

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO CARLOS**  
**CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E DE TECNOLOGIA**  
**PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ESTRUTURA E CONSTRUÇÃO CIVIL**

**VIVIANE KELLE JACUNDINO PORTO KÜSTER**

**ESTUDO DO COMPORTAMENTO ESTRUTURAL DE PRÉDIOS DE  
CONCRETO ARMADO CONTRAVENTADOS POR NÚCLEO RÍGIDO TENDO EM  
VISTA O ESFORÇO DE TORÇÃO ORIGINADO PELA AÇÃO DO VENTO**

**SÃO CARLOS**

**2014**

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO CARLOS**  
**CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E DE TECNOLOGIA**  
**PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ESTRUTURA E CONSTRUÇÃO CIVIL**

**VIVIANE KELLE JACUNDINO PORTO KÜSTER**

**ESTUDO DO COMPORTAMENTO ESTRUTURAL DE PRÉDIOS DE  
CONCRETO ARMADO CONTRAVENTADOS POR NÚCLEO RÍGIDO TENDO EM  
VISTA O ESFORÇO DE TORÇÃO ORIGINADO PELA AÇÃO DO VENTO**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Estruturas e Construção Civil da Universidade Federal de São Carlos como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Estruturas e Construção Civil.

**Área de Concentração:** Sistemas Construtivos de Edificações

**Orientador:** Roberto Chust Carvalho

**SÃO CARLOS**

**2014**

**Ficha catalográfica elaborada pelo DePT da  
Biblioteca Comunitária da UFSCar**

K97ec

Küster, Viviane Kelle Jacundino Porto.

Estudo do comportamento estrutural de prédios de concreto armado contraventados por núcleo rígido tendo em vista o esforço de torção originado pela ação do vento / Viviane Kelle Jacundino Porto Küster. -- São Carlos : UFSCar, 2014.

110 f.

Dissertação (Mestrado) -- Universidade Federal de São Carlos, 2014.

1. Edificações. 2. Torção. 3. Núcleo de contraventamento. 4. Ação do vento. 5. Estabilidade global. 6. Deslocamentos em pilares. I. Título.

CDD: 693.1 (20<sup>a</sup>)



UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO CARLOS  
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E DE TECNOLOGIA  
Programa de Pós-Graduação em Estruturas e Construção Civil  
Rod. Washington Luís, Km 235  
13565-905 – São Carlos – SP  
Fone: (16) 3351-8261 Fax (16) 3351-8262  
e-mail: [ppgeciv@ufscar.br](mailto:ppgeciv@ufscar.br) site: [www.ppgeciv.ufscar.br](http://www.ppgeciv.ufscar.br)

**VIVIANE KELLE JACUNDINO PORTO KÜSTER**

Dissertação de Mestrado defendida e aprovada em dez de fevereiro de 2014.

Banca Examinadora constituída pelos membros:

**Prof. Dr. Roberto Chust Carvalho**  
Departamento de Engenharia Civil/PPGECiv/UFSCar  
**Orientador**

**Prof. Dr. Rodrigo Gustavo Delalibera**  
Curso de Mestrado em Engenharia Civil/CMEC/EEC/UFSCar (Catalão)  
**Examinador Externo**

**Prof. Dr. Fernando Menezes de Almeida Filho**  
Departamento de Engenharia Civil/PPGECiv/UFSCar  
**Examinador Interno**

## AGRADECIMENTOS

A *Deus* a quem dedico minha vida. Grata por sua infinita misericórdia e por guiar meus passos a cada decisão.

A meu esposo *Leandro Dias Küster* pelos constantes incentivos, apoios, colaborações à pesquisa, e por toda paciência em momentos em que a prioridade ditaram as regras.

A meus pais *Adilsema Pereira Jacundino Porto* e *Vivaldo Porto* que me ensinaram valores importantes como a persistência.

A minha irmã *Patricia Jacundino Porto*, pelos conselhos e pela força.

Aos meus sogros *Samuel Küster* e *Marly Dias Küster* que participaram desta conquista pelas orações intercessórias e por todo apoio que me deram.

Ao professor *Roberto Chust Carvalho*, pela orientação, pela compreensão tendo em vista as diversas mudanças ocorridas em minha vida durante o desenvolvimento deste estudo.

À empresa *Vertiko Engenharia Estrutural* por permitir a utilização do software TQS para cálculo dos exemplos numéricos deste trabalho.

Aos demais professores, funcionários e colegas do programa de Pós Graduação em Estruturas e Construção Civil, pela colaboração.

Ao UNASP - Centro Universitário Adventista de São Paulo – e em especial os professores *Nahor Neves de Souza Júnior*, *Debora Pierini Gagliardo*, *Arthur Lenz Sartorti*, *Renata Algisi Takeda* e *Marcelo de Castro Takeda*, pelo grande incentivo, conselhos, e por me ajudarem de diversas formas neste processo.

## RESUMO

Uma solução bastante usada em edificações de múltiplos pavimentos para absorver a ação lateral do vento, e prover a estrutura de estabilidade, é criar um elemento de grande rigidez, em geral na região de escadas e elevadores, denominado núcleo central ou núcleo de contraventamento. Este elemento estrutural é formado pela junção de pilares paredes e normalmente tem seção em formato C, o que implica ter o centro de cisalhamento não coincidente com o centro de gravidade da seção. Supõe-se que sempre que a resultante da ação não passar pelo centro de cisalhamento da seção, ocorrerá torção do núcleo central e do prédio. Para verificação desta hipótese foram propostos inicialmente quatro modelos. O primeiro com o centro de cisalhamento coincidindo com o centro da planta. O segundo com núcleo posicionado em região mais comumente sugerido em projetos arquitetônicos, ou seja, alinhado aos pórticos centrais, e neste caso com o CG muito próximo ao centro da planta. O terceiro exemplo consiste em tornar o núcleo totalmente excêntrico. No quarto exemplo o núcleo excêntrico tem rigidez aumentada. Quatro aspectos são verificados: 1) A estrutura deve ser capaz de resistir aos esforços introduzidos pela ação do vento; 2) A estrutura deve ter rigidez suficiente para satisfazer os limites de deformação para as ações em Estado Limite de Serviço; 3) A taxa de armadura não deve exceder aos limites especificados em norma; 4) Devem ser atendidas às verificações quanto à estabilidade global. O estudo mostrou que a posição do núcleo em planta e a esbeltez influencia diretamente na ocorrência ou não de torção do prédio com um todo. Ainda que o vento incida no centro de cisalhamento do núcleo, estando assimétrica a rigidez do prédio em planta, ocorrerá torção. Pode-se concluir também que o núcleo de contraventamento não trata sozinho o esforço proveniente da ação do vento, antes os demais pilares também contribuem.

**Palavras-chaves:** Torção. Núcleo de contraventamento. Ação do vento. Estabilidade global. Deslocamentos.

## ABSTRACT

A widely used solution in multiple pavement's edifications to absorb lateral action of the wind and promote structure stability, is to create an element of large rigidity, usually at stairs and elevators areas, denominated central core or bracing core. This structural element is formed by the junction of pillars walls and normally has a C format, what implies having the shear center is not coincidente with the gravity center of the section. It is assumed that always when the resulting of the action does not cross the section's shear center, will occur a torsion of the central core and the building. In order to verify this hipotesis inially four models were proposed. The first with the shear center coinciding to the ground plan center. The second with the nucleus positioned in a region generally sugested in architectural projects, in other words, aligned to the central porticos, in this case with the CG very close to the center of the ground plan. The third example consists in turning the nucleus totally eccentric. At the fourth example the eccentric nucleus has its rigidity increased. Four aspects are analysed: 1) The structure must be capable of resisting the efforts introduced by the action of the wind; 2) The structure must be rigid enough to satisfy the limits of deformation for the actions in Estado Limite de Serviço; 3) The reinforcement ratio must not exceed to the limits specified in standard; 4) The verifications concerning global stability must be attended. The study shows that the position of the nucleus at the ground plan and slenderness directly influences in the occurence or not of torsion of the building as a whole. Although the wind falls on the nucleus core shear center, being asymmetrical the rigidity of the building in plan, a torsion will occur. May also be concluded that the core bracing does not support the effort proveniente of wind action by itself, before, the other pillars also contribute.

**Keywords:** Torsion. Bracing core. Action of the wind. Global stability. Displacements.

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1- Fluxo de cisalhamento e distribuição das tensões de cisalhamento .....	17
Figura 2- Significado dos termos para se encontrar o valor Q .....	17
Figura 3- Localização do centro de cisalhamento numa seção tipo C .....	18
Figura 4- Dedução para localização de centro de cisalhamento de um perfil C.....	18
Figura 5- Localização do centro de cisalhamento em seções H e E .....	20
Figura 6- Dissipação das tensões normais nas proximidades de um engaste .....	22
Figura 7- Comportamento típico das peças de concreto armado submetidas à torção .....	22
Figura 8- Torção de compatibilidade .....	23
Figura 9- Exemplo de torção de equilíbrio.....	23
Figura 10- Arranjos básicos das armaduras de torção.....	24
Figura 11- Seções convexas cheias ou vazadas .....	25
Figura 12- Armadura longitudinal e armadura transversal .....	26
Figura 13- Tensões diagonais de compressão a 45° .....	28
Figura 14- Tensões na armadura transversal.....	28
Figura 15- Tensões na armadura longitudinal .....	29
Figura 16- Distribuição de armaduras longitudinais .....	30
Figura 17- Estrutura indeformada e exemplo de instabilidade global e instabilidade local.....	33
Figura 18- Deslocamentos dos pavimentos .....	38
Figura 19- Esquema de forças verticais (a) e horizontais fictícias (b) .....	39
Figura 20- Imperfeições geométricas globais em estruturas reticuladas constituídas de pórticos.....	40
Figura 21- Planta de formas do exemplo numérico 1-15 pavimentos – Pré-dimensionamento .....	45
Figura 22- Planta de formas do exemplo numérico 1 – 20 pavimentos – Pré-dimensionamento .....	47
Figura 23- Planta de formas do exemplo numérico 1 – 25 pavimentos – Pré-dimensionamento .....	48
Figura 24- Planta de formas do exemplo numérico 2 – 15 pavimentos – Pré-dimensionamento .....	50



Figura 25- Planta de formas do exemplo numérico 2 – 20 pavimentos – Pré-dimensionamento .....	51
Figura 26- Planta de formas do exemplo numérico 2 – 25 pavimentos.....	52
Figura 27- Planta de formas do exemplo numérico 3 – 15 pavimentos.....	54
Figura 28- Planta de formas do exemplo numérico 3 – 20 pavimentos.....	55
Figura 29- Planta de formas do exemplo numérico 3 – 25 pavimentos.....	56
Figura 30- Planta de formas do exemplo numérico 4 – 15 pavimentos.....	57
Figura 31- Planta de formas do exemplo numérico 4 – 20 pavimentos.....	58
Figura 32- Planta de formas do exemplo numérico 4 – 25 pavimentos.....	59
Figura 33– Planta de formas do exemplo numérico 1 – 15 pavimentos –pilares redimensionados .....	61
Figura 34- Planta de formas do exemplo numérico 1 – 25 pavimentos –pilares redimensionados .....	63
Figura 35- Planta de formas do exemplo numérico 1 – 25 pavimentos – vento concentrado no núcleo .....	64
Figura 36- Planta de formas do exemplo numérico 3 – 15 pavimentos – pilares redimensionados.....	65
Figura 37- Planta de formas do exemplo numérico 3 – 15 pavimentos – vento concentrado no núcleo .....	66
Figura 38- Planta de formas do exemplo numérico 3 – 25 pavimentos – pilares redimensionados .....	68
Figura 39- Planta de formas do exemplo numérico 3 – 25 pavimentos – vento concentrado no núcleo .....	69
Figura 40- Planta de formas do exemplo numérico 3 – 25 pavimentos – Largura dos pilares externos aumentada - 1º processamento .....	72
Figura 41- Planta de formas do exemplo numérico 3 – 25 pavimentos – último processamento com largura dos pilares externos aumentada .....	73
Figura 42- Planta de formas do exemplo numérico 3 – 25 pavimentos – 2 núcleos .	74
Figura 43- Planta de formas do exemplo numérico 1 – 15 pavimentos – pilares redimensionados .....	76
Figura 44- Planta de formas do exemplo numérico 1 – 25 pavimentos – 1º processamento.....	77
Figura 45- Planta de formas do exemplo numérico 1 – 25 pavimentos – pilares redimensionados .....	77

Figura 46- Planta de formas do exemplo numérico 1 – 25 pavimentos – vento concentrado no núcleo .....	78
Figura 47- Planta de formas do exemplo numérico 3 – 15 pavimentos – 1º processamento.....	79
Figura 48- Planta de formas do exemplo numérico 3 – 15 pavimentos – pilares redimensionados.....	80
Figura 49- Planta de formas do exemplo numérico 3 – 15 pavimentos – vento concentrado no núcleo .....	80
Figura 50- Planta de formas do exemplo numérico 3 – 25 pavimentos – 1º processamento.....	81
Figura 51- Planta de formas do exemplo numérico 3 – 25 pavimentos – pilares redimensionados.....	82
Figura 52- Planta de formas do exemplo numérico 3 – 25 pavimentos – vento concentrado no núcleo .....	82
Figura 53- Planta de formas do exemplo numérico 3 – 25 pavimentos – 1º processamento com a largura dos pilares alterada.....	83
Figura 54- Planta de formas do exemplo numérico 3 – 25 pavimentos – Último processamento com a largura dos pilares alterada.....	84
Figura 55- Planta de formas do exemplo numérico 3 – 25 pavimentos – 2 núcleos .	84
Figura 56- Deformação de um eixo circular submetido a torção .....	94
Figura 57- Ângulo de torção $\phi(x)$ .....	95
Figura 58- Elemento infinitesimal localizado à distância $\rho$ da linha central do eixo .	95
Figura 59- Ângulo $\gamma$ varia linearmente com o comprimento $\rho$ .....	96
Figura 60- Variação linear da tensão de cisalhamento ao longo do raio da seção transversal.....	97
Figura 61- Variação linear da tensão de cisalhamento ao longo do raio da seção transversal.....	99
Figura 62- Deformação nas linhas de grade de um eixo de seção quadrada devido aplicação de um torque .....	101
Figura 63- Distribuição da tensão de cisalhamento na seção e respectiva deformação .....	102
Figura 64- Efeito da torção em tubo de parede fina e seção arbitrária e constante	104

## LISTA DE TABELAS

Tabela 1- Rigidez das peças estruturais para consideração da não-linearidade física .....	35
Tabela 2 – Esquema de deslocamentos dos pilares externos– Ex. 1-15 – Pré-dimensionamento .....	46
Tabela 3 – Esquema de deslocamentos dos pilares externos – Ex. 1-20 .....	47
Tabela 4– Esquema de deslocamentos dos pilares externos – Ex. 1-25 .....	49
Tabela 5– Esquema de deslocamentos dos pilares externos – Ex. 1-15 .....	50
Tabela 6– Esquema de deslocamentos dos pilares externos – Ex. 2-20 .....	51
Tabela 7– Esquema de deslocamentos dos pilares externos – Ex. 2-25 .....	52
Tabela 8– Esquema de deslocamentos dos pilares externos – Ex. 3-15 .....	54
Tabela 9– Esquema de deslocamentos dos pilares externos – Ex. 3-20 .....	55
Tabela 10– Esquema de deslocamentos dos pilares externos – Ex. 3-25 .....	56
Tabela 11– Esquema de deslocamentos dos pilares externos – Ex. 4-15 .....	58
Tabela 12– Esquema de deslocamentos dos pilares externos – Ex. 4-20 .....	59
Tabela 13– Esquema de deslocamentos dos pilares externos – Ex. 4-25 .....	60
Tabela 14- Reação de torção na base do núcleo rígido (kN.m) .....	60
Tabela 15- Valores de $\gamma_z$ no 1º processamento dos exemplos numéricos .....	60
Tabela 16 – Esquema de deslocamentos dos pilares externos – Ex. 1-15 .....	62
Tabela 17– Esquema de deslocamentos dos pilares externos – Ex. 1-25 .....	63
Tabela 18- Comparação de momentos – exemplo 1-25 – forma de aplicação da ação do vento .....	64
Tabela 19– Esquema de deslocamentos dos pilares externos – Ex. 1-25 – vento concent. no núcleo .....	65
Tabela 20– Esquema de deslocamentos dos pilares externos – Ex. 3-15 .....	66
Tabela 21- Comparação de momentos – exemplo 3-15 – forma de aplicação da ação do vento .....	67
Tabela 22– Esquema de deslocamentos dos pilares externos – Ex. 3-15 .....	67
Tabela 23– Esquema de deslocamentos dos pilares externos – Ex. 3-25 .....	68
Tabela 24– Esquema de deslocamentos dos pilares externos – Ex. 3-25 .....	70
Tabela 25– Esquema de deslocamentos dos pilares externos – Ex. 3-25 –lajes articuladas .....	70

Tabela 26– Esquema de deslocamentos dos pilares externos – Ex. 3-25 - Largura dos pilares externos aumentada - 1º processamento .....	72
Tabela 27– Esquema de deslocamentos dos pilares externos – Ex. 3-25 último processamento com largura dos pilares externos aumentada .....	73
Tabela 28– Esquema de deslocamentos dos pilares externos – Ex. 3-25 .....	74
Tabela 29- Comparação de consumos de materiais .....	85
Tabela 30 – Deslocamentos máximos e Gama Z.....	86
Tabela 31- Seções transversais não circulares.....	102
Tabela 32- Seções transversais não circulares.....	103
Tabela 33a - Cálculo do carregamento devido ao VENTO Y .....	108
Tabela 34a -Cálculo do carregamento devido ao VENTO X .....	109

## SUMÁRIO

<b>1. INTRODUÇÃO</b> .....	13
1.1. Justificativa.....	14
1.2. Objetivos .....	14
1.2.1. Objetivo Principal.....	14
1.2.2. Objetivos Específicos .....	14
1.3. Estrutura do texto .....	14
<b>2. TORÇÃO</b> .....	16
2.1. Torção em seções abertas.....	16
2.1.1. Tensões de cisalhamento em vigas fletidas .....	16
2.1.2. Centro de Cisalhamento .....	18
2.1.3. Tensões de cisalhamento em vigas torcidas.....	20
2.1.4. Flexão e torção combinadas.....	21
2.2. Cálculo e detalhamento de estruturas usuais de concreto armado à torção	21
2.2.1. Torção pura em vigas de concreto armado .....	24
2.2.1.1. Tensões nas bielas diagonais.....	27
2.2.1.2. Tensões na armadura transversal .....	28
2.2.1.3. Tensões na armadura longitudinal.....	29
2.2.2. Torção composta em vigas de concreto armado .....	31
<b>3. EFEITO DO VENTO NAS ESTRUTURAS</b> .....	32
3.1. Estabilidade global .....	32
3.1.1. Estruturas de nós fixos e de nós móveis.....	34
3.1.1.1. Análise de estruturas de nós fixos.....	34
3.1.1.2. Análise de estruturas de nós móveis.....	35
3.1.1.3. Análise não linear com segunda ordem.....	35
3.1.1.4. Consideração aproximada da não-linearidade física .....	35
3.1.2. Parâmetro de instabilidade $\alpha$ .....	36
3.1.3. Coeficiente $\gamma_z$ .....	36
3.1.4. Processo P-Delta – Método da carga lateral fictícia .....	38
3.1.5. Consideração de imperfeições geométricas .....	40

<b>4. EXEMPLOS NUMÉRICOS</b> .....	42
4.1. Carregamentos .....	42
4.2. Dimensões dos elementos estruturais .....	44
4.3. Propriedade dos materiais .....	44
4.4. Exemplo numérico 1.....	45
4.4.1. Edifício com 15 pavimentos (1-15) .....	45
4.4.2. Edifício com 20 pavimentos (1-20) .....	46
4.4.3. Edifício com 25 pavimentos (1-25) .....	48
4.5. Exemplo numérico 2.....	49
4.5.1. Edifício com 15 pavimentos (2-15) .....	49
4.5.2. Edifício com 20 pavimentos (2-20) .....	50
4.5.3. Edifício com 25 pavimentos (2-25) .....	52
4.6. Exemplo numérico 3.....	53
4.6.1. Edifício com 15 pavimentos (3-15) .....	53
4.6.2. Edifício com 20 pavimentos (3-20) .....	54
4.6.3. Edifício com 25 pavimentos (3-25) .....	55
4.7. Exemplo numérico 4.....	57
4.7.1. Edifício com 15 pavimentos (4-15) .....	57
4.7.2. Edifício com 20 pavimentos (4-20) .....	58
4.7.3. Edifício com 25 pavimentos (4-25) .....	59
4.8. Resumo de resultados dos exemplos com a seção de pré-dimensionamento 60	
4.9. Exemplo numérico 1 – pilares redimensionados.....	61
4.9.1. Edifício com 15 pavimentos (1-15) .....	61
4.9.2. Edifício com 25 pavimentos (1-25) .....	62
4.9.3. Edifício com 25 pavimentos (1-25 – vento concentrado no núcleo).....	63
4.10. Exemplo numérico 3 – pilares redimensionados .....	65
4.10.1. Edifício com 15 pavimentos (3-15) .....	65
4.10.2. Edifício com 15 pavimentos (3-15 – vento concentrado no núcleo).....	66
4.10.3. Edifício com 25 pavimentos (3-25) .....	68
4.10.4. Edifício com 25 pavimentos (3-25 – vento concentrado no núcleo).....	69
4.10.5. Edifício com 25 pavimentos (3-25 – vento concentrado no núcleo e lajes articuladas nos apoios) .....	70
4.10.6. Aprimorando o modelo .....	71

4.10.6.1. Edifício com 25 pavimentos (3-25 – coeficiente de esbeltez alterado)	71
4.10.6.2. Edifício com 25 pavimentos (3-25 – planta simétrica) .....	74
<b>5. ANÁLISE E DISCUSSÃO DOS RESULTADOS OBTIDOS .....</b>	<b>76</b>
5.1. Exemplo numérico 1 .....	76
5.2. Exemplo numérico 3 .....	79
5.3. Coeficiente $\gamma_z$ .....	85
<b>6. CONSIDERAÇÕES FINAIS .....</b>	<b>88</b>
6.1. Sugestões para estudos futuros.....	89
<b>REFERÊNCIAS.....</b>	<b>90</b>
<b>APÊNDICE A - Torção em seções fechadas .....</b>	<b>94</b>
A.1. Deformação por torção de um eixo circular .....	94
A.1.1. Fórmula da torção.....	97
A.1.2. Ângulo de torção.....	99
A.2. Eixos maciços não circulares.....	101
A.3. Tubos de parede fina com seções transversais fechadas .....	103
A.3.1. Fluxo de cisalhamento.....	104
A.3.2. Tensão de cisalhamento média.....	105
A.3.3. Ângulo de torção .....	106
<b>APÊNDICE B – Esforços de vento nos modelos .....</b>	<b>108</b>

## 1. INTRODUÇÃO

Efeitos de torção em função do vento podem ocorrer em estruturas, principalmente, por três situações: efeitos da vizinhança que alteram a turbulência do vento que incide na edificação, efeitos dinâmicos na estrutura, e a forma externa da edificação. Formatos não retangulares tendem a sofrer maiores esforços de torção.

Alguns sistemas estruturais foram projetados para permitir o contraventamento de edifícios de múltiplos pavimentos. Em destaque estão os seguintes sistemas: pórticos planos, painéis treliçados, painéis-parede, sistema tubular e núcleos resistentes.

Os núcleos resistentes, ou núcleos rígidos, em geral de concreto armado, são entendidos como qualquer combinação tridimensional de pilares paredes com espessuras muito menores do que as outras dimensões, formando uma seção aberta (MORI, 1992). Comumente, no interior destes núcleos estão abrigados os elevadores ou escadas dos edifícios.

Na maioria dos casos, os núcleos são projetados para receberem ações horizontais e verticais. Normalmente, a combinação dos pilares paredes na constituição de um núcleo rígido forma uma seção tipo C. Neste tipo de seção, o centro de cisalhamento (CC) ou centro de torção não coincide com o centro de gravidade (CG) da seção. Sendo assim, é possível que mesmo que uma carga horizontal passe pelo CG da seção, ocorra torção do núcleo rígido.

No entanto este comportamento diz respeito a um núcleo trabalhando independente, mas como entender este comportamento em um sistema estrutural? Um elemento em seção "C" embutido num sistema mantém as mesmas características de quando isolado? Ocorrendo torção do núcleo, como esta se estende à totalidade da estrutura?

No intuito de responder a questionamentos como estes, o presente trabalho reúne referencias bibliográficas que abordam conceitos de torção, estabilidade global de edifícios, e em seguida são apresentados, discutidos e analisados uma sequencia de exemplos numéricos.



## **1.1. Justificativa**

A concepção arquitetônica tem evoluído e conseqüentemente exigido soluções estruturais cada vez mais ousadas. Além disso, o engenheiro precisa alcançar em seus projetos equilíbrio entre economia e segurança. Para lidar com estas exigências é necessário aprimorar-se os conhecimentos sobre o comportamento real das estruturas a fim de se atingir um nível ideal nos modelos matemáticos.

Dado este panorama, o presente trabalho tem a finalidade de acrescentar informações técnicas sobre modelagem e cálculo de estruturas de concreto armado cujo sistema de contraventamento seja o núcleo rígido.

## **1.2. Objetivos**

### *1.2.1. Objetivo Principal*

O principal objetivo deste trabalho é verificar como podem ser feitas as modelagens e análises de estruturas com núcleos de contraventamento. Procurando-se entender o comportamento do sistema estrutural, como um todo, formado por pilares, vigas, lajes e núcleo, quando levado à torção por influencia de um de seus elementos: o próprio núcleo de contraventamento.

Nesta análise será verificada a real contribuição do núcleo de contraventamento na estabilidade de edifícios.

