UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO CARLOS - UFSCAR
DEPARTAMENTO DE FÍSICA, MATEMÁTICA E QUÍMICA- DFQM

LEILA CANAVEZE

O ENSINO-APRENDIZAGEM DE PROBABILIDADE EM UMA ESCOLA PÚBLICA DE SOROCABA/SP

SOROCABA
2013

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO CARLOS - UFSCAR
DEPARTAMENTO DE FÍSICA, MATEMÁTICA E QUÍMICA- DFQM

O ENSINO-APRENDIZAGEM DE PROBABILIDADE EM UMA ESCOLA PÚBLICA DE SOROCABA/SP

Leila Canaveze
Orientador: Prof. Dr. Paulo César Oliveira

SOROCABA
2013

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO CARLOS - UFSCAR

DEPARTAMENTO DE FÍSICA, MATEMÁTICA E QUÍMICA- DFQM

LEILA CANAVEZE

O ENSINO-APRENDIZAGEM DE PROBABILIDADE EM UMA ESCOLA PÚBLICA DE SOROCABA/SP

Dissertação elaborada junto ao Programa de Pós Graduação em Ensino de Ciências Exatas da Universidade Federal de São Carlos, como exigência parcial para a obtenção do título de Mestre em Ensino de Ciências Exatas.

Orientação: Prof. Dr. Paulo César Oliveira

SOROCABA

2013

Ficha catalográfica elaborada pelo DePT da
Biblioteca Comunitária da UFSCar

C213ea

Canaveze, Leila.
O ensino-aprendizagem de probabilidade em uma escola pública de Sorocaba/SP / Leila Canaveze. -- São Carlos : UFSCar, 2014.
209 f.

Dissertação (Mestrado) -- Universidade Federal de São Carlos, 2013.

1. Matemática. 2. Tratamento da informação. 3. Representação semiótica. 4. Ensino médio. I. Título.

CDD: 510 (20ª)

Banca Examinadora:

Prof. Dr. Paulo César Oliveira
DFQM – UFSCar - orientador

Profa. Dra. Dione Lucchesi de Carvalho
DEPRAC – UNICAMP

Magda Peixoto

Profa. Dra. Magda da Silva Peixoto
DFQM - UFSCar

BANCA EXAMINADORA:

Prof. Dr. Paulo César Oliveira

Departamento de Física, Química e Matemática (DFQM) - UFSCar

Profª Drª Magda da Silva Peixoto

Departamento de Física, Química e Matemática (DFQM) - UFSCar

Profª Drª Dione Lucchesi de Carvalho

Departamento de Ensino e Práticas Culturais (DEPRAC) - UNICAMP

Dedico este trabalho aos meus pais Cleide e José Marcos, que me proporcionaram condições da minha trajetória de estudos e de vida.

AGRADECIMENTOS

Agradeço à Deus.

Ao meu pai, em memória, por ter me deixado as condições de chegar até aqui.

Agradeço à minha mãe, a qual me deu condições de ter seguido minha trajetória nos estudos.

Ao Vinícius, meu marido, pelas horas de incentivo e dedicação durante todo o percurso do trabalho.

Ao meu orientador, que ao aceitar orientar este trabalho, teve muita dedicação durante todo o percurso.

À Universidade Federal de São Carlos – Campus Sorocaba, pelas condições de realização deste mestrado.

À escola estadual de Sorocaba que permitiu realizar a pesquisa de campo.

Resumo

Este trabalho de natureza qualitativa tem por objetivo descrever e analisar um cenário de ensino-aprendizagem do conceito de Probabilidade em três classes de segunda série do Ensino Médio, em uma escola da rede pública estadual do município de Sorocaba, interior do Estado de São Paulo. O olhar sobre este cenário de investigação foi norteado pela seguinte questão de investigação: “como ocorre o ensino-aprendizagem em um contexto de tarefas envolvendo diferentes concepções probabilísticas?” Para responder este problema de pesquisa elaboramos um trabalho de campo onde a pesquisadora desempenhou também o papel de professora das referidas classes participantes da pesquisa. Com o auxílio da teoria dos registros de representação semiótica, a análise do trabalho de campo revelou que a necessidade de enfatizar com os alunos, por meio da aplicação de tarefas, a necessidade de uma apropriação adequada de termos pertinentes à linguagem probabilística. O termo que gerou conflito em termos de significado foi a palavra sorte. A opção por minimizar o uso de fórmulas fez com que os alunos recorressem ao uso da língua natural e do registro numérico como formas predominantes de expressar a escrita nos protocolos de suas atividades. O uso dos registros figurais tais como diagrama de árvores e tabela de dupla entrada teve um papel coadjuvante no processo de escrita dos alunos, ficando restrito aos enunciados das tarefas que explicitamente exigiam da atividade do aluno o uso de tais formas de expressão; ou pelo incentivo da professora-pesquisadora. A intervenção docente em prol da utilização de diferentes formas de registros semióticas, conforme o pressuposto teórico de Raymond Duval, contribuiu na aprendizagem do conceito de Probabilidade.

Palavras-chave: Probabilidade. Tratamento da Informação. Registros de Representação Semiótica. Ensino Médio.

ABSTRACT

This qualitative work aims to describe and analyze a scenario of teaching-learning of the concept of Probability in three classes of the second grade of high school, a public school in the municipality of Sorocaba, State São Paulo. The look on this scenario of investigation was guided by the following research question: “as occurs the teaching and learning in a context of tasks involving different probabilistic conceptions?” For to answer this problem we developed a research field work where the researcher also played the role of teacher of such survey classes. With the help of the theory of semiotic representation records, analysis of the fieldwork revealed that the need to emphasize to students, through the application of tasks, the need for an adequate appropriation of terms pertinent to probabilistic language. The term that generated conflict in terms of meaning was the word luck. The option for minimizing the use of formulas has meant that students should use natural language and numerical registry as predominant forms of express written protocols of its activities. The use of products from records such as tree diagram and double-entry table had a supporting role in students ' writing process, getting restricted to set out the tasks explicitly demanded the student's activity using such forms of expression; or by the encouragement of a teacher-researcher. The educational intervention in support of the mobilization of different forms of semiotic registers, as the theoretical assumption of Raymond Duval, contributed to the learning of the concept of probability.

Key words: Probability. Information Processing. Records of Semiotic Representation. High School.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO

Nos últimos anos, ao lecionar para classes de segunda série do Ensino Médio, temos percebido que um ensino-aprendizagem que privilegia o uso de fórmulas, em especial, nos conteúdos relativos ao Tratamento da Informação, tem gerado dificuldades no aprendizado dos nossos alunos.

Na escola onde foi realizada essa pesquisa, utilizamos o livro didático “Conexões com a Matemática”, conforme critérios de adoção pelo Programa Nacional do Livro Didático (PNLD). Porém, este tipo de material didático apresenta no capítulo referente ao Estudo da Probabilidade, a teoria pautada na concepção clássica (Laplace) seguida de exemplos de exercícios resolvidos e, posteriormente, uma lista de exercícios para fixação. O termo fixação, transcrito do livro didático adotado em nossa escola tem a conotação de treinamento, privilegiando o uso de rigor matemático, em detrimento da construção do conceito.

Esta forma de exposição dos conteúdos faz com que os alunos se deparem, de maneira prematura, com as fórmulas de Probabilidade, dificultando o aprendizado. Atrelado a isto, alertamos para a insuficiência de um aprendizado em Probabilidade construído somente pela apresentação da concepção clássica (perspectiva teórica), desvalorizando o processo de experimentação dos fenômenos aleatórios.

O ingresso no Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Exatas (PPGECE – UFSCar) foi determinante para propormos um trabalho de natureza qualitativa que teve por objetivo descrever e analisar um cenário de ensino-aprendizagem do conceito de Probabilidade em três classes de segunda série do Ensino Médio, em uma escola da rede pública estadual do município de Sorocaba, interior do Estado de São Paulo. O olhar sobre este cenário de investigação foi norteado pela seguinte questão de investigação: **como ocorre o ensino-aprendizagem em um contexto de tarefas envolvendo diferentes concepções probabilísticas?**

O aporte teórico para subsidiar a análise de informações produzidas de nossa dissertação foi a Teoria dos Registros de Representação Semiótica, desenvolvida e difundida por Raymond Duval. A apropriação desta teoria foi possível pelos estudos ocorridos no âmbito do Grupo de Estudos e Planejamento de Atividades Matemáticas (GEPLAM), liderado pelo orientador desta Dissertação.

O planejamento da estrutura deste trabalho acadêmico de modo a responder a formulação da questão de investigação, levou em conta a produção de cinco capítulos.

O capítulo 1 (Ensino-aprendizagem em Probabilidade) contém uma revisão bibliográfica das últimas edições do Encontro Nacional de Educação Matemática (ENEM); um histórico das produções envolvendo o bloco temático Tratamento da Informação a partir da constituição do Grupo de Trabalho (GT-19) da Anped; bem como a análise curricular dos documentos vigentes na política educacional de nosso país. O confronto entre estas três fontes bibliográficas, permitiu esboçar o panorama relativo ao Ensino-Aprendizagem de Probabilidade.

O capítulo 2 (Percurso Metodológico) apresenta a configuração da questão de investigação, a partir de um cenário de pesquisa qualitativa. Dedicamos a apresentação e reflexão dos registros de representação semiótica a partir do objeto matemático Probabilidade e, finalmente, descrevemos sobre informações pertinentes ao contexto escolar onde foi desenvolvido o trabalho de campo, no qual a autora desempenha o papel de professora e pesquisadora em três classes de segunda série do Ensino Médio.

O capítulo 3 (Produção das Informações e Análises) foi dedicado à descrição e análise das quatro etapas do trabalho de campo, o qual em termos de conteúdo, esboça a transição entre tarefas aplicadas na concepção clássica de probabilidade e tarefas produzidas sob a óptica da probabilidade frequentista.

O capítulo 4 (Considerações Finais) resgata aspectos pertinentes ao desenvolvimento teórico-metodológico da pesquisa, apontando os aspectos positivos da produção de informações, bem como as limitações e implicações para futuras investigações, inerentes à arte de pesquisar.

Finalmente listamos todas as referências efetivamente utilizadas para a construção deste texto acadêmico, o qual é dedicado a todos os interessados pelo objeto matemático Probabilidade, sob o olhar de um contexto escolar específico.

2 ENSINO-APRENDIZAGEM EM PROBABILIDADE

Este capítulo tem como objetivo subsidiar o leitor quanto ao entendimento e implicações do bloco temático Tratamento da Informação numa perspectiva curricular, bem como no cenário acadêmico via Encontro Nacional de Educação Matemática (ENEM), e as Reuniões Anuais promovidas pela Anped (Associação Nacional de Pós-Graduação e Pesquisa em Educação).

Utilizamos para a análise curricular os Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio – PCNEM (BRASIL, 2000), as orientações educacionais complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio - PCN+ (BRASIL, 2002), Orientações Curriculares para o Ensino Médio – OCEM (BRASIL, 2006), Proposta Curricular do Estado de São Paulo – PCESP (SÃO PAULO, 2008) e, finalmente, o Currículo do Estado de São Paulo (SÃO PAULO, 2010a).

No que diz respeito ao cenário acadêmico utilizamos os anais referentes aos ENEMs (2001, 2004, 2007, 2010) por ser um evento promovido pela Sociedade Brasileira de Educação Matemática (SBEM) desde 1987, com o objetivo de difusão das produções acadêmicas da referida área; na forma de mini-cursos, pôsteres, relatos de experiência, comunicações científicas e palestras. Em relação aos relatos das Reuniões Anuais publicados pela Anped, utilizamos aqueles referentes ao período de 2000 a 2011, devido à criação de um Grupo de Trabalho em Educação Matemática (GT) no ano 2000 que, no ano posterior, ganhou a sigla GT-19, além disso, a escolha do período foi devido à implantação dos parâmetros curriculares de matemática.

2.1 Tratamento da Informação: uma análise curricular

Os Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio (BRASIL, 2000) contemplam na Matemática um caráter formativo (estruturação do pensamento e raciocínio dedutivo), instrumental (ferramenta a serviço da vida cotidiana) e científico (construção de conceitos e estruturas matemáticas como forma de validar intuições e procedimentos técnicos).

Neste contexto, os conteúdos de análise combinatória (contagem), estatística e probabilidade permitem construir a interdisciplinaridade, ou seja, conexões entre diversos conceitos matemáticos e entre diferentes formas de pensamento matemático. Isto é possível devido às habilidades de descrever e analisar um grande número de dados, realizar inferências e fazer predições com base numa amostra de uma determinada população. É fundamental destacar que neste processo a experimentação permite ainda ao aluno a produção de informações, cuja análise conduz o aluno à tomada de decisões.

Nas orientações curriculares complementares ao Ensino Médio – PCN+ (BRASIL, 2002) as unidades temáticas de contagem, estatística e probabilidade foram organizadas no eixo Análise de Dados e devem ser desenvolvidos de forma concomitante nas três séries do ensino médio.

A Estatística e a Probabilidade devem ser concebidas “como um conjunto de ideias e procedimentos que permitem aplicar a Matemática em questões do mundo real, mais especialmente aquelas provenientes de outras áreas” (BRASIL, 2002, p.123). Trata-se de uma área que lida com dados e informações em conjuntos finitos, cujo tratamento destes elementos permite controlar com certa segurança a incerteza e variabilidade desses dados.

A Contagem ou análise combinatória é apenas parte instrumental desse eixo, ou seja, além de possibilitar uma abordagem mais completa da probabilidade por si só, favorece também o desenvolvimento de uma nova forma de pensar em Matemática denominada raciocínio combinatório. De acordo com os PCN+ (BRASIL, 2002), este tipo de raciocínio envolve a decisão sobre a forma mais adequada de organizar números ou informações para poder contar os casos possíveis, constituindo em um modelo simplificado e explicativo da situação.

Os conteúdos e habilidades propostos neste documento (BRASIL, 2002) para a unidade temática Estatística são: descrição e análise de dados, representações gráficas, estudo das medidas de tendência central e dispersão. No que diz respeito à Probabilidade é desejável que o aluno seja capaz de reconhecer o caráter aleatório de fenômenos advindos de outras áreas para além da Matemática, compreendendo o significado e a importância da probabilidade como meio de prever resultados. Finalmente para a unidade temática Contagem, cabe à decisão sobre a forma mais adequada de organizar números e informações com o objetivo de simplificar cálculos em situações reais envolvendo grande quantidade de dados ou de eventos.

O trabalho disciplinar pode e deve contribuir para o desenvolvimento de competências e habilidades. Conforme destacam os PCNEM (BRASIL, 2000) e os PCN+ (BRASIL, 2002), o ensino da Matemática pode contribuir para que os alunos desenvolvam habilidades relacionadas à representação, compreensão, comunicação, investigação e, também, à contextualização sociocultural. Partindo deste fato, as Orientações Curriculares para o Ensino Médio – OCEM (BRASIL, 2006) tratam o debate sob a perspectiva curricular levando em conta a escolha de conteúdos; a forma de trabalhar os conteúdos; o projeto pedagógico e a organização curricular.

No documento OCEM (BRASIL, 2006), os conteúdos básicos estão organizados em quatro blocos: Números e operações; Funções; Geometria; Análise de dados e Probabilidade. No que diz respeito ao último bloco, o tratamento do mesmo é recomendado para todos os níveis da educação básica, em especial para o ensino médio. Neste segmento escolar é necessário intensificar a compreensão sobre as medidas de posição (média, moda e mediana) e as medidas de dispersão (desvio médio, variância e desvio padrão), estudadas de forma intuitiva no Ensino Fundamental.

Ainda com relação à Estatística, seu estudo viabiliza, por um lado, a formulação de perguntas que podem ser respondidas por meio da realização de uma pesquisa envolvendo a produção, organização e representação de informações através do uso de tabelas e gráficos mais elaborados, analisando sua conveniência e utilizando tecnologias, quando possível. Por outro lado, é necessário capacitar os alunos para questionar a validade das interpretações de informações e das representações gráficas, veiculadas em diferentes mídias, ou para questionar as generalizações feitas com base em um único estudo ou em uma pequena amostra (BRASIL, 2006).

Para que o aluno seja capaz de construir uma visão apropriada da importância dos modelos probabilísticos no mundo de hoje, as Orientações Curriculares para o Ensino Médio destacam que “os alunos tenham oportunidade de ver esses modelos em ação. Por exemplo, é possível simular o que ocorre em certa pesquisa de opinião estimando, com base em uma amostra, a fração de balas de determinada cor em uma caixa" (BRASIL, 2006, p.78).

Atrelado ao estudo da Probabilidade é essencial também o estudo da Combinatória pelo fato dos alunos terem a necessidade de adquirir conhecimentos sobre o levantamento de possibilidades e a medida da chance de cada uma delas. Porém, a finalidade da combinatória não se esgota apenas na função de auxiliar o cálculo das probabilidades; estende-se em situações que envolvem o uso de experimentos compostos. "Por exemplo, ao extrair aleatoriamente três bolas de uma urna com quatro possibilidades, esse experimento aleatório tem três fases, que podem ser interpretadas significativamente no espaço amostral das variações" (BRASIL, 2006, p.79).

Para a conexão entre o experimento composto e a combinatória, recomenda-se o uso do diagrama de árvore, pois o mesmo "permite que visualizemos a estrutura dos múltiplos passos do experimento" (BRASIL, 2006, p.79).

No contexto probabilístico é necessário que o aluno tenha uma familiaridade com palavras adequadas ao mundo das incertezas, como por exemplo: chance, provável, acaso, aleatório, evento, entre outras. No que diz respeito à probabilidade como medida de incerteza, a mesma está contida no intervalo entre zero e um que, em termos de eventos, são designados respectivamente, por evento impossível e evento certo. Finalmente, se o aluno está capacitado a dominar a linguagem de eventos, potencialmente poderá "levantar hipóteses de equiprobabilidade, associar a estatística dos resultados observados e as frequências dos eventos correspondentes, e utilizar a estatística de tais frequências para estimar a probabilidade de um evento dado" (BRASIL, 2006, p.80).

Nas Orientações Curriculares para o Ensino Médio foi ressaltado que "as planilhas eletrônicas, mesmo sendo ferramentas que não foram pensadas para propósitos educativos, também podem ser utilizadas como recursos tecnológicos úteis à aprendizagem matemática" (BRASIL, 2006, p.89). Para a Análise de Dados, extraídas de situações reais, é desejável utilizar este recurso tecnológico como para a construção de representações gráficas adequadas ao conjunto às informações disponíveis, bem como calcular as diversas medidas estatísticas.

O uso das planilhas eletrônicas pode ser aplicado na noção de simulação probabilística, cujo valor atribuído provém da “frequência relativa observada em uma infinidade de repetições” (BRASIL, 2006, p.89).

Transitando das diretrizes educacionais em nível nacional para o estadual, em particular, a Proposta Curricular para o Estado de São Paulo (2008); o foco capital das ações educacionais, é a transformação de informação em conhecimento. Foi mantido em relação a última Proposta Curricular de nosso Estado, difundida nos finais dos anos oitenta, os blocos temáticos grandezas e medidas, números e geometria. Como atualização curricular criou-se um quarto bloco temático intitulado Tratamento da Informação, cuja extensão até o Ensino Médio, permite agregar o

> estudo das matrizes, amplamente usado na programação de computadores, o planejamento de uma pesquisa estatística que utilize técnicas de elaboração de questionários e amostragem, a investigação de temas de estatística descritiva e de inferência estatística, o estudo de estratégias de contagem do cálculo de probabilidade, etc. (SÃO PAULO, 2008, p. 47).

Os temas propostos para este bloco temático são distribuídos de forma isolada em um quadro de conteúdos por série e por bimestre, para os quatro anos finais do Ensino Fundamental e para as três séries do Ensino Médio. Como exemplo, temos o tema Estatística, o qual contém problemas de contagem. Inicialmente ele é disposto no 4º bimestre do 6º ano do Ensino Fundamental. Posteriormente, problemas de contagem aparecem contido no grande tema Potenciação, no 1º bimestre do 8º ano do Ensino Fundamental. O terceiro e último momento em que este assunto aparece no Ensino Fundamental é no 4º bimestre do 9º ano; articulado ao grande tema Probabilidade.

A distribuição do conteúdo problemas de contagem no decorrer do Ensino Fundamental II, contradiz o pressuposto dessa Proposta Curricular (SÃO PAULO, 2008) a qual enfatiza que um tema possa ser trabalhado em diversas escalas diferentes, o que, de certa forma, justifica a lógica de organização espiral dos conteúdos. A relação espaço-tempo em que este conteúdo é disposto na grade curricular prejudica o professor na tomada de decisão quanto à dosagem do nível gradativo de dificuldade, em função da descontinuidade curricular da presença de temas do bloco temático Tratamento da Informação.

O novo Currículo para nosso Estado (SÃO PAULO, 2010a) apresenta praticamente a mesma estrutura da Proposta Curricular (SÃO PAULO, 2008). O único ponto discrepante é a exclusão do bloco temático Tratamento da Informação e a redistribuição curricular dos conteúdos, inclusive aqueles contidos no bloco extinto, em três blocos temáticos: Números, Relações e Geometria.

No Currículo do Estado de São Paulo – CESP (SÃO PAULO, 2010a) há dois argumentos que desqualificam o Tratamento da Informação como um bloco temático.

O primeiro deles refere-se ao fato de que, embora a difusão de informações seja ampla e de fácil acesso devido à disponibilidade de inúmeros bancos de dados, não basta coletá-los; é necessário aplicar um tratamento adequado. Neste sentido, é notável na disciplina de Matemática conteúdos como porcentagens, médias, tabelas, gráficos de diferentes tipos, entre outros, serem rotulados como Tratamento da Informação. “Apesar de reconhecer a importância de tal destaque, consideramos necessário evidenciar aqui o fato de que todos os conteúdos estudados na escola básica, em todas as disciplinas, podem ser classificados como “Tratamento da Informação” ” (SÃO PAULO, 2010a, p.36).

Um segundo ponto é que o Tratamento da Informação passa a ter como objetivo comum em todas as disciplinas escolares e seus respectivos conteúdos, a transformação da informação em conhecimento.

Esta desqualificação do bloco temático Tratamento da Informação contradiz as orientações curriculares em nível nacional, em especial, no que diz respeito aos Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL, 1998). Neste documento, o ensino da Estatística, Probabilidade e Análise Combinatória está previsto no bloco Tratamento da Informação, cuja inclusão é justificada pelo frequente uso de conhecimentos estatísticos e probabilísticos na sociedade contemporânea e pela necessidade do indivíduo compreender as informações divulgadas, tomar decisões e fazer previsões que influenciam sua vida pessoal e em comunidade. Em função do reconhecimento das possibilidades formativas e transformadoras presentes no trato desses conhecimentos, a literatura acadêmica nomeou a Educação Estatística para além de um ensino em estatística e probabilidade.

Pelo fato da Educação Estatística ser praticada nas aulas de matemática, Lopes (2010) afirma que é desejável que as atividades de ensino envolvam a proposta de problemas estatísticos, a realização de projetos de investigação estatística, a realização de experimentos e de confronto com simulações para exercitar a tomada de decisão. Ao desenvolver um projeto de investigação estatística a pessoa mobiliza conhecimentos sobre combinatória, probabilidade e estatística, pois, define o tema, elabora a questão de investigação, determina a metodologia para coleta de dados, explora os dados e realiza a interpretação dos resultados.

Ainda, segundo Lopes (2010), a Educação estatística não apenas auxilia na leitura e interpretação de dados, mas fornece uma habilidade para quê uma pessoa possa analisar/relacionar criticamente os dados apresentados, questionando/ponderando até mesmo sua veracidade.

2.2 Tendências das produções acadêmicas da Anped

Não é pretensão oferecer ao leitor a clássica revisão bibliográfica sobre o tema Tratamento da Informação, mas apresentar a concepção de tendência das produções acadêmicas da Anped e do ENEM, dentro de uma relação espaço-tempo pré-definida.

É importante destacar que nos apropriamos da concepção de tendência apontada por Fiorentini (1995, p. 3), que a considera como:

> um saber funcional, isto é, uma modalidade de conhecimento, socialmente elaborada e partilhada, criada na prática pedagógica quotidiana e que se alimenta não só das teorias científicas (Psicologia, Antropologia, Sociologia, Filosofia, Matemática, ...), mas também de grandes eixos culturais, de ideologias formalizadas, de pesquisas, de experiências de sala de aula e das comunicações quotidianas.

Primeiramente vamos nos dedicar às produções acadêmicas (comunicação oral e pôster) publicadas no site institucional da Anped via Grupo de Trabalho (GT19), mediante à apresentação do seguinte demonstrativo:

Quadro 1: Descrição quantitativa dos trabalhos do GT-19

Ano (edição da reunião)	**Comunicação científica**	**Pôster**	**Tratamento da Informação (entre comunicação científica e pôsteres)**
2000 (23ª)	18	3	0
2001 (24ª)	13	2	3
2002 (25ª)	18	3	2
2003 (26ª)	11	1	1
2004 (27ª)	13	3	1
2005 (28ª)	19	4	2
2006 (29ª)	20	1	2
2007 (30ª)	15	0	1
2008 (31ª)	16	3	0
2009 (32ª)	10	5	1
2010 (33ª)	18	2	1
2011 (34ª)	15	0	0
Total	186	27	14

Fonte: arquivo da pesquisadora

Do montante de 213 trabalhos apresentados, 14 deles dizem respeito ao Tratamento da Informação. Destes, três abordam especificamente o tema Probabilidade. Na sequência construímos uma tabela com esses trabalhos organizados por ano, modalidade, título e autor(es):

Quadro 2– Publicações sobre Tratamento da Informação (Anped, 2000 a 2011)

Reunião	**Modalidade**	**Título**	**Autor(es)**
2001 (24ª)	Comunicação	Pensamento Combinatório:	Janete Bolite Frant,

	Científica	uma análise baseada na Estratégia Argumentativa	Mônica Rabello de Castro e Tânia Lima
2001 (24ª)	Comunicação Científica	Interpretando e construindo gráficos	Gilda Lisbôa Guimarães, Verônica Gitirana Gomes Ferreira e Antônio Roazzi
2001 (24ª)	Comunicação Científica	Investigando a atividade de interpretação de gráficos entre professores do ensino Fundamental.	Carlos Eduardo Ferreira Monteiro e Ana Coelho Vieira Selva
2002 (25ª)	Comunicação Científica	Probabilidade Geométrica: um contexto para a modelização e a simulação de situações aleatórias com Cabri	Cileda de Queiroz e Silva Coutinho
2002 (25ª)	Comunicação Científica	Quatro concepções de Probabilidade manifestadas por alunos ingressantes na Licenciatura em Matemática: clássica, frequentista, subjetiva e formal.	Dione Lucchesi de Carvalho e Paulo César Oliveira
2003 (26ª)	Comunicação Científica	Uma análise sobre a atitude em relação à estatística, a confiabilidade e a importância atribuída a essa ciência	Clayde Regina Mendes
2004 (27ª)	Poster	Crianças da educação infantil explorando gráficos de barras	Ana Coelho Vieira Selva
2005 (28ª)	Comunicação Científica	A utilização da análise a priori de atividades em interpretação de gráficos de barra como recurso na formação de professores.	Maria Patrícia Freitas de Lemos

2005 (28ª)	Comunicação Científica	O funcionamento cognitivo e semiótico das representações gráficas: ponto de análise para a aprendizagem	Cláudia Regina Flores e Méricles Tadeu Moretti
2006 (29ª)	Comunicação Científica	Investigando o senso crítico na interpretação de gráficos entre professores em formação inicial	Carlos Eduardo Monteiro
2006 (29ª)	Comunicação Científica	Modelagem matemática e modelos probabilísticos	Maria Inez Rodrigues Miguel
2007 (30ª)	Comunicação Científica	Análise exploratória de dados: um estudo diagnóstico sobre concepções de professores	Cileda de Queiroz e Silva Coutinho e Maria Inez Rodrigues Miguel
2009 (32ª)	Comunicação Científica	Estratégias realizadas pelos professores ao utilizar o livro didático para trabalhar estatística	Esmeralda M. Queiroz de Oliveira
2010 (33ª)	Comunicação Científica	A educação estatística no currículo de matemática: um ensaio teórico	Celi Aparecida Espasandin Lopes

Fonte: arquivo da pesquisadora

A tendência das produções acadêmicas da Anped, avaliadas no período de 2000 a 2011, indica uma valorização de temas relacionados diretamente à Estatística. Foram sete trabalhos envolvendo interpretação e construção de gráficos, um ensaio a respeito do lugar da formação estatística e probabilística no currículo de matemática para a educação básica, uma pesquisa de avaliação sobre atitudes em relação á Estatística e um trabalho sobre análise exploratória de dados. O restante das pesquisas, quatro ao todo, contemplam os outros dois temas que formam em nível curricular, o Tratamento da Informação. Há um trabalho sobre o pensamento combinatório e três envolvendo a Probabilidade. Destes, apenas o trabalho de Coutinho (2002) envolveu o contexto da Educação Básica.

As informações relevantes ao processo das quatorze investigações citadas, encontra-se no anexo desta dissertação. Neste momento, apresentamos apenas uma descrição das pesquisas relativas ao tema Probabilidade.

Coutinho (2002) propôs um contexto de probabilidade geométrica com o objetivo de que os alunos identificassem um modelo mais adequado ao jogo "Franc-Carreau". Este jogo consiste em lançar uma moeda num piso de azulejos de forma quadrada. A aposta dos jogadores é na posição final de tal moeda: imobilizar completamente sobre um único azulejo (posição chamada "franc-carreau").

O relato sobre esta sequência de ensino é um extrato do contexto metodológico da tese de doutorado da autora, que envolveu alunos franceses do 9º ano do Ensino Fundamental e primeira série do Ensino Médio. O objetivo desta pesquisa foi apresentar uma forma de familiarizar o aluno com situações aleatórias através de um ponto de vista experimental, por meio da modelização de experimentos simples.

Modelização para Coutinho (2002) é um processo desencadeado pelo aluno quando lhe é solicitado o reconhecimento do modelo probabilístico, no caso da urna de Bernoulli, que melhor representa e interpreta a situação da realidade que ele quer estudar.

A aplicação dessa sequência de ensino foi dividida em duas fases. Na primeira fase foi contemplado os primeiros passos da modelização, onde o aluno teve que reconhecer tanto o caráter aleatório do experimento quanto o início do processo de abstração, visando o modelo de Urna de Bernoulli.

A segunda fase da atividade (geometria dinâmica) ocorreu com a apresentação do jogo em uma tela de Cabri-géomètre II, numa perspectiva de simulação de experimentos aleatórios apresentados em um contexto de probabilidade geométrica, tal como o jogo de "Franc-Carreau".

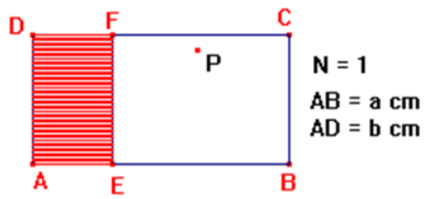
O enfoque de modelização permitiu a confrontação de duas concepções probabilísticas: perspectiva clássica e frequentista. Porém, as respostas esperadas não levaram em conta o rigor da teoria probabilística, uma vez que os alunos ainda não possuíam as ferramentas e o conhecimento necessário. Nesse sentido, Coutinho (2002) lançou mão assim de uma representação pseudoconcreta: o aluno identificava o modelo teórico utilizando elementos de linguagem tirados da experiência concreta.

Nesse processo experimental a Urna de Bernoulli foi associada com o “pote com contas coloridas”. Coutinho (2002) explicou que a escolha pelo experimento de Bernoulli foi devido aos resultados de pesquisa que apontaram este modelo, como o mais simples e acessível para alunos iniciantes no cálculo de Probabilidades. Este tipo de urna representa situações aleatórias da realidade que apresentam a configuração de um experimento de Bernoulli; que atribui os resultados possíveis em dois eventos excludentes, “sucesso” e “fracasso”.

No processo de simulação foi utilizado uma urna de pixéis como uma representação na tela de uma urna de Bernoulli modelizando um certo experimento de Bernoulli. O dispositivo “urna de pixéis” é um instrumento de simulação da experiência de referência “sortear ao acaso uma conta em um pote que contém contas pretas e contas brancas”.

Seja o retângulo ABCD, seja um ponto P deste retângulo, representado por um pixel gerado de modo pseudo-aleatório em ABCD, e seja o segmento EF, perpendicular ao segmento AB de tal forma que o ponto E seja um ponto livre e móvel sobre AB, conforme a figura, apresentada por Coutinho (2002):

Figura1: Esquema do jogo



Fonte: Coutinho (2002)

Coutinho (2002) exemplificou que ao escolher um pixel ao acaso no retângulo ABCD, considera-se como “sucesso” o evento “o pixel está no retângulo AEFD”. O emprego deste dispositivo pode ser generalizado para toda e qualquer figura geométrica na qual possamos determinar um sub-domínio “sucesso”, a medida que se determina o número de pixéis que preenchem cada uma destas figuras, a partir do respectivo valor de cada área.

O jogo contido nesta sequência de ensino é regido pela experiência aleatória "posicionar um círculo, ao acaso, cujo centro encontra-se no interior do quadrado ABCD". Consideramos como evento "sucesso" o resultado: "o disco está em posição Franc-Carreau". O problema que o aluno deve resolver é de determinar uma Urna de Bernoulli que represente esse jogo, passando pela explicitação da urna de pixéis que simula este modelo.

O desempenho dos alunos participantes nessa pesquisa de doutorado foi satisfatório. As análises do material de trabalho de campo mostraram que os alunos aceitaram a utilização do modelo pseudoconcreto (urna de Bernoulli) para representar o jogo de Franc-Carreau. Eles foram capazes de formular uma composição para esta urna à partir da associação entre o jogo e o sorteio no pote com contas coloridas e com o sorteio de um pixel ao acaso no software Cabri-géomètre II. Decorrente disto, observou-se que a atividade favoreceu para os alunos a construção da relação entre uma ideia intuitiva de probabilidade (ou de chance) e a frequência estabilizada como medida aproximativa desta probabilidade, ou seja, a aproximação da concepção clássica com a frequentista.

Carvalho e Oliveira (2002) analisaram episódios ocorridos em uma sala de aula com alunos ingressantes no Curso de Licenciatura em Matemática. As atividades foram elaboradas com a intenção de provocar reflexões sobre as ideias que estes estudantes tinham sobre probabilidade. Os autores analisaram quatro concepções de probabilidades (clássica, frequentista, subjetiva e axiomática) que foram mobilizadas e, por vezes, reelaboradas alunos pelos quando lhes propusemos as atividades intencionalmente preparadas para que experienciassem situações de natureza aleatória. Consideramos adequada a inserção de atividades desta natureza num curso de formação inicial de professores de Matemática, porque cabe a estes futuros profissionais ensinar Estatística e Probabilidade na Educação Básica.

Como resultado de pesquisa, Carvalho e Oliveira (2002) apontaram que a atividade envolvendo o lançamento de tachas/percevejos foi prejudicada pois os alunos não registraram os resultados de suas jogadas. Provavelmente, concebiam uma aula de Probabilidade e Estatística em outros moldes. Não consideravam a amostra dos experimentos que estariam realizando como importante para estimar a probabilidade de cada um dos dois eventos: cair de ponta para cima e cair de ponta para baixo.

No processo de experimentação, Carvalho e Oliveira (2002) notaram que os alunos manifestaram resistência em descrever sua estratégia de aposta, sobre qual evento seria mais provável de ocorrer. Provavelmente, aguardavam a explicação da estratégia ‘correta’, como ocorre usualmente em aulas de Matemática.

A concepção clássica de probabilidade, ou seja, a proporção entre o número de casos favoráveis em relação ao número total de casos possíveis, desde que todos os resultados sejam admitidos como igualmente prováveis de ocorrer prevaleceu no decorrer da realização das atividades. Carvalho e Oliveira (2002) consideraram relevante que o aluno mobilize diferentes concepções de probabilidade no estudo das situações-problema pois elas, além de não serem exclusivas, têm sua adequação determinada pela natureza do problema.

Miguel (2006) descreveu uma experiência de ensino e aprendizagem pautada no contexto da Modelagem Matemática envolvendo noções básicas do Modelo de Poisson, dirigida a alunos universitários, tendo o computador como ferramenta de cálculo e de representação.

O foco da pesquisa neste modelo probabilístico deve-se às dificuldades apresentadas pelos alunos, falta de pesquisas sobre o tema, carência de material didático diferenciado, em especial, aplicações em diferentes áreas do conhecimento.

A questão de investigação que norteou esse trabalho teve a seguinte formulação: o uso da Modelagem Matemática é favorável ao ensino e aprendizagem do Modelo de Poisson? Como a organização das etapas em um processo de modelagem é fundamental, uma questão secundária foi formulada: quais etapas são fundamentais num processo de modelagem?

A fundamentação teórica deste estudo pautou-se na Teoria das Funções Semióticas, essencialmente, a criação de categorias de significado de objetos matemáticos (situações-problema, técnicas, conceitos, proposições, argumentações, teorias, etc.), identificados em caráter institucional e/ou pessoal. De acordo com Godino (2003), dependendo do interesse no estudo, pode-se considerar o sujeito individual (pessoal) ou documentos curriculares, livros texto, explicações do professor (institucional), ou ainda, a interação em ambos.

Miguel (2006) optou categorizar o objeto Modelo de Poisson, inicialmente, pela análise de seis livros didáticos utilizados em cursos universitários, a fim de determinar os elementos de significado institucional que foram considerados na seleção daqueles que seriam pretendidos (o professor seleciona, ordena e delimita o que será desenvolvido) em cada etapa do processo. Ao final de cada sessão, os elementos de significado pessoal, global (conteúdos que os alunos são capazes de manifestar) e declarado (tudo que é expresso nas avaliações), foram comparados com os institucionais, implementados e avaliados, a fim de identificar aqueles logrados (aqueles declarados, que estão em acordo ao que foi institucionalizado) e os erros de aprendizagem, avaliando, dessa forma, o processo de modelagem desenvolvido.

O trabalho de campo de Miguel (2006) contou com um experimento piloto realizado em 2003, com o intuito de fazer os acertos necessários. Em 2004, foi realizada a fase experimental, na qual participaram, voluntariamente, dezesseis alunos do segundo ano de graduação de uma instituição particular de Ensino Superior, sendo oito do curso de Engenharia Elétrica e oito de Ciência da Computação.

Em um Laboratório de Física Nuclear, os alunos fizeram um estudo sobre radiação com o auxílio do professor: construíram o modelo matemático (no caso, o Modelo de Poisson). Com os resultados do experimento, no laboratório de informática, os alunos compararam os valores obtidos em um dos experimentos realizados com aqueles correspondentes ao modelo teórico construído. Finalmente, em sala de aula, os alunos resolveram uma série de situações associadas a outras áreas do conhecimento, como aquelas encontradas em livros didáticos, em que o Modelo de Poisson foi considerado adequado, com base nos Postulados de Poisson. Além disso, um estudo sobre a aproximação Poisson ao modelo Binomial fez parte das etapas do trabalho de campo dessa pesquisa. Um último encontro foi direcionado à aplicação de um teste final, individual e sem consulta a material didático ou apontamentos.

O desempenho dos alunos nesse teste final revelou, segundo Miguel (2006),que um bom número de alunos aplicou corretamente o modelo nos três tipos de situações propostas no teste: aproximação Poisson a um problema Binomial, resolução de problemas com contextos em outras áreas do conhecimento e ajuste a uma distribuição de dados empíricos, como modelo teórico aproximado. Muitos alunos não foram capazes de perceber a utilidade de um modelo matemático nas previsões de dados futuros. Em termos do uso da linguagem, os alunos reconheceram os termos verbais associados aos conceitos introduzidos. Dentre os conceitos pertinentes, os alunos manifestaram como conhecimento adquirido, a suficiência da média na identificação do Modelo de Poisson, a coincidência da média, variância e parâmetro, a linearidade da média nas situações de tempo, comprimento e espaço e o decrescimento das probabilidades conforme os valores da variável se distanciam da média.

No que diz respeito à utilização da Modelagem Matemática, Miguel (2006) considerou que a mesma favoreceu o ensino e a aprendizagem do Modelo de Poisson, por ter possibilitado que vários de seus elementos de significado fossem colocados em jogo, favorecendo o desenvolvimento de competências na obtenção e aplicação de técnicas e a compreensão do objeto em estudo, como um processo progressivo, mental, social e interativo. O estudo detectou, também, que alguns elementos de significado proporcionaram maior dificuldade de compreensão; dentre eles: identificar os elementos na representação simbólica utilizada; interpretar expressões do tipo pelo menos dois; expressar, adequadamente, a conclusão de um teste de hipótese; definir e determinar o intervalo de valores da variável com probabilidades não-desprezíveis; usar opções do menu da planilha eletrônica.

Na pesquisa realizada, não foi possível encontrar uma forma de construir o Modelo de Poisson, sem apelar para a solução de equações diferenciais lineares homogêneas e não homogêneas de primeira ordem, como pretendido. Mas, a experiência realizada e o encaminhamento que foi feito mostraram que, com alguns conhecimentos de Cálculo Diferencial e Integral, os alunos foram capazes de acompanhar o desenvolvimento realizado. Quanto ao tempo didático dispensado no processo apresentado, Miguel (2006) avaliou que é possível minimizá-lo, tendo em vista que, em um curso regular, pode-se preparar os alunos em vários aspectos antecipadamente como, por exemplo, o uso das mesmas etapas em modelos menos complexos, como o Binomial, por exemplo, e atividades extraclasse, que não foi opção adotada neste estudo.

2.3 Tendências das produções acadêmicas dos ENEMs

Passamos agora para a análise dos trabalhos publicados nos Encontros Nacionais de Educação Matemática (ENEM) de 2001, 2004, 2007 e 2010. Inicialmente, em cada edição deste evento apresentamos um panorama quantitativo do número de trabalhos apresentados nas modalidades de Comunicação científica e Pôster.

Quadro 3 – Publicações sobre Tratamento da Informação (ENEM, 2001 a 2010)

ENEM	Modalidade	Título	Autor(es)
2001 (VII)	Comunicação Científica	Interpretação de gráficos da mídia impressa: problemas de representação e de visualização	Liliane Maria Teixeira de Lima
2001 (VII)	Comunicação Científica	Investigando os fatores que influenciam o raciocínio combinatório em adolescente de 14 anos – 8ª série do ensino fundamental	Inês Esteves e Sandra Magina
2001 (VII)	Comunicação Científica	Categorização e representação de dados na 3ª série do ensino fundamental	Gilda Guimarães, Verônica Gitirana e Antonio Roazzi
2001 (VII)	Comunicação Científica	A probabilidade e a estatística provocando o desenvolvimento	Celi Aparecida Espasandin Lopes

		profissional do professor	e Anna Regina Lanner de Moura
2004 (VIII)	Comunicação Científica	O tratamento da informação nas séries iniciais: adaptando uma atividade do livro didático para o computador	Sandra da Silva Santos
2004 (VIII)	Comunicação Científica	Resolução de problemas em análise combinatória: um enfoque voltado para alunos e professores do ensino médio	Augusto César Barbosa Dornelas
2004 (VIII)	Comunicação Científica	O conceito de média: Problemas de construção x problemas tradicionais	Cristiane Aparecida Stella
2004 (VIII)	Comunicação Científica	Uma investigação acerca de apreensões perceptivas e operatórias de representações gráficas em alunos do curso de licenciatura em matemática	Denise Trindade Moreira
2004 (VIII)	Pôster	A leitura de gráficos com crianças da 4ª série do ensino fundamental	Rosana Catarina Rodrigues de Lima
2004 (VIII)	Pôster	Professoras de ensino fundamental realizando pesquisas em matemática na sala de aula	Rute Elizabete de Sousa Borba, Gilda Lisbôa Guimarães e Maria Auxiliadora Rattes Lima.
2007 (IX)	Comunicação Científica	O tratamento da informação nas séries iniciais: adaptando uma atividade do livro didático para o computador	Sandra da Silva Santos
2007 (IX)	Comunicação Científica	Abordagens didáticas no ensino de representações gráficas	Gilda Guimarães, Verônica Gitirana, Mabel Marques e Milka Cavalcanti

2007 (IX)	Comunicação Científica	A lógica da inferência estatística e seu ensino na licenciatura em matemática	Admur Severino Pamplona
2007 (IX)	Comunicação Científica	Análise exploratória de dados e a alfabetização estatística	Carlos Ricardo Bifi
2007 (IX)	Comunicação Científica	Distribuições de probabilidade t, f e qui-quadrado: teoria e prática com o uso da planilha	Lori Viali e Hélio Radke Bittencourt
2007 (IX)	Comunicação Científica	Atitudes dos alunos de graduação de uma universidade em relação ao ensino de estatística	João Feliz Duarte de Moraes e Nulce Regina Korff Benvenutti
2007 (IX)	Comunicação Científica	Dificuldade na representação gráfica quando apresentado num contexto real	Magda Vieira da Silva
2007 (IX)	Comunicação Científica	Estratégias de resolução de problemas de raciocínio combinatório por alunos de 1ª à 4ª série	Cristiane Pessoa e Rute Elizabete de Souza Rosa Borba
2007 (IX)	Comunicação Científica	História e dimensões sociais da estatística para produção de conhecimento	Vera Lucia da Silva Halmenschlager
2007 (IX)	Comunicação Científica	Interpretação de gráficos de barra: analise a priori enquanto recurso na formação de professores	Maria Patrícia Freitas de Lemos
2007 (IX)	Comunicação Científica	Investigando a aprendizagem de análise combinatória simples em uma turma de licenciandos em matemática submetida a uma prática de ensino tradicional	José de Arimatéa Rocha
2007 (IX)	Comunicação	Livros didáticos de matemática nas	Gilda Guimarães,

	Científica	séries iniciais: análise das atividades sobre gráficos e tabelas	Verônica Gitirana, Milka Cavalcanti e Mabel Marques
2007 (IX)	Comunicação Científica	Conceitos básicos de testes de hipóteses através de aulas investigativas	José Marcos Lopes
2007 (IX)	Pôster	O ensino de análise combinatória: a prática pedagógica predominante segundo os docentes	Carlos Alberto de Miranda Pinheiro e Pedro Franco de Sá
2007 (IX)	Pôster	Relação entre representações gráficas e escolarização	Andréa Patrocínio
2010 (X)	Comunicação Científica	A constituição do saber estatístico como uma tecnologia de gestão, na formação do professor que ensina estatística na escola básica	Admur Severino Pamplona
2010 (X)	Comunicação Científica	A construção de tabelas em aulas de estatística na educação de jovens e adultos	Keli Cristina Conti e Dione Lucchesi de Carvalho
2010 (X)	Comunicação Científica	Abordagem das noções iniciais de probabilidade em uma perspectiva construtivista	Rubens de Souza Cabral Junior e Armando Traldi Junior
2010 (X)	Comunicação Científica	O ensino de estatística a partir da interdisciplinaridade: um estudo comparativo	Adriana Pagan e Sandra Magina
2010 (X)	Comunicação Científica	A evolução temporal, social e educacional da estatística	Adriana Pagan, Ana Paula Leite e Rosana Perleto
2010 (X)	Comunicação Científica	Variabilidade estatística: compreensões de estudantes do 5º ano do ensino fundamental	Érica Michelle S. Cavalcanti e Gilda Lisbôa Guimarães
2010 (X)	Comunicação	O raciocínio combinatório do início	Cristiane Pessoa e

	Científica	do ensino fundamental ao término do ensino médio	Rute Borba
2010 (X)	Comunicação Científica	O raciocínio combinatório de alunos da educação de jovens e adultos: do início da escolarização até o ensino médio	Rute Elizabete de Souza Rosa Borba e Rita de Cássia Gomes de Lima
2010 (X)	Comunicação Científica	Formação docente e o ensino de problemas combinatórios: diferentes olhares	Cristiane de Arimatéa Rocha e Rute Elizabete de Souza Rosa Borba
2010 (X)	Comunicação Científica	A importância da estatística na educação matemática	Juliana da Silva Dias Barbosa
2010 (X)	Comunicação Científica	Analisando questões em livros didáticos de matemática de séries finais do ensino fundamental, acerca do raciocínio combinatório	Ademilton Gleison de Albuquerque e José Valério Gomes da Silva
2010 (X)	Comunicação Científica	Movimento do pensamento probabilístico por alunos do 7º ano do ensino fundamental	Jaqueline Aparecida Foratto Lixandrão Santos e Regina Célia Grando
2010 (X)	Comunicação Científica	O ensino da estatística como viés para o desenvolvimento da modelagem e da busca de significado para os temas tradicionais da matemática	Maria de Fátima Ferreira Almeida
2010 (X)	Comunicação Científica	Análise das habilidades em problemas de combinatória nos livros didáticos dos anos finais do ensino fundamental	José Ivanildo Felisberto de Carvalho
2010 (X)	Comunicação Científica	Média aritmética nos livros didáticos – um estudo das propriedades e significados	José Ivanildo Felisberto de Carvalho e Verônica Gitirana

2010 (X)	Comunicação Científica	Análise a priori dos passeios aleatórios da Mônica	Camila Macedo Lima Nagamine, Afonso Henriques e Irene Maurício Cazorla
2010 (X)	Comunicação Científica	Ensino de estatística em cursos de graduação em psicologia: o contrato didático como construto teórico relevante no processo ensino-aprendizagem	Giselda Magalhães Moreno Nóbrega
2010 (X)	Comunicação Científica	Autorregulação da aprendizagem de estatística de estudantes da 3ª série do ensino médio: um estudo piloto	Erliete Barizon, Verônica Yumi Kataoka e Maria Helena Palma de Oliveira
2010 (X)	Comunicação Científica	Análise de um instrumento para medir o nível de letramento estatístico no ensino fundamental II	Cátia Cândida de Almeida, Claudia Borim da Silva e Verônica Yumi Kataoka
2010 (X)	Comunicação Científica	A variabilidade como fator (res)significante para a educação estatística no ensino fundamental	Everton José Goldoni Estevam e Monica Fürkotter
2010 (X)	Comunicação Científica	A construção de significados na abordagem tecnológica para a educação estatística	Nilton de Freitas e Celi Espasandin Lopes
2010 (X)	Comunicação Científica	Estratégias de memória no processo de autorregulação da aprendizagem de estatística: validação de uma escala	Verônica Yumi Kataoka, Maria Helena Palma de Oliveira, Claudia Borim da Silva e Claudette Medeiros Vendramini

2010 (X)	Comunicação Científica	Tratamento da informação na educação básica: investigado concepções e práticas	Débora Laranjeira Colodel, Luciana Boemer Cesar Pereira e Mary Ângela Teixeira Brandalise
2010 (X)	Comunicação Científica	Softwares estatísticos: há propostas para os anos iniciais de escolarização?	Edilza Maria da Conceição Silva e Gilda Lisbôa Guimarães
2010 (X)	Comunicação Científica	Como o raciocínio combinatório tem sido apresentado em livros didáticos de anos iniciais	Fernanda Lopes Sá Barreto e Rute Elizabete de Souza Rosa Borba
2010 (X)	Comunicação Científica	Como a probabilidade tem sido abordada nos livros didáticos de matemática de anos iniciais de escolarização	Michaelle Renata Moraes de Santana e Rute Elizabete de Souza Rosa Borba
2010 (X)	Comunicação Científica	O acaso, o provável, o determinístico: um estudo sobre concepções e práticas de professores do ensino fundamental	Michaelle Renata Moraes de Santana e Rute Elizabete de Souza Rosa Borba
2010 (X)	Comunicação Científica	Análise das grandezas numéricas envolvidas em questões de raciocínio combinatório de livros do 6º ao 9º ano aprovados pelo PNDL	Tâmara Marques da Silva Gomes, Viviane Trajano da Silva e Verônica Gitirana Ferreira
2010 (X)	Comunicação Científica	Análise combinatória: o que o teste padrão nos informa a partir das respostas de estudantes veteranos da UNEB/Alagoinhas – BA	Ib Couto Ribeiro e Roberta D’Angela Menduni Bortoloti
2010 (X)	Comunicação Científica	Mudanças nas práticas de ensino de probabilidade em professores	José Marcos Lopes

		do ensino médio	
2010 (X)	Comunicação Científica	O que sabem os alunos dos anos iniciais do ensino fundamental sobre média aritmética	Mabel Cristina Marques Melo e Gilda Lisbôa Guimarães
2010 (X)	Pôster	Uma análise estatística do nível de conhecimento dos discentes do curso de pedagogia em geometria espacial	Carlos Eduardo Petronilho Boiago, Suane Cristyne Luz de Sousa, Nádia Giaretta Biase, Quintiliano Siqueira Shroden Nomelini e Odaléa Aparecida Viana
2010 (X)	Pôster	O ensino da estatística e a pesquisa científica nos cursos de graduação das áreas humanas e sociais	Jane Carmelita das Dores Garandy de Arruda Barroso
2010 (X)	Pôster	O ensino de probabilidades nas visões clássica, frequentista e geométrica	Thatiana Sakate Abe e Marilena Bittar
2010 (X)	Pôster	Aplicação de técnicas estatísticas utilizando o Sisvar	Nádia Giaretta Biase, Jéssica Paula Silva Costa e Lucas Henrique Calixto
2010 (X)	Pôster	O ensino-aprendizagem-avaliação do princípio fundamental da contagem através da resolução de problemas	Rafael Henrique dos Santos e Norma Suely Gomes Allevato

Fonte: arquivo da pesquisadora

Quadro 4 – Trabalhos publicados nos anais do ENEM 2001

Segmento	Comunicação Científica	Pôster	Total
Ensino Superior	43	0	43
Educação Básica	65	3	68
Total	108	3	111

Fonte: arquivo da pesquisadora

Dentre os 111 trabalhos publicados nos anais do ENEM 2001, quatro deles, relativos às comunicações científicas, eram sobre o tema tratamento da informação.

