UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO CARLOS

DEPARTAMENTO DE ESTATÍSTICA

FELIPE TUMENAS MARQUES

ESTIMAÇÃO DO VALUE AT RISK VIA ENFOQUE BAYESIANO

São Carlos

2007

FELIPE TUMENAS MARQUES

ESTIMAÇÃO DO VALUE AT RISK
VIA ENFOQUE BAYESIANO

Dissertação apresentada ao Departamentio de Estatística da Universidade Federal de São Carlos para obtenção do Título de Mestre em Estatística.

Orientador: Prof. Dr. Francisco Louzada Neto

São Carlos

2007

Ficha catalográfica elaborada pelo DePT da
Biblioteca Comunitária da UFSCar

	Marques, Felipe Tumenas.
M357ev	Estimação do Value at Risk via enfoque bayesiano / Felipe Tumenas Marques. -- São Carlos : UFSCar, 2008. 58 f.
	Dissertação (Mestrado) -- Universidade Federal de São Carlos, 2007.
	1. Análise de risco. 2. Inferência bayesiana. I. Título.
	CDD: 519.534 (20ª)

DEDICATÓRIA

A Ingrid, por todo amor, compreensão, apoio e paciência ao longo da elaboração deste trabalho.

AGRADECIMENTOS

Aos meus pais por todo o esforço pela minha formação;

À minha avó Nelly pela ajuda sempre quando necessário;

Ao Professor Francisco Louzada Neto, pela orientação, conselhos e amizade;

Aos Professores Carlos Diniz e Josmar pelas sugestões, críticas e conselhos;

Ao Panqueca pelo companheirismo nas madrugadas de trabalho.

RESUMO

MARQUES, F. T. **Estimação do Value at Risk via Enfoque Bayesiano.** 2007. 88f. Dissertação (Mestrado) – Departamento de Estatística, Universidade Federal de São Carlos, São Carlos, 2007.

O desenvolvimento contínuo de novos títulos financeiros possibilita cada vez mais opções de investimento para os participantes do mercado. Este leque de opções de investimentos também traz a necessidade cada vez maior de avaliar o risco que cada novo título financeiro carrega.

A análise de riscos pode ser definida como como a tentativa de mensurar o grau de incerteza na obtenção do retorno esperado em uma determinada aplicação financeira.

Este trabalho visa desenvolver uma nova abordagem para a estimação do Value at Risk, considerando tanto os dados de mercado quanto a opinião de especialistas.

Palavras-Chave: Value at Risk, Risco de Mercado, Inferência Bayesiana

Abstract

MARQUES, F. T. **Value at Risk Estimation by a Bayesian Approach.** 2007. 88f. Dissertation (Master) – Statistics Department, Federal Universtity of São Carlos, São Carlos, 2007.

The continuous development of new financial instruments brings more and more investment options for market participants. These investment options also bring a bigger necessity to evaluate the risk embedded in these new financial instruments.

Risk Analysis can be defined as an attempt to measure the uncertainty degree in the attainment of the expected return in a financial application and the standard measure to evaluate financial risk is the Value at Risk.

This work aims to develop a new approach to estimate the Value at Risk, considering both the market data and the specialists´ opinion.

Keywords: Value at Risk, Market Risk, Bayesian Inference

LISTA DE FIGURAS

1-INTRODUÇÃO

Nos últimos anos a gestão de riscos tem se tornado foco de atenção por parte das empresas, sendo o mercado financeiro o principal usuário desta área. Novos instrumentos financeiros, novas técnicas e novos modelos têm revolucionado a maneira como os riscos têm sido tratados dentro das organizações.

Segundo Jorion (1999) os negócios das empresas estão relacionados à administração de riscos, onde aquelas com maior competência na gestão dos riscos que assumem obtêm êxito, enquanto as outras fracassam. Algumas organizações aceitam o risco de forma passiva, outras se esforçam em conseguir alguma vantagem competitiva, expondo-se a riscos de maneira estratégica. E para conseguir vantagem através dos riscos é preciso identificá-los, mensura-los e controlá-los.

Para a grande maioria das pessoas a palavra risco tem uma conotação negativa, sempre associada a um resultado que não desejamos como, por exemplo, o risco de dirigir o carro em alta velocidade é levar uma multa ou se envolver em um acidente.

Já para os chineses o conceito de risco é algo diferente, como pode ser visto no ideograma para a palavra risco:

危機

O primeiro caractere é o símbolo de "perigo" e o segundo caractere é o símbolo para "oportunidade", o que torna o risco uma mistura de perigos e oportunidades. Seguindo a mesma forma de pensamento, Damodaran (2001) afirma que risco se refere à probabilidade de recebermos como retorno uma quantia diferente daquela que esperávamos, seja ela menor como também maior.

Portanto, para não haver mal entendidos, a definição de risco que será utilizada neste trabalho é a probabilidade de ocorrência de eventos que tragam resultados desfavoráveis, ou seja, eventos que tragam perdas.

Este trabalho é estruturado de forma que no segundo capítulo é explicada a necessidade de regulamentação de risco para diversas categorias de organizações e os tipos de riscos tratados na literatura. No terceiro capítulo é desenvolvida a principal medida de risco financeiro existente, o Value at Risk, e suas possíveis formas de cálculo. No quarto capítulo são apresentados os conceitos de derivativos, sua precificação e como é possível a extração de informações sobre a volatilidade a partir destes instrumentos. No quinto capítulo é apresentado o modelo de cálculo do Value at Risk com informação a priori, o Value at Risk Bayesiano e em seguida no sexto capítulo é realizada a experimentação para comparar o resultado da estimativa do Value at Risk pelos métodos tradicionais e pelo método Bayesiano. No sétimo capítulo são apresentadas as considerações finais.

2-RISCOS

Neste capítulo é apresentado o por quê da necessidade de controle dos riscos em diversos setores da economia, suas respectivas regulamentações e a classificação dos riscos que estas regulamentações trazem.

O conceito de risco está intimamente relacionado ao conceito de perda, ou seja, se não há perda não há risco. Grosso modo o risco pode ser definido como a incerteza presente em um fenômeno aleatório. Especificamente, se temos interesse no valor de uma determinada ação, o risco desta ação consiste na variação aleatória do valor da mesma, ou seja, a flutuação do preço da ação é o risco inerente a ela.

Segundo Jorion (1999) o crescimento recente da gestão de riscos pode ser atribuído diretamente ao aumento da volatilidade nos mercados financeiros no início da década de 70. Esse desenvolvimento tem sido liderado pelo mercado financeiro como resposta às exigências de capital impostas pelos órgãos reguladores (As exigências de capital são o montante necessário para oferecer sustento às atividades da organização), ou seja, controlar os riscos passou a ser uma obrigação das instituições financeiras.

2.1-Regulamentação

De acordo com Jorion (1999) a regulamentação é necessária quando temos risco sistêmico. O risco sistêmico por ser explicado com o seguinte exemplo, a falência de uma instituição afeta as outras empresas, originando um efeito cascata da inadimplência de uma empresa sobre as outras, ameaçando a estabilidade de toda a economia.

O instrumento que os órgãos reguladores impõem às instituições como maneira de controlar seus riscos, e consequente probabilidade de falência, é a alocação de capital.

Segundo Albrecht (2004) a alocação de capital pode ser vista como a quantidade mínima de capital necessária que uma organização deve ter para fazer frente a uma possível queda no valor de seus ativos, uma queda severa gerando uma "perda catastrófica". Como esse capital nunca é investido, ele pode ser considerado um "amortecedor" contra perdas inesperadas e perdas vultosas.

A Figura 1 logo a seguir exemplifica a disposição do capital de uma organização no balanço contábil, onde fica claro que o capital total de uma organização será dado pela diferença entre o total investido nos ativos e o total captado nos passivos.

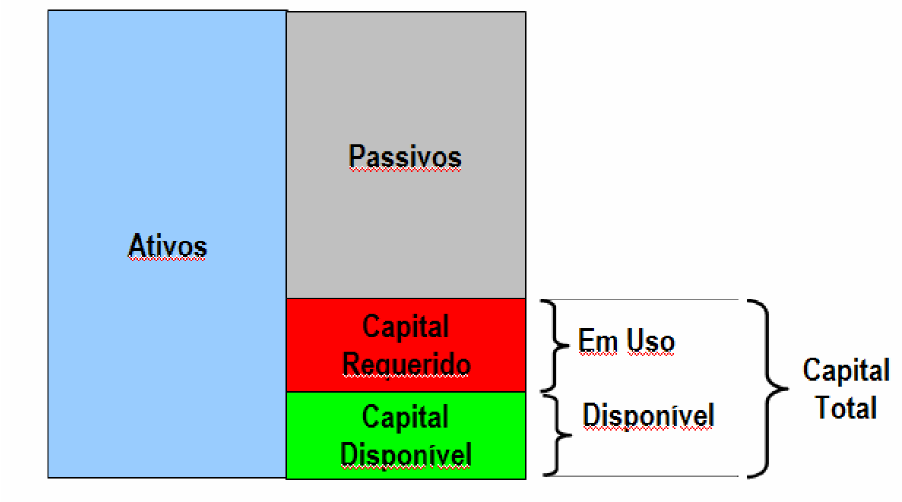

Figura 1: Localização do Capital no Balanço Patrimonial

Segundo Duarte e Lélis (2002) a alocação de capital inicia-se somente após a consolidação de todos os riscos incorridos pela organização.

Ainda segundo os mesmos a alocação do capital necessário deve satisfazer dois pontos de vista: o econômico e o regulamentar. Apesar de se sobreporem eles possuem uma pequena diferença.

2.1.1- CAPITAL REGULAMENTAR

Segundo Duarte e Lélis (2002) o capital regulamentar busca a solidez e o fortalecimento das instituições. O ponto de vista regulamentar busca o capital econômico do ponto de vista que os reguladores acreditam ser adequado, podendo não abranger todos os riscos incorridos pela organização.

No mesmo artigo os autores citam como exemplo o caso dos riscos de mercado onde há hoje instituições financeiras no Brasil que estimam o capital econômico para os quatro grupos de fatores de mercado (câmbio, juros, ações e commodities), embora haja requerimento de capital regulamentar somente para riscos de câmbio (Resolução 2891) e riscos de juros (Resolução 2692).

2.1.2-CAPITAL ECONÔMICO

Nas palavras de Duarte e Lélis (2002): "O capital econômico deve ser entendido como um elemento capaz de absorver perdas não esperadas, permitindo com que a instituição continue operando. Em outras palavras, deve ser igual a um excesso de ativos sobre passivos capaz de proteger a instituição de um eventual colapso a um determinado nível de confiabilidade, garantindo aos acionistas retornos futuros mesmo diante das incertezas enfrentadas pelo negócio." A Figura 2 demonstra o conceito de capital econômico. Podemos notar que o capital econômico busca cobrir as perdas inesperadas até um percentil de confiança, após esse percentil a perda é considerada como sendo catastrófica e fica fora do escopo do capital econômico.

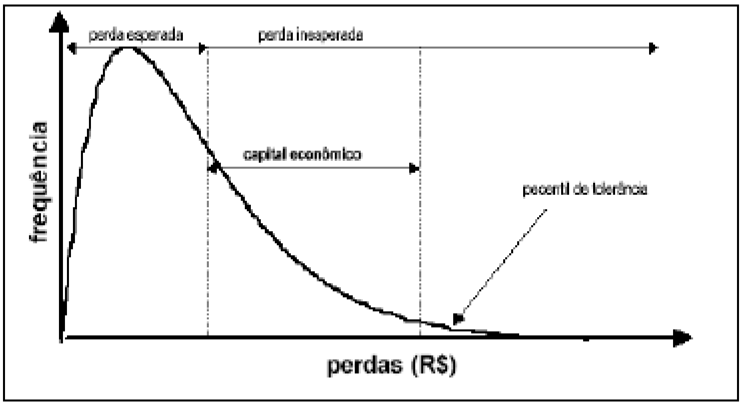

Figura 2: Distribuição das Perdas e Capital Econômico. Duarte e Lélis(2002)

Segundo Duarte e Lélis (2002) os meios de estimação do capital econômico para riscos de mercado são os mais desenvolvidos. O mesmo não ocorre para as estimativas de capital econômico para Risco de Crédito, que se encontram em uma fase intermediária de desenvolvimento e para Risco Operacional, que ainda está em fase embrionária.

Além dessas diferentes abordagens cada setor da economia tem sua regulamentação própria em relação ao riscos, essas regulamentações são apresentadas a seguir.

2.1.3-Bancos

A principal categoria de organizações sujeita a regulamentação de capital são os bancos, sendo o acordo da Basiléia o primeiro sistema de normas de regulação de risco de grande alcance. O acordo da Basiléia foi firmado em 1988 e representa um marco na regulamentação financeira internacional. A sua criação ocorreu após sérios distúrbios nos mercados bancário e de câmbio internacionais, notadamente pelos problemas com o Banco Herstatt da Alemanha, onde a falência deste banco colocou em risco grande parte do sistema financeiro internacional.

O acordo tinha como finalidade fortalecer a solidez e a estabilidade do sistema bancário internacional por meio da geração de um padrão mínimo de exigência de capital que cobria apenas o risco de crédito. Em 1996 é feito um anexo ao acordo passando a considerar o risco de mercado

Os ativos das instituições financeiras receberam pesos em função das suas exposições ao risco de crédito. As instituições deveriam então alocar capital em valor igual a, pelo menos, 8% do valor dos ativos ponderados pelo risco.

No Brasil a resolução 2.682 de 1999 do Banco Central trata da classificação de risco de crédito nos bancos e o capital necessário para fazer frente a este risco. A tabela 2 traz as categorias de classificação de risco de crédito que os bancos são obrigados a classificar seus clientes em relação aos dias de atraso no pagamento e o capital a ser alocado em cada categoria.

Tabela 2: Resolução 3.682

	Atraso	Capital
AA	-	-
A	<15	0.50%
B	15-30	1%
C	31-60	3%
D	61-90	10%
E	91-120	30%
F	121-150	50%
G	151-180	70%
H	>180	100%

Todo banco brasileiro é obrigado a divulgar a composição de sua carteira de crédito em seus relatórios financeiros. Como exemplo abaixo está a carteira de crédito do Banco do Brasil divulgada no Relatório Anual de 2005. Os créditos de AA até C são considerados como “normais’, já os créditos de D até H são os “problemáticos”.

