UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO CARLOS

CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E DE TECNOLOGIA

PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS EXATAS

JULIANO OSORIO DA SILVA

UM CURSO DE ATUALIZAÇÃO PARA PROFESSORES DO CICLO I UTILIZANDO AS NOVAS TECNOLOGIAS NO ENSINO DE MATEMÁTICA

SÃO CARLOS

2013

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO CARLOS

CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E DE TECNOLOGIA

PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS EXATAS

JULIANO OSORIO DA SILVA

UM CURSO DE ATUALIZAÇÃO PARA PROFESSORES DO CICLO I UTILIZANDO AS NOVAS TECNOLOGIAS NO ENSINO DE MATEMÁTICA

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Exatas da Universidade Federal de São Carlos, como parte dos requisitos para a obtenção do título de Mestre em Ensino de Ciências Exatas.

Orientação:
Prof. Dr. Paulo Antonio Silvani Caetano

SÃO CARLOS

2013

Ficha catalográfica elaborada pelo DePT da
Biblioteca Comunitária da UFSCar

S586ca

Silva, Juliano Osorio da.
Um curso de atualização para professores do ciclo I utilizando as novas tecnologias no ensino de matemática / Juliano Osorio da Silva. -- São Carlos : UFSCar, 2013.
248 f.

Dissertação (Mestrado) -- Universidade Federal de São Carlos, 2013.

1. Matemática - estudo e ensino. 2. Formação continuada de professores. 3. Educação a distância. I. Título.

CDD: 510.7 (20ª)

Banca Examinadora:

Prof. Dr. Paulo Antonio Silvani Caetano (orientador)
DM - UFSCar

Aparecida Francisco da Silva

Profa. Dra. Aparecida Francisco da Silva
IBILCE – UNESP

Prof. Dr. Roberto Ribeiro Paterlini
DM – UFSCar

À minha esposa Stella, com carinho e dedicação.

AGRADECIMENTOS

Primeiramente a Deus, por abençoar e iluminar os meus caminhos muito mais do que mereço.

Ao meu orientador, Professor Doutor Paulo Caetano, que desde o início acreditou na proposta para a realização desta dissertação e aceitou me acompanhar nessa difícil tarefa.

À minha querida esposa Stella, que me acompanhou por todas as etapas desta caminhada, acreditando mais em mim do que eu mesmo, compartilhando e escutando as dificuldades encontradas neste percurso, abrindo mão de momentos juntos devido à minha jornada tripla de trabalho. A ela devo todos os frutos que estamos colhendo nessa caminhada.

À minha família, meus pais e irmãos, pois o que sou hoje devo ao convívio que tive com vocês.

A todos os professores do PPGECE, ao Júnior e em especial aos Professores Doutores Paulo Caetano, Pedro Malagutti, Roberto Paterlini, Yurico Baldin, Ivo Machado, Maria do Carmo e João Sampaio que além dos muitos conhecimentos apresentados, ficará gravado em minha memória o convívio e a serenidade que só é irradiada pelos sábios.

Aos meus amigos do Núcleo de Tecnologia de Barretos, que em nosso trabalho de equipe me apoiou neste período e em especial à Diretora Luciane que compreendeu e incentiva muito meus estudos.

Aos meus colegas da turma de 2010 e 2011 de Matemática e de 2010 de física, pelo companheirismo, risadas e pela ajuda nos momentos difíceis que me aliviavam ao perceber que eu não estava só em minhas dificuldades.

Ao Sistema Municipal de Ensino de Barretos e seus professores cursistas, sem os quais não haveria a possibilidade da realização deste.

E a todos que fazem e fizeram parte de minha caminhada, sem os quais não estaria aqui, em especial ao Professor Ms. Nilton Borges Pimenta, quem admiro e primeiro me incentivou a prosseguir meus estudos e agora tenho a oportunidade de trabalhar ao seu lado.

"Orei, e foi-me dada a prudência; supliquei, e veio a mim o espírito da sabedoria. Preferi a Sabedoria aos cetros e tronos e em comparação com ela, julguei sem valor a riqueza; a ela não igualei nenhuma pedra preciosa, pois, a seu lado, todo o ouro do mundo é um punhado de areia e diante dela, a prata, será como a lama. Amei-a mais que a saúde e a beleza, e quis possuí-la mais que a luz, pois o esplendor que dela irradia não se apaga. Todos os bens me vieram com ela, pois uma riqueza incalculável está em suas mãos."

Livro da Sabedoria 7,7-11

RESUMO

O presente trabalho apresenta como produto principal um curso de formação continuada para a capacitação de docentes do ensino fundamental do ciclo I da Educação Básica, intitulado “Matemática para o Ensino Fundamental I”. O curso foi focado em conteúdos de matemática com o uso de tecnologias da informação e comunicação, sendo estruturado na forma de um ambiente virtual de aprendizagem com atividades à distância. Os participantes do curso foram docentes que atuam nas salas do primeiro ao quinto ano do ensino fundamental do Sistema Municipal de Ensino de Barretos/SP. A estrutura do curso necessitou que fossem realizados encontros presenciais para acompanhamento do primeiro acesso ao ambiente, orientação sobre o curso e estudos de conteúdos. O curso foi implementado na plataforma Moodle de educação a distância com atividades do tipo fóruns de interação e de dúvidas, aplicativos e questionários. Também foram disponibilizados artigos, textos, vídeos, links e um capítulo de livro. O curso procurou abordar conteúdos básicos de matemática, considerando sempre a carência do seu público alvo. Foram abordados temas como a adição, subtração, multiplicação e divisão, com pequenos problemas diversificados sobre o trato de suas operações, formas de efetuar a multiplicação, estudos de conceitos em geometria, resolução de problemas e a relações de estudos de aritmética com a utilização da geometria. Dessa forma buscou-se melhorar e ampliar os conhecimentos dos cursistas visando à melhoria na qualidade de ensino e a renovação da prática docente.

Palavras-chave: formação continuada, ensino de matemática, educação a distância.

ABSTRACT

This paper presents the main product as a course of continuing education for the training of teachers of elementary school from the first cycle of Basic Education, entitled "Mathematics for Elementary Education I". The course was focused on math content with the use of information technologies and communication, being structured as a virtual learning environment with activities from a distance. Course participants were teachers who work in classrooms from first to fifth year of elementary school of city system to Barretos / SP. The course structure needed to face meetings were conducted to follow up the first access to the environment, guidance on the course of studies and content. The course was implemented in the Moodle platform for distance education with such activities as forums for interaction and questions, applications and questionnaires. Also available are articles, texts, videos, links and a book chapter. The course sought to address basic math content, always considering the lack of your target audience. Themes like addition, subtraction, multiplication and division, with small problems on the tract diversified their operations, ways to make multiplication, studies concepts in geometry, problem solving and relationship studies using arithmetic geometry. Thus we sought to improve and expand the knowledge of teacher students seeking AA improving the quality of teaching and update to teaching practice.

Keywords: continuing education, mathematics education, distance education.

LISTA DE FIGURAS

LISTA DE TABELAS

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO

A capacitação de professores com o foco na formação continuada é considerada uma das premissas de uma boa educação; desta forma, faz-se necessário que o docente esteja sempre atento e disposto a participar de cursos que fazem parte desta vivência acadêmica.

Nesse sentido, o trabalho do professor polivalente que ministra aulas no ensino fundamental do ciclo I gera uma necessidade de estudos das diversas áreas do ensino, desde a psicologia, para o conhecimento do desenvolvimento cognitivo, até o conteúdo específico das ciências, em especial da Matemática.

Preocupado com essa necessidade de formação de professores, sempre considerei indispensável realizar uma capacitação para professores com o foco nos conteúdos de Matemática relacionados ao ciclo I, abordando também as relações que estes conteúdos terão com a disciplina no ciclo II.

A constituição de um curso desta natureza levanta diversos questionamentos, sendo o conteúdo a ser abordado em tal capacitação um dos mais importantes.

Focando este ponto fundamental, o conteúdo, a estrutura do curso foi pensada de forma a abordar diversos conhecimentos necessários para a formação básica da disciplina Matemática e, assim, os conteúdos tiveram o objetivo de ampliar o saber nos ramos do ensino da Matemática.

Na formatação final do curso, o aprofundamento dos estudos se tornou inviável, visto que as necessidades apresentadas pelos cursistas se fixavam na base dos conteúdos, proporcionando-lhes conceitos gerais e instigando a busca de conhecimentos mais específicos em cada tópico e de forma autônoma por parte dos participantes mais interessados, tornando-se assim mais próximo da realidade docente e mais eficaz para o trabalho em sala de aula.

A escolha de realizar o curso à distância se deve pela autonomia na busca do conhecimento que esta modalidade proporciona aos participantes e pela experiência que obtive a partir do primeiro contato com a educação à distância através de um curso de formação de tutores realizado pela Universidade Federal Fluminense (UFF), que faz parte do processo seletivo para a contratação de tutores em educação à distância. Com a realização deste curso, passei a trabalhar como tutor da UFF no programa de pós-graduação em novas tecnologias no ensino da Matemática, de 2010 a 2011.

Porém, foi através do trabalho de construção de um Ambiente Virtual de Aprendizagem (AVA) durante a disciplina de Tecnologia da Informação e Comunicação (TIC), ministrada pelo Prof. Dr. Paulo Antonio Silvani Caetano e pela Prof. Dr.ª Ducinei Garcia dentro do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Exatas (PPGECE) da Universidade Federal de São Carlos (UFSCar), que surgiu a ideia de elaborar um ambiente visando ao ensino da Matemática. Paralelamente, durante essa disciplina, passei a trabalhar no Centro de Formação dos Profissionais da Educação (CEFORPE) da Secretaria Municipal de Educação, Esportes e Lazer de Barretos/SP (SMEEL), e neste momento decidi relacionar o meu trabalho com a dissertação, elaborando um produto educacional focado no aperfeiçoamento de docentes através do estudo de conteúdos matemáticos presentes no ensino fundamental do ciclo I.

Com este intuito, procurei o Prof. Dr. Paulo Antonio Silvani Caetano para solicitar sua orientação na elaboração deste projeto e começamos o trabalho.

Nesse mesmo período, com a implantação do Núcleo de Tecnologia Municipal - NTM, estrutura descentralizada do MEC que visa dar suporte ao desenvolvimento tecnológico e difundir as novas tecnologias no ensino com programas como o PROINFO, surgiu o convite de trabalhar como Professor Coordenador do NTM, onde dentre outras funções, tenho a incumbência de coordenar os professores de informática do Sistema Municipal de Ensino e, juntamente com os demais integrantes do NTM, gerenciar a Plataforma MOODLE da SMEEL.

Considerando que gerenciar a plataforma MOODLE seria, em parte, relacionado com o desenvolvimento de meu projeto, aliei as minhas funções e continuei o desenvolvimento dando início à execução do curso.

Portanto, a base dessa dissertação se fundamentou na necessidade de ampliar os conhecimentos em Matemática dos docentes do 1° ao 5° ano do sistema de ensino municipal de Barretos e seu desenvolvimento na realização do curso se deu através do Ambiente Virtual de Aprendizagem MOODLE que possibilitou a elaboração de atividades que trabalhassem desde conhecimentos pedagógicos na docência em Matemática até algumas formalizações básicas de conceitos matemáticos do ensino fundamental do ciclo I, com o intuito de capacitar e preparar melhor esses professores.

Segundo site moodle.org:

> "O Moodle é um Course Management System (CMS), também conhecido como Learning Management System (LMS) ou Ambiente Virtual de Aprendizagem (AVA). Ele é um aplicativo web gratuito que os educadores podem utilizam na criação de sites de aprendizado eficazes"[1].

Dessa forma, a escolha para a utilização desse AVA deu-se pelos motivos já apresentados, a saber: utilização inicial deste na disciplina de Tecnologia da Informação e Comunicação do Mestrado em Ensino de Ciências Exatas da UFSCar; meu trabalho no Núcleo de Tecnologia Municipal da Secretaria Municipal de Educação, Esportes e Lazer de Barretos/SP; o MOODLE é o ambiente mais utilizado pelas Universidades Federais, como a UFSCar, UFF, UnB, além de ser uma ferramenta gratuita que passava a ser utilizado no sistema municipal de ensino de Barretos.

O curso foi intitulado Matemática para o Ensino Fundamental I, com duração total de 180 horas dentre atividades presenciais e on-line realizado em dois módulos de 90 horas, sendo o primeiro de 21/09/11 a 30/11/11 e o segundo de 07/03/12 a 16/05/12. Essa divisão foi necessária devido à rotatividade dos docentes contratados e das salas de aula atribuídas, fato este que impediria alguns participantes do curso de concluir os dois módulos, e sendo realizado desse modo haveria a possibilidade de participar do primeiro módulo e ser certificado de acordo com a sua participação caso houvesse o impedimento para o próximo período letivo.

Nos encontros presenciais, realizados nos dias 22/09, 19/10 e 09/11/11 durante o módulo I e nos dias 21/03, 11/04 e 23/05/12 do modulo II, foram abordadas orientações sobre as atividades que seriam realizadas no AVA, discussões de conteúdos, sugestões de trabalhos e atividades que desenvolvessem conteúdos e conceitos e algumas formalizações matemáticas básicas.

Visando à melhor compreensão das atividades apresentadas nesta dissertação realizadas no ambiente, possibilitamos o acesso total ao curso na

---

[1] Disponível em <moodel.org>, acesso em 15 fev. 2012.

plataforma através do site “educação.barretos.sp.gov.br/moodle”, utilizando-se o usuário “matt” e a senha “Mat@2011”. Para um melhor acesso foi criada o logo do curso como atalho no ambiente, bastando clicar na imagem abaixo presente no site havendo o direcionamento a uma página que solicitará o usuário e a senha e uma opção para acesso ao ambiente através do botão “acesso como visitante”, que disponibilizará a visualização do curso e de suas atividades sem acesso a algumas funções.

Figura 1: Logo do curso

Fonte: Figura elaborada pelo autor

Sobre a utilização das TICs no meio docente, na Secretaria Municipal de Educação, Esportes e Lazer do município de Barretos, existem 19 escolas do 1° ao 5° ano que atendem um total de 6.523 alunos[2], sendo que todas as escolas possuem: um laboratório de informática com capacidade de no mínimo 15 computadores (atualmente duas escolas encontram-se com os laboratórios desativados devido a reformas); uma base didática eletrônica (que é composto de um carrinho que possui um laptop, um projetor, um aparelho de DVD, uma caixa amplificadora e microfone) e oito escolas possuem ainda uma lousa digital.

Além de contar com tais equipamentos houve a aquisição no ano de 2011 da quantia de 4.000 (quatro mil) computadores do tipo netbooks referente ao programa do MEC intitulado “um computador por aluno” que foram distribuídos às escolas no ano de 2012 conforme a tabela abaixo:

---

[2] Dados referentes ao levantamento realizado em 01 out. 2012.

Tabela 1: Distribuição de netbooks

Escolas do 1° ao 5° ano	Distribuição de netbooks por Unidade de Ensino
E.M. Ana Carvalho Castanho	90
E.M. Analia Franco	88
E.M. Christiano de Carvalho	75
E.M. Dorival Teixeira	86
E.M. Dorothovio do Nascimento	200
E.M. Profº Fausto Lex	88
E.M. João Baroni	99
E.M. João Ferreira Lopes	161
E.M. Profª Lacy Bonilha de Souza*	70
E.M. Leodete Silverio Joi	177
E.M. Luiz Castanho Filho	75
E.M. Luiza Parassu Borges	160
E.M. Maria Alves B. de Oliveira	156
E.M. Profª Marlene Carboni Pereira	80
E.M. Matilde Gitay de Mello	158
E.M. Olga Abi Rachid Moraes	158
E.M. Orival Leite de Matos	141
E.M. Rotary Club	157
E.M. Sagrados Corações	80
E.M.R. Zuleica Inácio L. Ferraz*	26
Demais Unidades Escolares (do ciclo II e da educação infantil), Secretaria de Educação (Núcleo de Tecnologia)	1675

Fonte: Núcleo de Tecnologia de Barretos

Somando aos equipamentos tecnológicos citados, 100 (cem) Diebold's (equipamento projetado por meio de convênio com o MEC, composto de um computador com projetor integrado) foram adquiridos em 2012 para estas escolas sendo que sua distribuição foi baseada na quantidade de salas do 3° ao 5° anos de cada unidade, conforme tabela abaixo:

Tabela 2: Distribuição do Diebold

ESCOLA	TOTAL DE SALAS 3° AO 5° ANOS MANHÃ	TOTAL DE SALAS 3° AO 5° ANOS TARDE	MAIOR QUANTIDADE DE CLASSES NA U.E. POR PERÍODO	DISTRIBUIÇÃO DOS DIEBOLTS
E.M. Ana Carvalho Castanho	0	0	**0**	**0**
E.M. Analia Franco	3	3	**3**	**3**
E.M. Christiano de Carvalho	3	2	**3**	**3**
E.M. Dorival Teixeira	3	2	**3**	**3**
E.M. Dorothovio do Nascimento	9	8	**9**	**8**
E.M. Profº Fausto Lex	3	3	**3**	**3**
E.M. João Baroni	2	3	**3**	**3**
E.M. João Ferreira Lopes	6	6	**6**	**6**
E.M. Profª Lacy Bonilha de Souza*	0	2	**2**	**1**
E.M. Leodete Silverio Joi	5	6	**6**	**6**
E.M. Luiz Castanho Filho	3	0	**3**	**3**
E.M. Luiza Parassu Borges	6	4	**6**	**6**
E.M. Maria Alves B. de Oliveira	3	3	**3**	**3**
E.M. Profª Marlene Carboni Pereira	5	3	**5**	**5**
E.M. Matilde Gitay de Mello	6	6	**6**	**6**
E.M. Olga Abi Rachid Moraes	5	4	**5**	**5**
E.M. Orival Leite de Matos	5	6	**6**	**6**
E.M. Rotary Club	6	4	**6**	**6**
E.M. Sagrados Corações	3	2	**3**	**2**
Demais Unidades Escolares (do ciclo II e da educação infantil), Secretaria de Educação (Núcleo de Tecnologia e Centro de Formação) e Polo da Universidade Aberta				**32**

Fonte: Núcleo de Tecnologia de Barretos

Portanto, podemos afirmar que a utilização de tecnologias dentro do ambiente escolar vem sendo incentivada pela administração local e o trabalho com estas mídias deve, cada vez mais, se tornar parte do cotidiano do professor.

2 CONSIDERAÇÕES TEÓRICAS

2.1 EAD e AVA

A utilização de novas tecnologias no ensino está presente em diversos documentos oficiais, como nos Parâmetros Curriculares Nacionais que "indicam como objetivos do ensino fundamental que os alunos sejam capazes de: (...) saber utilizar diferentes fontes de informação e recursos tecnológicos para adquirir e construir conhecimentos" (PCN p. 9), na Lei de Diretrizes e Bases que enfatiza no inciso III do Artigo 87 que o "Distrito Federal, cada Estado e Município, e, supletivamente, a União, devem: (...) realizar programas de capacitação para todos os professores em exercício, utilizando também, para isto, os recursos da educação à distância", bem como nos Referenciais para formação de professores:

> "Fazer uso do recurso de formação a distância é uma exigência tanto da conquista de modernização do ensino quanto da necessidade de atender às diferenças e diversidades existentes no quadro nacional, diante do desafio colocado pelas metas prioritárias do MEC: a busca de equalização e melhoria da qualidade de ensino" (Brasil, 2002, p. 75)

Assim sendo, fica evidente a indicação da incorporação da utilização da tecnologia dentro do contexto escolar e principalmente na realização de cursos, visto que "como qualquer profissão, a docência pressupõe uma formação inicial de qualidade que não prescinde de formação continuada permanente e em serviço igualmente qualificada." (Scavazza e Sprenger, 2009, p. 263).

Seguindo essa tendência, Fichmann (2009, p. 177) apresenta os programas de formação de professores de educação básica que utilizam tecnologias de EAD e são oferecidos pelo MEC (TV Escola, E-Proinfo, Pró-formação, Mídias na educação, Webeduc) e os programas de formação continuada de Professores de educação básica em EAD promovidos pela SEB/MEC (Rede nacional de formação continuada de professores da educação básica, Pró-infantil, Pró-formação, Pró-licenciatura, Pró-letramento e cursos a distância do projeto Tonomundo).

Tais programas visam garantir "os padrões mínimos de qualidade de ensino, definidos como a variedade e a quantidade mínimas, por aluno, dos insumos indispensáveis ao desenvolvimento do processo de ensino-aprendizagem" (LDB, 1996, artigo 4°, alínea IX) que as escolas públicas brasileiras buscam promover através da formação continuada. Assim:

> "há que se considerar a melhoria da formação dos professores como um dos pilares para o arranque na mudança desse cenário, visto serem os professores as peças fundamentais do sistema educacional e do processo educativo. O investimento na formação continuada é um dos elementos de uma política mais ampla de valorização do magistério. É imprescindível reconhecer e valorizar propostas de habilitação docente (formal ou não formal) com melhor qualidade, mobilizadas em função do diagnóstico da formação docente insatisfatória." (Scavazza e Sprenger, 2009, p. 263)

Nesse prisma é importante salientar também as ações desenvolvidas visando ao atendimento do Plano Nacional de Formação dos Professores da Educação Básica, como a Plataforma Freire, que:

> "é um sistema eletrônico, criado em 2009 pelo Ministério da Educação com a finalidade de realizar a gestão e acompanhamento do Plano Nacional de Formação dos Professores da Educação Básica.
> Em maio de 2012, o sistema passou a ser gerido pela Capes e está sendo reestruturado para incluir um conjunto de funcionalidades que permitirão informatizar todo o processo de gestão, acompanhamento e revisão planejamento da formação inicial dos professores da educação básica.
> Nesse sistema a Capes atualmente publica a relação dos cursos superiores ofertados pelas Instituições de Educação Superior para os professores da rede pública de educação básica; os professores interessados em participar dos cursos fazem sua pré-inscrição; as secretarias municipais e estaduais de educação validam a pré-inscrição dos professores de sua rede; as universidades extraem a relação de professores pré-inscritos e, após o processo seletivo, registram os alunos matriculados."[3]

A tendência da utilização de novas tecnologias e a sua viabilidade são abordadas por Fichmann (2009, p. 177) através da análise do censo de professores, que indica a necessidade do "planejamento de ações que visem a participação efetiva desse universo de profissionais em programas de formação em serviço". Isso gera uma grande demanda na oferta de cursos que pode ser atendida através das novas possibilidades que são oferecidas pela EAD que, "atualmente impulsionada pelo progresso espetacular das tecnologias de informação e de comunicação, vem ocupando espaço significativo na formação dos profissionais da educação." (Oliveira, 2012, p. 40).

---

[3] Disponível em: <http://freire.mec.gov.br/index/o-que-e>. Acesso em 31 out. 2012.

O desenvolvimento de um curso com características voltadas para a educação à distância como proposto nesta dissertação, mais especificamente de forma semipresencial, é importante para o aprimoramento profissional, pois:

> "É consensual a afirmação de que a formação de que dispõem os professores hoje no Brasil não contribui suficientemente para que seus alunos se desenvolvam como pessoas, tenham sucesso nas aprendizagens escolares e, principalmente, participem como cidadãos de pleno direito num mundo cada vez mais exigente sob todos os aspectos." (Brasil, 2002, p. 16)

Importante ainda apresentar o conceito dado por Rolkoushi (2011, p. 119) a partir do qual um ambiente de aprendizagem é compreendido como "espaço físico constituído com finalidade de promover a aprendizagem de algum conceito" e que:

> "Acrescentar o termo virtual ao ambiente de aprendizagem lhe confere diversas características que o tornam uma ferramenta poderosa para a promoção da aprendizagem. Ao contrário do que ocorre em uma sala de aula, por exemplo, no AVA a comunicação que existe entre aquele que ensina e aquele que aprende pode ser atemporal e assíncrona, ou seja, pode ocorrer sem a necessidade sequer de estarem no mesmo local." (Rolkoushi, 2011, p. 119)

Dessa forma podemos observar que os ambientes de aprendizagem apresentam características que os distinguem uns dos outros, sendo que os virtuais têm algumas possibilidades que:

> "(...) é, em muitas vezes, maior do que em uma sala de aula convencional.
> Um ambiente virtual de aprendizagem integra vários recursos, que têm como principal objetivo facilitar a interação entre aquele que ensina e aquele que aprende. Esses recursos podem possibilitar a interação síncrona (ao mesmo tempo)" (Fichmann, 2009, p.172).

Levando isto em consideração, Scavazza e Sprenger (2009, p. 264) afirmam que "a EAD/TICs pode potencializar a valorização dos saberes individuais para a construção de saberes coletivos" e complementam que:

> "Como valor agregado, a formação de professores por EAD/TICs promove o letramento digital dos envolvidos (...). É necessário privilegiar a inclusão digital do professor utilizando o recurso da EAD/TICs para ensinar o professor a ensinar. O professor deve compreender a lógica das mídias e das diversas linguagens e utilizá-las para seu aprendizado, o que lhe possibilitará multiplicar tal competência na relação com seus alunos. A

> educação a distância ou presencial precisa ser bem-sucedida na tarefa de ensinar os alunos a aprender.“ (p. 265)

Evidenciando ainda mais a importância do desenvolvimento de ações e cursos para docentes nesse formato, e considerando o acesso a computadores proporcionado pelo sistema municipal de ensino de Barretos-SP, conforme mostram as Tabelas 1 e 2 da pg. 21 e 22, nos pautamos que:

> “A formação de professores a distância apoia-se principalmente em dois pilares: o direito de professores e alunos de acesso ao incremento tecnológico que marca o mundo contemporâneo, oferecendo novas possibilidades e impondo novas exigências à formação do cidadão, e as dificuldades que muitos enfrentam para participar de programas de formação em decorrência da extensão territorial e da densidade populacional do país” (Brasil, 2002, p. 74)

Devemos também levar em consideração a dificuldade que alguns docentes apresentam ao trabalhar com estas novas mídias devido à falta de conhecimento e autonomia na utilização de computadores, segundo Oliveira (2012, p. 38):

> “O potencial de ruptura da EAD não está restrito ao uso das sofisticadas tecnologias de informação e comunicação, mas relaciona-se à maneira pela qual os formadores e formandos vão apropriar-se desses instrumentos eletrônicos para desenvolver projetos alternativos que superem a reprodução e levem à produção do conhecimento, numa perspectiva emancipadora e democratizante de atendimentos às necessidades concretas dos sujeitos envolvidos.”

Em suma, um ambiente virtual se mostra distinto em relação a outros ambientes de aprendizagem, com características e possibilidades próprias que fornecem subsídios para o desenvolvimento de conteúdos educacionais e recursos que visam maximizar o processo de ensino e aprendizagem; por fim, a:

> “Interação, aprendizagem colaborativa, auto-aprendizagem e comunicação entre professores e alunos são aspectos importantes a serem considerados nos programas de formação e que são potencializados em ações formativas à distância. Nessa modalidade, as barreiras para que o conhecimento chegue às pessoas são eliminadas, pois a educação venceu o tempo, o espaço e a distância: a ‘presença virtual’ passa a ser uma realidade no ciberespaço, e está relacionada à abertura, à reciprocidade e ao compromisso. (Fichmann, 2009, p.173)

Sendo assim, o professor inserido no contexto das Tecnologias da Informação e Comunicação se torna mais preparado para a geração de alunos que vivenciam a educação do século XXI e amplia o seu leque de metodologias pedagógicas para o ensino dos conteúdos da Matemática referenciados nos documentos oficiais.

2.2 Teorias do conhecimento

A utilização das tecnologias da informação e comunicação e o desenvolvimento cognitivo pode ser relacionada com as teorias do conhecimento, de acordo com o foco e a utilização das ferramentas computacionais e dos conceitos pedagógicos presentes nas atividades virtuais.

Dentre as diferentes teorias, apresentamos de forma sucinta duas dentre as diversas que relacionam a utilização de TICs na formação de indivíduos, visto que este não é objetivo do trabalho, buscando apenas referenciar concepções psicológico-educacionais.

Para Guarezi (2009, p. 59), Piaget apresenta que "o desenvolvimento da inteligência é um processo contínuo, sendo que as mudanças no desenvolvimento mental são gradativas e os esquemas são construídos ou modificados de forma gradual". Nesse sentido:

> "Essa visão tem sido reconhecida e aplicada na EaD. Podemos visualizá-la em cursos, em que os alunos se deparam com vários desafios durante o processo de estudo. As respostas não estão postas. O aluno é sempre questionado e precisa descobrir a solução dos problemas. Ao ser lançado a um desafio, o estudante entra em desequilíbrio. A nova aprendizagem vai levá-lo ao novo equilíbrio. Isso é uma constante, uma construção permanente." Guarezi, (2009, p. 60)

Em seu livro, Guarezi apresenta no capítulo 3.3, intitulado "Concepções educacionais e suas teorias de aprendizagem", considerações sobre outros autores, dentre os quais vale referenciar Vigotski, segundo o qual "a aprendizagem passa por dois momentos. Primeiro, ela se dá nas relações externas e, em seguida, ela é internalizada". Sob esse prisma a abordagem sobre o teórico afirma que:

> “Relacionando tais análises à EAD, é possível dizer que esta tem um papel essencial na formação dos conceitos científicos e assim como o ser psicológico e racional. Deve, portanto, planejar o ensino não para conceitos dominados, mas para conceitos ou estruturas de conceitos ainda não incorporados pelo aprendiz, funcionando como impulsionadora do desenvolvimento das funções psicológicas superiores, como a consciência, o planejamento e a deliberação, características exclusivamente humanas. Salientamos também a importância do professor/tutor na mediação entre o aluno e o conhecimento ainda não incorporado.” Guarezi, (2009, p. 62)

2.3 Sobre o Curso desenvolvido

Quando tratamos de um curso neste formato um dos pontos a serem analisados é a evasão. Neste caso podemos considerar que foi cerca de 30 %, pois, 73 professores fizeram inscrição, dos quais 22 não o iniciaram. Considerando então os 51 iniciantes, 36 concluíram o primeiro módulo, que foi realizado em 2011, o que representa uma conclusão de cerca de 70% dos participantes.

A participação dos cursistas no segundo módulo, realizado no primeiro semestre de 2012, dependeria de diversos fatores relacionados à atribuição de aulas. Sendo assim não foi possível relacionar a quantidade de desistentes ou impedidos de continuar o curso, e 19 professores o concluíram em sua totalidade.

A esta evasão é importante analisar que “na emergência de um novo paradigma educacional, cabe ao professor inovar pedagogicamente em novas bases. Isso envolve uma mudança profunda e contínua na formação docente” (Oliveira, 2012, p.39) fato que, devido à informatização constante do ambiente educacional, obriga o docente a se atualizar e a incorporar a utilização de tecnologias no seu cotidiano. Na contramão dessa atualização, encontramos por parte dos docentes uma certa resistência a estudos diferenciados, como o da utilização de um AVA e o trabalho com conteúdos que são considerados difíceis, como o caso do estudo da Matemática, associado ao fato de que os professores do sistema público de ensino em questão estão habituados que a realização de cursos de formação continuada fazem parte de políticas públicas que adotam o sistema de “recompensa”, seja por meio de certificados que conferem pontuação adicional, com possibilidade até mesmo de progressão na carreira, onde

> “(...) sem dúvida, são importantes, mas não podem ‘estar no lugar’ do compromisso, pessoal e institucional, com o desenvolvimento profissional permanente, a melhoria do ensino, a própria aprendizagem e a dos alunos.” (Brasil, 2002, p. 44)

Observa-se que o interesse maior focado na busca de certificados leva alguns cursistas a procurar cursos mais “fáceis” de se concluir ou que sejam mais “confortáveis” em relação aos conhecimentos necessários para a sua conclusão, contribuindo assim para a evasão.

No desenvolvimento das atividades do curso, buscou-se incentivar a pesquisa de conteúdos e o compartilhamento de atividades e do conhecimento dos participantes, visto que:

> “a formação continuada deve ser sobretudo produção reflexiva e crítica de conhecimento na ação. É fundamental ir além de uma perspectiva técnica (do como ensinar), derrubando os mitos consolidados na própria experiência escolar vivida pelo docente. A formação continuada on-line promove a autonomia e a aprendizagem colaborativa, valorizando os interesses específicos de cada aprendiz, partindo da prática para a teoria e a esta retornando para atualizar a ação, garantindo a horizontalidade na comunicação de todos os participantes.” (Fichmann, 2009, p.173)

A autora complementa ainda que:

> “É necessário também que se procure introduzir nos cursos de formação o hábito da pesquisa a partir da prática docente e da reflexão na ação, na formação inicial e contínua, refletindo constantemente sobre a prática que, segundo Schön (2000), se traduz na reflexão na ação, na reflexão sobre a ação e na reflexão sobre a reflexão na ação, constituindo-se o professor em um profissional autônomo” (Fichmann, 2009, p.177-178).

Considerando que o curso procurou atender as diversas perspectivas dos cursistas, em alguns momentos, o estudo foi voltado para a apresentação de formas distintas a serem trabalhadas e que podem ser utilizadas para o desenvolvimento de atividades matemáticas em sala de aula, seguindo assim a vertente de que em cursos de formação:

> “(...) os esforços devem ser concentrados também na reformulação dos modelos tradicionais de formação docente, de forma continuada, como meio para chegar a uma educação de qualidade com profissionais competentes.
> Além disso, faz-se necessária a investigação de eficiência da modalidade à distância e de procedimentos metodológicos específicos para o desenvolvimento de programas de formação de professores, que possam ultrapassar desafios relacionados às grandes distâncias territoriais de nosso

> país e à quantidade de professores que necessitam participar de processos formativos” (Fichmann, 2009, p.172).

Nesse prisma, os conceitos foram abordados de forma que os conteúdos trabalhados fossem compreendidos pelos participantes em sua perspectiva macro, ou seja, com reflexões que transpassam a Matemática do ensino fundamental, pois:

> “é imprescindível que todo professor tenha um domínio das áreas que vai ensinar. Mas o que precisa saber para ensinar não é equivalente ao que seu aluno vai aprender: são conhecimentos mais amplos do que os que se constroem no ensino médio, tanto no que se refere ao nível de profundidade quanto ao tipo de saber.” (Brasil, 2002, p. 100-101).

Cumprir tais metas não é uma tarefa fácil, e a questão do tempo e maturação necessária para que todos os cursistas possam aprofundar seus conhecimentos a ponto de melhorar a qualidade do trabalho realizado em sala de aula nos conscientiza para o fato de que o curso desenvolvido e aqui apresentado é apenas uma introdução a diversas formas de continuidade nos estudos de um docente em relação à Matemática, suas abordagens e conceitos devem ser mais bem compreendidos através de um processo contínuo de aprendizado.

Essa forma de caracterizar o trabalho desenvolvido neste curso se pauta em uma das incumbências do MEC, mas que deve ser de todos os Sistemas de Ensino, já que:

> “Diante da urgência na elevação do nível de qualidade da educação escolar, cabe ao MEC propor ações e políticas que possam ser referência para todos, socializando discussões e sistematizando propostas que propiciem avanços significativos, para que mudanças necessárias aconteçam e se consolidem” (Brasil, 2002, p. 15)

Baseada nessa urgência e na carência da formação apresentada pelos cursistas, escolheu-se trabalhar com uma gama maior de conceitos e com diversas abordagens, em contraposição ao estudo focado em um determinado conteúdo. O contexto geral do curso de formação para professores “Matemática para o ensino fundamental I” seguiu a concepção de que:

> “(...) apesar do empenho de muitos e do avanço das experiências já realizadas, há uma enorme distância - e não apenas no Brasil - entre o conhecimento e a atuação da maioria dos professores em exercício e as novas concepções de trabalho do professor que esses movimentos vêm

> produzindo. Trata-se, portanto, não apenas de realizar melhor a formação, mas de realizá-la de uma maneira diferente. Tais mudanças exigem, dentre outras questões, que os professores reconstruam suas práticas e, para isso, é preciso "construir pontes" entre a realidade de seu trabalho e o que se tem como meta.” (Brasil, 2002, p. 16)

2.3.1 Embasamento dos PCNs

Os parâmetros curriculares nacionais apresentam, embora com dados referentes a 1993, mas não discrepantes em relação aos atuais, que:

> “Resultados obtidos nos testes de rendimento em Matemática, aplicados em 1993 pelo Sistema Nacional de Avaliação Escolar da Educação Básica (SAEB), indicavam que, na primeira série do ensino fundamental, 67,7% dos alunos acertavam pelo menos metade dos testes. Esse índice caía para 17,9% na terceira série, tornava a cair para 3,1%, na quinta série, e subia para 5,9% na sétima série.
> Em 1995, numa avaliação que abrangeu alunos de quartas e oitavas séries do primeiro grau, os percentuais de acerto por série/grau e por processo cognitivo em Matemática evidenciaram, além de um baixo desempenho global, que as maiores dificuldades são encontradas em questões relacionadas à aplicação de conceitos e à resolução de problemas.” (Brasil, 1997, p. 21)

Os dados referentes ao município de Barretos-SP mostram que o município apresenta uma proficiência de nível 5, com 229,9 pontos em Matemática, e muito embora seja acima do nível nacional, representa um resultado singelo considerando que a escala atinge o nível máximo 13, que consiste em 425 pontos ou mais, conforme dados das tabelas abaixo:

Tabela 3: Resultados SAEB/PROVA BRASIL do país referente 2011

Dependência Administrativa/Localização	Anos iniciais do Ensino Fundamental		Anos finais do Ensino Fundamental	
	Língua Portuguesa	Matemática	Língua Portuguesa	Matemática
Municipal Rural	167,4	185,1	217,8	226,2
Municipal Urbana	187,2	206,1	237,6	243,9
Municipal Total	183,9	202,7	233,5	240,2
Estadual Rural	171,9	190,4	228,1	236,3
Estadual Urbana	191,5	210,8	239,2	245,1
Estadual Total	190,6	209,8	238,7	244,7
Federal	235,2	257,7	298,8	323,4
Pública	185,7	204,6	236,9	243,2
Privada	222,7	242,8	282,1	298,3
Total	**190,6**	**209,6**	**243,0**	**250,6**

Fonte: <http://sistemasprovabrasil2.inep.gov.br/resultados/>, acesso em 04nov12

Tabela 4: Dados da prova Brasil de 2011 do município de Barretos/SP

Dependência Administrativa/Localização	**Anos iniciais do Ensino Fundamental**		**Anos finais do Ensino Fundamental**	
	Língua Portuguesa	**Matemática**	**Língua Portuguesa**	**Matemática**
Municipal Rural	*	*	*	*
Municipal Urbana	203,5	229,9	234,4	241,9
Municipal Total	**203,5**	**229,9**	**234,4**	**241,9**

Fonte: <http://sistemasprovabrasil2.inep.gov.br/resultados/>, acesso em 01nov12

Os PCNs apresentam outras considerações sobre o ensino da Matemática e sua relação com a formação de professores:

> "Parte dos problemas referentes ao ensino de Matemática estão relacionados ao processo de formação do magistério, tanto em relação à formação inicial como à formação continuada (...) decorrentes dos problemas da formação de professores, as práticas na sala de aula tomam por base os livros didáticos, que, infelizmente, são muitas vezes de qualidade insatisfatória. A implantação de propostas inovadoras, por sua vez, esbarra na falta de uma formação profissional qualificada, na existência de concepções pedagógicas inadequadas e, ainda, nas restrições ligadas às condições de trabalho." (Brasil, 1997, p. 22)

Um dos estudos realizados durante o curso base dessa dissertação baseou-se na resolução de problemas, visto que os PCNs sugerem sua utilização e alertam que nem sempre o docente sabe trabalhar com este tema, como podemos observar que:

> "(...) as orientações sobre a abordagem de conceitos, idéias e métodos sob a perspectiva de resolução de problemas ainda são bastante desconhecidas; outras vezes a resolução de problemas tem sido incorporada como um item isolado, desenvolvido paralelamente como aplicação da aprendizagem, a partir de listagens de problemas cuja resolução depende basicamente da escolha de técnicas ou formas de resolução conhecidas pelos alunos. (Brasil, 1997, p. 22)

Seguindo estas observações sobre a relação entre as orientações e a realidade de trabalho da escola, é importante relacionar o conteúdo com as dificuldades dos alunos. Neste sentido uma atividade sobre operações utilizando a base quatro foi desenvolvida com o objetivo de que o docente perceba em sua prática de sala de aula que as dificuldades dos discentes, mesmo em relação aos conteúdos considerados fáceis, têm algum fundamento e a visão do professor pode não representar a realidade de seus alunos. Assim é importante destacar que:

> “Outra distorção perceptível refere-se a uma interpretação equivocada da idéia de “cotidiano”, ou seja, trabalha-se apenas com o que se supõe fazer parte do dia-a-dia do aluno. Desse modo, muitos conteúdos importantes são descartados ou porque se julga, sem uma análise adequada, que não são de interesse para os alunos, ou porque não fazem parte de sua “realidade”, ou seja, não há uma aplicação prática imediata. Essa postura leva ao empobrecimento do trabalho, produzindo efeito contrário ao de enriquecer o processo ensino-aprendizagem. (Brasil, 1997, p. 23)

De maneira geral, a abordagem de diversas vertentes no curso, com o objetivo de desenvolver novas competências aos participantes, segue a perspectiva dos PCNs, segundo o qual estes:

> “(...) demandam novos conhecimentos: o mundo do trabalho requer pessoas preparadas para utilizar diferentes tecnologias e linguagens (que vão além da comunicação oral e escrita), instalando novos ritmos de produção, de assimilação rápida de informações, resolvendo e propondo problemas em equipe.
>
> Para tanto, o ensino de Matemática prestará sua contribuição à medida que forem exploradas metodologias que priorizem a criação de estratégias, a comprovação, a justificativa, a argumentação, o espírito crítico, e favoreçam a criatividade, o trabalho coletivo, a iniciativa pessoal e a autonomia advinda do desenvolvimento da confiança na própria capacidade de conhecer e enfrentar desafios.” (Brasil, 1997, p. 26)

Assim as vertentes escolhidas no transcorrer do curso se sustentam no documento oficial, como podemos observar em relação à História da Matemática:

> “Ao revelar a Matemática como uma criação humana, ao mostrar necessidades e preocupações de diferentes culturas, em diferentes momentos históricos, ao estabelecer comparações entre os conceitos e processos matemáticos do passado e do presente, o professor tem a possibilidade de desenvolver atitudes e valores mais favoráveis do aluno diante do conhecimento matemático. (Brasil, 1997, p. 34)

Em relação ao ensino de conceitos matemáticos e raciocínio lógico, como na atividade envolvendo o sistema de numeração de base 4 idealizada no curso, para o professor é importante:

> “conhecer os obstáculos envolvidos no processo de construção de conceitos é de grande utilidade para que o professor compreenda melhor alguns aspectos da aprendizagem dos alunos. (...) Esse processo de transformação do saber científico em saber escolar não passa apenas por mudanças de natureza epistemológica, mas é influenciado por condições de ordem social e cultural que resultam na elaboração de saberes intermediários, como aproximações provisórias, necessárias e intelectualmente formadoras. É o que se pode chamar de contextualização do saber.” (Brasil, 1997, p. 30).

Dessa forma as mudanças oriundas da informatização, no contexto social e educacional, sob o prisma da utilização das TICs, ou mesmo do uso de aplicativos, reforçam que “o fato de, neste final de século, estar emergindo um conhecimento por simulação, típico da cultura informática, faz com que o computador seja também visto como um recurso didático cada dia mais indispensável” (Brasil, 1997, p. 34).

> “Estudiosos do tema mostram que escrita, leitura, visão, audição, criação e aprendizagem são capturados por uma informática cada vez mais avançada. Nesse cenário, insere-se mais um desafio para a escola, ou seja, o de como incorporar ao seu trabalho, apoiado na oralidade e na escrita, novas formas de comunicar e conhecer.” (Brasil, 1997, p. 34).

Ainda, em relação ao uso de tecnologias no cotidiano e sua relação com a educação, com ênfase no ensino da matemática, observamos que cada vez mais o computador:

> “(...) é apontado como um instrumento que traz versáteis possibilidades ao processo de ensino e aprendizagem de Matemática, seja pela sua destacada presença na sociedade moderna, seja pelas possibilidades de sua aplicação nesse processo. (...) Tudo indica que seu caráter lógico-matemático pode ser um grande aliado do desenvolvimento cognitivo dos alunos, principalmente na medida em que ele permite um trabalho que obedece a distintos ritmos de aprendizagem” (Brasil, 1997, p. 34).

Assim, sua utilização propicia o trabalho com diversas mídias, aplicativos, programas e objetos educacionais dentre os quais destacamos a utilização de jogos visando fundamentar a atividade proposta durante a oitava semana, já que:

> “Além de ser um objeto sociocultural em que a Matemática está presente, o jogo é uma atividade natural no desenvolvimento dos processos psicológicos básicos; supõe um ‘fazer sem obrigação externa e imposta’, embora demande exigências, normas e controle.” (Brasil, 1997, p. 36).

Sendo assim, considera-se uma boa sugestão para trabalhar o raciocínio lógico e que pode ser utilizado no ambiente escolar, em particular pelos participantes do curso, visto que estes trabalham no ensino fundamental de ciclo I e:

> “Para crianças pequenas, os jogos são as ações que elas repetem sistematicamente mas que possuem um sentido funcional (...) e, portanto, possibilitam compreensão, geram satisfação, formam hábitos que se

> estruturam num sistema. (...) aprendem a lidar com símbolos e a pensar por analogia (...) tornam-se produtoras de linguagens, criadoras de convenções, capacitando-se para se submeterem a regras e dar explicações (...) passam a compreender e a utilizar convenções e regras (...) Essa compreensão favorece sua integração num mundo social bastante complexo e proporciona as primeiras aproximações com futuras teorizações (...) Em estágio mais avançado, as crianças aprendem a lidar com situações mais complexas (...) a compreender que as regras podem ser combinações arbitrárias que os jogadores definem; percebem também que só podem jogar em função da jogada do outro (ou da jogada anterior, se o jogo for solitário). (...) Por isso, é importante que os jogos façam parte da cultura escolar, cabendo ao professor analisar e avaliar a potencialidade educativa dos diferentes jogos e o aspecto curricular que se deseja desenvolver" (Brasil, 1997, p. 36).

Conforme o exposto, o curso desenvolvido como base desta dissertação procurou se basear nos parâmetros curriculares nacionais para o ensino da Matemática.

2.3.2 Conteúdos segundo os PCNs

Os parâmetros curriculares nacionais para o ensino da Matemática apresentam a divisão dos conteúdos do ensino fundamental em blocos da seguinte forma:

- Bloco do estudo dos números e operações, que devem contemplar o estudo dos números e das operações (no campo da Aritmética e da Álgebra) considerando suas propriedades, suas relações e seu processo histórico abordando: números naturais, números inteiros positivos e negativos, números racionais (com representações fracionárias e decimais) e números irracionais sob a perspectiva da situações-problema envolvendo adição, subtração, multiplicação, divisão, potenciação e radiciação visando a compreensão dos diferentes significados de cada operação.

- Bloco do estudo do espaço e das formas (no campo da Geometria) considerando que os conceitos geométricos constituem parte importante do currículo de Matemática no ensino fundamental visando o desenvolvimento de um raciocínio que permita compreender, descrever e representar, de forma organizada, o mundo em que vivemos.

- Bloco do estudo das grandezas e das medidas (que permite interligações entre os campos da Aritmética, da Álgebra e da Geometria), socialmente importante devido ao seu caráter prático e utilitário na vida em sociedade já que estão presentes em diversas atividades cotidianas evidenciando o emprego dos conhecimentos matemáticos.

- Bloco do estudo do tratamento da informação, único bloco não abordado no curso estruturado para este trabalho, mas de extrema importância, pois aborda conceitos de estatística, através de procedimentos para coletar, organizar, comunicar e interpretar dados, utilizando tabelas; de probabilidade abordando eventos que representem acontecimentos de natureza aleatória com possibilidade de previsões de resultados conceituando noções de acaso e incerteza às quais o aluno pode tomar contato através de experimentos; e de combinatória utilizando-se situações problemas com combinações, arranjos permutações e princípio multiplicativo da contagem.

3 O AMBIENTE VIRTUAL – Módulo I

Uma das possibilidades de trabalho no PPGECE é a elaboração e a aplicação de um objeto educacional, e neste sentido foi desenvolvido esse ambiente virtual de aprendizagem que trabalha o conhecimento da disciplina Matemática dos professores do ensino fundamental de ciclo I do Sistema Municipal de Ensino de Barretos/SP.

Este capítulo apresenta o ambiente desenvolvido na plataforma de ensino MOODLE, estruturado para a realização do curso de aperfeiçoamento de professores.

A descrição do ambiente que se segue representa a íntegra do encontrado no site sugerido anteriormente para acesso às atividades interativas. Assim, a configuração textual do que foi retirado do ambiente permanece como se encontra na internet, e por esse motivo os tópicos, as imagens, os textos e as descrições dos fóruns podem apresentar configurações distintas do padrão utilizado nesta dissertação.

3.1 Apresentação do curso

O primeiro contato com o ambiente foi estimulado em um horário reservado durante o primeiro encontro presencial realizado com os participantes. Neste momento os cursistas se dirigiram ao laboratório de informática e acessaram o ambiente.

Esse procedimento teve o objetivo de verificar eventuais problemas de acesso e apresentar o visual do curso para que os participantes desenvolvessem certa familiaridade com a utilização do AVA.

O ambiente foi implementado na plataforma MOODLE da Secretaria de Educação, Esportes e Lazer da Prefeitura de Barretos, sendo acessada pelo endereço eletrônica http://educacao.barretos.sp.gov.br/moodle.

Figura 2: Página inicial do site

Fonte: <educação.barretos.sp.gov.br/moodle>

Ao entrar com o usuário e a senha, o cursista tinha acesso ao sistema e clicando no logo "Matemática para o Ensino Fundamental I" ele era direcionado ao ambiente virtual de aprendizagem do curso.

A tela inicial foi estruturada para não apresentar muitas informações ao usuário, contendo apenas uma mensagem de boas vindas e características, objetivos e regras que seriam utilizadas durante o curso, como podemos observar abaixo.

Matemática para o Ensino Fundamental I

Bem vindos ao Curso.

Este curso tem o objetivo de discutir conceitos matemáticos e metodologias no ensino da Matemática, desta forma pretendemos trabalhar conceitos matemáticos importantes para a formação dos discentes aperfeiçoando os conhecimentos dos participantes do curso.

O Curso está dividido em dois módulos de 90 horas, sendo o primeiro realizado de 21/09/11 até 30/11/11 e o segundo de 07/03/12 até 16/05/12.

A estrutura do curso é semanal, havendo assim atividades a serem realizadas visando cumprir as horas de atividade on-line.

Cronograma dos encontros presenciais do Módulo 1:

Datas: 22/09, 19/10 e 09/11/11.

Horários: manhã: das 8:00 às 11:00 horas, tarde: das 13:30 às 16:30 horas

Cronograma provisório dos encontros presenciais do Módulo 2:

Datas: 21/03, 11/04 e 23/05/12.

Horários: manhã: das 8:00 às 11:00 horas, tarde: das 13:30 às 16:30 horas

Será considerado apto a receber o certificado de 180 horas ou a cada módulo, dois de 45 horas, os cursistas que participarem, no mínimo, de 75% dos encontros presenciais de cada módulo e concluírem com aproveitamento as atividades da plataforma à distância realizadas na plataforma Moodle do módulo correspondente.

Fórum apresentação dos participantes
Café Virtual

Nessa tela inicial também foram propostos dois fóruns visando uma ambientação inicial do cursista: “Fórum apresentação dos participantes” e “Café Virtual”. Em relação a esse início de atividade os cursistas foram instigados a conhecer melhor a plataforma de ensino à distância Moodle através da participação no fórum de apresentação dos participantes. O objetivo desta atividade foi a de possibilitar que os cursistas se conhecessem e que o tutor tivesse mais informações sobre os participantes do curso. O fórum Café Virtual foi disponibilizado para a livre comunicação entre os participantes.

A estrutura do AVA permite que os usuários visualizem apenas o que foi selecionado pelo professor/tutor. Nesse sentido, no primeiro acesso do cursista, apenas as informações mostradas anteriormente eram visualizadas na parte central do ambiente e com o desenvolvimento do curso novas informações e atividades foram sendo disponibilizadas.

3.2 Primeira Semana

22 setembro – 28 setembro

Módulo I - 1ª Etapa

Ambientando-se com a plataforma MOODLE.

Olá a todos, neste início de curso iremos nos habituar ao ambiente virtual de aprendizagem MOODLE.

Teremos inicialmente a participação nos fórum e a tarefa.

Para quem ficou curioso em relação ao símbolo utilizado para denotar o curso clique aqui para conhecer o número phi.

O que é o Moodle?
Fórum: Modelos de aprendizagem
Fórum: Expectativas.
Resultado da Pesquisa sobre os conteúdos para o curso.
Slide do Primeiro Encontro

Considerando o início do curso através de um AVA, o desenvolvimento dessa primeira semana focou-se em atividades onde fosse exigido pouco conhecimento das ferramentas do Moodle. Assim foram utilizadas apenas as ferramentas fórum e postagem de arquivos para estudos. Foram disponibilizados a apresentação feita para o primeiro encontro do curso, um fórum que instigava o debate sobre modelos de aprendizagem, uma página com informações sobre o MOODLE e um gráfico sobre uma pesquisa realizada pela Secretaria Municipal de Educação, Esportes e Laser do município de Barretos-SP. Essa pesquisa teve por objetivo de verificar quais, dentre os conteúdos da estrutura curricular municipal, eram os tópicos que os docentes gostariam que fossem oferecidos em um curso de Matemática, e essa questão foi debatida durante o primeiro encontro.

3.2.1 O que é Moodle?

Para esse tópico foi elaborado o texto a seguir, na forma de uma página web do ambiente, na intenção de apresentar e explicar o significado da palavra Moodle

"MOODLE é o acrónimo de Modular Object-Oriented Dynamic Learning Environment, sendo um software livre de apoio à aprendizagem, geralmente executado em um servidor de web. A expressão pode ser entendida como um Learning Management System (Sistema de gestão da aprendizagem) em trabalho colaborativo, acessível através da Internet ou de rede local. Na língua coloquial inglesa, o verbo to moodle descreve o processo de navegar despretensiosamente por algo concomitantemente com outras atividades. O programa permite a criação de cursos e disciplinas on-line, grupos de trabalho e comunidades de aprendizagem, estando disponível em 75 línguas diferentes. Conta atualmente com 25.000 websites registados, em 175 países. Pode ser instalado em diversos sistemas operacionais (Unix, Linux, Windows, etc.) que reconheçam a linguagem PHP. O Moodle é desenvolvido colaborativamente por uma comunidade virtual que agrega programadores e desenvolvedores de softwares, administradores de sistema, professores, designers instrucionais e usuários de todo o mundo. Muitas Universidade e centros de formação estão customizando a plataforma Moodle com sucesso e é neste intuito que a SMEEL vem incentivando seu uso. (Fonte http://pt.wikipedia.org/wiki/Moodle). Para saber mais sobre o Moodle acesse http://moodle.org”

3.2.1 Fórum: Modelos de aprendizagem

Esse fórum apresentou três modelos de aprendizagem segundo Parra (1996, p. 39-40) e a discussão visou analisar qual o sentido da Matemática escolar para os cursistas e qual é, em sua prática docente, a observação do cursista sobre a forma como os conhecimentos são trabalhados.

O fórum se iniciava com a seguinte apresentação:

> “Um dos objetivos principais do ensino de Matemática é carregá-lo de significado, dar-lhe sentido para o aluno, definindo-o pela situação em que é realizado. Desta forma, Cecília Parra apresenta em seu livro “Didática da Matemática: reflexões psicopedagógicas” três modelos de aprendizagem:
> “1. O modelo chamado “normativo” (centrado no conteúdo). Trata-se de transmitir, comunicar um saber aos alunos. A pedagogia é então a arte de comunicar, de “fazer passar” um saber. O professor mostra as noções, as introduz, fornece exemplos, O aluno, em primeiro lugar, aprende, escuta, deve prestar atenção; a seguir imita, treina, se exercita e ao final, aplica. O saber já está finalizado, já construído.
> Aí se reconhecem os métodos às vezes chamados dogmáticos (da regra às aplicações) ou maiêuticos (perguntas/respostas).
> 2. O modelo chamado iniciativo (centrado no aluno). Para começar, pergunta-se ao aluno a respeito de seus interesses, suas motivações, suas próprias necessidades, o meio que o rodeia. O professor escuta o aluno, suscita sua curiosidade, ajuda a utilizar fontes de informações, responde a suas demandas, o encaminha a ferramentas de aprendizagem (fichas), procura uma melhor motivação (...) O aluno busca, organiza, e então estuda, aprende (freqüentemente de maneira semelhante ao que é o ensino programado). O saber está ligado às necessidades da vida, do ambiente (a estrutura própria deste saber passa para segundo plano).
> São reconhecidas ali as diferentes tendências chamadas “métodos ativos”
> 3. O modelo chamado “aproximativo” (centrado na construção do saber pelo aluno). Propõe-se partir de “modelos”, de concepções existentes no aluno e coloca-as à prova” para melhorá-las, modifica-las ou construir novas. O professor propõe e organiza uma série de situações com diferentes obstáculos (variáveis didáticas dentro destas situações), organiza as diferentes fases (investigação, formulação, validação, institucionalização). Organiza a comunicação da aula, propõe no momento adequado os elementos convencionais do saber (notações, terminologia). O aluno ensaia, busca, propõe soluções, confronta-as com as de seus colegas, defende-as e as discute. O saber é considerado dentro de sua lógica própria.” (Parra, 1996, p. 39-40)
> Conhecer esses modelos nos ajuda a pensar nas práticas docentes. Sobre a atividade pedagógica é preciso sempre observar a postura do professor

> frente aos erros dos alunos, a prática da avaliação, e o papel e o lugar que o professor dá à atividade de resolução de problemas.
> Para nortear nossa discussão gostaria de saber:
> Qual o modelo que você mais se familiariza?
> Em sua opinião, especificamente na Matemática como podemos trabalhar baseados nestes modelos?
> Considerando a sua experiência na educação como você vê a docência na área de Matemática?"

O debate apresentou as concepções de cada docente, conforme podemos observar em uma das respostas abaixo:

> "O modelo que mais utilizo é o aproximativo, mas acredito que todos são importantes e devem ser utilizados, devendo-se adequá-los ao momento da aprendizagem.
> A criança vem para a escola com alguns conhecimento matemáticos. Os pais já vão ensinando, mesmo sem querer ou saber, quando mostra para a criança 1 dedo e nomeia como um ano de vida, então ela começa a associar a quantidade ao nome. Depois ela aprende o número da sua casa, entre tantas outras coisas. Portanto, quando ela chega à escola já sabe que os números tem várias funções e já sabe relacionar alguns números e quantidade. Então, é importante o professor partir sempre do conhecimentos do aluno para depois avançar, bem como criar situações-problemas que desafie-as a criar estratégias para se chegar a uma respsota correta.
> O modelo iniciativo deve estar sempre presente quando lançamos um desafio ou quando algum aluno chega com alguma informação/que" (sic).

3.2.2 Fórum: Expectativas.

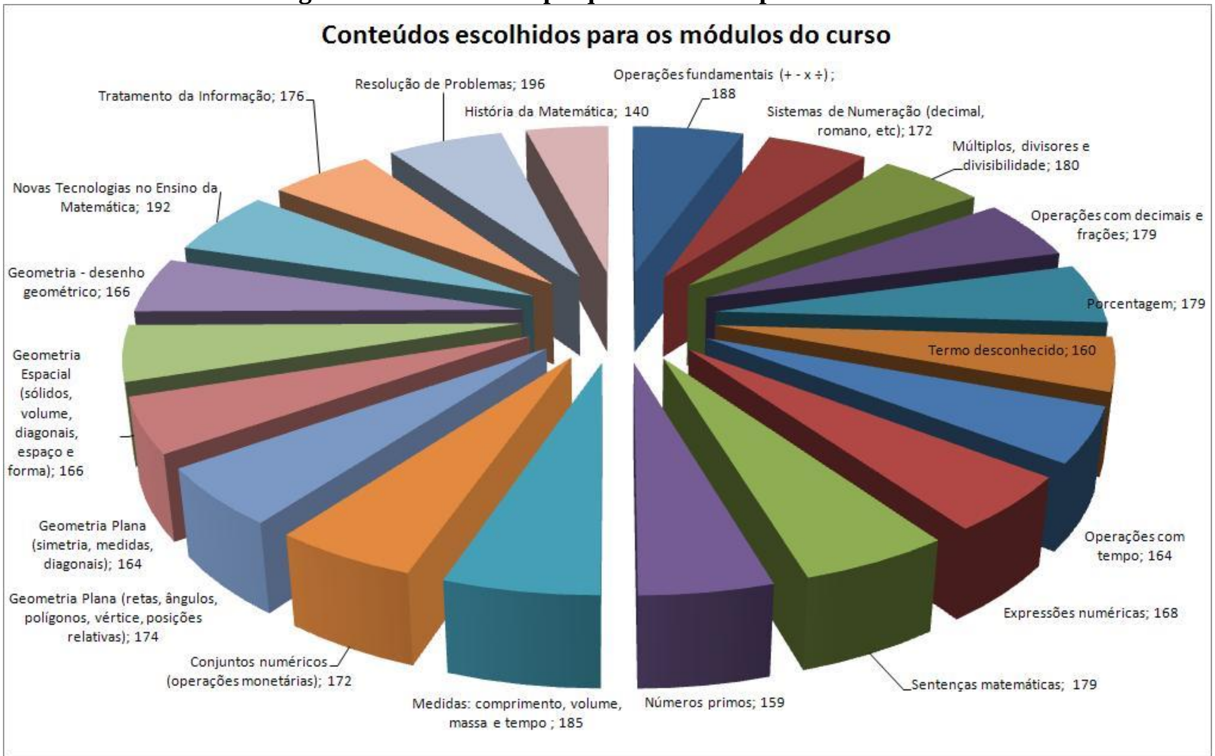
Considerando que a construção do ambiente virtual foi realizada durante o curso e muito embora sua estrutura já estivesse determinada, as atividades e temas de cada módulo poderiam ser adequados às necessidades e anseios dos cursistas. Dessa forma, o fórum tinha o objetivo de filtrar conteúdos de interesse dos participantes que poderiam ser objeto de estudo e de trabalho no ambiente, conforme proposta que segue abaixo:

> "Olá a todos.
> Este fórum tem o objetivo de conhecer os seus anseios, portanto participe escrevendo as expectativas que você tem em relação ao curso, quais os motivos que lhes instigaram a se inscrever nele, e tudo o que você achar interessante que possa ser objeto de nosso estudo.
> Não tenha receios. Escreva o que você gostaria que tivesse no curso ou o que acha importante, pois suas sugestões podem mudar os rumos deste curso."

Um dos motivos de disponibilizar tal fórum foi o resultado de um levantamento realizado pelo Centro de Formação dos Profissionais da Educação de Barretos (CEFORPE), em que cerca de 200 professores responderam quais conteúdos gostariam que fossem abordados em um curso de Matemática para docentes, conforme resultado apresentado no próximo item.

3.2.3 Resultado da Pesquisa sobre os conteúdos para o curso.

Figura 3: Resultado da pesquisa realizada pelo CEFORPE



Fonte: Dado fornecido pela Secretaria Municipal de Educação, Esportes e Lazer.

Como podemos observar, a maioria dos participantes da pesquisa responderam que gostariam que fossem abordados todos os tópicos propostos, dessa forma, percebemos que a maioria almejava o desenvolvimento de um curso muito amplo para que fossem atendidas as suas expectativas e necessidades profissionais. Assim, a realização de um curso nestas condições deveria ter a duração de um ano e precisaria ser realizado no mesmo ritmo de um curso de graduação para, quem sabe, atender parte destes conteúdos, fato que o tornava inviável para o proposto nesta dissertação.

3.2.4 Slide do Primeiro Encontro

O primeiro encontro presencial ocorreu no dia 22 de novembro de 2011. Na oportunidade, os cursistas foram orientados sobre a estrutura do curso, os critérios para a obtenção do certificado de conclusão, sobre o funcionamento das atividades dentro do AVA, além de ser apresentada e comentada a pesquisa mencionada no item anterior e uma introdução ao estudo da Matemática.

Considerando que os conceitos de história da Matemática e o seu desenvolvimento histórico são temas possíveis de serem tratados com alunos do 1º ao 5º ano do ensino fundamental através de diversas abordagens, a abertura do curso focou os primórdios do surgimento dos números, tendo como base o slide constante no Anexo A: Slide do 1° encontro.