Das quatro comunicações científicas do ENEM (2001), relativas ao tema Tratamento da Informação, nenhuma contemplou o tema Probabilidade no Ensino Médio.

Quadro 5 – Trabalhos publicados nos anais do ENEM 2004

Publicações	Comunicação científica	Pôster	Total
ENSINO SUPERIOR	101	29	130
EDUCAÇÃO BÁSICA	67	29	96
TOTAL	168	58	226

Fonte: arquivo da pesquisadora

Dentre os 226 trabalhos publicados nos anais do ENEM 2004, quatro que pertenciam às comunicações científicas e dois que pertenciam aos pôsteres, eram sobre o tema tratamento da informação. Porém, nenhum deles contemplou o tema Probabilidade. Houve três trabalhos relacionados ao tema Estatística (conceito de média, interpretação e construção de gráficos) e um trabalho sobre análise combinatória.

Quadro 6 – Trabalhos publicados nos anais do ENEM 2007

Publicações	Comunicação científica	Pôster	Total

TOTAL	278	147	425
ENSINO SUPERIOR	39	16	55
EDUCAÇÃO BÁSICA	239	131	370

Fonte: arquivo da pesquisadora

Dentre os 278 trabalhos publicados nos anais do ENEM 2007, treze que pertenciam às comunicações científicas e dois que pertenciam aos pôsteres, eram sobre o tema tratamento da informação.

Os quatorze trabalhos relativos ao tema Tratamento da Informação são subdivididos da seguinte maneira: nenhum pôster ou comunicação científica em Probabilidade, três trabalhos empíricos referentes à Análise Combinatória e onze produções acadêmicas relativas à Estatística. Destas, cinco trabalhos relacionam-se com representações gráficas, três são voltados à análise curricular ou desenvolvimento de sequência didático-pedagógica no âmbito do Ensino Superior e o restante das pesquisas envolveu temas distintos (alfabetização estatística envolvendo egressos de curso de Administração, utilização de escala para análise da percepção Estatística em graduandos e percurso histórico da Estatística).

Quadro 7 – Trabalhos publicados nos anais do ENEM 2010

Publicações	Comunicação científica	Pôster	Total
ENSINO SUPERIOR	101	20	121
EDUCAÇÃO BÁSICA	460	155	615
TOTAL	561	175	736

Fonte: arquivo da pesquisadora

Dentre os 736 trabalhos publicados nos anais do ENEM 2010, 31 deles que pertenciam às comunicações científicas e cinco que pertenciam aos pôsteres, eram sobre o tema Tratamento da Informação.

Das edições analisadas do ENEM, a de 2010 é a única que contém trabalhos relativos ao ensino-aprendizagem de Probabilidade, no total de doze. Destes, oito pesquisas abordaram exclusivamente os seguintes temas em Probabilidade, sendo três delas voltadas ao Ensino Médio: contribuições e dificuldades na elaboração de atividades, análise a priori de sequência didática, avaliação de livros didáticos, linguagem e pensamento probabilístico, concepções probabilística e aplicação de proposta didático-pedagógica.

Cabral Junior e Traldi Junior (2010) apresentaram em seu artigo as contribuições e dificuldades dos professores em planejar e desenvolver uma trajetória hipotética de aprendizagem (THA) sobre noções iniciais de probabilidade para alunos do Ensino Médio. O THA consiste de objetivos para a aprendizagem dos alunos, tarefas matemáticas que serão utilizadas para promover a aprendizagem dos alunos e nas hipóteses sobre o processo de aprendizagem dos alunos.

A justificativa da investigação deve-se ao fato de que pesquisas na área de aprendizagem contém uma abordagem construtivista, porém muito pouco dos seus resultados estão incorporados nas elaborações de aulas dos professores. A parte empírica da pesquisa envolveu uma sequência de ensino de probabilidade para três professores desenvolverem com os alunos, na expectativa de avaliar o THA e ao mesmo tempo elaborar novas hipóteses sobre o processo de ensino e aprendizagem de probabilidades.

A metodologia de pesquisa do tipo qualitativa contou com os seguintes instrumentos de coleta de dados: um questionário, com o propósito de traçar-se um perfil em seus aspectos acadêmico e profissional, quais as metodologias empregadas em suas aulas e também as noções concebidas sobre o processo de ensino e aprendizagem. Posteriormente, para esclarecimentos sobre as respostas contidas nos questionários realizou-se entrevistas semi-estruturadas.

Após o desenvolvimento das atividades também foram arguidos sobre procedimentos e atitudes realizados no desenvolvimento das aulas. A pesquisa foi realizada com três professores da rede pública estadual (SP), em uma escola de ensino médio, contando com um total de 96 alunos, que desenvolveram as THAs acompanhadas pelo pesquisador. Foram elaborados relatórios das oito aulas baseados em observações efetuadas durante as aulas, onde o investigador inseriu-se no universo das pessoas (professores e alunos) a fim de conhecê-las e documentando por escrito suas constatações.

Cabral Junior e Traldi Junior (2010) concluíram que os professores tinham conhecimento da resolução de problemas como uma opção de metodologia para construção de conceitos, no entanto, revelaram que não haviam elaborado ainda uma sequência de ensino que proporcionasse um ambiente de exploração e investigação para aprendizagem de probabilidade. Os professores participantes da pesquisa mencionaram que ao desenvolverem o conteúdo sobre probabilidade, utilizavam dados e moedas apenas como exemplo de geradores de acaso.

Cabral Junior e Traldi Junior (2010) também destacaram que os professores sentiram inseguros ao elaborarem atividades com a finalidade de construir as primeiras noções de probabilidade com abordagem frequentista, pelo fato de desconhecerem as pesquisas que se utilizam dessa visão e também por ignorarem a “Lei dos Grandes Números”, que é o suporte teórico para esta abordagem. Outra constatação foi que os professores não trabalhavam com espaços amostrais não equiprováveis, privando assim os alunos de um contraponto importante na compreensão de espaços amostrais que estão presentes no cotidiano. Portanto, as contribuições dos professores, após o desenvolvimento da THA em sala de aula se limitaram à adequação das atividades ao tempo de aula e a frequência no lançamento de dados e moedas nos jogos propostos.

O intuito dos autores foi de que os professores utilizassem a THA sobre probabilidade adequando-a a um contexto com alunos em uma situação concreta de sala de aula. Portanto, a sequência de atividades da THA poderia servir como um exemplo ou um marco de referência e não como apenas uma mera sequência de ensino.

Lopes (2010) apresentou neste trabalho um recorte dos resultados da aplicação de uma proposta didático-pedagógica para o Ensino Médio a qual teve como ponto de partida a construção dos conceitos básicos de probabilidade em uma situação de jogo associada à metodologia de resolução de problemas.

O objetivo da pesquisa foi investigar as percepções das professoras de Ensino Médio, participantes do projeto, sobre possíveis mudanças ocorridas em suas práticas na sala de aula e também de compreender como se dá a aprendizagem dessas professoras sobre essa experiência de ensino, em um contexto de Ensino Médio.

Lopes (2010) desenvolveu metodologicamente um projeto colaborativo do tipo pesquisa-ação, no sentido que discutimos conjuntamente com as professoras o planejamento das atividades utilizadas em sala de aula. Por pesquisa-ação o autor entendeu como um tipo especial de pesquisa participante, em que o pesquisador se introduz no ambiente a ser estudado não só para observá-lo e compreendê-lo, mas, para mudá-lo em direções que permitam a melhoria das práticas e maior liberdade de ação e de aprendizagem dos participantes. Utilizou-se o trabalho colaborativo, onde todos trabalham conjuntamente e se apoiam mutuamente, visando atingir objetivos comuns negociados pelo coletivo do grupo.

O trabalho de campo envolveu três fases. Num primeiro momento, trabalhou-se com as professoras conteúdos matemáticos, com o objetivo de superar possíveis dificuldades e deficiências sobre o tema Probabilidade. Elaborou-se vários problemas envolvendo o jogo proposto, para trabalhar todos os conceitos básicos de Probabilidade. Na segunda fase, realizou-se uma discussão e o estudo de textos específicos sobre a utilização de Jogos e da Metodologia de Resolução de Problemas, tendo como base os documentos curriculares vigentes. Finalmente, chegou a fase de preparação do material didático utilizado em sala de aula.

A ideia foi sistematizar os conceitos probabilísticos por meio de problemas envolvendo situações do jogo e posteriormente, como forma de compreender estes conceitos, solicitar aos alunos que resolvessem vários exercícios envolvendo o conceito estudado.

Os sujeitos desta investigação foram três professoras efetivas da rede estadual de ensino do Estado de São Paulo, responsáveis por turmas do terceiro ano do Ensino Médio, todas com mais de 15 anos de magistério. Os dados desta pesquisa foram coletados ao longo de dois anos, durante 17 reuniões com as professoras e em entrevistas individuais.

Para esta comunicação foi escolhido a exposição do seguinte problema formulado: cada jogador poderá efetuar até dois lançamentos. Se não conseguir nenhuma face 4 no primeiro lançamento, efetua o segundo lançamento com os dois dados. Se conseguiu pelo menos uma face 4 no primeiro lançamento, reserva este dado e decide se lança ou não o outro dado mais uma vez. Vence o jogo quem obtiver a maior pontuação. Caso os dois jogadores obtenham a mesma pontuação o procedimento todo é repetido.

O foco principal dessa proposta de ensino, segundo Lopes (2010), foi mostrar que o uso das fórmulas deve ocorrer apenas no final das atividades, após o aprendizado do conceito matemático estudado. O interesse foi desenvolver o raciocínio dedutivo do aluno, e não a memorização de fórmulas. A memorização é temporária, mas o desenvolvimento do raciocínio é para toda a vida.

Até esse momento de aplicação da atividade, Lopes (2010) destacou que os professores não tinham utilizado o jogo como um desencadeador da construção de conceitos matemáticos. Para o ensino dos conteúdos de probabilidade, as professoras utilizavam aulas expositivas com forte apoio no livro didático escolhido pela escola. Sobre as principais dificuldades encontradas para o ensino de probabilidade no Ensino Médio as professoras mencionaram a má formação do professor, e o fato que os alunos chegam ao Ensino Médio sem noções básicas de probabilidade.

Dos doze trabalhos já citados, três abordaram a interrelação entre Estatística e Probabilidade, com os seguintes temas: análise de livros didáticos direcionados ao Ensino Fundamental II e Ensino Médio, variabilidade, amostra aleatória, aplicação de proposta didático-pedagógica e concepção de ensino. Apenas um trabalho envolvendo o desenvolvimento de software gratuito para crianças de 5 a 10 anos contemplou o bloco Tratamento da Informação, na interrelação entre Estatística, Probabilidade e Combinatória.

No que diz respeito à Análise Combinatória, há nove trabalhos tratando dos seguintes temas: raciocínio combinatório, concepção sobre ensino-aprendizagem, análise de livro didático, princípio fundamental da contagem e análise de erros.

O restante das produções acadêmicas, dezessete ao todo, relaciona-se com a Estatística, contemplando os temas história desta ciência, conceito de variabilidade, medidas de tendência central, desempenho escolar, análise de livro didático, concepção de ensino-aprendizagem, identificação e análise de software educativo, análise curricular, letramento estatístico, construção e análise de gráficos.

Assim, como a tendência das produções acadêmicas da Anped (2000 a 2011), as pesquisas das edições dos ENEM (2001, 2004, 2007 e 2010) também indicam uma valorização de temas relacionados à Estatística. Do montante de 60 trabalhos contidos nas referidas edições, 37 deles contemplam conteúdos estatísticos. É notável o destaque para a estatística descritiva, mais especificamente, as medidas de tendência central e a interpretação e construção de gráficos.

Da mesma forma que procedemos com as investigações publicadas nas Reuniões Anuais da Anped, apresentamos nos anexos as informações relevantes de cada pesquisa relativa ao Tratamento da informação, publicada nas edições do ENEM (2001, 2004, 2007 e 2010).

2.4 Documentos Curriculares, Anped e ENEM: um olhar sobre a Probabilidade

A Probabilidade é parte integrante do Tratamento da Informação, como tal, permite a construção da interdisciplinaridade, ou seja, conexões entre diversos conceitos matemáticos e entre diferentes formas de pensamento matemático (BRASIL, 2000).

As conexões internas ao eixo Análise de Dados, nomenclatura própria do PCN+ (BRASIL, 2002), equivalente ao Tratamento da Informação, devem ser desenvolvidos de forma concomitante nas três séries do Ensino Médio. Os conteúdos e habilidades propostos neste documento, no que diz respeito à Probabilidade é desejável que o aluno seja capaz de reconhecer o caráter aleatório de fenômenos advindos de outras áreas para além da Matemática, compreendendo o significado e a importância da probabilidade como meio de prever resultados.

No documento Orientações Curriculares para o Ensino Médio – OCEM (BRASIL, 2006), parte dos conteúdos básicos estão organizados bloco Análise de dados e Probabilidade. Para que o aluno seja capaz de construir uma visão apropriada da importância dos modelos probabilísticos no mundo de hoje, as Orientações Curriculares para o Ensino Médio destacam que "os alunos tenham oportunidade de ver esses modelos em ação" (BRASIL, 2006, p.78). Isto converge com os Parâmetros Curriculares para o Ensino Médio (BRASIL, 2000), onde os modelos em ação devem ser observados pelo processo de experimentação que permite a produção de informações, cuja análise conduz o aluno à tomada de decisões.

Transitando das diretrizes educacionais em nível nacional para a estadual, em particular, a Proposta Curricular para o Estado de São Paulo (2008); o foco capital das ações educacionais, é a transformação de informação em conhecimento. Especificamente, em relação à Probabilidade, contida no bloco intitulado Tratamento da Informação, é desejável o uso de "técnicas de elaboração de questionários e amostragem, a investigação de temas (...) de inferência estatística, o estudo de estratégias de contagem, do cálculo de probabilidade, etc" (SÃO PAULO, 2008, p.47).

O novo Currículo para nosso Estado (SÃO PAULO, 2010a) apresenta praticamente a mesma estrutura da Proposta Curricular (SÃO PAULO, 2008). O único ponto discrepante é a exclusão do bloco temático Tratamento da Informação e a redistribuição curricular dos conteúdos, inclusive aqueles contidos no bloco extinto, em três blocos temáticos: Números, Relações e Geometria.

Em relação à Anped, os três trabalhos envolvendo Probabilidade (Coutinho (2002), CARVALHO; OLIVEIRA (2002), Miguel (2002)) focalizaram o estudo de fenômenos aleatórios sob um ponto de vista experimental, convergindo com as Orientações Curriculares e os Parâmetros Curriculares voltados para o Ensino Médio (BRASIL, 2000, 2006); onde o processo de experimentação que permite a produção de informações, cuja análise conduz o aluno à tomada de decisões. No entanto, a pesquisa de Miguel (2006) contou com alunos de segundo ano de graduação para seu trabalho de campo. Apesar do trabalho de Carvalho e Oliveira (2002), envolver alunos ingressantes em um curso de Licenciatura de Matemática, a problemática da pesquisa envolveu a concepção de probabilidade exteriorizada pelos alunos em nível de Ensino Médio.

No que diz respeito às edições dos ENEM, apenas a de 2010 contém trabalhos relativos à Probabilidade, num total de doze; sendo quatro pesquisas direcionadas ao Ensino Médio. Cabral Junior e Traldi Junior (2010) apresentaram em seu artigo as contribuições e dificuldades dos professores em planejar e desenvolver uma trajetória hipotética de aprendizagem (THA) sobre noções iniciais de probabilidade para alunos do Ensino Médio. Os professores sentiram-se seguros com propostas didático-pedagógicas envolvendo espaços amostrais equiprováveis, com a utilização de moedas e dados.

Barbosa (2010), baseando-se em análises e observações feitas a partir de atividades propostas por alguns livros didáticos de matemática destinados ao Ensino Fundamental e também ao Ensino Médio, concluiu que os livros didáticos, contemplam conteúdos convergentes às diretrizes curriculares. As tarefas propostas nos livros privilegiam o uso de regras e fórmulas, desfavorecendo o processo de experimentação.

Os trabalhos de Cabral Junior e Traldi Junior (2010) e de Barbosa (2010) estão de acordo com a concepção clássica de Probabilidade, ou seja, a proporção entre o número de casos favoráveis em relação ao número total de casos possíveis, desde que todos os resultados sejam admitidos como igualmente prováveis de ocorrer. Esta concepção é predominante nos Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio (BRASIL, 2000), na Proposta Curricular para o Estado de São Paulo (SÃO PAULO, 2008) e no Currículo do Estado de São Paulo (SÃO PAULO, 2010a).

Nagamine, Henriques e Cazorla (2010), apresentaram a análise a priori das duas primeiras sessões do Passeio Aleatório da Mônica; uma sequência didática que permite explorar o conhecimento dos conceitos básicos da teoria de probabilidades. Ela foi organizada em quatro sessões: a primeira permite verificar as concepções prévias dos sujeitos em relação à probabilidade; a segunda, o impacto da experimentação aleatória e a estimativa de probabilidade pela frequência relativa; a terceira recorre à modelagem matemática, utilizando a árvore de possibilidades, que fornece a probabilidade teórica ou laplaciana e, a quarta, solicita a tomada de decisão diante destas três formas de atribuir probabilidades.

Lopes (2010) apresentou um recorte dos resultados da aplicação de uma proposta didático-pedagógica para o Ensino Médio a qual teve como ponto de partida a construção dos conceitos básicos de probabilidade em uma situação de jogo com lançamento de dados associada à metodologia de resolução de problemas.

Até esse momento de aplicação da atividade, Lopes (2010) destacou que os professores não tinham utilizado o jogo como um desencadeador da construção de conceitos matemáticos. Para o ensino dos conteúdos de probabilidade, as professoras utilizavam aulas expositivas com forte apoio no livro didático escolhido pela escola. Sobre as principais dificuldades encontradas para o ensino de probabilidade no Ensino Médio as professoras mencionaram a má formação do professor, e o fato que os alunos chegam ao Ensino Médio sem noções básicas de probabilidade.

Os relatos de pesquisa de Nagamine, Henriques e Cazorla (2010) e Lopes (2010), apresentam propostas didático-pedagógicas com valorização da análise de fenômenos aleatórios por meio do processo de experimentação. Isto vai de encontro ao que é proposto nos Parâmetros Curriculares para o Ensino Médio (BRASIL, 2000) e nas Orientações Curriculares para o Ensino Médio (BRASIL, 2006), embora, os resultados parciais da pesquisa de Lopes (2010) apontam o uso de aulas expositivas com forte apoio no livro didático. Neste sentido, há indício de uma prática pedagógica pautada na concepção clássica de Probabilidade, sem proporcionar aos alunos a vivência de experiências aleatórias.

As noções de probabilidade podem ser abordadas a partir de diferentes concepções. Em uma concepção clássica, a noção de probabilidade é útil quando se trata de objetos fisicamente simetrizáveis (moeda, dados, cartas e extração de bolas), porém, para desenvolver o pensamento probabilístico é necessário ampliar a visão de aleatoriedade, bem como a apropriação adequada de uma linguagem.

3 PERCURSO METODOLÓGICO

Este capítulo tem como objetivo subsidiar o leitor quanto à formulação da questão de investigação, a fundamentação teórica baseada nos Registros de Representação Semiótica e o processo de produção e análise de informações, obtidas a partir da aplicação de um conjunto de tarefas para alunos de uma escola pública da rede estadual do município de Sorocaba, interior de São Paulo.

3.1 Delimitação do problema de pesquisa

O propósito de valorizar o uso adequado da linguagem probabilística no decorrer das atividades dos alunos, o confronto entre a visão determinista e aleatória de fenômenos, bem como a mobilização de diferentes registros semióticos, sem o recurso da memorização de fórmulas; instigou-nos a construir um cenário de investigação em aulas de três classes de segunda série do Ensino Médio, envolvendo o conceito de probabilidade.

A descrição e análise desse cenário esta pautada na seguinte formulação do problema de pesquisa: **como ocorre o ensino-aprendizagem em um contexto de tarefas envolvendo diferentes concepções probabilísticas?**

3.2 Registros de Representação Semiótica

Neste item elaboramos um texto que justifica e apresenta as contribuições de Duval (2009) para a produção e análise das informações, provenientes do trabalho de campo desta investigação. A fonte bibliográfica que tomamos como referência é o fascículo I que contempla a introdução e o primeiro capítulo, traduzidos do original Sémiosis et Pensée Humaine: Registres Sémiotiques et Apprentissages Intellectuels, publicado em 1995, pelo filósofo e psicólogo de formação Raymond Duval. Na concepção do autor, esta parte da sua obra constitui o essencial da aproximação semi-cognitiva do funcionamento do pensamento. Nessas páginas buscamos retratar este "essencial" que foi tomando forma a partir de construções e (de)construções numa perspectiva não-linear.

Duval (2009) afirma que não é possível estudar os fenômenos relativos ao conhecimento sem se recorrer à noção de representação. Para ratificar esta afirmação, o autor retoma três momentos historicamente marcantes quando se pensa que não há conhecimento que possa ser mobilizado por um sujeito sem uma atividade de representação.

O primeiro marco diz respeito à representação mental, a partir das contribuições de Jean Piaget sobre a teoria do desenvolvimento da inteligência pautada na oposição entre o plano da ação em pensamento e o plano da representação.

Em meados da década de cinquenta, no século passado, temos o segundo marco: representação interna ou computacional. Neste contexto há uma polarização do método de tratamento da representação, saltando do tempo empregado para a interiorização das ações (perspectiva piagetiana) para o tempo da reação. Trata-se de um período em que a noção de representação torna-se essencial como forma sob a qual uma informação pode ser decodificada, a partir do tratamento por meio de um sistema.

A representação semiótica é o último marco e está presente em trabalhos acadêmicos envolvendo a aquisição de conhecimentos matemáticos, bem como os problemas que sua aprendizagem origina. Do contexto geral de semiótica, onde o signo é relacionado a um objeto concreto, para a especificidade matemática, o símbolo (signo) representa o objeto abstrato por meio da ação do sujeito do conhecimento (significante ou conceito).

A palavra “abstrato” diz respeito ao fato de que o objeto matemático não é perceptível, mas seu acesso se dá por meio de representações semióticas. Com efeito, outro argumento se constrói, desta vez em relação ao binômio objeto-representação: “não se pode ter compreensão em matemática, se nós não distinguimos um objeto de sua representação” (DUVAL, 2009, p14).

Há uma ênfase para a necessidade de não confundir os objetos matemáticos com suas representações, pois diversas representações podem estar associadas ao mesmo objeto matemático. Se considerarmos o objeto matemático probabilidade, podemos representá-lo a partir do registro simbólico. Podemos também representá-lo pela linguagem natural, diagrama de árvore e tabela de dupla entrada.

A teoria dos registros de representação desenvolvida por Raymond Duval estabelece que, para um indivíduo desenvolver o funcionamento do seu pensamento na aquisição de um conhecimento matemático é necessário tanto diferenciar uma noção científica dos registros semióticos que a representam, quanto conhecer a funcionalidade desses registros. Neste contexto, ocorre no funcionamento cognitivo do pensamento humano, aquisições funcionais relativas tanto aos sistemas orgânicos, disponíveis desde o nascimento, como a audição, a visão, o tato e a memória; quanto aos sistemas semióticos, usados para se comunicar e também para organizar e tratar as informações.

Com isso, numa atividade de aquisição de conhecimento matemático, tem que ser levados em conta dois componentes: os próprios conteúdos desse conhecimento, nos quais existem métodos e processos para descobrir e estabelecer resultados e, o cognitivo, que segundo Duval (2009), a identificação de uma noção matemática com seus registros de representação semióticos pode constituir-se num dos problemas centrais da aprendizagem dessa noção.

Cada tipo de registro semiótico de um objeto matemático apresenta um conteúdo diferente estabelecido pelo sistema no qual ele foi produzido. A apreensão das características diferentes só terá sucesso quando o indivíduo que aprende for capaz de efetuar transformações nos registros, seja na forma de tratamento (operações internas a um mesmo registro) e/ou conversões (passagem de um registro a outro, com mudança na forma pela qual determinado registro é representado).

A atividade de conversão é menos imediata e simples do que se tende a crer. Essa atividade não se encerra, por exemplo, no fato de determinar uma equação a partir do seu gráfico. É fundamental analisar como se pode efetuar o procedimento de correspondência associativa das unidades significantes de entrada e saída, que rege toda conversão de representação.

Quando a conversão de registros é quase imediata temos o fenômeno de congruência. Como exemplo, podemos citar a transição da descrição de um conjunto finito de sucessos (registro simbólico) para um diagrama de árvore (registro figural). Neste caso, é possível observar em ambos sentidos da conversão uma correspondência termo a termo entre as unidades significantes de entrada e saída, o que é suficiente para a referida transformação da representação.

Como contra-exemplo, citamos Oliveira et al (2011, p. 27) que recorreram à conversão da expressão “As cartas (figuras com numerais, pessoas ou animais) serão colocadas numa caixa e uma será retirada ao acaso. A probabilidade da carta retirada ter a figura de uma pessoa é...”. O sentido da conversão no qual o registro de partida é figural (imagem das cartas), o registro de chegada é simbólico numérico (escrita do cálculo de probabilidade na forma fracionária). Como implicação desta etapa de conversão, não há uma coordenação na transformação destas representações. De acordo com Duval (2009), a coordenação dos registros de representação é condição essencial da apreensão conceitual.

Nesta atividade é desejável que o estudante compreenda que a concepção probabilística exigida na resolução é a clássica, cuja representação fracionária, envolve a razão entre o número de casos favoráveis (evento) em relação ao número total de casos possíveis (espaço amostral), desde que todos os resultados sejam admitidos como igualmente prováveis de ocorrer (equiprobabilidade). Portanto, a ausência de saberes sobre a concepção adequada da probabilidade dificulta a conversão entre os registros, o que caracteriza um fenômeno de não-congruência.

A exposição destes fenômenos dicotômicos presentes na transformação de registros semióticos demanda a elaboração de critérios de congruência. Neste sentido, para determinar se duas representações são congruentes ou não, é preciso começar por segmentá-las em suas unidades significantes respectivas, de tal maneira que elas possam ser colocadas em correspondência. Ao final do processo de segmentação comparativa, pode-se então ver se as unidades significantes são, em cada um dos dois registros, unidades significantes simples ou combinações de unidades simples. Esta condição, por um lado, é necessária; mas não suficiente para determinar a congruência. Por outro lado, ela contribuiu para formar um conjunto de três critérios de congruência. O primeiro deles é justamente esta condição, ou seja, a possibilidade de uma correspondência semântica dos elementos significantes. O segundo critério é que para cada unidade significante elementar do registro de representação de partida, corresponda uma só unidade significante simples no registro de chegada. Finalmente, o terceiro critério diz respeito à correspondência em cada um dos registros envolvidos.

Há casos em que um ou mais destes critérios não são satisfeitos. Nesse contexto, a não-congruência entre a representação de partida e a representação de chegada pode então ser maior ou menor, estabelecendo assim uma relação de dependência entre a dificuldade da conversão e o referido fenômeno.

A diversificação dos registros de representação semiótica tem importância para o funcionamento do pensamento devido às diferenças de custo, entre outros fatores. Um registro pode permitir certo tratamento de uma maneira muito mais econômica e mais eficaz que outro registro. É o caso de figuras, esquemas e diagramas (registros analógicos) que são mais simples e eficaz do que registros de linguagem (texto descritivo, relações, entre outros) em situações de resolução de problemas. Estes registros analógicos permitem representar a totalidade das relações entre os elementos, configurando o objeto matemático.

Em contrapartida a determinação do grau de profundidade que esta variedade intervém no funcionamento do pensamento humano gera a seguinte questão: há ou não uma relação de implicação da atividade conceitual para a atividade semiótica? Na concepção de Raymond Duval a resposta é positiva, devido à necessidade do sujeito ser capaz de atingir o estado da coordenação de representações semioticamente heterogêneas, para que ele possa discriminar o representante (evoca "objetos ausentes") e o representado (objeto real, o qual pode ser percebido), ou a representação e o conteúdo conceitual que essa representação exprime ou ilustra.

3.3 Caracterização do contexto escolar

Este trabalho de campo foi realizado em uma unidade escolar da rede pública estadual da cidade de Sorocaba, interior do Estado de São Paulo. O prédio da escola é antigo, mas passa constantemente por reformas. O espaço físico é composto por dezenove salas de aula, quatro salas de apoio (depósito de livros didáticos destinados aos alunos), biblioteca, sala de informática, pátio com palco, quadra poliesportiva coberta, banheiros masculinos e femininos para os alunos, cantina, local com mesas e cadeiras para merenda, secretaria, sala da direção, sala dos professores, banheiros feminino e masculino para os professores e demais funcionários, sala dos coordenadores e sala dos armários dos professores e estacionamento para os funcionários. A sala dos professores, dos coordenadores, da direção e da secretaria é equipada com computadores e impressoras.

A gestão escolar é exercida por um diretor, dois vice-diretores, um coordenador pedagógico do Ensino Médio e um coordenador pedagógico do Ensino Fundamental e um mediador de conflitos, além dos funcionários da secretaria e inspetores.

Essa unidade escolar atende sua clientela (1700 alunos, aproximadamente) em três períodos, sendo o noturno o mais reduzido de alunos; os demais períodos ocupam todas as salas de aula.

A maior parte dos alunos reside próximo à escola. Para cumprir o trajeto da residência à instituição, boa parte dos alunos são transportados por carros, uma parcela deles faz o percurso a pé e a minoria dos alunos utilizam ônibus. Muitos alunos que estudam no período da manhã fazem cursos técnicos no período da tarde e quase todos que estudam no período noturno trabalham durante o dia.

Os alunos participantes desta pesquisa de Mestrado, em torno de 95 alunos distribuídos em três classes, estudam no período da manhã e cursam a segunda série do Ensino Médio. Percebe-se que os alunos desta escola não passam dificuldades financeiras; muitos deles são ex-alunos de escolas particulares da região. São pessoas bem educadas, têm perspectiva de futuro promissor; o que facilita o trabalho dos professores.

Nos últimos anos, vários alunos ganharam menções honrosas assim como medalhas de ouro, prata e bronze nas Olimpíadas Brasileiras de Matemática das Escolas Públicas (Obmep), conforme notícia publicada no Jornal Cruzeiro do Sul, em 17/04/2013. Por conta da motivação dos alunos, a escola passou a oferecer aulas paralelas, de duas a três horas, de estudos específicos para essa Olimpíada. Os próprios professores da escola ministram as aulas para os alunos.

4 PRODUÇÃO E ANÁLISE E DAS INFORMAÇÕES

O trabalho de campo ocorreu ao longo do primeiro bimestre letivo de 2013. Destinamos três aulas semanais para o desenvolvimento dos conteúdos pertinentes ao tema Trigonometria, conforme distribuição de conteúdos no Currículo do Estado de São Paulo (2010a). As outras duas horas-aulas semanais foram destinadas ao ensino-aprendizagem de Probabilidade, com tarefas elaboradas na perspectiva clássica e frequentista.

A seguir apresentamos a produção de informações reunida e sistematizada em quatro etapas do trabalho de campo da professora-pesquisadora.

4.1 Aplicação de tarefas do livro didático e análise das atividades dos alunos – 1ª etapa do trabalho de campo

O primeiro empreendimento de definição para probabilidade com rigor matemático deve-se a Laplace através da publicação da obra "Teoríe analytique des probabilités", em 1812. Conhecida como concepção clássica, a probabilidade é definida como a proporção entre o número de casos favoráveis em relação ao número total de casos possíveis, desde que todos os resultados sejam admitidos como igualmente prováveis de ocorrer. Os jogos de azar baseados em dados, moedas, extração de bolas em urnas, enquadram-se nesta perspectiva teórica por tratar de fenômenos cuja variável é discreta e porque se supõe ser sempre possível selecionar, como espaço amostral, um conjunto de sucessos elementares que garantam a equiprobabilidade (GODINO; BATANERO; CAÑIZARES, 1996).

A característica de equiprobabilidade é garantida também pela estratégia de utilizar simetrias físicas ou de outro tipo nas situações-problema, para supor que nenhum dos resultados possíveis tenha maior vantagem que os restantes e que, portanto, podemos designar a mesma probabilidade. Ao lançar um dado cúbico “honesto”, a simetria “garante” que nenhuma face se distingue das demais. Isto é tomado como argumento para aceitar a igualdade de probabilidade de cada resultado e chegar à Regra de Laplace, que permite assegurar a probabilidade de 1/6 para cada uma das possíveis faces. Uma vez determinado as probabilidades elementares, é possível calcular a probabilidade de sucessos mais complexos como obter soma sete no lançamento de dois dados.

As tarefas selecionadas do livro didático “Conexões com a Matemática” da editora moderna, que teve como editora responsável a Juliane Matsubara Barroso, contemplaram esta concepção de Probabilidade. Assim, para a primeira etapa do trabalho de campo, descrevemos o enunciado das tarefas contidas no livro didático (questões 10, 11, 14, 17, 18, 19, 20, 21 e 25 extraídas das páginas 342 e 343, além das questões 30 e 31 contidas na página 347), a respectiva resolução esperada e os registros de representação semiótica mobilizados pelos alunos.

Na sequência descrevemos alguns episódios destas aulas da professora-pesquisadora, extraídos do nosso diário de bordo, com o objetivo de relatar a dinâmica da partilha de saberes ocorrida nas três classes da segunda série do Ensino Médio.

4.1.1 Episódios das aulas

Na primeira aula sobre Probabilidade, fizemos a exposição da quantificação da Probabilidade como a razão entre o número de elementos do evento pelo total de elementos do espaço amostral. Na explanação oral, ao invés de utilizar "elementos de um evento" foi utilizado o termo "situações favoráveis" e no lugar de espaço amostral, utilizamos "total de possibilidades". Poupamos neste momento o uso de uma linguagem formal. Os alunos foram instigados a responder questões como: "Qual é a probabilidade de cair o número 5 no lançamento de um dado?"; "Qual é a probabilidade de cair um número ímpar no lançamento de um dado?"; "Qual a probabilidade de cair um número maior que 4 no lançamento de um dado?"; "Qual é a probabilidade de cair cara no lançamento de uma moeda?"; "Qual a probabilidade de cair duas coroas no lançamento de duas moedas?"

No momento de discussão coletiva sobre esta última questão, julgamos oportuno incentivar os alunos escreverem todas as ocorrências possíveis utilizando tanto tabela quanto o diagrama de árvore. Na sequência instigamos os alunos a pensar sobre qual a probabilidade de cair pelo menos uma cara no lançamento de duas moedas?

Na segunda aula de probabilidade, os alunos resolveram mais questões: "qual é a probabilidade de cair dois números iguais no lançamento de dois dados?" (para isso gerou-se um breve debate a respeito de qual seria a melhor maneira de representar todos os possíveis resultados para esses lançamentos). Alguns alunos sugeriram o diagrama de árvore, porém outros alunos contestaram a escolha, alegando que iriam precisar de um pedaço de papel maior do que a folha A4 e, então, sugeriram a tabela para reduzir o espaço e facilitar os registros; não esquecendo nenhuma possibilidade.

Outros questionamentos foram feitos levando em conta o lançamento de um dado por vez: "Qual é a probabilidade de cair pelo menos um número ímpar no lançamento de dois dados?"; "Qual é a probabilidade de cair no primeiro dado um número maior do que o segundo dado?" e "Qual é a probabilidade da soma dos dados ser igual a 5?".

Nesse momento percebi que havia uma tranquilidade por parte dos alunos nestas resoluções. A maioria deles, em média 80% dos alunos das três turmas, acertaram todas as questões. Portanto, foi oportuno que fizessem uma atividade pra entregar com a seguinte questão: No nascimento de duas crianças em duas gestações de filhos únicos, qual é a probabilidade de nascer um menino e uma menina?

Na terceira aula de probabilidade, os alunos resolveram algumas questões do livro didático "Conexões com a matemática", Barroso (2010): tarefas 10,11, 14, 17, 18, 19, 20, 21, 25, 30 e 31 das páginas 342, 343 e 347.

A seguir relatamos alguns questionamentos e/ou fragmentos de diálogos (cena) ocorridos no coletivo de cada uma das três turmas, durante a resolução e correção das tarefas do livro didático. Na questão 10 surgiu um pequeno debate a respeito de qual é a probabilidade de cair o número zero no lançamento de um dado? Um aluno perguntou sobre esta questão e repassamos para a turma:

> Cena 1
> *Aluno 1 respondeu: "Professora, é impossível".*
> *Professora: "Exatamente, então se nossa resposta está sempre entre 0 e 1 ou então entre 0% e 100%, qual deve ser a resposta para esta questão?".*
> *Aluno 1: "Professora, a resposta é 0 na primeira escala e 0% na segunda escala".*
> *Professora: "Parabéns! É isso mesmo".*

Na tarefa 11 (Em uma urna, há 5 bolas brancas, 3 bolas pretas e 7 bolas vermelhas. Retirando-se uma bola ao acaso ...) houve uma nova parada. Os alunos interpretaram o enunciado como sendo totalmente diferente dos outros, justificando a dificuldade em expressar o valor quantitativo da probabilidade. Então, retomamos o conceito de probabilidade (razão entre número de situações favoráveis e o total de possibilidades). Fiz questionamentos para instiga-los à resolução de cada item:

> *Cena 2*
> *Professora: "Qual é a primeira questão".*
> *Aluno 2 respondeu: "Qual é a probabilidade de sair uma bola branca?".*
> *Professora: "Quais são as situações favoráveis, para esta questão?"*
> *Aluno 3: "São as bolas brancas: 5".*
> *Professora: "Já temos o número de situações favoráveis, agora precisamos saber o total de situações possíveis."*

> *Aluno 4: respondeu, antes mesmo de eu terminar de falar: "São 15".*
> *Professora: "Então, qual é a probabilidade de sair uma bola branca?"*
> *Vários alunos responderam: 5/15 ou 1/3*
> *Professora: "Agora, transformem em porcentagem".*

A mudança do registro fracionário para o percentual não apresentou dificuldades. Porém, na mesma questão houve mais indagações envolvendo o enunciado dos itens "c" (Qual a probabilidade da bola ser branca ou preta?) e "d" (Qual a probabilidade da bola ser vermelha e branca?)

Neste momento houve um pequeno debate novamente. Foi necessário a intervenção da professora-pesquisadora, conforme o registro da cena aa seguir:

> *Cena 3*
> *Professora: "Pessoal, existem quantas bolas brancas na urna?"*
> *Vários alunos: cinco.*
> *Professora: "Existem quantas bola pretas?"*
> *Vários alunos: três.*
> *Professora: Quais são as situações favoráveis para a pergunta: Qual a probabilidade de sair bolas brancas ou pretas?*
> *Vários alunos: São 8/15.*
> *Professora: Isso mesmo. Parabéns! Agora a outra questão. Quantas bolas existem da cor vermelha e branca? (*Neste momento, a maioria dos alunos de uma das turmas ficaram perdidos*).* Então, fiz outra intervenção: *Pessoal, vocês podem ter, por exemplo, cachorros brancos, cachorros pretos e existem também cachorros que são brancos e pretos, certo?.)* Voltando para a pergunta: *Existem quantas bolas vermelhas e brancas?*
> *Vários alunos: Nenhuma.*
> *Professora: Ah! Então, qual é a probabilidade de obter essa bola?*
> *Vários alunos: 0%.*

No início da tarefa 18, a professora-pesquisadora expôs as diferentes figuras contidas no baralho (A, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, Q, J e K), os naipes existentes (copas, paus, espada e ouros) e o fato de conter treze figuras para cada naipe. Estas informações foram necessárias e suficientes para o desenvolvimento da atividade matemática dos alunos.

A tarefa 20 foi interessante, pois os alunos não conheciam o dodecaedro. As demais tarefas escolhidas são semelhantes quanto à formulação do enunciado; o que favoreceu a falta de dúvidas por parte dos alunos.

Muitos alunos fizeram corretamente as questões, apresentando questionamentos e dúvidas no decorrer do desenvolvimento das atividades matemáticas. Conforme os alunos iam terminando as questões, dedicamos períodos de aulas para a respectiva correção com o coletivo de cada classe, de modo a socializar a aprendizagem. Porém, uma pequena parcela dos alunos esperou a discussão coletiva para copiar a resposta de cada questão proposta.

No decorrer do desenvolvimento da resolução das questões do livro didático, a dinâmica da aula seguiu o modelo tradicional, ou seja, os alunos foram orientados a resolver as tarefas se baseando em um exemplo discutido coletivamente. Os enunciados das questões tem um padrão de semelhança nas informações, não sendo atrativo para os alunos. Consequentemente, em cada classe, um ou outro aluno deixou de realizar as atividades matemáticas, mesmo com muita insistência por parte da professora-pesquisadora. Para estes casos, cada aula destinada a esta etapa do trabalho de campo caracterizou-se como desgastante.

Porém, a opção nesse momento pelo modelo tradicional de aula, deu-se em função dos alunos estarem acostumados com este método de ensino e o que aconteceu não foi nada fora do usual.

4.1.2 Análise das tarefas do livro didático

O capítulo 11 do livro didático foi estruturado de modo a cumprir os seguintes objetivos: "Determinar o espaço amostral e os eventos desse espaço, e calcular o número de elementos de ambos os conjuntos. Calcular a probabilidade de ocorrência de um evento. Trabalhar com situações-problema que envolvam a teoria das probabilidades" (BARROSO, 2010, p. 336).

A seguir apresentamos o enunciado das tarefas selecionadas, a sua respectiva resolução esperada (análise a priori), bem como a análise dos registros de representação semiótica, possíveis de serem mobilizados.

Tarefa 10:

Considerando a face superior resultante do lançamento de um dado, calcule em seu caderno a probabilidade de obtenção de:

a) número par;

Esperamos que os alunos percebam que existem, no lançamento de um dado, três números pares (2, 4 e 6) num total de seis (1, 2, 3, 4, 5 e 6). Portanto, a probabilidade teórica de termos um número par no lançamento de um dado é 1/2 ou 50%.

b) número menor que 5;

Esperamos que os alunos percebam que existem, no lançamento de um dado, quatro números menores que cinco (1, 2, 3 e 4) num total de seis números (1, 2, 3, 4, 5 e 6). Portanto, a probabilidade de termos um número menor que cinco no lançamento de um dado é 2/3 ou 66,6%.

c) número 6;

Esperamos que os alunos percebam que existe, no lançamento de um dado, uma possibilidade num total de seis números. Portanto, a probabilidade de obtermos o número seis no lançamento de um dado é 1/6 ou 16,6%.

d) número 0.

Esperamos que os alunos percebam que não existe o zero como possibilidade no lançamento de um dado. Portanto, a probabilidade de obtermos o zero no lançamento de um dado é nula, ou seja, 0%.

Tarefa 11:

Em uma urna, há 5 bolas brancas, 3 bolas pretas e 7 bolas vermelhas. Retirando-se uma bola ao acaso, escreva no seu caderno a probabilidade de ela ser:

a) branca;

Esperamos que os alunos percebam que existem 5 bolas brancas num total de 15 bolas. Portanto, a probabilidade teórica de sortear uma bola branca desta urna é 5/15 = 1/3 ou 33,3%.

b) preta;

Esperamos que os alunos percebam que existem 3 bolas pretas num total de 15. Portanto, a probabilidade de sortear uma bola preta nesta urna é 3/15 = 1/3 ou 20%.

c) branca ou preta;

Esperamos que os alunos percebam que existem 5 bolas brancas e 3 bolas pretas, assim o evento favorável contém 8 unidades. Portanto, a probabilidade de se obter uma bola branca ou preta é 8/15 ou 53,3%.

d) vermelha e branca.

Nesta urna há bolas vermelhas e bolas brancas, mas não temos bolas com as duas cores solicitadas. Logo, a probabilidade é nula ou 0%.

Tarefa 14:

Testada em 1000 crianças, uma vacina imunizou 800 delas. Considerando ao acaso uma das crianças que receberam a vacina, qual a probabilidade dela estar imunizada? Qual o índice de eficácia da vacina?

Esperamos que os alunos percebam que existem 800 crianças imunizadas num total de 1000. Portanto, a probabilidade de obter uma criança imunizada é de 800/1000 = 80/100 ou 80% e este mesmo índice corresponde à eficácia desta vacina.

Tarefa 17:

Qual a probabilidade de sair coroa em três lançamentos seguidos de uma moeda?

Esperamos que os alunos elaborem o diagrama de árvore e observem que o total de possibilidades em três lançamento de moeda é 8 e apenas uma dessas combinações é composto de três coroas. Portanto, a probabilidade de obter três coroas é 1/8 ou 12,5%.

Tarefa 18:

Retirando ao acaso uma carta do baralho comum, qual é a probabilidade de sair um rei?

A atividade matemática nesta tarefa demanda que o aluno saiba a composição das cartas de um baralho. Sendo assim, a referida probabilidade é 4/52 = 1/13 ou 7,7%.

Tarefa 19:

Observe o quadro de funcionários da empresa XYZ.