### *1.2.2. Objetivos Específicos*

Analisar a influência da esbeltez do edifício e da posição do núcleo em planta nos resultados de deslocamentos e esforços, principalmente os de torção nos elementos estruturais de uma suposta edificação.

## **1.3. Estrutura do texto**

O capítulo 2 é dividido em duas partes. Na primeira são explicados conceitos relacionados ao efeito da torção em peças de concreto armado, em especial elementos com seções abertas, como é o caso de um núcleo rígido. A segunda parte trata do cálculo e detalhamento de estruturas usuais de concreto armado à torção.

O capítulo 3 aborda a estabilidade global. Onde estão destacados: o

parâmetro de instabilidade  $\alpha$ , o coeficiente  $\gamma_z$  e o processo P-delta.

No capítulo 4 se explica como ocorreram as modelagens dos exemplos numéricos e quais foram os resultados. Nos itens 4.1 a 4.3 são dadas as características comuns a todos os exemplos. Os itens 4.4 a 4.7 mostram as características particulares de cada exemplo junto aos resultados provenientes da primeira modelagem. Em 4.8 é feito um resumo dos resultados até então apresentados. Por fim, dentre os quatro exemplos numéricos já vistos, dois foram escolhidos para uma análise mais criteriosa e estão descritos nos itens 4.9 e 4.10.

O capítulo 5 traz a análise e discussão dos resultados obtidos.

As considerações finais e sugestões para novos estudos estão descritos no capítulo 6.

No Apêndice A são dados conceitos e formulações acerca dos efeitos da torção em elementos de diferentes tipos de seções transversais.

Os esforços provenientes da ação do vento considerados nos modelos dos exemplos numéricos são apresentados no Apêndice B.

## 2. TORÇÃO

A torção se refere ao giro de uma barra retilínea quando carregadas por momentos que tendem a produzir rotação no eixo longitudinal da barra (Gere e Goodno, 2010).

Neste capítulo é mostrada uma revisão sobre os conceitos de torção. Inicialmente é apresentada a torção em seções abertas, e, ao final do capítulo a torção é tratada para vigas de concreto armado e apresenta os critérios da NBR 6118:2007 quanto ao detalhamento das armaduras para a peça resistir ao referido esforço. O Apêndice A traz a torção em seções fechadas que abrangem os eixos circulares maciços, eixos maciços não circulares e tubos de paredes finas.

### 2.1. Torção em seções abertas

A torção pura consiste em aplicação de apenas o torque num determinado elemento. Ocorrerão torção e flexão pura quando a peça estiver submetida a momento de torção e momento fletor. A combinação de torção e flexão simples ocorre quando há momento de torção e força cortante, que resulta em flexão da peça. E por fim, entendem-se torção e flexão composta, quando o elemento está submetido aos esforços internos de força cortante, normal, momento fletor e momento de torção (Langendonck, 1971).

Um elemento estrutural como um núcleo rígido de um edifício nunca estará submetido à torção pura por causa das forças laterais de vento. Então, a seguir serão citados os efeitos combinados da torção e da flexão.

#### 2.1.1. Tensões de cisalhamento em vigas fletidas

Em um problema plano são necessários três elementos de um sistema de forças para que a seção se mantenha em equilíbrio: força axial, força cortante e momento fletor. Forças axiais geram tensões normais, momentos fletores geram tensões de flexão, e forças cortantes geram tensões de cisalhamento (Popov, 2011).

Da teoria de vigas fletidas sabe-se que o fluxo de cisalhamento ( $q$ ) na seção de uma viga submetida a momentos fletores é igual ao produto da força cortante total na respectiva seção ( $V$ ) pelo momento estático ( $Q$ ), divididos pela inércia da seção ( $I$ ), conforme a equação 1.

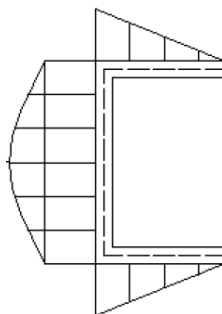
$$q = \frac{V \cdot Q}{I} \quad (1)$$

A tensão de cisalhamento é obtida da fórmula do cisalhamento, mas leva em consideração a largura da viga ( $b$ ). Ver a equação 2:

$$\tau = \frac{V \cdot Q}{I \cdot b} \quad (2)$$

Tanto o fluxo de cisalhamento como a tensão de cisalhamento têm valores variáveis no decorrer da seção, por causa do momento estático. Se a espessura da seção não for regular, isso também colaborará para a variação dos valores de tensão de cisalhamento no decorrer da seção. A Figura 1 exemplifica o fluxo de cisalhamento numa seção C e também a distribuição das tensões de cisalhamento.

Figura 1- Fluxo de cisalhamento e distribuição das tensões de cisalhamento

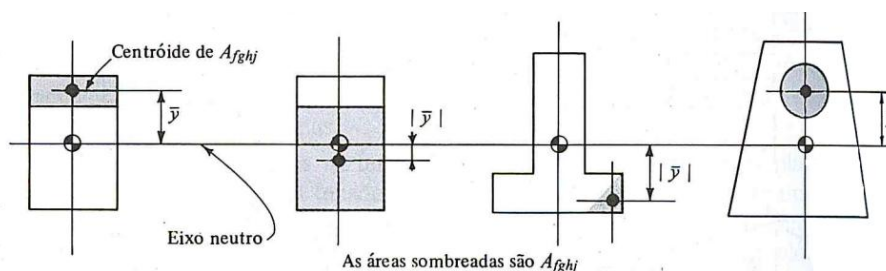


Fonte: Adaptado de Mascia, Nicolas, Oliveira e Victor (2008)

Vale lembrar que o momento estático é o produto da área do trecho pela distância entre o centro de massa do trecho ao centro de massa da seção (equação 3). Os termos da equação do momento estático estão bem exemplificados na Figura 2.

$$Q = A_{trecho} \cdot \bar{y} \quad (3)$$

Figura 2- Significado dos termos para se encontrar o valor Q



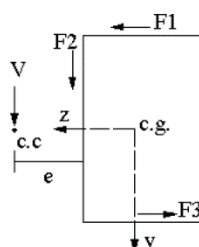
Fonte: Popov (2011)

### 2.1.2. Centro de Cisalhamento

Segundo Langendonck (1971), quando a torção numa barra é provocada por cargas atuantes num plano normal ao eixo da barra, e a seção não é simétrica, então o cálculo do momento de torção não deve ser feito em relação ao centro de gravidade, mas sim em relação ao centro de torção ou centro de cisalhamento (CC) da seção da barra.

Em uma seção tipo C, a localização do CC será dada em relação ao eixo vertical e esta distância será chamada de “ $e$ ” como mostrado na Figura 3.

Figura 3- Localização do centro de cisalhamento numa seção tipo C

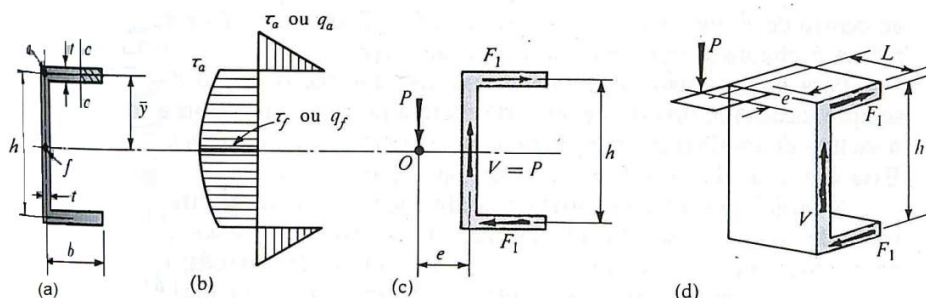


Fonte: Adaptado de Mascia, Nicolas, Oliveira e Victor (2008)

Segundo Popov (2011), as paredes do perfil C são admitidas como muito finas e, por isso, os cálculos podem se basear nas dimensões em relação à linha de centro das paredes. A flexão deste perfil ocorre no eixo horizontal, e mesmo que esta seção não seja simétrica no eixo vertical, admite-se que as tensões de flexão sejam dadas pela fórmula usual de flexão. Considerando-se que uma viga com seção C resista a um cisalhamento vertical, sabe-se que os momentos fletores variariam de uma seção para outra.

Tomando-se um corte  $c-c$  como mostra a Figura 4a, é possível encontrar o momento estático e a tensão de cisalhamento, conforme as equações 3 e 2.

Figura 4- Dedução para localização de centro de cisalhamento de um perfil C



Fonte: Popov (2011)

Nas abas do perfil, a tensão de cisalhamento e o fluxo de cisalhamento variam linearmente a partir da aresta livre, e na alma assumem variação parabólica (Figura 4b).

A força cortante  $V$  (equação 4) é a soma das tensões de cisalhamento vertical ao longo da área da alma, e a força  $F_1$  (equação 5) é a tensão de cisalhamento média multiplicada pela área da flange.

$$V = \int_{-h/2}^{+h/2} \tau \cdot t \cdot dy \quad (4)$$

$$F_1 = \left( \frac{\tau_a}{2} \right) \cdot b \cdot t \quad (5)$$

A Figura 4c mostra as forças cortantes na seção transversal do perfil, que são: a força  $V$  e o conjugado  $F_1 \cdot h$ , que fisicamente tende a torcer o perfil em torno de um eixo longitudinal. Para que não ocorra a torção, e que continue sendo aplicável a distribuição da tensão de flexão admitida inicialmente, as forças externas devem ser aplicadas de forma a compensar o conjugado interno  $F_1 \cdot h$ . Supondo uma carga aplicada  $P$  a uma distância  $e$  da linha de centro da alma, para que haja equilíbrio se desenvolverá uma força igual e contrária a  $V$  na alma. Do mesmo modo, para que não haja torção da seção o conjugado  $P \cdot e$  deve ser igual a  $F_1 \cdot h$ . Sabendo-se que  $F_1 \cdot h = P \cdot e$  e  $P = V$  é possível deduzir uma expressão para a distância  $e$ , localizando o plano em que a carga  $P$  deve ser aplicada para que não ocorra torção no perfil.

$$e = \frac{F_1 \cdot h}{P} = \frac{(1/2) \cdot \tau_a \cdot b \cdot t \cdot h}{P} = \frac{b \cdot t \cdot h}{2 \cdot P} \cdot \frac{V \cdot Q}{I \cdot t} = \frac{b \cdot t \cdot h}{2 \cdot P} \cdot \frac{V \cdot b \cdot t \cdot (h/2)}{I \cdot t} = \frac{b^2 \cdot h^2 \cdot t}{4 \cdot I} \quad (6)$$

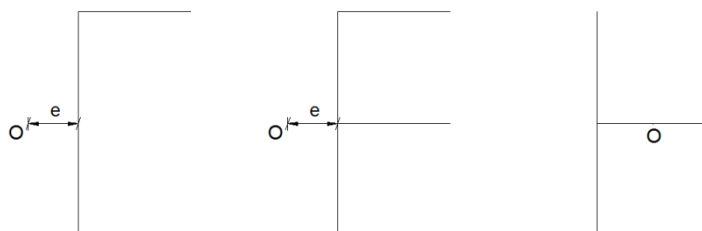
É interessante observar que  $e$  não depende da intensidade da carga aplicada, depende apenas da geometria da seção, assim  $e$  é uma propriedade da seção.

Quando for aplicada uma carga vertical à distância  $e$  do centro da alma não ocorrerá torção no perfil. Quanto às forças horizontais, o plano onde estas forças devem ser aplicadas para que não ocorra torção no perfil é o plano de simetria do perfil. O ponto de intersecção dos planos onde a torção é nula é chamado de Centro de Cisalhamento e é designado pela letra **O**.

Quando se trata de uma seção com dois eixos de simetria, o centro de cisalhamento coincide com o centróide da área da seção.

A partir da análise do centro de cisalhamento numa seção tipo C, é possível concluir a localização do CC para seções similares como H e E, que são exemplificadas na Figura 5.

Figura 5- Localização do centro de cisalhamento em seções H e E



### 2.1.3. Tensões de cisalhamento em vigas torcidas

A tensão de cisalhamento devido à torção pura é dada na equação 7:

$$\tau_{\max} = \frac{M_t}{W_t} \quad (7)$$

O momento de torção ( $M_t$ ) pode ser encontrado pelo método das seções, que consiste na somatória dos momentos de torção em cada trecho do elemento.

O módulo de resistência à torção ( $W_t$ ) é diferente para cada tipo de seção, e pode ser determinado pela Teoria da Elasticidade. Segundo Langendonck (1971), no caso das seções compostas de vários trechos retangulares, com comprimentos  $l_n$  e espessuras  $t_n$  pode se escrever:

$$W_t = \frac{\sum l_n \cdot t_n^3}{3 \cdot t_{\max}} \quad (8)$$

Para seções tipo C com espessura constante, que é o perfil de interesse deste trabalho, será apresentada a seguir uma simplificação da equação de módulo de resistência à torção a partir da equação 8.

$$W_t = \frac{2 \cdot b \cdot t^3 + h \cdot t^3}{3 \cdot t} = \frac{t^2(2b + h)}{3} \quad (9)$$

Leonhardt e Mönning (1982) propõem uma resolução diferente a de Langendonck (1971), sugerindo que o momento de torção ( $M_t$ ) seja repartido proporcionalmente ao momento de inércia de cada retângulo parcial. E que o módulo de resistência à torção ( $W_t$ ) seja calculado considerando cada retângulo girando em torno de seu respectivo centro de cisalhamento.

#### 2.1.4. Flexão e torção combinadas

Núcleos de contraventamento são solicitados à flexão e à torção concomitantemente. A tensão de cisalhamento em determinado trecho da seção será a somatória das parcelas: tensão de cisalhamento devido flexão e tensão de cisalhamento devido torção (Popov, 2011). Assim, para seções abertas tipo C tem-se a equação 10.

$$\tau = \frac{M_t}{W_t} + \frac{V \cdot Q}{I \cdot b} \quad (10)$$

## 2.2. Cálculo e detalhamento de estruturas usuais de concreto armado à torção

A base para o dimensionamento da armadura de torção é o princípio fundamental de que o concreto não deve resistir trações devidas às tensões diretas do carregamento, e que o aço deve absorver todos os esforços de tração. Sendo assim, faz-se necessário um estudo da deformação da peça, que indique onde ocorrerá a tração e onde ocorrerá compressão. A seguir serão explicados alguns conceitos básicos e então será apresentada a analogia da treliça, de onde se desenvolverão as equações necessárias para detalhamento das estruturas de concreto para resistir à torção.

A torção provoca o empenamento das seções transversais inicialmente planas porque ocorrem diferentes alongamentos longitudinais em suas fibras. Quando a barra não tem restrições que impedem o empenamento das seções, a barra fica livre de tensões normais e a torção é denominada “torção de Saint Venant” (Araújo, 2010). Um sistema de tensões principais a 45° e 135° surge nas barras em que há torção simples com empenamento livre. Essas tensões principais desenvolvem-se em formato helicoidal em torno da barra, atingindo valores máximos nas faces externas. Na direção da rotação ocorrerá tração, e na direção contrária



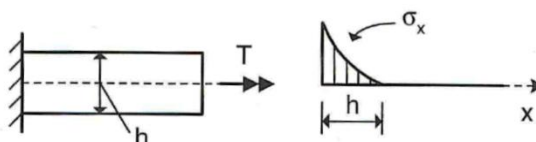
compressão (Leonhardt e Mönning, 1982).

No entanto, se o empenamento das seções for impedido, surgem tensões normais de compressão e tração ao longo da barra, e também tensões tangenciais presentes na torção de Saint' Venant.

Seções circulares não têm tendência ao empenamento, assim as tensões normais são sempre nulas.

Na prática, sempre existe certo grau de restrição ao empenamento imposto pelos apoios. Então nessas regiões ocorrem tensões normais e tensões tangenciais que se dissipam, como é exemplificado na Figura 6 (Araújo, 2010).

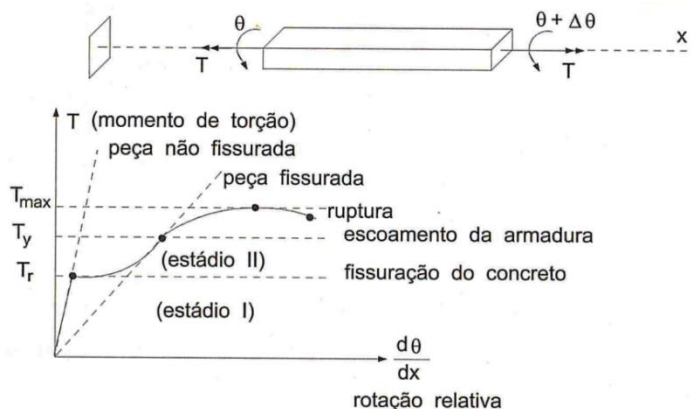
Figura 6- Dissipação das tensões normais nas proximidades de um engaste



Fonte: Araújo (2010)

No concreto armado estas tensões são dissipadas pela fissuração, que ocorrerá quando a tensão principal de tração, que tem módulo igual à tensão de cisalhamento devido à torção, for igual à resistência do concreto à tração (Fusco, 2008). Desta forma, os efeitos da torção são combatidos por uma armadura mínima que limita a fissuração. Logo após o aparecimento das fissuras, as tensões no aço aumentam rapidamente, assim como ocorre para a cortante (Leonhardt e Mönning, 1982), e a rigidez à torção diminui sensivelmente, tendendo a zero, após o início do escoamento de suas armaduras (Fusco, 2008). Esses comportamentos do aço e do concreto na torção são bem explicados no gráfico da Figura 7.

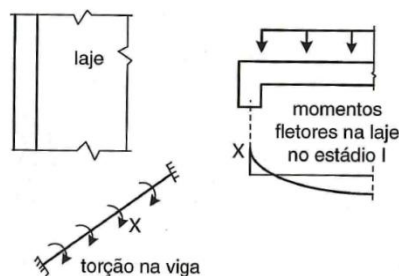
Figura 7- Comportamento típico das peças de concreto armado submetidas à torção



Fonte: Fusco (2008)

Em alguns casos, onde há impedimento à deformação surge a denominada “torção de compatibilidade”. Um exemplo clássico é o das vigas de borda que sofrem esforços de torção a fim de combater a deformação de flexão da laje (Figura 8).

Figura 8- Torção de compatibilidade

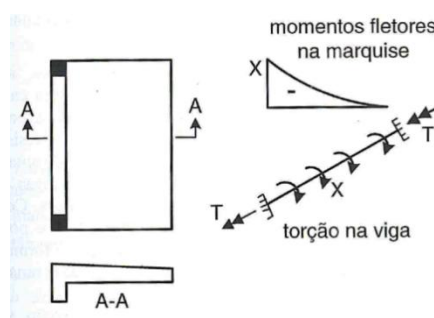


Fonte: Araújo (2010)

O momento de engastamento X da laje surge no estádio I, e representa um momento torçor para a viga. Após a fissuração, esse momento torçor diminui muito e torna-se dispensável sua consideração no dimensionamento da viga (Araújo, 2010).

Chama-se “torção de equilíbrio” quando os momentos torçores são necessários para satisfazer as condições de equilíbrio. Ou seja, para que a estrutura não entre em ruína, esta deve ser dimensionada para absorver esses momentos. A marquise da Figura 9 exemplifica este tipo de torção (Araújo, 2010).

Figura 9- Exemplo de torção de equilíbrio



Fonte: Araújo (2010)

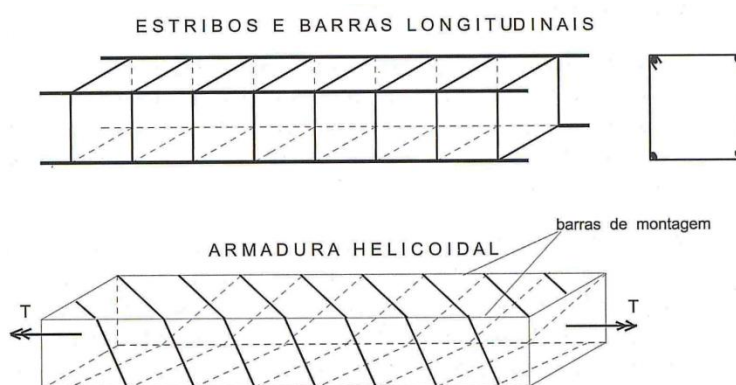
Na figura 9, o momento fletor X é usado para dimensionamento das armaduras da marquise. Este momento resulta num momento torçor T na viga, e, por isso a viga deve ser dimensionada a torção. No entanto, T reflete num momento fletor para os pilares, e deve ser considerado em seus dimensionamentos (Araújo, 2010).

### 2.2.1. Torção pura em vigas de concreto armado

O dimensionamento das estruturas de concreto armado é feito no estágio II. Assim como ocorre no dimensionamento ao esforço interno de força cortante, adota-se o modelo da treliça de Morsch (Araújo, 2010).

Na torção, considera-se a treliça espacial, podendo ser composta por armadura em hélice, de forma a acompanhar as trajetórias das tensões principais de tração. Por causa da dificuldade de execução dessa armadura em hélice, adota-se um arranjo composto por barras longitudinais e estribos verticais (Figura 10).

Figura 10- Arranjos básicos das armaduras de torção



Fonte: Fusco (2008)

As barras longitudinais, os estribos e as bielas de compressão formam uma treliça capaz de equilibrar o momento torçor solicitante. Segundo a NBR 6118, é possível a escolha de uma inclinação arbitrária para as bielas de compressão no intervalo de  $30^\circ$  a  $45^\circ$ . No entanto, os ângulos de inclinação das bielas de compressão devem ser coincidentes para torção e para esforço cortante. Como se considera  $\theta = 45^\circ$  para o esforço cortante, este mesmo ângulo deve ser adotado para o esforço de torção.

Segundo Leonhardt e Mönnig (1982), alguns ensaios em laboratório mostraram que após aparecerem fissuras de torção, somente uma pequena casca de concreto, junto à face externa da seção transversal da barra, colabora na resistência à torção. Os resultados indicaram que a resistência à torção de uma seção cheia é equivalente à resistência de uma seção vazada com as mesmas armaduras. As mesmas conclusões foram obtidas ao comparar-se a rigidez à torção das duas seções. Assim, conclui-se que o núcleo da seção é pouco solicitado e pode ser desconsiderado no dimensionamento. Por isso, o dimensionamento à

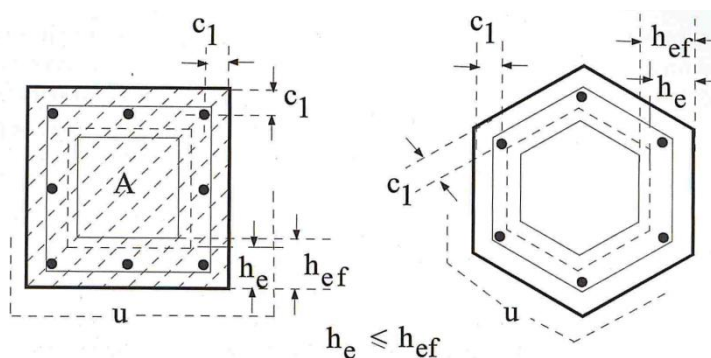
torção de uma seção cheia é feito do mesmo jeito que uma seção vazada equivalente.

Para seções poligonais convexas, a seção vazada equivalente tem o mesmo contorno externo da seção cheia original e possui uma espessura de parede  $h_e$  (Figura 11), sendo  $h_e \leq h_{ef}$ , e,

$$h_e \leq \frac{A}{u} \quad (11)$$

$$h_e \geq 2c_1 \quad (12)$$

Figura 11- Seções convexas cheias ou vazadas



Fonte: Fusco (2008)

Nas equações 11 e 12,  $A$  representa a área da seção cheia,  $u$  é o perímetro da seção convexa e  $c_1$  é a distância entre o eixo da barra longitudinal de canto e a face lateral do elemento estrutural.

Tratando-se de uma seção retangular de lados  $a$  e  $b$ , sendo  $a$  o menor lado do retângulo, a espessura da parede equivalente é:

$$h_e = \frac{ab}{2(a+b)} \geq 2c_1 \quad (13)$$

Conforme a NBR 6118:2007, no caso das seções compostas de retângulos, cada um deve ser verificado isoladamente com base nas equações 11 e 12. O momento torçor total  $T_d$  deve ser distribuído entre os retângulos conforme sua rigidez elástica linear. Desta forma, considera-se que a rigidez de cada retângulo é proporcional a  $a^3b$ . Sendo assim, o momento torçor  $T_{di}$  que cabe a cada retângulo  $i$  é dado por:

$$T_{sdi} = T_{sd} \frac{a_i^3 b_i}{\sum a_i^3 b_i} \quad (14)$$

Quando a seção real já é vazada, considera-se o menor dos seguintes valores para a espessura da parede (Araújo, 2010):

- A espessura da parede da seção vazada real;
- A espessura equivalente calculada como se fosse uma seção cheia de mesmo contorno externo da seção vazada.

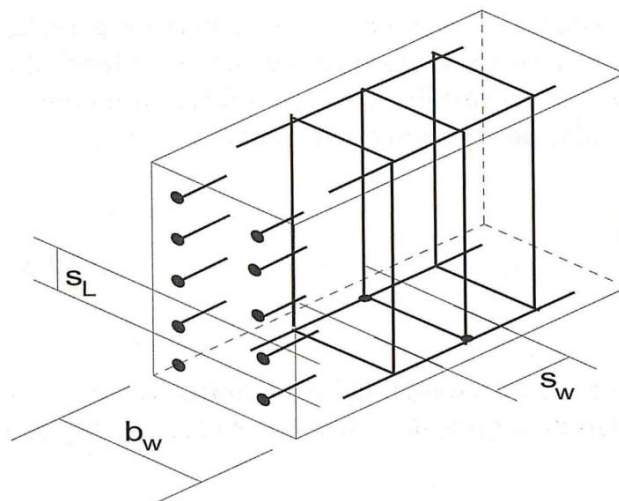
Tendo a seção vazada equivalente, é possível se obter a área limitada pela linha média,  $A$ , e o perímetro da linha média,  $u$ .