Carteira de Crédito por Nível de Risco – R$ milhões

	Dez/04			Dez/05			
	Saldo	Provisão	Comp. %	Saldo	Provisão	Comp. %	SFN %*
AA	17.100	—	19,3	18.400	—	18,1	25,0
A	25.153	126	28,4	29.174	146	28,7	38,1
B	27.962	280	31,6	31.364	314	30,8	16,7
C	11.338	340	12,8	13.302	399	13,1	10,0
D	2.494	249	2,8	3.413	341	3,4	3,5
E	831	249	0,9	1.175	352	1,2	1,4
F	499	249	0,6	727	364	0,7	1,0
G	412	288	0,5	804	563	0,8	0,9
H	2.764	2.764	3,1	3.422	3.422	3,4	3,3
Total	**88.554**	**4.546**	**100,0**	**101.781**	**5.901**	**100,0**	**100,0**
AA-C	81.553	746	92,1	92.240	859	90,6	89,9
DH	7.000	3.799	7,9	9.542	5.043	9,4	10,1

* Sistema Financeiro Nacional - dados preliminares de dezembro de 2005.

Além desta informação, duas vezes ao ano (em Maio e Novembro), o Banco Central divulga no seu Relatório de Estabilidade Financeira, a Matriz de Migração de Classificação de Crédito, onde analisa a migração de todos os créditos acima de R$5 mil em todo o Sistema Financeiro Nacional. Abaixo a matriz de Junho de 2005 a Dezembro de 2005, publicada em Maio de 2006:

Jun\Dez	AA	A	B	C	D	E	F	G	H	Prejuízo
AA	**66.9**	5.6	1.4	0.7	0.3	0.1	0.1	0.1	0.0	0
A	5.8	**49**	5.7	2.5	0.9	0.3	0.2	0.2	0.2	0
B	2.9	13.1	**45.9**	6.4	1.6	0.7	0.4	0.8	0.7	0
C	1.2	5.3	11.5	**44**	4.8	1.6	0.1	1.0	1.9	0
D	0.9	6.6	4.7	6.2	**32.7**	3.5	6.2	2.1	6.2	0.2
E	1.0	5.5	3.5	4.6	4.4	**28.2**	4.3	3.1	17.5	0.6
F	0.4	1.4	1.2	1.7	1.9	5.4	**19.4**	4.1	36.5	0.8
G	0.2	0.7	5.8	0.7	0.9	0.4	1.5	**46.5**	18.2	2.8
H	0.2	0.9	0.7	1.6	1.0	0.7	0.9	2.0	**49.3**	38.2

Além do risco de crédito os bancos também são obrigados a alocar capital para fazer frente ao risco de mercado, que é o risco de perdas com variações nos valores do mercado acionário, juros, taxas de câmbio, dentre outros, de forma que o capital total deve ser no mínimo 11% sobre os dois riscos, ou seja:

$$\frac{Capital}{Ris\cos(Crédito + Mercado)} \geq 11\% \,.$$

Esse valor é conhecido como Índice de Basiléia e é uma medida de solvência do banco. Na Tabela 3 abaixo estão os índices dos 20 maiores bancos por ativo do Brasil em março de 2006, disponível no site do Banco Central.

Tabela 3: Índice de Basiléia

1	BB	18,23%	**11**	NOSSA CAIXA	28,47%
2	CEF	29,23%	**12**	CITIBANK	11,73%
3	BRADESCO	19,04%	**13**	BANKBOSTON	12,66%
4	ITAU	16,66%	**14**	BANRISUL	18,95%
5	SANTANDER BANESPA	13,24%	**15**	BNB	19,14%
6	UNIBANCO	16,35%	**16**	PACTUAL	20,93%
7	ABN AMRO	15,16%	**17**	BBM	12,08%
8	SAFRA	12,44%	**18**	JP MORGAN CHASE	15,38%
9	HSBC	14,32%	**19**	DEUTSCHE	13,84%
10	VOTORANTIM	17,64%	**20**	ALFA	19,30%

Um novo Acordo de Capital, chamado de Basiléia II, levará em conta uma nova categoria de risco, o risco operacional, que são os decorrentes de pessoas, processos, sistemas e eventos externos.

Com relação ao risco operacional, a resolução 3.380 do Banco Central obriga os todos os bancos a montarem uma estrutura para gerenciamento de risco operacional até dezembro de 2007 e define oito eventos a serem monitorados e controlados:

I - fraudes internas;

II - fraudes externas;

III - demandas trabalhistas e segurança deficiente do local de trabalho;

IV - práticas inadequadas relativas a clientes, produtos e serviços;

V - danos a ativos físicos próprios ou em uso pela instituição;

VI - aqueles que acarretem a interrupção das atividades da instituição;

VII - falhas em sistemas de tecnologia da informação;

VIII - falhas na execução, cumprimento de prazos e gerenciamento das atividades na instituição.

No novo acordo, no que concerne ao risco de crédito, outros parâmetros serão necessários para medir o risco. Além da probabilidade de inadimplência (ou default, PD), a exposição na ocorrência do default (Exposition at Default- EAD) e a perda dada o default (Loss Given Default-LGD), de modo que o risco de crédito para a ser uma função da forma:

Risco de Crédito = PD x EAD x LGD,

onde, além da propensão ao não pagamento da dívida também será necessário saber quando ocorrerá o não pagamento, o montante devido na ocorrência desse evento e a taxa de recuperação quando ocorrer a inadimplência.

2.1.4-Seguradoras

Enquanto a maioria das organizações controla e evita os riscos aos quais está exposta, a operação de uma seguradora tem o comportamento inverso, pois sua operação é essencialmente aceitar os riscos enfrentados por seus clientes em troca de um prêmio. Uma seguradora necessita administrar os riscos que ela aceita de seus clientes para poder ter lucro. E nessa tarefa de administrar os riscos ela terá de levar em conta diversos fatores, como: diversificação dos riscos, controle das exposições, obter resseguro apropriado, etc.

Além da característica intrínseca de aceitar riscos as seguradoras também necessitam cumprir exigências regulatórias quanto a necessidade de capital

Na mesma linha da alocação de capitais proposta pelo Comitê da Basiléia, está a proposta do Risk Based Capital - RBC, implementado nos Estados Unidos desde 1993. Pelo sistema do RBC as seguradoras devem possuir um capital mínimo que suporte o risco de suas operações. A proposta norte-americana divide a indústria de seguros em três áreas: "Property-Casualty" (ramos elementares), "Life" (vida) e "Health" (saúde). Cada área possuindo o seu próprio modelo para o cálculo do capital mínimo. O RBC leva em consideração, além de riscos de crédito e de mercado, riscos operacionais relacionados à subscrição de risco e à constituição de reservas. As categorias de riscos consideradas são quatro:

- Risco de Ativos
    - Default dos Ativos
    - Flutuação do valor dos ativos
- Risco dos Seguros
    - Precificação Inadequada
    - Má estimação das reservas
- Risco de Taxas de Juros
    - Perdas devido à mudanças na taxa de juros
    - Descasamento entre os fluxos de caixa dos ativos e passivos
- Risco de Negócios

Onde o Capital necessário para fazer frente aos riscos (Risk Based Capital-RBC) é, segundo a regulamentação vigente, dado por:

$$RBC = C4 + \sqrt{(C1 + C3)^2 + (C2)^2} \text{ ,}$$

onde C1= Risco de Ativos, C2= Risco de Seguros, C3=Risco de Taxas de Juros e C4= Risco de Negócios.

Na Comunidade Européia está sendo desenvolvido um novo sistema de solvência para as seguradoras chamado Solvência II. Assim como o Basiléia II esse sistema se baseia em 3 pilares, como apresentado na Figura 3 abaixo:

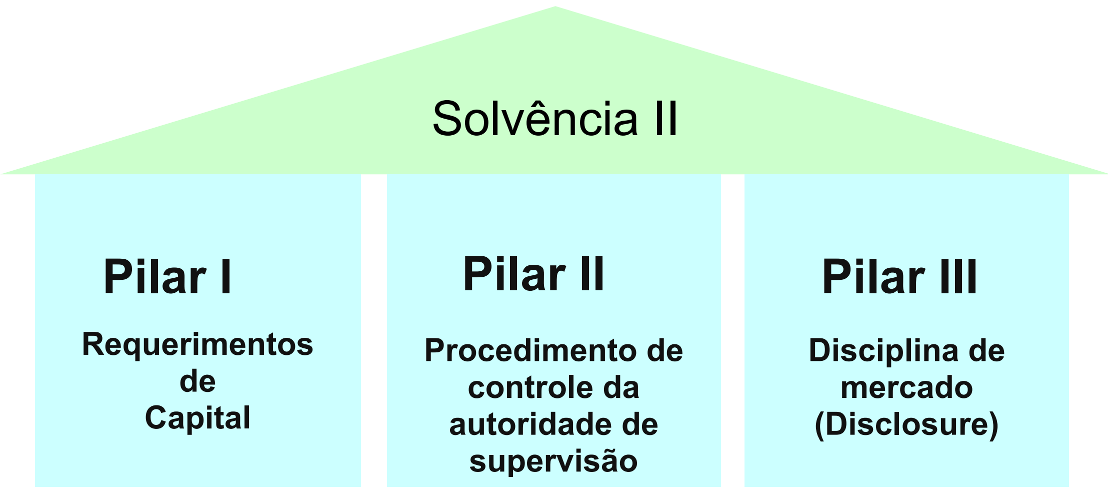

Figura 3: Estrutura do Solvência 2

2.1.5-Corretoras de Valores Mobiliários

Outra categoria de organização que também tem regulamentação sobre riscos são as corretoras. A Organização Internacional das Comissões de Valores, IOSCO, é o principal fórum internacional para as autoridades reguladoras dos mercados de valores e de futuros. A IOSCO conta com 30 princípios de regulação cujos objetivos centrais são:

- Proteger Investidores.

- Assegurar mercados justos, eficientes e transparentes,

- Reduzir o risco sistêmico.

A IOSCO desenvolveu também uma série de Resoluções, buscando o intercâmbio e troca de informações, harmonizar padrões regulatórios e estabelecer padrões para incentivar o cumprimento às leis, principalmente questões transfronteiriças. As Resoluções da IOSCO são várias, dentre elas podemos citar:

-Resolução sobre os Princípios para a Supervisão de Sistemas de Transação Eletrônicos de Derivativos;

-Resolução sobre Princípios de Conduta Internacional para Negócios;

-Resolução sobre Lavagem de Dinheiro;

-Resolução sobre Padrões Internacionais de Auditoria;

-Resolução sobre Supervisão de Conglomerados Financeiros;

-Resolução sobre Valores Mobiliários Transnacionais e Fraudes no Mercado Futuro;

-Resolução sobre Padrões de Contabilidade (IAS7);

-Resolução sobre a Coordenação entre Mercado a Vista e de Derivativos;

2.1.6-Empresas Não Financeiras

Após o colapso de empresas como Enron e WorldCom as empresas não financeiras também se tornaram passivas de regulamentação sobre riscos.

A Seção 404 da Sarbanes-Oxley que exige a implementação de rígidos controles internos na companhia, responsabilizando seus administradores por qualquer falha nestes controles, inclusive no que diz respeito à divulgação de informações incorretas, é a parte da lei que certamente mais exige adaptações e alterações nos sistemas corporativos e administrativos internos.

Em 1985, foi criada, nos Estados Unidos, a National Commission on Fraudulent Financial Reporting (Comissão Nacional sobre Fraudes em Relatórios Financeiros), para estudar as causas da ocorrência de fraudes em demonstrativos financeiros. Seu primeiro objeto de estudo foram os controles internos. Em 1992 publicaram o trabalho "Internal Control - Integrated Framework". Posteriormente a Comissão transformou-se em Comitê, que passou a ser conhecido como COSO – The Comitee of Sponsoring Organizations (Comitê das Organizações Patrocinadoras). O COSO é uma entidade sem fins lucrativos, dedicada à melhoria dos relatórios financeiros através da ética, efetividade dos controles internos e governança corporativa.

Para os integrantes do COSO, o ponto de partida é a definição de controle interno, dada por:

"Controle Interno é um processo, desenvolvido para garantir, com razoável certeza, que sejam atingidos os objetivos da empresa, nas seguintes categorias:

-Eficiência e efetividade operacional (objetivos de desempenho ou estratégia): esta categoria está relacionada com os objetivos básicos da entidade, inclusive com os objetivos e metas de desempenho e rentabilidade, bem como da segurança e qualidade dos ativos;

-Confiança nos registros contábeis/financeiros (objetivos de informação): todas as transações devem ser registradas, todos os registros devem refletir transações reais, consignadas pelos valores e enquadramentos corretos;

-Conformidade (objetivos de conformidade) com leis e normativos aplicáveis à entidade e sua área de atuação."

2.2-Tipologia

Além da diversidade de órgãos, e suas respectivas legislações, que controlam os riscos, não há consenso, tanto na literatura quanto dentre os participantes do mercado, quanto à classificação dos riscos. Para o Banco da Basiléia (Bank for International Settlements), responsável pelas normas de regulamentação bancária internacionais, a classificação de riscos financeiros é dada por:

-Risco de Crédito*:* que ocorre quando há mudança na capacidade do tomador em honrar suas obrigações;

-Risco de Mercado*:* que tem como origem os movimentos nos níveis ou nas volatilidades dos preços de mercado (preços de ações, commodities, taxas de juros e câmbio);

-Risco Operacional: considerado como tudo aquilo que não é risco de crédito nem risco de mercado, tendo como fontes eventos externos (mudanças na legislação, por exemplo), pessoas (falhas, fraudes etc), fatores tecnológicos e processos.

