

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO CARLOS**  
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E DE TECNOLOGIA  
**PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM CONSTRUÇÃO CIVIL**

**“CONSIDERAÇÕES SOBRE PROJETO E FABRICAÇÃO DE LAJES ALVEOLARES  
PROTENDIDAS”**

**NATALIA SAVIETTO PETRUCELLI**

**São Carlos**  
**2009**

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO CARLOS**  
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E DE TECNOLOGIA  
**PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM CONSTRUÇÃO CIVIL**

**"CONSIDERAÇÕES SOBRE PROJETO E FABRICAÇÃO DE LAJES ALVEOLARES  
PROTENDIDAS"**

**NATALIA SAVIETTO PETRUCELLI**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós Graduação em Construção Civil da Universidade Federal de São Carlos, como parte dos requisitos para obtenção do título de Mestre em Construção Civil.

**Área de Concentração:** Sistemas Construtivos de Edificações

**Orientador:** Prof. Dr. Roberto Chust Carvalho

**São Carlos**

**2009**

**Ficha catalográfica elaborada pelo DePT da  
Biblioteca Comunitária da UFSCar**

P498cs

Petrucci, Natalia Savietto.

Considerações sobre projeto e fabricação de lajes  
alveolares protendidas / Natalia Savietto Petrucci. -- São  
Carlos : UFSCar, 2009.

106 f.

Dissertação (Mestrado) -- Universidade Federal de São  
Carlos, 2009.

1. Concreto protendido. 2. Lajes alveolares. 3. Projeto. 4.  
Concreto pré-moldado. 5. Cálculo. I. Título.

CDD: 624.183412 (20<sup>a</sup>)



**UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO CARLOS**

Centro de Ciências Exatas e de Tecnologia

Departamento de Engenharia Civil

**Programa de Pós-Graduação em Construção Civil**

Via Washington Luís, Km 235 - CEP: 13.565-905 - São Carlos/SP/Brasil

Fone(16) 3351-8262- Ramal: 8262 - Fax (16) 3351-8262

Site: [www.ppgciv.ufscar.br](http://www.ppgciv.ufscar.br) Email: [ppgciv@power.ufscar.br](mailto:ppgciv@power.ufscar.br)

**“CONSIDERAÇÕES SOBRE PROJETO E FABRICAÇÃO DE LAJES ALVEOLARES  
PROTENDIDAS”**

**NATALIA SAVIETTO PETRUCELLI**

Dissertação de Mestrado defendida e aprovada em 17 de agosto de 2009

Banca Examinadora constituída pelos membros:

---

**Prof. Dr. Roberto Chust Carvalho**  
Departamento de Engenharia Civil / PPGCIV / UFSCar  
Orientador

---

**Prof. Dr. Libânio Miranda Pinheiro**  
Departamento de Engenharia de Estruturas / EESC / USP  
Examinador Externo

---

**Prof. Dr. Fernando Menezes de Almeida Filho**  
Departamento de Engenharia Civil/ NETPRE / UFSCar  
Examinador Interno

## **AGRADECIMENTOS**

Primeiramente a Deus, que propiciou as oportunidades para que este trabalho pudesse ser desenvolvido com dedicação e com a participação de todos aqueles que se interessaram em colaborar com seus conhecimentos.

Aos meus pais César e Dorotéia, pelo contínuo incentivo e apoio aos estudos.

Ao Professor Doutor Roberto Chust Carvalho, por ser mais que um bom orientador, um grande amigo que está sempre ensinando, esclarecendo dúvidas e ajudando desde os primeiros anos da graduação no curso de Engenharia Civil.

Ao meu marido Guto Ribeiro Amâncio por ser um companheiro paciente e compreensivo, sempre presente, principalmente nos momentos difíceis.

Ao meu filho ainda bebê Lucas Petrucelli Ribeiro, que, mesmo sem ter consciência, fez parte da caminhada para o desenvolvimento e sem dúvida foi a maior motivação para conclusão deste trabalho.

À minha sogra Fabíola, pelo interesse e acompanhamento dos meus estudos durante a pós-graduação.

À PREMODISA e LAJEAL e toda sua equipe por permitir me ausentar por alguns momentos em busca do desenvolvimento desta pesquisa.

Aos companheiros da pós-graduação e aos colegas de trabalho que ajudaram direta ou indiretamente com constante apoio.

## Sumário

|                                      |     |
|--------------------------------------|-----|
| LISTA DE FIGURAS .....               | i   |
| LISTA DE TABELAS .....               | iii |
| LISTA DE SÍMBOLOS E ABREVIACÕES..... | v   |
| RESUMO .....                         | xi  |
| ABSTRACT .....                       | xii |

### CAPÍTULO 1

|  |    |
|--|----|
| INTRODUÇÃO AO SISTEMA DE LAJES ALVEOLARES PROTENDIDAS.....       | 1  |
| 1.1. OBJETIVOS DO TRABALHO .....                                 | 1  |
| 1.2. JUSTIFICATIVA DO TRABALHO.....                              | 2  |
| 1.3. BREVE REVISÃO BIBLIOGRÁFICA.....                            | 2  |
| 1.3.1. <i>Comportamento dos Painéis Alveolares</i> .....         | 9  |
| 1.3.2. <i>Ensaio com Painéis Alveolares</i> .....                | 12 |
| 1.3.2.1. <i>Pesquisa Realizada em Pajari e Yang (1994)</i> ..... | 12 |
| 1.3.2.2. <i>Pesquisa Realizada em Pajari (2004)</i> .....        | 14 |
| 1.3.2.3. <i>Pesquisas Realizadas no NETPRÉ</i> .....             | 15 |
| 1.3.2.4. <i>Outros Ensaio</i> .....                              | 16 |
| 1.3.3. <i>Análise dos resultados dos ensaios.</i> .....          | 16 |
| 1.4. APRESENTAÇÃO DO TRABALHO .....                              | 18 |

### CAPÍTULO 2

|   |    |
|---|----|
| PROJETO, PRODUÇÃO E EXECUÇÃO DE PAVIMENTOS COM LAJES ALVEOLARES PROTENDIDAS ..... | 19 |
| 2.1. PROCESSO DE EXECUÇÃO FABRIL DOS PAINÉIS .....                                | 21 |
| 2.1.1. <i>Preparação das Pistas</i> .....   | 21 |
| 2.1.2. <i>Posicionamento dos Cabos e Protensão</i> .....                          | 22 |
| 2.1.3. <i>Lançamento do Concreto e Produção das Lajes</i> .....                   | 23 |
| 2.1.4. <i>Marcação dos Painéis, Recortes e Cura</i> .....                         | 24 |
| 2.1.5. <i>Liberação da Protensão e Corte</i> .....                                | 28 |

|        |  |    |
|--------|--|----|
| 2.1.6. | <i>Içamento e Estocagem</i> .....            | 30 |
| 2.1.7. | <i>Furação e “Shafts”</i> .....              | 32 |
| 2.1.8. | <i>Acabamentos</i> .....                     | 34 |
| 2.2.   | PROCESSO DE EXECUÇÃO NA OBRA (MONTAGEM)..... | 35 |

### CAPÍTULO 3

|      |  |    |
|------|--|----|
|      | CÁLCULOS E VERIFICAÇÕES DE LAJES ALVEOLARES PROTENDIDAS.....                       | 40 |
| 3.1. | PROTENSÃO EM LAJES ALVEOLARES .....  | 40 |
| 3.2. | DIMENSIONAMENTO DA ARMADURA LONGITUDINAL DE FLEXÃO NO ESTADO LIMITE ÚLTIMO .....   | 41 |
| 3.3. | VERIFICAÇÃO DO ESTADO LIMITE DE SERVIÇO - FISSURAÇÃO.....                          | 44 |
| 3.4. | FLEXÃO EM LAJES ALVEOLARES PROTENDIDAS .....                                       | 44 |
| 3.5. | CISALHAMENTO EM LAJES ALVEOLARES PROTENDIDAS .....                                 | 45 |
| 3.6. | PERDAS DE PROTENSÃO .....  | 46 |
| 3.7. | DEFORMAÇÕES EXCESSIVAS EM LAJES ALVEOLARES PROTENDIDAS.....                        | 48 |
| 3.8. | ROTEIRO PARA DETERMINAÇÃO DE ARMADURA LONGITUDINAL PARA PEÇAS COM PRÉ-TRAÇÃO ..... | 49 |

### CAPÍTULO 4

|          |   |    |
|----------|---|----|
|          | FLEXÃO, CISALHAMENTO E DEFORMAÇÕES: EXEMPLOS NUMÉRICOS .....        | 51 |
| 4.1.     | EXEMPLO NUMÉRICO 1 .....  | 51 |
| 4.1.1.   | <i>Determinação dos Carregamentos</i> .....                         | 52 |
| 4.1.2.   | <i>Pré-Dimensionamento no ELU (<math>t=\infty</math>)</i> .....     | 53 |
| 4.1.3.   | <i>Verificação em vazio (<math>t=0</math>)</i> .....                | 54 |
| 4.1.4.   | <i>Cálculo das perdas</i> .....                                     | 56 |
| 4.1.4.1. | <i>Determinação das Perdas Iniciais (Etapa 1)</i> .....             | 57 |
| 4.1.4.2. | <i>Determinação das Perdas Diferidas (Etapas 2, 3, 4 e 5)</i> ..... | 59 |
| 4.1.4.3. | <i>Perdas Progressivas</i> .....                                    | 63 |
| 4.1.5.   | <i>Dimensionamento no ELU (<math>t=\infty</math>)</i> .....         | 64 |
| 4.1.6.   | <i>Verificação de fissuração - tempo <math>\infty</math></i> .....  | 65 |
| 4.1.7.   | <i>Verificação das deformações</i> .....                            | 66 |

|   |    |
|---|----|
| 4.1.7.1. <i>Determinação das Deformações</i> .....                                      | 66 |
| 4.1.7.2. <i>Determinação das Deformações: Etapas 2, 3, 4 e 5</i> .....                  | 67 |
| 4.1.8. <i>Verificação do Cisalhamento</i> .....   | 68 |
| 4.1.8.1. <i>Cálculo para Seção Simples</i> .....  | 68 |
| 4.1.8.2. <i>Cálculo para Seção Composta</i> .....                                       | 69 |
| 4.1.9. <i>Detalhamento da peça</i> .....  | 70 |
| 4.2. EXEMPLO NUMÉRICO 2 .....   | 70 |
| 4.2.1. <i>Dimensionamento no ELU (<math>t=\infty</math>)</i> .....                      | 71 |
| 4.2.2. <i>Verificação em vazio (<math>t=0</math>) no ELU</i> .....                      | 73 |
| 4.2.3. <i>Determinação das Perdas de Protensão</i> .....                                | 75 |
| 4.2.3.1. <i>Determinação das Perdas Iniciais – Cabos Inferiores</i> .....               | 75 |
| 4.2.3.2. <i>Determinação das Perdas Iniciais – Cabos Superiores</i> .....               | 76 |
| 4.2.3.3. <i>Determinação das Perdas Diferidas – Cabos Inferiores e Superiores</i> ..... | 77 |
| 4.2.3.4. <i>Perdas Progressivas – Cabos Inferiores</i> .....                            | 80 |
| 4.2.3.5. <i>Perdas Progressivas – Cabos Superiores</i> .....                            | 81 |
| 4.2.4. <i>Verificação de fissuração - tempo <math>\infty</math></i> .....               | 82 |
| 4.2.5. <i>Verificação das deformações</i> .....   | 83 |
| 4.2.5.1. <i>Determinação das Deformações</i> .....                                      | 83 |
| 4.2.5.2. <i>Determinação das Deformações: Etapas 2, 3, 4 e 5</i> .....                  | 84 |
| 4.2.6. <i>Verificação do Cisalhamento</i> .....   | 85 |
| 4.2.6.1. <i>Cálculo para Seção Simples</i> .....  | 85 |
| 4.2.6.2. <i>Cálculo para Seção Composta</i> .....                                       | 86 |
| 4.2.7. <i>Detalhamento da Peça</i> .....  | 86 |

## CAPÍTULO 5

|   |     |
|---|-----|
| CONSIDERAÇÕES FINAIS .....                  | 88  |
| 5.1. DOS PROJETOS, PRODUÇÃO E EXECUÇÃO..... | 88  |
| 5.2. DOS EXEMPLOS NUMÉRICOS.....            | 88  |
| 5.3. SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS.....  | 91  |
| REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....            | 92  |
| ANEXO A .....                               | 96  |
| ANEXO B .....                               | 103 |

## Lista de Figuras

|  |    |
|--|----|
| <b>Figura 1.1:</b> Unidades alveolares e suas diferentes partes ( <i>fonte: Rettne e Edekling, 2006</i> ). ....  | 3  |
| <b>Figura 1.2:</b> Esquema de carregamento do ensaio de cisalhamento puro nas lajes unidas ( <i>fonte: FIP, 1992</i> ).....  | 3  |
| <b>Figura 1.3:</b> Disposições construtivas das ligações de painéis alveolares (adaptado de FIB, 2000).....  | 4  |
| <b>Figura 1.4:</b> Disposições mínimas construtivas para as chaves de cisalhamento (adaptado de FIB, 2000). ....   | 4  |
| <b>Figura 1.5:</b> Esquema de carregamento da flexão combinada e ensaio de cisalhamento do campo da laje ( <i>fonte: FIP, 1992</i> ). ....   | 5  |
| <b>Figura 1.6:</b> Elementos de laje alveolar ao formar uma viga parede para transferência de esforços horizontais (vista em planta) - ( <i>fonte: Elliott, 2002</i> ).....  | 5  |
| <b>Figura 1.7:</b> Típico sistema de piso constituído de lajes alveolares ( <i>fonte: FIB, 2007</i> ).....   | 6  |
| <b>Figura 1.8:</b> Interação e distribuição transversal dos efeitos do carregamento entre os elementos alveolares adjacentes que são alcançados pela transferência de cisalhamento através das juntas longitudinais ( <i>fonte: FIB, 2007</i> )..... | 6  |
| <b>Figura 1.9:</b> Ação diafragma em pisos pré-moldados ( <i>fonte: Ferreira, 2007</i> ). ....   | 7  |
| <b>Figura 1.10:</b> Mecanismo de transferência (chave de cisalhamento) na junta entre as lajes alveolares. A força horizontal resultante H deve ser resistida para evitar a separação das lajes entre si ( <i>fonte: FIB, 2007</i> ). ....           | 7  |
| <b>Figura 1.11:</b> Mecanismo de transferência de cisalhamento ( <i>fonte: FIB, 2007</i> ).....  | 7  |
| <b>Figura 1.12:</b> Exemplo de concentração de armadura nas juntas longitudinais e transversais ( <i>fonte: FIB, 2007</i> ).....   | 8  |
| <b>Figura 1.13:</b> Armadura de continuidade do momento negativo localizada nas aberturas feitas na parte superior das unidades alveolares ( <i>fonte: Ferreira, 2007</i> ). ....  | 8  |
| <b>Figura 1.14:</b> Aberturas nos alvéolos próximas aos apoios ( <i>fonte: FIB, 2007</i> ). ....   | 8  |
| <b>Figura 1.15:</b> Esquema de ligações usuais para as lajes alveolares ( <i>fonte: Ferreira, 2007</i> ).....  | 9  |
| <b>Figura 1.16:</b> Esquema de carregamento em ensaio de carregamento transversal ( <i>fonte: FIP, 2002</i> ).....   | 9  |
| <b>Figura 1.17:</b> Falha na nervura por tração devido ao cisalhamento ( <i>fonte: Yang, 1994</i> ). ....  | 10 |
| <b>Figura 1.18:</b> Falha da nervura por compressão devido ao cisalhamento ( <i>fonte: Telford, 1988</i> ).....  | 10 |

|  |    |
|--|----|
| <b>Figura 1.19:</b> Alguns mecanismos de falha que podem acontecer em laje alveolar com a presença de capa. a) Falha por cisalhamento na interface; b) Falha da nervura por tração devido ao cisalhamento; c) Ruptura dos cabos. ( <i>fonte: Girhammar e Pajari, 2008</i> ). ..... | 11 |
| <b>Figura 1.20:</b> Três lajes alveolares com capa e alvéolos parcialmente preenchidos ensaiados ao cisalhamento (cisalhamento com flexão) - ( <i>fonte: Catoia, 2009</i> ). .....   | 12 |
| <b>Figura 1.21:</b> Esquema do carregamento do ensaio ( <i>fonte: Pajari e Yang, 1994</i> ). .....   | 13 |
| <b>Figura 1.22:</b> Arranjo do carregamento para ensaios de cisalhamento ( <i>fonte: Pajari e Yang, 1994</i> ). .....  | 13 |
| <b>Figura 1.23:</b> Extremidade de vigas e preenchimento dos alvéolos nos modelos de ensaio ( <i>fonte: Pajari e Yang, 1994</i> ). .....   | 13 |
| <b>Figura 1.24:</b> Esquema do ensaio de um painel alveolar à torção ( <i>fonte: Pajari, 2004</i> ). .....   | 14 |
| <b>Figura 1.25:</b> a) modo de ruína em ensaios; b) fissura causada pelo corte da laje ( <i>fonte: Pajari, 2004</i> ). .....   | 15 |
| <b>Figura 1.26:</b> Desenho esquemático dos ensaios de cisalhamento e flexão ( <i>fonte: Ferreira - 2007</i> ). .....  | 16 |
| <b>Figura 1.27:</b> Situações críticas variando conforme carga aplicada e vão ( <i>fonte: Elliott, 2002</i> ). .....   | 17 |
| <b>Figura 2.1:</b> Seção transversal genérica de uma laje alveolar e as possibilidades de posicionamento de cordoalhas de protensão. ....  | 19 |
| <b>Figura 2.2 a e b:</b> Aplicação de desmoldante. ....  | 22 |
| <b>Figura 2.3:</b> Funcionário posicionando o macaco que protende cada cordoalha isoladamente. ....  | 23 |
| <b>Figura 2.4:</b> Usina de produção de concreto e caçambas posicionadas no carrinho de transporte. ....   | 24 |
| <b>Figura 2.5:</b> Exemplo de modulação de um pavimento com lajes alveolares. ....   | 25 |
| <b>Figura 2.6:</b> Execução de um recorte de pilar em concreto fresco. ....  | 26 |
| <b>Figura 2.7:</b> Reforço no recorte de pilar feito na pista. ....  | 27 |
| <b>Figura 2.9:</b> Cura com lona térmica. ....   | 28 |
| <b>Figura 2.10 a e b:</b> Cortes transversais e longitudinais em lajes alveolares. ....  | 30 |
| <b>Figura 2.11:</b> Içamento das lajes através do sistema de garras e balancins. ....  | 30 |
| <b>Figura 2.12:</b> Esquema de armazenamento/estoque de lajes alveolares com exemplo de quantidades máximas por pilha ( <i>fonte: Melo, 2004</i> ). .....  | 31 |
| <b>Figura 2.13 a e b:</b> Lajes estocadas com calços de madeira. ....  | 32 |
| <b>Figura 2.14:</b> Perfil metálico para apoio de lajes alveolares. ....   | 33 |

|  |    |
|--|----|
| <b>Figura 2.15:</b> Esquema de <i>shaft</i> com perfil metálico especial ( <i>fonte: Melo, 2004</i> ). .....   | 34 |
| <b>Figura 2.16 a e b:</b> Montagem de lajes alveolares. ....   | 36 |
| <b>Figura 2.17 a e b:</b> Sistema de equalização através de torniquetes.....   | 37 |
| <b>Figura 2.18:</b> Esquema de equalização da capa de lajes alveolares detalhadas em projeto. ....   | 37 |
| <b>Figura 2.20:</b> Detalhe de junta de indução de fissuras sem corte de armadura realizado em panos de lajes muito grandes ( <i>fonte: Melo, 2004</i> ). .... | 39 |
| <b>Figura 3.1:</b> Diagrama tensão-deformação do concreto (figura 8.2 - NBR6118:2003). ....  | 42 |
| <b>Figura 3.2:</b> Diagrama tensão-deformação bilinear na tração (figura 8.3 - NBR6118:2003)..   | 43 |
| <b>Figura 3.3:</b> Domínios de deformação no estado limite último em uma seção transversal (adaptado da figura 17.1 da NBR6118:2003). ....                     | 43 |
| <b>Figura 4.1:</b> Detalhamento da laje h=20 mm.....   | 70 |
| <b>Figura 4.2:</b> Detalhamento da laje h=25 mm.....   | 87 |

## Lista de Tabelas

|  |    |
|--|----|
| <b>Tabela 4.1:</b> Seções genéricas de uma laje alveolar de 200 mm e propriedades geométricas...   | 52 |
| <b>Tabela 4.2:</b> Carregamentos e momentos a considerar para a laje de 200 mm. ....   | 52 |
| <b>Tabela 4.3:</b> Seqüência considerada para determinação das perdas de protensão em etapas de acordo com a introdução de um novo tipo de carregamento..... | 57 |
| <b>Tabela 4.4:</b> Valores de $\Psi_{1000}$ , em %.....  | 58 |
| <b>Tabela 4.5:</b> Valores de área e perímetro a considerar no cálculo das perdas para cada ação .   | 60 |
| <b>Tabela 4.6:</b> Coeficientes de fluência determinados de acordo com o período estabelecido. ..  | 61 |
| <b>Tabela 4.7:</b> Flechas imediatas para as diversas ações. ....  | 67 |
| <b>Tabela 4.8:</b> Seções genéricas de uma laje alveolar de 250 mm e propriedades geométricas...   | 71 |
| <b>Tabela 4.9:</b> Carregamentos e momentos a considerar para a laje de 250 mm. ....   | 71 |
| <b>Tabela 4.10:</b> Valores de área e perímetro para laje de altura igual a 25 cm a considerar no cálculo das perdas para cada ação. ....                    | 77 |
| <b>Tabela 4.11:</b> Coeficientes de fluência determinados de acordo com o período estabelecido.  | 78 |
| <b>Tabela 4.12:</b> Flechas imediatas para as diversas ações. ....   | 84 |
| <b>Tabela 5.1:</b> Resumo dos resultados obtidos nos exemplos numéricos.....   | 84 |

## Lista de Símbolos e Abreviações

$M$  – momentos fletores na seção devidos às ações atuantes

$M_d$  – momento máximo resistente

$M_p$  – momento devido à força de protensão na seção tensão no concreto adjacente ao cabo inferior resultante

$M_p'$  – momento devido à força de protensão na seção tensão no concreto adjacente ao cabo superior resultante

$M_{g1}$  – momento fletor devido à ação de peso próprio

$M_{g2}$  – momento fletor devido à ação do peso da capa

$M_{g3}$  – momento fletor devido à ação da carga de revestimento

$M_q$  – momento fletor devido à ação da carga acidental

$M_{0,4q}$  – momento fletor devido à ação da carga acidental minorada por  $\Psi_2 = 0,4$

$M_{0,6q}$  – momento fletor devido à ação da carga acidental minorada por  $\Psi_2 = 0,6$

$M_{bpt}$  – momento fletor devido à ação de peso próprio dado pela distância  $l_{bpt}$

$N_p$  – esforço normal de protensão dos cabos inferiores

$N_p'$  – esforço normal de protensão dos cabos superiores

$N_{sd}$  – força normal solicitante de cálculo

$A_p$  – área dada pela quantidade total de armadura inferior de protensão

$A_p'$  – área dada pela quantidade total de armadura superior de protensão

$A$  ou  $A_c$  ou  $A_{s1}$  – área da seção transversal de concreto

$b_w$  – largura da seção

$d$  – altura útil

$h$  – altura da seção

$x$  – posição da linha neutra

$n$  – número de cabos da seção

$p$  – carga aplicada

$cg$  – centro de gravidade

$f_{cd}$  – resistência de cálculo do concreto

$f_{ck}$  – resistência característica à compressão do concreto

$f_{cj}$  – resistência à compressão do concreto

$f_{ptk}$  – resistência à tração do aço de armadura ativa

$f_{pyk}$  – resistência ao escoamento do aço de armadura ativa

$f_{bpd}$  – resistência de aderência de cálculo entre a armadura e o concreto na ancoragem da armadura de protensão (pré-tração)

$f_{ctd}$  – resistência à tração do concreto

KMD – coeficiente para determinação da armadura de Carvalho e Figueiredo Filho (2004)

KX – coeficiente obtido pela tabela 3.1 de Carvalho e Figueiredo Filho (2004)

KZ – coeficiente obtido pela tabela 3.1 de Carvalho e Figueiredo Filho (2004)

$g_1$  – ação de peso próprio

$g_2$  – ação de peso da capa

$g_3$  – ação devido à carga de revestimento

$q$  – ação devido à carga acidental

$\epsilon_s$  – deformação específica do aço da armadura passiva

$\epsilon_p$  – deformação específica da armadura ativa

$\epsilon_t$  – deformação total do aço, dada pela soma de  $\epsilon_s$  e  $\epsilon_p$

$\Psi_1$  – fator de redução de combinação frequente

$\Psi_2$  – fator de redução de combinação quase permanente

U – umidade relativa do ar

T – temperatura média ambiente

$\mu$  - perímetro da seção

$\sigma_i$  ou  $\sigma_s$  – tensão na borda inferior e superior, respectivamente

$\sigma_{pd}$  – tensão da armadura ativa de cálculo

$\Delta\sigma_{anc}$  – perda de protensão devida à ancoragem da armadura

$\Delta\sigma_{p,i}$  – perda de protensão devida à perda imediata do concreto

$\Delta\sigma_{pt=20h}$  – perda de protensão no instante  $t=20h$

$\sigma_i$  – tensão inicial no tempo considerado

$\sigma_{pi}$  – tensão do aço no instante inicial de cálculo.

$\sigma_{pt=20h}$  – tensão final no instante  $t=20h$

$\sigma_{cg, caboc}$  – tensão no centro de gravidade dos cabos

$\sigma_{c,p0g}$  – valor final de tensão para determinação da parcela relativa à fluência do concreto

(depois de calculada a perda)

$\Delta\sigma_{cg,s}$  – tensão no centro de gravidade dos cabos para determinação da perda por fluência

$\Delta\sigma_{p,c}$  – perda de protensão devida à fluência do concreto

$\Delta\sigma_{p,s}$  – perda de protensão devida à retração do concreto

$\Delta\sigma_{p,r}$  – perda de protensão devida à relaxação da armadura

$\Delta\sigma_{p,c+s+r}$  – soma das perdas de protensão devidas à fluência e retração do concreto e

ancoragem da armadura

$\Delta\sigma_{pt=\infty}$  – perda de protensão no instante  $t = \infty$

$\sigma_{pt = \infty}$  – tensão de protensão no instante  $t = \infty$

$\Delta\sigma_{p(t, t_0)}$  – perda de protensão considerando-as como perdas progressivas

$\sigma_p$  – tensão na armadura de protensão no tempo infinito devido o pré-alongamento e a deformação da seção para que seja obtido o equilíbrio na flexão

$\sigma_{cp}$  – tensão na seção de concreto

$\epsilon_{1s}$  – coeficiente dependente da umidade relativa do ambiente e da consistência do concreto

$\epsilon_{2s}$  – coeficiente dependente da espessura fictícia

$h_{fic}$  – espessura fictícia

$\gamma$  – coeficiente dependente da umidade relativa do ambiente

$\epsilon_\ell$  – deformação decorrente do aço conforme a pista de protensão e sistema de ancoragem

$\Delta\ell$  – acomodação ou recuo característico da ancoragem (valor que pode ser medido nas fábricas)

$L$  – comprimento da pista de protensão

$E_p$  – módulo de elasticidade do aço de armadura ativa

$E_c$  – módulo de elasticidade do concreto

$\Psi_{(t, t_0)}$  – coeficiente adimensional

$\Psi_{1000}$  – coeficiente obtido pela tabela 8.3 da NBR6118:2003, fazendo-se a relação entre a tensão no instante  $t_0$  e a tensão última de protensão no aço

$\alpha$  ou  $\alpha_p$  - relação entre os módulos de elasticidade do aço e do concreto

$e_s$  – excentricidade do cabo inferior na seção simples

$e_c$  – excentricidade do cabo inferior na seção composta

$e_{c'}$  – excentricidade do cabo superior na seção composta

$\varphi(t, t_0)$  – coeficiente de fluência

$\epsilon_{cs}(t, t_0)$  – coeficiente de retração

$\beta_s(t)$  e  $\beta_s(t_0)$  – coeficiente relativo à retração no instante  $t$  ou  $t_0$

$\chi(t, t_0)$  – coeficiente de fluência do aço

$\rho_p$  - taxa geométrica da armadura de protensão

$I_c$  ou  $I$  – inércia da seção de concreto

$W_i$  ou  $W_s$  – módulo de resistência da seção inicial em relação ao bordo inferior ou superior, respectivamente

$l_{bpd}$  – distância de regularização das tensões

$l_{bpt}$  – comprimento de transferência da protensão

$\phi$  – diâmetro das barras de armadura

$a_p$  – flecha devida ao efeito da protensão

$a_{\Delta p}$  – flecha devida ao efeito da perda de protensão

$a_v$  – flecha devida à intensidade ‘ $v$ ’ considerada

$a_{g1}$  – flecha devida ao efeito do peso próprio

$a_{g2}$  – flecha devida ao efeito da carga da capa

$a_{g3}$  – flecha devida ao efeito da carga de revestimento

$a_{0,4q}$  – flecha devida ao efeito da carga acidental minorada por  $\Psi_2 = 0,4$

$a_{t=0}$  – flecha no instante  $t=0$

$a_{total}$  – flecha total no instante  $t = \infty$

$\Delta p$  – tensão devida à perda de protensão

$V_{rd}$  – valor de cálculo da força cortante resistente ao cisalhamento

$V_{sd,m}$  – força cortante de cálculo

$v$  – intensidade considerada

$l$  - vão do elemento considerado

$\tau_{rd}$  – tensões de cisalhamento resistentes de cálculo

$\rho_t$  – coeficiente adimensional

$k = |1,6 - d| \geq 1$  – coeficiente adimensional (situação em que mais de 50% da armadura inferior chega aos apoios, caso contrário  $k = 1$ )

## RESUMO

---

Petrucelli, N. S. Considerações sobre Projeto e Fabricação de Lajes Alveolares Protendidas. Dissertação de Mestrado. Universidade Federal de São Carlos. São Carlos, 2009.

O presente trabalho descreve os procedimentos de fabricação e montagem utilizados no sistema de lajes alveolares em concreto protendido, juntamente com recomendações para apresentação e execução dos projetos a fim de otimizar o uso desses elementos quanto a sua funcionalidade, prezando manter a qualidade e a durabilidade dos mesmos. Para isso, mostra-se sucintamente a teoria aplicada para o desenvolvimento dos cálculos e verificações nos estados limites último e de serviço, levando-se em conta o comportamento dos elementos à flexão, ao cisalhamento, assim como as deformações excessivas, além de tratar das perdas de protensão, que se mostram de grande importância para o resultado final. Com isso, cria-se um roteiro para resolver dois exemplos numéricos, os quais partem de uma seção pré-estabelecida, com base em tabelas publicadas, em que relacionam a sobrecarga e o vão máximo que a laje pode atingir. Em seguida, são comparados os resultados obtidos nos exemplos com os valores que as tabelas apresentam e feitos os comentários pertinentes. Finalmente, são fornecidas as conclusões e comentários para melhorias no setor de projeto e produção de lajes alveolares, seguidos de sugestões para trabalhos futuros.

**Palavras-Chave:** Laje Alveolar. Projeto. Pré-fabricados. Cálculo. Verificações.

## ABSTRACT

---

Petrucelli, N. S. Considerations for Design and Manufacture of Prestressed Hollow Core Slabs. Dissertação de Mestrado. Universidade Federal de São Carlos. São Carlos, 2009.

This work describes the procedures used in the manufacture and assembly of prestressed concrete hollow core slab systems, along with recommendations for presentation and implementation of projects in order to optimize the use of such elements and also its functionality, trying to keep the same quality and durability. So, it is briefly shown that the theory applied to the development of calculations and verifications in the ultimate and service states, considering the bending behavior of the panels, the shear and the excessive deformation, and prestress losses that are of great importance for the final results. Therefore, it creates a scheme to solve two numerical examples which come from a cross-section pre-established on the basis of tables published that are related to overload and long spans which the slab can achieve. Then compare the results obtained in the examples with the values that the tables showed and then do relevant comments. Finally, the conclusions are provided and comments for improvements in the sector of design and production of hollow core slabs, followed by suggestions for future work.

**Key Words:** Hollow Core Slabs. Design. Precast. Calculation. Verification.

## **INTRODUÇÃO AO SISTEMA DE LAJES ALVEOLARES PROTENDIDAS**

Elementos de lajes alveolares protendidas são um dos mais modernos produtos na indústria de concreto pré-fabricado. São frequentemente usados em uma variedade de projetos em todo o mundo, constituindo-se em eficientes componentes para pavimentos e para a vedação lateral de edifícios industriais, comerciais e residenciais. Embora sendo mais conhecido como um sistema de produção de edificações com repetitividade em larga escala, também chegam a ser usados em pontes.

Apesar de apresentarem variações na seção transversal e no método de produção, possuem como características essenciais os alvéolos - núcleos vazios longitudinais - e as cordoalhas de protensão como a única armadura presente, responsáveis pelo aumento da capacidade portante, redução de deslocamentos verticais e diminuição da fissuração no concreto. As cordoalhas podem estar dispostas nas fibras inferiores como também nas fibras superiores, dependendo da solicitação da peça.

Esse sistema é caracterizado principalmente pela rapidez de execução e montagem. A protensão proporciona a redução na espessura e os alvéolos minimizam o peso do pavimento. Destaca-se ainda a qualidade do acabamento da superfície inferior, a qual permite sua utilização sem necessitar de nenhum tratamento. A presença dos alvéolos permite abrigar dutos para redes elétricas ou hidráulicas, melhorando o aproveitamento dos espaços, desde que devidamente posicionados nas peças, além de terem excelentes propriedades térmicas e acústicas.

### **1.1. OBJETIVOS DO TRABALHO**

Pretende-se definir um modelo de cálculo para dimensionamento de elementos de lajes alveolares em situações usuais quanto a esforços de flexão e cisalhamento, também determinando as deformações que ocorrem, conforme NBR6118:2003, apresentando-se um roteiro para tal, destacando-se a importância das perdas de protensão.

Definir recomendações para detalhamento em projeto, indicando as melhores situações para modulação dos painéis e evitando aquelas que podem comprometer estruturalmente a peça, obtendo-se a qualidade final desejada. Apresentar ainda o processo de fabricação completo e montagem em obra, como maneira de esclarecer e ajudar a difundir essa metodologia pouco conhecida, apontando as dificuldades de execução.

Como objetivo secundário, servir de auxílio para elaboração de novas pesquisas e complemento à normalização vigente, quanto a um melhor desenvolvimento desde a produção de um projeto, passando pelo dimensionamento e chegando-se à montagem com maior controle de qualidade por parte das empresas investidoras nesse tipo de elemento pré-fabricado.

## 1.2. JUSTIFICATIVA DO TRABALHO

A execução das lajes alveolares protendidas no Brasil tem sido baseada nos processos de fabricação internacionais, principalmente nos modelos da Europa e Estados Unidos. Os equipamentos são importados e o concreto utilizado deve ser adaptado para as condições que essas máquinas trabalham, sendo que para aplicá-lo deve ser feito um estudo do seu comportamento, uma vez que não há outro tipo de estrutura que utilize um concreto com baixo fator água/cimento como para as máquinas extrusoras e moldadoras. No Brasil as lajes ainda são produzidas em sua grande maioria com baixas espessuras, variando de 10 a 30 cm, havendo grande dificuldade durante a produção, por se tratarem de peças mais delicadas, enquanto que nos outros países já são mais freqüentes lajes com espessuras chegando até a 70 cm.

Por se tratar de um produto que apresenta pouca literatura nacional, com normas ainda em desenvolvimento, existem poucos profissionais com conhecimento nessa área que possam se responsabilizar pelo dimensionamento, produção e comportamento dessas lajes. Assim, com base nas bibliografias estrangeiras, é apresentado às empresas um conjunto de tabelas onde são indicados os tipos de lajes (espessura da seção, quantidade e posicionamento dos cabos), vãos, sobrecargas máximas admitidas, valores das deformações, entre outros. A partir desses valores os projetistas indicam quais lajes serão utilizadas para cada pavimento.

Com isso, faz-se necessário um estudo metucioso sobre o dimensionamento de lajes alveolares protendidas para verificação da capacidade à flexão e cisalhamento, sendo o segundo normalmente o mais crítico, uma vez que não existe armadura para combater esse esforço, além da importância de verificar as deformações que essas lajes sofrem, as quais apresentam muita variação ao longo do período de exposição tanto no estoque quanto em obra.