A fim de se garantir a segurança numa peça submetida à ação isolada de um momento de torção  $T_{sd}$ , as seguintes condições devem ser verificadas (Fusco, 2008):

- $T_{sd} \leq T_{Rd,2}$  = momento de torção resistido em função da compressão das diagonais do concreto;
- $T_{sd} \leq T_{Rd,3}$  = momento de torção resistido em função da tração nos estribos perpendiculares ao eixo da peça;
- $T_{sd} \leq T_{Rd,4}$  = momento de torção resistido em função da tração nas barras longitudinais paralelas ao eixo da peça.

A Figura 12 exemplifica a disposição das armaduras longitudinal e transversal na viga.

Figura 12- Armadura longitudinal e armadura transversal



Fonte: Fusco (2008)

Na torção de equilíbrio as taxas mínimas de armadura transversal e de armadura longitudinal devem respeitar os limites mínimos (NBR 6118, 2007):

$$\rho_{s,l} = \rho_{s,w} = \frac{A_{sw}}{b_w s} \geq 0,2 \frac{f_{ctm}}{f_{yk}} \quad (15)$$

### 2.2.1.1. Tensões nas bielas diagonais

Como pode ser visto no Apêndice A, nas peças com seção transversal fechada de parede delgada, as tensões tangenciais devidas ao momento de torção têm a direção da linha média do perfil.

Quando se trata apenas da flexão, ao se verificar a segurança quanto a resistência de compressão do concreto, a resistência de cálculo ( $f_{cd} = f_{ck} / \gamma_c$ ) é reduzida em 15% devido os efeitos das cargas permanentes ( $\sigma_{cd,lim} = 0,85 f_{cd}$ ). No entanto, quando se trata da torção, deve-se levar em conta que dificilmente as peças estarão solicitadas exclusivamente à torção, havendo também momentos fletores e forças cortantes. Sendo assim, a NBR 6118:2007 admite valores reduzidos para a resistência à compressão do concreto. Então, na verificação da segurança em relação às bielas de compressão, admite-se o concreto com a resistência:

$$\sigma_{cw,u} = 0,50 \alpha_{v2} f_{cd} \quad (16)$$

Onde:

$$\alpha_{v2} = 1 - f_{ck} / 250 \quad (17)$$

Na situação de cálculo, conforme a fórmula de Bredt (ver Apêndice A) deve-se ter:

$$\tau_{td} = \frac{T}{2 \cdot h_e \cdot A_e} \leq \tau_{Rd2} \quad (18)$$

Da Figura 13, tem-se:  $\tau_t a h_e = \sigma_{cw45} \cdot h_e \cdot a \cdot \text{sen}45 \cdot \cos 45$  que simplificando fica:

$$\sigma_{cw45} = 2\tau_t \quad (19)$$

Ou seja,

$$\tau_{td} = \frac{\sigma_{cd,lim}}{2} \leq \tau_{Rd2} \quad (20)$$

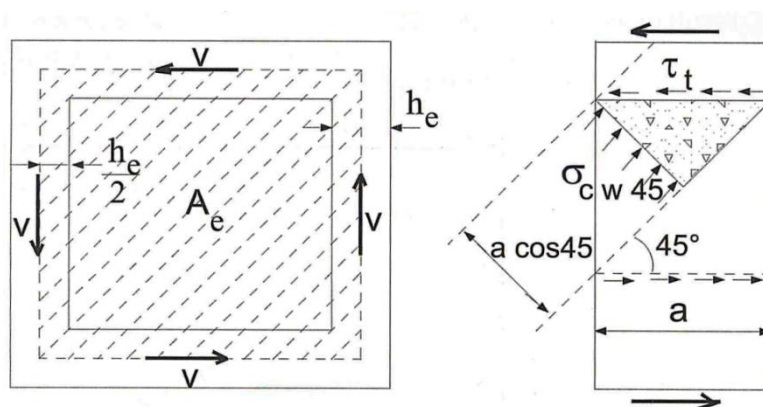
Assim:

$$\tau_{Rd2} = \frac{\sigma_{cd,lim}}{2} = 0,25\alpha_{v2} \frac{f_{ck}}{\gamma_c} \quad (21)$$

Resultando então,

$$T_{Rd2} = 2A_e h_e \tau_{Rd2} \quad (22)$$

Figura 14- Tensões diagonais de compressão a 45°

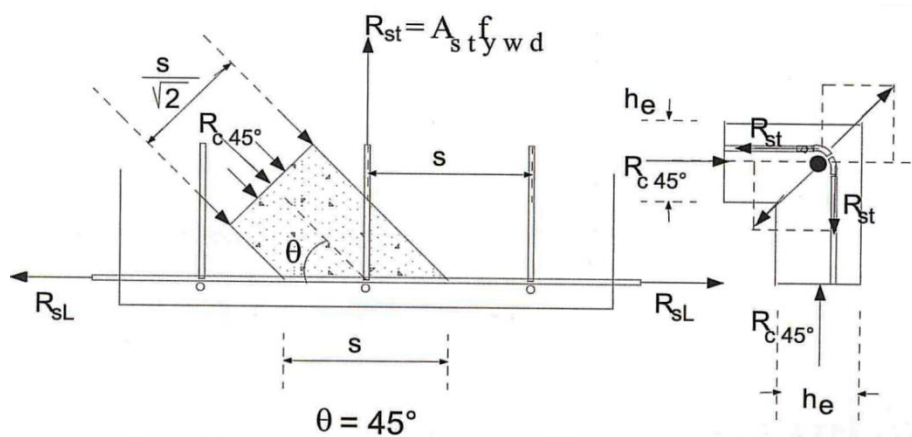


Fonte: Fusco (2008)

### 2.2.1.2. Tensões na armadura transversal

A Figura 15 apresenta as tensões na armadura transversal no caso de bielas inclinadas a 45°.

Figura 15- Tensões na armadura transversal



Fonte: Fusco (2008)

O equilíbrio dos nós intermediários da treliça espacial fornece a condição

$$R_{st} = \left( h_e \frac{s}{\sqrt{2}} \sigma_{c45} \right) \cos 45^\circ \quad (23)$$

Sendo que  $R_{st} = A_{st} f_{swd}$ , e  $\sigma_{c45} = 2\tau_t = \frac{T_d}{A_e h_e}$ , e que  $A_{st}$  é a área da seção transversal de um ramo do estribo, e o afastamento entre eles é a distância  $s$ , temos:

$$A_{st} = \frac{T_d}{2A_e f_{swd}} s \quad (24)$$

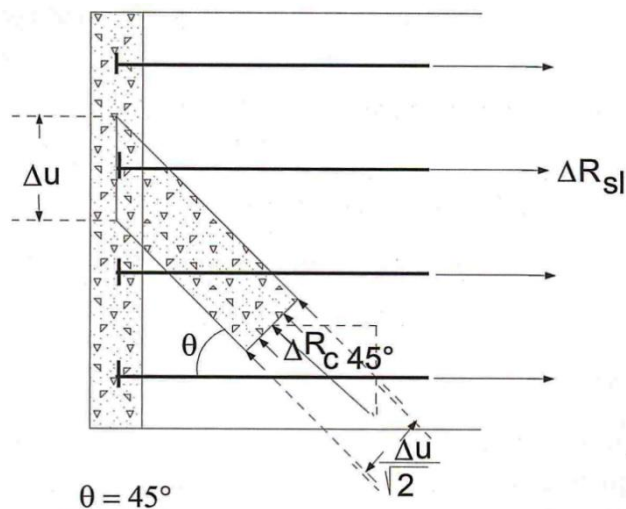
A segurança em relação ao escoamento da armadura transversal é dada por  $T_{Sd} \leq T_{Rd3}$ , sendo que para  $\theta = 45^\circ$ ,

$$T_{Rd3} = \left( \frac{A_{st}}{s} f_{swd} \right) 2A_e \quad (25)$$

### 2.2.1.3. Tensões na armadura longitudinal

A Figura 16 apresenta as tensões na armadura longitudinal considerando as bielas inclinadas a  $45^\circ$ .

Figura 16- Tensões na armadura longitudinal



Fonte: Fusco (2008)

O equilíbrio dos nós intermediários da treliça espacial fornece a condição



$$\Delta R_{c45} \cos 45^\circ = \Delta R_{sl} \quad (26)$$

Da equação 26, obtém-se:

$$R_{sl} = \sum_u \Delta R_{sl} = \sum_u \frac{\Delta u}{\sqrt{2}} h_e \sigma_{c,45} \cdot \cos 45^\circ \quad (27)$$

Como,  $\sigma_{c,45} = 2\tau_t = \frac{T}{A_e h_e}$ , então,

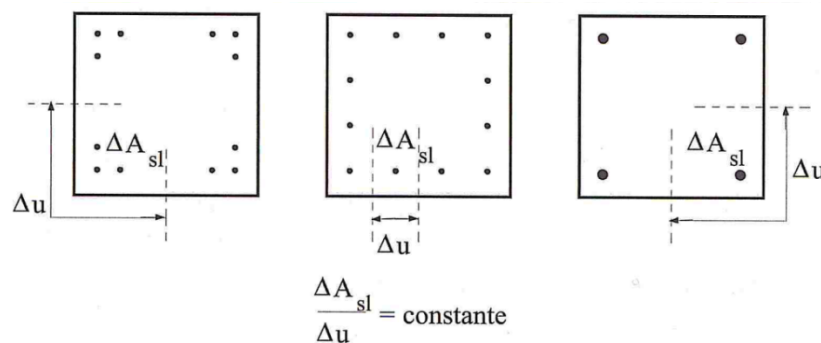
$$R_{sl} = \frac{T}{2A_e} u \quad (28)$$

Portanto, na situação de cálculo, tem-se:

$$T_d = \frac{2A_e}{u} A_{sl} \sigma_{sld} \quad (29)$$

Uma observação importante é que a armadura longitudinal deve ter uma distribuição equilibrada na seção (Figura 17) para que a tensão solicitante seja a mesma em todas as barras (Fusco, 2008).

Figura 17- Distribuição de armaduras longitudinais



Fonte: Fusco (2008)

Por fim, a condição de segurança  $T_{sd} \leq T_{Rd,4}$  pode ser expressa pela equação 30.

$$T_{sd} \leq T_{Rd,4} = \frac{2A_e}{u} A_{sl} f_{sld} \quad (30)$$

Em que,  $A_{sl}$  é a área total da seção transversal das barras da armadura

longitudinal.

### 2.2.2. Torção composta em vigas de concreto armado

A NBR 6118:2007 estabelece as seguintes regras para considerar a combinação da torção com outros esforços solicitantes no dimensionamento.

Quanto à armadura longitudinal no banzo tracionado por flexão, a armadura de torção deve ser acrescentada à armadura necessária para as solicitações normais, considerando-se em cada seção os esforços que agem concomitantemente.

Quanto à armadura longitudinal no banzo comprimido por flexão, a armadura de torção pode ser reduzida em função dos esforços de compressão que atuam na espessura  $h_e$  e no comprimento  $\Delta u$  correspondente a barra ou feixe de barras consideradas.

Tratando-se das tensões no banzo comprimido por flexão, nas seções em que a torção atua simultaneamente com solicitações normais intensas, que reduzem excessivamente a profundidade da linha neutra, particularmente em vigas de seção celular, o valor de cálculo da tensão principal de compressão não deve superar o valor  $0,85 f_{cd}$ .

Essa tensão principal deve ser calculada como em um estado plano de tensões, a partir da tensão normal média que age no banzo comprimido de flexão e da tensão tangencial de torção calculada por:  $\tau_{td} = T_{td} / 2A_e h_e$ .

Quanto às tensões devidas à ação concomitante de torção e força-cortante, as inclinações das bielas da treliça plana resistente a esses esforços devem ser as mesmas.

Quanto as tensões de compressão nas bielas diagonais, a resistência à compressão no concreto deve ser satisfeita atendendo a expressão:

$$\frac{V_{Sd}}{V_{Rd2}} + \frac{T_{Sd}}{T_{Rd2}} \leq 1 \quad (31)$$

Sendo  $V_{Sd}$  e  $T_{Sd}$  esforços de cálculo que agem ao mesmo tempo na seção.

Em relação a armadura transversal de tração, esta pode ser determinada pela soma das armaduras calculadas separadamente para  $V_{Sd}$  e  $T_{Sd}$ .

### 3. EFEITO DO VENTO NAS ESTRUTURAS

Quando o vento incide numa edificação gera pressões, e por consequência forças, em sua superfície. Estas forças são correntemente divididas em três parcelas: as na direção do escoamento ou forças de arraste; as forças na direção transversal ao escoamento, denominadas forças de sustentação; e a terceira parcela refere-se a momento torçor gerado por desvios de forças de vento em relação ao centro de torção do obstáculo.

No capítulo 3 pretende-se ressaltar um efeito causado pelas forças de sustentação do vento (segunda parcela) e influenciado pelo momento torçor (terceira parcela): a instabilidade global.

Na verificação de estabilidade de um edifício, levam-se em conta os deslocamentos que ocorrem em cada pavimento. Quando há torção no edifício os deslocamentos são irregulares em planta e não só em relação à altura do edifício, como a maioria dos métodos considera. A estabilidade global dos edifícios modelos deste trabalho será levada em conta na apresentação dos resultados.

Assim sendo julga-se necessário uma apresentação sobre os parâmetros de avaliação de estabilidade global, bem como conceitos relacionados a este tema.

#### **3.1. Estabilidade global**

Os efeitos de primeira ordem são os esforços calculados a partir da geometria inicial da estrutura, ou seja, antes que ocorram deformações. Após a primeira deformação surgem esforços ditos de segunda ordem que provocarão novas deformações e assim sucessivamente.

Imagine uma haste na qual se aplica uma carga horizontal ( $F_h$ ) e uma carga vertical ( $F_v$ ) em seu topo. No primeiro momento tem-se um deslocamento na horizontal ( $\delta_0$ ). Como a carga vertical continua a atuar, surge um momento de primeira ordem ( $M_1 = F_v \times \delta_0$ ). Este, por sua vez, gera um segundo estado de deformação ( $\delta_1$ ).  $\delta_1 \times F_v$  resultará num acréscimo de momento  $\Delta M_2$ . Novamente  $\Delta M_2$  gerará um terceiro estado de deformação, e assim sucessivamente. A estrutura será considerada estável se o valor de  $\delta$  for diminuindo e convergir a zero, caso contrário a estrutura não é estável.

O momento de segunda ordem ( $M_2$ ) será dado pela somatória de  $M_1$  aos acréscimos de momentos em cada etapa:

$$M_2 = M_1 + \Delta M_2 + \Delta M_3 + \dots + \Delta M_n \quad (32)$$

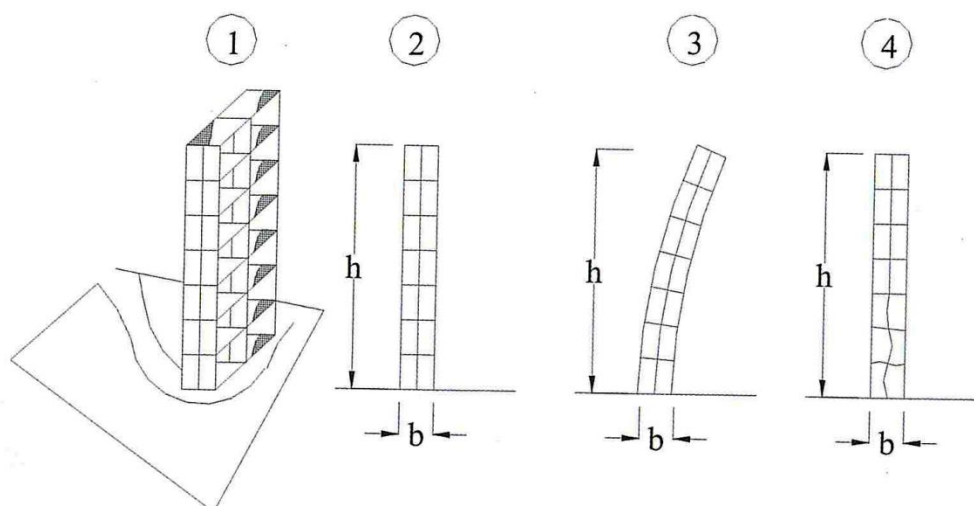
Após as deformações, quando ocorrem os efeitos de segunda ordem, a relação entre ações e deformações deixa de ser linear. Essa não-linearidade é chamada de não-linearidade geométrica devido sua origem. A fissuração e fluência do concreto também conduzem a uma não linearidade entre ações e deformações que é chamada de não-linearidade física.

Os efeitos de segunda ordem podem ser calculados a partir das deformações existentes nas estruturas. Conforme a NBR 6118:2007, os efeitos de segunda ordem podem ser divididos em efeitos globais, locais e localizados de segunda ordem.

Os efeitos globais de segunda ordem são decorrentes de deslocamentos horizontais nos nós da estrutura. Os efeitos locais de segunda ordem ocorrem em barras isoladas da estrutura e são caracterizados por seus respectivos eixos não se manterem retilíneos, o que, inicialmente, afeta principalmente os esforços solicitantes ao longo delas próprias. Os efeitos localizados são identificados por uma não retilidade numa região de uma barra, o qual, além de aumentar nesta região a flexão longitudinal, aumenta também a flexão transversal, havendo a necessidade de aumentar os estribos nestas regiões (Carvalho e Pinheiro, 2009).

A Figura 18 exemplifica a instabilidade global (3) e a instabilidade local (4).

Figura 18- Estrutura indeformada e exemplo de instabilidade global e instabilidade local



A seguir serão estudados apenas os efeitos globais de segunda ordem – estabilidade global.

A NBR 6118:2007 apresenta as condições para a não consideração dos esforços globais de segunda ordem, através de dois processos aproximados: parâmetro  $\alpha$  e coeficiente  $\gamma_z$ . Antes de estes parâmetros serem explicados faz-se necessário esclarecer o conceito de estrutura de nós fixos e de nós móveis.

### **3.1.1. Estruturas de nós fixos e de nós móveis**

Para simplificação de cálculos, costuma-se definir estruturas de nós fixos e nós móveis. Conforme a NBR 6118:2007, estruturas de nós fixos são aquelas em que os deslocamentos horizontais dos nós são pequenos, e conseqüentemente, os efeitos de segunda ordem são desprezíveis (esforços de segunda ordem inferiores a 10% dos esforços de primeira ordem). Nestas estruturas é suficiente a consideração dos efeitos locais de segunda ordem.

Estruturas de nós móveis são definidas como aquelas em que os deslocamentos horizontais não são pequenos, e assim os efeitos globais de segunda ordem passam a ser importantes (esforços de segunda ordem superiores a 10% dos esforços de primeira ordem). Nestas estruturas, tanto os esforços de segunda ordem locais como os globais devem ser obrigatoriamente considerados.

Pode ocorrer de em uma estrutura o deslocamento horizontal ser grande, mas por ser pequeno o esforço vertical, isto resultar em valores pequenos de esforços de segunda ordem (Carvalho e Pinheiro, 2009).

O conceito de nós fixos e nós móveis também pode ser aplicado às subestruturas de contraventamento.

#### **3.1.1.1. Análise de estruturas de nós fixos**

Segundo a NBR 6118:2007, nas estruturas de nós fixos é permitido considerar cada elemento comprimido isoladamente, como barra vinculada nas extremidades aos demais elementos estruturais que ali concorrem, onde se aplicam os esforços obtidos pela análise da estrutura efetuada, conforme a teoria de primeira ordem.

No caso de ações horizontais, a estrutura classificada como de nós fixos, é sempre calculada como deslocável, no entanto será dispensada a consideração dos

esforços globais de segunda ordem.

### 3.1.1.2. *Análise de estruturas de nós móveis*

Nas estruturas de nós móveis, a NBR 6118:2007 estabelece que a análise deve levar obrigatoriamente em conta os efeitos da não-linearidade geométrica e da não-linearidade física.

### 3.1.1.3. *Análise não linear com segunda ordem*

Conforme Carvalho e Pinheiro (2009), existe uma solução aproximada para a determinação dos esforços globais de segunda ordem, que é válida para estruturas regulares. Esta consiste na avaliação dos esforços finais (primeira ordem mais os de segunda ordem) por meio da multiplicação dos esforços horizontais por  $0,95\gamma_z$ , desde que  $\gamma_z \leq 1,3$ .

### 3.1.1.4. *Consideração aproximada da não-linearidade física*

Para análise dos esforços globais de segunda ordem em estruturas reticuladas com pelo menos quatro andares, a NBR 6118:2007 permite considerar a não-linearidade física de maneira aproximada, tomando-se como rigidez das peças estruturais os valores indicados na Tabela 1.

Tabela 1- Rigidez das peças estruturais para consideração da não-linearidade física

Elemento estrutural	Condição	$(E \cdot I)_{sec}$
Lajes	-	$0,3 \cdot E_{ci} \cdot I_c$
Vigas	$A'_s \neq A_s$	$0,4 \cdot E_{ci} \cdot I_c$
	$A'_s = A_s$	$0,5 \cdot E_{ci} \cdot I_c$
Pilares	-	$0,8 \cdot E_{ci} \cdot I_c$

Uma alternativa para estruturas compostas exclusivamente por vigas e pilares que tiverem  $\gamma_z$  menor que 1,3, é considerar para ambos  $(E \cdot I)_{sec} = 0,7 \cdot E_{ci} \cdot I_c$ .

Os valores de rigidez adotados são aproximados e não podem ser utilizados para avaliar esforços locais de segunda ordem, mesmo com uma modelagem mais discretizada.

### 3.1.2. Parâmetro de instabilidade $\alpha$

Se o parâmetro  $\alpha$  de uma estrutura reticulada for menor que  $\alpha_1$ , esta estrutura será considerada como de nós fixos, em que,

$$\alpha = H_{tot} \cdot \sqrt{\frac{N_k}{E_c \cdot I_c}} \quad (33)$$

- $\alpha_1 = 0,2 + 0,1 \cdot n$ , se  $n \leq 3$
- $\alpha_1 = 0,6$ , se  $n \geq 4$

Onde:

$n$  = número de níveis de barras horizontais (andares) acima da fundação ou de um nível pouco deslocável do subsolo;

$H_{tot}$  = altura total da estrutura, medida a partir do topo da fundação ou de um nível pouco deslocável do subsolo;

$N_k$  = somatória de todas as cargas verticais atuantes na estrutura (a partir do nível considerado para o cálculo de  $H$ ), com seu valor característico;

$E_c I_c$  = somatória das rigidezes de todos os pilares na direção considerada; no caso de estruturas de pórticos, de treliças ou mistas, ou com pilares de rigidez variável ao longo da altura, permite-se considerar produto de rigidez  $E_c I_c$  de um pilar equivalente de seção constante.

O valor de  $\alpha_1 = 0,6$ , no caso de edifícios com mais de quatro andares, vale para associações de pilares-parede e para pórticos associados a pilares-parede. Mas ele pode ser aumentado para 0,7 no caso de contraventamento constituído exclusivamente por pilares-parede, e deve ser reduzido para 0,5 quando só houver pórticos (Carvalho e Pinheiro, 2009).

### 3.1.3. Coeficiente $\gamma_z$

O coeficiente  $\gamma_z$  tem a função de majorar os esforços finais em relação aos de primeira ordem, e assim permite avaliar a importância dos esforços de segunda ordem globais. Essa avaliação é válida para estruturas reticuladas de, no mínimo, quatro andares (Carvalho e Pinheiro, 2009). O valor de  $\gamma_z$  é dado por:

$$\gamma_z = \frac{1}{1 - \frac{\Delta M_{tot,d}}{M_{1,tot,d}}} \quad (34)$$

Onde,

$M_{1,tot,d}$  = momento de tombamento, ou seja, a soma dos momentos de todas as forças horizontais, com seus valores de cálculo, em relação à base da estrutura;

$\Delta M_{tot,d}$  = soma dos produtos de todas as forças verticais atuantes na estrutura na combinação considerada, com seus valores de cálculo, pelos deslocamentos horizontais de seus respectivos pontos de aplicação, obtidos da análise de primeira ordem.

Se  $\gamma_z \leq 1,1$ , a estrutura é considerada de nós fixos.

Para o cálculo do momento de tombamento e do momento de segunda ordem, os esforços devem ser empregados no estado limite último. Desta forma,

$$\Delta M_{tot,d} = \sum_{i=1}^n (\gamma_f \cdot P_{gi} + \gamma_f \cdot P_{qi} + \psi_0 \cdot \gamma_f \cdot P_{q2i}) \quad (35)$$

Sendo:

$i$  = número do andar considerado;

$n$  = número do total de andares do edifício;

$P_{gi}$  = resultante vertical da carga permanente no andar  $i$ ;

$\gamma_f$  = coeficiente de majoração das cargas no estado limite último;

$\psi_0$  = fator de redução de combinação para ELU para ações variáveis secundárias; a favor da segurança, pode ser tomado igual a unidade;

$P_{qi}$  = resultante vertical da ação accidental considerada principal no andar  $i$ ;

$P_{q2i}$  = resultante vertical da ação accidental considerada secundária no andar  $i$

Em geral, a ação do vento é considerada como secundária, assim temos:

$$\frac{\Delta M_{tot,d}}{M_{1,tot,d}} = \frac{\sum_{i=1}^n (\gamma_f \cdot P_{gi} + \gamma_f \cdot P_{qi}) \cdot \delta_{hki}}{\sum_i^n H_{vi} \cdot h_i} \quad (36)$$



No caso de o vento ser considerado como a ação principal, tem-se:

$$\frac{\Delta M_{tot,d}}{M_{1,tot,d}} = \frac{\sum_{i=1}^n (\gamma_f \cdot P_{gi} + \psi_0 \cdot \gamma_f \cdot P_{qi}) \cdot \delta_{hki}}{\sum_i^n H_{vi} \cdot h_i} \quad (37)$$

A expressão 36 deve ser considerada no cálculo do  $\gamma_z$ , já que é mais desfavorável que a expressão 37 (Carvalho e Pinheiro, 2009).

