiente de correlação	Variância explicada (%)	P Valor
32,33	0,0030	$1,2469 \times 10^{-5}$	240	0,9947	98,94	< 0,0001
28,29	0,0032	$1,4667 \times 10^{-5}$	218	0,9934	98,69	< 0,0001
24,25	0,0039	$1,2933 \times 10^{-5}$	301	0,9968	99,36	< 0,0001
20,21	0,0050	$2,0833 \times 10^{-5}$	240	0,9946	98,92	< 0,0001
16,17	0,0068	$1,2933 \times 10^{-5}$	531	0,9988	99,75	< 0,0001
12,12	0,0111	$4,7234 \times 10^{-5}$	235	0,9932	98,65	< 0,0001
8,08	0,0161	$11,4371 \times 10^{-5}$	141	0,9839	96,80	< 0,0001
4,04	0,0196	$11,8788 \times 10^{-5}$	165	0,9808	96,21	< 0,0001

Parâmetros estatísticos obtidos a 5% de significância

A partir da Tabela 7.4, observa-se que o módulo de Young foi determinado através da Equação 4.13, para as diferentes concentrações, com um teste t elevado (erro pelo menos 141 vezes menor que o valor do parâmetro) e uma variância explicada de pelo menos 96,21%.

O bom ajuste obtido, para todas as concentrações, indica também a reprodutibilidade dos dados de tensão em função da deformação, os quais foram determinados em tréplicas, como pode ser observado na Figura 7.18, sendo que todos os valores das tréplicas foram utilizados para as determinações do Módulo de Young.

Uma vez obtidos os valores do módulo de Young, em diferentes teores de umidade uniforme do sistema gel, foi possível fazer o ajuste dos dados a uma equação que melhor representasse o módulo de Young em função do teor de umidade.

O módulo de elasticidade, ou módulo de Young, para misturas poliméricas é fortemente dependente da composição, e principalmente da morfologia do sistema. Várias

equações podem ser encontradas na literatura para prever a dependência do módulo em função da composição da mistura.

Algumas destas equações são fundamentadas na lei da aditividade de misturas. Assim os módulos podem ser preditos utilizando-se as Equações 7.1 a 7.4 para uma ampla faixa de padrões morfológicos (GUIMARÃES *et al.*, 2002, PINTO & MONTEIRO, 2005).

$$E = E_1 \Phi_1 + E_2 \Phi_2 \quad (7.1)$$

$$\frac{1}{E} = \frac{\Phi_1}{E_1} + \frac{\Phi_2}{E_2} \quad (7.2)$$

$$E^{1/5} = E_1^{1/5} \Phi_1 + E_2^{1/5} \Phi_2 \quad (7.3)$$

$$\log E = \Phi_1 \log E_1 + \Phi_2 \log E_2 \quad (7.4)$$

onde, E é o módulo da mistura e E_1 , E_2 , Φ_1 e Φ_2 são respectivamente os módulos e as frações volumétricas dos componentes.

A Equação 7.1 representa a regra das misturas em sua expressão mais simples, onde o modelo proposto considera os dois materiais do compósito como se estivessem conectados em paralelo. O modelo paralelo corresponde ao caso em que o componente mais rígido é a fase contínua. A Equação 7.2 representa o comportamento que seria esperado se os dois materiais estivessem conectados em série. Neste caso o componente não rígido é a fase contínua. A Equação 7.3 sugere a continuidade de duas fases. A Equação 7.4 é a representação logarítmica da regra das misturas e quando os dados experimentais se ajustam a ela, indicam uma

estrutura aleatória, sem que ocorram interações relevantes entre os componentes, e o módulo pode ser estimado pela aditividade das propriedades (PINTO & MONTEIRO, 2005).

Ao considerar-se o gel como uma estrutura elástica porosa preenchida pelo solvente, puderam ser aplicadas equações propostas por outros autores para materiais porosos. Neste caso a fração volumétrica do solvente é considerada a porosidade do meio. Um considerável número de equações para o módulo de Young como uma função da porosidade foram obtidas teórica e experimentalmente. Segundo HIROSE *et al.* (2001), as equações de KUPKOVA, PHANI & NIYOGI, FATE e MCADAM estão entre as mais utilizadas e são descritas a seguir:

$$E = E_1 \exp(-c\Phi_2) \quad (7.5)$$

$$E = E_1(1 - c\Phi_2)^n \quad (7.6)$$

$$E = E_1(1 - c\Phi_2) \quad (7.7)$$

$$E = E_1(1 - \Phi_2)^n \quad (7.8)$$

A partir das Equações 7.5 a 7.8, HIROSE *et al.* (2001) propuseram a seguinte variação:

$$E = E_1(1 - c\Phi_2)(1 - \Phi_2) \quad (7.9)$$

Nas Equações 7.1 a 7.9 os parâmetros c , n , E_1 e E_2 são constantes positivas, sendo que E_1 e E_2 representam o módulo de Young do material quando Φ_2 e Φ_1 tendem a zero, respectivamente. O termo $(1 - \Phi_2)$ representa o efeito da porosidade e o termo $(1 - c\Phi_2)$ representa o efeito da morfologia dos poros, tais como forma, tamanho ou interconexão de poros, de acordo com HIROSE *et al.* (2001).

A fim de aplicar-se as Equações 7.1 a 7.9, são necessárias relações entre a fração volumétrica dos componentes e a umidade do sistema gel, que podem ser obtidas com base na Equação 5.4. Assim a fração volumétrica do sólido e da água são representadas, respectivamente, pelas Equações 7.10 e 7.11:

$$\Phi_1 = 1 - \frac{1}{\left(\frac{\rho_{\text{água}}}{\rho_s}\right)\left(\frac{1}{\bar{X}}\right) + 1} \quad (7.10)$$

$$\Phi_2 = \frac{1}{\left(\frac{\rho_{\text{água}}}{\rho_s}\right)\left(\frac{1}{\bar{X}}\right) + 1} \quad (7.11)$$

Inicialmente, as Equações 7.1 a 7.9 foram utilizadas para ajustar-se às determinações do módulo de Young (Tabela 7.4). Os resultados obtidos para os ajustes são apresentados na Tabela 7.5. As Equações 7.2, 7.5, 7.6 e 7.9 apresentaram os erros padrões muitas vezes superiores ao valor dos parâmetros e não foram consideradas para a análise.

Com base na Tabela 7.5, pode-se observar que as Equações 7.1, 7.7 e 7.8 foram as que melhor se ajustaram às determinações do módulo de Young, o que é indicado pela variância explicada de aproximadamente 90 %. A Equação 7.1, que representa a regra das misturas, apresentou apenas o parâmetro E_1 como significativo (P-Valor < 0,05), o que indica que a

variação do módulo de Young está mais relacionada com a fração volumétrica do sólido. Esta observação era esperada, já que a água tem uma contribuição viscosa enquanto o polímero (ágar) é o verdadeiro responsável pelas características elásticas do sistema gel.

Tabela 7.5: Parâmetros estatísticos de ajuste das determinações do módulo de Young às Eqs. 7.1 a 7.8.

Equações	Parâmetros (-)		Erro Padrão	Teste t	Coefficiente de correlação	Variância explicada (%)	P Valor
7.1	E ₁	0,1523	0,0203	7,5	0,9452	89,33	0,0003
	E ₂	0,0010	0,0013	0,8			0,4613
7.3	E ₁	9,1926	7,4814	1,2	0,8954	80,18	0,2652
	E ₂	0,0028	0,0008	3,7			0,0097
7.4	E ₁	32991	121294,5	0,3	0,8793	77,32	0,8000
	E ₂	0,0030	0,0007	4,2			0,0059
7.7	E ₁	0,1523	0,0202	7,5	0,9452	89,33	0,0003
	c	0,9931	0,0094	105			<0,0001
7.8	E ₁	0,1127	0,0584	2	0,9546	91,12	0,1019
	c	0,8415	0,2165	4			0,0081

Parâmetros estatísticos obtidos a 5% de significância

A Equação 7.7 tem os dois parâmetros significativos, sendo que o valor obtido para E₁ é idêntico ao da Equação 7.1. Na verdade o valor de c≅1 reduz a Equação 7.7 à Equação 7.1, o que indica a regra das misturas (modelo paralelo) como mais adequada para a representação do módulo de Young em comparação às equações que consideram a porosidade.

Em seguida foram testadas as Equações 7.12 a 7.13, utilizando-se a umidade em base seca como a variável independente:

$$E = E_1 c^{(X_{BS})} \quad (7.12)$$

$$E = E_1 \exp(-cX_{BS}) \quad (7.13)$$

A escolha das Equações 7.12 e 7.13 justifica-se pela sua interpretação física, pois quando a umidade tende a zero, o parâmetro E₁ representa o módulo de Young do sólido seco. Já

para uma alta concentração do solvente, o módulo de Young da amostra tende a zero, como esperado. É válido lembrar que o ajuste das Equações 7.12 e 7.13 às determinações do módulo de Young ocorre para valores de c positivos, maiores que zero e menores que 1.

Na Tabela 7.6 são mostrados os resultados obtidos para o ajuste das determinações do módulo de Young às Equações 7.12 a 7.13.

Tabela 7.6: Parâmetros estatísticos de ajuste das determinações do módulo de Young às Eqs. 7.12 e 7.13.

Equações	Parâmetros (-)	Erro Padrão	Teste t	Coefficiente de correlação	Variância explicada (%)	P Valor
7.12	E_1	0,0279	0,0015	19	0,9918	98,36
	c	0,9240	0,0046	201		
7.13	E_1	0,0279	0,0015	19	0,9918	98,36
	c	0,0787	0,0053	15		

Parâmetros estatísticos obtidos a 5% de significância

Com base na Tabela 7.6 é possível observar que as Equações 7.12 e 7.13 tiveram bons ajustes, o que é indicado pela alta variância explicada de 98,36 sendo todos os parâmetros significativos a um nível de 95% de confiança, obtendo-se o mesmo valor para o parâmetro E_1 em ambas as equações. A Equação 7.12 resultou um teste t mais elevado e foi a função selecionada para representar o módulo de Young em função do teor de umidade:

Na Figura 7.19 tem-se a Equação 7.12 ajustada aos valores obtidos para o módulo de Young em função do teor de umidade. A Figura 7.20 apresenta o gráfico de probabilidade normal para os resíduos deste ajuste.

A partir da Tabela 7.6 e das Figuras 7.19 e 7.20, observa-se o módulo de Young pode ser representado através da Equação 7.12. O pontos no gráfico de probabilidade normal para os resíduos (Figura 7.20) aproximam-se de uma reta e mostram que os resíduos estão normalmente distribuídos.

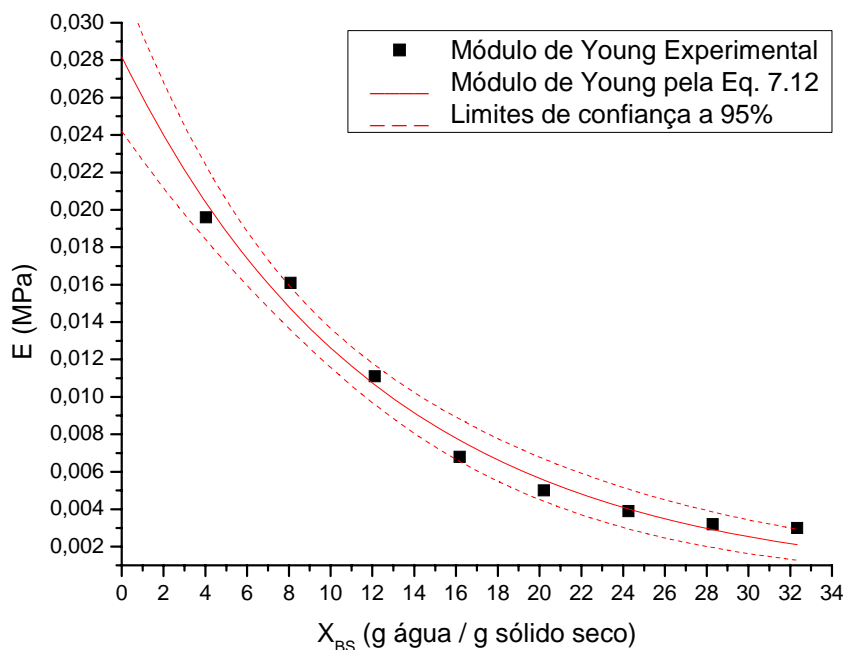


Figura 7.19: Ajuste para o módulo de Young em função do teor de umidade (b.s.).

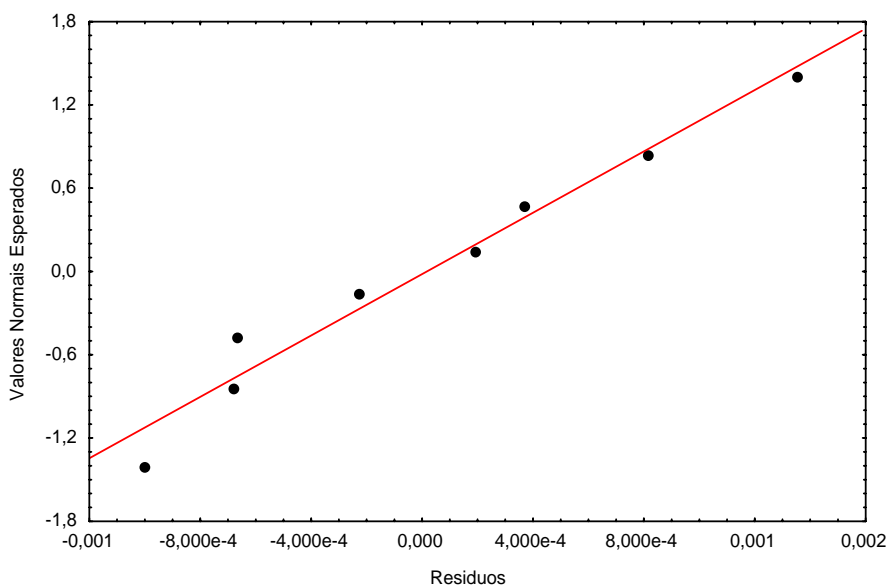


Figura 7.20: Gráfico de probabilidade normal dos resíduos para o ajuste do módulo de Young pela Equação 7.12.

Sendo assim, a Equação 7.12 foi utilizada como representação matemática para o módulo de Young. Apesar de ser válida para $4,04 \leq X \text{ (b.s.)} \leq 32,33$, a sua interpretação física

permite a extrapolação, pois quando a umidade tende a zero interpreta-se o parâmetro E_1 como sendo o módulo de Young do sólido seco. Por outro lado, para uma alta concentração do solvente, o módulo de Young da amostra tende a zero, conforme já discutido.

Uma vez obtidos o módulo de Young e a distribuição de umidade, tem-se as condições necessárias para solucionar a formulação do problema mecânico (Capítulo 3) e simular a distribuição de tensões e deformações no interior dos sistemas simuladores. Estes resultados são apresentados a seguir.

7.4 Simulação das tensões e deformações (formulação 3)

Na formulação do problema mecânico, as equações que descrevem as tensões e deformações foram deduzidas supondo-se simetria esférica. Esta suposição sustenta-se na análise das imagens obtidas durante os testes de secagem, conforme discutido no item 7.1.

Apesar desta análise ter mostrado que a forma das amostras mudou relevantemente até o final do processo, a geometria esférica foi mantida de maneira razoável até a formação da fissura central. Além disto, a fissura central ocorreu no período de taxa constante de secagem, antes da fissura superficial.

Neste trabalho, o desafio principal foi prever a fissura central, que afetou a qualidade do produto final em maior grau, quando comparada à fissura superficial, sendo esta última atribuída à transferência de massa angular.

Assim, para a simulação das tensões e deformações, foram utilizados os perfis de umidade unidimensionais previstos pela formulação 1. Para tanto, foram consideradas duas possibilidades para o cálculo do módulo de Young, ou sejam, com variação em função da umidade média e com variação local em função da umidade distribuída.