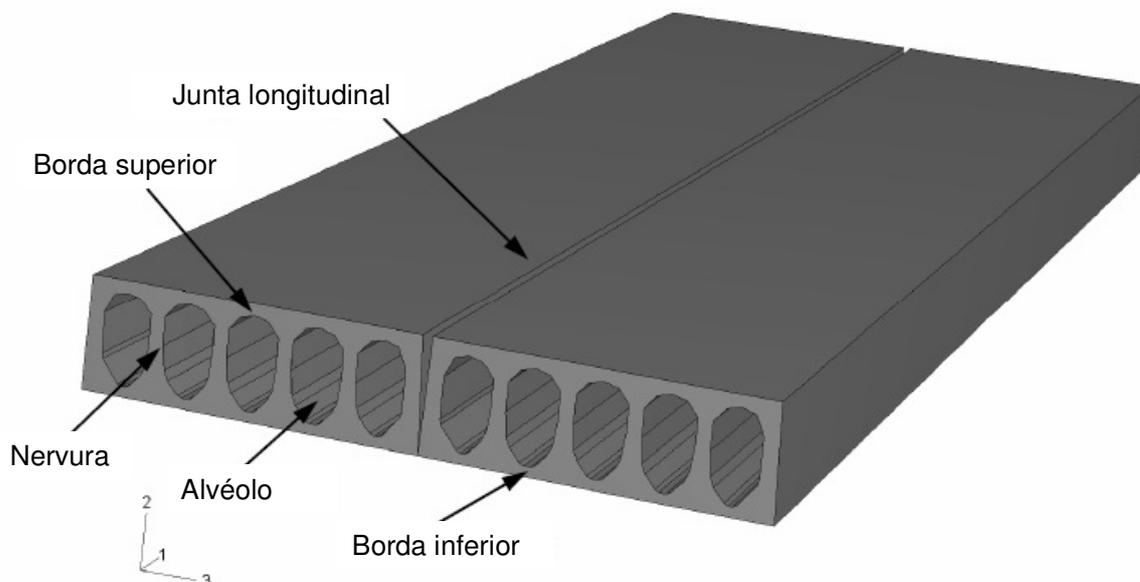
Para avaliar o comportamento estrutural de um elemento também se deve considerar o processo de produção fabril e da execução em obra, os quais são conhecidos pela sua simplicidade e com isso pouco difundidos, sendo que existem inúmeras peculiaridades que podem facilitar ou dificultar essas etapas. Esses detalhes valem ser mostrados para que o processo seja conhecido como um todo, desde a avaliação da situação em projeto até o momento em que as lajes são finalmente entregues e montadas na obra.

Finalmente, através deste trabalho pretende-se contribuir às literaturas nacionais ampliando o conhecimento sobre lajes alveolares protendidas, visando um melhoramento no desenvolvimento de projetos e de procedimentos tecnológicos de fabricação.

## 1.3. BREVE REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

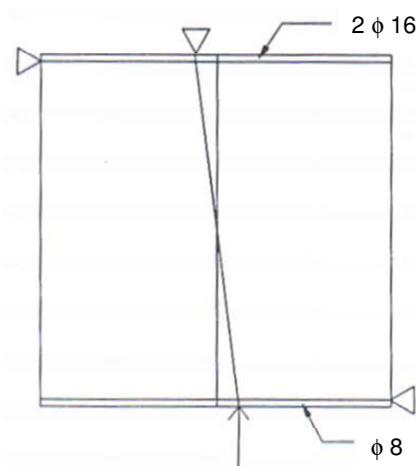
Como o objetivo deste trabalho é definir um modelo de cálculo para dimensionamento dos painéis alveolares quanto aos esforços de flexão e cisalhamento, e também verificar os estados de utilização sempre conforme a NBR6118:2003 e a NBR9062:2006, destaca-se que não são comentadas e apresentadas aqui as teorias e procedimentos referentes ao comportamento de septo do pavimento, nem são analisadas as questões de juntas e outras ligações presentes nos pavimentos executados nos pavimentos com lajes alveolares.

Sejam os painéis alveolares indicados na figura 1.1 a seguir:



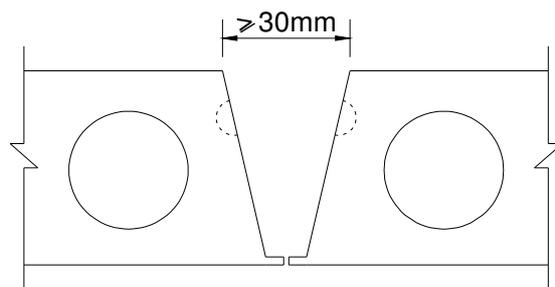
**Figura 1.1:** Unidades alveolares e suas diferentes partes (fonte: Rettne e Edekling, 2006).

Assim, aqui não se apresenta a análise do comportamento das chaves de cisalhamento obtidas pelo preenchimento da junta longitudinal (visto na figura 1.1). Algumas informações a esse respeito podem ser vistas em FIP (1992), e na figura 1.2 mostra-se ensaio sobre essa ligação.

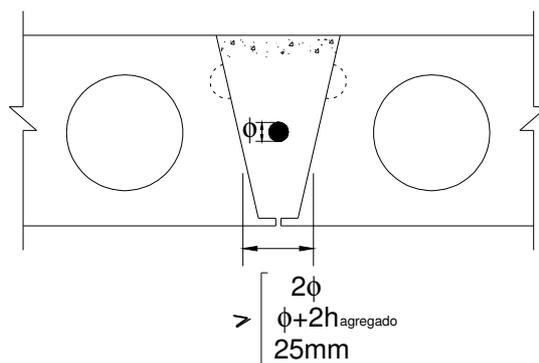


**Figura 1.2:** Esquema de carregamento do ensaio de cisalhamento puro nas lajes unidas (fonte: FIP, 1992).

Ainda a esse respeito, a publicação FIB (2002) indica disposições construtivas a serem usadas nessas ligações entre as unidades alveolares, como as indicadas na figura 1.3 a e b, e com dimensões mínimas, como as mostradas na figura 1.4.

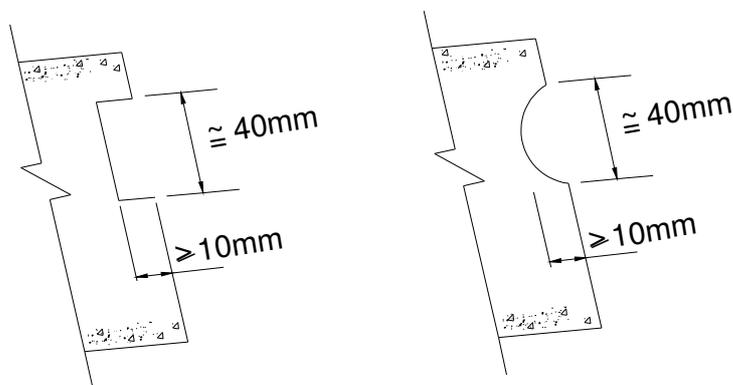


a) Abertura necessária ao adequado preenchimento da junta longitudinal.



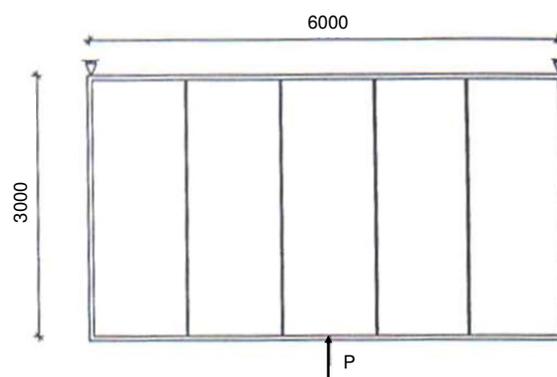
b) Espaço destinado ao emprego de armadura.

**Figura 1.3:** Disposições construtivas das ligações de painéis alveolares (adaptado de FIB, 2000).



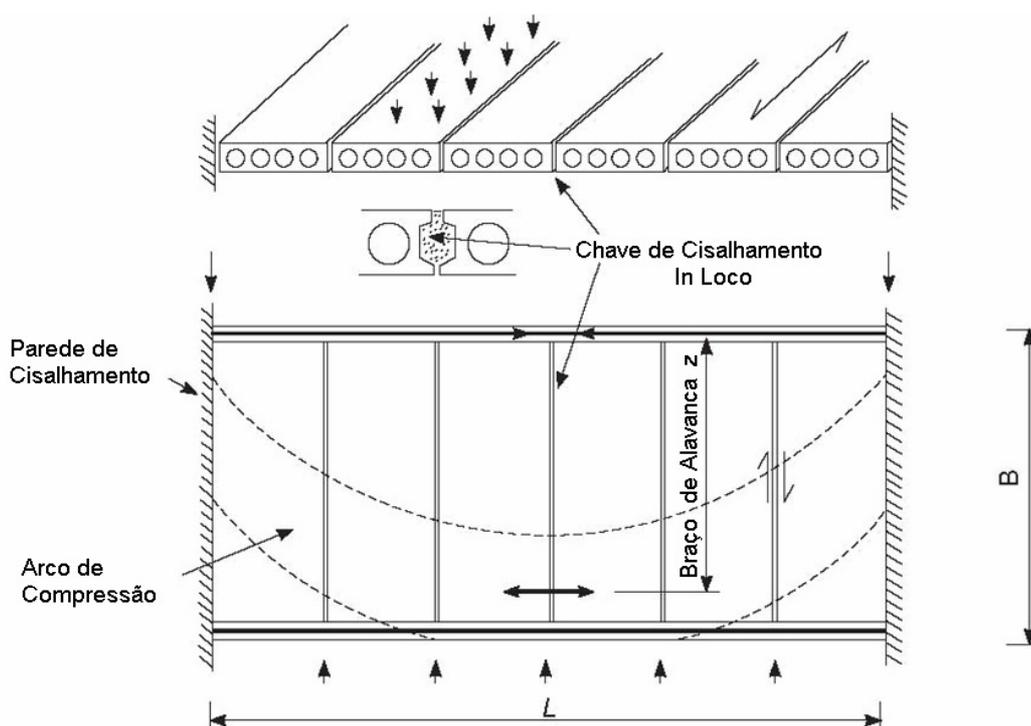
**Figura 1.4:** Disposições mínimas construtivas para as chaves de cisalhamento (adaptado de FIB, 2000).

Também não é estudado neste trabalho comportamento que pode haver como um diafragma ao se considerar a capa, como mostrado em FIP (1992), e com o esquema de ensaio visto na figura 1.5.



**Figura 1.5:** Esquema de carregamento da flexão combinada e ensaio de cisalhamento do campo da laje (fonte: FIP, 1992).

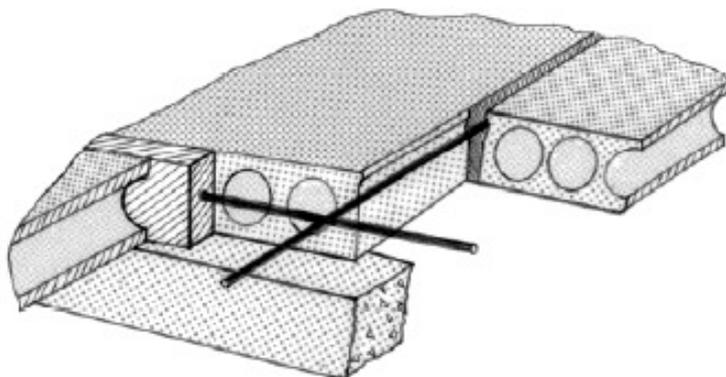
O efeito diafragma, conforme Elliott (2002), pode ser analisado considerando que as chaves de cisalhamento permitam que os diversos painéis funcionem como uma “viga-parede” composta pelos diversos painéis alveolares que irão absorver esforços laterais na estrutura e transferi-los para paredes verticais, denominadas de “paredes de cisalhamento”, conforme o esquema indicado em 1.6.



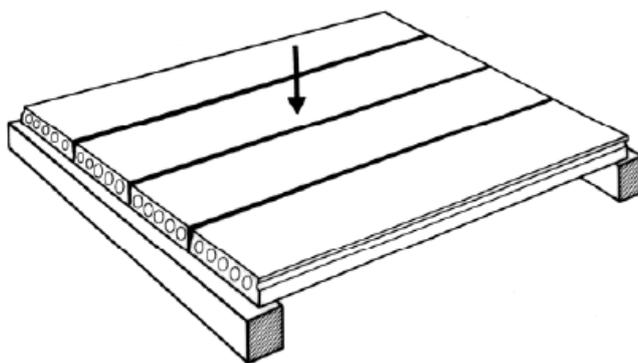
**Figura 1.6:** Elementos de laje alveolar ao formar uma viga-parede para transferência de esforços horizontais (vista em planta) - (fonte: Elliott, 2002).

Assim, nessas situações é preciso considerar a transferência de cisalhamento entre os elementos alveolares para as seguintes situações: a) Laje com laje nas juntas longitudinais do interior; b) Laje com elemento de extremidade em extremidade longitudinal; c) Laje com laje em apoio interior; d) Laje com apoio de extremidade.

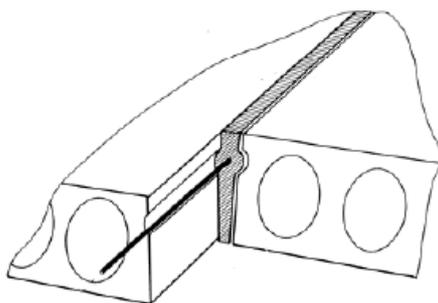
Algumas das situações são mostradas figuras 1.7, 1.8 e 1.9 que se seguem:



**Figura 1.7:** Típico sistema de piso constituído de lajes alveolares (fonte: FIB, 2007).

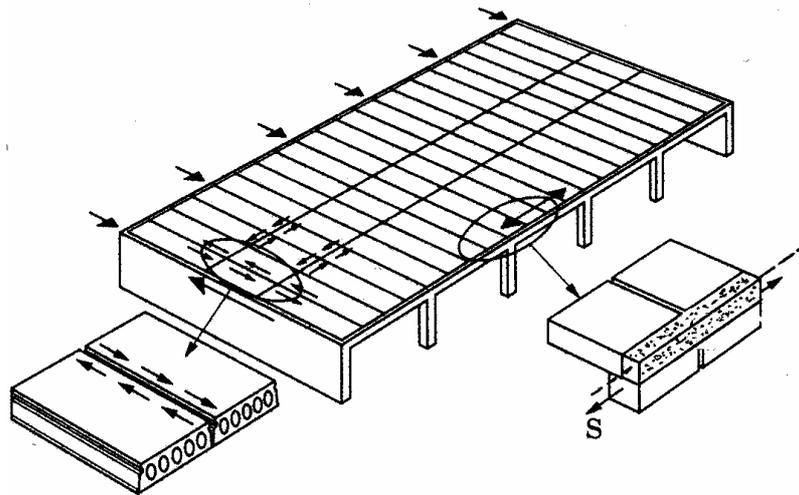


**a)** Distribuição de carga.



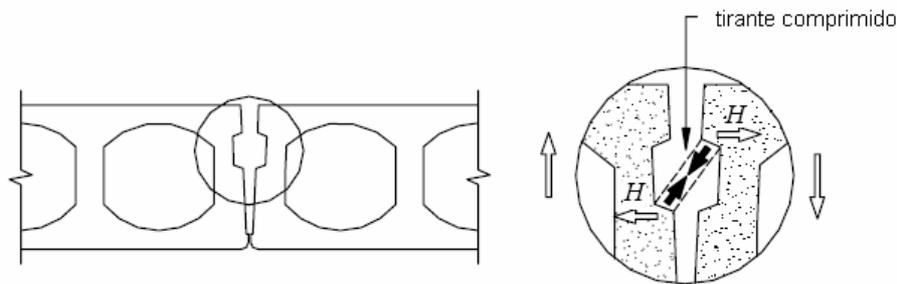
**b)** Detalhe da junta com chave de cisalhamento longitudinal.

**Figura 1.8:** Interação e distribuição transversal dos efeitos do carregamento entre os elementos alveolares adjacentes que são alcançados pela transferência de cisalhamento através das juntas longitudinais (fonte: FIB, 2007).

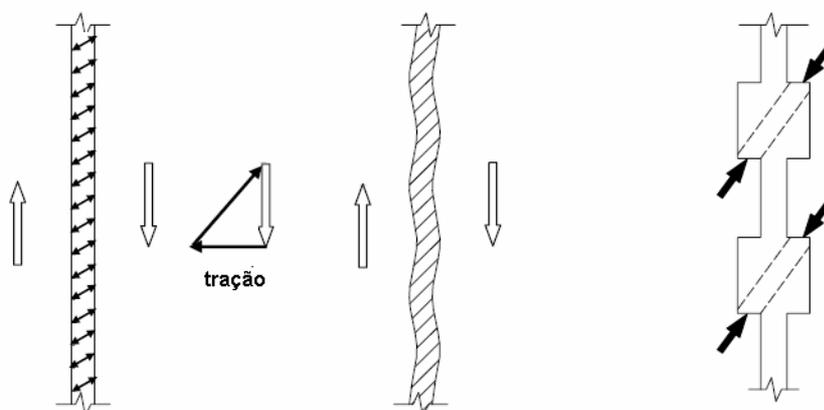


**Figura 1.9:** Ação diafragma em pisos pré-moldados (fonte: Ferreira, 2007).

Os mecanismos de resistência nas juntas podem ser vistos nos esquemas das figuras 1.10 e 1.11:

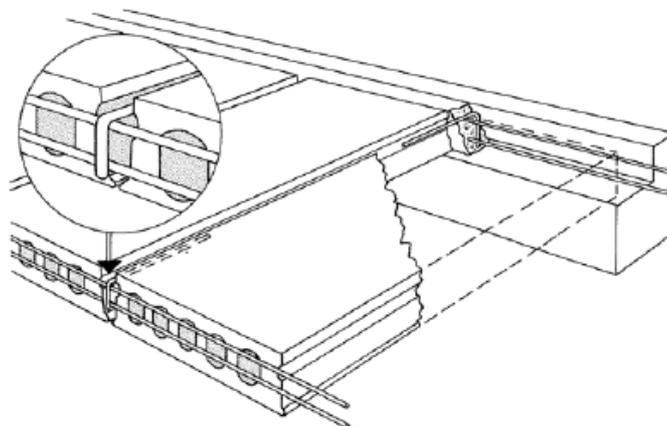


**Figura 1.10:** Mecanismo de transferência (chave de cisalhamento) na junta entre as lajes alveolares. A força horizontal resultante  $H$  deve ser resistida para evitar a separação das lajes entre si (fonte: FIB, 2007).



**Figura 1.11:** Mecanismo de transferência de cisalhamento (fonte: FIB, 2007).

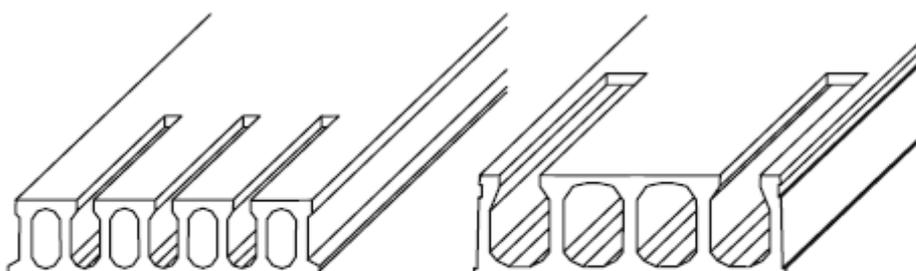
Finalmente, quando se opta por usar núcleos centrais ou parede de cisalhamento para se absorver os esforços laterais e garantir a estabilidade global da estrutura, pode-se armar as ligações lajes/vigas, como mostram as figuras seguintes 1.12, 1.13, 1.14 e 1.15.



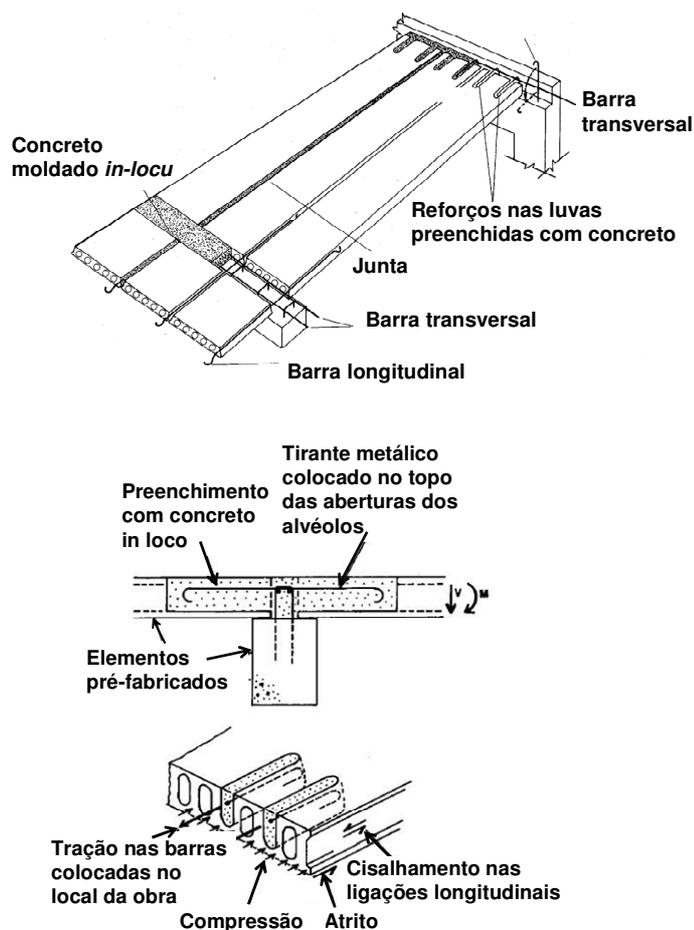
**Figura 1.12:** Exemplo de concentração de armadura nas juntas longitudinais e transversais (fonte: FIB, 2007).



**Figura 1.13:** Armadura de continuidade do momento negativo localizada nas aberturas feitas na parte superior das unidades alveolares (fonte: Ferreira, 2007).

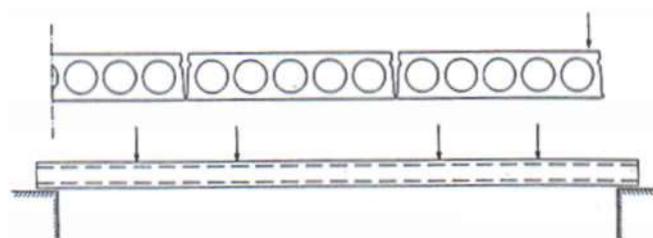


**Figura 1.14:** Aberturas nos alvéolos próximas aos apoios (fonte: FIB, 2007).



**Figura 1.15:** Esquema de ligações usuais para as lajes alveolares (fonte: Ferreira, 2007).

O método de cálculo da flexão transversal entre os painéis pode ser vista na FIP (1992), e o esquema de ensaios desse tipo de solicitação, como o mostrado na figura 1.16, e resultados desses são encontrados em El Debs (2000).



**Figura 1.16:** Esquema de carregamento em ensaio de carregamento transversal (fonte: FIP, 2002).

### 1.3.1. Comportamento dos Painéis Alveolares

O comportamento em serviço e próximo ao colapso dos painéis alveolares em situações de ações simples ou combinadas é que acaba por determinar os procedimentos de cálculo e modelos empregados. Desta forma, faz-se um resumo sobre os mecanismos de

ruptura que ocorrem nos painéis segundo os principais pesquisadores que realizaram ensaios com este fim.

De acordo com Yang (1994), Pajari (1989), Girhammar (1992) e Rettne e Edekling (2006) os painéis podem romper nos seguintes modos:

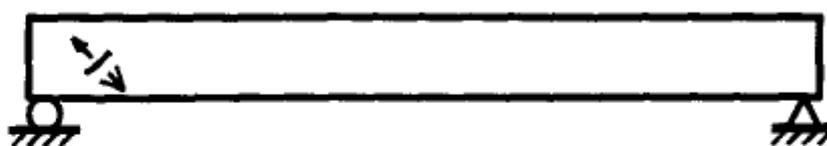
Mecanismos de falha devidos à flexão:

- Fissuração do concreto devida à tração por flexão;
- Deformação excessiva da laje;
- Ruptura das cordoalhas por tração devida à flexão;
- Ruptura do concreto devida à compressão por flexão;
- Fissuração da fibra superior devida à tração por flexão depois de retirada de ancoragem dos cabos protendidos;

Mecanismos de falha devida ao cisalhamento:

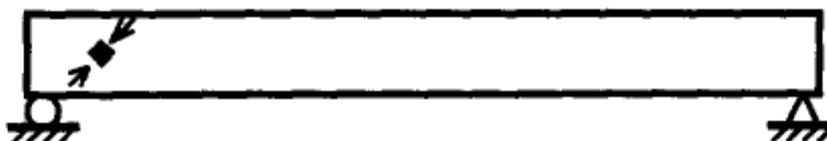
- Falha de ancoragem dos cabos;
- Fissuração do concreto devida à interação de cisalhamento e flexão;
- Falha da nervura por tração devida ao cisalhamento;
- Falha da nervura por compressão devida ao cisalhamento;
- Falha por escorregamento devido ao cisalhamento ao longo de uma fissura inclinada.

De acordo com Yang (1994), pode-se representar uma falha na nervura por cisalhamento (tração diagonal) pela fissura característica inclinada próxima ao apoio, como mostrada em 1.17.



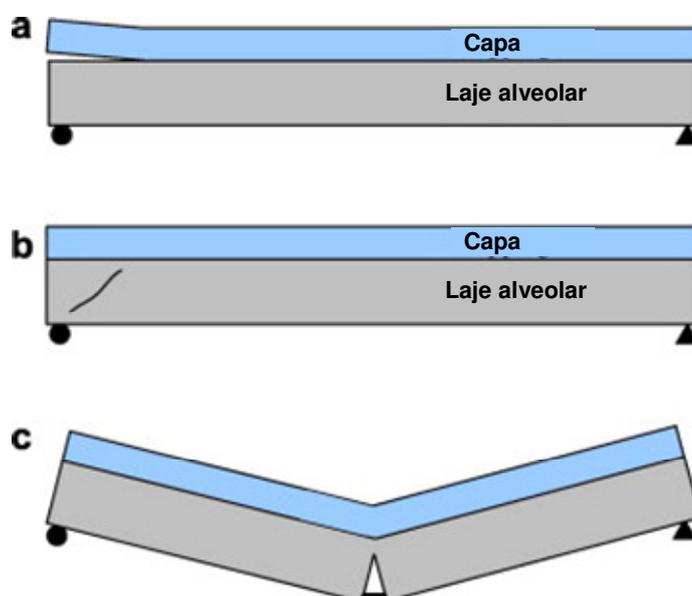
**Figura 1.17:** Falha na nervura por tração devida ao cisalhamento (fonte: Yang, 1994).

Já Telford (1988) apresenta a representação do que seria a ruptura por compressão diagonal (difícil de ocorrer quando não existe armadura transversal), como indica a figura 1.18.



**Figura 1.18:** Falha da nervura por compressão devida ao cisalhamento (fonte: Telford, 1988).

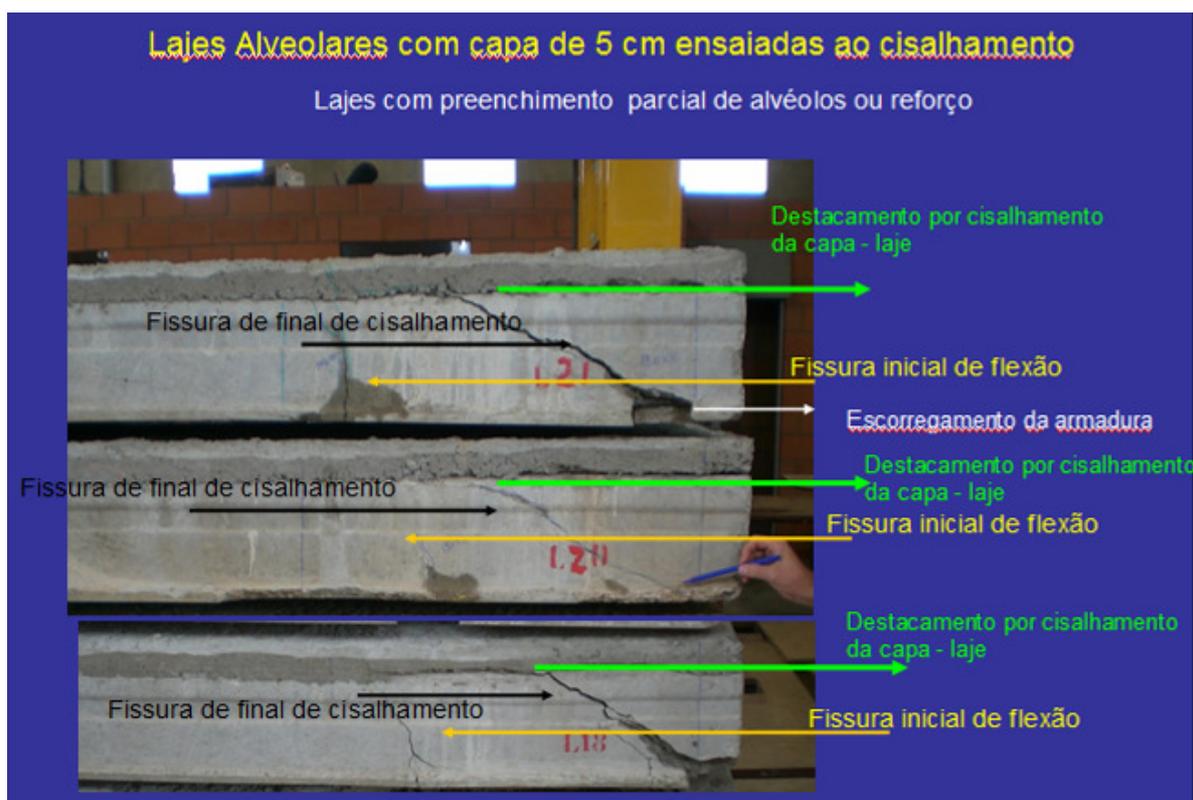
Girhammar e Pajari (2008) identificam a falha por cisalhamento na interface entre o elemento alveolar e a capa de concreto (figura 1.19a); a segunda figura está relacionada à mesma falha apresentada anteriormente, ou seja, por tração diagonal (figura 1.19b); o terceiro mecanismo identificado pelos autores é o da ruptura das cordoalhas na laje alveolar (figura 1.19c);



**Figura 1.19:** Alguns mecanismos de falha que podem acontecer em laje alveolar com a presença de capa. a) Falha por cisalhamento na interface; b) Falha da nervura por tração devido ao cisalhamento; c) Ruptura dos cabos. (fonte: Girhammar e Pajari, 2008).

Em relação à ligação na interface painel/capa, há recomendações claras da NBR 9062:2006, no item 6.3 referente a peças compostas ou mistas, e prescrições similares no EUROCODE:2004, que sendo atendidas evitam este colapso.

Embora os autores não citem a possibilidade do colapso ser atingido por escorregamento da armadura longitudinal, as fotografias da figura 1.20 dos ensaios de Catoia (2009) no NETPRÉ mostram o escorregamento da armadura, que é o último estágio do colapso, o qual se inicia com a fissura de cisalhamento (ocorre bem depois da flexão), seguida da separação da capa e finalmente o escorregamento da armadura.



**Figura 1.20:** Três lajes alveolares com capa e alvéolos parcialmente preenchidos ensaiados ao cisalhamento (cisalhamento com flexão) - (fonte: Catoia, 2009).

### 1.3.2. Ensaios com Painéis Alveolares

Algumas das prescrições normativas utilizadas nos painéis alveolares, principalmente os relativos a cisalhamento, decorreram de experimentos feitos com protótipos de seção retangular. Assim, nos últimos 20 anos, com o aumento do uso desses painéis em situações que podem ocorrer grandes cargas verticais e horizontais, além de efeitos de torção, resolveu-se ensaiar protótipos com seção alveolar para pesquisar o comportamento nesta situação. São referências neste item os ensaios da Universidade de Tecnologia de Chalmers, na Suécia, e do NETPRÉ-UFSCar, no Brasil.

#### 1.3.2.1. Pesquisa Realizada por Pajari e Yang (1994)

Pajari e Yang (1994), realizaram diversos ensaios de cisalhamento em unidades de laje alveolar. Dois diferentes tipos de lajes alveolares foram carregados por uma força de cisalhamento vertical e horizontal, umas sem alvéolos preenchidos e outras com alvéolos preenchidos (como mostrado nas figuras 1.21 a 1.23).

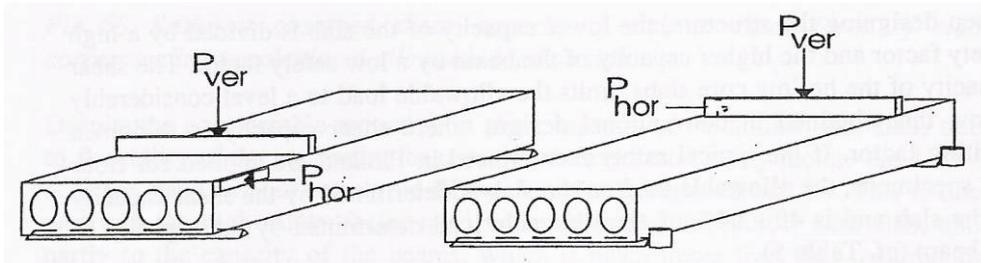


Figura 1.21: Esquema do carregamento do ensaio (fonte: Pajari e Yang, 1994).

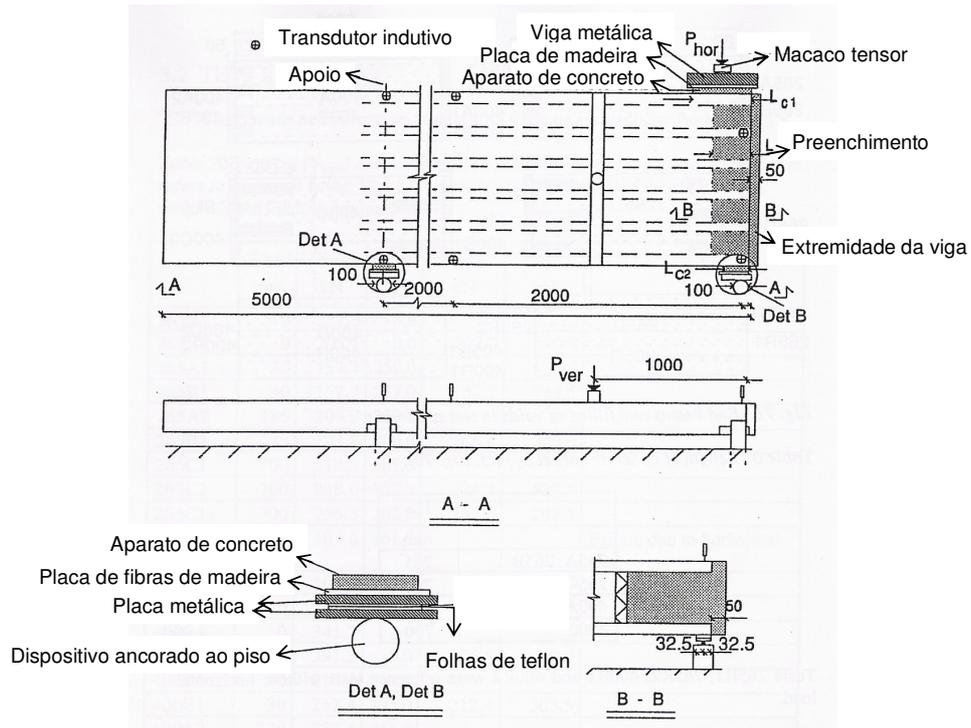


Figura 1.22: Arranjo do carregamento para ensaios de cisalhamento (fonte: Pajari e Yang, 1994).

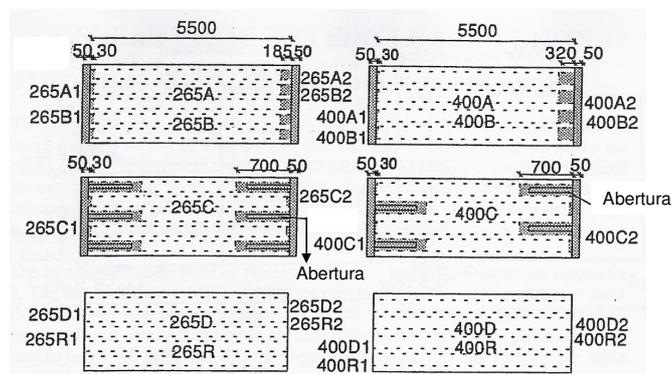
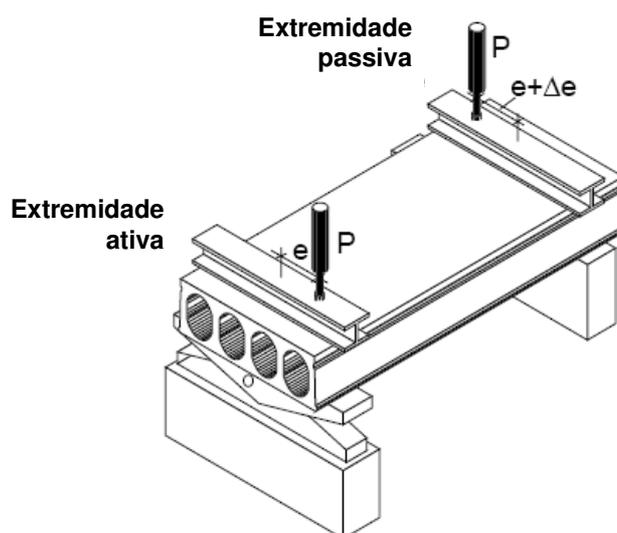


Figura 1.23: Extremidade de vigas e preenchimento dos alvéolos nos modelos de ensaio (fonte: Pajari e Yang, 1994).

Os autores concluíram que nem sempre o esforço horizontal influenciava na carga de ruptura do painel. Isto de certa forma tranquiliza os projetistas que usam esta peça como diafragma.

### 1.3.2.2. Pesquisa Realizada por Pajari (2004)

O estudo neste caso refere-se à capacidade do painel absorver torção que pode estar presente em elementos apoiados em vigas bastante flexíveis. Os ensaios se desenvolveram com o esquema mostrado na figura 1.24.