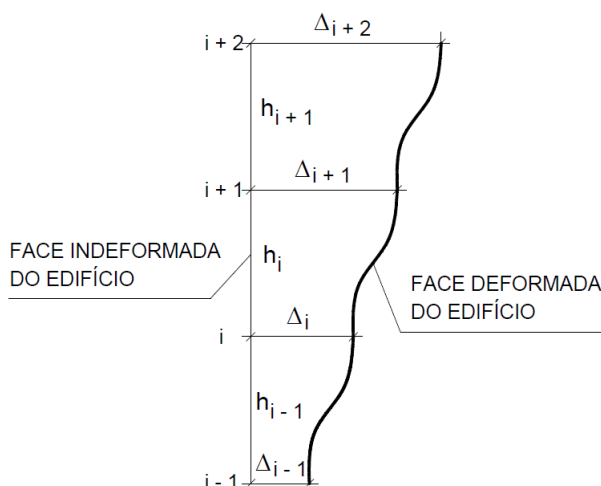
### 3.1.4. Processo P-Delta – Método da carga lateral fictícia

O parâmetro de instabilidade  $\alpha$  e o coeficiente  $\gamma_z$  indicam se a estrutura é estável ou não. O processo P-delta não é um parâmetro de estabilidade, trata-se de um processo de análise não-linear geométrica. Após a análise ocorre então a avaliação quanto à estabilidade da estrutura (Moncayo, 2011).

Há diversos métodos que levam em consideração o processo P-Delta, por exemplo: Método de Dois Ciclos Iterativos, Método da Carga Lateral Fictícia, Método da Carga de Gravidade Iterativa e Método da Rigidez Negativa. Entre estes o mais conhecido é o Método da Carga Lateral Fictícia e, por isso, apenas ele será descrito a seguir.

Seja um suposto edifício submetido a uma carga vertical P e a uma força lateral F em seu topo. Este edifício sofrerá deslocamentos horizontais relativos em cada pavimento devido a carga horizontal.

Figura 19- Deslocamentos dos pavimentos



Fonte: Moncayo (2011)

A

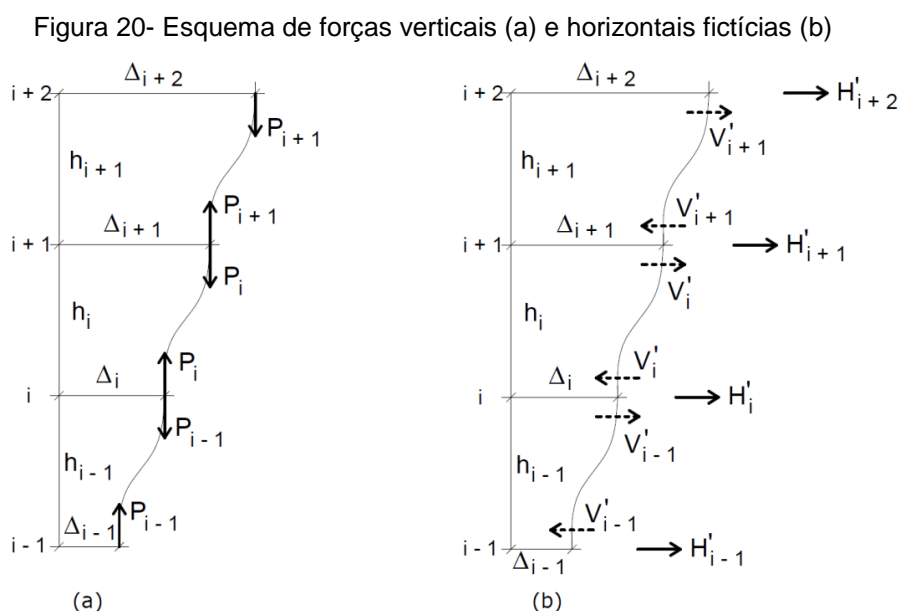
Seja um suposto edifício submetido a uma carga vertical  $P$  e a uma força lateral  $F$  em seu topo. Este edifício sofrerá deslocamentos horizontais relativos em cada pavimento devido a carga horizontal.

Figura 19 ilustra a face indeformada e a face deformada com os relativos deslocamentos ( $\Delta$ ,  $\Delta-1$ ,  $\Delta+1$ ) sendo  $i$  a identificação do pavimento.

Devido à carga vertical  $P$  e os deslocamentos em cada pavimento, surgirão momentos, a partir dos quais a análise de primeira ordem é feita. Assim está concluída a primeira etapa do método da carga fictícia.

Após a análise de primeira ordem, ocorrem as iterações até que se chegue a uma condição de equilíbrio. A cada iteração uma nova força lateral fictícia é obtida. Com a carga lateral fictícia calcula-se o deslocamento adicional, do qual se calcula uma fração de momento que é somado ao momento calculado anteriormente, e assim sucessivamente até que o erro seja um valor tão pequeno a ponto de ser considerado desprezível.

Os esforços horizontais fictícios (cortante fictícia  $V'$  e a ação lateral fictícia  $H'$ ) são exemplificados na Figura 21.



Fonte: Moncayo (2011)

A cortante fictícia e a carga lateral fictícia são expressas pelas equações 38 e 39, respectivamente.

$$V'_i = \frac{\sum P_i}{h_i} \cdot (\Delta_{i+1} - \Delta_i) \quad (38)$$

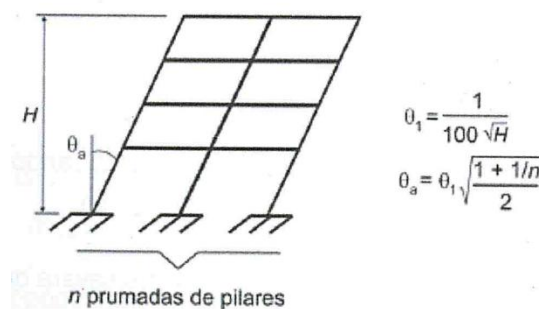
$$H'_i = V'_{i-1} - V'_i \quad (39)$$

### 3.1.5. Consideração de imperfeições geométricas

Mesmo após serem descarregadas, as estruturas reticulares apresentam imperfeições geométricas do eixo dos seus elementos e elas devem ser consideradas na verificação do estado limite último. Essas imperfeições podem ser divididas em globais e locais, mas as que podem comprometer a estabilidade da edificação são as globais.

A NBR 6118:2007 trata das imperfeições globais e estabelece que, nas estruturas reticuladas, contraventadas ou não, deve ser considerado um desaprumo dos seus elementos verticais, conforme indica a Figura 21.

Figura 21- Imperfeições geométricas globais em estruturas reticuladas constituídas de pórticos



Fonte: Carvalho e Pinheiro (2009)

O deslocamento máximo ( $a_{\max}$ ) no topo do edifício é dado por:

$$a_{\max} = \theta_a \cdot h \quad (40)$$

Sendo que:

$$\theta_a = \theta_1 \cdot \sqrt{\frac{1 + (1/n)}{2}} \text{ e } \theta_1 = \frac{1}{100 \cdot \sqrt{h}} \quad (41)$$

Onde

$H$  = altura total da edificação, em metros;

$n$  = número de prumadas de pilares do pórtico.

O ângulo  $\theta_1$  deve ser limitado da seguinte forma:

- $\theta_{1,\min} = 1/400$  para estruturas de nós fixos;
- $\theta_{1,\min} = 1/300$  para estruturas de nós móveis ou imperfeições locais;
- $\theta_{1,\max} = 1/200$ .

A norma ainda indica que o desaprumo não deve ser necessariamente superposto ao carregamento de vento. Entre estes dois, apenas deve ser considerado o mais desfavorável, ou seja, aquele que provoca o maior momento total na base da edificação.

## 4. EXEMPLOS NUMÉRICOS

Os dados gerais, como o carregamento, dimensões dos elementos e propriedades dos materiais são explicados nos itens 4.1, 4.2 e 4.3.

Nos itens 4.4, 4.5, 4.6 e 4.7 são apresentados os resultados do primeiro processamento de quatro exemplos numéricos de edifícios de concreto armado, que se diferenciam pela posição do núcleo de contraventamento em planta. Em cada exemplo, ou seja, para uma mesma planta, foram consideradas três situações de esbeltez: 1:4,88; 1:6,5 e 1:8,13. Neste trabalho, a esbeltez é expressa pela relação entre a menor largura em planta e a altura do edifício, sendo a largura igual a nove metros e sessenta centímetros, e a altura vinculada ao número de pavimentos: 15 pavimentos – 46,80m; 20 pavimentos – 62,40m; 25 pavimentos – 78,00m.

Os edifícios foram modelados no software TQS, optando-se pelo modelo de cálculo 6, que considera um sistema de pórtico espacial. Em um pórtico espacial, cada ponto pode ter três componentes de deslocamento ( $\Delta_x, \Delta_y, \Delta_z$ ), e três componentes de rotação ( $\theta_x, \theta_y, \theta_z$ ). Em uma barra de pórtico espacial existem seis esforços internos: esforço normal, esforço cortante em duas direções relativas, momento fletor em duas direções relativas e momento torçor (Martha, 2010).

Em cada modelo a estabilidade global foi analisada por meio do coeficiente  $\gamma_z$ .

Nos itens 4.9 e 4.10 são apresentados e comentados os resultados do exemplo 1 (15 e 25 pavimentos) e do exemplo 3 (15 e 25 pavimentos). Estes modelos apresentaram resultados mais expressivos no primeiro processamento, e, por isso, foram escolhidos para serem reprocessados até que todos os pilares fossem resolvidos.

### 4.1. Carregamentos

Os exemplos numéricos foram modelados tendo como cargas permanentes o peso próprio da estrutura e das alvenarias. Caixa d'água, casa de máquinas, dentre outros, não foram considerados.

Uma vez lançadas as propriedades dos materiais e dimensões dos elementos estruturais, o peso da estrutura é obtido automaticamente pelo software. As alvenarias foram simuladas como sendo blocos cerâmicos furados, que, conforme a Tabela 1 do item 2.1 da NBR 6120:2000, tem peso específico aparente 13 kN/m<sup>3</sup>.

Quanto as cargas acidentais, o item 2.2 da NBR 6120:2000 estabelece os valores a serem adotados em diversos casos. Neste trabalho, os modelos foram considerados prédios comerciais e, portanto, adotou-se a carga acidental para escritórios: 2 kN/m<sup>2</sup>.

Sendo o objeto de estudo uma estrutura de contraventamento, o vento vem configurar como a mais importante carga acidental. A NBR 6123:1988 determina a aplicação do teorema de Bernoulli para cálculo da pressão de obstrução causada pelo vento.

$$q_{vento} = 0,613 \cdot V_k^2 \quad (42)$$

Em que:

$$V_k = V_0 \cdot S_1 \cdot S_2 \cdot S_3 \quad (43)$$

Para o cálculo das cargas de vento, partiu-se do pressuposto de um edifício localizado no Brasil, numa região onde a velocidade básica do vento é trinta metros por segundo (30 m/s), cujo terreno é plano ( $S_1 = 1$ ), situado numa zona costeira (Categoria II).

Como a maior dimensão do suposto edifício, em planta, não é maior que vinte metros (20 m), conforme a NBR 6123:1988, este pertence à Classe A. Sendo considerado um edifício com fins comerciais, o coeficiente  $S_3$ , segundo Tabela 3 da NBR 6123:1988 é igual a um (1,00).

Os resultados de  $V_k$  e  $q_{vento}$  estão relatados no Apêndice B.

Para verificação da segurança foi considerada a combinação última normal para o estado limite último (ELU), e a combinação frequente de serviço para o estado limite de serviço (ELS). Os coeficientes são determinados na NBR 8681:2003 (ver equações 44 e 45).

$$\text{ELU:} \quad F_d = 1,4(PP + alv) + 1,4(Q + 0,6V) \quad (44)$$

$$\text{ELS:} \quad F_d = (PP + alv) + 0,6Q + 0,3V \quad (45)$$

Onde  $PP$  representa a ação de peso próprio da estrutura,  $alv$  a ação das alvenarias,  $Q$  carga acidental e  $V$  ação do vento.

O item 13.3 da NBR 6118:2007 determina limites para deslocamentos. No caso de movimento lateral dos edifícios, o deslocamento provocado pela ação do vento para combinação frequente, deve ser inferior à altura do edifício dividido por mil e setecentos ( $H/1700$ ). Esta verificação pretende evitar fissuras nas paredes. Para verificação dos deslocamentos utilizou-se a combinação frequente de serviço (equação 45).

#### **4.2. Dimensões dos elementos estruturais**

Em todos os modelos propostos o vão entre pilares se manteve entre 2,975 m e 3,95 m. Como o procedimento para pré-dimensionamento da altura de vigas é tomar o vão e dividi-lo por 10, tratando-se de tramos externos, ou por 12, tratando-se de tramos internos, as vigas teriam alturas de 29,75 cm e 39,5 cm, e 24,8 cm e 32,9 cm, respectivamente. No entanto, optou-se por padronizar as dimensões das vigas em todos os modelos, firmando então 40 cm de altura e 20 cm de largura a medida para todas as vigas.

Quanto as lajes fixou-se a altura de 12 cm de espessura em todos os modelos.

O pré-dimensionamento dos pilares foi obtido pela equação 46, conforme Pinheiro, Muzardo e Santos (2003).

$$A_c = \frac{30 \times \alpha \times A \times (n + 0,7)}{f_{ck} + 0,01 \times (69,2 - f_{ck})} \quad (46)$$

Em que,

$A_c = b \times h$  = área de seção de concreto (cm<sup>2</sup>);

$\alpha$  = coeficiente que leva em conta as excentricidades da carga;

$A$  = área de influência do pilar (m<sup>2</sup>);

$n$  = número de pavimentos tipo;

$(n+0,7)$  = número que considera a cobertura, com carga estimada em 70% da relativa ao pavimento-tipo.

#### **4.3. Propriedade dos materiais**

Uma vez admitido que os modelos simulem edifícios em zona costeira, a agressividade do ambiente é forte, portanto, trata-se da classificação III. Para esta

classe de agressividade ambiental, a NBR 6118:2007 determina que a resistência característica do concreto à compressão seja maior ou igual a 30 MPa. Desta forma, adotou-se para os elementos estruturais dos modelos  $f_{ck}$  igual a 30 MPa.

O aço a ser utilizado pelo software no detalhamento das armaduras são o CA60 e CA50, com resistências características iguais a 500 MPa e 600 MPa, respectivamente.

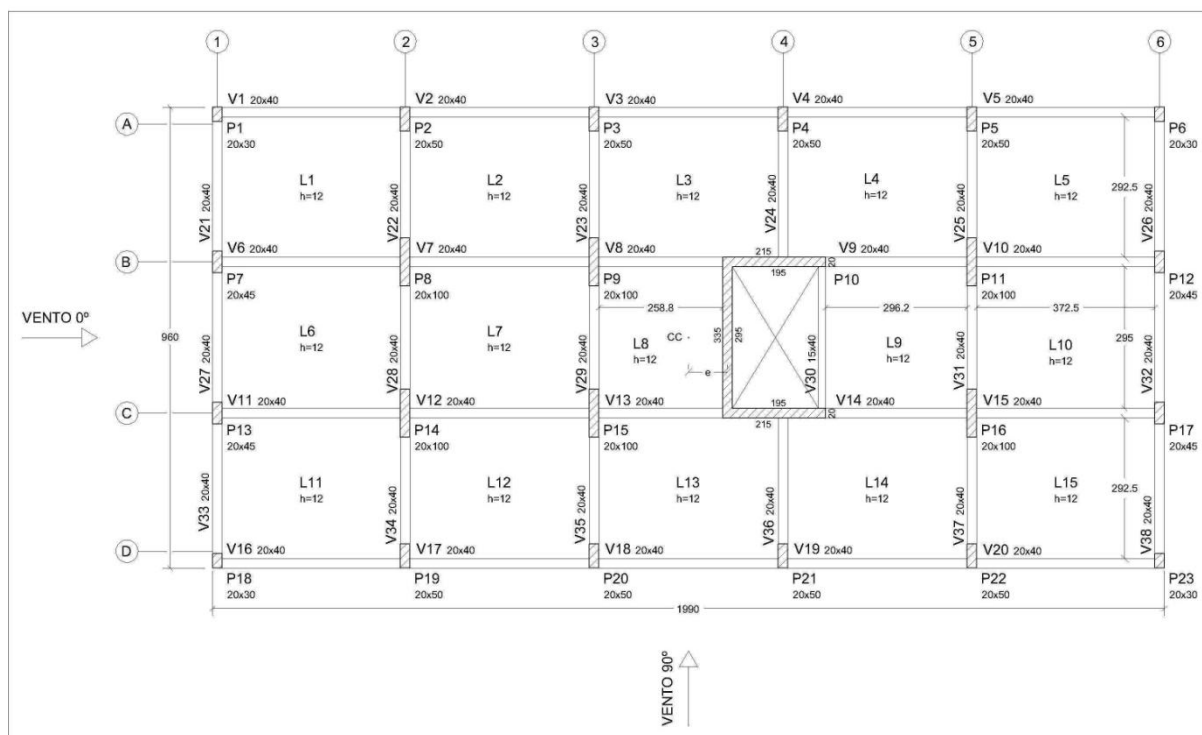
#### 4.4. Exemplo numérico 1

No exemplo 1, o centro de cisalhamento do núcleo foi posicionado exatamente no centro do edifício. O valor “ $e$ ” mostrado nas figuras do item 4.4 foi calculado conforme a equação 6, resultando  $e = 0,8131m$ .

##### 4.4.1. Edifício com 15 pavimentos (1-15)

A Figura 22 apresenta o pré-dimensionamento dos pilares no caso do edifício com 15 pavimentos. Lembrando que o pré-dimensionamento dos elementos estruturais é apresentado no item 4.2.

Figura 22– Planta de formas do exemplo numérico 1-15 pavimentos – Pré-dimensionamento



Fonte: Autor (2014)

Note que os cálculos de pré-dimensionamento resultaram em maior área de



seção nos pilares da região central do edifício.

Dentre os pilares de extremidade, os pilares de canto necessitaram de menor área de seção.

O momento de torção na base do núcleo central foi igual a 9 kN.m (ELU – posição do vento a 90°).

A estabilidade global foi analisada pelo coeficiente  $\gamma_z$ , cujo resultado foi igual a 1,113.

Após o primeiro processamento, observou-se que os pilares P2, P3, P4, P5, P19, P20, P21 e P22 não atenderam à recomendação estabelecida no item 17.3.5.3.2 da NBR 6118:2007, que orienta que a maior armadura possível deve ser 8% da seção real, considerando-se inclusive a sobreposição de armadura existente em regiões de emenda.

Os deslocamentos nos topos dos pilares de extremidade indicam leve torção do edifício, porém a diferença de pilar para pilar não é significativa. Os valores foram dispostos de forma esquemática na Tabela 2, conforme posição dos pilares na planta do prédio.

Tabela 2 – Esquema de deslocamentos dos pilares externos– Ex. 1-15 – Pré-dimensionamento

Valores $\Delta$ devem estar abaixo de $H/1700 = 2,75$ cm					
P1) $\Delta=2,7$ cm	P2) $\Delta=2,6$ cm	P3) $\Delta=2,5$ cm	P4) $\Delta=2,4$ cm	P5) $\Delta=2,3$ cm	P6) $\Delta=2,2$ cm
P7) $\Delta=2,7$ cm					P12) $\Delta=2,1$ cm
P13) $\Delta=2,6$ cm					P17) $\Delta=2,1$ cm
P18) $\Delta=2,6$ cm	P19) $\Delta=2,5$ cm	P20) $\Delta=2,4$ cm	P21) $\Delta=2,3$ cm	P22) $\Delta=2,2$ cm	P23) $\Delta=2,1$ cm

Quando a carga é aplicada no centro de cisalhamento (CC) de uma peça qualquer, esta não sofre torção, como já explicado no capítulo 2. Neste caso a carga foi aplicada no CC do núcleo central e ainda assim houve um leve giro. Este efeito ocorreu, provavelmente, devido rigidez dos elementos estruturais do prédio não estar distribuída de forma simétrica.

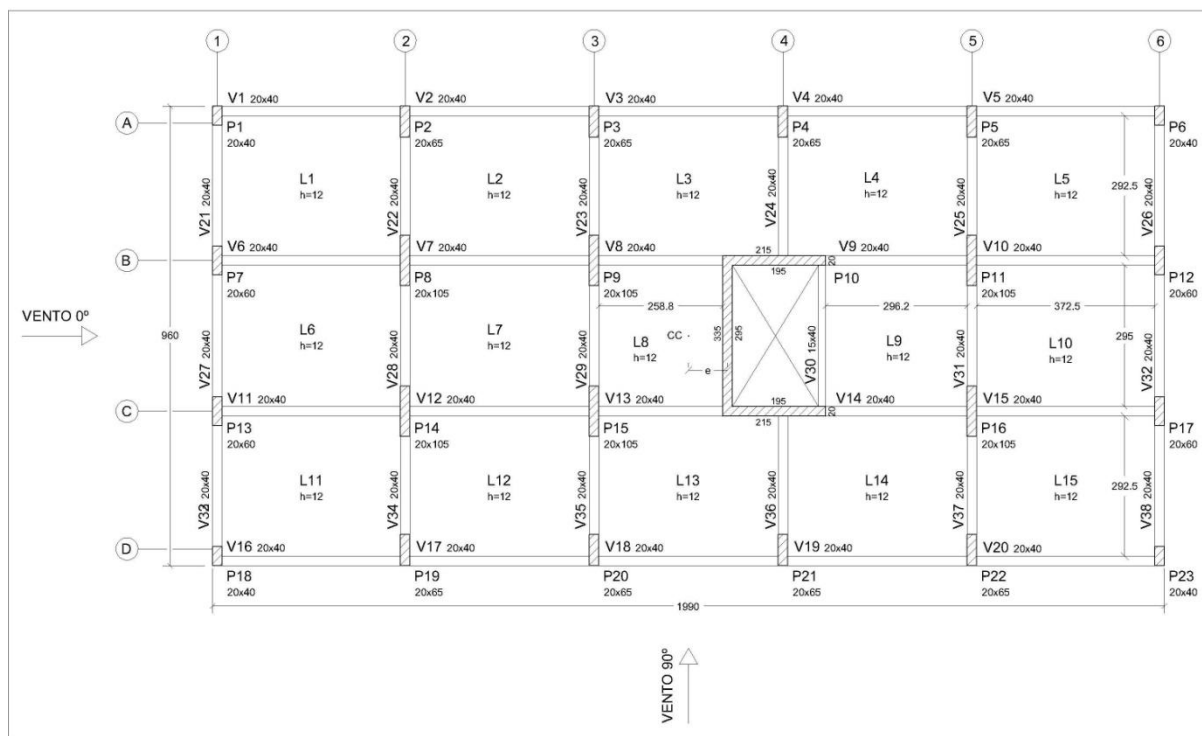
Os deslocamentos verificados são aceitáveis, pois todos estão abaixo de 2,75 cm.

#### 4.4.2. Edifício com 20 pavimentos (1-20)

A Figura 23 apresenta o pré-dimensionamento dos pilares no caso do edifício com 20 pavimentos.

Observe que neste caso temos pilares mais robustos, em função do acréscimo de pavimentos.

Figura 23- Planta de formas do exemplo numérico 1 – 20 pavimentos – Pré-dimensionamento



Fonte: Autor (2014)

O momento de torção na base do núcleo central no modelo de 20 pavimentos foi igual a 11 kN.m (ELU – posição do vento a 90°).

O valor de  $\gamma_z$  obtido foi 1,164.

Processado o modelo de 20 pavimentos, notou-se que os pilares P1, P2, P3, P4, P5, P6, P18, P19, P20, P21, P22 e P23 não atenderam a verificação quanto à taxa de armadura máxima estabelecida no item 17.3.5.3.2 da NBR 6118:2007. Assim, uma quantidade maior de pilares precisa de redimensionamento em relação ao modelo anteriormente apresentado. A tabela 3 apresenta os deslocamentos nos topos dos pilares de extremidade no exemplo 1 – 20 pavimentos.

