UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO CARLOS
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E TECNOLOGIA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS EXATAS

ANDERSON FABRÍCIO MENDES

DA RESOLUÇÃO DE QUEBRA - CABEÇAS EM SALA DE AULA À APLICABILIDADE NO COTIDIANO DE UMA MARMORARIA: O QUE OS ESTUDANTES DO 9º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL FALAM E ESCREVEM SOBRE O CONCEITO DE ÁREA

São Carlos
2012

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO CARLOS

CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E TECNOLOGIA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS EXATAS

DA RESOLUÇÃO DE QUEBRA- CABEÇAS EM SALA DE AULA À APLICABILIDADE NO COTIDIANO DE UMA MARMORARIA: O QUE OS ESTUDANTES DO 9º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL FALAM E ESCREVEM SOBRE O CONCEITO DE ÁREA.

Anderson Fabrício Mendes

Orientadora: Prof.ª Dra. Maria do Carmo de Sousa

São Carlos
2012

DA RESOLUÇÃO DE QUEBRA- CABEÇAS EM SALA DE AULA À APLICABILIDADE NO COTIDIANO DE UMA MARMORARIA: O QUE OS ESTUDANTES DO 9º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL FALAM E ESCREVEM SOBRE O CONCEITO DE ÁREA.

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Exatas do Centro de Ciências Exatas e Tecnologia da Universidade Federal de São Carlos, como exigência parcial para a obtenção do título de mestre, sob orientação da Professora Doutora Maria do Carmo de Sousa.

São Carlos
2012

Ficha catalográfica elaborada pelo DePT da
Biblioteca Comunitária da UFSCar

M538rq

Mendes, Anderson Fabrício.
Da resolução de quebra-cabeças em sala de aula à aplicabilidade no cotidiano de uma marmoraria : o que os estudantes do 9º ano do ensino fundamental falam e escrevem sobre o conceito de área / Anderson Fabrício Mendes. -- São Carlos : UFSCar, 2012.
159 f.

Dissertação (Mestrado) -- Universidade Federal de São Carlos, 2012.

1. Geometria. 2. Quebra-cabeças. 3. Ensino de Geometria. 4. Matemática - aplicação. 5. Áreas e volumes. I. Título.

CDD: 516 (20ª)

Banca Examinadora:

Profa. Dra. Maria do Carmo de Souza
DME - UFSCar

Profa. Dra. Barbara Lutaif Bianchini
DM – PUCSP

Profa. Dra. Renata Prenstteter Gama
DME - UFSCar

Dedico *este estudo ao meu irmão, Jeferson Eduardo Mendes, que em certo momento difícil de minha vida me disse: "Vai fazer sua faculdade de Matemática, não se preocupe com o carro batido". Graças a esta frase cheguei até aqui. Obrigado!*

AGRADECIMENTOS

A Deus por me proteger durante toda esta caminhada, principalmente das viagens perigosas que enfrentei para conquistar esse sonho e aos dias de solidão curtindo a saudade dos entes queridos. Obrigado também meu Deus, por colocar as pessoas que citarei aqui em minha vida e tantas outras que contribuíram para minha formação moral e meu sucesso profissional.

Aos meus pais, Eduardo José Mendes e Neusa pela minha educação estruturada na honestidade, na ética, na perseverança, na autonomia, na paz, na solidariedade e no amor. Obrigado papai e mamãe pelos exemplos e ensinamentos que me acompanham diariamente.

À minha futura esposa, Ana Paula Navas, minha princesa, pela compreensão, incentivo e dedicação. Desculpe pelas minhas ausências nos eventos e confraternizações para escrever esta dissertação. Obrigado meu amor por me lembrar diriamente de todas minhas obrigações e responsabilidades, obrigado também por me lembrar que cada dia oferece a possibilidade de novas conquistas, você tem meu coração em suas mãos.

À Adair Rezende Navas e ao meu sogro Luiz Carlos Navas.

À Professora Maria do Carmo de Sousa pela paciência, ajuda e extrema contribuição na realização deste trabalho. Professora, você é uma inspiração e um exemplo para mim, desculpe pela ausência em certos momentos desta caminhada e obrigado por me fazer a voltar à estrada e seguir meu caminho.

Não poderia me esquecer dos professores do programa de Pós-graduação em Ensino de Ciências Exatas, obrigado pelos ensinamentos e contribuições. Dos colegas de sala, verdadeiros companheiros, foi muito bom conviver com vocês, o mestrado não seria o mesmo sem nossas conversas de corredor, os vários emails trocados e as histórias engraçadas que vivemos juntos.

Ao GEM (Grupo de Estudos e Pesquisas em Educação Matemática) e ao Programa Observatório da Educação, da UFSCAR, pel grandes contribuições a este trabalho.

A CAPES e ao INEP pelo financiamento de meus estudos.

Ao Governo do Estado de São Paulo.

Aos meus alunos, fonte de forças e inspirações para a continuação de meus estudos.

A todos que participaram direta ou indiretamente na realização desse sonho e por algum motivo não tiveram seus nomes aqui registrados.

Ninguém educa ninguém, ninguém educa a si mesmo, os homens se educam entre si, mediatizados pelo mundo.

Paulo Freire

RESUMO

O objetivo desta investigação é identificar e compreender o processo de apropriação e construção do conceito de área, por estudantes do 9º ano do Ensino Fundamental, analisando suas falas e suas escritas, a partir de atividades orientadoras de ensino (Moura, 1996) que envolvem os conteúdos de áreas dos polígonos notáveis: Retângulo, Triângulo, Paralelogramo, Trapézio e Losango, incluindo-se aí, a composição e a decomposição de figuras planas. As atividades se constituem por quebra-cabeças. Foram elaboradas pelo pesquisador , desenvolvidas na sala de aula e no contexto de uma Marmoraria. A investigação é qualitativa e pode ser caracterizada como estudo de caso. Foi conduzida pelo pesquisador em todos os momentos, uma vez que este é o professor da sala, ou seja, o professor não se limitou apenas a observar e a anotar o movimento ocorrido na sala de aula. A questão que norteia o estudo é: o que estudantes do 9º ano do Ensino Fundamental falam e escrevem sobre o conceito de área enquanto vivenciam atividades orientadoras de ensino, tanto na sala de aula, quanto no contexto de uma marmoraria? A análise das falas e das escritas foi feita mediante categorias de análise relacionadas aos conteúdos envolvidos. Como resultado do trabalho, procurou-se reunir informações, identificar e compreender, a partir das escritas e das falas, o que os estudantes evidenciam que aprenderam, bem como suas dificuldades ou ainda as relações que fazem entre o que ocorre na sala de aula e no cotidiano, destacando-se o uso das fórmulas para o cálculo de áreas e aplicação destas na marmoraria. Produziram-se ainda, atividades orientadoras de ensino sobre os conceitos de área de polígonos. Ressalta-se que esta investigação sintetiza teórica e metodologicamente os movimentos ocorridos tanto na sala de aula, quanto na marmoraria.

Palavras-Chaves: Ensino de Geometria. Quebra- cabeças geométricos. Aplicação da Matemática. Área de polígonos.

ABSTRACT

The main goal of this investigation is to analyze students' speeches and writings of students in the 9th year (Ensino Fundamental) about the concept of area , from guiding educational activities (Moura, 1996), involving the contents of notable areas of polygons:rectangles, triangles, , parallelogram, trapezoid triangle and losanges, including, the composition and the decomposition of plane figures. The activities constitute a puzzle. They were elaborated and developed by the researcher in the classroom and in the context of a marble yard.The investigation is qualitative and it can be characterized as a case study. It was conducted by the researcher the whole time, since he is the class teacher. It means, the teacher not only observed the class but also took notes of the movement that happened in the class. The question guiding the study is: what do students from the 9th year (Ensino Fundamenta) say and write about the area concept while they really live those guiding educational activities, inside the class and also in a marble yard context? The analysis of speech and writing were made by observing the categories related to the contents. As a result, the researcher tried to gather information, identify and comprehend, from the speeches and writings, what the students learned by showing it, as well as their difficulties or still, the relations that they make between what happens inside class and every day, giving emphasis on the use of formulas for calculating the areas and the application of these ones in the marble yard. It was also produced: guiding educational activities about the polygons area concepts.It is noteworthy, that this investigation summarizes theoretical and methodological the movements that happened inside the class and also in the marble yard.

KEY WORDS: Geometric teaching. Geometric puzzles. Application of mathematics. Teaching area of polygons.

LISTA DE FIGURAS

LISTA DE QUADROS

SUMÁRIO

APRESENTAÇÃO

A dissertação está organizada em cinco capítulos.

No primeiro capítulo, apresento parte de minha trajetória acadêmica e a problemática da investigação, bem como as justificativas para a escolha do tema.

No segundo capítulo, apresento os fundamentos teóricos e metodológicos sobre o que vem a ser atividade orientadora de ensino, a partir dos estudos de Moura (1996). Apresento ainda, as idéias contidas nos documentos oficiais: Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN), do ensino fundamental, e Proposta Curricular para o ensino de Matemática, elaborado pela Secretaria da Educação do Estado de São Paulo em 2008 sobre o ensino do conceito de área, uma vez que, as atividades orientadoras de ensino que elaborei não desconsideram tais documentos. Ao mesmo tempo, apresento a síntese histórica do conceito de área que envolve a composição e decomposição de figuras geométricas.

A Metodologia do estudo é apresentada no capítulo 3. Aqui, apresento as justificativas sobre o porquê este estudo é qualitativo e pode ser caracterizado como estudo de caso, bem como o contexto e os sujeitos que participaram da investigação. Apresento também as atividades orientadoras de ensino desenvolvidas tanto na sala de aula quanto na marmoraria.

No capítulo quatro, faço a análise dos dados construídos com os estudantes. Apresento os resultados e respostas dadas pelos estudantes durante o desenvolvimento das atividades que ocorreram na sala de aula e na marmoraria.

No quinto capítulo, apresento as considerações finais da investigação.

CAPÍTULO 1

Neste capítulo, descrevo os caminhos percorridos para a construção desta investigação. Inicio com uma breve introdução trazendo alguns momentos de minha trajetória acadêmica. Em seguida, apresento os objetivos e a problemática investigada.

1. DAS EXPERIÊNCIAS DE ESTUDANTE, PASSANDO PELA PRÁTICA PEDAGÓGICA AO PROBLEMA DA INVESTIGAÇÃO

Em 2002, ainda na dúvida da escolha do curso para o vestibular na Universidade de Franca, optei pela Licenciatura Plena em Matemática. Esta escolha se deu, com certeza, aos incentivos e elogios que sempre recebi de meus professores de Matemática, em especial minha professora da 5ª, 6ª e 7ª série, a Professora Vera, que fazia com que a aula se tornasse muito divertida e agradável.

Foram três anos de muita dedicação e aprendizado. Já no segundo ano do curso, comecei a lecionar em um cursinho pré-vestibular da cidade de Franca, intitulado Mais Vestibulares. Foi então que senti que o sonho estava começando a se tornar realidade: eu era um professor de Matemática.

Em 2006, depois de formado, fui aprovado no concurso público para professor de matemática do Estado de São Paulo, escolhi na cidade de Araras a Escola Estadual Vicente Ferreira para ser o primeiro colégio a lecionar. E foi ali que comecei a sentir as dificuldades de aprendizagens dos estudantes e enfrentar os desafios da profissão.

Sobre as dificuldades de aprendizagem, destaco que os estudantes não compreendiam os conceitos de geometria, uma vez que, se preocupavam apenas em memorizar as fórmulas para resolver exercícios padronizados, ou seja, estavam acostumados que o professor resolvesse um exercício como exemplo e depois faziam vários exercícios seguindo esse modelo. Percebi que, quando apresentava a turma um exercício mais complexo, a maioria dos estudantes não conseguia sequer começar a resolvê-lo, pois, ao que tudo indica, os estudantes não haviam “assimilado” o conceito e o significado do que estavam estudando.

Surgem aí, as primeiras indagações: como fazer com que os estudantes se interessem pela geometria? Como ensiná-la, de forma que possam relacionar os conteúdos aprendidos com a realidade em que vivem?

Sobre os desafios da profissão destaco a falta de diálogo entre os professores, pois nas escolas que traballhei, eles não se reúniam para discutir e refletir sobre suas práticas, apesar das chamadas Horas de trabalho Pedagógico Coletivo (HTPC).

Vale ressaltar que há reuniões pedagógicas semanalmente, mas elas se resumem em cumprir burocracias e preencher formulários. Debates sobre aprendizado, indisciplina e avaliação ficam sempre para segundo plano. É claro que não posso deixar de relatar que com o excessivo número de aulas que lecionava (já naquela época com 30 aulas semanais distribuídas entre o período da manhã e da tarde), preparar aulas interessantes, que desenvolve o raciocínio dos estudantes, era mesmo desafiador.

Naquele momento de minha vida, a pergunta que ficava mais evidente na minha cabeça era: como fazer para que minhas aulas se tornem mais agradáveis e motivadoras? Como superar as dificuldades dos estudantes na aprendizagem de geometria e os desafios da profissão?

Por esta razão, me matriculei como aluno especial em duas disciplinas do mestrado em Educação Matemática da UNESP na cidade de Rio Claro – SP, sendo elas: Didática Aplicada ao Ensino na Matemática e Tópicos Especiais em Matemática: Teoria dos Números. Com isso, ministrava minhas aulas no período da manhã e tarde, e à noite viajava 25 km de moto para ir para a universidade. A minha atenção neste momento estava voltada para o aluno, como por exemplo, de que maneira a aprendizagem poderia acontecer de modo mais significativo.

Foi durante as rodas de discussões da disciplina de Didática, coordenada pela professora doutora Rosana Giaretta Sguerra Miskulin, que percebi que o ensino de geometria é um problema para professores e estudantes há muito tempo.

Concordo com Perez (1991) quando afirma que há pouco ensino de Geometria nos níveis fundamental e médio e falta metodologia apropriada ao professor para que este ensino se realize. Com isso, a maioria dos professores acaba abordando-a de maneira desinteressante para os estudantes.

Durante o curso de Licenciatura em Matemática na Universidade de Franca, portanto na qualidade de licenciando, essa inquietação já me acompanhava, pois observava a dificuldade de discentes e docentes de trabalhar com geometria.

Por ser apaixonado pela matemática, em particular pela geometria, escrevi um projeto de pesquisa para concorrer ao processo seletivo do Mestrado em Educação Matemática da UNESP de Rio Claro. Mas, pelo destino, fui aprovado no curso de Aperfeiçoamento em Matemática Aplicada na Universidade Estadual de Campinas (UNICAMP). Então pedi remoção do meu cargo para Campinas, terminei as disciplinas como estudante especial na UNESP e segui meus estudos na Unicamp.

O curso de Aperfeiçoamento em Matemática da Unicamp é excelente. É um curso voltado para a matemática pura, para a preparação do estudante em cursar o Mestrado em Matemática Pura desta Universidade. Devido a esse propósito, o curso era completamente desprendido dos problemas relativos ao ensino de Matemática que afligem as escolas de todo o país. Cursei com êxito todas as disciplinas do curso, mas, na hora de me inscrever para o mestrado, decidi que não era aquele o caminho que gostaria de seguir, pois me interessava em estudar mais a fundo os propósitos da Educação Matemática, especialmente o ensino de geometria.

Foi nesse momento de minha vida que vi nos corredores do IMECC (Instituto de Matemática, Estatística e Computação Científica) da Universidade Estadual de Campinas, no mural, que estavam abertas as inscrições para o Mestrado Profissional em Ensino de Ciências Exatas na Universidade Federal de São Carlos e encontrei nesse mestrado uma proposta que convergia com minhas ideologias: a formação de um mestre com sólida formação em matemática e pesquisador de sua própria prática pedagógica, preocupado com o ensino de matemática.

Dessa forma, participei do processo seletivo e fui aprovado. Ressalta-se ainda que, desde quando ingressei no Mestrado Profissional em Ensino de Ciências Exatas, em 2009, na Universidade Federal de São Carlos, tinha como objetivo investigar o ensino de Geometria. Então retomei meu antigo projeto que havia elaborado e comecei a pesquisar várias teses e artigos sobre o tema, como por exemplo, os trabalhos de Pavanello (1989), Lorenzato (1995), Pirola (2003), Passos (2000) e Pereira (2001) que apontam que a Geometria é pouco estudada nas escolas e enfatizam a necessidade de que sejam empreendidos esforços para a melhoria do ensino de Geometria nas escolas.

Nesse sentido, o estudo que desenvolvi vai ao encontro das constatações dos autores acima citados, no que diz respeito à necessidade de pesquisar formas de tornar o ensino de geometria mais significativo, aumentando assim, a qualidade do ensino desta área da matemática.

Ao mesmo tempo, esta investigação se diferencia dos mesmos autores nos seguintes aspectos: propõem-se atividades orientadoras de ensino, conforme apontam os estudos de Moura (1996), sobre o tema áreas de figuras realizadas na sala de aula e outra atividade no contexto de uma marmoraria para analisar como os estudantes aplicam os conhecimentos na realidade. Ou seja, ao invés de primeiramente ir até a realidade e levá-la para a sala de aula, optei fazer o contrário: investigar o que ocorre quando os estudantes aprendem algo na sala de aula e de que forma aplicam ou não tais conhecimentos na realidade.

Vale à pena ressaltar que, durante o desenvolvimento desta investigação, primeiramente, procurei subsídios teóricos para entender quando, como e porque o ensino de Geometria começou a ser tratado de uma forma menos importante que a Álgebra e a Aritmética.

Sobre esta questão, vários autores como Viana (1988), Bertonha (1989), Perez (1991), Pavanello (1993), Gouvêa (1998) e Passos (2000) apontam duas causas fundamentais, que estão diretamente relacionadas para o abandono da geometria.

A primeira, está relacionada às lacunas deixadas pelo Movimento Matemática Moderna (MMM), uma vez que, estudos como os de SOUSA (1999) apontam que, neste período, o foco do currículo era a Álgebra. Ou seja, com a entrada do MMM nas escolas brasileiras, nos anos 70, a geometria ficou para último plano, tendo como função subsidiar a construção de conceitos e propriedades Aritméticas e Algébricas.

O Movimento Matemática Moderna iniciou-se em vários países que estavam atrelados economicamente aos Estados Unidos nas décadas de 60 e 70, especialmente no Brasil. O MMM provocou mudanças significativas, principalmente no nível básico (SOUSA, 1999). Tais mudanças decorrem de um movimento internacional que debatem sobre uma nova abordagem para o ensino de Matemática, que propunha a aproximação do ensino realizado na Educação Básica àquele desenvolvido na Universidade, o que corresponde ao uso da linguagem formal e das estruturas matemáticas: algébricas, topológicas e de ordem, empregadas pelos matemáticos pelos estudantes desde a mais tenra idade.

Para Kaleff (1994, p. 20), o MMM:

> [...] levou os matemáticos a desprezarem a abrangência conceitual e filosófica da Geometria Euclidiana, reduzindo-a a um exemplo de aplicação da Teoria dos Conjuntos e da Álgebra Vetorial. Desta forma, a Geometria Euclidiana foi praticamente excluída dos programas escolares e também dos cursos de formação de professores de primeiro e segundo graus, com consequências que se fazem sentir até hoje.

Pavanello (1993) destaca ainda que muitos pesquisadores e professores, em todo o mundo, vêm se mostrando preocupados com o abandono do ensino da geometria. Para autora, além dos problemas causados ao ensino de geometria devido o MMM, no Brasil, este fato tornou-se mais evidente após a promulgação da lei 5692/71, que concedia tanto liberdade às escolas quanto a escolha dos programas das diversas disciplinas.

Deste modo, concordo com Martins (2003) que aponta que alguns professores excluíram a geometria de seus programas e outros reservavam o final do ano para ensiná-la, o que quase sempre, por falta de tempo, acabava não acontecendo.

Este fato pode ser comprovado por mim, já que leciono para estudantes do 9º ano do Ensino Fundamental de uma escola pública do Estado de São Paulo, os quais são os sujeitos desta investigação.

A minha experiência em sala de aula mostra que o conteúdo de áreas de polígonos, tema deste estudo, de acordo com a Proposta Curricular do Estado de São Paulo (SECRETARIA ESTADUAL DE EDUACAÇÃO, 2008), faz parte do currículo do 4º bimestre do 8º ano, mas os estudantes do último ano do Ensino Fundamental das salas onde leciono não estudaram esse conteúdo.

A figura abaixo mostra os conteúdos destinados ao 4º bimestre para as séries do Ensino Fundamental de acordo com a Proposta curricular de São Paulo (SECRETARIA ESTADUAL DE EDUACAÇÃO, 2008, p. 55) para o 8º ano.

Conteúdos de Matemática por série e bimestre do Ensino Fundamental – Ciclo II

	5ª Série	6ª Série	7ª Série	8ª Série
4º Bimestre	**Estatística** • Leitura e construção de gráficos e tabelas. • Média aritmética. • Problemas de contagem.	**Álgebra** • Uso de letras para representar um valor desconhecido. • Conceito de equação. • Resolução de equações. • Equações e problemas.	**Geometria** • Teorema de Tales. • Teorema de Pitágoras. • Área de polígonos. • Volume do prisma.	**Corpos redondos** • O número π; a circunferência, o círculo e suas partes; área do círculo. • Volume e área do cilindro. **Probabilidade** • Problemas de contagem e introdução à probabilidade.

Figura 1: Conteúdos curriculares para o Ensino Fundamental.
Fonte: Proposta Curricular do Estado de São Paulo: Matemática. SECRETARIA ESTADUAL DE EDUACAÇÃO, 2008, p. 55

Na 7ª série, atual 8º ano, os conceitos de área e perímetro são destinados ao 4º bimestre, com enfoque no cálculo de áreas dos principais polígonos, quadrado, retângulo, triângulo, paralelogramo, trapézio e losango. Após uma pesquisa que fiz com os estudantes a partir de 10 questões sobre o conceito e o cálculo de áreas de retângulos, triângulos, paralelogramos, losangos e trapézios, com a intenção de investigar sobre os conhecimentos dos estudantes do 9º ano sobre este tema, percebi que estes não tinham estudado este conteúdo no ano anterior. Para confirmar esta hipótese, procurei a professora de matemática do ano anterior para perguntar se ela havia lecionado tais conteúdos, ela confirmou que não havia ensinado o conteúdo por falta de tempo.

Sendo assim, no último ano do Ensino Fundamental, constata-se certo “acúmulo” de conteúdos referentes aos conceitos de áreas e perímetros que não foram tratados nos anos anteriores, nesta escola. Ou seja, além dos conteúdos referentes aos corpos redondos e probabilidade, temos que abordar na sala de aula boa parte dos conceitos geométricos que não foram ensinados no ano anterior.

Logo, devido ao tempo referente ao ano letivo, estudar tais conteúdos com a devida atenção que merecem é quase impossível, o que trará consequências para o desenvolvimento das habilidades matemáticas, referentes à geometria, necessárias para o exercício da cidadania dos estudantes.

Já a segunda está relacionada a problemas com a formação de professores, uma vez que, muitos deles se encontram despreparados para desenvolver os conteúdos de Geometria.

Nesse sentido, concordo com Pirola (2003) que ressalta que os estudantes têm muitas dificuldades em resolver problemas geométricos. O autor aponta que há uma forte resistência no ensino da Geometria inclusive no Ensino Superior, onde os conteúdos geométricos também são pouco abordados. Este fato pode trazer dificuldades ao professor quando for lecionar, porque teve pouco acesso ao estudo dos conceitos geométricos em sua formação, sendo assim, sente-se despreparado para ensinar, criando assim uma aversão a Geometria.

Em suma, hoje percebo que ainda se repete os erros que ocorreram há 40 anos, durante a vigência do currículo norteado pelo MMM: o ensino de geometria fica para último plano, caso se tenha tempo para abordá-lo.

Esta realidade já reflete na sociedade. Gostaria de exemplificar um episódio que ocorre em minha cidade, local onde esta pesquisa se desenvolveu.

Um empresário do ramo de Marmoraria da cidade de Franca encontra muita dificuldade para o preenchimento da vaga de secretária (o) em seu negócio, uma vez que esta, para desenvolver bem o seu papel necessita, a priori, de conhecimentos que envolve cálculo de áreas e perímetro para fazer os orçamentos dos clientes.

Para desenvolver tal função, o uso de calculadora é permanente, mas o erro ocorre porque as candidatas têm dificuldades para calcular a área e o perímetro de pias, balcões, soleiras, espelhos e outros produtos oferecidos pela empresa.

Por exemplo, a figura 2 abaixo que representa a forma de um balcão que um cliente necessita.

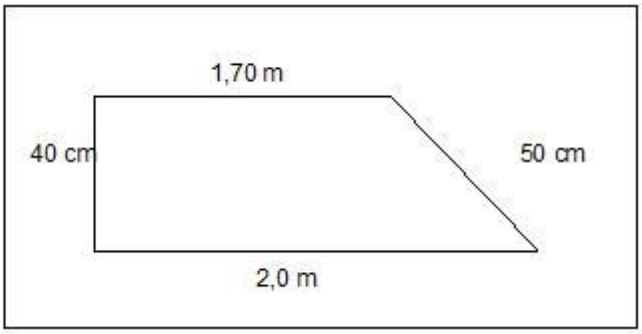


Figura 2: Forma de um balcão.
Fonte: Próprio autor.

De modo geral, quando se pede aos candidatos ao cargo que calculem a área e o perímetro da figura, eles fazem o seguinte cálculo: Área = 40 x 1,70 = 68.

Neste caso, primeiramente, o candidato não compreende como calcular a área de um trapézio, além de não fazer as conversões de medidas necessárias para o cálculo da área, como 40 cm = 0,4 m e não colocar a unidade de medida de área utilizada para a determinação do preço, nesse caso m^2.

Quanto ao cálculo do perímetro, a resposta foi: não lembro, indicando que não compreendeu o conceito de perímetro, apesar de ter frequentado a escola durante no mínimo 11 anos, uma vez que tinha concluído o Ensino Médio.

O mais preocupante é que os candidatos nem imaginam que para o cálculo da área do balcão acima, o marmorista não calcula a área do trapézio, calcula a área do menor retângulo que contém o balcão, este processo é chamado pelo marmorista como esquadrejamento da pedra, veja a a figura 3 abaixo que ilustra como o empresário calcula a área da pedra para depois fazer o orçamento.

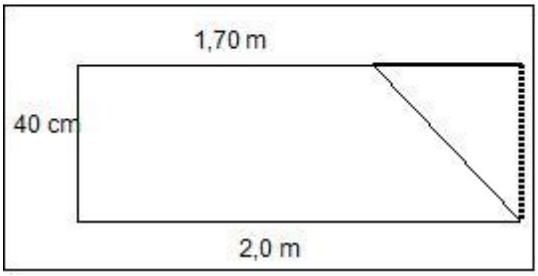


Figura 3: Ilustração de como o Marmorista calcula a área.
Fonte: Próprio autor.

Então, primeiramente, para realizar o cálculo deve-se desenhar ou ainda "completar" o retângulo de menor área que contém o balcão e calcular a sua área , ou seja, no caso do balcão citado, será cobrada uma área a mais. Desse modo, o correto seria: Área cobrada = 2,0 x 0.4 = 0,80 m²

O fato das pessoas não saberem efetuar os cálculos corretamente, me causa certa tristeza enquanto professor de matemática, considerando-se que, todos nós professores, lutamos por uma educação de qualidade, uma vez que, segundo o artigo 2º da LDB – Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional:

> Art. 2º A educação, dever da família e do Estado, inspirada nos princípios de liberdade e nos ideais de solidariedade humana, tem por finalidade o pleno desenvolvimento do educando, seu preparo para o exercício da cidadania e sua qualificação para o trabalho. (BRASIL, 1996, p. 8)

Assim, com o objetivo de contribuir para que o ensino do conteúdo de área se torne mais significativo para os estudantes, estes fatos que presenciei e, infelizmente, ainda presencio, me influenciaram na escolha do tema Áreas de Figuras Planas para desenvolver a Dissertação de Mestrado.

Aqui, proponho atividades orientadoras de ensino Moura (1996, 2000, 2001), elaboradas por mim, a partir das demandas das classes onde leciono que exploram, por exemplo, conceitos relacionados à composição e decomposição de figuras planas e à aplicabilidade do conceito de área no comércio, em particular em uma Marmoraria.

Além disso, segundo Lorenzato (1995), ser um bom conhecedor de Aritmética ou de Álgebra não é suficiente para resolver problemas de Geometria.

Durante as minhas aulas, percebo que os estudantes sabem usar a fórmula para cálculo de algumas medidas, como por exemplo, a área de um quadrado. Demonstram que sabem manipular a fórmula e os cálculos aritméticos, mas quando se confrontam com um problema em que é preciso pensar sobre os conceitos geométricos, como por exemplo, responder a seguinte questão: quantos pisos de 20 cm x 20 cm são necessários para pavimentar uma sala de 4m x 4m, os estudantes calculam a área dos dois quadrados, mas não respondem o problema.

Nesse sentido, Lorenzato (1995) aponta como um dos maiores méritos próprios da Geometria a competência em solucionar problemas.

Concordo ainda com as idéias de Faingualert e Nunes (1995, 1999, 2006) que apontam que a Geometria:

a) É um campo extremamente amplo, que possui grande relevância no desenvolvimento intelectual do aluno;
b) Tem aplicações importantes em outros tópicos da matemática. É um tema integrador e unificador dos conteúdos matemáticos e ainda, é uma rica fonte de visualização para os conceitos aritméticos, algébricos e estatísticos;
c) Desenvolve a percepção espacial e habilidades como interpretar representações bidimensionais e tridimensionais dos objetos;
d) Estimula e exercita habilidades gerais do pensamento ou para resolução de problemas;
e) Têm aplicações importantes a problemas da vida real, como cálculo de áreas e volumes e medidas e leitura de mapa;
f) Oferece um vasto campo de ideias e métodos de muito valor quando se trata do desenvolvimento intelectual do aluno, do seu raciocínio lógico e da passagem da intuição e de dados concretos e experimentais para os processos de abstração e generalização;

g) Ativa as estruturas mentais possibilitando a passagem do estágio das operações concretas para o das operações abstratas. É, portanto, tema integrador entre diversas áreas da Matemática, bem como campo fértil para o exercício de aprender a fazer e aprender a pensar.

Apesar de todas estas características da Geometria apontadas por Faingualert (1999), nos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) encontramos que o ensino de Geometria vem tendo pouco destaque nas aulas de Matemática e tem sido confundido com o ensino de medidas.

Subentende-se, portanto, a necessidade de criar esforços no sentido de mostrar que o ensino de Geometria não deveria se resumir ao estudo das grandezas numéricas. Deve-se ressaltar que as atividades orientadoras de ensino envolvendo composição e decomposição de figuras, uso de ladrilhamento, do Tangram e de Poliminós, propostas no estudo da geometria podem subsidiar a compreensão das fórmulas para o calculo de área de figuras.

Por fim, posso dizer que a escolha do tema Áreas de Figuras Planas, se deve primeiramente pela importância desse conteúdo matemático tanto no cotidiano, quanto na aprendizagem de conceitos matemáticos, propiciando a integração entre geometria, aritmética e álgebra.

1.1 OBJETIVO E QUESTÕES DA INVESTIGAÇÃO

A partir dos pressupostos apresentados anteriormente, definimos o objetivo desta investigação: analisar as falas e as escritas de estudantes do 9º ano do Ensino Fundamental sobre o conceito de área, a partir de atividades orientadoras de ensino (MOURA,1996) que envolvem os conteúdos de áreas de polígonos notáveis: Retângulo, Triângulo, Paralelogramo, Trapézio e Losango, através de composição e decomposição de figuras planas.

As atividades se constituem por quebra-cabeças que foram desenvolvidos na sala de aula e a aplicação dos conceitos estudados no contexto de uma Marmoraria. O foco deste trabalho está na analise das falas e das escritas explicitadas pelos estudantes tanto na sala de aula quanto na Marmoraria.

A questão que conduz o estudo é: o que estudantes do 9º ano do ensino fundamental falam e escrevem sobre o conceito de área enquanto vivenciam atividades orientadoras de ensino tanto na sala de aula quanto no contexto de uma marmoraria?

Algumas questões que decorrerem da questão principal são:

a) A construção e a manipulação de materiais concretos, como quebra-cabeças geométricos, podem favorecer a construção do pensamento algébrico e, consequentemente, a obtenção de expressões e fórmulas para o cálculo de áreas desses polígonos? Como os estudantes explicitam se conseguiram ou não construir tal pensamento?

b) Que relações os estudantes fazem entre os conteúdos de área estudados na sala de aula com aspectos do cotidiano, especialmente aquele relacionado ao comércio?

A partir da problemática apresentada tenho como intenção apresentar no próximo capítulo os pressupostos teóricos que nortearão a pesquisa.

CAPÍTULO 2
ENTENDENDO A PROBLEMÁTICA
(PRESSUPOSTOS TÉORICOS)

> **“Sesóstris”... Repartiu o solo do Egito entre seus habitantes... Se o rio levava qualquer parte do lote de um homem... o rei mandava pessoas para examinar, e determinar por medida a extensão exata da perda... Por esse costume, eu creio, é que a geometria veio a ser conhecida no Egito, de onde passou para a Grécia.**
>
> **Heródoto**

Neste capítulo, apresento o que vem a ser atividade orientadora de ensino, a partir dos estudos de Moura (1996). Apresento ainda, as ideias contidas nos documentos oficiais: Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs) e Proposta Curricular para o ensino de Matemática, elaborado pela Secretaria da Educação do Estado de São Paulo (SEE-SP) sobre o ensino do conceito de área, uma vez que, as atividades orientadoras de ensino que elaborei não desconsideram os documentos oficiais.

Vale à pena ressaltar que também considerei, durante a elaboração das atividades, a síntese histórica do conceito de área que envolve a composição e decomposição de figuras geométricas presentes nos estudos de Boyer (1974).

Os autores que fundamentarão a pesquisa são: Moura (1996), Passos (2000), Sousa (2004), Lorenzato (1995), Kaleff (2003), D´Ambrosio (2006) e Fainguelernt (1995).

2.1 UM BREVE ESTUDO HISTÓRICO SOBRE A GEOMETRIA E O CÁLCULO DE ÁREAS

Segundo Boyer (1996), o começo dos estudos em geometria é muito antigo, e, portanto suas origens são incertas. O homem passou a registrar seus pensamentos em forma de escrita nos últimos 6000 anos, com isso, as informações que obtemos provém de interpretações baseadas em artefatos. Assim, Heródoto e Aristóteles não arriscaram a propor origens sobre os conceitos geométricos mais antigos que a civilização Egípcia, entretanto, é possível que a geometria em que pensavam tivesse raízes mais antigas.

Nesse sentido, Heródoto (BOYER, 1974) afirma que a geometria se origina no Egito, pois associava a sua criação à necessidade de se fazer novas medidas de terras após cada inundação anual do rio Nilo.

Sendo assim, é evidente que a matemática se desenvolveu devido à necessidade prática de evoluir a vida em sociedade. Em particular, o cálculo de áreas se relaciona intimamente com a mensuração prática.

A partir de vários exemplos, Eves (2004) infere que os babilônios deviam estar familiarizados com as regras gerais da área do retângulo, da área do triângulo retângulo e do triângulo isósceles, talvez da área de um triângulo genérico e da área de um trapézio retângulo.

Segundo Eves (1992, p. 5) os:

> Estudos realizados nos papiros de Rhind e Ahmes evidenciam que os Egípcios e os Mesopotâmicos construíram os primeiros templos dentro de projeções. Esses papiros trazem também exercícios, com suas respectivas soluções, de Geometria, sendo a maioria desses problemas provinda de fórmulas de mensuração necessária para calcular áreas de terras e volumes de celeiros.

O problema 51 do papiro de Ahmes mostra que a área de um triângulo isóscele era encontrada tomando a metade do que chamaríamos de base e multiplicando isso pela altura. Ahmes justifica seu método sugerindo que o triângulo isósceles pode ser pensado como dois triângulos retângulos, um dos quais pode ser deslocado de modo que os dois juntos formam um retângulo (BOYER,1996), conforme mostra a figura 4 abaixo.

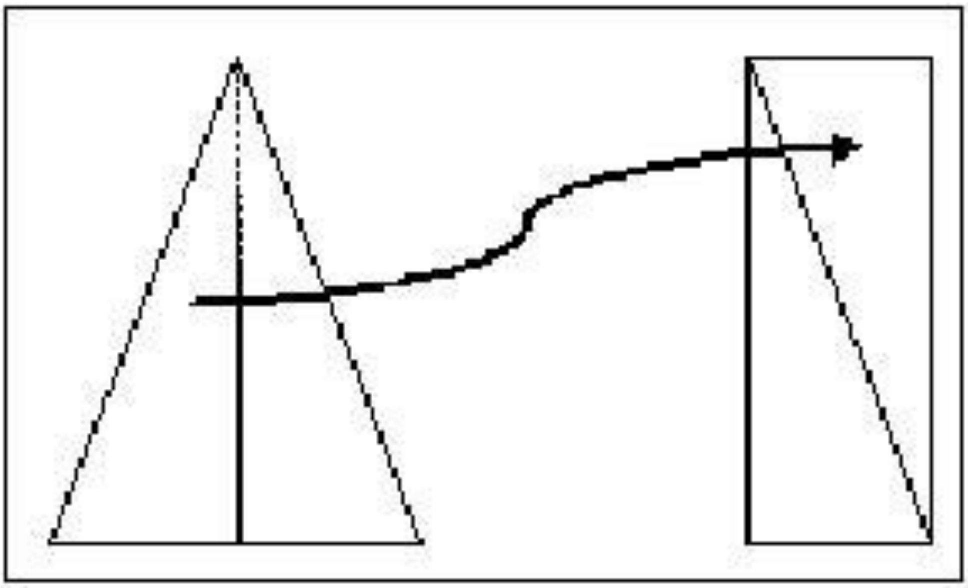


Figura 4: Decomposição do triângulo isósceles e composição do retângulo.
Fonte: BOYER, 1996.

O trapézio isósceles é tratado de maneira semelhante no problema 51 em que a base maior é 6, a menor 4 e distância entre elas 20. Tomando metade da soma das bases, de modo a formar um retângulo, Ahmes multiplica isso por 20 para achar a área. O trapézio isóscele também poderá ser decomposto, como podemos ver na figura 5, desta forma, a área do retângulo é obtida multiplicando as medidas da base pela medida da altura (BOYER, 1996).

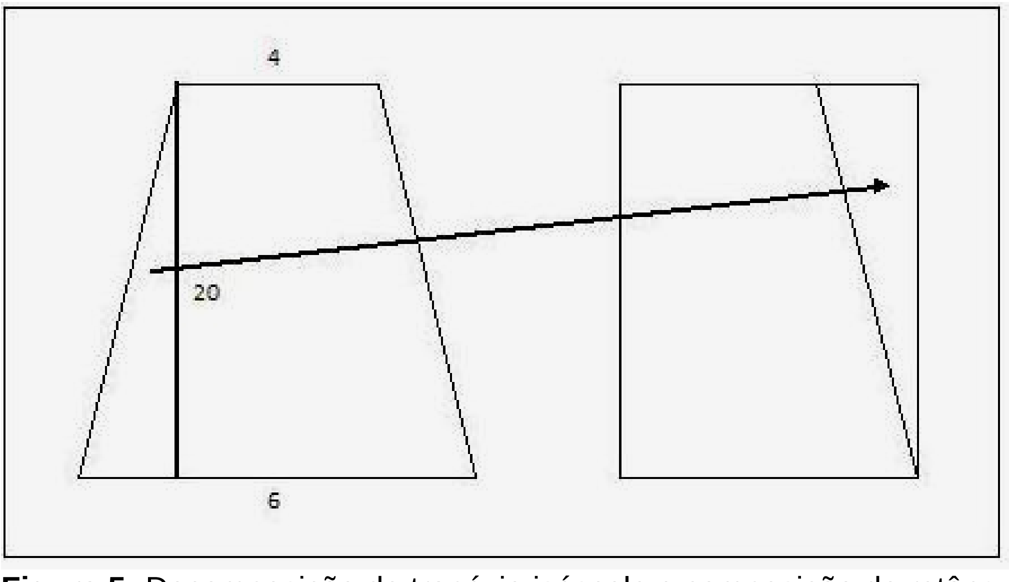


Figura 5: Decomposição do trapézio isóscele e composição do retângulo.
Fonte: BOYER, 1996.

Outros problemas do papiro de Rhind que tratam do mesmo assunto são os 48, 49, 50 e 53 respectivamente, das áreas do quadrado, retângulo, triângulos e círculos e, os problemas 54 e 55 que tratam de divisão relacionada com áreas.

Concordo com Boyer (1996) que, em transformações como estas que utilizam o cálculo da medida de área a partir do uso de composição e decomposição de figuras, onde triângulos e trapézios isósceles são transformados em retângulos, vemos o início de uma teoria de congruências e da ideia de prova em geometria, mas, ao que tudo indica, a partir de alguns historiadores, até o momento , os egípcios não foram além. Ou seja, não há provas de que fizeram algum tipo de demonstração, bem como generalização de fórmulas.

Estas técnicas de decomposição citadas acima, desenvolvidas pelas primeiras civilizações tinham um caráter particular e circunstancial, não havia procedimentos gerais para todos os casos e basicamente os exemplos eram numéricos e tratados de forma específica.

Foi somente com os gregos que a matemática parece que adquiriu certo grau de rigor e generalidade, nos moldes do que entendemos por rigor e generalidade, atualmente, considerando-se que tais conceitos, rigor e generalização, são construídos historicamente. Foi na Grécia, no período de 300 a.C aproximadamente, que viveu Euclides de Alexandria, grande geômetra, autor do livro: Os Elementos.

