

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO CARLOS**  
**CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E DE TECNOLOGIA**  
**PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ESTRUTURAS E**  
**CONSTRUÇÃO CIVIL**

**COMPORTAMENTO ESTRUTURAL DE VIGAS MISTAS DE AÇO E**  
**CONCRETO COM PROTENSÃO EXTERNA**

**ANNA CAROLINA HAIDUK NELSEN**

**SÃO CARLOS**

**2013**

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO CARLOS**  
**CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E DE TECNOLOGIA**  
**PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ESTRUTURAS E**  
**CONSTRUÇÃO CIVIL**

**COMPORTAMENTO ESTRUTURAL DE VIGAS MISTAS DE AÇO E**  
**CONCRETO COM PROTENSÃO EXTERNA**

**ANNA CAROLINA HAIDUK NELSEN**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Estruturas e Construção Civil da Universidade Federal de São Carlos, como parte dos requisitos para obtenção do título de Mestre em Estruturas e Construção Civil.

**Área de Concentração:** Sistemas Construtivos

**Orientador:** Prof. Dr. Alex Sander Clemente de Souza

**SÃO CARLOS**

**2013**

**Ficha catalográfica elaborada pelo DePT da  
Biblioteca Comunitária da UFSCar**

N424ce

Nelsen, Anna Carolina Haiduk.

Comportamento estrutural de vigas mistas de aço e concreto com protensão externa / Anna Carolina Haiduk Nelsen. -- São Carlos : UFSCar, 2013.

148 f.

Dissertação (Mestrado) -- Universidade Federal de São Carlos, 2013.

1. Estruturas metálicas. 2. Construção mista. 3. Protensão externa. 4. Dimensionamento. 5. Análise numérica. I. Título.

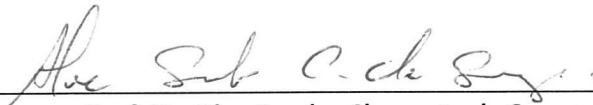
CDD: 624.182 (20ª)

**COMPORTAMENTO ESTRUTURAL DE VIGAS MISTAS DE AÇO E CONCRETO  
COM PROTENSÃO EXTERNA**

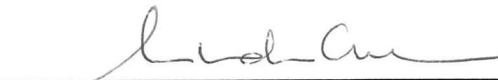
**ANNA CAROLINA HAIDUK NELSEN**

**Dissertação de Mestrado defendida e aprovada em 11 de julho de 2013.**

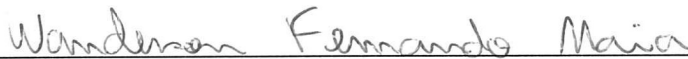
**Banca Examinadora constituída pelos membros:**



**Prof. Dr. Alex Sander Clemente de Souza**  
Departamento de Engenharia Civil/PPGECiv/UFSCar  
**Orientador**



**Profª Drª Ana Lúcia Homce de Cresce El Debs**  
Departamento de Engenharia de Estruturas/EESC/USP  
**Examinador Externo**



**Prof. Dr. Wanderson Fernando Maia**  
Departamento de Engenharia Civil/UFSCar  
**Examinador Interno**

*Dedico mais esta conquista aos  
meus pais, Alina e Mario,  
pelo apoio e carinho sempre  
dedicados.*

## AGRADECIMENTOS

Aos meus pais *Alina Kozlowski Haiduk* e *Mario Ernesto Haiduk*, por sempre estarem comigo ao longo de todos os desafios, me encorajando e incentivando a superá-los.

Ao meu marido *Wellington Nelsen*, que sempre me apoia na conquista de novas oportunidades. Obrigada pelo amor e compreensão.

Ao professor *Alex Sander Clemente de Souza*, pela orientação.

Aos demais professores, funcionários e colegas do Programa de Pós-Graduação em Estruturas e Construção Civil, pela colaboração.

A CAPES (Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior), pela bolsa de estudo concedida.

Ao *Daniel Carlos Taissum Cardoso*, pela contribuição para o embasamento teórico no início dos estudos.

Aos meus amigos de profissão e familiares, que de alguma forma contribuíram para o desenvolvimento deste estudo.

## RESUMO

O presente trabalho discorre sobre o comportamento estrutural, procedimentos de análise e dimensionamento de vigas mistas de aço e concreto protendidas externamente. Embasado nas prescrições expostas na norma ABNT NRB 8800:2008 para vigas mistas convencionais e na revisão bibliográfica, um procedimento de cálculo foi desenvolvido para o dimensionamento de vigas mistas de aço e concreto protendidas externamente e solicitadas a momento fletor positivo. Foram analisados os principais modos de colapso globais, com destaque nos estados limites de últimos (ELU), que podem ocorrer nesse tipo de estrutura.

Além disso, elaborou-se um estudo paramétrico que teve como objetivo analisar a influência da variação do nível de protensão e da excentricidade dos cabos de protensão; bem como da metodologia construtiva (pré-tração e pós-tração) adotada para a protensão do perfil de aço que compõe a viga mista de aço e concreto.

O estudo paramétrico demonstrou que em ambas as metodologias o modo de colapso predominante ocorre na 2ª Etapa de construção. Nos modelos de vigas mistas analisados com aplicação de pré-tração quando o cabo está posicionado acima da mesa inferior do perfil de aço o modo de falha ocorreu por flexo-compressão. Já para as vigas mistas avaliadas com pós-tração, independente da posição do cabo, ocorre em função do momento fletor solicitante superar o momento fletor resistente da seção. No entanto, observa-se que o nível de protensão pode ser adequadamente dimensionado de maneira que não provoque a perda da capacidade de suporte da estrutura. Observou-se ainda que independente da metodologia construtiva adotada, maiores excentricidades resultam em maior capacidade resistente para a viga de aço, corroborando os estudos expostos na revisão bibliográfica.

Embora no Brasil seja pouco explorado, observou-se um amplo interesse na literatura internacional sobre o tema em questão e suas variâncias, dando origem a pesquisas teóricas e experimentais. Também se aponta como potencialidades de aplicação em projetos de novas estruturas bem como na recuperação e reabilitação de estruturas existentes.

**Palavras-chave:** Estrutura de aço. Estrutura mista de aço e concreto. Protensão externa. Dimensionamento. Estados Limites.

**Comportamento Estrutural de Vigas Mistas de Aço e Concreto com Protensão Externa**

Autora: Anna Carolina Haiduk Nelsen – annahaiduk@yahoo.com.br

## ABSTRACT

This report investigates the structural behavior, procedures for analysis and design of externally prestressed steel-concrete composite beams. Based upon the requirements outlined in ABNT NRB 8800:2008 for conventional composite beams and in the literature review, a systematic procedure was developed to design of externally prestressed steel-concrete composite beams requested the positive bending moment. Was analyzed the main modes of global collapse, especially the ultimate limit state design (ELU), which may occur in this type of structure.

Also, elaborated a parametric study aimed to analyze the influence of variation in the level of prestressing and the eccentricity of tendons, as well as the constructive methodology (pre-tensioning and posttensioning) adopted for the the prestressing steel profile that makes up the of steel-concrete composite beam.

The parametric study showed that in both methods the predominant failure mode occurs in 2<sup>nd</sup> Stage of construction. In models of composite beams analyzed with application of pre-tensioned when the tendon is positioned above the bottom flange of the profile steel the failure mode occurred for the combined bending and axial compression .As for the composite beams evaluated with posttensioned, independent of the position of the tendon, the failure mode occurred in function of the bending moment more than the allowable flexural strength. However, it is noted that the level of prestressing can be adequately calculated to ensure that there is no loss of carrying capacity of the structure. It was also observed that regardless of the constructive methodology adopted, higher eccentricities result in higher bearing capacity for the steel beam, as exposed in the literature review.

While in Brazil is largely unexplored, there was widespread interest in the international literature on the subject in question and their variances, giving rise to theoretical and experimental. Also been mentioned as potential applications in the design of new structures and the renovation and rehabilitation of existing structures.

**Keywords:** Steel beam. Composite steel-concrete beam. External prestressing. Guidelines. Limit States.

**Structural Behavior of Externally Prestressed Steel-Concrete Composite Beams**

Author: Anna Carolina Haiduk Nelsen – annahaiduk@yahoo.com.br



## LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 2.1 – Exemplos de estruturas tensionadas: (a) Barril de madeira; (b) Roda de carroça; (c) Conjunto de livros .....	22
Figura 2.2 – Ponte de “Annet-sur-Marne”, França.....	23
Figura 2.3 – “Squire Whipple's Bridge at Union College”, Schnectady, N.Y.....	24
Figura 2.4 – Princípio da protensão em estruturas de concreto.....	27
Figura 2.5 – Princípio da protensão em estruturas metálicas .....	27
Figura 2.6 – Ensaio de uma viga metálica protendida .....	29
Figura 2.7 – Configurações de cabos e seção transversal central das vigas analisadas.....	30
Figura 2.8 – Disposição dos cabos nas configurações base adotadas nos estudos de Mahmoud <i>et al.</i> (2009).....	31
Figura 2.9 – Distribuição esquemática de tensões para viga metálica protendida – regime elástico.....	33
Figura 2.10 – Distribuição de tensões: (a) viga com seção I simétrica e (b) viga com seção I assimétrica.....	35
Figura 2.11 – Alguns tipos de seções transversais da viga .....	36
Figura 2.12 – Distribuição de tensões para viga protendida – limite elástico.....	37
Figura 2.13 – Carregamentos, traçado do cabo (viga protendida) e seção transversal central	40
Figura 2.14 – Detalhes das vigas mistas ensaiadas por Nie <i>et al.</i> (2009).....	40
Figura 2.15 – Efeito da variação das dimensões da laje de concreto observado por Uy & Craine (2004).....	41
Figura 2.16 – Largura efetiva da laje de concreto proposto por Chen & Zhang (2006).....	42
Figura 2.17 – Geometria das vigas analisadas por Dezi, Gara & Leoni (2006).....	42
Figura 2.18 – Geometria das vigas estudadas por Lorenc & Kubica (2006) .....	43
Figura 2.19 – (a) Visão geral do ensaio instrumentado; efeito de esmagamento do concreto no meio do vão da viga com traçado (b) retilíneo e (c) poligonal.....	44
Figura 2.20 – Modo de flambagem observados por Chen & Jia (2010).....	47
Figura 2.21 – Viaduto recuperado .....	47
Figura 2.22 – Seção típica de viga protendida de concreto com almas de aço corrugadas .....	48
Figura 2.23 –Ponte “Ginzan-Miyuki” (completa e durante a fase de construção).....	48
Figura 2.24 – Viga mista protendida proposta por Kim <i>et al.</i> (2011).....	49
Figura 2.25 – Viga protendida Hotel Hilton Morumbi .....	51
Figura 3.1 – Viga mista de aço e concreto protendida: croqui esquemático dos componentes	53
Figura 3.2 – Exemplos de seções transversais para viga mista protendida.....	54
Figura 3.3 – Vigas mistas revestidas e parcialmente revestidas com protensão externa .....	54
Figura 3.4 – Outras formas de associação aço-concreto em vigas mistas .....	55
Figura 3.5 – Conectores de cisalhamento soldados a viga metálica.....	57
Figura 3.6 – Classificação dos cabos: (a) fio; (b) barra; (c) cordão; (d) cordoalha .....	58
Figura 3.7 – Desenhos esquemáticos de monocordoalha e cordoalha engraxadas .....	60
Figura 3.8 – Princípio de funcionamento da ancoragem por meio de cunhas.....	61
Figura 3.9 – Sistema de ancoragem por meio de cunhas bipartidas.....	61
Figura 3.10 – Sistema de ancoragem por meio de porca e rosca.....	62
Figura 3.11 – Ancoragem viga metálica protendida.....	62
Figura 3.12 – Exemplos de ancoragens para vigas metálica ou mista protendidas.....	63
Figura 3.13 – Tipos de desviadores do cabo de protensão: pino (a); enrijecedor (b); outro (c) .....	63
Figura 3.14 – Desviadores para posicionamento do cabo abaixo do perfil metálico .....	64
Figura 3.15 – Traçado retilíneo do cabo de protensão.....	65
Figura 3.16 – Traçado poligonal do cabo de protensão .....	66
Figura 3.17 – Detalhe para traçado poligonal do cabo de protensão.....	66

Figura 3.18 – Seção transversal variável com traçado do cabo retilíneo (a) / (b) e poligonal (c) .....	67
Figura 3.19 – Traçado do cabo fora do limite da seção transversal da viga .....	67
Figura 3.20 – Macaco de protensão .....	68
Figura 3.21 – Exemplo de um processo de protensão .....	69
Figura 3.22 – Viaduto “Bois de Rosset”, Suíça.....	72
Figura 3.23 –Premio VSL 1992.....	72
Figura 3.24 – Ponte de Condet, Indonésia – visão geral e detalhe de ancoragem.....	73
Figura 4.1 – Diagramas esquemáticos de tensões elásticas atuantes em uma viga mista pré-tracionada .....	79
Figura 4.2 – Diagramas esquemáticos de tensões elásticas atuantes em uma viga mista pós-tracionada .....	80
Figura 4.3 – Força devida a protensão .....	87
Figura 4.4 - Excentricidades máximas permitidas.....	90
Figura 4.5 – Fuso limite – pontos $B_0$ e $B_1$ .....	92
Figura 4.6 – Fuso limite para uma viga isostática .....	93
Figura 4.7 – Maneira de se traçar o cabo sugerida por Nunziata (2004) .....	94
Figura 4.8 – Acréscimo na força de protensão com aplicação de carga de utilização.....	95
Figura 4.9 – Viga protendida com carregamento concentrado único .....	96
Figura 4.10 – Traçado do cabo: poligonal.....	97
Figura 4.11 – Traçado do cabo: retilíneo ao longo de todo o vão da viga .....	97
Figura 4.12 – Traçado do cabo: retilíneo com comprimento $L_p < L$ .....	97
Figura 4.13 – Carregamentos considerados .....	98
Figura 4.14 – Diagrama esquemático de tensões em regimes elástico e plástico para vigas mistas protendidas.....	100
Figura 4.15 – Largura efetiva da laje de concreto .....	102
Figura 4.16 – Distribuição de forças em vigas mistas protendidas sob momento positivo: Caso I e Caso II.....	103
Figura 4.17 – Distribuição de forças: Caso I-A e Caso I-B .....	103
Figura 4.18 – Distribuição de forças: Caso II.....	106
Figura 4.19 – Distribuição de forças em vigas de aço protendidas sob momento positivo: Caso I e Caso II.....	107
Figura 4.20 – (a) Viga mista protendida; (b) Viga de aço protendidas; (c) Distorção lateral; (d) Detalhe da tendência do cabo de retornar a viga sua posição de equilíbrio;.....	110
Figura 4.21 – Flambagem distorcional .....	110
Figura 4.22 – Esquema de uma viga isostática protendida: deformação e momento fletor... ..	111
Figura 5.1 – Croqui esquemático da seção transversal no meio da viga mista protendida (unidade: mm).....	116
Figura 5.2 – Croqui esquemático com os carregamentos aplicados aos modelos estudados. ....	117
Figura 5.3 – Modelos com pré-tração: linha neutra elástica (LNE) - 2ª Etapa .....	121
Figura 5.4 – Gráfico da força de protensão versus o deslocamento no meio do vão - 3ª Etapa .....	123
Figura 5.5 – Gráfico de excentricidade versus força de protensão – 3ª Etapa .....	125
Figura 5.6 – Gráfico de excentricidade versus deslocamento no meio do vão – 3ª Etapa.....	125
Figura 5.7 – Gráfico de deslocamento para as etapas de protensão das vigas .....	126
Figura 5.8 – Gráfico de momento fletor resistente em função do acréscimo da força de protensão .....	127
Figura 5.9 – Gráfico de momento fletor resistente para a etapa posterior a aplicação da força de protensão.....	128

Figura 5.10 – Gráfico de momento fletor solicitante no meio do vão para a viga pré-tracionada - 1ª, 2ª e 3ª Etapas .....	129
Figura 5.11 – Gráfico de momento fletor solicitante no meio do vão da viga pós-tracionada - 2ª e 3ª Etapas .....	130
Figura 5.12 – Gráfico de momento solicitante no meio do vão em relação a força de protensão .....	131
Figura 5.13 – Gráfico de momento solicitante no apoio versus força de protensão.....	131
Figura 5.14 – Gráfico de incremento total da força de protensão versus a força de protensão máxima .....	134
Figura 5.15 – Gráfico de tensões na mesa superior da viga de aço - meio do vão da viga....	135
Figura 5.16 – Gráfico de tensões na mesa inferior da viga de aço – meio do vão da viga ....	135
Figura 5.17 – Gráfico da distribuição de tensões na mesa superior da viga de aço – apoios	136
Figura 5.18 – Gráfico da distribuição de tensões na mesa inferior da viga de aço – apoios..	136
Figura 5.19 – Gráfico das máximas tensões na mesa inferior da viga de aço – apoios – 3ª Etapa.....	138
Figura 5.20 – Gráfico das tensões máximas na mesa inferior da viga de aço – meio do vão – 3ª Etapa.....	139

## LISTAS DE TABELAS

Tabela 2.1 – Porcentagem de acréscimo ou decréscimo na deformação, tensões e força de protensão considerando os efeitos de longa duração após 500 dias transcorridos .....	45
Tabela 5.1 – Viga mista pré-tracionada sem escoramentos: critério de falha da estrutura ....	120
Tabela 5.2 – Viga mista pré-tracionada sem escoramentos: linha neutra elástica - 2ª Etapa.	122
Tabela 5.3 – Viga mista pós-tracionada sem escoramentos: critério da falha da estrutura ...	122
Tabela 5.4 – Tabela de força de protensão final e de deslocamento no meio do vão da viga – 3ª Etapa.....	124
Tabela 5.5 – Força de protensão final e momento fletor resistente para a 3ª Etapa de construção.....	127
Tabela 5.6 – Momento fletor solicitante para a 3ª Etapa no apoio e no meio da viga.....	132
Tabela 5.7 – Tabela comparativa de momentos fletores solicitante e resistente no apoio.....	132
Tabela 5.8 – Tabela comparativa de momentos fletores solicitante no meio da viga e resistente .....	133
Tabela 5.9 – Máximas tensões na viga de aço pré-tracionada para a 3ª Etapa.....	137
Tabela 5.10 – Máximas tensões na viga de aço pós-tracionada para a 3ª Etapa .....	138

## LISTAS DE QUADROS

Quadro 4.1 – Alguns trabalhos sobre o dimensionamento vigas mistas aço e concreto protendidas .....	74
Quadro 4.2 – Quadro comparativo das etapas de carregamento em função das técnicas de protensão .....	80
Quadro 4.3 – Resumo geral sobre as técnicas de protensão.....	81
Quadro 4.4 – Viga mista protendida sem escoramentos com metodologia de pré-tração .....	113
Quadro 4.5 – Viga mista protendida sem escoramentos com metodologia de pós-tração.....	114

## SUMÁRIO

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO .....</b>	<b>17</b>
1.1	Justificativas.....	19
1.2	Objetivos .....	20
1.3	Apresentação do trabalho.....	21
<b>2</b>	<b>REVISÃO BIBLIOGRÁFICA.....</b>	<b>22</b>
2.1	Conceito básico da protensão .....	26
2.2	Vigas de aço protendidas .....	28
2.2.1	Conceitos fundamentais de vigas de aço protendidas.....	32
2.3	Vigas mistas de aço e concreto protendidas com cabos de aço.....	38
2.4	Pesquisas no Brasil.....	49
2.5	Síntese.....	52
<b>3</b>	<b>COMPONENTES DA SEÇÃO MISTA PROTENDIDA .....</b>	<b>53</b>
3.1	Perfil de aço.....	54
3.2	Laje de concreto .....	55
3.3	Conectores de cisalhamento.....	56
3.4	Tecnologia da protensão: cabos e acessórios.....	57
3.4.1	Cabos de protensão .....	60
3.4.2	Ancoragens .....	60
3.4.3	Desviadores .....	63
3.4.4	Traçados do cabo de protensão.....	64
3.4.5	Aplicação da protensão .....	68
3.4.6	Perdas de protensão .....	69
3.5	Algumas aplicações de vigas mistas protendidas .....	71
3.6	Síntese.....	73

<b>4</b>	<b>ANÁLISE E DIMENSIONAMENTO DE VIGAS MISTAS PROTENDIDAS .....</b>	<b>74</b>
<b>4.1</b>	<b>Premissas adotadas para o dimensionamento.....</b>	<b>76</b>
<b>4.2</b>	<b>Influência da metodologia executiva adotada .....</b>	<b>78</b>
4.2.1	Técnicas de protensão: pré-tração ou pós-tração.....	79
4.2.2	Escoramento temporário .....	82
<b>4.3</b>	<b>Força de protensão.....</b>	<b>82</b>
4.3.1	Cálculo da força de protensão inicial.....	82
4.3.2	Cálculo da força cortante devido à força de protensão .....	87
4.3.3	Traçado dos cabos.....	89
4.3.4	Incremento da força de protensão.....	94
<b>4.4</b>	<b>Resistência ao momento fletor (região de momento positivo) .....</b>	<b>100</b>
4.4.1	Classificação da seção transversal .....	101
4.4.2	Grau de interação .....	101
4.4.3	Largura efetiva da laje de concreto.....	102
4.4.4	Cálculo do momento fletor resistente para viga mista protendida .....	102
4.4.5	Cálculo do momento fletor resistente para viga de aço protendida.....	107
<b>4.5</b>	<b>Flexo-compressão.....</b>	<b>109</b>
<b>4.6</b>	<b>Flambagem distorcional .....</b>	<b>110</b>
<b>4.7</b>	<b>Estados limites de serviço .....</b>	<b>111</b>
<b>4.8</b>	<b>Síntese.....</b>	<b>112</b>
<b>5</b>	<b>ESTUDO PARAMÉTRICO .....</b>	<b>115</b>
<b>5.1</b>	<b>Premissas adotadas .....</b>	<b>116</b>
<b>5.2</b>	<b>Critérios para análise das vigas.....</b>	<b>118</b>
<b>5.3</b>	<b>Análise dos resultados.....</b>	<b>119</b>
5.3.1	Modos de colapso observados nas vigas mistas protendidas estudadas .....	120

5.3.2	Deslocamentos - ELS.....	123
5.3.3	Momentos fletores resistente e solicitante – ELU .....	126
5.3.4	Incremento devido à força de protensão .....	133
5.3.5	Tensões resultantes na viga metálica .....	134
<b>5.4</b>	<b>Síntese.....</b>	<b>139</b>
<b>6</b>	<b>CONCLUSÕES E CONSIDERAÇÕES FINAIS .....</b>	<b>141</b>
<b>6.1</b>	<b>Sugestões para a continuidade e desenvolvimento de futuros estudos.....</b>	<b>143</b>
	<b>REFERÊNCIAS.....</b>	<b>144</b>
	<b>APÊNDICE A – VIGAS MISTAS DE AÇO E CONCRETO COM PRÉ-TRAÇÃO ...</b>	<b>149</b>
	<b>APÊNDICE B – VIGAS MISTAS DE AÇO E CONCRETO COM PÓS-TRAÇÃO....</b>	<b>172</b>



## 1 INTRODUÇÃO

É notório o incremento do uso do aço na construção civil no Brasil nas mais diversas aplicações. A perspectiva de exploração do pré-sal e a necessidade de melhoria da infraestrutura do país deve aumentar ainda mais a demanda por construções metálicas. Para atender a esta demanda, além da capacidade para a produção do aço, é necessário o desenvolvimento de novas e mais eficientes tecnologias construtivas, assim como processos de projeto que potencializem as vantagens que o uso do aço pode oferecer.

O aço é um material 100% reciclável, o que contribui para reduzir a agressão ao meio ambiente, uma vez que pode retornar em forma de sucata às usinas siderúrgicas para ser reprocessado sem perder a qualidade. Assim, a construção com estruturas metálicas se caracteriza como construção sustentável, pois é considerado um sistema limpo.

São inúmeras as vantagens da construção com aço quando comparada a outras estruturas, entre elas, citam-se: a liberdade de criação no projeto arquitetônico; possibilidade de vencer grandes vãos e grandes alturas; redução de cargas nas fundações; maior organização do canteiro de obras; aumento de produtividade; maior precisão na fabricação e montagem com a racionalização de materiais e mão de obra, pois o processo de fabricação é industrializado, sendo assim, obtém-se uma maior precisão construtiva, qualidade e segurança. Entre suas aplicações na construção civil destacam-se edifícios residências, industriais e comerciais, pontes, viadutos, torres de transmissão, aeroportos, portos e plataformas marítimas, entre outras.

Na maioria das estruturas metálicas para edifícios e pontes é comum utilizar lajes de concreto armado sobre as vigas de aço. É possível fazer com que os dois materiais trabalhem em conjunto, originando os elementos mistos de aço e concreto.

Porém, um elemento estrutural formado pela associação dos materiais aço e concreto só é considerado como misto quando existe um comportamento conjunto entre os componentes da seção transversal, ou seja, quando há compatibilidade de deformações entre os materiais aço e concreto. No caso das vigas, são os conectores de cisalhamento que garantem esse trabalho conjunto entre os materiais.

Dessa maneira, o elemento estrutural resiste às ações externas com maior eficiência, tornando-se assim vantajoso adotar sistemas mistos, uma vez que há um melhor aproveitamento dos materiais, pois o aço apresenta um excelente desempenho quando submetido à tração e o concreto à compressão.

Considerando a grande competitividade no setor da construção civil e a constante preocupação com o meio ambiente, a elaboração de estudos na busca de novos materiais e novas tecnologias construtivas é de fundamental importância para um desenvolvimento sustentável.

A protensão é um dos métodos adotados para se melhorar o comportamento estrutural do material. Usualmente é adotada para compensar a deficiência à resistência à tração do concreto, porém, não se limita apenas a estruturas de concreto e pode ser aplicada a diferentes tipos de material.

Com o princípio de gerar na estrutura solicitações opostas às das cargas decorrentes do seu uso, a protensão é capaz de melhorar sua resistência ou seu comportamento devido ao estado prévio de tensões que é introduzido à estrutura.

Com o aumento da capacidade resistente da estrutura é possível reduzir as dimensões transversais dos perfis metálicos e, como consequência, obter economia de material, pois podem ser adotados perfis mais leves.

As forças exercidas pelos cabos são transmitidas para a estrutura através dos pontos de ancoragem ou pelos desviadores, com isso os mesmos devem ser posicionados precisamente a fim de reduzir o atrito e evitar avarias ao cabo de protensão, além de evitar a mudança da excentricidade de projeto.

Alguns estudos indicam que as vigas protendidas de aço apresentam menores deslocamentos quando comparadas às vigas convencionais de aço. Porém, vale lembrar que a protensão atua comprimindo a viga de aço e, que somado ao momento fletor, pode causar a instabilidade da estrutura, por isso é importante verificar a flambagem local das chapas que formam o perfil e a flambagem global da peça. Há também a possibilidade de se prever em projeto travamentos laterais para se evitar essa instabilidade.

Com a utilização da técnica de protensão é possível vencer maiores vãos atendendo a exigências ou necessidades arquitetônicas. Além disso, é uma técnica interessante para reforço e recuperação de estruturas existentes que apresentam, por exemplo, problemas de deterioração decorrentes de agentes ambientais ou mesmo de cargas adicionais devido a um possível aumento do tráfego com o passar dos anos.

Entre as vantagens da protensão externa está a facilidade de inspeção e manutenção durante e após a protensão. Com os cabos de protensão dispostos fora da área física ocupada pela seção transversal da estrutura, facilita uma possível substituição quando necessário e previsto em projeto; além do traçado mais simples dos cabos e os detalhes construtivos mais simplificados.

Entretanto, algumas desvantagens estão relacionadas à exposição dos cabos às influências ambientais e às possíveis vibrações que os mesmos podem sofrer, mas que podem ser solucionados com a proteção e a redução do comprimento livre do cabo, respectivamente. Observa-se que no caso de perfis do tipo caixão, os cabos também podem ser posicionados no interior da seção transversal, resolvendo problemas de exposição ao tempo.

## **1.1 Justificativas**

Ressalta-se que é primordial a investigação de novas tecnologias visando o aproveitamento e utilização ótima dos materiais, proporcionando projetos mais competitivos e viáveis economicamente, além de atenderem às necessidades da sociedade e do meio ambiente.

Assim, considerando as vantagens da construção com sistemas estruturais de aço, tanto convencionais quanto protendidos, a preocupação com meio ambiente e a carência de trabalhos de pesquisa que abordem esse tema específico, principalmente de autores brasileiros, este trabalho tem como motivação apresentar uma contribuição técnica com o intuito de reduzir a insuficiência de conhecimento relacionado à aplicação da protensão em estruturas formadas por perfis de aço.

Os benefícios do uso de protensão externa em estruturas de aço e mistas de aço e concreto, aliados ao potencial de utilização em grandes obras de infraestrutura, justificam o desenvolvimento de pesquisas no sentido de sistematizar o conhecimento sobre esta técnica construtiva.

Além disso, constitui mais uma alternativa para projetos estruturais que poderá contribuir na busca por eficiência construtiva, sobretudo no sentido da redução do consumo de materiais, custos totais do empreendimento e até prazos de execução.

## 1.2 Objetivos

O presente estudo tem como principal objetivo estudar a aplicação da protensão externa em vigas mistas de aço e concreto.

Como objetivos específicos:

- a) Apresentar os aspectos fundamentais do comportamento estrutural e da utilização de protensão externa em vigas mistas de aço e concreto.
- b) Identificar as vantagens e as desvantagens da protensão em vigas de aço;
- c) Apresentar alguns dos aspectos construtivos do sistema;
- d) Avaliar os modos de colapso com base no método dos estados limites.

Para cumprir com os objetivos, os seguintes assuntos serão abordados:

- a) Identificar as principais variáveis que interferem no comportamento estrutural com relação aos estados limites últimos e aos estados limites de serviço;
- b) Apresentar de forma sistemática procedimentos analíticos de dimensionamento com o desenvolvimento de planilhas eletrônicas para vigas mistas protendidas formadas por perfis tipo I em região de momento positivo;
- c) Apresentar um estudo paramétrico visando analisar a influência da variação do nível de protensão, a excentricidade dos cabos de protensão, além da influência da metodologia construtiva adotada para a protensão da viga de aço no comportamento estrutural da viga.

A principal contribuição desse estudo é apresentar de forma sistemática um procedimento analítico de dimensionamento fundamentado nas prescrições expostas na ABNT NBR 8800:2008, com ênfase nos estados limites últimos (ELU), para vigas biapoiadas mistas de aço e concreto formadas por perfis tipo I e protendidas externamente com cabo de aço de alta resistência.

Espera-se como resultado principal uma contribuição efetiva para o estado da arte sobre o comportamento, procedimentos de análise e dimensionamento de estruturas mistas de aço e concreto com protensão externa, que possa subsidiar futuras investigações experimentais e, também, o desenvolvimento de projetos de novas estruturas e reforço/reabilitação de estruturas existentes.

### **1.3 Apresentação do trabalho**

O corpo principal do trabalho está dividido em seis capítulos, além de um apêndice que apresenta o roteiro de cálculo desenvolvido para sistematizar o estudo paramétrico.

O primeiro capítulo apresenta uma introdução geral sobre a aplicação da protensão em estruturas de aço e mistas de aço e concreto, assim como a justificativa para o estudo e os objetivos gerais e específicos abordados no trabalho.

O segundo capítulo contempla uma ampla revisão bibliográfica abordando os fundamentos básicos da protensão, a aplicação de protensão em estruturas de modo geral e em particular nas estruturas de aço e mistas de aço e concreto.

No terceiro capítulo são estudados os principais elementos que formam a viga mista de aço e concreto protendida.

O quarto capítulo contém os conceitos básicos dessa técnica que foram aplicados para o desenvolvimento do procedimento de dimensionamento da viga mista protendida.

O estudo paramétrico é apresentado no quinto capítulo.

As conclusões desse estudo e as sugestões para futuros trabalhos foram expostas no sexto capítulo.

Os roteiros de cálculo, desenvolvidos nesse trabalho e implementados no programa MathCad, para o dimensionamento de vigas mistas de aço e concreto protendidas externamente considerando as duas metodologias de construção, pré-tração e pós-tração, são apresentados no Apêndice A e Apêndice B, respectivamente.

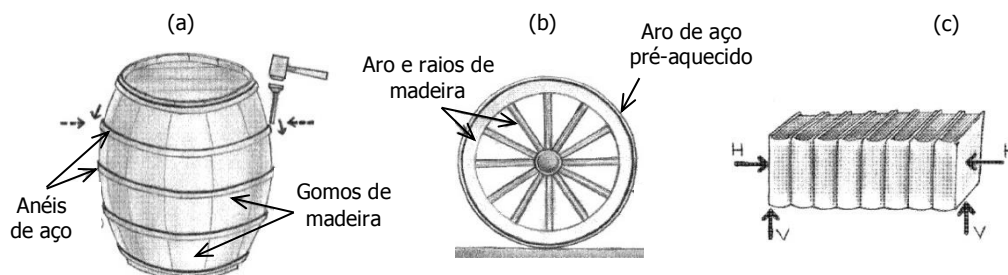
## 2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

O sistema de protensão consiste basicamente em gerar na estrutura solicitações opostas às das cargas decorrentes de seu uso, e como consequência, melhorar a resistência ou o comportamento mecânico devido ao estado prévio de tensões que é introduzido à estrutura, equilibrando as tensões que prejudiquem o uso desejado.

A ideia de protensão é muito antiga e são vários os exemplos de estruturas com aplicação da pré-tensão, sendo alguns clássicos apresentados em livros de concreto protendido, tais como:

- Barril de madeira: os anéis de aço são um pouco menores que o diâmetro externo do barril, provocando assim esforços radiais de compressão aos gomos de madeira que tendem a se manter unidos devido a esse estado prévio de tensões que foi instalado a estrutura e, também, a pressão interna do líquido contido em seu interior (Figura 2.1(a));
- Roda de carroça: as peças de madeira que formam a roda são envolvidas por um aro de aço, que inicialmente está aquecido e com o diâmetro maior em função da dilatação do material, que ao voltar à temperatura ambiente retorna ao seu diâmetro original gerando compressão axial, mantendo unidos os raios e o aro de madeira, além de proteger a madeira contra desgaste mecânico (Figura 2.1(b));
- Conjunto de livros: para que os livros sejam suspensos, sem caírem ao se retirar o apoio horizontal, é necessário aplicar uma força normal de compressão ao conjunto de livros com intensidade suficiente para que o próprio atrito entre as capas dos livros garanta o equilíbrio das forças e a sustentação do peso próprio dos livros, como ilustra a Figura 2.1(c).

**Figura 2.1 – Exemplos de estruturas tensionadas: (a) Barril de madeira; (b) Roda de carroça; (c) Conjunto de livros**



Fonte: Adaptado de Hanai (2005)

Além de um exemplo na área da saúde, como em aparelhos odontológicos fixos, em que os fios ortodônticos tendem a manter uma forma pré-determinada ao serem fixados nos braquetes que, por exercerem uma tensão contínua nos dentes, provocam as movimentações ortodônticas corrigindo a posição dos dentes para fins estéticos e funcionais.

Leonhardt (1983) descreve que a ideia de se pré-tensionar concreto foi proposta pela primeira vez no ano de 1886 por P. H. Jackson em São Francisco, Estados Unidos. O autor cita que nos anos de 1888 e 1906, respectivamente, W. Döhring apresentou uma patente com protensão em bancada e M. Koenen realizou o primeiro ensaio com armadura sob tensão, ambos em Berlim. Relata também, que outras patentes e ensaios surgiram posteriormente, porém, sem êxito devido o problema da perda de protensão em função da retração e fluência do concreto. No ano de 1919, na Alemanha, K. Wettstein utilizou pela primeira vez, mesmo sem ter o conhecimento de causa, aço de alta resistência na fabricação de painéis de concreto de pequena espessura. Mas, o emprego de aço de alta resistência sob elevadas tensões só foi reconhecido em 1923 por R. H. Dill, de Nebraska, Estados Unidos. (LEONHARDT, 1983).

No entanto, o primeiro trabalho consistente sobre concreto protendido foi apresentado por Eugène Freyssinet, no ano de 1928, que obteve conclusões importantes sobre a ação dos fenômenos de retração e fluência do concreto na protensão do mesmo. E, em 1941 projetou e executou a primeira obra em concreto protendido, uma ponte com 74m de comprimento em pórtico biarticulado sobre o rio Marne em Lucancy, França, ilustrada na Figura 2.2, que foi concluída apenas após o término da Segunda Guerra Mundial. A patente do sistema de protensão com tensões no aço superiores a 400 N/mm<sup>2</sup> também é atribuída a Freyssinet. (LEONHARDT, 1983).

**Figura 2.2 – Ponte de “Annet-sur-Marne”, França**



Fonte: <http://en.structurae.de/photos> (Acesso em: 23 março 2012)

Novas invenções e contribuições para o concreto protendido surgiram em seguida, tais como: F. Dischinger, de Berlim, que patenteou o sistema de cabos de protensão dispostos como tirantes de viga armada fora da seção de concreto; em 1938 as primeiras construções de pontes na forma de viadutos sobre as autoestradas alemãs e o desenvolvimento de outros processos de protensão. Também, entre 1940 e 1942, na Bélgica, Gustave Magnel desenvolveu um processo particular que utilizou para executar a primeira ponte em viga contínua sobre o rio Maas em Sclayn, com dois vãos de 62 m em concreto protendido sem aderência e, em 1948, publicou um livro sobre concreto protendido. A partir de 1949 o concreto protendido foi utilizado em inúmeras obras de pontes e grandes estruturas. (LEONHARDT, 1983).

Entretanto, o conceito de protensão em estruturas de aço, segundo Troitsky (1990), foi utilizado inicialmente em 1837 nos Estados Unidos por Squire Whipple, que aplicou a protensão aos elementos tracionados de treliças em ferro fundido que formavam o tabuleiro de uma ponte com o objetivo de tornar a estrutura mais resistente. Na cidade de Johnstown, em Nova Iorque, uma réplica dessa ponte foi construída no ano de 1980 pelos estudantes de engenharia civil do “Union College Campus”, como ilustrado na Figura 2.3, em comemoração a contribuição de Squire Whipple para a construção de pontes.

**Figura 2.3 – “Squire Whipple's Bridge at Union College”, Schnectady, N.Y.**



Fonte: <http://www.hmdb.org/Marker.asp?Marker=32344> (Acesso em: 23 março 2012)

No final do século 19 e início do século 20 inúmeras pontes foram construídas nos Estados Unidos utilizando estruturas treliças e o princípio da protensão. Porém, apenas em meados da década de 1930, F. Dischinger na Alemanha, Gustave Magnel na Bélgica, entre



outros pela Europa deram início aos estudos com análises teóricas, ensaios experimentais e construções utilizando a protensão voltados, principalmente, para a construção de pontes metálicas. No entanto, somente a partir da década de 1950 se verifica publicações de artigos técnico-científicos mais expressivos sobre o tema. (KLAIBER, DUNKER & SANDERS, 1981; TROITSKY, 1990).

Com as primeiras investigações do emprego de aço e concreto na construção mista, datada no início do século XX, e com seu desenvolvimento em meados da década de 1950 (LAM, 2002), houve uma tendência a estudos sobre a aplicação da protensão em estruturas mistas de aço e concreto.

Dischinger, em 1949, publicou uma série de artigos propondo a protensão utilizando cabos de alta resistência em pontes formadas por estrutura mista com vãos biapoiados e contínuos. Coff, que inicialmente estava envolvido com a protensão em estruturas de aço, em 1950, estendeu os estudos também para estruturas mistas protendidas e obteve a patente nos Estados Unidos para esse sistema. Em 1961, Naillon patenteou nos Estados Unidos o uso da protensão em sistema metálico. Szilard em 1959 sugeriu métodos para dimensionamento e análise incluindo os efeitos de retração e fluência do concreto. (AYYUB, SOHN & SAADATMANESH, 1990; TROITSKY, 1990).

Além de outros autores como: Hoadley que em 1963 que investigou vigas biapoiadas com carregamento de protensão com excentricidade constante ao longo de todo o comprimento da viga; Strass desenvolveu um estudo experimental em vigas solicitadas por momento positivo no ano de 1964; e Regan em 1966 analisou os efeitos da variação da espessura da laje, da força de protensão e do tipo de carregamento no comportamento de vigas mistas biapoiada, entre outros. (AYYUB, SOHN & SAADATMANESH, 1990).

Observa-se, nos relatos históricos, que a utilização da protensão em estrutura metálica surgiu em paralelo com a aplicação em estrutura de concreto, embora o desenvolvimento e a aplicação dessa tecnologia foram mais explorados para o concreto protendido.

Deste modo, questiona-se o motivo pelo qual a aplicação da protensão em estruturas de aço não seguiu o mesmo ritmo que a em concreto.

Troitsky (1990) atribui ao fato de que historicamente o aço estrutural era o material dominante e o concreto armado não era muito competitivo, principalmente para pontes com médios e grandes vãos. Mesmo do ponto de vista comercial, com a protensão da estrutura de aço a quantidade material necessário poderia ser reduzido e, nesta época essa redução não trazia nenhuma vantagem comercial a indústria de estruturas metálicas. Mas, com o desenvolvimento rápido da tecnologia do concreto protendido, aliado aos conceitos da

construção de pontes segmentadas e suspensas por estais, nos Estados Unidos durante as décadas de 70 e 80 o concreto protendido tornou-se mais competitivo frente à estrutura metálica.

Entretanto, Troitsky (1990) alerta que essa tendência pode ser revertida quando analisadas as vantagens que a protensão proporciona em estruturas de aço. Principalmente em relação a estrutura de pontes são levantadas duas grandes vantagens: primeiro, a possibilidade de se projetar e construir pontes novas com vãos maiores e, segundo, a recuperação e reabilitação de estruturas existentes. Além de que a racionalização dos materiais reflete até em aspectos ambientais e ecológicos.

Esses estudos iniciais demonstraram a viabilidade e levantaram algumas vantagens dessa técnica. Com isso o interesse por esse sistema construtivo foi sendo incrementado, dando origem a pesquisas teóricas e experimentais no sentido de se entender o comportamento estrutural de vigas metálicas e vigas mistas de aço e concreto com a aplicação de protensão. Além de observadas aplicações práticas da protensão na recuperação e reabilitação de estruturas existentes.

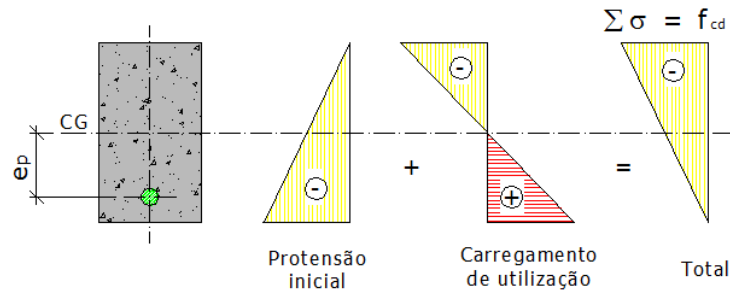
Para dar embasamento a esse trabalho foi realizada uma ampla pesquisa bibliográfica sobre a aplicação da protensão em estruturas de aço e em estruturas mistas de aço e concreto. Observou-se que a maioria do material encontrado sobre os assuntos em questão é de origem estrangeira, além disso, são poucos os trabalhos técnicos publicados no Brasil. E como consequência, esse capítulo de revisão bibliográfica tornou-se relativamente extenso.

A seguir serão apresentados os fundamentos básicos da utilização da protensão e a evolução das pesquisas, no Brasil e no mundo, sobre a aplicação dessa técnica em estruturas de aço e estruturas mistas de aço e concreto.

## **2.1 Conceito básico da protensão**

Como descrito por Leonhardt (1983), a protensão foi aplicada a estruturas de concreto com o objetivo de melhorar a sua deficiência a tração, uma vez que a protensão cria tensões de compressão prévias nas regiões onde o concreto seria tracionado em função das ações atuantes na estrutura. O efeito da protensão reduz ou até anula as tensões de tração provocadas pelas solicitações de utilização da estrutura, como mostrado esquematicamente na Figura 2.4.

**Figura 2.4 – Princípio da protensão em estruturas de concreto**

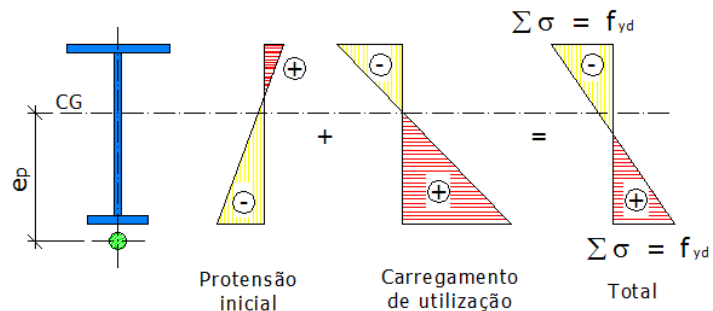


Fonte: Produção da própria autora (2012)

Deste modo, o elemento estrutural resiste às ações externas com maior eficiência, pois com toda a seção comprimida há um melhor aproveitamento dos materiais, uma vez que o concreto apresenta melhor desempenho quando submetido à compressão.

Já nas estruturas metálicas a protensão proporciona um maior aproveitamento da seção da viga na sua capacidade máxima, uma vez que permite atingir as tensões máximas admissíveis de projeto nas duas mesas da viga quando solicitada pelos carregamentos externos, ou seja, em uma mesma seção transversal existem tensões de tração e compressão, como representado de modo esquemático na Figura 2.5.

**Figura 2.5 – Princípio da protensão em estruturas metálicas**



Fonte: Produção da própria autora (2012)

Com o uso da protensão é possível obter economia de material, uma vez que podem ser adotados perfis mais leves. Troitsky (1990) destaca dois benefícios quando utilizados cabos de aço de alta resistência: utilizando aço convencional para os elementos estruturais, a protensão aumenta o limite de deformação elástico do material quando solicitados por elevados carregamentos, então a quantidade de aço pode ser reduzida; e que os cabos também são solicitados pelo carregamento.

Outra vantagem está relacionada ao controle de deslocamentos, observada quando a estrutura apresenta deslocamentos acima do aceitável para estado limite de serviço. Pois, a protensão sempre provoca deformações com sinal contrário as causadas pelas cargas de peso

próprio e de uso da estrutura. Porém, em certos casos, essas deformações podem limitar o valor da força de protensão, uma vez que há possibilidade de perda por instabilidade da estrutura, como será discutido posteriormente.

São diferentes os métodos de aplicação de protensão a estrutura metálica, além de que pode ser aplicada em toda a estrutura ou em parte de seus elementos estruturais. Tendo o presente estudo como foco, a aplicação da protensão ao perfil de aço utilizando cabos de aço de alta resistência.

## 2.2 Vigas de aço protendidas

Para dar embasamento ao tema proposto nesse trabalho, a seguir são apresentados alguns estudos desenvolvidos por autores estrangeiros e os conceitos fundamentais da aplicação da protensão externa em vigas de aço.

Os relatos de estudos teóricos e experimentais sobre a protensão em estruturas de aço foram mais significativos por volta da década de 1950 após a divulgação de aplicações iniciais realizadas por Dischinger e Magnel.

Troitsky (1990) aponta que o desenvolvimento dessa técnica foi mais rápido em países industrializados tais como: Estados Unidos, na antiga União das Repúblicas Socialistas Soviéticas (URSS), Inglaterra, Bélgica e Alemanha, entre outras partes do mundo.

Tem-se conhecimento que os primeiros textos técnicos com procedimentos para o projeto e o dimensionamento de estruturas metálicas protendidas foram publicados em Moscou (em idioma russo<sup>1</sup>) no ano de 1963 e em Praga no ano de 1969 (em idioma tcheco<sup>2</sup>). Na mesma época, em 1968, foi criado pelo ASCE-AASHO um subcomitê<sup>3</sup> para estudos sobre protensão em estrutura metálica e mistas para construções e recuperação de pontes (TROITSKY, 1990).

Entre as pesquisas a cerca do comportamento de vigas de aço protendidas destacam-se os seguintes autores: Belenya (1977); Troitsky (1990); Brandford (1991); Nunziata (1999); Nunziata (2003); Nunziata (2004); Ronghe & Gupta (2002) e Belletti & Gasperi (2010).

---

<sup>1</sup> ON 73 1405 **Guidelines for Designing Prestressed Steel Structures Prague**, UNM, 1969 (in Czechoslovakian).

<sup>2</sup> **Instructions on the Designing of Prestressed Steel Structures**, Gosstroizdat, Moscow, 1963 (in Russian).

<sup>3</sup> Subcommittee 3 on Prestressed Steel of Joint ASCE-AASHO Members, Committee on Steel, Development and Use of Prestressed Steel Flexural Members, **Journal of Structural Division**, Proceedings of the ASCE, September 1968, pp. 2033-2060.

Além de contribuições na forma de artigos técnicos científicos específicos sobre o assunto, os autores Belenya (1977), Troitsky (1990) e Nunziata (2004) também publicaram livros com a finalidade de divulgar a teoria e a técnica da aplicação da protensão a perfis de aço.

Nunziata (1999) ensaiou uma viga metálica de seção transversal tipo “I” com altura de 800mm e vão de 21,40m, (Figura 2.6). Foram utilizados 10 cabos de protensão com 15 mm de diâmetro, com traçado poligonal e ancorados nas extremidades da viga por meio de cunhas metálicas soldadas a mesma. A força de protensão aplicada em cada cabo foi de 151kN. Com o estudo experimental foi possível comprovar e validar o método proposto para o dimensionamento e também concluir que a viga metálica protendida apresenta resultados superiores em termos de resistência e menores deslocamentos quando comparada a outros tipos de estruturas semelhantes.

**Figura 2.6 – Ensaio de uma viga metálica protendida**



Fonte: Nunziata (1999)

Nunziata (2003) comenta que a estrutura metálica protendida é raramente utilizada devido ao pouco conhecimento do sistema e os seus métodos de dimensionamento. Desse modo, para contribuir com o incremento do conhecimento, expôs os princípios teóricos e dois métodos para o dimensionamento de vigas metálicas isostáticas e hiperestáticas protendidas.

O traçado dos cabos de protensão tem sido identificado como uma variável importante no comportamento e na resistência de vigas metálicas protendidas. Diferentes traçados de cabos de protensão podem ser obtidos com o uso de desviadores. Aumentando-se o número de desviadores melhora-se a eficiência do sistema de protensão, no entanto, dificulta a construção podendo aumentar os custos de fabricação e montagem.

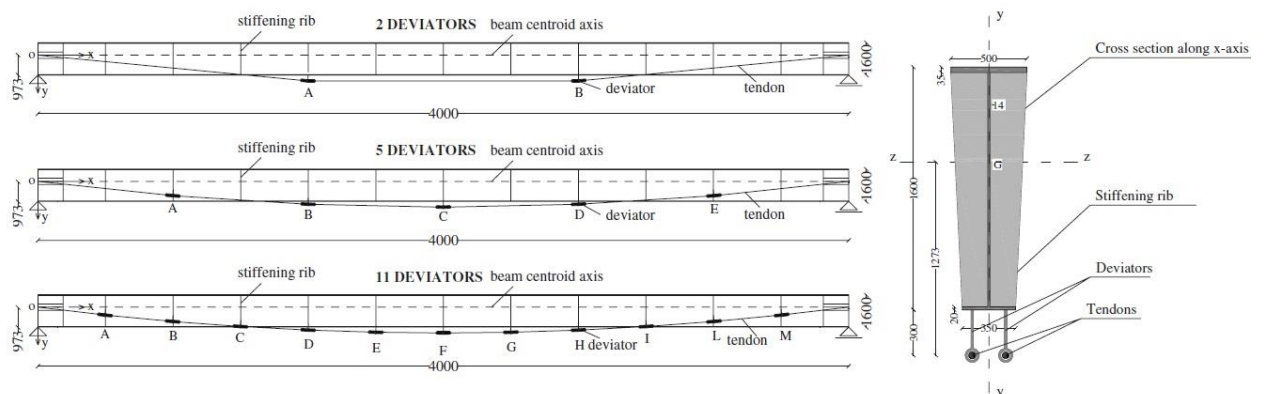
Nesse sentido Ronghe & Gupta (2002) desenvolveram um estudo teórico paramétrico considerando cinco traçados distintos para os cabos de protensão em viga de aço biapoiada com 10m de vão e seção transversal do tipo I assimétrica. Neste estudo foram avaliadas as

seguintes variáveis: a influência da excentricidade, que é função do traçado do cabo de protensão; cabo com comprimento total ou parcial, no caso do traçado retilíneo; além de três diferentes traçados com o cabo poligonal com um ponto de inflexão, ou seja, em formato de “V”, dois pontos de inflexão ou trapezoidal e curvilíneo; e a variação da força de protensão.

Os autores realizaram o estudo analítico com 12 combinações diferentes das variáveis citadas acima, confirmando assim, que maiores excentricidades resultam em maior capacidade resistente para a viga de aço, sendo assim, recomendaram que, havendo a possibilidade, o cabo deveria ser locado abaixo da mesa inferior. Realizaram também um ensaio em laboratório de um protótipo de uma viga de aço com 4,31m de comprimento e protendida com cabo com traçado de retilíneo. Observaram que o aumento na capacidade da carga foi de 9% quando comparada a uma viga de aço sem protensão. Além disso, que a máxima capacidade resistente e a máxima deformação resultaram próximas aos valores calculados analiticamente. (RONGHE & GUPTA, 2002).

Belletti & Gasperi (2010) apontaram que normalmente os autores focam essa técnica utilizada em vigas de pontes e raramente em estruturas de cobertura. E por isso, desenvolveram um estudo acerca da influência do número de desviadores e, conseqüentemente, do traçado dos cabos na resistência de vigas metálicas protendidas com seção tipo I para vãos médios (entre 35m e 45m) utilizadas em coberturas. Foram realizadas simulações numéricas, utilizando o programa ABAQUS, em vigas de seção tipo I assimétricas com 40m de vão e dois cabos de protensão variando o número de desviadores entre 2 e 11 resultando as configurações apresentadas na Figura 2.7.

**Figura 2.7 – Configurações de cabos e seção transversal central das vigas analisadas**



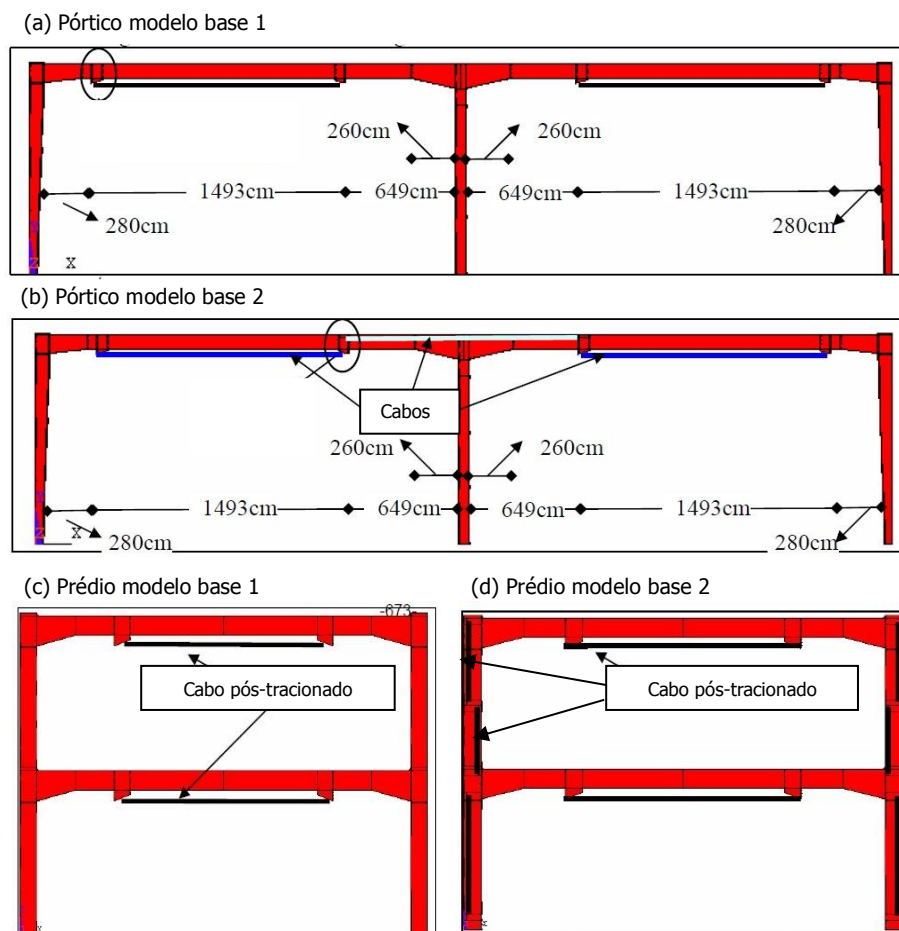
Fonte: Belletti & Gasperi (2010)

Belletti & Gasperi (2010) concluíram que a eficiência do sistema aumenta com o aumento do número de desviadores, principalmente pelo fato de haver menor possibilidade de

instabilidade da viga durante o processo de protensão. Nessa situação é possível a introdução de forças de protensão mais elevadas. No entanto, alertam para as altas tensões de compressão resultantes na viga durante a introdução das forças de protensão e que, por isso, a instabilidade da viga pode ser um limitante de projeto. Brandford (1991) também evidenciou que o modo de flambagem distorcional foi predominante e apresentou um procedimento para determinação da força de flambagem elástica induzida pela protensão.

Nessa mesma linha de aplicação, Mahmoud *et al.* (2009) investigaram os efeitos da técnica de pós-tração no reforço da estrutura de edificações com múltiplos pavimentos de aço e em pórtico de aço com vão duplo. Adotaram o programa ANSYS para as análises dos modelos fundamentados na variação da disposição dos cabos de duas configurações base adotadas. Estando ilustrado nas Figura 2.10(a) e Figura 2.10(b) os dois modelos base para o pórtico e nas Figura 2.10(c) e Figura 2.10(d) para o edifício de múltiplos pavimentos. Observa-se que no caso do edifício também há protensão nos pilares, como indicado na Figura 2.10(d).

**Figura 2.8 – Disposição dos cabos nas configurações base adotadas nos estudos de Mahmoud *et al.* (2009)**



Fonte: Adaptado de Mahmoud *et al.* (2009)

Os autores obtiveram bons resultados com essas proposições, destacaram que utilizando os cabos protendidos, a tensão na viga pode ter uma redução de até 35%. E que podem ser tanto utilizados na recuperação de estruturas existentes quando em novos projetos. (MAHMOUD *et al.* 2009)

Por enquanto foram apresentados alguns estudos relacionados a protensão externa aplicada a vigas de aço, porém, na literatura internacional podem ser encontradas inúmeras outras publicações relacionadas ao assunto específico.

Como alguns dos aspectos fundamentais apresentados sobre a protensão em vigas de aço também se aplicam para o caso de vigas mistas protendidas, antes de prosseguir com a revisão bibliográfica, são apresentados alguns dos conceitos fundamentais da aplicação de protensão em vigas de aço.

### *2.2.1 Conceitos fundamentais de vigas de aço protendidas*

Com a utilização de cabos de aço para a protensão, a viga passa a ser um sistema estaticamente indeterminado. São dois os motivos do aumento da capacidade resistente da viga quando solicitada pelos carregamentos externos: primeiro, porque a protensão cancela as tensões iniciais da viga, o que amplia o trecho de trabalho elástico linear; e segundo a viga com o cabo de protensão se comporta como um sistema estaticamente indeterminado.

O cabo de aço utilizado para a protensão da viga é posicionado próximo às fibras tracionadas da viga e a tensão de tração a que os cabos estão submetidos compensa as tensões de compressão da viga, provocando assim um momento fletor adicional na distribuição interna das forças que alivia o momento fletor causado pelo carregamento externo.

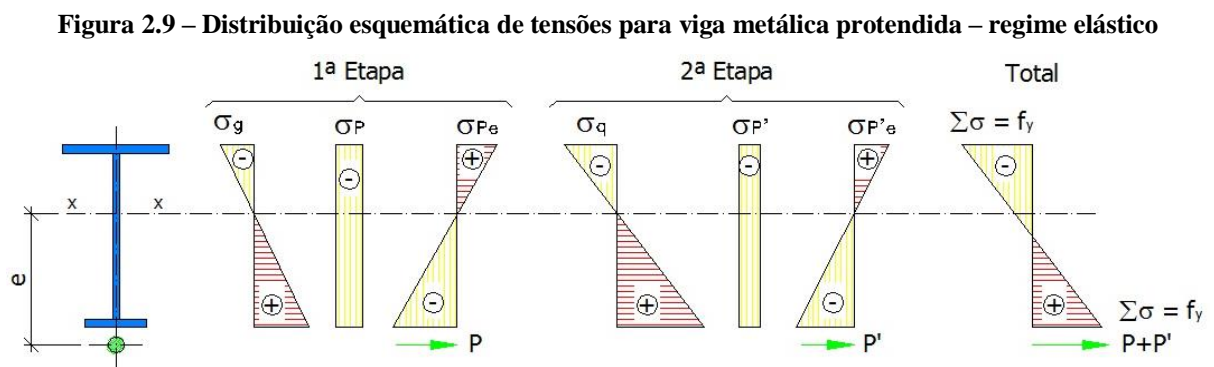
Por isso que, nas vigas biapoiadas protendidas, o melhor aproveitamento dos materiais é obtido com os cabos de protensão dispostos na região tracionada, ou seja, próximo da mesa inferior do perfil de aço, e a laje de concreto na região comprimida. Para vigas contínuas a laje de concreto é mais eficiente para os momentos positivos, pois a mesma está comprimida, enquanto a linha neutra está no perfil de aço que está sendo tracionado; já para os momentos negativos, a laje de concreto está sujeita a tensões de tração, o que é menos eficiente devido ao possível aparecimento de fissuras na sua condição de carregamento.

E, no caso de pontes, a fissuração pode levar a deterioração do concreto expondo as armaduras e, podendo ocorrer a corrosão, reduzindo o tempo de vida da estrutura. Assim, para controlar ou até mesmo eliminar completamente esse problema de fissuração da laje de concreto é possível utilizar a técnica da protensão.



Considera-se que para um dimensionamento ótimo e aproveitamento da capacidade máxima da viga protendida, uma ou mais seções solicitadas pelas cargas externas e pela protensão deve atingir o valor da resistência de cálculo do aço estrutural.

A distribuição final de tensões normais ou axiais em uma estrutura protendida é composta pelo seguinte somatório: tensão provocada pela força de compressão devido à protensão, tensão devido à flexão imposta pela excentricidade da força de protensão e tensão de flexão resultante do carregamento aplicado. A distribuição das tensões para uma viga metálica protendida considerando regime elástico e o máximo momento fletor devido ao carregamento de utilização está ilustrado no diagrama esquemático da Figura 2.9.



Fonte: Produção da própria autora (2011)

Ressalta-se que a tensão total na viga protendida provém do somatório das tensões decorrentes das duas etapas de carregamento da viga, como descrito a seguir:

- 1ª. Etapa: no ato da protensão.

Nesta etapa, relativa à aplicação da força de protensão na estrutura, as cargas atuantes são o peso próprio da viga ( $g$ ) e a força de protensão inicial ( $P$ ).