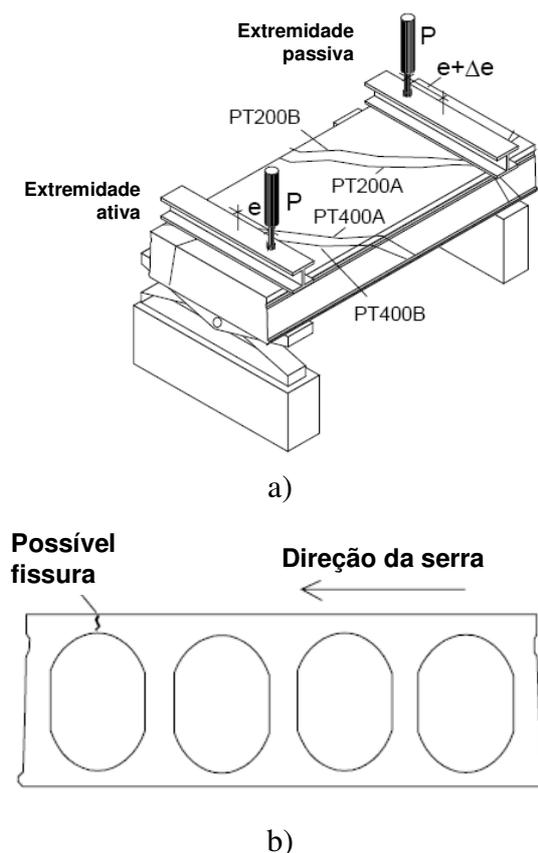


**Figura 1.24:** Esquema do ensaio de um painel alveolar à torção (fonte: Pajari, 2004).

Resumidamente, a conclusão a que se chegou é que a comparação com os valores observados mostra que a rigidez à torção das lajes de 400 mm é prevista com exatidão pelo método de cálculo simples, mas para as lajes de 200 mm os valores previstos são subestimados em cerca de 30%. Na figura 1.25 é mostrado o modo como se deu a ruína das lajes e mostra o efeito do corte da serra no alvéolo.

A resistência à torção, calculada utilizando a resistência média do concreto à tração, é maior do que a observada para as lajes de 400 mm, mas menor do que a resistência observada para as lajes de 200 mm. Utilizando a resistência característica à tração do concreto ao invés da resistência à tração média, ocorreu uma grande redução dos valores previstos, uma vez que a relação entre as resistências previstas e as observadas corresponde a 70% e 60% para a laje de 400 mm e 200 mm, respectivamente.

Curiosamente descobriu-se que o processo de execução da laje interfere diretamente na resistência à torção, pois quando as unidades de laje são cortadas por serra, o concreto não alcança sua resistência final. A ação mecânica da alta velocidade da serra pode causar fissuras longitudinais no local do corte, como indicado na figura 1.25 b. Tais fissuras, devido ao corte por serra ou outras razões podem, às vezes, ser muito longas. Nas unidades de lajes ensaiadas não foram observadas fissuras longitudinais visíveis na borda superior antes do ensaio, mas algum local danificado pode ter existido.

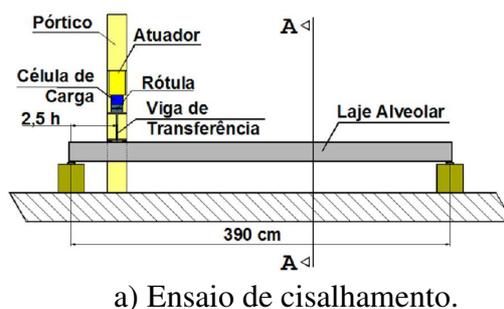


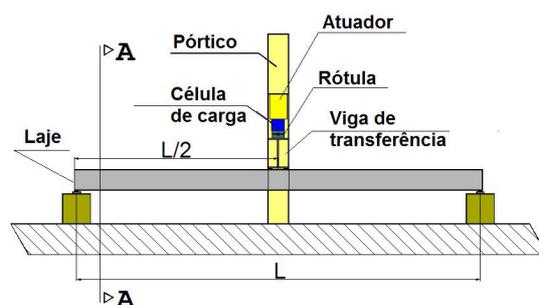
**Figura 1.25:** a) modo de ruína em ensaios; b) fissura causada pelo corte da laje (fonte: Pajari, 2004).

### 1.3.2.3. Pesquisas Realizadas no NETPRÉ

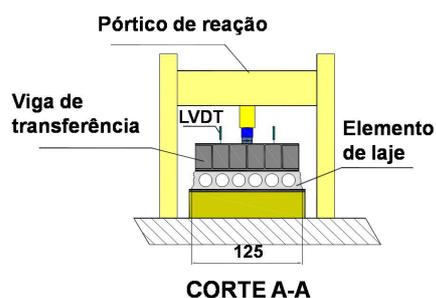
A partir de 2007 foi desenvolvida uma série de ensaios junto ao NETPRÉ-UFSCar, com intuito inicial de validar a fabricação das lajes alveolares junto a fabricantes brasileiros. Esta pesquisa ampliou-se e Catoia (2009) procura estabelecer expressões para o cálculo do cisalhamento em lajes alveolares.

Assim foram feitos ensaios de flexão e cisalhamento com o esquema mostrado na figura 1.26 e publicados em Ferreira (2007).





b) Ensaio de flexão.



c) Posição dos LVDT's para os dois tipos de ensaios.

**Figura 1.26:** Desenho esquemático dos ensaios de cisalhamento e flexão (*fonte: Ferreira - 2007*).

Pode-se dizer que os ensaios do NETPRÉ mostraram, de uma maneira geral, que os valores obtidos para o ensaio à flexão estavam de acordo com a teoria prevista, ou seja, que o preenchimento de concreto nos alvéolos não é eficiente e não aumenta proporcionalmente o esforço de cortante resistido, em relação ao aumento da largura da alma; e para cargas de grande intensidade próximas ao apoio, há uma ruptura por cisalhamento e flexão combinados, que não é inteiramente prevista pelas expressões normativas.

#### 1.3.2.4. Outros Ensaios

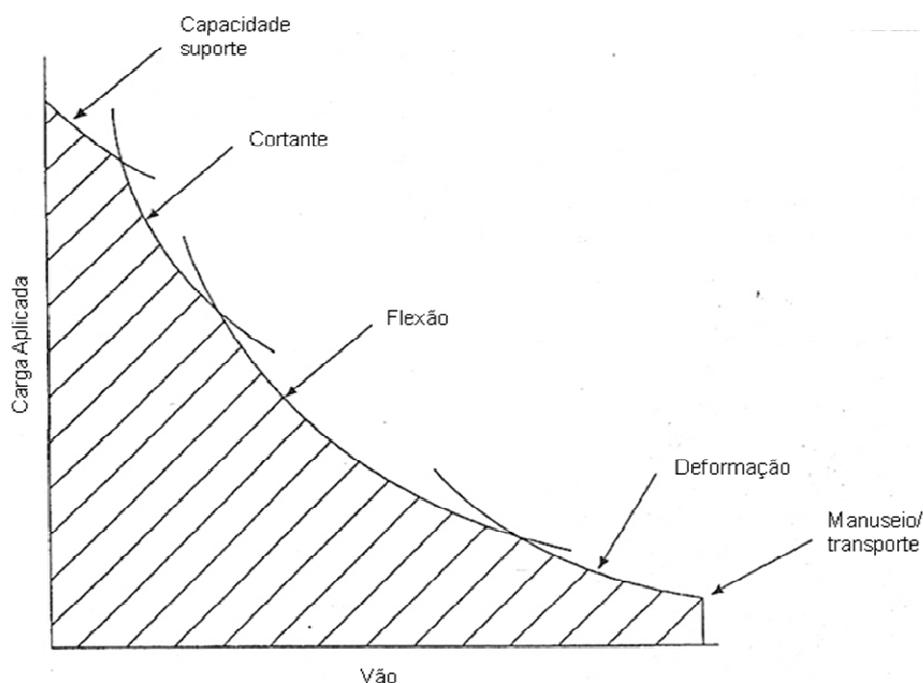
Outros pesquisadores, entre eles Tkalčić et al (2007) e Ajdukiewicz et al (2007), realizaram ensaios para verificarem as expressões normativas da EN 1168:2005 e EN 12504-1:2003.

#### 1.3.3. Análise dos resultados dos ensaios

Em toda a bibliografia consultada, a mais clara, no que diz respeito aos objetivos deste trabalho, é a apresentada por Elliott (2002), em que são feitas as verificações pertinentes de um painel alveolar para considerar calculado e detalhado segundo os esforços que serão submetidos. Verifica-se, então, que apesar do grande alarde e busca de expressões para a determinação do esforço resistente de cisalhamento, para casos usuais de carregamento, a prescrição normativa da NBR6118:2003, oriunda das expressões dos códigos europeus, dá

boa resposta. Assim, a investigação que se procede hoje no meio acadêmico diz respeito a situações peculiares que poderão ocorrer segundo a atuação de cargas concentradas de grande intensidade ou vãos pequenos com cargas distribuídas de grande intensidade. Este assunto tem merecido a atenção, pois se planeja o uso deste tipo de painéis para pisos de portos e aeroportos, que necessitam sustentar cargas não usuais. Nestas situações, os estudos experimentais e as análises numéricas com elementos finitos para projetar geometria de seção transversal de laje junto ao apoio tornam-se importantes. Nos casos usuais, se o esforço cortante começar a ser importante, recomenda-se aumentar a altura da laje, ou seja, adotar uma laje mais espessa para o projeto em questão.

Assim Elliott (2002), ao tratar do problema de cálculo e verificação de lajes, apresenta o gráfico da figura 1.27.



**Figura 1.27:** Situações críticas variando conforme carga aplicada e vão (fonte: Elliott, 2002).

No gráfico da figura 1.27, fica nítida que a influência do cisalhamento se dá para vãos pequenos e grandes intensidades de ação distribuída ou concentrada.

Esta é a mesma conclusão obtida por Melo (2004) no *Manual Munte*, em trabalho desenvolvido pelo escritório de *Zamarion e Millen*, cujas tabelas têm sido referência para o uso de lajes alveolares no Brasil.

Assim, neste trabalho onde se procura usar apenas cargas e vãos usuais (vãos de 6 a 12 m e cargas distribuídas de 2 a 8 kN/m<sup>2</sup>) não se fará referência às condições de ruptura de cisalhamento previstos nos ensaios dos últimos anos, pois estas não deverão ocorrer, já que não são as determinantes nestas situações, embora devam ser realizadas as suas verificações.

#### **1.4. APRESENTAÇÃO DO TRABALHO**

No capítulo 1 consta um texto introdutório sobre o sistema de lajes alveolares protendidas e há também a descrição dos objetivos deste trabalho, bem como suas justificativas e uma breve revisão bibliográfica.

O capítulo 2 trata de projeto, produção e execução do pavimento com lajes alveolares. Neste capítulo é mostrado como é o processo de fabricação de um painel, desde o preparo das pistas de protensão até a estocagem em fábrica. Mostra os cuidados a serem tomados dentro das fábricas para alcançar a qualidade de um elemento pré-fabricado, e também o que deve constar nos projetos de fabricação e montagem. Também é tratado o processo de execução desses painéis em um pavimento.

O capítulo 3 apresenta alguns conceitos teóricos resumidos para cálculo de peças pré-fabricadas com pré-tração e um roteiro explicativo para orientação de cálculo desses elementos.

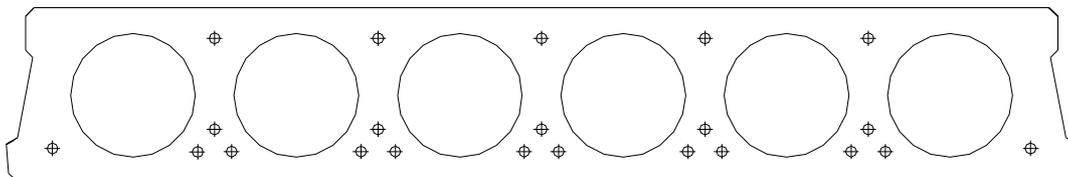
Os exemplos numéricos calculados a partir do mesmo roteiro estão contidos no capítulo 4.

Finalmente, no capítulo 5 estão as considerações finais deste trabalho e sugestões para trabalhos futuros, que contribuam para o desenvolvimento de pesquisas sobre lajes alveolares, sendo este um tema muito recorrente e ainda em desenvolvimento no país.

### PROJETO, PRODUÇÃO E EXECUÇÃO DE PAVIMENTOS COM LAJES ALVEOLARES PROTENDIDAS

O sistema de lajes de piso em concreto pré-moldado oferece uma solução econômica e versátil, que pode ser usada em variados tipos de edificações. Mundialmente, aproximadamente metade das edificações (comerciais e residenciais) utiliza este tipo de piso. Comparado às estruturas moldadas in loco, de madeira e a composição de aço e concreto, as lajes pré-moldadas, para diversas situações, apresentam mais vantagens, tanto no projeto quanto no custo.

Existe uma ampla variedade de sistemas de pisos disponíveis, com soluções econômicas de acordo com a relação sobrecarga/vão. No atual mercado da construção civil, tem obtido maior destaque o sistema de lajes alveolares. São constituídas de seção transversal de concreto com alvéolos (núcleos vazios), que reduzem o peso da estrutura e, em combinação com a protensão, são capazes de cobrir grandes vãos. Os esforços são suportados pela armação em aço protendido no sentido longitudinal e pela resistência à tração do concreto no sentido transversal, já que não há armadura nessa direção. A figura 2.1 mostra uma seção genérica de uma laje alveolar produzida por máquina extrusora com a possível



posição das cordoalhas.

**Figura 2.1:** Seção transversal genérica de uma laje alveolar e as possibilidades de posicionamento de cordoalhas de protensão.

Por se tratar de um produto totalmente industrializado, há um grande controle em todos os aspectos, ou seja:

- Fornecimento de materiais controlados com ensaios, como agregados graúdos e miúdos, aditivos e aços utilizados;
- Validação dos materiais: análises periódicas de resistência e módulo de deformação do concreto.
- Validação da peça: ensaios dos elementos em laboratórios usando equipamentos específicos para verificação do seu comportamento à flexão, cisalhamento e deformações.
- Uso de equipamentos mecanizados que garantem a produção com qualidade, tais como macacos de protensão, medidores de pressão e de deformação, central de dosagem e mistura do concreto, equipamentos de produção de corte e içamento, etc;

- Locais adequados para execução e estoques – pistas de protensão niveladas, com formas metálicas, pátios para estocagem adequada das peças;
- Mão-de-obra específica e treinada: operários especializados, que só fazem a mesma função, e familiarizados com os procedimentos.
- Procedimentos normalizados: todos os procedimentos são devidamente identificados, listados e acompanhados.
- Apoio de escritório de projeto da empresa.

O sistema de produção de lajes alveolares pode ser definido como um processo linear, em que o produto é fabricado de forma contínua, em pistas de protensão com comprimentos variáveis. Os elementos têm medidas definidas em projeto, que são marcadas nas pistas durante a concretagem e, após a cura, são cortadas e estocadas ou transportadas diretamente para a obra. O processo é altamente automatizado e mecanizado, permitindo um controle de qualidade mais rigoroso em fábrica, tornando os resultados teóricos mais próximos dos resultados de ensaios.

Com isso, espera-se que os elementos assim obtidos sejam duráveis, ficando claro que podem ser produzidos em larga escala, exigindo pouca mão-de-obra. Ainda como vantagens pode-se destacar que esse tipos de lajes apresentam:

- Aplicações variáveis, como pisos, forros e paredes;
- Baixos custos de produção (alta produção com mão-de-obra reduzida);
- Bom acabamento na face inferior (podem dispensar o uso de forros);
- Peso próprio reduzido devido à geometria;
- Bom isolamento térmico e acústico.

Porém, as lajes alveolares também apresentam algumas desvantagens, tais como:

- Inflexibilidade em certos casos de projeto, como largura padrão, recortes;
- Resistência à flexão transversal limitada, devido à ausência de armadura nesse sentido;
- Diferentes deformações;
- Requer equipamentos especiais de produção e manuseamento.

O ciclo de produção termina na estocagem das lajes em fábrica, que posteriormente são transportadas para a obra. A montagem é feita com guindastes e em grande velocidade. Após o posicionamento, as lajes são equalizadas (niveladas) e as chavetas são grauteadas no local. Distribui-se, então, as telas soldadas e concreta-se a capa estrutural, que deve ter no mínimo 5 cm de espessura. Normalmente a empresa é responsável por fornecer as lajes e pelo processo de montagem, então a execução da capa fica à cargo do contratante e, assim sendo, cabe aos projetistas apresentar um detalhamento para que seja garantida a qualidade final do piso pronto.

## 2.1. PROCESSO DE FABRICAÇÃO DOS PAINÉIS

Os processos de fabricação mais comumente usados na produção das lajes alveolares protendidas são através de máquinas extrusoras e moldadoras (com formas deslizantes). A manufatura das lajes alveolares está constantemente ligada a um completo processo de automatização. Necessitam de concreto usinado, sendo que alguns produtores utilizam concretos produzidos em usinas próprias, uma máquina para produção e uma para corte, além de sistemas de içamento (pontes rolantes, balancins, garras e cabos de aço).

De um modo geral, as atividades podem ser divididas em oito etapas, sendo elas:

- Preparação das pistas, ou seja, limpeza e aplicação de desmoldante;
- Posicionamento dos cabos e protensão;
- Lançamento do concreto e produção da laje;
- Marcação dos painéis (pré-cortes) e possíveis recortes na pista;
- Endurecimento e cura;
- Liberação da protensão e corte das lajes;
- Içamento e estocagem;
- Recortes e acabamentos (se necessários).

Cada etapa é abordada singularmente nos itens a seguir.

### 2.1.1. *Preparação das Pistas*

Lajes alveolares são produzidas em pistas que chegam a ter 150 m de comprimento, dependendo da disposição do espaço da fábrica. Essas pistas são constituídas de fôrmas metálicas com trilhos para apoiar a máquina que se desloca sobre eles.

As fôrmas devem estar livres de qualquer tipo de sujeira para então aplicar o desmoldante. Sua aplicação pode se dar de diversas formas, podendo ser espalhadas com pulverizador (figura 2.2), com enceradeiras ou com rodos de espuma.



a) Aplicação de desmoldante com pulverizador.



b) Proteção das cordoalhas durante a aplicação de desmoldante.

**Figura 2.2 a e b:** Aplicação de desmoldante.

O produto deve garantir que os painéis saiam da fôrma com a superfície inferior lisa, não permitindo que a nata de cimento grude na pista, pois além de dificultar a limpeza da fôrma, compromete a estética do painel que tem como uma de suas vantagens a ausência do uso de forros. Com isso, destaca-se também a importância na escolha do tipo de desmoldante para que não manche as lajes e não agrida o material que compõe a pista, reduzindo os períodos de manutenção.

Quando se opta pelo pulverizador, existe a possibilidade de espalhar o desmoldante após o posicionamento dos cabos. Neste caso, é extremamente importante proteger as cordoalhas do produto, a fim de que não afete a aderência entre aço e concreto.

### **2.1.2. Posicionamento dos Cabos e Protensão**

Após o preparo da pista, devem-se posicionar os cabos de protensão conforme projeto. Em uma das extremidades, o cabo é preso através de cunhas que são chamadas de “cunhas passivas”. Na outra extremidade, onde ocorre a protensão, são usadas as “cunhas ativas” que são responsáveis pela ancoragem.

Antes de iniciar a protensão é necessário distribuir correntes de proteção ao longo da pista e proteger a região de protensão com uma grade. Existem equipamentos que permitem protender todos os cabos de uma só vez ou apenas um por vez. A figura 2.3 ilustra os macacos de protensão para esse último caso.



**Figura 2.3:** Funcionário posicionando o macaco que protende cada cordoalha isoladamente.

Normalmente são mais usados os macacos que protendem cabo por cabo, mas o ideal é aplicar a protensão em todo o conjunto de uma só vez, pois a tensão do primeiro cabo esticado gera uma pequena deformação na cabeceira, que afetará o alongamento do segundo cabo. Sendo assim, cada cabo influencia o seguinte, havendo uma diferença entre os alongamentos medidos, pois o valor obtido será menor que o real. Como essa diferença é pequena, os calculistas acabam não levando em consideração quando determinam o valor que deverá ter o alongamento.

### ***2.1.3. Lançamento do Concreto e Produção das Lajes***

Como a produção de lajes se dá de forma contínua e com o uso de equipamentos específicos, o sistema requer um concreto com propriedades singulares, tanto para as máquinas extrusoras quanto para as moldadoras.

Ambos trabalham com sistema de vibração e compactação. No sistema de extrusão o concreto é expulso pelo equipamento e comprimido nas paredes do molde. No sistema de formas deslizantes as formas deslizam moldando os alvéolos.

Para o sistema de extrusão em particular, somente concretos com uma relação água/cimento ( $a/c$ ) muito baixa, de aproximadamente 0,30 a 0,40, pode ser usado. Conseqüentemente, altas resistências do concreto podem ser obtidas, variando de aproximadamente 50 MPa a 75 MPa nos testemunhos (corpos-de-prova retirados da laje) para resistência à compressão, e de 4 a 7 MPa para resistência à tração, usando uma quantidade mínima de cimento. Para o sistema de formas deslizantes, geralmente são usadas relações  $a/c$  mais altas, e conseqüentemente as resistências do concreto são usualmente um pouco mais baixas. Devida a essa característica, esse concreto possui maior trabalhabilidade e é possível tornar a superfície mais rugosa, melhorando as condições de aderência entre o concreto da laje e da capa estrutural.

Por se tratar de um concreto com baixa quantidade de água, podendo ser chamado de concreto seco, há grande necessidade de se fazer um estudo bem detalhado para o seu comportamento, já que não é comumente empregado, a não ser para moldagem de lajes

alveolares. O controle de qualidade é singular, uma vez que não há como se fazer o *slump test* e a moldagem de corpos-de-prova deve ser adaptada considerando prescrições da norma, fazendo-se uma simulação do que ocorre com o concreto quando usado na máquina produtora.

Normalmente a própria fábrica tem uma usina para produção do concreto, que é lançado em caçambas e estas levadas à máquina com o uso de carrinhos transportadores ou pontes rolantes, como é visto na figura 2.4. Assim, o concreto é produzido parcialmente até completar a concretagem da pista. É um procedimento rápido e que não exige muitos funcionários, por isso é possível produzir até 500 m<sup>2</sup> de laje por dia, dependendo do comprimento e quantidade de pistas da fábrica.



**Figura 2.4:** Usina de produção de concreto e caçambas posicionadas no carrinho de transporte.

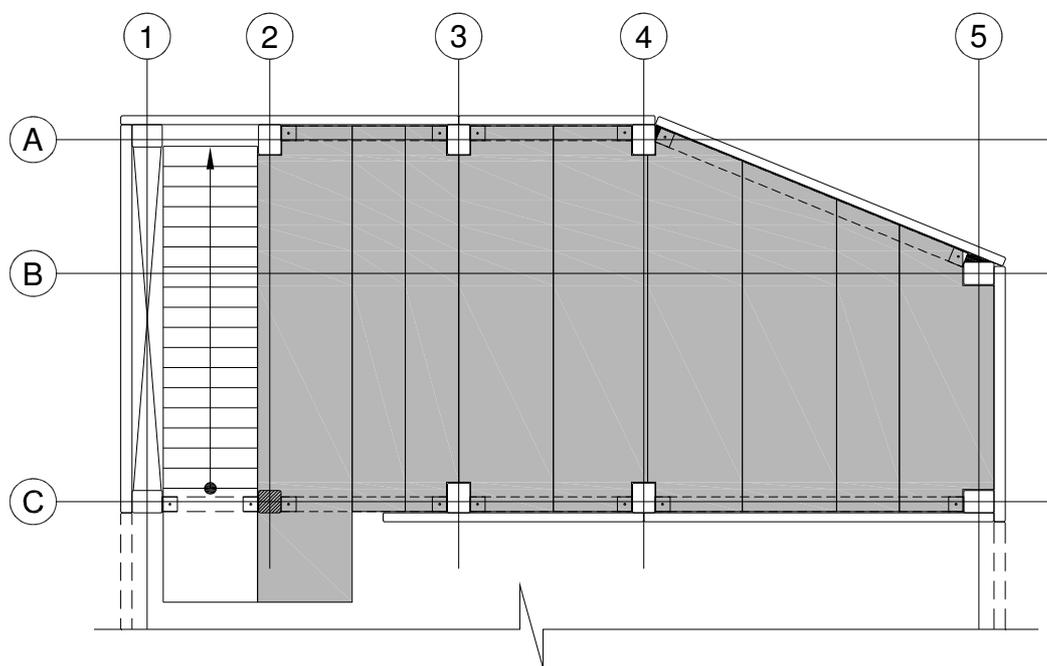
Para garantir o posicionamento correto dos cabos ao longo de toda a pista, pode-se utilizar como solução uma chapa conhecida como “guia-fio”, evitando assim que a vibração da máquina varie suas posições, principalmente quando se utilizam cabos superiores nas lajes. Cabe aos projetistas avaliar essas condições, pois uma pequena variação nos cabos altera o centro de gravidade da peça, que por sua vez influenciará no cálculo das tensões de compressão e tração.

#### **2.1.4. Marcação dos Painéis, Recortes e Cura**

As lajes alveolares podem apresentar recortes junto aos pilares e também serem recortadas longitudinalmente a fim de complementar a modulação e atender as especificidades do projeto arquitetônico, porém essas situações devem respeitar algumas regras para não prejudicar sua funcionalidade.

Devido à arquitetura moderna e, muitas vezes, à necessidade de se aproveitar a totalidade do terreno, os arquitetos elaboram projetos cada vez mais complexos em relação ao formato de sua planta, o que dificulta a modulação de elementos pré-moldados. A figura 2.5

mostra um exemplo de paginação de lajes alveolares, onde ocorrem recortes de pilares, recortes longitudinais e diagonais.



**Figura 2.5:** Exemplo de modulação de um pavimento com lajes alveolares.

Com isso, de acordo com o Melo (2004), são descritos a seguir os cuidados a se tomar durante a paginação:

- Os painéis não podem apresentar folgas entre si;
- Prever folga de 1 cm nos recortes junto aos pilares pré-moldados e no mínimo 2 cm nos pilares moldados no local;
- Evitar corte longitudinal nas lajes – caso isso ocorra, ajustar a medida para que a faixa de laje apresente cordoalhas simétricas e fazer o corte no alvéolo;
- Evitar posicionamento lado a lado de lajes recortadas longitudinalmente;
- Evitar recortes para pilares em lajes recortadas longitudinalmente;
- Evitar recortes no centro para encaixe de pilares;
- Para faixas de lajes de até 1/3 do valor da largura do painel, utilizar concreto moldado no local;
- Para recortes maiores que 2/3 da largura do painel, avaliar a necessidade de reforço e apoio no pilar.

São três tipos de recortes que a laje alveolar pode estar submetida conforme projeto de arquitetura. O mais comum é o recorte junto aos pilares. Dificilmente esse tipo de recorte não é visto em projeto, a menos que se trate de alvenaria estrutural.

É necessário respeitar o tamanho máximo para esses cortes, que ocorrem principalmente na extremidade lateral das lajes. Por se localizar comumente junto aos apoios,

não há um limite pré-estabelecido para seu comprimento, desde que o apoio seja de no mínimo  $2/3$  do valor da largura. Com isso, aceitam cortes em ambas as extremidades de apoio.

Para facilitar o processo, as fábricas têm adotado que os recortes de pilares das lajes devem ser feitos ainda na pista com o concreto fresco (figura 2.6), já que é mais trabalhoso quando o concreto passou pelo processo de cura, evitando assim a necessidade de movimentar peças no estoque, sendo armazenadas prontas para a obra.



**Figura 2.6:** Execução de um recorte de pilar em concreto fresco.

Também junto aos pilares aparecem aqueles recortes localizados na lateral da peça. Esses necessitam de reforço quando o corte ultrapassa o primeiro alvéolo. Devido a esse recorte, a peça apresenta redução de seção no trecho e acabam surgindo fissuras até mesmo antes da protensão, devido à retração, pois esse trecho fica mais suscetível à saída de água, e quando protendida pode atenuar o caso devido ao esforço de cisalhamento introduzido.

No caso de preenchimento de alvéolo e colocação de barras, os recortes são comumente realizados após a produção, com as peças já no estoque. Para reforços com gaiolas na região do apoio, que evitam o efeito de cisalhamento, ou na região dos recortes para evitar o seu quebramento, é preferível que seja feito com o concreto ainda fresco, pois a massa de concreto retirada para o encaixe da armação é relativamente grande, considerando a dificuldade de fazer recorte no concreto das lajes que apresentam alta resistência logo nas primeiras horas. A figura 2.7 mostra o posicionamento das armaduras na laje ainda na pista.



**Figura 2.7:** Reforço no recorte de pilar feito na pista.

Outro tipo de recorte que aparece nos painéis é no sentido longitudinal. É considerado o pior tipo de corte, o qual deve ser evitado, pois pode haver uma distribuição não simétrica de cordoalhas, além de retirar uma das laterais que contém a chave de cisalhamento.

Quando o projeto não apresenta medidas cabíveis de modulação, no caso de projetos com arquitetura mais complexa, essas lajes ocorrem com maior frequência. Assim sendo, deve-se adequar o corte para que seja efetuado nos alvéolos, pois se realizado nas nervuras pode atingir o aço, comprometendo a estrutura, além de ser custoso e demorado. O corte no alvéolo também é mais indicado para trabalhar como chave de cisalhamento quando o painel for montado lado a lado com um painel não recortado.

Se houver necessidade de recorte para adequação de pilar, deverá ser feito na lateral já cortada, desde que permaneça 75% da largura da laje como apoio.

Há ainda situações em que os cortes longitudinais ocorrem parcialmente nas peças, ou seja, não é necessário recortar a laje em todo o seu comprimento, como o caso de painéis faceados com escadas ou aberturas no piso.

Um terceiro tipo de corte é aquele realizado diagonalmente nos painéis. Há grande dificuldade nas fábricas em realizar este recorte, pois normalmente as máquinas de corte para lajes são projetadas para trabalharem com os discos no sentido transversal e longitudinal, não havendo possibilidade de girá-los para atingirem a angulação necessária que os projetos de paginação vêm apresentando cada vez com mais frequência. Assim, os fabricantes de lajes são forçados a terem outra máquina que sejam adaptadas ao corte ou acabam usando equipamentos como as lixadeiras, tornando o processo mais demorado e com menor qualidade. O içamento desse tipo de painel se torna complexo, pois a extremidade recortada é difícil de ser manuseada, gerando torção quando a peça é transportada.

Durante a produção, é importante que os funcionários tenham em mãos o detalhamento das peças para que se faça um pré-corte nas lajes com as medidas do projeto para direcionar a formação de fissuras devido ao grande volume que sofre retração (figura 2.8). Com isso, facilita-se o corte final das lajes, quando da liberação da protensão.



**Figura 2.8:** Execução de um recorte de pilar no painel com concreto fresco.

O processo de cura desse sistema é variado, podendo apresentar cura a vapor, cura térmica ou cura simples (com lona plástica). Qualquer método deve ser bem controlado para garantir a qualidade final da laje, evitando o surgimento de fissuras em trechos indesejados. As curas a vapor e térmica são mais indicadas para acelerar o procedimento a fim de liberar a protensão da pista e permitir nova etapa de produção. Para este tipo de produção não convém utilizar cura química, pois a nata do produto aplicada na superfície da laje pode prejudicar a aderência quando da concretagem da capa.



**Figura 2.9:** Cura com lona térmica.

### **2.1.5. Liberação da Protensão e Corte**

A liberação da protensão está totalmente vinculada ao controle de qualidade que envolve todas as ações sistemáticas e planejadas necessárias para prover a confiança adequada que o produto deve satisfazer de acordo com as exigências de qualidade.

Algumas partes de um sistema de qualidade são de natureza preparativa e preventiva, isto é, projeto, produção e planejamento, enquanto outros controlam a qualidade dos materiais, a manufatura e o processo de construção e o produto final. A protensão das lajes

está vinculada aos materiais e manufatura. Como todos os elementos protendidos, devem ser moldados corpos-de-prova e rompidos para verificação da resistência em algumas horas ( $f_{cj}$ ). A liberação só se dá quando atingida a resistência de projeto e o seu valor depende do tipo de cura e de suas características.

A resistência do concreto para liberação deve ser respeitada, pois seu valor é de extrema importância para que não haja escorregamento de cordoalhas e principalmente para que não se tenha problemas com tração nas peças.

Uma das maiores dificuldades é a confiabilidade nos resultados dos corpos-de-prova, pois as normas não apresentam um procedimento válido para lajes alveolares, já que nestas é usado o concreto seco e, além disso, é necessário desenvolver um método que se aproxime dos efeitos que a máquina fazem no concreto.

A fim de se aproximar de tais efeitos, já foram criados, pelas próprias empresas, procedimentos que simulam a vibração e a compactação no concreto com o uso de mesas vibratórias, fôrmas de corpos-de-provas acoplados na máquina produtora e o próprio uso de vibradores. Podem ser extraídos também testemunhos na região das nervuras, mas estes por serem muito pequenos apresentam muitas disparidades nos resultados e até mesmo valores que não condizem com a realidade.

Existem máquinas específicas que podem efetuar os cortes dos painéis tanto transversalmente quanto longitudinalmente. Os cortes transversais são rápidos, a menos das lajes com altos valores de protensão, pois estas apresentam valores maiores de contraflechas e podem travar o disco durante o corte. Nesse caso, é possível diminuir esse efeito colocando-se pesos no painel para minimizar a contraflecha. Já os cortes longitudinais são mais demorados, mesmo sendo realizados na região dos alvéolos. A figura 2.10 mostra um equipamento de corte com disco para cortes transversais e longitudinais.



a) Execução de um corte transversal na laje.



b) Execução de um corte longitudinal na laje.

**Figura 2.10 a e b:** Cortes transversais e longitudinais em lajes alveolares.

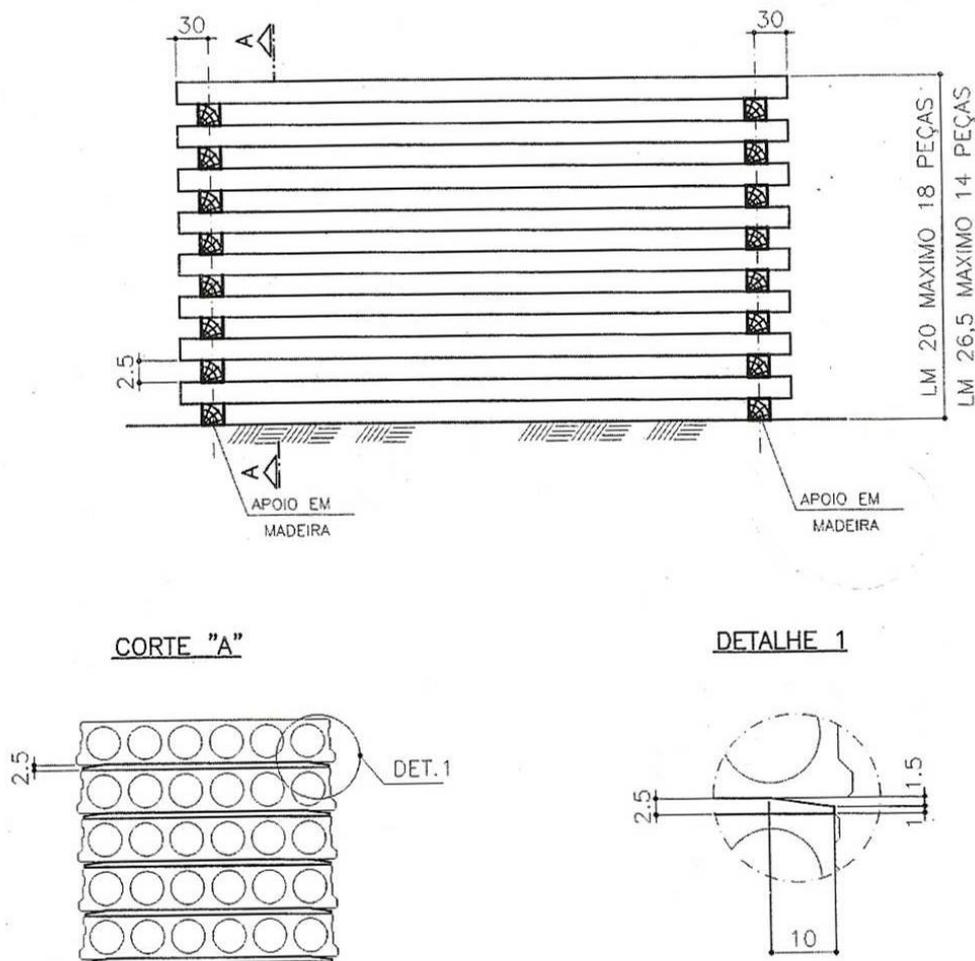
### 2.1.6. *Içamento e Estocagem*

As lajes podem ser içadas das pistas com um sistema de garras e balancins presos ao cabo de aço das pontes rolantes (figura 2.11) ou com ganchos, quando as lajes possuem o sistema de alças, ambos posicionados a 30 cm da extremidade da peça. Quando as lajes já estão empilhadas podem ser movimentadas com o sistema de cantoneiras ligadas ao cabo de aço ou serem laçadas por baixo com fita ou cabo. Nesse caso, dependendo do comprimento da laje e do peso, podem ser içadas até a capacidade de suporte da ponte rolante.