Os Elementos é uma obra constituída de 13 livros, que traz todo conhecimento matemático elementar, desde Tales (600 A.C) até Euclides (300 a.C). O grande passo que Euclides deu no caminho da matemática moderna foi a estrutura axiomática do livro, o que propiciou a demonstração de várias ideias da matemática. Vale à pena ressaltar que, estes livros foram traduzidos em 2009 pelo brasileiro Irineu Bicudo e publicados pela editora UNESP.

Segundo Lima (1991), entre as ideias de Euclides, há de se considerar a coincidência de duas figuras planas por superposição, era um passo intermediário para concluir a igualdade de suas áreas, isso fica claro no axioma 7 dos Elementos cuja ideia é que: “As coisas que se ajustam umas sobre as outras são iguais entre si”.

Nos Elementos, Euclides nem sequer se deu ao trabalho de definir área, mas fica evidente que a noção de área era muito mais qualitativa do que quantitativa, no sentido de que se referia à região delimitada por uma figura do que propriamente a um valor numérico atribuído a região.

Entre o que Euclides pensou e as estruturas organizadas pelos matemáticos em relação à área, a alguns séculos de trabalho humano. Para os matemáticos, o conceito de área é axiomático.

Ao construir as atividades orientadoras de ensino, considerando-se os aspectos históricos da Geometria, entendo que se faz necessário construir um processo dedutivo para a demonstração das fórmulas para o cálculo das áreas de retângulos, paralelogramos, triângulos, trapézios e losangos, sem necessariamente desconsiderar o trabalho dos matemáticos. Para isso, necessito pensar sobre o aporte da matemática axiomática.

Nesse sentido, faz-se necessário considerar que a noção de área de regiões poligonais, elaborada pelos matemáticos, é introduzida na geometria através dos seguintes axiomas:

> - Axioma VI 1 A toda região poligonal corresponde um número maior do que zero.O número a que se refere este axioma é chamado de área da região.
> - Axioma VI 2 Se uma região poligonal é a união de duas ou mais regiões poligonais, que duas a duas não tenham pontos interiores em comum, então a sua área é a soma das áreas daquelas regiões.
> - Axioma VI 3 Regiões triangulares limitadas por triângulos congruentes tem áreas iguais.
> - Axioma VI 4 Se ABCD é um retângulo, então sua área é dada pelo produto $\overline{AB}$. $\overline{BC}$. (BARBOSA, 2006, P. 176)

A partir destes axiomas é possível determinar e demonstrar fórmulas para determinar a área de algumas regiões poligonais. Veja por exemplo, como Barbosa (2006) inicia este processo. O autor começa apresentando a área do paralelogramo, depois a do triângulo, ou seja, através de um processo dedutivo o autor determina uma fórmula para se calcular a área dos polígonos notáveis.

Veja a figura 6 abaixo que mostra como o autor faz a demonstração da área do paralelogramo.

Dado um paralelogramo $ABCD$ designemos por b o comprimento do lado AB e por h o comprimento de um segmento ligando as retas que contém os segmentos AB a CD e que seja perpendicular a ambas. Um tal segmento é chamado de *altura* do paralelogramo relativamente ao lado AB.

Proposição 10.1 *A área do paralelogramo é o produto do comprimento de um de seus lados pelo comprimento da altura relativa a este lado.*

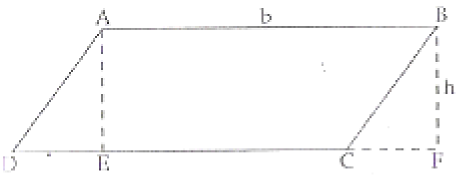


Figura 10.3

Prova: Em termos da notação fixada acima devemos provar que a área do paralelogramo $ABCD$ é $b \cdot h$. Para isto trace, a partir dos pontos A e B, dois segmentos, AE e BF, perpendiculares à reta que contém CD. O quadrilátero $ABFE$ é um retângulo cuja área é $\overline{AB} \cdot \overline{BF}$ a qual, em termos de nossa notação, é exatamente $b \cdot h$. Para concluir a demonstração observe que os triângulos ADE e CBF são congruentes e que

$$\begin{aligned} \text{Área}(ABCD) &= \text{Área}(ABCE) + \text{Área}(ADE) = \\ &= \text{Área}(ABCE) + \text{Área}(CBF) \\ &= \text{Área}(ABFE) = b \cdot h \end{aligned}$$

Isto conclui a demonstração.

Como corolário desta proposição determina-se a área de um triângulo qualquer.

Figura 6: Demonstração a área do paralelogramo.
Fonte: BARBOSA, 2006, p. 178.

É importante ressaltar que a Matemática assume como verdade os axiomas e, usando-os, constrói-se um processo dedutivo para demonstrar outras verdades ou inverdades.

Neste processo dedutivo, Barbosa (2006), assume como axioma, que a área do retângulo é o produto da base pela sua altura, ou seja, ele não demonstra a área do retângulo, pois considera como verdade este fato.

As atividades propostas nesta pesquisa assumem como verdade que a área de um quadrado de lado *a* é a^2 e, a partir disso, com auxílio dos quebra- cabeças conduzem os estudantes a deduzir uma maneira de calcular a área de retângulos, triângulos, paralelogramos, losangos e trapézios.

A ideia principal da sequência das atividades propostas nesta pesquisa é a seguinte.

- Definir como verdade, como axioma, que a área de um quadrado de lado *a* é $\mathbf{a^2}$ e deduzir a fórmula para o cálculo da área do retângulo. Para isso, é proposto um quebra-cabeça que transforma um retângulo em um quadrado, por meio de composição e decomposição de figuras.

- Usar o resultado obtido, fórmula da área do retângulo, para deduzir as fórmulas para o cálculo das áreas do triângulo, paralelogramo e losango, transformando–os em retângulos, por meio de composição e decomposição de figuras.

Para finalizar, as atividades orientadoras de ensino propostas leva em consideração todo esse movimento matemático mostrado até aqui, desde os egípcios que, segundo Boyer (1996) tinha uma necessidade (política, econômica e social) e motivo para medir a terra.

Hoje, temos o cálculo de áreas de figuras como sendo uma necessidade econômica e social, para colocar preços “justos” em certas mercadorias, por isso o convite aos estudantes para ir à marmoraria e vicenciar atividades de ensino, com objetivo de compreender como a matemática se aplica neste contexto.

O objetivo esta no fato de fazer com que compreendam a importância do cálculo com áreas, ou seja, de uma necessidade social de encontrar emprego e de um necessidade econômica para poder compreender melhor os cálculos que são feitos no orçamento de revestimento, tendo como ponto de partida a matemática axiomática, que prima pelo desenvolvimento do raciocínio lógico indutivo e dedutivo, que considero necessários para o desenvolvimento integral do ser humano, bem como o uso de materiais manipulativos, ou seja, dos quebra-cabeças.

2.2 O ENSINO DO CONCEITO DE ÁREA PROPOSTO NO CURRÍCULO ATUAL

Os Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL, 1998) para a área de Matemática constituem um referencial para a construção de uma prática que favoreça, para as séries finais do ensino fundamental, o acesso ao conhecimento matemático que possibilite de fato a inserção dos estudantes como cidadãos no mundo do trabalho, das relações sociais e da cultura. Destacam que a matemática está presente na vida de todas as pessoas, em situações em que é preciso, por exemplo, quantificar, calcular, localizar um objeto no espaço, ler gráficos e mapas e fazer previsões. Mostram que é fundamental superar a aprendizagem centrada em procedimentos mecânicos, indicando a resolução de problemas como ponto de partida da atividade matemática a ser desenvolvida na sala de aula.

Este documento ainda propõe alternativas metodológicas para que se possa desenvolver um ensino de matemática que permita ao estudante compreender a realidade em que está inserido, desenvolver suas capacidades cognitivas e sua confiança para enfrentar desafios, de modo a ampliar os recursos necessários para o exercício da cidadania ao longo de seu processo de aprendizagem.

Para cumprir estes propósitos, os PCN , indicam no que diz respeito ao ensino da geometria:

> a) Enfatizar a exploração do espaço e de suas representações e articulação entre geometria plana e espacial;
> b) Destacar a importância do desenvolvimento do pensamento indutivo e dedutivo, como trabalhar com explicações, argumentações e demonstrações;
> c) Enfocar um trabalho de integração entre aritmética, álgebra e geometria, privilegiando o pensamento algébrico e não o exercício mecânico com calculo;
> d) A compreensão de diferentes significados das operações (BRASIL, 1998, p. 60)

Os Parâmetros Curriculares Nacionais, em especial, apresentam a geometria inserida principalmente em dois blocos específicos: Espaço e Forma e Grandezas e Medidas.

Dentre os principais objetivos do bloco Espaço e Forma, que encontramos nos PCN, podemos ressaltar:

> a) A composição e decomposição de figuras tridimensionais, identificando diferentes possibilidades, reconhecendo suas representações e classificações;
> b) Composição e decomposição de figuras planas e identificando que qualquer polígono pode ser composto a partir de figuras triangulares. (BRASIL, 1998, P.60)

No que diz respeito ao estado de São Paulo, constato que a proposta curricular da Secretaria de Educação do Estado de São Paulo (SECRETARIA ESTADUAL DE EDUCAÇÃO, 2008) não está dissociada dos PCN, no que diz respeito ao ensino de geometria, do conceito de área.

A proposta da SEE aponta que o ensino de geometria, no Ensino Fundamental, deve ocupar-se inicialmente do reconhecimento, da representação e classificação das formas planas e espaciais, preferencialmente trabalhando em contextos concretos com as crianças de 6° e 7º ano, e com ênfase na articulação do raciocínio lógico-dedutivo nos 8º e 9º anos.

O par Grandezas e Medidas, segundo os PCN , (BRASIL (1997), e SECRETARIA ESTADUAL DE EDUCAÇÃO, 2008), parece especialmente adequado para favorecer a interdisciplinaridade e a contextualização, uma vez que suas conexões com os eixos de números e geometria se dão quase que naturalmente. Com a geometria, a referida ligação se dá pelo estudo do cálculo de áreas e volumes, iniciando a partir da contagem em malhas quadriculadas até a formalização de expressões literais para o cálculo dessas medidas.

A Proposta Curricular do Estado de São Paulo (SECRETARIA ESTADUAL DE EDUCAÇÃO, 2008) tem como referência o desenvolvimento de habilidades e competências, colocando a aprendizagem como centro da atividade escolar.

Sendo assim, do meu ponto de vista, o professor caracteriza-se como um profissional da aprendizagem, isto é, ele apresenta e explica conteúdos, organiza situações para a aprendizagem de conceitos, métodos, formas de agir e pensar. Em suma, promove conhecimentos que possam ser mobilizados em competências e habilidades, as quais, por sua vez, instrumentalizam os alunos para enfrentar os problemas do mundo real.

Se a Educação Básica é para a vida, a quantidade e a qualidade do conhecimento têm de ser determinadas por sua relevância para a vida de hoje e do futuro, além dos limites da escola. Portanto, as propostas são guias eficazes para educar para a vida.

Segundo a Secretaria Estadual de Educação (2008, p 13) :

> Um currículo que promove competências tem o compromisso de articular as disciplinas e as atividades escolares com aquilo que se espera que os alunos aprendam ao longo dos anos. Logo, a atuação do professor, os conteúdos, as metodologias disciplinares e a aprendizagem requerida dos alunos são aspectos indissociáveis: compõem um sistema ou rede cujas partes têm características e funções especificas que se complementam para formar um todo, sempre maior do que elas. Maior porque se compromete em formar crianças e jovens para que se tornem adultos preparados para exercer suas responsabilidades (trabalho, família, autonomia etc.) e para atuar em uma sociedade que muito precisa deles.

Com isso, o ensino deveria ser articulado com o mundo do trabalho, com a teoria e a prática e, com as vivências peculiares de cada estudante. Só assim, nós professores, conseguiremos educar para a vida.

Desde sua abertura, a Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (BRASIL, 1996) faz referência ao trabalho, juntamente com as práticas sociais, como elemento que vincula a Educação Básica à realidade, da Educação Infantil até o final do Ensino Médio. Este fato repete-se nos documentos da SEE-SP.

A relação entre teoria e prática não envolve necessariamente algo observável ou manipulável, como um experimento de laboratório ou a construção de um objeto. Tal relação pode acontecer ao se compreender como a teoria se aplica em contextos reais ou simulados. Com isso, o trabalho enquanto produção de bens e serviços revela-se como a prática humana mais importante para conectar os conteúdos do currículo com a realidade. (BRASIL, 1997)

A relação teoria e pratica poderia aparecer em cada disciplina do currículo, uma vez que boa parte dos problemas de qualidade do ensino decorre da dificuldade em destacar a dimensão prática do conhecimento, tornando-o verbalista e abstrato.

Tanto a LDB, Brasil (1996), quanto os PCNs, Brasil (1997) e a Proposta da SSE-SP, Secretaria Estadual de Educaçaõ (2008) apontam que a contextualização e a interdisciplinaridade favorecem a educação para o trabalho, valorizando a teoria e a prática, a construção da cidadania, formando o educando para a vida.

Em síntese, a SEE/SP indica que a prioridade do trabalho na Educação Básica assume dois sentidos complementares: como valor, que imprime importância ao trabalho e cultiva o respeito que lhe é devido na sociedade e como tema, que perpassa os conteúdos curriculares, atribuindo sentido aos conhecimentos específicos das disciplinas.

Em relação ao conceito de atividades orientadoras de ensino, entendo que há aproximações e dissonâncias entre a Proposta atual da SEE/SP e a proposta de Moura(1996).

A SEE/SP elaborou cadernos que indicam, em cada um deles, quatro situações de aprendizagem. As Situações de aprendizagens partem da escolha de um dos temas previstos no currículo para cada série e para cada bimestre. Portanto, um primeiro passo é definir a série e o bimestre para qual se destina a aula, adotar o tema previsto para esta série e o bimestre.

A situação de aprendizagem define:

a) Objetivo: expectativa de aprendizagem, isto é, o que se espera que os alunos aprendam;
b) Tempo previsto;
c) Conteúdos;
d) Estratégias: os meios, atividades que serão propostas aos alunos para alcançar os objetivos. Por exemplo, exercícios, pesquisa, exposição, leitura, experiência, construção de tabelas, de gráficos, entrevistas, relatórios e etc.

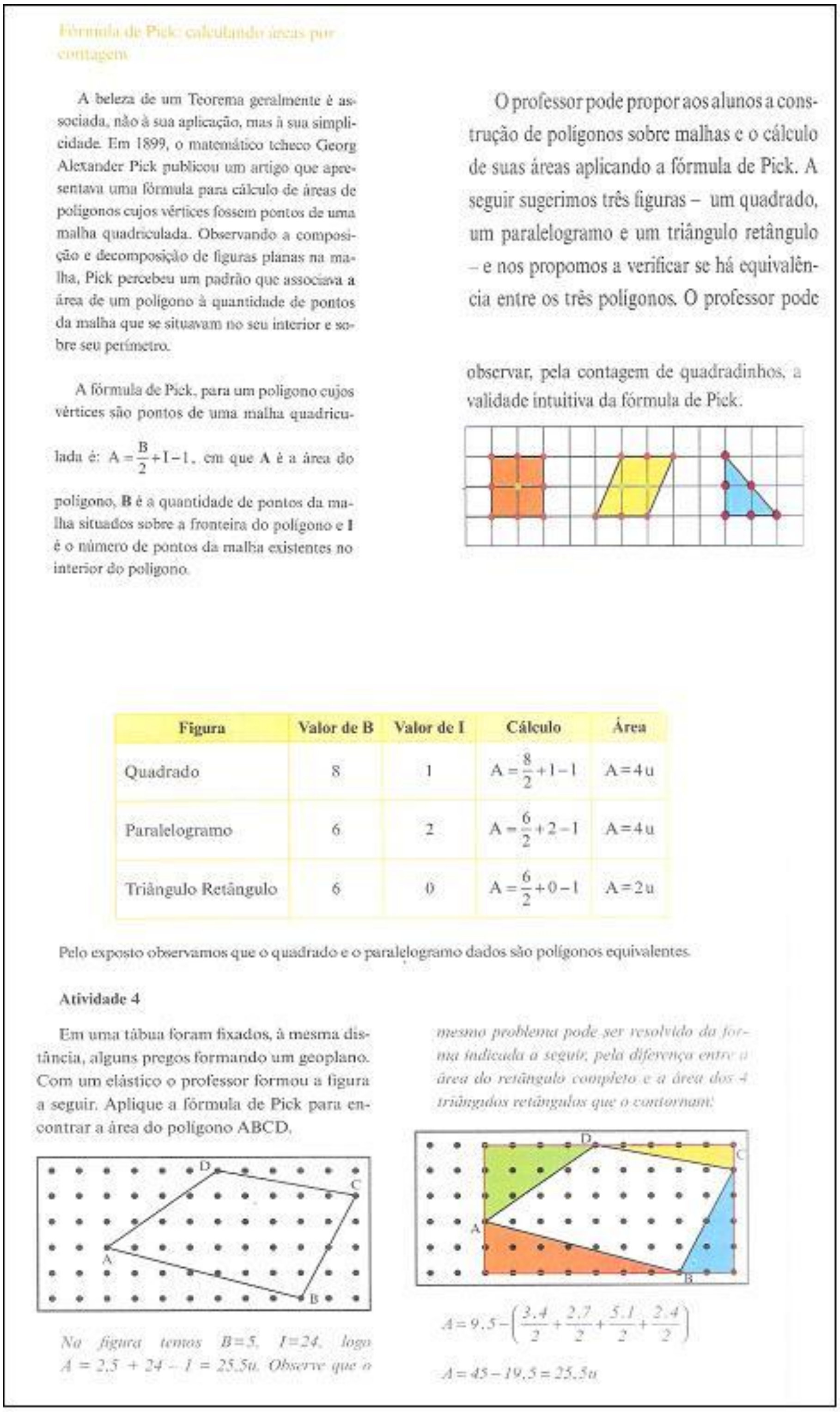
No caso da disciplina de matemática, há situações de aprendizagens que se estruturam da seguinte forma:

a) Primeiramente ,há uma introdução que geralmente mostra o matemático que descobriu o que vai ser estudado;
b) Em seguida é dada uma fórmula para se calcular o que se pede, dizendo o que as incógnitas representam.

c) Depois, propõe ao professor fazer exemplos para mostrar a validade da fórmula dada.

d) Finalmente, propõem-se exercícios parecidos com os exemplos resolvidos.

A figura 7 abaixo e uma situação de aprendizagem que se encontra no caderno do professor do 8º ano, 4º bimestre, sobre o conteúdo Áreas de Figuras Planas.



Fórmula de Pick: calculando áreas por contagem

A beleza de um Teorema geralmente é associada, não à sua aplicação, mas à sua simplicidade. Em 1899, o matemático tcheco Georg Alexander Pick publicou um artigo que apresentava uma fórmula para cálculo de áreas de polígonos cujos vértices fossem pontos de uma malha quadriculada. Observando a composição e decomposição de figuras planas na malha, Pick percebeu um padrão que associava a área de um polígono à quantidade de pontos da malha que se situavam no seu interior e sobre seu perímetro.

A fórmula de Pick, para um polígono cujos vértices são pontos de uma malha quadriculada é: $A = \frac{B}{2} + I - 1$, em que **A** é a área do polígono, **B** é a quantidade de pontos da malha situados sobre a fronteira do polígono e **I** é o número de pontos da malha existentes no interior do polígono.

O professor pode propor aos alunos a construção de polígonos sobre malhas e o cálculo de suas áreas aplicando a fórmula de Pick. A seguir sugerimos três figuras – um quadrado, um paralelogramo e um triângulo retângulo – e nos propomos a verificar se há equivalência entre os três polígonos. O professor pode observar, pela contagem de quadradinhos, a validade intuitiva da fórmula de Pick.

Figura	Valor de B	Valor de I	Cálculo	Área
Quadrado	8	1	$A = \frac{8}{2} + 1 - 1$	$A = 4u$
Paralelogramo	6	2	$A = \frac{6}{2} + 2 - 1$	$A = 4u$
Triângulo Retângulo	6	0	$A = \frac{6}{2} + 0 - 1$	$A = 2u$

Pelo exposto observamos que o quadrado e o paralelogramo dados são polígonos equivalentes.

Atividade 4

Em uma tábua foram fixados, à mesma distância, alguns pregos formando um geoplano. Com um elástico o professor formou a figura a seguir. Aplique a fórmula de Pick para encontrar a área do polígono ABCD.

Na figura temos B=5, I=24, logo A = 2,5 + 24 – 1 = 25,5u. Observe que o mesmo problema pode ser resolvido da forma indicada a seguir, pela diferença entre a área do retângulo completo e a área dos 4 triângulos retângulos que o contornam:

$$A = 9.5 - \left(\frac{3.4}{2} + \frac{2.7}{2} + \frac{5.1}{2} + \frac{2.4}{2}\right)$$

$$A = 45 - 19,5 = 25,5u$$

.

Figura 7 : Situação de aprendizagem no caderno do Professor.
Fonte: Secretaria estadual de Educação 2008. p.15 e 16.

A situação de aprendizagem acima está no caderno do professor, 4º Bimestre do 8º ano e trata sobre o cálculo de áreas. É importante observar que o estudante é passivo durante toda a aprendizagem, o sujeito é o professor.

O professor é o centro, o sujeito da ação educativa, neste caso ele mostra a fórmula pronta aos estudantes e depois resolve exemplos de exercícios com esta fórmula, durante esse tempo, o estudante é passivo, ou seja, a fórmula é dada ao aluno, não é construída por ele. Cabe ao estudante apenas memorizá-la e depois resolver os exercícios da maneira feita pelo professor.

Outro fato interessante na situação de aprendizagem é que a introdução mostra ao estudante que irá aprender um conteúdo com poucas aplicações e a importância de estudá-lo está na beleza e simplicidade do Teorema. Aqui, não há como não fazer relações com o MMM, onde aprender teoremas se justificava da mesma forma. É como se todos os estudantes fossem convidados a se tornarem matemáticos.

Fica evidente nesta situação, que a mecanização e memorização da fórmula são as estratégias para que o estudante possa aprender.

Ao contrário da situação de aprendizagem apresentada, a organização de uma atividade orientadora de ensino é feita de modo a convidar o estudante a ser ativo, protagonista de sua aprendizagem, construindo os conhecimentos. Desta forma, o professor se torna um mediador da aprendizagem, conduzindo o estudante a atingir os objetivos e finalidades propostas na atividade.

Outro aspecto importante é que a atividade orientadora de ensino é desencadeada por meio de uma situação-problema que pode até considerar o caderno da SEE/SP, porém, sofre adaptações de forma que desafia o estudante, motivando-o e incentivando-o, buscando o desenvolvimento do raciocínio dedutivo e indutivo, a partir do contexto que estão inseridos.

Vale à pena ressaltar que, as atividades orientadoras de ensino estão atreladas às necessidades e aos motivos dos estudantes, enquanto as situações de aprendizagens propostas nos cadernos da SEE/SP são genéricas, são propostas para todas as salas da Educação Básica como se todos os alunos fossem iguais.

As atividades orientadoras consideram os contextos dos estudantes, suas aprendizagens e não aprendizagens, enquanto que, as situações de aprendizagem propostas nos “cadernos”, em determinados momentos, estão descontextualizadas e não consideram os conhecimentos que os estudantes já possuem, ou os conhecimentos que eles não possuem, conforme exemplo apresentado acima.

Em síntese, as situações de aprendizagem propostas pela SEE/SP e as atividades orientadoras de ensino propostas por Moura se assemelham no sentido de desenvolver competências e habilidades nos estudantes e se diferenciam pela intencionalidade.

Nas situações de aprendizagem, os estudantes são passivos e o professor é o protagonista da aprendizagem, enquanto que, nas atividades orientadoras de ensino, o aluno é protagonista de sua aprendizagem, é o sujeito e o professor é um mediador, que conduz o estudante para construir o seu próprio conhecimento.

Concordo com Moura (2001) que é preciso muito mais do que informar, repetir e aplicar os conceitos em exercícios para dar vida e subjetividade à aprendizagem de matemática. É preciso destituir-se do formalismo, do rigor da linguagem, da rigidez das regras e deixar que as crianças se sintam desafiadas a terem as suas elaborações.

O cuidado com a relação forma- conteúdo do conceito requer que a elaboração da linguagem esteja intimamente relacionada ao significado do conteúdo. Os conteúdos do conceito o encontram na sua história, mas o aluno, para aprendê-lo, deve dar a estes significados o que lhe faça sentido, caso contrário, não o compreende, apenas o memoriza e o repete de forma fragmentada no seu pensamento.

Por este motivo, ainda que utilizem em minhas aulas os “cadernos”, modificando as aprendizagens de ensino de acordo com minhas ideologias de como o estudante aprende matemática, considerando seu contexto de vida, optei em desenvolver esta pesquisa utilizando as atividades orientadoras de ensino elaboradas por mim, a partir das necessidades dos estudantes.

2.3 ATIVIDADES ORIENTADORAS DE ENSINO: FUNDAMENTOS TEÓRICOS E METODOLÓGICOS

A escola, como lugar onde se aprende, tem como corolário a escola em que se ensina. A decorrência imediata desta visão é a de que existem situações em que se ensina para alguém aprender e, portanto, deve haver atividades de ensino, cuja definição frequentemente tem ficado a cargo do professor, que, em última instância, é o representante das aspirações educacionais do grupo social que elege a escola como sua unidade de formação (MOURA, 1996).

O conceito de atividade orientadora de ensino proposto por Moura (1996; 2001) parte dos pressupostos de que o conhecimento acontece em terreno interindividual, em atividades que satisfazem a necessidades e que a atividade de ensino tem como particularidade a intencionalidade do professor ao buscar responder a sua necessidade de organizar o ensino. Defendendo que a atividade orientadora de ensino é unidade de formação do estudante e do professor, uma vez que Moura (2001, p. 155) considera que:

> [...] atividade orientadora de ensino é aquela que se estrutura de modo a permitir que os sujeitos se interajam, mediados por um conteúdo, negociando significados, com o objetivo de solucionar coletivamente uma situação de aprendizagem.

Ainda na visão desse autor, as características principais da atividade orientadora de ensino são as seguintes:

> A atividade é do sujeito, é problema, desencadeia uma busca de solução, permite um avanço do conhecimento desse sujeito por meio do processo de análise e síntese e lhe permite desenvolver a capacidade de lidar com outros conhecimentos a partir dos conhecimentos que vai adquirindo à medida que desenvolve a sua capacidade de resolver problemas. A atividade é desse modo um elemento de formação do aluno e do professor (MOURA, 2000, p.35).

A atividade de ensino assume, portanto, o papel do elemento organizador e formador da aprendizagem do aluno. Sendo assim, o objetivo do professor é levar o estudante a dar forma ao modo teórico por meio do qual um problema pode ser solucionado em uma situação de aprendizagem, que é considerada como um problema de aprendizagem.

Sendo assim, aqueles que têm proposto a atividade de ensino como unidade formadora do estudante (CARVALHO, 1994; Gil, 1994; LÉON et. al., 1991; CANAL et al., 1993; FURIÓ et al., 1992) o fazem considerando que esta reúne os objetivos de ensino, os conteúdos e uma concepção do professor de como se dá a aprendizagem.

É importante ressaltar o conceito de atividade na visão de outros autores, como por exemplo, Sánchez Vázquez (1990) que afirma que essa compreensão da atividade em geral não especifica o tipo de agente, a natureza da matéria-prima, nem mesmo qual a espécie de atos que caracterizam a atividade.

Podemos entender desta forma, que a atividade humana tem necessariamente um caráter consciente.

Sánchez Vázquez (1990) defende que, para que uma atividade se configure como humana, é essencial que seja motivada por uma intencionalidade.

Esta mesma forma de definir a atividade está relacionada aos estudos de Leontiev (2001, p.68) que caracteriza as atividades como:

> ... processos psicologicamente caracterizados por aquilo a que o processo, como um todo, se dirige (seu objeto), coincidindo sempre com o objetivo que estimula o sujeito a executar esta atividade, isto é, o motivo.

Para Leontiev (1983), uma atividade só se constitui como tal se partir de uma necessidade. No entanto, a necessidade não é entendida por ele como o motivo da atividade. A necessidade que deu origem à atividade objetiva-se materialmente no motivo dentro das condições consideradas, e é este que estimula a atividade, o que lhe confere direção. Uma vez que a necessidade encontra a sua determinação no objeto (se ‘objetiva’ nele), o dito objeto torna-se motivo da atividade, aquilo que a estimula.

As atividades propostas neste estudo estão de acordo com o conceito de atividade orientadora de ensino de Moura (2001), uma vez que intencionam que os estudantes façam relações entre o cotidiano e o que aprendem na sala de aula. Tal intencionalidade está atrelada aos motivos educacionais e sociais, considerando-se que pensar geometricamente envolve compreender os diversos espaços a que estamos inseridos.

Nesta perspectiva, Moura (2001) afirma que o professor de posse dos objetivos, dos conteúdos e conhecendo as possibilidades de aprendizagem de seus alunos, está munido de dados que lhe permitem a elaboração da atividade que possa colocar o pensamento da criança em ação, partindo de situações-problema que sejam significativas. Estas são o que chamamos de problemas desencadeadores de aprendizagem.

Entendo que se o problema é significativo, os objetivos serão relevantes para o conjunto de sujeitos no processo educacional. Assumir que os objetivos sejam relevantes passa a exigir que se escolham conteúdos que os traduzam na ação educativa e na criação de atividades que coloquem os sujeitos na perspectiva de aprender algo que os desenvolva tanto do ponto de vista psicológico quanto do ponto de vista da instrumentalização, uma vez que para resolver problemas daquele conteúdo especifico se faz necessário.

Portanto, a atividade orientadora de ensino, propõe a organização do ensino a partir de situações-problemas fundamentadas em ações docentes que permitam que os sujeitos interajam, que motive o estudante a ser protagonista de sua aprendizagem com o objetivo de produzir coletivamente a sua solução, que permite um avanço do conhecimento por meio do processo de análise e síntese, desenvolvendo a capacidade de lidar com outros conhecimentos a partir dos conhecimentos que vai adquirindo, pode ser desencadeadora da transformação da prática docente, formando alunos e professores com vistas a uma educação que entende como humanizadora dos sujeitos envolvidos no processo de aprendizagem.

Decorrente disso, a atividade orientadora de ensino, permite a introdução das bases necessárias para o desenvolvimento das crianças, formando-as na reflexão teórica, na análise e no planejamento. O que fica evidente aqui é que estas situações objetivam a apreensão dos conceitos teóricos que constituem um dos três contextos (contexto da descoberta, contexto da prática social e contexto da crítica) que caracterizam um espaço de aprendizagem. Caracterizemos o espaço de aprendizagem por meio desses três contextos.

Primeiro, há necessidade de um *contexto de descoberta* dentro do processo de aprendizagem dos aprendizes. Esse contexto é criado com base nas idéias de Davydov (1982, 1988, 1988b) sobre a formação de conceitos teóricos a partir da ascensão do abstrato para o concreto que possui, segundo Engestrom (2002, p.185) dois atributos característicos:

> ... Primeiro, a ascensão do abstrato para o concreto se move do geral para o particular porque os estudantes inicialmente buscam e registram o "germe" primário geral, em seguida deduzem vários aspectos particulares do assunto usando esse "germe" como esteio principal. Segundo essa estratégia é essencialmente genética, visando descobrir e reproduzir as condições de origem dos conceitos a serem adquiridos.

O segundo passo é a criação de um *contexto de prática social* dentro ou fora da escola. Lave e Wenger (1991) ponderam que a aprendizagem é uma das características da prática social e concebem a participação periférica, ou seja, a aprendizagem como uma ponte conceitual sobre os processos comuns inerentes na produção de pessoas e de comunidades de prática em movimentos constantes de mudança. De acordo com Engestrom (2002, p.189), a aprendizagem participativa em comunidades de prática é efetiva:

> (a) Quando os participantes têm amplo acesso a diferentes partes da atividade e terminam procedendo à plena participação nas tarefas nucleares.
>
> (b) Quando há abundante interação horizontal entre os participantes, mediada especialmente por histórias de situações problemáticas e suas soluções.
>
> (c) Quando as tecnologias e estruturas da comunidade de prática são transparentes, isto é, quando seus mecanismos internos estão disponíveis para a inspeção do aluno.

Finalmente, necessitamos do *contexto da crítica* que:

> ... Os aprendizes precisam, antes de tudo, ter uma oportunidade de analisar criticamente e sistematicamente sua atividade prática e suas conclusões internas. Além disso, os estudantes precisam ter a oportunidade de elaborar e programar na prática um caminho alternativo, um modelo novo de fazer trabalho. Em outras palavras, os alunos têm de aprender algo que ainda não está ali, eles adquirem sua atividade futura enquanto a vão criando (ENGESTROM, 2002, p.192).

É neste contexto que as atividades orientadoras de ensino deste estudo foram produzidas, sendo dividas em dois momentos: um na sala de aula e outro em uma marmoraria.

As atividades desenvolvidas na sala de aula propõem situações-problemas onde os estudantes interajam entre si e com o conteúdo, construindo assim boa parte de seu conhecimento coletivamente, durante a sua atividade principal: estudando na sala de aula.

Já, as atividades orientadoras de ensino desenvolvidas na marmoraria, procuram contextualizar alguns aspectos do conhecimento matemático que deveriam ser adquiridos na escola, mostrando a aplicabilidade prática e social da matemática, sendo assim, um espaço muito fértil para despertar a criticidade e cidadania dos estudantes.

Vale à pena ressaltar que, ao criar as atividades orientadoras de ensino considerei os documentos oficiais: os PCN e a atual proposta Curricular elaborada pela Secretaria da Educação do Estado de São Paulo, em 2008, bem como a síntese histórica dos conceitos de área, estudados por Boyer (1996).

A seguir, apresentarei como os PCN e a Proposta Curricular da SEE/SP atual sugerem que os professores ensinem Geometria em sala de aula. Em seguida, apresentarei os fundamentos históricos que utilizei na elaboração das atividades orientadoras de ensino.

2.4 ATIVIDADES ORIENTADORAS DE ENSINO: APLICAÇÕES DE CONCEITOS MATEMÁTICOS NO COTIDIANO

Qual professor de matemática nunca ouviu esta pergunta de algum aluno: Para que precisamos aprender isso?

Concordo com Ponte (1994) que, muitos alunos concluem o Ensino Médio sem ter uma resposta e uma ideia clara do que realmente é a Matemática, da origem de seus conteúdos e do significado de suas expressões e aplicações.

Poucos acreditam aproveitar os conteúdos de Matemática no futuro. Nesse sentido, Ponte (1994, p. 2) diz que:

> Para os alunos, a principal razão do insucesso na disciplina de Matemática resulta desta ser extremamente difícil de compreender. No seu entender, os professores não a explicam muito bem nem a tornam interessante. Não percebem para que serve nem porque são obrigados a estudá-la. Alguns alunos interiorizam , mesmo desde cedo, uma autoimagem de incapacidade em relação à disciplina. De modo geral, culpam-se a si próprios, aos professores, ou às características específicas da Matemática.

A geometria é parte integrante nos currículos escolares e tem muitas aplicações práticas no nosso dia a dia, uma vez que é tema integrador para o estudo da álgebra e da aritmética e, ainda uma rica fonte de aplicações no cotidiano.

Concordo com D´Ambrósio (1996) que, o domínio desse conteúdo deve ser estimulado através de pesquisas de fatos históricos acerca da geometria e de suas aplicações nas construções, na pecuária, no comércio e na resolução de problemas que envolvem cálculos de medidas.

Mais especificadamente sobre o tema desta investigação, o conceito de área, há de se considerar que tal conceito é muito utilizado no cotidiano, como por exemplo, no cálculo da quantidade de tecido que se usa para fazer uma roupa, no cálculo da quantidade de pisos necessários para serem colocados em uma casa e no cálculo da quantidade de tinta necessária para pintar uma casa.

Os Parâmetros Curriculares Nacionais,(BRASIL,1999), nos mostra que a Matemática tem um valor formativo, que ajuda a estruturar o pensamento e o raciocínio dedutivo, porém também desempenha um papel instrumental, pois é uma ferramenta que serve para a vida diária e para muitas tarefas específicas em quase todas as atividades humanas.

Com isso, atividades contextualizadas que mostrem a relação da matemática com outras disciplinas e sua aplicação no dia-a-dia, que consideram a realidade sócio cultural do aluno, o ambiente em que ele vive e o conhecimento que ele traz de casa, favorecem a aprendizagem dos alunos e desenvolvimento de seu espírito crítico, sua autonomia e sua capacidade de intervir no mundo.

Sendo assim, porque a escola ainda traz atividades descontextualizadas que não tem aplicabilidade no cotidiano e sem sentido para o estudante?

Ao refletir sobre esta questão concordo com D´Ambrósio (1996, p.31) quando afirma que:

> É muito difícil motivar com fatos e situações do mundo atual uma ciência que foi criada e desenvolvida em outros tempos em virtude

> dos problemas de então, de uma realidade, de percepções, necessidades e urgências que nos são estranhas. Do ponto de vista de motivação contextualizada, a matemática que se ensina hoje nas escolas é morta. [...] Interessa à criança, ao jovem e ao aprendiz em geral aquilo que tem apelo às suas percepções materiais e intelectuais mais imediatas. [...] Quando digo “mais imediatas” não estou me referindo apenas ao utilitário. Mas, igualmente, e acho isso muito importante, ao desafio intelectual.

D´Ambrósio (2006) aponta que a História nos ensina que os conteúdos matemáticos sempre foram propostos como resposta aos objetivos da educação da época. Isto é, são sempre contextualizados no espaço e no tempo, utilizando as metodologias disponíveis no momento. Se hoje, os objetivos maiores da educação que são essencialmente responder aos anseios do indivíduo e prepará-lo para a vida em sociedade, isto é, para a cidadania e para o trabalho, portanto, não podemos desconsiderar a aplicabilidade da matemática ao preparar nossas aulas.

Sendo assim, o autor mostra sua preocupação no sentido de que, há um risco de desaparecimento da Matemática como vem sendo praticada atualmente no currículo como disciplina autônoma dos sistemas escolares, pois ela se mostra, na sua maior parte, obsoleta, inútil e desinteressante.

Discordo em parte com o autor, pois a matemática não PE obsoleta e inútil, mas que os estudantes se mostram desinteressados pela matemática é uma verdade lamentável.

Finalizando, as pesquisas de D´Ambrósio (1996, 2006) apontam que, através de investigações e observações da reação dos alunos durante as aulas que fazem uso da matemática do dia a dia, têm boa aceitação pela maioria dos sujeitos pesquisados. Dessa forma, o cotidiano quando utilizado como recurso didático, pode auxiliar os estudantes na compreensão e aprendizado dos conteúdos estudados, diminuindo a aversão sentida por eles enquanto aprendem geometria.

2.5 ATIVIDADE ORIENTADORA DE ENSINO: QUEBRA-CABEÇAS GEOMÉTRICOS

Os estudantes, de modo geral, sentem fascínio por quebra-cabeças. São atraídos pela beleza das cores, pela variedade das peças, pelo desafio de conseguir montar o que os quebra-cabeças propõem e pela dinâmica inerente à manipulação das peças.

Passos (2000), Lorenzato (1995) e Kaleff (2003) apontam que essa curiosidade natural dos alunos por esse tipo de material justificaria seu uso nas aulas de matemática, no entanto, os quebra-cabeças também são importantes por permitirem o desenvolvimento de habilidades espaciais e geométricas tais como: visualização e reconhecimento de figuras, análise de suas características, observação de movimentos que mantêm essas características, composição e decomposição de figuras, percepção de posição, distâncias, enriquecimento do vocabulário geométrico e a organização do espaço através da movimentação das peças.

A finalidade dos quebra-cabeças que elaborei é construir uma figura, a partir de uma coleção de peças menores.

Assim, enquanto tenta montar a figura procurada, o estudante vai descobrindo relações entre suas partes e o todo, entre as medidas dos lados das partes. Percebe, por exemplo, que as características de uma figura permanecem inalteradas por mais que se mude sua posição e aprende que, para resolver o problema de montar a figura toda, precisa muitas vezes tentar vários caminhos até encontrar uma maneira adequada. Dessa forma, pode desenvolver a perseverança, a capacidade de análise, de buscar processos cada vez mais reflexivos a partir da atividade orientadora de ensino proposta.

Além disso, lado, vértice, meio, centro, bem como o nome das diversas formas que muitas vezes compõem as peças, podem ser entendidas como noções que naturalmente surgem na montagem de quebra-cabeças geométricos, conforme apontam os estudos de Smole, Diniz e Cândido (2000). A figura 8 a seguir é considerada por mim como sendo um quebra-cabeça, uma vez que pode desenvolver formas de raciocínio dedutivo e indutivo, permitindo com que o estudante interaja com as peças, compondo e recompondo. Há a necessidade de se ter paciência, criatividade e imaginação para solucionar a atividade.

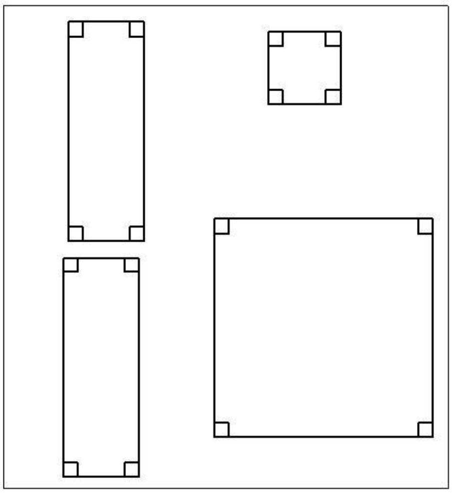


Figura 8: Quebra-cabeça geométrico.
Fonte: Próprio autor.

