

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO CARLOS - UFSCar
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM
ENSINO DE CIÊNCIAS EXATAS - PPGECE
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA - DM

KATIA CRISTINA ZEQUIM

**A resolução de Problemas, a Modelagem
Matemática e o desenvolvimento de Habilidades
Matemáticas em alunos do 7º ano do Ensino
Fundamental.**

Sorocaba

2014

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO CARLOS - UFSCar
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM
ENSINO DE CIÊNCIAS EXATAS - PPGECE
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA - DM

KATIA CRISTINA ZEQUIM

**A resolução de Problemas, a Modelagem
Matemática e o desenvolvimento de Habilidades
Matemáticas em alunos do 7º ano do Ensino
Fundamental.**

Dissertação apresentada ao programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Exatas como exigência parcial para obtenção do título de Mestre em Ensino de Ciências Exatas da Universidade Federal de São Carlos - UFSCar (Campus Sorocaba), sob orientação do Professor Doutor Geraldo Pompeu Junior.

Sorocaba

2014

**Ficha catalográfica elaborada pelo DePT da
Biblioteca Comunitária da UFSCar**

Z57rp

Zequim, Katia Cristina.

A resolução de problemas, a modelagem matemática e o desenvolvimento de habilidades matemáticas em alunos do 7º ano do ensino fundamental / Katia Cristina Zequim. -- São Carlos : UFSCar, 2014.
106 f.

Dissertação (Mestrado) -- Universidade Federal de São Carlos, 2014.

1. Matemática - estudo e ensino. 2. Ensino fundamental.
3. Resolução de problemas. 4. Modelagem matemática. 5.
Habilidades matemáticas. 6. Sequência didática. I. Título.

CDD: 510.7 (20ª)

Banca Examinadora:



Prof. Dr. Geraldo Pompeu Junior
DFQM - UFSCar - orientador



Prof. Dr. Rodney Carlos Bassanezi
UNICAMP/UFABC - Aposentado



Prof. Dr. José Antonio Salvador
DM - UFSCar

Deficiências

"Deficiente" é aquele que não consegue modificar sua vida, aceitando as imposições de outras pessoas ou da sociedade em que vive, sem ter consciência de que é o dono do seu destino.

"Louco" é quem não procura ser feliz com o que possui.

"Cego" é aquele que não vê seu próximo morrer de frio, de fome, de miséria, e só tem olhos para seus míseros problemas e pequenas dores.

"Surdo" é aquele que não tem tempo de ouvir um desabafo de um amigo, ou apelo de um irmão. Pois está sempre apressado para o trabalho e quer garantir seus tostões no fim do mês.

"Mudo" é aquele que não consegue falar o que sente e se esconde por trás da máscara da hipocrisia.

"Paralítico" é quem não consegue andar na direção daqueles que precisam de sua ajuda.

"Diabético" é quem não consegue ser doce.

"Anão" é quem não sabe deixar o amor crescer. E, finalmente, a pior das deficiências é ser miserável, pois:

"Miserável" são todos que não conseguem falar com Deus.

Mário Quintana (1906 -1994)

AGRADECIMENTOS

Agradeço aos meus amigos, familiares e a Deus.

A todos os meus colegas deste mestrado pelo suporte, carinho e dedicação dispensados nas aulas.

Aos professores que fizeram parte da minha vida e me ajudaram nessa constante busca pelo meu crescimento pessoal e profissional.

A equipe gestora e pedagógica da escola, que confiou no meu trabalho, permitindo que fosse realizado com os alunos.

Aos meus queridos alunos, que participaram de forma brilhante no desenvolvimento das atividades.

Ao Governo do Estado de São Paulo, pelo suporte financeiro e por sua política de investimento na capacitação docente.

Finalmente, de modo especial, ao meu orientador Professor Dr. Geraldo Pompeu Jr. por dar suporte aos meus “caminhos”, ao seu carinho e sua presença constante.

RESUMO

Nos últimos anos, muito se tem falado da necessidade de melhoria na qualidade da educação. Especificamente na matemática, a busca pela mudança vem sendo no sentido de aproximar os conteúdos escolares de problemas do cotidiano dos alunos. Hoje em dia, o ensino de matemática se restringe, basicamente, a memorização de fórmulas e a resolução de exercícios repetitivos.

A questão central a ser respondida nesta pesquisa, em nível de Mestrado Profissionalizante, é: “atividades didáticas, baseadas na Resolução de Problemas e na Modelagem Matemática, contribuem para o desenvolvimento de habilidades matemáticas em alunos do 7º ano, do Ensino Fundamental?”. Para auxiliar na busca da resposta a esta questão, duas outras questões específicas foram propostas:

- (1ª) "Quais dificuldades encontrei durante os processos de planejamento, elaboração e aplicação da sequência de atividades didáticas da pesquisa?";
- e,
- (2ª) "Qual a contribuição que a pesquisa trouxe para a minha formação de professora, nas perspectivas matemática, didática e metodológica?".

Os resultados da pesquisa mostraram que das 16 habilidades matemáticas selecionadas para investigação, 6 delas foram trabalhadas e avaliadas em 3 ou 4 das atividades didáticas planejadas e aplicadas. Destas seis, 5 delas são associadas a "competência para realizar", competência esta básica e necessária ao desenvolvimento dos processos de resolução de problemas e de modelagem matemática. Portanto, a conclusão da pesquisa quanto à questão central é de que "sim, a resolução de problemas e a modelagem matemática contribuíram em muito para o desenvolvimento de habilidades matemáticas nos alunos do 7º Ano, do Ensino Fundamental, envolvidos na pesquisa".

Quanto às dificuldades que enfrentei durante o transcorrer da pesquisa, a principal delas foi a de colocar no papel, por escrito, o planejado nas atividades didáticas, as observações feitas durante as aplicações dessas atividades nos alunos e tudo aquilo que necessitava relatar, coerentemente, nesta dissertação.

Finalmente, a principal contribuição que a pesquisa trouxe à minha formação de professora refere-se à perspectiva didática. Com a pesquisa, compreendi que o ato de ensinar matemática pode partir de situações-problema práticas e contextualizadas e, conseqüentemente, mais significativas e atraentes aos alunos. Passei a acreditar que, ao menos no Ensino Básico, a matemática deva ser ensinada como uma "ferramenta", que, quando bem utilizada, ajuda-nos a melhor compreender a sociedade em que vivemos.

Palavras-chave: Resolução de Problemas; Modelagem Matemática; Habilidades Matemáticas; Sequência de Atividades Didáticas.

ABSTRACT

In recent years, much has been said of the need to improve the quality of education. Specifically in mathematics, the quest for change has been to approximate contents of schooling of everyday problems of students. Nowadays, teaching mathematics is restricted basically in memorizing formulas and resolution of repetitive exercises.

The central question to be answered in this research, level Professional Master, is "learning activities, based on Problem Solving and Mathematical Modelling, contribute to the development of mathematical skills in students of 7th year of elementary school?". To help find the answer to this question, two specific questions were proposed:

(1st) "What difficulties encountered during the planning, development and implementation of educational activities of research?", and,

(2nd) "What is the contribution that research brought to my teacher training in mathematics, didactic and methodological prospects?".

The survey results showed that of the 16 math skills selected for investigation, 6 of them worked and were evaluated at 3 or 4 of the planned and implemented educational activities. These six, five of them are associated with "power to carry out" this basic competence and processes necessary for the development of problem-solving and mathematical modelling. Therefore, the conclusion of research on the key issue is that "yes, problem solving and mathematical modelling contributed much to the development of mathematical skills in students from the 7th year of elementary school, involved in research."

About the difficulties faced during the course of the research, the main one was to put on paper, in writing, what was being planned in the teaching activities, the observations made during the applications of these activities on students and everything needed report coherently in this dissertation.

Finally, the main contribution that research has brought into my teacher training refers to the teaching perspective. Through research, she realized that the act of teaching mathematics can from practice and contextualized problem situations and, consequently, more meaningful and attractive to students. Came to believe that, at least in formal education, mathematics should be taught as a "tool" that, when used well, helps us to better understand the society in which we live.

Keywords: Problem Solving; Mathematical Modelling; Mathematical Skills; Sequence of Teaching Activities.

LISTA DE FIGURAS

Figura 01: Aquário e os dois "pedaços" (trancos) de cones circulares retos nele inseridos, para determinação de seu volume aproximado	38
Figura 02: Aquário e os quatro elásticos auxiliares para a tomada de suas medidas	39
Figura 03: Cone de raio de base "R" e altura "H"	40
Figura 04: Cone circular reto e Cilindro reto, de raio de base "R" e altura "H"	40
Figura 05: Divisão do "Cone circular reto" (C) no "Tronco de cone circular reto" (T_C) e "Cone circular reto "menor"" (C_m)	46
Figura 06: Triângulo obtida da Figura 05	47
Figura 07: Plano cartesiano para a 4ª situação-problema da 3ª Atividade Didática	55

LISTA DE FOTOS

Foto 01: Exemplo de béquer plástico graduado utilizado no experimento	32
Foto 02: Exemplo de garrafa plástica utilizada no experimento	32
Foto 03: Os quatro aquários utilizado no experimento	37
Foto 04: Kit para medição do nível de oxigenação da água	37
Foto 05: Materiais fornecidos para a realização das medidas do aquário	37
Foto 06: Aquário utilizado na determinação, matemática e aproximada, de seu volume	38
Foto 07: Paralelepípedo reto retângulo de aresta de base medindo 5 cm e altura 10 cm	41
Foto 08: Prismas de base triangular com arestas medindo $5 \times 5 \times 5\sqrt{2}$ cm e altura 10 cm	43
Foto 09: Prismas de base triangular dividido em duas pirâmides, uma de base retangular e outra de base triangular	44
Foto 10: Pirâmide de base retangular seccionada em duas pirâmides de bases triangulares, as quais, posteriormente, foram apoiadas em suas faces reto triangulares de arestas 10, 5 e $5\sqrt{5}$ cm	44
Foto 11: As três "pirâmides de bases triangulares" resultantes da secção do "prisma de base triangular"	45
Foto 12: Volume do prisma reto retângulo, de base triangular, igual a três vezes	45

o volume da pirâmide de mesma base e altura	
Foto 13: Da esquerda para a direita – a proveta, os tubos de ensaio em seu suporte, a seringa e o recipiente para coleta de material dos aquários	53
Foto 14: Alunas trabalhando durante 1ª atividade didática	71
Foto 15: Alunos trabalhando durante 1ª atividade didática	72
Foto 16: Garrafas "B", "C" e "D" com suas respectivas quantidades de "água e óleo"	75
Foto 17: Pés de Feijão "A", "B", "C" e "D" em crescimento	76
Foto 18: Aquários "A1", "A4", "A3" e "A2", da esquerda para a direita, prontos para a realização do experimento	82
Foto 19: Alunos coletando a água dos aquários	83
Foto 20: Alunos medindo o nível de concentração de O ₂ dissolvido na água	83
Foto 21: Comparação entre as cores da água analisada nos tubos de ensaio e a "Escala de Cores" do Kit	83
Foto 22: Aquários após dezessete dias do início do experimento	84
Foto 23: Plantas cultivadas pelo aluno "C" ao final do experimento	90
Foto 24: Alunos trabalhando na sala ACESSA ESCOLA durante a 4ª atividade didática	93
Foto 25: Mistura de soda cáustica, água e óleo de cozinha	95
Foto 26: Professora mexendo a mistura de soda cáustica, água e óleo de cozinha	95
Foto 27: Mistura de cáustica, água, óleo de cozinha, desinfetante e sabão em pó	96
Foto 28: Mistura de cáustica, água, óleo de cozinha, desinfetante e sabão em pó, em ponto de detergente	96
Foto 29: Barra de sabão após ser retirada da embalagem de caixa de leite	97
Foto 30: Barra se sabão fatiada e colocada em caixas de leite para os alunos levarem para casa	97

LISTA DE TELAS

Tela 01: Tela inicial da Planilha Eletrônica EXCEL	60
Tela 02: Telas (parciais) mostrando o procedimento e o resultado obtido	61
Tela 03: Registro das alturas dos pés de feijão tomados de exemplo pela professora	62
Tela 04: Seleção dos dados das colunas A e B e o Gráfico Final da "Altura do Pé	63

de Feijão "A" x Tempo"	
Tela 05: Procedimento para acrescentar os dados da "Altura do Pé de Feijão "B" x Tempo" ao gráfico já obtido	63
Tela 06: Janela "Editar Série" resultante do procedimento de inserção do gráfico da "Altura do Pé de Feijão "B" x Tempo", ao gráfico já existente	64
Tela 07: Gráficos das "Alturas dos Pés de Feijão "A" e "B" x Tempo"	64
Tela 08: Gráficos das da "Alturas dos Pés de Feijão "A", "B", "C" e "D" x Tempo"	65

LISTA DE TABELAS

Tabela 01: Equivalência entre as diferentes etapas da Resolução de Problemas e da Modelagem Matemática	14
Tabela 02: Habilidades Matemáticas esperada de alunos ao final do 7º Ano do Ensino Fundamental, segundo o SARESP	21
Tabela 03: Exemplo de registro da altura do broto de feijão do copo "A", dia 1...	30
Tabela 04: Exemplos de registros dos três primeiros dias dos copos do experimento	31
Tabela 05: Forma de organização dos dados referentes ao nível de concentração de O ₂ nos aquários a cada dia	54
Tabela 06: Percentual de decaimento do nível de concentração de O ₂ nos aquários, dia após dia	57
Tabela 07: Percentual de crescimento dos Pés de Feijão, dia após dia	66
Tabela 08: Nível de concentração de O ₂ dissolvido na água dos Aquários durante o experimento	84
Tabela 09: Dados coletados e trabalhados pelo 1º Grupo de alunos sobre o crescimento dos Pés de Feijão	87
Tabela 10: Dados coletados e trabalhados pelo 2º Grupo de alunos sobre o crescimento dos Pés de Feijão	89
Tabela 11: Dados coletados e trabalhados pelo 3º Grupo de alunos sobre o crescimento dos Pés de Feijão	90
Tabela 12: Frequência de aparecimento das "Habilidades Matemáticas" nas atividades didáticas e competências as quais elas estão vinculadas	99

GRÁFICO

Gráfico 01: Exemplo de Gráfico de colunas múltiplas	56
Gráfico 02: Gráficos traçados pelos alunos do 1º Grupo a partir dos dados, por eles coletados, sobre o crescimento dos Pés de Feijão	88
Gráfico 03: Gráficos traçados pelos alunos do 2º Grupo a partir dos dados, por eles coletados, sobre o crescimento dos Pés de Feijão	89
Gráfico 04: Gráficos traçados pelos alunos do 3º Grupo a partir dos dados, por eles coletados, sobre o crescimento dos Pés de Feijão	91

FLUXOGRAMA

Fluxograma 01: Representação esquemática das diferentes etapas envolvidas no processo de Modelagem Matemática	16
---	----

Sumário

INTRODUÇÃO.....	1
CAPÍTULO I: FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA DA PESQUISA	5
I.1 – BASE LEGAL DO ENSINO BÁSICO BRASILEIRO EM NÍVEL FEDERAL: A LEI DE DIRETRIZES E BASES.....	5
I.2 – A PROPOSTA CURRICULAR DO ESTADO DE SÃO PAULO	8
I.3 – A TEORIA DA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS.....	10
I.4 – A MODELAGEM MATEMÁTICA.....	13
CAPÍTULO II: PLANEJAMENTO DA PESQUISA.....	19
II.1 – A ESCOLHA DO TEMA CENTRAL DE PESQUISA	19
II.2 – HABILIDADES MATEMÁTICAS INDICADAS PARA SEREM TRABALHADAS NO 7º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL.....	20
II.3 – SEQUÊNCIA DE ATIVIDADES DIDÁTICAS.....	23
II.3.1 – DESCRIÇÃO DA SEQUÊNCIA DE ATIVIDADES DIDÁTICAS DA PESQUISA	24
II.3.1.1 – PRIMEIRA ATIVIDADE DIDÁTICA	24
II.3.1.2 – SEGUNDA ATIVIDADE DIDÁTICA	27
II.3.1.3 – TERCEIRA ATIVIDADE DIDÁTICA	33
II.3.1.4 – QUARTA ATIVIDADE DIDÁTICA	57
II.3.1.5 – QUINTA ATIVIDADE DIDÁTICA.....	66
CAPÍTULO III: ANÁLISE E AVALIAÇÃO DOS DADOS DE PESQUISA	70
III.1 – PRIMEIRA ATIVIDADE DIDÁTICA	70
III.2 – SEGUNDA ATIVIDADE DIDÁTICA	72

III.3 – TERCEIRA ATIVIDADE DIDÁTICA.....	76
III.4 – QUARTA ATIVIDADE DIDÁTICA	87
III.5 – QUINTA ATIVIDADE DIDÁTICA.....	94
CAPÍTULO IV: CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES	99
BIBLIOGRAFIA	104
ANEXOS	106

INTRODUÇÃO

Nos últimos anos, muito se tem falado da necessidade de melhoria na qualidade da educação. Os Governos Estadual e Federal brasileiro têm lançado programas educacionais para tentar atingir este objetivo. No estado de São Paulo, desde 2008, o governo procura introduzir um novo programa educacional em suas escolas públicas que visa:

“(...) promover as competências indispensáveis ao enfrentamento dos desafios sociais, culturais e profissionais do mundo contemporâneo (p. 8). (...) Esta Proposta Curricular tem como princípios centrais: a escola que aprende, o currículo como espaço de cultura, as competências como eixo de aprendizagem, a prioridade da competência de leitura e de escrita, a articulação das competências para aprender e a contextualização no mundo do trabalho.” (SEE, 2008, p. 11)

Especificamente na matemática, a busca pela mudança vem sendo no sentido de aproximar os conteúdos escolares do cotidiano dos alunos, pois a matemática, como comumente apresentada, não almeja tal objetivo. Seu ensino se restringe, basicamente, a memorização de fórmulas e a resolução de exercícios repetitivos.

Apesar dos esforços, segundo dados do Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (INEP), de dezembro de 2011:

“(...) apenas 12 em cada 100 alunos, dos 510 mil estudantes do 9º ano do ensino fundamental das redes públicas do Estado de São Paulo que fizeram a Prova Brasil 2011, demonstraram um aprendizado considerado adequado para a série em que estavam matriculados.”

(<http://g1.globo.com/educacao/noticia/2012/11/cresce-indice-de-alunos-que-aprendem-o-esperado-em-matematica.html>)

Visando melhorar esse quadro, a Coordenadoria de Gestão da Educação Básica, a Coordenadoria de Informação, Monitoramento e Avaliação Educacional e um grupo de professores Orientadores das Oficinas Pedagógicas de diferentes Diretorias de Ensino, implantou, em agosto de 2011, a Avaliação de Aprendizagem em Processo que se propõe:

“(...) ao acompanhamento coletivo e individualizado do aluno, por meio de um instrumento de caráter diagnóstico, e se localiza

no bojo das ações voltadas para os processos de recuperação, objetivando apoiar e subsidiar os professores de Língua Portuguesa e de Matemática que atuam no ciclo II do Ensino Fundamental e no Ensino Médio da Rede Estadual de São Paulo.” (SEE, 2012, p.2)

Na matemática, o trabalho dos Orientadores das Oficinas Pedagógicas tem como objetivo auxiliar os professores no planejamento de suas aulas, durante o processo de recuperação. Com isso, os professores poderão verificar qual a maior incidência de erros em seus alunos, mudar suas metodologias de trabalho em sala de aula e, conseqüentemente, melhorar as condições de aprendizagem. A hipótese é de que através deste trabalho os alunos consigam avançar em seus estudos, sem acumular dificuldades.

No entanto só esta mudança não alterará o atual quadro educacional. Faz-se necessário o apoio e o empenho dos professores na busca dessa melhoria.

Segundo o Relatório dos Estudos do SARESP 2010:

"(...) 60,4% dos professores não cursaram ou não cursam qualquer tipo de pós-graduação. (...) Além disso, 90% dos professores do 7º e 9º anos do Ensino Fundamental e 75% dos da 3ª série do Ensino Médio se atualizam profissionalmente somente através da leitura de livros e artigos de sua área de atuação". (SEE, 2011, p. 147 e 162)

Para a autora desta dissertação, partindo do pressuposto de que os professores possuem papel fundamental e insubstituível no processo de ensino e aprendizagem dos alunos, quanto mais eles planejarem suas aulas, se atualizarem profissionalmente e se utilizarem das orientações e materiais fornecidos pelo Governo melhores serão os resultados de aprendizagem obtidos por seus alunos. É óbvio, entretanto, que, para este pressuposto ser válido, também se faz necessário o interesse e a compreensão por parte dos alunos da importância da educação formal para com seu futuro pessoal e profissional.

Nesta linha de raciocínio e buscando melhor compreender o processo de construção do conhecimento matemático de meus alunos, nesta pesquisa, em nível de Mestrado Profissionalizante, planejei, elaborei, apliquei e avaliei uma sequência de atividades didáticas destinada aos alunos de minhas quatro salas de aula do 7º ano, do Ensino Fundamental. Estas atividades buscarão ainda vincular o caderno do aluno,

recomentado e distribuído pela Secretaria de Educação do Estado de São Paulo, com habilidades matemáticas a serem investigadas, através de situações-problema advindas das realidades desses alunos.

Cônsncia de que em qualquer processo educacional e em qualquer nível de ensino de que se trate há sempre dificuldades a serem superadas no que se diz respeito a envolver os alunos com o tema em estudo e apresentar a eles a relação entre ciência e realidade, particularmente no caso da Matemática, uma das alternativas didático-metodológicas para o estabelecimento deste envolvimento e desta relação é a utilização da Resolução de Problemas e da Modelagem Matemática como meios viabilizadores do processo de ensino e aprendizagem.

Assim sendo, o objetivo central deste Projeto de Pesquisa será de "investigar o desenvolvimento de habilidades matemáticas, em alunos do 7º ano do Ensino Fundamental, conforme previsto pelo Currículo do Estado de São Paulo, através da aplicação de uma sequência de atividades didáticas baseada na Resolução de Problemas e na Modelagem Matemática". Para tal, quatro objetivos específicos foram fixados para ela:

- (1º) Selecionar as habilidades matemáticas objetos de investigação;
- (2º) Planejar, escrever e aplicar uma sequência de atividades didáticas, baseadas na Resolução de Problemas e na Modelagem Matemática, que procure vincular o caderno do aluno, as habilidades matemáticas sob investigação e situações-problema advindas de suas realidades;
- (3º) Analisar os resultados da aplicação desta sequência de atividades didáticas e avaliar se as habilidades matemáticas investigadas foram ou não desenvolvidas durante o processo investigativo;
- (4º) Avaliar as possíveis contribuições desta pesquisa para com a minha formação docente nas perspectivas matemática, didática e metodológica.

Para descrever a pesquisa realizada e verificar se os objetivos fixados, central e específicos, foram alcançados, esta dissertação foi dividida em quatro capítulos.

No Capítulo I, denominado "Fundamentação teórica da pesquisa", se encontram definidas as bases teóricas sobre as quais a pesquisa se sustentará, ou seja, a teoria da "Resolução de Problemas" de George Polya e a "Modelagem Matemática enquanto estratégia de ensino e aprendizagem" na concepção de Rodney C. Bassanezi. Além disso,

neste capítulo será definida a compreensão da autora para o conceito de “Habilidade”, bem como serão listadas as habilidades matemáticas definidas pelo Currículo do Estado de São Paulo, para o Ensino Fundamental – Ciclo II, e aquelas que serão objeto de investigação durante a pesquisa.

No Capítulo II, intitulado “O Planejamento da pesquisa”, a escolha do tema de investigação como sendo “A contaminação do solo e da água pelo óleo de cozinha já utilizado” será justificada. Além disso, as “habilidades matemáticas” e as “situações-problema” a serem trabalhadas nas atividades didáticas serão definidas.

No Capítulo III, chamado “Análise e avaliação dos dados de pesquisa”, será descrito, analisado e avaliado os resultados da aplicação da sequência de atividades didáticas baseadas na Resolução de Problemas e na Modelagem Matemática em alunos de quatro salas de aula do 7º ano, do Ensino Fundamental. Serão também apresentados alguns materiais desenvolvidos pelos próprios alunos durante as atividades, que busquem justificar a análise e avaliação feitas.

Finalmente, no Capítulo IV, “Conclusões e recomendações”, serão respondidas a questão central da pesquisa e aquelas relacionadas aos seus objetivos específicos. Serão também tecidas críticas e recomendações à pesquisa realizada, bem como definidos alguns futuros temas de investigação necessários à continuidade desta linha de pesquisa, na opinião da autora.

Capítulo I: Fundamentação teórica da pesquisa

Antes de definir a minha compreensão em relação à Teoria de Resolução de Problemas e a Modelagem Matemática, as quais estabelecem as bases teóricas da pesquisa, faço uma breve síntese de alguns pontos, que julgo importantes, a respeito da Educação Básica brasileira, em níveis Federal e Estadual.

I.1 - Base Legal do Ensino Básico brasileiro em nível federal: A Lei de Diretrizes e Bases

A Lei de Diretrizes e Bases do sistema educacional básico brasileiro (LDB) (https://www.planalto.gov.br/ccivil_03/Leis/L9394.htm), lei de número 9.394/1996, com sua redação reformulada pela lei de número 12.796/2013 (http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/ato2011-2014/2013/lei/112796.htm), estabelece o "direito à educação" a todos os cidadãos e o "dever do Estado" para com a educação pública obrigatória, gratuita e de qualidade em nível do Ensino Básico. Em seu Artigo 4º fica estipulado, entre outros, que:

O dever do Estado com a educação escolar pública será efetivado mediante a garantia de:

- I - educação básica obrigatória e gratuita dos 4 (quatro) aos 17 (dezessete) anos de idade, organizada da seguinte forma:
 - a) pré-escola;
 - b) ensino fundamental;
 - c) ensino médio; (...)
- IV - acesso público e gratuito aos ensinos fundamental e médio para todos (...);
- V - acesso aos níveis mais elevados do ensino, da pesquisa e da criação artística, segundo a capacidade de cada um; (...)
- VIII - atendimento ao educando, em todas as etapas da educação básica, por meio (...) de material didático-escolar, transporte, alimentação e assistência à saúde;
- IX - padrões mínimos de qualidade de ensino, definidos como a variedade e quantidade mínimas, por aluno, de insumos indispensáveis ao desenvolvimento do processo de ensino-aprendizagem.
- X - vaga na escola pública de educação infantil ou de ensino fundamental mais próxima de sua residência a toda

criança a partir do dia em que completar 4 (quatro) anos de idade.

(Fonte: https://www.planalto.gov.br/ccivil_03/Leis/L9394)

Com relação à responsabilidade dos docentes para com o processo de ensino e aprendizagem, o Artigo 13º da LDB incube a eles, entre outras:

- I - participar da elaboração da proposta pedagógica do estabelecimento de ensino;
- II - elaborar e cumprir o plano de trabalho, segundo a proposta pedagógica do estabelecimento de ensino;
- III - zelar pela aprendizagem dos alunos;
- IV - estabelecer estratégias de recuperação para os alunos de menor rendimento; (...).

Quanto aos conteúdos curriculares da Educação Básica, o Artigo 27º da LDB define, genericamente, suas diretrizes como sendo, entre outras, a de "difusão dos valores fundamentais ao interesse social, aos direitos e deveres dos cidadãos, de respeito ao bem comum e à ordem democrática".

Finalmente e especificamente em relação ao ensino fundamental, esse com duração de 9 anos e centro das atenções dessa pesquisa, o Artigo 32º da LDB determina como objetivo, entre outros, da formação básica do cidadão mediante:

- I - o desenvolvimento da capacidade de aprender, tendo como meios básicos o pleno domínio da leitura, da escrita e do cálculo;
- II - a compreensão do ambiente natural e social, do sistema político, da tecnologia, das artes e dos valores em que se fundamenta a sociedade;
- III - o desenvolvimento da capacidade de aprendizagem, tendo em vista a aquisição de conhecimentos e habilidades e a formação de atitudes e valores; (...).

Diante do estabelecido pela LDB para o sistema educacional básico brasileiro, a Secretaria de Educação Fundamental (SEF), do Ministério da Educação e do Desporto (MEC), através dos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN), Ensino Fundamental, 3º/4º Ciclos (BRASIL/SEF, 1998), define, entre outros, que os alunos concluintes deste nível de ensino devam ser capazes de:

- Perceber-se integrante, dependente e agente transformador do meio ambiente em que vivem, identificando seus elementos,

as interações entre eles e contribuindo ativamente para sua melhoria;

- Desenvolver o conhecimento ajustado de si mesmo e o sentimento de confiança em suas capacidades afetiva, física, cognitiva, ética, estética, de inter-relação pessoal e de inserção social, para agir com perseverança na busca do conhecimento e no exercício da cidadania;
- Utilizar as diferentes linguagens – verbal, musical, matemática, gráfica, plástica e corporal – como meio para produzir, expressar e comunicar suas ideias, interpretar e usufruir das produções culturais, em contextos públicos e privados, atendendo as diferentes intenções e situações de comunicação;
- Saber utilizar diferentes fontes de informação e recursos tecnológicos para adquirir e construir conhecimentos;
- Questionar a realidade formulando-se problemas e tratando de resolvê-los, utilizando para isso o pensamento lógico, a criatividade, a intuição, a capacidade de análise crítica, selecionando procedimentos e verificando sua adequação.

(p. 55-56)

Os PCN (BRASIL/SEF, 1998) estabelecem ainda que a Matemática deve possibilitar a "inserção dos alunos como cidadãos, no mundo do trabalho, das relações sociais e da cultura. (...) (observar que a matemática) está presente na vida de todas as pessoas, em situações em que é preciso, por exemplo, quantificar, calcular, localizar um objeto no espaço, ler gráficos e mapas, fazer previsões" e que é de fundamental importância a "superação da aprendizagem centrada em procedimentos mecânicos, indicando a resolução de problemas como ponto de partida da atividade matemática a ser desenvolvida em sala de aula".

(p.59)

Finalmente, o MEC (<http://pt.slideshare.net/guestc339ed/o-ensino-por-competencias-e-habilidades-presentation>) define como "Competências" essenciais ao concluinte do Ensino Básico, estas compreendidas como sendo a "capacidade de agir eficazmente em um determinado tipo de situação, apoiando-se em conhecimentos, mas sem se limitar a eles", as seguintes:

- Dominar a leitura, a escrita e as outras linguagens;
- Fazer cálculos e resolver problemas;
- Analisar, sintetizar e interpretar dados, fatos e situações;
- Compreender o seu entorno social e atuar sobre ele; (...)

- Planejar, trabalhar e decidir em grupo.

Portanto, em nível federal, a educação básica brasileira deve ser considerada como sendo "direito" de todo cidadão e "dever" do Estado em fornecê-la de forma pública, obrigatória, gratuita e de qualidade. Ao professor se estabelecem as incumbências de elaborar e cumprir o plano de trabalho e de zelar pelo aprendizado dos alunos. Especificamente, com relação ao Ensino Fundamental, seu objetivo deve ser o da formação do cidadão através do desenvolvimento de sua capacidade de aprender e do pleno domínio da leitura, da escrita e do cálculo. Finalmente, com relação ao aluno concluinte desse nível de ensino, este deve ser capaz de integrar e transformar o ambiente em que vive, ser confiante de suas capacidades afetiva, física, cognitiva, ética, estética, de inter-relação pessoal e de inserção social, saber se utilizar das diferentes linguagens (verbal, matemática, etc.), saber trabalhar em grupo e, sobretudo, saber questionar a realidade formulando e resolvendo problemas.

I.2 – A Proposta Curricular do Estado de São Paulo

Visando a melhoria da qualidade de aprendizagem dos alunos da Educação Básica estadual, o governo de São Paulo propôs, em 2009, uma nova Proposta Curricular. Baseado em documentos, publicações e diagnósticos já existentes, bem como no levantamento e análise de resultados de projetos já aplicados de maneira satisfatória, o Governo buscou com isto garantir uma base comum de conhecimentos e competências que fizessem com que as escolas públicas estaduais funcionassem como uma rede.

O foco principal dessa proposta é a de transformar a informação em conhecimento. Para tanto, os PCN e o Exame Nacional do Ensino Médio (Enem) foram importantes instrumentos de referência e avaliação para a definição do que seria apresentado nesse currículo. O entendimento passou a ser de que os conteúdos disciplinares, nas diversas áreas, eram meros meios de transformação dos alunos em cidadãos. Em outras palavras, neste currículo, a existência de disciplinas, embora considerada de fundamental importância, teve seu foco de atenção alterado. As disciplinas passaram a ser instrumentos do desenvolvimento das competências pessoais dos alunos. Para alcançar tal objetivo, a Proposta Curricular (SEE, 2008) foi definida baseando-se em três eixos norteadores:

1º Eixo – Da expressão/compreensão: definido como sendo as capacidades de expressão do eu, por meio das diversas linguagens e de compreensão do outro (...), que inclui desde a leitura de um texto até a compreensão de fenômenos históricos, sociais, econômicos, naturais, etc.;

2º Eixo – Da argumentação/decisão: definido como sendo as capacidades de argumentação, de análise e articulação das informações e relações disponíveis, tendo em vista a construção de consensos e a viabilização da comunicação, da ação comum, além das capacidades de decisão, de elaboração de sínteses dos resultados, tendo em vista à proposição e realização da ação efetiva;

3º Eixo – Da contextualização/abstração: definido como sendo as capacidades de contextualização, de enraizamento dos conteúdos estudados na realidade imediata, nos universos de significações – sobretudo no mundo do trabalho – e as capacidades de abstração, de imaginação, de consideração de novas perspectivas e de potencialidades no que ainda não existe.

(p. 42)

Acrescido aos três eixos norteadores gerais da Proposta Curricular e, especificamente em relação à Matemática, esta passa a ter um papel de fundamental importância em cada um deles. Tendo em vista que entre os elos comuns destes três eixos estão a "compreensão da realidade", o "desenvolvimento do raciocínio lógico" e a "necessidade de se relacionar o concreto ao abstrato", algumas "competências", entre outras, foram especificadas como sendo essenciais ao processo de ensino e aprendizagem desta área de conhecimento. São elas (SEE, 2008):

Competência I: Capacidade de se expressar em diferentes linguagens, incluindo a língua materna, a Matemática, as artes, entre outras;

Competência II: Capacidade de compreender fenômenos, incluindo desde a leitura de um texto até a “leitura” do mundo;

Competência III: Capacidades de contextualizar e de enfrentar situações-problema, estando aí implícitas a valorização da imaginação e a necessidade de abstração ao se criarem novos contextos;

Competência IV: Capacidades de argumentar de modo consistente e de desenvolver o pensamento crítico; e, finalmente,

Competência V: Capacidades de decidir, após análises argumentativas, e elaborar propostas de intervenção solidária na

realidade.

(p. 43-44)

Nesta Proposta Curricular dividiram-se ainda os conteúdos matemáticos em três blocos temáticos: Números, Geometria e Relações (p. 45-47). Com isso, o professor ao buscar desenvolver as referidas competências em seus alunos, deve fazê-lo utilizando-se de conteúdos matemáticos desses três blocos, preferencialmente, de forma simultânea. Em outras palavras, a cada bimestre, o professor trabalhará a partir de "Situações de Aprendizagens", as quais versarão sobre um tema central e os conteúdos matemáticos dos três blocos deverão ser aprofundados, conforme decisão do próprio professor.