7.4.1 Simulação das tensões para o perfil de umidade unidimensional considerando o módulo de Young como uma função da umidade média

Neste item são discutidos os resultados da simulação dos perfis de tensões radiais e tangenciais, quando o módulo de Young foi considerado como uma função da umidade média. Estes resultados foram simulados em conjunto com os perfis de umidade típicos mostrados na Figura 7.5, rerepresentada a seguir:

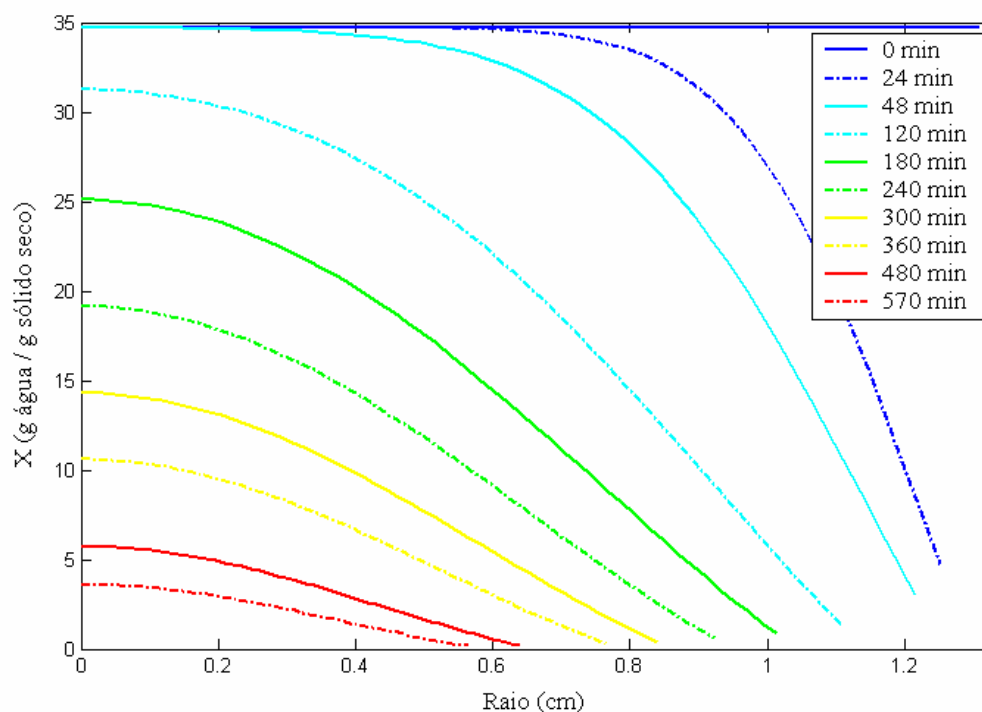


Figura 7.5: Perfis de umidade local em função do raio, parametrizados no tempo de secagem, com $V_a=1,0\text{m/s}$, $D_0=2,66\text{cm}$ e $T_a=50^\circ\text{C}$. Modelo unidimensional

As Figuras 7.21 e 7.22 apresentam resultados típicos da simulação dos perfis de tensões radiais e tangenciais em nove posições do centro à superfície, em função do tempo de secagem. Verifica-se, com base nas Figuras 7.21 e 7.22, que tanto a tensão radial quanto a tensão tangencial são nulas no tempo zero, pois a umidade inicial da amostra é uniforme, conforme mostra a Figura 7.5.

Com o decorrer do processo, os perfis de umidade se estabelecem e ocorrem tensões radiais na estrutura, que aumentam no sentido do centro. Quanto maiores os gradientes de umidade, maiores são os valores de tensão radial, o que indica uma tendência a ocorrer a ruptura da estrutura no centro.

Na região central da amostra, tem-se o maior teor de umidade e, por conseqüência, a menor resistência mecânica, conforme mostrou a determinação experimental do módulo de Young. No final do processo os perfis de umidade tendem a se uniformizar e ambas as tensões radiais e tangenciais diminuem, porém a amostra já terá sofrido a degradação mecânica se o valor da tensão máxima de ruptura for atingido.

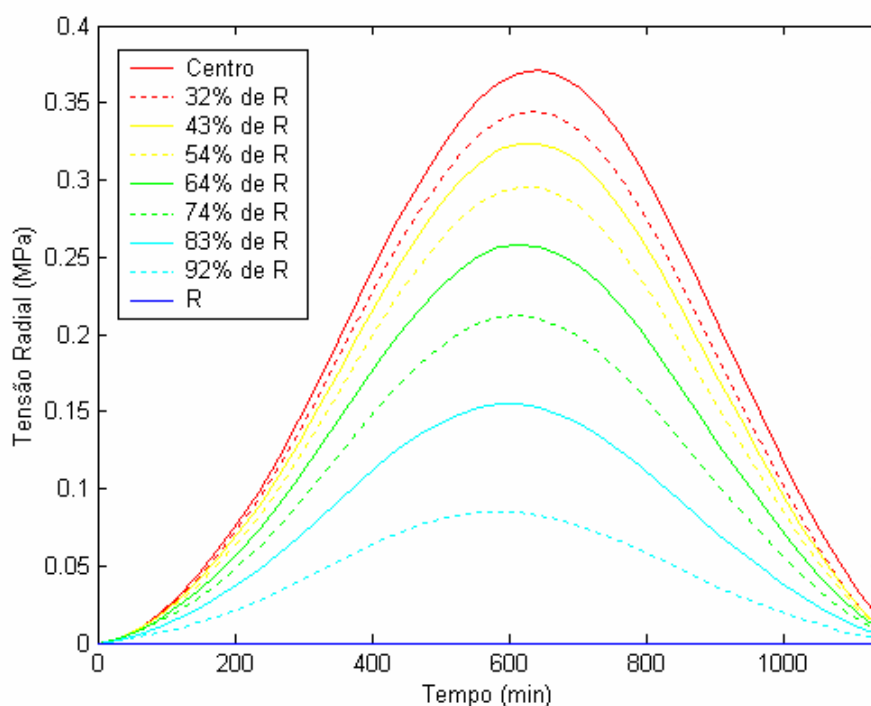


Figura 7.21: Tensão radial do centro à superfície da amostra, em função do tempo, com $V_a=1,0\text{m/s}$, $D_0=2,66\text{cm}$ e $T_a=50^\circ\text{C}$.

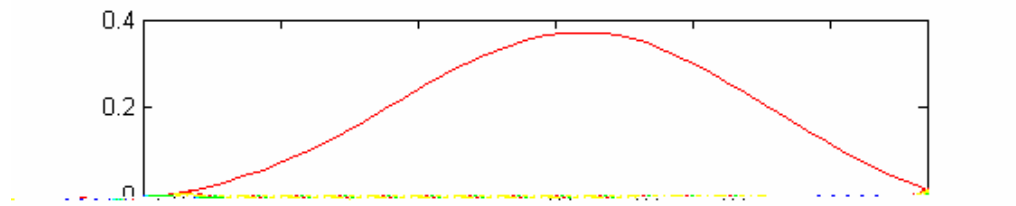


Figura 7.22: Tensão tangencial do centro à superfície da amostra, em função do tempo, com $V_a=1,0\text{m/s}$, $D_0=2,66\text{cm}$ e $T_a=50^\circ\text{C}$.

Os perfis de tensão tangencial, Figura 7.22, mudam de tensão de compressão (tensão negativa), nas proximidades da superfície, para tensão de tração, na região central, o que é indicado pela mudança no sinal de tensão. Para uma melhor compreensão, a Figura 7.23 apresenta esta inversão nos valores de tensão tangencial para os primeiros 120 minutos do processo.

Após este intervalo de tempo, a inversão ocorre apenas no centro da amostra, onde as tensões tangencial e radial tornam-se um único tipo de tensão de tração, com o mesmo valor numérico, permanecendo a tensão tangencial como compressiva para as demais posições.

A partir das Figuras 7.21 e 7.22, observa-se que o pico de tensão no centro da amostra ocorre em aproximadamente 630 min. Neste tempo do processo, a secagem acontece no período de taxa decrescente. Nota-se ainda que, com o decorrer do tempo de secagem, as

distribuições de tensões tendem a desaparecer, devido ao perfil de umidade mais uniforme, previsto pela formulação 1, no final do processo.

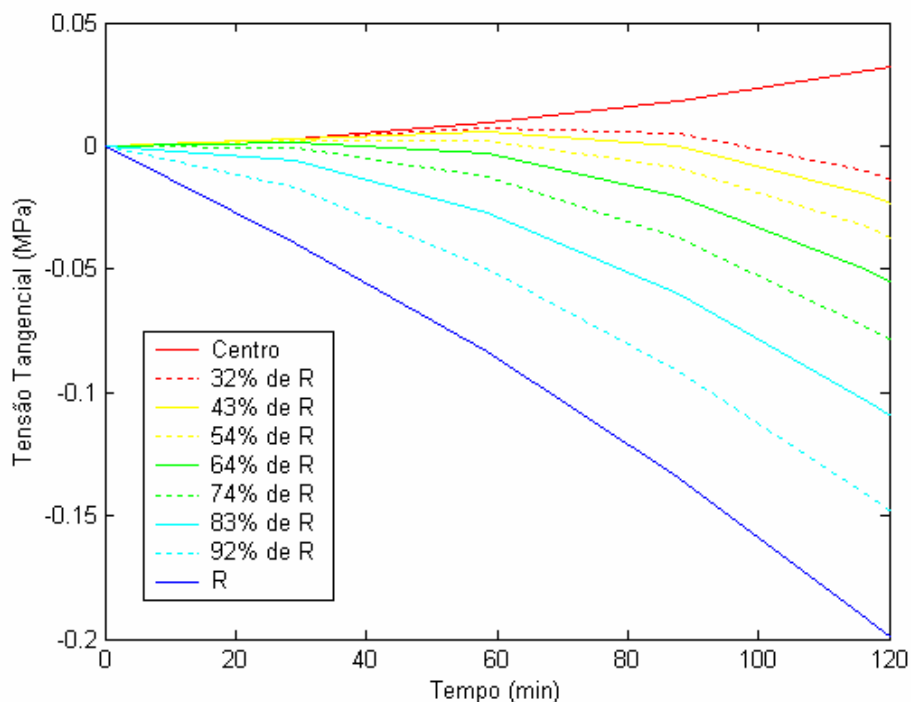


Figura 7.23: Tensão tangencial do centro à superfície da amostra, para os primeiros 120 minutos de processo, com $V_a=1,0\text{m/s}$, $D_0=2,66\text{cm}$ e $T_a=50^\circ\text{C}$.

A posição e o tempo para ocorrer a ruptura da amostra não dependem do pico de tensão no sólido, mas sim da tensão máxima de ruptura, a qual é uma função da umidade da amostra. Para se prever a ruptura é necessário o conhecimento desta função.

O modelo para a distribuição de tensões não prevê a ruptura, portanto são necessários dados experimentais. Durante os ensaios mecânicos, realizados com amostras em teores de umidade uniformes, foi determinada a tensão máxima de ruptura, a qual foi expressa com as funções utilizadas para o módulo de Young.

$$\sigma_{\text{máx}} = \sigma_1 c^{(X_{\text{BS}})} \quad (7.14)$$

$$\sigma_{\text{máx}} = \sigma_1 \exp(-cX_{\text{BS}}) \quad (7.15)$$

onde σ_1 representa a tensão de ruptura para o sólido seco.

A Tabela 7.7 reúne os parâmetros estatísticos da avaliação de ajuste da tensão de ruptura em função da umidade da amostra (b.s.).

Tabela 7.7: Parâmetros estatísticos da avaliação de ajuste polinomial da tensão de ruptura em função da umidade da amostra (b.s.).

Equações	Parâmetros (-)	Erro Padrão	Teste t	Coefficiente de correlação	Variância explicada (%)	P Valor	
7.14	σ_1	0,842	0,030	28,24	0,9893	97,87	<0,0001
	C	0,911	0,004	264			<0,0001
7.15	σ_1	0,842	0,033	25,46	0,9893	97,87	<0,0001
	C	0,094	0,005	20,57			<0,0001

Parâmetros estatísticos obtidos a 5% de significância

A Figura 7.24 mostra a Equação 7.14 ajustada aos valores obtidos para a tensão máxima de ruptura em função do teor de umidade.

A partir da Tabela 7.7 e da Figura 7.24, observa-se que a tensão máxima foi bem ajustada através da Equação 7.14, com 97,97% dos pontos explicados pelo modelo e com o erro padrão inferior ao valor dos parâmetros, sendo todos estes parâmetros significativos a 95% de confiança, o que é indicado pelo p-valor menor que 0,05.

Assim, a Equação 7.14 foi utilizada para a representação matemática da tensão de ruptura em função do teor de umidade. Apesar de ser válida para $4,04 \leq X \text{ (b.s.)} \leq 32,33$, neste caso, a sua interpretação física também permite a extrapolação, pois quando a umidade tende a zero interpreta-se o parâmetro σ_1 como sendo a tensão de ruptura do sólido seco. Já para uma alta concentração do solvente, a tensão de ruptura da amostra tende a zero, como esperado.

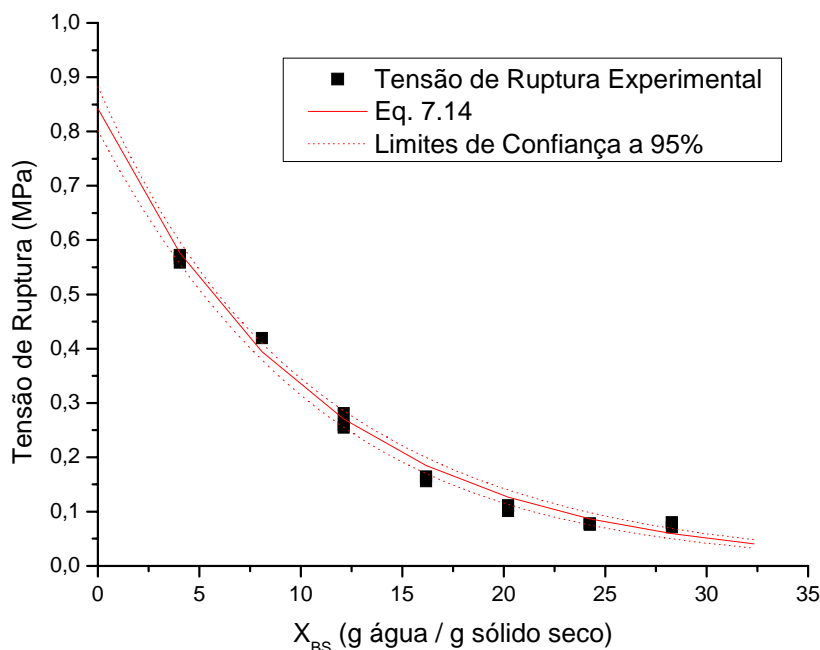


Figura 7.24: Tensão de ruptura em função da umidade (b.s.).

Uma vez obtida a representação matemática para a tensão máxima e de posse dos perfis de umidade simulados pelo modelo unidimensional, foi possível conhecer a distribuição de tensão máxima de ruptura no sólido.

A Figura 7.25 apresenta os resultados típicos de tensão máxima simulada com a Equação 7.14 e com os perfis de umidade unidimensionais, em função do tempo (parametrizados na posição). Tem-se que a tensão máxima para a ruptura aumenta com o processo de transferência de massa, pois em teores de umidade menores, a estrutura do gel é mais resistente e mais elástica, conforme mostrou a determinação experimental do módulo de Young.

Então na superfície, onde ocorre intensa redução de umidade, a resistência à quebra é sempre maior do que no centro da amostra, que é mais úmido, e tem menor resistência mecânica. Como pode-se observar na Figura 7.21, a tensão radial é máxima somente no centro. Assim, espera-se que ocorra uma ruptura no centro da amostra, em determinado tempo do processo.

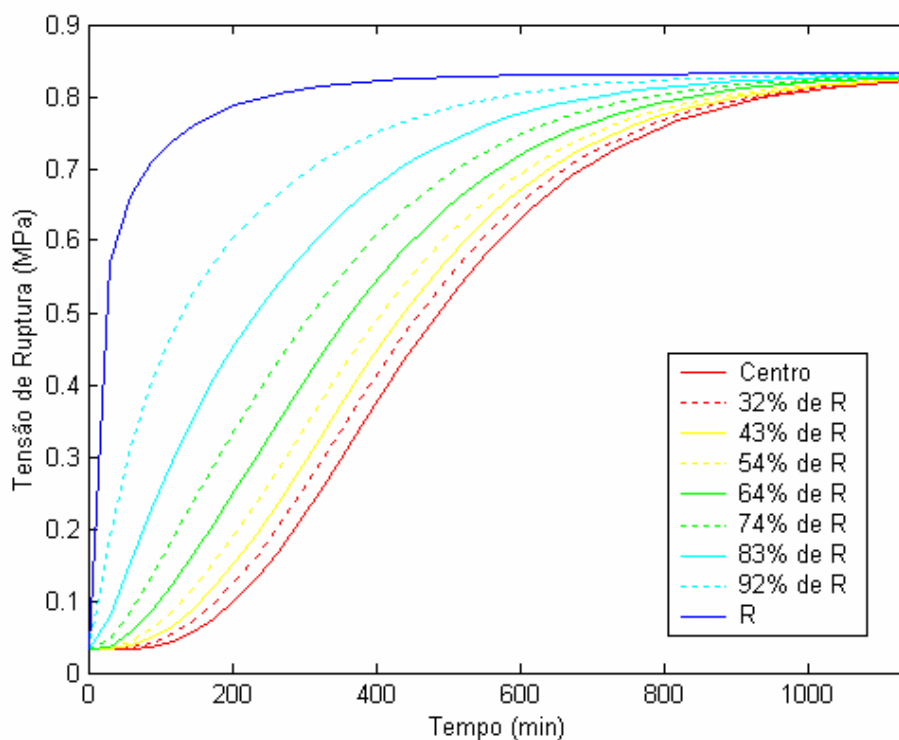


Figura 7.25: Perfis de tensão máxima de ruptura no sólido, em função do tempo, parametrizados na posição, com $V_a=1,0\text{m/s}$, $D_0=2,66\text{cm}$ e $T_a=50^\circ\text{C}$. Modelo unidimensional.