O quebra-cabeça acima foi explorado em uma atividade orientadora de ensino onde se propôs que os estudantes montassem um quadrado com as quatro peças (dois retângulos congruentes e dois quadrados), com o objetivo de calcular a área de cada um dos retângulos. Percebe-se que as medidas dos lados foram omitidas. Esta omissão se deve ao objetivo de tentar generalizar o processo, tentando despertar no estudante a ideia de que com "qualquer" retângulo, com "qualquer" medida em seus respectivos lados, podemos construir as outras três peças e formar um quadrado.

A figura 9 abaixo mostra o quebra-cabeça resolvido por um estudante.

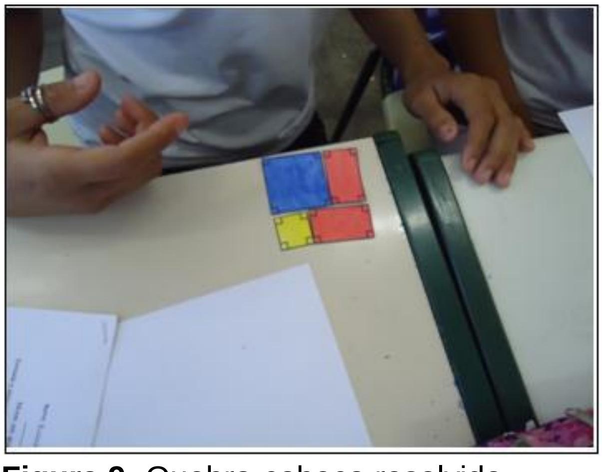


Figura 9: Quebra-cabeça resolvido.
Fonte: Próprio autor.

Segundo Kaleff, Rei e Garcia (2003), o estudante que utiliza quebra-cabeça, que explora a composição ou decomposição de figuras, tem a oportunidade de perceber formas, de representá-las, de construí-las e de criar objetos e outras formas a partir delas. É desta maneira, portanto, que tais quebra-cabeças potencializam o desenvolvimento da habilidade de visualização. Sob esta perspectiva os autores apontam que o uso didático de tais quebra- cabeças possibilita:

> a) Explorar e identificar propriedades geométricas;
> b) Classificar, selecionar e mover as peças que compõem o quebra-cabeça;
> c) Observar a conservação de uma forma após a realização de um movimento;
> d) Apropriar-se do vocabulário específico relacionado às formas geométricas elementares;
> e) Aplicar diferentes estratégias para resolução de problemas;
> f) Comparar e medir comprimentos, áreas e amplitude de ângulos;
> g) Observar relações de simetria axial;
> h) Observar congruências e semelhanças entre figuras. (KALEFF, REI e GARCIA, 2003, p.4)

Ao mesmo tempo, há de se considerar que Passos (2000) concluiu em seus estudos com estudantes da 5ª série, antiga denominação do que hoje chamamos 6º ano, sobre representações e interpretações de representações geométricas de materiais manipuláveis, como por exemplo, quebra-cabeças, são importantes no processo de aprendizagem dos alunos. Segundo a autora:

> Os diferentes tipos de visualização que os estudantes necessitam, tanto em contextos matemáticos, quanto em outros, dizem respeito à capacidade de criar, manipular e ler imagens mentais, de visualizar informação espacial e quantitativa e interpretar visualmente informação que lhe seja apresentada, de rever e analisar situações anteriores com objetos manipuláveis (PASSOS, 2000, p 81).

Por fim, os quebra-cabeças são interessantes para que se possam propor problemas, pois permitem que estes sejam apresentados de modo atrativo favorecendo a criatividade, a elaboração de estratégias de resolução e busca de soluções de problemas, além de possibilitar a construção de uma atitude não passiva perante os erros, uma vez que as situações sucedem-se rapidamente e podem ser corrigidas de forma natural, no decorrer da ação, sem deixar marcas negativas (BRASIL, 1997).

No capítulo seguinte apresento a metodologia da pesquisa, bem como as características da escola e dos sujeitos que participam da pesquisa e, as atividades orientadoras de ensino desenvolvidas na sala de aula e na Marmoraria.

CAPÍTULO 3
METODOLOGIA

A pesquisa é qualitativa e pode ser caracterizada como estudo de caso, uma vez que, o estudo foi realizado com um grupo único que pode ser considerado atípico.

Ao mesmo tempo, há de se considerar que, dificilmente os resultados alcançados podem ser generalizados, pois foi realizado em contextos da vida real (APOLINÁRIO, 2007), tanto no movimento da sala de aula, quanto durante algumas vivências que se realizaram fora dela, na marmoraria.

Para Gil (2002), o Estudo de Caso é o estudo profundo e exaustivo de um ou de poucos objetos com contornos claramente definidos, permitindo seu amplo e detalhamento do conhecimento.

Ele é recomendado para construção de hipóteses, para confirmação ou reformulação do problema, sobretudo, quando se quer estudar algo singular, que tenha um vasto valor em si mesmo, nesse sentido temos que:

> “o caso não significa apenas uma pessoa ou uma escola”. Pode ser qualquer “sistema delimitado” que apresenta algumas características singulares e que fazem por merecer um investimento investigativo especial por parte do pesquisador. Nesse sentido, o caso pode ser uma instituição, um programa, uma comunidade, uma associação, uma experiência, um grupo de professores de uma escola, uma classe de alunos ou até mesmo um aluno diferente dos demais que apresenta características peculiares. (FIORENTINE ; LORENZATO, 2006, p.110)

O estudo de caso busca retratar a realidade de forma profunda e mais complexa possível, enfatizando a interpretação ou análise do objeto, no contexto em que ele se encontra, mas não permite a manipulação de variáveis e não favorece a generalização, por este motivo, o estudo de caso tende a seguir uma abordagem qualitativa.

Aqui, a experiência é vivenciada pelo grupo de estudantes e analisada, teoricamente, pelo próprio professor. Ou seja, a investigação procura dar visibilidade do ponto de vista daquele que pensa e faz o ensino, para determinados momentos que ocorrem durante as práticas educativas. Neste caso, priorizaram-se aqueles relacionados ao ensino de geometria.

3.1 A DESCRIÇÃO DA ÁREA DE ESTUDO, A ESCOLA, E CARACTERIZAÇÃO DO PÚBLICO – ALVO.

A pesquisa foi realizada em uma escola pública do Estado de São Paulo, localizada na cidade de Franca.

A escola está inserida em um bairro popular, distante do centro e do Distrito Industrial, local onde a maioria dos moradores do bairro trabalha. O bairro onde se localiza a escola possui infraestrutura básica: luz, água encanada, rede de esgoto, asfalto, coleta de lixo e linhas de ônibus que facilitam o transporte dos moradores.

O bairro oferece algumas oportunidades de lazer à comunidade como quadras para jogos e praças, possui um comércio variado: supermercados, varejões, lojas, lanchonetes, papelaria, etc. Veja a Figura 10 abaixo, que mostra o bairro onde se encontra a escola.

Figura 10. Imagem de satélite de parte do bairro. 2012.
Fonte: GOOGLE. Imagens 2012.

Segundo as informações da então diretora da escola e os dados da proposta pedagógica de 2010, a classe econômica da clientela escolar é diversificada. Apresenta nível econômico de classe baixa e classe média baixa.

O nível de escolaridade dos pais é de cerca de 4 a 6 anos. Nota-se uma organização familiar diferenciada, tendo como chefe de família, em sua grande maioria, as mães que, frequentemente, têm um companheiro que não é necessariamente o pai biológico do estudante. Constatam-se também, famílias que possuem cerca de 2 a 4 filhos e com pequeno intervalo de idade entre eles. Há também, em quase todas as salas de aula, estudantes que foram abandonados pelos pais e vivem hoje em uma casa, denominada Casa Aconchego,é um abrigo. Estes estudantes, segundo os professores, causam muitos problemas de indisciplina.

Por esses motivos, a comunidade percebe e usa a escola não só como um local destinado ao aprendizado, mas também, de convívio social, onde se aproxima diferentes culturas regionais, cultivando também outros sentimentos inerentes à condição humana como amizade e relacionamentos profissionais, entre outros.

Dessa forma, a escola como outras de regiões similares, procura se adequar às demandas de sua clientela, propiciando um espaço aberto para as manifestações de novos talentos que transcendam os limites da sala de aula, sendo uma opção de lazer e exercício de cidadania.

Hoje, a escola oferece Ensino Fundamental Ciclo II (6º ao 9º ano) e Ensino Médio, sendo que este último foi implantado no ano de 2006.

Esta escola funciona em prédio cedido pela prefeitura Municipal de Franca em dois turnos (manhã e tarde), atendendo aproximadamente 860 estudantes distribuídos em dois períodos (matutino e vespertino). O prédio é utilizado no período noturno pela Rede Municipal de Ensino com EJA (Educação de Jovens e Adultos).

A Unidade escolar possui 13 salas de aula (ativas) e 1 quadra esportiva. Como recursos didáticos, o estabelecimento possui 02 Televisores de 29 polegadas, 02 DVDs, 01 Data Show e uma sala com cerca de 10 computadores com internet Banda Larga.

Veja no quadro 1 abaixo a distribuição dos estudantes na escola:

Período da Manhã
• Ensino Médio: total de 208 estudantes distribuídos em 7 turmas , a saber, 1ª série A , B e C , 2ª séries A e B e 3ª Séries A e B. • Ensino Fundamental: total de 235 estudantes distribuídos em 6 turmas , a saber, 6º ano A , 7º ano A, 8º ano A e 9º anos A, B e C.
Período da Tarde
• Ensino Fundamental: total de 418 estudantes, distribuídos em 13 turmas, a saber, 6º anos A, B, C, D e E, 7º anos B,C,D e E , 8º anos B,C,D e E e 9º ano D.

Quadro 1 : Distribuição dos estudantes na escola.
Fonte : Proposta pedagógica da escola, 2010.

A marmoraria também está localizada a poucos metros da escola e denomina-se Marmoraria City Pedras, o que facilitou muito o transporte dos estudantes. A figura 11 abaixo mostra o trajeto da escola para a marmoraria, onde a letra A representa a localização da escola e a letra B representa a localização da marmoraria.

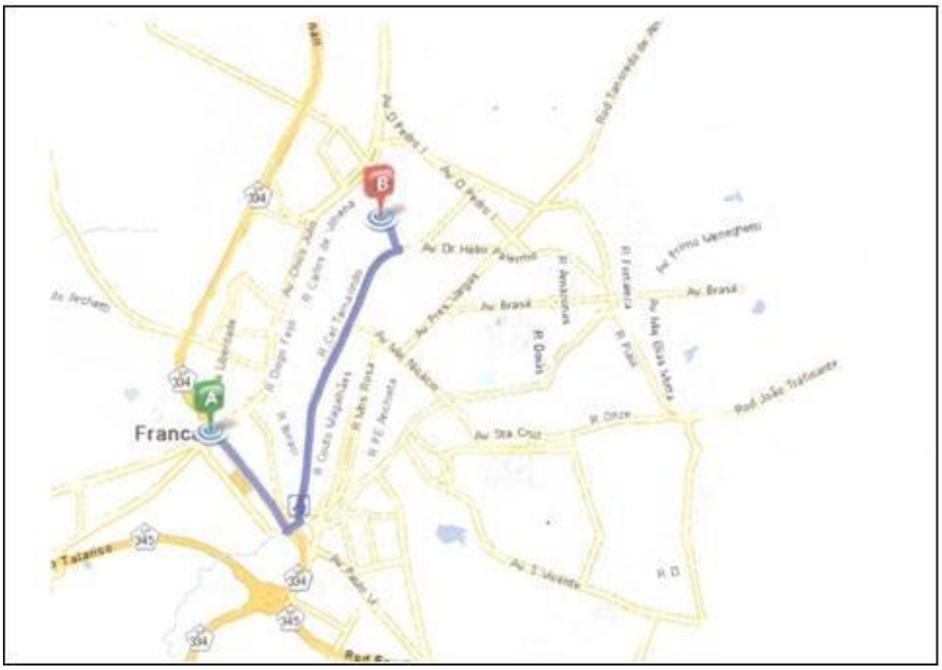


Figura 11: Trajeto Escola – Marmoraria
Fonte: Mapa link, 2012.

A Marmoraria é uma das maiores da cidade Franca, com 28 anos de atividade profissional na cidade. É importante ressaltar que, mesmo com tanto tempo de trabalho em um mesmo local, ao questionar os estudantes sobre qual serviço uma Marmoraria oferece à sociedade, os estudantes responderam que não sabiam e nem percebiam a existência da mesma próxima às suas residências. Entendo que, naquele momento os estudantes não tinham necessidade, nem motivo em conhecer o estabelecimento.

O estabelecimento ainda oferece diversos produtos à sociedade, utilizando como matéria prima mármores e granitos, com predominância dos produtos em granito. Dentre os produtos, os mais produzidos são: pias, balcões, soleiras, pisos, revestimentos de escadas, túmulos, aparadores e cantoneiras.

A empresa City Pedras possui duas lojas localizadas na cidade de Franca, com atualmente 33 funcionários que possuem escolaridade muito heterógena, ou seja, desde fundamental incompleto ao ensino superior completo.

Segundo o proprietário, a clientela é formada principalmente pela classe média baixa e alta, mas atende todo tipo de cliente. A figura12 abaixo é uma foto do estabelecimento.

Figura 12: Marmoraria City pedras, Franca SP, 2012.
FONTE: Próprio autor.

3.2 A DESCRIÇÃO DOS SUJEITOS DA PESQUISA

Os estudantes selecionados para o desenvolvimento da pesquisa pertencem a uma turma do 9º ano D, que inicialmente contava com 40 alunos matriculados em fevereiro de 2010. Ao longo do ano letivo, algumas ocorrências tais como, transferências, abandonos, reclassificação ou remanejamento, fizeram com que a sala ficasse com o total de 30 estudantes.

A escolha desta turma se fez por dois motivos, primeiramente por ser o único 9º ano do período vespertino, fato que gerou um debate acalorado no planejamento dos professores, pois, segundo eles, esse fato tornava esta sala muito indisciplinada, pois eram os estudantes com mais idade do período da tarde, por isso, os professores efetivos da escola procuravam não escolher a sala para ministrar suas aulas.

O outro motivo é o fato do conteúdo de áreas de figuras planas, segundo a proposta curricular do Estado de São Paulo, estar destinado ao 8º ano, mas por algum motivo, este tema não foi desenvolvido com os estudantes. Por ser professor efetivo desta escola, escolhi propositalmente esta sala.

O grupo pesquisado foi acompanhado entre os meses de agosto a dezembro de 2010, com grande frequência dos estudantes nas aulas, todos alfabetizados, conforme os critérios oficiais, com idades entre 14 e 15 anos, no período vespertino.

Os nomes dos estudantes foram omitidos. Para identificá-los usaremos as inicias de seus nomes. Durante a análise dos dados não faremos referência a todos os estudantes. Selecionamos apenas as falas e as escritas mais significativas para responder às questões da pesquisa.

A figura 13 abaixo mostra os estudantes realizando uma das atividades propostas.

Figura 13: Foto dos estudantes desenvolvendo as atividades.
Fonte: próprio autor.

3.3 DESCRIÇÕES DAS ATIVIDADES

Da criação das atividades orientadoras de ensino à aplicação na sala de aula, há um longo caminho a ser percorrido, caminho de modificações e adaptações das atividades, de construção e reconstrução, sempre visando à aprendizagem dos estudantes, tornando-as mais significativa, prazerosa e interessante.

É importante ressaltar que, antes do desenvolvimento das atividades em sala de aula, refletimos sobre elas durante o Mini Curso intitulado: DA RESOLUÇÃO DE QUEBRA- CABEÇAS À CONSTITUIÇÃO DAS FÓRMULAS PARA CALCULAR ÁREAS DE POLÍGONOS, apresentado no X-ENEM, Encontro Nacional de Educação Matemática, ocorrido em julho de 2010, em Salvador –BA, fato que trouxe muitas contribuições dos participantes, todos os professores e estudantes de matemática.

Como já afirmei, anteriormente, as atividades foram realizadas em dois blocos, um bloco de atividades na Escola e outro na Marmoraria. A seguir apresentaremos cada um dos blocos.

3.3.1 As atividades realizadas na escola.

As atividades desenvolvidas na escola têm como objetivos principais analisar as falas e as escritas dos estudantes que podem explicitar as apropriações ou dificuldades e quais os caminhos que percorrem para generalizar situações que envolvem o conceito de área de retângulos, triângulos, paralelogramos, trapézios e losangos.

Os estudantes foram organizados em duplas, com a intenção dos integrantes da dupla discutirem entre si, não organizamos os estundates em grupos de três ou quatro pessoas para evitar que apenas alguns façam e os outros copiem, por isto optamos por formar duplas, com posteriomente, um momento de discussão geral entre as duplas. Foi entregue a cada estudante, 1 tesoura, 1 caixa lápis de cor, 1 cola e as folhas de atividade imprimidas, tudo fornecido pela escola. A pesquisa não trouxe nenhum custo ao professor.

Para cada atividade de ensino, utilizou-se 3 aulas de matemática, sendo 2 seguidas, o que chamamos de aula dupla, com duração de 50 minutos cada para a realização das atividades pelos estudantes e 1 aula de 50 minutos para fazer um debate das respostas e estratégias que cada dupla seguiu para resolver os problemas propostos.

As aulas foram fotografadas, gravadas(áudio) e filmadas. Segue anexo a autorização dos pais ou responsáveis dos estudantes para realizar as filmagens, gravações e fotografias.

Abaixo apresento as atividades orientadoras de ensino, na ordem em que foram desenvolvidas, com os objetivos de cada uma delas.

3.3.1.1 Atividade 1 : Descobrindo a área do Retângulo

Os objetivos desta atividade é levar ao estudante a:

a) Reconhecer e saber o conceito de base de um retângulo e sua altura.
b) Compreender que podemos transformar um retângulo qualquer, por meio de composição e decomposição, em um quadrado, construindo um retângulo congruente ao retângulo

dado, e dois quadrados de lados congruentes aos lados do retângulo.

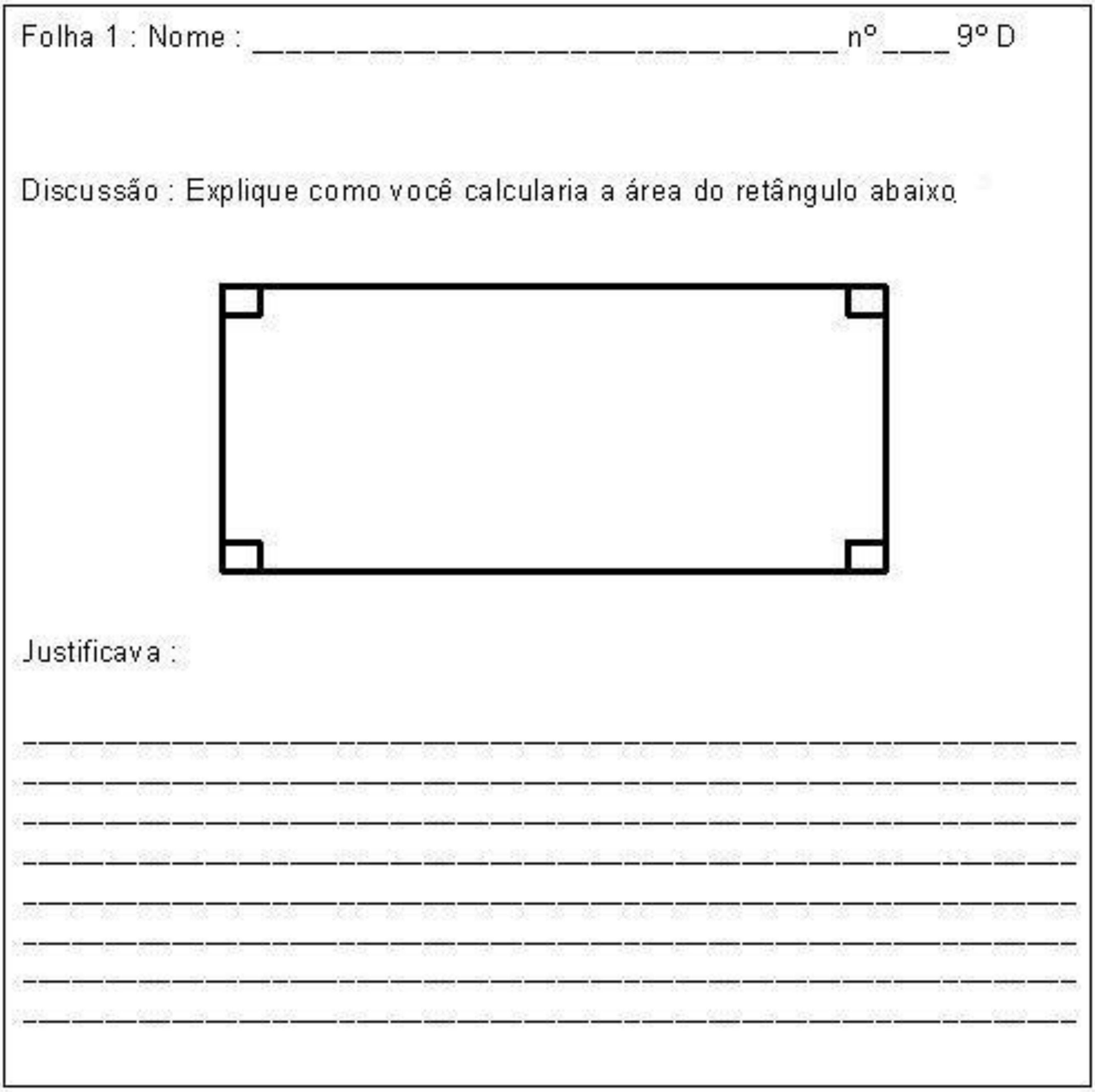
c) Compreender que se sabemos calcular a área de um quadrado, podemos calcular a área de um retângulo.

d) Deduzir, por meio de composição e decomposição de figuras, uma fórmula para calcular a área de um retângulo, através da medida de sua base e sua altura.

e) Compreender que a área de um retângulo é o produto de sua base pela sua altura.

O conhecimentos prévios necessários para a realização desta atividade é saber calcular a área de um quadrado.

Segue abaixo, nas figuras 14, 15 e 16 as três folhas que os estudantes receberam para desenvolver a atividade 1.



Folha 1 : Nome : ______________________________ nº____ 9º D

Discussão : Explique como você calcularia a área do retângulo abaixo.

Justificava :

____
____
____
____
____
____
____
____

Figura 14: Atividade do retângulo (folha 1).
Fonte: Próprio autor.

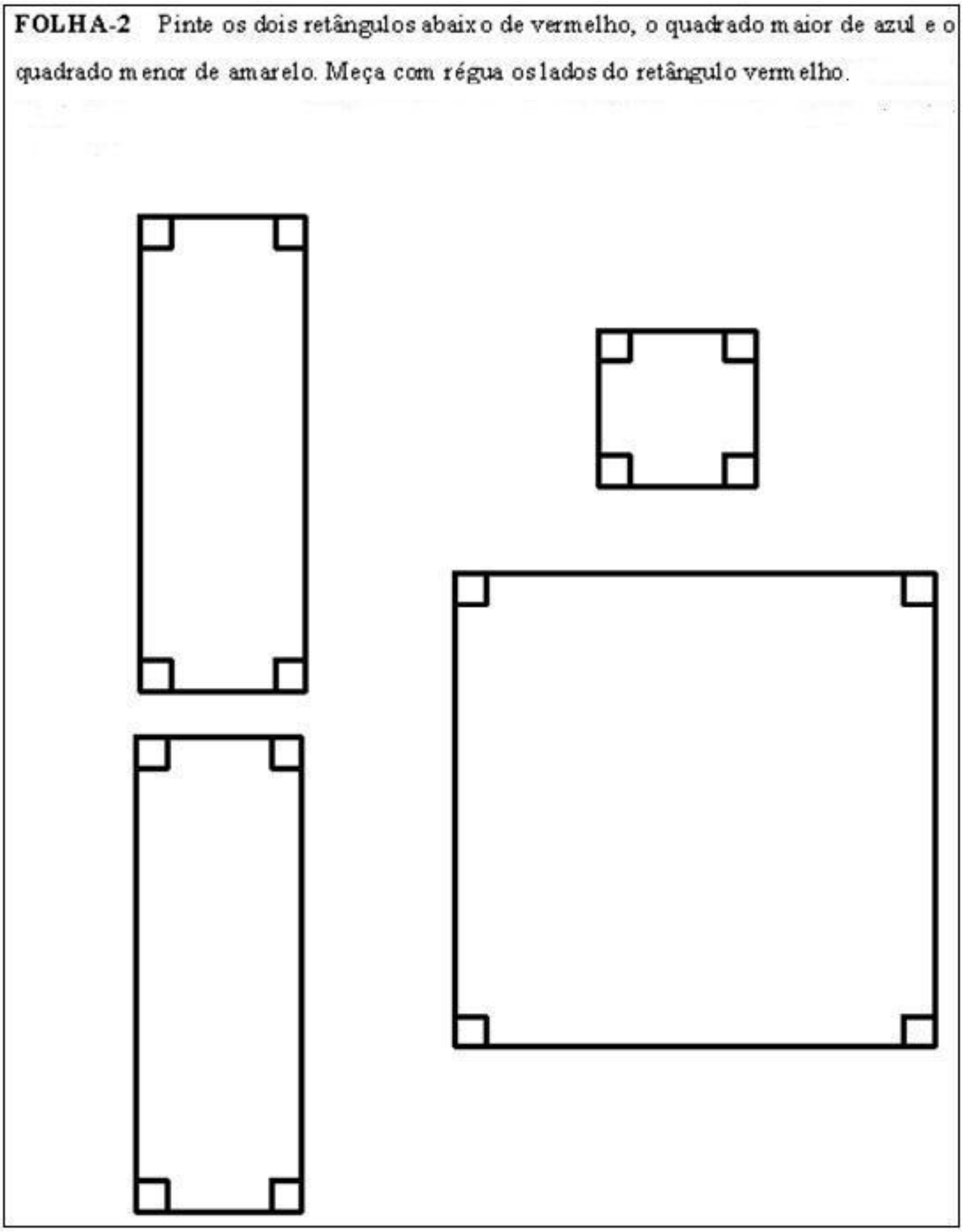


Figura 15: Atividade do retângulo (folha 2).
Fonte: Próprio autor.

FOLHA- 3 Nome: ______________________________ Nº _____ 8ª D

Monte um quadrado com as peças que você construiu. Observe a figura formada e responda as questões propostas. **(Não use mais a régua)**

a) Qual a medida do lado do quadrado azul? Qual a medida do lado do quadrado amarelo? Qual a medida do lado do quadrado que você formou? Justifique todas suas respostas.

b) Qual a área do quadrado azul ? Qual a área do quadrado amarelo ? Qual a área do quadrado que você montou ?

c) Escreva como você calcularia a área de cada retângulo usando a figura formada ? Calcule a área de cada retângulo usando a figura formada .

d) Que relação há entre a área do retângulo que você encontrou com as medidas de seus lados?

e) Será que esta relação é sempre válida para calcular a área de um retângulo qualquer ? Por quê ?

Figura 16: Atividade do retângulo (folha 3).
Fonte: Próprio autor.

3.3.1.2 Atividade 2 : Descobrindo a área do Triângulo

Os objetivos desta atividade é levar ao estudante a:

a) Compreendes o que é ponto médio de um segmento. Saber encontrar o ponto médio de um segmento usando dobradura.
b) Conhecer o que é base média de um triângulo e que esta é paralela à base do triângulo considerada.
c) Reconhecer e saber o conceito de base de um triângulo e sua respectiva altura. Compreender como encontrar a altura relativa a uma base através de dobradura.
d) Compreender que podemos transformar um triângulo qualquer, por meio de composição e decomposição, em um retângulo de mesma área.
e) Compreender que se sabemos calcular a área de um retângulo, podemos calcular a área de um triângulo.
f) Deduzir, por meio de composição e decomposição de figuras, uma fórmula para calcular a área de um triângulo, através de uma base e sua respectiva altura.

Os conhecimentos prévios necessários para a realização desta atividade é saber calcular a área de um retângulo, conceito que foi abordado na atividade anterior.

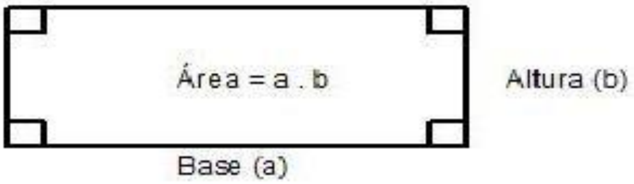
Segue abaixo, as figuras 17, 18 e 19 as três folhas que os estudantes receberam para desenvolver a atividade 2.

FOLHA 1

Nome: ______________________________________ nº _____ 9ª D

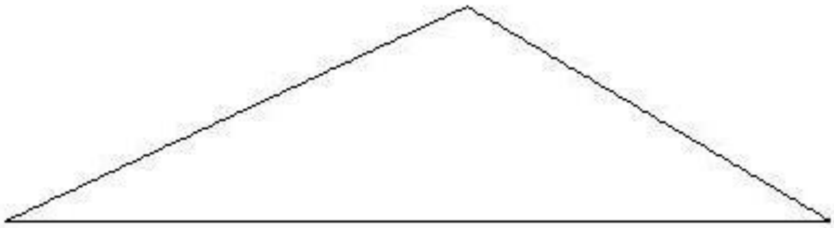
ATIVIDADE 2: ÁREA DE UM TRIÂNGULO

Já sabemos como calcular a área de um retângulo, conhecendo a medida de seus lados, a "base" e a "altura" do retângulo. Esta Área pode ser calculada através da multiplicação das medidas dos lados do retângulo, ou seja, "Base x Altura", conforme vimos na atividade anterior, veja a ilustração abaixo.



Agora temos o seguinte problema:

Tema para debate : Como você faria para calcular área do triângulo abaixo?



Justificativa:

____

____

____

____

Figura 17: Atividade do Triangulo (folha 1).
Fonte: Próprio autor.

Folha 2 -

Construção do quebra - cabeça

Na folha de cartolina desenhe um triângulo, pode ser qualquer triângulo, desenhe do seu gosto. Recorte – o e escolha um dos lados do triângulo para ser a "base do triângulo", sublinhe este lado de vermelho e os outros dois de preto.

Como podemos encontrar o ponto médio dos lados "pretos" do triângulo que você desenhou usando dobradura?

Usando dobradura encontre os pontos médios dos lados "pretos" do triângulo que você desenhou, marque esses pontos e trace o segmento determinado por eles, este segmento é denominado Base Média do Triângulo e ele é paralelo a base que você escolheu.

Agora, como podemos encontrar a altura do triângulo, em relação à base que você escolheu usando dobradura? Lembre-se que a altura de um triângulo em relação a uma base, é um segmento perpendicular a esta base, forma ângulo de 90º, e que contém o vértice oposto a base.

Usando dobradura encontre a altura do triângulo que você desenhou em relação à base que você escolheu. Trace esta altura com caneta.

Como você percebeu, a base média e a altura do triângulo dividem o triângulo em dois triângulos retângulos e um trapézio, recorte esses polígonos eles serão as peças de nosso segundo quebra cabeças.

Figura18: Atividade do Triângulo (folha 2)
Fonte: Próprio autor.

FOLHA 3: Nome : ______________________________ nº ____ 9º D

Monte um retângulo com as peças do quebra–cabeças e responda as questões.

a) O que podemos dizer sobre a área do triângulo e a área do retângulo que você montou?

Resposta:

____

____

b) Usando a régua, meça os lados do retângulo que você formou e calcule a área desse retângulo.

Resposta:

____

____

c) Qual a área do triângulo que você desenhou?

Resposta:

____

____

d) O que podemos dizer sobre a medida da base (vermelha) do triângulo e a base do retângulo que você formou?

Resposta:

____

____

e) Construa novamente o triângulo com as peças e meça com a régua a altura do triângulo. O que podemos dizer sobre a medida da altura do triângulo e a altura do retângulo que você formou? Elas são iguais?

Resposta:

____

____

f) Você já calculou a área do triângulo, esta área pode ser calculada através da medida da base BC do triângulo e da altura do triângulo? Será que esta relação é sempre valida?

Resposta:

____

____

Figura 19: Atividade do Triângulo (folha 3)
Fonte: Próprio autor.

3.3.1.3 Atividade 3 : Descobrindo a área do Paralelogramo

Os objetivos desta atividade é levar ao estudante a:

a) Reconhecer a de base de um paralelogramo e sua respectiva altura;

b) Compreender que podemos transformar um paralelogramo qualquer, por meio de composição e decomposição, em um retângulo de mesma área;

c) Compreender que, se sabemos calcular a área de um retângulo, podemos calcular a área de um paralelogramo;

d) Deduzir, por meio de composição e decomposição de figuras, uma fórmula para calcular a área de um paralelogramo, através da medida de sua base e sua altura;

e) Compreender que a medida da área de um paralelogramo é o produto de sua base pela sua altura.

Segue abaixo as figuras 20 e 21 as duas folhas que os estudantes receberam para desenvolver a atividade 3.

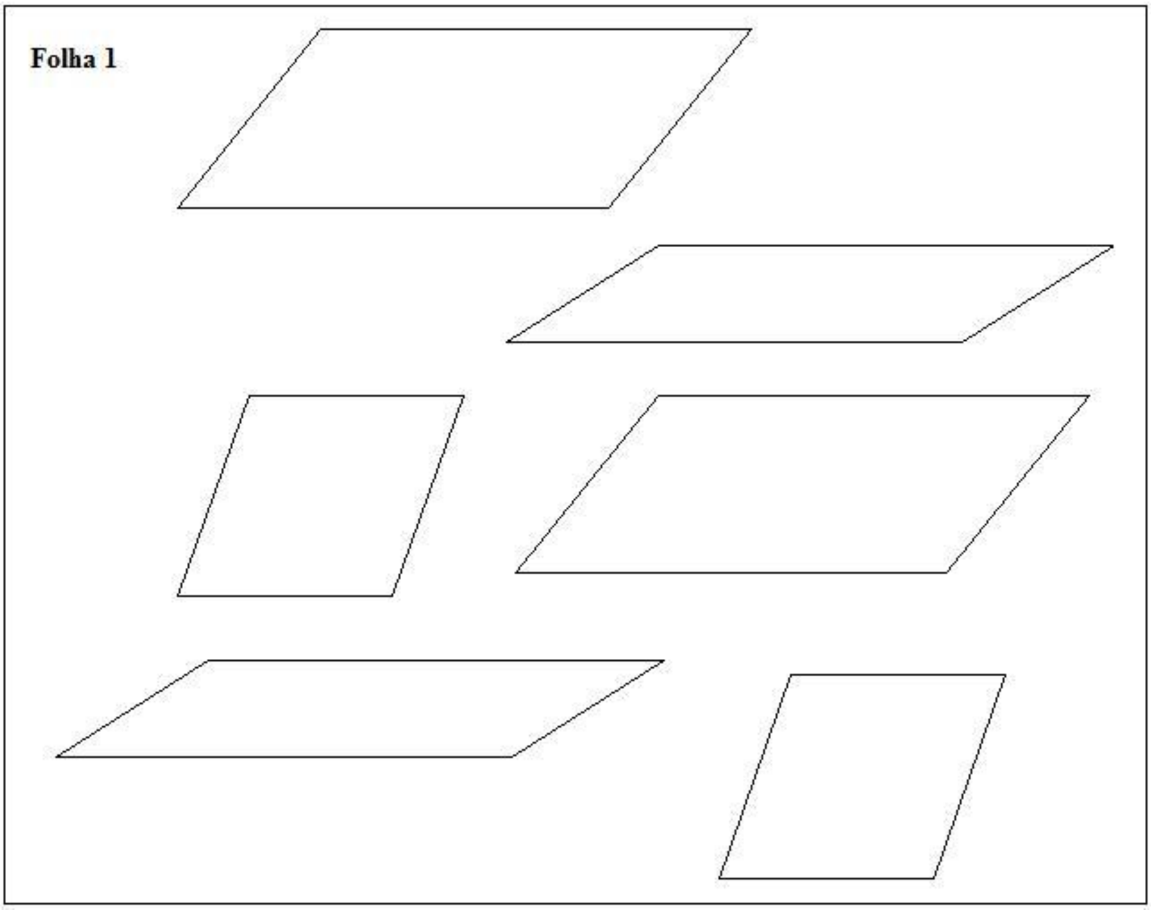


Figura 20: Atividade do paralelogramo (folha 1).
Fonte: Próprio autor.

FOLHA 2

Nome: ____ nº _____ 9º D

Atividade 3: Área do Paralelogramo

Em duplas, cada um deve recortar um par de paralelogramos congruentes da folha 1 da atividade do paralelogramo.

Desafio: **Descubra a área do paralelogramo, você pode fazer apenas um corte com a tesoura no paralelogramo, dividindo-o em duas partes, de modo que você consiga montar um retângulo com essas duas partes. Como deve der esse corte?**

Resposta:

____

____

Cole aqui o paralelogramo que você não recortou	Cole aqui o retângulo que você conseguiu formar

1) Calcule a área do paralelogramo? Justifique sua resposta.

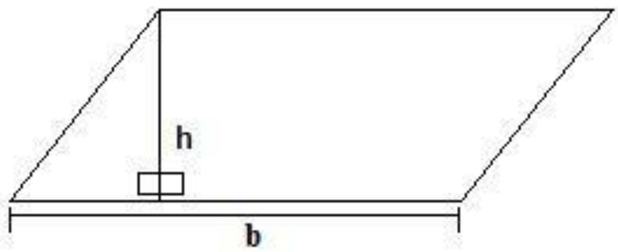
Resposta:

____

____

____

2) Se a altura do paralelogramo medir **h** e a base **b**, como mostra a figura, qual será a área do paralelogramo? Justifique sua resposta?



Resposta

____

____

____

Figura 21: Atividade do paralelogramo (folha 2).
Fonte: Próprio autor.

3.3.1.4 Atividade 4 : Descobrindo a área do Trapézio

Os objetivos desta atividade é levar ao estudante a:

a) Reconhecer a base menor e base maior de um trapézio e sua altura;
b) Compreender que podemos transformar dois trapézios congruentes, por meio de composição e decomposição, em um paralelogramo;
c) Compreender que, se sabemos calcular a área de um paralelogramo, podemos calcular a área de um trapézio;
d) Deduzir, por meio de composição e decomposição de figuras, uma fórmula para calcular a área de um trapézio através das medidas de sua base menor, sua base maior e sua altura.

Segue abaixo as figuras 22, 23 e 24 que mostra as folhas que os estudantes receberam para desenvolver a atividade 4.

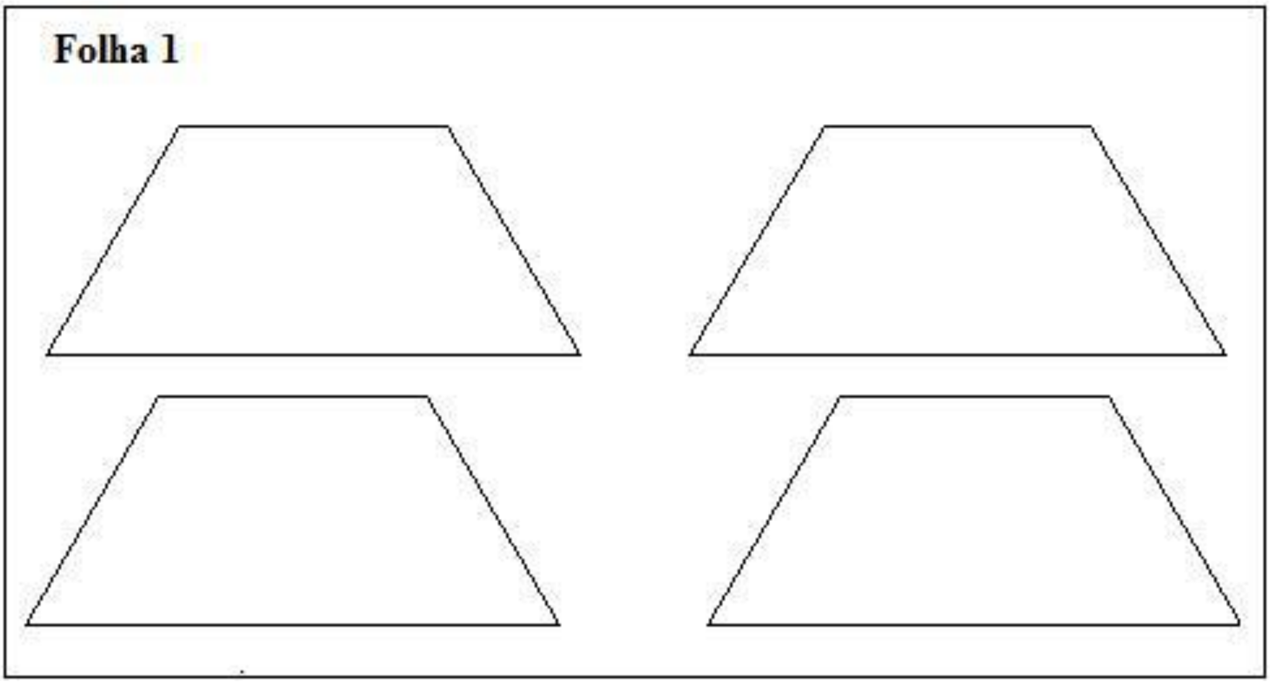


Figura 22: Atividade do Trapézio (folha 1)
Fonte: Próprio autor.