Entretanto Jorion (1999) classifica os riscos da seguinte forma:

-Risco de Crédito: surge na mudança da capacidade de pagamento da contraparte e quando a mesma não deseja ou é capaz de cumprir suas obrigações contratuais;

-Risco de Mercado: oriundo no movimento dos níveis ou nas volatilidades dos preços de mercado;

-Risco de Liquidez: ocorre quando um negócio não pode ser realizado a preços de mercado devido a seu volume;

-Risco Operacional: definido como o risco oriundo de erros humanos, tecnológicos ou de acidentes;

-Risco Legal: está presente quando uma operação não pode ser amparada na lei.

Pela circular da Susep número 276, publicada em 16 de novembro de 2004 temos as seguintes definições:

-Risco: medida de incerteza relacionada às oscilações de parâmetros que afetam o patrimônio da sociedade, tendo as seguintes divisões: risco de mercado, risco de crédito, risco legal, risco de subscrição e risco operacional;

-Risco de Crédito: medida de incerteza relacionada à probabilidade da contraparte de uma operação, ou de um emissor de dívida, não honrar, total ou parcialmente, seus compromissos financeiros.;

-Risco de Mercado: medida de incerteza, relacionada aos retornos esperados de seus ativos e passivos, em decorrência de variações em fatores como taxas de juros, taxas de câmbio, índices de inflação, preços de imóveis e cotações de ações;

-Risco Legal: medida de incerteza relacionada aos retornos de uma instituição por falta de um completo embasamento legal de suas operações;

-Risco de Subscrição: risco oriundo de uma situação econômica adversa que contraria as expectativas da entidade no momento da elaboração de sua política de subscrição no que se refere às incertezas existentes tanto na definição da tábua biométrica e da taxa de juros, quanto na constituição das provisões técnicas;

-Risco Operacional ou Outros Riscos: todos os demais riscos enfrentados pelas entidades, com exceção dos referentes a mercado, crédito, legal e de subscrição.

2.3-Considerações Finais

Neste capítulo foi visto que o risco não é só uma ameaça, como também uma oportunidade, e que vários órgãos governamentais existem para supervisionar o quanto de risco as empresas estão assumindo e o quanto isto pode passar a ser um problema para toda economia.

Como pode-se observar, a classificação de riscos varia basicamente do padrão adotado pela Basiléia e do padrão adotado pela Susep, onde cada qual elenca os riscos que considera mais importantes a serem monitorados para seus respectivos setores.

Posto isto, é necessário ter alguma medida que torne possível a quantificação destes riscos. Para isto desenvolvemos no próximo capítulo a medida de risco padrão utilizada no mercado financeiro, o Value at Risk.

3-VALUE AT RISK

Quando temos interesse em verificar o risco relacionado, por exemplo, a um determinado investimento (compra de um portfólio de ações), devemos conhecer tanto qual o retorno monetário esperado bem como o tamanho do risco associado.

Se um mesmo investimento for feito várias vezes, uma medida de tendência central relacionada ao retorno é o retorno esperado, ou retorno médio. Por outro lado, uma medida de risco do investimento pode ser determinada através da variância dos retornos.

Estas duas medidas formam a base para o cálculo de uma medida de risco conhecida como VaR (Value at Risk), que visa quantificar o montante que um certo investimento pode perder em um determinado período de tempo.

Neste capítulo desenvolvemos os principais conceitos da medida de risco conhecida como Value at Risk, apresentando alguns métodos de cálculo. No final do capítulo introduzimos o conceito de medida coerente de risco, na qual o Value at Risk não se enquadra, e apresentamos uma possível medida coerente de risco: o Conditional Value at Risk (CVaR).

O VaR foi inicialmente aplicado a investimentos, como ações, no começo da década de 90 (Jorion, 1999) e posteriormente passou a ser utilizado como métrica para diversos tipos de riscos, como risco de crédito e operacional, entre outros, tornando-se portanto, o padrão para uma enorme gama de empresas.

Para tornar mais fácil o entendimento das idéias do Value at Risk será utilizado neste capítulo um exemplo bem simples:

Considerando uma carteira hipotética com investimentos em ações da IBM e da Exxon. Essa carteira possui US$ 100 mil em ações da IBM e outros US$ 100 mil em ações da Exxon. Queremos saber o tamanho do risco estamos correndo com esses investimentos, qual a contribuição de cada ação para o risco total e se aumentarmos o investimento em alguma ação qual será o acréscimo no risco total.

As séries de cotações da IBM e da Exxon Mobil foram extraídas do pacote de Value at Risk do programa R (http://www.r-project.org). As séries são compostas de

2521 observações compreendendo o período de 30/08/93 até 29/08/03, e o seu comportamento é apresentado nas Figuras 4 a 7.

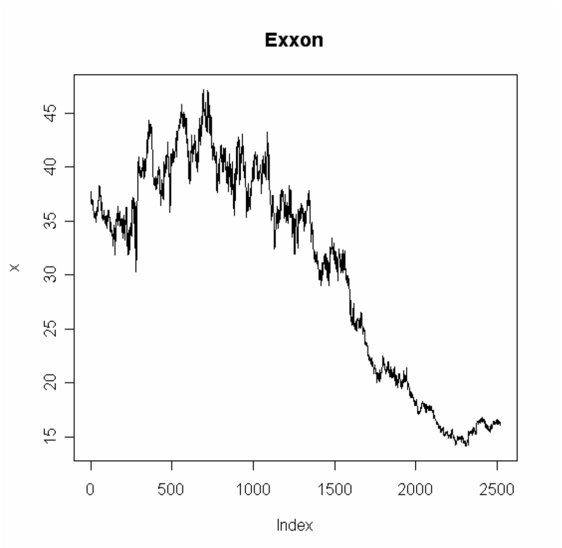

Figura 4: Cotações das Ações da Exxon.

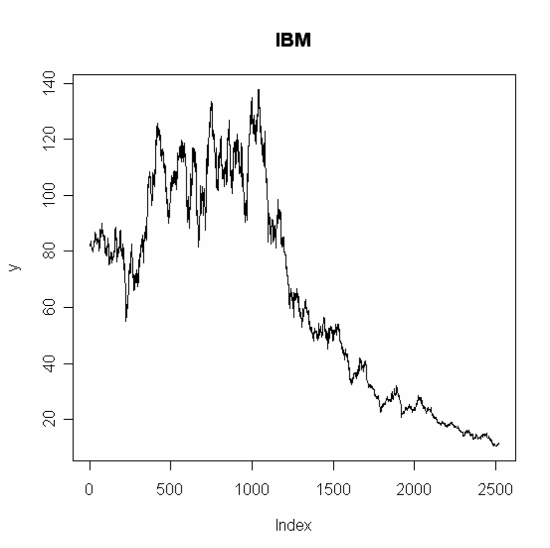

Figura 5: Cotações das Ações da IBM.

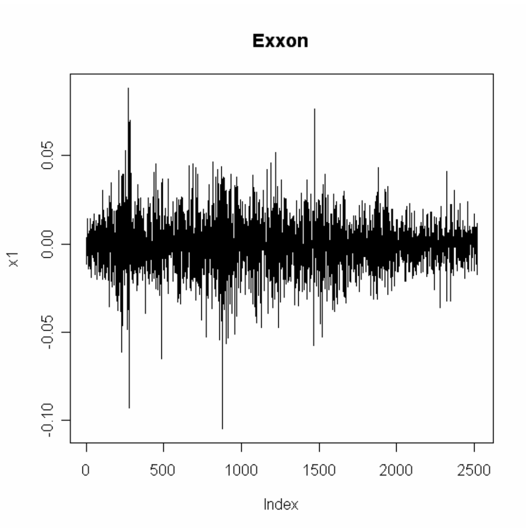

Figura 6: Log dos Retornos das Ações da Exxon.

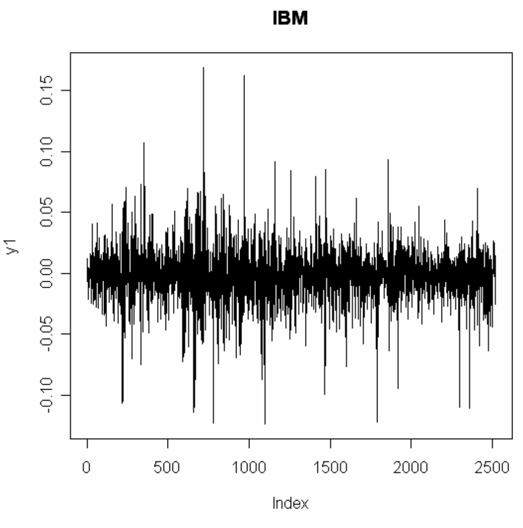

Figura 7***:*** Log dos Retornos das Ações da IBM.

3.1- Cálculo do VaR

3.1.1-Método Delta-Normal

Esse método assume que os retornos tenham distribuição normal padronizada o VaR de uma carteira será (Jorion, 1999):

$$VaR_p = \alpha\sigma_p W = \alpha\sqrt{x'\sum x}\ ,$$

onde α é o nível de significância desejado e $\sum$ é a matriz de correlação dos retornos.

Primeiramente supondo que tenhamos disponível para investimento a ação da IBM, e que iremos investir US$100 nesta ação. Queremos saber qual a maior perda que podemos ter em um dia com 95% de confiança, ou seja, qual o VaR para 1 dia com 95% de confiança para esta ação?

Para calcularmos o VaR com este método primeiramente estimamos o desvio padrão da série de retornos, que no caso das ações da IBM é 0.01042, com esta informação basta utilizarmos a fórmula VaR=Valor Aplicadox α x σ x $\sqrt{t}$, onde α é o nível de confiança desejado, σ o desvio padrão do ativo e t o horizonte de tempo para a estimativa de VaR.

VaR = 100 x 1,65 x 0,01042 x 1 = 1,72.

O VaR em questão será de US$ 1,72.

Já no caso da carteira com US$ 100 mil em ações da IBM e US$ 100 mil em ações da Exxon teremos:

$$\Sigma x = \begin{bmatrix} 0{,}015^2 & 0{,}0001 \\ 0{,}0001 & 0{,}023^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} US\$100 \\ US\$100 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} US\$0{,}0325 \\ US\$0{,}0629 \end{bmatrix}$$

$$\sigma_p^2 = x'(\Sigma x) = \begin{bmatrix} US\$100 & US\$100 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} US\$0{,}0325 \\ US\$0{,}0629 \end{bmatrix} = 9{,}54$$

$$VaR_p = 1{,}65 \times \sqrt{9{,}54} = US\$5{,}09$$

$$\begin{bmatrix} VaR_{EXXON} \\ VaR_{IBM} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1{,}65 \times 0{,}015 \times US\$100 \\ 1{,}65 \times 0{,}023 \times US\$100 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} US\$2{,}475 \\ US\$3{,}795 \end{bmatrix}$$

Para um índice de confiança de 95% (α =1,65) o VaR da carteira é de US$ 5.09 mil, ou seja, podemos ter uma perda de no máximo US$ 5.09 mil com 95% de confiança.

Podemos ver também que a soma dos VaRs individuais é maior o VaR do portifólio, mostrando claramente o efeito da diversificação no risco total.

a) VaR Marginal

Para medir o efeito de uma mudança de posição sobre o risco da carteira os VaRs individuais não são suficientes. Pois a volatilidade mede a incerteza do retorno de um ativo isoladamente. Porém, quando esse ativo pertence a uma carteira o que importa é sua contribuição ao risco da carteira. Para isso temos:

$$\frac{\partial \sigma_p^2}{\partial w_i} = 2w_i\sigma_i^2 + 2\sum_{j=1, j\neq 1}^{N} w_j\sigma_{ij} = 2COV\left(R_i, w_jR_i + \sum_{j=1}^{N} w_jR_j\right) = 2COV(R_i, R_p).$$

No lugar da derivada da variância, necessita-se da derivada da volatilidade. Note-se que $\frac{\partial \sigma_p^2}{\partial w_i} = 2\sigma_p \frac{\partial \sigma_p}{\partial w_i}$ e, portanto, a sensibilidade da volatilidade da carteira em relação a uma mundança no peso é:

$$\frac{\partial \sigma_p}{\partial w_i} = \frac{COV(R_i, R_p)}{\sigma_p}.$$

Com isso o VaR marginal será:

$$\Delta VaR_i = \frac{\partial VaR}{\partial w_i}\frac{1}{W} = \alpha\frac{\partial \sigma_p}{\partial w_i} = \alpha\frac{COV(R_i, R_p)}{\sigma_p}.$$

b) VaR Incremental

Usado para avaliar o impacto total de uma operação potencial sobre uma carteira p. Difere do VaR marginal no sentido em que o montante adicionado ou subtraído pode ser alto e, nesse caso, o VaR não muda de forma linear.

VaR Incremental= $VaR_{p+a} - VaR_p$.

Método se aplica ao caso em que uma operação envolve um conjunto de novas exposições a fatores de risco

c) VaR do Componente

A decomposição do risco da carteira seria extremamente útil para gerenciá-la. Mas o risco da carteira não é simplesmente a soma linear dos riscos de seus ativos. Então

VaR do Componente= $(\Delta VaR_i) \times w_i W = VaR\,\beta_i w_i$.

Portanto o VaR do componente indica aproximadamente a mudança no VaR da carteira caso o componente seja eliminado desta.

No portifólio hipotético, um aumento da posição em mais US$ 100 em ações da Exxon trará os seguintes resultados:

$$\Delta VaR = \alpha \frac{COV(R_i, R_p)}{\sigma_p} = 1{,}65 \times \begin{bmatrix} US\$0{,}0325 \\ US\$0{,}0629 \end{bmatrix} / (0{,}0167) = \begin{bmatrix} 0{,}0321 \\ 0{,}0622 \end{bmatrix}$$

$$(\Delta VaR)' a = [0{,}0321 \quad 0{,}0622] \begin{bmatrix} US\$100 \\ 0 \end{bmatrix} = US\$3{,}21$$

$$\begin{bmatrix} CVaR_{Exxon} \\ CVaR_{IBM} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0{,}0321 \times US\$200 \\ 0{,}0622 \times US\$100 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} US\$6{,}42 \\ US\$6{,}22 \end{bmatrix} = VaR \times \begin{bmatrix} 50{,}1\% \\ 49{,}9\% \end{bmatrix}$$

ou seja, investindo mais US$ 100 em ações da Exxon o VaR da carteira terá um acréscimo de US$ 3,21.