A seguir as tensões geradas na 1ª Etapa:

- Tensão devido a flexão provocada pelo peso próprio ( $\sigma_g$ ):  $\sigma_g = \frac{M_g}{W}$
- Tensão axial referente à força de protensão inicial ( $\sigma_p$ ):  $\sigma_p = \frac{P}{A_p}$
- Tensão provocada pela flexão devido a excentricidade da força de protensão inicial ( $\sigma_{Pe}$ ):  $\sigma_{Pe} = \frac{P \times e}{W}$

- 2ª. Fase: utilização.

Atuam na 2ª Etapa as cargas provenientes dos carregamentos externos, ou seja, as cargas de utilização da estrutura, além do incremento na força de protensão inicial

(P') ocasionado pela aplicação do carregamento externo. Sendo geradas as seguintes tensões nessa etapa:

- Tensão relativa a flexão provocada pela solicitação de utilização ( $\sigma_q$ ):  $\sigma_q = \frac{M_q}{W}$
- Tensão de axial relativa ao incremento na força de protensão inicial ( $\sigma_{P'}$ ):

$$\sigma_{P'} = \frac{P'}{A_P}$$

- Tensão devido a flexão ocasionada pelo incremento na força de protensão inicial

$$(\sigma_{P'e}): \sigma_{P'e} = \frac{P' \times e}{W}$$

Finalmente, as tensões totais em regime elástico podem ser determinadas pelas equações a seguir:

- Tensão na fibra superior – comprimida ( $\sigma_s$ ):

$$\sigma_s = + \frac{M_g + M_q}{W_1} - \frac{P + P'}{A} - \frac{(P + P') \times e}{W_1} \leq f_y \quad (2.1)$$

- Tensão na fibra inferior - tracionada ( $\sigma_i$ ):

$$\sigma_i = + \frac{M_g + M_q}{W_2} - \frac{P + P'}{A} + \frac{(P + P') \times e}{W_2} \leq f_y \quad (2.2)$$

- Tensão no cabo de protensão ( $\sigma_{cp}$ ):

$$\sigma_{cp} = \frac{(P + P') \times e}{A_P} \leq f_p \quad (2.3)$$

Onde:

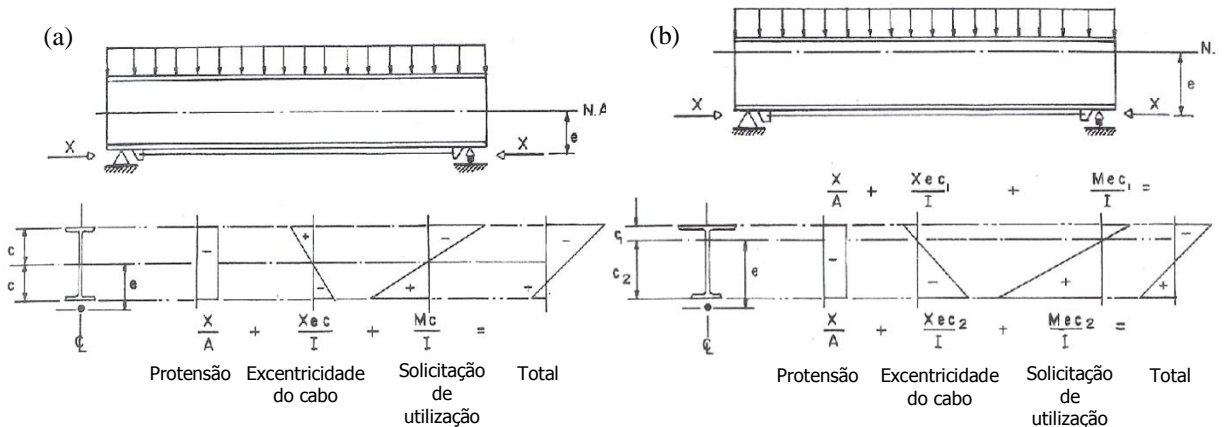
- $\sigma_s$  = Tensão na fibra superior
- $\sigma_i$  = Tensão na fibra inferior
- $\sigma_{cp}$  = Tensão no cabo de protensão
- P = Força de protensão
- $M_g$  = Momento fletor máximo referente ao peso próprio da viga
- $M_q$  = Momento fletor máximo devido à solicitação de utilização da estrutura
- $A_P$  = Área do cabo de protensão
- $W_1$  = Módulo de resistência elástico em relação a fibra superior
- $W_2$  = Módulo de resistência elástico em relação a fibra inferior
- e = Excentricidade do cabo de protensão

$$f_p = \text{Tensão de escoamento do material do cabo de protensão}$$

$$f_y = \text{Tensão de escoamento do material da viga}$$

Nas Figura 2.10(a) e Figura 2.10(b) são ilustradas duas vigas com seção transversal I, respectivamente, uma com perfil simétrico e a outra não, ambas com traçado do cabo retilíneo abaixo da mesa inferior e com aplicação de carregamento externo. Com relação à distribuição de tensões, observa-se que o perfil I com apenas um eixo de simetria é mais apropriado para aproveitar a seção da viga na sua capacidade máxima, pois permite atingir tensões máximas iguais em módulo nas fibras mais externas da seção transversal do perfil de aço. No entanto, ressalta-se que essas tensões não podem exceder a resistência de cálculo do aço.

**Figura 2.10 – Distribuição de tensões: (a) viga com seção I simétrica e (b) viga com seção I assimétrica**



Fonte: Adaptado de Troitsky (1990)

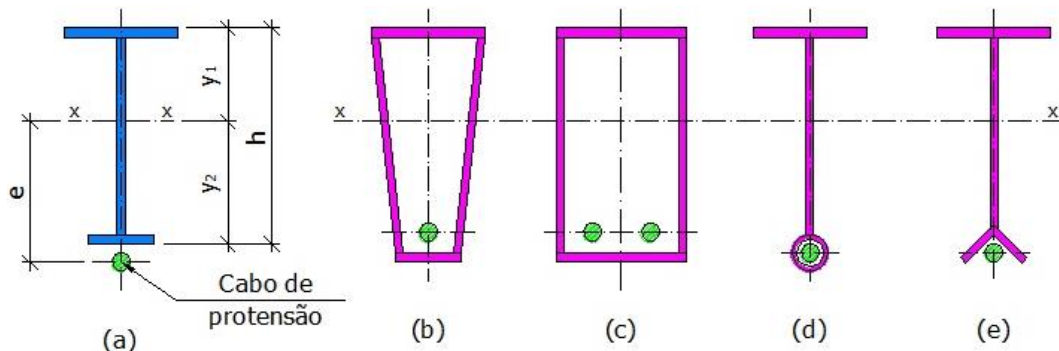
Como visto, a seção I assimétrica apresenta um melhor aproveitamento na distribuição das tensões (Figura 2.11(a)), porém, as vigas de aço protendidas também podem ser formadas por seções caixão como ilustrado nas Figura 2.11(b) e Figura 2.11(c). Ainda, para viga com vãos médios, a mesa inferior pode ser composta por perfis laminados, como tubos Figura 2.11(d), cantoneira Figura 2.11(e), perfil U entre outros.

Seções laminadas, em especial tubos, além de promover um melhor enrijecimento, apresentaram um melhor desempenho a compressão durante o procedimento de protensão do cabo, e ainda fácil incorporação e proteção contra corrosão do cabo.

Além disso, Troitsky (1990) e Belenya (1977) indicam que uma seção é mais econômica quanto maior for sua altura e menor a espessura da alma, mas a altura da seção é limitada pelas premissas de projeto e pela estabilidade da alma.

Seções assimétricas com o parâmetro  $A$ , que representa a caracterização da assimetria de uma viga I, variando entre os valores 1,7 a 1,8 apresentam maiores dificuldades de projeto, uma vez que a mesa tracionada torna-se muito leve. Por isso, Belenya (1977) recomenda limitar esse parâmetro, que é definido pela razão entre  $y_2$  e  $y_1$  (Figura 2.11(a)), entre os valores 1,5 a 1,7.

Figura 2.11 – Alguns tipos de seções transversais da viga



Fonte: Adaptado de Troitsky (1990)

Outros fatores que também têm influência no dimensionamento de vigas de aço protendidas são: o tipo de carregamento a ser aplicado; a variação da excentricidade do cabo de protensão em decorrência da aplicação das cargas externas; a natureza das tensões instaladas na viga (elástica, elasto-plástica, protensão aplicada em uma único passo ou em vários); as características mecânicas do material; e as perdas de protensão.

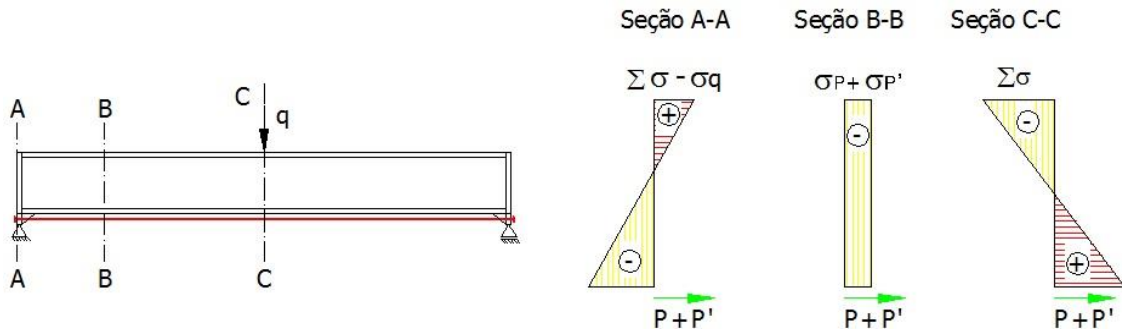
A capacidade de suporte da viga durante o procedimento de protensão pode ser afetada quando o cálculo da resistência da mesa comprimida, como indicado na equação (2.4), for inadequado; e quando não atendidas às condições de estabilidade local. Nessa etapa, a mesa tracionada apresenta sempre uma tensão menor, pois as tensões devidas a protensão inicial, tensão axial ( $\sigma_p$ ) e de flexão ( $\sigma_{pe}$ ), são de sinais opostos.

$$\sigma_{i,p} = -\frac{P}{A} - \frac{P \times e}{W_2} \leq f_y \quad (2.4)$$

A viga pode apresentar problemas quanto à estabilidade global durante a protensão caso não forem providenciados travamentos laterais ou precauções necessárias para reforço da estrutura. Além dos problemas de instabilidade local da alma na zona de compressão, no lado do cabo de protensão. Portanto, a estabilidade da alma deve ser verificada e se necessário deve ser enrijecida.

Belenya (1977) ressalta que os diagramas de tensão normal na viga protendida por cabo de protensão diferem para as várias seções transversais ao longo do comprimento da viga, como ilustrado na Figura 2.12.

**Figura 2.12 – Distribuição de tensões para viga protendida – limite elástico**



Fonte: Adaptado de Belenya (1977)

O diagrama de tensões devido à protensão permanece inalterado ao longo do comprimento da viga entre os pontos de ancoragem do cabo. Sendo que a viga apresenta o diagrama de tensões exibido na Figura 2.9 apenas na seção transversal solicitada pelo máximo momento fletor provocado pelo carregamento externo. Com o cabo de protensão fixado na extremidade da viga, Belenya (1977) faz as seguintes observações:

- A tensão normal em toda essa seção é proveniente do somatório da força de protensão inicial com o incremento da força de protensão devido à solicitação externa, com tensões de compressão, próximo ao cabo, e de tração nas fibras opostas da seção transversal, como mostrado na Seção A-A da Figura 2.12;
- Na seção transversal de máximo momento fletor provocado pelo carregamento externo, as tensões apresentam valores iguais, em módulo, ao da tensão de cálculo do aço estrutural, como ilustrado na Seção C-C da Figura 2.12;
- E na Seção B-B da Figura 2.12, as tensões apresentam um valor intermediário. O valor da tensão criada pelo momento fletor da força de protensão é igual ao valor do momento fletor obtido com o carregamento externo, nessa seção a viga apresenta compressão uniforme.

Há uma grande concentração de forças transmitidas pelo cabo de protensão nos pontos onde o mesmo é ligado a viga, por isso, é fundamental o enrijecimento nesses pontos. Quando o cabo é ancorado nos pontos extremos da viga, a tensão nessa seção é composta por duas forças concentradas: reação vertical da estrutura e força de protensão do cabo.

A seguir apresenta-se uma revisão bibliográfica sobre a protensão em vigas mistas, com destaque para as pesquisas mais relevantes para esse estudo.

### **2.3 Vigas mistas de aço e concreto protendidas com cabos de aço**

Com o desenvolvimento da técnica da construção com estrutura mista, no início do século XX, houve uma tendência a estudos sobre a aplicação da protensão a esse tipo de estrutura.

Nas últimas décadas vários pesquisadores têm direcionado seus estudos para caracterização do comportamento estrutural de vigas mistas de aço e concreto protendidas com cabos de aço de alta resistência.

Alguns dos autores que publicaram trabalhos com este enfoque são: Saadatmanesh, Albrecht & Ayyub (1989-a, 1989-b, 1989-c); Ayyub, Sohn & Saadatmanesh (1990, 1992-a, 1992-b); Quinaz (1993); Safan & Kohoutková (2001); Yuen (2004); Chen (2005); Chen & Gu (2005); Uy & Craine (2004); Chen & Zhang (2006); Lorenc & Kubica (2006); Xue *et al.* (2008); Choi, Kim & Yoo (2008); e Nie *et al.* (2009).

Saadatmanesh, Albrecht & Ayyub (1989-a, 1989-b, 1989-c) publicaram vários estudos analíticos e experimentais sobre o emprego da protensão em vigas mistas destacando algumas das vantagens dessa técnica, tais como: aumento do intervalo de trabalho elástico linear da estrutura; aumento da capacidade resistente; redução do peso de aço estrutural; e melhora no comportamento a fadiga e a fratura.

Os autores relatam que são vários os estudos analíticos sobre vigas mistas biapoiadas protendidas, mas há uma carência na literatura sobre trabalhos que abranjam as metodologias de projeto. Por isso, desenvolveram um estudo propondo diretrizes e equações para o projeto de vigas mistas protendidas em regiões com momentos fletores positivos e negativos. Relatam que na região de momento fletor positivo a viga de aço é protendida primeiro e em seguida a laje de concreto é lançada. E para a região de momento fletor negativo, uma viga de aço é protendida e, depois é conectada a um painel pré-moldado de concreto protendido. (SAADATMANESH, ALBRECHT & AYYUB, 1989-c).

Com o mesmo enfoque de aplicação da protensão na reabilitação de pontes existentes formadas por estrutura mista, Ayyub, Sohn & Saadatmanesh (1990) também apresentaram resultados obtidos por meio de ensaios e modelos analíticos para as tensões no cabo de protensão, na laje de concreto e na viga de aço protendida solicitada a momento fletor positivo.

Foram analisados vários aspectos da protensão em vigas mistas, incluindo o tipo (barra ou cordoalha) e o traçado (retilíneo ou poligonal) do cabo de protensão.

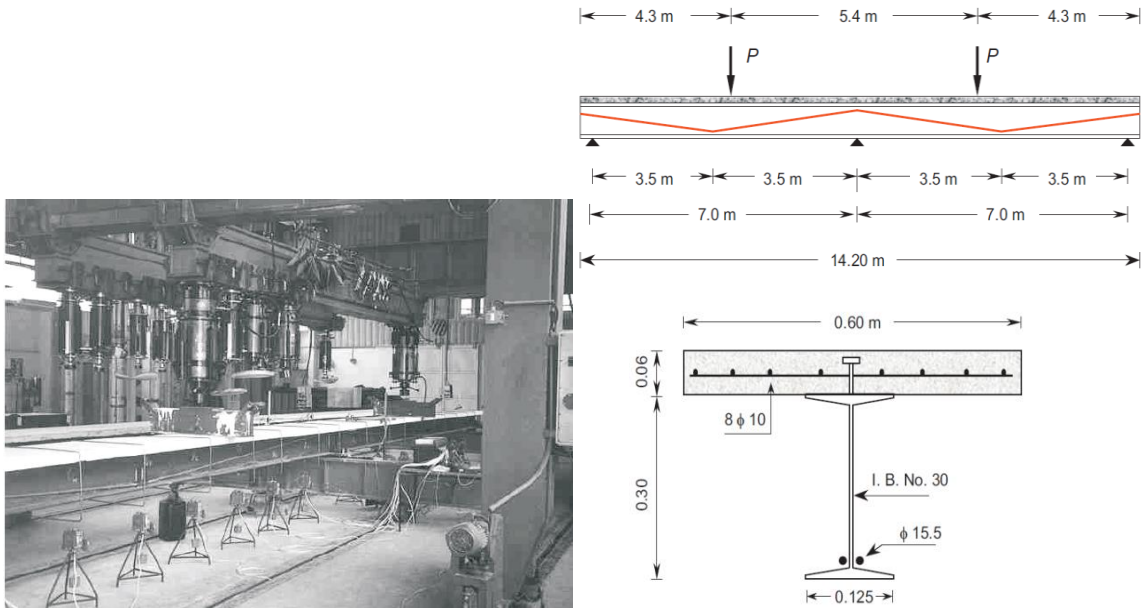
A seguir algumas das conclusões destacadas pelos autores com este estudo: observaram que não justifica assumir que não existe escorregamento entre a laje de concreto e a mesa superior, uma vez que nos ensaios a deformação foi superior à esperada; maior excentricidade resulta em maior capacidade resistente, dessa forma recomenda-se local o cabo de protensão abaixo da mesa inferior que está tracionada; para a mesma força de protensão, o cabo de protensão com maior área reduz a deformação e aumenta o valor para carga última da viga; cordoalhas são preferíveis à barras; ainda que embora o cabo com traçado poligonal tenha vantagens sobre o cabo de traçado retilíneo, esse último é preferível em função de exigir menos detalhes construtivos. (Ayyub, Sohn & Saadatmanesh, 1990)

Ayyub, Sohn & Saadatmanesh (1992-a, 1992-b) ainda apresentaram estudos teóricos e experimentais para a protensão da viga mista em regiões de momento fletor negativo. Destacando que, neste caso, a protensão pode prevenir a fissuração da laje para os carregamentos de utilização, reduzir a deformação da viga, além de melhorar a situação a fadiga da viga, pois diminui os valores da tensão de tração na mesa superior. E também reduz o índice da tensão de compressão na mesa inferior resultando em uma maior capacidade resistente de utilização para seções compactas e aumento na capacidade de flambagem da mesa para seções não compactas.

Safan & Kohoutková (2001) desenvolveram um estudo experimental comparando o comportamento estrutural e capacidade resistente de vigas mistas contínuas de aço e concreto com e sem a aplicação da protensão externa. Uma visão geral dos ensaios realizados é apresentada na Figura 2.13 juntamente com detalhes da seção da viga e do carregamento aplicado. Os autores confirmaram as vantagens do uso da protensão devido ao aumento significativo na capacidade de resistente da viga, além de redução nas flechas e melhor controle de fissuras na laje de concreto considerando que o processo de protensão é relativamente simples.

Chen (2005) e Chen & Gu (2005) chegaram a conclusões semelhantes após análise de resultados de ensaios em 4 vigas mistas biapoiadas e 2 contínuas. Nas vigas contínuas observaram um aumento significativo no momento de fissuração da laje na região de momento negativo. E também que na região de momento negativo o modo de falha predominante é governado por instabilidade lateral/distorcional, instabilidade local ou uma interação entre os dois modos de instabilidade da viga de aço.

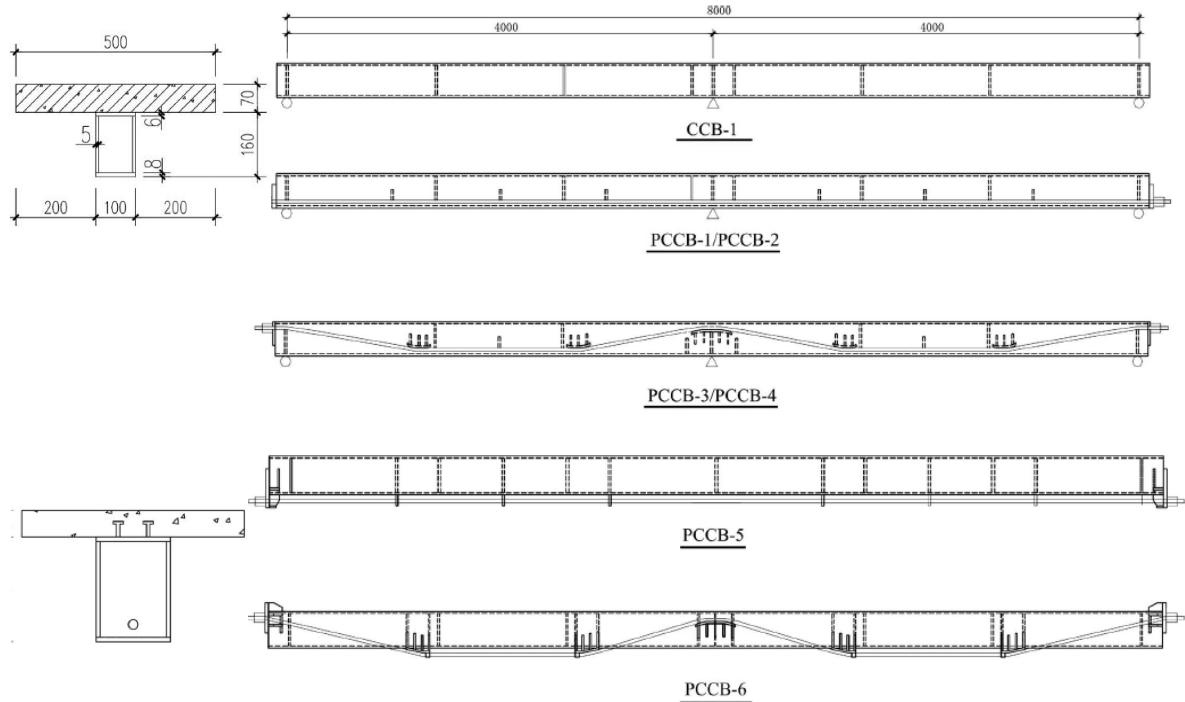
**Figura 2.13 – Carregamentos, traçado do cabo (viga protendida) e seção transversal central**



Fonte: Safan & Kohoutková (2001)

Nie *et al.* (2009) também desenvolveram um programa experimental, incluindo o estudo teórico, em vigas mistas protendidas contínuas. Porém, nesse caso a configuração da seção transversal da viga é formada por uma seção de aço tipo caixão com os cabos de protensão dispostos no interior da mesma (Figura 2.14).

**Figura 2.14 – Detalhes das vigas mistas ensaiadas por Nie *et al.* (2009)**



Fonte: Nie *et al.* (2009)

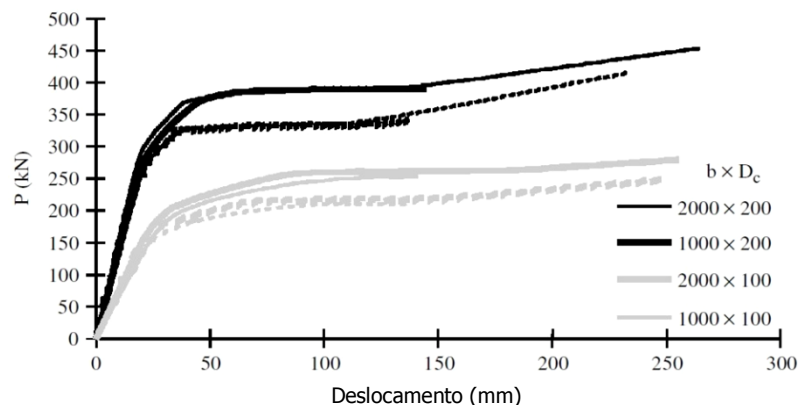


Outros ensaios experimentais, com o objetivo de analisar o desempenho de vigas mistas de aço e concreto protendidas externamente, também foram realizados por Yuen (2004) utilizando vigas contínuas e com vigas biapoiadas por Uy & Craine (2004), Lorenc & Kubica (2006), Choi, Kim & Yoo (2008). Esses autores também desenvolveram modelos em elementos finitos para confrontar os resultados obtidos com os ensaios ou com a formulação analítica propostos em seus estudos.

Uy & Craine (2004) ensaiaram vigas mistas com e sem protensão com a finalidade de calibrar os modelos numéricos para o estudo paramétrico, que analisou a influência na resistência, rigidez e ductilidade das vigas com a variação dos seguintes parâmetros: dimensões da laje de concreto, tanto espessura quanto largura efetiva; força de protensão inicial no cabo; excentricidade do cabo; área de armadura na laje; e a resistência do concreto.

Com o estudo paramétrico do modelo numérico Uy & Craine (2004) observaram que as dimensões da laje de concreto tanto a espessura quanto a largura influenciam no aumento da resistência da viga mista protendida, como pode ser observado na Figura 2.15, onde as linhas cheias representam a viga mista protendida e as linhas tracejadas, a viga mista convencional, ou seja, sem protensão. Para a pós-tração esse aumento é em torno de 20%, com pequena redução na ductilidade.

**Figura 2.15 – Efeito da variação das dimensões da laje de concreto observado por Uy & Craine (2004)**

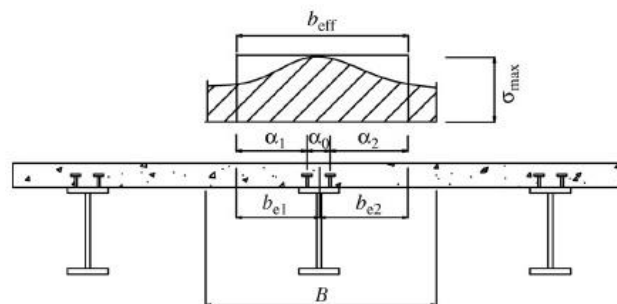


Fonte: Uy & Craine (2004)

Da mesma forma a resistência do concreto, a força de protensão inicial e a excentricidade do cabo também provocam significativos efeitos na resistência e rigidez desse elemento estrutural. Os autores recomendam atenção na escolha desses dois últimos parâmetros e ainda o monitoramento cuidadoso no canteiro de obra durante a aplicação desse método. (UY & CRAINE, 2004).

Chen & Zhang (2006) destacam que a largura efetiva da laje de concreto da viga mista protendida é ligeiramente maior que da viga mista não protendida, contudo, ainda atente ao limite proposto pela norma de concepção. Assim, como apresentado na Figura 2.16, determinam um coeficiente de largura efetivo igual  $\alpha_e$  que é função da razão entre a largura efetiva da laje mista ( $b_{eff}$ ), calculada da mesma forma que para uma viga sem protensão ( $b_{eff} = b_{e1} + b_{e2} = \alpha_1 + \alpha_0 + \alpha_2$ ), pela largura real da laje (B). (CHEN & ZHANG, 2006).

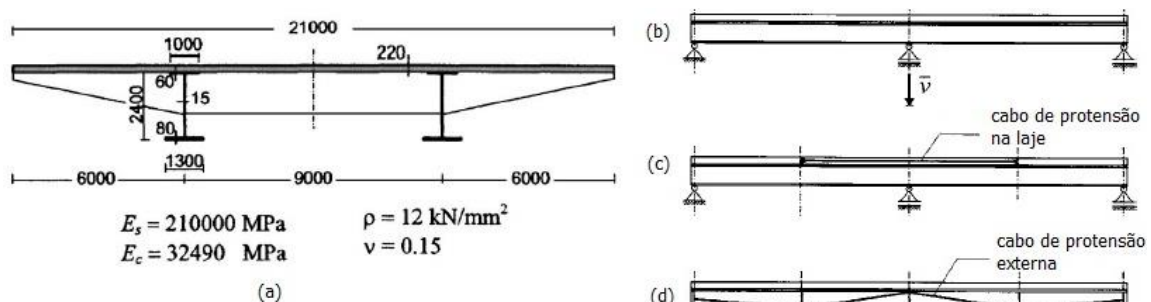
Figura 2.16 – Largura efetiva da laje de concreto proposto por Chen & Zhang (2006)



Fonte: Chen & Zhang (2006)

O efeito de “shear lag” em vigas duplas mistas protendidas (Figura 2.17(a)) foi investigado por Dezi, Gara & Leoni (2006) considerando as principais técnicas de protensão, sendo estas: suportes intermediários (Figura 2.17(b)), cabos de protensão dentro da laje de concreto (Figura 2.17(c)) e cabos de protensão externa na viga de aço (Figura 2.17(d)).

Figura 2.17 – Geometria das vigas analisadas por Dezi, Gara & Leoni (2006)



Fonte: Dezi, Gara & Leoni (2006)

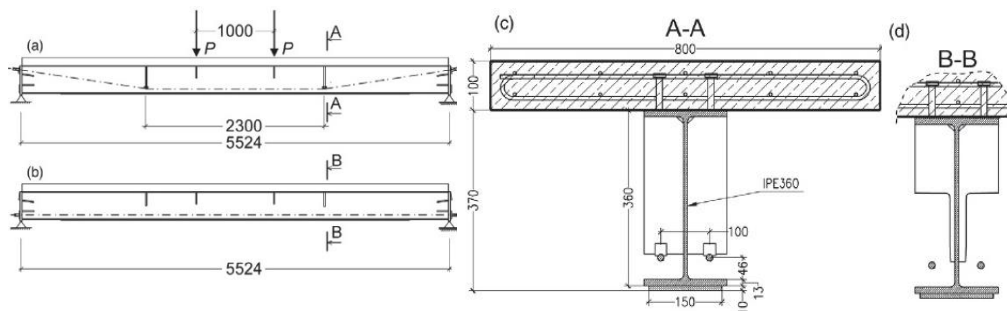
Com o estudo pelo método dos elementos finitos Dezi, Gara & Leoni (2006) concluíram que o efeito “shear lag” depende da técnica de protensão. Para a protensão externa uma significativa redução da largura efetiva é obtida nas regiões de fixação dos cabos e nos desviadores em função das forças concentradas nestes pontos; nas demais regiões da viga esse

efeito de “shear lag” é praticamente igual à zero, com exceção para as seções em torno dos desviadores.

Os autores observaram ainda que na análise realizada por meio de largura efetiva sugerida na norma, o nível de tensão induzido por protensão é superestimado, induzindo assim as soluções não conservativas e como consequência, pode-se obter um número insuficiente de cabos de protensão. E recomendam que uma solução mais eficaz possa ser obtida com negligência do efeito de “shear lag” e considerando nos cálculos simplesmente a largura geométrica laje. (DEZI, GARA & LEONI, 2006).

Lorenc & Kubica (2006) analisaram experimentalmente os mecanismos de falha e o comportamento de vigas mistas protendidas e não protendidas submetidas a momento fletor positivo. Foram adotados dois traçados para o cabo protensão: poligonal com dois pontos de inflexão (Figura 2.18 (a) e Figura 2.18(c)); e retilíneo ao longo de todo o comprimento da viga (Figura 2.18(b) e Figura 2.18(d)).

**Figura 2.18 – Geometria das vigas estudadas por Lorenc & Kubica (2006)**

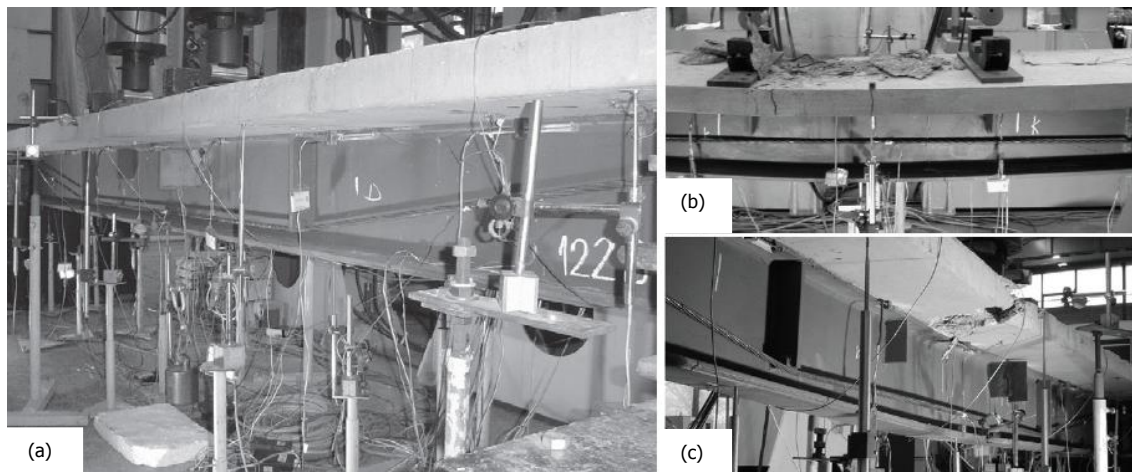


Fonte: Lorenc & Kubica (2006)

O aparato de ensaio utilizado por Lorenc & Kubica (2006) é o apontado na Figura 2.19(a). Nas Figura 2.19(b) e Figura 2.19(c) está ilustrado o modo de falha relativo ao esmagamento do concreto no meio do vão da viga para os traçados do cabo de protensão retilíneo e poligonal está ilustrado, respectivamente.

Fundamentado nos resultados experimentais, Lorenc & Kubica (2006) concluíram que para a mesma excentricidade do cabo de protensão, sendo esse retilíneo sem pontos intermediários de desviadores ou poligonal, a configuração do cabo não provoca efeitos significantes no comportamento e no valor da resistência última da viga mista. Observaram que a laje de concreto apresentava falha nas extremidades da viga, mas que não provocava grandes efeitos na capacidade resistente da viga como um todo. E recomendam resolver esse problema localizado reforçando a região com armadura apropriada.

**Figura 2.19 – (a) Visão geral do ensaio instrumentado; efeito de esmagamento do concreto no meio do vão da viga com traçado (b) retilíneo e (c) poligonal**



Fonte: Lorenc & Kubica (2006)

Com o objetivo de determinar o número ótimo de cabos de protensão e a força de protensão inicial, Choi, Kim & Yoo (2008) recomendaram um equacionamento considerando o incremento da força de protensão devido ao carregamento de utilização da estrutura. Para verificar e validar as expressões analíticas propostas, também realizaram o ensaio de uma viga biapoiada mista protendida além da análise pelo método dos elementos finitos utilizando o programa patentado chamado de LUSAS (2005). Uma das conclusões obtidas com esse estudo foi que o incremento no valor da força de protensão inicial, em função da aplicação do carregamento de utilização, foi de aproximadamente 5%, comparado com a força total de protensão. Com isso, quando possível, recomendam considerar esse incremento para reduzir a quantidade de cabos necessários, possibilitando assim um projeto mais econômico para a recuperação da capacidade resistente de pontes.

Sobre o comportamento da seção mista protendida em situação de fadiga, podemos citar os autores Albrecht, Li & Saadatmanesh (1995) e Albrecht & Lenwari (2008) que desenvolveram estudos experimentais e analíticos com o objetivo de analisar a resistência à fadiga da viga mista protendida.

Metodologias para análise numéricas a fim de simular o comportamento das vigas mistas protendidas foram temas de trabalhos desenvolvidos por: Dall'Asta & Dezi (1998); Lorenc & Kubica (2004); Chen & Zhang (2006); Dabaon, Sakr & Kharoub (2005-a, 2005-b); Dall'Asta & Zona (2005); Dezi, Gara & Leoni (2006); Belletti & Gasperi (2010); e Chen & Jia (2010). Nesses estudos foram analisadas numericamente algumas variáveis como: efeitos de longa duração; modos de colapso, previsão de deformações em serviço; avaliação da

largura efetiva da laje; e avaliação da influência dos conectores de cisalhamento, ou seja, o comportamento misto com protensão.

Como no caso de vigas mistas com protensão externa os deslocamentos e a tensão no cabo de protensão podem variar ao longo do tempo em função da fluência e retração do concreto, assim como da relaxação dos cabos, Dabaon, Sakr & Kharoub (2005-a) estudaram os efeitos desses parâmetros de longa duração no comportamento de vigas mistas protendidas.

Modelos tridimensional e uniaxial em elementos finitos utilizando o programa ANSYS foram desenvolvidos por Dabaon, Sakr & Kharoub (2005-a) para analisar os seguintes itens: grau de interação entre os materiais aço e concreto; fenômenos de fluência e retração do concreto; relaxação do aço do cabo de protensão; e a não linearidade dos materiais componentes da seção transversal. Esses modelos foram validados com o estudo experimental realizado por Bradford & Gilbert<sup>4</sup>. Na Tabela 2.1 contêm os dados comparativos de acréscimo ou decréscimo da deformação, tensões no concreto ( $\sigma_c$ ) e aço do perfil ( $\sigma_s$ ), além da força de protensão no cabo conforme a variação do grau de interação dos materiais aço e concreto ( $\eta$ ).

**Tabela 2.1 – Porcentagem de acréscimo ou decréscimo na deformação, tensões e força de protensão considerando os efeitos de longa duração após 500 dias transcorridos**

Itens	% de alteração devida somente à fluência e retração				% de alteração devido à fluência, retração e relaxação			
	100%	80%	60%	40%	100%	80%	60%	40%
$\eta$	100%	80%	60%	40%	100%	80%	60%	40%
<b>Deformação</b>	30	28	24	9	62,5	60,5	54	37,5
$\sigma_c$	-24	-23	-22,4	-16	-19	-19	-18	-12,4
$\sigma_s$	12	11,7	11	6,5	55	54	52	46
<b>Força no cabo</b>	0,375	0,37	0,34	0,12	-0,43	-0,43	-0,43	-0,43

Fonte: Adaptado de Dabaon, Sakr & Kharoub (2005-a)

O estudo de Dabaon, Sakr & Kharoub (2005-a) aprontou um significativo aumento no valor da deformação e da tensão na viga de aço da viga mista protendida devido aos efeitos de longa duração. Os autores verificaram que esses efeitos são mais significativos no comportamento estrutural da viga mista protendida com o aumento do grau de interação dos conectores de cisalhamento. E que o efeito da relaxação do aço de protensão proporciona maior consequência no comportamento que os fenômenos de fluência e retração do concreto.

<sup>4</sup> BRADFORD; M. A.; GILBERT, R. I. Time-Dependent Behavior of Simply-Supported Steel-Concrete Composite Beams. *Magazine of Concrete Research*, Vol. 157, p.265-274. 1991.

Xue *et al.* (2008) também desenvolveram estudos experimentais por um período de um ano com o objetivo de monitorar os deslocamentos verticais e as tensões no cabo. E observaram que os deslocamentos crescem muito rapidamente nos períodos iniciais após o carregamento, reduzindo a taxa de crescimento com o tempo. Após um ano os deslocamentos resultaram três vezes maiores que os deslocamentos iniciais, enquanto a redução na tensão no cabo de protensão foi aproximadamente de 20%.

Dabaon, Sakr & Kharoub (2005-b) ainda estudaram sobre o comportamento de vigas mistas protendidas considerando interação parcial dos conectores de cisalhamento. Os modelos utilizados no estudo foram desenvolvidos no programa de elementos finitos ANSYS e aferidos com os resultados de ensaios obtidos por Saadatmanesh, Albrecht & Ayyub (1989-b) e Ayyub, Sohn & Saadatmanesh (1990). Os autores observaram que a redução do grau de interação, ou seja, da força de cisalhamento na ligação aço e concreto, provoca incremento de ductilidade estrutural global e também redução na capacidade resistente da viga.

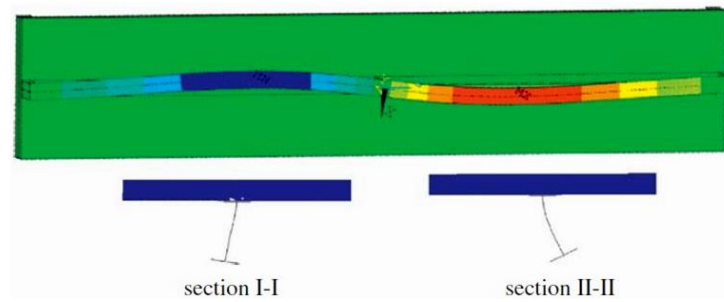
A mesma conclusão foi obtida por Dall'Asta, Dezi & Leoni (1999) com o estudo que envolveu um modelo numérico em elementos finitos para investigar o comportamento não linear de aço e concreto de vigas mistas protendidas, tendo em conta a deformabilidade da ligação de cisalhamento.

Dabaon, Sakr & Kharoub (2005-b) complementam ainda que os modos de falha da viga mista protendida são fortemente influenciados pelos graus de interação dos conectores de cisalhamento, que para a interação total, a capacidade resistente da viga mista protendida com cabos de protensão com traçado retilíneo é igual ou apresenta insignificante diferença quando comparada ao traçado poligonal dos cabos. Porém, ressaltaram que para a interação parcial a capacidade resistente é muito maior no caso do traçado poligonal.

A influência da instabilidade da seção de aço na capacidade resistente de vigas protendidas foi foco das análises de Tocháček (1992) e de Chen & Jia (2010).

Chen & Jia (2010) desenvolveram uma metodologia numérica para investigar o comportamento de flambagem inelástica de vigas mistas contínuas protendidas. Fatores como capacidade resistente e momento resistente de flambagem foram analisados, além de outros itens como as imperfeições geométricas iniciais, a tensão residual no perfil de aço, a razão de carga e a esbeltez da alma, mesa e viga. Na Figura 2.20 visualizam-se os modos de falhas ocorridos nas vigas analisadas, por flambagem lateral da mesa inferior e flambagem distorcional da alma.

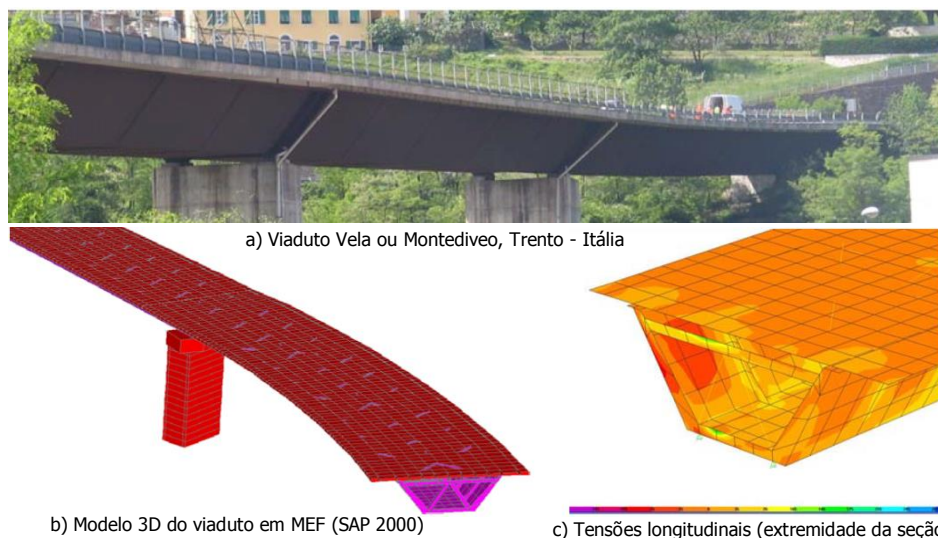
**Figura 2.20 – Modo de flambagem observados por Chen & Jia (2010)**



Fonte: Chen & Jia (2010)

Uma aplicação importante da protensão em vigas de aço e mista de aço e concreto é na recuperação estrutural, sobretudo de pontes e viadutos. Um exemplo interessante é o relatado por Bursi *et al.* (2008). Trata-se da recuperação do viaduto Montediveo (Figura 2.21(a)) localizado em Trento, na Itália, que foi necessária devido aos sérios problemas de corrosão na viga caixão e uma adequação aliado ao tráfego de veículos que aumentou com o passar do tempo. Além disso, o condicionante de projeto é que a obra fosse realizada sem fechamento do tráfego de veículos. Uma modelagem estrutural em elementos finitos (Figura 2.21(b) e Figura 2.21(c)) foi desenvolvida utilizando o programa SAP2000 e os resultados foram calibrados com medições de deslocamentos e acelerações na própria estrutura. O estudo propôs duas soluções para o traçado do cabo de protensão, uma parabólica e outra retilínea. Foi adotada a segunda solução, com o cabo retilíneo posicionado na mesa inferior da seção caixão, que embora menos eficiente estruturalmente, se mostrou de execução mais simples e econômica.

**Figura 2.21 – Viaduto recuperado**



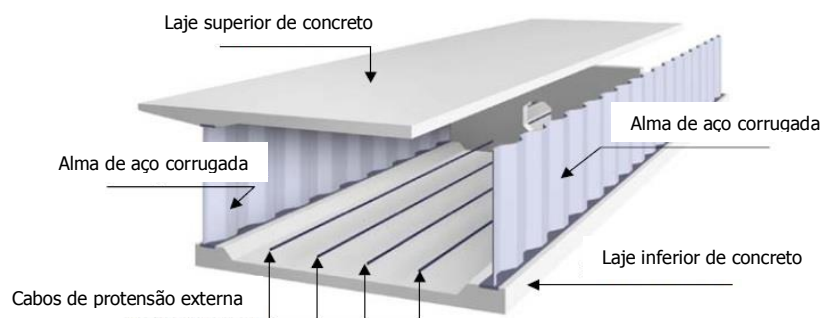
Fonte: Adaptado de Bursi *et al.* (2008)



Com relação a novas tecnologias envolvendo a associação dos materiais aço e concreto em seções transversais de pontes de maneira diferente da convencional, pode-se citar as pesquisas de Suntharavadivel & Aravinthan (2005) e Kim *et al.* (2011).

Com o objetivo de reduzir o peso próprio, simplificando também a construção, Suntharavadivel & Aravinthan (2005) apresentam uma proposta, ilustrada na Figura 2.22, em que a seção transversal da viga é composta com mesas de concreto, sendo que a mesa inferior protendida externamente, e com almas formadas por chapas de aço corrugadas.

**Figura 2.22 – Seção típica de viga protendida de concreto com almas de aço corrugadas**



Fonte: Adaptado de Suntharavadivel & Aravinthan (2005)

Os autores relatam que a primeira ponte que empregou essa tecnologia foi construída no Japão, a “Ginzan-Miyuki Bridge”, ilustrada na Figura 2.23, tem cinco vãos com comprimento total de 210m. (SUNTHARAVADIVEL & ARAVINTHAN, 2005).

**Figura 2.23 – Ponte “Ginzan-Miyuki” (completa e durante a fase de construção)**



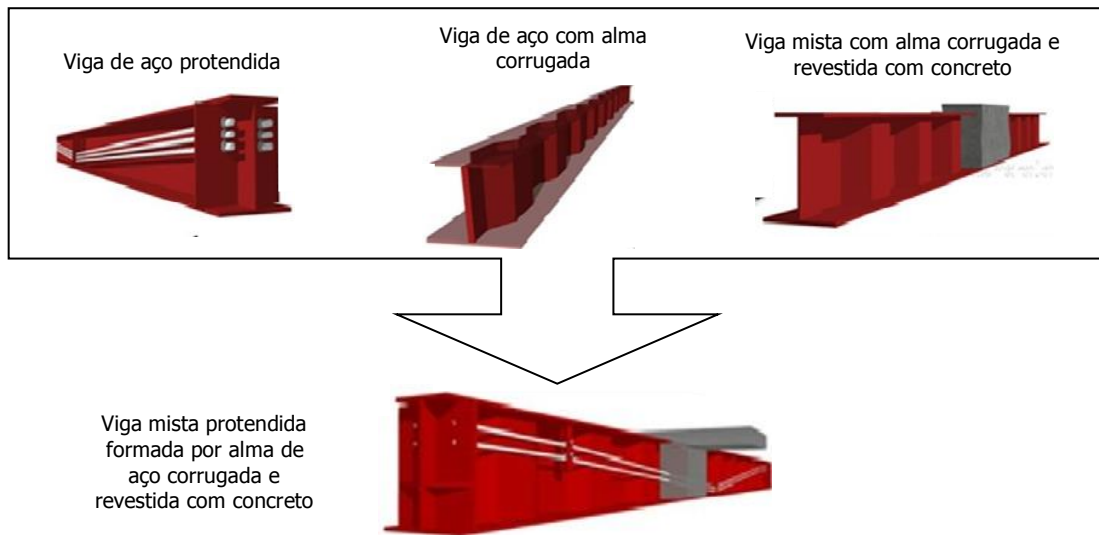
Fonte: Ikeda & Sakurada (2005)

A proposta sugerida por Kim *et al.* (2011) utiliza mesmo princípio da seção transversal com alma de aço corrugada, mas também substitui as mesas de concreto por chapas de aço. A proposta dos autores, como mostrado na Figura 2.24, engloba a associação de três diferentes soluções estruturais: viga de aço protendida externamente; viga de aço com alma corrugada; e



viga mista de aço e concreto sendo formada por alma de aço corrugada com a viga de aço envolvida com concreto. Essa técnica pode ser utilizada para vencer grandes vãos e também com o objetivo de reduzir a altura entre pavimentos.

**Figura 2.24 – Viga mista protendida proposta por Kim *et al.* (2011)**



Fonte: Adaptado de Kim *et al.* (2011)

Observa-se que a técnica de protensão aplicada a vigas mistas de aço e concreto conduz a um aproveitamento das características positivas de cada material: aço estrutural, concreto e aço de protensão.

Como pode se perceber há um grande interesse na comunidade científica internacional no estudo e nas aplicações de protensão em estruturas de aço e, sobretudo, em estruturas mistas de aço e concreto. São inúmeras as pesquisas e, de modo geral, buscam o desenvolvimento de técnicas de projeto e tecnologias construtivas para o emprego em reforço e reabilitação estrutural, além da aplicação no projeto de novas edificações e pontes de grande porte.

## 2.4 Pesquisas no Brasil

No Brasil existem diversas pesquisas sobre a utilização de protensão externa para reforço de vigas de concreto armado como, por exemplo, os trabalhos de Desír (1993), Almeida (2001), Reis (2003) e Romero (2007). No entanto, estudos sobre vigas metálicas ou mistas com protensão são menos frequentes.

Gonçalves (1992) destacou o uso de cabos protendidos como uma técnica viável para aumentar a capacidade portante de pontes ferroviárias. O autor apresentou os princípios

básicos do dimensionamento aliado a resultados experimentais em vigas de aço rebitadas reforçadas com cabos de aço externos e relata também exemplos bem sucedidos de recuperação de pontes com a aplicação dessa técnica.

Os procedimentos de projeto apresentados em Gonçalves (1992) são fundamentados em Sampaio Júnior (1976) que estudou analiticamente os procedimentos para dimensionamento de vigas metálicas protendidas e desenvolveu um procedimento para otimizar a seção final. O estudo se aplica a vigas de seção I assimétricas e cabo de protensão com traçado reto posicionado abaixo da mesa inferior. São consideradas duas situações para o cabo: com comprimento igual ao vão e comprimento inferior ao vão.

De acordo com Sampaio Júnior (1976), a economia em peso pode variar entre 15% a 30% em relação às vigas dimensionadas sem protensão, sendo essa economia relacionada, principalmente, com a esbeltez da alma e a excentricidade do cabo adotado. E que as vigas protendidas de aço apresentam menores deformações quando comparadas as vigas simplesmente metálicas, além de que as vigas com cabo de protensão igual ao seu comprimento são menos deformáveis, porém, mais pesadas de 5% a 7% do que aquelas com cabo de protensão menor que a viga.

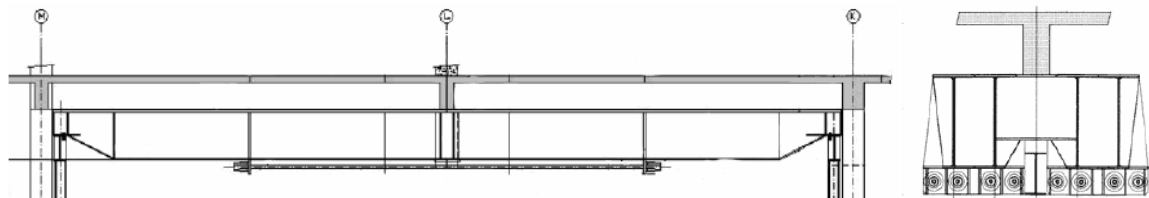
Mais recentemente Ferreira (2007) analisou numericamente, pelo método dos elementos finitos, o comportamento estrutural de vigas de aço protendidas externamente, com seção transversal tipo I. Três situações distintas foram consideradas: inicialmente para cargas permanentes e acidentais, em seguida foram aplicadas as forças de protensão e por fim simulado o rompimento acidental de um dos cabos de protensão. O programa escolhido para a análise em elementos finitos foi o ANSYS. No programa Microsoft Excel a autora desenvolveu um aplicativo para verificar o perfil metálico de acordo com a ABNT NBR 8800:1986, além de calcular a força e as perdas de protensão, a quantidade necessária de cabos e as possíveis instabilidades da viga. O estudo também abordou os aspectos relacionados à dinâmica de ruptura acidental de um dos cabos de protensão em vigas isostáticas.

Rezende (2007) propôs inicialmente um modelo base para apresentar os métodos de cálculo e a formulação utilizada para o dimensionamento de uma viga biapoiada com perfil de aço de seção transversal simétrica tipo I. Nesse modelo foram considerados carregamentos externos, força de protensão aplicada nas extremidades da viga, cabo de protensão com traçados retilíneo e poligonal com uma inflexão, além de adotadas diversas excentricidades do cabo de protensão para um dado perfil e vão. Com o modelo foi possível concluir que o melhor traçado para aplicar a protensão em estruturas metálicas é o retilíneo. Desse modo,

apresentou um estudo de caso utilizando uma viga biapoada de um mezanino que continha problemas de flecha caso a mesma não fosse protendida.

No ano de 2001 tem-se o registro de um caso bem sucedido do emprego de viga de aço protendida para readequação do uso de uma área do Hotel Hilton São Paulo Morumbi, em São Paulo, para a implantação de salas de convenções, que para isso era necessário aumentar o vão existente de 7,5m para 15m. A solução proposta foi à retirada de pilares e inclusão de vigas de transição com seção de aço protendida externamente (Figura 2.25), e que atendeu ao limite máximo para altura de 90cm. (Mazza (2002) citado por RUBIN & BOTTI, 2003).

**Figura 2.25 – Viga protendida Hotel Hilton Morumbi**



Fonte: Ferreira (2007)

Em relação ao uso de protensão externa em vigas mistas de aço e concreto, Cardoso (2010) propôs uma metodologia para verificação e dimensionamento prático.

Como se percebe é possível e viável a utilização de vigas metálicas e mistas protendidas tanto para estruturas novas como para reforço e reabilitação de estruturas existentes. No exterior o uso dessa solução é mais comum e conseqüentemente existem mais pesquisas e literatura técnica sobre o tema.

No Brasil, apesar de algumas aplicações práticas, as pesquisas se concentram no reforço e recuperação de estruturas existentes, sobretudo em estruturas de concreto. Porém, existem algumas pesquisas recentes desenvolvidas no sentido de compreender e introduzir o uso de protensão em estruturas metálicas e mistas de aço e concreto.

Acreditando na potencialidade dessa técnica construtiva e direcionamento para a realidade e necessidade da construção civil brasileira, este projeto pretende contribuir para o estado da arte do conhecimento da protensão externa aplicada a perfis de aço, podendo esta ser empregada a estruturas metálicas e mistas de aço e concreto.

## 2.5 Síntese

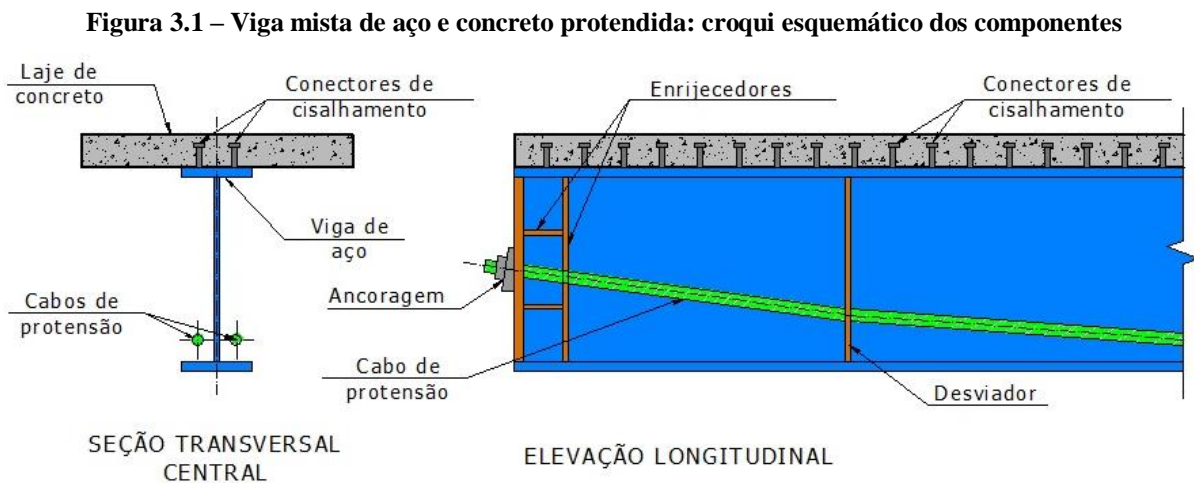
Apesar de pouco explorado no Brasil, observa-se que na literatura internacional são vários os estudos teóricos e experimentais que têm como objetivo entender o comportamento estrutural de vigas metálicas e vigas mistas de aço e concreto com a aplicação de protensão.

E com esse enfoque, os pesquisadores têm desenvolvido programas, tanto para estudos analíticos como também para estudos experimentais, com o objetivo de analisar a influência de parâmetros tais como: o traçado do cabo; a força de protensão; instabilidade local e distorcional do componente de aço em regiões de momento positivo e de momento negativo, onde a protensão pode ser aplicada na viga de aço e na laje de concreto, no dimensionamento de vigas mistas de aço e concreto protendidas.

### 3 COMPONENTES DA SEÇÃO MISTA PROTENDIDA

As vigas mistas protendidas podem ser concebidas de diferentes formas em função da posição do concreto em relação ao perfil de aço, da geometria da seção, da posição do cabo de protensão e do tipo de protensão.

A tipologia tradicional de uma viga mista de aço e concreto protendida é formada por uma laje de concreto, que pode ser armada ou protendida, sendo moldada in loco ou pré-fabricada e ancorada a viga de aço por meio de conectores de cisalhamento, além dos cabos de aço de alta resistência para a protensão da viga de aço (Figura 3.1).



Fonte: Produção da própria autora (2012)

Em estruturas de aço é utilizada a protensão externa, sendo que os cabos de protensão são dispostos fora da área física ocupada pela seção transversal da estrutura. Para o caso de perfis do tipo caixão os cabos também podem ser posicionados no interior da seção transversal.

As forças exercidas pelos cabos são transmitidas para a estrutura através dos pontos de ancoragem ou pelos desviadores fixados a viga de aço. Com isso, a escolha precisa para a locação desses pontos pode reduzir o atrito, evitar avarias ao cabo de protensão e a mudança da excentricidade de protejo.

Com a utilização da protensão externa é possível reforçar ou recuperar qualquer tipo de estrutura, também permite o dimensionamento de novas estruturas, além de permitir a construção de estruturas com grandes vãos.

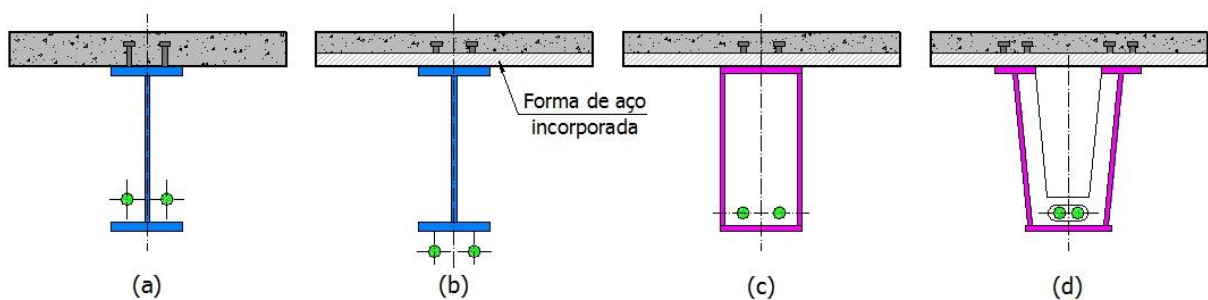
Para um melhor entendimento dos elementos que compõe a seção transversal da viga mista de aço e concreto protendida, nesse capítulo são abordados os principais aspectos relacionados: ao perfil de aço; a laje de concreto; aos conectores de cisalhamento, que

garantem o funcionamento da seção como mista; e os cabos de aço de alta resistência para a protensão externa.

### 3.1 Perfil de aço

De acordo com a revisão bibliográfica, ao contrário das vigas metálicas, as vigas mistas são dimensionadas com perfis simétricos em um eixo, como mostra a Figura 3.2.

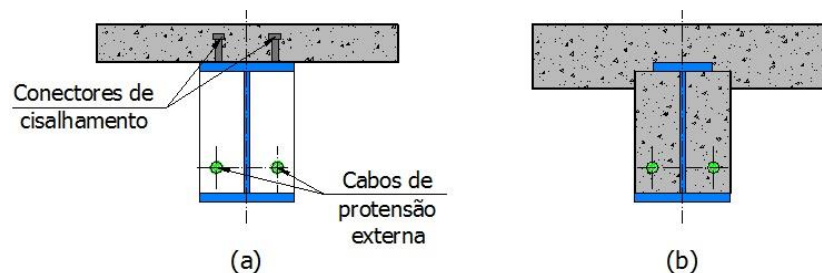
**Figura 3.2 – Exemplos de seções transversais para viga mista protendida**



Fonte: Adaptado de Nunziata (2004) e Nie *et al.* (2011)

Como apresentado por Kim *et al.* (2011) e ilustrado na Figura 3.3, as vigas mistas também podem ser revestidas ou parcialmente revestidas com concreto, o que aumenta sua capacidade resistente além de prevenir problemas relacionados a instabilidades do perfil..

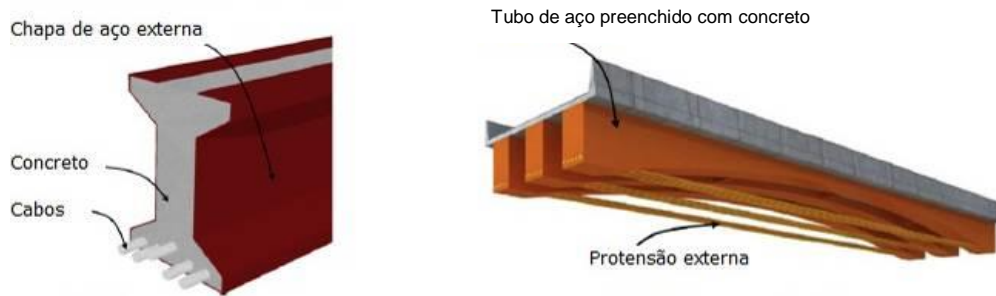
**Figura 3.3 – Vigas mistas revestidas e parcialmente revestidas com protensão externa**



Fonte: Adaptado de Kim *et al.* (2011)

Os autores também apresentam outras formas de associação de aço e concreto com protensão para vigas mistas sempre buscando a otimização da seção e o melhor aproveitamento de cada um dos materiais aço, concreto e cabos de protensão, como pode ser observado na Figura 3.4. O primeiro caso pode se dizer que se trata de uma viga pré-moldada com forma permanente e o segundo caso é um sistema estrutural para pontes composto por seção caixão de altura variável preenchida com concreto e protendida externamente. KIM *et al.* (2011).