A Figura 7.26 apresenta os resultados típicos dos perfis de tensão máxima e tensão radial como funções do tempo, para a posição central. Consta-se que os dois perfis de tensões tendem a se cruzar no início do processo, entre 0 e 200 min. Além deste tempo as curvas se afastam e a ruptura não ocorre. Porém, constatou-se por meio dos experimentos de secagem que a ruptura central realmente ocorre durante o processo.

O fato de não se ter determinado a ruptura foi atribuído à utilização do módulo de Young médio na posição. Entendeu-se que esta não é uma boa aproximação, já que na superfície da amostra ocorre uma intensa redução de umidade, enquanto o centro permanece ainda bastante úmido no início do processo, conforme foi observado na Figura 7.5. Aplicando-se um rebaixamento de 18% nos valores de tensão de ruptura previstos pela Equação. 7.14, a ruptura ocorreria entre 150 e 200 minutos de processo, aproximadamente.

Isto pode ser observado na Figura 7.27, que apresenta os resultados típicos dos perfis de tensão máxima rebaixada em 18% e tensão radial como funções do tempo, para a posição central.

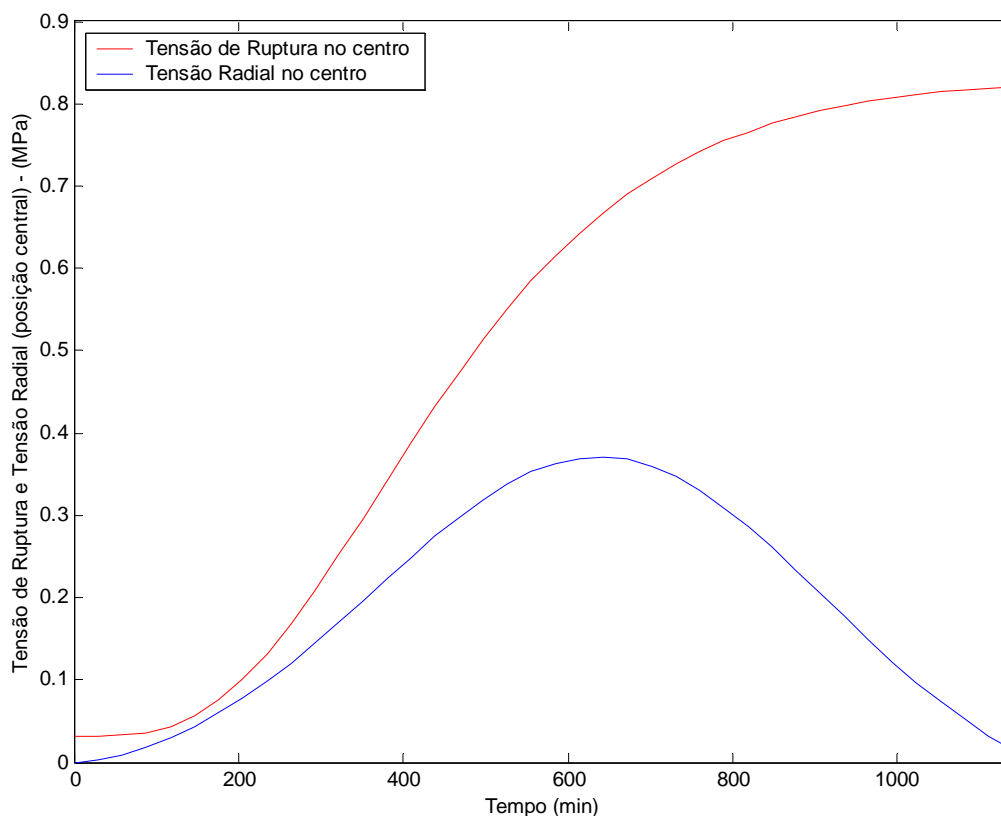


Figura 7.26: Tensão de ruptura e tensão radial, em função do tempo (posição central), com $V_a=1,0\text{m/s}$, $D_0=2,66\text{cm}$ e $T_a=50^\circ\text{C}$. Considerando o módulo de Young médio.

A partir deste resultados, confirmou-se a necessidade da formulação do problema mecânico levando em consideração a dependência do módulo em função da umidade local, a fim de se obter uma melhor representação das interações mecânicas que ocorrem durante a secagem de materiais com alto teor de umidade. Os resultados obtidos com o módulo de Young local são apresentados no próximo item.

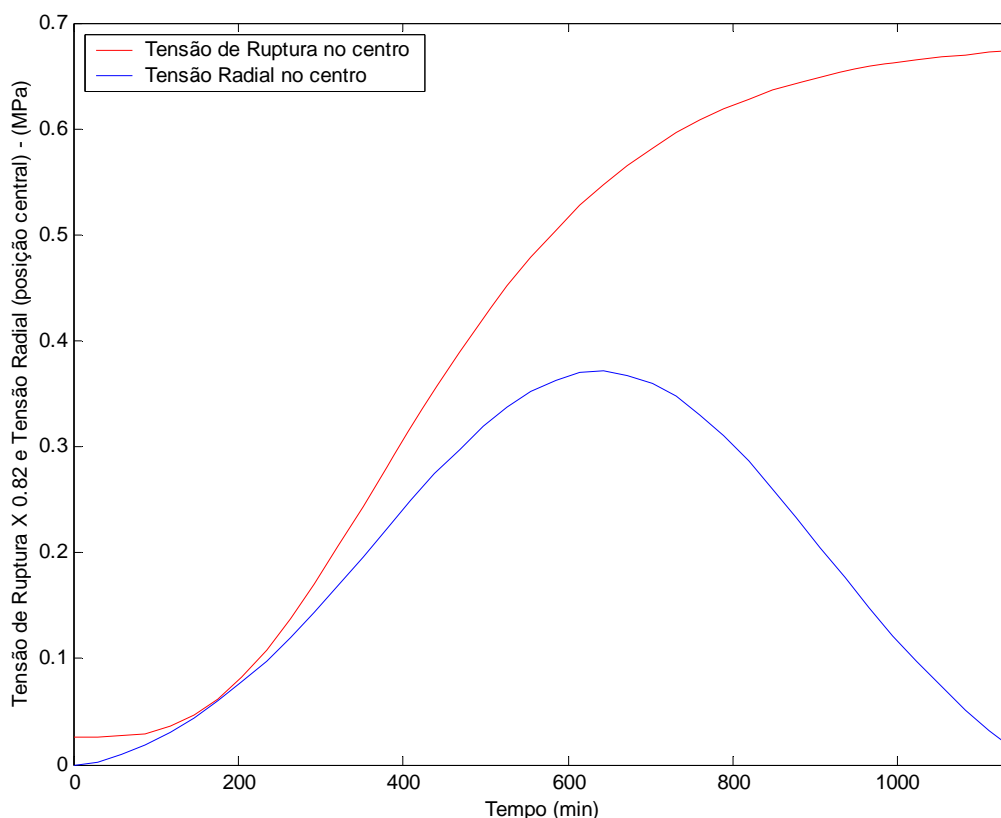


Figura 7.27: Tensão de ruptura rebaixada em 18% e tensão radial, em função do tempo (posição central), com $V_a=1,0$ m/s, $D_0=2,66$ cm e $T_a=50$ °C. Considerando o módulo de Young médio.

7.4.2 Simulação das tensões para o perfil de umidade unidimensional considerando o módulo de Young local

A Figura 7.28 apresenta um resultado típico da simulação dos perfis de tensão radial em nove posições, do centro à superfície do sistema simulador esférico, em função do tempo de secagem, com o módulo de Young em função da umidade local da amostra.

Verifica-se na Figura 7.28 uma distribuição de tensão radial semelhante em forma aos perfis determinados com o módulo de Young em função da umidade média (Figura 7.21). A tensão no sólido é nula quando a umidade da amostra é uniforme, no início do processo de secagem. Com o decorrer do tempo, a umidade torna-se distribuída, conforme mostrado na

Figura 7.5, e as tensões radiais surgem e aumentam na direção do centro. No final do processo os perfis de umidade tendem a se uniformizar e as tensões diminuem.

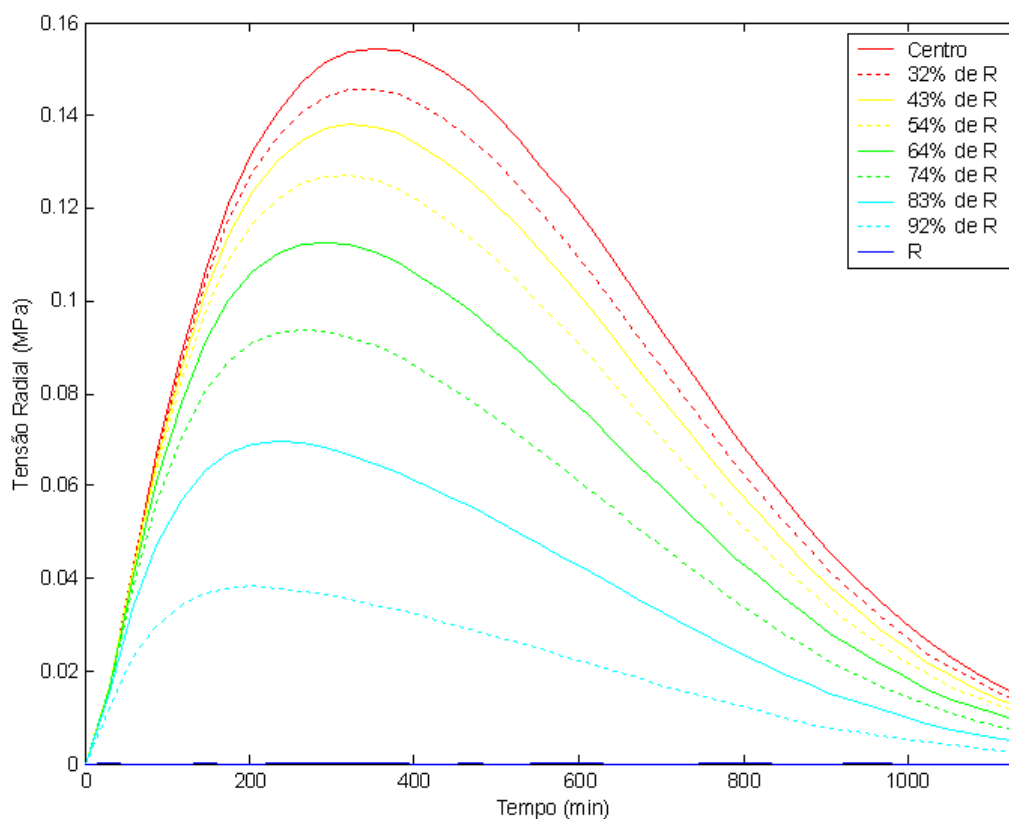


Figura 7.28: Tensão radial do centro à superfície, em função do tempo, com $V_a=1,0\text{m/s}$, $D_0=2,66\text{cm}$ e $T_a=50^\circ\text{C}$. Considerando o módulo de Young local.

Porém, verificou-se diferenças nos picos de tensão, em relação aos resultados obtidos quando o módulo de Young médio foi considerado. O pico de tensão no centro ocorre em torno de 320 min do processo, o que representa aproximadamente a metade do tempo de 630 min determinado quando o módulo de Young médio foi utilizado.

O valor da tensão máxima foi aproximadamente 60% inferior, em torno de 0,155 MPa, em comparação com 0,375 MPa obtido com o módulo de Young em função da umidade média. Este comportamento era esperado, pois a distribuição de tensões está diretamente ligada à distribuição de umidade e ao valor do módulo.

A Figura 7.29, que apresenta resultados típicos para os valores do módulo de Young médio na posição, em função do tempo.

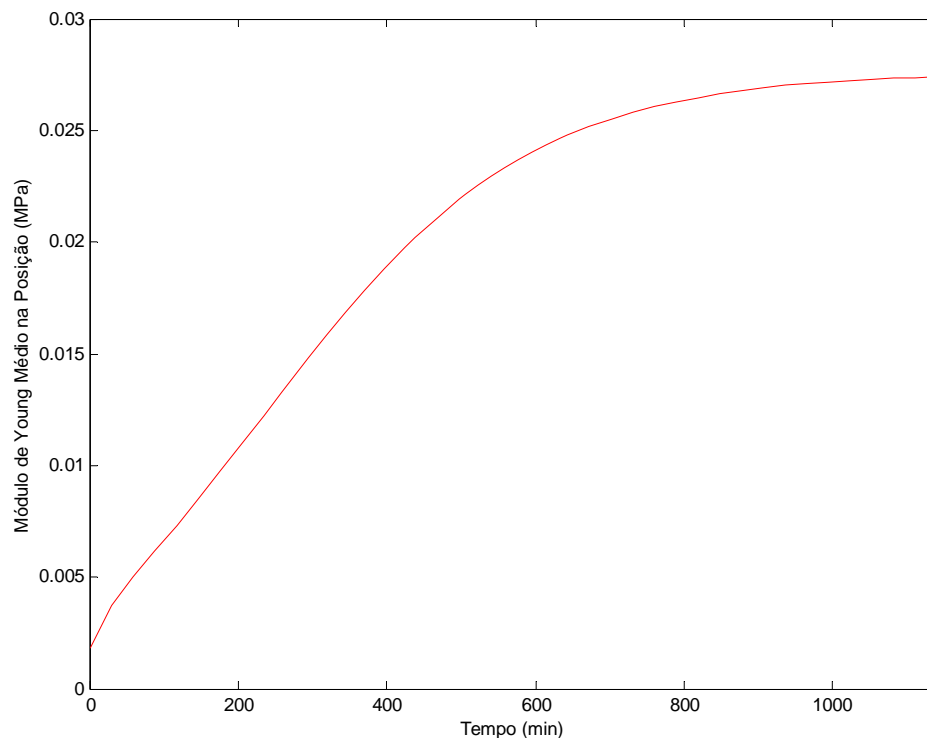


Figura 7.29: Módulo de Young médio na posição, em função do tempo, com $V_a=1,0\text{m/s}$, $D_0=2,66\text{cm}$ e $T_a=50^\circ\text{C}$.

Quando se utiliza o módulo médio, a tensão máxima ocorre aos 630 min, no momento em que o módulo atingi um valor próximo ao valor do módulo para o sólido seco (Figura 7.29). Neste tempo do processo ainda existe um gradiente de umidade na amostra, embora seja pequeno.

A Figura 7.30, mostra o módulo de Young local, obtido com a Equação 7.12 e os perfis de umidade simulados pela formulação 1.

As Figuras 7.31 e 7.32 apresentam as diferenças entre os valores de umidade e módulo para o centro e para a superfície da amostra, respectivamente, em função do tempo e com base nos perfis de umidade previstos pela formulação 1.

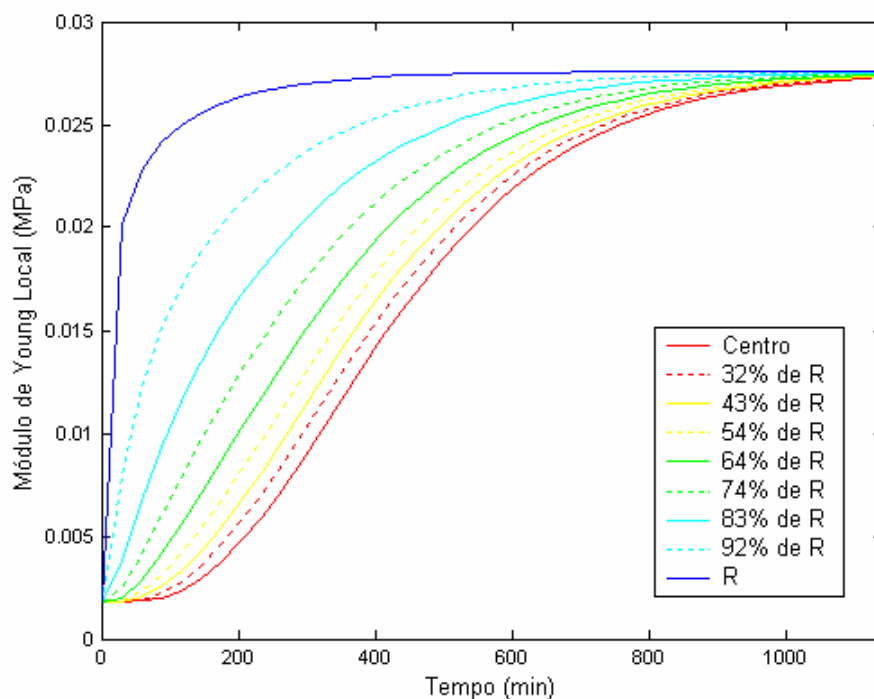


Figura 7.30: Módulo de Young local do centro à superfície, em função do tempo, com $V_a=1,0\text{m/s}$, $D_0=2,66\text{cm}$ e $T_a=50^\circ\text{C}$.