3.3 Segunda Semana.

29 Setembro – 5 outubro

Módulo I - 1ª Etapa
Vencendo um obstáculo epistemológico.
Epistemologia ou teoria do conhecimento é um ramo da filosofia, embora atualmente já ganhe "status" de ciência, que aborda questões filosóficas relacionados com a crença e o conhecimento.
Esta semana será dedicada a vivenciar um obstáculo epistemológico, a saber: quando ensinamos, tudo nos parece claro, pois apresentamos o que já sabemos na intenção de que os outros aprendam, portanto, quando ensinamos nosso sistema de numeração e as operações básicas às vezes não conseguimos compreender a dificuldade de nossos alunos.
Dessa forma iremos vivenciar a experiência de aprender algo novo, um sistema de numeração diferente.

Leia o texto proposto, responda às perguntas das atividades e compartilhe suas frustações e descobertas no fórum.

Boa semana a todos.

Sistema numérico de Base Quatro
Fórum de Discussão e Dúvidas da atividade da semana
Questionário: Sistema de Numeração de Base Quatro

O objetivo da atividade proposta era o de colocar o professor em uma situação de desconforto onde os conhecimentos que ele deve utilizar não fazem parte dos que ele já domina. Dessa forma, efetuar cálculos de adição e subtração utilizando o sistema de numeração na base quatro fez com que os participantes vivenciassem as dificuldades que seus discentes enfrentam em diversos momentos de sua vida na escola.

3.3.1 Sistema numérico de Base Quatro

A fim de orientar e apresentar o sistema de numeração a ser utilizado, foi escrito um texto que explicava como são os números e as operações na base quatro, baseada na utilização dos símbolos 0, 1, 2 e 3. (Anexo B: Sistema de numeração de base quatro).

3.3.2 Fórum de Discussão e Dúvidas da atividade da semana

Sempre que o conteúdo a ser trabalhado na semana pudesse gerar dúvidas ou havendo a necessidade de explicações complementares visando ao bom andamento da aprendizagem do conteúdo era disponibilizado um fórum que servisse de apoio ao estudo semanal. Neste tópico apresentamos abaixo o comentário inicial do fórum:

> “Olá a todos.
> Temos dois tópicos esta semana:

> "**Dúvidas da semana**" que utilizaremos para esclarecer as dúvidas e dificuldades que por ventura vocês possam ter na atividade e em relação ao texto da semana; e
> "**Discussão**" onde iremos debater sobre as dificuldades no aprendizado dos sistemas de numeração.
> Clique nos tópicos abaixo para participar das discussões."

3.3.2.1 Fórum Discussão

A atividade da semana, além de trabalhar o conceito de sistema de numeração teve o objetivo de desenvolver a percepção da dificuldade de se aprender algo novo. No cotidiano escolar o ensino da base 10 e suas operações torna-se conhecimento básico e fundamental para o estudo da Matemática na vida escolar, dessa forma, em algum momento o aluno absorve os conceitos e aprende a trabalhar com tal sistema, mas no início não parece ser tão fácil visto que muitos alunos tem muita dificuldade para aprender estes conceitos.

Com base na dificuldade de trabalhar inicialmente com um sistema de numeração de base diferente da utilizada no cotidiano, os cursistas foram instigados a trabalhar as operações neste "novo" sistema para vivenciar o aprendizado de algo que não lhe é familiar.

Este fórum buscou refletir e abrir espaço para os depoimentos dos cursistas:

> "Olá a Todos.
> Fazer com que vocês trabalhem com uma base numérica diferente tem o seguinte propósito: criar um obstáculo epistemológico semelhante ao que os nossos alunos enfrentam ao serem apresentados a conceitos matemáticos novos para entendermos melhor o que isto representa para ele.
> Dessa forma, aproveitaremos este fórum para que possamos abordar aspectos em relação à aprendizagem de um sistema numérico. Como questões norteadoras de nossa discussão proponho debater:
> Quais foram as dificuldades que vocês tiveram ao trabalhar com a base quatro?
> As demais operações seriam fáceis de trabalhar?
> Qual a relação que podemos fazer quanto a esta nossa experiência e o ensino do sistema de base dez ao qual submetemos nossos alunos?
> Qual a visão de vocês sobre as dificuldades que os alunos apresentam ao se depararem com o sistema de numeração de base dez?"

Todos os cursistas tiveram dificuldades em trabalhar com uma base de numeração nova, alguns compreenderam com maior rapidez o funcionamento do novo sistema e outros demoraram muito para entender o conteúdo.

Poderíamos ter utilizado símbolos diferentes para este sistema de numeração, mas como o objetivo principal era tirar os cursistas da zona de conforto dentre os conhecimentos que este já possui, além da dificuldade que seria criada ao trabalhar no computador com outros símbolos, optei por utilizar os próprios algarismos de 0 a 3, assim o docente teria que compreender como utilizar conceitos adquiridos de forma diferenciada.

Alguns cursistas compreenderam a relação da atividade proposta com a dificuldade de alguns alunos no sentido de operar com o sistema de numeração, conforme consta no depoimento do fórum abaixo:

> “Trabalhar com uma base numérica diferente da que estamos acostumados não é nada fácil, foi preciso um pouco de treino para a solução de exercícios. Acredito que a adição e subtração serão fáceis de se trabalhar, mas não consegui realizar a divisão e multiplicação.
> Poderemos fazer a relação com nossos alunos no sentido de que o que aparentemente é fácil para nós, para eles não é tão simples assim. A necessidade de se compreender o que se está fazendo é bastante importante, não basta apenas fazer como algo mecânico, sem explicações.
> Abraço”. (sic)

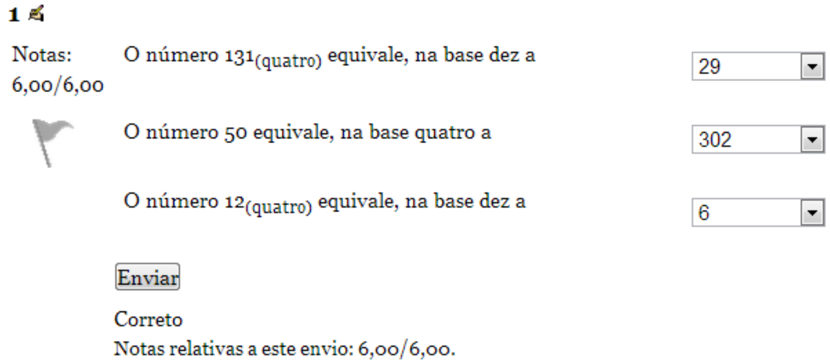
3.3.3 Questionário: Sistema de Numeração de Base Quatro

Como parte do sistema de avaliação e visando aproveitar às possibilidades disponíveis no AVA MOODLE, a atividade proposta para a semana contou com o recurso “questionário”, onde os participantes eram arguidos de forma a analisar a concepção dos conceitos apresentadas.

Abaixo segue a introdução e as questões disponibilizadas no ambiente de aprendizagem:

> “Olá a todos.
> Neste questionário iremos analisar nossa habilidade de operar a base quatro e, portanto, ele será aberto, ou seja, você poderá fazer mais de uma tentativa e a nota que prevalecerá será a maior delas.”

Figura 4: Questão 1 do questionário do Sistema de Numeração de base quatro



1

Notas: 6,00/6,00

O número $131_{(quatro)}$ equivale, na base dez a — 29

O número 50 equivale, na base quatro a — 302

O número $12_{(quatro)}$ equivale, na base dez a — 6

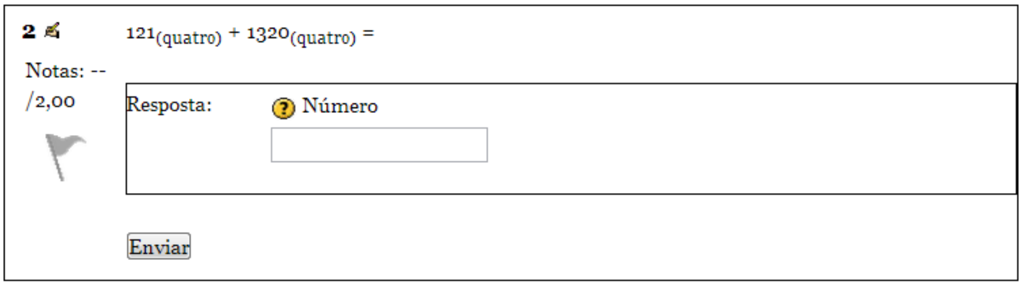
Enviar

Correto

Notas relativas a este envio: 6,00/6,00.

Fonte: Questionário do AVA do autor

Figura 5: Questão 2 do questionário do Sistema de Numeração de base quatro



2

Notas: --/2,00

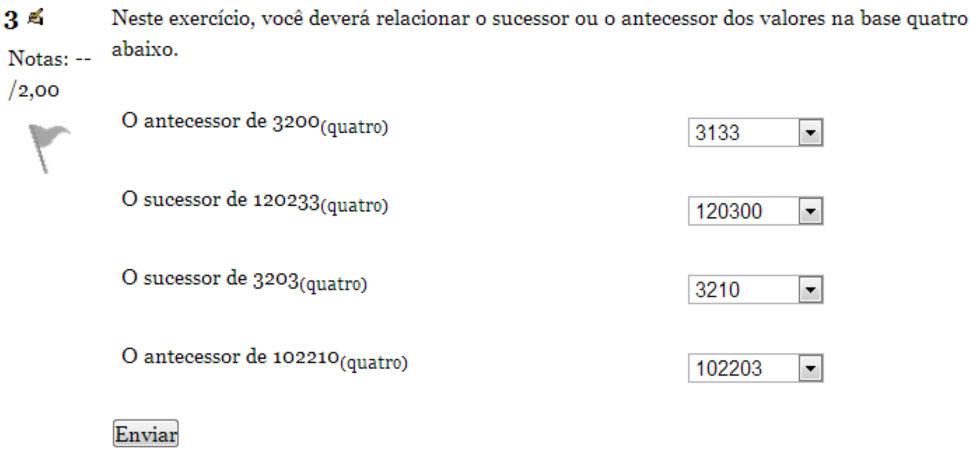
$121_{(quatro)} + 1320_{(quatro)} =$

Resposta: Número

Enviar

Fonte: Questionário do AVA do autor

Figura 6: Questão 3 do questionário do Sistema de Numeração de base quatro



3

Notas: --/2,00

Neste exercício, você deverá relacionar o sucessor ou o antecessor dos valores na base quatro abaixo.

O antecessor de $3200_{(quatro)}$ — 3133

O sucessor de $120233_{(quatro)}$ — 120300

O sucessor de $3203_{(quatro)}$ — 3210

O antecessor de $102210_{(quatro)}$ — 102203

Enviar

Fonte: Questionário do AVA do autor

3.4 Terceira Semana.

6 outubro - 12 outubro

Operações Irmãs

Um primeiro estudo sobre a adição e a subtração.

Nesta semana iniciaremos nosso trabalho com as operações, para tanto focaremos no texto abaixo intitulado "Operações Irmãs" retirado da revista Nova Escola e disponível na internet no endereço http://magiadamatematica.com/uss/pedagogia/24-teoria-3-campo-aditivo.pdf. Para acessar a reportagem não é preciso entrar neste link, basta clicar no texto abaixo.

Como atividades teremos a leitura desta reportagem e uma tarefa dividida em quatro partes. Atenção: as tarefas postadas em atraso perderão 20% da nota total.

Para esta semana será aberto apenas o fórum de dúvidas da semana, portanto a sua participação não é obrigatória.

Boa semana a todos.

Texto: Operações Irmãs Documento PDF
+) Criando Problemas -) Parte I Tarefa
+) Criando Problemas -) Parte II Tarefa
+) Criando Problemas -) Parte III Tarefa
+) Criando Problemas -) Parte IV Tarefa
Dúvidas da Semana Fórum

Exercitar a operação de adição faz parte do cotidiano do docente do 1º ao 5º ano. Sendo assim, a abordagem desse conteúdo deve ser diversificada para que o interesse do discente seja mantido e para que a contextualização esteja presente no cotidiano escolar. Partindo desse princípio, o tema proposto sugere que o docente relacione as operações de forma que o discente seja incentivado a pensar e realizar os cálculos necessários para responder as questões propostas.

Os cursistas, nesse momento, foram instigados a desenvolver pequenos problemas matemáticos de forma que fosse exigido o raciocínio do aluno para resolver a questão e não somente que uma conta estivesse mascarada através de palavras.

3.4.1 Texto: Operações Irmãs

O texto sobre Operações Irmãs (Anexo C: Teoria campo aditivo) traz uma abordagem sobre o trabalho com as operações aritméticas de adição e subtração, segundo Gérard Vergnaud. A concepção apresentada pelo psicólogo francês é a de que as operações não devem ser trabalhadas de forma distinta, pois segundo o autor:

> "Desenvolvemos conceitos e representamos objetos e pensamentos por meio de suas características gerais, para enfrentar situações. E sempre há uma variedade enorme de situações envolvidas na formação de um conceito – e também uma variedade de conceitos envolvidos no entendimento de uma situação. Juntos, eles formam sistemas progressivamente organizados, que devem ser estudados ao mesmo tempo."

Assim, ao trabalhar as operações Vergnaud concebe o conceito de campo aditivo para o desenvolvimento dos conhecimentos dos alunos.

O objetivo da apresentação deste conceito se fundamentou no estudo do trato do conteúdo matemático da reportagem e em sua contribuição para a formação dos docentes, tirando assim o foco sobre o debate de uma nova teoria que não cabe nesta perspectiva. Dessa forma, a abordagem do texto nas atividades semanais foi em relação ao tratamento dado aos conteúdos e as abordagens dos problemas conforme o texto.

O enfoque no trabalho sobre as formas de apresentação de um problema foi enfatizado no segundo encontro presencial, ressaltando que a teoria do campo aditivo não seria o tema central da atividade semanal, sendo um complemento nos conceitos de cada cursista, deixando assim a cargo dos participantes um possível estudo complementar sobre esta teoria.

3.4.2 Criando Problemas -) Parte I Tarefa

Com base na construção de problemas que estimulem o raciocínio dos alunos, a atividade semanal exigiu que os cursistas elaborassem problemas em conformidade com o apresentado no texto, diversificando assim o modo de trabalho e de raciocínio que o aluno deve desenvolver para uma mesma situação.

Abaixo segue a atividade proposta:

> "Olá.
>
> Escreva um problema envolvendo a adição ou a subtração e uma variação conforme os exemplos do texto lido."

Abaixo se apresenta um problema desenvolvido por um cursista:

> "Caio tinha 40 balas e ganhou mais 19 de seu amigo. Quantas balas ele tem agora?"

3.4.3 Criando Problemas -) Parte II Tarefa

Um dos tipos de problemas apresentado foi o de combinação de medidas. Neste item apresentamos a tarefa exigida do cursista.

> "Olá.
>
> Escreva um problema do tipo combinação de medidas, conforme o texto lido e uma variação do seu exemplo"

Abaixo um problema criado por um cursista.

> "Problema comum:
>
> 1 - Num jogo de futebol da nossa seleção, 3 jogadores foram trocados no primeiro tempo e 2 no segundo. Quantos jogadores foram trocados ao todo?
>
> VARIAÇÃO:

> 1- Contra Portugal, o tecnico da seleção brasileira de futebol trocou 3 jogadores antes de iniciar a partida e, durante o jogo substitui outros 2. Quantos jogadores reservas foram utilizados numa mesma partida?”(sic).

3.4.4 Criando Problemas -) Parte III Tarefa

A terceira tarefa solicitava um problema do tipo comparação apresentado no texto base da semana.

> “Olá.
>
> Escreva um problema do tipo comparação, conforme o texto lido e uma variação do seu exemplo”

Abaixo seguem as variações sugeridas segundo um cursista.

> “1) A professora Thais tem 35 alunos e a professora Ana Paula tem 24.Quantos alunos tem as duas juntas?
>
> 2)A professora Thais tem 35 alunos.A professora Ana Paula tem 11 a menos que ela.Quantos alunos a professora Ana Paula tem?” (sic).

3.4.5 Criando Problemas -) Parte IV Tarefa

A última atividade do tipo tarefa solicitada aos cursistas foi a elaboração de um problema do tipo composição de transformações, conforme o modelo apresentado no texto, sobre o campo aditivo. Abaixo segue o tópico do fórum que solicitava aos participantes a apresentação de um problema e a sua respectiva variação.

> “Olá.
>
> Escreva um problema do tipo composição de transformações, conforme o texto lido e uma variação do seu exemplo.”

Abaixo apresentamos um problema desenvolvido para a atividade.

> "Composição de transformações : alterações sucessivas do estado inicial.
>
> No inicío do jogo, Nina tinha 40 pontos. Ela perdeu 9 pontos e em seguida mais 21. O que aconteceu com seus pontos no fim?" (sic)

3.4.5 Dúvidas da Semana Fórum

Como de costume, um fórum foi aberto para que os cursistas pudessem postar suas dúvidas sobre as atividades a serem desenvolvidas.

> "Olá a todos.
>
> Neste fórum estarei esclarecendo as dúvidas que surgirem sobre o conteúdo da semana.
>
> Clique no link abaixo para participar."

3.5 Quarta Semana.

13 outubro - 19 outubro

Somando somos melhores

Esta semana será dedicada à partilha de informação, como eixo norteador temos o texto sobre o Ábaco de Pino, que é uma sugestão de atividade que pode ser utilizada na escola para que os alunos compreendam bem o sistema posicional e consigam relacionar as operações de soma e subtração.

O título da semana nos sugere a partilha do conhecimento, portanto nesta semana o foco será na participação do fórum "Compartilhando experiências da sala de aula" onde todos deverão ter uma participação mínima de três postagens, pois delas dependerá a nota da semana.

Um abraço a todos.

Ábaco de Pino
Dúvidas da semana
Compartilhando experiências da sala de aula

Considerando que o sistema de numeração que utilizamos se baseia na posição dos algarismos, foi proposto que os cursistas conhecessem o funcionamento do ábaco, neste caso o ábaco de pino, por ser de mais fácil construção para a utilização em sala de aula.

A partilha de informações foi proposta visto que todos os participantes já atuam como docentes no sistema municipal de ensino e dessa forma, a experiência docente de cada um é muito importante, bem como a troca de experiências que enriquece a todos, e por isso sugerimos que cada um compartilhasse um pouco de sua prática de sala de aula nesse momento.

3.5.1 Ábaco de Pino

O texto constante do Anexo D "ÁBACO DE PINO" aborda a utilização desse instrumento no ensino do sistema decimal e das operações de adição e subtração orientando e sugerindo a sua utilização em sala de aula.

3.5.2 Dúvidas da semana

O fórum de dúvidas foi aberto para que os cursistas pudessem apresentar eventuais dificuldades na realização da atividade proposta.

> "Olá a todos.
> Neste fórum estarei esclarecendo as dúvidas que surgirem sobre o conteúdo da semana.
> Clique no link abaixo para participar."

3.5.3 Compartilhando experiências da sala de aula

A atividade central dessa semana foi a colaboração de cada cursista no sentido de compartilhar as atividades já realizadas em sua carreira docente gerando um banco de sugestões a que todos os participantes teriam acesso.

Dessa forma, a troca de informações entre os cursistas consolida-se como parte da atualização profissional, constituindo uma comunidade de conhecimento que, baseada na experiência de cada um, deve ser estimulada no ambiente escolar.

> “Olá a todos.
> Clique no tópico "Compartilhando experiências da sala de aula", abaixo para entrar e participar do Fórum.”

Dentro do tópico “Compartilhando experiências da sala de aula” cada cursista deveria fazer uma postagem sobre o texto, outra apresentando uma sugestão de atividade para ensinar a adição e/ou a subtração e fazer um comentário sobre a atividade proposta de outro participante.

> “Olá a todos.
>
> Esta semana a atividade será centrada no Fórum, portando informo que cada participante deverá, no mínimo, participar com três postagens, sendo:
>
> * Uma postagem com comentários sobre o texto proposto, abordando considerações sobre a sua possível utilização em sala de aula, seus comentários sobre a utilidade da atividade para melhorar o aprendizado dos alunos e o que considerar interessante para nosso debate.
>
> * Uma sugestão de atividade que você já tenha realizado ou que venha a utilizar para ensinar as operações de soma e/ou subtração.
>
> * Um comentário de interação com outro participante.
>
> Abraço.”

Segue uma postagem sobre a utilização do ábaco segundo a concepção de seu aproveitamento dentro do contexto da sala de aula.

> “Olá Juliano e amigos cursistas,
>
> Achei o texto muito interessante, pois eu acredito que o ábaco principalmente nas séries iniciais é de grande valia para a aprendizagem significativa dos alunos.
>
> Assim como o texto nos fala, com ele o aluno pode visualizar concretamente a questão dos valores que cada peça terá dependendo do lugar em que ela se encontrará e que nunca terá 10 peças na mesma casa, ensinando a eles de forma ludica o "vai 1" que eles sempre esquecem ate porque apenas nas continhas essa ideia não fica tão clara para ele.
>
> Com o ábaco também o professor pode usar a criatividade e inventar atividades e jogos que despertem a criança para o ensino da Matemática.
>
> Abraços”. (sic)

3.6 Quinta Semana

20 outubro - 26 outubro

Trabalhando com as multiplicações

Nesta semana trabalharemos com o texto sobre multiplicação e divisão apresentados no encontro presencial.

Desta forma a atividade pontuada da semana será o fórum que terá as seguintes regras:

1º Cada participante deverá elaborar três perguntas em conformidade com as apresentadas no texto, enviadas separadamente.

2º Cada participante deverá responder a duas perguntas enviadas por outro participante.

3º Cada pergunta deverá ser respondida por apenas um participante, portanto uma pergunta não poderá ser respondida por mais de um participante, sendo válida a resposta postada primeiro e as demais invalidadas.

Boa semana a todos.

O berço das civilizações

Multiplicação e divisão

Fórum: operações de Multiplicação e Divisão

A abordagem proposta pelo texto desenvolvido no encontro presencial estabelecia formas de trabalho para o desenvolvimento dos conteúdos de multiplicação e divisão, como pode ser observado no anexo F, nesse prisma o trabalho com as operações segue a mesma vertente da apresentada anteriormente em relação à adição e subtração.

3.6.1 O berço das civilizações

Retomando o contexto histórico do desenvolvimento do conhecimento humano o texto constante no anexo E apresenta o contexto do surgimento e da constituição das antigas civilizações.

3.6.2 Multiplicação e divisão

O ensino da multiplicação e da divisão no contexto escolar foi inicialmente abordado como o apresentado em relação à adição e à subtração. Dessa forma, a ênfase inicial se deu através das formas de se trabalhar o ensino da Matemática no contexto escolar do 1º ao 5º ano.

3.6.3 Fórum: operações de Multiplicação e Divisão

Visando a contextualização do tema abordado o fórum avaliativo da semana exigia a elaboração de três perguntas que trabalhariam o tema em questão juntamente com a interação através da participação na resposta de uma questão enviada por outro cursista, conforme o solicitado abaixo:

> “Este é o fórum que será avaliado nesta semana.
> As regras para a pontuação serão as seguintes regras:
> 1º Cada participante deverá elaborar três perguntas em conformidade com as apresentadas no texto, enviadas separadamente.
> 2º Cada participante deverá responder a duas perguntas enviadas por outro participante.
> 3º Cada pergunta deverá ser respondida por apenas um participante, portanto uma pergunta não poderá ser respondida por mais de um participante, sendo válida a resposta postada primeiro e as demais invalidadas.
> Boa semana a todos.”

3.7 Sexta Semana

27 outubro - 2 novembro

Pesquisa de atividades. Olá a todos. Um dos grandes anseios dos docentes é conseguir conteúdos para elaborar atividades, portanto esta semana iremos compartilhar atividades que temos ou pesquisar novas atividades. Os arquivos abaixo são de sites que procurei, portanto estas são atividades da internet que podemos utilizar para trabalhar a Matemática.

A atividade da semana será publicar no fórum uma atividade de matemática que você tem e ache boa para ser trabalhada na escola, caso você não tenha ou prefira, pesquise alguma atividade na internet e poste no fórum. Se a atividade for sua escreva na mensagem, caso contrário não se esqueça de colocar a fonte [site (copie e cole o endereço da internet e coloque o dia que fez a pesquisa), livro (coloque o nome do livro, o autor e a editora e ano de publicação)].

Fórum da atividade da semana.
Cantando as Tabuadas
Matemática no circo
Atividades com matemática

Um dos anseios apresentados pelos cursistas é o de receber atividades para trabalhar em sala de aula, dessa forma este tópico apresentou cinco sugestões visando esse fim.

Considerando que o objetivo central desse estudo é o de compartilhar o conhecimento que os participantes possuíam e/ou de incentivar a realização de pesquisas de novos conteúdos a partir das fontes que cada um tem disponível, o resultado almejado foi o de desenvolver a autonomia do docente em relação à pesquisa de conteúdos para a melhoria de sua atuação como docente.

3.7.1 Fórum da atividade da semana.

Visando o desenvolvimento da autonomia de cada cursista este fórum serviu de repositório das atividades enviadas pelos cursistas.

> "A atividade da semana será publicar no fórum uma atividade de matemática que você tem e ache boa para ser trabalhada na escola, caso você não tenha ou prefira, pesquise alguma atividade na internet e poste ela no fórum. Se a atividade for sua escreva na mensagem, caso contrário não se esqueça de colocar a fonte [site (copie e cole o endereço da internet e coloque o dia que fez a pesquisa), livro (coloque o nome do livro, o autor e a editora e ano de publicação)]."

Uma das melhores postagens do fórum foi relacionada com o prêmio "Professor Nota 10", da Fundação Victor Civita. Abaixo segue o post que contêm o endereço do site onde é apresentado o vídeo da atividade.

> “olá turma, postei um vídeo bem legal de atividades de cálculo. Professora nota 10
> http://www.youtube.com/watch?v=WF4QaqwXUQM&feature=player_embedded”

3.7.2 Atividades sugeridas

As sugestões apresentadas nos arquivos “Cantando as Tabuadas” (anexo G), “Matemática no circo” (anexo H) e “Atividades com matemática” (anexo I) foram postadas a título de divulgação de atividades encontradas na internet como forma de incentivar os cursistas para que fizessem pesquisas para participarem do fórum, conforme especificado no item anterior.

3.8 Sétima Semana

3 novembro - 9 novembro

Efetuando multiplicações

Conhecer as diversas formas de ensinar a operação de multiplicação nos dá mais opções de atividades para que os discentes exercitem esta operação.

Com este intuito vamos conhecer alguns métodos de realizar a operação de multiplicação.

Operações de multiplicação

Vídeo de multiplicação "Geométrica"

Atualmente, é comum encontrar relatos sobre a dificuldade em ensinar as operações de multiplicação e divisão para os alunos; devido a isso, o tópico acima, abordado também no encontro presencial, apresentou aos cursistas formatos distintos para a realização das operações de multiplicação.

3.8.1 Operações de multiplicação

O texto constante do anexo J fundamentou o desenvolvimento dessa atividade semanal, servindo de base para o estudo realizado no encontro presencial que evidenciou os métodos utilizados por algumas etnias para efetuar cálculos multiplicativos.

3.8.2 Vídeo de multiplicação "Geométrica"

Uma das formas de cálculo de multiplicação encontrado na pesquisa para o desenvolvimento deste trabalho foi a denominada “multiplicação geométrica” (denominação intitulada dessa forma devido à maneira de manipular os números, visto que o vídeo apresenta outra titularidade não confirmada) que é baseada na posição dos números para realizar os cálculos de multiplicação por partes.

O vídeo que apresenta esta forma “geométrica” de efetuar cálculos de multiplicação foi encontrado no site *youtube* e está disponível no endereço “http://www.youtube.com/watch?v=z1xxrcHrV_k&feature=player_embedded”

3.9 Oitava Semana

10 novembro - 16 novembro

Módulo I - 2ª Etapa

Trabalhando com aplicativos para ensinar Matemática utilizando a informática.

Nesta semana apresentaremos alguns aplicativos que podem ser utilizados nos laboratórios de informática, ou mesmo na sala de aula.

Aqui consideramos um aplicativo como sendo algo manipulável que possa ser utilizado dinamicamente no processo de ensino e aprendizagem. Veja este exemplo de aplicativo, nele são apresentados modelos de aviões feitos com dobradura de papel; clique em um deles para ver a animação:

Clique em um modelo de avião

Abaixo seguem alguns aplicativos que foram nomeados da seguinte forma:

Aplicativo: quando for utilizável no contexto de ensinar

Jogos: quando apresentam características de exercitar o conteúdo; e

Teste: quando não se vincula com um tema específico e exercita o raciocínio.

Ao analisar a aplicabilidade dos aplicativos aproveite para participar do fórum desta semana que está focado na utilização em sala de aula.

Boa semana a todos.

As Comunidades Virtuais
Tarefa: Comunidades Virtuais
Fórum: Compartilhando Experiências Tecnológicas
Aplicativo aprendendo a contar
Aplicativo aprendendo a contar II
Aplicativo aprendendo números em Libras
Aplicativo de Adição em Libras
Aplicativo de Adição Somando números
Aplicativo de horas analógicas
Aplicativo Divisão montando a conta
Aplicativo Multiplicação montando a conta
Jogo da calculadora incompleta
Jogo das operações fundamentais
Jogo de soma das compras
Jogo de soma das compras II
Jogo do Feche a Caixa
Jogo do Feche a Caixa
Teste da Ponte
Teste de Concentração Arrumar
Teste do barco
Teste do Penhasco

Na visualização deste tópico, dentro do ambiente MOODLE, ao lado do texto “Clique em um modelo de avião”, o ambiente apresenta um quadro onde é possível a interatividade proposta pelo aplicativo através da utilização do mouse.

3.9.1 As Comunidades Virtuais

Considerando que a parte do curso que se desenvolveu à distância proporciona a convivência por meio das novas tecnologias, principalmente pela utilização dos fóruns, esta atividade apresenta alguns conceitos sobre comunidades diversas na internet.

> “Segundo a filosofia a comunidade é "Agremiação de indivíduos que vivem em comum ou têm os mesmos interesses e ideais políticos, religiosos etc." (dicionário MICHAELIS).
> No contexto virtual a comunidade assume a função de aproximar pessoas com interesses e ideais que geograficamente não poderiam se comunicar.
> O artigo abaixo: COMUNIDADES VIRTUAIS DE APRENDIZAGEM E COLABORAÇÃO de Vera Lúcia Menezes de Oliveira e Paiva irá nos orientar para a tarefa da semana:
> Clique no link abaixo e Boa Leitura... “

O texto referenciado, para estudo individual nessa atividade, encontra-se no anexo K dessa dissertação.

3.9.2 Tarefa: Comunidades Virtuais

Focando o desenvolvimento diversificado do cursista, a tarefa proposta solicita que seja escrito um texto sobre o artigo em questão.

> “Nossa tarefa será uma análise acerca do artigo sobre Comunidades Virtuais.
> Redija um texto comentando o artigo e apresentando seu ponto de vista sobre o assunto e envie até a data prevista.
> Bons estudos.”

Em seguida, transcrevemos o comentário de um cursista:

> “Ao analisar o texto : Comunidades Virtuais de Aprendizagem e Colaboração. Sabendo-se que uma comunidade virtual estão inseridas nas redes sociais, estas comunidades são espaços formados por agrupamentos humanos, e seu funcionamento está diretamente ligada ao diálogo e a colaboração. Seus laços são fundamentais na interação e comprometimento entre eles, o que propicia o compartilhamento de informações, os desafios, as conquistas e descobertas, a atualização profissional, a qualificação da prática, como também a resolução de problemas, Podemos definir

Comunidades Virtuais de Aprendizagem aquelas que possuem objetivos, interação entre os participantes e a evolução dos elementos citados, e fundamentados na teoria social do aprendizado como processo social, inerente à natureza humana.
Para Pallof e Pratt (1999), as comunidades virtuais de aprendizagem seguem os seguintes pressupostos:
- Destina-se a interesses comuns a todos os sujeitos participantes da comunidade;
- Ênfase no trabalho em equipe;
- A comunidade deve centrar sua dinâmica nos objetivos a serem alcançados;
- Todos os sujeitos têm o mesmo direito de participação;
- As normas, valores e comportamentos são definidos na própria comunidade;
- O educador assume o papel de orientador e animador da comunidade;
- A aprendizagem é cooperativa/colaborativa
- O sujeito assume o papel ativo na construção do seu conhecimento de acordo com o tema da comunidade;
- Interação permanente.

Levando-se em consideração esses pressupostos, a colaboração é elemento fundamental para a formação de uma Comunidade Virtual de Aprendizagem onde o trabalho em conjunto (professor-aluno) passa a ser atores, produzindo conhecimento colaborativo e se tornando co-responsáveis pelo processo ensino aprendizagem na rede de interações.
Segundo Torres:
" Uma Comunidade de Aprendizagem é uma comunidade humana organizada que constrói um projeto educativo e cultural próprio, para educar a si própria, suas crianças, jovens e adultos, graças a um esforço endógeno, cooperativo e solidário, baseado em um diagnóstico não apenas de suas carências, mas sobretudo, de suas forças para superar essas carências".
Essa revolução nos coloca um grande desafio, garantir que todas as pessoas tenham acesso a tecnologia e ao conhecimento para que não fiquem excluídas. A educação tem um papel fundamental nesse processo, ela é o grande acelerador e propagador de todas as transformações sociais e a implantação de todos numa sociedade que desejamos.
Referencias Bibliográficas
PALLOFF, R; PRATT, K Construindo Comunidades de Aprendizagem no Ciberespaço. Porto Alegre: Artmed 2002
TORRES, R.M. Comunidade Virtual. Lisboa . Editora Gradiva 1996". (sic).

3.9.3 Fórum: Compartilhando Experiências Tecnológicas

Aproveitando a utilização frequente do computador durante as atividades propostas neste curso e os recursos disponíveis nas escolas da rede municipal onde os cursistas trabalham, uma série de aplicativos que desenvolvem conceitos ou habilidades no âmbito da Matemática foram disponibilizados para que os participantes pudessem trabalhá-las no seu cotidiano.

Considerando que as atividades são dinâmicas, sugerimos que para conhecê-las seja acessado o ambiente virtual de aprendizagem de acordo com as orientações apresentadas anteriormente.

> “Olá a todos.
> Nesta semana vamos analisar os aplicativos (aplicativos, jogos e testes) apresentados na página inicial e comentar sobre a utilização de 3 (três) deles.
> Desta forma cada cursista deverá escolher 3 para apresentar suas considerações sobre a sua utilização na sala de aula.
> Clique no fórum abaixo para postar as suas considerações.”

Para que os aplicativos fizessem parte do contexto do curso, cada cursista fez comentários sobre três deles dentro do fórum da semana:

> “Aprendendo os números em libras
>
> Atividade interessante , com a inclusão presente no nosso dia a dia, é de fácil aprendizagem para os alunos e também para ensinar outras maneiras de se aprender números para poder interagir com os colegas.
>
> Divisão montando conta
>
> Depois da explicação dado pelo professor, o aluno pode criar seus desafios em relação a divisão. Para o professor esses momentos em que o aluno é responsável pela sua aprendizagem, ele vai desempenhar o seu papel de observador e se inteirar com os alunos nessa aprendizagem de construção do saber.
>
> Jogo do Feche a caixa
>
> Enquanto o aluno joga ele é obrigado a criar estratégias e também vivenciar de maneira saudável a competição, a colaboração e a oposição que há entre os jogadores e também a oportunidade de corrigir de forma natural as regras que há nos jogos.” (sic).

3.9.4 Aplicativos

Os aplicativos utilizados estão disponíveis na internet, sendo que para um melhor acesso, cada um destes era visualizado diretamente dentro do ambiente MOODLE, bastando clicar no nome apresentado para que a nova página fosse aberta. A lista com as fontes dos aplicativos se encontra no anexo Q.

3.10 Nona Semana

17 novembro - 23 novembro

Olá a todos.

Esta semana faremos um estudo com base nos dois primeiros capítulos do livro "Geometria: Teoria e Experimentação" do Prof. Dr. Roberto Paterlini da Universidade Federal de São Carlos.

Os capítulos estão logo abaixo e o texto completo se encontra disponibilizado pelo autor no endereço "http://www.dm.ufscar.br/~ptlini/livros/".

Esclareço que a disponibilidade deste texto para nosso estudo se vincula à disponibilização do mesmo pelo autor no site acima indicado.

Bons estudos.

Geometria Teoria e Experimentação

Uma análise do desenvolvimento cognitivo das crianças e sua abstração Matemática foram belamente apresentadas nos dois primeiros capítulos do livro em desenvolvimento “Geometria: Teoria e Experimentação", do Prof. Dr. Roberto Paterlini da Universidade Federal de São Carlos, que foi aqui abordado por estar à disposição no endereço acima, do próprio autor, que os disponibiliza no intuito de que seja analisado pelos colegas discentes, a fim de formatar sua finalização para posterior publicação. Dessa forma, o acesso ao livro foi vinculado ao site do próprio autor e estará a disposição enquanto o mesmo o disponibilizar.

3.11 Décima Semana

24 novembro - 30 novembro

Caros Cursistas.

Começaremos o nosso estudo sobre os conceitos geométricos necessários para que o aluno tenha domínio em relação aos futuros conhecimentos que a Matemática irá exigir.

Clique no item “Lição: Conceitos em Geometria” para acessar o conteúdo desta semana e depois faça os exercícios da tarefa.

Boa Semana a todos.

Lição: Conceitos em Geometria
Questões
Dúvidas da Semana

Nesta última semana do primeiro módulo do curso de Matemática para professores do ensino fundamental I foi realizada a continuação dos estudos da semana anterior com o enfoque nos conteúdos de geometria das séries iniciais. Assim a abordagem foi realizada utilizando-se a ferramenta “Lição” para apresentar a matéria a ser estudada finalizando a atividade com algumas questões.

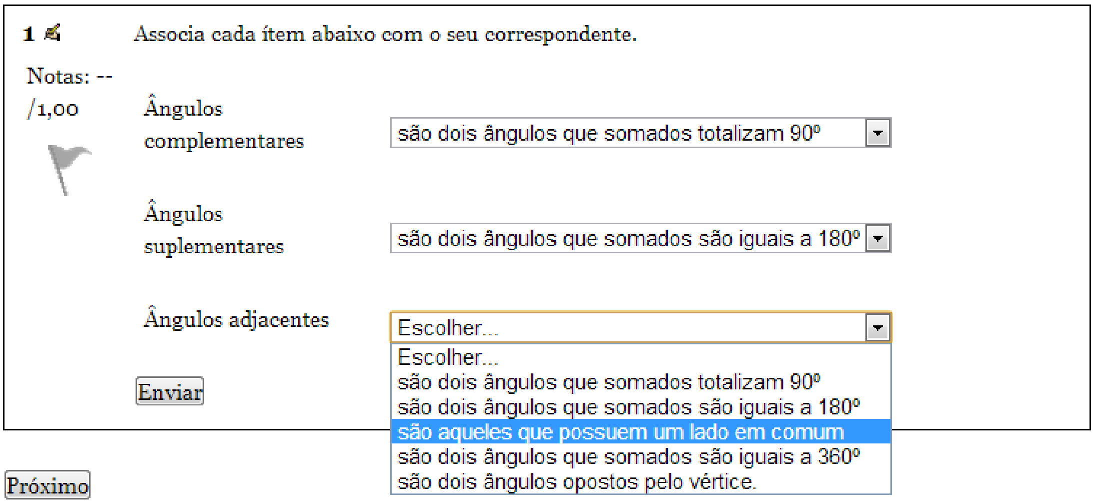
3.11.1 Lição: Conceitos em Geometria

Nessa lição foram abordados conceitos de geometria a partir de textos disponíveis em http://www.brasilescola.com, de autoria de Marcos Noé (vide Anexo Q). A decisão de se utilizar esses textos foi tomada no transcorrer do curso, porém observou-se que os mesmos são pouco formais e imprecisos em relação a algumas definições envolvendo elementos geométricos, como por exemplo a definição de ângulo, de ângulo complementar, razão de semelhança, polígonos, lados, linha poligonal. Para uma próxima edição do curso essa atividade será revisada.

3.11.2 Questões

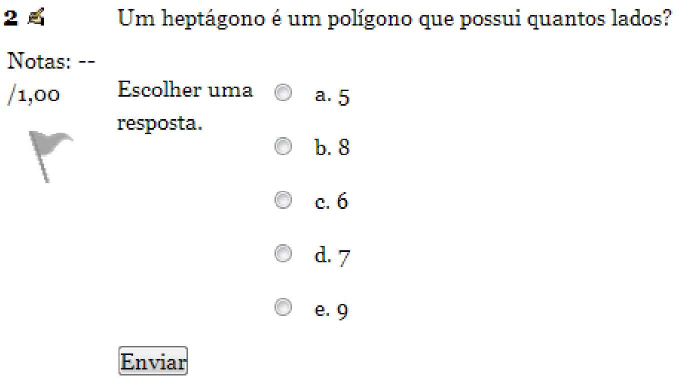
Para a finalização das atividades e lições desta semana foi utilizada a ferramenta questionário que constava com três questões, conforme figuras abaixo:

Figura 7: Questão 1 sobre ângulos



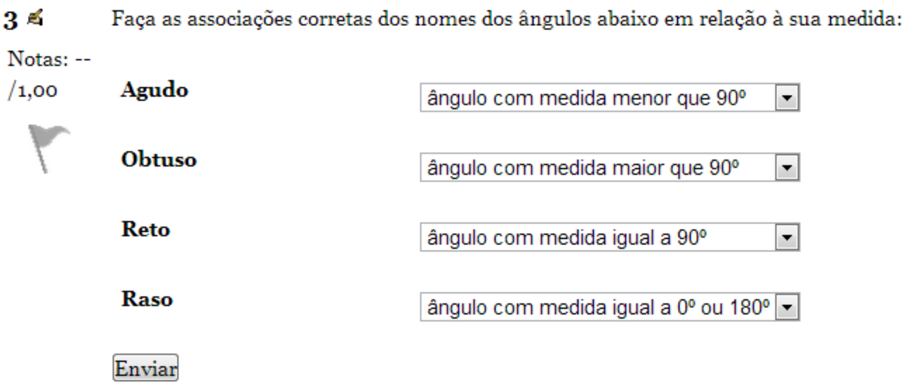
Fonte: Questionário do AVA do autor

Figura 8: Questão 2 sobre ângulos



Fonte: Questionário do AVA do autor

Figura 9: Questão 3 sobre ângulos



Fonte: Questionário do AVA do autor

3.11.3 Dúvidas da Semana

Este fórum foi disponibilizado para que eventuais dúvidas dos participantes fossem esclarecidas. Mas sendo esta a última atividade do módulo os cursistas já estavam habituados ao sistema do curso e os comentários foram em relação ao conteúdo da semana, conforme exposto abaixo através de uma postagem de cursista:

> “Olá, Juliano!
>
> Concordo com as meninas que os textos desta semana foi de fácil entendimento, deu para responder com tranquilidade as questões.” (sic).

4 O AMBIENTE VIRTUAL - Módulo II

O desenvolvimento do segundo módulo do curso, realizado no primeiro semestre de 2012, foi de forma distinta do módulo anterior. Nesta etapa o curso se baseou nos tópicos de Matemática do ensino fundamental de ciclo I com uma menor abordagem pedagógica, focando então o conteúdo de Matemática.

Este módulo também se diferencia do primeiro pela quantidade de conteúdos trabalhados. O estudo agora segue a vertente de abordar conteúdos matemáticos utilizando principalmente lições desenvolvidas para estes fins. Desta forma, o trabalho na construção das atividades se tornou mais demorado, fazendo com que a utilização de fóruns, que exigem maior participação dos cursistas, fosse abolida, visto que seu uso foi constante no primeiro módulo.

No desenvolvimento das atividades e no questionário, foi utilizado o *software* “Geogebra”, que possibilitou a interatividade na manipulação de diversos arquivos inseridos neste segundo módulo.

Sobre o *software* “Geogebra” é importante registrar que é um *software* gratuito criado por Markus Hohenwarter e desenvolvido por ele, Yves Kreis e Michael Borcherds com contribuições de Loïc Le Coq, Joan Carles Naranjo, Victor Franco, Eloi Puertas, Philipp Weissenbacher. Uma das características dos *softwares* gratuitos é a possibilidade de várias pessoas poderem contribuir para seu desenvolvimento, sugerindo e criando novas ferramentas ou traduzindo para seu próprio idioma.

Sendo assim, a versão utilizada na construção das atividades deste curso, disponível no site www.geogebra.org, tem como tradutores para o português Humberto Bortolossi, Herminio Borges Neto, Alana Paula, Luciana de Lima e Alana Souza de Oliveira.

Assim, a própria estrutura do curso foi modificada neste módulo com a modificação do trabalho por tópicos e não mais por semanas, visto que os conceitos aqui abordados buscam um estudo mais completo dos temas, conforme se apresenta no decorrer deste capítulo.

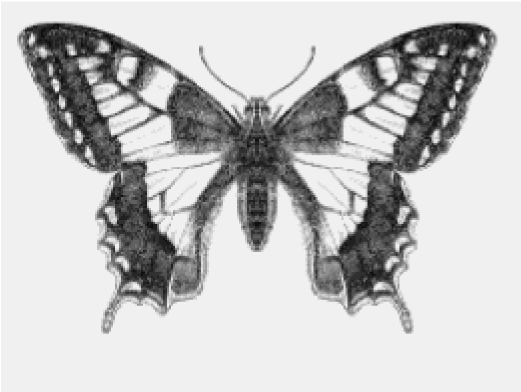
4.1 Primeiro tópico

Tópico de 14 - 21 Março de 2012

Olá pessoal.

Trabalharemos neste tópico alguns conceitos em geometria que são comuns ao cotidiano do ciclo I do Ensino Fundamental.

Primeiramente trabalharemos com a Simetria, através da lição "o que é Simetria"



Boa semana a todos.

O que é Simetria
Medidas e Distâncias
Elementos das figuras geométricas
Perímetro e Área das figuras geométricas.
Simetria, Perímetros e áreas

O primeiro tópico desenvolvido para o curso versava sobre geometria, abordando características das figuras geométricas bem como os elementos presentes nas suas formas.

A abordagem ainda explorou conceitos como medidas, áreas e perímetro de figuras geométricas.

Vale ressaltar que a imagem apresentada acima foi introduzida para fazer referência à simetria comumente apresentada aos alunos nas borboletas. Nesse intuito, a imagem se encontra animada dentro do ambiente, mostrando sua metade sendo duplicada completando a figura.

Nos subitens abaixo são apresentadas as lições elaboradas para estes conteúdos. Quando a página da lição pode ser representada apenas por uma imagem, assim foi feito e a referência foi registrada. Nos demais casos, o conteúdo foi transportado da maneira que se encontra no ambiente, e nesse caso, as imagens presentes na lição foram referenciadas individualmente.

4.1.1 O que é Simetria

Figura 10: Introdução da lição sobre simetria

Introdução

A Simetria é encontrada em algumas formas geométricas e muito utilizada na arquitetura, veja esta construção:

Mas quando uma figura é simétrica?

Para entender a simetria podemos utilizar um espelho para fazer um experimento.

Clique aqui para saber mais.

Voltar

Fonte: Ambiente virtual do autor

Figura 11: Segunda página da lição sobre simetria

Imagine um espelho na frente de seu rosto.

A imagem é refletida, certo?

Então esta é uma imagem que possui simetria, observe que o lado direito possui todas as características do lado esquerdo.

Bom mas não é o espelho que faz uma imagem ser simétrica.

Clique aqui para entender melhor

Voltar

Sair

Fonte: Ambiente virtual do autor

Figura 12: Terceira página da lição sobre simetria

No exemplo que estamos estudando o espelho faz o papel de eixo de simetria, veja:

Observe por exemplo:

1) A distância do olho da imagem da esquerda até o eixo de simetria é a mesma do olho da imagem da direita até o eixo

2) A distância do queixo do nariz e da boca da imagem da esquerda até o eixo também é a mesma da imagem da direita até o eixo.

Portanto o eixo de simetria é a reta que divide a figura em duas partes simétricas.

E aquela imagem de abertura, há simetria nela?

Clique aqui para continuar.

Voltar

Sair

Fonte: Ambiente virtual do autor

Simetria na Construção.

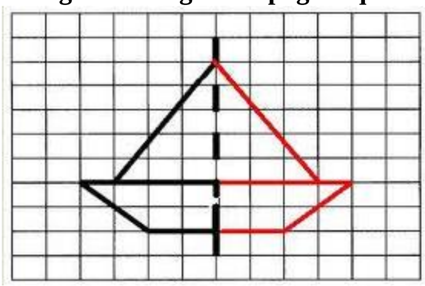
Nas construções feitas pelo homem é comum encontrar imagens simétricas, lembra-se da imagem da abertura:

Figura 13: Primeira imagem da página quatro da lição

Fonte: Ambiente virtual do autor

Mas será que existe uma imagem com mais de um eixo de simetria? Pense um pouco e avance na lição, mas antes veja mais alguns exemplos enquanto pensa na questão acima.

Figura 14: Segunda imagem da página quatro da lição



Fonte: Ambiente virtual do autor

Figura 15: Terceira imagem da página quatro da lição

Fonte: Ambiente virtual do autor

Figura 16: Quarta imagem da página quatro da lição

Fonte: Ambiente virtual do autor

Figura 17: Botões da quarta página

Vamos descobrir agora a resposta da pergunta: Mas será que existe uma imagem com mais de um eixo de simetria?

Clique para ver a resposta

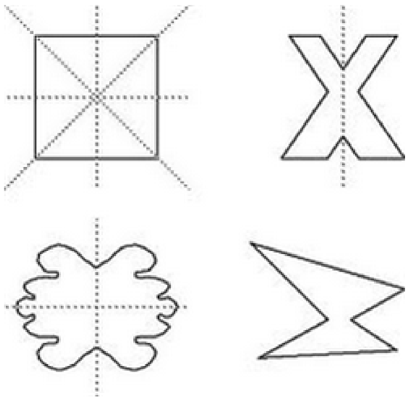
Voltar Sair

Fonte: Ambiente virtual do autor

Figura 18: Quinta página da lição sobre simetria

Quantos eixos de simetria podemos ter?

Dependendo da imagem podemos sim ter mais do que um eixo de simetria, veja alguns exemplos:



Você observou que o quadrado tem quatro eixos de simetria e que a última imagem não possui eixo de simetria.

Observação: Quando uma imagem não possui eixo de simetria ela não é simétrica.

Agora você já sabe se uma imagem é simétrica ou não.

Clique aqui para finalizar

Voltar

Fonte: Ambiente virtual do autor

4.1.2 Medidas e Distâncias

Figura 19: Primeira página da lição de medidas e distância

Fonte: Ambiente virtual do autor

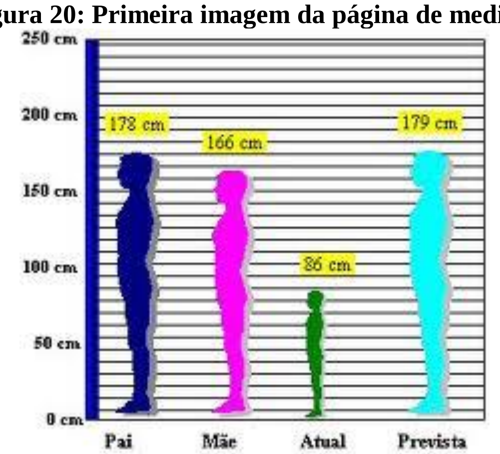
Medidas

Medir é uma ação comum no cotidiano.

Mas como medimos as coisas?

Na verdade existem várias formas de se medir. Veja:

Figura 20: Primeira imagem da página de medidas



Fonte: Ambiente virtual do autor

Medimos nossa altura em Centímetros ou Metros

Figura 21: Segunda imagem da página de medidas

Fonte: Ambiente virtual do autor

A medida para tela da Televisão é a Polegada

Figura 22: Terceira imagem da página de medidas

Fonte: Ambiente virtual do autor

Distâncias são medidas em Quilômetros

Portanto a arte de medir é um atributo do ser humano e através deste processo podemos comparar distâncias, fazer cálculos e muitas outras coisas.

Figura 23: Botões da segunda página da lição sobre medidas e distância

Podemos medir distâncias bem grandes ou bem pequenas?

Clique aqui para embarcar em uma viagem. Sair

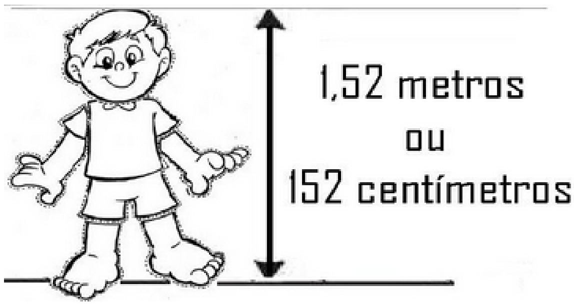
Fonte: Ambiente virtual do autor

Figura 24: Terceira página da lição sobre medidas e distância

Viagem

Vamos fazer uma viagem pelas distâncias?

Como você viu anteriormente há varias medidas e elas podem ser substituidas por outras quando achamos melhor, veja:



Podemos usar o centímetro para medir a altura de uma pessoa, mas geralmente o metro é mais utilizado. Veremos agora uma apresentação que fará uma viagem do espaço até chegar na terra, que começa a uma distância muito grande chamada anos-luz e chega a um lugar que nunca vimos apesar de estar tão próximo e que é medido em atômetros.

Clique aqui para baixar o arquivo e começar a nossa viagem

Vamos continuar nossa lição? Voltar Sair

Fonte: Ambiente virtual do autor

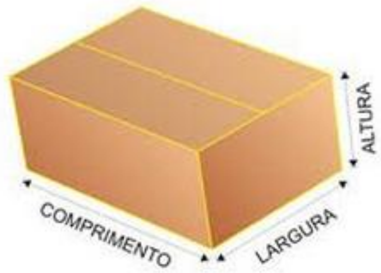
"Observação: O arquivo constante da viagem sugerido na página da lição segue no anexo L desta dissertação"[4]

[4] O transcrito foi acrescentado em razão da dissertação, não constando no ambiente do curso.

Figura 25: Quarta página da lição de medidas e distância

Medindo

Para trabalhar com medidas geralmente utilizamos três grandezas física: o Comprimento, a Largura e a Altura.



Estas três grandezas são utilizadas para que possamos ter uma referência do tamanho dos objetos, veja as dimenções de um helicóptero de brinquedo:

Agora com uma régua é fácil imaginar o seu tamanho real

A geometria trabalha com figuras básicas que podem estruturar algo mais complexo, então um estudo inicial de figuras geométricas parte das mais simples; será que podemos medi-las?

Clique para ver as medidas nas figuras geométricas. | Voltar | Sair

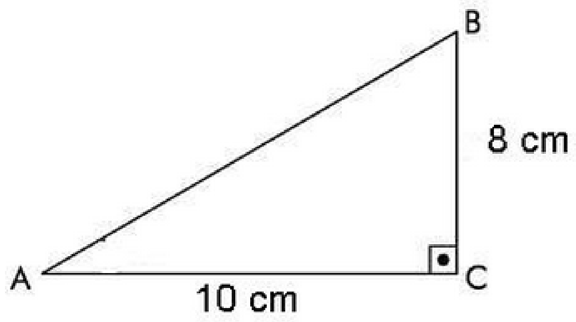
Fonte: Ambiente virtual do autor

Figura 26: Última página da lição sobre medidas e distância

Figuras Geométricas

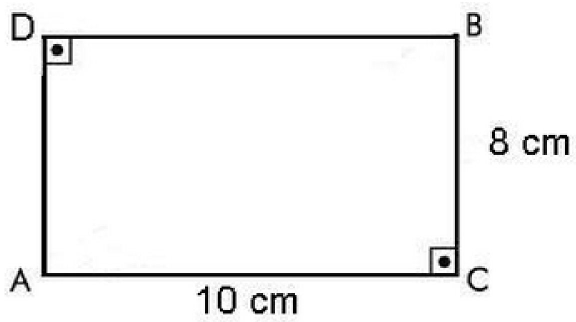
Vejamos as medidas em algumas figuras geométricas:

1) Triângulo



O comprimento (do ponto A até o ponto C) mede 10centímetros
e a altura (de B até C) mede 8 centímetros.

2) Retângulo:



O comprimento (do ponto A até o ponto C) mede 10centímetros
e a altura (de B até C) mede 8 centímetros.

Chegamos ao final de mais uma etapa.

Parabéns pelo seu progresso.

Clique aqui para finalizar a lição.

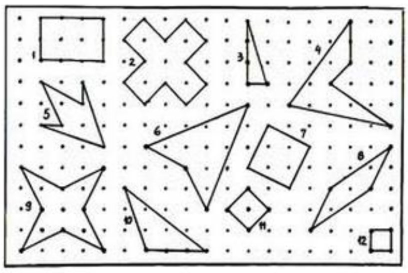
Fonte: Ambiente virtual do autor

4.1.3 Elementos das figuras geométricas

Figura 27: Primeira página da lição sobre elementos das figuras geométricas

Os elementos das figuras Geométricas.

Os elementos das figuras Geométricas.



Ângulo, Vértice e Lado agora iremos aprender os sgnificados destas palavras.

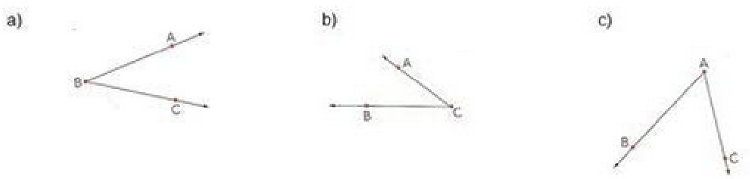
Clique aqui para prosseguir   Sair

Fonte: Ambiente virtual do autor

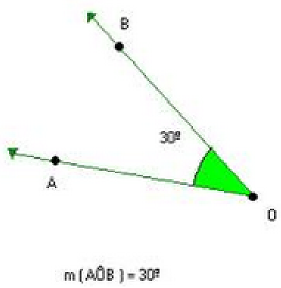
Figura 28: Segunda página da lição sobre elementos das figuras geométricas

Elementos das figuras geométricas

Quando duas semi-retas possuem um mesmo ponto de origem, temos então um ângulo, veja três exemplos:



O ângulo é a medida representada pela abertura formada pelas semi-retas, na imagem abaixo o ângulo está marcado com a cor verde:



Observe que há uma medida para um ângulo, no exemplo acima ela é de 30º (trinta graus).

Os ângulos e as figuras geométricas.
Clique para avançar   Sair

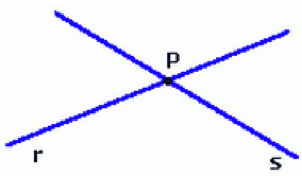
Fonte: Ambiente virtual do autor

Figura 29: Terceira página da lição sobre elementos das figuras geométricas

Vértices

Agora que já sabemos o que é um ângulo vamos formalizar mais um conceito, o Vértice

Observe que as duas retas da imagem abaixo formam quatro ângulos ao se cruzarem:

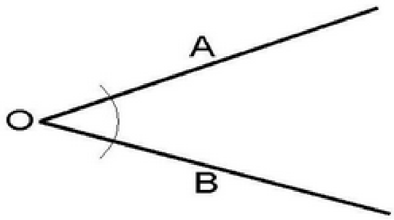


Na imagem acima o ponto as letras "r" e "s" são usadas para nomear as duas retas, assim temos as reta "r" e a reta "s" que se encontram no ponto "P".

O Vértice é o ponto em que as retas se encontram e formam o ângulo, na figura acima o ponto "P" é o vértice dos quatro ângulos formados.

Abaixo temos um ângulo formado pela semi-reta "OA" e a semi-reta "OB".

Aqui o ponto O é o vértice do ângulo



Vamos agora aprender o último conceito desta lição.
Clique aqui para avançar.

Voltar

Sair

Fonte: Ambiente virtual do autor

Lados

O significado de lado é comum a todos nós, já sabemos sobre o lado direito, esquerdo, o lado de dentro, o de fora, mas e nas figuras e imagens podemos trabalhar com lados?

Você se lembra do eixo de simetria, que divide a figura em duas partes simétricas?

Figura 30: Primeira figura da quarta página da lição sobre elementos das figuras geométricas

Fonte: Ambiente virtual do autor

Observe agora o quadro:

Figura 31: Segunda figura da quarta página da lição sobre elementos das figuras geométricas

Fonte: Ambiente virtual do autor

Quantos lados temos neste quadro?

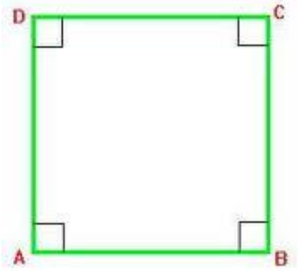
Você pode ter pensado no lado de dentro e no de fora, mas para analisarmos uma figura costumamos contar apenas os lados do contorno da figura. Assim o quadro possui quatro lados, veja:

Figura 32: Terceira figura da quarta página da lição sobre elementos das figuras geométricas

Fonte: Ambiente virtual do autor

Portanto um quadrado também terá quatro lados:

Figura 33: Quarta figura da quarta página da lição sobre elementos das figuras geométricas



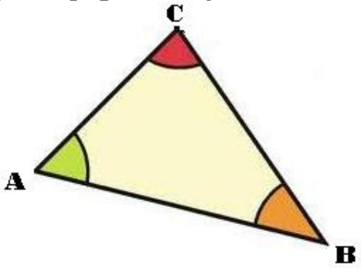
Fonte: Ambiente virtual do autor

No quadrado acima conseguimos especificar os lados pelos pontos que o formam. Temos o lado AB, o lado BC, o lado CD, e o lado DA.

Nas figuras geométricas é comum
identificarmos os lados pelos pontos em suas extremidades.

Observe o triângulo de lados AB, BC e CA.

Figura 34: Quinta figura da quarta página da lição sobre elementos das figuras geométricas



Fonte: Ambiente virtual do autor

Figura 35: Botões da quarta página da lição sobre elementos das figuras geométricas

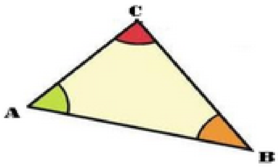
Fonte: Ambiente virtual do autor

Figura 36: Primeira página da curiosidade

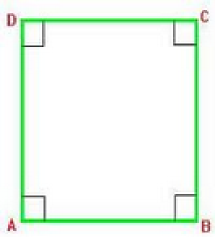
Como indicar corretamente os Polígonos

As figuras geométricas são indicadas pelos pontos em seus vértices.

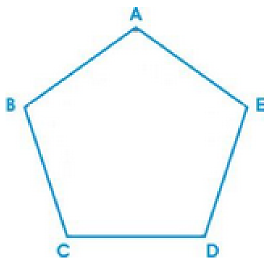
Assim para indicar o triângulo de lados AB, BC e CA da página anterior dizemos: o Triângulo ABC:



Para o Quadrado, dizemos: o Quadrado ABCD:



E seguimos assim para as demais polígonos, veja o pentágono ABCDE:



Polígono? .... Você já viu esta palavra?

Você quer saber mais ainda?

Clique aqui para descobrir o que é um Poligono

Parabéns por entrar na curiosidade, agora você sabe um conceito a mais.

Clique aqui para finalizar.

Voltar

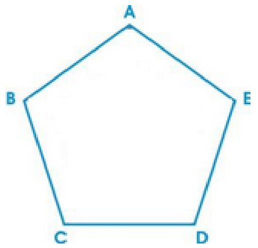
Fonte: Ambiente virtual do autor

Figura 37: Segunda página da curiosidade

Polígono

Basicamente Polígono é uma figura formada por lados.

O pentágono é um polígono.



O triângulo, o quadrado, o hexágono, o heptágono também são polígonos.

Veja a análise da palavra hexágono:

hexágono

hexá/gono

seis/lados

Uma definição mais correta é: Um polígono é uma figura geométrica plana limitada por uma linha poligonal fechada.

Muito bom, você é um aluno interessado em aprender.

Clique aqui para finalizar a lição

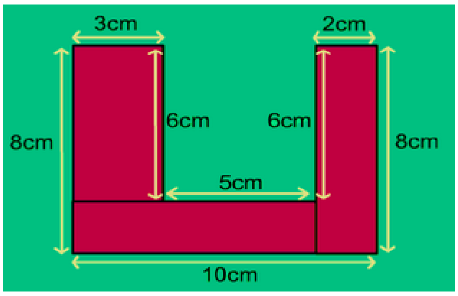
Voltar

Fonte: Ambiente virtual do autor

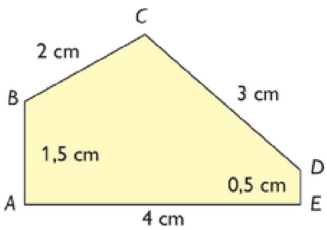
4.1.4 Perímetro e Área das figuras geométricas.