**Figura 3.4 – Outras formas de associação aço-concreto em vigas mistas**



Fonte: Adaptado de Kim *et al.* (2011)

E como comentado anteriormente no capítulo de revisão bibliográfica, Kim *et al.* (2011) estudaram uma solução de viga mista protendida com perfil de aço com alma corrugada e revestida externamente com concreto (Figura 2.24).

Portanto, como se pode perceber são diversos arranjos para vigas mistas de aço e concreto protendidas que buscam atender as exigências arquitetônicas e/ou funcionais das estruturas buscando otimizar o uso dos materiais e racionalizar o processo construtivo.

Conforme as necessidades de projeto podem ser adotados perfis laminados ou soldados, constituídos por aço estrutural convencional e não necessariamente de alta resistência. Assim como os cabos de protensão podem estar posicionados tanto fora como no interior da seção transversal de aço. Entre as vantagens do cabo no interior da seção de aço (Figura 3.2 (c)) pode se destacar a proteção adicional contra a corrosão.

### 3.2 Laje de concreto

Em princípio qualquer tipo de laje pode ser utilizando em conjunto com vigas de aço, embora as mais usuais sejam em concreto armado ou protendido, moldadas no local ou pré-moldadas, como exemplificado a seguir:

- Laje convencional em concreto armado ou protendido;
- Laje de concreto com vigas metálicas, trabalhando como viga mista de aço e concreto;
- Lajes em elementos pré-fabricados de concreto, servindo de forma e trabalhando como laje mista aço e concreto;
- Laje com forma metálica trabalhando como laje mista aço-concreto.

Alguns destes tipos de laje, como as pré-fabricadas e com forma de aço metálica, são mais indicados para a utilização com vigas de aço por apresentarem algumas vantagens em relação às lajes convencionais, tais como:

- Vencer maiores vãos;
- Maior resistência as sollicitação de flexão quando os materiais aço e concreto trabalham solidariamente;
- Redução na altura da estrutura, da seção transversal dos pilares e das cargas nas fundações devido ao menor peso da laje;
- Rapidez e facilidade de montagem com a racionalização de materiais e mão de obra, pois o processo de fabricação é industrializado, obtendo-se uma maior precisão construtiva, qualidade e segurança;
- Após o posicionamento e fixação dos painéis metálicos sobre as vigas da estrutura, os mesmos podem ser utilizados como plataforma de serviço para executar eventuais trabalhos no nível da construção desse pavimento.

Como mencionado por Coelho (2005), as lajes são elementos estruturais que, quando adequadamente dimensionadas, garantem a estabilidade e travamento da estrutura. Por isso, a escolha do sistema estrutural adequado para cada situação é primordial para a redução de custos e do tempo de construção, assim como com a produtividade, precisão e segurança da obra.

### **3.3 Conectores de cisalhamento**

Como já discutido anteriormente, as estruturas mistas são compostas pela associação de perfis de aço e concreto estrutural de maneira que os materiais trabalhem conjuntamente para resistir aos esforços solicitantes.

A compatibilidade de deformações entre aço e concreto é fundamental, no caso de vigas são os conectores de cisalhamento soldados ao perfil metálico que têm como função transmitir os esforços de cisalhamento longitudinal entre a viga de aço e a laje de concreto, bem como de prevenir a separação transversal na interface dos materiais.

Os conectores de cisalhamento do tipo pino com cabeça (ou “stud bolt”) e perfil U, ilustrados na Figura 3.5, são normalizados pela ABNT NBR 8800:2008, sendo que quando utilizados outros tipos disponíveis no mercado é preciso fazer algumas adaptações nas fórmulas apresentadas nesta norma.



São duas as formas de ruptura do conector de cisalhamento: por esmagamento do concreto e por ruptura do conector (cisalhamento). Para as verificações dos modos de falha dos conectores de cisalhamento adotam-se as recomendações da norma ABNT NBR 8800:2008.

**Figura 3.5 – Conectores de cisalhamento soldados a viga metálica**



Fonte: DE NARDIN, SOUZA & EL DEBS (2008) e Manual CBCA (2003)

A determinação do número de conectores depende do tipo de interação que se deseja obter na interface aço e concreto, podendo ser interação total (completa) ou parcial.

Na interação total o número de conectores de cisalhamento deve ser o suficiente para absorver totalmente o fluxo de cisalhamento horizontal na interface aço e concreto. Neste caso, assume-se que na seção mais solicitada não há deslocamento entre os materiais e o cálculo do momento resistente considera a plastificação da seção. E o número de conectores é função do resultado da divisão de todo o fluxo de cisalhamento.

Já na interação parcial a quantidade de conectores é calculada para absorver apenas uma parte desse fluxo e o momento resistente calculado em função da resistência ao cisalhamento horizontal dos conectores.

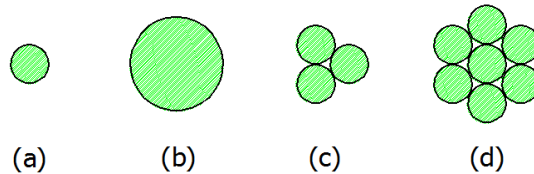
### 3.4 Tecnologia da protensão: cabos e acessórios

Os aços utilizados na protensão têm como características principais a elevada resistência e a ausência de patamar de escoamento. Como classificados a seguir, podem ser fornecidos em barras, fios, cordões e cordas, também chamadas de cordoalhas:

- Fios (em inglês “wire”): elementos com diâmetro inferior a 12 mm, fornecidos em rolos ou bobinas, com grande comprimento (Figura 3.6(a));
- Barras (em inglês “bar”): elementos retilíneos com comprimento limitado entre 10 a 12 m (Figura 3.6(b));

- Cordões (em inglês “wire strands”): grupamentos de dois ou três fios enrolados em hélice com passo constante e com eixo longitudinal comum (Figura 3.6(c));
- Cordoalhas (em inglês “strand”): grupamento de pelo menos seis fios enrolados em uma ou mais camadas, em torno de um fio cujo eixo coincida com o eixo longitudinal do conjunto (Figura 3.6(d)).

**Figura 3.6 – Classificação dos cabos: (a) fio; (b) barra; (c) cordão; (d) cordoalha**



Fonte: Adaptado de NUNZIATA (2004)

Leonhardt (1983) destaca alguns dos requisitos básicos para que o aço de protensão apresente um bom desempenho:

- Devem apresentar elevada resistência, para que perda de protensão devida à retração ou a fluência do concreto ou à relaxação do aço seja reduzida. O limite de alongamento ou limite de elasticidade a 0,01% deve ser alto para que a relaxação do aço tensionado seja pequena. Assim como a 0,2% para permitir ao aço um comportamento elástico no caso de um excesso de carga e ser totalmente aproveitado no estado limite último;
- Devem possuir boa ductilidade, evitando uma ruptura frágil por danos mecânicos ou por deformação a frio junto às ancoragens;
- Devem ter pequena sensibilidade à corrosão, principalmente à corrosão sob tensão;
- Grandes comprimentos de fabricação, eliminando emendas quando empregados em estruturas com grandes vãos.

Os aços para protensão são submetidos a elevadas tensões de tração, geralmente acima de 50% da sua resistência de ruptura ( $f_{ptk}$ ), e por isso podem apresentar uma perda de tensão ( $\Delta\sigma_{pr}$ ) sob deformação constante, que é chamada de relaxação do aço.

Assim, os aços de protensão podem ser classificados segundo o tipo de tratamento:

- Aços aliviados ou de relaxação normal (RN): aços retificados por um tratamento térmico que alivia as tensões internas de trefilação. Nesse caso, a perda de tensão ( $\Delta\sigma_{pr}$ ) pode atingir até 12% da tensão inicial ( $\Delta\sigma_{pi}$ );

- Aços estabilizados ou de baixa relaxação (RB): são aços que recebem um tratamento termomecânico para melhorar as características e reduzir as perdas de tensão por relaxação do aço, por isso, a perda de tensão chega no máximo a  $3,5\% \Delta\sigma_{pi}$ .

Os valores de resistência característica à tração, diâmetro, área e a classificação quanto à relaxação, a serem adotados em projeto, para os fios e cordoalhas são indicados nas normas ABNT NBR 7482:2008 e ABNT NBR 7483:2008, respectivamente. Essas informações também são fornecidas pelos fabricantes de aços para protensão.

Na ABNT NBR 6118:2007 são descritos os valores para as propriedades mecânicas gerais dos aços para protensão.

Os valores das tensões iniciais de tração dos aços de protensão devem ser limitados de maneira a evitar a ruptura do cabo durante a protensão, reduzir a perda por relaxação do aço e evitar tensões excessivas que aumentam a probabilidade à corrosão do aço de protensão.

Assim, como especificados na ABNT NBR 6118:2007, em decorrência da aplicação da força de protensão, a tensão no cabo de protensão na saída do aparelho de tração deve respeitar os seguintes limites:

- Aços da classe de relaxação normal (RN):  $0,74 f_{ptk}$  e  $0,87 f_{pyk}$ ;
- Aços da classe de relaxação baixa (RB):  $0,74 f_{ptk}$  e  $0,82 f_{pyk}$ ;
- Aços CP-85/105, fornecidos em barras:  $0,72 f_{ptk}$  e  $0,88 f_{pyk}$ .

Onde:

$f_{ptk}$	=	Resistência característica à ruptura a tração do aço
$f_{pyk}$	=	Limite de escoamento convencional, que corresponde à tensão em que o aço apresenta uma deformação unitária residual de 0,2%. Para fios e cordoalhas, $f_{pyk}$ é aproximadamente igual à tensão para que ocorra uma deformação de 1%.

Ressalta-se que ao término do processo de protensão a tensão no cabo também não deve superar esses limites estabelecidos pela norma.

Outros aspectos relevantes sobre os cabos de protensão, as ancoragens, os desviadores e os possíveis traçados dos cabos, além da aplicação da protensão e aspectos gerais relacionados às perdas de protensão são apresentados a seguir.

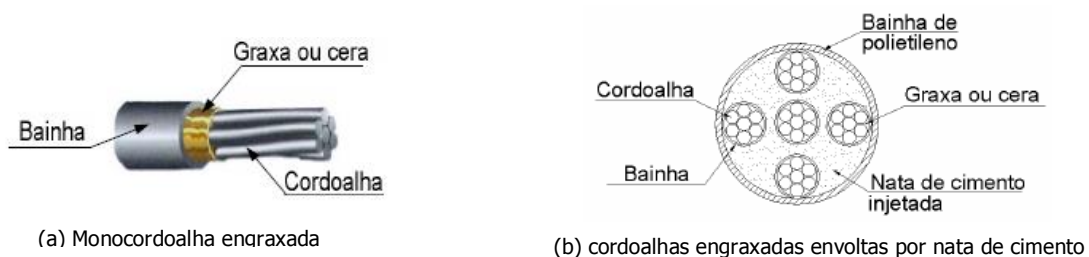
### 3.4.1 Cabos de protensão

Genericamente o conjunto de fios ou cordoalhas de aço protendidos é chamado de cabo de protensão. Em vigas de aço utiliza-se o sistema de protensão não aderente, uma vez que não existe aderência entre o aço de protensão e a estrutura metálica.

Como é fundamental a proteção dos aços protendidos contra as ações ambientais e evitar a corrosão, a cordoalha de aço é envolta com graxa e por uma capa de polietileno de alta densidade (PEAD), que também possibilita a movimentação das cordoalhas nas bainhas, em função da protensão.

O cabo engraxado é fabricado por meio de processo contínuo, através do qual a cordoalha é coberta com graxa inibidora de corrosão e então revestida com uma capa de PEAD, a qual constitui a bainha do cabo. A Figura 3.7(a) ilustra um exemplo de monocordoalha engraxada formada por 7 fios de aço.

**Figura 3.7 – Desenhos esquemáticos de monocordoalha e cordoalha engraxadas**



Fonte: Ferreira (2007)

Quando o cabo é formado por várias cordoalhas, as mesmas são agrupadas e envolvidas por um tubo denominado de bainha, sendo que após a protensão é injetado nata de cimento na bainha para a proteção das cordoalhas, como mostra a Figura 3.7(b).

Quando o cabo de protensão está locado no interior de partes das vigas ou de treliças, Troitsky (1990) recomenda o preenchimento dessas partes com argamassa de cimento ou betume a fim de proteger contra a corrosão.

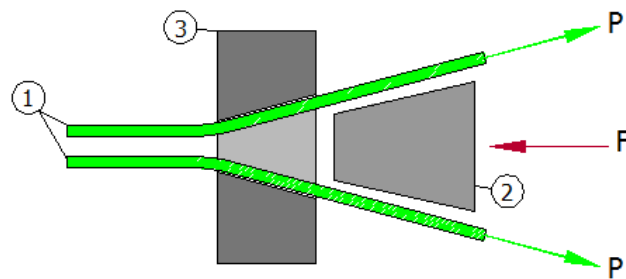
### 3.4.2 Ancoragens

O termo ancoragem aplica-se aos dispositivos usados para fixar os cabos de protensão tensionados, de maneira que a carga aplicada pelo macaco hidráulico para protender o cabo seja mantida, impedindo assim que o cabo retorne ao seu estado original, ou seja, sem tensão.

São utilizadas as mesmas ancoragens projetadas para o concreto protendido, sendo apenas necessárias algumas adaptações para que os esforços dos cabos sejam transmitidos à estrutura de aço de forma segura e eficiente. O sistema de ancoragem pode ser formado por meio de cunhas ou porca e rosca.

Nas ancoragens por meio de cunhas, os cabos de protensão são ancorados através de duas peças denominadas de cone macho e cone fêmea. O princípio de funcionamento desse sistema está ilustrado na Figura 3.8. Nessa mesma figura, o elemento indicado pelo número 1 refere-se ao cabo de protensão, o elemento 2 representa a cunha de ancoragem denominado de cone macho e o 3 a cunha de apoio ou cone fêmea. Ainda, a letra F representa a força aplicada sobre a cunha para ancorar o cabo após a aplicação da força de protensão, letra P, aos fios de aço do cabo.

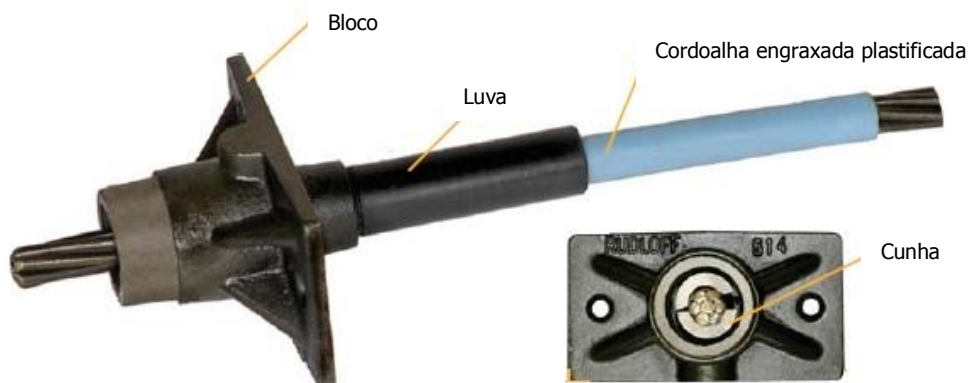
**Figura 3.8 – Princípio de funcionamento da ancoragem por meio de cunhas**



Fonte: Adaptado de Pfiel (1983)

Existem dois tipos de cunhas, em um deles os fios ou cordoalhas passam entre o cone macho e o cone fêmea, semelhante ao exposto na Figura 3.8; no outro, o cone macho é dividido em partes iguais e possui um furo longitudinal para a passagem do fio ou cordoalha, como é possível visualizar na Figura 3.9.

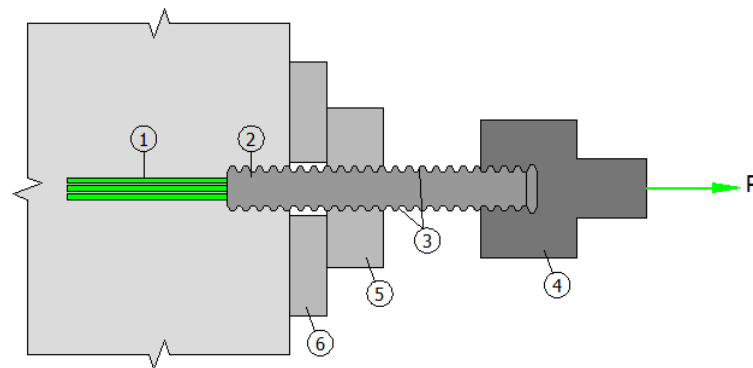
**Figura 3.9 – Sistema de ancoragem por meio de cunhas bipartidas**



Fonte: <http://www.rudloff.com.br> (Acesso em: 10 março 2012)

O sistema de ancoragem por meio de porca e rosca pode ser usado com barras de aço de protensão com rosca ou com fios e cordoalhas, mas nesse caso é necessário fazer uma ligação dos fios (1) com um parafuso ou outra peça com rosca (3). Na Figura 3.10 está o princípio de funcionamento desse tipo de ancoragem, onde o macaco de protensão é acoplado à peça metálica (2) por meio do cabeçote (4) e, quando atingida à força protensão de projeto, aperta-se a porca (5) na placa de apoio (6). Observa-se que a sequência de números apresentada nessa figura representam, respectivamente, os fios de aço, a peça metálica conectada aos fios, a rosca, o cabeçote, a porca e a peça de apoio, além da força de protensão indicada pela letra P.

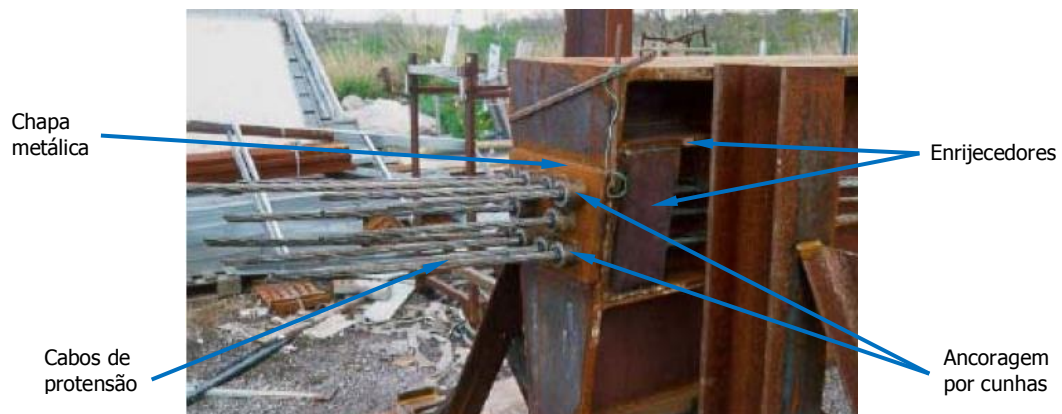
**Figura 3.10 – Sistema de ancoragem por meio de porca e rosca**



Fonte: Adaptado de Veríssimo & César Jr. (1998)

Ressalta-se que nos pontos de ancoragem há uma grande concentração de tensões na seção da viga devido à fixação do cabo de protensão. Por isso, nessas regiões é fundamental prever enrijecedores para uniformizar a distribuição de tensões e enrijecer a alma da viga. Na Figura 3.11 está um exemplo do sistema de ancoragem adotado no ensaio realizado por Nunziata (1999).

**Figura 3.11 – Ancoragem viga metálica protendida**



Fonte: Adaptado de Nunziata (1999)

Outros exemplos de chapas para ancoragem dos cabos são ilustrados na Figura 3.12.

**Figura 3.12 – Exemplos de ancoragens para vigas metálica ou mista protendidas**



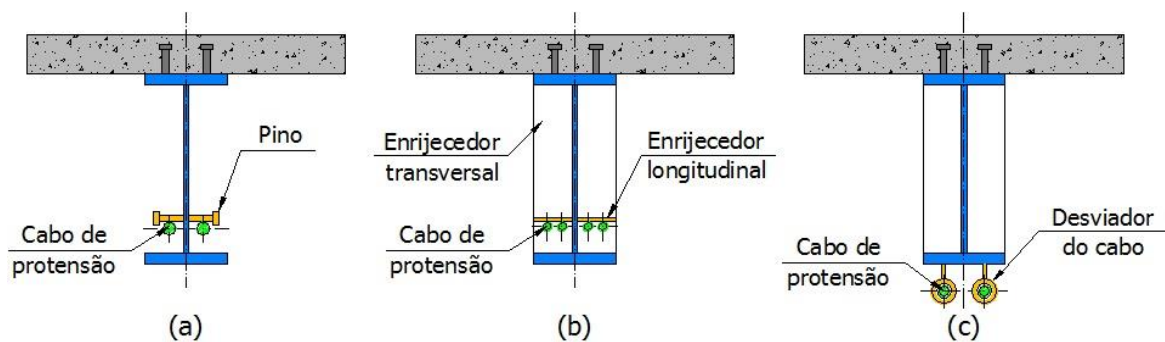
Fonte: Adaptado de Daly & Witarnawan (2000) e Safan e Kohoutková (2001)

### 3.4.3 Desviadores

Os desviadores são posicionados ao longo do comprimento da viga de forma simétrica em relação à alma e ao vão da viga.

Podem ser na forma de pinos soldados à alma, que possuem uma saliência na cabeça do pino para manter o cabo na posição certa (Figura 3.13(a)), ou ainda, chapas metálicas transversais soldadas à alma do perfil, que além da função de desviar o cabo também enrijecem a viga (Figura 3.13(b)), entre outros possíveis tipos, como por exemplo, o apresentado na Figura 3.13(c).

**Figura 3.13 – Tipos de desviadores do cabo de protensão: pino (a); enrijecedor (b); outro (c)**



Fonte: Produção da própria autora (2012)

O cabo de protensão também pode ser posicionado abaixo da seção transversal do perfil metálico, como mostrado na Figura 3.14, onde os desviadores foram soldados na mesa inferior do perfil metálico.



**Figura 3.14 – Desviadores para posicionamento do cabo abaixo do perfil metálico**



Fonte: Daly & Witarnawan (2000)

A quantidade de desviadores e de camadas de cabos dispostos depende do comprimento e da altura da viga, assim como das solicitações às quais a mesma está submetida. Para cabos com traçado retilíneo é possível reduzir o número de desviadores, pois os mesmos apenas garantem que o cabo acompanhe a deformação da estrutura.

#### 3.4.4 *Traçados do cabo de protensão*

Como citado por Belenya (1977) e Troitsky (1990), o comportamento estrutural de uma viga protendida, seu projeto e desempenho econômico estão relacionados diretamente a escolha mais adequada para o traçado do cabo de protensão. Que deve ser projetado em função dos carregamentos atuantes na estrutura de maneira a contrabalançá-los, podendo ter seu traçado reto ou poligonal dependendo das condições de projeto.

Para considerações de projeto, Belenya (1977) recomenda local o cabo com traçado retilíneo o mais próximo à mesa tracionada. O aumento da eficácia da protensão está relacionado com a distância entre o centro de gravidade da seção transversal da viga com o do cabo.

No entanto, quanto mais longe o cabo for posicionado abaixo da seção da viga, mais complicado torna-se o projeto e o transporte da estrutura. O melhor seria local os cabos no interior da viga que, quando necessário, facilita o transporte da estrutura, além de garantir uma maior proteção contra corrosão do cabo e de proporcionar facilidades no processo de fabricação, ancoragem e protensão dos cabos.

A seguir são expostas algumas considerações sobre o traçado do cabo que pode ser retilíneo, ao longo de todo o comprimento da viga ou apenas na parte central do vão da viga,



ou poligonal. Ainda, são discutidos alguns aspectos sobre o posicionamento dos cabos de protensão em relação ao perfil de aço da viga.

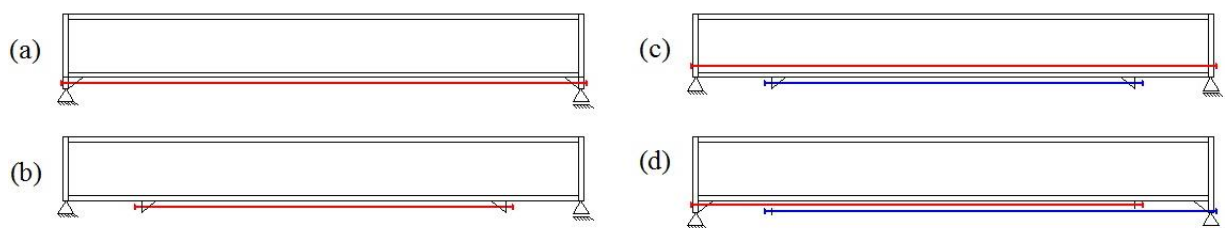
#### 3.4.4.1 Cabo com traçado retilíneo

Como citado por Yuen (2004), os cabos com traçado reto são usualmente instalados abaixo do eixo neutro da viga com o objetivo de maximizar a excentricidade. Essa configuração é mais utilizada para vãos com momento uniforme.

Com relação a uma viga biapoiada com traçado de cabo retilíneo, Belenya (1977) enfatiza que não é usual utilizar o cabo de protensão ao longo de todo o comprimento da viga, como ilustrado na Figura 3.15 (a). Pois, próximo aos apoios o cabo é desnecessário, uma vez que o momento fletor produzido pela solicitação de utilização é reduzido e, ainda esse cabo causa um estado de tensão indesejável próximo aos apoios.

Porém, Belenya (1977) cita que esse arranjo ilustrado na Figura 3.15 (a) é apenas justificável onde se pode simplificar o detalhamento das ancoragens e dispositivos de protensão, ou ainda em vigas que precisam resistir a vibrações ou carregamentos dinâmicos. O ideal seria o cabo traçado ao longo do vão da viga e fixado no ponto onde a seção transversal da viga está solicitada na sua capacidade máxima de contrabalançar o momento fletor, como ilustrado na Figura 3.15 (b).

**Figura 3.15 – Traçado retilíneo do cabo de protensão**



Fonte: Adaptado de Belenya (1977)

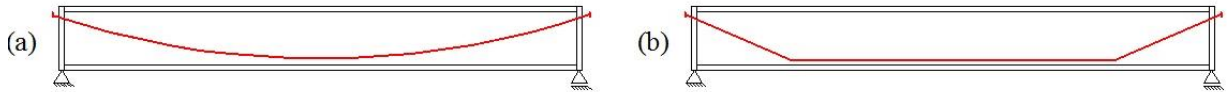
Quando necessário, para vigas com grandes vãos é possível sobrepor mais de um cabo de protensão nas seções que apresentam maiores momentos fletores para os carregamentos de serviço, como ilustrado nas Figura 3.15 (c) e Figura 3.15 (d).

#### 3.4.4.2 Cabo com traçado poligonal

Para os cabos com traçado poligonal, como mostra a Figura 3.16, em função da força de protensão, nos pontos de inflexão do cabo surgem componentes verticais com valores variáveis conforme a excentricidade do cabo, que de acordo com o princípio da superposição

dos efeitos, a soma desses dois diagramas resulta em um estado de tensões menos crítico para a viga, em comparação ao estado de tensões provocado pelas cargas externas.

**Figura 3.16 – Traçado poligonal do cabo de protensão**

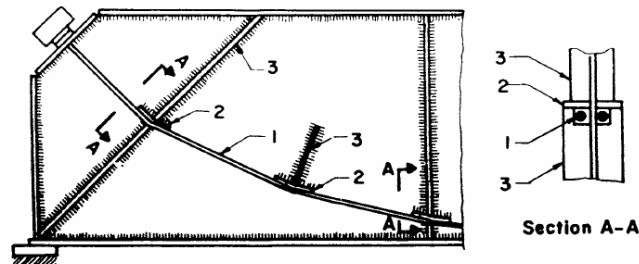


Fonte: Adaptado de Belenya (1977)

A força de protensão tem maior valor na seção com máximo momento fletor e, conseqüentemente, é onde o cabo apresenta maior excentricidade. Nos suportes, a excentricidade é mínima, portanto o momento de contrabalanceamento é mínimo. Entretanto, a inclinação do cabo na região de suporte resiste ao cisalhamento vertical, reduzindo ao mesmo tempo a tensão de cisalhamento na mesa.

A configuração com traçado poligonal é mais complicada, pois exige maior número de desviadores, além de detalhes construtivos específicos e maior consumo de material, uma vez que também se necessita um comprimento maior de cabo. A Figura 3.17 ilustra um detalhe do traçado com o cabo poligonal próximo ao apoio da viga.

**Figura 3.17 – Detalhe para traçado poligonal do cabo de protensão**



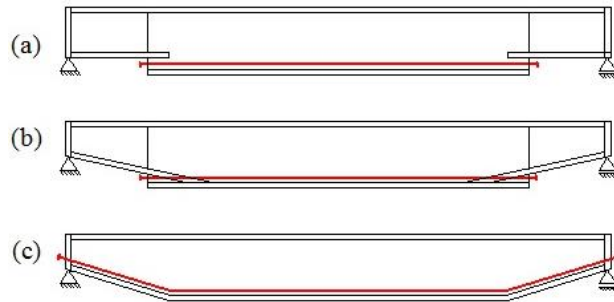
Fonte: Yuen (2004)

#### 3.4.4.3 Posição do cabo em relação à seção transversal da viga

As vigas com seção transversal variável e cabo com traçado retilíneo (Figura 3.18) proporcionam uma maior economia de material, uma vez que há uma redução no peso nas extremidades de apoio, além de simplificar os detalhes para a ancoragem do cabo.

Para os cabos de protensão localizados no interior da seção transversal da viga, para reduzir as dificuldades com as ancoragens e posicionamento do macaco de protensão, Belenya (1977) aconselha a alteração da altura da viga próximo aos pontos extremos de fixação dos cabos, como listrado nas Figura 3.18(a) e Figura 3.18(b).

**Figura 3.18 – Seção transversal variável com traçado do cabo retilíneo (a) / (b) e poligonal (c)**

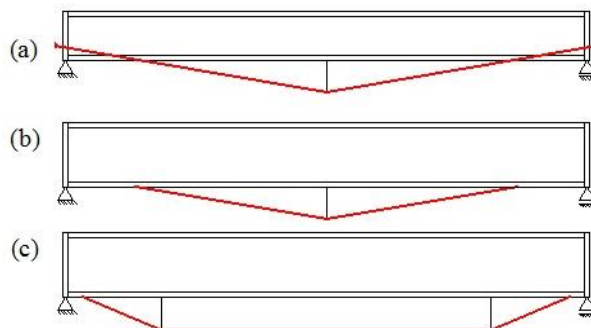


Fonte: Adaptado de Belenya (1977)

Os traçados parabólicos com ancoragem do cabo nas extremidades da viga e parcialmente na mesa superior da viga, principalmente em vigas com seções transversais reduzidas nos apoios, proporciona maiores vantagens na capacidade de suporte de elevadas cargas transversais ou cargas móveis. Para esses casos, Belenya (1977) recomenda que o comprimento das seções formadas pelo cabo reto varie de entre os valores  $(0,6 \text{ a } 0,8)L$  e a altura transversal nas seções próximas ao apoio de  $(0,45 \text{ a } 0,6)h$ , onde  $L$  é o comprimento total da viga e  $h$  a altura da viga no meio do vão.

Os cabos detalhados distantes do limite da seção transversal da viga (Figura 3.19) podem ser utilizados quando não há limite ou interferências relacionadas à altura total da estrutura. Esse tipo de configuração apresenta maior eficiência para a protensão e o comportamento posterior do cabo sob carga, podendo ser adotados cabos mais leves. Para uma carga concentrada no meio do vão, Belenya (1977) e Troitsky (1999) apontam que é necessário apenas um suporte central para inflexão do cabo (Figura 3.19(a) e Figura 3.19(b)) e, para uma carga distribuída, dois suportes como mostra a Figura 3.19(c).

**Figura 3.19 – Traçado do cabo fora do limite da seção transversal da viga**



Fonte: Adaptado de Troitsky (1990)

Apesar de serem mais econômicas que as vigas com cabos traçados no limite da seção, os cabos detalhados distantes do limite da seção transversal da viga oferecem alguns

inconvenientes no detalhamento do projeto e com o transporte e manuseio do elemento. Apresentam ainda dificuldade com a proteção do cabo contra corrosão e maiores deslocamentos durante o procedimento de protensão, como o cabo não está ligado a mesa em todo seu comprimento, o valor da força de protensão é limitado em função da estabilidade da mesa comprimida. (TROITSKY, 1990).

#### 3.4.5 Aplicação da protensão

Os cabos de protensão são tracionados utilizando macacos hidráulicos e bombas de alta pressão capazes de produzir altas tensões no cabo a ser protendido. A Figura 3.20 mostra um macaco de protensão.

**Figura 3.20 – Macaco de protensão**



Fonte: Adaptado de [www.geodactha.com.br/obras/ebm5.htm](http://www.geodactha.com.br/obras/ebm5.htm)

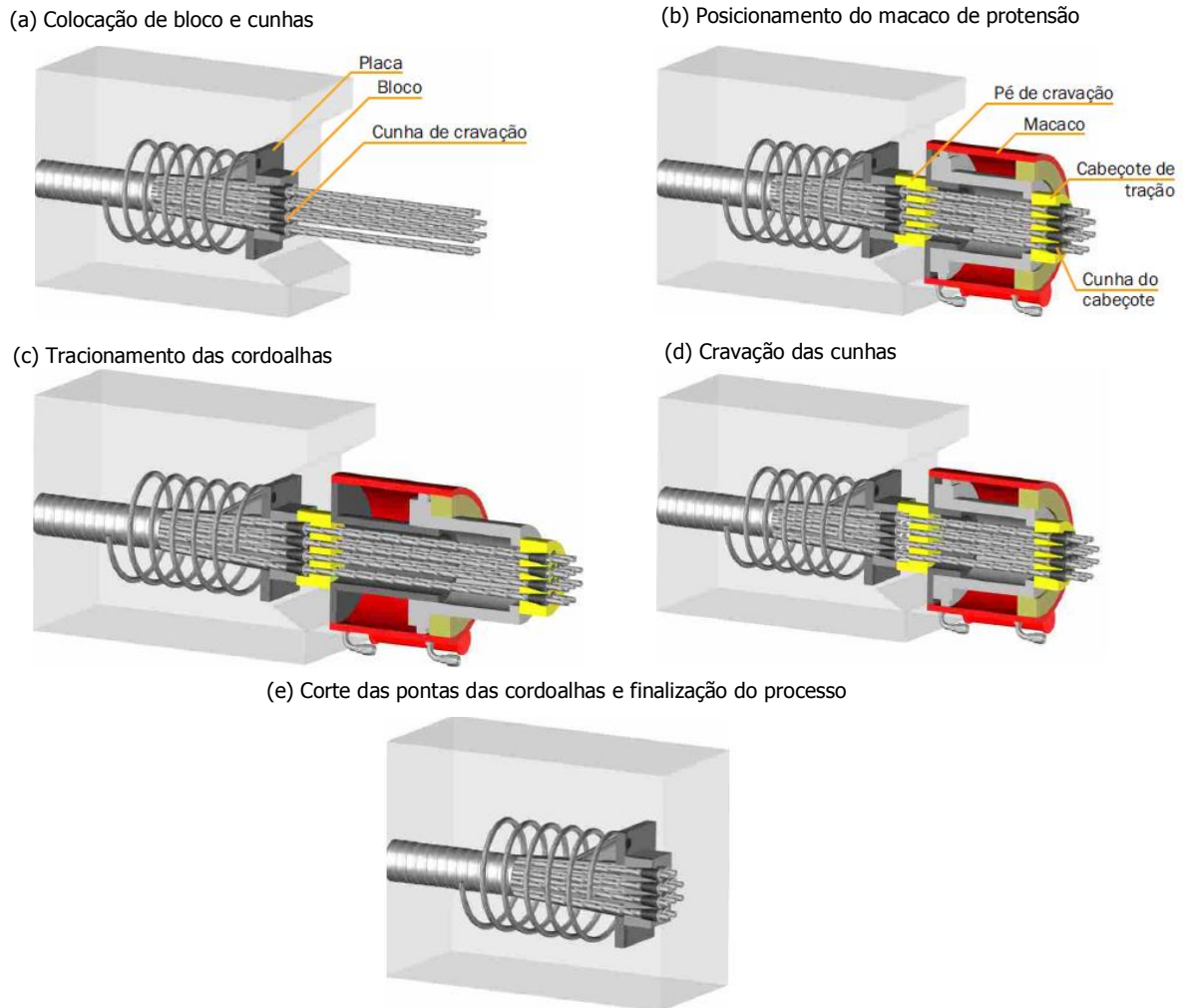
A Figura 3.21 ilustra o processo de protensão adotado pela empresa Rudloff, que atua no ramo da indústria de materiais mecânicos para a construção civil com especialização em concreto protendido.

O processo de protensão geralmente é composto pelas etapas de preparação, colocação do equipamento (macaco hidráulico), protensão das cordoalhas, cravação das cunhas e acabamento. A etapa de preparação consiste no posicionamento dos cabos e sistema de ancoragem (Figura 3.21(a)), em seguida acopla-se o macaco hidráulico aos cabos de protensão (Figura 3.21(b)). A operação de tracionamento das cordoalhas é executada pelo acionamento do macaco (Figura 3.21(c)) por meio da bomba de alta pressão.

O processo de protensão é finalizado depois de atingida a carga e/ou alongamento indicados no projeto estrutural. Então, a pressão do macaco é aliviada e as cordoalhas são ancoradas, que dependendo do equipamento esse processo de ancoragem pode ser automático

(Figura 3.21(d)). Com a liberação da protensão, realizam-se o corte das pontas das cordoalhas e os acabamentos (Figura 3.21(e)).

**Figura 3.21 – Exemplo de um processo de protensão**



Fonte: Adaptado de [www.rudloff.com.br/downloads/concreto-protendido/protendido-pag22-rev\\_a.pdf](http://www.rudloff.com.br/downloads/concreto-protendido/protendido-pag22-rev_a.pdf)

Os sistemas ou processos de protensão variam conforme as empresas que fornecem esse serviço. Assim, é necessário prever um espaço suficiente para a operação da protensão em função dos equipamentos e dispositivos de ancoragem a serem adotados.

### 3.4.6 Perdas de protensão

O esforço aplicado para protender o cabo não é constante ao longo do comprimento, sendo que o valor da força também varia com o decorrer do tempo de vida útil da estrutura. São vários os fatores que influem o esforço efetivo de protensão em cada seção, entre eles as técnicas de protensão, discutidas no item 4.2.1.

Essas reduções na força de protensão que ocorrem ao longo do comprimento dos cabos e com o passar do tempo são chamadas de perdas. No dimensionamento é fundamental determinar o valor da tensão adicional a ser aplicada ao cabo considerando as perdas, assim a força de protensão final terá o valor desejado para o efeito calculado. As perdas podem ser classificadas em imediatas e progressivas.

Geralmente as perdas imediatas são função da forma como se procede a protensão e das propriedades elásticas do aço e do concreto. Ocorrem no momento da protensão e seu efeito é sentido imediatamente após a ancoragem do cabo. Podem ser classificadas como:

- Perdas por atrito: ocorrem nos pontos onde estão localizados os desviadores devido à variação angular do cabo no desviador;
- Perdas por protensão sucessiva: quando n cabos são protendidos sucessivamente, ocorre a perda da força de protensão por causa da deformação elástica do cabo já protendido, em razão da deformação elástica da viga;
- Perdas nas ancoragens: devido ao encunhamento ou acomodação da ancoragem.

As perdas progressivas, também denominadas de diferidas, se devem as propriedades viscoelásticas tanto do concreto quanto do aço e acontecem ao longo da vida útil da estrutura. Os principais tipos de perdas progressivas são:

- Deformação lenta do concreto;
- Retração do concreto;
- Relaxação do aço de protensão.

De acordo com Troitsky (1990), na viga mista protendida, o valor da força de protensão inicial pode ser reduzido pelos seguintes fatores:

- Perda devido à fluência do concreto: as tensões no concreto são aliviadas enquanto as no aço são aumentadas. Considera-se esse efeito por meio da aplicação da razão modular da seção mista homogeneizada;
- Perda por retração do concreto: são vários os fatores e para o concreto protendido pode ser adotado o valor de 0,0003 para a tensão de retração;
- Perda por fricção: muito pequena e quase insignificante para vigas mistas biapoiadas protendidas, pois, a leve mudança de direção dos cabos ocorre apenas nos pontos de desviadores e o coeficiente de fricção existente entre desviadores e os cabos engraxados é reduzido;
- Perda devido à variação de temperatura: uma vez que o coeficiente de expansão do aço é semelhante ao do concreto, praticamente não há perda de protensão devido à

variação uniforme de temperatura. O calor no cimento é quase todo dissipado na primeira semana de cura do concreto. Mas, poderá ocorrer perda de protensão se durante aplicação da protensão o aço é tensionado a uma temperatura e o concreto a uma temperatura superior. Assim, o autor recomenda considerar essa perda quando há uma variação de temperatura desigual de  $T = \pm 60^{\circ}\text{F}$  ( $\pm 15,6^{\circ}\text{C}$ ).

Como estimativa rápida para as perdas de tensão Troitsky (1990) propõe que o valor da tensão de protensão final é de 0,85 da tensão de protensão inicial.

Ainda, Nunziata (2004) indica que a perda de tensão por atrito pode variar entre os valores de 2% a 10%, enquanto que a perda por relaxação do cabo não é superior que 2%, podendo ser considerado que o valor da perda total por atrito e relaxação varia entre intervalo de 5% a 15%. Por isso, recomenda adotar o valor intermediário de 10% para o cálculo da força de protensão inicial considerando as perdas de protensão.

Dezi & Leoni<sup>5</sup> (1997) analisaram diferentes sistemas de protensão externa em vigas com vão duplo e evidenciaram que com a possibilidade controlar o traçado do cabo, por meio de desviadores, é possível obter ao longo do tempo um estado de tensões favorável e controlar os efeitos secundários oportunamente escolhendo um traçado adequado para o cabo. Esse estudo também mostrou que é possível introduzir perdas como um efeito instantâneo devido ao relaxamento do cabo para assumir que a força de protensão é constante no tempo (ou seja, negligenciar a variação decorrente da deformação, e dos efeitos de fluência e retração). Com base nessas hipóteses, pode-se considerar que a força de protensão ao longo do cabo pode ser introduzida como forças concentradas atuando nos pontos de desvio e ancoragem do cabo. (Citado por SAFAN & KOHOUTKOVÁ, 2001).

### 3.5 Algumas aplicações de vigas mistas protendidas

A seguir são citados alguns exemplos de aplicações de vigas mistas de aço e concreto protendidas:

- O viaduto “Bois de Rosset”, construído em 1990 na Suíça, é formado por uma viga mista contínua com comprimento total de 617m e por cabos de protensão dispostos internamente na seção transversal da viga de aço, como ilustrado na Figura 3.22. (NUNZIATA, 2004).

---

<sup>5</sup> DEZI, L., LEONI, G.: **Time-dependent behavior of continuous composite beams**: comparison among different prestressing techniques. *Costruzioni Metalliche*, April 1997, No. 2, pp. 15–27.



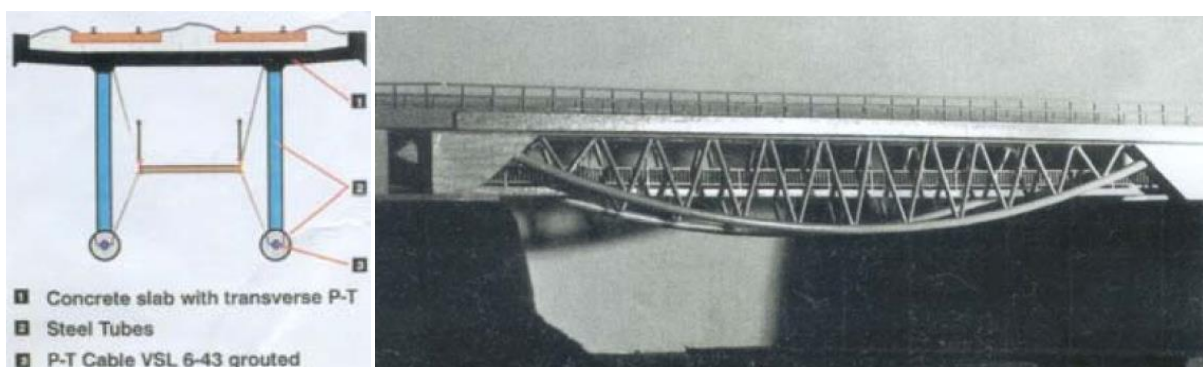
**Figura 3.22 – Viaduto “Bois de Rosset”, Suíça**



Fonte: Nunziata (2004)

- A empresa VSL, especializada na área de projetos, fabricação e instalação de sistemas de protensão, promoveu uma competição com os graduados da instituição suíça “Swiss Federal Institute of Technology Zurich” com o objetivo de premiar a melhor solução para a construção de uma ponte, incluindo todos os aspectos do projeto e de construção. O vencedor do prêmio VSL de 1992 foi Armand Fürst que apresentou uma solução inovadora utilizando materiais diferentes combinados com pós-protensão, a fim de obter uma ótima solução técnica, estética e econômica estruturalmente. O projeto da ponte combinava estrutura mista de concreto associada ao aço e cabos de protensão, como ilustrado na Figura 3.23. (Disponível em: <[http://www.vsl.net/Portals/0/vsl\\_news/NEWS\\_1993\\_1.pdf](http://www.vsl.net/Portals/0/vsl_news/NEWS_1993_1.pdf)> acesso em: 10 maio.2012).

**Figura 3.23 –Premio VSL 1992**



Fonte: Nunziata (2004)



- A Ponte de Condet foi construída em 1989, com viga mista de aço e concreto, em uma auto-estrada da Indonésia trafegada por um grande fluxo de veículos diariamente, com grande porcentagem de caminhões pesados. Com apenas cinco anos de uso, uma avaliação indicou que era necessário reforçar a estrutura da ponte. Assim, em 1994 obteve-se por aplicar a protensão externa para reabilitar a ponte. Esse método foi escolhido por causar mínima interrupção ao tráfego, reduzido peso dos componentes adicionais, construção rápida e com curta duração, baixos custos envolvidos e, além disso, se necessário, possibilita a realização de futuras operações de re-protensão dos cabos de forma rápida e convenientemente, se exigido. (DALY & WITARNAWAN, 2000).

**Figura 3.24 – Ponte de Condet, Indonésia – visão geral e detalhe de ancoragem**



Fonte: Daly & Witarnawan (2000)

### 3.6 Síntese

Nesse capítulo foram expostos os aspectos fundamentais sobre os principais elementos que compõe a viga mista de aço e concreto protendida, ou seja, o perfil de aço, a laje de concreto e os conectores de cisalhamento, assim como a tecnologia da protensão que abrange os cabos e acessórios. Além disso, foram identificadas algumas vantagens e desvantagens com relação ao posicionamento do cabo de protensão na seção de aço estrutural e explanado sobre alguns dos aspectos construtivos do sistema em questão.

Finalizando esse capítulo foram apresentados alguns exemplos de aplicação da protensão externa em vigas mistas de aço e concreto utilizadas em pontes e viadutos.

#### 4 ANÁLISE E DIMENSIONAMENTO DE VIGAS MISTAS PROTENDIDAS

O procedimento para o dimensionamento de vigas mistas de aço e concreto com aplicação de protensão externa, proposto nesse capítulo, foi fundamentado nas normas brasileiras vigentes e nos estudos apresentados na revisão bibliográfica desse trabalho.

A proposta do roteiro de cálculo é basicamente adaptar o equacionamento referente ao dimensionamento de vigas mistas de aço e concreto convencionais, apresentado na norma ANBT NBR 8800:2008, incluindo a parcela de força proveniente da aplicação da protensão ao perfil de aço. Em consequência também apontar as verificações que se fazem necessárias de maneira a garantir a estabilidade global e local da estrutura como um todo.

Um panorama geral com alguns trabalhos que tratam de aspectos sobre o dimensionamento e a verificação de vigas mistas protendidas ao longo nos anos no Brasil e no mundo, utilizados para o desenvolvimento do roteiro de cálculo recomendado nesse estudo, é apresentado no Quadro 4.1.

**Quadro 4.1 – Alguns trabalhos sobre o dimensionamento vigas mistas aço e concreto protendidas**

Autor(es) (ano)	Observações sobre as pesquisas realizadas
Belenya (1977)	O livro foi traduzido do idioma russo para o inglês, apresenta o equacionamento para dimensionamento e parâmetros de análise para vigas metálicas protendidas.
Nouraeyan (1987)	Indica formulação para calcular a tensão ao longo do vão da viga, o incremento na força de protensão inicial e a deformação de vigas mistas protendidas pelas técnicas de pré-tração e pós-tração.
Saadatmanesh, Albrecht & Ayyub (1989-c)	Guia prático de dimensionamento de vigas mistas protendidas solicitadas por momentos fletores positivos e negativos. São apresentadas as premissas fundamentais para a verificação considerando os métodos das tensões admissíveis e método dos estados limites.
Saadatmanesh, Albrecht & Ayyub (1989-a)	Apresentam um estudo com as diretrizes e equações para o dimensionamento de vigas mistas considerando dois casos distintos: o primeiro refere-se à região de momento positivo, sendo a viga de aço protendida antes do lançamento do concreto; já o segundo caso envolve a região de momento negativo, onde a viga de aço é protendida e em seguida, para compor a seção mista, são conectados painéis pré-fabricados com concreto protendido. São apresentadas as premissas fundamentais para a verificação considerando os métodos das tensões admissíveis e método dos estados limite.
Troitsky, Zielinski & Nouraeyan (1989)	Equacionamento pelo método das tensões para pré-tração e pós-tração de vigas biapoiadas mistas protendidas externamente.
Ayyub, Sohn & Saadatmanesh (1990)	Modelos analíticos para as tensões no cabo de protensão, na laje de concreto e na viga de aço protendida solicita a momento fletor positivo.
Troitsky (1990)	O livro apresenta a análise e dimensionamento de vigas metálicas e mistas de aço e concreto protendidas.

Autor(es) (ano)	Observações sobre as pesquisas realizadas
Quinaz (1993)	Apresenta os aspectos fundamentais para a análise, dimensionamento e detalhes referentes à técnica de protensão em estruturas de aço e mistas.
Miyamoto, Tei & Gotou (1995)	Apresentaram um método para análise não linear de vigas mistas protendidas fundamentado no método do acréscimo de deformação aplicado a estruturas de pontes existentes.
Safan & Kohoutková (2001)	Destacam que de acordo com as normas Eurocode 4 e AISC-LFRD o dimensionamento das seções a resistência à flexão é relativamente simples para os critérios de plastificação e deformação. No entanto, o dimensionamento para as cargas de serviço não é simples, considerando: os efeitos decorrentes da fluência e retração do concreto, que introduz uma flecha associada à redistribuição do momento fletor ao longo dos vãos e das tensões devido à fissuração da laje, adicionalmente a não linearidade relativa à fissuração.
Yuen (2004)	O dimensionamento sugerido para vigas contínuas mistas protendidas segue o método dos estados limites e os princípios recomendados pela norma BS5950 alusiva a viga mista.
Nunziata (2004)	Publicado em idioma italiano, o livro contém as diretrizes e formulação para a análise e dimensionamento de vigas de aço e mistas protendidas.
Choi, Kim & Yoo (2008)	Indicam a formulação fundamentada no método do incremento da força de protensão devido ao carregamento de utilização da estrutura para determinar o número ótimo de cabos de protensão e a força de protensão inicial.
Cardoso (2010)	Contém a formulação para o dimensionamento pelo método dos estados limites de vigas mistas protendidas.

Fonte: Produção da própria autora (2011)

As vigas mistas protendidas podem ser dimensionadas pelo método das tensões admissíveis ou pelo método dos estados limites. No método das tensões admissíveis considera-se a distribuição de tensões elásticas na seção transversal da viga. A distribuição de tensões normais em uma viga de aço protendida é composta pelo seguinte somatório: tensão provocada pela força de compressão devido à protensão, tensão devido à flexão provocada pela excentricidade da força de protensão e tensão devido à flexão resultante do carregamento aplicado. As etapas de carregamento bem como a distribuição de tensões na seção transversal da viga podem variar em função da metodologia construtiva aplicada.

Já no método dos estados limites admite-se a plastificação da seção quando a seção transversal de aço é compacta e a viga está devidamente contraventada lateralmente de modo a impedir as instabilidades globais. Caso contrário, para seções semcompactas e ou destravadas lateralmente, deve se adotar a distribuição das tensões em regime elástico. (SAADATMANESH, ALBRECHT & AYYUB, 1989-c).

Nesse estudo optou-se por adotar o método dos estados limites, pois é o método adotado pela norma brasileira de dimensionamento de projetos de estruturas de aço e de estruturas mistas de aço e concreto, a ABNT NBR 8800:2008.

O dimensionamento da viga mista protendida foi limitado às tensões críticas de estabilidade, portanto, o critério de resistência adotado é o da plastificação total da seção mista, mas com o cabo de aço, utilizando para a protensão do perfil, trabalhando em regime elástico.

A seguir são apresentadas as considerações fundamentais para a verificação e a formulação recomendada para o dimensionamento pelo método dos estados limites da seção da viga biapoiada mista protendida, formada por perfil de aço com seção transversal compacta tipo I. Ressalta-se que esse trabalho tem ênfase nos estados limites últimos (ELU).

#### **4.1 Premissas adotadas para o dimensionamento**

Ressalta-se que o cabo de protensão e a viga mista são analisados como elementos separados, pois não há transferência de cisalhamento longitudinal entre eles, exceto nos pontos de ancoragem.

Dessa forma, Nunziata (2004) considera que a viga mista de aço e concreto protendida é formada por dois sistemas paralelos e que interagem entre si. O primeiro sistema é a protensão, envolvendo a tecnologia, a perda de tensão e a determinação da força de protensão no cabo. Já o segundo é composto pela viga mista, sendo que para o dimensionamento são utilizados os critérios adotados na norma de dimensionamento de estruturas mistas convencionais.

O procedimento de verificação, proposto nesse capítulo, considera:

- Os estados limites últimos, que estão relacionados com a segurança da estrutura envolvendo as combinações mais desfavoráveis de ações previstas, que neste caso, em toda a vida útil ou durante a fase de construção;
- Os estados limites de serviço, referente ao desempenho da estrutura submetida a condições normais de utilização.

Esse método estabelece que nenhum estado limite aplicável seja excedido quando a estrutura for submetida a todas as combinações apropriadas de ações, caso isso não seja verdadeiro, a estrutura deve ser redimensionada ou reforçada.

A seguir estão identificados os possíveis modos de colapso que podem ocorrer na viga mista protendida:

- Estados limites últimos (ELU):
  - Resistência: momento fletor, força cortante e interação entre força cortante e momento fletor;
  - Estabilidade: flexo-compressão, flambagem distorcional e flambagem locais mesa inferior e alma;
  - Conexão: conectores de cisalhamento e cortante na laje de concreto.
- Estado limite de serviço (ELS):
  - Deformação;
  - Fissuração na laje de concreto.

As verificações do momento fletor resistente e da força cortante resistente para as seções de aço e mista sem protensão, a flambagem local da alma, o dimensionamento dos conectores de cisalhamento, entre outras verificações locais da viga que se fazem necessárias, assim como dos pontos de concentração de carga como nos desviadores e nas ancoragens do cabo, são fundamentadas nas recomendações da norma ABNT NBR 8800:2008.

Para as verificações da seção transversal mista protendida adotou-se, com algumas adequações, os procedimentos definidos nas seguintes normas vigentes:

- ABNT NBR 8800:2008<sup>6</sup>, com devidas adaptações para o caso da protensão como também critérios específicos obtidas na revisão bibliográfica;
- ABNT NBR 6118:2007<sup>7</sup>, referente ao projeto de estruturas de concreto armado e a concreto protendido; e
- ABNT NBR 7482:2008 e ABNT NBR 7483:2008<sup>8</sup> alusivas a fios de aço e cordoalhas de aço para estruturas de concreto protendido, respectivamente.

Como critério de simplificação, algumas premissas foram adotadas ao procedimento de dimensionamento de vigas mistas protendidas:

- Perfil de aço com seção transversal tipo I: a norma NBR 8800 prescreve o equacionamento para dimensionamento de vigas mistas de aço e concreto composta por um perfil de aço com seção transversal tipo I, simétrico em relação ao plano de

---

<sup>6</sup> A norma ABNT NBR 8800:2008 será referenciada apenas por NBR 8800, caso contrário será indicado à data de publicação da norma especificada.

<sup>7</sup> A norma ABNT NBR 6118:2007 será referenciada apenas por NBR 6118.

<sup>8</sup> As normas ABNT NBR 7482:2008 e ABNT 7483:2008 quando necessário serão indicadas da seguinte forma: NBR 7482 e NBR 7483, respectivamente.

flexão. Com a revisão bibliográfica, observou-se que a maioria dos estudos sobre o tema aborda vigas com essa tipologia de seção transversal;

- Seções de aço compactas: como são adequadas para análise plástica, uma vez que apresentam uma distribuição de tensões totalmente plástica com grande rotação antes do início da flambagem local, podem evitar uma possível instabilidade local do perfil de aço;
- Interação total entre os materiais aço e concreto: que é garantido pelo dimensionamento adequado dos conectores de cisalhamento em número suficiente para desenvolver a resistência máxima à flexão da viga mista;
- Não utilizado escoramento da viga de aço durante a fase de construção;
- Não considerado no cálculo o concreto em região tracionada: conforme recomendação da NBR 8800 para viga mista de aço e concreto convencional;
- Força de protensão constante ao longo de todo o cabo de protensão;
- Viga mista em regime plástico e cabo de protensão em regime elástico;
- Viga travada lateralmente, evitando-se possíveis instabilidades globais na estrutura;
- Viga biapoiada solicitada a momento fletor positivo, onde a laje fica comprimida.

## **4.2 Influência da metodologia executiva adotada**

A protensão pode ser aplicada seguindo diversas metodologias executivas, que dependendo da sequência de construção adotada há uma significativa alteração na distribuição das tensões produzidas nos diferentes elementos da estrutura mista pretendida. A seguir são citadas algumas dessas metodologias executivas:

- a) Protensão aplicada à viga de aço e/ou à laje de concreto;
- b) Aplicar a protensão em toda a estrutura mista ou em um dos elementos individuais, antes mesmo da solidarização dos materiais aço e concreto;
- c) Protender os cabos após a retirada do escoramento temporário com a solidarização da estrutura mista;
- d) Executar a protensão dos cabos durante a concretagem da laje.

Ressalta-se, no entanto, que o presente estudo trata da aplicação de protensão externa em vigas mistas de aço e concreto com os cabos de aço de alta resistência localizados apenas no perfil de aço, independente da ordem de aplicação da protensão.

Alguns aspectos gerais sobre as técnicas de protensão, assim como a utilização ou não de escoramento temporário que influenciam no dimensionamento da viga mista de aço e concreto, são expostos a seguir.

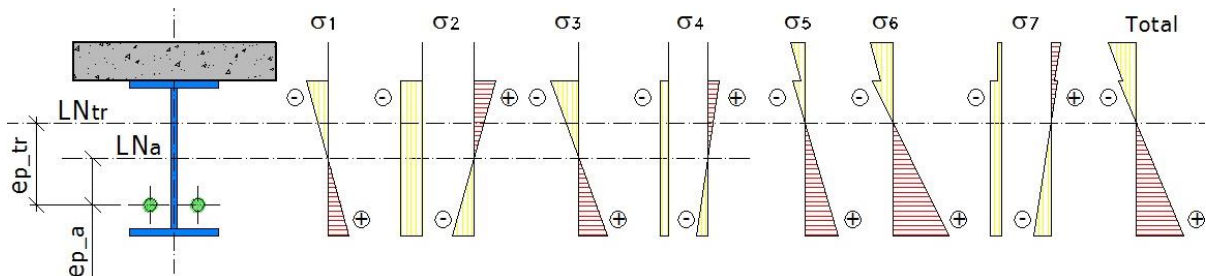
#### 4.2.1 Técnicas de protensão: pré-tração ou pós-tração

Quanto à ordem de aplicação da protensão, as vigas mistas podem ser classificadas em pré-tracionada (ou pré-tração) ou pós-tracionada (ou pós-tração). Para o caso de vigas mistas protendidas, entende-se como pré-tração a aplicação da protensão externa ao perfil de aço antes do lançamento do concreto da laje e, como pós-tração a protensão externa realizada após a cura do concreto quando já há o comportamento misto na seção transversal da viga.

A Figura 4.1 apresenta os diagramas esquemáticos de distribuição de tensões elásticas atuantes na viga mista para o caso de pré-tração, onde são envolvidas as seguintes fases de carregamento:

- Viga de aço: peso próprio da viga de aço (1); protensão dos cabos de aço (2); peso próprio da laje de concreto (3); incremento na carga de protensão devido ao peso próprio da laje (4);
- Viga mista: cargas permanentes correspondentes ao acabamento da estrutura (5), por exemplo: pavimento de asfalto, parapeitos, passarelas, entre outras; ações variáveis de sobrecarga de utilização da estrutura (6) e o respectivo incremento no valor da carga de protensão em função dessas ações de utilização (7).

**Figura 4.1 – Diagramas esquemáticos de tensões elásticas atuantes em uma viga mista pré-tracionada**



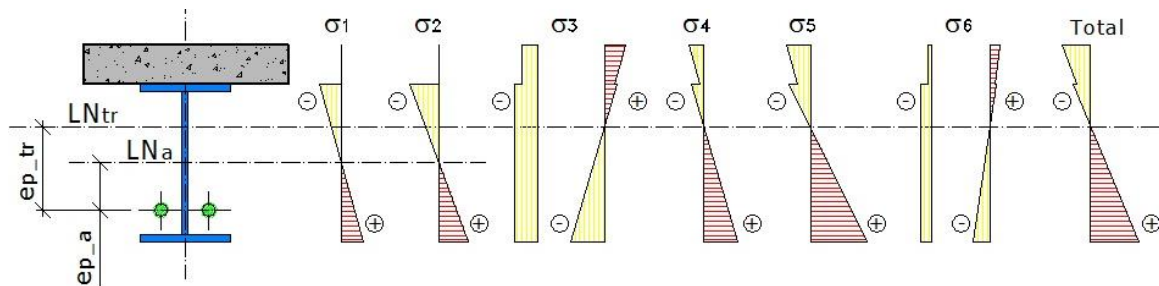
Fonte: Adaptado de Troitsky, Zielinski & Nouraeyan (1989), Nouraeyan (1987) e Quinaz (1993)

Já os diagramas esquemáticos de distribuição de tensões elásticas atuantes na viga mista para o caso de pós-tração estão na Figura 4.2 e a sequência de carregamento da estrutura está relatada a seguir:

- Viga de aço: peso próprio da viga de aço (1) e peso próprio da laje de concreto (2);

- b) Viga mista: protensão dos cabos de aço (3); cargas permanentes correspondentes ao acabamento da estrutura (4); ações variáveis de sobrecarga de utilização da estrutura (5); e o incremento no valor da carga de protensão relativo às ações citadas anteriormente (6).

