

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO CARLOS**  
**CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E DE TECNOLOGIA**  
**PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM CONSTRUÇÃO CIVIL**

**“ANÁLISE DA ESTABILIDADE DE ESTRUTURAS PRÉ-MOLDADAS DE  
CONCRETO: INFLUÊNCIA DAS LIGAÇÕES SEMI-RÍGIDAS”**

**ANTONIO CARLOS JEREMIAS JÚNIOR**

**São Carlos**

**2007**

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO CARLOS**  
**CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E DE TECNOLOGIA**  
**PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM CONSTRUÇÃO CIVIL**

**“ANÁLISE DA ESTABILIDADE DE ESTRUTURAS PRÉ-MOLDADAS DE  
CONCRETO: INFLUÊNCIA DAS LIGAÇÕES SEMI-RÍGIDAS”**

**ANTONIO CARLOS JEREMIAS JÚNIOR**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós Graduação em Construção Civil da Universidade Federal de São Carlos, como parte dos requisitos para obtenção do título de Mestre em Construção Civil.

**Área de Concentração:** Sistemas Construtivos de Edificações

**Orientador:** Prof. Dr. Marcelo de Araújo Ferreira

**São Carlos**

**2007**

**Ficha catalográfica elaborada pelo DePT da  
Biblioteca Comunitária da UFSCar**

J55ae

Jeremias Júnior, Antonio Carlos.

Análise da estabilidade de estruturas pré-moldadas de concreto : influência das ligações semi-rígidas / Antonio Carlos Jeremias Júnior. -- São Carlos : UFSCar, 2007.  
193 f.

Dissertação (Mestrado) -- Universidade Federal de São Carlos, 2007.

1. Concreto pré-moldado. 2. Ligações semi-rígidas. 3. Estabilidade global. I. Título.

CDD: 624.183414 (20<sup>a</sup>)



**UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO CARLOS**

Centro de Ciências Exatas e de Tecnologia

Departamento de Engenharia Civil

**Programa de Pós-Graduação em Construção Civil**

Via Washington Luís, Km 235 - CEP: 13.565-905 - São Carlos/SP/Brasil

Fone(16) 3351-8262- Ramal: 232 - Fax (16) 3351-8259

Site: [www.ppgciv.ufscar.br](http://www.ppgciv.ufscar.br) Email: [ppgciv@power.ufscar.br](mailto:ppgciv@power.ufscar.br)

**"ANÁLISE DA ESTABILIDADE DE ESTRUTURAS PRÉ-MOLDADAS DE  
CONCRETO: INFLUÊNCIA DAS LIGAÇÕES SEMI-RÍGIDAS"**

**ANTÔNIO CARLOS JEREMIAS JÚNIOR**

Dissertação de Mestrado defendida e aprovada em 30 de agosto de 2007

Banca Examinadora constituída pelos membros:

---

**Prof. Dr. Marcelo de Araújo Ferreira**  
Departamento de Engenharia Civil/PPGCIV/UFSCar  
Orientador

---

**Prof. Dr. Mounir Khalil El Debs**  
Departamento de Engenharia de Estruturas/EESC/USP  
Examinador Externo

---

**Prof. Dr. Jasson Rodrigues de Figueiredo Filho**  
Departamento de Engenharia Civil/PPGCIV/UFSCar  
Examinador Interno

**À minha mulher Thays, ao  
meu filho Enzo e à minha  
filha Larissa.**

## **AGRADECIMENTOS**

---

À Deus, sempre em primeiro lugar, pelo Seu amor que me conforta e me fortalece para nunca esmorecer e seguir adiante.

À minha mulher Thays Corato Jeremias, pela paciência e consciência de que os momentos de convívio com a família que eu sacrifiquei valeram a pena, além de me apoiar com seu amor e carinho.

Aos meus pais Antonio Carlos Jeremias e Maria Aparecida Toloí Jeremias, que sempre me proporcionaram estudo de primeira qualidade e me incentivaram.

Ao meu orientador e amigo Marcelo de Araujo Ferreira, batalhador e conquistador, pela sua inestimável contribuição de conhecimento e material, bem como pela compreensão do tempo reduzido de dedicação devido ao meu trabalho.

Ao professor e amigo Roberto Chust Carvalho, que cumpre com maestria a designação que recebeu de Deus de ser professor, por sua sabedoria e experiência.

Ao professor Alex Sander Clemente de Souza por sua grande contribuição no exame de qualificação.

À Usicon Indústria de Pré-Moldados de Américo Brasiliense, na pessoa do arquiteto Rodolpho César Magalhães, por acreditar no meu potencial.

Ao meu amigo José André Berghelli pela sua contribuição no desenho das figuras.

Ao meu amigo Sérgio Zavatti pela sua ajuda na revisão do *Abstract*.

Aos colegas Jovair e Adriano por suas companhias durante um ano, pelas caronas e por nossas conversas sobre engenharia.

Ao professor Mounir Khalil El Debs por sua análise ao meu trabalho e por sua contribuição valiosa nas revisões e no meu aprimoramento.

Ao professor Jasson Rodrigues de Figueiredo Filho por sua análise ao meu trabalho e por sua contribuição valiosa nas revisões e no meu aprimoramento.

Aos professores do Programa de Pós-Graduação em Construção Civil da UFSCar pelo precioso aprendizado que adquiri.

À Solange, secretária do PPGCIV, pelo apoio, incentivo e pelo seu alto astral contagiante.

Aos colegas do NETPRE pelo convívio agradável nos momentos em que estive no laboratório.

## RESUMO

---

JEREMIAS JR., A. C. **Análise da estabilidade de estruturas pré-moldadas de concreto: influência das ligações semi-rígidas.** São Carlos. 2007. 193f. Dissertação (mestrado em construção civil) – Universidade Federal de São Carlos. São Carlos, 2007.

Esta pesquisa compreende o estudo dos procedimentos de análise da estabilidade global em estruturas pré-moldadas considerando o efeito das ligações semi-rígidas. Foi realizada uma revisão dos critérios e diretrizes de projeto em estruturas pré-moldadas necessárias no procedimento de verificação da estabilidade global recomendada pela NBR 6118. Além disto, procurou-se identificar situações particulares em que a análise das estruturas pré-moldadas se diferencia da análise das estruturas moldadas no local. Tal discussão é relevante no momento da publicação da nova NBR-9062, onde o efeito do comportamento das ligações viga-pilar deve ser considerado na análise da estabilidade global. Nos estudos realizados, o efeito de pórtico proporcionado pelas ligações viga-pilar resistentes à flexão mostrou-se um método de contraventamento adequado desde que seja analisada a interdependência de vários fatores como o número de pavimentos, a rigidez e a fissuração de pilares e vigas e o fator de restrição à rotação  $\alpha_R$ . Finalmente, são apresentados exemplos de aplicação numérica com o intuito de orientar o projetista de estruturas pré-moldadas na análise de estruturas com ligações semi-rígidas.

**Palavras-chave:** concreto pré-moldado, estabilidade global, ligações semi-rígidas.

## ABSTRACT

---

JEREMIAS JR., A. C. **Analysis of the stability of precast concrete frames: influence of the semi-rigid connections.** São Carlos. 2007. 193f. Dissertação (mestrado em construção civil) – Universidade Federal de São Carlos. São Carlos, 2007.

This research comprehends a study of the analysis procedures of the global stability in precast concrete structures, considering the effect of the semi-rigid connections. A Look over in the standards and directives of the precast structures project was necessary specifically on the procedures of global stability verification, recommended by the NBR 6118. Besides, it was looked to identify particular situations where the analysis of the precast concrete structures differentiates of the analysis of the structures cast in place. Such discussion is relevant at the moment of the publication of the new NBR 9062, where the effect of the behavior of the beam-to-column connections must be considered in the analysis of the global stability. In the carried through studies, the frame action proportionate by the bending moment resistant beam-to-column connections is a efficient method of bracing of the structure since that the interdependence of some factors is analyzed as the number of the floors, the stiffness and the cracking of columns and the beams and the fixity factor  $\alpha_R$ . Finally, examples of numerical application are presented with intention to guide the designer of precast concrete structures in the analysis of structures with semi-rigid connections.

**Keywords:** *precast concrete structures, global stability, semi-rigid connections.*

# SUMÁRIO

---

<b>1. INTRODUÇÃO .....</b>	<b>1</b>
1.1. Colocação do problema e justificativa.....	1
1.2. Objetivos .....	5
1.3. A importância do estudo de ligações.....	5
1.4. Apresentação da Dissertação.....	11
<b>2. ANÁLISE DE ESTRUTURAS COM LIGAÇÕES SEMI-RÍGIDAS .....</b>	<b>13</b>
2.1. Filosofias de projeto de ligações .....	13
2.2. Análise Linear de Estruturas com Ligações Semi-rígidas .....	20
2.3. Análise Não Linear de Estruturas com Ligações Semi-rígidas .....	30
2.4. Modelo analítico para determinação do comportamento semi-rígido.....	34
<b>3. ESTABILIDADE E EFEITOS DE 2<sup>A</sup> ORDEM .....</b>	<b>45</b>
3.1. Efeitos globais, locais e localizados de 2 <sup>a</sup> ordem.....	46
3.2. Estruturas de nós fixos e estruturas de nós móveis (estruturas indeslocáveis e estruturas deslocáveis).....	47
3.3. Contraventamento.....	47
3.4. Processos aproximados para a consideração dos esforços globais de 2 <sup>a</sup> ordem.....	48
3.4.1. Parâmetro de instabilidade $\alpha$ .....	48
3.4.2. Coeficiente $\gamma_z$ .....	49
3.5. A Estabilidade Global em Estruturas Pré-Moldadas.....	52
3.5.1. Mecanismos de Contraventamento.....	54

3.5.2.	Estabilidade Temporária.....	56
<b>3.6.</b>	<b>Estruturas Pré-Moldadas não Contraventadas.....</b>	<b>60</b>
3.6.1.	Pilares agindo como vigas em balanço.....	60
3.6.2.	Efeito de pórtico.....	61
<b>3.7.</b>	<b>Estruturas Pré-Moldadas Contraventadas.....</b>	<b>62</b>
3.7.1.	Ação de parede de cisalhamento (contraventamento).....	63
3.7.2.	Núcleos centrais e Poços de Elevadores.....	65
<b>3.8.</b>	<b>Ação de diafragma das lajes de piso.....</b>	<b>66</b>
<b>3.9.</b>	<b>Arranjos para o sistema de estabilização.....</b>	<b>69</b>
<b>3.10.</b>	<b>Integridade estrutural (prevenção do colapso progressivo).....</b>	<b>73</b>
<b>3.11.</b>	<b>Efeito das Ligações no Comportamento Global da Estrutura.....</b>	<b>76</b>
3.11.1.	Classificação das ligações semi-rígidas.....	78
3.11.2.	Exemplo Numérico.....	81
<b>3.12.</b>	<b>Processo Simplificado para Obtenção da Deslocabilidade de 1ª Ordem da Estrutura Pré-Moldada com Ligações Semi-Rígidas.....</b>	<b>89</b>
<b>3.13.</b>	<b>Análise da Estabilidade na NBR-9062:2005.....</b>	<b>93</b>
<b>4.</b>	<b>PROCEDIMENTOS PARA PROJETO DE LIGAÇÕES SEMI-RÍGIDAS</b>	<b>115</b>
4.1.	Consideração Simultânea da Resistência e da Rigidez.....	117
4.2.	Roteiro para projeto de ligações semi-rígidas em estruturas de concreto (vigas semi-contínuas).....	117
4.3.	Esbeltez em Traves Deslocáveis com Ligações Semi-Rígidas.....	129
4.3.1.	Exemplo de aplicação do ábaco.....	133
<b>5.</b>	<b>EXEMPLOS DE APLICAÇÃO.....</b>	<b>136</b>

<b>5.1. Exemplo de Análise da Estabilidade de Estrutura Pré-Moldada com Ligações Semi-Rígidas utilizando software de livre veiculação (Ftool) e modelo simplificado de cálculo.....</b>	<b>136</b>
5.1.1. Modelo Simplificado de correção de inércia para simulação de ligação semi-rígida para esforços de vento. ....	145
5.1.2. Comparação do modelo simplificado (rodado no Ftool) com modelo de aplicação de mola no pórtico rodado no programa Strap v.12 .....	145
5.1.3. Determinação do Coeficiente $\gamma_z$ .....	148
<b>5.2. Exemplo de Análise da Estabilidade de uma Estrutura Pré-Moldada de 9 Pavimentos. ..</b>	<b>153</b>
5.2.1. Obtenção das rigidezes dos pórticos.....	153
5.2.2. Obtenção do quinhão de carregamento de vento para cada pórtico.....	159
5.2.3. Cálculo das cargas de vento para os pórticos .....	161
5.2.4. Determinação dos carregamentos verticais .....	165
5.2.5. Cálculo do $\gamma_z$ para a estrutura com ligações rígidas .....	166
5.2.6. Contraventamento por efeito de pórtico com ligações viga-pilar resistentes à flexão em S.R.=50%.....	167
5.2.7. Contraventamento por efeito de pórtico com ligações viga-pilar resistentes à flexão e vigas protendidas (com cálculo da ligação semi-rígida e da fissuração).....	169
5.2.8. Análise da estrutura com o acréscimo de 10 cm na altura das vigas .....	179
<b>6. CONCLUSÕES .....</b>	<b>184</b>
6.1. Considerações gerais.....	184
6.2. Considerações específicas .....	184
6.2.1. Sobre o efeito das ligações no comportamento global da estrutura.....	184
6.2.2. Sobre a análise do projeto de ligações típicas .....	186
6.2.3. Sobre os exemplos de aplicação .....	188
6.3. Sugestões para trabalhos futuros.....	188
<b>7. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....</b>	<b>190</b>

## LISTA DE FIGURAS

---

Figura 1.1: Edifício construído pela Reago em São Carlos em 1987.....	3
Figura 1.2: Edifício construído pela T&A em 2005.....	3
Figura 1.3: Edifício construído pela Protendit em 2005.....	3
Figura 1.4: Ligação projetada inicialmente como articulada [ELLIOTT, 2005]. .....	4
Figura 1.5: Ligação com resistência à flexão (semi-rígida) [ELLIOTT, 2005]. .....	4
Figura 1.6: Estrutura pré-moldada semi-contínua [ELLIOTT, 2005]. .....	4
Figura 1.7: Pórtico deslocável ensaiado durante o programa PRESSSS nos EUA [HAWKINS ET AL]. .....	7
Figura 1.8: Diagrama de momento fletor com ligações articuladas.....	10
Figura 1.9: Diagrama de momento fletor com ligações semi-rígidas.....	10
Figura 1.10: Diagrama de momento fletor com ligações rígidas .....	10
Figura 1.11: Efeito da ligação na estrutura [ABCIC].....	11
Figura 2.1: Modelo com molas nas extremidades da viga [MONFORTON & WU (1963)]. .....	21
Figura 2.2: Linearização da relação momento-rotação por meio da rigidez secante [NBR-9062:2005]. .....	22
Figura 2.3: Analogia da Viga-Conjugada [MONFORTON & WU (1963)]. .....	24
Figura 2.4: Fator de restrição à rotação [NBR-9062:2005].....	25
Figura 2.5: Viga com ligações semi-rígidas com carregamento uniformemente distribuído.....	27

Figura 2.6: Momentos no vão e no apoio de vigas com ligações semi-rígidas .....	28
Figura 2.7: Representação dos tipos de resposta da rigidez à flexão em uma ligação viga-pilar.....	31
Figura 2.8: Panorama de fissuração no programa ANSYS [ARAÚJO, 2006].....	32
Figura 2.9: Análise nodal (processamento interno do programa ANSYS) [ARAÚJO, 2006].....	32
Figura 2.10: Consideração da não linearidade na ligação e nos elementos de concreto.	33
Figura 2.11: Variações na consideração do comprimento de embutimento $l_e$ [FERREIRA, 2003]. .....	37
Figura 2.12: Regiões de distúrbio na extremidade de ligações viga x pilar [FERREIRA, 2003].....	38
Figura 2.13: Procedimento teórico para projeto de ligações semi-rígidas [FERREIRA, 2003].....	39
Figura 2.14: Comportamento de uma ligação rígida. ....	41
Figura 2.15: Comportamento não recomendado para uma ligação semi-rígida.....	41
Figura 2.16: Comportamento ideal de uma ligação semi-rígida. ....	42
Figura 2.17: Interação entre a curva momento-rotação e a <i>beam-line</i> . ....	43
Figura 2.18: Critérios de resistência e rigidez. ....	43
Figura 3.1: Esquema estrutural de prédio alto [CARVALHO, 2002]. ....	46
Figura 3.2: Efeitos da ligação sobre a rigidez lateral de estrutura pré-fabricada [FERREIRA, 2005]. .....	53
Figura 3.3: Montagem da estrutura [ELLIOTT, 2005]. ....	59

Figura 3.4: Ligações engastadas entre os pilares pré-moldados e fundações [ABCIC]..	60
Figura 3.5: Configuração deformada da estrutura não contraventada.....	61
Figura 3.6: Configuração deformada de uma estrutura com ligações resistentes à flexão. .....	62
Figura 3.7: Deformada principal da estrutura contraventada. ....	63
Figura 3.8: Painel soldado [ELLIOTT, 2005]. ....	64
Figura 3.9: Painel com armadura de espera [ELLIOTT, 2005].....	64
Figura 3.10: Ação nos planos das paredes pré-moldadas.....	64
Figura 3.11: Exemplo de núcleo central pré-moldado [ABCIC].....	65
Figura 3.12: Núcleo central pré-fabricado [ELLIOTT, 2005].....	65
Figura 3.13: Princípio da ação de diafragma nos pisos pré-moldados [ABCIC]. ....	66
Figura 3.14: Sistema de contraventamento no plano horizontal. ....	67
Figura 3.15: Distribuição das forças no diafragma do piso [ABCIC]. ....	67
Figura 3.16: Interação entre os pilares pelo efeito de diafragma dos elementos de cobertura [ABCIC]. ....	69
Figura 3.17: Exemplo de um diafragma de cobertura com lajes de concreto [ABCIC]..	70
Figura 3.18: Diagonais de aço para contraventamento da cobertura ou de estruturas da fachada [ABCIC].....	71
Figura 3.19: Paredes de contraventamento para equilibrar a posição excêntrica do núcleo [ABCIC].....	72
Figura 3.20: Tipos de tirantes (armadura de continuidade) em estruturas do esqueleto.	74

Figura 3.21: Colapso progressivo de painéis de fachada em “Ronan Point”, Londres, 1968 [ELLIOTT, 2005].	76
Figura 3.22: Pórticos planos analisados (3, 5 e 7 pavimentos) com exceção do pórtico de 10 pavimentos.	82
Figura 3.23: Relação entre o coeficiente $\gamma_z$ e o fator de restrição $\alpha_R$ .	84
Figura 3.24: Momentos na base e deslocamentos para o pórtico de 3 pavimentos.	85
Figura 3.25: Momentos na base e deslocamentos para o pórtico de 5 pavimentos.	85
Figura 3.26: Momentos na base e deslocamentos para o pórtico de 7 pavimentos.	86
Figura 3.27: Variação da rigidez dos pilares para o pórtico de 5 pavimentos.	87
Figura 3.28: Correção da inércia da viga pré-moldada para levar em conta o efeito da ligação semi-rígida no comportamento do pórtico (rigidez lateral) sob ações horizontais (vento).	91
Figura 3.29: Pilares em balanço engastados na base [ABCIC].	94
Figura 3.30: Sistema estrutural com pilares engastados na base associados com vigas articuladas [C.E.U., São Paulo].	94
Figura 3.31: Estrutura contraventada por meio de núcleos e elementos de parede [ELLIOTT, 2005].	97
Figura 3.32: Estrutura pré-moldada em esqueleto com contraventamento em X [ELLIOTT, 2005].	97
Figura 3.33: Associação de pilares com painéis para formar paredes rígidas de contraventamento [ELLIOTT, 2005].	98

Figura 3.34: Associação de pilares com painéis para formar paredes rígidas de contraventamento [ELLIOTT, 2005].	98
Figura 3.35: Interação entre contraventamento vertical e a ação de diafragma em múltiplos pavimentos [ELLIOTT, 2005].	99
Figura 3.36: Ação de diafragma em lajes alveolares (com sistema de tirantes internos e perimetrais) [ELLIOTT, 2005].	100
Figura 3.37: Travamento provisório dos pilares durante a etapa da montagem [ELLIOTT, 2005].	102
Figura 3.38: Deslocabilidade e efeitos de 2ª ordem em pilares engastados na base [ELLIOTT, 2005].	104
Figura 3.39: Exemplos de danos nas ligações articuladas por impedimento às rotações relativas [ABCIC].	104
Figura 3.40: Efeito da ligação semi-rígida nos momentos e na deslocabilidade de 1ª ordem.	105
Figura 3.41: Fator de restrição à rotação [NBR-9062:2005].	107
Figura 3.42: Relação momento-rotação na ligação viga-pilar [NBR-9062:2005].	108
Figura 3.43: Situação em que $M_{Sd}$ pode exceder ao $M_{Rd}$ (ver diagrama C).	111
Figura 4.1: Armadura negativa de continuidade passante no pilar na altura da laje [BENTES, 2004].	118
Figura 4.2: Armadura negativa de continuidade passante no pilar na altura da capa [BENTES, 2004].	119
Figura 4.3: Tipologia para ligação viga-pilar resistente à flexão [MIOTTO, 2002].	119
Figura 4.4: Croqui da estrutura de referência.	120

Figura 4.5: Seções transversais da viga (apoio e vão).....	120
Figura 4.6: Interação Beam-Line e rigidez secante. ....	127
Figura 4.7: Variação das armaduras de acordo com a porcentagem de engastamento. ....	128
Figura 4.8: Deslocabilidade horizontal de trave com ligações viga-pilar semi-rígidas.....	130
Figura 4.9: Efeito da rigidez viga-pilar no comprimento efetivo de flambagem do pilar. .....	132
Figura 4.10: Efeito da rigidez relativa viga-pilar no momento na base do pilar. ....	132
Figura 4.11: Efeito da rigidez relativa viga-pilar na flecha horizontal da trave.....	133
Figura 5.1: Esquema estrutural de uma estrutura de 4 pavimentos estudada.....	136
Figura 5.2: Ligação viga pilar de extremidade (single-sided connector) e ligação viga pilar central (double-sided connector).....	137
Figura 5.3: Sistema de piso com laje alveolar protendida. ....	138
Figura 5.4: Carregamentos da situação articulada.....	139
Figura 5.5: Diagramas de momento fletor característico da etapa isostática. ....	139
Figura 5.6: Carregamento na etapa solidarizada. ....	140
Figura 5.7: Momentos elásticos característicos devido à sobrecarga (com ligações rígidas).....	141
Figura 5.8: Comparação de diagramas de momento fletor com ligações rígidas e semi- rígidas. ....	142
Figura 5.9: Carregamento de vento. ....	143
Figura 5.10: Diagrama de momentos com ligações rígidas (momentos elásticos). ....	144

Figura 5.11: Carregamento de vento com ligações semi-rígidas (com símbolo de molas). .....	144
Figura 5.12: Carregamento de vento no pórtico pelo programa <i>Strap</i> . .....	146
Figura 5.13: Comparação de diagramas de momento fletor dos dois modelos. ....	147
Figura 5.14: Deslocamentos devidos ao vento com nós rígidos.....	148
Figura 5.15: Deslocamentos devidos ao vento com nós semi-rígidos (50%).....	149
Figura 5.16: Cálculo do $\gamma_z$ na situação com nós rígidos. ....	150
Figura 5.17: Cálculo do $\gamma_z$ na situação com nós semi-rígidos.....	150
Figura 5.18: Vento com Majoração de $\gamma_z$ (Ligações SR-50%). ....	151
Figura 5.19: Momentos de 1 <sup>a</sup> + 2 <sup>a</sup> ordem nos Pilares: (ligações SR – 50%). ....	152
Figura 5.20: Planta do edifício de 9 pavimentos estudado.....	153
Figura 5.21: Pórtico 3.....	155
Figura 5.22: Deslocamento do pórtico 3 devido à carga fictícia.....	155
Figura 5.23: Pórtico 1.....	157
Figura 5.24: Deslocamento do pórtico 1 devido à carga fictícia.....	157
Figura 5.25: Pórtico 2.....	158
Figura 5.26: Deslocamento do pórtico 2 devido à carga fictícia.....	159
Figura 5.27: Carregamentos de vento nos pórticos.....	163
Figura 5.28: Deslocamentos gerados pelo carregamento de vento em cada pórtico.....	164
Figura 5.29: Sistema de piso com laje alveolar protendida.....	165
Figura 5.30: Tela do programa de ligações semi-rígidas do NETPRE / UFSCar.....	177

Figura 5.31: Tela do programa de ligações semi-rígidas do NETPRE / UFSCar. ....181

## LISTA DE TABELAS

---

Tabela 3.1: Classificação das Ligações Semi-Rígidas em Estruturas Pré-Moldadas [FERREIRA <i>et al.</i> (2002)].....	79
Tabela 3.2: Correção da inércia da viga pré-moldada em função de $\alpha_R$ .....	92
Tabela 4.1: Propriedades geométricas dos elementos e materiais.....	121
Tabela 4.2: Armaduras negativas e positivas de acordo com a porcentagem de engastamento.....	127
Tabela 5.1: Propriedades geométricas dos elementos e materiais.....	137
Tabela 5.2: Dados para cálculo da armadura positiva na estapa isostática.....	140
Tabela 5.3: Dados para cálculo da armadura positiva na etapa solidarizada (hiperestática).....	143
Tabela 5.4: Esforços verticais de projeto (combinação no E.L.U.).....	149
Tabela 5.5: Propriedades geométricas dos elementos e materiais do pórtico 3.....	154
Tabela 5.6: Propriedades geométricas dos elementos e materiais do pórtico 1.....	156
Tabela 5.7: Propriedades geométricas dos elementos e materiais do pórtico 2.....	158
Tabela 5.8: Cargas de vento para o pórtico 1.....	161
Tabela 5.9: Cargas de vento para o pórtico 2.....	161
Tabela 5.10: Cargas de vento para o pórtico 3.....	161
Tabela 5.11: Cálculo do $\gamma_Z$ com ligações rígidas do pórtico 3.....	166
Tabela 5.12: Cálculo do $\gamma_Z$ com ligações semi-rígidas SR=50%.....	167
Tabela 5.13: Cálculo do $\gamma_Z$ com ligações semi-rígidas SR=50% e pilar 75x75 cm.....	168

Tabela 5.14: Propriedades geométricas dos elementos e materiais na primeira etapa de carregamento .....	169
Tabela 5.15: Propriedades geométricas dos elementos e materiais na segunda etapa de carregamento .....	174
Tabela 5.16: Cálculo do $\gamma_Z$ com ligações semi-rígidas SR=58%. .....	178
Tabela 5.17: Propriedades geométricas dos elementos e materiais na primeira etapa de carregamento .....	179
Tabela 5.18: Propriedades geométricas dos elementos e materiais na segunda etapa de carregamento .....	180
Tabela 5.19: Cálculo do $\gamma_Z$ com ligações semi-rígidas SR=50% e viga de 75 cm. ....	182

## LISTA DE SÍMBOLOS

---

$A_h$	- Área da seção homogeneizada
$A_p$	- Área de armadura ativa
$A_s$	- Área de armadura
$A_{s,neg}$	- Área de armadura negativa
$A_{s,v\tilde{a}o}$	- Área de armadura passiva no vão
$b_w$	- Largura da seção transversal
$d$	- Altura útil da viga
$e_p$	- Excentricidade da armadura ativa
$E_c$	- Módulo de elasticidade do concreto
$E_{cs}$	- Módulo secante do concreto
$E_s$	- Módulo de elasticidade do aço
$(EI)_{sec}$	- Rigidez secante da ligação
$f_{cd}$	- Resistência á compressão de projeto do concreto
$f_{ck}$	- Resistência á compressão do concreto
$f_{ct}$	- Resistência á tração direta do concreto
$f_{ctm}$	- Resistência á tração média do concreto
$f_s$	- Tensão na armadura
$f_{yd}$	- Tensão de escoamento do aço
$f_{yk}$	- Tensão característica de escoamento do aço
$h$	- Altura da viga
$I$	- Momento de inércia
$I_{bruto}$	- Momento de inércia da seção bruta
$I_{eq,ext}$	- Momento de inércia equivalente na extremidade da viga
$I_{eq,v\tilde{a}o}$	- Momento de inércia equivalente no vão

$I_{eq,viga}$	- Momento de inércia equivalente na viga
$I_I$	- Momento de inércia do Estádio I
$I_{II}$	- Momento de inércia do Estádio II
$I_e$	- Comprimento de embutimento da armadura dentro do pilar
$I_p$	- Comprimento da região da ligação
$L$	- Comprimento da viga
$L_{ef}$	- Vão efetivo entre os apoios, distância entre centros de giros nos apoios
$M_a$	- Momento atuante
$M_E$	- Momento na extremidade da viga
$M_{E,Rig}$	- Momento na extremidade da viga com ligações rígidas
$M_{ENG}$	- Momento de engastamento perfeito
$M_{extr}$	- Momento na extremidade da viga
$M_{gl}$	- Momento devido ao peso próprio da viga e da laje
$M_{neg}$	- Momento negativo
$M_{pos}$	- Momento positivo
$M_r$	- Momento de fissuração
$M_{RC}$	- Momento resistente da ligação no limite do escoamento da armadura tracionada
$M_{rd}$	- Momento fletor resistente de cálculo
$M_{sd}$	- Momento fletor solicitante de cálculo
$M_R$	- Momento elástico (para ligações rígidas)
$M_u$	- Momento último
$M_{vão}$	- Momento no meio do vão da viga
$M_y$	- Momento resistente da ligação no limite de escoamento da armadura
$p$	- Carregamento distribuído
$P_1$	- Carregamento distribuído referente ao peso próprio da viga mais a laje

$P_2$	- Carregamento distribuído referente ao peso próprio da capa mais a sobrecarga
$R$	- Rigidez da ligação viga-pilar
$R_{sec}$	- Rigidez secante ao momento fletor da ligação viga-pilar
$x$	- Posição da linha neutra
$z$	- Distância entre o centro de gravidade da armadura ao centro de gravidade da região comprimida do concreto
$W_i$	- Módulo de resistência á flexão na borda inferior da viga
$W_s$	- Módulo de resistência á flexão na borda superior da viga
$y$	- Distância do centro de gravidade da seção a fibra mais tracionada
$\alpha$	- Fator que relaciona aproximadamente a resistência á tração na flexão com a resistência a tração direta
$\alpha_e$	- Relação entre os módulos de deformação longitudinal do aço e do concreto
$\alpha_R$	- Fator de restrição à rotação
$\phi$	- Rotação
$\sigma_p$	- Tensão de protensão

## 1. INTRODUÇÃO

---

### *1.1. Colocação do problema e justificativa*

A demanda por uma construção mais limpa e racional, com menos desperdício e melhor aproveitamento de recursos, requer preferencialmente a utilização de componentes e processos padronizados. Neste contexto, a pré-fabricação cumpre um papel essencial. O aumento da utilização do concreto pré-moldado em sistemas estruturais oferece a oportunidade para uma mudança significativa no processo de produção na construção civil, possibilitando uma obra limpa no canteiro com a montagem de componentes estruturais e subsistemas complementares. Entretanto, a conquista de uma parcela maior do mercado ainda é um desafio para o setor de pré-fabricados. Enquanto o emprego de componentes pré-moldados em subsistemas estruturais é bem aceito, como no caso de subsistemas para pisos, o uso de sistemas estruturais completos em concreto pré-moldado representa apenas uma pequena parcela dos sistemas estruturais para edificações com múltiplos pavimentos.

As estruturas pré-fabricadas em concreto possuem um comportamento diferente das estruturas moldadas no local, devido principalmente às ligações. Nas estruturas moldadas no local, as ligações são geralmente monolíticas o que não ocorre nas estruturas pré-fabricadas, modificando o comportamento perante à estabilidade da estrutura.

Particularmente nas estruturas reticuladas em concreto pré-moldado, a estabilidade global é grandemente influenciada pela resistência e rigidez à flexão das ligações viga-pilar. Partindo-se do princípio que a maior parte das ligações viga-pilar típicas possuam um engastamento parcial, as idealizações de projeto para articulação ou engastamento

perfeito podem ser inadequadas para a determinação dos efeitos de segunda ordem na estrutura.

Paralelamente, a busca contínua de uma modelagem estrutural mais realista tem apontado para uma consideração apropriada dos efeitos relacionados às não-linearidades que afetam significativamente o comportamento estrutural.

Na Europa é comum ter como filosofia de projeto de estruturas pré-fabricadas de múltiplos pavimentos (a partir de 4 pavimentos), a utilização de cálculos simplificados com a estrutura composta por ligações viga-pilar e pilar-fundação articuladas (gerando também facilidades de montagem - apesar de exigir um maior número de travamentos provisórios) com o contraventamento através de paredes de cisalhamento ou núcleos rígidos.

É de certa forma uma tendência nos países europeus, a utilização em estruturas pré-fabricadas, de peças robustas com taxas de aço relativamente baixas que demandam equipamentos de içamento pesados (com capacidade de 60 a 100 toneladas). Essa tendência existe porque o aço tem um custo mais elevado se comparado ao Brasil.

Entretanto no Brasil, a realidade é outra. A utilização de ligações semi-rígidas para garantir a estabilidade pelo efeito de pórtico já é uma realidade nacional. Na fig. 1.1 o edifício pré-fabricado pioneiro com 10 pavimentos foi construído pela Reago em 1987 na cidade de São Carlos (SP), onde foram empregadas vigas com ligações por meio de chapas soldadas para momentos positivos e negativos.



**Figura 1.1:** Edifício construído pela Reago em São Carlos em 1987.

Estruturas com ligações viga x pilar resistentes à flexão com armadura de continuidade nas ligações negativas e chapas soldadas nas ligações positivas têm sido muito utilizadas no Brasil (figuras 1.2 e 1.3).



**Figura 1.2:** Edifício construído pela T&A em 2005.

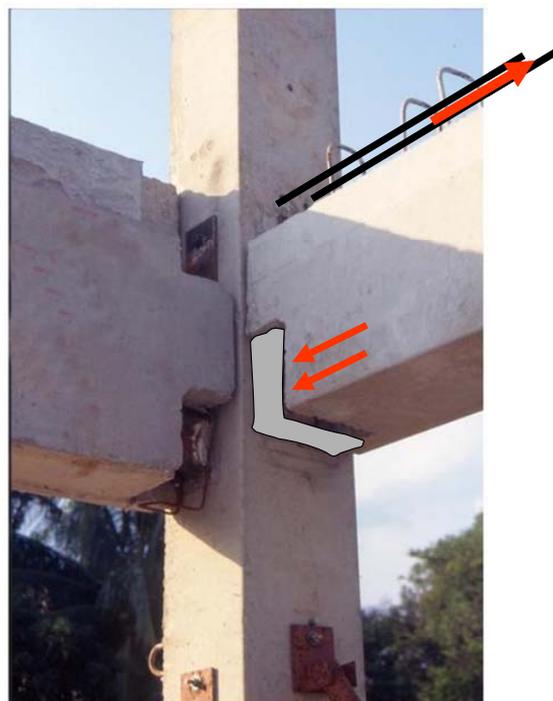


**Figura 1.3:** Edifício construído pela Protendit em 2005.

Através do posicionamento da armadura de continuidade mais o preenchimento com graute na ligação da fig. 1.4, obtem-se uma ligação com resistência à flexão ou ligação semi-rígida (fig. 1.5), classificando a estrutura como uma estrutura pré-moldada semi-contínua (fig. 1.6).



**Figura 1.4:** Ligação projetada inicialmente como articulada [ELLIOTT, 2005].



**Figura 1.5:** Ligação com resistência à flexão (semi-rígida) [ELLIOTT, 2005].



**Figura 1.6:** Estrutura pré-moldada semi-contínua [ELLIOTT, 2005].

O estudo da influência das ligações semi-rígidas na estabilidade de estruturas pré-fabricadas é de elevada importância visto sua ampla utilização no Brasil, apesar de ainda não se dispor de métodos e procedimentos perfeitamente definidos e consolidados.

### **1.2. Objetivos**

- Investigar o efeito das ligações semi-rígidas sobre o comportamento global da estrutura na redistribuição dos esforços e na deslocabilidade (estabilidade global), bem como os efeitos locais na viga.
- Pretende-se sistematizar métodos e procedimentos para a aplicação na análise e no projeto de ligações típicas entre elementos pré-moldados de concreto comumente utilizadas no cenário nacional. Será feita uma revisão sobre a bibliografia internacional relacionada às diretrizes de projeto de ligações, bem como uma análise sobre resultados de pesquisas recentes, os quais possam ser aplicados no projeto prático.
- Além do projeto das ligações, pretende-se avançar no estudo dos procedimentos de análise de estruturas pré-moldadas com ligações semi-rígidas, apresentando exemplos de aplicação numérica.

### **1.3. A importância do estudo de ligações**

A qualidade do projeto de um sistema estrutural depende do conhecimento que se tem quanto ao seu comportamento. No caso das estruturas pré-moldadas, o desempenho estrutural depende do comportamento das ligações. CHEOK & LEW (1991) e STANTON (1986) consideram que as ligações estão entre as principais dificuldades

técnicas para o desenvolvimento das estruturas pré-moldadas. Segundo estes autores, pela falta de conhecimento sobre as ligações, os sistemas estruturais pré-moldados em esqueleto são considerados com desempenho bem inferior quanto à estabilidade em relação às estruturas moldadas no local.

Segundo diferentes autores como BALLARIN (1993) e ELLIOTT (2003), a investigação acadêmica não tem acompanhado a expansão da indústria de pré-moldados. ELLIOTT (1998) aponta para a alienação das estruturas de concreto pré-moldado na normalização internacional, onde as comissões normativas não têm considerado os resultados de pesquisa disponíveis na literatura em benefício das estruturas pré-moldadas.

Nas décadas de 80 e 90, o PCI promoveu projetos temáticos sobre ligações viga-pilar. No PCI SPECIAL RESEARCH PROJECT N°. 1/4 foram ensaiadas diferentes ligações viga-pilar resistentes à flexão, cujos resultados estão apresentados em STANTON et al. (1986). As principais informações obtidas foram incluídas no *PCI Connection Details*. Na década de 90, o Programa PRESSS-PCI (*Precast Structural Seismic System*) realizou uma pesquisa sobre ligações especiais em zonas sísmicas, a qual envolveu várias universidades nos EUA, no Japão e na Nova Zelândia, sendo realizados ensaios de estruturas pré-moldadas com carregamentos cíclicos (fig. 1.7). A partir desse programa foram desenvolvidas ligações viga-pilar com protensão sem aderência (nas conexões negativas e positivas) na região da ligação para garantir que esta se comporte como uma mola elástica para ambos os sentidos dos esforços (momentos reversos). Deste modo, por causa das molas elásticas, as ligações apresentam uma boa capacidade de absorção de energia e não possuem o inconveniente de apresentar deformações residuais.



**Figura 1.7:** Pórtico deslocável ensaiado durante o programa PRESSS nos EUA [HAWKINS ET AL].

HAWKINS (2000) apresenta os principais resultados obtidos no PRESSS. O maior impacto deste programa foi a modificação do ACI 318-02, onde agora se permite a utilização das estruturas pré-moldadas em zonas sísmicas nos EUA, sem a necessidade de comprovações experimentais, desde que sejam utilizadas ligações semelhantes àquelas que foram ensaiadas PRESSS-PCI e que sejam seguidas as recomendações ali apresentadas.

O programa europeu COST ACTION C1: CONTROL OF THE SEMI-RIGID BEHAVIOUR OF CIVIL ENGINEERING STRUCTURAL CONNECTIONS promoveu um projeto temático sobre ligações semi-rígidas, onde a comissão WG-1 estudou as ligações em estruturas pré-moldadas. Os trabalhos experimentais envolveram várias universidades europeias ao longo de 10 anos, sendo que a University of Nottingham foi escolhida como “*centro referencial*” para ensaios de ligações viga-pilar. Os principais resultados destas pesquisas encontram-se nos anais das conferências

realizadas pelo COST C1 em 1992, 1994, 1996 e 1998 e no relatório final em COST C1 (1999).

Os programas de pesquisa do PCI e do COST-C1 constituem-se numa grande base de dados experimentais para o estudo do comportamento de ligações em estruturas pré-moldadas. Entretanto, estes resultados não geraram procedimentos para projeto e para análise de uma forma ampla e geral que considerem o comportamento semi-rígido das ligações, os quais possam ser incorporados nas normas e nos projetos.

No Brasil, com a revisão da norma NBR 9062 (ABNT, 1985) a partir de 2004, o tema sobre estabilidade global em estruturas pré-moldadas tornou-se bastante relevante, havendo a necessidade de se saber em que condições os procedimentos dispostos na NBR 6118 (ABNT, 2003) também são aplicáveis às estruturas pré-moldadas. Além disto, cabe também investigar e, se for o caso, desenvolver procedimentos específicos para estruturas pré-moldadas, nas quais além da não-linearidade dos elementos de concreto armado tem-se também o efeito da não-linearidade das ligações no comportamento global da estrutura.

**Assim, a justificativa para a continuidade do estudo nesta área está na necessidade de organizar os modelos teóricos mais realistas e comprovados experimentalmente para que possam ser aplicados na prática de projetos de ligações.**

O estudo das ligações entre elementos pré-moldados teve seu início na EESC-USP a partir de BALLARIN (1993), onde foi feita uma revisão sobre as pesquisas existentes e necessidades de futuros estudos. Em seguida, a dissertação de FERREIRA (1993) foi pioneira no estudo de ligações deformáveis em estruturas pré-moldadas, com uma metodologia para cálculo de deformabilidades em ligações típicas. Continuando o estudo, SOARES (1998) analisou uma ligação viga-pilar para galpões de duas águas,

onde os resultados experimentais foram comparados com modelos numéricos e com um modelo mecânico proposto em FERREIRA (1993). Na tese de FERREIRA (1999), o autor apresenta trabalhos experimentais para duas ligações típicas viga-pilar, uma articulada e outra com resistência à flexão, onde foram realizados ensaios na aplicação de carregamento cíclico em ligações viga-pilar, confrontando os resultados experimentais com os modelos mecânicos propostos. Em MIOTTO (2002) foram estudadas duas tipologias de ligações resistentes à flexão, onde os resultados experimentais foram comparados com valores teóricos e modelagens numéricas.

FERREIRA (2001) desenvolveu procedimentos para projeto de ligações viga-pilar. No mesmo trabalho, foi proposto um sistema de classificação para ligações semi-rígidas em estruturas pré-moldadas. Atualmente, na EESC-USP e na UFSCar, FERREIRA vem trabalhando no aprimoramento de procedimentos para projeto que considerem a interação da não linearidade física (NLF) no elemento de viga com a NLF da relação momento-rotação da ligação viga-pilar com o objetivo de determinar a resistência de nós de pórtico de forma mais exata.

O efeito das ligações semi-rígidas nas vigas se resume no engastamento parcial alcançado pela ligação (fig. 1.9), com um momento na ligação (nas extremidades da viga) inferior ao momento de engastamento perfeito, obtido com ligações perfeitamente rígidas (fig. 1.10) e com um momento positivo inferior ao momento em uma viga bi-articulada (fig. 1.8).

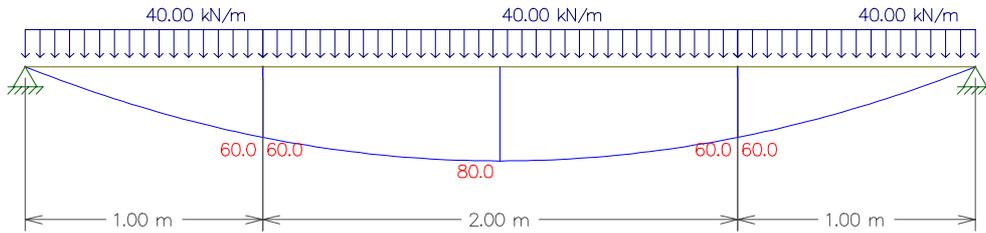


Figura 1.8: Diagrama de momento fletor com ligações articuladas.

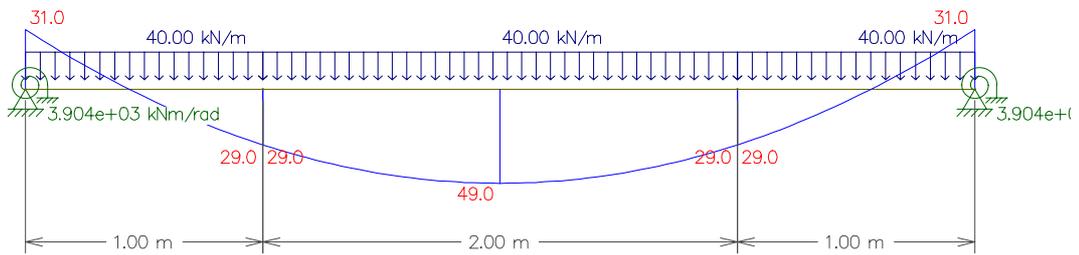


Figura 1.9: Diagrama de momento fletor com ligações semi-rígidas.

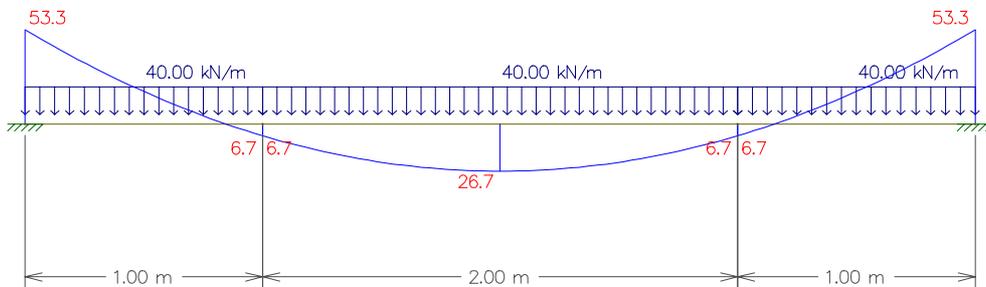


Figura 1.10: Diagrama de momento fletor com ligações rígidas

O efeito da ligação semi-rígida na estrutura promove deslocamentos horizontais bem inferiores ao de estruturas com ligações rotuladas, conseqüentemente os efeitos de 2ª ordem também são menores, bem como o momento nos pilares e na fundação, como se pode ver na fig. 1.11.

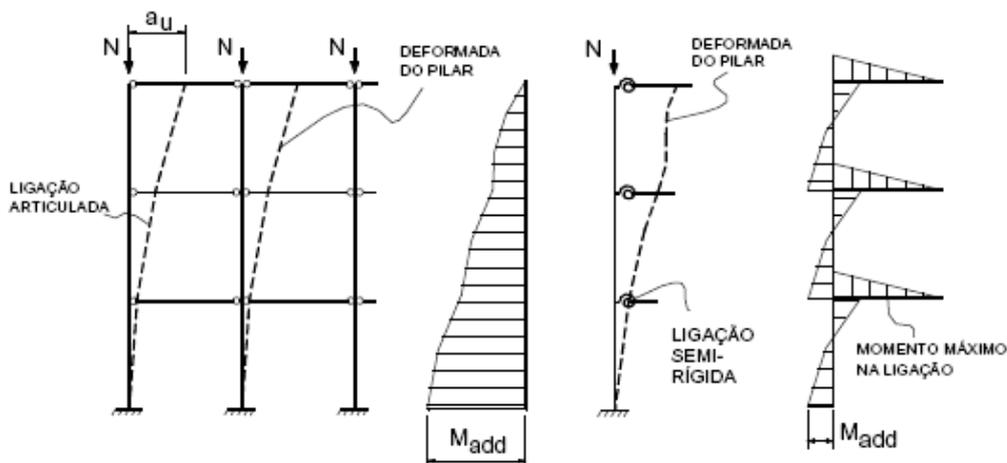


Figura 1.11: Efeito da ligação na estrutura [ABCIC].

#### 1.4. Apresentação da Dissertação

A ordem e os conteúdos dos capítulos que constituem a presente dissertação versam sobre:

**Capítulo 1** – Introdução: Relata a importância do estudo de ligações e esclarece os objetivos da dissertação.

**Capítulo 2** – Análise de estruturas com ligações semi-rígidas: Apresenta uma revisão bibliográfica abordando as filosofias de projeto de ligações semi-rígidas, levando-se em conta os critérios de resistência, rigidez e ductilidade, bem como apresenta o estado da arte em análise linear das ligações através de modelos analíticos para determinação do comportamento semi-rígido.

**Capítulo 3** – Estabilidade: É o capítulo mais extenso da dissertação onde é apresentado um panorama geral sobre estabilidade global, apresentando conceitos importantes como efeitos de 2ª ordem, estruturas de nós fixos e estruturas de nós deslocáveis e processos aproximados para a consideração dos esforços globais de 2ª ordem (entre eles o

coeficiente  $\gamma_z$ ). São abordados diferentes mecanismos de contraventamento com ênfase em estruturas pré-moldadas entre eles a ação de painéis de cisalhamento, núcleos centrais rígidos, ação de diafragma das lajes pré-moldadas e mais minuciosamente, o efeito de pórtico proporcionado pelas ligações semi-rígidas, onde são apresentados estudos e exemplos numéricos demonstrando o efeito das ligações no comportamento global da estrutura. Ainda neste capítulo é apresentado um processo simplificado para obtenção da deslocabilidade de 1ª ordem de estruturas pré-moldadas com ligações semi-rígidas desenvolvida no NETPRÉ-UFSCAR, bem como uma leitura comentada do item 5.1.2 “Análise da estabilidade” da NBR-9062.

**Capítulo 4** – Procedimentos para projeto de ligações semi-rígidas: É apresentado um roteiro destinado aos projetistas de estruturas pré-fabricadas sobre o cálculo de ligações semi-rígidas com consideração simultânea da resistência e da rigidez e análise da ductilidade através do método Beam-Line. São apresentados ábacos para cálculo da esbeltez em traves deslocáveis com ligações semi-rígidas desenvolvido por FERREIRA (2002), de grande utilidade para a análise de galpões pré-fabricados.

**Capítulo 5** – Exemplos de aplicação: São apresentados dois exemplos de aplicação prática, onde o primeiro exemplo aborda a análise da estabilidade através do modelo simplificado de obtenção da deslocabilidade de 1ª ordem descrito no capítulo 3 e da utilização do programa *freeware* Ftool. O segundo exemplo analisa uma estrutura pré-moldada de 9 pavimentos, explicitando as diversas interdependências que devem ser levadas em conta na análise da estabilidade.

**Capítulo 6** – Conclusões: São apresentadas algumas considerações gerais, o cumprimento dos objetivos e sugestões para trabalhos futuros.

## 2. ANÁLISE DE ESTRUTURAS COM LIGAÇÕES SEMI-RÍGIDAS

---

### 2.1. *Filosofias de projeto de ligações*

A eficiência do projeto e da construção somente é alcançada quando são utilizadas ligações estruturais adequadas para todas as situações de projeto. Os sistemas estruturais pré-moldados são compostos por elementos que são conectados através de diferentes dispositivos mecânicos (por meio de chumbadores, solda, transpasse de armaduras com preenchimento de graute ou concreto). Entretanto, não se trata apenas de uma operação de conectar os elementos uns aos outros, mas principalmente de garantir a integridade estrutural da estrutura global e as hipóteses de projeto. Para a estrutura na sua configuração final (após a montagem), as ligações irão desempenhar um papel fundamental para a composição do modelo estrutural, e, portanto, o desempenho da estrutura pré-moldada irá depender fundamentalmente das características e do comportamento das ligações. Para se conseguir um projeto adequado das ligações estruturais, o projetista deve entender como as ligações influenciam o fluxo de forças através da estrutura, tanto para as forças verticais quanto para as forças horizontais. Assim, o propósito principal das ligações estruturais é a transferência das forças internas entre os elementos pré-moldados de modo a promover o comportamento estrutural pretendido quando o sistema estrutural for solicitado.

Segundo o manual PCI (2004), os principais critérios de projeto para ligações estruturais são:

- Resistência,
- Ductilidade,

- Acomodações devido à mudança de volume,
- Durabilidade,
- Resistência ao fogo,
- Construtibilidade,
- Aspectos estéticos,
- Resistência em zonas sísmicas

Segundo o manual FIB (2003) versão draft, a filosofia de projeto para as ligações pré-moldadas deve levar em conta ambos os requisitos do desempenho estrutural e o método construtivo e ainda depende de vários fatores:

- A estabilidade da estrutura. Estruturas aporticadas não contraventadas e estruturas em esqueleto requerem fundações resistentes à flexão, o que não ocorrem nos casos das estruturas contraventadas e estruturas em painéis estruturais nas duas direções.
- O arranjo estrutural do pórtico. O número e posições disponíveis para os pilares, paredes, núcleos e outros elementos de contraventamento podem determinar o projeto das ligações.
- A continuidade (flexão) nas extremidades de vigas e lajes. Elementos em balanço sempre requerem resistência à flexão nas ligações (ou de outro modo, continuidade de vigas), o que não ocorre no caso das vigas simplesmente apoiadas. Estruturas não contraventadas, até certa altura, podem ser projetadas usando ligações rígidas (ou semi-rígidas).
- É importante prever a proteção contra fogo para apoios e armaduras.