**Figura 2.11:** Içamento das lajes utilizando o sistema de garras e balancins.

No estoque e no transporte devem-se utilizar calços de madeira também a 30 cm da extremidade. As pilhas devem obedecer a um limite máximo de quantidade de lajes, as quais variam de acordo com o peso total e, portanto, com a espessura das lajes. Esses detalhes são vistos na figura 2.12.



**Figura 2.12:** Esquema de armazenamento/estoque de lajes alveolares com exemplo de quantidades máximas por pilha (fonte: Melo, 2004).

Os calços devem ser posicionados de forma alinhada para que as lajes não descarreguem o peso nas demais, evitando o surgimento de esforços de cisalhamento que podem fazer com que as lajes sofram ruptura. A figura 2.13 mostra as duas situações de estocagem. Isso deve ser respeitado também no empilhamento das lajes quando são transportadas e cabe ao responsável pela obra orientar sua equipe quando as lajes forem estocadas no local.



a) Pilha de lajes estocadas com calços alinhados.



b) Lajes com fissuras devida a estoque com calços desalinhados.

**Figura 2.13 a e b:** Lajes estocadas com calços de madeira.

Destaca-se também que é importante evitar a estocagem das peças por longos períodos de tempo em áreas descobertas, pois elas sofrem variações de temperatura por estarem diretamente expostas ao calor do sol e às chuvas, acarretando em um aumento da contraflecha devido ao fenômeno da fluência, principalmente naquelas que ficam na parte de cima das pilhas.

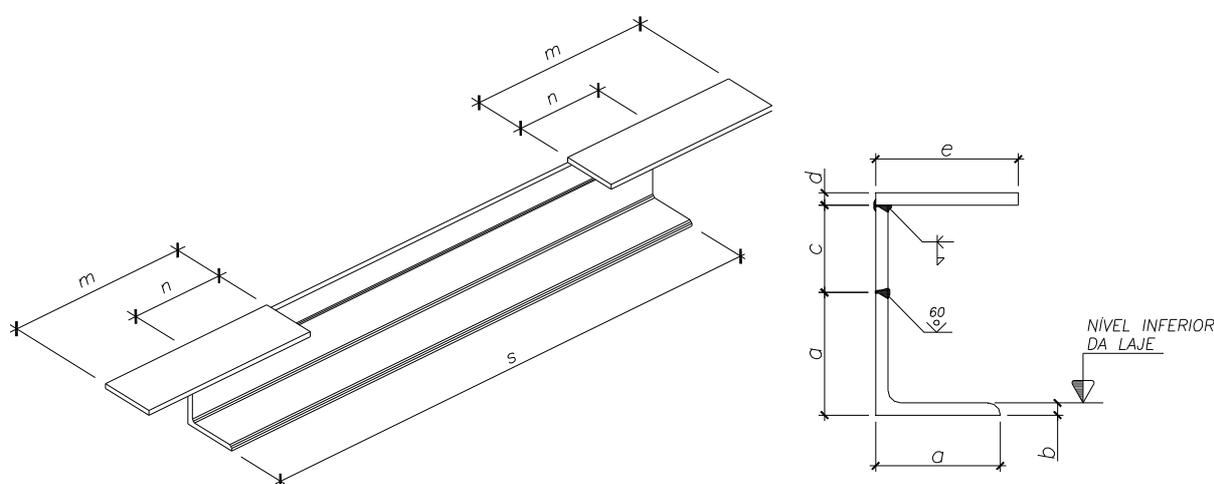
### 2.1.7. Furação e “Shafts”

A laje alveolar de piso permite a execução de furos para eventual passagem de dutos hidráulicos ou elétricos, os quais devem passar obrigatoriamente pelos alvéolos, sem interromper as cordoalhas de protensão, para que não comprometa a peça quanto a sua capacidade de suporte. Esses furos apresentam limites de medidas que variam conforme o tamanho dos alvéolos, sendo estes diferenciados conforme a espessura dos painéis e sua geometria (quanto menor a espessura da laje, maior a quantidade de alvéolos e menor o seu diâmetro).

Segundo Melo (2004), na direção transversal, quanto menos furos melhor. O limite de furos também varia de acordo com o número de alvéolos, porém deve-se limitar a apenas dois furos por seção. É necessário locar os eixos dos alvéolos para ser o centro da execução do furo, e estes preferencialmente devem ser feitos antes do capeamento. No sentido longitudinal há uma tolerância maior, podendo apresentar uma linha de furos a cada 120 cm.

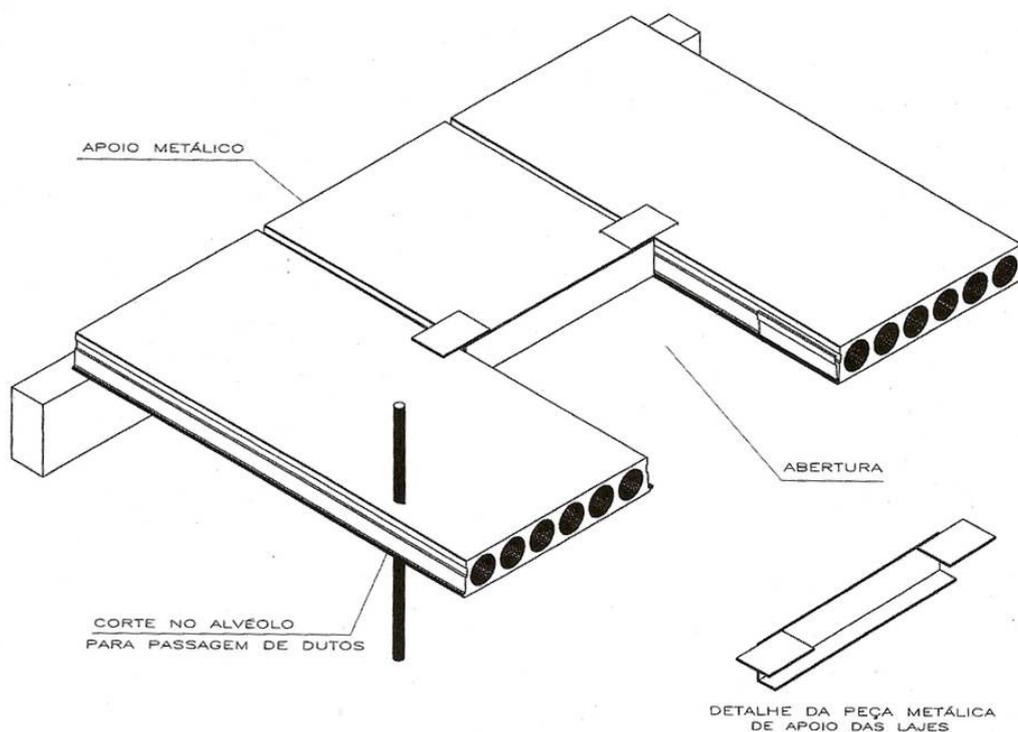
Ainda assim, alguns projetos necessitam de aberturas maiores para passagem de dutos (*shafts*). Esses *shafts* têm a largura de um painel e comprimento variável, já que as lajes são produzidas com qualquer medida.

Apoiada em um perfil metálico especial (figura 2.14), a laje mais curta distribui a carga nas lajes adjacentes. Essa solução requer alguns cuidados a fim de garantir a eficiência estrutural e evitar a ocorrência de patologias, por isso devem-se tomar as precauções a seguir, retiradas de Melo (2004) e que estão ilustradas na figura 2.15:



**Figura 2.14:** Detalhe de um perfil metálico para apoio de lajes alveolares.

- os *shafts* devem ter a largura máxima igual à largura do painel alveolar e ocorrer apenas um *shaft* por elemento;
- podem ocorrer *shafts* em lajes cortadas longitudinalmente, porém não devem receber o suporte metálico;
- devem ser alternados a cada duas lajes, para que um mesmo painel não receba dois apoios metálicos, e posicionados preferencialmente junto aos apoios, para que exista apenas um perfil.



**Figura 2.15:** Esquema de *shaft* com perfil metálico especial (fonte: Melo, 2004).

O fato de os *shafts* serem limitados à largura do painel inviabiliza o emprego de *shafts* maiores, o que traz uma solução em projeto de trechos de lajes moldadas *in loco*. Tal solução é admissível, porém por se tratarem de obras pré-fabricadas, a existência de dois tipos de sistemas construtivos compromete o aspecto estético. Além disso, exige do calculista o dimensionamento desse trecho e o posterior trabalho da equipe de acabamento, sendo que estas variáveis a princípio não estavam previstas quando da venda da obra.

### 2.1.8. Acabamentos

Em algumas situações, as lajes necessitam de acabamentos nos recortes de pilares e até mesmo na superfície ou nas bordas das lajes. Durante o saque, as garras podem machucar os laterais da peça e as cantoneiras acabam danificando uma pequena parte do apoio, que deve ser restaurado para melhor aparência, uma vez que não interfere estruturalmente quando as lajes são apoiadas nas vigas.

Por se tratar de um concreto com baixo fator água/cimento, durante a vibração e compactação o acabamento superficial pode apresentar falhas. Mesmo não havendo comprometimento estrutural, é interessante corrigi-las para melhorar a aparência do produto final, com o uso de brochas e a própria nata de cimento, que se forma na laje durante a produção, sendo um acabamento de melhor aspecto e menos trabalhoso que aqueles feitos posteriormente nas peças, já com o concreto endurecido.

Também existem os casos em que o acabamento inferior fica comprometido pelo mau uso ou má qualidade do desmoldante. Essa é a pior situação, pois dificilmente são usados

forros que escondam as lajes pré-fabricadas, então há uma grande exigência do cliente quanto à superfície extremamente lisa dos painéis. Com isso as lajes devem ser colocadas em cavaletes uma a uma e acabadas com uma nata de cimento que deve ser preparada numa proporção que atinja a tonalidade do concreto, evitando que fiquem manchadas. Pode-se considerar uma etapa desnecessária e que gera um custo não previsto e não embutido, visto que as lajes devem sair das pistas com acabamento perfeito para o uso.

## 2.2. PROCESSO DE EXECUÇÃO NA OBRA (MONTAGEM)

A montagem das lajes alveolares na obra é considerada a mais simples e rápida dentre os elementos pré-fabricados.

Os elementos devem ser retirados das carretas pelos guindastes, com fitas que laçam a laje (figura 2.16a) e posicionados nas vigas respeitando-se a medida do apoio de acordo com projeto de montagem fornecido ao engenheiro responsável. Também no projeto as lajes são nomeadas e numeradas, facilitando ao montador a sequência que ele deve seguir para cobrir todo o pavimento. Chegam a ser montados até 500 m<sup>2</sup> por dia, e isso reflete na necessidade da alta produção diária na fábrica para conseguir cumprir o prazo das obras, não a atrasando por falta do fornecimento de lajes.



a) Içamento de uma laje alveolar.

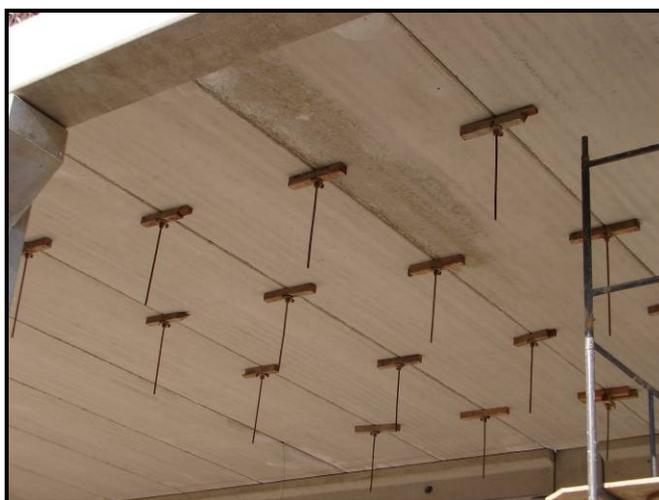


b) Posicionamento de um painel alveolar.

**Figura 2.16 a e b:** Montagem de lajes alveolares.

Apesar da simplicidade na montagem, é necessário o extremo cuidado no encaixe das lajes lado a lado, principalmente quando apresentam recortes de pilares. Estes podem ser danificados, pois a folga em recortes de pilares dada em projeto é pequena, para que não seja preciso dar acabamento posterior. Além disso, quando a obra se trata de estruturas pré-moldadas, a precisão das peças é grande, não sofrendo maiores desvios de medidas. Essas folgas já foram tratadas no item 2.1.4 deste capítulo.

Após finalizar a montagem, as lajes são equalizadas com o uso do sistema de torniquetes (figura 2.17). Esse procedimento deve ser detalhado em projeto para que fique claro à equipe sobre sua execução de maneira correta (figura 2.18).



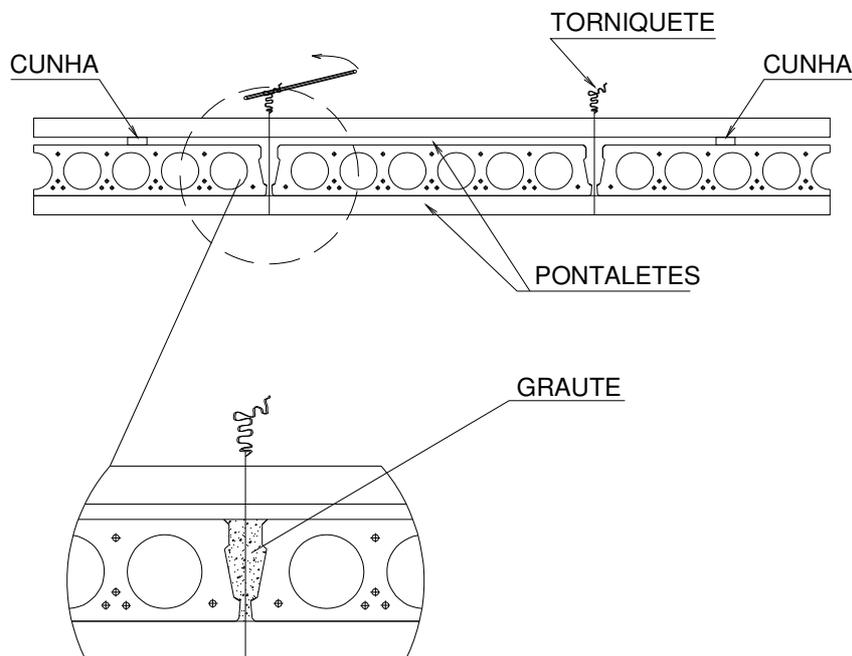
a) Posicionamento dos torniquetes para equalização das lajes.



b) Grauteamento das chaves de cisalhamento.

**Figura 2.17 a e b:** Sistema de equalização utilizando torniquetes.

Um dos maiores problemas em obras é a variação excessiva da contraflecha, sendo que algumas vezes não se consegue chegar a um nivelamento adequado, pois as peças não podem ser forçadas a tal ponto que comecem a surgir fissuras. Por isso há a necessidade do controle rigoroso do concreto, que deve apresentar a mínima diferença na deformação, para que os painéis atinjam valores de contraflecha muito próximos, minimizando a dificuldade da equalização.



**Figura 2.18:** Esquema de equalização da capa de lajes alveolares detalhadas em projeto.

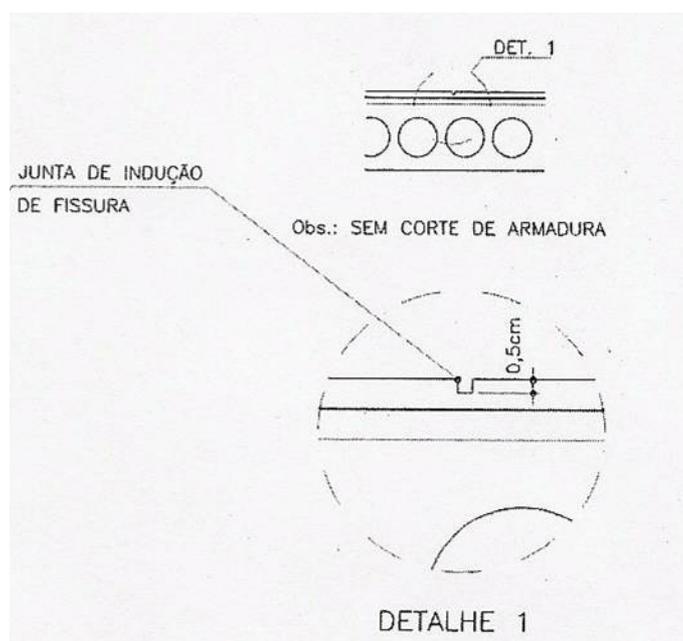
A concretagem da capa faz o arremate da parte superior, e quando há abertura como de um mezanino para caixa de escada ou trechos em balanço, o acabamento com concreto no local fica visível, podendo comprometer a qualidade arquitetônica, devido aos diferentes aspectos visuais entre os dois tipos de concretos que formam a estrutura.

Após o enchimento com graute nas chaves de cisalhamento, as lajes alveolares recebem, em geral, uma capa de concreto de 5 cm, armada com tela soldada (figura 2.19), variando conforme o vão e a sobrecarga do piso, a fim de garantir a transmissão de esforços entre os painéis que compõem o piso e principalmente evitar a fissuração do próprio concreto da capa. Normalmente essa etapa fica a cargo do contratante, por isso deve estar muito bem detalhada no projeto, pois a aderência entre a capa e a laje é fundamental para que a laje trabalhe como seção composta, já que os cálculos levam em conta esse fator, como pode ser visto no capítulo 4, nos exemplos numéricos.



**Figura 2.19:** Distribuição das telas soldadas para posterior concretagem da capa.

Em panos de lajes muito grandes ocorre o efeito de retração e variação térmica de forma significativa, e por isso a execução de juntas de indução de fissuras nas capas das lajes nos eixos principais ou a cada 10 metros é necessária, atentando-se para que a armação não seja afetada. A figura 2.20 mostra o detalhe de como deve ser realizada essa junta nas obras.



**Figura 2.20:** Detalhe de junta de indução de fissuras sem corte de armadura, realizado em panos de lajes muito grandes (*fonte: Melo, 2004*).

Existe a possibilidade de se executar a laje alveolar sem capa, como é o caso de lajes de forro, em que a carga de utilização dos elementos é relativamente baixa, assim a capa contribuiria mais como uma sobrecarga do que como seção composta.

## CÁLCULOS E VERIFICAÇÕES DE LAJES ALVEOLARES PROTENDIDAS

As estruturas em concreto protendido apresentam uma gama de soluções para um mesmo projeto. O controle da fissuração do concreto através da introdução de esforços de compressão cria diversas soluções possíveis no concreto protendido, com ou sem armadura passiva. A pré-fabricação e o uso de seções compostas, ou seja, a execução de uma seção transversal que depois irá ser acrescida de uma capa ou elemento moldado no local permite soluções que, combinadas com os arranjos de armadura ativa e passiva, maximizam a eficiência das seções protendidas.

Grande parte dos elementos pré-fabricados usados em pisos são protendidos, e os demais em concreto armado. São projetados de acordo com normas nacionais e internacionais e guias de boas práticas que garantem a qualidade do produto final. Selecionando-se as literaturas vigentes e padronizando-se as seções transversais e quantidade de fios/cordoalhas é possível projetar o sistema de piso considerando-se todas as combinações de cargas e vãos.

Após dimensionar as peças, é necessário avaliar as situações críticas, que são função da carga aplicada e do vão, como mostra o diagrama da figura 1.27 do capítulo 1. São elas: capacidade de suporte, resistência à cortante, resistência à flexão, limites de deformação e transporte. Observa-se que, quanto menor o tamanho da laje, a capacidade de suporte se torna mais crítica. À medida que se aumenta o vão, a laje tende a romper por flexão e, para vãos muito grandes, o limitante é o transporte das peças.

### 3.1. PROTENSÃO EM LAJES ALVEOLARES

Para iniciar os cálculos e verificações das lajes alveolares, é necessário conhecer algumas características do concreto protendido prescritas pela norma. Duas principais características são as classificações quanto aos tipos de protensão e a intensidade.

De acordo com a norma brasileira NBR6118:2003, definem-se os tipos de protensão, quanto à aderência, nos itens 3.1.7 a 3.1.9 como sendo:

- **Concreto com armadura ativa pré-tracionada (protensão com aderência inicial):** *Concreto protendido em que o pré-alongamento da armadura ativa é feito utilizando-se apoios independentes do elemento estrutural, antes do lançamento do concreto, sendo a ligação da armadura de protensão com os referidos apoios desfeita após o endurecimento do concreto; a ancoragem no concreto realiza-se só por aderência.*
- **Concreto com armadura ativa pós-tracionada (protensão com aderência posterior):** *Concreto protendido em que o pré-alongamento da armadura (ativa de protensão) é realizado após o endurecimento do concreto, utilizando-se, como apoios, partes do próprio elemento estrutural, criando-se posteriormente aderência com o concreto de modo permanente, através da injeção das bainhas.*

- **Concreto com armadura ativa pós-tracionada sem aderência (protensão sem aderência):** *Concreto protendido em que o pré-alongamento da armadura ativa é realizado após o endurecimento do concreto, sendo utilizado como apoios, partes do próprio elemento estrutural, mas não sendo criada aderência com o concreto, ficando a armadura ligada ao concreto apenas em pontos localizados.*

As lajes alveolares protendidas tratam-se, portanto, de uma pré-tração, pois como descrito no item 2.1.2 do capítulo 2, a armadura é tracionada antes do lançamento do concreto, e a protensão se dá com a aderência entre o concreto e a mesma, após seu endurecimento.

Quanto à intensidade de protensão, é necessário manter a durabilidade das peças, evitando a corrosão da armadura e, assim, deve-se fazer a verificação nos estados limites de serviço referentes à fissuração. No caso de armadura ativa, o risco de corrosão é maior que as armaduras passivas devido à intensidade de tensão atuante na primeira, por isso os cuidados a serem tomados em peças de concreto protendido são maiores que em peças de concreto armado.

A norma também define os tipos de protensão, que são: protensão completa, protensão limitada e protensão parcial. A escolha do tipo de protensão a ser empregada em um projeto é feita em função do tipo de construção ou da agressividade do meio ambiente. De uma maneira geral, para elementos com aderência posterior utiliza-se protensão parcial em ambientes com fraca e moderada agressividade, e para ambientes com agressividade forte e muito forte recomenda-se a protensão limitada e a completa. Para elementos com aderência inicial, utiliza-se protensão parcial em ambientes com fraca, protensão limitada para agressividade moderada e para ambientes com agressividade forte e muito forte recomenda-se a protensão completa.

Definido o tipo de protensão a se empregar, as diversas condições referentes a estados de serviço ligados à fissuração devem então ser verificadas, lembrando que o uso de concreto com uma resistência mínima à compressão e cobrimentos também devem ser atendidos, conforme itens 7.4.2 e 7.4.6A da NBR6118:2003. Nesse capítulo é comentado mais detalhadamente através de um roteiro um procedimento de cálculo onde são feitas tais verificações.

### **3.2. DIMENSIONAMENTO DA ARMADURA LONGITUDINAL DE FLEXÃO NO ESTADO LIMITE ÚLTIMO**

O dimensionamento da armadura longitudinal de flexão em concreto armado e protendido deve atender as condições dos estados limites últimos e de serviço. No concreto armado, de uma maneira geral, é usual dimensionar-se a armadura de flexão no estado limite último de esgotamento da capacidade resistente devido às solicitações normais e verificar as demais condições. No concreto protendido, além desta hipótese, é também usual fazer-se o inverso, dimensionar a armadura para condições de serviço (estado limite de fissuração) e verificá-la na ruptura.

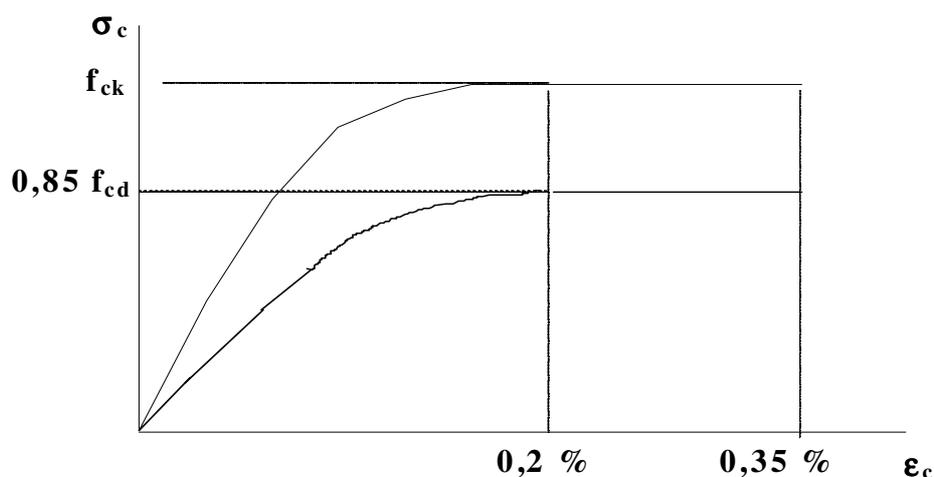
O dimensionamento no estado limite último de colapso em concreto protendido pouco difere do efetuado em peças de concreto armado. As hipóteses que uma seção transversal deve

obedecer tanto em concreto armado quanto em protendido estão prescritas na NBR6118:2003, no item 17.2. Resumidamente são:

- As seções transversais permanecem planas após o início da deformação e até o estado limite último (hipótese de Bernoulli);
- Solidariedade dos materiais: admite-se solidariedade perfeita entre o concreto e a armadura; dessa forma a deformação específica de uma barra da armadura, em tração ou compressão, é igual à deformação específica do concreto adjacente.
- As tensões de tração no concreto, normais à seção transversal, podem ser desprezadas.
- Admite-se que a distribuição de tensões no concreto comprimido seja feita de acordo com o diagrama parábola-retângulo e as expressões:

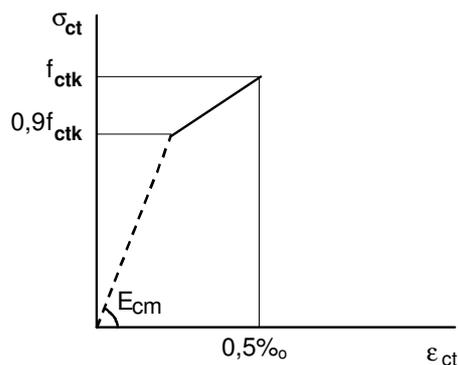
$$\sigma_c = f_{ck} \left[ 1 - \left( 1 - \frac{\epsilon_c}{0,002} \right)^2 \right] \quad (\text{eq. 3.1})$$

$$\sigma_c = 0,85 f_{cd} \left[ 1 - \left( 1 - \frac{\epsilon_c}{0,002} \right)^2 \right] \quad (\text{eq. 3.2})$$



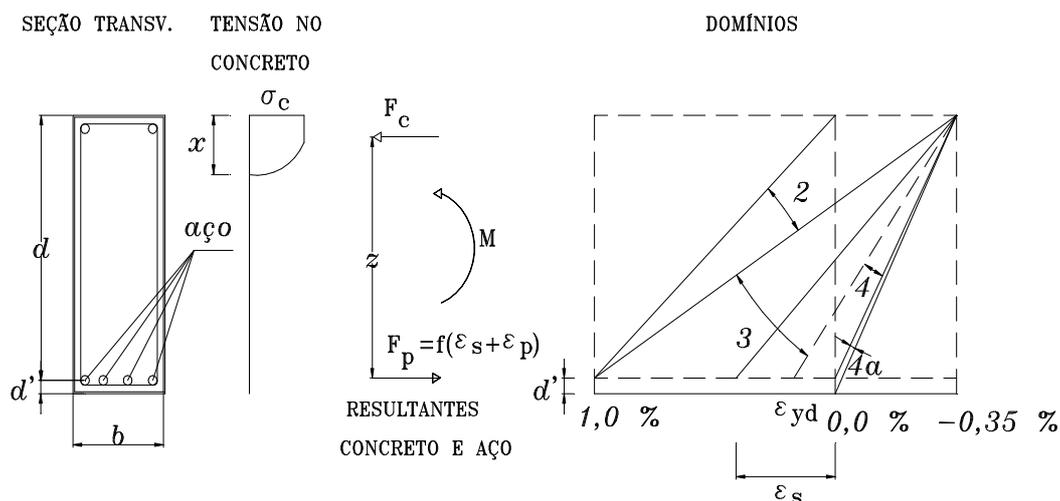
**Figura 3.1:** Diagrama tensão-deformação do concreto (figura 8.2 - NBR6118:2003).

- Tensão na armadura: a tensão nas armaduras deve ser obtida a partir dos diagramas tensão-deformação, com valores de cálculo, definidos pela figura 3.2:



**Figura 3.2:** Diagrama tensão-deformação bilinear na tração (figura 8.3 - NBR6118:2003).

- f) O estado limite último fica caracterizado pelas deformações específicas de cálculo do concreto ( $\epsilon_c$ ) e do aço ( $\epsilon_s$ ), que atingem (uma delas ou ambas) os valores últimos (máximos) das deformações específicas desses materiais; os diversos casos possíveis de distribuição das deformações do concreto e do aço na seção transversal definem os domínios de deformação, indicados na figura 3.3:



**Figura 3.3:** Domínios de deformação no estado limite último em uma seção transversal (adaptado da figura 17.1 da NBR6118:2003).

- g) A tensão na armadura pode ser dada, simplificada (sem considerar a descompressão), através da expressão:

$$\epsilon_t = \epsilon_s + \epsilon_p \quad (\text{eq. 3.3})$$

Onde:

$\epsilon_t$  - deformação total da armadura de protensão;

$\epsilon_p$  - deformação de pré-alongamento (protensão da armadura propriamente dita) considerando as perdas de protensão;

$\epsilon_s$  - deformação específica da armadura decorrente da deformação da seção (deformação que deve estar contemplada pelos domínios dados no item anterior).

Com o valor da deformação total  $\epsilon_t$  pode-se obter (item e) a tensão do aço  $\sigma_{pd}$  para calcular a armadura.

### 3.3. VERIFICAÇÃO DO ESTADO LIMITE DE SERVIÇO - FISSURAÇÃO

Quando se calcula uma peça de concreto armado ou protendido, deve-se garantir a segurança no estado limite último assim como verificar as condições de utilização. Então, além das verificações no estado limite último, é preciso verificar a estrutura em seu funcionamento, ou seja, em serviço ou uso. Essas verificações são correspondentes aos estados limites de serviço de fissuração e deformação excessiva. Não basta uma estrutura ter segurança à ruptura, é preciso que funcione adequadamente e que tenha durabilidade compatível com aquilo que foi projetada.

A fissuração excessiva de uma peça em concreto protendido pode comprometer significativamente sua durabilidade. Embora não seja a única causa, ou condição necessária, pode-se dizer que, quando de sua ocorrência, há grande risco de haver uma degradação rápida do concreto superficial e da armadura. Outros fatores, como porosidade do concreto, cobrimento insuficiente da armadura, presença de produtos químicos, agentes agressivos etc., contribuem ou podem ser determinantes na durabilidade da estrutura. Examinados esses fatores, o projetista deve evitar que a peça sofra fissuração excessiva, devida à flexão, detalhando adequadamente a armadura na seção transversal e, se for o caso, aumentando-a.

Assim, em relação à questão de fissuração, em geral, deseja-se evitar situações em que a fissuração do concreto possa causar uma diminuição na vida útil da estrutura. Portanto, a adoção de resistência mínima de concreto, cobrimento mínimo para armadura e verificação de estados de fissuração se complementam dando condições, junto com as boas técnicas de execução da estrutura, que garantam uma vida útil mínima.

A questão do estado limite de deformação excessiva está ligada realmente às questões de estética e funcionamento adequado. Deformação excessiva em um piso pode ser uma questão estética para quem consegue perceber este defeito, mas pode ser, no caso de piso industrial, uma impossibilidade de se montar máquinas que tolerem um pequeno desnível entre seus apoios. Também uma peça-calha não pode ao longo do tempo perder sua declividade de forma que acumule água.

Finalmente, embora se tenha colocado como verificação dos estados limites de serviço, os estados limites relativos à fissuração podem, no caso de concreto protendido, serem usados como procedimentos de dimensionamento da armadura longitudinal.

### 3.4. FLEXÃO EM LAJES ALVEOLARES PROTENDIDAS

O comportamento à flexão das peças pré-moldadas em concreto protendido não difere muito das peças moldadas no local. Obviamente, a qualidade das peças produzidas em fábrica é superior, onde existem laboratórios equipados e funcionários treinados responsáveis por todo o processo e controle, o que pode explicar a boa correlação entre resultados de ensaios e as teorias encontradas sobre elementos pré-fabricados.

Como as diferenças entre os dois tipos de concreto são poucas, cabe analisar os parâmetros que tornam o pré-fabricado distinto dos outros, tanto com relação aos materiais utilizados quanto à sua geometria.

No caso das lajes alveolares, a grande diferença no comportamento se dá devido à complexa geometria, pois os alvéolos reduzem rapidamente a espessura da alma próxima à linha neutra.

Segundo Elliott (2002), a verificação das condições de serviço também deve ser feita considerando-se que, para as lajes alveolares, a razão entre o momento de ruptura e o momento em serviço é cerca de 1,7 a 1,8. Ou seja, quando as cargas são majoradas considerando 1,3 para as cargas permanentes e 1,4 para as cargas acidentais, pode-se considerar que a peça está trabalhando sempre em condição crítica.

Portanto, para pré-dimensionar ou calcular a armadura longitudinal de flexão podem ser usadas tanto as condições de verificação no estado limite de fissuração quanto a condição de estado limite último. O projetista pode escolher qualquer uma das condições, sendo uma para a definição da quantidade de armadura e a outra passa a ser a condição de verificação. De qualquer forma, é preciso conhecer as perdas de protensão, que se dá no processo, sendo elas as perdas iniciais, ocorrendo imediatamente na aplicação da protensão e as perdas ao longo do tempo, que ocorrem até o tempo infinito. Na maioria das vezes, apenas estimam-se essas perdas, deixando para uma fase de detalhamento final o seu cálculo minucioso. Claro que, desta forma, o processo se torna mais simples, porém, há uma grande possibilidade de recálculo, a menos que já se tenha muita experiência no tipo de estrutura analisada.

É de grande importância também considerar a distância de transferência de protensão na peça, pois o esforço de protensão é crescente a partir dos apoios e tem seu valor máximo a uma distância conhecida como “distância de regularização da protensão”, e nesse ponto pode-se considerar que há grande perturbação de tensões. Por ocorrer próximo aos apoios, a parcela de peso próprio que contribui para minimizar as tensões de tração é muito baixa, por isso deve ser levada em conta nos cálculos, já que pode se tornar a condição determinante levando à necessidade de acrescentar cordoalhas na face superior dos elementos.

Simplificando o pré-dimensionamento, tem-se uma opção de roteiro no item 3.8 para cálculo de peças protendidas na pré-tração, o qual é usado no capítulo 4 deste trabalho, para o dimensionamento das lajes alveolares. Cabe destacar que as seções das lajes têm alturas diferentes e isso faz com que também sejam variáveis o tamanho e quantidade de alvéolos e assim que determinado o número de cabos há diversas possibilidades de posicionamento dos mesmos nas nervuras, devendo ser estudada a melhor distribuição pelo calculista, sempre mantendo a simetria entre eles.

### **3.5. CISALHAMENTO EM LAJES ALVEOLARES PROTENDIDAS**

A determinação da tensão de cisalhamento em lajes alveolares não se difere de nenhum outro tipo de seção em concreto armado ou protendido, sendo que sua análise é feita através da NBR-6118:2003, que por sua vez está de acordo com as recomendações da FIB (CEB-FIP) e EN-1168:2005.

Entretanto, o processo de fabricação mecanizado das lajes não permite a introdução de armaduras de cisalhamento (estribos), tornando o concreto e as armaduras de protensão

responsáveis por combater essas tensões. Por isso há grande importância no intertravamento dos agregados (*interlock*), que garante eficiência na compactação e alta resistência final do concreto e na espessura das lajes. Na Europa os fabricantes estão optando por lajes mais espessas, enquanto que no Brasil ainda é recorrente o uso de lajes com espessuras menores, que são menos resistentes ao cisalhamento e mais complexas no processo de produção, como pode ser visto em Elliott (2002) e Melo (2004).

Diferentemente da flexão, a capacidade resistente ao cisalhamento é determinada sempre pelo estado limite último, não havendo condições de limitação em serviço. A ruptura se dá de forma repentina, com a fissuração se estendendo pela alma, sendo esta devida a um carregamento que a seção não consegue resistir.

Teoricamente a capacidade de resistência ao cisalhamento nas peças protendidas é calculada considerando-se duas condições: 1- seção não fissurada e 2- seção fissurada por flexão. Porém, este último conduz a um menor valor e, assim, a NBR6118:2003 considera apenas essa situação. Também vale destacar que a verificação de cisalhamento é feita apenas no estado limite último.

Também existe o caso do esforço cortante atuante ser maior que o esforço máximo calculado, assim a NBR6118:2003 permite o preenchimento dos alvéolos para aumentar a área da seção de concreto da laje na região em que o cortante atuante é maior que o máximo. O ganho da resistência ao cisalhamento ao preencher os alvéolos é proporcional à área do concreto, desconsiderando a possibilidade de escorregamento da armadura.

Porém, estudos desenvolvidos recentemente no NETPRÉ não confirmam estas afirmações, como mostra Ferreira et al (2008). Também através dos ensaios pode-se dizer que para efeito de flexão a seção composta funciona plenamente, enquanto para cisalhamento, se não há o preparo da superfície de ligação, não se pode contar com a altura toda da seção (a inclusão da capa estrutural).