**Figura 4.2 – Diagramas esquemáticos de tensões elásticas atuantes em uma viga mista pós-tracionada**



Fonte: Adaptado de Troitsky, Zielinski & Nouraeyan (1989), Nouraeyan (1987) e Quinaz (1993)

No Quadro 4.2 apresenta-se um resumo comparativo dos estágios de carregamento de vigas mistas protendidas aplicando-se as técnicas da pré-tração e pós-tração.

**Quadro 4.2 – Quadro comparativo das etapas de carregamento em função das técnicas de protensão**

Estágio de carregamento	Pré-tração	Pós-tração
1	Peso próprio da viga de aço	Peso próprio da viga de aço
2	Aplicação da protensão	Peso próprio do concreto da laje
3	Peso próprio do concreto da laje	Aplicação da protensão
4	Incremento na força de protensão	Carregamento permanente
5	Carregamento permanente	Carregamento de serviço
6	Carregamento de serviço	Incremento na carga de protensão
7	Incremento na força de protensão	-

Fonte: Produção da própria autora (2011)

Observa-se nesse quadro que a viga pré-tracionada possui um estágio de carregamento a mais que a viga pós-tracionada. Esse estágio refere-se ao incremento da força de protensão, que para o primeiro caso ocorre após a aplicação do carregamento de peso próprio de concreto da laje e a atuação do carregamento final da estrutura. Quando da recuperação e ou reabilitação de estruturas existentes utiliza-se a pós-tração.

Diversos autores têm estudado o efeito da pré-tração ou pós-tração no comportamento estrutural das vigas mistas protendidas, tais como, Nouraeyan (1987); Saadatmanesh, Albrecht & Ayyub (1989-c), e um resumo geral de alguns pontos observados nos resultados dessas pesquisas está apresentado no Quadro 4.3.



**Quadro 4.3 – Resumo geral sobre as técnicas de protensão**

Região analisada	Pré-tração	Pós-tração
Região de momento positivo	Por razões econômicas, a recomendação é que a viga de aço seja protendida antes do lançamento do concreto.	O valor da força de protensão deve ser verificado de maneira a evitar a fissuração da laje de concreto, causada pelo momento negativo gerado pela força de protensão. A força de protensão não afeta significativamente as tensões na fibra superior da viga de aço, uma vez que a posição da linha neutra da seção mista está próxima à mesa superior do perfil.
Região de momento negativo	Primeiro a viga de aço deve ser protendida e para compor a seção mista conectam-se painéis pré-fabricados de concreto protendido a viga. A protensão da laje de concreto na região de momento negativo previne fissuração para as cargas de serviço e aumenta a rigidez da viga.	Quando aplicada a protensão à seção mista após a cura do concreto, as tensões resultantes não são tão favoráveis quando comparadas à protensão separadamente da viga e da laje de concreto, depois conectadas formando a seção mista. Ainda, quando executada separadamente, evita-se a fissuração da laje sob as cargas de utilização.

Fonte: Produção da própria autora (2011)

Ainda, para vigas biapoiadas com traçado do cabo poligonal, Nouraeyan (1987) observou diferenças pouco expressivas entre as tensões totais nas mesas inferiores das vigas mistas pré-tracionada ou pós-tracionada. Para essa mesma situação, Tachibana *et al.*<sup>9</sup>, citado por Troitsky, Zielinski & Nouraeyan (1989), também verificaram que o momento fletor máximo obtido com a viga mista pré-tracionada foi muito próximo ao momento resultante da viga mista pós-tracionada, mesmo que apresentado diferentes cargas de fissuração.

Fazendo-se uma analogia com a viga mista convencional e considerando o método das tensões admissíveis, pode-se comparar à viga mista protendida com pós-tração a viga mista convencional não escorada. O mesmo ocorre com a viga mista comum escorada e com a viga mista protendida com pré-tração, porém, observa-se uma pequena diferença no somatório das tensões totais na mesa superior e das tensões totais na mesa inferior. Essa diferença pode ser atribuída às tensões devidas o peso próprio do perfil de aço, que no caso da viga mista escorada e não protendida é resistido pela seção mista, ao contrário da viga mista não escorada e pré-tracionada, em que o peso próprio do perfil é suportado apenas pela seção de aço. (NELSEN & SOUZA, 2012)

<sup>9</sup> TACHIBANA, Y.; KONDO, K.; ITO, K. (1963). "Experimental study on composite beams prestressed with wire cables." *Symp., Use of High-Strength Steel Struct.*, Japan Soc. for the Promotion of Sci., Tokyo, Japan. 1963.

#### 4.2.2 Escoramento temporário

As vigas mistas de aço e concreto podem ser construídas utilizando-se ou não escoramentos temporários. Dessa forma, o método construtivo influencia na análise das tensões em uma viga mista protendida, uma vez que suportes temporários são utilizados e removidos após a aplicação da protensão na seção mista.

Para a construção escorada, a seção de aço não é solicitada durante a cura do concreto, sendo a viga considerada mista apenas com a remoção das escoras, depois de atingida a resistência necessária ao concreto que compõe a laje. Assim, a resistência da viga é calculada para a seção mista com a totalidade das ações atuantes na estrutura.

Na construção não escorada, a viga de aço é dimensionada para suportar tanto o seu peso próprio quanto o do concreto fresco na fase de construção. Na fase de serviço, após a cura do concreto, quando são aplicados os carregamentos externos, a seção passa a ter comportamento misto.

O escoramento da viga de aço durante a fase de construção pode ser utilizado para reduzir a flecha durante os estágios de carregamento da estrutura. No entanto, um estudo desenvolvido por Viest *et al.*<sup>10</sup>, citado por Safan & Kohoutková (2001), demonstrou que o escoramento de vigas mistas geralmente não é justificável do ponto de vista econômico ou executivo.

### 4.3 Força de protensão

Aspectos referentes à força de protensão inicial, cálculo da força cortante e do momento fletor devidos à aplicação da protensão, valor do incremento da força de protensão inicial em função dos carregamentos e do traçado do cabo, assim como recomendações para o traçado do cabo são discutidos neste item.

#### 4.3.1 Cálculo da força de protensão inicial

A força de protensão inicial pode ser estimada seguindo as recomendações de Nunziata (2004) ou Saadatmanesh, Albrecht & Ayyub (1989-c).

---

<sup>10</sup> VIEST, I. M.; COLACO, J. P.; FURLONG, R. W.; GRIFFIS, L. G.; LEON, R. T.; WYLLIE, L. A. **Composite construction design for buildings**. Co-published by McGraw Hill & American Society of Civil Engineers (ASCE), 345 East 47th Street, New York, 1997, NY10017-2398, ISBN 0-07-067457-4.

Como apresentado no item 4.3.1.1, Nunziata (2004) considera que a protensão é executada inicialmente na viga de aço e, para determinar o valor da força de protensão inicial, utiliza o momento máximo obtido apenas pelo peso próprio da viga de aço. Adota também um coeficiente de majoração da força de protensão inicial para compensar as perdas de protensão.

Já Saadatmanesh, Albrecht & Ayyub (1989-c) adotam uma parcela do momento fletor máximo devido a todas as ações de solicitação atuantes na viga mista, como descrito no item 4.3.1.2. Para definir o valor da força de protensão inicial multiplicam essa parcela do momento fletor máximo por um coeficiente de minoração para permitir o acréscimo na força de protensão causada pela ação dos carregamentos gravitacionais.

Observa-se que a força de protensão inicial determinada pelo procedimento proposto por Nunziata (2004) tende a ter seu valor superior ao obtido pelo método recomendado por Saadatmanesh, Albrecht & Ayyub (1989-c). No entanto, os dois procedimentos são válidos, apenas sendo necessário analisar a situação em que a viga se encontra na etapa de aplicação da protensão e, assim, fazer as devidas considerações dos valores de momento fletor máximo e da excentricidade do cabo de protensão. A seguir são apresentados esses dois métodos para o cálculo da força de protensão inicial.

#### 4.3.1.1 Método de Nunziata (2004)

No ato da protensão, a tensão máxima de compressão na borda inferior da seção não pode ultrapassar o valor da resistência de cálculo do aço estrutural ( $f_{yd}$ ). Assim, para o cálculo da força de protensão  $P$ , iguala-se o somatório das tensões decorrentes na viga à resistência de cálculo do aço estrutural, como mostra a equação (4.1).

$$\frac{M_g}{W} - \frac{P \times \beta \times \gamma_p}{A_a} - \frac{P \times \beta \times \gamma_p \times e_{p-a}}{W_a} = f_{yd} \quad (4.1)$$

Dessa maneira, a força de protensão resulta da equação (4.2).

$$P = \frac{f_{yd} + \frac{M_g}{W_a}}{\frac{\beta \times \gamma_p}{A_a} + \frac{\beta \times \gamma_p \times e_{p-a}}{W_a}} \quad (4.2)$$

Onde:

$P$  = Força de protensão

$M_g$	=	Momento fletor máximo referente ao peso próprio da viga considerando o coeficiente de segurança
$W_a$	=	Módulo de resistência elástico da viga de aço
$e_{p-a}$	=	Excentricidade do cabo de protensão em relação ao centro de gravidade da seção de aço
$f_{yd}$	=	Resistência de cálculo aço estrutural
$A_a$	=	Área da viga de aço
$\gamma_p$	=	Coefficiente de segurança aplicado à força de protensão
$\beta$	=	Coefficiente de majoração da força de protensão para compensar as perdas de protensão, $\beta = 1,10$ (NUNZIATA, 2004)

A força de protensão inicial é calculada para cada seção da viga, sendo que se adota o menor valor para garantir que as demais seções não superem a tensão limite. Considerando uma viga biapoiada, o máximo momento fletor devido ao peso próprio da viga de aço ocorre na seção central, assim o menor valor para a força de protensão inicial será obtido na seção com maior excentricidade do cabo.

A área de aço de protensão necessária para a aplicação da força de protensão é calculada com a equação (4.3).

$$A_{p\_nec} = \frac{P}{\sigma_p} \quad (4.3)$$

Onde:

$$\sigma_p = \text{Tensão máxima de tração do aço de protensão}$$

Com o diâmetro da cordoalha a ser utilizada obtém-se a quantidade de cabos necessária ( $n_{cabos}$ ), como indicado na equação (4.4). A força de protensão aplicada em cada cabo (Força\_por\_cabo), considerando as perdas de protensão, é dada pela equação (4.5).

$$n_{cabos} = \frac{A_{p\_nec}}{A_p} \quad (4.4)$$

$$\text{Força\_por\_cabo} = \frac{\beta P}{n_{cabos}} \quad (4.5)$$

#### 4.3.1.2 Método de Saadatmanesh, Albrecht & Ayyub (1989-c)

Para o pré-dimensionamento, o momento fletor externo é dividido em duas partes: uma parte é resistida pela seção mista sozinha e, a outra, pela força no cabo de protensão em conjunto com uma força axial com mesmo valor, mas com sinal oposto, na viga mista.

$$M_{m\acute{a}x} = M + P_{m\acute{a}x} e_{p\_tr} \quad (4.6)$$

Onde:

- $M_{m\acute{a}x}$  = Momento máximo devido ao peso próprio da estrutura e a sobrecarga de utilização
- $M$  = Momento resistido pela viga mista
- $P_{m\acute{a}x}$  = Força de protensão máxima
- $e_{p\_tr}$  = Excentricidade do cabo de protensão em relação ao centro de gravidade da seção mista

O momento produzido pelo cabo pode ser expresso como uma fração do momento máximo:

$$P_{m\acute{a}x} e_{p\_tr} = \alpha M_{m\acute{a}x} \quad (4.7)$$

Onde:

- $\alpha$  = Coeficiente do momento duplo produzido pelo cabo e pelo momento máximo

Dependendo do diâmetro e da excentricidade do cabo, o valor de  $\alpha$  pode variar, aproximadamente, de 20% a 50% para seções solicitadas por momento positivo (grande excentricidade do cabo) e de 10% a 30% para seções solicitadas a momento negativo (pequena excentricidade).

Assim, de acordo com Saadatmanesh, Albrecht & Ayyub (1989-c), o dimensionamento preliminar consiste nos seguintes passos:

- a) Estimar um valor para  $\alpha$ ;
- b) Determinar uma seção transversal mista para resistir à parte do momento externo resistido pela viga mista. Esse momento ( $M$ ) é obtido substituindo a equação (4.7) na (4.6), como mostrado a seguir:

$$M = (1 - \alpha) M_{m\acute{a}x} \quad (4.8)$$

c) Calcular a máxima força de protensão dada pela equação (4.7):

$$P_{m\acute{a}x} = \frac{\alpha M_{m\acute{a}x}}{e_{p-tr}} \quad (4.9)$$

d) Selecionar o diâmetro do cabo:

$$A_p = \frac{P_{m\acute{a}x}}{f_p} \quad (4.10)$$

Onde:

$$\begin{aligned} A_p &= \text{Área do cabo de protensão} \\ f_p &= \text{Tensão admissível à ruptura à tração do aço de protensão} \end{aligned}$$

e) Estimar o valor da força de protensão necessária ( $P_0$ ):

$$P_0 = \omega P_{m\acute{a}x} \quad (4.11)$$

Onde:

$$\omega = \text{Coeficiente para a força de protensão máxima inicial}$$

O valor de  $\omega$  varia com as propriedades da seção transversal e a excentricidade do cabo de protensão e tem seu valor sempre menor que 1,0 para permitir o acréscimo na força de protensão causadas pela ação dos carregamentos gravitacionais. (SAADATMANESH, ALBRECHT & AYYUB, 1989-c).

f) Verificar se a força de protensão antes do lançamento do concreto não ultrapassa o limite de tensão crítica na viga de aço durante a fase construtiva, que é verificada de acordo com a “AASHTO Article 10.36 (Standard 1983)<sup>11</sup>”:

---

<sup>11</sup> AASHTO **Standard specification for highway bridges**. (1983). Amer. Assoc, of State Highway and Transp. Officials, Washington, D.C.

$$\frac{\frac{P_0}{A_a}}{f_{a\_comp}} + \frac{\frac{P_0 e_{p-a}}{I_a} C_{mx}}{\left(1 - \frac{P_0}{A_a} \frac{1}{f'_e}\right) f_{a-x}} \leq 1.0 \quad (4.12)$$

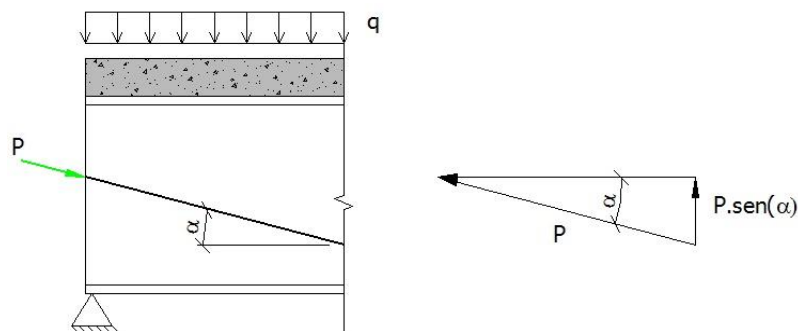
Onde:

- $A_a$  = Área da seção transversal da viga de aço  
 $I_a$  = Momento de inércia da viga de aço  
 $f_{a\_comp}$  = Tensão axial de compressão crítica na ausência de flexão  
 $f_{a-x}$  = Tensão flexão admissível na ausência força axial  
 $C_{mx}$  = Coeficiente de momento  
 $f'_e$  =  $\pi^2 E / (K_b L_b / r_b)^2$

#### 4.3.2 Cálculo da força cortante devido à força de protensão

Nas vigas de aço protendida, além da força cortante proveniente dos carregamentos externos, há também a força cortante devido à aplicação da protensão à estrutura nos pontos onde existem os desviadores do cabo. E que tem seu valor determinado com o cálculo da componente vertical da força de protensão, como ilustrado na Figura 4.3.

**Figura 4.3 – Força devida a protensão**



Fonte: Produção da própria autora (2012)

Como evidenciado na Figura 4.3, a força cortante devida a protensão ( $P$ ) da viga atua em sentido contrário à força cortante oriunda dos carregamentos externos ( $q$ ). Assim, a força cortante resultante ( $V_R$ ) é igual a:

$$V_R = V - P.\text{sen}(\alpha) \quad (4.13)$$

Onde:

- V = Força cortante total devido aos carregamentos externos na seção em estudo
- P = Força de protensão
- $\alpha$  = Ângulo de inclinação do cabo de protensão

De acordo com Nunziata (2004), a força cortante é calculada para as duas situações de carregamento da viga: no ato da protensão, para os carregamentos de peso próprio da estrutura e sobrecarga de construção; e após a protensão, para os carregamentos de utilização da estrutura. As equações utilizadas para cada uma das situações descritas são mostradas a seguir:

$$V_{R0} = V_0 - \gamma_P \cdot P.\text{sen}(\alpha) \quad (4.14)$$

$$V_{R1} = V_1 - \gamma_P \cdot P.\text{sen}(\alpha) \quad (4.15)$$

Onde:

- $V_{R0}$  = Força cortante resultante no ato da protensão da viga
- $V_{R1}$  = Força cortante resultante após a protensão da viga
- $V_0$  = Força cortante devido aos carregamentos de peso próprio da estrutura e sobrecarga de construção
- $V_1$  = Força cortante proveniente dos carregamentos de utilização da estrutura

Aplicando os conceitos da resistência dos materiais, determina-se o valor da tensão de cisalhamento ( $\tau$ ) com a equação:

$$\tau = \frac{V.S}{I.t} \quad (4.16)$$

Onde:

- S = Momento estático da seção em relação ao centro de gravidade da seção bruta, da parte da seção entre a borda e o ponto de estudo da tensão
- I = Momento de inércia da seção bruta em relação ao centro de gravidade
- t = Espessura da seção no ponto de estudo da tensão



Admite-se que o esforço cortante é absorvido pela alma do perfil, que tem seção transversal I. Dessa maneira, a seguinte simplificação é válida:

$$\tau_{m\acute{a}x} = \frac{V}{t_w h_w} \quad (4.17)$$

Onde:

- $\tau_{m\acute{a}x}$  = Máxima tensão cortante
- I = Momento de inércia da seção bruta em relação ao centro de gravidade
- t = Espessura da seção no ponto de estudo da tensão

Tendo, a seção solicitada a cisalhamento puro que atender a seguinte imposição:

$$\tau_{m\acute{a}x} \leq \frac{f_{yd}}{\sqrt{3}} \quad (4.18)$$

Nas seções onde existe força cortante combinada com momento fletor é necessário a verificação desse efeito conjunto para as duas situações de carregamento da viga: no ato da protensão e após a protensão. Assim, aplicando o critério de von Mises, obtém-se o valor da tensão devida à atuação simultânea de força cortante e momento fletor para a seção considerada como mais crítica, utilizando a equação:

$$\sigma_{id} = \sqrt{\sigma^2 + 3\tau^2} \leq f_{yd} \quad (4.19)$$

Onde:

- $\sigma$  = Tensão resultante devido ao momento fletor

### 4.3.3 Traçado dos cabos

O posicionamento e o traçado do cabo, que pode ser retilíneo ou poligonal, devem ser definidos em função dos esforços atuantes na estrutura sem perder de vista os condicionantes construtivos. Algumas das possibilidades de traçado e posicionamento do cabo em relação à seção transversal da viga foram apresentadas no item 3.4.4.

Ressalta-se que, independente do traçado do cabo, o valor da força de protensão não deve ultrapassar a tensão resistente de nenhum dos componentes da seção. Por isso, se faz necessário verificar as tensões normais ao longo de todo o vão da viga e não somente na seção mais solicitada pelo carregamento de utilização, podendo essa verificação ser realizada de

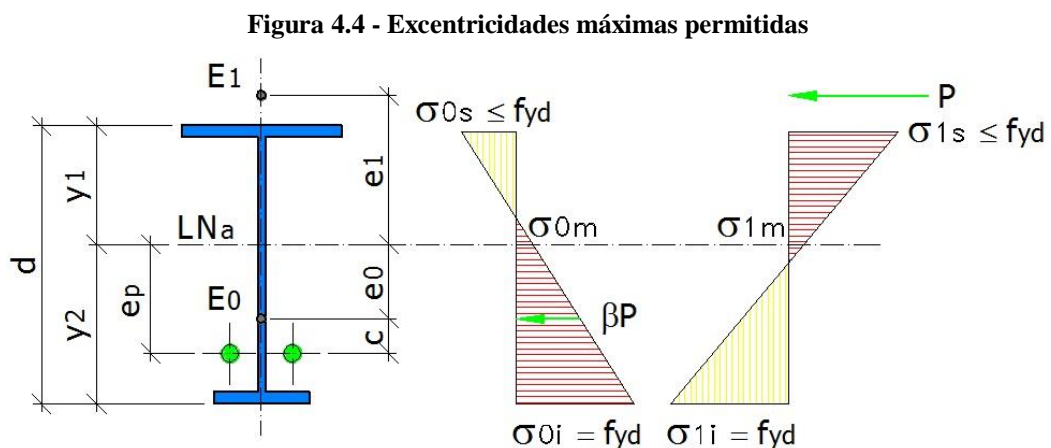
duas maneiras: repetindo o cálculo já efetuado na seção mais solicitada para as outras seções representativas ou utilizando processos gráficos.

Na viga de aço protendida pode-se adotar o processo gráfico do fuso limite, uma vez que a inclinação do cabo resultante é relativamente pequena e as perdas por atrito não inviabilizam a consideração de um valor único para a força de protensão ao longo da viga.

No processo do fuso limite é definida uma faixa de aplicação da força de protensão de maneira a não ultrapassar a tensão resistente do material em nenhum ponto ao longo do vão da viga.

Considerando uma viga de aço protendida, Nunziata (2004) propõe determinar os valores para essas excentricidades limites ponderando as duas etapas de carregamento, sendo a primeira etapa no ato da protensão ( $e_0$ ) e a segunda etapa correspondente ao carregamento de utilização da estrutura ( $e_1$ ), sem que seja superado o estado limite considerado.

Deste modo, como ilustrado na Figura 4.4,  $E_0$  e  $E_1$  correspondem aos pontos limites em que o centro de pressão pode assumir, respectivamente, para a primeira etapa e a segunda etapa de construção da viga. As posições desses pontos dependem da seção transversal da viga, da força de protensão e da tensão limite do aço. A partir desses dois pontos,  $E_0$  e  $E_1$ , determina-se a faixa da peça em que deve estar contido o cabo resultante, denominado de fuso limite, garantindo assim que em nenhuma seção as tensões limites do material sejam excedidas.



Fonte: Adaptado de Nunziata (2004)

Igualando-se separadamente as tensões devidas à força de protensão em cada uma das etapas de carregamento à resistência de cálculo do material, obtêm-se como resultado as equações para a determinação do fuso limite, como apontado a seguir:

- 1ª. Etapa: no ato da protensão:

Excentricidade  $e_0$ , que corresponde à distância do centro de gravidade da seção de aço ao ponto limite inferior do centro de pressão  $E_0$ .

$$e_0 = \frac{-I_a}{y_2} + \left( \frac{1}{A_a} - \frac{f_{yd}}{\beta P \gamma_p} \right) \quad (4.20)$$

- 2ª. Etapa: carregamento de utilização:

Excentricidade  $e_1$ , referente à distância entre o centro de gravidade da seção de aço ao ponto limite superior do centro de pressão  $E_1$  considerando o menor valor entre a excentricidade  $e_{1'}$  e  $e_{1''}$ :

- Borda inferior da viga (tração  $\therefore +f_{yd}$ ):

$$e_{1'} = \frac{I_a}{y_2} + \left( \frac{1}{A_a} + \frac{f_{yd}}{P \gamma_p} \right) \quad (4.21)$$

- Borda superior da viga (compressão  $\therefore -f_{yd}$ ):

$$e_{1''} = \frac{-I_a}{y_2} + \left( \frac{1}{A_a} + \frac{f_{yd}}{P \gamma_p} \right) \quad (4.22)$$

Onde:

$f_{yd}$	=	Tensão de escoamento do material da viga
$I_a$	=	Momento de inércia da viga de aço
$A_a$	=	Área da seção transversal do perfil de aço
$y_1$	=	Distância do centro de gravidade da viga de aço em relação à fibra superior
$y_2$	=	Distância do centro de gravidade da viga de aço em relação à fibra inferior
$P$	=	Força de protensão
$\gamma_p$	=	Coeficiente de segurança aplicado à força de protensão
$\beta$	=	Coeficiente de majoração da força de protensão para compensar as perdas de protensão, $\beta = 1,10$ (NUNZIATA, 2004)

Para traçar o fuso limite é necessário determinar os deslocamentos causados pela atuação dos momentos externos:

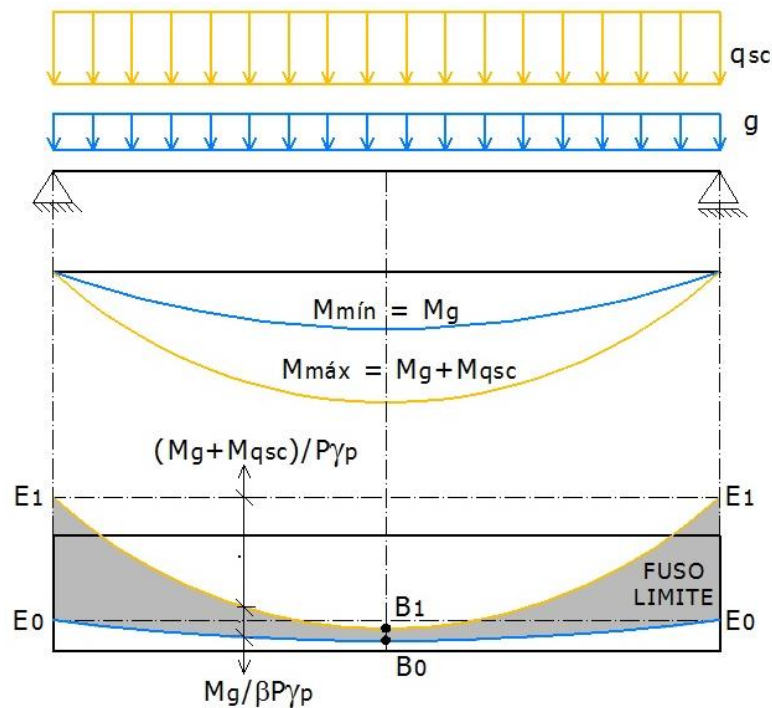
- Deslocamento  $\delta_0$  que ocorre pela atuação do momento externo mínimo ( $M_{mím}$ ), que corresponde ao peso próprio:



O autor nomeia como sendo o momento útil ( $M_{ut}$ ) da seção o valor obtido com a equação:

$$M_{ut} = M_{m\acute{a}x} M_{m\acute{i}n} = P\gamma_p(c(1-\beta) + e_0 + e_1) \quad (4.28)$$

Figura 4.6 – Fuso limite para uma viga isostática

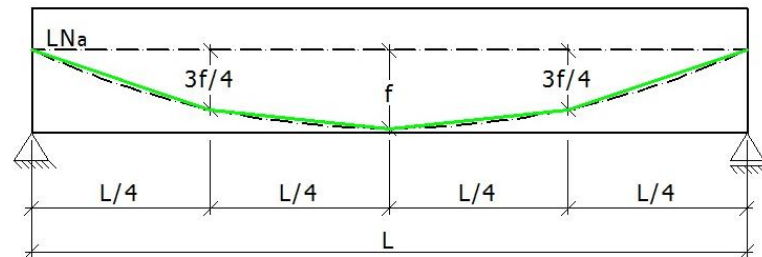


Fonte: Adaptado de Nunziata (2004)

Observa-se que as estruturas protendidas são projetadas para absorver uma variação de momento entre os dois limites bem definidos, diferente de estruturas que são concebidas para absorver um momento em absoluto. O momento mínimo, provocado apenas pelo peso próprio na etapa de protensão, não depende da seção, mas sim da distância abaixo do ponto de limite inferior. Uma seção projetada considerando apenas o momento máximo em utilização pode entrar em colapso em uma fase anterior quando solicitada por um momento inferior. (NUNZIATA, 2004).

Para evitar o cálculo do fuso limite, Nunziata (2004) sugere traçar uma parábola com raio máximo compatível com a geometria da seção e com as extremidades passando pelo centro de gravidade da seção de aço, como ilustrado na Figura 4.7 com linha traço-ponto. O cabo de protensão, representado na Figura 4.7 em verde, deve estar contido no limite dessa parábola. O autor menciona que na maioria dos casos esse artifício atende aos critérios do fuso limite e que também pode ser aplicado para a viga mista protendida considerando apenas a viga de aço.

Figura 4.7 – Maneira de se traçar o cabo sugerida por Nunziata (2004)



Fonte: Adaptado de Nunziata (2004)

Independente do traçado do cabo, que pode ser retilíneo ou poligonal, definido em função dos esforços atuantes na estrutura e dos aspectos construtivos, observa-se que o valor da força de protensão não pode ser superior à tensão resistente dos materiais constituintes da viga mista protendida.

#### 4.3.4 Incremento da força de protensão

Com a aplicação das cargas gravitacionais, assume-se um aumento no valor da força de protensão inicial, que varia conforme a configuração do cabo de protensão e a distribuição do carregamento.

O valor do incremento da força de protensão inicial pode ser calculado de várias maneiras, tais como: com a aplicação do princípio dos trabalhos virtuais (Saadatmanesh, Albrecht, Ayyub (1989-c) e Troitsky (1990)); método do incremento da deformação (Saadatmanesh, Albrecht, Ayyub (1989-a)); ou pelo método dos elementos finitos.

Neste estudo optou-se por aplicar o princípio dos trabalhos virtuais como descrito por Saadatmanesh, Albrecht, Ayyub (1989-c):

- Inicialmente faz-se um corte no cabo, como mostrado na Figura 4.8 (a), passando assim a estrutura a ser estaticamente determinada;
- Calcula-se um deslocamento relativo no final do cabo cortado devido à carga aplicada (Figura 4.8(b));
- E por fim, determina-se o incremento da força de protensão,  $\Delta P$ , que deve ser aplicado para fechar a abertura feita na primeira etapa (Figura 4.8 (c)).

A condição de compatibilidade requer que o deslocamento relativo seja igual a zero, assim:

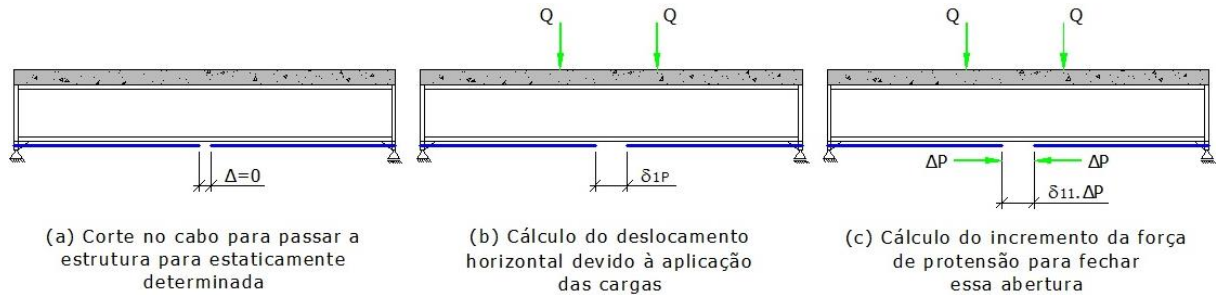
$$\delta_{11}\Delta P + \delta_{1P} = 0 \quad (4.29)$$

Onde:

$\delta_{11}$  = Alongamento devido à força de protensão unitária

$\delta_{1P}$  = Alongamento devido à aplicação da carga

**Figura 4.8 – Acréscimo na força de protensão com aplicação de carga de utilização**



Fonte: Adaptado de Saadatmanesh, Albrecht, Ayyub (1989-c)

Os alongamentos podem ser calculados pelo método dos trabalhos virtuais:

$$\delta_{1P} = \int_0^l \frac{e_p M(x) dx}{EI} \quad (4.30)$$

E,

$$\delta_{11} = \int_0^l \frac{e_p^2 dx}{EI} + \int_0^l \frac{dx}{EA} + \int_0^l \frac{dx}{E_p A_p} \quad (4.31)$$

Onde:

M = Momento devido à aplicação da carga

$e_p$  = Excentricidade do cabo em relação ao centro de gravidade da seção de aço ou da seção mista, conforme a técnica de protensão adotada

E = Módulo de elasticidade da viga de aço ou mista conforme a aplicação

$E_p$  = Módulo de elasticidade do cabo

l = Comprimento do cabo

I = Momento de inércia da viga de aço ou mista conforme a aplicação

A = Área da viga de aço ou mista conforme a aplicação

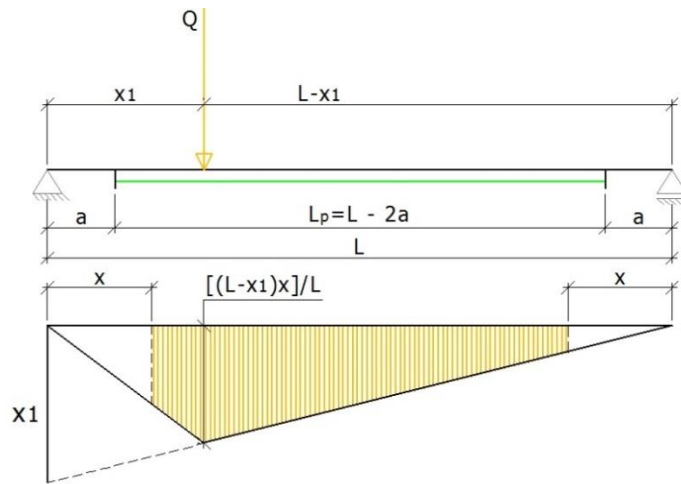
$A_p$  = Área do cabo

Integrando as equações (4.30) e (4.31) e substituindo na (4.32) tem-se o valor para o incremento na força de protensão:

$$\Delta P = \frac{\frac{e}{l} \int_0^l M(x) dx}{e_p^2 + \frac{EI}{E_p A_p} + \frac{I}{A}} \quad (4.32)$$

Observa-se que a integral corresponde à área do diagrama de momento fletor localizada ao longo do comprimento do cabo, como ilustrado na Figura 4.9 para o caso de uma viga protendida biapoiada solicitada por uma carga concentrada, com traçado do cabo de protensão retilíneo e com comprimento ( $L_p$ ) menor que o comprimento total da viga ( $L$ ).

**Figura 4.9 – Viga protendida com carregamento concentrado único**



Fonte: Adaptado de Troitsky (1990)

Para exemplificar, o valor do incremento da força de protensão considerando uma viga biapoiada com traçado retilíneo do cabo e a aplicação de uma carga concentrada (Figura 4.9) corresponde a:

$$\Delta P = \frac{Qe_p [Lx_1 - x_1^2 - a^2]}{2(1-2a) \left( e_p^2 + \frac{I_a}{A_a} + \frac{E_a I_a}{E_p A_p} \right)} \quad (4.33)$$

A força total no cabo é igual ao somatório da força de protensão inicial  $P_0$  com o incremento da força de protensão devido ao peso próprio  $\Delta P_g$  e a carga de utilização  $\Delta P_q$ .

$$P = P_0 + \Delta P_g + \Delta P_q \quad (4.34)$$

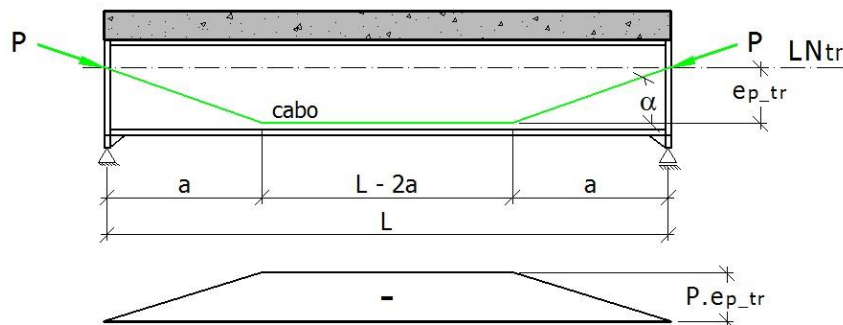
Ressalta-se que o incremento da força de protensão varia conforme a configuração do cabo de protensão e o carregamento aplicado à estrutura. Seu valor é calculado com a aplicação da equação (4.32).



Como exposto anteriormente, a aplicação da protensão pode ser executada atendendo a diferentes tipos de configurações de traçado e posicionamento do cabo. A seguir são apresentadas três possíveis configurações para o traçado do cabo protensão:

a) Cabo com traçado poligonal, como ilustrado na Figura 4.10;

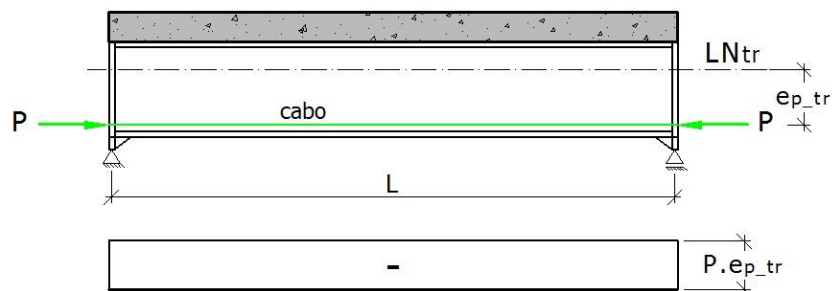
**Figura 4.10 – Traçado do cabo: poligonal**



Fonte: Adaptado de Troitsky, Zielinski & Nouraeyan (1989)

b) Cabo com traçado retilíneo ao longo de todo o comprimento da viga (Figura 4.11);

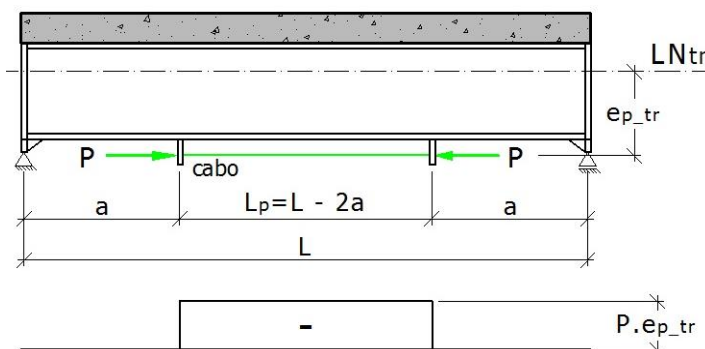
**Figura 4.11 – Traçado do cabo: retilíneo ao longo de todo o vão da viga**



Fonte: Adaptado de Troitsky, Zielinski & Nouraeyan (1989)

c) Cabo com traçado retilíneo com comprimento inferior ao comprimento total do vão da viga ( $L_p < L$ ), como apresentado na Figura 4.12.

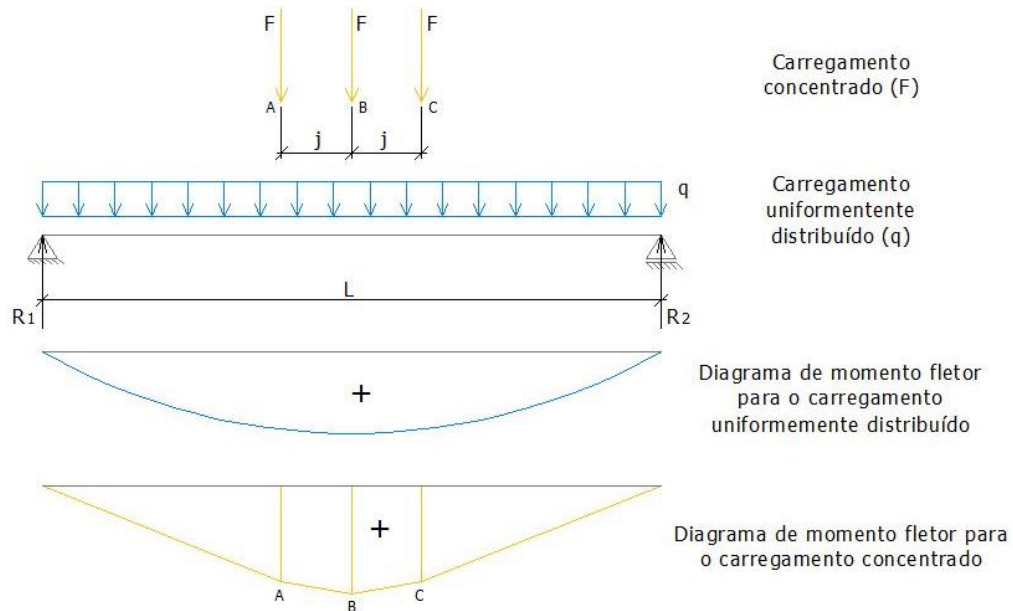
**Figura 4.12 – Traçado do cabo: retilíneo com comprimento  $L_p < L$**



Fonte: Adaptado de Troitsky, Zielinski & Nouraeyan (1989)

Para se determinar o valor do incremento de força de protensão inicial foram consideradas vigas biapoiadas mistas protendidas solicitadas por dois tipos de carga: uma concentrada, representando um trem tipo; e outra distribuída, como mostra a Figura 4.13.

**Figura 4.13 – Carregamentos considerados**



Fonte: Produção da própria autora (2012)

Onde:

- F = Carregamento concentrado
- q = Carregamento distribuído que pode ser devido ao peso próprio ou sobrecarga de utilização da estrutura
- j = Espaçamento entre as cargas concentradas
- R<sub>n</sub> = Reações de apoio

Fundamentado em Troitsky, Zielinski & Nouraeyan (1989) e Nouraeyan (1987), o equacionamento para o cálculo do incremento da força de protensão inicial, para os carregamentos apresentados na Figura 4.13 e para os traçados indicados nas Figura 4.10, Figura 4.1 e Figura 4.12, são apresentados a seguir:

a) Cabo com traçado poligonal (Figura 4.10):

- Incremento na força de protensão inicial para o carregamento distribuído:

$$\Delta P = \frac{q e_{p-tr} [L^3 - a^2(2L - a)]}{12L \left\{ \frac{e_{p-tr}^2 (3L - 4a)}{3} + \frac{L I_{tr}}{A_{tr}} + \frac{E_a I_{tr}}{E_p A_p} \left[ L + \frac{2a}{\cos^3 \alpha} (1 - \cos^3 \alpha) \right] \right\}} \quad (4.35)$$

- Incremento na força de protensão inicial para o carregamento concentrado

$$\Delta P = \frac{F e_{p-tr} [0,2812L^2 - 0,5314j^2 - 0,5a^2]}{12L \left\{ \frac{e_{p-tr}^2 (3L - 4a)}{3} + \frac{L I_{tr}}{A_{tr}} + \frac{E_a I_{tr}}{E_p A_p} \left[ L + \frac{2a}{\cos^3 \alpha} (1 - \cos^3 \alpha) \right] \right\}} \quad (4.36)$$

b) Cabo com traçado retilíneo ao longo de todo o comprimento da viga (Figura 4.11):

- Incremento na força de protensão inicial para o carregamento distribuído:

$$\Delta P = \frac{q e_{p-tr} L^2}{12 \left( e_{p-tr}^2 + \frac{I_{tr}}{A_{tr}} + \frac{E_a I_{tr}}{E_p A_p} \right)} \quad (4.37)$$

- Incremento na força de protensão inicial para o carregamento concentrado:

$$\Delta P = \frac{F e_{p-tr} (0,2812L^2 - 0,5314j^2)}{L \left( e_{p-tr}^2 + \frac{I_{tr}}{A_{tr}} + \frac{E_a I_{tr}}{E_p A_p} \right)} \quad (4.38)$$

c) Cabo com traçado retilíneo com comprimento inferior ao comprimento total do vão viga ( $L_p < L$ ):

- Incremento na força de protensão inicial para o carregamento distribuído:

$$\Delta P = \frac{q e_{p-tr} \left[ a(L - a) + \frac{L^2}{2} \right]}{(L - 2a) \left( e_{p-tr}^2 + \frac{I_{tr}}{A_{tr}} + \frac{E_a I_{tr}}{E_p A_p} \right)} \quad (4.39)$$

- Incremento na força de protensão inicial para o carregamento concentrado:

$$\Delta P = \frac{F e_{p-tr} [0,2812L^2 - 0,5314j^2 - 1,5a^2]}{(L - 2a) \left( e_{p-tr}^2 + \frac{I_{tr}}{A_{tr}} + \frac{E_a I_{tr}}{E_p A_p} \right)} \quad (4.40)$$

Onde:

- $e_{p-tr}$  = Excentricidade do cabo em relação ao centro de gravidade da seção mista
- $E_a$  = Módulo de elasticidade da viga de aço

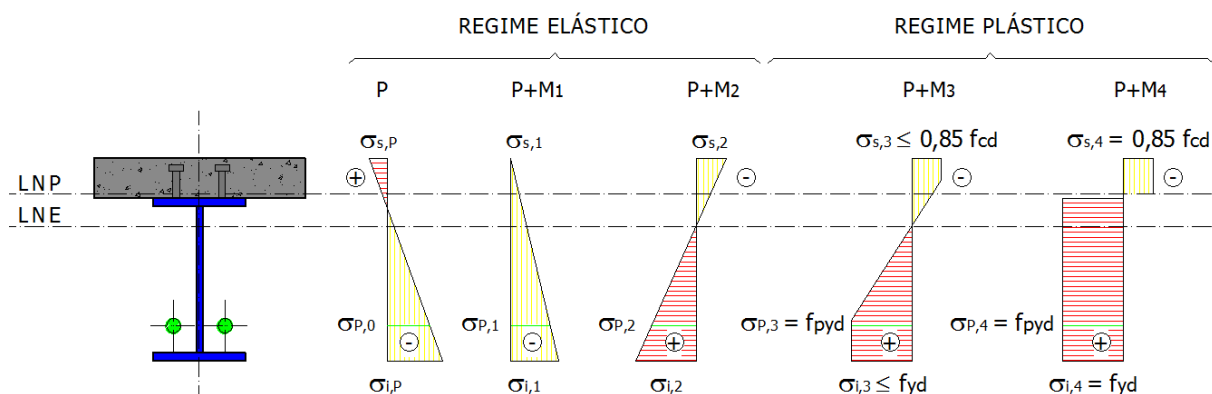
$E_p$	=	Módulo de elasticidade do cabo
$L$	=	Comprimento do cabo
$I_{tr}$	=	Momento de inércia da viga mista
$A_{tr}$	=	Área da viga mista
$A_p$	=	Área do cabo
$j$	=	Espaçamento entre as cargas concentradas (Figura 4.13)
$q$	=	Carregamento distribuído (Figura 4.13)
$F$	=	Carregamento concentrado (Figura 4.13)

Observa-se que para outros tipos de distribuição de cargas ou outras configurações de traçado de cabo aplica-se a equação (4.32).

#### 4.4 Resistência ao momento fletor (região de momento positivo)

A Figura 4.14 representa uma viga mista protendida biapoiada considerando interação completa e submetida a momento fletor positivo. Nesta figura, as letras P e M representam, respectivamente, a força de protensão e o momento fletor aplicado à viga representando um carregamento de utilização da estrutura que tem seu valor crescente conforme a indicação numérica, ou seja,  $M_2 > M_1$ ;  $M_3 > M_2$  e  $M_4 > M_3$ .

**Figura 4.14 – Diagrama esquemático de tensões em regimes elástico e plástico para vigas mistas protendidas**



Fonte: Produção da própria autora (2012)

Observa-se na Figura 4.14 que o comportamento resistente da viga mista protendida biapoiada representada inicialmente é elástico. As tensões normais variam linearmente ao longo da seção transversal e aumentam em função do acréscimo do momento aplicado, até que as fibras mais externas atinjam a plastificação. Por conseguinte, a viga passa a trabalhar

em regime plástico e os momentos adicionais causam a redistribuição das tensões para as fibras internas, que também sofrem plastificação. Quando a seção encontra-se completamente plastificada e não é mais capaz de resistir a acréscimos de momento está caracterizado o estado limite último (ELU).

A deformação na face superior da laje de concreto também deve ser verificada e limitada à deformação do concreto na ruptura (0,35%). Ressalta-se que esse critério se sobrepõe à plastificação completa da seção e deve ser entendido como estado limite último.

A seguir apresenta-se o procedimento de dimensionamento de vigas mistas protendidas solicitadas a momento fletor positivo considerando perfil de aço com seção transversal tipo I compacta e interação total entre os materiais aço e concreto.

#### 4.4.1 Classificação da seção transversal

A norma NBR 8800 considera a seção como compacta quando não ocorre flambagem local antes da plastificação total da seção e as vigas são dimensionadas utilizando as propriedades plásticas da seção mista, a razão entre altura e espessura da alma deve atender a exigência da equação (4.41). Também, recomenda-se que relação de esbeltez das mesas atenda à equação (4.42), garantindo, assim, não ocorra a flambagem local na mesa comprimida.

$$\frac{h_w}{t_w} \leq 3,76 \sqrt{\frac{E}{f_y}} \quad (4.41)$$

$$\frac{b_f}{2.t_f} \leq 0,38 \sqrt{\frac{E}{f_y}} \quad (4.42)$$

#### 4.4.2 Grau de interação

O comportamento conjunto entre aço e concreto é garantido por conectores de cisalhamento da mesma forma que ocorre em vigas mistas sem protensão. No entanto, para otimizar o efeito da protensão, Yuen (2004) recomenda trabalhar com interação total.

Fundamentado também em outros autores citados no capítulo de revisão bibliográfica, cujas pesquisas têm foco na análise do comportamento da viga mista protendida quando

reduzida a força de cisalhamento na ligação aço e concreto, optou-se nesse estudo pelo dimensionamento com iteração total ou completa entre a laje de concreto e a viga de aço.

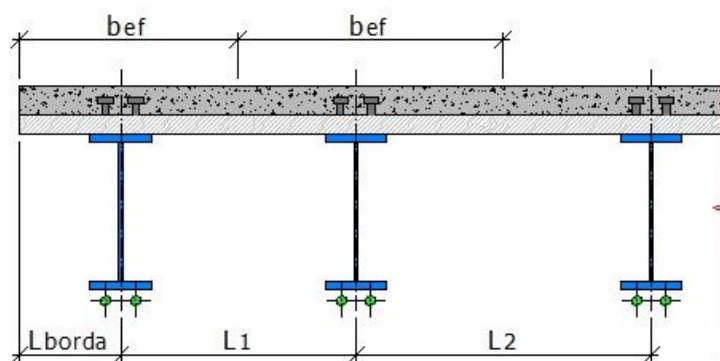
As resistências dos conectores e da ligação entre o aço e o concreto seguem os mesmos procedimentos de dimensionamento indicados na NBR 8800 para vigas mistas sem protensão.

#### 4.4.3 Largura efetiva da laje de concreto

Para se determinar a largura efetiva (Figura 4.15) foram adotadas as recomendações descritas na NBR 8800. Dessa forma, considerando vigas mistas biapoiadas, a largura efetiva da mesa de concreto, de cada lado tomando como referência o eixo central da viga, deve ser o menor valor obtido dentre os seguintes itens:

- d) 1/8 do vão da viga mista, em relação aos apoios;
- e) Metade da distância entre a linha de centro da viga analisada e a linha de centro da viga adjacente;
- f) Distância da linha de centro da viga à borda de uma laje em balanço.

**Figura 4.15 – Largura efetiva da laje de concreto**



Fonte: Produção da própria autora (2012)

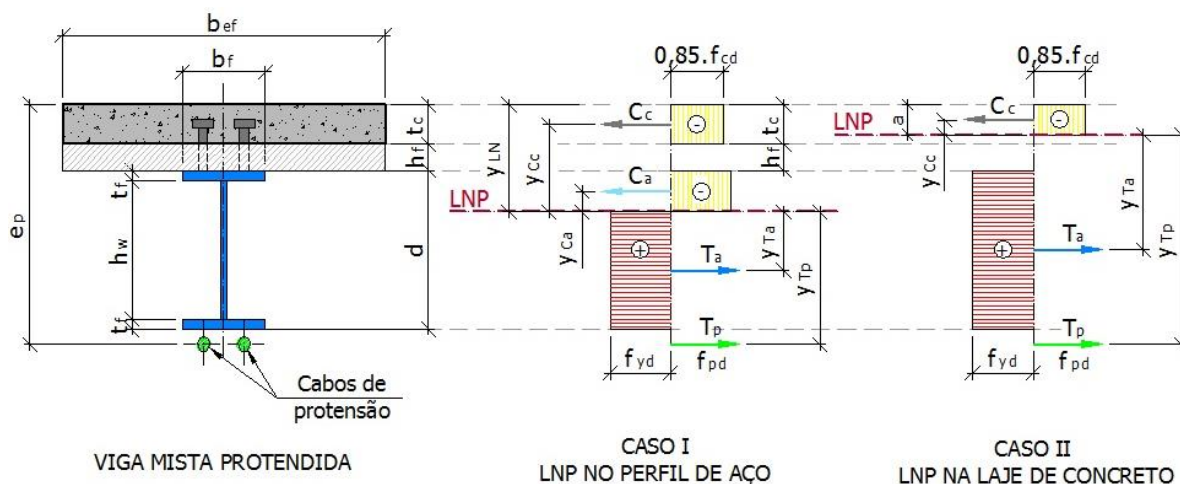
#### 4.4.4 Cálculo do momento fletor resistente para viga mista protendida

Considerando a distribuição plástica de tensões, a linha neutra plástica ( $y_{LN}$ ), dependendo da geometria da seção e da resistência dos materiais, pode tanto estar localizada no perfil de aço (Caso I) quanto na laje de concreto (Caso II), como ilustrado a Figura 4.16.

Semelhante ao proposto na NBR 8800 para o dimensionamento de viga mista convencional, a seguir é apresentada a formulação aplicada à viga mista protendida para se determinar a posição da linha neutra plástica e o momento fletor resistente de cálculo para os

casos expostos anteriormente. Ressalta-se que foi desconsiderado o concreto em região tracionada.

**Figura 4.16 – Distribuição de forças em vigas mistas protendidas sob momento positivo: Caso I e Caso II**

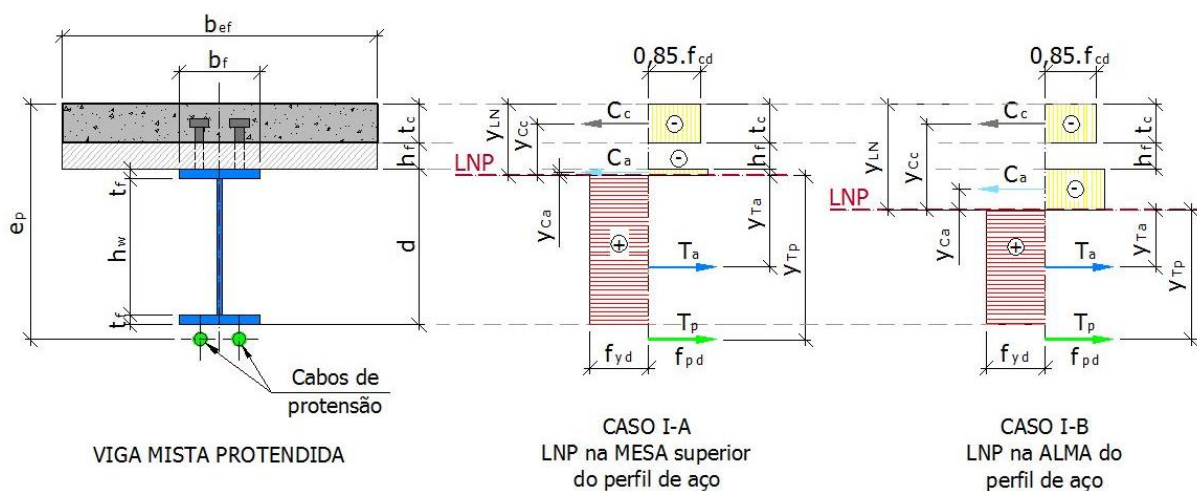


Fonte: Produção da própria autora (2012)

#### 4.4.4.1 Caso I: linha neutra no perfil de aço

Ocorre quando a força de compressão na laje de concreto ( $C_c$ ) é menor que o somatório das forças de tração na viga de aço ( $T_a$ ) e no cabo de protensão ( $T_p$ ), ou seja,  $C_c < T_a + T_p$ . Neste caso, a linha neutra plástica pode assumir duas posições distintas: na mesa superior do perfil de aço (Caso I-A) ou na alma do mesmo (Caso I-B), como indicado na Figura 4.17.

**Figura 4.17 – Distribuição de forças: Caso I-A e Caso I-B**



Fonte: Produção da própria autora (2012)

O valor da força de compressão na laje de concreto ( $C_c$ ) é definido com a equação (4.43).

$$C_c = 0.85 f_{cd} b_{ef} t_c \quad (4.43)$$

Onde:

- $b_{ef}$  = Largura efetiva da laje de concreto
- $t_c$  = Espessura da laje de concreto
- $f_{cd}$  = Resistência de cálculo do concreto

Sendo que os valores das forças de tração na viga de aço ( $T_a$ ) e no cabo de protensão ( $T_p$ ) são determinados, respectivamente, com as equações (4.44) e (4.45), mostradas a seguir.

$$T_a = (2A_f + A_w) f_{yd} - C_a \quad (4.44)$$

$$T_p = A_p f_{pd} \quad (4.45)$$

Onde:

- $A_f$  = Área da seção transversal da mesa do perfil de aço
- $A_w$  = Área da seção transversal da alma do perfil de aço
- $A_p$  = Área da seção transversal do cabo de protensão
- $f_{yd}$  = Resistência de cálculo do aço estrutural
- $f_{pd}$  = Resistência de cálculo do aço de protensão
- $C_a$  = Força de compressão na viga de aço

A posição da linha neutra ( $y_{LN}$ ), em relação à fibra extrema da laje de concreto, é obtida com o equilíbrio entre as forças atuantes ao longo da altura da seção transversal, como mostrado a seguir:

- Caso I-A:  $C_a \leq A_f f_{yd}$  - linha neutra na mesa superior, que está comprimida, sendo determinada com a equação (4.46).

$$y_{LN} = t_c + h_f + \frac{C_a}{b_f f_{yd}} \quad (4.46)$$

- Caso I-B:  $C_a > A_f f_{yd}$  - linha neutra na alma do perfil de aço, então se aplica a equação (4.47).

$$y_{LN} = t_c + t_f + h_f + \frac{(C_a - A_f f_{yd})}{t_w f_{yd}} \quad (4.47)$$



Onde:

$y_{LN}$	=	Linha neutra
$h_f$	=	Altura da forma de aço incorporada, quando existir
$b_f$	=	Largura da mesa do perfil de aço
$t_f$	=	Espessura da mesa do perfil de aço
$t_w$	=	Espessura da alma do perfil de aço
$t_c$	=	Espessura da laje de concreto
$A_f$	=	Área da seção transversal da mesa do perfil de aço
$C_a$	=	Força de compressão na viga de aço
$f_{yd}$	=	Resistência de cálculo do aço estrutural

A força de compressão na viga de aço é obtida com a equação (4.48).

$$C_a = \frac{T_a + T_P - C_c}{2} \quad (4.48)$$

Onde:

$C_a$	=	Força de compressão na viga de aço
$C_c$	=	Força de compressão na laje de concreto
$T_a$	=	Força de tração na viga de aço
$T_p$	=	Força de tração no cabo de protensão

O momento fletor resistente de cálculo ( $M_{Rd}$ ), em relação ao eixo neutro, é obtido com equação (4.49).

$$M_{Rd} = T_a y_{Ta} + T_P y_{Tp} + C_c y_{Cc} + C_a y_{Ca} \quad (4.49)$$

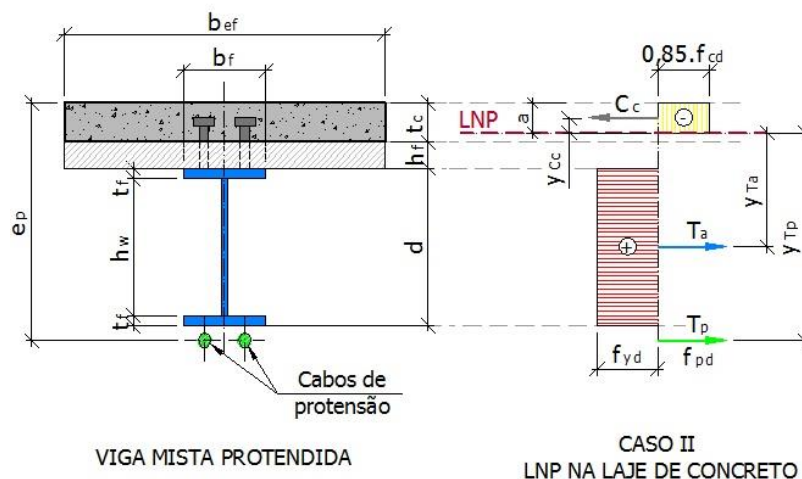
Onde:

$y_{Ta}$	=	$0,5(t_c + h_f + d - y_{LN})$
$y_{Tp}$	=	$e_p - y_{LN}$
$y_{Cc}$	=	$y_{LN} - 0,5t_c$
$y_{Ca}$	=	$0,5(y_{LN} - t_c + h_f)$
$C_a$	=	Força de compressão na viga de aço
$C_c$	=	Força de compressão na laje de concreto
$T_a$	=	Força de tração na viga de aço
$T_p$	=	Força de tração cabo de protensão
$d$	=	Altura total do perfil de aço

#### 4.4.4.2 Caso II: linha neutra na laje de concreto

A linha neutra tem sua posição na laje de concreto quando  $C_c > T_a + T_p$ , como mostrado na Figura 4.18.

Figura 4.18 – Distribuição de forças: Caso II



Fonte: Produção da própria autora (2012)

A altura de concreto na laje que está comprimida é representada pela letra  $a$ , sendo calculada com a equação (4.50).

$$a = \frac{(T_a + T_p)}{0,85 \cdot f_{cd} \cdot b_{ef}} \quad (4.50)$$

Onde:

- $a$  = Linha neutra
- $b_{ef}$  = Largura efetiva da laje de concreto
- $T_a$  = Força de tração na viga de aço
- $T_p$  = Força de tração no cabo de protensão
- $f_{cd}$  = Resistência de cálculo do concreto

Os valores das forças de tração na viga de aço ( $T_a$ ) e no cabo de protensão ( $T_p$ ) são calculados aplicando as equações (4.44) e (4.45), respectivamente.