Tabela 3 – Esquema de deslocamentos dos pilares externos – Ex. 1-20

Valores $\Delta$ devem estar abaixo de $H/1700 = 3,67\text{cm}$					
P1) $\Delta=3,0\text{ cm}$	P2) $\Delta=3,0\text{ cm}$	P3) $\Delta=2,9\text{ cm}$	P4) $\Delta=2,9\text{ cm}$	P5) $\Delta=2,9\text{ cm}$	P6) $\Delta=2,9\text{ cm}$
P7) $\Delta=3,0\text{ cm}$					P12) $\Delta=2,9\text{ cm}$
P13) $\Delta=3,0\text{ cm}$					P17) $\Delta=2,9\text{ cm}$
P18) $\Delta=2,9\text{ cm}$	P19) $\Delta=2,9\text{ cm}$	P20) $\Delta=2,8\text{ cm}$	P21) $\Delta=2,7\text{ cm}$	P22) $\Delta=2,8\text{ cm}$	P23) $\Delta=2,8\text{ cm}$

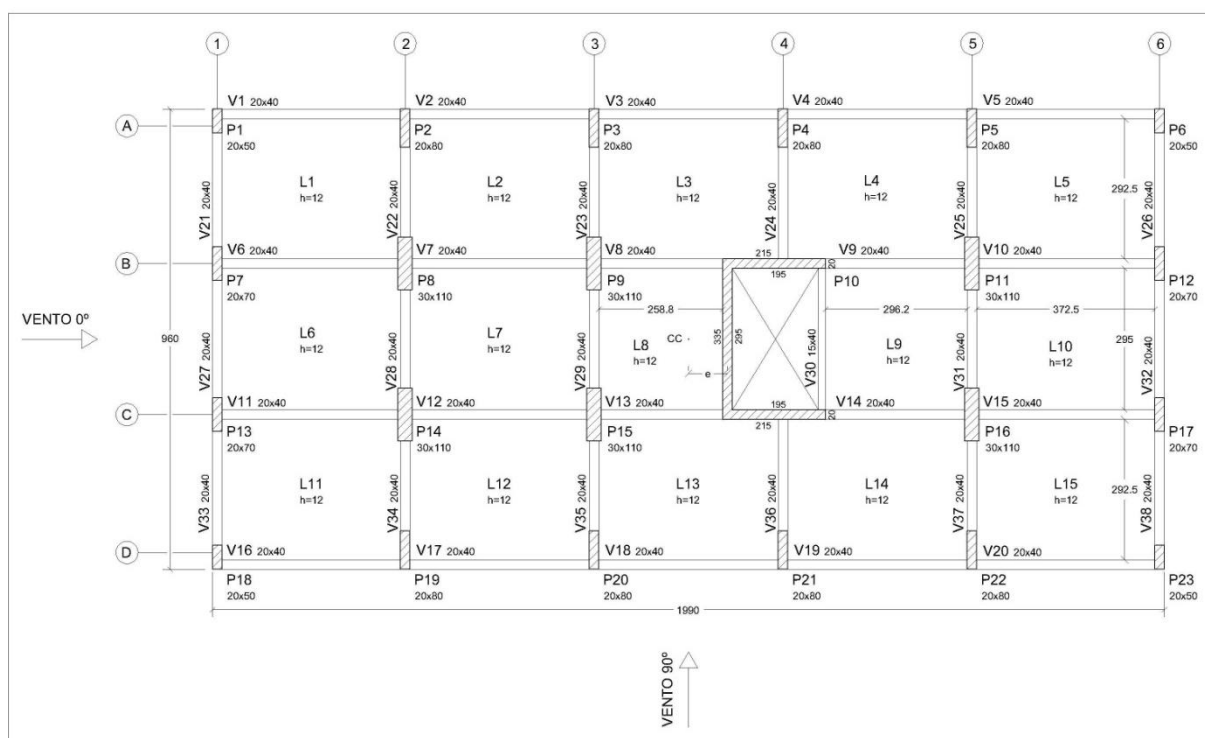
Todos os valores estão abaixo de 3,67cm, portanto são resultados aceitáveis.

Observando os deslocamentos não se pode afirmar que houve torção no modelo 1-20, pois, ao contrário do modelo 1-15, não houve uma variação linear nos valores de deslocamentos. No eixo A os pilares mantiveram deslocamentos da ordem de 3,0 cm e 2,9 cm, valores muito próximos e repetitivos.

#### 4.4.3. Edifício com 25 pavimentos (1-25)

A Figura 24 apresenta o pré-dimensionamento dos pilares no caso do edifício de 25 pavimentos.

Figura 24- Planta de formas do exemplo numérico 1 – 25 pavimentos – Pré-dimensionamento



Fonte: Autor (2014)

Neste caso, o momento de torção na base do núcleo central foi igual a 13 kN.m (ELU – posição do vento a 90°).

O valor de  $\gamma_z$  obtido foi 1,209.

No modelo de 25 pavimentos os pilares P1, P2, P3, P4, P5, P6, P7, P12, P13, P17, P18, P19, P20, P21, P22 e P23, ou seja, todos os pilares de extremidade, não atenderam a verificação quanto a taxa de armadura máxima estabelecida no item 17.3.5.3.2 da NBR 6118:2007.

Perceba que ao aumentar-se a altura do edifício mais pilares precisaram ser

redimensionados, maior a reação de apoio de torção no núcleo central e maior o coeficiente  $\gamma_z$ .

Quanto aos deslocamentos apresentados na tabela 4, todos os valores são maiores que  $H/1700$ , mas ressalta-se a necessidade de redimensionamento dos pilares, o que naturalmente melhora os deslocamentos. Ver item 4.9.2.

Tabela 4– Esquema de deslocamentos dos pilares externos – Ex. 1-25

Valores $\Delta$ devem estar abaixo de $H/1700 = 4,59\text{cm}$					
P1) $\Delta=4,9\text{ cm}$	P2) $\Delta=4,9\text{ cm}$	P3) $\Delta=4,8\text{ cm}$	P4) $\Delta=4,8\text{ cm}$	P5) $\Delta=4,8\text{ cm}$	P6) $\Delta=4,8\text{ cm}$
P7) $\Delta=4,9\text{ cm}$					P12) $\Delta=4,8\text{ cm}$
P13) $\Delta=4,8\text{ cm}$					P17) $\Delta=4,7\text{ cm}$
P18) $\Delta=4,8\text{ cm}$	P19) $\Delta=4,7\text{ cm}$	P20) $\Delta=4,6\text{ cm}$	P21) $\Delta=4,6\text{ cm}$	P22) $\Delta=4,6\text{ cm}$	P23) $\Delta=4,7\text{ cm}$

#### 4.5. Exemplo numérico 2

No exemplo 2, o núcleo foi posicionado na região central do edifício, de forma a termos uma configuração mais comumente encontrada nos projetos arquitetônicos.

##### 4.5.1. Edifício com 15 pavimentos (2-15)

A Figura 25 apresenta o pré-dimensionamento dos pilares no caso do edifício com 15 pavimentos.

O momento de torção na base do núcleo central foi igual a 8 kN.m (ELU – posição do vento a  $90^\circ$ ), valor menor que o obtido no exemplo numérico 1 de 15 pavimentos (9 kN.m).

Quanto a estabilidade global, o  $\gamma_z$  resultou em 1,104, também menor que o exemplo 1 de 15 pavimentos.

Da mesma forma que o exemplo numérico 1 - 15 pavimentos, os pilares P2, P3, P4, P5, P19, P20, P21 e P22 não atenderam a verificação quanto a taxa de armadura máxima estabelecida no item 17.3.5.3.2 da NBR 6118:2007.

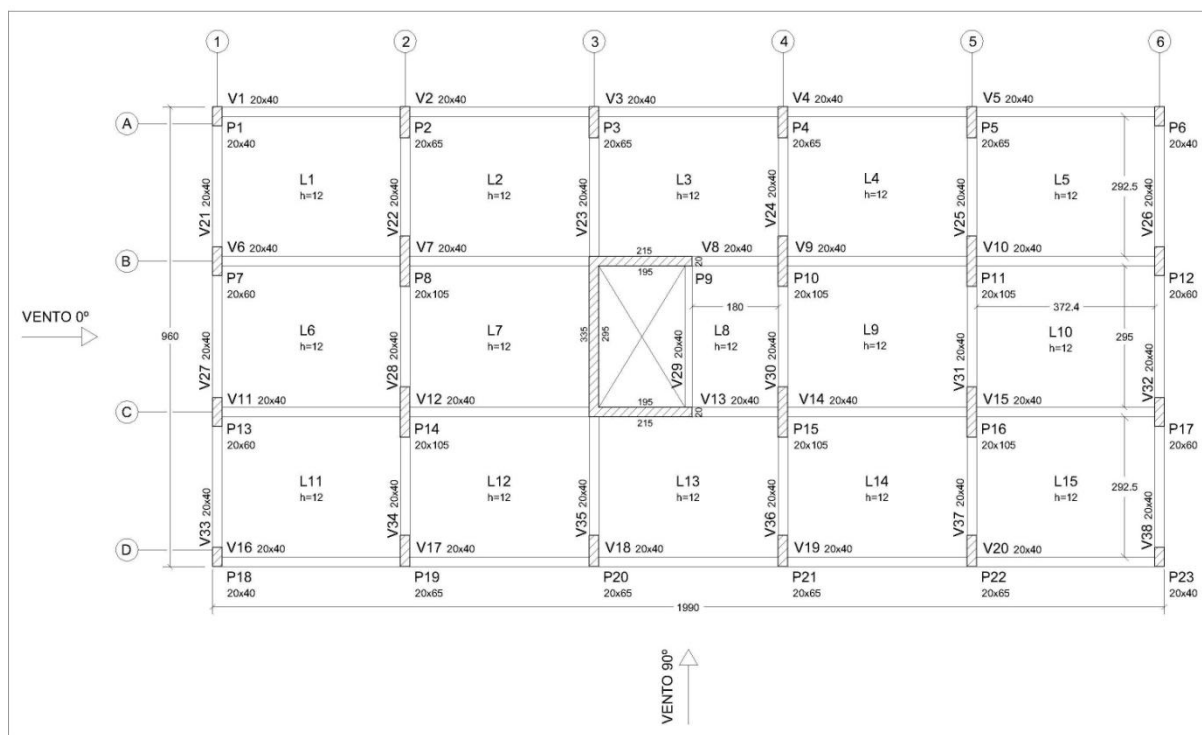


Neste modelo, o momento de torção na base do núcleo central foi igual a 9 kN.m (ELU – posição do vento a 90°).

Conferindo os pilares, notou-se que P1, P2, P3, P4, P5, P6, P18, P19, P20, P21, P22 e P23 não atenderam a verificação quanto a taxa de armadura máxima estabelecida no item 17.3.5.3.2 da NBR 6118:2007.

Os deslocamentos nos topos dos pilares de extremidade resultaram em valores menores que  $H/1700$ , como deveriam ser (Tabela 6).

Figura 26- Planta de formas do exemplo numérico 2 – 20 pavimentos – Pré-dimensionamento



Fonte: Autor (2014)

Tabela 6– Esquema de deslocamentos dos pilares externos – Ex. 2-20

Valores $\Delta$ devem estar abaixo de $H/1700 = 3,67\text{cm}$					
P1) $\Delta=2,2$ cm	P2) $\Delta=2,1$ cm	P3) $\Delta=2,0$ cm	P4) $\Delta=2,0$ cm	P5) $\Delta=2,2$ cm	P6) $\Delta=2,2$ cm
P7) $\Delta=2,2$ cm					P12) $\Delta=2,2$ cm
P13) $\Delta=2,2$ cm					P17) $\Delta=2,2$ cm
P18) $\Delta=2,2$ cm	P19) $\Delta=2,1$ cm	P20) $\Delta=2,0$ cm	P21) $\Delta=2,0$ cm	P22) $\Delta=2,2$ cm	P23) $\Delta=2,2$ cm

Assim como em 4.5.1, a possibilidade de torção do edifício está descartada. Os pilares da terceira e quarta colunas obtiveram os menores deslocamentos, por influência do núcleo central.

#### 4.5.3. Edifício com 25 pavimentos (2-25)

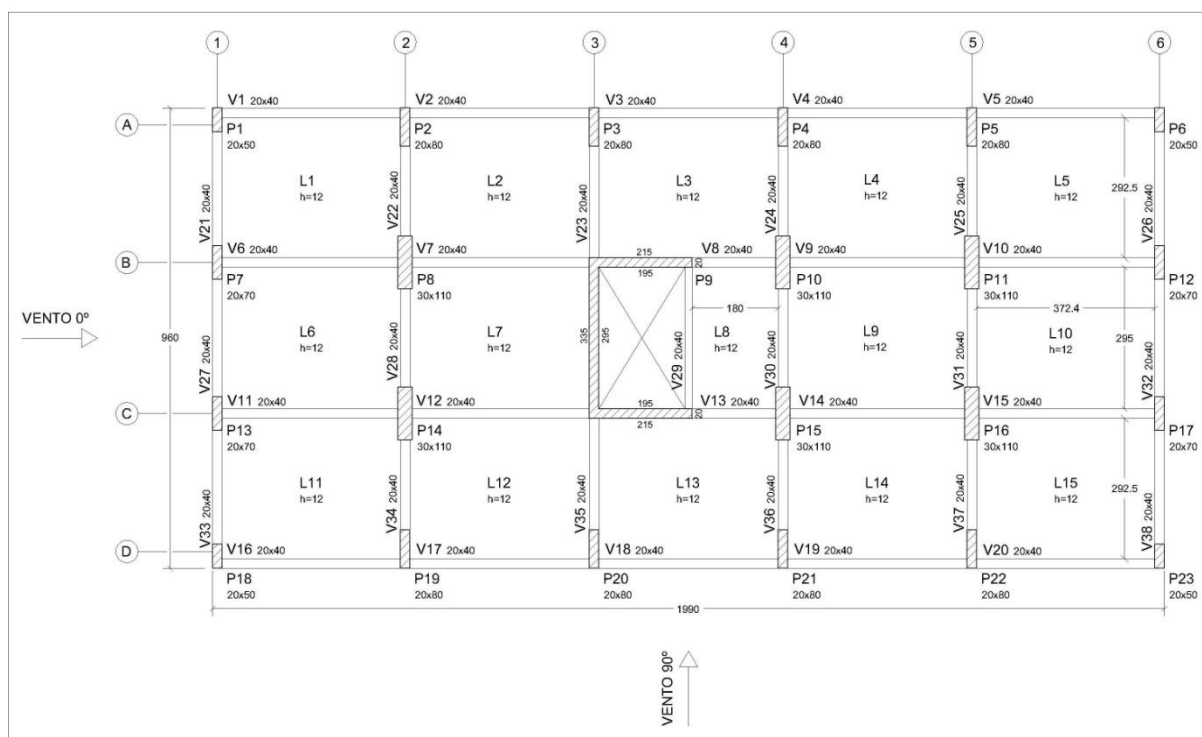
Através da Figura 27 pode se conferir o pré-dimensionamento dos pilares no caso do edifício de 25 pavimentos.

No exemplo numérico 2 - 25 pavimentos, o momento de torção na base do núcleo de contraventamento foi da ordem de 11 kN.m (ELU – posição do vento a 90°).

Quanto a estabilidade global obteve-se  $\gamma_z$  igual a 1,189.

Neste caso, todos os pilares de extremidade (P1, P2, P3, P4, P5, P6, P7, P12, P13, P17, P18, P19, P20, P21, P22 e P23) não atenderam a verificação quanto a taxa de armadura máxima estabelecida no item 17.3.5.3.2 da NBR 6118:2007.

Figura 27- Planta de formas do exemplo numérico 2 – 25 pavimentos



Fonte: Autor (2014)

Tabela 7– Esquema de deslocamentos dos pilares externos – Ex. 2-25

Valores $\Delta$ devem estar abaixo de $H/1700 = 4,59\text{cm}$					
P1) $\Delta=4,4\text{ cm}$	P2) $\Delta=4,4\text{ cm}$	P3) $\Delta=4,3\text{ cm}$	P4) $\Delta=4,4\text{ cm}$	P5) $\Delta=4,5\text{ cm}$	P6) $\Delta=4,6\text{ cm}$
P7) $\Delta=4,3\text{ cm}$					P12) $\Delta=4,6\text{ cm}$
P13) $\Delta=4,3\text{ cm}$					P17) $\Delta=4,5\text{ cm}$
P18) $\Delta=4,2\text{ cm}$	P19) $\Delta=4,2\text{ cm}$	P20) $\Delta=4,2\text{ cm}$	P21) $\Delta=4,2\text{ cm}$	P22) $\Delta=4,4\text{ cm}$	P23) $\Delta=4,5\text{ cm}$

Os deslocamentos no topo dos pilares de extremidade podem ser vistos na Tabela 7.

Os valores de deslocamentos encontram-se abaixo de  $H/1700$  ou ligeiramente maior ( $4,6 > 4,59$ ). Interessante notar como a posição do núcleo em planta teve influência nos deslocamentos, pois no modelo 1-25 nenhum valor de deslocamento esteve abaixo de  $H/1700$ .

A posição do núcleo em planta pode levar a uma torção do edifício, mas não em casos semelhantes ao exemplo numérico 2. Na configuração proposta pelo exemplo 2 não ocorre torção no prédio. No modelo 2-25, assim como no modelo 2-15, os pilares da terceira coluna obtiveram os menores deslocamentos.

#### **4.6. Exemplo numérico 3**

Com o exemplo 3 pretende-se confirmar se a excentricidade do núcleo central em planta resulta em torção do edifício como um todo, e se o núcleo central absorve todo o esforço causado pelo vento. Por isso o núcleo foi posicionado numa extremidade do edifício.

##### *4.6.1. Edifício com 15 pavimentos (3-15)*

A Figura 28 apresenta a planta de formas do exemplo numérico 3 – 15 pavimentos, conforme o pré-dimensionamento dos pilares.

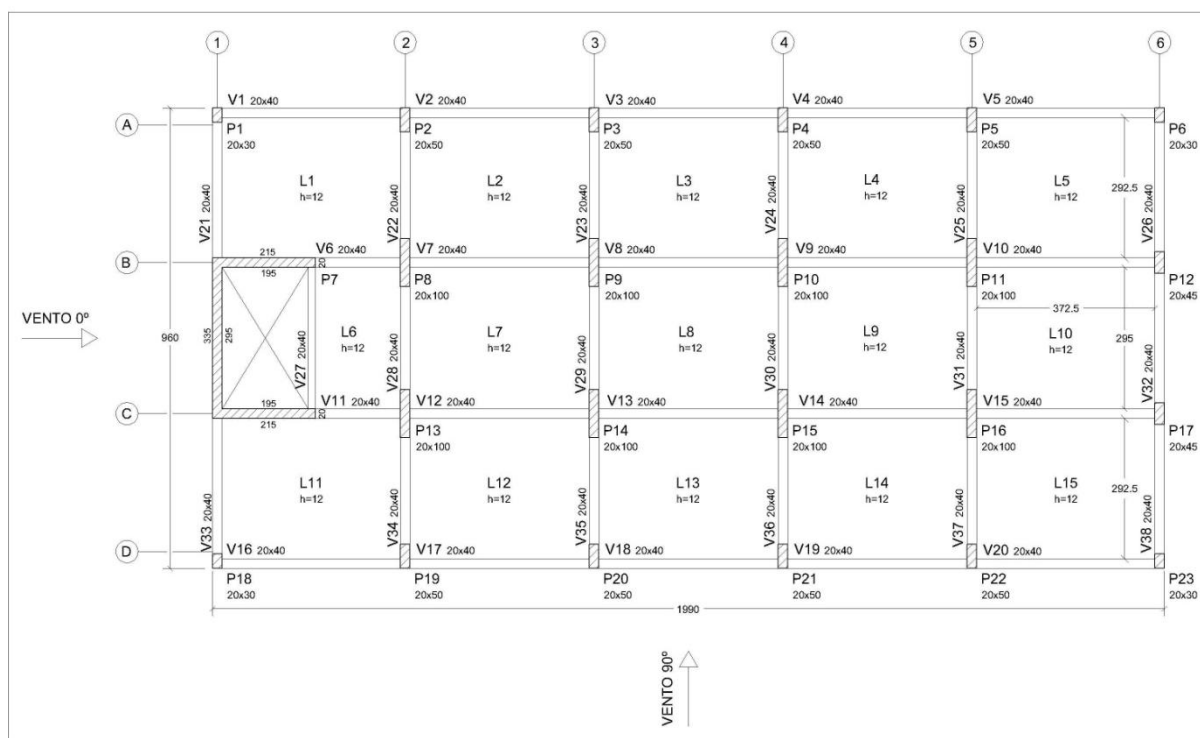
Ao contrário do que se esperava, a reação do momento de torção na base do núcleo central foi menor que os valores anteriormente apresentados: 4 kN.m (ELU – posição do vento a  $90^\circ$ ).

Em contrapartida, o coeficiente  $\gamma_z$  apresentou valor maior que os outros modelos de 15 pavimentos: 1,118.

Neste caso, os seguintes pilares requerem redimensionamento: P2, P3, P4, P5, P6, P19, P20, P21, P22 e P23. Todos eles não atenderam a verificação quanto à taxa de armadura máxima estabelecida no item 17.3.5.3.2 da NBR 6118:2007.



Figura 28- Planta de formas do exemplo numérico 3 – 15 pavimentos



Fonte: Autor (2014)

Os pilares obtiveram deslocamentos superiores ao máximo aceitável  $H/1700$  (ver Tabela 8).

Tabela 8– Esquema de deslocamentos dos pilares externos – Ex. 3-15

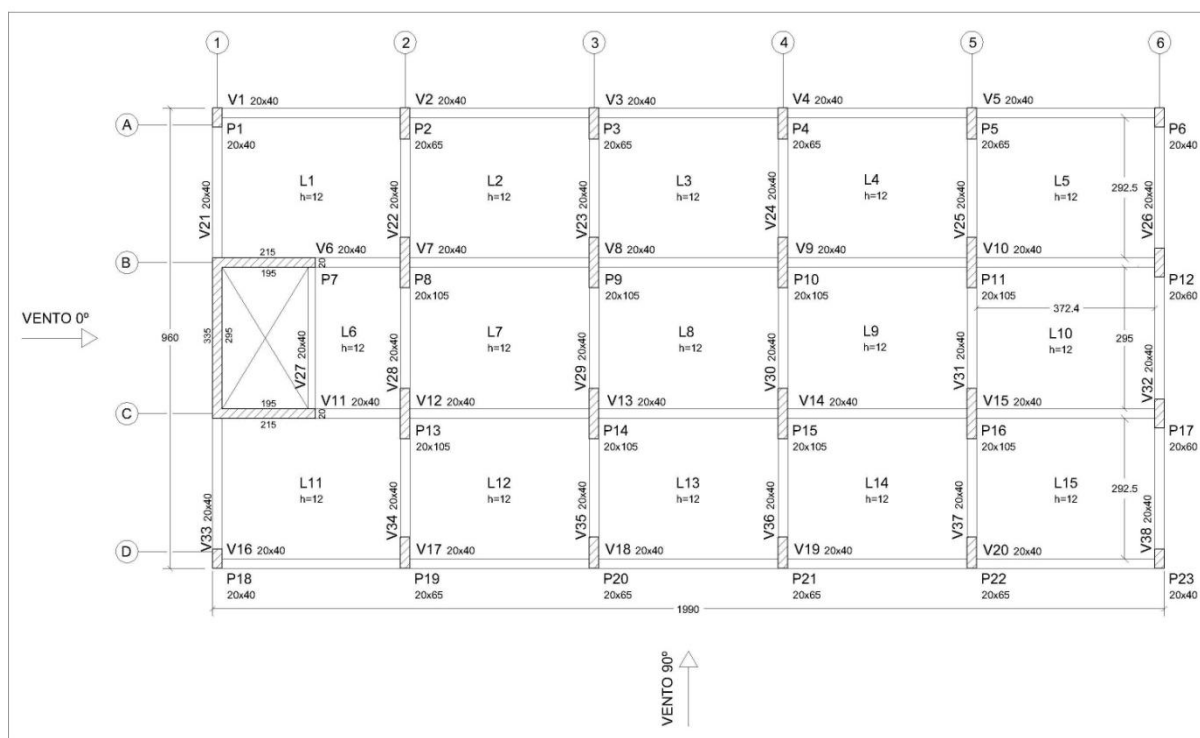
Valores $\Delta$ devem estar abaixo de $H/1700 = 2,75$ cm					
P1) $\Delta=2,9$ cm	P2) $\Delta=3,1$ cm	P3) $\Delta=3,2$ cm	P4) $\Delta=3,2$ cm	P5) $\Delta=3,3$ cm	P6) $\Delta=3,4$ cm
P7) $\Delta=3,2$ cm					P12) $\Delta=3,6$ cm
					P17) $\Delta=3,7$ cm
P18) $\Delta=3,4$ cm	P19) $\Delta=3,5$ cm	P20) $\Delta=3,6$ cm	P21) $\Delta=3,6$ cm	P22) $\Delta=3,7$ cm	P23) $\Delta=3,8$ cm

Da coluna 1 à coluna 6 os deslocamentos se mostram crescentes e lineares. Os resultados da linha D são todos maiores em comparação a linha de pilares A. Neste caso, claramente ocorre torção no prédio.

#### 4.6.2. Edifício com 20 pavimentos (3-20)

Considerando o pré-dimensionamento de pilares, o exemplo numérico 3 - 20 pavimentos - tem sua planta de formas mostrada na Figura 29.

Figura 29- Planta de formas do exemplo numérico 3 – 20 pavimentos



Fonte: Autor (2014)

Neste modelo, o momento de torção na base do núcleo central foi igual a 6 kN.m (ELU – posição do vento a 90°).

O coeficiente  $\gamma_z$ , igual a 1,169.

Os seguintes pilares precisam ser redimensionados: P2, P3, P4, P5, P6, P19, P20, P21, P22 e P23.

Os deslocamentos nos topos dos pilares externos são mostrados na Tabela 9. Todos extrapolaram o limite máximo. Os valores crescentes da esquerda para a direita, e de cima para baixo em planta, indicam torção do prédio.

Tabela 9– Esquema de deslocamentos dos pilares externos – Ex. 3-20

Valores $\Delta$ devem estar abaixo de $H/1700 = 3,67\text{cm}$					
P1) $\Delta=4,5$ cm	P2) $\Delta=4,7$ cm	P3) $\Delta=4,9$ cm	P4) $\Delta=5,0$ cm	P5) $\Delta=5,2$ cm	P6) $\Delta=5,3$ cm
P7) $\Delta=4,8$ cm					P12) $\Delta=5,5$ cm
					P17) $\Delta=5,6$ cm
P18) $\Delta=5,1$ cm	P19) $\Delta=5,2$ cm	P20) $\Delta=5,4$ cm	P21) $\Delta=5,5$ cm	P22) $\Delta=5,6$ cm	P23) $\Delta=5,8$ cm

#### 4.6.3. Edifício com 25 pavimentos (3-25)

O exemplo numérico 3 – 25 pavimentos - é apresentado por meio da planta de formas da Figura 29.