- A aparência das ligações e minimização das regiões estruturais. As ligações escondidas (embutidas) devem ser projetadas dentro das dimensões dos elementos, enquanto que as ligações aparentes não precisam.
- A facilidade e custo de fabricação.
- Os requisitos para a estabilidade temporária para permitir que a montagem prossiga, e a necessidade de uma estabilidade transitória, como por exemplo, a necessidade de restrição torsional na extremidade das vigas durante a montagem das lajes.
- A acessibilidade do canteiro pode influenciar o projeto estrutural e, portanto, influenciar o projeto da ligação.
- A escolha do método construtivo para a execução das juntas, isto é: preenchimento com graute; uso de chumbadores; ligações por meio de solda; e o tipo de apoio a ser utilizado.
- A capacidade da fábrica para estocagem e movimentação interna.

Ainda segundo o CEB, o projeto de ligações ainda deve atender os seguintes critérios:

- As ligações devem ser capazes de acomodar os deslocamentos relativos para mobilizar a sua resistência;
- As ligações devem resistir às solicitações da análise estrutural como um todo, devendo se estender às extremidades dos elementos que nelas concorrem;
- A resistência, a rigidez e a ductilidade das ligações devem assegurar a estabilidade da estrutura como um todo;

- Devem ser levadas em conta as tolerâncias de fabricação e montagem. Devem ser previstas acomodações da ligação até ela atingir sua capacidade.

A escolha do tipo da ligação deve ser compatível com o sistema estrutural adotado. Em uma situação ideal somente uma tipologia de ligação deve ser usada em um edifício.

Estruturas resistentes à flexão e núcleos rígidos incorporando elementos pré-moldados devem ser construídas para resistir esforços devido ao vento e abalos sísmicos. Segundo FERREIRA (1999) as ligações apresentam-se como regiões de descontinuidade que podem ou não mobilizar deslocamentos e esforços decorrentes dos elementos por elas ligados, fazendo com que haja uma redistribuição desses esforços ao longo da estrutura, interferindo no comportamento da mesma. Elas se localizam em regiões críticas e a alternativa correta é se utilizar ligações adequadas que promovam rigidez, resistência e ductilidade aproximando-se das estruturas de concreto armado moldadas no local. Tais ligações podem levar a significativa economia em certas situações, como por exemplo, a seção dos pilares no pórtico estrutural pode ser reduzida aumentando a rigidez das ligações viga-pilar.

Em geral, as ligações resistentes à flexão - que podem ser classificadas como ligações com resistência total ou com resistência parcial - são utilizadas com os seguintes propósitos:

- Estabilizar e aumentar a rigidez em pórticos pré-moldados;
- Diminuir a altura dos elementos resistentes à flexão;
- Distribuir momentos de segunda ordem para as vigas e lajes, e conseqüentemente reduzir os momentos no pilar;
- Prevenir o colapso progressivo;

- Reduzir custos e diminuir deformações de 1ª ordem.

Um dos fatores mais importantes é garantir que a segurança da ligação não será posta em risco devido às falhas de execução, e que as operações no canteiro sejam simples o suficiente para assegurar a execução dos componentes. Em todos os casos as operações importantes devem ser praticadas na fábrica onde o controle de qualidade é assegurado. Segundo o Manual de Ligações Estruturais da FIB (versão *draft* 2003), o papel dos ensaios mecânicos não deve ser descartado como método de projeto de ligações, particularmente nos casos onde existam ações combinadas entre os elementos, as quais produzam um campo de esforços complexos e redistribuição de tensões.

Segundo o PCI (2004), o mecanismo de ruína deve ser orientado aos elementos estruturais e evitado nas ligações entre eles. Ainda, segundo o FIB (2003), as ligações resistentes à flexão devem ser detalhadas de tal modo que se houver a ocorrência de uma falha, a mesma deverá ser de forma dúctil e que a capacidade limite da ligação não seja governada pelo cisalhamento por comprimentos curtos de solda ou por outros detalhes similares que podem conduzir à ruptura frágil. Muitos dos princípios atrás destas exigências evoluíram com os anos pela pesquisa e desenvolvimento no estudo de sismos, e a prática comum nos Estados Unidos, Japão e na Nova Zelândia é freqüentemente projetar e construir ligações resistentes à flexão no perímetro da estrutura, onde há menos limitações do tamanho de vigas e pilares.

Segundo ELLIOTT (2002), a capacidade da ligação é derivada dos mecanismos de transferência de esforços até atingirem condições de equilíbrio. Os fatores redutores de resistência são derivados da evidência experimental ou do conhecimento da compatibilidade de tensões, particularmente onde diversos componentes pré-moldados são envolvidos. A principal razão para isto são as limitações de resistência e os

deslocamentos entre determinadas partes da ligação. Outros fatores da redução são devido às deformações locais na interface pré-moldado-concreto moldado no local. As forças que estão resistindo momentos fletores devem também ser capazes de ser geradas nos componentes da estrutura pré-moldada em combinação com outras forças tais como o cisalhamento na extremidade.

As ligações podem ser classificadas de diferentes formas, dependendo, por exemplo, do tipo dos elementos conectados ou do tipo da força principal a ser resistida (transmitida). Tipologias padronizadas de ligações estruturais são apresentadas freqüentemente em manuais técnicos ou catálogos de fabricantes de elementos pré-moldados, embora isto não seja apenas uma questão de selecionar uma solução apropriada de uma lista de soluções padronizadas.

### **Resistência, Rigidez e Ductilidade**

A principal investigação dentro do estudo do comportamento semi-rígido de ligações viga x pilar típicas está relacionada com a busca por um desempenho satisfatório quanto à resistência, à rigidez e à ductilidade.

As ligações devem ser capazes de transferir forças e ou de garantir a estabilidade global da estrutura. Todas as forças que ocorrem nas adjacências das ligações devem ser consideradas no projeto da ligação. Na análise das ligações devem ser consideradas as ações verticais, laterais, e também as forças devidas à variação volumétrica. Como critério de projeto, se houver a ruína, a mesma não deve ocorrer na ligação, e sim no elemento por ela conectado. O PCI Manual (1988), *Design and Typical Details of Connections for Precast Concrete*, recomenda que se use um fator adicional de majoração para as ações da ordem de 1,1 a 1,33 (além das combinações).

Em geral, o que pode ser observado nos resultados dos vários ensaios realizados nos EUA, na Europa e no Brasil é que as ligações típicas resistentes à flexão não apresentam grandes problemas quanto ao desempenho da resistência, mas os maiores problemas estão relacionados em se conseguir um bom desempenho quanto à rigidez e principalmente quanto à ductilidade.

Não adianta uma ligação apresentar grande capacidade de transmitir momento fletor (alta resistência) se a mesma não possuir uma rigidez à flexão compatível com a rigidez dos elementos conectados. Este é um ponto muito importante a ser destacado. A maior parte dos ensaios realizados para a caracterização do comportamento momento-rotação da ligação foi feita com elementos de viga em balanço. De fato, são ensaiados apenas os trechos de extremidade de uma viga. Assim, não se têm disponíveis dados de rigidez relativa entre a ligação e a viga, a qual é de fato o parâmetro que governa a porcentagem de engastamento que a ligação é capaz de transmitir na extremidade de uma viga. Sabe-se que a mesma ligação terá maior capacidade de restrição para vigas longas (menos rígidas) do que para vigas curtas (mais rígidas). Desta forma, a rigidez de uma ligação não pode ser caracterizada apenas pela relação momento-rotação, mas essa está condicionada à rigidez da viga conjugada.

O terceiro parâmetro importante para o estudo do desempenho das ligações é o estudo da ductilidade, o qual está relacionado com a capacidade que a ligação tem de sustentar uma determinada carga. Embora no Brasil não se tenham problemas com zonas sísmicas, a capacidade de deformação de uma ligação viga-pilar é um fator muito importante a ser avaliado. O efeito da ductilidade deve ser analisado a partir da curvatura. Todavia, ainda não se tem definido na literatura um critério claro para avaliar a ductilidade das ligações viga-pilar em estruturas pré-moldadas. Desta forma, é

importante a realização de pesquisas que ajudem a definir critérios para os quais o desempenho quanto à ductilidade das ligações pré-moldadas possa ser avaliado nos ensaios.

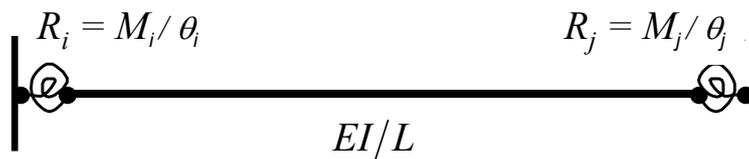
## 2.2. *Análise Linear de Estruturas com Ligações Semi-rígidas*

Devido ao comportamento semi-rígido das ligações viga-pilar, onde se tem uma restrição limitada quanto às rotações relativas entre a viga e o pilar, ocorre uma modificação na resposta da viga conectada, havendo assim a redistribuição dos momentos entre os elementos.

No caso de estruturas com nós semi-rígidos, não é possível obter a relação força-deslocamento pela aplicação da superposição de efeitos, como é feito no caso dos nós rígidos devido ao comportamento que passa a ser não linear. Como forma de simplificar o problema, MONFORTON & WU (1963) apresentaram um modelo matemático para a análise linear de pórticos planos com nós semi-rígidos, o qual emprega matrizes de correção para modificação das matrizes de rigidez dos elementos e das matrizes dos esforços de bloqueio para se levar em conta as deformabilidades das ligações. Neste caso, o modelo proposto por MONFORTON & WU (1963) utiliza-se do mesmo modelo matemático do método dos deslocamentos para pórticos com nós rígidos, mantendo-se a indeterminação cinemática, ou seja, com o mesmo número de graus de liberdade dos pórticos convencionais. Por esta razão matrizes de correção dos elementos e dos momentos de engastamento perfeito podem ser aplicadas diretamente na modificação de rotinas que utilizam o processo dos deslocamentos, podendo ser empregadas em programas para pórticos com nós rígidos para que se possa considerar o efeito dos nós semi-rígidos sobre o desempenho da estrutura global. O modelo matemático proposto

por MONFORTON & WU (1963), tem servido de base para vários outros trabalhos posteriores, como BRUN & PICARD (1976), FAFARD & PICARD (1990), CHIKHO & KIRBY (1995), GIBBONS et al. (1996) entre outros, sendo apresentada de forma detalhada em FERREIRA (1993).

A rigidez à flexão (relação momento-rotação) da ligação viga-pilar pode ser representada por meio de molas nas extremidades do elemento de viga, conforme apresentado na fig. 2.1.



**Figura 2.1:** Modelo com molas nas extremidades da viga [MONFORTON & WU (1963)].

Em geral, a relação momento-rotação em uma ligação viga-pilar em concreto pré-moldado apresenta um comportamento não linear, mesmo antes da primeira plastificação da ligação. Entretanto, a linearização da relação momento-rotação pode ser feita por meio da consideração da rigidez secante, conforme ilustrada na fig. 2.2.

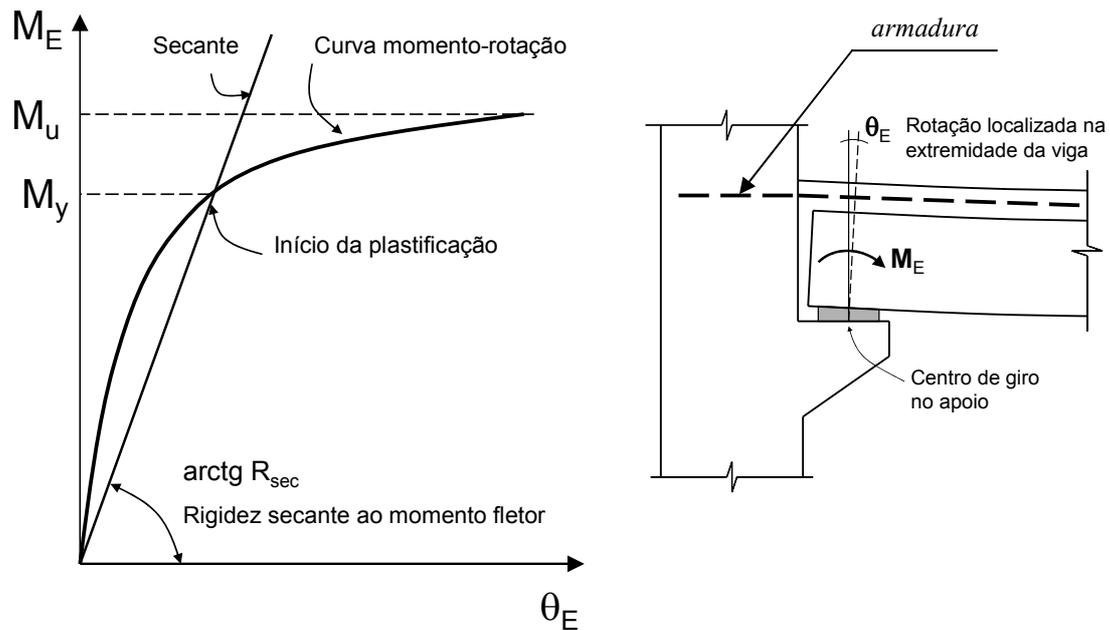


Figura 2.2: Linearização da relação momento-rotação por meio da rigidez secante [NBR-9062:2005].

Segundo vários autores, a rigidez secante é recomendada para fazer a linearização na análise e no projeto pelas seguintes razões:

- a) A rigidez secante representa o comportamento médio de como a ligação chegou até o nível presente de carregamento;
- b) A rigidez secante para a relação momento-rotação da ligação cobre todos os efeitos dos carregamentos e descarregamentos prévios ao longo da vida útil da estrutura até chegar ao estado de solicitações e da relação atual momento-rotação.
- c) Se a rigidez tangente inicial for utilizada, a análise dos deslocamentos da estrutura será errônea, pois a utilização da rigidez tangente condiciona a menores deslocamentos, subestimando-se os efeitos  $P - \Delta$ .
- d) Tem-se a possibilidade da aplicação das ações majoradas em um único passo;

Utilizando a *Analogia da Viga-Conjugada*, apresentada na fig. 2.3, as forças cortantes na extremidade da viga-conjugada são iguais às rotações na extremidade da viga real, sendo:

$$V_i = \theta_i - \phi_{c,i} - \theta_y = \left( \frac{M_i L}{3EI} \right) - \left( \frac{M_j L}{6EI} \right) + \left( \frac{Ab}{LEI} \right) \quad [1a]$$

$$V_j = \theta_j - \phi_{c,j} - \theta_y = \left( \frac{M_j L}{3EI} \right) - \left( \frac{M_i L}{6EI} \right) + \left( \frac{Aa}{LEI} \right) \quad [1b]$$

Substituindo o valor da rotação na ligação ( $\phi_c = M/R$ ), as equações acima podem ser reescritas nas seguintes formas:

$$\left( 1 + \frac{3EI}{R_i \cdot L} \right) \cdot M_i = \left[ 3EI \frac{(\theta_i - \theta_y)}{L} \right] + \left( \frac{M_j}{2} \right) - \left( \frac{3Ab}{L^2} \right) \quad [2a]$$

$$\left( 1 + \frac{3EI}{R_j L} \right) \cdot M_j = \left[ 3EI \frac{(\theta_j - \theta_y)}{L} \right] + \left( \frac{M_i}{2} \right) - \left( \frac{3Aa}{L^2} \right) \quad [2b]$$

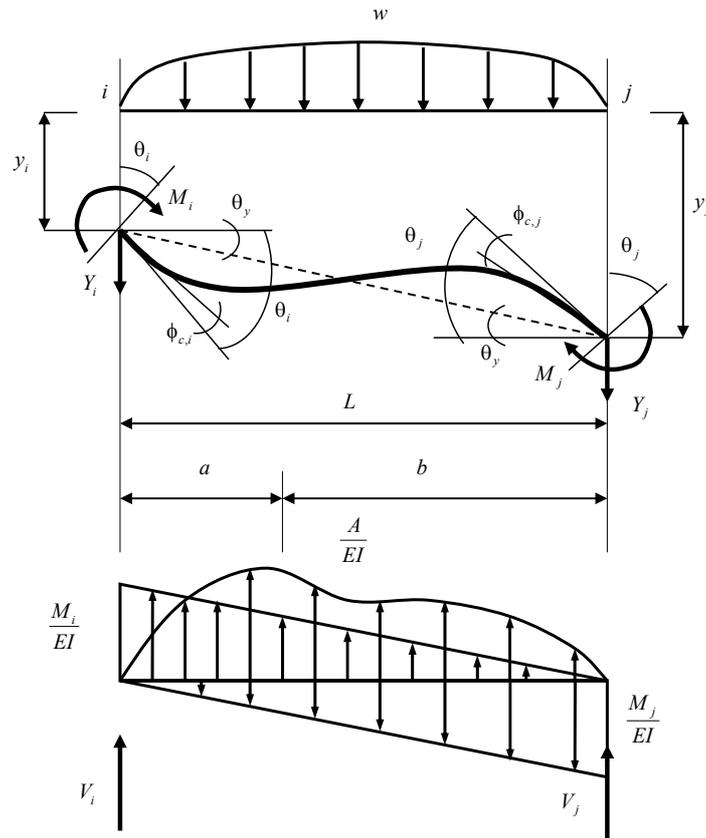


Figura 2.3: Analogia da Viga-Conjugada [MONFORTON & WU (1963)].

Com o propósito de fornecer um parâmetro que poderia ser substituído nas expressões 2a e 2b, Monforton introduziu o fator de restrição à rotação  $\alpha_R$ , adimensional, o qual relaciona a rigidez rotacional da ligação (em ambas as extremidades i e j) com a rigidez da viga adjacente, sendo dado por:

$$\alpha_{Ri} = \left[ 1 + \frac{3EI}{R_i L} \right]^{-1} \quad [3a]$$

$$\alpha_{Rj} = \left[ 1 + \frac{3EI}{R_j L} \right]^{-1} \quad [3b]$$

O fator de restrição à rotação  $\alpha_R$  pode ser interpretado como a relação da rotação  $\theta_1$  da extremidade do elemento em relação à rotação combinada  $\theta_2$  do elemento e da ligação devido ao momento de extremidade, conforme fig. 2.4.

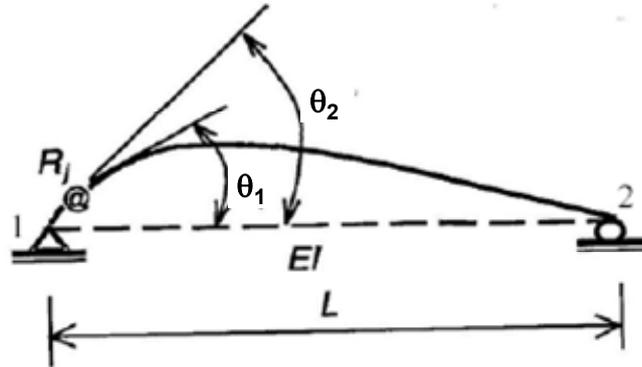


Figura 2.4: Fator de restrição à rotação [NBR-9062:2005].

Isolando-se os termos  $M_i$  e  $M_j$  e substituindo-se os valores de  $\alpha_{Ri}$  e  $\alpha_{Rj}$  nas Equações 2a e 2b, obtêm-se as equações de equilíbrio nas extremidades i e j, dadas por:

$$M_i = \left( \frac{6EI}{L} \right) \left[ \frac{\alpha_{Ri}}{4 - \alpha_{Ri}\alpha_{Rj}} \right] [2\theta_i + \alpha_{Rj}\theta_j - (2 + \alpha_{Rj})\phi_r] - \left( \frac{6EA}{L^2} \right) \left[ \frac{\alpha_{Ri}}{4 - \alpha_{Ri}\alpha_{Rj}} \right] [2b + \alpha_{Rj}a]$$

[4a]

$$M_j = \left( \frac{6EI}{L} \right) \left[ \frac{\alpha_{Ri}}{4 - \alpha_{Ri}\alpha_{Rj}} \right] [2\theta_j + \alpha_{Rj}\theta_i - (2 + \alpha_{Rj})\phi_r] - \left( \frac{6EA}{L^2} \right) \left[ \frac{\alpha_{Ri}}{4 - \alpha_{Ri}\alpha_{Rj}} \right] [2b + \alpha_{Rj}a]$$

[4b]

Empregando o conceito do fator de restrição à rotação na ligação, MONFORTON & WU (1963), as matrizes de correção podem ser montadas considerando apenas o efeito das deformabilidades das ligações nas extremidades das barras. Desta forma, estas matrizes foram escritas em função dos fatores de restrição às rotações  $\alpha_{Ri}$  e  $\alpha_{Rj}$ , os quais variam entre 0 e 1, para as situações de articulação e de engaste, respectivamente. De

acordo com esta proposta, a matriz de correção  $C_S$  que modifica a matriz de rigidez dos elementos  $S$ , gerando a matriz de rigidez modificada  $K$ , tal que  $K = C_S \cdot S$ , pode ser obtida pelas expressões 5a e 5b.

$$C_{S,ii} = C_{S,ji} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{4\alpha_{Rj} - 2\alpha_{Ri} + \alpha_{Ri}\alpha_{Rj}}{(4 - \alpha_{Ri}\alpha_{Rj})} & \frac{-2L\alpha_{Ri}(1 - \alpha_{Rj})}{(4 - \alpha_{Ri}\alpha_{Rj})} \\ 0 & \frac{6}{L} \frac{\alpha_{Rj} - \alpha_{Ri}}{(4 - \alpha_{Ri}\alpha_{Rj})} & \frac{3\alpha_{Ri}(2 - \alpha_{Rj})}{(4 - \alpha_{Ri}\alpha_{Rj})} \end{bmatrix} \quad [5a]$$

$$C_{S,ji} = C_{S,ii} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{4\alpha_{Ri} - 2\alpha_{Rj} + \alpha_{Ri}\alpha_{Rj}}{(4 - \alpha_{Ri}\alpha_{Rj})} & \frac{2L\alpha_{Rj}(1 - \alpha_{Ri})}{(4 - \alpha_{Ri}\alpha_{Rj})} \\ 0 & \frac{6}{L} \frac{\alpha_{Ri} - \alpha_{Rj}}{(4 - \alpha_{Ri}\alpha_{Rj})} & \frac{3\alpha_{Rj}(2 - \alpha_{Ri})}{(4 - \alpha_{Ri}\alpha_{Rj})} \end{bmatrix} \quad [5b]$$

Complementando a formulação de Monforton e Wu, FAFARD et al. (1990) propôs uma matriz de correção para os esforços de bloqueio  $C_f$  (corrigir os momentos de engastamento perfeito), a qual é dada por:

$$[C_f] = \frac{1}{(4 - \alpha_{Ri}\alpha_{Rj})} \cdot \begin{bmatrix} \alpha_{Ri}(4 - \alpha_{Rj}) & 2\alpha_{Ri}(\alpha_{Rj} - 1) \\ 2\alpha_{Rj}(\alpha_{Ri} - 1) & \alpha_{Rj}(4 - \alpha_{Ri}) \end{bmatrix} \quad [6]$$

Assim, os momentos corrigidos (engastamento parcial) podem ser obtidos por:

$$\begin{Bmatrix} M_{E,i} \\ M_{E,j} \end{Bmatrix} = [C_f] \begin{Bmatrix} M_{R,i} \\ M_{R,j} \end{Bmatrix} \quad [7]$$

Onde:

$M_E$  - Momento corrigido na extremidade da viga

$M_R$  - Momento de engastamento perfeito

O efeito das ligações semi-rígidas na rigidez da viga adjacente pode ser visto mais claramente, examinando-se o comportamento de uma viga de comprimento  $L$  com carregamento uniformemente distribuído  $q$ , conforme fig. 2.5, sendo o momento de engastamento perfeito dado por  $M_R = qL^2/12$ , onde o momento corrigido na extremidade da viga  $M_E$  é dado por:

$$M_{E,i} = \left( \frac{qL^2}{12} \right) \cdot \left[ 3\alpha_{Ri} \cdot \frac{2 - \alpha_{Rj}}{4 - \alpha_{Ri}\alpha_{Rj}} \right] \quad [8a]$$

$$M_{E,j} = \left( \frac{qL^2}{12} \right) \cdot \left[ 3\alpha_{Rj} \cdot \frac{2 - \alpha_{Ri}}{4 - \alpha_{Ri}\alpha_{Rj}} \right] \quad [8b]$$

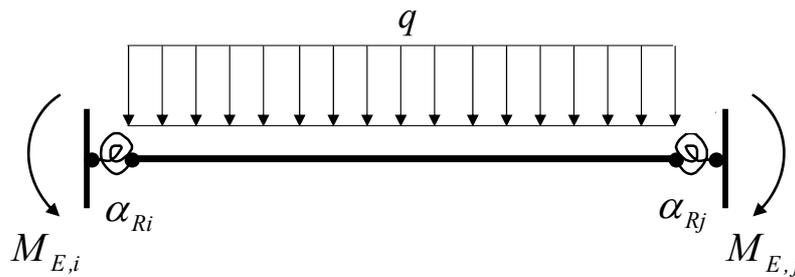


Figura 2.5: Viga com ligações semi-rígidas com carregamento uniformemente distribuído.

No caso de ambas as ligações nas extremidades da viga possuírem a mesma rigidez à flexão  $R$ , o fator de restrição é então escrito por:

$$\alpha_R = \left[ 1 + \frac{3EI}{RL} \right]^{-1} \quad [9]$$

Rearranjando a Expressão 9, a rigidez rotacional  $R$  pode ser escrita em função do fator de restrição  $\alpha_R$  e da rigidez da viga  $4EI/L$ , na seguinte forma:

$$R = \frac{0.75\alpha_R}{1 - \alpha_R} \left( \frac{4EI}{L} \right) \quad [10]$$

Então, considerando uma mesma rigidez  $R$  nas duas ligações, o momento corrigido na extremidade de uma viga com carregamento uniforme pode ser obtido por:

$$M_E = \left( \frac{qL^2}{12} \right) \cdot \left[ \frac{3\alpha_R}{2 + \alpha_R} \right] \quad [11]$$

Portanto, o grau de engastamento parcial, dado pela razão  $M_E / M_R$ , pode ser escrito como uma função do fator de restrição  $\alpha_R$  dada por:

$$\frac{M_E}{M_R} = \left[ \frac{3\alpha_R}{2 + \alpha_R} \right] \quad [12]$$

Alternativamente, a relação entre o momento corrigido no meio do vão  $M_{vão}$  e o momento de engastamento perfeito  $M_R$ , escrita como uma função do fator de restrição  $\alpha_R$ , é dada por:

$$\frac{M_{vão}}{M_R} = \left[ \frac{3 - 1.5\alpha_R}{2 + \alpha_R} \right] \quad [13]$$

A relação entre  $M_{vão}$  e  $M_R$ , escrita como uma função da constante de mola  $R$  (ou  $K$ ), é dada por:

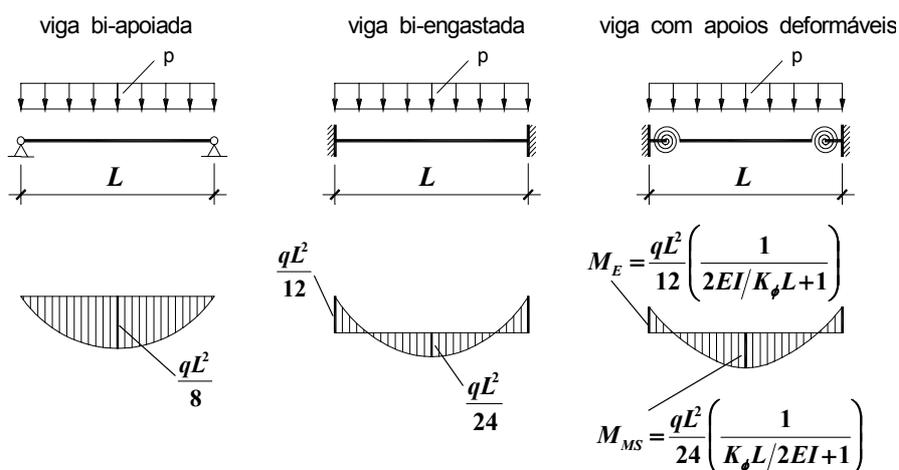


Figura 2.6: Momentos no vão e no apoio de vigas com ligações semi-rígidas

Adicionalmente, a relação entre a rotação na ligação  $\phi_E$  e a rotação de rótula  $\theta_R$ , onde

$\theta_R = qL^3/24EI$ , é dada por:

$$\frac{\phi_E}{\theta_R} = 1 - \left[ \frac{3\alpha_R}{2 + \alpha_R} \right] \quad [14]$$

A relação entre a flecha central corrigida  $\delta_{SR}$  (considerando as ligações semi-rígidas) e a flecha central da viga simplesmente apoiada  $\delta_1$ , sendo  $\delta_1 = 5qL^4/384EI$ , é dado por:

$$\frac{\delta_{SR}}{\delta_1} = \left[ \frac{2 - 1.4\alpha_R}{2 + \alpha_R} \right] \quad [15]$$

Do ponto de vista de aplicação prática de projeto, a análise linear da estrutura pré-moldada com ligações viga-pilar semi-rígidas só poderá ser processada em uma segunda etapa de verificação de projeto, após um primeiro processamento da estrutura com ligações rígidas, onde as ligações são dimensionadas para os momentos elásticos (ou com uma redução de no máximo 20%). Em seguida, a partir da definição das ligações, seria possível calcular a rigidez à flexão (ou a deformabilidade) das ligações. Neste contexto, a análise de pórticos com ligações semi-rígidas é mais recomendada para uma segunda etapa de verificação para os esforços nas ligações. Um outro aspecto positivo de dimensionar uma ligação com engastamento parcial para resistir aos momentos elásticos é a não necessidade da verificação da ductilidade, onde, conforme pode ser demonstrado pelo método *Beam-Line*, neste caso a plastificação não ocorrerá na ligação, mas no elemento de viga.

Por outro lado, no caso da análise da estabilidade da estrutura pré-moldada, os efeitos desfavoráveis devido ao comportamento semi-rígido das regiões viga-pilar devem ser considerados para se obter os acréscimos de momentos (1ª e 2ª ordem) nos pilares e nos vãos das vigas. Neste caso, deve ser feita a análise linear com a consideração da não

linearidade nas ligações e nos elementos de concreto armado, onde a linearização do problema pode ser feita por meio do emprego da rigidez secante da ligação viga-pilar e das rigidezes reduzidas nas vigas ( $0.4EI$ ) e pilares ( $0.8EI$ ), conforme prescrições da NBR6118. Quanto à redução das rigidezes, é conveniente destacar que no caso de estruturas com ligações viga-pilar articuladas, a redução da rigidez dos pilares deve ser de 0,5 conforme a antiga NBR9062:2001.

Esta solução é a favor da segurança, do ponto de vista dos efeitos globais de segunda ordem na estrutura pré-moldada, e está sendo recomendada na nova NBR-9062:2005.

### **2.3. Análise Não Linear de Estruturas com Ligações Semi-rígidas**

Tanto a não linearidade da rigidez à flexão (relação momento-rotação) das ligações viga-pilar quanto a não linearidade dos elementos de concreto armado na estrutura pré-moldada sofrem influência das diferentes combinações das ações e também dos níveis de carregamento. Portanto, quando se necessita de uma avaliação mais precisa dos momentos máximos solicitantes nas ligações, estes dependem da resposta não linear das ligações e da interação da mesma com o comportamento não linear dos elementos de concreto com a aplicação de carregamento incremental.

Na fig. 2.7 é apresentada uma ilustração da curva momento-rotação da ligação viga-pilar (a qual representa o comportamento não linear real) e da rigidez secante (a qual consiste na linearização da resposta da ligação no ELU). Enquanto a resposta da interação da rigidez secante ( $R_{sec}$ ) com a reta Beam-Line (*explicações detalhadas da reta Beam-Line podem ser vistas no capítulo IV*), o máximo momento atingido na resposta efetiva da curva não linear da ligação será obtido para uma rigidez efetiva da viga associada inferior a  $0,4EI$  (conforme pode ser observado no gráfico da fig. 2.7).

Neste caso, cabe lembrar que a resposta da rigidez efetiva da viga só poderá ser obtida pela interação entre as ligações e os elementos estruturais na análise não linear.

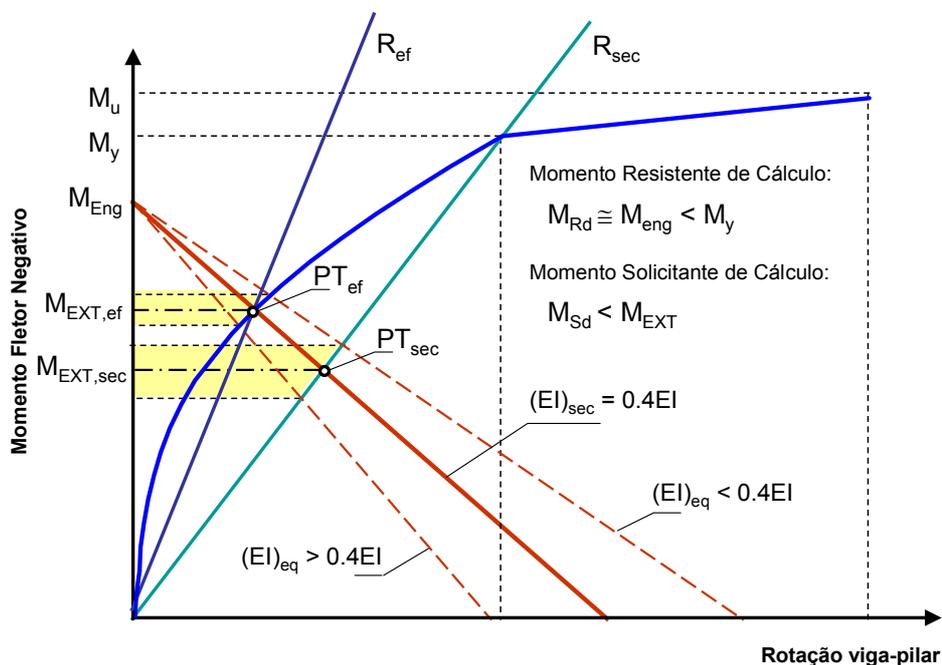


Figura 2.7: Representação dos tipos de resposta da rigidez à flexão em uma ligação viga-pilar.

Entretanto, ressalta-se novamente que do ponto de vista da análise da estabilidade (efeitos globais de 2ª ordem) é mais interessante o uso da linearização do problema por meio da rigidez secante na ligação viga-pilar e adotando-se rigidezes reduzidas para as vigas e pilares pré-moldados.

ARAÚJO (2006) e outros pesquisadores realizaram novos estudos no sentido de viabilizar a análise não linear para estruturas com ligações semi-rígidas. Foram processados exemplos de estruturas pré-moldadas por meio do programa ANSYS (versão 6), onde se permite que a rigidez da ligação seja representada por uma função ou por um conjunto de pontos para produzir uma curva. Estes exemplos empregaram resultados de ensaios realizados na Inglaterra (com um conjunto de pontos para produzir

uma curva momento-rotação não linear). Também foram utilizadas funções teóricas para a relação momento-rotação, com base em expressões analíticas.

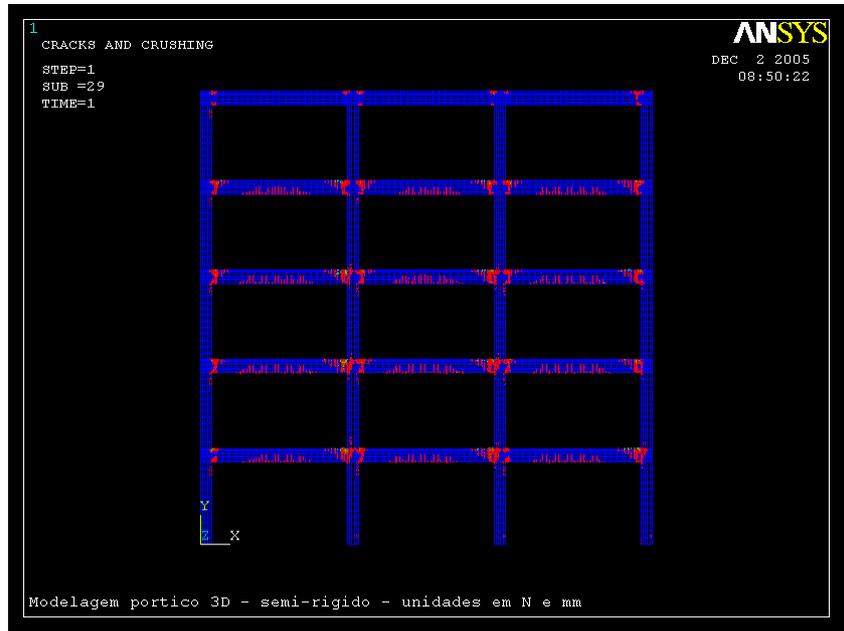


Figura 2.8: Panorama de fissuração no programa ANSYS [ARAÚJO, 2006].

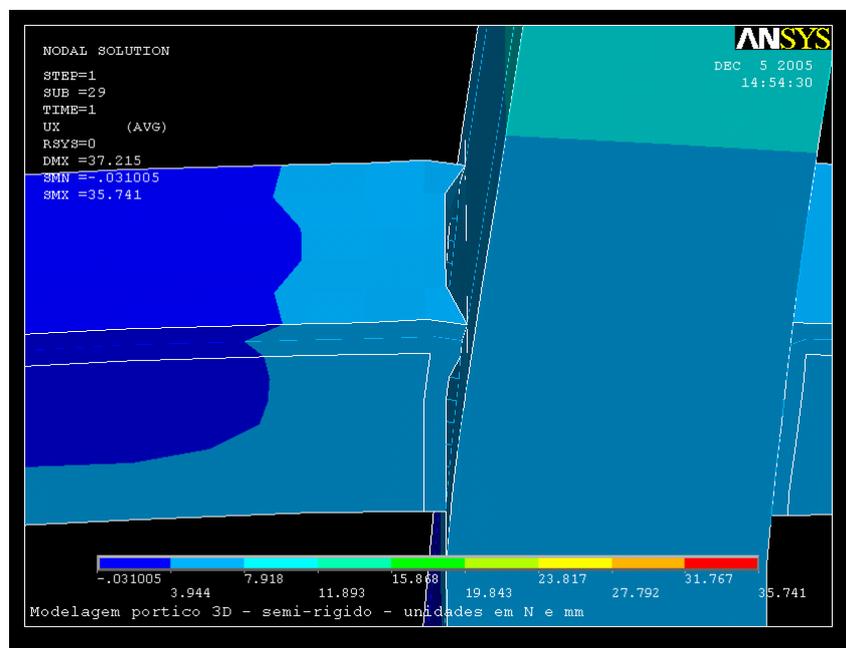
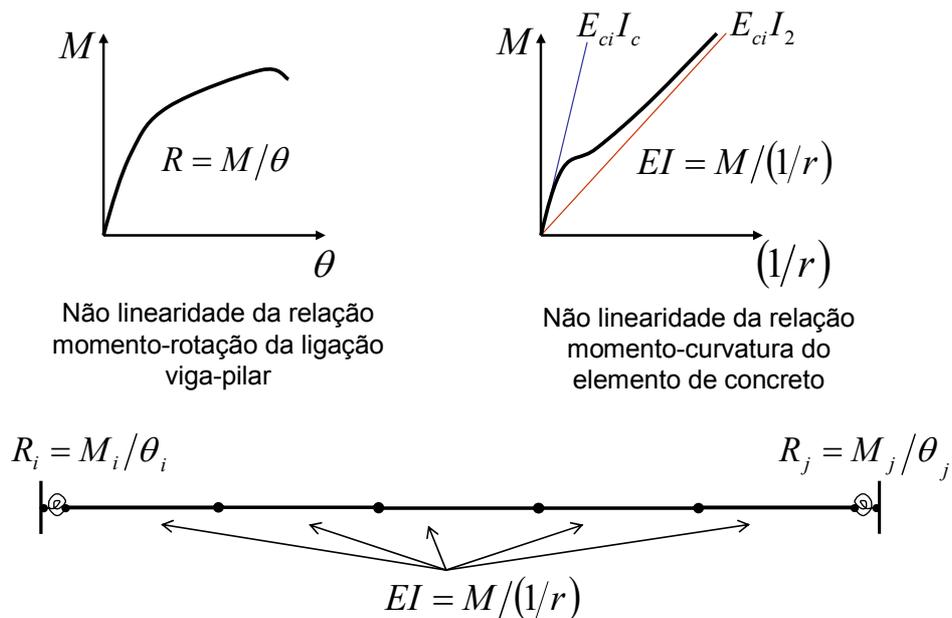


Figura 2.9: Análise nodal (processamento interno do programa ANSYS) [ARAÚJO, 2006].

Além disso no NETPRE em São Carlos está em andamento o desenvolvimento de um programa para a análise não linear de estruturas de concreto, no qual também se pretende implementar uma mola não linear na extremidade dos elementos de barra para representar o comportamento semi-rígido das ligações viga-pilar, com rotinas para aplicação de carregamento incremental. Neste caso, o elemento de viga será dividido em diferentes segmentos de barras, onde a mola será considerada nas barras das extremidades (ver fig. 2.10) e a não linearidade da relação momento-rotação das ligações para ligações com armadura de continuidade será considerada a partir da Expressão [16], a qual é derivada do modelo analítico apresentado em FERREIRA *et al.* (2003).



**Figura 2.10:** Consideração da não linearidade na ligação e nos elementos de concreto.

Com base em FERREIRA *et al.* (2003), a variação da rigidez à flexão de ligações viga-pilar com resistência à flexão por meio de armadura de continuidade negativa pode ser representada pela seguinte expressão:

$$R = \frac{M}{\theta} = M / \left[ \left[ \left( \frac{M}{E_{ci} I_{eq}} \right) \cdot \lambda_p + \left( \frac{M}{E_s A_s z_{eq} d} \right) \cdot \lambda_e \right] \cdot \left( \frac{M}{M_y} \right)^{0.5} \right] \quad [16]$$

Onde:

$\lambda_p$  – comprimento da região da ligação (região de distúrbio) na extremidade da viga

$\lambda_e$  – comprimento de embutimento da armadura negativa no pilar

$I_{eq}$  – Momento de inércia equivalente (Branson) na extremidade da viga pré-moldada

$z_{eq}$  – Braço de alavanca equivalente em função de uma linha neutra média entre  $x_1$  e  $x_2$

$M_r$  – Momento de escoamento negativo na extremidade da viga

$M_y$  – Momento no início do escoamento da armadura negativa na extremidade da viga

$A_s$  – Armadura negativa de continuidade na ligação viga-pilar

Sendo:

$$I_{eq} = \left[ \left( \frac{M_r}{M} \right)^3 \cdot I_c + \left( 1 - \left( \frac{M_r}{M} \right)^3 \right) \cdot I_2 \right] \quad [17]$$

$$z_{eq} = 1 - \frac{1}{3} \left[ x_1 \left( 1 - \left( \frac{M}{M_y} \right)^{0.5} \right) + x_2 \left( \frac{M}{M_y} \right)^{0.5} \right] \quad [18]$$

$$M_y = 0.9 A_s f_y d \quad [19]$$

#### 2.4. Modelo analítico para determinação do comportamento semi-rígido

Enquanto para as seções de concreto armado a relação momento-curvatura é obtida com base em modelos analíticos consagrados na literatura técnica, no caso da obtenção da relação momento-rotação nas ligações viga-pilar, a qual está relacionada à rigidez à

flexão, ainda se faz necessária a realização de ensaios laboratoriais de ligações. Neste caso, o PCI Manual (1988) sugere que os resultados dos ensaios de ligações pré-moldadas devem fornecer informações sobre o comportamento da ligação de tal forma que seja possível a formulação de modelos analíticos racionais para o projeto destas ligações. Todavia, existem dificuldades práticas para o desenvolvimento de equações que representem o comportamento semi-rígido das ligações pré-moldadas, principalmente porque isto requer o conhecimento dos mecanismos internos de deformação presentes na região da ligação, onde se tem um comportamento complexo das tensões e deformações.

A maioria dos trabalhos experimentais na literatura técnica sobre ligações em concreto pré-moldado está mais enfocada no estudo da resistência, onde o comportamento momento-rotação acaba não sendo reportado adequadamente. A aplicação dos resultados experimentais se limita a um espectro pequeno de geometrias e de propriedades das ligações, tornando os modelos analíticos uma alternativa interessante para a obtenção do comportamento semi-rígido das ligações.

Segundo FERREIRA (2001), a ligação é definida como uma zona de distúrbio na extremidade da viga com concentração de deformações inelásticas, onde a rotação relativa viga-pilar é medida na região da ligação.

Do ponto de vista da análise e do projeto seria conveniente adotar uma aproximação linear para a relação momento-rotação. Entretanto, geralmente as ligações viga-pilar em estruturas pré-moldadas apresentam um comportamento não-linear mesmo antes das barras tracionadas começarem a escoar, ainda sob condições elásticas. Sendo  $M_{CR}$  o momento resistente da ligação no limite de escoamento da armadura tracionada e  $\phi_c$  a rotação total na extremidade da viga devido ao momento  $M_{CR}$ , propõe-se a utilização da

rigidez secante  $R_{\phi_s} = M_{CR} / \phi_c$  (uma aproximação linear) como simplificação conservativa para levar em conta a não linearidade física da ligação. Desde que o momento solicitante seja menor do que  $M_{CR}$  então a rigidez secante será a mínima rigidez possível na ligação dentro das situações usuais de projeto. Segundo STANTON et al. (1986), para mesmas condições o momento  $M_{CR}$  pode ser obtido para  $z = 0.9d$ , tal que:

$$M_{CR} = 0.9f_y A_s d \quad [20]$$

Em FERREIRA (2001) foi proposto que a rotação total na extremidade do elemento de viga  $\phi_c$  pode ser obtida por:

$$\phi_c = \frac{f_y \lambda_e}{E_s d} + \frac{M_{CR}}{E_c I_{cr}} \cdot \lambda_p \quad [21]$$

Onde:

$\lambda_e$  comprimento de embutimento das barras dentro do pilar

$\lambda_p$  comprimento da rótula plástica (ou região da ligação)

$d$  altura efetiva da viga

$f_y$  tensão de escoamento das barras

$E_s$  módulo de elasticidade do aço (200 kN/mm<sup>2</sup>)

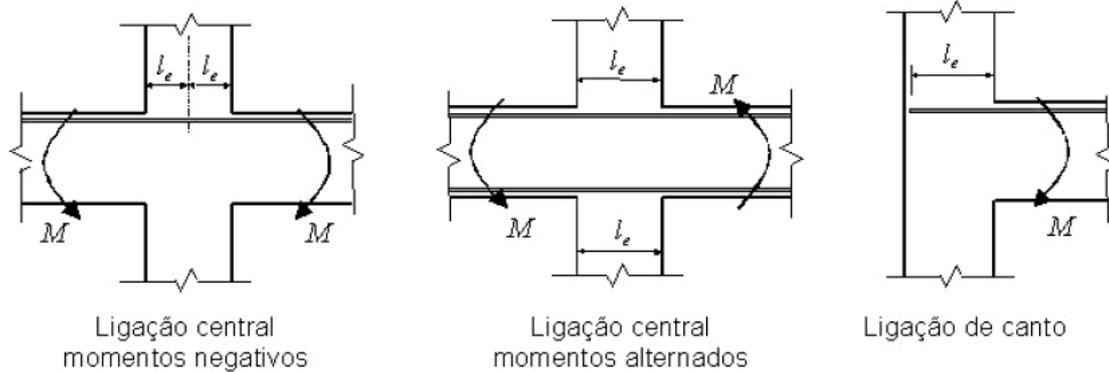
$E_c$  módulo de elasticidade do concreto (secante)

$I_{cr}$  momento de inércia para a seção homogeneizada fissurada (estádio II)

A consideração do comprimento de embutimento  $\lambda_e$  difere para pilares com ligação em apenas um lado e para pilares com ligações nos dois lados, de acordo com a fig. 2.11.

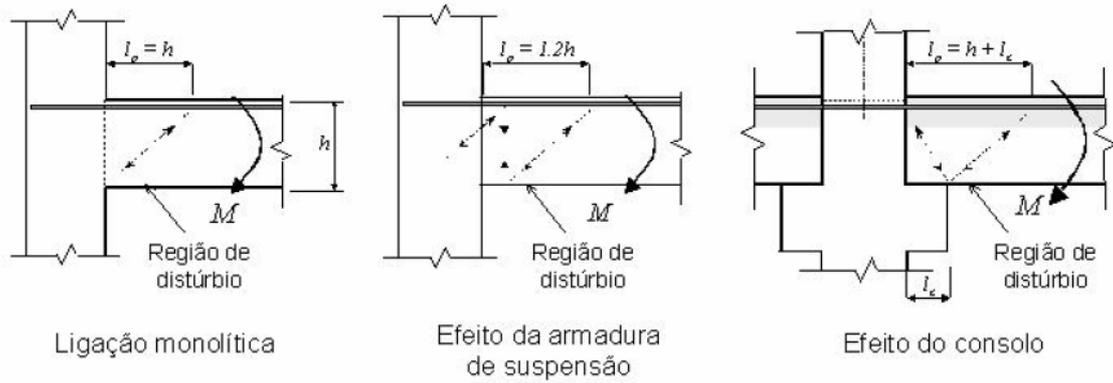
Devido a este fator, em geral ligações com vigas duplas (centrais) tendem a ser mais

rígidas do que ligações com apenas uma viga (periféricas). Por outro lado, ligações duplas com momentos negativos em ambos os lados conduzem a uma rigidez maior do que ligações duplas com momentos reversos (negativo de um lado e positivo do outro) causados por ações laterais na estrutura. Tais efeitos são confirmados por resultados experimentais avaliados em ELLIOTT et al. (1998).



**Figura 2.11:** Variações na consideração do comprimento de embutimento  $l_e$  [FERREIRA, 2003].

A região da ligação é aqui definida como uma região na extremidade da viga com rigidez reduzida, sendo a curvatura ao longo deste trecho considerada como constante, onde se assume que o comprimento da ligação coincide com o comprimento de rótula plástica  $\lambda_p$  na extremidade da viga. O comprimento  $\lambda_p$  depende de fatores como a altura da viga, a posição do centro de rotação na ligação e o caminho das forças internas na extremidade da viga (fig. 2.12). O comprimento  $\lambda_p$  pode ser obtido com base em medidas experimentais aplicadas na equação [21].



**Figura 2.12:** Regiões de distúrbio na extremidade de ligações viga x pilar [FERREIRA, 2003]

Com base nas equações [20] e [21], a rigidez secante da ligação  $R_{\phi_s}$  é obtida por:

$$R_{\phi_s} = \frac{M_{CR}}{\phi_c} = \left[ \frac{\lambda_e}{0.9E_s A_s d^2} + \frac{\lambda_p}{E_{cs} I_{cr}} \right]^{-1} \quad [22]$$

A rigidez elástica de serviço  $R_{\phi_e}$  (para  $M \leq 0.75M_{CR}$ ) pode ser aproximada por:

$$R_{\phi_e} = \frac{E_c I_{eq}}{l_p} \quad [23]$$

Onde  $I_{eq}$  é o momento de inércia equivalente, considerando parte da viga fissurada e outra parte como não fissurada.

O procedimento proposto para projeto de uma ligação semi-rígida está apresentado na fig. 2.13.