3.1.2-Simulação Histórica

Este é um método não paramétrico de cálculo do VaR, não necessitando de nenhuma suposição sobre a distribuição dos retornos dos ativos. O método de simulação histórica consiste em computar o retorno da carteira com os retornos passados e analisar a distribuição empírica dos retornos "voltando no tempo".

A principal suposição deste método é que os retornos da ação seguirão a distribuição atual. Com isto, caso tenhamos investido US$100 na ação da IBM, o VaR de 95% para 1 dia é obtido apenas com a estimação o quantil 5% da distribuição dos retornos diários passados.

O quantil 5% para os retornos é dado por -0.01413, ou seja o VaR será dado por: 100 x 0.01413= 1,43. O VaR por este método será de US$ 1,43

Para o caso da carteira com US$ 100 mil em ações da IBM e US$ 100 mil em ações da Exxon a distribuição dos retornos da carteira baseada nos retornos passados dos ativos será:

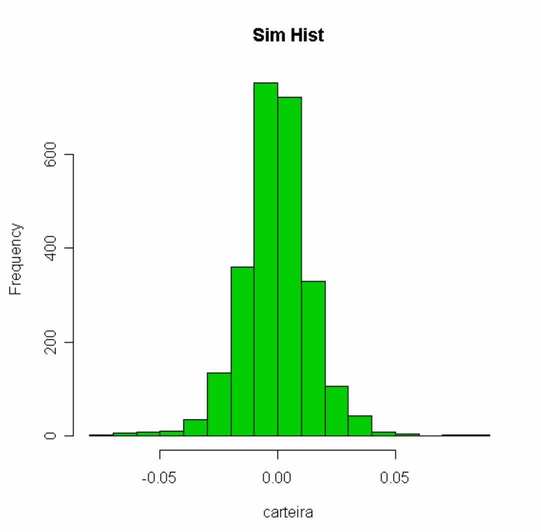

Figura 8: Distribuição Empírica dos Retornos

Por este método o quantil que contém os 5% piores retornos será -0.046. O que nos dá um VaR de US$ 4.58 mil.

Apesar de ser relativamente fácil implementação a principal limitação desse método é que as informações passadas não cobrem todas as possibilidades de cenários, principalmente possíveis movimentos "anormais" do mercado.

3.1.3-Simulação de Monte Carlo

Esse método gera de maneira intensiva vários cenários, isto é, possíveis trajetórias de preços para os ativos e, a partir destas trajetórias, estimamos o VaR.

A mais importante etapa da simulação é escolher o modelo estocástico para o comportamento dos preços dos ativos. Partindo da hipótese que os preços das ações seguem um processo Browniano Geométrico, temos que:

$$P_t = P_{t-1} \exp\left(\sigma \varepsilon \sqrt{\Delta t}\right),$$

onde $\varepsilon \sim N(0,1)$.

Para o caso de um ativo apenas basta simular uma grande quantidade de trajetórias para o preço da ação e, com a distribuição do preço da ação obtida a partir desta simulação, encontrar o quantil correspondente à estimativa do VaR que queremos realizar. No caso onde tenhamos investido US$100 na ação da IBM o VaR de 95% para 1 dia podemos obter simulando 1.000 trajetórias de preço da ação e encontrando o quantil que contém os 5% piores retornos. O quantil 5% dos retornos será -0.047, gerando um VaR de US$ 4,69 mil.

No caso de uma simulação multivariada é necessário tomar cuidado pra não quebrar a estrutura de correlação entre as variáveis. No caso de duas variáveis correlacionadas, ao gerar duas variáveis independentes η1 e η2 retornos serão:

$$a_1 = \eta_1$$
$$a_2 = \rho\eta_1 + \left(1-\rho^2\right)^{1/2}\eta_2$$
, onde ρ é a correlação entre as variáveis.

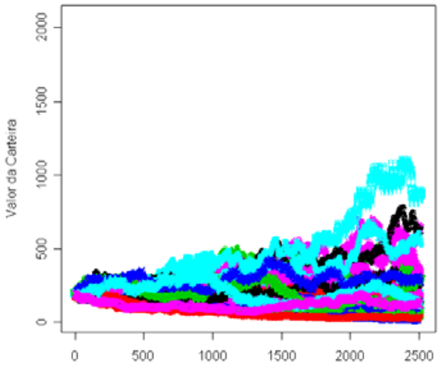

Figura 9: Trajetórias do retorno da carteira

Com a simulação de 1.000 trajetórias a carteira tem um VaR de 95% de confiança de US$ 4,73 mil.

3.1.4- ARCH/GARCH

Os modelos de simulação apresentados deixam de lado uma característica importante das séries financeiras é que, enquanto os retornos são independentes, existe a autocorrelação do quadrado dos retornos, invalidando a hipótese de heterocedasticidade.

Engle (1982) desenvolveu o chamado Modelo Heterocedasticidade Auto Regressiva (ARCH) que leva em consideração o fato que a variância do erro atual é uma função das variância dos erros passados. O modelo ARCH relaciona a variância do erro ao quadrado dos erros dos períodos anteriores, modelando desta maneira séries que apresentem sua volatilidade variando no tempo. Especificamente, considerando $\in_t$ os retornos e assumindo que $\in_t = \sigma_t z_t$, onde $z_t \sim N(0,1)$, a série σ² é modelada por:

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1\epsilon_{t-1}^2 + \cdots + \alpha_p\epsilon_{t-p}^2,$$

onde $\alpha_0 > 0$ e $\alpha_i \geq 0$, i > 0

Bollerslev(1986) desenvolveu o modelo GARCH, generalizando o modelo ARCH, onde a variância dos erros segue um processo auto regressivo e de médias móveis (ARMA).Neste caso, um modelo GARCH(p,q) é dado por:

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 \epsilon_{t-1}^2 + \cdots + \alpha_p \epsilon_{t-p}^2 + \beta_1 \sigma_{t-1}^2 + \cdots + \beta_q \sigma_{t-q}^2 .$$

Se a soma dos coeficientes alfa e beta do modelo for igual a 1 o modelo é chamado IGARCH, ou GARCH Integrado, Bollersev(1986). Um caso específico do IGARCH é a EWMA usado pelo Riskmetrics.

A grande vantagem destes modelos é levar em consideração que os períodos de alta volatilidade são "agrupados" e que essa volatilidade segue um processo conhecido. Na figura 10 ficam explícitos esses "agrupamentos" de volatilidade

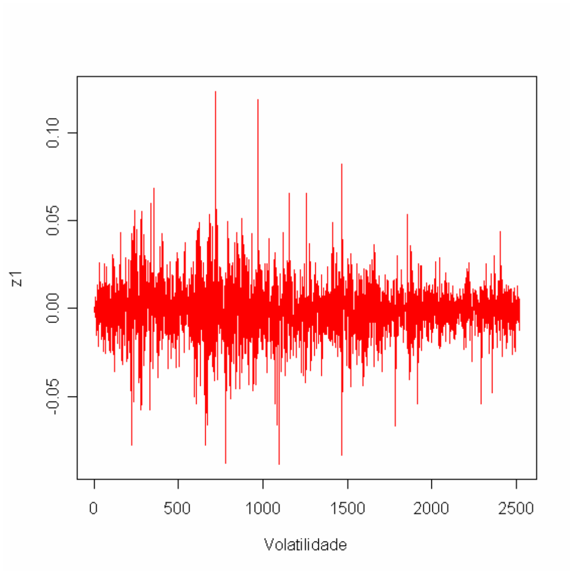

Figura 10: Volatilidade da Carteira

Para calcular o VaR primeiro estimamos os parâmetros do processo e depois estimamos a volatilidade futura. Com essa volatilidade é estimado o VaR. O processo de estimação é da mesma forma como uma simulação comum, descrita na seção anterior, sendo a única diferença o processo estocástico utilizado para a geração dos valores (um processo Garch em vez de um Movimento Browniano)

Para o caso de um ativo, o VaR é calculado a partir da simulação através de um processo Garch de uma grande quantidade de trajetórias para o preço da ação e, com a distribuição obtida a partir desta simulação, é encontrado o quantil correspondente à estimativa do VaR que queremos realizar.

Para o exemplo de um investimento de US$100 na ação da IBM o VaR de 95% para 1 dia pode ser obtido simulando através de um processo Garch 1.000 trajetórias de preço da ação e encontrando o quantil que contém os 5% piores retornos. O quantil 5% destes retornos será -0.046, gerando um VaR de US$ 4,61 mil.

Já para o caso de uma carteira com investimentos realizados tanto na ação da IBM e também da Exxon, utilizando um modelo GARCH (1,1) o VaR estimado para nossa carteira com 95% de confiança para um dia é de US$ 4,57 mil.

3.1.5-Teoria dos Valores Extremos

Mesmo levando em consideração o processo inerente à evolução dos preços dos ativos financeiros ainda existe um fator a ser considerado na estimação do VaR, que é que o mesmo é um quantil extremo de uma distribuição e normalmente estarão disponíveis poucas observações extremas para realizarmos uma estimação precisa, e essa imprecisão se torna cada vez maior ao estimarmos o VaR com grandes níveis de confiança (Embrechts *et alli*, 1997).

Uma metodologia para contornar este problema é a utilização da Teoria de Valores Extremos. Esta teoria afirma que, sob certas condições, a distribuição dos retornos extremos irá convergir para :

$$H_{\xi,\mu,\sigma}(x) = \begin{Bmatrix} \exp(-[1+\xi(x-\mu)/\sigma]^{-1/\xi}) \\ \exp(-e^{-(x-\mu)/\sigma}) \end{Bmatrix}, \text{ onde } \begin{cases} \xi \neq 0 \\ \xi = 0 \end{cases}.$$

Os parâmetros μ e σ correspondem à média e ao desvio padrão, e o terceiro parâmetro, ξ, conhecido como índice de cauda, nos dá uma indicação do qual pesada é a cauda.

Quanto maior o ξ, mais pesada a cauda. Ou seja, qualquer que seja a distribuição dos dados, seus extremos se comportarão como ou uma Fréchet, uma Gumbel ou uma Weibull.Segundo Embrechts et alli (1997) os casos de nosso interesse são onde $\xi>0$ e a distribuição assintótica dos dados toma a forma de uma distribuição de Fréchet.

Com isso a estimação do VaR, pela Teoria de Valores Extremos, será dada pela seguinte fórmula:

$$\text{VaR}= \hat{\mu}+(\hat{\sigma}/\hat{\xi})[(n(1-p))^{-\hat{\xi}}-1],$$

onde p é o nível de confiança desejado.

Para o exemplo de um investimento de US$100 na ação da IBM o VaR de 95% para 1 dia pode ser obtido estimando os parâmetros da distribuição de valores extremos e substituindo na equação. Com isto o VaR será de US$ 4,6 mil.

Já para o caso de duas ações o correto seria estimar os parâmetros da distribuição de valores extremos para cada ação e depois analisar a distribuição conjunta dos extremos destas ações utilizando uma função de cópula, mas simplificando os cálculos estimamos os parâmetros do modelo baseados na distribuição do portifólio como se fosse um ativo únicos e com isso o VaR, com 95 % de confiança, será de US$ 4.59 mil.

3.2-CVaR

Apesar de o VaR ser uma medida amplamente aceita, seja pelos reguladores como pelos participantes do mercado financeiro, ele apresenta alguma limitações. A principal limitação é sobre sua qualidade como medida de risco.

Arztner et alli (1997) propuseram quatro propriedades necessárias para que uma medida de risco, π, possa ser considerada coerente, dada uma variável aleatória X:

1-Monotonicidade: $X \leq Y$, $\pi(X) \leq \pi(Y)$;

2-Translação: $\pi(X+a) = \pi(X) + a$;

3-Homogeneidade: $\pi(\lambda X) = \lambda\pi(X)$;

4-Sub-aditividade: $\pi(X+Y) \geq \pi(X) + \pi(Y)$.

O VaR não apresenta a quarta propriedade, sub-aditividade, isto é, o VaR da soma de dois ativos pode ser maior que a soma dos VaRs de cada ativo. Uma medida proposta pelos autores é o Conditional Value at Risk (CVaR), que é definido como a perda esperada dado que essa perda foi maior que o VaR, ou seja: $E(X|X < VaR)$

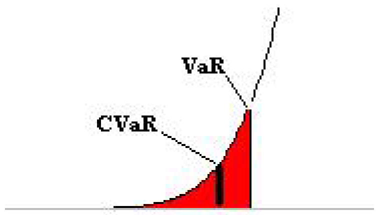

Figura 12: VaR e CVaR

Se a distribuição dos dados for normal então a o valor dos percentis será (Jorion, 1999):

Percentil	**90%**	**95%**	**99%**
α	1,28	1,65	2,32
E(X/X< α)	1,75	2,06	2,67

Para nossa carteira o CVaR será de US$ 6,38 mil, ou seja, toda vez que a perda for maior que o VaR estimado (US$ 5,09 mil) podemos esperar uma perda de US$ 6,38 mil.

3.3- Considerações Finais

O Value at Risk é uma medida que visa quantificar o montante que um determinado investimento pode perder em um certo intervalo de tempo.

Como visto neste capítulo existem várias formas de se estimar o VaR, cada uma com seus pressupostos e suas limitações. O fator comum em todas as metodologias apresentadas é que a estimativa é baseada apenas no comportamento passado do preço dos ativos, enquanto as expectativas dos participantes do mercado quanto à volatilidade futura dos ativos são ignoradas nas análises.

A expectativa sobre a volatilidade futura pode ser obtida a partir de contratos derivativos dos ativos. No próximo capítulo são apresentados os conceitos do funcionamento destes contratos e sua forma de precificação.

4-DERIVATIVOS

Neste capítulo são apresentados os principais contrados derivativos e sua forma de funcionamento.

Os derivativos são instrumentos que foram criados com o objetivo de se transferir riscos entre os participantes do mercado. São ativos que derivam de outros ativos ou seja, a formação do seu preço está sujeita à variação de preços de outros ativos. Segundo Jorion (1999) os derivativos são instrumentos cujo objetivo consiste em gerenciar o risco financeiro adequadamente.