Empresa XYZ	
Setor	Número de Trabalhadores
Administração	32
Limpeza	48
Cozinha	20

Produção	400
Controle de qualidade	20
Vendas	280

Em um sorteio aleatório de um funcionário da empresa XYZ, qual é a probabilidade de ele ser do setor:

a) de produção?

Esperamos que os alunos sejam capazes de interpretar a tabela. Dado que o número de funcionários do setor de produção é 400, do total de 800; a probabilidade é 400/800 = 1/2 ou 50%.

b) da cozinha?

Esperamos que os alunos percebam que funcionários da cozinha são 20 num total de 800. Portanto, a probabilidade de obter um funcionário da cozinha é 20/800 = 1/40 ou 2,5%.

Tarefa 20:

No lançamento de um dodecaedro regular (poliedro de 12 faces pentagonais congruentes), cujas faces estão numeradas de 1 a 12, considera-se que “saiu o número 5” se, após o lançamento, a face com o número 5 estiver voltada para cima. No caderno, calcule a probabilidade de, em um lançamento, sair: (após o enunciado há uma imagem do sólido)

a) E_1: um número par;

Esperamos que os alunos percebam que existem 6 faces pares (2, 4, 6, 8, 10 e 12) no dodecaedro num total de 12 faces (1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11 e 12). Portanto, a probabilidade de obter um número par, no lançamento de um dodecaedro, é 6/12 = 1/2 ou 50%.

b) E_2: um número maior que 4;

Esperamos que os alunos percebam que existem 8 números maiores que 4 (5, 6, 7, 8, 9, 10, 11 e 12) em um total de 12 números. Portanto, a probabilidade de obter um número maior que 4 é 8/12 = 2/3 ou 66,6%.

c) E_3: um número divisível por 3;

A atividade matemática nesta tarefa demanda que o aluno saiba o conceito de divisibilidade. Assim, esperamos que os alunos percebam que existem 4 números (3, 6, 9 e 12) divisíveis por 3 em um total de 12 números. Portanto, a probabilidade de obter um número divisível por 3 é 4/12 = 1/3 ou 33,3%.

d) E_4: um número múltiplo de 5;

Neste item, a resolução demanda o conceito de múltiplo. O fato de existir 2 números múltiplos de 5 (5 e 10) em um total de 12 números, revela 2/12 = 1/6 ou 16,6% como valor de probabilidade.

e) E_5: um número menor que 1.

Esperamos que os alunos percebam que não existe a possibilidade de obter o número zero no lançamento de um dodecaedro. Portanto, sua probabilidade é nula ou 0%.

Tarefa 21:

Vinte cartões são numerados de 1 a 20. Um cartão é, então, sorteado ao acaso. Determine a probabilidade do número no cartão sorteado:

a) ser um múltiplo de 4;

Esperamos que os alunos percebam que existem cinco número múltiplos de 4 (4, 8, 12, 16 e 20) em um total de 20 números. Portanto, sua probabilidade é de 5/20 = 1/4 ou 25%.

b) não ser múltiplo de 6;

Esperamos que os alunos percebam que existe 17 números que não são múltiplos de 6 (1, 2, 3, 4, 5, 7, 8, 9, 10, 11, 13, 14, 15, 16, 17, 19 e 20) em um total de 20 números. Portanto, sua probabilidade é 17/20 ou 85%.

c) ser maior que 15;

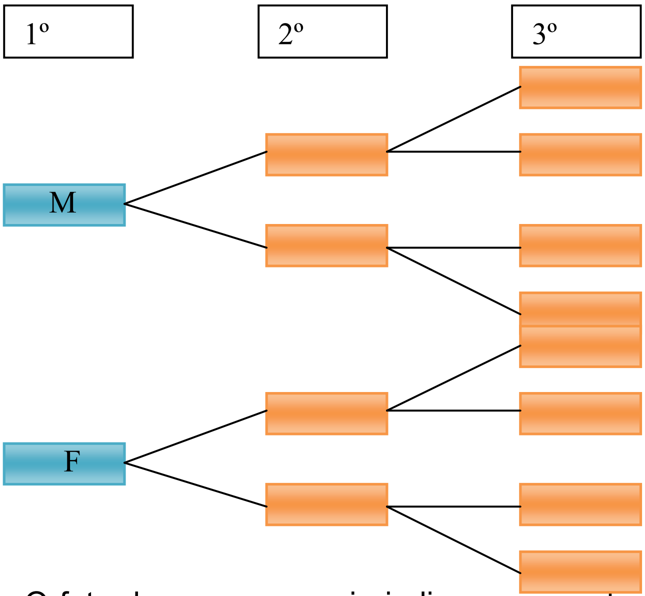
Esperamos que os alunos percebam que existem 5 números maiores que 15 (16, 17, 18, 19 e 20) em um total de 20 números, logo a probabilidade é 5/20 = 1/4 ou 25%.

d) ser par.

Esperamos que os alunos percebam que existem 10 números pares (2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18 e 20) em um total de 20 números, logo a probabilidade é 10/20 = 1/2 ou 50%.

Tarefa 25:

Um casal planeja ter três filhos. Faça no caderno um diagrama de árvore, como o modelo abaixo, com todos os possíveis arranjos entre meninos (M) e meninas (F), e calcule a probabilidade de nascimentos de;



O fato de ser um arranjo indica que a ordem dos nascimentos dos filhos é relevante. A presença do diagrama de árvore potencializa a enumeração (registro simbólico) de cada uma das oito sequências possíveis: MMM, MMF, MFM, MFF, FMM, FMF, FFM e FFF.

a) duas meninas e um menino (E_1);

Para este item é desejável que os alunos percebam que existem 3 maneiras de nascer duas meninas e um menino (MFF, FMF, FFM) em um total de oito possibilidades. Portanto, a probabilidade é 3/8 ou 37,5%.

b) três meninos (E_2);

Existe apenas uma maneira (MMM) em oito de nascer 3 meninos. Portanto, a probabilidade é 1/8 ou 12,5%.

c) pelo menos um menino (E_3);

Esperamos que os alunos percebam que existem 7 arranjos que contém pelo menos um menino (MMM, MMF, MFM, MFF, FMM, FMF e FFM) em um total de oito. Portanto, sua probabilidade é 7/8 ou 87,5%.

d) todas as crianças do mesmo sexo (E_4).

Há duas possibilidades (FFF e MMM) em um total de oito. Portanto, a probabilidade de todas as crianças serem do mesmo sexo é 2/8 = 1/4 ou 25%.

Tarefa 30:

Uma urna contém 4 bolas vermelhas, 2 bolas azuis e 3 bolas brancas. Retirando-se uma ao acaso, qual a probabilidade de ela ter cor primária (amarelo, vermelho ou azul)?

Esperamos que os alunos percebam que bolas amarelas não tem nenhuma, bolas vermelhas tem 4 e bolas azuis tem 2. Sendo assim, temos 6 situações favoráveis em um total de 9 situações. Portanto, sua probabilidade é 6/9 = 2/3 ou 66,6%.

Tarefa 31:

Se lançarmos um dado vermelho e um dado preto, qual a probabilidade de sair 3 no vermelho ou 2 no preto?

Esperamos que os alunos percebam que existem 11 possibilidades. Considerando que cada primeiro resultado favorável é relativo ao dado vermelho, temos os seguintes arranjos: (3,1) , (3,2) , (3,3) , (3,4) , (3,5) e (3,6). De forma similar, o segundo resultado associado ao lançamento do dado preto, fornece as seguintes possibilidades: (1,2) ; (2,2) ; (4,2) ; (5,2) ; (6,2). Portanto, a probabilidade de sair 3 vermelho ou 2 preto é de 11/36 ou 30,5%.

Retomando as tarefas do livro didático, destacamos a mobilização dos registros de representação semiótica nas atividades matemáticas dos alunos. A observação dessa mobilização foi registrada pela professora-pesquisadora, durante o desenvolvimento da resolução das tarefas, recorrendo aos registros escritos das atividades matemáticas dos alunos, em seus cadernos.

Como já citamos, as atividades do livro didático enquadram-se na concepção clássica pautada pela equiprobabilidade; o que garante que todos os resultados possíveis tenham a mesma possibilidade de ocorrência. Os objetos com simetrias físicas utilizados nos enunciados foram: dado cúbico (tarefa 10 e 31), bolas (tarefa 11 e 30), moeda (tarefa 17), cartas de baralho (tarefa 18), dodecaedro regular (tarefa 20), cartões numerados (tarefa 21). Outras situações de equiprobabilidade envolveram a probabilidade de uma criança vacinada estar imunizada (tarefa 14), sorteio de uma pessoa pertencente a um quadro de funcionários (tarefa 19), probabilidade de nascimento de filhos segundo o sexo (tarefa 25).

Grande parte destas tarefas proporcionou uma atividade matemática que utilizou o recurso da conversão do registro em língua natural (enunciado das tarefas) para o registro numérico (fração). Nesta etapa da atividade matemática observou-se uma congruência entre a conversão dos registros, pois a relação parte-todo foi associada diretamente com a proporção entre o número de casos favoráveis (evento) em relação ao número total de casos possíveis (espaço amostral).

A aplicação do conceito de equivalência no valor expresso para a probabilidade é uma transformação de registro na forma de tratamento, ou seja, transformação de representações dentro de um mesmo registro. Ainda em relação ao resultado da probabilidade privilegiamos o resultado expresso em porcentagem, o que configurou uma conversão do registro fracionário para o percentual. A utilização da porcentagem foi uma oportunidade de resgatar habilidades e competências já apreendidas por estes alunos.

Finalmente, em termos de mobilização de registros, destacamos a tarefa 17 e 25, por contemplar a utilização do diagrama de árvore no decorrer da atividade matemática, o que caracterizou uma conversão do registro da língua natural (enunciado) para o registro figural (diagrama de árvore) que, por sua vez, foi convertido em um registro simbólico (enumeração das sequências).

4.2 O experimento probabilístico – 2ª etapa do trabalho de campo

Para que o aluno seja capaz de construir uma visão apropriada da importância dos modelos probabilísticos no mundo de hoje, é necessário que os alunos tenham oportunidade de ver esses modelos em ação. Isto só é possível com a inserção do processo de experimentação e análise de suas implicações na formação do pensamento probabilístico, ou seja, o confronto entre a visão de mundo determinista e a visão da aleatoriedade (BRASIL, 2000, 2006).

De acordo com Lopes (2010), em uma concepção clássica, a noção de probabilidade é útil quando se trata de objetos fisicamente simetrizáveis (moeda, dados, cartas e extração de bolas), porém, para desenvolver o pensamento probabilístico é necessário ampliar a visão de aleatoriedade, bem como a apropriação adequada de uma linguagem.

Diante destes argumentos, resgatamos as tarefas 11 e 30 selecionadas do livro didático “Conexões com a Matemática” com o objetivo de refletir sobre o planejamento e delineamento de experimentos probabilísticos. Ambas as tarefas envolvem a extração de bolas em uma urna, porém, não há nenhum cuidado na elaboração do enunciado quanto às condições do objeto bola e urna para que a condição de equiprobabilidade seja preservada; além de não haver nenhuma menção sobre o processo da experimentação, como estímulo para atividade matemática.

No que diz respeito à tarefa 10, lançamos para os alunos a seguinte questão: que cuidados são necessários para que todas as bolas tenham a mesma condição de sorteio, ao retirar uma bola ao acaso da urna? Já para a tarefa 30, incentivamos os alunos se defrontarem com o modelo em ação, ou seja, realizar o experimento com o objetivo de estabelecerem um comparativo entre o resultado probabilístico do processo de experimentação com aquilo que cada um respondeu; com base na probabilidade teórica.

Na sequência, em relação a questão adicional à tarefa 10, apresentamos a tabulação das respostas dos alunos, levando em conta a quantidade de alunos em cada uma das três segundas séries (2ºA, 2ºB e 2ºC) do Ensino Médio; bem como a respectiva porcentagem para cada resposta.

Tabela – Distribuição de frequência (questão da tarefa 10)

Cuidados citados pelos alunos	**2ºA**	**%**	**2ºB**	**%**	**2ºC**	**%**
Mesmo material	14	43,8	22	62,9	19	67,9
Mesmo tamanho	18	56,3	31	88,6	22	78,6
Mesma textura	6	18,8	27	77,1	11	39,3
Mesmo peso	11	34,4	23	65,7	12	42,9
Não identificar pelo tato	5	15,6	0	0	12	42,9

Bolinhas iguais (sem especificá-las)	6	18,8	0	0	0	0
Cores devem ser diferentes	1	3,1	0	0	5	7,9
Não depende da cor	0	0	0	0	1	3,6
A quantidade não importa	0	0	0	0	1	3,6
É necessário mudar a cor ou enumerá-las	3	9,4	2	5,7	4	14,3
Cuidados iguais com todas	0	0	0	0	1	3,6
Mesmas características (sem especificá-las)	0	0	0	0	5	17,9
Mesmo formato	5	15,6	14	40	2	7,1
Mesma cor	0	0	2	5,7	1	3,6
Mesma quantidade para cada cor	3	9,4	0	0	0	0
Pelo menos duas bolinhas da mesma cor	1	3,1	0	0	0	0
As bolas devem ser diferentes	3	9,4	0	0	0	0
Seguir um padrão	0	0	1	2,9	0	0
Mesma dimensão	0	0	1	2,9	0	0
Mesma Temperatura	0	0	1	29	0	0
Total de alunos	32		35		28	

Fonte: arquivo da pesquisadora

É significativo que os maiores percentuais associados aos "cuidados citados pelos alunos", nas três classes, revelaram que a simetria física do objeto bola é complementada pelas seguintes características: tamanho, material e massa. A análise dos protocolos escritos dos alunos também revelou que alguns alunos quiseram elencar tantas coisas que acabaram se perdendo, ou realmente não entenderam a tarefa, colocando como necessário para ser equiprovável, as seguintes características: "as bolas devem ser diferentes"; "as bolas devem ter a mesma cor". Contudo, também houve respostas que não eram incorretas, mas não eram decisivas para garantir a equiprobabilidade. Por exemplo, a característica "não identificar pelo tato", é verdadeira, pois para um objeto não ser identificado desta forma é necessário que seja feito com o mesmo material, tamanho, textura e massa. Sendo assim, esta característica é implícita naquelas com maiores frequências.

No entanto, os alunos não mencionaram nada quanto à urna. Este fato foi instigante para motivar os alunos para a realização do experimento, de acordo com o enunciado da tarefa 30.

Para a realização do experimento probabilístico, inicialmente questionamos os alunos sobre as condições descritas no enunciado para uma possível execução do experimento. Mais especificamente, fizemos dois questionamentos: o primeiro, sobre o uso da urna com material não-transparente, para evitar a realização de retiradas propositais ou intencionais quanto ao atributo cor da bola; o segundo questionamento foi, na verdade, um alerta sobre a importância do ato de mexer a urna antes de cada retirada, a fim de evitar que o sujeito, ao realizar o experimento, retire intencionalmente uma ou outra bola, por ter memorizado o local onde repusera a bola na extração anterior.

O debate em sala de aula proporcionou aos alunos perceberam que, por exemplo, num sorteio de bola em uma urna, caso as bolas tenham diferenças em tamanho, material e massa, rompe-se a equiprobabilidade.

Na sequência, optamos por dividir os alunos das classes 2º C e 2º B em dez grupos, variando-os de 2 a 4 integrantes. Na classe 2º A trabalhamos com nove grupos. Trocamos a urna por um saco de plástico preto e depositamos na mesma, quatro bolas vermelhas, três bolas brancas e duas bolas azuis, todas de isopor e do mesmo tamanho.

Solicitamos que os grupos realizassem 20 extrações de bolas com reposição, totalizando 200 possibilidades por classe. Os alunos foram orientados a registrar por escrito a sequência das cores dos resultados obtidos em cada extração de bola. Por meio dessas anotações, calcular a porcentagem da quantidade de retirada de cada cor. Com isso, os alunos puderam comparar o valor da probabilidade frequencial com aquele da perspectiva clássica (valor teórico).

A maioria dos grupos obtiveram resultados parecidos comparando as duas concepções probabilísticas. Apresentamos os resultados experimentais por classe, além de juntarmos todas as informações num total de 600 sorteios e, novamente, comparar com as referidas concepções.

Tabela 2: Extrações de bolas com reposição – 2ª C (Ensino Médio)

Grupos	**Vermelho**	**%**	**Azul**	**%**	**Branco**	**%**
Grupo 1	8	40	6	30	6	30
Grupo 2	9	45	6	30	5	25
Grupo 3	8	40	5	25	7	35

Grupo 4	9	45	5	25	6	30
Grupo 5	10	50	4	20	6	30
Grupo 6	7	35	8	40	5	25
Grupo 7	5	25	7	35	8	40
Grupo 8	11	55	4	20	5	25
Grupo 9	4	20	9	45	7	35
Grupo 10	7	35	8	40	5	25
Total	78	39	62	31	60	30

Fonte: arquivos da pesquisadora

Nesta classe, o número de casos favoráveis, ou seja, extrair uma bola de cor primária (amarelo, vermelho ou azul) foi 140 de um total de 200 experimentações. Logo, a probabilidade frequencial resultou 70% contra 66,6% da probabilidade clássica.

Tabela 3: Extrações de bolas com reposição – 2ª B (Ensino Médio)

Grupos	Vermelho	%	Azul	%	Branco	%
Grupo 1	6	30	5	25	9	45
Grupo 2	10	50	4	20	6	30
Grupo 3	8	40	5	25	7	35
Grupo 4	10	50	4	20	6	30
Grupo 5	10	50	4	20	6	30
Grupo 6	8	40	6	30	6	30
Grupo 7	11	55	3	15	6	30
Grupo 8	10	50	2	10	8	40
Grupo 9	12	60	3	15	5	25
Grupo 10	9	45	5	25	6	30
Total	94	47	41	20,5	65	32,5

Fonte: arquivos da pesquisadora

Nesta classe, o número de casos favoráveis, ou seja, extrair uma bola de cor primária (amarelo, vermelho ou azul) foi 135 de um total de 200 experimentações. Logo, a probabilidade frequencial resultou 67,5% contra 66,6% da probabilidade clássica.

Tabela 4: Extrações de bolas com reposição – 2ª A (Ensino Médio)

Grupos	Vermelho	%	Azul	%	Branco	**%**
Grupo 1	11	55	3	15	6	30

Grupo 2	7	35	4	20	9	45
Grupo 3	9	45	4	20	7	35
Grupo 4	11	55	1	5	8	40
Grupo 5	16	80	9	45	15	75
Grupo 6	10	50	4	20	6	30
Grupo 7	9	45	4	20	7	35
Grupo 8	10	50	4	20	6	30
Grupo 9	8	40	6	30	6	30
Total	91	45,5	39	19,5	70	35

Fonte: arquivos da pesquisadora

Nesta classe, o número de casos favoráveis, ou seja, extrair uma bola de cor primária (amarelo, vermelho ou azul) foi 130 de um total de 200 experimentações. Logo, a probabilidade frequencial resultou 65% contra 66,6% da probabilidade clássica.

A seguir apresentamos duas tabelas; a primeira (tabela 11) com a média percentual de extração de bolas vermelhas, azuis e brancas na concepção frequentista de probabilidade. Na tabela 12 apresentamos a diferença percentual entre as duas concepções de probabilidade.

Tabela 5: Média percentual das extrações de bolas

Classes	Total de bolas vermelhas		Total de bolas azuis		Total de bolas brancas	
2ºA	91	45,5%	39	19,5%	70	35%
2ºB	94	47%	41	20,5%	65	32,5%
2ºC	78	39%	62	31%	60	30%
Total	263	43,83%	142	23,67%	195	32,5%

Fonte: arquivos da pesquisadora

Tabela 6: Diferença percentual entre a concepção frequentista e clássica de probabilidade

	Vermelha	Azul	Branca
Quantidade de bolinhas	4	2	3
Probabilidade Clássica (%)	44,44	22,22	33,33
Probabilidade	43,83	23,67	32,5

frequentista (%)			
Diferença entre Probabilidades (%)	0,61	1,45	0,84

Fonte: arquivos da pesquisadora

Esta etapa do trabalho de campo ajudou a contribuir nos seguintes objetivos: a experiência vivida pelos alunos no processo de experimentação, além de instigar o confronto entre as duas concepções de Probabilidade. Foi destacado a veracidade do valor teórico de probabilidade e proposto aos alunos, a junção do somatório de todos os resultados provenientes da realização do experimento probabilístico nas três classes; como forma de observar que quanto maior o número de experimentações, conservadas as condições do experimento, maior a proximidade entre os resultados de probabilidade nas duas concepções.

Esse momento da aula foi muito produtivo para os alunos, pois ao estabelecermos o somatório das frequências, obtidas por todas as duplas entre as três turmas, os alunos puderam comparar seus resultados individuais com aquele obtido no coletivo. Consequentemente, se houve casos em que a referida comparação apresentou uma dispersão significativa entre os valores, ao juntar o montante de resultados, os percentuais em questão ficaram bem próximos: o valor teórico da probabilidade de sortear uma bola azul foi 22,2% e o valor experimental foi 23,6%. Para a bola branca temos 33,3% (valor teórico) versus 32,5% (valor experimental) e, finalmente, para a bola vermelha temos 44,4% (valor teórico) contra 43,83% (valor experimental).

No que diz respeito aos registros de representação semiótica, cada turma de alunos utilizou os seguintes registros: simbólico (registros da sequência de 20 extrações de bolas da urna por grupo), tabular (registro do número de bolas sorteadas por cor e as respectivas frequências), numérico (razão entre o número de casos favoráveis e o número total de possibilidades, bem como o percentual de cada probabilidade).

4.3 Atividades do Caderno do Aluno – 3ª etapa do trabalho de campo

Na escola em que a professora-pesquisadora atuou, o uso do Caderno do Aluno é complementar ao Livro Didático. Aplicamos algumas tarefas da primeira situação de aprendizagem (3º bimestre da 2ª série do Ensino Médio), cujo enfoque é o da probabilidade clássica, cujo valor é representado pela razão parte e todo. Embora, mostramos que esta razão só é Probabilidade quando considerado um sorteio aleatório; a aplicação de algumas destas tarefas tem o objetivo de explorar outras conversões de registros; como por exemplo, a transição do registro tabular para o fracionário por meio do auxílio da língua natural.

Na sequência, apresentamos o enunciado de cada problema, a resposta esperada, o desempenho dos alunos de cada classe frente às suas respostas e a análise dos registros de representação semiótica requeridos.

Problema 1 – Observe a tabela com as quantidades de peças de formatos e cores diferentes que foram colocadas em uma caixa.

	Triangulares	Circulares	Retangulares	Total
Brancas	12	10	6	28
Pretas	15	11	7	33
Amarelas	8	9	2	19
Total	**35**	**30**	**15**	**80**

Sorteando uma das peças dessa caixa, qual é a probabilidade de que a peça seja:

a) triangular? Resposta: 35/80

Tabela 7: Desempenho das três turmas- problema 1 - item a

2ºA	$\frac{35}{80}$	26	96,3%
	35	1	3,7%
2ºB	$\frac{35}{80}$	30	100%
2ºC	$\frac{35}{80}$	32	100%

Fonte: arquivos da pesquisadora

b) amarela retangular? Resposta: 2/80

Tabela 8: Desempenho das três turmas- problema 1 - item b

2ºA	$\frac{2}{80}$	24	88,9%
	$\frac{2}{15}$	2	7,4%
	$\frac{8}{80}$	1	3,7%
2ºB	$\frac{2}{80}$	29	96,6%
	$\frac{2}{15}$	1	3,3%
2ºC	$\frac{2}{80}$	24	75%
	$\frac{2}{15}$	7	21,9%
	25%	1	3,1%

Fonte: arquivos da pesquisadora

c) não circular? Resposta: 50/80

Tabela 9: Desempenho das três turmas- problema 1 - item c

2ºA	$\frac{50}{80}$	27	100%
2ºB	$\frac{50}{80}$	30	100%
2ºC	$\frac{50}{80}$	32	100%

Fonte: arquivos da pesquisadora

d) não preta? Resposta: 47/80

Tabela 10: Desempenho das três turmas- problema 1 - item d

2ºA	$\frac{47}{80}$	27	100%
2ºB	$\frac{47}{80}$	30	100%
2ºC	$\frac{47}{80}$	32	100%

Fonte: arquivos da pesquisadora

e) circular não preta? Resposta: 19/80

Tabela 11: Desempenho das três turmas- problema 1 - item e

2ºA	$\frac{19}{80}$	26	96,3%
	$\frac{19}{30}$	1	3,7%
2ºB	$\frac{19}{80}$	28	93,3%
	$\frac{19}{30}$	2	6,7%
2ºC	$\frac{19}{80}$	27	84,4%
	$\frac{19}{30}$	4	12,5%
	$\frac{39}{80}$	1	3,1%

Fonte: arquivos da pesquisadora

f) não circular e não preta? Resposta: 28/80

Tabela 12: Desempenho das três turmas- problema 1 - item f

2ºA	$\frac{28}{80}$	19	70,4%
	$\frac{52}{80}$	6	22,2%
	$\frac{50}{80}$	2	7,4%
2ºB	$\frac{28}{80}$	24	80%
	$\frac{34}{80}$	1	3,3%
	$\frac{52}{80}$	2	6,7%
	$\frac{22}{80}$	1	3,3%
	$\frac{28}{30}$	1	3,3%
	Branco	1	3,3%
2ºC	$\frac{28}{80}$	32	100%

Fonte: arquivos da pesquisadora

Em termos do registro da língua natural, a novidade foi a presença do conceito de negação; porém, no Caderno do Aluno não é articulado este conceito ao conceito de eventos complementares. Consequentemente, a maior dispersão do percentual de rendimento dos alunos ocorreu, justamente, nos itens “e” e “f” do problema 1.

Problema 2 - Os 200 alunos das seis classes da 2a série do Ensino Médio de uma escola fizeram um teste na aula de Educação Física e foram classificados em quatro níveis, de acordo com a resistência física maior ou menor. Alunos de nível 4 são mais resistentes do que alunos de nível 3, que, por sua vez, são mais resistentes que alunos de nível 2 e assim por diante. Os resultados desse teste estão representados na tabela seguinte:

	2ª A	2ª B	2ª C	2ª D	2ª E	2ª F
nível 1	12	14	12	11	13	12
nível 2	9	8	11	10	10	9
nível 3	10	8	7	7	6	9
nível 4	3	2	3	4	5	5
total de alunos	**34**	**32**	**33**	**32**	**34**	**35**

Um dos alunos da 2a série dessa escola será sorteado. Qual é a probabilidade de o aluno sorteado:

a) estudar na 2º D? Resposta: 32/200

Tabela 13: Desempenho das três turmas- problema 2 - item a

2ºA	$\frac{32}{200}$	22	100%
2ºB	$\frac{32}{200}$	29	96,6%
	$\frac{32}{300}$	1	3,4%
2ºC	$\frac{32}{200}$	26	96,3%
	$\frac{32}{6}$	1	3,7%

Fonte: arquivos da pesquisadora

b) não estudar na 2º A nem na 2º B? Resposta: 134/200

Tabela 14: Desempenho das três turmas- problema 2 - item b

2ºA	$\frac{134}{200}$	19	86,4%

	$\frac{66}{200}$	3	13,6%
2ºB	134	3	10%
	$\frac{136}{200}$	3	10%
	$\frac{134}{200}$	24	80%
2ºC	$\frac{134}{200}$	23	85,2%
	$\frac{104}{200}$	2	7,4%
	$\frac{66}{200}$	2	7,4%

Fonte: arquivos da pesquisadora

c) ter conseguido nível 3 no teste? Resposta: 47/200

Tabela 15: Desempenho das três turmas- problema 1 - item c

2ºA	$\frac{47}{200}$	21	95,5%
	$\frac{46}{200}$	1	4,5%
2ºB	$\frac{97}{300}$	1	3,3%
	$\frac{47}{200}$	29	96,7%
2ºC	$\frac{47}{200}$	26	96,3%
	$\frac{69}{200}$	1	3,7%

Fonte: arquivos da pesquisadora

d) ter conseguido nível abaixo de 3 no teste? Resposta: 131/200

Tabela 16: Desempenho das três turmas- problema 1 - item d

2ºA	$\frac{131}{200}$	21	95,5%
	$\frac{22}{200}$	1	4,5%
2ºB	$\frac{57}{300}$	1	3,3%
	$\frac{132}{200}$	3	9,9%
	$\frac{131}{200}$	18	60%
	$\frac{122}{200}$	1	3,3%

	$\frac{121}{200}$	2	6,6%
	$\frac{22}{200}$	2	6,6%
	$\frac{135}{200}$	1	3,3%
	$\frac{57}{200}$	2	6,6%
2ºC	$\frac{131}{200}$	25	92,6%
	$\frac{121}{200}$	2	7,4%

Fonte: arquivos da pesquisadora

A estrutura do “problema 2” é semelhante ao “problema 1”, inclusive no que diz respeito aos registros de representação semiótica contidos no enunciado, ou seja, a língua natural e a tabela. A única diferença diz respeito à apresentação da tabela. A distribuição da frequência de acertos no “problema 2” foi mais homogênea do que “problema 1”.

Problema 4 - Dos 300 alunos de uma escola, 45% são meninas, sendo que apenas 20% delas têm idade acima de 16 anos. Dentre os meninos, 40% têm idade acima de 16 anos. Sorteando um dos alunos dessa escola, qual é a probabilidade de que seja sorteado um menino com idade igual ou menor que 16 anos?

A atividade matemática nesta tarefa pode ser desenvolvida por meio do cálculo da proporcionalidade, expressa em porcentagem, como descrevemos a seguir:

> *55% dos alunos são meninos, ou seja, 165 pessoas. Destes, 40% têm idade acima de 16 anos, ou seja, 66. Logo, 60% dos meninos tem idade igual ou menor que 16 anos, ou seja, 99 pessoas. Assim, a probabilidade é 99/300 ou 33%. O fragmento “45% são meninas, sendo que apenas 20% delas têm idade acima de 16 anos” é desprezível para essa atividade matemática.*

O desempenho dos alunos é apresentado a seguir:

Tabela 17: Desempenho das três turmas- problema 4

2ºA	$\frac{99}{300}$	22	100%
2ºB	$\frac{99}{300}$	17	56,6%
	$\frac{66}{300}$	2	6,6%
	Cálculos incompletos	7	23,3%
	Branco	4	13,3%
2ºC	$\frac{99}{300}$	14	51,9%
	$\frac{66}{300}$	7	25,9%
	$\frac{45}{300}$	1	3,7%
	$\frac{93}{300}$	1	3,7%
	Sem conclusão	4	14,8%

Fonte: arquivos da pesquisadora

Nesta tarefa as informações relativas às proporções são apresentadas na forma percentual. A atividade matemática demanda dos cálculos requisitados a representação na forma de valores absolutos. Os alunos, por exemplo, devem ser capazes de concluir que 55% dos alunos são meninos. Assim, é necessário que eles calculem 55% de 300, chegando ao resultado 165. A resolução desta tarefa envolve o conceito de porcentagem, o qual pode ser obtido pelo algoritmo da regra de três. Neste caso, é necessário compor a proporção para calcular 60% de 165, cujo resultado é 66.

O percentual de acertos das turmas 2ª B e 2ª C não atingiu 57%. No caso da 2ª B, dois alunos apresentaram a fração 66/300 como valor de probabilidade de ser sorteado um menino com idade igual ou menor que 16 anos e sete alunos não concluíram os cálculos. A professora-pesquisadora, ao averiguar a origem do erro, questionando oralmente seus alunos, concluiu que houve falta de atenção na leitura do enunciado. Mais especificamente, o enunciado forneceu a informação que 40% dos meninos têm idade acima de 16 anos e a questão envolveu a probabilidade de um menino ser sorteado com idade igual ou menor do que 16 anos.

Já, no que diz respeito à 2ª C, as anotações do diário de bordo desta professora-pesquisadora em relação aos erros cometidos por 11 alunos não revelaram nada além daquilo que já apresentamos. Apenas uma aluna forneceu a resposta 45/300 que representa a proporção das meninas. Ao ser questionada sobre o porquê desta resposta, a aluna revelou “deixei esse problema para continuar resolvendo depois e aí esqueci dele...”. O autor da outra resposta errada (93/300) não soube explicar o que fez. A professora-pesquisadora, por sua vez, olhou novamente os registros escritos deste aluno e não conseguiu compreender o sentido da atividade matemática do seu aluno.

Em termos de registro de representação semiótica temos a conversão das informações expressas em porcentagem para número natural. Se for utilizado a regra de três, a mobilização da atividade matemática envolve a transformação de registro na forma de tratamento, ou seja, o sistema de representação (proporção) é conservado.

O cálculo da probabilidade por meio da razão envolve a conversão do registro numérico no conjunto dos números naturais para os números racionais que, por sua vez, se transforma em porcentagem.

Problema 5 – Com base nos dados do problema 4, considere agora o caso do sorteio de uma pessoa que, sabe-se de antemão, terá idade acima de 16 anos. Nessa condição:

a) Qual é a probabilidade de que seja sorteada uma menina? Resposta: 27/93

Tabela 18: Desempenho das três turmas- problema 5 - item a

2ºA	$\frac{27}{93}$	25	92,6%
	$\frac{52}{200}$	1	3,7%
	$\frac{27}{135}$	1	3,7%
2ºB	$\frac{27}{93}$	24	80%
	$\frac{135}{300}$	4	13,3%
	$\frac{27}{300}$	1	3,3%
	Branco	1	3,3%

2ºC	$\frac{27}{93}$	28	87,5%
	$\frac{27}{300}$	4	12,5%

Fonte: arquivos da pesquisadora

b) qual é a probabilidade de ser um menino? Resposta: 66/93

Tabela 19: Desempenho das três turmas- problema 5 - item b

2ºA	$\frac{66}{93}$	25	92,6%
	$\frac{184}{200}$	1	3,7%
	$\frac{66}{165}$	1	3,7%
2ºB	$\frac{66}{93}$	24	80%
	$\frac{165}{300}$	4	13,3%
	$\frac{65}{93}$	1	3,3%
	$\frac{66}{300}$	1	3,3%
	Branco	1	3,3%
2ºC	$\frac{66}{93}$	27	84,4%
	$\frac{63}{93}$	1	3,1%
	$\frac{11}{50}$	2	6,3%
	$\frac{66}{300}$	2	6,3%

Fonte: arquivos da pesquisadora

c) qual é a probabilidade de sortear um menino e ele ter 16 anos ou menos de idade? Resposta: 0%

Tabela 20: Desempenho das três turmas- problema 5 - item c

2ºA	0%	26	96,3%
	Branco	1	3,7%
2ºB	0%	12	40%

	$\frac{165}{300}$	4	13,3%
	$\frac{66}{165}$	1	3,3%
	$\frac{19}{80}$	1	3,3%
	$\frac{99}{165}$	6	20%
	$\frac{99}{300}$	4	13,3%
	Branco	2	6,7%
2ºC	0%	27	84,4%
	$\frac{99}{207}$	5	15,6%

Fonte: arquivos da pesquisadora

O conteúdo do problema 5, 6 e 7 envolve um novo conceito, no caso, a Probabilidade Condicional. A professora-pesquisadora não teve como objetivo recorrer ao formalismo presente no cálculo da referida probabilidade, ou seja, o registro simbólico. Entende-se por este registro a simbologia da teoria dos conjuntos utilizada por Kolmogorov em 1933, na axiomatização da teoria das probabilidades.

Figueiredo (2000) constatou que a maioria dos sujeitos investigados (alunos dos cursos de Licenciatura de matemática e Ciência da Computação) resolve problemas sobre probabilidade condicional quando esses eram enunciados em linguagem natural, do que problemas análogos que recorrem ao uso do registro simbólico. Isto é decorrente da dificuldade de determinar o evento condicionado, confundindo condicionalidade com causalidade, fazendo com que investigue P(A/B) quando lhes é pedido P(B/A). Neste caso, A e B são eventos.

Para Duval (2009), quanto maior a mobilização de diferentes registros de representação semiótica em um conceito, maior será a possibilidade de apreensão desse conceito pelo sujeito que aprende.

Com base nos argumentos de Figueiredo (2000) e Duval (2009) e, no fato de que a probabilidade condicional pode ser apresentada pela língua natural, pelo registro simbólico e pelo registro figural. A professora-pesquisadora optou por intervir na atividade matemática dos alunos pelo desenvolvimento da percepção de que um problema desta natureza envolve uma condição existente. No caso da tarefa 5, uma pessoa com idade acima de 16 anos.

Em termos de resolução, a maioria dos alunos que acertaram as respostas, recorreu ao cálculo dos valores absolutos a partir do respectivo valor percentual. Neste sentido, houve a conversão de registros numéricos em diferentes formas. Para o “item a”, é necessário a seguinte sequência de cálculos: 55% de 300, 40% de 165 (total de meninos), 45% de 300, 20% de 135 (total de meninas). Estes cálculos geram o total de 93 alunos com idade acima de 16 anos. Logo, a probabilidade de ser sorteada uma menina, sabendo-se que já foi sorteada uma pessoa com idade superior a 16 anos é 27/93.

No “item b”, seria desejável que o aluno percebesse que o evento “probabilidade de ser um menino“ é complementar ao evento “probabilidade de ser uma menina“. No entanto, a maioria dos alunos das três classes que acertaram a resposta, utilizou uma estratégia de cálculo semelhante ao “item a”.

No “item c”, todos os alunos que acertaram a resposta, observaram tratar-se de um evento impossível (0% de probabilidade), pelo fato de envolver um acontecimento já conhecido (pessoa com idade acima de 16 anos).

Um fato divergente em relação ao desempenho dos alunos no problema 5, “item c”, diz respeito à classe 2º B. Dos trinta alunos que resolveram esta tarefa, dezoito erraram. A causa principal do erro foi desconsiderar a condição existente (ter idade acima de 16 anos). Isto implicou a representação de frações equivocadas, como foi o caso de seis alunos que consideraram a razão número de meninos com 16 anos ou menos do total de 165 meninos, ou seja, 99/165.

No entanto, nenhum aluno sentiu necessidade de utilizar esse registro figural para o desenvolvimento da atividade matemática. Neste caso, a tabela foi tratada como um registro auxiliar. Não houve por parte dos alunos, uma mobilização de registros de representação semiótica distinta daquilo que já mencionamos.

Problema 6 – Considere novamente Problema 1, apresentado na seção anterior. Sorteando uma das peças retangulares, qual é a probabilidade de ela ser amarela? Resposta: 2/15

Tabela 21: Desempenho das três turmas- problema 6

2ºA	$\frac{2}{15}$	24	88,9%
	$\frac{2}{80}$	2	7,4%
	Branco	1	3,7%
2ºB	$\frac{2}{15}$	25	83,3%
	$\frac{19}{80}$	4	13,3%
	$\frac{2}{80}$	1	3,3%
2ºC	$\frac{2}{15}$	30	93,8%
	$\frac{2}{16}$	2	6,3%

Fonte: arquivos da pesquisadora

Problema 7 - Considere novamente o Problema 2. Um aluno foi sorteado e sabe-se que ele está no nível 2. Qual é a probabilidade de que ele estude na 2ª série C? Resposta: 11/57

Tabela 22: Desempenho das três turmas- problema 7

2ºA	$\frac{11}{57}$	22	81,5%
	$\frac{11}{200}$	1	3,7%
	$\frac{11}{33}$	1	3,7%
	$\frac{11}{47}$	1	3,7%
	$\frac{11}{58}$	1	3,7%
	$\frac{11}{46}$	1	3,7%
2ºB	$\frac{11}{57}$	15	50%
	$\frac{11}{33}$	10	33,3%
	$\frac{11}{200}$	5	16,7%
2ºC	$\frac{11}{57}$	31	96,9%

	$\frac{33}{57}$	1	3,1%

Fonte: arquivos da pesquisadora

Nos problemas 6 e 7 o rendimento dos alunos das três classes foi mais homogêneo e quantitativamente superior, quando comparado com o rendimento tabulado para o problema 5. Novamente, os alunos não recorreram ao registro figural (tabela de dupla entrada) como parte da estratégia de resolução das referidas tarefas. Houve uma minimização significativa da dificuldade de identificar o evento condicionado, o que contribuiu positivamente na representação da probabilidade por meio de fração.

Em relação a esses problemas da primeira situação de aprendizagem do Caderno do Aluno, concordamos com a argumentação Oliveira (2010, p.78) que diz ser

> possível verificar uma evolução nos níveis das tarefas e da concepção probabilística necessária para a resolução dos problemas, porém, percebe-se que em nenhuma das situações é solicitado ou se orienta o professor para trabalhar a noção de experiência aleatória.

Quando Oliveira (2010) diz que não há orientação para o professor trabalhar com o processo de experimentação, a autora remete ao Caderno do Professor. Por isso, para contornar esta defasagem quanto à formação do pensamento probabilístico do aluno, optamos por mesclar tarefas elaboradas numa concepção probabilística, em alguns casos, focando diretamente a experiência aleatória; em outros, a resolução da tarefa levando em conta a aleatoriedade implícita à atividade matemática.

Ainda em relação ao pensamento probabilístico, ratificamos que o seu desenvolvimento dar-se-á mediante a mobilização de diferentes concepções probabilísticas, além do confronto entre duas visões de mundo, a determinista e a aleatória.

O planejamento do trabalho de campo para esta dissertação atinge a sua última etapa com a apresentação da tarefa intitulada “Passeios Aleatórios da Mônica”.

4.4 Os passeios aleatórios da Mônica – 4ª etapa do trabalho de campo

A apresentação da referida tarefa teve por base os trabalhos de Cazorla e Gusmão (2010), Nagamine, Henriques e Cazorla (2010) e Nagamine et al (2011). Como ressalta Nagamine et al (2011, p.451),

> as sessões que compõe a tarefa inicia-se com uma *situação-problema, da qual emergem as concepções intuitivas de probabilidade, a probabilidade frequentista, decorrente da experimentação aleatória, e a probabilidade clássica ou laplaciana, proveniente da modelagem matemática, por meio do diagrama de possibilidades.*

Originalmente a organização desta tarefa é composta de quatro sessões. Optamos por uma reestruturação, sem perder a qualidade e potencialidade desta proposta didática, de forma a atender nosso planejamento do trabalho de campo da pesquisa. Decidimos trabalhar separadamente cada sessão da tarefa e ao final de cada fase, recolhemos os registros escritos de cada dupla de alunos das três classes da 2ª série do Ensino Médio. O nosso enunciado da referida tarefa contemplou três sessões a saber: sessão I (confronto entre visão determinista e a concepção clássica de probabilidade), sessão II (experimentação aleatória e a probabilidade frequentista) e a sessão III (aplicação do diagrama de árvore e a comparação entre as diferentes formas de atribuir o valor para a probabilidade).

Devido à extensão da atividade matemática dos alunos no decorrer da resolução da tarefa, optamos por organizar a redação de nossa dissertação da seguinte forma: apresentar o enunciado da tarefa por sessão, os objetivos esperados em cada fase da resolução e, finalmente, o desempenho das duplas dos alunos em cada uma das turmas.

Sessão I (confronto entre visão determinista e a concepção clássica de probabilidade)

A estória

Mônica e seus amigos moram no mesmo bairro. A distância da casa da Mônica para a casa de Horácio, Cebolinha, Magali, Cascão e Bidu é de quatro quarteirões (conforme ilustra a Figura 1). A Mônica costumava visitar seus amigos durante os dias da semana em uma ordem pré-estabelecida, por exemplo: segunda-feira, Horácio; terça-feira, Cebolinha; quarta-feira, Magali; quinta-feira, Cascão e sexta-feira, Bidu. Para tornar mais emocionantes os encontros, a turma combinou que a sorte escolhesse o amigo a ser visitado pela Mônica. Para isso, a cada cruzamento, ela jogaria uma moeda; se saísse cara (C), andaria um quarteirão para o Norte, se saísse coroa (X), um quarteirão para o Leste.
Cada jogada representaria um quarteirão de percurso. Mônica teria que jogar a moeda quatro vezes para poder chegar à casa dos amigos.

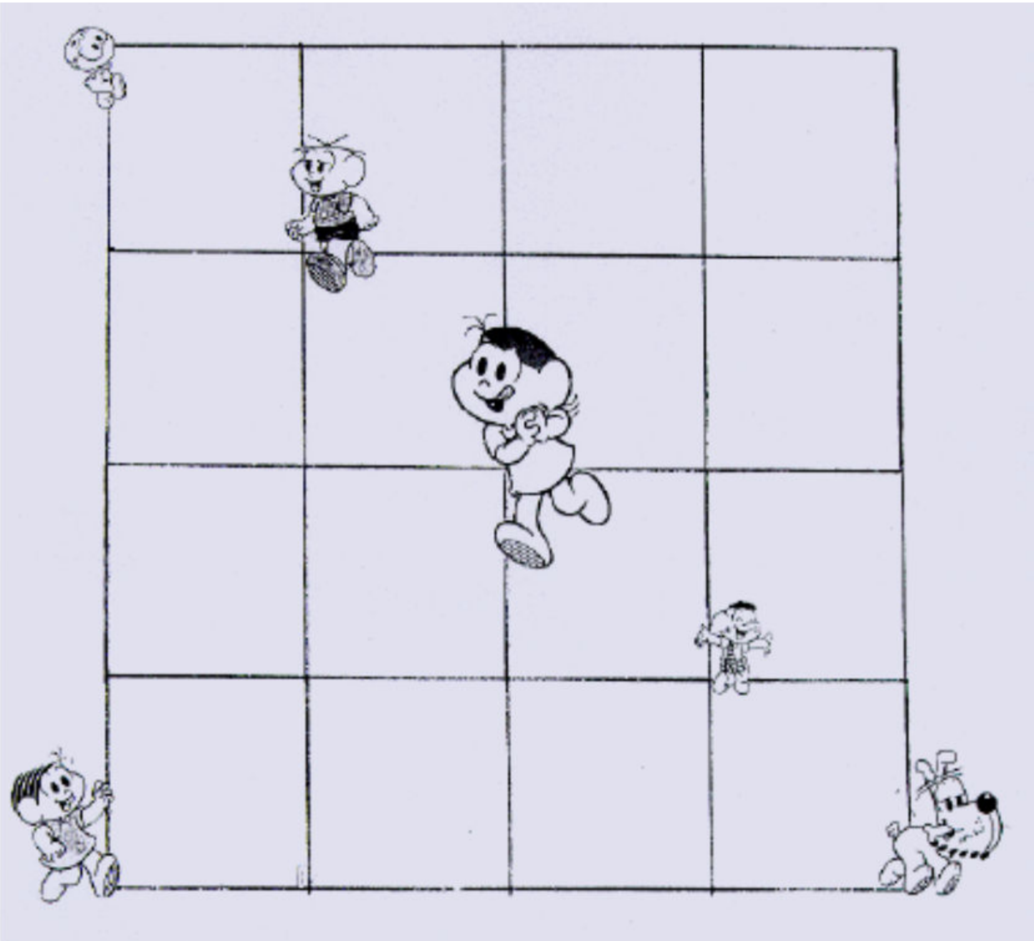


Figura 1: Cartaz dos passeios *aleatórios* da Mônica.

Lendo apenas a estória, sem jogar a moeda, responda:

1) Existe diferença entre a forma da Mônica visitar seus amigos por meio de uma ordem pré-estabelecida e o uso da sorte através da utilização da moeda para a escolha de cada visita? Argumente.

O objetivo nesta questão é que cada aluno seja capaz de interpretar adequadamente o texto e perceba que na forma antiga de visita aos amigos de Mônica prevalece um experimento determinístico em função da análise do número de caminhos pré-estabelecidos. Com a inserção do objeto moeda haverá uma transição da visão determinista para a aleatória, devido ao elemento “sorte” na nova forma de visita. Em termos probabilísticos, há o desenvolvimento de competências em torno de espaços equiprováveis, dado que a moeda é “honesta” (simetria física do objeto).