Pelo acima especificado, a Proposta Curricular do Estado de São Paulo faz com que se torne necessário e indispensável à reformulação da metodologia de trabalho utilizada na sala de aula de Matemática. A visão tradicionalista de se ensinar Matemática a partir do trinômio "Teoria, Exemplo e Exercícios" perde espaço para um ensino alicerçado na Resolução de Problemas e na Contextualização de situações advindas da realidade dos alunos.

Portanto, tomando como base o sistema educacional básico brasileiro, idealizado em níveis federal e estadual através da LDB, dos PCNs e da Proposta Curricular do Estado de São Paulo, particularmente o que se refere à Matemática trabalhada no Ensino Fundamental, Ciclo II, eu, sob a supervisão de meu Orientador, defini como base teórica de investigação a Teoria de Resolução de Problemas e a Modelagem Matemática.

I.3 – A Teoria da Resolução de Problemas

Para que os alunos adquiriram e/ou aperfeiçoem as competências listadas pela Proposta Curricular, bem como as capacidades de "compreender a realidade", "desenvolver o raciocínio lógico" e "relacionar o concreto ao abstrato", uma das metodologias de trabalho recomendada para a sala de aula de Matemática é a da Resolução de Problemas.

Para Soares & Pinto (2001), citando Pozo (1988), a Resolução de Problemas se baseia na:

“apresentação de situações abertas e sugestivas que exijam dos alunos uma atitude ativa ou um esforço para buscar suas

próprias respostas, seu próprio conhecimento. O ensino baseado na resolução de problemas pressupõe promover nos alunos o domínio de procedimentos, assim como a utilização dos conhecimentos disponíveis, para dar resposta a situações variáveis e diferentes.” (p.01)

Nessa perspectiva, ao se utilizar em sala de aula de Matemática de uma metodologia baseada na Teoria de Resolução de Problemas, se propiciará aos alunos a oportunidade de "aprenderem a aprender". Ou seja, estarei ensinando-os a buscarem respostas às questões advindas do cotidiano e a construir seus próprios conhecimentos, ao invés de apenas, esperar deles, respostas aos exercícios rotineiros e desconexos de suas realidades.

Segundo Polya (2006), "a resolução de problemas é uma habilitação prática como, digamos, o é a natação" e explica:

"Adquirimos qualquer habilitação por imitação e prática. Ao tentarmos nadar, imitamos o que os outros fazem com as mãos e os pés para manterem suas cabeças fora d'água e, afinal, aprendemos a nadar pela prática da natação. Ao tentarmos resolver problemas temos de observar e imitar o que fazem outras pessoas quando resolvem os seus e, por fim, aprendemos a resolver problemas, resolvendo-os". (p.03)

Polya (2006) define quatro etapas principais para o processo de resolução de problemas:

1ª etapa – Compreender o problema: Nesta etapa é importante fazer perguntas tais como: "Qual é a incógnita do problema?", "Quais são os dados e as condições fornecidas?", entre outras.

2ª etapa - Estabelecer um plano de resolução: Nesta etapa devemos procurar encontrar as conexões entre os dados fornecidos e a incógnita procurada. Caso seja necessário considere problemas auxiliares ou particulares.

3ª etapa – Executar esse plano: Frequentemente, esta é a etapa mais fácil do processo de resolução de um problema. Contudo, a maioria dos principiantes tende a pulá-la prematuramente e, conseqüentemente, acabam se dando mal.

4ª etapa – Revisar a solução encontrada: Nesta etapa devemos examinar todos os passos da resolução e verificar a veracidade dos resultados obtidos e dos argumentos utilizados. (p.19-20)

Polya (2006) ainda subdivide essas quatro etapas em inúmeras estratégias que podem ser utilizadas em ocasiões propícias. Para ele, são estratégias para:

Compreender o Problema

- 1) Ler cuidadosamente o problema, se necessário várias vezes.
- 2) Compreender o significado de cada termo utilizado.
- 3) Identificar, claramente, as informações necessárias à resolução: dados e condições fornecidas; a incógnita solicitada.
- 4) Reescrever o problema em um mais simples.

Estabelecer um plano de resolução

- 1) Buscar encontrar a conexão entre os dados e a incógnita, com o objetivo de definir uma estratégia, um plano de resolução.
- 2) Poderá ser necessário considerar problemas auxiliares ou particulares.

Execução do plano

- 1) Compreender e executar a estratégia definida.
- 2) Verificar a correção de “cada passo”.

Revisão da solução

- 1) Implica uma reflexão sobre a resolução do problema, “revendo-a e discutindo-a”.
- 2) Procurar utilizar o resultado, ou o método, em outros problemas similares.

Ao aplicamos uma metodologia baseada na Resolução de Problemas durante o processo de ensino e aprendizagem da matemática, deve-se trabalhar com os chamados problemas "não rotineiros", na terminologia de Polya. Ao assim proceder, estarei enfatizando aos meus alunos que eles não devem apenas se preocupar com as "contas a resolver", mas sim, com suas atitudes para com o processo de resolução, os procedimentos a serem utilizados e a forma como eles administram e se utilizam dos conhecimentos que possuem.

Com isso estou advogando que o trabalho de sala de aula apenas com problemas ditos "rotineiros" por Polya, os quais usualmente são encontrados em livros didáticos "tradicionais" e buscam apenas a aplicação direta de conceito ou algoritmo matemático introduzido recentemente, deve perder espaço em nossas salas de aula. De modo geral, problemas "rotineiros" não despertam a curiosidade e o interesse dos alunos, nem os desafiam na busca do novo conhecimento. Nas palavras de Smole & Centurión (1992):

"É fundamental que o estudo da Matemática seja calcado em situações-problema que possibilitem a participação ativa (do aluno) na construção do conhecimento matemático. O aluno desenvolve seu raciocínio participando de atividades, agindo e refletindo sobre a realidade que o cerca, fazendo uso das informações de que dispõe. Se quisermos melhorar o presente estado de conhecimento, devemos nos questionar sobre como pode, de fato o nosso aluno desenvolver o pensamento crítico ou o raciocínio lógico". (p.9)

Portanto, acredito que a oportunização de se trabalhar com problemas "não rotineiros" em sala de aula pode tornar as aulas de matemática mais interessantes e desafiadoras aos meus alunos. Acredito ainda que esses problemas possibilitam um maior envolvimento dos alunos para com os processos de resolução, bem como aguçam suas criatividade e colaboram com o desenvolvimento de diferentes estratégias que poderão, no futuro, serem aplicadas em diversas situações de suas vidas. A hipótese é que "se durante a vida escolar forem dadas oportunidades aos alunos de se envolverem com diferentes situações-problema, quando adultos, estes agirão com inteligência e naturalidade ao enfrentarem seus problemas cotidianos, sejam eles de ordem pessoal e/ou trabalhista".

Na perspectiva do papel que o professor de matemática deve assumir ao trabalhar com uma metodologia baseada na Resolução de Problemas "não rotineiros", este deve ser de incentivador, facilitador e mediador das ideias apresentadas pelos próprios alunos. Assim agindo, o professor estará incentivando os alunos a terem ideias inovadoras e produtivas, bem como os levará a raciocinar de forma lógico-dedutiva e a construir seus próprios conhecimentos. Consequentemente, o ambiente de trabalho em sala de aula deve ser de cooperação, de busca, de exploração e de descobertas feitas pelos próprios alunos.

I.4 – A Modelagem Matemática

Mas, por que também a necessidade da Modelagem Matemática como base teórica para este projeto de pesquisa? A Teoria de Resolução de Problemas não seria suficiente?

Certamente, se poderia planejar uma pesquisa, com objetivos similares, baseando-se apenas na Teoria de Resolução de Problemas. Contudo, se esse fosse o

caso, em minha opinião, uma parte essencial do trabalho se perderia. Em outras palavras, enquanto na Resolução de Problemas a situação sob investigação é completamente apresentada no enunciado, ou seja, os dados necessários à sua resolução e o problema posto estão nela explícitos, na Modelagem Matemática a busca pelos dados e a definição do problema a ser investigado são ações que devem ser desenvolvidas com e pelos próprios alunos.

Ribeiro (2009) em pesquisa comparativa entre sequências de atividades de matemática baseadas na Resolução de Problemas e na Modelagem Matemática sugere uma "Tabela de Equivalência" das diferentes etapas envolvidas nessas duas estratégias de trabalho para a sala de aula (p. 11):

	Resolução de Problemas	Modelagem Matemática
1ª Etapa	Compreensão do Problema	Experimentação
2ª Etapa	Estabelecimento de um Plano	Abstração
3ª Etapa	Execução do Plano	Resolução
4ª Etapa	Retrospecto	Validação
		Modificação

Tabela 01: Equivalência entre as diferentes etapas da Resolução de Problemas e da Modelagem Matemática

Acrescenta ainda que:

"Quando se trabalha com Modelagem Matemática é necessário buscar os dados (...). Isso já não acontece quando se trabalha com Resolução de Problemas, onde, via de regra, os dados já são apresentados no problema proposto (...). Assim, a etapa Experimentação, da Modelagem Matemática, não existe quando se trata de Resolução de Problemas." (p.11)

Com relação à 2ª Etapa, Ribeiro afirma:

"Esta é a etapa mais importante, tanto na Resolução de Problemas quanto na Modelagem Matemática. É quando o aluno será auxiliado pelo professor e irá formular o modelo. Nesta fase, deve-se deixar a criatividade do aluno fluir para que possa definir o que será feito. Ao formular o modelo, o aluno objetiva resolver o problema e poderá fazer analogias, induções e deduções. Por este motivo as etapas "Estabelecimento de um Plano" e "Abstração" se complementam." (p.11)

Portanto, a inclusão da Modelagem Matemática, como base de fundamentação teórica para a pesquisa, se justifica fundamentalmente no fato da coleta de dados estar sendo planejada para ser realizada pelos próprios alunos que, com isso, compreenderão a importância e necessidade deles para a resolução das situações-problema propostas.

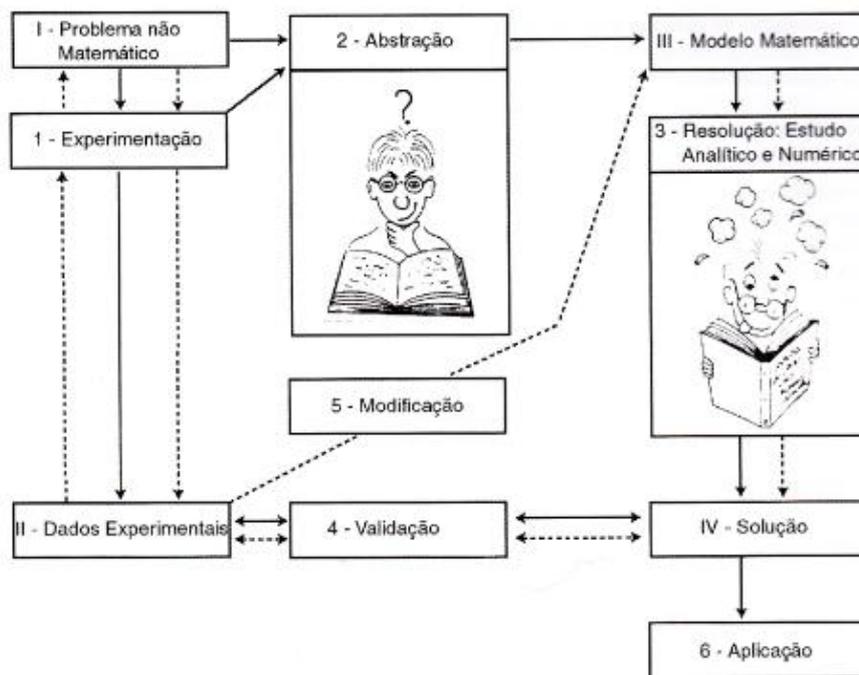
Embora já se tenha nomeado as etapas envolvidas na Modelagem Matemática (Tabela 01, p. 14), a definição, com o rigor necessário, da compreensão a ser dada na pesquisa para o processo de Modelagem Matemática, bem como para suas diferentes etapas, se fazem necessárias. Segundo Bassanezi (2002), o processo de Modelagem Matemática:

"consiste, essencialmente, na arte de transformar situações da realidade em problemas matemáticos cujas soluções devem ser interpretadas na linguagem usual." (p.24)

Em outras palavras, em um primeiro entendimento do processo de Modelagem Matemática parte-se, usualmente, de um problema do mundo real, o qual será investigado através da linguagem e de conceitos matemáticos, objetivando melhor explicá-lo e entendê-lo. De posse dos resultados matemáticos obtidos, estes devem ser então confrontados com o problema do mundo real original a fim de validar o modelo obtido.

Na perspectiva do processo de ensino e aprendizagem da matemática, ao utilizar da Modelagem como parte da base metodológica dessa pesquisa, espero propiciar aos meus alunos uma maior motivação em seus estudos, uma facilitação para com a aprendizagem de conceitos matemáticos e o desenvolvimento de competências e habilidades matemáticas deles esperadas ao final do Ensino Fundamental. Mais do que isso, com a Modelagem espero propiciar aos meus alunos uma maior compreensão dos papéis social e cultural que a Matemática desempenha no dia a dia.

Bassanezi (2002, p. 27) utiliza-se da seguinte representação esquemática para definir as diferentes etapas envolvidas no processo da Modelagem Matemática:



Fluxograma 01: Representação esquemática das diferentes etapas envolvidas no processo de Modelagem Matemática

Bassanezi explica as diferentes etapas envolvidas nesta representação da seguinte maneira:

- 1 – Experimentação: É uma atividade essencialmente laboratorial em que se processa a obtenção de dados. Os métodos experimentais, quase sempre são ditados pela própria natureza do experimento e objeto da pesquisa. Entretanto, a contribuição de um matemático nesta etapa, muitas vezes, pode ser fundamental e direcionar a pesquisa no sentido de facilitar, posteriormente, o cálculo dos parâmetros envolvidos nos modelos matemáticos. A adoção de técnicas e métodos estatísticos na pesquisa experimental pode dar maior grau de confiabilidade aos dados obtidos. (...)
- 2 – Abstração: É o procedimento que deve levar à formulação dos Modelos Matemáticos. Nesta etapa, procura-se estabelecer a:
 - (a) Seleção de variáveis; (...)
 - (b) Problematização ou formulação aos problemas teóricos numa linguagem própria da área em que se está trabalhando; (...)

- (c) Formulação de hipóteses; (...) e,
- (d) Simplificação (...).

3 – Resolução: O modelo matemático surge quando a linguagem real é substituída por uma linguagem matemática coerente (...).

A resolução de um modelo está sempre ligada ao caráter de dificuldade empregado em sua formulação e muitas vezes só pode ser viabilizada através de métodos computacionais, dando solução numérica aproximada. De qualquer forma, os métodos computacionais podem oferecer caminhos para posteriores soluções analíticas. (...)

4 – Validação: É o processo de aceitação ou não do modelo proposto. Nesta etapa, os modelos, juntamente com as hipóteses a eles atribuídas, devem ser testados em confronto com os dados empíricos, comparando suas soluções e previsões com os valores obtidos do sistema real. O grau de aproximação destas previsões será o fator preponderante para sua validação.

Um modelo deve prever, no mínimo, os fatos que o originaram. Um bom modelo é aquele que tem capacidade de previsão de novos fatos ou relações insuspeitas. (...)

A interpretação dos resultados obtidos através dos modelos pode ser feita com o uso de gráficos das soluções que facilita avaliar as previsões ou mesmo sugerir um aperfeiçoamento dos modelos.

5 – Modificação: Alguns fatores ligados ao problema original podem provocar a rejeição ou aceitação dos modelos. Quando os modelos são obtidos considerando simplificações e idealizações da realidade, suas soluções geralmente não conduzem às previsões corretas e definitivas. (...)

O aprofundamento da teoria implica na reformulação dos modelos. Nenhum modelo deve ser considerado definitivo, podendo sempre ser melhorado, e agora poderíamos dizer que um bom modelo é aquele que propicia a formulação de novos modelos. (...)

A modelagem eficiente permite fazer previsões,

tomar decisões, explicar e entender; enfim, participar do mundo real com capacidade de influenciar em suas mudanças. (...) (p.26-31)

Tendo definido meu entendimento para o processo de Modelagem Matemática, bem como de suas diferentes etapas, o principal argumento que continua justificando sua utilização em sala de aula é o de mostrar aos alunos que a Matemática pode ser uma excelente ferramenta na compreensão de problemas da realidade. Entretanto, como afirma Biembengut (2002) também são objetivos da Modelagem Matemática:

- ✓ Desenvolver a habilidade (dos alunos) para resolver problema;
- ✓ Melhorar a apreensão (dos alunos) de conceitos matemáticos;
- ✓ Aproximar (outras) áreas de conhecimento da matemática;
- ✓ Enfatizar a importância da matemática para a formação do aluno;
- ✓ Despertar o interesse pela Matemática e sua aplicabilidade; e,
- ✓ Estimular a criatividade (dos alunos). (p. 37-38)

Nossa atual sociedade exige de seu cidadão que ele, constantemente, enfrente problemas e novos desafios, esteja sempre em busca do novo, do desconhecido, saiba selecionar as informações que lhe chegam e se mantenha em constante processo de formação. Em resposta a tais necessidades, nós professores de matemática, devemos encontrar meios para fazer de nossa ciência de trabalho uma ferramenta para o desenvolvimento das capacidades criativas e de enfrentamento de problemas reais de nossos alunos.

Tendo fixado a base teórica da pesquisa, no Capítulo II serão definidos o tema de pesquisa, as habilidades matemáticas e as situações-problema a serem trabalhadas na Sequência de Atividades Didáticas (SAD).

Capítulo II: Planejamento da pesquisa

II.1 - A escolha do tema central de pesquisa

Tendo como foco planejar e elaborar de uma SAD, baseada na Resolução de Problemas e na Modelagem Matemática, através da qual conceitos matemáticos poderão ser trabalhados de forma aplicável e contextualizada à realidade de meus alunos, o tema central de pesquisa definido foi “A contaminação do solo e da água pelo óleo de cozinha já utilizado”.

Na realidade o tema surgiu quando assisti a reportagem do programa "Hoje em Dia", da Rede Record de Televisão, sob o título "Mais de 99% do óleo de cozinha usado no Brasil é descartado de forma errada" e questionei-me: "por que não trabalhar esse assunto com os meus alunos do 7º ano?" (<http://noticias.r7.com/videos/mais-de-99-do-oleo-de-cozinha-usado-no-brasil-e-descartado-da-forma-errada/idmedia/4f7af9ee92bb84e93b21e2eb.html>).

Como pode ser observado, assistindo-se a reportagem do link especificado, várias são as razões que justificam esta escolha. Entre elas:

- 99% do óleo de cozinha usado no Brasil vão para o ralo;
- Essa atitude provoca danos ao meio ambiente como, por exemplo, o entupimento de redes de esgoto e a contaminação de rios;
- 1 litro de óleo contamina 25 mil litros de água;
- O óleo nos rios dificulta a oxigenação da água e, conseqüentemente, afeta a vida ali existente;
- O óleo usado pode ser reciclado, produzindo renda extra às famílias como, por exemplo, através da produção de sabão;
- Enquanto 1 quilo de papelão rende, em média, R\$ 0,25 a um "catador de papel", 1 litro de óleo rende R\$ 0,95; e, finalmente,
- Todo processo de reciclagem contribui para com o desenvolvimento da sociedade, gerando trabalho e renda além, é claro, de preservar o meio ambiente.

Embora todas as razões especificadas contribuam para justificar minha escolha do tema central da pesquisa, para mim, a principal delas continua sendo a possibilidade

que o tema tem de contribuir para o entendimento de meus alunos do verdadeiro papel da matemática em nossa sociedade. Ou seja, a matemática, quando ensinada, aprendida e adequadamente utilizada, pode-se tornar uma poderosa ferramenta na definição, compreensão e atuação sobre problemas reais com os quais nos defrontamos em nosso dia a dia.

II.2 - Habilidades Matemáticas indicadas para serem trabalhadas no 7º Ano do Ensino Fundamental

Segundo documento da Secretaria de Educação do Estado de São Paulo (SEE) intitulado "Matrizes de referência para a avaliação SARESP: documento básico" (SEE, 2009, p. 72-73) são 38 as habilidades matemáticas que devem ser avaliadas em alunos do 7º Ano do Ensino Fundamental. Estas são divididas em 3 Grupos de Competência (I – Observar, II – Realizar e III – Compreender) e 4 Objetos de Conhecimento Matemático (1 – Números, operações, funções e iniciação à Álgebra, 2 – Espaço e forma, 3 – Grandezas e medidas / Proporcionalidade e 4 – Tratamento da informação / Probabilidade / Estatística). A Tabela 02 especifica estas habilidades:

Matriz de Referência para Avaliação SAESP: Matemática			
7º Ano – Ensino Fundamental			
Objetos de Conhecimento Matemático	Grupo de Competência para		
	I - Observar	II - Realizar	III - Compreender
Números, operações, funções, iniciação à Álgebra	H01 - Reconhecer as principais características do sistema decimal: contagem, base, valor posicional.	H05 - Fazer cálculos que envolvam adições e subtrações de frações.	H02 - Estabelecer relações entre números naturais tais como “ser múltiplo de”, “ser divisor de” e reconhecer números primos e números compostos.
	H04 – Representar medidas não inteiras utilizando frações.	H07 - Fazer cálculos que envolvam adições e subtrações de números decimais.	H03 - Resolver problemas que envolvam as quatro operações básicas entre números inteiros (adição, subtração, multiplicação e divisão).
	H06 - Representar quantidades não inteiras utilizando notação decimal.	H09 – Efetuar cálculos com potências.	H13 - Aplicar uma ordem de operações ao resolver problemas (parênteses, multiplicação, divisão, adição e subtração).
	H08 - Compreender a relação entre as representações fracionária e decimal de um número.	H10 - Efetuar cálculos com multiplicação e divisão de números decimais.	H15 - Expressar e resolver problemas por meio de equações.
		H11 - Efetuar cálculos com adição, subtração, multiplicação e divisão com negativos.	
		H12 - Ler e escrever expressões algébricas correspondentes a textos matemáticos escritos em linguagem corrente e, vice-versa.	
		H14 - Resolver equações do 1º grau.	
Espaço e forma	H16 - Identificar formas planas e espaciais em situações do cotidiano e por meio de suas representações em desenhos e em malhas.	H17 - Classificar formas planas e espaciais.	
	H18 - Identificar figuras espaciais a partir de suas planificações.	H19 - Determinar área e perímetro de uma figura utilizando composição e decomposição de figuras.	
	H20 - Identificar simetria axial e de rotação na leitura das representações dos objetos no	H21 - Identificar elementos e classificar poliedros.	

	dia a dia e das figuras geométricas.		
Grandezas e medidas / Proporcionalidade	H26 - Identificar a soma das medidas dos ângulos de um triângulo (180°) e de um polígono de n lados (por decomposição em triângulos).	H22 - Realizar medidas usando padrões e unidades não convencionais ou de outros sistemas de medida dados.	H27 - Resolver problemas que envolvam medidas de ângulos de triângulos e de polígonos em geral.
		H23 - Aplicar as principais características do sistema métrico decimal: unidades, transformações e medidas.	H29 - Resolver situações-problema que envolvam grandezas direta ou inversamente proporcionais.
		H24 - Reconhecer ângulos como mudança de direção ou giros, identificando ângulos retos e não retos.	H32 - Usar desenhos de escalas para resolver problemas do cotidiano que incluam distância (como em leitura de mapas).
		H25 - Efetuar cálculos que envolvam medidas de ângulos.	
		H28 - Reconhecer situações que envolvam proporcionalidade.	
		H30 - Reconhecer o conceito de razão em diversos contextos: proporcionalidade, escala, velocidade, porcentagem etc.	
		H31 - Reconhecer π como uma razão constante da geometria.	
Tratamento da informação / Probabilidade / Estatística	H36 - Identificar o gráfico adequado para representar um conjunto de dados e informações (gráficos elementares: barras, linhas, pontos).	H33 - Resolver problemas que envolvam probabilidade de eventos simples.	
		H34 - Identificar e interpretar informações transmitidas por meio de tabelas.	
		H35 - Identificar e interpretar informações transmitidas por meio de gráficos.	
		H37 - Utilizar diagramas de árvore para resolver problemas simples de contagem.	
		H38 - Resolver problemas que envolvam a ideia do princípio multiplicativo de contagem.	

Tabela 02: Habilidades Matemáticas esperada de alunos ao final do 7º Ano do Ensino Fundamental, segundo o SARESP

Nesta dissertação, apenas algumas das habilidades matemáticas listadas na tabela acima serão objetos de atenção durante os processos de planejamento, elaboração, aplicação e avaliação das atividades didáticas da pesquisa.

As habilidades e situações-problema, que serão trabalhadas com os meus alunos durante a pesquisa e avaliadas ao longo e após ela, estão especificadas nas descrições das atividades apresentadas a seguir.

II.3 - Sequência de Atividades Didáticas

Nesta sessão, encontram-se descritas, de forma sistemática e sucinta, as providências que tomei durante a execução da pesquisa o que inclui seu Projeto Piloto, as providências tomadas para seu início (Autorizações de Direção e Pais de alunos e Questionário Inicial de Pesquisa) e as versões finais das atividades que formarão a SAD.

A definição da SAD iniciou-se pelo planejamento, elaboração e desenvolvimento de um Projeto Piloto. Nele, investiguei, previamente, as possíveis consequências do descarte inapropriado do óleo de cozinha já utilizado sobre o solo, a oxigenação da água e o "sifão de pias". Esse Projeto Piloto foi objeto de Pôster (ANEXO I) por mim apresentado durante o Workshop do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Exatas (PPGECE), no Campus de São Carlos – UFSCar, em julho de 2012.

Como resultado da execução do Projeto Piloto abandonei a ideia inicial de investigar as consequências do descarte inapropriado do óleo de cozinha sobre o "sifão de pias". O experimento realizado (Ver fotos no ANEXO I), durante três semanas consecutivas, não mostrou a suposta solidificação do óleo nas paredes do "sifão de pias" idealizado e utilizado no Projeto Piloto. Conversando com especialista do Serviço de Água e Esgoto de Sorocaba foi a mim explicado que esta solidificação ocorre em longo prazo e sobre influências do contato do óleo com o ar e da variação de temperatura do meio ambiente. No experimento idealizado e executado durante o Projeto Piloto as referidas influências eram diminutas e o tempo foi de três semanas, prazo este que teria para executar a pesquisa na escola. Em outras palavras, na escola, caso o experimento viesse a ser aplicado, o tempo gasto na coleta de dados não poderia exceder a esse período.

Abandonei então o experimento com o "sifão de pias" e planejei, como última atividade de pesquisa, a fabricação de sabão a partir do óleo de cozinha já utilizado. O objetivo com esta proposta foi o de fornecer aos alunos uma alternativa de reciclagem para o óleo de cozinha utilizado que pudesse ser executada de forma relativamente simples.

Na descrição da SAD, em cada uma delas se encontra especificado: o título; os principais objetivos; as habilidades matemáticas trabalhadas; os pré-requisitos, matemáticos ou não, indispensáveis aos alunos; as situações-problema objetos de resolução/modelagem; o tempo previsto de aplicação; o material necessário à aplicação; e, finalmente, a descrição das atividades e dos procedimentos a serem realizados em sala de aula.

Três foram os procedimentos preliminares por mim tomados para viabilizar o início da pesquisa em sala de aula:

- (1º) Solicitei da Direção da E. E. Professor José Odin de Arruda, da cidade de Sorocaba/SP, a autorização para que o trabalho fosse realizado junto aos alunos dos 7^{os} Anos, do Ensino Fundamental. A autorização foi prontamente concedida (ANEXO II).
- (2º) Posteriormente, enviei aos Pais dos alunos uma solicitação de autorização para a participação de seus filhos na pesquisa (ANEXO III). Em resposta, todos os Pais autorizaram a participação de seus filhos no trabalho.
- (3º) Finalmente, após a participação dos alunos ter sido autorizada pelos Pais, eles responderam ao Questionário Inicial de Pesquisa, o qual objetivava melhor conhecer algumas das características sociais, culturais, educacionais e econômicas de meus alunos, bem como de seus familiares e investigar como a utilização de óleo de cozinha e seu descarte ocorria, antes do experimento, no âmbito familiar (ANEXO IV).

Tendo especificado os procedimentos introdutórios que tomei na pesquisa, passo a descrição da SAD definida.

II.3.1 – Descrição da Sequência de Atividades Didáticas da pesquisa

II.3.1.1 – Primeira Atividade Didática

Título: O descarte do óleo de cozinha já utilizado e o trabalho de pesquisa a ser realizado.

Objetivos: (1º) Conscientizar os alunos envolvidos na pesquisa sobre as consequências para o meio ambiente do descarte inapropriado do óleo de cozinha já utilizado; e,

(2º) Motivar e aguçar suas curiosidades para com o trabalho de pesquisa a ser realizado.

Habilidades Matemáticas a serem trabalhadas na 1ª atividade: Nesta atividade não serão trabalhadas habilidades matemáticas conforme especificadas na Tabela 02. Será sim observado se os alunos participantes possuem ou não algumas habilidades gerais que, em minha opinião influenciam significativamente o trabalho com matemática em sala de aula. As "habilidades gerais" a serem observadas são:

- Atenção para com o trabalho realizado;
- Concentração na atividade executada;
- Entendimento/Compreensão do assunto abordado;
- Respeito às falas e opiniões de colegas e professora durante a atividade; e,
- Capacidade de diálogo dos alunos entre eles e com a professora durante os debates ocorridos na atividade.

Pré-requisitos esperados dos alunos: Espero que os alunos participantes da atividade apresentem as "habilidades gerais" acima listadas, pois, como veremos no item que descreverá a atividade, o trabalho a ser realizado baseia-se em um ambiente de atenção, concentração, respeito e diálogo.

Situações-problema objetos de trabalho: Selecionei três vídeos que abordam o tema da pesquisa, os quais exibirei aos meus alunos. Estes vídeos encontram-se especificados nos "**Materiais necessários à aplicação da atividade**".

Tempo de aplicação da atividade em sala de aula: O tempo previsto para a aplicação desta atividade nos alunos foi de 2 h/a.

Local para o desenvolvimento da atividade: Como às salas de aula da escola onde a pesquisa será realizada não possuem conexões à rede de internet, nem computadores e aparelhos de projeção (Data Show), a apresentação dos vídeos aos

alunos foi planejada para ocorrer na Sala de Informática da escola, denominada ACESSA ESCOLA.

Materiais necessários à aplicação da atividade: Além da conexão à rede de internet dos computadores e de um aparelho de Data Show serão necessários também o acesso aos vídeos:

"Mais de 99% do óleo de cozinha usado no Brasil é descartado de forma errada". Tempo do vídeo: 6 minutos e 7 segundos. Seu acesso pode ser realizado pelo site: <http://noticias.r7.com/videos/mais-de-99-do-oleo-de-cozinha-usado-no-brasil-e-descartado-da-forma-errada/idmedia/4f7af9ee92bb84e93b21e2eb.html>;

"Não jogue seu óleo no ralo". Tempo do vídeo: 9 minutos e 20 segundos. Acesso pelo site: <http://m.youtube.com/watch?v=HbpPPhFNmul>;

"Cultura e o meio ambiente sobre a destinação do óleo de cozinha". Tempo do vídeo: 10 minutos e 49 segundos. Encontrado no site: <http://www.youtube.com/watch?v=7KweZJlaXZ4>.

Descrição das etapas e procedimentos a serem utilizados em sala de aula:

Na data de aplicação da atividade e antes de seu início, eu, juntamente com o monitor da sala ACESSA ESCOLA, baixarei os vídeos especificados no computador ligado ao aparelho de Data Show.

Após testar a correta projeção dos vídeos, os alunos de uma das quatro salas de 7^{os} Anos, participantes da pesquisa, serão encaminhados à sala ACESSA ESCOLA.

Explicarei então aos alunos que eles assistirão a três vídeos sobre a utilização e descarte do óleo de cozinha. Antes da projeção do primeiro vídeo, conversarei com os alunos alguns aspectos gerais das exibições e comunicarei que após elas algumas perguntas serão feitas sobre o entendimento e as opiniões deles a respeito do assunto tratado.

Durante a exibição de cada um dos vídeos, eu observarei a reação dos alunos e, sempre que sentir necessidade, pausarei a apresentação e farei os esclarecimentos que considerar necessários.

Após a apresentação de cada vídeo perguntarei aos alunos:

- Qual a opinião de vocês a respeito do vídeo assistido?
- Em suas casas, como o óleo já utilizado é descartado?

- Quem poderia me dizer alguma consequência do descarte inapropriado do óleo de cozinha já utilizado?
- Que produto pode ser produzido a partir da reciclagem do óleo de cozinha utilizado?
- Que benefícios sociais e ecológicos a reciclagem do óleo de cozinha utilizado traz?

Observe que o objetivo em formular essas perguntas será o de investigar a atenção e concentração dos alunos durante a projeção dos vídeos; o entendimento e a compreensão deles a respeito dos assuntos abordados; o comportamento deles durante o debate realizado; e o respeito às palavras e opiniões de colegas e professora durante o debate.

Finalmente, após a apresentação e debate dos três vídeos eu solicitarei deles, como tarefa de casa, que escrevam uma redação narrando, da perspectiva de cada um deles, a importância, os pontos positivos e negativos dos vídeos e o que eles aprenderam com a atividade realizada.

II.3.1.2 – Segunda Atividade Didática

Título: O descarte inapropriado do óleo de cozinha já utilizado sobre o solo.

Objetivo: Orientar os alunos na montagem do experimento e sobre a coleta de dados a respeito das consequências do descarte inapropriado do óleo de cozinha já utilizado sobre o solo, através da comparação do crescimento de pés de feijão irrigados somente com água e com diferentes misturas de "água e óleo".

Habilidades Matemáticas a serem trabalhadas na atividade: Segundo as habilidades matemáticas especificadas na Tabela 02 serão principalmente oito as que serão trabalhadas e suas aquisições e/ou desenvolvimento investigados durante esta atividade. Serão elas:

- **H04** – Representar medidas não inteiras utilizando frações (Competência para Observar);
- **H06** - Representar quantidades não inteiras utilizando notação decimal (Competência para Observar);
- **H10** - Efetuar cálculos com multiplicação e divisão de números decimais

(Competência para Realizar);

- **H23** - Aplicar as principais características do sistema métrico decimal: unidades, transformações e medidas (Competência para Realizar);
- **H28** - Reconhecer situações que envolvam proporcionalidade (Competência para Realizar);
- **H29** - Resolver situações-problema que envolvam grandezas direta ou inversamente proporcionais (Competência para Compreender);
- **H30** - Reconhecer o conceito de razão em diversos contextos: proporcionalidade, escala, velocidade, porcentagem, etc. (Competência para Realizar); e,
- **H34** - Identificar e interpretar informações transmitidas por meio de tabelas (Competência para Realizar).