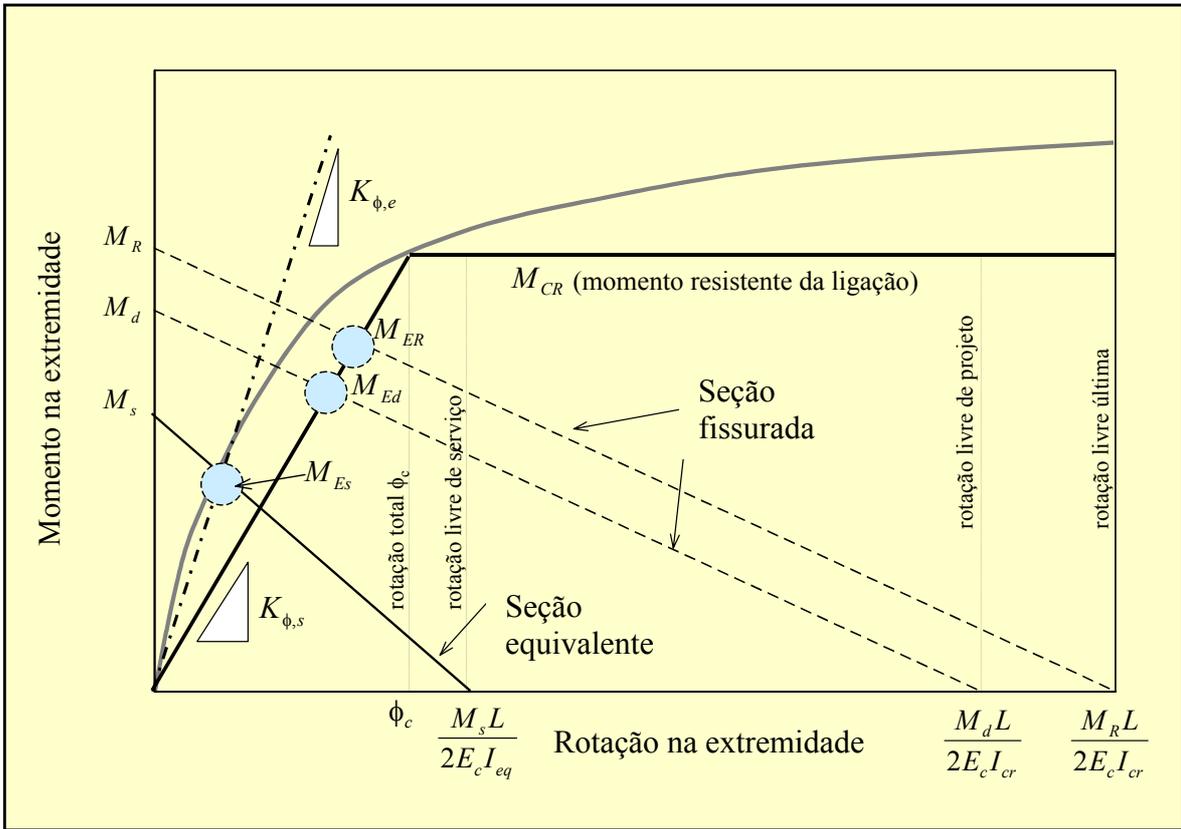


Figura 2.13: Procedimento teórico para projeto de ligações semi-rígidas [FERREIRA, 2003].

Considerando  $E_c I_{cr}/L$ , a capacidade requerida da ligação  $M_{ER}$  e o máximo momento permitido na ligação para situações de projeto  $M_{Ed}$  podem ser obtidos por:

$$\frac{M_{ER}}{M_R} = \frac{M_{Ed}}{M_d} = \left[ \left( \frac{2.22 E_c I_{cr}}{A_s E_s d^2} \right) \left( \frac{\lambda_e}{L} \right) + \left( \frac{L + 2\lambda_p}{L} \right) \right]^{-1} \quad [24]$$

Onde  $M_R$  é a máxima resistência nominal na extremidade da viga (para  $\gamma_s = \gamma_c = 1$ ) e  $M_d$  é a resistência de projeto na extremidade da viga (para  $\gamma_s = 1.15$  e  $\gamma_c = 1.4$ ).

Considerando  $E_c I_{eq}/L$ , o máximo momento permitido na ligação para situações de serviço  $M_{Es}$  pode ser obtido por:

$$\frac{M_{Es}}{M_s} = \left[ 1 + \frac{2\lambda_p}{L} \right]^{-1} \quad [25]$$

Onde  $M_s$  é o momento de serviço na extremidade da viga (para  $\gamma_f = 1$ ).

Para estruturas contraventadas, as equações [24] e [25] fornecem uma estimativa direta para os requerimentos de projeto. Todavia, no caso de pórticos deslocáveis, a análise estrutural é necessária para checar os momentos de extremidade e os deslocamentos laterais da estrutura.

A rotação relativa viga-pilar é resultante do mecanismo de deformação por alongamento das barras de continuidade, no trecho embutido no pilar, somado ao mecanismo de deformação por flexão da região da ligação.

Propõe-se uma expressão para a relação momento-rotação que considera o comportamento não linear até a primeira plastificação da ligação. Neste ponto, a rigidez secante da ligação é obtida pelo momento resistente da ligação e pela rotação relativa viga x pilar calculados para o início do escoamento nas barras de continuidade. Desta forma, as ligações com resistência à flexão devem atender aos requisitos de resistência e de rigidez simultaneamente.

As figuras a seguir ilustram como deve ser o comportamento de uma ligação semi-rígida. Na figura 2.14, tem-se o comportamento de uma ligação perfeitamente rígida (monolítica) com rigidez infinita.



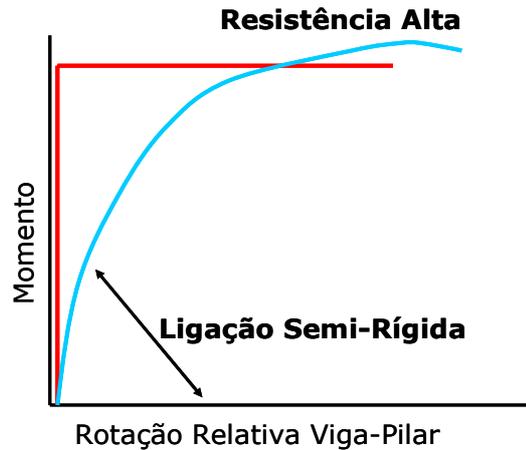
**Figura 2.14:** Comportamento de uma ligação rígida.

A rigidez é dada pela tangente do ângulo  $\alpha$ , no caso de  $90^\circ$ , portanto com rigidez infinita. Já a fig. 2.15 ilustra uma ligação com resistência à flexão com um comportamento não recomendado: baixa resistência e baixa rigidez.



**Figura 2.15:** Comportamento não recomendado para uma ligação semi-rígida.

Na figura 2.16 tem-se o comportamento ideal para uma ligação semi-rígida com uma resistência e uma rigidez adequada.



**Figura 2.16:** Comportamento ideal de uma ligação semi-rígida.

Entretanto, para o completo dimensionamento da ligação é necessário ainda que se faça a interação com o elemento de viga para a garantia da ductilidade através da reta *beam-line*. A *beam-line*, é uma reta que une o ponto referente ao momento de uma ligação rígida no eixo y à máxima rotação livre na extremidade da viga para uma ligação rotulada no eixo x.

O ponto no eixo y é dado por:  $M_R = \frac{q.l^2}{12}$  e no eixo x por:  $\theta_{\max} = \frac{M_R.l}{2.E_c.0,4.I}$  onde:

$q$  = carregamento distribuído;

$l$  = distância entre os centros de rotação nas extremidades da viga (centro a centro de consolo);

$E_c$  = módulo de elasticidade secante;

$I$  = momento de inércia bruto da viga (a multiplicação por 0,4 é para a consideração da não linearidade física da viga de forma simplificada).

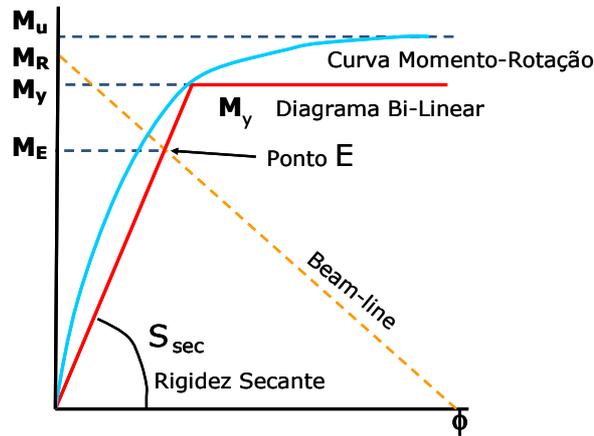


Figura 2.17: Interação entre a curva momento-rotação e a *beam-line*.

A rigidez secante é dada pela tangente do ângulo formado pela reta que liga o ponto de momento e rotação nulos (origem) ao ponto de intersecção entre a linha horizontal que parte do momento de escoamento da armadura negativa e a curva momento-rotação da ligação. Esses pontos do gráfico delimitam o diagrama bi-linear (reta vermelha da fig. 2.17) que é uma linearização da curva real da ligação (curva azul da fig. 2.17).

Para a garantia da ductilidade da ligação é necessário que a sua armadura tenha condição para atingir o escoamento ( $M_y$ ) após a intersecção da *beam-line* com a reta secante (ponto E) do gráfico, transferindo-se assim, qualquer possibilidade de ruptura para o elemento de viga.

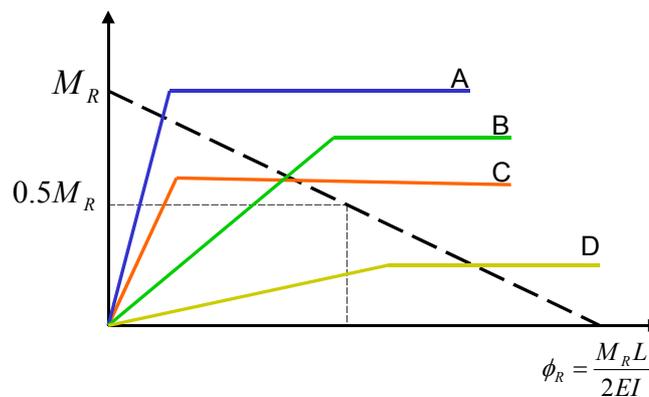


Figura 2.18: Critérios de resistência e rigidez.

Pelos critérios de resistência e rigidez, a ligação A e B possuem uma configuração de rigidez (inclinação da secante) e resistência (momento de escoamento) satisfatórias, enquanto as ligações C e D escoam antes da interseção com a *beam-line*, não tendo garantia quanto à ductilidade. Para que as ligações C e D atendessem a todos os critérios de projeto sem alterar as características da viga, as opções de revisão seriam as seguintes:

- Fixando-se a rigidez  $R_{sec}$  seria necessário aumentar o momento de escoamento  $M_y$  acrescentando-se mais armadura negativa; ou
- Fixando-se  $M_y$ , seria necessário diminuir a rigidez  $R_{sec}$ .

### **3. ESTABILIDADE E EFEITOS DE 2ª ORDEM**

---

Segundo a NBR 6118/2003, existem nas estruturas três tipos de instabilidade:

- a) Nas estruturas sem imperfeições geométricas iniciais, pode haver perda de instabilidade por flambagem;
- b) Em estruturas abatidas, pode haver perda de estabilidade por passagem brusca de uma configuração para outra reversa da anterior;
- c) Em estruturas de material de comportamento não-linear, com imperfeições geométricas iniciais, pode haver perda de instabilidade quando, ao crescer a intensidade do carregamento, o aumento da capacidade resistente da estrutura passa a ser menor do que o aumento da sollicitação.

Efeitos de 2ª ordem são aqueles que se somam aos obtidos numa análise de primeira ordem (em que o equilíbrio da estrutura é estudado na configuração geométrica inicial), quando a análise do equilíbrio passa a ser efetuada considerando a configuração deformada.

Para o cálculo dos efeitos de 2ª ordem deve ser considerado o comportamento não-linear presente no material concreto armado.

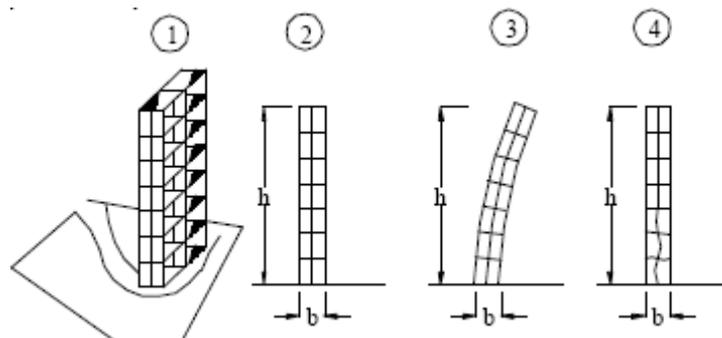
A análise estrutural com efeitos de 2ª ordem deve assegurar que, para as combinações mais desfavoráveis das ações de cálculo, não ocorra perda de estabilidade nem esgotamento da capacidade resistente.

### 3.1. Efeitos globais, locais e localizados de 2ª ordem

Sob a ação das cargas verticais e horizontais, os nós da estrutura deslocam-se horizontalmente. Os esforços de 2ª ordem decorrentes desses deslocamentos são chamados efeitos globais de 2ª ordem (fig. 3.1[3]). Os deslocamentos horizontais que provocam o surgimento dos efeitos de segunda ordem são provenientes da ação do vento ou do desaprumo. No caso de edifícios pré-fabricados de múltiplos andares, a ação de vento sempre corresponde à ação mais desfavorável, uma vez que os pilares são normalmente contínuos, eliminando os desaprumos entre os andares. Os efeitos globais serão amplamente estudados e comentados no decorrer dos capítulos.

Nas barras da estrutura, como um lance de pilar, os respectivos eixos não se mantêm retilíneos, surgindo aí efeitos locais de 2ª ordem que, em princípio, afetam principalmente os esforços solicitantes ao longo delas (fig. 3.1[4]).

Os efeitos de 2ª ordem localizados se restringem às certas regiões de pilares-paredes e não serão abordados por se tratar de um assunto específico.



**Figura 3.1:** Esquema estrutural de prédio alto [CARVALHO, 2002].

1) perspectiva esquemática; 2) estrutura vertical indeformada; 3) edificação sujeita a instabilidade global; 4) instabilidade local de pilares centrais inferiores

A verificação da estabilidade global deve preceder a verificação local da estabilidade, mas a dispensa de uma não acarreta a dispensa da outra.

### 3.2. *Estruturas de nós fixos e estruturas de nós móveis (estruturas indeslocáveis e estruturas deslocáveis)*

As estruturas são consideradas, como de nós fixos, quando os deslocamentos horizontais dos nós são pequenos e, por decorrência, os efeitos globais de 2ª ordem são desprezíveis (inferiores a 10% dos respectivos esforços de 1ª ordem). Nessas estruturas, basta considerar os efeitos locais e localizados de 2ª ordem.

As estruturas de nós móveis são aquelas onde os deslocamentos horizontais não são pequenos e, em decorrência, os efeitos globais de 2ª ordem são importantes (superiores a 10% dos respectivos esforços de 1ª ordem). Nessas estruturas devem ser considerados tanto os esforços de 2ª ordem globais como os locais e localizados.

### 3.3. *Contraventamento*

Por conveniência de análise, é possível identificar, dentro da estrutura, subestruturas que, devido à sua grande rigidez a ações horizontais, resistem à maior parte dos esforços decorrentes dessas ações. Essas subestruturas são chamadas subestruturas de contraventamento. As subestruturas de contraventamento podem ser núcleos rígidos como poços de elevadores e caixas de escadas, pilares-paredes, painéis de cisalhamento, pilares com grande rigidez ou ainda pórticos formados por pilares-vigas ou pilares-lajes através de ligações com resistência à flexão.

Os elementos que não participam da subestrutura de contraventamento são chamados elementos contraventados.

As subestruturas de contraventamento podem ser de nós fixos ou de nós móveis, não sendo correto afirmar que uma estrutura contraventada necessariamente é indeslocável.

### 3.4. Processos aproximados para a consideração dos esforços globais de 2ª ordem

#### 3.4.1. Parâmetro de instabilidade $\alpha$

Uma estrutura reticulada simétrica pode ser considerada como sendo de nós fixos se seu parâmetro de instabilidade  $\alpha$  for menor que o valor  $\alpha_1$ , conforme a expressão:

$$\alpha = H_{tot} \cdot \sqrt{\frac{N_k}{(E_{cs} \cdot I_c)}}$$

Onde:

$$\alpha_1 = 0,2 + 0,1n \quad \text{se: } n \leq 3$$

$$\alpha_1 = 0,6 \quad \text{se: } n \geq 4$$

Onde:

$n$  é o número de níveis de barras horizontais (andares) acima da fundação ou de um nível pouco deslocável do subsolo;

$H_{tot}$  é a altura total da estrutura, medida a partir do topo da fundação ou de um nível pouco deslocável do subsolo;

$N_k$  é o somatório de todas as cargas verticais atuantes na estrutura (a partir do nível considerado para o cálculo de  $H_{tot}$ ), com seu valor característico;

$E_{cs} \cdot I_c$  representa o somatório dos valores de rigidez de todos os pilares na direção considerada com módulo de elasticidade inicial e inércia bruta. No caso de estruturas de pórticos, de treliças ou mistas, ou com pilares de rigidez variável ao longo da altura, pode ser considerado o valor de expressão  $E_{cs} \cdot I_c$  de um pilar equivalente de seção constante.

O valor limite  $\alpha_1 = 0,6$  prescrito para  $n \geq 4$  é, em geral, aplicável às estruturas usuais de edifícios moldados in-loco. Pode ser aumentado para  $\alpha_1 = 0,7$  no caso de

contraventamento constituído exclusivamente por pilares-parede e deve ser reduzido para  $\alpha_1=0,5$  quando só houver pórticos.

O parâmetro de instabilidade  $\alpha$  apenas classifica a estrutura como sendo de nós fixos ou nós móveis e não permite estimar os esforços de 2ª ordem a partir dos esforços de 1ª ordem. Se a estrutura for classificada como deslocável (de nós móveis), os esforços de 2ª ordem teoricamente deveriam ser obtidos por meio de processos mais refinados como o P-delta, que é capaz de determinar os esforços totais de uma estrutura, porém requer um cálculo iterativo trabalhoso. Por este motivo, o parâmetro de instabilidade  $\alpha$  encontra-se em desuso entre os projetistas de estruturas e não será abordado neste trabalho.

FRANCO e VASCONCELLOS (1991) afirmam que apesar da inegável utilidade do parâmetro  $\alpha$ , o processo do “ $\gamma_z$ ” (descrito a seguir), é um método mais simples e ilustrativo para avaliar os efeitos de 2ª ordem.

### 3.4.2. Coeficiente $\gamma_z$

Idealizado pelos engenheiros Mário Franco e Augusto Vasconcelos, o coeficiente  $\gamma_z$  é um parâmetro que serve para avaliar, de forma simples, a importância da consideração dos esforços de segunda ordem na estabilidade global de edifícios. Além disso, dentro de certa faixa de valores, ele serve também para estimar os esforços finais, mediante a majoração daqueles obtidos numa análise de primeira ordem.

Através da utilização do processo P-delta em edifícios usuais, com carregamentos horizontais e verticais uniformemente distribuídos, notou-se que a razão entre os acréscimos de deslocamentos de uma dada iteração e os da iteração anterior eram

semelhantes, quaisquer que fossem as iterações. Constatou-se que o mesmo acontecia com momentos fletores, e concluiu-se que os valores seguiam uma progressão geométrica decrescente (razão constante).

Segundo a NBR 6118, o coeficiente  $\gamma_z$  de avaliação da importância dos esforços de segunda ordem globais é válido apenas para estruturas reticuladas de quatro ou mais andares.

Em FERREIRA *et al* (2005) foram apresentadas simulações de análise global em estruturas pré-moldadas com diferentes números de pavimentos (inclusive com três pavimentos), partindo da análise de primeira ordem, seguida da consideração dos efeitos de segunda ordem com base no processo simplificado por meio do coeficiente  $\gamma_z$  até a consideração da não linearidade geométrica, que resultaram nas seguintes conclusões:

- No caso das estruturas pré-moldadas com ligações rotuladas, este procedimento pode ser aplicado diretamente e a deslocabilidade da estrutura depende da somatória das rigidezes dos pilares isolados em balanço;
- A aplicação do coeficiente  $\gamma_z$  também é válida para estruturas pré-moldadas com ligações semi-rígidas com mais de 4 pavimentos. De fato, o coeficiente  $\gamma_z$  também é adequado para se processar a análise de segunda ordem em estruturas pré-moldadas desde que se considere o efeito desfavorável das deformações das ligações viga-pilar, ou seja, considere o comportamento semi-rígido das mesmas para a obtenção dos deslocamentos de primeira ordem necessários para a obtenção do coeficiente  $\gamma_z$ ;
- Em resumo, o limite para estruturas com nós fixos apresentado pela NBR 6118,  $\gamma_z \leq 1,10$ , também é válido para avaliar a estabilidade global de estruturas pré-

moldadas desde que para o cálculo dos deslocamentos de primeira ordem já esteja considerado o efeito do comportamento semi-rígido das ligações viga-pilar.

O coeficiente  $\gamma_z$  é determinado, como já foi descrito, a partir dos resultados de uma análise linear de primeira ordem, para cada combinação de carregamento (com seus valores de cálculo), considerando-se a não linearidade física. A N.L.F. pode ser considerada de maneira aproximada, tomando-se como rigidez dos elementos estruturais os seguintes valores:

- vigas:  $(EI)_{sec} = 0,4 E_{ci} I_c$

- pilares:  $(EI)_{sec} = 0,8 E_{ci} I_c$

onde:  $I_c$  é o momento de inércia da seção bruta, incluindo quando for o caso, as mesas colaborantes (seções T formadas pelas vigas e lajes alveolares) e  $E_{ci} = 5600 f_{ck}^{1/2}$  [MPa].

Quando a estrutura de contraventamento for composta exclusivamente por vigas e pilares e  $\gamma_z \leq 1,3$ , permite-se tomar a rigidez das vigas e pilares por:

- vigas e pilares:  $(EI)_{sec} = 0,7 E_{ci} I_c$

O coeficiente  $\gamma_z$  é dado por:

$$\gamma_z = \frac{1}{1 - \frac{\Delta M_{tot,d}}{M_{1,tot,d}}} \quad \text{onde:}$$

$M_{1,tot,d}$  = soma dos momentos de todas as forças horizontais em relação à base da estrutura;

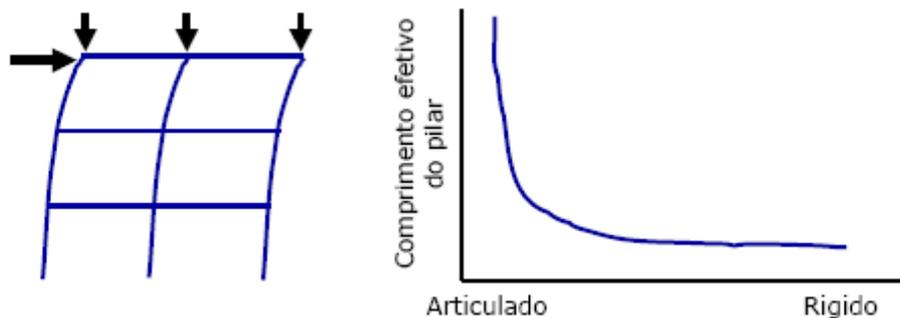
$\Delta M_{\text{tot,d}}$  = soma dos produtos de todas as forças verticais atuantes na estrutura pelos deslocamentos horizontais de seus respectivos pontos de aplicação obtidos na análise de 1ª ordem.

A determinação dos esforços globais de 2ª ordem consiste na avaliação dos esforços finais (1ª ordem + 2ª ordem) a partir da majoração adicional dos esforços horizontais da combinação de carregamento considerada por  $0,95 \gamma_z$ . Esse processo só é válido para  $\gamma_z \leq 1,3$ .

### 3.5. *A Estabilidade Global em Estruturas Pré-Moldadas*

Correntemente, as estruturas pré-moldadas em esqueleto são divididas em dois grupos: as estruturas com vigas isostáticas e as estruturas com vigas hiperestáticas. No caso das estruturas pré-moldadas com vigas isostáticas, as ligações viga-pilar se comportam como articulações e a estabilidade global depende da rigidez dos pilares em balanço engastados na base. Neste caso, a deslocabilidade da estrutura pré-moldada é bastante superior a de uma estrutura monolítica (com as mesmas seções de pilares para ambos os casos). Por outro lado, no caso das estruturas pré-moldadas com vigas hiperestáticas, onde se têm ligações viga-pilar que resistem à flexão em virtude da presença dos mecanismos internos de deformação nas ligações ou ainda quando se tem solidarização por meio de concretagem no local, tais estruturas apresentam um desempenho global inferior ao comportamento da estrutura com ligações perfeitamente rígidas. Por esta razão, tem-se preferido convencionar este tipo de estrutura pré-moldada de uma estrutura com vigas *hiperestáticas semi-contínuas*.

A estabilidade global ganha importância no estudo das estruturas de concreto pré-moldado devido à presença das ligações viga-pilar deformáveis, as quais geram modificações nos esforços e deslocamentos ao longo da estrutura. Deste modo, a deslocabilidade da estrutura pré-moldada, associada aos deslocamentos de primeira ordem, é bastante sensível ao comportamento das ligações viga-pilar (fig. 3.2). Assim, o comportamento semi-rígido das ligações deve ser considerado na análise global para que se tenha uma melhor referência quanto à transferência de esforços ou com relação aos deslocamentos de primeira ordem da estrutura pré-moldada.



**Figura 3.2:** Efeitos da ligação sobre a rigidez lateral de estrutura pré-fabricada [FERREIRA, 2005].

A estabilidade e o equilíbrio da estrutura e dos componentes pré-moldados devem ser garantidos tanto para a situação definitiva quanto durante a fase de montagem. Por esta razão, devem ser verificados o equilíbrio e os esforços na estrutura pré-moldadas para as diferentes etapas da obra. No caso de ligações solidarizadas com concretagem no local, deve haver ligações temporárias para garantir a estabilidade na etapa transitória de montagem. Isto requer um planejamento cuidadoso da montagem. Na norma inglesa de estruturas de concreto BS-8110 (1997), além da estabilidade global nas situações definitiva e transitória, deve-se garantir a robustez da estrutura, ou seja, impedir que ocorra a propagação do colapso progressivo no caso da falha de algum elemento ou

ligação estrutural. Neste caso, a reserva de resistência da estrutura é garantida por mecanismos resistentes adicionais que são conseguidos por meio de tirantes posicionados no perímetro das lajes (eixo das vigas). No presente trabalho são tratadas apenas as questões referentes à estabilidade das estruturas pré-moldadas após a etapa da solidarização das ligações viga-pilar.

### **3.5.1. Mecanismos de Contraventamento**

As estruturas de concreto moldadas no local se comportam como pórticos tridimensionais. A continuidade dos deslocamentos e o equilíbrio de momentos, forças cortante e normal são conseguidas pela continuidade das armaduras através das juntas e ligações, onde estas possuem a mesma resistência dos elementos estruturais.

No caso das estruturas em concreto pré-moldado, era comum a não aplicação de pórticos tridimensionais pela relativa dificuldade de se conseguir ligações resistentes à flexão com rigidez suficiente para promover um comportamento de pórtico. Ainda no conceito antigo, as ligações deveriam ser todas articuladas para acelerar a montagem, enquanto a estabilidade deveria ser garantida por elementos especiais de contraventamento. Todavia, existem vários trabalhos experimentais que mostram que este não é mais o caso, podendo-se contar de forma segura com ligações resistentes à flexão, desde que se conheçam os mecanismos de deformação, garantindo um efetivo comportamento de pórtico.

Todavia, a estabilidade das estruturas pré-moldadas ainda pode ser garantida por meio de outros sistemas de contraventamento, de fácil execução no canteiro: engastamento dos pilares nas fundações, rigidez horizontal das paredes de cisalhamento, diagonais de

contraventamento, ação de pórticos planos, efeitos de diafragmas das lajes de piso e de cobertura, e combinações dos sistemas anteriores.

Os seguintes conceitos para estabilidade estrutural são principalmente usados em:

- Estruturas não contraventadas (ou estruturas deslocáveis), onde a estabilidade é fornecida pela ação dos pilares engastados na base na estrutura em esqueleto, com possível combinação com diagonais de contraventamento ou com a utilização de pórticos;
- Estruturas contraventadas, onde a resistência contra ações horizontais é conseguida pela ação de paredes transversais de cisalhamento (contraventamento), por caixas de elevadores e núcleos centrais. Outros elementos da estrutura pré-moldada são estabilizados (contraventados) na direção horizontal pelos componentes de estabilização (como pelo efeito de diafragma das lajes de piso). O conceito total para estabilidade horizontal assegura que as ações horizontais atuantes em qualquer ponto da estrutura sejam transferidas para os componentes de estabilização e, depois para as fundações.

Os pilares, que são engastados nas fundações por meio de ligações resistentes à flexão, irão atuar como uma haste em balanço quando submetida às ações horizontais. A ação de haste em balanço dos pilares engastados na base pode ser utilizada para estabilização de estruturas pré-moldadas de baixa altura (até 3 pavimentos). Um efeito de estabilização semelhante sobre a estrutura pode ser conseguido em caixas de escadas e em núcleos estruturais formados por painéis.

Quando a estrutura se comporta como um pórtico, a estabilidade é então obtida pela continuidade da flexão e do cisalhamento entre os pilares e vigas. Este sistema é

normalmente empregado em estruturas com pórticos bidirecionais, para fornecer rigidez complementar para uma estrutura esbelta não contraventada ou em esqueleto.

No caso de panos de paredes estruturais, é fácil de se conseguir uma boa inércia à flexão no plano destas paredes, bem como a mobilização dos esforços de cisalhamento nas juntas entre painéis e na base da parede, sendo isto conhecido como “ação de parede de cisalhamento” (ou paredes de enrijecimento ou ainda paredes de contraventamento).

Para transferir as ações horizontais sobre fachadas para componentes de contraventamento verticais, utiliza-se a rigidez no plano horizontal das lajes de piso e de cobertura. Essa ação é conhecida como “ação diafragma”. Estes diafragmas deveriam ser considerados como partes essenciais do sistema de contraventamento. Pela ação de diafragma, a força horizontal será distribuída entre os componentes de contraventamento verticais.

Quando um componente de contraventamento, como uma parede, um pórtico plano ou uma laje de piso, é composto de muitos elementos pré-moldados, a interação entre os elementos deve ser assegurada por meio de um projeto apropriado das ligações entre estes elementos.

Dois estágios de projeto devem ser considerados: a estabilidade temporária e a estabilidade permanente, sendo que esta última é aplicada a todo tipo de estrutura, sendo contraventada ou não.

### **3.5.2. Estabilidade Temporária**

O projeto para estabilidade temporária, elevação e técnicas de montagem é uma parte integral do projeto completo da obra. Instruções detalhadas devem ser estabelecidas no

escritório de projetos e encaminhadas ao canteiro de obras no que diz respeito à seqüência de elevação da estrutura e, por outro lado, o engenheiro projetista deve ser conhecedor da escolha do método de construção mais adequado.

Os produtores de pré-fabricados devem fornecer instruções dos meios de elevação, métodos de confecção de juntas estruturais e especificações de materiais a serem utilizados na montagem. De acordo com o BS 8110 – norma inglesa – na documentação para a obra devem constar:

- Detalhes de ligações críticas, materiais e métodos;
- Dimensões e tolerâncias;
- Escoramentos temporários e fixações;
- Regras para avanço da montagem, levando-se em conta a maturação das peças estruturais.

Os dois principais aspectos que envolvem o projeto para condição temporária são:

- Estudo de componentes isolados e ligações;
- Conjunto garantindo a estabilidade global.

Controles devem ser efetuados para garantir que o concreto com pouca idade seja utilizado adequadamente, tanto na fábrica quanto na obra, para se prevenir fissuras e quebras de cantos durante os processos em obra. Armaduras de reforços podem ser previstas em arestas de vigas e lajes.

Em um segundo momento, a seqüência de carregamento de vigas pode submeter a peça a esforços não previstos em uma situação final. Um bom exemplo é quando lajes são

apoiadas em um lado só de uma viga interna. Neste caso, a viga estará submetida à torção até que a montagem do outro lado da viga anule a tendência de rotação.

Métodos de montagem têm uma influência significativa no projeto. A maioria deles relaciona-se com detalhes de ligações, materiais e estabilidade temporária. Muitos dos detalhes de ligações que se conhecem hoje foram desenvolvidos não através de análises estruturais em escritório, mas via “feedback” do canteiro de obras.

Em muitos casos a seqüência de construção irá ditar o projeto da estrutura. Frequentemente, a posição de paredes de cisalhamento, tamanho de vigas, etc. podem somente ser definidos quando um programa de montagem é fixado. Economias significantes podem ser alcançadas se o projetista levar em conta todos os benefícios disponíveis no canteiro de obras. A montagem de colunas, paredes, vigas, lajes e escadas, naturalmente é a seqüência mais óbvia de montagem, no entanto a principal decisão a ser tomada na fase de projeto é a decisão logística. As duas principais opções são:

- Complementação da estrutura piso por piso;
- Complementação da estrutura de módulo a módulo até a cobertura.

Os seguintes pontos devem ser considerados:

- Posições de paredes de cisalhamento e maturidade de conexões devem ditar o progresso da montagem;
- Possibilidade de estabilidade temporária;
- Disponibilidade e/ou posicionamento de equipamento para transporte e içamento de cada componente;
- Tamanho e peso dos componentes;

- Segurança e rapidez de montagem;
- Tolerâncias para uma montagem mais barata.

O planejamento pode aumentar a velocidade global da montagem por permitir que partes da construção sejam liberadas para trabalhos in-loco enquanto a montagem prossegue no restante da estrutura pré-fabricada. O método preferível de construção é montar módulos completos até a cobertura enquanto se vai desocupando a obra, liberando bloco por bloco até a finalização. Um método alternativo é montar piso por piso, liberando andares inferiores enquanto a montagem continua nos andares superiores. O acesso pode geralmente ser liberado dentro de duas ou três semanas a partir do início da montagem da estrutura.



**Figura 3.3:** Montagem da estrutura [ELLIOTT, 2005].

### 3.6. Estruturas Pré-Moldadas não Contraventadas

#### 3.6.1. Pilares agindo como vigas em balanço

Os pilares e painéis de paredes pré-moldados podem ser engastados nas fundações. Isso é facilmente conseguido em solos resistentes ou com a utilização de estacas de fundação. As soluções básicas para se conseguir ligações resistentes à flexão entre as bases dos pilares e as fundações são apresentadas na figura 3.4. No caso de cálices de fundação, a solidarização entre o pilar e a fundação é conseguida por meio de preenchimento com graute ou concreto nos vazios entre o pilar e as faces internas do cálice. Em uma outra solução, armaduras longitudinais são deixadas como esperas da fundação para serem encaixadas em nichos (ou bainhas) no pilar, os quais serão posteriormente preenchidos com graute. No caso de ligações pilar-fundação parafusadas, são utilizadas chapas de base ou cantoneiras, as quais são soldadas à armadura longitudinal do pilar, anterior à pré-moldagem, as quais serão parafusadas nos chumbadores deixados nas bases das fundações.

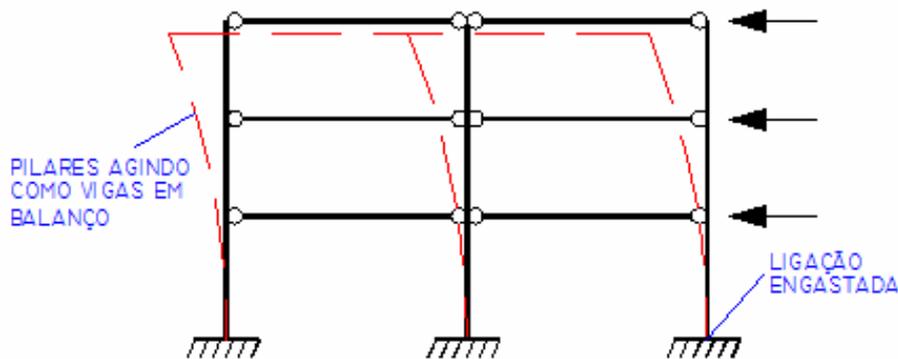


**Figura 3.4:** Ligações engastadas entre os pilares pré-moldados e fundações [ABCIC].

A ligação viga-pilar é geralmente executada com chumbadores verticais e almofada de elastômero agindo como uma rótula. A figura 3.5 mostra a deformada aproximada de uma estrutura com três pavimentos com pilares contínuos engastados na base e ligações

viga-pilar articuladas. Na realidade, ligações viga-pilar com chumbadores podem não ser completamente rotuladas, mas semi-rígidas. Na Europa, os chumbadores das ligações não são apenas grauteados, mas parafusados nas extremidades, tornando o mecanismo de deformação diferente. ENGSTRON (1992) demonstrou que as ligações com chumbadores parafusados podem atuar como ligações semi-rígidas para situações de colapso com grandes deslocamentos. Porém com base na classificação de ligações semi-rígidas do EUROCODE 3, sugere-se que a semi-rigidez nestas ligações é suficiente baixa de modo que as mesmas podem ser consideradas como articuladas para situações em serviço.

Neste caso a estabilidade é garantida pelos pilares em balanço em relação às ações laterais. Sua utilização é limitada aos edifícios de pequena altura (até 3 pavimentos). Este caso tem como principais características a facilidade das ligações entre vigas e pilares e o fato de os pilares serem contínuos.

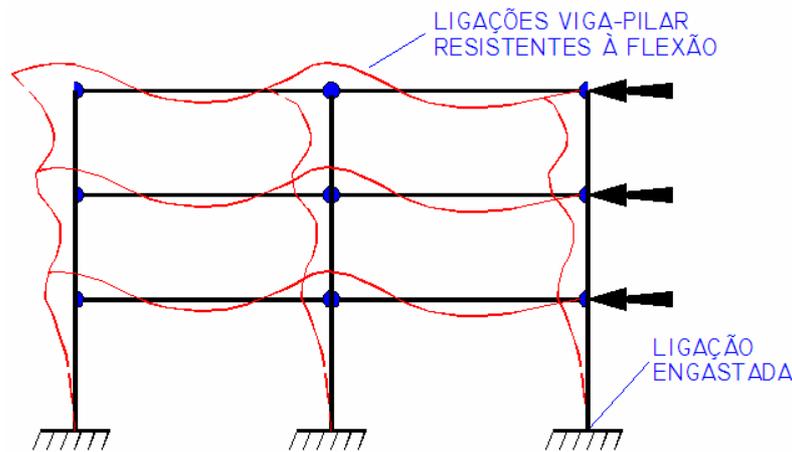


**Figura 3.5:** Configuração deformada da estrutura não contraventada.

### 3.6.2. Efeito de pórtico

Quando o engastamento dos pilares nas fundações não fornece a rigidez necessária para a estrutura, como por exemplo no caso de estruturas esbeltas em esqueleto ou em

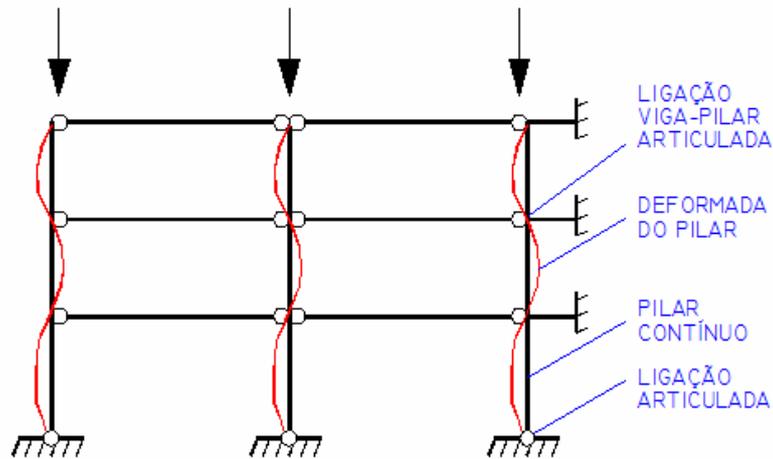
pórticos simples, a rigidez horizontal adicional pode ser obtida por meio de ligações viga-pilar resistentes à flexão. Essas ligações devem ser usadas para edifícios de 3 a 5 pavimentos em conjunto ou não com outros elementos de contraventamento.



**Figura 3.6:** Configuração deformada de uma estrutura com ligações resistentes à flexão.

### 3.7. Estruturas Pré-Moldadas Contraventadas

Em construções com mais de cinco pavimentos, os deslocamentos horizontais podem ser excessivos, sendo necessário empregar sistemas adicionais de contraventamento. Assim, paredes de contraventamento, núcleos centrais ou outras formas de enrijecimento são empregados. A prática usual é conferir a função de estabilidade para os poços de elevadores, caixas de escada ou paredes internas de cisalhamento, e interligar o resto da estrutura através da ação de diafragma das lajes de piso e cobertura. Neste caso, a estrutura pode ser classificada como contraventada (com nós fixos) (fig. 3.7), e as fundações podem ser articuladas. Os elementos de contraventamento são tão robustos que a rigidez dos elementos do pórtico e as ligações não são importantes. Assim, os momentos fletores devidos aos deslocamentos são pequenos e os pilares podem apenas fletir entre os pavimentos, como barras bi-rotuladas.



**Figura 3.7:** Deformada principal da estrutura contraventada.

### 3.7.1. Ação de parede de cisalhamento (contraventamento)

As paredes de concreto são muito rígidas no seu plano. Por esta razão, elas são muito empregadas tanto para estruturas pré-moldadas como para estruturas de concreto moldadas no local, para enrijecer a estrutura contra as ações horizontais.

É importante destacar que nesse tipo de estrutura deve ser analisada a flambagem localizada.

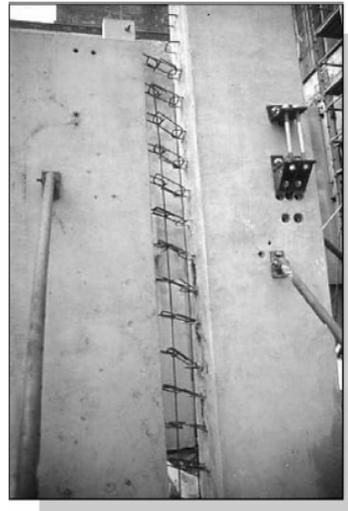
Paredes de contraventamento para edifícios com múltiplos pavimentos são formadas por painéis que são conectados de forma que a parede toda atue como uma única viga rígida em balanço. A interação entre os painéis é assegurada pelas ligações e sistemas de tirantes que transferem as forças de cisalhamento, de tração e de compressão.

Na ligação do painel da fig. 3.8, a componente horizontal da força cortante é resistida pelo efeito de pino de barras de espera e a componente horizontal é resistida pela solda entre insertos metálicos na lateral do painel e a na coluna. A componente vertical pode ser resistida através de laços de espera ligando os painéis e colunas, com posterior

colocação de barras de aço costurando-os (fig. 3.9). Em seguida há o preenchimento da faixa lateral com concreto moldado in-loco.

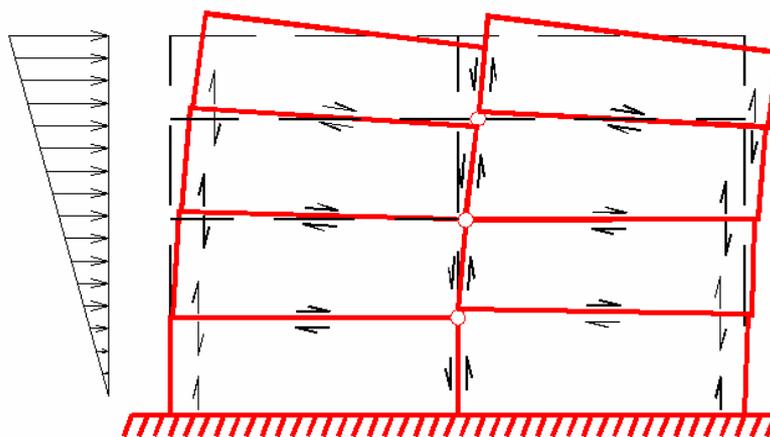


**Figura 3.8:** Painel soldado [ELLIOTT, 2005].



**Figura 3.9:** Painel com armadura de espera [ELLIOTT, 2005].

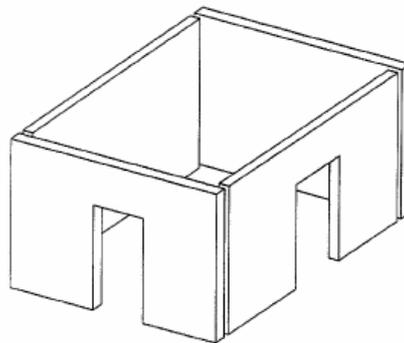
Se necessário, armaduras longitudinais de tração são utilizadas para fixar as unidades de parede junto à fundação e para fornecer continuidade entre sucessivas unidades de painéis altos, se não existe suficiente carregamento vertical para estabilizar estes elementos de painéis.



**Figura 3.10:** Ação nos planos das paredes pré-moldadas.

### 3.7.2. Núcleos centrais e Poços de Elevadores

Os núcleos centrais freqüentemente promovem a estabilidade lateral para estruturas com múltiplos pavimentos, podendo ser combinados com as paredes de cisalhamento. Os núcleos centrais podem ser moldados no local ou pré-moldados. A solução pré-moldada mais comum é compor o núcleo com quatro ou mais elementos de painéis (fig. 3.11) conectados entre si por meio de juntas verticais capazes de resistir às forças de cisalhamento.



**Figura 3.11:** Exemplo de núcleo central pré-moldado [ABCIC].

Na figura 3.12 tem-se uma estrutura pré-fabricada contraventada por um núcleo central composto por painéis de cisalhamento pré-fabricados na caixa de escada e torre de serviço.

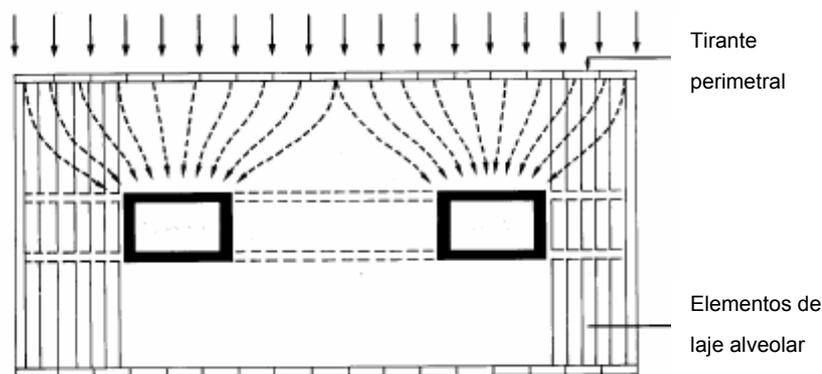


**Figura 3.12:** Núcleo central pré-fabricado [ELLIOTT, 2005].

### 3.8. Ação de diafragma das lajes de piso

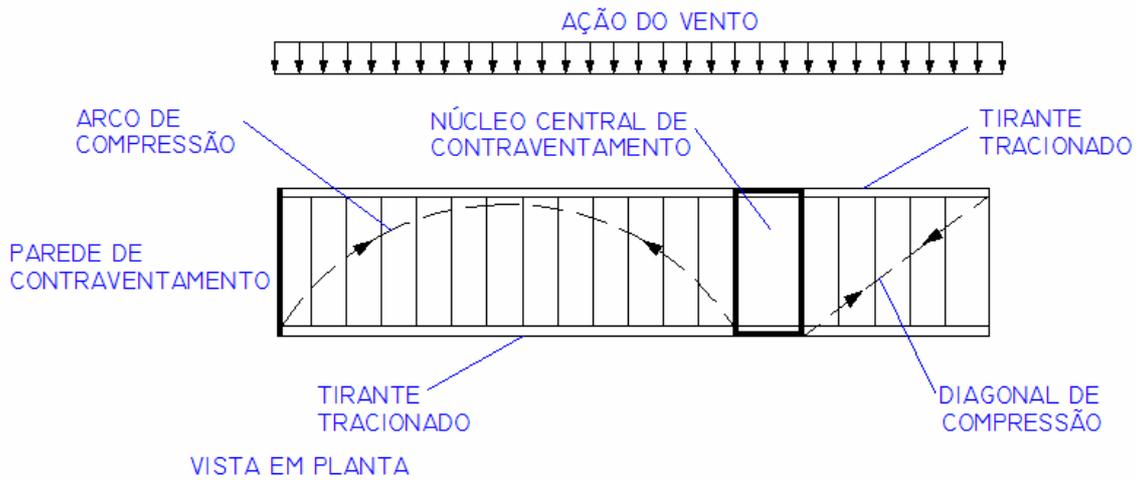
Nas construções em geral, as forças horizontais de vento são geralmente transmitidas para os elementos de contraventamento por meio do efeito de diafragma das lajes. Segundo o Manual de Pré-Fabricados da ABCIC, escrito originalmente pelo Sr. VAN ACKER, diafragmas são estruturas horizontais planas, onde uma das funções principais é transferir as forças horizontais atuantes em diferentes pontos da estrutura para os elementos de contraventamento vertical.

Os sistemas pré-moldados para lajes de pisos ou cobertura são projetados para funcionar como uma viga parede horizontal. O núcleo central e as paredes de contraventamento atuam como apoios dessa viga parede (fig. 3.13). Para resistir a essas forças, a ação de diafragma para o sistema de laje de piso é conseguida através de ligações adequadas entre os elementos de laje, ou com o auxílio de uma armadura de tirante perimetral com preenchimento de concreto no local.



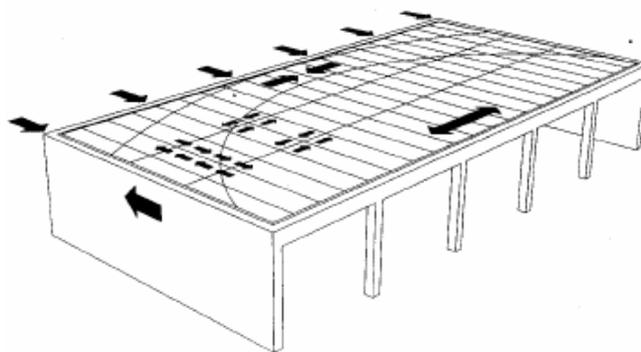
**Figura 3.13:** Princípio da ação de diafragma nos pisos pré-moldados [ABCIC].

O modelo para uma viga parede é geralmente composto por uma estrutura com bielas em arco e tirante (fig. 3.14 e fig. 3.15).



**Figura 3.14:** Sistema de contraventamento no plano horizontal.

As forças de tração são resistidas pelas armaduras de tirante no perímetro das lajes dos pisos. As juntas longitudinais entre os elementos de laje são importantes para transferir as forças de cisalhamento, as quais podem ser transferidas por meio do efeito de atrito entre os painéis, pelo efeito de agregado de travamento e por meio do efeito de pinos embutidos no concreto. Para resistir a essas forças, é necessário que os elementos de laje estejam interligados entre si, de modo que as forças de cisalhamento possam ser transferidas através das juntas, mesmo quando elas estão fissuradas (efeito de intertravamento). As seções mais críticas são as juntas entre o piso e as paredes de cisalhamento, pois as forças de cisalhamento atingem o seu máximo.



**Figura 3.15:** Distribuição das forças no diafragma do piso [ABCIC].

Os pisos formados por elementos de lajes alveolares são apropriados para atuarem como diafragma, por causa da seção transversal nas suas bordas e pelo “grauteamento” das juntas longitudinais entre os elementos adjacentes. É aconselhável limitar o valor de cálculo no ELU para a tensão média de cisalhamento horizontal nas juntas longitudinais entre as unidades das lajes alveolares para  $0,1 \text{ N/mm}^2$ . A tensão de cisalhamento, calculada na altura efetiva da junta é raramente crítica, de modo que as lajes alveolares de piso normalmente fornecem efeitos de diafragma suficientes sem a capa superficial de concreto (fato comum na Inglaterra é a utilização de lajes alveolares sem capa), mas as unidades devem ser restringidas aos movimentos relativos através de grauteamento de recortes com armaduras de continuidades e dispositivos específicos.

Nas lajes pré-moldadas em seções com duplo T (lajes Pi) sem a capa de concreto moldada no local, o cisalhamento é transmitido entre os elementos por meio de barras soldadas em chapas inseridas e ancoradas nas mesas dos elementos de laje.

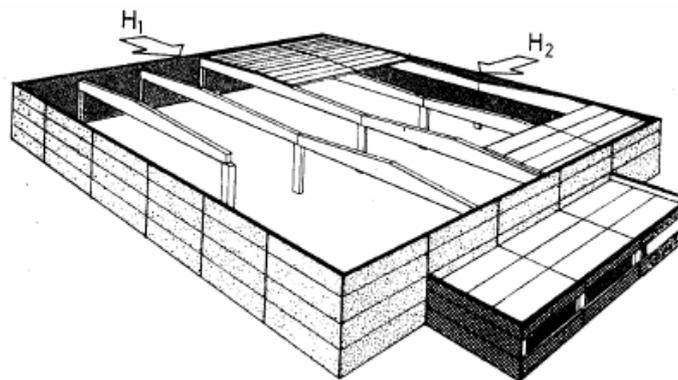
Os elementos de piso com capa de concreto estrutural são geralmente projetados considerando que os elementos de laje pré-moldados são responsáveis por resistir às forças de compressão e por prevenir a flambagem da capa de concreto que é relativamente fina. Neste caso, considera-se que o cisalhamento através das juntas seja transferido totalmente por meio da capa de concreto.

Para produzir continuidade, a armadura colocada na capa de concreto deve ser estendida para dentro das paredes de cisalhamento (contraventamento). Não é provável que a resistência ao cisalhamento da capa de concreto seja o fator que governe o projeto estrutural. Todavia, é preciso cuidado no projeto das lajes de piso, particularmente onde existem aberturas adjacentes às paredes de cisalhamento externas, ou para outros elementos que fornecem estabilidade.