Os derivativos podem ser negociados em bolsas centralizadas com contratos padronizados, ou diretamente entre as partes interessadas, conhecido como mercado de balcão.

De acordo com Fortuna (2002) os mercados futuros têm como objetivo básico a proteção dos agentes econômicos contra as oscilações dos preços de seus produtos e de seus investimentos em ativos financeiros.

Foram desenvolvidos para atender produtores e comerciantes expostos a riscos de preços, nos períodos de escassez e superprodução do produto negociado, reduzindo o risco de flutuação dos preços futuros da mercadoria

Não há data precisa de início destes contratos mas, de acordo com a enciclopédia eletrônica Wikipedia, na Bíblia , Gênesis capítulo 29, é possível encontrar o primeiro negócio de opções e o primeiro calote em derivativos. “Quando Labão lançou uma opção de compra do ativo Raquel, sua filha, para Jacó, com preço de exercício de sete anos de trabalho. No vencimento da opção Jacó optou por exercer o seu direito, porém Labão não entregou a sua filha, primeiro *default* neste mercado.”

São quatro os principais tipos de derivativos: mercado a termo, mercado futuro, swaps e opções, que são descritos nas próximas seções.

4.1-O Mercado a Termo

O mercado à termo é o mercado em que são realizados acordos privados de compra e venda de um ativo para liquidação em uma data futura por um preço determinado. Sua origem é muito remota e seu surgimento está associado ao problema de sazonalidade dos mercados agrícolas.

No contrato à termo, o produtor negocia um preço e efetua a venda da safra em qualquer do plantio para entrega futura.

Para facilitar o entendimento deste mercado iremos desenvolver o seguinte exemplo:

Considerando a situação de um produtor de arroz no início do plantio que não tem nenhuma garantia do preço que poderá ser praticado ao final da safra, pois podem ocorrer duas situações:

A) Safra Recorde: O excesso de oferta levará a uma diminuição do preço de venda, reduzindo a margem de lucro do produtor.

B)Escassez de arroz: Haverá alta nos preços do arroz e o produtor conseguirá vender sua produção por um preço mais elevado, aumentando assim seu lucro.

Supondo que ao preço de R$100,00 para cada saca de 50 quilos, o produtor consiga pagar todos os seus custos de produção e ainda obter um lucro razoável.

Logo, através de um contrato a termo, o produtor poderá fazer um compromisso de compra e venda com uma contraparte e se comprometer a vender o arroz a esse preço no final da safra esse café por essa quantia na data pré-determinada.

Dessa forma, independentemente do resultado da safra e dos preços estabelecidos no mercado a vista no período da entrega, o produtor terá seu preço de venda fixado em R$100,00 por saca, eliminando portanto toda incerteza quanto ao preço que conseguirá no final do plantio.

Apesar das vantagens expostas, o mercado a termo apresenta várias deficiências, dentre elas a falta de padronização dos contratos, a falta de transparência na formação de preços, a impossibilidade de recompra ou revenda dos contratos e o risco de inadimplência e de não cumprimento do contrato.

4.2-Mercados Futuros

Os contratos futuros são uma modalidade operacional muito semelhante aos contratos a termo, mas são negociados somente em bolsa.

Assim como nos mercados a termo, nos mercados futuros também são realizadas operações de compra e venda de um ativo para uma data futura por um preço determinado, porém as operações são realizadas através de pregão de bolsa (sistema de leilões múltiplos onde ofertas de compra e de venda são realizadas simultaneamente e em que os preços são divulgados publicamente a todos os participantes do mercado).

Os Mercados Futuros revestiram os mercados a termo de algumas características que os aproximaram muito dos modelos de competição perfeita, de modo a permitir que os preços possam se ajustar conforme as leis de mercado ou seja de acordo com as pressões da oferta e da procura, que por sua vez são orientadas pelas informações disponíveis aos participantes do mercado.

4.3-Swaps

Os swaps são contratos que estabelecem a troca de indexadores entre os integrantes de um acordo. As partes envolvidas trocam, por exemplo, a natureza do fluxo financeiro de uma operação de taxa flutuante para uma fixa, sem mudar os ativos.

O objetivo do swap é possibilitar um hedge perfeito. A liquidez deste mercado é garantida pelos bancos. As operações mais comuns no mercado são o swap pré-fixado, que é a troca de juros pré-fixados por juros pós-fixados (CDI over), e o swap cambial, de taxa de dólar por juros pós-fixados. Os swaps são muito utilizados como instrumentos de adequação dos recursos financeiros do ambiente macroeconômico.

Trata-se de um dos principais instrumentos utilizados por empresas para proteção financeira de riscos de taxas de câmbio e de juros. O objetivo dos contratos de swap é não permitir desequilíbrios entre os ativos e passivos das corporações por oscilações dos mercados financeiros.

A execução consiste na troca de resultados financeiros para um valor base e prazo determinados. A operação é feita sem a aplicação efetiva do caixa, mas apenas pelo pagamento da diferença entre os resultados no vencimento do swap, que é chamado de ajuste.

Exemplos de Swap

Uma empresa com um pagamento a ser efetuado em dólares, tendo suas receitas e aplicações em reais, pode contratar uma operação de swap para trocar a variação cambial por taxa prefixada, por exemplo. Desta forma, ficaria com um swap ativo em dólares e um passivo em taxa prefixada.

Uma empresa que tomou empréstimo indexado ao CDI terá problemas no caso da alta deste indexador, se não tiver nenhuma aplicação ou receita sensível ao mesmo. Poderá, entretanto, proteger-se, ao contratar um swap, por meio do qual ela ficará ativa no percentual do DI do empréstimo e passiva em taxa prefixada. Desta forma, pode-se dizer que a empresa prefixou seu custo de empréstimo por meio do uso de um swap.

4.4-Mercado de Opções

No Mercado de Opções é negociado o direito de compra ou de venda de algum ativo, numa data futura, por preço pré-determinado, denominado preço de exercício.

Os contratos de opções envolvem basicamente dois participantes: o titular e o lançador da opção.

O titular compra do lançador da opção o direito de comprar ou vender algum ativo numa data futura, por um preço pré-determinado. Para obter esse direito, o titular da opção paga ao lançador um valor chamado prêmio da opção.

Já o lançador da opção vende ao titular o direito de comprar ou vender algum ativo, numa data futura por um preço pré-determinado, porém o lançador tem uma obrigação para com o titular da opção, ou seja, uma vez que o titular resolver exercer o seu direito, o lançador tem a obrigação de cumprir o contrato. Para assumir essa obrigação o lançador recebe, em data presente, do titular um valor, o prêmio da opção.

Existem dois tipos de Opções:

Opção de Compra: denominada também como Call, é a opção que fornece ao titular o direito de comprar o ativo objeto e ao lançador, a obrigação de vendê-lo. Os titulares de uma opção de compra são indivíduos que desejam comprar um ativo em uma data futura, garantindo o preço máximo do ativo (preço de exercício).

Os lançadores são indivíduos que serão possuidores do ativo objeto em uma data futura e assumem a obrigação de vendê-lo na data do exercício, em troca do pagamento presente de um prêmio.

Opção de Venda: denominada também como Put, é a opção que fornece ao titular o direito de vender o ativo objeto e ao lançador, a obrigação de comprá-lo. Os titulares de uma opção de venda são indivíduos que desejam vender um ativo em uma data futura, garantindo o preço mínimo de venda do ativo (preço de exercício).

Os lançadores são indivíduos que serão compradores do ativo objeto em uma data futura e assumem a obrigação de comprá-lo na data do exercício, em troca do pagamento presente de um prêmio.

Além disto, as opções também são classificadas com relação ao prazo de exercício em duas categorias:

-Opções Americanas: Opções que dão ao titular o direito de exercício até a data de vencimento.

-Opções Européias: Opções que dão ao titular o direito de exercício apenas na data de vencimento.

A principal distinção entre os Mercados Futuros e os Mercados de Opções é que nos primeiros, tanto comprador como vendedor, possuem obrigações e no segundo, uma das partes possui uma obrigação (lançador) e a outra um direito (titular).

Por exemplo a compra de uma Call (opção de compra) para vencimento em 20 de junho de 2004 com preço de exercício R$ 2.500,00, pagando um prêmio de R$ 100,00.

O comprador da opção (titular), estará adquirindo o direito (mas não a obrigação), de comprar um determinado ativo por R$ 2.500,00. O vendedor da opção (lançador) estará assumindo a obrigação de vender o ativo. Para assumir essa obrigação, o lançador recebeu do titular um valor presente de R$ 100,00 (prêmio).

Para este contrato temos três seguintes situações possíveis:

-O valor do ativo objeto é superior ao preço de exercício

O valor do ativo objeto na data do exercício seja de R$ 2.800,00. Esse valor é maior do que o preço de exercício somado ao prêmio (R$ 2.500,00 + R$100,00 = R$ 2.600,00), logo o titular exercerá o seu direito, pois dessa forma ele estará obtendo um ganho líquido de R$ 200,00 (R$ 2.800,00 - R$ 2.600,00 = R$ 200,00).

-O valor do ativo objeto é inferior ao preço de exercício

O valor do ativo objeto no Mercado à vista na data de exercício seja de R$2.200,00. Nesse caso o valor do ativo objeto no Mercado à vista é inferior ao preço de exercício somado ao prêmio (R$ 2.300,00 + R$ 100,00 = R$ 2.400,00). Nesse caso a opção não será exercida porque o comprador poderá comprar o ativo no mercado à vista por um preço inferior ao preço de exercício. O titular abrirá mão do seu direito perdendo apenas R$ 100,00 (prêmio da opção).

-O valor do ativo objeto é igual ao preço de exercício

O valor à vista do ativo objeto seja de R$ 2.500,00. O preço à vista do ativo é igual ao de exercício. Nesta situação, será indiferente para o titular, exercer a opção ou não.

Com estas três situações possíves as opções podem ser classificadas de acordo com a relação do preço de exercício com o preço à vista do ativo, conforme a tabela a seguir:

Classificação	Call	Put
Dentro do dinheiro	Preço do Exercício menor que o Preço à Vista	Preço de Exercício maior que o Preço à Vista
No dinheiro	Preço de Exercício igual ao Preço à Vista	Preço de Exercício igual ao Preço à Vista
Fora do dinheiro	Preço de Exercício maior que o Preço à Vista	Preço de Exercício menor que o Preço à Vista

Portanto, na situação *A* do exemplo da seção anterior, classificamos a opção como “Fora do dinheiro”, na situação *B* como “Dentro do dinheiro” e na situação *C* como “No dinheiro”.

O valor de uma opção é calculado a partir de diversas variáveis, e uma delas de interesse particular para este trabalho: a volatilidade do ativo.

4.5- PRECIFICAÇÃO DE OPÇÕES

O prêmio de uma opção é determinado pelas expectativas dos participantes bem como pelo comportamento de um conjunto de variáveis. O grande desafio é a mensuração e avaliação dessas varáveis.

Na Tabela abaixo estão relacionadas as cinco variáveis que influenciam o prêmio de uma opção:

Nome da Variável	Sigla
Preço do Ativo	***S***
Taxa Juros de Mercado	**r**
Preço de Exercício	**K**
Volatilidade do Ativo	**σ**

A relação entre as variáveis e o preço de uma opção não é linear, nem de fácil visualização. A solução da precificação de opções foi desenvolvida por Black e Scholes no artigo “*The Pricing of Options & Corporate Liabilities*” em 1973.

4.6- BLACK SCHOLES

O principal pressuposto do modelo de Black-Scholes é o fato do preço do ativo S seguir um movimento browniano geométrico com média constante μ e volatilidade σ:

$$dS_t = \mu S_t\,dt + \sigma S_t\,dW_t$$

De acordo com o modelo de Black Scholes, o preço V_t do derivativo de um ativo com um processo S_t se comporta de acordo com a seguinte equação diferencial parcial:

$$\frac{\partial V}{\partial t} + \frac{1}{2}\sigma^2 S^2 \frac{\partial^2 V}{\partial S^2} + rS\frac{\partial V}{\partial S} - rV = 0,$$

onde r é a taxa de juros livre de risco.

A equação acima leva à seguinte formula para o preço de uma opção Call européia com preço de exercício K em uma ação que está sendo negociada a um preço *S*, ou seja, o direito de comprar a ação a um preço K depois de T anos. A taxa de juros é *r*, e a volatilidade da ação é dada por σ:

$$C(S,T) = S\Phi(d_1) - Ke^{-rT}\Phi(d_2)$$

onde

$$d_1 = \frac{\ln(S/K) + (r + \sigma^2/2)T}{\sigma\sqrt{T}}$$
$$d_2 = \frac{\ln(S/K) + (r - \sigma^2/2)T}{\sigma\sqrt{T}} = d_1 - \sigma\sqrt{T}.$$

Onde Φ é a função cumulativa da distribuição normal.

O desenvolvimento formal do modelo está no Anexo 1.

Pelo exposto temos que todas as variáveis necessárias à precificação de opções são dados de mercado, com excessão de uma variável: a volatilidade. Ou seja, se temos o valor da opção e os valores das variáveis disponibilizadas no mercado, podemos saber qual a volatilidade prevista pelos participantes do mercado.

Todos os parâmetros no modelo, exceto a volatilidade, são observáveis. Isto indica que existe uma relação de um a um entre o preço da opção e a volatilidade

4.7-Considerações Finais

Foi visto neste capítulo as principais características dos contratos derivativos, que são instrumentos desenvolvidos para negociar o risco.

Dentre os contratos derivativos estão os futuros, swaps e opções. As opções são os contratos de maior interesse deste trabalho, pois em seu método de precificação é necessário que seja inserida a volatilidade futura do ativo.

Através do método de precificação das opções é possível ter qual a volatilidade considerada no momento da negociação deste contrato, ou seja, a informação do especialista. A partir deste informação podemos estabelecer uma metodologia de estimação do Value at Risk que contemple tanto os preços históricos do ativo como também a opinião dos especialista sobre a volatilidade futura deste ativo.

Este método de estimação é descrito no próximo capítulo.