Figura 38: Primeira página sobre perímetro e área

Perímetro e Área



Nesta semanda descubriremos o que é perímetro e como calculá-lo e aprender como achar a área de algumas figuras geométricas.



Clique aqui para prosseguir | Sair

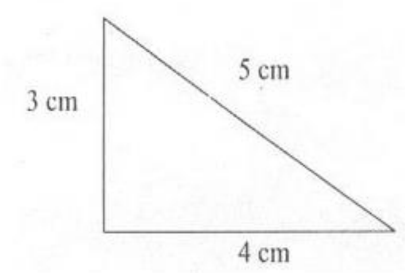
Fonte: Ambiente virtual do autor

Figura 39: Segunda página sobre perímetro e área

O Perímetro

O Perímetro de um polígono é a soma das medidas dos seus lados.

Vejamos como calcular o perímetro de um triângulo:



Este triângulo possui lados medindo 3cm, 4cm e 5cm, então o seu perímetro será 12cm, veja:

3cm + 4cm + 5cm = 12cm

Você percebeu que para calcular o perímetro nós somamos as medidas dos lados do polígono.

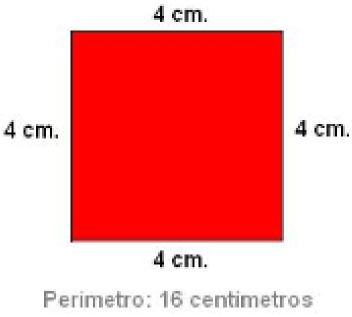
Vamos calcular o perímetro de outros polígonos   Sair

Fonte: Ambiente virtual do autor

Figura 40: Terceira página sobre perímetro e área

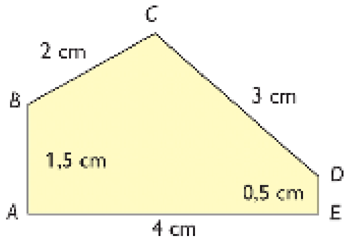
Calculando perímetros

Vamos ver mais alguns exemplos de cálculo do perímetro:



A conta feita foi: $4 + 4 + 4 + 4 = 16$

Vamos agora para uma figura diferente:



Seu perímetro é 11 centímeros:

$$4 + 0{,}5 + 3 + 2 + 1{,}5 = 11$$

Fácil não é?

Vamos prosseguir o nosso estudo agora abordando o conceito de área. | Voltar

Fonte: Ambiente virtual do autor

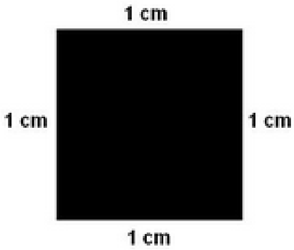
Figura 41: Quarta página sobre perímetro e área

Entendendo a área.

Primeiro vamos pensar: O que é área?

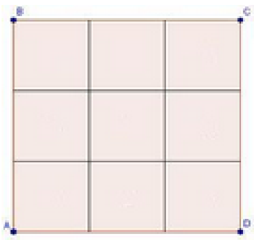
A palavra área é utilizada para falar sobre quantidade de região. Podemos calcular a área de qualquer figura geométrica, mas agora vamos trabalhar apenas com alguns polígonos.

Vejamos primeiro um quadrado:



Este quadrado será a nossa referência. Como ele tem 1cm em cada lado dizemos que ele tem $1cm^2$ (um centímetro quadrado) ou seja a sua área é de um centimetro quadrado).

Veja agora o quadrado ABCD formado por 9 quadrados:



Se cada um dos quadrados que formam o quadrado ABCD possuir área de $1\ cm^2$, como agora temos 9 quadrados teremos nove vezes um que será $9cm^2$. Então este novo quadrado tem área de 9 centímetros quadrados.

É importante entendermos melhor o conceito de cm^2, portanto aperte o botão de cm^2 para prosseguir a lição.

Clique aqui para entender melhor o cm^2 Voltar

Fonte: Ambiente virtual do autor

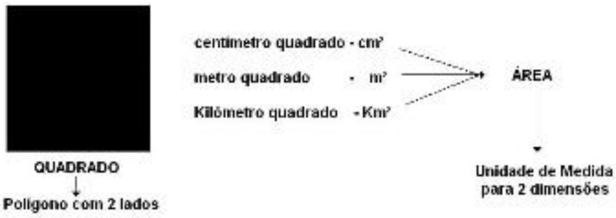
Figura 42: Quinta página sobre perímetro e área

O quadrado figura e o Quadrado medida

Primeiro vamos entender uma coisa: Uma palavra pode significar mais de uma coisa, veja: ROSA

A palavra ROSA PODE SER:

Compreendido isto podemos entender que o quadrado possui também dois significados:



Então o quadrado se refere a figura ou à unidade de medida

Para finalizar este complemento vamos prestar atenção que existem outras unidades de media para área (o m² e o Km² apresentados acima são duas delas).

Poderiamos utilizar a unidade quadrada (u²) que é uma medida genérica para o estudo, mas nesta lição vamos utilizar o cm² por ser uma unidade fácil de encontrar.

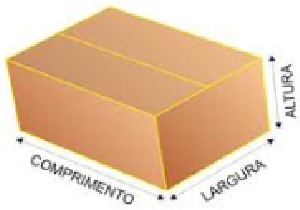
Vamos prosseguir? Voltar Sair

Fonte: Ambiente virtual do autor

Figura 43: Sexta página sobre perímetro e área

Unidades de Medida

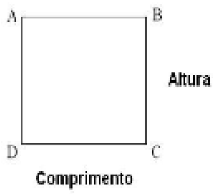
Lembra das grandezas físicas que comentamos anteriormente (comprimento, largura e altura)?



Quando trabalhamos com apenas uma destas grandezas estamos utilizando uma grandeza linear (uma dimensão, ou seja, estamos em uma linha reta).

Quando estamos apenas em uma linha reta utilizamos as medidas que são comuns, por exemplo centímetro (cm), metro (m)., Kilômetro (Km) etc. Neste caso apenas medimos o que queremos pela sua distância.

Agora pense no quadrado:



O lado formado pelos pontos DC formam o comprimento e o lado BC a altura, então:

Ele possui duas grandezas!

Isto mesmo, então:

- Quando temos uma grandeza temos uma medida linear (de linha reta) que representa uma dimensão; e
- Quando temos duas grandezas temos duas dimensões (duas medidas lineares).

Podemos ter o comprimento com a largura e a largura com a altura, o que conta é com quantas grandezas estamos trabalhando. Assim se formos estudar a largura com a altura estaremos estudando na segunda dimensão também.

Chegamos ao final desta lição.

Bons Estudos.

Voltar

Fonte: Ambiente virtual do autor

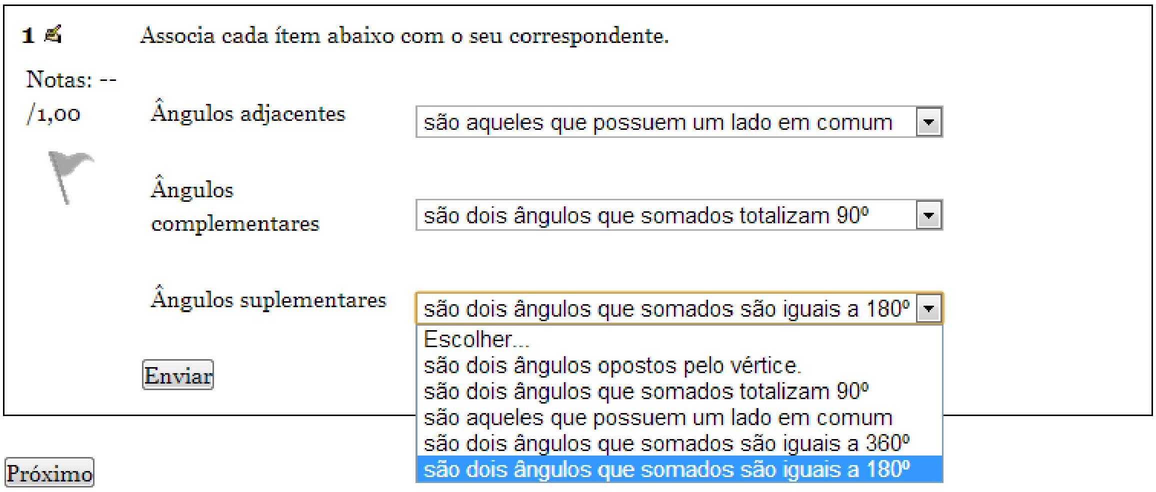
4.1.5 Questionário sobre os conceitos Geométricos estudados.

Em seguida são apresentados os exercícios constantes do questionário sobre os conceitos geométricos estudados neste tópico do curso.

Para algumas questões foi construído um arquivo utilizando o software Geogebra para que o cursista pudesse fazer manipulações e assim compreender os conteúdos através de experimentações.

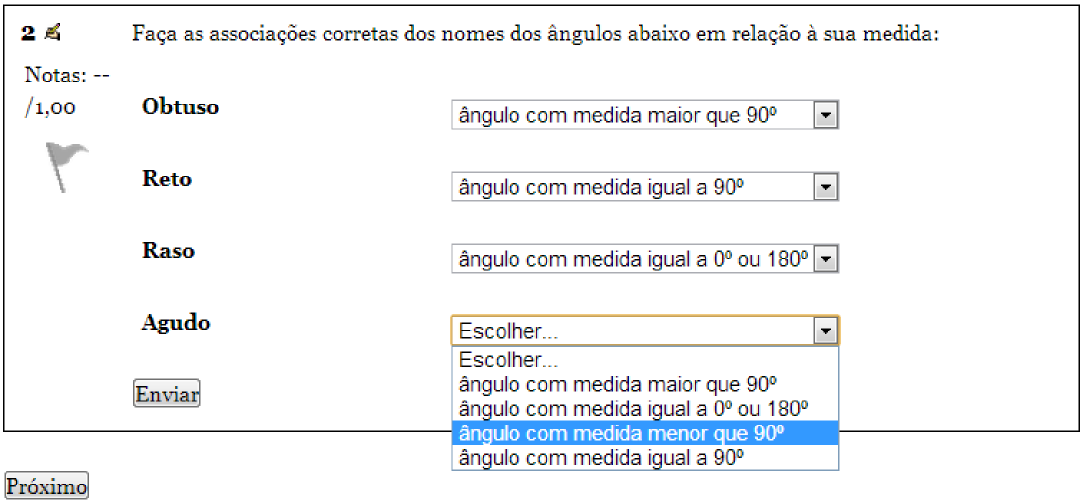
Devido à impossibilidade de visualizar o arquivo no formato Geogebra ou mesmo o html gerado pelo software dentro das questões, estes foram disponibilizados através de link que direcionava ao site “www.geogebratube.org”. Assim, para visualizar a manipulação dos arquivos basta realizar o acesso ao ambiente do curso como orientado anteriormente.

Figura 44: Questão 1 sobre geometria



Fonte: Questionário do AVA do autor

Figura 45: Questão 2 sobre geometria



2 Faça as associações corretas dos nomes dos ângulos abaixo em relação à sua medida:

Notas: -- /1,00

Obtuso	ângulo com medida maior que 90º
Reto	ângulo com medida igual a 90º
Raso	ângulo com medida igual a 0º ou 180º
Agudo	Escolher...

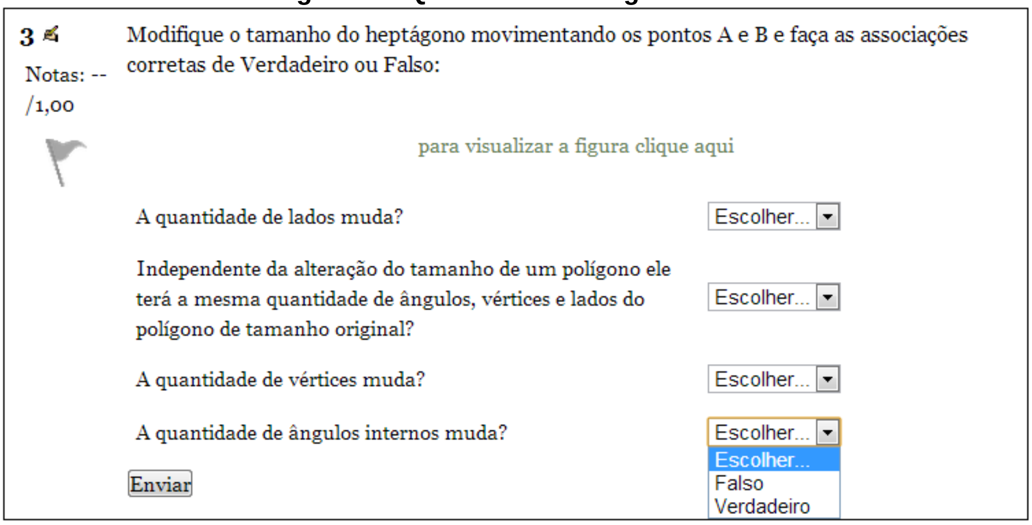
Escolher...
ângulo com medida maior que 90º
ângulo com medida igual a 0º ou 180º
ângulo com medida menor que 90º
ângulo com medida igual a 90º

Enviar

Próximo

Fonte: Questionário do AVA do autor

Figura 46: Questão 3 sobre geometria



3 Modifique o tamanho do heptágono movimentando os pontos A e B e faça as associações corretas de Verdadeiro ou Falso:

Notas: -- /1,00

para visualizar a figura clique aqui

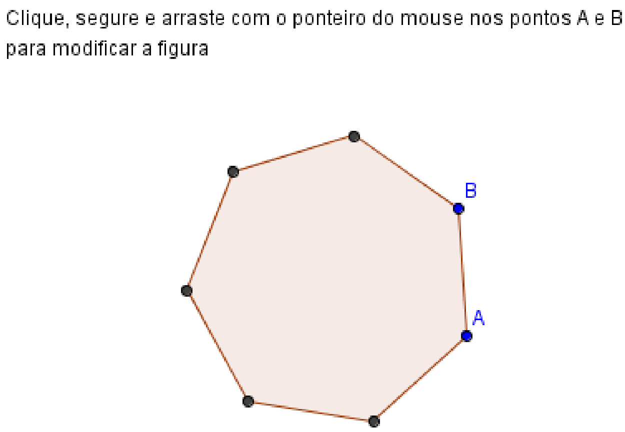
A quantidade de lados muda?	Escolher...
Independente da alteração do tamanho de um polígono ele terá a mesma quantidade de ângulos, vértices e lados do polígono de tamanho original?	Escolher...
A quantidade de vértices muda?	Escolher...
A quantidade de ângulos internos muda?	Escolher...

Escolher...
Falso
Verdadeiro

Enviar

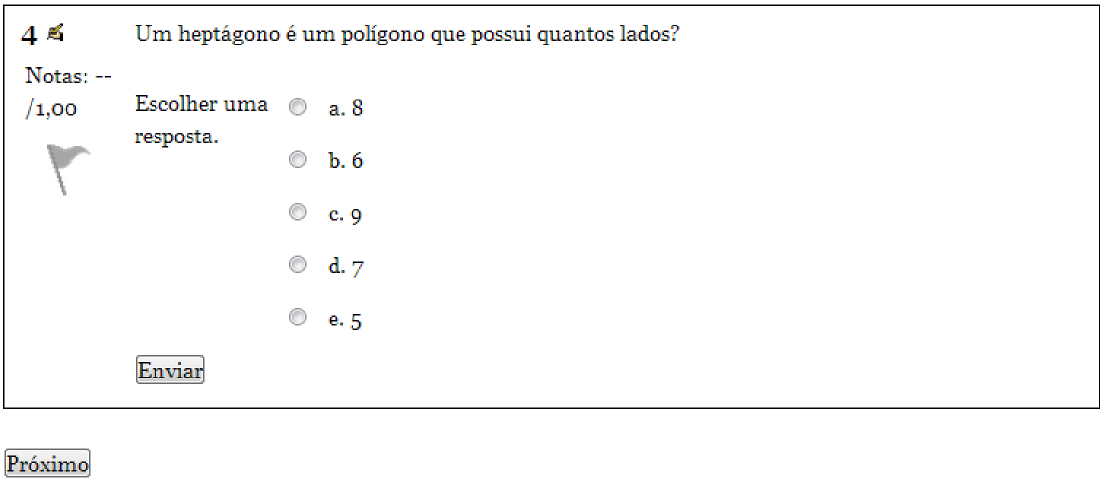
Fonte: Questionário do AVA do autor

Figura 47: Arquivo geogebra da questão 3



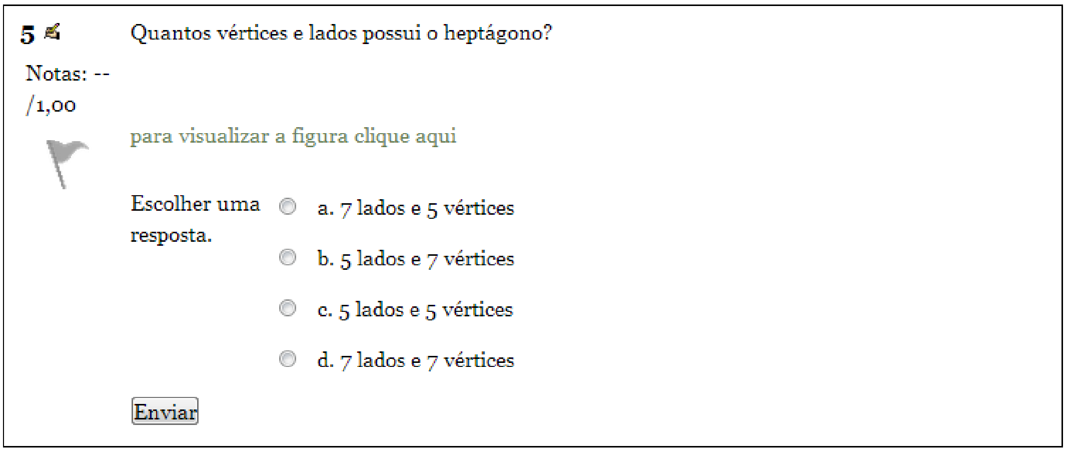
Fonte: Questionário do AVA do autor

Figura 48: Questão 4 sobre geometria



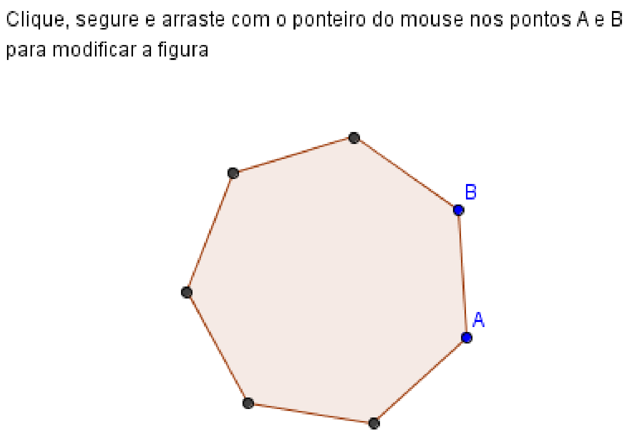
Fonte: Questionário do AVA do autor

Figura 49: Questão 5 sobre geometria



Fonte: Questionário do AVA do autor

Figura 50: Arquivo geogebra da questão 5

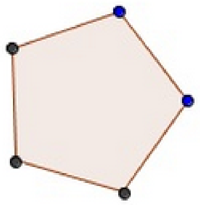


Fonte: Questionário do AVA do autor

Figura 51: Questão 6 sobre geometria

6 Quantos lados e vértices tem a figura abaixo:

Notas: 0,90/1,00



Escolher uma resposta.

- a. 5 lados e 7 vértices
- b. 5 lados e 5 vértices
- c. 7 lados e 5 vértices
- d. 7 lados e 7 vértices

Parabéns

Enviar

Correto

Fonte: Questionário do AVA do autor

Figura 52: Questão 7 sobre geometria

7 Modificando a Figura, faça com que GH =5 e HF = 4, neste caso teremos:

Notas: --/1,00

"para visualizar a figura clique aqui"

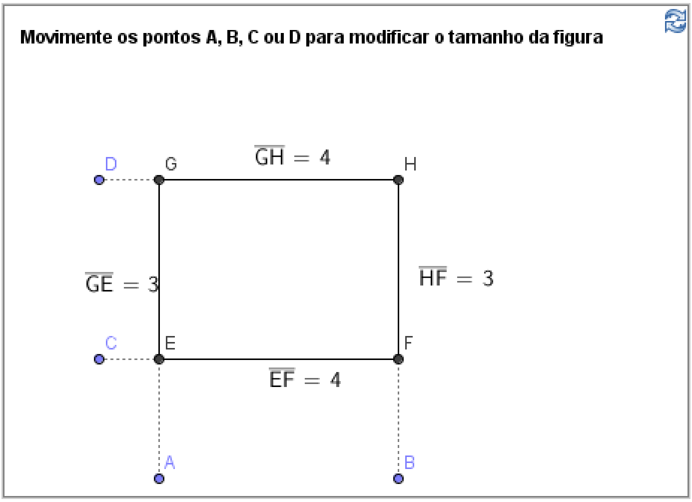
Escolher uma resposta.

- a. Altura = 4 e comprimento = 6
- b. Altura = 5 e comprimento = 6
- c. Altura = 4 e comprimento = 5
- d. Altura = 4 e comprimento = 4

Enviar

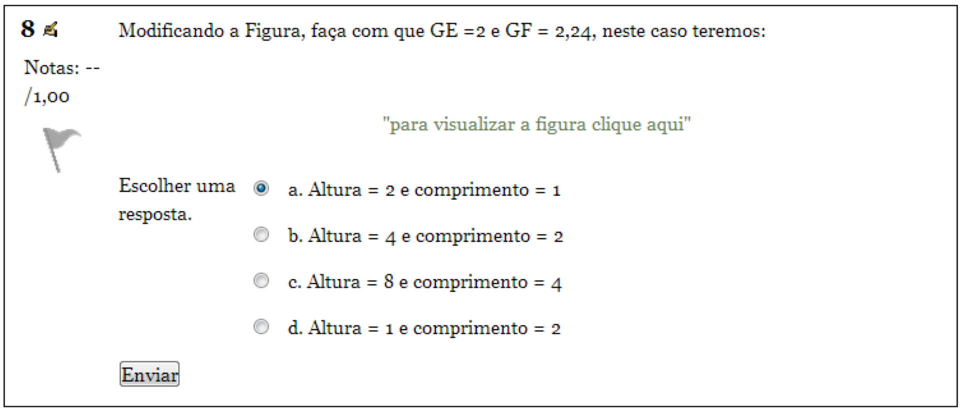
Fonte: Questionário do AVA do autor

Figura 53: Arquivo geogebra da questão 7



Fonte: Questionário do AVA do autor

Figura 54: Questão 8 sobre geometria



8

Notas: --/1,00

Modificando a Figura, faça com que GE =2 e GF = 2,24, neste caso teremos:

"para visualizar a figura clique aqui"

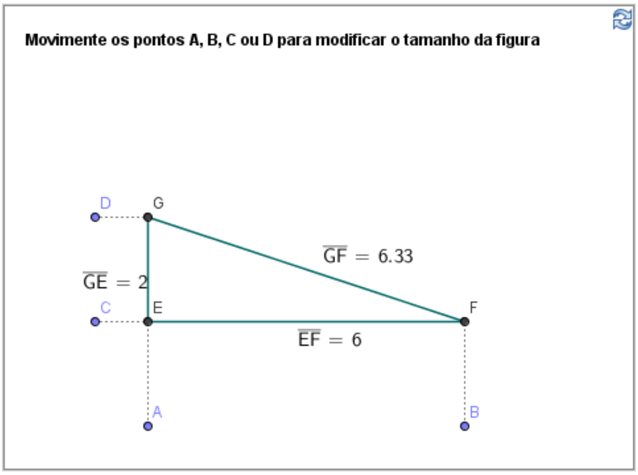
Escolher uma resposta.

- a. Altura = 2 e comprimento = 1
- b. Altura = 4 e comprimento = 2
- c. Altura = 8 e comprimento = 4
- d. Altura = 1 e comprimento = 2

Enviar

Fonte: Questionário do AVA do autor

Figura 55: Arquivo geogebra da questão 8



Fonte: Questionário do AVA do autor

Figura 56: Questão 9 sobre geometria

9 Modificando a Figura, faça com que GE = 3 e GF = 6, neste caso teremos:

Notas: --/1,00

"para visualizar a figura clique aqui"

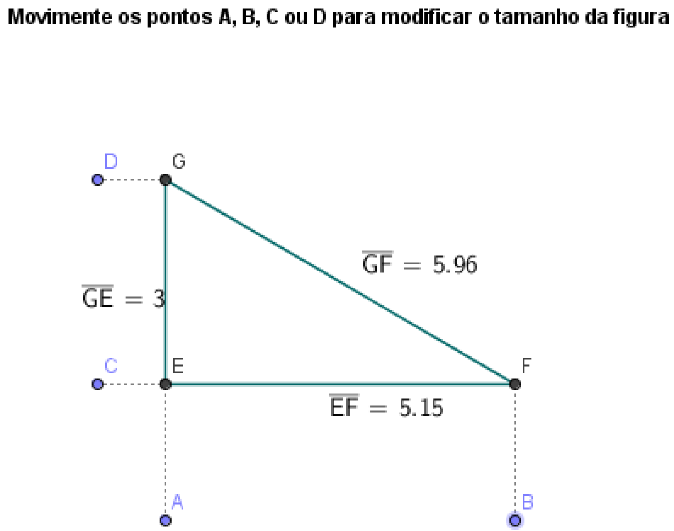
Escolher uma resposta.

- a. Altura = 3 e comprimento = 4
- b. Altura = 3 e comprimento = 5,2
- c. Altura = 5,2 e comprimento = 3
- d. Altura = 5 e comprimento = 5,2

Enviar

Fonte: Questionário do AVA do autor

Figura 57: Arquivo geogebra da questão 9



Fonte: Questionário do AVA do autor

Figura 58: Questão 10 sobre geometria

10 Modificando a Figura, faça com que EF = 4 e GF = 6,02, neste caso teremos:

Notas: --/1,00

" para visualizar a figura clique aqui"

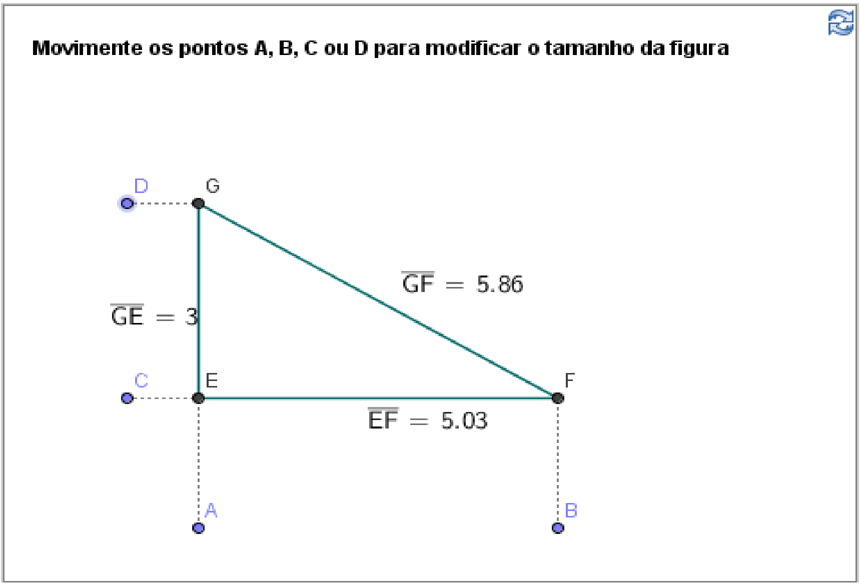
Escolher uma resposta.

- a. Altura = 4,5 e comprimento = 4,5
- b. Altura = 4 e comprimento = 4,5
- c. Altura = 4 e comprimento = 4
- d. Altura = 4,5 e comprimento = 4

Enviar

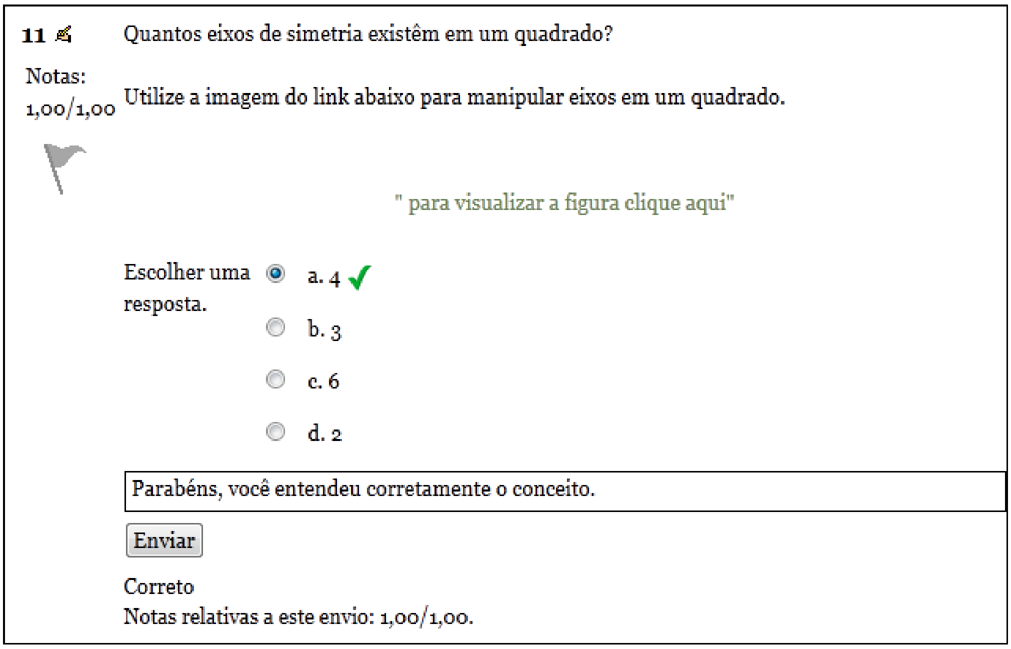
Fonte: Questionário do AVA do autor

Figura 59: Arquivo geogebra da questão 10



Fonte: Questionário do AVA do autor

Figura 60: Questão 11 sobre geometria


11

Notas: 1,00/1,00

Quantos eixos de simetria existêm em um quadrado?

Utilize a imagem do link abaixo para manipular eixos em um quadrado.

" para visualizar a figura clique aqui"

Escolher uma resposta.

- a. 4
- b. 3
- c. 6
- d. 2

Parabéns, você entendeu corretamente o conceito.

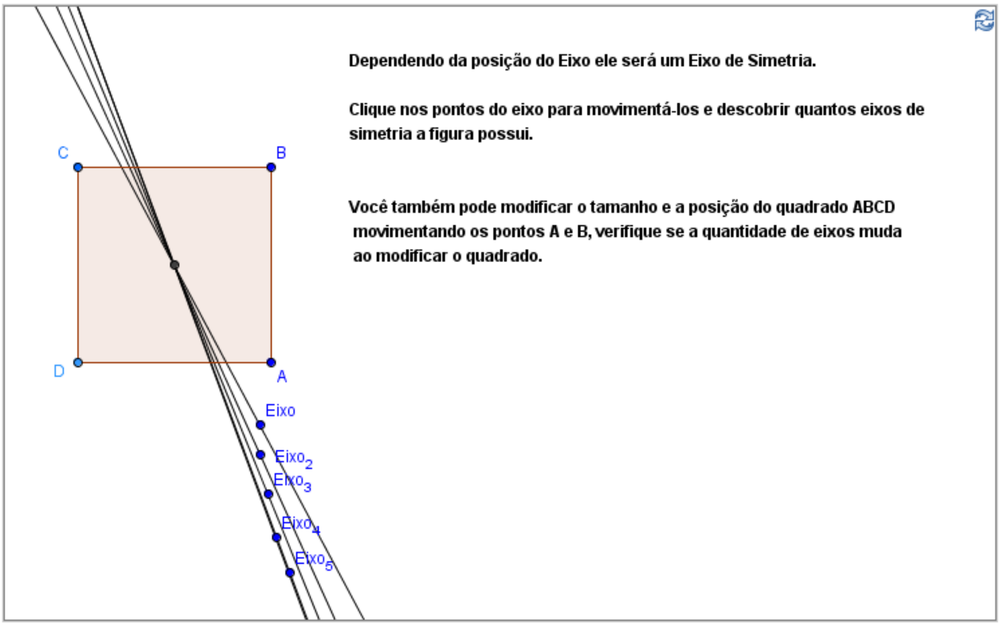
Enviar

Correto

Notas relativas a este envio: 1,00/1,00.

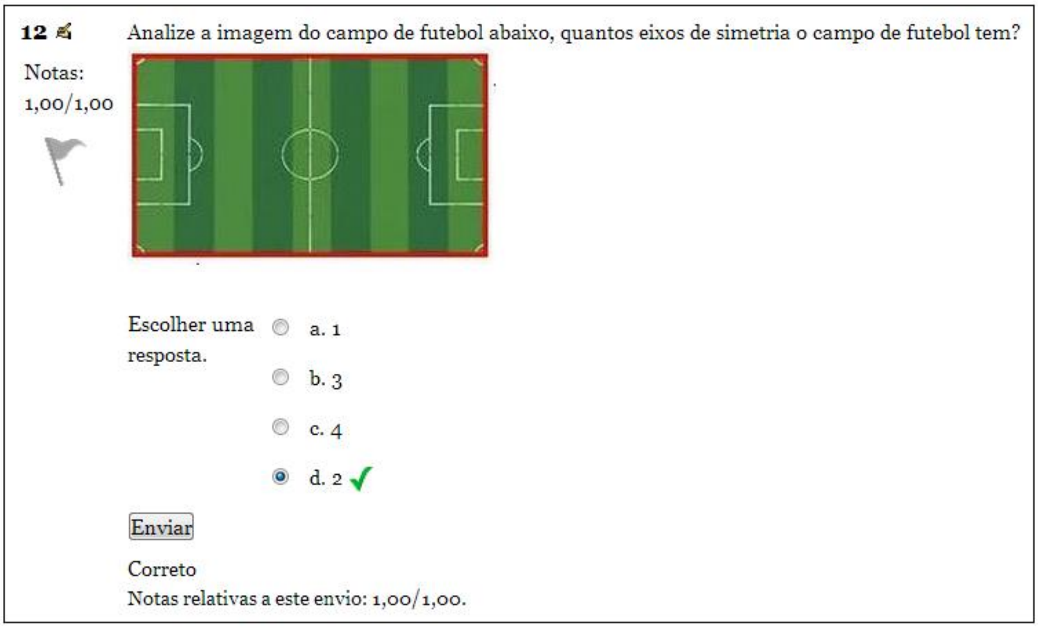
Fonte: Questionário do AVA do autor

Figura 61: Arquivo geogebra da questão 11



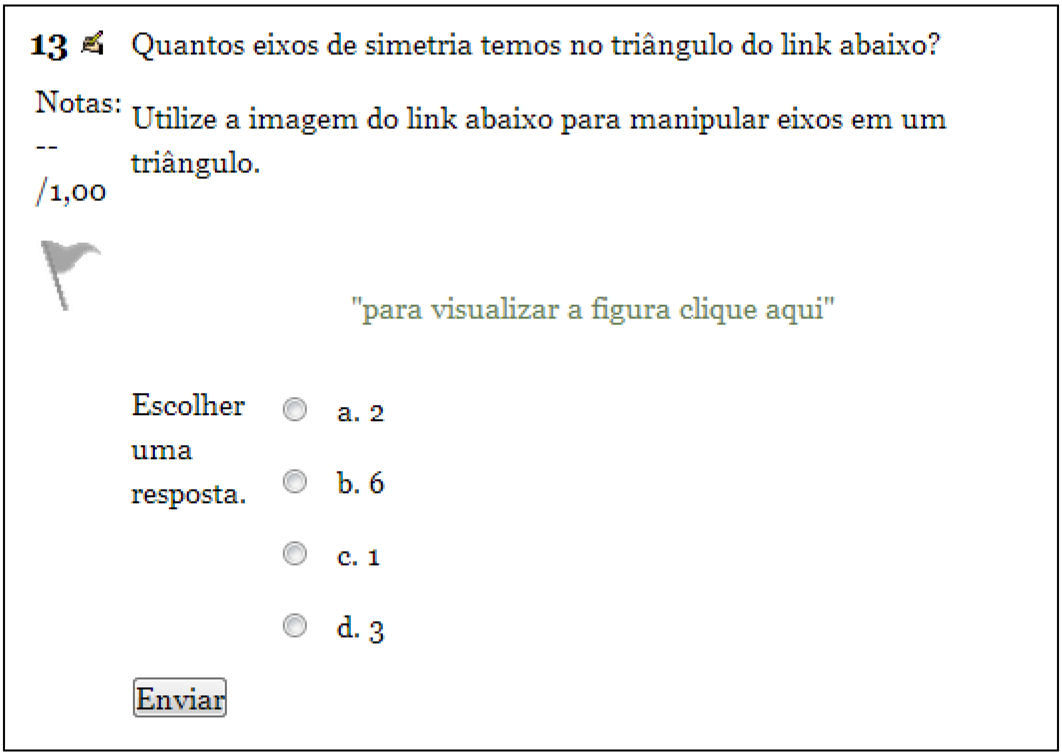
Fonte: Questionário do AVA do autor

Figura 62: Questão 12 sobre geometria



Fonte: Questionário do AVA do autor

Figura 63: Questão 13 sobre geometria



13 Quantos eixos de simetria temos no triângulo do link abaixo?

Notas: --/1,00

Utilize a imagem do link abaixo para manipular eixos em um triângulo.

"para visualizar a figura clique aqui"

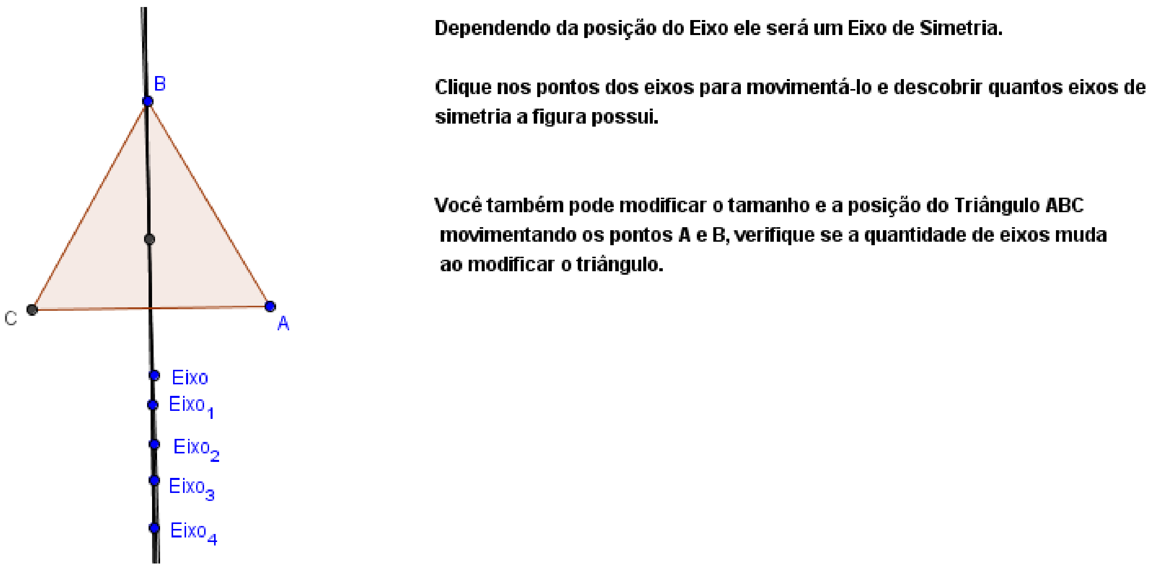
Escolher uma resposta.

- a. 2
- b. 6
- c. 1
- d. 3

Enviar

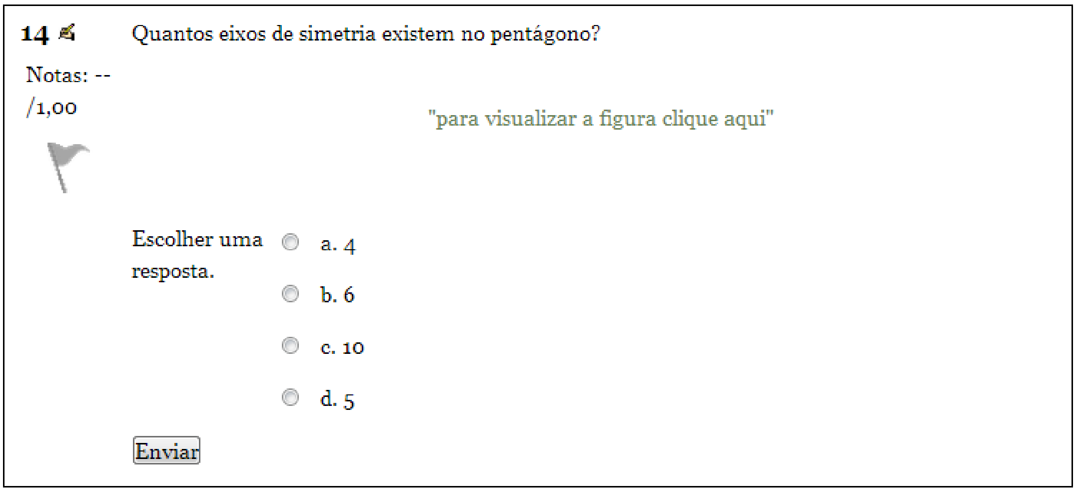
Fonte: Questionário do AVA do autor

Figura 64: Arquivo geogebra da questão 12



Fonte: Questionário do AVA do autor

Figura 65: Questão 14 sobre geometria


14

Notas: --/1,00

Quantos eixos de simetria existem no pentágono?

"para visualizar a figura clique aqui"

Escolher uma resposta.

a. 4

b. 6

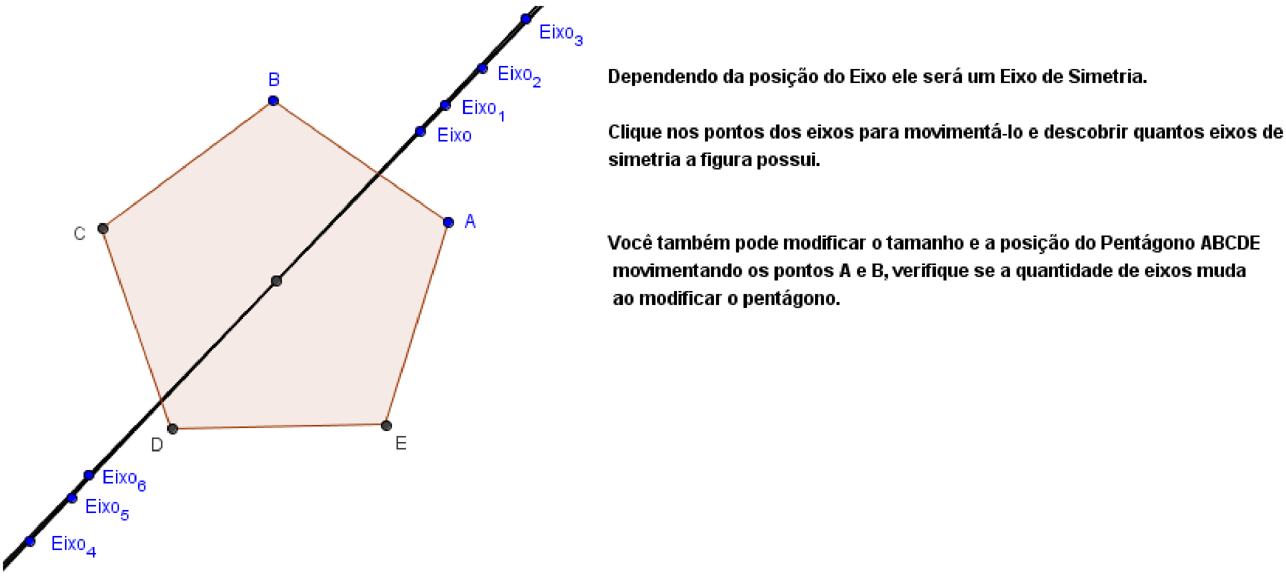
c. 10

d. 5

Enviar

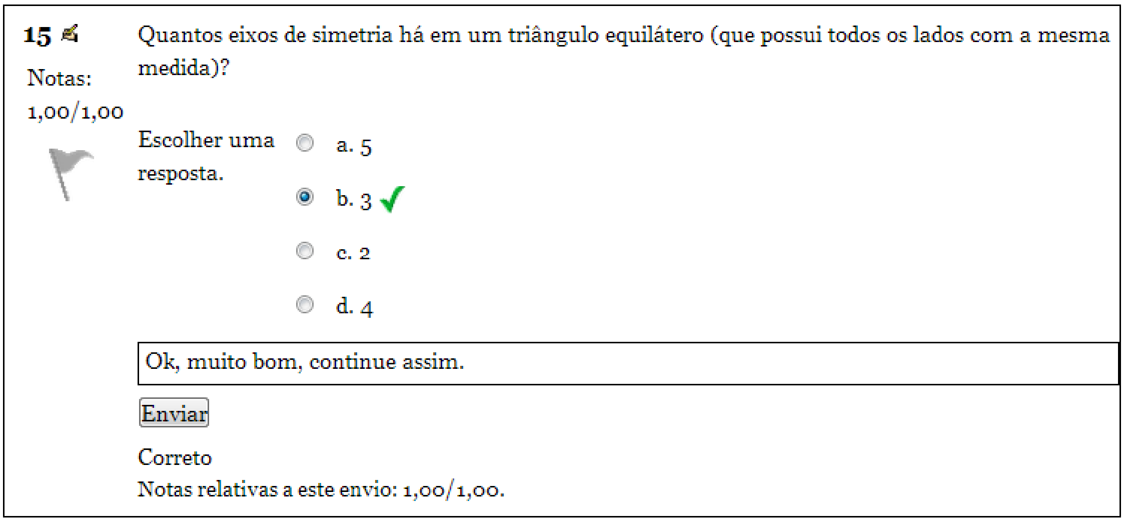
Fonte: Questionário do AVA do autor

Figura 66: Arquivo geogebra da questão 14



Fonte: Questionário do AVA do autor

Figura 67: Questão 15 sobre geometria


15

Notas: 1,00/1,00

Quantos eixos de simetria há em um triângulo equilátero (que possui todos os lados com a mesma medida)?

Escolher uma resposta.

a. 5

b. 3

c. 2

d. 4

Ok, muito bom, continue assim.

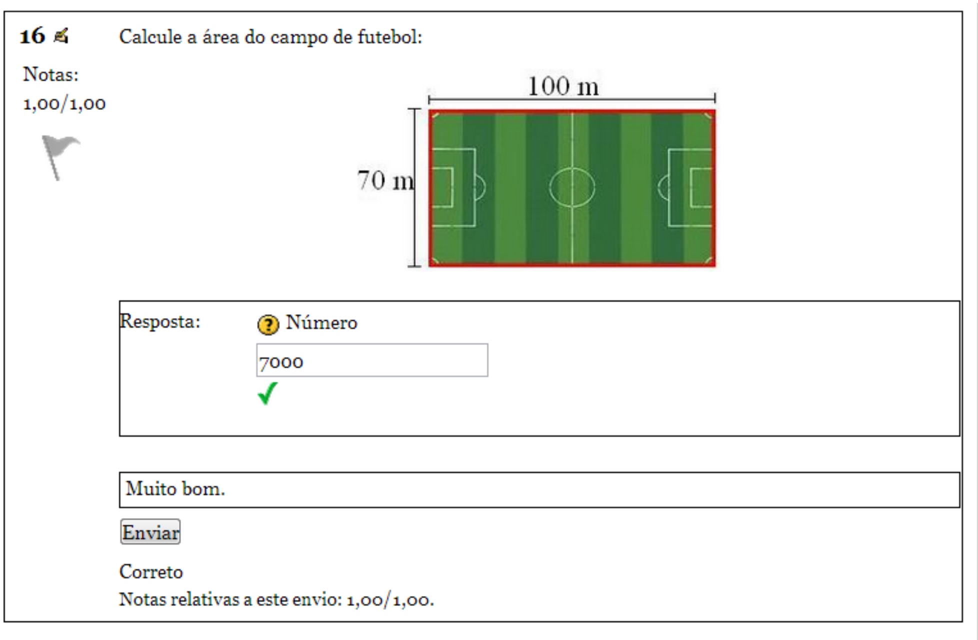
Enviar

Correto

Notas relativas a este envio: 1,00/1,00.

Fonte: Questionário do AVA do autor

Figura 68: Questão 16 sobre geometria


16

Notas: 1,00/1,00

Calcule a área do campo de futebol:

100 m

70 m

Resposta: Número

7000

Muito bom.

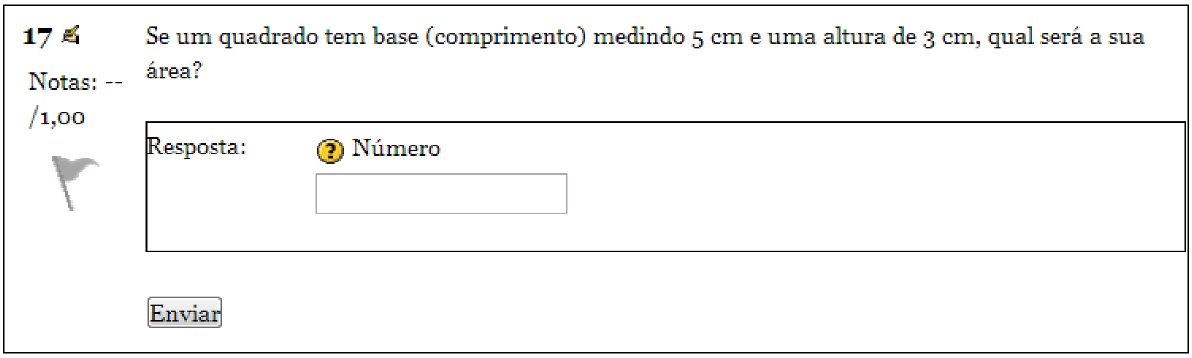
Enviar

Correto

Notas relativas a este envio: 1,00/1,00.

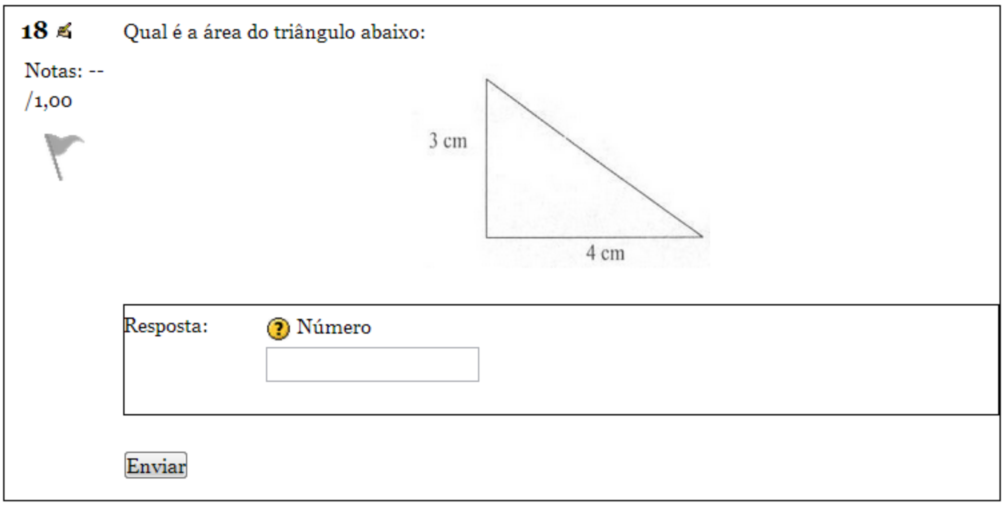
Fonte: Questionário do AVA do autor

Figura 69: Questão 17 sobre geometria



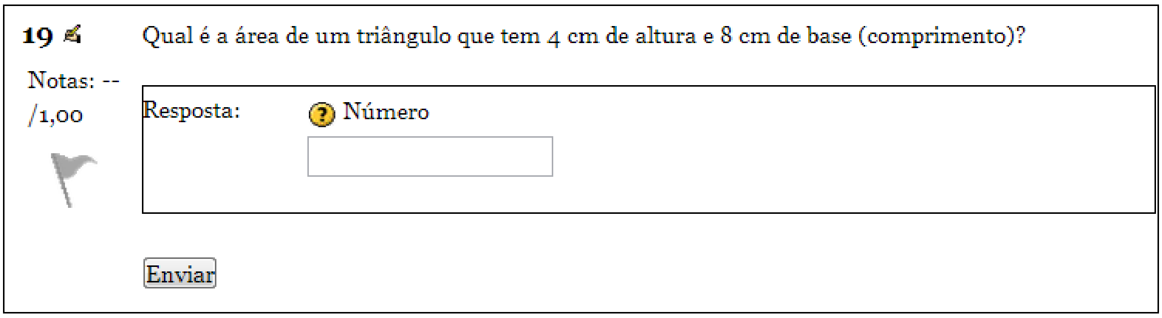
Fonte: Questionário do AVA do autor

Figura 70: Questão 18 sobre geometria



Fonte: Questionário do AVA do autor

Figura 71: Questão 19 sobre geometria

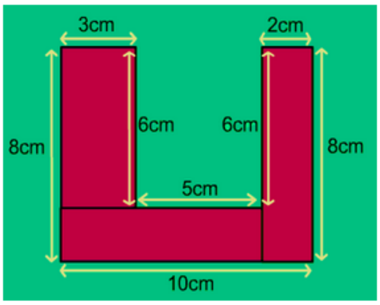


Fonte: Questionário do AVA do autor

Figura 72: Questão 20 sobre geometria

20 Calcule o perímetro da figura abaixo.

Notas: --/1,00



Resposta: Número

Enviar

Fonte: Questionário do AVA do autor

Figura 73: Questão 21 sobre geometria

21 Modificando a figura do link abaixo, faça com que GE = 3 e GH = 6, neste caso teremos o perímetro de:

Notas: 1,00/1,00

"para visualizar a figura clique aqui"

Resposta: Número

18

Parabéns

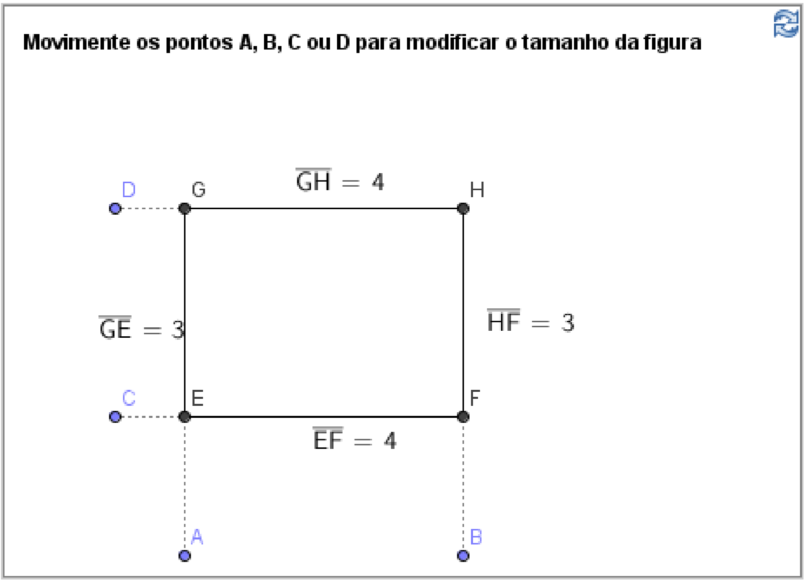
Enviar

Correto

Notas relativas a este envio: 1,00/1,00.

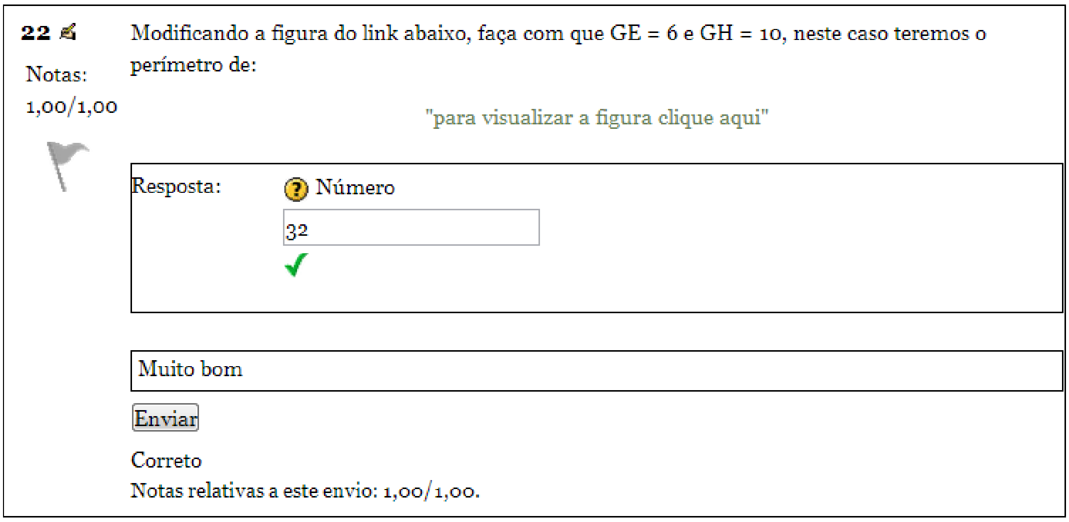
Fonte: Questionário do AVA do autor

Figura 74: Arquivo geogebra da questão 21



Fonte: Questionário do AVA do autor

Figura 75: Questão 22 sobre geometria


22

Notas: 1,00/1,00

Modificando a figura do link abaixo, faça com que GE = 6 e GH = 10, neste caso teremos o perímetro de:

"para visualizar a figura clique aqui"

Resposta: Número

32

Muito bom

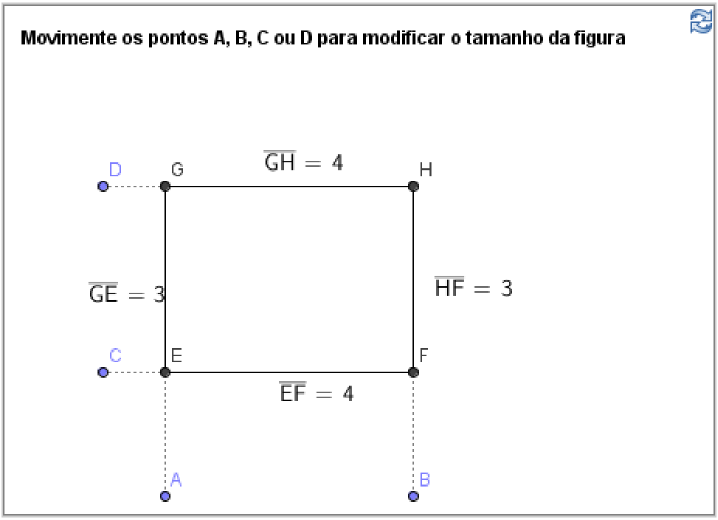
Enviar

Correto

Notas relativas a este envio: 1,00/1,00.

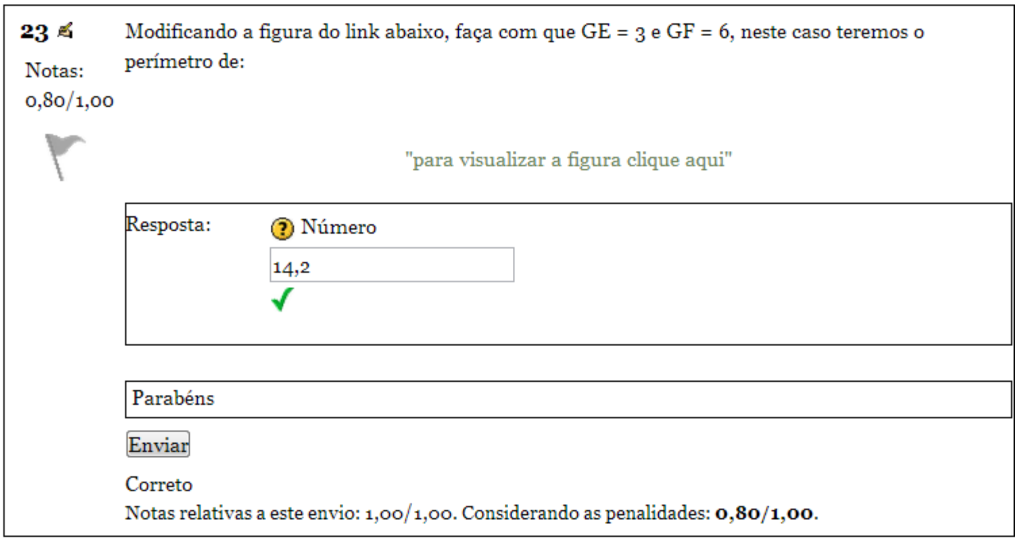
Fonte: Questionário do AVA do autor

Figura 76: Arquivo geogebra da questão 22



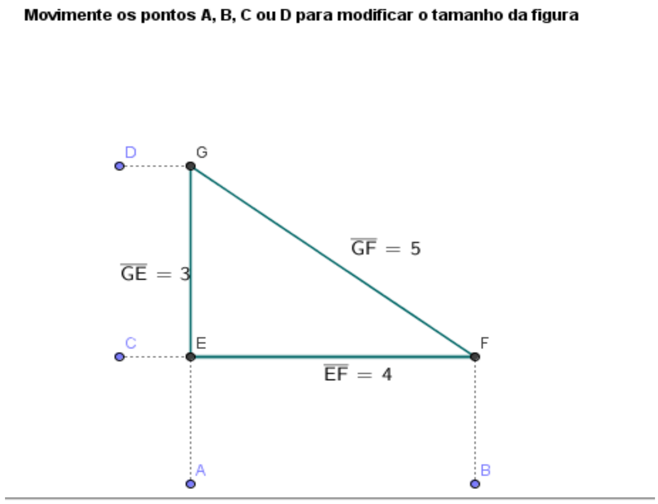
Fonte: Questionário do AVA do autor

Figura 77: Questão 23 sobre geometria



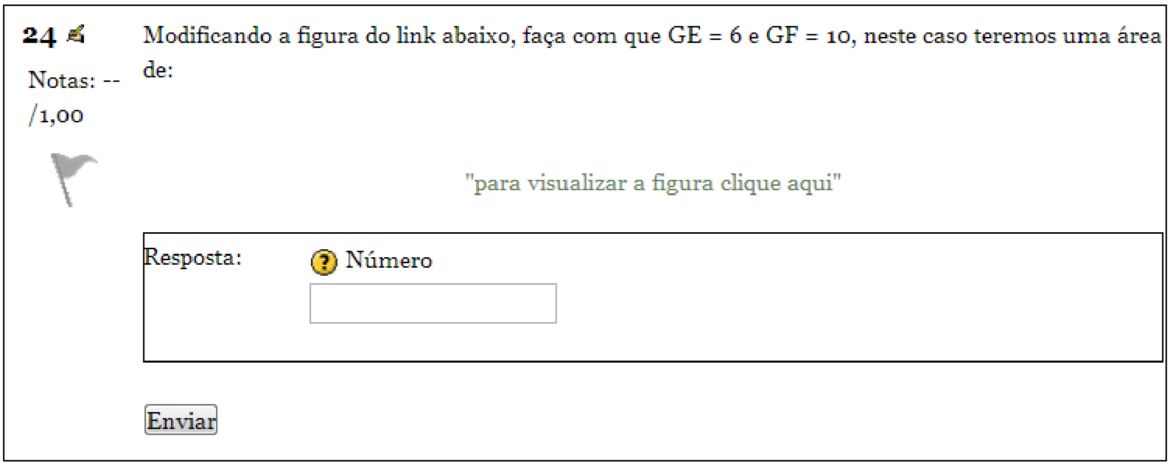
Fonte: Questionário do AVA do autor

Figura 78: Arquivo geogebra da questão 23



Fonte: Questionário do AVA do autor

Figura 79: Questão 24 sobre geometria



24

Notas: --/1,00

Modificando a figura do link abaixo, faça com que GE = 6 e GF = 10, neste caso teremos uma área de:

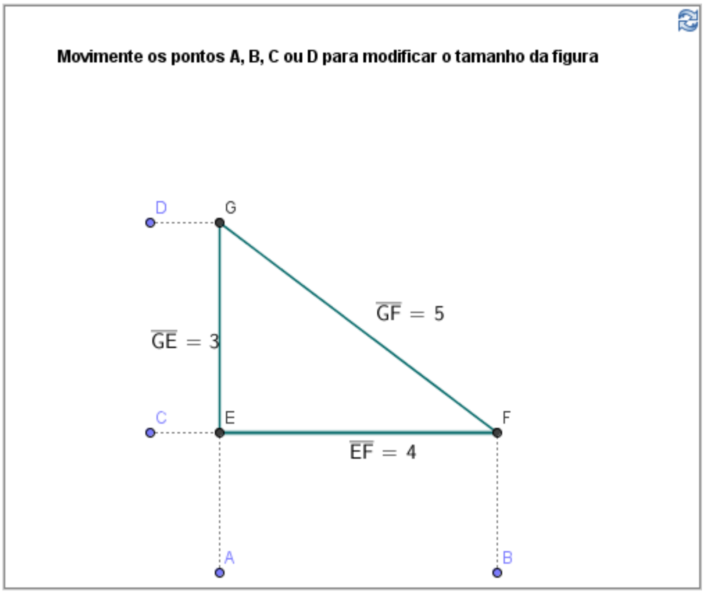
"para visualizar a figura clique aqui"

Resposta: Número

Enviar

Fonte: Questionário do AVA do autor

Figura 80: Arquivo geogebra da questão 24



Fonte: Questionário do AVA do autor

4.2 Segundo tópico

Tópico de 29 de março - 25 de abril de 2012

Olá a todos.