Pré-requisitos esperados dos alunos na atividade: Espera-se que os alunos participantes dessa atividade conheçam: o sistema métrico decimal de medidas, principalmente o linear e suas unidades de centímetro e milímetro, e o de volume com sua unidade de centímetro cúbico e litro; saibam operar com números decimais; e, saibam utilizar a régua graduada.

Situações-problema objetos de trabalho na atividade: Serão duas as situações-problema trabalhadas nesta atividade. São elas:

(1ª) Em sala de aula, os alunos deverão elaborar as diferentes misturas de "água e óleo" que serão utilizadas em casa para molhar as plantas dos copos "B", "C" e "D". Ou seja, a situação-problema a ser posta aos alunos será: "Quantas medidas máximas, de 50 ml, registrada no béquer, devemos despejar de "água" e de "óleo" nas garrafas plásticas "A", "B", "C" e "D"?".

(2ª) Em casa, os alunos deverão preencher a tabela que fornecerei (ANEXO V) com os dados relativos ao crescimento diário dos pés de feijão plantados em quatro copos plásticos (A, B, C e D) e molhados, também diariamente, somente com água (copo "A") e com as misturas "90% de água e 10% de óleo" (copo "B"), "80% de água e 20% de óleo" (copo "C") e "70% de água e 30% de óleo" (copo "D").

Tempo de aplicação em sala de aula da atividade: Foi previsto inicialmente que as orientações aos alunos para a coleta dos dados sobre o crescimento do feijão,

sujeitos a influência da presença de óleo na água, e a elaboração das diferentes misturas de "água e óleo" a serem utilizadas na irrigação das plantas teriam a duração de 4 h/a.

Já, para os alunos coletarem os dados e preencherem a tabela com as informações sobre as alturas das plantas, o tempo previsto foi de, aproximadamente, um mês, tempo durante o qual as demais atividades estarão sendo aplicadas.

Local para o desenvolvimento da atividade: As orientações para a coleta de dados, o fornecimento da tabela para seus registros, o plantio dos pés de feijão e as misturas de "água e óleo" necessárias à irrigação das plantas serão realizadas nas salas de aula dos quatro 7^{os} Anos, onde a pesquisa será aplicada.

A coleta de dados sobre as alturas das plantas de pés de feijão será realizada em casa, individualmente, pelos alunos.

Materiais necessários à aplicação da atividade: Na aula anterior ao início da atividade solicitarei dos alunos que, cada um deles, traga de casa, três garrafas plásticas, sem líquido, e meio litro de óleo de cozinha já utilizado. Estas garrafas serão utilizadas para armazenar as diferentes misturas de "água e óleo" que serão usadas na irrigação das plantas durante o experimento.

Além desses materiais, entregarei a cada aluno: a terra vegetal necessária ao plantio, quatro copos plásticos de 300 ml, um copo plástico de 50 ml, doze grãos de feijão e uma cópia da tabela (ANEXO III).

Para realizar as misturas de "água e óleo" e coloca-las nas garrafas plásticas, levarei também para a sala de aula alguns "béqueres graduados" e alguns funis plásticos.

Descrição das etapas e procedimentos a serem utilizados em sala de aula

1ª Situação-problema

Na data de início da aplicação da atividade e antes de seu início, quando as orientações necessárias à coleta de dados serão fornecidas, verificarei se todo aluno trouxe as garrafas plásticas e o óleo de cozinha já utilizado, conforme solicitado antecipadamente. Caso algum aluno não tenha em mãos esses materiais, ele deverá acompanhar as orientações e realizar as diferentes misturas de "água e óleo" com um colega a ser por mim indicado.

Após esta verificação, a forma como o plantio das sementes de feijão deverá ser realizada será por mim demonstrada aos alunos. Ou seja, de posse dos 4 copos plásticos, marcados externamente com caneta hidrocor com as letras "A", "B", "C" e "D", 1/3 do volume dos copos será preenchido com a terra vegetal fornecida (Habilidades Matemáticas **H04** e **H28**).

Posteriormente, eu, sendo observada pelos alunos, farei, com a ponta de meu dedo indicador, na superfície da terra de cada um dos copos, três pequenos furos de, aproximadamente, 1,5 cm de profundidade (Habilidades Matemáticas **H06** e **H23**). Dentro de cada um deles colocarei uma semente do feijão fornecido, recobrando-a com a própria terra existente no copo, sem, no entanto, pressioná-la.

Possíveis dúvidas tendo sido sanadas pegarei o copo plástico de 50 ml, preencherei até a metade de sua altura com água e molharei a terra do copo marcado com a letra "A" (Habilidades Matemáticas **H04** e **H28**). Direi então aos alunos que este e os demais copos, marcados com as letras "B", "C" e "D", deverão ser molhados da mesma forma, isto é, somente com água, diariamente, até que o primeiro broto do feijão apareça na superfície de terra.

Tomando uma cópia da "Tabela do crescimento do feijão" (ANEXO V), a qual uma cópia terá sido entregue aos alunos, explicarei que "no dia em que o broto nascer, por exemplo, do copo "A", sua altura deverá ser medida, com uma régua graduada em centímetros e milímetros". Em seguida, essa medida deverá ser registrada na posição correspondente a linha "1" do tempo e a coluna "A" da altura do pé de feijão em questão (Habilidades Matemáticas **H23** e **H34**). Dada à explicação, exemplificarei e registrarei em sua tabela um suposto valor de altura do broto. Isto é, direi, por exemplo, que no dia em que o primeiro broto do copo "A" surgir, sua altura é, por exemplo, de 1,2 cm e então, registrarei na tabela este valor, conforme abaixo indicado:

TEMPO (dias)	ALTURA (cm)			
	A	B	C	D
1	1,2			

Tabela 03: Exemplo de registro da altura do broto de feijão do copo "A", dia 1

Explicarei então que o mesmo deverá ser feito nos dias em que nascerem os primeiros brotos de feijão dos outros três copos, independentemente, da data em que isto ocorresse. Ou seja, ao nascer o broto sua altura deverá ser igualmente registrada na

linha "1" do tempo e na coluna correspondente a letra do copo em questão, independentemente da data em que isto acontecer. Por exemplo, se o broto de feijão do copo "D" nascer no dia seguinte ao do copo "A", com altura de 1,1 cm e os brotos dos copos "B" e "C" nascerem dois dias após o do copo "A" e um dia após o do copo "D", com alturas, digamos, de 1,0 cm e 1,2 cm, respectivamente, na tabela deverá constar, até o terceiro dia de registro, o indicado abaixo:

TEMPO (dias)	ALTURA (cm)			
	A	B	C	D
1	1,2	1,0	1,2	1,1
2	2,2			1,7
3	4,0			

Tabela 04: Exemplos de registros dos três primeiros dias dos copos do experimento

Observe que, no dia em que forem feitos os primeiros registros dos copos "B" e "C", os últimos brotos a nascerem, o copo "A" já possui três registros e o copo "D" dois, pois os registros deverão ser feitos diariamente.

Direi então aos alunos: "PRESTEM MUITA ATENÇÃO À PRÓXIMA ORIENTAÇÃO!".

A partir do dia em que o broto de feijão nascer em cada copo, estes deverão ser irrigados somente com "água" (copo "A") ou com uma mistura de "água e óleo" (copos "B", "C" e "D") em diferentes concentrações. Isto é MUITO IMPORTANTE, pois ao molharmos as plantas desses últimos três copos com as diferentes concentrações de misturas poderemos, posteriormente, verificar os possíveis efeitos das diferentes quantidades de óleo presente no solo, sobre as alturas dos pés de feijão em relação a altura da planta que cresce em solo que não contém óleo, ou seja, a planta do copo "A".

Tendo fornecido as orientações a respeito do preenchimento da "Tabela do crescimento do feijão" (ANEXO V), passarei então às orientações e execução do preparo das diferentes concentrações de misturas de "água e óleo" que serão utilizadas para irrigar as plantas durante o experimento. As misturas deverão ter em suas composições "90% de água e 10% de óleo" para a irrigação das plantas do copo "B", "80% de água e 20% de óleo" para as do copo "C" e "70% de água e 30% de óleo" para as do copo "D" (Habilidades Matemáticas **H30**, **H10** e **H29**).

Direi então: como vocês podem observar os "béqueres de plástico" que

dispomos tem graduação máxima de 50 ml.



Foto 01: Exemplo de béquer plástico graduado utilizado no experimento

Se nas garrafas plásticas que vocês trouxeram (Foto 02) desejarmos colocar o volume de 500 ml de mistura então, nas garrafas que serão demarcadas com a letra "B", as quais deverão conter "90% de água e 10% de óleo", quantas medidas de 50 ml devemos despejar de água e de óleo para dentro delas?



Foto 02: Exemplo de garrafa plástica utilizada no experimento

Pensem, com atenção, no que devem fazer para responder a essa pergunta! Façam os cálculos necessários e me mostrem os resultados.

Darei um pequeno intervalo de tempo (de 5 a 10 minutos) para que os alunos reflitam e discutam a respeito da questão colocada e auxiliarei aqueles que apresentarem

maiores dificuldades.

Após verificar que todos chegaram à resposta correta da questão, com o meu auxílio ou não, solicitarei que procedam com o enchimento da garrafa "B", com a mistura correspondente. Para isso, os alunos se utilizarão de água fornecida em baldes e do óleo que trouxeram de casa. Solicitarei ainda que tomem o máximo de cuidado possível neste trabalho para não derramarem água e, principalmente, óleo sobre as mesas e o piso da sala.

Deverei ter em mãos um pano de chão, detergente e uma pequena esponja para serem utilizados em caso de acontecer algum acidente durante a atividade.

Tendo os alunos preenchido as garrafas demarcadas com a letra "B", questionarei, de forma similar, "quantas medidas de 50 ml eles deverão despejar de água e de óleo para dentro da garrafa "C"? E para dentro da garrafa "D"?".

O preenchimento das garrafas "C" e "D" deverá ser realizado similarmente ao procedimento utilizado para a garrafa "B".

2ª Situação-problema

Questionarei os alunos se alguém ainda tem alguma dúvida a respeito do plantio das sementes de feijão, sobre a medição das alturas dos pés de feijão, a respeito do preenchimento da tabela ou sobre o processo de molha das plantas, procedimentos e informações estas que foram fornecidas anteriormente. Caso haja ainda alguma dúvida a responderei. Caso não haja dúvidas, solicitarei aos alunos que levem todo o material distribuído e preparado para casa e que deem início à 2ª situação-problema do experimento, ou seja, irrigar apropriadamente e diariamente as plantas e, após suas brotas, medir as alturas e registrá-la na tabela fornecida. Direi ainda: "qualquer dúvida que vocês venham a ter sobre qualquer dos procedimentos, me procurem imediatamente". Informarei ainda que eles possuem o tempo de aproximadamente um mês para realizar toda a coleta de dados.

II.3.1.3 – Terceira Atividade Didática

Título: Consequências do descarte inapropriado do óleo de cozinha já utilizado sobre a oxigenação da água.

Objetivos: São dois os principais objetivos dessa atividade:

(1º) Orientar os alunos na montagem do experimento idealizado durante o Projeto Piloto e sobre a coleta de dados a respeito da oxigenação da água; e,

(2º) Analisar e discutir matematicamente as consequências sobre a oxigenação da água, de aquários contendo plantas aquáticas, recobertas por diferentes camadas de óleo.

Habilidades Matemáticas a serem trabalhadas na atividade: Segundo as habilidades matemáticas especificadas na Tabela 02, serão quinze as que serão trabalhadas, em diferentes níveis de aprofundamento, e suas aquisições investigadas durante a aplicação da atividade. São elas:

- **H06** - Representar quantidades não inteiras utilizando notação decimal (Competência para Observar);
- **H07** - Fazer cálculos que envolvam adições e subtrações de números decimais (Competência para Realizar);
- **H09** - Efetuar cálculos com potências (Competência para Realizar);
- **H10** - Efetuar cálculos com multiplicação e divisão de números decimais (Competência para Realizar);
- **H13** - Aplicar uma ordem de operações ao resolver problemas (parênteses, multiplicação, divisão, adição e subtração) (Competência para Compreender);
- **H15** - Expressar e resolver problemas por meio de equações (Competência para Compreender);
- **H16** - Identificar formas planas e espaciais em situações do cotidiano e por meio de suas representações em desenhos e em malhas (Competência para Observar);
- **H23** - Aplicar as principais características do sistema métrico decimal: unidades, transformações e medidas (Competência para Realizar);
- **H28** - Reconhecer situações que envolvam proporcionalidade (Competência para Realizar);
- **H29** - Resolver situações-problema que envolvam grandezas direta ou inversamente proporcionais (Competência para Compreender);
- **H30** - Reconhecer o conceito de razão em diversos contextos: proporcionalidade, escala, velocidade, porcentagem, etc.

(Competência para Realizar);

- **H31** - Reconhecer o número π como uma razão constante da geometria (Competência para Realizar);
- **H34** - Identificar e interpretar informações transmitidas por meio de tabelas (Competência para Realizar);
- **H35** - Identificar e interpretar informações transmitidas por meio de gráficos (Competência para Realizar); e,
- **H36** - Identificar o gráfico adequado para representar um conjunto de dados e informações (gráficos elementares – barras, linhas, pontos) (Competência para Observar).

Pré-requisitos esperados dos alunos na atividade: Espera-se que os alunos participantes dessa atividade conheçam: o sistema métrico decimal, principalmente o linear e suas unidades de centímetro e milímetro e o de volume e suas unidades de centímetro cúbico e litro; saibam operar com números decimais; saibam utilizar a régua graduada; e, finalmente, conheçam e saibam aplicar o "Teorema de Pitágoras".

Situações-problema objetos de trabalho na atividade: Serão quatro as situações-problema que serão propostas nesta atividade. São elas:

(1ª) "Como determinar, matematicamente, o volume aproximado dos aquários fornecidos"?

(2ª) "Quantas medidas de 50 ml deve-se despejar de "água" no Aquário "A1" e de "água e óleo" nos aquários "A2", "A3" e "A4"?".

(3ª) "Preencher uma tabela com os dados relativos ao nível diário de oxigenação da água, de cada um dos quatro aquários preparados para o experimento durante a 2ª situação-problema".

(4ª) "Que tipo de gráfico poderá ser adequado para representar a tendência dos dados coletados e quais as consequências do descarte inapropriado de óleo de cozinha já utilizado sobre a oxigenação da água?".

Tempo de aplicação em sala de aula da atividade: Para resolver as 1ª e 2ª situações-problema colocadas aos alunos, o tempo inicialmente previsto de trabalho em sala de aula, para cada turma, será de 6 h/a.

Já, para a 3ª situação-problema, o tempo previsto será de, aproximadamente, duas semanas, sendo que, será despendido, em cada turma do 7º Ano, 1 h/a por semana

ao trabalho.

Finalmente, para a execução da 4ª situação-problema o tempo previsto de trabalho, por turma, também será de 6 h/a.

Local para o desenvolvimento da atividade: Para as orientações e explicações necessárias ao cálculo do volume do aquário, tanto da perspectiva teórica como prática, será utilizada a sala de aula das quatro diferentes turmas de alunos participantes da pesquisa. Ou seja, essas orientações e cálculos serão replicados quatro vezes, sendo uma vez em cada turma de 7º Ano.

O preenchimento dos aquários com "água" ou com "água e óleo", bem como a coleta e tabulação dos dados sobre a "oxigenação da água" serão realizados na Sala de Leitura da escola.

Já para a definição e desenho dos gráficos que representarão a tendência do nível de "oxigenação da água" em relação ao tempo decorrido no experimento de cada aquário, isto ocorrerá nas dependências das salas de aula das quatro turmas.

Materiais necessários à aplicação da atividade: Na aula anterior ao início da atividade será solicitado dos alunos que eles se organizem e tragam, por turma, para a próxima aula, meio (½) litro de óleo de cozinha já utilizado. Este óleo será utilizado na elaboração das diferentes misturas de "água e óleo" que serão usadas no preenchimento dos aquários "A2", "A3" e "A4".

Além do óleo, levarei para a realização da atividade: cópias do ANEXO VII em número suficiente para distribuir para cada dupla de alunos; quatro aquários (Foto 03); béqueres graduados (Foto 01); água suficiente para encher, nas proporções requeridas os aquários; o "Kit de medição do nível de oxigenação da água" a ser utilizado durante a realização do experimento (Foto 04); e, régua graduada em centímetros e milímetros, fitas métricas, barbante, pedaços de barbante de 50 cm de comprimento com pequeno peso, na forma piramidal, amarrado a um de seus extremos e uma folha de papel milimetrado por aluno (Foto 05). Além de todo esse material a ser providenciado pela professora, os alunos deverão trazer para a aula cinco lápis nas cores "preto, amarelo, verde, vermelho e roxo".



Foto 03: Os quatro aquários utilizados no experimento



Foto 04: Kit para medição do nível de oxigenação da água

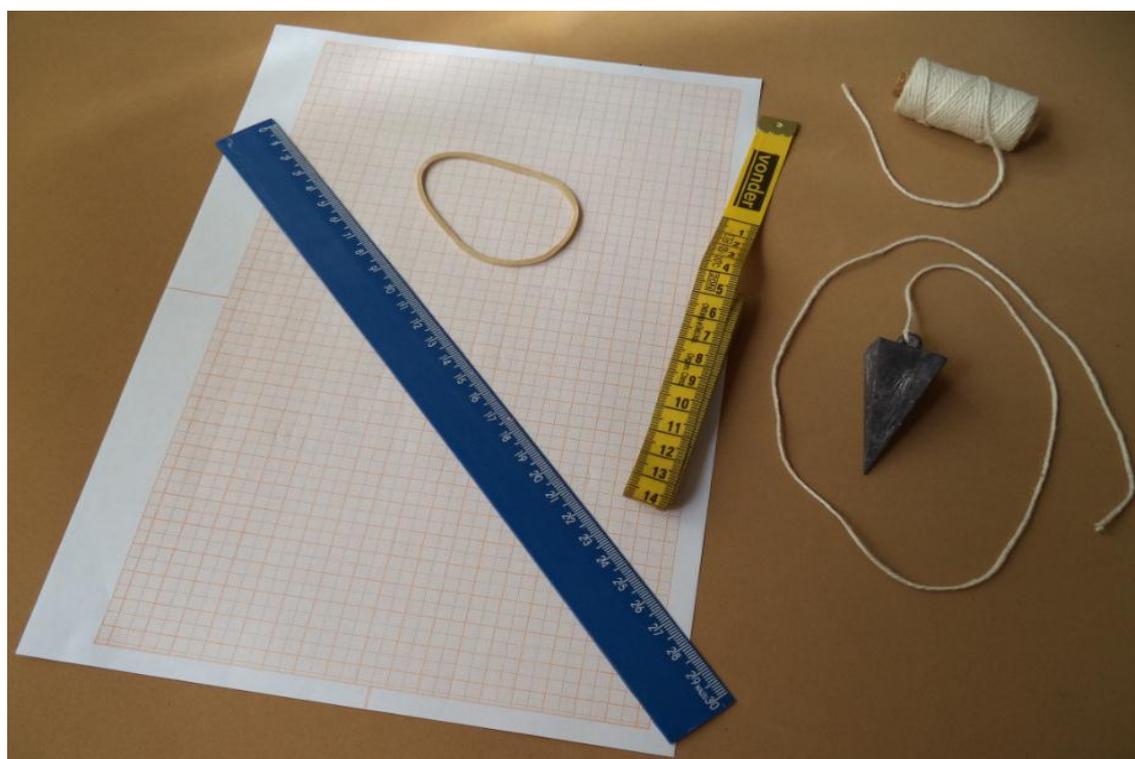


Foto 05: Materiais fornecidos para a realização das medidas do aquário

Descrição das etapas e procedimentos a serem utilizados em sala de aula

1ª Situação-problema

Na data de início da aplicação da atividade e antes de seu início, verificarei se os alunos das turmas dos 7^{os} Anos "B", "C" e "D" trouxeram o $\frac{1}{2}$ de óleo já utilizado de casa. A atividade só terá início sob esta condição, pois caso contrário à medição do nível de oxigenação da água não poderá ser iniciada.

Mostrarei aos alunos um dos aquários com os quais o experimento será realizado.



Foto 06: Aquário utilizado na determinação, matemática e aproximada, de seu volume

Questionarei então dos alunos: "Como podemos determinar, matematicamente, o volume aproximado desse aquário?". (Na construção da resposta a este questionamento estarão envolvidas, ao menos, as "Habilidades Matemáticas" H07, H09, H10, H13, H15 e H23).

Para iniciar o raciocínio matemático a ser trabalho para obter a resposta, desenharei na lousa uma representação do aquário mostrado e os dois "pedaços" (trancos) de cones circulares retos nele inseridos, ou seja:

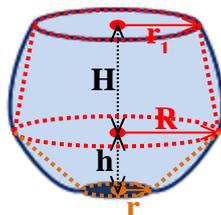


Figura 01: Aquário e os dois "pedaços" (trancos) de cones circulares retos nele inseridos, para determinação de seu volume aproximado

Com o desenho na lousa, perguntarei aos alunos: "Quais medidas devemos determinar no aquário para calcularmos o seu volume aproximado?". Espera-se que os alunos falem " R , r , r_1 , H e h ", pois estas são as medidas enfatizadas no desenho da lousa. (No trabalho a ser aqui desenvolvido estarão envolvidas, ao menos, as "Habilidades Matemáticas H06, H16, H23 e H35").

Com o objetivo de auxiliar a tomada destas medidas, em conjunto com os alunos, colocarei em um dos aquários, os quatro elásticos de borracha, representados na Figura 02 na cor "laranja escuro". O 1º elástico será colocado borda circular aberta do aquário, outro na altura do aquário onde os dois troncos de cones se encontram (h) e os dois últimos dividindo, igualmente e verticalmente, o aquário em quatro octantes, como mostra a figura:

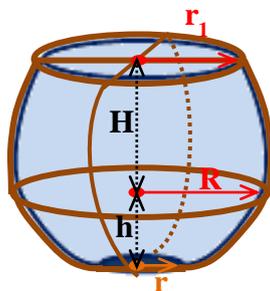


Figura 02: Aquário e os quatro elásticos auxiliares para a tomada de suas medidas

Com a colaboração dos alunos, determinarei então as medidas de " R ", " r ", " r_1 ", " H " e " h " utilizando-se: da régua graduada para medir " r " e " r_1 "; da fita métrica para medir o comprimento da circunferência na altura " h ", determinando assim o valor aproximado de " R "; e do pedaço de barbante de 50 cm de comprimento com o peso amarrado a um de seus extremos, para determinar os valores de " H ", " $H + h$ " e, conseqüentemente, " h ".

As medidas aproximadas de " R , r , r_1 , H e h " a serem encontradas pelos alunos devem girar em torno de: " $R = 8$ cm, $r = 4$ cm, $r_1 = 7$ cm, $H = 10$ cm e $h = 3$ cm".

De posse destas medidas direi aos alunos: "Vamos agora buscar compreender como podemos, geométrica e matematicamente, determinar o volume aproximado do aquário a partir dos volumes dos dois "pedaços" (troncos) de cones circulares retos, representados na Figura 01, que se encontra desenhado na lousa". Para isso, desenhará também na lousa, primeiramente, um cone circular reto de raio de base " R " e altura " H ":

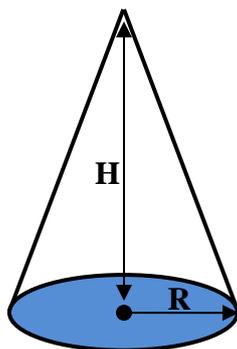


Figura 03: Cone de raio de base "R" e altura "H".

Perguntarei então aos alunos: "Como podemos calcular o volume desse cone circular reto?". (As "Habilidades Matemáticas" aqui envolvidas serão, ao menos, as "H15 e H31").

Talvez, algum aluno possa responder: "Devemos calcular a área da base do cone e multiplica-la pela altura". Obviamente, se um ou mais alunos assim responder, estarão sugerindo um procedimento análogo ao que devem conhecer dos volumes do paralelepípedo e do cubo já estudados. Caso tal analogia não ocorra, devei fazê-la, simplesmente com o intuito de recordar como se determina o volume de um paralelepípedo e de um cubo.

Posteriormente, desenharei na lousa, ao lado do cone circular reto já representado, um cilindro reto com as mesmas base e altura do cone (Figura 04) e indagarei dos alunos: "Caso o procedimento sugerido por vocês ou por ela mesma estivesse correto não obteríamos o volume desse sólido, ao qual damos o nome de "cilindro reto"?. Observe que o objetivo aqui é levar os alunos a compreenderem que o "volume do cone circular reto" buscado é, necessariamente, menor que o "volume do cilindro reto" de mesma base e altura, comparação esta estimada apenas através de uma avaliação visual.

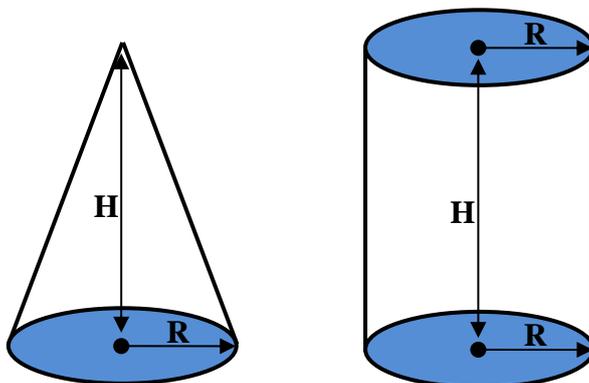


Figura 04: Cone circular reto e Cilindro reto, de raio de base "R" e altura "H".

Questionarei então dos alunos: "Mas quanto menor é o "volume do cone circular reto" em relação ao "volume do cilindro reto" de mesma base e altura?".

Para continuar a construção dos raciocínios geométrico e matemático que resultarão na determinação da resposta à pergunta e conseqüentemente a determinação da "fórmula para o cálculo do volume do cone circular reto", mostrarei um paralelepípedo reto-retângulo que previamente confeccionei em papel cartão. Além deste paralelepípedo, todos os demais sólidos necessários à construção do raciocínio também deverão ter sido confeccionados, em papel cartão, a priori do trabalho a ser realizado em sala de aula com os alunos. (Nas manipulações geométricas aqui a serem propostas para a construção do procedimento de cálculo do volume de um cone circular reto estarão sendo envolvidas, aos menos, as "Habilidades Matemáticas" H16 e H30).



Foto 07: Paralelepípedo reto-retângulo de aresta de base medindo 5 cm e altura 10 cm

As medidas aqui fixadas para o paralelepípedo foram arbitrárias, ou seja, servirão apenas de exemplo, mais concreto (numérico) do que abstrato (analítico), na busca da melhor compreensão pelo aluno da construção da fórmula para o cálculo do volume do cone. Além disso, é importante registrar que as demais medidas dos sólidos resultantes de manipulações geométricas sobre este paralelepípedo, descritas na sequência, serão também trabalhadas e determinadas conjuntamente com os alunos utilizando-se apenas do "Teorema de Pitágoras", por eles já conhecido. No próximo capítulo da dissertação tais manipulações geométricas, bem como a determinação dessas medidas pelos alunos serão descritas e analisadas.

Perguntarei então aos alunos: "Como podemos calcular o volume desse paralelepípedo?".

Caso ninguém responda, direi: "Imaginem que eu tenha um grande número de folhas de papel bem finas e quadradas, de lado medindo 5 cm, como a base desse paralelepípedo (terei em mãos tais folhas). Se eu colocar uma folha sobre a outra continuamente, nós não iremos obter o paralelepípedo?".

A partir dessa ideia, alguém saberia dizer como se pode calcular o volume do paralelepípedo?

Caso ainda não obtenha nenhuma resposta perguntarei: "Qual a área de um desses quadrados que fiz de uma folha de papel?".

Espera-se que os alunos saibam que a área seja de $5 \times 5 = 25 \text{ cm}^2$. Caso não saibam, desenharei um quadrado na lousa, dividindo seus lados em 5 partes iguais, cada uma delas representando 1 cm. Traçarei então uma malha quadriculada e pedirei aos alunos que contem quantos quadrados "pequenos" existem no interior do quadrado "maior" e perguntarei: "Qual a área de um desses quadrados "pequenos", com 1 cm de lado?".

Após concluírem que a base do paralelepípedo tem 25 cm^2 , formalizarei, algebricamente, que a área de um quadrado ou de um retângulo é obtida multiplicando-se as medidas de dois de seus lados consecutivos, ou seja:

Área do quadrado = l^2 , onde "l" é a medida do lado, e

Área do retângulo = $c \times l$, onde "c" é o comprimento e "l" a largura do retângulo.

Questionarei então dos alunos: "Como se pode determinar, matematicamente, o volume do paralelepípedo inicial?".

Espera-se, após o encaminhado dado, que os alunos concluam, em suas próprias palavras, que este volume pode ser determinado "multiplicando-se a área da base do paralelepípedo por sua altura". Formalizarei esta conclusão escrevendo na lousa:

"Volume de um paralelepípedo reto-retângulo = (área da base) x (altura)".

Tendo feito tal formalização, com a régua representando uma faca, proporei aos alunos: "Se cortarmos esse paralelepípedo em dois sólidos iguais, de bases

triangulares, através de um plano perpendicular a sua base que passe por uma de suas diagonais. Que sólidos obtemos?"

Mostrarei então aos alunos os dois prismas reto-retângulos ou cilindros de bases triangulares resultantes do corte.



Foto 08: Prismas de base triangular com arestas medindo $5 \times 5 \times 5\sqrt{2}$ cm e altura 10 cm

Certamente, os alunos não deverão saber que se trata de um "prisma" ou um "cilindro triangular reto", pois, provavelmente, esta será a primeira vez que eles se atentarão para esse sólido geométrico ou a primeira vez que este estará sendo formalmente nomeado.

Perguntarei então se algum aluno já viu alguma embalagem daquele formato. Poderá exemplificar e talvez até mostrar uma embalagem do chocolate "Toblerone", da qual, provavelmente, alguns dos alunos se lembrarão.

Perguntarei, na sequência, aos alunos: "Como podemos calcular, matematicamente, o volume de um destes prismas?"

Espera-se em resposta dos alunos que digam que esse volume pode ser calculado similarmente ao feito com o paralelepípedo, ou seja:

"Volume de um prisma reto-retângulo de base triangular = (área da base) x (altura)".

Após formalizar mais esta fórmula na lousa, direi aos alunos: "Tomemos agora um destes prismas reto-retângulo e novamente, servindo-se de uma régua como se fosse uma faca, vamos dividi-lo em outros dois sólidos. Para isto, parta do vértice da base

triangular formado pelos seus dois lados iguais e corte na direção das diagonais dos lados retangulares iguais (5×10 cm, na foto na cor amarelo) que partem deste vértice". Os dois sólidos obtidos através desta divisão são duas pirâmides, uma de base retangular de arestas $5\sqrt{2}$ e 10 cm e altura $2,5\sqrt{2}$ cm e outra de base triangular de arestas 10, 5 e $5\sqrt{5}$ cm e altura 5 cm. Chamemos esta "Pirâmide de base triangular" simplesmente de "Pirâmide 1".

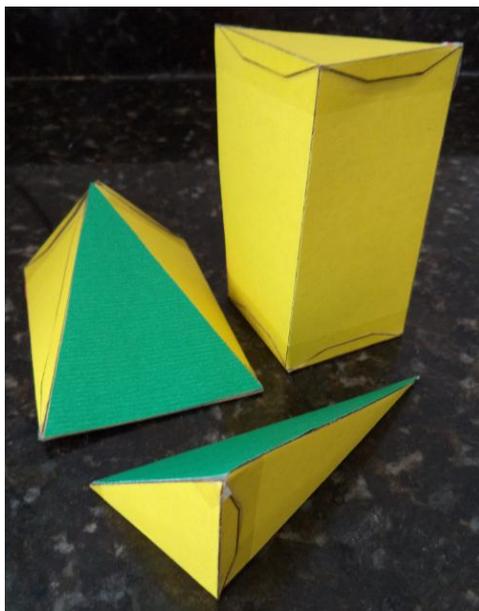


Foto 09: Prisma de base triangular dividido em duas Pirâmides, uma de base retangular e outra de base triangular

Procedendo analogamente com a "pirâmide de base retangular de arestas $5\sqrt{2}$ e 10 cm e altura $2,5\sqrt{2}$ cm", vamos dividi-la em outras duas "pirâmides", agora de bases triangulares. Para isto, vamos seccioná-la na direção de uma das diagonais de sua base retangular e no sentido do lado de sua face triangular isósceles que tem vértice em comum com a diagonal tomada. Como resultado se tem dois sólidos geométricos que, como mencionado, são pirâmides de bases triangulares.

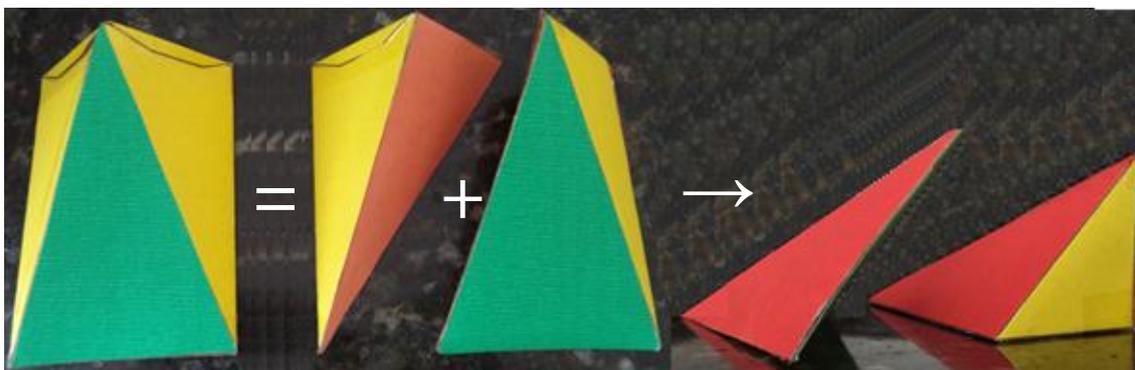


Foto 10: Pirâmide de base retangular seccionada em duas pirâmides de bases triangulares, as quais, posteriormente, foram apoiadas em suas faces reto-triangulares de arestas 10, 5 e $5\sqrt{5}$ cm

Se tomarmos como base destas pirâmides sua face reto-triangular de arestas 10, 5 e $5\sqrt{5}$ cm, suas alturas medirão 5 cm. Ou seja, estas duas novas "Pirâmides de bases triangulares" possuem o mesmo volume da "Pirâmide 1".

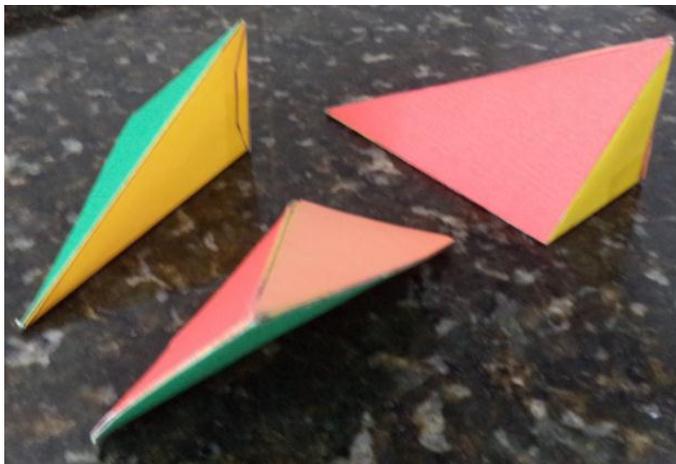


Foto 11: As três "Pirâmides de bases triangulares" resultantes da secção do "Prisma de base triangular"

Portanto, se pode concluir que o volume de um prisma reto-retângulo, de base triangular, é igual a três vezes o volume da pirâmide de mesma base e altura.