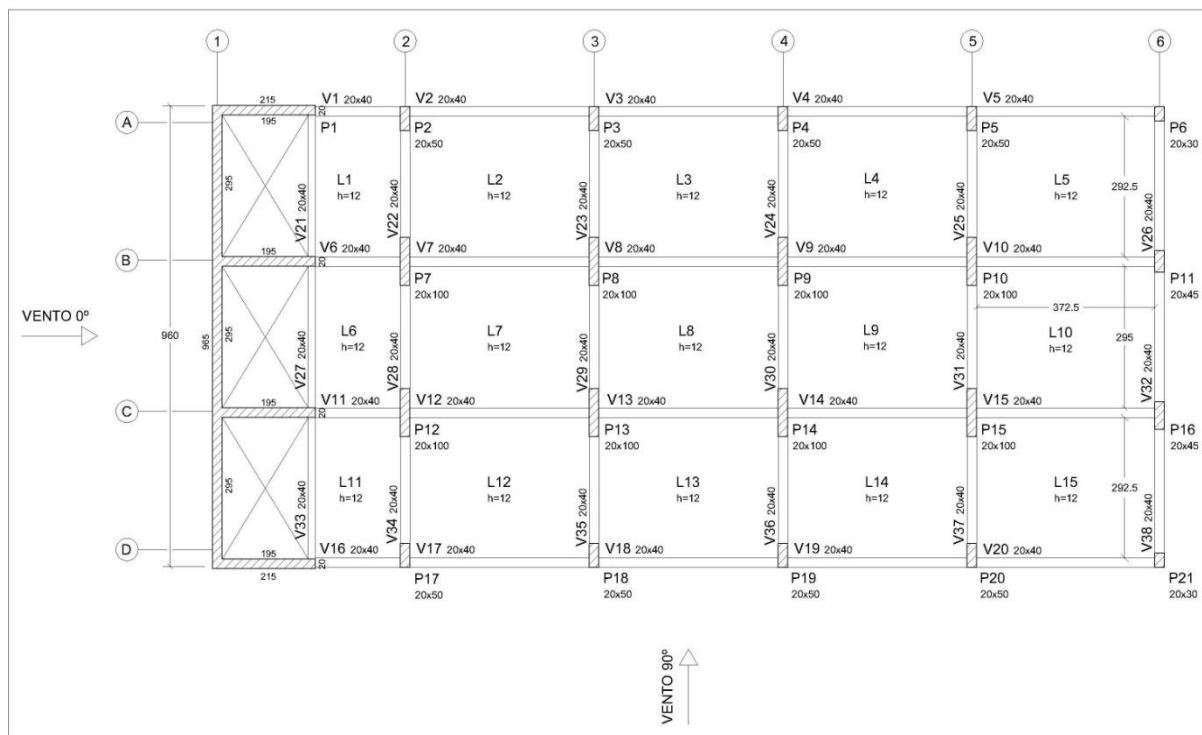


#### 4.7.Exemplo numérico 4

No exemplo 4 foi feita uma extrapolação do exemplo 3 enrijecendo-se ainda mais uma extremidade do edifício (Figura 31).

##### 4.7.1. Edifício com 15 pavimentos (4-15)

Figura 31- Planta de formas do exemplo numérico 4 – 15 pavimentos



Fonte: Autor (2014)

A Figura 31 apresenta a planta de formas do exemplo numérico 4 – 15 pavimentos, conforme pré-dimensionamento dos pilares.

Neste exemplo apenas seis pilares necessitaram de redimensionamento, uma vez que não atenderam a verificação estabelecida no item 17.3.5.3.2 da NBR 6118:2007: P4, P5, P6, P19, P20, e P21.

Não houve reação de torção no núcleo rígido no modelo 4-15.

O coeficiente  $\gamma_z$  resultou em 1,074.

Os deslocamentos nos topos dos pilares de extremidade são apresentados na Tabela 11.

Tabela 11– Esquema de deslocamentos dos pilares externos – Ex. 4-15

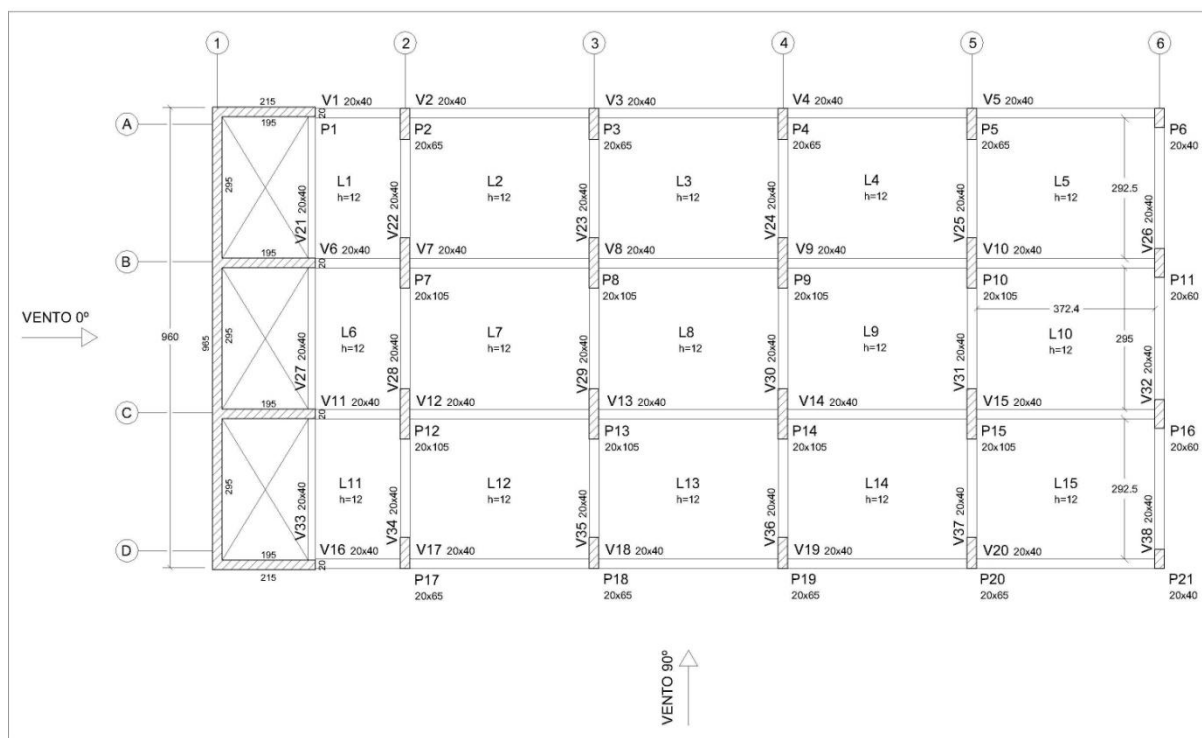
Valores $\Delta$ devem estar abaixo de $H/1700 = 2,75$ cm					
P1) $\Delta=4,0$ cm	P2) $\Delta=3,7$ cm	P3) $\Delta=3,9$ cm	P4) $\Delta=4,0$ cm	P5) $\Delta=4,1$ cm	P6) $\Delta=4,2$ cm
					P11) $\Delta=4,4$ cm
					P16) $\Delta=4,7$ cm
	P17) $\Delta=4,5$ cm	P18) $\Delta=4,6$ cm	P19) $\Delta=4,7$ cm	P20) $\Delta=4,8$ cm	P21) $\Delta=4,9$ cm

No exemplo 4 – 15 pavimentos, os deslocamentos se mostraram muito acima do máximo aceitável  $H/1700$ . Assim como no exemplo 3, admite-se ocorrência de torção no prédio devido valores crescentes da esquerda para a direita, e de cima para baixo em planta.

#### 4.7.2. Edifício com 20 pavimentos (4-20)

A seguir são apresentados os resultados do exemplo numérico 4 – 20 pavimentos (Figura 32).

Figura 32- Planta de formas do exemplo numérico 4 – 20 pavimentos



Fonte: Autor (2014)

O núcleo rígido (P1) do exemplo numérico 4 - 20 pavimentos - não teve reação de torção.

Quanto a estabilidade global, o  $\gamma_z$  resultou em 1,114.

Os pilares P3, P4, P5, P6, P11, P16, P18, P19, P20, e P21 não atenderam a verificação situada no item 17.3.5.3.2 da NBR 6118:2007.

Há indicação de torção do prédio, pois os deslocamentos dos pilares são crescentes da esquerda para a direita, e de cima para baixo em planta. Todos esses valores não são aceitáveis por estarem muito acima do máximo estabelecido em 13.3 da NBR 6118:2007.

Tabela 12– Esquema de deslocamentos dos pilares externos – Ex. 4-20

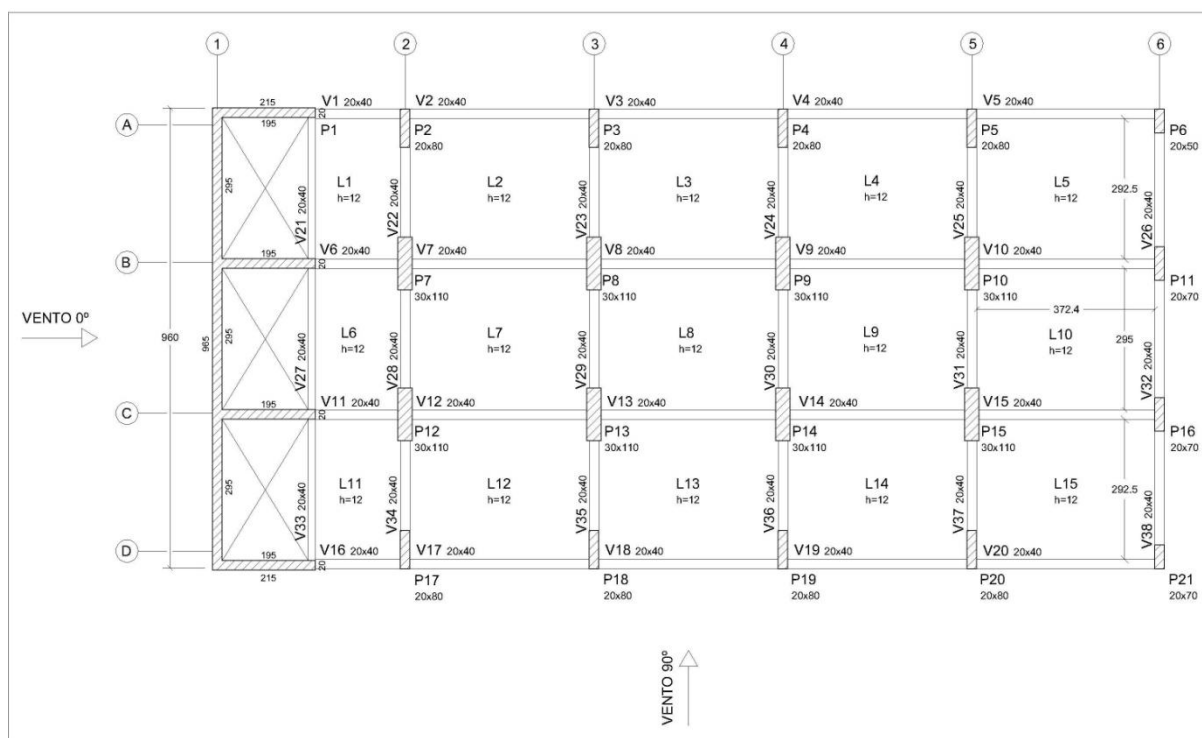
Valores $\Delta$ devem estar abaixo de $H/1700 = 3,67\text{cm}$					
P1) $\Delta=6,4\text{ cm}$	P2) $\Delta=5,9\text{ cm}$	P3) $\Delta=6,1\text{ cm}$	P4) $\Delta=6,2\text{ cm}$	P5) $\Delta=6,5\text{ cm}$	P6) $\Delta=6,7\text{ cm}$
					P11) $\Delta=7,1\text{ cm}$
					P16) $\Delta=7,5\text{ cm}$
	P17) $\Delta=7,1\text{ cm}$	P18) $\Delta=7,3\text{ cm}$	P19) $\Delta=7,4\text{ cm}$	P20) $\Delta=7,6\text{ cm}$	P21) $\Delta=7,9\text{ cm}$

#### 4.7.3. Edifício com 25 pavimentos (4-25)

Por fim, foi calculado o exemplo numérico 4 - 25 pavimentos.

A Figura 33 apresenta a planta de formas deste modelo, conforme pré-dimensionamento. Assim como no modelo anterior, não houve reação de torção no núcleo rígido (P1).

Figura 33- Planta de formas do exemplo numérico 4 – 25 pavimentos



Fonte: Autor (2014)

Os pilares P2, P3, P4, P5, P6, P11, P16, P17, P18, P19, P20, e P21 não atenderam a verificação situada no item 17.3.5.3.2 da NBR 6118:2007.

O coeficiente  $\gamma_z$  resultou em 1,151.

Os deslocamentos nos topos dos pilares (Tabela 13) indicam torção do prédio (valores crescentes da esquerda para a direita, e de cima para baixo em planta). Assim como nos exemplos 4-15 e 4-20, os valores de deslocamentos extrapolam ao limite máximo aceitável de  $H/1700$ .

Tabela 13– Esquema de deslocamentos dos pilares externos – Ex. 4-25

Valores $\Delta$ devem estar abaixo de $H/1700 = 4,59\text{cm}$					
P1) $\Delta=8,7\text{ cm}$	P2) $\Delta=7,9\text{ cm}$	P3) $\Delta=8,3\text{ cm}$	P4) $\Delta=8,7\text{ cm}$	P5) $\Delta=9,2\text{ cm}$	P6) $\Delta=9,7\text{ cm}$
					P11) $\Delta=10,2\text{ cm}$
					P16) $\Delta=10,8\text{ cm}$
	P17) $\Delta=9,9\text{ cm}$	P18) $\Delta=10,2\text{ cm}$	P19) $\Delta=10,5\text{ cm}$	P20) $\Delta=10,9\text{ cm}$	P21) $\Delta=11,4\text{ cm}$

#### **4.8. Resumo de resultados dos exemplos com a seção de pré-dimensionamento**

Os resultados apresentados nos itens 4.4 a 4.7 do capítulo 4 são referentes ao primeiro processamento de cada modelo, de acordo com o pré-dimensionamento dos elementos estruturais. Para melhor comparação dos resultados, a Tabela 14 e a Tabela 15 resumem os resultados já descritos anteriormente.

Tabela 14- Reação de torção na base do núcleo rígido (kN.m)

	<b>Exemplo numérico 1</b>	<b>Exemplo numérico 2</b>	<b>Exemplo numérico 3</b>	<b>Exemplo numérico 4</b>
<b>15 pavimentos</b>	9	8	4	0,0
<b>20 pavimentos</b>	11	9	6	0,0
<b>25 pavimentos</b>	13	11	8	0,0

Tabela 15- Valores de  $\gamma_z$  no 1º processamento dos exemplos numéricos

	<b>Exemplo numérico 1</b>	<b>Exemplo numérico 2</b>	<b>Exemplo numérico 3</b>	<b>Exemplo numérico 4</b>
<b>15 pavimentos</b>	1,113	1,104	1,118	1,074
<b>20 pavimentos</b>	1,164	1,149	1,169	1,114
<b>25 pavimentos</b>	1,209	1,189	1,213	1,151

As células em cinza destacam os maiores valores obtidos.

Os exemplos numéricos 1 e 3 (15 e 25 pavimentos) são melhor estudados no nos itens 4.9 e 4.10, uma vez que apresentaram respectivamente maiores resultados de momento na base do núcleo e maiores valores de gama z. Estes modelos são ajustados até que todos os pilares estejam numa dimensão em que atendam à recomendação estabelecida no item 17.3.5.3.2 da NBR 6118:2007, que orienta que a maior armadura possível deve ser 8% da seção real, considerando-se inclusive a sobreposição de armadura existente em regiões de emenda.

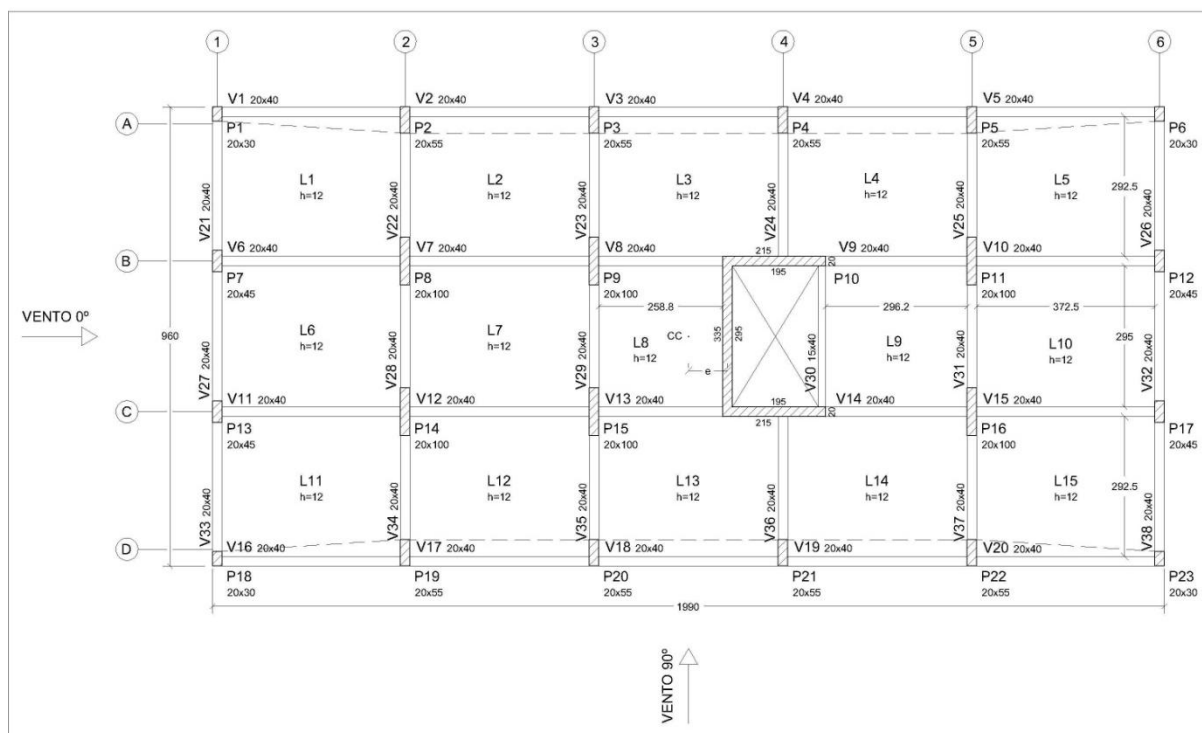
Como padrão procurou-se fixar o coeficiente de esbeltez dos pilares. Desta forma a cada processamento aumentava-se apenas a maior dimensão da seção do pilar em 5 cm a cada tentativa. Em 4.9 e 4.10 são apresentadas as situações em que os pilares atendem à situação decorrente.

#### 4.9. Exemplo numérico 1 – pilares redimensionados

##### 4.9.1. Edifício com 15 pavimentos (1-15)

Para resolver o modelo estrutural do exemplo numérico 1 – 15 pavimentos - bastou aumentar o maior lado dos pilares P2, P3, P4, P5, P19, P20, P21, e P22 em cinco centímetros. A nova planta de formas encontra-se na Figura 34.

Figura 34– Planta de formas do exemplo numérico 1 – 15 pavimentos –pilares redimensionados



Fonte: Autor (2014)



O momento de torção na base do núcleo central foi igual a 9 kN.m (ELU – posição do vento a 90°), ou seja, não sofreu alteração.

O coeficiente  $\gamma_z$  tem mesmo valor encontrado inicialmente: 1,113.

Houve redução nos valores de deslocamentos entre 20% e 30% em relação aos resultados do primeiro processamento. Com a solução encontrada não mais ocorre torção do edifício. Os deslocamentos estão dispostos na Tabela 16.

Tabela 16 – Esquema de deslocamentos dos pilares externos – Ex. 1-15

Valores $\Delta$ devem estar abaixo de $H/1700 = 2,75$ cm					
P1) $\Delta=1,9$ cm	P2) $\Delta=1,8$ cm	P3) $\Delta=1,7$ cm	P4) $\Delta=1,7$ cm	P5) $\Delta=1,7$ cm	P6) $\Delta=1,8$ cm
P7) $\Delta=1,9$ cm					P12) $\Delta=1,8$ cm
P13) $\Delta=1,8$ cm					P17) $\Delta=1,8$ cm
P18) $\Delta=1,8$ cm	P19) $\Delta=1,7$ cm	P20) $\Delta=1,6$ cm	P21) $\Delta=1,6$ cm	P22) $\Delta=1,6$ cm	P23) $\Delta=1,7$ cm

Também foi processado um modelo similar a este, porém apenas o núcleo rígido recebeu a carga de vento e os demais pilares receberam o vento por redistribuição dos esforços. No entanto, não houve alteração nos resultados.

#### 4.9.2. Edifício com 25 pavimentos (1-25)

Apesar do centro de cisalhamento do núcleo rígido estar no meio da planta, o centro de gravidade está deslocado para a direita, então houve esforços de momentos fletores (direção x e y) maior na segunda coluna em comparação com a quinta coluna. Isto explica como P2 e P19 necessitaram de seção maior que P5 e P22 (Figura 35).

O momento de torção na base do núcleo central (P10) foi igual a 9 kN.m (ELU – posição do vento a 90°), ou seja, aproximadamente 2/3 do resultado inicial (13 kN.m). E os momentos fletores foram iguais a 5736 kN.m em X e 298 kN.m em Y.

O coeficiente  $\gamma_z$  encontrado foi igual a 1,202, muito próximo do resultado antigo (1,209).

Os deslocamentos tiveram reduções aproximadas a 25% e 30%, passando então a serem inferiores a  $H/1700$ , condições aceitáveis para os deslocamentos dos pilares.





Tabela 19– Esquema de deslocamentos dos pilares externos – Ex. 1-25 – vento concent. no núcleo

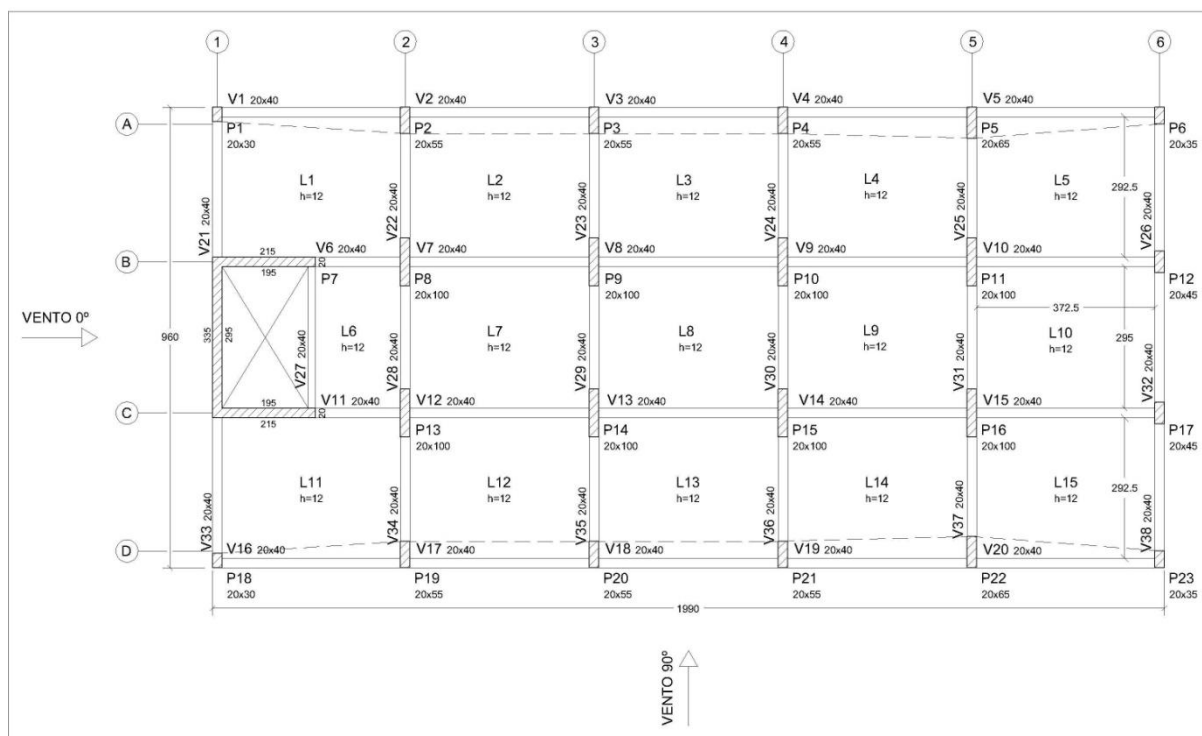
Valores $\Delta$ devem estar abaixo de $H/1700 = 4,59\text{cm}$					
P1) $\Delta=3,0\text{ cm}$	P2) $\Delta=3,1\text{ cm}$	P3) $\Delta=3,1\text{ cm}$	P4) $\Delta=3,2\text{ cm}$	P5) $\Delta=3,4\text{ cm}$	P6) $\Delta=3,6\text{ cm}$
P7) $\Delta=3,0\text{ cm}$					P12) $\Delta=3,6\text{ cm}$
P13) $\Delta=2,9\text{ cm}$					P17) $\Delta=3,5\text{ cm}$
P18) $\Delta=2,9\text{ cm}$	P19) $\Delta=2,9\text{ cm}$	P20) $\Delta=3,0\text{ cm}$	P21) $\Delta=3,1\text{ cm}$	P22) $\Delta=3,3\text{ cm}$	P23) $\Delta=3,5\text{ cm}$

#### 4.10. Exemplo numérico 3 – pilares redimensionados

##### 4.10.1. Edifício com 15 pavimentos (3-15)

A Figura 37 apresenta a planta de formas do exemplo número 3 – 15 pavimentos, após redimensionamento dos pilares.