O número de duplas de alunos participantes nesta atividade na 2ª A foi 19, na 2ª B foi 18 e na 2ª C foi 15. A seguir tabulamos as respostas escritas dos alunos, por classe:

Tabela 23 – Passeios aleatórios da Mônica – seção I – problema 1 – 2ª A (Ensino Médio)

2ºA		
Sim. Pela sorte pode visitar um amigo mais de uma vez.	4	21,1%
Sim. Antes existia uma ordem para as visitas e agora é aleatório.	5	26,3%
Sim. É possível que a Mônica visite um amigo mais de uma vez e não visite todos os amigos.	1	5,3%
Sim. Cada vez que joga a moeda forma um caminho diferente.	1	5,3%
Não. Não tem uma ordem certa, pois no lançamento da moeda pode cair qualquer lado.	1	5,3%
Sim. Antes ela visitava seus amigos sempre nos mesmos dias da semana e agora vai pela sorte e pode visitar algum amigo, duas vezes ou mais.	4	21,1%
Sim. Antes ela tinha certeza de quais amigos iria visitar e que seriam todos durante a semana. Agora ela vai sem saber qual amigo vai visitar e pode deixar alguém sem sua visita.	1	5,3%
Sim. Antes ela visitava cada amigo um dia da semana, usando a moeda ela não tem controle sobre a escolha da visita.	1	5,3%
Sim. Com o uso da sorte a Mônica vai utilizar caminhos diferentes do que ela percorria.	1	5,3%

Fonte: arquivos da pesquisadora

Tabela 24 – Passeios aleatórios da Mônica – seção I – problema 1 – 2ª B (Ensino Médio)

2ºB		
Sim, pois utilizando a sorte ela não terá um dia certo para visitar cada amigo. Ela pode acabar indo várias vezes na semana na casa do mesmo amigo.	7	38,4%
Sim, cada lançamento da moeda dirige a que amigo visitar.	1	5,6%
Ela resolveu o problema jogando a moeda. Se cair cara vai para o Horácio e se cair coroa vai para Bidu.	1	5,6%
Sim, antes a Mônica escolhia a quem visitar durante a semana, e agora ela vai pela sorte sem saber quem vai visitar.	4	22,2%
Sim, porque dependendo da face da moeda pode ser uma direção, não oferecendo uma ordem pré-estabelecida.	1	5,6%
Sim, porque no outro dia a Mônica pode visitar a mesma pessoa.	1	5,6%
Não, a visita irá de acordo com o jogo da moeda.	1	5,6%
Sim, com ela visitando um por dia não há chances de repetições, na sorte, com a moeda pode-se repetir.	1	5,6%
Sim, através da sorte ela pode ficar sem visitar alguém.	1	5,6%

Fonte: arquivos da pesquisadora

Tabela 25 – Passeios aleatórios da Mônica – seção I – problema 1 – 2ª C (Ensino Médio)

2ºC		
Sim, antes cada amigo tinha um dia, agora ela pode, visitar o mesmo amigo mais de uma vez na semana.	1	6,7%
Sim, pois se ela usar a forma pré-estabelecida ela tem o controle de quem ela visitaria, más usando a sorte ela nunca sabe pra onde vai.	3	20%
Sim, quando ela usa uma ordem ela visita os cinco amigos e quando ela usa sorte através da moeda não é tão provável que ela visite os cinco, pois é pouca a probabilidade de cair quatro vezes cara ou quatro.	1	6,7%
Sim, pois por meio do uso da moeda ela não pode determinar uma ordem pois ela ficará à mercê da sorte.	1	6,7%
Sim, porque antes ela tinha uma ordem determinada para visitar, utilizando a moeda é aleatório.	2	13,3%
Sim, porque na ordem pré-estabelecida todos serão visitados, já tirando a sorte as visitas poderão ter ordem diferentes, ou, visitas inexistentes.	1	6,7%
Na ordem pré-estabelecida todos os amigos são visitados e na ordem que se utiliza a sorte, é possível que algum amigo não seja visitado.	1	6,7%

Sim, antes ela visitava um por dia, agora ela pode visitar uma pessoa mais de uma vez.	1	6,7%
Sim, pois na sorte ficará difícil ela visitar um amigo que mora no topo do mapa pois seria difícil cair quatro vezes cara para ela poder chegar até lá.	1	6,7%
Sim, porque se for por sorte dá diferença.	1	6,7%
Sim, com a moeda pode ir para qualquer lado, agora se não usar a moeda fica mais fácil.	1	6,7%
Sim, pois se a Mônica for visitar seus amigos jogando a moeda ela pode deixar de visitar algum amigo durante os dias da semana.	1	6,7%

Fonte: arquivos da pesquisadora

Na primeira questão o entendimento dos alunos foi satisfatório, pois a grande maioria das respostas converge para o mesmo ponto, ou seja, antes existia uma ordem pré-estabelecida para as visitas e agora a Mônica não sabe quem ela vai visitar e pode acontecer de algum amigo não ser visitado, enquanto outros podem ser visitados mais de uma vez na semana.

Das três turmas, as duas duplas que responderam "não", desconsideraram o modo de Mônica visitar seus amigos por meio de uma ordem pré-estabelecida.

2) O número de caminhos para cumprir a ordem pré-estabelecida de visitas durante os dias da semana é o mesmo para cada personagem? Argumente.

A ordem pré-estabelecida constitui uma visão determinista. Há um número de caminhos distintos para cada personagem: quatro para o Cascão e Cebolinha, seis para a Magali e um para o Bidu e Horácio. Considerando as respostas das três classes, houve seis duplas que responderam errado esta questão.

A dupla de alunos que argumentou que há uma visita por dia, levou em conta a razão entre cinco dias na semana e cinco personagens a serem visitados. No caso das outras cinco duplas, a justificativa da resposta recaiu na existência de quatro quarteirões, desconsiderando a variabilidade de percursos nos mesmos.

Em relação às respostas corretas, a maioria delas expõe que Horácio e Bidu tem quantidade inferior de caminhos a serem percorridos em relação aos demais amigos. Nesse momento, a professora-pesquisadora observou que não houve preocupação por parte dos alunos de contar todos os caminhos possíveis. Para mostrar que a quantidade de caminhos não é igual para todos os personagens amigos, os alunos entenderam que basta mostrar que dois são diferentes.

A seguir apresentamos os protocolos de todas as respostas:

Tabela 26 – Passeios aleatórios da Mônica – seção I – problema 2 – 2ª A (Ensino Médio)

2º A		
Todos os personagens se encontram em caminhos diferentes.	3	15,8%
Não, pois cada personagens tem uma localização.	1	5,3%
Não, pois dependendo do personagem tem mais caminhos do que o outro.	1	5,3%
Não, para chegar na casa do Cebolinha existe quatro caminhos e para o Horácio apenas um. .	2	10,5%
Não, para cada personagem há um número de caminhos.	4	21,1%
Não, pois é a sorte que decide para onde a Mônica vai.	2	10,5%
Não, pois pode cair mais vezes no Cebolinha porque tem mais caminhos do que no Horácio, por exemplo.	2	10,5%
Não, porque na casa do Horácio tem só um caminho, agora ir para ir na casa do Cebolinha tem três caminhos.	1	5,3%
Não, pois alguns existem dois caminhos e outros apenas um.	1	5,3%
Sim, porque são cinco dias na semana sendo assim, cada personagem ficou encaixado em um dia.	1	5,3%
Não, para ir na casa do Horácio há um caminho e para os demais há mais de um.	1	5,3%

Fonte: arquivos da pesquisadora

Tabela 27 – Passeios aleatórios da Mônica – seção I – problema 2 – 2ª B (Ensino Médio)

2ºB		
Não, porque para ir na casa do Horácio ela só pode andar sentido Norte, já para ir na casa do Cebolinha ela tem vários caminhos podendo andar para Norte e Leste.	4	22,2%
Sim, pois cada um precisa de apenas 4 jogadas para chegar a seu destino.	2	11,1%
Não, cada jogada da moeda pode levar a Mônica na casa de seus amigos.	1	5,6%
Não, pois para ir à casa do Bidu e Horácio, há um caminho e os outros há mais de um.	2	11,1%
Não, para ela ir na casa do Horácio tem um caminho e para ir na casa do Cebolinho tem 4 caminhos.	2	11,1%
Não, porque se cair coroa a Mônica não consegue chegar na casa do Horácio e a do Cebolinha tem mais chances.	1	5,6%
Não, pois se houver qualquer tipo de variação o rumo da Mônica	1	5,6%

será outro.		
Não, cada semana é cada personagem.	1	5,6%
Não, porque os números de caminhos são diferentes para cada personagem menos para Horácio e Bidu que só é uma reta.	1	5,6%
É o mesmo para Bidu e para Horácio, já para o Cebolinha e o Cascão pode-se usar 4 caminhos diferentes e a Magali 6.	1	5,6%
Sim, são iguais tanto para um lado quanto para outro.	1	5,6%
Branco	1	5,6%

Fonte: arquivos da pesquisadora

Tabela 28 – Passeios aleatórios da Mônica – seção I – problema 2 – 2ª C (Ensino Médio)

2ºC		
Não, pois para ela ir até a casa da Magali ela pode fazer seis caminhos diferentes, para ir até a casa do Cebolinha e do Cascão ela pode fazer quatro caminhos e para ir até a casa do Bidu e do Horácio ela só pode fazer um caminho.	1	6,7%
Não, pois uns tem mais possibilidades de caminhos do que os outros.	4	26,7%
Não, há mais chance de a Mônica visitar o Cebolinha, a Magali e o Cascão do que o Horácio e o Bidu, que só tem um caminho.	6	40%
Sim, são quatro quarteirões para visitar cada amigo.	2	13,3%
Não, porque existem personagens, como o Cebolinha e a Magali que tem caminhos alternativos.	2	13,3%

Fonte: arquivos da pesquisadora

3) A inclusão do uso da moeda para o sorteio do amigo visitado faz com que todos tenham a mesma chance de serem visitados? Justifique.

Esperamos que os alunos utilizem os resultados do item anterior e o entendimento de probabilidade já adquirido, ou seja, que o espaço amostral é formado pelos caminhos possíveis decorrentes do lançamento da moeda quatro vezes. Assim como foi constatado na questão anterior que há um número de caminhos distintos para cada personagem, é desejável que nos registros escritos haja o emprego de termos próprios para designar a aleatoriedade dos caminhos e predizer sobre o provável número de visitas para amigo da Mônica.

Vamos tecer a análise do desempenho das duplas de alunos após a apresentação dos protocolos dos registros escritos.

Tabela 29 – Passeios aleatórios da Mônica – seção I – problema 3 – 2ª A (Ensino Médio)

2ºA		
Não, porque tudo depende de como a moeda vai cair.	3	15,8%
Não, pois vai depender da sorte e não da vontade dela de visitar algum amigo.	6	31,6%
Não, pois há possibilidade dela visitar uma pessoa mais de uma vez.	5	26,3%
As chances não são as mesmas para todos os personagens. (Horácio- 1 caminho; Cebolinha- 2 caminhos; Magali- 4 caminhos; Cascão- 2 caminhos e Bidu- 1 caminho)	1	5,3%
Não, pois dependendo do lado que a moeda cair muda totalmente o caminho, e como a moeda só pode ser jogada quatro vezes, tem vez que não chega na casa de ninguém.	1	5,3%
Não, pois a probabilidade de visitar cada um é diferente.	1	5,3%
Não, pois se cair cara a Mônica não consegue chegar no Bidu e se cair coroa não consegue chegar no Horácio.	1	5,3%
Não, como o caminho é aleatório e dependemos muito da sorte, não temos certeza se todos serão visitados.	1	5,3%

Fonte: arquivos da pesquisadora

Tabela 30 – Passeios aleatórios da Mônica – seção I – problema 3 – 2ª B (Ensino Médio)

2ºB		
Não, porque a moeda pode cair igual durante dias, como por exemplo CCKC na segunda e CCKC na terça.	1	5,6%
Não, cada um mora em um quarteirão do outro, tirando a chance de todos serem visitados.	1	5,6%
Não, um pode ser visitado mais e outro menos, pois é aleatório, pois está jogando com a sorte.	2	11,1%
Não, pois com a moeda há chances de algum amigo ser visitado mais de uma vez e algum ficar sem ser visitado.	2	11,1%
Não, porque Horácio e Bidu só tem um caminho para suas casas e os outros amigos têm mais de dois caminhos para suas casas.	1	5,6%
Não, pois para alguns amigos a chance é maior, pela possibilidade de caminhos para se chegar a casa de alguns.	4	22,2%
Não, dependendo de qual lado da moeda cair diferente da sequência anterior.	1	5,6%
Não, o número de caminhos para cumprir a ordem é diferente para cada personagem.	1	5,6%
Sim, pois todos tem 20% de chance de serem visitados porém por ser sorteio pode haver alteração, não tendo certeza que todos sejam visitados igualmente.	1	5,6%
Não, porque uns têm mais caminhos que outros.	1	5,6%
Todos têm uma chance de serem visitados, mas sem o sorteio ele tem a certeza de que serão visitados uma vez por semana.	1	5,6%
Sim, caindo cara ou coroa pode ser que caia igual para que	1	5,6%

Mônica visite seus amigos		
Sim, porque todos precisam de quatro tentativas e de uma moeda.	1	5,6%

Fonte: arquivos da pesquisadora

Tabela 31 – Passeios aleatórios da Mônica – seção I – problema 3 – 2ª C (Ensino Médio)

2ºC		
Não, pois usando a sorte não dá pra ter certeza de que sempre terá uma ordem definitiva.	1	6,7%
Não, pois para chegar na casa do Horácio ou do Bidu, ela teria que tirar quatro vezes cara ou quatro vezes coroa o que é pouco provável.	3	20%
Não, pois com a moeda não há certeza do resultado, pois trata apenas de uma questão de sorte.	4	26,7%
Não, porque a probabilidade de visitar alguns são maiores do que de outros.	1	6,7%
Não, com o uso da moeda tem uma possibilidade que alguns amigos não seja visitados, pois com o uso da moeda os caminhos que a Mônica percorre são aleatórios.	1	6,7%
Não, pois a probabilidade de visitar mais de uma vez a mesma casa e menos vezes a casa do Horácio e do Bidu.	3	20%
Não, pois com sorteio de moedas irá variar os caminhos podendo deixar de visitar um amigo.	1	6,7%
Não, pois uns tem mais caminhos que outros, por exemplo, para chegar até a casa da Magali pode fazer seis caminhos, já para ir até a casa do Bidu somente um caminho.	1	6,7%

Fonte: arquivos da pesquisadora

A leitura dos protocolos das duplas de alunos levou-nos a categorizá-los em três grupos: respostas corretas sem a utilização do processo de experimentação; respostas corretas vinculadas a um ensaio probabilístico e respostas com equívocos. É fundamental ressaltar que a professora-pesquisadora não instigou nesta etapa da atividade matemática a realização do experimento probabilístico. A espontaneidade por parte da dupla em realizar a experimentação para redigir o protocolo mostra a necessidade de transição entre a concepção probabilística clássica e a frequentista.

Na categoria “respostas corretas sem a utilização do processo de experimentação”; totalizando 45 duplas de alunos (grande maioria), destacamos o uso adequado de termos próprios da linguagem probabilística. A palavra “sorte” foi mencionada por 14 duplas; já o termo “possibilidade” por 6 duplas, a palavra “aleatório” por 2 duplas, “probabilidade” no sentido qualitativo aplicado por 5 duplas e, finalmente, “chance” foi mencionado por 7 duplas. O restante dos alunos, ou seja, 11 duplas, não incluíram em seus registros escritos, termos de natureza probabilística.

A linguagem é um meio importante para a qualificação da probabilidade, quando a mesma “corresponde à crença ou indicação que deixa presumir a verdade ou possibilidade de um facto” (BARROS; PALHARES, 1997, p.103). As palavras possibilidade, probabilidade e chance traduziram o quão era o grau de certeza de ocorrência do evento “visitar amigos da Mônica”.

Já a expressão sorte, segundo Léon (1998, p.135), pode ser categorizada como sinônimo de aleatório e, em suas palavras, “o emprego do termo “sorte” é neutro, pode ser boa sorte (resultados satisfatórios) ou má sorte (resultados insatisfatórios)”. Neste caso, a boa sorte se entende como a possibilidade de um dos personagens ser visitados mais de uma vez na mesma semana e, a má sorte, vinculado á possibilidade de algum personagem não ser visitado, dadas às mesmas circunstâncias do experimento.

Na categoria “respostas corretas vinculadas a um ensaio probabilístico” houve o empreendimento de uma dupla realizando o experimento algumas vezes, com o objetivo de auxiliar o conteúdo de suas respostas escritas, conforme observação e registro no diário de bordo da professora-pesquisadora. O termo chance com a conotação de número de possibilidades é expresso na quantidade de caminhos (sucessos) obtidos em dez experimentações, conforme redação do protocolo a seguir: “as chances não são as mesmas para todos os personagens (Horácio- 1 caminho; Cebolinha- 2 caminhos; Magali- 4 caminhos; Cascão- 2 caminhos e Bidu- 1 caminho)”.

Finalmente, a categoria “resposta com equívocos” contemplou os protocolos de seis duplas de alunos. A análise do conteúdo das respostas revelou prioritariamente a falta de mobilização de uma visão determinista para uma probabilística, seja na concepção clássica ou frequentista. Implicações relativas a esta ausência analisamos a seguir.

A afirmação positiva “pois todos têm 20% de chance de serem visitados, porém, por ser sorteio pode haver alteração, não tendo certeza que todos sejam visitados igualmente”. O percentual de 20% de chance não representa um valor probabilístico, pois ignora o número de caminhos possíveis para cumprir cada visita. Considera-se apenas o fato de um amigo diferente ser visitado a cada dia, dado um total de cinco dias.

As afirmações “caindo cara ou coroa pode ser que caia igual para que Mônica visite seus amigos” e “porque todos precisam de quatro tentativas e de uma moeda” denota uma incompreensão por parte da dupla de alunos quanto à função da moeda para o sorteio do amigo visitado.

Sessão II (concepção frequentista de probabilidade)

Para Mônica visitar um amigo, vocês têm que lançar a moeda quatro vezes, que denominamos de experimento. Se sair cara (C), Mônica andará um quarteirão para o Norte, se sair coroa (K), um quarteirão para o Leste. Você e seu/sua colega devem repetir esse experimento 30 vezes e anotar os resultados no Quadro 1. Por exemplo, se sair a sequência: cara, cara, coroa, cara, anotar na coluna sequência: CCKC e na coluna do amigo visitado: Cebolinha.

A tabulação a seguir foi complementada pela professora-pesquisadora incluindo a frequência de cada amigo visitado, levando em conta cada classe participante da pesquisa. O cálculo da frequência elaborado pelas duplas de alunos permitiu relacionar a probabilidade frequencial de visita a cada amigo de Mônica, dado um espaço amostral de trinta experimentações por dupla de alunos.

Nesta sessão houve dois momentos de atividades dos alunos: primeiramente a realização do processo experimental e o registro simbólico (por exemplo, CCKC) dos resultados do lançamento de uma moeda quatro vezes e o nome do amigo visitado. No segundo momento, cada classe dedicou à organização dos resultados sistematizados no registro semiótico na forma de tabela.

Tabela 32 – Frequência de cada amigo visitado - 2º A (Ensino Médio)

2ºA										
Duplas	**Horácio**	**%**	**Cebolinha**	**%**	**Magali**	**%**	**Cascão**	**%**	**Bidu**	**%**
1	1	3,3	8	26,7	12	40	8	26,7	1	3,33
2	2	6,7	7	23,3	13	43,3	6	20	2	6,67
3	2	6,7	6	20	15	50	6	20	1	3,33
4	1	3,3	9	30	9	30	9	30	2	6,67
5	3	10	7	23,3	12	40	6	20	2	6,67
6	1	3,3	5	16,7	18	60	3	10	3	10
7	3	10	8	26,7	10	33,3	5	16,7	4	13,3
8	1	3,3	8	26,7	9	30	8	26,7	4	13,3
9	2	6,7	13	43,3	12	40	2	6,67	1	3,33
10	2	6,7	4	13,3	11	36,7	11	36,7	2	6,67
11	1	3,3	10	33,3	12	40	7	23,3	0	0
12	1	3,3	6	20	14	46,7	8	26,7	1	3,33
13	4	13	10	33,3	3	10	12	40	1	3,33
14	2	6,7	8	26,7	11	36,7	7	23,3	2	6,67
15	0	0	10	33,3	10	33,3	6	20	4	13,3
16	1	3,3	6	20	13	43,3	7	23,3	3	10
17	1	3,3	9	30	11	36,7	8	26,7	1	3,33
18	2	6,7	10	33,3	10	33,3	5	16,7	3	10
19	2	6,7	7	23,3	9	30	11	36,7	1	3,33

Fonte: arquivos da pesquisadora

Tabela 33 – Frequência de cada amigo visitado – 2º B (Ensino Médio)

2ºB										
Duplas	**Horácio**	**%**	**Cebolinha**	**%**	**Magali**	**%**	**Cascão**	**%**	**Bidu**	**%**
1	1	3,33	9	30	14	46,7	5	16,7	1	3,33
2	4	13,3	11	36,7	10	33,3	3	10	2	6,67
3	1	3,33	5	16,7	8	26,7	16	53,3	0	0
4	2	6,67	9	30	11	36,7	5	16,7	3	10
5	0	0	12	40	9	30	8	26,7	1	3,33
6	0	0	9	30	12	40	7	23,3	2	6,67
7	2	6,67	4	13,3	9	30	11	36,7	4	13,3
8	2	6,67	9	30	12	40	5	16,7	2	6,67
9	2	6,67	11	36,7	9	30	7	23,3	1	3,33
10	3	10	7	23,3	13	43,3	6	20	1	3,33
11	1	3,33	4	13,3	11	36,7	9	30	5	16,7

12	2	6,67	8	26,7	11	36,7	7	23,3	2	6,67
13	2	6,67	5	16,7	16	53,3	6	20	1	3,33
14	2	6,67	6	20	10	33,3	9	30	3	10
15	1	3,33	6	20	11	36,7	11	36,7	1	3,33
16	5	16,7	11	36,7	12	40	1	3,33	1	3,33
17	1	3,33	8	26,7	10	33,3	9	30	2	6,67
18	3	10	6	20	12	40	9	30	0	0

Fonte: arquivos da pesquisadora

Tabela 34 – Frequência de cada amigo visitado – 2º C (Ensino Médio)

2ºC										
Duplas	**Horácio**	**%**	**Cebolinha**	**%**	**Magali**	**%**	**Cascão**	**%**	**Bidu**	**%**
1	3	10	5	16,67	15	50	6	20	1	3,33
2	3	10	4	13,33	16	53,33	6	20	1	3,33
3	3	10	9	30	9	30	8	26,67	1	3,33
4	2	6,67	6	20	14	46,67	4	13,33	4	13,3
5	2	6,67	6	20	16	53,33	3	10	3	10
6	1	3,33	9	30	10	33,33	9	30	1	3,33
7	4	13,3	6	20	12	40	5	16,67	3	10
8	3	10	8	26,67	8	26,67	7	23,33	4	13,3
9	1	3,33	7	23,33	15	50	5	16,67	2	6,67
10	1	3,33	8	26,67	12	40	8	26,67	1	3,33
11	0	0	8	26,67	9	30	12	40	1	3,33
12	1	3,33	8	26,67	15	50	6	20	0	0
13	0	0	2	6,667	17	56,67	9	30	2	6,67
14	2	6,67	7	23,33	12	40	7	23,33	2	6,67
15	0	0	5	16,67	13	43,33	7	23,33	5	16,7

Fonte: arquivos da pesquisadora

1) Com base nos seus registros no quadro 1, apresente o ranking dos amigos visitados por Mônica. Ocorreu a chance da Mônica não ter visitado algum amigo?

No momento em que cada tabulação referente a cada uma das classes revelou que o Bidu e o Horácio não foram visitados, no decorrer de trinta experimentações, a professora-pesquisadora indagou os alunos sobre uma possível explicação para o fenômeno. De modo geral, os alunos associaram este resultado experimental com o fato de que o menor número de caminhos para cumprir a ordem pré-estabelecida de visitas pertencia aos personagens Horácio e o Bidu. Consequentemente, estes personagens, segundo os alunos, teriam menor probabilidade de serem visitados ou até de não serem visitados.

Outra argumentação utilizada pelos alunos baseou-se na análise dos resultados experimentais, ou seja, para visitar o Horácio é necessário uma sequência de quatro caras; e para visitar O Bidu, quatro coroas.

Tabela 35 – Passeios aleatórios da Mônica – seção II – problema 1 – 2º A (Ensino Médio)

2ºA		
A Mônica visitou todos os amigos.	17	89,5%
A Mônica não visitou o Horácio.	1	5,3%
A Mônica não visitou o Bidu.	1	5,3%

Fonte: arquivos da pesquisadora

Tabela 36 – Passeios aleatórios da Mônica – seção II – problema 1 – 2º B (Ensino Médio)

2ºB		
A Mônica visitou todos os amigos.	14	77,8%
A Mônica não visitou o Horácio.	2	11,1%
A Mônica não visitou o Bidu.	2	11,1%

Fonte: arquivos da pesquisadora

Tabela 37 – Passeios aleatórios da Mônica – seção II – problema 1 – 2º C (Ensino Médio)

2ºC		
A Mônica visitou todos os amigos.	11	73,3%
A Mônica não visitou o Horácio.	3	20%
A Mônica não visitou o Bidu.	1	6,7%

Fonte: arquivos da pesquisadora

2) Considerando que a probabilidade de um evento certo é 100% e que um evento impossível é 0%, adote uma escala em um segmento de reta e represente a probabilidade de cada amigo ser visitado pela Mônica.

Os percentuais irão variar em decorrência do processo de experimentação. No entanto, as tabulações apresentadas a seguir apontam que pelo menos 44% do total de duplas de cada turma, apresentaram uma escala de probabilidade a partir da frequência de resultados, mostrando a equiparação entre a probabilidade clássica e frequentista de cada amigo ser visitado pela Mônica. Conforme esboço a seguir:

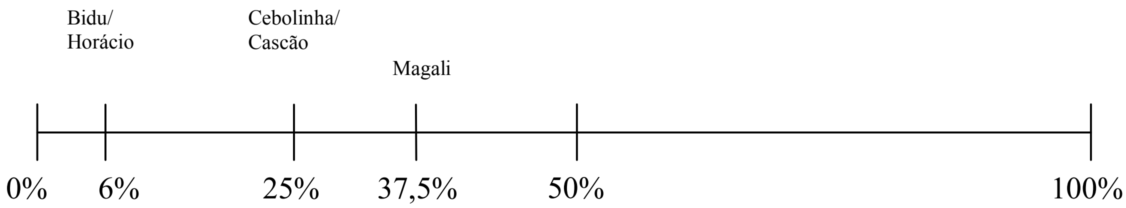


Tabela 38 – Passeios aleatórios da Mônica – seção II – problema 2 – 2º A (Ensino Médio)

2ºA		
Bidu/Horácio 6,25% Cebolinha 18,75% Magali 31,25% Cascão 37,5%	1	5,3%
Bidu/Horácio 0,0625 Cabolinha 0,3125 Magali 0,4375 Cascão 0,1875	1	5,3%
Magali 50% Cascão 25% Cebolinha/Horácio/Bidu 8%	1	5,3%
Horácio/Bidu 6,25% Cebolinha/Cascão 25% Magali 37,5%	12	63,2%
Branco	1	5,3%
Horácio/Cascão 12,5% Cebolinha 25% Magali 31% Bidu 6%	1	5,3%
Horácio/Bidu 12,5% Magali 68,75% Cascão 43,75% Cebolinha 50%	1	5,3%
Horácio/Bidu $\frac{1}{30}$, Magali $\frac{10}{30}$, Cebolinha $\frac{8}{30}$	1	5,3%

Fonte: arquivos da pesquisadora

Tabela 39 – Passeios aleatórios da Mônica – seção II – problema 2 – 2º B (Ensino Médio)

2ºB		
Bidu/Horácio 6,25% Cascão 18,7% Cebolinha 25% Magali 43,7%	2	11,1%
Bidu/Horácio 3,3% Cabolinha/Cascão 13,3% Magali 16,6%	1	5,6%
Magali 43,75% Cascão/Cebolinha 18,75% Horácio/Bidu 6,25%	1	5,6%
Horácio/Bidu 6,25% Cebolinha/Cascão 25% Magali 37,5%	8	44,4%
Branco	2	11,1%
Horácio/Bidu 6,25% Cebolinha/Magali/Bidu 26%	1	5,6%
Horácio/Bidu 6% Magali 37% Cascão 18% Cebolinha 31%	1	5,6%
Horácio 10% Bidu 0% Magali 30% Cebolinha 16,6%	1	5,6%
0% B/H Ca/Ce M 100% Sem colocar as porcentagens de cada personagem.	1	5,6%

Fonte: arquivos da pesquisadora

Tabela 40 – Passeios aleatórios da Mônica – seção II – problema 2 – 2º C (Ensino Médio)

2ºC		
Bidu/Horácio 6,25% Cebolinha/Cascão 25% Magali 37,25%	10	66,7%
Bidu/Horácio 6,25% Cabolinha 25% Cascão 18,75% Magali 45%	1	6,7%
Bidu/Horácio 6,25% Cascão 25% Cebolinha 31,25% Magali 37,5%	3	20%
Branco	1	6,7%

Fonte: arquivos da pesquisadora

3) Se vocês continuarem o processo de experimentação é possível a ocorrência de que todos os amigos tenham a mesma chance de serem visitados? Argumente.

As tabulações a seguir mostram um bom desempenho dos alunos, porém, nas respostas dos alunos, não encontramos uma relação entre as duas concepções probabilísticas em questão. Era esperado que os alunos enfatizassem o fato que quanto maior o número de experimentações, preservadas as condições do experimento, mais próximo seria o valor da probabilidade frequencial comparado com o da probabilidade clássica.

Tabela 41 – Passeios aleatórios da Mônica – seção II – problema 3 – 2º A (Ensino Médio)

2ºA		
Não, porque não temos certeza dos lados que a moeda cai.	1	5,3%
Não, porque não deixaria de ser incerto já que depende da sorte.	1	5,3%
Não terão a mesma chance, pois o número de caminhos para a casa de cada um é diferente.	3	15,8%
Não, porque o número de caras para chegar em cada um é diferente uma da outra.	1	5,3%
Não, porque há possibilidade da Mônica visitar um amigo mais de uma vez.	1	5,3%
Sim, porque todos têm chances de serem visitados mesmo que um tenha mais chance do que o outro por ter mais caminhos.	1	5,3%
Não, porque um sempre terá menos chance do que o outro.	3	15,8%
Não, pois não existe uma sequência certa. Em cada sequência, qualquer resultado é possível.	1	5,3%
Não, sempre vai cair caminhos diferentes.	1	5,3%
Não, Magali é a que tem mais chances de ser visitado que todos os outros e Horácio e Bidu são os que tem menos chance.	1	5,3%
Não, pois os resultados sempre são desiguais.	1	5,3%
Não, sempre um terá maior porcentagem, como nesse caso a Magali ainda teria mais chance.	1	5,3%
Não, pois não existe uma sequência certa, sendo assim não é possível.	2	10,5%
Não, pois conforme cair cara ou coroa vai aumentando de todos.	1	5,3%

Fonte: arquivos da pesquisadora

Tabela 42 – Passeios aleatórios da Mônica – seção II – problema 3 – 2º B (Ensino Médio)

2ºB		
Sim, pois todos possuem a mesma chance de serem visitados.	4	22,2%
Não, pois Magali e Cebolinha estão com maiores chances então suas visitas tendem a aumentar.	1	5,6%
Não, porque sempre um terá mais probabilidade de a Mônica ir visitar.	2	11,1%
Não, porque uns vão ser mais visitados que os outros, isso tudo tem é na sorte.	1	5,6%
Não, porque para cada amigo tem uma chance de ser visitado, isso dependendo da quantidade de caminhos diferentes.	4	22,2%
Não, pois todas as 30% probabilidades têm repetências de sequências de moeda.	1	5,6%
Não, pois cada um tem mais chances que o outro. Por exemplo, a Magali que tem o maior número de probabilidade para si.	1	5,6%
Possível é, mas é bem complicado, pelo fato da probabilidade de um ser maior que o outro.	1	5,6%
Não, porque cada um, dependendo da sorte da moeda cada um tem sua porcentagem de ser visitada.	1	5,6%
Não, pois os que mais foram sorteados continuariam tendo mais chance e os menos sorteados continuariam tendo menos chance.	1	5,6%
Não, porque um será mais sorteado que o outro.	1	5,6%

Fonte: arquivos da pesquisadora

Tabela 43 – Passeios aleatórios da Mônica – seção II – problema 3 – 2º C (Ensino Médio)

2ºC		
Não é possível saber, conforme você joga a moeda ela vai visitar aleatoriamente.	2	13,3%
Não, pois o Horácio e o Bidu tem um caminho então a possibilidade é uma só, enquanto o resto tem vários caminhos e a probabilidade é maior.	1	6,7%
Não, pois alguns amigos têm mais caminhos que outros, assim nunca haverá a possibilidade de que todos tenham a mesma possibilidade de ser visitado.	1	6,7%
Não se pode ter certeza, pois o Horácio e o Bidu possuem menos possibilidades de caminhos enquanto é mais fácil chegar a casa da Magali por se situar ao meio do “tabuleiro!”.	1	6,7%
Não, é possível que todos os amigos sejam visitados, mas eles não terão a mesma chance de serem visitados.	1	6,7%
Não. Através desse método é impossível que todos os amigos tenham a mesma chance de serem visitados.	1	6,7%
Sim, é possível pois tudo vai depender da sorte.	1	6,7%

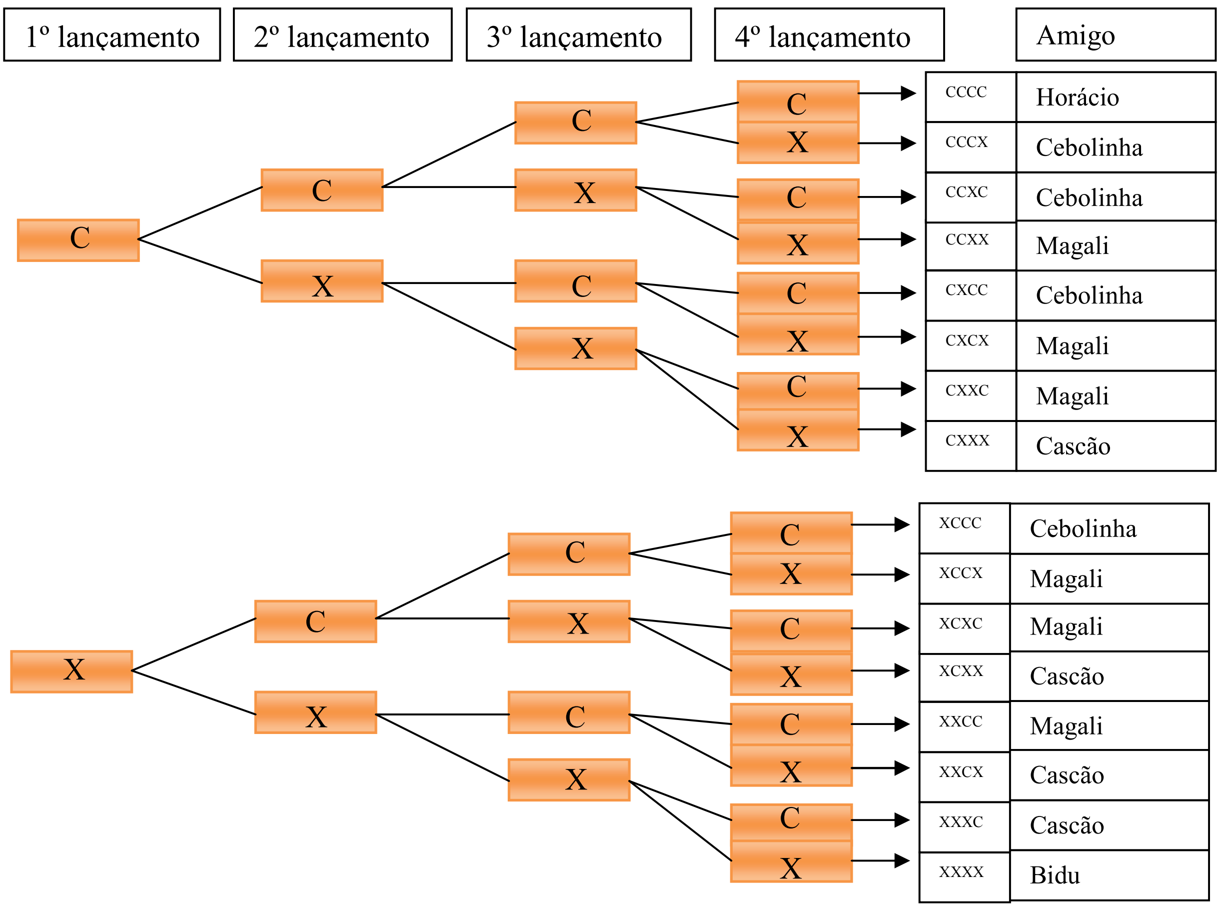
Sim, pois se nós continuarmos é possível de todos serem visitados.	1	6,7%
Não, porque um poderá ser visitado mais vezes que o outro.	1	6,7%
Não, pois as probabilidades não irão mudar.	1	6,7%
Não, porque sempre um será mais sorteado que o outro.	1	6,7%
Não existe essa chance, por isso é um jogo de sorte, aonde ela visita seus amigos dependendo dos lados da moeda e com isso nunca teria uma chance de todos ficarem com a mesma probabilidade de serem visitados.	1	6,7%
Não é possível, pois não dá para saber se a moeda vai permitir visitar todos os amigos.	1	6,7%
Não, porque como por exemplo a Magali tem mais caminhos que todos.	1	6,7%

Fonte: arquivos da pesquisadora

Sessão III: O diagrama de árvores

Construa a árvore de possibilidades, observando que cada ramo se desdobra em dois novos ramos (um para cara e outro para coroa) a cada sorteio. Registre todas as sequências possíveis de serem sorteadas e o respectivo amigo visitado.

Apresentamos a seguir um esboço do que esperamos que o aluno seja capaz de construir:



1) Quantos caminhos existem ao todo?

Na tabulação a seguir, apenas três duplas erraram a resposta.

Tabela 44 – Passeios aleatórios da Mônica – seção III – problema 1 – 2º A (Ensino Médio)

2ºA		
16 caminhos ao todo.	18	94,7%
12 caminhos ao todo.	1	5,3%

Fonte: arquivos da pesquisadora

Tabela 45 – Passeios aleatórios da Mônica – seção III – problema 1 – 2º B (Ensino Médio)

2ºB		
16 caminhos ao todo.	16	88,9%
4 para cada amigo, dependendo até 8 ou mais.	1	5,6%
20 caminhos, 4 jogadas de moeda vezes o número de amigos (5).	1	5,6%

Fonte: arquivos da pesquisadora

Tabela 46 – Passeios aleatórios da Mônica – seção III – problema 1 – 2º C (Ensino Médio)

2ºC		
16 caminhos ao todo.	15	100%

Fonte: arquivos da pesquisadora

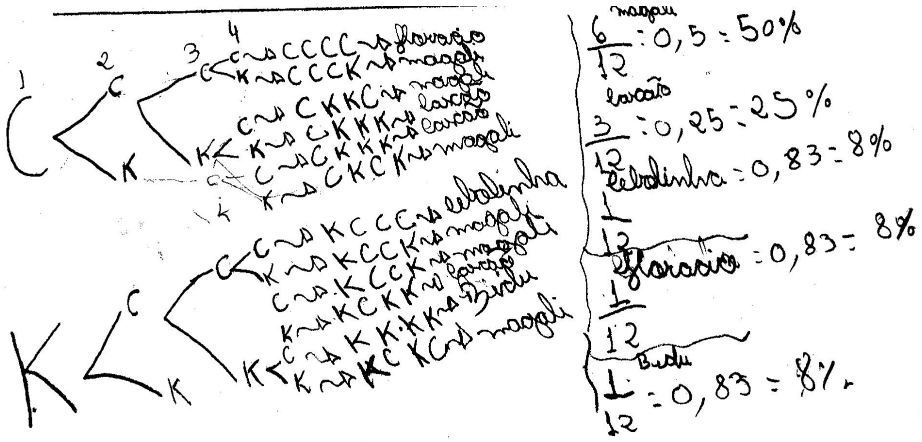
A construção das tabelas 50 a 52 levou em conta o fato de que trabalhar com o diagrama de árvore, precisamos realizar algumas regras de tratamento, uma das modalidades de transformação do registro. Para representar o diagrama, as duplas de alunos precisam saber que cada lançamento de moeda possibilita a representação de dois ramos (cara - C ou coroa - X) a partir de um ponto de partida do diagrama. Cada um desses ramos vai bifurcando-se em outros dois ramos a cada novo lançamento da moeda. Depois é necessário anotar o registro do ramo completo, obtendo a sequência sorteada e a partir do número de caras ou coroas identificar o nome do personagem visitado.

A construção do diagrama de árvore envolve o tratamento de eventos compostos, pois cada resultado do lançamento de uma moeda não afeta o resultado de outro lançamento. A ordem do registro da sequência é importante na determinação do caminho a ser percorrido. O número de caras ou coroas define o nome do amigo a ser visitado.

A contagem do número de caminhos foi feito por meio do registro das sequências que compõem o espaço amostral ou pela quantidade de ramos completos.

Os erros no dispositivo do diagrama de árvore foram decorrentes da disposição dos ramos relativos ao número de caras e coroas, conforme exemplo do protocolo a seguir:

Protocolo 2ºA – árvore 001



2) Observando o número de caras ou coroas obtidas em cada sequência, é possível estabelecer uma associação com o amigo a ser visitado? Argumente.

A expectativa de que a grande maioria das duplas recorressem ao diagrama de árvore ou aos resultados experimentais para observarem que 4 caras o amigo visitado foi o Horácio, 4 coroas o amigo visitado foi o Bidu, 3 caras e 1 coroa o amigo visitado foi o Cebolinha, 3 coroas e 1 cara o amigo visitado foi o Cascão e 2 caras e 2 coroas a amiga visitada foi a Magali; foi atendida. É importante enfatizar que vários registros escritos revelaram que não há importância na ordem das caras e coroas e, sim, a quantidade de cada uma para identificar o amigo visitado.

Em termos de conversão de registros semióticos há a necessidade de leitura e associação do registro simbólico (CXCX, por exemplo), numérico (número de caras e/ou coroas) e o registro na língua natural (nome do personagem).

Tabela 47 – Passeios aleatórios da Mônica – seção III – problema 2 – 2º A (Ensino Médio)

2ºA		
Sim, porque cara é para norte e coroa é para leste, chegando sempre em um amigo.	1	5,3%
Sim, pode ser em ordem diferente, mas sempre tem a mesma quantidade.	5	26,3%
Sim. Sempre que der 4 caras a casa será do Horácio, 3 caras e 1 coroa a casa será do Cebolinha, 2 caras e 2 coroas a casa será da Magali, 1 cara e 3 coroas a casa será do Cascão e do Bidu sempre que der 4 coroas.	11	57,9%
Sim, 2 caras e 2 coroas-Magali, 2 caras e 2 coroas –Cebolinha.	1	5,3%
Sim, se seguirmos a árvore chegaremos a um amigo.	1	5,3%

Fonte: arquivos da pesquisadora

Tabela 48 – Passeios aleatórios da Mônica – seção III – problema 2 – 2º B (Ensino Médio)

2ºB		
Não importa a sequência e sim o número de jogadas.	2	11,1%
Sim, cada amigo pode ser visitado em cada sequência de jogada.	1	5,6%
Não importa a sequência, o importante é a quantidade de caras e coroas que irão cair.	1	5,6%
Sim, cada vez que dá cara ou coroa é estabelecida uma direção.	3	16,7%
Não, porque vai da sorte.	1	5,6%
Sim, se cair 4C- Horácio; 3C e 1K- Cebolinha; 2C e 2K- Magali; 1C e 3K- Cascão; 4K- Bidu. Não importa a ordem e sim a quantidade de caras e coroas.	8	44,4%
Sim, porque a sequência sendo igual ou diferente da pra ver qual amigo é.	1	5,6%
Sim, se repete é provável ser o mesmo amigo.	1	5,6%

Fonte: arquivos da pesquisadora

Tabela 49 – Passeios aleatórios da Mônica – seção III – problema 2 – 2º C (Ensino Médio)

2ºC		
Sim. Magali: 2 caras e 2 coroas; Cascão: 3 coroas e 1 cara; Cebolinha: 3 cara e 1 coroa; Bidu: 4 coroas e Horácio: 4 caras.	7	46,7%

Todos independentes da ordem.		
Sim, pois a associação de caras e coroas é o que define o caminho que a Mônica seguirá.	7	46,7%
Sim, pois é a moeda que vai decidir o caminho a ser percorrido.	1	6,7%

Fonte: arquivos da pesquisadora

3) Houve diferença entre os valores de probabilidade obtidos na seção II e III? Como vocês interpretam isto?

Os registros escritos dos alunos expressam uma comparação entre o valor de probabilidade numa perspectiva teórica (concepção clássica) e experimental (concepção frequentista), destacando que a proximidade entre os valores deve-se ao número de experimentações realizadas.

Esta capacidade de síntese, por parte dos alunos, deve levar em conta que,

> se optarem pelas frequências relativas, ficarão vulneráveis aos resultados da amostra e que, nesse caso, seria mais razoável optar pela probabilidade clássica, que modela adequadamente esta situação. Igualmente, devem perceber que, se não existisse um modelo teórico, a experimentação aleatória seria uma forma de estimar essas probabilidades desconhecidas (NAGAMINE ET AL, 2011, p. 453).

Tabela 50 – Passeios aleatórios da Mônica – seção III – problema 3 – 2º A (Ensino Médio)

2ºA		
Sim, pois cada um jogou as moedas novamente na seção II e III então contou com a sorte.	1	5,3%
Sim, porque na seção II as probabilidades foram feitas com base no sorteio da moeda e na seção III foram feitas pela lógica da árvore.	2	10,5%
Sim, houve uma variação no Bidu e Horácio, na seção II deu 3%. O Cascão e o Cebolinha diminuíram e a Magali aumentou.	1	5,3%
Não, porque nós buscamos nos dados da tabela.	1	5,3%
Houve, pois na seção 2 teve mais sorteios e assim a probabilidade foi maior.	1	5,3%
Sim, mas pouca. Os valores que eram para ser menores foram menores, porém houve uma diferença de 3%.	1	5,3%
Sim, a Magali na seção III a porcentagem foi de 68,75% e na seção II deu 36,6%, a diferença é grande entre esses.	1	5,3%
Sim, pois dessa vez quem foi mais visitado(a) foi a Magali, ao contrário da seção II que foi o Cebolinha. Embora, Bidu e Horácio sejam os menos visitados.	1	5,3%
Não muito, pois o Bidu e o Horácio continuaram sendo os menos visitados Magali e Casção os mais visitados e o Cebolinha;	2	10,5%

razoavelmente visitado.		
Sim, houve uma mudança entre as porcentagens e na numeração.	1	5,3%
Sim, as porcentagens foram bem parecidas, não muito alteradas. Bidu e Horácio continuam pouco visitados, Magali a mais visitada e Cebolinha e Cascão intermediários em número de visitas.	1	5,3%
Branco.	1	5,3%
Sim, porém não houve grandes diferenças, as porcentagens deram parecidas. Só houve diferença um pouco maior no Cascão (Seção II – 13,3% e Seção III – 25%) e no Horácio (Seção II - 10% e Seção III – 6,25%).	1	5,3%
Sim, mas houve pouca diferença.	1	5,3%
Sim, saiu mais para Magali do que para os outros.	1	5,3%
Sim, o número de vezes que a Mônica foi visitar os amigos foi 30 na seção II, já na seção III foi 16.	1	5,3%

Fonte: arquivos da pesquisadora

Tabela 51 – Passeios aleatórios da Mônica – seção III – problema 3 – 2º B (Ensino Médio)

2ºB		
Sim, pois o primeiro foi feito com base no meu experimento já o segundo foi feito com as possibilidades reais.	2	11,1%
Sim, porque nem todos tendem a serem visitados com frequência como todos os outros.	1	5,6%
Houve diferença. Na seção II foi como um jogo de "sorte" e na seção III como um jogo calculado.	1	5,6%
Sim, porque na seção II teve mais probabilidade do que na seção III porque foi mais igual a todos.	1	5,6%
Sim, pois através do sorteio obtemos um resultado com a sorte, através da árvore de possibilidades obtemos outro resultado contando com a quantidade de caminhos da casa da Mônica até a casa de cada amigo.	1	5,6%
Sim, na segunda seção, somente o Bidu e o Horácio ficaram na mesma margem, já na terceira seção o Cascão e o Cebolinha também empataram.	1	5,6%
Os valores foram quase os mesmos.	1	5,6%
Sim, na seção II cada um teve uma probabilidade, na terceira o Bidu e o Horácio tiveram a mesma probabilidade assim como o Cascão e o Cebolinha.	1	5,6%
Branco	3	16,7%
Não, mas a proporção foi equivalente do outro teste.	1	5,6%
Os valores não foram iguais, mas a porcentagem muito aproximada e se mantiveram as mesmas proporções. Em primeiro lugar ficou a Magali, em segundo o Cascão e o Cebolinha e em terceiro o Bidu e o Horácio.	1	5,6%
Houve diferença, porque com a árvore de possibilidades as	1	5,6%

chances são exatas.		
Sim, pois houve aumento para todos os amigos.	1	5,6%
Houve diferença, na seção II entra a sorte como fator e na seção III foi só interpretada a área científica.	1	5,6%
Sim, alguns tem mais probabilidade que outros porque tem mais variações como por exemplo a Magali.	1	5,6%

Fonte: arquivos da pesquisadora

Tabela 52 – Passeios aleatórios da Mônica – seção III – problema 3 – 2º C (Ensino Médio)

2ºC		
Houve diferença, porém no caso de Magali, que era a que tinha mais possibilidades de caminhos, foi compatível ao esperado.	1	6,7%
Sim, porque a primeira foi feita com a moeda e a seção III foi feito pelos caminhos possíveis que tornam os valores exatos.	2	13,3%
Em branco	1	6,7%
Sim, houve diferença, pois: Horácio – 0% - 6,25% Bidu – 6,66% - 6,25% Cascão – 30% - 25% Cebolinha – 6,66% - 25% Magali – 56,66% - 31,25%	1	6,7%
Houve resultados aproximados Bidu – 3% - 6,25% Horácio – 0% - 6,25% Cascão – 40% - 25% Cebolinha – 26% - 25% Magali – 30% - 37,5%	1	6,7%
Os resultados da segunda seção chegaram muito próximos aos da terceira.	1	6,7%
Sim, pois na primeira o resultado foi dado por meio da sorte e a segunda foi por meio da lógica. (árvore de possibilidades)	1	6,7%
Sim, porque o número de jogadas aqui foi menor.	1	6,7%
Não, são apenas possibilidades, não é sempre que cairá os mesmos personagens.	2	13,3%
Houve diferença, pois o Bidu deu o dobro do esperado e o Cascão precisaria de uma porcentagem duas vezes maior. Já os outros chegaram a resultados bem aproximados.	1	6,7%
Houve, porque criamos uma árvore para visitar, não jogamos na sorte e com isso os valores mudaram.	1	6,7%
Houve diferença, porém os valores não se alteram muito e o valor do resultado do Cebolinha deu exatamente igual a seção II.	1	6,7%
O meu experimento foi parecido com a porcentagem da tabela.	1	6,7%

Fonte: arquivos da pesquisadora

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

O cenário de nossa pesquisa foi descrito e analisado tendo em vista a questão de como pode ocorrer o ensino-aprendizagem em um contexto de tarefas envolvendo diferentes concepções probabilísticas.