### 3.9. Arranjos para o sistema de estabilização

Nas estruturas pré-moldadas, os componentes de estabilização estão combinados e conectados para formar um sistema de estabilização global. Os arranjos do sistema de estabilização variam em função do tipo de edificação e do sistema estrutural.

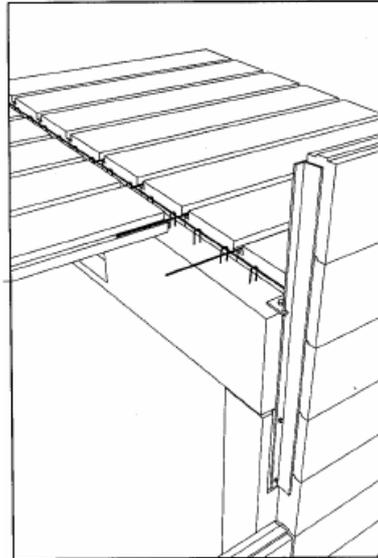
O efeito de viga em balanço dos pilares engastados na base pode ser utilizado para estabilizar edificações de baixa altura com sistema em esqueleto com cerca de três pavimentos. Os pilares são normalmente contínuos para a altura completa da estrutura. As forças horizontais paralelas às vigas podem ser distribuídas pelas vigas de modo que os pilares no mesmo plano da estrutura interajam na flexão ( $H_1$  na fig. 3.16). Forças horizontais na direção transversal ( $H_2$  na fig. 3.16) são resistidas primeiramente pelos pilares extremos. Todavia, por razões econômicas, é aconselhável fazer com que os pilares internos participem. Isso pode ser feito de duas maneiras, através do efeito do diafragma na cobertura ou dos pisos intermediários, ou com a ajuda de diagonais de contraventamento.



**Figura 3.16:** Interação entre os pilares pelo efeito de diafragma dos elementos de cobertura [ABCIC].

O efeito do diafragma na cobertura pode ser conseguido apenas com as lajes pré-fabricadas de concreto. As ligações entre os elementos e os sistemas de tirantes são

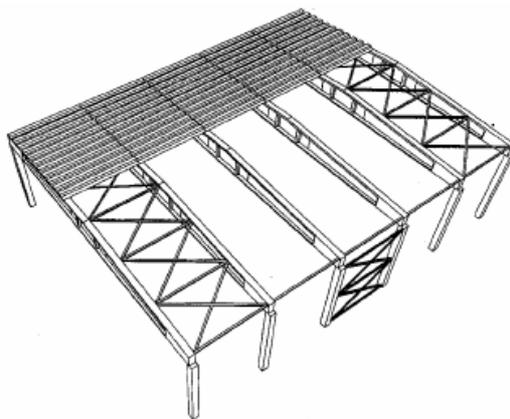
projetados para resistirem a todas as forças no plano da cobertura (fig. 3.17). Dessa maneira, a força horizontal total atuando na edificação é distribuída sob todos os pilares de acordo com a sua rigidez.



**Figura 3.17:** Exemplo de um diafragma de cobertura com lajes de concreto [ABCIC].

Na fig. 3.17 a armadura de tirante nas juntas é interligada com as barras projetadas (barras de espera) das vigas de cobertura.

Para as estruturas leves de cobertura onde o efeito do diafragma não pode ser conseguido pela própria estrutura de cobertura, a distribuição das forças horizontais nas arestas das paredes, acima dos pilares externos e internos, pode ser assegurada por diagonais de contraventamento entre as vigas das aberturas externas, com ajuda de barras e cantoneiras metálicas (fig. 3.18).

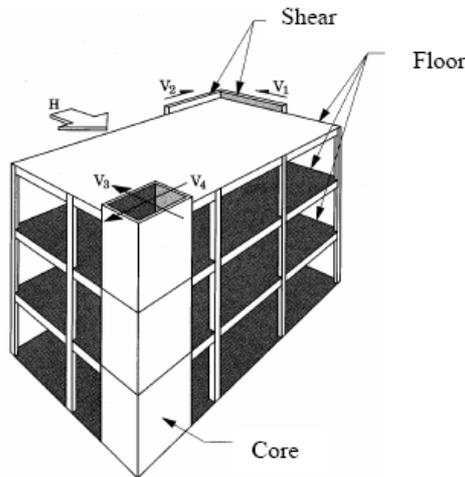


**Figura 3.18:** Diagonais de aço para contraventamento da cobertura ou de estruturas da fachada [ABCIC].

O sistema de contraventamento é a solução mais eficaz para estruturas de esqueleto em edifícios com múltiplos pavimentos, devido ao fato de que as caixas de escada e de elevadores já existem por razões funcionais, de modo que os custos adicionais com elementos de estabilização são desprezíveis. A concentração de todas as ações horizontais em apenas alguns componentes selecionados permite o uso de pilares de menor seção e ligações mais simples. Neste caso, os detalhes das ligações, o projeto e a construção das fundações são bastante simplificados. As paredes de cisalhamento de concreto pré-moldado possuem um custo reduzido, rigidez e resistência elevadas, são fáceis de serem montadas e podem ser integradas com o sistema viga–coluna quer como paredes embutidas ou como paredes em balanço ou ainda formando núcleos de contraventamento. Paredes de alvenaria de preenchimento e diagonais metálicas de contraventamento também podem ser empregadas, apesar de não serem muito comuns.

As paredes de cisalhamento (contraventamento) também são freqüentemente empregadas para complementar a ação enrijecedora dos núcleos de contraventamento, por exemplo em ambas as extremidades de construções pré-moldadas com plantas

longas e estreitas com núcleos centrais, ou onde os núcleos são colocados numa posição excêntrica (fig. 3.19).



**Figura 3.19:** Paredes de contraventamento para equilibrar a posição excêntrica do núcleo [ABCIC].

Quando as paredes possuem grandes aberturas, por exemplo para portas, é necessário checar se a parte da parede acima da abertura da porta pode contribuir. Se isto não acontecer, apenas a parte da parede que está sem abertura deve ser considerada.

É interessante, tanto por razões econômicas quanto estruturais, conseguir a maior regularidade possível no layout da estrutura, horizontal e verticalmente.

As distribuições das ações horizontais entre as paredes e/ ou dos núcleos de contraventamento dependem dos seguintes fatores:

- Rigidez dos componentes de estabilização;
- Deslocamentos horizontais no plano dos componentes de estabilização;
- Posição dos componentes de estabilização. Idealmente, a estrutura deveria ser equilibrada pelo posicionamento dos componentes de estabilização de acordo com a sua rigidez para evitar os efeitos de torção na estrutura;

- Juntas de expansão nas lajes em diafragma. As juntas de expansão são geralmente providas com intervalos de aproximadamente 80 m entre os diafragmas do sistema de piso se a estrutura for retangular no plano, ou de aproximadamente 60 m de intervalo se o plano não for retangular, dependendo das condições climáticas, tipo de estrutura, tipo de fundação etc.

### **3.10. Integridade estrutural (prevenção do colapso progressivo)**

O propósito essencial do projeto de estruturas pré-moldadas é conceber uma estrutura onde os componentes pré-moldados individuais estejam logicamente ligados entre si. Alguns elementos ou partes da estrutura possuem apenas uma função de suporte de carga ou uma função de separação, outros também desempenham funções de estabilidade horizontal.

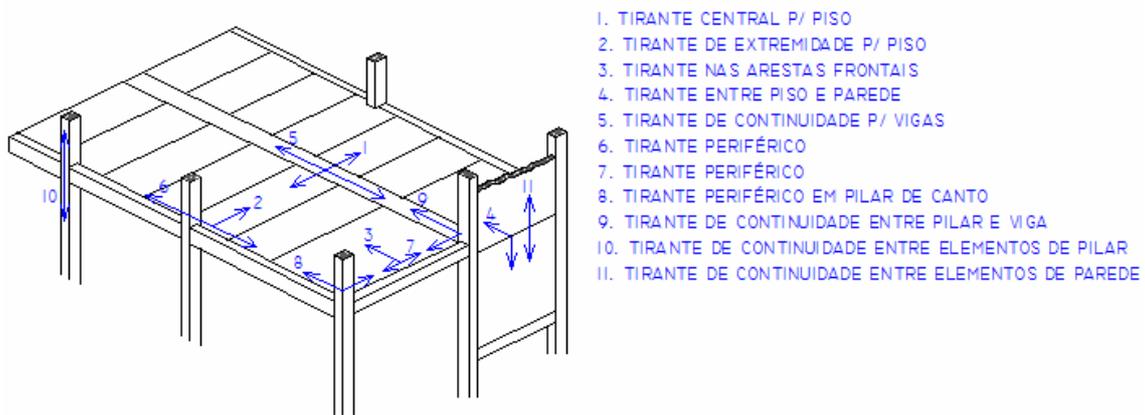
A ligação lógica entre todas essas partes do sistema estrutural é obtida por meio de um conjunto de ligações adequadas. No projeto desses detalhes, não se deveria apenas considerar transferência de forças entre os elementos locais, mas também a necessidade de continuidade através das ligações e a ductilidade das ligações, para conseguir integridade estrutural global.

Isso pode ser obtido por meio de uma rede tridimensional de tirantes (fig. 3.20). Os tirantes são elementos tracionados que consistem em armaduras contínuas ou por barras rosqueadas, posicionadas dentro de faixas com concreto de preenchimento, bainhas ou juntas entre os elementos pré-moldados, nas direções longitudinal, transversal e vertical. A função destes tirantes não é apenas transferir as forças normais entre os elementos originadas das forças de vento ou outras ações, mas também dar resistência adicional e

segurança para que a estrutura resista às ações excepcionais: como recalques, explosões de gás, colisões de veículos ou aeronaves, tornados, bombas, etc.

Na norma Inglesa BS-8110 o sistema de tirantes deve ser provido na estrutura pré-moldada para garantir a robustez da estrutura e prevenir a ocorrência do colapso progressivo.

A NBR 6118:2003 prescreve que a segurança das estruturas de concreto deve ser sempre verificada em relação ao estado limite último de colapso progressivo. Deve ser garantida a ductilidade e a continuidade das armaduras de flexão sobre os apoios.



**Figura 3.20:** Tipos de tirantes (armadura de continuidade) em estruturas do esqueleto.

Estruturas pré-moldadas são mais suscetíveis aos efeitos das ações excepcionais do que outras formas tradicionais de construção por causa da presença de juntas e ligações entre os elementos estruturais. Contudo, experiências mostram que, é perfeitamente possível enfrentar estas dificuldades por meio de um sistema de tirantes efetivo “amarrando” os vários componentes da estrutura.

As considerações seguintes são recomendadas pelo Eurocode 2 para ligações por tirantes (valores do cálculo no ELU):

- Tirantes periféricos :  $F_{tie} = L \cdot 10$  kN/m, mas não menos que 70 kN, onde L é o comprimento do vão do piso
- Tirantes internos :  $F_{tie} = (L_1 + L_2) \cdot 20$  kN/m, mas não menos que 70 kN onde  $L_1$ ,  $L_2$  são os comprimentos do vão (em m) das lajes de pisos nos dois lados da viga.
- Tirantes para ligações verticais: o Eurocode 2 não fornece nenhuma especificação para as ligações verticais. Os seguintes requerimentos seguem a norma inglesa BS-8110: cada pilar e cada parede suportando cargas verticais devem ser ligados continuamente desde a fundação até a cobertura. O tirante de continuidade deve ser capaz de resistir às forças de tração relativas à máxima combinação de projeto para o peso próprio e sobrecargas recebidas pelos pilares ou paredes de todos os pavimentos e cobertura.

Correntemente no meio profissional, com relação à consideração das ações excepcionais, permite-se que possa ocorrer a falha de elementos estruturais individuais, ou colapso de uma parte restrita da estrutura, devido a uma ação excepcional. Porém o colapso progressivo de uma parte ampla da estrutura proveniente de uma falha local é considerado como inaceitável, como se pode observar na fig. 3.21 o colapso progressivo originado pela ruptura da ligação de um painel de fachada, e por conseguinte, os que estavam abaixo dele, devido aos mecanismos de fixação estarem interdependentes.



**Figura 3.21:** Colapso progressivo de painéis de fachada em “Ronan Point”, Londres, 1968 [ELLIOTT, 2005].

### ***3.11. Efeito das Ligações no Comportamento Global da Estrutura***

A estabilidade global ganha importância no estudo das estruturas pré-moldadas, onde a deslocabilidade de primeira ordem é bastante influenciada pelo comportamento das ligações viga-pilar, o que por sua vez afeta a análise de segunda ordem. Nas estruturas pré-moldadas com ligações viga-pilar articuladas, a estabilidade global depende da rigidez dos pilares em balanço engastados na base. Neste caso, a deslocabilidade da estrutura pré-moldada é bastante elevada, impossibilitando sua aplicação em edifícios altos. Por outro lado, mesmo quando se têm ligações viga-pilar com resistência à flexão, em virtude de deformações localizadas nestas ligações, as estruturas pré-moldadas ainda apresentam uma deslocabilidade superior a uma estrutura monolítica, ou com ligações

perfeitamente rígidas. Neste caso, as estruturas pré-moldadas podem ser consideradas como pórticos semi-contínuos.

A estabilidade e o equilíbrio de uma estrutura pré-moldada devem ser garantidos para as diferentes etapas da obra. No caso de ligações solidarizadas com concretagem no local, deve-se garantir a estabilidade durante a montagem.

Com a revisão da norma NBR -9062 (1985), tem-se a necessidade de conhecer em que condições os procedimentos para a estabilidade global dispostos na NBR -6118 (2003) também são aplicáveis às estruturas pré-moldadas, onde, além da não-linearidade dos elementos de concreto armado, tem-se o efeito da não-linearidade das ligações no comportamento da estrutura. Segundo o procedimento recomendado na NBR 6118, o coeficiente  $\gamma_z$  pode ser empregado para avaliar os efeitos globais de segunda ordem, os quais podem ser desprezados para  $\gamma_z < 1,10$  e, para valores entre  $1,10 < \gamma_z < 1,30$ , as forças horizontais na combinação última devem ser majoradas por  $0,95\gamma_z$  para se estimar os deslocamentos e esforços de segunda ordem. Este procedimento é válido para estruturas com mais de 4 pavimentos. No caso das estruturas pré-moldadas com ligações articuladas, este procedimento pode ser aplicado diretamente, onde a deslocabilidade da estrutura depende da somatória das rigidezes dos pilares isolados em balanço. A partir dos exemplos apresentados no presente trabalho, observa-se que a aplicação do coeficiente  $\gamma_z$  também é válida para estruturas pré-moldadas com ligações semi-rígidas com menos de 4 pavimentos. De fato, verificou-se que o coeficiente  $\gamma_z$  é adequado para a análise de segunda ordem em estruturas pré-moldadas desde que se considere o efeito desfavorável das deformações das ligações viga-pilar, ou seja, que se considere o comportamento semi-rígido para a obtenção dos deslocamentos de primeira ordem, necessários para a obtenção do coeficiente  $\gamma_z$ . Em resumo, o limite para

estruturas com nós fixos apresentado pela NBR 6118NB1 (2003),  $\gamma_z \leq 1,10$  (10%), também é válido para avaliar a estabilidade global de estruturas pré-moldadas desde que para o cálculo dos deslocamentos de primeira ordem já esteja considerado o efeito do comportamento semi-rígido das ligações viga-pilar.

Atualmente no Brasil, já se têm disponíveis programas aplicados às estruturas de concreto que permitem a consideração do comportamento semi-rígido das ligações viga-pilar no comportamento estrutural, como é o caso do programa TQS (versão 11) e STRAP (versão 11.5). Entretanto, sem o conhecimento do comportamento das deformabilidades das ligações não é possível a utilização adequada destes recursos computacionais para a análise das estruturas pré-moldadas. Neste contexto, a questão da determinação das deformabilidades nas ligações constitui-se um caminho crítico para a aplicação dessa teoria na análise das estruturas pré-moldadas. Por outro lado, ainda não existem procedimentos padronizados para a análise global de estruturas pré-moldadas com múltiplos pavimentos considerando a deformabilidade das ligações. Em FERREIRA et al. (2003) é apresentada uma modelagem que pode ser aplicada para diferentes tipologias de ligações viga-pilar com comportamento semi-rígido. Em ELLIOTT *et al.* (2003) são apresentadas comparações de valores teóricos obtidos por esta modelagem com vários resultados experimentais de ligações típicas disponíveis nas pesquisas do COST-C1.

### **3.11.1. Classificação das ligações semi-rígidas**

Com base no fator de restrição  $\alpha_R$ , em FERREIRA *et al.* (2002) é apresentada uma proposta de classificação das ligações semi-rígidas de estruturas pré-moldadas, em cinco zonas distintas conforme indicado na tab. 3.1.

**Tabela 3.1:** Classificação das Ligações Semi-Rígidas em Estruturas Pré-Moldadas [FERREIRA *et al.* (2002)]

<b>Zonas</b>	<b>Fator de Restrição</b> $\alpha_R$	<b>Engastamento Parcial</b> $M_E / M_R$	<b>Classificação das Ligações</b>
Zona I	$0 \leq \alpha_R < 0,14$	$0 \leq M_E / M_R < 0,2$	Articuladas
Zona II	$0,14 \leq \alpha_R < 0,4$	$0,2 \leq M_E / M_R < 0,5$	Semi-Rígidas com Restrição Baixa
Zona III	$0,4 \leq \alpha_R < 0,67$	$0,5 \leq M_E / M_R < 0,75$	Semi-Rígidas com Restrição Média
Zona IV	$0,67 \leq \alpha_R < 0,86$	$0,75 \leq M_E / M_R < 0,9$	Semi-Rígidas com Restrição Alta
Zona V	$0,86 \leq \alpha_R < 1$	$0,9 \leq M_E / M_R < 1$	Perfeitamente Rígidas

Onde:  $M_E$  = Momento na extremidade da viga e  $M_R$  = Momento rígido (engastamento perfeito).

- **ZONA I (Ligações Articuladas):** Para o fator de restrição com valores entre  $0 < \alpha_R < 0,14$  não existe a necessidade da consideração do comportamento semi-rígido da ligação na análise da estrutura pré-moldada. Todavia, para ligações incluídas dentro desta zona de projeto, embora as mesmas não possuam rigidez à flexão, o detalhamento na zona da ligação deve garantir que a ligação tenha certa capacidade de rotação sem sofrer danos excessivos, onde a rotação requerida na extremidade da viga pode ser obtida pela expressão para  $\theta_E$  com base na rigidez da viga com a seção fissurada  $E_c I_{cr}$ . Esta verificação deve ser feita para garantir a integridade da ligação quando a extremidade da viga rotaciona. Também neste caso, é interessante notar que existem componentes internos da ligação os quais não são projetados para transmitir esforços de flexão mas apenas por razões de

montagem. Todavia, para determinados níveis de deformação da ligação estes componentes podem restringir o movimento da ligação surgindo assim esforços não previstos no projeto.

- **ZONA II (Ligação Semi-Rígida com Restrição Baixa):** Para o fator de restrição com valores entre  $0,14 < \alpha_R < 0,4$  as ligações semi-rígidas ainda não são adequadas para atuar como ligações resistentes à flexão. Todavia, após o estudo do efeito das ligações semi-rígidas no comportamento global da rigidez de pórticos pré-moldados, sabe-se que para fatores de restrição  $\alpha_R > 0,14$  a rigidez dos pórticos pré-moldados aumenta de forma significativa. Na verdade, o efeito das ligações semi-rígidas com baixa resistência para o aumento da rigidez lateral é ainda mais aparente para estruturas altas (com mais de 4 pavimentos). Também neste caso, as ligações devem ser verificadas quanto à sua ductilidade (ou quanto à sua capacidade de rotacionar sem sofrer danos excessivos).
- **ZONA III (Ligação Semi-Rígida com Restrição Média):** Para o fator de restrição com valores entre  $0,4 < \alpha_R < 0,67$  as ligações semi-rígidas são capazes de atuar como ligações resistentes à flexão, mas ainda não possuem uma grande eficiência para promover a semi-continuidade das vigas adjacentes. Neste caso, desde que a resistência da ligação esteja próxima da resistência da extremidade da viga, as rotações que ocorrerão estarão relacionadas basicamente ao mecanismo de deformação na extremidade da viga onde será formada a rótula plástica.
- **ZONA IV (Ligação Semi-Rígida com Restrição Alta):** Para o fator de restrição com valores entre  $0,67 < \alpha_R < 0,86$  as ligações são capazes de promover a semi-continuidade para as vigas adjacentes. Confirmando esta indicação, de acordo

com o EC3 (1992) não existe necessidade da análise com nós semi-rígidos para pórticos contraventados quando o fator de restrição é superior a 0,75. Também, SUCUOGLU (1995) afirma que desde que o fator de restrição se mantenha acima de 0,8 as diferenças entre as estruturas monolíticas e as estruturas pré-moldadas são insignificantes mesmo para regiões com ações sísmicas.

- **ZONA V (Ligações Perfeitamente Rígidas):** Para o fator de restrição com valores iguais ou superiores a 0,86 as ligações podem ser consideradas compatíveis com as ligações perfeitamente rígidas.

### 3.11.2. Exemplo Numérico

A seguir são apresentados exemplos de aplicação para a análise da estabilidade global (considerando também efeitos de segunda ordem) em estruturas com diferentes números de pavimentos, considerando a não linearidade dos elementos de concreto e a não linearidade das ligações semi-rígidas através da utilização do fator de restrição com base na rigidez secante.

Para a simulação da análise da estabilidade global de estruturas pré-moldadas com ligações semi-rígidas, foram considerados 4 pórticos planos com 3, 5, 7 e 10 pavimentos, conforme indicado na fig. 3.22. Todos os pórticos possuindo pilares com seção de 50 cm x 50 cm e vigas com seção de 30 cm x 60 cm.

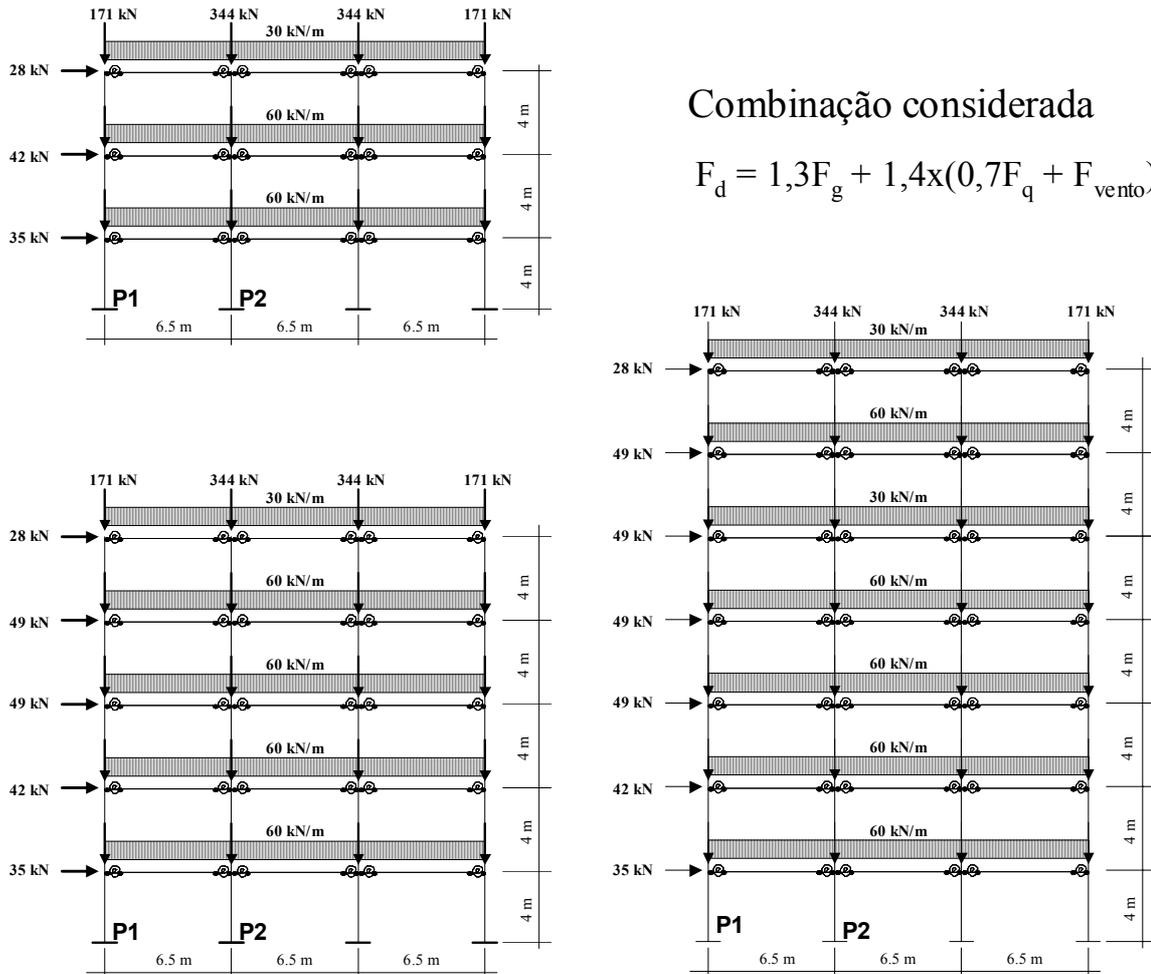


Figura 3.22: Pórticos planos analisados (3, 5 e 7 pavimentos) com exceção do pórtico de 10 pavimentos.

As cargas permanentes referem-se ao peso-próprio das vigas, das lajes e do capeamento de 5 cm em concreto e foram aplicadas ao pórtico na forma de cargas concentradas nos nós para simular o carregamento permanente (peso próprio) com as ligações ainda articuladas. As forças horizontais de vento foram calculadas segundo a NBR 6123/1988 e também foram aplicadas como forças concentradas nos nós, sendo o vento considerado como ação variável principal neste exemplo. Na segunda etapa de carregamento, a sobrecarga (ação variável secundária) foi aplicada na estrutura como

carga uniformemente distribuída, porém nesta etapa já há a solidarização das armaduras salientes da viga pelo capeamento, com o efeito da ligação semi-rígida.

Para cada uma das estruturas estudadas foram realizadas:

- a) análise de primeira ordem;
- b) análise de 2ª ordem considerando os acréscimos de deslocamentos decorrentes da majoração das forças horizontais atuantes pelo coeficiente  $\gamma_z \times 0,95$  (recomendação da NBR 6118);
- c) análise de 2ª ordem considerando a majoração das forças horizontais pelo coeficiente  $\gamma_z$  puro;
- d) análise de 2ª ordem considerando a não linearidade geométrica (NLG).

Para as análises de 1ª ordem e de 2ª ordem com o coeficiente  $\gamma_z$  foram utilizados um programa para pórticos planos com nós semi-rígidos desenvolvido em FERREIRA (1993) e o programa comercial ANSYS (versão 6.1), porém sendo que para a análise com NLG foi utilizado apenas o programa ANSYS.

Em cada uma das análises foi estudado o efeito da variação do fator de restrição  $\alpha_R$  das ligações sobre o comportamento global do pórtico, variando os valores do fator de restrição desde 0 (articulado) até 1 (engastado).

A não linearidade física (NLF) dos elementos foi considerada pela redução das inércias das seções das vigas e dos pilares conforme recomendações da NBR 6118 (2003), ou seja, com redução de  $0.4EI$  para a rigidez equivalente das vigas e redução de  $0.8EI$  para os pilares. Como aproximação para a não linearidade física das ligações, considerou-se que os fatores de restrição estão associados à rigidez secante da relação momento-rotação para as ligações viga-pilar.

Conforme observado na fig. 3.23, pode-se constatar que, do ponto de vista da situação perfeitamente rígida, ocorre pouca variação da deslocabilidade da estrutura para ligações dentro da faixa IV (semi-rígidas com restrição alta). Porém, comparando-se com a situação articulada (estrutura isostática), há uma melhoria considerável das condições de deslocabilidade da estrutura já a partir de ligações na faixa II (semi-rígidas com restrição baixa) para edifícios baixos e a partir de ligações na faixa III (semi-rígidas com restrição média) para edifícios altos. Nestes casos, onde as ligações desempenham um papel importante na deslocabilidade da estrutura, não contando somente com os pilares para garantir a estabilidade como é o caso das estruturas com ligações articuladas. Por outro lado, a importância das ligações para a estabilidade fica mais evidente em edifícios mais altos (ou com pilares de menor rigidez), onde se observam as maiores variações do coeficiente  $\gamma_z$ .

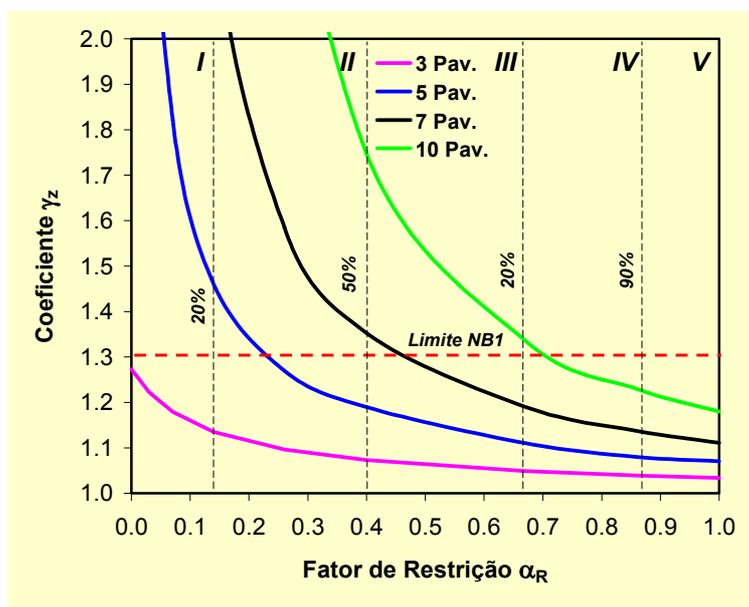


Figura 3.23: Relação entre o coeficiente  $\gamma_z$  e o fator de restrição  $\alpha_R$ .

Os resultados dos momentos fletores na base do pilar P1 e os deslocamentos no topo das estruturas são dados nas figuras 3.24, 3.25 e 3.26 (para os pórticos com 3, 5 e 7 pavimentos respectivamente).

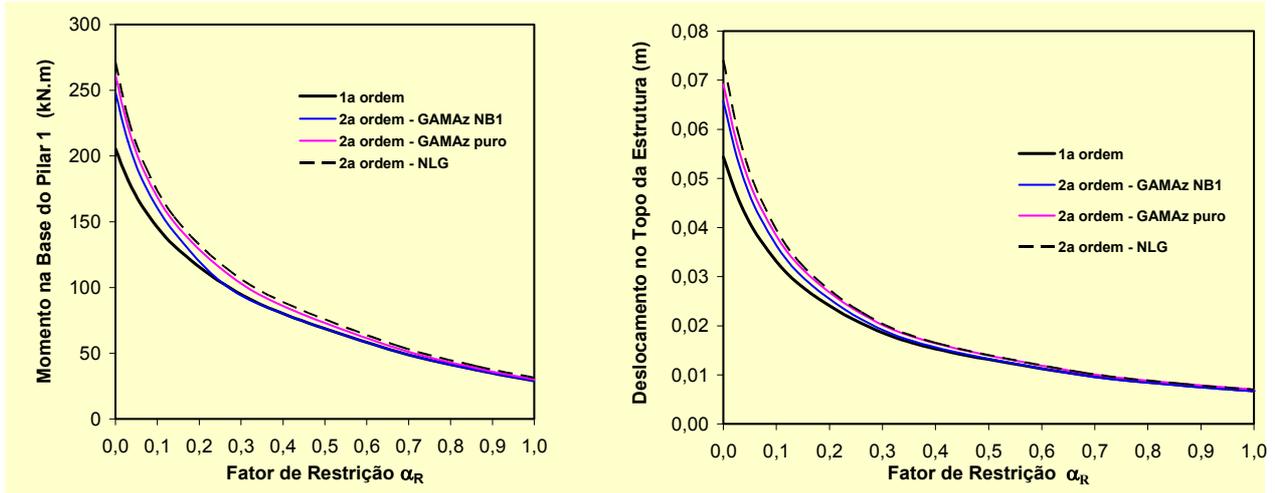


Figura 3.24: Momentos na base e deslocamentos para o pórtico de 3 pavimentos.

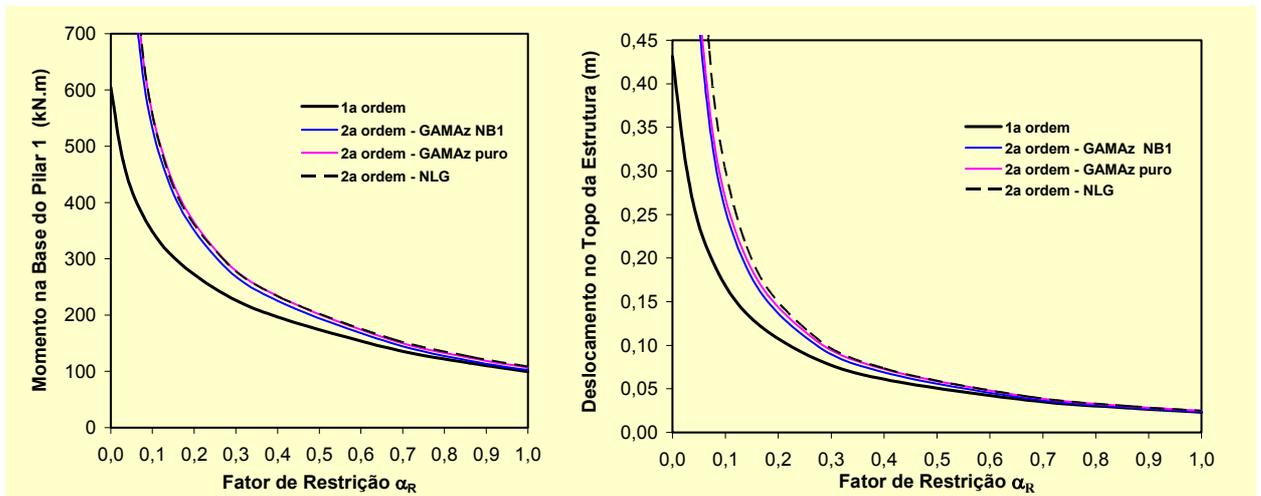
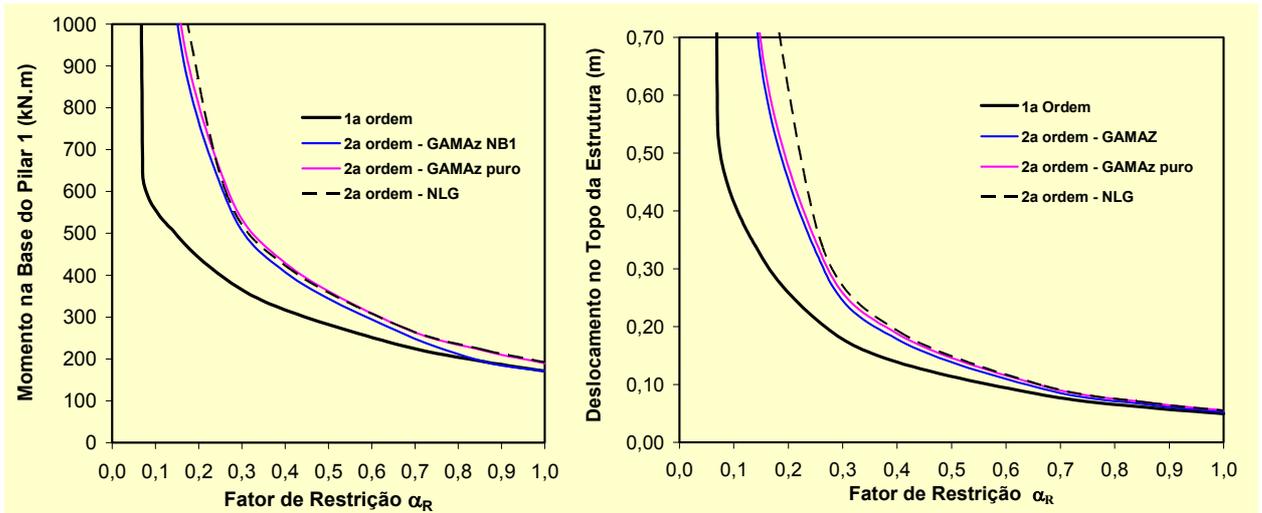


Figura 3.25: Momentos na base e deslocamentos para o pórtico de 5 pavimentos.



**Figura 3.26:** Momentos na base e deslocamentos para o pórtico de 7 pavimentos.

Para visualizar a importância da rigidez da estrutura na variação da deslocabilidade, ainda foram feitas outras 3 simulações complementares para o pórtico com 5 pavimentos (fig. 3.27), a saber:

- A. Pilar de 50 cm x 70 cm sem redução de rigidez e engastado na base;
- B. Pilar de 50 cm x 50 cm com redução de 20% da rigidez e com 80% de engastamento na base e;
- C. Pilar de 40 cm x 40 cm com redução de 20% da rigidez e com 80% de engastamento na base.

Para as três simulações foram consideradas vigas de 30 cm x 60 cm com redução de 60% da rigidez. Foram obtidos para o coeficiente  $\gamma_z$  os valores de 1,06, 1,10 e 1,15 para a situação de engastamento perfeito nos casos dos modelos (A), (B) e (C), respectivamente.

Para o caso (A) com coeficiente  $\gamma_z$  inferior a 1,10 (estrutura com nós indeslocáveis segundo a NBR 6118) a variação do coeficiente  $\gamma_z$  é relativamente baixa para diferentes

configurações de ligações. Para valores de  $\gamma_z$  superiores a 1,10 na situação monolítica (caso C), há uma grande variação da deslocabilidade da estrutura na medida em que há o enfraquecimento da ligação, ficando evidente a necessidade de haver um aumento da rigidez dos pilares para garantir o comportamento de pórtico da estrutura pré-moldada.

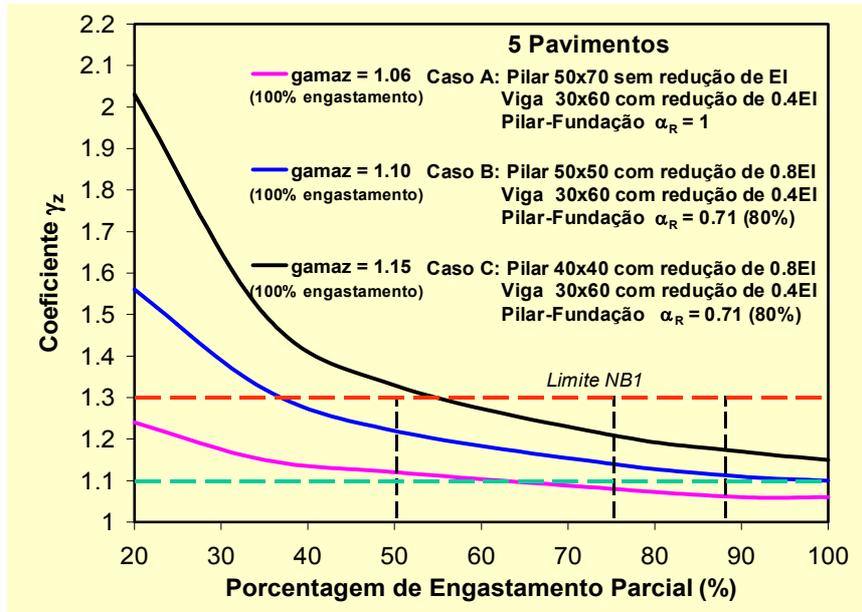


Figura 3.27: Variação da rigidez dos pilares para o pórtico de 5 pavimentos.

Com base nos resultados encontrados nas simulações numéricas apresentadas neste exemplo, são apresentadas as seguintes observações:

- 1) Com base nas análises realizadas para todos os casos de pórticos estudados, observa-se que o *Sistema de Classificação para Ligações Semi-Rígidas* é válido não só para vigas isoladas, mas também para avaliar o efeito das ligações semi-rígidas em estruturas deslocáveis ( $\gamma_z > 1,10$ ). Isto pode ser observado tanto nas análises para estruturas com diferentes números de pavimentos, quanto na análise complementar com a estrutura com 5 pavimentos, através de diferentes deslocabilidades para as diversas situações de engastamento parcial.

- 2) Para engastamentos parciais inferiores a 20%, houve um aumento significativo dos deslocamentos na estrutura pré-moldada para edifícios baixos e inferiores a 50% para edifícios altos, a qual deixou de atuar como pórtico hiperestático e passou a atuar como estrutura com ligações articuladas, dependendo somente da rigidez dos pilares. Os resultados demonstram que o efeito de pórtico semi-contínuo para a estrutura pré-moldada só pode ser potencialmente atingido quando houver engastamentos parciais superiores a estes valores (20% para edifícios baixos e 50% para edifícios altos). Por outro lado, o efeito de ligações mais flexíveis (mesmo com engastamentos inferiores a 20%) não deve ser desprezado no cálculo de fundações e de armaduras de pilares, pois normalmente apresentam significativas reduções.
- 3) Observa-se que a análise da estrutura com as ligações perfeitamente rígidas é um parâmetro importante para o estudo dos efeitos das ligações semi-rígidas em estruturas com múltiplos pavimentos. Considerando que ligações pré-moldadas típicas com resistência à flexão, com base em resultados experimentais na literatura, apresentam engastamentos parciais em torno de 50% a 75%, a fim de garantir o comportamento de pórtico da estrutura pré-moldada, seria necessário que a estrutura para a situação perfeitamente rígida apresentasse  $\gamma_z < 1,10$ .
- 4) Nos exemplos numéricos aqui apresentados, os deslocamentos e esforços obtidos por meio do emprego do coeficiente  $\gamma_z$  apresentaram boa aproximação com os resultados obtidos por meio da análise com não linearidade geométrica (NLG). Nota-se que tal aproximação se mostrou válida para os casos de pórticos com fator de restrição superior a 0,14 (ou engastamento parcial superior a 20%) para edifícios baixos. Desta forma, ao contrário das recomendações da

NBR6118:2003 para estruturas moldadas no local, aparentemente, não existe razão, no caso das estruturas pré-moldadas, para limitar a não aplicação do coeficiente  $\gamma_z$  para avaliação de estruturas com menos de 4 pavimentos.

- 5) Adicionalmente, observa-se com base nas figuras 3.24, 3.25 e 3.26 que os deslocamentos e esforços obtidos por meio da majoração dos esforços horizontais diretamente pelo coeficiente  $\gamma_z$  puro, sem a redução do fator de 0,95, apresentou a melhor aproximação em relação aos deslocamentos da análise com NLG, o que conseqüentemente incorreria na melhor aproximação para os esforços de segunda ordem (para  $\gamma_z < 1,30$ ).

### ***3.12. Processo Simplificado para Obtenção da Deslocabilidade de 1ª Ordem da Estrutura Pré-Moldada com Ligações Semi-Rígidas***

Um procedimento simplificado foi desenvolvido no programa Jovem Pesquisador Fapesp/UFSCar, onde é feita uma correção na inércia da viga pré-moldada para se levar em conta o efeito do fator  $\alpha_R$  na deslocabilidade de pórticos pré-moldados sob ações horizontais (para obtenção dos deslocamentos de 1ª ordem e dos momentos nas bases dos pilares).

Este procedimento simplificado pode ser aplicado para as situações de projeto em que o peso próprio (vigas + lajes + capa de concreto) é computado na etapa transitória da montagem da estrutura pré-moldada, quando as ligações viga x pilar ainda são articuladas. Além disto, as sobrecargas de utilização serão consideradas para a situação com ligações rígidas para obter os momentos elásticos a serem considerados no dimensionamento das ligações.

Os efeitos de segunda ordem são bastante sensíveis à deslocabilidade lateral de primeira ordem na estrutura pré-moldada. Assim, de forma simplificada pretende-se analisar somente os efeitos das ações horizontais na estrutura pré-moldada para avaliar a deslocabilidade de primeira ordem e também os momentos nas bases dos pilares. Neste caso, apresenta-se um procedimento onde se faz uma correção apenas da rigidez (inércia) da viga pré-moldada em função do fator de restrição  $\alpha_R$  para se levar em conta o comportamento semi-rígido da ligação viga x pilar, a qual pode ser empregada em qualquer análise para pórtico com nós rígidos.

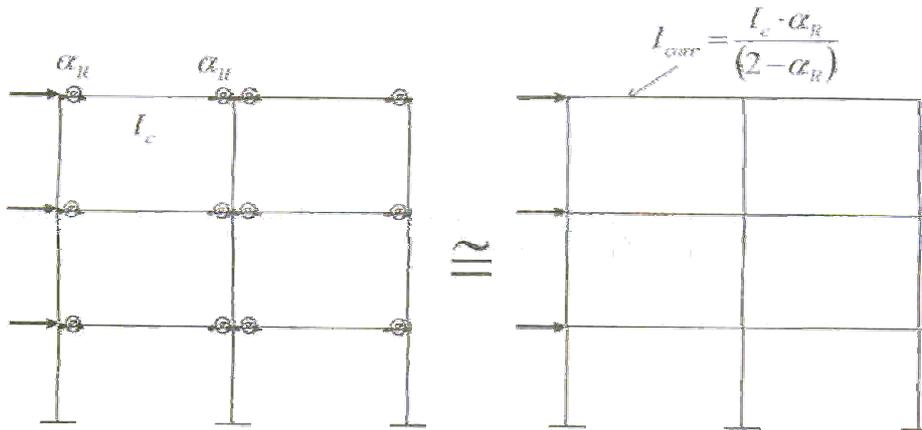
Na fig. 3.28 é apresentada uma esquematização de dois pórticos planos sob ações horizontais, onde no pórtico da esquerda as ligações semi-rígidas são modeladas por meio do fator de restrição  $\alpha_R$  e no pórtico da direita é feita a consideração das ligações como sendo rígidas, mas fazendo uma correção na rigidez das vigas pré-moldadas em função do fator  $\alpha_R$ , conforme as expressões apresentadas a seguir:

Para o caso de  $\alpha_{Ri} \neq \alpha_{Rj}$  (coeficientes diferentes nas duas extremidades da viga) deve-se empregar a relação:

$$\frac{I_{corr}}{I_c} = \left[ \frac{4\alpha_{Ri} - 2\alpha_{Rj} + \alpha_{Ri}\alpha_{Rj}}{4 - \alpha_{Ri}\alpha_{Rj}} \right] \quad [1]$$

Para o caso de  $\alpha_{Ri} = \alpha_{Rj}$ , deve-se empregar a relação:

$$\frac{I_{corr}}{I_c} = \left[ \frac{\alpha_R}{2 - \alpha_R} \right] \quad [2]$$



**Figura 3.28:** Correção da inércia da viga pré-moldada para levar em conta o efeito da ligação semi-rígida no comportamento do pórtico (rigidez lateral) sob ações horizontais (vento).

Cabe ressaltar que além da redução da inércia da viga em função do fator  $\alpha_R$ , também se aplica a redução da rigidez devido à não linearidade física.

A variação do momento de inércia corrigido na viga pré-moldada  $I_{corr}$  em função do fator de restrição  $\alpha_R$ , segundo a equação [2], está apresentada na tab. 3.2. Como pode ser observado, a redução da relação  $I_{corr} / I_c$  atingirá valores inferiores a 50% para fatores de restrição inferiores a 0,67 (o qual corresponde a um engastamento parcial de 75%). Isto significa que para ligações entre 50% e 75% (valores médios para ligações com resistência à flexão) já haveria uma redução significativa da contribuição das vigas pré-moldadas para o travamento lateral da estrutura. Por esta razão, nas análises das estruturas pré-moldadas, mesmo considerando a contribuição das ligações com engastamento parcial, são necessários pilares com seções superiores aos das estruturas monolíticas para que se obtenha uma rigidez satisfatória da estrutura (obtendo-se uma deslocabilidade lateral de 1ª ordem reduzida para se evitar efeitos de 2ª ordem significativos).

Cabe ainda observar que, para uma mesma rigidez secante na ligação, a consideração de uma redução diferente na viga irá conduzir a um fator de restrição diferente. Como por exemplo, uma ligação que, para uma viga com redução de 0,4 EI (viga armada) apresente um fator de restrição igual a 0,67 (75% de engastamento parcial), irá apresentar para a mesma rigidez secante fatores de restrição de 0,62 e 0,58, para vigas com reduções de 0,5 EI e 0,6 EI, respectivamente (vigas protendidas com diferentes graus de protensão).

**Tabela 3.2:** Correção da inércia da viga pré-moldada em função de  $\alpha_R$ .

$\alpha_R$	$I_{corr}/I_c = [\alpha_R / (2 - \alpha_R)]$	$0,4x(I_{corr}/I_c)$	$0,5x(I_{corr}/I_c)$	$0,6x(I_{corr}/I_c)$
0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
0,10	0,05	0,02	0,03	0,03
0,15 (20%)	0,08	0,03	0,04	0,05
0,20	0,11	0,04	0,06	0,07
0,25	0,14	0,06	0,07	0,09
0,30	0,18	0,07	0,09	0,11
0,35	0,21	0,08	0,11	0,13
0,40 (50%)	0,25	0,10	0,13	0,15
0,45	0,29	0,12	0,15	0,17
0,50	0,33	0,13	0,17	0,20
0,58* (67%)	0,41	0,16	0,20	0,25
0,62* (71%)	0,45	0,18	0,22	0,27
0,67 (75%)	0,50	0,20	0,25	0,30
0,70	0,54	0,22	0,27	0,32
0,75	0,60	0,24	0,30	0,36
0,80	0,67	0,27	0,33	0,40
0,86 (90%)	0,75	0,30	0,38	0,45
0,90	0,82	0,33	0,41	0,49
1,00	1,00	0,40	0,50	0,60

(\*) O valor do fator de restrição varia em função da rigidez da viga pré-moldada.

### **3.13. Análise da Estabilidade na NBR-9062:2005**

O tema sobre estabilidade global em estruturas pré-moldadas esteve entre os principais pontos de discussão durante a revisão a NBR-9062:1985, sendo que a Comissão de Estudos de Projeto e Execução das Estruturas de Concreto Pré-Moldadas (CE-02:124:06) foi instalada em Agosto de 2004 e concluída em Outubro de 2005.

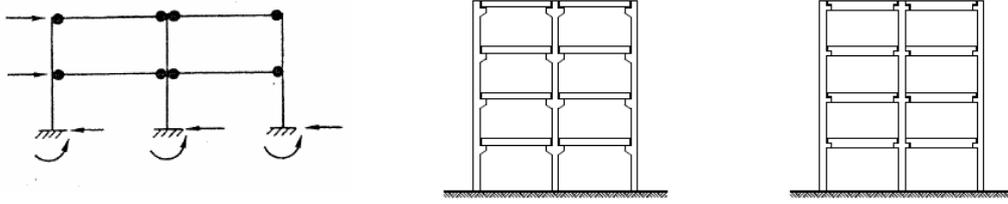
A revisão está disponível para consulta pública desde 02/12/2005. A seguir, são apresentadas várias considerações sobre o item 5.1.2 (Análise da Estabilidade) na NBR-9062:2005.

#### *5.1.2.1 Estabilidade global*

*Para garantir a estabilidade global, os sistemas estruturais usados nas estruturas pré-moldadas podem atuar isolados ou em combinação entre si, podendo-se assim enumerá-los:*

*a) estruturas onde a estabilidade é proporcionada por ação de pilares engastados na fundação, podendo estar associados a vigas articuladas;*

Consideração: As estruturas em esqueleto onde a estabilidade depende exclusivamente da resistência e da rigidez da ação conjunta de pilares em balanço engastados na base (ver fig. 3.29) consistem em arranjos estruturais com elevada deslocabilidade e, portanto, devem ser aplicados em estruturas com até três pavimentos. Neste caso, para garantir a estabilidade de edifícios acima de 4 pavimentos torna-se necessário enrijecer muito os pilares ou adicionar sistemas de contraventamento, conforme os mencionados no item c.



**Figura 3.29:** Pilares em balanço engastados na base [ABCIC].

De qualquer modo, cabe ressaltar que as ligações articuladas são soluções simples (do ponto de vista da fabricação e execução da ligação), as quais conferem grande velocidade durante a montagem. Por esta razão, na Europa criou-se uma tendência dominante para o emprego das ligações articuladas, conforme pode ser observado em grande parte da literatura. Entretanto, é bom observar que em geral, no caso europeu, as estruturas com vigas articuladas são estabilizadas por meio de núcleos e painéis, para o caso de edifícios a partir de 3 pavimentos.

No Brasil, a solução de ligação articulada por meio de apoio simples sobre consolo com almofada de elastômero e chumbador, podendo o consolo ser aparente ou embutido, apresenta-se como uma solução popularizada nas obras industriais (fig. 3.30). As ligações articuladas são aplicadas em edificações de até 3 pavimentos, demandando uma maior resistência e rigidez dos pilares engastados na base.