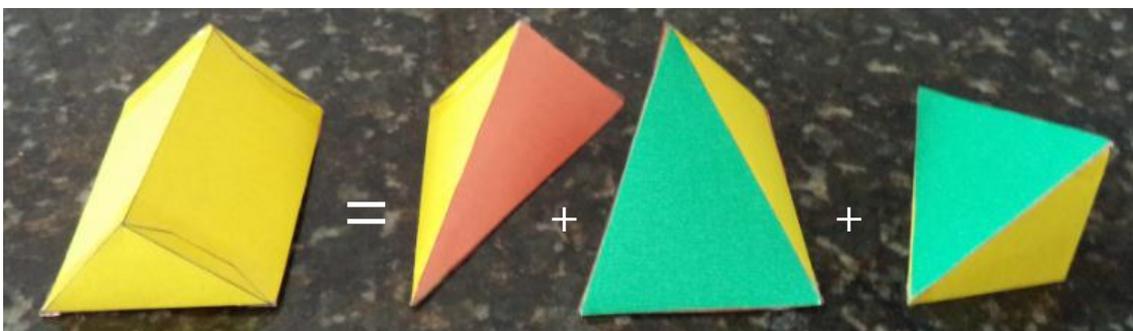


Foto 12: Volume do prisma reto-retângulo, de base triangular, é igual a três vezes o volume da pirâmide de mesma base e altura

Concluirei então com seus alunos:

- (1º) Descobrimos que o volume de um prisma reto-retângulo, de base triangular, é dado pelo produto de sua área de sua base e sua altura;
- (2º) Da secção do prisma reto-retângulo, de base triangular, obtivemos três pirâmides de mesmo volume.

Destes dois fatos matemáticos podemos formalizar que:

"O volume da pirâmide de base triangular e altura H é igual a $1/3$ do volume do prisma de mesma base e altura".

Consequentemente, como um cone circular reto nada mais é do que uma pirâmide reto-retangular de base circular, concluímos que o "volume do cone circular reto, de raio de base "R" e altura "H"" (Figura 03) é determinado por:

$$V_{\text{Cone}}(\mathbf{R}, \mathbf{H}) = \frac{1}{3} \cdot (\text{Área da base}) \cdot (\text{Altura}) = \frac{1}{3} \cdot (\pi \cdot \mathbf{R}^2) \cdot (\mathbf{H})$$

Direi então aos alunos: "Mas, somente com isso, não podemos ainda responder a nossa pergunta inicial de "qual é o volume aproximado do aquário?", pois da Figura 01 este volume pode ser aproximado pelo volume de dois "pedaços" (troncos) de cones circulares retos". Logo, devemos agora determinar a fórmula para o cálculo do "volume do tronco de um cone circular reto".

Define-se o "tronco de um cone circular reto" como sendo a parte restante do cone circular reto que, quando seccionado por um plano paralelo a sua base, se retira o cone circular reto menor resultante desta divisão (Figura 05).

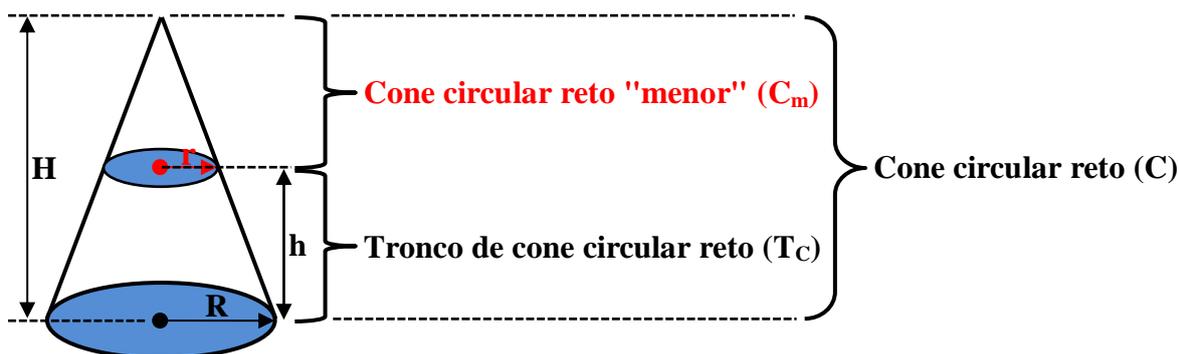


Figura 05: Divisão do "Cone circular reto" (C) no "Tronco de cone circular reto" (TC) e "Cone circular reto "menor"" (C_m)

Da Figura 05 temos que o "Volume do Tronco de um cone circular reto" (V_{TC}) é igual ao "Volume do cone circular reto" (V_C) menos o "Volume do cone circular reto "menor"" (V_{C_m}), ou seja, $V_{TC} = V_C - V_{C_m}$.

Na lousa, juntamente com os alunos, deduzirei esta fórmula, como abaixo proposto.

Da Figura 06, por semelhança de triângulos entre o $\Delta OO''A$ e o $\Delta O'O''A'$, temos que:

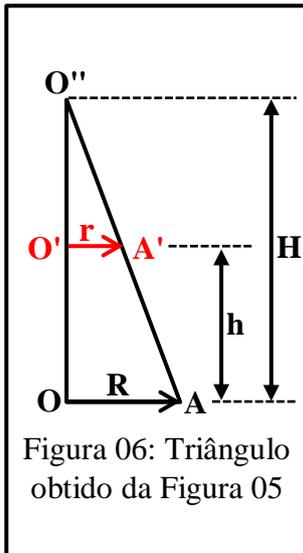


Figura 06: Triângulo obtido da Figura 05

$$\frac{O''O'}{O'A'} = \frac{O''O}{OA} \rightarrow \frac{H-h}{r} = \frac{H}{R} \rightarrow \frac{R}{r} = \frac{H}{H-h}$$

Elevando ambos os membros da igualdade ao quadrado se têm:

$$\frac{R^2}{r^2} = \frac{H^2}{(H-h)^2}$$

Multiplicando e dividindo o membro da esquerda da igualdade por π se tem:

$$\frac{\pi \cdot R^2}{\pi \cdot r^2} = \frac{H^2}{(H-h)^2}$$

Chamando de A_B a área da base maior do tronco de cone circular reto ($\pi \cdot R^2$) e de A_b a área da base menor desse tronco ($\pi \cdot r^2$) se têm:

$$\frac{A_B}{A_b} = \frac{H^2}{(H-h)^2} \quad (\text{Igualdade 1})$$

Como vistos anteriormente, $V_{Tc} = V_C - V_{C_m}$, ou seja:

$$V_{Tc} = \frac{1}{3} \cdot A_B \cdot H - \frac{1}{3} \cdot A_b \cdot (H-h) = \frac{1}{3} \cdot [A_B \cdot H - A_b \cdot (H-h)]$$

$$V_{Tc} = \frac{1}{3} \cdot [A_B \cdot H - A_b \cdot H + A_b \cdot h] = \frac{1}{3} \cdot [H \cdot (A_B - A_b) + A_b \cdot h]$$

(Igualdade 2)

Da Igualdade 1 temos que:

$$\begin{aligned} \frac{A_B}{A_b} &= \frac{H^2}{(H-h)^2} \rightarrow \frac{\sqrt{A_B}}{\sqrt{A_b}} = \frac{H}{(H-h)} \rightarrow H \cdot \sqrt{A_b} = (H-h) \cdot \sqrt{A_B} \rightarrow \\ \rightarrow H \cdot \sqrt{A_b} &= H \cdot \sqrt{A_B} - h \cdot \sqrt{A_B} \rightarrow H \cdot \sqrt{A_B} - H \cdot \sqrt{A_b} = h \cdot \sqrt{A_B} \rightarrow \\ &\rightarrow H \cdot (\sqrt{A_B} - \sqrt{A_b}) = h \cdot \sqrt{A_B} \rightarrow H = \frac{h \cdot \sqrt{A_B}}{\sqrt{A_B} - \sqrt{A_b}} \rightarrow \\ \rightarrow H &= \frac{h \cdot \sqrt{A_B} \cdot (\sqrt{A_B} + \sqrt{A_b})}{A_B - A_b} \rightarrow H = \frac{h \cdot A_B + h \cdot \sqrt{A_B \cdot A_b}}{(A_B - A_b)} \end{aligned}$$

(Igualdade 3)

Substituindo a Igualdade 3 na Igualdade 2 temos:

$$V_{Tc} = \frac{1}{3} \cdot \left[\frac{(h \cdot A_B + h \cdot \sqrt{A_B \cdot A_b})}{(A_B - A_b)} \cdot (A_B - A_b) + A_b \cdot h \right] \rightarrow$$

$$\rightarrow V_{Tc} = \frac{1}{3} \cdot h \cdot (A_B + \sqrt{A_B \cdot A_b} + A_b)$$

Portanto, como $A_B = \pi \cdot R^2$ e $A_b = \pi \cdot r^2$, se têm que:

$$V_{Tc} = \frac{\pi}{3} \cdot h \cdot (R^2 + R \cdot r + r^2)$$

(Fonte: <http://obaricentrodamente.blogspot.com.br/2009/06/demonstracao-formula-volume-tronco-de.html>)

Tendo determinado a fórmula para o cálculo do "volume de um tronco de cone circular reto" em função de "R", "r" e "h", a primeira parte da 1ª situação-problema proposta aos alunos, ou seja, "como determinar, matematicamente, o volume do aquário fornecido" poderá ser respondida.

De posse das médias das medidas realizadas pelos alunos para os valores de "R = 8 cm, r = 4 cm, r₁ = 7 cm, H = 10 cm e h = 3 cm", da fórmula para o cálculo do "volume de um tronco de cone circular reto" e tomando $\pi = 3$, solicitarei então dos alunos que respondam à segunda parte da 1ª situação-problema, ou seja: "qual o volume aproximado do aquário fornecido?".

Os alunos deverão encontrar que o volume aproximado do aquário fornecido será de:

$$V_{\text{Aquário}} = \frac{1}{3} \cdot 3 \cdot [10 \cdot (8^2 + (8 \cdot 7) + 7^2) + 3 \cdot (8^2 + (8 \cdot 4) + 4^2)] \rightarrow$$

$$V_{\text{Aquário}} \cong 2.026 \text{ cm}^3$$

Com isso concluímos o planejamento das etapas e procedimentos a serem utilizados em sala de aula durante o desenvolvimento da 1ª situação-problema, desta atividade didática.

2ª Situação-problema

A 2ª situação-problema é matematicamente mais simples do que a 1ª situação, visto que ela envolverá apenas os conceitos matemáticos de porcentagem e proporcionalidade. ("Habilidades Matemáticas" H28, H29 e H30).

Questionarei dos alunos: "Se sabemos que 1 litro (l) corresponde a 1.000 mililitros (ml) que, por sua vez, corresponde a 1.000 cm³, qual o volume aproximado do aquário em "l" e "ml"?".

Explicarei/recordarei então com os alunos o conceito de "grandezas diretamente proporcionais" dizendo que "Duas grandezas "a" e "b", por exemplo, são diretamente proporcionais se, e somente se, o quociente entre elas for uma constante". Na situação-problema aqui colocada isto significa dizer que "o quociente entre o volume do aquário dado em litros [V(l)] pelo volume do aquário dado em cm³ [V(cm³)] é uma constante, chamada de "constante de proporcionalidade" (k), que neste caso vale 1/1000". Matematicamente, isto é expresso por:

$$\frac{V(l)}{V(\text{cm}^3)} = k = \frac{1}{1000} \rightarrow V(l) = V(\text{cm}^3) \cdot \frac{1}{1000}$$

Tendo dado esta explicação, solicitarei dos alunos que determinem o "volume aproximado, em valores inteiros de "l" e "ml", do aquário fornecido". Observe que não fornecerei a constante de proporcionalidade "k" para o quociente [V(l)/V(ml)], mas espera-se que os alunos a determine como sendo k = 1.000. Ou seja, os alunos devem chegar que o "volume aproximado do aquário fornecido" é de:

$$V_{\text{Aquário}} \cong 2.026 \text{ cm}^3 \cong 2 \text{ l} \cong 2.000 \text{ ml}.$$

Lembrarei aos alunos que o béquer plástico disponível tem volume máximo de 50 ml e perguntarei: "Se os cálculos que desenvolvemos estiverem corretos, quantas vezes deveremos encher o béquer de água para preenchermos totalmente o aquário fornecido?".

Para responder a questão, espera-se que os alunos simplesmente dividam o "volume do aquário" calculado em "ml" por 50, que nada mais é que o "volume máximo medido" do béquer fornecido. Como resultado determinarão que o aquário estará totalmente preenchido após se ter despejado 40 medidas de água do béquer.

A professora solicitará dos alunos que façam o teste para verificar se o "volume calculado" do aquário corresponde ao seu "volume real".

Ao assim proceder, os alunos deverão observar que o aquário se enche totalmente quando despejamos 42 medidas de água contida no béquer e não 40 como calculadas.

Indagarei então: "Qual a porcentagem de erro que cometemos em nossos cálculos do volume do aquário?".

Espera-se que os alunos façam uma ou todas as contas: " $2/40$ " usando o número de béqueres a mais do que os calculados; ou " $100/2000$ " usando a quantidade de água, em ml, necessária a mais para encher o aquário daquela calculada; ou ainda, " $0,1/2$ " usando a quantidade de água, em l, necessária a mais para encher o aquário daquela calculada. Em todos os casos, obviamente, o erro cometido será o mesmo de 5%, o que mostra a boa precisão dos cálculos matemáticos quando feitos de forma adequada e correta.

Estabelecerei com os alunos que cada aquário deverá ser preenchido somente com 1.500 ml de "água" ou de "água e óleo", conforme o caso, para que não ocorra transbordamento de líquido durante as manipulações a serem realizadas durante a 3ª situação-problema da atividade.

Isto estabelecido, perguntarei aos alunos: "Quantas medidas de 50 ml de "água" ou de "água e óleo" deverão colocadas nos aquários".

Espera-se simplesmente que os alunos dividam 1500 ml por 50 ml, concluindo que serão depositadas, ao todo, 30 medidas de "água" ou de "água e óleo" nos aquários.

Diante disso, questionarei: "No aquário "A2", que deve conter 90% de água e 10% de óleo, quantas medidas de 50 ml de "água" e de "óleo" devem ser nele despejadas?".

Espera-se que os alunos se questionem: "Quanto são 90% e 10% de 30 medidas?", ou seja, simplesmente façam as contas: " $90\% \text{ de } 30 = 0,9 \times 30 = 27 \text{ medidas}$ e $10\% \text{ de } 30 = 0,1 \times 30 = 3 \text{ medidas}$ ".

Analogamente, os alunos serão questionados a respeito do número de medidas de 50 ml de "água" e de "óleo" que devem ser colocadas nos aquários "A3" e "A4". Similarmente, esperam-se as respostas de "24 e 6 medidas, respectivamente, de água e de óleo para o aquário "A3" e 21 e 9 medidas para o aquário "A4".

Fornecerei então as seguintes orientações aos alunos: Tendo procedido com os cálculos da quantidade de medidas de 50 ml de "água" e/ou de "óleo" que devem ser colocadas em cada um dos aquários "A1", "A2", "A3" e "A4", agora vocês devem assim proceder:

(1º) Para os alunos da 7ªA direi: vocês preencherão o aquário "A1" com trinta

medidas de 50 ml de "água" e depositarão as duas plantas aquáticas da espécie "Elódea" no fundo dele, observando que elas estejam totalmente submersas na água;

- (2º) Para os alunos da 7ªB direi: vocês preencherão o aquário "A2" com vinte e sete medidas de 50 ml de "água", depositarão as duas plantas aquáticas da espécie "Elódea" no fundo dele, observando que elas estejam totalmente submersas na água e, finalmente, despejarão, com todo cuidado possível, as três medidas de 50 ml de "óleo de cozinha já utilizado";
- (3º) Para os alunos da 7ªC direi: vocês preencherão o aquário "A3" com vinte e quatro medidas de 50 ml de "água", depositarão as duas plantas aquáticas da espécie "Elódea" no fundo dele, observando que elas estejam totalmente submersas na água e, finalmente, despejarão, com todo cuidado possível, as seis (6) medidas de 50 ml de "óleo de cozinha já utilizado"; e, finalmente,
- (4º) Para os alunos da 7ªD direi: vocês preencherão o aquário "D" com vinte e uma medidas de 50 ml de "água", depositarão as duas plantas aquáticas da espécie "Elódea" no fundo dele, observando que elas estejam totalmente submersas na água e, finalmente, despejarão, com todo cuidado possível, as nove medidas de 50 ml de "óleo de cozinha já utilizado".

Com os aquários preparados para o desenvolvimento da 3ª situação-problema, se conclui o planejamento das etapas e procedimentos a serem utilizados em sala de aula durante o desenvolvimento da 2ª situação-problema, da atividade.

3ª Situação-problema

Na 3ª situação-problema, as "Habilidades Matemáticas" que serão objeto de trabalho serão, ao menos, as "H06, H23 e H34".

Para preencher a tabela com os dados relativos ao nível diário de oxigenação da água, dos quatro aquários preparados para o experimento, mostrarei, inicialmente, aos alunos os componentes do "Kit de medição do O₂ Dissolvido em água doce" (Foto 04), explicará o objetivo de seu uso e seu procedimento de utilização. Apresentarei ainda aos alunos os tubos de ensaio, o suporte para estes tubos, a seringa de 5 ml e o

recipiente de coleta de material dos aquários, com seu extensor plástico, que serão utilizados durante o experimento.

Darei então as seguintes explicações aos alunos:

O oxigênio (O_2) que se encontra dissolvido na água, em forma de gás, é utilizado pelos organismos que ali vivem, como peixes, plantas e microrganismos, para realizarem a respiração. Concentrações reduzidas de O_2 dissolvida na água de aquários, por exemplo, podem ocasionar um aumento na mortalidade de peixes e plantas ali existentes.

De forma natural, grande parte do O_2 dissolvido na água de um aquário se origina dos organismos fotossintetizantes (algas e plantas) existentes, porém uma parcela deste gás é fornecida pela atmosfera em contato com a superfície da água.

Cada organismo apresenta específicos limites de tolerância de concentração de O_2 na água. Em aquários, o nível adequado de O_2 dissolvido na água deve ser acima de 4 ppm (partes por milhão) ou 4 mg/l.

A utilização do "Teste de O_2 dissolvido na água" tem por objetivo monitorar a concentração de O_2 na água de um aquário.

Modo de Usar

1. Encha a proveta até a marca de 5 ml com água do aquário a ser analisada.
2. Pingue 2 gotas da solução reagente 1, tampe o tubo e agite.
3. Pingue 2 gotas da solução reagente 2, tampe o tubo e agite.
4. Pingue 2 gotas da solução reagente 3, tampe o tubo e agite.
5. Mantenha a proveta ao abrigo da luz por 5 minutos, depois compare a cor da mistura obtida com a escala de cores contida no Kit. Cada tonalidade de cor corresponde a uma determinada concentração de O_2 em mg/l ou ppm.

Observações: Realize a leitura sob luz natural, movimentando ligeiramente a proveta para facilitar. Após cada teste, lave a proveta e os tubos de ensaio utilizados com água limpa e mantenha-os fechados. Mantenha os frascos das soluções reagentes sempre bem fechados.

(Informações contidas no verso da "escala de cores" integrante do Kit)

Após estas informações e explicações, chamarei a atenção dos alunos que o experimento que realizarão durante esta 3ª situação-problema tem justamente como objetivo a verificação da influência da quantidade de óleo na superfície da água sobre a concentração de O_2 nela dissolvida. Em outras palavras, o experimento buscará verificar se a informação contida no verso da "escala de cores" de que "uma parcela deste gás é fornecida pela atmosfera em contato com a superfície da água" é verdadeira ou não.

A foto abaixo mostra os materiais que também serão utilizados no experimento, isto é, a proveta com a marca de 5 ml, os tubos de ensaio em seu suporte, a seringa de 5 ml e o recipiente de coleta de material dos aquários, com seu extensor plástico.



Foto 13: Da esquerda para a direita - a proveta, os tubos de ensaio em seu suporte, a seringa e o recipiente para coleta de material dos aquários

Tendo apresentado aos alunos os componentes do "Kit de O_2 dissolvido em água doce", explicado seu objetivo de uso e seu procedimento de utilização, enfatizado o objetivo central desta 3ª situação-problema e, finalmente, tendo mostrado os demais materiais a serem utilizados no experimento (Foto 13), orientarei os alunos sobre a formatação da tabela que deverão desenhar em seus cadernos para anotar os dados coletados durante o trabalho. Para isso desenharei na lousa a tabela:

Data	Nível de concentração de O ₂ dissolvido na água do aquário			
	A1	A2	A3	A4

Tabela 05: Forma de organização dos dados referentes ao nível de concentração de O₂ nos aquários a cada dia

Sendo esta tabela observada pelos alunos da turma com a qual estarei trabalhando, procederei com a medição do nível de concentração de O₂ dissolvido na água do aquário daquela turma, segundo as orientações passadas através do "Modo de Usar o Kit".

Feita a leitura do nível de concentração de O₂ comparativamente com a "escala de cores" fornecida pelo Kit, o valor obtido deverá ser registrado na primeira linha da tabela. Na 1ª coluna desta linha registrar-se-á a data da leitura e na coluna correspondente ao aquário da análise realizada o valor obtido na comparação.

Nos próximos seis dias letivos, retirarei de uma das salas de 7º Ano cinco alunos, os quais realizarão a medição do "nível de concentração de O₂ dissolvido nas águas" dos quatro aquários. A cada dia, serão cinco alunos diferentes chamados de cada turma.

Assim se conclui o planejamento das etapas e procedimentos a serem utilizados em sala de aula durante o desenvolvimento da 3ª situação-problema, da atividade.

4ª Situação-problema

Na 4ª situação-problema, as "Habilidades Matemáticas" que serão objeto de trabalho são, ao menos, as "H06, H07, H23, H30, H34 H35 e H36".

No início dos trabalhos da 4ª situação-problema, indagarei dos alunos com os quais estiver trabalhando se todos estão de posse dos dados coletados durante a resolução da 3ª situação-problema?

Caso algum aluno não esteja com os dados não há problema, pois no caso da

concentração de O_2 dissolvido na água, diferentemente do caso do crescimento dos pés de feijão (2ª Atividade Didática), os dados são os mesmos para todos os alunos das quatro turmas. Portanto, como os alunos trabalharão em duplas durante toda a resolução da 4ª situação-problema, o(s) aluno(s) sem dados trabalhará(rão) com os dados do colega de dupla.

Distribuirei então uma folha de papel milimetrado (Foto 05) para cada aluno da sala. Feito isso, desenharei na lousa, uma representação desta folha e traçarei o 1º quadrante de um plano cartesiano, onde o eixo-x representará o tempo (T), em dias, e o eixo-y o nível de concentração de O_2 dissolvido em água (C), em ppm.

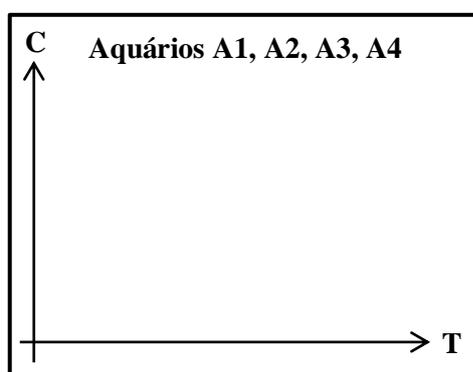


Figura 07: Plano Cartesiano para a 4ª situação-problema, da 3ª Atividade Didática

Perguntarei aos alunos: "Se os eixos desenhados devem ocupar o espaço máximo possível na folha de papel milimetrado, qual a escala que devemos adotar?".

Embora o conceito de escala tenha sido trabalhado no 4º bimestre do 6º Ano, com Caderno do Aluno sobre o "Tratamento da Informação", possivelmente, os alunos não compreenderão a pergunta como formulada. Talvez, nunca tenham se atentado da importância e da necessidade da adoção de uma escala para se traçar gráficos, plantas de casas e mapas, bem como construir maquetes, por exemplo. Para recordar o conceito de escala distribuirei, a cada dupla de alunos, um mapa do entorno da Escola, enfatizando a escala nele registrada (ANEXO VII). Apontando para a escala, perguntarei: "O que esta escala representa no mapa?".

Após alguns minutos, se não obtiver nenhuma resposta correta, direi aos alunos que "escala nada mais é que a comparação (razão) entre duas medidas". No caso, a razão entre a medida da distância entre dois pontos quaisquer do mapa e a medida dessa mesma distância na realidade. Ou seja, no mapa em questão, a cada 5 cm nele medido

corresponde, na realidade, a 112 m. Proporará então aos alunos, como exercícios, que fixem dois pontos quaisquer no mapa meçam em linha reta a distância entre eles, com o auxílio de uma régua, e estimem a distância real daqueles pontos marcados.

Questionarei então dos alunos: "durante quantos dias nós coletamos os dados do nível de concentração de O_2 dissolvido na água? Em quantas partes devemos então dividir o eixo-x? Ou seja, qual a "escala" que devemos usar para o eixo-x em nosso gráfico, para que ele ocupe a maior distância horizontal possível na folha de papel milimetrado fornecida?".

Analogamente, questionarei: "qual foi a concentração máxima de O_2 dissolvido na água observada durante os dias de coleta? Em quantas partes devemos dividir o eixo-y? Ou seja, qual a escala que devemos usar para o eixo-y em nosso gráfico para que ele ocupe a maior distância vertical possível na folha de papel milimetrado fornecida?".

Tendo definido as escalas que serão utilizadas nos dois eixos do plano cartesiano, pedirei então que os alunos procedam com o desenho deste plano.

Tendo verificado que todas as duplas possuem o plano cartesiano correto, sugirirei aos alunos que utilizem um gráfico de "colunas múltiplas" por dia de coleta de dados para traçar o gráfico solicitado. Isto significa que vocês obterão um gráfico com quatro colunas para cada dia de medição feita, representando o nível de "concentração de O_2 dissolvido na água" dos quatro aquários. Após os alunos concluírem o gráfico deveremos ter como resultado algo do tipo:

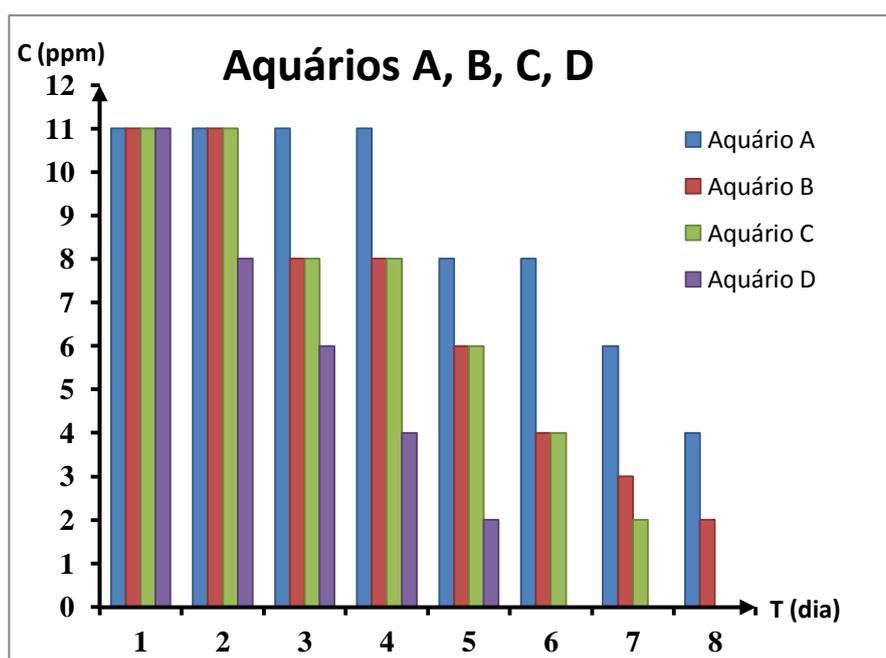


Gráfico 01: Exemplo de Gráfico de colunas múltiplas

Tendo as duplas de alunos obtido gráficos similares a este, indagarei:

(1) Observando individualmente as colunas de cada um dos aquários, ao longo do período de coleta de dados, o que vocês concluem? (Espera-se que os alunos respondam que, ao longo do período de coleta de dados, o nível de "concentração de O₂ dissolvido na água" em cada aquário diminui).

(2) Comparando, dois a dois, o nível de "concentração de O₂ dissolvido na água dos aquários, o que vocês concluem?". (Espera-se que os alunos digam que quanto mais óleo se tem no aquário, mais rápido o nível de "concentração de O₂ dissolvido na água" decai).

(3) Avaliando o interesse da turma com relação ao trabalho realizado, poderei ainda solicitar dos alunos que façam uma tabela com os percentuais de decaimento do nível de "concentração de O₂ dissolvido na água" de cada aquário. (Espera-se como resposta uma tabela similar a mostrada abaixo).

Dia após dia	Percentual de decaimento			
	A1	A2	A3	A4
1° p/ 2°	0,00	0,00	0,00	0,27
2° p/ 3°	0,00	0,27	0,27	0,25
3° p/ 4°	0,00	0,00	0,00	0,33
4° p/ 5°	0,27	0,25	0,25	0,50
5° p/ 6°	0,00	0,33	0,33	1,00
6° p/ 7°	0,25	0,25	0,50	-
7° p/ 8°	0,33	0,33	1,00	-

Tabela 06: Percentual de decaimento do nível de concentração de O₂ nos aquários, dia após dia

Com isto se conclui o planejamento das etapas e procedimentos a serem utilizados em sala de aula durante o desenvolvimento da 4ª situação-problema, da 3ª atividade.

II.3.1.4 – Quarta Atividade Didática

Título: Consequências do descarte inapropriado do óleo de cozinha já utilizado sobre o solo: análise e discussão matemática dos dados coletados durante a 2ª atividade didática.

Objetivos: Serão dois os objetivos centrais dessa atividade didática. São eles:

(1º) Trabalhar graficamente, utilizando-se do software EXCEL, os dados coletados a respeito do crescimento dos pés de feijão, irrigados somente com "água" e com diferentes misturas de "água e óleo"; e,

(2º) Analisar e discutir matematicamente a influência do descarte inapropriado de óleo de cozinha já utilizado sobre o solo, na perspectiva do crescimento dos pés de feijão, irrigados somente com "água" e com diferentes concentrações de misturas de "água e óleo".

Habilidades Matemáticas a serem trabalhadas na atividade: Segundo as habilidades matemáticas especificadas na Tabela 02, serão oito as que serão trabalhadas, em diferentes níveis de aprofundamento, e suas aquisições investigadas durante a aplicação da atividade. São elas:

- **H06** - Representar quantidades não inteiras utilizando notação decimal (Competência para Observar);
- **H07** - Fazer cálculos que envolvam adições e subtrações de números decimais (Competência para Realizar);
- **H10** - Efetuar cálculos com multiplicação e divisão de números decimais (Competência para Realizar);
- **H23** - Aplicar as principais características do sistema métrico decimal: unidades, transformações e medidas (Competência para Realizar);
- **H30** - Reconhecer o conceito de razão em diversos contextos: proporcionalidade, escala, velocidade, porcentagem, etc. (Competência para Realizar);
- **H34** - Identificar e interpretar informações transmitidas por meio de tabelas (Competência para Realizar);
- **H35** - Identificar e interpretar informações transmitidas por meio de gráficos (Competência para Realizar); e,
- **H36** - Identificar o gráfico adequado para representar um conjunto de dados e informações (gráficos elementares – barras, linhas, pontos) (Competência para Observar).

Pré-requisitos esperados dos alunos na atividade: Espera-se que os alunos participantes da atividade conheçam: o sistema métrico decimal de medidas, principalmente o linear e suas unidades de centímetro e milímetro; e, saibam utilizar os

comandos básicos do software EXCEL.

Situações-problema objetos de trabalho na atividade: A situação-problema, a ser trabalhada em duplas de alunos, nesta atividade será: "Utilizando-se de computadores e do software EXCEL, os alunos deverão traçar, em um mesmo plano cartesiano, o gráfico dos pontos correspondentes às alturas diárias dos pés de feijão, cultivados em copos plásticos e irrigados com "água" (copo A) e diferentes concentrações de misturas de "água e óleo" (copos B, C e D), coletadas durante a 2ª atividade didática".

Tempo de aplicação em sala de aula da atividade: Para resolver a situação-problema colocada aos alunos, o tempo inicialmente previsto de trabalho em sala de aula, para cada turma, será de 4 h/a.

Local para o desenvolvimento da atividade: Toda a execução desta atividade didática se dará na sala ACESSA ESCOLA (Laboratório de Informática), que conta com vinte computadores, nos quais está instalado o software EXCEL a ser utilizado pelos alunos.

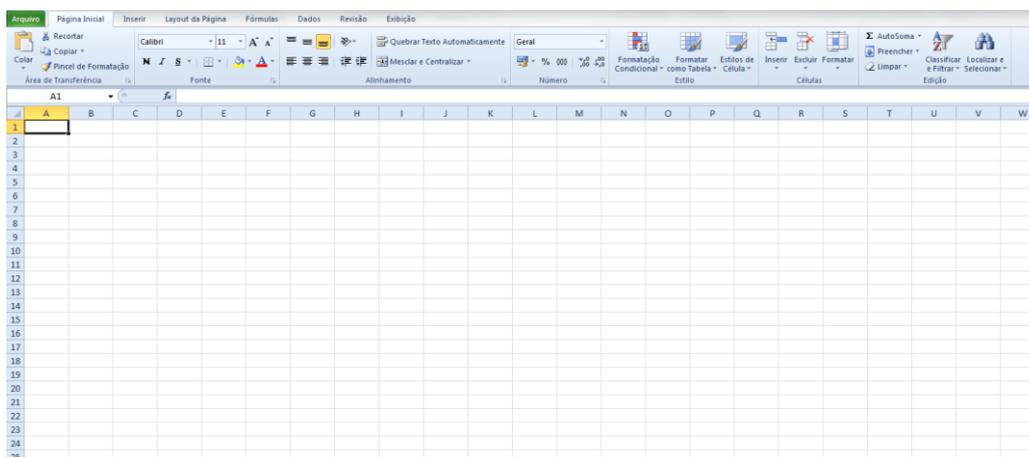
Materiais necessários à aplicação da atividade: Para a execução da 4ª atividade didática serão necessários, além da sala ACESSA ESCOLA, com seus computadores em pleno funcionamento, as tabelas, de cada aluno, com os dados coletados durante a 2ª atividade didática; um Data Show instalado em um dos computadores para utilizado durante as orientações a serem dadas na execução do trabalho; e, finalmente, uma tela de projeção para a apresentação das orientações aos alunos.