5-VALUE AT RISK BAYESIANO

Neste capítulo são apresentados os conceitos fundamentais da Inferência Bayesiana e como esta pode ajudar na estimação do Value at Risk

5.1- Inferência Bayesiana

Segundo Gelman e Rubin (2000, pg 4) "*a inferência estatística está preocupada em tirar conclusões, de dados numéricos, sobre quantidades que não são observadas"*.

Ou seja, alguns dados são observados de modo a tirar conclusões sobre o processo que deu origem a estes dados.

A Inferência Bayesiana é uma abordagem estatística onde toda forma de incerteza é expressada em termos de probabilidade. A inferência Bayesiana é uma inferência estatística onde a evidência, ou as observações, é utilizada para atualizar ou inferir a probabilidade de uma hipótese ser verdadeira. O nome "Bayesiana" vem do uso do teorema de Bayes no processo de inferência, teorema este criado pelo reverendo Thomas Bayes.

Para facilitar o entendimento, será utilizado o seguinte exemplo:

Um analista de crédito "acredito" que um cliente possa não ser caloteiro. Baseado na sua experiência, no seu conhecimento sobre o mercado e nas informações dadas pelo cliente ele assume que a probabilidade do cliente ser inadimplente é 0,7. A quantidade de interesse desconhecida é o indicador de inadimplência

$$\theta = \begin{cases} 1, & ina\dim plente \\ 0, & bom\ \ pagador \end{cases}$$

Para aumentar sua quantidade de informação sobre a qualidade de crédito do cliente o analista aplica um teste $\boldsymbol{X}$ relacionado com $\boldsymbol{\theta}$ através da distribuição

p(x=1| θ=0)=0,40 e p(x=1| θ=1)=0,95

e o resultado do teste foi positivo ($X = 1$).

É bem intuitivo que a probabilidade de inadimplência deve ter aumentado após este resultado e a questão aqui é quantificar este aumento. Usando o teorema de Bayes segue que:

$$P(\theta = 1 \mid X = 1) \propto l(\theta = 1; X = 1)p(\theta = 1) = (0,95)(0,7) = 0,665$$

$$P(\theta = 0 \mid X = 1) \propto l(\theta = 0; X = 1)p(\theta = 0) = (0,40)(0,3) = 0,120.$$

A constante normalizadora é tal que p(θ=0 | x=1)+ p(θ=1| x=1)=1 , i.e., k(0,665)+k(0,120)=1 e k=1/0,785. Portanto, a distribuição a posteriori de θ é

$$P(\theta = 1 \mid X = 1) = 0,665/0,785 = 0,847$$

$$P(\theta = 0 \mid X = 1) = 0,120/0,785 = 0,153.$$

O aumento na probabilidade de inadimplência não foi muito grande porque a verossimilhança L(θ=0; x=1) também era grande (o modelo atribuia uma plausibilidade grande para $\theta = 0$ mesmo quando $X = 1$). Ou seja, a chance do cliente ser inadimplente passou de 0,7 para 0,847.

Como pode ser observado, toda inferência se dá através da fórmula de Bayes:

p(θ| x)= [p(x | θ) p(θ)]/ p(x)

Os dois principais fatos da inferência Bayesiana são que a quantidade de interesse θ é dada por uma probabilidade condicional aos dados disponíveis, e o uso de prioris, ou seja, conhecimento prévio sobre o problema que não está incluído nos dados analisados.

5.2- Volatilidade Implícita como Priori

De acordo com Ehlers (2003) a utilização de informação a priori em inferência Bayesiana requer a especificação de uma distribuição a priori para a quantidade de interesse θ. Esta distribuição deve representar (probabilisticamente) o conhecimento que se tem sobre θ antes da realização do experimento.

A informação a priori a ser utilizada para a estimação do VaR será a volatilidade implícita de contratos de opções.

5.3-Desenvolvimento Analítico

Segundo Kalatziz et al (2006) no modelo clássico a única informação para a estimação dos parâmetros e inferência provém das informações contidas nos dados, no bayesiano reconhecem-se duas fontes de informações: os dados e outra não contidas nos dados, a *priori*. Através da combinação de ambas as informações obtém-se a função densidade de probabilidade a posteriori

As densidades a posteriori para os parâmetros em questão podem ser calculadas utilizando algoritmos de simulação através do método de Monte Carlo por Cadeia de Markov (MCMC).

Uma abordagem que facilita a análise é a utilização de prioris conjugadas. A idéia é que as distribuições a priori e a posteriori pertençam a mesma classe de distribuições e assim a atualização do conhecimento que se tem de θ envolve apenas uma mudança nos hiperparâmetros (os parâmetros da *priori*).

Para o caso específico deste trabalho o objetivo é estimar apenas volatilidade dos dados, ou seja, a média é conhecida e a variância desconhecida.

Supondo que os dados tenham como distribuição $N(\theta, \sigma^2)$, com θ conhecido e σ^2 desconhecido. Neste caso a função de densidade conjunta é dada por, substituindo $\phi = \sigma^{-2}$.

$$p(x|\theta,\phi) \propto \phi^{n/2} \exp\left\{\frac{-\phi}{2}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \theta)^2\right\}$$

Assumindo uma distribuição gama para a *priori* teremos:

$$p(\phi) = \frac{\beta^{\alpha}}{\Gamma(\alpha)} \phi^{\alpha-1} \exp\{-\beta\phi\}$$

Com isto a distribuição a *posteriori* será dada por:

$$p(\phi|x) \propto \phi^{n/2} \exp\left\{\frac{-\phi}{2}\sum_{i=1}^{n}(x_i-\theta)^2\right\}\phi^{\alpha-1}\exp\{-\beta\phi\}$$
$$= \phi^{n/2+\alpha-1}\exp\left\{\frac{-\phi}{2}\sum_{i=1}^{n}(x_i-\theta)^2-\beta\phi\right\}$$
$$= \phi^{n/2+\alpha-1}\exp\left\{\frac{-\phi}{2}\left(\sum_{i=1}^{n}(x_i-\theta)^2+\beta\right)\right\}$$

$$p(\phi|x) \sim Gama\left(n/2+\alpha, \sum_{i=1}^{n}(x_i-\theta)^2-\beta\right)$$

Com a distribuição a *posteriori* do parâmetro em questão, a precisão, apenas necessitamos do valor esperado, que será dado por:

$$E(\phi) = \int_0^{\infty} \phi \frac{\left(\sum_{i=1}^{n}(x_i-\theta)^2-\beta\right)^{n/2+\alpha}}{\Gamma(n/2+\alpha)} \phi^{n/2+\alpha-1}\exp\left\{\frac{-\phi}{2}\left(\sum_{i=1}^{n}(x_i-\theta)^2+\beta\right)\right\}d\phi$$

$$= \frac{\left(\sum_{i=1}^{n}(x_i-\theta)^2-\beta\right)^{n/2+\alpha}}{\Gamma(n/2+\alpha)} \int_0^{\infty} \phi^{n/2+\alpha}\exp\left\{\frac{-\phi}{2}\left(\sum_{i=1}^{n}(x_i-\theta)^2+\beta\right)\right\}d\phi$$

$$= \frac{\left(\sum_{i=1}^{n}(x_i-\theta)^2-\beta\right)^{n/2+\alpha}}{\Gamma(n/2+\alpha)} \frac{\Gamma(n/2+\alpha+1)}{\left(\sum_{i=1}^{n}(x_i-\theta)^2-\beta\right)^{n/2+\alpha+1}}$$

$$= \frac{n/2+\alpha}{\Gamma(n/2+\alpha)} \frac{\Gamma(n/2+\alpha)}{\left(\sum_{i=1}^{n}(x_i-\theta)^2-\beta\right)} = \frac{n/2+\alpha}{\left(\sum_{i=1}^{n}(x_i-\theta)^2-\beta\right)}$$

Com isso temos que a distribuição a posteriori precisão, isto é o inverso da variância $\phi = \sigma^{-2}$, será dada por uma distrbuição gama.

O cálculo do VaR será dado da mesma forma do método Delta Normal,

$$BVaR = \alpha \sigma_B X$$

onde X é o total investido, α é o nível de confiança e σ a volatilidade estimada pelo método Bayesiano.

5.7-Considerações Finais

Neste capítulo foram mostrados a idéia básica da inferência bayesiana, a utilização da priori em conjunto com os dados para a estimação de parâmetros.

A partir deste conceito foi desenvolvido um método bayesiano para estimação do Value at Risk, considerando que a distribuição do retornos seja normal e que a distribuição da volatilidade implícita seja gama.

Com estes pressupostos a distribuição a posteriori da quantidade de interesse, o risco do ativo, tem uma forma fechada. Esta característica é extremamente importante, pois dispensa o uso de métodos de simulação para a estimação.

No próximo capítulo é analisada a performance deste método em comparação aos métodos atuais.

6-EXPERIMENTO

O intuito deste trabalho é analisar a aplicabilidade de uma estimação bayesiana do Value at Risk e sua performance.

Para analisar o desempenho da estimativa do VaR utilizando informações a *priori* primeiramente estimamos o VaR com todos os métodos descritos até o momento. Na tabela abaixo estão calculados os valores do VaR para um dia, com 95% de confiança, para um investimento de $100. (Os códigos utilizados no software R para a estimação destes valores estão no Apêndice C)

	95%	
Método	**IBM**	**EXXON**
Delta	1.22	1.67
SimHist	1.19	1.21
MC	3.26	2.86
GARCH	3.48	2.86
EVT	2.56	2.03

Neste momento é necessário estimar o VaR com o método Bayesiano. O primeiro passo é analisar a informação contida nos contratos de opções das ações da IBM e da Exxon. O cálculo da volatilidade implícita é feito através do Matlab (Apêndice B), e o histograma dos resultados é apresentado na figuras 13 e 14. Destes contratos são extraídas as estimativas de volatilidade da ação para os próximos 30 dias

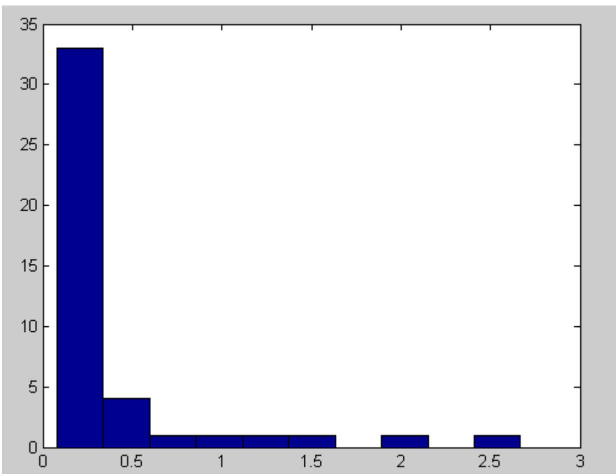

Figura 13: Volatilidade Implícita IBM

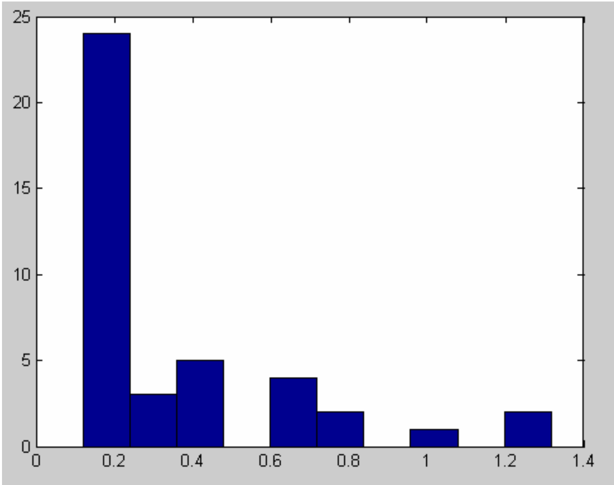

Figura 14: Volatilidade Implícita Exxon

Apesar das figuras darem um indicativo da distribuição Exponencial como forma funcional da distribuição da volatilidade implícita, o modelo necessita da distribuição da precisão (o inverso do desvio padrão), que são apresentados nas figura 15 e 16.

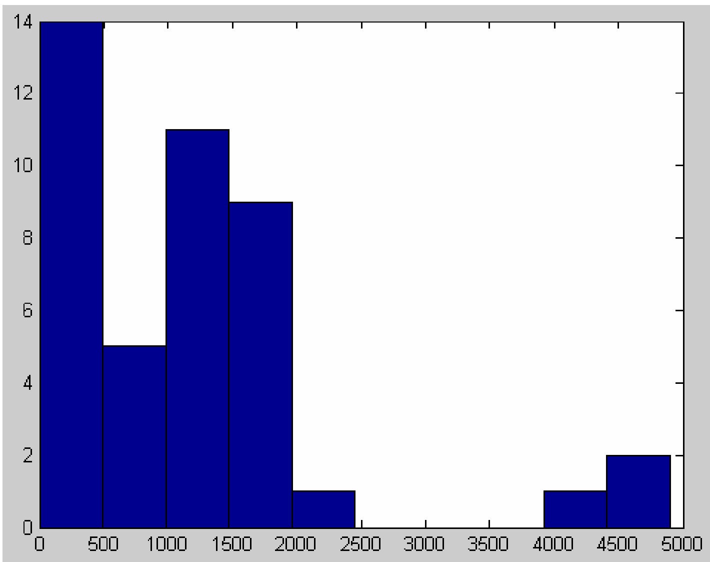

Figura 15: Precisão IBM

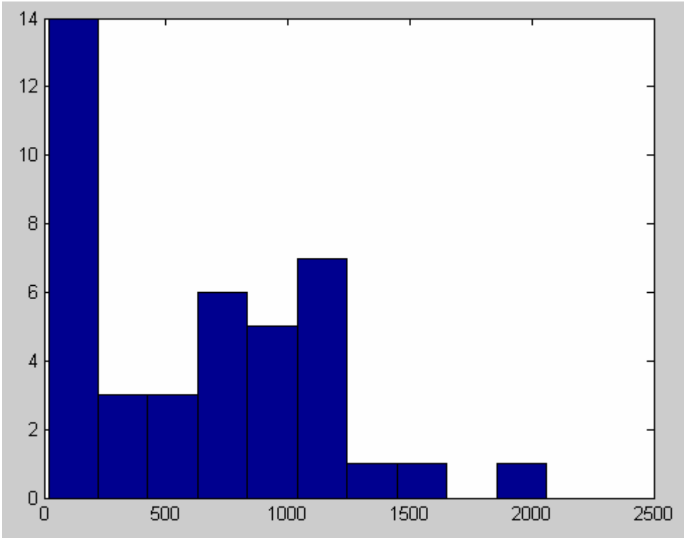

Figura 16: Precisão Exxon

Assim como na distribuição da volatilidade, na distribuição da precisão também há um indicativo da distribuição exponencial como forma funcional, o que é extremamente interessante, dado que a distribuição exponencial é um caso particular da distribuição gama (α=1). Portanto será assumida a distribuição exponencial como priori na estimação do VaR.