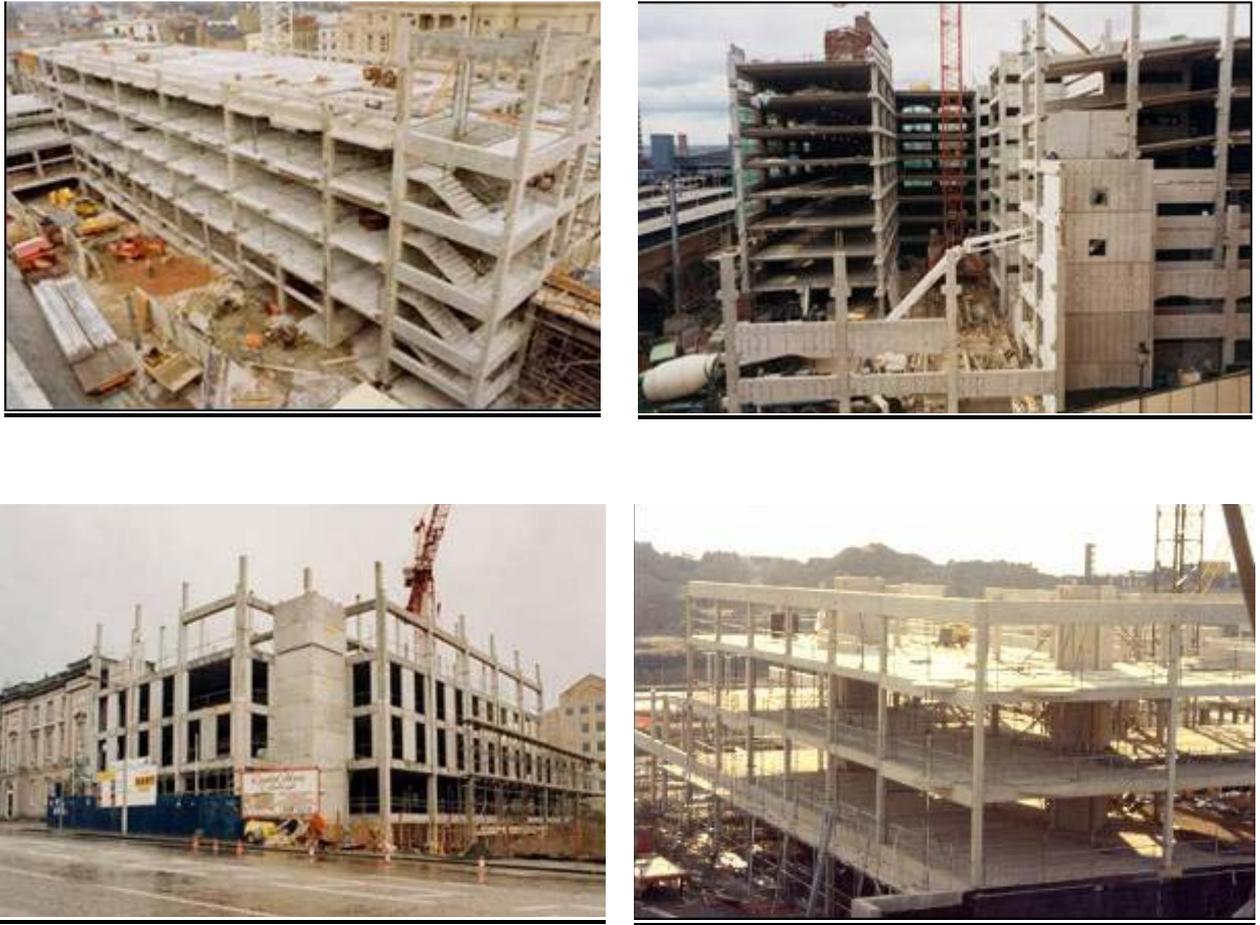
**Figura 3.30:** Sistema estrutural com pilares engastados na base associados com vigas articuladas [C.E.U., São Paulo].

*b) estruturas onde a estabilidade é proporcionada por ação de pórtico composto por pilares e vigas, interligados entre si por meio de ligações resistentes a momentos fletores;*

Consideração: Este item refere-se às estruturas que possuem ligações com resistência à flexão, cuja rigidez é suficiente para mobilizar os deslocamentos relativos entre a viga e o pilar de modo a promover a ação de pórtico. Cabe ressaltar que o termo “ligações resistentes a momentos fletores” não significa necessariamente “ligações perfeitamente rígidas”. Por outro lado, segundo o Manual de Ligações Estruturais da FIB (2003), para que uma ligação possa ser classificada como ligação com resistência “completa” à flexão é necessário que esta ligação seja capaz de resistir aos momentos elásticos últimos nas extremidades das vigas pré-moldadas. Neste caso, mesmo que a ligação possua um engastamento parcial, a armadura deve ser dimensionada para 100% do momento elástico para ser considerada com resistência completa. Desta maneira, o conceito de ligação semi-rígida (ou engastamento parcial) não deve ser levado em conta na análise da estrutura para o dimensionamento das ligações com resistência à flexão completa (as quais devem resistir aos momentos elásticos). Todavia, o comportamento semi-rígido deve ser considerado para avaliar os efeitos desfavoráveis no comportamento global da estrutura, ou seja, nos efeitos de 2ª ordem nos pilares e aumento dos momentos positivos nas vigas.

*c) estruturas verticais onde a estabilidade é proporcionada por elementos de contraventamento como paredes, elementos celulares e elementos de contraventamento em X;*

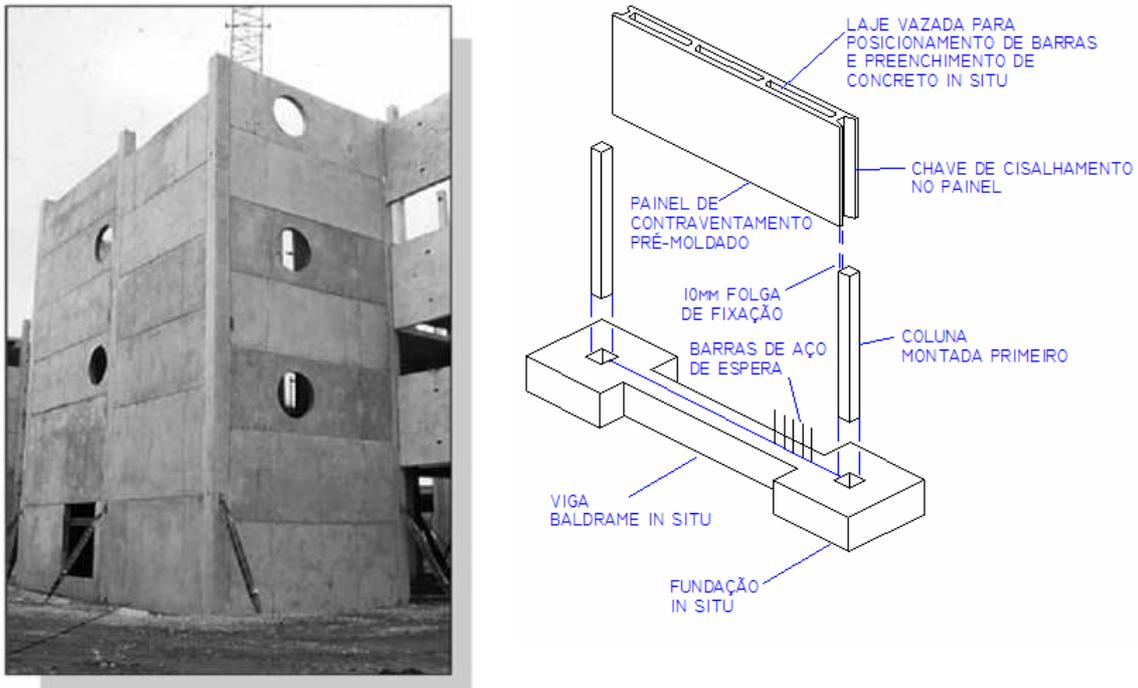
Consideração: O emprego de elementos de contraventamento como paredes, elementos celulares e elementos de contraventamento em X para promover a estabilidade das estruturas verticais é bastante comum nos países do Norte Europeu. A partir do início dos anos 70 na Inglaterra, para edifícios de até 5 pavimentos, começou a se popularizar o emprego de pilares articulados nas bases e com vigas articuladas associados com elementos de contraventamento de paredes rígidas. Segundo Cliff Billington (Chief Engineer da TRENT CONCRETE), este tipo de solução tem sido a preferida pela TRENT por sua maior simplicidade de projeto (cálculo manual), de produção (ligações simples) e de montagem (rápida execução das ligações). Adicionalmente, segundo o Professor Engström (da Chalmers University na Suécia, durante sua vinda a São Carlos no 1º Encontro Nacional de Pesquisa-Projeto-Produção em Concreto Pré-Moldado), o emprego de estruturas de barras articuladas associadas com paredes rígidas de contraventamento proporciona um consumo maior de concreto, mas, em compensação, um menor consumo de armadura. Nas figuras 3.31 a 3.34 são apresentados exemplos de aplicação de estruturas contraventadas.



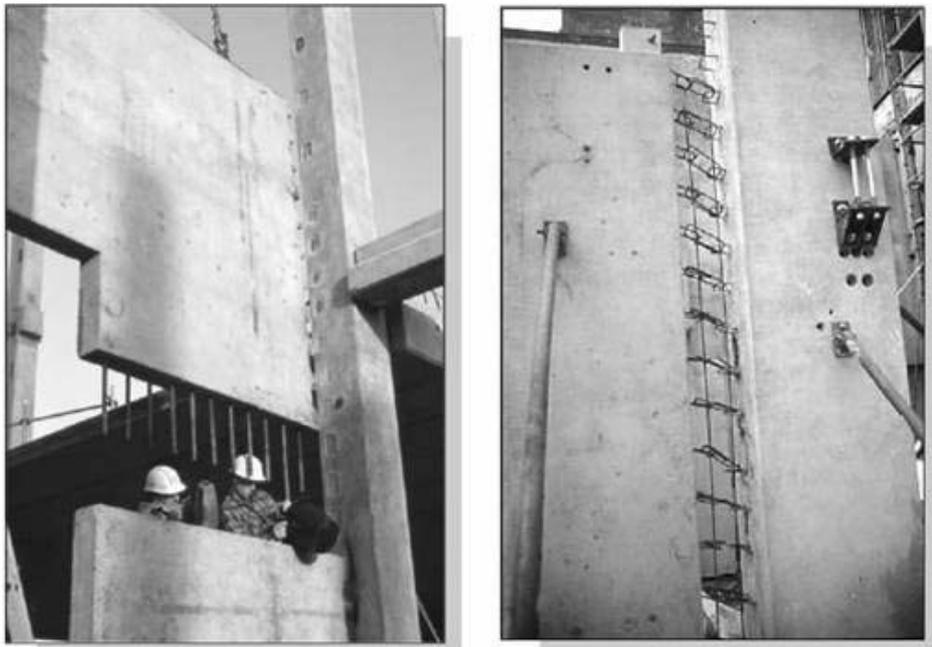
**Figura 3.31:** Estrutura contraventada por meio de núcleos e elementos de parede [ELLIOTT, 2005].



**Figura 3.32:** Estrutura pré-moldada em esqueleto com contraventamento em X [ELLIOTT, 2005].



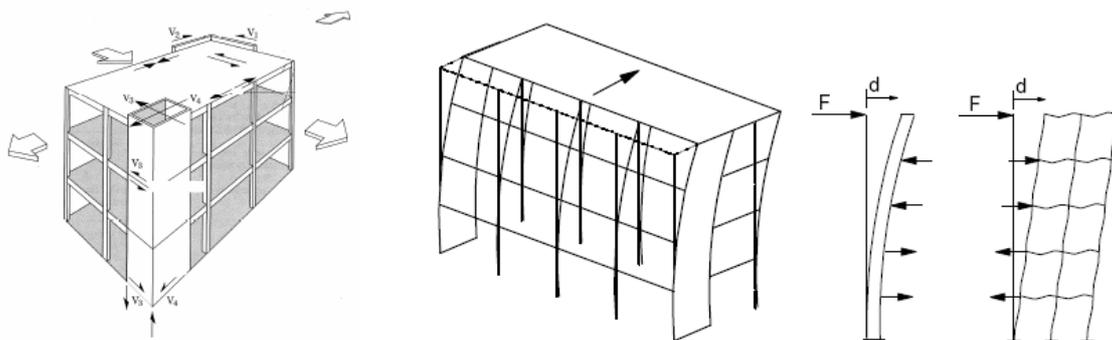
**Figura 3.33:** Associação de pilares com painéis para formar paredes rígidas de contraventamento [ELLIOTT, 2005].



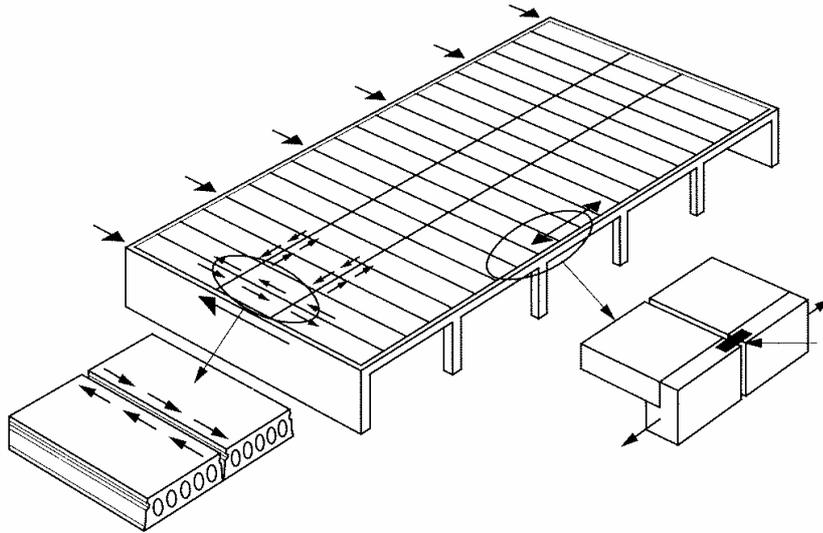
**Figura 3.34:** Associação de pilares com painéis para formar paredes rígidas de contraventamento [ELLIOTT, 2005].

d) estruturas de pisos ou cobertura que formam diafragmas que garantem a transferência de esforços horizontais para os elementos verticais de sustentação e contraventamento;

Consideração: A ação de diafragma dos pavimentos pré-moldados é fundamental para garantir a associação e interação entre os sistemas estruturais verticais, promovendo a estabilidade da estrutura nas duas direções. No Manual de Ligações Estruturais da FIB (versão draft de 2003) são apresentadas recomendações de projeto que são baseadas nas pesquisas e desenvolvimentos ocorridos na Europa durante os anos 80 e 90. Desta forma, neste manual os pavimentos formados por lajes alveolares podem atuar como diafragmas, mesmo sem a presença da capa de concreto, se os mesmos possuírem um sistema de tirantes perimetrais e intermediários que garanta o confinamento e a ação conjunta dos painéis alveolares (ver fig. 3.35 e 3.36). Na University of Nottingham foram realizadas várias pesquisas sobre ao comportamento de lajes alveolares sem capas.



**Figura 3.35:** Interação entre contraventamento vertical e a ação de diafragma em múltiplos pavimentos [ELLIOTT, 2005].



**Figura 3.36:** Ação de diafragma em lajes alveolares (com sistema de tirantes internos e perimetrais) [ELLIOTT, 2005].

No Brasil, tradicionalmente, a ação de diafragma é considerada no projeto somente quando se emprega a capa de concreto com telas soldadas. Entretanto, a publicação em 2006 do novo manual da FIB, por um comitê do CEB, poderá significar a necessidade de novos estudos no Brasil, no sentido de avaliar em que condições uma tecnologia que já tem sido empregada em edificações com até 5 pavimentos na Europa pode ser empregada para mais pavimentos (o que já é prática corrente no Brasil).

#### 5.1.2.2 Análise de estruturas pré-moldadas

*As questões relativas à estabilidade das estruturas pré-moldadas devem ser tratadas conforme disposto na NBR 6118, respeitadas as suas peculiaridades conforme o exposto a seguir:*

*a) a capacidade das estruturas pré-moldadas deve ser governada pela resistência dos elementos estruturais e não pela resistência das ligações. Na análise da estabilidade,*

*deve ser levada em conta a influência desfavorável do comportamento efetivo das ligações. Dependendo do fator de restrição à rotação da ligação, definido em 5.1.2.3, o comportamento da ligação no apoio pode ser considerado como articulado, semi-rígido ou rígido;*

Consideração: O princípio de que a capacidade das estruturas pré-moldadas deve ser governada pela resistência dos elementos estruturais e não pela resistência das ligações foi extraído do Manual de Ligações do PCI (1988). Dentro deste princípio, espera-se que o mecanismo de ruptura (se ocorrer) ocorra de forma dúctil no elemento estrutural. Desta forma, a frase aqui colocada também tem o propósito de frisar que o objetivo da consideração do comportamento semi-rígido não é para a redução da armadura negativa na ligação viga-pilar. Assim, a princípio, as ligações viga-pilar devem possuir resistência completa à flexão, sendo capazes de resistir aos momentos elásticos na análise estrutural.

Dentro deste contexto, o conceito de que a influência desfavorável do comportamento efetivo das ligações deve ser considerada na análise da estabilidade, está se referindo ao efeito desfavorável das ligações na análise global de 2ª ordem, com acréscimos nos momentos totais nos pilares e nos momentos positivos nos vãos das vigas.

Os limites fornecidos para distinguir as ligações rígidas, semi-rígidas e articuladas têm o propósito de definir o campo para a consideração da estrutura com ligações semi-rígidas. Neste caso, abaixo de 20% de engastamento parcial as ligações podem ser consideradas como ligações articuladas e acima de 90% de engastamento parcial as ligações podem ser consideradas como perfeitamente rígidas. Estes limites são aceitos internacionalmente para estruturas com nós deslocáveis, sendo adotados pelo EC-3 e recomendados nos diferentes relatórios do COST C1.

b) a estrutura deve ser analisada, em relação à estabilidade, em todas as fases, considerando o comportamento das ligações na época da montagem, que podem ser diferentes daquelas da estrutura concluída, utilizando-se contraventamentos provisórios sempre que necessário;

Consideração: A análise da estrutura na fase transitória de montagem deverá avaliar as situações críticas onde parte da estrutura já esteja montada, mas onde as ligações ainda não foram executadas. No caso do Brasil, onde é corrente a solidarização das ligações viga-pilar por meio de armadura de continuidade com preenchimento de concreto ou graute in loco é necessário definir no projeto o limite para o número de pavimentos que podem ser montados sem a solidarização das ligações, o que nem sempre é feito. Por outro lado, no caso de pilares altos (segmentados ou contínuos) é necessária a verificação do travamento provisório, o que pode ser feito por escoramento ou por meio de atirantamento (ver fig. 3.37).



**Figura 3.37:** Travamento provisório dos pilares durante a etapa da montagem [ELLIOTT, 2005].

*c) no caso dos sistemas estruturais onde a estabilidade é proporcionada pela ação de pilares engastados na fundação com vigas articuladas, onde o fator de restrição à rotação é menor ou igual que 0,15, é obrigatória a verificação dos efeitos de 2ª ordem, considerando a não linearidade física. Neste caso, a não linearidade física dos pilares pode ser considerada por meio de uma aproximação linear do problema com o uso da rigidez secante da relação momento-curvatura dos pilares conforme a NBR 6118. No projeto e detalhamento das ligações consideradas articuladas, deve-se verificar a capacidade rotacional da ligação para as situações de estado limite de serviço (ELS) e estado último (ELU) para evitar o surgimento de esforços não previstos na região da ligação.*

Consideração: O objetivo deste item foi o de orientar o projeto para um cálculo mais cuidadoso dos pilares engastados na fundação com vigas articuladas, tanto para estruturas com múltiplos pavimentos quanto para galpões. Neste contexto, fica obrigatória a verificação dos efeitos de 2ª ordem, os quais são significativos para edifícios com múltiplos pavimentos (mesmo abaixo de 4 pavimentos), mas também fica obrigatória a consideração da não linearidade física nos pilares mesmo para o cálculo de galpões (estruturas leves), onde o efeito de segunda ordem não é significativo. Apesar de o cálculo ter ficado mais rigoroso, principalmente para o projeto de pequenos galpões, cabe ressaltar que o texto permite que se utilize a aproximação linear do problema com o uso da rigidez secante da relação momento-curvatura dos pilares conforme a NBR6118.

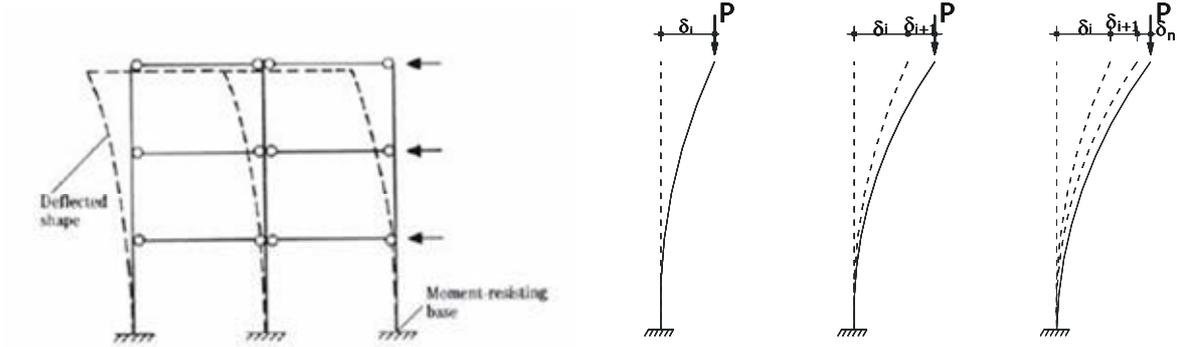


Figura 3.38: Deslocabilidade e efeitos de 2ª ordem em pilares engastados na base [ELLIOTT, 2005].

A verificação da capacidade rotacional da ligação para as situações de ELS e ELU, visando evitar o surgimento de esforços não previstos na região da ligação (fig. 3.39), foi baseada no Manual de Ligações Estruturais da FIB (draft 2003). O objetivo aqui foi introduzir o conceito de que ao se considerar uma ligação como articulada, o projetista deve se preocupar em garantir que a mesma seja capaz de permitir rotações relativas, evitando o surgimento de esforços não previstos no cálculo e, portanto, o aparecimento de danos localizados na região da ligação.

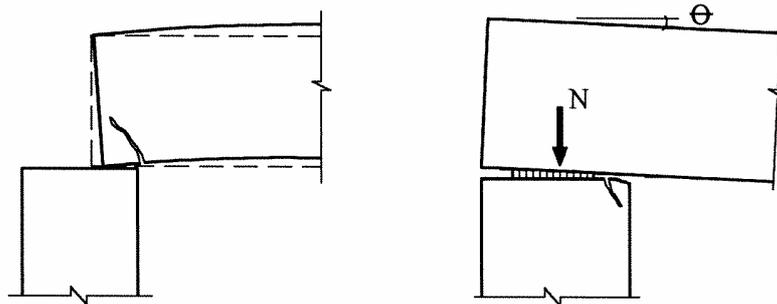


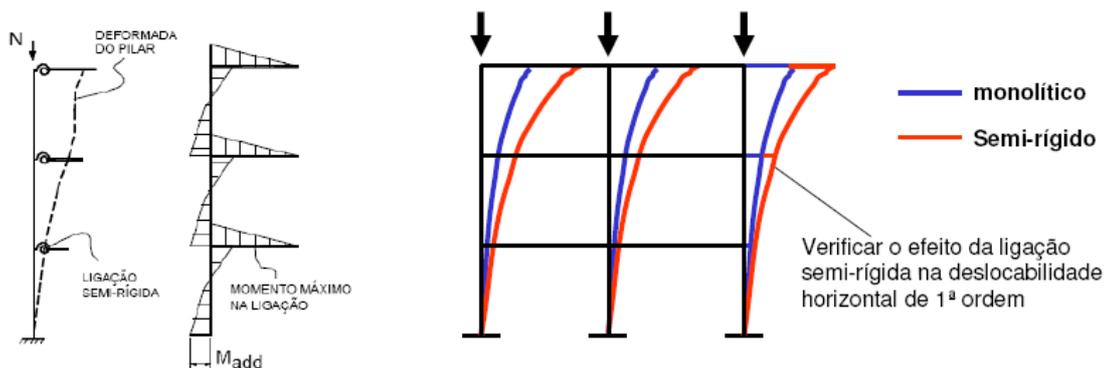
Figura 3.39: Exemplos de danos nas ligações articuladas por impedimento às rotações relativas [ABCIC].

d) quando a estabilidade for proporcionada por meio da ação de pórtico, através de ligações resistentes à flexão, as quais possuem comportamento semi-rígido, onde os

valores do fator de restrição à rotação estão compreendidos entre 0,15 e 0,85, conforme 5.1.2.3, aplicam-se as disposições de 5.1.2.4;

Consideração: A NBR-9062 passa a reconhecer que as estruturas reticuladas com ligações resistentes à flexão, com comportamento semi-rígido (com limites para a rigidez da ligação apresentados no item 5.1.2.3), apresentam-se como alternativas para compor o sistema vertical estabilizante desde que sejam satisfeitas as disposições apresentadas no item 5.1.2.4. Caber ressaltar que esta é uma inovação do ponto de vista da análise da estabilidade em estruturas pré-moldadas, mesmo em se considerando a normalização internacional.

Entretanto, a inclusão deste tema na NBR-9062 foi necessária em virtude da grande aplicação que se tem no Brasil de pórticos com ligações resistentes à flexão em edifícios de múltiplos pavimentos, mas sem a utilização de elementos de contraventamento. Neste caso, a desconsideração do efeito desfavorável das ligações no comportamento global da estrutura pode gerar distorções e condições inseguras, principalmente no que se refere à análise de 2ª ordem (ver fig. 3.40).



**Figura 3.40:** Efeito da ligação semi-rígida nos momentos e na deslocabilidade de 1ª ordem.

e) para o caso em que houver engastamento parcial, onde o fator de restrição à rotação for igual ou superior a 0,85 para momentos negativos e momentos positivos, a análise estrutural pode ser feita como pórtico contínuo com nós rígidos;

Consideração: O critério para a consideração do comportamento perfeitamente rígido nas ligações não se baseia na resistência completa à flexão da mesma (quando a ligação é dimensionada para 100% do engastamento elástico) e nem pela forma da solidarização (por meio de chapas soldadas ou por meio de armadura de continuidade atravessando bainhas dentro de pilares contínuos, com preenchimento de graute). Antes, isto depende do fator de restrição (tantos para momentos negativos quanto para positivos), o qual relaciona a rigidez relativa entre a ligação e a viga associada. Novamente, cabe lembrar que a intenção foi definir um limite para o fator de restrição onde o efeito do engastamento parcial é desprezível no comportamento global de estruturas pré-moldadas com nós deslocáveis.

f) em todos os casos anteriores, deve-se adotar o carregamento horizontal mínimo correspondente a 0,005 vezes o total das cargas verticais majoradas pelos respectivos coeficientes de amplificação, já consideradas as imperfeições globais da edificação;

### 5.1.2.3 Fator de restrição à rotação

5.1.2.3.1 O fator de restrição à rotação  $\alpha_R$  que define a rigidez relativa de cada ligação da extremidade do elemento conectado, é determinado pela expressão abaixo:

$$\alpha_R = \frac{1}{1 + \frac{3(EI)_{\text{sec}}}{R_{\text{sec}} L_{ef}}} = \frac{\theta_1}{\theta_2}$$

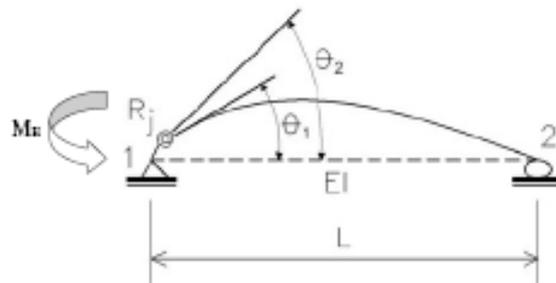
onde:

$(EI)_{sec}$  é a rigidez secante da viga conforme a NBR 6118;

$L_{ef}$  é o vão efetivo entre os apoios, ou seja, a distância entre centros de giro nos apoios;

$R_{sec}$  é a rigidez secante ao momento fletor da ligação viga-pilar, conforme 5.1.2.3.2;

O fator de restrição à rotação pode ser interpretado como a relação da rotação  $\theta_1$  da extremidade do elemento em relação à rotação combinada  $\theta_2$  do elemento e da ligação devido ao momento de extremidade, conforme fig. 3.41.

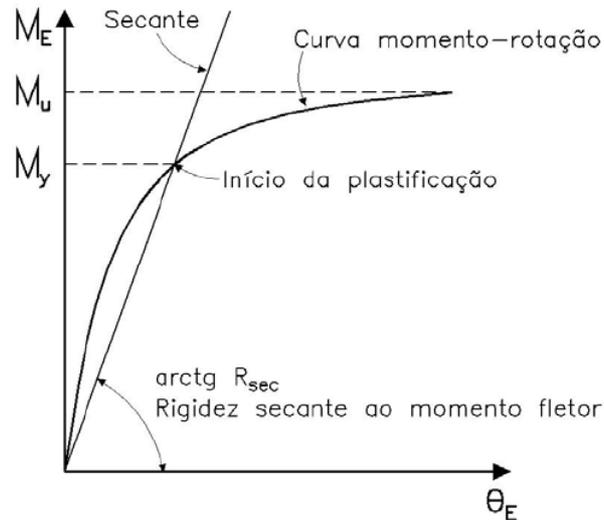


**Figura 3.41:** Fator de restrição à rotação [NBR-9062:2005].

#### 5.1.2.4 Rigidez secante ao momento fletor da ligação viga-pilar

A rigidez ao momento fletor de uma ligação viga-pilar é definida pela sua relação momento-rotação. A resposta não linear das ligações pode ser feita com base na análise linear utilizando a rigidez secante ( $R_{sec}$ ), conforme indicada na fig. 3.42.

A rotação localizada na região da ligação na extremidade da viga, associada à rigidez secante, deve ser medida no centro de giro no apoio.



**Figura 3.42:** Relação momento-rotação na ligação viga-pilar [NBR-9062:2005].

onde:

$\theta_E$  é a rotação localizada na ligação na extremidade da viga;

$M_E$  é o momento fletor mobilizado na extremidade da viga;

O limite de rigidez aos momentos fletores para ligações semi-rígidas é dado por:

$$\frac{0,5(EI)_{sec}}{L_{ef}} < R_{sec} \leq \frac{20(EI)_{sec}}{L_{ef}}$$

5.1.2.5 O projeto e a execução de estruturas cujas ligações são semi-rígidas devem atender ao seguinte:

a) a análise estrutural deve obrigatoriamente levar em conta os efeitos de 2ª ordem;

Consideração: O objetivo aqui não foi obrigar uma análise mais rigorosa para os efeitos globais de 2ª ordem nas estruturas pré-moldadas, como por exemplo a NLG, ou, por outro lado, impedir o emprego de métodos simplificados, como é o caso do coeficiente  $\gamma_Z$ . Pelo contrário, nos artigos sobre este tema apresentados em 2005, observa-se que o coeficiente  $\gamma_Z$  mostrou-se adequado para a avaliação dos efeitos de 2ª ordem em estruturas com ligações semi-rígidas para edifícios com múltiplos pavimentos. Em

resumo, pretendeu-se aqui ressaltar que a verificação dos efeitos globais de 2ª ordem em estruturas pré-moldadas de concreto deve levar em conta o efeito desfavorável das ligações semi-rígidas (porque isto aumenta a deslocabilidade de 1ª ordem da estrutura pré-moldada). Por outro lado, isto requer o auxílio de programas computacionais para pórticos com nós semi-rígidos, sendo que no Brasil já se têm disponíveis softwares comerciais e educacionais, como são os casos do STRAP (versão 11.5) e do TQS (Versão 11), no caso de softwares comerciais, bem como na nova versão (2005) do FTOOL, que é um software educacional desenvolvido na PUC-Rio. Desta forma, não existem impedimentos técnicos para que os projetistas sejam capazes de realizar a análise estrutural.

Entretanto, a maior dificuldade continua ser em como se definir a rigidez à flexão das ligações (ou fator de restrição, o qual define o engastamento parcial), pois isto requer ou a comprovação experimental ou a utilização de modelos analíticos confiáveis.

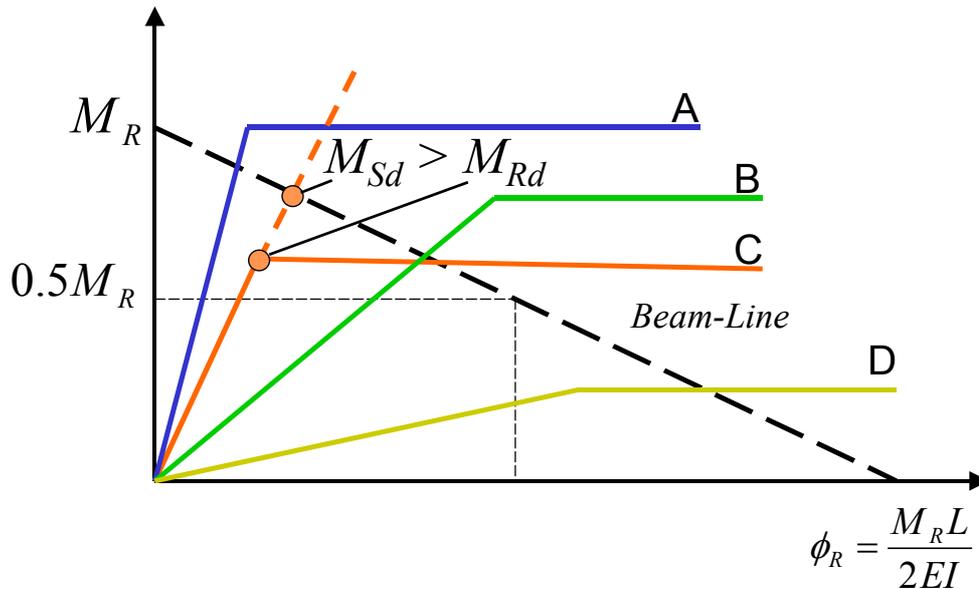
Como a definição da rigidez secante da ligação, no item 5.1.2.3.2, pretende-se padronizar os procedimentos experimentais para a medição da relação momento-rotação, onde a rotação relativa viga-pilar deve ser medida no plano que coincide com o centro de rotação no apoio da ligação. Além disso, a rigidez secante deve interceptar a curva momento-rotação no nível do momento fletor onde a armadura tracionada começa a escoar, o qual coincide com o início da plastificação na relação momento-rotação.

Com relação a modelos analíticos para a determinação da rigidez secante, visando a análise dos efeitos globais de 2ª ordem, no caso específico de ligações com armadura de continuidade atravessando pilares contínuos, recomendam-se os modelos teóricos apresentados em FERREIRA & ELLIOTT (2002) os quais, em comparação com vários resultados experimentais de pesquisas realizadas na Inglaterra, nos EUA e no Brasil,

apresentaram aproximações razoáveis, mas principalmente conservadoras para a rigidez secante, o que é interessante para a análise dos efeitos globais na estrutura.

*b) o projeto da ligação deve levar em conta simultaneamente os critérios de resistência e de rigidez, onde a resistência da ligação deve ser compatível com os esforços mobilizados em função da resposta do seu comportamento semi-rígido efetivo na análise estrutural;*

Consideração: O objetivo aqui foi introduzir o conceito do *Método Beam-Line*, onde o momento solicitante na extremidade da viga pré-moldada não depende apenas de critérios de resistência, mas depende da resposta da rigidez relativa da ligação (comportamento semi-rígido) na análise estrutural (não apenas na viga isolada). Desta forma, a resistência de uma ligação deve ser compatível com a sua rigidez à flexão, de modo que a curva momento-rotação da ligação seja capaz de ultrapassar a reta *beam-line*, garantindo assim que a falha (se ocorrer) ocorra no elemento estrutural e não na ligação. A compatibilidade deve ocorrer, por exemplo, quando na análise da estrutura for considerada uma aproximação linear para a relação momento-rotação da ligação, mas onde o engastamento parcial efetivo seja superior àquele que foi adotado pelo projetista, fazendo com que o momento solicitante de cálculo na ligação seja superior ao momento resistente de cálculo (ver curva C na fig. 3.43).



**Figura 3.43:** Situação em que  $M_{Sd}$  pode exceder ao  $M_{Rd}$  (ver diagrama C).

c) a resposta para cada ligação aos momentos positivo e negativo e respectiva rotação, até a sua capacidade máxima, deve ser comprovada de forma efetiva, garantindo que as hipóteses adotadas no cálculo sejam consistentes;

Consideração: Segundo os dois manuais de projeto do PCI, *Design Manual* (2001) e *Design and Typical Details of Connections for Precast and Prestressed Concrete* (1988), as ligações viga-pilar com resistência à flexão devem apresentar desempenho satisfatório quanto à sua resistência, rigidez, ductilidade e durabilidade. O objetivo com este item não foi o de obrigar a empresa de pré-fabricados ou os projetistas a ensaiarem as suas ligações. No entanto, caso um projetista ou uma empresa se proponham a realizar uma estrutura com múltiplos pavimentos, contanto com um elevado grau de engastamento parcial da ligação para avaliar a deslocabilidade de primeira ordem na estrutura no ELU e, portanto, os efeitos globais de 2ª ordem na mesma, faz-se necessário, a favor da segurança, comprovar a eficiência das ligações empregadas. Por

outro lado, quando se adota uma postura de projeto mais conservadora, adotando, por exemplo, um grau de engastamento parcial inferior ao que se acredita ser a resposta efetiva da ligação, então os efeitos de 2ª ordem seriam um pouco superiores aos reais, não havendo, portanto, necessidade de comprovação experimental.

*d) o projeto da estrutura deve ser baseado na análise linear utilizando a rigidez secante da ligação ( $R_{sec}$ ) no estado limite último ou análise incremental considerando a resposta não linear das ligações;*

Consideração: Ressalta-se que a consideração da rigidez secante da ligação ( $R_{sec}$ ) induz a uma menor capacidade de restrição às rotações nas ligações viga-pilar, causando a redistribuição dos esforços e aumentando os deslocamentos de primeira ordem, conduzindo aos máximos momentos totais nos pilares (1ª e 2ª ordens) e máximos momentos positivos nas vigas. Por esta razão, apesar de a rigidez secante ser uma aproximação linear para o problema, do ponto de vista da análise estrutural ela conduz a uma resposta favorável do ponto de vista de segurança. Desta forma, o objetivo novamente aqui não é diminuir a resistência das ligações resistentes à flexão, mas avaliar os acréscimos de esforços ao longo da estrutura em razão das deformações nas ligações viga-pilar.

Os modelos analíticos para a obtenção da rigidez secante em ligações viga-pilar com armadura de continuidade desenvolvidos nas pesquisas na Inglaterra e no Brasil apresentaram boas aproximações quando comparados com os resultados experimentais de diferentes tipologias de ligações (com variabilidade da rigidez secante teórica para menos 5% e 10%). Portanto é razoável pensar que, a princípio, estes modelos podem ser

empregados no projeto para avaliar os efeitos globais de 2ª ordem e para estimar a redistribuição dos momentos positivos nos vãos centrais.

Atualmente, ainda não se têm disponíveis ferramentas comerciais para a análise incremental considerando a resposta não linear das ligações, a qual considere ao mesmo tempo a resposta não linear dos elementos estruturais (viga e pilar). Neste contexto, é importante ressaltar que no caso das estruturas pré-moldadas em concreto armado, ao contrário das estruturas metálicas, a consideração da resposta não linear das ligações fazendo-se apenas a linearização dos elementos estruturais (com reduções de  $0.4EI$  para vigas e  $0.8EI$  para pilares) não é suficiente para obter a solução “exata” do problema.

É importante lembrar que o interesse em encontrar a solução “exata” seria para melhor definir o limite permitido para a redução da armadura negativa na ligação viga-pilar (o que não é o caso das ligações com resistência completa à flexão). Um outro interesse com esta solução (com certeza mais trabalhosa) seria em casos onde se dispõe da curva experimental da relação momento-rotação para a ligação empregada (inclusive com verificação sob carregamento cíclico), onde se pode considerar toda a eficiência da ligação para contraventar a estrutura.

*e) devem ser considerados os efeitos de carregamentos repetidos verticais e horizontais e cargas reversíveis com atenção particular à deformação incremental nas ligações e fadiga de baixos ciclos.*

Consideração: A consideração da rigidez secante ( $R_{sec}$ ) no ELU é uma aproximação conservadora, a qual também leva em conta a deformação incremental e residual nas ligações (com a perda de rigidez na relação momento-rotação) em função das ações cíclicas e alternadas na estrutura, desde que o máximo momento solicitante na ligação

não ultrapasse o momento de escoamento da mesma (quando as ligações forem dimensionadas para os momentos elásticos).

#### 4. PROCEDIMENTOS PARA PROJETO DE LIGAÇÕES SEMI-RÍGIDAS

O PCI Manual (1988) propõe um procedimento para projeto de ligações viga-pilar com comportamento semi-rígido, onde os momentos permitidos na ligação são obtidos através do método *Beam-Line*. Apesar de o método *beam-line* ter sido desenvolvido para as estruturas metálicas ainda na década de 30, uma pesquisa realizada por ELLIOTT *et al.* (1998) demonstrou que este método também é apropriado para a utilização nas ligações viga-pilar em estruturas de concreto pré-moldado. A reta “*beam-line*” representa a rigidez à flexão segundo a relação característica momento-rotação nas extremidades de uma viga sob certas condições de carregamento, onde as duas condições extremas de engastamento e de articulação são consideradas para se obter o máximo momento de bloqueio para a condição de engaste e a máxima rotação para a condição articulada. Para uma viga com carregamento uniforme  $q$  o momento de bloqueio é  $M_R = qL^2/12$  e a rotação para a condição de articulação perfeita é dada por  $\theta = qL^3/24EI$ , onde o gradiente da reta *beam-line* é dado por  $2EI/L$ . A intersecção entre a curva momento-rotação da ligação com a reta *beam-line* fornece os momentos requeridos na ligação (capacidade requerida ou máximo momento permitido), os quais também podem ser obtidos pela relação  $M_E/M_R = [3\alpha_R/(2 + \alpha_R)]$ . O procedimento de projeto para ligações semi-rígidas que foi originalmente proposto em FERREIRA (2001) também é compatível com o método *beam-line* e fornece um cálculo racional para os momentos requeridos na ligação considerando-se simultaneamente no cálculo as características de resistência e de rigidez da viga e das ligações.

Do ponto de vista da análise e do projeto é conveniente adotar uma aproximação linear para a relação momento-rotação. Entretanto, as ligações viga-pilar em estruturas pré-

moldadas geralmente apresentam um comportamento não linear mesmo antes da primeira plastificação da ligação, quando esta ainda conserva certas propriedades elásticas.

A rigidez secante da ligação  $R_{sec}$  representa o comportamento não linear da curva momento-rotação da ligação e pode ser obtida calculando-se o momento resistente da ligação  $M_{RC}$  no limite de escoamento da armadura tracionada (no início da primeira plastificação) e a rotação total na extremidade da viga  $\phi_c$  devido ao momento  $M_{RC}$ .

Propõe-se assim a utilização da rigidez secante  $R_{sec} = M_{RC} / \phi_c$  para uma aproximação linear e uma simplificação conservativa para se levar em conta a não linearidade física da ligação. Desde que  $M < M_{RC}$  então a rigidez secante será a mínima rigidez possível na ligação dentro das situações usuais de projeto. No procedimento proposto, a rigidez secante será utilizada para calcular a capacidade requerida na ligação  $M_{ER}$  e o máximo momento de projeto permitido na ligação  $M_{Ed}$  para o cálculo no estado limite último. Assim, o procedimento está baseado no cálculo da resistência das ligações que por sua vez está baseado na rigidez à flexão, ou seja, no comportamento semi-rígido da ligação.

Em concordância com o método *beam-line*, o momento de projeto permitido na ligação  $M_{Ed}$  deve ser menor do que o momento resistente requerido para a ligação  $M_{ER}$  e deve ser menor que qualquer momento na extremidade do elemento calculado na análise estrutural  $M_E$ . Se o momento resistente da ligação  $M_{RC}$  é muito inferior do que momento resistente na extremidade da viga  $M_R$ , a extremidade da viga teria um comportamento de corpo rígido e as rotações produzidas na extremidade da viga decorreriam basicamente do mecanismo de abertura de junta na interface viga-pilar. Por outro lado, se o momento resistente da ligação  $M_{RC}$  é superior ou próximo do momento resistente na extremidade

da viga  $M_R$ , as rotações seriam decorrentes da abertura na interface mas também devido à deformação elástica na extremidade da viga.

#### **4.1. Consideração Simultânea da Resistência e da Rigidez**

O detalhamento da proposta para o Critério Resistência-Rigidez, está apresentado no Relatório *Strength-Stiffness Requirement Approach for Semi-Rigid Precast Connections*, Research Report, School of Civil Engineering, University of Nottingham, UK [FERREIRA, M.A. & ELLIOTT, K.S., (2002)]. Com base neste critério, a seguir apresenta-se um roteiro proposto para o projeto de ligações semi-rígidas com base na resistência e rigidez simultaneamente. Este procedimento pode ser utilizado para o dimensionamento de ligações semi-rígidas, levando-se em conta a flexibilização do nó com a conseqüente redistribuição dos esforços, calculando-se os momentos corrigidos e as inércias efetivas para as vigas adjacentes. Foi incorporado no procedimento de projeto o cálculo das inércias equivalentes a partir dos esforços dos momentos corrigidos após a redistribuição.

#### **4.2. Roteiro para projeto de ligações semi-rígidas em estruturas de concreto (vigas semi-contínuas)**

Para a realização do projeto de uma viga, são consideradas duas situações de cálculo: a primeira corresponde à situação transitória ou etapa isostática (com ligações articuladas, uma vez que não foi realizada a solidarização da armadura negativa da ligação), em que a viga está submetida apenas ao seu peso próprio e ao peso da laje, caso a armadura de continuidade esteja localizada ao nível da laje, conforme a fig. 4.1. Apesar da armadura

de continuidade no nível das lajes configurar uma altura útil menor do que se ela estivesse na capa, e conseqüentemente gerar uma ligação menos resistente, esse tipo de continuidade proporciona estabilidade ao edifício através do efeito de pórtico após o preenchimento com concreto do vazio entre as placas de lajes e antes da concretagem da capa sobre as lajes. Isso é realmente conveniente em edifícios de múltiplos pavimentos onde a estabilidade temporária durante a fase de montagem deve ser bem analisada.



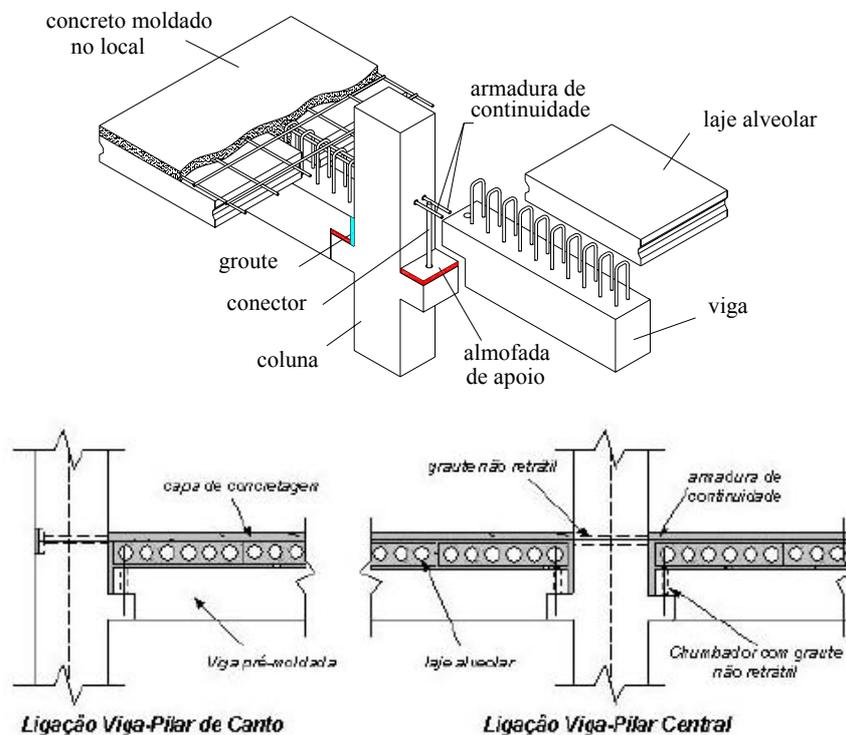
**Figura 4.1:** Armadura negativa de continuidade passante no pilar na altura da laje [BENTES, 2004].

Se a armadura de continuidade estiver localizada ao nível da capa de concreto sobre a laje (fig. 4.2), deverá ser somado aos carregamentos da etapa transitória o peso da capa de concreto. Essa opção de continuidade é mais interessante do ponto de vista de resistência por apresentar uma altura útil maior, porém a estabilidade que as ligações semi-rígidas proporcionam é atingida somente após a concretagem do capeamento.



**Figura 4.2:** Armadura negativa de continuidade passante no pilar na altura da capa [BENTES, 2004].

A fig. 4.3 apresenta a tipologia de ligações semi-rígidas com chumbador, preenchimento de graute e armadura de continuidade na capa da laje, a qual será analisada através de modelos analíticos consagrados experimentalmente, levando-se em conta os critérios de resistência e rigidez simultaneamente.



**Figura 4.3:** Tipologia para ligação viga-pilar resistente à flexão [MIOTTO, 2002].

Com o intuito de estudar o efeito da deformabilidade da ligação, é apresentada a seguir uma estrutura, a qual serviu de referência para as dimensões dos elementos estruturais.

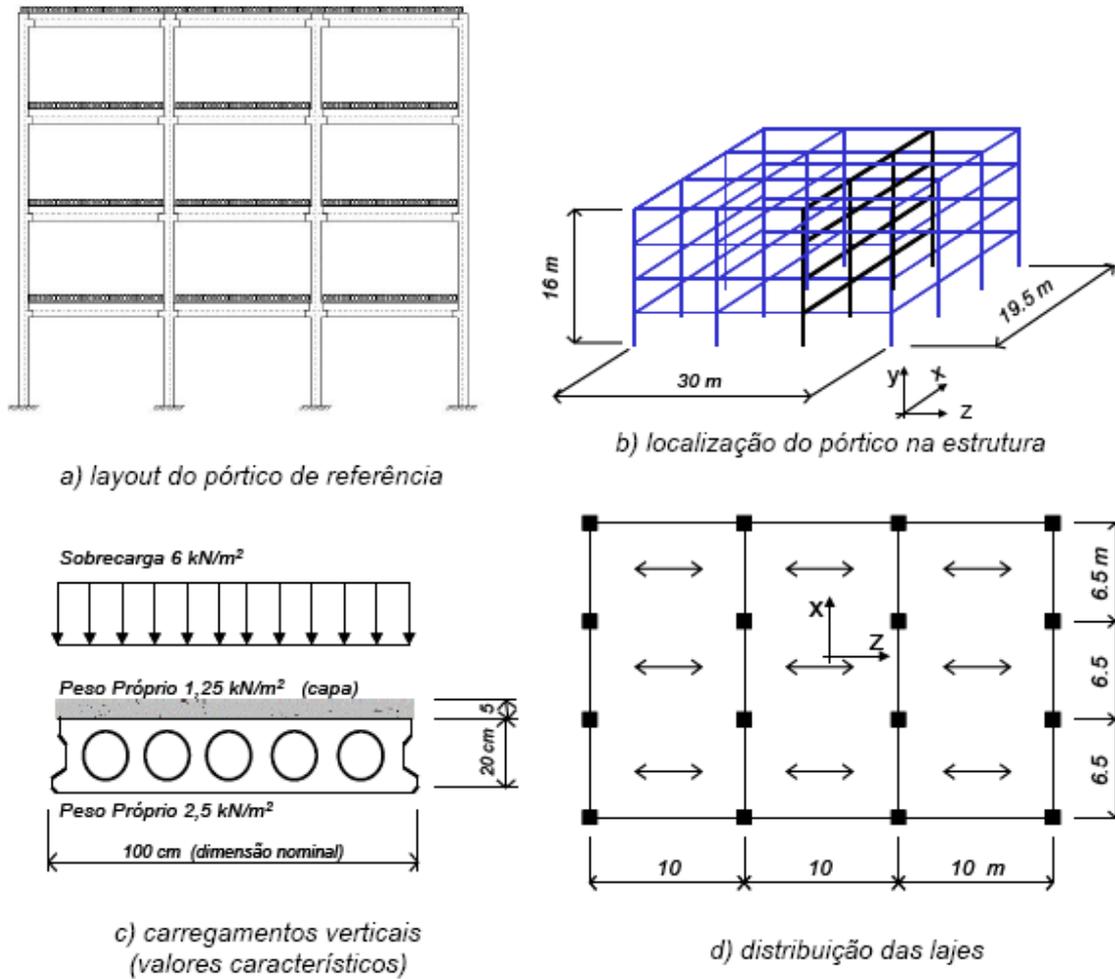


Figura 4.4: Croqui da estrutura de referência.