Folha 2
Nome:
____nº_____9ºD

Atividade 4: Área do Trapézio.
Todos os trapézios que a dupla recebeu são congruentes, cada integrante deve recortar 2 trapézios.

Cole o paralelogramo aqui

1) Como você calcularia a área de cada trapézio ?

____
____
____
____
____

2) Com régua, meça a altura e a base desse paralelogramo e depois calcule sua área.

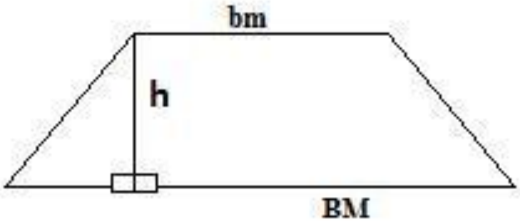
Resposta:
____
____
____

Figura 23: Atividade do Trapézio (folha 2)
Fonte: Próprio autor.

Folha 3:

Nome: ______________________________ nº ___ 9º D

Como você percebeu, um trapézio possui um par de lados paralelos que são denominados base do trapézio, temos a base maior (BM) e a base menor (bm), e a altura (h) do trapézio é a distancia entre as bases, veja a figura abaixo:



Utilizando o paralelogramo que você formou, marque na figura (BM) para a base maior de cada trapézio, (bm) para a base menor e h para a altura e deduza uma fórmula para calcular a área de um trapézio. Justifique sua resposta.

Resposta:

____

____

____

Figura 24: Atividade do Trapézio (folha 3).
Fonte: Próprio autor.

3.3.1.5 Atividade 5 : Descobrindo a área do Losango

Os objetivos desta atividade é levar ao estudante a:

a) Reconhecer as diagonais de um losango;
b) Compreender que podemos transformar dois losangos, por meio de composição e decomposição, em um retângulo.
c) Compreender que, se sabemos calcular a área de um retângulo, podemos calcular a área de um losango;

d) Deduzir, por meio de composição e decomposição de figuras, uma fórmula para calcular a área de um losango, através da medida de suas diagonais;

e) Compreender que a área de um losango pode ser calculado a partir das medidas de suas diagonais.

Cada estudante recebeu dois losangos como o da figura 25 abaixo:

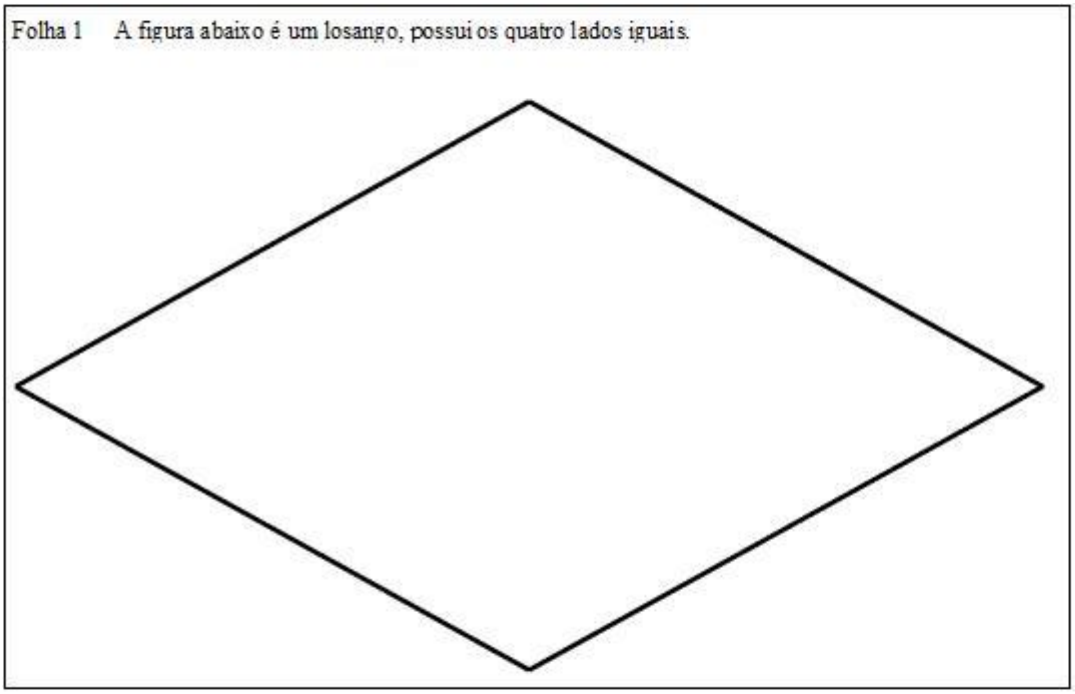


Figura 25: Atividade do losango. (Folha 1).
Fonte: Próprio autor.

Em seguida foi entregue aos educandos a segunda folha desta atividade, a figura 26 abaixo mostra esta folha.

Folha 2

Nome: ______________________________________ nº ____ 9º D

Desafio: Pinte os dois losangos que você recebeu com cores diferentes. Usando a tesoura e a régua que você recebeu, encontre uma decomposição adequada para calcular a área de cada losango, ou seja, com os dois losangos você pode formar outro polígono de mesma área, um polígono que você já saiba a maneira de se calcular a área:

Cole o polígono que você formou aqui

a) Qual é a área do losango ? Justifique sua resposta.

Resposta:

b) Deduza uma fórmula para se calcular a área de um losango qualquer, utilizando a decomposição que você fez .

Figura 26: Atividade do losango. (Folha 2).
Fonte: Próprio autor.

3.4 AS ATIVIDADES DESENVOLVIDAS NA MARMORARIA

Após as atividades propostas na sala de aula sobre o cálculo das áreas dos retângulos, triângulos, paralelogramos, trapézios e losangos, elaborarei atividades orientadoras de ensino com o objetivo de vivenciar como um Marmorista usa na prática estes conhecimentos, ou seja, como o empresário desse comércio se apropriava destes conceitos para fazer seus orçamentos, ou seja, calcular os preços de seus produtos que seriam vendidos.

Para esta atividade, os estudantes foram divididos em grupos de três pessoas, totalizando 10 grupos. Devido ao espaço físico da Marmoraria e a pedido do marmorista, programamos duas visitas, em dois dias diferentes, com 5 grupos em cada dia.

A atividade proposta teve a intenção simular uma cena de um cliente chegando à Marmoraria, com um desenho ou um formato de uma pedra que gostaria de comprar. O estudante então, ao chegar à marmoraria, se encaminhava ao marmorista e pedia a ele que queria uma pedra no formato do desenho que se encontrava em suas mãos.

Sendo assim, como tínhamos 5 grupos programados para cada dia, foi entregue a cada grupo um desenho, um formato de pedra, para que os estudantes entregassem ao empresário e este calculasse o preço da pedra desejada, explicando como fazia para obter o valor da pedra.

A escolha dos desenhos considerou uma investigação feita pelo marmorista sobre quais formatos (retangular, triangular, etc.) e quais tipos de produtos (mesas, pias, balcões, soleiras, etc.) são os mais vendidos por este comércio. Tal investigação teve como intenção a exploração das áreas dos retângulos, triângulos, paralelogramos, trapézios e losangos, estudados na sala de aula.

Portanto, foi proposto um desenho de cada polígono estudado, mais especificamente: 1) uma mesa retangular de medidas 1,1m x 1,9m; 2) um aparador em formato de trapézio, com bases 2,20m e 1,60 m e altura de 45 cm; 3) uma cantoneira em formato de triângulo retângulo de catetos 56 cm e 45 cm; 4) um balcão em formato de paralelogramo de base 1,1 m e altura 45 cm e 5) uma mesa de centro, em formato de um losango de lado 1 m.

Vale à pena ressaltar que as medidas dos produtos são de peças reais, ou seja, os produtos já haviam sido confeccionados pelo empresário.

A atividade foi filmada e fotografada.

Segue abaixo as figuras 27, 28, 29, 30 e 31 que mostram as formas dos produtos que cada grupo entregou ao marmorista. A ordem segue o número do grupo, ou seja, primeiro desenho que o marmorista recebeu foi o do grupo 1, o segundo do grupo 2 e assim sucessivamente. (os desenhos não estão com escala)

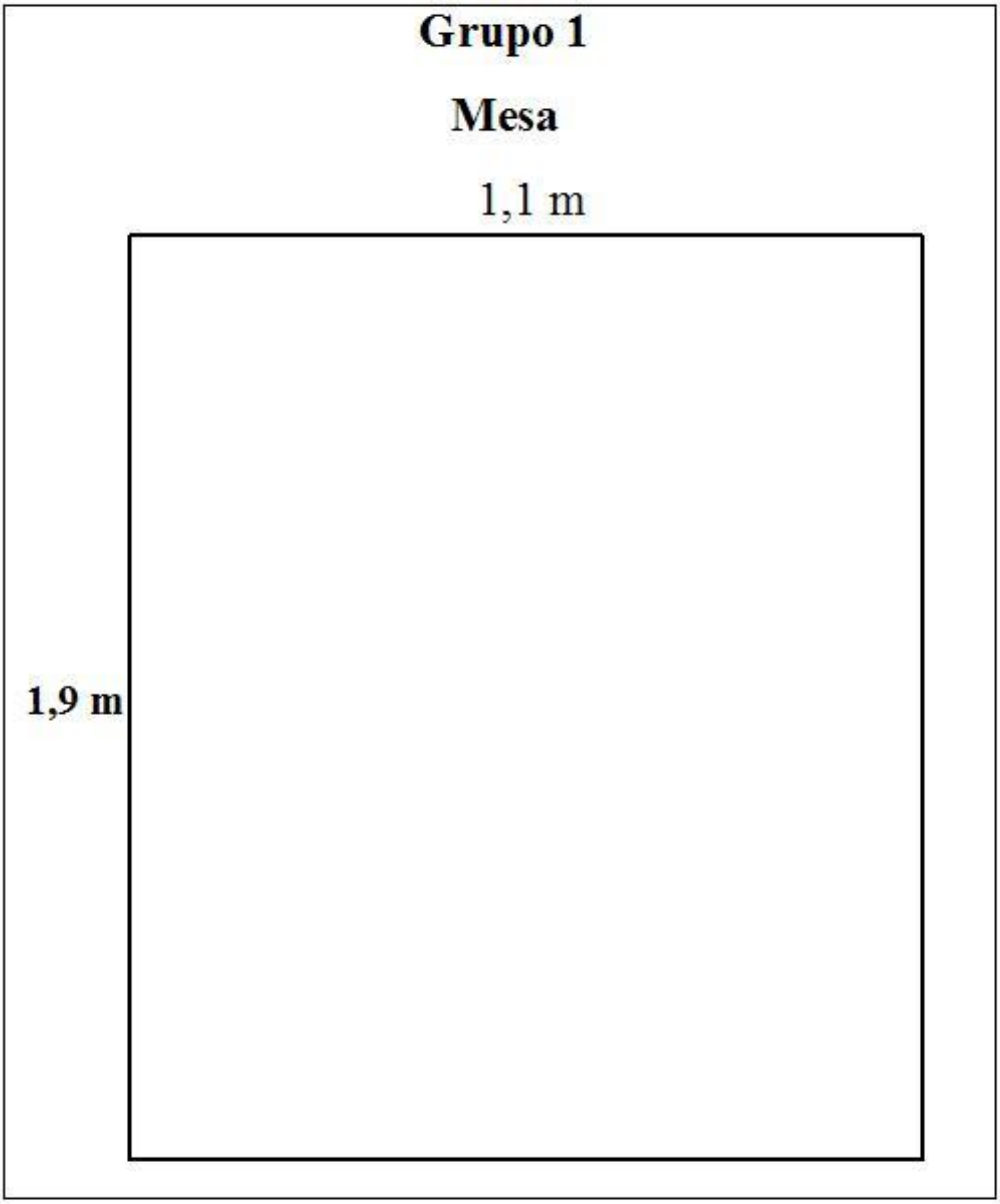


Figura 27: Atividade na Marmoraria: Comprando uma mesa de granito.
Fonte: Próprio autor.

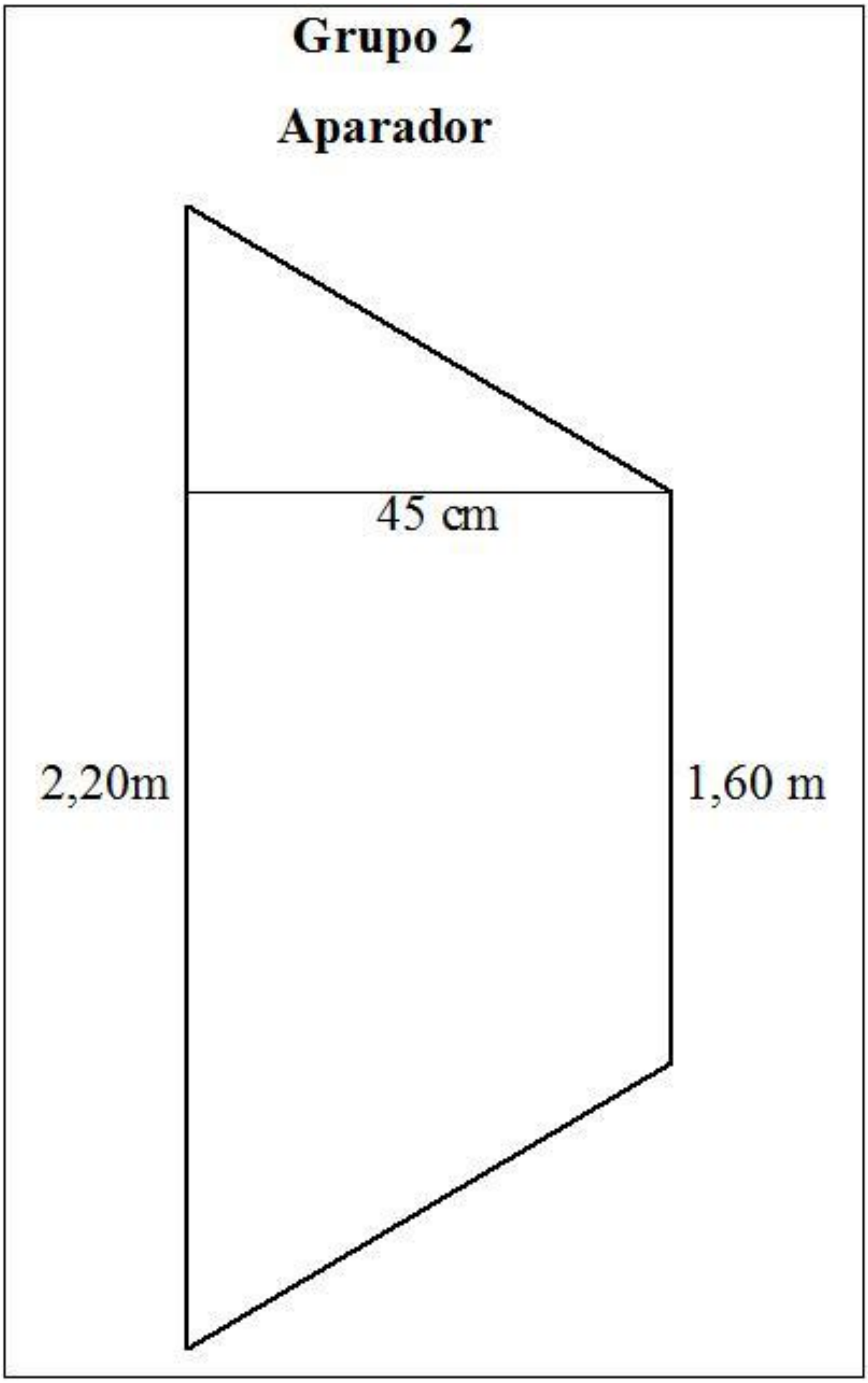


Figura 28: Atividade na Marmoraria: Comprando um aparador de granito.
Fonte: Próprio autor.

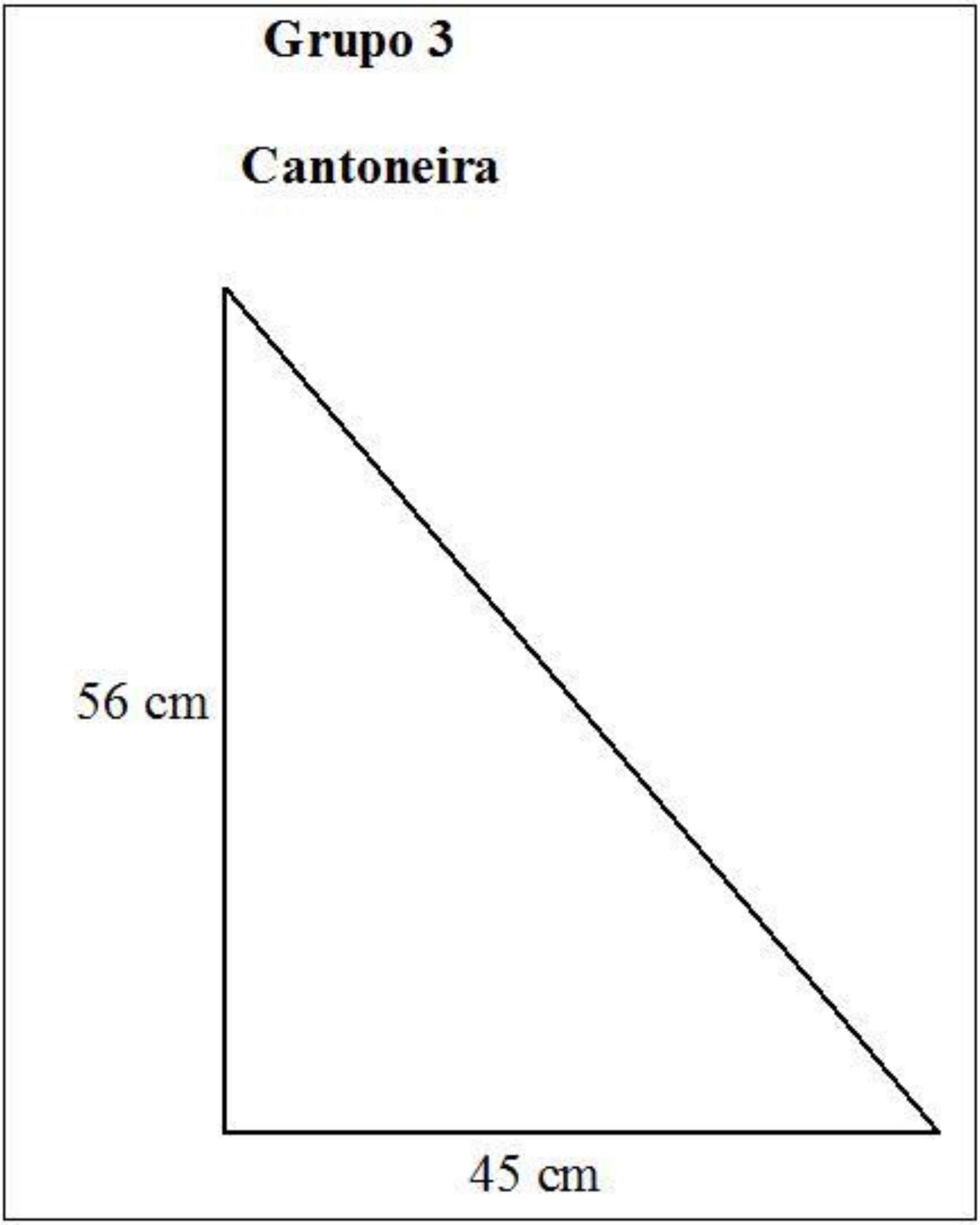


Figura 29: Atividade na Marmoraria: Comprando uma cantoneira de granito.
Fonte: Próprio autor.

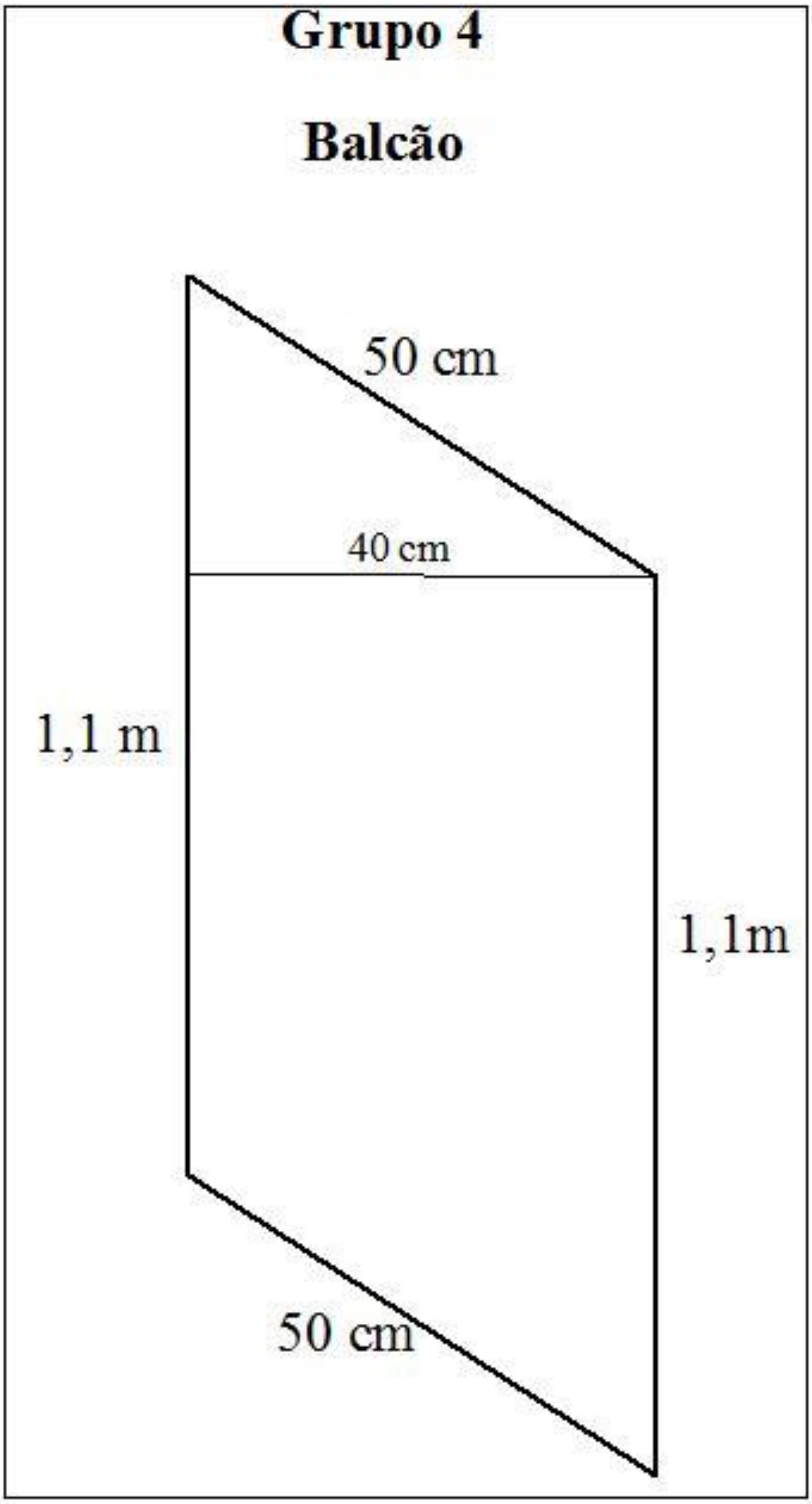


Figura 30: Atividade na Marmoraria: Comprando um balcão.
Fonte: Próprio autor.

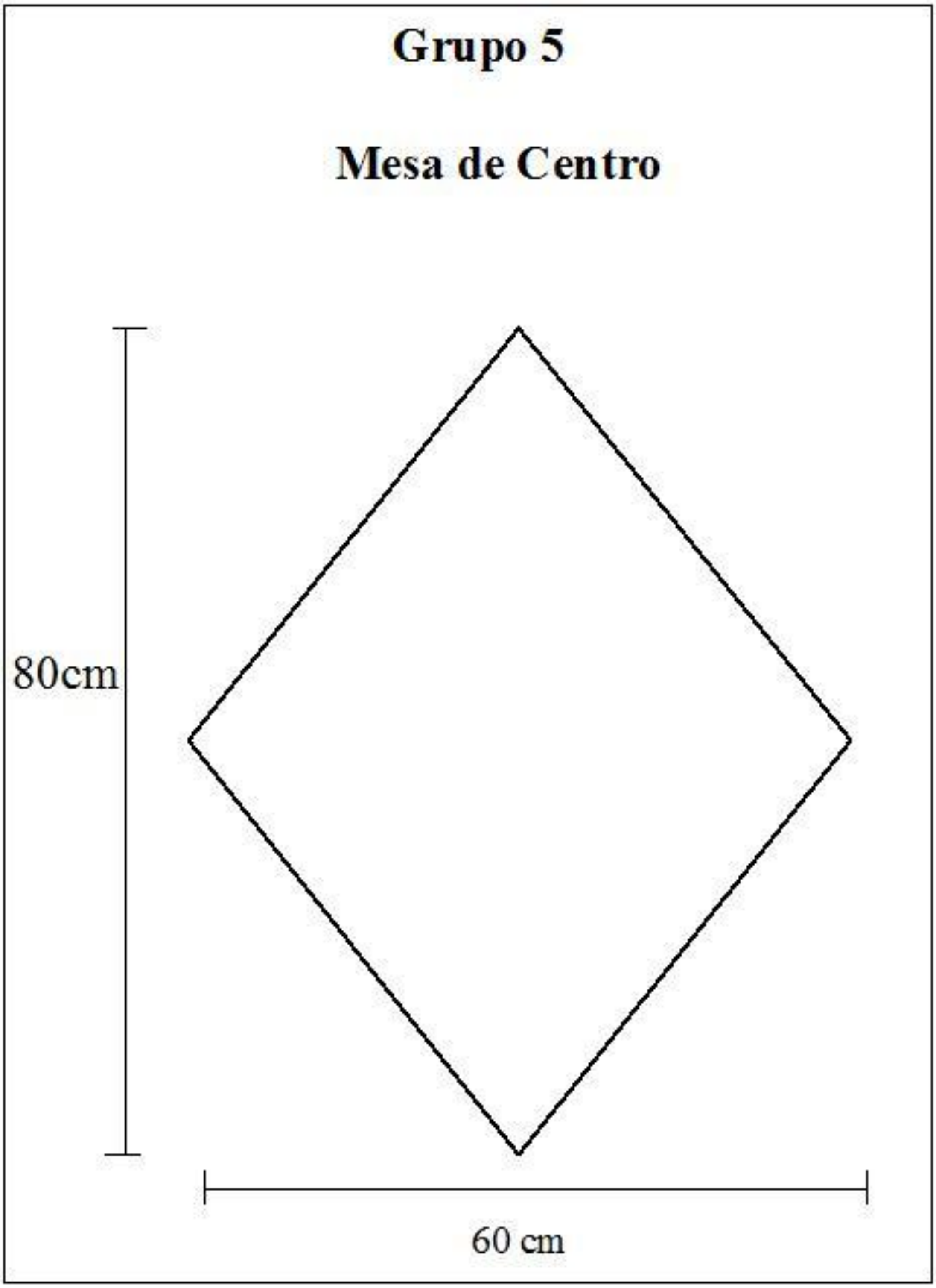


Figura 31: Atividade na Marmoraria: Comprando uma mesa de centro.
Fonte: Próprio autor.

No próximo capítulo, vou analisar os dados obtidos com as falas e as escritas dos estudantes.

Vale à pena ressaltar que as falas e as escritas dos estudantes foram analisadas a partir dos episódios de ensino. Ao lê-los, me preocupei em compreender, teoricamente, os diversos aspectos que se evidenciam no movimento da sala de aula e da marmoraria, como por exemplo: as apropriações e dificuldades que podem estar relacionadas aos cálculos das áreas, especialmente no que diz respeito: 1) ao papel da visualização dos quebra-cabeças, no sentido de propiciar aos estudantes a compreensão das fórmulas, bem como do uso destas no cotidiano da marmoraria; 2) ao papel da generalização; 3) às possíveis relações existentes ou não entre o que ocorre na escola com o cotidiano.

Primeiramente, apresentei os diálogos e as escritas dos estudantes. Em seguida, a análise do ocorrido, a partir do item “Educando o olhar”.

CAPÍTULO 4
ANÁLISE DOS DADOS

Este capítulo tem por objetivo, descrever e analisar os episódios ocorridos na sala de aula e na marmoraria.

A análise dos dados, das falas e as escritas dos estudantes, serão feitas em dois blocos, a saber:

a) Atividades desenvolvidas na sala de aula, a partir de cinco episódios:

- Descobrindo a área do retângulo.
- Descobrindo a área do triângulo.
- Descobrindo a área do paralelogramo
- Descobrindo a área e do trapézio.
- Descobrindo a área do losango.

b) Atividades realizadas na marmoraria, a partir de quatro episódios:

- 1: A área da Mesa
- 2: A área do Aparador
- 3: A área da cantoneira
- 4: A área da mesa de centro e do Balcão.

a) Atividades desenvolvidas na sala de aula

4.1 DESCOBRINDO A ÁREA DO RETÂNGULO

4.1.1: Iniciando a conversa

A folha 1 que já foi apresentada anteriormente, tem por objetivo construir um problema e colocar os estudantes em conflito com seus conhecimentos sobre o cálculo de área de retângulos. Não foi dada a medida dos lados do retângulo, propositadamente, para gerar um debate. Logo depois de entregue a folha de atividade, um estudante já questiona:

Estudante Ped : Mas como vou calcular se não tem as medidas ?

Professor: Vocês sabem calcular a área deste retângulo.

Estudante Ped: Se você falar a medida dos lados, eu sei.

Professor: Então suponha que os lados são 20m por 8m. (O professor desenha o retângulo abaixo, figura 32 na lousa):

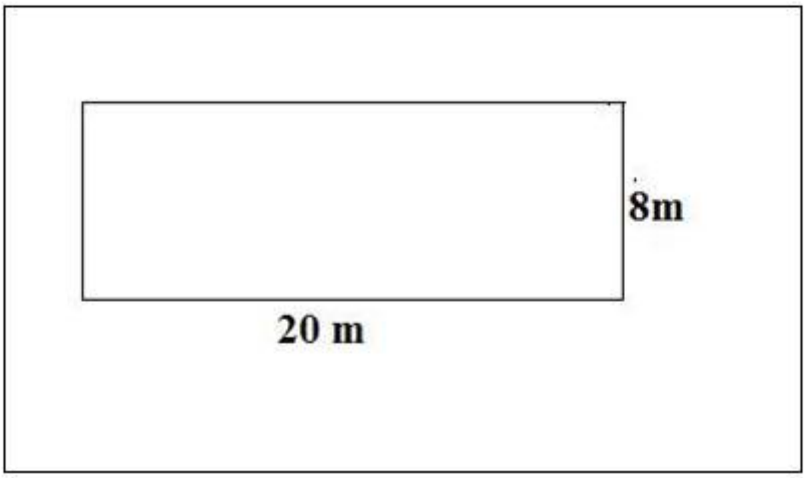


Figura 32: Retângulo de lados 20m x 8 m
Fonte: Próprio autor.

Estudante Lou: Tem que multiplicar os lados, não é isso?

Estudante Mai: É eu também acho que é isso.

Estudante Ped : Então será 160 a área.

Professor: Certeza?

Estudantes: Sim

Professor: E se os lados forem números decimais? Por exemplo, 12,5 m por 8,3 m, Como este aqui. (O professor desenha o retângulo abaixo na lousa, figura 33)

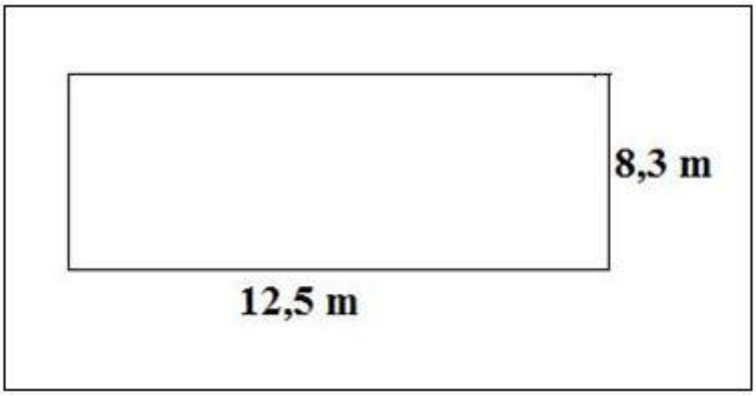


Figura 33: Retângulo de lados 12,5 m x 8,3 m
Fonte: Próprio autor.

Estudante Joa : Vich !! Agora complicou.

Estudante Mai: É só multiplicar os lados também?

Professor: Então pessoal, para calcular a área neste caso, é só multiplicar as medidas dos lados também?

Estudante Gab: Acho que é, não é?

Professor: E se for esse retângulo aqui: (O professor desenha o retângulo abaixo na lousa, figura 34):

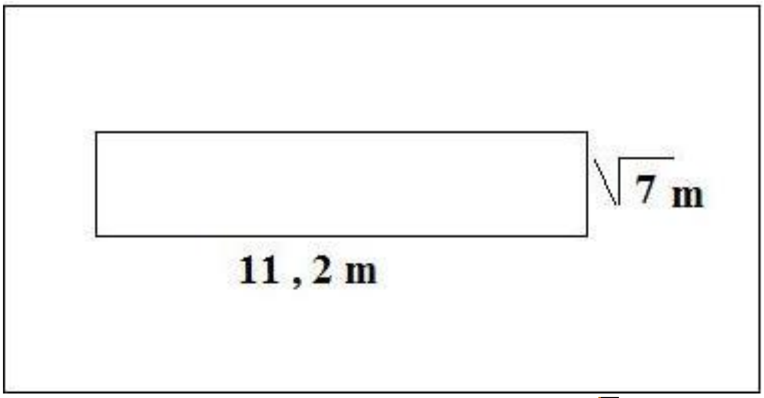


Figura 34: Retângulo de lados 11,2 m x $\sqrt{7}$ m
Fonte: Próprio autor.

Estudante Mai: Agora eu não sei não.

Professor: Então, nosso objetivo é descobrir como calcular a área de um retângulo qualquer, não importa se os lados são números inteiros ou não, será que é possível fazer isso?

O diálogo acima mostra claramente a insegurança dos estudantes em calcular a área de retângulos cujos lados não são números inteiros, mesmo tendo estudado em anos anteriores que a área é obtida pela multiplicação das medidas de seus lados, eles parecem que não conseguem generalizar este fato para qualquer retângulo.

É importante salientar que esta insegurança também está presente quando tratamos da área do quadrado, mas para construir um processo dedutivo para a generalização das fórmulas dos polígonos, foi combinado com os estudantes que se aceitaria como verdade que a área de um quadrado de lado qualquer seria o produto das medidas destes lados. Veja o diálogo abaixo onde foi combinado tal fato.

Professor: E se for um quadrado, por exemplo, um quadrado de lado 8 cm. Qual é a área? (o professor desenha o quadrado abaixo na lousa, figura 35):

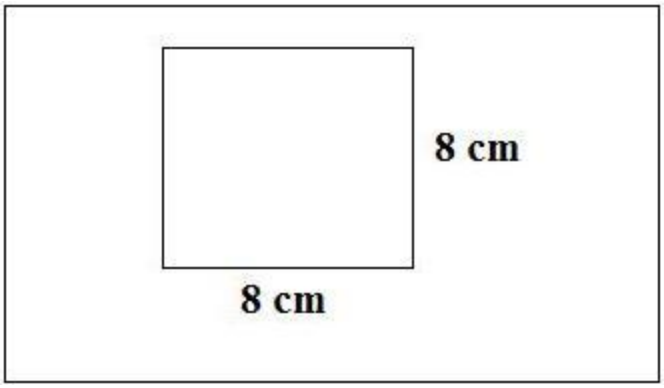


Figura 35: Quadrado de lado 8 cm.
Fonte: Próprio autor.

Estudante Mar: São 64. Oito vezes oito.

Professor: Todos concordam?

Estudantes: Sim.

Professor: Novamente. E se os lados não forem medidas inteiras, forem números decimais, como por exemplo, 4,75 m por 4,75 m?

Estudante Mai: É isso que não sabemos professor, se vale pra todos, fala aí se pode ou não pode fazer lado vezes lado pra todos.

Professor: Bem, então vamos assumir como verdade que, no caso do quadrado, a área será calculada pela multiplicação das medidas de seus lados, mas vejam bem, no caso do quadrado, vamos combinar que valerá para todos. Para as outras figuras, como o retângulo, triangulo, temos que tentar deduzir ou demonstrar as fórmulas. Combinado?

Estudantes: Sim. Combinado.

4.1.2: Construindo o quebra- cabeça

Após este rápido diálogo, foi entregue aos estudantes a folha 2 da atividade orientadora de ensino para a construção do quebra- cabeça. Escrito na lousa os objetivos da atividade, cada estudante passou a construir seu quebra- cabeças.

Depois dos quebra- cabeças construídos, quando desafiados em montar um quadrado com as peças do quebra- cabeça da atividade 1, todos os estudantes, de maneira muito rápida, construíram o que se pedia. A maior parte dos estudantes montou o quadrado conforme ilustram as figuras 36 e 37:

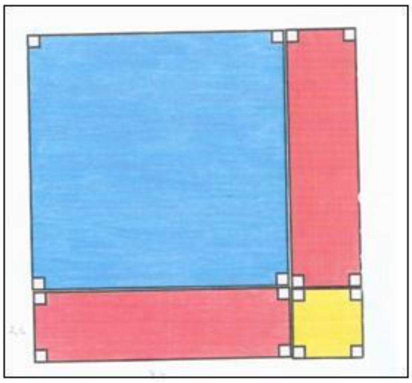


Figura 36: Modo que a maioria dos estudantes montaram o quebra- cabeça.
Fonte: Próprio autor.

Vejamos o outro tipo de montagem que dois estudantes fizeram.

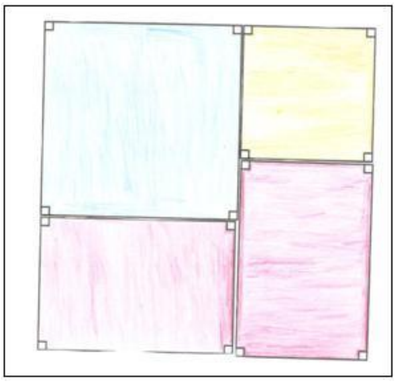


Figura 37: Modo que dois dos estudantes montaram o quebra- cabeça.
Fonte: Próprio autor.

4.1.3: Qual figura é a mais correta?

Apenas dois estudantes montaram o quebra- cabeça como mostra a Figura 37, os outros montaram a como a Figura 36. É importante ressaltar que as duas montagens estão corretas, mas duas perguntas inevitáveis surgiram por parte dos estudantes.

Estudante Mai: Professor, qual é o melhor, ou seja, qual será o mais fácil para responder as questões depois?

Estudante Gab: Tem outra forma de montar o quebra cabeça sem ser essas duas?

Sobre se existe outras formas de montar um quadrado com as peças, o professor diz aos estudantes:

Professor: (...) manipulem as peças, façam várias experiências e verifiquem se há, além dessas duas, outra maneira de montar um quadrado.

Depois de alguns instantes, a estudante Lou responde alto:

Estudante Lou: Não tem jeito, só pode ser uma das duas maneiras, porque o quadrado grande (azul) tem que ficar por cima de um dos retângulos, ou vice versa, e o quadrado menor (amarelo) tem que ficar por cima do outro retângulo, ou vice versa , então só tem as duas maneiras mesmo.

Professor: Será? O que vocês acham? (Perguntando aos outros estudantes)

Neste momento o estudante Mai responde:

Estudante Mar: Mas pode colocar o quadrado amarelo embaixo do quadrado azul, assim Professor, pode ser assim, apontando para a figura 38 abaixo:

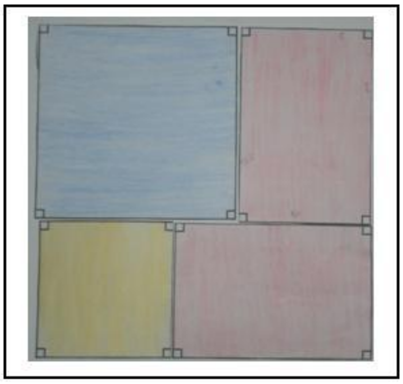


Figura 38: Quebra- cabeça resolvido por Mar.
Fonte: Próprio autor.

O professor faz a figura na lousa e pergunta aos estudantes:

Professor: O que vocês acham, o Mar está certo? Ele formou um quadrado?

Estudante Lou: É verdade, tem essa maneira, não tinha pensado em colocar um quadrado embaixo do outro.