Com a equação (4.51) obtém-se o momento fletor resistente de cálculo ( $M_{Rd}$ ), em relação ao eixo neutro.

$$M_{Rd} = T_a y_{Ta} + T_p y_{Tp} + C_c y_{Cc} \quad (4.51)$$

Onde:

$$y_{Ta} = 0,5d + t_c + h_f - a$$

$$y_{Tp} = e_p - a$$

$$y_{Cc} = 0,5a$$

$C_c$  = Força de compressão na laje de concreto

$T_a$  = Força de tração na viga de aço

$T_p$  = Força de tração cabo de protensão

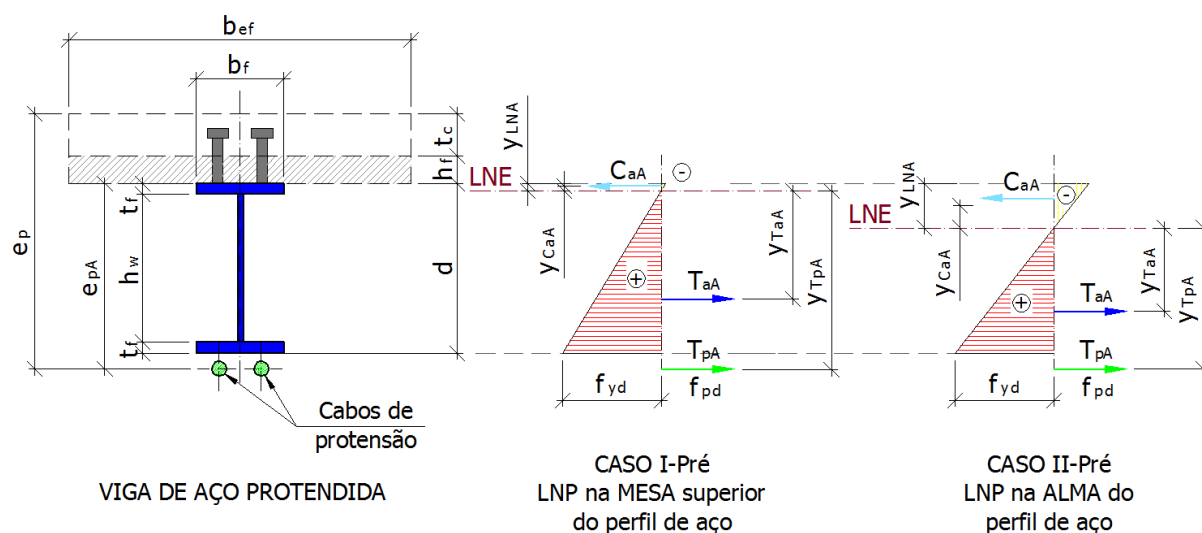
$d$  = Altura total do perfil de aço

#### 4.4.5 Cálculo do momento fletor resistente para viga de aço protendida

Para se determinar a posição da linha neutra e o momento fletor resistente de cálculo para a etapa de protensão da viga de aço isolada, que ocorre apenas na metodologia de pré-tração, pode-se fazer uma analogia à formulação exposta anteriormente para a verificação da viga mista protendida, porém, considerando a distribuição elástica de tensões.

No caso de vigas metálicas protendidas, a linha neutra elástica ( $y_{LNE}$ ), dependendo da geometria da seção e da resistência dos materiais, pode estar localizada na mesa (Caso I-Pré) ou na alma do perfil de aço (Caso II-Pré), como apontado na Figura 4.16.

Figura 4.19 – Distribuição de forças em vigas de aço protendidas sob momento positivo: Caso I e Caso II



Fonte: Produção da própria autora (2012)

A posição da linha neutra elástica ( $y_{LNA}$ ), em relação à fibra extrema da viga de aço, é obtida com o equilíbrio entre as forças atuantes ao longo da altura da seção transversal, como mostrado a seguir:

- Caso I-Pré:  $C_{a\_Pré} \leq A_f f_{yd}$  - linha neutra elástica na mesa superior, que está comprimida, sendo determinada com a equação (4.52).

$$y_{LNE} = \frac{C_{a\_Pré}}{b_f f_{yd}} \quad (4.52)$$

- Caso II-Pré:  $C_{a\_Pré} > A_f f_{yd}$  - linha neutra elástica na alma do perfil de aço, então se aplica a equação (4.53).

$$y_{LNE} = t_f + \frac{(C_{a\_Pré} - A_f f_{yd})}{t_w f_{yd}} \quad (4.53)$$

Onde:

$y_{LNE}$	=	Linha neutra elástica
$h_f$	=	Altura da forma de aço incorporada, quando existir
$b_f$	=	Largura da mesa do perfil de aço
$t_f$	=	Espessura da mesa do perfil de aço
$t_w$	=	Espessura da alma do perfil de aço
$A_f$	=	Área da seção transversal da mesa do perfil de aço
$C_{a\_Pré}$	=	Força de compressão na viga de aço
$f_{yd}$	=	Resistência de cálculo do aço estrutural

A força de compressão na viga de aço é obtida com a equação (4.54).

$$C_{a\_Pré} = \frac{T_a + T_p}{2} \quad (4.54)$$

Onde:

$C_{a\_Pré}$	=	Força de compressão na viga de aço
$T_a$	=	Força de tração na viga de aço
$T_p$	=	Força de tração cabo de protensão

Os valores das forças de tração na viga de aço ( $T_a$ ) e no cabo de protensão ( $T_p$ ) são determinados, respectivamente, com as equações (4.44) e (4.45) apresentadas anteriormente no item 4.4.4.1.

O momento fletor resistente de cálculo ( $M_{Rd\_Pré}$ ) proveniente da 2ª Etapa de construção da viga mista pré-tracionada é obtido com equação (4.55) e tem como referência o eixo neutro da seção de aço.

$$M_{Rd\_Pré} = T_a y_{Ta\_Pré} + T_p y_{Tp\_Pré} + C_{a\_Pré} y_{Ca\_Pré} \quad (4.55)$$

Onde:

$$y_{Ta\_Pré} = 2/3(d - y_{LN})$$

$$y_{Tp\_Pré} = e_p - t_c - h_f$$

$$y_{Ca\_Pré} = 2/3 y_{LNA}$$

$$C_{a\_Pré} = \text{Força de compressão na viga de aço}$$

$$T_a = \text{Força de tração na viga de aço}$$

$$T_p = \text{Força de tração no cabo de protensão}$$

$$h_f = \text{Altura da forma de aço incorporada, quando existir}$$

$$d = \text{Altura total do perfil de aço}$$

$$t_c = \text{Espessura da laje de concreto}$$

#### 4.5 Flexo-compressão

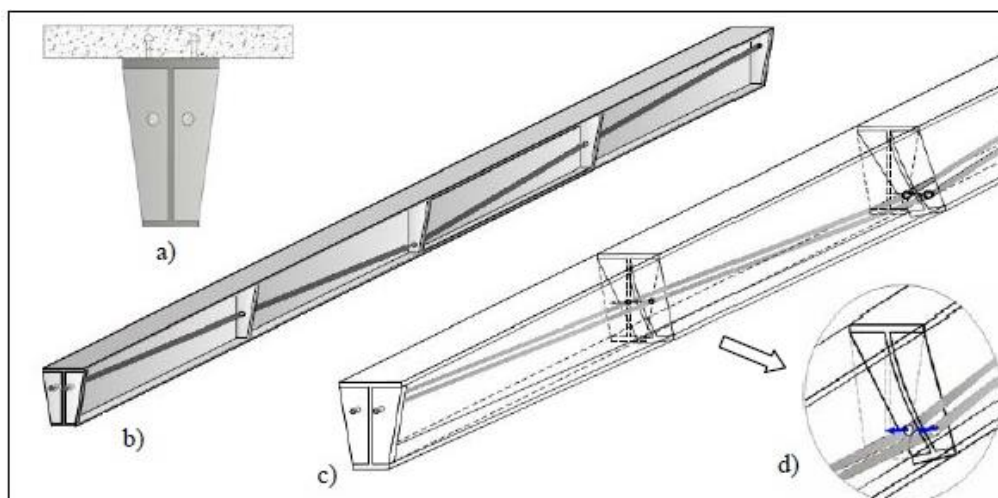
A viga de aço quando protendida é solicitada ao mesmo tempo por momento fletor, devido aos carregamentos gravitacionais de peso próprio e cargas de utilização, e pela força axial de compressão, em função da aplicação da força de protensão. A combinação desses dois esforços denomina-se flexo-compressão. As possíveis formas de colapso associadas à flexo-compressão são: flambagem por flexão, flambagem com torção e instabilidades locais.

No caso da viga mista pós-tracionada, a laje de concreto conectada continuamente à viga impede que ocorra a flambagem lateral. Mas, para caso da viga mista pré-tracionada recomenda-se verificar o efeito da flexo-compressão, seguindo as recomendações da NBR 8800, para as seguintes situações de carregamento da viga de aço:

- Situação 1: Peso próprio da viga de aço + força de protensão;
- Situação 2: Pesos próprios da viga de aço e concreto + sobrecarga de construção + força de protensão.

Embora Ferreira (2007) aponte que os cabos de protensão, ligados à viga por meio dos desviadores e ancorados nas extremidades (Figura 4.20), podem contribuir para evitar uma possível instabilidade por flambagem lateral da viga.

**Figura 4.20 – (a) Viga mista protendida; (b) Viga de aço protendida; (c) Distorção lateral; (d) Detalhe da tendência do cabo de retornar a viga sua posição de equilíbrio;**



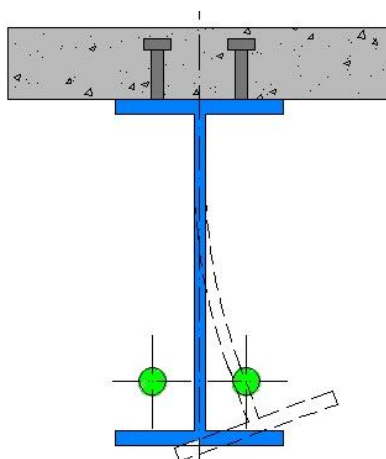
Fonte: Ferreira (2007)

Uma vez que a viga tende a se deslocar lateralmente, o cabo de protensão tem seu comprimento aumentado e, estando altamente tracionado, o mesmo cria uma resistência ao deslocamento da viga, sendo essa força restauradora transmitida à viga nos pontos onde estão localizados os desviadores do cabo que tende a restaurar a viga para a sua posição de equilíbrio inicial.

#### 4.6 Flambagem distorcional

Como na viga mista em região de momento negativo, as vigas mistas pós-tracionadas podem também apresentar problemas de instabilidade por flambagem lateral com distorção entre os pontos de travamento lateral (Figura 4.21) na etapa de protensão dos cabos.

**Figura 4.21 – Flambagem distorcional**



Fonte: Produção da própria autora (2012)

Para se assegurar a não ocorrência da flambagem distorcional da seção da viga mista em decorrência do momento negativo gerado pela aplicação da força de protensão, as recomendações para a verificação da flambagem distorcional apresentadas na NBR 8800 devem ser respeitadas.

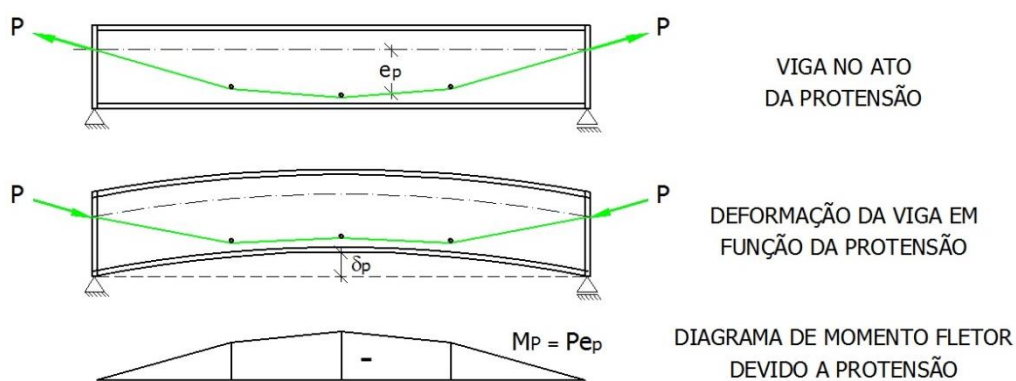
#### 4.7 Estados limites de serviço

Vigas protendidas são mais propensas a deformações que vigas não protendidas, isso se deve em função da seção transversal ser menor e, conseqüentemente, têm menor momento de inércia. Porém, podemos destacar como características positivas os seguintes pontos:

- A resistência da viga é aumentada;
- As vigas protendidas apresentam geralmente menores deslocamentos;
- A viga pode ter uma altura reduzida, embora apresente a mesma resistência, quando comparada a uma viga sem protensão.

As estruturas isostáticas deformam-se livremente quando aplicada uma força de protensão. Assim, para um traçado poligonal do cabo, como ilustrado na Figura 4.22, a força de protensão gera um momento de protensão que, conseqüentemente, provoca um deslocamento para cima no meio do vão da viga.

**Figura 4.22 – Esquema de uma viga isostática protendida: deformação e momento fletor**



O deslocamento provocado pela força de protensão ( $\delta_p$ ) pode ser determinado com a seguinte equação:

$$\delta_p = -\frac{Pe_p L^2}{8EI} \quad (4.56)$$

Onde:

P	=	Força de protensão
$e_p$	=	Excentricidade do cabo em relação ao centro de gravidade da seção de aço ou da seção transformada, conforme a técnica de protensão adotada
E	=	Módulo de elasticidade da viga de aço ou mista conforme a aplicação
L	=	Comprimento da viga
I	=	Momento de inércia da seção de aço ou transformada conforme a aplicação

O deslocamento total da viga protendida fletida é determinado pelo somatório dos deslocamentos parciais devido aos pesos próprios ( $\delta_g$ ), a força de protensão ( $\delta_p$ ) e as solicitações de utilização ( $\delta_q$ ) da estrutura, como apontado na Equação (4.57).

$$\delta_{Total} = \delta_g - \delta_p + \delta_q \quad (4.57)$$

#### 4.8 Síntese

O procedimento de cálculo proposto nesse capítulo teve como foco o dimensionamento da viga mista protendida considerando os principais modos de colapso globais que podem ocorrer na viga de aço, fundamentado no método dos estados limites e exposto na NBR 8800, com ênfase nos estados limites últimos (ELU).

No entanto, para garantir a estabilidade da estrutura, são necessárias algumas verificações complementares, tais como:

- Avaliar os efeitos da concentração de tensões nos pontos de desviadores e nas chapas de ancoragem do cabo;
- O dimensionamento adequado de enrijecedores transversais para garantir a não ocorrência de instabilidades locais na alma;
- O dimensionamento da laje de concreto, sendo verificada taxa de armadura necessária, os efeitos de esmagamento e fissuração do concreto devido aos carregamentos solicitantes.

A seguir são apresentados dois quadros resumo com as verificações necessárias para a viga mista protendida considerando o dimensionamento pelos estados limites e sem utilizar escoramentos temporários. No Quadro 4.4 são apresentadas as etapas fundamentais para a verificação da viga mista de aço e concreto não escorada e com aplicação da protensão a viga de aço antes da cura da laje de concreto (pré-tração).



Quadro 4.4 – Viga mista protendida sem escoramentos com metodologia de pré-tração

Etapas de verificação		Carregamentos atuantes	Verificações necessárias
1ª	Viga de aço: estimativa do valor da força de protensão;	(0) Força de protensão; (1) Peso próprio do perfil de aço;	- Determinar o valor da força de protensão inicial;
			E L U - Momento fletor resistente (0+1); - Força cortante resistente (0+1); - Flexo-compressão (0+1); - Flambagem locais mesa inferior e alma (0+1);
			E L S - Determinação do deslocamento devido à protensão;
2ª	Viga de aço: concretagem da laje (aço)	(2) Peso próprio do concreto da laje; (3) Sobrecarga de construção (quando necessário); (4) Incremento da força de protensão devido ao peso próprio do concreto da laje (2);	E L U - Momento fletor resistente (0+1+2+3+4); - Força cortante resistente (0+1+2+3+4); - Interação momento fletor + cortante (0+1+2+3+4); - Flexo-compressão (0+1+2+3+4); - Local Estabilidade da alma e da mesa (0+1+2+3+4);
			E L S - Deslocamento total da etapa (0+1+2+3+4);
3ª	Viga mista: instante $t = 0$ e $n = E_a/E_c$	(5) Carregamento permanente de utilização; (6) Sobrecarga de utilização; (7) Incremento da força de protensão devido aos carregamentos atuantes (5) e (6);	E L U - Momento fletor resistente da viga mista com plastificação da seção compacta (0+1+2+4+5+6+7); - Força cortante resistente (0+1+2+4+5+6+7); - Interação momento fletor + cortante (0+1+2+4+5+6+7); - Estabilidade do painel da alma (0+1+2+4+5+6+7); - Flambagem distorcional (0+1+2+4+5+6+7); - Dimensionamento dos conectores de cisalhamento (5+6);
			E L S - Compressão no concreto (5+6); - Deslocamento total da etapa (0+1+2+4+5+6+7);
4ª	Viga mista: instante $t = \infty$ e $n^* = E_a/E_c$	(8) Fluência; (9) Retração.	E L U - Momento fletor resistente da viga mista com plastificação da seção compacta (0+1+2+4+5+6+7+8+9); - Força cortante resistente (0+1+2+4+5+6+7+8+9);
			E L S - Deslocamento total da etapa (0+1+2+8).

No Quadro 4.5 estão apresentadas as etapas necessárias para a verificação da viga mista de aço e concreto não escorada e com aplicação da protensão na viga de aço após a cura da laje de concreto (pós-tração).

**Quadro 4.5 – Viga mista protendida sem escoramentos com metodologia de pós-tração**

Etapas de verificação		Carregamentos atuantes	Verificações necessárias
1 <sup>a</sup>	Viga de aço: concretagem da laje	(1) Peso próprio do perfil de aço; (2) Peso próprio do concreto da laje; (3) Sobrecarga de construção (quando necessário);	ELU e ELS: verificações necessárias para a viga mista tradicional;
2 <sup>a</sup>	Viga mista: estimativa do valor da força de protensão;	(0) Força de protensão; (1) Peso próprio do perfil de aço; (2) Peso próprio do concreto da laje;	- Determinar o valor da força de protensão inicial;
			E L U - Momento fletor resistente da viga mista com plastificação da seção compacta (0+1+2); - Força cortante resistente (0+1+2); - Estabilidade do painel da alma (0+1+2); - Flambagem distorcional (0+1+2);
3 <sup>a</sup>	Viga mista: instante $t = 0$ e $n = E_a/E_c$	(4) Carregamento permanente de utilização; (5) Sobrecarga de utilização; (6) Incremento da força de protensão devido aos carregamentos atuantes (4) e (5);	E L U - Momento fletor resistente da viga mista com plastificação da seção compacta (0+1+2+4+5+6+7); - Força cortante resistente (0+1+2+4+5+6); - Interação momento fletor + cortante (0+1+2+4+5+6); - Estabilidade do painel da alma (0+1+2+4+5+6); - Flambagem distorcional (0+1+2+3+4+5+6); - Dimensionamento dos conectores de cisalhamento (4+5);
			E L S - Compressão no concreto (4+5); - Deslocamento total da etapa (0+1+2+4+5+6);
4 <sup>a</sup>	Viga mista: instante $t = \infty$ e $n^* = E_a/E_c$	(7) Fluência; (8) Retração.	E L U - Momento fletor resistente da viga mista com plastificação da seção compacta (0+1+2+4+5+6+7+8); - Força cortante resistente (0+1+2+4+5+6+7);
			E L S - Deslocamento total da etapa (0+1+2+7).

## 5 ESTUDO PARAMÉTRICO

O estudo paramétrico discurrido nesse capítulo foi fundamentado no procedimento de dimensionamento e nas premissas propostas no capítulo 4. A metodologia adotada para a verificação da viga mista de aço e concreto protendida seguiu conforme apresentado no Quadro 4.4 e no Quadro 4.5, em que são apresentadas a sequência construtiva e os estados limites últimos e de serviço a que a estrutura pode vir a ser solicitada.

Com o objetivo de sistematizar os procedimentos de dimensionamento, foram desenvolvidas planilhas no programa MathCAD (versão 14.0.0) para o cálculo de vigas mistas protendidas adotando as duas metodologias de construção, pré-tração e pós-tração, como expostos ao final desse trabalho no Apêndice A e no Apêndice B, respectivamente.

O objetivo do estudo paramétrico é avaliar o comportamento estrutural da viga de aço formada por uma seção transversal mista de aço e concreto protendida, onde foram variados os seguintes parâmetros:

- Nível de protensão;
- Excentricidade dos cabos;
- Metodologia construtiva (pré-tração ou pós-tração).

Ressalta-se que o foco principal é avaliar o comportamento estrutural da viga de aço, por isso as verificações necessárias para a laje de concreto não foram apresentadas nesse trabalho. Porém, foi respeitada a recomendação da NBR 8800 em que a tensão máxima de compressão na laje de concreto não deve exceder a  $0,85f_{ck}$  (resistência característica do concreto a compressão).

As vigas estudadas são biapoiadas e formadas por seção mista com perfil I e laje de concreto maciça, conectados entre si por número suficiente de conectores de cisalhamento, garantindo o trabalho conjunto dos materiais, caracterizando assim a interação total de forma a se obter a resistência máxima à flexão da viga mista. Foram submetidas a carregamentos externos distribuídos ao longo do comprimento da estrutura, correspondentes aos pesos próprios da viga de aço e da laje de concreto, bem como as sobrecargas de revestimento e de utilização, e a força de protensão aplicada nas extremidades da peça estrutural.

Com a finalidade de se evitar instabilidades locais foram adotados perfis I com seção transversal compacta. Além disso, foram previstos travamentos laterais entre as vigas em quantidade suficiente para impedir possíveis instabilidades globais.

A seguir são apresentadas as premissas, resultados e conclusões do estudo paramétrico.



As vigas são compostas por aço estrutural ASTM A36 ( $f_y = 250$  MPa e  $f_u = 400$  MPa) e a laje de concreto com  $f_{ck}$  de 25 MPa. Adotou-se traçado do cabo retilíneo e ao longo de todo o comprimento da viga, formado por cordoalhas de aço CP-190 RB com tensão limite de tração igual a 140,22 kN/cm<sup>2</sup>. Seguindo a recomendação de Nunziata (2004),

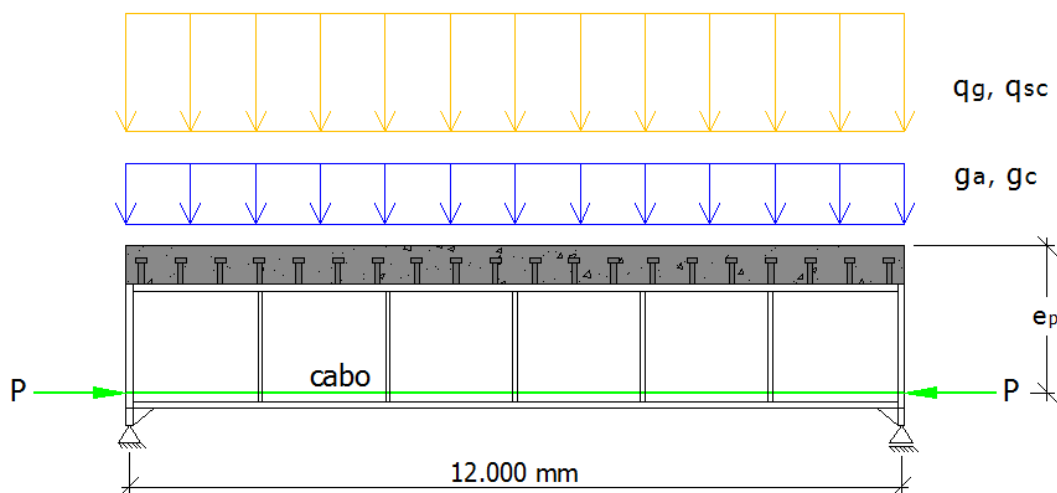
Os modelos foram nomeados de acordo com a metodologia executiva adotada para a protensão da viga metálica, pré-tração ou pós-tração, denominados, respectivamente, pelas siglas Pré\_ e Pós\_. Como descrito no item 4.2.1, a pré-tração consiste na aplicação da protensão externa ao perfil de aço antes do lançamento do concreto da laje e, na pós-tração, após a cura do concreto, em que a seção transversal apresenta o comportamento misto.

Sucedido das siglas Pré\_ e Pós\_ tem-se o valor da excentricidade do cabo em relação ao topo da laje de concreto, como ilustrado na Figura 5.1. Dessa maneira, representando as seis variações de excentricidade do cabo para cada uma das metodologias executivas, os modelos estudados encontram-se nos intervalos de Pré\_510 a Pré\_830, considerando a viga mista com pré-tração, e de Pós\_510 a Pós\_830, para a viga mista com pós-tração.

Em todos os modelos foram aplicados os mesmos carregamentos de utilização distribuídos ao longo de todo o comprimento da viga, como ilustrado na Figura 5.2 e descritos a seguir:

- Peso próprio da viga de aço ( $g_a$ ): 1,37 kN/m;
- Peso próprio da laje de concreto ( $g_c$ ): 16,25 kN/m;
- Sobrecarga permanente de revestimento ( $q_g$ ): 10 kN/m, que corresponde a 2 kN/m<sup>2</sup>;
- Sobrecarga de utilização ( $q_{sc}$ ): 25 kN/m, que corresponde a 5 kN/m<sup>2</sup>.

**Figura 5.2 – Croqui esquemático com os carregamentos aplicados aos modelos estudados**



Fonte: Produção da própria autora (2013)

Conforme a norma NBR 8800, a seguir apresentam-se os coeficientes adotados para a ponderação das resistências:

- Aço estrutural: 1,10;
- Concreto: 1,40.

As combinações de carga respeitaram as etapas de construção da viga que foram expostas no Quadro 4.4 e no Quadro 4.5, que apresentam a metodologia aplicada para o carregamento da estrutura, pré-tracionada e pós-tracionada, respectivamente. As ações foram combinadas de forma a gerar os efeitos mais desfavoráveis para as estruturas respeitando as devidas verificações para o dimensionamento atendendo aos estados limites último e de serviço. A seguir são apresentados os valores adotados para os coeficientes de ponderação das ações no estado limite último considerando as combinações normais:

- Peso próprio de estruturas de aço estrutural: 1,25;
- Peso próprio de estruturas de concreto: 1,35;
- Sobrecarga: 1,50;
- Força de protensão no ato da protensão: 1,20;
- Força de protensão favorável: 1,00.

Para os estados limites de serviço, como indicado na norma NBR 8800, o coeficiente de ponderação das ações adotado foi igual a 1,0 e foram adotadas combinações quase permanentes de serviço. A seguir são expostos os critérios adotados para a análise das vigas estudadas.

## **5.2 Critérios para análise das vigas**

Na análise dos resultados foram identificados os possíveis modos de colapso que podem ocorrer na estrutura de modo a garantir a integridade da viga quando submetida a todas as combinações apropriadas de ações, recomendadas pela NBR 8800, em todas as suas fases de construção.

Assim, inicialmente a seção transversal mista apresentada na Figura 5.1 foi dimensionada para os carregamentos distribuídos, citados anteriormente, sem a aplicação da protensão e sem a utilização de escoramentos temporários.

Em seguida, a força de protensão foi aplicada à viga progressivamente, com valor inicial de 50 kN, posteriormente 100 kN e sucessivamente incrementada de 100 kN até atingir

a força de protensão máxima, definida em função das seguintes condicionantes que acontecer primeiro:

- Se o valor do deslocamento no meio do vão da viga, na etapa final de aplicação dos carregamentos de utilização da estrutura, for igual ou próximo à zero, sem que nas etapas anteriores de construção ocorra algum tipo de instabilidade na viga; ou
- Se em alguma das etapas de construção ocorra alguma instabilidade local ou global que comprometa o adequado desempenho da estrutura; ou
- Caso o momento fletor solicitante resulte superior ao momento fletor resistente, aplicado também para qualquer uma das etapas de construção.

Por simplificação, admitiu-se força de protensão constante ao longo do cabo. Para o cálculo das perdas de protensão, conforme exposto no item 3.4.6, adotou-se o fator de 1,1 multiplicado pela a força de protensão para estimar o valor da perda de protensão inicial tal como recomendado por Nunziata (2004).

Para cálculo do momento fletor resistente foi determinada a área exata do cabo de protensão ( $A_P$ ) necessária para a aplicação da força de protensão, não respeitando os diâmetros comerciais disponíveis no mercado.

Para a etapa final de solicitação da viga foram observados os efeitos do acréscimo gradativo da força de protensão, os valores de deslocamento e de momento fletor solicitante no meio do vão da viga e no apoio da mesma. Além de avaliado o valor do incremento da força de protensão e o momento fletor resistente em função da aplicação da força de protensão máxima à viga, sem extrapolar qualquer uma das condicionantes expostas anteriormente. A seguir são exibidos e discutidos os resultados obtidos com os doze modelos analisados.

### **5.3 Análise dos resultados**

A viga mista foi dimensionada inicialmente sem a aplicação da protensão externa e sem a utilização de escoramentos temporários, resultando o momento fletor solicitante em 1370,71 kN.m e o momento fletor resistente em 1314,51 kN.m. A viga mista com essa seção transversal e para os carregamentos adotados nesse estudo não atende ao critério de dimensionamento a momento fletor, uma vez que a razão entre o momento fletor solicitante pelo momento fletor resistente resultou em 1,04. Além disso, o deslocamento máximo obtido no meio da vão foi de 39,67 mm e o limite de deslocamento admissível adotado foi de 34,29 mm, que corresponde ao valor do vão sobre 350.

Ressalta-se que as dimensões da seção transversal adotada foram propositalmente escolhidas para que a mesma reprovasse aos critérios de dimensionamento expostos na NBR 8800 para vigas mistas de aço e concreto convencionais. No entanto, quando aplicada a protensão externa a viga mista, foi possível obter resultados mais satisfatórios com relação ao comportamento estrutural da viga, como exposto a seguir.

### 5.3.1 Modos de colapso observados nas vigas mistas protendidas estudadas

Com relação aos modos de colapso, foi possível observar que nas vigas pré-tracionadas, quando o cabo de protensão está posicionado acima da mesa inferior da viga de aço, o critério de falha condicionante foi ao esgotamento da capacidade resistente do perfil a flexo-compressão decorrente na 2ª Etapa construtiva. Porém, para o cabo de protensão posicionado abaixo da mesa inferior do perfil de aço, os deslocamentos no meio do vão da viga obtidos na 3ª Etapa de construção foram próximos à zero. Esses resultados podem ser visualizados na Tabela 5.1, em que são apresentados os valores resultantes da verificação da viga mista pré-tracionada a flexo-compressão, considerando as combinações últimas normais, e os deslocamentos, para as combinações de serviço.

**Tabela 5.1 – Viga mista pré-tracionada sem escoramentos: critério de falha da estrutura**

Caso	Força de protensão final (kN)	1ª Etapa		2ª Etapa		3ª Etapa
		Verificação à flexo-compressão	Deslocamento (mm)	Verificação à flexo-compressão	Deslocamento (mm)	Deslocamento (mm)
Pré_510	1800	0,85	-16,06	0,94	6,83	18,97
Pré_560	1700	0,87	-23,17	0,96	-0,63	10,73
Pré_610	1600	0,95	-29,32	0,96	-7,23	3,34
Pré_730	1050	0,78	-30,58	0,70	-9,22	0,71
Pré_780	900	0,72	-30,23	0,64	-9,12	0,61
Pré_830	790	0,68	-30,06	0,59	-9,21	0,30

Fonte: Produção da própria autora (2013)

Vale ressaltar que a viga de aço quando protendida é solicitada pela combinação de momento fletor, em função dos carregamentos gravitacionais de peso próprio e das cargas de utilização, e força axial de compressão, decorrente da aplicação da força de protensão. Como já explanado no item 4.5 desse estudo, essa combinação é denominada de flexo-compressão.



Para avaliar a segurança da viga submetida à flexo-compressão é necessário atender as seguintes equações de interação presentes na sequência de verificação indicada na NBR 8800:

$$\text{a) Para } \frac{N_{Sd}}{N_{Rd}} \geq 0,2: \quad \frac{N_{Sd}}{N_{Rd}} + \frac{8}{9} \frac{M_{Sd}}{M_{Rd}} \leq 1,0$$

$$\text{b) Para } \frac{N_{Sd}}{N_{Rd}} < 0,2: \quad \frac{N_{Sd}}{2N_{Rd}} + \frac{M_{Sd}}{M_{Rd}} \leq 1,0$$

Onde:

$N_{Sd}$  = Força axial de compressão solicitante de cálculo

$N_{Rd}$  = Força axial de compressão resistente de cálculo

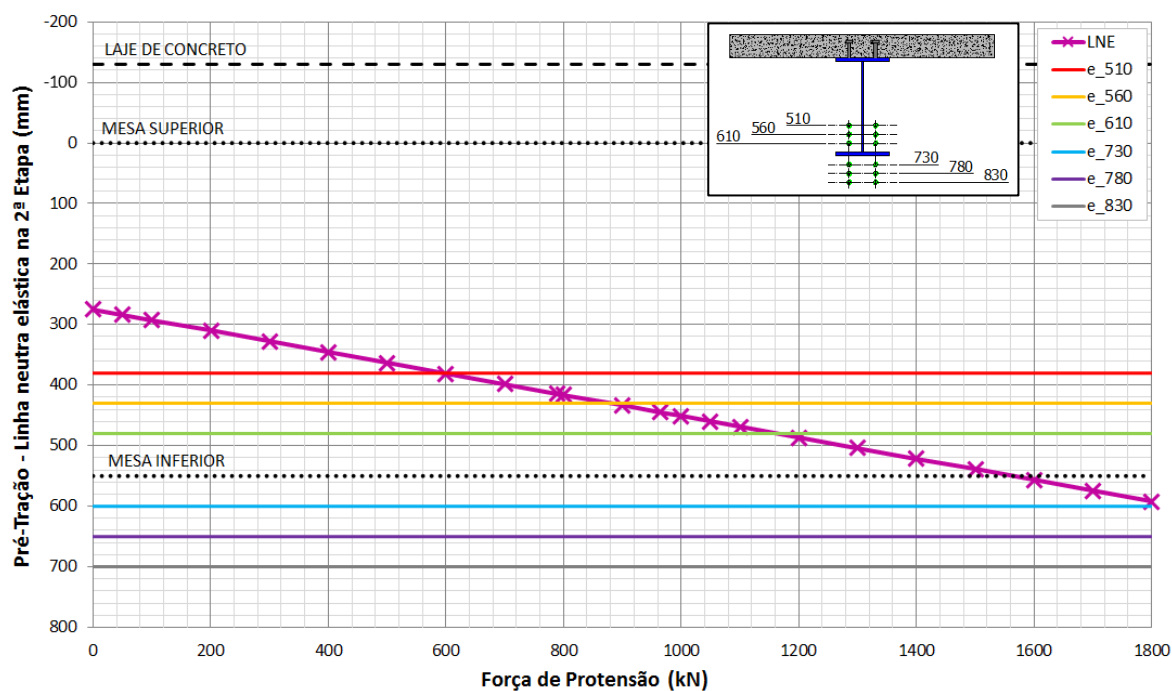
$M_{Sd}$  = Momento fletor solicitante de cálculo, levando em conta o efeito de 2ª ordem

$M_{Rd}$  = Momento fletor resistente de cálculo

Dessa maneira, recomenda-se que os valores que estão indicados nas colunas nomeadas por “Verificação à flexo-compressão” na Tabela 5.1 não sejam superiores a 1.

No gráfico da Figura 5.3 é apresentada a variação da linha neutra elástica, com referência ao topo da mesa superior do perfil, em relação ao acréscimo da força de protensão para a 2ª Etapa de construção da viga pré-tracionada.

**Figura 5.3 – Modelos com pré-tração: linha neutra elástica (LNE) - 2ª Etapa**



Fonte: Produção da própria autora (2013)

Na Figura 5.3 são destacados com linha pontilhada os limites da viga de aço, com linha tracejada o limite da laje de concreto e são indicadas as seis excentricidades adotadas para o cabo de protensão. Com a aplicação gradativa da força de protensão a linha neutra elástica apresentou um comportamento linear e se aproximou da mesa inferior do perfil de aço, como pode ser visto na Figura 5.3. E para as excentricidades de 510 mm, 560 mm e 610 mm as linhas neutras elásticas obtidas para as máximas forças de protensão resultaram abaixo do cabo, como apontado também na Tabela 5.2.

**Tabela 5.2 – Viga mista pré-tracionada sem escoramentos: linha neutra elástica - 2ª Etapa**

Excentricidade (mm)	Força de protensão final (kN)	Linha neutra elástica (mm)
510	1800	591,80
560	1700	574,20
610	1600	556,60
730	1050	459,80
780	900	433,40
830	790	414,04

Fonte: Produção da própria autora (2013)

Na Tabela 5.3 são apresentados os resultados dos momentos fletores resistente e solicitante, além dos deslocamentos obtidos com o dimensionamento dos modelos de vigas mistas pós-tracionadas.

**Tabela 5.3 – Viga mista pós-tracionada sem escoramentos: critério da falha da estrutura**

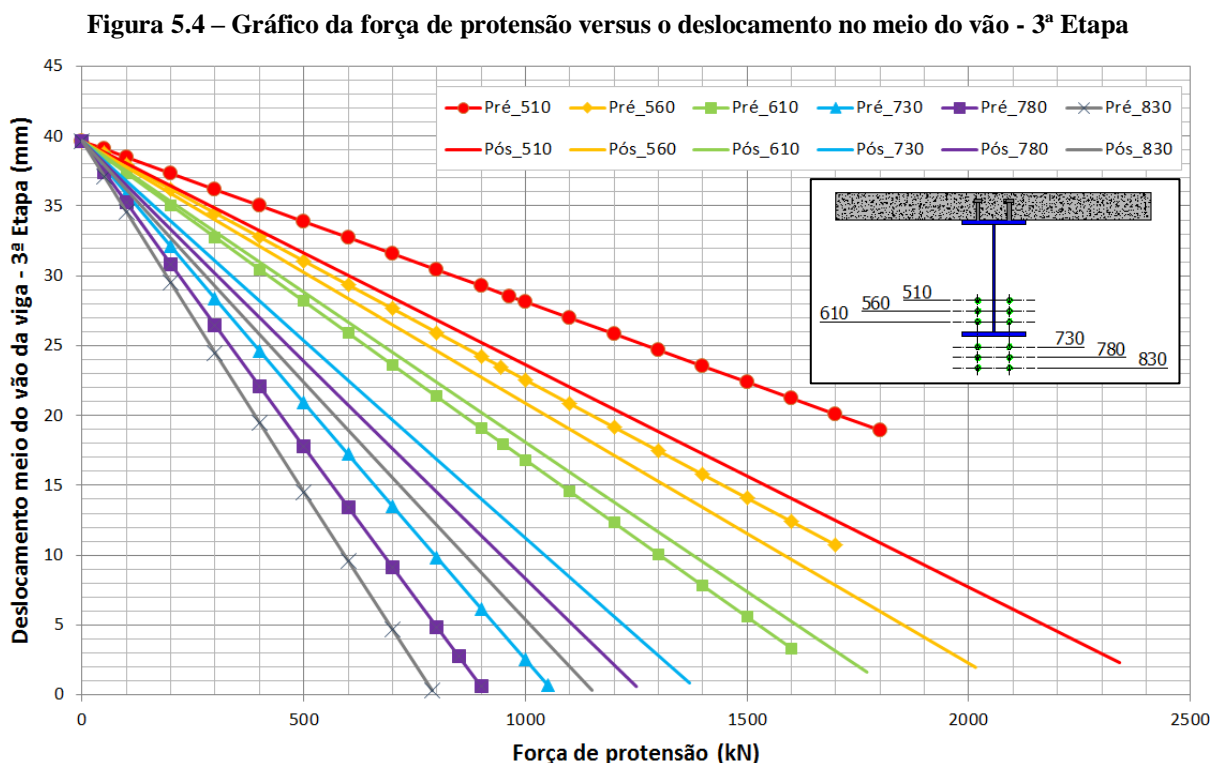
Caso	Força de protensão final (kN)	2ª Etapa			3ª Etapa	
		$M_{Rd}$ (kN.m)	$M_{Sd}$ APOIO (kN.m)	$M_{Sd}$ MEIO (kN.m)	Deslocamento (mm)	Deslocamento (mm)
Pós_510	2340	874,07	-872,75	-447,04	-9,86	2,32
Pós_560	2015	874,07	-872,44	-446,72	-9,84	1,98
Pós_610	1770	874,07	-872,56	-446,85	-9,85	1,64
Pós_730	1370	874,07	-872,65	-446,94	-9,85	0,86
Pós_780	1250	874,07	-871,21	-445,50	-9,79	0,61
Pós_830	1150	874,07	-870,52	-444,80	-9,77	0,34

Fonte: Produção da própria autora (2013)

Nas vigas mistas pós-tracionadas identificou-se que o modo de colapso da viga ocorreu também na 2ª Etapa de construção, porém em função do momento fletor solicitante no apoio, como apontado na Tabela 5.3. Da mesma forma que na pré-tração, apenas para os cabos localizados abaixo da mesa inferior da viga de aço que o deslocamento no meio do vão da viga para a 3ª Etapa de construção resultou próximo à zero.

### 5.3.2 Deslocamentos - ELS

Como pode ser visualizado no gráfico da Figura 5.4, referente ao deslocamento na 3ª Etapa versus a força de protensão, com a aplicação gradativa da protensão à viga, em ambas as metodologias construtivas, houve uma redução de maneira linear no valor do deslocamento no meio do vão da viga.



Fonte: Produção da própria autora (2013)

Comparando os resultados apresentados no gráfico da Figura 5.4, nota-se que as vigas mistas pós-tracionadas obtiveram menores deslocamento quando o cabo de protensão está posicionado mais próximo à linha neutra da viga mista, que está na seção de aço. No entanto, quando o cabo está mais afastado da linha neutra, a situação se inverte, passando as vigas

mistas pré-tracionadas a apresentarem menores deslocamentos quando comparadas as pós-tracionadas.

A força de protensão final aplicada às vigas e os respectivos deslocamentos máximos em função da excentricidade do cabo são exibidos na Tabela 5.4. Observa-se que a força de protensão necessária para se atingir o deslocamento máximo, sem que ocorra qualquer instabilidade na estrutura, é menor quanto maior a excentricidade do cabo. Nos modelos com a metodologia de pré-tração, quando o cabo de protensão está mais próximo da linha neutra do perfil de aço, os deslocamentos resultantes na 3ª Etapa de construção foram em média 74% maiores que na pós-tração.

**Tabela 5.4 – Tabela de força de protensão final e de deslocamento no meio do vão da viga – 3ª Etapa**

Excentricidade (mm)	Pré-tração		Pós-tração		Razão deslocamentos Pós / Pré
	Força de protensão final (kN)	Deslocamento (mm)	Força de protensão final (kN)	Deslocamento (mm)	
510	1800	18,97	2340	2,32	0,12
560	1700	10,73	2015	1,98	0,18
610	1600	3,34	1770	1,64	0,49
730	1050	0,71	1370	0,86	1,21
780	900	0,61	1250	0,61	1,00
830	790	0,30	1150	0,34	1,13

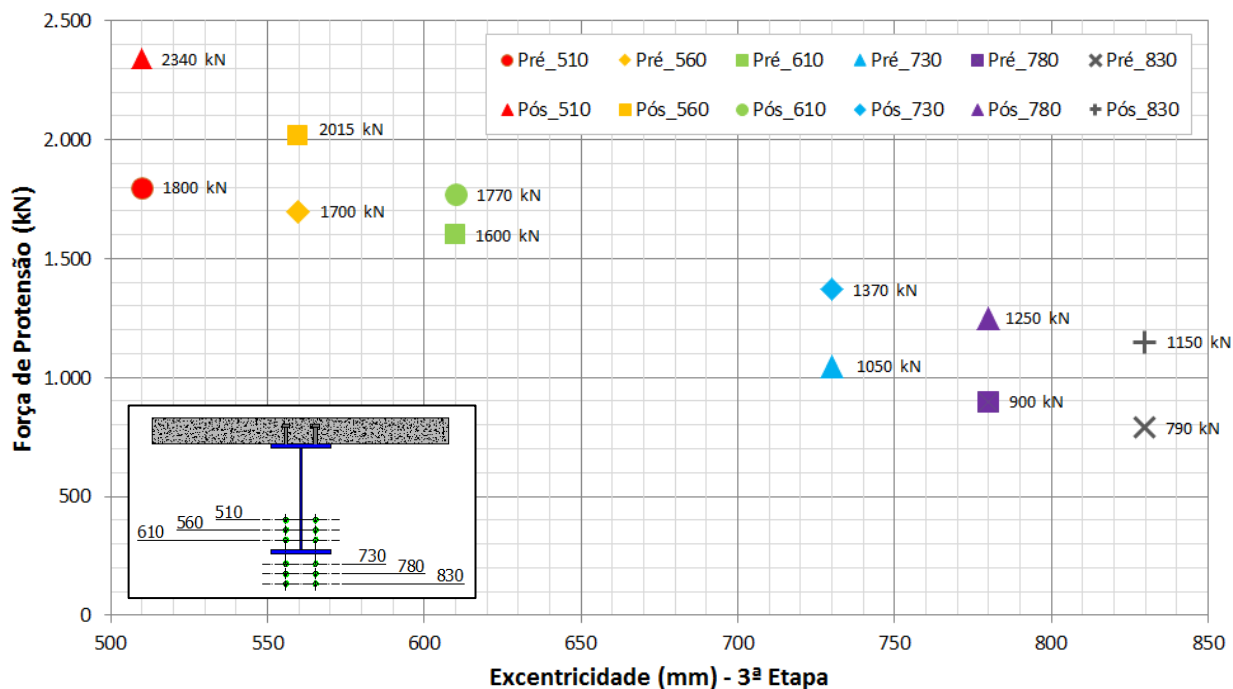
Fonte: Produção da própria autora (2013)

Na Figura 5.5 expõem-se graficamente os dados apresentados na Tabela 5.4 em relação às forças de protensão máximas e as respectivas excentricidades para as duas metodologias construtivas analisadas. Semelhantemente, a Figura 5.6 ilustra as excentricidades dos cabos versus ao deslocamento no meio do vão da viga para a 3ª Etapa.

A força de protensão máxima obtida com as vigas mistas pré-tracionadas foi menor que nas vigas mistas pós-tracionadas, como ilustrado na Figura 5.5. Contudo, os menores deslocamentos no meio do vão da viga foram obtidos com vigas mistas pós-tracionadas, como mostrado na Figura 5.6. Observa-se também que para o cabo de protensão localizado abaixo da mesa inferior do perfil de aço, os deslocamentos máximos resultaram em valores muito próximos na 3ª Etapa de construção para as duas metodologias construtivas analisadas.

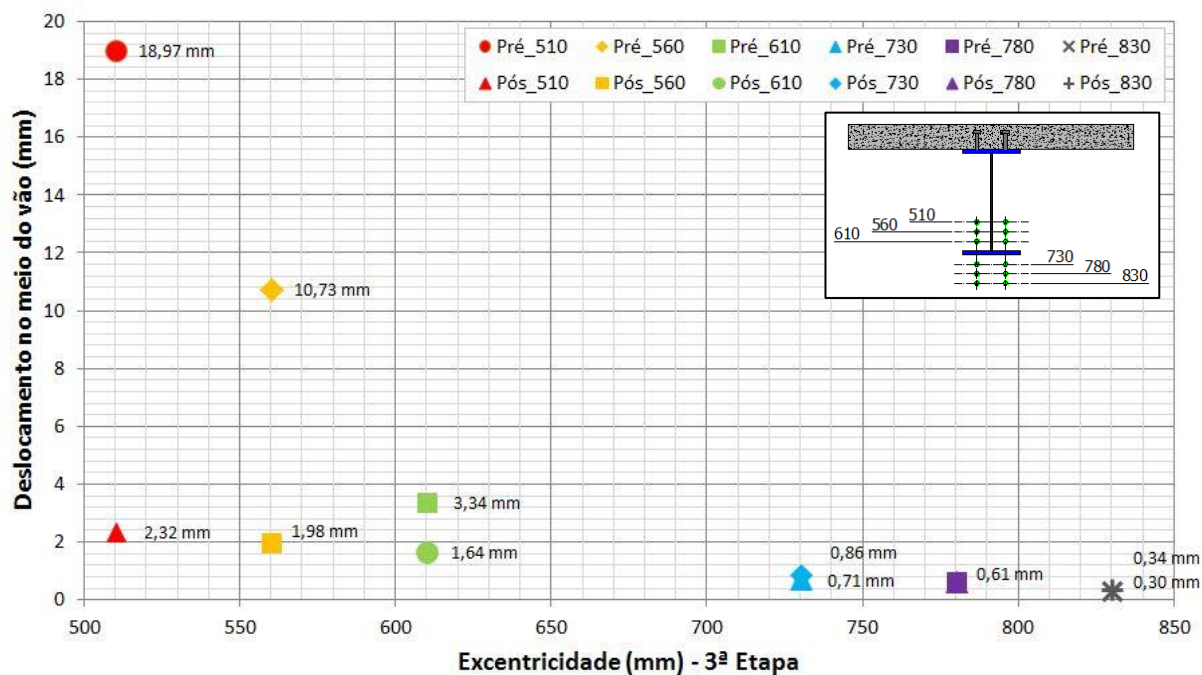
Porém, o valor da força de protensão necessária para esse resultado é maior na pós-tração que na pré-tração (Figura 5.5).

Figura 5.5 – Gráfico de excentricidade versus força de protensão – 3ª Etapa



Fonte: Produção da própria autora (2013)

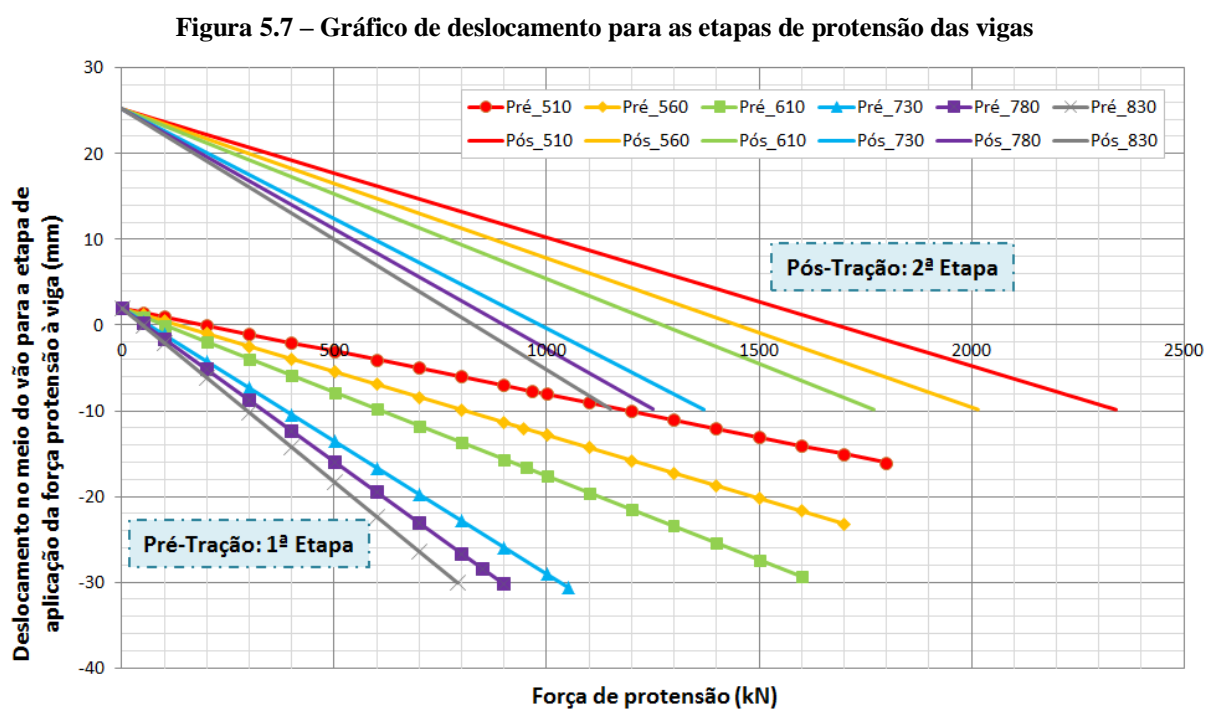
Figura 5.6 – Gráfico de excentricidade versus deslocamento no meio do vão – 3ª Etapa



Fonte: Produção da própria autora (2013)

Isso se deve ao fato de que na viga mista pós-traçada a força de protensão é aplicada após a cura da laje de concreto, onde a estrutura está mais rígida e se deforma menos quando comparada a metodologia de pré-tração, onde a protensão é aplicada inicialmente a viga de aço isolada. Conseqüentemente, a força de protensão necessária para deslocamentos semelhantes nas duas metodologias construtivas é maior para o caso de pós-tração.

Resultados esses evidenciados no gráfico da Figura 5.7, que apresenta os deslocamentos no meio do vão da viga para as etapas de aplicação da protensão a viga de aço na pré-tração (1ª Etapa) e na pós-tração (2ª Etapa). Como pode ser visualizado na pré-tração as curvas de deslocamentos são mais acentuadas que na pós-tração, resultando em maiores deslocamentos na etapa de protensão da viga.



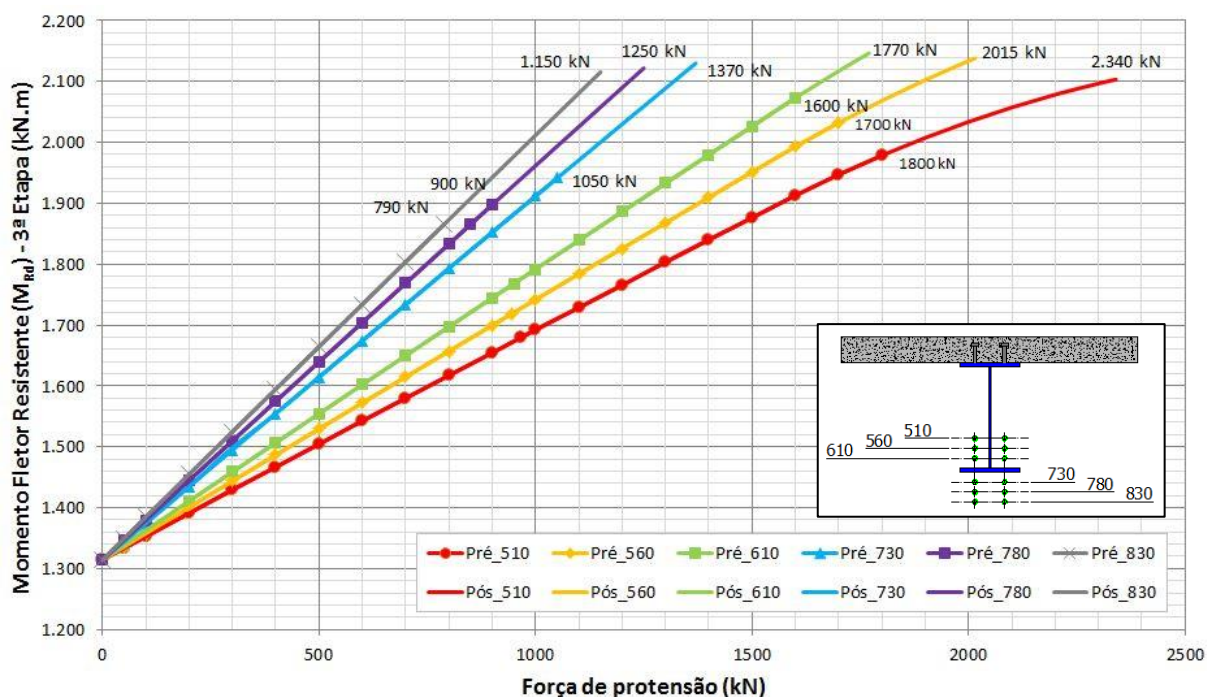
Fonte: Produção da própria autora (2013)

### 5.3.3 Momentos fletores resistente e solicitante – ELU

A Figura 5.8 exibe os resultados obtidos para o momento fletor resistente em função da força de protensão para as duas metodologias construtivas. Verifica-se nessa figura que, independente da ordem de aplicação da protensão e considerando a mesma excentricidade do cabo, as curvas resultantes de momento fletor resistente na pré-tração e na pós-tração apresentaram comportamento semelhante, tornando-se sobrepostas. Porém, no caso da pré-tração a força máxima de protensão aplicada à viga, sem que ocorram quaisquer

instabilidades, é menor que para a pós-tração e, como consequência, o momento fletor resistente final também resultou menor.

Figura 5.8 – Gráfico de momento fletor resistente em função do acréscimo da força de protensão



Na Figura 5.8 é possível observar que para a mesma força de protensão aplicada à viga, quanto maior a excentricidade do cabo maior o valor do momento fletor resistente e, menor a força de protensão necessária para se obter o mesmo momento fletor resistente. A razão entre os momentos fletores resistentes ( $M_{Rd}$ ), pós-tração por pré-tração apresentou crescimento gradativo em seu valor com o aumento da excentricidade do cabo, como pode ser visualizado na Tabela 5.5.

Tabela 5.5 – Força de protensão final e momento fletor resistente para a 3ª Etapa de construção

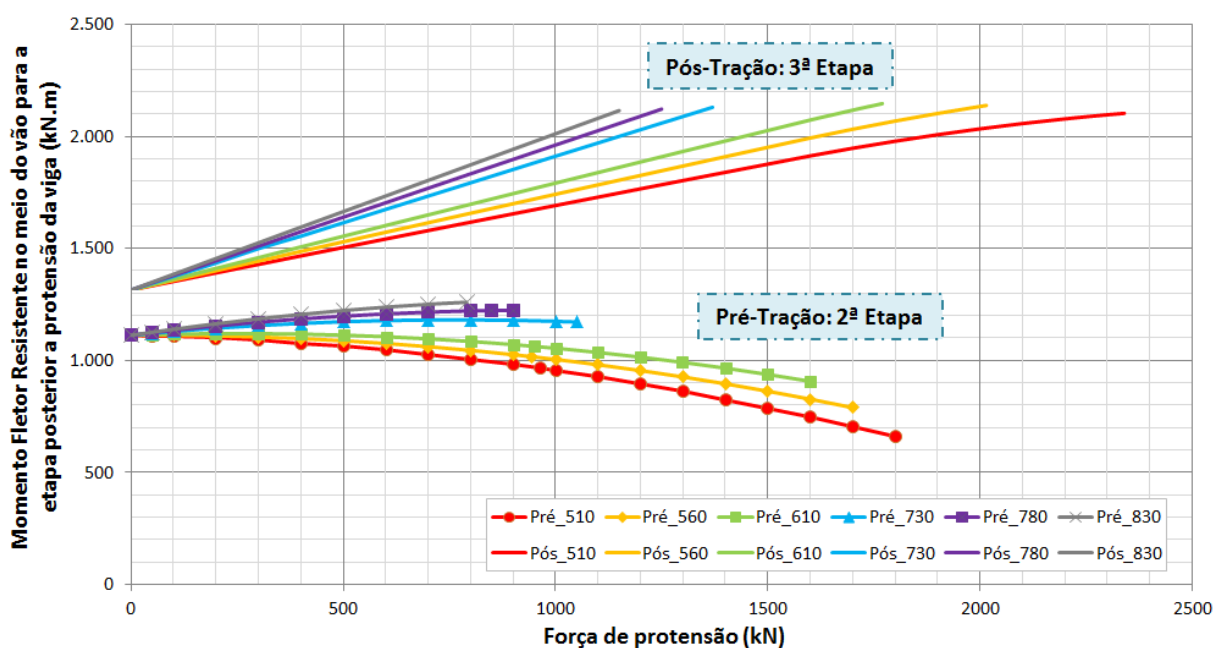
Excentricidade (mm)	Força de protensão final (kN)			$M_{Rd}$ (kN.m)		
	Pré-tração	Pós-tração	Pós / Pré	Pré-tração	Pós-tração	Pós / Pré
510	1800	2340	1,30	1979	2103	1,06
560	1700	2015	1,19	2032	2138	1,05
610	1600	1770	1,11	2073	2147	1,04
730	1050	1370	1,30	1941	2130	1,10

Excentricidade (mm)	Força de protensão final (kN)			$M_{Rd}$ (kN.m)		
	Pré-tração	Pós-tração	Pós / Pré	Pré- tração	Pós-tração	Pós / Pré
780	900	1250	1,39	1898	2122	1,12
830	790	1150	1,46	1866	2116	1,13

Fonte: Produção da própria autora (2013)

Na Figura 5.9 são apresentados os gráficos de momento fletor resistente para o carregamento da viga na etapa posterior a protensão da estrutura. O que significa que para a viga mista pré-traçada isso acontece na 2ª Etapa de construção, em que a seção ainda não está trabalhando como mista e pode ser dimensionada conforme apresentado no item 4.4.5 deste trabalho. E na pós-tração a protensão é aplicada após a solidarização da seção mista, que ocorre na 2ª Etapa de construção, sendo que para a fase posterior, 3ª Etapa, o momento fletor resistente passa a ser calculado conforme exposto no item 4.4.4.

Figura 5.9 – Gráfico de momento fletor resistente para a etapa posterior a aplicação da força de protensão



Fonte: Produção da própria autora (2013)

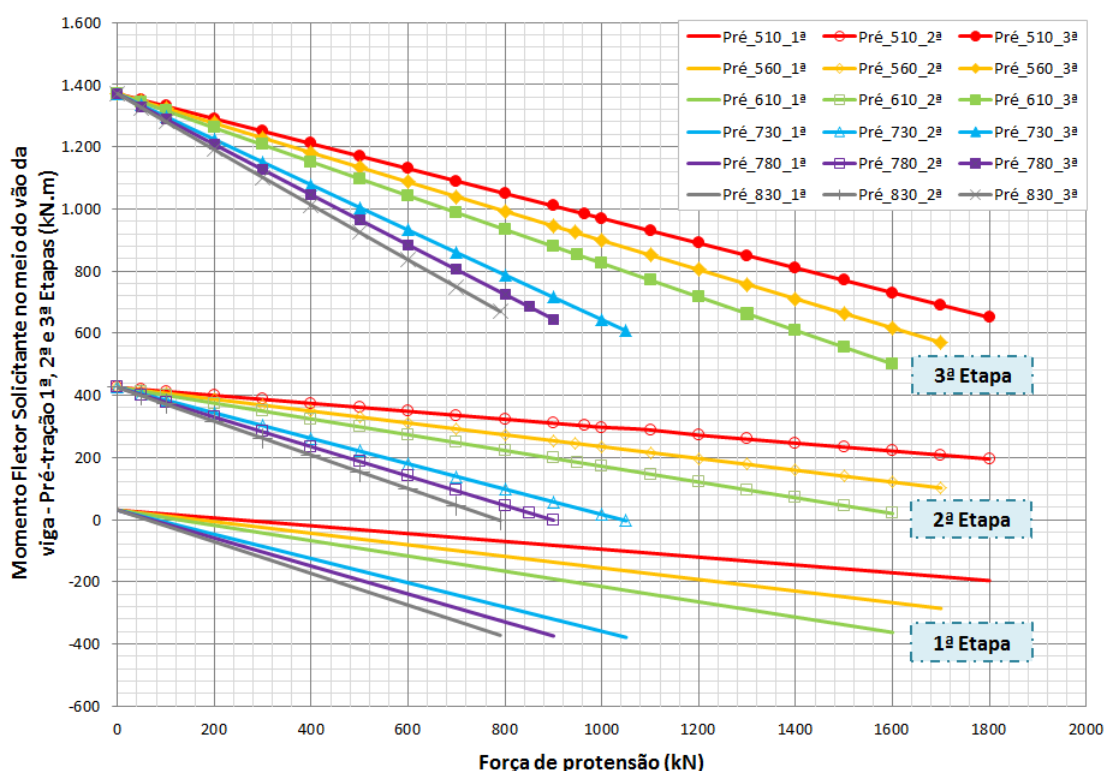
Na pré-tração quando os cabos estão localizados acima da mesa inferior, a linha neutra elástica final resultou abaixo do cabo de protensão, como apontado na Figura 5.3 e na Tabela 5.2. Por isso que na 2ª Etapa a parcela devida força de protensão não contribuiu adequadamente no acréscimo do valor do momento fletor resistente, como apontado na Figura 5.9. No entanto, essa situação é contrária para os cabos posicionados mais afastados da linha



neutra do perfil de aço, em que nos modelos estudados, a linha neutra elástica não ultrapassou a mesa inferior do perfil.