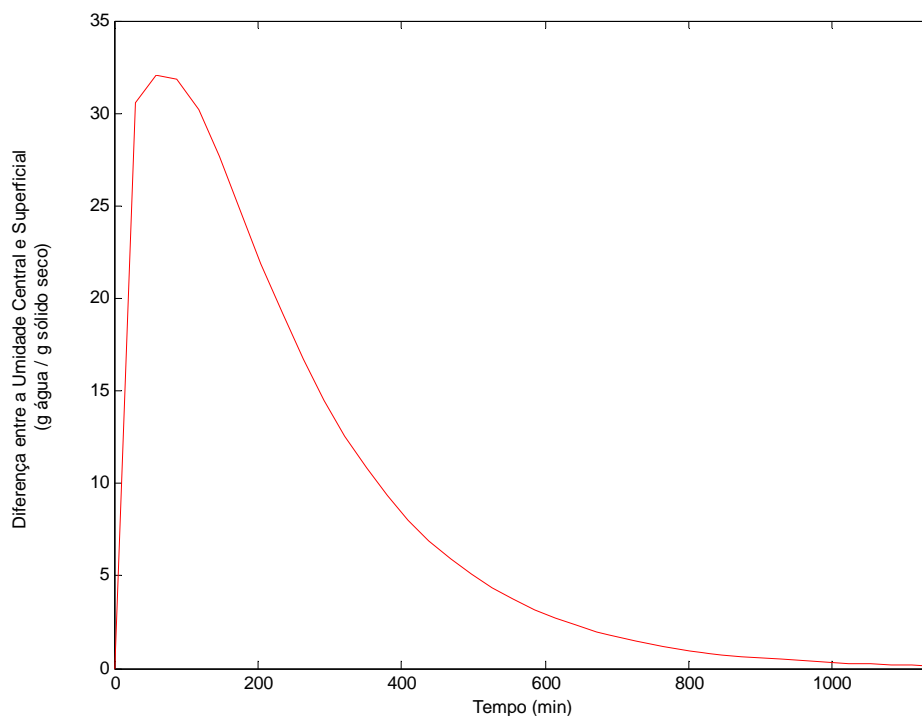


Figura 7.31: Diferença entre a umidade local (b.s.) central e superficial, em função do tempo, com $V_a=1,0\text{m/s}$, $D_0=2,66\text{cm}$ e $T_a=50^\circ\text{C}$.

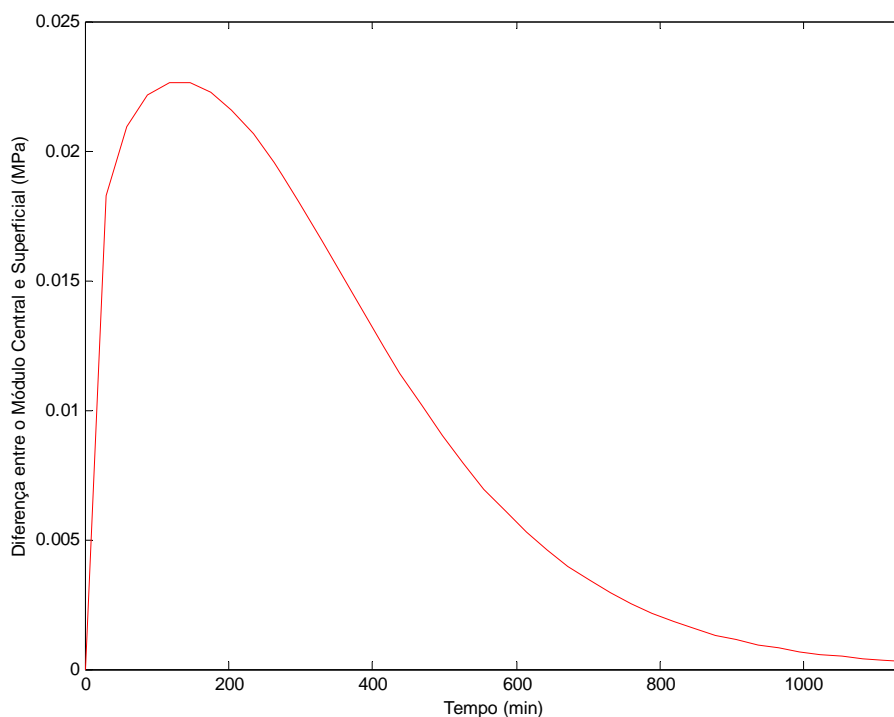


Figura 7.32: Diferença entre o módulo de Young local central e superficial, em função do tempo, com $V_a=1,0\text{m/s}$, $D_0=2,66\text{cm}$ e $T_a=50^0\text{C}$.

A partir da Figura 7.30, observa-se altos valores do módulo na superfície, onde ocorre uma intensa redução de umidade e baixos valores no centro onde a umidade da amostra é maior. Entre 60 e 150 min. do processo, tem-se a maior diferença entre os valores de umidade e módulo para a superfície e o centro, como pode ser observado nas Figuras 7.31 e 7.32, respectivamente.

Porém este intervalo de tempo não corresponde à tensão radial máxima, conforme pode ser observado na Figura 7.28. Entre 60 e 150 min. do processo, o centro da amostra ainda está bastante úmido e apresenta pouca resistência à distensão elástica. No instante em que o pico de tensão ocorre, em aproximadamente 320 min, a diferença entre os valores do módulo na superfície e no centro ainda é alta, porém a umidade no centro já é mais baixa e o material mais rígido. A combinação destes dois fatores acarreta no pico de tensão.

Com a continuidade do processo de secagem, o valor do módulo aumenta em todas as posições e o material torna-se mais rígido como um todo, mas a diferença entre os valores do módulo na superfície e no centro já é menor e tenderá a zero no final do processo. Isto acarreta na extinção da distribuição de tensões.

O menor valor para o pico de tensão, em relação a quando foi utilizado o módulo médio, também pode ser explicado, pois no momento em que ocorre o pico de tensão, o valor do módulo no centro é menor quando comparado ao valor do módulo médio e isto acarreta em menor resistência a distensão e menores valores de tensão no centro.

Os perfis de tensão tangencial típicos, apresentados na Figura 7.33, mudam de tensão de compressão (tensão negativa) próximo à superfície, para tensão de tração, na região central, o que é indicado pela mudança no sinal de tensão.

Esta inversão ocorre ao longo da posição durante todo o processo e não apenas no centro da amostra, como foi verificado quando se utilizou o módulo de Young médio. Este comportamento da tensão tangencial pode ser atribuído ao fato de que ocorre uma rápida desidratação e encolhimento na superfície desde o início do processo, enquanto o centro permanece ainda muito úmido.

Uma dependência semelhante também foi verificada por PHAM *et al.* (2004), que avaliaram as tensões e a quebra em alimentos esféricos durante o processo de congelamento, e por PONSART *et al.* (2002), que estudaram as tensões decorrentes do encolhimento durante a secagem de massas alimentícias de geometria cilíndrica.

A partir desta análise, considerou-se que a utilização do módulo de Young local é essencial para a correta modelagem das tensões decorrentes da transferência de massa e encolhimento, fato que foi confirmado com a determinação da ruptura do material a partir dos perfis de tensões simulados e as curvas de tensão de ruptura, uma vez que esta degradação física foi observada experimentalmente.

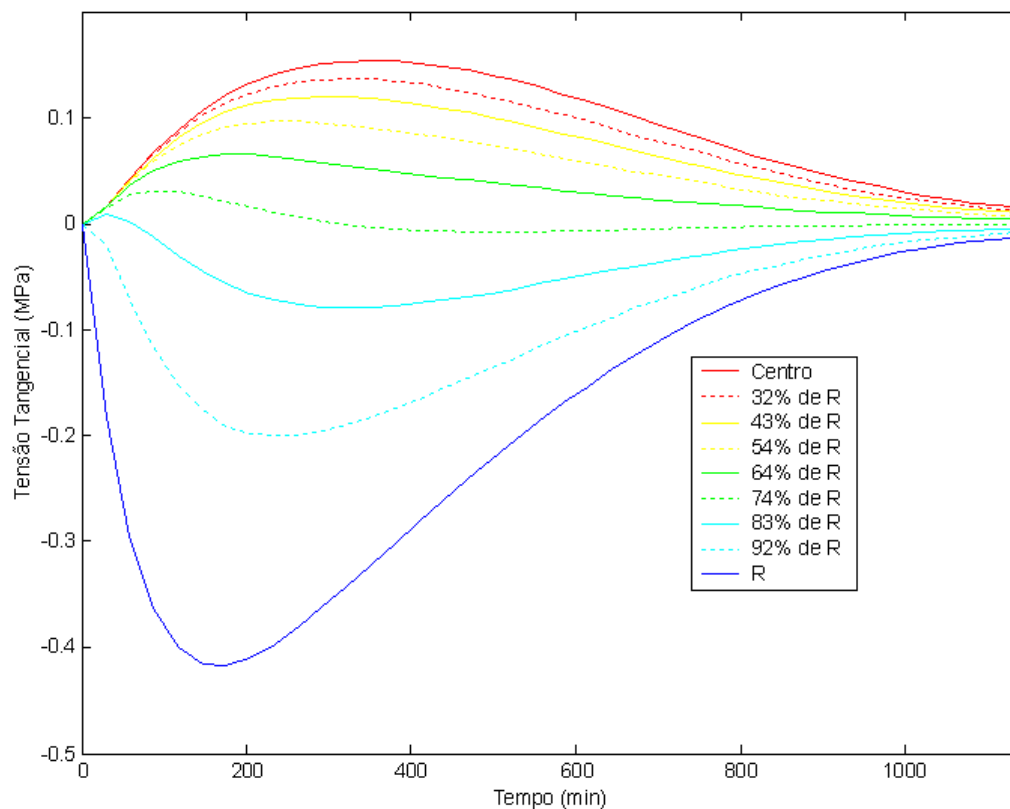


Figura 7.33: Tensão tangencial do centro à superfície, em função do tempo, com $V_a=1,0\text{m/s}$, $D_0=2,66\text{cm}$ e $T_a=50^\circ\text{C}$.

A Figura 7.34 apresenta resultados típicos dos perfis de tensão de ruptura e tensão radial, como funções do tempo, para oito posições, do centro à superfície. Determina-se pelo cruzamento dos perfis de tensões que a quebra ocorre no início do processo, entre 88 e 117 min.

Este intervalo de tempo corresponde ao período de taxa constante de secagem. Além deste tempo as curvas se distanciam antes do pico de tensão no sólido ocorrer. Sabe-se por meio dos experimentos de secagem que a ruptura central realmente ocorre durante o processo.

Uma importante observação é que o intervalo de tempo em que foi determinada a quebra no centro está compreendido entre 60 e 150 min do processo, onde se tem a maior diferença entre os valores centrais e superficiais de umidade e módulo, como pode ser observado nas Figuras 7.31 e 7.32, respectivamente.

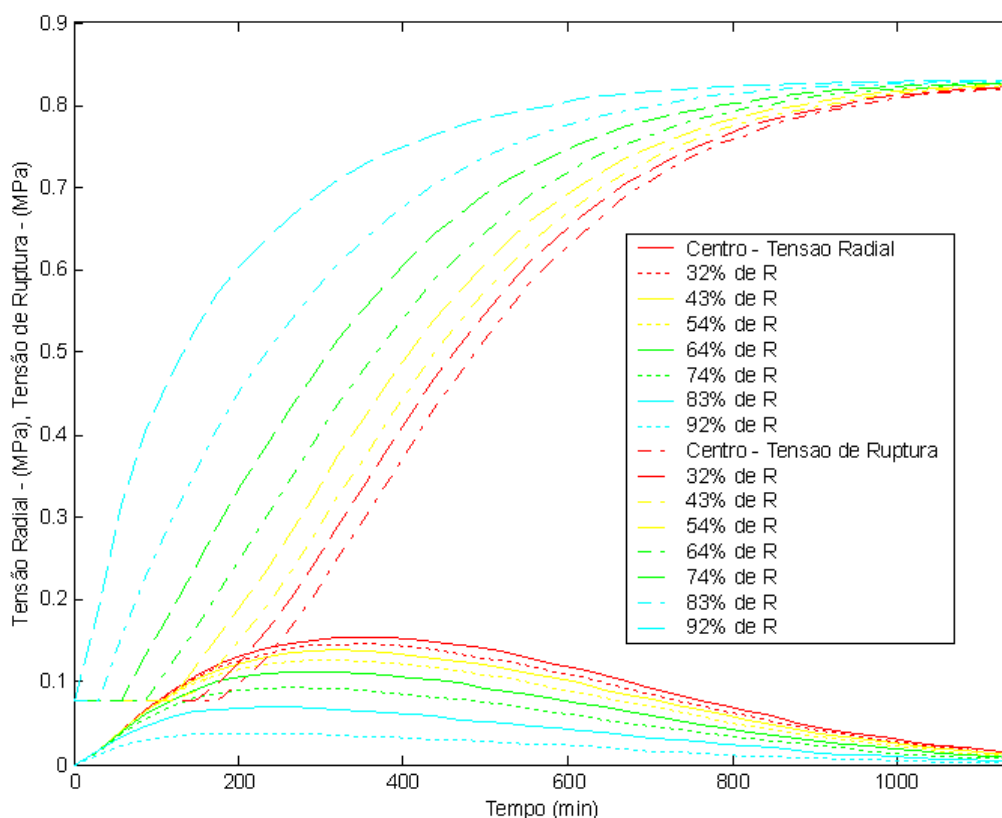


Figura 7.34: Tensão de ruptura e tensão radial em função do tempo (oito posições), com $V_a=1,0$ m/s, $D_0=2,66$ cm e $T_a=50$ °C.

A partir desta observação, é possível inferir que a quebra está realmente relacionada com as distribuições de umidade e do módulo e não com o pico de tensão.

A Figura 7.35 apresenta resultados típicos dos perfis de tensão de ruptura e tensão tangencial, como funções do tempo, para oito posições, do centro à superfície. A mesma determinação da quebra pode ser obtida a partir desta figura, já que no centro as tensões radial e tangencial são as mesmas, devido à geometria do problema.

A Figura 7.36 mostra resultados típicos dos perfis de tensão tangencial e tensão de ruptura rebatida, como funções do tempo, para oito posições, do centro à superfície. Outra informação importante pode ser obtida desta figura. Verifica-se que as curvas de tensão tangencial na superfície não cruzam as curvas de tensão máxima rebatida, para os respectivos tempos. Assim, a quebra não ocorre na superfície e fica restrita ao centro da estrutura.

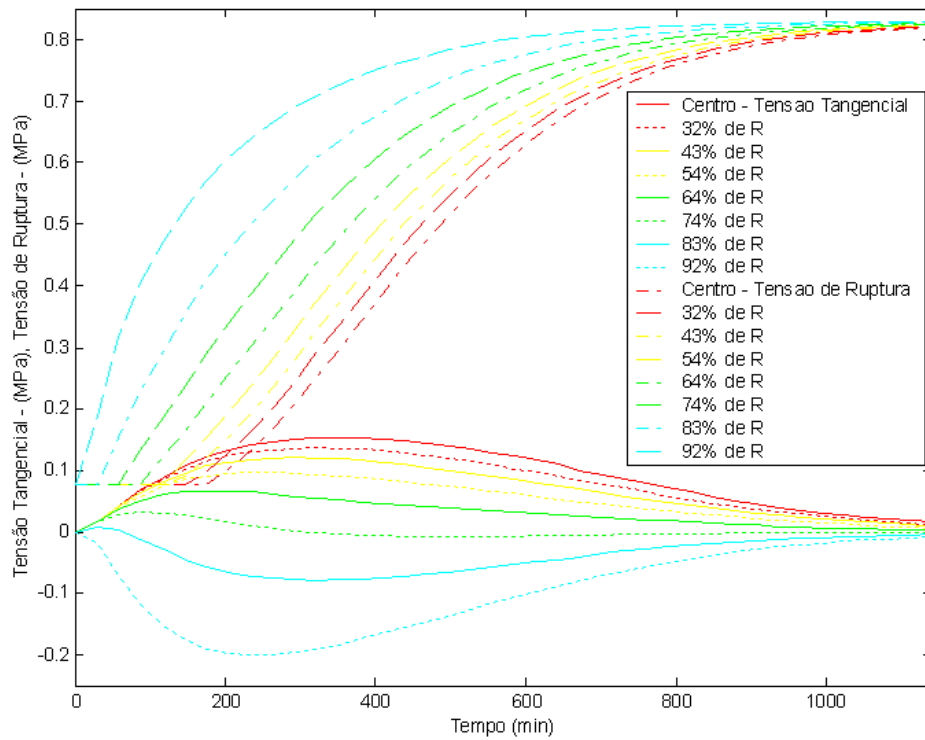


Figura 7.35: Tensão de ruptura e tensão tangencial, em função do tempo (oito posições), com $V_a=1,0$ m/s, $D_0=2,66$ cm e $T_a=50$ °C.