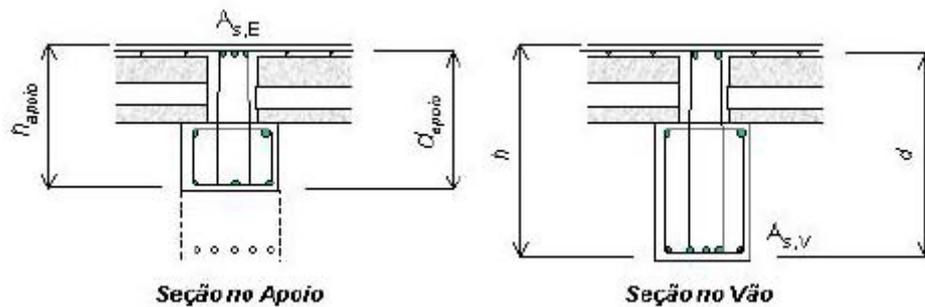


Figura 4.5: Seções transversais da viga (apoio e vão).

Na tab. 4.1 encontram-se as dimensões das seções transversais e as propriedades dos materiais dos elementos da estrutura de referência, de acordo com a fig. 4.4.

**Tabela 4.1:** Propriedades geométricas dos elementos e materiais.

Elemento	$h$ apoio (cm)	$d$ apoio (cm)	$h$ (cm)	$d$ (cm)	$b_w$ (cm)	$b_f$ (mesa colaborante) (cm)	$f_{ck}$ (MPa)	$E_{c,i}$ (kN/cm <sup>2</sup> )	$E_{c,s}$ (kN/cm <sup>2</sup> )
Viga (seção composta)	85	82	85	82	40	110	40	3542	3010
Pilar (50x50cm)	---	---	---	---	---	---	40	3542	3010
capa da laje (5cm)	---	---	---	---	---	---	25	---	---

Considera-se que os carregamentos são aplicados em duas fases distintas em função das situações transitórias das ligações durante a montagem. Na etapa 1, que é anterior a solidarização da ligação, a ligação viga-pilar se comporta como uma rótula. Neste momento, devido à seqüência de montagem, considera-se toda a carga de peso próprio, inclusive o peso da capa de concreto, pois a armadura negativa encontra-se no nível da capa.

$$\begin{aligned}
 \text{p.p. viga (seção simples)} &= 6 \text{ kN/m} \\
 \text{laje} &= 25 \text{ kN/m} \\
 \text{capa} &= \underline{12,5 \text{ kN/m}} \\
 \text{carregamento etapa 1} &= 43,5 \text{ kN/m}
 \end{aligned}$$

O comprimento efetivo da viga para os cálculos da ligação é a distância entre os centros de rotação nos apoios, que pode ser considerado como sendo a distância entre os chumbadores dos consolos, que no caso é de 650 (entre eixos de pilares) – 50 (largura do pilar) – 20 (comprimento do consolo) = 580 cm.

Portanto o momento positivo da primeira etapa resulta em:

$$M_1 = \frac{43,5 \cdot 5,80^2}{8} = 182,92 \text{ kN.m}$$

Na Etapa 2, após a solidarização da ligação viga-pilar, considera-se o efeito da ligação semi-rígida para a sobrecarga que é de 60 kN/m.

A obtenção da rigidez à flexão das ligações é um pré-requisito para se iniciar a análise das estruturas com nós semi-rígidos. As formulações teóricas para a determinação dos parâmetros que definem o comportamento semi-rígido para a ligação estudada estão apresentadas no capítulo 2, item 2.4. Para o cálculo da rigidez secante negativa, considerou-se um comprimento da ligação  $l_p$  de 90 cm (sendo 19 cm do comprimento útil sobre o consolo e 71 cm relativo a uma altura média de  $z = 0.87d$  no apoio). Para o comprimento  $l_e$  foi considerada metade do trecho embutido no pilar, dado por 25 cm, por ser uma ligação central.

Inicialmente, deve-se estimar a armadura negativa no apoio. A NBR 6118:2003 permite para ligações monolíticas a redução máxima de 10% no momento elástico para estruturas de nós móveis. No caso de ligações semi-rígidas de estruturas pré-fabricadas, com base no conhecimento dos mecanismos resistentes da ligação e de ensaios realizados, sabe-se que é muito difícil a obtenção de engastamentos superiores a 80% para ligações não soldadas com armadura de continuidade. Propõe-se, para o cálculo da armadura negativa na região do apoio, uma armadura correspondente ao momento elástico reduzido em 20%. Cabe frisar que essa armadura deve ser considerada como uma armadura mínima para a ligação. O objetivo de se analisar uma ligação semi-rígida não é o de diminuir a armadura negativa, mas sim de considerar a sua real contribuição na estabilidade global da estrutura e a necessidade de se majorar o momento positivo no meio do vão.

$$0,80.M_E = 0,80 \cdot \frac{60.5,8^2}{12} = 134,56 \text{ kN.m}$$

Considerando a seção transversal no apoio e o  $f_{ck} = 40$  MPa, resulta em  $A_s = 5,36 \text{ cm}^2$ .

Adota-se 3 Ø 16mm (6,03 cm<sup>2</sup>).

A partir dessa armadura, calcula-se o momento de inércia da seção fissurada homogeneizada (estádio II) no apoio e em seguida obtém-se a rigidez secante  $R_{sec}$  à flexão na extremidade da viga:

$$I_{cr} = 229.204 \text{ cm}^4$$

$$R_{\phi_s} = \frac{M_{CR}}{\phi_c} = \left[ \frac{\lambda_e}{0.9 E_s A_s d^2} + \frac{\lambda_p}{E_{cs} I_{cr}} \right]^{-1} = 61.333 \text{ kN.m / rad}$$

Através da rigidez secante, calcula-se o fator de restrição  $\alpha_R$ :

$$\alpha_R = \left[ 1 + \frac{3(0,4 E_{ci} I)_{sec}}{R_{sec} L} \right]^{-1} = 0,29, \text{ onde } I \text{ é o momento de inércia da seção composta no}$$

meio do vão (sem considerar a mesa colaborante).

Através do fator de restrição  $\alpha_R$ , calcula-se a porcentagem de engastamento atingida:

$$\frac{M_E}{M_R} = \left[ \frac{3\alpha_R}{2 + \alpha_R} \right] = 38\%$$

Nota-se que a armadura calculada para 80% do momento elástico só foi capaz de mobilizar um engastamento parcial de 38%. Fica evidente que o engenheiro projetista realmente precisa ter o conhecimento do mecanismo resistente da ligação semi-rígida para não superestimar uma condição de estabilidade global da estrutura, bem como subdimensionar a armadura positiva no meio da viga.

Nesta etapa é necessário que se verifique se a rigidez à flexão obtida é coerente com os valores adotados no estudo da estabilidade global da estrutura. Se o engastamento parcial admitido no cálculo do  $\gamma_Z$  for superior ao obtido, é necessário que se faça uma nova análise da estabilidade para verificar se o  $\gamma_Z$  resulta em um valor abaixo do limite (1.30) para posteriormente efetuar a correção dos esforços de segunda ordem. Caso não seja satisfatório o engastamento parcial calculado, é necessário que o procedimento de cálculo retroceda adotando-se uma área de armadura negativa maior. Em contra partida, caso o engastamento parcial obtido seja superior ao estipulado no estudo da estabilidade global, não convém diminuir a armadura negativa além do valor inicial adotado (referente a 80% do momento elástico).

Para prosseguimento nos cálculos, admite-se que tal condição esteja satisfeita.

Em seguida, calcula-se o momento corrigido no vão para a etapa semi-rígida através do fator de restrição  $\alpha_R$ :

$$M_{V,cor} = \left[ \frac{3 - 1,5 \alpha_R}{2 + \alpha_R} \right] \cdot M_E = 188,36 \text{ kN.m}$$

A armadura positiva total é a soma das armaduras obtidas nos cálculos em duas situações:

- Devido ao momento positivo da primeira etapa com a seção simples

$$M_{pos,1} = 182,92 \text{ kN.m} / b = 40 \text{ cm} / d = 57 \text{ cm} / f_{ck} = 40 \text{ MPa} \rightarrow A_{s,pos1} = 10,79 \text{ cm}^2$$

- Devido ao momento corrigido da segunda etapa com a seção composta considerando-se a contribuição da mesa de compressão e o  $f_{ck}$  da capa da laje.

$$M_{pos,2} = 188,36 \text{ kN.m} / b = 110 \text{ cm} / d = 82 \text{ cm} / f_{ck} = 25 \text{ MPa} \rightarrow A_{s,pos2} = 7,49 \text{ cm}^2$$

Assim, a armadura positiva total será:

$$A_{s, \text{pos}} = A_{s, \text{pos1}} + A_{s, \text{pos2}} = 10,79 + 7,49 = 18,28 \text{ cm}^2 \approx 6 \phi 20 \text{ mm.}$$

Alternativamente, o cálculo pode prosseguir com os seguintes passos:

- a) A partir dos momentos corrigidos na extremidade e no vão, obter o momento de inércia equivalente na viga (para vigas semi-contínuas):

$$M_{E, \text{cor}} = \left[ \frac{3 \alpha_R}{2 + \alpha_R} \right] \cdot M_E \quad (\text{momento corrigido na extremidade})$$

$$I_{eq, \text{viga}} = 0.3 \cdot I_{eq, E} + 0.7 \cdot I_{eq, V} \quad (\text{inércia equivalente da viga})$$

Onde:

$$I_{eq, E} = \left( \frac{M_{cr, E}}{M_{atu E}} \right)^3 \cdot I_{I, E} + \left[ 1 - \left( \frac{M_{cr, E}}{M_{atu E}} \right)^3 \right] \cdot I_{cr, E}$$

$$I_{eq, V} = \left( \frac{M_{cr, V}}{M_{atu V}} \right)^3 \cdot I_{I, V} + \left[ 1 - \left( \frac{M_{cr, V}}{M_{atu V}} \right)^3 \right] \cdot I_{cr, V}$$

- b) Obter novos valores para o fator de restrição  $\alpha_R$  e para os momentos corrigidos na extremidade e no vão.

$$\alpha_{Ref} = \left[ 1 + \frac{3 E_{cs} I_{eq, \text{viga}}}{R_{sec} L} \right]^{-1}$$

$$M_{E, \text{cor, ef}} = \left[ \frac{3 \alpha_{Ref}}{2 + \alpha_{Ref}} \right] \cdot M_E$$

$$M_{V, \text{cor, ef}} = \left[ \frac{3 - 1,5 \alpha_{Ref}}{2 + \alpha_{Ref}} \right] \cdot M_E$$

Estes procedimentos levam a um refinamento de cálculo, pois considera a inércia efetiva da viga, em contrapartida à redução de 0,40 na inércia bruta da viga, idealizada inicialmente. Quando se chega a valores da inércia efetiva superiores a 0,40 vezes a inércia bruta da viga, ou em outras palavras, quando a viga é mais rígida do que foi admitido nos cálculos, o fator de restrição efetivo é menor do que o inicialmente calculado. Por outro lado, no cálculo das armaduras negativas e positivas, as áreas de armaduras finais normalmente não se alteram, desde que a defasagem das inércias não sejam muito significativas.

Nesta etapa de cálculo, a ligação atende simultaneamente os critérios de resistência e rigidez, porém é necessário que ainda se verifique a ductilidade. Um dos métodos para se analisar a ductilidade é o método Beam-Line e as variáveis são:

Reta Beam-Line:

$$M_r = \frac{q.l^2}{12} = 168,20 \text{ kN.m} \qquad \theta_{\max} = \frac{q.l^3}{24.E_{cs}.0,4.I_{bruto}} = 0,001978 \text{ rad}$$

Diagrama Bi-Linear da rigidez secante:

$$M_y = 0,9.f_{yd}.A_s.d = 193,54 \text{ kN.m} \qquad \theta_y = \frac{M_y}{R_{\text{sec}}} = 0,003155 \text{ rad}$$

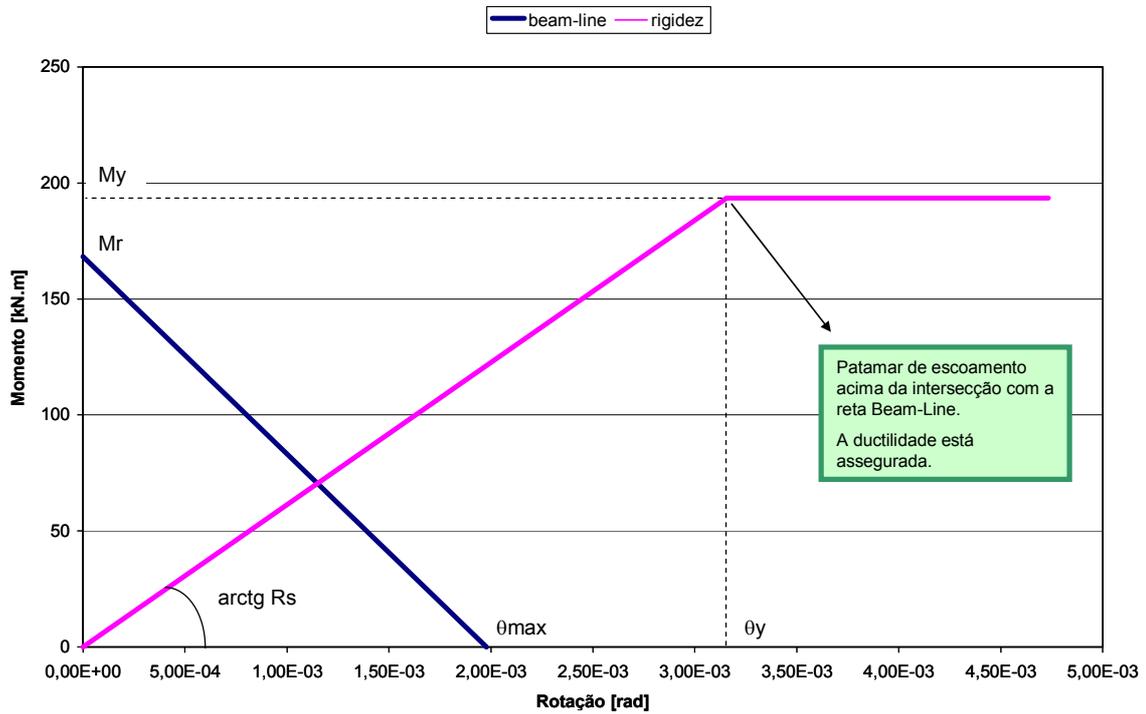


Figura 4.6: Interação Beam-Line e rigidez secante.

A tab. 4.2 e a fig. 4.6 demonstram a variação da armadura de cálculo na extremidade e no vão de acordo com a porcentagem de engastamento, com base na geometria da ligação descrita na tab. 4.1:

Tabela 4.2: Armaduras negativas e positivas de acordo com a porcentagem de engastamento.

S.R.(%)	$\alpha_R$	$R_{sec}$ (kN.m/rad)	$A_{s,calc}$ extremidade (cm <sup>2</sup> )	$A_{s,calc} / A_{s,mom}$ elast.	$A_{s,calc}$ vão (cm <sup>2</sup> )
38	0,29	61292	6,03	0,90	18,28
40	0,31	66669	6,61	0,98	18,14
45	0,35	81821	8,28	1,22	17,80
50	0,40	100003	10,36	1,52	17,47
55	0,45	122226	13,00	1,90	17,13
60	0,50	150005	16,44	2,38	16,79
65	0,55	185720	21,12	3,01	16,46
70	0,61	233341	27,77	3,89	16,12
75	0,67	300010	37,91	5,15	15,78
80	0,73	400014	55,03	7,08	15,45
85	0,79	566686	89,26	10,22	15,11
90	0,86	900032	186,06	13,87	14,78

Nota-se que para se mobilizar um engastamento parcial de 50% foi necessário uma armadura correspondente a uma vez e meia a armadura calculada para 100% do momento elástico.

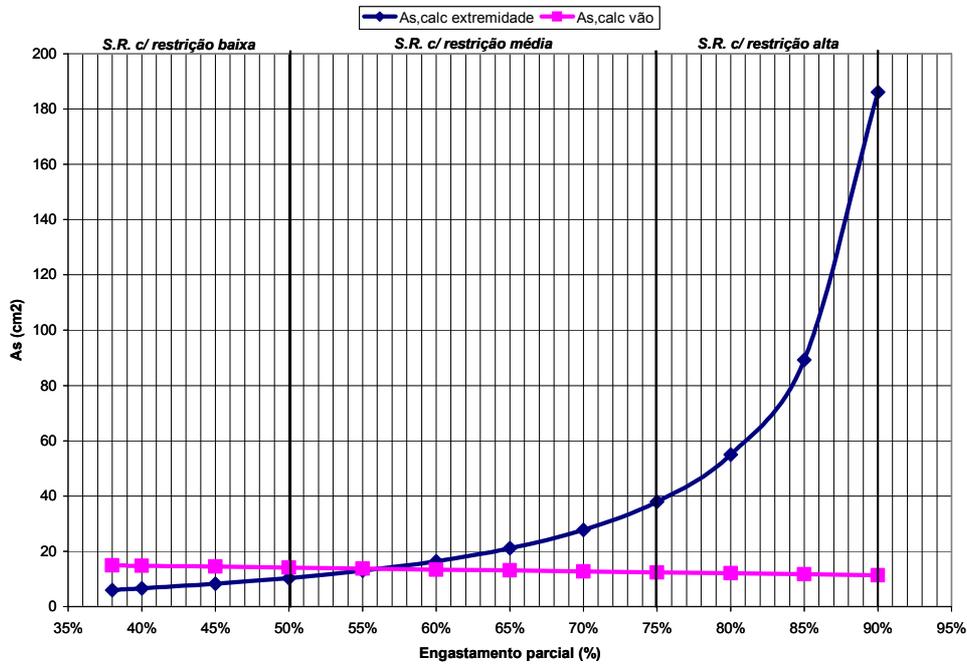


Figura 4.7: Variação das armaduras de acordo com a porcentagem de engastamento.

Observa-se na fig. 4.7 que para  $A_s = 30 \text{ cm}^2$  (6 Ø 25 mm), uma alta taxa de armadura, o engastamento mobilizado pela ligação é de no máximo 71%. Engastamentos parciais superiores a esse valor são dificilmente alcançados por esta tipologia de ligação, restando somente às ligações soldadas a possibilidade para tanto.

As ligações soldadas podem apresentar maiores resistências, porém não é um tipo de ligação dúctil (em caso de falha ou ruptura, ela se dá de forma brusca). Alguns cuidados especiais como proteção da região soldada contra corrosão devem ser tomados para garantia de um bom funcionamento da ligação pela vida útil da estrutura.

É verdade que reduzindo-se a rigidez da viga, consegue-se maiores engastamentos parciais, porém é necessário que se faça uma verificação em serviço da viga na situação transitória ou isostática.

#### 4.3. *Esbeltez em Traves Deslocáveis com Ligações Semi-Rígidas*

Como princípio de projeto não é aconselhável o emprego de estruturas aporricadas deslocáveis muito esbeltas. Para a determinação do índice de esbeltez das estruturas deslocáveis, FUSCO (1985) recomenda que se utilize o critério do CEB o qual, com base na fig. 4.6, pode ser calculado pela expressão:

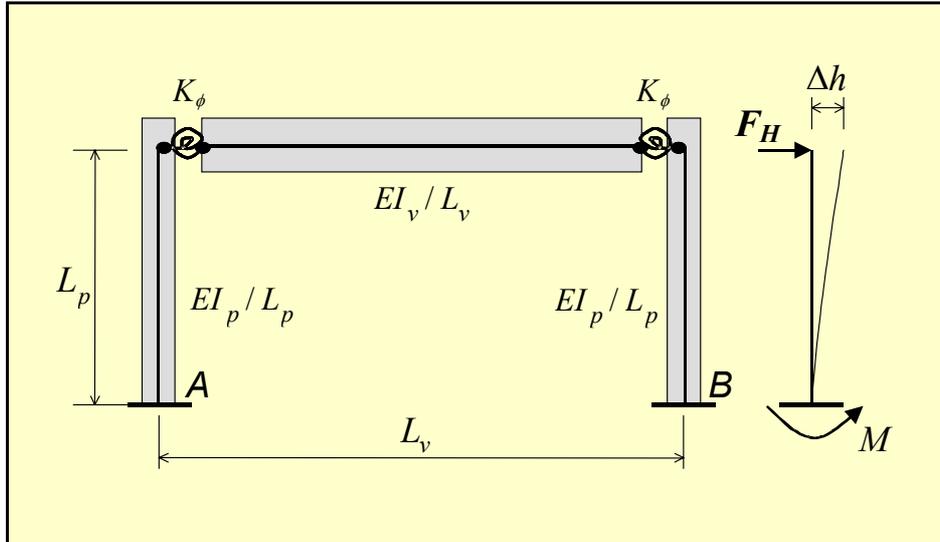
$$\lambda = \sqrt{\frac{12E\Delta_h \Sigma A_p}{F_h L_p}}$$

Onde:

$\Sigma A_p$  é soma das áreas das seções de todos os pilares situados entre os dois andares considerados;

$\Delta_h$  é o deslocamento horizontal de um andar em relação àquele que está abaixo, sob ação de uma força horizontal  $F_H$  aplicada no topo da estrutura, suposta de comportamento elástico linear, com módulo de deformação E;

$L_p$  é o comprimento do pilar (trave) ou altura de um tramo do pilar considerado.



**Figura 4.8:** Deslocabilidade horizontal de trave com ligações viga-pilar semi-rígidas.

Considerando uma trave com dois pilares, o índice de esbeltez pode ser dado por:

$$\lambda = \sqrt{\frac{24E\Delta_h A_p}{F_h L_p}}$$

O índice de esbeltez pode ser utilizado para uma análise simplificada da rigidez do conjunto do pórtico e fornece uma melhor idéia quanto aos efeitos de segunda ordem na estrutura. Com o objetivo de se utilizar o critério do CEB no cálculo do índice de esbeltez para estruturas com ligações semi-rígidas, em FERREIRA (notas de aulas, 2002) foram preparados dois diagramas simplificados para os momentos na base dos pilares normalizados  $\bar{m}$  e para os deslocamentos horizontais no topo da estrutura normalizados  $\bar{\Delta}$  para uma trave plana com nós semi-rígidos, conforme figuras 4.10 e 4.11. Como fica aparente nos diagramas propostos, o efeito da ligação semi-rígida na rigidez lateral da estrutura dependerá das relações de rigidez entre a viga e o pilar.

Utilizando os diagramas para  $\bar{m}$  e  $\bar{\Delta}$  (ver figuras 4.10 e 4.11), o índice de esbeltez pode ser obtido pela expressão:

$$\lambda = L_p / h_p \sqrt{48\bar{\Delta}} \quad (L_p = \text{comprimento do pilar; } h_p = \text{largura do pilar})$$

Deste modo, o comprimento efetivo de flambagem do pilar (para o pórtico da Fig. 4.8) pode ser obtido diretamente do diagrama para  $\bar{\Delta}$  utilizando a expressão:

$$L_e = 2L_p \sqrt{\bar{\Delta}}$$

O comprimento efetivo de flambagem  $L_e$  pode então ser utilizado para a análise do pilar isolado, onde para  $\lambda < 90$  pode-se aplicar o processo simplificado para o efeito de segunda ordem da NBR6118:2003, onde a excentricidade de segunda ordem poderia ser obtida por:

$$e_2 = \frac{L_p^2 \bar{\Delta}}{2.5} \left[ \frac{0.005}{h(\nu + 0.5)} \right] \leq \frac{L_p^2 \bar{\Delta}}{2.5} \left[ \frac{0.005}{h} \right]$$

$$M_{2d} = \frac{N_{sd} L_p^2 \bar{\Delta}}{2.5} \left[ \frac{0.005}{h(\nu + 0.5)} \right]$$

onde:

$$\nu = \frac{N_{sd}}{A_c \cdot f_{cd}}$$

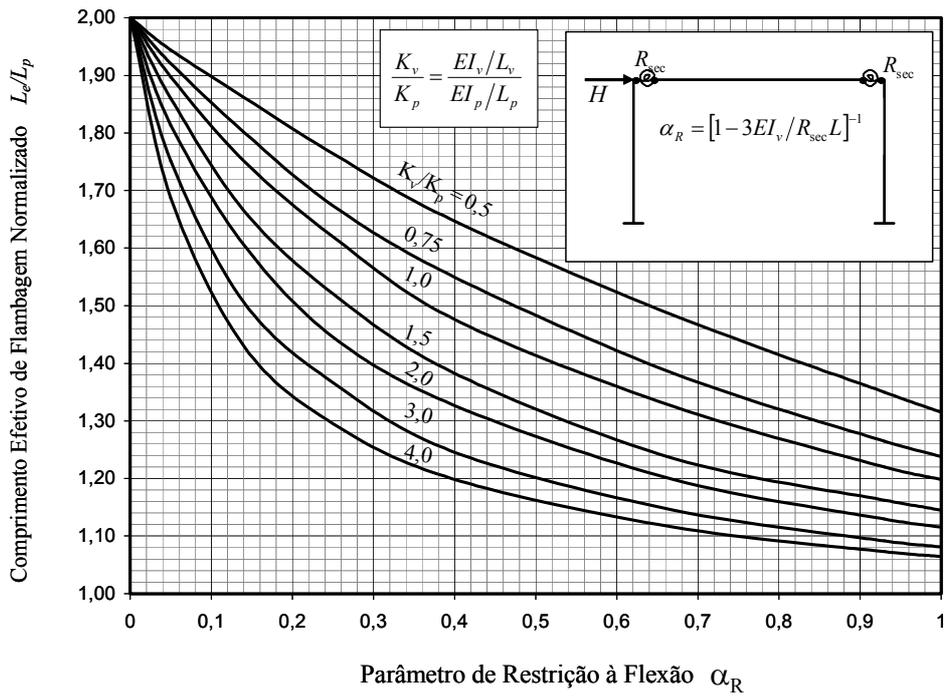


Figura 4.9: Efeito da rigidez viga-pilar no comprimento efetivo de flambagem do pilar.

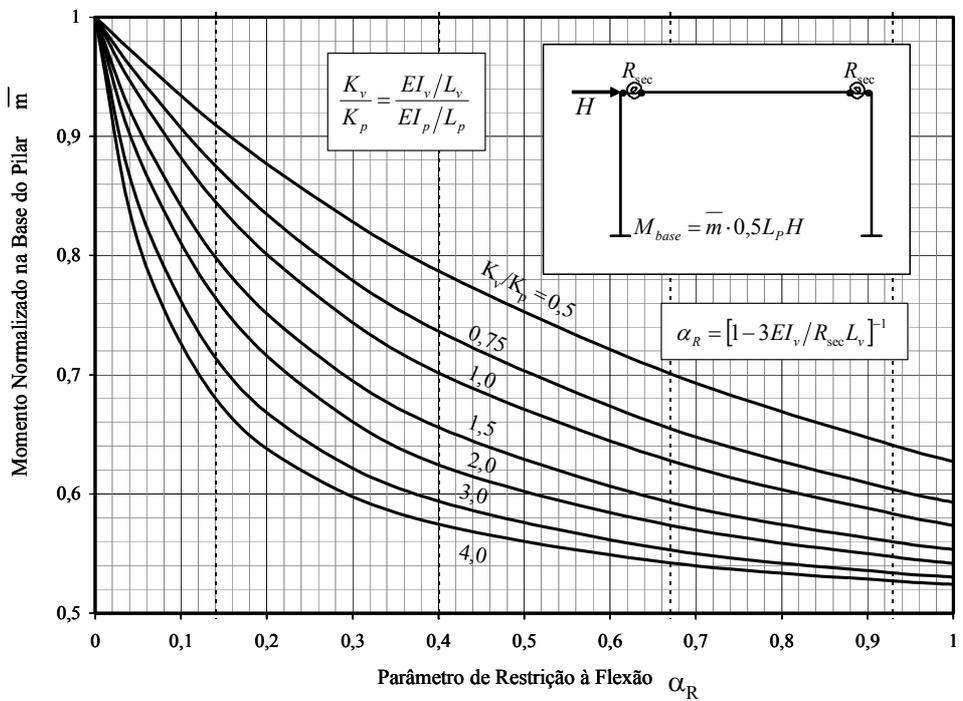


Figura 4.10: Efeito da rigidez relativa viga-pilar no momento na base do pilar.

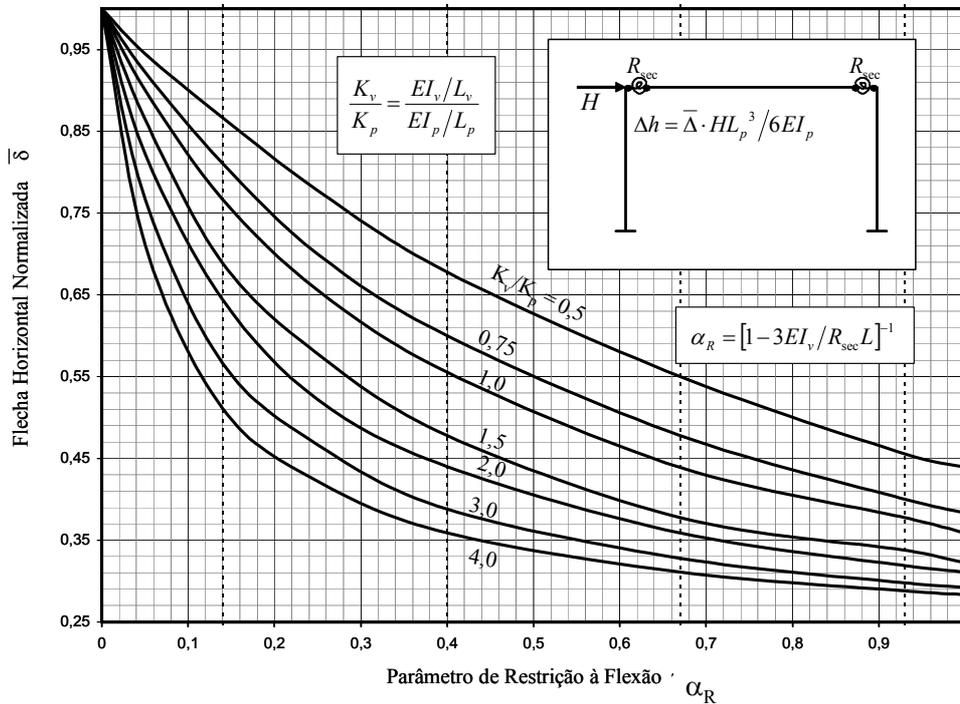


Figura 4.11: Efeito da rigidez relativa viga-pilar na flecha horizontal da trave.

#### 4.3.1. Exemplo de aplicação do ábaco

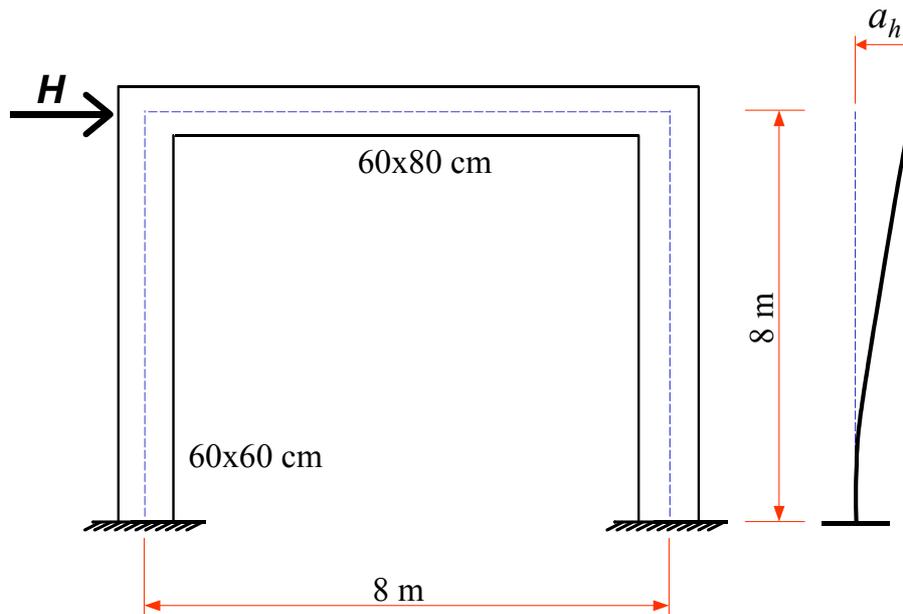
- Determinar o índice de esbeltez da estrutura a seguir. [exemplo baseado em FUSCO (1985)].

Dados:

Pilar (60x60) com 8 m de comprimento

Viga (60x80) com 8 m de comprimento

Força Horizontal,  $H = 41,75$  kN



**A) Considerando o pórtico com nós rígidos:**

Rigidez da ligação viga-pilar:  $R_{sec} = \infty$

Fator de restrição:  $\alpha_R = 1$

Rigidez da Viga:  $K_v = I_v/L_v = (60 \times 80^3)/(12 \times 800)$

Rigidez do Pilar:  $K_p = I_p/L_p = (60 \times 60^3)/(12 \times 800)$

Relação de Rigidez Viga-Pilar:  $K_v/K_p = L_p I_v/L_v I_p = 2,37$

Flecha normalizada (diagrama):  $\alpha_R = 1$  e  $K_v/K_p = 2,37 \rightarrow \bar{\Delta} = 0,30$

$$\lambda = L_p/h_p \sqrt{48\bar{\Delta}} = 800/60 \sqrt{48 \times 0,3} \cong 50,6$$

Comprimento de Flambagem Efetivo:

$$L_e = 2L_p \sqrt{\bar{\Delta}} = 2L_p \sqrt{0,3} \cong 1,1L_p = 1,1 \times 800 = 880 \text{ cm}$$

Momento na base A:

$$M_A = \bar{m} \cdot 0,5HL_p = 0,54 \times 0,5 \times 41,75 \times 8 \cong 90 \text{ kN.m} \quad (\text{valor Fusco} = 89 \text{ kN.m})$$

**B) Pórtico com nós articulados:**

Rigidez da ligação viga-pilar:  $R_{\text{sec}} = 0$

Fator de restrição:  $\alpha_R = 0$

Flecha normalizada (diagrama):  $\alpha_R = 0$  e  $K_v/K_p = 2,37 \rightarrow \bar{\Delta} = 1$

$$\lambda = L_p/h_p \sqrt{48\bar{\Delta}} = 800/60 \sqrt{48} \cong 92,4$$

$$\lambda = 3,464L_e/h_p = 3,464 \times (2 \times 800)/60 \cong 92,4$$

Comprimento de Flambagem Efetivo:

$$L_e = 2L_p \sqrt{\bar{\Delta}} = 2L_p = 2 \times 800 = 1600 \text{ cm}$$

Momento na base A:

$$M_A = \bar{m} \cdot 0,5HL_p = 1 \times 0,5 \times 41,75 \times 8 \cong 167 \text{ kN.m}$$

**C) Pórtico com nós semi-rígidos:**

Fator de restrição:  $\alpha_R = 0,5$

Flecha normalizada (diagrama):  $\alpha_R = 0,5$  e  $K_v/K_p = 2,37 \rightarrow \bar{\Delta} = 0,39$

$$\lambda = L_p/h_p \sqrt{48\bar{\Delta}} = 800/60 \sqrt{48 \times 0,39} \cong 57,68$$

$$L_e = 2L_p \sqrt{\bar{\Delta}} = 2L_p \sqrt{0,39} \cong 1,25L_p = 1,25 \times 800 = 1000 \text{ cm}$$

$$M_A = \bar{m} \cdot 0,5HL_p = 0,59 \times 0,5 \times 41,75 \times 8 \cong 98,53 \text{ kN.m}$$

A consideração das ligações semi-rígidas em traves, mesmo ligações com fatores de rigidez baixo como 0,14, permite que se reduza consideravelmente a seção do pilar necessária para prover rigidez lateral à estrutura pré-moldada.

## 5. EXEMPLOS DE APLICAÇÃO

### 5.1. Exemplo de Análise da Estabilidade de Estrutura Pré-Moldada com Ligações Semi-Rígidas utilizando software de livre veiculação (Ftool) e modelo simplificado de cálculo

O exemplo foi rodado baseando-se na seguinte configuração estrutural de um edifício de 4 pavimentos:

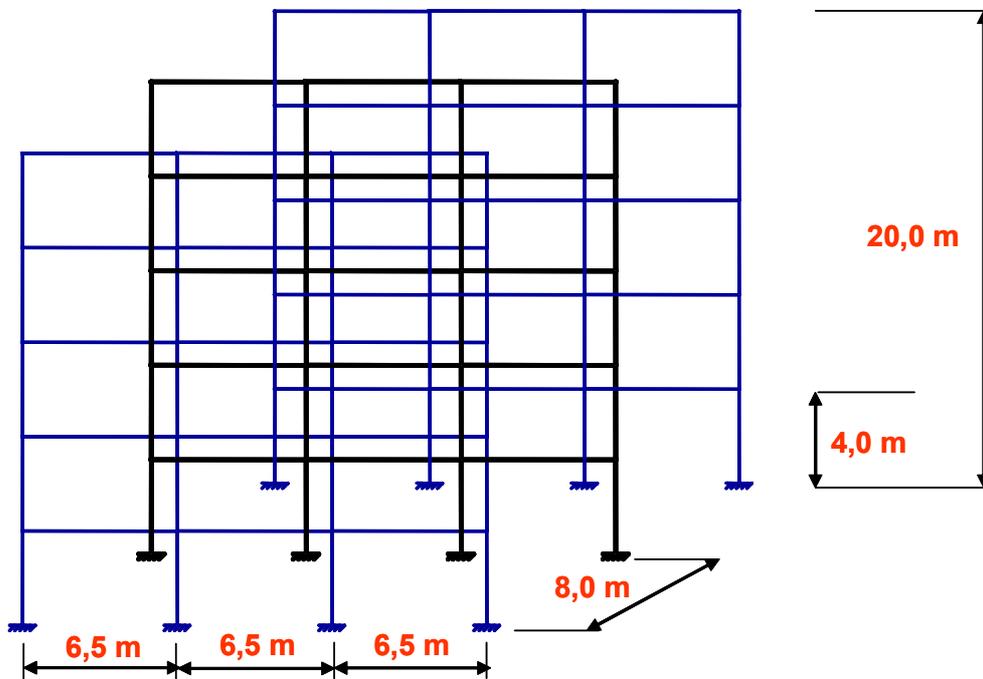


Figura 5.1: Esquema estrutural de uma estrutura de 4 pavimentos estudada.

A seguir são apresentadas as propriedades geométricas e de materiais dos elementos estruturais envolvidos:

Tabela 5.1: Propriedades geométricas dos elementos e materiais.

Elemento	Seção	Área (cm <sup>2</sup> )	I <sub>c</sub> (cm <sup>4</sup> )	F <sub>ck</sub> (MPa)	E <sub>ci</sub> (GPa)	E <sub>cs</sub> (GPa)
Pilares	50x50	2500	520833	40	35	30
Vigas	40x65 (seção composta)	2600	915416	40	35	30

- Redução da rigidez (consideração aproximada da N.L.F.) = 0.4 EI (viga) / 0.8 EI (pilar), segundo a NBR6118:2003.
- Tipologia da Ligação Viga-Pilar

O comprimento efetivo de cálculo refere-se à distância entre os chumbares dos consolos:

Comprimento efetivo de cálculo  $L_{ef} = 6,50 \text{ m} - 0,50 \text{ m (pilar)} - 0,30 \text{ m (consolo)} = 5,7 \text{ m}$

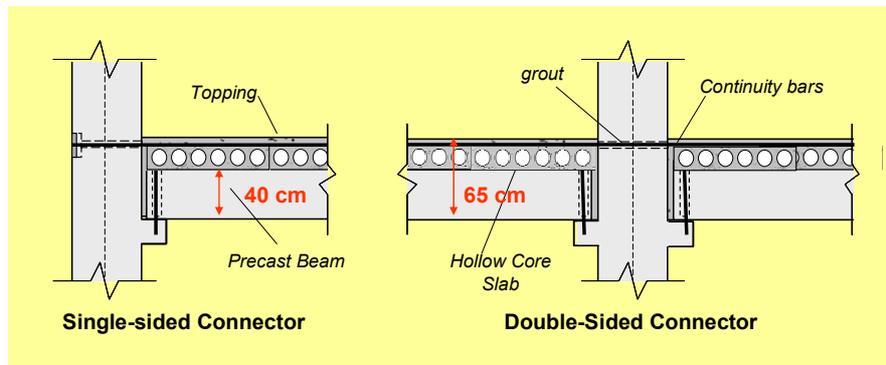


Figura 5.2: Ligação viga pilar de extremidade (single-sided connector) e ligação viga pilar central (double-sided connector).

- Sistema de piso com laje alveolar protendida (vão 8 m)

Na laje alveolar (com peso próprio de 2,5 kN/m<sup>2</sup>) está prevista uma sobrecarga de utilização de 6 kN/m<sup>2</sup> com uma capa de concreto de 5 cm de espessura, resultando em um acréscimo nas cargas permanentes de 1,25 kN/m<sup>2</sup>.

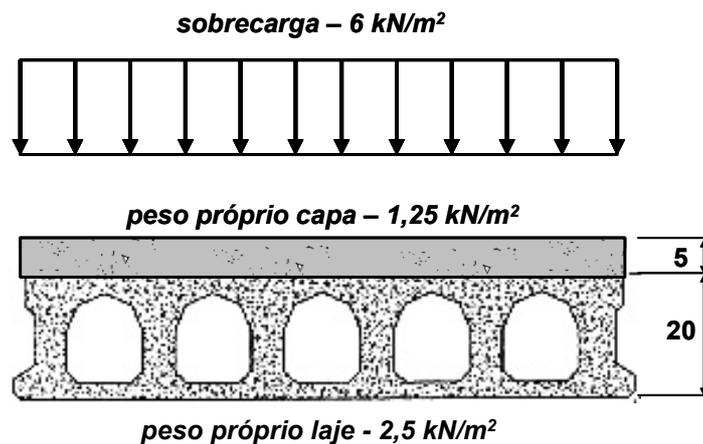


Figura 5.3: Sistema de piso com laje alveolar protendida.

- Cálculo dos carregamentos na situação articulada: Peso Próprio (Viga + Laje + Capa + Pilares)

$$\text{Viga} = 0,40 \times 0,40 \times 25 = 4 \text{ kN/m}$$

$$\text{Laje} + \text{Capa} = (2,50 + 1,25) \times 8,00 = 30 \text{ kN/m}$$

$$\text{Viga} + \text{Laje} + \text{Capa} = 34 \text{ kN/m}$$

$$\text{Pilares (cargas concentradas nos nós do pórtico)} = 0,50 \times 0,50 \times 4,00 \times 25 = 25 \text{ kN}$$

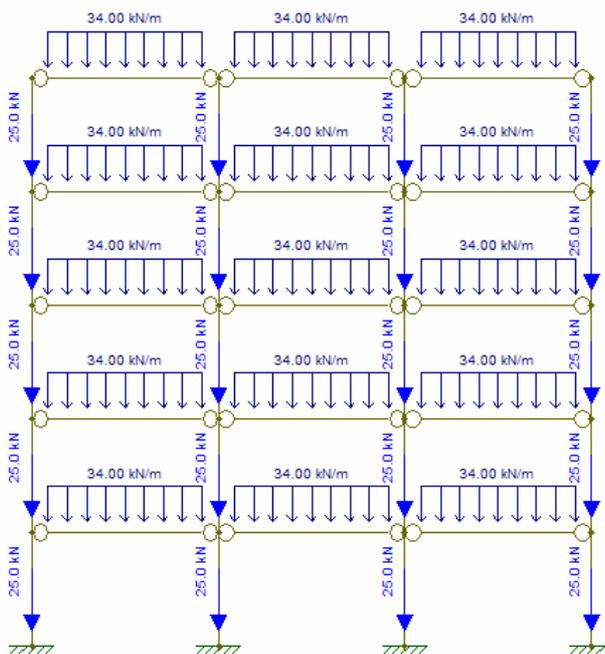


Figura 5.4: Carregamentos da situação articulada.

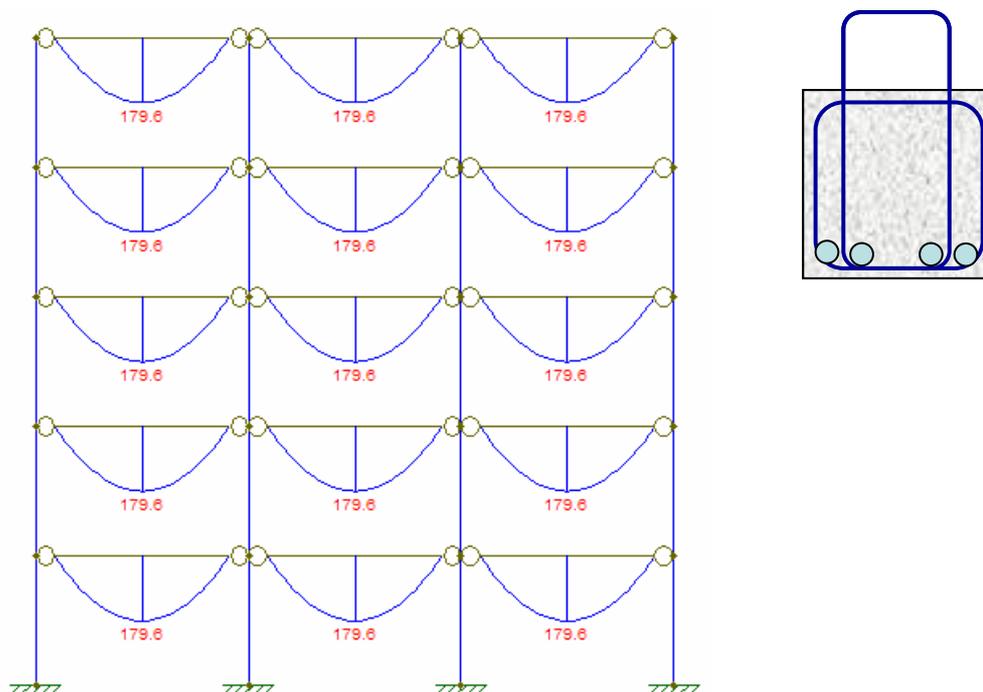


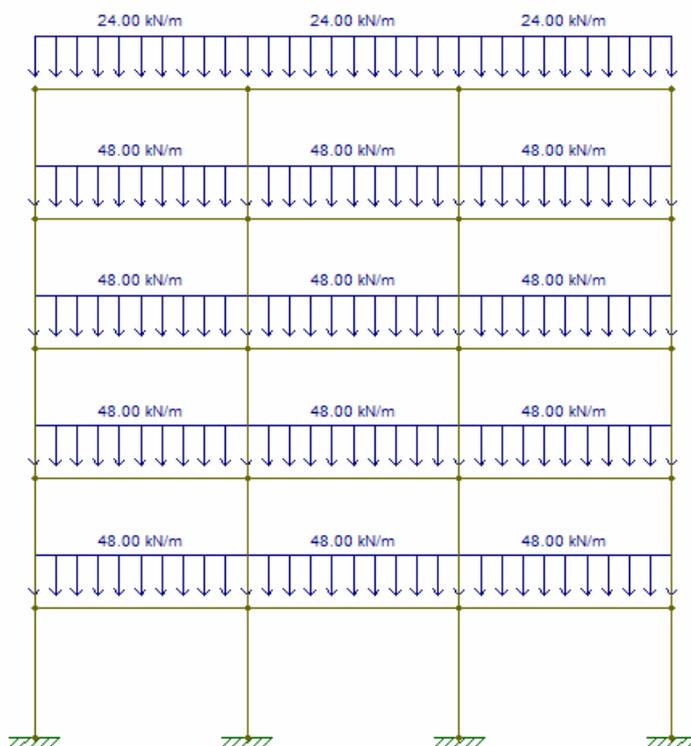
Figura 5.5: Diagramas de momento fletor característico da etapa isostática.

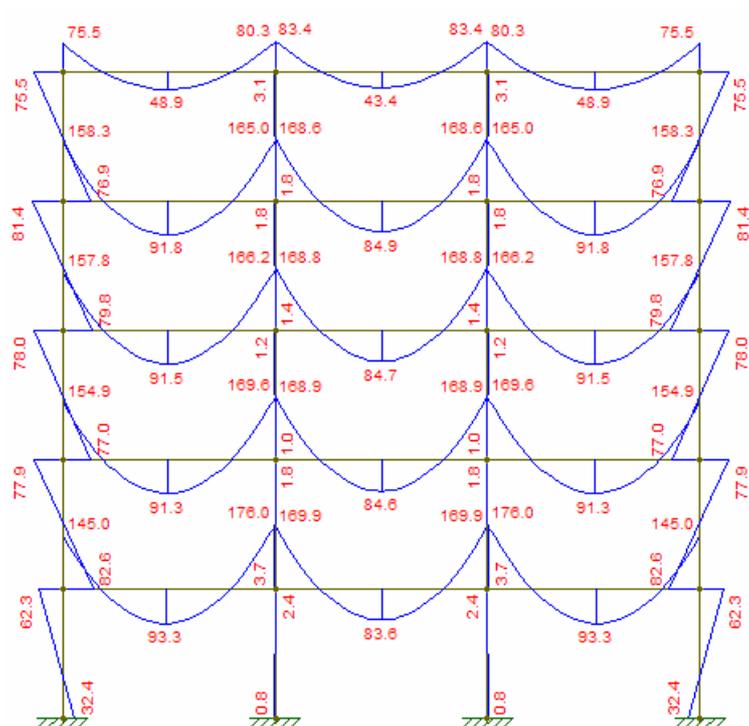
**Tabela 5.2:** Dados para cálculo da armadura positiva na estapa isostática.

b (cm)	40
d (cm)	37
$L_{ef}$ (m)	5,70
$M_{d,1}$ (kN.m)	193,3
$K_X$	0,1973
$A_{s,1+}$ (cm <sup>2</sup> )	13,05

- Cálculo dos carregamentos na situação solidarizada: Sobrecarga de utilização

$$\text{Sobrecarga} = 6.00 \times 8.00 = 48 \text{ kN/m}$$

**Figura 5.6:** Carregamento na etapa solidarizada.



**Figura 5.7:** Momentos elásticos característicos devido à sobrecarga (com ligações rígidas).

- Situação Solidarizada: Sobrecarga (Ligações SR - 50%)

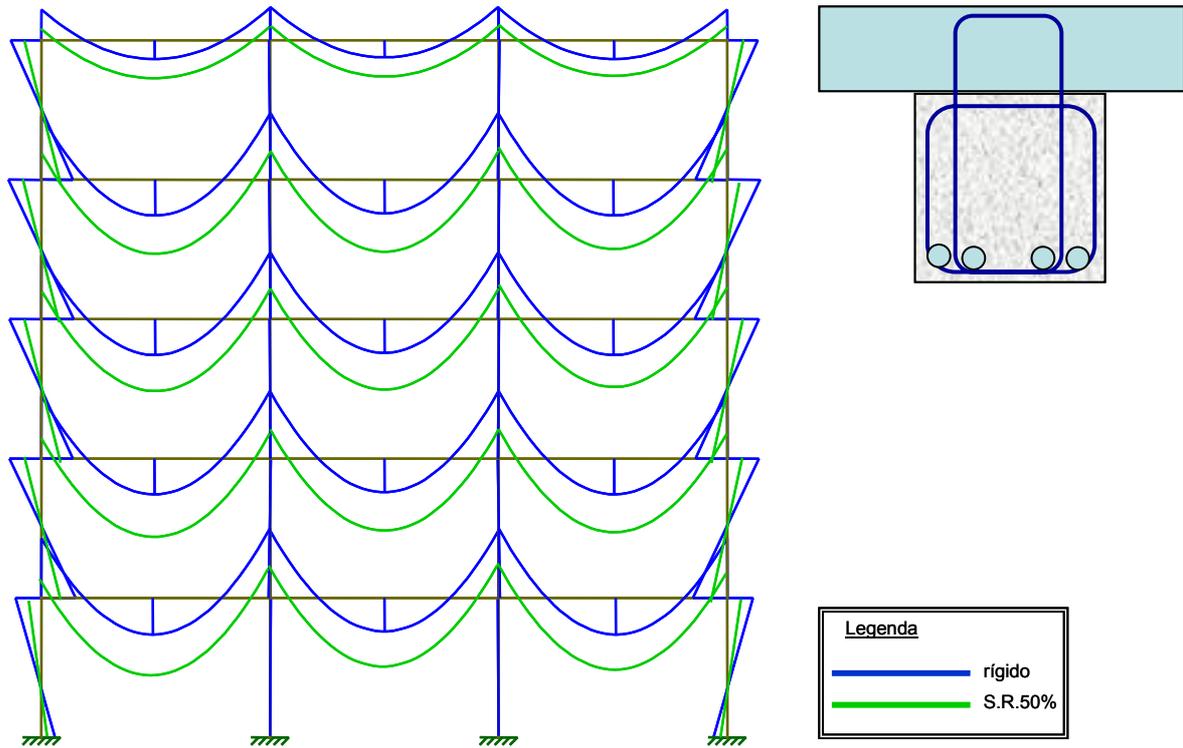


Figura 5.8: Comparação de diagramas de momento fletor com ligações rígidas e semi-rígidas.