Com a aplicação da protensão houve uma redução no momento fletor solicitante em função da posição do cabo na seção transversal da viga. Esse resultado já esperado, uma vez que a tensão de tração a que os cabos estão submetidos compensa as tensões de compressão da viga, provocando assim um momento fletor adicional na distribuição interna das forças que alivia o momento fletor causado pelo carregamento externo. Como pode ser visualizado nos gráficos das Figura 5.10 e Figura 5.11, que ilustram distribuição dos momentos fletores solicitantes no meio do vão da viga de acordo com as etapas construtivas para os modelos de pré-tração e pós-tração, respectivamente.

**Figura 5.10 – Gráfico de momento fletor solicitante no meio do vão para a viga pré-traçada - 1ª, 2ª e 3ª Etapas**



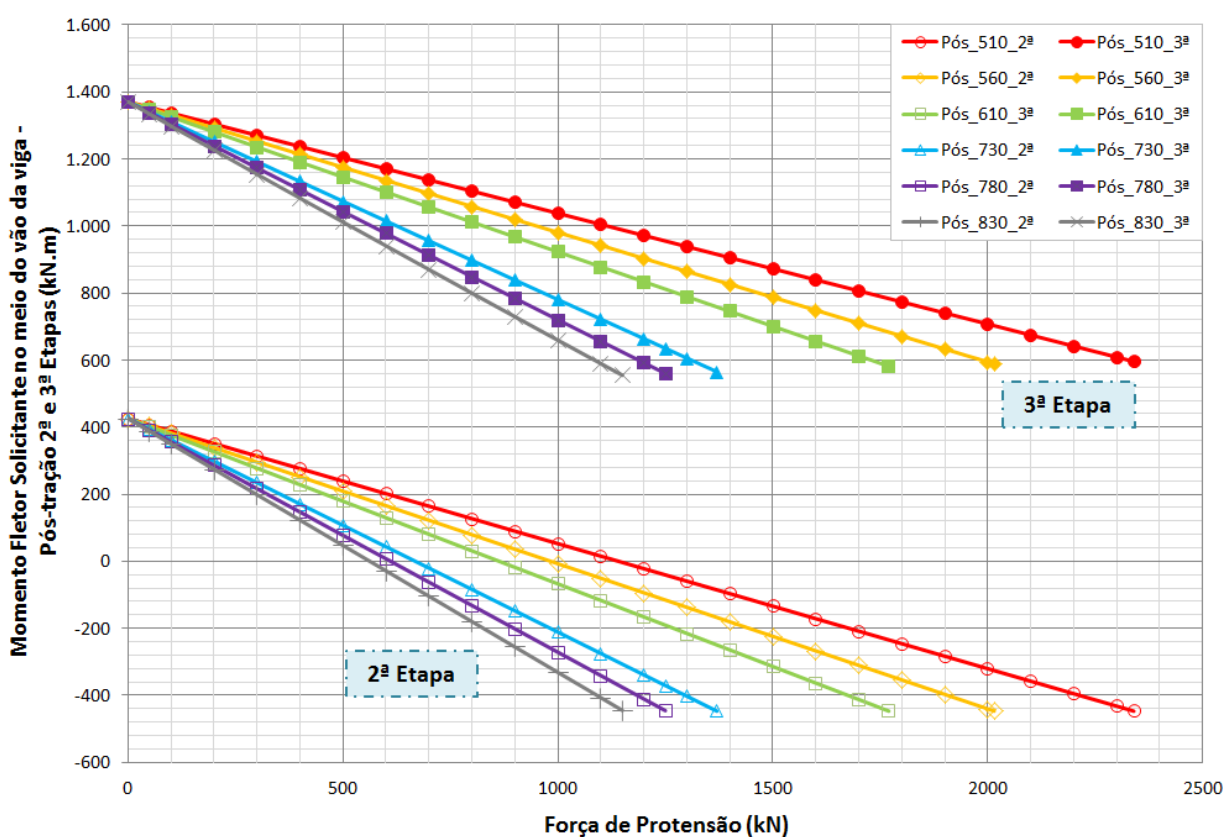
Fonte: Produção da própria autora (2013)

Para contrapor os momentos fletores solicitantes das vigas mistas com pré-tração (Figura 5.10) o momento fletor resistente na 1ª Etapa é devido somente à resistência da seção de aço, que nesse estudo vale 874,07 kN.m. Na 2ª Etapa o momento fletor resistente passa a ter a contribuição da força de protensão, que aumenta gradativamente para os cabos localizados abaixo da seção de aço, como ilustrado na Figura 5.9. Na 3ª Etapa a viga de aço e a laje de concreto já estão consolidadas e trabalhando como seção mista, dessa forma o

dimensionamento passa a considerar as parcelas de contribuição da seção mista e da força de protensão, como mostrado na Figura 5.8.

Nas vigas mistas com pós-tração a 1ª Etapa consiste na solidarização da seção mista, para que na 2ª Etapa seja aplicada da força de protensão. Os momentos fletores solicitantes devido à 2ª Etapa e à 3ª Etapa, apresentados na Figura 5.11, são resistidos pela seção mista com a contribuição da parcela da força de protensão. Estando os momentos fletores resistentes para a 3ª Etapa ilustrados na Figura 5.8.

Figura 5.11 – Gráfico de momento fletor solicitante no meio do vão da viga pós-tracionada - 2ª e 3ª Etapas

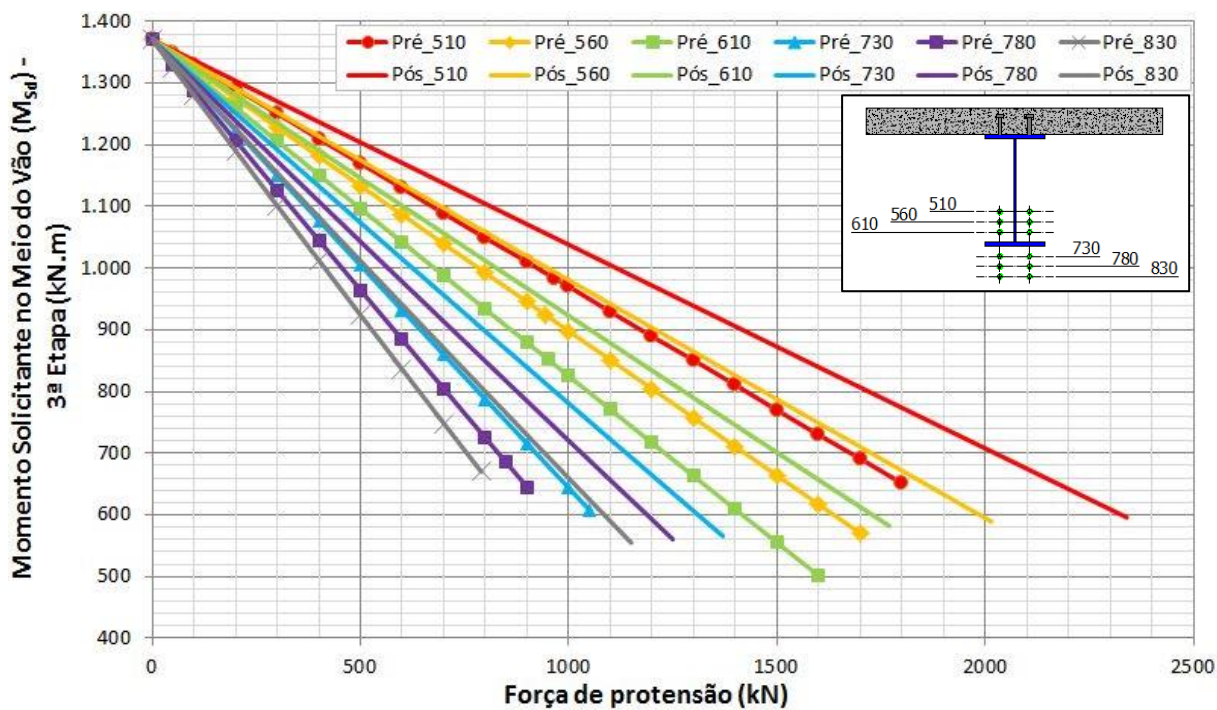


Fonte: Produção da própria autora (2013)

Na Figura 5.12 e na Figura 5.13 são apresentados os gráficos justapostos dos momentos fletores solicitantes decorrentes da 3ª Etapa para duas metodologias executivas para o meio do vão da viga e nos apoios. Correlacionando uma mesma força de protensão, tanto para o meio do vão quanto para os apoios, observou-se que as vigas mistas pós-tracionadas obtiveram maiores reduções nos valores dos momentos fletores solicitantes que as vigas mistas pré-tracionadas. Pois, a parcela do momento fletor solicitante devido à aplicação da força de protensão inicial na metodologia de pós-tração é maior, uma vez que a resultante da

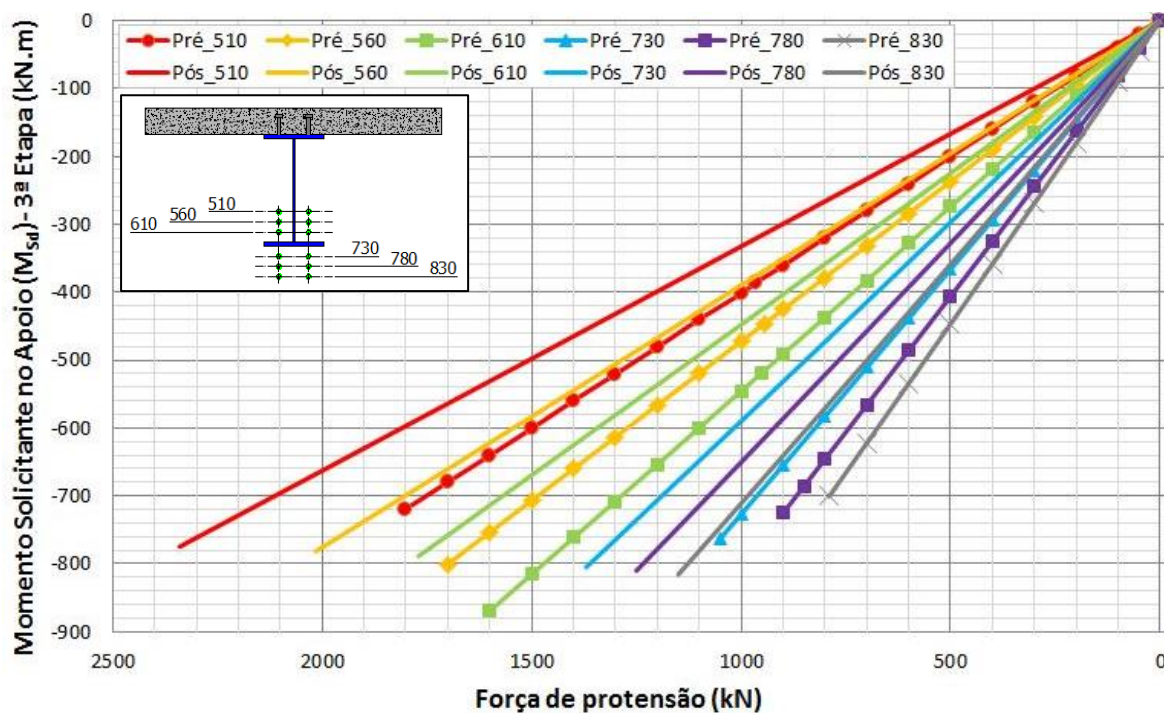
multiplicação pela excentricidade do cabo é em relação à linha neutra da seção mista transformada, enquanto que na pré-tração é em relação à linha neutra do perfil de aço.

Figura 5.12 – Gráfico de momento solicitante no meio do vão em relação a força de protensão



Fonte: Produção da própria autora (2013)

Figura 5.13 – Gráfico de momento solicitante no apoio versus força de protensão



Fonte: Produção da própria autora (2013)

Na Tabela 5.6 são apresentados os valores para os máximos momentos fletores solicitantes no apoio e no meio do vão da viga para a pré-tração e para a pós-tração. Com o cabo de protensão ancorado nos pontos extremos da viga, já era esperado, o momento fletor solicitante próximo ao apoio resultou maior que no meio do vão da viga. Por isso, a bibliografia recomenda interromper o cabo antes do apoio, evitando assim esse estado de tensão indesejável próximo aos apoios. Nota-se que no caso da pré-tração quanto mais afastado o cabo da linha neutra da viga menor a diferença entre os momentos fletores solicitantes nos apoios e no meio do vão da viga, porém, na pós-tração essa situação se inverte.

**Tabela 5.6 – Momento fletor solicitante para a 3ª Etapa no apoio e no meio da viga**

Excentricidade (mm)	Pré-tração			Pós-tração		
	$M_{Sd}$ APOIO (kN.m)	$M_{Sd}$ MEIO (kN.m)	$M_{Sd}$ APOIO/ $M_{Sd}$ MEIO	$M_{Sd}$ APOIO (kN.m)	$M_{Sd}$ MEIO (kN.m)	$M_{Sd}$ APOIO/ $M_{Sd}$ MEIO
510	-720	651	1,11	-775	596	1,30
560	-800	570	1,40	-782	589	1,33
610	-869	501	1,73	-789	582	1,36
730	-763	608	1,26	-805	566	1,42
780	-725	645	1,12	-810	561	1,45
830	-701	670	1,05	-816	555	1,47

Fonte: Produção da própria autora (2013)

A razão entre momento solicitante máximo e o momento fletor resistente obtido nos apoios para as vigas protendidas resultou em média inferior a 0,40, como apresentado na Tabela 5.7, enquanto que para a viga mista convencional essa razão foi de 1,04 e critério de dimensionamento é menor ou igual a 1,00.

**Tabela 5.7 – Tabela comparativa de momentos fletores solicitante e resistente no apoio**

Excentricidade (mm)	Pré-tração			Pós-tração		
	$M_{Sd}$ APOIO (kN.m)	$M_{Rd}$ (kN.m)	$M_{Sd} /$ $M_{Rd}$	$M_{Sd}$ APOIO (kN.m)	$M_{Rd}$ (kN.m)	$M_{Sd} /$ $M_{Rd}$
510	-720	1979	0,36	-775	2103	0,37
560	-800	2032	0,39	-782	2138	0,37
610	-869	2073	0,42	-789	2147	0,37

Excentricidade (mm)	Pré-tração			Pós-tração		
	$M_{Sd}$ APOIO (kN.m)	$M_{Rd}$ (kN.m)	$M_{Sd} / M_{Rd}$	$M_{Sd}$ APOIO (kN.m)	$M_{Rd}$ (kN.m)	$M_{Sd} / M_{Rd}$
730	-763	1941	0,39	-805	2130	0,38
780	-725	1898	0,38	-810	2122	0,38
830	-701	1866	0,38	-816	2116	0,39

Fonte: Produção da própria autora (2013)

Assim como no meio do vão da viga essa razão entre os momentos fletores resultou em média inferior a 0,30 para as duas metodologias, como indicado na Tabela 5.8.

**Tabela 5.8 – Tabela comparativa de momentos fletores solicitante no meio da viga e resistente**

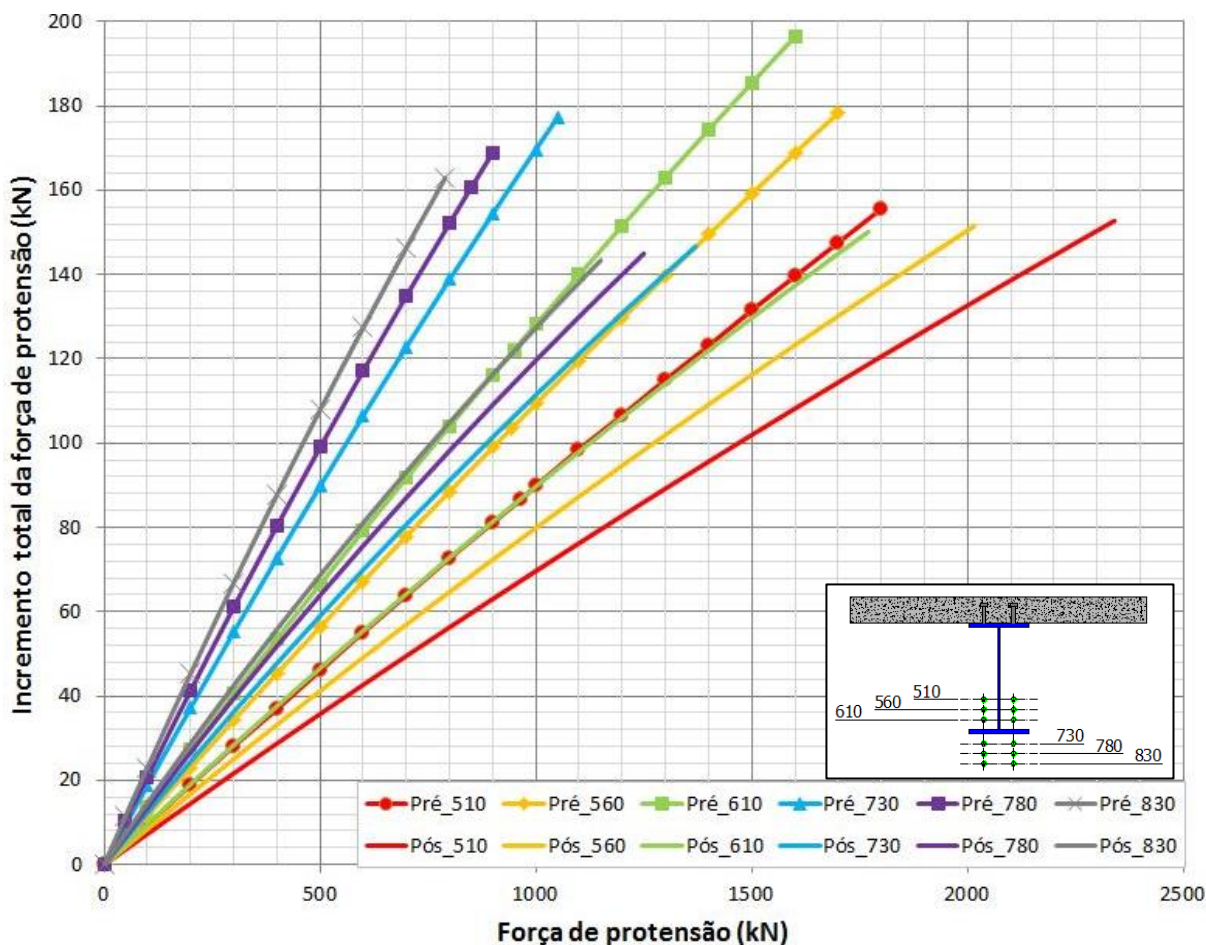
Excentricidade (mm)	Pré-tração			Pós-tração		
	$M_{Sd}$ MEIO (kN.m)	$M_{Rd}$ (kN.m)	$M_{Sd} / M_{Rd}$	$M_{Sd}$ MEIO (kN.m)	$M_{Rd}$ (kN.m)	$M_{Sd} / M_{Rd}$
510	651	1979	0,33	596	2103	0,28
560	570	2032	0,28	589	2138	0,28
610	501	2073	0,24	582	2147	0,27
730	608	1941	0,31	566	2130	0,27
780	645	1898	0,34	561	2122	0,26
830	670	1866	0,36	555	2116	0,26

Fonte: Produção da própria autora (2013)

#### 5.3.4 Incremento devido à força de protensão

Como já comentado anteriormente, comprova-se com o gráfico da Figura 5.14 que o valor resultante do incremento da força de protensão é maior para o caso de pré-tração que o de pós-tração.

Figura 5.14 – Gráfico de incremento total da força de protensão versus a força de protensão máxima



Fonte: Produção da própria autora (2013)

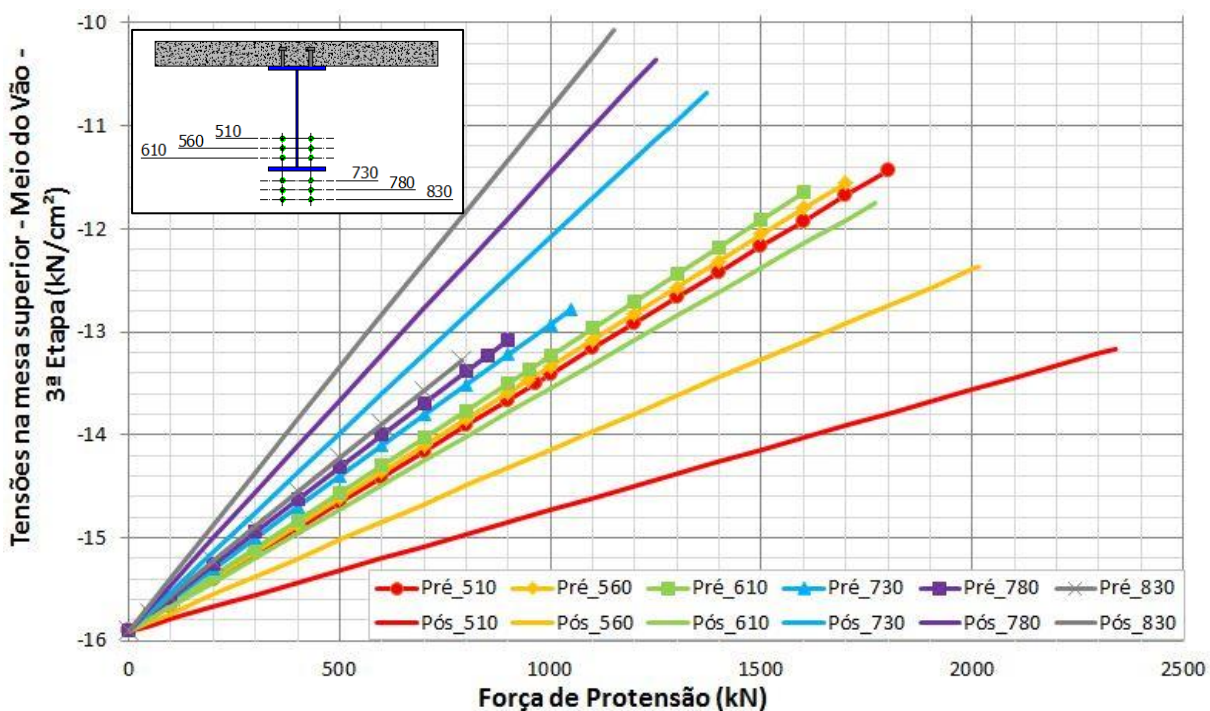
### 5.3.5 Tensões resultantes na viga metálica

Nas Figura 5.15 e Figura 5.16 são apresentadas as tensões na mesa superior e inferior, respectivamente, no meio do vão da viga de aço resultantes do acréscimo da força de protensão ao cabo. No meio do vão da viga as tensões na viga de aço reduziram com a aplicação a força de protensão. Ressalta-se que o aço estrutural adotado nos modelos é o ASTM A36 e sua a resistência de cálculo resulta em  $22,70 \text{ kN/cm}^2$ .

Para uma mesma força de protensão aplicada à viga, a variação da excentricidade do cabo para os modelos de pré-tração não resultou em grandes diferenças na distribuição das tensões. No entanto, observa-se nos gráficos das Figura 5.15 e Figura 5.16 que para o caso da pós-tração quanto mais afastado o cabo da linha neutra mais acentuada é a redução nos valores das tensões.

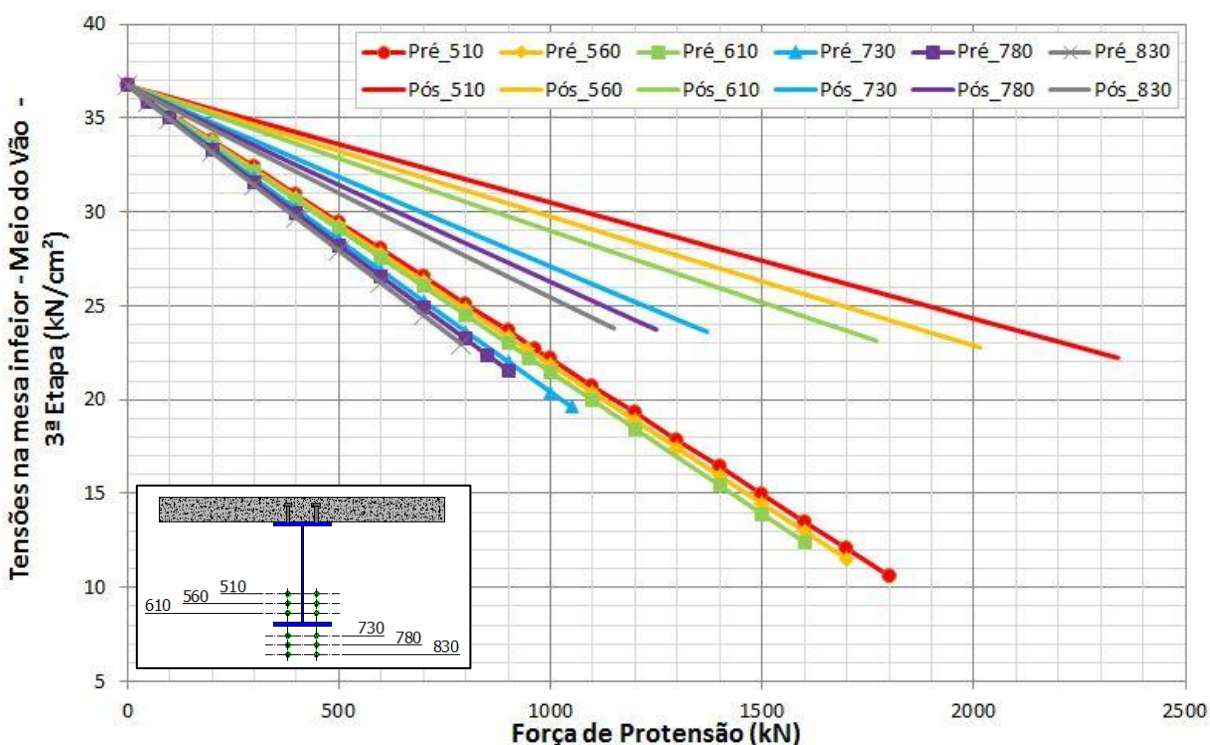


Figura 5.15 – Gráfico de tensões na mesa superior da viga de aço - meio do vão da viga



Fonte: Produção da própria autora (2013)

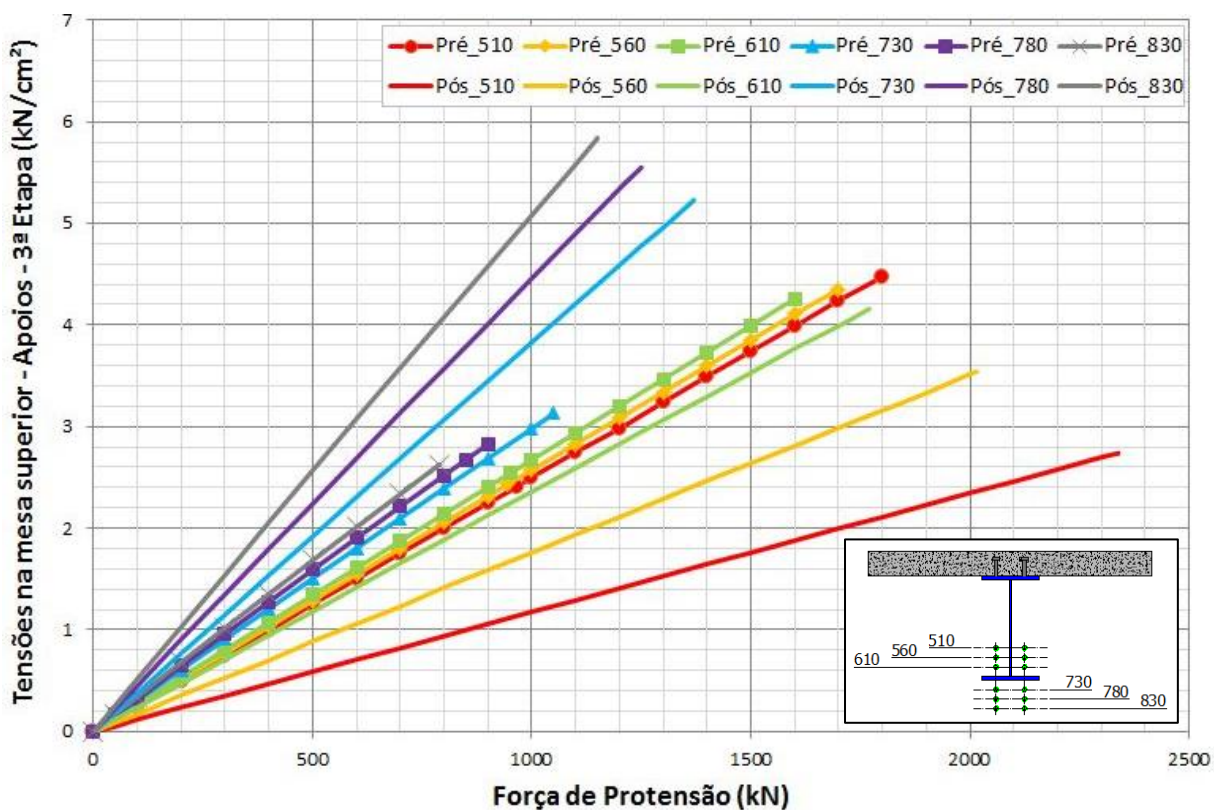
Figura 5.16 – Gráfico de tensões na mesa inferior da viga de aço – meio do vão da viga



Fonte: Produção da própria autora (2013)

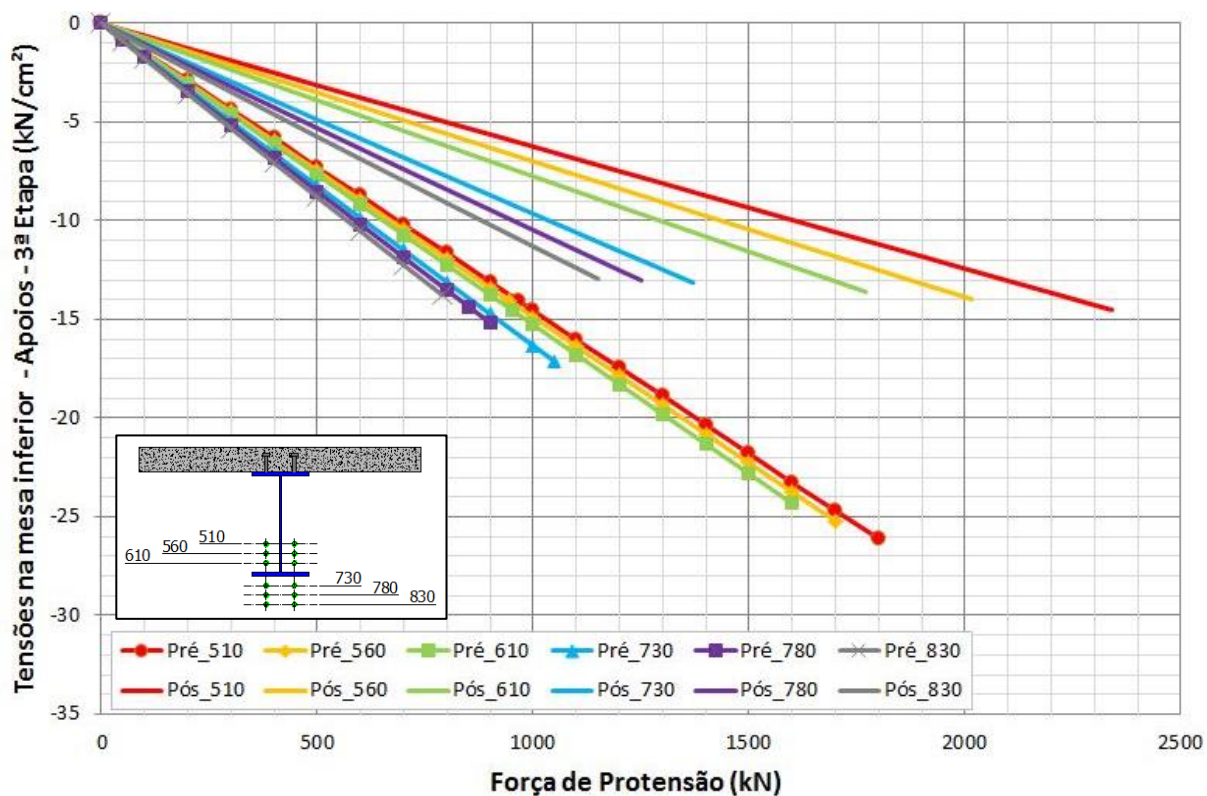
Os gráficos que relacionam o acréscimo da força de protensão versus as tensões nos apoios nas mesas superior e inferior são apresentados na Figura 5.17 e na Figura 5.18.

Figura 5.17 – Gráfico da distribuição de tensões na mesa superior da viga de aço – apoios



Fonte: Produção da própria autora (2013)

Figura 5.18 – Gráfico da distribuição de tensões na mesa inferior da viga de aço – apoios



Fonte: Produção da própria autora (2013)



Os gráficos apresentados anteriormente comprovam a recomendação de não se ancorar os cabos nas extremidades da viga ou ancorá-los o mais próximo possível da linha neutra da seção transversal mista, pois, para a solução adotada, além das tensões devidas aos carregamentos externo há o somatório das tensões provenientes da força de protensão.

Na Tabela 5.9 são apresentados os resultados para as tensões obtidas com as máximas forças de protensão de acordo com a excentricidade do cabo para a metodologia de pré-tração. Para os cabos posicionados acima da mesa inferior do perfil, as tensões superior e inferior no meio do vão da viga têm valores próximos, ao contrário dos cabos localizados abaixo da mesa inferior, que apresentaram tensão inferior em média 60% maior do que a superior.

**Tabela 5.9 – Máximas tensões na viga de aço pré-tracionada para a 3ª Etapa**

Caso	Força de protensão final (kN)	APOIO		MEIO	
		Tensão superior (kN/cm <sup>2</sup> )	Tensão inferior (kN/cm <sup>2</sup> )	Tensão superior (kN/cm <sup>2</sup> )	Tensão inferior (kN/cm <sup>2</sup> )
Pré_510	1800	4,47	-26,13	-11,44	10,61
Pré_560	1700	4,35	-25,22	-11,56	11,52
Pré_610	1600	4,26	-24,33	-11,65	12,42
Pré_730	1050	3,13	-17,13	-12,78	19,61
Pré_780	900	2,83	-15,17	-13,08	21,57
Pré_830	790	2,63	-13,78	-13,28	22,97

Fonte: Produção da própria autora (2013)

Na pós-tração os valores das tensões na mesa inferior da viga de aço obtidas para as máximas forças de protensão variam pouco com a excentricidade do cabo. No entanto, a força de protensão necessária aplicada à viga tem seu valor quase dobrado para os casos extremos, a 510 mm e 830 mm do eixo neutro da viga, como pode ser visualizado na Tabela 5.10.

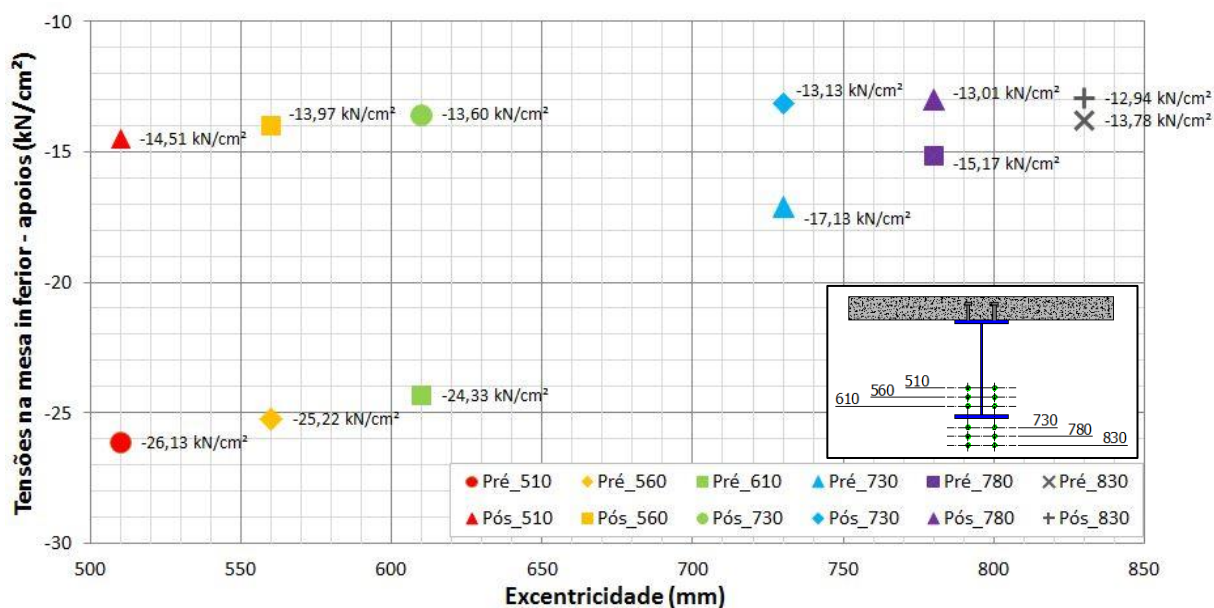
Tabela 5.10 – Máximas tensões na viga de aço pós-traçada para a 3ª Etapa

Caso	Força de protensão final (kN)	APOIO		MEIO	
		Tensão superior (kN/cm <sup>2</sup> )	Tensão inferior (kN/cm <sup>2</sup> )	Tensão superior (kN/cm <sup>2</sup> )	Tensão inferior (kN/cm <sup>2</sup> )
Pós_510	2340	2,74	-14,51	-13,17	22,23
Pós_560	2015	3,54	-13,97	-12,37	22,77
Pós_610	1770	4,16	-13,60	-11,75	23,14
Pós_730	1370	5,23	-13,13	-10,68	23,61
Pós_780	1250	5,55	-13,01	-10,36	23,73
Pós_830	1150	5,84	-12,94	-10,07	23,80

Fonte: Produção da própria autora (2013)

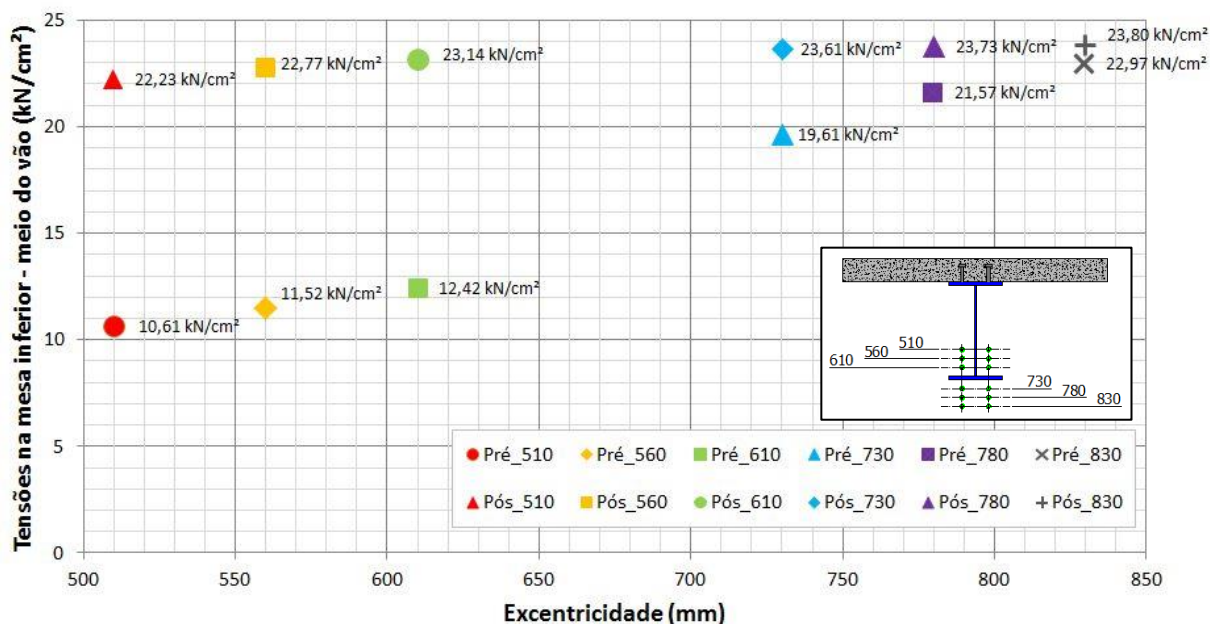
Observa-se que nos apoios das vigas as máximas tensões na mesa inferior do perfil de aço são maiores na pré-tração do que na pós-tração, como ilustrado no gráfico da Figura 5.19. Como as vigas analisadas são biapoadas, a tensão resultante nos apoios é devida a parcela da força de protensão em função da ancoragem dos cabos nas extremidades. No entanto, no meio do vão da viga essa situação se inverte, sendo os modelos com pós-tração que apresentam maiores tensões como ilustrado no gráfico da Figura 5.20.

Figura 5.19 – Gráfico das máximas tensões na mesa inferior da viga de aço – apoios – 3ª Etapa



Fonte: Produção da própria autora (2013)

Figura 5.20 – Gráfico das tensões máximas na mesa inferior da viga de aço – meio do vão – 3ª Etapa



Fonte: Produção da própria autora (2013)

A diferença entre as máximas tensões para as duas metodologias construtivas, tanto nos apoios quanto no meio do vão da viga, é reduzida quanto maior a excentricidade do cabo, como evidenciado nas Figura 5.19 e Figura 5.20. Porém, observa-se nas Tabela 5.9 e Tabela 5.10 que nos modelos com excentricidade de 730 mm, 780 mm e 830 mm é necessário aplicar em média uma força de protensão 1,4 vezes maior no caso da pós-tração que da pré-tração para se obter esses resultados.

#### 5.4 Síntese

Com o estudo paramétrico foi possível verificar que a metodologia executiva empregada na protensão da viga, a variação da força de protensão e a excentricidade do cabo em relação à viga influenciam no comportamento estrutural da viga mista protendida.

Dadas às premissas e condições adotadas nesse estudo, observou-se que nos modelos com aplicação da pré-tração a força de protensão máxima aplicada à viga resultou em um valor menor que nos modelos com pós-tração. Contudo, os deslocamentos no meio da viga, obtidos para a força de protensão máxima, quando o cabo está posicionado acima da mesa inferior do perfil de aço foram maiores na pré-tração que na pós-tração.

Com a análise dos modelos e independente da metodologia adotada para a protensão foram confirmadas as proposições: de que maiores excentricidades resultam em uma maior capacidade resistente para a viga mista de aço e concreto protendida; e que o cabo de

protensão com traçado ao longo de todo o comprimento da viga e ancorado nas extremidades provoca tensões adicionais nos apoios da viga.

Maiores excentricidade resultam em maior capacidade resistente da estrutura. Por isso, no meio do vão da viga aconselha-se posicionar o cabo de protensão o mais afastado da linha neutra da seção possível, de preferência abaixo da mesa inferior do perfil metálico que está tracionado. Porém, nos apoios a recomendação é ancorar o cabo afastado das extremidades da viga. Caso não seja possível, o cabo deve ser ancorado o mais próximo possível da linha neutra da seção mista para se reduzir ao máximo ou eliminar por completo a excentricidade do cabo nos apoios e, conseqüentemente, essa tensão indesejada provocada pela força de protensão.

## 6 CONCLUSÕES E CONSIDERAÇÕES FINAIS

O objetivo principal desse trabalho foi estudar o comportamento estrutural de vigas mistas de aço e concreto com a aplicação de protensão externa ao perfil metálico. Como consequência, o desempenho estrutural de vigas metálicas protendidas também foi percorrido e avaliado ao longo do texto para embasamento do tema proposto.

A principal contribuição desse estudo foi apresentar uma metodologia para o dimensionamento de vigas mistas de aço e concreto protendidas externamente, com cabo de aço de alta resistência, fundamentada nas prescrições da ABNT NRB 8800:2008 para vigas mistas convencionais e nas recomendações expostas nos capítulos 2 e 3, referentes a revisão bibliográfica e componentes da seção mista, respectivamente.

Uma ampla revisão bibliográfica foi desenvolvida contemplando os fundamentos básicos da protensão, a aplicação de protensão em estruturas de modo geral em particular nas estruturas de aço e mistas de aço e concreto, que demonstrou a viabilidade e algumas vantagens de se utilizar essa técnica. Foram apresentados e discutidos os modelos matemáticos mais utilizados no dimensionamento de vigas mistas de aço e concreto com protensão externa, identificados os principais parâmetros intervenientes no comportamento estrutural, além de levantados os resultados de investigações experimentais em vigas mistas protendidas.

Com a revisão bibliográfica foi possível compreender e melhor caracterizar o comportamento estrutural da estrutura mista protendida, permitindo o desenvolvimento do procedimento de cálculo, que considerou os principais modos de colapso globais, fundamentado no método dos estados limites, com destaque nos estados limites últimos (ELU), que podem ocorrer na viga mista de aço e concreto protendida.

Para sistematizar os procedimentos de dimensionamento foram desenvolvidas planilhas eletrônicas, no programa MathCAD (versão 14.0.0), para o cálculo de vigas biapoiadas mistas de aço protendidas externamente e formadas por: vigas de aço com seção transversal simétrica do tipo I; protensão aplicada externamente ao perfil de aço; e laje de concreto podendo ser de dois tipos, maciça ou com forma de aço incorporada, ambas apoiadas sobre a mesa superior dos perfis de aço.

Nas planilhas eletrônicas foram implementadas as verificações necessárias para as etapas fundamentais de verificação da viga mista de aço e concreto não escorada com aplicação da protensão considerando o dimensionamento pelos estados limites e as duas metodologias executivas, pré-tração e pós-tração.

A elaboração dessas planilhas auxiliou no desenvolvimento do estudo paramétrico, apresentado no capítulo 5, que teve como objetivo analisar: a influência da variação do nível de protensão; da excentricidade dos cabos de protensão; e a influência da metodologia construtiva adotada para a protensão da viga de aço no comportamento estrutural da viga.

Com o estudo paramétrico foi confirmado que maiores excentricidades resultam em maior capacidade resistente para a viga de aço independente da metodologia de aplicação da força de protensão a viga mista, ratificando a recomendação de que havendo a possibilidade o cabo deve ser locado abaixo da mesa inferior que está tracionada. Com a aplicação da força de protensão gradativa foi possível observar a variação na posição da linha neutra em relação à seção transversal da viga e, conforme a posição do cabo de protensão pode haver influência negativa no desempenho estrutural da viga mista protendida.

O estudo demonstrou também que, nos modelos de vigas mistas com pré-tração, quando o cabo tem seu traçado acima da mesa inferior do perfil de aço, o modo de colapso predominante é por esgotamento da capacidade resistente do perfil de aço a flexo-compressão, que ocorreu na 2ª Etapa de construção. E para as vigas mistas analisadas com pós-tração o modo de ruptura predominante, independe da posição do cabo, ocorreu em função do momento fletor solicitante na 2ª Etapa de construção superar o momento fletor resistente da seção. No entanto, observa-se que o nível de protensão pode ser adequadamente dimensionado de maneira que não provoque a perda da capacidade de suporte da estrutura.

Embora no Brasil seja pouco explorado, observa-se que o interesse por este sistema construtivo foi sendo incrementado na literatura internacional, dando origem a pesquisas teóricas e experimentais no sentido de se entender o comportamento estrutural de vigas metálicas e vigas mistas de aço e concreto com a aplicação de protensão. Além disso, aponta-se como potencialidades de aplicação em projetos de novas estruturas de grande porte bem como na recuperação e reabilitação de estruturas existentes.

Conclui-se que o resultado principal alusivo à contribuição efetiva para o estado da arte sobre o comportamento, procedimentos de análise e dimensionamento de estruturas mistas de aço e concreto com protensão externa foi alcançado. Esse trabalho poderá subsidiar futuras investigações experimentais e novos estudos acadêmicos, assim como auxiliar no desenvolvimento de projetos executivos de novas estruturas e de reforço/reabilitação de estruturas existentes.

## 6.1 Sugestões para a continuidade e desenvolvimento de futuros estudos

A linha de pesquisa com tema sobre vigas metálicas e mistas de aço e concreto protendidas desenvolvida na Universidade Federal de São Carlos teve início com o presente trabalho, havendo ainda inúmeros aspectos sobre o tema a serem analisados de maneira teórica, numérica e experimental. Algumas sugestões para a continuidade e desenvolvimento de futuros estudos são apontadas a seguir:

- Abranger o estudo incluindo a análise de outros tipos de perfis metálicos como, perfil caixão, perfil U, seções compostas, entre outras. Há também a possibilidade de variar a seção transversal da viga próximo aos apoios, possibilitando um melhor aproveitamento dos materiais e a distribuição de tensões mais adequada;
- Estender os estudos para vigas contínuas, analisando o comportamento da protensão quando aplicada a vigas mistas em região de momento negativo;
- Analisar a aplicação da protensão em treliças e arcos metálicos e mistos;
- Avaliar alguns aspectos referentes à fadiga, perdas de protensão, ruptura de cabos e colapso progressivo;
- Aprofundar os estudos com relação à flexo-compressão e a flambagem distorcional, a última ocorre nas vigas solicitadas a momento negativo;
- Elaborar uma metodologia numérica via método dos elementos finitos com o objetivo de averiguar e comprovar os resultados obtidos com o procedimento analítico. Além de avaliar os efeitos da concentração de tensões nos pontos de desviadores e nas chapas de ancoragem do cabo;
- Desenvolver um estudo experimental visando avaliar os procedimentos propostos analiticamente e até corroborar com os resultados dos estudos numéricos;
- Verificar o comportamento na interface entre a laje de concreto e o perfil de aço de vigas mistas protendidas;
- Analisar o efeito das deformações provocadas pelos efeitos de longa duração, como os fenômenos de retração e fluência do concreto ou a relaxação do aço de protensão;

O desenvolvimento de estudos com os temas propostos acima podem resultar em informações complementares imprescindíveis que vem a contribuir para o melhor entendimento sobre tema e até extrapolar limite acadêmico.

## REFERÊNCIAS

- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS (ABNT). **NBR 6118**: Projeto de estruturas de concreto - Procedimentos. Rio de Janeiro, 2007.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS (ABNT). **NBR 7482**: Fios de aço para concreto protendido - Especificação. Rio de Janeiro, 2008.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS (ABNT). **NBR 7483**: Cordoalhas de aço para estruturas de concreto protendido - Especificação. Rio de Janeiro, 2008.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS (ABNT). **NBR 8800**: Projeto de estruturas de aço e de estruturas mistas de aço e concreto de edifícios. Rio de Janeiro, 2008.
- ALMEIDA, T. G. **Reforço de vigas de concreto armado por meio de cabos externos protendidos**. 2001. 142 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Estruturas) - Escola de Engenharia de São Carlos da Universidade de São Paulo. 2001.
- AYYUB, B.; SOHN, Y. G.; SAADATMANESH, H. Prestressed composite girders under positive moment. **Journal of Structural Engineering**, [S.I.], v. 116, n. 11, p. 2931-2951, Nov. 1990.
- AYYUB, B.; SOHN, Y. G.; SAADATMANESH, H. Prestressed Composite Girders. I: experimental study for negative moment. **Journal of Structural Engineering**, [S.I.], v. 118, n. 10, p. 2743-2762, Oct. 1992-a.
- AYYUB, B.; SOHN, Y. G.; SAADATMANESH, H. Prestressed Composite Girders. II: analytical study for negative moment. **Journal of Structural Engineering**, [S.I.], v. 118, n. 10, p. 2763-2783, Oct. 1992-b.
- ALBRECHT, P.; LI, W.; SAADATMANESH, H. Fatigue strength of prestressed composite steel-concrete beams. **Journal of Structural Engineering**, [S.I.], v. 121, n. 12, p. 1850-1856, Dec. 1995.
- ALBRECHT, P.; LENWARI, A. Fatigue strength of repaired prestressed composite beams. **Journal of Bridge Engineering**, [S.I.], v. 13, n. 4, p. 409-417. July 2008.
- BELENYA, E. **Prestressed load-bearing metal structures**. 1<sup>a</sup> ed. Moscow: MIR Publishers, English translation, 1977. 463 p.
- BELLETTI, B.; GASPERI, A. Behavior of prestressed steel beams. **Journal of Structural Engineering**, [S.I.], v. 136, no. 9, p. 1131-1139, Sept. 2010.
- BRADFORD, M. A. Buckling of prestressed steel girders. **Engineering Journal**, American Institute of Steel Constructions, [S.I.], v. 34, p. 98-101, 1991.
- BURSI, S. O.; BONELLI, A.; MAMMINO, A.; PUCINOTTI, R.; TONDINI, N. External post-tensioning retrofitting and modeling of steel-concrete box-girder bridges in steel bridges: advanced solutions and technologies. In: INTERNATIONAL CONFERENCE ON STEEL BRIDGES GUIMARÃES, 7th, 2008, Portugal. **Proceedings...** Portugal: ECCS [s.n.], 2008, p. 425-434.
- CARDOSO, D. C. T. **Protensão em vigas mistas de aço-concreto**. Rio de Janeiro: Programa de Engenharia Civil – COPPE / UFRJ, 2010. 38 p. Apostila.
- CHEN, S. Experimental study of prestressed steel-concrete composite beams with external tendons for negative moments. **Journal of Constructional Steel Research**, [S.I.], v. 61, n. 12, p. 1613-1630, Dec. 2005.
- CHEN, S.; JIA, Y. Numerical investigation of inelastic buckling of steel-concrete composite beams prestressed with external tendons. **Thin-Walled Structures**, [S.I.], v. 48, p. 233-242, Nov. 2010.
- CHEN, S.; GU, P. Load carrying capacity of composite beams prestressed with external tendons under positive moment. **Journal of Constructional Steel Research**, [S.I.], v. 61, p. 515-530, Apr. 2005.



CHEN, S.; ZHANG, Z. Effective width of a concrete slab in steel–concrete composite beams prestressed with external tendons. **Journal of Constructional Steel Research**, [S.I.], v. 62, p. 493-500, Aug. 2006.

CHOI, D-H.; KIM, Y-S.; YOO, H. External post-tensioning of composite bridges by a rating equation considering the increment of a tendon force due to live loads. **Steel Structures**, [S.I.], p. 109-118, 2008.

COELHO, R. de A. **Interface entre perfis estruturais laminados e sistemas complementares**. São Paulo: Açominas, 2005. 40 p. (Coletânea do Uso do Aço).

DABAON, M. A.; SAKR, M. A; KHAROUB, O. Long-term behavior of externally prestressed composite beams with partial shear connection. In: ELEVENTH INTERNATIONAL COLLOQUIUM ON STRUCTURAL AND GEOTECHNICAL ENGINEERING, 11<sup>th</sup>, 2005, Cairo. **Proceedings...** Cairo: Ain Shams University, Faculty of Engineering, Department of Structural Engineering, 2005-a. p. 1-10.

DABAON, M. A.; SAKR, M. A; KHAROUB, O. Ultimate behavior of externally prestressed composite beams with partial shear connection. In: ELEVENTH INTERNATIONAL COLLOQUIUM ON STRUCTURAL AND GEOTECHNICAL ENGINEERING, 11<sup>th</sup>, 2005, Cairo. **Proceedings...** Cairo: Ain Shams University, Faculty of Engineering, Department of Structural Engineering, 2005-b. p. 1-12.

DALL'ASTA, A.; DEZI, L. Nonlinear behavior of externally prestressed composite beams: analytical model. **Journal of Structural Engineering**, [S.I.], v. 124, n. 5, p. 588-597, May 1998.

DALY, A. F.; WITARNAWAN, W. **A method for increasing the capacity of short and medium span bridges**. In: REAAA (Road Engineering Association of Asia and Australasia) Conference, 10<sup>th</sup>, 2000, September 4-9, Tokyo, Japan, 2000. p. 11.

DALL'ASTA, A.; DEZI, L.; LEONI, G. Flexible connection influence on the ultimate capacity of externally prestressed composite beams. *Advances in steel structures - ICASS'99. Proceedings...* The Second International Conference on Advances in Steel Structures 15-17 December 1999, Hong Kong, China. Edited by S.L. Chan and J.G. Teng. Elsevier. p.939-946. Dec. 1999.

DALL'ASTA, A.; ZONA, A. Finite element model for externally prestressed composite beams with deformable connection. **Journal of Structural Engineering**, [S.I.], v. 131, n. 5, p. 706-714, May 2005.

DE NARDIN, S.; SOUZA, A. S. C. de; EL DEBS, A. L. H. de C. Comportamento conjunto em elementos mistos de aço e concreto: dispositivos mecânicos. In: CONSTRUMETAL 2008 - CONGRESSO LATINO-AMERICANO DA CONSTRUÇÃO METÁLICA, 2008, São Paulo. **Anais...** São Paulo, 2008. 11 f. Disponível em: <[http://www.construmetal.com.br/2008/downloads/PDFs/29\\_DeNardin&Souza&El\\_Debs-versao\\_1.pdf](http://www.construmetal.com.br/2008/downloads/PDFs/29_DeNardin&Souza&El_Debs-versao_1.pdf)>. Acesso em: 14 abril. 2012.

DEZI, L.; GARA, F.; LEONI, G. Effective slab with in prestressed twin-girder composite decks. **Journal of Structural Engineering**, [S.I.], v. 132, n. 9, p. 1358-1370, Sep. 2006.

DESÍR, J. M. **Análise não linear do comportamento até a ruptura de vigas contínuas de concreto com protensão externa**. 1993. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia da Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 1993.

FERREIRA, A. C. **Vigas metálicas protendidas: análise estática, modal e de ruptura do cabo de protensão e aplicativo computacional para projetos**. 2007. 276 f. Dissertação (Mestrado em Estruturas e Construção Civil) - Faculdade de Tecnologia da Universidade de Brasília, Brasília, 2007.

GONÇALVES, R. M. **Alguns aspectos relativos à inspeção e recuperação de pontes de aço: ênfase em pontes ferroviárias**. 1992. 309 f. Tese (Doutorado em Engenharia de Estruturas) – Escola de Engenharia de São Carlos da Universidade de São Paulo, São Carlos, 1992.

KLAIBER, F. W.; DUNKER, K. F.; SANDERS, W. W. Jr. **Feasibility study of strengthening existing single span steel beam concrete deck bridges**. 141 p. Final Report, Department of Civil Engineering, Engineering Research Institute, Iowa State University, Ames, June 1981.

KIM, K. S. LEE, D. H.; CHOI, S. M.; CHOI, Y. H.; JUNG, S. H. Flexural behavior of prestressed composite beams with corrugated web: Part I. Development and analysis. **Journal Elsevier**. Composites: Part B 42, p. 1603–1616, 2011.

KOTINDA, T. I. **Modelagem numérica de vigas mistas de aço-concreto simplesmente apoiadas**: ênfase no estudo da interface laje-viga. 2006. 116 p. Dissertação (Mestrado) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2006.

HANAI, J. B. de. **Fundamentos do concreto protendido**. São Carlos: Departamento de Engenharia de Estruturas, Universidade de São Paulo – Escola de Engenharia de São Carlos, 2005. 110 p. E-Book de apoio para o Curso de Engenharia Civil.

IKEDA, S.; SAKURADA, M. Development of hybrid prestressed concrete bridges with corrugated steel web construction. IN: CONFERENCE ON OUR WORLD IN CONCRETE & STRUCTURES: 30<sup>th</sup>, August, 2005. Singapore: 2005. 15 p. Disponível em: < [http://www.cipremier.com/e107\\_files/downloads/Papers/100/30/100030003.pdf](http://www.cipremier.com/e107_files/downloads/Papers/100/30/100030003.pdf)>. Acesso em: 15 abril. 2012.

LAM, D. Composite steel beams with precast hollow core slabs: behaviour and design. **Structural Engineering and Materials**. [S.I.], v. 4, Issue 2. p. 179–185. April/June 2002.

LORENC, W.; KUBICA, E. Nonlinear modeling of composite beams with external prestressed tendons. **Archives of Civil and Mechanical Engineering**, [S.I.], v. IV, n.1, p. 83-94, 2004.

LORENC, W.; KUBICA, E. Behavior of composite beams prestressed with external tendons: experimental study. **Journal of Constructional Steel Research**, [S.I.], v.62, n.12, p. 1353-1366, Dec. 2006.

LEONHARDT, F. **Construções de concreto**: vol. 5: concreto protendido. Tradução João Luís Escosteguy Merino. Rio de Janeiro: Ed. Interciência, 1983.

MAHMOUD, N. S.; BADR, A.; SALEM, F. A.; GHANNAM, M. Strengthening of multi-story and double bay steel frames using post tensioned cables. In: THIRTEENTH INTERNATIONAL CONFERENCE ON STRUCTURAL AND GEOTECHNICAL ENGINEERING, 13<sup>th</sup> ICSGE, 2009, Cairo. **Proceedings...** Cairo, Egypt: Ain Shams University, 2009. p. 666-675.

MAGGI, Y. I. **Análise do comportamento estrutural de ligações parafusadas viga-pilar com chapa de topo estendida**. 2004. 269 f. Tese (Doutorado) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2004.

MANUAL CBCA. **Edifícios de pequeno porte estruturados em aço**. Bibliografia técnica para o desenvolvimento da construção metálica. Vol. IV. p. 72, 2003.

MIYAMOTO, A.; TEI, K.; GOTOU, M. **Mechanical behavior and design concept of prestressed composite plate girders with external tendons**. Technol. Rep., The Faculty of Engineering, Yamaguchi University. p. 233-258, July 1995.

NELSEN, A. C. H.; SOUZA, A. S. C. Vigas mistas de aço e concreto com protensão externa: conceitos e aplicações. In: Congresso Latinoamericano da Construção Metálica. São Paulo. Congresso Latinoamericano da Construção Metálica. **Anais...**São Paulo: Congresso Latinoamericano da Construção Metálica, 2012. v. 1. p. 1-10. 2012.

NIE, J.; TAO, M.; CAI, C. S.; LI, S. Deformation analysis of prestressed continuous steel-concrete composite beams. **Journal of Structural Engineering**, [S.I.], v. 135, n. 11, p. 1377-1389, Nov. 2009.

NIE, J.; TAO, M.; CAI, C. S.; LI, S. Analytical and Numerical Modeling of Prestressed Continuous Steel-Concrete Composite Beams. **Journal of Structural Engineering**, [S.I.], v. 137, n. 12, p. 1405-1418, Dec. 2011.

NOURAEYAN, A. **Analytical and experimental study on the behaviour of prestressed and poststressed composite girders**. 1987. 70 p. Thesis (Degree of Master of Engineering) - Concordia University, Montréal, Québec, Canada, 1987.

NUNZIATA, V. Prestressed steel structures. (Structure in acciaio precompresso). In. CONGRESSO C.T.A., XVII, 1999. Napoli. **Proceedings...** Napoli: [s.n.], 1999. p. 6. Disponível em: <<http://www.studionunziata.com>> Acesso em: 01 mar. 2011.