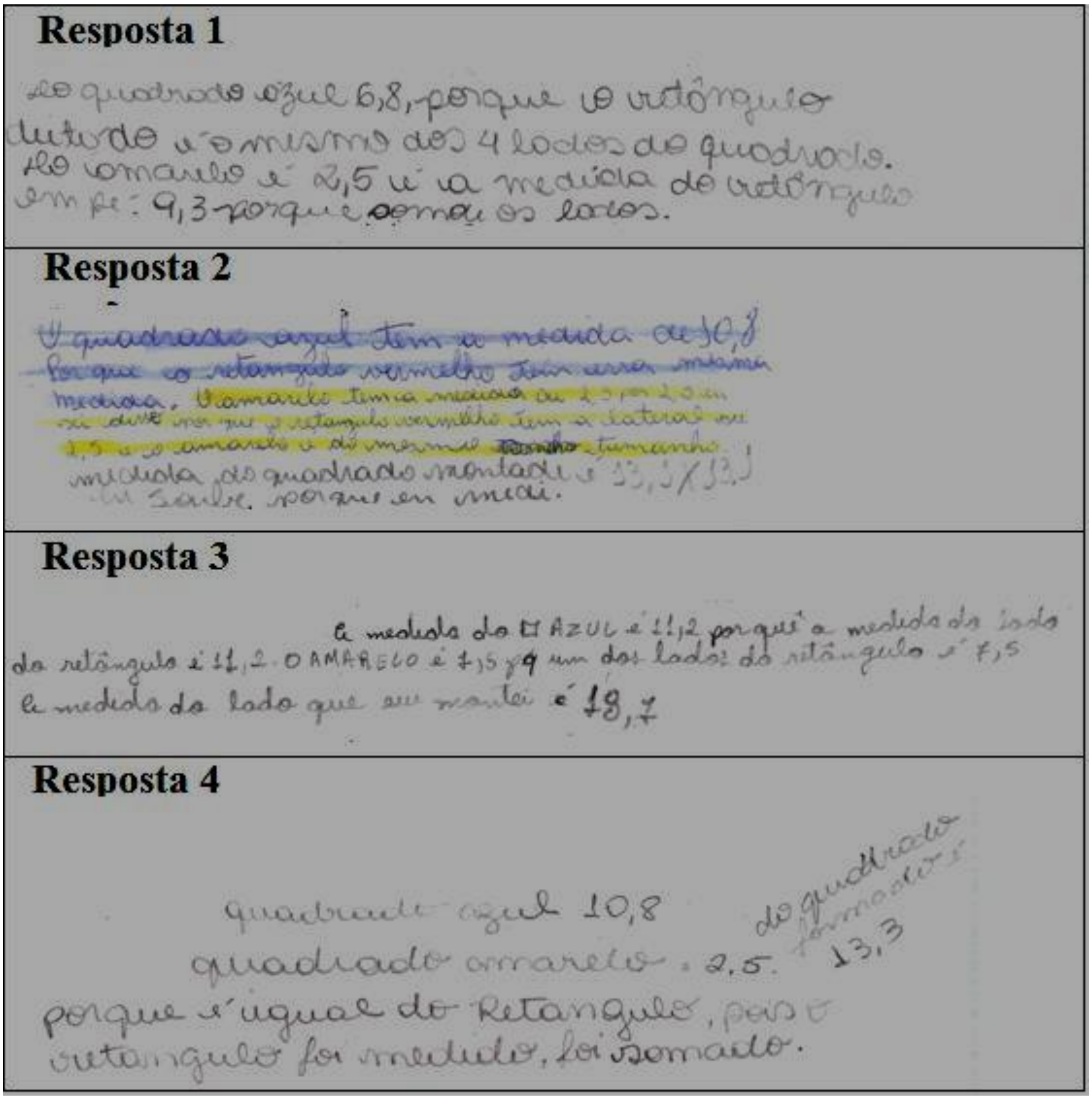
Estudante Tal: É um quadrado sim, têm os quatro lados iguais.

4.1.4: Respondendo as questões propostas

Passamos agora a resolução das perguntas pelos estudantes com o auxílio do quebra cabeça.

Com o quebra- cabeça em mãos, os dois retângulos vermelhos, que são congruentes, o quadrado maior (azul) e o quadrado menor (amarelo), os estudantes tinham como objetivo deduzir uma maneira de calcular a área de cada retângulo. Para isso, os estudantes mediram os lados de um dos retângulos, e depois guardaram a régua, e poderiam usar o fato que a área de um quadrado de lado a é a^2.

Primeiramente, os estudantes teriam que descobrir a medida dos lados dos quadrados usando o quebra- cabeça, sabendo a medida dos lados do retângulo. Os estudantes não tiveram dificuldades em observar o quebra-cabeça e concluir que o lado do quadrado azul era igual ao lado maior do retângulo e o lado do quadrado amarelo é igual a medida do lado menor do retângulo e, que a medida do lado do quadrado formado era a soma das medidas dos lados dos retângulos. Veja a figura 39 abaixo com respostas de alguns estudantes:


Resposta 1

o quadrado azul 6,8, porque o retângulo inteiro é o mesmo dos 4 lados do quadrado. o amarelo é 2,5 e a medida do retângulo em pé: 9,3 porque somei os lados.

Resposta 2

O quadrado azul tem a medida de 10,8 porque o retângulo vermelho tem essa mesma medida, o amarelo tem a medida de 2,5 por 2,5 eu digo isso porque o retângulo vermelho tem a lateral de 2,5 e o amarelo é do mesmo tamanho. A medida do quadrado montado é 13,3 X 13,3 eu sabe porque eu medi.

Resposta 3

a medida do □ AZUL é 11,2 porque a medida do lado do retângulo é 11,2. O AMARELO é 7,5 pq um dos lados do retângulo é 7,5 a medida do lado que eu montei é 18,7

Resposta 4

quadrado azul 10,8
quadrado amarelo . 2,5.
porque é igual do Retangulo, pois o retangulo foi medido, foi somado.
do quadrado formado é 13,3

Figura 39: Resoluções dos estudantes.
Fonte: Próprio autor.

Com os valores dos lados dos quadrados, os estudantes passaram a responder a próxima questão, que pedia para calcular a área de cada quadrado: o azul, o amarelo e o quadrado formado.

A figura 40 abaixo mostra duas contas que os estudantes fizeram para descobrir essas áreas:

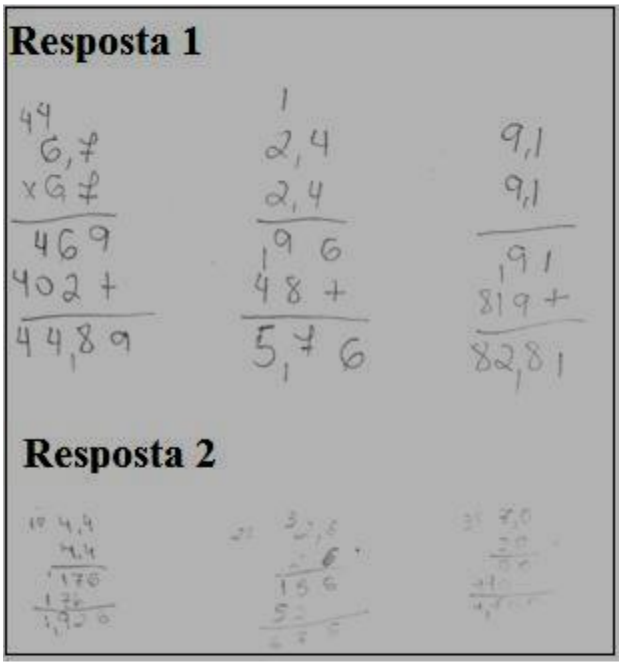


Figura 40: Cálculo das áreas dos quadrados pelos estudantes.
Fonte: Próprio Autor.

A resposta 1 nos mostra que o estudante fez corretamente os cálculos, colocou as vírgulas nos lugares certos e mediu corretamente com a régua os lados do retângulo. Já a resposta 2, o estudante mostrou que sabe como calcular a área de quadrados, multiplicando lado por lado, mas não realiza corretamente multiplicação de números decimais, pois na multiplicação 4,4 x 4,4 o estudante concluiu que o resultado é 1,926 , na multiplicação de 2,6 por 2,6 o resultado encontrado por ele foi 676 e 7,0 x 7,0 encontrou 4,900 . Além disso, o estudante não mediu corretamente os lados do retângulo, que na realidade é 4,9 e 2,1, mostrando que tem dificuldade em realizar medições de segmentos com a régua. Apesar dos erros, é importante que o estudante raciocinasse corretamente para encontrar a medida dos lados do quadrado azul e amarelo e o quadrado montado, pois esse último é a soma das medidas do retângulo, neste caso 4,4 + 2,6 = 7,0, exatamente à medida que ele encontrou.

Com os resultados das áreas dos quadrados em mãos o objetivo agora é calcular a área de cada retângulo, o quebra-cabeça será útil para a resolução dessa questão, pois visualizando o quebra-cabeça, o estudante deverá perceber que a área do quadrado formado é igual à soma da área do quadrado azul, com a área do quadrado amarelo com os dois retângulos, ou seja:

- Quadrado formado = quadrado azul + quadrado amarelo + 2 retângulos

Sendo assim, conseguiriam encontrar a área de cada retângulo. Veja na figura 41 abaixo o raciocínio e as respostas dos estudantes quando estavam respondendo essa questão:

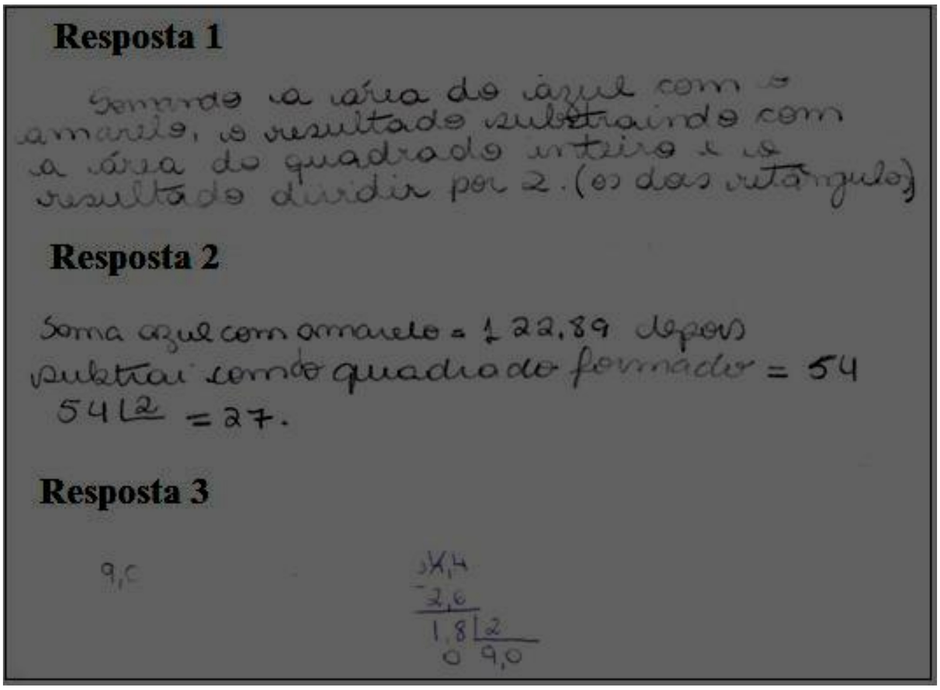


Figura 41: Cálculo da área de cada retângulo pelos estudantes.
Fonte: Próprio autor.

A resposta 1 nos indica que o estudantes perceberam como calcular a área de cada retângulo observando e manipulando o quebra-cabeça, mas ele não apresentou as contas, apresentou somente o raciocínio. Já a resposta 2, o estudante apresenta seu raciocínio, primeiro ele soma a área do quadrado azul com o amarelo que resulta em 122,89 , depois ele subtrai esse valor da área do quadrado formado que resulta em 54 e depois divide esse resultado por dois para determinar a área de cada retângulo. É importante observar que o estudante não apresenta seus cálculos, ou seja, a conta não estava em sua folha, provavelmente ele deve ter feito ela na carteira e colocado somente o resultado na folha. Já a resposta 3 , apesar de não escrever o resultado, fica implícito na sua resposta que ele subtraiu a área do quadrado amarelo do quadrado azul e depois dividiu por 2 o resultado. Observe também que o estudante faz a divisão de 1,8 por 2 de maneira incorreta, pois apresenta resultado 9,0.

Podemos observar também que os estudantes não se preocupam emcolocar as unidades de medidas de comprimento e de área, eles apresentam os cálculos sem as unidades correspondentes.

Depois de calcular a área de cada retângulo usando esse processo, os estudantes deveriam verificar se o resultado é o mesmo que multiplicar os lados do retângulo e assim criar a hipótese que a área de um retângulo qualquer pode ser determinada pela multiplicação de seus lados.

A maioria dos estudantes fez a multiplicação dos lados do retângulo, mas o professor teve de intervir e ajudá-los para responder essa questão. Veja o diálogo abaixo:

Estudante Gab: Mas professor, já encontramos a área do retângulo.

Professor: Sim, mas nosso objetivo é encontrar uma maneira mais simples de calcular essa área.

Estudante Mai: É só multiplicar os lados.

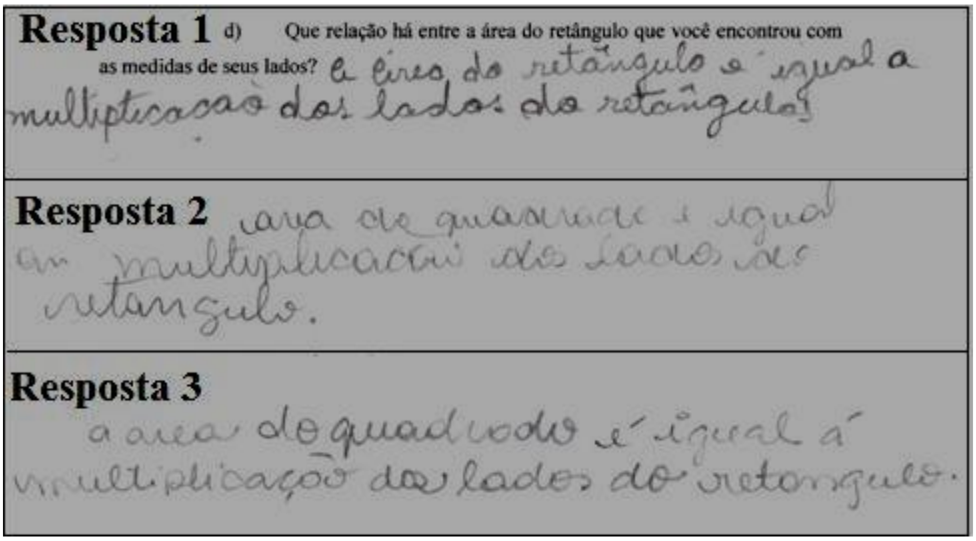
Professor: Vocês acham? Por quê?

Estudante Gab: Sim.

Professor: Certeza? (Estudantes não responderam). Pessoal, verifiquem essa hipótese, faça a multiplicação dos lados do retângulo e veja se a área vai dar o mesmo resultado que vocês encontraram.

Estudante Lou: Tá bom.

Depois desse diálogo, os estudantes começaram a calcular, e a maioria conclui que o resultado era o mesmo. Veja na figura 42 algumas respostas dos estudantes:


Resposta 1 d) Que relação há entre a área do retângulo que você encontrou com as medidas de seus lados? a área do retângulo é igual a multiplicação dos lados do retângulos

Resposta 2 area de quadrado é igual a multiplicação dos lados do retangulo.

Resposta 3 a area do quadrado é igual á multiplicação dos lados do retangulo.

Figura 42: Generalizações dos estudantes.
Fonte: Próprio autor.

Veja o dialogo abaixo que finalizou a atividade.

Estudante Lou: Então vale professor, a área do retângulo é igual à multiplicação dos seus lados.

Professor: Vale. Mas porque vale?

Estudante Vin: Porque sempre podemos construir um quebra- cabeça assim, só que vai mudar os tamanhos ,mas o jeito de fazer será sempre o mesmo.

Professor: Isso mesmo. Pra qualquer retângulo, podemos construir os quadrados azul e amarelo e montar o quebra- cabeça, e calcular a área de cada retângulo.

4.1.5 Educando o olhar

Primeiramente, destaco a importância dos quebra- cabeças para que os estudantes se sintam motivados em aprender geometria. Concordo com Kaleff (2003) que o processo de construir um material manipulativo, pintando, recortando e colando traz ~~certo~~ fascínio aos estudantes, despertando a curiosidade e incentivando-os a realizar as atividades propostas.

Analisando as respostas, percebi que o quebra- cabeça teve um papel fundamental para a resolução das questões, pois os estudantes observaram e concluíram que as medidas dos lados dos quadrados azul e amarelo eram iguais as medidas dos lados do retângulo porque esses lados ficaram sobrepostos, lado a lado, sendo assim, eles afirmaram que eram iguais. Já, para descobrir o lado do quadrado montado, ~~eles~~ viram que o quadrado é formado pela união do lado maior do retângulo com seu lado menor, fazendo então a soma das medidas dos lados do retângulo.

Concordo com os PCN (1998) quando afirmam que a visualização e manipulação de materiais concretos como quebra-cabeças, favorecem a percepção e visualização do estudante para a resolução de um problema geométrico.

Nesse sentido, os estudos de Passos (2000) apontam que a manipulação desses materiais possibilitam os estudantes de rever e analisar situações anteriores, descobrindo relações entre suas partes e o todo, entre as medidas dos lados e das partes, percebem que as características da figura permanecem inalteradas por mais que se mude sua posição, fazendo o estudante analisar e buscar processos cada vez mais reflexivos para resolver o problema.

É importante ressaltar que o raciocínio que os estudantes tiveram para resolver as questões foi correto. Nesse sentido, vale a pena considerar os estudos de Lorenzato (1995) que apontam que as características peculiares dos quebra- cabeças, materiais concretos, tal como, mover as peças quando se deseja e a diferenciação das figuras pelas cores, pode facilitar a estruturação do raciocínio dos estudantes e a comprovação de suas hipóteses, auxiliando-os na resolução das questões, desenvolvendo assim, o raciocínio dedutivo e indutivo nos estudantes, habilidades essenciais para o estudo de matemática.

Nesta atividade, como dito anteriormente, o quebra- cabeça foi fornecido pronto ao estudante, ou seja, ele não precisou construir os dois retângulos e os dois quadrados. Apenas pintou e recortou os polígonos dados, formando assim, as peças do quebra- cabeça. Essas figuras foram fornecidas, na intenção de favorecer o processo de dedução da fórmula para calcular a área de um retângulo.

Avalio que, apesar dos resultados obtidos serem bastante satisfatórios, poderiam ser melhores se todos os estudantes desenhassem dois retângulos congruentes, com régua e compasso, depois construíssem um quadrado de lado igual ao lado menor do retângulo e outro quadrado de lado igual ao lado maior do retângulo, também com régua e compasso. Desta forma, a atividade já começaria de forma abstrata, ou seja, cada estudante iria desenhar seu retângulo, todos diferentes entre si, mas o pensamento dedutivo seria o mesmo, ou seja, a área de cada retângulo seria sempre a área do quadrado formado subtraído das áreas dos quadrados amarelo e azul e por fim esse resultado dividido por 2.

Mas, como os estudantes não sabem fazer construções geométricas, nem usar corretamente o compasso e a régua para fazer tais construções, optei por fornecer o quebra- cabeça pronto, em vários tamanhos.

Ressalta-se ainda que constatei, a exemplo de Sousa (2004) , a dificuldade dos estudantes em generalizar a fórmula da área do retângulo como sendo a multiplicação dos seus lados. Tal dificuldade poderia ser amenizada se a atividade partisse do abstrato, ou seja, para um melhor entendimento da relação geometria e álgebra, incluindo-se aí, o papel da álgebra na generalização de resultados. Cada estudante deveria construir os dois retângulos e os dois quadrados como desejassem, do tamanho que achassem melhor e, a partir da geometria e da aritmética poderíamos melhorar a atividade de forma que esta pudesse auxiliar os estudantes a generalizarem a fórmula do retângulo e do quadrado.

Em relação à sala de aula, conforme já foi mencionada anteriormente, a turma tem uma característica de ser indisciplinada, mas durante o desenvolvimento das atividades, a participação dos estudantes foi de 100%. Todos construíram e montaram o quadrado solicitado. Com isso, nenhuma ocorrência de indisciplina foi registrada durante o desenvolvimento das atividades na sala de aula.

Aqui, entendemos o porquê Kaleff (2003) afirma que os estudantes têm fascínio pelos quebra- cabeças ,ficando motivados e curiosos, logo a indisciplina na sala de aula, parece não ter vez.

O tipo de composição que propusemos na atividade é muito utilizado no ensino dos produtos notáveis, como quadrado da soma e quadrado da diferença.

Vale a pena ressaltar que Euclides, no livro Elementos, apresenta esta figura feita com régua e compasso, sem preocupações de indicar as medidas. Ou seja, é uma construção geométrica que autores como Boyer(1996) denominam de álgebra geométrica. É por este motivo que se fizer a atividade novamente, não entregarei o quebra- cabeça pronto. Penso em solicitar que os estudantes levem régua e compasso para aprenderem a construir as figuras para só então, propor algum tipo de generalização.

Conforme apontam os estudos de Sousa (2004), os estudantes vêem essa figura que associamos ao estudo dos produtos notáveis, nos livros didáticos, mas não são informados de que é uma construção lógica e histórica, construída há milênios, onde a variável era representada pelo segmento AB. Ou seja, tal figura, composta por retângulos e quadrados, que hoje aparece nos livros didáticos no item produtos notáveis, sofreu adaptações, principalmente no que diz respeito à inserção da variável letra. Na realidade, a partir dos estudos de Viète, a variável deixa de ser representada por um segmento para ser representada por uma letra do alfabeto.

Enquanto professor e pesquisador tomei o cuidado de apresentar aos estudantes apenas a área genérica do quadrado: a^2. Fiz uso da variável letra, uma vez que a classe já havia estudado o conteúdo produtos notáveis, no ano anterior.

A intenção aqui foi de explorar esse desenho para desenvolver os conhecimentos de área de polígonos.

Concordo com Kaleff (2003) que o enriquecimento desta atividade só pode ocorrer com o debate, incluindo-se aí a potencialidade dos quebra-cabeça no ensino. Suas características particulares permitem, como já afirmei anteriormente, a conservação da forma. Assim, após a realização de um movimento feito pelo estudante, é possível corrigir rapidamente os erros, comparar e medir comprimentos e mover as peças que compõem o quebra-cabeça. O estudante é protagonista. Pode testar suas hipóteses apenas movimentando e observando as peças.

Nesse sentido, vale a pena chamar a atenção para os estudos de Faingualert (1999) que apontam que a geometria é um campo extremamente amplo, que possui grande relevância no desenvolvimento intelectual do aluno, desenvolve a percepção espacial e habilidades como, interpretar representações bidimensionais e tridimensionais dos objetos, estimula e exercita habilidades gerais do pensamento ou para resolução de problemas.

É importante ressaltar ainda que a atividade tinha uma intencionalidade e, por isso, a discussão se delineou naturalmente. Confesso que não esperava a riqueza da discussão, onde os estudantes usaram raciocínio combinatório, manipulando os quebra- cabeças e verificando todas as possibilidades de formar uma figura para encontrar um quadrado, para solucionar a questão, ou seja, os próprios estudantes interagiram com o quebra- cabeça caminhando para a solução do problema.

Na atividade seguinte, denominada área do triângulo, o estudante constrói o quebra-cabeça, não usando régua e compasso, mas usando dobradura, ou seja, cada estudante desenha seu triângulo e o decompõe em três partes, de modo que, com essas partes, seja possível construir um retângulo de mesma área do triângulo anterior, tornando assim, o processo de generalização presente deste o inicio da atividade.

4.2 Descobrindo a área do triângulo

4.2.1: Iniciando a conversa

Por concordar com Sousa (2004) no sentido de que a atividade pode conter desde o início a possibilidade de se fazer generalização através da variável, para facilitar o processo de dedução nesta atividade, cada estudante desenha o seu triângulo, qualquer triângulo, todos diferentes entre si, e com auxílio de dobradura, o triângulo é dividido em três partes, que são as peças do quebra-cabeça, de modo que é possível construir por decomposição e composição de figuras , um retângulo de mesma área.

A atividade começa com um problema. Os estudantes são colocados na seguinte situação:

- Vocês já sabem uma maneira de calcular a área de um quadrado e de um retângulo, agora temos que responder a seguinte pergunta: como descobrir a área de um triângulo?

Segue o diálogo abaixo com a resposta de alguns estudantes:

Estudante Lou: Professor, temos que usar as fórmulas do quadrado e do retângulo para descobrir?

Professor: Sim.

Estudante Lou: Mas como? Isso é um triângulo, não são iguais os outros.

Professor: Isso mesmo, o temos que fazer agora?

Estudante Mai: Se tivesse como transformar esse triângulo em um quadrado, daria certo?

Estudante Cai: Ou em um retângulo?

Professor: É, isso seria uma boa estratégia, mas como transformar o triângulo em um quadrado ou em um retângulo, sem modificar a área do triângulo ?

Estudante Fer : Isso é difícil, hein professor?

Neste momento, o estudante Mai, surpreende a todos dizendo:

Estudante Mai: Professor, se o triângulo fosse assim, apontando para um triângulo retângulo que desenhou na folha, seria fácil, era só fazer assim e teríamos um retângulo.

Veja a figura 43 abaixo que ilustra o que estudante fez na folha:

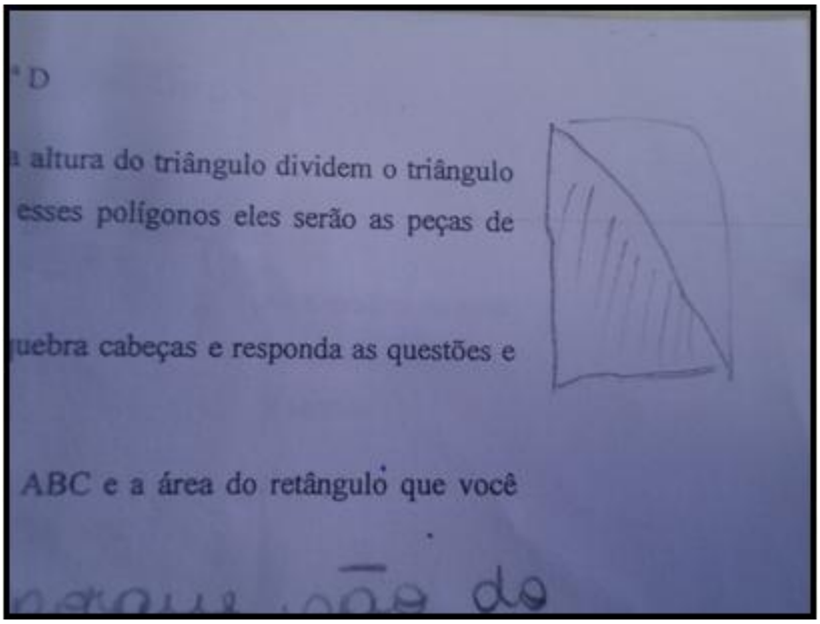


Figura 43: Desenho do estudante Mai para descobrir a área do triângulo.
Fonte: Próprio autor.

Professor: É Mai, se fosse este caso particular, o triângulo retângulo daria certo, mas queremos generalizar para todos os triângulos, inclusive este.

Estudante Mai: Aí eu não sei não.

Depois deste debate, o professor então propõe aos estudantes um método de transformar qualquer triângulo em um retângulo, com auxílio de dobradura.

Professor: Então, vamos transformar um triângulo qualquer em um retângulo de mesma área, para isso, peguem a folha número dois desta atividade.

4.2.2. Descobrindo conceitos e propriedades relativas ao triângulo.

A utilização de dobradura para construir o quebra- cabeça se deu na expectativa do pesquisador, devido a simplicidade e facilidade de fazer dobraduras, dos estudantes conseguirem descobrir conceitos e propriedades relativa aos triângulos.

Nesse sentido, constato que os estudantes não têm nenhuma dificuldade em encontrar o ponto médio de um segmento usando dobradura, já que, ao serem questionados, os estudantes responderam muito rapidamente como era possível fazer isto, bastaria dobrar a “folha” ao meio:

Professor: Bem, vocês já desenharam o triângulo de vocês, pintaram dois lados de preto e um de vermelho, certo?

Estudantes: Certo.

Professor: Agora, para decompor o triângulo, precisamos encontrar a metade dos lados pretos, como podemos fazer isso com dobradura?

Neste momento, vários estudantes falam ao mesmo tempo e o professor diz parar a estudante Mic responder.

Estudante Mic : Fácil professor, é só dobrar ele no meio.

Após todos os estudantes encontrarem o ponto médio dos lados pretos, ele teriam que encontrar a altura relativa à base (lado vermelho) usando dobradura. Para encontrar a altura, alguns estudantes tiveram dificuldades, mas a interação entre os alunos sanaram essas dificuldades.

Professor: Agora, temos que encontrar a altura do triângulo, obter um segmento que forma 90° com a base (Lado vermelho) e contém o vértice oposto a esse lado, como podemos fazer isso usando dobradura?

Muitos estudantes conseguiram encontrar a altura usando dobradura, como é o caso de Vin: É só fazer assim, professor. (Mostrando ao professor como fez, a figura 44 abaixo ilustra o gesto que o estudante fez).

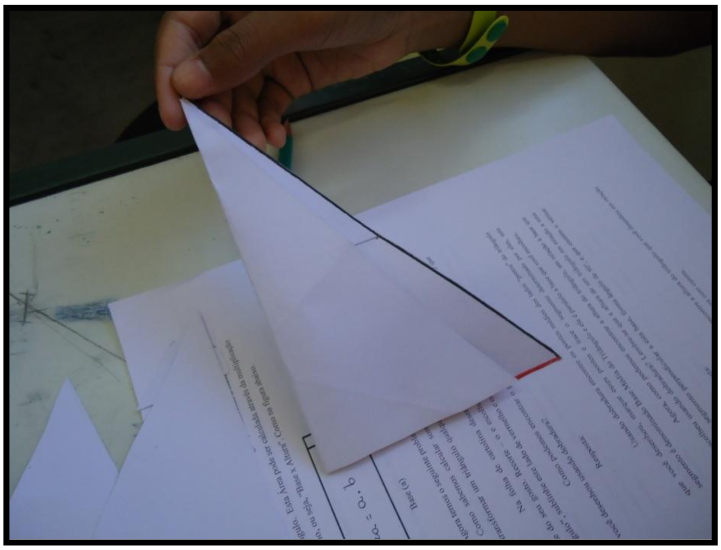


Figura 44: Dobradura do estudante Vin.
Fonte: Próprio autor.

Com a interação dos estudantes, um ensinando o outro, não demorou muito tempo para que todos os estudantes terminassem a construção do quebra- cabeças.

Após o quebra- cabeça construído, os estudantes passaram então a resolução das questões. A figura 45 abaixo mostra como os estudantes construirão o quebra- cabeça.

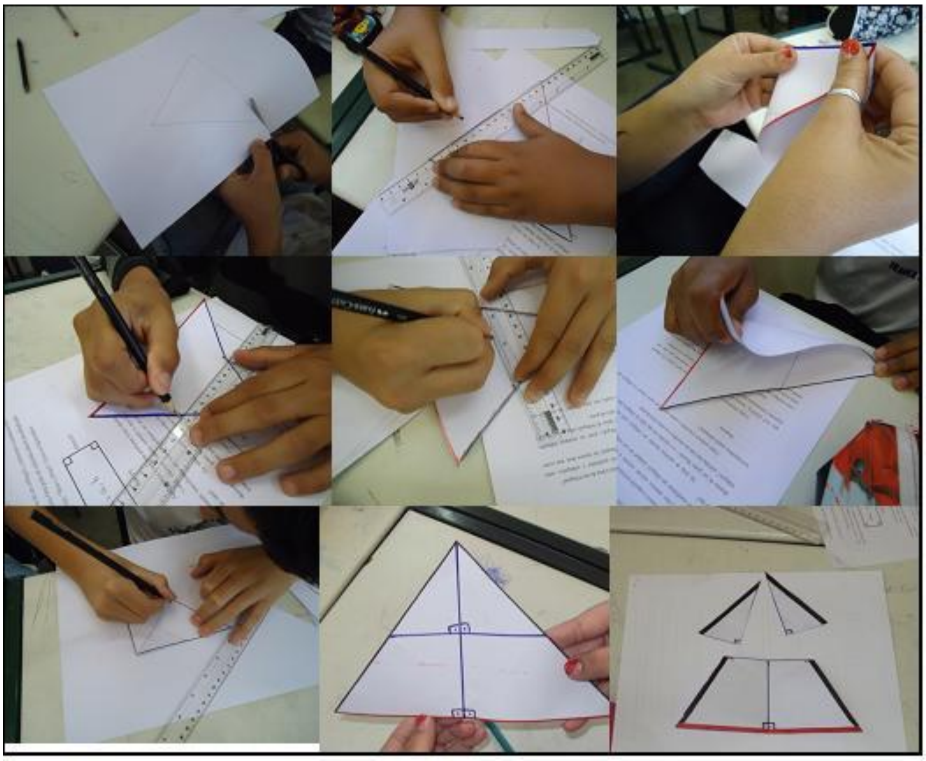


Figura 45 : Foto dos estudantes construindo o quebra cabeça.
Fonte: Próprio autor.

4.2.3: Respondendo as questões propostas

Primeiramente, com as peças do quebra-cabeça em mãos, os estudantes montaram com muita facilidade o retângulo de mesma área do triângulo construído. A figura 46 abaixo mostra um estudante resolvendo o quebra- cabeça:

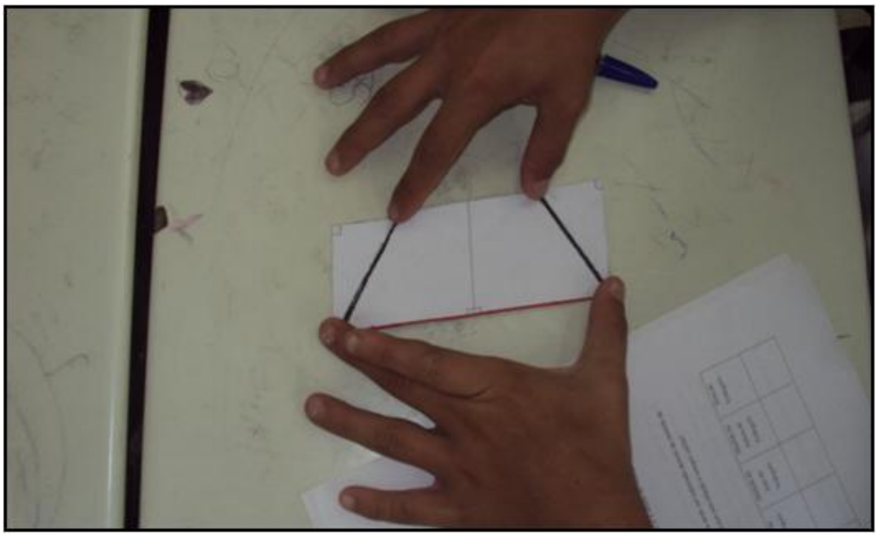
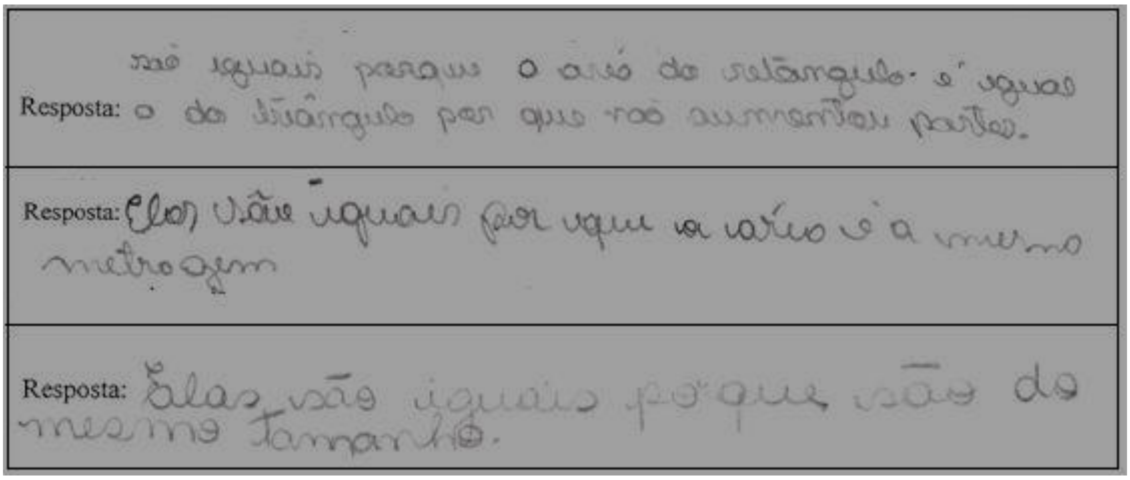


Figura 46: Estudante resolvendo o quebra cabeça do triângulo.
Fonte: Próprio autor.

De posse do quebra- cabeça, a primeira questão a ser respondida é o que podemos dizer sobre a área do triângulo que haviam construído inicialmente e o retângulo que montaram agora.

Segue abaixo, na figura 47, as três respostas mais frequentes dos estudantes:



Resposta: são iguais porque o ário do retângulo é igual o do triângulo por que não aumentou partes.

Resposta: Elas são iguais por que a ário é a mesma metragem

Resposta: Elas são iguais porque são do mesmo tamanho.

Figura 47: Resoluções dos estudantes, atividade do triângulo.
Fonte: Próprio autor.

É importante ressaltar que os estudantes usam a palavra “metragem” para argumentar que as áreas são iguais. Esta palavra é a mesma palavra usada pelo marmorista em seu cotidiano quando se refere a área de uma pedra. Nesse sentido podemos considerar que apesar de alguns estudantes não colocarem as unidades de medidas, eles não o fazem por achar desnecessário mas sabem seu significado.

As duas perguntas seguintes tratam do cálculo da área do triângulo propriamente dito.

Como o estudante já sabe que a área do retângulo é dada pela multiplicação de seus lados (base e a altura), com a régua, o estudante deveria medir os lados do retângulo formado com as peças do quebra-cabeça e calcular sua área. Segue abaixo, na figura 48, duas respostas dos estudantes.

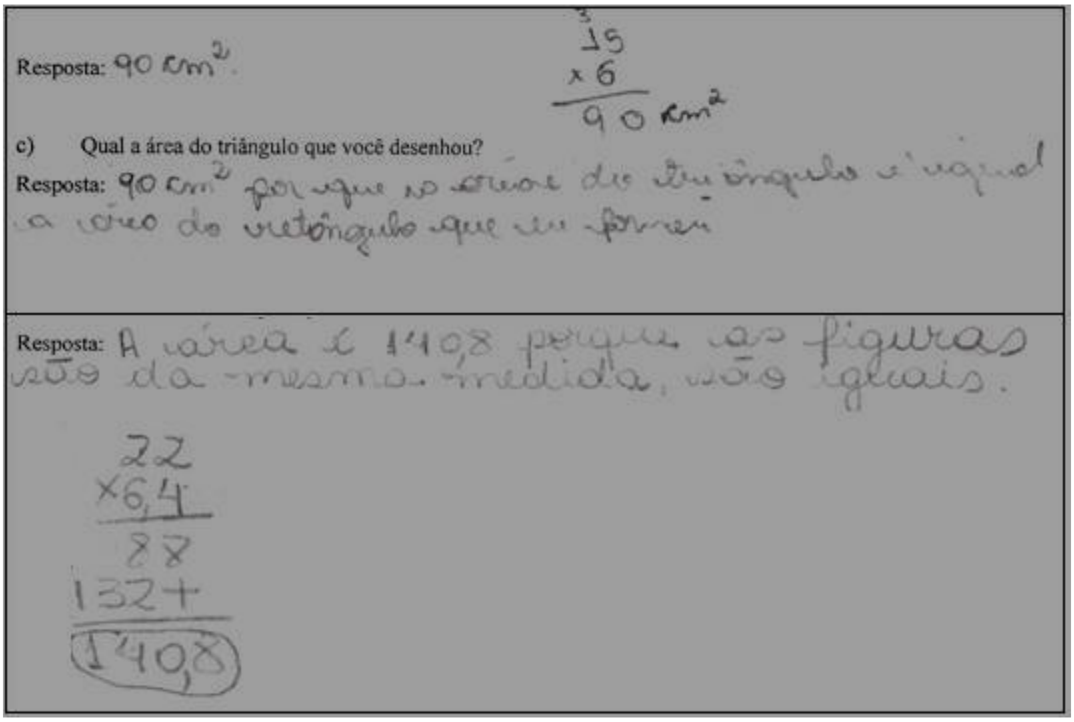


Figura 48: Respostas dos estudantes, cálculo da área do triângulo.
Fonte: Próprio autor.

Neste caso, os estudantes mediram com a régua os lados do retângulo e calcularam a área do retângulo corretamente, por meio da multiplicação destes lados. Observando-se o quebra- cabeça e a resposta do item anterior conjecturou-se que a área do triângulo é também o mesmo valor encontrado. É importante observar que os estudantes não colocam as unidades de medidas de comprimento e também de área, neste caso cm e cm² respectivamente.

Alguns estudantes, mesmo com o raciocínio correto, ou seja, sabendo que a área do retângulo é dada pela multiplicação dos lados, respondem equivocadamente a questão. Os dois erros mais frequentes foram:

a) Mediram errados os lados do retângulo com a régua. Geralmente desprezavam os milímetros, por exemplo, se o lado medir 8,3 cm ele usaram 8 cm para fazer as contas, desprezavam os 3 mm. Este fato pode ter ocorrido para facilitar os cálculos, já que os estudantes preferem trabalhar com medidas inteiras em seus cálculos ou pode ter ocorrido pelo desconhecimento em medir segmentos milimétricos.

b) Outro erro, o mais frequente, estava relacionado aos erros na multiplicação dos lados. Quando os números eram decimais, erravam a posição final da vírgula;

Na figura 49 abaixo podemos ver estes erros.