Descrição das etapas e procedimentos a serem utilizados em sala de aula: Todas as "Habilidades Matemáticas" elencadas acima serão trabalhadas, em diferentes níveis de aprofundamento, durante a 4ª atividade.

Primeiramente, já na sala ACESSA ESCOLA, indagarei dos alunos se todos trouxeram a tabela de dados sobre o crescimento dos pés de feijão, como solicitado na aula anterior. Caso algum aluno a tenha esquecido, o colocarei trabalhando com uma dupla de alunos que possuam tais dados.

Após todos os alunos estarem sentados em duplas, ou eventualmente em trios,

frente aos computadores, orientarei os alunos a ligarem seus computadores e abrirem o software EXCEL, assim como estarei fazendo. Na tela de projeção, por intermédio do "Data Show" ligado ao computador, aparecerá a tela inicial:



Tela 01: Tela inicial da Planilha Eletrônica EXCEL

Orientarei os alunos a digitar na "célula" referente à posição "linha 1, coluna A" (1, A), da planilha, as palavras "Tempo (dia)". Em seguida, solicitarei deles que registrem nas demais linhas, desta coluna, os números "0", "1", "2", e assim por diante até o número máximo, menos "1" (visto que iniciamos a série com o número "0"), de dados diários que eles possuem dos quatro pés de feijão plantados. Isto é, se possuírem 15 dados, por exemplo, do pé de feijão A, devem registrar a partir da "célula" (2, A) até a "célula" (16, A) os números "0", "1", "2", ..., "14". Mostrarei aos alunos que, como estamos registrando números inteiros e consecutivos, ou seja, a diferença entre eles é sempre a mesma, não será necessário registrar um por um até o último. Basta registrar os dois primeiros, selecionar as células onde estes números estão alocados e arrastar através do "canto inferior direito, da última célula" (aparecerá um sinal de "+" quando o cursor estiver sobre este ponto), até a linha 16. As duas Telas (parciais) seguintes, mostram este procedimento e o resultado obtido.

	A	B
1	Tempo (dia)	
2	0	
3	1	
4		
5		
6		
7		
8		
9		
10		
11		
12		
13		
14		
15		
16		
17		
18		
19		
20		

	A	B
1	Tempo (dia)	
2	0	
3	1	
4	2	
5	3	
6	4	
7	5	
8	6	
9	7	
10	8	
11	9	
12	10	
13	11	
14	12	
15	13	
16	14	
17		
18		
19		
20		

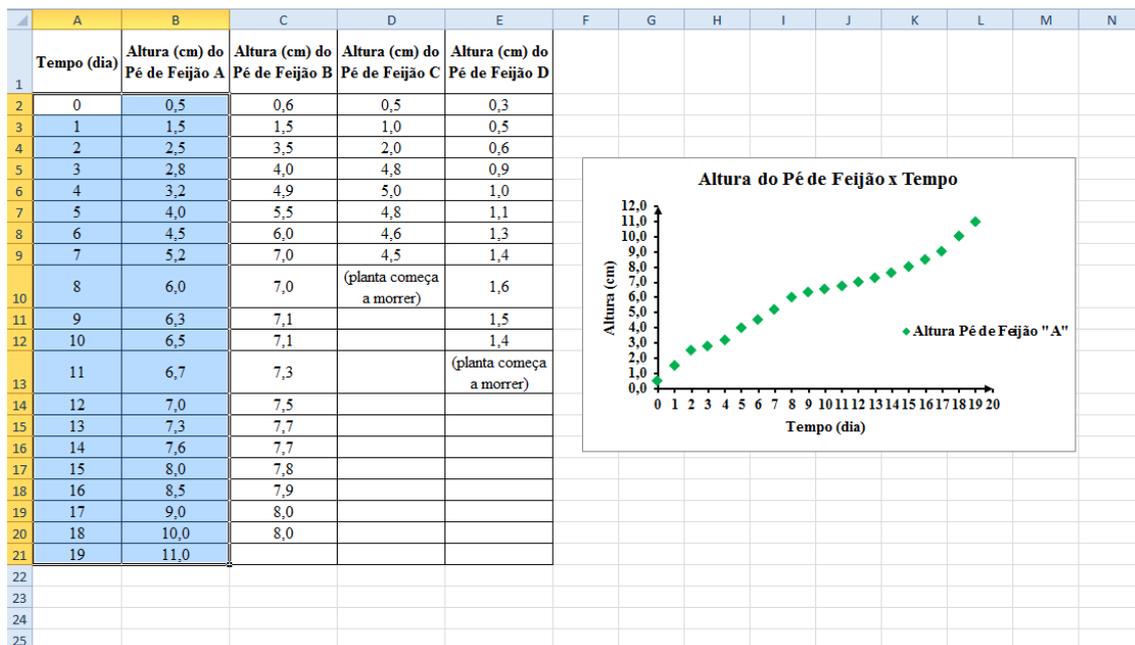
Tela 02: Telas (parciais) mostrando o procedimento e o resultado obtido

Orientarei os alunos a registrarem nas células (1, B), (1, C), (1, D) e (1, E), respectivamente, as palavras "Altura (cm) do Pé de Feijão A", "Altura (cm) do Pé de Feijão B", "Altura (cm) do Pé de Feijão C" e "Altura (cm) do Pé de Feijão D". Além disso, orientarei os alunos a registrarem, sempre a partir da linha 2, pois o "Tempo "0"" corresponderá ao dia de "brota" de cada um dos pés de feijão, os dados reais coletados diariamente por eles. Observe que o procedimento de "selecionar e arrastar" descrito anteriormente não funcionará para estes novos registros, pois os dados não possuem uma regra fixa de crescimento como, por exemplo, aumentar de 1 cm a cada dia consecutivo de medição. Portanto, todos os dados deverão ser digitalizados um a um. Tomarei emprestado, de um dos alunos, os dados e os registrarei em minha planilha, simultaneamente com os alunos assim procedendo nas suas. A tela projetada mostrará o resultado dos registros solicitados e utilizados por mim.

	A	B	C	D	E	F
1	Tempo (dia)	Altura (cm) do Pé de Feijão A	Altura (cm) do Pé de Feijão B	Altura (cm) do Pé de Feijão C	Altura (cm) do Pé de Feijão D	
2	0	0,5	0,6	0,5	0,3	
3	1	1,5	1,5	1,0	0,5	
4	2	2,5	3,5	2,0	0,6	
5	3	2,8	4,0	4,8	0,9	
6	4	3,2	4,9	5,0	1,0	
7	5	4,0	5,5	4,8	1,1	
8	6	4,5	6,0	4,6	1,3	
9	7	5,2	7,0	4,5	1,4	
10	8	6,0	7,0	(planta começa a morrer)	1,6	
11	9	6,3	7,1		(planta começa a morrer)	
12	10	6,5	7,1			
13	11	6,7	7,3			
14	12	7,0	7,5			
15	13	7,3	7,7			
16	14	7,6	7,7			
17	15	8,0	7,8			
18	16	8,5	7,9			
19	17	9,0	8,0			
20	18	10,0	8,0			
21	19	11,0				
22						
23						
24						
25						

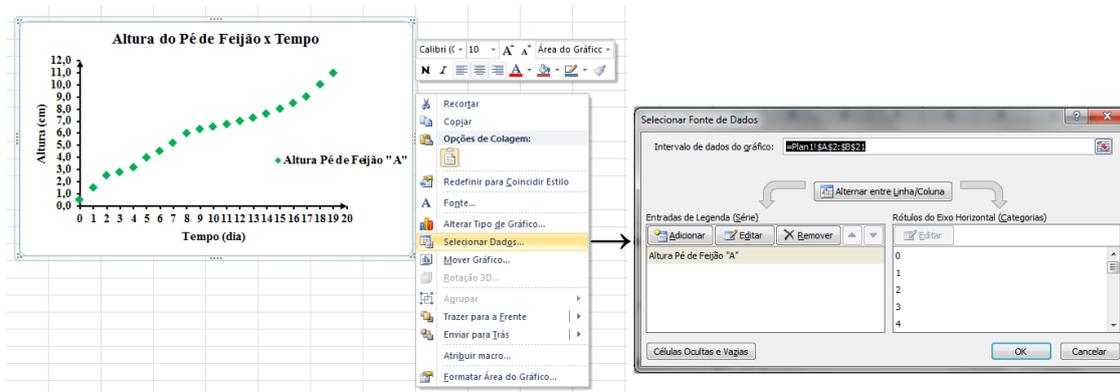
Tela 03: Registro das alturas dos pés de feijão tomados de exemplo pela professora

Pedirei então aos alunos que selecionem os dados relativos às colunas A e B, cliquem na barra de ferramentas na aba "inserir" e, em seguida, cliquem em "Gráfico de Dispersão", tipo "Pontos". Posteriormente, clicando na barra de ferramenta de gráficos "Layout" direi que devem inserir no gráfico obtido seu "Título" (Altura do Pé de Feijão x Tempo), seus "Títulos dos Eixos Horizontal e Vertical" (Tempo (dia) e Altura (cm), respectivamente) e sua "Legenda" (Altura do Pé de Feijão "A"). Finalmente, solicitarei que formatem os eixos e eliminem as linhas de grade principais. A tela mostra a seleção dos dados das colunas A e B e o gráfico final da "Altura do Pé de Feijão "A" x Tempo" que devem similarmente obter.



Tela 04: Seleção dos dados das colunas A e B e o Gráfico Final da "Altura do Pé de Feijão "A" x Tempo"

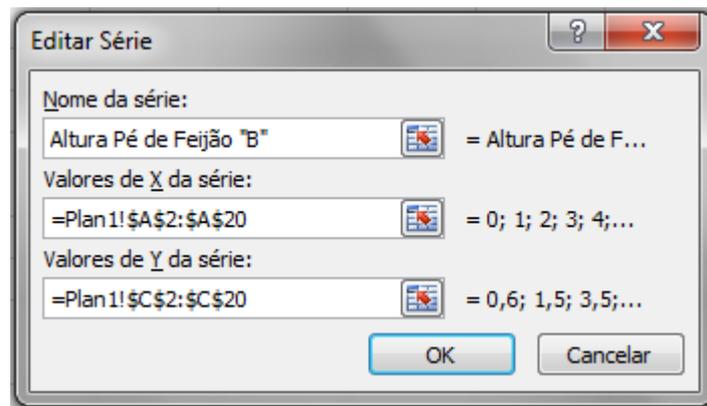
Solicitarei dos alunos que cliquem na borda do gráfico obtido com o botão "direito" do mouse, selecionando a opção "Selecionar Dados". Abrir-se-á uma nova janela intitulada "Selecionar Fonte de Dados", na qual se deve clicar na opção "Adicionar". Veja tela abaixo:



Tela 05: Procedimento para acrescentar os dados da "Altura do Pé de Feijão "B" x Tempo" ao gráfico já obtido

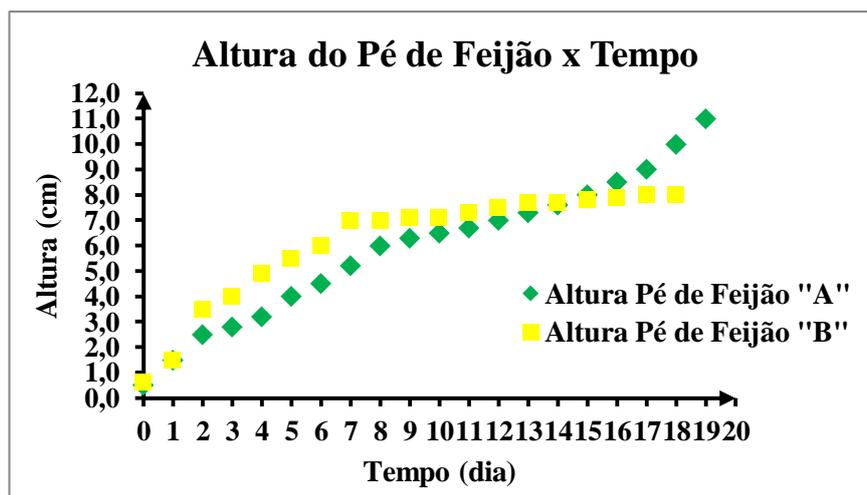
Ao clicar na opção "Adicionar" abrirá uma nova janela chamada "Editar Série". Na opção "Nome da série" escrever "Altura Pé de Feijão "B"". Na opção "Valores de x na série" clicar na "seta em vermelho". Abrir-se-á uma pequena janela. Selecione então os dados da coluna A que possuam valores registrados em linhas da coluna C. Clique na "seta em vermelho" da pequena janela aberta o que ocasionará a volta à janela "Editar Série". Proceda analogamente ao clicar na "seta em vermelho" da opção "Valores de y

na série". Na janela "Editar Série" resultante estará registrado os dados como mostrados na tela.



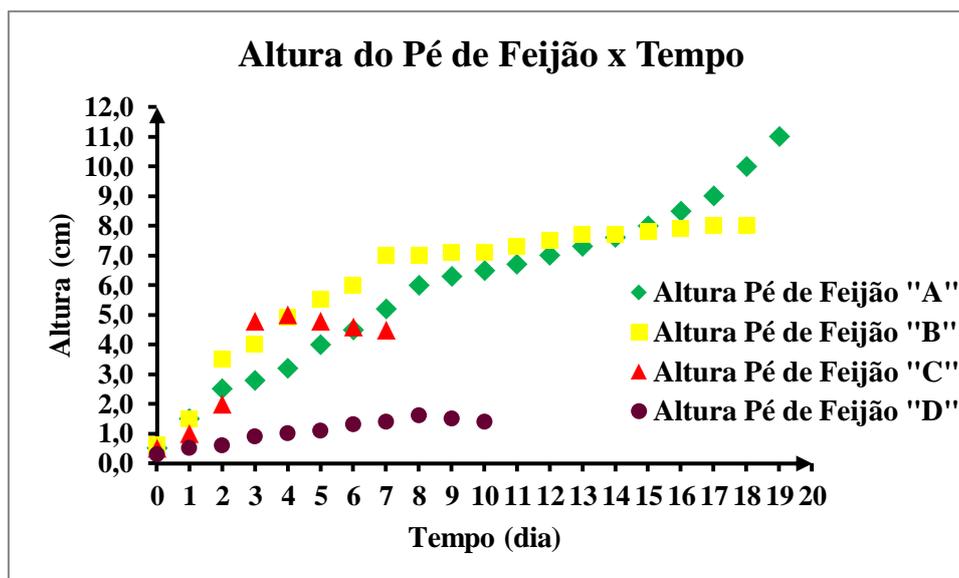
Tela 06: Janela "Editar Série" resultante do procedimento de inserção do gráfico "Altura do Pé de Feijão "B" x Tempo", ao gráfico já existente

Ao clicar em "OK" surgirá o gráfico mostrado na tela:



Tela 07: Gráficos das "Alturas dos Pés de Feijão "A" e "B" x Tempo"

Utilizando-se de procedimentos análogos acrescentar-se-á a este último gráfico os gráficos das "Alturas dos Pés de Feijão "C" e "D" x Tempo", cujo resultado pode ser observado na tela:



Tela 08: Gráficos das "Alturas dos Pés de Feijão "A", "B", "C" e "D" x Tempo"

Objetivando analisar e discutir matematicamente a influência do descarte inapropriado de óleo de cozinha já utilizado sobre o solo, na perspectiva do crescimento dos pés de feijão, irrigados somente com "água" (Pé de Feijão "A") e com diferentes concentrações de misturas de "água e óleo" (Pés de Feijão "B", "C" e "D"), indagarei dos alunos:

(1) Observando individualmente o comportamento da altura de cada um dos pés de feijão, ao longo do período de coleta de dados, o que vocês concluem? (Espera-se que os alunos respondam que, ao longo do período de coleta de dados, os pés de feijão cresceram menos, quanto maior era a quantidade de óleo existente nas diferentes concentrações de misturas "água e óleo" que os irriga).

(2) Comparando, dois a dois, os gráficos, o que acontece com as alturas dos pés de feijão em questão em função do tempo decorrido de experimento? (Espera-se que os alunos digam que quanto mais óleo presente na mistura "água e óleo" que irriga a planta, mais lento será o crescimento da planta. Mais do que isso, quando a presença de óleo é maior ou igual a 20% da mistura utilizada, a planta morrerá rapidamente).

(3) Avaliando o interesse da turma em relação ao trabalho realizado, poderei ainda pedir aos alunos que façam uma tabela com os percentuais de crescimento dos pés de feijão irrigados diferentemente, dia a dia. (Espera-se como resposta dos alunos uma tabela, produzida utilizando-se o EXCEL, similar a mostrada abaixo).

Dia após dia	Percentual de crescimento dos Pés de Feijão			
	A (%)	B (%)	C (%)	D (%)
1° p/ 2°	200	150,0	100,0	66,7
2° p/ 3°	66,7	133,3	100,0	20,0
3° p/ 4°	12,0	14,3	140,0	50,0
4° p/ 5°	14,3	22,5	4,2	11,1
5° p/ 6°	25,0	12,2	-4,0	10,0
6° p/ 7°	12,5	9,1	-4,2	18,2
7° p/ 8°	15,6	16,7	-2,2	7,7
8° p/ 9°	15,4	0,0	-	14,3
9° p/ 10°	5,0	1,4	-	-6,3
10° p/ 11°	3,2	0,0	-	-6,7
11° p/ 12°	3,1	2,8	-	-
12° p/ 13°	4,5	2,7	-	-
13° p/ 14°	4,3	2,7	-	-
14° p/ 15°	4,1	0,0	-	-
16° p/ 17°	5,3	1,3	-	-
17° p/ 18°	6,3	1,3	-	-
18° p/ 19°	5,9	1,3	-	-
19° p/ 20°	11,1	0,0	-	-
20° p/ 21°	10,0	-	-	-
	Significa que a planta começa a morrer (se curvar) e não que sua altura diminuiu.			

Tabela 07: Percentual de crescimento dos Pés de Feijão, dia após dia

Com isto se conclui o planejamento das etapas e procedimentos a serem utilizados em sala de aula durante o desenvolvimento da 4ª atividade.

II.3.1.5 – Quinta Atividade Didática

Título: A fabricação de sabão a partir do óleo de cozinha já utilizado.

Objetivos: Mostrar aos alunos que a reciclagem do óleo de cozinha já utilizado é, além de ecologicamente recomendável, uma possível fonte de renda extra às famílias.

Habilidades Matemáticas a serem trabalhadas na atividade: Serão apenas quatro as "Habilidades Matemáticas" trabalhadas, em diferentes níveis de profundidade, e suas aquisições investigadas durante a aplicação da atividade. São elas:

- **H06** - Representar quantidades não inteiras utilizando notação decimal

(Competência para Observar);

- **H07** - Fazer cálculos que envolvam adições e subtrações de números decimais (Competência para Realizar);
- **H23** - Aplicar as principais características do sistema métrico decimal: unidades, transformações e medidas (Competência para Realizar); e, finalmente,
- **H30** - Reconhecer o conceito de razão em diversos contextos: proporcionalidade, escala, velocidade, porcentagem, etc. (Competência para Realizar);

Pré-requisitos esperados dos alunos na atividade: Como esta atividade será realizada basicamente por mim devido aos riscos de se trabalhar com a "soda cáustica". Espera-se que os alunos participantes contribuam com seus conhecimentos a respeito do sistema métrico decimal de medidas e do conceito de proporcionalidade.

Situações-problema objetos de trabalho na atividade: A situação-problema a ser colocada aos alunos durante esta atividade será: "De posse da receita para a fabricação de sabão a partir do óleo de cozinha já utilizado, como devemos proceder para produzi-lo?".

Tempo de aplicação em sala de aula da atividade: Para fabricar o sabão a partir do óleo de cozinha já utilizado, o tempo inicialmente previsto de trabalho em sala de aula, para cada turma, será de 2 h/a.

Local para o desenvolvimento da atividade: A execução desta atividade didática se dará na sala de aula de cada uma das turmas de 7º Ano envolvida na pesquisa.

Materiais necessários à aplicação da atividade: Para a fabricação de sabão, a partir do óleo de cozinha já utilizado, segundo a receita que selecionei, serão necessários, para cada turma, os seguintes materiais: cópias do ANEXO VIII (receita para a fabricação do sabão) para todos os alunos; 2 litros de soda cáustica; 10 litros de óleo de cozinha já utilizado; 2 litros de água; 2 copos de sabão em pó; 1 copo de desinfetante; 1 balde grande; 1 cabo de vassoura; 20 caixas vazias de leite longa vida; e, finalmente, 1 par de luvas para a lida com todo esse material.

Descrição das etapas e procedimentos a serem utilizados em sala de aula:

As quatro "Habilidades Matemáticas" especificadas na página anterior serão trabalhadas durante a 5ª atividade.

Primeiramente, em sala de aula e de posse de todo o material necessário à aplicação da atividade, entregarei a cada um dos alunos uma cópia do ANEXO VIII. Solicitarei então aos alunos que prestem o máximo de atenção possível aos procedimentos que serão utilizados para a fabricação do sabão.

Tendo dado esses avisos, passarei a fabricar o sabão a partir da receita selecionada. Chamarei pela atenção dos alunos questionando-os:

- (1) Sendo este balde um tronco de cone circular reto, de raio de base $r = 10$ cm, raio de "boca do balde" $R = 20$ cm, altura $h = 30$ cm e admitindo $\pi = 3$, determine o volume do balde em cm^3 e litros (l). (Espera-se que os alunos façam os seguintes cálculos: $V = (1/3) \cdot \pi \cdot 30 \cdot (20^2 + 20 \cdot 10 + 10^2) \approx 30 \cdot 700 \approx 21.000 \text{ cm}^3 \approx 21 \text{ l}$, fórmula esta definida na 1ª situação-problema da 3ª atividade didática).
- (2) Sabendo que nosso balde tem aproximadamente 21 litros, será possível utilizá-lo para a fabricação de sabão através da receita selecionada? (Espera-se que os alunos apenas somem as quantidades dos ingredientes líquidos da receita, pois a parte sólida é desprezível em relação ao todo. Isto é, calculem: $2 + 2 + 10 = 14 \text{ l}$).

Com as respostas corretas às duas perguntas formuladas, passarei então a fabricação, do sabão seguindo, passo a passo, a receita selecionada.

Tendo realizado a mistura de todos os ingredientes da receita e obtido o "ponto de detergente" do sabão produzido, este deve ser colocado em embalagens de leite longa vida.

No dia seguinte, quando o sabão produzido estiver no ponto de corte, cada uma das caixas de leite longa vida deve ser aberta e o bloco de sabão obtido (um paralelepípedo) deve ser então cortado em cinco barras iguais. Questionarei então dos alunos:

- (1) Se o custo de 1 litro de "soda cáustica" líquida é R\$ 3,00, de 1 litro de água R\$ 0,01, de 1 litro de óleo usado de cozinha R\$ 0,40 (valor médio pago por

esse tipo de óleo, pelos serviços de reciclagem), de 1 copo de sabão em pó R\$ 0,50 e 1 copo de desinfetante R\$ 1,00, qual o custo do sabão que fabricamos? (Esperam-se dos alunos os cálculos: Preço de custo = $2 \times 3,00 + 2 \times 0,01 + 10 \times 0,40 + 2 \times 0,50 + 2 \times 1,00 = 6,00 + 0,02 + 4,00 + 1,00 + 2,00 = \text{R\$ } 13,02$).

- (2) Da receita produziu-se 15 caixas de leite longa vida, cheias de sabão. Cada caixa resultou em 5 barras de sabão. Se cada barra for vendida por R\$ 1,00, qual o lucro, em reais, que teremos se todas as barras de sabão produzidas forem vendidas? (Esperam-se dos alunos os cálculos: Número de barras produzidas = $15 \times 5 = 75$; Arrecadação obtida com a venda = $75 \times 1,00 = \text{R\$ } 75,00$; Lucro obtido = $75,00 - 13,02 = \text{R\$ } 61,98$).
- (3) Percentualmente, de quanto será, aproximadamente, o lucro? (Espera-se dos alunos o cálculo: Lucro percentual $\approx [(\text{Lucro obtido})/(\text{Preço de custo})] \times 100 = [(61,98 / 13,02)] \times 100 \approx 476\%$, ou seja, o lucro, aproximado, foi 4,76 vezes maior que o valor financeiro investido na fabricação do sabão).

Com isto se conclui o planejamento das cinco (5) "Atividades Didáticas" a serem trabalhadas com os alunos, das quatro salas de aula do 7º Ano, envolvidas na pesquisa.

Esta "Sequência de Atividades Didáticas" é o "produto", o resultado concreto obtido para o processo de ensino e aprendizagem de Matemática, destinada aos alunos do 7º Ano do Ensino Fundamental, e que foi gerada pela pesquisa por mim planejada, elaborada e conduzida em nível de "Mestrado Profissionalizante".

Capítulo III: Análise e avaliação dos dados de pesquisa

Nesse capítulo encontram-se descritas as análises e as avaliações dos dados coletados durante a aplicação da pesquisa. Mais especificamente, os dados coletados, junto aos alunos, durante a aplicação da SAD detalhada no capítulo anterior.

Contudo, antes de passarmos à análise e avaliação dos dados coletados em cada uma das cinco atividades didáticas da pesquisa, as respostas dadas pelos 133 alunos, dos 7^{os} Ano do Ensino Fundamental, às indagações feitas no Questionário Inicial de Pesquisa, revelaram que:

- 100% deles possuem idade entre 11 e 13 anos, sendo 57% deles "meninas";
- para 67% dos alunos as famílias possuem de 3 a 5 membros e, para a grande maioria delas (95%) todos os seus membros residem no mesmo imóvel;
- para 84% das famílias ambos, Pai e Mãe, são os responsáveis pelo sustento da casa, sendo a renda média familiar de 2,7 Salários Mínimos;
- em relação ao nível de escolaridade dos pais, 56% deles possuem o Ensino Médio completo; e, finalmente,
- a média de consumo mensal de óleo de cozinha por família é de 3,5 litros, sendo que, após utilizado, apenas 17% dos alunos admitiram que suas famílias descartam o óleo no "ralo da pia" ou no "solo". A "boa" constatação foi que para 83% das famílias o óleo utilizado é encaminhado para reciclagem ou apropriadamente reutilizado, principalmente, na fabricação de sabão. Embora esses dados contrariem as informações transmitidas pelos vídeos que seriam assistidos pelos alunos posteriormente, o nível de escolarização dos pais pode sugerir uma mudança de atitude para com o meio ambiente dessas famílias.

Tendo sucintamente relatado os principais resultados da aplicação do Questionário Inicial de Pesquisa, segue-se a discussão a respeito dos dados coletados nas cinco atividades didáticas aplicadas.

III.1 – Primeira Atividade Didática

Como planejado, os três vídeos especificados no item **II.3.1.1** foram apresentados aos alunos, turma a turma, na sala ACESSA ESCOLA.

Além das questões previamente planejadas, para serem indagadas aos alunos, ao término de cada apresentação de vídeo, eu também perguntei:

- Quais cenas vocês acreditam que continham mensagens positivas ou negativas no vídeo assistido? Por quê?
- Vocês já tinham conhecimento do tema abordado no vídeo? Se sim, o que vocês já conheciam do tema?
- O tema abordado e a forma como foi exposto causou em vocês algum sentimento de indignação, agressão ou descontentamento? Por quê?
- Qual a mensagem que o vídeo trouxe a vocês? E, finalmente,
- No vídeo assistido, vocês identificaram algum aspecto abordado que possa servir de tema de reflexão para nossas vidas? Quais?

Das respostas às todas as questões formuladas aos alunos e das informações obtidas através do Questionário Inicial, se observa que a atividade, como planejada, contribuiu significativamente para a conscientização dos alunos sobre as consequências para o meio ambiente do descarte inapropriado do óleo de cozinha já utilizado. Ela também motivou e aguçou a curiosidade deles para com o trabalho de pesquisa a ser iniciado.

Com relação as "Habilidades Gerais" de atenção, concentração, compreensão, respeito e diálogo, a partir de minha percepção de 20 anos de docência, para esta faixa etária e este nível de escolarização, posso dizer que fiquei surpresa em observar o interesse e a participação dos alunos no trabalho iniciado. As fotos buscam exemplificar alguns momentos desse trabalho que colaboraram para com esta minha percepção:



Foto 14: Alunas trabalhando durante 1ª atividade didática



Foto 15: Alunos trabalhando durante 1ª atividade didática

Com relação à tarefa de casa solicitada aos alunos de escreverem uma redação narrando a importância, os pontos positivos e negativos dos vídeos e o que aprenderam com a atividade realizada, se constatou que:

(1º) todos os alunos entregaram a tarefa, o que, por si só, mostra o interesse despertado pelo trabalho;

(2º) apesar de todos terem entregado a tarefa, em torno de 2/3 deles escreveram redações sucintas e pouco detalhadas, o que pode indicar as dificuldades redacionais que nossos alunos enfrentam e que são detectadas nas avaliações globais, como a do SARESP (1º exemplo, ANEXO IX);

(3º) somente 1/3 dos alunos produziram redações detalhadas, bem redigidas e especificando aspectos abordados nos vídeos (2º exemplo, ANEXO IX); finalmente,

(4º) no geral, esta primeira atividade didática, como inicialmente planejada, trouxe os resultados esperados por mim no que se refere à motivação dos alunos para com o trabalho proposto, bem como para verificar a existência das "Habilidades Gerais" necessárias a todo o projeto, e porque não dizer à vida.

III.2 – Segunda Atividade Didática

Conforme descrito no item **II.3.1.2**, o objetivo desta segunda atividade didática era de "orientar os alunos na montagem do experimento e sobre a coleta de dados a

respeito das consequências do descarte inapropriado do óleo de cozinha já utilizado sobre o solo, através da comparação do crescimento de pés de feijão irrigados somente com "água" e com diferentes concentrações de misturas de "água e óleo".

Para isso, foram propostas duas situações-problema aos alunos:

(1ª) "Quantas medidas máximas, de 50 ml, registrada no béquer, devemos despejar de "água" e de "óleo" nas garrafas plásticas "B", "C" e "D"?", e,

(2ª) "Preencher a tabela com os dados relativos às alturas, diárias, dos pés de feijão plantados e molhados, também diariamente, somente com "água" ou com uma mistura de "água e óleo" em diferentes concentrações".

Antes de dar início à análise e avaliação do ocorrido em sala de aula durante a execução das duas situações-problema colocadas aos alunos e após questionar se todos trouxeram o material previamente solicitado para o trabalho, orientei os alunos quanto ao plantio dos pés de feijão dizendo: "de posse dos 4 copos plásticos iguais, marcados com as letras "A", "B", "C" e "D", preencha 1/3 de seu volume com a terra vegetal fornecida".

Para determinar quanto de terra deveria ser colocado em cada copo, os alunos, orientados por mim, mediram os diâmetros e a altura de um dos copos e estabeleceram, por consenso, que o diâmetro da "boca" do copo media 7,5 cm, o diâmetro da base do copo 4,8 cm e sua altura 10 cm.

De posse dessas medidas calcularam o volume aproximado do copo fazendo uso da fórmula de cálculo do volume de um cilindro circular reto, utilizando-se para isto da média aritmética dos diâmetros do copo. Este procedimento foi por mim orientado aos alunos, pois se tratam de alunos do 7º ano do Ensino Fundamental, que não conheciam ainda como se calcula o volume de um tronco de cone circular reto, conceito este a ser introduzido durante a 3ª atividade didática. Os cálculos apresentados pelos alunos foram:

$$\text{Média dos diâmetros do copo} = \frac{7,5 + 4,8}{2} = 6,15 \text{ cm.}$$

Com auxílio de uma calculadora os alunos efetuaram as contas:

$$V_{\text{copo}} = \pi \cdot \left(\frac{6,15}{2}\right)^2 \cdot 10 \cong 297 \text{ cm}^3 \cong 297 \text{ ml.}$$

Como queremos colocar 1/3 de terra no copo temos que:

$$\text{Quantidade de terra a ser colocada no copo} = \frac{V_{\text{copo}}}{3} \cong \frac{297}{3} \cong 99 \text{ ml.}$$

Acordei então com os alunos em colocar 100 ml de terra em cada copo, isto é, duas medidas do béquer disponível para o trabalho. Posteriormente, plantaram as três sementes de feijão em cada copo e regaram com água.

Iniciei então a orientação sobre o preparo das garrafas plásticas com as misturas de "água e óleo" em diferentes concentrações. Estipulei primeiro que seriam colocados 500 ml de "água" (Garrafa A) ou de mistura "água e óleo" (Garrafas B, C e D).

Indaguei então: "se vamos colocar 500 ml de água na "Garrafa A" e o béquer que possuímos tem capacidade máxima de 50 ml, quantas medidas do béquer deveram despejar de água na garrafa?". Os alunos, em duplas, pensaram e apresentaram os cálculos:

$$\left. \begin{array}{l} 1 \text{ medida} \rightarrow 50 \text{ ml} \\ x \text{ medidas} \rightarrow 500 \text{ ml} \end{array} \right\} \rightarrow x = \frac{500}{50} = 10 \text{ medidas.}$$

Apresentado os cálculos perguntei: "vamos colocar agora 500 ml da mistura "água e óleo" na "Garrafa B". Se nosso béquer tem capacidade máxima de 50 ml, quantas medidas do béquer vocês deverão despejar dentro da garrafa, de "água" e de "óleo", se queremos que a garrafa tenha 90% de água e 10% de óleo?". Os alunos, para saberem a quantidade de óleo que colocariam na "Garrafa B" procederam da seguinte maneira:

Capacidade (ml)	Porcentagem (%)
500	100
x	10

$$\text{Volume de óleo na Garrafa B} = \frac{500 \cdot 10}{100} = 50 \text{ ml} = 1 \text{ medida do béquer.}$$

Consequentemente, o número de medidas do béquer a ser despejado de "água" na "Garrafa B" foi de [10 medidas (Garrafa A) – 1 medida de óleo (Garrafa B)] = 9

medidas.

Analogamente, para as Garrafas "C" e "D", os alunos determinaram que seriam despejadas, respectivamente, 2 e 3 medidas de óleo e 8 e 7 medidas de água.

Todos os alunos, de posse dos dados corretos a respeito do número de béquer a serem despejados para dentro das Garrafas "B", "C" e "D" de óleo e de água, solicitei que enchessem as suas Garrafas com as correspondentes quantidades de "água e óleo". A Foto mostra um dos conjuntos de garrafas com suas respectivas quantidades de "água e óleo nas diferentes concentrações" fixadas.



Foto 16: Garrafas "B", "C" e "D" com suas respectivas quantidades de "água e óleo"

Todos os alunos tendo plantado seus Pés de Feijão e preparado as Garrafas "A", "B", "C" e "D", com "água" ou com "água e óleo" para irrigar as plantas, orientei-os quanto ao modo de se proceder com a irrigação e com os registros dos dados referentes aos seus crescimentos bem como a utilizarem a tabela ou tabela similar àquela apresentada no ANEXO V distribuída a eles.

De posse de todos os materiais e orientações os alunos, avisei-os que a coleta de dados seria feita em suas casas, durante o próximo mês.