Além disso, já foram vistos em ensaios realizados por Fernandes (2007) em elementos com preenchimento de dois e quatro alvéolos que há uma não linearidade do aumento da resistência em função do aumento do número de alvéolos preenchidos. Portanto, deve-se avaliar que a diferença de ganho entre o preenchimento de dois alvéolos provavelmente não compensará o tempo de execução das etapas necessárias para preencher mais dois alvéolos em obra.

Uma das maiores dificuldades é garantir a aderência entre o concreto inserido nos alvéolos e o concreto da laje, pois a laje tem os alvéolos com superfície lisa devido ao processo da máquina, que deixa o concreto altamente compactado e de difícil aderência, além do trabalho de quebrar a laje, mesmo com o concreto fresco, para lançar o outro concreto, que na maior parte das vezes não é feito na usina e por isso tem resistência inferior ao das lajes.

### 3.6. PERDAS DE PROTENSÃO

Como descrito no item 3.4, o dimensionamento de peças protendidas é feito através do estado limite de ruptura à flexão e as verificações são feitas para atender as condições de fissuração (durabilidade) e deformação excessiva. Para se verificar essas condições é preciso conhecer os esforços de protensão que atuam ao longo do elemento considerado. Sabe-se que, ao efetuar a protensão nos cabos, o esforço não permanece constante ao longo do mesmo.

Existem muitos fatores que influenciam para que haja essa variação de tensão, dentre eles até a própria técnica de protensão.

Há, via de regra, uma diminuição do esforço de protensão ao longo do cabo, cabendo ao projetista determinar seu valor para que em qualquer seção, combinação de carregamentos ou época na vida da estrutura, tanto as condições de utilização como as de estado limite último estejam verificadas.

Essa diminuição do esforço de protensão que ocorre ao longo dos cabos é decorrente das perdas de protensão, sendo elas chamadas de perdas iniciais e perdas diferidas ou ao longo do tempo. As primeiras são devidas principalmente à forma como se procede a protensão e às propriedades elásticas do aço e do concreto. Já as perdas diferidas ou ao longo do tempo se devem às propriedades viscoelásticas tanto do concreto como do aço.

As principais perdas iniciais são: perdas por deformação da ancoragem, perdas por deformação imediata do concreto e perdas por relaxação da armadura durante o endurecimento do concreto. As perdas diferidas são classificadas como: perda por retração do concreto; perda por efeito de fluência do concreto e perda por relaxação da armadura de protensão.

A deformação por ancoragem se dá devido à acomodação dos elementos de ancoragem e depende do tipo de ancoragem utilizado, ou seja, do sistema de protensão adotado, e do comprimento das pistas de protensão. A deformação imediata do concreto ocorre quando há liberação nas cabeceiras de protensão e essa tensão é transferida para o concreto, deformando-o. Por último, quando a armadura é alongada surge a tensão de protensão que com o tempo irá caindo pela propriedade da relaxação do material, ocorrendo assim uma perda referente à relaxação dessa armadura.

Assim como durante a operação de protensão, a tensão ao longo de um cabo se altera, em geral, diminuindo devido às perdas imediatas, os fenômenos reológicos relacionados ao concreto e ao aço também já começam a atuar, ou seja, as características mecânicas e elásticas desses materiais variam ao longo do tempo quando solicitados, seja por esforço ou por deformação.

Tais fenômenos reológicos são a retração e fluência do concreto e a relaxação da armadura. A armadura de protensão adquire a maior parte de seu esforço a partir de seu alongamento, que é mantido através da sua ancoragem à estrutura de concreto ou através da aderência a mesma. Assim, se a estrutura de concreto se deforma (se encurta) ao longo do tempo, parte do alongamento da armadura desaparecerá, ou seja, haverá uma perda de protensão da armadura. Essas perdas se dão, portanto, devido à retração e à fluência do concreto. Já quando a armadura é alongada e mantida dessa forma, há uma tendência da tensão da mesma diminuir com o tempo, causando a perda por relaxação do aço.

De uma maneira mais simples, conceitua-se a retração como a variação volumétrica que o concreto sofre depois de endurecido. Na verdade a retração começa ocorrer logo após o lançamento do concreto, porém para determinar a perda que causa só interessa a parte do fenômeno que ocorre depois da atuação da protensão. Pode-se dizer que a retração é devida principalmente à saída da água que não reage com o cimento (água em excesso). Dessa forma, pode-se perceber que, além do tempo, as variáveis que interferirão no processo são a temperatura, a umidade do ambiente, a espessura da peça e a quantidade de água (em geral avaliada pela plasticidade do concreto).

Da forma como é definida a retração, ela não depende da introdução de ações, pois o fenômeno ocorre mesmo que o concreto esteja com estado de tensão nulo devido às ações externas, porém a armadura existente na peça de concreto armado ou protendido impede a retração livre da peça, embora na maioria das vezes esse efeito seja desprezado. Então, quando se considera a retração ocorrendo sem que haja impedimento às deformações provocadas, diz-se tratar de retração livre e são esses valores que, em geral, as experiências apresentam chamando-se a atenção que, na prática, é praticamente impossível isto ocorrer.

Assim como a retração livre, fluência pura é aquela devida a uma ação introduzida no tempo  $t_0$  e mantida constante ao longo do tempo, porém a protensão devida à própria perda por fluência e à retração varia e diminui ao longo do tempo. Com isso a fluência na prática não é a pura, embora os valores desta podem ser considerados a favor da segurança, pois são maiores que a relativa à fluência não pura. Outro detalhe importante é que as ações que provocam a fluência têm caráter permanente, ou seja, as ações acidentais têm curta duração e não provocam a deformação ao longo do tempo, porém, para edificações residenciais e comerciais, pode-se considerar a combinação quase permanente da NB1 como a causadora da fluência e, portanto, consideram-se os efeitos de protensão, peso próprio, sobrecarga permanente e 20% da carga acidental.

Destaca-se aqui ainda que a perda por relaxação depende fundamentalmente da tensão em que está estirada a armadura, mas também como no caso da fluência decresce devido às outras perdas e inclusive à própria, havendo uma perda menor que a devida à relaxação pura.

### 3.7. DEFORMAÇÕES EXCESSIVAS EM LAJES ALVEOLARES PROTENDIDAS

A verificação da deformação excessiva em lajes alveolares protendidas, assim como todos os elementos em concreto armado e protendido, trata-se de valores em que sejam respeitados os limites estabelecidos para a utilização normal da estrutura.

Segundo Carvalho e Figueiredo Filho (2003), *para a verificação dos estados-limites de deformações excessivas, devem ser analisados, além das combinações de ações a serem empregadas, as características geométricas das seções, os efeitos da fissuração e da fluência do concreto e as flechas limites, estas diretamente ligadas à destinação ou tipo de elemento estrutural.*

Como descrito no item 2.2 do capítulo 2 deste trabalho, um dos problemas da deformação em lajes é a contraflecha excessiva, que traz dificuldades durante a montagem dos painéis e também na concretagem da capa. A falta de controle de tais deformações pode gerar desperdício de material, pois uma curvatura exagerada das peças faz com que a concretagem da capa necessite de uma quantidade maior de concreto nas extremidades para se atingir a espessura descrita em projeto no meio do vão.

Os deslocamentos excessivos e a tendência à vibração podem ser indesejáveis por motivos descritos na NBR6118:2003, que aqui se seguem resumidamente:

- **aceitabilidade sensorial:** limita-se a deformação para que não ocorram vibrações indesejáveis ou efeito visual desagradável;
- **efeitos específicos:** os deslocamentos podem impedir a utilização adequada da construção;

- **efeitos em elementos não estruturais:** deslocamentos estruturais podem ocasionar o mau funcionamento de elementos que, apesar de não fazerem parte da estrutura, estão ligados a ela;
- **efeitos em elementos estruturais:** os deslocamentos podem afetar o comportamento do elemento estrutural, provocando afastamento em relação as hipóteses de cálculo adotadas. Se os deslocamentos forem relevantes para o elemento considerado, seus efeitos sobre as tensões ou sobre a estabilidade da estrutura devem ser considerados, incorporando-os ao modelo estrutural adotado.

No próximo item, o roteiro minucioso sobre como se calcular peças com pré-tração, particularmente painéis alveolares, inclui a determinação das deformações por etapas definidas pelo projetista, em que se consideram as perdas de protensão e são respeitados os valores limites para tal, conforme as prescrições da norma.

### 3.8. ROTEIRO PARA DETERMINAÇÃO DE ARMADURA LONGITUDINAL PARA PEÇAS COM PRÉ-TRAÇÃO

Antes de iniciar o roteiro, cabe esclarecer que se considera suficiente representar o pavimento através de um painel alveolar. Assim, o modelo de cálculo escolhido é o de representar o painel por uma viga que se apoia em elementos indeslocáveis (as vigas da estrutura) na vertical. Também neste trabalho são estudados apenas os casos de painéis simplesmente apoiados, sem considerar a continuidade. Além disso, caberiam aqui também as verificações de torção, içamento e transporte, porém, de uma maneira geral, tais verificações não são determinantes, uma vez que existem dispositivos automáticos e regras que impedem o surgimento de esforços grandes no içamento e transporte das peças. A torção deve ser analisada em casos pertinentes, que não são tratados aqui, já que são considerados os painéis em situações usuais com apoios de rigidez similar.

O roteiro que é apresentado a seguir deve ser utilizado para a determinação da armadura longitudinal de uma laje alveolar pré-fabricada, que pode ser colocado como:

- 1) Obtenção de todos os dados iniciais, dentre eles as características do elemento (tipo de concreto, aço, seção transversal com e sem capa, etc), carregamentos a serem considerados, as características geométricas da seção e as condições ambientais. As dimensões da seção transversal devem ser obtidas a partir de manuais que apresentam tabelas de pré-dimensionamento (vide anexo B) que relacionam a espessura com a sobrecarga e vão;
- 2) Determinação da armadura de protensão  $A_p$  no estado limite último no tempo “infinito”. Aqui ainda se trata de um pré-dimensionamento, por isso devem ser consideradas decorridas todas as perdas, adotando-se um valor para tal;
- 3) Verificação do estado limite último no tempo “zero” apenas com peso próprio (em vazio). É necessário calcular a distância em que ocorre a transferência de protensão e em seguida são feitas as verificações. A força de protensão é dada através do valor de  $A_p$  obtido no item 2. Consideram-se os limites de compressão excessiva (na data da

liberação de protensão) e descompressão. Caso as duas condições estejam atendidas (a de tração e a de compressão), ir para o item 5;

- 4) Ocorrendo tração nas fibras superiores, acrescentam-se cordoalhas nas mesmas. Não sendo possível eliminar a tração e a compressão excessiva, verificar outro elemento de maior altura;
- 5) Determinação das perdas de protensão considerando as imediatas e diferidas. No caso das diferidas, consideram-se as etapas construtivas para determinação de coeficientes adequados. Em geral, estipulam-se pelo menos quatro etapas em que atuam os carregamentos nas seções simples e composta;
- 6) Dimensionamento do valor de  $A_p$  como no item 2, com o valor final das perdas já calculado;
- 7) Verificação em vazio com as perdas já calculadas;
- 8) Verificação do estado limite de serviço para a fissuração no tempo “infinito”, considerando-se as combinações frequente e quase permanente (usar os coeficientes  $\Psi_1$  e  $\Psi_2$  da NBR6118:2003) para as cargas acidentais. A força de protensão é dada através do valor de  $A_p$  obtido no item 6. Os limites de tensão são dados pela NBR6118:2003 dependendo da condição de agressividade ambiental. Se as tensões não forem atendidas é possível aumentar a quantidade de cabos ou aumentar a altura da peça;
- 9) Verificação das deformações, determinando os valores das flechas para cada carregamento. No caso de protensão limitada, compara-se o momento total com o momento de fissuração e em seguida determina-se o coeficiente de fluência que atua desde a data inicial até a idade considerada da introdução do carregamento, sendo, portanto, variável para cada um deles. Comparar com os valores limites descritos na norma;
- 10) Verificação do cisalhamento das situações com seção simples (laje sem capa) e seção composta (laje com capa). Se necessário, introduzir armadura passiva após a concretagem e/ou preencher os alvéolos para diminuir as tensões;
- 11) Detalhamento da peça com os valores finais encontrados e já verificados.

## FLEXÃO, CISALHAMENTO E DEFORMAÇÕES: EXEMPLOS NUMÉRICOS

No dimensionamento do concreto protendido, não diferente do que se faz no concreto armado, as peças são dimensionadas à flexão e verificadas tanto ao cisalhamento quanto às deformações limites. Para os elementos protendidos, após determinar uma área de aço necessária ( $A_p$ ), são feitas as verificações de tensões nas fibras superiores e inferiores, que não podem ultrapassar os valores estipulados de tração e compressão, evitando o surgimento de fissuras e até mesmo a ruptura da peça.

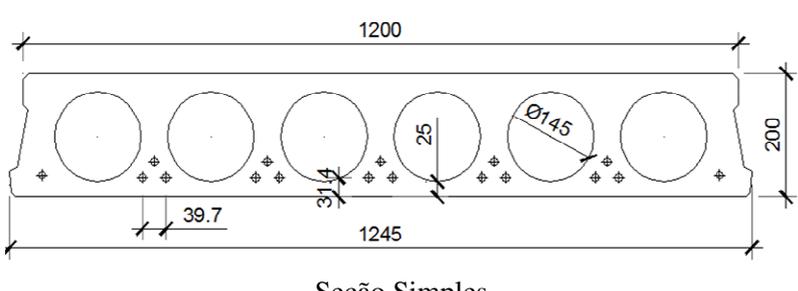
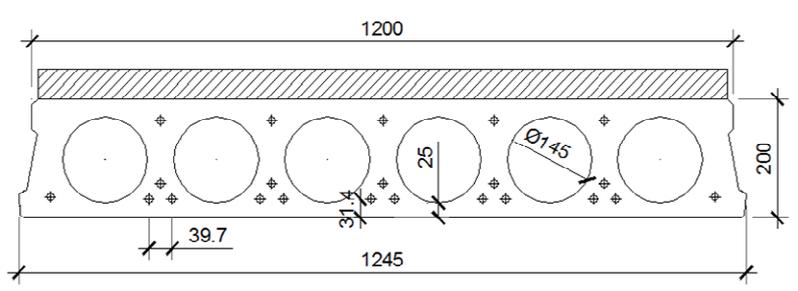
As deformações contam com o valor das perdas de protensão, que também devem ser calculadas. Como a laje recebe carregamento em diferentes idades, as flechas podem ser determinadas por etapas, inclusive por ter coeficientes de fluência atuando em cada uma dessas fases, os quais são determinantes nos valores finais, uma vez que é um dos fatores que mais contribuem para o aumento da contraflecha.

Os exemplos mostrados neste capítulo seguem o roteiro do item 3.8 do capítulo 3, em que são apresentadas duas situações que ocorrem com maior frequência na prática, onde a variação dos vãos se torna um fator determinante para o dimensionamento das lajes alveolares.

### 4.1. EXEMPLO NUMÉRICO 1

Dimensionar e verificar a laje alveolar de altura  $h=200$  mm com seção simples e composta, juntamente com as características geométricas dados na tabela 4.1, para um vão livre de 6 m sendo simplesmente apoiada, concreto com  $f_{cj}=30$  MPa (sendo  $j=20$  horas – introdução da protensão) e  $f_{ck}=50$  MPa, capa de 5 cm (considerar espessura constante) com  $f_{ck}=30$  MPa, aço CP190RB e  $E_p=2,05 \cdot 10^5$  MPa. Considerar sobrecarga de revestimento de 2 kN/m<sup>2</sup> e sobrecarga acidental de 5 kN/m<sup>2</sup>. Dados complementares:  $\Psi_1=0,6$ ,  $\Psi_2=0,4$ , cimento do tipo ARI ( $\alpha=3$  para fluência), CAA II, umidade relativa do ar  $U=70\%$  e temperatura ambiente média  $T=20^\circ\text{C}$ . As equações necessárias utilizadas encontram-se no Anexo A deste trabalho.

**Tabela 4.1:** Seções genéricas de uma laje alveolar de 200 mm e propriedades geométricas.

| Seção genérica de uma laje de 200 mm de altura   | Propriedades Geométricas  |
|--|---|
|  <p>Seção Simples</p>  | <p>Área = 0,1427 m<sup>2</sup><br/>           Perímetro = 5,87 m<br/>           I = 0,0007 m<sup>4</sup><br/>           y<sub>s</sub> = 0,0995 m<br/> <math>W_s = \frac{0,0007}{0,0995} = 0,0007 \text{ m}^3</math><br/> <math>W_i = \frac{0,0007}{0,1005} = 0,0069 \text{ m}^3</math><br/>           e<sub>s</sub> = 0,1005-0,031 = 0,069 m</p>  |
|  <p>Seção Composta</p> | <p>Área = 0,2017 m<sup>2</sup><br/>           Perímetro = 5,97 m<br/>           I = 0,0013 m<sup>4</sup><br/>           y<sub>s</sub> = 0,1131 m<br/> <math>W_s = \frac{0,0013}{0,1131} = 0,0115 \text{ m}^3</math><br/> <math>W_i = \frac{0,0013}{0,1369} = 0,0095 \text{ m}^3</math><br/>           e<sub>c</sub> = 0,1369-0,031 = 0,1059 m</p> |

#### 4.1.1. Determinação dos Carregamentos

Os carregamentos que são considerados para o dimensionamento da laje são:

- Peso próprio –  $g_1 = 0,1427 \cdot 25 = 3,56 \text{ kN/m}$
- Capa –  $g_2 = 0,05 \cdot 1,25 \cdot 25 = 1,56 \text{ kN/m}$
- Revestimentos –  $g_3 = 2 \cdot 1,25 = 2,5 \text{ kN/m}$
- Sobrecarga Acidental –  $q = 5 \cdot 1,25 = 6,25 \text{ kN/m}$

Pode-se, a partir desses valores, considerar a tabela 4.2 com os dados a serem usados para tais carregamentos.

**Tabela 4.2:** Carregamentos e momentos a considerar para a laje de 200 mm.

| Ação                       | Sigla          | Intensidade (kN/m)/peça | Momento Máximo (kN.m)/peça |
|----------------------------|----------------|-------------------------|----------------------------|
| Peso próprio               | g <sub>1</sub> | 3,56                    | 16,02                      |
| Capa                       | g <sub>2</sub> | 1,56                    | 7,02                       |
| Revestimento               | g <sub>3</sub> | 2,50                    | 11,25                      |
| Acidental                  | q              | 6,25                    | 28,13                      |
| Acidental quase permanente | 0,4*q          | 2,50                    | 11,25                      |
| Acidental frequente        | 0,6*q          | 3,75                    | 16,88                      |

#### 4.1.2. Pré-Dimensionamento no ELU ( $t=\infty$ )

Para o pré-dimensionamento no ELU, considera-se que a seção trabalha no tempo infinito ( $t=\infty$ ) com a seção composta e a peça na condição de simplesmente apoiada. Sabendo-se que para estruturas pré-moldadas as cargas permanentes são majoradas com coeficiente igual a 1,3 e cargas acidentais igual a 1,4, chega-se a:

$$\text{Momento Máximo: } M_d = 1,3 * 16,02 + 1,4 * (7,02 + 11,25 + 28,13) = 85,78 \text{ kN.m}$$

Supondo a linha neutra passando na capa e utilizando os dados da tabela B.1 (vide anexo B), com a equação A.1 do anexo A, tem-se:

$$KMD = \frac{M_d}{b_w * d^2 * \frac{f_{cd}}{1,4}} = \frac{1,4 * 85,78}{1,25 * (0,25 - 0,031)^2 * 30000} = 0,067$$

$$KX = 0,0995$$

$$KZ = 0,9602$$

$$\varepsilon_s = 10\% - \text{domínio 2}$$

Verificando a posição da linha neutra:

$$x = KX * d = 0,0995 * 0,219 = 2,17 \text{ cm} < 5,00 \text{ cm} \Rightarrow \text{a linha neutra passa na capa!}$$

- **Determinação de  $\varepsilon_t$ :**

Para determinar o valor de  $\varepsilon_t$  é necessário adotar as perdas de protensão totais. Nesse caso são adotados 25%.

De acordo com o item 9.6.1.2.1 da NB1:2003, o valor da tensão inicial para o caso de pré-tração (aço com relaxação baixa – RB) é dado por:

$$\sigma_p = \left\{ \begin{array}{l} 0,77f_{ptk} = 0,77 * 1900 = 1463 \text{ MPa} \\ 0,85f_{pyk} = 0,85 * 1710 = 1453 \text{ MPa} \end{array} \right\} \Rightarrow \sigma_p = 1453 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{pi} = 1453 * 0,75 = 1090 \text{ MPa}$$

Interpolando a tabela B.2 de Vasconcelos (1980) dada no anexo B:  $\varepsilon_p = 5,60\%$

$$\text{Então, tem-se que: } \varepsilon_t = \varepsilon_s + \varepsilon_p = 10\% + 5,60\% = 15,6\% \quad \varepsilon_t = \varepsilon_s + \varepsilon_p$$

Novamente interpolando a tabela B.2 do anexo B:

$$\sigma_{pd} = 1509 \text{ MPa} = 150,9 \text{ kN / cm}^2$$

- **Determinação de  $A_p$ :**

Com isso é possível determinar a quantidade de armadura necessária para atender o Estado Limite Último ( $t=\infty$ ), com a equação A.2 do anexo A:

$$A_p = \frac{M_d}{KZ * d * \sigma_{pi}} = \frac{85,78}{0,9406 * 0,219 * 150,9} = 2,75 \text{ cm}^2$$

Considerando a área da cordoalha de 9,5 mm (3/8") = 0,55 cm<sup>2</sup>

$$n = \frac{2,75}{0,55} = 5,016 \approx 5\phi 9,5 \text{ mm}$$

Considerando que para as lajes alveolares usualmente utilizam-se cordoalhas de 9,5mm ou de 12,7mm, para esse exemplo são necessárias 5 cordoalhas de 9,5 mm. A partir deste valor são calculadas as perdas de protensão.

#### 4.1.3. Verificação em vazio ( $t=0$ )

Anteriormente ao cálculo das perdas de protensão é necessário verificar a peça em vazio, pois neste caso a força de protensão tem seu valor máximo e nem todas as cargas estão atuando (apenas peso próprio), assim como a geometria da seção ainda não conta com o trabalho da capa. Com isso, pode ocorrer tração excessiva na peça, sendo preciso acrescentar cordoalhas nas fibras superiores.

Os valores das tensões nas fibras inferior e superior são limitados por  $-1,2f_{ct} \leq \sigma \leq 0,7f_{ck}$  (caso em que se permite tração) ou  $0 \leq \sigma \leq 0,7f_{ck}$  (caso em que não se permite tração), conforme item 17.2.4.3.2 da NBR6118:2003. Neste exemplo não será permitida a tração, obtendo-se  $0 \leq \sigma \leq 0,7f_{ck} = 0 \leq \sigma \leq 21 \text{ MPa}$ .

A tensão atuante é obtida após adotar um valor para as perdas iniciais, sendo aqui igual a 5%. Os esforços de protensão podem ser calculados com:

$$\sigma_{pi} = 1453 * 0,95 = 1380 \text{ MPa}$$

$$N_p = 5 * 0,55 * 138 = 379,50 \text{ kN}$$

$$N_p * e = M_p = 379,50 * 0,069 = 26,19 \text{ kN.m}$$

$$M_{g1} = 16,02 \text{ kN.m}$$

Inicialmente a verificação é feita para o meio do vão, mas posteriormente é mostrado que a seção crítica é aquela onde se completa o efeito da transferência da força de protensão. Destaca-se aqui que a convenção de sinais adotada é: **sinal positivo – compressão; sinal negativo – tração**. Utilizando a equação A.10 do anexo A:

**a) Efeito da protensão:**

$$\sigma_i = \frac{N_p}{A} + \frac{N_p * e_s}{W_i} = \frac{379,5}{0,1427} + \frac{26,19}{0,0069} = 6,45 \text{ MPa}$$

$$\sigma_s = \frac{N_p}{A} - \frac{N_p * e_s}{W_s} = \frac{379,5}{0,1427} - \frac{26,19}{0,007} = -1,08 \text{ MPa}$$

**b) Verificação no meio do vão:**

Considerando a ação do peso próprio:

$$\sigma_i = -\frac{M_{gl}}{W_i} = -\frac{16,02}{0,0069} = -2,32 \text{ MPa}$$

$$\sigma_s = \frac{M_{gl}}{W_s} = \frac{16,02}{0,007} = 2,29 \text{ MPa}$$

Somando-se os efeitos:

$$\sigma_i = 6,45 - 2,32 = 4,13 \text{ MPa} < 21 \text{ MPa (OK)}$$

$$\sigma_s = -1,08 + 2,29 = 1,21 \text{ MPa} > 0 \text{ (OK)}$$

Assim as duas condições estão atendidas.

**c) Verificação próxima aos apoios:**

Como o momento da laje varia, a seção mais crítica para a tensão de tração na borda superior deve ser onde ocorre a transferência da protensão, que é dada pela equação A.12, considerando que a situação de liberação da protensão é não gradual:

$$l_{bpt} = \frac{7,0 * 0,5 * 1,25 * \phi * \sigma_{pi}}{36 * f_{bpd}} = \frac{4,375 * 0,0095 * 1380}{36 * 1,737} = 0,92 \text{ m}$$

Usando agora a expressão A.11 da distância de regularização:

$$l_{bpd} = \sqrt{h^2 + (0,6 * l_{bpt})^2} \geq l_{bpt}$$

$$l_{bpd} = \sqrt{0,20^2 + (0,6 * 0,92)^2} = 0,59 \text{ m}$$

$$\text{Assim: } l_{\text{bpd}} = l_{\text{bpt}} = 0,92 \text{ m}$$

Ou seja, os esforços de protensão na seção vão crescendo linearmente de zero ao valor total que se encontra a 92 cm do apoio, tendo para valor do momento de peso próprio:

$$M = \frac{p \cdot \ell}{2} \cdot x - p \cdot x \cdot \frac{x}{2} = \frac{3,56 \cdot 6}{2} \cdot 0,92 - 3,56 \cdot 0,92 \cdot \frac{0,92}{2} = 8,39 \text{ kN.m}$$

E as tensões referentes ao peso próprio:

$$\sigma_i = -\frac{8,39}{0,0069} = -1,22 \text{ MPa}$$

$$\sigma_s = \frac{8,39}{0,007} = 1,20 \text{ MPa}$$

Resultando finalmente nas tensões (considerando agora também a protensão):

$$\sigma_i = 6,45 - 1,22 = 5,23 \text{ MPa} < 21 \text{ MPa (OK)}$$

$$\sigma_s = -1,08 + 1,20 = 0,12 \text{ MPa} > 0 \text{ (OK)}$$

Assim, a tensão nas bordas superior e inferior atendem aos limites previstos na Norma, não sendo necessário para este exemplo acrescentar cordoalhas nas fibras superiores e o cálculo das perdas é calculado com o número de cabos encontrados no item 4.1.2.

#### 4.1.4. Cálculo das perdas

Após o pré-dimensionamento no ELU, segue-se a obtenção das perdas de protensão totais ao longo do tempo e confere-se o cálculo inicial, onde essas perdas foram adotadas. Inicialmente é preciso caracterizar bem como será procedida a fabricação e montagem da laje. Isto pode ser visto na tabela 4.3, em que se indica a seção a se considerar e as ações que atuam a cada etapa e principalmente a data em dias desde o início da fabricação do painel alveolar. Resta ainda discutir como será considerada a área de concreto e o perímetro da peça em contato com ar. Também é bom lembrar que existem dois tipos de concreto na peça: o concreto do painel e o da capa. Todas estas considerações são feitas no item correspondente às perdas ao longo do tempo.

**Tabela 4.3:** Sequência considerada para determinação das perdas de protensão em etapas de acordo com a introdução de um novo tipo de carregamento.

| Etapa | Tempo decorrido da concretagem         | Ação  | Seção                   | Perdas  |
|-------|--|---|-------------------------|---|
| 1     | t=20 horas<br>(aplicação da protensão) | p+g <sub>1</sub>  | Simplex                 | Deformação imediata,<br>Deformação por ancoragem e<br>Relaxação da armadura |
| 2     | t= 15 dias                             | p+g <sub>1</sub> +g <sub>2</sub>  | Simplex                 | Retração e fluência do<br>concreto e Relaxação da<br>armadura               |
| 3     | t= 45 dias                             | p+g <sub>1</sub> +g <sub>2</sub> +g <sub>3</sub>                        | Composta<br>(laje+capa) | Retração e fluência do<br>concreto e Relaxação da<br>armadura               |
| 4     | t= 60 dias                             | p+g <sub>1</sub> +g <sub>2</sub> +g <sub>3</sub> +<br>Ψ <sub>2</sub> *q | Composta<br>(laje+capa) | Retração e fluência do<br>concreto e Relaxação da<br>armadura               |
| 5     | t= ∞ dias                              | p+g <sub>1</sub> +g <sub>2</sub> +g <sub>3</sub> +<br>Ψ <sub>2</sub> *q | Composta<br>(laje+capa) | Retração e fluência do<br>concreto e relaxação da<br>armadura               |

Obs.: p – protensão; g<sub>1</sub> – peso próprio; g<sub>2</sub> – carga devida à capa de concreto; g<sub>3</sub> – sobrecarga permanente; q – utilização; t<sub>0</sub> – tempo inicial; t<sub>∞</sub> - tempo final; Ψ<sub>2</sub> – fator de redução de combinação quase permanente.

#### 4.1.4.1. Determinação das Perdas Iniciais (Etapa 1)

Neste caso são três perdas a considerar: por ancoragem da armadura, por relaxação da armadura durante a cura do concreto e, finalmente, por deformação imediata do concreto. A seguir é feito o cálculo de cada uma delas.

##### a) Deformação por ancoragem da armadura:

Supondo uma pista de protensão de 150 m e considerando um  $\Delta\ell = 0,6$  cm, tem-se através da equação A.3-Anexo A:

$$\varepsilon_{\ell} = \frac{\Delta\ell}{L} = \frac{0,006}{150} = 0,00004$$

De acordo com a Lei de Hooke:

$$\sigma = E_p * \varepsilon_{\ell}$$

$$\Delta\sigma_{anc} = 0,00004 * 2,05 * 10^5 \cong 8 \text{ MPa}$$

##### b) Relaxação da armadura:

Aqui o correto é já utilizar a tensão com a perda anterior. Sabendo-se que a perda por ancoragem da armadura foi de 8 MPa e com a relação abaixo entre tensão inicial e última do aço, é possível achar o valor de  $\Psi_{1000}$  interpolando os valores da tabela 4.4:

$$R = \frac{1453 - 8}{1900} = 0,76$$

**Tabela 4.4:** Valores de  $\Psi_{1000}$ , em %.

|                | Cordoalhas |     | Fios |     | Barras |
|----------------|------------|-----|------|-----|--------|
| Tensão inicial | RN         | RB  | RN   | RB  |        |
| 0,5 fptk       | 0          | 0   | 0    | 0   | 0      |
| 0,6 fptk       | 3,5        | 1,3 | 2,5  | 1,0 | 1,5    |
| 0,7 fptk       | 7          | 2,5 | 5    | 2   | 4      |
| 0,8 fptk       | 12         | 3,5 | 8,5  | 3   | 7      |

Interpolando os valores, tem-se para RB que  $\Psi_{1000} = 3,2\%$  (equação A.4-Anexo A):

$$\Psi_{(t,t_0)} = \Psi_{1000} * \frac{t - t_0}{41,67}^{0,15} = 3,1 * \frac{0,83 - 0}{41,67}^{0,15} = 1,65\%$$

$$\text{Com isso, } \Delta\sigma_r = 1453 * \frac{1,65}{100} \cong 24 \text{ MPa}$$

### c) Perda imediata do concreto:

Neste caso também é descontado o valor das perdas anteriores. O cálculo é feito apenas para a seção no meio do vão.

$$\sigma_i = 1453 - 8 - 24 = 1421 \text{ MPa}$$

$$N_p = 5 * 0,55 * 142,1 = 390 \text{ kN.m}$$

$$N_p * e^2 = 390 * 0,069^2 = 1,86 \text{ kN.m}^2$$

$$M_{g1} * e = 16,02 * 0,069 = 1,10 \text{ kN.m}^2$$

Com esses valores calcula-se a tensão no cg das cordoalhas, considerando a expressão A.5 dada no Anexo A:

$$\sigma_{cg\text{cabo}} = \frac{N_p}{A} + \frac{N_p * e_s^2}{I} - \frac{M_{g1} * e_s}{I} = \frac{390}{0,1427} + \frac{1,86}{0,0007} - \frac{1,10}{0,0007} = 3818 \text{ kN/m}^2 \cong 3,82 \text{ MPa}$$

$$E_c = 0,85 * 5600 * \sqrt{f_{ck}} = 0,85 * 5600 * \sqrt{30} = 26071 \text{ MPa}$$

$$\alpha = \frac{E_p}{E_c} = \frac{2,05 * 10^5}{26071} = 7,67$$

$$\Delta\sigma_{p,i} = 3,82 * 7,67 \cong 29 \text{ MPa}$$

Assim, ao final da etapa 1 tem-se a perda de protensão no total de:

$$\Delta\sigma_{p=20h} = 8 + 24 + 29 = 61 \text{ MPa}$$

Então, a tensão final após as perdas da etapa 1 é:

$$\sigma_{pt=20h} = 1453 - 61 = 1392 \text{ MPa}$$

E o valor referente à perda imediata, ou seja, apenas da etapa 1 é de:

$$\% \text{ Perda Etapa 1} = \frac{1453 - 1392}{1453} = 0,042 = 4,2\%$$

#### 4.1.4.2. Determinação das Perdas Diferidas (Etapas 2, 3, 4 e 5)

A partir da etapa 2 as perdas já são consideradas ‘perdas ao longo do tempo’, ou seja, são determinadas as perdas por fluência do concreto, retração do concreto e relaxação da armadura, conforme a idade adotada na tabela 4.3.

Existem dois processos de cálculo, sendo um deles considerando os fenômenos isoladamente e o outro considerando a simultaneidade entre eles, conhecido como cálculo de perdas progressivas. São feitos os dois métodos para fins comparativos.

Para aplicar as formulações é preciso definir a área da seção e o perímetro de concreto em contato com ar. Como se trata de uma seção composta em que há mudanças durante a utilização da mesma, é preciso adotar um critério, mesmo que simplificado, para avaliar estas duas variáveis. Com a seqüência da tabela 4.3, pode-se considerar que:

- Na segunda etapa a área da seção a considerar é a média da área do painel (seção simples) com a seção com a capa (composta), ou seja,  $A = 0,1738 \text{ m}^2$ . O perímetro do concreto em contato com o ar é bem grande, considerando inclusive os alvéolos e resultando em  $\mu = 5,87 \text{ m}$ .
- Na terceira etapa a seção já pode ser considerada com a capa (mesmo que ainda não tenha endurecido já faz parte da seção) e, portanto,  $A = 0,2050 \text{ m}^2$ . Para o perímetro não se consideram as partes laterais da peça que já devem estar preenchidas e considera-se agora que o ar do alvéolo está bem saturado. Assim, considera-se para o perímetro a largura da peça (em cima e embaixo) e metade do perímetro dos alvéolos chegando-se em  $\mu = 2 * 1,25 + \frac{(6 * \pi * 0,145)}{2} = 3,866 \text{ m}$ .

- Na quarta etapa a seção recebe o revestimento superior que provavelmente torna a superfície superior isolada do ar (por causa do piso), entrando no cálculo do perímetro apenas a parte inferior. Considera-se ainda que o ar do alvéolo esteja bem saturado e soma-se metade do perímetro dos alvéolos chegando-se a  $\mu = 1,25 + \frac{(6 * \pi * 0,145)}{2} = 2,616 \text{ m}$ .
- Na quinta e última etapa, em geral, o alvéolo é tampado e neste caso o ar do mesmo já deve estar totalmente saturado, como demonstram relatos em ensaios de CATOIA (2009) no NETPRÉ. Desta maneira, tem-se em  $\mu = 1,25 \text{ m}$  e  $A = 0,2017 \text{ m}^2$ .

Assim, para fazer um cálculo racional é considerada para ação da protensão e peso próprio ( $g_1$ ) a média dos valores da área e para o perímetro é feita a média de todas as etapas; para a ação da capa, a média dos valores característicos da segunda fase em diante e da mesma forma para as outras ações resultando na tabela 4.5.

**Tabela 4.5:** Valores de área e perímetro a considerar no cálculo das perdas para cada ação.

| Ação  | Descrição       | Área da seção ( $\text{m}^2$ ) | Perímetro em contato com o ar (m)                    |
|-------|-----------------|--------------------------------|--|
| $g_1$ | Peso próprio    | 0,1738                         | $\mu = \frac{5,87 + 3,866 + 2,616 + 1,25}{4} = 3,40$ |
| $g_2$ | Capa            | 0,2017                         | $\mu = \frac{3,866 + 2,616 + 1,25}{3} = 2,58$        |
| $g_3$ | Revestimento    | 0,2017                         | $\mu = \frac{2,616 + 1,25}{2} = 1,93$                |
| q     | Carga acidental | 0,2017                         | $\mu = 1,25$   |

Nos próximos itens são calculadas as perdas usando os valores mostrados na tabela 4.5.