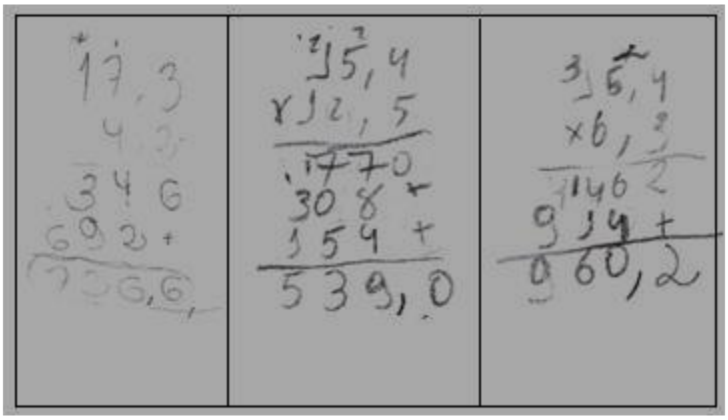
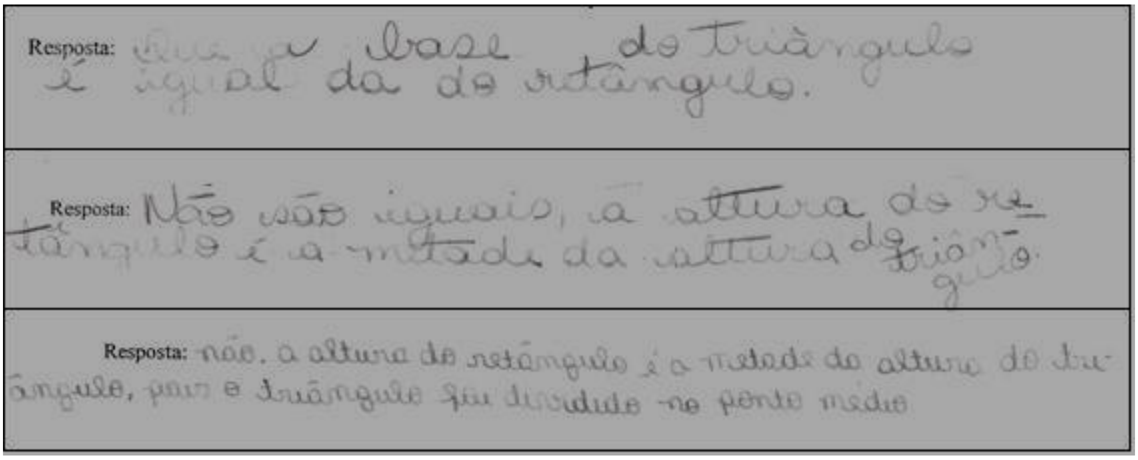


Figura 49: Multiplicações com números decimais feitas por estudantes.
Fonte: Próprio autor.

Para finalizar a atividade, os estudantes deviam novamente observar o quebra- cabeça e analisar se a base do triângulo (lado vermelho) tinha ou não a mesma medida da base do retângulo formado e, se a altura do triângulo tinha ou não a mesma medida da altura do retângulo formado.

Os estudantes, em sua maioria, responderam corretamente estas questões, mostrando mais uma vez que a observação, a manipulação dos quebra- cabeças ajudaram a responder tais questões. Não só isso. O fato de pintar de vermelho a base do triângulo ajudou muito, pois quando se monta o retângulo, fica evidente que a base também é este lado vermelho, sendo assim, os dois tem medidas iguais. Já no caso da altura, o que ajudou os estudantes foi o processo de construção do quebra- cabeça. A determinação do ponto médio dos lados e o traçado da base média, fez com que os estudantes visualizaram que a base média divide a altura pela metade.

Segue abaixo, na figura 50, algumas respostas:



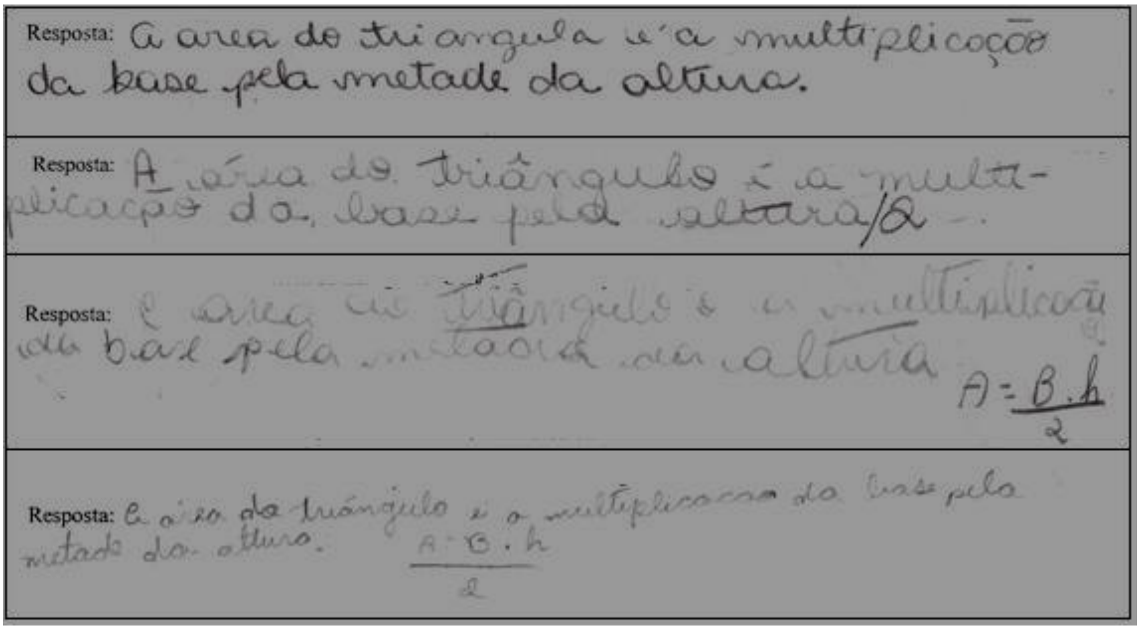
Resposta: Que a base do triângulo é igual da do retângulo.

Resposta: Não são iguais, a altura do re- tângulo é a metade da altura do triân- gulo.

Resposta: não. a altura do retângulo é a metade da altura do tri- angulo, pois o triângulo foi dividido no ponto médio

Figura 50: Respostas dos estudantes, atividade do triângulo.
Fonte: Próprio autor.

Para finalizar a atividade, os estudantes deveriam generalizar e descobrir matematicamente uma fórmula para se calcular a área de um triângulo, através das medidas de sua base e sua altura, ou seja, deveriam usar a álgebra para generalizar o que eles descobriram. A maioria dos estudantes não compreendeu o que o professor disse, não usou letras para generalizar a medida do lado do triângulo e a sua altura, como mostra a figura 51 abaixo, e também a resposta dos dois estudantes que usaram a álgebra para fazer a generalização.


Resposta: A area do triangula é a multiplicação da base pela metade da altura.

Resposta: A área do triângulo é a multiplicação da base pela altura/2.

Resposta: A area do triângulo é a multiplicação da base pela metade da altura $A = \frac{B.h}{2}$

Resposta: A área do triângulo é a multiplicação da base pela metade da altura. $A = \frac{B.h}{2}$

Figura 51: Dedução dos estudantes, atividade do triângulo.
Fonte: Próprio autor.

Veja abaixo um dialogo do professor com o estudante Den, que mostra que o estudante compreendeu como se calcula a área de um triângulo, mas tem dificuldades de generalizar algebricamente sua descoberta.

O Estudante Den afirma: Professor é só multiplicar a base pela metade da altura.

Professor: Escreve isto matematicamente, usando letras para generalizar, deduzindo a fórmula.

O estudante entendeu que escrevendo a frase : a área do retângulo é igual a multiplicação da medida de seus lados, ele generalizou matematicamente a fórmula, ou seja,não fez uso da álgebra para fazer a dedução.

4.2.4 Educando o olhar

Os diálogos acima mostram que os estudantes compreenderam a intenção dedutiva das atividades. Este fato ficou claro quando um estudante diz que, para descobrir a área do triângulo, temos que transformá-lo em um retângulo ou quadrado, já que sabemos calcular a área somente destas figuras.

O problema motivador desta atividade gerou um debate de ideias fundamental, desenvolvendo nos estudantes um raciocínio fundamental na matemática, que é a descoberta de uma coisa nova usando um conhecimento que já se tem.

Nesse sentido, concordo com Moura (2001), uma vez que a atividade orientadora de ensino colocou os estudantes em conflito na tentativa de solucionar o problema, mesmo não conseguindo fazer a decomposição do triângulo em um retângulo, os estudantes sabiam que tinham que fazer isso, para cumprir um formalismo característico da matemática, descobrir algo novo partindo de algo que se conhece, para validar o resultado.

Há de se considerar ainda o papel da dobradura no ensino de geometria, no sentido de promover que os estudantes compreendam e descubram coletivamente propriedades como base média, altura e área de um triângulo sem muita dificuldade.

A dobradura foi fundamental na construção do quebra-cabeça pela sua simplicidade e facilitou o processo de aprendizagem dos estudantes. Concordo com Senzaki (2009) que o uso de dobradura no ensino de geometria proporciona a interação entre os alunos, permitindo não só que eles se movimentem na sala de aula, mas que possam trocar informações constantemente, tanto com o professor quanto com os colegas, o que torna a aula bem mais dinâmica.

Senzaki (2009) aponta ainda que as dobraduras oferem elementos que permitem ao estudante caminhar sozinho, desenvolvendo sua autonomia.

Ao responder a primeira questão, os estudantes perceberam que não aumentamos e não diminuímos o triângulo desenhado por ele, apenas dividimos o triângulo de tal forma que as peças foram deslocadas de lugar, isto fica claro quando falam que não aumentou as partes, que a metragem é a mesma e que são do mesmo tamanho.

Para a formulação destas respostas, concordo com Passos (2000) que as representações e interpretações geométricas foram favorecidas pelo quebra-cabeça, ou seja, ele permitiu a visualização e representação desempenhando um papel importante no processo de aprendizagem dos alunos.

Podemos perceber, a partir das falas e das escritas, que a atividade conduziu o estudante para a conclusão de que a área do triângulo é dada pela multiplicação de sua base pela metade da altura.

Concordo com os PCNs (1998) quando apontam que as atividades com materiais manipulativos podem favorecer a construção do pensamento abstrato, do raciocínio dedutivo e da generalização de resultados. Porém, a manipulação algébrica para deduzir os resultados ainda é um problema a ser enfrentado, ou seja, a atividade mostra que o estudante conseguiu compreender a maneira de calcular a área do triângulo, mas escrever isso matematicamente, usando letras ainda é um desafio a ser superado.

Constatei esse fato pelas respostas dos estudantes na última questão, que pede para deduzir a fórmula. Os estudantes falam a fórmula, mas não conseguem formalizá-la no papel. Apenas dois, dos trinta estudantes conseguiram fazer a generalização.

Podemos concluir que, nesta atividade, o quebra-cabeça foi fundamental para a resolução das questões, pois permitiu com que o estudante pudesse compreender que a área do retângulo é equivalente a área do triângulo construído. Ao mesmo tempo, o estudante também pode perceber que a base do retângulo é congruente à base do triângulo e a altura do retângulo formado é a metade da altura do triângulo.

Além disso, a construção do quebra-cabeça pelo estudante favoreceu o entendimento dos conceitos de ponto médio e altura do triângulo, propiciando assim um melhor entendimento, pelo menos para dois estudantes, da generalização da fórmula. Estes estudantes desenharam o triângulo e perceberam que em qualquer triângulo poderíamos decompor e compor o mesmo em um retângulo. Apesar da dificuldade de generalizar com fórmula, usando a álgebra, os estudantes entenderam, de forma numérica, que a área do triângulo é igual ao produto de sua base pela metade da altura.

Em suma, a maioria dos estudantes nesta faixa etária, prestes a concluir o ensino fundamental, ainda não consegue generalizar fórmulas, ainda que se faça uso de materiais didáticos elaborados por eles mesmos.

4.3 DESCOBRINDO A ÁREA DO PARALELOGRAMO

A atividade do triângulo motivou bastante os estudantes, mas teve um fator que me intrigou enquanto professor: o fato de os estudante saberem que deveriam transformar o triângulo em um retângulo, mas não sabiam como fazer isso, ou seja, não sabiam como decompor o triângulo em partes de forma que essas partes formassem um retângulo. Pensando nisto, procurei facilitar ao máximo a próxima atividade para que os próprios estudantes conseguissem decompor o paralelogramo em um retângulo.

Esta atividade parte do seguinte desafio: o estudante está com um paralelogramo em mãos e deve calcular a área deste paralelogramo. Para isso, pode fazer apenas um corte com a tesoura, dividindo-o em duas partes, de modo que possa montar um retângulo com elas.

Os estudantes não tiveram nenhuma dificuldade em fazer o corte, e com muita rapidez transformaram o paralelogramo em um retângulo de mesma área. Depois, com a régua, mediram os lados do retângulo e calcularam sua área, conforme mostram as imagens na figura 52 abaixo:

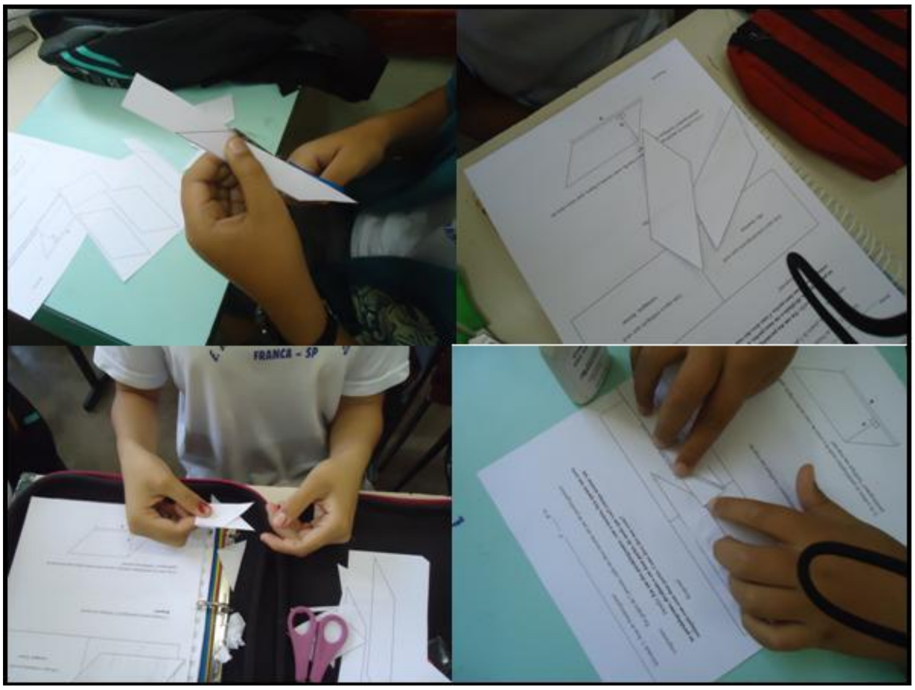


Figura 52: Fotos da atividade do paralelogramo.
Fonte: Próprio autor.

Depois de construído o quebra- cabeça, os estudantes passaram a responder as questões. Mediram os lados do retângulo formado e calcularam a área. Segue abaixo, na figura53, algumas respostas dos estudantes:

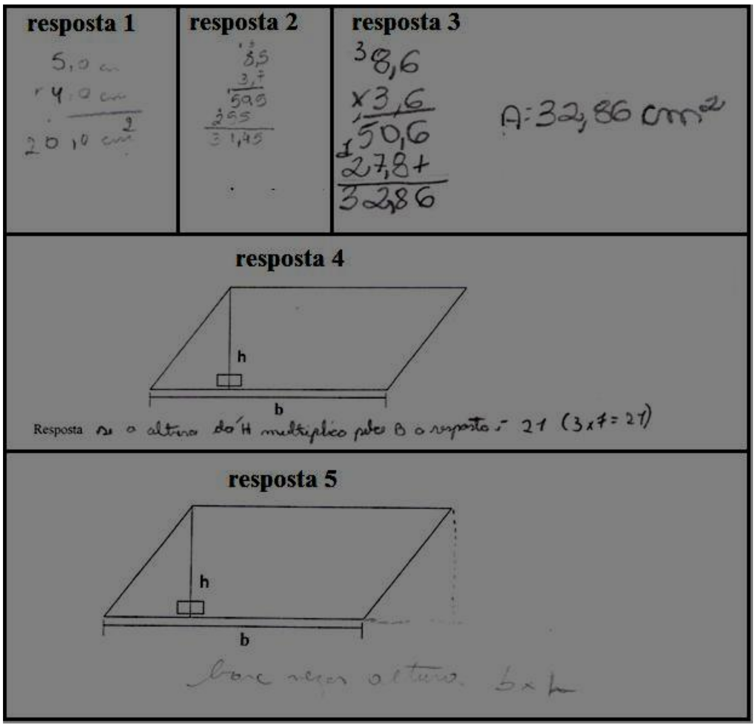


Figura 53: Respostas dos estudantes na atividade do paralelogramo.
Fonte: Próprio autor.

Na figura acima temos cinco respostas de estudantes. Podemos notar que nas respostas 1 e 2 mediram corretamente os lados do retângulo e também a multiplicação desses lados, o que aconteceu com a maioria dos estudantes, cerca de 70 %. Já a resposta 3, apesar do estudante ter feito a medição dos lados corretamente, a operação de multiplicação de 8,6 por 3,6 está errada, pois apresenta resultado 32,86 , o correto seria 30,96 . Aqui, aparecem novamente as dificuldades em se realizar esta operação. Este erro aconteceu com cerca de 30% dos estudantes. Um fato importante de observar é que as respostas 1 e 3 apresentam a unidade de medida de área, o que não acontece com resposta 2.

As respostas 4 e 5 mostram a generalização da fórmula para calcular a área do paralelogramo. Em geral, os estudantes perceberam que a base e a altura do paralelogramo são também a base e a altura do retângulo formado e não tiveram problemas em deduzir que para calcular a área do paralelogramo basta multiplicar a base pela altura, como mostra a resposta 5.

Um fato interessante ocorreu com a resposta 4. O estudante escreve que se a altura é h devemos multiplicar pelo b, o estudantes então calcularam a área do paralelogramo desenhado, que tem medidas 7cm de base e 3 cm de altura.

4.3.1 Educando o olhar

Podemos notar, através das respostas, que os estudantes entenderam o processo de decomposição do paralelogramo e composição do retângulo e, compreenderam como calcular a área de um paralelogramo.

Nesse sentido, concordo com Moura (2000) que, quando a atividade é do sujeito, este busca a solução, uma vez que é motivado por um problema ou um desafio, onde lida com conhecimentos a partir dos conhecimentos que vai adquirindo à medida que desenvolve a sua capacidade de resolver problema. Para o professor fica a mediação. A atividade é, desse modo, um elemento de formação do aluno e do professor.

Nesta atividade, a manipulação e visualização do paralelogramo e do retângulo foram fundamentais para resolver o problema.

Concordo com as idéias de Lorenzato (1996), Kalef (2003) e Moura (2000) no sentido de que, enquanto o estudante tenta montar a figura procurada, vai descobrindo relações entre suas partes e o todo; entre as medidas dos lados das partes. Percebe que as características de uma figura permanecem inalteradas por mais que se mude sua posição. Aprende que para resolver o problema de montar a figura toda, precisa muitas vezes tentar vários caminhos até encontrar um que sirva, desenvolvendo assim, a perseverança, a capacidade de análise, a busca por processos cada vez mais reflexivos sobre a atividade orientadora de ensino.

Devido à facilidade dos estudantes em resolver esta atividade, a atividade seguinte, denominada área do trapézio, segue as mesmas idéias desta.

Segue abaixo a descrição e a analise dos dados obtidos na atividade do trapézio.

4.4 DESCOBRINDO A ÁREA DO TRAPÉZIO

Nesta atividade os estudantes recebem dois trapézios e são desafiados a calcular a área de cada um deles.

A intenção desta atividade é fornecer o mínimo de informações possíveis e convidar os estudantes a raciocinarem e utilizarem os conhecimentos adquiridos nas atividades anteriores para resolver o problema.

Segue abaixo o diálogo entre os estudantes e o professor na busca da solução do problema.

Estudante Lou: Professor não dá para montar um retângulo com os dois não.

Professor: Não sei. O que vocês acham? (Perguntando para os demais estudantes)

Estudante Vin : Pode montar outra figura ? Igual aquela da aula passada?

Professor: Pode. Você tem que calcular a área de cada trapézio, fazendo isso você conseguirá calcular?

Estudante Mai: Há, dá sim. Dá pra montar um paralelogramo, como já sabemos calcular a área do paralelogramo, vai dar certo.

Professor: Vamos lá então, tentem.

Estudante Gab : Mas tem dois trapézios aqui, ele quer a área de cada um deles.

Professor: Isso mesmo, tem dois trapézios e quero a área de cada um deles.

Estudante Mai: Fácil, é só calcular a área e dividir por dois o resultado.

Professor: Não sei não. Tentem resolver.

4.4.1 Educando o olhar

O diálogo mostra que os estudantes compreenderam a proposta dedutiva das atividades. Só podem usar um conhecimento que já adquiriram. Perceberam que devem transformar a figura em outra figura que já sabem calcular a área.

Segue abaixo, na figura 54, imagens dos estudantes montando o quebra- cabeça da atividade.

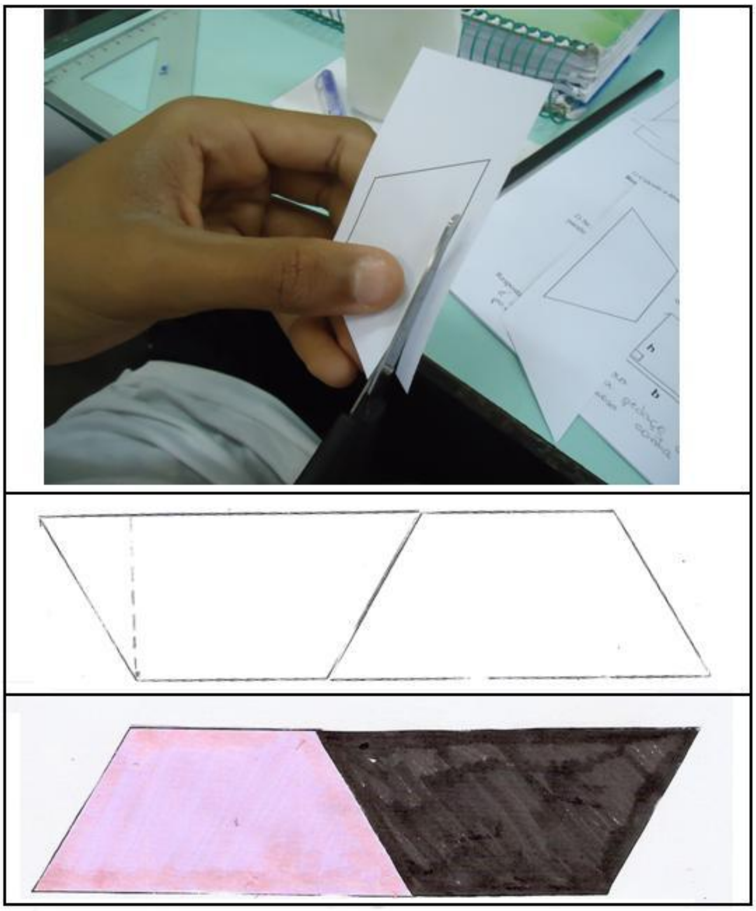


Figura 54: Construindo e resolvendo o quebra- cabeça, trapézio.
Fonte: Próprio autor.

Depois desse diálogo e com o quebra-cabeça montado, foi entregue aos estudantes a folha 22. Dessa forma, passaram a responder as questões e não tiveram muitas dificuldades. Segue abaixo, na figura 55, algumas respostas dos estudantes :

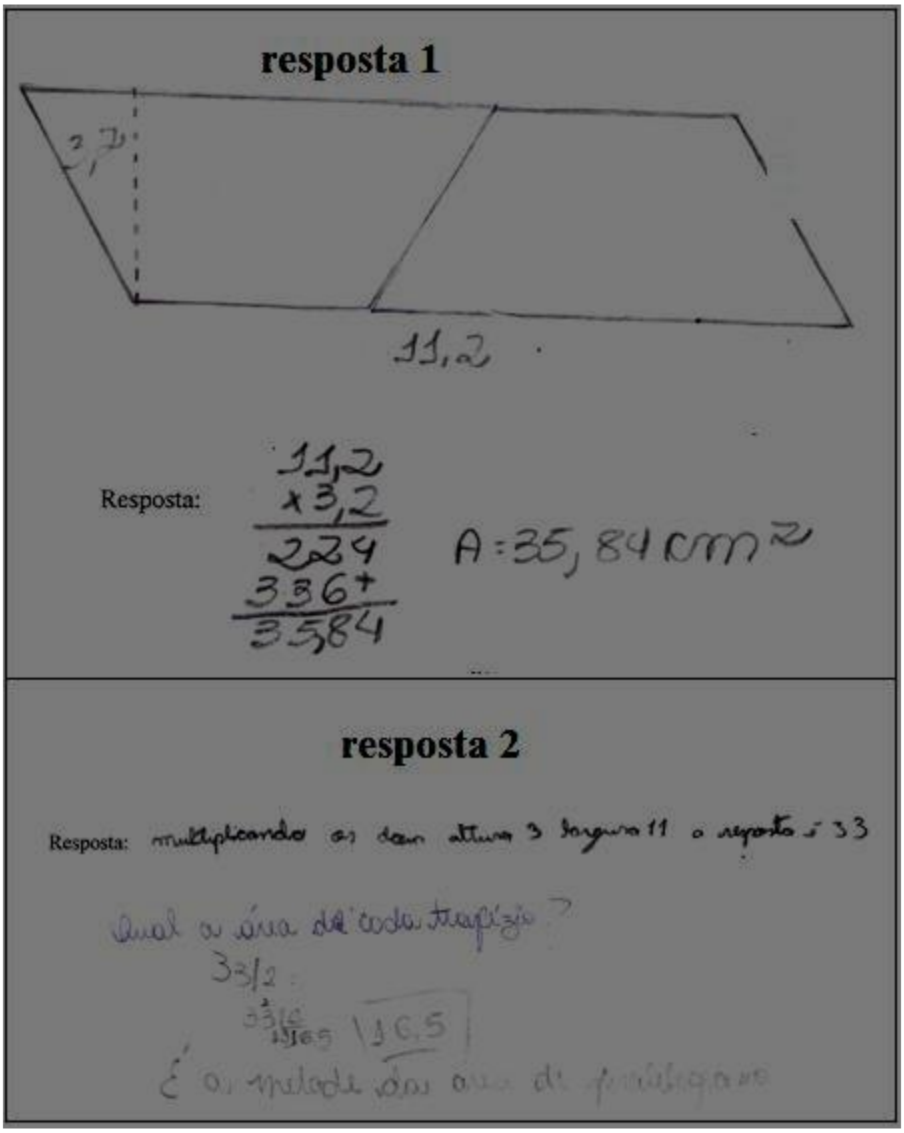


Figura 55: Respostas dos estudantes, atividade do trapézio.
Fonte: Próprio autor.

É importante observar que os estudantes montaram o paralelogramo com os dois trapézios com certa facilidade. Na resposta 1, o estudante mediu com a régua a base do trapézio 11,2 cm e a altura 3,2 cm , o que está correto. Já o estudante que deu a resposta 2, desprezou a medida dos milímetros considerando 3cm a altura e 11 cm a base do paralelogramo, o que denomina de largura. Observamos também que agora os estudantes apresentam a unidade de medida, depois do professor chamar a atenção para sua importância.

Nesta atividade, percebemos novamente que os estudantes compreenderam que com dois trapézios congruentes é possível formar um paralelogramo e a área de cada trapézio é a metade da área desse paralelogramo.

Depois da resolução da folha 2, foi entregue a folha 3 da atividade, onde é proposta uma questão para generalizar e descobrir uma fórmula para encontrar a área do trapézio.

Aqui, os estudantes tiveram mais dificuldades. A maioria deles percebeu, através do quebra-cabeça, que a base do paralelogramo é igual à soma da base maior com a base menor do trapézio e que a altura é a mesma. A dificuldade está em escrever algebricamente a fórmula.

Segue abaixo, figura 56, as resoluções feitas por dois estudantes:

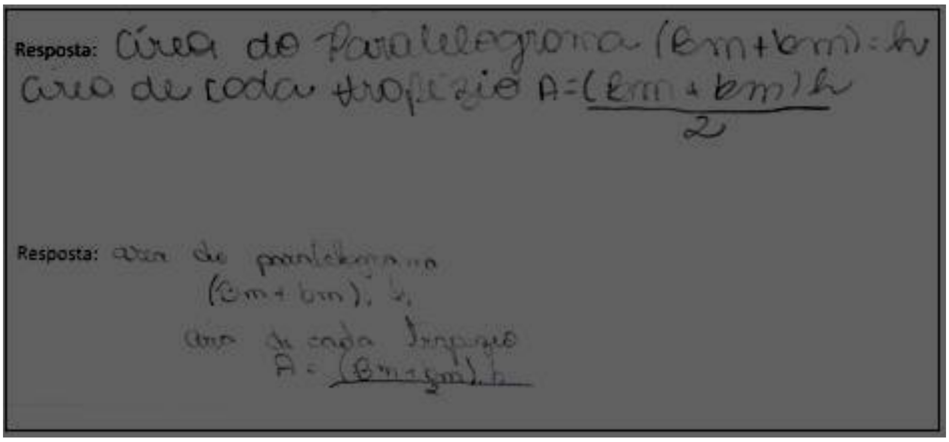


Figura 56: Generalizações dos estudantes, atividade do trapézio.
Fonte: Próprio autor.

As respostas mostram que os estudantes observaram o quebra-cabeça calculando a área do paralelogramo primeiramente e, depois observaram que o paralelogramo é formado por dois trapézios congruentes. Assim, a área de cada trapézio é a metade da área do paralelogramo. Podemos observar este fato na divisão das respostas.

Primeiro, um dos estudantes encontra a fórmula da área do paralelogramo (Bm + bm) x h e depois escreve que a área do trapézio é a metade disso.

Mais uma vez aqui, as ideias de Passos (2000), Lorenzato (1995) e Kalef (2003) estão presentes, no sentido de que a visualização e a manipulação de materiais concretos podem auxiliar na resolução de atividades que envolvem o pensamento geométrico.

4.5 DESCOBRINDO A ÁREA DO LOSANGO

4.5.1 Iniciando a conversa

Esta última atividade em sala de aula tinha como objetivo fornecer ao estudante o mínimo de informações possíveis, devendo utilizar seus conhecimentos para resolver os problemas desta atividade. Nesta atividade, cada estudante recebeu dois losangos congruentes e tinha como desafio encontrar a área de cada um deles.

Os estudantes não tiveram muitas dificuldades em formar com os dois losangos um retângulo, com isso calcularam a área do retângulo e depois dividiram o resultado por 2 para encontrar a área de cada losango. Analisemos o dialogo abaixo que mostra como os estudantes fizeram a decomposição.

Professor: Vocês estão com os dois losangos nas mãos, agora devem calcular a área de cada um deles.

Estudante Mai: Podemos recortar eles como quiser?

Professor: Sim, desde que calcule a área de cada um deles, você pode recortar como quiser.

Estudante Gab: Podemos fazer igual à bandeira do Brasil, aí dá pra formar um retângulo!

Professor: Como assim?

Estudante Gab : Assim, corta um deles no meio, em quatro pedaços, aí da pra formar um retângulo.

Professor: Não sei não. Tente aí, vê se essa ideia vai dar certo.

Com isso, os estudantes começaram as suas decomposições. Em geral fizeram corretamente e formaram um retângulo. Depois do retângulo formado, a estudante Lou-diz:

Estudante Lou: Isso mesmo, dá certo, dá pra montar um retângulo.

Estudante Vin: Agora fica fácil professor, é só medir e calcular a área do retângulo.

Estudante Mai: E depois dividir por dois não é?

Professor: O que você acha?

Estudante Gab: Tem que dividir por dois sim, ele quer a área de cada retângulo.

Na figura 57 abaixo temos algumas fotos dos estudantes decompondo os losangos em um retângulo.

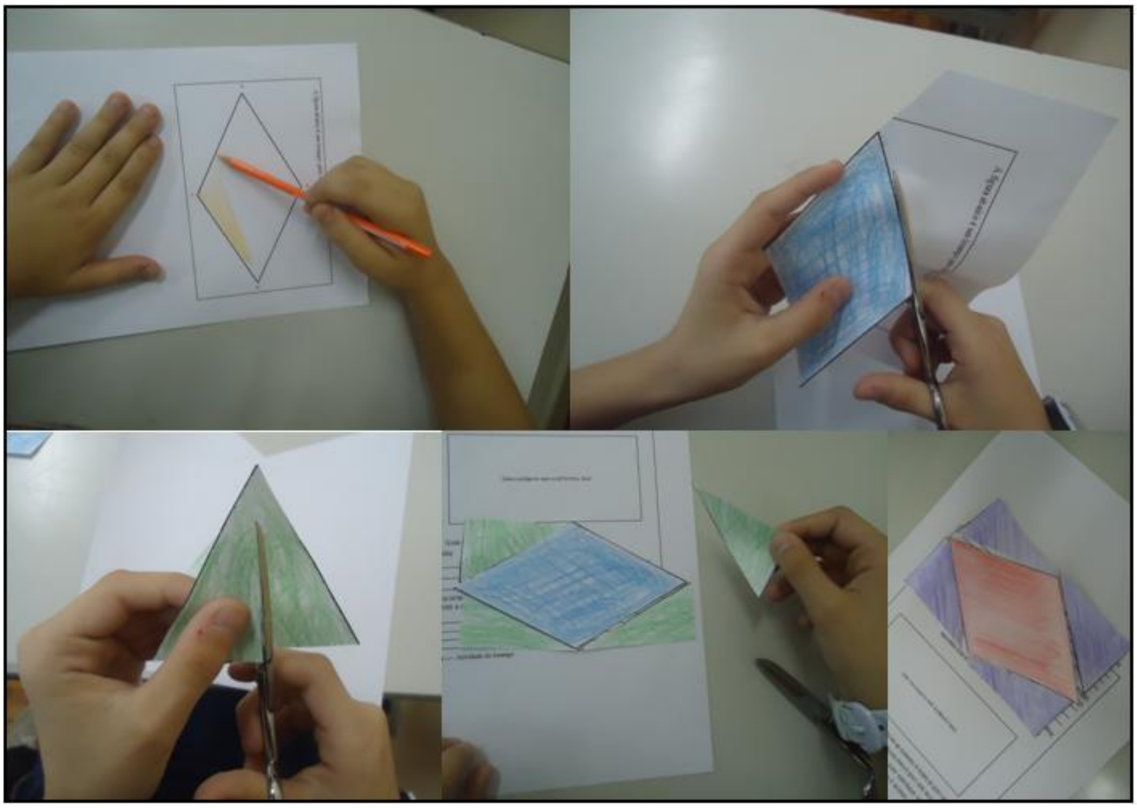


Figura 57: Construção do quebra- cabeça, atividade do losango.
Fonte: Próprio autor.

4.5.2 Respondendo as questões propostas.

Para a resolução da primeira questão os estudantes não tiveram muitas dificuldades. Mediram os lados do retângulo formado e calcularam a área do retângulo fazendo a multiplicação desses lados e depois dividiram o resultado obtido por dois. Já para a dedução de uma fórmula para se calcular a área de um losango tiveram mais dificuldades. Analisemos o dialogo abaixo:

Estudante Lou: Professor, já calculei a área do losango, mas agora ta difícil deduzir a fórmula.

Estudante Vin : É verdade professor, dá uma dica, aí.

Professor: Observe o quebra- cabeça, tente descobrir uma relação dos lados do retângulo que você mediu com o losango.

Estudante Ped : Os lados do retângulo professor é onde eu cortei para formar o retângulo, eu cortei o losango ao meio.

Professor: Isso mesmo. Qual é o nome desses segmentos que dividem o retângulo ao meio?

Estudante Bru : diagonais ?

Professor: Isso. Agora tente responder sozinhos.

Depois disso, os estudantes perceberam que a área de cada losango é dada pela multiplicação das duas diagonais e o resultado dividido por dois. Analisemos a figura 58 abaixo e as repostas dos estudantes.

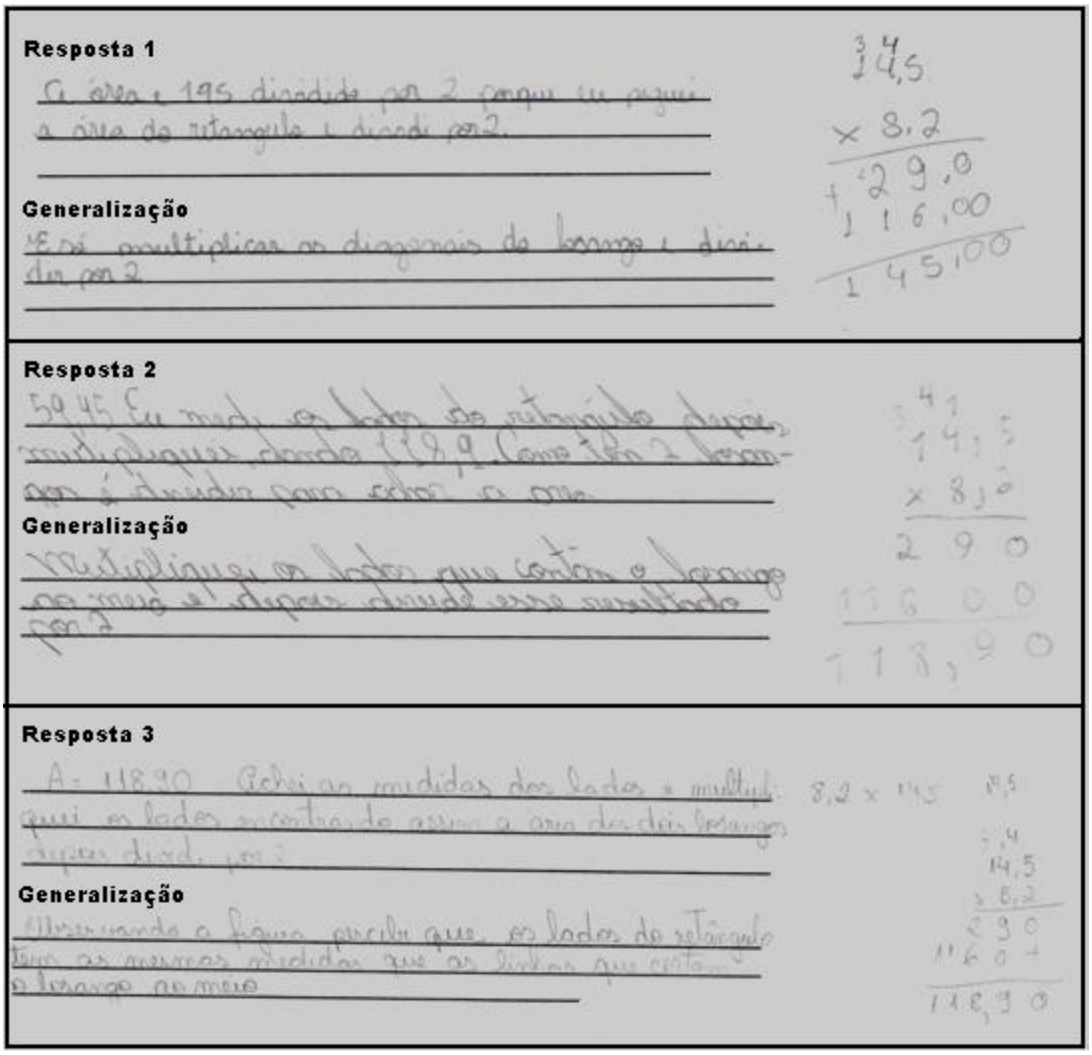


Figura 58: Respostas dos estudantes, atividade do Losango.
Fonte: Próprio autor.

4.5.3 Educando o olhar

Nesta atividade podemos observar mais uma vez que as ideias de Passos (2000), Lorenzato (1995) e Kaleff (2003) se justificam, pois a visualização e manipulação do quebra-cabeça ajudaram os estudantes a confirmarem suas hipóteses, caminhando assim para a resolução do problema.

Podemos perceber, através dos diálogos, que os estudantes compreenderam o processo dedutivo das atividades, onde tentaram transformar os losangos em figuras que já sabiam calcular a área, no caso o retângulo. Em geral, os estudantes tentam primeiro transformar a figura em um quadrado ou um retângulo pela simplicidade das figuras.

Moura (1996) nos diz que a atividade é do sujeito, é problema, desencadeia uma busca de solução, permite um avanço do conhecimento desse sujeito por meio do processo de análise e síntese e lhe permite desenvolver a capacidade de lidar com outros conhecimentos a partir dos conhecimentos que vai adquirindo à medida que desenvolve a sua capacidade de resolver problemas.

Ao fazer relação com a bandeira do Brasil para solucionar o problema, a estudante Gab consegue decompor os losangos em um retângulo, bem como realizar o cálculo de área de retângulo para solucionar o problema. Mais uma vez, a visualização do quebra- cabeça favoreceu a estudante a fazer esta analogia para resolver o problema.