NUNZIATA, V. Prestressed steel structures design: a new frontier for structural engineering. In: ISCE-02 Second International Structural Engineering and Construction Conference, 2<sup>nd</sup>, 2003. Roma. **Proceedings...** Roma: [s.n.]. Disponível em: <<http://www.studionunziata.com>> Acesso em: 01 mar. 2011.

NUNZIATA, V. **Strutture in acciaio precompresso**. 2. ed. Palermo: Dario Flaccovio, 2004. 229 p.

QUINAZ, C. M. da S. **Estruturas de aço e mistas pré-esforçadas**. 1993. f. 236. Dissertação (Mestre em Estruturas de Engenharia Civil) - Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto, Departamento de Engenharia Civil, Junho, 1993. Disponível em: <[repositorio-aberto.up.pt/bitstream/10216/.../2/Texto%20integral.pdf](http://repositorio-aberto.up.pt/bitstream/10216/.../2/Texto%20integral.pdf)>. Acesso em: 01 nov. 2011.

PFEIL, W. **Concreto protendido volume 2: processos construtivos e perdas de protensão**. 2<sup>a</sup>. ed, Livros Técnicos e Científicos Editora S/A, Rio de Janeiro, 1983.

REIS, F. J. C. **Influência do nível de protensão da deformação de estruturas executadas com protensão externa**. 118 p. 2003. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia da Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2003.

REZENDE, C. R. **Análise estrutural de vigas metálicas protendidas**. 2007. 119 f. Dissertação (Mestre em Engenharia Civil) – Universidade Federal do Espírito Santo, Espírito Santo, 2007.

ROMERO, D. V. S. **Reforço a flexão de vigas de concreto armado por meio de protensão externa**. 2007. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia da Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2007.

RONGHE, G. N.; GUPTA, L. M. Parametric Study of tendon profiles in prestressed steel plate girder. **Advances in Structural Engineering**, [S.I.], v. 5, n. 2, p 75-85, Apr. 2002.

RUBIN, M.; BOTTI, A. Hotel Hilton São Paulo Morumbi, São Paulo. **ArcoWeb**. 2003. Disponível em: <<http://www.arcoweb.com.br/arquitetura/marc-rubin-e-alberto-botti-hotel-hilton-10-02-2003.html>>. Acesso em: 01 nov. 2010.

SAADATMANESH, H.; ALBRECHT, P.; AYYUB, B. M. Analytical study of prestressed composite beams. **Journal of Structural Engineering**, [S.I.], v. 115, n. 9, p. 2364-2381, Sep. 1989-a.

SAADATMANESH, H.; ALBRECHT, P.; AYYUB, B. M. Experimental study of prestressed composite beams. **Journal of Structural Engineering**, [S.I.], v. 115, n. 9, p. 2348-2363, Sep. 1989-b.

SAADATMANESH, H.; ALBRECHT, P.; AYYUB, B. M. Guidelines for flexural design of prestressed composite beams. **Journal of Structural Engineering**, [S.I.], v. 115, n. 11, p. 2944-2961, Nov. 1989-c.

SAFAN, M.; KOHOUTKOVÁ, A. Experiments with externally prestressed continuous composite girders. **Acta Polytechnica**, Czech Technical University Publishing House, v. 41, n. 3/2001, p. 65-73, 2001.

SAMPAIO JR., C. F. **Dimensionamento econômico de vigas protendidas de aço**. 1976. 133 f. Dissertação (Mestre em Engenharia de Estruturas) - Escola de Engenharia de São Carlos da Universidade de São Paulo, São Carlos, 1976.

SUNTHARAVADIVEL, T. G.; ARAVINTHAN, T. Overview of external post-tensioning in bridges. **Southern Engineering Conference**, [S.I.], f. 10, 2005.

TOCHÁČEK, M. Further stability problems of prestressed steel structures. **Journal Construction Steel Research**, [S.I.], n. 22, p. 79-86, 1992.

TROITSKY, M. S. **Prestressed steel bridges: theory and design**. 16th ed. New York: Van Nostrand Reinhold, 1990. 386 p.

TROITSKY, M. S.; ZIELINSKI, Z. A. & NOURAEYAN, A. Pre-tensioned and posttensioned composite girders. **Journal of Structural Engineering**, [S.I.], v. 115, n. 12, p. 3142-3153, Dec. 1989.

UY, B.; CRAINE, S. Static flexural behaviour of externally post-tensioned steel-concrete composite beams. **Advances in Structural Engineering**, [S.I.], v. 7, n. 1, 2004.

VERÍSSIMO, G.S; CÉSAR JR, K. M. L. **Concreto Protendido**: fundamentos básicos. 4ª ed. Viçosa: Universidade Federal de Viçosa, 1998. 78 p. Apostila.

XUE, W.; DING, M.; HE, C.; LI, J. Long-term behavior of prestressed composite beams at service loads for one year. **Journal of Structural Engineering**, [S.I.], v. 134, n. 6, p. 930-937, June 2008.

YUEN, W. N. **Design of continuous prestressed composite beams**. 2004. 254 p. Dissertation (Degree of Master of Engineering - Civil) - National University of Singapore, 2004.

# APÊNDICE A - VIGAS MISTAS DE AÇO E CONCRETO COM PRÉ-TRAÇÃO

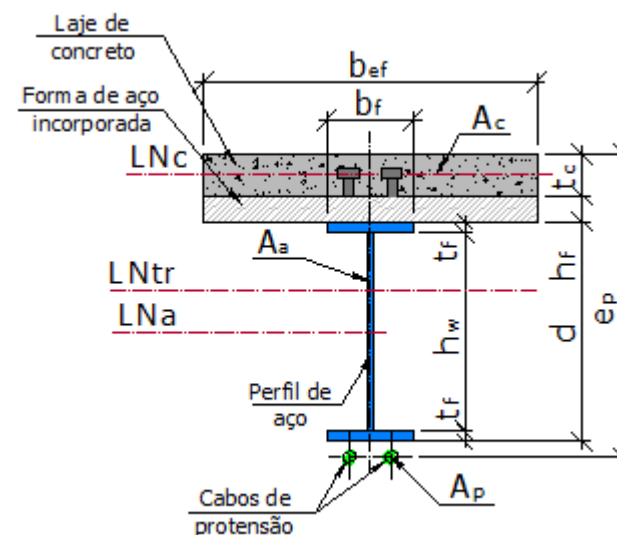
## Traçado do cabo: RETILÍNEO AO LONGO DE TODO O COMPRIMENTO DA VIGA

### OBSERVAÇÕES:

Planilha válida para:

- Viga biapoiada;
- Seção de aço não esbelta;
- Carregamento distribuído e concentrado (ver figura);
- Conector de cisalhamento tipo pino com cabeça (stud bolt);
- Não foram considerados os fenômenos de fluência e retração do concreto da laje.

ENTRADA   VERIFICAÇÃO   RESULTADO PARCIAL   RESULTADO FINAL



## 0. Dados iniciais

### A. Carregamentos

- Pesos próprios calculados automaticamente:

Perfil de aço (ga)

Concreto (gc)

- Carga permanente de utilização (revestimentos e acessórios) (gsc\_u):

$$G_{sc\_u} := 2 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2}$$

- Sobrecarga de construção (qsc\_c) (ver: *NBR 8681* - 4.3.2.4 Carregamento de construção):

$$Q_{sc\_c} := 0 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2}$$

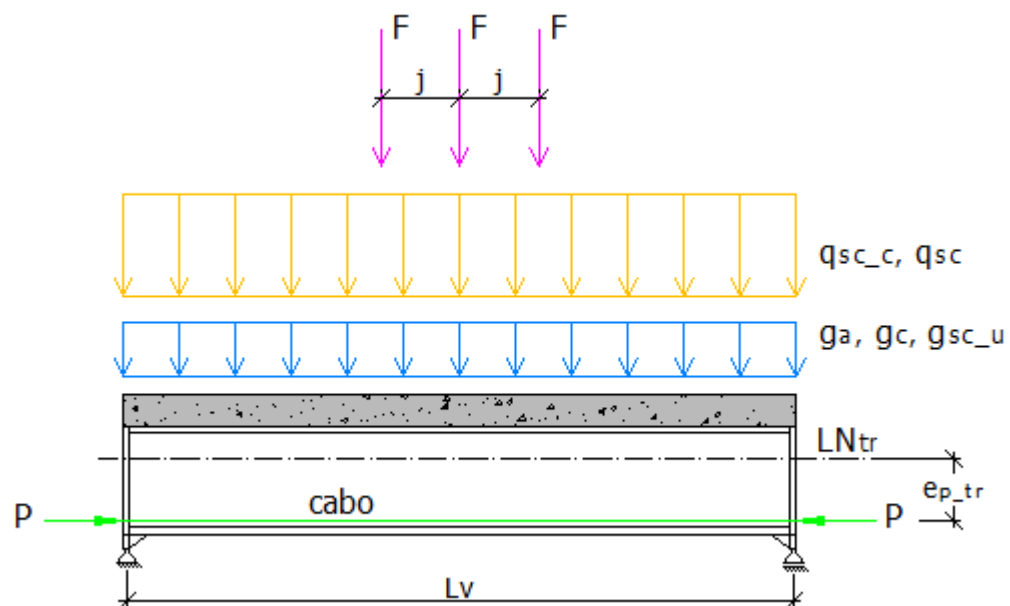
- Sobrecarga de utilização (qsc):

$$Q_{sc} := 5 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2}$$

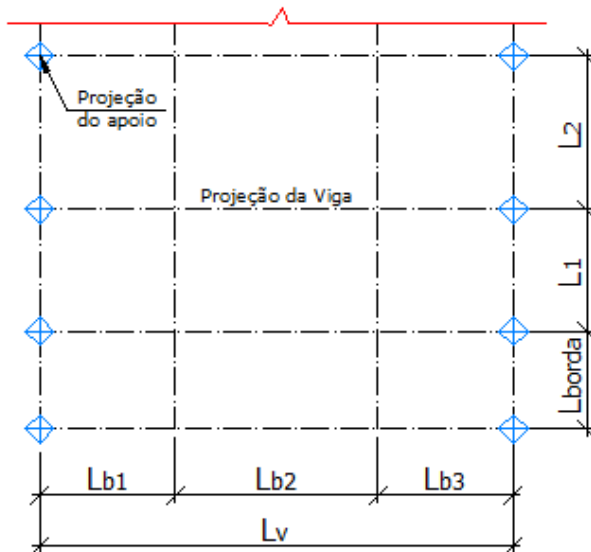
- Carga concentrada de utilização (F):

$$F := 0 \text{ kN}$$

$$j := 0 \text{ m}$$



## B. Distribuição das vigas



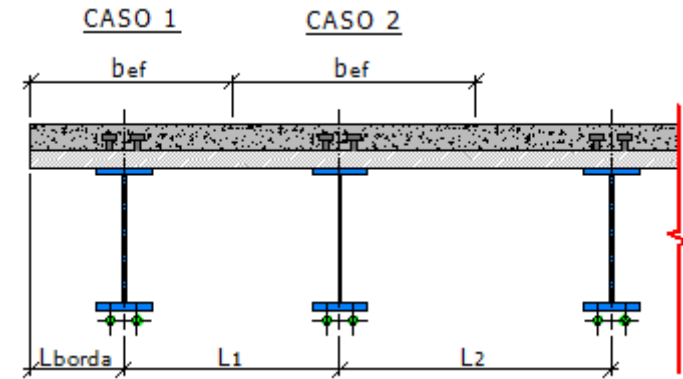
Distância entre apoios da viga:  $L_v := 12\text{m}$

Comprimento destravado:

$$L_b := \frac{L_v}{n_{\text{travamento}}}$$

$n_{\text{travamento}} := 8$

$$L_b = 1500\text{mm}$$



Distância entre as vigas:

$$L_{\text{borda}} := 0\text{mm}$$

$$L_1 := 5000\text{mm}$$

$$L_2 := 5000\text{mm}$$

## Carregamentos aplicados na viga

- Pesos próprios calculados automaticamente:

- Carga permanente de utilização (revestimentos e acessórios) ( $g_{\text{sc}_u}$ ):

- Sobrecarga de construção ( $q_{\text{sc}_c}$ )  
(ver: [NBR 8681](#) - 4.3.2.4 Carregamento de construção):

- Sobrecarga de utilização ( $q_{\text{sc}}$ ):

- Carga concentrada de utilização ( $F$ ):

Perfil de aço (ga)  
Concreto (gc)

$$g_{\text{sc}_u} := B \cdot G_{\text{sc}_u} = 10 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

$$q_{\text{sc}_c} := B \cdot Q_{\text{sc}_c} = 0 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

$$q_{\text{sc}} := B \cdot Q_{\text{sc}} = 25 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

$$F = 0 \cdot \text{kN}$$

$$j = 0 \cdot \text{m}$$

## 1. MATERIAIS

### A. Aço estrutural

$$E := 200000\text{MPa}$$

$$G_a := 77000\text{MPa}$$

$$f_y := 250\text{MPa}$$

$$\sigma_r := 30\% \cdot f_y = 75 \cdot \text{MPa}$$

$$\gamma_{\text{aço}} := 77 \frac{\text{kN}}{\text{m}^3}$$

$$f_u := 400\text{MPa}$$

$$\nu := 0.3$$

### B. Concreto

$$f_{ck} := 25\text{MPa}$$

$$E_c := 5600 \sqrt{f_{ck}} \cdot \text{MPa} = 28000 \cdot \text{MPa}$$

$$n := \frac{E}{E_c} = 7.14$$

### C. Conectores

$$f_{ucs} := 415\text{MPa}$$

Ver p 110  
norma aço

### D. Aço de protensão

TIPO DO AÇO DE PROTENSÃO: para determinar as tensões iniciais de tração limitadas pela NBR 6118:2003

Aço de relaxação normal RN = 0

Aço de relaxação baixa RB = 1

Aços CP-85/105, fornecidos em barras CP = 2

$$\text{Tipo\_do\_Aço\_de\_protensão} := 1$$

$$f_{ptk} := 1900\text{MPa}$$

$$f_{pyk} := 1710\text{MPa}$$

$$E_p := 202000\text{MPa}$$

Tensão limite de tração para o aço de protensão

$$f_p = 140.22 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$$

Características dos aços de protensão de acordo com a especificação da ABNT

TIPO DE AÇO	$f_{pyk}$ (MPa)	$f_{ptk}$ (MPa)
CP 170-RN	1490	1700
CP 170-RB	1580	1700
CP 190-RB	1710	1900

## 2. COEFICIENTES DE PONDERAÇÃO (NBR 8800:2008)

### A. Coeficiente de ponderação das resistências

Aço e Estado-limite de instabilidade:

$$\gamma_a := 1.10$$

$$f_{yd} := \frac{f_y}{\gamma_a}$$

Aço do conector de cisalhamento

$$\gamma_{cs} := 1.25$$

Concreto:

$$\gamma_c := 1.40$$

$$f_{cd} := \frac{f_{ck}}{\gamma_c}$$

## B. Coeficiente de ponderação das ações

Peso próprio de estruturas metálicas:

$$\gamma_{ga} := 1.25$$

Peso próprio de estruturas de concreto:

$$\gamma_{gc} := 1.35$$

Sobrecarga de utilização:

$$\gamma_{sc} := 1.50$$

Força de protensão (ver **NBR 6118** pág.109):

- No ato da protensão e quando desfavorável:

$$\gamma_{p.df} := 1.2$$

- Quando favorável:

$$\gamma_{p.f} := 1$$

## 3. CARACTERÍSTICAS GEOMÉTRICAS

### A. Seção transversal de aço

Escolha da seção transversal de aço pela resistência a flexão

$$\text{Momento fletor máximo: } M_{sd} := \gamma_{gc} \cdot g_{sc_u} \cdot \frac{L_v^2}{8} + \gamma_{sc} \cdot q_{sc} \cdot \frac{L_v^2}{8} = 918 \cdot \text{kN} \cdot \text{m}$$

$$M_{sd} \leq M_{rd} = M_{pl} = Z_x \cdot f_{yd}$$

$$\text{Módulo plástico: } Z_x := \frac{M_{sd}}{0.9 f_{yd}}$$

$$Z_x = 4488 \cdot \text{cm}^3$$

Características geométricas do perfil de aço adotado

Altura total

$$d := 550 \text{ mm}$$

Mesa

$$t_f := 19 \text{ mm}$$

$$b_f := 300 \text{ mm}$$

Alma

$$h_w := d - 2t_f = 512 \cdot \text{mm}$$

$$t_w := 12.5 \text{ mm}$$

$$\frac{L_v}{25} = 480 \cdot \text{mm}$$

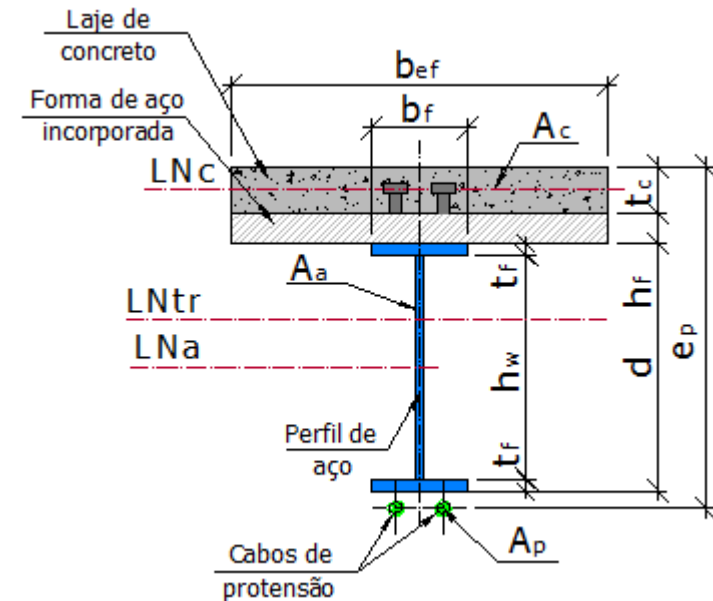
$$\frac{L_v}{20} = 600 \cdot \text{mm}$$

$$\text{Verificação\_perfil\_VS} := \begin{cases} \text{"OK"} & \text{if } 1.5 < \frac{d}{b_f} \leq 4 \\ \text{"NÃO"} & \text{otherwise} \end{cases} = \text{"OK"}$$

$$\frac{d}{b_f} = 1.83$$

Tipo do perfil:

$$\lambda_{rf} := \text{Soldado}$$





**Propriedades geométricas da seção de aço:**

$$y_a = 275 \cdot \text{mm}$$

$$A_a = 178 \cdot \text{cm}^2$$

$$I_a = 94374.19 \cdot \text{cm}^4$$

$$Z_a = 3845.9 \cdot \text{cm}^3$$

$$W_a = 3431.79 \cdot \text{cm}^3$$

$$r_y = 69.34 \cdot \text{mm}$$

$$g_a = 1.37 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

**Critério de esbeltez:**

$$\text{Esbeltez\_alma} = \text{"Compacta"}$$

$$\text{Esbeltez\_mesa} = \text{"Compacta"}$$

**Verificação dos enrijecedores transversais:**

$$t_e := 12.5 \text{mm}$$

$$a := 500 \text{mm}$$

$$L_b = 1.5 \text{m}$$

$$\text{Verificação\_enrijecedor\_espessura} = \text{"OK"}$$

$$\text{Verificação\_enrijecedor\_inércia} = \text{"OK"}$$

$$\text{Verificação\_Espaçamento} = \text{"OK"}$$

**B. Laje de concreto**

$$t_c := 130 \text{mm}$$

$$b_{ef} = 1500 \cdot \text{mm}$$

**Propriedades geométricas da seção de concreto:**

$$y_c = 65 \cdot \text{mm}$$

$$A_c = 1950 \cdot \text{cm}^2$$

$$I_c = 27462.5 \cdot \text{cm}^4$$

$$W_c = 4225 \cdot \text{cm}^3$$

$$g_c = 16.25 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

**C. Forma de aço incorporada**

Altura da forma de aço incorporada:

$$h_f := 0 \text{mm}$$

**D. Conectores de cisalhamento - Tipo PINO COM CABEÇA ("stud bolt")**

$$d_{cs} := 12.5 \text{mm}$$

$$A_{cs} := \frac{\pi \cdot d_{cs}^2}{4} = 1.23 \cdot \text{cm}^2$$

**E. Viga mista**

**Propriedades geométricas da seção de mista:**

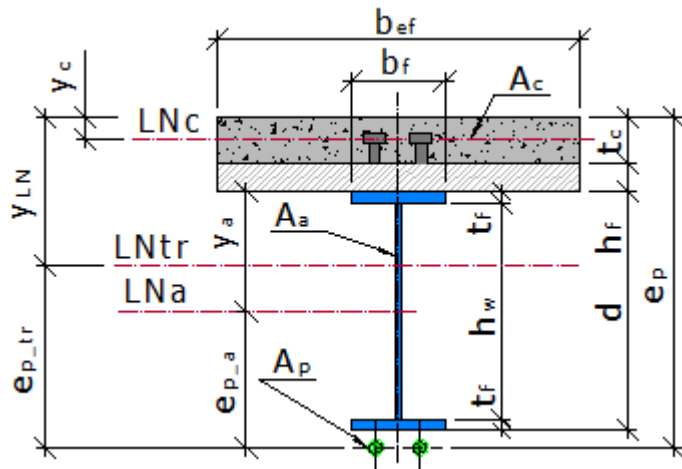
$$y_{LN} = 19.92 \cdot \text{cm}$$

$$I_{tr} = 186684.71 \cdot \text{cm}^4$$

$$W_{tr1} = 9372.16 \cdot \text{cm}^3$$

$$W_{tr2} = 3882.72 \cdot \text{cm}^3$$

## F. Posições das linhas neutras (LN LINHA NEUTRA ELÁSTICA)



Concreto:

$$y_c = 65 \cdot \text{mm}$$

Perfil de aço:

$$y_a = 275 \cdot \text{mm}$$

Seção mista:

$$y_{LN} = 199.19 \cdot \text{mm}$$

Posição do cabo no MEIO DO VÃO:

$$e_p := 730 \text{mm}$$

$$t_c + h_f + y_a - e_p = -325 \cdot \text{mm}$$

$$e_{p\_a} := e_p - (t_c + h_f + y_a)$$

$$e_{p\_a} = 325 \cdot \text{mm}$$

$$e_{p\_tr} := e_p - y_{LN}$$

$$e_{p\_tr} = 530.81 \cdot \text{mm}$$

Posição\_da\_LN :=

"Na laje de concreto - LAJE"	if $y_{LN} < t_c + h_f$	$d = 0.55 \text{ m}$
"No perfil de aço - MESA"	if $y_{LN} \geq t_c + h_f$	
"No perfil de aço - ALMA"	if $y_{LN} \geq t_c + h_f + t_f$	

Posição\_da\_LN = "No perfil de aço - ALMA"

## 1. ETAPA: Viga de AÇO - estimativa da força de protensão

AÇÕES A CONSIDERAR:

(0) Força de protensão

(1) Peso próprio do perfil de aço

$$g_a = 1.37 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

VERIFICAÇÃO

RESULTADO PARCIAL

RESULTADO FINAL

### A. Estimativa da força de protensão

Força de protensão inicial:

**Nunziata (2004)**

Estimativa das perdas de protensão:

$$N_{P_0} := \frac{f_{yd} + \frac{\gamma_{ga} \cdot (g_a \cdot L_v^2)}{8}}{\frac{\beta \cdot \gamma_{p.df}}{A_a} + \frac{\beta \cdot \gamma_{p.df} \cdot e_{p_a}}{W_a}}$$

$$N_{P_0} = 1186.25 \cdot \text{kN}$$

**Força de protensão inicial ADOTADA:**

Diâmetro nominal do cabo (comercial):

Número de cabos necessários:

### B. Verificações do ELU

#### 1. Momento fletor

Momento fletor máximo de sollicitação:

$$M_{Sd_1} = 117 \cdot \text{kN} \cdot \text{m}$$

**Saadmanesh et al. (1989)**

Adotado valor de  $\alpha$  que varia de 20% a 50%. Indica quanto do  $M_{max}$  vai ser resitado pelo cabo de protensão:

$$\alpha := 30\%$$

Valor inferior a 1 para compensar o incremento na força de protensão inicial devido aos carregamentos externos:

$$\omega := .9$$

$$M_{max} := \frac{\gamma_{ga} \cdot (g_a \cdot L_v^2)}{8} + \frac{\gamma_{gc} \cdot (g_c \cdot L_v^2)}{8} + \frac{\gamma_{gc} \cdot (g_{sc_u} \cdot L_v^2)}{8} + \frac{\gamma_{sc} \cdot (q_{sc} \cdot L_v^2)}{8} = 1343.71 \cdot \text{kN} \cdot \text{m}$$

$$S_{P_0} := \omega \cdot \frac{\alpha \cdot M_{max}}{e_{p_a}}$$

$$S_{P_0} = 1116.32 \cdot \text{kN}$$

$$P_0 := 300 \text{ kN}$$

$$d_p := 12.7 \text{ mm}$$

$$n_p = 2$$

Momento fletor resistente da seção:

$$M_{FLA} = 874.07 \cdot \text{kN} \cdot \text{m}$$

$$M_{FLM} = 874.07 \cdot \text{kN} \cdot \text{m}$$

$$M_{FLT} = 874.07 \cdot \text{kN} \cdot \text{m}$$

$$M_{Rd_1} := \min(M_{FLA}, M_{FLM}, M_{FLT}) = 874.07 \cdot \text{kN} \cdot \text{m}$$

$$\text{Verificação}_{M_{Rd_1}} := \begin{cases} \text{"OK"} & \text{if } M_{Rd_1} \geq M_{Sd_1} \\ \text{"NÃO OK"} & \text{otherwise} \end{cases}$$

$$\text{Verificação}_{M_{Rd_1}} = \text{"OK"}$$

## 2. Cortante

Força cortante mínima de solicitação:

$$V_{Sd_1} = 10.28 \cdot \text{kN}$$

▶ Cálculo da força cortante resistente - NBR 8800

Força cortante resistente da seção:

$$V_{Rd_1} := V_{Rd} = 937.5 \cdot \text{kN}$$

$$\text{Verificação}_{V_{Rd_1}} := \begin{cases} \text{"OK"} & \text{if } V_{Rd_1} \geq V_{Sd_1} \\ \text{"NÃO OK"} & \text{otherwise} \end{cases}$$

$$\text{Verificação}_{V_{Rd_1}} = \text{"OK"}$$

## 3. Flexo-compressão

▶ Cálculo flexo-compressão - NBR 8800

Força normal solicitante (força de protensão):

$$N_{Sd_1} := \gamma_{p,df} \cdot P_0 = 360 \cdot \text{kN}$$

Força normal resistente à compressão:

$$N_{Rd_1} := N_{Rd} = 3503 \cdot \text{kN}$$

Momento fletor solicitante:

$$M_{Sd_1} = 117 \cdot \text{kN} \cdot \text{m}$$

Momento fletor resistente da seção:

$$M_{Rd_1} = 874.07 \cdot \text{kN} \cdot \text{m}$$

$$\text{Verificação}_{\text{Flexocompressão}_1} = \text{"OK"}$$

$$FC = 0.19$$

## 4. Flambagem local da mesa inferior

$$\text{Verificação}_{\text{Flambagem}_{\text{local}_{\text{mesa}_1}} := \begin{cases} \text{"OK"} & \text{if } Q_s = 1 \\ \text{"NÃO, enrijecer"} & \text{otherwise} \end{cases}$$

$$\text{Verificação}_{\text{Flambagem}_{\text{local}_{\text{mesa}_1}} = \text{"OK"}$$

## 5. Flambagem local da alma

$$\text{Verificação}_{\text{Flambagem}_{\text{local}_{\text{alma}_1}} := \begin{cases} \text{"OK"} & \text{if } Q_a = 1 \\ \text{"NÃO, enrijecer alma"} & \text{otherwise} \end{cases}$$

$$\text{Verificação}_{\text{Flambagem}_{\text{local}_{\text{alma}_1}} = \text{"OK"}$$

## C. Verificações do ELS (seção mais solicitada)

## 1. Determinação dos deslocamentos

Valor limite dado na Norma para a flecha admissível:

$$\alpha_f := 350$$

$$\delta_{adm} := \frac{L_v}{\alpha_f} = 34.29 \cdot \text{mm}$$

Flecha total:  $\delta_1 := \delta_{ga} + \delta_{P0}$

$$\delta_1 = -7.34 \cdot \text{mm}$$

Verificação\_flecha\_1 :=  $\begin{cases} \text{"OK"} & \text{if } |\delta_1| \leq \delta_{adm} \\ \text{"NÃO, verificar perfil"} & \text{otherwise} \end{cases}$

Verificação\_flecha\_1 = "OK"



## 2. ETAPA: Viga de AÇO - concretagem da laje

AÇÕES A CONSIDERAR:

(0) Força de protensão

(1) Peso próprio do perfil de aço

(2) Peso próprio da laje de concreto

$$P := P_0 \cdot \gamma_{p.f} = 300 \cdot \text{kN}$$

$$\gamma_{p.f} = 1$$

$$g_a = 1.37 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

$$g_c = 16.25 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

ENTRADA

VERIFICAÇÃO

RESULTADO PARCIAL

RESULTADO FINAL

(3) Sobrecarga de construção

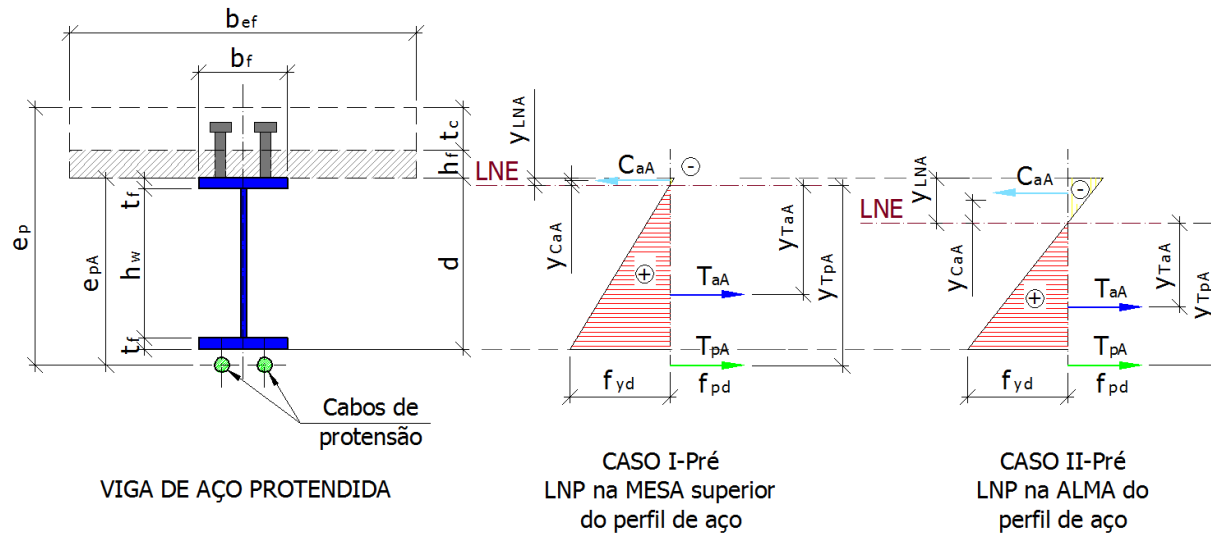
(4) Incremento na força de protensão devido ao peso próprio da laje

$$q_{sc\_c} = 0 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

$$\Delta P_{gc} := \begin{cases} \frac{\gamma_{gc} \cdot g_c \cdot L_v^2 \cdot e_{p\_a}}{12 \cdot \left( e_{p\_a}^2 + \frac{I_a}{A_a} + \frac{E \cdot I_a}{E_p \cdot A_p} \right)} & \text{if } P_0 > 0 = 36.53 \cdot \text{kN} \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

## A. Verificações do ELU (seção mais solicitada)

### 1. Momento fletor



$$T_{aA} := (2 \cdot b_f \cdot t_f + h_w \cdot t_w) f_{yd} = 4045.45 \cdot \text{kN}$$

$$T_p := A_p \cdot f_p = 600 \cdot \text{kN}$$

$$C_{aA} := \frac{T_{aA} + T_p}{2} = 2322.73 \cdot \text{kN}$$

$$e_{pA} := e_p - t_c - h_f = 600 \cdot \text{mm}$$

$$y_{LNA} := \begin{cases} t_f + \frac{t_w \cdot h_w}{2b_f} + \frac{T_p}{2b_f \cdot f_{yd}} & \text{if } C_{aA} \leq t_f \cdot b_f \cdot f_{yd} = 361.6 \cdot \text{mm} \\ \frac{h_w}{2} + \frac{T_p}{2 \cdot t_w \cdot f_{yd}} & \text{if } C_{aA} > t_f \cdot b_f \cdot f_{yd} \end{cases}$$

$$\text{Posição\_da\_LNP\_PERFIL\_A} := \begin{cases} \text{"Caso I - no perfil de aço - ALMA"} & \text{if } C_{aA} > t_f \cdot b_f \cdot f_{yd} \\ \text{"Caso II - no perfil de aço - MESA"} & \text{if } C_{aA} \leq t_f \cdot b_f \cdot f_{yd} \text{ otherwise} \end{cases}$$

Posição\_da\_LNP\_PERFIL\_A = "Caso I - no perfil de aço - ALMA"

$$M_{Rd\_2} := \begin{cases} y_{TaA} \leftarrow \frac{2}{3} \cdot (d - y_{LNA}) & = 1211.08 \cdot \text{kN} \cdot \text{m} \\ y_{TpA} \leftarrow e_{pA} - y_{LNA} \\ y_{CaA} \leftarrow \frac{2}{3} \cdot (y_{LNA}) \\ M_{Rd\_PERFIL} \leftarrow T_{aA} \cdot y_{TaA} + T_P \cdot y_{TpA} + C_{aA} \cdot y_{CaA} \end{cases}$$

Momento fletor de solicitação:

$$M_{Sd\_2} = 296.84 \cdot \text{kN} \cdot \text{m}$$

Momento fletor resistente da seção:

$$M_{Rd\_2} = 1211.08 \cdot \text{kN} \cdot \text{m}$$

$$\text{Verificação\_}M_{Rd\_2} := \begin{cases} \text{"OK"} & \text{if } M_{Rd\_2} \geq M_{Sd\_2} \\ \text{"NÃO OK"} & \text{otherwise} \end{cases}$$

$$\text{Verificação\_}M_{Rd\_2} = \text{"OK"}$$

## 2. Cortante

Força cortante de solicitação:

$$V_{Sd\_2} = 396.53 \cdot \text{kN}$$

Força cortante resistente da seção:

$$V_{Rd\_2} := V_{Rd} = 937.5 \cdot \text{kN}$$

$$\text{Verificação\_}V_{Rd\_2} := \begin{cases} \text{"OK"} & \text{if } V_{Rd\_2} \geq V_{Sd\_2} \\ \text{"NÃO OK"} & \text{otherwise} \end{cases}$$

$$\text{Verificação\_}V_{Rd\_2} = \text{"OK"}$$

## 4. Momento + cortante

Tensão de flexão solicitante:

$$\sigma_{Sd} := \frac{M_{Sd\_2}}{W_a} = 86.5 \cdot \text{MPa}$$

Tensão cortante de solicitação:

$$\tau_{Sd} := \frac{V_{Sd\_2}}{b \cdot h_w} = 2.58 \cdot \text{MPa}$$

$$\sigma_{Sd\_int} := \sqrt{(\sigma_{Sd})^2 + 3 \cdot (\tau_{Sd})^2} = 86.61 \cdot \text{MPa}$$

$$\text{Verificação\_Momento\_Cortante} := \begin{cases} \text{"OK"} & \text{if } \sigma_{Sd\_int} \leq f_{yd} \\ \text{"NÃO"} & \text{otherwise} \end{cases}$$

Verificação\_Momento\_Cortante = "OK"

$$\text{Verificação\_}\tau_{Sd} := \begin{cases} \text{"OK"} & \text{if } \tau_{Sd} \leq \frac{f_{yd}}{\sqrt{3}} \\ \text{"NÃO"} & \text{otherwise} \end{cases}$$

Verificação\_τSd = "OK"

### 5. Flexo-compressão

Força normal solicitante (força de protensão):

$$N_{Sd\_2} := N_{Sd\_1} + \Delta P_{gc} = 396.53 \cdot \text{kN}$$

Força normal resistente à compressão:

$$N_{Rd\_2} := N_{Rd} = 3503 \cdot \text{kN}$$

Momento fletor solicitante:

$$M_{Sd\_2} = 296.84 \cdot \text{kN} \cdot \text{m}$$

Momento fletor resistente da seção:

$$M_{Rd\_2} = 1211.08 \cdot \text{kN} \cdot \text{m}$$

Verificação\_Flexocompressão\_2 = "OK"

FC\_2 = 0.3

## B. Verificações do ELS (seção mais solicitada)

### 1. Determinação dos deslocamentos

Valor limite dado na Norma para a flecha admissível:

$$\delta_{adm} = 34.29 \cdot \text{mm}$$

Flecha total:

$$\delta_2 := \delta_1 + \delta_{gc2} + 0.4\delta_{qsc\_c2} + \delta_{\Delta Pgc2} = 14.78 \cdot \text{mm}$$

$$\text{Verificação\_flecha\_2} := \begin{cases} \text{"OK"} & \text{if } |\delta_2| \leq \delta_{adm} \\ \text{"NÃO, verificar perfil"} & \text{otherwise} \end{cases}$$

Verificação\_flecha\_2 = "OK"

### 3. ETAPA: Viga MISTA - t=0 n = Ea/Ec (seção mais solicitada)

AÇÕES A CONSIDERAR:

(0) Força de protensão

P = 300·kN



(1) Peso próprio do perfil de aço

$$g_a = 1.37 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

(2) Peso próprio da laje de concreto

$$g_c = 16.25 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

(4) Incremento na força de protensão devido ao carregamento da laje

$$\Delta P_{gc} = 36.53 \cdot \text{kN}$$

**(5) Carga permanente de utilização (revestimentos e acessórios)**

$$g_{sc\_u} = 10 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

**(6) Sobrecarga de utilização**

$$q_{sc} = 25 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

**(7) Carga concentrada de utilização**

$$F = 0 \cdot \text{kN}$$

**(8) Incremento na força de protensão devido aos carregamentos de carga permanente de utilização, sobrecarga de utilização e carga concentrada de utilização**

$$\Delta P_{sc} := \begin{cases} \frac{(\gamma_{gc} \cdot g_{sc\_u} + \gamma_{sc} \cdot q_{sc}) \cdot L_v^2 \cdot e_{p\_tr}}{12 \cdot \left( e_{p\_tr}^2 + \frac{I_{tr}}{A_{tr}} + \frac{E \cdot I_{tr}}{E_p \cdot A_p} \right)} + \frac{2 \cdot F \cdot e_{p\_tr} \cdot \left( \frac{3 \cdot L_v^2}{16} - 1.125 \cdot j^2 \right)}{L_v \cdot \left( e_{p\_tr}^2 + \frac{I_{tr}}{A_{tr}} + \frac{E \cdot I_{tr}}{E_p \cdot A_p} \right)} & \text{if } P_0 > 0 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

ENTRADA

VERIFICAÇÃO

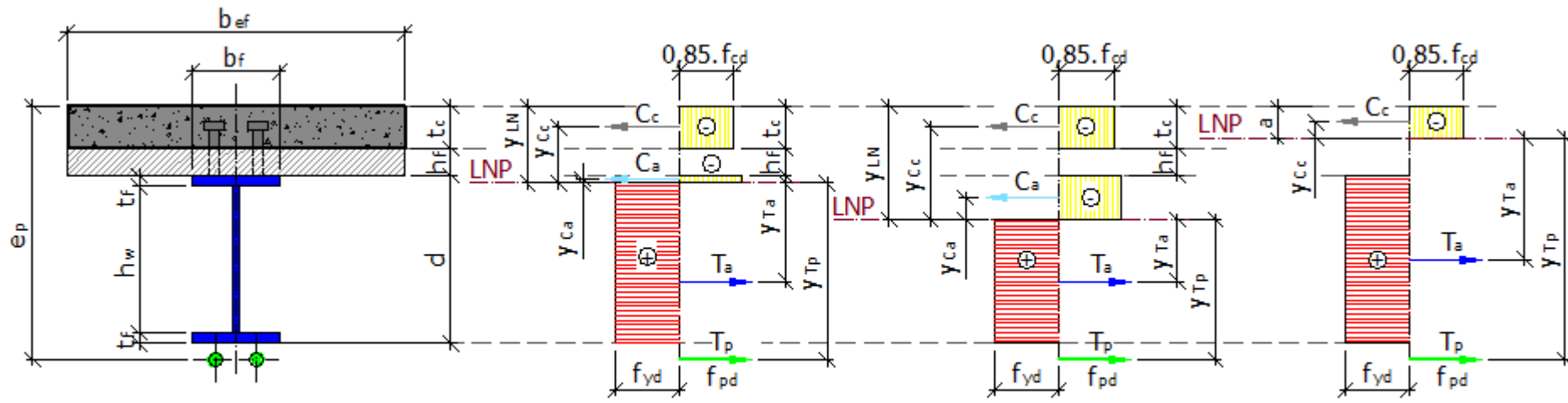
RESULTADO PARCIAL

RESULTADO FINAL

## A. Verificações do ELU (seção mais solicitada)

### 1. Momento fletor

Posição da Linha neutra plástica (LNP)



VIGA MISTA PROTENDIDA

**CASO I-A**  
LNP na MESA superior  
do perfil de aço

**CASO I-B**  
LNP na ALMA  
do perfil de aço

**CASO II**  
LNP NA LAJE DE CONCRETO

$$C_c := 0.85 \cdot f_{cd} \cdot b_{ef} \cdot t_c = 2959.82 \cdot \text{kN}$$

$$T_a := (2 \cdot b_f \cdot t_f + h_w \cdot t_w) \cdot f_{yd} = 4045.45 \cdot \text{kN}$$

$$C_a := \frac{T_a + T_p - C_c}{2} = 842.82 \cdot \text{kN}$$

$$T_p = 600 \cdot \text{kN}$$

$$a := \frac{T_a + T_p}{0.85 \cdot f_{cd} \cdot b_{ef}} = 204.04 \cdot \text{mm}$$

$$y_{LNP} := \begin{cases} t_c + h_f + \frac{C_a}{b_f \cdot f_{yd}} & \text{if } C_a \leq t_f \cdot b_f \cdot f_{yd} \\ t_c + t_f + h_f + \frac{C_a - t_f \cdot b_f \cdot f_{yd}}{t_w \cdot f_{yd}} & \text{if } C_a > t_f \cdot b_f \cdot f_{yd} \\ \frac{T_a + T_p}{0.85 \cdot f_{cd} \cdot b_{ef}} & \text{if } C_c > T_a + T_p \end{cases} = 142.36 \cdot \text{mm}$$

$$\text{Posição\_da\_LNP} := \begin{cases} \text{"Caso II - na laje de concreto LAJE"} & \text{if } C_c > T_a + T_p \\ \text{"Caso I-B - no perfil de aço - ALMA"} & \text{if } C_a > t_f \cdot b_f \cdot f_{yd} \\ \text{"Caso I-A - no perfil de aço - MESA"} & \text{if } C_a \leq t_f \cdot b_f \cdot f_{yd} \text{ otherwise} \end{cases}$$

Posição\_da\_LNP = "Caso I-A - no perfil de aço - MESA"

$$M_{Rd\_PERFIL} := \begin{cases} y_{Ta} \leftarrow 0.5 \cdot (t_c + h_f + d - y_{LNP}) & = 1674.26 \cdot \text{kN} \cdot \text{m} \\ y_{Tp} \leftarrow e_p - y_{LNP} \\ y_{Cc} \leftarrow y_{LNP} - 0.5t_c \\ y_{Ca} \leftarrow 0.5 \cdot (y_{LNP} - t_c - h_f) \\ M_{Rd\_PERFIL} \leftarrow T_a \cdot y_{Ta} + T_p \cdot y_{Tp} + C_c \cdot y_{Cc} + C_a \cdot y_{Ca} \end{cases} \quad M_{Rd\_LAJE} := \begin{cases} y_{Ta} \leftarrow 0.5 \cdot d + t_c + h_f - a & = 1430.53 \cdot \text{kN} \cdot \text{m} \\ y_{Tp} \leftarrow e_p - a \\ y_{Cc} \leftarrow 0.5 \cdot a \\ M_{Rd\_LAJE} \leftarrow T_a \cdot y_{Ta} + T_p \cdot y_{Tp} + C_c \cdot y_{Cc} \end{cases}$$

$$M_{Rd\_3} := \begin{cases} M_{Rd\_LAJE} & \text{if } C_c > T_a + T_p \\ M_{Rd\_PERFIL} & \text{otherwise} \end{cases} = 1674.26 \cdot \text{kN} \cdot \text{m}$$

Posição\_da\_LNP = "Caso I-A - no perfil de aço - MESA"

$$y_{LNP} = 142.36 \cdot \text{mm}$$

Momento fletor de solicitação:

$$M_{Sd\_3} = 1123.09 \cdot \text{kN} \cdot \text{m}$$

Momento fletor resistente da seção:

$$M_{Rd\_3} = 1674.26 \cdot \text{kN} \cdot \text{m}$$

$$\text{Verificação\_}M_{Rd\_3} := \begin{cases} \text{"OK"} & \text{if } M_{Rd\_3} \geq M_{Sd\_3} \\ \text{"NÃO OK"} & \text{otherwise} \end{cases}$$

$$\text{Verificação\_}M_{Rd\_3} = \text{"OK"}$$

## 2. Cortante

Força cortante de solicitação:

$$V_{Sd\_3} = 466.5 \cdot \text{kN}$$

Força cortante resistente da seção:

$$V_{Rd\_3} := V_{Rd} = 937.5 \cdot \text{kN}$$

$$\text{Verificação\_}V_{Rd\_3} := \begin{cases} \text{"OK"} & \text{if } V_{Rd\_3} \geq V_{Sd\_3} \\ \text{"NÃO OK"} & \text{otherwise} \end{cases}$$

$$\text{Verificação\_}V_{Rd\_3} = \text{"OK"}$$

## 3. Momento + cortante

Seção 1: apoio - PONTO A

$$V_{seção\_1} := |V_{Sd3}(x_A, y_A)| = 9.59 \cdot \text{kN}$$

Seção 2: Lv/4 - PONTO B

$$V_{seção\_2} := |V_{Sd3}(x_B, y_B)| = 238.04 \cdot \text{kN}$$

Seção 3: central (Lv/2) - PONTO C

$$V_{seção\_3} := |V_{Sd3}(x_C, y_C)| = 466.5 \cdot \text{kN}$$

### Seção 3j: carga concentrada: (Lv/2 - j) ou (Lv/2 + j)

$$V_{\text{seção}_3j} := \left| V_{\text{Sd}3} \left( \frac{L_v}{2} - j, y_C \right) \right| = 466.5 \cdot \text{kN}$$

#### Seção 1: apoio

Verificação\_concreto\_s1 = "OK"

Verificação\_aço\_sup\_s1 = "OK"

Verificação\_aço\_inf\_s1 = "OK"

$$\sigma_{s1} := \begin{cases} \sigma_{a\_s1} \leftarrow \max(|\sigma_{\text{asup}_s1}|, |\sigma_{\text{ainf}_s1}|) \\ \sigma_{s1} \leftarrow \sqrt{(\sigma_{a\_s1})^2 + 3 \cdot (\tau_{s1})^2} \end{cases}$$

$$\sigma_{s1} = 5.78 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$$

Verificação\_σs1 :=  $\begin{cases} \text{"OK"} & \text{if } \sigma_{s1} \leq f_{yd} \\ \text{"NÃO"} & \text{otherwise} \end{cases}$

Verificação\_σs1 = "OK"

#### Seção 2: Lv/4

Verificação\_concreto\_s2 = "OK"

Verificação\_aço\_sup\_s2 = "OK"

Verificação\_aço\_inf\_s2 = "OK"

$$\sigma_{s2} := \begin{cases} \sigma_{a\_s2} \leftarrow \max(|\sigma_{\text{asup}_s2}|, |\sigma_{\text{ainf}_s2}|) \\ \sigma_{s2} \leftarrow \sqrt{(\sigma_{a\_s2})^2 + 3 \cdot (\tau_{s2})^2} \end{cases}$$

$$\sigma_{s2} = 21.78 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$$

Verificação\_σs2 :=  $\begin{cases} \text{"OK"} & \text{if } \sigma_{s2} \leq f_{yd} \\ \text{"NÃO"} & \text{otherwise} \end{cases}$

Verificação\_σs2 = "OK"

#### Seção 3: central (Lv/2)

Verificação\_concreto\_s3 = "OK"

Verificação\_aço\_sup\_s3 = "OK"

Verificação\_aço\_inf\_s3 = "NÃO"

$$\sigma_{s3} := \begin{cases} \sigma_{a\_s3} \leftarrow \max(|\sigma_{\text{asup}_s3}|, |\sigma_{\text{ainf}_s3}|) \\ \sigma_{s3} \leftarrow \sqrt{(\sigma_{a\_s3})^2 + 3 \cdot (\tau_{s3})^2} \end{cases}$$

$$\sigma_{s3} = 30.97 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$$

Verificação\_σs3 :=  $\begin{cases} \text{"OK"} & \text{if } \sigma_{s3} \leq f_{yd} \\ \text{"NÃO"} & \text{otherwise} \end{cases}$

Verificação\_σs3 = "NÃO"

### Seção 3j: carga concentrada: (Lv/2 - j) ou (Lv/2 + j)

Verificação\_concreto\_s3j = "OK"

Verificação\_aço\_sup\_s3j = "OK"

Verificação\_aço\_inf\_s3j = "NÃO"

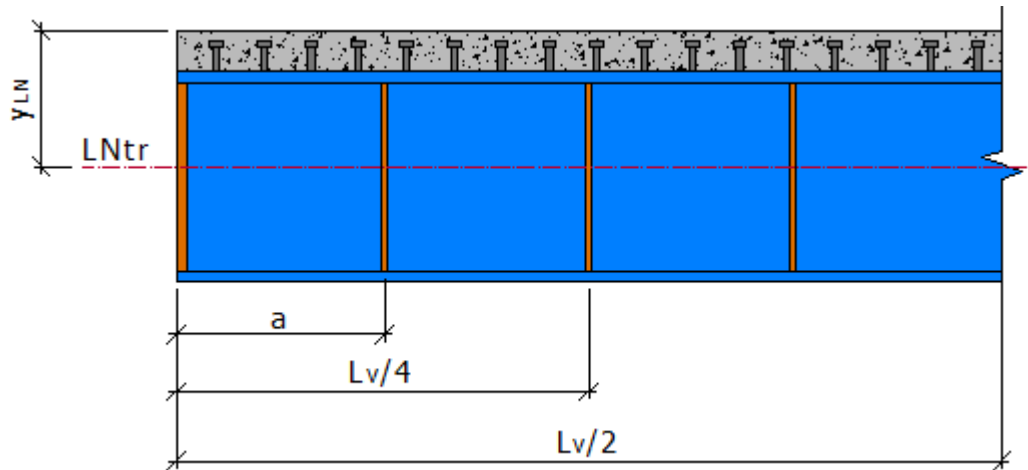
$$\sigma_{s3j} := \begin{cases} \sigma_{a\_s3j} \leftarrow \max(|\sigma_{\text{asup}_s3j}|, |\sigma_{\text{ainf}_s3j}|) \\ \sigma_{s3j} \leftarrow \sqrt{(\sigma_{a\_s3j})^2 + 3 \cdot (\tau_{s3j})^2} \end{cases}$$

$$\sigma_{s3j} = 30.97 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$$

Verificação\_σs3j :=  $\begin{cases} \text{"OK"} & \text{if } \sigma_{s3j} \leq f_{yd} \\ \text{"NÃO"} & \text{otherwise} \end{cases}$

Verificação\_σs3j = "NÃO"

### 3. Estabilidade local do painel da alma



$$a = 500 \cdot \text{mm}$$

$$n_{\text{painéis}} := \frac{L_v}{a} = 24$$

$$\lambda_w := \frac{h_w}{t_w} = 40.96$$

$$\lambda_{w\_lim} := 0.95 \cdot \sqrt{\frac{k \cdot E}{f_y}} = 86$$

$$\tau_{cr} := \frac{k \cdot E \cdot \pi^2}{\left[ 12 \cdot (1 - \nu^2) \left( \frac{h_w}{t_w} \right) \right]^2} = 10.11 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$$

#### Painel 1 : seção de apoio

$$\tau_{s1} = 0.01 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$$

$$\text{Verificação\_Painel\_1} := \begin{cases} \text{"OK"} & \text{if } \tau_{s1} \leq \tau_{cr} \\ \text{"NÃO"} & \text{otherwise} \end{cases}$$

$$\text{Verificação\_Painel\_1} = \text{"OK"}$$

#### Painel 2: seção a $L_v/4$

$$\tau_{s2} = 0.15 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$$

$$\text{Verificação\_Painel\_2} := \begin{cases} \text{"OK"} & \text{if } \tau_{s2} \leq \tau_{cr} \\ \text{"NÃO"} & \text{otherwise} \end{cases}$$

$$\text{Verificação\_Painel\_2} = \text{"OK"}$$

#### Painel 3: seção central ( $L_v/2$ )

$$\tau_{s3} = 0.3 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$$

$$\text{Verificação\_Painel\_3} := \begin{cases} \text{"OK"} & \text{if } \tau_{s3} \leq \tau_{cr} \\ \text{"NÃO"} & \text{otherwise} \end{cases}$$

$$\text{Verificação\_Painel\_3} = \text{"OK"}$$

#### Seção 3j: carga concentrada: ( $L_v/2 - j$ ) ou ( $L_v/2 + j$ )

$$\tau_{s3j} = 0.3 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$$

$$\text{Verificação\_Painel\_3j} := \begin{cases} \text{"OK"} & \text{if } \tau_{s3j} \leq \tau_{cr} \\ \text{"NÃO"} & \text{otherwise} \end{cases}$$

$$\text{Verificação\_Painel\_3j} = \text{"OK"}$$

#### 4. Flambagem distorcional - Flambagem lateral com distorção (FLD)

Necessário\_Verificar\_FLD = "SIM, VERIFICAR FLD"

Momento fletor negativo de solicitação:

$$M_{Sd_3} := 233.20 \text{ kN}\cdot\text{m}$$

Momento fletor resistente a flambagem distorcional:

$$M_{Rd\_dist} = 1396.68 \text{ kN}\cdot\text{m}$$

Verificação\_FLD :=  $\begin{cases} \text{"OK"} & \text{if } M_{Sd_3} \leq M_{Rd\_dist} \\ \text{"NÃO"} & \text{otherwise} \end{cases}$

Verificação\_FLD = "OK"

#### 5. Conectores de cisalhamento

Cisalhamento horizontal na interface aço/concreto:

$$V_{h\_Rd} = 2959.82 \text{ kN}$$

Número de conectores para meia viga:

$$n_{cs} = 74$$

Força resistente total de cálculo dos conectores:

$$Q_{Rd} = 3014.95 \text{ kN}$$

Carga máxima por conector:

$$q_{Rd} = 40.74 \text{ kN}$$

Verificação\_  $V_{h\_Rd}$  = "OK"

### B. Verificações do ELS (seção mais solicitada)

#### 1. Determinação dos deslocamentos

Valor limite dado na Norma para a flecha admissível:

$$\delta_{adm} = 34.29 \text{ mm}$$

Flecha total:  $\delta_3 := \delta_2 + \delta_{gsc\_u3} + 0.4\delta_{qsc3} + \delta_{\Delta Pgc3} + \delta_{\Delta Psc3}$

$$\delta_3 = 26.51 \text{ mm}$$

Verificação\_flecha\_3 :=  $\begin{cases} \text{"OK"} & \text{if } \delta_3 \leq \delta_{adm} \\ \text{"NÃO, verificar perfil"} & \text{otherwise} \end{cases}$

Verificação\_flecha\_3 = "OK"

#### 2. Compressão no concreto

$$\sigma_c := \frac{1}{n} \cdot \frac{(g_{sc\_u} + q_{sc}) \cdot L_v^2 \cdot y_{LNP}}{8 \cdot I_{tr}} = 0.67 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$$

$$\sigma_{c\_max} := 0.85f_{ck} = 2.13 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$$

$$\sigma_{cmin} := \frac{1}{n} \cdot \frac{(g_{sc\_u} + q_{sc}) \cdot L_v^2 \cdot (y_{LNP} - t_c)}{8 \cdot I_{tr}} = 0.06 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$$

Verificação\_compressão\_concreto :=  $\begin{cases} \text{"OK"} & \text{if } \sigma_c \leq \sigma_{c\_max} \\ \text{"NÃO"} & \text{otherwise} \end{cases}$

Verificação\_compressão\_concreto = "OK"

---

---

## **RESUMO - VERIFICAÇÃO DA VIGA MISTA PRÉ-TRACIONADA**

### **E. Viga mista**

Linha Neutra Elástica:  $y_{LN} = 199.19 \cdot \text{mm}$  Posição\_da\_LN = "No perfil de aço - ALMA"  
Linha Neutra Plástica:  $y_{LNP} = 142.36 \cdot \text{mm}$  Posição\_da\_LNP = "Caso I-A - no perfil de aço - MESA"

---

---

### **1. ETAPA: Viga de AÇO - estimativa da força de protensão**

#### **A. Estimativa da força de protensão**

Nunziata (2004)  $N_{P_0} = 1186.25 \cdot \text{kN}$  Saadmanesh et al. (1989)  $S_{P_0} = 1116.32 \cdot \text{kN}$

**Força de protensão inicial ADOTADA:**  $P_0 = 300 \cdot \text{kN}$

Área necessária:  $Aço_{nec} = 213.95 \cdot \text{mm}^2$

#### **B. Verificações do ELU**

##### **1. Momento fletor**

Verificação\_  $M_{Rd_1} = \text{"OK"}$   $M_{Sd_1} = 117 \cdot \text{kN} \cdot \text{m}$   $M_{Rd_1} = 874.07 \cdot \text{kN} \cdot \text{m}$

##### **2. Cortante**

Verificação\_  $V_{Rd_1} = \text{"OK"}$   $V_{Sd_1} = 10.28 \cdot \text{kN}$   $V_{Rd_1} = 937.5 \cdot \text{kN}$

##### **3. Flexo-compressão**

Verificação\_Flexocompressão\_1 = "OK"  $FC = 0.19$

Apoio:  $M_{Sd1}(x_A, y_{A1}) = -117 \cdot \text{kN} \cdot \text{m}$

Meio do vão:  $M_{Sd1}(x_C, y_{C1}) = -86.16 \cdot \text{kN} \cdot \text{m}$

## C. Verificações do ELS (seção mais solicitada)

### 1. Determinação dos deslocamentos

Verificação\_flecha\_1 = "OK"

$\delta_{adm} = 34.29 \cdot \text{mm}$

$\delta_1 = -7.34 \cdot \text{mm}$

## 2. ETAPA: Viga de AÇO - concretagem da laje

### FORÇA DE PROTENSÃO:

$P_0 = 300 \cdot \text{kN}$

$P = 300 \cdot \text{kN}$

### INCREMENTO DA FORÇA DE PROTENSÃO:

$\Delta P_{gc} = 36.53 \cdot \text{kN}$

## A. Verificações do ELU (seção mais solicitada)

### 1. Momento fletor

Verificação\_  $M_{Rd\_2}$  = "OK"

$M_{Sd\_2} = 296.84 \cdot \text{kN} \cdot \text{m}$

$M_{Rd\_2} = 1211.08 \cdot \text{kN} \cdot \text{m}$

### 2. Cortante

Verificação\_  $V_{Rd\_2}$  = "OK"

$V_{Sd\_2} = 396.53 \cdot \text{kN}$

$V_{Rd\_2} = 937.5 \cdot \text{kN}$

### 4. Momento + cortante

Verificação\_Momento\_Cortante = "OK"

$\sigma_{Sd\_int} = 8.66 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$

$f_{yd} = 22.73 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$

Tensão de flexão solicitante:  $\sigma_{Sd} = 8.65 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$

Tensão cortante de solicitação:  $\tau_{Sd} = 0.26 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$

Verificação\_  $\tau_{Sd}$  = "OK"

### 5. Flexo-compressão

Verificação\_Flexocompressão\_2 = "OK"

$FC\_2 = 0.3$

Apoio:  $M_{Sd2}(x_A, y_{A1}) = -128.87 \cdot \text{kN} \cdot \text{m}$

Meio do vão:  $M_{Sd2}(x_C, y_{C1}) = 296.84 \cdot \text{kN} \cdot \text{m}$

## B. Verificações do ELS (seção mais solicitada)

### 1. Determinação dos deslocamentos

Verificação\_flecha\_2 = "OK"

$\delta_{adm} = 34.29 \cdot \text{mm}$

$\delta_2 = 14.78 \cdot \text{mm}$

Deslocamentos parciais:

$\delta_{ga2} = 1.96 \cdot \text{mm}$

$\delta_{gc2} = 23.25 \cdot \text{mm}$

$\delta_{qsc\_c2} = 0 \cdot \text{mm}$

$\delta_{\Delta P_{gc2}} = -1.13 \cdot \text{mm}$



### 3. ETAPA: Viga MISTA - $t=0$ n = $E_a/E_c$ (seção mais solicitada)

#### A. Verificações do ELU (seção mais solicitada)

Posição da Linha neutra plástica (LNP)

Posição\_da\_LNP = "Caso I-A - no perfil de aço - MESA"

$y_{LNP} = 142.36 \cdot \text{mm}$

#### FORÇA DE PROTENSÃO:

$P_0 = 300 \cdot \text{kN}$

$P = 300 \cdot \text{kN}$

#### INCREMENTO DA FORÇA DE PROTENSÃO:

$\Delta P_{sc} = 69.97 \cdot \text{kN}$

$M_{Sd3}(x_A, y_A) = -247.62 \cdot \text{kN} \cdot \text{m}$

$M_{Sd3}(x_C, y_C) = 1123.09 \cdot \text{kN} \cdot \text{m}$

#### 1. Momento fletor

Verificação\_  $M_{Rd_3}$  = "OK"

$M_{Sd_3} = 1123.09 \cdot \text{kN} \cdot \text{m}$

$M_{Rd_3} = 1674.26 \cdot \text{kN} \cdot \text{m}$

#### 2. Cortante

Verificação\_  $V_{Rd_3}$  = "OK"

$V_{Sd_3} = 466.5 \cdot \text{kN}$

$V_{Rd_3} = 937.5 \cdot \text{kN}$

Apoio:  $M_{Sd3}(x_A, y_A) = -247.62 \cdot \text{kN} \cdot \text{m}$

Meio do vão:  $M_{Sd3}(x_C, y_C) = 1123.09 \cdot \text{kN} \cdot \text{m}$

#### 3. Momento + cortante

Seção 1: apoio  
PONTO A

$V_{seção_1} = 9.59 \cdot \text{kN}$

Verificação\_concreto\_s1 = "OK"

Verificação\_aço\_sup\_s1 = "OK"

Verificação\_aço\_inf\_s1 = "OK"

$\sigma_{s1} = 5.78 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$

Verificação\_  $\sigma_{s1}$  = "OK"

Seção 3: central ( $L_v/2$ )  
PONTO C

$V_{seção_3} = 466.5 \cdot \text{kN}$

Verificação\_concreto\_s3 = "OK"

Verificação\_aço\_sup\_s3 = "OK"

Verificação\_aço\_inf\_s3 = "NÃO"

$\sigma_{s3} = 30.97 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$

Verificação\_  $\sigma_{s3}$  = "NÃO"

#### 3. Estabilidade local do painel da alma

$\tau_{cr} = 10.11 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$

### Painel 1 : seção de apoio

$$\tau_{s1} = 0.01 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$$

Verificação\_Painel\_1 = "OK"

### Painel 3: seção central (Lv/2)

$$\tau_{s3} = 0.3 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$$

Verificação\_Painel\_3 = "OK"

### 4. Flambagem distorcional - Flambagem lateral com distorção (FLD)

Necessário\_Verificar\_FLD = "SIM, VERIFICAR FLD"

Verificação\_FLD = "OK"

$$M_{Sd\_3} = 233.2 \cdot \text{kN} \cdot \text{m}$$

$$M_{Rd\_dist} = 1396.68 \cdot \text{kN} \cdot \text{m}$$

### B. Verificações do ELS (seção mais solicitada)

#### 1. Determinação dos deslocamentos

Verificação\_flecha\_3 = "OK"

$$\delta_{adm} = 34.29 \cdot \text{mm}$$

$$\delta_3 = 26.51 \cdot \text{mm}$$

#### 2. Compressão no concreto

Verificação\_compressão\_concreto = "OK"

$$\sigma_c = 0.67 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$$

$$\sigma_{c\_max} = 2.13 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$$

$$\sigma_{cmin} = 0.06 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$$

---

### TENSÕES NA VIGA MISTA PRÉ-TRACIONADA

1ª. Tensões na viga de aço devido ao peso próprio do perfil de aço:

Tensão na mesa superior de aço:

$$\sigma_{ms\_I}(x_A) = 0 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$$

$$\sigma_{ms\_I}(x_C) = -0.8986 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$$

Tensão na mesa inferior de aço:

$$\sigma_{mi\_I}(x_A) = 0 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$$

$$\sigma_{mi\_I}(x_C) = 0.9 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$$

2ª. Protensão da viga de aço:

Tensão na mesa superior de aço:

$$\sigma_{ms\_II}(x_A) = 0.72 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$$

$$\sigma_{ms\_II}(x_C) = 0.72 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$$

Tensão na mesa inferior de aço:

$$\sigma_{mi\_II}(x_A) = -4.09 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$$

$$\sigma_{mi\_II}(x_C) = -4.09 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$$

3ª. Tensões na viga de aço devido ao peso próprio do concreto:

4ª. Incremento da força de protensão na viga mista devido a peso próprio da laje:

Tesão na mesa superior de aço:

$$\sigma_{ms\_III}(x_A) = 0 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$$

$$\sigma_{ms\_III}(x_C) = -11.51 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$$

Tesão na mesa inferior de aço:

$$\sigma_{mi\_III}(x_A) = 0 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$$

$$\sigma_{mi\_III}(x_C) = 11.51 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$$

Tesão na mesa superior de aço:

$$\sigma_{ms\_IV}(x_A) = 0.13 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$$

$$\sigma_{ms\_IV}(x_C) = 0.13 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$$

Tesão na mesa inferior de aço:

$$\sigma_{mi\_IV}(x_A) = -0.58 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$$

$$\sigma_{mi\_IV}(x_C) = -0.58 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$$

5ª. Tensões na viga mista devido a carga permanente de revestimento e acessórios:

Tesão na mesa superior de aço:

$$\sigma_{ms\_V}(x_A) = 0 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$$

$$\sigma_{ms\_V}(x_C) = -1 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$$

Tesão na mesa inferior de aço:

$$\sigma_{mi\_V}(x_A) = 0 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$$

$$\sigma_{mi\_V}(x_C) = 6.95 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$$

6ª. Tensões na viga mista devido a sobrecarga de utilização:

Tesão na mesa superior de aço:

$$\sigma_{ms\_VI}(x_A) = 0 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$$

$$\sigma_{ms\_VI}(x_C) = -2.5 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$$

Tesão na mesa inferior de aço:

$$\sigma_{mi\_VI}(x_A) = 0 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$$

$$\sigma_{mi\_VI}(x_C) = 17.38 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$$

7ª. Incremento da força de protensão na viga mista devido sobrecarga de utilização:

Tesão na mesa superior de aço:

$$\sigma_{ms\_VII}(x_A) = 0 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$$

$$\sigma_{ms\_VII}(x_C) = 0 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$$

Tesão na mesa inferior de aço:

$$\sigma_{mi\_VII}(x_A) = 0 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$$

$$\sigma_{mi\_VII}(x_C) = 0 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$$

Tensões totais na **VIGA MISTA PRÉ-PROTENDIDA**:

Tesão na mesa superior de aço:

$$\Sigma\sigma_{ms}(x_A) = 1.09 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$$

$$\Sigma\sigma_{ms}(x_C) = -14.82 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$$

Tesão na mesa inferior de aço:

$$\Sigma\sigma_{mi}(x_A) = -5.78 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$$

$$\Sigma\sigma_{mi}(x_C) = 30.96 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$$

## APÊNDICE B - VIGAS MISTAS DE AÇO E CONCRETO COM PÓS-TRAÇÃO

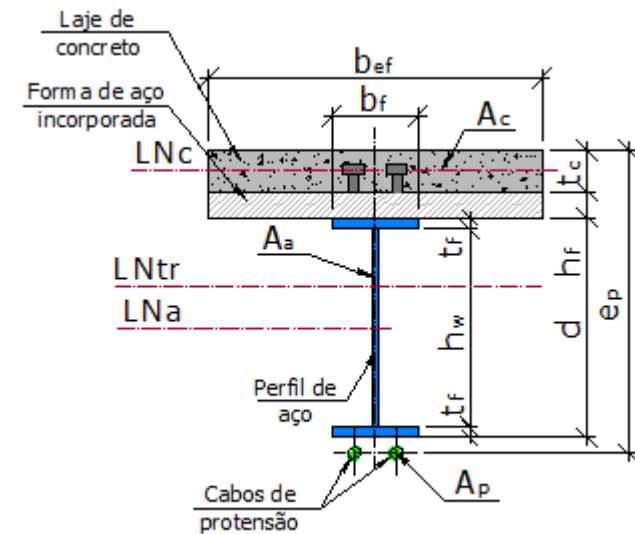
### Traçado do cabo: RETILÍNEO AO LONGO DE TODO O COMPRIMENTO DA VIGA

#### OBSERVAÇÕES:

Planilha válida para:

- Viga biapoiada;
- Seção de aço compacta;
- Carregamento distribuído e concentrado (ver figura);
- Conector de cisalhamento tipo pino com cabeça (stud bolt);
- Não foram considerados os fenômenos de fluência e retração do concreto da laje.