**a) Perda por fluência do concreto:**

Através das equações do item A.3.1 dadas no Anexo A, chega-se a valores de coeficiente de fluência resumidos na tabela 4.6 a seguir:

**Tabela 4.6:** Coeficientes de fluência determinados de acordo com o período estabelecido.

| Etapa | Período (dias) | Área (m <sup>2</sup> ) | Perímetro (cm) | $\varphi(t, t_0)$ |
|-------|----------------|------------------------|----------------|-------------------|
| 2     | 1 - $\infty$   | 0,1738                 | 340            | 3,04              |
| 3     | 15 - $\infty$  | 0,2050                 | 258            | 1,85              |
| 4     | 45 - $\infty$  | 0,2050                 | 193            | 1,44              |
| 5     | 60 - $\infty$  | 0,2050                 | 125            | 1,38              |

Com os valores dos coeficientes de fluência é possível determinar o valor da perda por fluência, inicialmente considerando o efeito isolado:

$$\sigma_{cgcabo,c} = \left( \frac{N_p}{A} + \frac{(M_p - M_{g1}) * e_s}{I} \right) * \varphi(\infty,1) - \frac{M_{g2} * e_s}{I} * \varphi(\infty,15) - \frac{M_{g3} * e_c}{I} * \varphi(\infty,45) - \frac{M_{0,4q} * e_c}{I} * \varphi(\infty,60)$$

$$\Delta\sigma_{p,c} = \sigma_{cgcabo,c} * \alpha$$

$$N_{p,t=0} = 5 * 0,55 * 139,2 = 382,80 \text{ kN (a tensão nos cabos já está com as perdas iniciais)}$$

$$M_p = N_p * e = 382,8 * 0,069 = 26,41 \text{ kN.m}$$

$$M_{g1} = 16,02 \text{ kN.m}, M_{g2} = 7,02 \text{ kN.m}, M_{g3} = 11,25 \text{ kN.m e } M_{0,4q} = 11,25 \text{ kN.m}$$

$$\sigma_{cgcabo} = \frac{382,80}{0,1427} + \frac{(26,41 - 16,02) * 0,069}{0,0007} * 3,04 - \frac{7,02 * 0,069}{0,0007} * 1,85 - \frac{11,25 * 0,1059}{0,0013} * 1,44 - \frac{11,25 * 0,1059}{0,0013} * 1,38 \cong 1931 \text{ kN/m}^2$$

$$\text{Com: } \alpha = \frac{E_p}{E_c} = \frac{2,05 * 10^5}{26071} = 7,67$$

$$\text{A perda por fluência fica: } \Delta\sigma_{p,c} = 7,67 * 1,93 = 14,81 \text{ MPa}$$

**b) Perda por retração do concreto:**

A perda por retração é obtida pela expressão A.7:

$$\Delta\sigma_{cg,s} = \epsilon_{cs} * [\beta_s(t) - \beta_s(t_0)] * E_p$$

O coeficiente de retração é dado pela equação:

$$\epsilon_{cs}(t, t_0) = \epsilon_{1s} * \epsilon_{2s}, \text{ onde:}$$

$$\epsilon_{1s} = (-6,16 - (U/484) + (U^2/1590)) * 0,75 = -2,5 * 10^{-4}$$

$$\epsilon_{2s} = \frac{33 + 2 * h_{fic}}{20,8 + 3 * h_{fic}} = \frac{33 + 2 * 15,33}{20,8 + 3 * 15,33} = 0,95$$

$$\text{Em que: } h_{fic} = \gamma * \frac{2A}{\mu} = 1,5 * \frac{2 * 0,1738}{3,40} = 0,1533 \text{ m}$$

Através da figura A.3, item A.2.3.2 da NBR6118:2003, obtém-se:

$$\beta_{f(t=3)} = 0,10$$

$$\beta_{f(t=10000)} = 1,00$$

$$\Delta\sigma_{p,s} = 2,5 * 10^{-4} * 0,95 * (1,00 - 0,10) * 2,05 * 10^5 = 43,81 \text{ MPa}$$

### c) Perda por relaxação da armadura:

Como na etapa 1, determina-se a relação entre as tensões atuantes e última da armadura de protensão e interpolando  $\Psi_{1000}$  na tabela 4.4, tem-se:

$$R = \frac{1453 - 61}{1900} = \frac{1392}{1900} = 0,73 \Rightarrow \Psi_{1000} = 2,82$$

Para o tempo infinito, a Norma NBR6118:2003 permite usar o valor de  $2,5 * \Psi_{1000}$ . Assim:

$$\Psi_{(t,\infty)} = 2,5 * 2,82 = 7,05\%$$

$$\Delta\sigma_{p,r} = 1392 * \frac{7,05}{100} = 98,13 \text{ MPa}$$

### d) Perdas totais considerando cada uma delas isolada:

Considerando as perdas isoladas chega-se a:

$$\Delta\sigma_{p,c+s+r} = 14,81 + 43,81 + 98,13 = 156,75 \text{ MPa}$$

E a tensão final fica sendo:

$$\sigma_{pt=\infty} = 1392 - 156,75 \cong 1235 \text{ MPa}$$

A porcentagem das perdas é de:

$$\% \text{ Perdas Total} = \frac{1453 - 1235}{1453} = 0,15 = 15,0\%$$

As perdas totais equivalem a 15,0% e, portanto, é possível obter a tensão no tempo infinito multiplicando a tensão inicial por  $R = 1 - 0,15 = 0,85$ , maior que a considerada no pré-dimensionamento.

#### 4.1.4.3. Perdas Progressivas

É calculada com a expressão A.9-Anexo A:

$$\Delta\sigma_p(t, t_0) = \frac{\varepsilon_{cs}(t, t_0) * E_p - \alpha_p * \sigma_{c,p0g} * \varphi(t, t_0) - \sigma_{p0} * \chi(t, t_0)}{\chi_p + \chi_c * \alpha_p * \eta * \rho_p}$$

Com:

$\varepsilon_{cs}(t, t_0) * E_p$  - calculado no item 4.1.4.2b

$\alpha_p * \sigma_{c,p0g} * \varphi(t, t_0)$  - calculado no item 4.1.4.2a considerando cada parcela de ação com o respectivo valor do coeficiente de fluência

$$\sigma_{p0} = 1392 \text{ MPa}$$

$$\chi(t, t_0) = -\ln[1 - \psi(t, t_0)] = -\ln[1 - 0,0623] = 0,0643$$

$$\chi_p = 1 + \chi(t, t_0) = 1,0643$$

$$\chi_c = 1 + 0,5 * \varphi(t, t_0) = 2,52 \text{ (neste caso usa-se o valor inicial de } \varphi(t, t_0) = 3,04)$$

$$\eta = 1 + e_s^2 * \frac{A_c}{I_c} = 1 + 0,069^2 * \frac{0,1427}{0,0007} = 1,97$$

$$\rho_p = \frac{A_p}{A_c} = \frac{2,75}{1427} = 1,927 * 10^{-3}$$

O valor das perdas progressivas é de:

$$\Delta\sigma_p(t, t_0) = \frac{43,81 + 14,81 + 1392 * 0,0643}{1,0643 + 2,52 * 6,52 * 1,97 * 1,927 * 10^{-3}} = 131,47 \text{ MPa}$$

E a tensão final fica sendo:

$$\sigma_{pt=\infty} = 1392 - 131,47 \cong 1260 \text{ MPa}$$

Com isso tem-se o valor final das perdas:

$$\text{Perdas} = \frac{1453 - 1260}{1453} = 0,1328 = 13,28\%$$

Ou seja, determinando as perdas isoladamente e como progressivas o valor é praticamente o mesmo. Assim sendo, pode-se considerar que há uma perda de protensão de 13 a 15%.

#### 4.1.5. Dimensionamento no ELU ( $t=\infty$ )

Uma vez definidas as perdas de protensão totais através de um cálculo minucioso, pode-se calcular novamente a armadura necessária no ELU no tempo infinito, como feito no pré-dimensionamento em 4.1.2.

- **Determinação de  $\varepsilon_t$ :**

Sabendo-se que as perdas de protensão totais são iguais a 15%:

$$\sigma_{pi} = 1453 * 0,85 = 1235 \text{ MPa}$$

Interpolando a tabela B.2 do anexo B:  $\varepsilon_p = 6,37\text{‰}$

Então, tem-se que:  $\varepsilon_t = \varepsilon_s + \varepsilon_p = 10\text{‰} + 6,37\text{‰} = 16,37\text{‰}$

Novamente interpolando a tabela B.2:

$$\sigma_{pd} = 1512,5 \text{ MPa} \cong 151,25 \text{ kN/cm}^2$$

Com isso é possível determinar a quantidade de armadura necessária para atender o Estado Limite Último ( $t=\infty$ ):

$$A_p = \frac{M_d}{KZ * d * \sigma_{pi}} = \frac{85,78}{0,9406 * 0,219 * 151,25} = 2,75 \text{ cm}^2$$

Como a área de aço de protensão  $A_p$  é idêntica àquela obtida no pré-dimensionamento, o número de cabos inicial está correto, ou seja:

$$n = \frac{2,75}{0,55} = 5,016 \approx 5\phi 9,5 \text{ mm}$$

Mesmo o valor das perdas de protensão totais diferindo em 10% entre o valor inicial adotado e o valor final obtido, para este exemplo não houve grande alteração na tensão final do aço e por isso a quantidade de cabos se manteve a mesma. De qualquer maneira é importante sempre determinar o valor das perdas de protensão, já que pode ser variável para cada situação de cálculo.

O próximo passo é refazer a verificação em vazio para a perda inicial real encontrada. Como essas perdas resultaram em um valor muito próximo ao adotado no item 4.1.3 (apenas 0,8% menor), não há diferença significativa no cálculo e assim sendo a peça já está verificada em vazio. Segue, então, a verificação de fissuração.

#### 4.1.6. Verificação de fissuração - tempo $\infty$

Com os valores das perdas já calculados, pode-se calcular o efeito da protensão no tempo infinito com maior precisão, utilizando a expressão A.13 do item A.5.1 – Anexo A . Nesta data a resistência já atingiu o valor de 50 MPa e para combinação frequente, a NB1:2003 permite que ocorra tração, sendo o limite dado por  $-1,2f_{ct} \leq \sigma \leq 0,7f_{cj}$ .

Sabendo-se que as perdas totais são de 15%:

$$N_p = 5 * 0,55 * (0,85 * 145,3) = 339,64 \text{ kN}$$

$$N_p * e_s = M_p = 339,6 * 0,069 = 23,44 \text{ kN.m}$$

$$M_{g1+g2} = 16,02 + 7,02 = 23,04 \text{ kN.m}$$

$$M_{g3+0,4q} = 11,25 + 11,25 = 22,5 \text{ kN.m}$$

$$M_{g3+0,6q} = 11,25 + 16,88 = 28,13 \text{ kN.m}$$

#### a) Para combinação quase permanente ( $0 \leq \sigma \leq 0,7f_{ck} = 0 \leq \sigma \leq 35 \text{ MPa}$ ):

- Fibras Inferiores:

$$\sigma_i = \frac{N_p}{A} + \frac{N_p * e_s}{W_i} - \frac{M}{W_i} = \frac{339,64}{0,1427} + \frac{23,44}{0,0069} - \frac{23,04}{0,0069} - \frac{22,5}{0,0095} = 0,07 \text{ MPa} > 0 \text{ (OK)}$$

- Fibras Superiores:

$$\sigma_s = \frac{N_p}{A} - \frac{N_p * e_s}{W_s} + \frac{M}{I_{\text{seção composta}}} * (h_{\text{seção simples}} - y_{s \text{ seção composta}})$$

$$\sigma_s = \frac{339,64}{0,1427} - \frac{23,44}{0,007} + \frac{23,04}{0,007} + \frac{22,5}{0,0013} * (0,20 - 0,1131) = 3,83 \text{ MPa} < 35 \text{ MPa (OK)}$$

**b) Para combinação freqüente ( $-1,2f_{ct} \leq \sigma \leq 0,7f_{ck} = -3,42 \leq \sigma \leq 35 \text{ MPa}$ ):**

Como no item a:

- Fibras Inferiores:

$$\sigma_i = \frac{339,64}{0,1427} + \frac{23,44}{0,0069} - \frac{23,04}{0,0069} - \frac{28,13}{0,0095} = -0,52 \text{ MPa} > -3,42 \text{ MPa (OK)}$$

- Fibras Superiores:

$$\sigma_s = \frac{339,64}{0,1427} - \frac{23,44}{0,007} + \frac{23,04}{0,007} + \frac{28,13}{0,0013} * (0,20 - 0,1131) = 4,20 \text{ MPa} < 35 \text{ MPa (OK)}$$

Para as verificações no tempo infinito as tensões também não ultrapassaram os valores limites, estando, portanto, de acordo com as prescrições da Norma.

#### **4.1.7. Verificação das deformações**

Após o dimensionamento da laje alveolar e feita todas as verificações, é necessário também verificar se as deformações estão de acordo com os limites descritos pela norma. Para isso, faz-se o cálculo da flecha por etapas, já que os coeficientes de fluência são diferentes para cada uma delas, pois esta varia conforme a idade em que foi introduzido o carregamento em questão até a idade que está sendo analisada.

Assim, o momento total de cada etapa é dado pelos carregamentos atuantes, sendo que este deve ser menor que o momento de fissuração. Observa-se também que pela verificação de fissuração não ocorreu fissuração na etapa em que se considera a combinação quase permanente. Assim o momento de fissuração não é alcançado até o funcionamento da peça com este tipo de combinação. As flechas são calculadas para a ação imediata e depois com a consideração da fluência, além também da flecha proveniente da “perda” de protensão.

##### **4.1.7.1. Determinação das Deformações**

Na etapa 1 a força de protensão a ser considerada é de:

$$\sigma_{pt=20h} = 1392 \text{ MPa}$$

$$N_p = 139,2 * 5 * 0,55 = 382,8 \text{ kN}$$

$$M_p = 382,8 * 0,069 = 26,41 \text{ kN.m}$$

O efeito da perda de protensão pode ser obtido considerando um momento fletor de protensão equivalente a perda, dado por:

$$\Delta\sigma_{pt=\infty} = 156,75 \text{ MPa}$$

$$N_p = 15,7 * 5 * 0,55 = 43,18 \text{ kN}$$

$$M_p = 43,18 * 0,069 = 2,98 \text{ kN.m}$$

Com esses dados e as equações A.14 e A.15 do anexo A, é possível montar a tabela 4.7 a seguir:

**Tabela 4.7:** Flechas imediatas para as diversas ações.

| Ação                       | Intensidade (v) | $\varphi(t, t_0)$ | I (m <sup>4</sup> ) | a (mm) |
|----------------------------|-----------------|-------------------|---------------------|--------|
| Protensão                  | 26,42 kN.m      | 3,04              | 0,0007              | -6,51  |
| Perda de protensão         | 2,98 kN.m       | (3,04/2)=1,52     | 0,0007              | 0,73   |
| Peso próprio               | 3,56 kN/m       | 3,04              | 0,0007              | 3,29   |
| Capa                       | 1,56 kN/m       | 1,85              | 0,0007              | 1,44   |
| Revestimento               | 2,50 kN/m       | 1,44              | 0,0013              | 1,24   |
| Acidental quase permanente | 2,50 kN/m       | 1,38              | 0,0013              | 1,24   |

O cálculo da flecha total no final da etapa 1, conhecido como “flecha inicial” que surge logo após a protensão é de:

$$a_{t=0} = -6,51 + 0,73 = -5,66 \text{ mm}$$

A NBR6118:2003, nas notas da tabela 13.2 afirma que a contraflecha não deve ser superior a  $\ell/350 = 6000/350 = 17,14 \text{ mm}$ , portanto a flecha inicial para este exemplo está dentro do valor limite.

#### 4.1.7.2. Determinação das Deformações: Etapas 2, 3, 4 e 5

O valor da flecha final considerando a fluência é dado por:

$$a_{\text{total}} = (a_p + a_1) * (1 + \varphi_{(1,\infty)}) + a_{g2} * (1 + \varphi_{(15,\infty)}) + a_{g3} * (1 + \varphi_{(45,\infty)}) + a_{0,4q} * (1 + \varphi_{(60,\infty)}) + a_{\Delta p} * (1 + \frac{\varphi_{(1,\infty)}}{2})$$

$$a_{\text{total}} = (-6,51 + 3,29) * (1 + 3,04) + 1,44 * (1 + 1,85) + 1,24 * (1 + 1,44) + 1,24 * (1 + 1,38) + 0,73 * (1 + 1,52)$$

$$a_{\text{total}} = -13 + 4,10 + 3,03 + 2,95 + 1,84 = -1,09 \text{ mm}$$

E a flecha limite de acordo com a tabela 13.2 da NBR6118:2003 é dada por:

$$\ell / 250 = 6000 / 250 = 24 \text{ mm} > 1,09 \text{ mm}$$

Portanto, o valor de deformação está dentro do limite prescrito pela Norma.

#### 4.1.8. Verificação do Cisalhamento

O cisalhamento em lajes alveolares é calculado pela expressão da NBR6118:2003, e neste caso deve ser verificada tanto para a seção simples, que é a situação em que as peças ficam no estoque das fábricas, quanto para a seção composta, quando a laje trabalha junto com a capa após a montagem.

##### 4.1.8.1. Cálculo para Seção Simples

Esta verificação cabe para efeito de montagem, ou seja, imagina-se que a peça ao ser montada está sem capa e o concreto com resistência de saque de 30 MPa. Destaca-se que devem ser descontados os diâmetros dos alvéolos para determinação da largura  $b_w$ . Utilizando a equação dada no anexo A, item A.7:

$$V_{rd} = [\tau_{rd} * k * (1,2 + 40 * \rho_t) + 0,15 * \sigma_{cp}] * b_w * d$$

Em que:

$$\tau_{rd} = 0,25 * f_{ctd} = 0,25 * 1448 = 362 \text{ kN/m}^2$$

$$f_{ctd} = \frac{f_{ctk,inf}}{\gamma_c} = \frac{0,7 * 0,3 * f_{ck}^{2/3}}{1,4} = 0,15 * f_{ck}^{2/3} = 0,15 * 30^{2/3} * 1000 = 1448 \text{ kN/m}^2$$

$$\rho_t = \frac{A_{sl}}{b_w * d} = \frac{5 * 0,55}{33 * 16,9} = 0,0005 \leq 0,02$$

$$\sigma_{cp} = \frac{N_{sd}}{A_c} = \frac{139,2 * 5 * 0,55}{0,1427} = 2682 \text{ kN/m}^2$$

$$k = |1,6 - d| = 1,6 - 0,169 = 1,431 \geq 1$$

Então:

$$V_{rd} = [362 * 1,431 * (1,2 + 40 * 0,0005) + 0,15 * 2682] * 0,33 * 0,169$$

$$V_{rd} = 57,7 \text{ kN}$$

A força resistente  $V_{rd}$  deve ser maior que a força solicitante de cálculo  $V_{sd,m}$ :

$$V_{rd} \geq V_{sd,m}$$

$$V_{sd} = \frac{p * l}{2} * 1,4 = \frac{5,12 * 6}{2} * 1,4 = 21,5 \text{ kN} \leq V_{rd} \Rightarrow \text{OK!}$$

Como a força de cisalhamento se apresentou menor que a máxima permitida, a peça está verificada.

#### 4.1.8.2. Cálculo para Seção Composta

Aqui é considerada a situação final, onde já estão atuando todos os carregamentos na laje.

$$V_{rd} = [\tau_{rd} * k * (1,2 + 40 * \rho_t) + 0,15 * \sigma_{cp}] * b_w * d$$

Em que:

$$\tau_{rd} = 0,25 * f_{ctd} = 0,25 * 2036 = 509 \text{ kN/m}^2$$

$$f_{ctd} = \frac{f_{ctk,inf}}{\gamma_c} = \frac{0,7 * 0,3 * f_{ck}^{2/3}}{1,4} = 0,15 * f_{ck}^{2/3} = 0,15 * 50^{2/3} * 1000 = 2036 \text{ kN/m}^2$$

$$\rho_t = \frac{A_{s1}}{b_w * d} = \frac{5 * 0,55}{33 * 16,9} = 0,0005 \leq 0,02$$

$$\sigma_{cp} = \frac{N_{sd}}{A_c} = \frac{123,5 * 5 * 0,55}{0,1427} = 2380 \text{ kN/m}^2$$

$$k = |1,6 - d| = 1,6 - 0,219 = 1,381 \geq 1$$

Então:

$$V_{rd} = [509 * 1,381 * (1,2 + 40 * 0,0005) + 0,15 * 2380] * 0,33 * 0,219 = 87,77 \text{ kN}$$

Como no item 4.1.8.1:

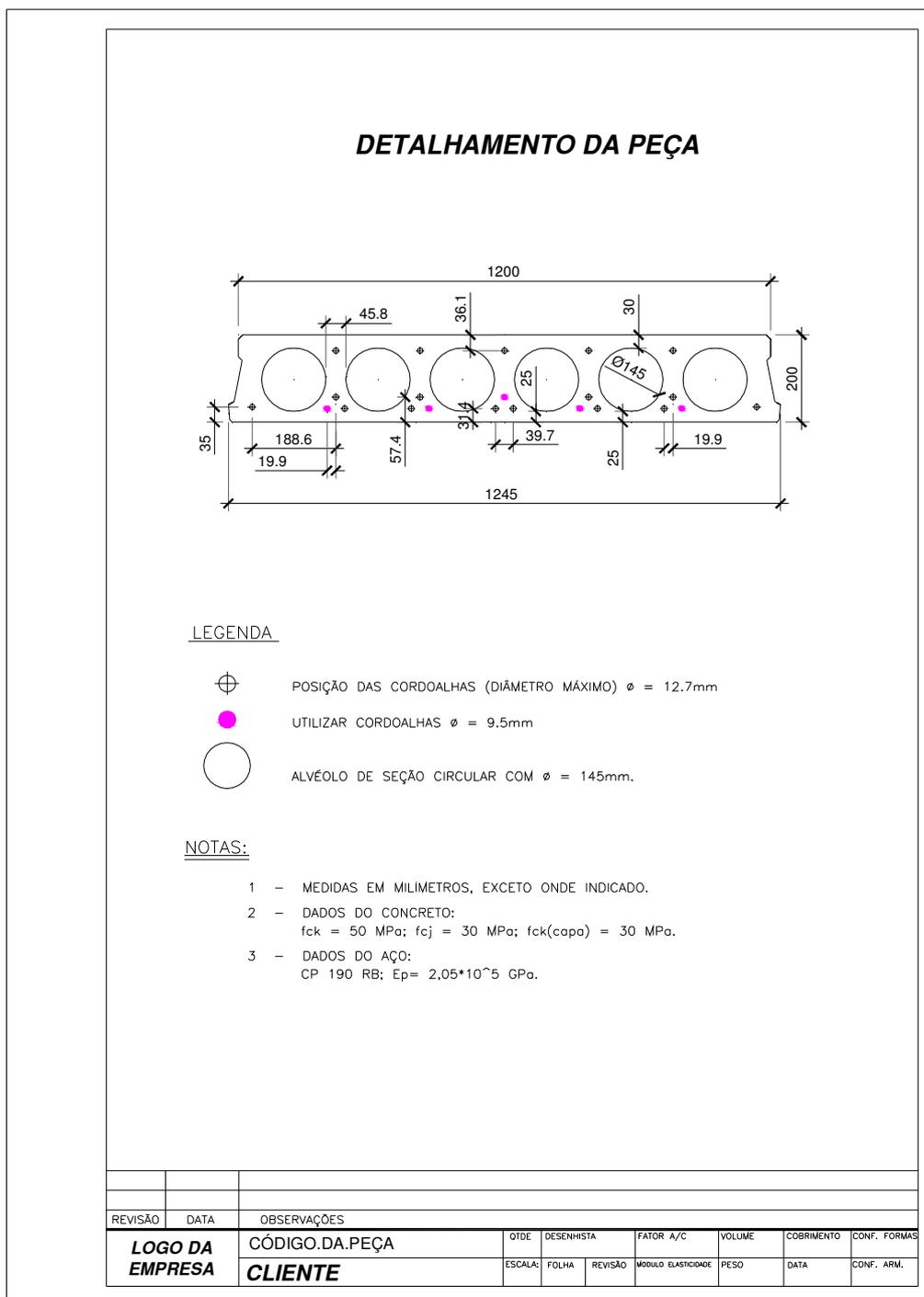
$$V_{rd} \geq V_{sd}$$

$$V_{sd} = \frac{p * l}{2} * 1,4 = \frac{13,87 * 6}{2} * 1,4 = 58,3 \text{ kN} \leq V_{rd} \Rightarrow \text{OK!}$$

Como a força de cisalhamento se apresentou menor que a máxima permitida, a peça está verificada.

**4.1.9. Detalhamento da peça**

O detalhamento final da peça consta basicamente em indicar o posicionamento final das cordoalhas e especificar os dados do concreto e do aço. A figura 4.1 mostra um exemplo de como pode ser feito o detalhamento. O esquema mostra os possíveis posicionamentos dos cabos, a posição das cordoalhas resultantes do dimensionamento mantendo a simetria na peça, os cobrimentos das cordoalhas, o espaçamento entre os cabos e a altura da laje.



**Figura 4.1:** Detalhamento da laje h=20 mm.

5.

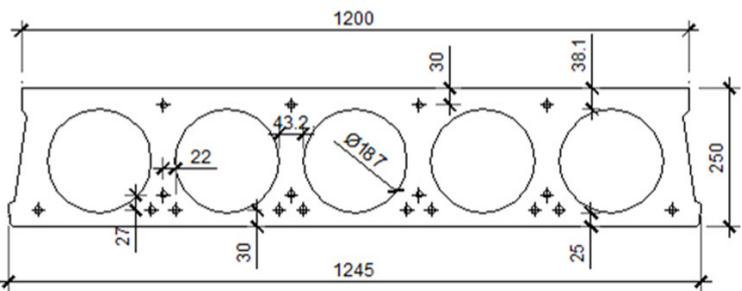
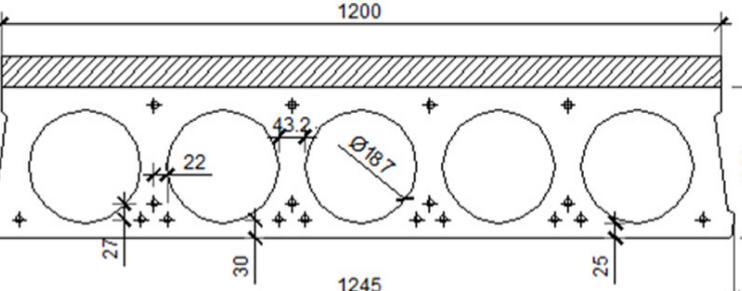
## 4.2. EXEMPLO NUMÉRICO 2

Dimensionar e verificar uma laje alveolar considerando os dados do exemplo numérico 1 para um vão de 12 m, na condição de simplesmente apoiada.

### 4.2.1. Dimensionamento no ELU ( $t=\infty$ )

Consultando as tabelas no *Manual Munte* de Melo (2004) - vide Anexo B, para um carregamento total de 7 kN/m<sup>2</sup> a laje deve ser considerada com altura maior que 20 cm. Utiliza-se aqui uma seção genérica de uma laje de 25 cm de altura (tabela 4.8).

**Tabela 4.8:** Seções genéricas de uma laje alveolar de 250 mm e propriedades geométricas.

| Seção genérica de uma laje de 250 mm de altura  | Propriedades Geométricas  |
|---|---|
|  <p>Seção Simples</p>   | <p>Área = 0,1631 m<sup>2</sup><br/>           Perímetro = 6,14 m<br/>           I = 0,0013 m<sup>4</sup><br/>           y<sub>s</sub> = 0,1212 m<br/> <math>W_s = \frac{0,0013}{0,1212} = 0,0107 \text{ m}^3</math><br/> <math>W_i = \frac{0,0013}{0,1288} = 0,0102 \text{ m}^3</math><br/>           e<sub>s</sub> = 0,1288 - 0,030 = 0,0988 m<br/>           e<sub>s</sub>' = 0,1212 - 0,030 = 0,0912 m</p> |
|  <p>Seção Composta</p> | <p>Área = 0,2245 m<sup>2</sup><br/>           Perímetro = 6,24 m<br/>           I = 0,0022 m<sup>4</sup><br/>           y<sub>s</sub> = 0,1321 m<br/> <math>W_s = \frac{0,0022}{0,1321} = 0,0166 \text{ m}^3</math><br/> <math>W_i = \frac{0,0022}{0,1679} = 0,0131 \text{ m}^3</math><br/>           e<sub>c</sub> = 0,1679 - 0,030 = 0,1379 m<br/>           e<sub>c</sub>' = 0,1321 - 0,080 = 0,0521 m</p> |

Considerando os dados da laje com h=25 cm e os carregamentos do item 4.1.1, alterando-se apenas o peso próprio, para um vão de 12 m tem-se os valores de momentos máximos dados na tabela 4.9.

**Tabela 4.9:** Carregamentos e momentos a considerar para a laje de 250 mm.

| Ação                       | Sigla          | Intensidade (kN/m)/peça | Momento Máximo (kN.m)/peça |
|----------------------------|----------------|-------------------------|----------------------------|
| Peso próprio               | g <sub>1</sub> | 4,08                    | 73,44                      |
| Capa                       | g <sub>2</sub> | 1,56                    | 28,08                      |
| Revestimento               | g <sub>3</sub> | 2,50                    | 45,00                      |
| Acidental                  | q              | 6,25                    | 112,50                     |
| Acidental quase permanente | 0,4*q          | 2,50                    | 45,00                      |
| Acidental frequente        | 0,6*q          | 3,75                    | 67,50                      |

$$M_d = 1,3 * 73,44 + 1,4 * (28,08 + 45 + 112,5) = 355,28 \text{ kN.m}$$

Supondo a linha neutra passando na capa (com equação A.1 – Anexo A e dados da tabela B.1 – Anexo B):

$$KMD = \frac{M_d}{b_w * d^2 * \frac{f_{cd}}{1,4}} = \frac{1,4 * 355,28}{1,25 * (0,30 - 0,030)^2 * 30000} = 0,182$$

$$KX = 0,3106$$

$$KZ = 0,8757$$

$$\varepsilon_s = 7,766\% - \text{domínio 3}$$

$$x = KX * d = 0,3106 * 0,27 = 8,38 \text{ cm} > 5,00 \text{ cm} \Rightarrow \text{a linha neutra passa pela mesa da laje!}$$

A favor da segurança ainda será considerado o concreto da capa com  $f_{ck}=30 \text{ MPa}$ .

- **Determinação de  $\varepsilon_t$ :**

Como essa laje apresenta vão maior, já se sabe que apresentará um maior número de cabos e assim é adotado inicialmente um valor de perdas maior que o encontrado no exemplo numérico 1, sendo este de 18%. Então a tensão inicial fica:

$$\sigma_{pi} = 1453 * 0,82 = 1191,5 \text{ MPa}$$

Interpolando a tabela B.2 do Anexo B:  $\varepsilon_p = 5,34\%$

$$\text{Então, tem-se que: } \varepsilon_t = \varepsilon_s + \varepsilon_p = 7,766\% + 5,34\% = 13,11\%$$

Novamente interpolando a tabela B.2:

$$\sigma_{pd} = 1498,7 \text{ MPa} \cong 149,9 \text{ kN/cm}^2$$

- **Determinação de  $A_p$ :**

Com isso é possível determinar a quantidade de armadura necessária para atender o Estado Limite Último ( $t=\infty$ ), com a equação A.2 do Anexo A:

$$A_p = \frac{M_d}{KZ * d * \sigma_{pi}} = \frac{355,28}{0,8757 * 0,27 * 149,9} = 10,02 \text{ cm}^2$$

Considerando que usualmente são usadas cordoalhas de 12,7mm (1/2”) e que a sua área é igual a 0,98 cm<sup>2</sup>:

$$n = \frac{10,02}{0,98} = 10,23 \approx 10\phi 12,7 \text{ mm}$$

Ou seja, são necessárias 10 cordoalhas de 12,7 mm. Agora se procede com o cálculo da verificação em vazio para constatar se haverá cordoalhas nas fibras superiores.

#### 4.2.2. Verificação em vazio ( $t=0$ ) no ELU

Sabendo-se que os valores das tensões nas fibras inferior e superior são limitados por  $-1,2f_{ct} \leq \sigma \leq 0,7f_{ck}$  (caso em que se permite tração) ou  $0 \leq \sigma \leq 0,7f_{ck}$  (caso em que não se permite tração), adotando-se para as perdas iniciais o mesmo valor adotado no exemplo numérico 1 (5%), o valor das tensões podem ser calculados com as equações do item A.5.1 do Anexo A:

$$\sigma_{pi} = 1453 * 0,95 = 1380 \text{ kN}$$

$$N_p = 10 * 0,98 * 138 = 1352,40 \text{ kN}$$

$$N_p * e = M_p = 1352,40 * 0,0988 = 133,61 \text{ kN}$$

$$M_{g1} = 73,44 \text{ kN.m}$$

##### a) Efeito da protensão

$$\sigma_i = \frac{N_p}{A} + \frac{N_p * e}{W_i} = \frac{1352,4}{0,1631} + \frac{133,61}{0,0102} = 21,56 \text{ MPa}$$

$$\sigma_s = \frac{N_p}{A} - \frac{N_p * e}{W_s} = \frac{1352,4}{0,1631} - \frac{133,61}{0,0107} = -4,03 \text{ MPa}$$

##### b) Verificação no meio do vão

Considerando a ação do peso próprio:

$$\sigma_i = -\frac{M_{g1}}{W_i} = -\frac{73,44}{0,0102} = -7,20 \text{ MPa}$$

$$\sigma_s = \frac{M_{g1}}{W_s} = \frac{73,44}{0,0107} = 6,86 \text{ MPa}$$

Somando-se os efeitos:

$$\sigma_i = 21,56 - 7,20 = 14,36 \text{ MPa} < 21 \text{ MPa (OK)}$$

$$\sigma_s = -4,03 + 6,86 = 2,85 \text{ MPa} > 0 \text{ (OK)}$$

Assim as duas condições estão atendidas.

### c) Verificação próxima aos apoios

O exemplo numérico 1 mostrou que a seção mais crítica para a tensão de tração na borda superior é onde ocorre a transferência da protensão, aqui dado por:

$$l_{bpt} = \frac{7,0 * 0,5 * 1,25 * \phi * \sigma_{pi}}{36 * f_{bpd}} = \frac{4,375 * 0,0127 * 1380}{36 * 1,737} = 1,22 \text{ m}$$

Usando agora a expressão da distância de regularização:

$$l_{bpd} = \sqrt{h^2 + (0,6 * l_{bpt})^2} \geq l_{bpt}$$

$$l_{bpd} = \sqrt{0,25^2 + (0,6 * 1,22)^2} = 0,77 \text{ m}$$

Assim:  $l_{bpd} = l_{bpt} = 1,22 \text{ m}$

Ou seja, os esforços de protensão têm seu valor total a 1,22 m do apoio, tendo para valor do momento de peso próprio devido à transferência de protensão:

$$M_{bpt} = \frac{p * l}{2} * x - p * x * \frac{x}{2} = \frac{4,08 * 12}{2} * 1,22 - 4,08 * 1,22 * \frac{1,22}{2} = 26,87 \text{ kN.m}$$

E as tensões referentes ao peso próprio:

$$\sigma_i = -\frac{26,87}{0,0102} = -2,63 \text{ MPa}$$

$$\sigma_s = \frac{26,87}{0,0107} = 2,51 \text{ MPa}$$

Resultando finalmente nas tensões:

$$\sigma_i = 21,56 - 2,63 = 18,93 \text{ MPa} < 21 \text{ MPa (OK)}$$

$\sigma_s = -4,03 + 2,51 = -1,52 \text{ MPa} < 0$  - devem ser acrescentadas cordoalhas superiores

Para determinar a quantidade de armadura superior ( $A_p'$ ), acrescentam-se as parcelas referentes a essas cordoalhas superiores na mesma equação de verificação, porém com o valor da tensão  $\sigma_s$  já igual a zero. Então os valores de  $N_p$  e  $M_p$  para as duas bordas são:

$$N_p = 10 * 0,98 * 138 = 1352,40 \text{ kN}$$

$$N_p * e_s = M_p = 1352,40 * 0,0988 = 133,61 \text{ kN}$$

$$N_p' = \sigma * A_p' = 138 * A_p'$$

$$N_p' * e_s' = M_p' = 138 * A_p' * 0,0912 = 12,58 * A_p'$$

$$\sigma_s = \frac{N_p}{A} - \frac{M_p}{W_s} + \frac{N_p'}{A} + \frac{M_p'}{W_s} + \frac{M_{bpt}}{W_s} = 0$$

$$\frac{1352,40}{0,1631} - \frac{133,61}{0,0107} + \frac{138 * A_p'}{0,1631} + \frac{12,58 * A_p'}{0,0107} + \frac{26,87}{0,0107} \geq 0 \Rightarrow A_p' \cong 0,83 \text{ cm}^2$$

Considerando a área da cordoalha de 9,5 mm (3/8") = 0,55 cm<sup>2</sup>

$$n = \frac{0,83}{0,55} = 1,514 \approx 2\phi 9,5 \text{ mm}$$

Então são necessárias duas cordoalhas de 9,5 mm para combater a tração excedente nas fibras superiores. Com esses dados segue o cálculo das perdas de protensão.

### 4.2.3. Determinação das Perdas de Protensão

#### 4.2.3.1. Determinação das Perdas Iniciais – Cabos Inferiores

Neste caso apenas a perda imediata do concreto se difere do exemplo anterior, sendo, portanto, os valores das perdas por ancoragem da armadura e relaxação da armadura iguais a 8 MPa e 24 MPa, respectivamente. As perdas dos cabos superiores e inferiores são determinadas separadamente.