Podemos perceber, pelas respostas dos estudantes, que os erros com as operações com números decimais ainda representam um obstáculo a ser superado (veja resposta 1), pois os estudantes raciocinam corretamente, fazem os cálculos e depois verificam que suas respostas ficaram erradas porque não sabem fazer os algoritmos corretamente. Este fato pode trazer certo desânimo aos estudantes enquanto aprendem matemática.

Os estudantes perceberam, visualizando o quebra- cabeça, que a área do losango pode ser obtida pela metade do produto de suas diagonais. É importante observar que as respostas 2 e 3 , os estudantes se referem as diagonais do losango como “ lados que cortam o losango ao meio”, mostrando assim que não compreendem que a diagonal é o segmento que se referem.

O processo de deduzir algebricamente a fórmula também é um desafio a ser superado pelos estudantes e para o professor. Os estudantes até falam ou escrevem a maneira de se calcular a área, conforme mostram as respostas dos estudantes: “a área do losango é igual à metade da multiplicação das diagonais do losango”, mas a grande maioria não consegue passar esta fala para a linguagem algébrica, usando letras para representar as diagonais.

b) As atividades realizadas na Marmoraria

Após as atividades propostas na sala de aula sobre o cálculo das áreas dos retângulos, triângulos, paralelogramos, trapézios e losangos, o objetivo da visita à Marmoraria foi vivenciar na prática, como estes conceitos se apresentam no comércio.

A atividade proposta, ainda que situada, simulou a compra de um produto oferecido pela empresa, ou seja, reproduziu uma cena aonde as pessoas chegam à Marmoraria com um desenho, um formato de pedra que gostariam de comprar. Assim, o cliente entrega o desenho ao Marmorista e este calcula o valor da pedra a ser adquirida.

Para esta atividade, os estudantes foram divididos em dois grupos de 15 estudantes. Devido ao espaço físico da Marmoraria e a pedido do marmorista, programamos duas visitas, em dois dias diferentes, com cinco subgrupos em cada dia.

Sendo assim, como tínhamos 15 estudantes para cada dia, os quinze foram divididos em trios, totalizando cinco subgrupos. Cada subgrupo recebeu um desenho, contendo o formato de pedra, para que simulassem a compra.

Os estudantes entregariam ao empresário a folha e este calcularia o preço da pedra desejada, explicando como fazia para obter o valor da mesma.

Descrevo agora os questionamentos, as falas do Marmorista e dos estudantes. Em seguida, analiso as falas, obedecendo à ordem cronológica dos fatos.

4.6 ENTRANDO NA MARMORARIA

O Empresário começou a atividade explicando aos estudantes a diferença entre Mármore e Granito, mostrando a eles pequenas amostras de tais tipos de pedras. Os estudantes pegaram em suas mãos as pedras e constataram que simplesmente olhando e tocando-as, não é possível distingui-las. A partir dessa situação, segue abaixo a fala do empresário:

Empresário: "... Isto aqui é Granito, a consistência da pedra é maior, ela é mais dura, o granito é formado por pequenos grãos, se vocês colocarem em lupas, dá pra ver que é formado de pequenos grãos. Já o Mármore, é composto por uma massa. Não é tão resistente, tão duro quando o granito. Todas essas pedras são vulcânicas e são retiradas de montanhas...".

O fato dos estudantes manipularem as pedras de granito e mármore já motivou e trouxe interesse para estes, pois os granitos estão presentes na casa deles, nas pias e nas soleiras, mas nunca tinham parado para pensar em como se constrói aquelas peças.

Na fala abaixo do marmorista, verificamos que alguns conhecimentos de História também estão presentes naquele contexto, destacando-se que há muito tempo é extraído Mármores e Granitos da terra.

Empresário: "... o Mármore, por exemplo, é extraído deste antes de Jesus Cristo, na época de Roma, o pessoal lá da Grécia já usava Mármore naquele tempo. Em muitas construções antigas, dos Gregos e dos Romanos foram utilizadas este mármore aqui (marmorista apontando para o mármore), que é chamado Mármore Carrara".

Enquanto professor, confesso que tive uma surpresa muito grande ao ver a satisfação dos estudantes em ouvir estas palavras, uma vez que faziam questão de pegar as pedras nas mãos, observá-las e faziam descobertas interessantes. Mostravam muito interesse em viver aquele momento.

Depois desta breve fala do empresário sobre a história da composição e da formação dos mármores e granitos, os grupos começaram a entregar ao marmorista, um de cada vez, na ordem dos episódios abaixo, o formato da pedra que desejavam comprar.

4.6.1 A área da mesa

Depois desta breve explanação do Marmorista, o primeiro grupo entregou um formato de pedra que gostaria de comprar, uma mesa de 1,1 m por 1,9 m. Segue abaixo o diálogo dos estudantes com o Marmorista:

Estudante Mai: Eu gostaria de comprar uma mesa nesse formato aqui, quanto vai custar?

Marmorista: Esta mesa aqui tem 1,1m de largura e 1,90m de comprimento, (desenhando na lousa a mesa), certo? Primeira coisa, tem que achar a metragem quadrada da mesa, todos sabem calcular?

Estudante Mai: Multiplica um pelo outro.

Marmorista: Por favor, chamando a secretária, traz a calculadora para mim. Multiplicando você tem 2,09 cm².

Estudante Lou: m², m².

Marmorista: É, isso, falei errado. Depois de calculada a área, você escolhe o granito que você quer, escolha a cor. Cada um, o metro quadrado é um preço.

Estudante Gab: se for este aqui, escolhendo um verde escuro.

Marmorista: Este granito aqui, comercialmente, chama-se Verde Pérola, ele está na faixa de R$ 200,00 por metro quadrado.

Estudante Mai: Nossa, uma mesa dessas vai ficar mais de R$ 400,00. (O marmorista ainda não tinha calculado o preço).

Marmorista: Vai sim. Para calcular o preço é só fazer 2,09 vezes 200 que vai ficar (fazendo a conta na calculadora) R$ 408,00.

Estudante Gab : Nossa , é caro hein!

Marmorista: Vocês entenderam direitinho, então vocês estudam o espaço da casa de vocês, e verificam que o ideal seria uma mesa 1,1 por 1,9, aí vêm aqui para comprar, escolhem a cor e eu, vou transformar em metro quadrado. Esse preço aqui é variável (apontando para o R$ 200,00), conforme a cor é o preço, então eu multiplico a metragem quadrada pelo valor da pedra e tenho o valor que vocês devem que pagar.

A linguagem matemática do marmorista difere da linguagem matemática da escola. Quando diz “achar a metragem quadrada da pedra”, é o mesmo que encontrar a área da mesa, do retângulo. Os estudantes entenderam a fala e não questionaram o marmorista.

Segue abaixo a figura 59 com os cálculos feito pelo Marmorista.

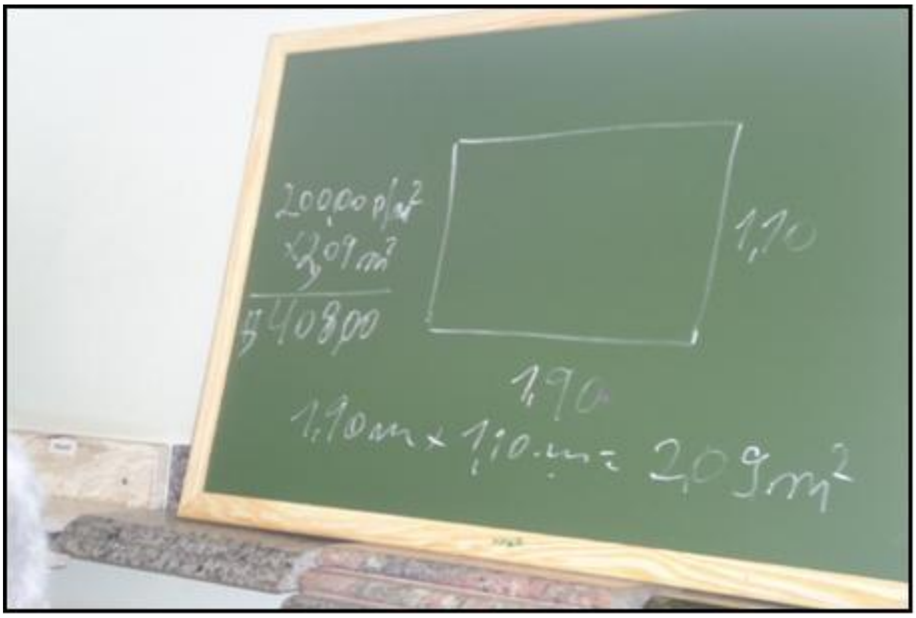


Figura 59: Calculo do valor da área da mesa, feito pelo Marmorista.
Fonte: Próprio autor.

4.6.2 Educando o olhar

Os PCNs (1997) e a Secretaria Estadual de Educação -SP (2008) apontam que a contextualização e a interdisciplinaridade favorecem a construção da cidadania, valoriza a teoria e a prática, educando o estudante para o trabalho e para vida.

Aqui, de alguma forma, estes dois itens estiveram presentes.

A fala do marmorista mostra que alguns conhecimentos relacionados à química, à geografia e à história se fazem presente em seu trabalho. A diferença das pedras está na composição química de cada uma delas. O marmorista mostra que é importante saber como são formadas as rochas para passar confiança e conhecimento ao cliente.

As falas dos estudantes mostram que fazem relação entre o aprendido na escola e a situação apresentada. Por exemplo, mostram que sabem calcular a área do retângulo, conhecem as unidades de medidas de forma que até “corrigem” o marmorista e sabem fazer cálculo mental.

Concordo com Lorenzato (1995) de que a visualização da peça atrelada ao desenho feito pelo marmorista contribuiu positivamente, de forma que o estudante pudesse aplicar os conhecimentos que relacionam a aritmética com geometria. Vale à pena ressaltar que enquanto o marmorista conversava com os estudantes, fazia o modelo matemático da mesa na lousa, o que favoreceu aos estudantes identificar, observar e classificar as propriedades que envolvem o conceito de área.

É importante lembrar que o professor pesquisador não fez nenhuma intervenção durante toda a visita na marmoraria e um fato passou despercebido pelos estudantes e pelo próprio Marmorista.

O preço da mesa foi dado de forma equivocada. A multiplicação de 200 por 2,09 é R$ 418,00 e não R$ 408,00 como informou o marmorista.

Vale a pena ressaltar que, mesmo com a calculadora, o marmorista fez o cálculo errado do preço da pedra e os estudantes, talvez pelo fato de Mai fazer a aproximação do valor, dizendo mais que R$ 400,00, não perceberam o erro.

Outra fala interessante no diálogo é da estudante Gab, que mostra total desconhecimento sobre os preços de produtos em granito. Ela se mostra espantada com o valor tão alto.

Nesse sentido, concordo com D´Ambrósio (2000) que diz que a matemática do dia a dia, a contextualização e a aplicação da matemática auxilia na compreensão e aprendizados de conhecimentos que podem modificar a forma de pensar do individuo.

É interessante notar que, no caso da mesa ser retangular, o cálculo do valor da pedra é simples, já que o desenho tem as medidas que o cliente deseja e também, pode–se fazer uso da calculadora para fazer os cálculos. Agora, quando o formato, não é retangular, ficando muito mais interessante, como no caso do Aparador, que tem formato de um trapézio.

4.6.3 Cálculo do preço de um aparador trapezoidal

Segue abaixo a figura 60, para melhor exemplificação, o desenho e os cálculos feitos pelo marmorista, para calcular o preço de um aparador trapezoidal.

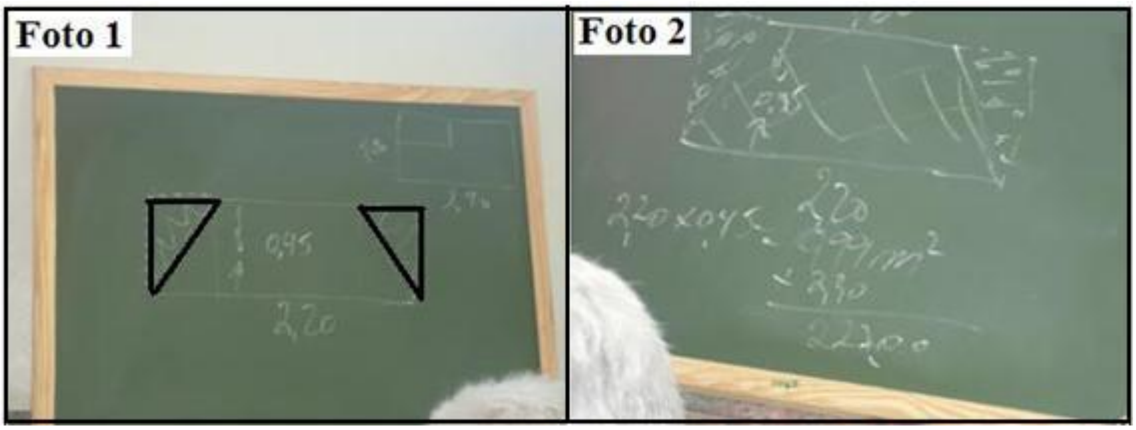


Figura 60: Cálculos da área e preço do Aparador, feitos pelo marmorista.
Fonte: Próprio autor.

Para calcular o valor da área da uma pedra em um formato diferente do retangular, o marmorista “esquadreja” a pedra. Esse esquadrejar a pedra, linguagem utilizada pelo próprio comerciante, representa a transformação do formato que se deseja, no retângulo de área mínima que contém o formato requerido.

No caso do trapézio, na foto 1, da figura 60, os triângulos marcados em preto juntamente com o trapézio dado, formam a figura que o empresário chama, esquadrejar o trapézio.

A foto 2, da figura 60, mostra os cálculos realizados pelo marmorista para calcular a metragem quadrada da pedra. Ele calcula a área do retângulo de área mínima que contém o trapézio, pois faz a multiplicação de 2,20m por 0,45m que resulta em 0,99m² e multiplica por R$ 230,00, valor do metro quadrado do granito.

É importante observar que, o processo de esquadrejamento ,aumenta a área da figura se ela não for um retângulo. Observe na foto 1 da figura 60 , que os triângulos em preto juntamente com o trapézio formam o retângulo, ou seja, as áreas dos triângulos são consideradas para calcular o preço do aparador desejado. Sendo assim, o preço fica maior do que se fosse considerado apenas a área do trapézio.

Segue abaixo o diálogo com os questionamentos dos estudantes e a argumentação do comerciante a respeito desse fato.

Marmorista: Eu vou explicar como que eu cobro comercialmente, não é a metragem quadrada que está aqui.

Estudante Tal: O que é aparador?

Estudante Gui: Aparador é um negócio (apontando para um aparador que estava na parede) tipo assim, está vendo esse negócio que está na parede, é isto aí.

Marmorista: Aparador é uma pedra que você coloca beirando uma parede e pode colocar ali um microondas ou um vaso de flores. Como que eu vou cobrar o valor desta pedra, matematicamente? Eu teria que cobrar a área só da pedra, mas comercialmente ela não é cobrada assim. Eu tenho que cobrar ela desse jeito (Marmorista esquadrejando a pedra na lousa).

Estudante Mar: Faz um retângulo?

Marmorista: Isso mesmo.

Estudante Mar: Mais assim vai cobrar mais.

Marmorista: É, esse pedaço que sobra, o cliente tem que pagar. Ou ele leva para casa este resto, ou nós jogamos fora, nós pagamos para jogar fora. Depois vou mostrar para vocês a caçamba cheia de retalhos que jogamos fora.

Estudante Mar: A tá! (voz de cinismo...). O senhor não usa o resto para nada?

Marmorista: Eu tenho que cobrar do cliente porque eu pago esse pedaço que sobra. Eu compro a pedra grande, o que chamamos de Lajão, que tem 2,9 m por 1,5, (veja na foto 1, no canto superior direito, o desenho que o marmorista fez) portanto, se eu pago, tenho que repassar esse custo para o cliente.

Marmorista: Isto acontece em vários lugares, por exemplo, quando você pede a uma costureira para fazer uma roupa, ela fala para você, comprar 2 m² de pano. Mas ela não usa os 2 m² quadrados, sobra um monte de retalho, que ela joga fora. Mas você pagou pelos 2 metros quadrados de pano, aqui é mais ou menos assim.

Estudante Vin : Verdade, é assim mesmo.

Veja abaixo na figura 61, a foto da caçamba que o Marmorista mostrou aos estudantes.

Figura 61: Sobras dos granitos.
Fonte: Próprio autor.

De frente para o entulho temos o diálogo abaixo:

Marmorista: Tá vendo, toda semana levam duas caçambas daqui para jogar fora as sobras. Acredita agora que eu pago para jogar fora?

Estudante Mar: Agora sim. (risos da turma e do marmorista)

4.6.4 Educando o olhar

O estudante mostra inicialmente que não conhece a peça a que o marmorista se refere, ou seja, o aparador. Ao mesmo tempo ele só fala do retângulo depois que o marmorista faz o desenho na lousa e dá a entender que sabe que o marmorista está cobrando "a mais", mas não explicita o que é esse "a mais".

Novamente, fica evidente aqui o papel do desenho. Conforme os estudos de Passos (2000), a visualização e representação são importantes no processo de aprendizagem dos alunos. Segundo a autora:

> Os diferentes tipos de visualização que os estudantes necessitam, tanto em contextos matemáticos, quanto em outros, dizem respeito à capacidade de criar, manipular e ler imagens mentais, de visualizar informação espacial e quantitativa e interpretar visualmente a informação que lhe seja apresentada, de rever e analisar situações anteriores com objetos manipuláveis. (PASSOS, 2000, p 81)

A visualização que o Marmorista desenhou fazendo uma representação do problema favoreceu os estudantes a relacionarem a manipulação dos quebra- cabeças, a decomposição e composição de figuras e o cálculo da área da figura. O estudante diz que será cobrada área maior somente quando vê o marmorista compondo a pedra em um retângulo.

O diálogo mostra que a estudante Mar se posiciona criticamente, não acreditando que o marmorista jogue fora o pedaço a mais que cobra, que ele utiliza ele para outra finalidade. Depois da explicação do Marmorista que, em vários contextos comerciais o preço é cobrado desta forma e a visualização da caçamba cheia de retalhos de granito, os estudantes compreenderam e concordaram com o marmorista.

Os estudos de Angstrom (2002) apontam que necessitamos do contexto da crítica, onde os estudantes precisam, antes de tudo, ter a oportunidade de analisar a atividade prática e tirar suas próprias conclusões. Nesse sentido, o contexto da Marmoraria e a atividade orientadora de ensino, permitiram com que os estudantes compreendessem a realidade deste comércio, ampliando os recursos necessários para o exercício da cidadania.

Vale a pena ressaltar que, como os estudantes e o marmorista não conhecem o mundo do corte e costura, concordaram que se compra tecido com a unidade metro quadrado. Os tecidos são comprados na medida linear, em metro.

4.6.5 Cálculo da área da Cantoneira.

Sem dúvida, o caso que mais chamou a atenção foi o da cantoneira, pois com seu formato de triângulo retângulo, no processo de esquadrejar a pedra, o cliente pagará o dobro da área que necessita e ainda a sobra é uma pedra igual a que ele deseja, ou seja, a sobra é idêntica à pedra que o cliente precisa e o marmorista diz que paga para jogar fora.

A figura 62 abaixo mostra o desenho, o esquadrejamento do triângulo retângulo feito pelo marmorista.

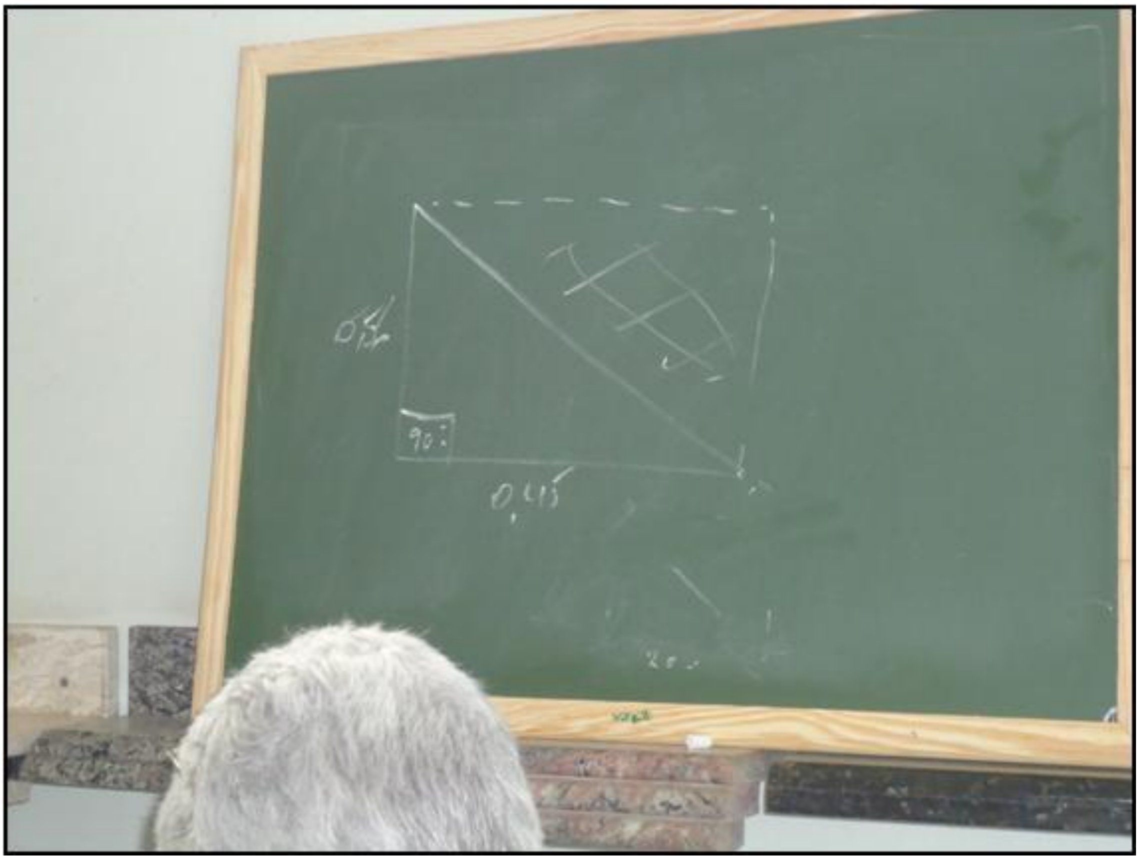


Figura 62: Cálculo do valor da cantoneira feito pelo marmorista.
Fonte: Próprio autor.

O diálogo abaixo mostra como os estudantes se comportaram diante da situação:

Marmorista: Aqui é a mesma coisa. Eu vou esquadrejar a pedra.

Estudante Ped: Vai dar o dobro da Pedra?

Marmorista: Vai.

Estudante Joa: O que é cantoneira?

Marmorista: É uma pedra que fica no canto da parede, você pode colocar, por exemplo, uma tália.

Estudante Ped: Então eu vou levar a sobra pra colocar no outro canto da parede.

Marmorista: Pode levar.

Estudante Jao: Mas nesse caso pode aproveitar a sobra.

Marmorista: Até pode, mas para mim é prejuízo, porque eu não posso cortar outra pedra com esse pedaço que sobra, por isso que eu tenho que cobrar.

Estudante Mai: Você pode fazer uma promoção, compre uma cantoneira e leve duas.

Marmorista: (risos)

4.6.6 Educando o olhar

Mais uma vez as idéias de Passos (2000) e Lorenzato (1995) aparecem aqui, porque a visualização do desenho feito pelo marmorista e os conhecimentos sobre área de triângulos estudados na sala de aula facilitaram o entendimento de como se calcula o valor da pedra.

Os estudantes mostram que compreenderam a maneira que o comerciante calcula o preço de seus produtos e a maneira que faz o esquadrejamento. O estudante Ped antes mesmo de o marmorista fazer o desenho, já diz que vai ser o dobro, mostrando que entendeu todo o processo.

É importante lembrar que esta composição do triângulo em um retângulo foi observada pelo estudante Mai na sala de aula quando estávamos estudando a atividade da área do triângulo.

A fala do estudante Mai indica que sabe que, comprando uma cantoneira, deverá pagar o preço de duas e como pode levar a sobra que, neste caso, é uma cantoneira igual a que deseja, então sugere uma promoção "ilusória" ao marmorista.

Podemos analisar a fala do estudante de duas maneiras: primeiro se for uma brincadeira, o estudante mostra que entendeu a relação comercial, ou seja, o esquadrejamento da pedra e preço.

Caso não seja uma brincadeira pode-se dizer que ficou confuso. Não percebeu que já pagou pelas duas cantoneiras, logo não existe promoção neste caso.

Concordo com as ideias de D´Ambrósio (1996) que a relação teoria e prática pode despertar a criticidade e reflexão dos estudantes, esta relação prepara o indivíduo para a cidadania e serve de base para estudos posteriores, como por exemplo para uma carreira em ciência e tecnologia, e ainda, pode tornar a matemática uma disciplina interessante e útil nos sistemas escolares.

D´Ambrósio (1996) entende que uma das principais metas da educação é formar homens que sejam capazes de criar, inventar, descobrir, criticar, verificar e não simplesmente aceitar tudo que a eles se propõe. As atividades que contemplem teoria e prática como as atividades na marmoraria, podem facilitar que essas metas sejam atingidas, já que o estudante vivencia os problemas e pode propor soluções. No caso da marmoraria, temos a seguinte pergunta: O que fazer com as sobras? Devemos simplesmente jogá-las fora, ou devemos procurar uma solução de reutilizá-las? Na próxima atividade, essas questões são levantadas pelos estudantes, o que enriquece ainda mais as atividades.

4.6.7 Cálculo do valor das pedras nos formatos de paralelogramo e losango.

Devido ao tempo, o marmorista calculou os valores da mesa de centro e do balcão conjuntamente.

Abaixo estão as figuras 63 e 64 fotos em que o comerciante calculou os valores das pedras nos formatos de losango e paralelogramo, respectivamente.

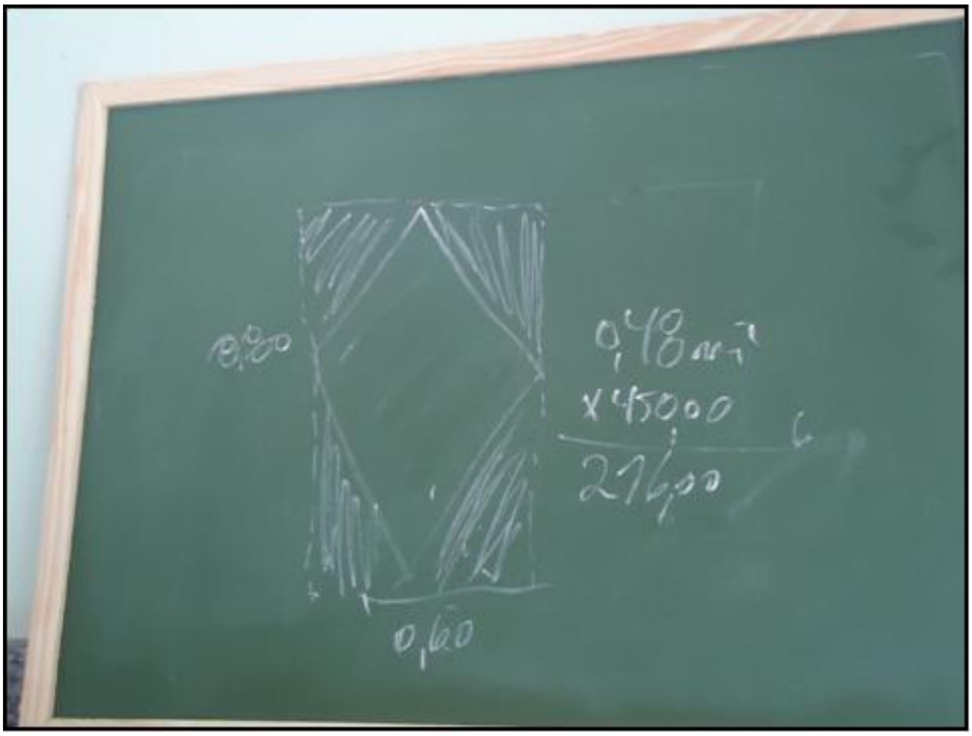


Figura 63: Cálculo do valor da Mesa de Centro em formato de losango.
Fonte: Próprio autor.

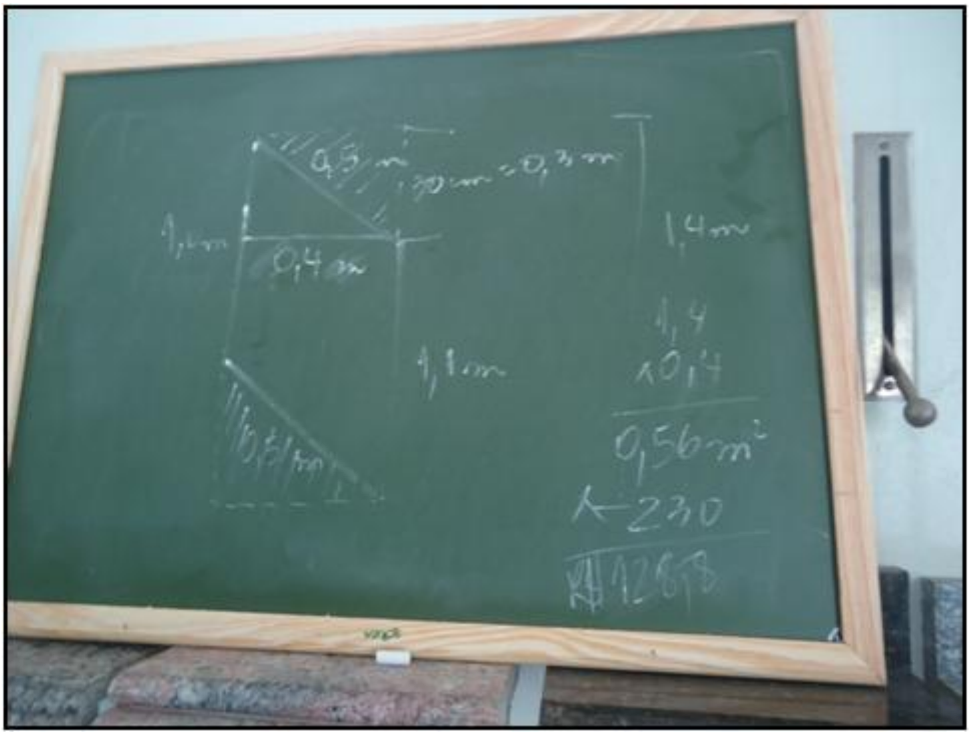


Figura 64: Cálculo do valor do Balcão em formato de paralelogramo.
Fonte: Próprio autor.

Segue abaixo o diálogo do marmorista com os estudantes.

Marmorista: Bom vocês já entenderam, eu vou esquadrejar e calcular a área do retângulo.

Estudantes Gab : Professor o losango ficou igual o quebra- cabeça.
Professor: Verdade.
Estudante Mar: Então sempre cobrará a mais?
Estudante Hel : Só retângulo que não.
Marmorista: É. Se a pedra não for retangular, sempre terá um pedaço a mais.

As falas abaixo mostram uma intervenção do professor pesquisador na atividade da marmoraria e revela uma verdade lamentável.

Professor: Luiz (Marmorista), geralmente, na maioria das vezes, os clientes percebem, sabem que está sendo cobrado área a mais, no caso de formatos não retangulares?
Marmorista: Não. A maioria vem aqui, pede a pedra, no formato que necessita, e se o preço for de seu agrado, ele compra. As pessoas mais esclarecidas como um construtor, um arquiteto, um engenheiro, sabe que está pagando a mais, mas eles nem questionam, por que sabem que eu também pago estas sobras. Mas a maioria passa batido.
Estudante Mai: Eu mesmo nem imaginava que é assim que funciona. Pra falar verdade, eu nem sabia o que era Marmoraria.

Os estudantes entenderam o processo de esquadrejamento das figuras, o motivo pelo qual o comerciante cobra área maior que o necessário e fazem relação com a atividade desenvolvida na sala de aula, mas o diálogo abaixo mostra uma preocupação com estas sobras, pois existem muitas marmorarias espalhadas pelo mundo e ,se todas jogarem suas sobras no lixo, como fica a questão ambiental?

Segue abaixo a questão feita por um estudante, que desencadeou toda essa discussão.

Estudante Lou: Senhor, mas não tem como reaproveitar essas sobras, sei lá, fazer alguma coisa para que esses restos não sejam jogados no lixo? Reciclar?
Estudantes Vin: Se isto acontecer diminui até o preço, né?
Marmorista: O granito é muito duro, difícil de quebrar, mas hoje com as novas tecnologias, hoje já tem mini Britadores*, inclusive estou com a intenção de

comprar, pra eu reaproveitar esses retalhos, ao invés de pagar pra jogar fora, eu possa fazer pedra britada, ai eu poderia vender essa pedra britada, isso diminuiria o meu custo e consequentemente o preço para o cliente. Hoje já está se testando fazer asfalto com granitos, o que também poderia utilizar as sobras, mas por enquanto, até o momento estamos jogando tudo fora, no lixo mesmo.

Depois da realização das atividades, os estudantes foram conhecer a Marmoraria, a linha de produção e as chapas de granitos e mármores.

4.6.8 Educando o olhar.

Senhor, mas não tem como aproveitar as sobras?

Ao analisar as falas, concordo com Engestron (2002) que os estudantes precisam ter a oportunidade de elaborar e programar na prática um caminho alternativo, um modelo de fazer o trabalho ou propor soluções.

A preocupação do estudante com o meio ambiente fez com que se preocupasse em resolver o problema de jogar as sobras no lixo, propondo uma espécie de reciclagem.

Para Lave e Wenger (1991) a aprendizagem é uma das características da prática social e concebem a participação periférica, ou seja, a aprendizagem pode ser entendida como uma ponte conceitual sobre os processos comuns inerentes na produção de pessoas e de comunidades, de prática em movimentos constantes de mudança.

As atividades desenvolvidas na Marmoraria contextualizou o conhecimento adquirido na escola e na vida pelos estudantes, mostrando a importância da Matemática tanto na aplicabilidade prática e social, quanto como área fértil que pode despertar a criticidade e desenvolver aspectos relacionados à cidadania dos estudantes, como por exemplo, a educação financeira.

Segundo os PCNs (BRASIL, 1997), a relação entre teoria e pratica não envolve necessariamente algo observável ou manipulável, como um experimento de laboratório ou a construção de um objeto. Tal relação pode acontecer ao se compreender como a teoria se aplica em contextos reais ou simulados. Com isso, o trabalho enquanto produção de bens e serviços, como é o caso da Marmoraria, revela-se como a prática humana é importante para conectar os conteúdos propostos no atual currículo pela Secretaria da Educação do estado de São Paulo com a realidade.

Nesse sentido, posso afirmar que quando a aprendizagem ultrapassa os muros da escola e caminha para contextos reais, ainda que simulados, ganha uma nova dimensão para os estudantes, onde podem propor soluções, se posicionar criticamente, mobilizar conhecimentos de vida e da escola para o entendimento da vida social, comercial e política.

CAPITULO 5
CONSIDERAÇÕES FINAIS E CONCLUSÃO

A educação tem por finalidade, segundo a LDB (1996), o pleno desenvolvimento do educando, seu preparo para o exercício da cidadania e sua qualificação para o trabalho. Nesse sentido, a escola e o professor são essenciais para a consolidação e efetivação desta finalidade. Aqui, o ensino de Matemática pode exercer um papel decisivo frente a esta situação.

Este ensino, atualmente, é um grande desafio para todos devido à sua complexidade. Nesta pesquisa, estamos analisando aspectos que envolvem o ensino de Geometria. É sempre bom lembrar que vários autores como Passos (2000), Lorenzato (1995), Pavanelo (1993) e Perez (1991) apontam que há uma forte resistência em relação ao ensino dos conteúdos geométricos, inclusive no Ensino Superior, onde são pouco abordados. Diante desta problemática, a investigação que fiz centra seus esforços no ensino e aprendizagem de geometria, em particular nos conteúdos relacionados às áreas de figuras.

Considerando-se a importância do conceito de área, atualmente, tanto na escola quanto na vida cotidiana esta pesquisa investiga o que estudantes do 9º. Ano do ensino fundamental falam e escrevem sobre estes, enquanto vivenciam atividades orientadoras de ensino na sala de aula e na marmoraria.

A análise dos dados, que não são generalizáveis, relevou que:

- Os estudantes do 9º ano do ensino fundamental compreendem o conceito de área e calculam a área dos polígonos: o retângulo, o triângulo, o paralelogramo, o trapézio e o losango.
- As atividades com materiais concretos, como quebra-cabeças geométricos, que propiciam a manipulação de polígonos como quadrado, retângulo, paralelogramo, trapézio, triângulo e losango, favorecem a aprendizagem de propriedades destes polígonos, como também, favorece a apropriação do conceito de área desses polígonos e a dedução de fórmulas para o cálculo das áreas dos polígonos estudados.

- A grande maioria dos estudantes generalizam verbalmente as fórmulas para calcular as áreas propostas, mas não conseguem formalizar essa fala matematicamente, fazendo uso da álgebra, da representação algébrica. A maioria dos estudantes, nesta faixa etária, prestes a concluir o ensino fundamental, ainda não consegue generalizar fórmulas, ainda que se faça uso de materiais didáticos elaborados por eles mesmos, ou seja, durante o desenvolvimento das atividades, apenas dois dos trinta estudantes conseguiram fazer a generalização solicitada.
- Alguns estudantes do 9º ano do ensino fundamental que participaram da pesquisa não sabem usar corretamente a régua. Têm dificuldades para medir segmentos milimétricos, além de não usarem a notação correta para medidas de comprimento, onde devem colocar 9,6 cm, por exemplo, colocam apenas 9,6 e muitos não reconhecem que 9,6 cm equivalem a 9 cm e 6 mm.
- As atividades que conciliam dobradura, recorte, pintura e quebra-cabeça, além de facilitar a aprendizagem de conceitos geométricos como ponto médio de um segmento, altura de um triângulo, base de um triângulo, favorecem também a aprendizagem do cálculo de áreas de polígonos e a dedução de fórmulas para calcular a área dos mesmos.
- As cores favorecem a resolução de problemas e a aprendizagem de propriedades geométricas. Com as cores, os estudantes visualizam melhor, diferenciam facilmente as características de cada figura e ainda estruturam melhor seu raciocínio para resolver o problema.
- As atividades com quebra-cabeças estimulam o raciocínio indutivo e dedutivo, além de favorecer a compreensão do uso de letras para representar números, ou seja, a passagem da aritmética para a álgebra.
- Alguns dos estudantes do 9º ano do ensino fundamental que participaram da pesquisa não dominam algoritmos para efetuar operações de adição e multiplicação de números decimais e pode-se concluir que, com a mediação do professor, a integração de geometria com aritmética por meio de medição de segmentos com régua e cálculo de áreas, pode estimular e tornar mais significativa a aprendizagem desses algoritmos.

- Nos cálculos que utilizavam apenas aritméticas, apesar da dificuldade de alguns, em sua grande maioria os estudantes raciocinaram corretamente. O quebra- cabeça auxilia o grupo a raciocinar dedutivamente, porém, ao passar essas deduções para o papel, com necessidade do uso da álgebra, os estudantes sentem muitas dificuldades e poucos conseguem chegar algebricamente nas fórmulas.
- O conhecimento da aplicabilidade do conceito de área na vida real desperta a criticidade e a curiosidade nos estudantes no sentido de pagar por uma pedra uma metragem quadrada maior, no caso de pedras nos formatos de triângulo, trapézio, paralelogramo e losango, já que o marmorista, através de composição de figuras, calcula a área do menor retângulo que contém esses polígonos.
- A teoria e a prática quando trabalhadas juntas, podem favorecer a criar homens mais criativos, capazes de fazer coisas novas e não simplesmente repetir o que as outras gerações já fizeram: homens inventores, descobridores e solucionadores de problemas.
- O conhecimento da aplicabilidade, o conhecimento da teoria aplicada à prática, facilita a formação de mentes que estejam em condições de criticar, verificar e não aceitar tudo que a elas se propõe.
- A interdisciplinaridade e a contextualização favorecem a transformação social e o exercício da cidadania, onde apareceram naturalmente no contexto da Marmoraria. Na integração das disciplinas, questões como reciclagem e preservação ambiental, a ética do Marmorista, a compreensão dos argumentos e motivos de como o comerciante trabalha, se fez presente.
- Quando os estudantes vivenciam a relação entre teoria e pratica no contexto de uma marmoraria, compreendem como a teoria se aplica em contextos reais ou simulados. Com isso, o trabalho enquanto produção de bens e serviços revelou-se importante para conectar os conteúdos do currículo com a realidade. Nesse sentido, afirmo que, quando a aprendizagem ultrapassa os muros da escola e caminha para contextos reais ou simulados, ganha uma nova dimensão para os estudantes, onde podem propor soluções,

se posicionar criticamente e podem mobilizar seus conhecimentos de vida e de matemática para o entendimento da vida social, comercial e política.

- O conhecimento da aplicabilidade dos conceitos estudados na sala de aula na vida real, como no cotidiano de um marmorista, faz com que a aprendizagem ganhe outra dimensão. Pois, na realidade, não se usa as fórmulas para calcular a área de paralelogramos, triângulos, trapézios e losangos. O que o marmorista usa é apenas a fórmula da área do retângulo, porém o estudo das áreas de tais polígonos se faz necessária, pois, apesar do marmorista usar apenas a fórmula da área do Retângulo no processo de esquadrejar a pedra, o conhecimento das propriedades desses polígonos se faz necessária para outros contextos, sendo assim, as atividades possibilitaram o desenvolvimento da autonomia e da criticidade dos estudantes, despertando sua curiosidade para o mundo do trabalho e para a prática social.