Organizamos uma aplicação de tarefas levando em conta que a Probabilidade, como parte integrante do Tratamento da Informação, proporciona conexões entre diferentes formas de pensamento matemático, no caso, o determinismo e o aleatório. Em relação à aleatoriedade, houve a preocupação de instigar o aluno a reconhecer o caráter aleatório de fenômenos compreendendo o significado e a importância da probabilidade como meio de prever resultados.

Para atender esta forma de conceber a Probabilidade como objeto matemático no contexto escolar, foi feita a caracterização do seu ensino-aprendizagem. Considerando, por um lado, a sua concepção clássica e, por outro lado, a concepção frequentista e valorizando o processo de experimentação como meio de produção de informações, cuja análise conduz o aluno à tomada de decisões.

As tarefas extraídas do livro didático “Conexões com a Matemática” bem como do “Caderno do Aluno” não contemplaram a probabilidade frequentista. Em ambos os materiais, o foco das questões é o cálculo da Probabilidade como a razão entre a parte e o todo. Esta razão caracteriza uma visão determinista do fato. Uma visão aleatória necessita que a tarefa contemple questões que demanda um sorteio que envolva a razão entre a parte e o todo. Quando houve a designação do sorteio no enunciado das tarefas contidas nos referidos materiais, as atividades dos alunos foram desenvolvidas com base na concepção clássica pautada pela equiprobabilidade, o que supõe que todos os resultados possíveis tenham a mesma possibilidade de ocorrência.

Grande parte destas tarefas proporcionou uma atividade matemática que utilizou o recurso da conversão do registro em língua natural (enunciado das tarefas) para o registro numérico (fração). Poucas tarefas contemplaram a utilização do diagrama de árvore e nenhuma demandou tabelas no decorrer da atividade matemática, o que caracterizou uma conversão do registro da língua natural (enunciado) para o registro figural (diagrama de árvore) que, por sua vez, foi convertido em um registro simbólico (enumeração das sequências).

A concepção clássica de probabilidade é útil quando se trata de objetos fisicamente simetrizáveis (moeda, dados, cartas e extração de bolas), porém, para desenvolver o pensamento probabilístico é necessário ampliar a visão de aleatoriedade, bem como a apropriação adequada de uma linguagem.

Para ampliar a visão de aleatoriedade resgatamos enunciados de tarefas desenvolvidas do livro didático e complementamos com questões envolvendo o processo da experimentação, como estímulo para atividade matemática dos alunos. Foi o primeiro momento no trabalho de campo que a professora-pesquisadora instigou os alunos a se defrontarem com o modelo em ação. O experimento foi realizado com o objetivo de estabelecer um comparativo entre o resultado probabilístico do processo de experimentação com aquilo que cada um respondeu, com base na probabilidade teórica.

No que diz respeito aos registros de representação semiótica, houve a seguinte mobilização: simbólico (registros da sequência de 20 extrações de bolas da urna por grupo), tabular (registro do número de bolas sorteadas por cor e as respectivas frequências) e numérico (razão entre o número de casos favoráveis e o número total de possibilidades, bem como o percentual de cada probabilidade).

Nas três primeiras etapas do trabalho de campo observamos que o registro na forma de tabela assim como a construção do diagrama de árvore foram representações semióticas pouco escolhidas pelos alunos. Constatamos que estas formas de representação são utilizadas se as mesmas são contempladas no enunciado da tarefa. Outro aspecto que destacamos é a manifestação de termos próprios à linguagem probabilística. Os mesmos são emergentes, se o enunciado da tarefa demanda do aluno uma atividade que envolva a escrita de suas considerações frente a uma situação de aleatoriedade.

Estes apontamentos foram contemplados na escolha da sequência didática “Passeio Aleatório da Mônica”, organizada em quatro sessões: a primeira permitiu verificar as concepções prévias dos sujeitos em relação à probabilidade; a segunda, o impacto da experimentação aleatória e a estimativa de probabilidade pela frequência relativa; a terceira recorreu à modelagem matemática, utilizando a árvore de possibilidades, que forneceu a probabilidade teórica ou laplaciana e, a quarta, solicitou a tomada de decisão diante destas três formas de atribuir probabilidades.

Esta experiência vivenciada pela professora-pesquisadora e partilhada com os alunos das classes de segunda série do Ensino Médio emergiu aspectos de um processo de ensino-aprendizagem de Probabilidade, caracterizado pela transição entre concepções distintas de Probabilidade e visão de mundo (confronto entre o determinismo e o aleatório), necessários à construção do pensamento probabilístico. A análise da produção de informação obtida no decorrer do trabalho de campo sugere que o professor tenha capacidade de avaliar a natureza das tarefas de probabilidade propostas no âmbito do Ensino Médio, de modo que as mesmas demandem uma atividade matemática dos alunos que instiguem o confronto entre o determinismo e o aleatório.

O olhar sobre estas diferentes visões de mundo é importante, pois o contexto escolar do desenvolvimento da maior parte dos conteúdos da Educação Básica (aritmética, álgebra e geometria) proporciona ao aluno uma educação formal determinista. No entanto, a escala do "provável" é algo associado à linguagem do cotidiano, a qual deve ser contemplada na educação formal de nossos alunos.

Em termos de educação formal, a proposta das tarefas para esta Dissertação de Mestrado privilegiou um pensamento probabilístico por parte dos alunos que não demandou o uso de fórmulas existentes no desenvolvimento de conteúdos da Probabilidade.

É desejável que outros trabalhos, sejam de natureza acadêmica ou não, valorizem a produção de tarefas com atividades matemáticas que, por um lado, o sorteio seja uma experiência vivenciada pelos alunos, a partir da constituição de amostras. Por outro lado, que a linguagem probabilística possa ir além do uso de termos adequados (provável, acaso, possibilidade, entre outros), que haja conversão dos registros da língua natural (termos) para registros simbólicos (fórmulas) que privilegiem a teoria matemática da probabilidade apoiada na teoria dos números (concepção axiomática).

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ABE, Thatiana Sakate; BITTAR, Marilena. O ensino de probabilidades nas visões clássica, frequentista e geométrica. In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 10., 2010, Salvador. **Anais...** Ilhéus, BA: Sociedade Brasileira de Educação Matemática, 2010. 1 CD-ROM.

AGGEO tem maior número de menções honrosas. **Jornal Cruzeiro do Sul**, Sorocaba, 17 abr. 2013. Disponível em: <http://www.cruzeirodosul.inf.br/materia/467195/aggeo-tem-maior-numero-de-mencoes-honrosas>. Acesso em: 20 jul. 2013.

ALBURQUERQUE, Ademilton Gleison de; SILVA, José Valério Gomes da. Analisando questões em livros didáticos de matemática de séries finais do Ensino Fundamental, acerca do raciocínio combinatório. In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 10., 2010, Salvador. **Anais...** Ilhéus, BA: Sociedade Brasileira de Educação Matemática, 2010. 1 CD-ROM.

ALMEIDA, Cátia Cândida; SILVA, Claudia Borim da; KATAOKA, Verônica Yumi. Análise de um instrumento para medir o nível de letramento estatístico no Ensino Fundamental II. In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 10., 2010, Salvador. **Anais...** Ilhéus, BA: Sociedade Brasileira de Educação Matemática, 2010. 1 CD-ROM.

ALMEIDA, Maria de Fátima Ferreira. O ensino da estatística como viés para o desenvolvimento da modelagem e da busca de significado para os temas tradicionais da matemática. In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 10., 2010, Salvador. **Anais...** Ilhéus, BA: Sociedade Brasileira de Educação Matemática, 2010. 1 CD-ROM.

BARBOSA, Juliana da Silva Dias. A importância da estatística na educação matemática. In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 10., 2010, Salvador. **Anais...** Ilhéus, BA: Sociedade Brasileira de Educação Matemática, 2010. 1 CD-ROM.

BARIZON, Erliete; KATAOKA, Verônica Yumi; OLIVEIRA, Maria Helena Palma de. Autorregulação da aprendizagem de estatística de estudantes da 3ª série do Ensino Médio: um estudo piloto. In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 10., 2010, Salvador. **Anais...** Ilhéus, BA: Sociedade Brasileira de Educação Matemática, 2010. 1 CD-ROM.

BARRETO, Fernanda Lopes Sá; BORBA, Rute Elizabete de Souza Rosa. Como o raciocínio combinatório tem sido apresentado em livros didáticos de anos iniciais. In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 10., 2010, Salvador. **Anais...** Ilhéus, BA: Sociedade Brasileira de Educação Matemática, 2010. 1 CD-ROM.

BARROSO, Jane Carmelita das Dores Garandy de Arruda. O ensino da estatística e a pesquisa científica nos cursos de graduação das áreas humanas e sociais. In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 10., 2010, Salvador. **Anais...** Ilhéus, BA: Sociedade Brasileira de Educação Matemática, 2010. 1 CD-ROM.

BARROSO, Juliane Matsubara. **Conexões com a matemática.** São Paulo: Moderna, 2010. v.2.

BIAJONE, Jefferson. A abordagem do trabalho de projetos na formação estatística do pedagogo. In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 9., 2007, Belo Horizonte. **Anais...** Belo Horizonte, MG: UNI-BH, 2007. 1 CD-ROM.

BIASE, Nádia Giaretta et al. Aplicação de técnicas estatísticas utilizando o SISVAR. In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 10., 2010, Salvador. **Anais...** Ilhéus, BA: Sociedade Brasileira de Educação Matemática, 2010. 1 CD-ROM.

BIFI, Carlos Ricardo. Análise exploratória de dados e a alfabetização estatística. In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 9., 2007, Belo Horizonte. **Anais...** Belo Horizonte, MG: UNI-BH, 2007. 1 CD-ROM.

BOIAGO, Carlos Eduardo Petronilho et al. Uma análise estatística do nível de conhecimento dos discentes do curso de pedagogia em geometria espacial. In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 10., 2010, Salvador. **Anais...** Ilhéus, BA: Sociedade Brasileira de Educação Matemática, 2010. 1 CD-ROM.

BORBA, Rute Elizabete de Souza Rosa; GUIMARÃES, Gilda Lisbôa; LIMA, Maria Auxiliadora Rattes. Professoras de ensino fundamental realizando pesquisas em matemática na sala de aula. In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 2004, Pernambuco. **Anais...** Recife, PE: Sociedade Brasileira de Educação Matemática, 2004. 1 CD-ROM

BORBA, Rute Elizabete de Souza Rosa; LIMA, Rita de Cássia Gomes de. O raciocínio combinatório de alunos da Educação de Jovens e Adultos: do início da escolarização até o Ensino Médio. In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 10., 2010, Salvador. **Anais...** Ilhéus, BA: Sociedade Brasileira de Educação Matemática, 2010. 1 CD-ROM.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Básica. **Orientações curriculares para o Ensino Médio**: Ciências da Natureza, matemática e suas Tecnologias. Brasília: MEC/SEB, 2006. 135 p.

BRASIL. Ministério da Educação e do Desporto. Secretaria de Educação Média e Tecnológica. **PCN+ Ensino Médio**: Ciências da Natureza, matemática e suas Tecnologias. Brasília: MEC/SEMTEC, 2002. 144p.

BRASIL. Ministério da Educação e do Desporto. Secretaria de Educação Média e Tecnológica. **Parâmetros curriculares nacionais para o Ensino Médio**: Ciências da Natureza, matemática e suas Tecnologias. Brasília: MEC/SEMTEC, 2000. 58p.

BRASIL, Ministério da Educação. **Parâmetros curriculares nacionais**: Matemática. Brasília: MEC/SEF, 1998. 148p.

CABRAL JUNIOR, Rubens de Souza; TRALDI JUNIOR, Armando. Abordagem das noções iniciais de probabilidade em uma perspectiva construtivista. In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 10., 2010, Salvador. **Anais...** Ilhéus, BA: Sociedade Brasileira de Educação Matemática, 2010. 1 CD-ROM.

CARVALHO, Dione Lucchesi; OLIVEIRA, Paulo César. Quatro concepções de probabilidade manifestadas por alunos ingressantes na licenciatura de matemática. In: REUNIÃO ANUAL DA ANPED, 25., 2002, Caxambu. **Anais...** Caxambu: Associação Nacional de Pós-Graduação e Pesquisa em Educação, 2002. CD-ROM.

CARVALHO, José Ivanildo Felisberto de. Análise das habilidades em problemas de combinatória nos livros didáticos dos anos finais do Ensino Fundamental. In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 10., 2010, Salvador. **Anais...** Ilhéus, BA: Sociedade Brasileira de Educação Matemática, 2010. 1 CD-ROM.

CARVALHO, José Ivanildo Felisberto de; GITIRANA, Verônica. Média Aritmética nos livros didáticos – um estudo das propriedades e significados. In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 10., 2010, Salvador. **Anais...** Ilhéus, BA: Sociedade Brasileira de Educação Matemática, 2010. 1 CD-ROM.

CAZORLA, Irene Maurício; GUSMÃO, Tânia Cristina. Uma análise semiótica dos passeios aleatórios da Mônica: atividade para ensinar conceitos básicos de probabilidade. In: LOPES, Celi Espasandin; COUTINHO, Cileda de Queiroz e Silva; ALMOULOUD, Saddo Ag. (Org.) **Estudos e reflexões em educação estatística.** Campinas: Mercado de Letras, 2010. p. 299-316. (Coleção Educação Estatística em Foco).

CAVALCANTI, Érica Michelle S.; GUIMARÃES, Gilda Lisbôa. Variabilidade estatística: compreensões de estudantes do 5º ano do Ensino Fundamental I. In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 10., 2010, Salvador. **Anais...** Ilhéus, BA: Sociedade Brasileira de Educação Matemática, 2010. 1 CD-ROM.

COLODEL, Débora Laranjeira; PEREIRA, Luciana Boemer Cesar; BRANDALISE, Mary Ângela Teixeira. Tratamento da informação na educação básica: investigado concepções e práticas. In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 10., 2010, Salvador. **Anais...** Ilhéus, BA: Sociedade Brasileira de Educação Matemática, 2010. 1 CD-ROM.

CONTI, Keli Cristina; CARVALHO, Dione Lucchesi de. A construção de tabelas em aulas de estatística na Educação de Jovens e Adultos. In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 10., 2010, Salvador. **Anais...** Ilhéus, BA: Sociedade Brasileira de Educação Matemática, 2010. 1 CD-ROM.

COUTINHO, Cileda de Queiroz e Silva; MIGUEL, Maria Inez Rodrigues. Análise exploratória de dados: um estudo diagnóstico sobre concepções de professores. In: REUNIÃO ANUAL DA ANPED, 30., 2007, Caxambu. **Anais...** Caxambu: Associação Nacional de Pós-Graduação e Pesquisa em Educação, 2007. CD-ROM.

DORNELAS, Augusto César Barbosa. **Resolução de problemas em análise combinatória**: um enfoque voltado para alunos e professores do Ensino Médio. In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 8., 2004, Pernambuco. **Anais...** Recife, PE: Sociedade Brasileira de Educação Matemática, 2004. 1 CD-ROM

DUVAL, Raymond. **Semiósis e pensamento humano:** registro semiótico e aprendizagens intelectuais. Tradução de Lênio Fernandes Levy e Marisa Rosâni Abreu da Silveira. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2009, v.1.

ESTEVAM, Everton José Goldoni; FÜRKOTTER, Monica. A variabilidade como fator (res)significante para a educação estatística no Ensino Fundamental. In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 10., 2010, Salvador. **Anais...** Ilhéus, BA: Sociedade Brasileira de Educação Matemática, 2010. 1 CD-ROM.

ESTEVES, Inês; MAGINA, Sandra. Investigando os fatores que influenciam o raciocínio Combinatório em adolescente de 14 anos – 8ª série do ensino Fundamental. In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 7., 2001, Rio de Janeiro. **Anais...** Rio de Janeiro, RJ: UFRJ, 2001. 1 CD-ROM.

FIGUEIREDO, Auriluci de Carvalho. **Probabilidade condicional**: um enfoque de seu ensino-aprendizagem. 2000. 158f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2000.

FIORENTINI, Dario. Alguns modos de ver e conceber o ensino da matemática no Brasil. *Zetetiké*, Campinas, n°4, Ano 3, p. 1-37, 1995.

FRANT, Janete Bolite; CASTRO, Mônica Rabello de; LIMA, Tânia. Pensamento Combinatório: Uma análise baseada na Estratégia Argumentativa. In: REUNIÃO

ANUAL DA ANPED, 24., 2001, Caxambu. **Anais**... Caxambu: Associação Nacional de Pós-Graduação e Pesquisa em Educação, 2001. CD-ROM.

FREITAS, Nilton de; LOPES, Celi Espasandin. A construção de significados na abordagem tecnológica para a educação estatística. In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 10., 2010, Salvador. **Anais...** Ilhéus, BA: Sociedade Brasileira de Educação Matemática, 2010. 1 CD-ROM.

GODINO, Juan Diaz, BATANERO, Carmen; CAÑIZARES, Maria Jesús. **Azar y probabilidad**. España: Editorial Síntesis, 1996.

GOMES, Tâmara Marques da Silva; SILVA, Viviane Trajano da; GOMES FERREIRA, Verônica Gitirana. Análise das grandezas numéricas envolvidas em questões de raciocínio combinatório de livros do 6º ao 9º ano aprovados pelo PNLD. In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 10., 2010, Salvador. **Anais...** Ilhéus, BA: Sociedade Brasileira de Educação Matemática, 2010. 1 CD-ROM.

GUIMARÃES, Gilda Lisboa et al. Abordagens didáticas no ensino de representações gráficas. In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 9., 2007, Belo Horizonte. **Anais...** Belo Horizonte, MG: UNI-BH, 2007. 1 CD-ROM.

GUIMARÃES, Gilda Lisboa et al. Livros didáticos de matemática nas séries iniciais: análise das atividades sobre gráficos e tabelas. In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 9., 2007, Belo Horizonte. **Anais...** Belo Horizonte, MG: UNI-BH, 2007. 1 CD-ROM.

GUIMARÃES, Gilda Lisboa; GOMES FERREIRA, Verônica Gitirana; ROAZZI, Antônio. Categorização e representação de dados na 3ª série do Ensino Fundamental. In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 7., 2001, Rio de Janeiro. **Anais...** Ilhéus, BA: Sociedade Brasileira de Educação Matemática, 2010. 1 CD-ROM.

GUIMARÃES, Gilda Lisboa; GOMES FERREIRA, Verônica Gitirana; ROAZZI, Antônio. Interpretando e construindo gráficos. In: REUNIÃO ANUAL DA ANPED, 24., 2001, Caxambu. **Anais...** Caxambu: Associação Nacional de Pós-Graduação e Pesquisa em Educação, 2001. CD-ROM.

HALMENSCHLAGER, Vera Lucia da Silva. História e dimensões sociais da estatística para produção de conhecimento In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 9., 2007, Belo Horizonte. **Anais...** Belo Horizonte, MG: UNI-BH, 2007. 1 CD-ROM.

KATAOKA, Verônica Yumi et al. Estratégias de memória no processo de autorregulação da aprendizagem de estatística: validação de uma escala. In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 10., 2010, Salvador.

Anais... Ilhéus, BA: Sociedade Brasileira de Educação Matemática, 2010. 1 CD-ROM.

LEMOS, Maria Patrícia Freitas de; GOMES FERREIRA, Verônica Gitirana. A formação de professores através da análise a priori de atividades em interpretação de gráficos de barra. In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 8., 2004, Pernambuco. **Anais...** Recife, PE: Sociedade Brasileira de Educação Matemática, 2004. 1 CD-ROM

LEMOS, Maria Patrícia Freitas de. Interpretação de gráficos de barra: analise a priori enquanto recurso na formação de professores. In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 9., 2007, Belo Horizonte. **Anais...** Belo Horizonte, MG: UNI-BH, 2007. 1 CD-ROM.

LÉON, Nely. Explorando las nociones básicas de probabilidad a nivel superior. **Paradigma**, v.19, n.2, p. 125-143, 1998.

LIMA, Izauriana Borges; SELVA, Ana Coêlho Vieira. Investigando o desempenho de jovens e adultos na construção e interpretação de gráficos. In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 10., 2010, Salvador. **Anais...** Ilhéus, BA: Sociedade Brasileira de Educação Matemática, 2010. 1 CD-ROM.

LIMA, Liliane Maria Teixeira de. Interpretação de gráficos da mídia impressa: problemas de representação e de visualização. In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 7., 2001, Rio de Janeiro. **Anais...** Rio de Janeiro, RJ: UFRJ, 2001. 1 CD-ROM.

LIMA, Rosana Catarina Rodrigues de. A leitura de gráficos com crianças da 4ª série do ensino fundamental. In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 8., 2004, Pernambuco. **Anais...** Recife, PE: Sociedade Brasileira de Educação Matemática, 2004. 1 CD-ROM

LOPES, Celi Aparecida Espasandin. **A probabilidade e a estatística no ensino fundamental:** uma análise curricular. 1998. 125 f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 1998.

LOPES, Celi Aparecida Espasandin; MOURA, Anna Regina Lanner de. A probabilidade e a estatística provocando o desenvolvimento profissional do professor. In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 7., 2001, Rio de Janeiro. **Anais...** Rio de Janeiro, RJ: UFRJ, 2001. 1 CD-ROM.

LOPES, José Marcos. Conceitos básicos de testes de hipóteses através de aulas investigativas. In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 9., 2007, Belo Horizonte. **Anais...** Belo Horizonte, MG: UNI-BH, 2007. 1 CD-ROM.

LOPES, José Marcos. Mudanças nas práticas de ensino de probabilidade em professores do Ensino Médio. In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 10., 2010, Salvador. **Anais...** Ilhéus, BA: Sociedade Brasileira de Educação Matemática, 2010. 1 CD-ROM.

MELO, Mabel Cristina Marques; GUIMARÃES, Gilda Lisbôa. O que sabem os alunos dos anos iniciais do Ensino Fundamental sobre média aritmética. In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 10., 2010, Salvador. **Anais...** Ilhéus, BA: Sociedade Brasileira de Educação Matemática, 2010. 1 CD-ROM.

MIGUEL, Maria Inez Rodrigues. Modelagem matemática e modelos probabilísticos. In: REUNIÃO ANUAL DA ANPED, 29., 2006, Caxambu. **Anais...** Caxambu: Associação Nacional de Pós-Graduação e Pesquisa em Educação, 2006. CD-ROM.

MONTEIRO, Carlos Eduardo Ferreira; SELVA, Ana Coelho Vieira. Investigando a atividade de interpretação de gráficos entre professores do Ensino Fundamental. In: REUNIÃO ANUAL DA ANPED, 24., 2001, Caxambu. **Anais...** Caxambu: Associação Nacional de Pós-Graduação e Pesquisa em Educação, 2001. CD-ROM.

MORAES, João Feliz Duarte de; BENVENUTTI, Nulce Regina Korff. Atitudes dos alunos de graduação de uma universidade em relação ao ensino de estatística. In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 9., 2007, Belo Horizonte. **Anais...** Belo Horizonte, MG: UNI-BH, 2007. 1 CD-ROM.

NAGAMINE, Camila Macedo Lima; HENRIQUES, Afonso; CAZORLA, Irene Maurício. Análise a priori dos passeios aleatórios da Mônica. In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 10., 2010, Salvador. **Anais...** Ilhéus, BA: Sociedade Brasileira de Educação Matemática, 2010. 1 CD-ROM.

NAGAMINE, Camila Macedo Lima et al. Análise praxeológica dos passeios aleatórios da Mônica. **Bolema**, v. 24, n. 39, p.451-472, 2011.

NEVES, Maria Janete Bastos das; SANTOS, Patrícia Feitosa; GUERRA, Renato Borges. Educação matemática crítica: um olhar reflexivo acerca do seu caráter emancipatório e motivacional. In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 10., 2010, Salvador. **Anais...** Ilhéus, BA: Sociedade Brasileira de Educação Matemática, 2010. 1 CD-ROM.

NÓBREGA, Giselda Magalhães Moreno. Ensino de estatística em cursos de graduação em psicologia: o contrato didático como construto teórico relevante no processo ensino-aprendizagem. In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 10., 2010, Salvador. **Anais...** Ilhéus, BA: Sociedade Brasileira de Educação Matemática, 2010. 1 CD-ROM.

OLIVEIRA, Paulo César et al. SARESP 2009: múltiplos olhares em questões do 9º ano via registros de representação semiótica. In: OLIVEIRA, Paulo César (Org.). **O contexto curricular do Estado de São Paulo**: reflexões via registros de representação semiótica. Coleção Apontamentos. São Carlos: EdUFSCar, 2011. p.12-31.

OLIVEIRA, Priscila Glauce de. **Probabilidade:** concepções construídas e mobilizadas por alunos do ensino médio à luz da Teoria das Concepções. 2010. 196 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2010.

PAGAN, Adriana; LEITE, Ana Paula; PERLETO, Rosana. A evolução temporal, social e educacional da estatística. In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 10., 2010, Salvador. **Anais...** Ilhéus, BA: Sociedade Brasileira de Educação Matemática, 2010. 1 CD-ROM.

PAGAN, Adriana; MAGINA, Sandra. O ensino de estatística a partir da interdisciplinaridade: um estudo comparativo. In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 10., 2010, Salvador. **Anais...** Ilhéus, BA: Sociedade Brasileira de Educação Matemática, 2010. 1 CD-ROM.

PAMPLONA, Admur Severino. A constituição do saber estatístico como uma tecnologia de gestão, na formação do professor que ensina estatística na escola básica. In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 10., 2010, Salvador. **Anais...** Ilhéus, BA: Sociedade Brasileira de Educação Matemática, 2010. 1 CD-ROM.

PAMPLONA, Admur Severino. A lógica da inferência estatística e seu ensino na licenciatura em matemática. In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 9., 2007, Belo Horizonte. **Anais...** Belo Horizonte, MG: UNI-BH, 2007. 1 CD-ROM.

PATROCÍNIO, Andréa. Relação entre representações gráficas e escolarização. In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 9., 2007, Belo Horizonte. **Anais...** Belo Horizonte, MG: UNI-BH, 2007. 1 CD-ROM.

PESSOA, Cristiane; BORBA, Rute Elizabete de Souza Rosa. Estratégias de resolução de problemas de raciocínio combinatório por alunos de 1ª à 4ª série. In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 9., 2007, Belo Horizonte. **Anais...** Belo Horizonte, MG: UNI-BH, 2007. 1 CD-ROM.

PESSOA, Cristiane; BORBA, Rute Elizabete de Souza Rosa. O raciocínio combinatório do inicio do Ensino Fundamental ao término do Ensino Médio. In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 10., 2010, Salvador. **Anais...** Ilhéus, BA: Sociedade Brasileira de Educação Matemática, 2010. 1 CD-ROM.

PINHEIRO, Carlos Alberto de Miranda. O ensino de análise combinatória: a prática pedagógica predominante segundo os docentes. In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 9., 2007, Belo Horizonte. **Anais...** Belo Horizonte, MG: UNI-BH, 2007. 1 CD-ROM.

RIBEIRO, Ib Couto; BORTOLOTI, Roberta D'Angela Menduni. Análise combinatória: o que o teste padrão nos informa a partir das respostas de estudantes veteranos da UNEB/Alagoinhas – BA. In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 10., 2010, Salvador. **Anais...** Ilhéus, BA: Sociedade Brasileira de Educação Matemática, 2010. 1 CD-ROM.

ROCHA, Cristiane de Arimatéa; BORBA, Rute Elizabete de Souza Rosa. Formação docente e o ensino de problemas combinatórios: diferentes olhares. In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 10., 2010, Salvador. **Anais...** Ilhéus, BA: Sociedade Brasileira de Educação Matemática, 2010. 1 CD-ROM.

ROCHA, José de Arimatéa. Investigando a aprendizagem de análise combinatória simples em uma turma de licenciandos em matemática submetida a uma prática de ensino tradicional. In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 9., 2007, Belo Horizonte. **Anais...** Belo Horizonte, MG: UNI-BH, 2007. 1 CD-ROM.

SANTANA, Michaelle Renata Moraes de; BORBA, Rute Elizabete de Souza Rosa. Como a probabilidade tem sido abordada nos livros didáticos de matemática de anos iniciais de escolarização. In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 10., 2010, Salvador. **Anais...** Ilhéus, BA: Sociedade Brasileira de Educação Matemática, 2010a. 1 CD-ROM.

SANTANA, Michaelle Renata Moraes de; BORBA, Rute Elizabete de Souza Rosa. O acaso, o provável, o determinismo: um estudo sobre concepções e práticas de professores do Ensino Fundamental. In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 10., 2010, Salvador. **Anais...** Ilhéus, BA: Sociedade Brasileira de Educação Matemática, 2010b. 1 CD-ROM.

SANTOS, Jaqueline Aparecida Foratto Lixandrão; GRANDO, Regina Célia. Movimento do pensamento probabilístico por alunos por alunos do 7º ano do Ensino Fundamental. In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 10., 2010, Salvador. **Anais...** Ilhéus, BA: Sociedade Brasileira de Educação Matemática, 2010. 1 CD-ROM.

SANTOS, Nadielle Gomes; CARVALHO, Liliane Maria Teixeira Lima de; MONTEIRO, Carlos Eduardo Ferreira. O olhar do professor sobre o trabalho com gráficos no 5º ano do Ensino Fundamental. In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 10., 2010, Salvador. **Anais...** Ilhéus, BA: Sociedade Brasileira de Educação Matemática, 2010. 1 CD-ROM.

SANTOS, Rafael Henrique dos; ALLEVATO, Norma Suely Gomes. O ensino-aprendizagem-avaliação do princípio fundamental da contagem através da resolução de problemas. In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 10., 2010, Salvador. **Anais...** Ilhéus, BA: Sociedade Brasileira de Educação Matemática, 2010. 1 CD-ROM.

SANTOS, Sandra da Silva. O tratamento da informação nas séries iniciais: adaptando uma atividade do livro didático para o computador. In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 8., 2004, Pernambuco. **Anais...** Recife, PE: Sociedade Brasileira de Educação Matemática, 2004. 1 CD-ROM

SÃO PAULO (Estado). Secretaria da Educação do Estado. **Proposta curricular do estado de São Paulo**: Matemática. Coord. Maria Inês Fini. São Paulo: SEE, 2008. 64p.

SÃO PAULO, Secretaria da educação. **Currículo do Estado de São Paulo**: Matemática – Ensino Fundamental II e Ensino Médio. Coord. Maria Inês Fini. São Paulo, SEE: 2010a. 72p.

SÃO PAULO, Secretaria da Educação do Estado. **Caderno do aluno:** 2ª série do Ensino Médio, 3º bimestre, Matemática. São Paulo: SEE, 2010b.

SÃO PAULO, Secretaria da Educação do Estado. **Caderno do professor:** 2ª série do Ensino Médio, 3º bimestre, Matemática. São Paulo: SEE, 2010c.

SILVA, Edilza Maria da Conceição; GUIMARÃES, Gilda Lisbôa. Softwares estatísticos: há propostas para os anos iniciais de escolarização? In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 10., 2010, Salvador. **Anais...** Ilhéus, BA: Sociedade Brasileira de Educação Matemática, 2010. 1 CD-ROM.

SILVA, Magda Vieira da. Dificuldade na representação gráfica quando apresentado num contexto real. In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 9., 2007, Belo Horizonte. **Anais...** Belo Horizonte, MG: UNI-BH, 2007. 1 CD-ROM.

STELLA, Cristiane Aparecida. O conceito de média: problemas de construção X problemas tradicionais. In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 8., 2004, Pernambuco. **Anais...** Recife, PE: Sociedade Brasileira de Educação Matemática, 2004. 1 CD-ROM

VIALI, L; BITTENCOURT, H. R. As distribuições de probabilidade t, f e qui-quadrado: teoria e prática com o uso da planilha. In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 9., 2007, Belo Horizonte. **Anais...** Belo Horizonte, MG: UNI-BH, 2007. 1 CD-ROM.

ANEXO A – ANPED (2000-2011)

Frant, Castro e Lima (2001) apresentaram uma investigação sobre a produção de significados para objetos matemáticos cuja análise está fundamentada no modelo da Estratégia Argumentativa. Este modelo é uma alternativa para análise do discurso em sala de aula. Busca-se interpretar a produção de significados baseados nos argumentos utilizados ao invés das palavras. O contexto de uma enunciação é fundamental para sedimentar os acordos, que são as bases para ação de argumentar.

Trata-se de uma pesquisa qualitativa na modalidade estudo de caso, a qual envolveu uma turma de 7º ano do Ensino Fundamental. Três alunos foram filmados e entrevistados ao trabalharem numa atividade envolvendo o seguinte problema combinatório: em uma reunião, algumas pessoas compareceram. Elas se cumprimentavam umas as outras apertando suas mãos. Uma pessoa observa que no total foram 66 apertos de mãos. Quantas pessoas estavam nesta reunião?

Os resultados da análise da produção de informações fornecidas por estes estudantes mostraram que os alunos mobilizaram três representações distintas para suas soluções, apesar de estarem em grupo: diagrama de árvore, uma tabela de ensaio e erros e uma organização por casos. São processos de raciocínio utilizados na aprendizagem do cotidiano. Entende-se por aprendizagem do cotidiano a aprendizagem que ocorre de forma natural durante a vida.

Guimarães, Gomes Ferreira e Roazzi (2001) apresentaram um estudo que teve como objetivo investigar a compreensão da leitura/interpretação de gráficos de barra, a construção desse tipo de gráfico a partir de dados apresentados em tabelas e a relação entre interpretação e construção.

A amostra foi composta por 107 alunos com idade média de 9 anos, do 4º ano do Ensino Fundamental de uma escola particular de Jaboatão dos Guararapes – Pernambuco. Esses alunos tinham realizado durante o ano escolar apenas uma atividade sugerida pelas professoras de construírem um gráfico de barras o qual mostrava a preferência de cor dos alunos de cada uma das salas. Para a construção do mesmo, a professora definiu sua representação, restando aos alunos a pesquisa de opinião e o registro das frequências. O fato desses alunos não terem tido uma instrução formal sobre construção antes do estudo, não quer dizer que eles não tivessem algumas concepções em função do contato com gráficos em revistas, jornais, entre outros.

Todos os alunos foram solicitados a resolverem cinco atividades envolvendo leitura/interpretação de gráficos com dados nominais e ordinais; leitura/interpretação de gráficos e construção de gráfico de barra.

A análise da produção de informações destes alunos revelaram, segundo Guimarães, Gomes Ferreira e Roazzi (2001), que a leitura pontual em gráfico de barras, quanto ao máximo, mínimo e localização de frequência, foram tarefas fáceis. Quando a leitura exigia a compreensão variacional (situação de aumento ou decréscimo), ou autores encontraram dificuldades para seus sujeitos, principalmente quando tiveram que lidar com variável ordinal.

A leitura da escala não é uma tarefa simples, quando os valores não estão explícitos na escala. Para Guimarães, Gomes Ferreira e Roazzi (2001), a dificuldade dos alunos está na compreensão dos valores contínuos apresentados na escala, onde é necessário que os alunos estabeleçam a proporcionalidade entre os pontos explicitados na escala adotada. Esta dificuldade estendeu-se para a construção dos gráficos.

Na interpretação das tabelas que envolviam uma análise variacional, os autores encontraram dificuldades, uma vez que os alunos só acertaram a questão referente a situação onde o sujeito que tinha a maior variação correspondia ao sujeito que apresentava o maior valor dado na tabela. Na situação onde o sujeito que tinha a maior variação mas não correspondia ao sujeito que ao final tinha o maior numeral, nenhum aluno conseguiu acertar. Dessa forma, Guimarães, Gomes Ferreira e Roazzi (2001), consideraram que em nenhuma das situações, os alunos conseguiram considerar o aumento expresso na tabela, o que também implicou dificuldades na construção do gráfico.

Para Guimarães, Gomes Ferreira e Roazzi (2001), os alunos apresentaram várias compreensões sobre representações gráficas; porém é necessário compreender muito mais de como se dá a aquisição desse conhecimento, para que haja uma intervenção de forma mais adequada no processo de ensino-aprendizagem.

Monteiro e Selva (2001) investigaram os processos de interpretação dos gráficos de barras, que são aqueles que confrontam quantidades por meio de figuras que se assemelham a barras, cujo conceito foi apresentado de forma duvidosa. Nesse momento, os autores apresentaram resultados de uma pesquisa em andamento, junto a professores dos anos iniciais do Ensino Fundamental.

A motivação para esta pesquisa justificou-se pela grande lacuna no que se refere à identificação de como professores compreendem e utilizam os gráficos, com vistas implementar na formação de professores situações nas quais os mesmos pudessem desenvolver conhecimentos fundamentais para o ensino desse conteúdo conceitual.

Para o estudo de Monteiro e Selva (2001), foram constituídos um grupo formado por nove professores do 3º ano e sete professores do 5º ano. Esta escolha deveu-se ao objetivo de se atingir os dois primeiros ciclos do Ensino Fundamental, nos quais ocorre o ensino do Tratamento de Informações, inclusive os aspectos relativos a gráficos. Com cada sujeito foi realizada uma entrevista, na qual eram propostos quatro gráficos de barras, na medida em que este é o tipo de gráfico mais frequentemente veiculados pela mídia impressa. Os dados apresentados pelos gráficos envolveram temas que faziam parte do cotidiano do professor e que também tinham relação direta com os conteúdos relativos à área de ciências naturais.

A partir dos resultados apresentados, Monteiro e Selva (2001), observaram a mobilização de conhecimentos e experiências prévias a respeito do tema de cada gráfico. De todas as formas, podemos constatar que ao “interagir” com o gráfico, o entrevistando se envolve e torna a interpretação de dados algo bem mais rico e mais amplo, sobretudo pela interface com outras áreas de conhecimento, tais como as ciências sociais. Esse dado realça as possibilidades do gráfico funcionar como um instrumento de interdisciplinaridade.

No que diz respeito às dificuldades, Monteiro e Selva (2001) destacaram a realização de cálculos proporcionais, envolvendo os valores numéricos dos gráficos. Muitos dos professores (principalmente os do 3º ano) deram respostas mais gerais. Isto pode ter ocorrido em função do professor não ter facilidade em obter os dados solicitados.

Monteiro e Selva (2001) encontraram certa dificuldade dos professores na compreensão da nomenclatura própria aos gráficos, como no caso de eixo e escala. No entanto, houve uma explicitação da maioria dos professores entrevistados, sobre o modo como consideravam interessante e necessário, realizar um trabalho com gráficos em suas práticas pedagógicas. Entretanto, todos foram unânimes em reconhecer seu despreparo para realizar tais ações.

Mendes (2003) pesquisou a atitude em relação à Estatística via 119 alunos de um curso de Licenciatura em Matemática de uma Universidade particular do interior do Estado de São Paulo; os quais já haviam cursado pelo menos uma disciplina de Estatística durante sua graduação. Essa autora apropriou-se do conceito de atitude em relação a um objeto (no caso, a Estatística), o qual tem uma direção (positiva ou negativa) e uma intensidade (gostar ou ter aversão à Estatística). Além disso, apresenta componentes do domínio afetivo, cognitivo e motor. Mais especificamente, foram objetivos específicos de sua pesquisa a verificação da existência de relação entre a atitude em relação à Estatística, auto-percepção do desempenho e auto-avaliação do nível do conhecimento adquirido. Verificou-se também a importância atribuída ao conhecimento matemático, aos softwares computacionais, aos métodos e técnicas de pesquisa e ao conhecimento da área de atuação para a aprendizagem de Estatística, bem como a relação de cada uma dessas variáveis com a atitude em relação à Estatística.

A coleta de dados ocorreu no período de 1999 a 2002 e nela foram utilizados dois instrumentos do tipo lápis e papel, aplicados coletivamente em sala de aula e na ausência do professor da disciplina de Estatística. O primeiro foi um questionário que visava caracterizar os sujeitos participantes, tanto em relação aos seus dados pessoais, quanto buscar conhecer o grau de importância atribuído à Estatística, o grau de confiabilidade que era atribuído a essa Ciência, a auto-avaliação do nível de conhecimento já adquirido em relação a esses conteúdos, a importância atribuída ao conhecimento de Matemática, à utilização de softwares computacionais, aos métodos e técnicas de pesquisa e ao conhecimento da área de atuação para a aprendizagem de Estatística.

O segundo instrumento foi uma escala de atitude em relação à Estatística, contendo 20 proposições - 10 positivas e 10 negativas - que tentam expressar o sentimento de cada indivíduo em relação à Estatística.

Os resultados empíricos obtidos por Mendes (2003) convergem com a literatura consultada: os licenciandos apresentaram atitude positiva, uma boa auto-avaliação de conhecimento e uma boa auto-percepção de desempenho em relação à Estatística. Neste sentido, Mendes (2003) presssupôs que esses futuros professores estarão aptos a trabalharem com os conteúdos sugeridos no tópico Tratamento da Informação, nos Parâmetros Curriculares Nacionais (Brasil, 1998).

Selva (2004) realizou uma pesquisa de caráter exploratório em que se buscou explorar a compreensão de gráficos de barras em crianças da Educação Infantil através de atividades de resolução de problemas aditivos que envolviam blocos de encaixe e gráficos de barras, analisando as relações entre essas duas formas de representação. Neste trabalho foram analisadas as atividades de resolução de problemas com gráficos, de modo o observar se o trabalho inicial com blocos foi utilizado pelas crianças como apoio para análise dos gráficos.

Participaram da pesquisa vinte e quatro crianças da alfabetização (16 do sexo feminino e 8 do sexo masculino), com idade média de seis anos e seis meses, de uma escola da rede pública do Recife. Nenhuma das crianças havia trabalhado com gráficos na escola. As crianças trabalharam em duplas do mesmo sexo durante sete encontros com o pesquisador, os quais foram videografados.

Inicialmente, foram apresentados exemplos de conexões entre as atividades com blocos de encaixe e os gráficos que favoreceram a resolução de problemas com gráficos. A explicitação dessas conexões aconteceu espontaneamente por parte das crianças ou a partir de intervenções do pesquisador lembrando as atividades com blocos.

Esta pesquisa sugeriu que o trabalho com blocos de encaixe, tal como proposto, pode auxiliar as crianças a compreenderem alguns aspectos da representação gráfica. Nesse caso, a possibilidade de visualização e manipulação das unidades que constituíam as barras de blocos pareceu auxiliar a dupla a manipular com mais flexibilidade os dados representados nos gráficos, na medida em que as barras de um gráfico geralmente são colunas uniformes, sem delimitações das unidades constituintes. Essa estratégia foi também usada espontaneamente em problemas apresentados posteriormente.

Ainda que tenham observado que a construção de conexões entre o trabalho com gráficos e com blocos parecesse auxiliar as crianças, tais conexões nem sempre eram realizadas com sucesso, mesmo com a intervenção do pesquisador.

Algumas fontes de dificuldades podem ter sido: a "força" da altura da barra maior 10 dificultando que a barra construída transpusesse aquele limite e o fato da escala só estar representada até o algarismo nove, podendo esse valor ter sido considerado como limite.

Esta pesquisa exemplificou que estabelecer relações entre representações não é algo simples e automático, pois cada representação tem suas especificidades que podem gerar novos obstáculos para a criança transpor.

De acordo com Selva (2004), deve-se ter cuidado no processo de ensino-aprendizagem em não limitar uma nova representação às possibilidades de outra já familiar, mas aproveitar essa familiar como base para a ampliação de novos conhecimentos.

Lemos (2005) avaliou o bloco temático Tratamento da Informação para as séries iniciais do Ensino Fundamental, a partir da formação inicial em Pedagogia, por meio de duas estudantes, sem experiência com sala de aula. O objetivo desta pesquisa foi verificar elementos em que o processo de análise a priori de atividades (mapeamento dos conhecimentos mobilizados, construídos e possíveis caminhos na construção do conhecimento) de interpretação de gráficos de barras e de colunas contribui na formação conceitual e didático-metodológica de alunos do Curso de Pedagogia.

Essas futuras professoras foram selecionados após a aplicação de um questionário de caracterização dos sujeitos e de um pré-teste, que serviram de suporte para as primeiras identificações sobre os conhecimentos e dificuldades dos sujeitos quanto à interpretação de gráficos de barra.

A questão que causou inquietação nos autores foi: Será que o professor tem clareza da importância de trabalhar com o tratamento da informação, desde as séries iniciais? A partir dessa questão, surgiu outra: Será que esses professores estão recebendo uma formação adequada, que lhes permita ter um suporte para trabalhar com esse conteúdo em sala de aula?

O procedimento de coleta dos dados baseou-se numa metodologia qualitativa que foi composta por sete etapas de duas horas cada, distribuídas da seguinte maneira: Questionário e Pré-teste; Atividade fundamentação estatística em gráficos de barras; Atividade de fundamentação didática sobre as dificuldades de alunos ao interpretarem gráficos de barra; Atividade de análise a priori de interpretação de gráfico de barra ordinal; Atividade de análise a priori de interpretação de gráfico de barra múltiplas e Pós–teste.

Observou-se que a dupla de estudantes de pedagogia, na maioria das questões, apresentou mais de uma estratégia, que poderiam ser utilizadas para responder à atividade. Contudo, apenas uma estratégia era correta.

A dupla também tomou como referência, em algumas questões, os pontos extremos (máximo e mínimo) para elaborar as novas estratégias, além de considerar a diferença entre elas.

Entretanto, a dupla realizou uma análise do gráfico, considerando os eixos x e y, além de imaginar as diversas formas como uma criança poderia pensar para responder à questão, apesar de sentir dificuldade.

Percebeu-se, também, que a dupla, em algumas questões, elaborou estratégias nas quais propuseram a análise de escalas e a modificação para valores exatos. Quanto à identificação dos conhecimentos que cada estratégia elaborada, percebeu-se que a dupla identificou os conhecimentos em relação a conteúdos matemáticos, como as quatro operações, correspondência e comparação de tamanhos (maior e menor barra), contagem e ordem crescente e decrescente.

Para os gráficos ordinal e múltiplo, a dupla preferiu utilizar material xerografado dos gráficos, pois, esses gráficos são mais complicados, possuem mais detalhes. Uma maneira de trabalhar o assunto seria: se a questão era trabalhosa e complicada, a dupla sugeria que se realizassem trabalhos em grupo ou duplas. Quando a questão era fácil a sugestão foi o trabalho individual.

Diante destes resultados, concluiu-se que o ato de realizar análise a priori de atividades sobre interpretação de gráficos de barras e colunas contribuiu para que os sujeitos obtivessem um maior conhecimento conceitual sobre o conteúdo trabalhado, visto que foi observado uma melhora significativa no desempenho dos sujeitos, do pré-teste para o pós-teste.

Flores e Moretti (2005) desenvolveram um trabalho fundamentado na teoria de Raymond Duval, especificamente sobre a organização semiótica e cognitiva das representações gráficas. Como objetivo específico de investigação, estes autores estavam interessados em ver como as representações gráficas servem de suporte para a comunicação de dados, assim como ver como estes modos de representação possuem linguagem própria. Isto significa analisar como as representações gráficas, em particular, possuem regras, códigos instituídos para a sua composição e requerem um tratamento específico no sistema de representação semiótica.

A problemática de investigação foi formulada por Flores e Moretti (2005) da seguinte forma: como compreender a complexidade da organização visual da informação e da comunicação em representações gráficas? E qual o interesse desta compreensão para a educação matemática?

Primeiramente, os pesquisadores discursaram sobre as funções cognitivas das representações semióticas, que possibilitam a aprendizagem matemática; depois destacaram as representações gráficas, enquanto suporte representacional de dados e informações no ensino da matemática para, enfim, empreender uma análise das implicações cognitivas e das complexidades de organização representacional das representações gráficas na forma de tabela. O objetivo de Flores e Moretti (2005) foi contribuir para a compreensão da diversidade e das especificidades do uso das representações gráficas na, e para, educação matemática.

No caso da organização semiótica de uma tabela, a mesma não se reduz a uma simples disposição de linhas e de colunas; sua organização depende das listas estruturais, e da maneira como elas são colocadas em correspondência.

Para Flores e Moretti (2005) o contexto escolar deveria possibilitar e privilegiar outras tarefas possíveis, para além da leitura de tabelas, de gráficos, tais como: construir, interpretar e preencher uma tabela; reorganizar os mesmos dados em outra representação tabular deveria ser igualmente valorizadas, e sobretudo, tratadas como objeto de estudo e de aprendizagem.