#### a) Perda imediata do concreto:

Como no exemplo numérico 1, a tensão é utilizada já com as perdas anteriores e o cálculo é feito apenas para a seção no meio do vão.

$$\sigma = 1453 - 8 - 24 = 1421 \text{ MPa}$$

$$N_p = 10 * 0,98 * 142,1 + 2 * 0,55 * 142,1 = 1548,89 \text{ MPa}$$

$$M_p = 142,1 * 0,98 * 10 * 0,0988 - 142,1 * 0,55 * 2 * 0,0912 = 123,33 \text{ kN.m}$$

$$M_p * e_s = 123,33 * 0,0988 = 12,18 \text{ kN.m}^2$$

$$M_{g1} * e_s = 73,44 * 0,0988 = 7,25 \text{ kN.m}^2$$

Com esses valores calcula-se a tensão no cg das cordoalhas:

$$\sigma_{\text{cgcabo}} = \frac{N_p}{A} + \frac{M_p}{I} * e_s - \frac{M_{g1} * e_s}{I} = \frac{1548,89}{0,1631} + \frac{12,18}{0,0013} - \frac{7,25}{0,0013} \cong 13289 \text{ kN/m}^2 = 13,29 \text{ MPa}$$

$$\Delta\sigma_{p,i} = 13,29 * 7,67 \cong 102 \text{ MPa}$$

Assim, a perda de protensão dos cabos inferiores chega a:

$$\sigma_{t=20h} = 8 + 24 + 102 = 134 \text{ MPa}$$

Então, a tensão final é de:

$$\sigma_{pt=20h} = 1453 - 134 = 1319 \text{ MPa}$$

E o valor referente à perda imediata, ou seja, apenas da etapa 1 é de:

$$\% \text{ Perda Etapa 1} = \frac{1453 - 1319}{1453} = 0,092 = 9,2\%$$

#### 4.2.3.2. Determinação das Perdas Iniciais – Cabos Superiores

Como em 4.2.3.1, os valores das perdas por ancoragem da armadura e relaxação da armadura iguais a 8 MPa e 24 MPa, respectivamente.

##### a) Perda imediata do concreto:

Para efetuar o cálculo da tensão no cg do cabo, têm-se:

$$\sigma = 1453 - 8 - 24 = 1421 \text{ MPa}$$

$$N_p = 10 * 0,98 * 142,1 + 2 * 0,55 * 142,1 = 1548,89 \text{ MPa}$$

$$M_p = 142,1 * 0,98 * 10 * 0,0988 - 142,1 * 0,55 * 2 * 0,0912 = 123,33 \text{ kN.m}$$

$$M_p * e_s' = 123,33 * 0,0912 = 11,25 \text{ kN.m}^2$$

$$M_{g1} * e_s' = 73,44 * 0,0912 = 6,70 \text{ kN.m}^2$$

Com esses valores é calculada a tensão no cg das cordoalhas:

$$\sigma_{\text{cgcabo}} = \frac{N_p}{A} - \frac{M_p}{I} * e_s' + \frac{M_{g1} * e_s'}{I} = \frac{1548,89}{0,1631} - \frac{11,25}{0,0013} + \frac{6,70}{0,0013} \cong 5996 \text{ kN/m}^2 \cong 6 \text{ MPa}$$

$$\Delta\sigma_{\text{pdi}} = 6 * 7,67 \cong 46 \text{ MPa}$$

Assim, a perda de protensão dos cabos superiores chega a:

$$\sigma_{\text{tl}} = 8 + 24 + 46 = 78 \text{ MPa}$$

Então, a tensão final é de:

$$\sigma_{\text{pt}=20\text{h}} = 1453 - 78 = 1375 \text{ MPa}$$

O valor referente à perda imediata é de:

$$\% \text{ Perda Etapa 1} = \frac{1453 - 1375}{1453} = 0,054 = 5,4\%$$

#### 4.2.3.3. Determinação das Perdas Diferidas – Cabos Inferiores e Superiores

Nesse item serão calculadas as perdas diferidas tanto para os cabos inferiores quanto para os cabos superiores simultaneamente.

Da mesma forma que é feito em 4.1.4.2 do exemplo numérico 1, é considerada para ação da protensão e peso próprio ( $g_1$ ) a média dos valores da área e para o perímetro é feita a média de todas as etapas, tudo isso resumido na tabela 4.10.

**Tabela 4.10:** Valores de área e perímetro para laje de altura igual a 25 cm a considerar no cálculo das perdas para cada ação.

| Ação  | Descrição       | Área da seção (m <sup>2</sup> ) | Perímetro em contato com o ar (m) |
|-------|-----------------|---------------------------------|-----------------------------------|
| $g_1$ | Peso próprio    | 0,1938                          | 3,67                              |
| $g_2$ | Capa            | 0,2245                          | 2,84                              |
| $g_3$ | Revestimento    | 0,2245                          | 2,13                              |
| q     | Carga acidental | 0,2245                          | 1,25                              |

Através dessa tabela segue o cálculo das perdas isoladamente.

### a) Perda por fluência do concreto:

Através dos dados da tabela 4.10 e das equações no Anexo A (item A.3.1), chega-se a valores de coeficiente de fluência resumidos na tabela 4.11 a seguir:

**Tabela 4.11:** Coeficientes de fluência determinados de acordo com o período estabelecido.

| Etapa | Período (dias) | Área (m <sup>2</sup> ) | Perímetro (cm) | $\varphi(t, t_0)$ |
|-------|----------------|------------------------|----------------|-------------------|
| 2     | 1 - $\infty$   | 0,1938                 | 367            | 3,02              |
| 3     | 15 - $\infty$  | 0,2245                 | 284            | 1,86              |
| 4     | 45 - $\infty$  | 0,2245                 | 213            | 1,44              |
| 5     | 60 - $\infty$  | 0,2245                 | 125            | 1,39              |

Com os valores dos coeficientes de fluência é possível determinar o valor da perda por fluência:

$$N_p = 10 * 0,98 * 131,9 + 2 * 0,55 * 131,9 = 1437,71 \text{ kN}$$

$$M_p = 131,9 * 10 * 0,98 * 0,0988 - 131,9 * 2 * 0,55 * 0,0912 = 114,48 \text{ kN.m}$$

$$M_{g1} = 73,44 \text{ kN.m}, M_{g2} = 28,08 \text{ kN.m}, M_{g3} = 45 \text{ kN.m} \text{ e } M_{0,4q} = 45 \text{ kN.m}$$

- *Cabos Inferiores:*

$$\sigma_{cg\text{cabo}} = \left( \frac{N_p}{A} + \frac{(M_p - M_{g1}) * e_s}{I} \right) * \varphi(\infty, 1) - \frac{M_{g2} * e_s}{I} * \varphi(\infty, 15) - \frac{M_{g3} * e_c}{I} * \varphi(\infty, 45)$$

$$- \frac{M_{0,4q} * e_c}{I} * \varphi(\infty, 60) = \frac{1437,71}{0,1631} + \frac{(114,48 - 73,44) * 0,0988}{0,0013} * 3,02 - \frac{28,08 * 0,0988}{0,0013} * 1,86$$

$$- \frac{45 * 0,1379}{0,0022} * 1,44 - \frac{45 * 0,1379}{0,0022} * 1,39 \cong 7285 \text{ kN/m}^2$$

A perda por fluência para os cabos inferiores fica:  $\Delta\sigma_{p,c} = 7,67 * 7,29 = 55,91 \text{ MPa}$

- *Cabos Superiores:*

$$\sigma_{cg\text{cabo}} = \left( \frac{N_p}{A} - \frac{(M_p - M_{g1}) * e_s'}{I} \right) * \varphi(\infty, 1) + \frac{M_{g2} * e_s'}{I} * \varphi(\infty, 15) + \frac{M_{g3} * e_c'}{I} * \varphi(\infty, 45)$$

$$+ \frac{M_{0,4q} * e_c'}{I} * \varphi(\infty, 60) = \frac{1439,89}{0,1631} + \frac{(114,65 - 73,44) * 0,0912}{0,0013} * 3,02 + \frac{28,08 * 0,0912}{0,0013} * 1,86$$

$$+ \frac{45 * 0,0521}{0,0022} * 1,44 + \frac{45 * 0,0521}{0,0022} * 1,39 \cong 6952 \text{ kN / m}^2$$

A perda por fluência para os cabos superiores fica:  $\Delta\sigma_{p,c} = 7,67 * 6,95 = 53,3 \text{ MPa}$

**b) Perda por retração do concreto:**

A perda por retração pode ser considerada igual para os cabos superiores e inferiores e como feito no item anterior a perda por retração do concreto igual a:

$$\Delta\sigma_{p,s} = 43,81 \text{ MPa}$$

**c) Perda por relaxação da armadura:**

Considerando a tensão dos cabos inferiores e superiores ao fim da etapa 1 com 1319 e 1375 MPa, obtem-se, assim, como no exemplo anterior:

- *Cabos Inferiores:*

$$\sigma_{p,r} = 80 \text{ MPa}$$

- *Cabos Superiores:*

$$\sigma_{p,r} = 93,8 \text{ MPa}$$

**d) Perdas totais considerando cada uma delas isoladamente:**

Considerando as perdas isoladas chega-se a:

- *Cabos Inferiores:*

$$\Delta\sigma_{p,c+s+r} = 55,91 + 46,1 + 80 \cong 182 \text{ MPa}$$

- *Cabos Superiores:*

$$\Delta\sigma_{p,c+s+r} = 53,3 + 43,81 + 93,8 = 190 \text{ MPa}$$

E as tensões finais ficam:

- *Cabos Inferiores:*

$$\sigma_{pt=\infty} = 1319 - 182 = 1137 \text{ MPa}$$

- *Cabos Superiores:*

$$\sigma_{pt=\infty} = 1375 - 193 = 1182 \text{ MPa}$$

A porcentagem das perdas é de:

- *Cabos Inferiores:*

$$\% \text{ Perdas Total} = \frac{1453 - 1137}{1453} = 0,217 = 21,7\%$$

- *Cabos Superiores:*

$$\% \text{ Perdas Total} = \frac{1453 - 1182}{1453} = 0,187 = 18,7\%$$

Para este exemplo as perdas totais variam de 18 a 22%. O item a seguir mostra o cálculo das perdas como progressivas, ainda para os cabos inferiores.

#### 4.2.3.4. Perdas Progressivas – Cabos Inferiores

Utilizando a equação A.9 do Anexo A:

$$\Delta\sigma_p(t, t_0) = \frac{\varepsilon_{cs}(t, t_0) * E_p - \alpha_p * \sigma_{c,p0g} * \varphi(t, t_0) - \sigma_{p0} * \chi(t, t_0)}{\chi_p + \chi_c * \alpha_p * \eta * \rho_p}$$

Com:

$$\varepsilon_{cs}(t, t_0) * E_p - \text{calculado no item 4.2.1.2 b}$$

$$\alpha_p * \sigma_{c,p0g} * \varphi(t, t_0) - \text{calculado no item 4.2.1.2 a}$$

$$\sigma_{p0} = 1319 \text{ MPa}$$

$$\chi(t, t_0) = -\ln[1 - \psi(t, t_0)] = -\ln[1 - 0,0625] = 0,0645$$

$$\chi_p = 1 + \chi(t, t_0) = 1,0645$$

$$\chi_c = 1 + 0,5 * \varphi(t, t_0) = 2,51 \text{ (neste caso usa-se o valor inicial de } \varphi(t, t_0) = 3,02 \text{)}$$

$$\eta = 1 + e_s^2 * \frac{A_c}{I_c} = 1 + 0,0988^2 * \frac{0,1631}{0,0013} = 2,22$$

$$\rho_p = \frac{A_p}{A_c} = \frac{10 * 0,98 + 2 * 0,55}{1631} = 6,7 * 10^{-3}$$

O valor das perdas progressivas é de:

$$\Delta\sigma_p(t, t_0) = \frac{43,63 + 70,80 + 1319 * 0,0645}{1,0645 + 2,51 * 7,67 * 2,22 * 6,7 * 10^{-3}} = 137,96 \text{ MPa}$$

E a tensão final fica sendo:

$$\sigma_{pt=\infty} = 1319 - 137,96 \cong 1181 \text{ MPa}$$

Com isso, tem-se o valor final das perdas:

$$\text{Perdas} = \frac{1453 - 1181}{1453} = 0,1872 = 18,72\%$$

Aqui os valores das perdas pelos dois processos de cálculo também são muito próximos. Assim sendo, pode-se considerar que há uma perda de protensão para os cabos inferiores de 18 a 22%. No item a seguir são determinadas as perdas nas fibras superiores.

#### 4.2.3.5. Perdas Progressivas – Cabos Superiores

Utilizando a equação A.9 do Anexo A:

$$\Delta\sigma_p(t, t_0) = \frac{\varepsilon_{cs}(t, t_0) * E_p - \alpha_p * \sigma_{c,p0g} * \varphi(t, t_0) - \sigma_{p0} * \chi(t, t_0)}{\chi_p + \chi_c * \alpha_p * \eta * \rho_p}$$

Com:

$$\varepsilon_{cs}(t, t_0) * E_p - \text{calculado no item 4.2.3.2 b}$$

$$\alpha_p * \sigma_{c,p0g} * \varphi(t, t_0) - \text{calculado no item 4.2.3.2 a}$$

$$\sigma_{p0} = 1321 \text{ MPa}$$

$$\chi(t, t_0) = -\ln[1 - \psi(t, t_0)] = -\ln[1 - 0,0625] = 0,0645$$

$$\chi_p = 1 + \chi(t, t_0) = 1,0645$$

$$\chi_c = 1 + 0,5 * \varphi(t, t_0) = 2,51 \text{ (neste caso usa-se o valor inicial de } \varphi(t, t_0) = 3,02)$$

$$\eta = 1 + e_p^{12} * \frac{A_c}{I_c} = 1 + 0,0912^2 * \frac{0,1631}{0,0013} = 2,04$$

$$\rho_p = \frac{A_p}{A_c} = \frac{10 * 0,98 + 2 * 0,55}{1631} = 6,7 * 10^{-3}$$

O valor das perdas progressivas é de:

$$\Delta\sigma_p(t, t_0) = \frac{43,63 + 83,88 + 1321 * 0,0645}{1,0645 + 2,51 * 7,67 * 2,04 * 6,7 * 10^{-3}} = 160,22 \text{ MPa}$$

E a tensão final fica sendo:

$$\sigma_{pt=\infty} = 1375 - 160,22 = 1215 \text{ MPa}$$

Com isso tem-se o valor final das perdas:

$$\text{Perdas} = \frac{1453 - 1215}{1453} = 0,1637 = 16,37\%$$

Para os cabos superiores, a perda resultou em valores de 16 a 21%.

Para este valor não há alteração significativa e a área de cabos continua praticamente a mesma, ou seja, ainda são usados 10 cabos de 12,7 mm para as fibras inferiores e 2 cabos de 9,5mm para as fibras superiores.

#### 4.2.4. Verificação de fissuração - tempo $\infty$

Com os valores das perdas já calculados, é possível calcular o efeito da protensão no tempo infinito com maior precisão.

Considerando os maiores valores das perdas obtidas para cada fibra, chega-se a:

$$N_p = 10 * 0,98 * 113,7 + 2 * 0,55 * 116,1 = 1242 \text{ kN}$$

$$M_p = N_p * e_s - N_p' * e_s' = 10 * 0,98 * 113,7 * 0,0988 - 2 * 0,55 * 116,1 * 0,0912 = 98,44 \text{ kN}$$

$$M_{g1+g2} = 101,52 \text{ kN.m}$$

$$M_{g3+0,4q} = 90 \text{ kN.m}$$

$$M_{g3+0,6q} = 112,5 \text{ kN.m}$$

**a) Para combinação quase permanente ( $0 \leq \sigma \leq 0,7f_{ck} = 0 \leq \sigma \leq 35 \text{ MPa}$ ):**

- Fibras Inferiores:

$$\sigma_i = \frac{N_p}{A} + \frac{M_p}{W_i} - \frac{M}{W_i} = \frac{1242}{0,1631} + \frac{98,44}{0,0102} - \frac{101,52}{0,0102} - \frac{90}{0,0131} = 0,58 > 0 \text{ (OK)}$$

- Fibras Superiores:

$$\sigma_s = \frac{N_p}{A} - \frac{N_p * e_s}{W_s} + \frac{M}{I_{\text{seção composta}}} * (h_{\text{seção simples}} - y_{s \text{ seção composta}})$$

$$\sigma_s = \frac{N_p}{A} - \frac{M_p}{W_s} + \frac{M}{W_s} = \frac{1243}{0,1631} - \frac{98,44}{0,0107} + \frac{101,52}{0,0107} + \frac{90}{0,0022} * (0,25 - 0,1321) \Rightarrow$$

$$\sigma_s = 21,52 \text{ MPa} < 35 \text{ MPa (OK)}$$

**b) Para combinação freqüente ( $-1,2f_{ct} \leq \sigma \leq 0,7f_{ck} = -3,42 \leq \sigma \leq 35 \text{ MPa}$ ):**

Como no item a:

- Fibras Inferiores:

$$\sigma_i = \frac{1242}{0,1631} + \frac{98,44}{0,0102} - \frac{101,52}{0,0102} - \frac{112,5}{0,0131} = -1,14 > -3,42 \text{ MPa (OK)}$$

- Fibras Superiores:

$$\sigma_s = \frac{1242}{0,1631} - \frac{98,44}{0,0107} + \frac{101,52}{0,0107} + \frac{112,5}{0,0022} * (0,25 - 0,1321) = 13,84 \text{ MPa} < 35 \text{ MPa (OK)}$$

Para as verificações no tempo infinito as tensões também não ultrapassaram os valores limites, estando, portanto, de acordo com as prescrições da Norma.

#### 4.2.5. Verificação das deformações

Neste exemplo também não ocorreu fissuração na etapa em que se considera a combinação quase permanente, não necessitando determinar o momento de fissuração, pois este não é alcançado. As flechas são calculadas como em 4.1.4 do exemplo 1, considerando-se a fluência para cada situação de carregamento.

##### 4.2.5.1. Determinação das Deformações

Na etapa 1 a força de protensão a ser considerada é de:

$$N_p = 10 * 0,98 * 131,9 + 2 * 0,55 * 132,1 = 1439,67 \text{ kN}$$

$$M_p = 131,9 * 10 * 0,98 * 0,0988 - 132,1 * 2 * 0,55 * 0,0912 = 114,65 \text{ kN.m}$$

Sabendo-se que a perda de protensão nos cabos inferiores é de 315 MPa e nos cabos superiores é de 291 MPa:

$$M_p = 10 * 0,98 * 31,5 * 0,0988 - 2 * 0,55 * 29,1 * 0,0912 = 27,58 \text{ kN.m}$$

Com esses dados é possível chegar aos valores da tabela 4.12 a seguir:

**Tabela 4.12:** Flechas imediatas para as diversas ações.

| Ação                       | Símbolo    | Intensidade (v) | $\varphi(t, t_0)$ | I (m <sup>4</sup> ) | a (mm) |
|----------------------------|------------|-----------------|-------------------|---------------------|--------|
| Protensão                  | p          | 114,65 kN.m     | 3,02              | 0,0013              | -60,89 |
| Perda de protensão         | $\Delta p$ | 27,58 kN.m      | (3,02/2)=1,51     | 0,0013              | 11,72  |
| Peso próprio               | $g_1$      | 3,56 kN/m       | 3,02              | 0,0013              | 28,36  |
| Capa                       | $g_2$      | 1,56 kN/m       | 1,86              | 0,0013              | 12,42  |
| Revestimento               | $g_3$      | 2,50 kN/m       | 1,44              | 0,0022              | 11,77  |
| Acidental quase permanente | 0,4q       | 2,50 kN/m       | 1,39              | 0,0022              | 11,77  |

A flecha inicial para este exemplo é de:

$$a_{t=0} = p + \Delta p = -60,89 + 11,72 = -49,17 \text{ mm}$$

Como no exemplo anterior, a contraflecha inicial não deve ser superior a  $\ell/350 = 12000/350 = 34,28 \text{ mm}$ , e assim este valor não atende aos limites prescritos pela norma.

Como não ocorreu fissuração, de acordo com as verificações feitas para tração e compressão excessivas, pode-se dizer que não há problemas estruturais na peça que comprometam o seu comportamento, porém, mesmo em casos em que não ocorre fissuração, é necessário evitar contraflechas muito altas devido à dificuldade na montagem das peças, quando da equalização do pavimento, como comentado no capítulo 2 deste trabalho.

#### 4.2.5.2. Determinação das Deformações: Etapas 2, 3, 4 e 5

O valor da flecha final considerando a fluência é dado por:

$$a_{\text{total}} = (a_p + a_1) * (1 + \varphi_{(1,\infty)}) + a_{g_2} * (1 + \varphi_{(15,\infty)}) + a_{g_3} * (1 + \varphi_{(45,\infty)}) + a_{0,4q} * (1 + \varphi_{(60,\infty)}) + a_{\Delta p} \left(1 + \frac{\varphi_{(1,\infty)}}{2}\right)$$

$$a_{\text{total}} = (-60,89 + 28,36) * (1 + 3,02) + 12,42 * (1 + 1,86) + 11,77 * (1 + 1,44) + 11,77 * (1 + 1,39) + 11,72 * (1 + 1,51)$$

$$a_{\text{total}} = -130,77 + 35,52 + 28,60 + 28,13 + 29,53 = -8,99 \text{ mm}$$

E a flecha limite é dada por:

$$\ell / 250 = 12000 / 250 = 48 \text{ mm} > 8,99 \text{ mm}$$

Portanto, o valor de deformação está dentro do limite prescrito pela Norma.

#### 4.2.6. Verificação do Cisalhamento

##### 4.2.6.1. Cálculo para Seção Simples

Como no exemplo anterior, esta verificação é feita apenas para efeito de montagem. Como no exemplo numérico 1, descontam-se os diâmetros dos alvéolos no valor de  $b_w$ . Usando a equação A.16 do Anexo A:

$$V_{rd} = [\tau_{rd} * k * (1,2 + 40 * \rho_t) + 0,15 * \sigma_{cp}] * b_w * d$$

Em que:

$$\tau_{rd} = 0,25 * f_{ctd} = 0,25 * 1448 = 362 \text{ kN/m}^2$$

$$f_{ctd} = \frac{f_{ctk,inf}}{\gamma_c} = \frac{0,7 * 0,3 * f_{ck}^{2/3}}{1,4} = 0,15 * f_{ck}^{2/3} = 0,15 * 30^{2/3} * 1000 = 1448 \text{ kN/m}^2$$

$$\rho_t = \frac{A_{sl}}{b_w * d} = \frac{10 * 0,98 + 2 * 0,55}{26,5 * 22} = 0,0186 \leq 0,02$$

$$\sigma_{cp} = \frac{N_{sd}}{A_c} = \frac{10 * 0,98 * 131,9 + 2 * 0,55 * 132,1}{0,1631} = 8827 \text{ kN/m}^2$$

$$k = |1,6 - d| = 1,6 - 0,22 = 1,38 \geq 1$$

Então:

$$V_{rd} = [362 * 1,38 * (1,2 + 40 * 0,0186) + 0,15 * 8827] * 0,265 * 0,22$$

$$V_{rd} = 133,8 \text{ kN}$$

A força resistente  $V_{rd}$  deve ser maior que a força solicitante de cálculo  $V_{sd,m}$ :

$$V_{rd} \geq V_{sd,m}$$

$$V_{sd} = \frac{p * l}{2} * 1,4 = \frac{5,64 * 12}{2} * 1,4 = 47,4 \text{ kN} \leq V_{rd} \Rightarrow \text{OK!}$$

Como a força de cisalhamento se apresentou menor que a máxima permitida, a peça está verificada.

#### 4.2.6.2. Cálculo para Seção Composta

Aqui é considerada a situação final, onde já estão atuando todos os carregamentos na laje.

$$V_{rd} = [\tau_{rd} * k * (1,2 + 40 * \rho_t) + 0,15 * \sigma_{cp}] * b_w * d$$

Em que:

$$\tau_{rd} = 0,25 * f_{ctd} = 0,25 * 2036 = 509 \text{ kN/m}^2$$

$$f_{ctd} = \frac{f_{ctk,inf}}{\gamma_c} = \frac{0,7 * 0,3 * f_{ck}^{2/3}}{1,4} = 0,15 * f_{ck}^{2/3} = 0,15 * 50^{2/3} * 1000 = 2036 \text{ kN/m}^2$$

$$\rho_t = \frac{A_{sl}}{b_w * d} = \frac{10 * 0,98 + 2 * 0,55}{26,5 * 22} = 0,0186 \leq 0,02$$

$$\sigma_{cp} = \frac{N_{sd}}{A_c} = \frac{10 * 0,98 * 114,5 + 2 * 0,55 * 111,9}{0,1631} = 7635 \text{ kN/m}^2$$

$$k = |1,6 - d| = 1,6 - 0,27 = 1,33 \geq 1$$

Então:

$$V_{rd} = [509 * 1,33 * (1,2 + 40 * 0,0186) + 0,15 * 7635] * 0,265 * 0,27$$

$$V_{rd} = 176,1 \text{ kN}$$

Sabendo-se que a condição limitante para cortante é  $V_{rd} \geq V_{sd}$ , tem-se:

$$V_{sd} = \frac{p * l}{2} * 1,4 = \frac{13,87 * 12}{2} * 1,4 = 116,5 \text{ kN} \leq V_{rd} \Rightarrow \text{OK!}$$

Como a força de cisalhamento se apresentou menor que a máxima permitida, a peça está verificada.

4.2.7. Detalhamento da peça

Com os valores obtidos no dimensionamento, tem-se na figura 4.2 o detalhamento da peça.

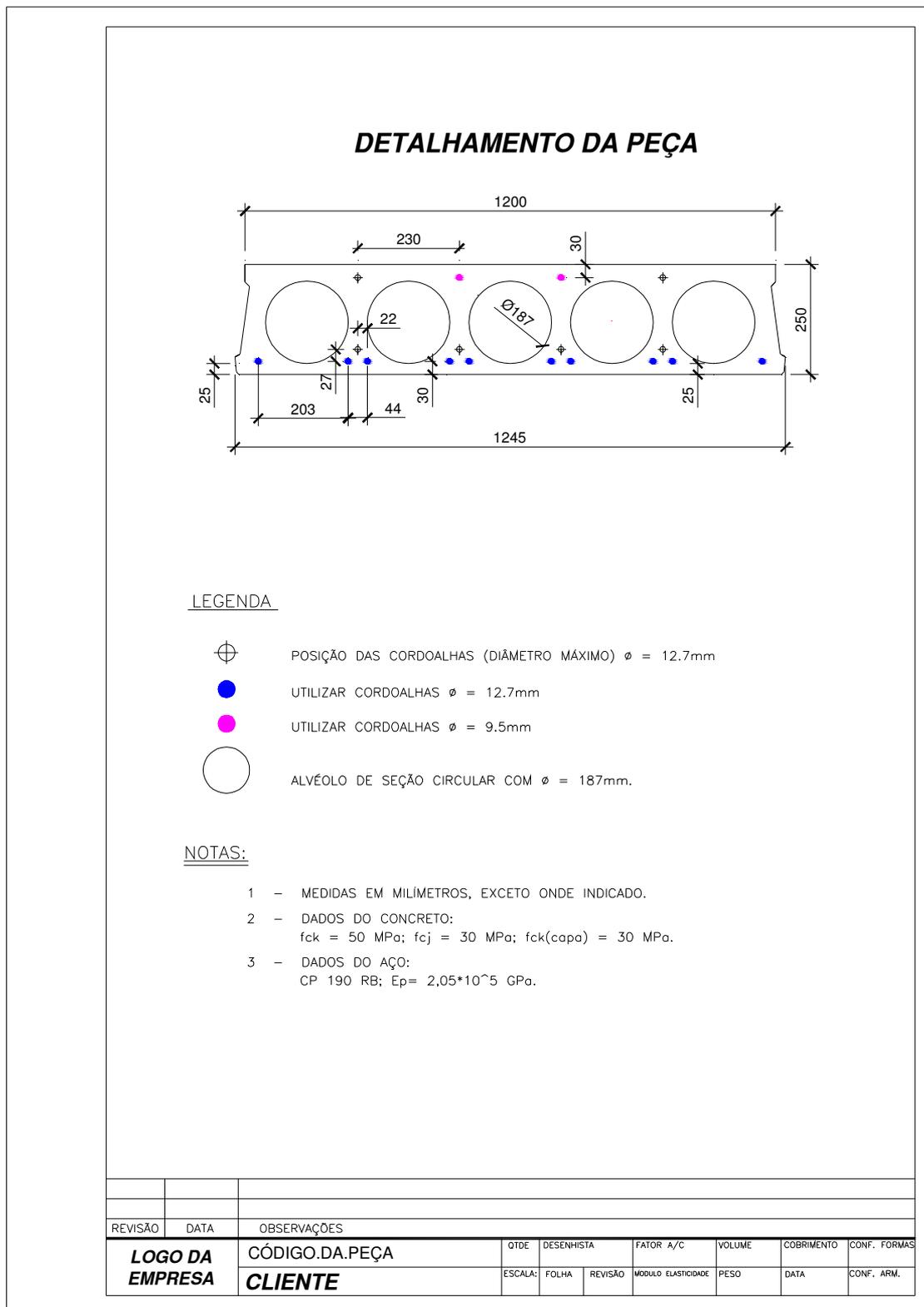


Figura 4.2: Detalhamento da laje h=25 mm.

## CONSIDERAÇÕES FINAIS

### 5.1. DOS PROJETOS, PRODUÇÃO E EXECUÇÃO

Elementos pré-fabricados em concreto protendido possuem alto controle de qualidade, fazendo-se desde ensaios com os materiais usados na produção (agregados, aditivos, cimento, desmoldantes, etc) até ensaios com o concreto utilizado, aplicação da protensão e peças prontas (cisalhamento, flexão). As lajes alveolares em particular apresentam controle de qualidade singular, com moldagens de corpos de prova, extração de testemunhos, além daqueles citados anteriormente. Porém, não é o suficiente para garantir a qualidade final do produto, pois ainda deve ser considerada a qualidade final do projeto, da execução em fábrica e da execução em obra. O projeto de lajes alveolares é considerado um dos mais simples de ser modulado e detalhado, bem como a execução em obra, pois apresenta uma montagem simples e rápida. Um painel bem dimensionado não atende às necessidades de uma obra se o projeto não estiver bem detalhado. O calculista deve se adequar à praticidade necessária para produção na fábrica e à dificuldade que são encontradas tanto em fábrica quanto na obra. A execução em fábrica não depende apenas da equipe de produção, mas de um projeto prático e funcional. Obviamente, necessita também do cuidado durante execução dos recortes, acabamentos, além de manuseio e estocagem adequada. As recomendações de como produzir um projeto devem ser respeitadas, evitando retrabalhos e para, enfim, manter a qualidade final do produto.

### 5.2. DOS EXEMPLOS NUMÉRICOS

O exemplo numérico 1 trata de uma laje de 20 cm de altura, com 6 m de vão livre para condição de simplesmente apoiada, com sobrecarga total no piso de 7 kN/m<sup>2</sup>. Através do dimensionamento, chegou-se a uma área necessária de cabos  $A_p$  igual a 2,75 cm<sup>2</sup> e assim foram adotadas 5 cordoalhas de 9,5 mm de diâmetro. Para essa quantidade de armadura ativa as verificações das tensões em vazio (quando atua apenas a carga de peso próprio da peça) atenderam aos limites normativos, sendo que para este caso tais limites são dados por  $0 \leq \sigma \leq 0,7f_{ck}$ . As perdas iniciais encontradas foram de 4,2% e as perdas finais de 15%. Como as perdas iniciais adotadas quando do pré-dimensionamento foram muito próximas ao valor obtido após o cálculo detalhado, sendo este de 5%, pode-se considerar as verificações iniciais das tensões em vazio já atendidas. No caso das perdas finais, mesmo o valor inicial adotado igual a 25% diferindo em 10% do obtido, a área de cabos necessária resultou num valor idêntico ao primeiro ( $A_p=2,75$  cm<sup>2</sup>) e assim não houve alteração na quantidade de cordoalhas obtidas.

O exemplo numérico 2 mostra o dimensionamento de uma laje com as mesmas condições, porém com o vão alterado para 12 m. Consultando as tabelas de pré-dimensionamento, como por exemplo as tabelas dadas no anexo B retiradas do *Manual Munte* de Melo (2004), percebe-se de início que a laje de 20 cm de altura não é suficiente para esse vão e sobrecarga total. Por isso, adotou-se uma laje com seção genérica de 25 cm de altura,

que resultou em uma área de aço igual a 10,02 cm<sup>2</sup>, ou seja, 10 cordoalhas de 12,7 mm para as fibras inferiores. Quando efetuado o cálculo das verificações em vazio, chegou-se a um valor de tração nas fibras superiores de 1,52 MPa, o qual necessitou de uma área de cabos  $A_p'$  igual a 0,83 cm<sup>2</sup> para combatê-la e, assim sendo, foram acrescentadas mais 2 cordoalhas de 9,5 mm para essas fibras. Comparando-se os exemplos numéricos, observou-se que as tensões críticas se encontram próximas aos apoios, onde ocorre a transferência de protensão, pois nesse ponto o momento devido ao peso próprio ( $M_{g1}$ ) que contribui para combater o excesso de tensão é muito pequeno. Percebe-se assim que, para o caso de lajes com superprotensão, como a laje do exemplo numérico 2, torna-se a condição determinante para o acréscimo ou não de cordoalhas superiores. Isso é notado também no exemplo numérico 1, pois a parcela referente ao momento  $M_{g1}$  anula as tensões de tração nas fibras superiores, chegando a um valor muito próximo ao limite estabelecido.

Em relação às perdas de protensão, o exemplo numérico 2 teve para os cabos inferiores e superiores os valores de perdas iniciais iguais a 9,2% e 5,4%, respectivamente. A partir desses resultados, chegaram-se às perdas finais de 21,7% (cabos inferiores) e 18,7% (cabos superiores). Aqui houve uma discrepância menor entre os valores adotados para pré-dimensionamento e os valores obtidos, sendo este igual a 4%. Curiosamente, para este exemplo também não ocorreu diferença na área de cabos necessária, sendo então mantido o resultado inicial. Após dimensionamento no ELU foram feitas as verificações de fissuração em serviço, as quais foram atendidas nos dois exemplos numéricos. Esses resultados estão resumidos na tabela 5.1.

**Tabela 5.1:** Resumo dos resultados obtidos nos exemplos numéricos.

| Resultados                     |          | Exemplo Numérico 1 | Exemplo Numérico 2  |
|--------------------------------|----------|--------------------|---------------------|
| vão (m)                        |          | 6                  | 12                  |
| s/c total (kN/m <sup>2</sup> ) |          | 7                  | 7                   |
| h (cm)                         |          | 20                 | 25                  |
| Verif. Vazio                   | inferior | Atendida           | atendida            |
|                                | superior | Atendida           | <b>não atendida</b> |
| Acréscimo Cord. Superior       |          | -                  | 2 $\phi$ 9,5 mm     |
| Perdas Isoladas                | inferior | 15%                | 21,70%              |
|                                | superior | -                  | 18,70%              |
| Perdas Progressivas            | inferior | 13,28%             | 18,72%              |
|                                | superior | -                  | 20%                 |
| Dimensionamento                | inferior | 5 $\phi$ 9,5 mm    | 10 $\phi$ 12,7 mm   |
|                                | superior | -                  | 2 $\phi$ 9,5 mm     |
| Verif. Tempo Infinito          | inferior | Atendida           | atendida            |
|                                | superior | Atendida           | atendida            |
| Flecha Inicial (mm)            |          | -5,66              | -49,17              |
| Flecha Final (mm)              |          | -1,09              | -8,99               |
| Cisalhamento                   |          | Atendida           | atendida            |

Aqui as perdas de protensão podem se tornar uma condição limitante, pois quando projetistas arbitram valores de perdas para dimensionar elementos protendidos sem checar se tais valores estão coerentes com aqueles que são obtidos utilizando o processo de cálculo, as peças podem não atender aos limites de fissuração. Com isso, existem duas possibilidades que podem ocorrer: se a perda estimada for maior que a real, serão adicionadas mais cordoalhas para combater as tensões excedentes; se a perda estimada for menor que a real, a peça trabalhará com menos cordoalhas e assim poderão não satisfazer as condições em serviço. Cabe destacar que, além do processo de cálculo em que se consideram as parcelas das perdas isoladamente, existe o processo de cálculo conhecido como perdas progressivas, onde se considera a simultaneidade dos efeitos e este foi feito em ambos os exemplos. É um procedimento mais rápido e que resulta em valores muito próximos do obtidos pelo primeiro processo, facilitando a determinação das perdas de protensão por parte dos projetistas.

De qualquer maneira, devido à dificuldade de execução para posicionar os cabos superiores e à impossibilidade de adicionar armadura passiva ou isolar cabos nos apoios por se tratar de um processo produtivo mecanizado e, ainda, somando-se aos resultados previstos nos exemplos numéricos, recomenda-se uma reavaliação por parte do comitê normativo em relação aos limites estabelecidos de tensões, em que poderiam permitir um pequeno valor de tração uma vez que nas fábricas não ocorrem fissuração nas peças que possam causar maiores danos aos elementos e ao comportamento final da estrutura.