- Momento negativo elástico:

$$M_- = \frac{48 \times 5,70^2}{12} = 129,96 kN.m$$

- Momento na extremidade da viga (negativo) com ligação S.R. 50%:

$$M_{-SR50\%} = 129,96 \times 0,50 = 64,98 kN.m$$

- Momento no meio do vão da viga (positivo) com ligação S.R. 50%:

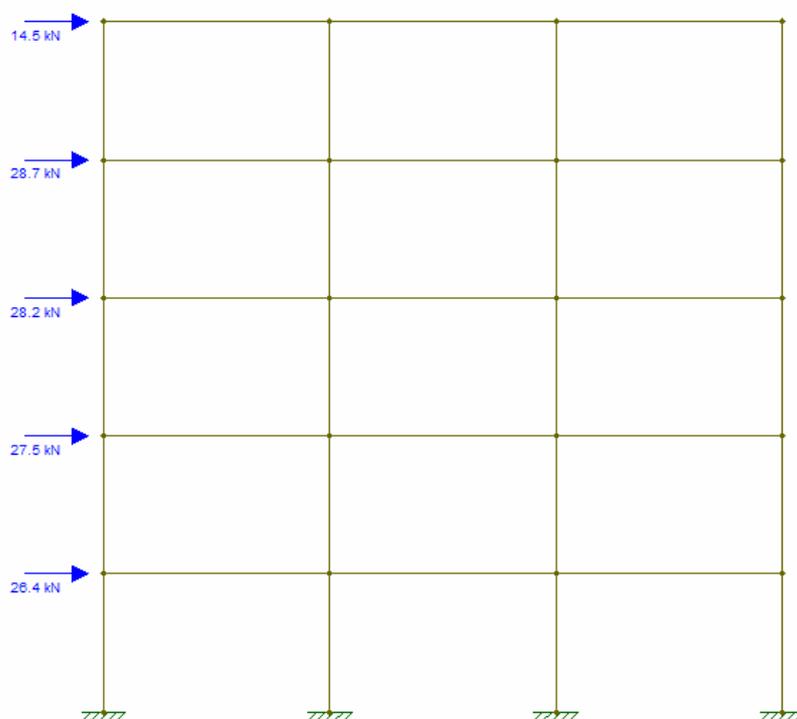
$$M_{+SR50\%} = \frac{48 \times 5,70^2}{8} - 64,98 = 129,96 kN.m$$

**Tabela 5.3:** Dados para cálculo da armadura positiva na etapa solidarizada (hiperestática).

b (cm) – com mesa colaborante	108
d (cm)	62
$L_{ef}$ (m)	5,70
$F_{ck,capa}$ (MPa)	30
$M_{d,1}$ (kN.m)	181,9
x (cm)	1,89 (linha neutra na capa!)
$A_{s,2+}$ (cm <sup>2</sup> )	6,83

Armadura positiva total no meio do vão:  $A_{s,1} + A_{s,2} = 13,05 + 6,83 = \mathbf{19.88 \text{ cm}^2}$

- Situação Solidarizada: Vento (calculado segundo a NBR 6123:1988)

**Figura 5.9:** Carregamento de vento.

- Situação Solidarizada: Vento (momentos elásticos)

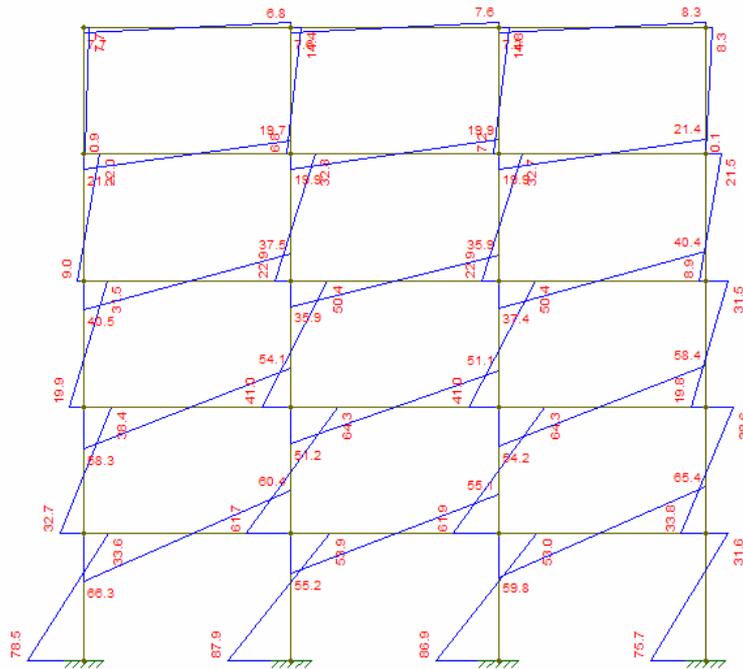


Figura 5.10: Diagrama de momentos com ligações rígidas (momentos elásticos).

- Situação Solidarizada: Vento (ligações SR – 50%)

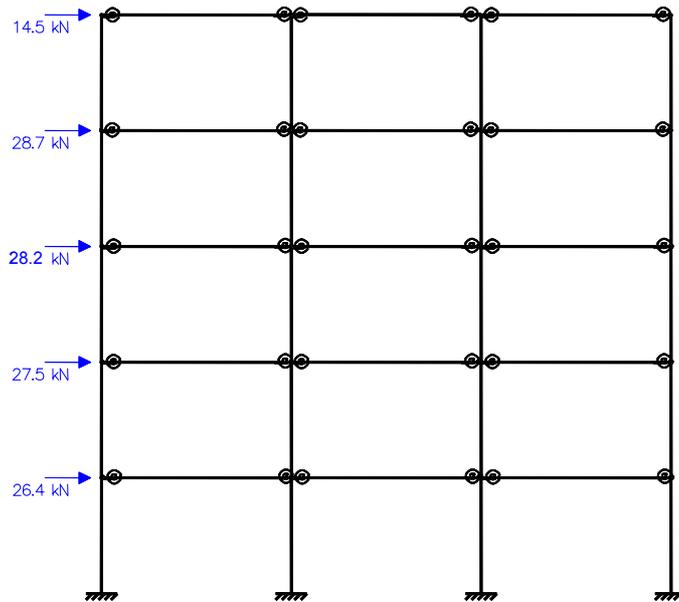


Figura 5.11: Carregamento de vento com ligações semi-rígidas (com símbolo de molas).

### 5.1.1. Modelo Simplificado de correção de inércia para simulação de ligação semi-rígida para esforços de vento.

O procedimento simplificado desenvolvido por FERREIRA (2005) consiste em corrigir a inércia da viga pré-moldada para se levar em conta o efeito do fator  $\alpha_R$  na deslocabilidade de 1ª ordem de pórticos pré-moldados sob ações horizontais, conforme descrito no item 3.12 do capítulo 3, assim podendo ser aplicado diretamente na análise da estabilidade de pórticos utilizando softwares de livre veiculação (freewares) que não dispõem do recurso de aplicação de molas à flexão nas ligações viga pilar.

- Ligação semi-rígida a 50%:

$$\frac{M_E}{M_R} = \left[ \frac{3\alpha_R}{2 + \alpha_R} \right] \rightarrow 50\% = \left[ \frac{3\alpha_R}{2 + \alpha_R} \right] \rightarrow \alpha_R = 0,40$$

- Correção da inércia da viga:

$$\frac{I_{corr}}{I_c} = \left[ \frac{0,40}{2 - 0,40} \right] = 0,25$$

É importante ressaltar que além da redução da inércia da viga para a simulação da ligação semi-rígida é necessária também a redução devido à não linearidade física, que é de 0,40 para vigas armadas não protendidas.

### 5.1.2. Comparação do modelo simplificado (rodado no Ftool) com modelo de aplicação de mola no pórtico rodado no programa Strap v.12

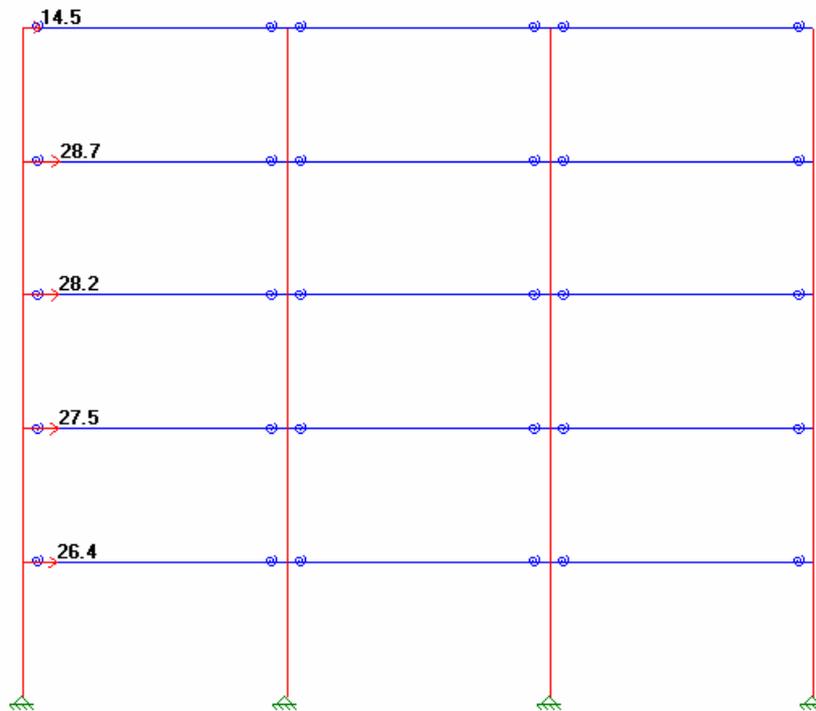
O software utilizado para a análise foi o *Strap* versão 12, programa israelense amplamente utilizado por calculistas de estruturas pré-fabricadas. O programa solicita a entrada de um coeficiente de mola para ligações semi-rígidas que nada mais é do que a

rigidez da ligação. Em outros programas como, por exemplo, o programa brasileiro *TQS*, entra-se diretamente com a porcentagem de engastamento da ligação.

- Cálculo da rigidez da ligação (coeficiente de mola)

$$R = \frac{3EI\alpha_R}{(1 - \alpha_R)L} = \frac{3 \times 35 \times 10^6 \times 0,40 \times 9,15416 \times 10^{-3} \times 0,40}{(1 - 0,40) \times 6,50} = 39433 \text{ kN.m / rad}$$

A seguir o carregamento de vento sobre o pórtico analisado e os resultados obtidos:



**Figura 5.12:** Carregamento de vento no pórtico pelo programa *Strap*.

**Diagramas de momento fletor (kN.m)**

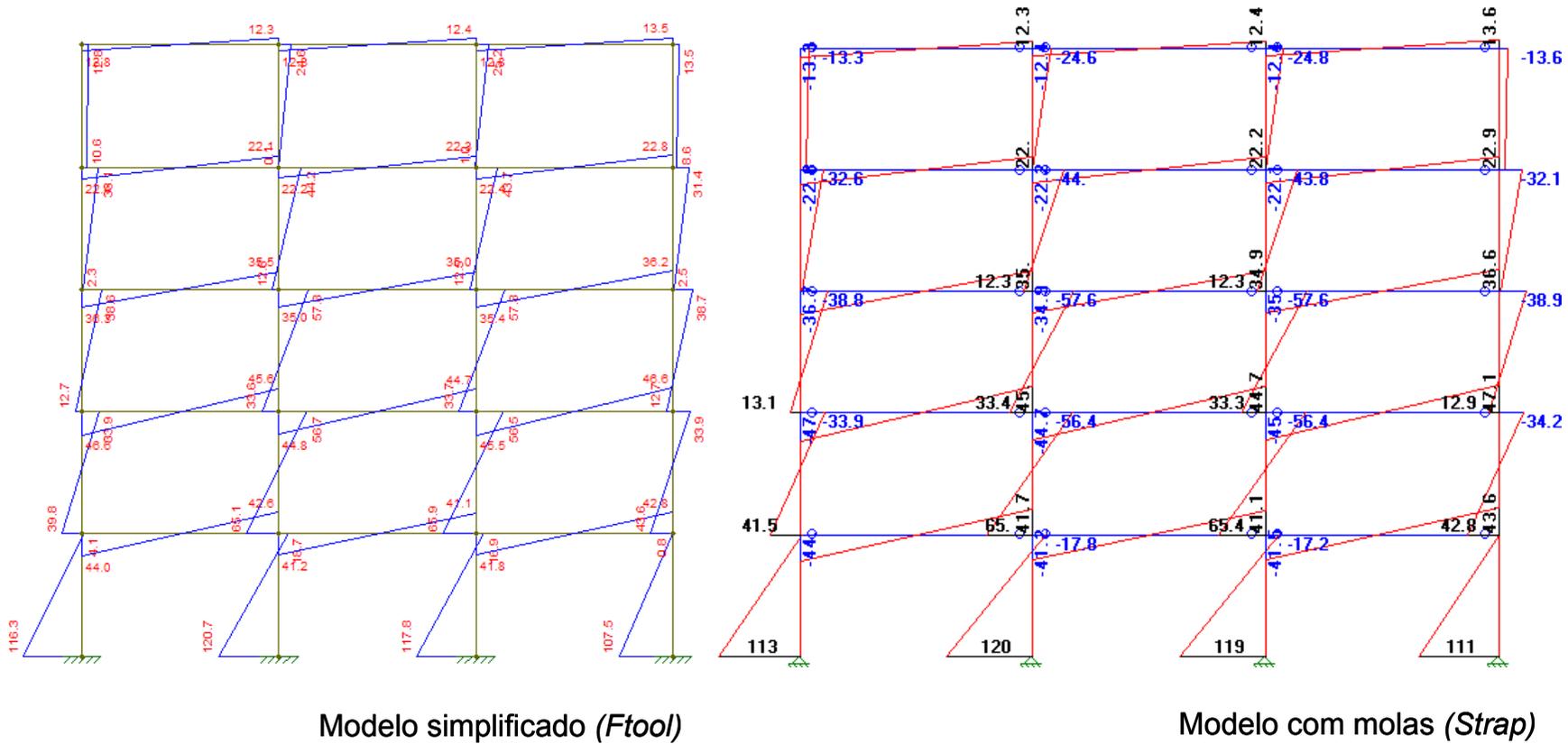
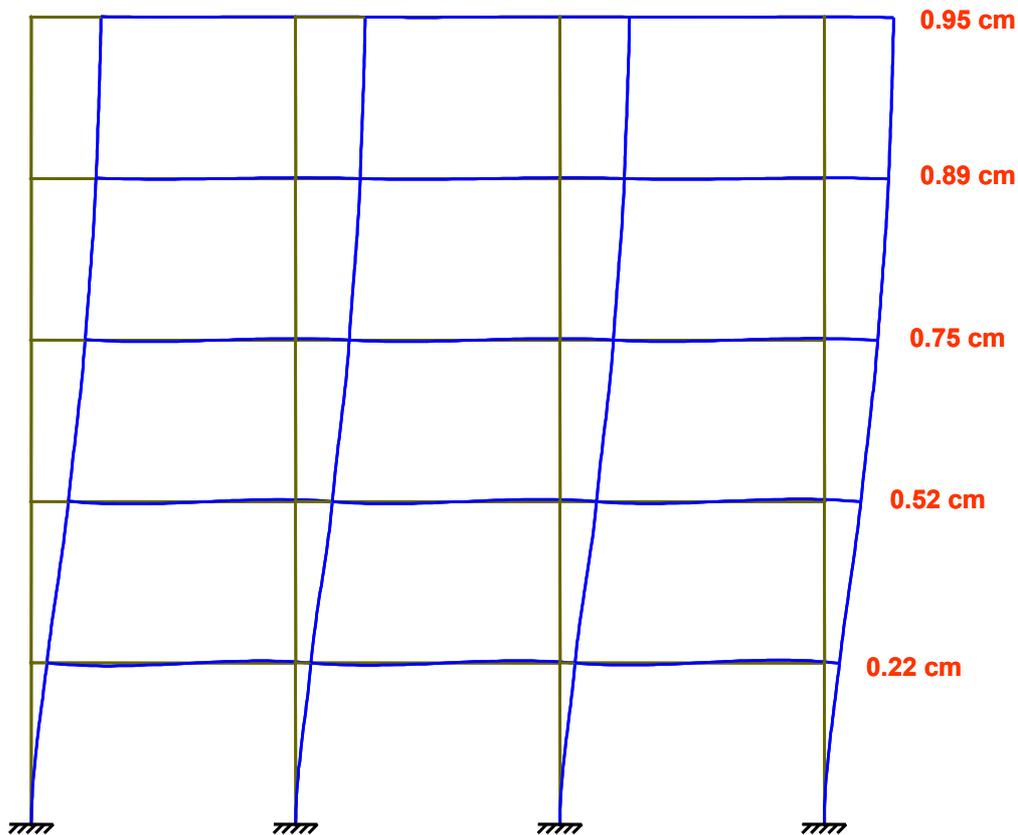


Figura 5.13: Comparação de diagramas de momento fletor dos dois modelos.

Comparando-se os diagramas de momento fletor dos dois modelos, especificamente nos valores dos momentos nas bases dos pilares, observou-se que a maior diferença entre os valores obtidos nos modelos foi de 3%, não representando diferenças nos projetos executivos de armações e fôrmas de pilares e fundações bem como na análise da estabilidade global, validando o processo simplificado.

### 5.1.3. Determinação do Coeficiente $\gamma_z$

- Deslocamentos de 1ª ordem com nós rígidos (obtidos no programa Ftool):



**Figura 5.14:** Deslocamentos devidos ao vento com nós rígidos.

- Deslocamentos de 1ª ordem com nós semi-rígidos (obtidos no programa Ftool utilizando-se o modelo simplificado):

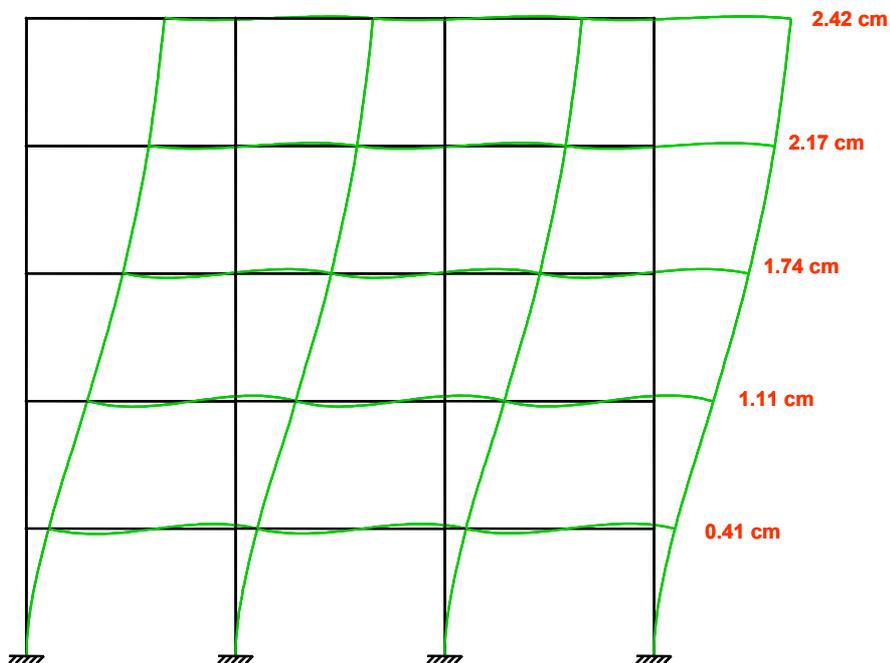


Figura 5.15: Deslocamentos devidos ao vento com nós semi-rígidos (50%).

- Esforços verticais

Tabela 5.4: Esforços verticais de projeto (combinação no E.L.U.)

pavimento	$1.4 \times F_g$	$1.0 \times F_q$	$\sum P_d$
5	$1.4 \times 663$	468.0	1396.2
4	$1.4 \times 763$	936.0	2004.2
3	$1.4 \times 763$	936.0	2004.2
2	$1.4 \times 763$	936.0	2004.2
1	$1.4 \times 763$	936.0	2004.2

SITUAÇÃO COM NÓS RÍGIDOS (S.R.=50%)

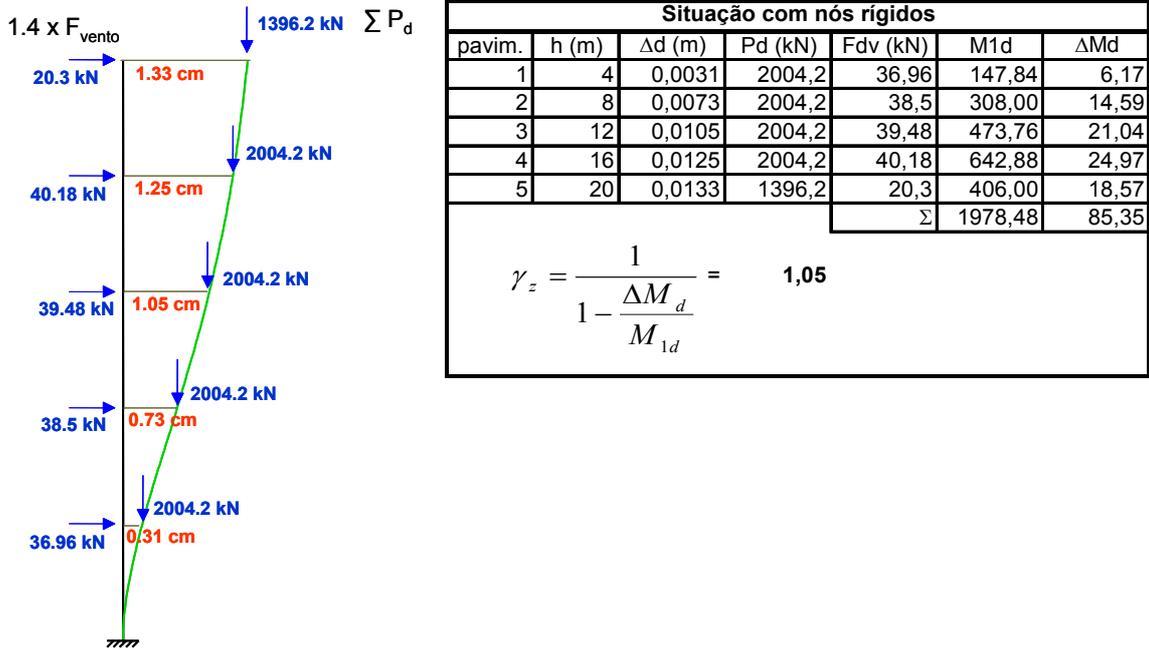


Figura 5.16: Cálculo do  $\gamma_z$  na situação com nós rígidos.

SITUAÇÃO COM NÓS SEMI-RÍGIDOS (S.R.=50%)

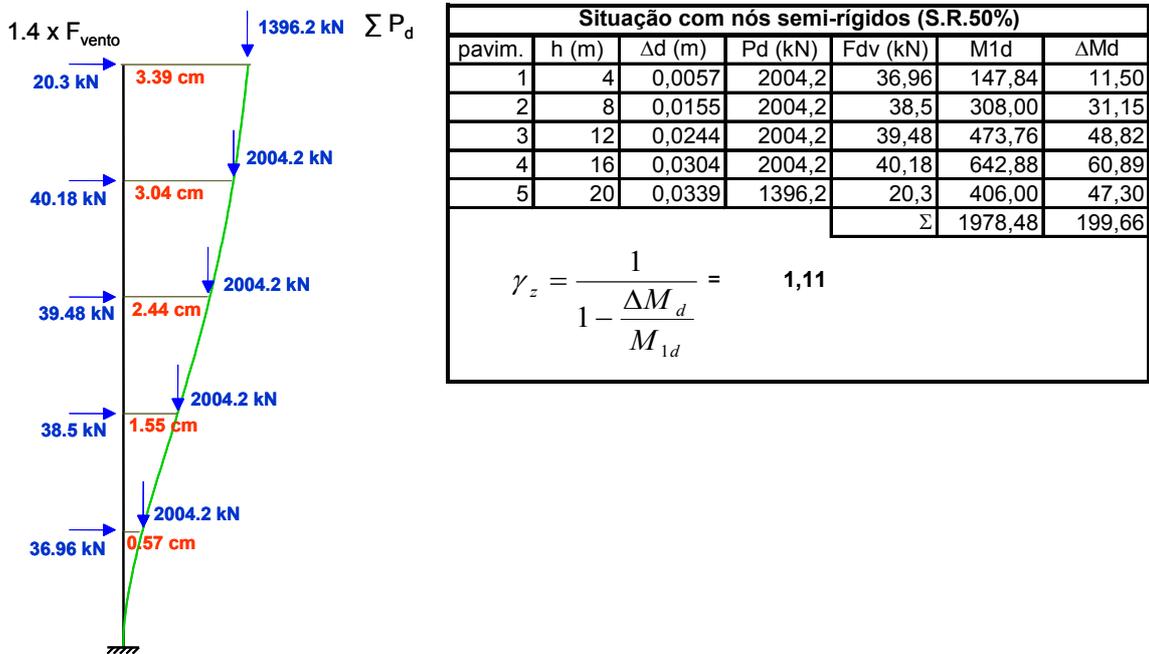
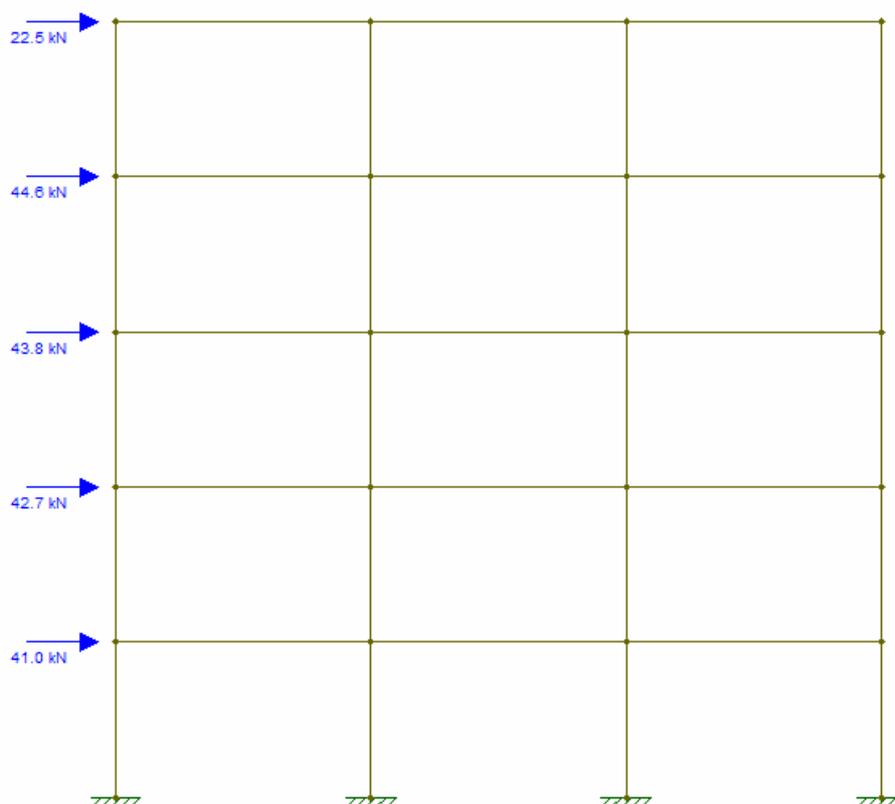


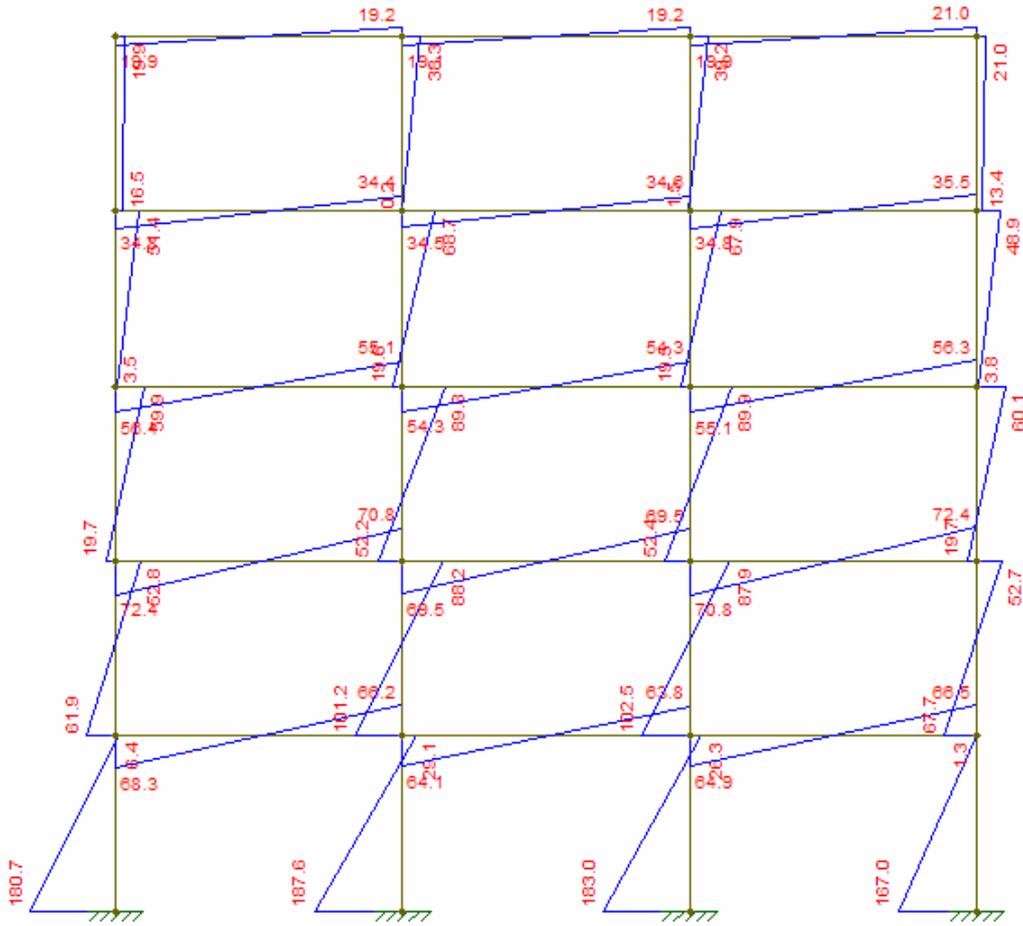
Figura 5.17: Cálculo do  $\gamma_z$  na situação com nós semi-rígidos.

A próxima etapa é a multiplicação dos esforços de vento (já majorados pela combinação de projeto) pelo coeficiente  $\gamma_z$  calculado (para a situação com nós semi-rígidos) para obter-se os esforços totais (de primeira mais segunda ordem).



**Figura 5.18:** Vento com Majoração de  $\gamma_z$  (Ligações SR-50%).

Os valores dos esforços solicitantes provenientes desse carregamento são os esforços totais (primeira mais segunda ordem).



**Figura 5.19:** Momentos de 1ª + 2ª ordem nos Pilares: (ligações SR – 50%).

Dessa maneira é possível calcular os esforços globais totais (de primeira mais segunda ordem) em estruturas deslocáveis utilizando-se de processos simplificados e de programas de livre veiculação de uma maneira bem criteriosa e com segurança.

## 5.2. Exemplo de Análise da Estabilidade de uma Estrutura Pré-Moldada de 9 Pavimentos.

Para efeito de ilustração da aplicação de parte da teoria apresenta neste trabalho é apresentada a seguir a planta do pavimento tipo de um edifício de 9 pavimentos que será o objeto de estudo deste exemplo.

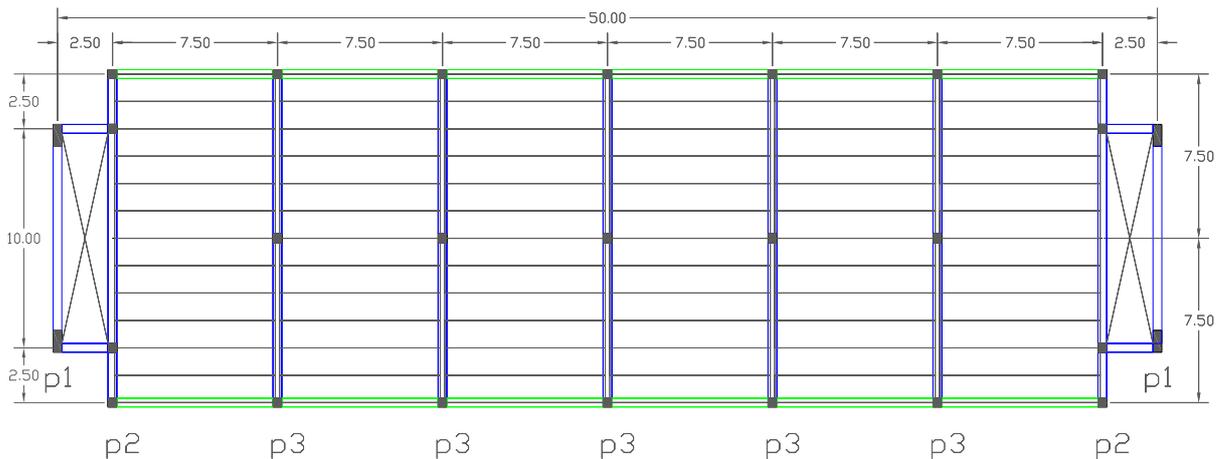


Figura 5.20: Planta do edifício de 9 pavimentos estudado.

### 5.2.1. Obtenção das rigidezes dos pórticos

De modo geral em uma estrutura de um edifício, é possível identificar subestruturas de contraventamento e subestruturas contraventadas. A distribuição dos esforços de vento em uma subestrutura de contraventamento depende principalmente de sua rigidez, ou seja quanto mais rígida uma estrutura for, maior será a sua capacidade de resistir e absorver estes esforços.

Quando a estrutura de contraventamento é composta de pórticos com a mesma configuração de geometria e de materiais, ou seja, com a mesma rigidez, o esforço total de vento é distribuído igualmente entre os pórticos. Porém quando a estrutura de contraventamento é composta de pórticos com rigidezes diferentes, é necessário que se

conheça a rigidez de cada pórtico componente para obter o quinhão de vento que cada um absorverá.

Para obtenção das rigidezes dos diferentes pórticos p1, p2 e p3 foi aplicada uma força horizontal fictícia de 100 kN no topo de cada tipo de pórtico com uma configuração de ligação viga pilar perfeitamente rígida.

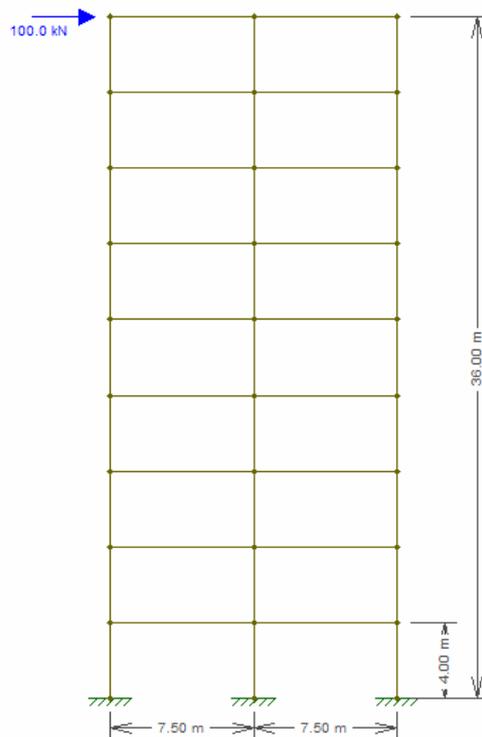
A seguir é apresentado as propriedades geométricas e de materiais dos diferentes pórticos componentes da estrutura e o respectivo cálculo da rigidez.

#### 5.2.1.1. Pórtico 3

**Tabela 5.5:** Propriedades geométricas dos elementos e materiais do pórtico 3.

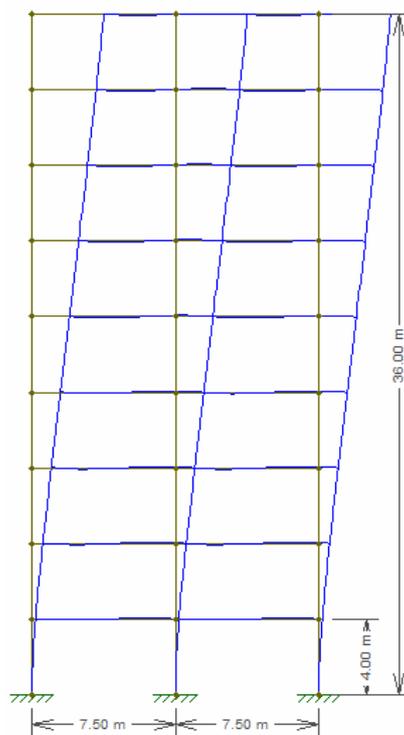
Elemento	Seção (cm)	Área (cm <sup>2</sup> )	$I_c$ (cm <sup>4</sup> )	$F_{ck}$ (MPa)	$E_{ci}$ (GPa)	$E_{cs}$ (GPa)
Pilares	50x50	2500	520833	40	35	30
Vigas	40x65 (seção composta)	2600	915416	40	35	30

Redução da rigidez (consideração aproximada da N.L.F.) = 0,4 EI (viga) / 0,8 EI (pilar).



**Figura 5.21:** Pórtico 3.

- Deslocamento no topo = 4,53 cm



**Figura 5.22:** Deslocamento do pórtico 3 devido à carga fictícia.

- Cálculo da rigidez

A rigidez pode ser obtida pela razão entre a força aplicada no topo da estrutura e o deslocamento horizontal correspondente.

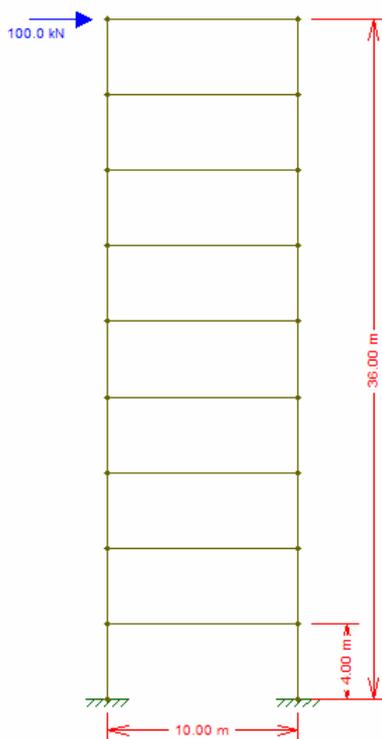
$$R_{pi} = \frac{F_i}{\Delta_i} \Rightarrow R_{p3} = \frac{100kN}{0,0453m} = 2207kN / m$$

### 5.2.1.2. Pórtico 1

**Tabela 5.6:** Propriedades geométricas dos elementos e materiais do pórtico 1.

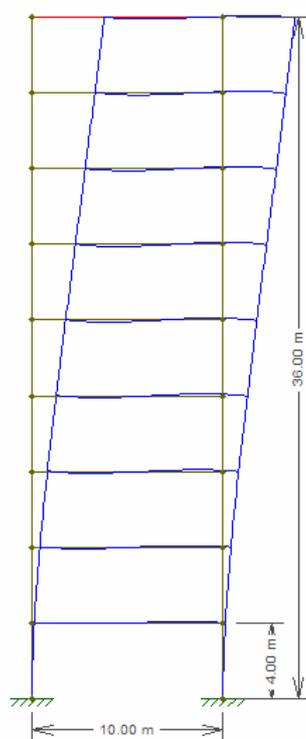
Elemento	Seção (cm)	Área (cm <sup>2</sup> )	I <sub>c</sub> (cm <sup>4</sup> )	F <sub>ck</sub> (MPa)	E <sub>ci</sub> (GPa)	E <sub>cs</sub> (GPa)
Pilares	50x100	5000	4166666	40	35	30
Vigas	40x65 (seção composta)	2600	915416	40	35	30

Redução da rigidez (consideração aproximada da N.L.F.) = 0,4 EI (viga) / 0,8 EI (pilar).



**Figura 5.23:** Pórtico 1.

Deslocamento no topo = 7,26 cm



**Figura 5.24:** Deslocamento do pórtico 1 devido à carga fictícia.

- Cálculo da rigidez

$$R_{pi} = \frac{F_i}{\Delta_i} \Rightarrow R_{p1} = \frac{100kN}{0,0726m} = 1377kN / m$$

5.2.1.3. Pórtico 2

Tabela 5.7: Propriedades geométricas dos elementos e materiais do pórtico 2.

Elemento	Seção (cm)	Área (cm <sup>2</sup> )	I <sub>c</sub> (cm <sup>4</sup> )	F <sub>ck</sub> (MPa)	E <sub>ci</sub> (GPa)	E <sub>cs</sub> (GPa)
Pilares	50x50	2500	520833	40	35	30
Vigas	40x65 (seção composta)	2600	915416	40	35	30

Redução da rigidez (consideração aproximada da N.L.F.) = 0,4 EI (viga) / 0,8 EI (pilar).

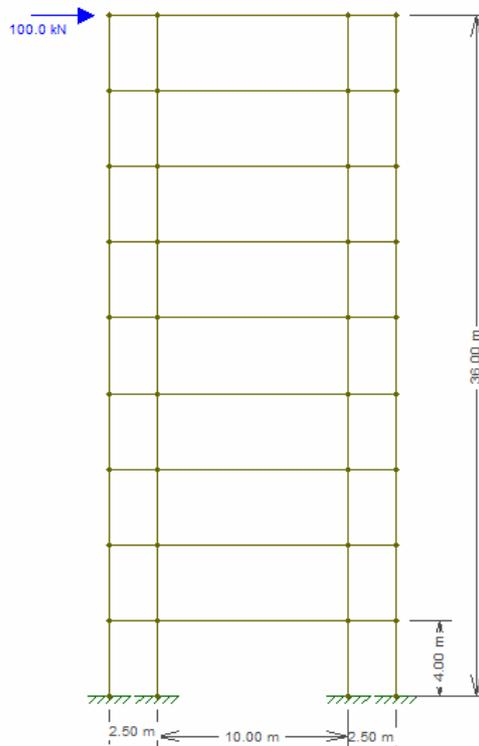


Figura 5.25: Pórtico 2.

Deslocamento no topo = 3,42 cm

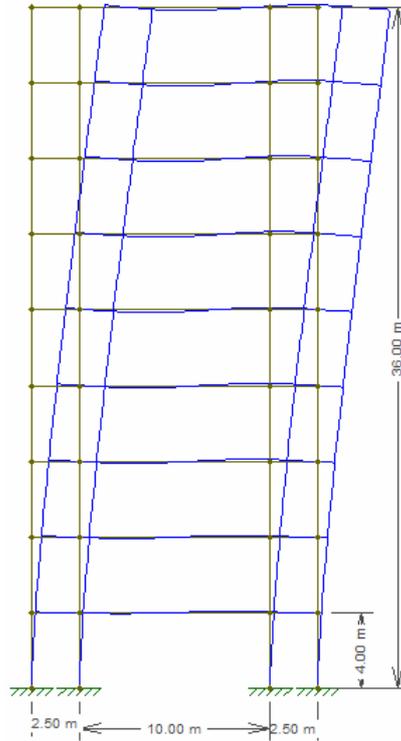


Figura 5.26: Deslocamento do pórtico 2 devido à carga fictícia.

- Cálculo da rigidez

$$R_{pi} = \frac{F_i}{\Delta_i} \Rightarrow R_{p2} = \frac{100kN}{0,0342m} = 2923kN / m$$

### 5.2.2. Obtenção do quinhão de carregamento de vento para cada pórtico

Para se obter o quinhão  $\beta$  de carregamento de vento para cada pórtico basta dividir a rigidez de um determinado pórtico pela somatória de todas as rigidezes dos pórticos da estrutura.

$$\beta_i = \frac{R_{pi}}{R_{pi} + \dots + R_{pn}}$$

- Quinhão de carregamento para o pórtico 1:

$$\beta_1 = \frac{1377}{5 \times 2207 + 2 \times 1377 + 2 \times 2923} = 0,0701$$

- Quinhão de carregamento para o pórtico 2:

$$\beta_2 = \frac{2923}{5 \times 2207 + 2 \times 1377 + 2 \times 2923} = 0,1489$$

- Quinhão de carregamento para o pórtico 3:

$$\beta_3 = \frac{2207}{5 \times 2207 + 2 \times 1377 + 2 \times 2923} = 0,1124$$

Com o valor de  $\beta$  calculado para cada pórtico, para obter-se a largura de influência de vento de cada pórtico basta multiplicar o respectivo  $\beta$  pela largura total em planta.

- Largura de influência de vento para o pórtico 1 (p1)

$$l_1 = 0,0701 \times 50 = 3,50m$$

- Largura de influência de vento para o pórtico 2 (p2)

$$l_2 = 0,1489 \times 50 = 7,44m$$

- Largura de influência de vento para o pórtico 3 (p3)

$$l_3 = 0,1124 \times 50 = 5,62m$$

### 5.2.3. Cálculo das cargas de vento para os pórticos

Os esforços de vento aplicados no exemplo foram calculados de acordo com a NBR 6123:1988. Nas tabelas a seguir é apresentado para cada pórtico e para cada pavimento o valor da força concentrada aplicada no nó, de acordo com a respectiva largura de influência já calculada.

**Tabela 5.8:** Cargas de vento para o pórtico 1.

<b>pórtico p1</b>						
<b>pavim.</b>	<b>h (m)</b>	<b>li (m)</b>	<b>hi (m)</b>	<b>Ai (m<sup>2</sup>)</b>	<b>w (kN/m<sup>2</sup>)</b>	<b>Fvi (kN)</b>
1	4,00	3,50	4,00	14,00	0,593	<b>8,3</b>
2	8,00	3,50	4,00	14,00	0,740	<b>10,4</b>
3	12,00	3,50	4,00	14,00	0,841	<b>11,8</b>
4	16,00	3,50	4,00	14,00	0,923	<b>12,9</b>
5	20,00	3,50	4,00	14,00	0,991	<b>13,9</b>
6	24,00	3,50	4,00	14,00	1,051	<b>14,7</b>
7	28,00	3,50	4,00	14,00	1,104	<b>15,5</b>
8	32,00	3,50	4,00	14,00	1,153	<b>16,1</b>
9	36,00	3,50	2,00	7,00	1,196	<b>8,4</b>

**Tabela 5.9:** Cargas de vento para o pórtico 2.

<b>pórtico p2</b>						
<b>pavim.</b>	<b>h (m)</b>	<b>li (m)</b>	<b>hi (m)</b>	<b>Ai (m<sup>2</sup>)</b>	<b>w (kN/m<sup>2</sup>)</b>	<b>Fvi (kN)</b>
1	4,00	7,44	4,00	29,76	0,593	<b>17,6</b>
2	8,00	7,44	4,00	29,76	0,740	<b>22,0</b>
3	12,00	7,44	4,00	29,76	0,841	<b>25,0</b>
4	16,00	7,44	4,00	29,76	0,923	<b>27,5</b>
5	20,00	7,44	4,00	29,76	0,991	<b>29,5</b>
6	24,00	7,44	4,00	29,76	1,051	<b>31,3</b>
7	28,00	7,44	4,00	29,76	1,104	<b>32,8</b>
8	32,00	7,44	4,00	29,76	1,153	<b>34,3</b>
9	36,00	7,44	2,00	14,88	1,196	<b>17,8</b>

**Tabela 5.10:** Cargas de vento para o pórtico 3.

<b>pórtico p3</b>						
<b>pavim.</b>	<b>h (m)</b>	<b>li (m)</b>	<b>hi (m)</b>	<b>Ai (m<sup>2</sup>)</b>	<b>w (kN/m<sup>2</sup>)</b>	<b>Fvi (kN)</b>
1	4,00	5,62	4,00	22,48	0,593	<b>13,3</b>
2	8,00	5,62	4,00	22,48	0,740	<b>16,6</b>
3	12,00	5,62	4,00	22,48	0,841	<b>18,9</b>
4	16,00	5,62	4,00	22,48	0,923	<b>20,7</b>
5	20,00	5,62	4,00	22,48	0,991	<b>22,3</b>
6	24,00	5,62	4,00	22,48	1,051	<b>23,6</b>
7	28,00	5,62	4,00	22,48	1,104	<b>24,8</b>
8	32,00	5,62	4,00	22,48	1,153	<b>25,9</b>
9	36,00	5,62	2,00	11,24	1,196	<b>13,4</b>

A seguir, são ilustrados os diferentes pórticos com a aplicação dos esforços de vento de acordo com as tabelas 5.8, 5.9 e 5.10 (fig. 5.27).

Na figura 5.28 são mostradas as configurações deformadas dos 3 pórticos provenientes da aplicação das forças concentradas nos nós.