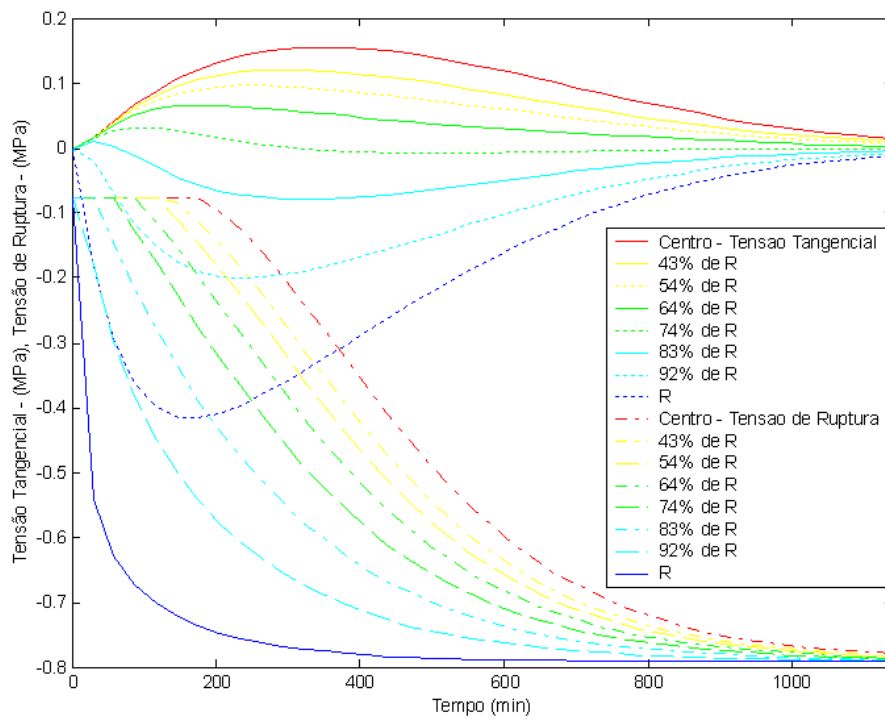


Figura 7.36: Tensão de ruptura rebatida e tensão tangencial, em função do tempo (oito posições), com $V_a=1,0$ m/s, $D_0=2,66$ cm e $T_a=50$ °C.

Esta determinação está de acordo com as observações experimentais, pois não foi determinada quebra na superfície devido à transferência de massa radial e sim devido à transferência de massa angular.

As Figuras 7.37 e 7.38 apresentam os resultados típicos dos perfis de tensão radial, tensão tangencial e tensão de ruptura, como funções do raio, do início até os 146 min do processo. A partir do cruzamento destas distribuições determina-se a quebra da estrutura no centro, da mesma forma que na análise anterior.

A Figura 7.39 apresenta um resultado típico da massa específica aparente do sólido em função do tempo de secagem. Ao analisar a dependência da massa específica aparente em função do tempo, pode-se também verificar de forma qualitativa a simulação da quebra da amostra.

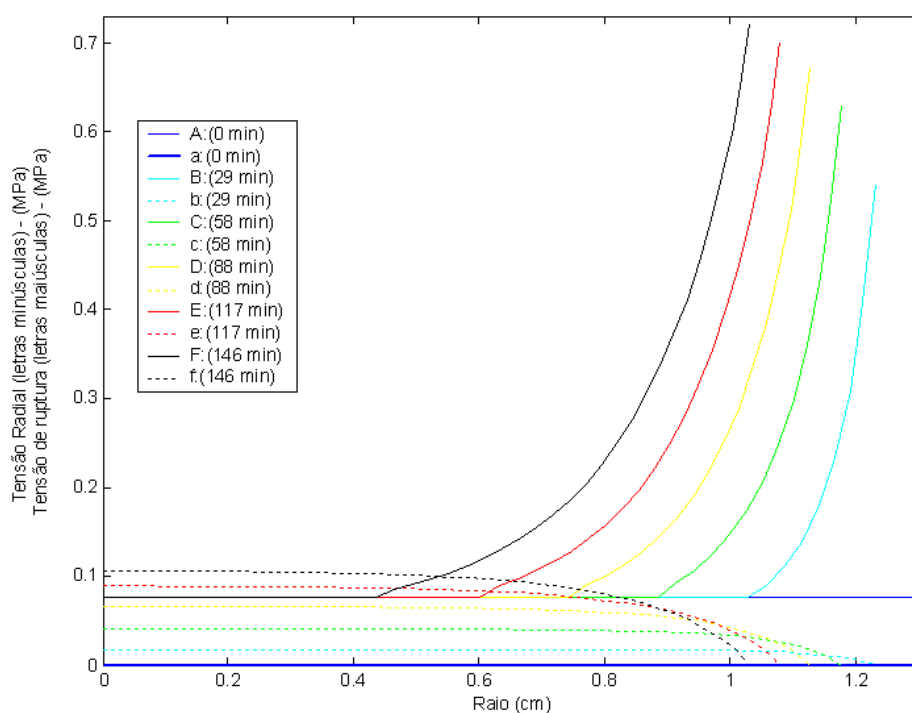


Figura 7.37: Tensão de ruptura e tensão radial, em função do raio, parametrizados no tempo de secagem, com $V_a=1,0$ m/s, $D_0=2,66$ cm e $T_a=50$ °C.

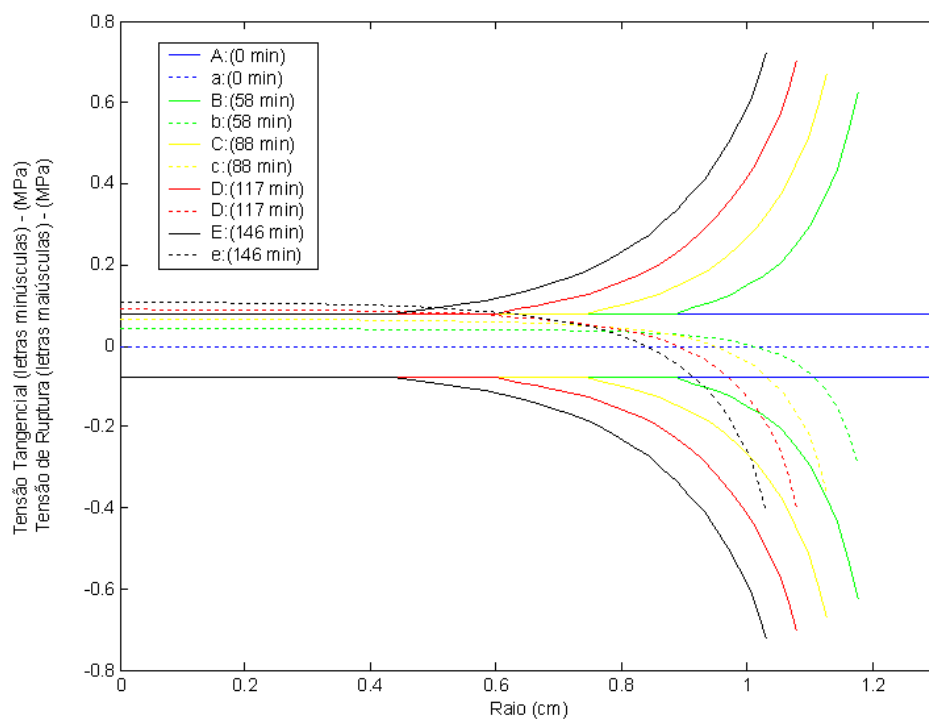


Figura 7.38: Tensão de ruptura e tensão tangencial, em função do raio, parametrizados no tempo de secagem, com $V_a=1,0$ m/s, $D_0=2,66$ cm e $T_a=50$ °C.

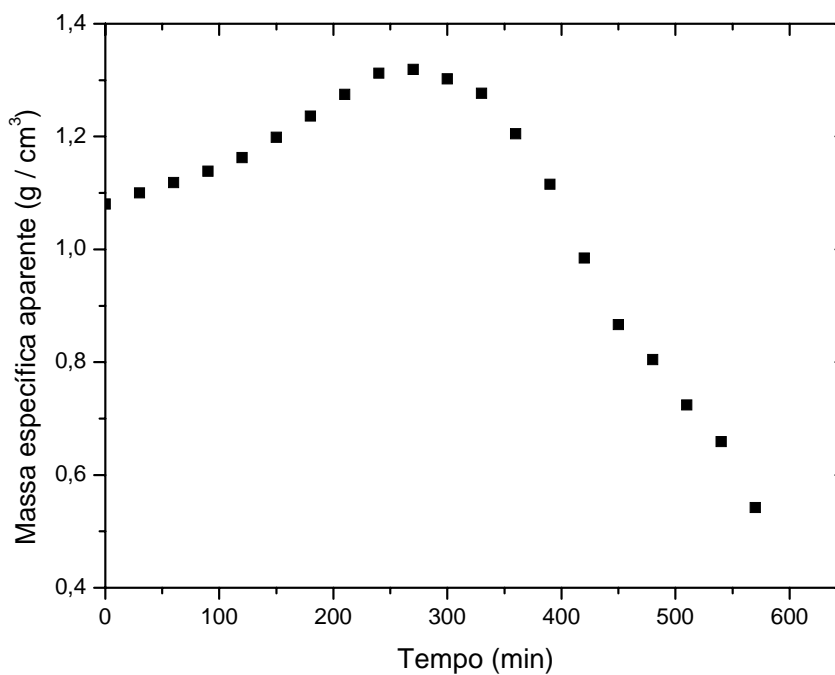


Figura 7.39: Massa específica aparente da amostra, em função do tempo de secagem, com $V_a=1,0$ m/s, $D_0=2,66$ cm e $T_a=50$ °C.

A partir da Figura 7.39 observa-se que a massa específica aparente aumenta durante o início do processo, pois com a transferência de umidade da amostra para o ar de secagem, tende-se a uma aproximação para a massa específica do sólido seco de aproximadamente $1,55 \text{ g / cm}^3$.

Porém, devido ao desenvolvimento da fissura na região central e com o decorrer do encolhimento da estrutura, a massa específica aparente diminui até o final do processo. Isto ocorre a partir dos 300 min, que neste caso corresponde ao início do período de taxa decrescente.

O tempo determinado para o decréscimo da massa específica não corresponde exatamente ao intervalo de tempo determinado para a ocorrer a quebra no centro da estrutura, a partir das curva de tensão simuladas, que foi entre 88 e 117 min do processo de secagem.

Isto pode ser explicado, pois quando as camadas superficiais da amostra atingem a umidade de equilíbrio e o encolhimento diminui na superfície, o centro ainda está bastante úmido. O poro central aumenta somente quando o centro começa a perder umidade. Isto é indicado pelo decréscimo da massa específica aparente no período de taxa decrescente.

A simulação das distribuições de tensões no sólido, utilizando-se o perfil de umidade unidimensional (formulação 1), tornou possível prever a ruptura central dos sistemas simuladores e está de acordo com as observações experimentais de degradação da amostra.

A consideração do módulo de Young local proporcionou resultados de simulação fisicamente mais consistentes em comparação à consideração do módulo de Young médio.

Assim foi possível uma análise mais detalhada do problema, com relação às deformações que ocorrem na estrutura, decorrentes da transferência de massa, as quais são apresentadas e discutidas no item seguinte.

7.4.3 Simulação das deformações para o perfil de umidade unidimensional considerando o módulo de Young local

Os perfis de deformações foram obtidos a partir da simulação das tensões no interior do sólido, considerando-se o perfil de umidade unidimensional e o módulo de Young local. Inicialmente, foram utilizadas as Equações 3.17 e 3.18, excluindo-se o termo da deformação do encolhimento (ε^X), a fim de representar apenas as deformações elásticas.

$$\varepsilon_r = \frac{1}{E}(\sigma_r - 2\nu\sigma_t) + \varepsilon^X \quad (3.17)$$

$$\varepsilon_t = \frac{1}{E}(\sigma_t - \nu(\sigma_r + \sigma_t)) + \varepsilon^X \quad (3.18)$$

As Figuras 7.40 e 7.41 mostram os resultados típicos das deformações radiais e tangenciais mecânicas puramente elásticas, em nove posições radiais do sistema gel esférico, em função do tempo de secagem. As duas distribuições mostradas nas Figuras 7.40 e 7.41 são semelhantes, porém a deformação tangencial apresenta valores negativos. Isto é devido ao efeito global compressivo da tensão tangencial, que tem valores bem maiores na superfície em comparação às proximidades do centro. Os picos próximos à superfície, no início do processo de secagem, indicam uma alta deformação mecânica, devida à rápida desidratação nesta região.

Observa-se nas Figuras 7.40 e 7.41 que os picos de deformação radial e tangencial ocorrem em torno de 130 min. Esta é uma importante observação, já que este tempo está compreendido entre 60 e 150 min, que é o intervalo de tempo em que foi determinada a quebra no centro da estrutura e onde se tem a maior diferença entre os valores centrais e superficiais de umidade e módulo, como pode ser observado nas Figuras 7.31 e 7.32, respectivamente.

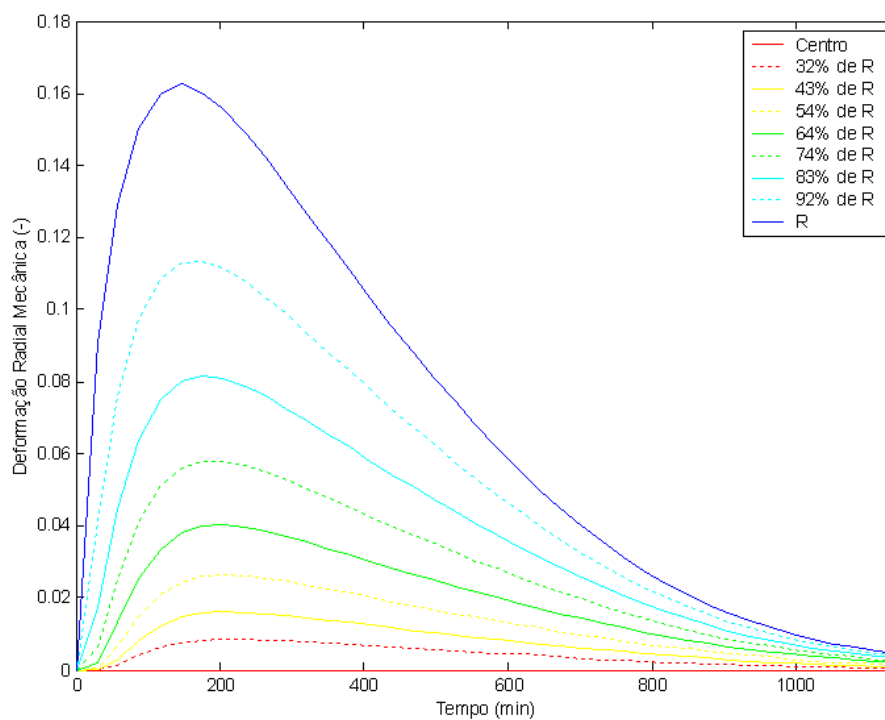


Figura 7.40: Deformação radial mecânica puramente elástica, em nove posições, do centro à superfície, em função do tempo, com $V_a=1,0\text{m/s}$, $D_0=2,66\text{cm}$ e $T_a=50^\circ\text{C}$.

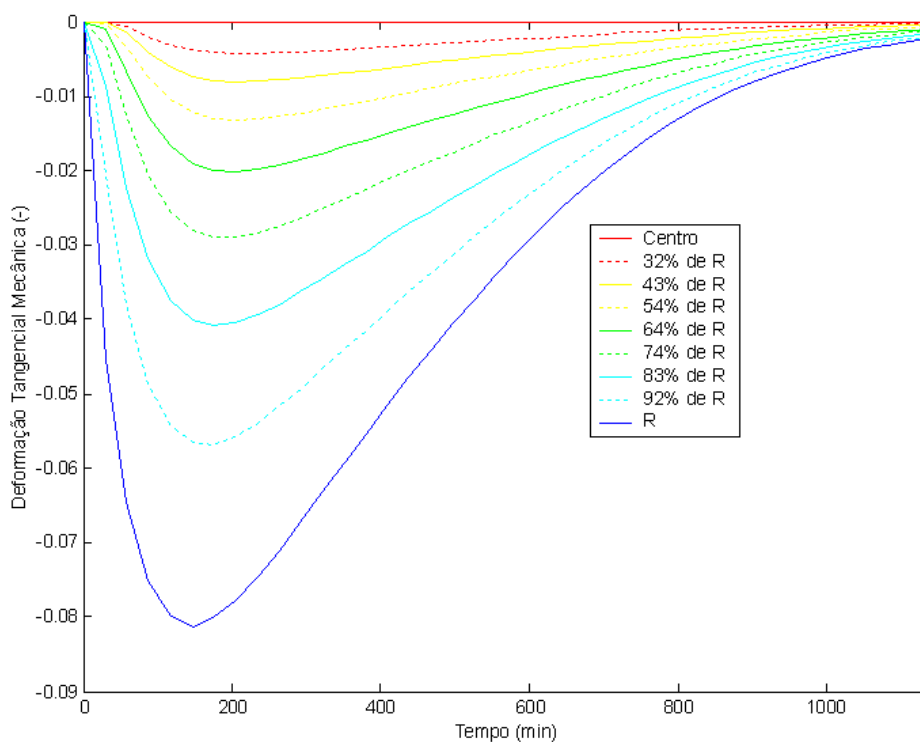


Figura 7.41: Deformação tangencial mecânica puramente elástica, em nove posições, do centro para a superfície, em função do tempo, com $V_a=1,0\text{m/s}$, $D_0=2,66\text{cm}$ e $T_a=50^\circ\text{C}$.