Seguindo os passos exemplificados na seção anterior o VaR estimado, para 1 dia com 95% de confiança, será dado por:

	95%	
BvaR	1.78	1.97

Feitas as estimações, o próximo passo é avaliar o desempenho das mesmas. Para tanto foi medido o número de excessões (perda maior que o VaR estimado) no período de 30 dias seguintes à estimação.

Como o intervalo de confiança é de 95% o número aceitável de excessões é de 1.5 (30 dias x (1-0.95)). Abaixo segue o número de excessões por tipo de estimação.

EXCESSÕES		
Método	**IBM**	**EXXON**
Delta	4	3
SimHist	3	3
MC	0	0
GARCH	0	0
EVT	0	1
BvaR	1	2

Pela tabela pode-se notar que os métodos Delta e Simulação Histórica não apresentaram um bom desempenho, dado que o número de excessões ocorridas foi o dobro da esperada (1.5). Os métodos de Monte Carlo e Garch não apresentaram nenhuma excessão em ambas ações. O método EVT apresentou uma excessão na ação da Exxon, já o método Bayesiano teve uma excessão na ação da IBM e duas excessões na Exxon.

Apesar da primeira impressão ser que os melhores métodos são o Monte Carlo e o Garch, não podemos deixar de analisar o fato que quanto maior o VaR estimado, maior o capital a ser alocado. Com isto temos que analisar se o VaR foi superestimado, gerando custos maiores de alocação de capital.

Na tabela abaixo está o quanto o VaR estimado foi maior ou menor que a maior perda ocorrida no período de análise.

Método	IBM	EXXON
Delta	-39%	-27%
SimHist	-41%	-47%
MC	62%	25%
GARCH	73%	25%
EVT	28%	-12%
BvaR	-14%	-19%

Pela tabela acima fica evidente que houve o VaR nos métodos de Monte Carlo e Garch foram superestimados, correspondendo a mais de 25% do pior resultado ocorrido.

Desta maneira a alocação não é eficiente, sendo necessária uma estimativa que o se aloque o menor capital possível e o número de excessões não ultrapasse o máximo estipulado no intervalo de confiança.

Seguindo este critério o método Bayesiano tem o melhor desempenho, pois proporciona uma boa estimativa, não excedendo a perda máxima em número maior que o permitido e ao mesmo tempo não permitindo que seja alocado capital em excesso.

Para analisar foram realizadas as simulações de 100.000 trajetórias de preços de 30 dias.

Para cada trajetória foram analisados o número de excessões ocorridas para cada método de estimação do VaR e também o quanto o valor estimado do VaR está maior ou menor que a pior perda ocorrida.

Os resultados estão nas Figuras 17 a 20 a seguir:

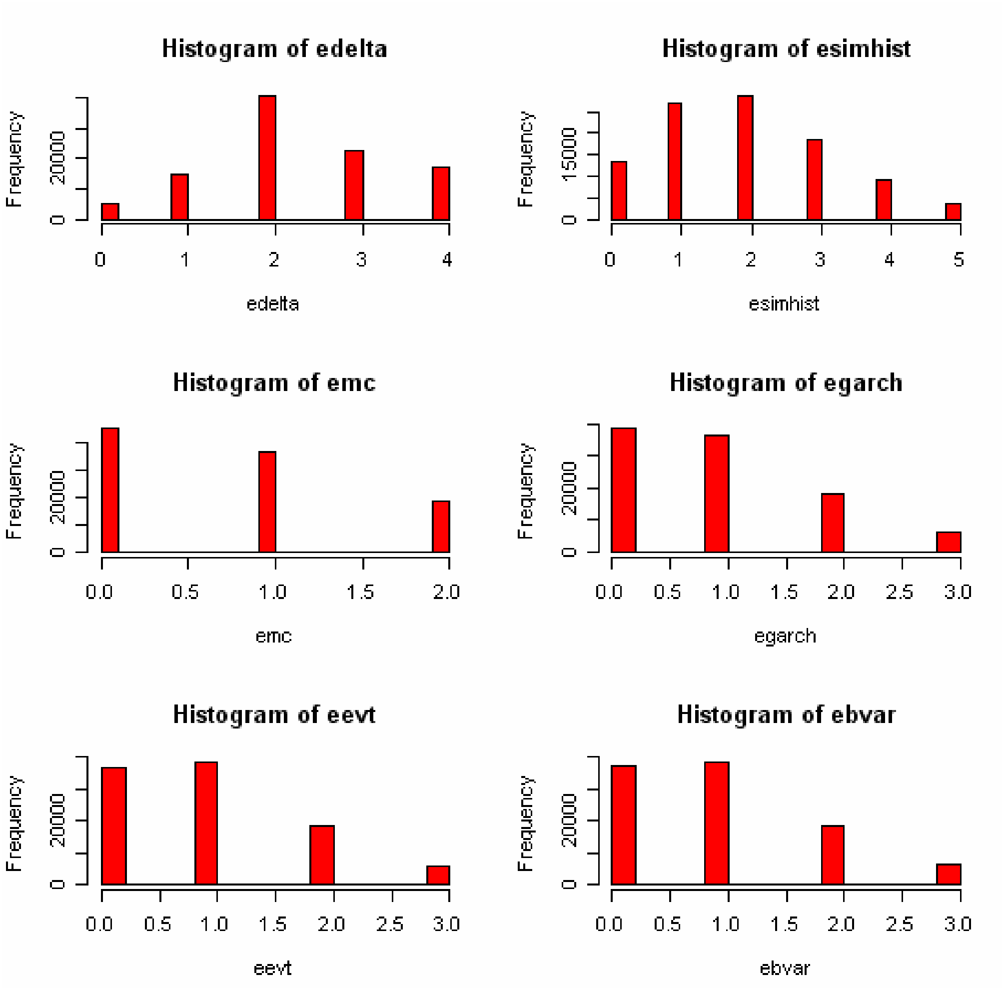

Figura 17: Histogramas das Excessões da ação da IBM por método

Pela Figura 17 temos novamente o indicativo de uma boa performance do método de Monte Carlo (emc), onde o máximo de excessões ocorridas é 2, seguido pelos métodos Garch, EVT e BvaR, todos com o máximo de 3 excessões.

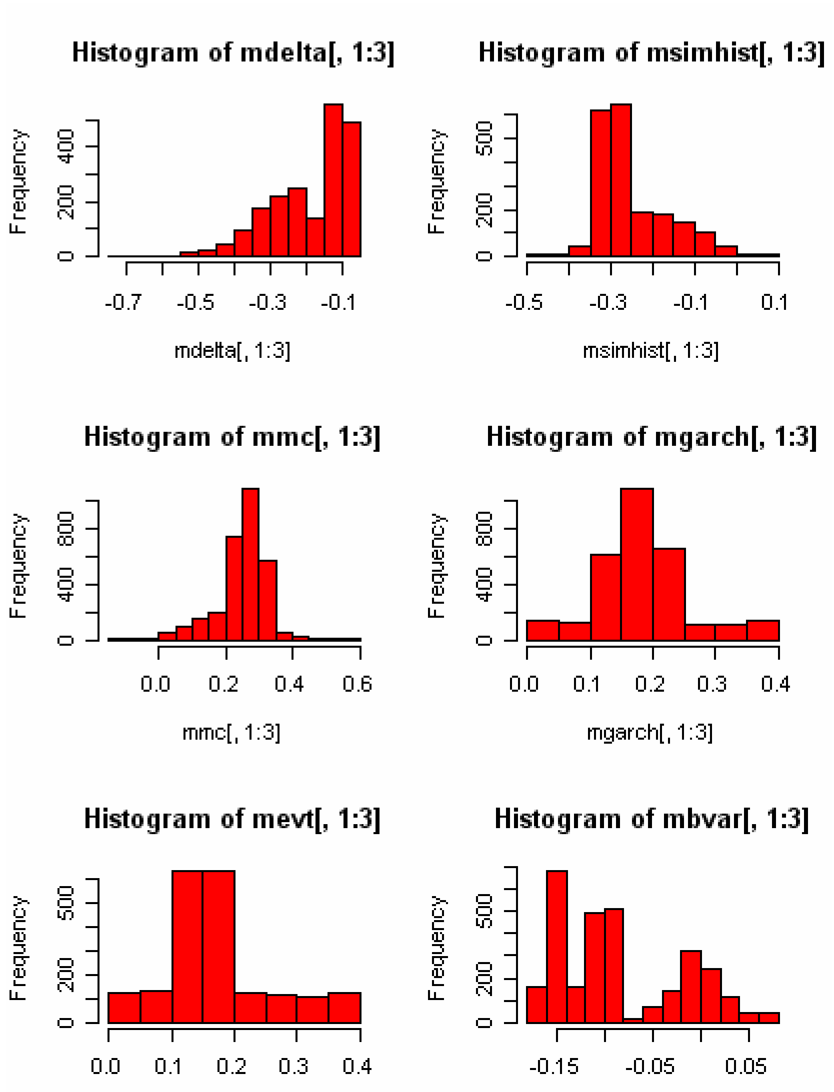

Figura 18: Histogramas do VaR/Perda Máxima da ação da IBM por método

Pela figura 19 pode-se notar que, de todos o métodos com boa perfomance, apenas o método Bayesiano (BVaR) apresenta a estimativa do VaR não foi sistematicamente superestimada.

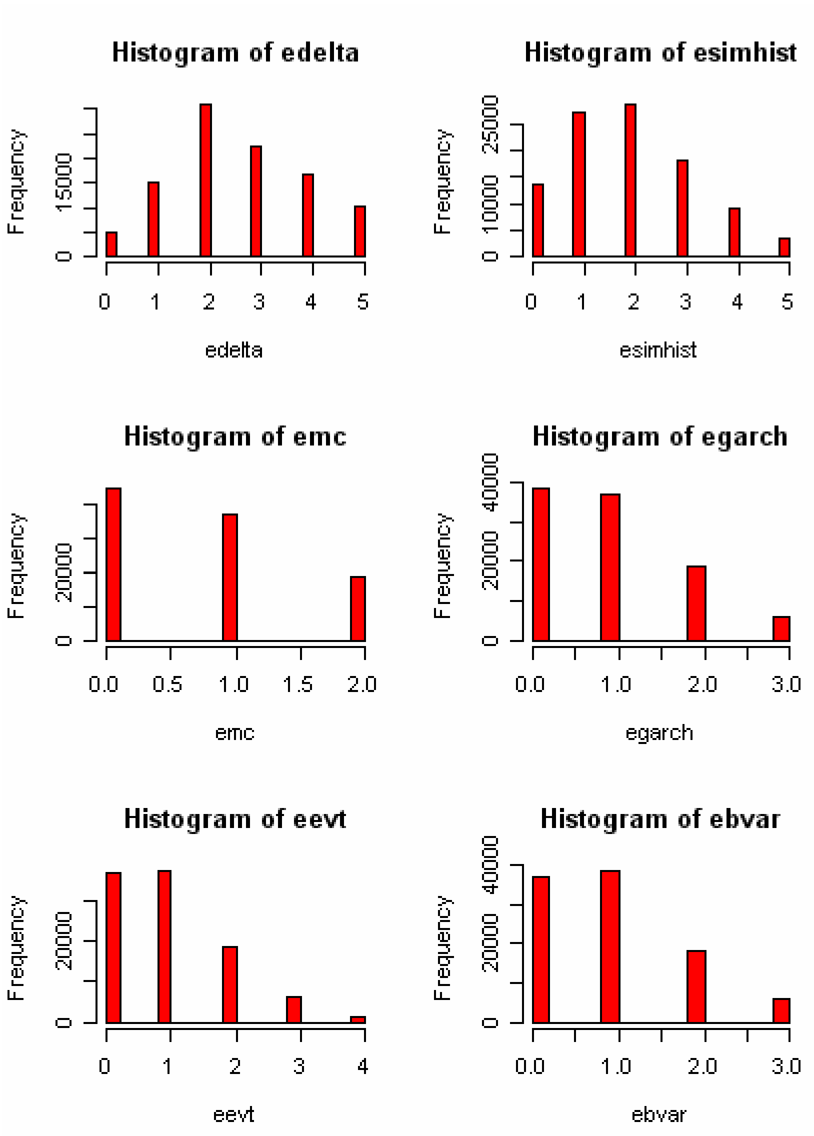

Figura 19: Histogramas das Excessões da ação da Exxon por método

Os resultados da açoa da Exxon são muito parecidos com os da IBM, com diferênca que o método EVT chegou a ter casos com 4 excessões e o método Delta 5 excessões.