Finalmente, observe que todas as "Habilidades Matemáticas" elencadas no item **II.3.1.2** foram, de uma maneira ou outra, trabalhadas durante a atividade sendo que a habilidade "**H28** - Reconhecer situações que envolvam proporcionalidade" foi enfatizada. Deve-se registrar ainda que a aquisição ou não pelos alunos das habilidades "**H06** - Representar quantidades não inteiras utilizando notação decimal, **H23** - Aplicar as principais características do sistema métrico decimal: unidades, transformações e medidas e **H34** - Identificar e interpretar informações transmitidas por meio de tabelas" será melhor avaliada durante o transcorrer da 4ª atividade didática.

A título de ilustração, a foto mostra quatro copos com seus respectivos pés de feijão em crescimento, dias após o nascimento dos brotos, que um dos alunos trouxe de casa para mostrar aos demais colegas de sala, a meu pedido.

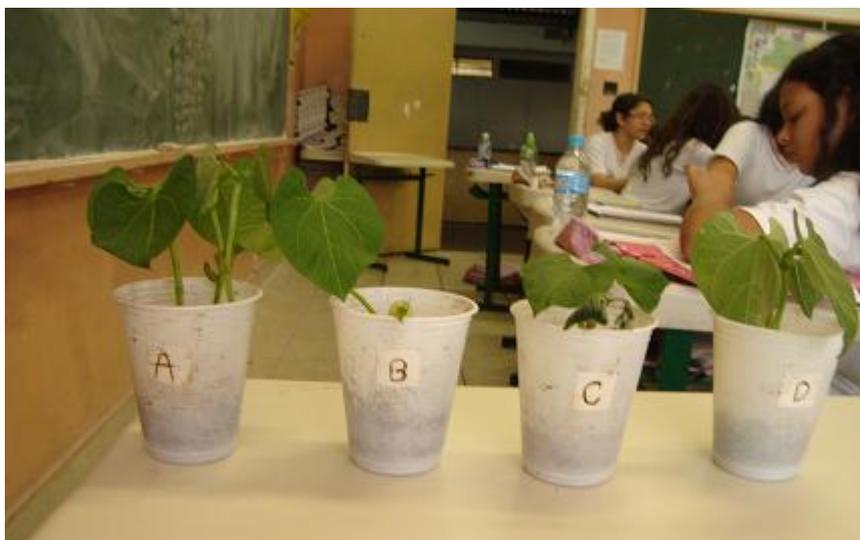


Foto 17: Pés de Feijão "A", "B", "C" e "D" em crescimento

III.3 – Terceira Atividade Didática

Segundo o item **II.3.1.3** eram dois os principais objetivos dessa atividade: orientar os alunos na montagem do experimento e coletar dados a respeito da oxigenação da água em aquários com plantas aquáticas e analisar e discutir, matematicamente, as consequências sobre essa oxigenação em aquários com apenas "água" ou quantidades de "água e óleo" em diferentes concentrações.

Para isso, foram quatro as situações-problema propostas aos alunos:

(1ª) "Como determinar, matematicamente, e qual o volume aproximado dos

aquários fornecidos"?

(2ª) "Quantas medidas de 50 ml deve-se despejar de "água" no Aquário "A1" e de "água e óleo" nos aquários "A2", "A3" e "A4"?".

(3ª) "Preencher uma tabela com os dados relativos ao nível diário de oxigenação da água dos quatro aquários (A1, A2, A3 e A4)".

(4ª) "Que tipo de gráfico poderá ser adequado para representar a tendência dos dados coletados e quais as consequências do descarte inapropriado de óleo de cozinha já utilizado sobre a oxigenação da água?".

Ao entrar na sala de aula, do 7º Ano A, para resolver a 1ª situação-problema, que buscava trabalhar o procedimento de determinação do volume aproximado do aquário por mim fornecido aos alunos, comecei a atividade seguindo o planejado e descrito no item **II.3.1.3**. Desenhei na lousa a Figura 01 e, posteriormente, as Figuras 03, 04, 05 e 06, cada uma há seu tempo, e coloquei em um dos aquários os elásticos como representado na Figura 02. Utilizei dos sólidos que construí previamente, em papel cartão (Fotos 06, 07, 08, 09, 10 e 11), para definir geométrica e algebricamente a fórmula para o cálculo do volume de um cone circular reto (Figura 05).

Contudo, após aproximadamente 1 h/a, durante a qual busquei explicar e fazer com que os alunos compreendessem os raciocínios geométricos e algébricos empregados na dedução da fórmula para o cálculo do volume de um cilindro reto de base triangular, observei que a maioria deles me olhava com cara de "espanto". Nesse instante, parei a aula e indaguei o porquê deles estarem com aquela "cara". Foram unânimes em dizer: "Professora, não estamos entendendo nada. Nunca nenhum professor de matemática entrou em nossa sala e solicitou de nós que pensássemos ou que compreendêssemos o raciocínio. Não dá para a senhora nos dar a fórmula pronta e somente ensinar a usá-la?".

Parei e pensei comigo mesma: "O que faço agora? A atividade deve continuar!". Após alguns instantes, refletindo sobre a questão de que aqueles alunos não estavam preparados e nem foram ensinados, anteriormente, a raciocinarem matematicamente ou geometricamente, como eu estava propondo. Decidi então simplificar parte do trabalho/raciocínio que estava deles solicitando. Propus aos alunos que medissem o volume do aquário enchendo-o com água e utilizando, para isso, o

béquer de 50 ml com o qual já haviam trabalhado na atividade anterior.

A motivação que havia desaparecido do semblante daqueles alunos voltou imediatamente após a minha proposta. Uma roda de alunos se formou em torno de minha mesa e começaram a encher o aquário como sugerido. Após alguns minutos e com a mesa toda molhada, concluíram que o volume do aquário era de aproximadamente 2 litros.

Estipulei em 1,5 litros a quantidade de "água" ou de "água e óleo" que seria colocada em cada um dos aquários, conforme o planejado e descrito anteriormente.

A 1ª situação-problema da atividade estava resolvida. Não da forma como inicialmente havia sido planejada, mas da maneira que foi possível levando-se em conta as "habilidades matemáticas" que os alunos possuíam, naquele instante. Nas outras três turmas de 7º Ano (B, C e D) que também passaram por esta atividade, me restringi a manipular os sólidos geométricos, buscando o significado informal do volume da pirâmide e sua relação com o volume do prisma. Isto é, manipulei fisicamente os sólidos para mostrar aos alunos que o volume de uma pirâmide é igual a $\frac{1}{3}$ do volume de um prisma de mesma base e altura. Ou seja, fiquei no concreto e não busquei generalizar, algebricamente, esta conclusão.

Com relação as "Habilidades Matemáticas" trabalhadas na 1ª situação-problema, da 3ª atividade didática, deve-se registrar que as habilidades "**H09** - Efetuar cálculos com potências; **H10** - Efetuar cálculos com multiplicação e divisão de números decimais; **H13** - Aplicar uma ordem de operações ao resolver problemas (parênteses, multiplicação, divisão, adição e subtração); **H15** - Expressar e resolver problemas por meio de equações; **H30** - Reconhecer o conceito de razão em diversos contextos: proporcionalidade, escala, velocidade, porcentagem, etc.; **H31** - Reconhecer o número π como uma razão constante da geometria; e, finalmente, **H35** - Identificar e interpretar informações transmitidas por meio de gráficos" não foram trabalhadas durante a execução desta situação-problema como inicialmente previsto, tendo em vista as alterações introduzidas ao longo de sua aplicação com os alunos. Contudo, também se deve registrar que uma ênfase maior foi colocada no trabalho com a habilidade "**H23** - Aplicar as principais características do sistema métrico decimal: unidades, transformações e medidas", principalmente no que se refere à medição do volume do aquário, objetivo central da situação-problema inicialmente proposta aos alunos.

Voltando a narrativa do ocorrido em sala de aula durante a aplicação da 3ª atividade didática, questionei os alunos: "Se vamos colocar 1,5 litro de água no Aquário "A", quantas medidas de 50 ml devemos despejar para dentro dele?" (2ª situação-problema da atividade).

Os alunos reconheceram de imediato se tratar da mesma questão da atividade anterior quando tiveram que preencher as garrafas plásticas com "água" ou "água e óleo" para irrigar os pés de feijão. Os alunos apresentaram então os seguintes cálculos:

Número de béqueres	Capacidade (ml)
1	50
x	1500

$$\text{Número de béqueres de água do Aquário A} = \frac{1500}{50} = 30.$$

Verifiquei os cálculos apresentados, disse que estavam corretos e solicitei que colocassem a quantidade de água correta no Aquário "A1". Assim foi feito.

Para os alunos desta sala do 7º Ano A, a 2ª situação-problema da atividade estava concluída. Na realidade, o preenchimento com "água e óleo" dos demais três aquários ("A2", "A3" e "A4") foi realizado, cada um deles, pelos alunos de uma das outras três salas de aula de 7º Ano (B, C e D).

Registre que orientei o preenchimento dos aquários nas demais três turmas de maneira similar ao realizado na primeira turma. Os alunos dessas turmas apresentaram os seguintes cálculos em resposta à questão proposta:

(7º Ano B) Se no Aquário "B" devemos colocar "90% de água e 10% de óleo" então, a quantidade, em ml e em béqueres, de "água" e de "óleo" a serem colocadas serão:

Quantidade de "água e óleo" do aquário (ml)	Porcentagem (%)
1500	100
água	90
óleo	10

$$\text{Quantidade de água no Aquário B} = \frac{1500 \cdot 90}{100} = 1350 \text{ ml};$$

$$\text{Quantidade de óleo no Aquário B} = \frac{1500 \cdot 10}{100} = 150 \text{ ml.}$$

Número de béqueres	Capacidade (ml)
1	50
água	1350
óleo	150

$$\text{Número de béqueres de água no Aquário B} = \frac{1350}{50} = 27;$$

$$\text{Número de béqueres de óleo no Aquário B} = \frac{150}{50} = 3.$$

(7º Ano C) Se no Aquário "C" devemos colocar "80% de água e 20% de óleo" então, a quantidade, em ml e béqueres, de "água" e de "óleo" a serem colocadas serão:

Quantidade de "água e óleo" do aquário (ml)	Porcentagem (%)
1500	100
água	80
óleo	20

$$\text{Quantidade de água no Aquário B} = \frac{1500 \cdot 80}{100} = 1200 \text{ ml};$$

$$\text{Quantidade de óleo no Aquário B} = \frac{1500 \cdot 20}{100} = 300 \text{ ml.}$$

Número de béqueres	Capacidade (ml)
1	50
água	1200
óleo	300

$$\text{Número de béqueres de água no Aquário B} = \frac{1200}{50} = 24;$$

$$\text{Número de béqueres de óleo no Aquário B} = \frac{300}{50} = 6.$$

(7º Ano D) Se no Aquário "D" devemos colocar "70% de água e 30% de óleo" então, a quantidade, em ml e béqueres, de "água" e de "óleo" a serem colocadas serão:

Quantidade de "água e óleo" do aquário (ml)	Porcentagem (%)
1500	100
água	70
óleo	30

$$\text{Quantidade de água no Aquário B} = \frac{1500 \cdot 70}{100} = 1050 \text{ ml};$$

$$\text{Quantidade de óleo no Aquário B} = \frac{1500 \cdot 30}{100} = 450 \text{ ml.}$$

Número de béqueres	Capacidade (ml)
1	50
água	1050
óleo	450

$$\text{Número de béqueres de água no Aquário B} = \frac{1050}{50} = 21;$$

$$\text{Número de béqueres de óleo no Aquário B} = \frac{450}{50} = 9.$$

Nas três salas de aula, verifiquei os cálculos apresentados, disse estarem corretos e solicitei dos alunos, de cada uma das salas, que preenchessem com a quantidade de "água" e de "óleo" corretas os Aquários "B", "C" e "D", respectivamente. Assim ocorreu.

Com relação as "Habilidades Matemáticas" especificadas no item **II.3.1.3** (H28, H29 e H30), se observa que todas elas foram trabalhadas nesta situação-problema. Além disso, os alunos mostraram tê-las incorporadas aos seus conhecimentos matemáticos, principalmente a habilidade H34 no que diz respeito a "identificar informações transmitidas por meio de tabelas", habilidade central da situação-problema.

Com isso, para os alunos destas três salas de aula do 7º Ano, a 2ª situação-problema da atividade didática também estava resolvida.

Observe que comparando o desenvolvimento da 2ª situação-problema que ocorreu nas quatro salas de aula com o que havia sido planejado não foi realizado devido ao ocorrido durante a resolução da 1ª situação-problema da atividade. Ou seja,

por conta de eu ter fixado o volume de 1,5 litros como aquele a ser preenchido com "água" ou com "água e óleo" os aquários, as questões sobre a "verificação se o volume, calculado e medido, do aquário era ou não o mesmo" e, se diferentes, o "erro cometido", não ocorreram.

Dando prosseguimento ao planejado para a 3ª atividade didática, orientei os alunos, de cada uma das turmas, a depositarem, no fundo de seus respectivos aquários, dois exemplares da planta aquática "Elódea", de forma que elas ficassem totalmente submersas na água. A foto mostra da esquerda para a direita, os aquários "A1", "A4", "A3" e "A2" prontos para serem feitas as primeiras medições, do nível de concentração do O₂ dissolvido em suas águas.



Foto 18: Aquários "A1", "A4", "A3" e "A2", da esquerda para a direita, prontos para a realização do experimento

Para a resolução da 3ª situação-problema da atividade, expliquei e orientei os alunos sobre o objetivo de uso e o modo de usar o "Kit de medição de O₂ dissolvido em água doce"; mostrei aos materiais que seriam usados nessa medição; e, finalmente, desenhei na lousa a Tabela 05 como sendo a forma que deveriam usar para registrar os dados coletados, tudo isso segundo o planejado e descrito no item **II.3.1.3**.

Passei então a realizar, conjuntamente com os alunos, a medição e registro do nível de concentração de O₂ dissolvido na água do aquário que havia sido preparado pela turma de alunos com a qual estava trabalhando. Esse procedimento se repetiu nas três outras turmas, pois, assim procedendo, me certifiquei de que todos os alunos saberiam coletar e registrar os dados dos aquários pelos próximos dias letivos.

As fotos mostram alguns alunos coletando a água dos aquários, realizando o procedimento de medição do nível de concentração de O₂ dissolvido na água e comparando o resultado com a "Escala de Cores" fornecida no "Kit".



Foto 19: Alunos coletando a água dos aquários



Foto 20: Alunos medindo o nível de concentração de O_2 dissolvido na água

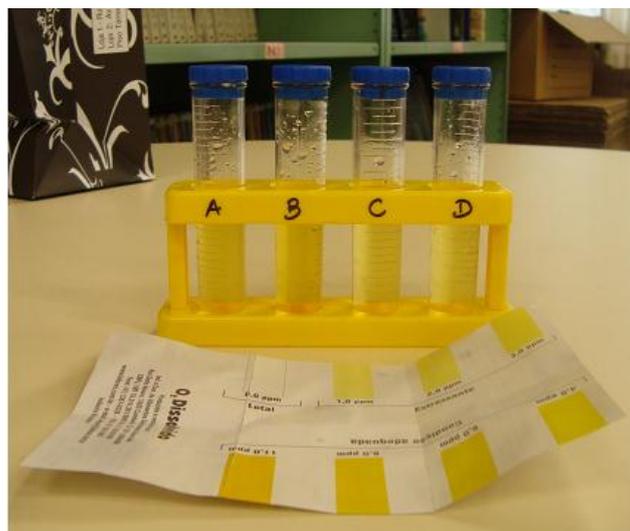


Foto 21: Comparação entre as cores da água analisada nos tubos de ensaio e a "Escala de Cores" do "Kit"

Após dezessete dias da primeira medição ter ocorrido, os alunos observaram que a água dos aquários, principalmente aqueles com óleo, começaram a ficar turva, exalando mal cheiro e as plantas estavam ficando amarelas e se decompondo. A foto mostra os aquários neste dia.



Foto 22: Aquários após dezessete dias do início do experimento

O experimento havia chegado ao seu final e os alunos das quatro salas de aula haviam produzido a seguinte tabela de dados:

* dia	A	B	C	D
16/10	8	8	8	8
17/10	8	8	4	3
18/10	8	6	2	3
23/10	6	3	1	4
24/10	6	1	1	2
25/10	6	2	1	2
01/11/12	6	1	1	2

Tabela 08: Nível de concentração de O_2 dissolvido na água dos Aquários durante o experimento

Com relação as "Habilidades Matemáticas" especificadas na introdução do item **II.3.1.3** (H06, H23 e H34), se observa que todas elas foram trabalhadas na

situação-problema. Além disso, os alunos mostraram tê-las incorporadas aos seus conhecimentos matemáticos, principalmente a H34 no que diz respeito a "identificar informações transmitidas por meio de tabelas", habilidade central desta situação-problema.

A 3ª situação-problema da atividade didática estava solucionada.

A 4ª e última situação-problema, da 3ª atividade didática, teve início na sala de aula de cada uma das turmas, quando solicitei dos alunos que traçassem um gráfico de barras múltiplas que representasse o nível de concentração de O_2 dissolvido na água de cada aquário, a cada dia de medição realizada. Para orientá-los segui o planejado e descrito no Capítulo II. Iniciei os trabalhos discutindo a escala a ser utilizada nos eixos do gráfico e desenhando na lousa um exemplo de gráfico a ser por eles confeccionado em papel milimetrado, com os dados coletados (Gráfico 01).

O ANEXO X traz quatro exemplos de gráficos traçados pelos alunos durante a aplicação da situação-problema. Analisando esses gráficos, observa-se:

(1º) no 1º exemplo, o aluno não deixou espaço entre os conjuntos, das quatro colunas, dos diferentes dias de coleta de dados, o que dificultou sua leitura e análise; também não utilizou a escala adequada para o eixo-x, ou seja, não evidenciou a compreensão do conceito que havia sido enfatizado, por mim, momentos antes;

(2º) no 2º exemplo, o aluno novamente não utilizou a escala adequada para o eixo-x;

(3º) já no 3º exemplo, embora as escalas utilizadas pelo aluno, em ambos os eixos, tenham sido adequadas, ele não posicionou as colunas de cada dia de coleta de dados corretamente. Também há um espaço indevido entre as 3ª e 4ª colunas do 3º dia de coleta de dados. Novamente, estes tipos de erros dificultam a leitura, a análise e, certamente, a interpretação correta dos dados; finalmente,

(4º) no 4º exemplo, o trabalho realizado pelo aluno deve ser considerado como "perfeito", tendo em vista que formatou e utilizou as escalas em ambos os eixos corretamente. Ou seja, este aluno além de demonstrar a compreensão do conceito de "escala", mostrou que sabe aplicá-lo, o que, certamente, o favoreceu no momento da leitura, análise e interpretação dos dados.

Tendo analisado e avaliado os resultados dos gráficos que exemplificam todos aqueles traçados pelos alunos, dos quatro 7^{os} Anos participantes da pesquisa, procedi com os questionamentos previamente planejados. Ao questionar os alunos sobre "como se comportavam, individualmente, as colunas que indicavam o nível de concentração de O₂ em cada um dos aquários", responderam o esperado, ou seja, que "ao longo do período de coleta de dados, o nível de concentração de cada aquário quase sempre diminui". Ao serem questionados se "comparando, dois a dois, os dados e os gráficos dos aquários, o que acontece com o nível de concentração de O₂ dissolvido na água", responderam que "quanto mais óleo existia no aquário, mais rapidamente o nível de concentração de O₂ dissolvido na água decaía". Finalmente, com relação ao questionamento a respeito "dos percentuais de decaimento do nível de concentração de O₂ dissolvido na água de cada aquário" os alunos apresentaram grande dificuldade e eu, na sala ACESSA ESCOLA, construí com eles a Tabela 06 (p.57).

Cabe ainda registrar que, na minha perspectiva, a resposta dos alunos ao primeiro questionamentos de afirmarem que "o nível de concentração (...) quase sempre diminui", está, provavelmente, relacionado com a subjetividade envolvida na comparação e avaliação das colorações entre a "mistura analisada dos aquários" e a "Escala de Cores" fornecida no "Kit". Por diversas vezes, durante o experimento, foi difícil o consenso entre os alunos durante esta comparação, o que levou aos registros existentes na tabela e à afirmação feita.

Analisando o desenvolvimento nos alunos das "Habilidades Matemáticas" (H06, H07, H23, H30, H34 H35 e H36) especificadas no item **II.3.1.3**, como sendo aquelas que deveriam ser trabalhadas durante a aplicação da situação-problema, se deve registrar que a ênfase recaiu sobre as habilidades "**H06** - Representar quantidades não inteiras utilizando notação decimal; **H30** - Reconhecer o conceito de razão em diversos contextos: proporcionalidade, escala, velocidade, porcentagem, etc.; **H34** - Identificar e interpretar informações transmitidas por meio de tabelas; **H35** - Identificar e interpretar informações transmitidas por meio de gráficos; e, **H36** - Identificar o gráfico adequado para representar um conjunto de dados e informações (gráficos elementares – barras, linhas, pontos)". É também importante atestar que o desenvolvimento da habilidade de reconhecer e trabalhar com o conceito de "escala" (H30), durante a construção do gráfico em papel milimetrado, não foi observada na grande maioria dos alunos. Menos de 1/3 dos alunos mostraram dominar e valorizar o uso desta habilidade durante o

transcorrer da aplicação da situação-problema.

Com isto, se completam a análise e a avaliação dos dados coletados junto aos alunos, durante a aplicação da 3ª atividade didática.

III.4 – Quarta Atividade Didática

Os objetivos da 4ª atividade didática eram dois: trabalhar graficamente os dados coletados a respeito do crescimento dos pés de feijão (2ª situação-problema, da 2ª atividade didática), utilizando-se do software EXCEL; e, analisar e discutir, matematicamente, a influência do descarte inapropriado de óleo de cozinha já utilizado sobre o solo, na perspectiva desse crescimento.

Na sala ACESSA ESCOLA, com os alunos de uma das turmas participantes da pesquisa, indaguei se todos trouxeram a tabela de dados sobre o crescimento dos pés de feijão, como solicitado na aula anterior.

Após verificar que todos os alunos possuíam os dados e que eles se encontravam sentados, em duplas ou trios, frente a um computador que estava com o software EXCEL aberto, prossegui a aula segundo o que foi planejado e descrito no item **II.3.1.4**.

Os três exemplos abaixo mostram as tabelas, os gráficos e uma foto, de três diferentes grupos de alunos, que foram por mim selecionados como exemplos de trabalhos que traduzem as principais dificuldades e acertos observados no grupo de alunos participantes da pesquisa.

1º Exemplo – 1º Grupo de alunos

Tempo (dia)	Altura do Pé de Feijão A (cm)	Altura do Pé de Feijão B (cm)	Altura do Pé de Feijão C (cm)	Altura do Pé de Feijão D (cm)
0	0,4	0,2	0,5	0,5
1	0,8	0,5	2	2
2	5,2	2,1	5,3	4,5
3	10,3	5,3	7,2	6,3
4	19,4	7,1	6,8	5,7
5	21,2	9,6	6,3	5,2
6	24,4	8,2	5,6	4,9
7	26,7	8	4,3	4,5
8	28	7,7	3,8	3,5

9	30,2	8,1	3,5	2,9
10	30,5	7,5	2,9	2,6
11	30,9	5,5	2,7	2,3
12	31,3	5	2,2	2
13	31,5	4,8	1,5	1,7
14	31,9	4,6	1,3	1,5
15	32,2	4,3	1	1,2
16	32,5	4	0,3	1
17	30	3,7		0,5
18	28,5	3		
19	27,7	2,5		
20	27	2		
21	26,5	1,7		
22	27,3	1		
23		0,4		

Tabela 09: Dados coletados e trabalhados pelo 1º Grupo de alunos sobre o crescimento dos Pés de Feijão

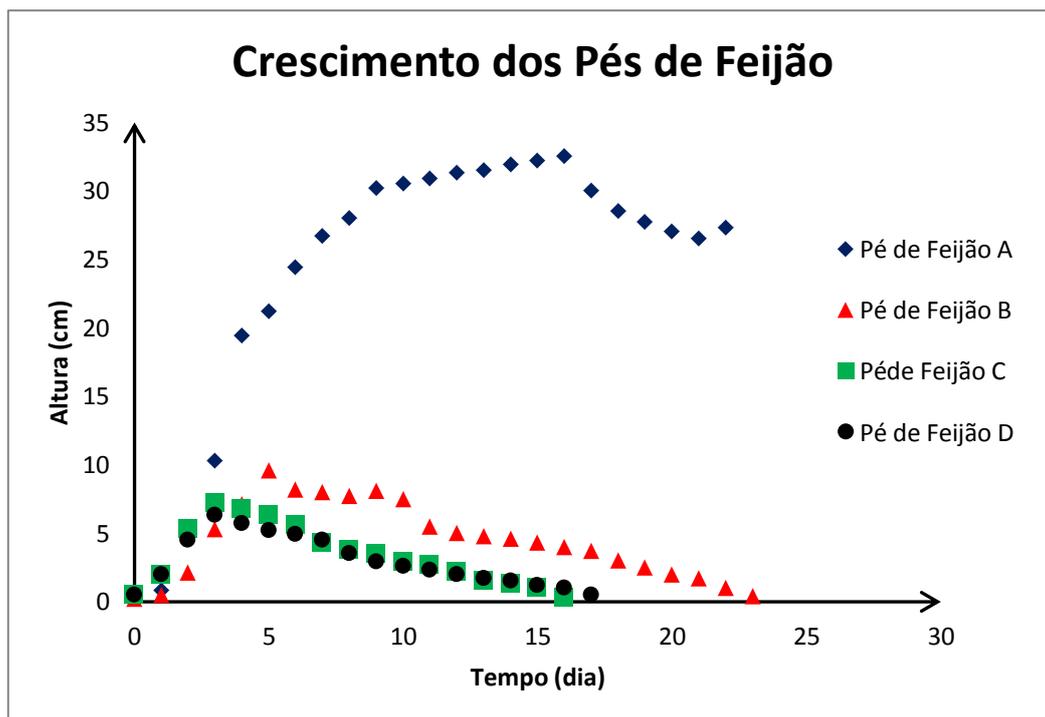


Gráfico 02: Gráficos traçados pelos alunos do 1º Grupo a partir dos dados, por eles coletados, sobre o crescimento dos Pés de Feijão

2º Exemplo – 2º Grupo de alunos

Tempo (dia)	Pé de Feijão A	Pé de Feijão B	Pé de Feijão C	Pé de Feijão D
1	12	16	30	10
2	89	65	120	55
3	95	98	203	235
4	225	234	290	260
5	280	294	381	305
6	342	306	420	339
7	362	331	450	394
8	407	402	425	411
9	410	396	409	400
10	438	378	432	406
11	415	382	420	405
12	450	385	385	405
13	454	362	410	395
14	455	355		420

Tabela 10: Dados coletados e trabalhados pelo 2º Grupo de alunos sobre o crescimento dos Pés de Feijão

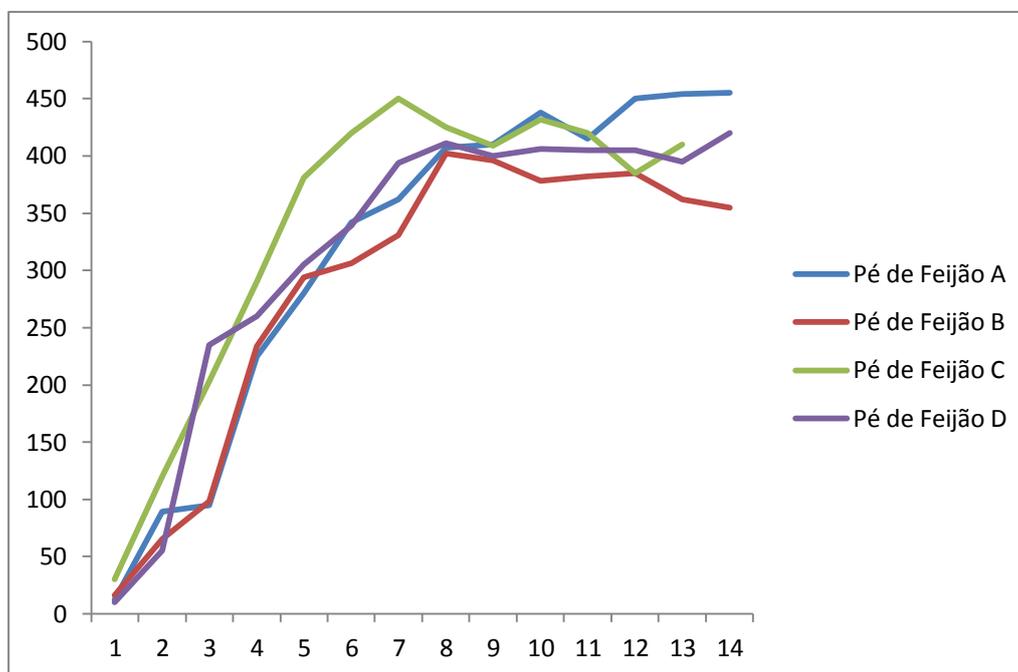


Gráfico 03: Gráficos traçados pelos alunos do 2º Grupo a partir dos dados, por eles coletados, sobre o crescimento dos Pés de Feijão



Foto 23: Plantas cultivadas por aluno do 2º Grupo ao final do experimento

3º Exemplo – 3º Grupo de alunos

Tempo (dia)	Feijão A (cm)	Feijão B (cm)	Feijão C (cm)	Feijão D (cm)
1	0,1	0,1	0,1	0,1
2	0,3	0,3	3,5	3,5
3	4,1	0,4	4,5	5
4	4,4	4,5	5,5	5,5
5	4,5	4,5	5,7	5,9
6	5,3	5,5	6	6
7	12	9	12,3	15,2
8	13	10,5	15,8	24,1
9	18,5	17,6	20,5	26,5
10	19,2	18,8	21,5	28,1
11	23,2	19,5	21,7	28,5
12	25,5	20	21,9	29
13	26	21,2	22	29,5
14	26,5	21,8	22,4	29,5
15	26,5	21,8	22,4	29,5
16	26,7	21,9	22,5	30

Tabela 11: Dados coletados e trabalhados pelos alunos do 3º Grupo sobre o crescimento dos Pés de Feijão

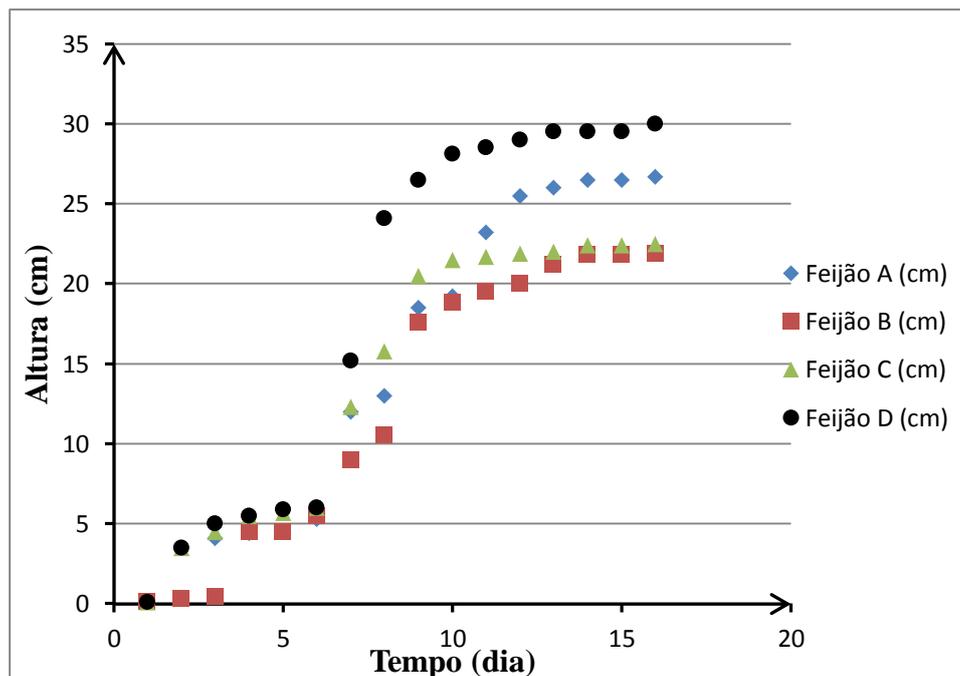


Gráfico 04: Gráficos traçados pelos alunos do 3º Grupo a partir dos dados, por eles coletados, sobre o crescimento dos Pés de Feijão

Analisando as resposta dos alunos dadas na 4ª atividade didática, a partir das tabelas, gráficos e foto acima, conclui-se que:

(1º) Os 22% dos alunos das salas, participantes da pesquisa e aqui representados nos trabalhos dos alunos do 1º Grupo, foram aqueles que demonstraram ser capazes de empregar as habilidades matemáticas de "H06 - Representar quantidades não inteiras utilizando notação decimal; H23 - Aplicar as principais características do sistema métrico decimal: unidades, transformações e medidas; H34 - Identificar e interpretar informações transmitidas por meio de tabelas; H35 - Identificar e interpretar informações transmitidas por meio de gráficos; e, H36 - Identificar o gráfico adequado para representar um conjunto de dados e informações (gráficos elementares – barras, linhas, pontos)" durante o transcorrer da 4ª atividade didática, pois a tabela e os gráficos apresentados estavam perfeitos, se comparados ao que deles era esperado quando a atividade didática foi planejada e elaborada.

(2º) Os demais 88% dos alunos apresentaram dificuldades e/ou falta de capacidade em aplicar algumas ou todas as habilidades matemáticas planejadas para esta atividade didática. Mais especificamente, 36% deles, aqui exemplificados pelos trabalhos dos alunos do 2º Grupo, mostraram não compreender ou não conhecer alguns conceitos básicos matemáticos como os de "unidades decimais de medidas lineares,

suas transformações, suas aplicações em problemas da realidade e o significado de suas representações em tabelas e gráficos". Isto ficou evidenciado se comparados os dados registrados na Tabela 10, que não apresentaram a unidade de medida das alturas das plantas utilizada, com a Foto 22, que mostra os pés de feijão ao término da experiência. Pela foto, claramente, a unidade de medida utilizada não foi o centímetro, como orientado pela professora para ser usado na coleta de dados e na construção dos gráficos, pois se esse fosse o caso, a foto não mostraria plantas tão pequenas. Outro fato que evidenciou a não compreensão/conhecimento, por esses alunos, de alguns dos conceitos citados foi o crescimento muito próximo das quatro plantas. Mais do que isso, o pé de feijão "B", irrigado com a menor concentração de óleo foi o que menos cresceu, quando o esperado seria justamente o contrário, pelo menos com relação às plantas "C" e "D". Por terem feito os gráficos com linhas e não com pontos, como mim recomendado e explicado, esses alunos mostraram não compreender a diferença entre pontos e linhas. Ou seja, que pontos representam dados discretos, singulares, únicos, medidos de tempo em tempo, no caso dia a dia, enquanto linhas representam dados medidos continuamente, a todo instante, o que não foi o caso. Finalmente, a atenção dos alunos durante a construção dos gráficos não foi boa, pois nele não se observa título, nem título de eixos, nem legenda e as linhas de grade não foram retiradas como recomendado.