A partir desta observação, é possível inferir que a quebra está realmente relacionada com as distribuições do módulo, umidade, deformações mecânicas e com o pico de tensão tangencial na superfície. Estes resultados indicam que a rápida desidratação superficial pode ser a causa para a degradação física das amostras esféricas no centro. Assim, para se conduzir o processo de secagem de forma a minimizar as degradações físicas no produto final, é necessário que a secagem seja feita de forma mais uniforme, modificando-se variáveis como a velocidade, temperatura e umidade do ar de secagem.

A Figura 7.42 mostra resultados típicos obtidos para os perfis de deformação do encolhimento (ϵ^X) em nove posições radiais, em função do tempo de secagem.

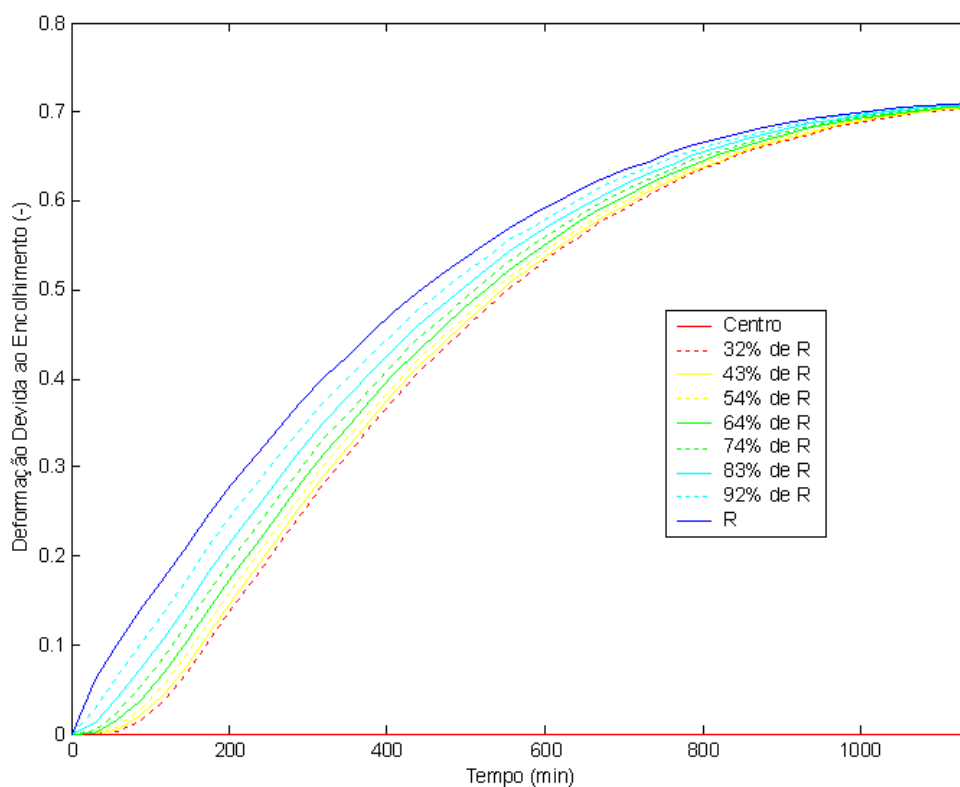


Figura 7.42: Deformação do encolhimento em nove posições, do centro à superfície, em função do tempo, com $V_a=1,0\text{m/s}$, $D_0=2,66\text{cm}$ e $T_a=50^0\text{C}$.

Observa-se na Figura 7.42 que a deformação do encolhimento aumenta em função do raio, devido à intensa desidratação superficial. Aumenta, também, em função do tempo para todas as posições (exceto o centro), devido à perda total de umidade. A deformação do

encolhimento distingui-se das deformações puramente elásticas já que é irreversível, ou seja, uma vez ocorrida a secagem do material, atingi-se um valor de equilíbrio para ε^X , enquanto as deformações elásticas tendem a desaparecer no final do processo.

O termo da deformação do encolhimento, ε^X , representa na Equação 3.17 a deformação radial desenvolvida pela amostra devido à transferência de massa e tem base na equação do encolhimento linear (Equação 4.4). Na Equação 3.18, ε^X representa a deformação do perímetro distribuído da esfera devido ao encolhimento. Quando este termo é somado às deformações mecânicas puramente elásticas, tem-se as deformações tangencial e radial totais da estrutura.

As Figuras 7.43 e 7.44 mostram os resultados típicos das deformações totais (elásticas e de encolhimento), em nove posições radiais, em função do tempo.

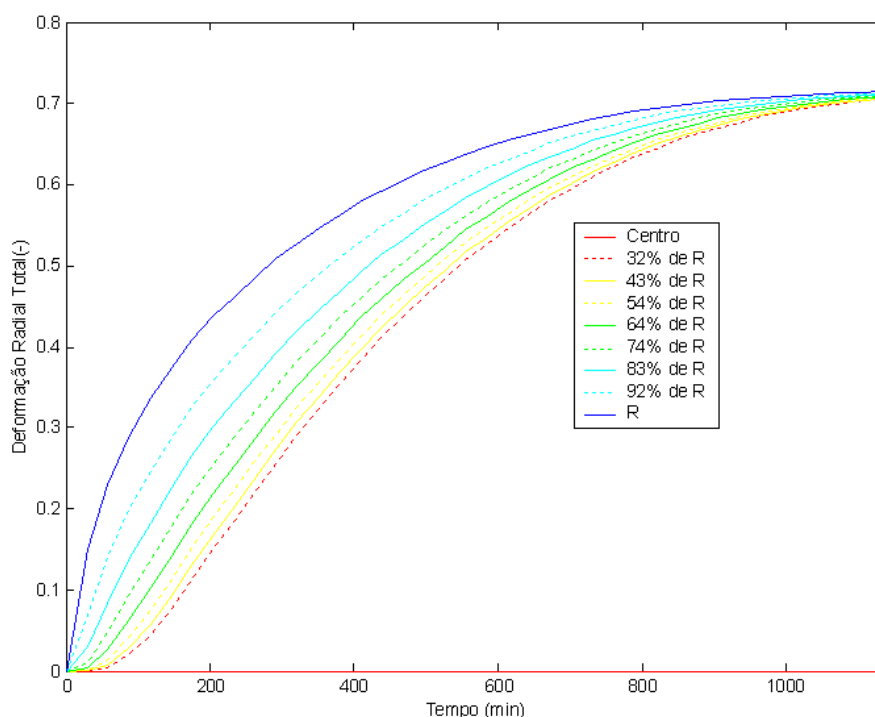


Figura 7.43: Deformação radial total em nove posições, do centro à superfície, em função do tempo, com $V_a=1,0\text{m/s}$, $D_0=2,66\text{cm}$ e $T_a=50^\circ\text{C}$.

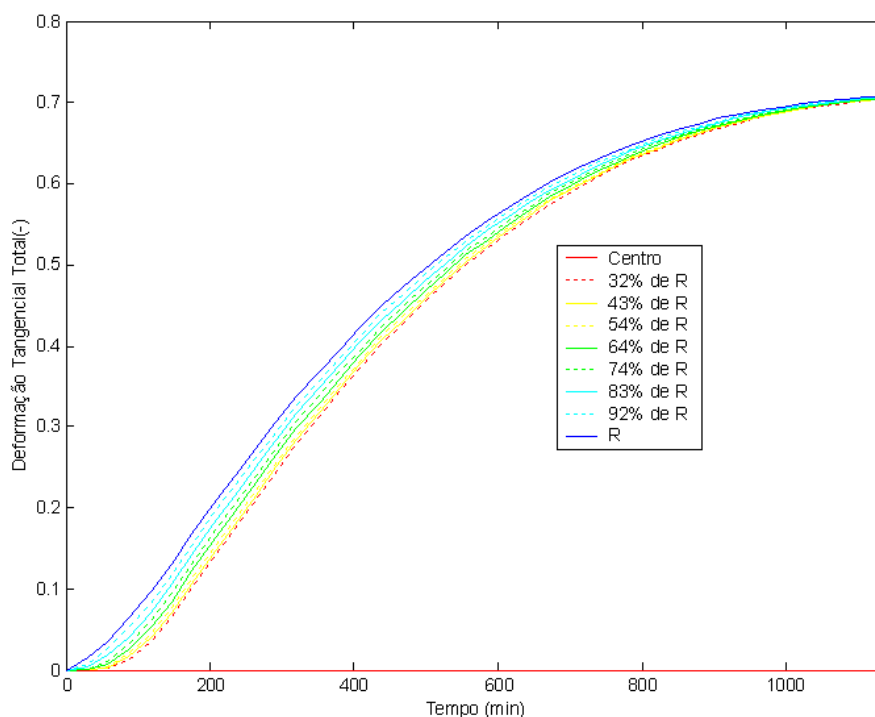


Figura 7.44: Deformação tangencial total em nove posições, do centro à superfície, em função do tempo, com $V_a=1,0\text{m/s}$, $D_0=2,66\text{cm}$ e $T_a=50^\circ\text{C}$.

Comparando-se a Figura 7.42 com a Figura 7.43, observa-se que a deformação radial elástica atua de forma a retardar o encolhimento radial da estrutura. Porém, no final do processo, a deformação radial elástica tende a extinguir-se e a deformação radial total tende a igualar-se à deformação radial do encolhimento. Este comportamento era esperado, já que a tensão radial é de tração e contribui com uma distensão na estrutura.

Já a deformação tangencial elástica tem efeito contrário à deformação radial elástica. Comparando-se a Figura 7.42 com a Figura 7.44, observa-se que a deformação tangencial elástica atua de forma a acelerar o encolhimento circunferencial da estrutura. Porém, no final do processo, a deformação tangencial elástica tende a extinguir-se e a deformação tangencial total tende a igualar-se à deformação circunferencial do encolhimento. Neste caso, o efeito da tensão tangencial é de compressão da estrutura, exceto nas proximidades do centro.

A distensão elástica devida às tensões radiais de tração é mostrada na Figura 7.45, do centro à superfície, em função do tempo, para um experimento típico.

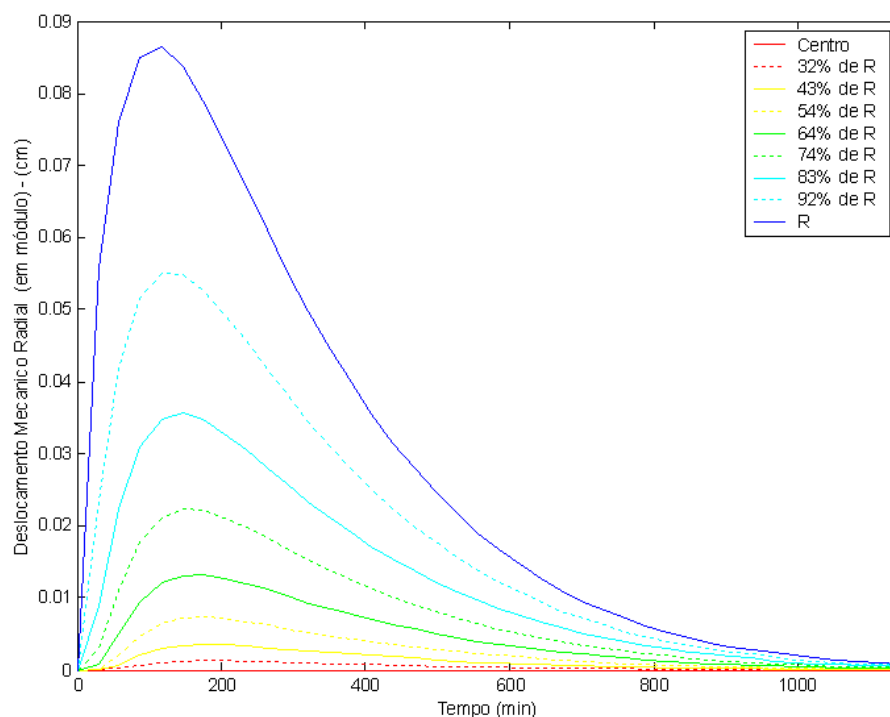


Figura 7.45: Deslocamento mecânico radial em nove posições, do centro para a superfície, em função do tempo, com $V_a=1,0\text{m/s}$, $D_0=2,66\text{cm}$ e $T_a=50^\circ\text{C}$.

Observa-se a partir da Figura 7.45, que o pico do deslocamento radial mecânico está compreendido entre 60 e 150 min, que é o intervalo de tempo em que foi determinada a quebra no centro da estrutura. Neste mesmo intervalo de tempo, ocorreram as maiores diferenças entre os valores centrais e superficiais do módulo, da umidade e da tensão tangencial e, também, os picos de deformações puramente elásticas, como pode ser observado nas Figuras 7.31, 7.32, 7.33, 7.40 e 7.41, respectivamente.

A Figura 7.46 mostra um resultado típico para o raio distribuído com efeito da distensão radial mecânica, para nove posições do centro para a superfície, em função do tempo. Quando o deslocamento radial mecânico, causado pela tensão radial, é adicionado ao raio distribuído, o qual é previsto pela equação do encolhimento, observa-se o retardamento no encolhimento. Porém no final do processo, com a diminuição da tensão radial, o raio distribuído

volta a ser representado pela equação do encolhimento. Este efeito mecânico compensatório é sentido pela estrutura com maior intensidade na superfície.

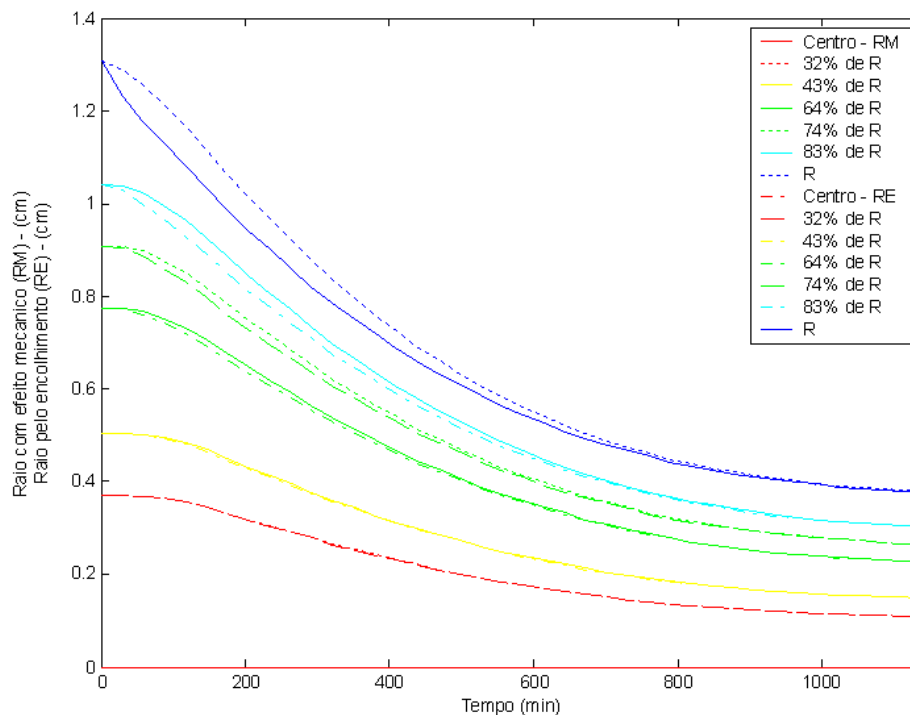


Figura 7.46: Raio distribuído com efeito da distensão mecânica radial em nove posições, do centro para a superfície, em função do tempo, com $V_a=1,0\text{m/s}$, $D_0=2,66\text{cm}$ e $T_a=50^0\text{C}$.

Já para o perímetro circunferencial distribuído tem-se o efeito contrário. A Figura 7.47 mostra o perímetro circunferencial distribuído, com efeito da compressão mecânica tangencial em nove posições, do centro para a superfície, em função do tempo, para um experimento típico.

Quando o deslocamento tangencial mecânico, causado pela tensão tangencial, é adicionado ao perímetro circunferencial distribuído, previsto pela equação do encolhimento, observa-se uma aceleração no encolhimento. Porém no final do processo, com a diminuição da tensão tangencial, o perímetro distribuído volta a seguir a equação do encolhimento.

Estes efeitos mecânicos compensatórios radiais e tangenciais são efeitos de ação e de reação, que surgem a fim de manter os volumes de controle unidos e garantir a integridade da estrutura, até que seja atingido o limite da tensão de ruptura.