O método de estimação com menor número de excessões continua sendo o método de Monte Carlo, seguido pelo Garch e Bayesiano (ambos com até 3 excessões)

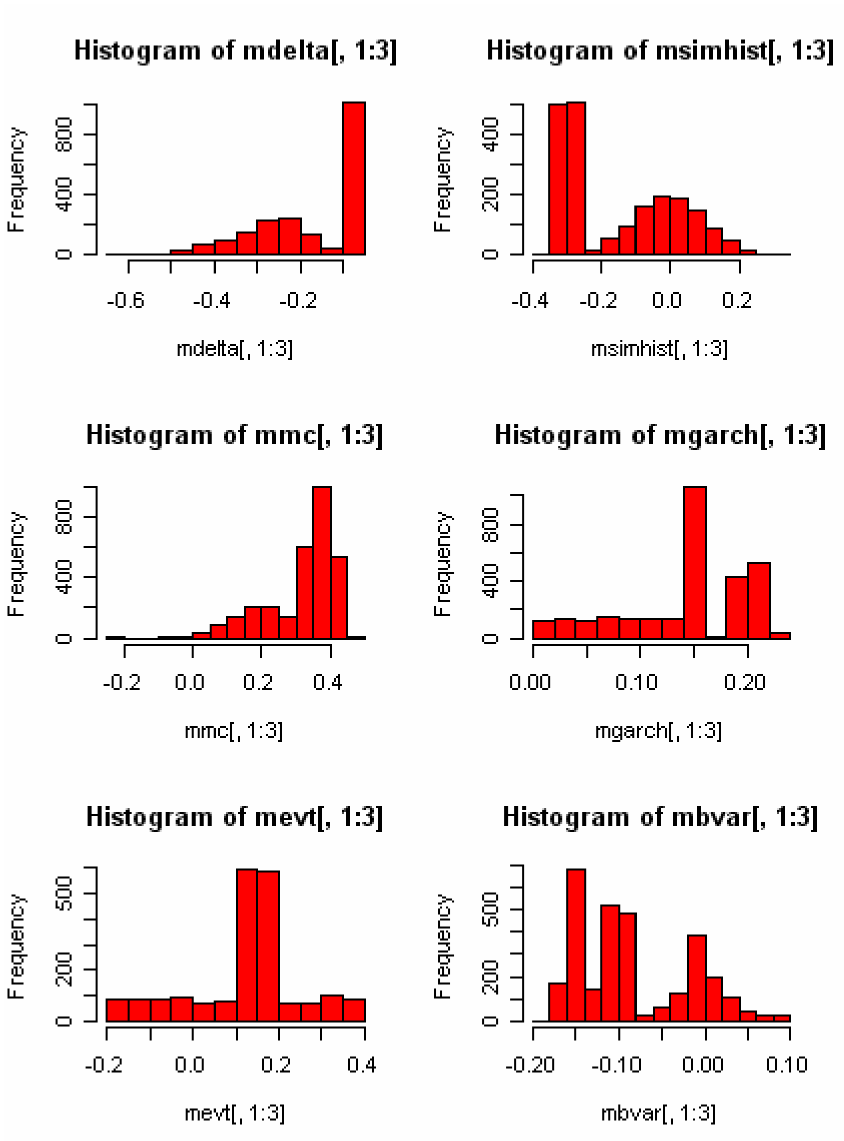

Figura 20: Histogramas das Excessões da ação da Exxon por método

Assim como na ação da IBM, temos que o método de Monte Carlo superestima o VaR, gerando uma alocação de capital desnecessária. O método Garch também apresenta uma superstimação do VaR, já o método Bayesiano não tem este problema.

7-CONSIDERAÇÕES FINAIS

Dentro da área de risco o Value at Risk é a medida mais utilizada como critério de mensuração de riscos. Uma grande quantidade de métodos de estimação foi desenvolvida para o cálculo, cada qual com suas particularidades.

O fator comum aos métodos desenvolvidos é que todos lidam apenas com a informação passada, o histórico de preços dos ativos.

A proposta deste trabalho foi trazer a possibilidade de agregar novas fontes de informações ao processo de estimação do VaR, utilizando a inferência Bayesiana. Os dados considerados aqui foram a volatilidade implícita dos contratos de opções.

Apesar da utilização de pressupostos simplificadores, o processo de estimação Bayesiano apresentou um bom desempenho. Isto pode ser observado na tabela abaixo onde é apresentado o montante de capital a menos que o método bayesiano exigiria em relação aos métodos tradicionais.

Diferença	IBM	EXXON
MC	45,4%	31,1%
GARCH	48,9%	31,1%
EVT	30,5%	3,0%

Os pressupostos, como distribuição normal dos retornos e distribuição exponencial da priori, foram escolhidos por conveniência analítica, ficando como sugestão para trabalhos futuros a avaliação de outras distribuições para os dados e para a *priori.*

Referências Bibliográficas

[1]-Riskmetrics, Technical Document,1996. Fourth Edition. JP Morgan/Reuters.

[2]Value at Risk: A Nova Fonte de Referência para o Controle de Riscos Financeiros. Philipe Jorion, 1999.

[3] Basel II: International Convergence of Capital Measurement and Capital Standards. Bank for International Settlements, 2005.

[4] Wikipedia: http://en.wikipedia.org/wiki/Risk_management, acessado em 15/03/2006.

[5] Artzner, P., F. Delbaen, J. M. Eber, and D. Heath. 1997. Thinking coherently. *Risk* 10 (November): 68-71.

[6] The R Project for Statistical Computing: http://www.r-project.org

[7] Kaufmann, R., Gadmer, A. & Klett, R. (2001). Introduction to dynamic financial analysis, *ASTIN Bulletin* **31**(1), 213–249.

[8]Albrecht;P. Risk Based Capital, 2004. Institute for Insurance Science, University of Mannheim. Germany]

[9] Albrecht,P. Risk Measures. Encyclopedia of Actuarial Sciences, 2004. John Wiley & Sons.

[10] Duarte Jr,. A.M. ,Lélis,R.J., Alocação de Capital em Bancos no Brasil. Revista Tecnologia de Crédito Serasa,julho 2002

[11] Risk Management: A Pratical Guide, 1999. First Edition. RiskMetrics Group.

[12] Jorion, P.;Value at Risk: A Nova Fonte de Referência para o Controle de Riscos Financeiros.1999

[13] Fulda,M. 2002. Casando Investimentos as Necessidades dos Planos. Revista Investidor Institucional, número 115.

[14] Damodaran,A. Corporate Finance, Theory and Pratice. 3 edição. John Wiley & Sons.

[15] Copeland,T., Koller, T., Murrin, J.; Valuation, Measuring and Managing the Value of Companies, 3 ed 2002. John Wiley & Sons..

[16] Scollnick,D. P. M. Actuarial Modelling with MCMC and BUGS. North American Actuarial Journal, Volume 5, Number 2.

[17] ClearHorizon, Technical Document 1999. First Edition. RiskMetrics Group

[18] IOSCO: http://www.iosco.org , acessado em 01/08/2006.

[19] Saad,N.; Ribeiro, C.O.; Modelos Determinísticos de Gestão de Ativo/Passivo: Uma Aplicação no Brasil. Revista Contabilidade Finanças – USP.Janeiro/Abril 2004. n.34 pp 50-62.

[20] COSO: http://www.coso.org , acessado em 14/08/2006

[21] Banco Central do Brasil. Resolução 2682. Publicada em 21 de Dezembro de 1999.

[22] Banco do Brasil. Relatório Anual de 2005.

[23] Banco Central do Brasil. Relatório de Estabilidade Financeira, Maio 2006.

[24] Banco Central do Brasil. Resolução 3.380. Publicada em 29 de Junho de 2006.

[25] Bollerslev,T. "Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity", Journal of Econometrics, 31:307-327, 1986

[26] Engle, R. "Autoregressive Conditional Heteroscedasticity with Estimates of Variance of United Kingdom Inflation", Econometrica 50:987-1008, 1982.

[27] Embrechts,P.; Klüppelberg, C.; Mikosh,T. Modelling Extremal Events for Insurance and Finance. 1997, Springer

[28] Markowitz, Harry M.(1952). Portfolio selection, Journal of Finance, 7 (1), 77-91

[29] Kalatzis, A.; Azzoni, C.; Achcar, J.(2006). Uma abordagem bayesiana para decisões de investimentos, Pesquisa Operacional . vol.26 no.3

ANEXO 1

Sendo V uma opção sobre S—matematicamente V é uma função de S e t. $V(S, t)$ é o valor da opção no tempo t se o preço da ação no tempo t é S. Para determinar o valor é necessário saber como o valor da ação evolui no tempo. Utilizando o Lema de Itô para duas variáveis temos:

$$dV = \left(\mu S \frac{\partial V}{\partial S} + \frac{\partial V}{\partial t} + \frac{1}{2}\sigma^2 S^2 \frac{\partial^2 V}{\partial S^2}\right) dt + \sigma S \frac{\partial V}{\partial S}\, dW.$$

Agora considerando uma estratégia na qual se tem uma opção e negocia continuamente a ação de modo a ter $-\partial V/\partial S$ ações. No tempo t, o valor dessa estratégia será

$$\Pi = V - S\frac{\partial V}{\partial S}.$$

A composição deste portifólio, chamado delta-hedge irá variar a cada variação do tempo. Seja R o lucro ou perda acumulados nesta estratégia. Então sobre o período de tempo $[t, t + dt]$, o lucro ou perda instantânea será

$$dR = dV - \frac{\partial V}{\partial S}\, dS.$$

O que, substituindo os termos, se torna:

$$dR = \left(\frac{\partial V}{\partial t} + \frac{1}{2}\sigma^2 S^2 \frac{\partial^2 V}{\partial S^2}\right) dt.$$

A equação não contém o termo dW, isto é, a estratégia é totalmente sem risco. Então a taxa de retorno deste portifólio deve ser igual à taxa de retorno de qualquer ativo sem risco. Assumindo que a taxa de retorno sem risco é dada por r devemos ter sobre o período de tempo $[t, t + dt]$

$$r\Pi\, dt = dR = \left(\frac{\partial V}{\partial t} + \frac{1}{2}\sigma^2 S^2 \frac{\partial^2 V}{\partial S^2}\right) dt.$$

Onde substituindo Π e dividindo por dt obtemos a EDP de Black–Scholes :

$$\frac{\partial V}{\partial t} + \frac{1}{2}\sigma^2 S^2 \frac{\partial^2 V}{\partial S^2} + rS\frac{\partial V}{\partial S} - rV = 0.$$

$$x = \ln(S/K) + (r - \sigma^2/2)(T - t)$$
$$\tau = T - t$$
$$u = Ve^{r(T-t)}.$$

Então a EDP de Black–Scholes se torna a equação de difusão

$$\frac{\partial u}{\partial \tau} = \frac{\sigma^2}{2}\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}.$$

A condição terminal $V(S,T) = \max(S - K,0)$ agora se torna a condição inicial

$$u(x,0) = u_0(x) \equiv K\max(e^x - 1,0).$$

Resolvendo a equação de difusão temos:

$$u(x,\tau) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi\tau}}\int_{-\infty}^{\infty} u_0(y)e^{-(x-y)^2/(2\sigma^2\tau)}\,dy.$$

Que pode ser escrita como

$$u(x,\tau) = Ke^{x+\sigma^2\tau/2}\Phi(d_1) - K\Phi(d_2)$$

onde

$$d_1 = \frac{x + \sigma^2\tau}{\sigma\sqrt{\tau}}$$
$$d_2 = \frac{x}{\sigma\sqrt{\tau}}$$

onde Φ é a função cumulativa da distribuição normal

Substituindo u, x, e τ, obtemos o valor de uma opção Call:

$$V(S,t) = S\Phi(d_1) - Ke^{-r(T-t)}\Phi(d_2)$$

onde

$$d_1 = \frac{\ln(S/K) + (r + \sigma^2/2)(T - t)}{\sigma\sqrt{T - t}}$$
$$d_2 = d_1 - \sigma\sqrt{T - t}.$$

ANEXO 3

```
############################
##### Cálculo do VaR ########
############################

############# Leitura dos dados ############

dados=read.table("C:/dados.txt", header=T)
dados=data.frame(dados)

########### Delta Normal ###############

delta=1.65*sd(dados)

########## Simulação Histórica #############

simhistIBM=quantile(dados[,1], 0.05)
simhistXOM=quantile(dados[,2], 0.05)

########### Monte Carlo ###################

mcIBM=0
mcXOM=0

mcIBM=data.frame(mcIBM)
mcXOM=data.frame(mcXOM)

for (i in 1:1000)
{
mcIBM[1,i]=105.31
mcXOM[1,i]=83.17
}

sdibm=sd(dados[,1])
sdxom=sd(dados[,2])

for (i in 1:1000)
{
for (j in 2:30)
mcIBM[j,i]=mcIBM[j-1,i]*exp(sdibm*rnorm(1))
}

for (i in 1:1000)
{
```

```
for (j in 2:30)
mcXOM[j,i]=mcXOM[j-1,i]*exp(sdxom*rnorm(1))
}

mcibm=0
mcxom=0
mcibm=data.frame(mcibm)
mcxom=data.frame(mcxom)

for (i in 1:1000)
{
mcibm[i,1]=quantile(mcIBM[,i],0.05)
mcxom[i,1]=quantile(mcXOM[,i],0.05)
}
MCIBM=mean(mcibm[,1])
MCXOM=mean(mcxom[,1])


############### GARCH ##############

library(tseries)
library(fSeries)

garchibm=garch(dados[,1], order=c(1,1))
garchxom=garch(dados[,2], order=c(1,1))

garchSim(model = list(omega = 9.337e-5, alpha = 1.041e-1, beta = 3.826e-
14), n = 100)

garchIBM=0
garchXOM=0
garchIBM=data.frame(garchIBM)
garchXOM=data.frame(garchXOM)

for (i in 1:1000)
{
garchIBM[1,i]=105.31
garchXOM[1,i]=83.17
}


for (i in 1:1000)
{
a=garchSim(model = list(omega = 9.337e-5, alpha = 1.041e-1, beta = 3.826e-
14), n = 29)
a=data.frame(a)
for (j in 1:29)
garchIBM[j+1,i]=garchIBM[j,i]*(1+a[j,1])
}
```

```
for (i in 1:1000)
{
a=garchSim(model = list(omega = 1.209e-4, alpha = 5.689e-15, beta =
4.987e-2), n = 29)
a=data.frame(a)
for (j in 1:29)
garchXOM[j+1,i]=garchXOM[j,i]*(1+a[j,1])
}

garchibm=0
garchxom=0
garchibm=data.frame(garchibm)
garchxom=data.frame(garchxom)


for (i in 1:1000)
{
garchibm[i,1]=quantile(garchIBM[,i],0.05)
garchxom[i,1]=quantile(garchXOM[,i],0.05)
}
GARCHIBM=mean(garchibm[,1])
GARCHXOM=mean(garchxom[,1])


###############  EVT ###############

library(fExtremes)

evtibm=gevFit(dados[,1])
evtxom=gevFit(dados[,2])

############### CVaR ################

cvar=2.06*sd(dados)
```