(3º) Os outros 52%, dos 88% dos alunos com dificuldades e/ou falta de capacidade em aplicar algumas das habilidades matemáticas planejadas para esta atividade e aqui exemplificadas pelos trabalhos dos alunos do 3º Grupo, mostraram que suas dificuldades maiores se concentravam na coleta ou na condução do experimento durante a coleta. Analisando-se os dados da Tabela 11 e o Gráfico 04 isto fica evidente. Enquanto, os pés de feijão "A", "B", "C" e "D" possuíam, no 6º dia de medição, alturas de 5,3, 5,5, 6,0 e 6,0 cm, respectivamente, no 7º dias suas alturas, repentinamente, saltaram para 12,0, 9,0, 12,3 e 15,2 cm, respectivamente. Ou seja, no prazo de 24 horas, as plantas cresceram, aproximadamente, 126%, 82%, 105% e 153%, respectivamente. Mais do que isso, no caso do pé de feijão "D", que deveria ser o de menor crescimento e que na 6ª medição tinha sua altura praticamente estabilizada, foi, ao final do experimento, a planta com maior altura. Finalmente, as mesmas considerações feitas ao gráfico dos alunos do 2º Grupo, referentes à falta de título, legenda e a presença de linhas de grade também se aplicam ao gráfico dos alunos do 3º Grupo.

Concluindo, tendo em vista as dificuldades apresentadas pelos alunos durante a construção dos gráficos e a análise e discussão matemática sobre o crescimento das plantas, decidi por não questioná-los a respeito de seus percentuais de crescimento, dia a dia.

As fotos mostram alunos trabalhando na sala ACESSA ESCOLA, durante a 4ª atividade didática.



Foto 24: Alunos trabalhando na sala ACESSA ESCOLA durante a 4ª atividade didática

Conclui-se assim a análise e a avaliação dos dados coletados junto aos alunos, durante a aplicação da 4ª atividade didática.

III.5 – Quinta Atividade Didática

Finalmente, a 5ª e última atividade didática planejada, elaborada e aplicada nos alunos participantes da pesquisa, tinha como objetivo central "mostrar a eles que a reciclagem do óleo de cozinha já utilizado é, além de ecologicamente recomendável, uma possível fonte de renda extra às suas famílias".

Para isso, a situação-problema proposta aos alunos foi "a fabricação de sabão, a partir do óleo de cozinha já utilizado" e uma receita por mim fornecida.

A atividade foi conduzida, primeiramente, com os alunos de uma das turmas participantes da pesquisa, tal qual como planejada e descrita no item **II.3.1.5**.

Auxiliada por dois alunos da turma, entrei na primeira sala de aula do 7º Ano com todo o material necessário à fabricação do sabão caseiro. Distribuí, a cada aluno uma cópia da receita que iria utilizar nesta fabricação (ANEXO VIII). Entretanto, antes de dar início ao processo de fabricação e cônica dos problemas ocorridos durante a aplicação da 2ª situação-problema, da 3ª atividade didática, reformulei as perguntas previamente planejadas e questionei os alunos:

(1º) O volume desse balde pode ser aproximado pelo volume de um cilindro reto, de raio igual à média aritmética dos raios do balde (boca e fundo) e altura igual a do balde. Se este balde tem raio de base $r = 10$ cm, raio da "boca do balde" $R = 20$ cm, altura $h = 30$ cm e admitindo $\pi = 3$, determine o volume aproximado do balde em cm^3 e litros.

(2º) Sabendo aproximadamente o volume de nosso balde, em litros, será possível utilizá-lo na fabricação de sabão, usando a receita fornecida?

Ambas as perguntas foram respondidas pelos alunos através dos cálculos:

$$(1^\circ) \text{Volume}_{\text{balde}} \cong 3 \cdot \left(\frac{10+20}{2}\right)^2 \cdot 30 \cong 3 \cdot 15^2 \cdot 30 \cong 20.250\text{cm}^3 \cong 20 \text{ litros.}$$

$$(2^\circ) \text{Volume necessário à receita} \cong 2 + 2 + 10 \cong 14 \text{ litros.}$$

Satisfeita com as respostas dos alunos dei início à fabricação do sabão. As

fotos abaixo mostram algumas etapas deste procedimento.



Foto 25: Mistura de soda cáustica, água e óleo de cozinha



Foto 26: Professora mexendo a mistura de soda cáustica, água e óleo de cozinha



Foto 27: Mistura de soda cáustica, água, óleo de cozinha, desinfetante e sabão em pó



Foto 28: Mistura de soda cáustica, água, óleo de cozinha, desinfetante e sabão em pó em ponto de detergente



Foto 29: Barra de sabão após ser retirada da embalagem de caixa de leite



Foto 30: Barra de sabão fatiada e colocada em caixas de leite para os alunos levarem para casa

Devido a fabricação do sabão ter gerado inúmeras reclamações de alunos e funcionários da escola pelo mal cheiro exalado durante o procedimento, ao término do fatiamento do sabão, decidi que nova fabricação não ocorreria nas demais três salas de

alunos dos 7^{os} Anos restantes.

A atividade encerrou-se com os seguintes questionamentos que fiz aos alunos, das três turmas:

(1º) Se o custo de 1 litro de "soda cáustica" líquida é R\$ 3,00, de 1 litro de água R\$ 0,01, de 1 litro de óleo usado de cozinha R\$ 0,40 (valor médio pago por esse tipo de óleo, pelos serviços de reciclagem), de 1 copo de sabão em pó R\$ 0,50 e 1 copo de desinfetante R\$ 1,00, qual o custo do sabão que fabricamos?

(2º) Da receita produziu-se 15 caixas de leite longa vida, cheias de sabão. Cada caixa produziu 5 barras de sabão. Se cada barra for vendida por R\$ 1,00, qual o lucro, em reais, que teremos se todas as barras de sabão produzidas forem vendidas?

(3º) Percentualmente, de quanto seria, aproximadamente, o lucro?

Os alunos responderam as duas primeiras questões sem problemas, com um pequeno auxílio meu, quando necessitei explicar o significado de lucro a eles. Já na 3ª questão, a grande maioria dos alunos, em torno de 80% deles, necessitou de maiores explicações, pois não compreendiam a necessidade de se subtrair da "arrecadação obtida" o "custo de produção" para então determinar o "lucro obtido" que, posteriormente, foi dividido pelo "custo de produção" e multiplicado por 100. Os alunos achavam simplesmente que deveriam dividir a "arrecadação obtida" pelo "custo de produção" e multiplicar por 100.

Com relação as "Habilidades Matemáticas" definidas no item **II.3.1.5** de "representar quantidades não inteiras utilizando notação decimal (**H06**), fazer cálculos que envolvam adições e subtrações de números decimais (**H07**), aplicar as principais características do sistema métrico decimal: unidades, transformações e medidas (**H23**) e reconhecer o conceito de razão em diversos contextos: proporcionalidade, escala, velocidade, porcentagem, etc. (**H30**), todas, excetuando-se a H30, no que se refere ao conceito de porcentagem, foram observadas nas respostas dadas por esses alunos aos meus questionamentos.

Tendo concluído a análise e a avaliação dos dados coletados junto aos alunos, durante a aplicação da 5ª atividade didática, a análise e avaliação dos dados coletados na pesquisa, com a aplicação da SAD aqui se finaliza.

Capítulo IV: Conclusões e recomendações

Os objetivos desse capítulo são:

(1º) Responder a questão central de pesquisa, ou seja, “Atividades didáticas, baseadas na Resolução de Problemas e na Modelagem Matemática, contribuem para o desenvolvimento de habilidades matemáticas em alunos do 7º ano do Ensino Fundamental?”;

(2º) Responder as questões específicas da pesquisa, ou seja: "Quais dificuldades encontrei durante os processos de planejamento, elaboração e aplicação da SAD trabalhada nesta pesquisa?" e "Quais as contribuições que este trabalho de pesquisa trouxe para a minha formação docente nas perspectivas matemática, didática e metodológica?"; finalmente,

(3º) Tecerei algumas críticas e recomendações à pesquisa realizada, bem como definirei alguns futuros temas de pesquisa nesta mesma linha de investigação.

Respondendo a questão central de pesquisa, das 38 "Habilidades Matemáticas" elencadas na Tabela 02 (p. 21-22), além das "Habilidades Gerais" (p. 25) trabalhadas e avaliadas durante a 1ª atividade didática, 16 das 38 foram trabalhadas e avaliadas nas outras quatro atividades didáticas aplicadas na pesquisa. A tabela abaixo mostra a frequência que cada uma dessas 16 "Habilidades Matemáticas" aparece nas quatro últimas atividades didáticas aplicadas, bem como a qual competência cada uma delas está vinculada.

Habilidades Matemáticas	Frequência de aparecimento nas atividades didáticas				Competência para a qual a Habilidade Matemática está vinculada		
	1	2	3	4	Observar	Realizar	Compreender
H04	X				X		
H06				X	X		
H07			X			X	
H09	X					X	
H10			X			X	
H13	X						X
H15	X						X
H16	X				X		

H23				X		X	
H28		X				X	
H29		X					X
H30				X		X	
H31	X					X	
H34			X			X	
H35		X				X	
H36		X			X		

Tabela 12: Frequência de aparecimento das "Habilidades Matemáticas" nas atividades didáticas e Competências as quais elas estão vinculadas

Seis das dezesseis "Habilidades Matemáticas" foram trabalhadas e avaliadas em 75% ou 100% das atividades didáticas que compõe a SAD planejada, elaborada e aplicada durante a pesquisa. Destas, somente a habilidade H06 ("representar quantidades não inteiras utilizando notação decimal") vincula-se à competência para "OBSERVAR". As demais, H07, H10, H23, H30 e H34 ("fazer cálculos que envolvam adições e subtrações de números decimais", "efetuar cálculos com multiplicação e divisão de números decimais", "aplicar as principais características do sistema métrico decimal: unidades, transformações e medidas", "reconhecer o conceito de razão em diversos contextos: proporcionalidade, escala, velocidade, porcentagem, etc.", e "identificar e interpretar informações transmitidas por meio de tabelas", respectivamente) estão vinculadas a competência para "REALIZAR".

REALIZAR é dentro das competências básicas e necessárias para o desenvolvimento dos processos de Resolução de Problemas e Modelagem Matemática talvez uma das mais importante. Sem esta competência, dificilmente um "bom solucionador de problemas ou modelador matemático", seja ele teórico ou aplicado, professor ou pesquisador, conseguirá, com sucesso, sair das situações-problemas que lhe são colocadas no cotidiano. Mais do que isso, possuir a competência para REALIZAR é condição necessária, embora não suficiente, para ser um "cidadão" na verdadeira concepção da palavra.

Portanto, para mim, professora, pesquisadora e autora dessa dissertação, a Resolução de Problemas e a Modelagem Matemática contribuíram em muito para o desenvolvimento de habilidades matemáticas em meus alunos do 7º Ano, do Ensino Fundamental.

Quanto às dificuldades que encontrei durante os processos de planejamento, elaboração e aplicação da SAD trabalhada nesta pesquisa, cito como principais as seguintes:

(1ª) Conseguir equacionar a visão idealista de educador e matemático de meu orientador com a realidade atual dos alunos de salas do 7º Ano, do Ensino Fundamental. Por exemplo, no planejamento da 1ª situação-problema, da 3ª atividade didática, que tinha como objetivo construir, juntamente com os alunos, a fórmula para a determinação do volume do tronco de um cone circular reto, não acreditava que o procedimento planejado poderia ser realizado ou alcançado com sucesso pelos meus alunos. Não que eu não concorde com a necessidade e adequação do que se pretendeu, mas nossos atuais alunos, que sofrem constantemente com a falta de professores "bem formados matemática, didática e pedagogicamente falando", não estavam e não estão preparados para aquela atividade. Acredito que eu e meu orientador "erramos na mão" durante o planejamento daquela atividade. Contudo, acredito que a experiência pela qual passei na aplicação da 1ª situação-problema, da 3ª atividade didática, e a saída por mim formulada frente a "cara de espanto" dos alunos durante as minhas explicações foram muito importantes e em muito contribuíram para com a minha formação de Professora.

(2ª) A falta de estrutura de boa parte de nossas escolas públicas dificulta, para não dizer impossibilita, que nós professores realizemos trabalhos como o aqui relatado, com a frequência necessária. Nossas escolas carecem da falta de quase tudo: professores bem formados e preparados para exercerem seu papel social, dirigentes que busquem solucionar problemas e não apenas adiá-los, infraestrutura adequada às necessidades do processo de ensino e aprendizagem e alunos realmente interessados em aprender e não medir esforços para que isto ocorra.

(3ª) Finalmente, e talvez a principal de minhas dificuldades, foi a de colocar no papel, por escrito, o que eu planejava desenvolver em minhas aulas, as observações que fazia durante as aplicações das atividades com os meus alunos e tudo aquilo que eu necessitava relatar nesta minha dissertação. Muito poucas vezes esta habilidade redacional foi de mim exigida durante os últimos vinte e cinco anos, enquanto me graduava em matemática e durante meu período de docente da área. As únicas duas vezes que me recordo ter passado por dificuldade similar foram nas duas especializações que fiz em "Modelagem Matemática", na PUC-Campinas em 1997 e na

Universidade São Francisco, de Itatiba/SP, em 2000.

Com relação à contribuição que este trabalho de pesquisa trouxe para a minha formação docente nas perspectivas matemática, didática e metodológica, afirmo que:

(1º) Matematicamente, compreendi a necessidade que tenho de me aperfeiçoar constantemente na área. Para ser uma boa professora de matemática, para os meus alunos do Ensino Básico, necessito dominar os conceitos matemáticos com os quais trabalho, no dia a dia, em sala de aula. Mais do que isto, necessito conhecer e ensinar os "porquês" desses conceitos existirem e serem ensinados. Para mim, a condição básica para isto é saber mais matemática do que aquela que eu sei e procuro ensinar hoje.

(2º) Didaticamente, a pesquisa contribuiu para a minha formação docente no que se refere à forma como procurarei ensinar matemática a partir desse mestrado. Com a pesquisa, compreendi que ao ensinar matemática posso partir de situações práticas e contextualizadas e, conseqüentemente, mais significativas e atraentes para os meus alunos. Passei a acreditar que, pelo menos no Ensino Básico, a matemática deva ser ensinada como uma "ferramenta", que, quando bem utilizada, ajuda na compreensão da sociedade em que se vive. A segunda contribuição didática da pesquisa para a minha formação docente foi em relação à minha compreensão sobre a diferença entre se trabalhar com "exercícios" e com "problemas" com os alunos. Compreendi que problemas sempre trazem algo de novo ao raciocínio dos alunos, enquanto "exercícios" nada mais trazem que a repetição de regras e algoritmos sem significados. Portanto, em minha atual perspectiva de professora-pesquisadora-educadora é de que trabalhar com situações baseadas em "problemas" significa trabalhar na direção de formar cidadãos melhores preparados para enfrentar os problemas reais da sociedade em que vivem.

(3º) Metodologicamente, esta pesquisa contribuiu com o meu entendimento sobre a importância de se trabalhar "em duplas e trios de alunos" durante as aulas. A também "tradicional" maneira dos alunos se posicionarem em fila e de trabalharem individualmente não deve ser mais a única forma proposta pelo professor. Embora, a adaptação dos alunos a esta nova forma de trabalho não seja rápida, o mesmo também ocorre com professores, coordenadores, direção e pais. Nessa maneira de se trabalhar, os alunos aprendem mais do que matemática. Aprendem a ouvir e serem ouvidos, a dialogar, a buscar solução para seus problemas e a respeitar mais os colegas e o professor. Portanto, ao se trabalhar em "duplas e trios de alunos" durante as aulas,

nossos alunos terão uma maior possibilidade de agirem como verdadeiros cidadãos e não, simplesmente, como pessoas sem direitos e deveres na sociedade.

De uma maneira geral, a pesquisa trouxe-me um grande prazer acadêmico e profissional, pois através dela fui solicitada a agir mais como mediadora e organizadora das atividades de sala de aula, e não mais como uma mera transmissora de conhecimentos.

Quanto às críticas à pesquisa realizada, a única que gostaria de aqui registrar é com relação ao planejamento prévio de atividades para sala de aula. Devemos estar conscientes dos níveis de conhecimento, interesse e engajamento de nossos alunos para que o planejado possa ser alcançado com sucesso.

Finalmente, como recomendações de possíveis futuros temas de pesquisa, nesta mesma linha de investigação, sugiro:

(1º) A poluição do ar pelo descarte inapropriado de gases CO e CO₂ nos grandes centros urbanos, por carros, ônibus e caminhões;

(2º) A poluição causada pelos "lixões", ainda existentes em muitas das nossas cidades, e a necessidade da construção de "aterros sanitários" como forma de acabar/minimizar as consequências desastrosas do descarte inapropriado de lixo em nossas cidades; e, finalmente,

(3º) Os efeitos da poluição visual em nossas cidades sobre o bem estar físico e mental de seus habitantes.

Nesse ponto, como professora, pesquisadora e autora dessa dissertação, em nível de Mestrado Profissionalizante, considero este trabalho de pesquisa como encerrado.

Bibliografia

- BASSANEZI, R.C., Ensino e aprendizagem com modelagem matemática: uma nova estratégia, São Paulo, Contexto, 390 p., 2002.
- BIEMBENGUT, M.S. & HEIN, N., Modelaje y Etnomatemáticas: puntos (in)comunes, em NUMEROS, Canárias, Espanha, 2002.
- BRASIL/SEF, Parâmetros curriculares nacionais: terceiro e quarto ciclos do ensino fundamental - introdução aos parâmetros curriculares nacionais, Brasília, MEC/SEF, 174 p., 1998.
- IEZZI, G. [et al], Matemática: Ciência e Aplicações, 2ª Série: Ensino Médio, São Paulo, Atual, 2ª Edição, 2004.
- Novo Telecurso. Matemática – Ensino Fundamental. Aulas em vídeo: Fundação Roberto Marinho; Novo Telecurso. Matemática – Ensino Médio. Aulas em vídeo: Fundação Roberto Marinho.
- POLYA, G., A arte de resolver problemas, Rio de Janeiro, Interciência, 180 p., 2006.
- POZO, J.I. (Org.), A solução de problemas: aprender a resolver, resolver para aprender, São Paulo, Artmed Editora Ltda., 1988.
- RIBEIRO, M. H., O ensino de cônicas através da resolução de problemas e da modelagem matemática, TCC, Faculdade de Engenharia de Guaratinguetá – UNESP, 2009.
- SE/CENP, Experiências Matemáticas: 5ª a 8ª séries, São Paulo, 1996.
- SEE, Proposta Curricular do Estado de São Paulo: Matemática, Coordenadora Maria Inês Fini, São Paulo, 2008.
- _____, Matrizes de referência para a avaliação Saesp: documento básico, Secretaria da Educação, Coordenação Geral Maria Inês Fini, São Paulo, 2009.
- _____, Cadernos do Professor: Matemática, Ensino Fundamental – 5ª a 8ª séries, Volumes 1 a 4, São Paulo, 2009.
- _____, Cadernos do Professor: Matemática, Ensino Médio – 1ª a 3ª séries, Volumes 1 a 4, São Paulo, 2009.
- _____/Fundação para o Desenvolvimento da Educação, Relatório dos estudos do SARESP 2010, São Paulo, 2011.
- _____, A Avaliação de aprendizagem em Processo: Comentários e Recomendações Pedagógicas, Subsídios para o professor de Matemática do 7º Ano do

Ensino Fundamental, São Paulo, 2012.

- SMOLE, K.C.S. e CENTURIÓN, M., A matemática de jornais e revistas, RPM n.º 20, 1.º quadrimestre de 1992.
- SOARES, M.T.C. & PINTO, N.B., Metodologia da Resolução de Problemas, ANPED, GT 19, 24ª Reunião, Caxambú/MG, em <http://www.ufrj.br/emanped/paginas/home.php?id=24>, 2001.
- <http://www.slideshare.net/guestc339ed/o-ensino-por-competencias-e-habilidades-presentation>, acessado em 01/2012.
- https://www.planalto.gov.br/ccivil_03/Leis/L9394.htm, acessado em 01/2012.
- http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/_ato2011-2014/2013/lei/112796.htm, acessado em 01/2012.
- https://www.planalto.gov.br/ccivil_03/Leis/L9394.htm, acessado em 01/2012.
- <http://noticias.r7.com/videos/mais-de-99-do-oleo-de-cozinha-usado-no-brasil-e-descartado-da-forma-errada/idmedia/4f7af9ee92bb84e93b21e2eb.html>, acessado em 03/2012.
- <http://www.youtube.com/watch?v=kodse9M78DM&noredirect=1>, acessado em 03/2012.
- <http://www.youtube.com/watch?v=7KweZJIaXZ4>, acessado em 03/2012.
- <http://g1.globo.com/educacao/noticia/2012/11/cresce-indice-de-alunos-que-aprendem-o-esperado-em-matematica.html>, acessado em 03/2012.
- <http://receitasfavoritasdoteilor.blogspot.com.br/2012/04/sabao-caseiro-artezanal.html>, acessado em 09/2012.
- <http://obaricentrodamente.blogspot.com.br/2009/06/demonstracao-formula-volume-tronco-de.html>, acessado em 01/2013.
- <http://www.google.com.br/search?q=mapa+da+cidade+de+sorocaba>, acessado em 01/2013.
- GOOGLE EARTH, Search: Sorocaba/SP, Altitude 1,09 km, acessado 01/2013.

ANEXOS

ANEXO I

Pôster apresentado no Workshop do PPGECE, Campus São Carlos – UFSCar, Julho 2012

A MODELAGEM MATEMÁTICA E O DESENVOLVIMENTO DE HABILIDADES MATEMÁTICAS EM ALUNOS DO ENSINO FUNDAMENTAL



Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Exatas



Nome: KATIA CRISTINA ZEDUIM

Orientador: GERALDO POMPEU JUNIOR

Ingresso: 2011

Previsão de defesa: 03/2013

INTRODUÇÃO

No processo educacional da Matemática, assim como nas demais disciplinas do Ensino Fundamental, há sempre dificuldades a serem superadas no que se diz respeito a envolver os discentes com o tema em estudo e apresentar a eles a relação entre ciência e realidade.

No caso particular da Matemática, uma das alternativas para o estabelecimento desse envolvimento e dessa relação pode ser alcançada através da Modelagem Matemática.

O objetivo central deste Projeto de Pesquisa, em nível de Mestrado Profissionalizante, é investigar o desenvolvimento de habilidades matemáticas, previstas nos Parâmetros Curriculares Nacionais, através da aplicação, em alunos do Ensino Fundamental de uma Escola Estadual da cidade de Sorocaba/SP, de uma sequência de atividades didáticas, baseada na Modelagem Matemática.



Pesquisa Piloto: Entupimento do ralo de pia pela descarga de óleo de cozinha.

METODOLOGIA E PROCEDIMENTOS

A pesquisa proposta terá tanto um caráter quantitativo como qualitativo.

Quantitativo no sentido de que dos alunos participantes será solicitado a coleta, tabulação, representação gráfica e compreensão (matemática, física e química) dos fenômenos investigados, bem como a execução de uma prova final avaliando o nível de aprendizagem dos conceitos matemáticos trabalhados.

Qualitativo no sentido de que, através de um questionário aberto, os alunos participantes emitirão suas opiniões a respeito da estratégia metodológica utilizada na pesquisa, bem como do interesse e envolvimento que ela possa ter nelas despertado.

A pesquisa está planejada em cinco diferentes etapas:

- (1) Seleção das habilidades matemáticas a serem investigadas;
- (2) Planejamento, descrição e avaliação de uma "Pesquisa Piloto" objetivando estabelecer os protocolos experimentais e avaliar os dados deles provenientes para a implementação da Pesquisa ora proposta;
- (3) Planejamento e descrição da sequência de atividades didáticas para sala de aula, baseada na Modelagem Matemática, sobre o tema "contaminação do meio ambiente pelo óleo de cozinha já utilizado";
- (4) Aplicação da sequência de atividades didáticas em alunos de quatro salas de aula, do 7º ano, do Ensino Fundamental;
- (5) Aplicação da "prova final" e do "questionário aberto" nos alunos participantes da pesquisa.



Pesquisa Piloto: Contaminação da água pelo óleo de cozinha.

CONCLUSÕES PARCIAIS

Até o presente momento, as três primeiras etapas da pesquisa foram realizadas, o que mostra que, no geral, o planejamento inicial da pesquisa era viável.

Pequenas correções como a "fação de mistura de água e óleo" no experimento sobre o "entupimento do ralo de pia" e a quantidade de "plantas aquáticas" no experimento sobre "contaminação da água" foram realizados nos respectivos protocolos e atividades para a sala de aula, após a realização da "Pesquisa Piloto".

REFERÊNCIAS

- BASSANEZ, R.C. – Ensino-Aprendizagem com Modelagem Matemática: uma nova estratégia, Ed. Contexto, São Paulo, 2002.
- D'AMBROSIO, U. – Educação Matemática: da teoria à prática, Papirus, Campinas/SP, 1996.
- DAVIS, R.J. & HERSH, R. – A Experiência Matemática, Ed. Francisco Alves, Rio de Janeiro, 1985.
- POMPEU JR, G. & MONTEIRO, A. – A matemática e os temas transversais. Editora Moderna, 2002.
- Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Fundamental 2ª Cida, Site: <http://portal.mec.gov.br/ebac/arquivos/pdf/CienciasNatureza.pdf>



Pesquisa Piloto: Contaminação do solo pelo óleo de cozinha.

ANEXO II

SOLICITAÇÃO DE AUTORIZAÇÃO À DIREÇÃO DA ESCOLA

Sorocaba, 20 de agosto de 2012

Eu, Professora de Matemática Katia Cristina Zequim, portador da Cédula de Identidade (RG nº 19515489, venho através desta solicitar AUTORIZAÇÃO da Direção da E. E. Prof. “José Odín de Arruda”, de Sorocaba/SP, para aplicar, junto aos alunos da sala de aula do 7º ano do Ensino Fundamental, previamente autorizados por seus Pais, as atividades didáticas de meu Projeto de Pesquisa, em nível de Mestrado, que vem sendo desenvolvido dentro do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Exatas, da Universidade Federal de São Carlos, Campus Sorocaba, sob a orientação do Professor Doutor Geraldo Pompeu Junior, do Departamento de Física, Química e Matemática daquela Instituição.

Este Projeto de Pesquisa tem por objetivo desenvolver, analisar e avaliar uma nova estratégia para o processo de ensino e aprendizagem da matemática, a qual envolverá pesquisa em âmbito familiar e o estudo de conceitos matemáticos presentes na contaminação do meio ambiente pelo óleo de cozinha já utilizado.

As atividades didáticas deste Projeto ocorrerão durante as aulas de matemática de quatro semanas, nos meses de agosto e setembro, totalizando, no máximo, 20 aulas. Esclareço ainda que tais atividades não causarão prejuízos ao conteúdo programático da disciplina tendo em vista que os conceitos matemáticos a serem trabalhados fazem parte dele.

Agradecendo desde já a colaboração e autorização a ser dada e coloco-me à disposição para qualquer esclarecimento que se faça necessário.

Atenciosamente,

Professora Katia Cristina Zequim

AUTORIZO A APLICAÇÃO DAS ATIVIDADES DIDÁTICAS, DO PROJETO DE PESQUISA DE MESTRADO, DA PROFª. KATIA CRISTINA ZEQUIM, NOS TERMOS ACIMA DESCRITOS.

Profª. Neusa Bórnea
Diretora da E. E. Prof. “José Odín de Arruda”

ANEXO III

AUTORIZAÇÃO PARA A PARTICIPAÇÃO DE PESQUISA

Sorocaba, 20 de agosto de 2012.

Eu, _____, portador(a) da Cédula de Identidade (R.G) número _____, AUTORIZO meu filho(a) _____, portador(a) da Cédula de Identidade (R.G) número _____ e regularmente matriculado no 7º ano do Ensino Fundamental da E. E. Prof. "José Odin de Arruda", de Sorocaba/SP, a participar das atividades didáticas do Projeto de Pesquisa de Mestrado, da Professora de Matemática Katia Cristina Zequim desta escola, Projeto este sendo desenvolvido no Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Exatas, da Universidade Federal de São Carlos, Campus Sorocaba, sob a orientação do Professor Doutor Geraldo Pompeu Junior, do Departamento de Física, Química e Matemática daquela Instituição.

Todos os alunos da sala de aula, devidamente autorizados, participarão das atividades, que terão por objetivo desenvolver, analisar e avaliar uma nova estratégia para o processo de ensino e aprendizagem da matemática, a qual envolverá o estudo de alguns conceitos matemáticos presentes na contaminação do meio ambiente pelo óleo de cozinha já utilizado.

As atividades didáticas deste Projeto ocorrerão, em parte, durante as aulas de matemática dos meses de agosto e setembro totalizando, no máximo, 12 aulas e, em parte, em atividades a serem realizadas em casa.

Assinatura do Pai/Mãe ou responsável

Professora Katia Cristina Zequim

OBRIGADO, DESDE JA, PELA AUTORIZAÇÃO E COLABORAÇÃO!

ANEXO IV

Sorocaba, agosto de 2012

Caro Aluno(a),

O questionário abaixo faz parte do Projeto de Pesquisa que estou desenvolvendo para o Curso de Mestrado Profissionalizante em Ensino de Ciências Exatas, da Universidade Federal de São Carlos, Campus de Sorocaba.

Peço a gentileza que cada um de você, com auxílio de seus familiares se necessário, responda as questões aqui formuladas.

Não é necessário se identificar e todos os dados coletados serão tratados por mim de forma genérica, garantindo-lhe assim o anonimato e a não divulgação individual das informações que você estará me fornecendo.

Desde já agradeço sua colaboração e me comprometo com todos de, após o término do Mestrado, divulgar os resultados do trabalho que desenvolvi.

Atenciosamente,

Professora Katia Cristina Zequin

QUESTIONÁRIO INICIAL DE PESQUISA

01 - Qual a sua idade?

____ anos.

02 - Qual o seu sexo?

() Masculino

() Feminino

03 - Quantas pessoas compõem a sua família?

() 1 pessoa

() 2 pessoas

() 3 pessoas

() 4 pessoas

() Acima de 4 pessoas - Total: _____ Pessoas

04 - Quantas pessoas moram em sua casa?

() 1 pessoa

() 2 pessoas

() 3 pessoas

() 4 pessoas

() Acima de 4 pessoas - Total: _____ Pessoas

05 - Quem é o principal responsável pelo sustento de sua casa?

() Você mesmo

() Seu Pai

() Sua Mãe

() Ambos, seu Pai e sua Mãe

() Seu/Sua Irmão(s)

() Outro(s). Especifique: _____

- 06 - Qual é a renda média mensal de sua família hoje?
- Até 1 Salário Mínimo, ou seja, até R\$ 622,00
 - Até 2 Salários Mínimos, ou seja, até R\$ 1.244,00
 - Até 3 Salários Mínimos, ou seja, até R\$ 1.866,00
 - Até 4 Salários Mínimos, ou seja, até R\$ 2.488,00
 - Acima de 4 Salários Mínimos ou seja, acima de R\$ 2.488,00
 - Somente auxílio de Programa Social dos Governos Estadual e/ou Federal
 - Não possui nenhuma renda fixa
- 07 - Qual o nível de escolaridade de seu Pai?
- Fundamental Incompleto
 - Fundamental Completo
 - Médio Incompleto
 - Médio Completo
 - Curso Técnico
 - Superior Incompleto
 - Superior Completo
 - Outro. Especifique: _____
- 08 - Qual o nível de escolaridade de sua Mãe?
- Fundamental Incompleto
 - Fundamental Completo
 - Médio Incompleto
 - Médio Completo
 - Curso Técnico
 - Superior Incompleto
 - Superior Completo
 - Outro. Especifique: _____
- 09 - Aproximadamente, quantos litros de óleo são consumidos mensalmente em sua casa?
- 1
 - 2
 - 3
 - 4
 - 5
 - 6 ou mais
- 10 - Após o óleo ser utilizado, ele é:
- descartado no ralo da pia da cozinha
 - descartado no solo
 - guardado em garrafas pets para ser, posteriormente, encaminhado para reciclagem
 - outros. Especifique: _____

MUITO OBRIGADO POR SUA COLABORAÇÃO!

ANEXO V

TABELA DO CRESCIMENTO DO FEIJÃO

Sorocaba, agosto de 2012

Alunos,

Conforme orientado em sala de aula, utilizem-se da tabela fornecida abaixo para registrar os dados sobre o crescimento do feijão.

Lembre-se que, diariamente, vocês devem molhar cada um dos copos contendo terra e os grãos de feijão somente com água, até que cada broto surja. No dia em que isto ocorrer em cada um dos quatro copos (A, B, C e D), você deve medir a altura deste broto com uma régua graduada com centímetros e milímetros, e anotar na linha do tempo "1" estes valores.

Após terem os brotos surgidos, o feijão do copo "A" deve continuar sendo molhado, diariamente, somente com água. Já o broto do copo "B" deve ser molhado, diariamente, com a mistura "90% de água e 10% de óleo" feita em sala de aula. Igualmente, para os copos "C" e "D" você deve usar as misturas "80% de água e 20% de óleo" e "70% de água e 30% de óleo", respectivamente, para molha-los.

Novamente, não se esqueça de que, diariamente, você deve medir a altura do feijão de cada um dos copos (A, B, C e D) e anotar em cada linha e na coluna correspondente o valor da medida realizada.

Qualquer dúvida que tenham durante as próximas semanas a respeito do que estão realizando em suas casas, me procurem na escola.