Nosso tema agora é a resolução de problemas.

O artigo postado nesta semana é o mesmo que trabalhamos no encontro presencial. Como no encontro abordamos apenas uma parte do texto é importante que façamos durante o período deste tópico um estudo mais detalhado do mesmo.

Segue também os exercícios que resolvemos no encontro presencial.

No link “questões da semana” estão disponíveis os problemas que devem ser respondidos para a atividade on-line desta semana.

Bons estudos a todos.

Juliano

Problemas matemáticos: caracterização, importância e estratégias de resolução.

Problemas do encontro presencial da Olimpíada Brasileira de Matemática

Questões OBMEP

Atualmente, o tema resolução de problemas é constantemente abordado e incentivado dentro do cotidiano escolar e nos documentos de referência para a educação. Por isso, torna-se importante abordar esse assunto.

4.2.1 Arquivos utilizados no segundo tópico

Os arquivos utilizados para estudo neste tópico, a saber: “Problemas matemáticos: caracterização, importância e estratégias de resolução” e “Problemas do encontro presencial da Olimpíada Brasileira de Matemática” estão disponíveis nos anexos M e N, respectivamente.

A abordagem no encontro presencial visou às concepções de Polya em relação à resolução de problemas e a discussão baseada neste contexto foi concluída com a solução dos problemas da Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas (OBMEP) pelos cursistas. Sendo assim, o estudo à distância relacionado a este tema contemplou a leitura completa do artigo proposto e a resolução de outros problemas da OBMEP.

4.2.2 Questões da OBMEP

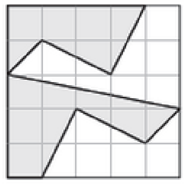
Não é nosso objetivo analisar as questões das Olimpíadas Brasileira de Matemática das Escolas Públicas, mas sim explorar problemas de qualidade que exigem raciocínio do estudante. Nesse prisma, os exercícios apresentados nas figuras abaixo foram trabalhados com o intuito de explorar o conhecimento e a resolução de problemas, bem como apresentar uma rica fonte de conteúdos e questões que os cursistas podem utilizar em suas salas de aula.

Figura 81: Questão 1 do questionário da OBMEP

1

Notas: --/1,00

11. Na figura, o lado de cada quadradinho mede 1 cm. Qual é a área da região cinza?



A) 10 cm^2
B) 12,5 cm^2
C) 14,5 cm^2
D) 16 cm^2
E) 18 cm^2

Escolher uma resposta.

- A. A
- B. B
- C. C
- D. D
- E. E

Enviar

Fonte: Prova de nível 1 da OBMEP de 2011

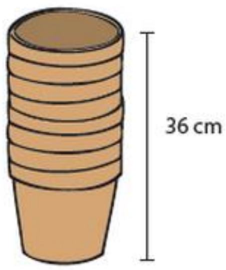
Figura 82: Questão 2 do questionário da OBMEP

2

Notas: --/1,00

12. Oito vasos iguais, encaixados, formam uma pilha de 36 cm de altura, como na figura. Dezesseis vasos iguais aos primeiros, também encaixados, formam outra pilha de 60 cm de altura. Qual é a altura de cada vaso?

A) 15 cm
B) 16 cm
C) 18 cm
D) 20 cm
E) 22 cm



Escolher uma resposta.

- A. A
- B. B
- C. C
- D. D
- E. E

Enviar

Fonte: Prova de nível 1 da OBMEP de 2011

Figura 83: Questão 3 do questionário da OBMEP

3

Notas: --/1,00

13. Em uma escola, $\frac{1}{6}$ das meninas usam um único brinco; das meninas restantes, metade usa dois brincos e a outra metade não usa brincos. O número de brincos usados pelas meninas é:

A) igual ao número de meninas.
B) o dobro do número de meninas.
C) a metade do número de meninas.
D) dois terços do número de meninas.
E) um terço do número de meninas.

Escolher uma resposta.

- A. A
- B. B
- C. C
- D. D
- E. E

Enviar

Fonte: Prova de nível 1 da OBMEP de 2011

Figura 84: Questão 4 do questionário da OBMEP

4

Notas: --/1,00

14. Quatro times disputaram um torneio de futebol em que cada um jogou uma vez contra cada um dos outros. Se uma partida terminasse empatada, cada time ganhava um ponto; caso contrário, o vencedor ganhava três pontos e o perdedor, zero. A tabela mostra a pontuação final do torneio. Quantos foram os empates?

Time	Pontos
Cruzínthians	5
Flameiras	3
Nauritiba	3
Greminense	2

A) 2
B) 3
C) 4
D) 5
E) 6

Escolher uma resposta.

- A. A
- B. B
- C. C
- D. D
- E. E

Enviar

Fonte: Prova de nível 1 da OBMEP de 2011

Figura 85: Questão 5 do questionário da OBMEP

5

Notas: --/1,00

15. Em 2009 uma escola tinha 320 alunos esportistas, dos quais 45% jogavam vôlei. Em 2010 essa porcentagem diminuiu para 25%, mas o número de jogadores de vôlei não se alterou. Qual era o número de alunos esportistas em 2010?

A) 480
B) 524
C) 560
D) 576
E) 580

Escolher uma resposta.

- A. A
- B. B
- C. C
- D. D
- E. E

Enviar

Fonte: Prova de nível 1 da OBMEP de 2011

Figura 86: Questão 6 do questionário da OBMEP

6

Notas: --/1,00

16. João e Ana são irmãos. João tem cinco irmãos a mais do que irmãs. Quantos irmãos Ana tem a mais do que irmãs?

A) 2
B) 3
C) 5
D) 6
E) 7

Escolher uma resposta.

- A. A
- B. B
- C. C
- D. D
- E. E

Enviar

Fonte: Prova de nível 1 da OBMEP de 2011

Figura 87: Questão 7 do questionário da OBMEP

7

Notas: --/1,00

17. Ao lado vemos uma velha bomba de gasolina que não mostra os algarismos em duas posições. Na situação da figura, qual é a soma desses dois algarismos?

A) 2
B) 3
C) 4
D) 6
E) 7

Escolher uma resposta.

- A. A
- B. B
- C. C
- D. D
- E. E

Enviar

Fonte: Prova de nível 1 da OBMEP de 2011

Figura 88: Questão 8 do questionário da OBMEP

8

Notas: --/1,00

18. Um salão de festas comporta 700 pessoas, entre convidados e garçons. Um garçom atende no máximo 10 convidados e todo convidado deve ser atendido por um garçom. Qual é o número máximo de pessoas que podem ser convidadas para uma festa nesse salão?

A) 584
B) 612
C) 624
D) 636
E) 646

Escolher uma resposta.

- A. A
- B. B
- C. C
- D. D
- E. E

Enviar

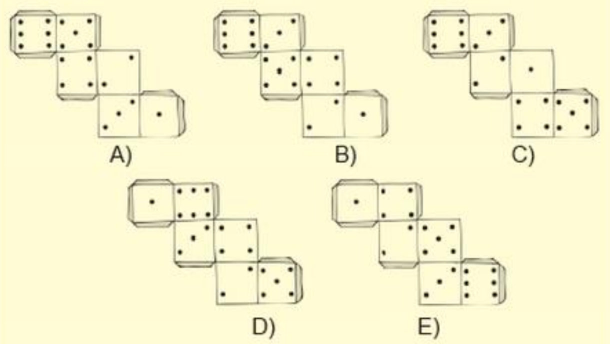
Fonte: Prova de nível 1 da OBMEP de 2011

Figura 89: Questão 9 do questionário da OBMEP

9

Notas: --/1,00

19. Num dado comum, a soma dos pontos de duas faces opostas é sempre 7. É possível construir um dado comum dobrando e colando uma das peças de papelão a seguir. Que peça é essa?



Escolher uma resposta.

- A. A
- B. B
- C. C
- D. D
- E. E

Enviar

Fonte: Prova de nível 1 da OBMEP de 2011

Figura 90: Questão 10 do questionário da OBMEP

10

Notas: --/1,00

20. Pedro tem dois cubos com faces numeradas, com os quais ele consegue indicar os dias do mês de 01 a 31. Para formar as datas, os cubos são colocados lado a lado e podem ser girados ou trocados de posição. A face com o 6 também é usada para mostrar o 9. Na figura ao lado, os cubos mostram o dia 03. Qual é a soma dos números das quatro faces **não** visíveis no cubo da esquerda?

A) 15
B) 16
C) 18
D) 19
E) 20

Escolher uma resposta.

- A. A
- B. B
- C. C
- D. D
- E. E

Enviar

Fonte: Prova de nível 1 da OBMEP de 2011

4.3 Terceiro tópico

Tópico de 26 de abril - 16 de maio de 2012

Olá a todos.

Estas foram as atividades que estudamos no encontro presencial sobre a utilização da geometria no ensino da Matemática.

Finalizamos aqui nosso curso. Espero que tenham aproveitado os conhecimentos que trabalhamos durante este período.

Um grande abraço a todos.

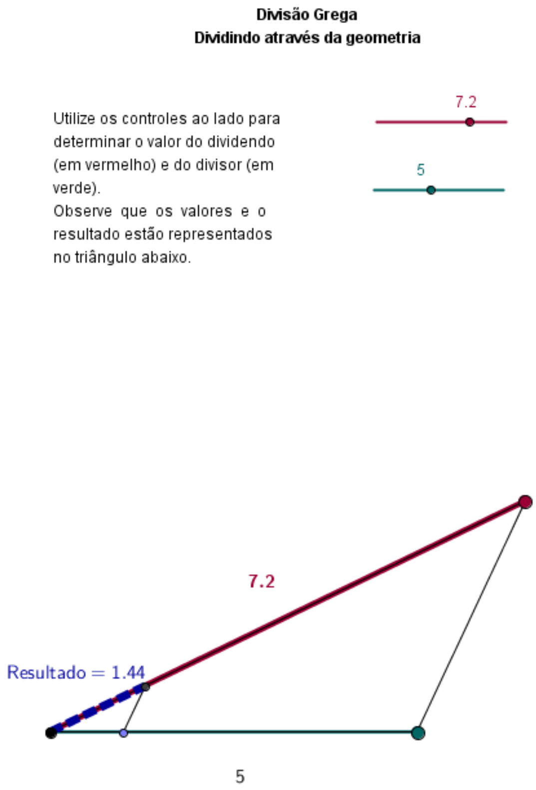
- Divisão geométrica
- Multiplicação Geométrica
- Soma Geométrica
- Subtração Geométrica
- Tábua de adição
- Tábua da multiplicação

O desenvolvimento do terceiro tópico foi focado nos conceitos abordados no encontro presencial e na elaboração de uma atividade realizada pelos cursistas visando à interação do trabalho da geometria com a aritmética. Dessa forma, os participantes registraram o desenvolvimento de suas atividades em sua escola e entregaram o trabalho, finalizando assim o curso.

Os conceitos apresentados neste tópico abordaram o método de como calcular efetuando operações utilizando a geometria, aqui denominadas operações gregas em referência à Grécia antiga, que tinha a geometria como base para o conhecimento matemático.

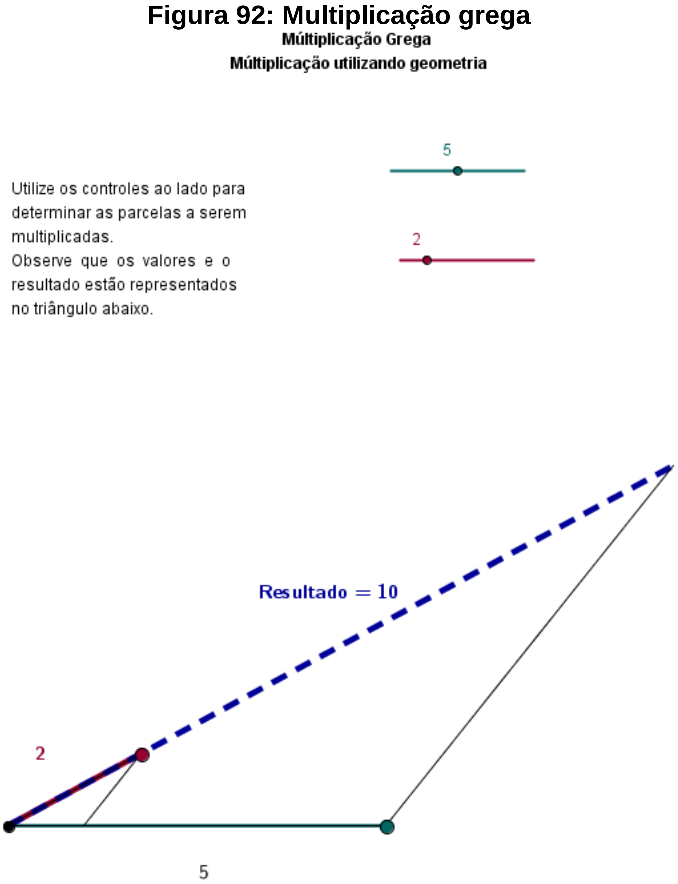
Seguem abaixo as imagens dos arquivos manipuláveis construídos com o *software* Geogebra. Para uma melhor manipulação destes arquivos, sugerimos o acesso ao site, conforme orientado anteriormente.

Figura 91: Divisão grega



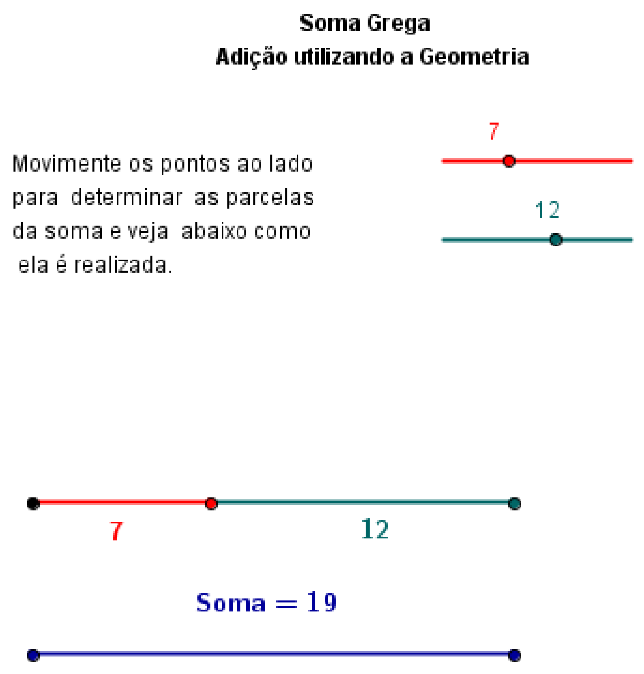
Fonte: Atividade construída pelo autor para o curso

Figura 92: Multiplicação grega



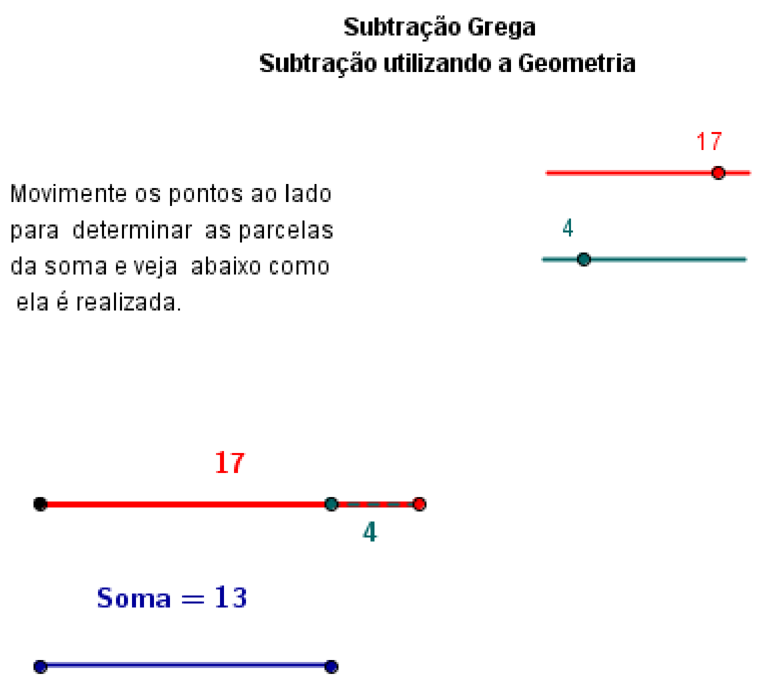
Fonte: Atividade construída pelo autor para o curso

Figura 93: Soma grega



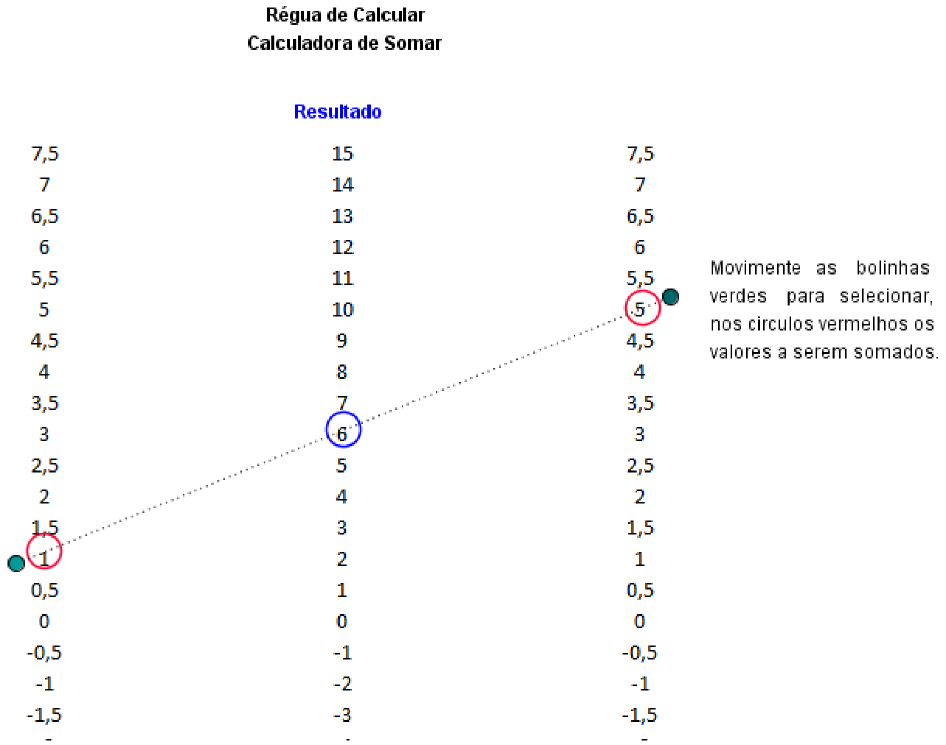
Fonte: Atividade construída pelo autor para o curso

Figura 94: Subtração grega



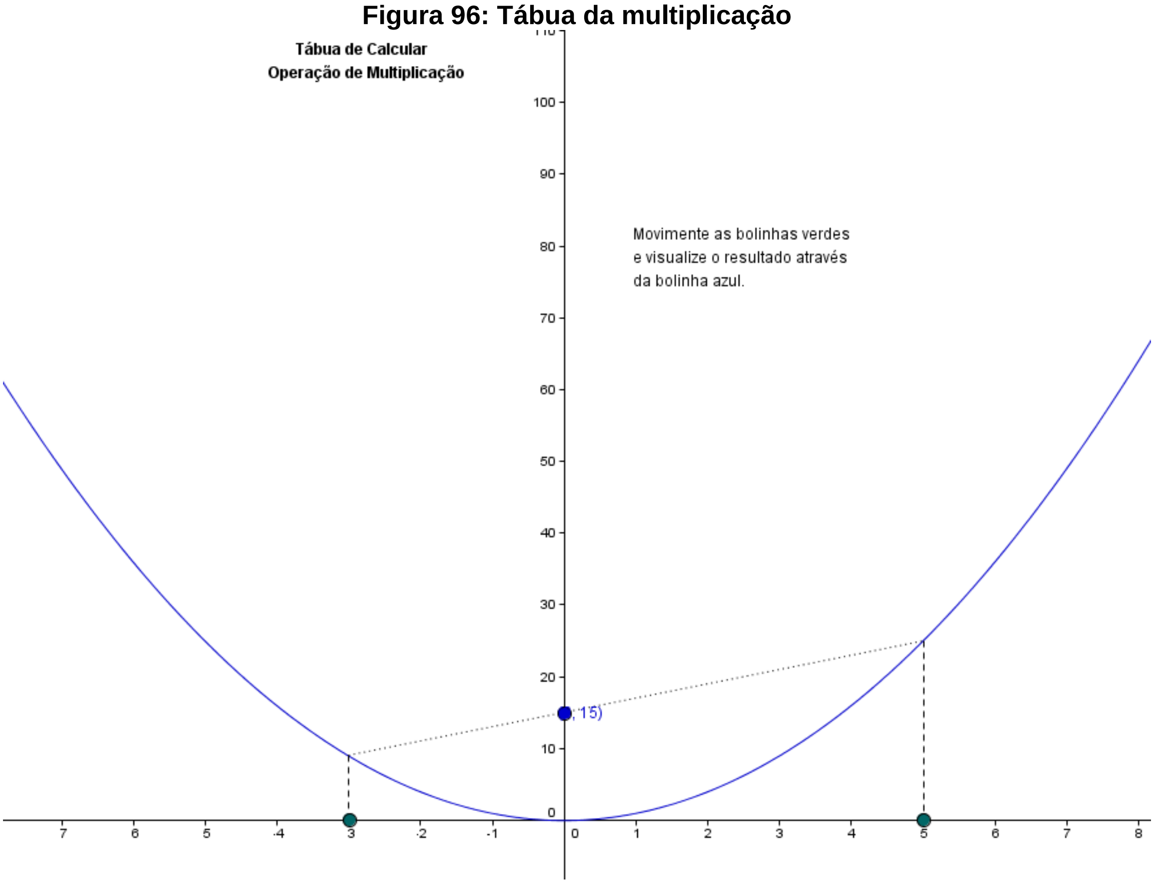
Fonte: Atividade construída pelo autor para o curso

Figura 95: Tábua de adição



Fonte: Atividade construída pelo autor para o curso

Figura 96: Tábua da multiplicação



Fonte: Atividade construída pelo autor para o curso

5 OS ENCONTROS PRESENCIAIS

Os encontros presenciais foram estruturados visando às possíveis dificuldades que os cursistas poderiam encontrar no decorrer do curso e também como forma de suprir a necessidade que alguns cursistas têm em encontrar presencialmente o tutor do curso, visto que para a maioria seria novidade o estudo nos moldes da educação à distância.

Dessa forma, podemos considerar que tais encontros foram complementares às atividades do AVA, com momentos em que foram apresentadas as atividades que iriam ser desenvolvidas. Esses encontros serviram também para esclarecer conceitos decorrentes de dúvidas dos cursistas em relação aos conteúdos propostos ou atividades de reflexão sobre o tema do tópico.

Os encontros ocorreram durante o desenvolvimento do curso, sendo que no módulo I ocorreram nos dias de 22/09/11, 19/10/11 e 09/11/11, já os do módulo II em 21/03/12, 11/04/12 e 23/05/12. Os horários dos encontros eram de acordo com o período escolhido para realização do curso, sendo um das 8:00 às 11:00 horas e outro das 13:30 às 16:30 horas.

5.1 Encontros presenciais do primeiro módulo

5.1.1 Primeiro encontro presencial

Esse encontro presencial foi realizado com três objetivos principais.

O primeiro objetivo foi apresentar uma introdução à história da Matemática através da história humana nas primeiras sociedades, com considerações que abordavam o desenvolvimento ou o surgimento da Matemática de acordo com a evolução do conhecimento. O conteúdo desse encontro apresentou uma abordagem histórica do surgimento dos números, conforme anexo A.

O segundo objetivo foi apresentar a modalidade de curso semipresencial em conformidade com a proposta para esta dissertação, sendo então abordada a estrutura do curso a ser desenvolvida, como seriam desenvolvidas as atividades presenciais e as atividades à distância na plataforma de ensino MOODLE. Nesse momento, a orientação para a realização das atividades no AVA dentro do período estipulado foi reforçada para que nenhum cursista tivesse problemas no decorrer do curso, ressaltando a necessidade dos participantes organizarem seus estudos em compatibilidade com a Educação à Distância.

O terceiro objetivo foi instigar o participante a utilizar a plataforma de ensino à distância com segurança, bem como sanar eventuais problemas de acesso ao AVA.Nesse sentido, todos os participantes foram acompanhados ao laboratório de informática e com seu usuário e senha fizeram o primeiro acesso ao ambiente. Os eventuais problemas de acesso foram solucionados neste momento.

5.1.2 Segundo encontro presencial

Nesse encontro, a experiência de se trabalhar no ambiente virtual com outras bases em um sistema de numeração rendeu diversas discussões. Assim sendo, praticamente todo o tempo desse momento foi dedicado ao tema pois, durante a realização da atividade no AVA, foi perceptível a dificuldade dos cursistas.

Diversos participantes apresentaram dúvidas e dificuldade na compreensão das operações com a base quatro e estas foram sanadas. Outros relataram que no começo tiveram dificuldade, mas conseguiram compreender e resolver os exercícios solicitados.

O fato mais importante e gratificante a ser relatado sobre este tema foi que o objetivo da atividade foi plenamente alcançado, ou seja, os participantes realmente vivenciaram um obstáculo epistemológico, ao serem obrigados a relacionar conteúdos que estavam ao mesmo tempo presentes no seu cotidiano, os algarismos 0, 1, 2 e 3 e a operação de adição, com algo novo, o sistema de numeração de base quatro e a operação para a mudança de base. Nesse sentido, “poderíamos dizer que este obstáculo se enquadra no que Bachelard (1999) denominou *obstáculo epistemológico*, ou seja, em conflitos, barreiras que impedem o sujeito de avançar em seu conhecimento” (GOMES, 2002, P. 368).

A experiência sugerida tinha por objetivo ressaltar a dificuldade que os alunos podem ter quando são apresentados a novos conceitos ou formalizações, como no caso do sistema de numeração de base dez e suas operações, apesar de ser algo muito fácil para o docente.

Assim, ao vivenciar uma experiência semelhante à de seus alunos, com o foco de aprender um novo conteúdo, os cursistas perceberam que muitos dos conteúdos ensinados, que a princípio são simples, podem ser complexos para quem aprende, fazendo com que os cursistas passassem a ter uma visão diferenciada em relação a sua prática docente.

Para finalizar a atividade, foi realizada uma abordagem em relação ao estudo das operações de multiplicação e divisão, focando na diversidade da forma como podem ser apresentados os exercícios matemáticos para o ensino destes conteúdos.

Esse tema é apresentado aqui pelo anexo F que traz a ideia de trabalhar as operações através de campos, conforme já comentado no “Texto: Operações Irmãs”, muito embora não se tenha dado enfoque ao estudo da teoria em si, mas sim suas sugestões de abordagem dos conteúdos.

5.1.3 Terceiro encontro presencial

Esse encontro foi focado no ensino da multiplicação, abordando e explicando detalhadamente o texto constante no anexo J que serviu de base para o item sobre operações de multiplicação, efetuando operações com cada um dos métodos e finalizando com um debate sobre a utilização do ábaco em sala de aula, concluindo o tema proposto para o encontro.

5.2 Encontros presenciais do segundo módulo

5.2.1 Primeiro encontro presencial

O primeiro encontro presencial apresentou a estrutura do segundo módulo do curso, visto que sua organização foi idealizada de forma distinta em relação ao desenvolvido do primeiro, e sua realização ocorreu durante o primeiro semestre de 2012.

Foi informado então que o objetivo dessa nova estrutura focaria o trabalho nos conteúdos de Matemática e no desenvolvimento de atividades com ferramentas educacionais, deixando em segundo plano a rigidez do estudo semanal.

Para a introdução do conteúdo a ser abordado no ambiente virtual, um debate sobre o ensino da geometria no ensino fundamental de ciclo I foi realizado, abordando os conteúdos ensinados e como, geralmente, os docentes trabalham em sala de aula.

Nesse sentido, o relato de uma atividade interessante e inédita dada por um cursista sugeriu uma atividade que consistia em apresentar sólidos geométricos para os alunos, deixando suas características e elementos para um segundo momento, com os sólidos dentro de sacos pretos e os alunos, através do tato, tendo que reconhecer e apresentar os elementos do sólido em questão.

5.2.2 Segundo encontro presencial

O segundo encontro evidenciou o estudo do tema resolução de problemas através de uma apresentação do assunto, sua importância no ensino da Matemática, sua caracterização e os conceitos com base no constante do anexo M, que apresenta o artigo “Problemas matemáticos: caracterização, importância e estratégias de resolução” (Pereira, 2002), sendo que a abordagem principal foi direcionada na explanação abordada na heurística de resolução de problemas de George Polya constante neste.

Em seguida, foram resolvidas as questões da OBMEP constantes do anexo O, visando ao exercício e à execução do processo de resolução de problemas através das etapas apresentadas no texto.

5.2.3 Terceiro encontro presencial

O último encontro trabalhou com os conceitos apresentados no terceiro tópico do segundo módulo do curso. A abordagem ressaltou as possibilidades do ensino envolvendo a relação entre geometria e álgebra e comentários envolvendo o estudo da aritmética do ensino no ciclo I e o da álgebra nos anos seguintes.

Em relação ao trabalho com a álgebra e a geometria, as atividades de adição e subtração de segmentos utilizando os arquivos desenvolvidos no *software* GeoGebra foram debatidas sob o prisma da aplicação em sala de aula, focando a compreensão do aluno diante da explicação geométrica e do uso de medidas.

Nesse momento, também foram apresentadas aos cursistas as demonstrações com argumentos matemáticos que justificam a realização das quatro operações, conforme estão no ambiente, sob a ótica geométrica.

Durante o encontro também tratamos da utilização do plano cartesiano na sala de aula, seja em formato de mapa ou mesmo em brincadeiras utilizando as direções norte, sul, leste e oeste para o estudo de localizações, sendo estas abordagens sugeridas aos participantes como atividades de aula.

No contexto da aritmética em relação à álgebra, foi ressaltado o desenvolvimento dos conteúdos em Matemática fazendo-se analogia entre os conhecimentos do ensino no ciclo I e nos conteúdos que serão ensinados aos discentes a partir do ciclo II, como por exemplo, o significado atribuído ao sinal de igualdade como sendo o resultado de uma operação aritmética nos primeiros anos escolares e seu caráter algébrico de uma relação de equivalência entre sentenças nos seguintes.

Encerrando o curso foram entregues alguns trabalhos realizados pelos cursistas que versavam sobre atividades realizadas em suas salas de aula, sendo um deles aqui apresentado no anexo P.

6 CONSIDERAÇÕES SOBRE O CURSO

Nesse capítulo são apresentadas as intenções pedagógicas que levaram à estrutura final do curso e os comentários relativos às expectativas que originaram as atividades em relação à interação dos cursistas com estas.

A estrutura do capítulo faz menção às semanas/tópicos do curso segundo o Ambiente Virtual de Aprendizagem.

É importante salientar inicialmente que as referências das figuras utilizadas no curso, em muitos momentos, não eram de fácil inserção dentro das atividades do ambiente, assim a referência destas foram disponibilizadas no último tópico visível do AVA, em um arquivo no formato .pdf (anexo Q).

6.1 Início do curso

A preocupação inicial ao desenvolver o primeiro encontro e as primeiras atividades do ambiente foram principalmente voltadas a tornar mais simples o contato do cursista com o conteúdo e o AVA.

Dessa forma a apresentação desenvolvida para o encontro presencial abordou uma introdução histórica que precede as grandes descobertas matemáticas, em verdade, poucos conteúdos em Matemática foram abordadas durante o início do primeiro módulo visto que os cursistas necessitariam primeiramente se habituarem com a estrutura do MOODLE, e sendo assim, o foco inicial voltou-se ao estudo de teorias pedagógicas e na relação de trabalho em sala de aula

6.2 Primeira Semana

A primeira semana tinha o objetivo de apresentar o MOODLE ao cursista, fazendo referência à concepção de ambiente virtual de aprendizagem, visando à criação de um hábito em relação à utilização desta ferramenta. Foram trabalhados dois fóruns para que os participantes pudessem navegar, realizar postagens e iniciar uma participação colaborativa.

Nesse sentido, os dois fóruns cumpriram seus objetivos, tendo em vista que o primeiro fórum, Modelos de aprendizagem, continha a exigência de participação e, dessa forma, a exposição do cursista através de seu comentário sobre o texto aos demais; já o segundo fórum, Expectativas, dava a oportunidade para que os participantes pudessem colaborar com o tutor no sentido de sugerir temas para as demais semanas do curso. Nesse caso, a participação foi abaixo do esperado, muito embora tal fato já estivesse previsto devido à pesquisa realizada pela Secretaria de Educação apresentada nesse mesmo tópico, em que podemos concluir que os participantes estavam carentes de conteúdos de Matemática em sua formação profissional e continuada.

6.3 Segunda Semana.

A atividade desenvolvida neste tópico gerou grande discussão no segundo encontro presencial. Dessa forma, o objetivo de que os cursistas sentissem algumas dificuldades semelhantes às que seus alunos encontram ao trabalhar formalmente com operações na base dez foi atingido.

O debate que foi previsto para o segundo encontro presencial foi necessário devido à série de dificuldades apresentadas na realização das atividades do ambiente. Os questionamentos realizados foram em relação à compreensão do sistema de numeração de base quatro e suas operações. Assim, apesar do texto elaborado para este fim orientar o funcionamento da base em questão ter sido considerado claro pelos participantes, muitos cursistas somente compreenderam a estrutura do novo sistema no encontro presencial. Por esse motivo, o período para a realização das atividades foi reaberto a pedido dos cursistas.

De maneira geral a atividade, apesar de aparentemente ser pequena (em se tratando do conteúdo em relação ao tempo para desenvolvimento) foi bem trabalhada, e o objetivo proposto foi considerado acima das expectativas, como observamos no comentário transcrito no item 3.3.2.1.

6.4 Terceira Semana.

Esse tópico tinha como intuito diversificar a abordagem pedagógica dos conteúdos trabalhados pelos cursistas através de atividades com o tratamento de informações, para diferenciar a apresentação dos conteúdos aos seus alunos, visando a uma prática docente mais ampla e contextualizada.

Dessa forma, o texto apresentado instruía a utilização de questões envolvendo as operações de adição e subtração de forma a trabalhar mais os conceitos das operações do que seus cálculos, diferenciando assim o do estudo das operações apenas de forma mecânica pela realização exaustiva de exercícios.

Nessa linha, a atividade ainda solicitou que os participantes exercitassem sua criatividade no desenvolvimento de exercícios em conformidade com exemplos apresentados.

Considerando a simplicidade da atividade, sua conclusão não gerou dúvidas aos participantes.

6.5 Quarta Semana.

O trabalho com docentes que já tem experiência em sala de aula é rico em relação às atividades desenvolvidas por cada um e geralmente seus sucessos não são compartilhados.

Dessa forma, a proposta de compartilhar experiências da sala de aula visou à divulgação do trabalho dos participantes e a troca de conhecimentos e atividades entre eles.

Caso o participante optasse, ele poderia também sugerir uma atividade pesquisada. Nesse caso, buscamos incentivar a pesquisa de conteúdos para a utilização em sala de aula.

Nesse contexto, a primeira sugestão de atividade foi dada através do ambiente por intermédio da utilização do ábaco de pino, que serviu também de debate nos fórum sobre seu uso em sala de aula.

6.6 Quinta Semana

Essas atividades têm a mesma intenção das apresentadas no item 6.4, agora com o enfoque nas operações de multiplicação e divisão. Também têm, como incremento, o incentivo à participação e à interação nos fóruns de discussão.

Além disso, uma abordagem histórica foi acrescentada para contextualizar o desenvolvimento e a mudança no comportamento humano e seu convívio em sociedade, pois relatava o contexto histórico que precede o estudo da Matemática como ciência.

6.7 Sexta Semana

Considerando o perfil apresentado pelos cursistas que atuam como professores no sistema municipal de ensino, os quais anseiam pelo oferecimento de atividades para se utilizar em sala de aula, a atividade propôs o desenvolvimento do hábito de pesquisa por parte dos participantes.

Levando em consideração que a maioria dos docentes não tem esse costume, não cabendo aqui o debate dos motivos desse fato, mas considerando que parte se dá pelo pouco tempo disponível para a dedicação em pesquisas de conteúdos, o curso reservou este momento para essa prática.

Assim, o fórum serviu de repositório de atividades pesquisadas e sugeridas pelos cursistas, ficando à disposição para que cada um visualizasse e utilizasse a sugestão de seus companheiros.

6.8 Sétima Semana

Considerando a dificuldade no ensino das operações de multiplicação, a atividade proposta sugeriu trabalhar essa operação de forma distinta a partir dos métodos apresentados no texto.

Complementando, durante o encontro presencial, foi apresentada as justificativas matemáticas para alguns dos métodos de multiplicação apresentados no texto e no vídeo.

6.9 Oitava Semana

Considerando a quantidade de recursos tecnológicos disponíveis nas escolas municipais, a utilização de aplicativos e jogos para o ensino da Matemática passa a ser uma opção para o trabalho em sala de aula.

Dessa forma, o proposto nesse tópico visava apresentar opções para que os cursistas pudessem trabalhar em suas salas de aula com os recursos das TICs e incentivar sua utilização baseando-se nas próprias análises apresentadas no fórum.

6.10 Nona Semana

Com o intuito de apresentar um texto mais elaborado, contextualizando o desenvolvimento dos alunos do ciclo I e o conhecimento em Matemática, foi proposto o estudo de um capítulo do livro “Geometria: Teoria e Experimentação” do Prof. Dr. Roberto Paterlini, docente da UFSCar e do PPGECE. O texto, para mestrado profissional em ensino da Matemática, está em elaboração e disponível atualmente com o titulo “Geometria Elementar: gênese e desenvolvimento”na página pessoal do referido professor ("http://www.dm.ufscar.br/~ptlini/livros/").

O trabalho com esse texto também objetivava apresentar aos cursistas um texto de Matemática de nível superior para que os participantes pudessem compreender o quão profundo deve ser um estudo em Matemática.

6.11 Décima Semana

A proposta para o tópico foi a apresentação de conteúdos de geometria para ampliar o conhecimento dos participantes e colaborar para o trabalho desse conteúdo na prática docente.

Assim, foi idealizada e desenvolvida a atividade e os exercícios constantes do ambiente virtual de aprendizagem para estudo dos cursistas de forma a dar continuidade com o assunto do tópico anterior.

6.12 Primeiro tópico do segundo módulo

Conforme exposto anteriormente sobre o segundo módulo do curso, as atividades desenvolvidas versaram sobre conteúdos de Matemática, mais especificamente de geometria. Sendo assim, a atividade proposta nesse momento visava ao estudo dos conceitos de simetria, medidas, distâncias, elementos das figuras geométricas, perímetro, área, simetria e perímetros das figuras geométricas.

Também é importante frisar a utilização das ferramentas utilizadas para o desenvolvimento das atividades e das questões propostas no curso que passaram a ser mais exploradas.

6.13 Segundo tópico do segundo módulo

O trabalho com resolução de problemas é uma proposta constante nos PCNs de Matemática. Sendo assim, o texto apresentado foi estudado sob a ótica de Polya durante o encontro presencial, momento em que os participantes responderam a alguns problemas constantes do anexo O objetivando a aplicação das etapas da resolução de problemas apresentadas pelo autor.

Dessa forma, o trabalho e o desenvolvimento do raciocínio necessário para a resolução de problemas foi vivenciado pelos participantes, e com isso foi possível orientar a forma de trabalho com problemas em sala de aula.

Para complementar os estudos durante a parte on-line do curso, os participantes fizeram o estudo completo do artigo proposto e responderam a outra série de problemas apresentados no ambiente que foram retirados da mesma prova da OBMEP utilizada no encontro.

Vale ressaltar que a fonte para os problemas propostos, o site da OBMEP, foi divulgada para que os cursistas pudessem trabalhar os problemas em sala de aula.

6.14 Terceiro tópico do segundo módulo

As atividades aqui apresentadas visavam relacionar o ensino da geometria e da aritmética, e as abordagens ocorreram também durante o último encontro presencial.

Assim, a atividade on-line que finalizava o curso contou com recursos da geometria dinâmica no estudo das operações aritméticas sob a ótica e as propriedades da geometria.

7 CONCLUSÃO

A utilização de ambientes virtuais de aprendizagem vem se disseminando em todos os níveis do ensino, principalmente na formação continuada de professores.

Destes, os denominados polivalentes, que são formados em cursos de pedagogia e atuam nas séries iniciais da educação básica, geralmente apresentam uma carência em relação a conteúdos, especialmente de Matemática, visto que seus conhecimentos lhes fornecem apenas ferramentas para reproduzir conteúdos, sem compreender seu embasamento teórico.

Nesse contexto, toda disponibilização de conteúdos e iniciativas que visam à qualificação desse profissional deve ser estimulada e subsidiada pelos poderes públicos e instituições de ensino.

Considerando a gama de conteúdos aqui apresentados, acreditamos que contribuímos para a melhoria na prática do ensino dos participantes do curso, e sendo assim, serão tomados todos os esforços possíveis para manutenção das atividades aqui elaboradas, bem como os trabalhos compilados e/ou disponibilizados no AVA.

Nesse sentido, os conteúdos desenvolvidos no *software* GeoGebra já se encontram disponíveis no site <www.geogebratube.org> e o acesso como visitante ao site <educacao.barretos.sp.gov.br/moodle> para visualização do curso “Matemática para o ensino fundamental I” será mantido, e esta dissertação será disponibilizada no ambiente.

A evasão, ou melhor, a desistência de participantes após o primeiro encontro do curso já era prevista devido às facilidades de obtenção de certificados em outros cursos oferecidos e que não utilizam plataformas de ensino à distância, pois a certificação ainda é o objetivo primordial dos docentes, tanto para contagem de pontos em sua classificação quanto à aspiração a promoções, deixando o conhecimento em segundo plano.

O desenvolvimento do ambiente e suas atividades necessitaram muito tempo e pesquisa, de forma que é possível considerar que a elaboração de uma aula, HTPC (horário de trabalho pedagógico coletivo) ou curso nos moldes da educação à distância são bem mais complexos e demorados do que atividades presenciais, pois estas necessitam, no mínimo, de estudo para a apresentação oral e o desenvolvimento de atividades, enquanto que a elaboração de uma atividade com a utilização das tecnologias da informação e comunicação necessita de pesquisa sobre o tema, seleção de conteúdos, formatação do ambiente, que consiste, além de sua configuração, na realização de upload (envio) do material ao AVA e transcrição do material da atividade para fazer a sua disponibilização, bem como da elaboração de atividades avaliativas para que o cursista possa estudar o conteúdo e ser avaliado através da sua participação por computador, que lhe dará acesso a tudo o que seria exposto em um momento presencial. Neste sentido foram desenvolvidos neste curso cinco lições do MOODLE que totalizaram vinte e oito páginas, doze arquivos GeoGebra para apresentação de conteúdo e questões, duas páginas para estudo, nove fóruns, quinze arquivos postados no ambiente, quatro questionários que utilizaram quarenta questões, cinco tarefas e dezoito aplicativos pesquisados na internet como sugestão de atividades.

Também é importante que as atividades propostas no ambiente sejam as mais completas possíveis, sanando automaticamente qualquer dúvida em relação ao conteúdo, para que o cursista possa prosseguir seus estudos de forma autônoma, sem depender muito do tutor, onde, em havendo necessidade, deve disponibilizar fóruns de dúvidas que o obrigam a organizar um acesso periódico ao ambiente para orientar o melhor estudo do cursista, solucionando eventuais dúvidas remanescentes.

Nos encontros presenciais foi possível constatar o fato de que poucos cursistas, professores formados e que atuam em sala de aula, apresentavam desinteresse no curso devido a constantes conversas durante os encontros presenciais, mostrando um comportamento que, devido a sua profissão, não deveriam ter neste momento. Desconsiderando estes, os demais participantes mantinham-se interessados e atentos ao conteúdo abordado, efetivando sua presença, colaborando, participando e discutindo os temas apresentados.

Em suma, iniciamos um processo de formação continuada onde consideramos que o objetivo de capacitar os docentes através deste curso proporcionou-lhes o estudo de alguns conteúdos de Matemática que os subsidiam e sugerem conceitos para a continuidade dos estudos aqui iniciados.

REFERENCIAS

ANDRADE, J. A. NACARATO, A. M. **Tendências didático-pedagógicas no ensino de geometria**: um olhar sobre os trabalhos apresentados nos ENEMs. Educação Matemática em Revista, 17, ano 11, p.61 – 69.

BOYER, C. B. **História da Matemática**. São Paulo: Editora Edgard Blücher LTDA, 2001.

BRANDÃO, L. O. ISOTANI, S. MOURA, J. G. **Imergindo a geometria dinâmica em sistemas de educação a distância**: iGom e Saw. Revista brasileira de informática na educação, 14, p. 41 – 49, 2006.

BRAVIANO, G. RODRIGUES, M . H. W. L. **Geometria Dinâmica: uma nova geometria?**. Revista do Professor de Matemática, 49, p. 22 – 26, 2002.

BRASIL. Ministério da Educação. Ministério da Ciência e tecnologia. **Plataforma Freire**. Disponível em: <http://freire.mec.gov.br/index/o-que-e>. Acesso em 31 out. 2012.

BRASIL. Ministério da Educação. Presidência da República, Casa Civil. **Lei das Diretrizes e Bases da Educação Nacional**. Brasília, 1996. Disponível em: http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/Leis/L9394.htm. Acesso em 29 abr. 2012.

BRASIL. **Plataforma Freire.** Disponível em <http://freire.mec.gov.br/index/o-que-e>. Acesso em 31 out. 2012.

BRASIL. Secretária de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais:** matemática. Brasília: MEC/SEF, 1997. 142 p.

BRASIL. Secretária de Educação Fundamental. **Referenciais para formação de professores**. Brasília: MEC/SEF, 2002.

BRASIL. **Prova Brasil**: resultados. Disponível em <http://sistemasprovabrasil2.inep.gov.br/resultados/>, acesso em 01 nov. 2012.

CASSOL, A. HAMMER, M. **Geometria Dinâmica** - Construções lúdicas. Educação Matemática em Revista, 17, ano 11, p.40 – 46.

Costa, Carolina. Operações Irmãs. **Nova escola**. Disponível em <http://magiadamatematica.com/uss/pedagogia/24-teoria-3-campo-aditivo.pdf>. Acesso em 27 set. 2011.

EVES, H. **Introdução à história da matemática**. Campinas: Editora da Unicamp, 2002.

Fichmann, Silvia. A educação formal básica/fundamental e a EAD. In: Lito, Fredric Michael. Formiga, Manuel Marcos Maciel (orgs). **Educação a distância: o estado da arte.** São Paulo: Pearson Education do Brasil, 2009. P. 172-181.

Guarezi, Rita de Cássia Menegaz. **Educação a distância sem segredos**. Curitiba. Editora Ibpex, 2009.

Gomes, Maristela Gonçalves. Obstáculos Epistemológicos, obstáculos didáticos e o conhecimento matemático nos cursos de formação de professores das séries iniciais do ensino fundamental. **Contrapontos**, ano 2, p363-376. Itajaí 2002. Disponível em <http://www6.univali.br/seer/index.php/rc/article/viewFile/181/153> acesso em 02 set. 2011.

Gurgel, Thais. De vezes e de dividir. **Nova escola**. Disponível em < http://magiadamatematica.com/uss/pedagogia/25-teoria-4-campo-multiplicativo.pdf>. Acesso em 27 set. 2011.

Michaelis Moderno Dicionário da Língua Portuguesa, Disponível em <http://michaelis.uol.com.br/moderno/portugues/index.php>. Acesso em nov 2012

Moura, Manoel Oriosvaldo (org). **Ábaco de pino**. Disponível em <http://paje.fe.usp.br/~labmat/edm321/1999/material/_private/abaco.htm>. Acesso em 11/10/11:

Munhoz, Antonio Siemsen. **O estudo em ambiente virtual de aprendizagem:** um guia prático**.** Curitiba: Ibpex, 2011.

Noé, Marcos. Ângulos. **Brasil Escola**. Disponível em <http://www.brasilescola.com/matematica/angulos.htm>. Acesso em 07 out. 2011.

___. Ângulos-complementares, suplementares. **Brasil Escola**. Disponível em <http://www.brasilescola.com/matematica/angulos-complementares-angulos-suplementares-angulos-.htm. Acesso em 07 out. 2011.

___. Geometria plana. **Brasil Escola**. Disponível em <http://www.brasilescola.com/matematica/geometria-plana.htm>. Acesso em 07 out. 2011.

___. Semelhança de polígonos. **Brasil Escola**. Disponível em <http://www.brasilescola.com/matematica/semelhanca-de-poligonos.htm > Acesso em 07 out. 2011.

___. Tipos de Polígonos. **Brasil Escola**. Disponível em <http://www.brasilescola.com/matematica/tipos-poligonos.htm>. Acesso em 07 out .2011.

OBSERVATÓRIO NACIONAL. **A Geometria Euclidiana**. Disponível em http://www.on.br/site_edu_dist_2006/pdf/modulo3/a_geometria_euclidiana.pdf. Acesso em: 05 abr. 2008.

Oliveira, Elsa Guimarães. **Educação a distância na transição paradigmática**, 4. ed. Campinas, SP, 2012 – (coleção magistério: Formação e Trabalho Pedagógico), papiros editora, cap. 1.

Parra, Cecília. [et. al.]. **Didática da matemática**: reflexões psicopedagógicas; tradução Juan Acunã Llorens. – Porto Alegre: Artmed, 1996.

Paterlini, Roberto Ribeiro. **Geometria elementar**: gênese e desenvolvimento. Disponível em http://www.dm.ufscar.br/~ptlini/livros/. Acesso em 30 nov 2012.

Pereira, Antônio Luiz (org) et al. **Problemas matemáticos**: caracterização, importância e estratégias de resolução. IME-USP, 2002. Disponível em <http://www.ime.usp.br/~trodrigo/documentos/mat450/mat450-2001242-seminario-8-resolucao_problemas.pdf>. Acesso em 01 mar. 2012.

RAMOS, AGNELO PIRES et al. **Problemas matemáticos: caracterização, importância e estratégias de resolução**. In: Seminários de Resolução de Problemas da disciplina de Matemática. São Paulo, IME-USP, 2002.

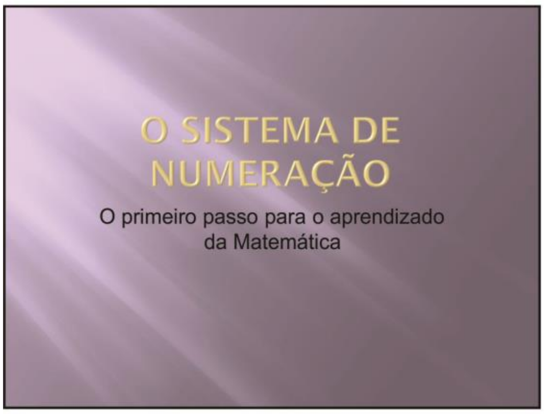
Rodrigues, Camila. Evasão é o maior problema do Ensino a Distância, aponta estudo. **UOL**. Disponível em <http://educacao.uol.com.br/noticias/2012/08/02/evasao-e-o-maior-obstaculo-ao-ensino-a-distancia-para-instituicoes-diz-estudo.htm>. Acesso em 09 out. 2012.

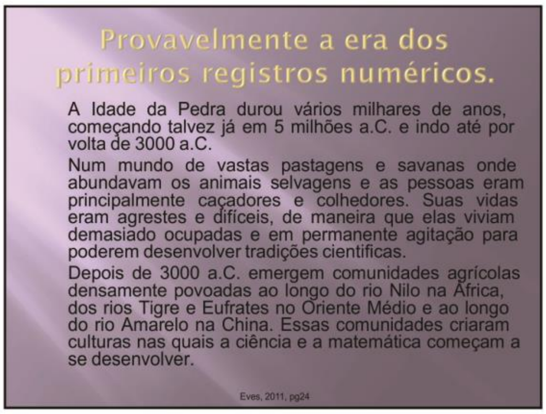
Rolkoushi, Emerson. **Tecnologias no Ensino de Matemática**. Curitiba. Ibpex, 2011.

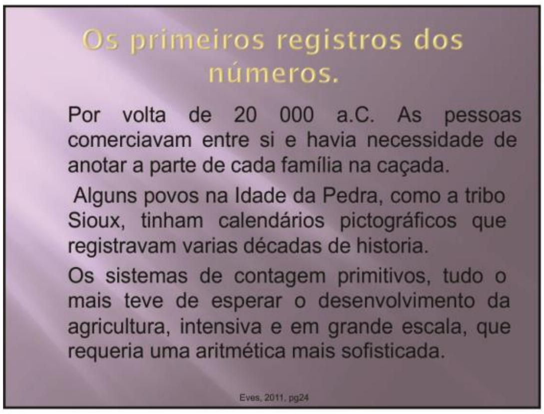
Scavazza, Beatriz Leonel; Sprenger, Angela: A EAD na educação não formal de professores. In: Lito, Fredric Michael. Formiga, Manuel Marcos Maciel (orgs). **Educação a distância: o estado da arte**. São Paulo: Pearson Education do Brasil, 2009. p 263-270.

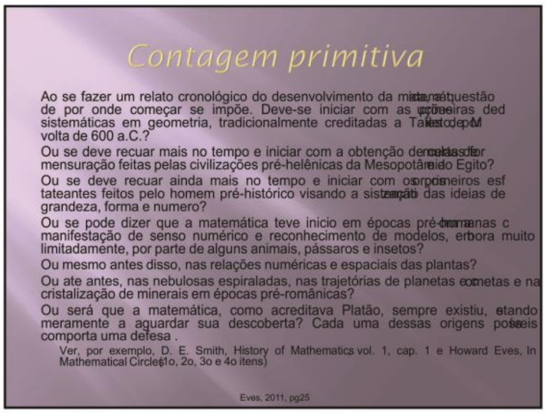
Sociedade Brasileira de Matemática. **Olimpíada brasileira das escolas públicas (OBMEP)**. Rio de Janeiro.

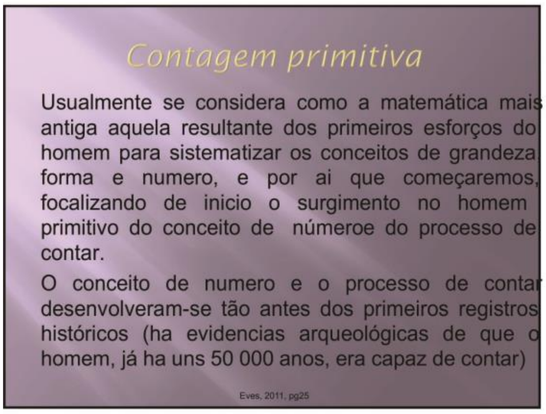
ANEXO A

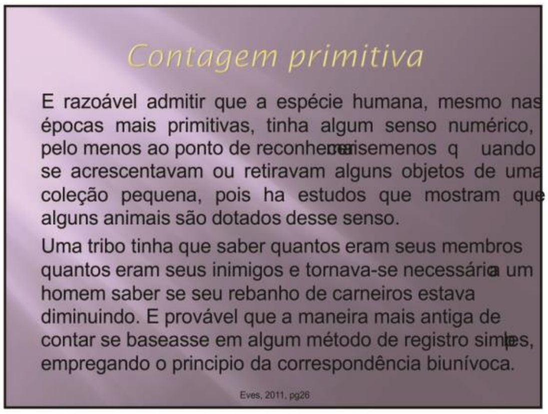

O SISTEMA DE NUMERAÇÃO
O primeiro passo para o aprendizado da Matemática


Provavelmente a era dos primeiros registros numéricos.
A Idade da Pedra durou vários milhares de anos, começando talvez já em 5 milhões a.C. e indo até por volta de 3000 a.C.
Num mundo de vastas pastagens e savanas onde abundavam os animais selvagens e as pessoas eram principalmente caçadores e colhedores. Suas vidas eram agrestes e difíceis, de maneira que elas viviam demasiado ocupadas e em permanente agitação para poderem desenvolver tradições cientificas.
Depois de 3000 a.C. emergem comunidades agrícolas densamente povoadas ao longo do rio Nilo na África, dos rios Tigre e Eufrates no Oriente Médio e ao longo do rio Amarelo na China. Essas comunidades criaram culturas nas quais a ciência e a matemática começam a se desenvolver.
Eves, 2011, pg24


Os primeiros registros dos números.
Por volta de 20 000 a.C. As pessoas comerciavam entre si e havia necessidade de anotar a parte de cada família na caçada.
Alguns povos na Idade da Pedra, como a tribo Sioux, tinham calendários pictográficos que registravam varias décadas de historia.
Os sistemas de contagem primitivos, tudo o mais teve de esperar o desenvolvimento da agricultura, intensiva e em grande escala, que requeria uma aritmética mais sofisticada.
Eves, 2011, pg24

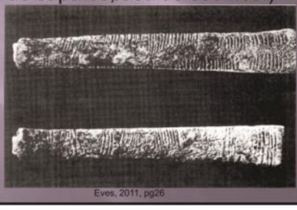

Contagem primitiva
Ao se fazer um relato cronológico do desenvolvimento da matemática, a questão de por onde começar se impõe. Deve-se iniciar com as primeiras deduções sistemáticas em geometria, tradicionalmente creditadas a Tales de Mileto, por volta de 600 a.C.?
Ou se deve recuar mais no tempo e iniciar com a obtenção de fórmulas de mensuração feitas pelas civilizações pré-helênicas da Mesopotâmia e do Egito?
Ou se deve recuar ainda mais no tempo e iniciar com os primeiros esforços tateantes feitos pelo homem pré-histórico visando a sistematização das ideias de grandeza, forma e numero?
Ou se pode dizer que a matemática teve inicio em épocas pré-humanas com a manifestação de senso numérico e reconhecimento de modelos, embora muito limitadamente, por parte de alguns animais, pássaros e insetos?
Ou mesmo antes disso, nas relações numéricas e espaciais das plantas?
Ou ate antes, nas nebulosas espiraladas, nas trajetórias de planetas e cometas e na cristalização de minerais em épocas pré-românicas?
Ou será que a matemática, como acreditava Platão, sempre existiu, estando meramente a aguardar sua descoberta? Cada uma dessas origens possíveis comporta uma defesa .
Ver, por exemplo, D. E. Smith, History of Mathematics, vol. 1, cap. 1 e Howard Eves, In Mathematical Circles (1o, 2o, 3o e 4o itens)
Eves, 2011, pg25


Contagem primitiva
Usualmente se considera como a matemática mais antiga aquela resultante dos primeiros esforços do homem para sistematizar os conceitos de grandeza, forma e numero, e por ai que começaremos, focalizando de inicio o surgimento no homem primitivo do conceito de número e do processo de contar.
O conceito de numero e o processo de contar desenvolveram-se tão antes dos primeiros registros históricos (ha evidencias arqueológicas de que o homem, já ha uns 50 000 anos, era capaz de contar)
Eves, 2011, pg25


Contagem primitiva
E razoável admitir que a espécie humana, mesmo nas épocas mais primitivas, tinha algum senso numérico, pelo menos ao ponto de reconhecer mais e menos quando se acrescentavam ou retiravam alguns objetos de uma coleção pequena, pois ha estudos que mostram que alguns animais são dotados desse senso.
Uma tribo tinha que saber quantos eram seus membros quantos eram seus inimigos e tornava-se necessário a um homem saber se seu rebanho de carneiros estava diminuindo. E provável que a maneira mais antiga de contar se baseasse em algum método de registro simples, empregando o principio da correspondência biunívoca.
Eves, 2011, pg26

Contagem primitiva

Nos mais remotos estágios do período de contagem vocal, usavam-se sons (palavras) diferentes para, por exemplo, dois carneiros e dois homens. (Considere, por exemplo, em português: parelha de cavalos, junta de bois, par de sapatos, casal de coelhos.)



Eves, 2011, pg26

Contagem primitiva

Como os dedos do homem constituíam um dispositivo de correspondência conveniente, não e de estranhar que o 10 acabasse sendo escolhido frequentemente o numero da base.

Considerem-se, por exemplo, as palavras-números atuais na língua inglesa, formadas tomando-se 10 como base. Ha os nomes especiais one(um),two(dois), ...,ten(dez) para os números 1, 2, 10.

Quando se chega a 11 a palavra usada e eleven, que, segundo os filólogos, deriva de ein lifon, cujo significado e "um acima de dez".

Analogamente, twelve(doze) provem de twe lif ("dois acima de dez").

Depois se tem thirteen("três e dez") para 13, fourteen("quatro e dez") para 14, ate nineteen("nove e dez") para 19.

Chega-se então a twenty(twe-tig, ou "dois dez"), twenty-one("dois dez e um") e assim por diante. A palavra hundred(cem), segundo parece, deriva originalmente de uma outra que significa "dez vezes" (dez).

Eves, 2011, pg26

Contagem primitiva

Ha evidencias de que 2, 3 e 4 serviram como bases primitivas. Por exemplo, há nativos de Queensland que contam "um, dois, dois e um, dois e dois, muito", e alguns pigmeus africanos que contam "a,oa,ua,oa-oa ,oa-oa-a e oa-oa-oa" para 1, 2, 3, 4, 5 e 6. Uma certa tribo da Terra do Fogo compõe seus primeiros e poucos nomes de números na base 3 e algumas da América do Sul usam de maneira análoga o 4.

Como seria de esperar, o sister , ou sistema de numeração de base 5, foi o primeiro a ser usado extensivamente. Ate hoje algumas tribos da América do Sul contam com as mãos: "um, dois, tres, quatro, mao, mao e um" e assim por diante. Os Yukaghirs da Sibéria usam uma escala mista para contar "um, dois, tres, tres e um, cinco, dois tres, um mais, dois tres e dois, dez faltando um, dez". Ainda no inicio do século XIX se encontravam calendários de camponeses germânicos baseados no sistema quinario.

Eves, 2011, pg26

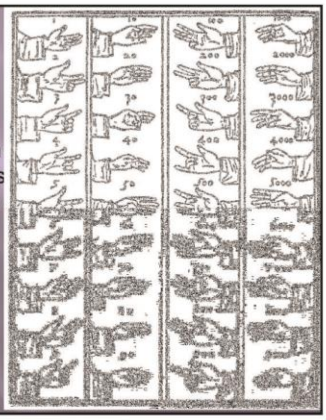
Contagem primitiva

Além dos números falados, numa certa época usaram-se largamente os números digitais (representados por meio de dedos). Com efeito, a expressão de números por meio de varias posições dos dedos e das mãos talvez preceda os símbolos numéricos ou os nomes dos números. Assim, os símbolos escritos primitivos para 1, 2, 3 e 4 eram invariavelmente o numero conveniente de riscos verticais ou horizontais, representando o número correspondente de dedos levantados ou estendidos, remontando a palavra digito (isto, e "dedo"), para indicar os algarismos de 1 a 9, a mesma origem.

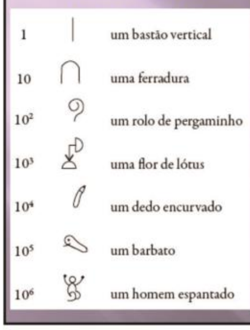
Eves, 2011, pg29

Dígitos!