Figura 37- Planta de formas do exemplo numérico 3 – 15 pavimentos – pilares redimensionados



Fonte: Autor (2014)

Este modelo foi resolvido aumentando-se 5 cm na altura da seção dos pilares P2, P3, P4, P19, P20 e P21, e 15 cm na altura dos pilares P5 e P22.

O momento de torção na base do núcleo central (P7) foi igual a 4 kN.m (ELU – posição do vento a 90°), o mesmo que o resultado inicial. E os momentos fletores foram iguais a 1855 kN.m em X e 236 kN.m em Y.

O coeficiente  $\gamma_z$  teve uma redução insignificante: 1,117, sendo o valor de  $\gamma_z$  na

situação de pré-dimensionamento igual a 1,118.

Os resultados de deslocamentos (ver Tabela 20) diminuiram comparados aos resultados iniciais em aproximadamente 5%. Mesmo assim indicam giro do edifício em torno de seu próprio eixo; e continuaram maiores que  $H/1700$ .

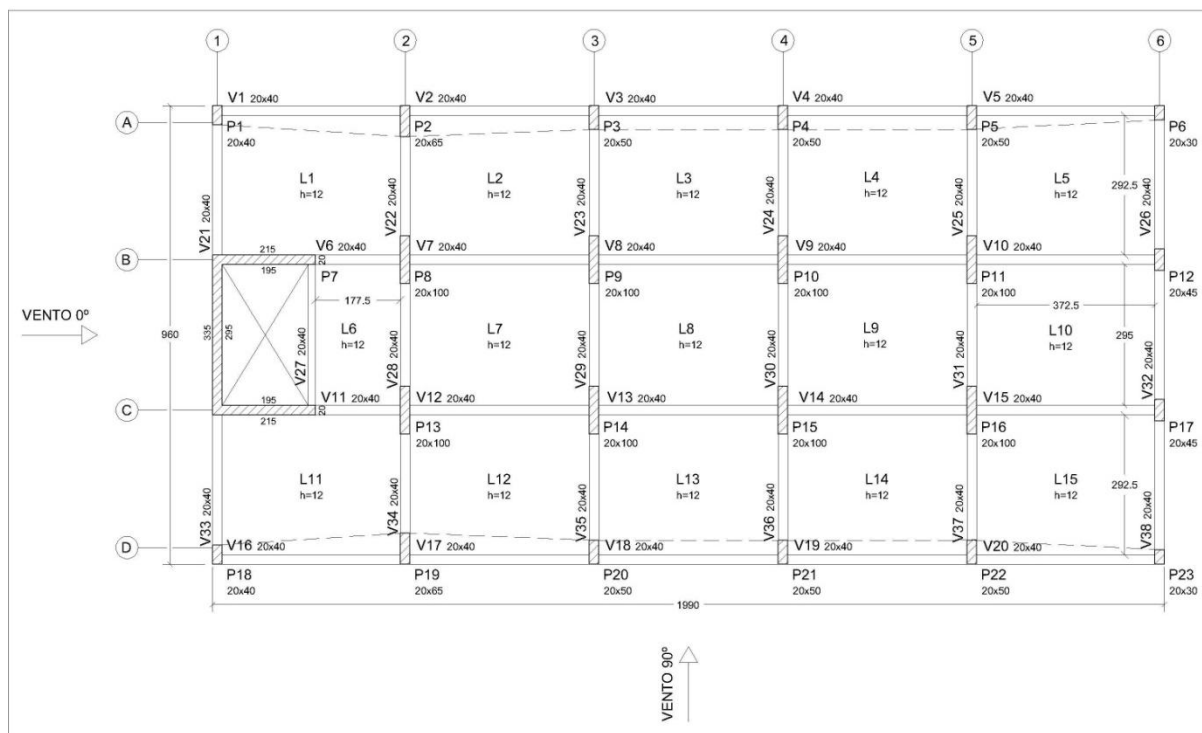
Tabela 20– Esquema de deslocamentos dos pilares externos – Ex. 3-15

Valores $\Delta$ devem estar abaixo de $H/1700 = 2,75$ cm					
P1) $\Delta=2,8$ cm	P2) $\Delta=2,9$ cm	P3) $\Delta=3,0$ cm	P4) $\Delta=3,1$ cm	P5) $\Delta=3,2$ cm	P6) $\Delta=3,2$ cm
P7) $\Delta=3,0$ cm					P12) $\Delta=3,4$ cm
					P17) $\Delta=3,5$ cm
P18) $\Delta=3,2$ cm	P19) $\Delta=3,3$ cm	P20) $\Delta=3,4$ cm	P21) $\Delta=3,4$ cm	P22) $\Delta=3,5$ cm	P23) $\Delta=3,6$ cm

#### 4.10.2. Edifício com 15 pavimentos (3-15 – vento concentrado no núcleo)

O exemplo 3 – 15 pavimentos - foi calculado considerando-se o vento aplicado diretamente no núcleo central. A planta de formas para esta nova situação é mostrada na Figura 38.

Figura 38- Planta de formas do exemplo numérico 3 – 15 pavimentos – vento concentrado no núcleo



Fonte: Autor (2014)

Aqui, percebe-se efeito oposto ao mostrado no item 4.10.1. Dentre os pilares a serem redimensionados, aqueles mais próximos ao núcleo rígido passaram a receber os maiores esforços.

As reações de momentos na base do núcleo rígido foram maiores que no caso de vento distribuído na face do edifício, nas seguintes proporções:

- 70% a mais de momento fletor na direção X;
- 6% a mais de momento fletor na direção Y;
- 75% a mais de momento torçor (ver Tabela 21).

Tabela 21- Comparação de momentos – exemplo 3-15 – forma de aplicação da ação do vento

<b>Momentos</b>	<b>Vento distribuído na face do edifício</b>	<b>Vento concentrado no núcleo rígido</b>
Mx (flexão)	1855 kN.m	6351 kN.m
My (flexão)	236 kN.m	250 kN.m
Mz (torção)	4 kN.m	16 kN.m

Alguns pilares próximos ao núcleo também torceram em sentido oposto ao núcleo: P1 (1 kN.m), P8 (4 kN.m), P13 (4 kN.m).

O coeficiente  $\gamma_z$  continua como o resultado inicial:1,117.

A Tabela 22 traz de forma esquemática os deslocamentos dos pilares externos do exemplo numérico 3 – 15 pavimentos; vento concentrado no núcleo rígido.

Tabela 22– Esquema de deslocamentos dos pilares externos – Ex. 3-15

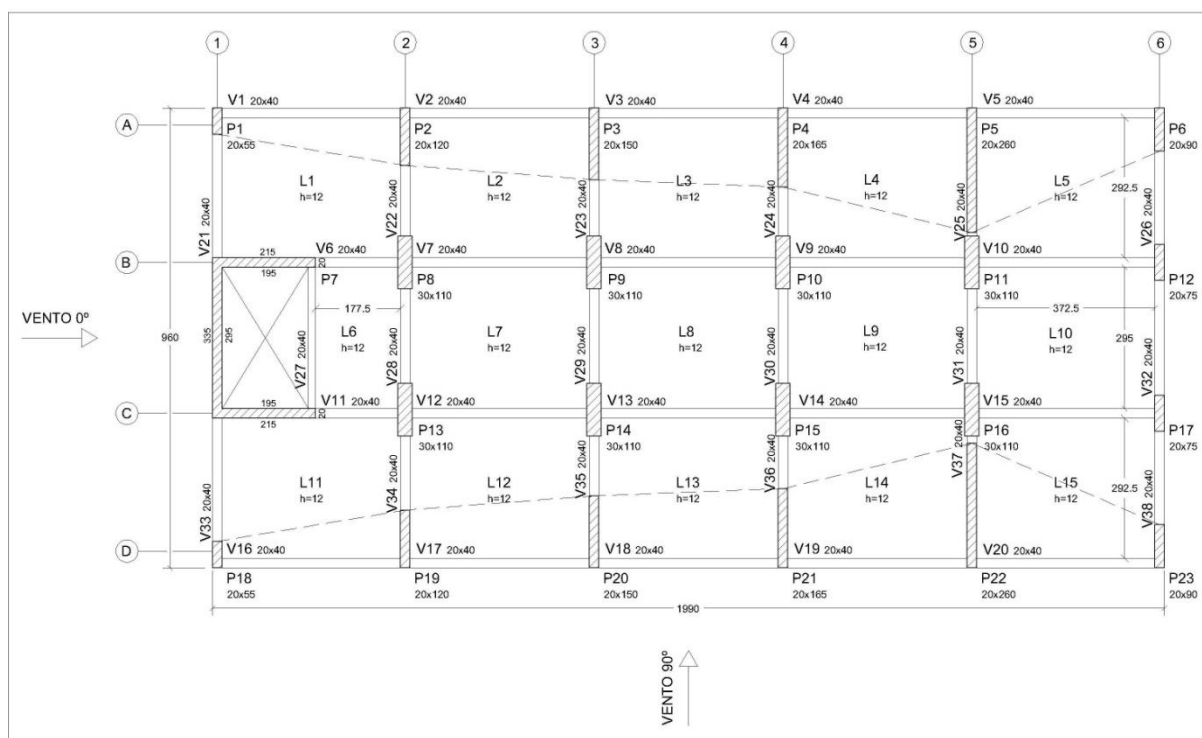
Valores $\Delta$ devem estar abaixo de $H/1700 = 2,75$ cm					
P1) $\Delta=4,0$ cm	P2) $\Delta=3,9$ cm	P3) $\Delta=3,8$ cm	P4) $\Delta=3,7$ cm	P5) $\Delta=3,7$ cm	P6) $\Delta=3,8$ cm
P7) $\Delta=3,5$ cm					P12) $\Delta=3,5$ cm
					P17) $\Delta=3,1$ cm
P18) $\Delta=3,0$ cm	P19) $\Delta=2,8$ cm	P20) $\Delta=2,7$ cm	P21) $\Delta=2,6$ cm	P22) $\Delta=2,6$ cm	P23) $\Delta=2,7$ cm

Comparando-se a Tabela 20 com a Tabela 22 notam-se deslocamentos maiores no caso do vento concentrado no núcleo rígido. No primeiro caso, os deslocamentos aumentam quanto mais se distancia do núcleo. No segundo caso, quanto mais próximo do núcleo, maiores são os deslocamentos. Todos os valores são maiores que  $H/1700$ , exceto nos pilares P20, P21, P22, e P23.

### 4.10.3. Edifício com 25 pavimentos (3-25)

O modelo do exemplo numérico 3 – 25 pavimentos - teve seus pilares redimensionados muitas vezes e, a cada alteração um novo processamento ocorria. Veja a planta de formas referente ao último processamento deste modelo na Figura 39.

Figura 39- Planta de formas do exemplo numérico 3 – 25 pavimentos – pilares redimensionados



Fonte: Autor (2014)

Note que os pilares P5 e P22 se tornaram pilares paredes com dimensões tão absurdas a ponto de quase encostarem-se aos pilares P11 e P16, respectivamente.

Este modelo foi impossível de ser resolvido sem alterar o coeficiente de esbeltez ( $\lambda$ ) dos pilares P5 (84 e 7,9) e P22 (75,8 e 0,2), devido ao alto esforço de momento fletor direcionado a eles.

Tabela 23– Esquema de deslocamentos dos pilares externos – Ex. 3-25

Valores $\Delta$ devem estar abaixo de $H/1700 = 4,59\text{cm}$					
P1) $\Delta=4,7\text{ cm}$	P2) $\Delta=4,8\text{ cm}$	P3) $\Delta=4,8\text{ cm}$	P4) $\Delta=4,8\text{ cm}$	P5) $\Delta=4,8\text{ cm}$	P6) $\Delta=4,8\text{ cm}$
P7) $\Delta=4,7\text{ cm}$					P12) $\Delta=4,8\text{ cm}$
					P17) $\Delta=4,8\text{ cm}$
P18) $\Delta=4,7\text{ cm}$	P19) $\Delta=4,7\text{ cm}$	P20) $\Delta=4,8\text{ cm}$	P21) $\Delta=4,8\text{ cm}$	P22) $\Delta=4,7\text{ cm}$	P23) $\Delta=4,8\text{ cm}$

A Tabela 23 mostra deslocamentos similares entre os pilares. Isto porque o





Neste caso a reação de momento torçor no pilar P7 foi igual a 7 kN.m. O momento fletor na direção X igual a 5421 kN.m e 270 kN.m na direção Y.

Tabela 24– Esquema de deslocamentos dos pilares externos – Ex. 3-25

Valores $\Delta$ devem estar abaixo de $H/1700 = 4,59\text{cm}$					
P1) $\Delta=8,2\text{ cm}$	P2) $\Delta=7,7\text{ cm}$	P3) $\Delta=7,5\text{ cm}$	P4) $\Delta=7,4\text{ cm}$	P5) $\Delta=7,3\text{ cm}$	P6) $\Delta=7,5\text{ cm}$
P7) $\Delta=7,2\text{ cm}$					P12) $\Delta=6,7\text{ cm}$
					P17) $\Delta=5,8\text{ cm}$
P18) $\Delta=6,5\text{ cm}$	P19) $\Delta=5,7\text{ cm}$	P20) $\Delta=5,1\text{ cm}$	P21) $\Delta=4,8\text{ cm}$	P22) $\Delta=4,8\text{ cm}$	P23) $\Delta=5,0\text{ cm}$

Os deslocamentos expressos na Tabela 24 mostram-se não aceitáveis, muito acima do máximo permitido  $H/1700$ .

O coeficiente  $\gamma_z$  agora é 1,186.

#### 4.10.5. Edifício com 25 pavimentos (3-25 – vento concentrado no núcleo e lajes articuladas nos apoios)

Considerando que seja o efeito de diafragma rígido das lajes o responsável por distribuir os esforços originados da ação do vento, ora direcionado apenas ao núcleo rígido, entre os elementos estruturais, supõe-se que se articuladas as lajes nos apoios, os demais pilares sejam responsáveis apenas pelo peso próprio da estrutura. Pensando nesta hipótese, as lajes no modelo do exemplo 3 – 25 pavimentos foram articuladas, e o vento foi direcionado somente ao núcleo rígido.

Neste caso a planta de formas continuou como mostrada na Figura 40, e os demais resultados também foram iguais ou muito próximos aos do exemplo do item 4.10.4.

Os deslocamentos são mostrados na Tabela 25.

Tabela 25– Esquema de deslocamentos dos pilares externos – Ex. 3-25 – lajes articuladas

Valores $\Delta$ devem estar abaixo de $H/1700 = 4,59\text{cm}$					
P1) $\Delta=8,3\text{ cm}$	P2) $\Delta=7,8\text{ cm}$	P3) $\Delta=7,6\text{cm}$	P4) $\Delta=7,4\text{ cm}$	P5) $\Delta=7,4\text{ cm}$	P6) $\Delta=7,6\text{ cm}$
P7) $\Delta=7,3\text{ cm}$					P12) $\Delta=6,8\text{ cm}$
					P17) $\Delta=5,9\text{ cm}$
P18) $\Delta=6,6\text{ cm}$	P19) $\Delta=5,8\text{ cm}$	P20) $\Delta=5,2\text{ cm}$	P21) $\Delta=4,8\text{ cm}$	P22) $\Delta=4,8\text{ cm}$	P23) $\Delta=5,1\text{ cm}$

Comparando os deslocamentos da Tabela 25 aos da Tabela 24 percebe-se no caso de lajes rotuladas nos apoios um leve aumento nos resultados.

O momento de torção na base do núcleo de contraventamento foi exatamente

igual ao exemplo numérico do item 4.10.4: 7 kN.m. A reação de momento fletor em X foi igual a 5425 kN.m e 272 kN.m na direção Y.

O coeficiente  $\gamma_z$  resultou em 1,204.

Assim, neste caso, articular as lajes nos apoios não melhorou o modelo.

#### 4.10.6. Aprimorando o modelo

Para resolução do exemplo numérico 3 – 25 pavimentos algumas sugestões seriam: alterar o coeficiente de esbeltez ( $\lambda$ ) de alguns pilares no redimensionamento, lembrando que neste trabalho este coeficiente foi fixado apenas para uma melhor percepção do comportamento da estrutura; ou tornar a estrutura simétrica. Estas opções são exemplificadas a seguir nos itens 4.10.6.1 e 4.10.6.2.

##### 4.10.6.1. Edifício com 25 pavimentos (3-25 – coeficiente de esbeltez alterado)

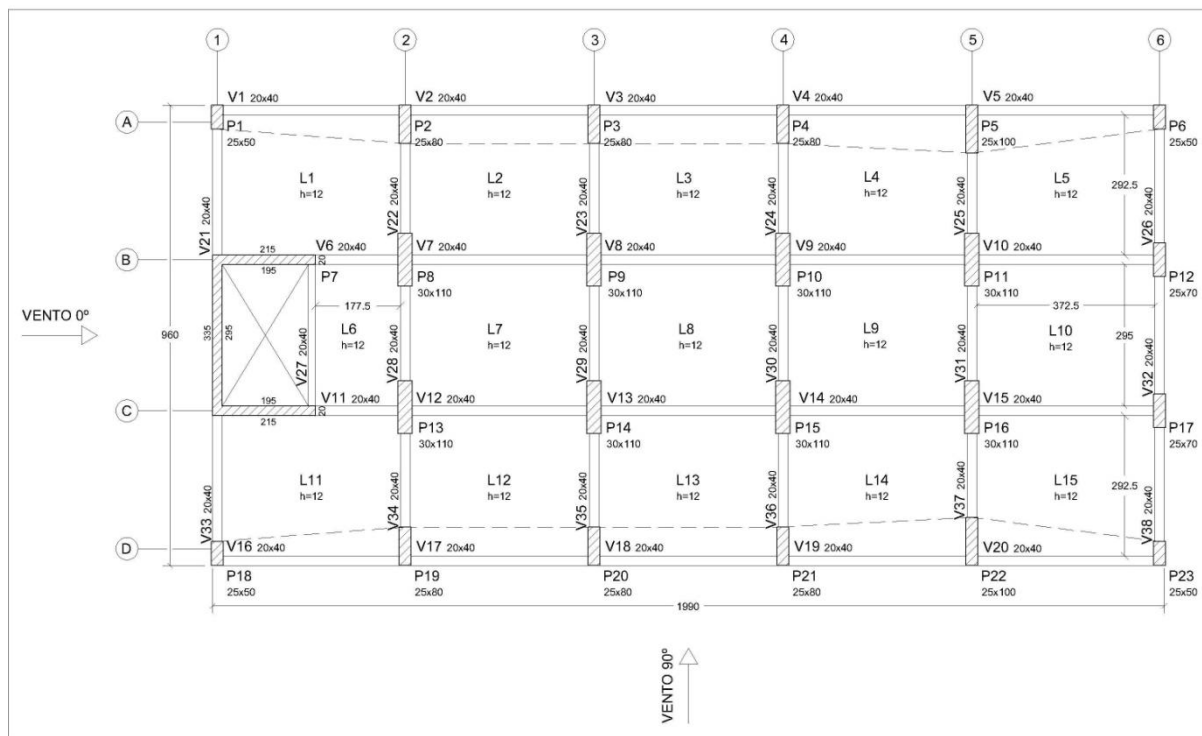
Desta vez, permitiu-se alterar o coeficiente de esbeltez ( $\lambda$ ) de alguns pilares. Inicialmente a largura daqueles que não atenderam à verificação da taxa de armadura máxima (P1, P2, P3, P4, P5, P6, P12, P17, P18, P19, P20, P21, P22, e P23) foi aumentada em cinco centímetros, e nos pilares P5 e P22 o comprimento foi aumentado em vinte centímetros (Figura 41).

O coeficiente  $\gamma_z$  encontrado neste caso foi igual a 1,192.

As reações na base do núcleo rígido foram:

- Momento de torção: 8 kN.m;
- Momento fletor na direção X: 4101 kN.m;
- Momento fletor na direção Y: 207 kN.m.

Figura 41- Planta de formas do exemplo numérico 3 – 25 pavimentos – Largura dos pilares externos aumentada - 1º processamento



Fonte: Autor (2014)

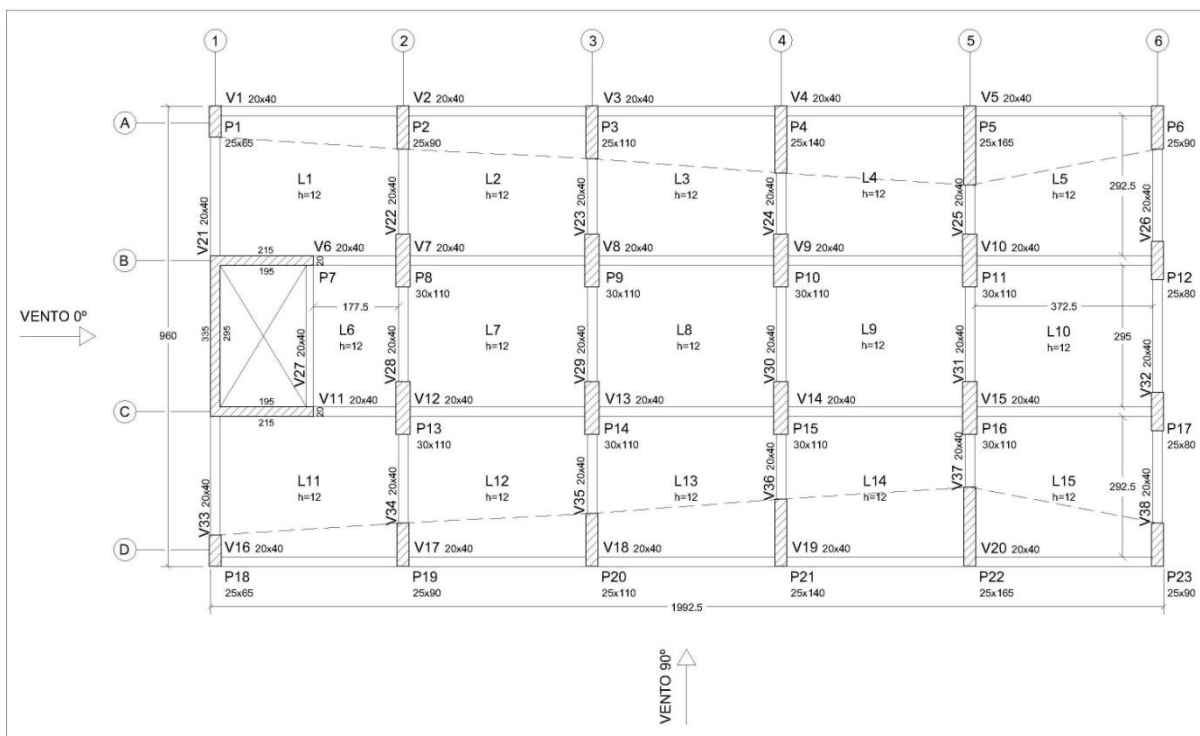
Neste processamento, a taxa de armadura foi resolvida em todos os pilares, mas os deslocamentos ainda estavam acima do máximo estabelecido em norma (4,59 cm).

Tabela 26– Esquema de deslocamentos dos pilares externos – Ex. 3-25 - Largura dos pilares externos aumentada - 1º processamento

Valores $\Delta$ devem estar abaixo de $H/1700 = 4,59\text{cm}$					
P1) $\Delta=5,1\text{ cm}$	P2) $\Delta=5,3\text{ cm}$	P3) $\Delta=5,5\text{ cm}$	P4) $\Delta=5,7\text{ cm}$	P5) $\Delta=5,8\text{ cm}$	P6) $\Delta=6,0\text{ cm}$
P7) $\Delta=5,3\text{ cm}$					P12) $\Delta=6,1\text{ cm}$
					P17) $\Delta=6,2\text{ cm}$
P18) $\Delta=5,5\text{ cm}$	P19) $\Delta=5,7\text{ cm}$	P20) $\Delta=5,8\text{ cm}$	P21) $\Delta=6,0\text{ cm}$	P22) $\Delta=6,1\text{ cm}$	P23) $\Delta=6,3\text{ cm}$

A partir destes resultados novos processamentos foram feitos, sempre se aumentando o comprimento dos pilares acima mencionados em cinco centímetros a cada etapa até que os deslocamentos estivessem abaixo de  $H/1700$ . A Figura 42 apresenta a planta de formas com o dimensionamento final dos pilares.

Figura 42- Planta de formas do exemplo numérico 3 – 25 pavimentos – último processamento com largura dos pilares externos aumentada



Fonte: Autor (2014)

Nesta situação, o coeficiente  $\gamma_z$  encontrado foi igual a 1,188.

As reações na base do núcleo rígido foram:

- Momento de torção: 8 kN.m;
- Momento fletor na direção X: 3953 kN.m;
- Momento fletor na direção Y: 197 kN.m.