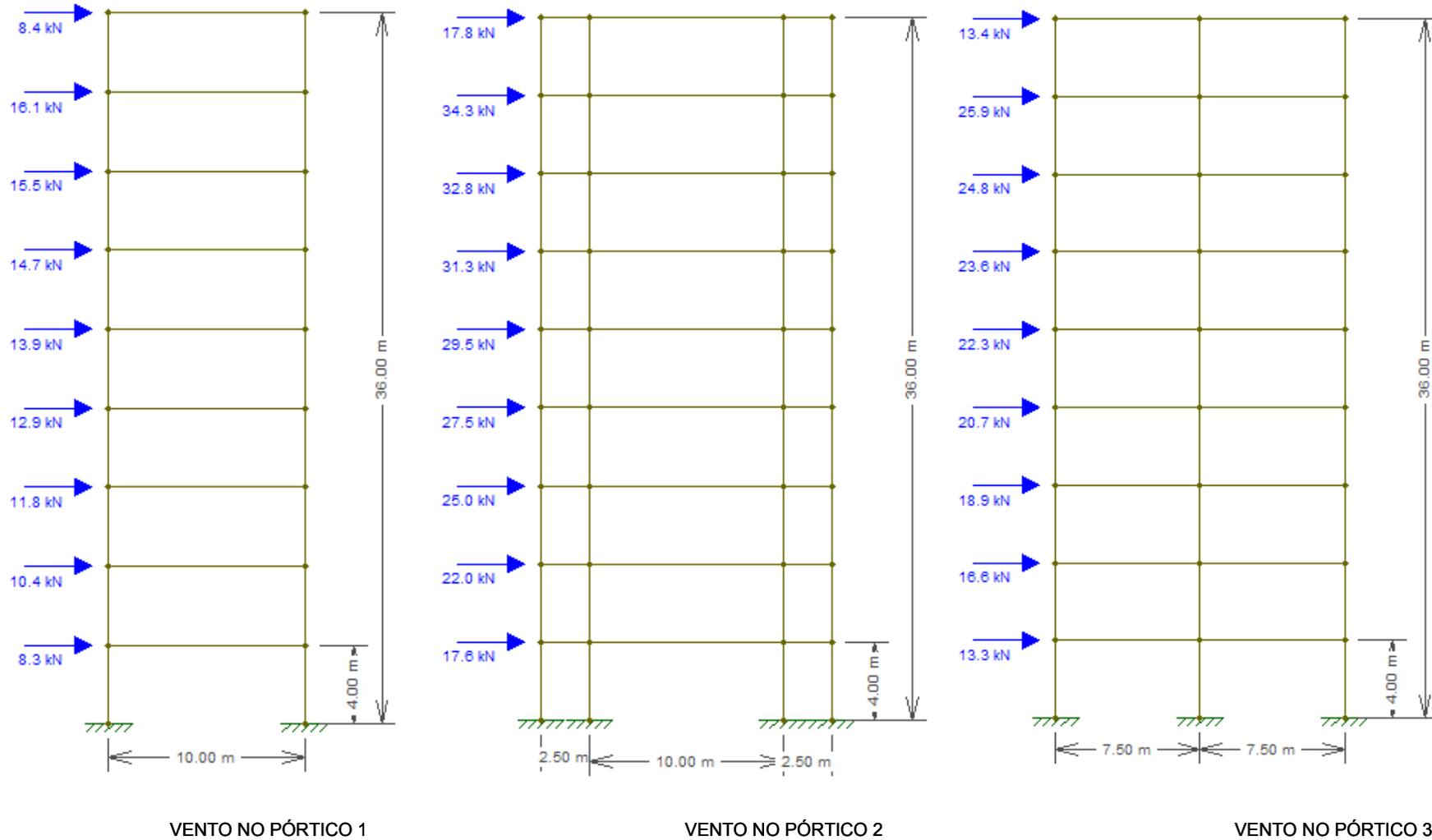
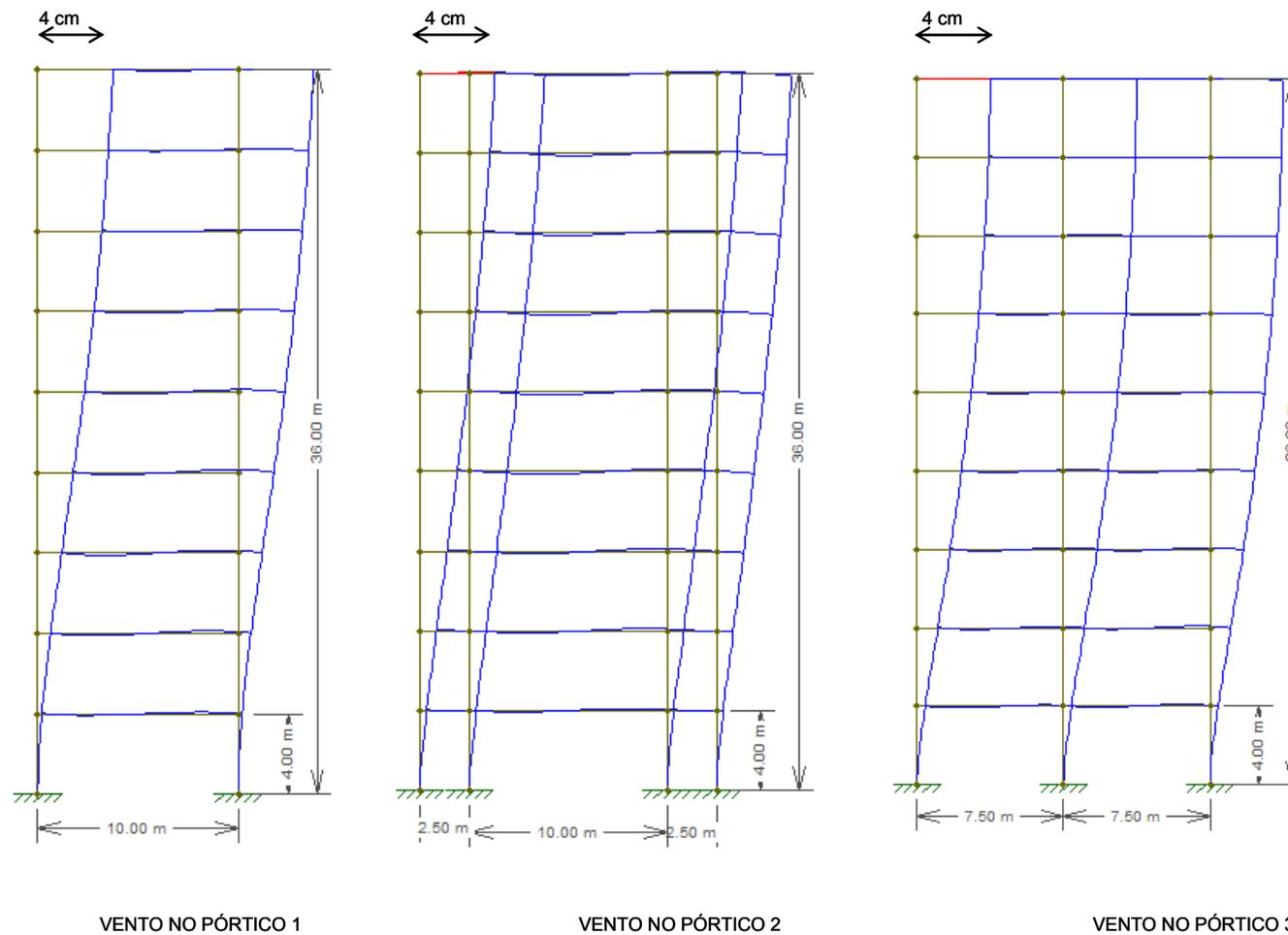


Figura 5.27: Carregamentos de vento nos pórticos.



**Figura 5.28:** Deslocamentos gerados pelo carregamento de vento em cada pórtico.

Observa-se na figura 5.28 que os deslocamentos nos pórticos ocasionados pelos seus respectivos carregamentos de vento foram iguais. Tal fato é admissível partindo-se do pressuposto que as lajes alveolares estão desempenhando o papel de diafragma e equalizando os deslocamentos da estrutura como um todo.

#### 5.2.4. Determinação dos carregamentos verticais

- Sistema de piso com laje alveolar protendida (vão 7,5 m)

Na laje alveolar (com peso próprio de 2,5 kN/m<sup>2</sup>) está prevista uma sobrecarga de utilização de 6 kN/m<sup>2</sup> com uma capa de concreto de 5 cm de espessura, resultando em um acréscimo nas cargas permanentes de 1,25 kN/m<sup>2</sup>.

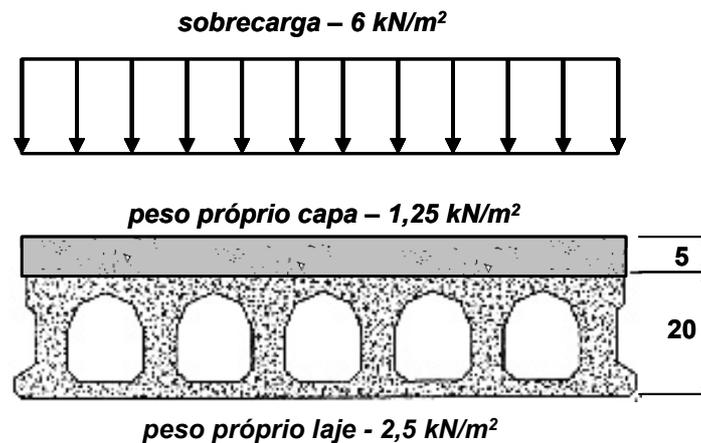


Figura 5.29: Sistema de piso com laje alveolar protendida.

- Carregamentos distribuídos verticais

$$\text{Peso próprio da viga} = 0.40 \times 0.40 \times 25 = 4 \text{ kN/m}$$

$$\text{Peso próprio da laje + capa} = (2.50 + 1.25) \times 7.50 = 28.125 \text{ kN/m}$$

$$\text{Peso próprio total viga + laje + capa} = 32.125 \text{ kN/m}$$

Pilares (cargas concentradas nos nós do pórtico) =  $0.50 \times 0.50 \times 4.00 \times 25 = 25 \text{ kN}$

Carga acidental =  $6 \text{ kN/m}^2 \times 7.50 \text{ m} = 45 \text{ kN/m}$

### 5.2.5. Cálculo do $\gamma_z$ para a estrutura com ligações rígidas

Para uma análise inicial da configuração de seções de pilares e vigas é conveniente que se faça o cálculo do  $\gamma_z$  da estrutura com ligações rígidas entre vigas e pilares e esse valor fique em torno de 1,10, pois a estrutura com ligações viga-pilar semi-rígidas sempre apresentará deslocamentos de 1ª ordem maiores.

A tabela a seguir demonstra os valores das variáveis necessárias para o cálculo do coeficiente  $\gamma_z$ . O cálculo foi realizado com base no pórtico 3.

**Tabela 5.11:** Cálculo do  $\gamma_z$  com ligações rígidas do pórtico 3.

cálculo do $\gamma_z$							
pavim.	h (m)	$\Delta d$ (m)	Pd (kN)	Fdv (kN)	M1d	$\Delta M_d$	
1	4	0,0070	1454,63	18,62	74,48	10,18	
2	8	0,0182	1454,63	23,24	185,92	26,47	
3	12	0,0291	1454,63	26,46	317,52	42,36	
4	16	0,0389	1454,63	28,98	463,68	56,61	
5	20	0,0472	1454,63	31,22	624,40	68,63	
6	24	0,0539	1454,63	33,04	792,96	78,40	
7	28	0,0589	1454,63	34,72	972,16	85,74	
8	32	0,0622	1454,63	36,26	1160,32	90,42	
9	36	0,0638	1012,13	18,76	675,36	64,61	
					$\Sigma$	5266,80	523,43

$$\gamma_z = \frac{1}{1 - \frac{\Delta M_d}{M_{1d}}} = 1,11$$

O valor do coeficiente  $\gamma_z$  obtido ficou em torno de 1,10, permitindo-se manter as configurações geométricas dos pilares e vigas inicialmente adotadas nos cálculos a seguir, porém agora com a estrutura composta de ligações viga-pilar semi-rígidas.

**5.2.6. Contraventamento por efeito de pórtico com ligações viga-pilar resistentes à flexão em S.R.=50%**

Será estudado o contraventamento da estrutura por efeito de pórtico com ligações viga-pilar com 50% de engastamento.

- Cálculo do fator de restrição  $\alpha_R$

$$\frac{M_E}{M_R} = \left[ \frac{3\alpha_R}{2 + \alpha_R} \right] \rightarrow 50\% = \left[ \frac{3\alpha_R}{2 + \alpha_R} \right] \rightarrow \alpha_R = 0.40$$

- Cálculo do fator de correção da rigidez da viga para simulação da semi-rigidez da ligação em pórticos rodados com ligações rígidas (modelo simplificado descrito em 3.12)

$$\frac{I_{corr}}{I_c} = \left[ \frac{0.40}{2 - 0.40} \right] = 0.25$$

A tabela a seguir demonstra os valores das variáveis necessárias para o cálculo do  $\gamma_z$  já com a rigidez da viga corrigida para simular a ligação viga-pilar de 50% de engastamento.

**Tabela 5.12:** Cálculo do  $\gamma_z$  com ligações semi-rígidas SR=50%.

cálculo do $\gamma_z$ - S.R.=50%						
pavim.	h (m)	$\Delta d$ (m)	Pd (kN)	Fdv (kN)	M1d	$\Delta M_d$
1	4	0,0139	1454,63	18,62	74,48	20,16
2	8	0,0417	1454,63	23,24	185,92	60,69
3	12	0,0725	1454,63	26,46	317,52	105,49
4	16	0,1015	1454,63	28,98	463,68	147,64
5	20	0,1268	1454,63	31,22	624,40	184,50
6	24	0,1476	1454,63	33,04	792,96	214,64
7	28	0,1632	1454,63	34,72	972,16	237,45
8	32	0,1739	1454,63	36,26	1160,32	252,93
9	36	0,1803	1012,13	18,76	675,36	182,51
$\Sigma$					5266,80	1406,02
$\gamma_z = \frac{1}{1 - \frac{\Delta M_d}{M_{1d}}} = 1,36$						

O  $\gamma_z$  ficou superior a 1,30, configurando uma estrutura muito deslocável. Para manter o sistema de contraventamento limitado somente ao efeito de pórtico seria necessária que fosse satisfeita pelo menos uma das seguintes alternativas:

- *Enrijecer as ligações viga-pilar.* Sabendo-se que as ligações semi-rígidas tradicionais (com armadura negativa de continuidade através de luvas prensadas ou bainhas metálicas e com solidarização *in-loco*) de vigas armadas dimensionadas para o momento negativo elástico atingem um grau de engastamento em torno de 50%, seria necessário aumentar muito a armadura negativa para enrijecer as ligações, podendo não configurar uma opção viável economicamente, além de dificultar a operação de montagem;
- *Aumentar a seção dos pilares.* Aumentando a seção dos pilares para 75 x 75 cm, teríamos um  $\gamma_z$  de 1,20 (conforme tab. 5.13), porém fica evidente que essa seção atrapalharia muito o layout de um prédio de múltiplos pavimentos;

**Tabela 5.13:** Cálculo do  $\gamma_z$  com ligações semi-rígidas SR=50% e pilar 75x75 cm.

cálculo do $\gamma_z$ - S.R.=50% - PILAR 75 x 75 cm						
pavim.	h (m)	$\Delta d$ (m)	Pd (kN)	Fdv (kN)	M1d	$\Delta M_d$
1	4	0,0059	1454,63	18,62	74,48	8,55
2	8	0,0200	1454,63	23,24	185,92	29,12
3	12	0,0381	1454,63	26,46	317,52	55,39
4	16	0,0571	1454,63	28,98	463,68	83,09
5	20	0,0757	1454,63	31,22	624,40	110,17
6	24	0,0923	1454,63	33,04	792,96	134,20
7	28	0,1064	1454,63	34,72	972,16	154,77
8	32	0,1182	1454,63	36,26	1160,32	171,88
9	36	0,1280	1012,13	18,76	675,36	129,51
$\Sigma$					5266,80	876,69

$$\gamma_z = \frac{1}{1 - \frac{\Delta M_d}{M_{1d}}} = 1,20$$

- *Aumentar a altura das vigas e aplicar protensão.* Tal alternativa será estudada a seguir.

### 5.2.7. Contraventamento por efeito de pórtico com ligações viga-pilar resistentes à flexão e vigas protendidas (com cálculo da ligação semi-rígida e da fissuração)

#### 5.2.7.1. Verificação do efeito da protensão na rigidez efetiva da viga

A principal diferença em termos de análise de estabilidade global de uma estrutura composta por vigas somente com armadura frouxa e vigas protendidas está no nível de fissuração das vigas.

Nos cálculos efetuados até este ponto (considerando-se que eram vigas apenas com armadura frouxa) a redução da rigidez adotada para a consideração aproximada da não linearidade física (N.L.F.) foi de 0,4 EI para as vigas e de 0,8 EI para os pilares, segundo a NBR 6118:2003.

Para vigas protendidas, é conveniente que se faça um estudo da fissuração para o cálculo correto dos parâmetros de estabilidade. Na tabela a seguir são apresentadas as propriedades geométricas e físicas das vigas protendidas.

**Tabela 5.14:** Propriedades geométricas dos elementos e materiais na primeira etapa de carregamento

<i>Primeira etapa de carregamento (ligações articuladas)</i>					
<i>Elemento</i>	<i>Seção</i>	<i>Área (cm<sup>2</sup>)</i>	<i>I<sub>c</sub> (cm<sup>4</sup>)</i>	<i>W<sub>s</sub> = W<sub>i</sub> (cm<sup>3</sup>)</i>	<i>F<sub>ck</sub> (MPa)</i>
Vigas	40x40  (seção simples)	1600	213333	10666	40

O aço de protensão a ser utilizado na protensão é o CP190-RB com tensão correspondente a  $f_{ptk} = 1900MPa$  e  $f_{pyk} = 1710MPa$  com relaxação baixa.

Segundo a NBR 6118:2003 em caso de pré-tração a tensão da armadura de protensão na saída do aparelho de tração deve respeitar os seguintes limites:

$$\sigma_{pi} \leq \begin{cases} 0,77 \cdot f_{ptk} \\ 0,85 \cdot f_{pyk} \end{cases} \quad (\text{para aços da classe RB})$$

Sabendo-se que  $f_{ptk} = 1900MPa$  e  $f_{pyk} = 1710MPa$ , assim, tem-se:

$$\sigma_{pi} \leq \begin{cases} 0,77 \cdot 190 = 146,3 \frac{KN}{cm^2} \\ 0,85 \cdot 171 = 145,35 \frac{KN}{cm^2} \end{cases} \rightarrow \sigma_{pi} = 145,35 \frac{KN}{cm^2}$$

Será adotado no cálculo da armadura de protensão das vigas que terão as ligações solidarizadas in-loco, a consideração de uma força de protensão de tal forma que não haja nenhuma tensão de tração na borda inferior da seção transversal no meio do vão quando o carregamento da primeira etapa for aplicado (peso próprio da viga e da laje mais o peso do capeamento).

- Carregamentos da primeira etapa isostática

Peso próprio da viga =  $0,40 \times 0,40 \times 25 = 4 \text{ kN/m}$

Peso da Laje + Capa =  $(2,50 + 1,25) \times 7,50 = 28,125 \text{ kN/m}$

Carregamento da primeira etapa  $\rightarrow p_1 = 4 + 28,125 = 32,125 \text{ kN/m}$

Momento positivo na viga na primeira etapa  $\rightarrow M_1 = \frac{32,125 \times 7,5^2}{8} = 225,88 \text{ kN.m}$

- Estimativa da força de protensão necessária (após todas as perdas), considerando-se uma excentricidade de  $20 - 5 = 15$  cm:

$$P_{\infty} = \frac{M_1}{\frac{W_i}{S} + e} = \frac{225,88kN.m \times 100cm / m}{\frac{10666cm^3}{1600cm^2} + 15cm} = 1042kN$$

Considerando-se uma perda de protensão total (imediatas + progressivas) na ordem de 20%, tem-se que  $P_i = 1042 / 0,80 = 1303$  kN.

- Área de aço necessária  $\rightarrow A_p = \frac{P_i}{\sigma_{pi}} = \frac{1303kN}{145,35kN / cm^2} = 8,96cm^2$

Utilizando-se cordoalhas de 12,7mm, tem-se que o número de cordoalhas necessário é de  $8,96 \text{ cm}^2 / 0,987 \text{ cm}^2 = 9$  cordoalhas.

A protensão deste número de cordoalhas calculado irá superar as tensões admissíveis durante o estado em vazio (fase em que a peça está sujeita apenas ao efeito da protensão e ao seu peso próprio). Será adotado para a continuidade dos cálculos, 6 cordoalhas de 12,7mm, (número máximo suportado pela seção durante o estado em vazio). Dessa forma, sabe-se que já na primeira etapa de carregamento a seção estará fissurada, pois ocorrerão tensões de tração na borda inferior no meio do vão superiores às tensões de tração admissíveis pelo concreto.

- Cálculo do momento de fissuração para a primeira etapa de carregamento

$$\frac{P_{\infty}}{S} + \frac{P_{\infty} \times e}{W_i} - \frac{M_r}{W_i} = -\sigma_t \quad [1]$$

Sendo:

$P_{\infty}$  = Força de protensão no tempo infinito (após todas as perdas);

$S$  = Área da seção transversal da peça;

$e$  = excentricidade dos cabos de protensão;

$W_i$  = Módulo de resistência na borda inferior da seção;

$M_r$  = Momento de fissuração para peças protendidas;

$\sigma_t$  = Tensão de tração admissível no concreto.

Isolando-se o momento de fissuração em [1] tem-se:

$$M_r = W_i \left( \sigma_t + \frac{P_\infty}{S} \right) + P_\infty \times e \quad [2]$$

A tensão de tração admissível no concreto vale:

$$\sigma_t = f_{ctk,inf} \times \alpha \quad [3]$$

Onde:

$$f_{ctk,inf} = 0,7 \times f_{ctm} = 0,7 \times 0,3 \times f_{ck}^{2/3} = 0,7 \times 0,3 \times 40^{2/3} = 2.456 \text{ MPa};$$

$\alpha$  = fator que relaciona aproximadamente a resistência à tração na flexão com a resistência à tração direta, equivalente a 1,5 para seções retangulares.

Substituindo-se em [3], tem-se:

$$\sigma_t = 2,456 \times 1,5 = 3,684 \text{ MPa} = 0,368 \text{ kN} / \text{cm}^2$$

A força de protensão é:

$$P_\infty = 6 \times 0,987 \times 145,35 \times 0,80 = 688,61 \text{ kN}$$

Agora substituindo-se em [2], tem-se:

$$M_r = 10666 \left( 0,368 + \frac{688,61}{1600} \right) + 688,61 \times 15 = 18844 \text{ kN.cm} = 188,44 \text{ kN.m}$$

Cálculo do momento de inércia efetivo médio

$$I_{ef} = \left(\frac{M_r}{M_a}\right)^3 \times I_h + \left[1 - \left(\frac{M_r}{M_a}\right)^3\right] \times I_{II} \quad [4]$$

Onde:

$M_a$  = momento máximo no vão;

$I_h$  = momento de inércia da seção homogeneizada;

$I_{II}$  = momento de inércia da seção fissurada de concreto no estágio II;

A área total de armadura (ativa e passiva para as duas etapas de carregamento) obtida no cálculo no E.L.U. foi de 22 cm<sup>2</sup> (os cálculos não serão transcritos pois pretende-se apenas enfatizar a influência da fissuração na análise da estabilidade). A partir dessa armadura, calcula-se o momento de inércia da seção homogeneizada e da seção fissurada no estágio II conforme a NBR6118:2003.

$$I_h = 240666 \text{ cm}^4$$

$$I_{II} = 103569 \text{ cm}^4$$

Substituindo-se em [4], temos:

$$I_{ef} = \left(\frac{188,44}{225,88}\right)^3 \times 240666 + \left[1 - \left(\frac{188,44}{225,88}\right)^3\right] \times 103569 = 183169 \text{ cm}^4$$

A rigidez efetiva obtida para a primeira etapa foi de 183169 / 213333 = **0,86 EI**

- Cálculo do momento de fissuração para a segunda etapa de carregamento

Na tabela a seguir são apresentadas as propriedades geométricas e físicas das vigas na segunda etapa de carregamento (quando da aplicação da carga acidental) onde a mesma já se encontra com as ligações solidarizadas e conta com a contribuição da laje e da capa para resistir aos esforços de flexão.

**Tabela 5.15:** Propriedades geométricas dos elementos e materiais na segunda etapa de carregamento

<i>Segunda etapa de carregamento (ligações S.R. = 50%)</i>					
<i>Elemento</i>	<i>Seção</i>	<i>Área (cm<sup>2</sup>)</i>	<i>I<sub>c</sub> (cm<sup>4</sup>)</i>	<i>W<sub>s</sub> = W<sub>i</sub> (cm<sup>3</sup>)</i>	<i>F<sub>ck</sub> (MPa)</i>
Vigas	40x65 (seção composta)	2600	915416	28166	40

Na segunda etapa de carregamento, a viga já se encontra fissurada e com a rigidez já reduzida devido ao carregamento da primeira etapa, portanto na segunda etapa de carregamento, o cálculo do momento de fissuração será feito desconsiderando-se o efeito benéfico da protensão (que já foi anulado na primeira etapa) e de acordo com a NBR 6118:2003.

$$M_r = \sigma_i \times W_i = 0,368 \times 28166 = 10365 \text{ kN.cm} = 103,65 \text{ kN.m}$$

- Momento atuante na segunda etapa:

Momento negativo elástico na extremidade da viga:

$$M_- = \frac{45 \times 7,50^2}{12} = 210,94 \text{ kN.m}$$

Momento na extremidade da viga (negativo) com ligação S.R. 50%:

$$M_{-SR50\%} = 210,94 \times 0,50 = 105,47 \text{ kN.m}$$

Momento no meio do vão da viga (positivo) com ligação S.R. 50%:

$$M_a = \frac{45 \times 7,50^2}{8} - 105,47 = 210,94 \text{ kN.m}$$

Da mesma maneira, chega-se aos seguintes valores para os momentos de inércia na segunda etapa de carregamento:

$$I_h = 1010050 \text{ cm}^4, I_{II} = 348468 \text{ cm}^4 \text{ e } I_{ef} = 427239 \text{ cm}^4$$

A rigidez efetiva obtida para a segunda etapa foi de  $427239 / 915416 = \mathbf{0.47 EI}$

Portanto a rigidez efetiva considerando-se as duas etapas de carregamento (isostática mais hiperestática) será:

$$(0.86 \times 0.47) EI = \mathbf{0.40 EI}$$

Conclusões:

- A viga estudada no exemplo obrigatoriamente deveria ser protendida;
- No caso da viga ser simplesmente armada, mesmo com escoramentos temporários durante a solidarização da ligação, a mesma apresentaria deslocamentos elevados no momento da retirada das escoras e da aplicação do carregamento acidental;
- O efeito da protensão apenas permitiu a utilização de uma seção transversal mais otimizada para a configuração de vãos e carregamentos apresentados;
- Para se conseguir maiores forças de protensão para melhorar o estado de fissuração da viga mantendo-se a seção transversal, a aplicação da protensão deveria ser feita em duas etapas: uma na fábrica, e outra *in-loco* após a solidarização das ligações quando a peça teria maior inércia. Isso é possível com

a utilização de vigas com bases mais largas do que a largura do pilar permitindo-se que a aplicação da protensão seja efetuada externamente;

- Para seções mais robustas, onde a aplicação da protensão não é um fator determinante (a configuração de carregamento e vão permite que a viga seja simplesmente armada), é evidente que se comparar uma viga protendida e uma viga simplesmente armada, a viga protendida apresentará reduções da rigidez da ordem de 0,50 a 1,00 EI, dependendo da intensidade da protensão, enquanto na viga simplesmente armada a redução da inércia será em torno de 0,40 EI (valor recomendado pela NBR 6118).
- Ainda comparando-se uma viga protendida e uma viga não protendida com a mesma armadura negativa na ligação viga x pilar, a viga não protendida apresentará maior engastamento do que a viga protendida, pelo fato de ter uma rigidez menor. Porém apesar de apresentar um engastamento maior, é imaturo dizer que isso resultará em um deslocamento global menor na estrutura. Para fazer essa avaliação é necessário estudar a estrutura com as duas configurações (com vigas protendidas e vigas não protendidas) já que apesar da viga protendida apresentar um engastamento menor, ela tem mais rigidez e a contribuição dessa rigidez na estabilidade global deve ser analisada.

Para o prosseguimento da análise do contraentamento, será efetuado o cálculo da ligação semi-rígida levando-se em conta critérios de resistência e rigidez abordados no capítulo IV.

5.2.7.2. Cálculo da ligação semi-rígida e verificação da estabilidade

Dados:

- Vão de cálculo da viga = 750 cm (eixo a eixo de pilares) – 50 cm (largura do pilar) – 30 cm (comprimento do consolo) = 670 cm;
- Redução da rigidez = 0,40 EI (conforme calculado anteriormente);

Rodando no programa de ligações semi-rígidas desenvolvido no NETPRE / UFSCar, obteve-se os seguintes resultados:

Figura 5.30: Tela do programa de ligações semi-rígidas do NETPRE / UFSCar.

- Área de aço calculada para o momento negativo elástico: 9,19 cm<sup>2</sup> (adotado 3 barras de 20mm = 9,45 cm<sup>2</sup>);

Através da área de aço negativa calculada para o momento elástico e levando-se em conta as propriedades geométricas e físicas da ligação, obteve-se uma ligação com 58% de engastamento, ou com um fator de restrição  $\alpha_R$  de 0,479.

Com os valores da ligação, foi corrigida a rigidez da viga para a simulação da ligação no programa FTool:

$$\frac{I_{corr}}{I_c} = \left[ \frac{0,479}{2 - 0,479} \right] = 0,314$$

A redução da rigidez (EI) pode ser aplicada somente no parâmetro E (módulo de elasticidade). Dessa forma, pode-se trabalhar com a inércia da seção bruta de concreto facilitando a rotina de cálculo.

$$E = 35000 \text{ MPa} \times 0,40 \times 0,314 = 4396 \text{ MPa.}$$

Tabela 5.16: Cálculo do  $\gamma_z$  com ligações semi-rígidas SR=58%.

cálculo do $\gamma_z$ - S.R.=58%								
pavim.	h (m)	$\Delta d$ (m)	Pd (kN)	Fdv (kN)	M1d	$\Delta M_d$		
1	4	0,0123	1454,63	18,62	74,48	17,92		
2	8	0,0363	1454,63	23,24	185,92	52,74		
3	12	0,0622	1454,63	26,46	317,52	90,42		
4	16	0,0862	1454,63	28,98	463,68	125,45		
5	20	0,1071	1454,63	31,22	624,40	155,79		
6	24	0,1240	1454,63	33,04	792,96	180,43		
7	28	0,1369	1454,63	34,72	972,16	199,17		
8	32	0,1455	1454,63	36,26	1160,32	211,59		
9	36	0,1505	1012,13	18,76	675,36	152,32		
					$\Sigma$	5266,80	1185,84	
$\gamma_z = \frac{1}{1 - \frac{\Delta M_d}{M_{1d}}} = 1,29$								

O  $\gamma_Z$  ficou abaixo do valor limite de 1,30, permitindo-se ainda uma solução aproximada para a determinação dos esforços globais de 2ª ordem a partir da majoração adicional dos esforços de vento por  $\gamma_Z$  (no caso 1,29).

Apesar do  $\gamma_Z$  ter ficado abaixo de 1,30, é conveniente que esse valor não exceda 1,20 para edifícios altos onde conta-se apenas com o efeito de pórtico para contraventamento do edifício.

Uma alternativa para um contraventamento complementar é a utilização de painéis de contraventamento pré-moldados ou ainda núcleos rígidos pré-moldados que trabalham em conjunto com o efeito diafragma proporcionado pelas lajes alveolares devidamente capeadas e com suas juntas longitudinais preenchidas (chaves de cisalhamento), além da utilização das armaduras perimetrais de tirante.

### 5.2.8. Análise da estrutura com o acréscimo de 10 cm na altura das vigas

Será estudada a utilização de vigas mais rígidas para compor os pórticos de contraventamento, no caso acrescentando-se 10 cm na altura e mantendo-se a protensão, com o intuito de obter-se um coeficiente  $\gamma_Z$  inferior a 1,20.

Na tabela a seguir são apresentadas as propriedades geométricas e físicas da nova configuração de vigas.

**Tabela 5.17:** Propriedades geométricas dos elementos e materiais na primeira etapa de carregamento

<i>Primeira etapa de carregamento (ligações articuladas)</i>					
<i>Elemento</i>	<i>Seção (cm)</i>	<i>Área (cm²)</i>	<i>I<sub>c</sub> (cm⁴)</i>	<i>W<sub>s</sub> = W<sub>i</sub> (cm³)</i>	<i>F<sub>ck</sub> (MPa)</i>
Vigas	40x50 (seção simples)	2000	416666	16666	40

- Carregamentos verticais

$$p.p. \text{ Viga} = 0,40 \times 0,50 \times 25 = 5 \text{ kN/m}$$

$$p.p. \text{ Laje} + \text{Capa} = (2,50 + 1,25) \times 7,50 = 28,125 \text{ kN/m}$$

$$p_l = 5 + 28,125 = 33,125 \text{ kN/m}$$

Rodando novamente o programa desenvolvido no NET PRÉ tem-se que a protensão necessária para a primeira etapa de carregamento ( $M_1 = 185,87 \text{ kN.m}$ ) é de  $5,3 \text{ cm}^2$ , aproximadamente 5 cordoalhas CP12,7RB (somente para as cargas permanentes).

Ao final da primeira etapa de carregamento a viga ainda se encontra íntegra (sem fissuras). Com a aplicação da sobrecarga na segunda etapa de carregamento, a viga apresentará as primeiras fissuras com conseqüente redução da inércia.

Na tabela a seguir são apresentadas as propriedades geométricas e físicas da viga na segunda etapa de carregamento (com seção composta).

**Tabela 5.18:** Propriedades geométricas dos elementos e materiais na segunda etapa de carregamento

<i>Segunda etapa de carregamento (ligações S.R. = 50%)</i>					
<i>Elemento</i>	<i>Seção (cm)</i>	<i>Área (cm<sup>2</sup>)</i>	<i>I<sub>c</sub> (cm<sup>4</sup>)</i>	<i>W<sub>s</sub> = W<sub>i</sub> (cm<sup>3</sup>)</i>	<i>F<sub>ck</sub> (MPa)</i>
Vigas	40x75 (seção composta)	3000	1406250	37500	40

- Cálculo do momento de fissuração na segunda etapa de carregamento:

$$M_r = \sigma_t \times W_i = 0,368 \times 37500 = 13800 \text{ kN.cm} = 138 \text{ kN.m}$$

- Momento no meio do vão da viga (positivo) com ligação S.R. 50%:

$$M_a = 168,34 \text{ kN.m}$$

- Área de aço total para o cálculo do momento de inércia no estádio II:  $5,30 + 7,62 = 12,92 \text{ cm}^2$  (da mesma maneira que anteriormente, os cálculos não serão apresentados).
- De maneira análoga, chega-se aos seguintes valores para os momentos de inércia na segunda etapa de carregamento:  $I_h = 1495837 \text{ cm}^4$ ,  $I_{II} = 337237 \text{ cm}^4$  e  $I_{ef} = 977734 \text{ cm}^4$
- A rigidez efetiva obtida para a segunda etapa foi de  $977734 / 1406250 = 0.70 \text{ EI}$

Projeto de ligações semi-rígidas - NETPRE / UFSCar

Vão da viga (cm)		Concreto		Carregamentos	
670		fck (kN/cm <sup>2</sup> )	4	<b>Situação articulada (1)</b>	
<b>Ligação</b>		Eci (kN/cm <sup>2</sup> )	3500	p.p.viga+laje+capa (kN/m) 33,125	
Critério		Ecs (kN/cm <sup>2</sup> )	3000	Seção simples no meio do vão	
<input type="radio"/> Alfa r		gama c	1,40	H viga (cm) 50	
<input checked="" type="radio"/> Semi-rigidez [(0-100)%]		fck, capa (kN/cm <sup>2</sup> )	2,5	<b>Situação semi-rígida (2)</b>	
50		<b>Ações</b>		sobrecarga+revestim. (kN/m) 45	
<b>Seção composta no meio do vão</b>		gama f 1,40		<input checked="" type="checkbox"/> Armar viga	
H (cm)	75	<b>Geometria da ligação</b>		<b>Momento positivo</b>	
bw (cm)	40	larg.pilar (cm)	50	M 1 (kN.m) 185,87265625	
d (cm)	72	compr.consolo (cm)	30	M 2,v (kN.m) 168,3375	
mesa colab. (cm)	120,4	Comprimento de embutimento das barras		Seção composta - 2a etapa	
<b>Seção composta no apoio</b>		I e (cm) 25		As, pos2 (cm <sup>2</sup> ) 7,62447142147256	
H (cm)	75	Comprimento da rótula plástica		x, pos2 (cm) 2,26743336152755	
bw (cm)	40	I p (cm) 90,77		Seção simples - 1a etapa	
d (cm)	71	<input checked="" type="checkbox"/> Calcular		Opção arm. frouxa As, pos1 (cm <sup>2</sup> ) 13,6171418005245	
<b>N.L.F.</b>		Alfa r 0,4		Opção arm. protensão CP190RB (cm <sup>2</sup> ) 5,30075258327313	
redução rigidez 0,70		Semi-rigidez (%) 50		kx, pos1 0,162091188380298	
<b>Aço</b>		Inércia efetiva (cm <sup>4</sup> ) 984375		<b>Momento negativo</b>	
fyk (kN/cm <sup>2</sup> )	50	Rigidez secante (kN.m/rad) 102845,149253731		M 2,a (kN.m) 84,16875	
Es (kN/cm <sup>2</sup> )	21000	x II (cm) 17,0091191697026		As, ligação 15,3099999999997	
gama s	1,15	Ih II no apoio (cm <sup>4</sup> ) 378014,321185967		As, neg min (cm <sup>2</sup> ) 3,86429736356691	
Sugestão de armadura negativa p/ momento elástico		As neg (cm <sup>2</sup> ) 15,3099999999997		<b>As,neg (cm<sup>2</sup>)</b>	
7,82758167205279 cm <sup>2</sup>		Comprimento da barra (cm) 111,666666666666		(deve-se somar a ancoragem e a decalagem)	

versão draft 03/2007

Figura 5.31: Tela do programa de ligações semi-rígidas do NETPRE / UFSCar.

- Área de aço na ligação para atingir 50% de engastamento:  $15,3 \text{ cm}^2$  (adotado 3 barras de 25 mm =  $15 \text{ cm}^2$ )

- Dados da ligação: Semi-rigidez a 50% e  $\alpha_R = 0,4$ ;
- Módulo de elasticidade de cálculo da viga simulando o efeito da ligação semi-rígida (diminuição da rigidez EI) rodada no FTool com ligações engastadas:

$$\frac{I_{corr}}{I_c} = \left[ \frac{0,4}{2 - 0,4} \right] = 0,25$$

$$E = 35000 \text{ MPa} \times 0,70 \times 0,25 = 6125 \text{ MPa.}$$

Aplicando-se a redução da rigidez da viga, obteve-se um  $\gamma_z$  de 1,15 conforme a tabela 5.19.

**Tabela 5.19:** Cálculo do  $\gamma_z$  com ligações semi-rígidas SR=50% e viga de 75 cm.

cálculo do $\gamma_z$ - S.R.=50% - viga composta 40x75cm						
pavim.	h (m)	$\Delta d$ (m)	Pd (kN)	Fdv (kN)	M1d	$\Delta M_d$
1	4	0,0084	1454,63	18,62	74,48	12,22
2	8	0,0227	1454,63	23,24	185,92	32,99
3	12	0,0372	1454,63	26,46	317,52	54,17
4	16	0,0505	1454,63	28,98	463,68	73,52
5	20	0,0617	1454,63	31,22	624,40	89,81
6	24	0,0708	1454,63	33,04	792,96	103,05
7	28	0,0776	1454,63	34,72	972,16	112,82
8	32	0,0819	1454,63	36,26	1160,32	119,13
9	36	0,0841	1012,13	18,76	675,36	85,16
				$\Sigma$	5266,80	682,87
$\gamma_z = \frac{1}{1 - \frac{\Delta M_d}{M_{1d}}} = 1,15$						

Resumo das medidas adotadas para a redução do  $\gamma_z$  para 1,15:

- Acréscimo de 10 cm na altura da viga;

- Aplicação de uma protensão completa para a primeira etapa de carregamento com conseqüente redução brusca do grau de fissuração da viga em serviço;
- Aplicação de uma área de aço na ligação bem superior à área de aço calculada para o momento elástico (no caso foi praticamente o dobro).

## 6. CONCLUSÕES

---

### 6.1. *Considerações gerais*

A estabilidade global de edifícios de múltiplos pavimentos é grandemente influenciada pela resistência e rigidez à flexão das ligações viga-pilar. Para a determinação mais precisa dos efeitos de segunda ordem na estrutura é necessário um conhecimento mais amplo do comportamento da ligação semi-rígida.

Na presente pesquisa procurou-se identificar as variáveis necessárias para o cálculo de ligações semi-rígidas usuais em edifícios no Brasil através de modelos analíticos comprovados experimentalmente, permitindo que o projetista de estruturas pré-fabricadas tenha em mãos informações mais precisas para a modelagem estrutural e a partir daí realizar uma análise do método de contraventamento a ser adotado.

### 6.2. *Considerações específicas*

Considerando-se os objetivos propostos na presente pesquisa, foi possível a obtenção de algumas considerações que serão agrupadas por tópicos, a seguir.

#### 6.2.1. **Sobre o efeito das ligações no comportamento global da estrutura**

Ao considerar-se o comportamento semi-rígido das ligações viga-pilar ocorre uma redução significativa do momento na base dos pilares, permitindo uma redução da quantidade de armadura dos pilares pré-moldados e das dimensões da fundação.

Segundo as simulações numéricas efetuadas, também ocorre uma redução significativa dos deslocamentos no topo dos pilares, podendo-se reduzir em até 90% a flecha calculada para a situação articulada, dependendo do grau de engastamento parcial.

A respeito do comportamento da ligação no apoio, a nova NBR 9062 define ligações semi-rígidas como sendo as ligações que apresentam fator de restrição à rotação  $\alpha_R$  variando entre 0,15 e 0,85 (engastamento parcial entre 20% e 90%). As ligações com  $\alpha_R$  inferior a 0,15 (20% de engastamento parcial) devem ser consideradas como articuladas e as ligações com  $\alpha_R$  superior a 0,85 (90% de engastamento parcial) podem ser consideradas como rígidas.

Em geral, as estruturas deixam de atuar como pórtico, passando a se comportar como estruturas com ligações articuladas e pilares isolados, quando acontece um aumento significativo da deslocabilidade de primeira ordem.

Para edifícios de até 5 pavimentos, as simulações numéricas demonstraram que o efeito de pórtico semi-contínuo só pode ser atingido para engastamentos parciais superiores a 20%, condizente com a nova NBR 9062, porém quando foram analisadas estruturas com 6 ou mais pavimentos, o efeito de pórtico só foi observado com engastamentos parciais superiores a 50%.

Considerando-se que ligações pré-moldadas típicas com resistência à flexão (baseando-se em resultados experimentais na literatura) apresentam engastamentos parciais variando de 50% a 75%, para garantir o efeito de pórtico da estrutura e uma deslocabilidade aceitável é necessário que em uma simulação da estrutura com ligações perfeitamente rígidas fosse obtido um  $\gamma_z$  menor ou igual a 1,10.

Os deslocamentos e esforços obtidos por meio do emprego do coeficiente  $\gamma_z$  apresentaram boa aproximação para os resultados obtidos por meio da análise com não linearidade geométrica (NLG). Desta forma, ao contrário das recomendações da NBR 6118 (2003) para estruturas moldadas no local, aparentemente, não existe razão, no caso das estruturas pré-moldadas, para limitar a não aplicação do coeficiente  $\gamma_z$  para estruturas com menos de 4 pavimentos.

Adicionalmente, observou-se que os deslocamentos e esforços obtidos por meio da majoração dos esforços horizontais diretamente pelo coeficiente  $\gamma_z$  puro, sem a redução do fator de 0,95, apresentou a melhor aproximação em relação aos deslocamentos da análise com NLG, o que conseqüentemente incorreria na melhor aproximação para os esforços de segunda ordem (para  $\gamma_z < 1,30$ ).

### **6.2.2. Sobre a análise do projeto de ligações típicas**

A rigidez à flexão em ligações viga-pilar com armadura de continuidade é afetada pelos seguintes fatores:

- a) Altura útil da seção resistente na interface da ligação;
- b) Características geométricas e mecânicas das armaduras de continuidade nas ligações, bem como as condições de ancoragem destas armaduras com concretagem in-loco e preenchimento de graute nos pilares;
- c) Comprimento da região de distúrbio na extremidade da viga (para taxas de armadura muito baixas, a região de distúrbio pode não ocorrer, podendo ocorrer um mecanismo isolado de abertura de junta na interface viga-pilar).

O comprimento  $l_p$  depende da altura da viga, da posição do centro de rotação e dos caminhos das forças na extremidade da viga.

- d) Pela posição do plano de rotação da extremidade da viga em relação à face do pilar, o que é afetado pela presença de consolos ou de armadura de suspensão. Neste caso, a utilização de dentes de apoio favorece o aumento da rigidez.

A rotação relativa viga-pilar pode ser obtida a partir do mecanismo de abertura de junta devido ao alongamento da barra inserida no pilar somado à deformação rotacional na região da ligação.

A rigidez ao momento fletor de uma ligação viga-pilar é definida pela sua relação momento-rotação. Segundo a NBR 9062, para a consideração aproximada da resposta não linear das ligações, no projeto das ligações deve ser utilizada a rigidez secante ( $R_{sec} = M_y / \phi_y$ ) onde  $M_y$  é o momento resistente da ligação no limite de escoamento da armadura tracionada e  $\phi_y$  é a rotação relativa viga-pilar devida ao momento  $M_y$ .

Apesar da utilização da rigidez secante ser conservadora (a rigidez secante é a mínima rigidez possível desde que  $M$  seja menor ou igual a  $M_y$ ), ela é uma aproximação segura para representar o comportamento da ligação dentro da avaliação da estabilidade global da estrutura pois cobre todos os efeitos dos carregamentos e descarregamentos prévios ao longo da vida útil. A utilização da rigidez secante ainda é recomendada por permitir a aplicação das ações majoradas em um único passo e por representar o comportamento médio de como a ligação chegou até o presente nível de carregamento.

### 6.2.3. Sobre os exemplos de aplicação

No primeiro exemplo, o modelo simplificado de correção da inércia da viga pré-moldada para se levar em conta o efeito do fator de restrição  $\alpha_R$  na deslocabilidade de 1ª ordem de pórticos pré-moldados sob ações horizontais apresentou valores de esforços e deslocamentos muito próximos aos valores obtidos no modelo tradicional (com a entrada de uma constante de mola à flexão), viabilizando dessa forma a análise da estabilidade de pórticos utilizando softwares de livre veiculação (*freewares*) que ainda não dispõem do recurso de aplicação de mola.

Do segundo exemplo (edifício de 9 pavimentos) pôde ser concluído que para manter o sistema de contraventamento limitado somente ao efeito de pórtico, são necessárias várias ações em conjunto que são interdependentes. Pode-se diminuir a deslocabilidade da estrutura pelo enrijecimento das ligações viga-pilar seja por acréscimo de armadura ou alteração da geometria da ligação, pelo aumento da seção dos pilares, pelo aumento da altura das vigas ou pela utilização de vigas protendidas (menos fissuradas e mais rígidas). Cabe ao projetista de estruturas pré-fabricadas a adoção de uma ou mais de uma medida dentre as citadas na análise individual de cada projeto, não sendo possível a elaboração de uma regra de aplicação geral.

### 6.3. Sugestões para trabalhos futuros

A presente pesquisa tem como ênfase o estudo do contraventamento de estruturas reticulares pré-fabricadas pelo efeito de pórtico proporcionado pelas ligações viga-pilar resistentes à flexão. Como aprofundamento nesta mesma linha de pesquisa pode-se sugerir estudos que considerem a interação da não linearidade física (NLF) no elemento

de viga com a NLF da relação momento-rotação da ligação viga-pilar com o objetivo de determinar a resistência de nós de pórtico das estruturas pré-moldadas de concreto sem a necessidade da realização de ensaios experimentais, empregando-se carregamentos incrementais.

Como uma segunda linha de pesquisa, podem ser estudados outros métodos de contraventamento como, por exemplo, contraventamento através de painéis pré-moldados ou ainda através de núcleos rígidos pré-fabricados em conjunto com o efeito de diafragma proporcionado pelas lajes pré-fabricadas.

## 7. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

---

ARAÚJO, D. L. et al. *Estabilidade global de estruturas reticuladas em concreto pré-moldado: influência da plastificação da ligação*. In: JORNADAS SULAMERICANAS DE ENGENHARIA ESTRUTURAL, 32, 2006, Campinas. **Anais**.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DA CONSTRUÇÃO INDUSTRIALIZADA EM CONCRETO (ABCIC). *Manual de pré-fabricados – cap.3: Estabilidade da Estrutura*. São Carlos. (escrito originalmente pelo Sr. VAN ACKER)

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 6118**: *Projeto de estruturas de concreto – Procedimento*. Rio de Janeiro: ABNT, 2003.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 9062**: *Projeto e execução de estruturas de concreto pré-moldado*. Rio de Janeiro: ABNT, 1985.

BALLARIN, A.W. *Desempenho das ligações de elementos estruturais pré-moldados de concreto*. 1993. Tese de doutorado - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 1993.

BENTES, R. F. *Exemplo de aplicação de pré-fabricados em obras de pequeno e médio porte*. In: SEMINÁRIO NACIONAL DE PRÉ-FABRICADOS DE CONCRETO, 2, 2004, São Paulo. **Anais**. CD-ROM.

BRITISH STANDARDS INSTITUTE. **BS 8110** - *Design of concrete structures*. London, UK: BSI, 1997.

CARVALHO, R. C.; FIGUEIREDO FILHO, J. R. *Pilares de concreto armado*. São Carlos: UFSCAR / Departamento de Engenharia Civil, 2002. Notas de aula.

CATOIA, B. *Comportamento de vigas protendidas pré-moldadas com ligações semi-rígidas*. São Carlos. 2007. 149f. Dissertação (Mestrado em construção civil) – Universidade Federal de São Carlos. São Carlos, 2007.

CHEOK, G. S.; LEW, H. S. *Performance of precast concrete beam-to-column connections subject to cyclic loading*. **PCI Journal**, v. 36, n. 3, May-Jun. p. 56-67, 1991.

EL DEBS, M. K. *Concreto pré-moldado: fundamentos e aplicações*. São Carlos: EESC-USP, 2000. 456 p.

ELLIOTT, K. S.; DAVIES, G.; GORGUN, H. *Semi-rigid connections in precast concrete frames*. **FIP Notes**, v. 3, p 6-12, 1997.

ELLIOTT, K. S. *Precast concrete structures*. Oxford: Butterworth-Heinemann publications, 2002. 375 p.

ELLIOTT, K. S. et al. *Can precast concrete structures be designed as semi-rigid frames: part 2 – analytical equations and column effective length factors*. **The Structural Engineer: International Journal of the Institution of Structural Engineers**, London, UK, v. 81, n. 16, Aug., 2003.

ELLIOTT, K. S. *Design and construction of precast concrete structures*, São Carlos: UFSCAR / Departamento de Engenharia Civil, 2005. Workshop.

EUROPEAN COOPERATION IN THE FIELD OF SCIENTIFIC AND TECHNICAL RESEARCH, COST-C1. *Control of the semi-rigid behaviour of civil engineering structural connections* (final report). Brussels, European Union Publications, 1999. p.13-29.

FERREIRA, M. A. *Estudo de deformabilidades de ligações para análise linear em pórticos planos de elementos pré-moldados de concreto*. 1993. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 1993.

FERREIRA, M. A. *Deformabilidade de ligações viga-pilar de concreto pré-moldado*. 1999. 231 p. Tese de doutorado – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 1999.

FERREIRA, M. A. *Analytical design procedure for semi-rigid connections in precast concrete structures*. 2001. 80 p. Post-Doctoral Research Report - School of Civil Engineering, University of Nottingham, Nottingham-UK, 2001.

FERREIRA, M. A. *Esbeltez em traves deslocáveis com ligações semi-rígidas*. São Carlos: UFSCAR / Departamento de Engenharia Civil, 2002. Notas de aula.

FERREIRA, M. A.; EL DEBS, M. K.; ELLIOTT, K. S. *Modelo teórico para projeto de ligações semi-rígidas em estruturas de concreto pré-moldado*. In: CONGRESSO

BRASILEIRO DO CONCRETO, 44, 2002, Belo Horizonte. **Anais**. São Paulo: IBRACON, 2002 (CD-ROM).

FERREIRA, M. A.; EL DEBS, M. K.; ELLIOTT, K. S. *Determinação analítica da relação momento-rotação em ligações viga-pilar de estruturas pré-moldadas de concreto*. In: SIMPÓSIO EPUSP SOBRE ESTRUTURAS DE CONCRETO, 5, 2003, São Paulo. **Anais**. São Paulo: Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, 2003 (CD-ROM).

FERREIRA, M. A.; ARAÚJO, D. L.; JEREMIAS Jr., A. C. *Estabilidade global de estruturas reticuladas em concreto pré-moldado*. In: CONGRESSO BRASILEIRO DO CONCRETO, 47, 2005, Olinda. **Anais**.

FONTES, F. F.; PINHEIRO, L. M. *Estabilidade global de edifícios: coeficiente gama z*. In: JORNADAS SUD-AMERICANAS DE INGENIERÍA ESTRUCTURAL, 2004, Mendoza, Argentina. **Anais**.

FRANCO, M.; VASCONCELLOS, A. C. *Practical assessment of second order effects in tall buildings*. In: COLLOQUIUM ON THE CEB-FIP MC-90, **Proceedings**. Rio de Janeiro, 1991. p. 307-324.

HAWKINS, N. M.; GHOSH, S. K. *Proposed revisions to 1997 NEHRP recommended provisions for seismic regulations for precast concrete structures: part 2 – seismic-force-resisting systems*. **PCI Journal**, v. 45, n. 5, p. 34-44, 2000.

KAEFER, L. F.; BITTENCOURT, T. N.; FRANÇA, R. L. S. *Sobre os métodos de avaliação da não linearidade física e geométrica na análise global de edifícios de concreto armado*. In: JORNADAS SUL-AMERICANAS DE ENGENHARIA ESTRUCTURAL, 2002, Brasília. **Anais**.

MIOTTO, A. M. *Ligações viga-pilar de estruturas de concreto pré-moldado com ênfase ao estudo da deformabilidade ao momento fletor*. 2002. Tese de doutorado - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2002.

MONFORTON, G. R.; WU, T. S. *Matrix analysis of semi-rigidly connected frames*. **Journal of the Structural Division**, ASCE, v.89, p.13-42, Dec. 1963.

PRECAST CONCRETE INSTITUTE (PCI). *Design and typical details of connections for precast and prestressed concrete*. Chicago: PCI, 1988.

PRECAST CONCRETE INSTITUTE (PCI). *Design handbook*. Chicago: PCI, 1992. v. 1.

SAVIO, A. A. et al. *Um sistema não-linear para análise de pórticos planos semi-rígidos*. **Revista Sul-Americana de Engenharia Estrutural**, v.2, n.1, p/97-117, jan./abr., 2005. ISSN 1806-3985.

STANTON, J. F. et al. *Moment resistant connections and simple connections*. PCI Special Research Project n. 1/4, Precast/Prestressed Concrete Institute. Chicago: PCI, 1986, 436 p.