No exemplo numérico 1, houve uma contra-flecha inicial de 5,66 mm e após o acréscimo dos carregamentos, no tempo  $t = \infty$ , essa contra-flecha diminuiu, porém ainda não se anula, chegando a 1,09 mm. No exemplo numérico 2, a contra-flecha inicial é de 49,17 mm e a final de 8,99 mm, ou seja, resultados bem maiores que do exemplo numérico 1. Isso ocorre, pois as deformações dependem diretamente da quantidade de cabos da peça e do vão. O momento de protensão  $M_p$  do exemplo 2, que é aquele que determina a deformação inicial (contra-flecha dada logo após o ato da protensão) chega a ser 4,34 vezes maior que no primeiro exemplo, além do vão ser 2 vezes maior. Os coeficientes de fluência afetam bastante o cálculo das deformações, mas chegaram a valores muito semelhantes nos exemplos e assim não foram os causadores da discrepância entre os resultados. Muitos projetos têm apresentado pisos com sobrecarga uniforme, ou seja, é adotado o valor máximo de acordo com sua funcionalidade para todo o pano de laje e, em alguns casos, essa sobrecarga não ocorre em todo o piso ou até mesmo não chega ao valor estimado. Isso faz com que os painéis sejam dimensionados para valores muito altos de sobrecarga e, em serviço, as lajes sofrem deformações excessivas (contra-flecha excessiva) não previstas na obra, gerando desconforto por parte dos usuários da edificação. Então, os projetistas devem se atentar para esses casos e dimensionar as peças de acordo com a sua necessidade.

A análise do cisalhamento é feita tanto para seção simples quanto composta. Porém, a seção simples serve apenas para checar a situação da peça em estoque e na montagem, sendo que esta acaba apresentando uma resultante acima do limite, pois está submetida apenas à ação do peso próprio e, com isso, pode ser desconsiderada para efeito de cálculo. Já a análise para seção composta é importante, pois se trata da situação em que a peça recebe todas as

cargas previstas em projeto. É importante também pelo fato de a capa trabalhar em conjunto com o painel, colaborando para a resistência final.

Observa-se que a largura da laje  $b_w$  no processo de cálculo não deve ser considerada em sua totalidade (no caso igual a 1,25 m), pois devido à presença dos alvéolos deve-se descontar o valor do seu diâmetro multiplicado pela quantidade de alvéolos contidos na seção. Como descrito no capítulo 3, a laje alveolar conta apenas com a resistência do concreto para cisalhamento, não sendo estudado aqui a alternativa de preenchimento dos alvéolos, como pode ser visto em Fernandes (2007) e Catoia (2009) que realizaram ensaios no NETPRE.

Com os resultados obtidos pode-se dizer que as tabelas de pré-dimensionamento encontradas no *Manual Munte* apresentam valores aproximados, pois para o exemplo numérico 1, a tabela B.4 do Anexo B mostra que para um vão de 6 m a sobrecarga máxima é de 7,21 kN/m<sup>2</sup> e para o exemplo numérico 2, a tabela B.3 mostra que para um vão de 12 m chega a 6,31 kN/m<sup>2</sup> (nesse caso a laje do manual é de 26,5 cm de altura e são usados 3 cabos de 3,5 mm nas fibras superiores). Nessas tabelas não são fornecidos os valores de perdas adotados, valor do fator de redução de combinação quase permanente ( $\Psi_2$ ) e freqüente ( $\Psi_1$ ). A rotina de cálculo aqui apresentada é mais precisa, já que são conhecidos todos os dados para o dimensionamento, podendo ser aplicado há variados tipos de situações.

Estudou-se, portanto, os procedimentos existentes revisando amplamente a bibliografia atual, inclusive consultando resultados de ensaios realizados no NETPRE e, com isso, foi possível montar um procedimento de cálculo e verificações de painéis de lajes alveolares para situações gerais, embora em ambos os exemplos tenham sido consideradas situações usuais (sistema simplesmente apoiado submetido à ações distribuídas).

### 5.3. SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

O procedimento de cálculo apresentado nesse trabalho é de grande interesse para calculistas e o processo pode ser facilitado utilizando-se programas computacionais que gerem tabelas com todos os dados necessários. Para isso, é importante também o estudo de outras situações não usuais de ações, como a ocorrência de cargas concentradas, e de outros esquemas estruturais, como peças em balanço e lajes com continuidade, adaptando-se, assim, o procedimento para caracterizar o cálculo e a verificação da seção dos painéis alveolares.

É interessante também analisar o comportamento das lajes em ensaios e comparar com os resultados que são obtidos através do dimensionamento das peças que seguem o roteiro apresentado nesse trabalho, como por exemplo, avaliar a capacidade de carga das lajes, o comportamento da peça com seção simples e composta e valores de deformação.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ÅKESSON, M. **Parameters Influencing the Shear Tension Failure of Prestressed Hollow Core Slabs**. Department of Structural Engineering and Mechanics Concrete Structures. Chalmers University of Technology. Göteborg, Sweden, 1993.

AMERICAN CONCRETE INSTITUTE - ACI Committee 318, **Building Code Requirements for Structural Concrete (ACI 318-08) and Commentary**, Farmington Hills, MI.

ABNT. ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS NBR 6118/2003. **Projeto de Estruturas de Concreto – Procedimento**. Rio de Janeiro: ABNT, 2004.

ABNT. ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS NBR 9062/2006. **Projeto e Execução de Estruturas de Concreto Pré-Moldado**. Rio de Janeiro: ABNT, 2006.

ABNT. ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS NBR 14861. **Laje Pré-fabricada – Painel Alveolar de Concreto Protendido - Requisitos**. Rio de Janeiro: ABNT, 2002.

AJDUKIEWICZ, A. B., KLISZCZEWICZ, A.T., WEGLORZ, M. **Behaviour of Pre-Tensioned Hollow-Core Slabs with in-situ Concrete Topping**. Symposium Dubrovnik, Dubrovnik, Croatia, 2007.

BARBIERI R.A., GASTAL, F.P.S.L. **Avaliação de Desempenho de Lajes Alveolares Pré-moldadas Protendidas com Continuidade Posterior por Adição de Armadura**. Jubileo: XXIX Jornadas Sudamericanas de Ingenieria Estructural. Punta Del Este, Uruguai, 2000.

CATOIA B. **Comportamento de Lajes Alveolares Protendidas**. Texto apresentado para o Exame de Qualificação ao Doutorado. EESC, USP. São Carlos, 2009.

CARVALHO, R. C.. Notas de aula: **Estruturas em Concreto Protendido: Cálculo e Detalhamento**. São Carlos, 2008.

CARVALHO, R. C.; FIGUEIREDO FILHO, J. R.. **Notas de aula: Estruturas em Concreto Armado**. São Carlos, 2005.

CARVALHO R. C.; FIGUEIREDO FILHO J. R. **Cálculo e Detalhamento de Estruturas Usuais de Concreto Armado**. São Carlos. EDUFSCar, 2003.

COMITÉ EUROPÉEN DE NORMALISATION – CEN. **EN 1168:2005 – Precast Concrete Products – Hollow Core Slabs**. (English version). Brussels: CEN, 2005.

COMITÉ EUROPÉEN DE NORMALISATION – CEN. **EN 12504-1:2003. Testing Concrete in Structures. Cored Specimens. Taking, Examining and Testing in Compression Structural Use of Concrete.**

EL DEBS, M. K. **Concreto Pré-Moldado: Fundamentos e Aplicações.** São Carlos: EESC – USP, 2000.

ELLIOTT, Kim S. **Precast Concrete Structures.** Oxford: ELSEVIER, 2002.

FERNANDES, N. S. **Cisalhamento em Lajes Alveolares Pré-Fabricadas em Concreto Protendido: Ensaio Padrão de Apoio para Controle de Qualidade.** Dissertação de Mestrado. São Carlos. EDUFSCAR, 2007.

FERREIRA, M.A. **Manual de Sistemas Pré-Fabricados de Concreto (tradução).** Autor do texto original: Arnold Van Acker (FIP-2002). Associação Brasileira de Construção Industrializada de Concreto – ABCIC: São Paulo, 2003.

FERREIRA, M.A. **Curso de Especialização para Professores de Sistemas Pré-Fabricados de Concreto.** São Carlos, EDUFSCar – NETPRE, 2007.

FERREIRA, M. A. ; FERNANDES, N. S. ; CARVALHO, R. C. ; ORTENZI, A. ; DONIAK, I. L. O. ; LIVI, L. O. B. . **Resistência de Lajes Alveolares Pré-Fabricadas ao Cisalhamento.** *Téchne. Revista de Tecnologia da Construção*, v. 132, p. 62-66, 2008.

FERREIRA, M.A.; FERNANDES, N.S.; CARVALHO, R.C.; ORTENZI, A. Avaliação de desempenho da resistência ao cisalhamento em lajes alveolares pré-fabricadas em concreto protendido. **Revista Concreto e Construções**, São Paulo, n.48, p.46-51, out./dez, 2007.

FIB – Fédération Internationale Du Béton. **Guide to Good Practice: Quality Assurance of Hollow core Slab.** London: Published by Seto Ltd., 1992.

FIB – Fédération Internationale Du Béton. **Guide to Good Practice: Special Design Considerations for Precast Prestressed Hollow Core Floors.** Lausanne, 2000.

FIP Recommendations. **Precast Prestressed Hollow Core Floors.** FIP Commission on Prefabrication. London, 1988. 31pg.

FEDÉRATION INTERNATIONALE DE LA PRÉCONTRAINTÉ , FIP (1992). **Guide to Good Practice: Quality Assurance of Hollow Core Slab.** London , England .

FUSCO, P.B. (1995). **Técnica de Armar as Estruturas de Concreto.** 1º edição. São Paulo: Pini.

GIRHAMMAR, U.A. (1992). **Design Principles for Simply Supported Prestressed Hollow Core Slabs**. Struct. Engrg. Rev., Oxford, England, 4(4), 301-316.

HAWKINS, N. M., GHOSH, S.K. **Shear Strenght of Hollow Core Slabs**. PCI Journal, 2000.

INFORSATO T.B. **Considerações sobre o Projeto, Cálculo e Detalhamento de Vigas Pré-Fabricadas Protendidas com Aderência Inicial em Pavimentos de Edificações**. Dissertação de mestrado PPGCIV – UFSCar, São Carlos, 2009.

JEREMIAS JÚNIOR, A. C. **Indicações para Projeto e Cálculo de Lajes Pré-fabricadas Duplo Te com Cordoalhas com Aderência Inicial**. Anais IBRACON, 2005.

LEONHARDT, F. **Construções de Concreto. Vol. 5 – Concreto Protendido**. Interciência, 1983.

LEONHARDT, F.; MÖNNIG, E. **Construções de concreto: princípios básicos do dimensionamento de estruturas de concreto armado**. v.1. Rio de Janeiro, Interciência, 1977.

MELO, C.E.E. **Manual Munte de Projetos Pré-Fabricados de Concreto**. São Paulo: ED. PINI, 2004.

PAJARI, M. **Design of Prestressed Hollow Core Slabs**. Technical Research Center of Finland, Espoo, Finland. Rep. 657, 1989.

PAJARI, M. **Pure Torsion Tests on Single Hollow Core Slabs**. VTT Technical Research Centre of Finland. Research Notes 2273, 2004.

PAJARI, M. **Resistance of Prestressed Hollow Core Slabs Against Web Shear Failure**. VTT Technical Research Centre of Finland. Research Notes 2292,1995.

PAJARI, M.; YANG, L. **Shear Capacity of Hollow Core Slabs on Flexible Supports**. VTT Technical Research Centre of Finland. Research Notes 1587, 1994.

RETTNE, L.; EDEKLING, K. **Improved Design Method for Web Shear Tension Failure in Hollow Core Units**. 153f. Master's Thesis - Department of Civil and Environmental Engineering, Division of Structural Engineering, Chalmers University of Technology, Göteborg, Sweden, 2006.

TELFORD, T. **Precast Prestressed Hollow Core Floors**. FIP Recommendation. London, England, 1988.

TKALCIC, D., BANIC, D., ZUPNIC, M., PERIC, Z. **Presstressed Hollow Core Slabs – Shear Resistance Test According to HRN EN 1168:2005.** Symposium Dubrovnik, Dubrovnik, Croatia, 2007.

YANG, L. **Design of Prestressed Hollow Core Slabs with Reference to Web Shear Failure.** Journal of Structural Engineering, 1994.

VASCONCELOS, A. C. **Manual Prático para a Correta Utilização dos Aços no Concreto Protendido em Obediência às Normas Atualizadas** - Livros Técnicos e Científicos Editora S. A.- Rio de Janeiro 1980.

# **ANEXO A**

## **Equações**

## A.1. Equações para determinação da quantidade de armadura a utilizar

$$KMD = \frac{M_d}{b_w * d^2 * \frac{f_{cd}}{1,4}} \quad (\text{eq. A.1})$$

Onde:

$M_d$  – momento máximo resistente;

$b_w$  – largura da seção;

$d$  – altura útil;

$f_{cd}$  – resistência de cálculo do concreto (geralmente o da capa, pois considera-se  $x < h_{capa}$ ).

$$A_p = \frac{M_d}{KZ * d * \sigma_{pd}} \quad (\text{eq. A.2})$$

Onde:

$A_p$  – área total de cabos;

$M_d$  – momento máximo resistente;

$KZ$  – coeficiente obtido pela tabela 3.1 de Carvalho e Figueiredo Filho (2004), dada também no anexo B;

$d$  – altura útil;

$\sigma_{pd}$  – tensão na armadura de protensão no tempo infinito devido o pré-alongamento e a deformação da seção para que seja obtido o equilíbrio na flexão.

## A.2. Equações para determinação das perdas de protensão iniciais

### A.2.1. Perda por ancoragem da armadura

$$\sigma_{anc} = E_p * \varepsilon_\ell \quad (\text{eq. A.3})$$

Onde:

$\varepsilon_\ell = \frac{\Delta\ell}{L}$  – deformação decorrente do aço conforme a pista de protensão e sistema de ancoragem;

$\Delta\ell$  – acomodação ou recuo característico da ancoragem (valor que pode ser medido nas fábricas);

$L$  – comprimento da pista de protensão;

$E_p$  – módulo de elasticidade do aço.

### A.2.2. Perda por relaxação da armadura

$$\sigma_r = \sigma_{pi} * \Psi_{(t,t_0)} \quad (\text{eq. A.4})$$

Onde:

$$\Psi_{(t,t_0)} = \Psi_{1000} * \left( \frac{t - t_0}{41,67} \right)^{0,15} - \text{coeficiente adimensional};$$

$\Psi_{1000}$  – coeficiente obtido pela tabela 8.3 da NBR6118:2003, fazendo-se a relação entre a tensão no instante  $t_0$  e a tensão última de protensão no aço;

$\sigma_{pi}$  – tensão do aço no instante considerado.

### A.2.3. Perda imediata do concreto

$$\Delta\sigma_{pd} = \sigma_{cgcabo} * \alpha \quad (\text{eq. A.5})$$

onde:

$$\sigma_{cgcabo} = \frac{N_p}{A} + \frac{N_p * e^2}{I} - \frac{M * e}{I} - \text{tensão no centro de gravidade dos cabos};$$

$$\alpha = \frac{E_p}{E_c} - \text{relação entre os módulos de elasticidade do aço e do concreto};$$

$M$  – soma dos momentos fletores na seção devido às ações atuantes;

$N_p$  – esforço normal de protensão;

$e$  – excentricidade do cabo na seção;

$A$  – área da seção transversal de concreto;

$I$  – inércia da seção.

## A.3. Equações para determinação das perdas de protensão diferidas ou ao longo do tempo considerando cada uma isoladamente

### A.3.1. Perda por fluência do concreto

$$\sigma_{p,c} = \Delta\sigma_{cgcabo,c} * \alpha \quad (\text{eq. A.6})$$

Onde:

$$\sigma_{cgcabo,c} = \left( \frac{N_p}{A} + \frac{M_p * e}{I} \right) * \varphi(t, t_0) - \frac{M * e}{I} * \varphi(t, t_0) - \text{tensão no centro de gravidade dos}$$

cabos;

$\varphi(t, t_0)$  – coeficiente de fluência dado pelo período do carregamento considerado, calculado em A.2.2.3 – Anexo A da NBR6118:2003. No caso da expressão anterior os valores dos momentos permanentes devem ser multiplicados pelo coeficiente de fluência correspondente que depende da data em que a ação atua;

$M_p$  – momento devido à força de protensão na seção;

M – soma dos momentos fletores na seção devido às ações atuantes;  
 $N_p$  – esforço normal de protensão;  
 $e$  – excentricidade do cabo na seção;  
 $A$  – área da seção transversal de concreto;  
 $I$  – inércia da seção.

### A.3.2. Perda por retração do concreto

$$\Delta\sigma_{cg,s} = \varepsilon_{cs} * [\beta_s(t) - \beta_s(t_0)] * E_p \quad (\text{eq. A.7})$$

Onde:

$\varepsilon_{cs}(t, t_0)$  – coeficiente de retração obtido em A.2.3 – Anexo A da NBR6118:2003;  
 $\beta_s(t)$  e  $\beta_s(t_0)$  – coeficientes obtidos através da figura A.3, item A.2.3.2 da NBR6118:2003.

### A.4. Equação para determinação das perdas de protensão considerando-as como perdas progressivas

$$\Delta\sigma_p(t, t_0) = \frac{\varepsilon_{cs}(t, t_0) * E_p - \alpha_p * \sigma_{c,p0g} * \varphi(t, t_0) - \sigma_{p0} * \chi(t, t_0)}{\chi_p + \chi_c * \alpha_p * \eta * \rho_p} \quad (\text{eq. A.9})$$

Onde:

$\varepsilon_{cs}(t, t_0) * E_p$  – parcela relativa à retração do concreto, calculada pela equação A.7;  
 $\alpha_p * \sigma_{c,p0g} * \varphi(t, t_0)$  – parcela referente à fluência do concreto, obtida pela equação A.3;  
 $\sigma_{p0}$  – tensão inicial, considerando-se que já ocorreram as perdas iniciais;  
 $\chi(t, t_0) = -\ln[1 - \psi(t, t_0)]$  - com  $\psi(t, t_0)$  calculado no item A.3.3;  
 $\chi_p = 1 + \chi(t, t_0)$ ;  
 $\chi_c = 1 + 0,5 * \varphi(t, t_0)$  - neste caso usa-se o valor inicial de  $\varphi(t, t_0)$ ;  
 $\eta = 1 + e_p^2 * \frac{A_c}{I_c}$ ;  
 $\rho_p = \frac{A_p}{A_c}$ ;  
 $e_p$  – excentricidade do cabo na seção;  
 $A_c$  – área da seção transversal de concreto;  
 $I_c$  – inércia da seção de concreto;  
 $A_p$  – área total dos cabos de protensão.

## A.5. Equações para verificações de tensões

Convenção de sinais deste trabalho:

TRAÇÃO – NEGATIVO

COMPRESSÃO – POSITIVO

### A.5.1. Verificação no tempo zero

$$\sigma = \frac{N_p}{A} \pm \frac{N_p * e}{W} \mp \frac{M_g}{W} \quad (\text{eq. A.10})$$

Onde:

$\sigma$  – tensões normais no concreto junto à borda inferior ou superior;

$N_p$  – esforço normal de protensão na data da liberação da protensão;

$e$  – excentricidade do cabo na seção;

$A$  – área da seção transversal inicial de concreto;

$W$  – módulo de resistência da seção inicial em relação ao bordo inferior ou superior dependendo da fibra a ser considerada;

$M_g$  – momento fletor devido à ação de peso próprio da seção do painel.

$$l_{bpd} = \sqrt{h^2 + (0,6 \cdot l_{bpt})^2} \geq l_{bpt} \quad (\text{eq. A.11})$$

Onde:

$l_{bpd}$  – distância de regularização das tensões;

$l_{bpt}$  – comprimento de transferência da protensão, calculado pela equação A.12;

$h$  – altura do elemento.

$$l_{bpt} = \frac{7,0 * 0,5 * \phi * \sigma_{pi}}{36 * f_{bpd}} \quad (\text{eq. A.12})$$

Onde:

$\sigma_{pi}$  – tensão do aço no instante considerado;

$\phi$  – diâmetro do aço;

$f_{bpd}$  – resistência de aderência de cálculo entre a armadura e o concreto na ancoragem da armadura de protensão (pré-tração), obtido no item 9.3.2.2 da NBR6118:2003.

OBS.: se a liberação da protensão é considerado como não gradual, o resultado da equação deve ser considerado 25% maior.

### A.5.1. Verificação no tempo infinito

$$\sigma = \frac{N_p}{A} \pm \frac{N_p * e}{W} \mp \sum \frac{M_i}{W_i} \quad (\text{eq. A.13})$$

Onde:

$N_p$  – esforço normal de protensão no tempo infinito;

$W_i$  – módulo de resistência da seção em relação ao bordo inferior e superior que deve ser considerado para a etapa  $i$ ;

$M_i$  – Momentos fletor na seção devido a ação  $i$ .

$e$  – excentricidade do cabo na seção;

$A$  – área da seção transversal inicial de concreto.

### A.6. Equações para verificações de deformações excessivas

$$a_p = \frac{M_p * l^2}{8 * E * I} \quad (\text{eq. A.14})$$

$$a_v = \frac{5 * v * l^4}{384 * E * I} \quad (\text{eq. A.15})$$

Onde:

$a_p$  – flecha devido ao efeito da protensão;

$M_p$  – momento devido à força de protensão;

$a_v$  – flecha devido à intensidade considerada;

$v$  – intensidade considerada;

$l$  – vão do elemento considerado;

$E$  – módulo de elasticidade do concreto;

$I$  – inércia da seção de concreto correspondente a etapa considerada.

(OBS.: a flecha deve ser calculada multiplicando-se cada uma delas pelo coeficiente de fluência respectivo para cada etapa estipulada)

### A.7. Equação para determinação do cisalhamento em lajes sem armadura para força cortante

$$V_{rd} = [\tau_{rd} * k * (1,2 + 40 * \rho_t) + 0,15 * \sigma_{cp}] * b_w * d \quad (\text{eq. A.16})$$

Onde:

$\tau_{rd} = 0,25 * f_{ctd}$  – resistência de projeto ao cisalhamento;

$f_{ctd} = \frac{f_{ctk,inf}}{\gamma_c}$  – resistência à tração obtido no item 8.2.5 da NBR6118:2003;

$\rho_t = \frac{A_{s1}}{b_w * d} \leq 0,02$  – coeficiente adimensional;

$A_{s1}$  – área da seção transversal de concreto do elemento;

$b_w$  – largura da seção;

$d$  – altura útil;

$\sigma_{cp} = \frac{N_{sd}}{A_c}$  – tensão na seção de concreto;

$N_{sd}$  – força de protensão total na seção;

$A_c$  – área da seção de concreto;

$k = |1,6 - d| \geq 1$  – coeficiente adimensional (situação em que mais de 50% da armadura inferior chega aos apoios, caso contrário  $k = 1$ ).

# **ANEXO B**

## **Tabelas**

**Tabela B.1:** Valores para cálculo de armadura longitudinal de seções retangulares (tabela 3.1 de Carvalho e Figueiredo Filho (2004)).

| KMD    | KX     | KZ     | $\epsilon_c$ | $\epsilon_s$ | KMD    | KX     | KZ     | $\epsilon_c$ | $\epsilon_s$ |
|--------|--------|--------|--------------|--------------|--------|--------|--------|--------------|--------------|
| 0,0100 | 0,0148 | 0,9941 | 0,1502       | 10,000       | 0,2050 | 0,3506 | 0,8597 | 3,5000       | 6,4814       |
| 0,0200 | 0,0298 | 0,9881 | 0,3068       | 10,000       | 0,2100 | 0,3609 | 0,8556 | 3,5000       | 6,1971       |
| 0,0300 | 0,0449 | 0,9820 | 0,4704       | 10,000       | 0,2150 | 0,3714 | 0,8515 | 3,5000       | 5,9255       |
| 0,0400 | 0,0603 | 0,9759 | 0,6414       | 10,000       | 0,2200 | 0,3819 | 0,8473 | 3,5000       | 5,6658       |
| 0,0500 | 0,0758 | 0,9697 | 0,8205       | 10,000       | 0,2250 | 0,3925 | 0,8430 | 3,5000       | 5,4170       |
| 0,0550 | 0,0836 | 0,9665 | 0,9133       | 10,000       | 0,2300 | 0,4033 | 0,8387 | 3,5000       | 5,1785       |
| 0,0600 | 0,0916 | 0,9634 | 1,0083       | 10,000       | 0,2350 | 0,4143 | 0,8343 | 3,5000       | 4,9496       |
| 0,0650 | 0,0995 | 0,9602 | 1,1056       | 10,000       | 0,2400 | 0,4253 | 0,8299 | 3,5000       | 4,7297       |
| 0,0700 | 0,1076 | 0,9570 | 1,2054       | 10,000       | 0,2450 | 0,4365 | 0,8254 | 3,5000       | 4,5181       |
| 0,0750 | 0,1156 | 0,9537 | 1,3077       | 10,000       | 0,2500 | 0,4479 | 0,8208 | 3,5000       | 4,3144       |
| 0,0800 | 0,1238 | 0,9505 | 1,4126       | 10,000       | 0,2550 | 0,4594 | 0,8162 | 3,5000       | 4,1181       |
| 0,0850 | 0,1320 | 0,9472 | 1,5203       | 10,000       | 0,2600 | 0,4711 | 0,8115 | 3,5000       | 3,9287       |
| 0,0900 | 0,1403 | 0,9439 | 1,6308       | 10,000       | 0,2650 | 0,4830 | 0,8068 | 3,5000       | 3,7459       |
| 0,0950 | 0,1485 | 0,9406 | 1,7444       | 10,000       | 0,2700 | 0,4951 | 0,8020 | 3,5000       | 3,5691       |
| 0,1000 | 0,1569 | 0,9372 | 1,8611       | 10,000       | 0,2750 | 0,5074 | 0,7970 | 3,5000       | 3,3981       |
| 0,1050 | 0,1654 | 0,9339 | 1,9810       | 10,000       | 0,2800 | 0,5199 | 0,7921 | 3,5000       | 3,2324       |
| 0,1100 | 0,1739 | 0,9305 | 2,1044       | 10,000       | 0,2850 | 0,5326 | 0,7870 | 3,5000       | 3,0719       |
| 0,1150 | 0,1824 | 0,9270 | 2,2314       | 10,000       | 0,2900 | 0,5455 | 0,7818 | 3,5000       | 2,9162       |
| 0,1200 | 0,1911 | 0,9236 | 2,3621       | 10,000       | 0,2950 | 0,5586 | 0,7765 | 3,5000       | 2,7649       |
| 0,1250 | 0,1998 | 0,9201 | 2,4967       | 10,000       | 0,3000 | 0,5721 | 0,7712 | 3,5000       | 2,6179       |
| 0,1300 | 0,2086 | 0,9166 | 2,6355       | 10,000       | 0,3050 | 0,5858 | 0,7657 | 3,5000       | 2,4748       |
| 0,1350 | 0,2175 | 0,9130 | 2,7786       | 10,000       | 0,3100 | 0,5998 | 0,7601 | 3,5000       | 2,3355       |
| 0,1400 | 0,2264 | 0,9094 | 2,9263       | 10,000       | 0,3150 | 0,6141 | 0,7544 | 3,5000       | 2,1997       |
| 0,1450 | 0,2354 | 0,9058 | 3,0787       | 10,000       | 0,3200 | 0,6287 | 0,7485 | 3,5000       | 2,0672       |
| 0,1500 | 0,2445 | 0,9022 | 3,2363       | 10,000       | 0,3300 | 0,6590 | 0,7364 | 3,5000       | 1,8100       |
| 0,1550 | 0,2536 | 0,8985 | 3,3391       | 10,000       | 0,3400 | 0,6910 | 0,7236 | 3,5000       | 1,5652       |
| 0,1600 | 0,2630 | 0,8948 | 3,5000       | 9,8104       | 0,3500 | 0,7249 | 0,7100 | 3,5000       | 1,3283       |
| 0,1650 | 0,2723 | 0,8911 | 3,5000       | 9,3531       | 0,3600 | 0,7612 | 0,6955 | 3,5000       | 1,0983       |
| 0,1700 | 0,2818 | 0,8873 | 3,5000       | 8,9222       | 0,3700 | 0,8003 | 0,6799 | 3,5000       | 0,8732       |
| 0,1750 | 0,2913 | 0,8835 | 3,5000       | 8,5154       | 0,3800 | 0,8433 | 0,6627 | 3,5000       | 0,6506       |
| 0,1800 | 0,3009 | 0,8796 | 3,5000       | 8,3106       |        |        |        |              |              |
| 0,1850 | 0,3106 | 0,8757 | 3,5000       | 7,7662       |        |        |        |              |              |
| 0,1900 | 0,3205 | 0,8718 | 3,5000       | 7,4204       |        |        |        |              |              |
| 0,1950 | 0,3305 | 0,8678 | 3,5000       | 7,0919       |        |        |        |              |              |
| 0,2000 | 0,3405 | 0,8638 | 3,5000       | 6,7793       |        |        |        |              |              |

**Tabela B.2:** Tensão no aço  $\sigma_{sd}$  (MPa) – adaptado de Vasconcelos (1980).

| $\epsilon$ (%) | 5,250 | 6,794 | 7,438 | 8,167 | 9,000 | 9,962 | 10,00 | 12,50 | 15,00 | 17,50 |
|----------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| CP175          | 1025  | 1264  | 1316  | 1344  | 1365  | 1368  | 1368  | 1378  | 1388  | 1397  |
| CP190          | 1025  | 1314  | 1411  | 1459  | 1482  | 1486  | 1486  | 1496  | 1507  | 1517  |

| $\epsilon$ (%) | 20,00 | 22,50 | 25,00 | 27,50 | 30,00 | 32,50 | 35,00 | 37,50 | 40,00 |
|----------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| CP175          | 1407  | 1416  | 1426  | 1436  | 1445  | 1455  | 1464  | 1474  | 1484  |
| CP190          | 1527  | 1538  | 1548  | 1559  | 1569  | 1579  | 1590  | 1600  | 1611  |

**Tabela B.3:** Tabela técnica de limites de uma laje alveolar com  $h=26,5$  cm (fonte: Melo 2004).

| MUNTE PRÉ-FABRICADOS<br>ZAMARION CONSULTORES S/C LTDA.    |   |   |  |   |  |                          |                                    |                                  |
|---|---|---|--|---|--|--------------------------|------------------------------------|----------------------------------|
| TABELA TÉCNICA DE LIMITES                                 |   |   |  |   |  |                          |                                    |                                  |
| LAJES ALVEOLARES MUNTE TIPO LAM26,5-TEcc                  |   |   |  |   |  |                          |                                    |                                  |
| Protensão superior: 2 CP190RB diâmetro: 3x3,5mm Pi:3tf    |   |   |  |   |  |                          |                                    |                                  |
| Protensão inferior: 10 CP190RB diâmetro: 12,7mm Pi:14,5tf |   |   |  |   |  |                          |                                    |                                  |
| h: 26,5cm                      capa: 5cm                  |   |   |  |   |  |                          |                                    |                                  |
| Propriedades:   |   |   | Carregamentos:   |   |  | Coef. Majoração:         |                                    |                                  |
| fcj:  | 35 MPa  | Ecj:  | 25 GPa   | peso próprio:   | $g_1 = 340 \text{ kgf/m}^2$                    | $\gamma_{f,g1}$ :        | 1,3                                |                                  |
| fck:  | 50 MPa  | Eck:  | 32 GPa   | capa:   | $g_2 = 125 \text{ kgf/m}^2$                    | $\gamma_{f,g2}$ :        | 1,3                                |                                  |
| fck <sub>capa</sub> :                                     | 25 MPa  | MRd:  | 38267 kgfm/pc  | permanente eventual:  | $g_3$  | $\gamma_{f,g3+q}$ :      | 1,4                                |                                  |
| VRd:  |   |   | 12972 kgf/pc   | acidental:  | q  |                          |                                    |                                  |
| Vão<br>(m)  | Cargas-Limite (valores característicos)                             |   |  |   |  | Momento                  | Deformações                        |                                  |
|   | ( $g_3+q$ )<br>flexão-<br>limite= $M_{Rd}$<br>(kgf/m <sup>2</sup> ) | ( $g_3+q$ )<br>fissuração-<br>limite= $f_{ctd,fs}$<br>(kgf/m <sup>2</sup> ) | ( $g_3+q$ )<br>deformação-<br>limite= $L/300$<br>(kgf/m <sup>2</sup> ) | ( $g_3+q$ )<br>cortante-<br>limite= $V_{Rd}$<br>(kgf/m <sup>2</sup> ) | ( $g_3+q$ )<br>máximo<br>(kgf/m <sup>2</sup> ) | $M_{d,máx}$<br>(kgfm/pc) | inicial<br>(cm)<br>limite= $L/150$ | final<br>(cm)<br>limite= $L/300$ |
| 5,00  | 6857  | 5972  | 27475  | 2623  | 2623   | 16041                    | -1,01                              | -1,12                            |
| 5,25  | 6179  | 5371  | 24148  | 2476  | 2476   | 16834                    | -1,10                              | -1,21                            |
| 5,50  | 5592  | 4850  | 21334  | 2343  | 2343   | 17626                    | -1,20                              | -1,29                            |
| 5,75  | 5079  | 4396  | 18936  | 2221  | 2221   | 18417                    | -1,30                              | -1,38                            |
| 6,00  | 4630  | 3997  | 16877  | 2109  | 2109   | 19208                    | -1,40                              | -1,46                            |
| 6,25  | 4233  | 3645  | 15096  | 2006  | 2006   | 19997                    | -1,50                              | -1,54                            |
| 6,50  | 3881  | 3333  | 13547  | 1911  | 1911   | 20786                    | -1,61                              | -1,61                            |
| 6,75  | 3567  | 3055  | 12191  | 1823  | 1823   | 21573                    | -1,71                              | -1,68                            |
| 7,00  | 3287  | 2806  | 10998  | 1741  | 1741   | 22360                    | -1,81                              | -1,74                            |
| 7,25  | 3035  | 2583  | 9944   | 1665  | 1665   | 23146                    | -1,92                              | -1,80                            |
| 7,50  | 2807  | 2381  | 9007   | 1594  | 1594   | 23931                    | -2,03                              | -1,84                            |
| 7,75  | 2602  | 2199  | 8172   | 1527  | 1527   | 24715                    | -2,13                              | -1,88                            |
| 8,00  | 2415  | 2033  | 7424   | 1465  | 1465   | 25499                    | -2,23                              | -1,91                            |
| 8,25  | 2245  | 1883  | 6752   | 1407  | 1407   | 26281                    | -2,34                              | -1,92                            |
| 8,50  | 2090  | 1745  | 6146   | 1352  | 1352   | 27063                    | -2,44                              | -1,93                            |
| 8,75  | 1948  | 1619  | 5598   | 1300  | 1300   | 27843                    | -2,54                              | -1,92                            |
| 9,00  | 1818  | 1504  | 5100   | 1251  | 1251   | 28623                    | -2,63                              | -1,89                            |
| 9,25  | 1698  | 1397  | 4647   | 1204  | 1204   | 29402                    | -2,73                              | -1,85                            |
| 9,50  | 1587  | 1299  | 4233   | 1160  | 1160   | 30180                    | -2,82                              | -1,79                            |
| 9,75  | 1485  | 1208  | 3855   | 1119  | 1119   | 30957                    | -2,90                              | -1,71                            |
| 10,00   | 1390  | 1125  | 3508   | 1079  | 1079   | 31734                    | -2,98                              | -1,61                            |
| 10,25   | 1302  | 1047  | 3189   | 1041  | 1041   | 32509                    | -3,06                              | -1,48                            |
| 10,50   | 1221  | 974   | 2895   | 1005  | 974  | 32563                    | -3,13                              | -1,34                            |
| 10,75   | 1145  | 907   | 2624   | 971   | 907  | 32497                    | -3,19                              | -1,17                            |
| 11,00   | 1074  | 844   | 2373   | 939   | 844  | 32430                    | -3,25                              | -0,97                            |
| 11,25   | 1008  | 785   | 2141   | 907   | 785  | 32361                    | -3,30                              | -0,75                            |
| 11,50   | 946   | 731   | 1924   | 878   | 731  | 32291                    | -3,34                              | -0,49                            |
| 11,75   | 888   | 679   | 1724   | 849   | 679  | 32219                    | -3,37                              | -0,21                            |
| 12,00   | 833   | 631   | 1536   | 822   | 631  | 32145                    | -3,40                              | 0,11                             |
| 12,25   | 782   | 586   | 1362   | 795   | 586  | 32070                    | -3,41                              | 0,46                             |
| 12,50   | 734   | 543   | 1198   | 770   | 543  | 31994                    | -3,41                              | 0,85                             |
| 12,75   | 689   | 503   | 1046   | 746   | 503  | 31915                    | -3,41                              | 1,28                             |
| 13,00   | 646   | 465   | 903  | 723   | 465  | 31836                    | -3,39                              | 1,74                             |
| 13,25   | 606   | 429   | 768  | 700   | 429  | 31754                    | -3,35                              | 2,25                             |
| 13,50   | 568   | 395   | 642  | 679   | 395  | 31672                    | -3,31                              | 2,80                             |
| 13,75   | 532   | 363   | 523  | 658   | 363  | 31587                    | -3,25                              | 3,40                             |
| 14,00   | 498   | 333   | 411  | 638   | 333  | 31501                    | -3,18                              | 4,05                             |
| 14,25   | 465   | 305   | 306  | 618   | 305  | 31414                    | -3,09                              | 4,74                             |
| 14,50   | 435   | 277   | 206  | 600   | 206  | 28174                    | -2,98                              | (5,48)                           |
| 14,75   | 405   | 252   | 112  | 582   | 112  | 24859                    | -2,86                              | (6,28)                           |
| 15,00   | 378   | 227   |  | 564   |  |                          | -2,72                              | (7,14)                           |

Respeite sempre os valores de  $(g_3+q)_{máx.}$ ; os outros valores de carga são meramente indicativos.

16/05/00