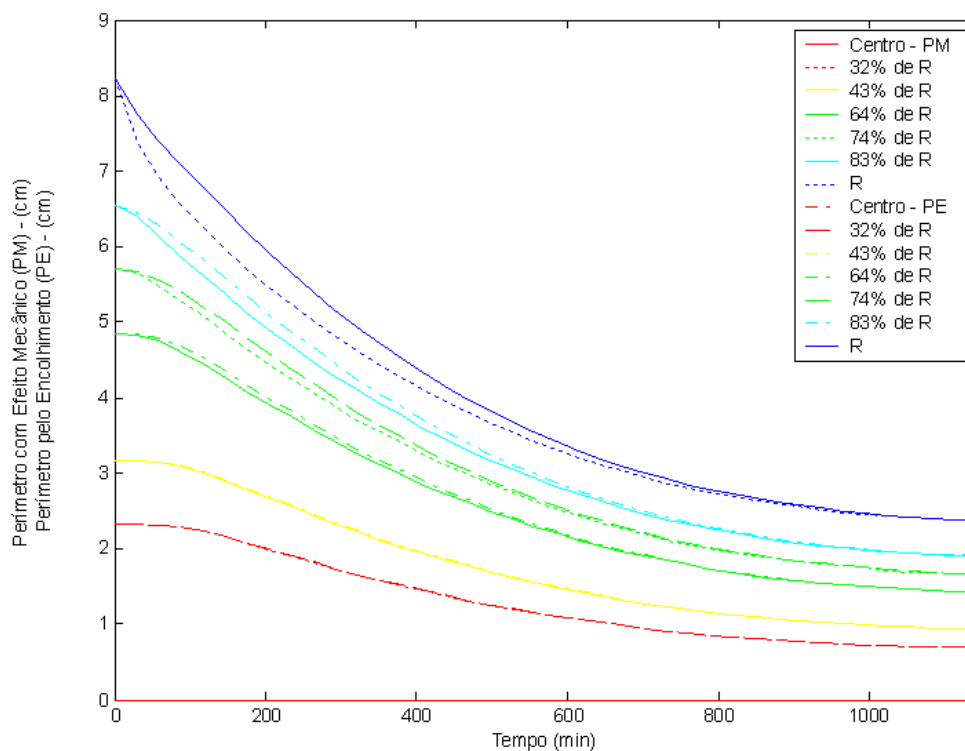


Figura 7.47: Perímetro distribuído com efeito da compressão mecânica tangencial em nove posições, do centro à superfície, em função do tempo, com $V_a=1,0\text{m/s}$, $D_0=2,66\text{cm}$ e $T_a=50^\circ\text{C}$.

A simulação e a análise das deformações no interior do material, em conjunto com os resultados obtidos com a simulação das tensões, permitiram um maior entendimento dos efeitos mecânicos sobre os sistemas simuladores durante o processo de secagem. Assim, pôde-se avaliar os efeitos do processo de transferência de massa de forma mais próxima da realidade e explicar as degradações observadas experimentalmente, o que não era possível somente com um modelo considerando apenas a transferência de massa.

Outras determinações experimentais realizadas neste trabalho possibilitaram avaliar ao efeito do escoamento de ar na transferência de calor e, por conseqüência, na

transferência de massa e nas deformações decorrentes. Estes resultados são apresentados no próximo item.

7.5 Determinações experimentais de temperatura do sólido

Outra possibilidade de analisar a influência da separação do escoamento, na secagem de sistemas simuladores esféricos, é através de medidas de temperaturas locais.

As Figuras 7.48 e 7.49 apresentam os resultados típicos das medidas de temperaturas locais em função do tempo de secagem, parametrizadas em diferentes regiões do sistema simulador, bem como a réplica destas determinações, para a verificação da reprodutibilidade dos dados.

A Tabela 7.8 reúne os parâmetros estatísticos da avaliação de reprodutibilidade dos valores de temperaturas medidos em três posições da esfera, para os resultados típicos apresentados na Figura 7.48 e sua réplica, Figura 7.49.

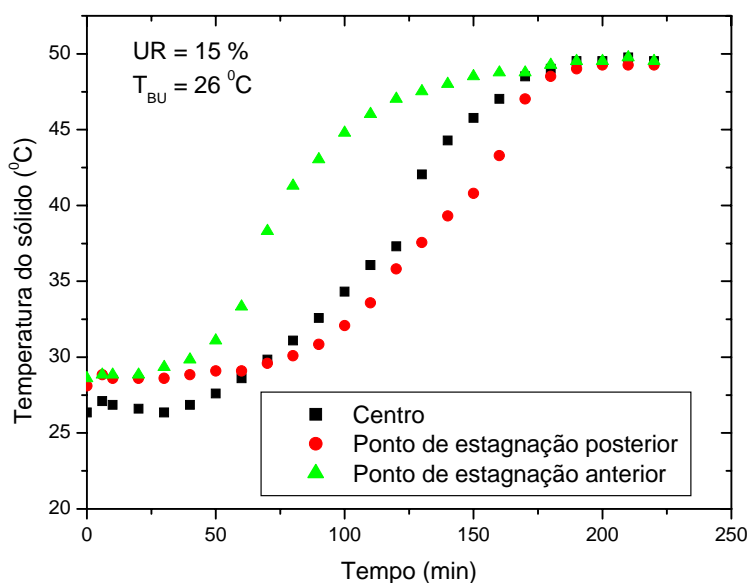


Figura 7.48: Temperaturas locais no sistema simulador esférico em função do tempo de secagem, parametrizadas em diferentes posições, com $D_0=1,61\text{cm}$, $V_a=2,0\text{m/s}$ e $T_a=50^\circ\text{C}$.

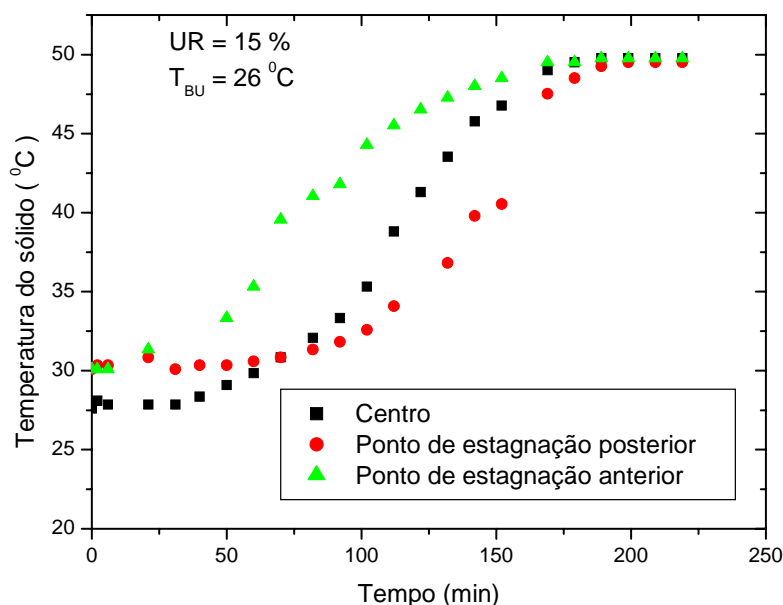


Figura 7.49: Temperaturas locais em uma esfera de gel em função do tempo de secagem, parametrizadas em diferentes posições, com $D_0=1,61\text{cm}$, $V_a=2,0\text{m/s}$ e $T_a=50^\circ\text{C}$ (réplica).

Tabela 7.8: Parâmetros estatísticos da avaliação de reprodutibilidade dos valores de temperatura medidos em três posições da esfera para $V_a=2,0\text{ m/s}$, $T_a=50^\circ\text{C}$ e $D_0=1,61\text{cm}$.

Equação de ajuste: Temperatura ($^\circ\text{C}$) = a . Temperatura réplica ($^\circ\text{C}$)							
Nível de significância = 5%							
Posições	Parâmetro a	Erro Padrão de a	Teste t	Coefficiente de correlação	Variância explicada (%)	P Valor	Desvio médio (%) = $\frac{100}{n} \sum_{i=1}^n \frac{ T - T_{\text{répl}} }{\left(\frac{T + T_{\text{répl}}}{2}\right)}$
Anterior	0,998	0,005	198,7	0,9979	99,59	< 0,001	2,4
Posterior	0,998	0,005	206,7	0,9985	99,70	< 0,001	3,6
Centro	1,000	0,002	445,0	0,9999	99,98	< 0,001	3,6

A partir dos valores apresentados na Tabela 7.8, pode ser verificada a reprodutibilidade das medidas de temperaturas pelo parâmetro $a \cong 1$, teste t elevado (erro pelo menos 200 vezes menor que o valor do parâmetro), variância explicada de pelo menos 99,70% e um o desvio médio inferior a 3,7 %, em todas as posições medidas.

A Figura 7.50 apresenta um resultado típico para a curva de densidade de fluxo de massa, em função do tempo de secagem, para as mesmas condições experimentais apresentadas

nas Figuras 7.48 e 7.49, a fim de analisar os resultados da medida de temperatura do sólido, em comparação com os dados experimentais da cinética de secagem.

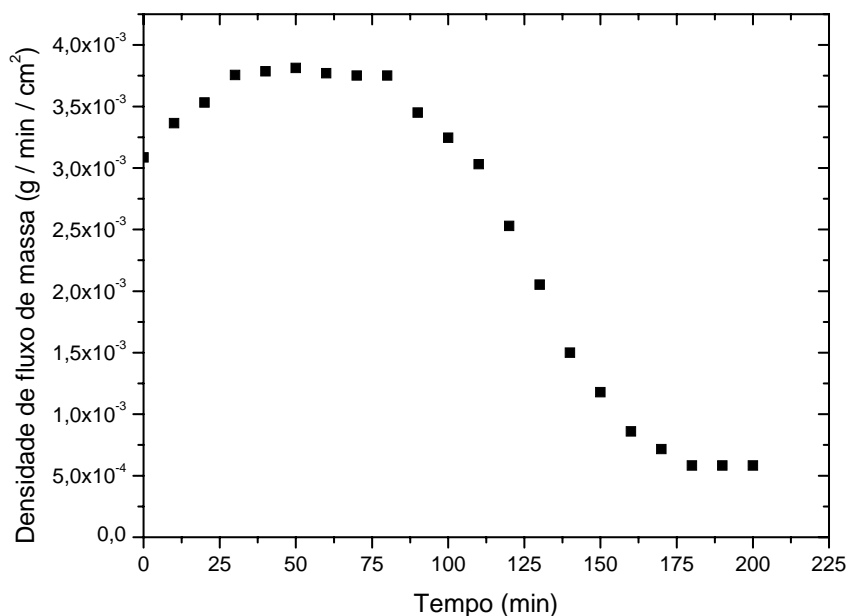


Figura 7.50: Densidade de fluxo de massa em função do tempo de secagem, com $D_0=1,61$ cm, $V_a=2,0$ m/s e $T_a=50^{\circ}\text{C}$.

Observa-se a partir das Figuras 7.48 e 7.49 que, no início do processo, a temperatura do sólido, para as diferentes posições, é aproximadamente igual à temperatura de bulbo úmido, que para estes experimentos é de aproximadamente 26°C , e corresponde ao período de elevação da densidade de fluxo de massa, que neste caso vai de 0 até aproximadamente 25min (Figura 7.50).

Para o centro e o ponto de estagnação posterior da amostra, tem-se um aumento temperatura a uma taxa crescente, a partir do período de elevação da densidade de fluxo de massa e até parte do período de taxa decrescente de secagem.

Já para o ponto de estagnação anterior, a temperatura do sólido aumenta rapidamente, a partir do período de elevação da densidade de fluxo de massa, e atinge a temperatura do ar de secagem anteriormente às demais regiões.

Isto pode ser explicado, pois no início do experimento a superfície da amostra permanece úmida, mantendo a temperatura do sólido próxima à temperatura de evaporação da água. Com o decorrer do processo, a superfície do sólido não está mais completamente molhada. Assim, o calor é transferido para o interior da amostra, formando perfis de temperatura radial e angular.

A formação do perfil de temperatura angular confirma a influência do escoamento de fluido, na camada limite, sobre o coeficiente de transferência de calor por convecção, sendo que para o ponto de estagnação anterior, onde o ar atinge a amostra com maior velocidade, tem-se a maior taxa de transferência de calor por convecção, como era esperado.

Pode-se observar também, a partir das Figuras 7.48 e 7.49, que o valor de temperatura no centro da amostra ultrapassa o valor de temperatura na região posterior, a partir do início do período de taxa decrescente de secagem, aos aproximadamente 75 minutos. Este aumento da temperatura central pode ser explicado pelo encolhimento mais acelerado na região anterior da amostra, que faz o centro original se aproximar do ponto de estagnação anterior.

Porém, as temperaturas, nas três posições de medida, tendem a se igualar no final do processo e atingem o valor da temperatura do ar de secagem de 50 °C, no final do período de taxa decrescente.

As medidas de temperatura do sólido mostraram que o comportamento do escoamento de fluido, na camada limite com o sólido, influi na transferência de calor do ar de secagem para o interior do sólido e, por consequência, influi também na transferência de massa e na evolução da forma, como foi previsto na simulação dos perfis de umidade bidimensionais.

CAPÍTULO 8

CONCLUSÕES

Nas condições utilizadas neste trabalho pode-se fazer as seguintes conclusões.

A confecção de corpos de prova cilíndricos, em diversos teores de umidade, possibilitou a reprodutibilidade das determinações do módulo de Young e da tensão de ruptura. As equações para a representação destas propriedades mecânicas em função do teor de umidade são:

$$E = E_1 c'^{(X_{BS})} \quad e \quad \sigma_{m\acute{a}x} = \sigma_1 c''{(X_{BS})}$$

onde, $E_1=0,0279$ MPa (módulo do sólido seco), $c'=0,924$, $\sigma_1=0,842$ MPa (tensão de ruptura do sólido seco) e $c''=0,911$, válidos para o domínio de $4,04 \leq X_{BS} \leq 32,33$ (b.s.).

Quanto à modelagem matemática concluiu-se que:

- O modelo para a transferência de massa no sólido que considera o número de Biot de massa global (formulação 1) mostra a intensa perda de umidade na superfície da partícula e é útil para prever as tensões mecânicas devidas ao perfil de umidade radial, no entanto, não mostra o efeito da separação do escoamento do fluido na transferência de massa;

- A formulação 2, que considera o Biot de massa médio (para as regiões anterior e posterior da esfera) e local, representa a cinética de secagem e os perfis de umidade bidimensionais no sistema simulador, além de ser capaz de prever o efeito da secagem não uniforme na evolução da forma. A necessidade de inclusão do efeito do escoamento do fluido na modelagem foi confirmada pelas determinações de temperatura do sólido;

- A simulação das distribuições de tensões e deformações no interior do sólido (formulação 3), utilizando-se o modelo para a transferência de massa com o Biot de massa global (formulação 1) e o módulo de Young em função da umidade média, forneceu distribuições de tensões radiais e tangenciais qualitativamente consistentes com o que era esperado do ponto de vista físico. Porém, não determina a quebra dos sistemas simuladores em conjunto com os perfis de tensão de ruptura;

- A formulação 3 com o módulo de Young local mostrou a ocorrência de picos nos perfis de tensões radiais e tangenciais no período de taxa constante, onde se tem a maior diferença entre a umidade superficial e central. Comprovou-se que a intensa desidratação da superfície, prevista pela formulação 1, é a principal causa para a degradação dos sistemas géis. A consideração do módulo de Young local tornou possível prever a ruptura dos sistemas simuladores, estando de acordo com as determinações experimentais de massa específica aparente;

- As deformações mecânicas previstas pela formulação 3, com o módulo de Young local, mostraram que as tensões radiais contribuem para uma distensão elástica na coordenada radial. O efeito global da tensão tangencial é compressivo e contribui para uma contração circunferencial dos sistemas modelo, e

- A deformação devida ao encolhimento é compressiva durante todo o processo. As deformações radiais e tangenciais puramente mecânicas contribuem para uma diminuição na deformação radial total e um aumento na deformação tangencial total, respectivamente. No final do processo as tensões tendem a se extinguirem e a deformação final é devida ao encolhimento.

Portanto, tem-se uma contribuição para o entendimento da relação entre o escoamento de ar, a remoção de umidade de uma esfera isolada e a geração de tensões mecânicas causadoras das deformações nos produtos submetidos ao processo de secagem por convecção forçada.

A realização deste trabalho possibilitou a análise dos efeitos fluidodinâmicos e mecânicos que ocorrem em uma esfera isolada (representando um sistema simulador de alimentos) durante a secagem convectiva. O desenvolvimento dos perfis de umidade bidimensionais e a evolução das tensões decorrentes da transferência de massa puderam ser analisados com base nos fundamentos de fenômenos de transporte e na teoria da elasticidade.

CAPÍTULO 9

SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

Para novos pesquisadores interessados no tema deste trabalho, tem-se as seguintes sugestões:

- testes de secagem para um escoamento muito lento (região de Stokes);
- a solução da formulação 2 para o escoamento na região de Stokes;
- a simulação das tensões no interior do sólido, para o perfil de umidade bidimensional;
- incluir outra relação para tensão em função da deformação, considerando o material visco-elástico;
- a modelagem matemática da transferência de calor, e
- a aplicação das formulações matemáticas estudadas na secagem de alimentos com geometria esférica.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ARRIECHE, L. S. *Evolução da forma e encolhimento de um sistema gel durante a secagem por convecção forçada*. 2003. Dissertação (Mestrado em Engenharia Química) - Centro de Ciências Exatas e de Tecnologia, Universidade Federal de São Carlos, São Carlos, 2003.

BATCHELOR, G. K. *An introduction to fluid dynamics*. Cambridge, UK: Cambridge University Press, 1967.

BIRD, K. T.; HINSON, T. K. Seasonal variations in agar yields and quality from North Carolina agarophytes. *Botanica Marina*, v. 35, p. 291-295, 1992.

BIRD, K. T.; HANISAK, M. D.; RYTHER, J. Chemical quality and production of agars extracted from *Gracilaria tikvahiae* grown in different nitrogen enrichment conditions. *Botanica Marina*, v. 24, p. 441-444, 1981.