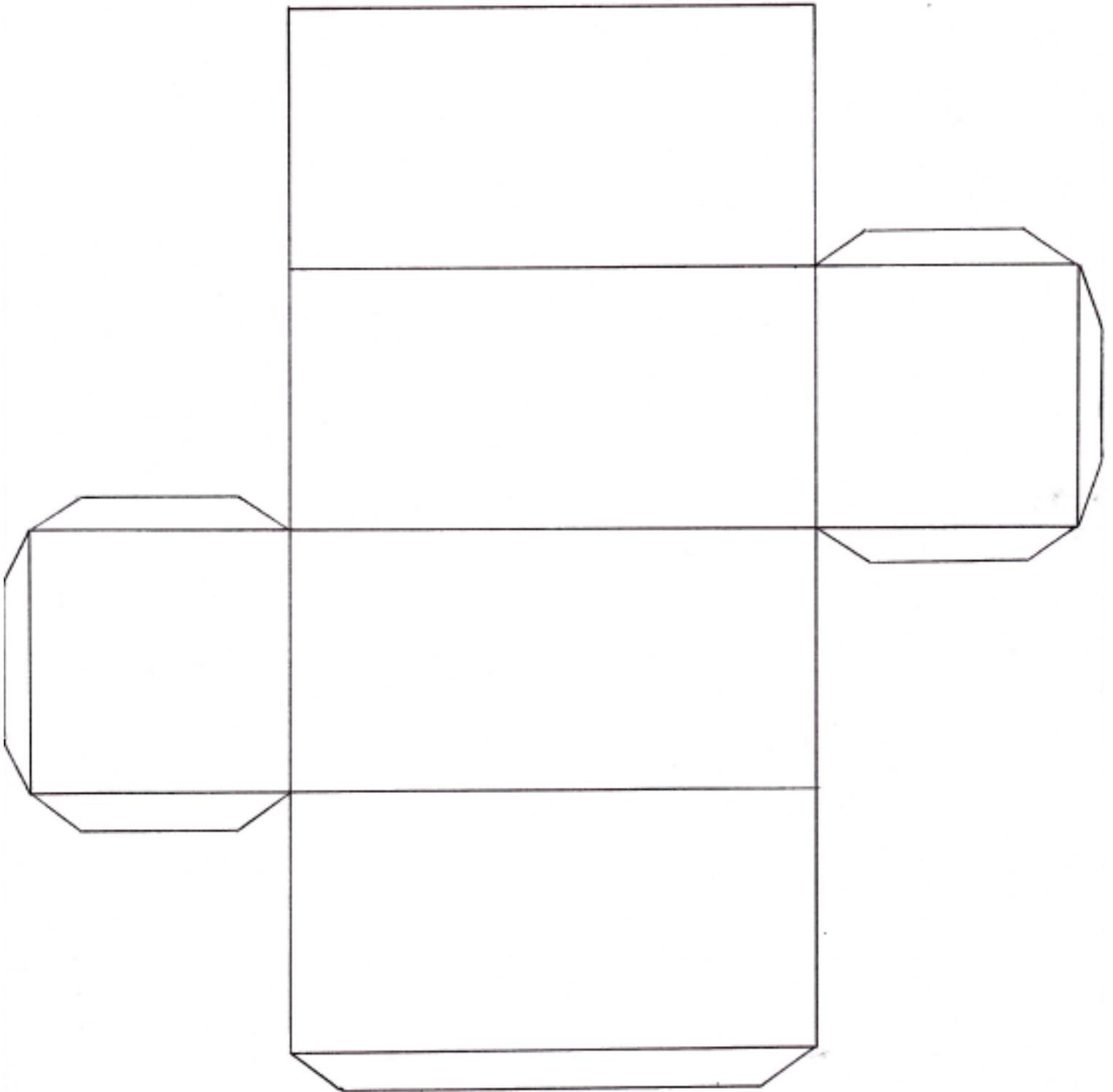
Bom trabalho, Profa. Katia.

TEMPO (dias)	ALTURA (cm)			
	A	B	C	D
1				
2				
3				
4				
5				
6				
7				
8				
9				
10				
11				
12				
13				
14				
15				
16				
17				
18				
19				
20				
21				
22				
23				
24				

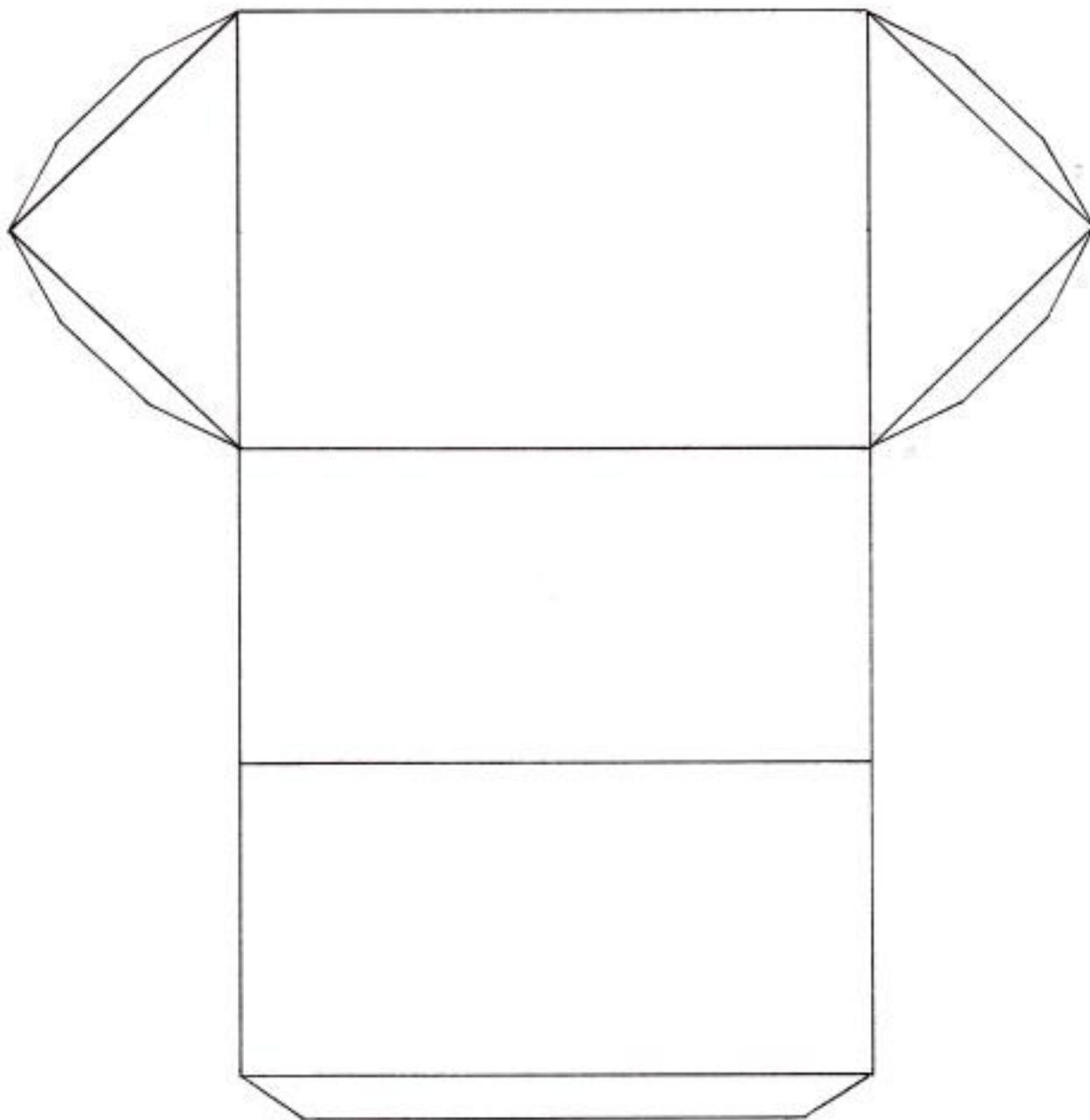
ANEXO VI

Planificações dos sólidos utilizados na demonstração do Volume de uma Pirâmide

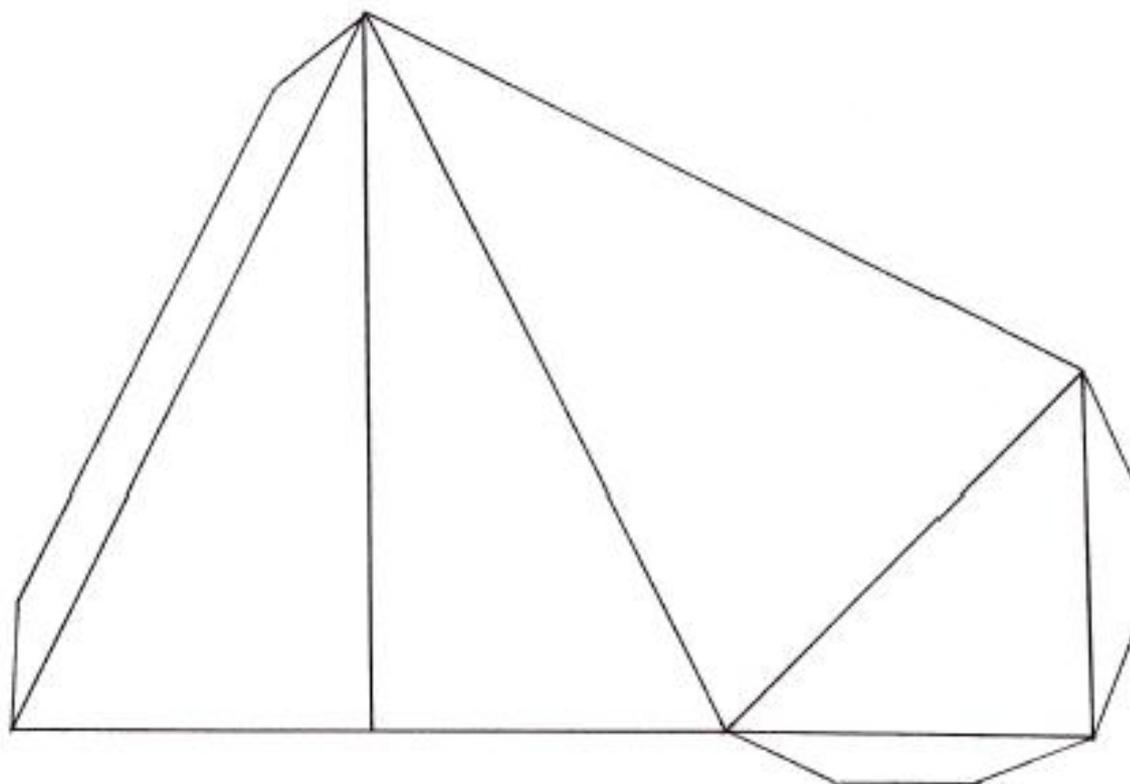
(1º) Paralelepípedo reto-retângulo (C = 5 cm, L = 5 cm, H = 10 cm)

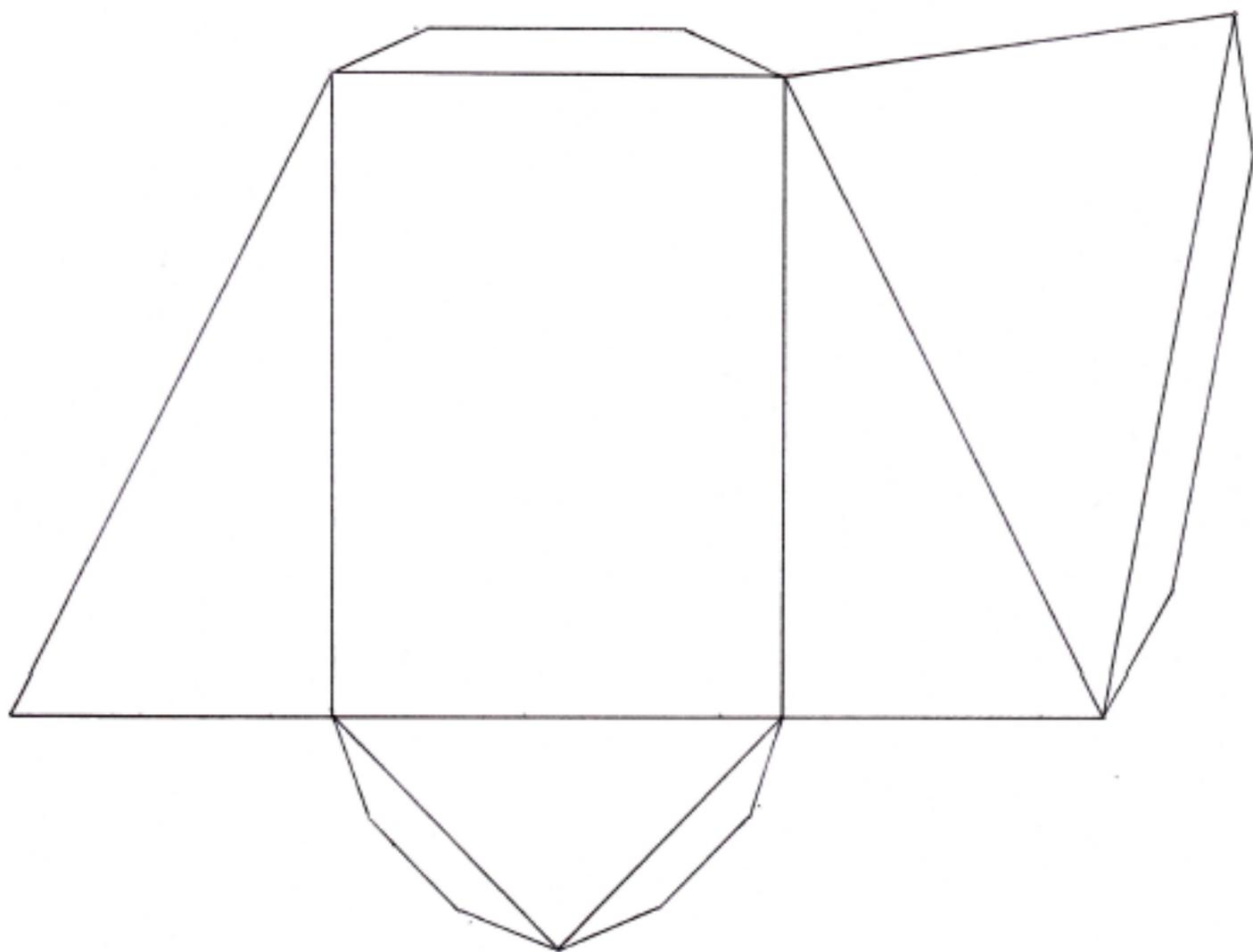


(2º) Dois prismas de bases triangulares, resultado da secção do paralelepípedo reto-retângulo por um plano perpendicular a sua base e que passa por uma de suas diagonais.

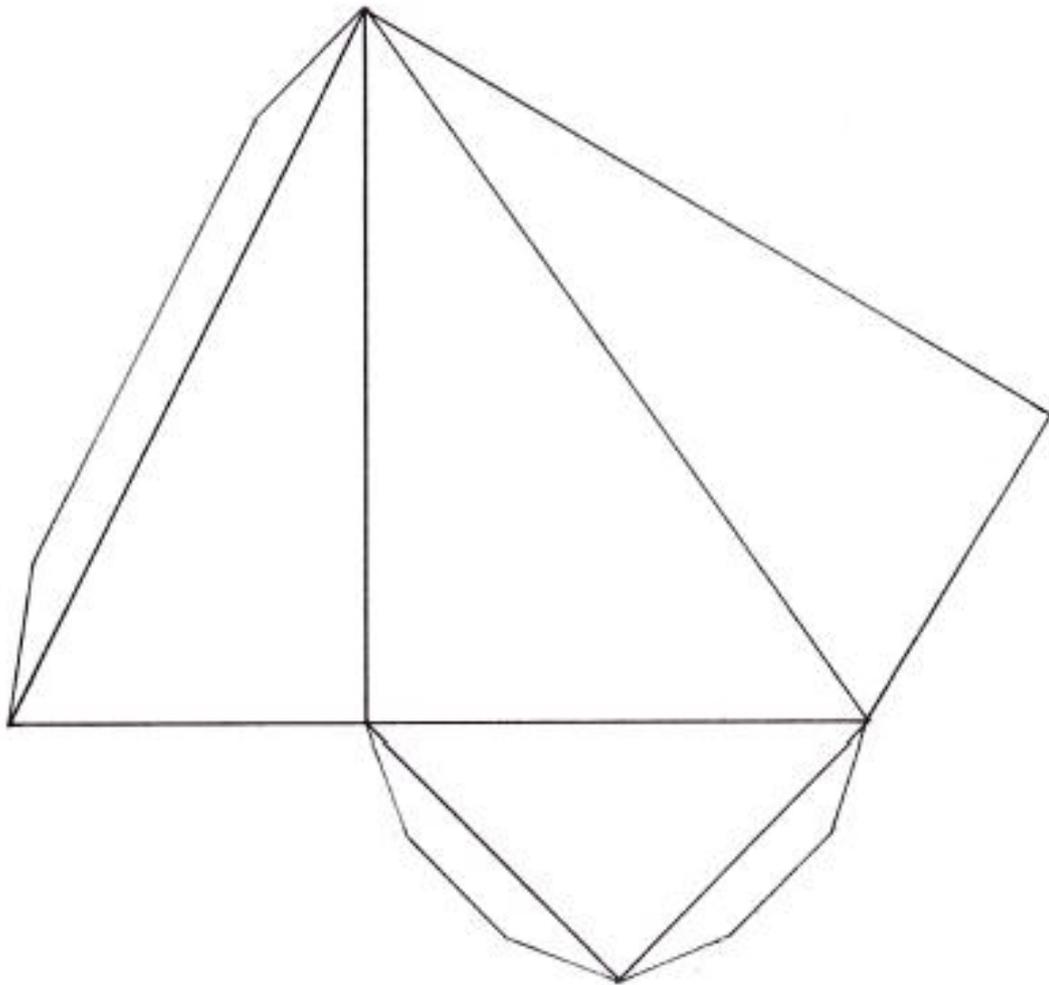


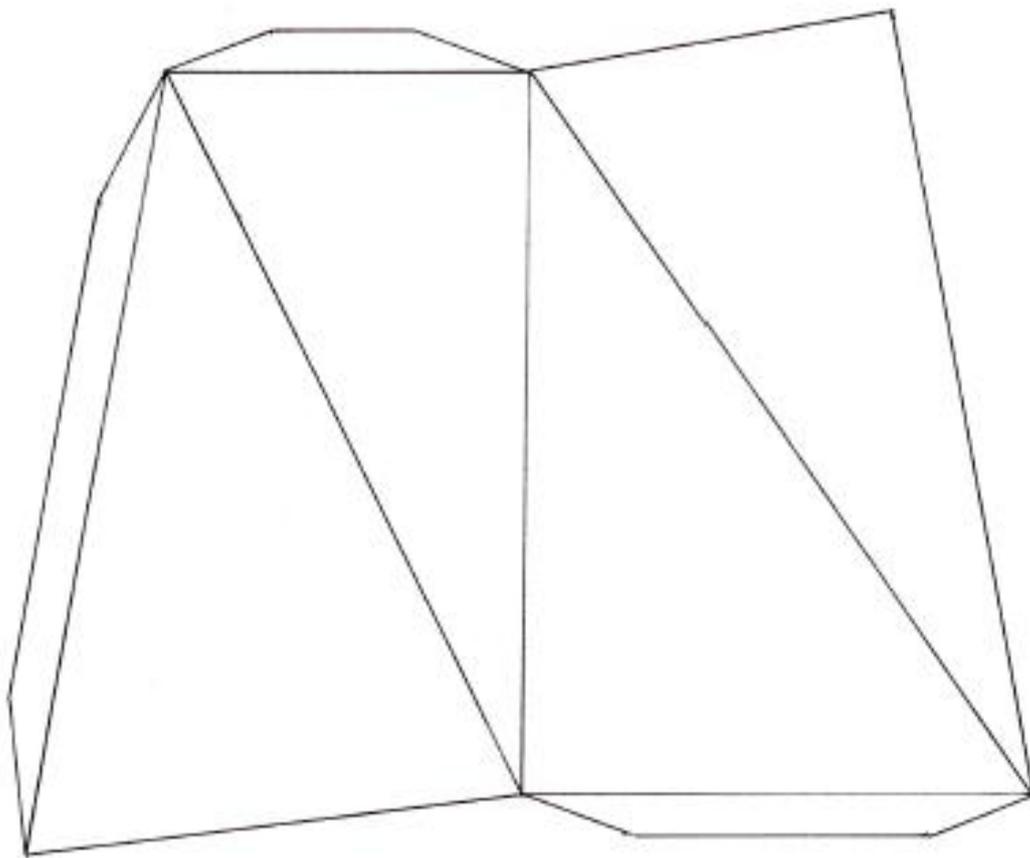
(3º) Secção de um dos primas de base triangular em duas pirâmides, uma de base triangular e outra de base quadrangular, determinadas segundo o plano que passa pelo vértice comum às duas faces originais do paralelepípedo reto-retângulo e na direção das diagonais dessas faces que passam por esse vértice.





(4º) Secção da pirâmide de base quadrangular em duas pirâmides de bases triangulares, que possuem as mesmas bases e alturas relativas a elas iguais, definidas pelo plano que passa por uma das diagonais da base quadrangular da pirâmide original e o vértice a partir do qual sua altura é determinada.





Observe que as duas pirâmides de bases triangulares obtidas da secção da pirâmide de base quadrangular possuem o mesmo volume, pois possuem bases iguais (metade da base quadrangular da pirâmide original) e alturas também iguais. Mais do que isso, a pirâmide de base triangular igual à metade da base do paralelepípedo reto-retângulo original possui o mesmo volume da pirâmide de base triangular resultado da secção do prisma também de base triangular. Portanto, as três pirâmides de bases triangulares obtidas possuem o mesmo volume.

ANEXO VII: MAPA DO ENTORNO DA ESCOLA, SOROCABA/SP



Fonte: GOOGLE EARTH, Search: Sorocaba/SP, Altitude 1,09 km, acessado 01/2013.

ANEXO VIII

RECEITA PARA A FABRICAÇÃO DE SABÃO A PARTIR DO OLEO DE COZINHA JA UTILIZADO

Antes de começar a fabricação do sabão, a pessoa que for mexer com os ingredientes da receita deverá estar usando um par de luvas.

Coloque 2 litros de soda cáustica em um balde grande. Depois jogue, com cuidado, 2 litros água. Não respire o vapor que sair, pois é tóxico e faz mal a saúde. Mexa tudo, com um pau de vassoura, por uns 4 minutos, até diluir a soda. Depois que a soda tiver diluída na água, jogue 10 litros de óleo de cozinha já utilizado e mexa por mais 5 minutos. Jogue então um copo de desinfetante e mexa por mais 1 minuto. Coloque os 2 copos de sabão em pó e mexa por mais 2 segundos. Não fique mexendo muito, pois senão o sabão endurece. Mexa só para misturar todos os ingredientes e quando tiver no ponto de um detergente, coloque em um recipiente quadrado, que não pode ser de alumínio, nem de metal. Use caixas de leite longa vida, pois é muito prático e fácil de ser retirada posteriormente. Deixe o sabão colocado nas caixas de leite por um período de 24 horas para endurecer.



Após cortar o sabão em barras, coloque todas elas em um lugar ventilado, que não pegue sol e nem chuva, e longe do alcance de crianças e animais. Espere 15 dias para poder usar o sabão fabricado

(Fonte: <http://receitasfavoritasdoteilor.blogspot.com.br/2012/04/sabao-caseiro-artezanal.html>, acessado em 01/2013)

ANEXO IX

DOIS EXEMPLOS DE REDAÇÕES DE ALUNOS SOBRE OS VÍDEOS ASSISTIDOS DURANTE A 1ª ATIVIDADE DIDÁTICA

1º EXEMPLO

Quando fazer com o óleo de cozinha usado.
fazer o produto pelo ralo pode identificar
os encanamentos. Desencanar o feitor
ideal para se livrar desse resíduos.

Reutilizá-lo para as fabricações domesti-
ca de saldos ou envios para uma
entidade que o reaproveita.
Muita gente não sabe, mas, quando
descartado no ralo da pia ou junto
com o lixo de casa o óleo usado
para fritar batatas e outros
alimentos é altamente prejudicial
ao ambiente.

Óleo de Cozinha

Mais de 99% do óleo de cozinha é descartado no solo prejudicando o meio ambiente. A reciclagem começa a crescer lentamente.

1% do óleo é reciclado ou 99% é descartado no solo da cozinha poluindo os rios... 1 litro de óleo descartado no solo ~~de~~ polui 25 mil litros de água mas se reciclarmos é possível fazer 10 litros de sabão ecológico. Em todo os países são descartados 90 milhões de litros de óleo de cozinha.

Óleo de cozinha jogado no solo provoca entupidos e pragas. Em um mês é coletado mais de 1000 litros de óleo na região central de São Paulo.

A reciclagem do óleo inicia uma vida e o meio ambiente e que renda os cidadãos.

O óleo de cozinha no solo provoca 80 mil redes de esgoto entupidos por ano só em São Paulo.

Jogar o óleo de cozinha na pia, em terrenos baldios ou no lixo acurta três fins destruídos a esse óleo:

- Permanece retido no encanamento, causando entupimento das tubulações se não for reparado por uma estação de tratamento e saneamento básico;

- Se não houver um sistema de tratamento de esgoto, acaba se espalhando na superfície dos rios e dos represas, causando danos a fauna aquática;

- Fica no solo, impermeabilizado e contribui

com enchentes, ou então em decomposição, soltando gás metano durante esse processo, causando mais cheiro, além de agravar o efeito estufa.

Para evitar que o óleo de cozinha usado seja lançado na rede de esgoto, várias cidades em todo o Brasil têm criado métodos de reciclagem. Diversos são as possibilidades de reciclagem do óleo de cozinha, entre outras finalidades destacam-se a produção de resina de tintas, sabão, detergente, glicina, raço de onças e biodiesel.

Exemplo de que a iniciativa pelo meio ambiente através da reciclagem tem dado certo é a premiação da pesquisa sobre a produção do biocombustível a partir do óleo de cozinha, da Universidade de São Paulo (USP) - um dos quatro programas vencedores da edição de 2007 do projeto Jovens Embaixadores Ambientais, do Programa das Nações Unidas para o Meio Ambiente (PNUMA) em parceria com a Bayer.

Com o Projeto Biodiesel em Casa e Nas Escolas, que envolve universidades, escolas e empresas, cerca de 100 toneladas de óleo de cozinha mais uma vez tem um destino produtivo - transforma-se em combustível 100% renovável!

Em algumas capitais brasileiras, são as prefeituras que estão se mobilizando, em outras é a própria população através de organizações não governamentais.

O sucesso destes programas de reciclagem de óleo de cozinha depende inteiramente da participação da comunidade. Todos esses programas de coleta, ~~sejam~~ sejam governamentais ou não governamentais, dependem todas as informações rec

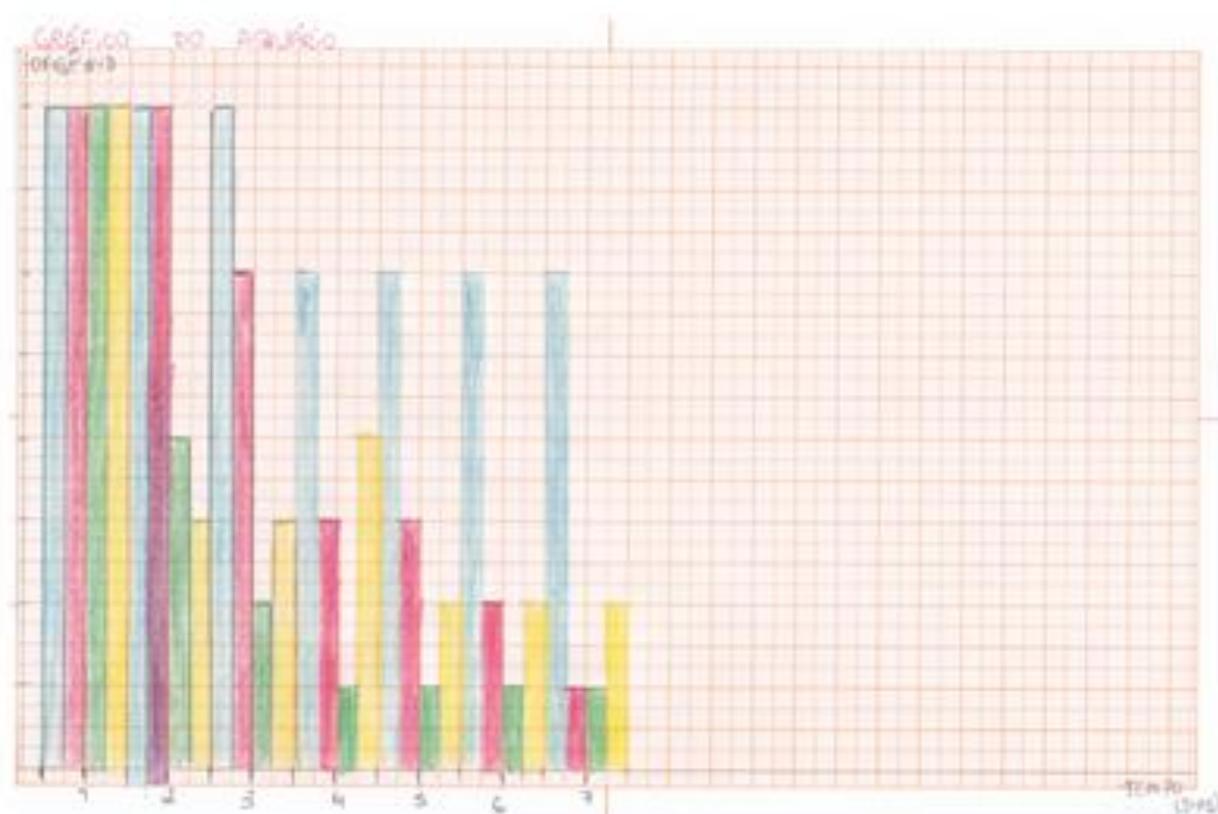
atuação para a reciclagem de óleo e também esclarecimentos sobre proteção ambiental, justamente para inserir a sociedade na responsabilidade ecológica.



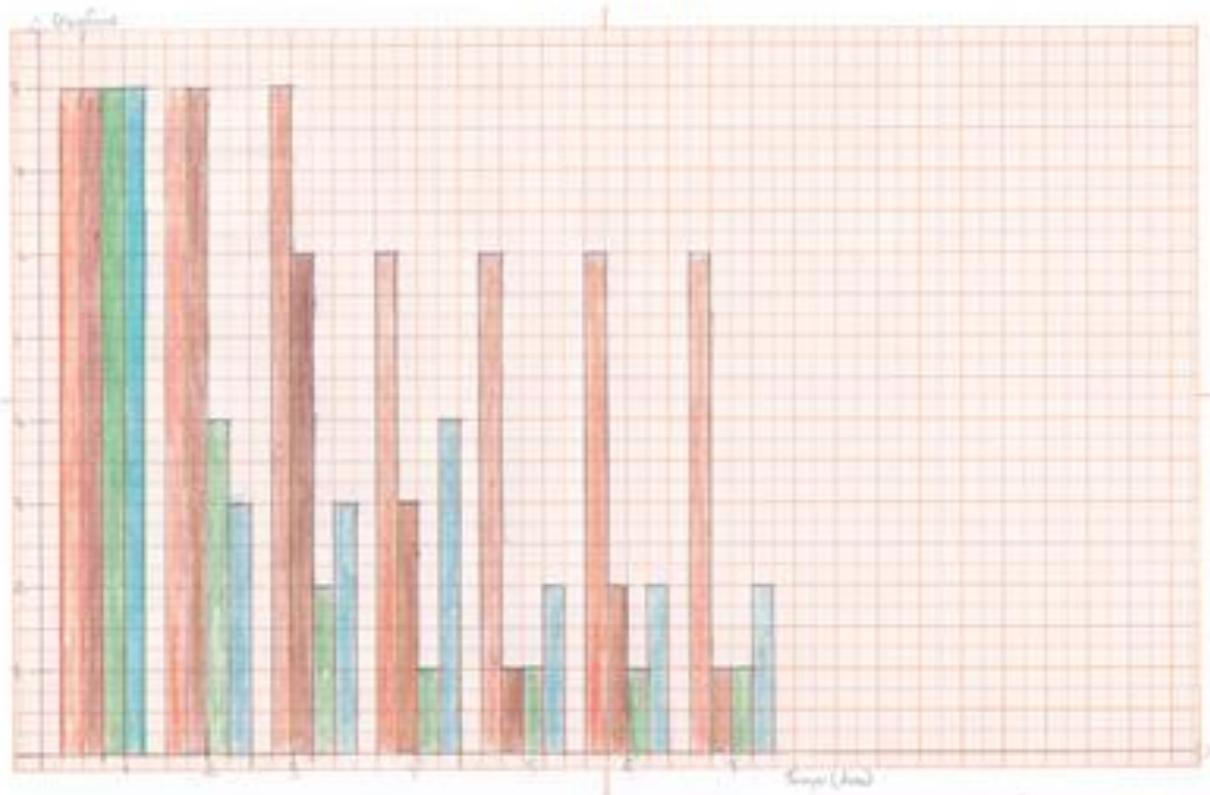
ANEXO X

EXEMPLOS DE GRÁFICOS DE "COLUNAS MÚLTIPLAS" TRAÇADO PELOS ALUNOS DURANTE A 4ª SITUAÇÃO-PROBLEMA, DA 3ª ATIVIDADE DIDÁTICA

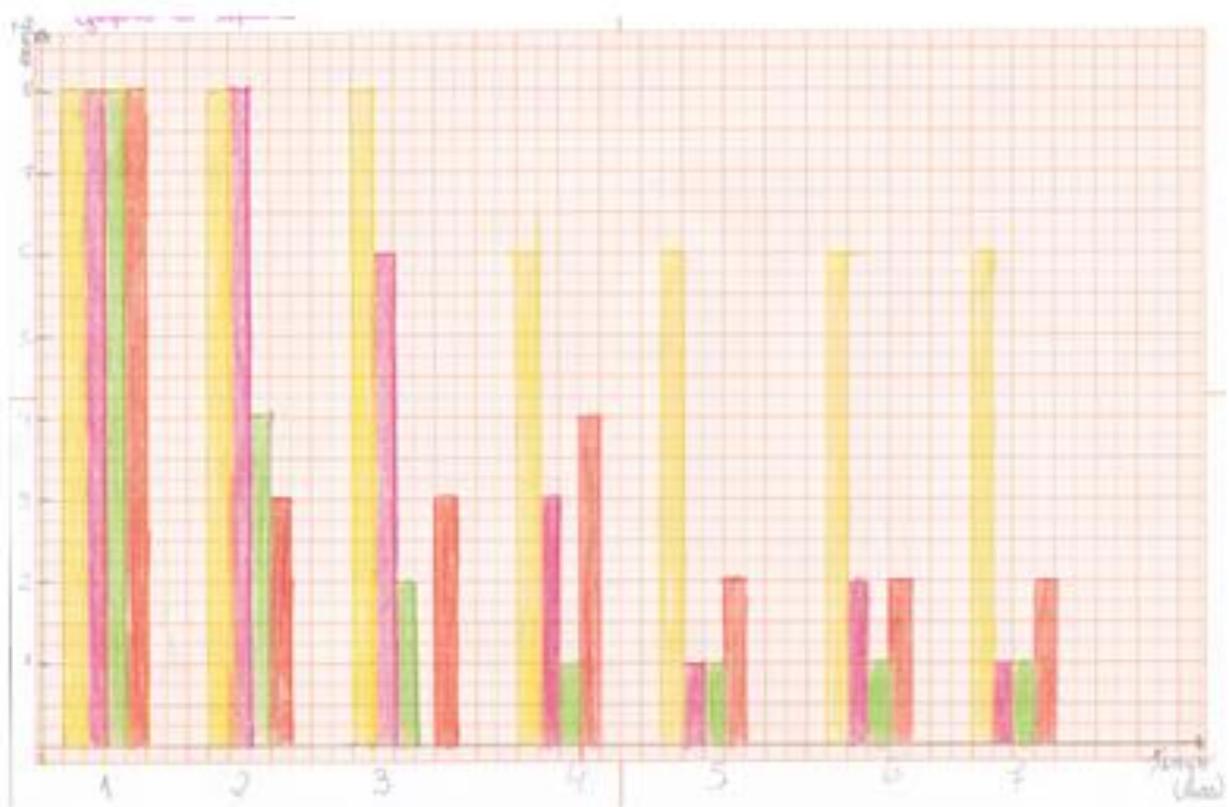
1º EXEMPLO



2° EXEMPLO



3° EXEMPLO



4° EXEMPLO