ENTRADA VERIFICAÇÃO RESULTADO PARCIAL RESULTADO FINAL



## 0. Dados iniciais

### A. Carregamentos

- Pesos próprios calculados automaticamente:

Perfil de aço (ga)

Concreto (gc)

- Carga permanente de utilização (revestimentos e acessórios) (gsc\_u):

$$G_{sc\_u} := 2 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2}$$

- Sobrecarga de construção (qsc\_c) (ver: *NBR 8681* - 4.3.2.4 Carregamento de construção):

$$Q_{sc\_c} := 0 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2}$$

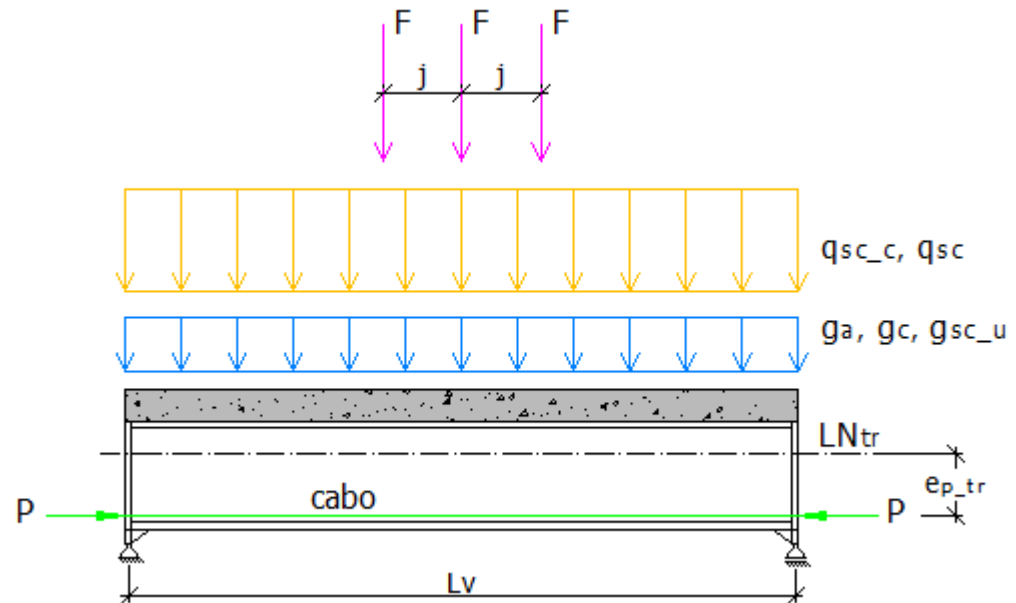
- Sobrecarga de utilização (qsc):

$$Q_{sc} := 5 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2}$$

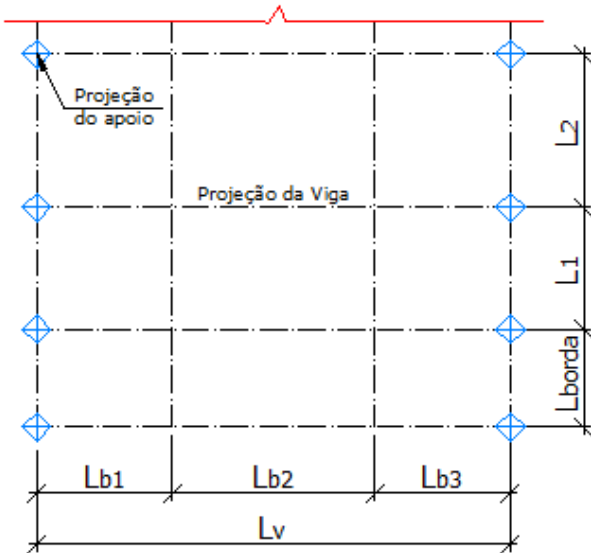
- Carga concentrada de utilização (F):

$$F := 0 \text{ kN}$$

$$j := 0 \text{ m}$$



## B. Distribuição das vigas



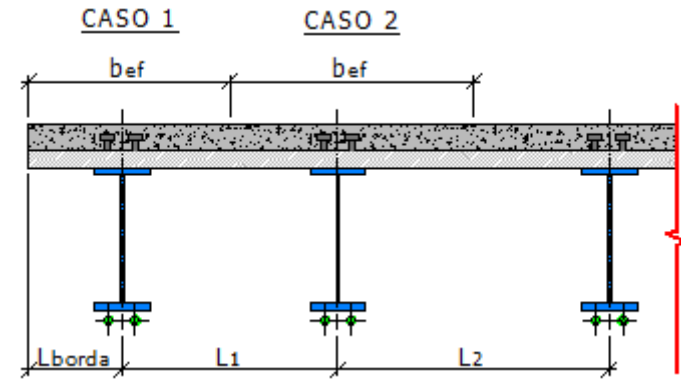
Distância entre apoios da viga:  $L_v := 12\text{m}$

Comprimento destravado:

$$L_b := \frac{L_v}{n_{\text{travamento}}}$$

$n_{\text{travamento}} := 8$

$$L_b = 1500\text{ mm}$$



Distância entre as vigas:

$$L_{borda} := 0\text{mm}$$

$$L_1 := 5000\text{mm}$$

$$L_2 := 5000\text{mm}$$

## Carregamentos aplicados na viga

- Pesos próprios calculados automaticamente:
- Carga permanente de utilização (revestimentos e acessórios) ( $g_{sc\_u}$ ):
- Sobrecarga de construção ( $q_{sc\_c}$ )  
(ver: NBR 8681 - 4.3.2.4 Carregamento de construção):
- Sobrecarga de utilização ( $q_{sc}$ ):
- Carga concentrada de utilização ( $F$ ):

$$b_{ef} = 1500\text{ mm}$$

$$B := \frac{(L_1 + L_2)}{2} = 5\text{ m}$$

Perfil de aço (ga)

Concreto (gc)

$$g_{sc\_u} := B \cdot G_{sc\_u} = 10 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

$$q_{sc\_c} := B \cdot Q_{sc\_c} = 0 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

$$q_{sc} := B \cdot Q_{sc} = 25 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

$$F = 0 \cdot \text{kN}$$

$$j = 0 \cdot \text{m}$$

# 1. MATERIAIS

## A. Aço estrutural

$$E := 200000\text{MPa}$$

$$\gamma_{\text{aço}} := 77 \frac{\text{kN}}{\text{m}^3}$$

$$G_a := 77000\text{MPa}$$

$$f_y := 250\text{MPa}$$

$$f_u := 400\text{MPa}$$

$$\sigma_r := 30\% \cdot f_y = 75 \cdot \text{MPa}$$

$$\nu := 0.3$$

## D. Aço de protensão

TIPO DO AÇO DE PROTENSÃO: para determinar as tensões iniciais de tração limitadas pela NBR 6118:2003

Aço de relaxação normal	RN	= 0
Aço de relaxação baixa	RB	= 1
Aços CP-85/105, fornecidos em barras	CP	= 2

$$\text{Tipo\_do\_Aço\_de\_protensão} := 1$$

$$f_{\text{ptk}} := 1900\text{MPa}$$

$$f_{\text{pyk}} := 1710\text{MPa}$$

$$E_p := 202000\text{MPa}$$

Tensão limite de tração para o aço de protensão

$$f_p = 140.22 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$$

## B. Concreto

$$f_{\text{ck}} := 25\text{MPa}$$

$$E_c := 5600 \sqrt{f_{\text{ck}}} \cdot \text{MPa} = 28000 \cdot \text{MPa}$$

$$n := \frac{E}{E_c} = 7.14$$

## C. Conectores

$$f_{\text{ucs}} := 415\text{MPa}$$

Ver p 110  
norma aço

Características dos aços de protensão de acordo com a especificação da ABNT

TIPO DE AÇO	$f_{\text{pyk}}$ (MPa)	$f_{\text{ptk}}$ (MPa)
CP 170-RN	1490	1700
CP 170-RB	1580	1700
CP 190-RB	1710	1900

## 2. COEFICIENTES DE PONDERAÇÃO (NBR 8800:2008)

### A. Coeficiente de ponderação das resistências

Aço e Estado-limite de instabilidade:

$$\gamma_a := 1.10 \quad f_{yd} := \frac{f_y}{\gamma_a}$$

Aço do conector de cisalhamento

$$\gamma_{cs} := 1.25$$

Concreto:

$$\gamma_c := 1.40 \quad f_{cd} := \frac{f_{ck}}{\gamma_c}$$

### B. Coeficiente de ponderação das ações

Peso próprio de estruturas metálicas:

$$\gamma_{ga} := 1.25$$

Força de protensão (ver **NBR 6118** pág.109):

Peso próprio de estruturas de concreto:

$$\gamma_{gc} := 1.35$$

- No ato da protensão e quando desfavorável:

$$\gamma_{p.df} := 1.2$$

Sobrecarga de utilização:

$$\gamma_{sc} := 1.50$$

- Quando favorável:

$$\gamma_{p.f} := 1$$

## 3. CARACTERÍSTICAS GEOMÉTRICAS

### A. Seção transversal de aço

Escolha da seção transversal de aço pela resistência a flexão

Momento fletor máximo:  $M_{sd} := \gamma_{gc} \cdot g_{sc_u} \cdot \frac{L_v^2}{8} + \gamma_{sc} \cdot q_{sc} \cdot \frac{L_v^2}{8} = 918 \cdot \text{kN} \cdot \text{m}$

$$M_{sd} \leq M_{rd} = M_{pl} = Z_x \cdot f_{yd}$$

Módulo plástico:  $Z_x := \frac{M_{sd}}{0.9 f_{yd}} \quad Z_x = 4488 \cdot \text{cm}^3$

**Características geométricas do perfil de aço adotado**

Altura total

$$d := 550 \text{ mm}$$

Mesa

$$t_f := 19 \text{ mm}$$

$$b_f := 300 \text{ mm}$$

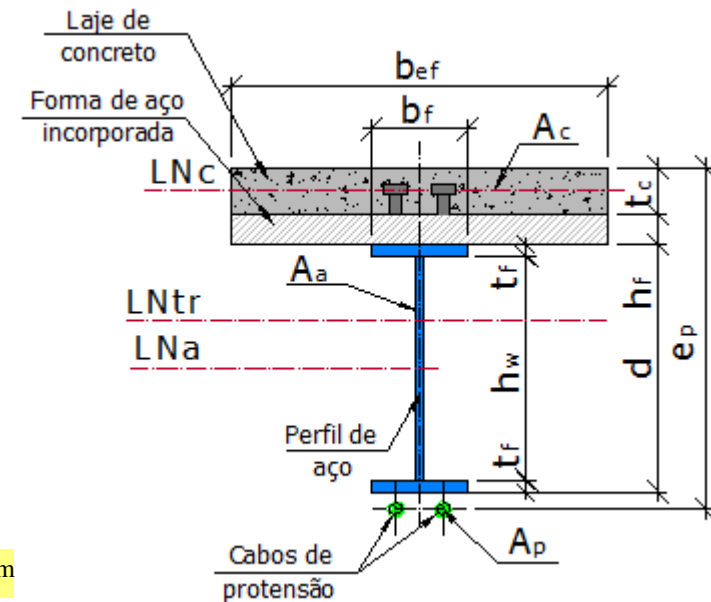
Alma

$$h_w := d - 2t_f = 512 \text{ mm}$$

$$t_w := 12.5 \text{ mm}$$

$$\frac{L_v}{25} = 480 \text{ mm}$$

$$\frac{L_v}{20} = 600 \text{ mm}$$



$$\text{Verificação\_perfil\_VS} := \begin{cases} \text{"OK"} & \text{if } 1.5 < \frac{d}{b_f} \leq 4 \\ \text{"NÃO"} & \text{otherwise} \end{cases} \quad \frac{d}{b_f} = 1.83$$

Tipo do perfil:  $\lambda_{rf} := \text{Soldado}$

**Propriedades geométricas da seção de aço:**

$$y_a = 275 \cdot \text{mm} \quad A_a = 178 \cdot \text{cm}^2 \quad I_a = 94374.19 \cdot \text{cm}^4 \quad Z_a = 3845.9 \cdot \text{cm}^3 \quad W_a = 3431.79 \cdot \text{cm}^3 \quad r_y = 69.34 \cdot \text{mm} \quad g_a = 1.37 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

**Critério de esbeltez:**

Esbeltez\_alma = "Compacta"

Esbeltez\_mesa = "Compacta"

**Verificação dos enrijecedores transversais:**

$$t_e := 12.5 \text{mm}$$

$$a := 500 \text{mm}$$

$$L_b = 1.5 \text{m}$$

Verificação\_enrijecedor\_espessura = "OK"

Verificação\_enrijecedor\_inércia = "OK"

Verificação\_Espaçamento = "OK"

**B. Laje de concreto**

$$t_c := 130 \text{mm}$$

$$b_{ef} = 1500 \text{mm}$$

**Propriedades geométricas da seção de concreto:**

$$y_c = 65 \cdot \text{mm}$$

$$A_c = 1950 \cdot \text{cm}^2$$

$$I_c = 27462.5 \cdot \text{cm}^4$$

$$W_c = 4225 \cdot \text{cm}^3$$

$$g_c = 16.25 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

**C. Forma de aço incorporada**

Altura da forma de aço incorporada:  $h_f := 0 \text{mm}$

**D. Conectores de cisalhamento - Tipo PINO COM CABEÇA ("stud bolt")**

$$d_{cs} := 12.5 \text{mm}$$

$$A_{cs} := \frac{\pi \cdot d_{cs}^2}{4} = 1.23 \cdot \text{cm}^2$$



## E. Viga mista

### Propriedades geométricas da seção de mista:

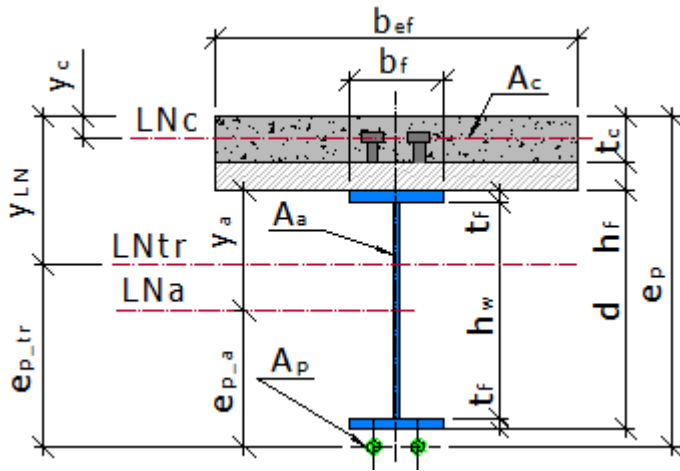
$$y_{LN} = 19.92 \cdot \text{cm}$$

$$I_{tr} = 186684.71 \cdot \text{cm}^4$$

$$W_{tr1} = 9372.16 \cdot \text{cm}^3$$

$$W_{tr2} = 3882.72 \cdot \text{cm}^3$$

## F. Posições das linhas neutras (LN LINHA NEUTRA ELÁSTICA)



Concreto:

$$y_c = 65 \cdot \text{mm}$$

Perfil de aço:

$$y_a = 275 \cdot \text{mm}$$

Seção mista:

$$y_{LN} = 199.19 \cdot \text{mm}$$

Posição do cabo no MEIO DO VÃO:

$$e_p := 560 \text{mm}$$

$$t_c + h_f + y_a - e_p = -155 \cdot \text{mm}$$

$$e_{p_a} := e_p - (t_c + h_f + y_a)$$

$$e_{p_a} = 155 \cdot \text{mm}$$

$$e_{p_{tr}} := e_p - y_{LN}$$

$$e_{p_{tr}} = 360.81 \cdot \text{mm}$$

Posição\_da\_LN :=  $\begin{cases} \text{"Na laje de concreto - LAJE"} & \text{if } y_{LN} < t_c + h_f \\ \text{"No perfil de aço - MESA"} & \text{if } y_{LN} \geq t_c + h_f \\ \text{"No perfil de aço - ALMA"} & \text{if } y_{LN} \geq t_c + h_f + t_f \end{cases}$

$$d = 0.55 \text{ m}$$

Posição\_da\_LN = "No perfil de aço - ALMA"

# PÓS-TRACIONADA

## 1. ETAPA: Viga de AÇO - concretagem da laje

AÇÕES A CONSIDERAR:

(1) Peso próprio do perfil de aço

$$g_a = 1.37 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

(2) Peso próprio da laje de concreto

$$g_c = 16.25 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

(3) Sobrecarga de construção

$$q_{sc\_c} = 0 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

## B. Verificações do ELU

### 1. Momento fletor

$$f_{yd} = 22.73 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$$

Momento fletor máximo de solicitação:

$$M_{Sd\_1} = 425.71 \cdot \text{kN} \cdot \text{m}$$

Momento fletor resistente da seção:

$$M_{FLA} = 874.07 \cdot \text{kN} \cdot \text{m}$$

$$M_{FLM} = 874.07 \cdot \text{kN} \cdot \text{m}$$

$$M_{FLT} = 874.07 \cdot \text{kN} \cdot \text{m}$$

$$M_{Rd\_1} := \min(M_{FLA}, M_{FLM}, M_{FLT}) = 874.07 \cdot \text{kN} \cdot \text{m}$$

$$\text{Verificação\_}M_{Rd\_1} := \begin{cases} \text{"OK"} & \text{if } M_{Rd\_1} \geq M_{Sd\_1} \\ \text{"NÃO OK"} & \text{otherwise} \end{cases}$$

$$\text{Verificação\_}M_{Rd\_1} = \text{"OK"}$$

### 2. Cortante

Força cortante mínima de solicitação:

$$V_{Sd\_1} = 141.9 \cdot \text{kN}$$

Força cortante resistente da seção:

$$V_{Rd\_1} := V_{Rd} = 937.5 \cdot \text{kN}$$

$$\text{Verificação\_}V_{Rd\_1} := \begin{cases} \text{"OK"} & \text{if } V_{Rd\_1} \geq V_{Sd\_1} \\ \text{"NÃO OK"} & \text{otherwise} \end{cases}$$

$$\text{Verificação\_}V_{Rd\_1} = \text{"OK"}$$

ENTRADA

VERIFICAÇÃO

RESULTADO PARCIAL

RESULTADO FINAL

#### 4. Flambagem local da mesa inferior

$$\text{Verificação\_Flambagem\_local\_mesa\_1} := \begin{cases} \text{"OK"} & \text{if } Q_s = 1 \\ \text{"NÃO, enrijecer"} & \text{otherwise} \end{cases}$$

Verificação\_Flambagem\_local\_mesa\_1 = "OK"

#### 5. Flambagem local da alma

$$\text{Verificação\_Flambagem\_local\_alma\_1} := \begin{cases} \text{"OK"} & \text{if } Q_a = 1 \\ \text{"NÃO, enrijecer alma"} & \text{otherwise} \end{cases}$$

Verificação\_Flambagem\_local\_alma\_1 = "OK"

### C. Verificações do ELS (seção mais solicitada)

#### 1. Determinação dos deslocamentos

Valor limite dado na Norma para a flecha admissível:

$$\alpha_f := 350$$

$$\delta_{adm} := \frac{L_v}{\alpha_f} = 34.29 \cdot \text{mm}$$

Deslocamentos parciais:

$$\delta_{ga} = 1.96 \cdot \text{mm}$$

$$\delta_{gc} = 23.25 \cdot \text{mm}$$

$$\delta_{qsc\_c} = 0 \cdot \text{mm}$$

Flecha total:

$$\delta_1 := \delta_{ga} + \delta_{gc} + \delta_{qsc\_c}$$

$$\delta_1 = 25.21 \cdot \text{mm}$$

$$\text{Verificação\_flecha\_1} := \begin{cases} \text{"OK"} & \text{if } |\delta_1| \leq \delta_{adm} \\ \text{"NÃO, verificar perfil"} & \text{otherwise} \end{cases}$$

Verificação\_flecha\_1 = "OK"

---

---

## 2. ETAPA: Viga de MISTA - protensão inicial

AÇÕES A CONSIDERAR:

### (0) Força de protensão

(1) Peso próprio do perfil de aço

$$g_a = 1.37 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

(2) Peso próprio do concreto da laje

$$g_c = 16.25 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

$$\gamma_{p.f} = 1$$

ENTRADA

VERIFICAÇÃO

RESULTADO PARCIAL

RESULTADO FINAL

## A. Estimativa da força de protensão

Força de protensão inicial:

### Nunziata (2004)

Estimativa das perdas de protensão:

$$\beta := 1.1$$

$$N_{P_0} := \frac{f_{yd} + \frac{\frac{\gamma_{ga} \cdot (g_a \cdot L_v^2)}{8} + \frac{\gamma_{gc} \cdot (g_c \cdot L_v^2)}{8}}{W_{tr}}}{\frac{\beta \cdot \gamma_{p.df}}{A_{tr}} + \frac{\beta \cdot \gamma_{p.df} \cdot e_{p\_tr}}{W_{tr}}}$$

$$N_{P_0} = 3405.05 \cdot \text{kN}$$

### Força de protensão inicial ADOTADA:

Diâmetro nominal do cabo (comercial):

Número de cabos necessários:

### Saadmanesh et al. (1989)

Adotado valor de  $\alpha$  que varia de 20% a 50%. Indica quanto do  $M_{max}$  vai ser resitado pelo cabo de protensão:

$$\alpha := 30\%$$

Valor inferior a 1 para compensar o incremento na força de protensão inicial devido aos carregamentos externos:

$$\omega := .9$$

$$M_{max} := \frac{\gamma_{ga} \cdot (g_a \cdot L_v^2)}{8} + \frac{\gamma_{gc} \cdot (g_c \cdot L_v^2)}{8} + \frac{\gamma_{gc} \cdot (g_{sc\_u} \cdot L_v^2)}{8} + \frac{\gamma_{sc} \cdot (q_{sc} \cdot L_v^2)}{8} = 1343.71 \cdot \text{kN} \cdot \text{m}$$

$$S_{P_0} := \omega \cdot \frac{\alpha \cdot M_{max}}{e_{p\_tr}}$$

$$S_{P_0} = 1005.52 \cdot \text{kN}$$

$$P_0 := 1700 \text{ kN}$$

$$d_p := 12.7 \text{ mm}$$

$$n_p = 1$$



## A. Verificações do ELU (seção mais solicitada)

### 1. Momento fletor

Momento fletor de solicitação:

$$M_{Sd\_2} = 736.05 \cdot \text{kN} \cdot \text{m}$$

Momento fletor resistente da seção:

$$M_{FLA} = 874.07 \cdot \text{kN} \cdot \text{m}$$

$$M_{FLM} = 874.07 \cdot \text{kN} \cdot \text{m}$$

$$M_{FLT} = 874.07 \cdot \text{kN} \cdot \text{m}$$

$$M_{Rd\_2} := \min(M_{FLA}, M_{FLM}, M_{FLT}) = 874.07 \cdot \text{kN} \cdot \text{m}$$

$$\text{Verificação\_}M_{Rd\_2} := \begin{cases} \text{"OK"} & \text{if } M_{Rd\_2} \geq M_{Sd\_2} \\ \text{"NÃO OK"} & \text{otherwise} \end{cases}$$

$$\text{Verificação\_}M_{Rd\_2} = \text{"OK"}$$

$$\frac{M_{Sd\_2}}{M_{Rd\_2}} = 0.84$$

## 2. Cortante

Força cortante de solicitação:

$$V_{Sd\_2} = 141.9 \cdot \text{kN}$$

Força cortante resistente da seção:

$$V_{Rd\_2} := V_{Rd} = 937.5 \cdot \text{kN}$$

$$\text{Verificação\_}V_{Rd\_2} := \begin{cases} \text{"OK"} & \text{if } V_{Rd\_2} \geq V_{Sd\_2} \\ \text{"NÃO OK"} & \text{otherwise} \end{cases}$$

$$\text{Verificação\_}V_{Rd\_2} = \text{"OK"}$$

## 4. Momento + cortante

Tensão de flexão solicitante:

$$\sigma_{Sd} := \frac{M_{Sd\_2}}{W_a} = 214.48 \cdot \text{MPa}$$

Tensão cortante de solicitação:

$$\tau_{Sd} := \frac{V_{Sd\_2}}{b \cdot h_w} = 0.92 \cdot \text{MPa}$$

$$\sigma_{Sd\_int} := \sqrt{(\sigma_{Sd})^2 + 3 \cdot (\tau_{Sd})^2} = 214.49 \cdot \text{MPa}$$

$$\text{Verificação\_Momento\_Cortante} := \begin{cases} \text{"OK"} & \text{if } \sigma_{Sd\_int} \leq f_{yd} \\ \text{"NÃO"} & \text{otherwise} \end{cases}$$

$$\text{Verificação\_Momento\_Cortante} = \text{"OK"}$$

$$\text{Verificação\_}\tau_{Sd} := \begin{cases} \text{"OK"} & \text{if } \tau_{Sd} \leq \frac{f_{yd}}{\sqrt{3}} \\ \text{"NÃO"} & \text{otherwise} \end{cases}$$

$$\text{Verificação\_}\tau_{Sd} = \text{"OK"}$$

## B. Verificações do ELS (seção mais solicitada)

### 1. Determinação dos deslocamentos

Valor limite dado na Norma para a flecha admissível:

$$\delta_{adm} = 34.29 \cdot \text{mm}$$

Deslocamentos parciais:

$$\delta_1 = 25.21 \cdot \text{mm}$$

$$\delta_{P0} = -29.57 \cdot \text{mm}$$

Flecha total:

$$\delta_2 := \delta_1 + \delta_{P0}$$

$$\delta_2 = -4.36 \cdot \text{mm}$$

$$\text{Verificação\_flecha\_2} := \begin{cases} \text{"OK"} & \text{if } |\delta_2| \leq \delta_{adm} \\ \text{"NÃO, verificar perfil"} & \text{otherwise} \end{cases}$$

$$\text{Verificação\_flecha\_2} = \text{"OK"}$$

### 3. ETAPA: Viga MISTA - $t=0$ $n = E_a/E_c$ (seção mais solicitada)

AÇÕES A CONSIDERAR:

(0) Força de protensão

(1) Peso próprio do perfil de aço

(2) Peso próprio da laje de concreto

(4) Carga permanente de utilização (revestimentos e acessórios)

(5) Sobrecarga de utilização

(6) Carga concentrada de utilização

(7) Incremento na força de protensão devido aos carregamentos de carga permanente de utilização, sobrecarga de utilização e carga concentrada de utilização

$$P_2 := P_0 \cdot \gamma_{p.f} = 1700 \cdot \text{kN}$$

$$g_a = 1.37 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

$$g_c = 16.25 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

$$g_{sc\_u} = 10 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

$$q_{sc} = 25 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

$$F = 0 \cdot \text{kN}$$

$$\Delta P_{sc} := \begin{cases} \frac{(\gamma_{gc} \cdot g_{sc\_u} + \gamma_{sc} \cdot q_{sc}) \cdot L_v^2 \cdot e_{p\_tr}}{12 \cdot \left( e_{p\_tr}^2 + \frac{I_{tr}}{A_{tr}} + \frac{E \cdot I_{tr}}{E_p \cdot A_p} \right)} + \frac{2 \cdot F \cdot e_{p\_tr} \cdot \left( \frac{3 \cdot L_v^2}{16} - 1.125 \cdot j^2 \right)}{L_v \cdot \left( e_{p\_tr}^2 + \frac{I_{tr}}{A_{tr}} + \frac{E \cdot I_{tr}}{E_p \cdot A_p} \right)} & \text{if } P_0 > 0 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

$$\Delta P_{sc} = 130.19 \cdot \text{kN}$$

ENTRADA

VERIFICAÇÃO

RESULTADO PARCIAL

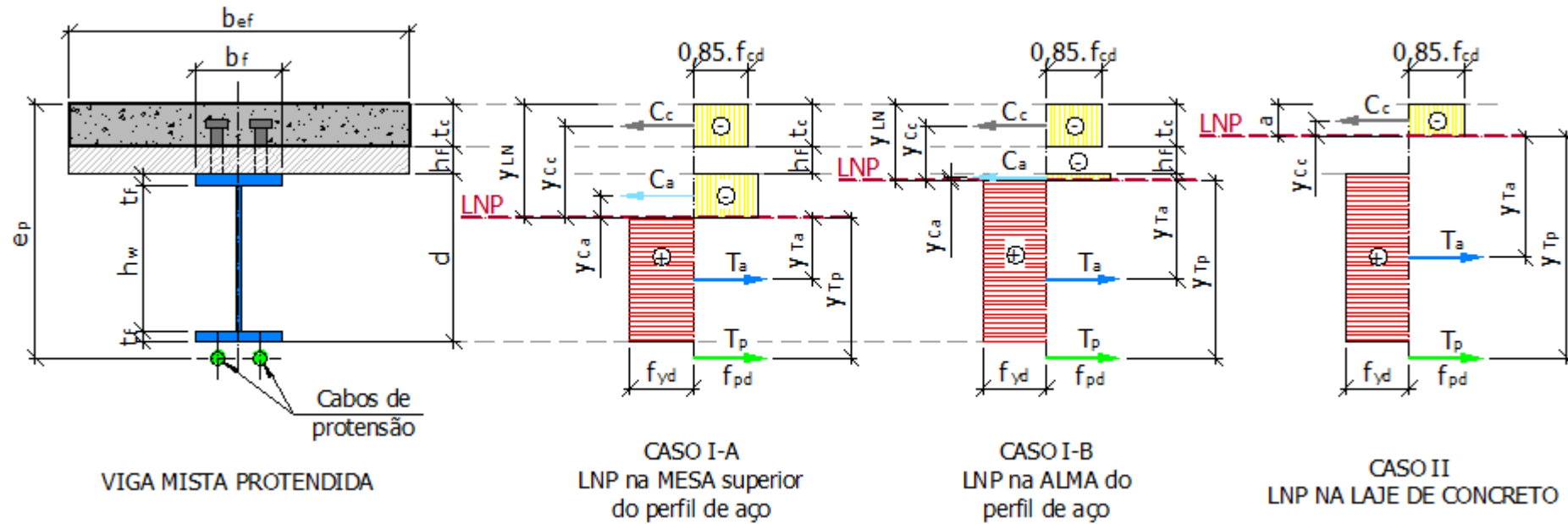
RESULTADO FINAL



## A. Verificações do ELU (seção mais solicitada)

### 1. Momento fletor

Posição da Linha neutra plástica (LNP)



▼ Distribuição plástica de tensões

$$C_c := 0.85 \cdot f_{cd} \cdot b_{ef} \cdot t_c = 2959.82 \cdot \text{kN}$$

$$T_a := (2 \cdot b_f \cdot t_f + h_w \cdot t_w) f_{yd} = 4045.45 \cdot \text{kN}$$

$$C_a := \frac{T_a + T_p - C_c}{2} = 1392.82 \cdot \text{kN}$$

$$T_p := A_p \cdot f_p = 1700 \cdot \text{kN}$$

$$a := \frac{T_a + T_p}{0.85 \cdot f_{cd} \cdot b_{ef}} = 252.35 \cdot \text{mm}$$

$$y_{LNP} := \begin{cases} t_c + h_f + \frac{C_a}{b_f \cdot f_{yd}} & \text{if } C_a \leq t_f \cdot b_f \cdot f_{yd} \\ t_c + t_f + h_f + \frac{C_a - t_f \cdot b_f \cdot f_{yd}}{t_w \cdot f_{yd}} & \text{if } C_a > t_f \cdot b_f \cdot f_{yd} \\ \frac{T_a + T_P}{0.85 \cdot f_{cd} \cdot b_{ef}} & \text{if } C_c > T_a + T_P \end{cases} = 183.27 \cdot \text{mm}$$

$$\text{Posição\_da\_LNP} := \begin{cases} \text{"Caso II - na laje de concreto LAJE"} & \text{if } C_c > T_a + T_P \\ \text{"Caso I-B - no perfil de aço - ALMA"} & \text{if } C_a > t_f \cdot b_f \cdot f_{yd} \\ \text{"Caso I-A - no perfil de aço - MESA"} & \text{if } C_a \leq t_f \cdot b_f \cdot f_{yd} \text{ otherwise} \end{cases}$$

Posição\_da\_LNP = "Caso I-B - no perfil de aço - ALMA"

$$M_{Rd\_PERFIL} := \begin{cases} y_{Ta} \leftarrow 0.5 \cdot (t_c + h_f + d - y_{LNP}) \\ y_{Tp} \leftarrow e_p - y_{LNP} \\ y_{Cc} \leftarrow y_{LNP} - 0.5 t_c \\ y_{Ca} \leftarrow 0.5 \cdot (y_{LNP} - t_c - h_f) \\ M_{Rd\_PERFIL} \leftarrow T_a \cdot y_{Ta} + T_P \cdot y_{Tp} + C_c \cdot y_{Cc} + C_a \cdot y_{Ca} \end{cases} = 2032.35 \cdot \text{kN} \cdot \text{m}$$

$$M_{Rd\_LAJE} := \begin{cases} y_{Ta} \leftarrow 0.5 \cdot d + t_c + h_f - a \\ y_{Tp} \leftarrow e_p - a \\ y_{Cc} \leftarrow 0.5 \cdot a \\ M_{Rd\_LAJE} \leftarrow T_a \cdot y_{Ta} + T_P \cdot y_{Tp} + C_c \cdot y_{Cc} \end{cases} = 1514 \cdot \text{kN} \cdot \text{m}$$

$$M_{Rd\_3} := \begin{cases} M_{Rd\_LAJE} & \text{if } C_c > T_a + T_P \\ M_{Rd\_PERFIL} & \text{otherwise} \end{cases} = 2032.35 \cdot \text{kN} \cdot \text{m}$$



Posição\_da\_LNP = "Caso I-B - no perfil de aço - ALMA"

$$y_{LNP} = 183.27 \cdot \text{mm}$$

Momento fletor de solicitação:

$$M_{Sd\_3} = 710.37 \cdot \text{kN} \cdot \text{m}$$

Momento fletor resistente da seção:

$$M_{Rd\_3} = 2032.35 \cdot \text{kN} \cdot \text{m}$$

$$\frac{M_{Sd\_3}}{M_{Rd\_3}} = 0.35$$

$$\text{Verificação\_}M_{Rd\_3} := \begin{cases} \text{"OK"} & \text{if } M_{Rd\_3} \geq M_{Sd\_3} \\ \text{"NÃO OK"} & \text{otherwise} \end{cases}$$

Verificação\_  $M_{Rd\_3}$  = "OK"

## 2. Cortante

Força cortante de solicitação:

$$V_{Sd\_3} = 195.09 \cdot \text{kN}$$

Força cortante resistente da seção:

$$V_{Rd\_3} := V_{Rd} = 937.5 \cdot \text{kN}$$

$$\text{Verificação\_}V_{Rd\_3} := \begin{cases} \text{"OK"} & \text{if } V_{Rd\_3} \geq V_{Sd\_3} \\ \text{"NÃO OK"} & \text{otherwise} \end{cases}$$

Verificação\_  $V_{Rd\_3}$  = "OK"

## 3. Momento + cortante

Seção 1: apoio - PONTO A

$$V_{\text{seção}_1} := |V_{Sd3}(x_A, y_A)| = 195.09 \cdot \text{kN}$$

Seção 2:  $L_v/4$  - PONTO B

$$V_{\text{seção}_2} := |V_{Sd3}(x_B, y_B)| = 32.45 \cdot \text{kN}$$

Seção 3: central ( $L_v/2$ ) - PONTO C

$$V_{\text{seção}_3} := |V_{Sd3}(x_C, y_C)| = 130.19 \cdot \text{kN}$$

Seção 3j: carga concentrada: ( $L_v/2 - j$ ) ou ( $L_v/2 + j$ )

$$V_{\text{seção}_3j} := \left| V_{Sd3} \left( \frac{L_v}{2} - j, y_C \right) \right| = 130.19 \cdot \text{kN}$$

Seção 1: apoio

Seção 2:  $L_v/4$

Seção 3: central ( $L_v/2$ )

Verificação\_concreto\_s1 = "OK"

Verificação\_concreto\_s2 = "OK"

Verificação\_concreto\_s3 = "OK"

Verificação\_aço\_sup\_s1 = "OK"

Verificação\_aço\_sup\_s2 = "OK"

Verificação\_aço\_sup\_s3 = "OK"

Verificação\_aço\_inf\_s1 = "OK"

Verificação\_aço\_inf\_s2 = "OK"

Verificação\_aço\_inf\_s3 = "NÃO"

$$\sigma_{s1} := \begin{cases} \sigma_{a\_s1} \leftarrow \max(|\sigma_{asup\_s1}|, |\sigma_{ainf\_s1}|) \\ \sigma_{s1} \leftarrow \sqrt{(\sigma_{a\_s1})^2 + 3 \cdot (\tau_{s1})^2} \end{cases}$$

$$\sigma_{s1} = 11.81 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$$

$$\text{Verificação\_}\sigma_{s1} := \begin{cases} \text{"OK"} & \text{if } \sigma_{s1} \leq f_{yd} \\ \text{"NÃO"} & \text{otherwise} \end{cases}$$

Verificação\_σs1 = "OK"

$$\sigma_{s2} := \begin{cases} \sigma_{a\_s2} \leftarrow \max(|\sigma_{asup\_s2}|, |\sigma_{ainf\_s2}|) \\ \sigma_{s2} \leftarrow \sqrt{(\sigma_{a\_s2})^2 + 3 \cdot (\tau_{s2})^2} \end{cases}$$

$$\sigma_{s2} = 15.75 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$$

$$\text{Verificação\_}\sigma_{s2} := \begin{cases} \text{"OK"} & \text{if } \sigma_{s2} \leq f_{yd} \\ \text{"NÃO"} & \text{otherwise} \end{cases}$$

Verificação\_σs2 = "OK"

$$\sigma_{s3} := \begin{cases} \sigma_{a\_s3} \leftarrow \max(|\sigma_{asup\_s3}|, |\sigma_{ainf\_s3}|) \\ \sigma_{s3} \leftarrow \sqrt{(\sigma_{a\_s3})^2 + 3 \cdot (\tau_{s3})^2} \end{cases}$$

$$\sigma_{s3} = 24.93 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$$

$$\text{Verificação\_}\sigma_{s3} := \begin{cases} \text{"OK"} & \text{if } \sigma_{s3} \leq f_{yd} \\ \text{"NÃO"} & \text{otherwise} \end{cases}$$

Verificação\_σs3 = "NÃO"

### Seção 3j: carga concentrada: (Lv/2 - j) ou (Lv/2 + j)

Verificação\_concreto\_s3j = "OK"

Verificação\_aço\_sup\_s3j = "OK"

Verificação\_aço\_inf\_s3j = "NÃO"

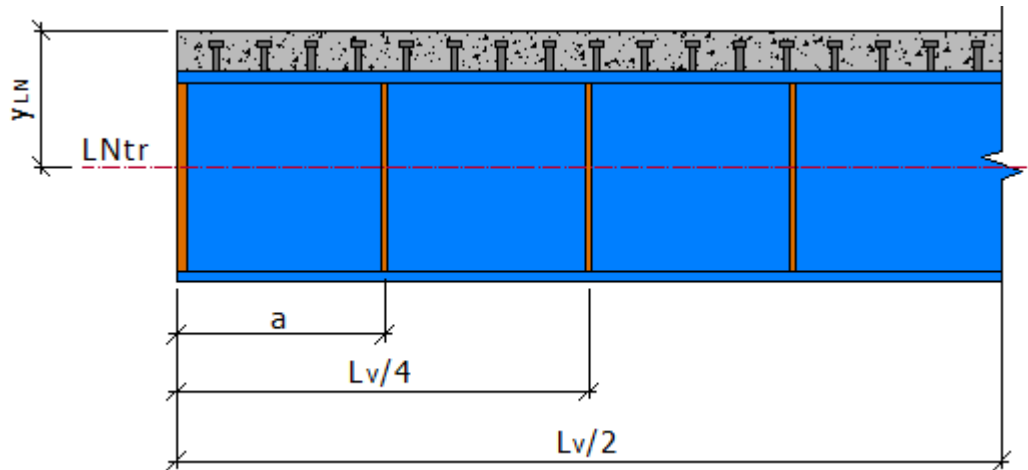
$$\sigma_{s3j} := \begin{cases} \sigma_{a\_s3j} \leftarrow \max(|\sigma_{asup\_s3j}|, |\sigma_{ainf\_s3j}|) \\ \sigma_{s3j} \leftarrow \sqrt{(\sigma_{a\_s3j})^2 + 3 \cdot (\tau_{s3j})^2} \end{cases}$$

$$\sigma_{s3j} = 24.93 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$$

$$\text{Verificação\_}\sigma_{s3j} := \begin{cases} \text{"OK"} & \text{if } \sigma_{s3j} \leq f_{yd} \\ \text{"NÃO"} & \text{otherwise} \end{cases}$$

Verificação\_σs3j = "NÃO"

### 3. Estabilidade local do painel da alma



$$a = 500 \cdot \text{mm}$$

$$k = 10.24$$

$$n_{\text{painéis}} := \frac{L_v}{a} = 24$$

$$\lambda_w := \frac{h_w}{t_w} = 40.96$$

$$\lambda_{w\_lim} := 0.95 \cdot \sqrt{\frac{k \cdot E}{f_y}} = 86$$

$$\tau_{cr} := \frac{k \cdot E \cdot \pi^2}{\left[ 12 \cdot (1 - \nu^2) \left( \frac{h_w}{t_w} \right)^2 \right]} = 10.11 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$$

#### Painel 1 : seção de apoio

$$\tau_{s1} = 0.13 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$$

$$\text{Verificação\_Painel\_1} := \begin{cases} \text{"OK"} & \text{if } \tau_{s1} \leq \tau_{cr} \\ \text{"NÃO"} & \text{otherwise} \end{cases}$$

$$\text{Verificação\_Painel\_1} = \text{"OK"}$$

#### Painel 2: seção a Lv/4

$$\tau_{s2} = 0.02 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$$

$$\text{Verificação\_Painel\_2} := \begin{cases} \text{"OK"} & \text{if } \tau_{s2} \leq \tau_{cr} \\ \text{"NÃO"} & \text{otherwise} \end{cases}$$

$$\text{Verificação\_Painel\_2} = \text{"OK"}$$

#### Painel 3: seção central (Lv/2)

$$\tau_{s3} = 0.08 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$$

$$\text{Verificação\_Painel\_3} := \begin{cases} \text{"OK"} & \text{if } \tau_{s3} \leq \tau_{cr} \\ \text{"NÃO"} & \text{otherwise} \end{cases}$$

$$\text{Verificação\_Painel\_3} = \text{"OK"}$$

#### Seção 3j: carga concentrada: (Lv/2 - j) ou (Lv/2 + j)

$$\tau_{s3j} = 0.08 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$$

$$\text{Verificação\_Painel\_3j} := \begin{cases} \text{"OK"} & \text{if } \tau_{s3j} \leq \tau_{cr} \\ \text{"NÃO"} & \text{otherwise} \end{cases}$$

$$\text{Verificação\_Painel\_3j} = \text{"OK"}$$

#### 4. Flambagem distorcional - Flambagem lateral com distorção (FLD)

Necessário\_Verificar\_FLD = "SIM, VERIFICAR FLD"

Momento fletor negativo de solicitação:

$$M_{Sd_3} := 233.20 \text{ kN}\cdot\text{m}$$

Momento fletor resistente a flambagem distorcional:

$$M_{Rd\_dist} = 1357.93 \text{ kN}\cdot\text{m}$$

Verificação\_FLD :=  $\begin{cases} \text{"OK"} & \text{if } M_{Sd_3} \leq M_{Rd\_dist} \\ \text{"NÃO"} & \text{otherwise} \end{cases}$

Verificação\_FLD = "OK"

#### 5. Conectores de cisalhamento

Cisalhamento horizontal na interface aço/concreto:

$$V_{h\_Rd} = 2959.82 \text{ kN}$$

Número de conectores para meia viga:

$$n_{cs} = 74$$

Força resistente total de cálculo dos conectores:

$$Q_{Rd} = 3014.95 \text{ kN}$$

Carga máxima por conector:

$$q_{Rd} = 40.74 \text{ kN}$$

Verificação\_  $V_{h\_Rd}$  = "OK"

### B. Verificações do ELS (seção mais solicitada)

#### 1. Determinação dos deslocamentos

Valor limite dado na Norma para a flecha admissível:

$$\delta_{adm} = 34.29 \text{ mm}$$

Deslocamentos parciais:  $\delta_2 = -4.36 \text{ mm}$

$$\delta_{gsc\_u3} = 7.23 \text{ mm}$$

$$\delta_{qsc3} = 18.08 \text{ mm}$$

$$\delta_{\Delta Psc3} = -2.26 \text{ mm}$$

Flecha total:  $\delta_3 := \delta_2 + \delta_{gsc\_u3} + 0.4\delta_{qsc3} + \delta_{\Delta Psc3}$

$$\delta_3 = 7.83 \text{ mm}$$

Verificação\_flecha\_3 :=  $\begin{cases} \text{"OK"} & \text{if } \delta_3 \leq \delta_{adm} \\ \text{"NÃO, verificar perfil"} & \text{otherwise} \end{cases}$

Verificação\_flecha\_3 = "OK"

## 2. Compressão no concreto

$$\sigma_c := \frac{1}{n} \cdot \frac{(g_{sc\_u} + q_{sc}) \cdot L_v^2 \cdot y_{LNP}}{8 \cdot I_{tr}} = 0.87 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$$

$$\sigma_{c\_max} := 0.85 f_{ck} = 2.13 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$$

$$\sigma_{cmin} := \frac{1}{n} \cdot \frac{(g_{sc\_u} + q_{sc}) \cdot L_v^2 \cdot (y_{LNP} - t_c)}{8 \cdot I_{tr}} = 0.25 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$$

Verificação\_compressão\_concreto :=  $\begin{cases} \text{"OK"} & \text{if } \sigma_c \leq \sigma_{c\_max} \\ \text{"NÃO"} & \text{otherwise} \end{cases}$

Verificação\_compressão\_concreto = "OK"

## RESUMO - VERIFICAÇÃO DA VIGA MISTA PÓS-TRACIONADA

### E. Viga mista

Linha Neutra Elástica:  $y_{LN} = 199.19 \cdot \text{mm}$  Posição\_da\_LN = "No perfil de aço - ALMA"

Linha Neutra Plástica:  $y_{LNP} = 183.27 \cdot \text{mm}$  Posição\_da\_LNP = "Caso I-B - no perfil de aço - ALMA"

## 1. ETAPA: Viga de AÇO concretagem da Laje

### A. Verificações do ELU

#### 1. Momento fletor

Verificação\_M<sub>Rd\_1</sub> = "OK"

M<sub>Sd\_1</sub> = 425.71 · kN·m

M<sub>Rd\_1</sub> = 874.07 · kN·m

#### 2. Cortante

Verificação\_V<sub>Rd\_1</sub> = "OK"

V<sub>Sd\_1</sub> = 141.9 · kN

V<sub>Rd\_1</sub> = 937.5 · kN

### B. Verificações do ELS (seção mais solicitada)

#### 1. Determinação dos deslocamentos

Verificação\_flecha\_1 = "OK"

$\delta_{adm} = 34.29 \cdot \text{mm}$

$\delta_1 = 25.21 \cdot \text{mm}$

Deslocamentos parciais:  $\delta_{ga} = 1.96 \cdot \text{mm}$

$\delta_{P0} = -29.57 \cdot \text{mm}$

## 2. ETAPA: Viga de MISTA - protensão inicial

### FORÇA DE PROTENSÃO:

$$P_0 = 1700 \cdot \text{kN}$$

### A. Estimativa da força de protensão

Nunziata (2004)

$$N_{P_0} = 3405.05 \cdot \text{kN}$$

Saadmanesh et al. (1989)

$$S_{P_0} = 1005.52 \cdot \text{kN}$$

### Força de protensão inicial ADOTADA:

$$P_0 = 1700 \cdot \text{kN}$$

Área necessária:

$$A_{\text{ço\_nec}} = 1212.38 \cdot \text{mm}^2$$

### B. Verificações do ELU (seção mais solicitada)

#### 1. Momento fletor

Verificação\_  $M_{Rd\_2}$  = "OK"

$$M_{Sd2}(x_A, y_A) = -736.05 \cdot \text{kN} \cdot \text{m}$$

$$M_{Rd\_2} = 874.07 \cdot \text{kN} \cdot \text{m}$$

#### 2. Cortante

Verificação\_  $V_{Rd\_2}$  = "OK"

$$V_{Sd\_2} = 141.9 \cdot \text{kN}$$

$$V_{Rd\_2} = 937.5 \cdot \text{kN}$$

#### 4. Momento + cortante

Verificação\_Momento\_Cortante = "OK"

$$\sigma_{Sd\_int} = 21.45 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$$

$$f_{yd} = 22.73 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$$

Tensão de flexão solicitante:

$$\sigma_{Sd} = 21.45 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$$

Tensão cortante de solicitação:

$$\tau_{Sd} = 0.09 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$$

Verificação\_  $\tau_{Sd}$  = "OK"

### C. Verificações do ELS (seção mais solicitada)

#### 1. Determinação dos deslocamentos

Verificação\_flecha\_2 = "OK"

$$\delta_{adm} = 34.29 \cdot \text{mm}$$

$$\delta_2 = -4.36 \cdot \text{mm}$$

Deslocamentos parciais:

### 3. ETAPA: Viga MISTA - $t=0$ n = $E_a/E_c$ (seção mais solicitada)

#### A. Verificações do ELU (seção mais solicitada)

Posição da Linha neutra plástica (LNP)

Posição\_da\_LNP = "Caso I-B - no perfil de aço - ALMA"

$y_{LNP} = 183.27 \cdot \text{mm}$

$t_c = 130 \cdot \text{mm}$

#### FORÇA DE PROTENSÃO:

$P_0 = 1700 \cdot \text{kN}$

$P_2 = 1700 \cdot \text{kN}$

#### INCREMENTO DA FORÇA DE PROTENSÃO:

$\Delta P_{sc} = 130.19 \cdot \text{kN}$

$M_{Sd3}(x_A, y_A) = -660.35 \cdot \text{kN} \cdot \text{m}$

$M_{Sd3}(x_C, y_C) = 710.37 \cdot \text{kN} \cdot \text{m}$

#### 1. Momento fletor

Verificação\_  $M_{Rd\_3}$  = "OK"

$M_{Sd\_3} = 710.37 \cdot \text{kN} \cdot \text{m}$

$M_{Rd\_3} = 2032.35 \cdot \text{kN} \cdot \text{m}$

#### 2. Cortante

Verificação\_  $V_{Rd\_3}$  = "OK"

$V_{Sd\_3} = 195.09 \cdot \text{kN}$

$V_{Rd\_3} = 937.5 \cdot \text{kN}$

#### 3. Momento + cortante

Seção 1: apoio  
PONTO A

$V_{seção\_1} = 195.09 \cdot \text{kN}$

Verificação\_concreto\_s1 = "OK"

Verificação\_aço\_sup\_s1 = "OK"

Verificação\_aço\_inf\_s1 = "OK"

$$\sigma_{s1} = 11.81 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$$

Verificação\_  $\sigma_{s1}$  = "OK"

Seção 3: central ( $L_v/2$ )  
PONTO C

$V_{seção\_3} = 130.19 \cdot \text{kN}$

Verificação\_concreto\_s3 = "OK"

Verificação\_aço\_sup\_s3 = "OK"

Verificação\_aço\_inf\_s3 = "NÃO"

$$\sigma_{s3} = 24.93 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$$

Verificação\_  $\sigma_{s3}$  = "NÃO"

#### 3. Estabilidade local do painel da alma

$$\tau_{cr} = 10.11 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$$

**Painel 1 : seção de apoio**

$$\tau_{s1} = 0.13 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$$

Verificação\_Painel\_1 = "OK"

**Painel 3: seção central (Lv/2)**

$$\tau_{s3} = 0.08 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$$

Verificação\_Painel\_3 = "OK"

**4. Flambagem distorcional - Flambagem lateral com distorção (FLD)**

Necessário\_Verificar\_FLD = "SIM, VERIFICAR FLD"

Verificação\_FLD = "OK"

$$M_{Sd\_3} = 233.2 \cdot \text{kN} \cdot \text{m}$$

$$M_{Rd\_dist} = 1357.93 \cdot \text{kN} \cdot \text{m}$$

**B. Verificações do ELS (seção mais solicitada)**

**1. Determinação dos deslocamentos**

Verificação\_flecha\_3 = "OK"

$$\delta_{adm} = 34.29 \cdot \text{mm}$$

$$\delta_3 = 7.83 \cdot \text{mm}$$

Deslocamentos parciais:

$$\delta_{gsc\_u3} = 7.23 \cdot \text{mm}$$

$$\delta_{qsc3} = 18.08 \cdot \text{mm}$$

$$\delta_{\Delta Psc3} = -2.26 \cdot \text{mm}$$

**2. Compressão no concreto**

Verificação\_compressão\_concreto = "OK"

$$\sigma_c = 0.87 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$$

$$\sigma_{c\_max} = 2.13 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$$





## TENSÕES NA VIGA MISTA PRÉ-TRACIONADA

1ª. Tensões na viga de aço devido ao peso próprio do perfil de aço:

Tensão na mesa superior de aço:

$$\sigma_{ms\_I}(x_A) = 0 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$$

$$\sigma_{ms\_I}(x_C) = -0.8986 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$$

Tensão na mesa inferior de aço:

$$\sigma_{mi\_I}(x_A) = 0 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$$

$$\sigma_{mi\_I}(x_C) = 0.9 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$$

3ª. Protensão da viga mista

Tensão na mesa superior de aço:

$$\sigma_{ms\_III}(x_A) = 2.78 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$$

$$\sigma_{ms\_III}(x_C) = 2.78 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$$

Tensão na mesa inferior de aço:

$$\sigma_{mi\_III}(x_A) = -10.31 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$$

$$\sigma_{mi\_III}(x_C) = -10.31 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$$

5ª. Tensões na viga mista devido a sobrecarga de utilização:

Tensão na mesa superior de aço:

$$\sigma_{ms\_V}(x_A) = 0 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$$

$$\sigma_{ms\_V}(x_C) = -2.5 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$$

Tensão na mesa inferior de aço:

2ª. Tensões na viga de aço devido ao peso próprio do concreto:

Tensão na mesa superior de aço:

$$\sigma_{ms\_II}(x_A) = 0 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$$

$$\sigma_{ms\_II}(x_C) = -11.51 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$$

Tensão na mesa inferior de aço:

$$\sigma_{mi\_II}(x_A) = 0 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$$

$$\sigma_{mi\_II}(x_C) = 11.51 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$$

4ª. Tensões na viga mista devido a carga permanente de revestimento e acessórios:

Tensão na mesa superior de aço:

$$\sigma_{ms\_IV}(x_A) = 0 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$$

$$\sigma_{ms\_IV}(x_C) = -1 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$$

Tensão na mesa inferior de aço:

$$\sigma_{mi\_IV}(x_A) = 0 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$$

$$\sigma_{mi\_IV}(x_C) = 6.95 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$$

6ª. Tensões na viga mista devido a sobrecarga de concentrada:

Tensão na mesa superior de aço:

$$\sigma_{ms\_VI}(x_A) = 0 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$$

$$\sigma_{ms\_VI}(x_C) = 0 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$$

Tensão na mesa inferior de aço:

$$\sigma_{mi\_V}(x_A) = 0 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$$

$$\sigma_{mi\_V}(x_C) = 17.38 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$$

$$\sigma_{mi\_VI}(x_A) = 0 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$$

$$\sigma_{mi\_VI}(x_C) = 0 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$$

7ª. Incremento da força de protensão na viga mista devido sobrecarga de utilização:

Tesão na mesa superior de aço:

$$\sigma_{ms\_VII}(x_A) = 0.21 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$$

$$\sigma_{ms\_VII}(x_C) = 0.21 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$$

Tesão na mesa inferior de aço:

$$\sigma_{mi\_VII}(x_A) = -1.5 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$$

$$\sigma_{mi\_VII}(x_C) = -1.5 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$$

8ª. Tensões totais na **VIGA MISTA PÓS-PROTENDIDA**:

Tesão na mesa superior de aço:

$$\Sigma\sigma_{ms}(x_A) = 2.99 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$$

$$\Sigma\sigma_{ms}(x_C) = -12.92 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$$

Tesão na mesa inferior de aço:

$$\Sigma\sigma_{mi}(x_A) = -11.81 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$$

$$\Sigma\sigma_{mi}(x_C) = 24.93 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$$