Números digitais. As duas primeiras colunas representam a mão esquerda, as outras duas a mão direita. Ilustração tirada da Suma de Pacioli, 1491

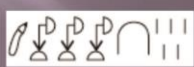


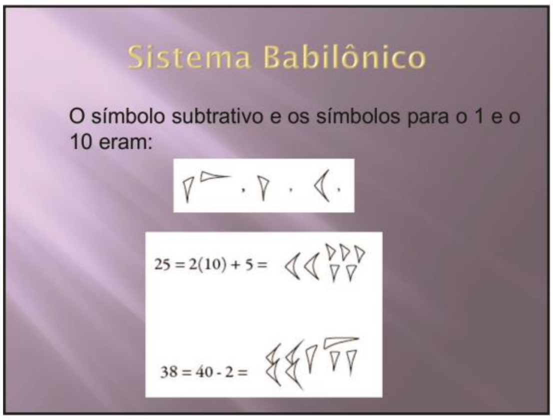
Base usada no sistema de numeração hieroglífico egípcio



13015

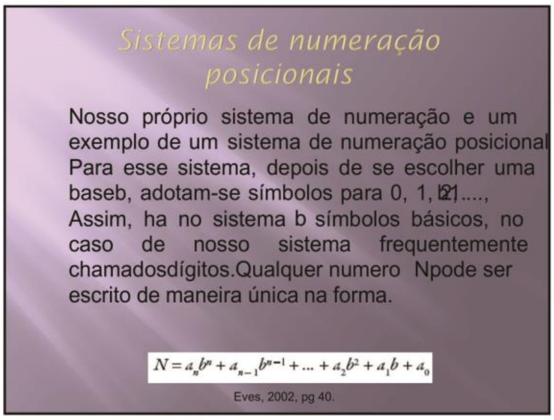
$$1(10^4) + 3(10^3) + 1(10) + 5$$

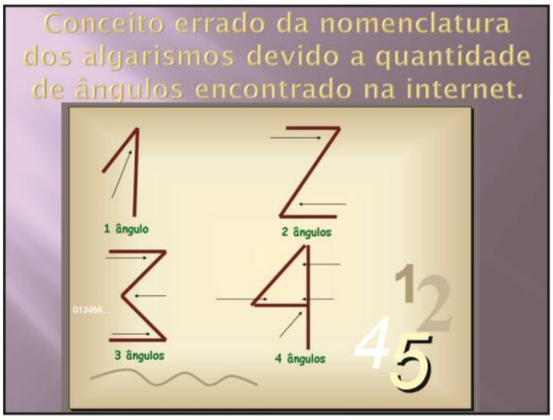


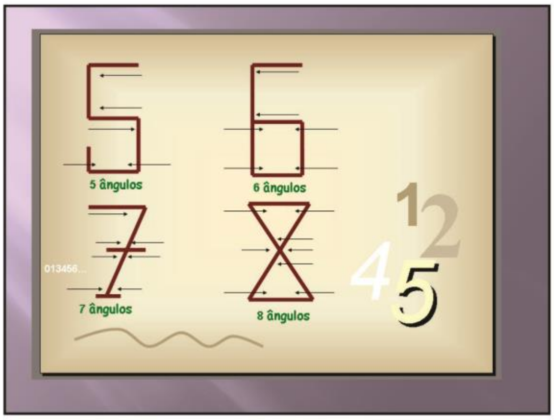

Sistema Babilônico
O símbolo subtrativo e os símbolos para o 1 e o 10 eram:
25 = 2(10) + 5 =
38 = 40 - 2 =

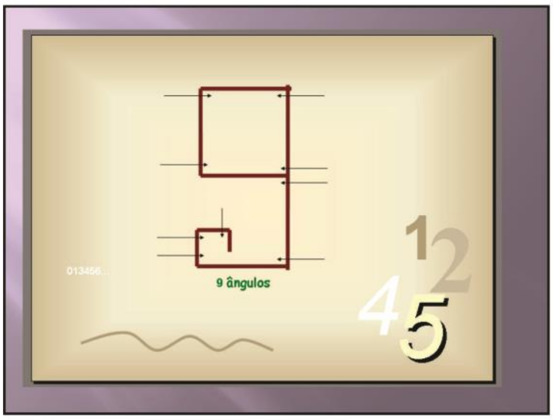

O sistema de numeração chines-japones tradicional
1 一
2 二
3 三
4 四
5 五
6 六
7 七
8 八
9 九
10 十
10² 百
10³ 千
Sistema de agrupamentos multiplicativo
Nesse tipo de sistema, apos se escolher uma base b, adotam-se símbolos para 1, 2, b 1 e um segundo conjunto de símbolos para b,b2,b3...
Empregam-se os símbolos dos dois conjuntos multiplicativamente de maneira a mostrar quantas unidades dos grupos de ordem superior são necessárias.
Assim, designando-se os primeiros nove números pelos símbolos habituais, mas designando-se 10, 100 e 1000 por a, b e c, então num sistema de agrupamentos multiplicativo se escreveria
5625 = 5c6b2a5 =
五
千
六
百
二
十
五


O sistema de numeração indo-arábico
O sistema de numeração indo-arábico tem esse nome devido aos hindus, que o inventaram, e devido aos árabes, que o transmitiram para a Europa Ocidental.
Encontram-se em algumas colunas de pedra erigidas na Índia por volta do ano 250 a.C. pelo rei Acoka.
Na Índia, se corretamente interpretados, encontram-se em registros talhados por volta do ano 100 a.C. nas paredes de uma caverna numa colina perto de Poona e em algumas inscrições de por volta do ano 200 d.C.
Contudo, a ideia de valor posicional e um zero devem ter sido introduzidos na Índia algum tempo antes do ano 800 d.C., pois o matemático persa Al-Khowarizmi descreveu de maneira completa o sistema hindu num livro do ano 825 d.C.
Eves, 2002, pg 40.

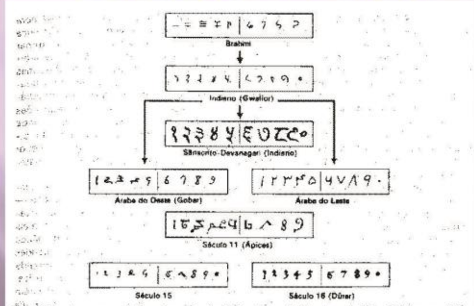

Sistemas de numeração posicionais
Nosso próprio sistema de numeração e um exemplo de um sistema de numeração posicional
Para esse sistema, depois de se escolher uma base b, adotam-se símbolos para 0, 1, 2, ..., b-1.
Assim, ha no sistema b símbolos básicos, no caso de nosso sistema frequentemente chamados dígitos. Qualquer numero N pode ser escrito de maneira única na forma.
$N = a_n b^n + a_{n-1} b^{n-1} + \ldots + a_2 b^2 + a_1 b + a_0$
Eves, 2002, pg 40.


Conceito errado da nomenclatura dos algarismos devido a quantidade de ângulos encontrado na internet.
1 ângulo
2 ângulos
3 ângulos
4 ângulos


5 ângulos
6 ângulos
7 ângulos
8 ângulos



Genealogia dos dígitos



Genealogia de nossos dígitos. Segundo Karl Menninger, *Zahlwort und Ziffer* (Göttingen, RFA: Vanderhoeck & Ruprecht, 1957-1958, 2 vols.) II, 233

Boyer, 2001, pg 173

O Ensino do Sistema de numeração decimal posicional

Como são ensinados os números?

Há distinção entre algarismo e número?

Como é a abordagem do sistema posicional?

O Ensino do Sistema de numeração decimal posicional

Primeiro, escrever de 0 até 10.

Depois, até 20.

Quando a criança dominar esses números, avançar até o 50 e, posteriormente até o 100, certo?

Mas, as crianças já conhecem outros números?

Como pensam os pequenos

As pesquisadoras argentinas Delia Lerner e Patricia Sadovsky apontaram as hipóteses que as crianças constroem sobre o sistema numérico com base em suas experiências cotidianas. A seguir, veja quais são essas hipóteses e exemplos do pensamento de alunos de 6 anos, constatados durante a investigação das educadoras e relatados no capítulo O Sistema de Numeração: um Problema Didático, do livro Didática da Matemática – Reflexões Psicopedagógicas, organizado por Cecília Parra e Irma Saiz.

O PRIMEIRO MANDA

Ao comparar números com igual quantidade de algarismos, os pequenos se baseiam na posição que estes ocupam para descobrir qual é maior ou menor. Isso mostra que eles reconhecem os diferentes valores dos algarismos conforme a posição que ocupam.

- Por que 21 é maior que 12?
  - Têm os mesmos números. Só que o dois está antes (no 21) e aqui está atrás (no 12)

QUANTIDADE DE ALGARISMOS

Mesmo sem saber a denominação dos números, as crianças acham que um número é maior porque tem mais algarismos. Algumas vezes, ao comparar números com grande diferença no valor absoluto dos algarismos que os compõem, como 111 e 99, as crianças se orientam pelo valor absoluto.

os "nós"

São chamados de "nós" as dezenas, as centenas e os milhares.

Mas, isso é o contrário do que acontece com a numeração falada.

Ao começar a produzir números cuja escrita convencional desconhecem, as crianças misturam um e outro, apoiando-se no que já dominam – a escrita dos "nós".

Ex.: 134 100304, ou 10034

Ao perceber que ambas as anotações de 134 têm mais algarismos do que o 100 e o 200, eles percebem que algo está errado com a escrita

Regularidades

Toda vez que um número termina com 9, o anterior termina com 8, e o posterior, com 0:

8, 9,10
18,19, 20
138,139,140
1228,1229,1230

Decomposição Numérica

Um caixa eletrônico entrega notas de R$1, R$10 e R$100 quando os clientes fazem um saque. O caixa sempre entrega a menor quantidade possível de notas. Completem o seguinte quadro para saber quantas notas de cada tipo o caixa entregou em cada um dos casos:

Valor solicitado	Notas de R$100,00	Notas de R$10,00	Notas de R$1,00
R$ 1.538,00			
R$ 3.207,00			
R$ 7.203,00			
R$ 2.730,00			
R$ 3.270,00			

http://revistaescola.abril.com.br/matematica/pratica-pedagogica/e nsinando-usar-dinheiro-472741.shtml

Por que decompor números

234 = 2 centenas, 3 dezenas e 4 unidades

C	D	U
2	3	4

1358 = 1x1000 + 3x100 + 5x10 + 8x1

$1358 = 1x10^{3} + 3x10^{2} + 5x10^{1} + 8x10^{0}$

12,32 = 1x10 + 2x1 + 3:10 + 2:100

$12,32 = 1x10^{1} + 2x10^{0} + 3x10^{-1} + 2x10^{-2}$

Referências

BOYER, C. História da Matemática. São Paulo: Editora Edgard Blücher LTDA, 2001.

EVES, H. Introdução à história da matemática. Campinas: Editora da Unicamp, 2002.

Parra, Cecília [et. al]. Didática da matemática: reflexões psicopedagógicas; tradução Juan Acunã Llorens. – Porto Alegre: Artmed, 1996.

ANEXO B

Sistema de numeração de base quatro

Existem diversos sistemas de numeração. A maioria não permaneceu até os dias atuais; uns ainda são utilizados, como o sistema romano, para indicar os séculos, ou o sistema sexagesimal para as horas, mas o que prevaleceu a todos foi o sistema decimal.

“Como os dedos do homem constituíam um dispositivo de correspondência conveniente, não é de estranhar que o 10 acabasse sendo escolhido frequentemente o número *b* da base” (EVES, 2011, pg 26)

Nesse capítulo iremos exercitar a utilização do sistema quaternário com o objetivo de analisar as dificuldades encontradas e relacioná-las com os desafios epistemológicos que as crianças enfrentam ao aprender o sistema de numeração decimal e a adição.

Escrevendo um sistema de numeração de Base quatro

Nesse tópico iremos entender como funciona um sistema de numeração de base quatro, como escrever números neste sistema e seus significados.

Para que não haja confusão representaremos um número na base dez normalmente, ou seja, o número cento e quarenta e três será representado por 143.

Já um número na base quatro será representado com a inclusão da referência da base: $_{(quatro)}$, ou seja o número $23_{(quatro)}$ não representa o número vinte e três e sim o número dois três na base quatro.

Em nosso sistema de base quatro temos então quatro símbolos, ou algarismos, a saber: 0, 1, 2 e 3, portanto só podemos escrever números com estes algarismos. Então, como escreveremos nossos números com estes algarismos?

A resposta é simples: da mesma forma que escrevemos os números na base dez:

1º Utilizamos todos os algarismos em ordem crescente: $0_{(quatro)}$, $1_{(quatro)}$, $2_{(quatro)}$, e $3_{(quatro)}$ para representar as unidades;

2º Após a última unidade começaremos a escrever as dezenas na ordem crescente dos algarismos sempre que chegarmos na última unidade que é o número $3_{(quatro)}$, assim:

$10_{(quatro)}$, $11_{(quatro)}$, $12_{(quatro)}$, $13_{(quatro)}$, depois:

$20_{(quatro)}$, $21_{(quatro)}$, $22_{(quatro)}$, $23_{(quatro)}$, depois: $30_{(quatro)}$, $31_{(quatro)}$, $32_{(quatro)}$, $33_{(quatro)}$ até a última dezena e unidade, o número $33_{(quatro)}$

3º Seguimos este processo para as centenas, milhares, etc.

Abaixo segue uma tabela comparativa dos números na base dez e na base quatro para que possamos compreender melhor como formamos os números na base quatro:

Base dez	Base quatro	
0	$0_{(quatro)}$	
1	$1_{(quatro)}$	
2	$2_{(quatro)}$	
3	$3_{(quatro)}$	Não se esqueça que só temos os algarismos $0_{(quatro)}$, $1_{(quatro)}$, $2_{(quatro)}$ e $3_{(quatro)}$
4	$10_{(quatro)}$	
5	$11_{(quatro)}$	
6	$12_{(quatro)}$	
7	$13_{(quatro)}$	Ops, o $3_{(quatro)}$ é nossa última unidade, então temos que mudar a dezena
8	$20_{(quatro)}$	
9	$21_{(quatro)}$	
10	$22_{(quatro)}$	
11	$23_{(quatro)}$	
12	$30_{(quatro)}$	
13	$31_{(quatro)}$	
14	$32_{(quatro)}$	
15	$33_{(quatro)}$	Após a última dezena e unidade seguimos para a centena
16	$100_{(quatro)}$	
17	$101_{(quatro)}$	
18	$102_{(quatro)}$	
19	$103_{(quatro)}$	
20	$110_{(quatro)}$	
21	$111_{(quatro)}$	
22	$112_{(quatro)}$	
23	$113_{(quatro)}$	
24	$120_{(quatro)}$	

Com a tabela acima podemos perceber que o $102_{(quatro)}$ não representa a mesma quantidade que o número 102.

É importante que a leitura do número na base quatro não seja o mesmo da base dez, portanto ao ler o número $113_{(quatro)}$ é aconselhável ler umumtrês para diferenciar do 113 cento e treze, leia a tabela acima desta forma, você observará que a sequência se tornará mais clara quando você passar do $23_{(quatro)}$ para o $30_{(quatro)}$.

A adição na base quatro

O algoritmo da soma é o mesmo que utilizamos na base dez, mas devemos estar atentos, pois o $3_{(quatro)}$ representa o nosso maior algarismo, em outras palavras o $3_{(quatro)}$ equivale ao nosso 9.

Exemplo:

$1_{(quatro)} + 2_{(quatro)} = 3_{(quatro)}$

$3_{(quatro)} + 2_{(quatro)} = 11_{(quatro)}$

$21_{(quatro)} + 31_{(quatro)} = 112_{(quatro)}$

Mas como efetuar estas contas?

Vamos por partes, por exemplo: $21_{(quatro)} + 31_{(quatro)}$, neste caso temos as adições das:

1° Somando as unidades:	**2°** Somando as dezenas:
$\begin{array}{r} 21+ \\ \underline{31} \\ \mathbf{2} \end{array}$	$\begin{array}{r} {}^{1} \\ 21+ \\ \underline{31} \\ 12 \end{array}$ Resultado: **112**

"note que $3_{(quatro)} + 2_{(quatro)} = 11_{(quatro)}$ pois na sequência temos $2_{(quatro)}$, $3_{(quatro)}$, $10_{(quatro)}$, $11_{(quatro)}$"

Confira os resultado abaixo efetuando as somas para compreender melhor:

a) $1_{(quatro)} + 2_{(quatro)} = 3_{(quatro)}$

b) $2_{(quatro)} + 2_{(quatro)} = 10_{(quatro)}$

c) $2_{(quatro)} + 3_{(quatro)} = 11_{(quatro)}$

d) $3_{(quatro)} + 3_{(quatro)} = 12_{(quatro)}$

e) $10_{(quatro)} + 2_{(quatro)} = 12_{(quatro)}$

f) $11_{(quatro)} + 13_{(quatro)} = 30_{(quatro)}$

g) $23_{(quatro)} + 11_{(quatro)} = 100_{(quatro)}$

h) $23_{(quatro)} + 23_{(quatro)} = 112_{(quatro)}$

Mudando de Base

Será possível saber qual a representação do número 21032(quatro) na base dez sem precisar escrever uma tabela até ele?

Vamos agora transformar números da base quatro para a base dez.

Recordando o sistema de base dez, o número 241 representa:

241 = 2x100 + 4x10 +1, ou melhor ainda

$241 = 2 \times 10^2 + 4 \times 10^1 + 1 \times 10^0$

Recordando: $n^0=1$, para qualquer $n \neq 0$, ou seja qualquer número, exceto o zero, elevado a zero é igual a um.

Fazemos este processo utilizando as multiplicações por 10 porque o número 241 está na base dez, então para transformar um número para a base dez, basta efetuarmos o mesmo procedimento, utilizando a sua base, e somar os resultados, ou seja:

$$
\begin{aligned}
21032_{(quatro)} &= 2x4^4 + 1x4^3 + 0x4^2 + 3x4^1 + 2x4^0 = \\
&= 2x256 + 1x64 + 0x16 + 3x4 + 2x1 = \\
&= 512 + 64 + 0 + 12 + 2 = \mathbf{590}
\end{aligned}
$$

Experimente, como exercício, fazer o mesmo para os números abaixo:

a) $123_{(quatro)}$

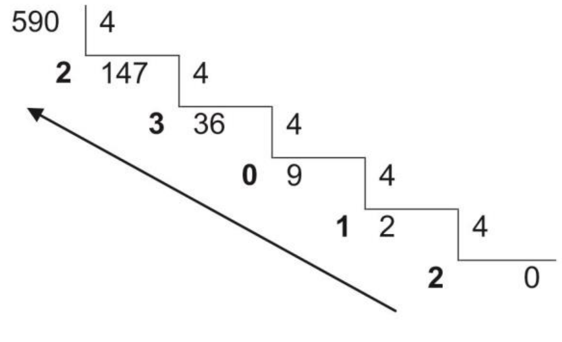
b) $222_{(quatro)}$

c) $3112_{(quatro)}$

d) $12030_{(quatro)}$

E o processo inverso?

Para transformar um número na base quatro para a base dez iremos efetuar divisões sucessivas na base desejada, ou seja, faremos um processo aparentemente inverso ao descrito acima, por exemplo, vamos mostrar que $590 = 21032_{(quatro)}$: dividindo 590 por 4 temos resto 2, a resposta obtida (147) será dividida por 4 e assim, dividindo sucessivamente até que não seja possível dividir temos:



Note que obtemos o número $21023_{(quatro)}$ seguindo os restos encontrados nas divisões no sentido da seta acima.

Agora, confira os resultados encontrados nos itens a), b), c) e d) do exercício sugerido acima, fazendo a operação inversa com os resultados encontrados.

ANEXO C

GUSTAVO LOURENÇÃO

RECORTE E COLECIONE

TEORIA

Operações irmãs

Teoria do campo aditivo estimula o aluno a pensar na complexidade da adição e da subtração e a entendê-las como operações complementares

CAROLINA COSTA
novaescola.abril@atleitor.com.br

– João tinha 14 carrinhos, ganhou 5. Com quantos ficou?

– É de mais ou de menos?

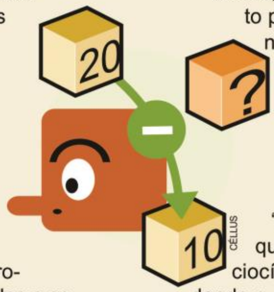
– Ué, se ele ganhou, então só pode ser de mais!

– Maria tem 7 bonecas. Quando ela mudou de casa, 3 sumiram. Com quantas bonecas ela ficou?

– Esse é de menos porque ela perdeu as bonecas...

Quantas vezes você já ouviu comentários como esse ao formular um problema matemático para a turma? Os alunos ficam aflitos para saber qual operação usar e chegar ao resultado final e você, muitas vezes, precisa domar a tentação de dar a dica. Quando as operações são assim apresentadas, há a tendência de a turma acreditar que ambas são opostas e conflitantes, quando na verdade elas podem ser consideradas “irmãs gêmeas”. “É possível resolver o mesmo problema usando uma ou outra porque há vários caminhos que levam à resolução”, diz Priscila Monteiro, formadora do programa Matemática É D+, da Fundação Victor Civita.

Um dos primeiros pesquisadores a relacionar esses cálculos como sendo as duas faces de uma mesma moeda foi o psicólogo francês Gérard Vergnaud, em 1977, ao elaborar a teoria dos campos conceituais *(leia entrevista na pág. 71)*. Preocupado com as dificuldades das crianças no aprendizado de operações elementares, o pesquisador procurou conhecer os procedimentos mais utilizados por elas. "Dentro e fora da escola, os pequenos já lidam com situações que envolvem ganhar, perder, tirar, acrescentar, juntar e comparar. Elas costumam compreender com mais facilidade quando os problemas estão relacionados a essas noções", observa Milou Sequerra, coordenadora pedagógica de 1º e 2º anos do Colégio Santa Cruz e estudiosa do assunto. Assim, Vergnaud formulou a idéia de campos conceituais, que pode ser utilizada em qualquer área das ciências. Em Matemática, ela engloba, entre outras, as noções de campo aditivo e campo multiplicativo, tema do encarte da edição de junho de NOVA ESCOLA.



Pistas do problema

Vergnaud divide o campo aditivo em cinco classes. As características de cada uma delas podem ser percebidas pela forma como é elaborado o enunciado *(leia exemplos no quadro da pág. 70)*. São elas:

Transformação Alteração do estado inicial por meio de uma situação positiva ou negativa que interfere no resultado final;

Combinação de medidas Junção de conjuntos de quantidades preestabelecidas;

Comparação Confronto de duas quantidades para achar a diferença;

Composição de transformações – Alterações sucessivas do estado inicial;

Estados relativos – Transformação de um estado relativo em outro estado relativo (essa categoria não é abordada nos Parâmetros Curriculares Nacionais de 1ª a 4ª série por ser de maior complexidade e, por isso, não trataremos de problemas referentes a ela).

Além de identificar essas situações para elaborar o enunciado do problema, é preciso ficar atento para oferecer ao aluno a possibilidade de realizar várias operações, positivas ou negativas. É importante variar o lugar em que a incógnita é colocada. "A alteração do X da questão possibilita raciocínios diferentes, ajudando o estudante a entender o sentido das operações e ampliando as opções de resolução", observa Priscila Monteiro *(você encontra mais no quadro abaixo)*.

Dá para perceber que essas novas concepções mudam totalmente a maneira de ensinar problemas de adição e subtração, certo? Se antes a conta armada era a única opção disponível, agora o aluno tem variados caminhos para chegar ao fim, assim como registrar esse percurso.

Da mesma forma como há um leque de situações matemáticas, também o aluno pode buscar variados caminhos para encontrar o resultado. Vamos entender como isso funciona com a ajuda de um exemplo: "Numa gincana escolar, a turma B fez 48 pontos, e a A, 29. Quantos pontos a turma A precisa fazer para ficar igual à B?" Colocar um número em cima do outro e fazer a conta armada é apenas uma forma de resolver essa questão – mas não é a única.

Um aluno pode partir do 29 e ir contando de um em um até chegar ao 48, encontrando o resultado por meio do

Um novo jeito de fazer contas

Ao lidar com o conceito de campo aditivo, você perceberá que as diferenças de abordagem em relação à maneira tradicional não se restringem ao enunciado: os caminhos que o aluno usa para resolver o desafio do enunciado são importantes e devem ser valorizados na discussão em grupo.

	PERSPECTIVA ANTERIOR	PERSPECTIVA DO CAMPO ADITIVO
ENUNCIADO	A incógnita está sempre no fim do enunciado (5 + 5 = ?;16 - 3 = ?)	A incógnita pode estar em qualquer parte do enunciado (? + 5 = 10; 16 - ? =13)
PALAVRA-CHAVE	Palavras como "ganhar" e "perder" dão certeza ao aluno sobre a operação a ser usada	Não se estimula o uso. As crianças precisam analisar os dados do problema para decidir a melhor estratégia a ser utilizada
COMO O ALUNO PENSA	Para chegar ao resultado, é preciso saber qual operação usar (soma ou subtração)	Com várias possibilidades de chegar ao valor final, o aluno tem mais autonomia e o pensamento fica menos engessado
RESOLUÇÃO	Está diretamente ligada à operação proposta no enunciado	Está atrelada à análise das informações e à criação de procedimentos próprios
INTERAÇÃO COM O ALUNO	Cabe ao professor validar ou não a resposta encontrada	O professor propõe discussões em grupo e o aluno tem recursos para justificar seus procedimentos
REGISTRO	Conta armada	O percurso do raciocínio é valorizado, seja ele feito com contas parciais, armadas ou não, desenho de pauzinho ou outra estratégia

Fontes: Lúcia Mesquita e Virgínia Villaça, professoras do Ensino Fundamental do Colégio Santa Cruz, em São Paulo

3 ENCARTE ESPECIAL MATEMÁTICA

Os diferentes caminhos para a resolução de problemas

Você pode usar a teoria do campo conceitual – da qual o campo aditivo faz parte – para melhor organizar as práticas em sala de aula: nos problemas apresentados, observe se os significados envolvidos estão sendo explorados. Dessa forma, as crianças percebem que diferentes situações podem ser resolvidas pelo uso de uma mesma operação. Acompanhe a seguir alguns exemplos de problemas.

TRANSFORMAÇÃO POSITIVA DE UM ESTADO INICIAL

EXEMPLO

Marina tinha 20 figurinhas e ganhou 15 num jogo. Quantas figurinhas ela tem agora?

OBSERVAÇÃO

acrescentar

VARIAÇÕES

Marina tinha algumas figurinhas, ganhou 15 num jogo e ficou com 35. Quantas figurinhas ela tinha?

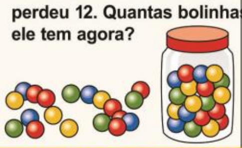
$? \xrightarrow{+\;15} 25$

Marina tinha 20 figurinhas. Ganhou algumas e ficou com 35. Quantas figurinhas ela ganhou?

$20 \xrightarrow{+\;?} 35$

TRANSFORMAÇÃO NEGATIVA DE UM ESTADO INICIAL

Pedro tinha 37 bolinhas, mas perdeu 12. Quantas bolinhas ele tem agora?



tirar

Pedro tinha várias bolinhas, perdeu 12 e agora tem 25. Quantas bolinhas ele tinha antes?

$? \xrightarrow{-\;12} 25$

Na semana passada, Pedro tinha 37 bolinhas. Hoje tem 25. O que aconteceu no decorrer da semana?

$37 \xrightarrow{-\;?} 25$

COMBINAÇÃO DE MEDIDAS

Numa classe, há 15 meninos e 13 meninas. Quantas crianças há ao todo?

juntar

Em uma classe de 28 alunos, há alguns meninos e 13 meninas. Quantos são os meninos?

$\left.\begin{matrix}13\\ ?\end{matrix}\right\} 28$

Em uma classe de 28 alunos, 15 são meninos. Quantas são as meninas?

$\left.\begin{matrix}?\\ 15\end{matrix}\right\} 28$

COMPARAÇÃO

Paulo tem 13 carrinhos e Carlos tem 7 a mais que ele. Quantos carrinhos tem Carlos?

comparar

Paulo tem 13 carrinhos, e Carlos, 20. Quantos carrinhos a mais Paulo precisa para ter o mesmo que Carlos?

13 ? 20

Carlos tem 20 carrinhos. Paulo tem 7 a menos que ele. Quantos carrinhos tem Paulo?

20 7 ?

COMPOSIÇÃO DE TRANSFORMAÇÕES

No início do jogo, Flávia tinha 42 pontos. Ela ganhou 10 pontos e, em seguida, mais 25. O que aconteceu com seus pontos no fim?

acrescentar/acrescentar

tirar/tirar

acrescentar/tirar

No início do jogo, Flávia tinha 42 pontos. Ela perdeu 10 pontos e, em seguida, perdeu mais 25. O que aconteceu com seus pontos no fim?

$42 \xrightarrow{-\;10} \xrightarrow{-\;25} ?$

No início do jogo, Flávia tinha 42 pontos. Ela ganhou 10 pontos e, em seguida, perdeu 25. O que aconteceu com seus pontos no fim?

$42 \xrightarrow{+\;10} \xrightarrow{-\;25} ?$

ILUSTRAÇÕES CÉLLUS

Fonte: Célia Maria Carolino Pires, professora titular do Departamento de Matemática, coordenadora do curso de Licenciatura em Matemática e professora do Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática da PUC-SP

RECORTE E COLECIONE

complemento. Outro jeito é começar do 48 e ir subtraindo até alcançar o 29. Há a possibilidade de escolher um número qualquer e ir ajustando as hipóteses até chegar ao 48, obtendo o valor final através de sucessivas adições. Não é difícil que os menos experientes nessas operações optem por desenhar pauzinhos, contar nos dedos ou ainda procurem os números com a ajuda de uma tabela.

"As crianças não resolvem problemas só quando já têm um modelo pronto", lembra Célia Maria Carolino Pires, coordenadora do curso de licenciatura em Matemática da Pontifícia Universidade Católica de São Paulo. As estratégias encontradas, a maneira como defendem ou validam o que fizeram e a comparação com as soluções dos colegas têm tanto ou mais valor que o resultado certo. Célia ressalta a importância de o professor socializar com a classe as soluções encontradas pelos alunos. "Essa prática ajuda as crianças a perceber as diferentes formas de encontrar a solução e permite que elas façam as escolhas dos procedimentos mais práticos e econômicos."

QUER SABER +?

CONTATO

Colégio Santa Cruz, Av. Arruda Botelho, 255, 05466-000, São Paulo, SP, tel. (11) 3024-5199

BIBLIOGRAFIA

A Matemática na Escola: Aqui e Agora, Delia Lerner, 192 págs., Ed. Artmed, tel. 0800-703-3444, 42 reais

Aprender Matemática Resolvendo Problemas, Vania Marincek e Zélia Cavalcanti (coord.), 86 págs., Ed. Artmed, 30 reais

Cadernos da TV Escola – PCN na Escola, disponíveis na internet em portal.mec.gov.br/seed/arquivos/pdf/matematica1.pdf

Didática das Matemáticas, Jean Brun (dir.), 280 págs., Ed. Instituto Piaget, tel. (51) 3371-3383, 65,90 reais

Ensinar Matemática na Educação Infantil e nas Séries Iniciais – Análise e Propostas, Mabel Panizza e colaboradores, 188 págs., Ed. Artmed, 40 reais

EXCLUSIVO ON-LINE

Veja vídeos no site de projetos de NOVA ESCOLA www.novaescola.org.br

Do pensamento ao conceito

ARQUIVO PESSOAL

O psicólogo francês Gérard Vergnaud valoriza os caminhos que o aluno percorre para solucionar um problema. Discípulo de Jean Piaget (1896-1908) e Lev Vygotsky (1896-1934), Vergnaud sugere que diversas áreas do conhecimento sejam ensinadas sob a perspectiva dos campos conceituais, que nada mais são do que a apreensão progressiva de conceitos por meio de um conjunto variado de problemas, conteúdos, situações, estruturas e relações. Em Matemática, ele concebeu as estruturas aditivas e as multiplicativas. Aqui, os principais trechos da entrevista dada pelo psicólogo, por e-mail, a NOVA ESCOLA.

Por que é importante pensar adição e subtração sob o enfoque do campo aditivo?

Porque não se pode entender separadamente o desenvolvimento cognitivo e o aprendizado de um conceito. Desenvolvemos conceitos e representamos objetos e pensamentos por meio de suas características gerais, para enfrentar situações. E sempre há uma variedade enorme de situações envolvidas na formação de um conceito – e também uma variedade de conceitos envolvidos no entendimento de uma situação. Juntos, eles formam sistemas progressivamente organizados, que devem ser estudados ao mesmo tempo.

O que o levou a incluir os problemas matemáticos nessa perspectiva?

As primeiras idéias das crianças a respeito de adição e subtração se desenvolvem entre 4 e 6 anos. No entanto, existem problemas que implicam apenas uma adição e que muitos alunos não conseguem entender, mesmo depois de concluir o primeiro ciclo do Ensino Fundamental. Pior: às vezes eles desenvolvem idéias erradas sobre determinados conceitos. Então, é útil tentar classificar essas situações e analisar as dificuldades e os obstáculos epistemológicos encontrados por esses estudantes.

Quais as dificuldades dos alunos para compreender problemas de adição e subtração?

O mais comum é não saber o que fazer quando o estado inicial ou a transformação são desconhecidos, pois geralmente se pede o valor final, que é sempre maior do que o inicial. Alguns ficam em dúvida quando a transformação é uma subtração. Outro ponto é a resistência em conceber, num mesmo raciocínio, operações com números de sinais diferentes (negativo e positivo).

Por que o conceito de campo aditivo ainda é pouco utilizado nas escolas?

A teoria não é difícil, mas ela não corresponde ao senso comum, formado pelos protótipos que também os professores aprenderam e continuam a ter em mente sobre adição e subtração. O conceito de campo aditivo precisa ser explicado com cuidado, com muitos exemplos.

Essa forma de ensinar pode ser usada em quais áreas?

Em estruturas multiplicativas com certeza, mas também em álgebra, geometria e em outros conteúdos que não são da Matemática, como Biologia, moral e ética, compreensão de textos e competências profissionais – e sempre que você precisar fazer análises e pesquisas específicas.

RECORTE E COLECIONE

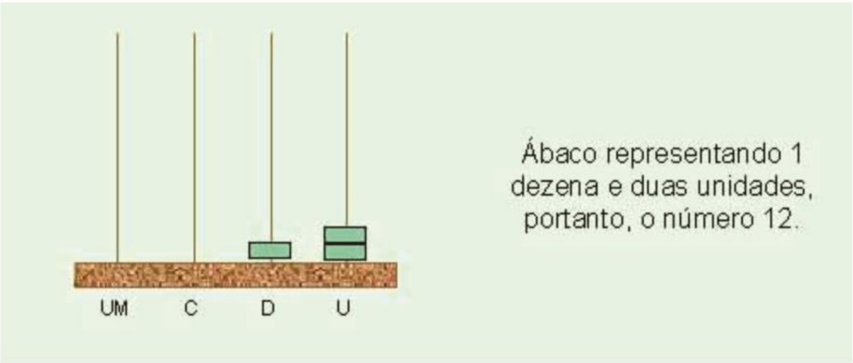
ANEXO D

ÁBACO DE PINO

Introdução

O ábaco de pinos é um material utilizado como recurso para o trabalho de Matemática, para desenvolver atividades envolvendo o Sistema de Numeração Decimal, a base 10 e o valor posicional dos algarismos, além das 4 operações (com mais ênfase na adição e na subtração).

Este material é de origem oriental e tem como referência as contagens realizadas por povos antigos.



No ábaco, cada pino equivale a uma posição do Sistema de Numeração Decimal, sendo que o 1º, da direita para a esquerda representa a unidade, e os imediatamente posteriores representam a dezena, centena, unidade de milhar e assim por diante.

De acordo com a base 10 do sistema indo-arábico, cada vez que se agrupam 10 peças em um pino, deve-se retirá-las e trocá-las por uma peça que deverá colocada no pino imediatamente à esquerda, representando 1 uma unidade da ordem subseqüente.

O ábaco de pinos tem uma grande vantagem frente ao ábaco horizontal, pela possibilidade de movimentação das peças, que podem ser retiradas e não só "passadas" de um lado para outro, como no ábaco horizontal. Nas atividades de subtração, essa estratégia facilita muito o manuseio do aluno, que necessita retirar e reagrupar peças em diferentes posições.

Por ser um material bastante prático, ele pode também ser feito com materiais de sucata. Embora não tenha tanta durabilidade quanto os ábacos de madeira (que podem ser construídos por pais ou encomendados para marceneiros), pode constituir uma alternativa para o problema de falta de material. Para a base podem ser usadas caixas de sapato, formas de ovos, bandejas de isopor, retângulos de madeira ou algo semelhante, onde possam ser fixados palitos de churrasco, lápis de escrever, objetos retos que sirvam como pinos. Se necessário pode-se passar cola nas bases para que os "pinos" fiquem firmes e não caiam durante a realização das atividades. Para servir de roscas, podem ser usadas tampinhas de refrigerante (de preferência aquelas antigas de chapinha de ferro amassadas e furadas no meio), canudinhos de refrigerante cortados em pequenos pedaços, ou mesmo arruelas e porcas de mecânicos. O professor pode usar seus próprios recursos e descubrir outras possibilidades de confeccionar o ábaco com seus alunos.

A seguir, são apresentadas algumas atividades onde é possível introduzir o material, e principalmente o conceito da base 10 e do valor posicional:

Nunca 10

Objetivos:

- Construir o significado de Sistema de Numeração Decimal explorando situações-problema que envolvam contagem;

- Compreender e fazer uso do valor posicional dos algarismos, no Sistema de Numeração Decimal.

Material:

Ábaco de pinos – 1 por aluno

2 dados por grupo

Metodologia:

Os alunos divididos em grupos deverão, cada um na sua vez, pegar os dois dados e jogá-los, conferindo o valor obtido. Este valor deverá ser representado no ábaco. Para representá-lo deverão ser colocadas argolas correspondentes ao valor obtido no primeiro pino da direita para a esquerda (que representa as unidades). Após todos os alunos terem jogado os dados uma vez, deverão jogar os dados novamente, cada um na sua vez.

Quando forem acumuladas 10 argolas (pontos) no pino da unidade, o jogador deve retirar estas 10 argolas e trocá-las por 1 argola que será colocada no pino seguinte, representando 10 unidades ou 1 dezena. Nas rodadas seguintes, os jogadores continuam marcando os pontos, colocando argolas no primeiro pino da esquerda para a direita (casa das unidades), até que sejam acumuladas 10 argolas que devem ser trocadas por uma argola que será colocada no pino imediatamente posterior, o pino das dezenas.

Vencerá quem colocar a primeira peça no terceiro pino, que representa as centenas.

Com esta atividade inicial, é possível chamar a atenção dos alunos para o fato do agrupamento dos valores, e que a mesma peça tem valor diferente de acordo com o pino que estiver ocupando.

Possivelmente seja necessário realizar esta atividade mais de uma vez. É importante que os alunos possam registrá-la em seus cadernos, observando as estratégias e os pontos obtidos por cada um dos jogadores, etc.

Contando os objetos

Objetivos:

- Realizar contagens, utilizando a correspondência biunívoca (um a um);

- Construir o significado de Sistema de Numeração Decimal explorando situações-problema que envolvam contagem;

- Compreender e fazer uso do valor posicional dos algarismos, no Sistema de Numeração Decimal.

Material:

objetos

ábaco de pinos (1 por aluno)

Metodologia:

Poderão ser selecionados na classe objetos (lápis de cor, giz, pedaços coloridos de papel, borrachas, etc.) em quantidades superiores a 10 unidades, ou poderá ser pedido aos alunos que tragam objetos (bolinhas de gude, figurinhas, botões, tampinhas, moedas, etc.) de casa para montar uma "coleção". Os alunos deverão contar esses objetos, a princípio um a um, registrando a quantidade obtida no ábaco (lembrando que não podem deixar mais de 10 argolas num mesmo pino). Posteriormente, os alunos deverão encontrar outras formas de contar a quantidade de objetos que possuem. Pode-se propor ou aceitar contagens de 2 em 2, de 3 em 3, de 4 em 4..., até que os alunos percebam que quando têm quantidades maiores que 10, podem registrá-las diretamente no pino das dezenas.

Operações

Objetivos:

- Compreender e utilizar as técnicas operatórias para adição e subtração com trocas e reservas;

- Compreender e fazer uso das regras do Sistema de Numeração Decimal;

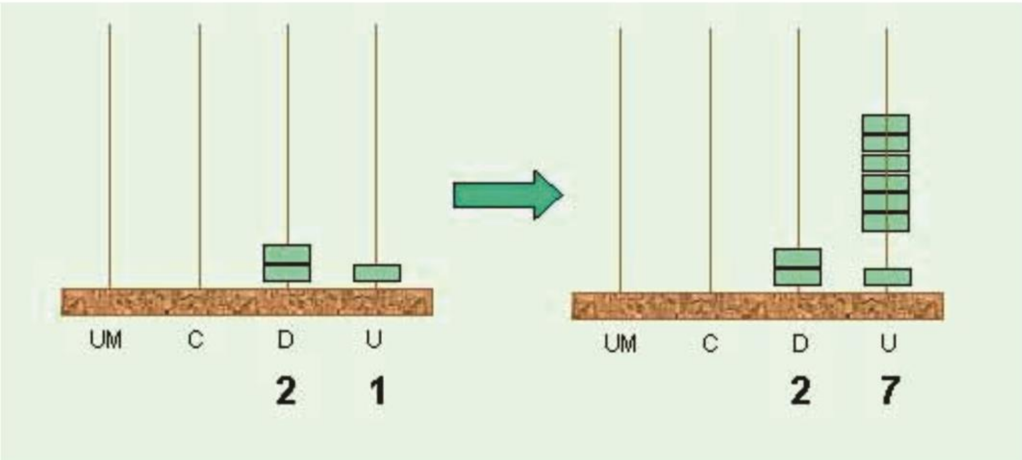
- Fazer uso de material semi simbólico para registro de cálculos de adição e subtração;

Metodologia:

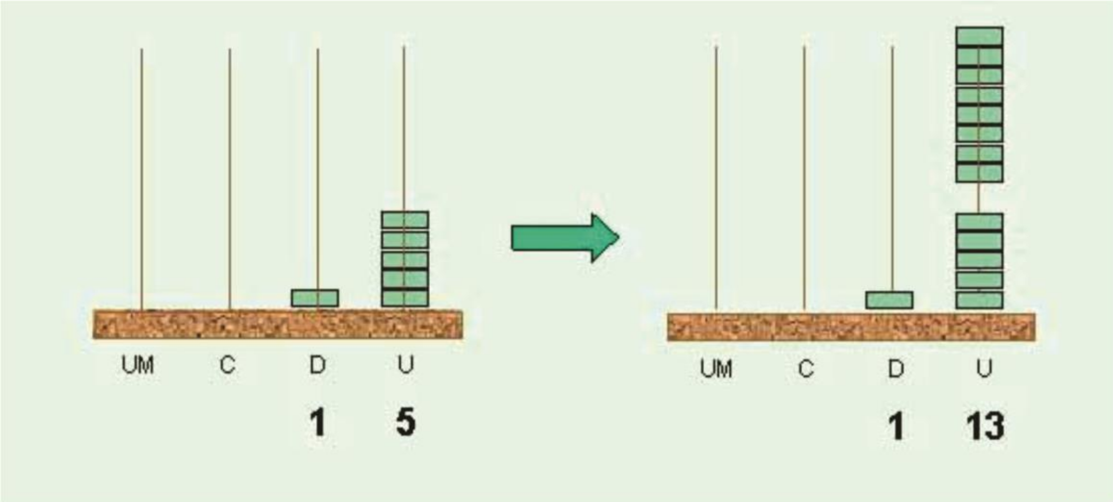
Para iniciar o uso do ábaco como suporte nas operações, é adequado que sejam propostas contas simples. Por exemplo:

21 + 6

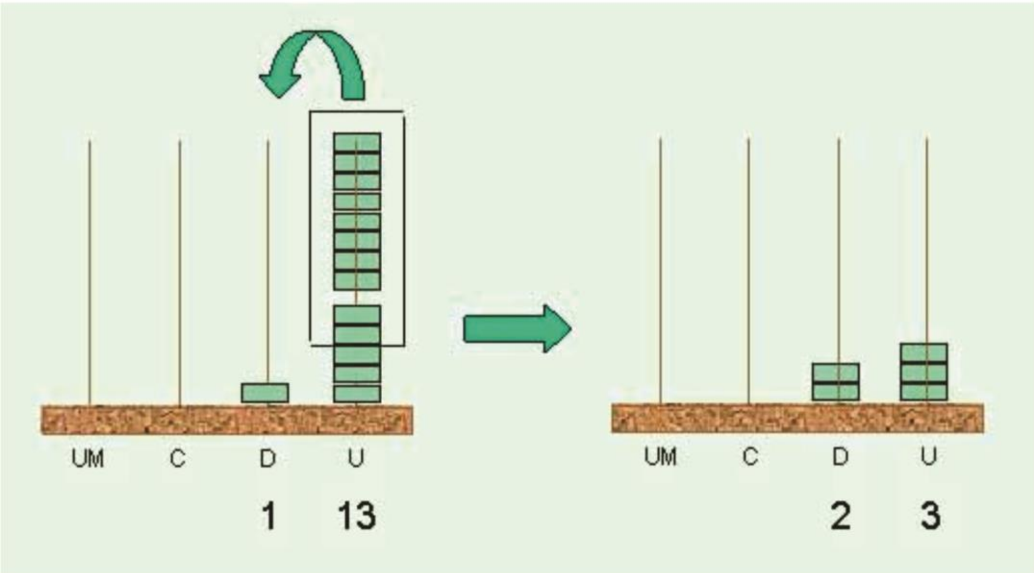
Inicia-se a operação colocando no ábaco o número de argolas correspondentes à quantidade representada pelo primeiro numeral, 21. Portanto uma argola deverá ser colocada no primeiro pino da direita para a esquerda (onde são colocadas as unidades) e duas argolas deverão ser colocadas no segundo pino da direita para a esquerda (onde são colocadas as dezenas). Em seguida, coloca-se o número de argolas correspondentes à quantidade representada pelo segundo numeral; portanto deverão ser colocadas 6 argolas no primeiro pino (das unidades) . Faz-se a contagem encontrando 7 argolas no primeiro pino (7 unidades), e 2 argolas no segundo pino (2 dezenas), somando 27 argolas ou unidades.



O próximo desafio será somar os valores 15 + 8.

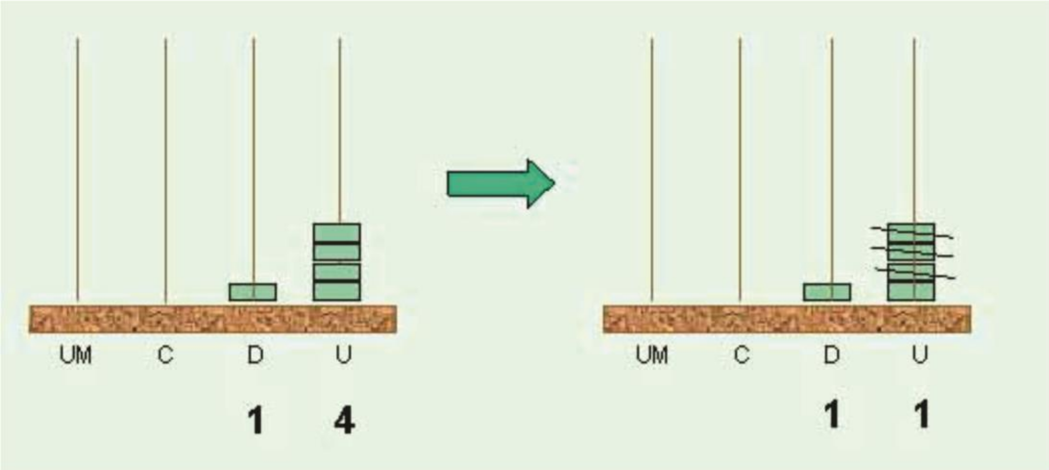


Como a regra é não deixar mais de 10 argolas em um mesmo pino, e 13 é mais que 10, dessa forma, 10 das 13 argolas devem ser retiradas do primeiro pino e trocadas por uma argola que será colocada no segundo pino, representando 10 unidades (1 dezena):



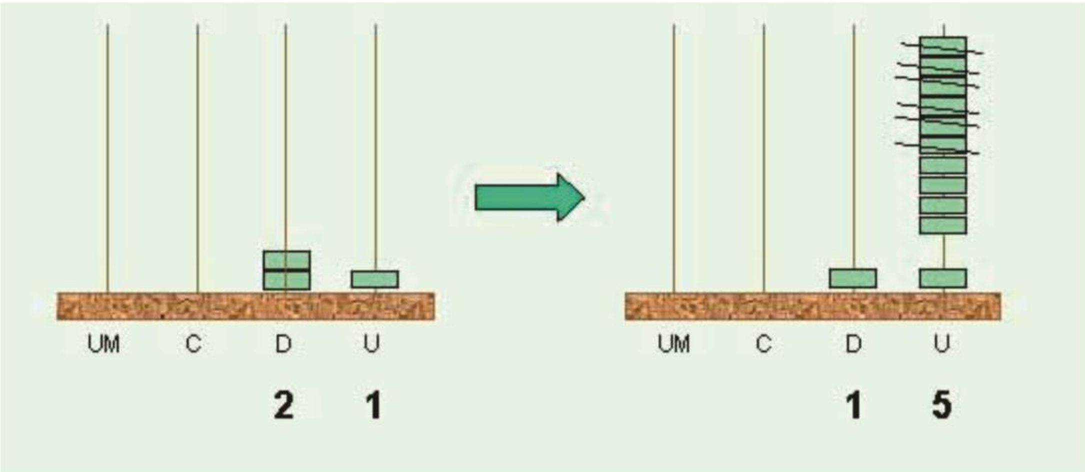
As atividades de subtração envolvem o raciocínio inverso da adição:

14 – 3



A subtração com reserva ou troca, requer um pouco mais de cuidado. Onde há na adição a troca das unidades para a dezena, haverá na subtração a necessidade de decompor as dezenas (ou centenas dependendo da operação) novamente em unidades (ou na casa imediatamente à direita). Por exemplo:

21 – 6



O trabalho com a centena e a unidade de milhar é semelhante, tendo apenas a diferença da quantidade, que também pode requerer um trabalho mais apurado por conta da abstração da quantidade e do reconhecimento dos valores.

Depois do trabalho com o material ábaco concreto, pode-se passar a registrar o ábaco em forma de desenho, parecido com o que vem aqui apresentado, pois o ábaco é justamente a transição do material concreto - como o material dourado que tem o valor em si mesmo nas peças -, e os símbolos e algoritmos, que são a representação da quantidade de forma simbólica.

Referência Bibliográfica:

Disponível em "http://paje.fe.usp.br/~labmat/edm321/1999/material/_private/abaco.htm", acesso em 11/10/11.:

ANEXO E

Os berços da civilização 3000-525 a.c.

Perto do final da Idade da Pedra, em certas partes do mundo, os povos foram impelidos para uma agricultura intensiva e em grande escala, em virtude de mudanças no clima do mundo. As vastas e ervosas savanas onde os caçadores da Idade da Pedra viviam começaram a se contrair no fim do período Neolítico, como acontece ainda hoje. em alguns lugares, as florestas em expansão começaram a invadir as savanas; em outros lugares as savanas se tornaram áridas e sem vida, transformando-se em desertos. conforme seu meio ambiente mudava, o homem adaptava-se como podia.

Na europa, sul da África, sudeste da Ásia e a leste das Américas do Norte e do Sul, os povos deslocaram-se para novas florestas e tornaram-se caçadores dos bosques, o que requeria uma adaptação menor

Eves, 2002, pg52

Nos crescentes desertos do norte da África, do Oriente Médio e da Ásia central, porém, a transformação não foi tão simples. conforme a vegetação murchava e os ribeiros secavam, conforme dunas de areia enormes punham-se em marcha a partir dos centros dos novos desertos, os animais que haviam vivido nessas regiões deixavam-nas, abrindo caminho para algum oásis, e seguindo em frente quando o oásis secava.

Os homens seguiam os animais em sua fuga ante o avanço das imensas dunas, eventualmente estabelecendo-se nas margens dos desertos em regiões úmidas semelhantes a oásis. esses novos lugares eram como cisternas para todas as formas de vida, incluindo os seres humanos, e grande número de homens e mulheres passaram a viver neles depois de sua fuga do deserto.

Eves, 2002, pg52

Na África, com o avanço do deserto do Sahara, que fora outrora uma pradaria ondulante, o vale do rio Nilo oferecia água para os animais que migravam e para seus caçadores humanos. No Oriente Médio, os rios Tigre e eufrates, dividindo um único vale, formavam uma cisterna para aqueles que fugiam do crescente deserto Árabe. O vale do rio Indo, na periferia do deserto de Thar na Índia e o vale do rio Amarelo na china, junto ao deserto de Gobi, também erviam de cisternas. Nas Américas, embora em época posterior, a planície costeira do Pacífico tornou-se seca e murcha, e os povos escalaram os altos picos da serra Madre no México e América central e os Andes no Peru e na colômbia onde as montanhas elevadas arranhavam as nuvens e a chuva rompia livre.

Hoje verifica-se um processo de desertificação semelhante e em escala terrível na África, onde o Saara outra vez avança e os povos das pastagens ressequidas são empurrados para campos de refugiados ao longo do rio Niger e do alto Nilo

Eves, 2002, pg52

As civilizações que emergiram dessas cisternas diferiam amplamente das sociedades de caçadores/colhedores da Idade da Pedra. A densidade populacional tornara-se alta demais para permitir que se continuasse sobrevivendo como caçadores e colhedores. Para se precaverem da fome, os povos desses lugares tiveram de encontrar outros meios de obter alimentos. Não é de surpreender, pois, que se voltassem para a agricultura intensiva que podia alimentar populações de até 40 pessoas por milha quadrada. Isso foi uma espécie de “Revolução Agrícola” que precipitou profundas modificações culturais.

Eves, 2002, pg53

Uma das mudanças foi a criação da escrita. O cultivo da terra significou irrigação dos vales do norte da África e do Oriente Médio onde a chuva era muito escassa; as periódicas cheias do Amarelo, do Nilo, do Tigre e do eufrates significaram construções de barragens — atividade que requeria não só cooperação e a arte da engenharia como também, igualmente, um sistema de preservação de registros. Os agricultores precisavam saber quando as enchentes ou a estação das chuvas chegariam, e isso significava calendários e almanaques. Os proprietários de terra mantinham anotações escritas sobre a produção agrícola e traçavam mapas que especificavam as valas de irrigação. Os agricultores rezavam aos deuses para que as cheias e as chuvas pudessem vir conforme as tabelas e, no processo, observavam o movimento das estrelas. Todas essas atividades deram origem a novas classes de homens educados: sacerdotes, escribas e astrólogos.

Eves, 2002, pg53

Junto com a capacidade de ler e escrever veio a necessidade de novas tecnologias. Os primeiros engenheiros planejaram barragens e sistemas de irrigação. Os arados de metal eram melhores do que os de madeira; o homem aprendeu a forjar o bronze por volta de 3000 a.c. e o ferro por volta de 1100 a.c. A necessidade de instrumentos especializados gerou a necessidade de mais uma nova classe social: os artesãos especializados.

Eves, 2002, pg53

Outra importante mudança foi a adoção de um estilo de vida sedentário. Ao contrário dos caçadores e colhedores, os agricultores não precisavam viajar grandes distâncias à procura de alimentos. eles construíam aldeias e vilas permanentes e pequenas cidades brotavam ao longo das margens dos rios. Perto de 2500 a.c. as cidades de Mênfis e Tebas despontavam como as metrópoles líderes do egito; não muito depois o faraó Pepi II (?-c. 2200 a.c.) construiu a cidade de Heracleópolis para ser sua capital. No vale do Tigre e do eufrates, despontou primeiro a cidade de ur, por volta de 3000 a.c. embora pequenas para as padrões modernos, essas primeiras cidades se agigantavam em face dos antigos lugarejos do Neolítico. ur tinha 24 000 habitantes e uma área de 150 acres. As cidades propiciavam condições para mercados onde agricultores e artesãos podiam trocar bens, surgindo daí, para facilitar o processo, uma classe de mercadores.

Eves, 2002, pg53

Pela primeira vez na história, alguns povos tinham tempo de lazer. enquanto os agricultores, que formavam a maioria da população durante a Revolução Agrícola, gastavam o dia todo no trabalho, outras pessoas — reis, sacerdotes, mercadores e escribas — tinham tempo ao fim do dia para ponderar sobre os mistérios da natureza e da ciência. Por fim, todos os ingredientes para o progresso científico estavam reunidos: escrita, necessidade de novas tecnologias, ambientes urbanos e tempo de lazer. É natural, portanto, que os historiadores se refiram ao egito, à Índia, à china e ao Oriente Médio antigo como "berços da civilização". (Os desertos nas Américas apareceram mais tarde do que os do hemisfério oriental; daí porque a Revolução Agrícola no ocidente demorou mais a vir. Hoje, porém, os historiadores reconhecem que o México e o Peru, durante os dias dos maias e dos incas, e seus antepassados, também foram "berços da civilização".)

Eves, 2002, pg53-54

O Oriente antigo

A matemática primitiva necessitava de um embasamento prático para se desenvolver, e esse embasamento veio a surgir com a evolução para formas mais avançadas de sociedade. Foi ao longo de alguns dos grandes rios da África e da Ásia que se deu o aparecimento de novas formas de sociedade: o Nilo na África, o Tigre e o eufrates na Ásia Ocidental, o Indo e depois o Ganges no sul da Ásia central e o Howang Ho e depois o Yangtze na Ásia Oriental. com a drenagem de pântanos, o controle de inundações e a irrigação era possível transformar as terras ao longo desses rios em regiões agricultáveis ricas. Projetos extensivos dessa natureza não só serviram para ligar localidades anteriormente separadas, como também a engenharia, o financiamento e a administração desses projetos, e os propósitos que os motivaram requeriam o desenvolvimento de considerável tecnologia e da matemática concomitante.

Eves, 2002, pg54

Assim, pode-se dizer que a matemática primitiva originou-se em certas áreas do Oriente Antigo primordialmente como uma ciência prática para assistir a atividades ligadas à agricultura e à engenharia. Essas atividades requeriam o cálculo de um calendário utilizável, o desenvolvimento de um sistema de pesos e medidas para ser empregado na colheita, armazenamento e distribuição de alimentos, a criação de métodos de agrimensura para a construção de canais e reservatórios e para dividir a terra e a instituição de práticas financeiras e comerciais para o lançamento e a arrecadação de taxas e para propósitos mercantis

Eves, 2002, pg57

A ênfase inicial da matemática ocorreu na aritmética e na mensuração práticas. uma arte especial começou a tomar corpo para o cultivo, aplicação e ensino dessa ciência prática. Nesse contexto, todavia, desenvolvem-se tendências no sentido da abstração e, até certo ponto, passou-se então a estudar a ciência por si mesma. Foi dessa maneira que a álgebra evolveu ao fim da aritmética e a geometria teórica originou-se da mensuração.

Eves, 2002, pg57

Referência

EVES, H. Introdução à história da matemática . Campinas: Editora da Unicamp, 2002.

ANEXO F

Campo Multiplicativo

Ideias

- Primeiro você apresenta a situação-problema. Só depois de ela ser elaborada pelos alunos é possível começar a discussão sobre as possíveis estratégias para resolvê-la
- O aluno pode não ter familiaridade com o algoritmo nem perceber que a adição repetida faz parte do caminho para a multiplicação,mas vai se apropriando da operação com as ferramentas que já possui

Trabalhar com diferentes enunciados

- Dezessete balas são divididas entre 5 crianças.Quantas balas ganha cada uma se os doces forem distribuídos igualmente?
- 17 balas foram distribuídas igualmente entre um número de crianças, cada uma ficou com 3 e sobraram 2. Quantas crianças havia?

Conceitos:

- a proporcionalidade,
- a organização retangular e
- a combinatória

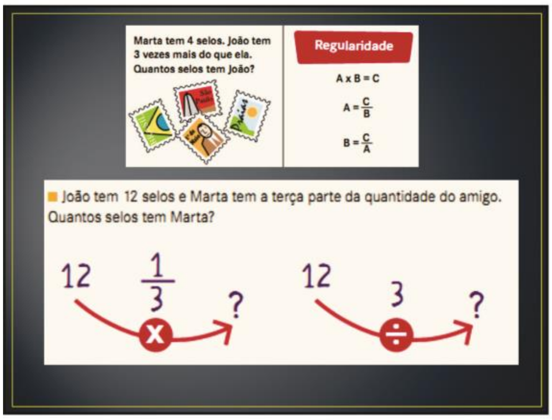
Proporcionalidade

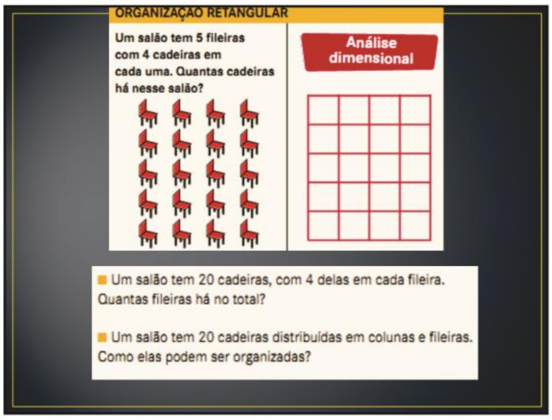
- Trabalha com a regularidade entre elementos de uma tabela
- Ex.: Se um pacote tem 5 figurinhas, 2 pacotes têm 10, 3 pacotes têm 15 etc.
- Ex. inversa: uma caixa d'água tem seu volume diminuído pela metade a cada semana. Quanto tempo levará para chegar a 1/8 de sua capacidade total?

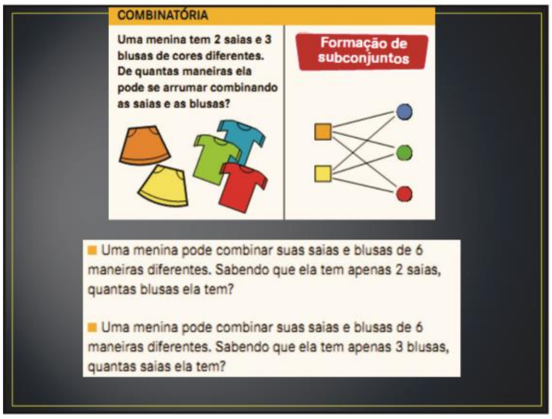
EXEMPLO	OBSERVAÇÃO
Na festa de aniversário de Carolina, cada criança levou 2 refrigerantes. Ao todo, 8 crianças compareceram à festa. Quantos refrigerantes havia?	Regularidade A está para B na mesma medida em que C está para D

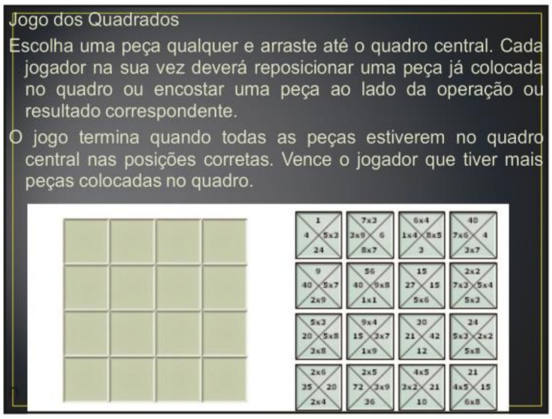
VARIAÇÕES

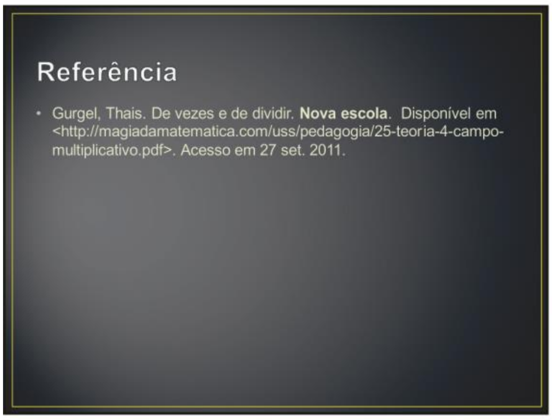
- 8 crianças levaram 16 refrigerantes ao aniversário de Carolina. Se todas as crianças levaram a mesma quantidade de bebida, quantas garrafas levou cada uma?
- Numa festa foram levados 16 refrigerantes pelas crianças e cada uma delas levou 2 garrafas. Quantas crianças havia?
- 4 crianças levaram 8 refrigerantes à festa. Supondo que todas levaram o mesmo número de garrafas, quantos refrigerantes haveria se 8 crianças fossem à festa?