Para estes pesquisadores, as representações gráficas no ensino da matemática, e mesmo de uma maneira geral, estão longe de se constituir num meio de representação simples e evidente, como se supõem geralmente. Particularmente, no ensino, privilegia-se muito mais a tarefa de leitura e identificação de dados retirados de representações gráficas para fins de comunicação em detrimento de outras atividades, tais como a própria construção destas representações. No caso das tabelas, elas não são representações autônomas, como, aliás, todas as representações que privilegiam a visualização. Isto quer dizer que elas se articulam de maneira explícita, ou implícita, com representações num outro registro. Esta articulação, que diz respeito à interação entre a tabela e o enunciado verbal do problema, ou a escritura algébrica, é essencial já que será essa possibilidade que comandará a maneira de ler uma tabela. É a conversão entre os registros que possibilitará uma leitura global das representações gráficas.

Flores e Moretti (2005) consideram, ainda, a grande diversidade de representações gráficas e a riqueza de tarefas que se pode explorar em cada uma destas representações. Normalmente, este fato é negligenciado no ensino. Contudo, o simples fato de mudar de tarefa para o mesmo tipo de representação gráfica pode provocar mudanças de apreensão e, portanto, nos passos de leitura. Esta estratégia implica na elaboração cognitiva, associando pensamento e registro de representação, fato este importante para a aprendizagem matemática.

Dois elementos, segundo Flores e Moretti (2005), são importantes para analisar os movimentos de leitura de representações gráficas na educação matemática. O primeiro, diz respeito à leitura cartesiana, aquela que busca a identificação rápida da resposta à questão solicitada, implicando na associação do que é pedido com a identificação da informação, correspondente na representação. O outro é a leitura global da representação, o que implica numa apreensão global da situação que é dada mediante a articulação dos muitos registros envolvidos.

O papel das representações gráficas no ensino da matemática vai além, portanto, daquele ligado à comunicação e à organização de dados. O uso deste modo de representação implica num estudo do funcionamento semiótico e cognitivo a fim de se destacar os procedimentos metodológicos que geram aprendizagens matemática.

Monteiro (2006) discutiu a noção de senso crítico em interpretação de gráficos como um importante elemento e processo de análise de dados, que se desvincula aos processos de mobilização, emergência e balanceamento dos elementos relacionados com experiências e conhecimentos de quem interpreta os dados. O termo mobilização, para este autor, é usado para enfatizar que o leitor engajado na interpretação não 'transfere' ou 'aplica' diretamente os conhecimentos e experiências prévias. Inclusive porque esta mobilização acontece concomitantemente com a emergência de diferentes e/ou novos significados.

Este artigo focalizou parte do tratamento das informações de uma pesquisa que explorou a interpretação de gráficos da mídia entre estudantes de Pedagogia (que estavam cursando disciplinas de metodologia da matemática para as primeiras séries do ensino fundamental durante o ano acadêmico de 2002 e 2003), vinculados a cursos de formação inicial de professores do Ensino Fundamental, no Brasil e na Inglaterra. O estudo objetivou investigar os elementos e processos relacionados ao senso crítico na interpretação de gráficos da mídia impressa, a partir da aplicação de questionários e entrevistas.

Monteiro (2006) concebeu que o termo senso crítico não se refere apenas à ação de criticar os dados, mas também está relacionado aos elementos e processos fundamentais, cruciais, críticos da interpretação de gráficos. Assim, a noção de senso crítico também engloba a sensibilidade dos leitores para refletir sobre suas próprias ideias, crenças, sentimentos, concepções e conjecturas a respeito dos dados interpretados.

O questionário, como instrumento de coleta de dados para essa pesquisa, contemplou duas partes. A primeira parte tinha como objetivo caracterizar os participantes (estudantes brasileiros e ingleses) e identificar possíveis situações nas quais eles tinham acesso a gráficos da mídia impressa. A segunda seção do questionário era composta por questões relacionadas com a interpretação de exemplos de gráficos da mídia impressa.

Já as entrevistas, segundo Monteiro (2006), foram compostas pelos mesmos gráficos utilizados no questionário. Três foram os itens associados com os gráficos: Se você pudesse conversar com a pessoa que produziu este gráfico, que perguntas você gostaria de fazer? Se os dados desses dois gráficos pudessem ser combinados em um único gráfico, como seria este gráfico? Você acha que essas metas são realistas?

Na medida em que os participantes trabalharam com os dados no decorrer da entrevista, eles mostraram-se conscientes de que o conhecimento técnico sobre a interpretação não era suficiente para responder as questões do tipo de leitura além dos dados. Os participantes construíram interpretações, as quais combinaram diferentes tipos de experiências, emoções e conhecimentos mobilizados e emergentes, que desempenharam um importante papel nas interpretações do gráfico. Portanto, Monteiro (2006) ressalta que tais elementos não devem ser vistos como uma forma de ‘interferência’ que poderia atrapalhar o processo interpretativo.

As análises dos dados mostraram evidências do senso crítico na interpretação de gráficos da mídia, as quais auxiliam a pensar a respeito de situações de ensino e de aprendizagem relacionadas a gráficos. Como o foco da pesquisa foi a formação de professores, Monteiro (2006) destaca em seus resultados, que programas de formação inicial devem possibilitar aos licenciandos reflexões sobre suas próprias interpretações dos gráficos a fim de aprender como lidar com a complexidade de elementos e processos envolvidos na interpretação de gráficos. Os licenciandos também devem ficar conscientes de que o isolamento do conhecimento estatístico de outros tipos de conhecimento e experiências pode ser difícil e não eficaz para os processos de ensino e aprendizagem relacionados ao Tratamento de Informações.

Coutinho e Miguel (2007) descreveram um relato de pesquisa cujo objetivo do estudo foi identificar concepções docentes sobre a análise exploratória de dados. Definiu-se concepção como uma estrutura mental de caráter geral, que inclui crenças, conceitos, significados, regras, imagens mentais e preferências, conscientes ou inconscientes.

No que diz respeito à análise exploratória de dados, a mesma é uma filosofia que consiste no estudo dos dados a partir de todas as perspectivas e com todas as ferramentas possíveis, incluindo as já existentes. O propósito é extrair toda a informação possível, gerar novas hipóteses no sentido de construir conjecturas sobre as observações que dispomos.

A partir desta matriz conceitual, Coutinho e Miguel (2007) elaboraram um instrumento diagnóstico na forma de um questionário, que foi tratado com a ajuda do software CHIC (Classificação Hierárquica, Implicativa e Coesitiva), particularmente a análise de similaridades e coesitiva. Trinta e três professores de Matemática da Escola Básica, sendo 25 deles alunos de um Mestrado Profissional da cidade de São Paulo e os demais participantes de um projeto de pesquisa que incluiu a formação continuada na mesma instituição.

O questionário foi organizado em três partes: a primeira delas visou construir o perfil dos respondentes, a segunda buscou identificar o grau de concordância que os professores atribuem em relação à alfabetização estatística e a terceira envolveu a análise didática e matemática de situações-problemas sobre o tema.

Primeiramente, na análise dos dados, buscou-se traçar a caracterização dos professores que responderam o questionário, quanto ao gênero, idade e tempo que leciona matemática. Observou-se na amostra, que os professores com mais de 50 anos de idade podem ser favoráveis ao trabalho com a estatística em suas aulas dentro de princípios que podem encaminhar para a filosofia da Análise

Exploratória de Dados e permitindo ao aluno ocupar a posição de aprendiz ao invés de reproduzir técnicas apresentadas previamente.

Observou-se também que um grupo de professores que mostrou uma visão mais intuitiva da Estatística Descritiva também tem condições de abordar a Estatística em sala de aula com uma visão da Analise Exploratória de Dados. No entanto, sabe-se que para uma aprendizagem efetiva a visão intuitiva não é suficiente e que, portanto, é preciso apresentar aos alunos o conceito em suas várias representações e vários enfoques, não fugindo aos aspectos formais necessários, como por exemplo, as noções básicas de probabilidade. Estas noções podem ser abordadas desde as series iniciais da escolaridade, conforme resultados de pesquisas e orientações dos Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Fundamental.

Percebeu-se um agrupamento de professores que mesmo tendo sido formados em uma época de enfoque tecnicista para a abordagem da estatística, possuem opiniões favoráveis à adoção da filosofia da Análise Exploratória de Dados. Observou-se assim que as professoras que responderam ao questionário tem uma posição bastante definida quanto à abordagem de conceitos estatísticos em sala de aula, abordagem essa que favorece a adoção da filosofia da Análise Exploratória de Dados.

Notou-se que, entre os 23 respondentes, apenas cinco professores discordaram totalmente com o uso de estatísticas de ordem, enquanto os demais se dividiram, quase igualmente, entre a concordância total e a parcial deste item. Levantaram assim uma questão: como concordar em ensinar algo que não dominamos?

Pode-se perceber um discurso docente predominantemente favorável aos itens que constituem a filosofia da Análise Exploratória de Dados. No entanto, as práticas observadas usualmente mostram que este tema não tem sido trabalhado em sala de aula.

Oliveira (2009) investigou de que forma estavam sendo utilizados os livros didáticos de Matemática, por professores das séries iniciais do Ensino Fundamental, na Rede Municipal de Ensino do Recife. Mais especificamente, foi observado o trabalho dos professores em relação à Estatística, e, nela, os aspectos relacionados às representações em tabelas e gráficos. A justificativa pela temática de pesquisa deu-se por ser a aprendizagem da Estatística uma demanda mais recente do mundo moderno, em relação aos demais conteúdos, tanto em documentos curriculares nacionais quanto internacionais.

As questões que permearam a pesquisa foram: Como as professoras trabalham com estatística a partir do livro didático? Qual a postura adotada por elas em relação ao livro, o conteúdo e os alunos?

A metodologia de pesquisa consistiu-se na observação de aulas de quatro professoras que atuavam no 4º ano, na Rede Municipal de Ensino do Recife e na realização de entrevista ao final de cada aula observada. Foram observadas quatro aulas de cada uma das professoras participantes. As 16 aulas observadas foram áudio-gravadas e depois transcritas. Buscou-se, ainda, investigar como elas haviam preparado aquela aula para identificar se a professora havia utilizado o livro didático como um material de apoio na preparação da mesma.

Para a análise de dados, tomou-se como referencial a análise de conteúdo, onde o investigador escolhe o tipo de conteúdo a ser examinado, podendo ser ele manifesto ou latente, cujo interesse é perceber não só o que é dito, mas o que está oculto no discurso, buscando compreender, inclusive, o que está nas entrelinhas das mensagens.

Identificou-se no desenvolvimento das aulas: uso sequenciado do livro; explicação do conteúdo; explicação da atividade; contextualização do conteúdo; contextualização dos dados da atividade; apresentação de exemplos não propostos pelo livro; leitura de enunciados das atividades; demonstração da resolução de questões mandando em seguida fazer a mesma e/ou outras no caderno; resolução oral das questões mandando em seguida os alunos responderem no caderno; espera para os alunos copiarem e responderem no caderno e orientação os alunos individualmente.

Oliveira (2009) percebeu que se tornou necessário assegurar a qualidade dos livros didáticos, que devem apresentar propostas condizentes com as necessidades de desenvolvimento do trabalho em sala de aula. Tornou-se necessário também, a construção de processos de formação de professores, que oportunizem aos mesmos, a possibilidade de reflexão sobre os conhecimentos para o desenvolvimento do trabalho com Matemática em sala de aula e levem os professores a necessidade de estudar e se atualizar sendo consciente de sua parcela de responsabilidade com a sua formação. Dessa forma, talvez esse seja um percurso possível para levá-los a refletir sobre sua prática e sobre os limites que lhe são "impostos" quando o seu conhecimento é limitado, no caso, o trabalho com a Estatística.

Lopes (2010) apresentou uma discussão a respeito do lugar da formação estatística e probabilística no currículo de matemática para a educação básica e também sobre as perspectivas teóricas-metodológicas para a educação estatística nos seus diferentes níveis de ensino.

A intenção foi apontar a necessidade de se trabalhar a estatística e a probabilidade na perspectiva da educação estatística e da educação matemática, quando a problematização tem papel central no processo de ensino e aprendizagem. Em síntese, apresentou-se neste artigo, o esboço de uma perspectiva teórica que pretende contribuir para o debate sobre a prática da educação estatística, suas limitações e possibilidades.

Desta forma, este estudo considerou pressupostos que destacam a importância e a necessidade do ensino da estatística, integrada com a probabilidade, desde o inicio da escolarização da criança.

Para analisar a formação estatística e probabilística necessárias aos estudantes foi necessário que se colocasse foco sobre as perspectivas teórico-metodológicas da educação estatística, as quais precisam estar articuladas com a Educação Matemática. É necessário ter a percepção da probabilidade como um tema matemático que auxiliou a Estatística tornar-se ciência, e, portanto, é a principal interface entre a Estatística e a Matemática.

Como síntese dessa análise, Lopes (2010) argumentou que as atividades de ensino precisam envolver a proposta de problemas estatísticos, a realização de projetos de investigação estatística, a realização de experimentos e de confronto com simulações para exercitar a tomada de decisão. Analisar, explicar e quantificar a variabilidade dos dados irá permitir aos estudantes diferenciar a estatística da matemática, permitindo a apropriação da linguagem e dos conceitos presentes na educação estatística. Cabe destacar que a probabilidade desempenha um papel importante na análise estatística, e por isso, uma compreensão intuitiva de probabilidade, precisa estar presente nos níveis iniciais da escolarização, para posteriormente os estudantes formalizarem os conceitos probabilísticos.

ANEXO B – ENEM 2001

A comunicação científica de Lopes e Moura (2001) retratou fases de uma pesquisa de doutorado centrada no desenvolvimento profissional de um grupo de professoras envolvidas com o ensino e aprendizagem de Estatística e Probabilidade na Educação Infantil.

Esteves e Magina (2001) apresentaram resultados decorrentes da avaliação de uma sequência de ensino envolvendo conceitos de análise combinatória, aplicada em alunos que cursavam o atual 9º ano do Ensino Fundamental.

Guimarães, Gomes Ferreira e Roazzi (2001) investigaram concepções espontâneas de alunos matriculados no 4º ano do Ensino Fundamental, sobre a seleção e organização de dados estatísticos.

Lima (2001) apresentou resultados parciais do seu material empírico em fase final de coleta de dados, envolvendo oito professores e oito estudantes de um curso de Educação de Jovens e Adultos, em um contexto de interpretação de gráficos veiculados pela mídia impressa.

Na sequência apresentamos aspectos teóricos-metodológicos de cada um dos trabalhos já citados.

Lopes e Moura (2001) elaboraram um texto narrativo envolvendo algumas fases da pesquisa de Doutorado da primeira autora, até então, não concluída. A motivação para esta pesquisa partiu do enfoque curricular dado à sua dissertação de Mestrado, ou seja, a análise de documentos curriculares no âmbito nacional e internacional quanto às recomendações e orientações do ensino de Estatística e Probabilidade desde a Educação Infantil.

No projeto de Doutorado o foco foi o ensino destas áreas, de forma inter-relacionada, considerando a análise dos conhecimentos dos professores da Educação Infantil, bem como, as possíveis mudanças ocorridas a partir de um processo de intervenção. Decorrente disto foi formulada a questão de investigação: que alterações pode provocar na formação e prática do professor um processo de reflexão sobre o ensino de estatística e probabilidade?

O desenvolvimento desta pesquisa é justificado pelo fato de Lopes e Moura (2001) considerarem relevante que o ensino da Probabilidade e da Estatística faça parte do currículo de Matemática desde a Educação Infantil, pois, possibilita ao estudante desenvolver a capacidade de coletar, organizar, interpretar e comparar dados para obter e fundamentar conclusões. De acordo com estas autoras, é papel da escola proporcionar ao estudante, desde a Educação Infantil, a formação de conceitos estatísticos e probabilísticos que o auxiliarão no exercício de sua cidadania.

Para responder a problemática desta pesquisa, Lopes e Moura (2001) optaram por desenvolver um percurso metodológico qualitativo, por entender que a produção de informações decorrente do trabalho de campo desenvolvido junto ao grupo de professoras participantes, enfatiza mais o processo do que o produto. Decorrente disto, foram utilizadas entrevistas com os professores participantes para obter suas considerações sobre o ensino de Estatística e Probabilidade, registros em vídeo dos encontros realizados com as professoras, elaboração de relatórios sobre a prática pedagógica, bem como a intenção de acompanhar as atividades docentes de pelo menos duas profissionais.

Nesse momento, o trabalho estava na fase de redação do relatório para qualificação, com um conteúdo envolvendo considerações sobre o processo de desenvolvimento profissional de um grupo de professoras ao ensinarem e aprenderem as noções básicas de Estatística e Probabilidade na Educação Infantil.

Esteves e Magina (2001) apoiaram-se em resultados de algumas pesquisas publicadas na década de noventa que apontaram como dificuldades mais comuns a interpretação e distinção entre arranjo e combinação, fazendo com que os alunos não consigam desenvolver problemas ou os desenvolvam de forma equivocada.

O objetivo desta pesquisa foi estudar a aquisição e desenvolvimento dos primeiros conceitos de análise combinatória em adolescentes de 14 anos, cursando o 9º ano do Ensino Fundamental.

O percurso metodológico desta investigação exigiu um estudo preliminar da pré-concepção dos alunos sobre análise combinatória, por meio da aplicação de um instrumento diagnóstico (pré-teste), aplicado em um grupo experimental formado por alunos que estavam cursando o 9º ano e, em um grupo de referência com alunos de uma 2ª série do Ensino Médio.

O planejamento da sequência de ensino levou em conta as pré-concepções dos alunos e foi aplicada nos estudantes do 9º ano, durante sete encontros de aproximadamente 1 hora. Após esta fase, aplicaram novamente um instrumento diagnóstico (pós-teste) com a finalidade de analisar o processo de aprendizagem desses alunos.

A construção do instrumento de pesquisa contou, por um lado, com o estudo da transposição didática que permitiu escolher a abordagem utilizada na sequência de ensino em questão. Esta abordagem foi definida após a análise do estudo histórico dos métodos desenvolvidos para a resolução da análise combinatória, a avaliação de livros didáticos atuais, bem como as diretrizes recomendadas nos Parâmetros Curriculares Nacionais (Brasil, 1998). Por outro lado, a teoria dos campos conceituais, foi relevante na elaboração de uma sequência de ensino contendo um mesmo tipo de raciocínio explorando situações variadas para que o objeto do estudo pudesse ser representado em situações diferenciadas.

Os resultados da aplicação do instrumento de pesquisa apontou que o trabalho de análise combinatória a partir de resolução de problema torna o seu ensino bem mais eficiente.

Guimarães, Gomes Ferreira e Roazzi (2001) apresentaram um estudo desenvolvido com alunos do 4º ano do Ensino Fundamental, no qual buscou-se investigar quais as concepções espontâneas que os alunos têm sobre a seleção e organização de dados; quais os tipos de categorias (binárias, nominais, ordinais não-numéricas e ordinais numéricas) que os alunos criam; se os alunos apresentam dificuldades diferentes para lidar com descritores; se percebem a importância de nomear as categorias como uma ação estruturadora. e como organizam os dados em tabelas. Entende-se por descritor a relação “pertencer a mesma categoria” como consequência da relação “tem a mesma propriedade”.

Foram aplicadas três atividades. Na primeira atividade participaram 56 alunos do 4º ano de uma escola pública de Olinda, com idade entre nove e dez anos, que individualmente desenvolvessem a seguinte questão: “preencher uma tabela a partir das características dos bichos que estão nas cartelas”.

Na segunda atividade, 26 alunos participaram de uma sequência de atividades desenvolvidas no computador, utilizando-se o software Tabletop. A questão norteadora desta atividade foi: “qual raça de cachorro que eles achavam que corria mais?”

Finalmente, na terceira atividade, foi solicitado aos alunos que já haviam participado das atividades anteriores, que individualmente resolvessem a atividade: “preencher uma tabela a partir das características dos esportes que estão nas cartelas”.

A análise do desempenho dos alunos mostrou que o melhor rendimento deu-se na segunda atividade, devido ao uso do computador como elemento motivador na busca da solução. Guimarães, Gomes Ferreira e Roazzi (2001) interpretaram o pior rendimento com a terceira atividade, em função de uma prática escolar que costuma trabalhar com a categorização de animais e não de esportes, levando, dessa forma, a uma familiarização grande desses alunos com essa categorização. Na verdade, tem-se ensinado algumas classificações e não a importância e a forma de como classificar.

O estudo dessas autoras ressaltou que o percentual mais alto nessas atividades é a categoria nominal. Outro resultado relevante neste estudo foi a possibilidade de alunos com idade entre 9 e 10 anos, apesar de dificuldades, criar categorias.

Lima (2001) apresentou um relato de uma pesquisa institucional na Universidade Federal de Pernambuco, através do Programa de Iniciação Científica, encontrando-se em fase de finalização da coleta de dados, na área de Psicologia da Educação Matemática. Esta investigação foi desenvolvida com o objetivo de estudar como sujeitos, adolescentes e adultos, interpretavam gráficos veiculados pela mídia impressa, buscando analisar as estratégias de visualização construídas e suas relações com conhecimentos matemáticos específicos. Mais especificamente, buscou-se responder: quais as estratégias de visualização os sujeitos utilizam na interpretação dos gráficos? Que tipos de conteúdos matemáticos são utilizados nos processos interpretativos realizados pelos sujeitos? Como o conhecimento da matemática escolar pode auxiliar os sujeitos na interpretação dos gráficos?

Neste momento a pesquisa de Lima (2001) encontrava-se em andamento, tendo concluído o estudo piloto e o estudo principal. O estudo principal constou de sessões individuais de resolução de problemas onde dezesseis sujeitos, oito professores de matemática e oito alunos trabalhadores com pouca escolarização, foram solicitados a resolver questões-problema a partir de três gráficos. Questões gerais como “o que esse gráfico lhe sugere?” foram apresentadas a todos os sujeitos, com o objetivo de explorar a primeira impressão dos sujeitos sobre os gráficos. Já a pergunta “qual a sua conclusão sobre esse gráfico?” foi colocada para os sujeitos ao final de cada tarefa gráfica, objetivando-se investigar posicionamentos conclusivos sobre aspectos levantados no decorrer da entrevista ou modificá-los.

As questões específicas envolveram a investigação de relações, comparações e previsões sobre os fenômenos representados em cada gráfico (linha ou barra).

ANEXO C – ENEM 2004

Santos (2004) propôs discutir o tema Tratamento da Informação nos anos iniciais do Ensino Fundamental, a partir da análise de um estudo de caso realizado com uma professora não especialista em matemática. Neste relato, foram abordados apenas os conceitos básicos de Estatística, tais como leitura e interpretação de informações contidas em gráficos, coleta e organização de informações, interpretação e elaboração de listas, tabelas simples e de dupla entrada. Neste artigo, o autor analisou o momento da sua atuação, quando buscou apoio nos livros didáticos para elaborar atividades que deveriam ser desenvolvidas no ambiente computacional.

Neste estudo foi utilizado o aplicativo Tabletop, um software com interface acessível e envolvente, principalmente para o público deste estudo: alunos e professores das séries iniciais do Ensino Fundamental.

A professora participante do estudo de Santos (2004) vivenciou dois momentos da pesquisa, o de formação e atuação. Durante o momento da formação a professora se familiarizou com o ambiente computacional, especificamente com os recursos do Tabletop, por meio de atividades de coleta, organização e manipulação de dados. Essa formação ocorreu em encontros coletivos (com um grupo de professores da própria escola) e em encontros individuais (somente a professora com a pesquisadora).

A professora sentindo-se familiarizada com o Tabletop e com as questões matemáticas presentes nas atividades já desenvolvidas, deixou o papel de professora-aluna e assumiu uma postura mais ativa. Encontraram em um momento da pesquisa chamado de atuação, uma vez que a professora durante os encontros coletivos auxiliava outros professores na familiarização com o Tabletop e na elaboração de atividades para os alunos. Nos encontros individuais usava esse espaço para também elaborar e discutir suas próprias atividades.

Como resultado da pesquisa, Santos (2004) declarou que o trabalho com Tratamento da Informação, incluindo-se o uso do ambiente computacional para a organização e análise de informações, foi uma experiência inovadora para os professores participantes dessa pesquisa. A maior parte dos professores da escola pesquisada, não era usuária de computador e o desafio da familiarização com os recursos oferecidos pelo Tabletop foi apenas o primeiro passo para a aprendizagem e trabalho com os conceitos elementares de estatística utilizando essa tecnologia.

O processo de adaptação de uma atividade do livro didático para o ambiente do Tabletop, por parte da professora, revelou dois pontos importantes a serem analisados: o papel do livro didático como fonte de referência para o professor e o papel da tecnologia como simples reprodutora do livro didático. De acordo com Santos (2004), foi possível observar que o livro didático serviu como principal material de apoio para os professores obterem sugestões de atividades sobre tratamento da informação. Isso nos leva a refletir o quanto é importante que os livros das séries iniciais disponham de um trabalho de qualidade sobre esse assunto. As atividades propostas ainda se restringem, na maioria das vezes, à análise de gráficos seguidos de questões sobre o mesmo, ou tabelas, para que os alunos construam os gráficos e depois respondam a questões sobre os mesmos.

Na forma como os livros apresentam este tipo de atividade, entender o caminho inverso (dos dados tratados voltar para os dados brutos) necessário para a utilização do Tabletop, não foi uma tarefa simples para os professores envolvidos na pesquisa. Santos (2004) afirmou que nem sempre o que era resolvido facilmente no papel e lápis poderia ser resolvido com a mesma facilidade no Tabletop. A cada tentativa de adaptar uma atividade do livro para o Tabletop a professora vivenciava um momento de questionamento, reflexão e aprendizagem, percebendo que não bastava estar dominando gráficos e tabelas no ambiente do Tabletop. Ela precisava parar e refletir, pois não dispunha de um esquema que funcionasse para aquela nova situação.

A professora, segundo Santos (2004), precisou desenvolver novas competências para resolver o problema, o que a fez despender de um tempo para refletir, explorar e discutir a respeito desse problema inclusive com outras professoras que sentiam a mesma dificuldade.

Lemos e Gitirana (2004) apresentaram um estudo que verificou como o processo de análise a priori de atividades de interpretação de gráficos de barras e de colunas contribui na formação conceitual e didático-metodológica de alunos do Curso de Pedagogia. Entende-se por processo de análise a priori o mapeamento dos conhecimentos mobilizados, construídos e possíveis caminhos na construção do conhecimento pelos alunos.

Este relato envolveu a produção de informações gerada pela dupla com experiência de ensino nos anos iniciais do Ensino Fundamental. Após a aplicação e análise do pré-teste observaram que a dupla declarou apresentar maior dificuldades em relação ao conteúdo de localização de variação (crescimento, decrescimento e estabilidade), de composição de frequência (soma total de valores) e de quantificação de variação. A partir destes dados, Lemos e Gitirana (2004) elaboraram uma lista de atividades com três tipos de gráficos de barra, sendo: um com variável nominal; outro, com variável ordinal; e um outro, com variável múltipla para o momento de análise a priori das atividades, o momento de intervenção que teve como objetivo observar as possíveis dificuldades propostas em cada atividade, tanto em nível conceitual como em nível didático-metodológico.

Os autores concluíram que os sujeitos tinham pouca familiaridade com conteúdos estatísticos e, principalmente, com questões variacionais, além da leitura de valores em escalas quando esses não correspondiam a valores exatos.

Diante destes resultados, Lemos e Gitirana (2004) concluíram que o ato de realizar análise a priori de atividades sobre interpretação de gráficos de barras e colunas contribui para que os sujeitos obtivessem um maior conhecimento conceitual sobre o conteúdo trabalhado visto que foi observado uma melhora significativa no desempenho dos sujeitos do pré para o pós-teste em relação a todas as atividades. Além disso, observaram também que os sujeitos passaram a perceber que o professor necessitava estar sempre atento ao tipo de atividades que estava elaborando e o quão rico pode ser uma tarefa quando esta é bem planejada.

Dornelas (2004) apresentou fragmentos da sua dissertação de mestrado, cujo objetivo foi avaliar o grau de destreza dos alunos no tocante à resolução de problemas em matemática, especificamente em análise combinatória.

Para contemplar o objetivo de sua pesquisa, a autora realizou uma trabalho de campo com alunos do 2º ano do ensino médio de duas escolas, sendo uma pública e outra particular, reunindo um total de 87 alunos entrevistados. A pesquisa foi orientada no sentido de aprofundar o debate a respeito do processo de contagem e fazer uma abordagem quantitativa e qualitativa desse processo. A proposta foi identificar os erros dos alunos, explicar o motivo desses erros e então oferecer sugestões para uma aprendizagem significativa. Não houve justificativa para a escolha do tema.

Foram aplicados dois questionários: no primeiro, buscou-se avaliar o nível de apropriação dos alunos com relação aos conceitos, vocabulário e aspectos relevantes ao estudo da análise combinatória. No segundo, buscou-se avaliar a habilidade dos alunos em resolver quatro problemas simples envolvendo o conteúdo. Para implementar essa segunda fase, selecionou-se um grupo de doze alunos da 2ª série do Ensino Médio de uma escola particular. Foi aplicado o pré-teste envolvendo quatro dias de trabalho com situações problemas e o pós-teste. O objetivo dessa segunda fase da pesquisa, segundo Dornelas (2004), foi responder a seguinte questão: quais as consequências pedagógicas verificadas nos resultados obtidos pelos alunos, quando esses são submetidos a uma aprendizagem intensiva do Princípio Multiplicativo?

De acordo com a análise feita, boa parte das tentativas de resolução enfatizou a utilização de algoritmos diversificados, além daqueles normalmente utilizados em análise combinatória. O desconhecimento do Princípio Multiplicativo ou uma apropriação inadequada de seus fundamentos básicos forneceu informações importantes em relação ao fracasso obtido em algumas situações analisadas.

Stella (2004), em sua pesquisa de mestrado, primeiramente apropriou-se do conceito de média do ponto de vista epistemológico e histórico. Então, iniciou uma análise dos instrumentos ligados ao ensino de Matemática (Parâmetros Curriculares Nacionais, livros didáticos, Sistema de Avaliação da Educação Básica - SAEB e ENEM), identificando quais aspectos do conceito de média foram enfatizados.

A coleta de dados foi baseada em entrevistas individuais com tempo médio de 90 minutos, estruturadas com oito tarefas resolvidas por sete alunas do Ensino Médio de uma escola pública na cidade de São Paulo.

A questão geradora da pesquisa foi: quais são as interpretações do conceito de média, de alunos do ensino médio, que seguem o currículo brasileiro? Houve outras duas questões que ajudaram a responder a questão principal: Quais características do conceito de média, em geral, são enfatizadas no currículo de Matemática do Ensino Médio, em documentos oficiais e instrumentos de avaliação? Quais características deste conceito são enfatizadas em pesquisas que visam compreender a aprendizagem de tal conceito?

Nesse artigo, Stella (2004) apresentou da pesquisa realizada, resultados referentes a problemas de construção (é dada a média e o aluno constrói a distribuição dos dados) e problemas tradicionais (todos os dados são conhecidos e pede-se a média aritmética relativa aos mesmos).

Conforme a autora, um resultado que chamou atenção foi a utilização correta de práticas empregadas na solução de problemas do conceito de média aritmética ponderada, contrariando resultados de pesquisas que mostravam casos em que os alunos tendem a empregar a fórmula da média aritmética simples. Uma hipótese levantada por Stella (2004) é que este resultado seja devido à idade dos seus sujeitos de pesquisa (mais velhos que a maioria dos sujeitos de outros estudos). Porém, os alunos participantes da pesquisa de Stella (2004), apresentaram dificuldades em ler e interpretar gráficos, quando estes não eram relacionados a problemas de construção, e também em calcular a média quando o número da amostra não era dado explicitamente.

Os resultados das entrevistas do estudo, segundo a autora, revelaram, que nem sempre o conhecimento das regras de cálculo por parte dos estudantes implica necessariamente uma compreensão real dos conhecimentos subjacentes. Se os alunos adquirem apenas o conhecimento de tipo algorítmico é mais provável que cometam erros previsíveis (uma das alunas, por exemplo, errou a questão do SAEB por não ter clareza sobre divisão não-exata, ou seja, números decimais) salvo nos problemas mais simples onde basta calcular a média simples.

Segundo Stella (2004), a média aritmética é um objeto de apreciável complexidade e não simplesmente um algoritmo e, por este motivo, esta noção algorítmica só deveria ser introduzida depois que os estudantes tivessem desenvolvido um raciocínio consistente da representatividade deste conceito.

Lima (2004) justificou a utilização da representação gráfica pela expansão da mesma, exercendo forte influência nos mais diversos meios de comunicação: escrito ou oral. Nesse contexto, a leitura e interpretação de gráficos, torna-se um fator cada vez mais importante na construção da cidadania (Batanero, 1992).

Segundo o Parâmetro Curricular Nacional – PCN – Matemática, do Ensino Fundamental (1997) propõe a introdução do bloco de conteúdo "Tratamento da Informação" a partir das séries iniciais, justificada pela demanda social da utilização de representações gráficas na sociedade (BRASIL, 1997, p.56).

Este estudo foi baseado em questões que pudessem relacionar a introdução do conceito de média aritmética por meio de representações gráficas, utilizando problemas inseridos no cotidiano dos alunos. Para isso, a autora desenvolveu uma intervenção de ensino a qual foi realizada em ambiente informático utilizando o software Tabletop que consiste de um banco de dados o qual apresenta uma interface gráfica.

A escola onde o estudo foi realizado faz parte da rede estadual de ensino, localizada na região central da cidade de São Paulo. Para participar da pesquisa, foram escolhidas duas turmas de 4ª série do Ensino Fundamental. Para efeito de análise dos resultados, foi utilizado apenas os resultados dos alunos que participaram das 3 fases da aplicação do projeto: Pré-teste, Intervenção de ensino e pós-teste.

Segundo Lima (2004), os resultados indicaram que o desenvolvimento das atividades de intervenção direcionadas à leitura de gráficos, utilizando diferentes escalas, na resolução de problemas, pode minimizar as dificuldades apresentadas pelos alunos quanto à "leitura dos dados", na representação gráfica com escala diferente da unitária.

Borba et al (2004) analisaram uma proposta de formação continuada que teve como foco principal a realização de pesquisas em sala de aula por professoras dos primeiros ciclos do ensino fundamental. Observaram como as professoras concebiam e realizavam pesquisas dentro de seu contexto escolar antes e durante o processo de formação proposto.

Apropriando-se da investigação em sua sala de aula e utilizando os resultados obtidos pelas suas pesquisas e as de outros, o professor deixará de ser mero consumidor passivo do conhecimento que é produzido pelos pesquisadores universitários (ESTEBAN; ZACCUR, 2002). O professor passará a ser também um produtor de conhecimento e valorizará com maior intensidade os processos investigativos realizados em sala de aula. A pesquisa, desta forma, tomará outro sentido e a aplicação de resultados de pesquisas em sala de aula será muito mais imediato.

Neste estudo foi tomada a definição dada por Bagno (1998) de pesquisa como sendo uma “investigação feita com o objetivo expresso de obter conhecimento específico e estruturado sobre um assunto preciso”(p.18). Dessa forma, os professores do ensino básico devem realizar pesquisas para conhecer de forma sistematizada e estruturada os processos ocorridos em sua sala de aula.

A pesquisa foi realizada durante o ano de 2003 em uma escola da rede municipal do Recife. Durante quatro meses um grupo de professoras da escola reuniu-se com as coordenadoras do projeto, professoras de Metodologia do Ensino da Matemática da Universidade Federal de Pernambuco, e com as bolsistas, graduandas em Pedagogia da mesma instituição.

Inicialmente um questionário sobre as concepções de pesquisa em sala de aula foi respondido por 16 professoras da escola, sendo que as perguntas do mesmo eram respondidas individualmente e uma pergunta por vez. Ao apresentar as perguntas uma por vez objetivava-se que as professoras fossem respondendo as questões sem retornar para as já respondidas no sentido de ‘corrigir’ as respostas anteriormente dadas.

Das 16 professoras que responderam o questionário, 8 foram selecionadas para participarem de nove encontros. As pesquisas efetuadas pelas professoras envolviam os conteúdos matemáticos sendo por elas trabalhados na época com seus alunos. As professoras se reuniam em duplas, agrupadas por série ensinada, com as coordenadoras e bolsistas do projeto.

Observou-se que as professoras passaram a ter um melhor entendimento de processos investigativos e de como poderiam direcionar os resultados obtidos em suas pesquisas para a melhoria do ensino-aprendizagem.

Segundo Borba et al (2004), foram destacados como aspectos positivos do processo o de que haviam aprendido a olhar mais detalhadamente os avanços e dificuldades de seus alunos, e de que o trabalho em dupla tinha sido muito bom para o planejamento e análise das pesquisas realizadas.

ANEXO D – ENEM 2007

Na sequência apresentamos informações de cada uma das produções extraídas do ENEM-2007.

Biajone (2007) argumentou que a grande maioria dos alunos, em especial os da área de humanas, percebe a Estatística como um amontoado de fórmulas, demonstrações e exercícios de repetição, porque só lhes foi dada a opção de aprendizagem pautada em moldes computacionais e determinísticos. Portanto, seria o caso de proporcionar instâncias de reformulação deste ensino em prol de uma (re)significação destas percepções em relação à Estatística, compatibilizando-a com propostas pedagógicas que melhor se adequassem à natureza deste saber.

Segundo o autor, a opção por uma abordagem didático-metodológica alternativa pode romper com este círculo vicioso e propiciar instâncias de (re)significação deste ensino e, consequentemente, das percepções negativas por ele promovidas. Foi tendo este objetivo como eixo norteador que, no ano de 2004, o pesquisador se propôs a optar pela proposta do Trabalho de Projetos, visando ensinar Estatística a alunos de um curso de Pedagogia de uma faculdade particular do interior do Estado de São Paulo.

A turma optou por pesquisar o que os professores das Escolas de Ensino Fundamental, mantidas pelo município, pensavam sobre a prática da inclusão de alunos com necessidades educacionais especiais em suas escolas. Foi sugerido à turma que o tema poderia ser mais bem investigado se fosse desdobrado em enfoques de interesse de cada grupo. Em outras palavras, os diferentes enfoques não só permitiriam com que cada grupo vivenciasse as várias fases do projeto de acordo com o enfoque escolhido, trabalhando com seus próprios dados, à sua maneira, mas também de perceber que a produção ao longo do semestre tornar-se-ia parte imprescindível de um todo sobre o qual cada um deles estaria debruçado.

Da mesma forma que o trabalho com o projeto estatístico sinalizou para o fato de que alguns alunos não estavam preparados para lidar com o nível de protagonismo que se viram investido, ele também evidenciou que havia alunos que, pelos mais variados motivos, não se comprometeram com seus grupos, com os enfoques que haviam escolhido, e com o seu próprio aprendizado estatístico, relegando a terceiros suas tarefas e obrigações.

Guimarães et al (2007a) buscaram investigar as propostas didáticas apresentadas de maneira geral e, mais especificamente, relacionadas à aprendizagem de representações gráficas apresentadas no manual do professor nas coleções didáticas das séries Iniciais do Ensino Fundamental aprovados pelo Programa Nacional do Livro Didático de 2004.

Para tal, analisaram os manuais de orientação ao professor das 17 coleções didáticas de Matemática aprovadas. Assim, a pesquisa realizada englobou a análise de duas partes distintas que compõe o manual do professor, a parte geral e a parte específica, focando o trabalho com representação em gráficos e tabelas.

Em relação à análise da parte geral do manual do professor, Guimarães et al (2007a) observaram que todas as coleções tanto estabelecem uma linguagem clara e acessível aos professores, como apresentam uma proposta didática voltada para o ensino dos conteúdos matemáticos de forma significativa para os alunos. Enfatizou-se a importância de se estabelecer relações entre os conteúdos a serem apreendidos e o cotidiano das crianças a partir de situações-problema reais ou fictícias.

Observou-se, também, que os autores propuseram um estímulo a diferentes tipos de respostas, por meio da confrontação das mesmas; promoção de situações as quais a argumentação entre os alunos se faz necessária; valorização da construção de conceitos pelos alunos a partir da observação de regularidades. Observou-se que 94% dos manuais expressaram por um lado, a importância de uma organização do trabalho em grupo, com o argumento que essa forma de organização didática, promove a interação aluno/aluno permitindo a troca de ideias (conhecimentos), a cooperação, dentre outros. Por outro lado, apontaram a necessidade de estabelecer articulações entre esses conhecimentos e o conhecimento matemático dito formal.

Ao analisar se as coleções propuseram um trabalho interdisciplinar, ou seja, um trabalho associando as representações a outros componentes curriculares percebeu-se que 94% das mesmas associavam a Geografia, Ciências, Língua Portuguesa, dentre outros.

Constatou-se, também, que em 88% dos manuais houve uma preocupação com a apresentação do conhecimento matemático enquanto construção histórica e cultural que se encontra em permanente processo de evolução.

Ao analisar a parte específica o trabalho com representação em gráficos e tabelas, Guimarães et al (2007a) verificaram que os manuais do professor de cada uma das séries explicitaram e quais as habilidades que os mesmos ressaltaram como sendo importantes de serem apreendidas pelos alunos em cada uma das séries.

A partir da análise dos dados coletados, Guimarães et al (2007a) concluíram que a maioria dos manuais do professor usaram uma linguagem bastante acessível aos docentes, apresentando um discurso atual, no que diz respeito às novas tendências pedagógicas. Consideraram, também, o que é ressaltado pelos Parâmetros Curriculares Nacionais e pelo Guia do Programa Nacional do Livro Didático, enquanto aspectos importantes a serem incluídos nas propostas didáticas adotadas pelos mesmos.

Pamplona (2007) afirmou que de acordo com a pesquisa, no Brasil, de maneira geral, apenas no nível superior, bacharéis na área dedicaram-se ao ensino da Estatística, enquanto que na Educação Básica, via de regra, este se encontra a cargo de professores licenciados em Matemática. Esse fato faz com que, nesse nível de ensino, a Educação Estatística não seja pensada independentemente da Educação Matemática. Isso justifica o propósito do autor, enquanto educador matemático e professor de cursos de Licenciatura em Matemática, de discutir questões concernentes à Educação Estatística. O autor classificou dois tipos de Inferência: "Inferência Matemática" e "Inferência Estatística". A primeira faz uso do argumento dedutivo e o outra, basicamente, do argumento indutivo.

O objetivo dessa pesquisa foi contribuir com a formação do educador matemático. O foco da pesquisa é o ensino da Estatística nos cursos de Licenciatura em Matemática.

A opção metodológica foi a pesquisa qualitativa, descritiva e interpretativa. Esta opção deveu-se ao fato de que pesquisas deste tipo permitem uma apreensão mais completa do objeto de estudo. A seguir estão descritas as questões levantadas pelo autor, para a realização da pesquisa, e suas conclusões a respeito da lógica da inferência estatística.

A primeira questão “Porque usar o termo ‘rejeitar’ em lugar de ‘não aceitar’ e ‘não rejeitar’ em lugar de ‘aceitar’? implica no fato que a estatística é uma ferramenta em que o pesquisador conversa com a natureza por meio de hipótese e obtém respostas por meio de experimentos, considerando que a hipótese é uma resposta provisória que será rejeitada ou não rejeitada. Por isso, em lugar de aceitar, o cientista prefere ser cauteloso e dizer não rejeitar, associando, a essa última expressão uma probabilidade. Esta é uma justificativa que, também, não deixa claro por que se usa o termo na negativa, colocando a ênfase na aleatoriedade da amostra e na cautela do pesquisador. Porém, como o aluno da matemática tem alguma familiaridade com as noções de lógica, seria apropriado que se fizesse essa discussão sobre a implicação lógica.

A segunda questão: “Por que ao rejeitar a hipótese nula não estamos aceitando a hipótese alternativa, mas sim tendo apenas indícios?” se faz necessário ressaltar que o fato de termos indícios não pode ser compreendido como aceitação da hipótese alternativa. Esta não correspondência se explica porque, ao não confirmar a propriedade na amostra, pelo modo negativo da implicação temos certeza que a propriedade não se verifica na população, que é a hipótese nula. O raciocínio lógico não faz referência à hipótese alternativa, mas dado à forma como a hipótese alternativa é construída, temos indícios de que ela se verifica.

Analisando a perspectiva da lógica, segue a terceira questão. No que diz respeito à hipótese estatística e à hipótese matemática não existe nenhuma diferença, ambas referem-se a uma propriedade do sistema geral. Entretanto, elas diferem no seu significado conforme a mudança de contexto. Na Matemática, a hipótese assume o significado de uma propriedade que se afirma no início de um discurso a fim de construí-lo, já que o sistema geral aqui é o conhecido. Na estatística assume o significado de uma suposição verossímil, que requer verificação, visto que aqui o sistema geral não é conhecido.

Todas essas questões, segundo Pamplona (2007), indicam que o ensino de estatística para a Licenciatura em Matemática deve ser pensado de modo a identificar e explorar as similaridades e as especificidades tanto da Matemática quanto da Estatística. A importância de se ensinar estatística na Licenciatura em Matemática de modo diferente de outros cursos está no fato de que para os licenciandos em Matemática não basta tornar-se 'consumidores eficientes' do conteúdo ministrado, mas serem capazes de planejar e coletar dados, escolher corretamente os métodos estatísticos a serem utilizados, criticar os resultados obtidos e elaborar relatórios objetivos e críticos.

Segundo Pamplona (2007), os licenciandos em matemática necessitarão de uma formação mais ampla, não poderão ser apenas ‘consumidores' das ideias e conhecimentos estatísticos. Isso significa que além de adquirirem as habilidades anteriormente mencionados, eles deverão conhecer não só objetivos e conteúdos estatísticos, ou mesmo os materiais disponíveis para ensinar essa disciplina, além da história da sua evolução curricular. Significa, sobretudo, que o futuro professor de matemática e estatística, deve ser capaz de compreender, além das relações entre Matemática e Estatística, a existência de contornos próprios entre estas duas áreas.

Biffi (2007) apresentou os resultados parciais da sua pesquisa de Mestrado, que teve como um dos pontos principais a investigação dos níveis de Alfabetização na Estatística em alunos egressos no curso de Administração de Empresas. A ideia de distribuição de frequências com suas representações (gráficos e tabelas) e suas medidas-resumo (média e desvio-padrão, moda, mediana e quartis) foram considerados conceitos de base para o desenvolvimento da análise desejada.

A atividade desenvolvida nesta pesquisa, segundo Biffi (2007), foi atribuída para três duplas de alunos egressos. As duplas receberam somente uma folha com a descrição da atividade proposta e folhas de papel almaço para os registros de cálculos e das respostas ao questionário, construção de gráficos e construção de relatório conclusivo. Esta atividade foi dividida em três etapas sendo que a primeira etapa foi investigar a noção de organização. Na segunda etapa, os mesmos dados foram apresentados na forma de tabelas, exigindo por parte dos alunos, uma análise dos conceitos estatísticos por meio de tabelas. Na terceira e última etapa, os dados foram apresentados por meio de gráficos, exigindo também, conceitos estatísticos por meio de gráficos.

Para analisar os resultados desta pesquisa, Biffi (2007) utilizou cinco bases de Alfabetização Estatística e dividiu em dois níveis tais bases. O Nível 1, denominado de operacional, focou a Alfabetização, a Estatística e a Matemática, e o Nível 2, denominado analítico, focou a Análise Crítica e a Análise Global.

No nível 1, a interpretação dos indicadores estatísticos, como média e porcentagem, exigiram das duplas as habilidades e competências de resolução, visto que estes já conheciam a disciplina Estatística. Segundo Bifi (2007), não foram exigidos pensamentos avançados da Matemática. As duplas apresentaram resultados satisfatórios nos cálculos, porém não souberam dar significados aos cálculos apresentados. Na construção dos gráficos, nenhuma das duplas se enquadrou em qualquer Nível, alegando não conhecer tal processo de construção. Não foi realizada análise critica por nenhuma das duplas.

No Nível 2, preocupou-se em investigar qual nível crítico que as duplas possuíam diante de um conjunto de dados depois de organizados e inferidos pelas medidas encontradas por elas. De acordo com Biffi (2007), as duplas não dominaram Cálculos e interpretação dos mesmos, informação gráfica e o relatório final.

Viali e Bittencourt (2007) ressaltaram que, salvo eventuais exceções, os únicos cursos de graduação brasileiros que têm disciplinas dedicadas apenas à Probabilidade são os de Bacharelado em Estatística. Portanto, devido às restrições impostas pela carga horária e amplo conteúdo programático, os conteúdos probabilísticos ou são omitidos ou trabalhados de forma inadequada.

Para estes autores, tanto a Estatística quanto a Probabilidade tem-se mostrado férteis para a criação de novas áreas de conhecimento. O entendimento de cada uma dessas áreas depende do conhecimento de suas raízes. Como foi mencionado, o que ocorreu da junção da Estatística com a Probabilidade foi uma fonte de novas aplicações sem, no entanto, eliminar cada uma das duas áreas individualmente. Assim, a Probabilidade continua como um dinâmico ramo da Matemática, bastante jovem, quando comparada com a Aritmética, a Álgebra ou ao Cálculo. A Probabilidade só foi axiomatizada em 1933 com a obra de Kolmogorov intitulada Fundamentos da Teoria da Probabilidade.