BIRD, R. B.; STEWART, W. E.; LIGHTFOOT, E. N. *Transport phenomena*. New York, EUA: John Wiley & Sons Inc., 1960.

BRAUM, E. I. J. *Análise da secagem convectiva de géis em função de: composição, estrutura e forma*. 2003. Dissertação (Mestrado em Engenharia Química) - Centro de Ciências Exatas e de Tecnologia, Universidade Federal de São Carlos, São Carlos, 2003.

BUVANASUNDARAM, K. *et al.* Experimental and theoretical studies on drying of food materials. *Journal of Chemical Engineering of Japan*, v. 29, n. 1, p. 105-111, 1996.

CASSANDRE, J. E. F.; MOREIRA, M. F. P.; SARTORI, D. J. M. Desenvolvimento de um secador de convecção forçada com reciclo de ar. In: 3º CONGRESSO BRASILEIRO DE ENGENHARIA QUÍMICA EM INICIAÇÃO CIENTÍFICA (COBEQ-IC), 3., 2001, Belo Horizonte. *Anais...*2001. p. 1-4.

CLIFT, R.; GRACE, J. R.; WEBER, M. E. *Bubbles, drops, and particles*. New York: Academic Press, 1978.

COMMITTEE ON FOOD CHEMICALS CODEX. 5th ed. Washington, D. C.: National Academy Press, 2004.

CRANK, J. *The mathematics of diffusion*. 2. ed. England: Oxford University Press, 1975.

EICHLER, S. *et al.* Collapse processes in shrinkage of hydrophilic gels during dehydration. *Food Research International*, v. 30, n. 9, p. 719 – 726, 1997.

GARCIA, A.; BUENO, J. L. Improving energy efficiency in combined microwave convective drying. *Drying Technology*, v. 1/2, n. 16, p. 123 – 140, 1998.

GOGUS, F.; LAMB, J. Choice of model gel systems for the food dehydration studies. *Drying Technology*, v. 1/2, n. 16, p. 297 – 309, 1998.

GUIMARÃES, M. J. O. C.; ROCHA, M. C. G.; COUTINHO, F. M. B. Polietileno de alta densidade tenacificado com elastômero metalocênico: 1. Propriedades mecânicas e características morfológicas. *Polímeros: Ciência e tecnologia*, v. 12, n. 2, p. 76-84, 2002.

HAN, R. J.; MOSS, O. R.; WONG, B. A. Derivation and application of an analytical solution of the mass transfer equation to the case of forced convective flow around a cylindrical and spherical particle with fluid surface properties. *Journal of Aerosol Science*, v. 27, n. 2, p. 235-247, 1996.

HERNÁNDEZ, J. A.; PAVÓN, G.; GARCIA, M. A. Analytical solution of mass transfer equation considering shrinkage for modeling food–drying kinetics. *Journal of Food Engineering*, v. 45, n. 1, p. 1 – 10, 2000.

HIROSE, N. *et al.* Nondestructive evaluation of sintered iron using dynamic Young's module testing. *JSME International Journal*, v. 44, n. 1, p. 1-7, 2001.

HOLMAN, J. P. *Transferência de calor*. São Paulo, Brasil: McGraw-Hill, 1983.

IGLESIAS, O. *et al.* Drying of water gels: determination of the characteristic curve of agar-agar. *Drying Technology*, v. 3, n. 11, p. 571 - 587, 1993.

JASON, A.C. A study of evaporation and diffusion process in the drying of fish muscle: Fundamental Aspects of the Dehydration of Foodstuffs. *The Society of Chemical Industry*, New York, v. 103, 1958.

KATEKAWA, M. E.; SILVA, M. A. A review of drying models including shrinkage effects. *Drying Technology*, v. 24, n. 1, p. 5-20, 2006.

KENDOUSH, A. A. Low prandtl number heat transfer to fluids flowing past an isothermal spherical particle. *Journal of Heat and Fluid Flow*, v. 16, n. 4, p. 291 – 297, 1995.

KETELAARS, A. A. J. *et al.* The influence of shrinkage on drying behavior of clays. *Drying Technology*, v. 12, n. 7, p. 1561-1574, 1994.

KROKIDA, M. K. *et al.* Viscoelastic behavior of potato strips during deep fat drying. *Journal of Food Engineering*, v. 48, n. 3, p. 213-218, 2001.

LEE, K.; BARROW, H. Some observations on transport processes in the wake of a sphere in low speed flow. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, v. 8, n. 3, p. 403-406, 1965.

LEES, R. *Análisis de los alimentos: métodos analíticos y de control de calidad*. 2. ed. Zaragoza, Espanha: Editorial Acribia, 1980.

LEWICKI, P.P.; LUKASZUK, A. Effect of osmotic dewatering on rheological properties of apple subjected to convective drying. *Journal of Food Engineering*, v. 45, n. 3, p. 119-126, 2000.

MANCINI, M.; MORESI, M.; RANCINI, R. Mechanical properties of alginate gels: empirical characterization. *Journal of Food Engineering*, v. 39, n. 4, p. 369 -378, 1999.

MILNE-THOMSON, L. M. *Theoretical hydrodynamics*. 5th ed. New York, EUA: Macmillan, 1972.

MORAES, M. M.; SILVA, M. A. Preliminary study of pineapple aroma retention in drying with preloaded gas. In: INTERNATIONAL DRYING SYMPOSIUM, 14., 2004, São Paulo, SP. *Proceedings...* São Paulo: 2004. p. 1620-1630.

MOREIRA, M.F.P. *Secagem de gel ágar*. 2000. Dissertação (Mestrado em Engenharia Química) - Centro de Ciências Exatas e de Tecnologia, Universidade Federal de São Carlos, São Carlos, 2000.

MOURADI-GIVERNAUD, A. *et al.* Agar from *Gelidium latifolium* (Rhodophyceae, Gelidiales): Biochemical Composition and Seasonal Variations. *Botanica Marina*, v. 35, p. 153-159, 1992.

MRANI, I. *et al.* Two dimensional simulation of dehydration of a highly deformable gel: moisture content, stress and strains fields. *Drying Technology*, v. 9, n. 15, p. 2165-2193, 1997.

NICOLETI, J. F. *et al.* Viscoelastic behavior of persimmons dried at constant air temperature. *Lebensmittel Wissenschaft und Technologie*, v. 38, p. 143-150, 2005.

PERRY, R. H; GREEN, D. W. *Perry's Chemical engineers handbook*. 7th edition. USA:McGraw-Hill, 1997.

PHAN, Q. T. *et al.* Stresses and cracking in freezing spherical foods: a numerical model. *Journal of Food Engineering*, v. 71, n. 4, p. 408-418, 2005.

PINTO, L. A. A. *Cinética de secagem de filés de peixes: uso de um modelo difusivo com variação de volume*. 1996. Tese (Doutorado em Engenharia Química) - Centro de Ciências Exatas e de Tecnologia, Universidade Federal de São Carlos, São Carlos, 1996.

PINTO, U. F.; MONTEIRO, E. E. C. Efeito da massa molar e do teor de poliuretano nas propriedades mecânicas de misturas poli(metacrilato de metila)/poliuretano. *Polímeros: Ciência e Tecnologia*, v. 15, n. 3, p. 156-162, 2005.

PONSART, G. *et al.* Modelling of stress due to shrinkage during drying of spaghetti. *Journal of Food Engineering*, v. 57, n. 3, p. 277–285, 2003.

RACHID, M.; LIBARDI, W. *Introdução à Teoria da Elasticidade*. São Carlos, SP: Departamento de Engenharia de Materiais, Centro de Ciências Exatas e de Tecnologia, Universidade Federal de São Carlos, 1992.

ROQUES, M. A.; ZAGROUBA, F.; SOBRAL, P. A. Modelisation principles for drying of gels. *Drying Technology*, v. 6, n. 12, p. 1245-1262, 1994.

ROSS, K. A.; SCANLON, M. G. A fracture mechanics analysis of the texture of fried potato crust. *Journal of Food Engineering*, v. 62, n.4, p. 417-423, 2004.

SCHRADER, G. W.; LITCHFIELD, J. B. Moisture profiles in a model food gel during drying: measurement using magnetic resonance imaging and evaluation of the Fickian model. *Drying Technology*, v. 2, n. 10, p. 295-327, 1992.

SHAH, Y. T.; PORTER, J. H. A model for gel drying. *Journal of Applied Polymer Science*, v. 17, n. 2, p. 605 – 618, 1973.

SINGH, R. P.; HELDMAN, R. D. *Introduction to food engineering*. USA: Academic Press Inc., 1993.

SISSON, L. E.; PITTS, D. R. *Fenômenos de transporte*. Rio de Janeiro: Editora Guanabara, 1972.

SPIEGEL, M. R. *Manual de fórmulas e tabelas matemáticas*. São Paulo, Brasil: MacGraw-Hill, 1973.

TIMOSHENKO, S. P.; GOODIER, J. N. *Teoria da elasticidade*. Rio de Janeiro, Brasil: Editora Guanabara 2 S.A., 1980.

VAGENAS, G. K.; KARATHANOS, V. T. Prediction of the effective moisture diffusivity in gelatinized food systems. *Journal of Food Engineering*, v. 18, n. 2, p. 159-179, 1993.

WADELL, H. Sphericity and roundness of rock particles. *Journal of Geology*, v. 41, p. 310-331, 1933.

WEINER, G.; NUSSINOVITCH, A. Succulent, hydrocolloid-based, texturized grapefruit products. *Lebensmittel-Wissenschaft und-Technologie*, v. 27, p. 394-399, 1994.

WHITAKER, S. Heat and mass transfer in porous media. In: MUJUMDAR, A. S. *Advances in Drying*. Washington: ed. Hemisphere Publishing Corporation, 1980, v.1, p. 23-61.

APÊNDICE

EQUAÇÕES DISCRETIZADAS PARA AS FORMULAÇÕES 1 E 2

As equações diferenciais dos modelos propostos no Capítulo 3 foram discretizadas, nas coordenadas espaciais, pelo método das diferenças finitas. São aqui apresentadas para cada ponto nodal, incluindo as condições de contorno, onde, N, NT, M e MT são os pontos de discretização e o número total de pontos na coordenada radial e angular zenital, respectivamente.

A. Formulação 1

Para N=1,

$$(d\Psi/d\tau)_{(1)} = \left(R_{S_{def}}^2(\tau) / d_f R^2(\tau) \right) (2(\Psi_{(2)} - \Psi_{(1)}) / \Delta\xi / \Delta\xi) \quad (A.1)$$

Para N=2,...,N-1,

$$(d\Psi/d\tau)_{(N)} = \left(R_{S_{def}}^2(\tau) / d_f R^2(\tau) \right) (((\Psi_{(N+1)} - 2\Psi_{(N)} + \Psi_{(N-1)}) / \Delta\xi / \Delta\xi) + \dots$$

$$(2/\xi_{(N)}((\Psi_{(N+1)} - \Psi_{(N-1)}) / 2 / \Delta\xi)) \quad (A.2)$$

Para N=NT,

$$(d\Psi/d\tau)_{(NT)} = \left(R_{S_{def}}^2(\tau) / d_f R^2(\tau) \right) (((\Psi_{(NT-1)} - 6\Delta\xi Bi_m \Psi_{(NT)} - 2\Psi_{(NT)} + \Psi_{(NT-1)}) / \Delta\xi / \Delta\xi) + \dots$$

$$(2/\xi_{(NT)})(-3 Bi_m \Psi_{(NT)}) \quad (A.3)$$

B. Formulação 2

Para $N=1$ e $M=1, \dots, MT$,

$$\Psi_{(N,M)} = (\Psi_{(N+1,1)} + \Psi_{(N+1,MT)})/2 \quad (\text{B.1})$$

$$(d\Psi/d\tau)_{(N,M)} = 0 \quad (\text{B.2})$$

Para $N=2, \dots, NT-1$ e $M=1$,

$$(d\Psi/d\tau)_{(N,M)} = \left(R_S^2 d_{ef}(\tau)/d_f R^2(\tau) \right) \left((\Psi_{(N+1,M)} - 2\Psi_{(N,M)} + \Psi_{(N-1,M)})/\Delta\xi/\Delta\xi + \dots \right. \\ \left. (2/\xi_{(N)})((\Psi_{(N+1,M)} - \Psi_{(N,M)})/\Delta\xi) + (1/\pi/\pi/\xi_{(N)}/\xi_{(N)})((2\Psi_{(N,M+1)} - 2\Psi_{(N,M)})/\Delta\eta/\Delta\eta) \right) \quad (\text{B.3})$$

Para $N=NT$ e $M=1$,

$$(d\Psi/d\tau)_{(N,M)} = \left(R_S^2 d_{ef}(\tau)/d_f R^2(\tau) \right) \left((\Psi_{(N-1,M)} - 32\Delta\xi Bi_{m(M)}\Psi_{(N,M)} - 2\Psi_{(N,M)} + \dots \right. \\ \left. \Psi_{(N-1,M)})/\Delta\xi/\Delta\xi + (2/\xi_{(N)})(-3 Bi_{m(M)}\Psi_{(N,M)} + \dots \right. \\ \left. (1/\pi/\pi/\xi_{(N)}/\xi_{(N)})((2\Psi_{(N,M+1)} - 2\Psi_{(N,M)})/\Delta\eta/\Delta\eta) \right) \quad (\text{B.4})$$

Para $N=2, \dots, NT-1$ e $M=2, \dots, MT-1$;

$$(d\Psi/d\tau)_{(N,M)} = \left(R_S^2 d_{ef}(\tau)/d_f R^2(\tau) \right) \left((\Psi_{(N+1,M)} - 2\Psi_{(N,M)} + \Psi_{(N-1,M)})/\Delta\xi/\Delta\xi + \dots \right)$$

$$\begin{aligned}
& (2/\xi_{(N)})((\Psi_{(N+1,M)}-\Psi_{(N,M)})/\Delta\xi)+(1/\pi/\pi/\xi_{(N)}/\xi_{(N)})((\Psi_{(N,M+1)}-2\Psi_{(N,M)}+... \\
& \Psi_{(N,M-1)})/\Delta\eta/\Delta\eta)+(\cos(\pi\eta_{(M)})/\pi/\xi_{(N)}/\xi_{(N)}/\text{sen}(\pi\eta_{(M)}))((\Psi_{(N,M+1)}-\Psi_{(N,M)})/\Delta\eta)) \quad (\text{B.5})
\end{aligned}$$

Para $N=NT$ e $M=2,\dots,MT-1$;

$$\begin{aligned}
& (d\Psi/d\tau)_{(N,M)}=\left(R_S^2 d_{\text{ef}}(\tau)/d_f R^2(\tau)\right)\left(\left(\Psi_{(N-1,M)}-32\Delta\xi \text{Bi}_{m(M)}\Psi_{(N,M)}-2\Psi_{(N,M)}+... \right. \right. \\
& \left. \left. \Psi_{(N-1,M)}\right)/\Delta\xi/\Delta\xi\right)+(2/\xi_{(N)})(-3\text{Bi}_{m(M)}\Psi_{(N,M)})+... \\
& (1/\pi/\pi/\xi_{(N)}/\xi_{(N)})((\Psi_{(N,M+1)}-2\Psi_{(N,M)}+\Psi_{(N,M-1)})/\Delta\eta/\Delta\eta)+... \\
& (\cos(\pi\eta_{(M)})/\pi/\xi_{(N)}/\xi_{(N)}/\text{sen}(\pi\eta_{(M)}))((\Psi_{(N,M+1)}-\Psi_{(N,M)})/\Delta\eta)) \quad (\text{B.6})
\end{aligned}$$

Para $N=2,\dots,NT-1$ e $M=MT$;

$$\begin{aligned}
& (d\Psi/d\tau)_{(N,M)}=\left(R_S^2 d_{\text{ef}}(\tau)/d_f R^2(\tau)\right)\left(\left(\Psi_{(N+1,M)}-2\Psi_{(N,M)}+\Psi_{(N-1,M)}\right)/\Delta\xi/\Delta\xi\right)+... \\
& (2/\xi_{(N)})((\Psi_{(N+1,M)}-\Psi_{(N,M)})/\Delta\xi)+(1/\pi/\pi/\xi_{(N)}/\xi_{(N)})((2\Psi_{(N,M-1)}-2\Psi_{(N,M)})/\Delta\eta/\Delta\eta)) \quad (\text{B.7})
\end{aligned}$$

Para $N=NT$ e $M=MT$

$$\begin{aligned}
& (d\Psi/d\tau)_{(N,M)}=\left(R_S^2 d_{\text{ef}}(\tau)/d_f R^2(\tau)\right)\left(\left(\Psi_{(N-1,M)}-32\Delta\xi \text{Bi}_{m(M)}\Psi_{(N,M)}-2\Psi_{(N,M)}+... \right. \right. \\
& \left. \left. \Psi_{(N-1,M)}\right)/\Delta\xi/\Delta\xi\right)+(2/\xi_{(N)})(-3 \text{Bi}_{m(M)}\Psi_{(N,M)})+... \\
& (1/\pi/\pi/\xi_{(N)}/\xi_{(N)})((2\Psi_{(N,M-1)}-2\Psi_{(N,M)})/\Delta\eta/\Delta\eta)) \quad (\text{B.8})
\end{aligned}$$