Marta tem 4 selos. João tem 3 vezes mais do que ela. Quantos selos tem João?
Regularidade
A x B = C
A = C/B
B = C/A
João tem 12 selos e Marta tem a terça parte da quantidade do amigo. Quantos selos tem Marta?
12 1/3 ?
12 3 ?


ORGANIZAÇÃO RETANGULAR
Um salão tem 5 fileiras com 4 cadeiras em cada uma. Quantas cadeiras há nesse salão?
Análise dimensional
Um salão tem 20 cadeiras, com 4 delas em cada fileira. Quantas fileiras há no total?
Um salão tem 20 cadeiras distribuídas em colunas e fileiras. Como elas podem ser organizadas?


COMBINATÓRIA
Uma menina tem 2 saias e 3 blusas de cores diferentes. De quantas maneiras ela pode se arrumar combinando as saias e as blusas?
Formação de subconjuntos
Uma menina pode combinar suas saias e blusas de 6 maneiras diferentes. Sabendo que ela tem apenas 2 saias, quantas blusas ela tem?
Uma menina pode combinar suas saias e blusas de 6 maneiras diferentes. Sabendo que ela tem apenas 3 blusas, quantas saias ela tem?


Jogo dos Quadrados
Escolha uma peça qualquer e arraste até o quadro central. Cada jogador na sua vez deverá reposicionar uma peça já colocada no quadro ou encostar uma peça ao lado da operação ou resultado correspondente.
O jogo termina quando todas as peças estiverem no quadro central nas posições corretas. Vence o jogador que tiver mais peças colocadas no quadro.


Referência
Gurgel, Thais. De vezes e de dividir. Nova escola. Disponível em <http://magiadamatematica.com/uss/pedagogia/25-teoria-4-campo-multiplicativo.pdf>. Acesso em 27 set. 2011.

ANEXO G

CANTANDO
A TABUADA
Do 2
Melodia: CIRANDA CIRANDINHA

Ciranda , cirandinha
Vamos já memorizar
A tabuada do dois
Que agora vou cantar
1 x 2 resulta dois
2 x 2 dá sempre quatro
3 x 2 lá vem o seis
4 x 2 oito no ato
Essa nova tabuada
É bem fácil de aprender
De um jeitinho bem gostoso
É assim que vou dizer !
5 x 2 lembra o dez
6 x 2 doze tem vez
7 x 2 dá o quatorze
8 x 2 dá dezesseis
Por isso criançada
Preste muita atenção
Nestes versos bem bonitos
Dessa mágica canção
9 x 2 dá o dezoito
10 x 2 pense no vinte
E assim cantarolando
Tudo fica em sua mente.

Do 3
Melodia: A BARATA DIZ QUE TEM

A barata diz que sabe
A tabuada do três
É mentira da barata
Ela erra toda vez
Há há há
Hó hó hó
Ela erra toda vez (BIS)
1 x 3 dá três
2 x 3 seis tem pose

3 x 3 dá nove
4 x 3 resulta doze
há há há
hó hó hó
4 x 3 resulta doze (BIS)
5 x 3 são quinze
6 x 3 dezoito é fato
7 x 3 vinte e um
8 x 3 vinte e quatro
há há há
hó hó hó
8 x 3 vinte e quatro (BIS)
e como é que termina
a tabuada do três
9 x 3 vinte e Sete
10 x 3 quanto é que dá
há há há
hó hó hó
trinta é fácil de lembrar (BIS)

Do 4
Melodia: A carrocinha pegou

A tabuada do quatro
Eu vou logo aprender (BIS)
1 x 4 sempre é quatro
2 x 4 é que dá oito
3 x 4 dá sempre doze
4 x 4 dá dezesseis
A tabuada do quatro
Eu vou logo aprender(BIS)
5 x 4 dá vinte
6 x 4 dá vinte e quatro
7 x 4 dá vinte e oito
8 x 4 dá trinta e dois
A tabuada do quatro
Eu vou logo aprender(BIS)
9 x 4 é trinta e seis
10 x 4 é que são quarenta
É gostoso cantar
Quero ver se você tenta.

Do 5
Melodia: Escravos de Jó

De 5 em cinco vamos saltear
Pense, cante, deixe rolar
É 5, é 10, é 15, é 20 e 25
É 30, é 35, e 40 tem também
Depois do quarenta, o que será que tem
Pense, cante, tenta dizer
45 e 50
é fácil de aprender.

Do 6
Melodia: Eu sou pobre, pobre, pobre

A tabuada do seis
Vou agora recitar
Vamos logo coleguinhas
Todos a cantar
2 x 6 resulta doze
3 x 6 dá dezoito
4 x 6 vinte e quatro
Bauru está no prato
5 x 6 são trinta
6 x 6 trinta e seis
7 x 6 quarenta e dois
Bife com arroz
8 x 6 quarenta e oito
9 x 6 cinqüenta e quatro
10 x 6 são sessenta
Queijo com polenta
É muito bom amiguinhos
Essa música cantar
O problema é que agora
Fome vai nos dar .

Do 7
Melodia: ENTREI NA RODA

Refrão:
Ai eu entrei aqui

Para cantar a lei do Sete
Vou mostrar pra todo mundo
O que eu aprendi neste bimestre
2 x 7 são quatorze
3 x 7 vinte e um
4 x7 vinte e oito
Aposto não erro nenhum
5 x 7 trinta e cinco
6 x 7 quarenta e dois
7 x 7 quarenta e Nove
O que será que vem depois?
8 x7 cinqüenta e seis
9 x 7 sessenta e três
10 x 7 são setenta
Consegui e passo a vez !

Do 8
Melodia: Samba lelê

A tabuada do oito
Eu vou agora cantar
Basta pensar um pouquinho
Para as frases lembrar
1 x 8 sempre dá oito
2 x 8 dá dezesseis
3 x 8 é vinte e quatro
tem também na tabuada do seis
A tabuada do oito
Não mete medo em ninguém
Tiro um tempinho e canto
Vou é me dar muito bem.
4 x 8 trinta e dois
5 x 8 é quarenta, sim
6 x 8 quarenta e oito
Estou chegando perto do fim
A tabuada do oito
nunca mais vou esquecer
este sambinha gostoso
Vai me fazer aprender
7 x 8 cinqüenta e seis
8 x 8 sessenta e quatro
9 x 8 setenta e dois
10 x 8 oitenta e eu passo !

Do 9
Melodia: Polegares

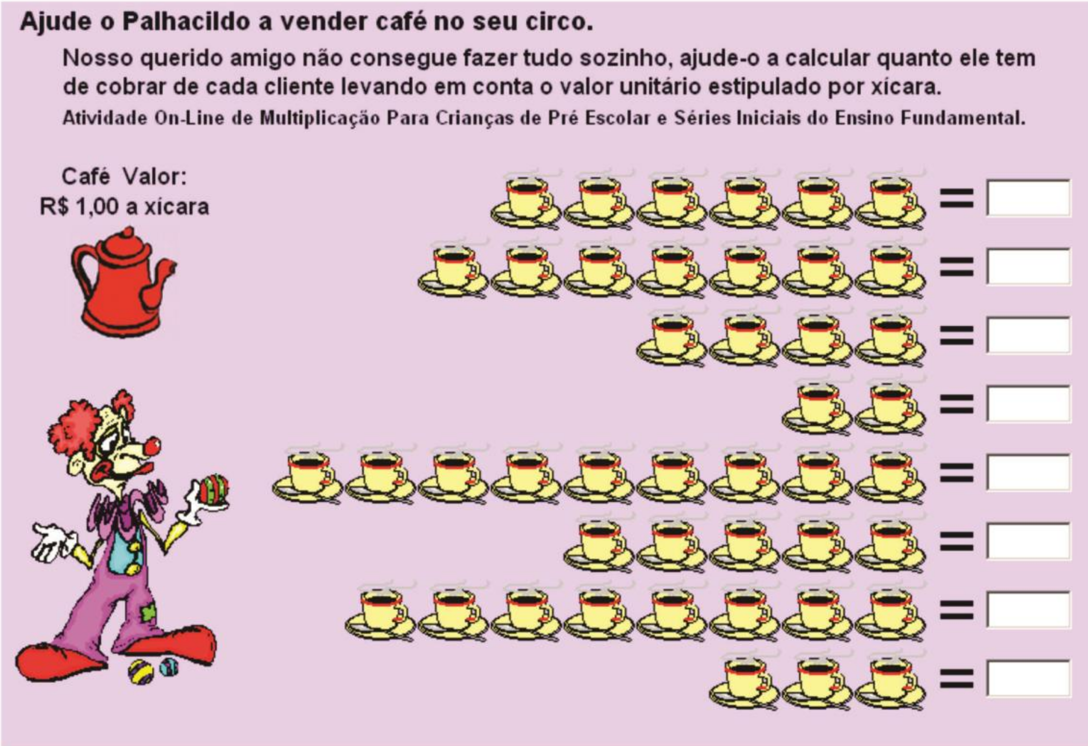
2 x 9 são dezoito
3 x 9 vinte e Sete
4 x 9 , 4 x 9
trinta e seis, trinta e seis
5 x 9 quarenta e cinco
6 x 9 cinqüenta e quatro
7 x 9, 7 x 9
Sessenta e três, sessenta e três
8 x 9 setenta e dois
9 x 9 oitenta e um
E 10 x 9, e 10 x 9
É sempre noventa, é sempre noventa
A tabuada do vezes Nove
Não apresenta problema algum
Some sempre dez, some sempre dez
E tire um, e tire um !

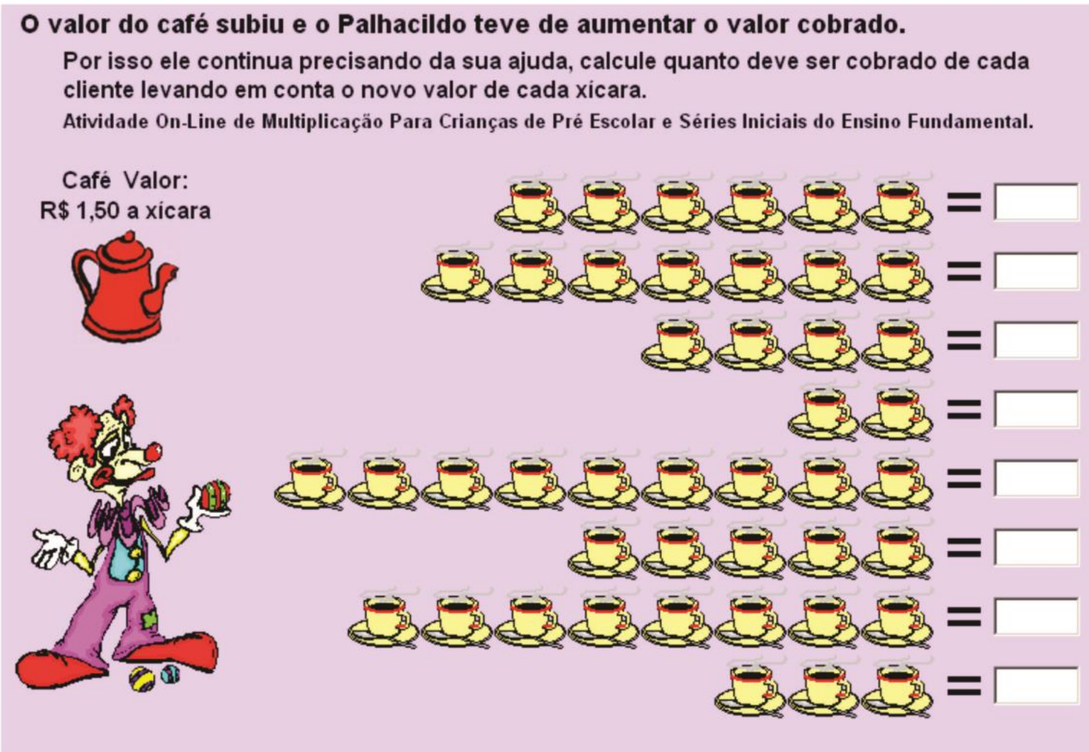
Fonte:
http://prazerdeensinar2.blogspot.com/

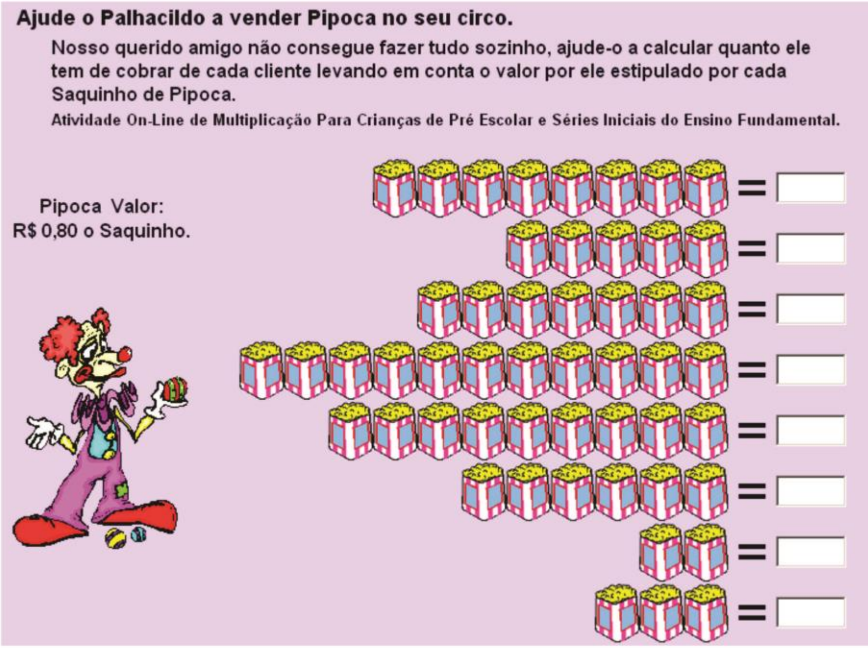
Disponível em :" http://cantinholudico.forumeiros.com/t98-atividades-de-multiplicacao-e-divisao" acesso em 26/10/2011.

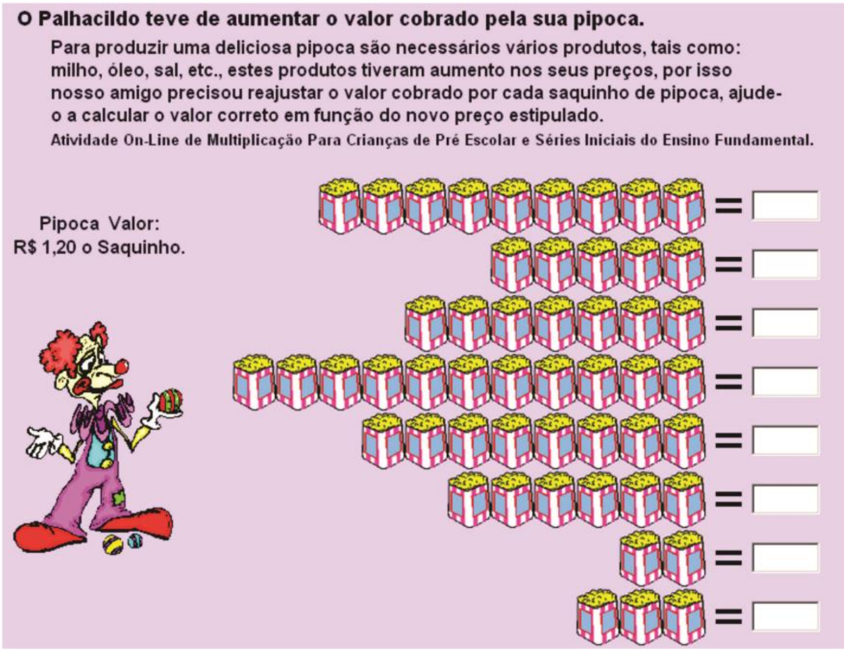
ANEXO H

Atividades envolvendo a Multiplicação





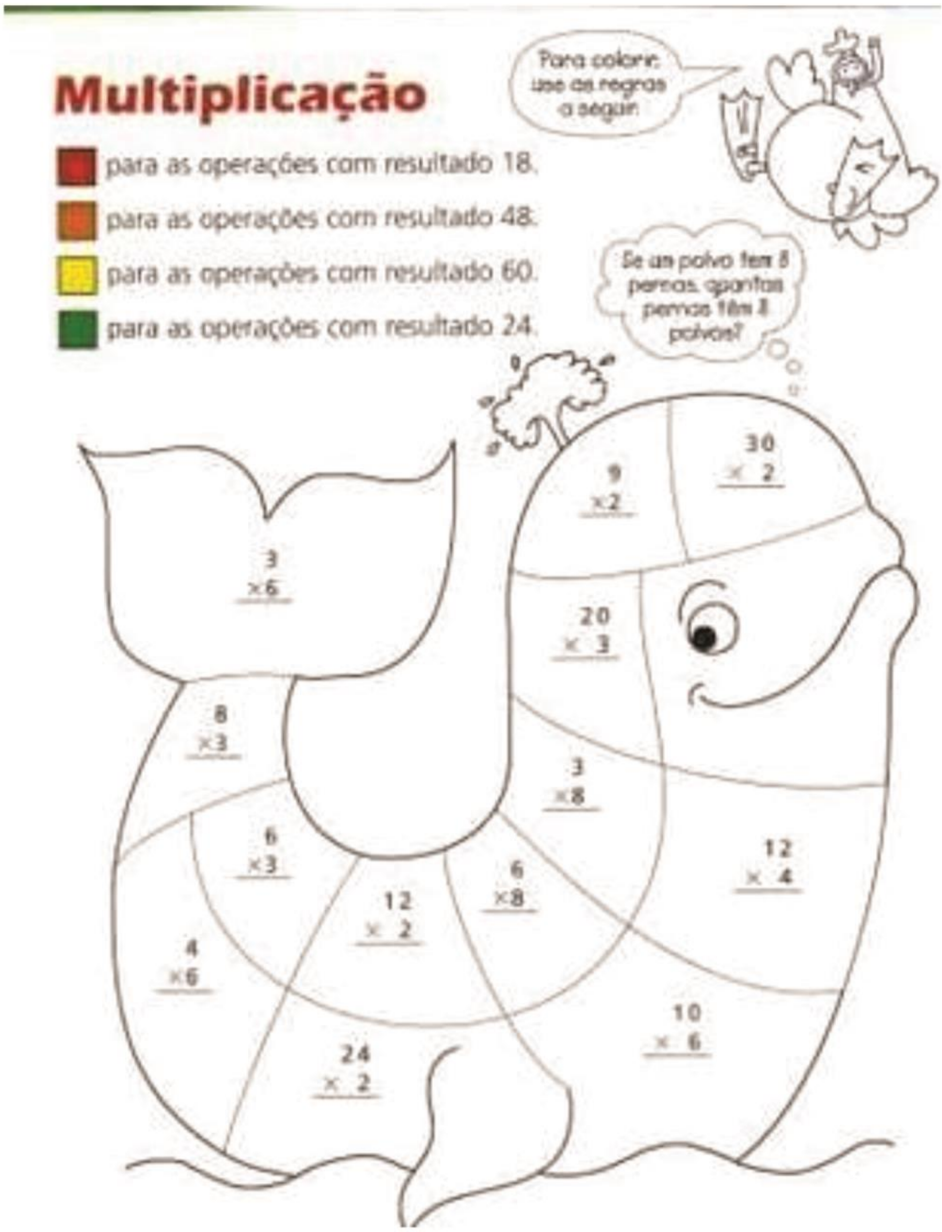

Ajude o Palhacildo a vender Pipoca no seu circo.
Nosso querido amigo não consegue fazer tudo sozinho, ajude-o a calcular quanto ele tem de cobrar de cada cliente levando em conta o valor por ele estipulado por cada Saquinho de Pipoca.
Atividade On-Line de Multiplicação Para Crianças de Pré Escolar e Séries Iniciais do Ensino Fundamental.
Pipoca Valor:
R$ 0,80 o Saquinho.
=
=
=
=
=
=
=
=

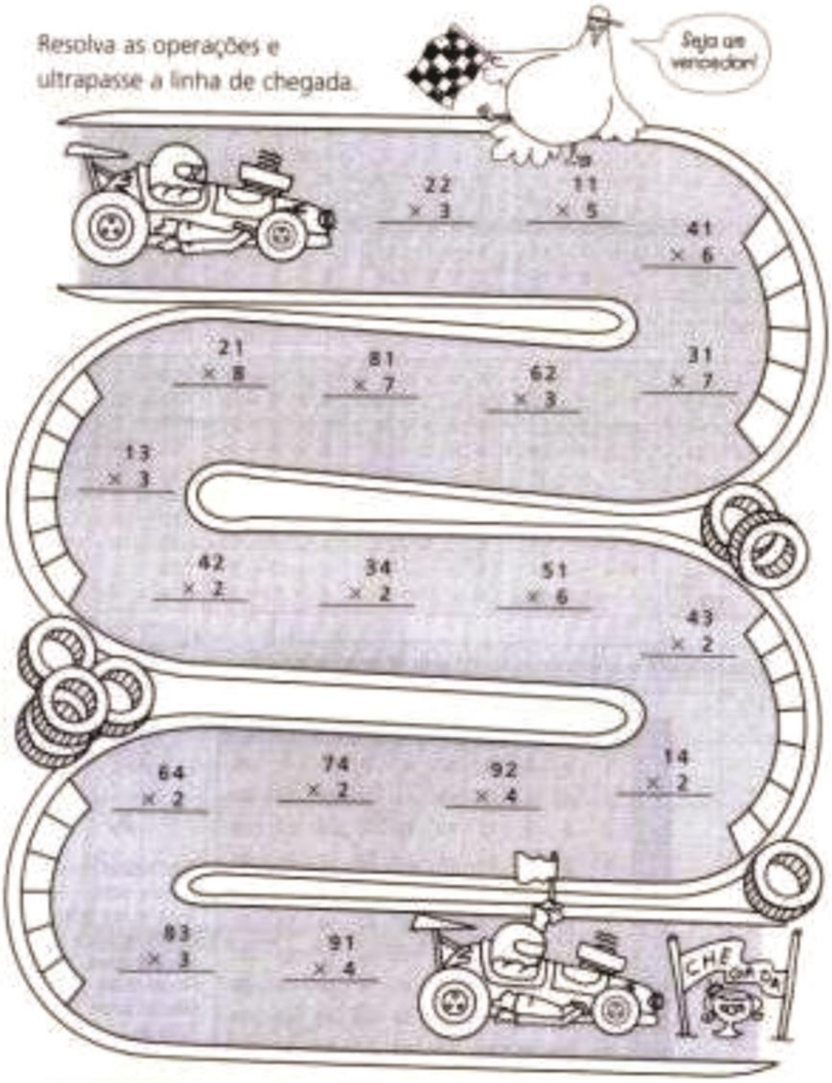

O Palhacildo teve de aumentar o valor cobrado pela sua pipoca.
Para produzir uma deliciosa pipoca são necessários vários produtos, tais como: milho, óleo, sal, etc., estes produtos tiveram aumento nos seus preços, por isso nosso amigo precisou reajustar o valor cobrado por cada saquinho de pipoca, ajude-o a calcular o valor correto em função do novo preço estipulado.
Atividade On-Line de Multiplicação Para Crianças de Pré Escolar e Séries Iniciais do Ensino Fundamental.
Pipoca Valor:
R$ 1,20 o Saquinho.
=
=
=
=
=
=
=
=

Disponível em:
"http://www.imagem.eti.br/jogo_com_numeros/atividade_infantil_multiplicacao1.html" acesso em 26/10/2011.

ANEXO I

Atividades envolvendo a Multiplicação




Resolva as operações e
ultrapasse a linha de chegada.
22 × 3
11 × 5
41 × 6
21 × 8
81 × 7
62 × 3
31 × 7
13 × 3
42 × 2
34 × 2
51 × 6
43 × 2
64 × 2
74 × 2
92 × 4
14 × 2
83 × 3
91 × 4
CHEGADA

×	9	7	8	3	0	4	1	5	2	6
6	54	42								
2	18	14								
5										
1										
4										
0										
3										
8										
7										
9										

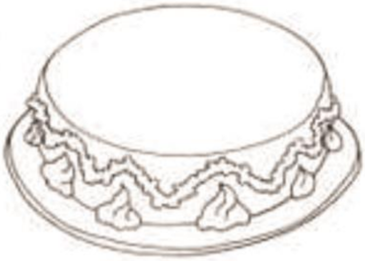
Multiplicação no dia-a-dia

1. Júlia tem 5 blusas e 3 saias. De quantas maneiras diferentes ela pode se vestir?

2. Na sala de aula de Josué existem 4 fileiras com 6 carteiras em cada uma. Qual é o total de carteiras da sala?

3. Alex ganhou 3 bombons e Jéssica ganhou o dobro. Desenhe a quantidade de bombons que ela ganhou.

4. Sueli tem 3 anos e sua mãe, dona Marta, vai completar 7 vezes a sua idade. Ajude Sueli a colocar as velas no bolo de aniversário de dona Marta.

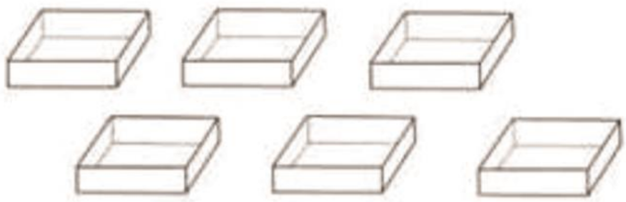


Divisão

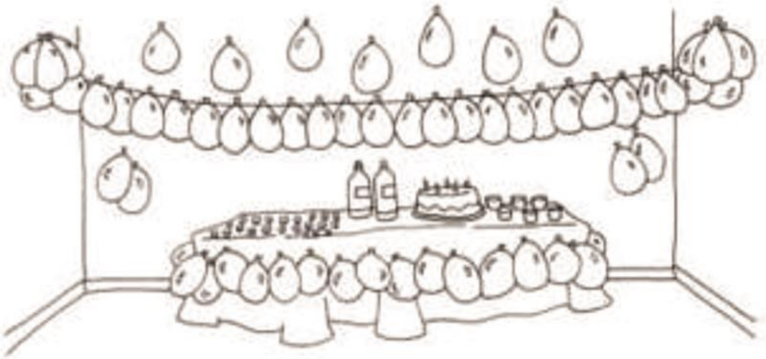
A divisão serve também para organizarmos objetos em caixas, pacotes, gavetas, prateleiras, etc.
Vamos organizar?

1. Josué ganhou 36 bolinhas de gude e quer colocá-las em 6 caixas. Quantas bolinhas irá colocar em cada caixa?

Desenhe as bolinhas dentro de cada caixa.



2. No aniversário de Aninha, o salão estava decorado com 60 bexigas. Sua mãe convidou para a festa 12 coleguinhas. Como não estourou nenhuma bexiga durante a festa e todos os convidados ganharam a mesma quantidade, desenhe as bexigas indicando quantas cada um recebeu.



Disponível em: "http://www.jogosbrincadeiras.com.br/2011/01/atividade-de-matematica-multiplicacao.html" acesso em 26/10/2011.

ANEXO J

Diferentes Formas de Multiplicar*

Filomena Baptista Soares
filomenasoares@eseig.ipp.pt
Equiparada a Prof. Adjunto Departamento de Matemática ESEIG - IPP

Maria Paula Sousa Nunes
paulanunes@eseig.ipp.pt
Equiparada a Prof. Adjunto Departamento de Matemática ESEIG - IPP

Resumo. A matemática é um edifício intelectual complexo, subtil, construído ao longo dos séculos sobre diversos princípios e regras lógicas. O tão "básico" algoritmo da multiplicação que "mecanicamente" utilizamos é o resultado de uma evolução histórica. Ao longo dos tempos, diferentes povos, em diferentes lugares, desenvolveram variadas técnicas para multiplicar e aqui serão recordadas algumas.

Desde o processo de duplicações sucessivas dos egípcios da Antiguidade, e de algumas variações a este, ao processo de multiplicação utilizando as mãos, dos camponeses franceses, passando pelo método da gelosia utilizado pelos árabes que, provavelmente, o aprenderam com os hindus, vários serão os métodos analisados à luz dos conhecimentos actuais.

Para terminar, não poderá deixar de se abordar o algoritmo usual da multiplicação, frequentemente "ensinado" como se de uma "receita" se tratasse, justificando todos os seus "porquês".

1. Um método Egípcio para multiplicar

Ao longo dos tempos, diferentes povos, em diferentes lugares, desenvolveram variadas técnicas para multiplicar. Os egípcios da Antiguidade, por exemplo, criaram um interessante processo usando duplicações sucessivas. Duplicar é dobrar, isto é, multiplicar por dois. Para expor o processo começaremos com alguns exemplos simples (embora conhecendo a numeração egípcia, nos exemplos apresentados utilizaremos o nosso sistema de numeração para facilitar a compreensão do método).

<u>Exemplos</u>:

- Multiplicar um número por quatro é dobrar o seu dobro, pois 4 = 2 x 2. Por exemplo, para obter 4 x 17 fazemos assim:

  dobro de 17 = 34

  dobro de 34 = 68

  Deste modo: 4 x 17 = 68
- Multiplicar um número por 8 é dobrar o dobro do seu dobro, uma vez que 8 = 2 x 2 x 2. Assim, para obter 8 x 21 fazemos:

* Apresentado no XIV Encontro de Investigação em Educação Matemática, Caminha, Abril 17-19, 2005.

dobro de 21 = 42

dobro de 42 = 84

dobro de 84 = 168

Portanto: 8 x 21 = 168

- 32 x 13 = ?

  dobro de 13 = 2 x13 = 26

  dobro de 26 = 2 x 26 = 4 x 13 = 52

  dobro de 52 = 2 x 52 = 8 x 13 = 104

  dobro de 104 = 2 x 104 = 16 x 13 = 208

  dobro de 208 = 2 x 208 = 32 x 13 = 416

  Portanto: 32 x 13 = 416

Deste modo, através de duplicações sucessivas, é fácil multiplicar um número por 4, 8, 16, 32, 64, etc. (estes são os números que se obtêm multiplicando o 2 por ele mesmo sucessivas vezes). No entanto, este processo não permite obter, por exemplo, 14 x 23, uma vez que nenhum dos dois factores é 4, 8, 16, 32, 64, etc.

Há uma forma de superar esta aparente impossibilidade. Para compreendê-la devemos antes perceber o seguinte: os números naturais que não fazem parte da sequência 1, 2, 4, 8, 16, 32, 64, 128, etc., podem sempre ser escritos como soma de alguns dos números que fazem parte dela. Por exemplo: o 3, que não é da sequência, é a soma de 1 com 2, que são da sequência. Outros exemplos: 11 = 8 + 2 + 1; 36 = 32 + 4; 88 = 64 + 16 + 8

- No método egípcio, para multiplicarmos 14 por 23, primeiro escrevemos um dos dois factores (14, por exemplo) como soma de números da referida sequência:

  14 = 8 + 4 + 2

  Seguidamente, fazemos as duplicações sucessivas do 23:

  2 x 23 = 46

  4 x 23 = 2 x 46 = 92

  8 x 23 = 2 x 92 = 184

  Como 14 x 23 = (8 + 4 + 2) x 23 = 8 x 23 + 4 x 23 + 2 x 23,

  resulta que 14 x 23 = 184 + 92 + 46.

  Efectuando as adições teremos o resultado: 14 x 23 = 322.

- Seguindo o mesmo raciocínio, multipliquemos 37 por 45:

$$37 \times 45 = ?, \qquad 37 = 32 + 4 + 1$$

$$\begin{array}{rl} \boxed{1 \times 45 = 45} & \\ 2 \times 45 = 90 & \quad 1440 \\ \boxed{4 \times 45 = 180} & \quad \;\;180 \\ 8 \times 45 = 360 & \quad \underline{\;+45} \\ 16 \times 45 = 720 & \quad 1665 \\ \boxed{32 \times 45 = 1440} & \end{array}$$

Logo: 37 x 45 = 1665

O carácter aditivo da numeração usada pelos egípcios, reflecte-se nos processos de cálculo que eles desenvolveram. Isto fica evidenciado no método que vimos: para multiplicar, depois das multiplicações sucessivas, faz-se uma adição.

Em qualquer sistema de numeração, as regras usadas para escrever os números influenciam as técnicas de cálculo.

O processo egípcio talvez explique a origem da palavra multiplicar na língua latina: ***multi*** quer dizer <u>vários</u> e ***plicare*** significa <u>dobrar</u>. Assim, multiplicar é dobrar várias vezes.

1. Um método Russo para multiplicar

Este método utilizado pelos russos que se vai apresentar de seguida, pode ser considerado uma variante do método apresentado anteriormente, desenvolvido pelos egípcios. Trata-se de uma forma peculiar de se efectuar as multiplicações, que mais parece um truque... importa, pois, numa fase posterior, reflectirmos sobre a veracidade do método e a razão pela qual ele funciona! Comecemos por observar um exemplo:

Um pequeno truque...

Este "*truque*" consiste num método para multiplicar dois números, através de uma técnica não mais difícil do que somar, multiplicar e dividir por **dois**. Esta técnica baseia-se no método de multiplicação egípcio.

Escrevem-se, um ao lado do outro, dois números, (na notação decimal). Em linhas consecutivas, multiplica-se o número da direita por **dois** e divide-se o da esquerda por **dois**, ignorando-se as fracções (metade de 11 deve ser considerado 5 e não 5,5). Então, riscam-se as linhas em que o número da esquerda é par e soma-se tudo o que sobrou na coluna da direita. O total será o produto procurado!

Vejamos um exemplo:

$$41 \times 13 = 533$$

41 ÷2	13 ×2
~~20~~	~~26~~
~~10~~	~~52~~
5	104
~~2~~	~~208~~
1	+ 416
	533

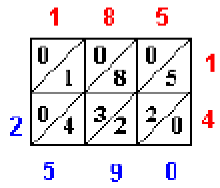
Este método "funciona", vejamos no caso deste exemplo, o porquê:

$$
\begin{aligned}
41 \times 13 &= 41 \times 13 \times \frac{2}{2} = \\
&= \frac{41}{2} \times 13 \times 2 = \\
&= \left(20 + \frac{1}{2}\right) \times 13 \times 2 = \\
&= (20 \times 13 \times 2) + \frac{1}{2} \times 13 \times 2 = \\
&= \left(\frac{20}{2} \times 13 \times 4\right) + 13 = \\
&= (10 \times 13 \times 4) + 13 = \\
&= \left(\frac{10}{2} \times 13 \times 8\right) + 13 = \\
&= (5 \times 13 \times 8) + 13 = \\
&= \left(\frac{5}{2} \times 13 \times 16\right) + 13 = \\
&= \left[\left(2 + \frac{1}{2}\right) \times 13 \times 16\right] + 13 = \\
&= \left[(2 \times 13 \times 16) + \left(\frac{1}{2} \times 13 \times 16\right)\right] + 13 = \\
&= (2 \times 13 \times 16) + 13 \times 8 + 13 = \\
&= 13 \times 32 + 13 \times 8 + 13 = \\
&= \mathbf{416} + \mathbf{104} + \mathbf{13} = 533
\end{aligned}
$$

3. Um método para multiplicar usado pelos árabes

O algoritmo para multiplicar, que apresentaremos a seguir, era usado pelos árabes que, provavelmente, o aprenderam com os hindus. É fácil ver que ele é bastante parecido com o que usamos hoje. É chamado Gelosia ou método da grade:

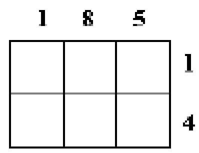
Aqui está a multiplicação de 185 por 14:



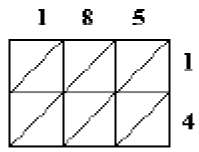
185 x 14 = 2590

Para compreender o processo vamos apresentá-lo passo a passo:

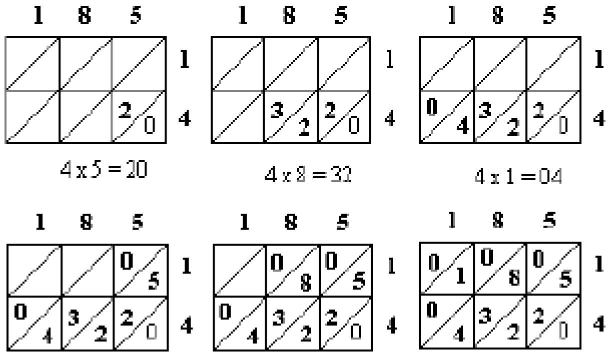
- Desenhamos um rectângulo dividido em rectângulos mais pequenos. No nosso exemplo temos 2 filas e 3 colunas de pequenos rectângulos porque 14 tem 2 algarismos e 185 tem 3 algarismos.



- Traçamos uma diagonal em todos os rectângulos pequenos, como mostra a figura, obtendo uma grelha:



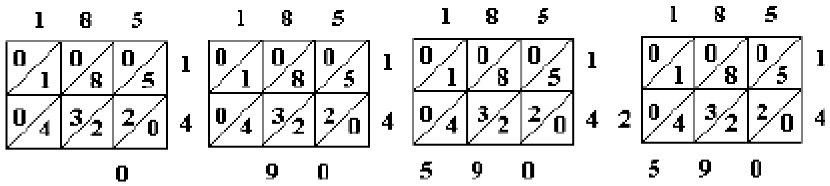
- Seguidamente, multiplicamos os algarismos de um factor pelos algarismos do outro factor e registamos os resultados na grelha. Observemos a forma de fazer o registo.

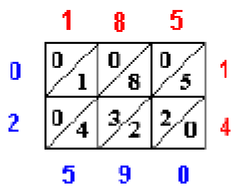


4 x 5 = 20 4 x 8 = 32 4 x 1 = 04

1 x 5 = 05 1 x 8 = 08 1 x 1 = 01

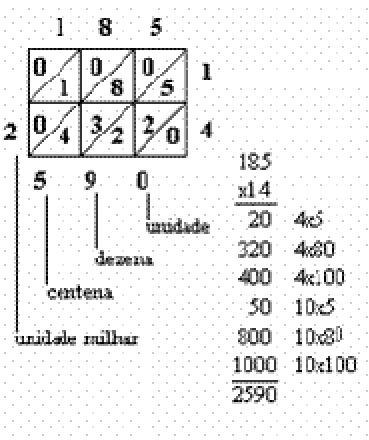
- Agora, neste último passo, somamos os algarismos que estão numa mesma faixa diagonal. É preciso observar o "e vai um".



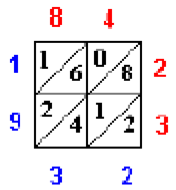


185 x 14 = 02590 = 2590

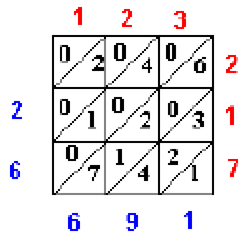
Para compreender o funcionamento desta técnica, vamos compará-la com o nosso modo de multiplicar.



Vejamos mais dois exemplos:



$84 \times 23 = 1932$



$123 \times 217 = 26691$

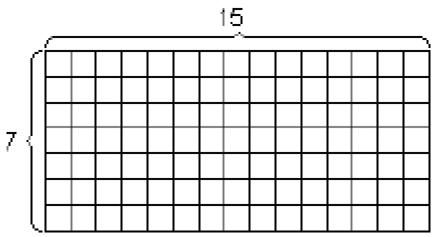
4. O "nosso" Algoritmo

Muitas pessoas que aprenderam o algoritmo habitual da multiplicação, embora saibam executá-lo, não o compreendem. Deste modo, a execução da operação é um acto mecânico, sem raciocínio matemático. Compreender uma técnica de cálculo não é apenas saber executá-la, é , fundamentalmente entender todos os seus "porquês".

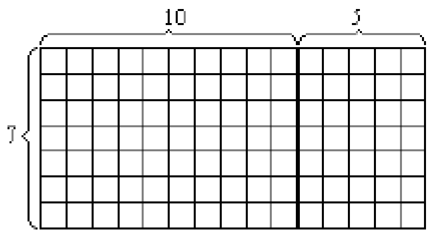
Para compreender o algoritmo da multiplicação, vamos analisar alguns exemplos.

Começaremos por um exemplo simples: 7 x 15.

O produto de 7 por 15 é o número de quadradinhos unitários contidos no rectângulo de lados 7 e 15.



Vamos decompor o rectângulo em outros dois. Isto significa usar a propriedade distributiva da multiplicação relativamente à adição:



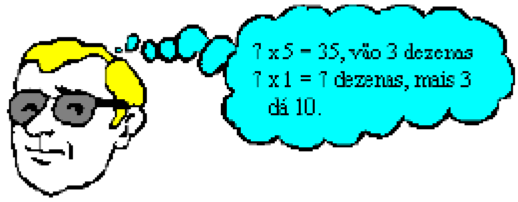
$$7 \times 15 = 7 \times (10 + 5) = 7 \times 10 + 7 \times 5 = 70 + 35$$

Estes cálculos podem ser organizados de outra maneira:

$$7 \times (10 + 5) = 7 \times 10 + 7 \times 5 \qquad \begin{array}{r} 15 \\ \underline{\times\ 7} \\ 35 \\ \underline{+70} \\ 105 \end{array}$$

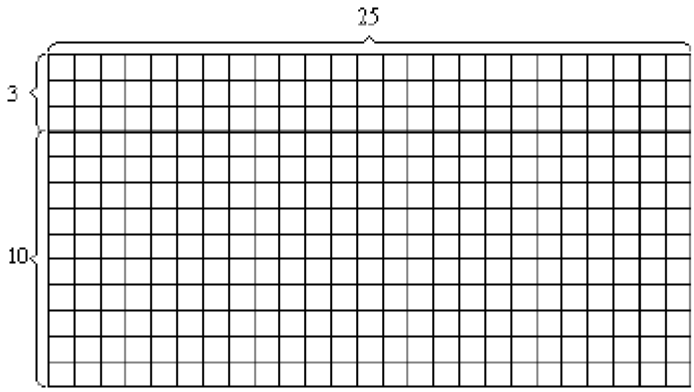
Temos assim a forma habitual do algoritmo:

$$\begin{array}{r} {\scriptstyle 3} \\ 15 \\ \underline{\times 7} \\ 105 \end{array}$$



Vejamos agora um exemplo um pouco mais complicado: 13 x 25.

Vamos representar esse produto com o rectângulo de lados 13 e 25, decompondo-o em outros dois rectângulos.



Para encontrar o total de quadradinhos (ou a área) do rectângulo, um caminho natural é encontrar o total de cada parte e, depois, somar esses resultados parciais.

Assim sendo, devemos efectuar 3 x 25 para a parte menor, 10 x 25 para a parte maior, e somar os resultados:

$$\begin{array}{r} {\scriptstyle 1} \\ 25 \\ \underline{\times 3} \\ 75 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 25 \\ \underline{\times 10} \\ 250 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 75 \\ \underline{+250} \\ 325 \end{array}$$

Esse processo pode ser resumido:

$$\begin{array}{r} 25 \\ \underline{\times\ 13} \\ 75 \\ \underline{+250} \\ 325 \end{array} \qquad\qquad \begin{array}{r} 25 \\ \underline{\times\ 13} \\ 75 \\ \underline{+25} \\ 325 \end{array}$$

Notemos, novamente, que o algoritmo está ligado à propriedade distributiva: ao multiplicarmos 13, multiplicamos por 3 e por 10, somando depois os resultados. O algoritmo também está ligado ao nosso sistema de numeração: quando multiplicamos 2 dezenas e 5 unidades (25) por 10, obtemos 2 centenas e 5 dezenas (250) e por isso, o 5 de 250 é escrito por baixo do 7 do 75.

Vejamos agora um terceiro exemplo:

$$\begin{array}{r} 123 \\ \underline{x25} \\ 615 \\ \underline{246} \\ 3075 \end{array}$$

Analisemos as seguintes questões:

1. Como foi obtido o 615?
2. Porque ficou um espaço vazio sob o 5 de 615?
3. O 246 escrito por baixo de 615 é duzentos e quarenta e seis?

Para responder, é necessário compreender o algoritmo. Analisando-o passo a passo, chegamos às respostas:

1. Como 25 x 123 = (20 + 5) x 123, o 615 foi obtido multiplicando-se 5 por 123.
2. Ao multiplicar 20, isto é, 2 dezenas, por 123, obtemos 246 dezenas, ou seja, 2460 unidades. Isto significa que o espaço vazio sob o 5 do 615 pode ser visto como:
   - correspondendo a um zero, que pode ou não ser escrito;
   - a "casa" das unidades vazia, uma vez que o resultado é dado em "dezenas".
3. A terceira questão já está respondida: o 246 escrito por baixo de 615 pode ler-se duzentos e quarenta e seis **dezenas** ou duas mil, quatrocentas e sessenta **unidades**.

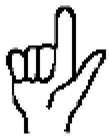
5. Multiplicações "curiosas"

5.1 Multiplicando com as mãos

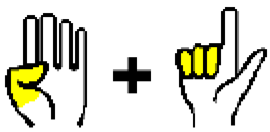
Existe um processo muito curioso para fazer multiplicações com os dedos das mãos. Este método era usado, até há pouco tempo, por camponeses de uma região de França. Eles sabiam de cor a tabuada até à dos 5 e, para multiplicar números compreendidos entre 5 e 10, como por exemplo, 6 x 9 ou 7 x 8, usavam os dedos. Vejamos como faziam para obter, por exemplo, 6 x 8.

Numas das mãos, baixamos tantos dedos quantas unidades o 6 passa de 5; portanto baixamos 1 dedo.

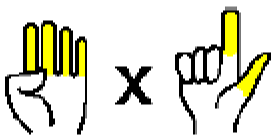
Na outra mão, baixamos tantos dedos quantas unidades o 8 passa de 5; portanto baixamos 3 dedos.



Somamos o número de dedos baixados, exprimindo a soma em dezenas. No nosso caso temos 1 + 3 = 4 dezenas, isto é, 40 unidades.



Seguidamente multiplicamos os números de dedos levantados: 4 x 2 = 8 unidades.



Para obter o resultado final, somamos os valores encontrados: 40 + 8 = 48

De facto: 6 x 8 = 48!

Embora, para nós, este procedimento possa não ser prático, ele é, sem dúvida, curioso.

Utilize-o para obter, por exemplo, 7 x 8, 6 x 7, 7 x 9 e 6 x 9. Verifique que o método também é válido para os factores 5 e 10, que são os extremos do intervalo em que o processo pode ser usado.

Apresentaremos, agora, uma proposta de explicação deste método:

Pretende-se multiplicar dois quaisquer números, X e Y, onde X e Y são naturais entre 5 e 10, sabendo unicamente a tabuada até à dos cinco.

Consideremos, então, $X = x + 5$ e $Y = y + 5$, onde x e y são os dedos que se baixam em cada mão. Deste modo, $5 - x$ e $5 - y$, são os dedos que ficam levantados em cada mão.

O método apresentado consiste em se multiplicar por 10, a soma dos dedos que estão para baixo e, posteriormente adicionar-se o produto dos que ficam levantados, ou seja:

$$10(x+y)+(5-x)(5-y) = 10x+10y+25-5y-5x+xy =$$
$$= xy+5x+5y+25$$

Ora, o produto que se pretende efectuar é:

$$XY = (x+5)(y+5) = xy+5x+5y+25$$

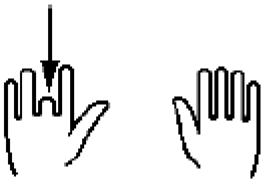
Daqui se pode concluir a veracidade do método e escrever-se:

$$XY = (x+5)(y+5) = 10(x+y)+(5-x)(5-y)$$

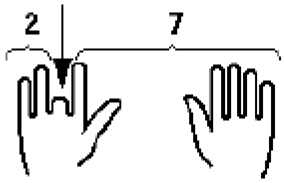
5.2 A tabuada dos nove e os dedos das mãos

Há um modo interessante para se obter a tabuada dos nove usando os dedos das mãos. Coloque as mãos abertas sobre a mesa.

Vamos obter, por exemplo, 3 x 9. Dobre o 3° dedo, a contar da esquerda para a direita.

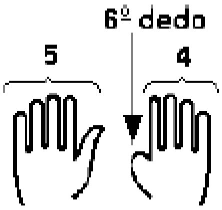


Veja que, à esquerda do dedo dobrado, ficaram dois dedos e, à sua direita, 7 dedos.



Eis o resultado: 3 x 9 = 27!

Veja como se obtém 6 x 9:



Não é curioso? Experimente obter as outras multiplicações da tabuada dos nove.

A justificação formal deste resultado é simples. O produto de nove por um qualquer número x entre 1 e 10, obtém-se baixando o "dedo x" e lendo como dezenas o número de dedos que lhe ficam à esquerda (($x-1$) dezenas) e como unidades o número de dedos que lhe ficam à direita (($10-x$) unidades). Temos, então o resultado "lido nas mãos": $(x-1)\times 10+(10-x)$, isto é, $9.x$, o produto procurado!

6. Considerações Finais

Os métodos aqui referidos estão longe de esgotar todas as "formas" de multiplicação existentes, mais ou menos similares, como, por exemplo, os "Ossos de Napier", a "Multiplicação Triangular", a "Multiplicação utilizando Logaritmos", entre outros, que se encontram referidos, de um modo acessível em [1] .

Para terminar, não podemos deixar de referir a importância do conhecimento basilar de qualquer questão matemática por muito simples que seja. O contacto recente com alguns professores do 1º Ciclo do Ensino Básico, foi o "motor" desta apresentação que, não tendo como objectivo "ensinar" métodos mas sim referir a sua existência, procura essencialmente evitar que existam professores a "não saber" justificar o comum algoritmo da multiplicação. Foi, para nós, "escandaloso" apercebermo-nos que existem hoje professores que se sentem confortáveis com justificações do tipo "… é assim porque… é assim".

Bibliografia e Referências

http://www.projects.ex.ac.uk/trol/trol/trolfg.pdf

http://educar.sc.usp.br/matematica

http://www.mat.uc.pt/~jaimecs/

http://www.mathgoodies.com/lessons

http://www.scipione.com.br/sceduca/assessoria/pensar/index5.htm

ANEXO K

COMUNIDADES VIRTUAIS DE APRENDIZAGEM E COLABORAÇÃO

Vera Lúcia Menezes de Oliveira e Paiva[1] (UFMG/CNPq)

"No man is an island, entire of itself; every man is a piece of the continent, a part of the main." John Donne

RESUMO
Este trabalho discute a construção de conhecimento em comunidades virtuais, incluindo a troca de informações em listas de discussão e fóruns educacionais e projetos mais arrojados como a *wikipedia*, onde os participantes constroem, anônima e colaborativamente, conteúdos diversos como verbetes sobre várias teorias lingüísticas. Serão apresentados vários exemplos de projetos colaborativos com ênfase na aprendizagem de língua inglesa. Essas novas formas de construção de conhecimento colocam em foco a natureza social do conhecimento e nos fazem refletir sobre as desigualdades sociais e sobre uma epistemologia da tecnologia.

ABSTRACT
This paper discusses knowledge construction in virtual communities, including information exchange in discussion lists, educational fora and more advanced projects such as *wikipedia*, where anonymous participants collaboratively write, among all kinds of subjects, entries (*wikis*) about linguistic theories. Several collaborative projects, mainly ones for English language learning, will be presented. These new forms of knowledge emphasize the social nature of knowledge and lead us to reflect on social inequalities and on an epistemology of technology.

1. Introdução

Uma comunidade consiste de um grupo de pessoas que têm algum interesse em comum – religioso, científico, político, cultural – e que buscam, em conjunto, atingir objetivos semelhantes. As tecnologias de comunicação foram sempre instrumentos importantes para se criarem interesses comuns e, conseqüentemente, comunidades.

No Brasil, nas décadas de 40 e 50, as pessoas se reuniam em torno do rádio para ouvir as novelas da Rádio Nacional e os programas humorísticos da Rádio Mayrink Veiga. Os programas de auditório da Rádio Nacional foram os propulsores dos fãs-clubes de cantores famosos, muitos deles revelados em programas de calouros como Ângela Maria, Doris Monteiro, Ademilde Fonseca, dentre outros. Os torcedores dos times de futebol, também, ficavam em torno do rádio, em casas, bares e outros locais públicos, para acompanhar a transmissão dos jogos e torcer por seus times.

Com a chegada da televisão, na década de 50, vizinhos e parentes se reuniam nas casas dos primeiros proprietários dos aparelhos de TV para assistir os programas locais e, mais tarde, as transmissões de campeonatos nacionais e mundiais de futebol que, também, mobilizavam grandes massas em praças públicas.

Com o advento da Internet e suas ferramentas de comunicação e interação, novos tipos de comunidades surgem dia a dia, fazendo com que o homem não se sinta isolado em frente à máquina como previam alguns arautos do pessimismo. Como lembra Johnson (1997, p.51):

> Costumava-se falar muito sobre o modo como os computadores estavam criando uma geração de micreiros associais, mais à vontade com seus periféricos do que com gente de verdade, mas o surgimento de comunidades através do Bulletin Board System (BBS), como Well e ECHO – para não mencionar a própria Internet – mudou tudo isso. Nos últimos anos, uma tendência mais animadora ficou clara para a maioria das pessoas que já passaram algum tempo on-line. Longe de ser um meio para introvertidos e incapazes de sair de casa, o computador digital revela-se a primeira grande tecnologia do século XX que aproxima estreitamente pessoas que não se conhecem, em vez de afastá-las.

[1] http://www.veramenezes.com / vlmop@veramenezes.com

Segundo Shaffer e Anundsen[2] (in Pallof e Pratt , 1999, p.25-26),

> A comunidade é um todo dinâmico que emerge quando um grupo de pessoas compartilham práticas comuns, são independentes, tomam decisões em conjunto; se identificam com algo maior que a soma de suas relações individuais, e fazem um compromisso de longo prazo com o bem estar (seu próprio, um do outro, e do grupo)"

Linda Harasim, em artigo na web[3], ressalta que comunicação e comunidade têm a mesma: raiz, *communicare* que significa "compartilhar". Segundo a autora, compartilhar é a chave da civilização humana e as comunidades são a base da sobrevivência e do desenvolvimento humano. Ela acrescenta:

> A invenção das redes de computadores no final da década de 60 (especialmente a invenção do *e-mail* e a reunião por computador no início dos anos 70) causou um impacto profundo, transformando não apenas as oportunidades tecnológicas como também as possibilidades sociais, dessa forma revolucionando nosso conceito sobre a habilidade de forjar novas comunidades. Comunidades virtuais estão proliferando globalmente em setores intelectuais, sociais, recreativos, e, especialmente, no educacional. A "Rede", além disso, causou uma mudança no paradigma educacional, ao dar prioridade à interação social, à aprendizagem colaborativa e às comunidades de aprendizagem.

Na realidade, deixamos de ser seres humanos isolados para nos transformarmos em uma rede humana comunicante e conseguimos, através da mediação do computador, comunicar, ao mesmo tempo, com muitas pessoas, sem limitações de tempo e espaço.

O rádio e a televisão são meios de transmissão de informação também utilizados em projetos educativos, mas a Internet, além de, também, transmitir dados em grandes volumes, vem se destacando por ser um instrumento de construção coletiva de conhecimento, pois permite a interação entre muitas pessoas.

Pierre Lévy (1998) chama esse novo fenômeno de "inteligência coletiva", que ele define como "uma inteligência distribuída por toda parte, incessantemente valorizada, coordenada em tempo real, que resulta em uma mobilização efetiva das competências"(p.28). Ele acrescenta que "a base e o objetivo da inteligência coletiva são o reconhecimento e o enriquecimento mútuo das pessoas, e não o culto de comunidades fetichizadas ou hipostasiadas"(p.29).

2. A inteligência coletiva

As comunidades virtuais funcionam como sistemas complexos, pois o todo á maior do que a soma de seus integrantes. Como diz o velho adágio, "juntos somos melhor de que cada um de nós". O conceito de Inteligência coletiva está assentado no princípio de que o saber está contido na humanidade e não nos indivíduos, pois ninguém sabe tudo, mas todos sabem alguma coisa. Isso lhe confere a característica da distribuição por toda parte.

As tecnologias digitais proporcionam a interação desses conhecimentos, desde os mais simples aos mais sofisticados. Utilizando os termos de Lévy (1998), podemos dizer que a Internet permite uma "coordenação das inteligências em tempo real" e atinge uma "mobilização efetiva das competências", potencializando interações que produzem "um comportamento globalmente inteligente". Diz Lévy:

> Interagindo com diversas comunidades, os indivíduos que animam o Espaço do saber, longe de ser os membros intercambiáveis de castas imutáveis, são ao mesmo tempo singulares, múltiplos, nômades e em vias de metamorfose (ou de aprendizado) permanente.
>
> Esse projeto convoca um novo humanismo que inclui e amplia o "conhece-te a ti mesmo" para um "aprendamos a nos conhecer para pensar juntos", e que generaliza o "penso, logo existo" em um "formamos uma inteligência coletiva, logo existimos eminentemente como comunidade". Passamos do *cogito* cartesiano ao *cogitamus*.(p.31-32)

[2] SHAFFER, C.;ANUNDSEN, K. *Creating community anywhere*. New York: Jeremy P. Tarcher/perigee Books, 1993.
[3] http://www.sfu.ca/~lpachols/gen/readings/harasim_communitypaper.htm

Um bom exemplo de um produto digital, fruto da inteligência coletiva, é a *Wikipedia*, uma enciclopédia gratuita, criada pelo norte-americano Jimmy Whales, em permanente processo de construção colaborativa pelos internautas do mundo inteiro. Há versões em cerca de 160 idiomas, incluindo o português. São cerca de 450 mil verbetes em inglês o que a torna quatro vezes maior do que a Enciclopédia Britânica. Seu logo é um globo terrestre recortado como peças de um quebra cabeça com símbolos de línguas diversas. Várias peças se agrupam dando formato ao globo, simbolizando a colaboração, mas um pequeno espaço vazio indica a sua que o conhecimento não está acabado. O conteúdo é aberto pode receber novos temas, ser modificado, ou aumentado por qualquer pessoa e distribuído livremente. Veja o que diz a edição em português:

"Este sítio utiliza a ferramenta Wiki, que permite a qualquer pessoa, inclusive a você, melhorar de imediato qualquer artigo clicando em *editar* no menu superior de cada página. Se tiver dúvidas como editar clique em *ajuda de edição* (no fundo da página). Sim, você também pode editar!

A Wikipédia em língua portuguesa começou em 2002 a partir da tradução do conteúdo da versão original, em inglês, e cresceu desde logo com a produção de novos verbetes. A comunidade vem crescendo de dia para dia. Porém precisamos de mais colaboradores para podermos ampliar o número de artigos em língua portuguesa e expandir, melhorar e consolidar os que já existem."

Fig. 1
Logo da Wikipedia

A tecnologia *Wiki* é um *software* colaborativo que permite a qualquer pessoa construir ou editar, facilmente, conteúdo em um site na web. A *Wikipedia* é uma obra aberta, em progresso e metaforiza o conceito de inteligência coletiva tanto no que diz respeito à colaboração quanto à distribuição por toda parte, pois seu conteúdo é produzido por muitos e não está localizado aqui ou ali, mas no espaço virtual coletivo, produzido pela energia de muitas pessoas que inserem temas novos, editam o que já está publicado ou ampliam os conteúdos já disponíveis.

Ao contrário das enciclopédias tradicionais que tinham a pretensão de esgotar todo o conhecimento humano, dentro de uma determinada época, a *Wikipedia* simboliza a nova visão de que o conhecimento é mutável e está em constante construção.

3. Como tudo começou

Antes do surgimento da Internet, conforme lembra Buckman (2001), foi criada uma rede de computadores, a *BITNET* (***Because It's Time Network***). A tecnologia *BITNET* diferia da Internet porque ligava um ponto a outro, ou seja, as informações eram transmitidas de um computador a outro e assim ponto a ponto até atingir o destino final. A primeira rede *Bitnet*, foi criada, em 1981, entre a City University de Nova York e a Universidade de Yale. O primeiro software para gerenciamento de lista de discussão, dentro da *BITNET*, foi criado pela EDUCOM com o apoio financeiro da IBM. Por cerca de 10 anos, essa tecnologia conectou profissionais do ensino superior em várias partes do mundo, inclusive no Brasil.

Buckman (2002) registra que o primeiro servidor de lista foi de grande ajuda, pois as pessoas não precisavam inserir vários endereços em uma mensagem quando queriam que várias pessoas recebessem a mesma mensagem.

4. Listas de Discussão

As listas de discussão, ou de distribuição, reúnem grupos de pessoas em torno de um tema ou de uma área de interesse pessoal ou profissional. As pessoas se inscrevem na lista através de um comando enviado por *e-mail* ou são inscritas pelos administradores das listas. As listas são gerenciadas por um software servidor de listas (*listserver*) e todas as mensagens que são enviadas ao servidor são distribuídas, por *e-mail*, a todos os assinantes. Geralmente, os usuários têm duas opções: receber mensagens individuais ou a seqüência das mensagens de um dia, em uma só mensagem, chamada de *daily digest*.

Uma das maiores listas de discussão do mundo é a TESL-L (Teachers of English as a second language list). A página [http://www.hunter.cuny.edu/~tesl-l/about.html] com informações da lista, registra que, no final de 2002, TESL-L possuía 20.232 membros em cento e sessenta e um países. No entanto, a média de mensagens é de 10 por dia, pois o grupo é moderado e, rigidamente, controlado para que apenas questões relativas ao ensino e aprendizagem em sala de aula sejam postadas.

No Brasil, uma lista de interesse de nossa área é a CVL. A lista foi fundada em outubro de 2001 e conta, atualmente, com cerca de 2390 pessoas. Em sua página principal [http://groups.yahoo.com/group/CVL/], encontramos as seguintes informações:

> A lista de discussões Comunidade Virtual da Linguagem (CVL), criada e gerenciada pela Professora MSc. Ana Maria de Moraes Sarmento Vellasco, tem por objetivo precípuo reunir os estudiosos da Linguagem para interagirem e trocarem informações. Na CVL são amplamente e em tempo divulgados eventos nessa área de estudos, e trabalhos acadêmicos (artigos, livros, resenhas descritivas e críticas, dissertações de mestrado, teses de doutorado, projetos de pesquisa e seus resultados), concursos, etc. A lista de discussões CVL é formada por mais de 3.000 membros (professores, pesquisadores, estudantes de graduação e pós-graduação e outros interessados no estudo e no ensino da Linguagem) brasileiros e de outras várias nacionalidades, e nos cinco continentes. Para tornar-se membro da CVL basta enviar uma mensagem totalmente em branco, inclusive sem assunto e sem assinatura, para: CVL-subscribe@yahoogroups.com

A CVL é hospedada no mais famoso gerenciador gratuito de listas – o GroupsYahoo [http://groups.yahoo.com]. Em outubro de 2004, o Yahoo hospedava 14.956 listas dentro do tema "Language"[4]; 909 sobre "Language Learning", 266 sobre Linguistics; 117 sobre Syntax; e 61 sobre Semantics. Em português, encontramos vários grupos, muitos deles ligados a disciplinas nas universidades ou grupos de pesquisa, como demonstram os três exemplos a seguir:

> **(1) metaforaUFF**
> 19 Members, Archives: Membership required
> Universidade Federal Fluminense UFF, Centro de Estudos Gerais, Instituto de Letras, Coordenação de Pós-Graduação em Letras, Mestrado e Doutorado em Letras, Área: Estudos da **Linguagem**, Disciplina: Metodologia de Pesquisa em Lingüística Aplicada, Curso: A pesquisa em Lingüística Aplicada: o foco na indeterminação, Professora Dra. Solange Coelho Vereza, Linha de Pesquisa: Discurso e interação.
>
> **(2) incognito-ufmg**
> 16 Members, Archives: Public
> Lista de discussão por *email* dos participantes do "Grupo InCognito". O "Grupo InCognito" congrega pesquisadores interessados na interface entre **linguagem**, cultura e cognição.
>
> **(3) linguagemetecnologia**
> 10 Members, Archives: Membership required
> Este grupo discutirá questões básicas do uso da tecnologia no âmbito dos estudos da **linguagem** e ensino de línguas. Destacar-se-ão as questões ligadas à criação de ambientes de aprendizagem com tecnologia dentro de uma perspectiva sócio-construtivista.