A partir desta axiomatização, a Estatística teve o seu grande desenvolvimento graças às contribuições da Probabilidade. Sabe-se que a Estatística Inferencial depende essencialmente da Probabilidade. Mas essa harmonia e simbiose entre as duas áreas não significa que ambas são idênticas. A Probabilidade continua a existir e a se desenvolver a despeito de suas aplicações, a Estatística. O mesmo ocorre com a Matemática que independente de suas inúmeras aplicações continua a crescer e a progredir por si só.

Propõe-se, a utilização da planilha de Excel para que o aluno seja capaz de trabalhar de uma forma dinâmica e interativa com três modelos (distribuição t Student, distribuição F de Snedecor e a distribuição Qui-quadrado) construindo por si próprio as tabelas e as representações gráficas que são frequentes nos textos de Estatística.

A manipulação desses modelos pela planilha bem como a construção de tabelas podem ser realizadas por alunos oriundos de diferentes cursos. Viali e Bittencourt (2007) salientaram que quanto maior formação matemática e computacional o aluno tiver, mais detalhes dos algoritmos podem ser tratados.

Segundo os autores, se o aluno for oriundo das Ciências Exatas, então cálculos de probabilidade podem ser realizados por meio de integrais. Se o aluno for das Ciências Sociais, Humanas ou Biomédicas pode ser feita uma associação entre os valores da tabela e as áreas sob as curvas (distribuições).

A restrição de carga horária no ensino de Estatística e Probabilidade é uma realidade que precisa ser enfrentada. A utilização de recursos computacionais, além de tornar o ensino mais dinâmico e mais afinado com a realidade, permite que conteúdos que seriam tratados jornalisticamente ou descartados, sejam abordados de uma forma consistente e com maior profundidade, uma vez que podem ser praticamente vivenciados e não apenas notificados.

Moraes e Benvenutti (2007) aplicaram uma escala para alunos de graduação que já haviam cursado uma disciplina de Estatística, com o objetivo de realizar a sua validação. O resultado mostrou que a escala pode auxiliar no diagnóstico de fatores que interferem na aprendizagem dessa disciplina.

A escala foi aplicada a alunos de graduação, juntamente com um questionário de informações sobre os sujeitos da pesquisa. O objetivo do protocolo de pesquisa foi identificar fatores associados às atitudes dos alunos em relação à disciplina Estatística, mais especificamente, os seguintes fatores: gênero (feminino, masculino), idade, status em relação à disciplina (cursando pela primeira vez ou outra situação), área de conhecimento, aplicação dos conceitos de Estatística, desempenho auto-percebido, ocupação dos alunos e opinião sobre o número de créditos da disciplina.

De um total de 1967 alunos da Pontifícia Universidade Católica Rio Grande do Sul, regularmente matriculados em disciplina de Estatística no segundo semestre de 2006, participaram da pesquisa 360 sujeitos. A coleta de dados ocorreu com a aplicação de dois instrumentos: o Questionário do Aluno, composto de oito questões e a Escala de Atitudes em relação à Estatística composta por vinte questões; sendo dez proposições positivas e dez negativas, cada uma com quatro possibilidades de respostas: discordo totalmente, discordo, concordo e concordo totalmente.

Moraes e Benvenutti (2007) verificaram que os alunos da área de exatas foram os que apresentaram atitudes mais favoráveis a Estatística. Os alunos da área de humanas foram os que apresentaram atitudes mais negativas em relação à Estatística. Enfatizar o papel da estatística, mostrando suas aplicações e contextualizando seu ensino, é uma das sugestões para que as atitudes dos estudantes universitários em relação à Estatística sejam mais positivas, auxiliando-os, consequentemente, a utilizar os conhecimentos dessa disciplina em suas futuras áreas de atuação.

Silva (2007) destacou a importância do estudo específico, em relação às dificuldades dos alunos, ao passarem de uma representação de conceito a outra. Boa parte dos alunos tem dificuldade de esboçar, graficamente, uma situação problema, sem escrever a lei de formação.

A intenção inicial era mostrar os erros mais comumente cometidos, por alunos iniciantes de curso de Licenciatura em Matemática, na representação gráfica de situações problemas. Para o estudo, aplicaram-se atividades envolvendo representações gráficas de diversas situações problemas, desde situações corriqueiras até as mais complexas. Para as representações gráficas, utilizou-se o pensamento intuitivo e o pensamento analítico.

Pode-se dizer que o pensamento intuitivo é um processo mental que está à base da criatividade, inventividade e imaginação. É uma maneira tão profícua e legítima de lidar com as situações da vida e do mundo quanto pensar analítica e criticamente. Em algumas situações, esse modo de pensar poderá ser mais apropriado e mais útil, levando a ideias novas e configurações inesperadas.

Na pesquisa de Silva (2007), participaram 23 estudantes de licenciatura em Matemática. A proposta original deste trabalho incluiu identificar os erros mais comuns, quando envolvidos em situações vinculadas com uma representação em um contexto físico, mas isso não foi possível, pois, ao partir do pensamento intuitivo não seguiu a mesma direção e a maioria dos alunos participantes, quando intuem, o fazem de forma muito diferente uns dos outros, em geral, de forma errônea.

Tomando-se por base que isso faz parte de uma situação atual encontrada nas séries iniciais do ensino superior, tem-se uma grande missão: suprir as dificuldades e conceitos errôneos e tentar determinar as possíveis causas e procedimentos educacionais alternativos, que possam ajudar a corrigir.

Os resultados da pesquisa de Silva (2007) apontaram que a capacidade de representar, analisar e interpretar gráficos é muito importante, em qualquer domínio científico. É necessário resgatar certos conceitos nos alunos, desde a interpretação dos enunciados até a conceituação, para serem capazes de formular matematicamente a situação proposta.

Pessoa e Borba (2007) buscaram verificar as estratégias utilizadas por alunos do Ensino Fundamental I e o seu desempenho em relação à resolução dos diferentes tipos de problemas de raciocínio combinatório (produto cartesiano, arranjo, permutação e combinação) antes da sua introdução formal na escola.

Participaram deste estudo, 99 alunos de duas escolas, uma particular e uma escola pública estadual de Pernambuco, com idades variando entre 6 e 12 anos, escolhidos aleatoriamente dentro de cada turma.

Cada aluno resolveu, individualmente, uma ficha contendo 8 problemas envolvendo o raciocínio combinatório (2 de cada tipo: produto cartesiano, combinação, arranjo e permutação). Os quatro primeiros problemas envolveram o menor número de possibilidades na solução e os quatro últimos o maior número de possibilidades. Foi dito que os problemas poderiam ser resolvidos da forma que quisessem e considerassem melhor: por desenhos, tabelas, gráficos, contas ou quaisquer outras formas.

O melhor desempenho, segundo Pessoa e Borba (2007), foi observado nos problemas de produto cartesiano, único tipo de problema de raciocínio combinatório trabalhado nos anos iniciais do Ensino Fundamental. Nos problemas dos outros tipos: combinação, arranjo e permutação, acertos e erros/dificuldades de resolução ao longo das séries foram evidenciados.

Alguns tipos de raciocínio combinatório, como os problemas de arranjos, combinações e permutações, não foram trabalhados no Ensino Fundamental I e, mesmo assim, alguns alunos foram bem sucedidos em suas resoluções de algumas destas situações, o que evidencia também um possível desenvolvimento extraescolar na compreensão do raciocínio combinatório.

Os tipos de respostas mais frequentes dos alunos em relação aos problemas propostos foram os seguintes: a) em branco; b) resposta correta ou errada sem a apresentação de argumentos; c) resposta incorreta sem o estabelecimento de relação (incompreensão do problema); d) resposta incorreta com o estabelecimento de relação (apresenta certa compreensão do problema); e) resposta correta (compreensão lógica do problema).

Pessoa e Borba (2007) concluíram que alunos desenvolveram compreensões sobre problemas de raciocínio combinatório, ora influenciados pela escola (como no caso dos problemas de produto cartesiano – trabalhados nas séries iniciais), ora como resultado de experiências extraescolares (como no caso de alguns problemas de combinações, arranjos e permutações – não trabalhados nas séries iniciais).

A escola deve trabalhar o esgotamento de possibilidades em seu trabalho de raciocínio combinatório, possibilitando um maior desenvolvimento dos alunos na compreensão destas situações.

Halmenschlager (2007) relatou em tempos longínquos, povos de diferentes regiões do mundo que já realizavam registros constituídos por agrupamentos de dados. Desse modo, faziam descrições de território e população, fornecendo assim subsídios que poderiam amparar a ação e tomada de decisão dos dirigentes. O objetivo inicial não era alargar o padrão de vida da população e sim o poder do Estado e, deste modo, orientar as decisões públicas. Nesse período, as estatísticas produzidas eram mantidas em sigilo e, ao mesmo tempo em que expressavam potencialidades, também apresentavam limitações mediante as adversidades que se faziam presentes nos distintos contextos.

Os conhecimentos demográficos tinham menos valor para uma sociedade feudal do que para uma sociedade industrial, visto que a terra e seu cultivo serviam de base para a tributação. À medida que as cidades inglesas tiveram crescimento populacional, foram impostas contribuições nos locais onde havia maior ocupação. Porém, há suposições de que fatores não econômicos deram origem ao desenvolvimento de conceitos estatísticos. As listas de mortalidade foram iniciadas durante a ocorrência de grandes epidemias e anunciavam o contágio usando a ideia de probabilidade ligada a situações ambientais. A construção do conceito de probabilidade levou à iniciativa de determinar a esperança de vida em várias comunidades, ou seja, as condições de saúde passaram a ser vistas como uma melhor alternativa para avaliar noções conjecturais que anteriormente eram lidas ou mencionadas verbalmente.

Experimentos controlados, de acordo com Halmenschlager (2007), passaram a ser realizados com o intuito de verificar se o número de mortes de enfermos que receberam atendimento médico era inferior ao daqueles que não buscaram esse recurso. Em decorrência desses experimentos, a coleta de dados estatísticos passou a ser adotada como instrumento relevante para verificar uma ampla gama de hipóteses, inclusive aquela que reforça a eficácia médica.

Ao longo dos séculos XVII e XIX, o enfoque francês centrado nos recenseamentos com objetivos administrativos e contábeis, o alemão centrado em uma descrição e análise pouco quantificada e o inglês, fortemente voltado para análises matemáticas de dados quantitativos, vão gerar as características da estatística de que hoje se tem conhecimento, ou seja, organizações estatísticas internacionais menos dissociadas dos vínculos que uniram os poderes políticos aos dispositivos estatísticos.

O século XIX caracterizou-se por um período no qual houve difusão e aplicações das técnicas estatísticas e também do estabelecimento da efetivação de congressos internacionais de estatística voltados para organização periódica da coleta de observações de caráter científico.

A política do mercado, segundo Halmenschlager (2007), tinha como meta elevar a produção individual e, diante desse contexto, surgiram as primeiras iniciativas de obter informações a respeito de natalidade e mortalidade e referências que poderiam esclarecer sobre as condições de saúde das populações. Além disso, o fenômeno da urbanização ocasionou o surgimento de aglomerações populacionais e, em decorrência disso, nasceu o receio das novas condições sociais que se desenvolviam nas cidades. Em consequência das circunstâncias ocasionadas pela urbanização, foram tomadas medidas que se constituíram em um sistema de vigilância sanitária que tinha como objetivo evitar as possíveis emergências de novas doenças e a expansão das epidemias. Nasceram, assim, as práticas de realização de estimativas demográficas, construção da pirâmide das idades, das esperanças de vida, das taxas de morbidade e a função que cada uma cabe quando correlacionada à expansão de riquezas e população.

Em síntese, ao se dissociar da função principal, que era a de servir de ferramenta para melhor gerir e administrar o Estado, a Estatística ganhou um novo sentido que a transformou em fonte de informações que se encontram a serviço da ciência do registro, de conservação e de análise de ocorrências, participando, dessa maneira, na elaboração e comunicação de novos conhecimentos para a vida da humanidade.

Para Lemos (2007) a importância da compreensão de gráficos estatísticos no mundo atual tem sido reconhecida por diversos documentos relativos ao currículo de matemática no Ensino Fundamental, como é o caso dos Parâmetros Curriculares Nacionais.

O presente estudo teve o objetivo de verificar elementos em que o processo de análise a priori de atividades de interpretação de gráficos de barras e de colunas contribui na formação conceitual e didático-metodológica de alunos do Curso de Pedagogia. A pesquisa foi desenvolvida com duas duplas de alunos que estavam cursando ou que já haviam cursado a disciplina Metodologia do Ensino da Matemática. Esses alunos foram selecionados após a aplicação de um questionário de caracterização dos sujeitos e de um pré-teste, que serviram de suporte para as primeiras identificações sobre os conhecimentos e dificuldades dos sujeitos quanto à interpretação de gráficos de barra.

Os alunos selecionados formaram dois grupos: no primeiro, os dois sujeitos estavam ou já haviam ensinado em turmas de 1º e/ou 2º ciclo do Ensino Fundamental, e um segundo grupo, no qual os sujeitos não tinham experiência de sala de aula. O procedimento de coleta dos dados baseou-se numa metodologia qualitativa que foi composta pelas seguintes etapas: atividade de fundamentação didática sobre as dificuldades de alunos ao interpretarem gráficos de barra nominal, ordinal e múltiplas. Por fim, elaborou-se um pós-teste com questões semelhantes ao pré-teste, possibilitando verificar o desempenho dos sujeitos, antes e depois do processo de análise a priori das atividades de interpretação de gráficos de barra.

Lemos (2007) concluiu que o processo de análise a priori contribuiu para a familiarização dos sujeitos em relação ao conteúdo trabalhado. Entretanto, percebeu-se uma grande resistência e dificuldade das duplas no momento da realização das escolhas didáticas e na análise de outros conteúdos que poderiam ser explorados nas questões. Essa obstinação da existência de uma única resposta para as atividades envolvendo conteúdos matemáticos ainda é muito forte na formação desses sujeitos.

Diante dos resultados, Lemos (2007) concluiu que o ato de realizar análise a priori de atividades sobre interpretação de gráficos de barras e colunas contribuiu para que os sujeitos obtivessem um maior conhecimento conceitual sobre o conteúdo trabalhado, devido uma melhora significativa no desempenho dos sujeitos, do pré para o pós-teste, em relação a todas as atividades. Além disso, observou-se, também, que os sujeitos passaram a perceber que o professor necessita estar sempre atento ao tipo de atividades que está elaborando e o quão rica pode ser uma tarefa quando esta é bem planejada.

Rocha (2007) apresentou um estudo piloto efetuado durante sua pesquisa em um programa de Mestrado em Ensino das Ciências. O elemento motivador para a investigação partiu da constatação de que a organização curricular do Curso de Matemática, em geral, apresenta uma dicotomia clara entre disciplinas de conteúdos específicos em matemática, por um lado, e disciplinas de caráter pedagógico, por outro.

A proposta foi investigar o desenvolvimento de um conteúdo específico na Licenciatura em Matemática. O tema escolhido foi a Análise Combinatória Simples, uma vez que essa teoria, ensinada na segunda série do Ensino Médio, proporciona uma estrutura formal de simples caracterização e uma ampla possibilidade contextualização, sendo imprescindível na formação do licenciando, apesar de ser um dos conteúdos em que os alunos têm mais dificuldades de aprendizagem.

O objetivo de Rocha (2007) foi analisar a construção do conhecimento de Análise Combinatória Simples por parte de dez licenciandos, submetidos a uma prática tradicional desse conteúdo, ministrado no decorrer da disciplina Fundamentos da Matemática, durante o primeiro semestre letivo de 2005.

Elaborou-se o pré-teste de modo a caracterizar o conhecimento dos alunos em Combinatória Simples nos aspectos de Conhecimento dos conceitos e resultados dessa teoria, suas formas de contatos com ela e a resolução de problemas relativos à mesma. Apesar de haver uma quantidade significativa de tentativas para resolver os problemas propostos, os sujeitos obtiveram um resultado bem inferior ao esperado para uma turma de futuros professores. O desempenho mostrado no pós-teste, em comparação com o pré-teste indicou pouco crescimento na resolução dos problemas propostos.

Guimarães et al (2007b) trouxeram a análise das atividades propostas aos alunos nas 17 coleções de livros didáticos de matemática recomendadas pelo Programa Nacional do Livro Didático em 2004, para os anos inicias do Ensino Fundamental, com o objetivo de investigar como a Estatística tem sido abordada nesta etapa do ensino.

Os autores encontraram 2080 atividades que envolveram representações em gráficos e/ou tabelas; todas as coleções apresentaram atividades relacionadas ao tratamento da informação. Em seguida, buscou-se observar se o trabalho com representações gráficas priorizava algum tipo de representação (gráfico ou tabela) ou se as atividades trabalhavam com os dois tipos ao mesmo tempo, pois, de acordo com a Teoria dos Campos Conceituais, os exercícios que permitem passar de uma representação através de gráficos para uma tabela e vice-versa são importantes pedagogicamente, tanto para a atividade classificatória como para outras atividades lógico matemáticas. Um quarto das atividades analisadas envolveram representações gráficas. Destas, 46% solicitavam a construção de gráficos, sendo que dessas atividades, 27% pediam que os alunos construíssem um gráfico a partir de uma tabela ou que apenas preenchessem um gráfico a partir de dados fornecidos. Entretanto constatou-se a dificuldade dos autores em estabelecer um padrão em relação à quantidade de atividades e a sua distribuição ao longo dos anos. Ao analisar a utilização das tabelas em atividades relativas à pesquisa encontrou-se um percentual muito baixo (5,2%) considerando todas as coleções.

Observou-se que o gráfico de barras é o mais frequente com 56% (considerando-se os gráficos de barras, barras horizontais e barras múltiplas) quando analisadas todas as coleções juntas. Investigando esses tipos de gráficos, em função dos anos, observou-se que o gráfico de barras novamente é o mais frequente em todas as séries. Quanto aos gráficos de setores e linhas, só começaram a ser trabalhados a partir do 3ºano e vão se intensificando com a escolaridade.

Quanto à interdisciplinaridade, embora o trabalho com representações em gráficos e tabelas possibilite facilmente essas inter-relações, apenas 11% das atividades estavam ligadas a outras áreas do conhecimento. A área do conhecimento com maior número de atividades relacionadas foi a Geografia (9,4%).

Guimarães et al (2007b) observaram que no 2º ano existem mais atividades relacionadas ao trabalho com o sistema de numeração. Nos demais anos, a concentração das atividades deu-se com o trabalho envolvendo medidas. Em relação à exploração das atividades de pesquisa encontrou-se um percentual muito pequeno, considerando todas as coleções. Assim, constatou-se que nas atividades com representações em gráficos que vêm sendo propostas nos livros didáticos, as etapas de coleta, organização e sistematização de dados têm sido pouco exploradas.

Pinheiro (2007) investigou qual a prática pedagógica predominante no ensino de análise combinatória no Ensino Médio. Este trabalho foi desenvolvido a partir do resultado de um questionário com questões fechadas, realizada com 20 professores atuantes no Ensino Médio, nas escolas da região metropolitana de Belém do Pará. Os autores, que eram professores há muitos anos, observaram que a escola se tornou o pior lugar para uma criança ou um jovem buscar os saberes necessários para torná-lo um cidadão crítico, pois a escola não consegue, pelo menos, alcançar o chamado mundo das informações, que é mutável a cada segundo.

Na perspectiva de Pinheiro (2007), o aluno não consegue assimilar tanta informação sem significado para a sua vida, ou até mesmo em função do futuro em sua carreira profissional e o professor conduzindo sua prática pedagógica através de definições, teoremas, exercícios repetidos, torna o ambiente escolar um verdadeiro campo de batalha e o resultado dessa guerra é o aumento das dificuldades de aprendizagem em Matemática.

Os resultados da investigação de Pinheiro (2007) apontaram que a prática pedagógica predominante desses sujeitos contemplou o uso do livro didático como principal ferramenta para a elaboração das aulas. Por mais que alguns sujeitos tenham apontado a utilização da resolução de problemas ou modelagem para o desenvolvimento da aula de Análise combinatória, ainda está muito forte a tendência formalista. Pois devemos levar em consideração que a predominância do livro é um importante sinalizador que nossos colegas, independentemente do tempo de atuação, ainda se sentem inseguros para desenvolver um ensino de combinatória que proporcione aos alunos uma forma de utilizar as habilidades do raciocínio combinatório na resolução de problemas reais.

Patrocínio (2007) investigou a exposição de 45 alunos de turmas de Educação de Jovens e Adultos, cursando o equivalente ao 5º e 6º ano do Ensino Fundamental, a um estudo sistematizado sobre representações gráficas, buscando compreender esse tipo de representação.

Foram desenvolvidas quatro aulas nas duas turmas. Inicialmente, buscou-se descobrir o que os alunos adultos sabiam sobre gráfico de barras, por isso foi proposto duas atividades sendo que uma envolvia leitura/interpretação e a outra construção/interpretação. As aulas seguintes foram planejadas a partir dos dados encontrados nessas aulas. Diante da ausência de dificuldades encontradas na interpretação de gráficos, Patrocínio (2007) propôs para a 3ª aula a construção de um gráfico buscando observar como eles lidariam com o estabelecimento de uma escala e como essa relação também seria expressa na altura das barras.

Para a 4ª aula, devido aos resultados da 3ª aula superiores a 80%, Patrocínio (2007) decidiu utilizar uma atividade na qual fosse necessário o aluno utilizar a legenda para ler/interpretar o gráfico, localizar o ponto máximo, localizar o valor da frequência em uma categoria, localizar uma categoria a partir da frequência, localizar ponto mínimo e extrapolar o gráfico.

Como resultado de pesquisa, Patrocínio (2007) constatou que os alunos adultos apresentam várias compreensões sobre representações gráficas, sem necessitar de um grau de instrução mais elevado para isto.

Lopes (2007) pesquisou a Inferência Estatística, utilizando as concepções de Neyman e Pearson, ou seja, o contraste estatístico foi utilizado como uma regra de decisão entre duas hipóteses (Batanero, 2001, p. 40). O objetivo da Inferência Estatística é obter conclusões sobre populações com base em resultados obtidos em amostras extraídas dessas populações, a fundamentação teórica para seus métodos é a Teoria de Probabilidades; assim é possível dizer até que ponto pode-se estar errando nas inferências, e com que probabilidade.

O autor conversou com professores que ministram a disciplina Estatística e estes foram unânimes em afirmar que o conteúdo Testes de Hipóteses é o mais difícil de ser ensinado e de ser compreendido pelos alunos. Em seguida, resolveu trabalhar os conceitos básicos deste conteúdo através de aulas investigativas. Utilizou o livro: Estatística, de Spiegel (1976), para a preparação das atividades.

Segundo Lopes (2007) a atividade de investigação despertou muito interesse por parte dos alunos. A grande maioria trabalhou solidariamente, tentando sempre cumprir com as tarefas que foram propostas. O desenvolvimento da atividade de investigação propiciou nos alunos uma participação ativa na construção dos seus conhecimentos e de suas capacidades crítica e reflexão.

Neste trabalho, a Estatística foi caracterizada como um processo que envolve a realização de investigações, formulando questões, coletando dados, fazendo inferências, e a partir daí, colocando novas questões e reiniciando o ciclo investigativo.

ANEXO E – ENEM 2010

Começamos a descrição dos aspectos relevantes de cada pesquisa a partir de Pamplona (2010) que produziu uma versão histórica com o objetivo de refletir sobre a necessidade de discutir a sociologia das estatísticas na formação do professor que leciona na escola básica. Por meio desta versão, buscou-se levar à compreensão de que a ciência Estatística produz estatísticas que trazem, de sua origem, uma racionalidade neoliberal. Argumenta-se, que isto propicia ao professor a realização de discussões mais politizadas acerca da estatística, como tecnologias de leitura do mundo, com vistas ao seu controle.

A questão que deu origem a pesquisa foi “como uma versão histórica do desenvolvimento da Estatística poderá contribuir, com o Professor de Matemática, na aprendizagem-ensino da Estatística, no conhecimento do caminhar que levou à inserção desses conteúdos nos currículos atuais e na compreensão das relações mais amplas que nesta área se estabelecem?”. Complementando a questão, enfocou também, as relações mais amplas que na Estatística se estabelecem.

A opção por esta pesquisa se deu a partir da intenção de fazer com que o professor de Matemática reflita mais sobre a estatística por meio da abordagem foucaultiana, onde o que foi chamado de “Estatística” é interpretado como a ciência do Estado. Assim, a Estatística gerava informações relevantes para o ato de governar.

Metodologicamente, Pamplona (2010) separou a pesquisa em duas seções: na primeira seção, buscou-se discutir e ressaltar como os números, as medidas, os índices e as taxas adquiriram importância nas ações governamentais a ponto de gerar normas e ações para administrar e aperfeiçoar condutas individuais e coletivas; na segunda seção o uso da Estatística na gestão. Mais especificamente, a Estatística torna-se uma tecnologia utilizada nas práticas de gestão de risco e para situar comunidades como sendo de risco social, por exemplo, comunidades com alto índice de analfabetismo. Uma análise sobre a conduta desse conjunto de indivíduos, com vista à saída dessa condição de risco, pode ser feita utilizando a Estatística para a tomada de decisão.

Os elementos históricos expostos a pesquisa, segundo uma perspectiva foucaultiana, se mostraram como apropriados para uma discussão sobre questões de poder acerca das informações e das influências das estatísticas (informações) na sociedade. Eles poderão, agora, complementar os estudos realizados na primeira etapa da pesquisa que versou sobre a inserção dos conteúdos estatísticos nos currículos das escolas básicas.

Conti e Carvalho (2010), com base na Proposta Curricular para a Educação de Jovens e Adultos, desenvolveram uma pesquisa que teve por objetivo analisar o processo de produção de tabelas que os alunos construíram a partir de dados brutos gerados por eles mesmos. O pressuposto para este ato de investigação está no fato de que o aluno, em sua formação escolar de base, além de tornar-se capaz de ler, escrever e contar, precisa aprender a estatisticar. Estatisticar é ser capaz de usar a Estatística para exercer sua cidadania.

O projeto utilizado na pesquisa de Conti e Carvalho (2010), foi aplicado numa turma de 19 alunos do 8º ano do Ensino Fundamental, no contexto de Educação de Jovens e Adultos (EJA). Os alunos se dividiram em grupos e cada grupo escolheu um tema apresentado pelos pesquisadores. Os alunos formularam uma questão de acordo com o tema escolhido montando uma folha com todas as questões. A pesquisa foi realizada na própria escola totalizando 115 entrevistados. Os alunos do EJA recortaram as folhas de forma que cada grupo pudesse ficar com a sua questão e resposta. Os grupos anotaram os resultados da pesquisa e com intervenções dos pesquisadores construíram suas tabelas. Segundo as autoras, elas possibilitaram aos alunos gerarem seus próprios dados, organizar esses dados e resolver problemas decorrentes dessa coleta real.

Nesse trabalho se evidenciou que a produção dos alunos foi além do conhecimento de Matemática e de Estatística e a importância do conhecimento matemático como elemento de apoio ao letramento estatístico.

Pagan, Leite e Perleto (2010) elaboraram um estudo com o objetivo de mostrar a importância que os Parâmetros Curriculares Nacionais – PCN (BRASIL,

1998) e a nova Proposta Curricular do Estado de São Paulo – PCSP (SÃO PAULO, 2008) dão à Educação Estatística. Para ter uma visão da utilização da Estatística enquanto ciência e a importância dada a ela no currículo escolar buscam-se em fatos históricos, mostrar seu surgimento, a sua utilização na sociedade, passando pelo início do seu estudo na área acadêmica e seu lugar no currículo de Matemática.

Mais especificamente, no caso da PCSP, nas habilidades e competências, a Estatística é concebida como um ramo de conhecimento interdisciplinar; uma ferramenta ao serviço da ciência e que, portanto, seu ensino não pode se limitar à disciplina de Matemática. Esta concepção é partilhada também por Pagan, Leite e Perleto (2010) que complementam afirmando que a Estatística é definida como a ciência que se preocupa com a organização, descrição, análise e interpretação de dados experimentais; por esse motivo, tem aplicação em quase todas as atividades humanas.

Em termos de distribuição curricular, os PCN sugerem o ensino da Estatística em todos os anos da Educação Básica, porém, a PCSP traz a Estatística nos conteúdos de Matemática, ao longo do 1º ao 6º ano do Ensino Fundamental e na 3ª série do Ensino Médio. Numa perspectiva interdisciplinar, a Estatística aparece como parte do conteúdo de diversas disciplinas, como Biologia, Física e Química; pois ela sugere nas suas competências e habilidades, ler e se expressar com textos, gráficos e tabelas, conversão de linguagens e seleção de variáveis, bem como relacionar informações e processos com seus contextos e com diversas áreas de conhecimento. No que diz respeito à disciplina de Geografia, esta proposta curricular diz que deve configurar nesse campo de conhecimento, de modo significativo, os estudos necessários ao exercício da cidadania.

Pagan, Leite e Perleto (2010) concluíram que a Estatística, nestes termos curriculares, é uma ferramenta a serviço da ciência e que, portanto, seu ensino não pode se limitar à disciplina de Matemática, mas compartilhada com outros componentes curriculares. Porém, estas autoras alertam que esta mudança implementada no currículo do Estado de São Paulo, pode colocar em risco o já fragilizado ensino de Estatística na Educação Básica. Para que esta implementação possa ser bem sucedida, Pagan, Leite e Perleto (2010) acreditam que é necessária uma formação conceitual dos professores dessas outras áreas, o que, em última análise, recairá sobre a formação estatística na Educação Básica.

Cavalcanti e Guimarães (2010) investigaram as compreensões apresentadas por estudantes do 5º ano do Ensino Fundamental sobre o conceito de variabilidade; abordando diferentes aspectos do conceito, tais como representação da variabilidade, descrição da mesma, comparação entre conjuntos de dados, predição de resultados, quantificação da variação.

Foram entrevistados 3 (três) estudantes do 5º ano do Ensino Fundamental, sujeitos na faixa de 9-10 anos de idade utilizando o método clínico piagetiano, o qual tem como uma de suas características principais a obtenção de justificativas para respostas oferecidas. Cinco atividades foram propostas aos estudantes, uma de cada vez e numa mesma sequência. As entrevistas foram áudio gravadas.

Segundo Cavalcanti e Guimarães (2010), os resultados da pesquisa permitiram afirmar que crianças na faixa etária de 9-10 anos de idade já são capazes de compreender diferentes aspectos do conceito de variabilidade. Com essa constatação refletiram que o conceito de variabilidade (essencial à Estatística e à compreensão de outros conceitos) necessita ser contemplado desde os anos iniciais do Ensino Fundamental.

Pessoa e Borba (2010) analisaram a compreensão de alunos do 2º ano do Ensino Fundamental a 3ª série do Ensino Médio sobre problemas que envolveram o raciocínio combinatório, lidando com os quatro significados de Combinatória dos problemas (arranjo, combinação, permutação e produto cartesiano); além de comparar desempenhos ao longo dos níveis de escolaridade; identificar quais invariantes das situações investigadas são mais facilmente reconhecidas pelos alunos; quais estratégias e representações simbólicas nelas envolvidas são mais usualmente utilizadas.

O aporte teórico dessa pesquisa compreendeu os campos conceituais de Gérard Vergnaud, os quais podem ser definidos como a interação complexa entre um conjunto interligado de conceitos e um conjunto de situações de utilização desses conceitos. Para este autor, os conceitos envolvem um conjunto de situações-problema, que lhes dão significado psicológico; um conjunto de invariantes, que são propriedades lógico-operatórias, as quais permitem generalização e transferência de aprendizagem; e um conjunto de símbolos utilizados na representação do conceito. Esses aspectos de cada conceito formam um tripé (significados, invariantes e representações) e estão intimamente interligados a outros conceitos, isto é, um conceito não se desenvolve isoladamente e sim, nas relações com outros conceitos, através dos diferentes tipos de problemas que utilizam vários contextos e simbolismos.

O trabalho de campo da pesquisa de Pessoa e Borba (2010) envolveu as resoluções de 568 alunos distribuídos entre o 2º ano do Ensino Fundamental e a 3ª série do Ensino Médio de quatro escolas, duas públicas e duas particulares. Cada aluno resolveu oito problemas envolvendo o raciocínio combinatório. Essas atividades podiam ser resolvidas da forma que eles quisessem e considerassem melhor, seja por desenhos, tabelas, gráficos, operações numéricas ou quaisquer outras formas. Ao analisar o desempenho nos diferentes níveis de escolarização por significado de Combinatória dos problemas, confirma-se que há avanços de desempenho à medida que se avança nos níveis de escolarização e percebe-se que o papel das representações simbólicas também é uma importante questão a ser considerada, pois não apenas os significados dados aos números nos diferentes tipos de problemas, mas também a forma de representá-los, influenciam a sua resolução.

Um dos aspectos que se pode considerar como contribuição do estudo de Pessoa e Borba (2010) é o levantamento sobre o desenvolvimento do raciocínio combinatório realizado com uma grande quantidade de alunos em três níveis da Educação Básica, envolvendo distintos significados combinatórios no qual se tem um panorama de como alunos de níveis, idades e escolas distintas estão pensando sobre este conhecimento. Com a presente investigação, buscou-se defender a tese que o desenvolvimento do raciocínio combinatório ocorre em um longo período de tempo, influenciado por aspectos extraescolares, assim como também por vivências escolares, sejam elas relacionadas direta ou indiretamente às situações combinatórias. Este desenvolvimento é evidenciado desde os anos iniciais do processo de escolarização, com estratégias que demonstram níveis de conceitualizações que vão se modificando, graças às diversas experiências escolares ou não; no sentido de uma maior sistematização e formalização na compreensão dos diversos significados da Combinatória.

Diante dos resultados, Pessoa e Borba (2010) defendem que é preciso a escola reconhecer o desenvolvimento do raciocínio combinatório e aproveitar as pistas fornecidas pelas diversas formas que o aluno utiliza para resolver e responder os problemas combinatórios. Assim, poderá auxiliá-los nos processos de sistematização, aprofundamento, ampliação e formalização dos seus conhecimentos referentes à Combinatória.

Rosa e Lima (2010) analisaram a compreensão dos alunos da Educação de Jovens e Adultos (EJA) em problemas de estrutura multiplicativa que envolve o raciocínio combinatório. Para tanto, buscou-se verificar quais dos problemas multiplicativos que envolvem o raciocínio combinatório, apresentam maiores dificuldades por parte dos alunos; analisar as estratégias utilizadas por esses alunos na resolução de problemas de Combinatória de diferentes naturezas; comparar os resultados obtidos por estudos anteriores com alunos do Ensino Fundamental e Médio sobre este conteúdo matemático; comparar os desempenhos em função das atividades profissionais exercidas pelos alunos de EJA; e comparar o desempenho em função da escolaridade.

Participaram da pesquisa 150 alunos de cinco instituições públicas que resolveram 16 questões envolvendo situações multiplicativas, incluindo os de raciocínio combinatório de naturezas distintas (arranjo, combinação, permutação e produto cartesiano). De acordo com os resultados obtidos, observou-se que o desenvolvimento do raciocínio combinatório ocorre atrelado a algumas variáveis (exercício profissional, anos de escolarização, série e tipos de problemas) que fazem grande diferença no desempenho dos alunos.

Deste modo, percebeu-se que a escola é essencial para o desenvolvimento do raciocínio combinatório, pois é nela que deve haver um reconhecimento de que alunos possuem conhecimentos anteriores (desenvolvidos a partir de atividades escolares anteriores ou extraescolares – como os construídos no exercício profissional) e a constatação de que alguns aspectos dos conhecimentos já são dominados (como os problemas de produto cartesiano, nos quais muitos alunos tiveram bom desempenho) e outros, que ainda precisam ser desenvolvidos (como a compreensão mais ampla de arranjos, permutações e combinações).

Rocha e Borba (2010) analisaram a concepção de professores sobre o ensino e a aprendizagem de Combinatória e como a sua compreensão pode interferir em suas práticas docentes. Os participantes da pesquisa foram escolhidos entre professores que ensinam Matemática, nos anos iniciais e finais do Ensino Fundamental e os que lecionam no Ensino Médio. Relatou-se a entrevista com três participantes, os quais evidenciaram sugestões de práticas diversificadas e, ainda, um pouco superficiais na sua aplicação nos diferentes tipos de problemas combinatórios, diferenciadas, no entanto, quanto ao uso de fórmulas.

Para apontar aspectos sobre os saberes disciplinares dos participantes e como estes conhecimentos podem interferir nas suas escolhas das atividades práticas, Rocha e Borba (2010) apresentaram aos professores entrevistados cinco problemas de Combinatória.

Na análise de estratégias dos alunos, os professores apresentaram justificativas pontuais e concernentes ao domínio da construção de conceitos, quando indicam invariantes, como a escolha e ordenação dos elementos selecionados; representações simbólicas dos alunos, como a utilização de tabelas, árvores de possibilidades, linguagem; e a necessidade de situações que promovam a escolha de estratégias de resolução de problemas combinatórios vinculadas aos níveis de ensino que os alunos se encontram. Sugestões de práticas diversificadas foram evidenciadas pelos professores, como uso de materiais manipulativos, situações baseadas no cotidiano do aluno, atendendo as especificidades de cada nível de ensino, no entanto, ainda um pouco superficiais na sua aplicação nos diferentes tipos de problemas combinatórios.

Barbosa (2010) expressou sua preocupação diante de questões relacionadas aos conteúdos de Probabilidade e de Estatística proposta nos livros didáticos de Matemática, pois é cada vez mais evidente que a formação de um aluno cidadão envolve o aprendizado de tais conteúdos. Esse trabalho tem o objetivo de sintetizar uma análise realizada a partir das atividades propostas relacionadas aos conteúdos de Probabilidade e Estatística apresentadas em livros didáticos de matemática.

Segundo Barbosa (2010), o ensino da Estatística é recomendado pelos Parâmetros Curriculares Nacionais – PCN (BRASIL, 1998) com a finalidade de que o aluno possa, através dele, construir procedimentos para coletar, organizar, comunicar e interpretar dados, utilizando tabelas, gráficos e representações, e assim ser capaz de descrever e interpretar sua realidade, através dos conhecimentos matemáticos adquiridos. Já a Probabilidade está relacionada com a compreensão dos acontecimentos do cotidiano que são de natureza aleatória, possibilitando a identificação de possíveis resultados. Dessa forma, destaca-se o acaso e a incerteza que se manifestam intuitivamente, propondo situações em que os alunos possam realizar experimentos e fazer observações dos eventos. Sendo assim, não se pode deixar de mencionar, a importância da análise combinatória nesse contexto, que propõe a solução de problemas que envolvam diferentes tipos de agrupamentos. A Probabilidade e a Estatística, representam um conjunto de técnicas que se aplicam a uma variedade de problemas relacionados ao cotidiano; proporcionando um grande desafio à imaginação, permitindo a exploração de tais técnicas de resolução, capazes de estimular o raciocínio lógico do aluno.

Barbosa (2010), baseando-se em análises e observações feitas a partir de atividades propostas por alguns livros didáticos de matemática destinados ao

Ensino Fundamental e também ao Ensino Médio, concluiu que os livros didáticos, apesar de contemplarem conteúdos convergentes às diretrizes curriculares, não apresentam atividades que favoreçam o raciocínio lógico dos alunos. Segundo a autora, o professor deve possuir uma formação que propicie o desenvolvimento de um trabalho visando a valorização de aspectos que se relacionem com a construção do conhecimento através de atividades contextualizada, pois, com fórmulas prontas e acabadas, os mesmos não oferecem oportunidade para que os alunos façam descobertas e construam seu próprio conhecimento. A maioria dos livros está impregnada de regras e fórmulas que levam o aluno a desperdiçar tempo com cálculos passíveis de serem realizados por meio de calculadoras, softwares e computadores, ferramentas tecnológicas que favoreceram a aquisição de habilidades e competências relacionadas à solução de situações problema, a partir de conceitos e conteúdos relacionados a Probabilidade e Estatística.

Segundo Barbosa (2010), deve-se preparar o aluno para tarefas relevantes na sociedade. A autora defende que o processo de ensino/aprendizagem de Probabilidade e Estatística deve contribuir com a formação de um aluno cidadão, apto na tomada de decisões, pois tais conteúdos favorecem o confronto de problemas e soluções.

Albuquerque e Silva (2010) analisaram as atividades propostas de raciocínio combinatório em livros didáticos de matemática dos anos finais do Ensino Fundamental aprovados no Programa Nacional do Livro Didático de 2008, mais especificamente, se as atividades contemplavam problemas com produto cartesiano, arranjo, permutação e combinação. Os objetivos desta pesquisa consistiram em mapear e classificar as atividades propostas envolvendo o raciocínio combinatório.

Para atender os objetivos da pesquisa, Albuquerque e Silva (2010), apresentaram a análise de cinco coleções didáticas de matemática, fazendo um apanhado criterioso de todas as questões que envolvem raciocínio combinatório, destacando os tipos de problemas e por fim explicitando como essa temática foi sendo tratada ao longo dos volumes. Como resultado de pesquisa, os autores destacaram que não existe uma sequência de distribuição homogênea de atividades em volumes de cada uma das cinco coleções analisadas, assim como na maioria das coleções o quantitativo de questões por volume é pequeno e, em alguns casos, há volumes que não contemplaram alguns tipos de problemas.

Carvalho (2010) analisou as habilidades requisitadas nos problemas de combinatória em cinco coleções de livros didáticos dos anos finais do ensino fundamental aprovadas pelo Programa Nacional do Livro Didático de 2008. A partir do estudo das atividades, classificou oito tipos de habilidades e como as mesmas se relacionam com os problemas envolvendo produto cartesiano, arranjo, permutação e combinação. Apresentou, também, as habilidades mais desenvolvidas com relação aos anos de ensino.

Em relação às habilidades identificadas nas atividades analisadas e classificadas para o trabalho foram as seguintes: 1- Mapear todas as possibilidades; 2- Decidir a quantidade total de possibilidades; 3- Decidir se um resultado é possível; 4- Mapear e decidir a quantidade total de possibilidades; 5- Modelagem de fórmula algébrica; 6- Calcular a quantidade total a partir de fórmula dada; 7- Fazer cálculos de probabilidade; 8- Identificar a posição de uma possibilidade no mapeamento.

Diante das análises procedidas, Carvalho (2010) percebeu que, com relação às habilidades exploradas, as coleções analisadas não apresentaram grande diversidade de atividades que contemplam todas as habilidades classificadas. As atividades concentraram habilidades de mapeamento de todas as possibilidades e/ou decisão quanto a quantidade total de possibilidades, deixando à parte outras habilidades importantes para a compreensão de forma mais ampla dos problemas de combinatória. Para que o ensino-aprendizagem seja mais efetivo, os livros podem abordar diferentes aspectos dos problemas combinatórios, bem como, diferentes habilidades para que os alunos desenvolvam as suas competências estatísticas.

Carvalho e Gitirana (2010) relataram um processo de investigação que envolveu, a exploração das medidas de tendência central, por meio de um mapeamento nas 16 coleções de livros didáticos dos anos finais do Ensino Fundamental aprovados pelo Programa Nacional do Livro Didático (PNLD) de 2008, contabilizando mais de 300 atividades. Tal procedimento revelou algumas lacunas, quanto aos significados que o conceito de Média Aritmética pode assumir. Alguns deles defendidos pela literatura atual, não foram trabalhados em nenhuma das coleções ou até mesmo propriedades importantes deste conceito não são enfatizadas.

As autoras concordaram que o livro didático sempre representou e continua representando para o professor, o complemento de sua formação acadêmica e o apoio na prática escolar, principalmente pelas condições de trabalho, não tão favoráveis, que o professor enfrenta.

Carvalho e Gitirana (2010) analisaram todas as atividades propostas nos livros de cada coleção. As atividades incluem exemplos, exercícios a resolver, exercícios resolvidos e explicações teóricas. Foi observado que todas as atividades abordaram as medidas de tendência central, porém, em nenhuma das coleções analisadas a média aritmética foi considerada como a melhor estimativa de um valor desconhecido.

Outro resultado da pesquisa revelou que a média enquanto valor representativo é trabalhado por todas as coleções, isso é um bom sinal, pois enfatiza o caráter representativo desta medida. Quanto ao significado da média como uma estimadora de uma quantidade desconhecida na presença de erros de medição não ser desenvolvida poderá causar futuras dificuldades na construção do conhecimento pelos estudantes.

Este estudo, segundo Carvalho e Gitirana (2010), pontuou a necessidade de maiores atenções a abordagens que explorem as medidas de tendência central privilegiando diferentes significados e possibilitando o desenvolvimento pelo aluno de invariantes que se aproximem das propriedades de média.

Nagamine, Henriques e Cazorla (2010), apresentaram a análise a priori das duas primeiras sessões do Passeio Aleatório da Mônica; uma sequência didática que permite explorar o conhecimento dos conceitos básicos da teoria de probabilidades. Ela foi organizada em quatro sessões: a primeira permite verificar as concepções prévias dos sujeitos em relação à probabilidade; a segunda, o impacto da experimentação aleatória e a estimativa de probabilidade pela frequência relativa; a terceira recorre à modelagem matemática, utilizando a árvore de possibilidades, que fornece a probabilidade teórica ou laplaciana e, a quarta, solicita a tomada de decisão diante destas três formas de atribuir probabilidades.

O processo de validação da eficácia dessa sequência didática levou em conta a Teoria Antropológica da Didática. Neste trabalho apresentou-se apenas um fragmento de uma análise a priori, utilizando as noções de uma de suas vertentes, ou seja, a abordagem praxeológica que constitui respectivamente, o saber-fazer [praxe] e o ambiente tecnológico-teórico [logos].

Neste trabalho, as tarefas foram divididas em quatro partes: compreensão da leitura da estória, concepção intuitiva de probabilidade, experimentação e organização em tabelas e gráficos, apresentando a probabilidade frequentista. A partir disto, Nagamine, Henriques e Cazorla (2010) analisaram as tarefas sugeridas colocando as respostas corretas com suas respectivas generalizações teóricas e, nas respostas incorretas, descreveram os possíveis motivos que levaram os sujeitos ao erro.

Nóbrega (2010) investigou a dinâmica de funcionamento de uma sala de aula da disciplina de Estatística II, tomando como base de comparação a disciplina Psicologia do Desenvolvimento I, oferecidas aos alunos de um curso de graduação em Psicologia.

As etapas do estudo foram: (a) respostas dos alunos que já haviam cursado Estatística II quanto ao que mais gostaram e menos gostaram na disciplina; (b) realização de entrevistas com as professoras que ministraram a referida disciplina

Estatística II e Psicologia do Desenvolvimento I; (c) investigações acerca do funcionamento, da dinâmica da sala de aula nas duas disciplinas.

Um levantamento descritivo da avaliação que os alunos fizeram da disciplina de Estatística (o que “mais gostaram” na disciplina) apontam a professora, com 27,19%; o sistema de aulas e/ou avaliações, representando 32,21% do total; e o ensino do conteúdo de maneira contextualizada, relacionando-o a conteúdos específicos de Psicologia, com 22,02%. Dentre o que os alunos menos gostaram apareceram com maior frequência alguns conteúdos trabalhados na disciplina (probabilidade, distribuição normal e distribuição binomial), com 35%, seguida da necessidade de realização de cálculos (25%).

Os resultados indicaram a necessidade de uma reflexão crítica acerca dos objetivos pedagógicos subjacentes ao contrato didático típico do funcionamento das aulas de estatística em cursos de Psicologia, aumentando a clareza acerca das necessidades instrumentais dos alunos de Psicologia em seu percurso de formação, em termos da organização da disciplina de Estatística, de objetivos, ementa e programa.

O objetivo do trabalho de Barizon, Kataoka e Oliveira (2010) foi apresentar e discutir os resultados de um estudo piloto, com a aplicação de uma escala de estratégias de atenção e de interação que expressam a autorregulação da aprendizagem de Estatística para a 3ª série do Ensino Médio.

Atualmente, exige-se cada vez mais do cidadão um conhecimento mínimo de tópicos de Estatística para diversas situações do cotidiano, como por exemplo, para a resolução de questões de concursos, para a leitura crítica das informações repassadas em formas de relatórios ou noticiários na mídia. Para Barizon, Kataoka e Oliveira (2010), um leitor crítico é um cidadão que desenvolveu capacidades que o levem à interpretação da leitura, sendo assim considerado letrado. Se algum conceito estatístico está envolvido nesse processo, ele pode ser considerado um letrado em Estatística.

O letramento estatístico significa competência das pessoas para interpretar e avaliar criticamente a informação estatística, os argumentos relacionados aos dados ou aos fenômenos estatísticos e probabilísticos, que podem se apresentar em qualquer contexto. No caso do Ensino Médio, o ensino da Estatística está contemplado nas recomendações dos documentos curriculares nacionais. Em nível estadual, Barizon, Kataoka e Oliveira (2010) destaca o caso de São Paulo, especificamente a sua Proposta Curricular de Matemática, a qual sugere o estudo da Estatística no 6º ano do Ensino Fundamental com a leitura e construção de gráficos e tabelas, o cálculo da média e os problemas de contagem. Na 3ª série do Ensino Médio, os tópicos apresentados no quarto caderno de atividades de Matemática são: cálculo e a interpretação de índices estatísticos, medidas de tendência central, medidas de dispersão e elementos de amostragem.