Vale a pena ressaltar que:

- Deve-se investir em pesquisas que promovam a aplicabilidade dos conceitos matemáticos quando possíveis, pois a aprendizagem que ultrapassa os muros da escola ganha vida para os estudantes quando vivenciada na prática e se torna muito mais atraente e interessante para eles.
- Deve-se incentivar o professor atuante nas escolas públicas ou particulares a cursar um mestrado profissional ou acadêmico, para que reflita sobre sua prática e crie atividades que possam promover a aprendizagem dos alunos, respeitando suas origens, seu contexto de vida e seus conhecimentos de mundo. Deste modo, afirmo que podemos alcançar a tão sonhada educação de qualidade.

Para finalizar destaco minhas aprendizagens enquanto professor e o legado deixado pelo Mestrado Profissional em minha formação profissional.

Enquanto professor e pesquisador, ao desenvolver a pesquisa, aprendi que a relação teoria e prática pode estimular e motivar os estudantes em aprender matemática. O conhecimento da aplicabilidade da matemática pode transformar a maneira de pensar do estudante, no sentido de perceber a importância do conhecimento para viver e desempenhar suas funções de cidadão na sociedade.

Aprendi também que as elaborações de atividades orientadoras de ensino estão em constantes adaptações e mudanças, ou seja, é preciso refletir sobre uma atividade, considerar o contexto e os conhecimentos dos estudantes, para assim melhorar cada vez mais a atividade, tornando a aprendizagem mais significativa para os estudantes e para o professor.

Um dos desafios à prática reflexiva é aceitar sua função como observação e leitura de nossa experiência. A prática reflexiva, se bem conduzida, pode ser um móvel de transformação. Com isso, supõe assumir riscos, tomar decisões, atualizar e rever suas ações, seus esquemas, suas atividades, assumir a incompletude ou insuficiência das coisas. Para tudo isso, temos que nos tornar profissionais e superar as críticas vazias e externas, a queixa, a culpa, e ingenuidade e o amadorismo. Assim, caminharemos para a valorização do professor e da educação.

Não posso deixar de mencionar sobre a dificuldade que tive em pensar, elaborar e desenvolver atividades orientadoras de ensino e cursar as disciplinas do mestrado e paralelamente a isso, ministrando 33 aulas semanais na rede Estadual de Ensino. Para amenizar esta dificuldade, uma proposta de solução seria oferecer bolsas de estudos para professores em exercício nas escolas publicas ou privadas, durante o tempo que estão cursando o mestrado. Com isso, diminuiriam sua quantidade de aula e, consequentemente, a qualidade de seu aprendizado aumentaria.

Finalizando, aprendi que ser professor é pesquisar e refletir constantemente, em todos os momentos, sobre a própria prática e como transformar a mente dos estudantes.

REFERÊNCIAS

APOLINÁRIO F. **Dicionário de metodologia científica:** um guia para a produção do conhecimento científico. São Paulo: Atlas, 2007.

BARBOSA, J. L. M. **Geometria Euclidiana plana**. Rio de Janeiro: SBM, 2006. (Coleção do Professor de Matemática).

BERTONHA, R. A. O **ensino da geometria e o dia-a-dia na sala de aula.** 1989. Dissertação (Mestrado em Educação) – Faculdade de Educação, Universidade de Campinas, Campinas.

BRASIL. **Lei nº 9.394, de 20 de dezembro de 1996.** Estabelece as Diretrizes e Bases da Educação Nacional. Diário Oficial da União. Brasília, nº 248, 23/12/1996. Diário Oficial da União, Brasília, n. 248, 23 dez. 1996. SeçãoI.

Brasil. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais:** introdução aos parâmetros curriculares nacionais. Brasília: MEC/SEF, 1997.126p.

BRASIL. Ministério da Educação e Cultura. **Parâmetros Curriculares Nacionais.** Brasília, 1997.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais**: Matemática. Brasília: MEC/SEF, 1998. 142p.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio**: Brasília: MEC/SEF, 2000.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Média e Tecnológica. **Parâmetros Curriculares Nacionais:** Ensino Médio. Brasília: MEC/SEMTEC, 1999. 4 v.

BRASIL. Ministério da Educação. **Ciências da natureza, matemática e suas tecnologias** / Secretaria de Educação Básica. – Brasília: Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica, 2006. 135 p. (Orientações Curriculares para o Ensino Médio; v. 2).

BORBA, M. C. **A pesquisa qualitativa em educação matemática**. In.: REUNIÃO ANUAL DA ASSOCIAÇÃO NACIONAL DE PÓS-GRADUAÇÃO E PESQUISA EM EDUCAÇÃO. Publicado em CD nos Anais da 27ª reunião anual da Anped, Caxambu, MG, 21-24 Nov. 2004. Dísponível em : < http://www.rc.unesp.br/gpimem/artigos0307.php>

BOYER, C. B. **História da Matemática.** 2. ed. São Paulo: Edgard Blücher LTDA, 1996.

BOYER, C. B. **História da Matemática**. São Paulo: Ed Edgard Blücher, 1974.

CAÑAL, P. et. al. **El lugar de las actividades en diseño y desarrollo de la enseñaza: como definirlas y clasificarlas?** Investigación en la Escuela nº 19. Sevila.1993

CARVALHO, A.M.P. ; GIL-PÉREZ, D. **Formação de professores de Ciências:** tendências e inovações. São Paulo: Cortez Editora, 1994.

D´AMBRÓSIO, U. **Educação Matemática:** da teoria à prática. Campinas: Papirus, 1996.

D'AMBRÓSIO, U. Etnomatemática e Educação. In: KNJNIK, G.; WANDERER, F.; OLIVEIRA, C.J. (Org.). **Etnomatemática**: currículo e formação de professores. Santa Cruz do Sul: EDUNISC, 2006. p.39-52.

D´AMBRÓSIO, U. **História da Matemática e Educação**. Cadernos **CEDES** – História e Educação Matemática. Campinas. Papirus, n.40, 1996. 96p. p. 7 – 17.

DAVYDOV, V. V. **Tipos de generalizacion en la enseñanza.** Havana: Pueblo y educacion, 1982.

DAVYDOV, V. V. **La enseñanza escolar y el desarrollo psíquico: investigación psicológica teórica y experimental.** Trad. Marta Shuare. Moscou: Editorial progresso, 1988a.

DAVYDOV, V. V. **Problems of developmental teaching: The experience of theoretical and experimental psychological research**. Parts 1-3. Soviet Education, 30 (8-10). 1988b.

ENGESTROM, Y. Non scolae sed vitae discimus: como superar a encapsulação da aprendizagem escolar. In: DANIELS, H. (Org). **Uma introdução a Vygotsky**. Trad. Marcos Bagno. São Paulo: Edições Loyola, 2002, p.192.

EUCLIDES, C., **Les éléments**. Tradução de Bernard Vitrac. V4 França: PUF, 2001.

EVES, H. **Introdução à história da Matemática**. Tradução Higyno H. Domingues. Campinas, SP: Editora da Unicamp, 2004.
EVES, H. Tópicos de história da Matemática para uso em sala de aula: geometria. Tradução Higyno H. Domingues. São Paulo: Atual, 1992, v.3.

FAINGUELERNT, E. K. ; NUNES, K. R. A.n. **Fazendo arte com a Matemática**. Porto Alegre: Artmed, 2006.

FAINGUELERT, E. K. **Educação Matemática:** representação e construção geométrica. Porto Alegre: Artes Médicas Sul, 1999.

FAINGUELERNT, E. K. **O ensino de geometria no 1º e 2º graus:** Educação Matemática em revista – SBEM 4, 1995, p. 45 – 52.

FIORENTINI, D. ; LORENZATO, S. **Investgação em educação matemática:** percursos teóricos e metodológicos. Campinas, SP: Autores Associados, 2006. (Coleção Formação de Professores).

FURIÓ C. et al. **La formación inicial del professorado de educación secundaria: papel de las didáticas específicas.** Investigación en la Escuela, nº 16, Sevila. 1992.

GIL, A. C. **Como elaborar projetos de pesquisa**. 4. ed. São Paulo: Atlas, 2002.

GOUVÊA, F. A. T. **Aprendendo e ensinando geometria com a demonstração:** uma contribuição para a prática pedagógica do professor de matemática do ensino fundamental. 1998. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica, São Paulo.

KALEFF, A.M. **Tomando o ensino da Geometria em nossas mãos.** A Educação Matemática em Revista – O ensino da matemática no 1º grau – SBEM, Blumenau-SC, nº 2, p.19-25, 1º sem. 1994.

KALEFF, A. M. M. R. ; REI, D.M., e GARCIA, S.S. (2003). **Quebra-cabeças geométricos e formas planas.** 3. ed. Niterói: EdUFF.

LAVE J. & WENGER, E. **Situated Learning: Legitimate Peripheral Participation**. Cambridge: Cambridge University Press, 1991.

LEÓN, P.C. et.al. **Projecto Curricular Investigación y Renovación** Escolar - IRES - Grupo Investigación el la Escuela. Diada Editoras S.L. 1991.

LEONTIEV, A. N. **Actividad, conciencia e personalidad**. Havana: Editorial Pueblo y Educacion, 1983.

LEONTIEV, A. N**. Os princípios psicológicos da brincadeira pré-escolar.** In: VIGOTSKII, LURIA E LEONTIEV. Linguagem, Desenvolvimento e Aprendizagem. São Paulo: Ícone. 2001.

LIMA, E. L. **Medida e forma em geometria**. Rio de Janeiro: SBM, 1991. (Coleção do Professor de Matemática)

LORENZATTO, S. **Porque ensinar geometria?** Revista da Sociedade Brasileira de Educação Matemática, São Paulo, ano 3, n. 4, 1995.

MARTINS, R. A. **Ensino-aprendizagem de geometria:** uma proposta fazendo uso de caleidoscópios, sólidos geométricos e softwares educacionais. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2003.

MOURA, M.. **A atividade de ensino como unidade formadora.** Bolema, São Paulo, ano II, n.12. 1996, p. 29-43.

MOURA, Manoel. **O educador matemático na coletividade de formação:** uma experiência com a escola pública. Tese (Livre Docência em Metodologia do Ensino de Matemática) – Faculdade de Educação. Universidade de São Paulo, São Paulo. 2000.

MOURA, Manoel. O. **A atividade de ensino como ação formadora.** In: CASTRO, A. Ensinar a ensinar: didática para a escola Fundamental e Média. São Paulo: Pioneira, 2001. P. 143-162.

PAVAVELLO, R. N. **O Abandono do ensino da geometria no Brasil: causas e consequências.** Revista Zetetiké, Campinas, ano 1, n. 1, p. 7-17. 1993.

PAVANELLO, R. M. **O abandono do ensino da geometria**: uma visão histórica. 1989. Dissertação (Mestrado) – Faculdade de Educação. Universidade Estadual de Campinas, Campinas. Disponivel em < http://www.bibliotecadigital.unicamp.br/document/?code=vtls000045423&opt=4 >Acesso em 11/07/2012

PEREZ, G. **Pressupostos e reflexões teóricas e metodológicas de pesquisa participante no ensino de Geometria para as camadas populares.** Tese (Doutorado em Educação)- Faculdade de Educação, Universidade de Campinas, Campinas, 1991. Disponível em < http://www.bibliotecadigital.unicamp.br/document/?code=vtls000036077&opt=4 > Acesso em 11/07/2012.

PASSOS, C.L. **Representações, interpretações e prática pedagógica: a geometria na sala de aula.** Universidade Estadual de Campinas. Faculdade de Educação de Educação. Campinas, 2000. Tese de Doutorado. < http://www.bibliotecadigital.unicamp.br/document/?code=vtls000196909&opt=4 > Acesso em 11/07/2012.

PEREIRA, M. R. O. **A geometria escolar:** uma análise dos estudos sobre o seu abandono. Pontifícia Universidade Católica, São Paulo, 2001. Dissertação de Mestrado.

PIROLA, N. A. **Solução de problemas geométricos:** dificuldades perspectivas. Universidade Estadual de Campinas. Faculdade de Educação. Campinas, 2003. Dissertação de Mestrado < http://www.bibliotecadigital.unicamp.br/document/?code=vtls000219661&opt=4 > Acesso em 11/07/2012.

PONTE, J. P. Matemática: uma disciplina condenada ao insucesso. **NOESIS**, n. 32, p. 24-26, 1994. Disponível em: <www.**educ.fc.ul.pt/docentes/jponte/docs-pt/94-Ponte**(NOESIS).**doc**.> **A**cesso em: 10/02/2012.

SANCHEZ V. A.. **Filosofia da práxis.** 4. ed. Rio de Janeiro: Paz e Terra, 1990.

SÃO PAULO (Estado). Secretaria Estadual de Educação. **Proposta Curricular de Matemática**. São Paulo: SEE, 2008.

SÃO PAULO (Estado). **Caderno do professor:** matemática, ensino fundamental: 7ª série, 4º bimestre/ Secretaria da Educação. São Paulo: SEE, 2008.

SENZAKI, N. N. **Estratégia de ensino de geometria por meio de técnicas e dobradura e tecnologia.** Dissertação de Mestrado. São Paulo-SP, 2009.

SMOLE, K.S ; DINIZ, M.I. ; CÂNDIDO. P. **Coleção Matemática de 0 a 6.** Porto Alegre: Artmed, 2000.

SOUSA, M.C. **A percepção de professores atuantes no ensino de Matemática nas escolas estaduais da Delegacia de Ensino de Itu, do Movimento Matemática Moderna e de sua influência no currículo atual**. Universidade Estadual de Campinas. Faculdade de Educação, Campinas 1999. Dissertação de Mestrado.
< http://www.bibliotecadigital.unicamp.br/document/?code=vtls000188621&opt=4 > Acesso em 11/07/2012.

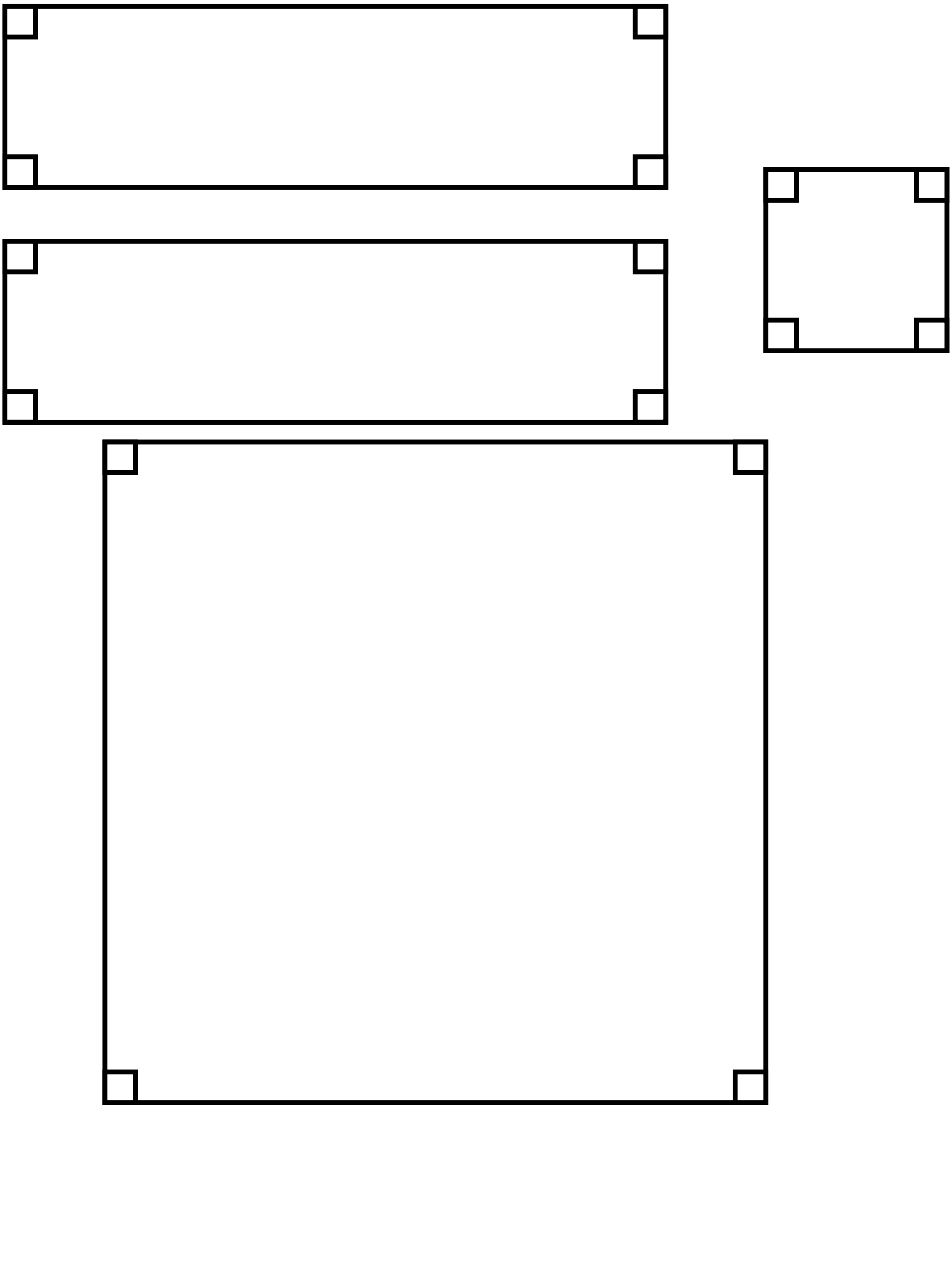
SOUSA, M.C. **O ensino de álgebra numa perspectva lógico-histórica: um estudo das elaborações correlatas de professores do ensino fundamental**. Universidade Estadual de Campinas. Faculdade de Educação, Campinas 2004. Dissertação de Doutorado. < http://www.bibliotecadigital.unicamp.br/document/?code=vtls000324284&opt=4 > Acesso em 11/07/2012.

VIANNA, C.C.S. **O papel do raciocínio dedutivo no ensino de matemática.** 1988. 127 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 1988.

ANEXO I

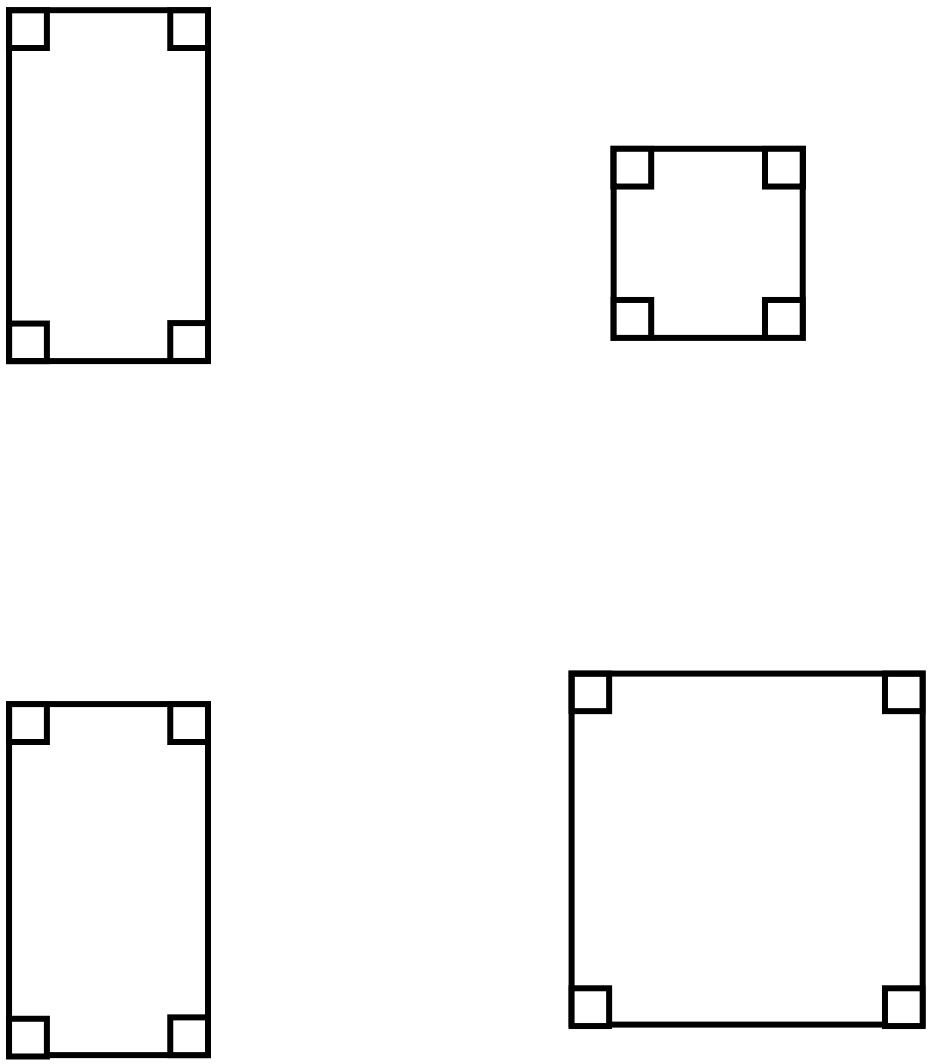
Atividade 1A : Construção das peças do quebra cabeça 1. Retângulo.

Pinte os dois retângulos abaixo de vermelho, o quadrado maior de azul e o quadrado menor de amarelo. Recorte – os , esses polígonos serão as peças de nosso primeiro quebra cabeça.



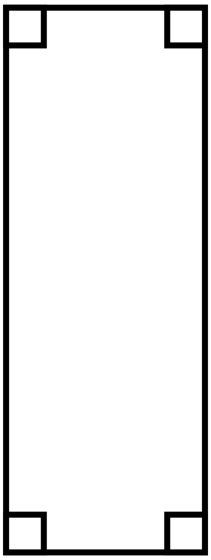
Atividade 1A : Construção das peças do quebra cabeça 1. Retângulo.

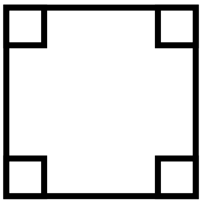
Pinte os dois retângulos abaixo de vermelho, o quadrado maior de azul e o quadrado menor de amarelo. Recorte – os , esses polígonos serão as peças de nosso primeiro quebra cabeça.

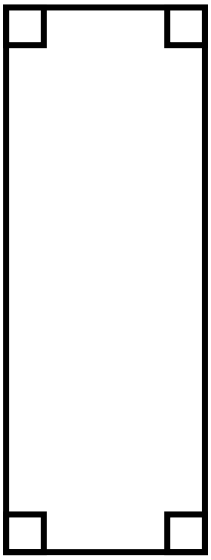


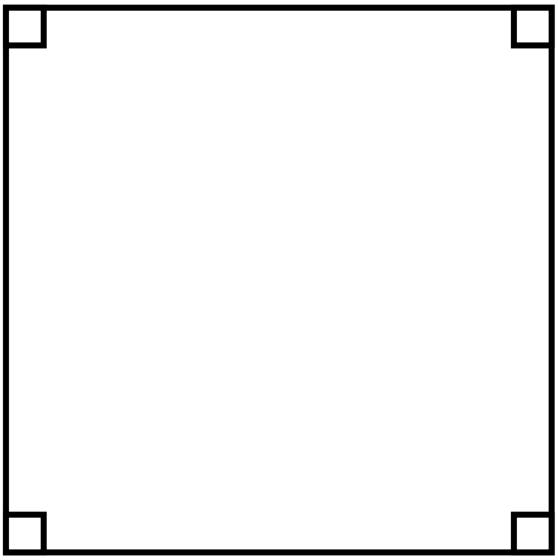
Atividade 1A : Construção das peças do quebra cabeça 1. Retângulo.

Pinte os dois retângulos abaixo de vermelho, o quadrado maior de azul e o quadrado menor de amarelo. Recorte – os , esses polígonos serão as peças de nosso primeiro quebra cabeça.



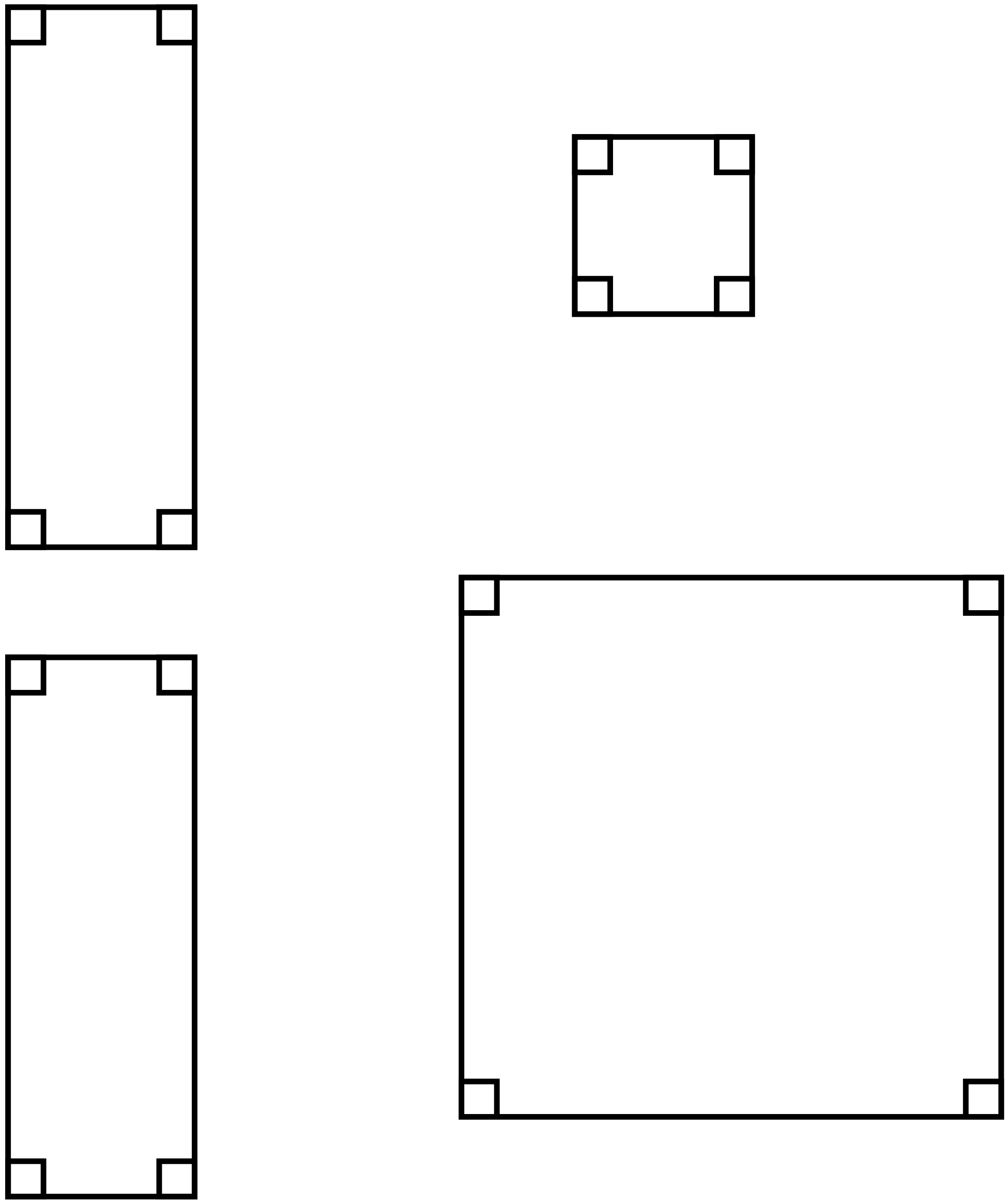






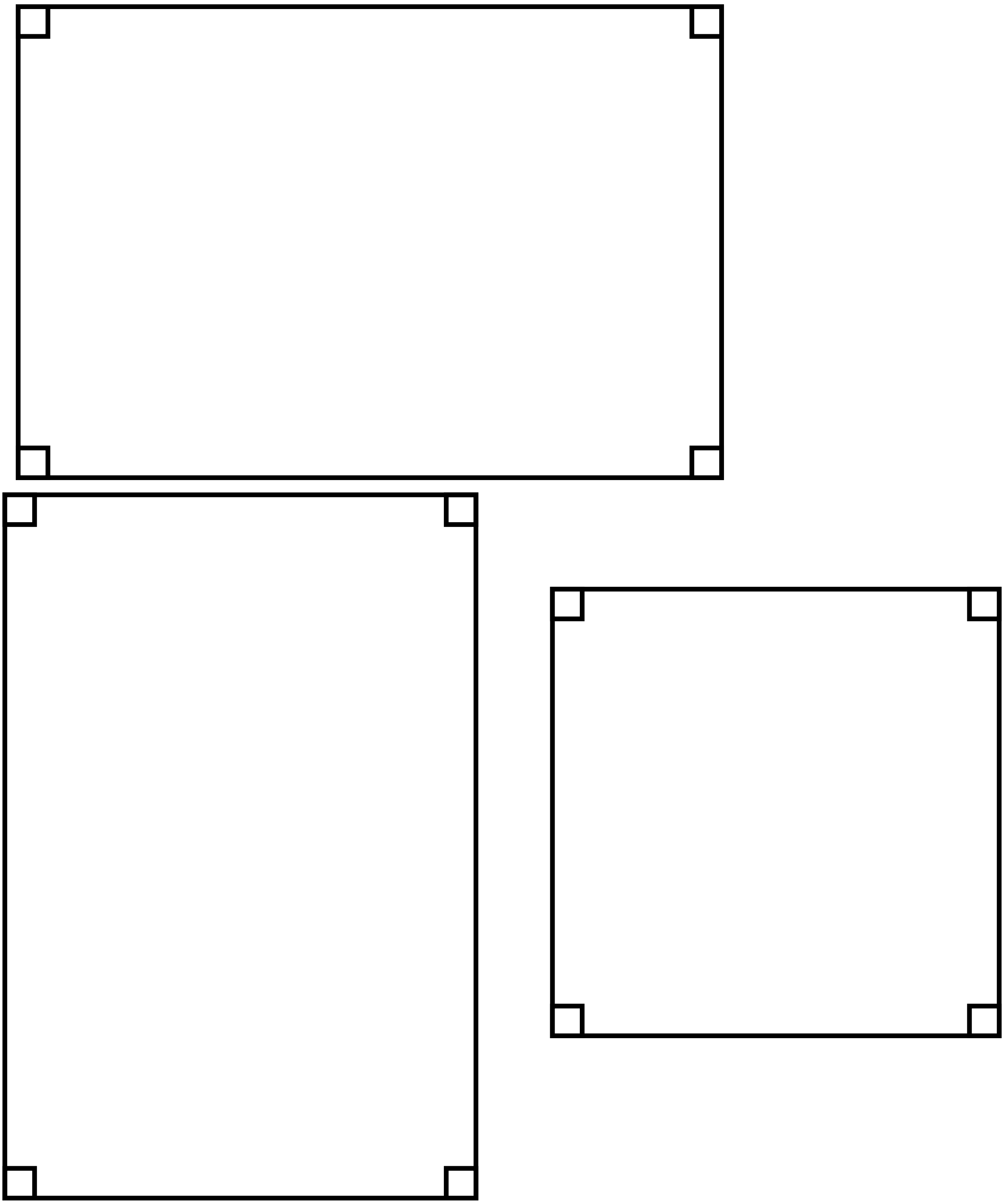
Atividade 1A : Construção das peças do quebra cabeça 1. Retângulo.

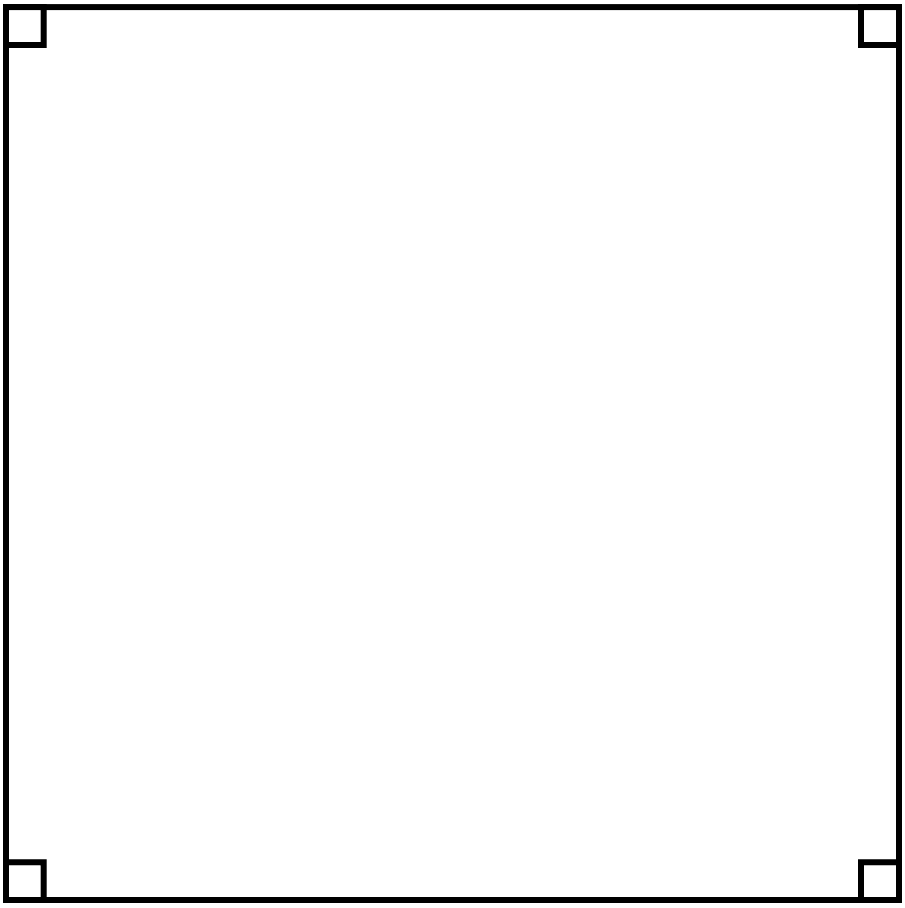
Pinte os dois retângulos congruentes abaixo de vermelho, o quadrado maior de azul e o quadrado menor de amarelo. Recorte – os , esses polígonos serão as peças de nosso primeiro quebra cabeça.



Atividade 1A : Construção das peças do quebra cabeça 1. Retângulo.

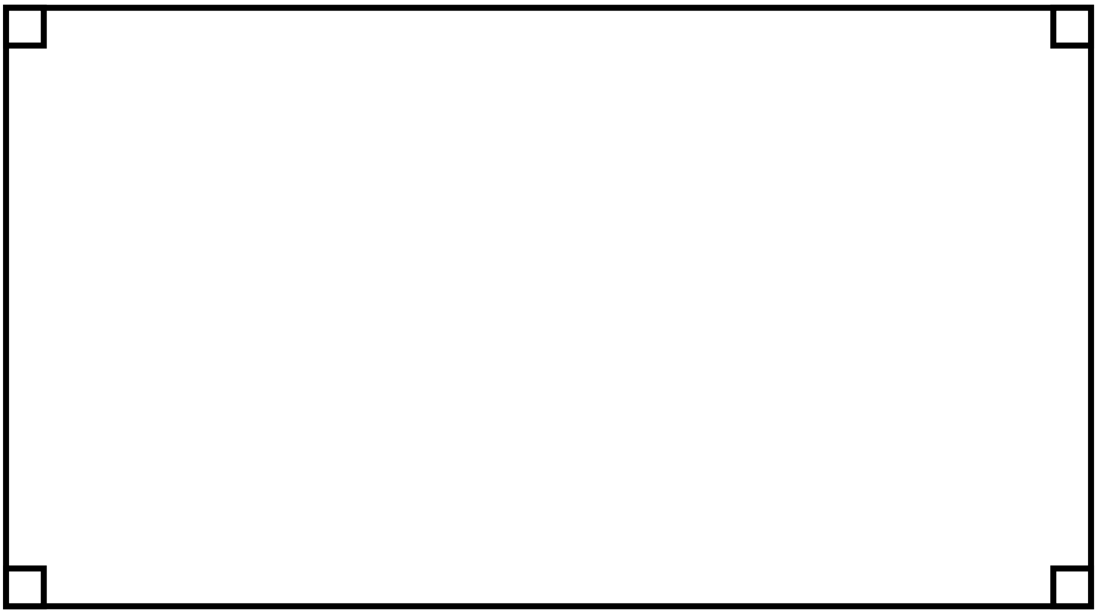
Pinte os dois retângulos abaixo de vermelho, o quadrado maior de azul e o quadrado menor de amarelo. Recorte – os , esses polígonos serão as peças de nosso primeiro quebra cabeça.

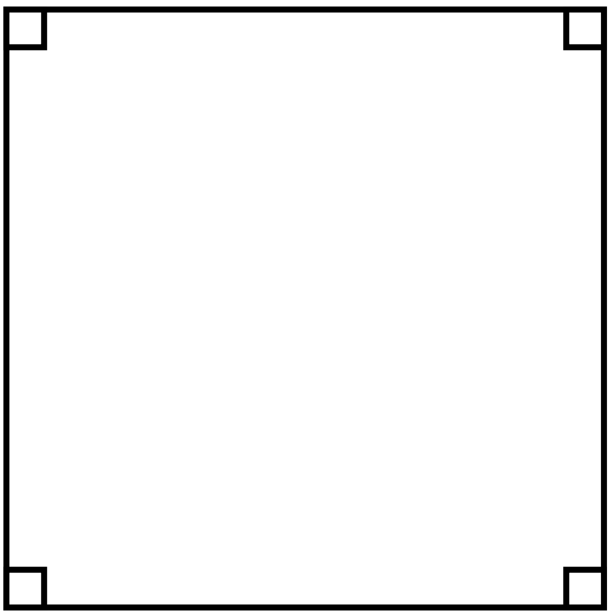




Atividade 1A : Construção das peças do quebra cabeça 1. Retângulo.

Pinte os dois retângulos abaixo de vermelho, o quadrado maior de azul e o quadrado menor de amarelo. Recorte – os , esses polígonos serão as peças de nosso primeiro quebra cabeça.





ANEXO II

Termo de Consentimento Livre e Esclarecido

1. Você está sendo convidado para participar da pesquisa : Da Resolução de Quebra-cabeças em sala de aula à aplicabilidade no cotidiano de uma marmoraria: o que os estudantes do 9º ano do ensino fundamental falam e escrevem sobre o conceito de área.
2. Voce foi selecionado por estar no 9º ano do ensino fundamental e sua participação não é obrigatória.
3. O objetivo desta investigação é identificar e compreender o processo de apropriação e construção do conceito de área, por estudantes do 9º ano do Ensino Fundamental, analisando as falas e as escritas, a partir de atividades orientadoras de ensino que envolvem os conteúdos de áreas dos polígonos notáveis: Retângulo, Triângulo, Paralelogramo, Trapézio e Losango, incluindo-se aí, a composição e a decomposição de figuras planas.
4. Sua participação nesta pesquisa consistirá em realizar atividades de ensino, que estão divididas em dois blocos: o primeiro bloco são atividades de composição e decomposição de figuras, através da resolução de quebra-cabeças geométricos. Estas atividades serão realizadas na escola E.E. Profª Laura de Mello Franco, na sala de aula. O segundo bloco de atividades será realizado no contexto de uma Marmoraria. Os estudantes visitarão uma Marmoraria, para vivenciarem na prática a aplicação dos conceitos de área nesse comércio. Para esta pesquisa de campo será providenciado transporte adequado, garantindo total segurança dos estudantes.
5. As atividades serão filmadas (vídeo) e gravadas (aúdio), preservando a integridade física e psicológica dos estudantes e sigilo total das imagens e gravações.
6. A pesquisa será orientada, a todo momento, pela professora Drª Maria do Carmo Sousa, docente na Universidade Federal de São Carlos, no departamento de Metodologia de Ensino, e realizada pelo pós graduando Anderson Fabrício Mendes, discente do mestrado Profissional em Ensino de Ciências Exatas nesta mesma Universidade.
7. Caso o estudante voluntário, ou seu responsável legal, queira entrar em contato com o pesquisador,poderá comunicar-se pelo email a.fmendes@hotmail.com ou pelo telefone (16)720-4261 ou com a orientadora responsável, Profª Maria do Carmo Sousa, pelo mdcsousa@ufscar.br ou pelo telefone (16) 3351-8671.
8. Fica claro que como voluntários desta pesquisa e, ciente de que todas as informações prestadas tornaram-se confidenciais, guardadas por lei e por força de sigilo profissional, será mantido o anonimato dos alunos voluntários em todas as etapas da pesquisa, incluindo a publicação dos resultados.

____

Mestrando : Anderson Fabrício Mendes
Rua: Caxambú nº 990, Parque Continental
Franca-SP , CEP : 14406-702

____

Profª Dr. Maria do Carmo Sousa
Universidade Federal de São Carlos
Departamento de Metodologia de Ensino

Pelo presente instrumento que atende as exigências legais, eu ____, portadora do RG ______________________ , após leitura minuciosa das informações neste **TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO**, devidamente explicado pelo pesquisador em seus mínimos detalhes, ciente do propósito da pesquisa,não restando quaisquer dúvida a respeito do lido e explicado, firma meu **CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO** concordando com a participação de meu filho (a) ou dependente legal de nome ___________________________________ para a participação da pesquisa proposta.

Por estar de acordo assino o presente termo.
Franca, 25 de Fevereiro de 2010.

Nome por extenso do responsável ____

Assinatura : ____________________________