Como podemos ver na súmula dos grupos, os grupos (1) e (3) são fechados e apenas seus membros podem ler as mensagens. Já o grupo (2) é aberto e toda a interação pode ser acompanhada por pessoas não pertencentes ao grupo. Isso é possível porque a tecnologia do GroupsYahoo permite que as mensagens sejam distribuídas e também armazenadas em uma página na *web*. O usuário pode escolher 3 formas de participação: (1) receber os *e-mails* individualmente sempre que alguém postar alguma mensagem; (2) receber os *e-mails* de um dia organizados em um só arquivo (*daily digest*); ou (3) ler apenas na *web* sem usar sua caixa postal. Quem opta por receber *e-mails*, individuais ou no formato *daily digest*, pode, também, ler os arquivos na *web*. Isso traz conforto aos usuários, pois mesmo no caso de viagens, eles não ficam impedidos de ter acesso ao grupo.

---

[4] Dentro deste rótulo encontram-se tanto temas em torno de línguas naturais com também linguagem de computador e outras linguagens.

5

5. Fórum

Uma outra ferramenta de suporte à inteligência coletiva é o **fórum** eletrônico, também chamado de *Newsgroup* ou *UseNet group*. A palavra fórum, originalmente, designava lugar de reunião na Roma antiga[5]e, por metonímia, passou a significar reunião, espaço para discussões públicas. O fórum é um espaço virtual de uma comunidade discursiva, no qual são publicadas opiniões, reflexões e respostas às colaborações. Paiva e Rodrigues Júnior (2004, p.) definem fórum da seguinte forma:

> O fórum on-line prototípico é, por sua vez, um gênero virtual que reúne, em uma página na Internet, interações escritas de uma determinada comunidade discursiva em forma de *hiperlinks* ou de seqüências de textos, com identificação dos tópicos, dos participantes, seus endereços eletrônicos (opcional) e datas das contribuições. O grupo de mensagens, composto pela apresentação de um tópico discursivo e das respostas por ele gerado é chamado de *thread* ou seqüência. Essas mensagens podem circular livremente ou serem censuradas por um moderador que tem o poder de excluir mensagens e de determinar como elas vão aparecer na tela (por ordem de entrada ou ordem reversa, apenas o assunto, ou o texto inteiro, etc.)

Apesar de a palavra fórum, ser um termo genérico para grupos de discussão ou debates e, também, ser usado para denominar as listas de discussão ou distribuição, considero relevante considerar as duas ferramentas como de natureza diversa, tendo como ponto de distinção a distribuição versus o armazenamento.

Entendo que a característica principal da lista de discussão é a distribuição automática fazendo com que as mensagens cheguem a seus membros de forma muito rápida. A principal característica do fórum é o armazenamento, a organização das contribuições em página *web* de um grande número de dados sem a necessidade de superlotar a caixa postal de seus membros. Dependendo da ferramenta utilizada pelo fórum, o usuário poderá ter acesso, cognitivamente confortável, aos dados, pois pode visualizá-los por tópicos, ou por seqüências, dependendo da configuração escolhida pelo administrador do fórum.

Um servidor de fórum gratuito e bastante utilizado é o voy.com. Em outubro de 2004, hospedava 1050 fóruns sobre aprendizagem de línguas, 2000 sobre linguagem, 551 sobre lingüística, 7 sobre sintaxe, e 56 sobre semântica, todos em língua inglesa.

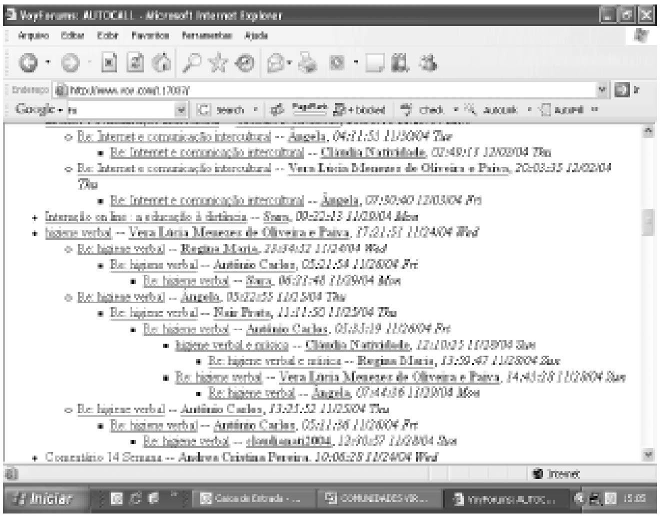


Figura 2
http://www.voy.com

Na imagem ao lado, vemos um fórum organizado por tópicos, no formato *compact*. A bolinha preta indica a introdução de um tópico e as brancas as respostas que o tópico recebeu. Os outros marcadores indicam a resposta aos segundos participantes e a endentação ajuda a identificar quem respondeu a quem.

Outro fomato, denominado *verbose*, apresenta os textos completos em seqüência. Existem, ainda, os formatos *super-compact* e *medium*. O formato *super-compact* apresenta apenas os *hiperlinks* para as mensagens em ordem temporal. O *médium* traz a mensagem completa do iniciador do tópico e *hiperlink* para as respostas.

O exemplo em tela foi retirado de um dos cursos por mim ministrado no Programa de Pós-graduação em Estudos Lingüísticos do POSLIN.

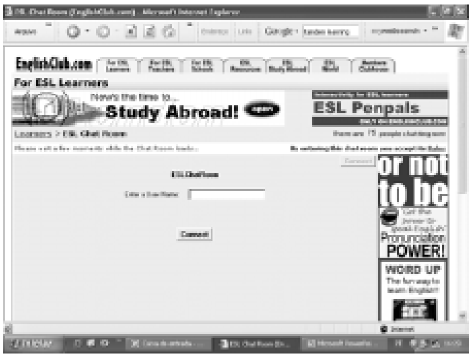
[5] "1460, "place of assembly in ancient Rome," from L. *forum* "marketplace" apparently akin to *foris, foras* "out of doors, outside." Sense of "assembly, place for public discussion" first recorded 1690" Disponível em [http://www.etymonline.com/index.php?search=forum&searchmode=nl]. Acesso em 02/09/2005.

Uma grande contribuição tanto da lista de discussão quanto do fórum é a assincronia, pois as pessoas podem participar das discussões a qualquer momento sem estarem conectadas no mesmo horário. A Internet retirou barreiras de tempo e espaço e isso foi impactante tanto na educação a distância quanto na construção de conhecimento que agora permite que a inteligência coletiva se desenvolva de forma desterritorializada e sem limitações de tempo. No entanto, as ferramentas síncronas[6] também fazem sucesso. A mais famosa delas é o *chat*.

6. Chat

O *chat* é uma ferramenta que permite que duas ou mais pessoas interajam em tempo real mediadas pelo computador. Predomina a forma escrita, mas já há *software* que permite a interação por voz. Um setor bastante privilegiado por essa nova ferramenta é o ensino de língua estrangeiras. A interação por chat guarda semelhanças com a oralidade, como comprova Souza (2002) e seu uso auxilia os aprendizes na aquisição de línguas estrangeiras, pois proporciona interações autênticas na língua alvo.

Há vários serviços de *chat* para aprendizes de língua inglesa, por exemplo. Um deles é o *EnglishClub*, mantido por Joseph Essberger, em Cambrige, na Inglaterra. É um serviço gratuito para professores e alunos de inglês. Qualquer pessoa com mais de dezoito anos pode se cadastrar e participar, gratuitamente, da interação em inglês. A Fig. 3 é a página de abertura e a Fig. 4 traz uma amostra da página do chat.



http://www.englishclub.com/
Fig. 3

http://www.englishclub.com/esl-chat/index.htm
Fig. 4

Outras salas de *chat* para uso da língua inglesa, dentre muitas outras, podem ser encontradas nos endereços:

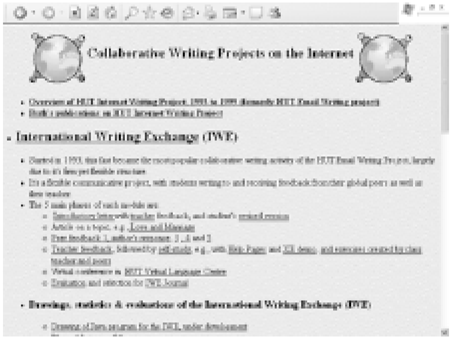
http://www.study.com
http://www.eslcafe.com/chat/chatpro.cgi
http://www.1-language.com/chat/
http://www.englishenglish.com/english_chat.htm

O *study.com* é um local para aprender e praticar inglês com professores e alunos. O usuário deve ter, no mínimo, 13 anos para participar de grupos de conversação, monitorados ou não por voluntários, que se dividem em salas para falantes iniciantes, intermediários e avançados. *ESL Café* e *I-language.com* também demandam um cadastro preliminar, mas não apresentam limitações de idade e nem voluntários para monitoramento. Já *englishenglish.com* não demanda cadastro, bastando fornecer um *login* e uma senha no momento do acesso.

7. Projetos colaborativos

Com a popularização da *web* e a criação de ferramentas para interação, novas oportunidades e desafios surgiram para a aprendizagem. Vários projetos colaborativos se integram na construção de comunidades educacionais que impulsionam a inteligência coletiva.

[6] Outras ferramentas síncronas são a videoconferência, MUD (Multiple User Dimension) e MOO (Multi User Objected Oriented Environment), sendo os dois últimos realidades virtuais baseadas em texto.



http://www.hut.fi/~rvilmi/Project/
Fig. 5

Na área de ensino de língua inglesa, um dos bons modelos de projeto colaborativo é o *Collaborative Writing Project*, coordenado por Ruth Vilmi, na Universidade de Helsinki, na Finlândia. O projeto teve início em 1993 e desenvolve a habilidade da escrita em um processo colaborativo flexível. Alunos no mundo inteiro trabalham em pares trocando suas produções escritas e recebendo *feedback* de seus pares e professores. A maioria dos participantes são alunos universitários estudando inglês como segunda língua ou língua estrangeira.

http://www.iecc.org/
Fig. 6

O IECC, *Intercultural email project*, é um serviço gratuito de ensino que ajuda professores a colocar seus alunos em contato com parceiros de outras culturas e países. São desenvolvidos projetos de correspondência por *e-mail* entre salas de aula, além de outros projetos colaborativos.

O IECC foi criado em 1992, no St. Olaf College em Minnesota. Segundo dados registrados em sua página, já atendeu a 28.000 pedidos para formação de parcerias. O IECC atende alunos do curso primário ao ensino médio, além de implantar projeto de interação entre crianças e adultos com 50 anos ou mais.

Fig. 7
http://www.gsn.org/index.html

Global SchoolNet Foundation (GSN) é uma organização sem fins lucrativos que funciona desde 1984 em parceria com outras instituições para a criação de projetos culturais, científicos e educacionais. As atividades de aprendizagem visam preparar os alunos para o mundo do trabalho dentro de uma perspectiva de letramento e responsabilidade de cidadania global.

Dentre seus muitos projetos, podemos citar: (1) o *site* criado por alunos de San Diego que foram meninos de rua e que conta a vida nas ruas daquela cidade; (2) o projeto de trocas de cartas formando parcerias entre turmas do ensino básico; (3) O projeto *InterConnection* com mais de 100 voluntários visando a preservação ambiental.

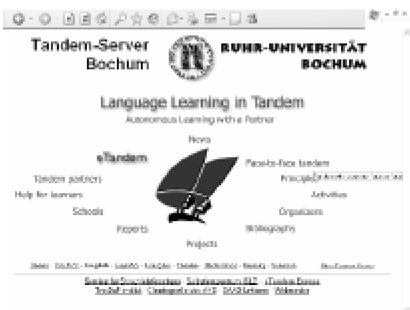
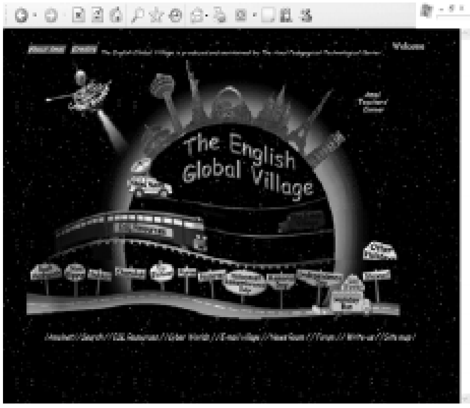


Fig. 8
http://www.slf.ruhr-uni-bochum.de/

Language Learning in Tandem tem por objetivo dar oportunidade a aprendizes no mundo inteiro de aprender uma língua estrangeira e, ao mesmo tempo, colaborar na aprendizagem de outro aprendiz que estuda sua língua materna. Através desse *site*, por exemplo, um brasileiro pode encontrar um falante de língua inglesa que queira aprender português e estabelecer parceria para que ambos aprendam a língua do outro.

No Programa de Pós-Graduação em Estudos Lingüísticos da UFMG, foram desenvolvidas duas pesquisas sobre essa modalidade de aprendizagem. Souza (2003) coordenou projeto de ensino entre aprendizes de português na Universidade de Melbourne e aprendizes de inglês na UFMG. Braga (2004) pesquisou interações entre brasileiros e americanos e as estratégias de aprendizagem utilizadas pelos dois grupos.

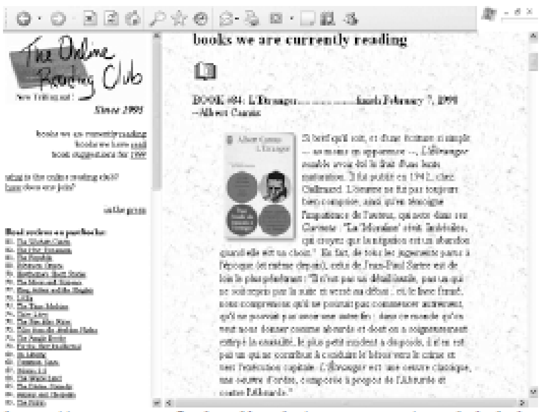


http://www.amalnet.k12.il/meida/english/
Fig. 9

O *English Global Village* visa atender às necessidades de aprendizes de inglês interessados em aumentar sua proficiência, usando a Internet. A "*Village*" oferece uma ampla variedade de materiais e recursos para professores e alunos. As atividades utilizam a abordagem *webquest*, ou seja, os alunos realizam as tarefas buscando informação na *web*. Os materiais interativos são organizados por temas, tais como, mistério, entretenimento, esportes e estilo de vida, natureza, viagem e meios de transporte, direito, invenções e tecnologia. Além disso, há o espaço intitulado *E-mail Village* que oferece várias ferramentas para interação: *bulletim board*, fórum e conexão por *e-mail*, conectando mais de 105 mil salas de aula e cerca de 4 milhões e meio de alunos.

http://www.otan.dni.us/webfarm/emailproject/email.htm
Fig. 10

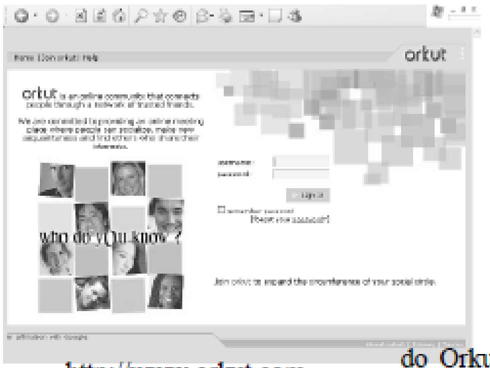
E-mail Projects Home Page é um *site* desenvolvido por Susan Gaer, em 1994, para promover interação entre falantes nativos e não-nativos de inglês. Os projetos são iniciados por uma turma de alunos ou por um professor. As atividades eram desenvolvidas através de *e-mail*, mas agora predomina o uso da web. Um exemplo é o livro de receitas culinárias elaborado com a contribuição de alunos de várias partes do mundo. Outro bom exemplo é a recolha de histórias folclóricas, através de contribuições de vários países.



http://userpage.fu-berlin.de/~tanguay/readclub.htm
Fig. 11

O *Online Reading Club* é um grupo de cerca de 30 pessoas (alunos, professores, autores) aprendendo inglês, alemão ou francês, em 5 países diferentes, que lêem uma obra literária a cada duas semanas e enviam suas resenhas para todos via *e-mail*. Qualquer pessoa que queira ler uma grande variedade de livros pode se juntar ao grupo. O coordenador das atividades, Edward Tanguay, é responsável pelo recebimento e distribuição das resenhas e pela publicação das mesmas na *homepage*.

Para fazer parte do grupo, o interessado deve fazer contato com o Edward Tanguay no endereço tanguay@rz.uni-potsdam.de.



http://www.orkut.com
Fig. 12

As redes virtuais de amigos como Gazzag, Friendster, Orkut e similares competem com o correio eletrônico e atraem milhares de pessoas de todas as idades. O Orkut, por exemplo, é um *site* de relacionamento que virou mania mundial. Além da rede de amigos, as pessoas se reúnem em comunidades que variam desde "Eu odeio a ABNT" a *English as a second language*, com cerca de 10.000 participantes, ou, ainda, *Linguistics*, com cerca de 5000 participantes.

Para participar é necessário ser convidado por um membro já cadastrado nessa rede social. Os participantes do Orkut trocam mensagens, se declaram *fans* uns dos outros, e escrevem testemunhos sobre seus amigos. Cada usuário tem, também um álbum de fotos de sua comunidade de amigos com links para as respectivas pa´ginas.

http://venus.rdc.puc-rio.br/kids/kidlink/
Fig. 13

Kidlink é uma organização norueguesa, sem fins lucrativos, que trabalha com o objetivo de reunir crianças em um diálogo global. São utilizadas listas de correio eletrônico para conferências, uma rede privada para *Real-Time Interactions* (como *chats*), e um *site* de mostra de arte *online*. O projeto foi criado em 1990 e se apóia em voluntários do mundo inteiro. O *Kidlink* tem versões em vários países e línguas diferentes. No Brasil, o projeto é coordenado por Marisa Lucena que iniciou as atividades, em 1995, e cujo trabalho transformou-se em tese de doutorado (LUCENA, 1997). Atualmente, o projeto é apoiado pela Fundação Pe. Leonel Franca e pelo RDC/PUC-Rio.

A motivação do projeto *Kidlink* vai ao encontro do conceito de inteligência coletiva, pois promove a interação e a troca de informações de forma a ter uma visão ampliada do mundo. Na página brasileira do projeto pode-se ler:

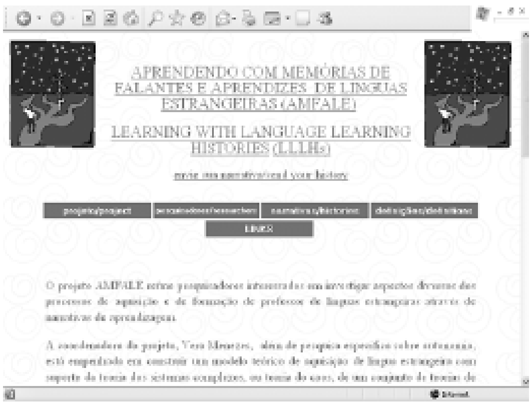
> Kidlink se baseia na idéia de que arregimentar crianças no mundo todo para que falem entre si permitirá que elas tenham uma *experiência direta com amigos*, tendo a experiência comum da infância mas, freqüentemente, em circunstâncias diferentes.
>
> Ouvindo uma série de opiniões diferentes e se familiarizando com idéias novas, esperamos que nossas crianças consigam *superar as barreiras da comunicação* e resolver alguns problemas de uma forma mais cooperativa.
>
> Esperamos que, quando as crianças de Kidlink se tornarem adultas, ela consigam ter uma perspectiva global a longo prazo sobre as questões, em vez de dar mais importância a pequenas coisas locais imediatas.
>
> Os participantes de Kidlink vivem em países do mundo todo. Suas sociedades têm diferentes pontos de vista em questões sociais, éticas, legais e morais. Kidlink encoraja os participantes a valorizar estas diferenças e a usá-las para que tenham uma visão mais geral sobre estas questões.
>
> Em todas as atividades, as crianças são livres para expressar suas opiniões. Linguagem obscena ou ofensas não são permitidas. [http://www.kidlink.org/portuguese/general/backgrnd.html]

Muitos outros projetos podem ser encontrados na *web*. Um exemplo brasileiro é relatado por MELLO (1998) ao descrever a interação entre aprendizes brasileiros e koreanos com o objetivo de aumentar as habilidades de leitura e escrita em língua inglesa. Na UFMG, já coordenei projetos de ensino, em parceria com colegas em Israel e Japão com o objetivo de proporcionar aos aprendizes de língua inglesa oportunidades de interações significativas na língua.

Na Faculdade de Letras da UFMG, temos, ainda, dois projetos colaborativos, o ARADO e o AMFALE. O Projeto ARADO (Fig. 13)

> reúne ações que constituem os objetivos básicos do projeto. AGRUPAR alunos da graduação e da pós-graduação e professores das escolas públicas para REFLETIR sobre problemas e ou fatores que interferem no processo de ensino-aprendizagem de inglês como língua estrangeira. AGIR sobre o problema, buscando leituras que ajudem os participantes a refletir teoricamente sobre o tema. Além disso, o projeto tem por objetivo produzir material didático, colaborativamente, de forma a contribuir para o contexto escolar. DOAR o material produzido para as escolas e para este portal virtual que está sendo construído com a colaboração de participantes do projeto e de alunos da graduação, especialização, mestrado e doutorado. O projeto recebe, também, doações de material didático que passam por um Conselho Editorial antes de sua publicação.

http://www.letras.ufmg.br/arado/ARADO/index.htm
Fig. 13



http://www.veramenezes.com/amfale.htm
Fig. 14

O AMFALE (Fig. 14) reúne pesquisadores brasileiros e estrangeiros em torno de um corpus de narrativas de aprendizagem de várias línguas estrangeiras, publicadas em texto e em áudio. Os pesquisadores investigam aspectos diversos dos processos de aquisição e de formação de professor através das narrativas. Na página do projeto, podem ser encontradas narrativas de brasileiros aprendendo inglês, francês, alemão e espanhol, estrangeiros aprendendo português no Brasil e japoneses aprendendo inglês no Japão. A leitura das narrativas fornece evidências empíricas para pesquisas sobre aquisição de línguas estrangeiras e relatos de estratégias de aprendizagem bem sucedidas que servem de exemplo para outros aprendizes.

Conclusão

As inovações tecnológicas são sempre acompanhadas de mudanças no comportamento humano. A Internet é um agente de mudanças nas relações humanas com efeitos no comércio, na comunicação e, principalmente na educação. Suas ferramentas possibilitam a reunião das atividades mentais que constroem os coletivos inteligentes sem as restrições de espaço e tempo. A inteligência coletiva se funda em um novo espaço, o virtual, que se caracteriza pela predominância da assincronia, pela ausência de fronteiras geográficas, pela ausência de controle dos governos, pela liberdade de expressão, pela cidadania global mediada pelo computador.

As novas formas de comunicação privilegiam o saber coletivo. Como afirma Pierre Lévy (1998, p. 181)

> O saber da comunidade pensante não é mais um saber comum, pois doravante é impossível que um só ser humano, ou mesmo um grupo, domine todos os conhecimentos, todas as competências; é um saber coletivo por essência, impossível de reunir em uma só carne.

O mundo virtual é, pois, essencialmente, o espaço da experiência em conjunto. O grande desafio é ampliar o acesso das classes menos privilegiadas a esse saber e incorporar suas contribuições. Sempre à margem dos avanços tecnológicos e das mudanças por eles gerados, uma grande parcela da população continua alijada das comunidades virtuais e das manifestações artísticas e culturais. Assim, temos, de um lado, os com Internet e, do outro, os sem Internet; de um lado. grupos que interagem e constroem uma inteligência coletiva e que se inserem nas novas profissões geradas pela era digital. De outro, os grupos cada vez mais marginalizados e menos capacitados para o mundo do trabalho.Como profetiza Guimarães (2005, p.2):

> Estar vivo significa participar de um contínuo processo de ampliação e intercâmbio de conhecimento. Para aqueles que não tiverem acesso à informação e não forem capazes de processá-la criticamente, transformando-a em conhecimento, restará a condenação a repetir indefinidamente tarefas mecânicas e subalternas, não alcançando plenamente o sentido de ser humano.

Até pouco tempo atrás, o exercício completo da cidadania dependia da alfabetização. Analfabetos, por exemplo, não podiam votar. Hoje fala-se na necessidade de letramento digital para reduzir as desigualdades sociais. O cidadão digitalmente letrado é capaz de localizar informações para resolver problemas do dia a dia, resolver questões junto a órgãos públicos e privados através do computador, interagir via *e-mail* e, principalmente, participar da construção coletiva do conhecimento.

Harlow e Johnson (1998, p.18) afirmam que a tecnologia nos permite aumentar o alcance de nossos sentidos e de nossos poderes, pois ela formata o que e como aprender. Para eles é possível falar de uma epistemologia da tecnologia, pois as atividades humanas sempre foram mediadas pela tecnologia.

O que discutimos neste texto nos levar a rever a epistemologia, ou seja, como "a mente processa e forma crenças sobre objetos e eventos que nos circundam" (Harlow e Johnson, 1998, p.15). As novas tecnologias transformaram os modos de conhecer, de saber. O conhecimento não é mais visto como algo depositado na mente dos homens, mas algo distribuído em suas extensões: livros, filmes, CD-Roms, e, principalmente, na Internet. A Internet reforça a natureza social do conhecimento e cria o espaço do saber coletivo tanto por ser produzido de forma coletiva como por estar aberto a todos.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

BRAGA, J.C.F. *Aprendizagem de línguas em regime de tandem via e-mail* : colaboração, autonomia e estratégias sociais e de compensação. 2004. Dissertação (Mestrado em Lingüística Aplicada) – Faculdade de Letras da Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2004.

BUCKMAN, J. A history of listservers. *Domino Power*, April, 2001. Disponível em http://john.redmood.com/listservershistory.html . Acesso em 06 de julho de 2005.

GUIMARÃES, A.S. Desafios na comunidade globalizada. *Jornal Estado de Minas*. Belo Horizonte, Caderno D+. Opinião do Diretor. p.2

HARASIM, L. What Makes Online Learning Communities Successful? The Role of Collaborative Learning in Social and Intellectual Development! Disponível em [http://www.sfu.ca/~lpachols/gen/readings/harasim_communitypaper.htm]. Acesso em 05 de maio de 2004.

HARLOW, S.; JOHNSON, D. An epistemology of technology. *International Technology Review*. N.9, p.15-19, Spring/Summer, 1998.

JOHNSON, S. *Cultura da* interface: como o computador transforma nossa maneira de criar e comunicar. Trad. Maria Luísa X. de A. Borges. Rio de Janeiro: Zahar, 2001.

LÉVY, P. *A inteligência coletiva*; por uma antropologia do ciberspaço. Trad. Luiz Paulo Rouanet. São Paulo: Edições Loyola, 1998.

LUCENA, M. Uma Escola Aberta na Internet: O Projeto Kidlink. COPPE/ Universidade Federal do Rio de Janeiro (UFRJ), 1997. Disponível em http://venus.rdc.puc-rio.br/kids/kidlink/publicacoes.htm . Acesso em 10 de setembro de 2004

MELLO, V. Report on a Penpal Project, and Tips for Penpal-Project Success. The Internet TESL Journal, Vol. IV, No. 1, January 1998. Disponível em http://iteslj.org/Techniques/Mello-Penpal.html. Acesso em 02 de setembro de 2004.

SHELL, B. (Ed.). Shaping cyberspace into human space. CCS Update, 1995, 6 (3), [http://www.css.sfu.ca/update/vol6/6.3-harasim.main.html].

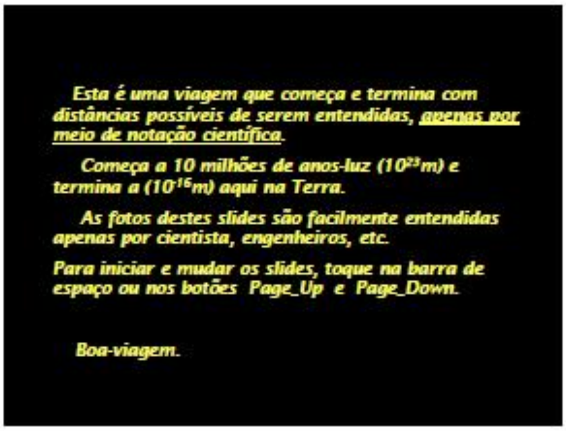
SOUZA, R. A. *O "chat" em língua inglesa*: interações na fronteira da oralidade e da escrita. 2000. Dissertação (Mestrado em Lingüística Aplicada) – Faculdade de Letras da Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2000.

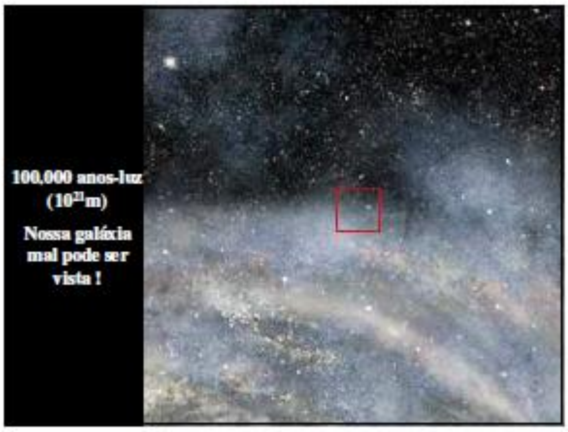
____________. *Aprendizagem de línguas em Tandem*: estudo da telecolaboração através da comunicação mediada pelo computador. 2003 (Doutorado em Lingüística Aplicada) – Faculdade de Letras da Universidade Federal de Minas Gerais. Brazil. Belo Horizonte, 2003.

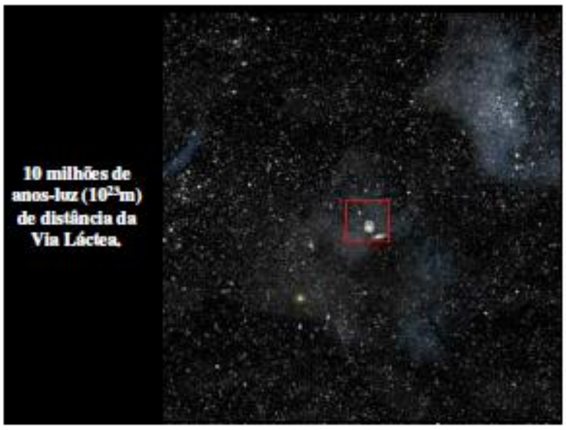
12

PALLOF, R.M.; PRATT, K. *Building learning communities in cyberspace*; effective strategies for the online classroom. San Francisco: Jossey-Bass, 1999.

ANEXO L


Esta é uma viagem que começa e termina com distâncias possíveis de serem entendidas, apenas por meio de notação científica.
Começa a 10 milhões de anos-luz (10^{23}m) e termina a (10^{-16}m) aqui na Terra.
As fotos destes slides são facilmente entendidas apenas por cientista, engenheiros, etc.
Para iniciar e mudar os slides, toque na barra de espaço ou nos botões Page_Up e Page_Down.
Boa-viagem.

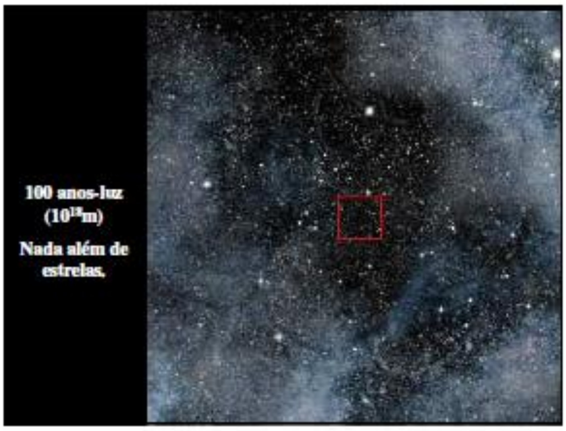

100.000 anos-luz (10^{21}m)
Nossa galáxia mal pode ser vista !


10 milhões de anos-luz (10^{23}m) de distância da Via Láctea.


10.000 anos-luz (10^{20}m)
Aparecem estrelas de nossa galáxia.

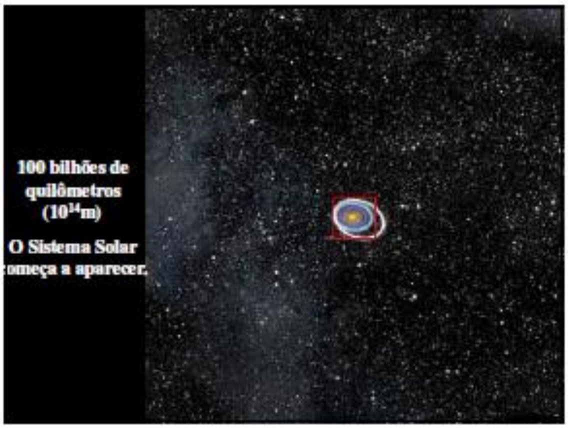

1 milhão de anos-luz (10^{22}m) Torna-se visível o expiral.

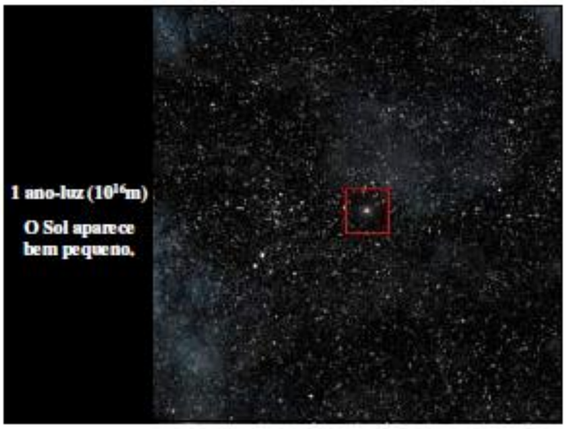

1.000 anos-luz (10^{19}m)
As estrelas, dez vezes mais perto.

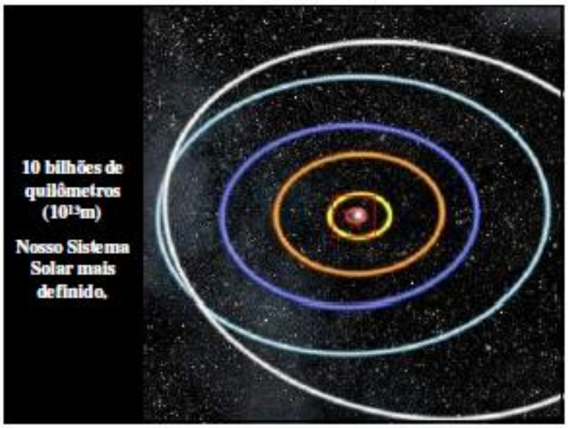

100 anos-luz
(10^{18}m)
Nada além de estrelas.

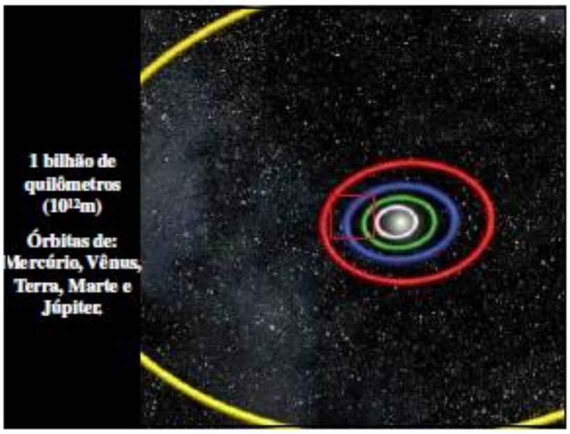

1 trilhão de quilômetros
(10^{15}m)
O Sol um pouco maior.

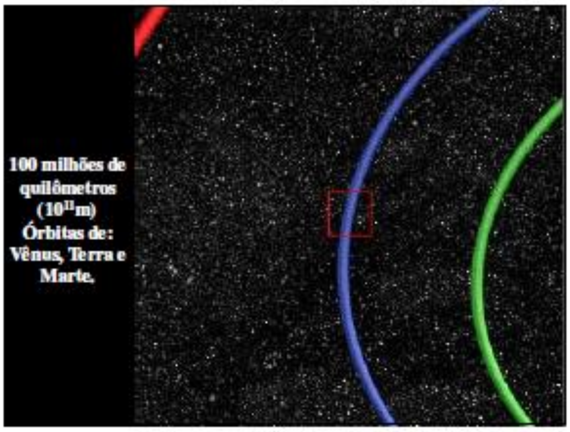

10 anos-luz
(10^{17}m)
Ainda apenas estrelas.

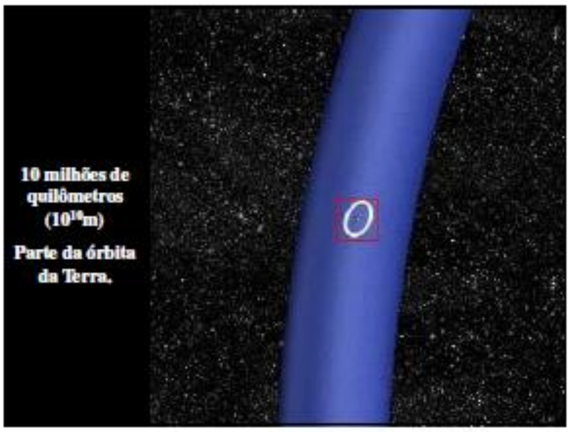

100 bilhões de quilômetros
(10^{14}m)
O Sistema Solar começa a aparecer.

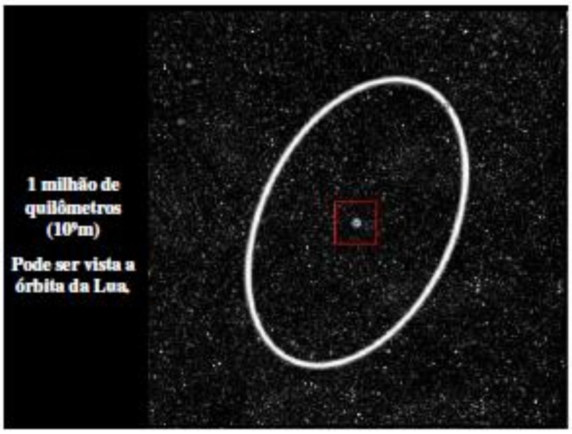

1 ano-luz (10^{16}m)
O Sol aparece bem pequeno.

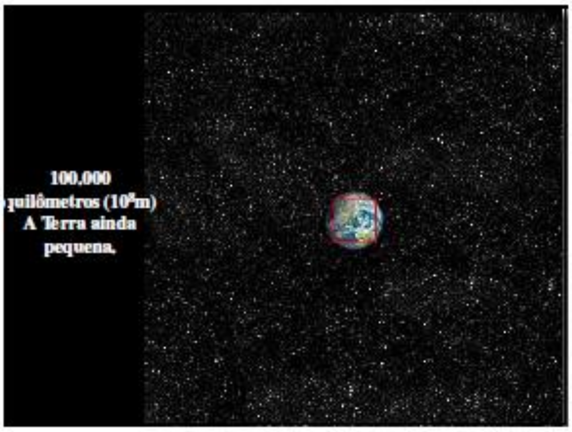

10 bilhões de quilômetros
(10^{13}m)
Nosso Sistema Solar mais definido.

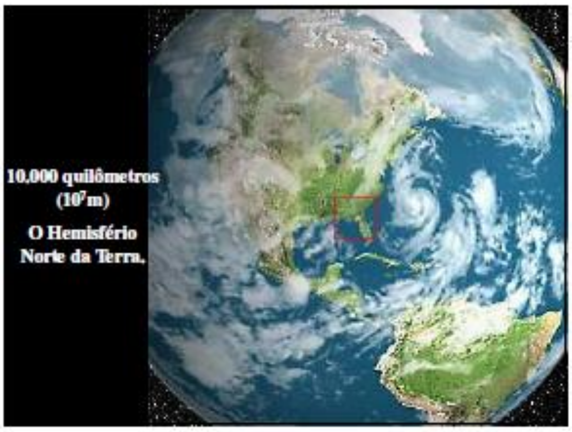

1 bilhão de
quilômetros
(10^{12}m)
Órbitas de:
Mercúrio, Vênus,
Terra, Marte e
Júpiter.

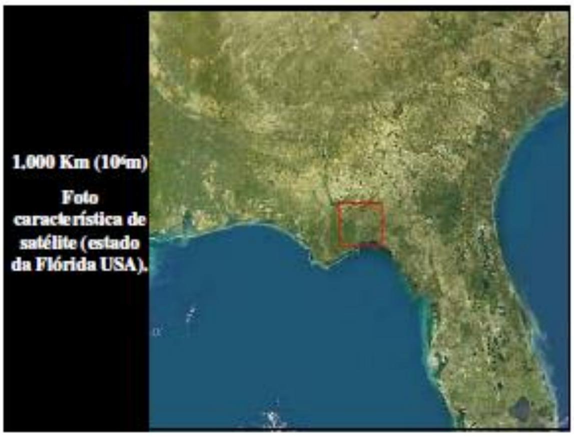

100 milhões de
quilômetros
(10^{11}m)
Órbitas de:
Vênus, Terra e
Marte.

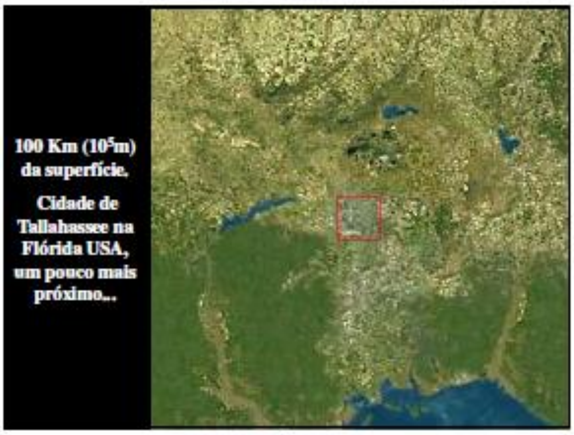

10 milhões de
quilômetros
(10^{10}m)
Parte da órbita
da Terra.


1 milhão de
quilômetros
(10^{9}m)
Pode ser vista a
órbita da Lua.


100.000
quilômetros (10^{8}m)
A Terra ainda
pequena.

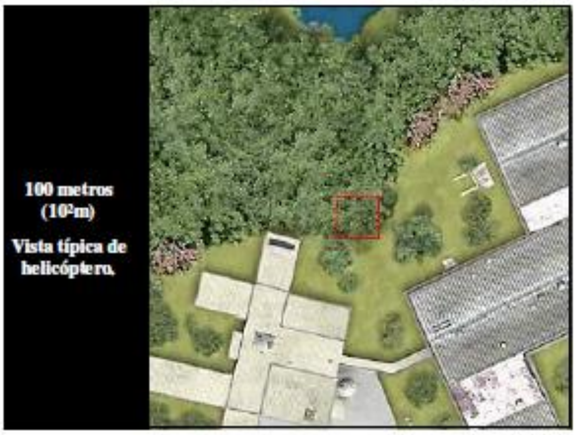

10.000 quilômetros
(10^{7}m)
O Hemisfério
Norte da Terra.


1.000 Km (10^6m)
Foto característica de satélite (estado da Flórida USA).


100 Km (10^5m) da superfície.
Cidade de Tallahassee na Flórida USA, um pouco mais próximo...

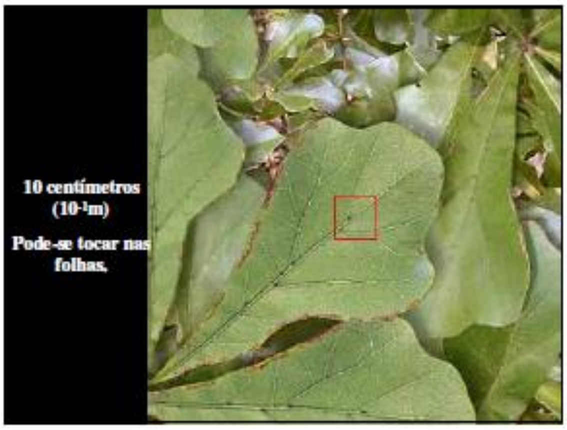

10 Km (10^4m)
Os quarteirões mal são vistos.


1 Km (10^3m)
É possível a prática de pára-quedismo.


100 metros (10^2m)
Vista típica de helicóptero.

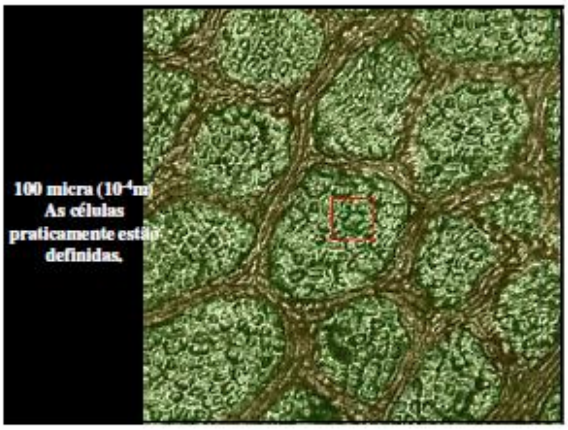

10 metros (10^1m)
Vista típica de edifício.

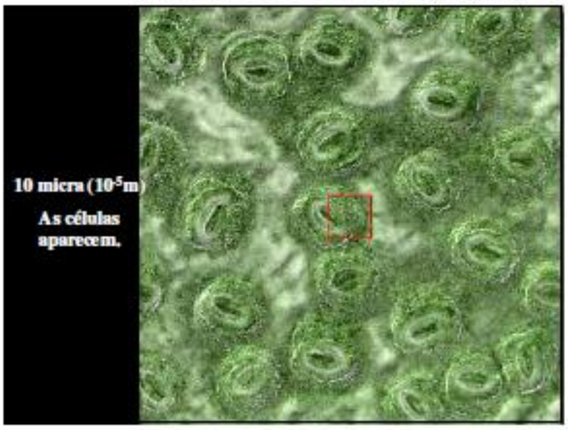

1 metro (10^0m)
Quando olhamos algo com o braço esticado...

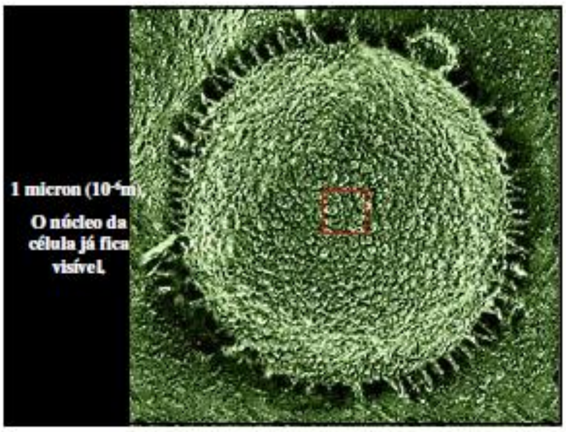

10 centímetros (10^{-1}m)
Pode-se tocar nas folhas.


1 centímetro (10^{-2}m)
É possível sentir o cheiro da folha.

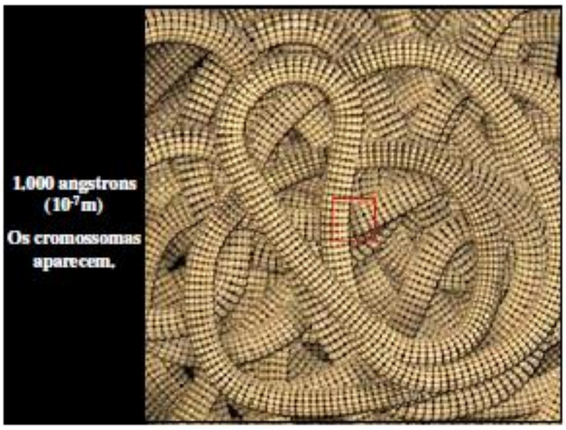

1 milímetro (10^{-3}m)
Os vasos da folha aparecem.

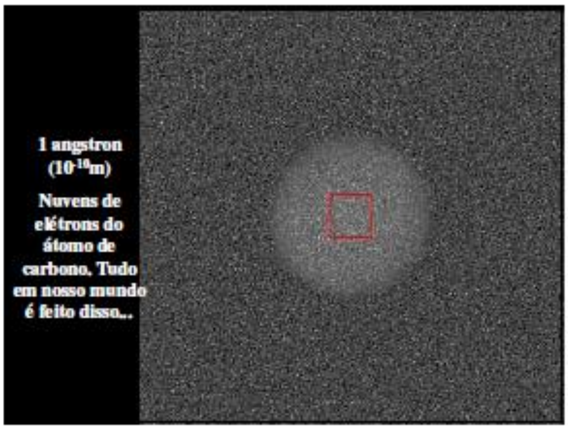

100 micra (10^{-4}m)
As células praticamente estão definidas.

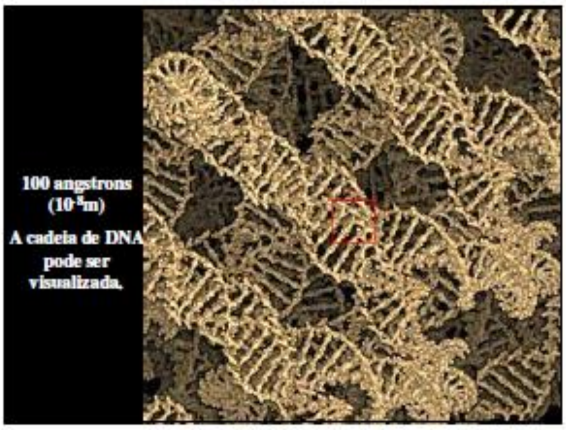

10 micra (10^{-5}m)
As células aparecem.

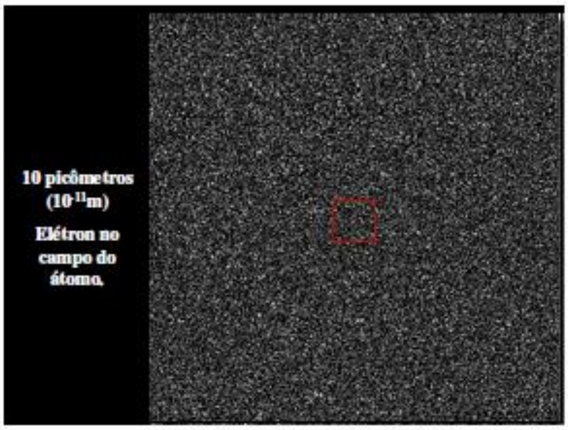

1 micron (10^{-6}m).
O núcleo da célula já fica visível.


1 nanômetro (10^{-9}m)
Os blocos cromossômicos.

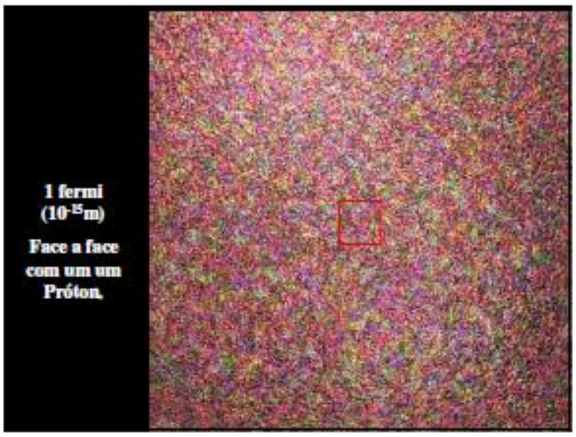

1,000 angstrons (10^{-7}m)
Os cromossomas aparecem.


1 angstron (10^{-10}m)
Nuvens de elétrons do átomo de carbono. Tudo em nosso mundo é feito disso...


100 angstrons (10^{-8}m)
A cadeia de DNA pode ser visualizada.

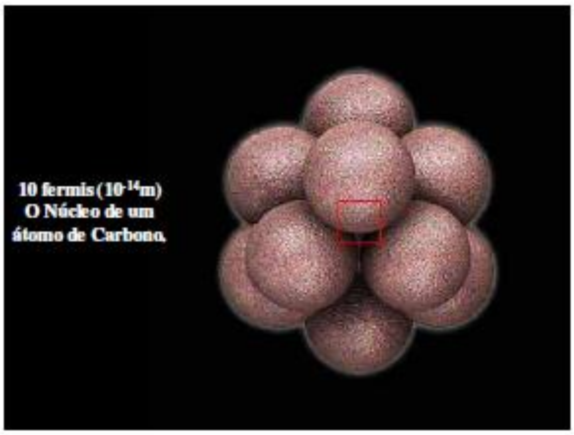

10 picômetros (10^{-11}m)
Elétron no campo do átomo.


1 picômetro (10^{-12}m)
Espaço vazio entre o núcleo e as órbitas de elétrons.


1 fermi
(10^{-15}m)
Face a face com um um Próton.


100 fermis (10^{-13}m)
O núcleo ainda pequeno.


100 atômetros (10^{-16}m) Examinando-se as partículas 'quark'.
Fim da viagem.
E então? Está considerando a si mesmo um grande ou pequeno ser?
Ainda acha que estamos sozinhos no universo?


10 fermis (10^{-14}m)
O Núcleo de um átomo de Carbono.

ANEXO M

IME-USP - Instituto de Matemática e Estatística da Universidade de São Paulo.
São Paulo, quinta-feira, 08 de novembro de 2001.
Disciplina: MAT450 - Seminários de Resolução de Problemas.
Professor: Antônio Luiz Pereira (Matemática - USP).
Curso: 45023 - Matemática/Licenciatura.
Alunos: Agnelo Pires Ramos.
Antonio Angelo Mateus.
João Batista de Oliveira Matias.
Thiago Rodrigo Alves Carneiro.

Problemas matemáticos: caracterização, importância e estratégias de resolução.

Índice

A idéia de problema matemático

"O que para alguns é um problema para outros é um exercício e para alguns outros uma distração". (Ditado popular)

A importância dos problemas para a Matemática nos contextos de ciência e disciplina escolar

Um matemático, ao descrever o seu trabalho, certamente não deixará de pronunciar duas palavras presentes no seu dia a dia: *problema* e *prova*.

O *problema* é o meio pelo qual a Matemática se desenvolve, ou seja, o "alimento" da evolução matemática. Um problema tem seu grau de importância relacionado à quantidade de idéias novas que ele traz à matemática e o quão ele é capaz de impulsionar os diversos ramos da Matemática - sobretudo aqueles em que ele não está diretamente relacionado.

A *prova* está indissoluvelmente ligada ao problema e é a única maneira de atestar ou não a solução matemática do mesmo. A prova representa o rigor, a solidez e a consistência da teoria matemática e nada mais é do que uma seqüência de raciocínios dedutivos que parte de fatos de veracidade já conhecida - como teoremas e axiomas - e chega até o resultado em demonstração, resolvendo o problema.

No contexto de educação matemática, um problema, ainda que simples, pode suscitar o gosto pelo trabalho mental se desafiar à curiosidade e proporcionar ao aluno o gosto pela descoberta da resolução. Neste sentido, os problemas podem estimular a curiosidade do aluno e fazê-lo a se interessar pela Matemática, de modo que ao tentar resolvê-los o aluno adquire criatividade e aprimora o raciocínio, além de utilizar e ampliar o seu conhecimento matemático.

Enfim, o que é um problema?

Agora que falamos da importância dos problemas à Matemática, podemos dar uma definição intuitiva de problema: "um problema matemático é toda situação requerendo a descoberta de informações matemáticas desconhecidas para a pessoa que tenta resolvê-lo e/ou a invenção de uma demonstração de um resultado matemático dado"[1]. Ainda, segundo Newell & Simon (1972), "um problema é uma situação na qual um indivíduo deseja fazer algo, porém desconhece o caminho das ações necessárias para concretizar a sua ação"[2] ou segundo Chi e Glaser (1983) "o problema é uma situação na qual

[1] SILVEIRA, J. F. P. ***O que é um problema matemático?*** Site: http://athena.mat.ufrgs.br/~portosil/resu1.html

[2] POGGIOLI, L. ***Estrategias de resolución de problemas***. Serie Enseñhando a aprender. Caracas, Polar, 2001.

um indivíduo atua com o propósito de alcançar uma meta utilizando para tal alguma estratégia em particular"[3].

A partir das concepções de problemas acima, entendemos que existe um problema quando há um objetivo a ser alcançado e não sabemos como atingir esse objetivo. Em matematiquês, existe um problema quando há um resultado - conhecido ou não - a ser demonstrado utilizando a teoria matemática.

Um problema é mais valioso à medida que o resolvedor - ou seja, quem está se propondo a encontrar uma solução ao problema - tenha de *inventar estratégias e criar idéias*. Quem resolve pode até saber o objetivo a ser atingido, mas ainda estará enfrentando um problema se ele ainda não dispõe dos meios para atingir tal objetivo.

Caracterizando um problema

Resnick[4] apontou várias características dos problemas as quais procuramos resumir abaixo:

1. *Sem algoritmização*: o caminho da resolução é desconhecido, ao menos em boa parte.
2. *Complexos*: precisam de vários pontos de vista.
3. *Exigentes*: a solução só é atingida após intenso trabalho mental; embora o caminho possa ser curto, ele tende a ser difícil.
4. *Necessitam de lucidez e paciência*: um problema começa com uma aparente desordem de idéias e é preciso adotar padrões que permitirão construir o caminho até a solução.
5. *Nebulosos*: nem sempre todas as informações necessárias estão aparentes; por outro lado, pode existir conflito entre as condições estabelecidas pelo problema.
6. *Não há resposta única*: normalmente ocorre de existirem várias maneiras de se resolver um dado problema; no entanto, pode acontecer de não existir uma melhor solução ou até de não haver solução - ou seja, resolver um problema não é o mesmo que achar a resposta.

Problemas e exercícios: diferenças

Por muitas vezes o professor de Matemática da Educação Básica costuma pedir para o aluno resolver exercícios ou problemas - até os livros didáticos induzem a utilizar esta palavra - para aprender um determinado tópico da matéria. Ou seja, é preciso diferenciar problema de exercício, palavras estas muitas vezes utilizadas como equivalentes pelos professores de Matemática.

O *exercício* é uma atividade de adestramento no uso de alguma habilidade ou conhecimento matemático já conhecido pelo resolvedor, como a aplicação de algum algoritmo ou fórmula já conhecida. Ou seja, o *exercício* envolve mera aplicação de resultados teóricos enquanto o *problema* necessariamente envolve invenção e/ou criação significativa.

[3] POGGIOLI, L. ***Estrategias de resolución de problemas***. Serie Enseñhando a aprender. Caracas, Polar, 2001.

[4] RESNIK, L. & COLLINS, Allan. Cognición y Aprendizaje. En ***Anuario Psicología***. Nº 69, pp 189-197. Barcelona, Grafiques 92, S.A, 1996.

Por exemplo, considere como resolvedor um aluno no final do Ensino Fundamental (é importante dizer o perfil do resolvedor, pois o que pode ser um problema para uma pessoa pode não ser para outra que tenha mais conhecimento ou que já tenha visto o problema antes):

- *Exercício*: resolver a equação $x^2 - 3x + 1 = 0$ (supõe-se que tal aluno conheça a fórmula de Bhaskara).
- *Problema*: provar a fórmula de Bhaskara (supõe-se que tal aluno nunca tenha visto tal demonstração, mas conheça a fórmula); aqui percebemos a importância de definir o perfil do aluno, pois para o professor este não seria um problema uma vez que provavelmente ele já viu esta demonstração.
- *Problema (mais difícil)*: descobrir, provando, uma fórmula para resolver toda e qualquer equação algébrica do segundo grau (supõe-se que tal aluno não conheça a fórmula de Bhaskara).

O que é um bom problema?

Como podemos imaginar, problemas existem muitos. E, certamente, dependendo do nosso propósito, alguns problemas são melhores do que outros.

Bons problemas para o desenvolvimento da matemática

Caso o nosso interesse seja avaliar o quão bom e útil é um problema matemático à medida que ele aprimora a ciência matemática, então é importante medir não só o poder desafiador do problema para os matemáticos, mas também o quanto ele 'mexe' com a Matemática. Quando dizemos que um problema "mexe" com a matemática, queremos dizer o quanto um problema pode fazer com que entendamos melhor a matemática, o quanto ele contribui para o desenvolvimento dos vários ramos da matemática, os benefícios que ele traz para o resolvedor de problemas no sentido de amadurecer o resolvedor para a habilidade de resolver problemas e ainda a possibilidade de surgimento de novos problemas.

Um ótimo problema matemático é, sem dúvida alguma, o problema de Fermat:

Sendo n = 3, 4, 5, ..., mostrar que não há nenhuma trinca de inteiros positivos x, y, z verificando a equação $x^n + y^n = z^n$

O enunciado deste problema é, de fato, bastante simples. No entanto, sua demonstração precisou de quase 400 anos e foi obtida pelo matemático A. Wilkes em 1995. A grandeza do Problema de Fermat não está na dificuldade ou utilidade deste resultado (que é praticamente inexistente) e sim no fato de que as tentativas de resolvê-lo produziram idéias e problemas que fertilizaram inúmeros campos da Matemática tais como a Teoria dos Números e a Geometria Algébrica.

Bons problemas para o ensino de matemática

O nosso interesse pode ser o de "eleger" bons problemas tendo como objetivo o processo ensino-aprendizagem de Matemática. Neste sentido, é importante que o problema:

- tenha enunciado acessível e de fácil compreensão;
- exercite o pensar matemático do aluno;

- exija criatividade na resolução;
- possa servir de 'trampolim' para a introdução ou consolidação de importantes idéias e/ou conceitos matemáticos; e, sobretudo,
- não seja muito fácil ou muito difícil e sim natural e interessante.

O professor pode passar ao aluno a idéia de que resolver um problema pode ser comparado a vencer um jogo. Para ambos é necessário entender o objetivo, conhecer as regras e saber selecionar as estratégias que devem ser tomadas.

É importante diferenciar esta noção de bom problema para o ensino de matemática com os desafios ao final dos capítulos de alguns livros didáticos ou dos rodapés de palavras cruzadas, revistas e almanaques, pois estes desafios ou charadas ou ainda "quebra-cabeças" tem por objetivo oferecer entretenimento e normalmente não exigem raciocínio dedutivo e levam à obsessão por respostas corretas.

O ensino de Matemática torna-se muito mais interessante à medida que se utiliza de bons problemas ao invés de se basear apenas em exercícios que remetem a reprodução de fórmulas e se distanciam da realidade do aluno.

Os problemas matemáticos para o ensino de matemática podem ser divididos em quatro tipos:

- *Problemas de sondagem*: para a introdução natural e intuitiva de um novo conceito;
- *Problemas de aprendizagem*: para reforçar e familiarizar o aluno com um novo conceito;
- *Problemas de análise*: para a descoberta de novos resultados derivados de conceitos já aprendidos e mais fáceis que os problemas de sondagem; e
- *Problemas de revisão e aprofundamento*: para revisar os tópicos já vistos e aprofundar alguns conceitos.

Exemplo 1. Problema de sondagem.

> Construa um triângulo cujos lados meçam 3cm, 4cm e 5cm.
>
> (a) Existe algum triângulo diferente do que você construiu cujos lados também meçam 3cm, 4cm e 5cm? Por quê?
>
> (b) Qual a medida do maior ângulo do triângulo que você construiu?
>
> (c) Construindo três quadrados (um sobre cada lado do triângulo que você traçou), que relação você pode estabelecer entre a área do maior e as áreas dos dois menores?
>
> (d) O menos ângulo do triângulo construído se opõe a qual dos lados? E o maior?

Comentários acerca do exemplo 1. Observe que o aluno basicamente só precisa saber o que é um triângulo para começar a pensar neste problema. Resolvido o problema, sem o auxílio do professor, o aluno ganha um acréscimo de conhecimento matemático (por exemplo, propriedades para triângulos retângulos como o Teorema de Pitágoras e propriedades para triângulos quaisquer como o fato do menor ângulo se opor ao menor lado e o maior ângulo se opor ao maior lado).

Exemplo 2. Problema de aprendizagem.

> O mapa do tesouro: "Andem 20 passos a leste, a partir do velho carvalho, depois 15 passos a norte e 18 passos a oeste. Caminhem 9 passos a norte e outros 5 passos a leste e aí encontrarão meu tesouro".

Nas condições do mapa, quantos passos em linha reta devemos andar, partindo do velho carvalho para chegarmos ao tesouro?

Comentários do problema 2. Este problema faz com que o aluno utilize conceitos de geometria de forma intuitiva relacionando com o seu dia a dia; note que não há a reprodução de fórmulas matemáticas, pois o problema exige a intuição e a criatividade do aluno e, a priori, não é dada sugestão de caminho de resolução.

Exemplo 3. Problema de análise.

Existe um triângulo retângulo cujos lados sejam três números inteiros e consecutivos? Em caso afirmativo, determine a medida dos lados deste triângulo.

Comentários do problema 3. Este é um problema de investigação, que remete o aluno a curiosidade e a descoberta. Para tal, o aluno precisa criar uma estratégia utilizando alguns conceitos já aprendidos e acaba por fixar estes conceitos e aprofundar o seu conhecimento.