No período de transição, do Ensino Médio para o Ensino Superior, espera-se também que o aluno apresente uma formação que lhe propicie a própria regulação da sua aprendizagem, ou seja, numa abordagem construtivista é considerada como a capacidade do aluno administrar seus próprios projetos, seus progressos, suas estratégias diante das suas dificuldades. Essa capacidade é fruto da construção da sua personalidade social e formação escolar, caracterizando assim, uma abordagem histórico-cultural da aprendizagem.

O estudo piloto foi desenvolvido no 4º bimestre de 2009, com 67 alunos de três turmas da 3ª série do ensino médio de uma escola estadual da cidade Santo André/SP. Foram utilizados os seguintes instrumentos: um questionário de perfil do aluno com 11 questões e a escala de estratégias de atenção e de interação composta de 15 afirmativas, sendo 6 afirmativas relacionadas às estratégias de atenção e 9 afirmativas sobre estratégias de interação. Na subescala de estratégias de atenção, quatro afirmativas são positivas e duas negativas e na subescala de estratégias de interação, seis afirmativas são positivas e três são negativas. Para cada afirmativa, as possibilidades de resposta são: sempre, quase sempre, quase nunca e nunca, em que se atribui pontuação de 4 até 1 para as afirmativas positivas e de 1 até 4 para as afirmativas negativas.

Os resultados do estudo piloto de Barizon, Kataoka e Oliveira (2010) revelaram a adequabilidade das questões e da linguagem para alunos da 3ª série do Ensino Médio, tanto da escala como do questionário de perfil. Foi possível identificar a utilização da escala para a verificação dos níveis de estratégias de atenção e de interação dos alunos, o que possibilita ao professor realizar intervenções em sala de aula com o intuito de propiciar a consolidação das aprendizagens no espaço relativo à Zona de Desenvolvimento Proximal.

Almeida, Silva e kataoka (2010) apresentaram e discutiram alterações realizadas em um instrumento de avaliação do letramento estatístico desenvolvido por pesquisadoras australianas, no que tange à adequação das categorias elaboradas a partir da utilização da taxonomia SOLO (Structure of Observed Learning Outcomes) para questões de probabilidade de um estudo piloto, o qual permitiu realizar o ajuste do número de questões do instrumento ao tempo disponível.

A taxonomia SOLO, foi utilizada para classificar as respostas dos alunos em instrumentos de avaliação, determinando cinco categorias hierárquicas de análise. O primeiro nível de resposta é o pré-estrutural, o segundo nível de resposta é o uniestrutural, o terceiro nível é chamado multiestrutural, o quarto nível é o relacional e o quinto é chamado de abstrato estendido.

A pesquisa piloto foi realizada em uma escola pública da cidade de Guarujá no Estado de São Paulo. Foram selecionadas duas turmas, uma do 7º ano e outra do 9º ano, com 29 alunos cada, com idades entre 14 e 17 anos. As duas turmas foram selecionadas por supor ser possível identificar dificuldades de compreensão da situação proposta e da linguagem em alunos que estejam no meio e no término do Fundamental II. Os alunos responderam ao teste contendo 28 questões abordando diferentes conteúdos estatísticos.

De acordo com Almeida et al (2010), o tempo de aplicação do questionário foi de aproximadamente 50 minutos. Os alunos responderam o teste individualmente, sem consulta a nenhum tipo de material e sem uso de calculadora. Após a aplicação do teste, as questões foram digitadas em um banco de dados estruturado em Excel. A classificação das respostas dos alunos ocorreu entre quatro categorias: categoria 0 - o aluno não respondeu ou sua resposta é considerada inapropriada e sem muita informação; a categoria 1 - o aluno responde a questão apresentando exemplos envolvendo jogos, representando formas de escolhas ou relacionado com o tempo; a categoria 2 - o aluno responde a questão apresentando uma definição de uma escolha qualquer, de forma imprevisível ou exemplos que envolvem múltiplos aspectos diferentes; a categoria 3 - o aluno apresenta respostas com definições e demonstra exemplos.

Com base nos resultados deste estudo piloto, a primeira tradução e adaptação do instrumento exigiram alterações na estrutura de frases, mudanças de exemplos para torná-los familiares ao contexto brasileiro. Houve alteração na proposta da tarefa e formatação das questões em formas de alternativas e com a solicitação de justificativas para cada resposta. Outra alteração proposta foi a redução do número de questões. Finalmente, segundo Almeida, Silva e kataoka (2010), o instrumento foi reduzido para 16 questões e o tempo de aplicação ampliado de 50 para 90 minutos.

Para a avaliação do letramento estatístico de alunos foi necessário o envolvimento de questões de leitura e interpretação de informações estatísticas, que, em sua maioria, estão contextualizadas socialmente. Foi realizado também um segundo estudo piloto após as mudanças, e foi possível perceber que a maioria das questões foi respondida e o tempo de aplicação foi suficiente. Assim, após dois estudos pilotos, o instrumento ficou pronto para iniciar a efetiva coleta de dados para o processo de validação do instrumento de letramento estatístico.

Estevam e Fürkotter (2010) desenvolveram uma sequência didática para o Ensino Fundamental visando os princípios e fundamentos que podem auxiliar o desenvolvimento de atividades que visam à compreensão da variabilidade presente nas atividades estatísticas e a construção do princípio de amostragem aleatória.

Esse trabalho de mestrado teve por objetivo elaborar, aplicar e analisar uma sequência didática para a Educação Estatística, apoiada nas Tecnologias de Informação e Comunicação (TIC), em um 9º ano do Ensino Fundamental. Assim, trouxeram uma discussão quanto às atividades dessa sequência que favoreceram a compreensão da variabilidade, culminando com a construção do conceito de amostragem aleatória.

A turma participante da pesquisa era composta de 27 alunos, com idades entre 14 e 15 anos. A escola integra o programa Escola em Tempo Integral. Utilizou-se de 27 aulas das oficinas de Experiências Matemáticas e Informática Educacional para realização das atividades. Os alunos desta sala se dividiram em sete grupos e cada um ficou responsável pela aplicação e organização dos dados de cada uma das turmas da escola (6º ano EF à 3ª série do Ensino Médio). Foram aplicados 524 questionários. Colhidos os dados, organizaram tabelas que subsidiaram a construção de gráficos. O foco deste trabalho foi a análise e interpretação dessas tabelas e gráficos.

Segundo os autores, para tentar minimizar os erros amostrais, considerando a variabilidade entre indivíduos e a variabilidade entre grupos, deve-se utilizar o princípio de amostragem aleatória, devendo a amostra ser proporcional ao tamanho dos grupos envolvidos na investigação.

Em vários momentos pudemos perceber uma análise global dos dados, rompendo com a visão pontual, presente na maioria das atividades de leitura e interpretação de gráficos. Trata-se, portanto, de um processo de ressignificação das questões estatísticas pelos alunos do Ensino Fundamental.

Freitas e Lopes (2010) estavam desenvolvendo uma pesquisa de mestrado que trata da construção de significados na abordagem Ontosemiótica por meio da investigação estatística, mediado pelas tecnologias da informação e comunicação no cenário lúdico. Para isso, desenvolveram um software no escopo da Estatística, Probabilidade e Combinatória para crianças de 5 a 10 anos das séries iniciais do Ensino Fundamental nas aulas de Matemática. A pesquisa de campo será realizada com seis turmas das séries iniciais do Ensino Fundamental desta faixa etária.

A Ontosemiótica, segundo Freitas e Lopes (2010), é um modelo teórico cognitivo sobre o conhecimento e instrução matemática, permite um comparativo para articular as diversas aproximações teóricas utilizadas em Educação Matemática favorecendo a construção dos significados entre as diferentes perspectivas institucionais e pessoais do conhecimento matemático a uma aprendizagem significativa.

Neste contexto uma reflexão mais pontual toma lugar de destaque quanto à inserção da Tecnologia na prática de sala de aula por meio de softwares na aprendizagem estocástica que favoreça, sustente e desenvolva o pensamento e o raciocínio estatístico por meio da Investigação Estatística, objetivando ampliar a leitura de mundo pelo sujeito e a sua transformação em um sujeito político por meio da construção dos significados.

A construção de um significado institucional parte do arsenal de conhecimentos prévios que a criança traz para escola, e compete a nós educadores apoiarmos, auxiliarmos, mediarmos e intervirmos para que conceitos estatísticos e a concepção sobre eles possam ser redimensionados. Buscamos transformar os conceitos estatísticos e matemáticos dos estudantes, a fim de que eles se reafirmem em sua identidade, que solucionem os seus problemas com apoio desses conhecimentos.

Kataoka et al (2010) consideraram a autorregulação da aprendizagem como uma função psicológica superior, socialmente construída e dependente do domínio, pelo aluno, de instrumentos culturais específicos. As estratégias de memória constituem-se em dispositivos de autorregulação desenvolvidas e motivadas pela interação social humana, mediada semioticamente. Considera-se que a capacidade de autorregulação da aprendizagem de universitários expressa-se pelo uso intencional de estratégias de domínio de funções mentais de memória como ações autoconscientes e essenciais aos processos de aprendizagem.

As estratégias de aprendizagem são caracterizadas como ações deliberadas para alcançar objetivos específicos; como ações que correspondem às respostas pessoais relativas às tarefas a serem realizadas e não a um guia pré-estabelecido; como processo flexível de seleção e aplicação que se adequa à tarefa e que implica tanto recursos cognitivos quanto recursos motivacionais e como processos que devem ser aplicados a diferentes tipos de tarefas escolares para facilitar sua transferência.

Participaram da pesquisa 220 alunos de graduação de seis cursos tecnológicos de uma Universidade particular instalada na Grande São Paulo, que concluíram uma disciplina de Estatística em 2007. A coleta dos dados aconteceu no 1º semestre de 2008.

Os alunos responderam dois instrumentos utilizando lápis e papel: um questionário e uma escala de memória (desenvolvida pela primeira autora). O questionário continha 18 perguntas que traçavam o perfil do aluno, abordando sua trajetória escolar, sua opinião sobre a importância, o sentimento e a ideia da Estatística bem como sua experiência com esta disciplina. Uma escala foi elaborada com 17 afirmativas, sendo 10 positivas e 7 negativas. Para cada afirmativa, as possibilidades de respostas eram: sempre, quase sempre, quase nunca e nunca, pontuadas de 4 até 1 para as afirmativas positivas e de 1 até 4 para as afirmativas negativas. Dessa maneira, a pontuação total variou de 17 a 68.

A validação da escala de estratégias de memória, de acordo com Kataoka et al (2010), no processo de autorregulação da aprendizagem de estatística mostrou grande coerência com os pressupostos teóricos da pesquisa, na medida em que permitiu mostrar três grandes dimensões de análise; Dependência de estratégias, Autonomia de estratégias e Desenvolvimento de estratégias; o que revelou um processo de construção dessas estratégias de memória pelo aluno iniciante de cursos tecnológicos. Além disso, a validação da escala evidenciou a necessidade de revisão das questões afirmativas negativas que não puderam ser validadas pelo processo. O autoconhecimento de estratégias de memória, por meio da escala, possibilitou aos alunos refletirem sobre seus processos de autorregulação da aprendizagem de estatística; podendo levar o professor de Estatística a uma reflexão sobre suas práticas pedagógicas.

Colodel, Cesar e Brandalise (2010) apresentaram um relato parcial de uma pesquisa em andamento que objetivou diagnosticar a percepção dos professores da Educação Básica sobre as concepções de ensino-aprendizagem e as práticas pedagógicas relativas ao conhecimento estatístico que desenvolvem, considerando o eixo do “Tratamento da Informação” proposto para o ensino da Matemática. Nesse momento, a investigação está sendo desenvolvida numa abordagem qualitativa, revestindo-se de um caráter bibliográfico e interpretativo, em torno da seguinte questão norteadora: quais concepções de ensino-aprendizagem têm os professores da Educação Básica quanto ao conhecimento estatístico e probabilístico e como estas se refletem nas suas práticas pedagógicas?

Para o cumprimento do objetivo da pesquisa, as autoras realizaram um levantamento bibliográfico da área escolhida na investigação para a construção do referencial teórico, considerando-se os estudos já desenvolvidos na área da Educação Estatística e os documentos oficiais destinados ao ensino de Matemática na Educação Básica.

Em termos curriculares, Colodel, Cesar e Brandalise (2010) destacaram que cabe ao professor adaptar as proposições dos Parâmetros Curriculares Nacionais à realidade na qual está inserida a escola, de modo a possibilitar o desenvolvimento intelectual de seus alunos, formando-os para que sejam capazes de resolver situações do dia-a-dia, nas quais o conhecimento matemático é requerido.

Para que um cidadão seja capaz de tomar decisões diante de questões sociais, políticas e econômicas é necessário que ele saiba ler e interpretar criticamente os dados e informações que recebe de diferentes fontes e contextos, pois para exercer a cidadania é necessário saber calcular, medir, raciocinar, argumentar e tratar as informações estatisticamente.

Os Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio, similar aos do Ensino Fundamental, propõem para o ensino-aprendizagem de Matemática, o bloco Tratamento da Informação onde os alunos do Ensino Médio devem desenvolver habilidades de representação e comunicação que envolvem leituras, interpretação e produção de textos com características dessa área do conhecimento; investigação e compreensão de situações-problema com utilização de conceitos e procedimentos; e de contextualização no âmbito sócio-cultural.

Outro documento oficial estudado na pesquisa foi as Diretrizes Curriculares da Educação Básica do Estado do Paraná para o ensino da Matemática. O Tratamento da Informação, nele chamado de Conteúdo Estruturante, engloba os seguintes conteúdos para o Ensino Fundamental: noções de probabilidade; estatística; matemática financeira e noções de análise combinatória. Como nos PCN, esses conteúdos objetivam contribuir para o desenvolvimento de condições que possibilitem ao aluno realizar uma leitura crítica dos fatos que ocorrem na sociedade.

As questões acima apresentadas foram desencadeadas em discussões com os docentes selecionados nas escolas estaduais do município (os autores não citam o município), atuantes na Educação Básica. Os depoimentos foram ricos de significados e sentidos, refletindo as concepções e práticas que estão sendo ou não concretizadas no interior das escolas públicas paranaenses. No momento da escrita desse artigo, Colodel, Cesar e Brandalise (2010) estavam analisando os dados e, já perceberam que era possível perceber nas falas que muitos, apesar de considerarem importante trabalhar com os conceitos que estão propostos para o Tratamento da Informação, ainda sentem-se muito inseguros ao aborda-los, na grande maioria das vezes, por deficiência na sua formação inicial como docente.

Silva e Guimarães (2010) relataram um estudo que teve como propósito analisar softwares gratuitos disponíveis na Internet, direcionados ao ensino da Educação Estatística, nos primeiros anos de escolarização. A metodologia constou de duas etapas: 1) Levantamento de sites na internet que apresentavam atividades relacionadas ao ensino de estatística nos anos iniciais de escolarização; 2) análise dos conceitos envolvidos e das didáticas utilizadas nos mesmos.

Foram identificados e analisados 108 sites de língua portuguesa e 1851 jogos que circulam gratuitamente na internet, mas também reunidos em CD que acompanham revista digital e vendidos a um preço acessível em bancas de revistas. A primeira constatação é a quase inexistência de sites que apresentam atividades relacionadas ao ensino de Estatística voltado aos anos iniciais de escolarização. Encontramos apenas dois sites que apresentavam atividades relacionadas à educação estatística.

Por fim, Silva e Guimarães (2010), acrescentaram que o presente trabalho foi realizado no sentido de contribuir, estimular e desafiar a comunidade científica no intuito de proporcionar a sociedade mais e melhores instrumentos para a compreensão e leitura do mundo.

Barreto e Borba (2010) observaram como são tratados problemas de raciocínio combinatório em livros e manuais do professor do 2º ao 5º ano da escolarização básica, analisando se há uma preocupação em abordar esse conteúdo levando em consideração variedades nas três dimensões de conceitos propostas por Gerárd Vergnaud: significados, invariantes e representações simbólicas.

As autoras buscaram analisar como os livros didáticos de Matemática dos anos iniciais do Ensino Fundamental, aprovados pelo Plano Nacional do Livro Didático – PNLD (2007), abordaram o raciocínio combinatório.

Para o desenvolvimento deste estudo, inicialmente foram selecionadas, de forma aleatória, cinco coleções dentre as aprovadas pelo PNLD - 2007. Em seguida, foi realizada a verificação tanto no livro do aluno quanto no manual do professor, dos tipos de problemas que envolvem o raciocínio combinatório e o tratamento dado a esses quanto a significados, propriedades e representações simbólicas trabalhadas.

De um modo geral, ao longo das cinco coleções, Barreto e Borba (2010) encontraram problemas que abordaram os quatro significados de Combinatória: Produto Cartesiano, Permutação, Arranjo e Combinação. O significado que apresentou o maior percentual total de problemas foi o da Combinação seguido do Produto Cartesiano. Uma provável explicação para essa frequência dos problemas de Combinação é que, diferentemente dos demais significados, a Combinação além de estar presente nas estruturas multiplicativas, também está inserida nos capítulos que também tratam das estruturas aditivas, como, por exemplo, quando solicitam listagens de números com determinada quantidade de algarismos.

O significado da Combinação também foi relacionado, segundo Barreto e Borba (2010), em diversas vezes, ao estudo do sistema monetário, quando os autores propuseram que o aluno reflita e descubra diferentes possibilidades de se formar determinado valor usando cédulas e/ou moedas, ou ainda quais os valores que podem ser formados a partir da combinação dessas. Esta inclusão de problemas multiplicativos em outras seções dos livros evidencia a inter-relação dos conhecimentos matemáticos.

É possível identificar que o Arranjo possui o menor percentual total de problemas. O fato dos problemas de Arranjo serem pouco abordados pelos autores, pode ocorrer por esse significado apresentar uma maior complexidade, uma vez que o aluno, além de escolher elementos de um dado conjunto para formar os possíveis subconjuntos, deverá, também, ordenar esses elementos. Com exceção do Arranjo que não foi encontrado em duas das cinco coleções, os demais significados que envolvem o raciocínio combinatório – produto cartesiano, permutação e combinação – apareceram em todas as coleções.

O Manual do Professor, segundo Barreto e Borba (2010), apresentou os menores percentuais dos quatro significados, ou seja, poucas propostas novas são efetuadas. Vale ressaltar que em todas as coleções, os autores não fazem nenhuma orientação explícita para o professor sobre os diferentes significados da Combinatória. Os maiores percentuais de todos os significados ocorrem nos livros do 4º ano. É neste ano escolar que, geralmente, é ampliado o estudo de significados da multiplicação, havendo a introdução formal da multiplicação, enquanto combinatória.

As representações que obtiveram as maiores frequências foram: desenho, apenas enunciado e tabela. Na maioria dos problemas, os autores não propuseram a utilização de alguma representação específica para a resolução dos problemas, deixando dessa forma, que o aluno decida que representação ele prefere utilizar. Entretanto, em grande parte desses problemas, apesar de não serem propostas representações para a resolução, algum tipo de representação é utilizada na apresentação.

No que diz respeito à abordagem dos quatro significados que envolvem o raciocínio combinatório (Produto cartesiano, Permutação, Arranjo e Combinação) nenhuma das coleções apresentou orientações para o professor sobre tais significados, e consequentemente, não foi abordada nenhuma das propriedades invariantes do conceito. Já se esperava que as propriedades invariantes não fossem explicitadas no livro do aluno, uma vez que não seria condizente com os objetivos dos anos iniciais. Entretanto, é importante que o professor possa receber orientações sobre os significados e propriedades invariantes dos conceitos.

Santana e Borba (2010a) apresentaram uma análise da abordagem da Probabilidade em livros didáticos de Matemática do Ensino Fundamental, objetivando observar como é tratada a construção desse conceito. Analisaram-se 11 livros do 5º ano, do Guia do Programa Nacional do Livro Didático - PNLD de 2007. Evidenciou-se que as maneiras mais utilizadas para a introdução da probabilidade são associadas às ideias de porcentagem, fração ou combinatória. Observou-se, ainda, que cinco noções foram explicitamente abordadas: chance, probabilidade, experimento aleatório, previsão e tentativa. Apesar da noção de chance ser a mais frequente, nenhuma coleção abordou todas estas noções.

Tornou-se relevante então, conforme aponta Santana e Borba (2010a), analisar como os livros didáticos de Matemática do Ensino Fundamental abordam o conceito de probabilidade, identificando quais noções são trabalhadas pelos autores e se são propostas atividades que tenham a resolução de problemas como eixo central, numa visão ampla em torno de situações e noções trabalhadas, bem como de representações simbólicas utilizadas.

Na seleção, de forma aleatória, de 11 coleções dentre as aprovadas pelo PNLD 2007, foram escolhidos para análise apenas livros de 5º ano, pois as estruturas multiplicativas são, em geral, enfatizadas a partir do 4º ano de escolarização e espera-se que no 5º ano, a Probabilidade seja abordada de forma um pouco mais aprofundada.

Dos 11 livros analisados, Santana e Borba (2010a) observaram que apenas um não apresentou nenhuma abordagem referente ao conceito de Probabilidade. Apenas um livro apresentou o conceito de porcentagem vinculado ao raciocínio probabilístico. Salienta-se que o conceito de porcentagem é uma ferramenta matemática necessária à construção do conceito de probabilidade e às experiências aleatórias, pois probabilidades são muitas vezes expressas em forma de porcentagens. Dois livros abordaram o estudo de frações e sua representação (as partes de uma quantidade inteira) e daí, foi proposto uma atividade (lançamento de moeda) envolvendo o conceito de chance.

Outros dois livros utilizaram o estudo de combinatória para apresentar exemplos de situações do cotidiano que não apresentam um resultado previsível, levando o aluno a reconhecer que existem situações em que não podemos prever, com exatidão, o resultado, definindo esses eventos de aleatórios. Três outros livros iniciaram o estudo da Probabilidade propondo um jogo com a intenção de levar o aluno a refletir sobre as possibilidades de ganhar/perder o jogo, sobre a incerteza do que pode acontecer no jogo, as previsões que podem ser realizadas acerca do jogo e a realização de experiências para testar o que pode resultar no jogo. Por fim, os livros restantes iniciaram o estudo de Probabilidade propondo situações-problema para o aluno resolver.

Esse levantamento foi realizado a partir da análise de 66 atividades propostas nas coleções, na qual se constatou que a noção de chance possui o maior percentual, pois esteve presente em nove livros. No que diz respeito à abordagem da Probabilidade no Manual do Professor verificou-se que nenhuma coleção apresentou orientações para o professor sobre como ajudar as crianças no desenvolvimento do raciocínio probabilístico.

A Probabilidade é, em geral, introduzida em associação a outros conceitos, como frações, combinatória e porcentagem, mas sem a devida importância ao conceito de probabilidade em si mesmo. A análise realizada apontou também que os livros deveriam apresentar uma maior variação no que diz respeito aos tipos de representações apresentadas pelos problemas, incentivando as crianças a representarem seus dados de formas diversificadas, tais como: desenhos, tabelas, gráficos e árvores de possibilidades, bem como o uso de materiais manipulativos.

Gomes, Silva e Ferreira (2010) analisaram qual a ordem de grandeza das atividades que envolvem o raciocínio combinatório propostas em cinco das coleções de matemática do 6º ao 9º ano aprovadas pelo PNLD de 2008, de forma aleatória. Mais especificamente, o objetivo foi verificar como as grandezas, enquanto quantidade de elementos dos conjuntos e resultados, estão sendo apresentadas. Isto é justificado pelo fato de que a construção de um conceito só ganha sentido para o aluno a partir de sua experiência com a variedade de situações.

A partir da seleção dos livros, Gomes, Silva e Ferreira (2010) encontraram 105 questões referentes ao campo da combinatória. Nelas, foram analisadas as ordens de grandeza dos elementos dos conjuntos propostos e as ordens de grandeza dos resultados. Nas cinco coleções de livros de Matemática analisadas foram encontrados problemas que abordam quatro técnicas da Combinatória (produto cartesiano, arranjo, permutação e combinação). Contudo, as técnicas com maiores percentuais de apresentação foram a Combinação e o Produto Cartesiano, sendo o Arranjo a que obteve os menores percentuais. Houve uma boa variação das representações simbólicas utilizadas, porém os autores dos livros não exploram as propriedades invariantes da combinatória, nem orientaram os professores em relação aos diferentes significados envolvidos em cada técnica.

De maneira geral, as autoras concluíram que a diversidade das ordens de grandeza, tanto dos conjuntos quanto dos resultados, pode não ser considerada significativa. Visto que, mesmo a ordem de grandeza dos resultados apresentando uma boa diversidade, as questões e suas respectivas formas de resolução propostas nos livros didáticos analisados, parecem não contribuir para a sistematização do raciocínio combinatório, pois as questões analisadas dão margem à simples obtenção do resultado sem a construção de sentido para o aprendiz.

Ribeiro e Bortoloti (2010) apresentaram um relato da pesquisa interinstitucional intitulada “Análise dos erros cometidos pelos discentes dos cursos em Licenciatura Matemática das Universidades Estaduais Baianas” e, teve por objetivo investigar quais são os tipos de erros e dificuldades apresentados por discentes destes cursos, nestas instituições. Para isso, foi elaborado um teste com seis questões adaptadas dos vestibulares de 2007 e 2008 das Universidades Estaduais Baianas, abordando conteúdos da Educação básica. Neste artigo, os autores focaram apenas na análise das respostas da sexta questão deste teste aplicado aos estudantes do 6º semestre do curso de licenciatura em matemática na UNEB/Alagoinhas. A pesquisa foi de cunho qualitativo, com uma amostra de sete sujeitos.

As metas dos autores foi investigar quais as dificuldades os alunos iniciantes apresentaram ao ingressar na Universidade; quais são os tipos de erros e níveis das dificuldades apresentadas por discentes dos cursos de Licenciatura em Matemática; o que dizem as respostas dos alunos ao analisarmos questões abordando conteúdos da Educação Básica; que diferenças existem entre os erros cometidos pelos estudantes novatos e veteranos e identificar se o curso superior está contribuindo para a formação do futuro professor.

Ribeiro e Bortoloti (2010), em termos de fundamentação teórica, consideraram a necessidade de tornar o erro observável para o professor e também para o aluno, considerando-o como meio para a aprendizagem em matemática. A questão cuja análise foi apresentada neste artigo é: três estudantes chegaram juntos a uma cidade para participar de um congresso e, não tendo feito reservas com antecedência, constataram que em cada hotel poderiam ficar até dois estudantes. Sabendo que há apenas quatro hotéis na cidade, calcule o número máximo de possibilidades de hospedagem.

A análise do desempenho de um grupo de sete alunos nesta questão revelou que os alunos recorreram à resolução através de listagem das possibilidades. Ribeiro e Bortoloti (2010) alertaram que há necessidade dos alunos conhecerem e saberem aplicar as fórmulas, pois no caso da amostra ser grande o mesmo precisará saber utilizá-la. Sendo assim, mesmo que os alunos tenham estudado o conteúdo no ensino médio e cursado uma disciplina no curso superior (Estatística), os autores identificaram a resolução empírica ou mesmo o método da tentativa, em sua maioria. Os alunos que utilizaram fórmulas para resolver a questão não obtiveram êxito, por exemplo, um deles usou a combinação, mas desenvolveu a fórmula do arranjo.

Melo e Guimarães (2010) investigaram como o conceito de média aritmética é compreendido por alunos dos anos iniciais do Ensino Fundamental, considerando diferentes invariantes, significados e representações. Participaram desse estudo 75 alunos do 3º ano e 104 alunos do 5º ano do Ensino Fundamental.

Dentre os conceitos considerados básicos na Estatística destaca-se o de média, que é base para outros conceitos estatísticos e vem sendo utilizado comumente, seja no âmbito escolar (nas notas dos alunos), acadêmico (em análises de dados de pesquisas), econômico e na vida diária. Logo, suscita-se a necessidade de desenvolvimento da compreensão deste conceito pela sociedade.

No trabalho de campo, Melo e Guimarães (2010), solicitaram dos alunos do 3º e 5º ano do Ensino Fundamental que respondessem, individualmente, uma série de sete questões. Salientou-se que o instrumento diagnóstico foi constituído por dois tipos de teste, cada um com sete questões. Os testes apresentavam equivalência entre os invariantes e significados do conceito de média, apresentados em cada questão, mas variavam o tipo de representação entre gráfico de colunas e enunciado escrito.

A análise dos percentuais de acerto dos grupos de alunos investigados pela frequência de questões respondidas corretamente, mostraram que nenhum dos sujeitos respondeu corretamente a todas as questões do instrumento diagnóstico. Constatou-se, ainda, a existência de sujeitos que não acertaram nenhuma questão.

Os autores chegaram à conclusão de que existe uma compreensão acerca da alteração da média ao ser acrescido mais um valor a um determinado conjunto de dados. Essa questão envolveu o invariante que corresponde à ideia de que a média é influenciada por cada um e por todos os valores e o significado de média como estimativa de uma quantidade desconhecida em presença de erros de medida. Constatou-se que a escolaridade (3º e 5º ano do ensino fundamental) pode não exercer influência na compreensão do conceito de média aritmética.

Em relação à influência do tipo de representação na compreensão do conceito de média aritmética, verificou-se que a utilização de gráfico de colunas ou enunciado escrito, não demonstrou ser um fator determinante para compreensão do referido conceito, isto é, não houve uma tendência que indicasse que um dos tipos de representação utilizado tenha facilitado a compreensão dos alunos.

Nesse sentido, mediante análise das estratégias de resolução, constou-se a existência de várias concepções, sem validade estatística, em relação à média aritmética. Na maioria das situações, a média foi considerada como soma dos valores da variável, sobretudo quando os dados foram apresentados por meio do enunciado escrito. Por outro lado, outra concepção equivocada surgiu quando a situação envolvia o gráfico de colunas, neste caso, entendeu-se que a média correspondia ao valor da maior coluna ou ponto máximo. Tais estratégias de resolução demonstram a influência do tipo de representação na concepção de média apresentada. Diante disso, os autores julgaram necessária a efetivação de um trabalho voltado ao desenvolvimento da compreensão acerca do conceito de média aritmética, considerando o uso de variados tipos de representação, com os alunos dos anos iniciais do Ensino Fundamental.

Os resultados obtidos nesse estudo apontaram alguns caminhos didáticos possíveis evidenciando a importância dos significados, invariantes e representações na compreensão do conceito de média aritmética.

Barroso (2010) foi investigar o papel da disciplina Estatística em alguns cursos das áreas sociais e humanas, como os alunos destes cursos vêm aplicando os conteúdos estatísticos em suas investigações científicas, em que momentos eles os utilizam, como eles se mobilizam quando confrontados com situações que envolvem estes conceitos na análise exploratória de dados, e que relações fazem entre o ensino de Estatística e a pesquisa científica.

A pesquisa relatada mesclou aspectos quantitativos com qualitativos, colhendo dados através da amostra de 50 alunos do 7º e 8º períodos dos cursos de Administração, Pedagogia, Psicologia, Serviço Social e Sistemas da Informação de uma instituição particular de ensino superior de Minas Gerais e 15 professores orientadores de trabalho de conclusão de curso. Foram selecionados estes cursos pelo fato de ser do interesse da área da pesquisadora, e por percebermos que os alunos destes cursos formulam questionamentos semelhantes.

O trabalho de campo, segundo Barroso (2010), se deu por meio de questionários aplicados a professores e alunos, com o objetivo de estudar qual a utilização da Estatística pelos alunos no curso, quais os conceitos estatísticos mais utilizados, como eles se mobilizam diante de situações que envolvam estes conceitos na análise exploratória de dados e que relações fazem com a disciplina Metodologia do Trabalho Científico.

Por meio dos questionários, a autora concluiu que a maioria dos alunos faz uso dos conceitos estatísticos em seus trabalhos de final de curso, mas uma minoria os utiliza no planejamento de sua pesquisa. Mais da metade dos alunos apresentaram dificuldades com o uso dos conceitos estatísticos em suas pesquisas, precisando do auxílio dos seus orientadores ou dos professores de Estatística. Tanto os professores quanto os alunos responderam que o ensino de Estatística geralmente acontece de forma dissociada dos conteúdos da disciplina de Metodologia Científica nos cursos de graduação.

Fazendo parte da investigação de campo, Barroso (2010) selecionou dois alunos para uma entrevista semi-estruturada, dos diversos alunos que procuraram a pesquisadora para esclarecimentos sobre a utilização de conceitos estatísticos em seu trabalho de final de curso, com o objetivo de um aprofundamento sobre a mobilização dos mesmos diante da necessidade do conhecimento de conteúdos estatísticos que deram origem aos dois estudos de casos relatados na pesquisa original. Ambos haviam sido alunos da professora pesquisadora na disciplina Estatística em cursos diferentes e ao realizarem seus trabalhos de conclusão de curso apresentaram dificuldades no cálculo, aplicações e análise dos intervalos de confiança, do tamanho da amostra e escolha da melhor técnica de amostragem. Embora, a princípio, estes alunos tenham demonstrado algumas dificuldades diante da utilização dos conteúdos estatísticos, o emprego destes, foi de grande relevância para as conclusões tiradas e intervenções sugeridas em seus trabalhos.

Percebeu-se que a maioria das dificuldades dos alunos é de ordem analítica, e não de ordem algorítmica. Os alunos foram capazes de utilizar as fórmulas para os cálculos necessários, mas esbarraram na análise do significado dos resultados obtidos. Uma sequência de atividades foi aplicada em uma turma do 2º período do curso de Administração, durante as aulas de Estatística. A sequência foi desenvolvida em grupos de três alunos e dividida em três momentos. O primeiro momento foi na conclusão da unidade de ensino sobre Tabelas e Gráficos, o segundo foi no término da unidade sobre Medidas Estatísticas e o final correspondeu à socialização dos resultados, onde cada grupo expôs o seu trabalho e suas conclusões. A intenção, com esta sequência de atividades, era que os alunos não apenas resolvessem os cálculos, mas também, utilizassem e relacionassem todos os recursos aprendidos em sala e refletissem sobre os resultados encontrados.

Segundo Barroso (2010) é necessário que seja desenvolvido nos alunos, a compreensão da importância da pesquisa em sua formação profissional. Entendemos que a disciplina Estatística, nestes cursos, também pode contribuir, juntamente com a disciplina Metodologia do Trabalho Científico, proporcionando ao aluno instrumento técnico para o desenvolvimento e entendimento do que é uma investigação.

Durante a aplicação da sequência de atividades e na apresentação feita pelos alunos, foram detectados pela professora-pesquisadora dificuldades e erros que demonstraram a falta de hábito dos alunos de aplicar e explorar em situações reais os conceitos aprendidos em sala de aula. Percebeu-se que a utilização das fórmulas matemáticas, às vezes, se tornam mais fáceis do que a compreensão dos conceitos e ideias estatísticas fundamentais. A percepção destas dificuldades e erros foi um fator enriquecedor para a professora-pesquisadora, levando-a a refletir sobre sua prática pedagógica e a necessidade de criar novas estratégias para que o ensino de Estatística se torne mais significativo para os alunos.

Ao longo desta investigação, a autora percebeu a necessidade de repensar o ensino de Estatística no ensino superior para os cursos das áreas das ciências humanas e sociais, priorizando a aplicação, interpretação e análise dos resultados encontrados. Segundo Barroso (2010), é fundamental que o conhecimento estatístico tenha significado a partir do fato de estar relacionado à situações reais.

Abe e Bittar (2010) apresentaram o andamento de uma pesquisa de Mestrado sobre a aprendizagem de alunos do 9º ano do Ensino Fundamental confrontados com situações envolvendo diferentes visões de Probabilidade (Frequentista, Laplaciana e Geométrica). Para tanto, utilizaram como referencial teórico a Teoria das Situações Didáticas e como metodologia de pesquisa a Engenharia Didática. Partiram do pressuposto que situações envolvendo essas diferentes visões podem ser propostas aos alunos de modo a contribuir para uma aprendizagem que desenvolva suas potencialidades probabilísticas, ampliando sua capacidade de tomar decisões de forma que também faça sentido fora do contexto escolar.

A Teoria das Situações Didáticas se apoia em três hipóteses. O aluno aprende adaptando-se ao meio; o meio sem intenções didáticas é insuficiente para permitir a aquisição de conhecimentos matemáticos e, finalmente, o meio e as situações devem envolver significativamente os saberes matemáticos envolvidos no processo de ensino e aprendizagem.

As autoras acreditam que a Geometria pode ser utilizada na compreensão de vários conceitos de Probabilidade e vice-versa, numa mistura denominada Probabilidade Geométrica, que utiliza conhecimentos prévios geométricos já adquiridos pelos alunos em séries anteriores, o que lhes dá também, a oportunidade de rever o que já aprenderam e de utilizá-lo. A Probabilidade Geométrica conserva as propriedades da visão clássica e as autoras confrontaram os resultados de um mesmo experimento com os obtidos na Probabilidade Frequentista.

Com base em alguns questionamentos e a partir das análises de leituras efetuadas, Abe e Bittar (2010) definiram a seguinte questão de pesquisa: como ocorre a aprendizagem de alunos diante de situações envolvendo três diferentes visões de probabilidade (clássica, frequentista e geométrica)? Como objetivo geral, para tentar responder a questão, investigaram a aprendizagem dos alunos do 9º ano do Ensino Fundamental, levando em consideração situações envolvendo diferentes visões de Probabilidade. Para tal, definiram os seguintes objetivos: investigar e analisar dificuldades e erros que os alunos enfrentam no estudo de probabilidade, pois assim, acreditam poder compreender os principais problemas na aprendizagem desse conceito e a partir daí elaborar as atividades para depois estudar estratégias utilizadas por alunos na resolução de problemas probabilísticos específicos às três visões e assim, compreender como se desenvolve a aprendizagem.

Nesta pesquisa, as análises preliminares de Abe e Bittar (2010) levaram em consideração as dimensões epistemológica, cognitiva e didática. Além disso, por considerarem o livro didático a principal fonte de pesquisa dos professores, as autoras analisaram também o Guia de livros didáticos do PNLD 2008 e algumas coleções para saber como tem sido feita a abordagem desse conteúdo. Realizaram também a análise de artigos e pesquisas realizadas na área de Probabilidade. Os registros obtidos ao longo da experimentação foram: gravações, filmagens, transcrições, questionários, produções dos alunos e observações pertinentes. Como esta pesquisa encontrava-se em fase de construção, as autoras não apresentaram resultados de pesquisa neste artigo.

Biase et al (2010) relataram como é possível calcular as medidas de posição e dispersão, construir histogramas e polígonos de frequências e calcular probabilidades da distribuição Binomial e de Poisson, utilizando exemplos práticos com o auxílio do software SISVAR (Sistema de Análise da Variância). Esse software é uma poderosa ferramenta da informática que permite realizar cálculos estatísticos complexos, focados em planejamento de experimentos, e que proporciona um moderno e eficiente tratamento estatístico de dados. Metodologicamente, foram apresentados passo a passo, os procedimentos necessários para resumir um conjunto de dados por meio da estatística descritiva e para calcular as probabilidades da distribuição Binomial e de Poisson, utilizando o referido software.

Para o desenvolvimento desse trabalho foi realizada uma análise descritiva da variável quantitativa contínua referente à temperatura de uma determinada época do ano de uma cidade do Estado de Minas Gerais. Foram observados em 36 momentos a temperatura da cidade, porém o artigo não deixa claro se foi uma análise diária ou fictícia. Para essa variável foram calculadas as medidas de posição e dispersão e, construído o histograma e o polígono de frequências. Posteriormente, foram analisados os resultados obtidos.

A realização deste trabalho foi de grande valia para aprimorar o conhecimento adquirido em sala de aula, uma vez que foi possível conhecer e aprender a trabalhar com o software SISVAR, cujas estatísticas descritivas aplicadas, foram obtidas com sucesso.

Santos e Allevato (2010) apresentaram uma abordagem fundamentada no processo de ensino-aprendizagem-avaliação de Matemática. A proposta didática consiste em desenvolver um roteiro de aula onde se parte de um problema, com uma abordagem desprovida do formalismo, utilizando os conceitos primitivos e elementares da contagem. O objetivo é levar os alunos a pensar, elaborar conjecturas, desenvolver formas de raciocínio e aprender o conteúdo referente ao Princípio Fundamental da Contagem estabelecendo conexões com o cotidiano.

Santos e Allevato (2010) acreditavam que o professor deve iniciar o estudo do Princípio Fundamental da Contagem a partir de atividades de resolução de problemas, estimulando e desenvolvendo a capacidade de raciocínio, bem como o espírito crítico e criativo do aluno. Assim, abordou-se neste trabalho, a metodologia de ensino-aprendizagem-avaliação de Matemática através da resolução de problemas, tendo como parâmetro os documentos curriculares nacionais.

Nesta proposta didática é desejável que os alunos trabalhem no problema gerador em pequenos grupos, de modo colaborativo, investigando e buscando através de conjecturas e modos de relacionar as ideias, encontrar a solução desse problema. Ao final dessas etapas, Santos e Allevato (2010), os alunos poderão expor novamente suas concepções em relação ao problema resolvido. Poderão sugerir ideias para o aprimoramento da metodologia que foi empregada como, também autoavaliar a aprendizagem durante a resolução deste problema.

Santos e Allevato (2010) afirmaram que essa metodologia oferece um ambiente favorável à construção do conhecimento, levando o aluno a ter mais confiança ao utilizar os procedimentos de resolução de problemas e seus conhecimentos prévios no desenvolvimento da compreensão de novos conceitos matemáticos.

Santos e Grando (2010) realizaram uma pesquisa com alunos do 7º ano do Ensino Fundamental de uma escola da rede pública estadual de São Paulo, onde a primeira autora ministra aulas de Matemática. A investigação se caracterizou como um estudo de caso em uma abordagem qualitativa, cujo instrumento de coleta de dados envolveu uma sequência de tarefas diretamente às probabilidades, que proporcionaram aos alunos contato com a linguagem ligada à estocástica, análise de possibilidades, estimativa de medida de chances, experimentação e avaliação de situações reais e simuladas.

O propósito desta pesquisa foi identificar ideias probabilísticas que emergem do processo de comunicação oral e escrita, tendo como contexto a resolução de problemas em uma perspectiva investigativa. Para tanto, organizou-se uma sequência de tarefas, tendo como metodologia a resolução de problemas, em uma perspectiva investigativa e como foco questões estocástica. A resolução de problemas se mostrou relevante como um instrumento que beneficia a linguagem escrita nas aulas de Matemática e que possibilita um ambiente de aprendizagem baseado em cenários de investigação.

A coleta de informações se deu por meio dos registros escritos dos grupos de alunos em folha impressa fornecida pela professora, realizados durante a atividade, registros em áudio de entrevista, semi-estrutuada, realizada com alguns alunos fora do contexto de sala de aula, registros em vídeo da classe durante a socialização das atividades e registros escritos da professora-pesquisadora no diário de campo.

Nas tarefas, relacionadas ao vocabulário probabilístico, Santos e Grando (2010) afirmaram que o grupo estabeleceu relações entre a linguagem estocástica e a previsão meteorológica do tempo de forma coerente. Nas justificativas verificou-se que esses alunos se basearam na frequência dos fenômenos climáticos observados na cidade onde residem, levando em conta as características das diferentes estações do ano. Aliado a isso, acrescentaram os valores quantificadores pessoais que são atribuídos implicitamente ao vocabulário probabilístico. Assim, observou-se que as explicações conceituais subjetivistas e frequenciais estão presentes nas justificativas dos alunos, mesmo porque, as tarefas propostas favorecem tais explicações. Afirmaram acreditar que as discussões estabelecidas entre os alunos e professora, tanto no momento do desenvolvimento das tarefas como nos momentos de socialização, evidencia uma estratégia de ensino que possibilita que os alunos reflitam sobre a linguagem estocástica, formulem e argumentem ideias probabilísticas.

Almeida (2010) fez um estudo sobre o ensino da Estatística nos currículos de educação básica e superior. A partir daí, fez uma reflexão crítica da situação em que se encontram o ensino desta temática e suas consequências para a formação integral do cidadão. Nesta perspectiva, a autora estabeleceu comparações e fez comentários de artigos publicados sobre o tema e temas afins estabelecendo um elo entre postura e prática do professor. Propôs alternativas para o ensino significativo da estatística na busca de interdisciplinaridade com as diversas áreas e, principalmente, com os conteúdos que são tratados nos cursos de Licenciatura de Matemática.

Segundo Almeida (2010) não é difícil apontar as falhas no ensino da Estatística, pois são poucos os formandos do ensino médio que desenvolvem a capacidade de esquematizar uma situação, comparar, levantar hipóteses e fazer estimativa. O uso da estatística pode favorecer o desenvolvimento destas habilidades, estimulando a construção do pensamento estatístico, antes da apresentação do conteúdo, partindo de situações reais por meio de pesquisas de campo. A autora reforçou a necessidade de instrumentalizar a população de aparato crítico, diante das informações veiculadas aos cidadãos para que sejam capazes de fazer uma leitura analítica das informações que chegassem até eles.

O que acontece com o professor de matemática é que, em sua maioria, opta pelo paradigma do exercício elaborado por outra pessoa, recortado do livro didático em contraposição a um cenário de investigação, para manutenção do seu controle e domínio da situação.

Almeida (2010) fez referências aos ambientes de aprendizagem e associa-os à postura do educador matemático como o sujeito responsável em transformar estes cenários em espaços e motivos para investigação, deixando evidente a possibilidade de trabalhar sem recair na tendência à mera repetição de conceitos e fórmulas prontas. Nesses ambientes de aprendizagem é desejável o trabalho com projetos pedagógicos interdisciplinares onde professor e alunos possam experimentar da incerteza e buscar soluções para problemas construídos ou levantados coletivamente e, principalmente, extraídos da realidade, por meio de dados estatísticos.

Pagan e Magina (2010) discutiram os ganhos de aprendizagem de dois grupos, de 35 alunos cada, da 1ª série do Ensino Médio que tiveram contato com conceitos elementares de Estatística a partir das aulas de Matemática e de aulas de Matemática aplicadas de forma interdisciplinar. No estudo foram aplicados dois testes diagnósticos (pré e pós-teste) e uma intervenção de ensino ocorrida em cada grupo, realizada por professores distintos que compunham os grupos.

As análises dos resultados dos testes mostraram um ganho de conhecimento com a intervenção de ensino nos dois grupos no que diz respeito aos elementos estatísticos estudados (construção de gráficos e tabelas, leitura e interpretação de dados em gráficos e tabelas). Os resultados apontaram que o ensino de Estatística, pautado nos moldes da interdisciplinaridade, mostrou-se mais eficaz quanto à aquisição de conhecimento dos elementos estatísticos.

Santana e Borba (2010b) tiveram como objetivo identificar como professores do Ensino Fundamental de escolas públicas concebem o ensino de probabilidade. Esse trabalho foi composto pela análise de diversas pesquisas, identificando as diferentes tendências quanto às noções básicas de probabilidade a serem abordadas no Ensino Fundamental. Em outro momento, num estudo piloto, recorreu-se a uma amostra composta por quatro professores, dois dos anos iniciais e dois dos anos finais deste segmento escolar, que responderam a uma entrevista relacionada a concepções probabilísticas.

De um modo geral, Santana e Borba (2010b) afirmaram que há indícios de que a formação inicial influencia na construção de concepções quanto ao ensino de probabilidade e de que se faz necessário possibilitar, durante o processo de formação de professores, discussões referentes à probabilidade, de forma que os docentes adquiram autonomia para trabalhar com esse conceito, favorecendo uma aprendizagem significativa dos seus alunos.

Lima (2010) analisou o desempenho de estudantes da Educação de Jovens e Adultos em diferentes níveis de escolarização, resolvendo atividades de construção e interpretação de gráficos de linha e de barra. Participaram da pesquisa 30 estudantes distribuídos em três grupos: anos iniciais e finais do Ensino Fundamental e Ensino Médio. Os resultados não mostraram diferenças significativas no desempenho dos estudantes nas atividades de interpretação em função da escolaridade. Considerando os tipos de gráficos, diferenças significativas foram constatadas apenas entre os gráficos de barras.

Na construção dos gráficos várias dificuldades foram observadas, a inadequação da escala foi um dos aspectos mais evidentes. Comparando os resultados obtidos nas atividades de interpretação e construção, Lima (2010) observou pouca relação entre tais atividades e interpretar parece ter sido mais fácil que construir. Os dados sugeriram necessidade de maior estímulo à construção de gráficos e articulação entre as atividades de interpretação e construção. É ainda necessário que o trabalho com gráficos em sala de aula seja algo contínuo e sistemático.

Santos, Carvalho e Monteiro (2010) conceberam que trabalhar com representações gráficas de maneira significativa e satisfatória na escola é uma tarefa complexa que pressupõe também uma boa preparação e compromisso dos educadores. Estes autores investigaram a importância que professores do 5º ano do Ensino Fundamental atribuíam ao ensino de gráficos. Realizou-se uma entrevista semi-estruturada com dez professoras oriundas de seis escolas localizadas em diferentes bairros do Recife, e procedeu-se à análise dos seus planejamentos. As professoras consideram o ensino de gráficos importante na aprendizagem dos alunos, destacando a sua utilização nas práticas sociais.

Os planejamentos dessas professoras, segundo Santos, Carvalho e Monteiro (2010), contemplaram o ensino de gráficos. O resultado das suas análises sobre três atividades com gráficos extraídas de um livro didático revelou que a prática de ensino dessas professoras talvez enfatizasse mais o trabalho com gráficos em barras.