Exemplo 4. Problemas de revisão e aprofundamento.

Ache a área de um triângulo isósceles em função da medida de um dos seus lados congruentes e da altura do triângulo.

Comentários do problema 4. Ao mesmo tempo em que o problema leva a revisão dos conhecimentos relacionados a relações métricas em triângulos, ele possibilita a descoberta de um resultado novo.

As heurísticas de resolução de problemas

Sobre o termo heurística

Antes de entrarmos na exposição e análise das diversas heurísticas de resolução de problemas é muito importante termos uma idéia clara sobre o significado da palavra *heurística*. Para tal, recorremos ao dicionário Houaiss[5] que noz 'traduz' heurística em vários contextos:

- *Contexto científico*: "a ciência que tem por objetivo a descoberta dos fatos";
- *Contexto de problematização*: "a arte de inventar, de fazer descobertas" ou "método de investigação baseado na aproximação progressiva de um dado problema"; e
- *Contexto pedagógico*: "método educacional que consiste em fazer descobrir pelo aluno o que se lhe quer ensinar".

Percebemos, portanto, que falar em heurística de resolução de problemas é falar sobre "métodos e regras que conduzem à descoberta, inovação, investigação e resolução de problemas"[6]. Podemos também observar que heurística pode referir-se tanto ao contexto científico quanto ao contexto educacional; para nós, ambos os contextos são pertinentes, pois ao mesmo tempo em que queremos avaliar a importância da resolução dos problemas na evolução da matemática - descoberta de novos resultados, criação de novos, problemas, ..., etc. - também queremos ressaltar a importância dos problemas no processo ensino-aprendizagem.

Um pouco de história: os primeiros passos para uma heurística de resolução de problemas

Vários pensadores e pesquisadores estudaram ou têm estudado e pesquisado a respeito da atividade de resolver problemas.

Filósofos gregos

Inicialmente, a atividade de resolver problemas recai na questão filosófica de "pensar sobre o pensamento"; neste sentido, os filósofos gregos como Sócrates e Platão trazem algumas contribuições. Para Sócrates, o indivíduo já detém o conhecimento a ser usado para resolver o problema e, portanto, a atividade de resolver problemas não passa de mera 'recordação'; para exemplificar seu método, certa vez Sócrates fez um escravo demonstrar o Teorema de Pitágoras 'apenas' lhe fazendo algumas perguntas.

Podemos notar, portanto, que o fato de Sócrates fazer perguntas já era um encaminhamento na solução do problema, o que ao nosso ver já tira em grande parte o mérito do escravo na resolução pois ele contou com a ajuda das perguntas elaboradas por Sócrates.

[5] HOUAISS, Antonio et al. ***Dicionário Houaiss da Língua Portuguesa***. Rio de Janeiro, Objetiva, 2001, 1ª ed., p. 1524.

[6] FERREIRA, Aurélio Buarque de Holanda. ***Novo Aurélio - O dicionário da língua portuguesa***. Rio de Janeiro, Nova Fronteira, 2000, 3ª edição.

As primeiras idéias com Descartes

As primeiras idéias um pouco mais positivas e razoáveis no sentido da heurística de resolução de problemas vem com filósofo e matemático francês Descartes (1596 - 1650).

Para o nosso propósito, o importante em Descartes são suas idéias sobre 'pensamento produtivo' que tinham um papel importante no seu ambicioso projeto de construção de um método geral de resolução de problemas. Descartes chegou a escrever dois volumes (o segundo incompleto) - dentre três planejados - do *Rules for the Direction of the Mind*, onde procurava expor em detalhes como, segundo seu método, seria possível resolver qualquer problema. Em resumo, Descartes vê o processo de resolução de problemas em três fases:

- Reduzir todo problema algébrico a um problema contendo apenas equação(ões);
- Reduzir todo problema matemático a um problema algébrico; e
- Reduzir qualquer problema a um problema matemático.

Podemos notar que Descartes objetiva reduzir todo problema que existe no mundo a um problema matemático; mais que isso, a idéia de Descartes era completar o projeto de resolver problemas citado acima e ainda usufruir de seus benefícios. Fica evidente, ao menos em nossa concepção, o caráter irrealista do projeto de Descartes, a começar pela idéia de reduzir todo problema a um problema matemático (o que, convenhamos, nem sempre é possível).

No entanto, Descartes apresenta algumas idéias de valor e relevância relacionadas ao ensino e que podem ser aplicadas a resolução de problemas como, por exemplo:

- Regra IV: "É necessário método para descobrir as leis da natureza", ressaltando a importância da sistematização.
- Regra III: "as únicas coisas que devemos aceitar são aquelas que ou podemos ver com clareza ou podemos deduzir com certeza", relevando a importância da argumentação ao invés do uso da autoridade.
- Regra VII: "Se chegarmos a um ponto onde não conseguimos entender o que está acontecendo, devemos fazer uma pausa e não prosseguir em um trabalho inútil", mostrando que é importante mantermos controle sobre o que estamos fazendo sob pena de se perder em um trabalho infrutífero.

É importante citar Descartes em detalhes, pois algumas de suas sugestões para o ensino e a resolução de problemas antecipam idéias de George Polya.

Graham Wallas (1858 - 1932) psicólogo e cientista político inglês.

Graham Wallas e a escola Gestaltista de psicologia

Após Descartes, encontramos idéias originais acerca de resolução de problemas na escola Gestaltista de psicologia com o psicólogo e cientista político inglês Graham Wallas (1858 - 1932)[7].

[7] Fonte: site http://www.lse.ac.uk/lsehistory/wallas.htm

Para Wallas as quatro fases de resolução de problemas são:

1. *Saturação*: você trabalha no problema até ter feito tudo o que podia com ele.
2. *Incubação*: você tira o problema do seu consciente e deixa o subconsciente tomar conta dele. Ou seja, você 'dorme' sobre ele. Esta é à parte fácil.
3. *Inspiração*: a resposta chega subitamente, sem que você esteja pensando no problema.
4. *Verificação*: você checa a solução apenas para ter certeza de sua correção.

A visão Gestaltista de Wallas fornece uma visão interessante da solução de um problema e representa um passo importante como contraposição às idéias de Descartes. No entanto, por apelar a noções vaga ligada ao funcionamento da 'mente', ela acaba não tendo grande valia como uma estratégia de resolução de problemas.

Skinner e a escola behavorista

Uma mudança radical de posição em relação às idéias de Descartes ou de Wallas é encontrada na escola behavorista com o psicólogo americano B. F. Skinner (1904 - 1990)[8]. Ele propõe, de fato, a completa exclusão do conceito de mente da teoria do conhecimento.

B. F. Skinner (1904 - 1990), psicólogo americano.

De acordo com Skinner as noções de mente e mentalismo são, na melhor das hipóteses, construções inúteis. A proposta de Skinner consiste então em:

1. Determinar as ações produtivas.
2. Reforçá-las.

Apesar da relevância das idéias de Skinner para, digamos, treinamentos de ratos e pombos, elas se revelaram, no mínimo, insuficientes para o ensino em níveis mais elevados.

George Polya (1897 - 1985), filósofo e matemático húngaro.

A heurística de resolução de problemas de George Polya

"Resolver problemas é uma habilidade prática, como nadar, esquiar ou tocar piano: você pode aprendê-la por meio de imitação e prática. (...) se você quer aprender a nadar você tem de ir à água e se você quer se tornar um bom 'resolvedor de problemas', tem que resolver problemas".[9]

Biografia de Polya

George Polya (1897 - 1985) foi um dos matemáticos mais importantes do século XX. Nascido na Hungria, ele passou a maior parte

[8] Fonte: site http://www.pbs.org/wgbh/aso/databank/entries/bhskin.html

[9] POLYA, George. ***Mathematical Discovery: on Understanding, Learning, and Teaching Problem Solving***. 2 vols. John Wiley, 1962-65, p. ix.

do seu tempo pesquisando na universidade de Stanford nos Estados Unidos devido à situação política da Europa na época da Segunda Guerra Mundial. Pesquisou em vários ramos da matemática, como probabilidade e equações diferenciais parciais; sua maior contribuição, no entanto, está relacionada à heurística de resolução de problemas matemáticos com várias publicações relacionadas ao assunto, em especial *How To Solve It* - que vendeu mais de um milhão de cópias - em 1957. Polya é um dos matemáticos do nosso século que considera a Matemática uma “ciência observacional” na qual a observação e a analogia desempenham um papel fundamental; afirma também a semelhança do processo criativo na Matemática e nas ciências naturais.

Polya foi o primeiro matemático a apresentar uma heurística de resolução de problemas específica para a matemática. Por isso, Polya representa uma referência no assunto, uma vez que suas idéias representam uma grande inovação em relação às idéias de resolução de problemas existentes até então (vide Descartes, Wallas, Skinner). Muitas de suas idéias são razoáveis até os dias atuais, servindo de alicerce para trabalhos de outros pesquisadores contemporâneos a Polya na área nesta área como Schoenfeld e Thompson.

Etapas de resolução de problemas, segundo Polya

Procurando organizar um pouco o processo de resolução de problemas, Polya o dividiu em quatro etapas. É importante ressaltar que Polya nunca pretendeu que a sua divisão correspondesse a uma seqüência de etapas a serem percorridas uma depois da outra sem que nunca seja conveniente ou necessário voltar atrás ou que a sua divisão funcionasse como uma ‘poção mágica’ para resolver problemas matemáticos.

As *quatro etapas de resolução de problemas segundo Polya* são:

1ª etapa: *compreensão do problema* O primeiro passo é *entender* o problema. É importante fazer perguntas. Qual é a incógnita? Quais são os dados? Quais são as condições? É possível satisfazer as condições? Elas são suficientes ou não para determinar a incógnita? Existem condições redundantes ou contraditórias? Construir figuras para esquematizar a situação proposta no exercício pode ser muito útil, sobretudo introduzindo-se notação adequada. Sempre que possível, procurar separar as condições em partes.
2ª etapa: *construção de uma estratégia de resolução* Encontrar conexões entre os dados e a incógnita.
Talvez seja conveniente considerar problemas auxiliares ou particulares caso uma conexão não seja encontrada em tempo razoável.
É importante fazer perguntas. Você já encontrou este problema ou um parecido? Você conhece um *problema semelhante*? Você conhece teoremas ou fórmulas que possam ajudar? Olhe para a incógnita e tente achar um problema familiar e que tenha uma incógnita semelhante.

Caso você encontre um problema relacionado ao seu e que você sabe resolver, tente aproveitá-lo. Você pode usar seu resultado ou método? É necessário introduzir algum elemento auxiliar de modo a viabilizar esses objetivos?
Você consegue enunciar o problema de uma outra maneira?

Caso você não consiga resolver o problema dado, tente resolver um problema parecido! Você consegue imaginar um caso particular mais acessível? E um caso mais geral e/ou mais acessível? Você consegue resolver alguma parte do problema? Mantenha apenas parte das condições do problema e observe o que ocorre com a incógnita: como ela varia agora? Você consegue obter alguma coisa desde os dados? Você consegue imaginar outros dados capazes de produzir a incógnita? Você consegue alterar a incógnita ou os lados, ou ambos, de modo que a nova incógnita e os novos dados fiquem mais próximos?

Não se esqueça de levar em conta todos os dados e todas as condições.

3ª etapa: *executando a estratégia*

Freqüentemente, esta é a etapa mais fácil do processo de resolução de um problema. Contudo, a maioria dos principiantes tende a pular esta etapa prematuramente e acabam se dando mal. Outros elaboram estratégias inadequadas e acabam se enredando terrivelmente na execução (e, deste modo, acabam sendo obrigados a voltar para a etapa anterior e elaborar uma nova estratégia).

Ao executar a estratégia, *verifique cada passo*. Você consegue mostrar que cada um deles está correto?

4ª etapa: *revisando a solução*

Você deve examinar a solução obtida, verificando os resultados e os argumentos utilizados.

Você pode obter a solução de algum outro modo?

Qual a essência do problema e do método de resolução aplicado? Em particular, você consegue usar o resultado - ou o método - em algum outro problema? Qual a utilidade deste resultado?

A importância de revisar a solução

Conforme vimos anteriormente, Polya dividiu o processo de resolução de problemas matemáticos em quatro etapas: entendimento do problema, invenção de estratégia de resolução, execução e revisão.

A revisão da solução é a etapa mais importante segundo Polya, pois esta etapa propicia uma *depuração* e uma *abstração* da solução do problema:

- *Depuração*: o objetivo é verificar a argumentação usada, procurando simplificá-la; pode-se chegar ao extremo de buscar outras maneiras de resolver o problema, possivelmente mais simples, mas menos intuitivas e só agora acessíveis ao resolvedor. Há uma crítica generalizada aos matemáticos pesquisadores por publicarem demonstrações muito artificiais ou abstratas e que certamente não representam a maneira como o resultado em demonstração foi descoberto. Contudo, é inegável que a revisão de depuração é muito proveitosa.

- *Abstração*: agora, o objetivo é refletir no processo de resolução procurando descobrir a essência do problema e do método de resolução empregado; tendo-se sucesso nessa empreitada, poder-se-á resolver outros problemas mais gerais ou de aparência bastante diferente. Ela representa a possibilidade de aumento do 'poder de fogo' do resolvedor. Feito por um matemático talentoso, esse trabalho de abstração representa a possibilidade de fertilização da Matemática.

Observamos que na Educação Básica existem ao menos caricaturas das três primeiras etapas de Polya, mas nada no que toca à etapa da revisão. Os professores ou ignoram essa importante etapa ou alegam que a mesma é inviável de trabalhar face à falta de tempo, dificuldade de testar, frustração dos alunos, etc.

Os princípios heurísticos de Alan Schoenfeld


Alan Schoenfeld, matemático americano e pesquisador em desenvolvimento cognitivo.

Alan Schoenfeld, atualmente professor na área de desenvolvimento cognitivo do departamento de Matemática da University de Califórnia at Berkeley, é um importante pesquisador na área de educação e desenvolvimento cognitivo relacionado à Matemática. Ele já foi presidente da *American Educational Research Association (AERA)* - Associação de Pesquisas Educacionais dos EUA - e membro da *National Academy of Education* - isto é, a Academia Nacional de Educação dos EUA.

De acordo com Alan Schoenfeld (1985), a compreensão e o ensino da matemática devem ser abordados como um domínio de resolução de problemas. Em seu livro *Mathematical Problem Solving* (1985), ele afirma que quatro categorias de conhecimento ou habilidades são necessárias para alguém ser bem-sucedido na matemática:

1. *Recursos*: conhecimento de procedimentos e questões da matemática.
2. *Heurísticas*: estratégias e técnicas para resolução de problemas, tais como trabalhar o que foi ensinado, ou desenhar figuras.
3. *Controle*: decisões sobre quando e quais recursos usar.
4. *Convicções*: uma visão matemática do mundo, que determina como alguém aborda um problema.

A teoria de Schoenfeld é sustentada por uma vasta análise de protocolo de alunos solucionando problemas. A estrutura teórica está baseada em outros trabalhos da psicologia cognitiva, particularmente o trabalho de Newell & Simon. Schoenfeld (1987) dá mais ênfase à importância da metacognição e aos componentes culturais envolvidos no aprendizado da matemática (isto é, sistemas de convicções) do que na sua formulação original.

Percebemos, por Schoenfeld, que o conhecimento de heurística de resolução de problemas é uma habilidade importante para um bom matemático, de forma que não basta apenas ser um bom conhecedor da teoria matemática para ser um bom 'resolvedor de problemas'.

Níveis de capacidade de resolução de problemas

Introdução

Mesmo que uma pessoa tenha extenso conhecimento de um certo assunto matemático, estando aí incluídos um extenso conhecimento de algoritmos e até mesmo de heurísticas, isso não é bastante para garantir que ela tenha uma capacidade mínima de resolver problemas sobre esse assunto.

Em Matemática, diferentemente do que ocorre em muitas disciplinas, muito mais importantes que erudição e treinamento são:

- Uma *intuição cultivada*, capaz de fazer ressonar as informações dadas no problema com conhecimentos e experiências do resolvedor.
- Uma *profundidade intelectual* do resolvedor que seja capaz de relacionar itens conceitualmente e/ou proceduralmente muito distantes entre si.

Em outras palavras: para uma dada pessoa, além de muito da sua capacidade de resolver problemas ser determinada geneticamente, a realização plena de seu potencial passa por uma orientação adequada e experiente.

Níveis no desenvolvimento do resolvedor de problemas

M. G. Kantowski (1980), a partir de longas observações, dividiu o continuum das capacidades pessoais de resolução de problemas matemáticos em quatro estágios. Novamente, a *dotação genética* e a *qualidade da orientação didática* determinarão quão longe uma dada pessoa conseguirá ir nesse continuum.

Ampliando os estágios de Kantowski para cinco, e usando nossa terminologia, teremos como estágios ou níveis de capacitação do resolvedor:

- <u>*Inerte*</u>: a pessoa tem nenhum ou quase nenhum entendimento do que seja resolver um problema matemático; em particular, não é capaz de atinar por onde começar. O máximo que se consegue fazer nesse estágio é reproduzir procedimentos de resolução muito simples e que foram exaustivamente explicados e exemplificados. Ou seja: uma pessoa nesse estágio está restrita ao mundo dos exercícios e é necessário que esses sejam bastante exemplificados.
- <u>*Imitador*</u>: com pouca explicação e exemplificação, torna-se capaz de fazer exercícios, mas ainda não é capaz de resolver verdadeiros problemas; é capaz de participar produtivamente em grupos que estejam discutindo a resolução de problemas de tipo novo, contudo é incapaz de trabalhar sozinho.
- <u>*Capaz*</u>: atingiu a capacidade de resolver problemas, mas esses devem ser variantes relativamente simples de problemas que aprendeu ou já resolveu.
- <u>*Avançado*</u>: além de demonstrar uma capacidade superior de resolução, através da velocidade de resolução, da variedade e da maior complexidade dos problemas que é capaz de enfrentar, a pessoa começa a ser capaz de conceber processos de resolução diferentes dos que tinha aprendido.
- <u>*Artista*</u>: a pessoa não só atingiu uma proficiência superior de inventar novos processos de resolução como se preocupa em explorar caminhos alternativos, buscando resoluções mais elegantes ou poderosas.

Exemplificando as idéias de Polya e Schoenfeld

Introdução

Apresentamos várias idéias relacionadas à resolução de problemas matemáticos. É importante exemplificar problemas para que possamos ter uma noção da aplicação dessas idéias e percebermos que, de fato, o conhecimento da heurística de Polya e da concepção de Schoenfeld pode nos ajudar bastante a melhorar o nosso nível de resolução de problemas.

Procuraremos exemplificar qualitativamente, com poucos exemplos, mas de forma a extrair o máximo possível pertinente ao problema; ou seja, os exemplos serão abordados segundo a heurística de Polya (seguindo a estratégia passo a passo) ou segundo a concepção de Schoenfeld.

Nosso objetivo aqui é, portanto, complementar a teoria já apresentada até então para facilitar a compreensão do leitor.

Exemplo da utilização da concepção de Alan Schoenfeld

Schoenfeld utiliza em seu livro *Mathematical Problem Solving* (1985) um problema para ilustrar a sua teoria:

> *Dadas duas linhas retas em interseção e um ponto P marcado em uma delas, mostrar como construir um círculo que é tangente a ambas as linhas e tem o ponto P como seu ponto de tangência em relação às duas linhas.*
>
> Exemplos de conhecimento de recurso incluem o procedimento para desenhar uma linha perpendicular de ponto P até o centro do círculo e o significado desta ação.
>
> Uma *heurística* importante para solucionar este problema é construir um diagrama do problema.
>
> Uma *estratégia de controle* envolveria a decisão para construir um círculo e segmentos de linha usando um compasso e um transferidor.
>
> Uma *convicção* que poderia ser relevante para este problema é que as soluções devem ser empíricas (isto é, construídas) em vez de derivadas de outros resultados teóricos.

Exemplo da aplicação da estratégia de George Polya

Vamos ilustrar a estratégia de resolução de problemas proposta por Polya em seu livro *How To Solve It* através dos exemplos abaixo.

> *Um gato está sobre um muro de 4m de altura quando avista um rato a uma distância de 8m da base do muro. Quando o rato dirige-se a sua casa (em linha*

reta até o muro) é comigo pelo gato, que pula diagonalmente, andando o mesmo comprimento que o rato tinha andado até então. Qual a distância que cada um percorreu?

1ª etapa: *compreensão do problema*

Para entendermos um problema devemos estar em condições de identificar as partes principais do problema, ou seja, a incógnita, os dados, a condicionante. Caso haja uma figura relacionada ao problema, é importante desenhá-la e adotar uma notação adequada.

QUAL É A INCÓGNITA?

A distância que cada um percorreu; denotaremos a mesma por *d*.

QUAIS SÃO OS DADOS?

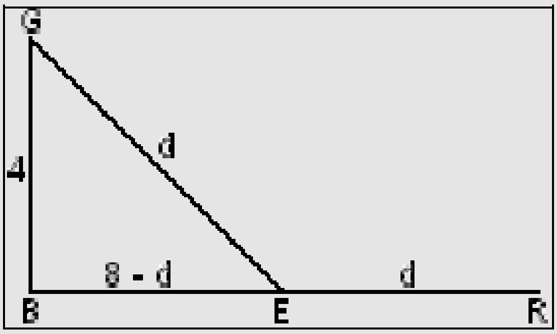
Altura do muro: 4m.

Distância do rato à base do muro: 8m.

A trajetória percorrida pelo gato é uma linha reta diagonal.

O muro é perpendicular ao chão.

TRAÇANDO UMA FIGURA PARA ESQUEMATIZAR O PROBLEMA:



2ª etapa: *estabelecimento de um plano*

"Consideramos que temos um plano quando, ao menos em linhas gerais, sabemos quais são os cálculos, construções, etc., que devemos efetuar para encontrar a solução do problema considerado" (G. Polya, *A arte de resolver problemas*)

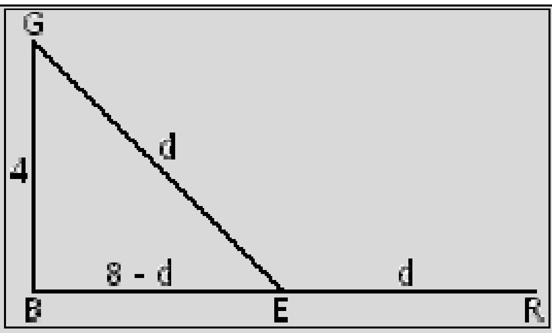
Vamos encontrar a conexão entre os dados e a incógnita do problema, reduzindo-a a figuras geométricas com propriedades conhecidas. Neste caso, visualizamos três triângulos (ΔBGE, ΔBGR e ΔEGR), sendo os dois primeiros retângulos e o último isósceles.

O plano é resolvê-lo através do triângulo retângulo menor (ΔBGE, retângulo em $\angle GBE$) aplicando o Teorema de Pitágoras, pois conhecemos a distância BG = 4m e as distâncias BE e GE em função de *d*, isto é, BE = 8 - d e a distância GE = *d*.

3ª etapa: *execução do plano*

Nesta etapa devemos observar se é possível executar o plano.

Observemos a figura construída novamente:



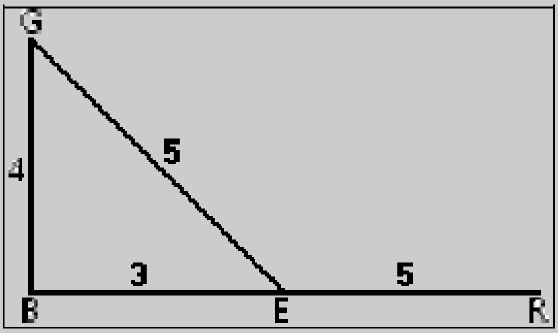
$$\Rightarrow d^2 = (8 - d)^2 + 4^2$$
$$\Leftrightarrow d^2 = 64 - 16d + d^2 + 16$$
$$\Leftrightarrow 16d = 80$$
$$\Leftrightarrow d = 5$$

4ª etapa: *revisão da solução*

Nesta etapa, examinamos a solução obtida.

É POSSÍVEL VERIFICAR O RESULTADO?

De fato, basta substituir d = 5 na figura acima e teremos a seguinte situação:



Deste modo, chegamos a resposta de que a distância percorrida tanto pelo gato quanto pelo rato é 5m.

É POSSÍVEL VERIFICAR O ARGUMENTO?

O argumento utilizado foi o Teorema de Pitágoras, cujo uso era válido pelo fato do triângulo ΔBGE ser retângulo em B.

É POSSÍVEL UTILIZAR O RESULTADO OU O MÉTODO EM ALGUM OUTRO PROBLEMA?

Notamos que todo triângulo retângulo de catetos 3 e 4 possui hipotenusa 5 (o famoso triângulo retângulo 3, 4 e 5, o único de lados sendo inteiros consecutivos). O Teorema de Pitágoras é extremamente útil e empregado na resolução de muitos problemas.

É POSSÍVEL CHEGAR AO RESULTADO POR CAMINHO DIFERENTE?

Uma idéia poderia ser olhar para o triângulo isósceles ΔEGR e utilizar a lei dos co-senos. Não garantimos que, de fato, haja uma solução por este caminho, mas ao menos parece ser um caminho interessante!

Conclusões

A resolução de problemas é a essência do desenvolvimento da Matemática é tem um papel extremamente importante no ensino da Matemática em todos os níveis.

Compreender as idéias contidas neste texto poderá ajudar bastante o leitor a ter uma visão mais apurada da matemática, do ensino e desenvolvimento desta ciência e, porque não, do mundo no qual estamos inseridos.

As etapas de resolução de problemas propostas por Polya não se constituem em uma 'poção mágica' para resolver todo e qualquer problema matemático, mas podem ajudar bastante quem quer se tornar um bom resolvedor de problemas - ou ainda, quem já o é e pretende se aperfeiçoar nesta tarefa. As idéias de Polya ajudam o resolvedor no sentido de organizar as idéias do mesmo e, da nossa perspectiva, quando temos idéias organizadas a solução de um problema se torna uma tarefa comumente mais simples em comparação a uma situação onde as idéias não estão organizadas.

A visão de um bom matemático dado por Schoenfeld trouxe uma valorização do matemático: não adianta ser um bom teórico, mas é preciso também ser um bom resolvedor de problemas - e isto inclui saber organizar as suas idéias e ter criatividade para fazer novas descobertas.

Sem o desejo de querermos ser pretensiosos, concordamos que o estudo da heurística de resolução de problemas - embora esta seja específica da ciência matemática - é um dos assuntos que mais indaga a origem da criatividade do pensamento humano que constitui um dos elementos fundamentais do desenvolvimento da matemática como ciência que auxilia a resolução de vários dos problemas humanos.

Portanto, um matemático conhecedor de heurísticas de resolução de problemas possui um diferencial a seu favor, pois provavelmente terá uma visão mais completa da matemática e terá mais facilidade para lidar com os problemas que aparecem em suas pesquisas, além de saber organizar melhor o seu raciocínio - e isto pode ser estendido para todas as pessoas, não se restringindo aos matemáticos. Um professor conhecedor de heurística de resolução de problemas - que, ao nosso ver, não se restringe à matemática - dispõe de um importante recurso para desenvolver a sua metodologia e com isso facilitar e aprimorar o processo ensino-aprendizagem, tornando os alunos mais criativos e encorajados a realizar novas descobertas - o que é importante em todos os campos do conhecimento.

Bibliografia

Artigos

- PEREIRA, Antônio Luiz. *Motivação para a disciplina MAT450 - Seminários de Resolução de Problemas*. São Paulo, IME-USP, agosto de 2001, 17p.
- RESNIK, L. & COLLINS, Allan. Cognición y Aprendizaje. En *Anuario Psicología*. Nº 69, pp 189-197. Barcelona, Grafiques 92, S.A, 1996.

Livros

- FERREIRA, Aurélio Buarque de Holanda. *Novo Aurélio - O dicionário da língua portuguesa*. Rio de Janeiro, Nova Fronteira, 2000, 3ª edição.
- POGGIOLI, L. *Estrategias de resolución de problemas*. Serie Enseñhando a aprender. Caracas, Polar, 2001.
- POLYA, George. *A arte de resolver problemas*. Rio de Janeiro, Interciência, 1978.
- POLYA, George. *How To Solve It*. Princeton, Princeton University Press, 1957.
- POLYA, George. *Mathematical Discovery: on Understanding, Learning, and Teaching Problem Solving*. 2 vols. John Wiley, 1962-65.
- POLYA, George. *Mathematics and Plausible Reasoning*. Vols I e II. Princeton, 1964.
- SCHOENFELD, Alan. *A brief and biased history of problem solving*. California, University of California, 1990.
- SCHOENFELD, Alan. *Cognitive Science and Mathematics Education*. Hillsdale, Eribaum, 1987.
- SCHOENFELD, Alan. *Mathematical Problem Solving*. New York, Academic Press, 1985.
- SCHOENFELD, Alan. *Teaching problem-solving skills*. American Math, October 1987.
- SKEMP, R. *Relational understanding and instrumental understanding*. Arithmetic Teacher, 1978.
- THOMPSON, A. Teacher´s beliefs and conceptions: a synthesis of the research. In *Handbook for Research on Matematics Teaching and Learning*. New York, Macmillan, 1992.
- WALLAS, Graham. *The Art of Thought*. 1926.

Sites na Internet

1. Biography of Polya.
   http://www-groups.dcs.st-andrews.ac.uk/~history/Mathematicians/Polya.html
2. Biography of Schoenfeld.
   http://www.nottingham.ac.uk/education/MARS/personnel/as.html
   http://www-gse.berkeley.edu/Faculty/aschoenfeld/
3. Fundação Polar - Livro Enseñhando a aprender - Lisette Poggioli.
   http://www.fpolar.org.ve/poggioli/poggio05.htm
4. LSE - London School of Economics and Political Science - Biography of Graham Wallas.
   http://www.lse.ac.uk/lsehistory/wallas.htm

5. Planeta Educação - Teorias pedagógicas - Resolução de problemas matemáticos (A. Schoenfeld).
   http://www.planetaeducacao.com.br/professores/suporteaoprof/pedagogia/teoria31resprobmat.asp
6. Revista Ibero-americana de Educação - Experiências e Inovações.
   http://www.campus-oei.org/revista/experiencias9.htm
7. UFRGS - J. F. Porto da Silveira - Resolução de problemas.
   http://athena.mat.ufrgs.br/~portosil/resu.html
8. UFRGS - Resolução de problemas.
   http://mathematikos.psico.ufrgs.br/disciplinas/ufrgs/mat01347991/alunos/pfc/problemas1.html

Sobre a capa

A capa deste trabalho é uma homenagem a *George Polya*[10] (foto maior) e *Alan Schoenfeld*[11] (em destaque, no canto inferior direito), considerados os dois maiores pesquisadores em heurística de resolução de problemas matemáticos.

[10] A foto de Polya é cortesia do site http://www-groups.dcs.st-andrews.ac.uk/~history/Mathematicians/Polya.html

[11] A foto de Schoenfeld é cortesia do site http://www-gse.berkeley.edu/Faculty/aschoenfeld/

ANEXO N

7ª OLIMPÍADA BRASILEIRA DE MATEMÁTICA DAS ESCOLAS PÚBLICAS
OBMEP 2011
Somando novos talentos para o Brasil

Nível 1
6º e 7º anos do Ensino Fundamental
1ª FASE – 16 de agosto de 2011

Nome completo do(a) aluno(a): ____

INSTRUÇÕES

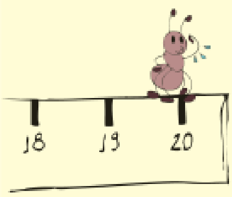
1. Preencha o cartão-resposta com seu nome completo, sexo, telefone, endereço eletrônico, data de nascimento, ano e turno em que estuda, e lembre-se de assiná-lo.
2. A duração da prova é de 2 horas e 30 minutos.
3. Cada questão tem cinco alternativas de resposta: (A), (B), (C), (D) e (E) e **apenas uma** delas é correta.
4. Para cada questão marque a alternativa escolhida no cartão-resposta, preenchendo todo o espaço dentro do círculo correspondente a lápis ou a caneta esferográfica azul ou preta (é preferível a caneta).
   Ⓐ ● Ⓒ Ⓓ Ⓔ
5. Marque apenas uma alternativa para cada questão. **Atenção:** se você marcar mais de uma alternativa, perderá os pontos da questão, mesmo que uma das alternativas marcadas seja correta.
6. Não é permitido o uso de instrumentos de desenho, calculadoras ou quaisquer fontes de consulta.
7. Os espaços em branco na prova podem ser usados para rascunho.
8. Ao final da prova, entregue-a ao professor junto com o cartão-resposta.

É com grande satisfação que preparamos essa nova edição da OBMEP e que podemos contar com a sua participação, de seus professores e de sua escola. Desejamos que você se divirta buscando as soluções das questões dessa prova e que ela sirva de estímulo para que você goste cada vez mais de Matemática.

SBM · impa · Ministério da Ciência e Tecnologia · Ministério da Educação · GOVERNO FEDERAL BRASIL PAÍS RICO É PAÍS SEM POBREZA

1. Uma formiguinha andou sobre a borda de uma régua, da marca de 6 cm até a marca de 20 cm. Ela parou para descansar na metade do caminho. Em que marca ela parou?

A) 11 cm
B) 12 cm
C) 13 cm
D) 14 cm
E) 15 cm



2. Um queijo foi partido em quatro pedaços de mesmo peso. Três desses pedaços pesam o mesmo que um pedaço mais um peso de 0,8 kg. Qual era o peso do queijo inteiro?

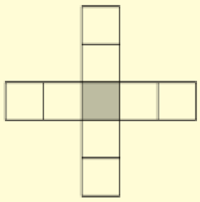
A) 1,2 kg
B) 1,5 kg
C) 1,6 kg
D) 1,8 kg
E) 2,4 kg

3. Gabriel comprou uma rosa, um cravo e um lírio e quer dar uma flor para cada uma de suas três amigas. Ele sabe que uma amiga não gosta de cravos, outra não gosta de lírios e a terceira não gosta de rosas. De quantas maneiras ele pode distribuir as flores de modo a agradar às três amigas?

A) 1
B) 2
C) 3
D) 4
E) 6

4. Paulo quer escrever os números de 1 a 9 nos quadradinhos da figura, sem repetir nenhum deles, de modo que a soma dos cinco números na horizontal seja 27 e a soma dos cinco números na vertical seja 22. Que número ele deve escrever no quadradinho cinza?

A) 3
B) 4
C) 5
D) 6
E) 7



5. Márcia cortou uma tira retangular de 2 cm de largura de cada um dos quatro lados de uma folha de papel medindo 12 cm por 20 cm. Qual é o perímetro do pedaço de papel que sobrou?

A) 48 cm
B) 50 cm
C) 52 cm
D) 54 cm
E) 56 cm

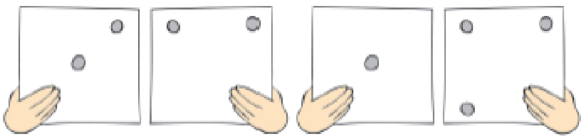
6. Quando João vai para a escola a pé e volta de ônibus, ele gasta uma hora e quinze minutos; quando vai e volta de ônibus, ele gasta meia hora. Para cada meio de transporte, o tempo gasto na ida é igual ao tempo gasto na volta. Quanto tempo ele gasta quando vai e volta a pé?

A) uma hora e meia
B) uma hora e quarenta e cinco minutos
C) duas horas
D) duas horas e quinze minutos
E) duas horas e meia

7. Vovô Eduardo comemorou todos os seus aniversários a partir dos 40 anos colocando, no bolo, velinhas em forma de algarismos de 0 a 9 para indicar sua idade. Primeiro ele comprou as velinhas de números 0 e 4. Ele sempre guardou as velinhas para usar nos próximos aniversários, comprando uma nova somente quando não era possível indicar sua idade com as guardadas. Hoje vovô Eduardo tem 85 anos. Quantas velinhas ele comprou até hoje?

A) 10
B) 11
C) 13
D) 14
E) 16

8. Jorginho desenhou bolinhas na frente e no verso de um cartão. Ocultando parte do cartão com sua mão, ele mostrou duas vezes a frente e duas vezes o verso, como na figura. Quantas bolinhas ele desenhou?



A) 3
B) 4
C) 5
D) 6
E) 8

9. A figura mostra dois homens erguendo um piano com uma corda. Se um dos homens puxar 15 m de corda e o outro puxar 25 m, quantos metros o piano vai subir?

A) 15
B) 20
C) 25
D) 30
E) 40

10. A tabela apresenta as cinco seleções de futebol feminino mais bem classificadas no ano de 2010, segundo a FIFA. Cada **X** na tabela significa que a seleção na linha correspondente está mais bem classificada do que a seleção na coluna correspondente; por exemplo, a Alemanha está mais bem classificada do que o Brasil. Qual é a seleção que ocupa a quarta posição?

A) Alemanha
B) Brasil
C) EUA
D) Japão
E) Suécia

FIFA 2010 Futebol feminino	Alemanha	Brasil	EUA	Japão	Suécia
Alemanha		X		X	X
Brasil				X	X
EUA	X	X		X	X
Japão					
Suécia				X	

ANEXO O

PREFEITURA MUNICIPAL DE BARRETOS
Secretaria Municipal de Educação, Esportes e Lazer
Núcleo de Tecnologia Municipal

Relatório

Nome:
Unidade Escolar:_
Quantidade de horas aulas da atividade: 3h/a Data: _29_/03/2012

Atividade: Aritmética e Geometria
Objetivo: Apresentar os sólidos geométricos: poliedros e corpos redondos fazendo a relação entre objetos de nosso cotidiano e a fórmula de Euler que consiste em V + F = A + 2

Descrição da Atividade (Desenvolvimento): Levei para sala de aula objetos que se assemelham a sólidos geométricos: caixa de sapato, caixa de creme dental, chapéu de aniversário, rolinho de papel higiênico, calendário em forma de prisma com base triangular, dado. Fomos comparando cada objeto com os sólidos e nomeando cada um, separando em poliedros e corpos redondos. Apresentei faces, vértice e arestas pra eles, mostrando em cada objeto e a fórmula de Euler.
Apresentei Leonhard Paul Euler como físico/matemático alemão que fez várias descobertas no campo dos cálculos e gráficos.
Em seguida distribuí uma folha de atividades contendo objetos que lembram sólidos geométricos, para fazerem a relação nomeando-os.
Na segunda atividade sólidos geométricos e a tabela de Euler.

Comentários sobre a participação e reação dos alunos durante a atividade:
Como se trata de uma sala de 5º ano já tem noção de formas geométricas e reconhecem algumas. Elas opinaram bastante, dando vários exemplos, uns corretos outros não. Opinaram na diferença de corpos redondos e poliedros. Participaram da contagem das arestas, vértices e faces. Confundindo o número de faces dos objetos por apenas contarem as faces que viam se esquecendo das que não estavam à mostra.

Conclusão: Todos gostaram da aula, fizeram às atividades, alguns com certa dificuldade na contagem das faces e arestas por não terem o amadurecimento do abstrato, contaram apenas o que viam, então erravam na soma dos vértices com as faces, a soma das arestas não dava certo. Tudo dentro da normalidade da idade.

Nome:

Atividade para o Curso de Matemática – Aritmética e Geometria

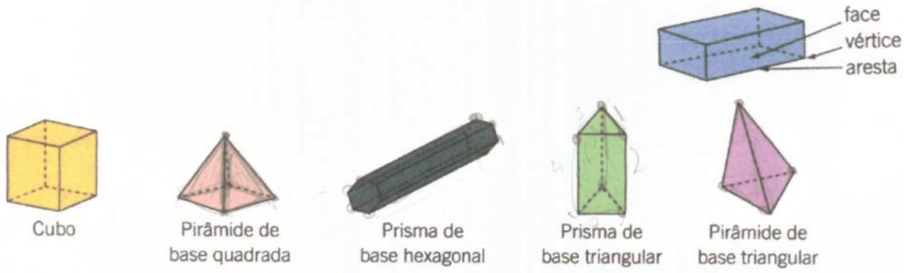
Data: 29/03/2012

Atividade feita por aluno

1- Dê o nome de sólidos geométricos relacionados a cada objeto abaixo:

Cubo Pirâmide de base quadrada Esfera Cone Cilindro Paralelepípedo / Prisma de base triangular

2- Complete a tabela para constatar importante regularidade envolvendo o número de vértices **V**, o número de faces **F** e o número de arestas **A** de alguns poliedros.



	V	F	A	
CUBO	8	6	12	8 + 6 = 12 + 2 =
PIRÂMIDE DE BASE QUADRADA	5	5	8	5+5 8+2 = 19
PRISMA DE BASE HEXAGONAL	12	6	20	12+6 16+2 = 18
PRISMA DE BASE TRANGULAR	6	4	8	6+4 = 8+2
PIRÂMIDE DE BASE TRIANGULAR	4	3	6	4+3 = 5+2

ANEXO P

Fontes das figuras e aplicativos utilizados no Ambiente Virtual de Aprendizagem

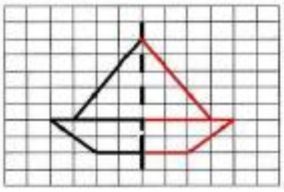
Lição Simetria

Fonte: "http://www.educ.fc.ul.pt/icm/icm2002/icm203/images/butanim.gif"

Fonte: "http://www.blogintellectus.com.br/matematica/index.php/2011/09/simetria-x-beleza/"

Fonte: "http://seraksei.blogspot.com.br/2009/02/simetria.html"

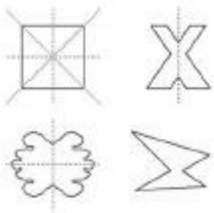
Lição Elementos das Figuras Geométricas



Fonte: "http://danielycarvalho.blogspot.com.br/2010/10/simetria-disciplina-arte.html"

Fonte: "http://prozela.blogspot.com.br/2008/01/simetria-e-diferentes-eixos-de-simetria.html"

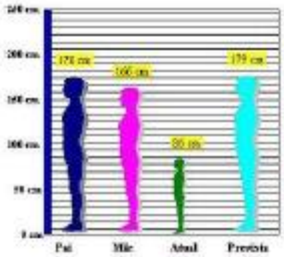
Fonte: "http://melissamatematica.blogspot.com.br/2012/02/simetria-conteudo-do-setimo-ano.html"



Fonte: "http://pt.wikipedia.org/wiki/Eixo_de_simetria"

Lição Medidas e distâncias

Fonte: "http://sardoes.blogspot.com.br/2011/03/medidas-de-comprimento.html"

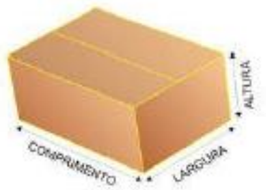


Fonte: "http://lucasgoularts.wordpress.com/2010/02/20/mulheres-sao-todas-iguais/"

Fonte: "http://www.sempretops.com/tecnologia/tv-de-lcd-42-polegadas/"

Fonte: "https://maps.google.com.br/maps?q=distancia+mapa&hl=pt-BR&ie=UTF-8&ei=7lOaUOzRIYqk8gT3wYDYBw&ved=0CAsQ_AUoAg&safe=on"

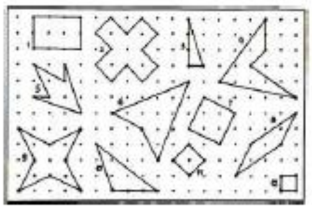
Fonte: "http://heloatividades.blogspot.com.br/2011/05/corpo-humano.html"



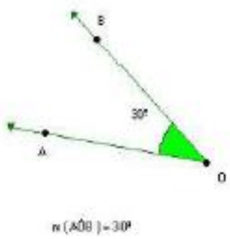
Fonte: "http://www.carsted.com.br/dicas.html"

Fonte: "www.submarino.com.br/produto/1111856119/helicoptero-com-controle-remoto"

Lição Elementos das figuras geométricas



Fonte: "http://odin.mat.ufrgs.br/usuarios/bruno/geoplano001/ativid1.html"

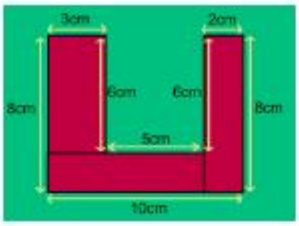


Fonte: "http://www.somatematica.com.br/fundam/angulos/angulos8.php"

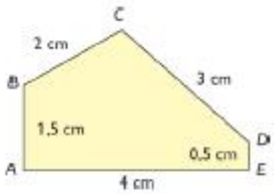
Fonte: "http://www.ropro.pt/pt/fabrica-quadros-telas-grades/quadros-catalogo.aspx"

Fonte: "http://coloradonunes.pbworks.com/w/page/16150778/polígonos"

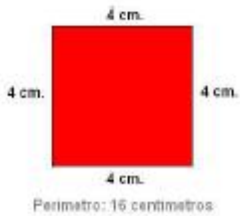
Perímetro e área das figuras geométricas



Fonte: "http://escolovar.org/mat_areaperimtr01b.htm"



Fonte: "http://imanolkirola.wikispaces.com/El+per%C3%ADmetro"



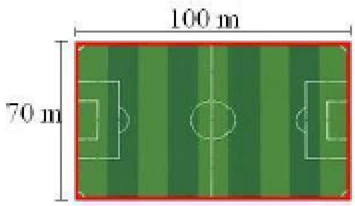
Fonte: "http://definicion.de/perimetro/"

Fonte: "http://sentencaourenovacao.blogspot.com.br/2010/10/quem-nao-adora-o-rosa.html"

Fonte: "http://www.mpbnet.com.br/musicos/rosa.passos/index.html"

Fonte: "http://deliriosdeloira.blogspot.com.br/2010/09/ferrari-rosa.html"

Questionário das lições do tópico de 07 – 28 de março de 2012



Fonte: "http://www.mundoeducacao.com.br/matematica/area-perimetro.htm"

Lição Trabalhando com aplicativos para ensinar matemática utilizando a informática.

Aviões de papel
Fonte: "http://www.jogalo.com/aviao/jogo-de-aviao.html"

Aplicativo aprendendo a contar
Fonte: "http://www.cercifaf.org.pt/mosaico.edu/ca/index_ca.htm"

Aplicativo aprendendo a contar II
Fonte: "http://diadematematica.com.br/jogos/jogos-matematicos-e-educativos/jogos-matematicos-e-educativos/jogos-matematicos-e-educativos/2012/11/06/contar-ate-dez-10/"

Aplicativo aprendendo números em Libras
Fonte: "http://alunomonitor-lie.blogspot.com.br/2011/02/contando-em-libras.html"

Aplicativo de Adição em Libras
Fonte: http://www.atividadeseducativas.com.br/index.php?id=63

Aplicativo de Adição Somando números
Fonte: http://www.imagem.eti.br/jogo_com_numeros/jogos_contas_adicao_subtracao.html

Aplicativo de horas analógicas
Fonte: http://www.cercifaf.org.pt/mosaico.edu/ca/

Aplicativo Divisão montando a conta
Fonte: http://www.cercifaf.org.pt/mosaico.edu/ca/

Aplicativo Multiplicação montando a conta
Fonte: http://www.cercifaf.org.pt/mosaico.edu/ca/

Jogo da calculadora incompleta
Fonte: http://resources.woodlands-junior.kent.sch.uk/maths/broken-calculator/index.htm

Jogo das operações fundamentais
Fonte: “http://www.alphaideal.com.br/?pagina=jogos”

Jogo de soma das compras
Fonte: “http://www.jogosdaescola.com.br/play/index.php/numeros/163-compras-com -lulute”

Jogo de soma das compras II
Fonte: “http://www.jogosdaescola.com.br/play/index.php/numeros/162-coni-vai-as-compras”

Jogo do Feche a Caixa
Fonte: “http://revistaescola.abril.com.br/swf/jogos/exibi-jogo.shtml?201_caixa.swf”

Teste da Ponte
Fonte: “http://www.mdig.com.br/index.php?itemid=1014”

Teste do barco
Fonte: “http://www.profcardy.com/desafios/aplicativos.php?id=24”

Teste do Penhasco
Fonte: “http://www.atividadeseducativas.com.br/atividades/150_penhasco.swf”

ANEXO Q

Geometria Plana

Os estudos iniciais sobre Geometria Plana estão relacionados à Grécia Antiga, também pode ser denominada Geometria Euclidiana em homenagem a Euclides de Alexandria (360 a.C. - 295 a.C.), grande matemático educado na cidade de Atenas e frequentador da escola fundamentada nos princípios de Platão.

Os princípios que levaram à elaboração da Geometria Euclidiana eram baseados nos estudos do ponto, da reta e do plano. O ponto era considerado um elemento que não tinha definição plausível, a reta era definida como uma sequência infinita de pontos e o plano definido através da disposição de retas.

As definições teóricas da Geometria de Euclides estão baseadas em axiomas, postulados, definições e teoremas que estruturam a construção de variadas formas planas. Os polígonos são representações planas que possuem definições, propriedades e elementos.

Podemos relacionar à Geometria Plana os seguintes conteúdos programáticos:

- Ponto, reta e plano
- Posições relativas entre retas
- Ângulos
- Triângulos
- Quadriláteros
- Polígonos
- Perímetro
- Áreas de regiões planas

Polígonos

Polígono é uma figura fechada formada por segmentos de retas, que constituem os lados da figura. O encontro dos segmentos formam os vértices, os ângulos internos e os ângulos externos. Outro elemento pertencente ao polígono é a diagonal, que une dois vértices por meio de um segmento de reta interno à figura. O triângulo é o único polígono que não possui diagonal.

A nomenclatura de um polígono depende do número de lados da figura. Veja:

3 lados - triângulo ou trilátero

4 lados - quadrângulo ou quadrilátero

5 lados - pentágono ou pentalátero

6 lados - hexagonal ou hexalátero

7 lados - heptágono ou heptalátero

8 lados - octógono ou octolátero

9 lados - eneágono ou enealátero

10 lados - decágono ou decalátero

11 lados - undecágono ou undecalátero

12 lados - dodecágono ou dodecalátero

13 lados - tridecágono

14 lados - tetradecágono

15 lados - pentadecágono ou pentadecalátero

20 lados - icoságono ou icosalátero

Além de classificar um polígono pelo seu número de lados, podemos também classificá-lo conforme a congruência ("igualdade") de seus lados e ângulos internos.

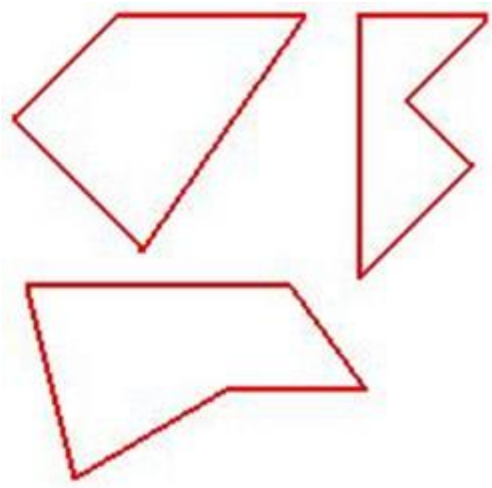
Quando o polígono tem todos os lados e ângulos internos congruentes, eles recebem o nome de polígono regular.

Quando o polígono não tem nem lados e nem ângulos congruentes, recebe o nome de irregular.

Para que um polígono seja regular ele tem que ser: equilátero, ter todos os lados congruentes e ser, ao mesmo tempo, equiângulo, ter os ângulos congruentes.

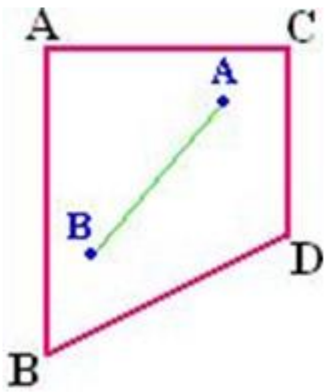
Tipos de Polígonos

Essas linhas poligonais fechadas também são denominadas de segmentos de reta. Veja mais alguns exemplos de segmentos de reta que formam polígonos:

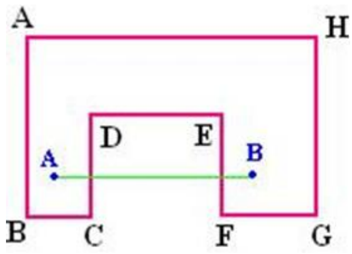


Os polígonos são classificados em convexos e não convexos. O que torna essas duas classificações diferentes é o segmento de reta formado com a união de dois pontos quaisquer pertencentes à superfície (região delimitada pelo polígono) do polígono. Se todo segmento de reta pertencer somente à região limitada pelo polígono, ele será convexo; caso contrário, será não convexo.

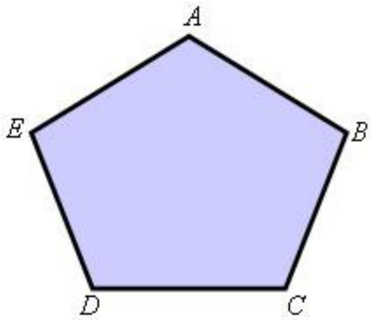
Observe o polígono ABCD, ele é um típico exemplo de polígono convexo. Ao traçarmos um segmento de reta no seu interior, verificamos que todos os pontos permanecem localizados na região interna do polígono.



A figura a seguir é um exemplo de polígono não convexo. Nesse polígono, ao traçarmos um segmento de reta no seu interior, notamos que em determinadas posições alguns pontos ficam localizados na região externa.



Nos polígonos planos e convexos, as linhas poligonais fechadas são denominadas de lados. O ponto que representa o encontro dos lados de um polígono é chamado de vértice. Observe o polígono a seguir:



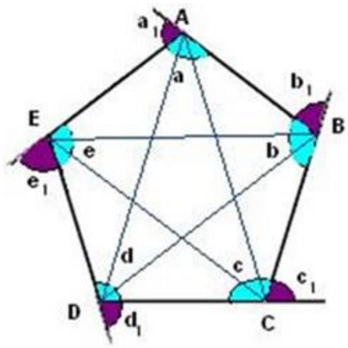
Os vértices do polígono são dados pelos pontos: A, B, C, D e E.

Os lados do polígono são representados pelos segmentos de reta: AB, BC, CD, DE e EA.

Em um polígono ainda temos a existência de outros elementos, como ângulos internos, ângulos externos e diagonais.

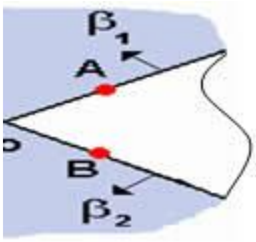
Os ângulos internos e externos são formados pelo encontro dos lados, e as diagonais, por segmentos de retas que ligam um vértice ao outro do polígono.

Observe:



Ângulos

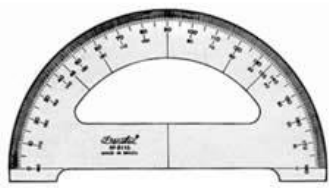
Denominamos ângulo a região do plano limitada por duas semirretas de mesma origem. As semirretas recebem o nome de lados do ângulo e a origem delas, de vértice do ângulo.

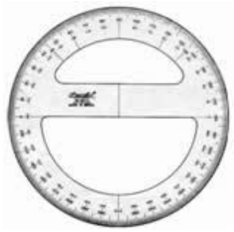


A unidade usual de medida de ângulo é o grau, representado pelo símbolo º, e seus submúltiplos são o minuto ’ e o segundo”.

Temos que 1º (grau) equivale a 60’ (minutos) e 1’ equivale a 60”(segundos).

Um objeto capaz de medir o valor de um ângulo é chamado de transferidor, podendo ele ser de “meia volta” (180º) ou volta inteira (360º).

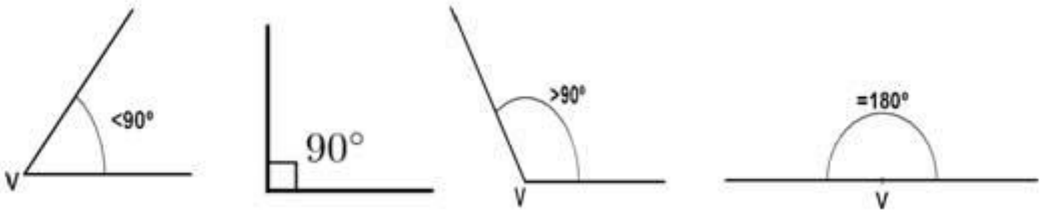




Classificação de ângulos

Os ângulos são classificados de acordo com suas medidas:

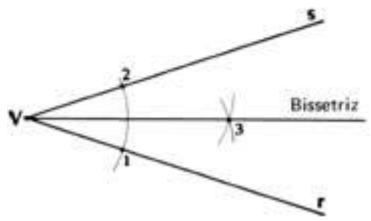
Agudo: ângulo com medida menor que 90º.
Reto: ângulo com medida igual a 90º.
Obtuso: ângulo com medida maior que 90º.
Raso: ângulo com medida igual a 0º ou 180º.



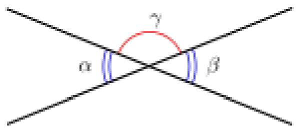
agudo **reto** **obtuso** **raso**

Bissetriz de um ângulo

Bissetriz de um ângulo pode ser definida como a semirreta que se origina no vértice do ângulo principal, dividindo-o em outros dois ângulos com medidas iguais.

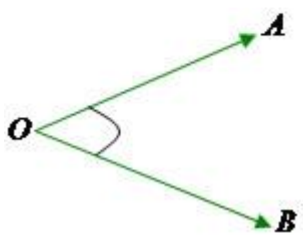


Dois **ângulos opostos pelo vértice** são ângulos que são formados pelas mesmas retas mas não são adjacentes, ou em outras palavras são ângulos em que um é formado pelas semirretas opostas às semirretas que formam o outro. Dois ângulos são opostos pelo vértice (OPV) quando os lados de um são semirretas opostas ao lado do outro.

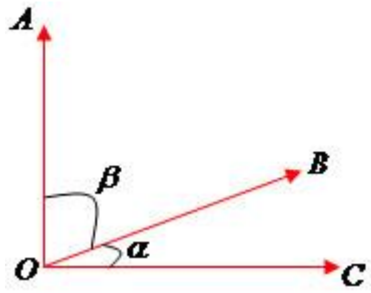


Ângulos Complementares, Suplementares e Adjacentes

Podemos determinar ângulo como a região do plano limitada por duas semirretas de mesma origem que recebem o nome de lados do ângulo e a origem é denominada vértice. Observe:



Ângulos complementares são dois ângulos que somados totalizam 90º, isto é, um é complemento do outro.



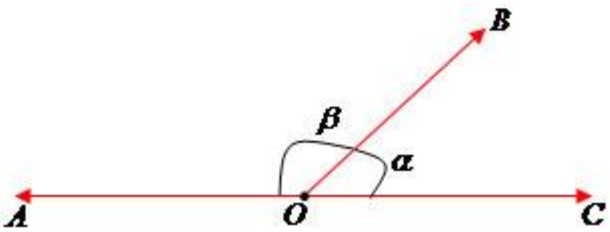
Na ilustração temos que:

$\alpha + \beta = 90º$ ou

$\alpha = 90º - \beta$ e ainda

$\beta = 90º - \alpha$

Ângulos suplementares são dois ângulos que somados são iguais a 180º, um é suplemento do outro.



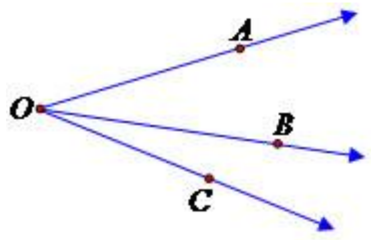
Na ilustração temos que:

$\alpha + \beta = 180º$ ou

$\alpha = 180º - \beta$ e ainda

$\beta = 180º - \alpha$

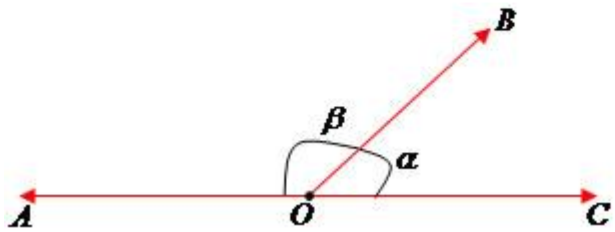
Ângulos adjacentes são aqueles que possuem um lado em comum, mas as regiões determinadas não possuem pontos em comum. Observe a ilustração:



Os ângulos AÔB e BÔC são adjacentes, pois possuem o lado OB em comum, mas suas regiões determinadas não possuem pontos em comum.

Os ângulos AÔC e AÔB não são adjacentes, embora possuam um lado em comum, suas regiões determinadas possuem pontos em comum. A região AÔB pertence à região AÔC.

Ângulos adjacentes e suplementares



De acordo com a ilustração acima, os ângulos AÔB e BÔC são adjacentes, pois possuem o lado OB e suas áreas determinadas não possuem duplicidade de pontos. São suplementares, pois a soma dos ângulos α e β totalizam 180º.

Semelhança de Polígonos

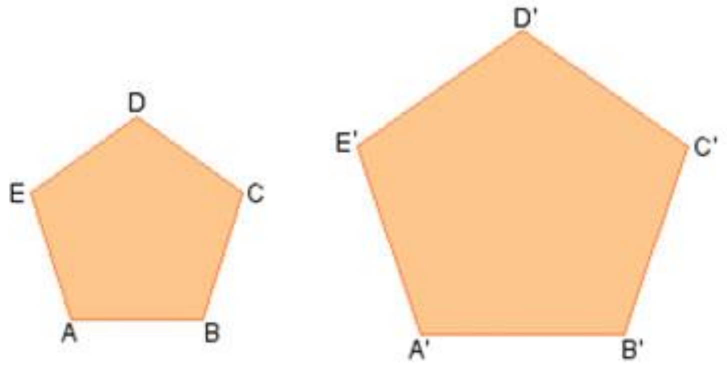
Polígonos são regiões planas fechadas, constituídas de lados, vértices e ângulos. Dizemos que dois polígonos são semelhantes quando eles possuem o mesmo número de lados e se adéquam às seguintes condições:

¬ Ângulos congruentes.
¬ Lados correspondentes proporcionais.
¬ Possuem razão de semelhança igual entre dois lados correspondentes.

Durante a razão de semelhança podemos observar as seguintes situações:

¬ Ampliação: razão entre os lados correspondentes maior que 1.
¬ Redução: razão entre os lados correspondentes menor que 1.

Os pentágonos a seguir são semelhantes, observe as relações:



Ângulos
A = A’
B = B’
C = C’
D = D’
E = E’

Lados
AB = A’B’
BC = B’C’
CD = C’D’
DE = D’E’
EA = E’A’

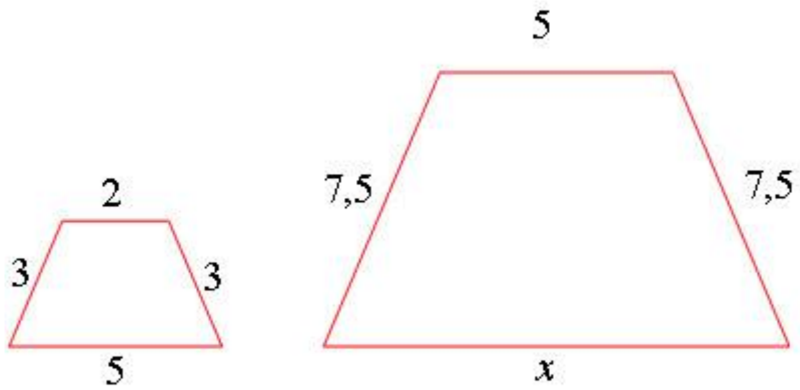
Razão entre os lados

AB / A’B’ = BC / B’C’ = CD / C’D’ = DE / D’E’ = EA / E’A’

A semelhança entre figuras possuem diversas aplicabilidades no cotidiano, como na elaboração de maquetes, ampliação de fotos, medições de distância (teorema de Tales) entre outras questões envolvendo proporcionalidade na Geometria.

Exemplo

Determine o valor da medida x, sabendo que os trapézios a seguir são semelhantes.



Precisamos descobrir qual a razão entre os segmentos proporcionais correspondentes, para tanto fazemos a divisão de um lado da figura maior e dividimos pelo lado correspondente da figura menor.

Veja:

7,5 / 3 = 2,5 (7,5 dividido por 3 = 2,5) e
5 / 2 = 2,5

Portanto o coeficiente de ampliação dos trapézios equivale à constante **k = 2,5**. Então:

x / 5 = 2,5
x = 2,5 * 5
x = 12,5

O valor de x corresponde a 12,5 unidades.