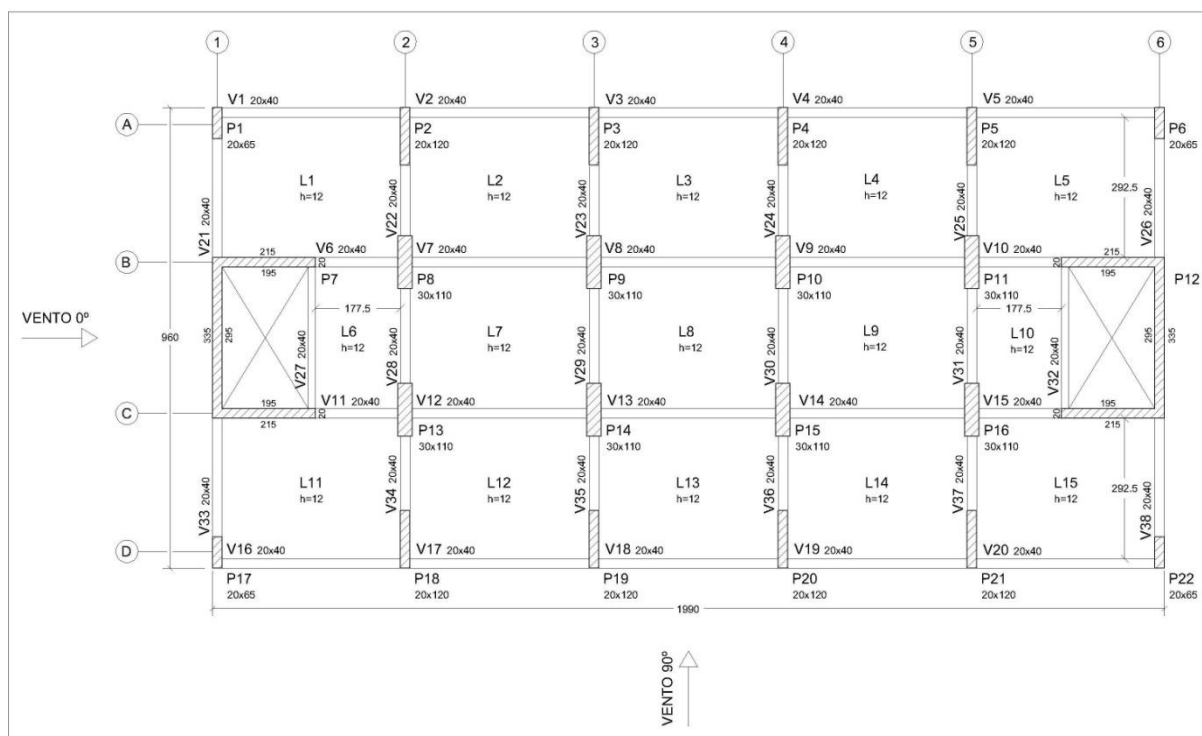
Tabela 27– Esquema de deslocamentos dos pilares externos – Ex. 3-25 último processamento com largura dos pilares externos aumentada

Valores $\Delta$ devem estar abaixo de $H/1700 = 4,59\text{cm}$					
P1) $\Delta=4,3\text{ cm}$	P2) $\Delta=4,4\text{ cm}$	P3) $\Delta=4,5\text{ cm}$	P4) $\Delta=4,5\text{ cm}$	P5) $\Delta=4,5\text{ cm}$	P6) $\Delta=4,5\text{ cm}$
P7) $\Delta=4,3\text{ cm}$					P12) $\Delta=4,5\text{ cm}$ P17) $\Delta=4,5\text{ cm}$
P18) $\Delta=4,3\text{ cm}$	P19) $\Delta=4,4\text{ cm}$	P20) $\Delta=4,5\text{ cm}$	P21) $\Delta=4,5\text{ cm}$	P22) $\Delta=4,5\text{ cm}$	P23) $\Delta=4,5\text{ cm}$

#### 4.10.6.2. Edifício com 25 pavimentos (3-25 – planta simétrica)

Com o objetivo de tornar a estrutura simétrica, foi acrescentado um núcleo à direita espelhado ao núcleo até então existente. A Figura 43 apresenta a planta de formas definitiva do modelo em questão.

Figura 43- Planta de formas do exemplo numérico 3 – 25 pavimentos – 2 núcleos



Fonte: Autor (2014)

Os dois núcleos tiveram reação de momento de torção igual a 9 kN.m, porém em sentidos opostos. Quanto aos momentos fletores, em X, P7 teve 4750 kN.m e P12, 4767 kN.m, ambos na mesma direção. Em Y, P7 teve 36 kN.m e P12 teve 35 kN.m em sentido oposto.

O resultado de  $\gamma_z$  foi 1,141.

Os deslocamentos no topo dos pilares externos são apresentados de forma esquemática na Tabela 28.

Tabela 28– Esquema de deslocamentos dos pilares externos – Ex. 3-25

Valores $\Delta$ devem estar abaixo de $H/1700 = 4,59\text{cm}$					
P1) $\Delta=3,1\text{ cm}$	P2) $\Delta=3,1\text{ cm}$	P3) $\Delta=3,2\text{ cm}$	P4) $\Delta=3,2\text{ cm}$	P5) $\Delta=3,1\text{ cm}$	P6) $\Delta=3,1\text{ cm}$
P7) $\Delta=3,0\text{ cm}$					P12) $\Delta=3,0\text{ cm}$
P17) $\Delta=3,0\text{ cm}$	P18) $\Delta=3,0\text{ cm}$	P19) $\Delta=3,1\text{ cm}$	P20) $\Delta=3,1\text{ cm}$	P21) $\Delta=3,0\text{ cm}$	P22) $\Delta=3,0\text{ cm}$

Com esta solução todos os valores de deslocamentos encontram-se abaixo do limite máximo aceitável  $H/1700$ , e não há torção do edifício, pois os esforços foram distribuídos de forma simétrica.

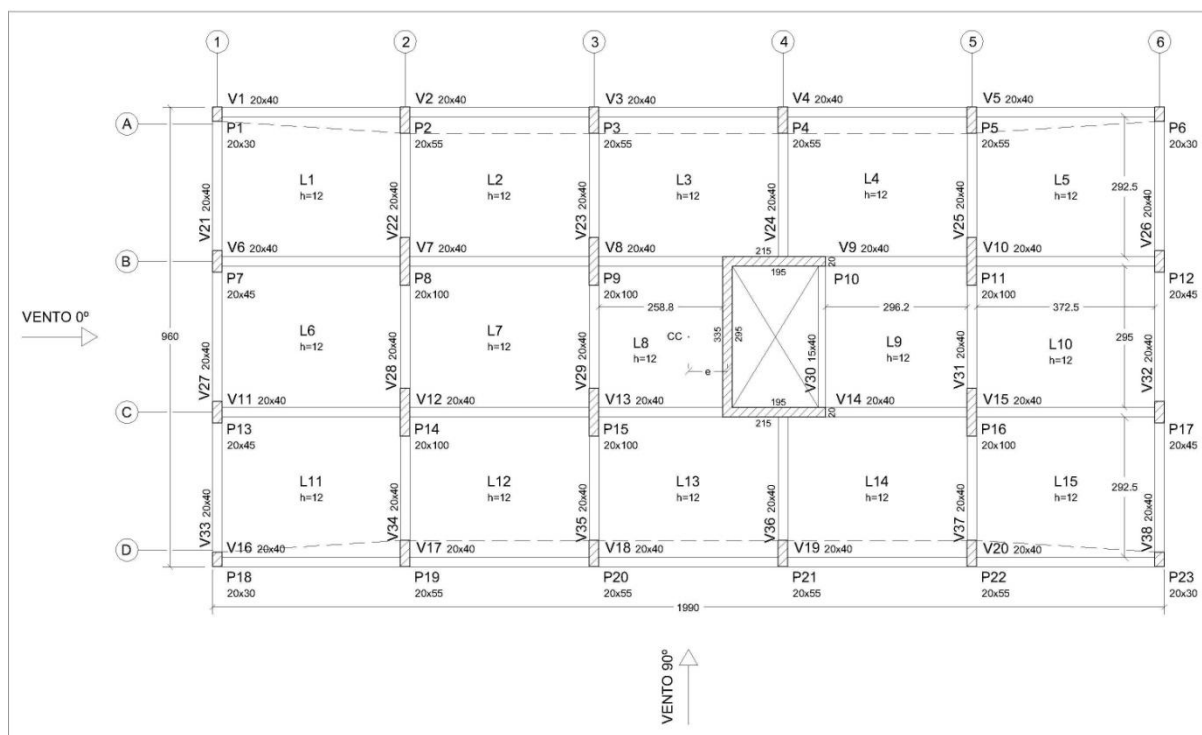
## 5. ANÁLISE E DISCUSSÃO DOS RESULTADOS OBTIDOS

### 5.1. Exemplo numérico 1

No modelo de 15 pavimentos, ao se processar o edifício com as dimensões obtidas no pré-dimensionamento, constatou-se que alguns pilares estavam com taxas de armaduras muito altas (acima do permitido em norma). Aumentadas as dimensões dos mesmos, verificou-se que os esforços normais, momento na base do núcleo, e o valor de gama z sofreram pouca alteração; e as taxas de armadura obviamente ficaram no limite da norma. Ressalta-se que nessa situação só foram alteradas as dimensões de altura da seção dos pilares.

Tentou-se nesses modelos usar a possibilidade de concentrar a ação do vento no núcleo central. Nesta situação de cálculo os valores de esforços pouco se alteraram e, portanto, a solução de dimensão foi a mesma (Figura 44).

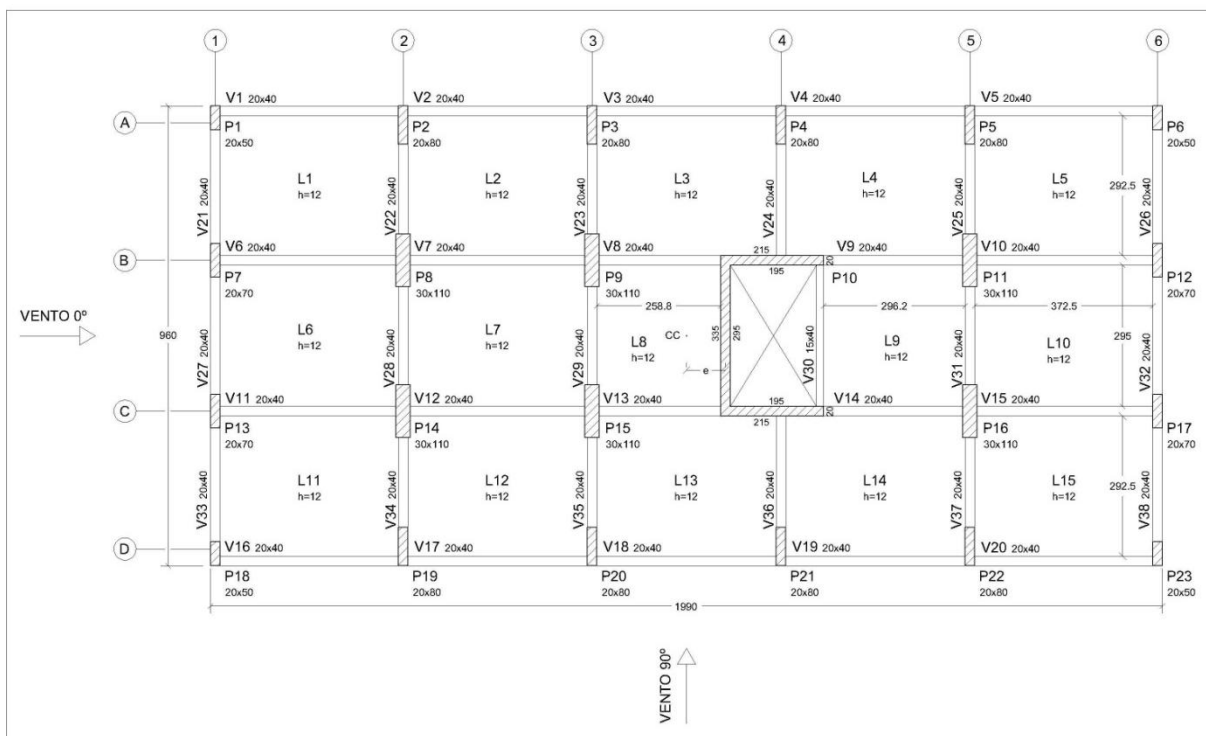
Figura 44- Planta de formas do exemplo numérico 1 – 15 pavimentos – pilares redimensionados



Fonte: Autor (2014)

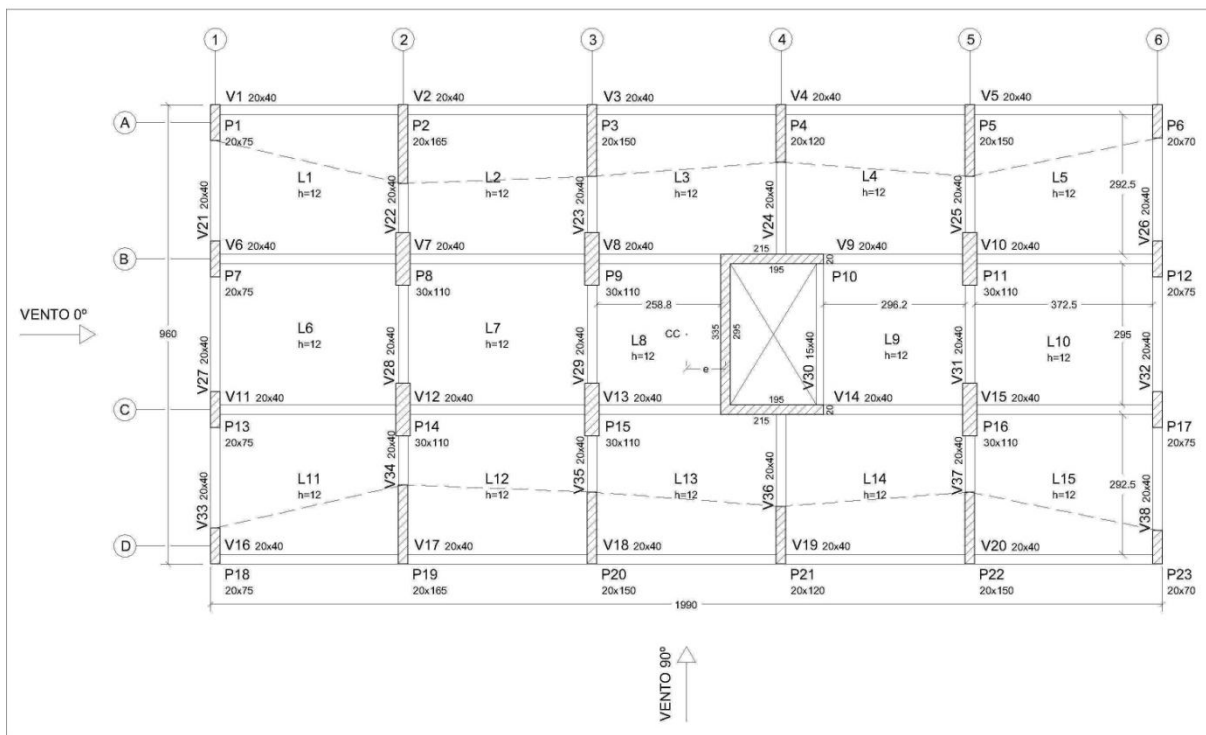
No modelo 1 de 25 pavimentos embora todos os pilares de extremidade (no contorno da estrutura) necessitassem ter suas dimensões alteradas, observa-se que os pilares P2 e P19 recebem mais esforços de momento fletor que os pilares P3, P4, P5, P20, P21, e P22.

Figura 45- Planta de formas do exemplo numérico 1 – 25 pavimentos – 1º processamento



Fonte: Autor (2014)

Figura 46- Planta de formas do exemplo numérico 1 – 25 pavimentos – pilares redimensionados



Fonte: Autor (2014)

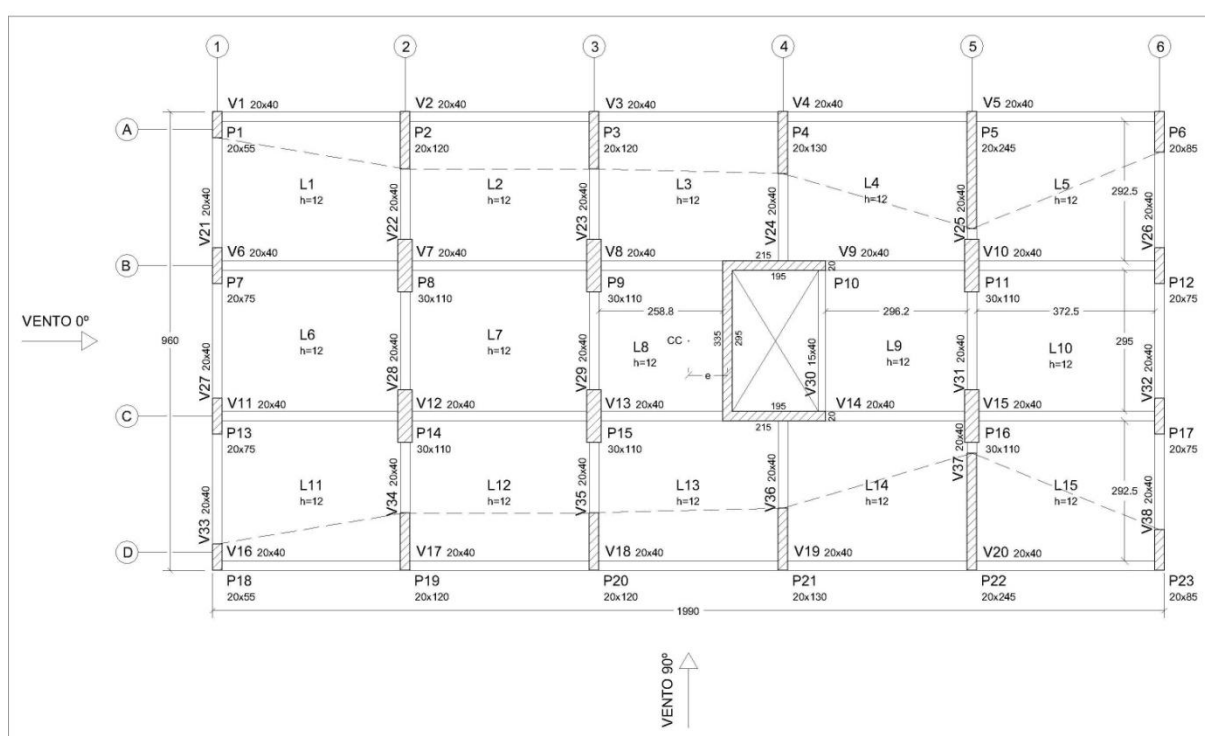
Isto ocorre porque o núcleo está levemente deslocado para a direita, tornando esta região mais rígida e, por consequência, geram mais deslocamentos nos pilares



P2 e P19 posicionados na direção oposta à mais rígida. Isto tornou necessário o aumento da dimensão dos mesmos, como mostram a Figura 45 e a Figura 46.

Quando o modelo 1 – 25 pavimentos - foi calculado, considerando-se que apenas o núcleo rígido recebesse os carregamentos de vento, e os demais pilares recebessem o vento por redistribuição de esforços, os pilares P5 e P22 passaram a sofrer maiores solicitações de momentos fletores. Partindo dos esforços obtidos foi necessário então redimensionar tais pilares, sendo que a nova planta se apresentou com o aspecto mostrado na Figura 47.

Figura 47- Planta de formas do exemplo numérico 1 – 25 pavimentos – vento concentrado no núcleo



Fonte: Autor (2014)

As lajes trabalharam como diafragmas rígidos, então, ao serem deslocadas pelo núcleo central, os pilares em seu entorno também se deslocaram, redistribuindo os esforços. Segundo Kimura (2007),

*“A redistribuição de esforços consiste numa alteração da distribuição de esforços na estrutura ocasionada pela variação de rigidez de seus elementos que ocorre de acordo com a resposta dos materiais (concreto e aço) à medida que o carregamento é aplicado ao edifício.”*

Ainda conforme Kimura (2007), se uma determinada parte da estrutura não é

capaz de absorver totalmente um esforço, a parcela de esforços não absorvida migrará para outra parte da estrutura que tenha capacidade de resisti-la.

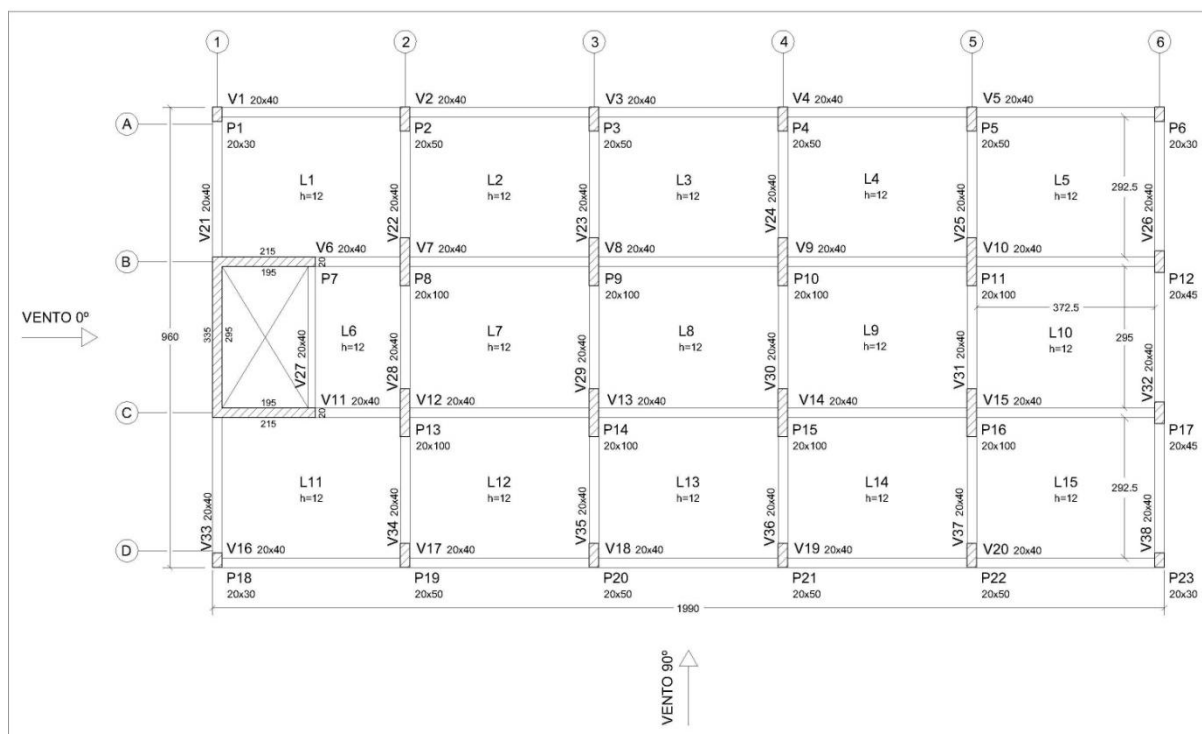
Já nesse exemplo 1 é possível verificar como a ação do vento torna-se mais importante à medida que o número de andares aumenta. No primeiro processamento, aumentando a altura do edifício em 60%, o esforço na base do núcleo aumentou em aproximadamente 30%. Após os pilares serem redimensionados, tanto o modelo de 15 pav. quanto o modelo de 25 pavimentos tiveram o mesmo resultado de momento de torção na base do núcleo (9 kN.m).

### 5.2. Exemplo numérico 3

No processo de redimensionamento dos pilares do exemplo 3 – 15 pavimentos, P5 e P22 necessitaram de maior seção que os demais. Desta forma foi aumentada a rigidez do prédio do lado oposto ao do núcleo, ajudando a anular a torção do edifício.

A Figura 48 mostra a planta de formas na situação de pré-dimensionamento.

Figura 48- Planta de formas do exemplo numérico 3 – 15 pavimentos – 1º processamento

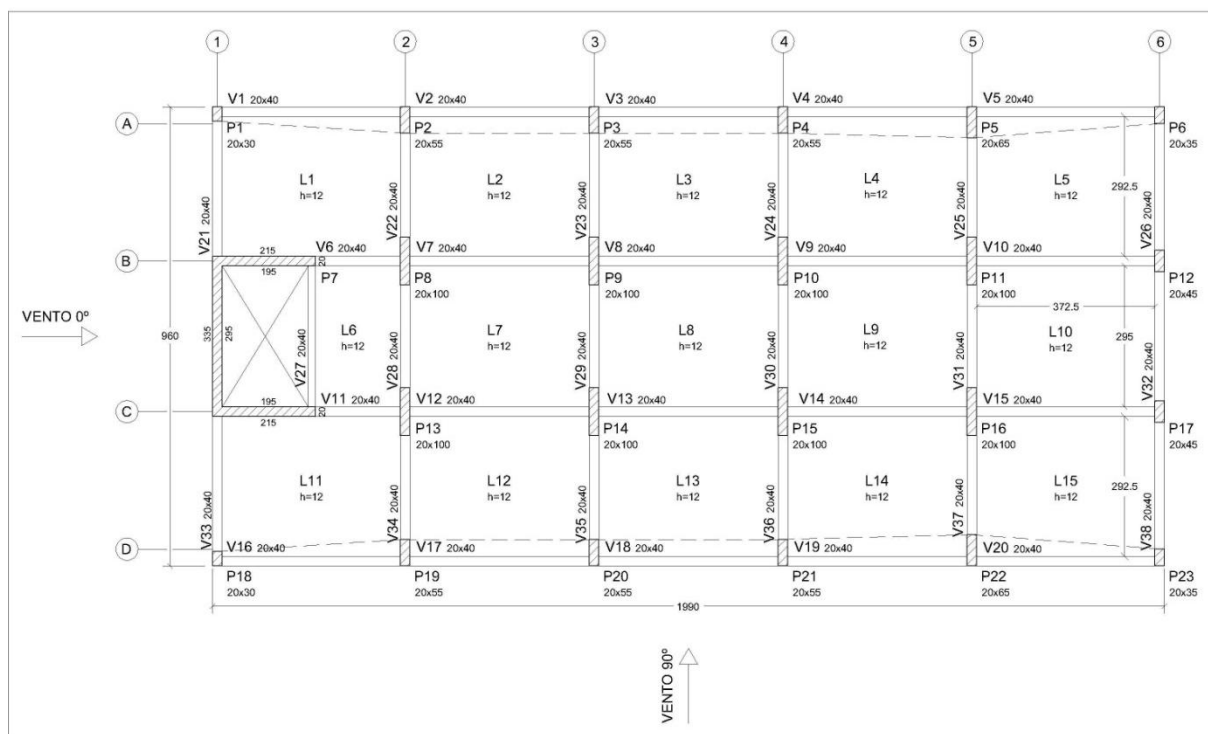


Fonte: Autor (2014)

Com a solução mostrada na Figura 49, os pilares se encontram com taxa de armadura aceitável, mas os deslocamentos continuam além do limite máximo

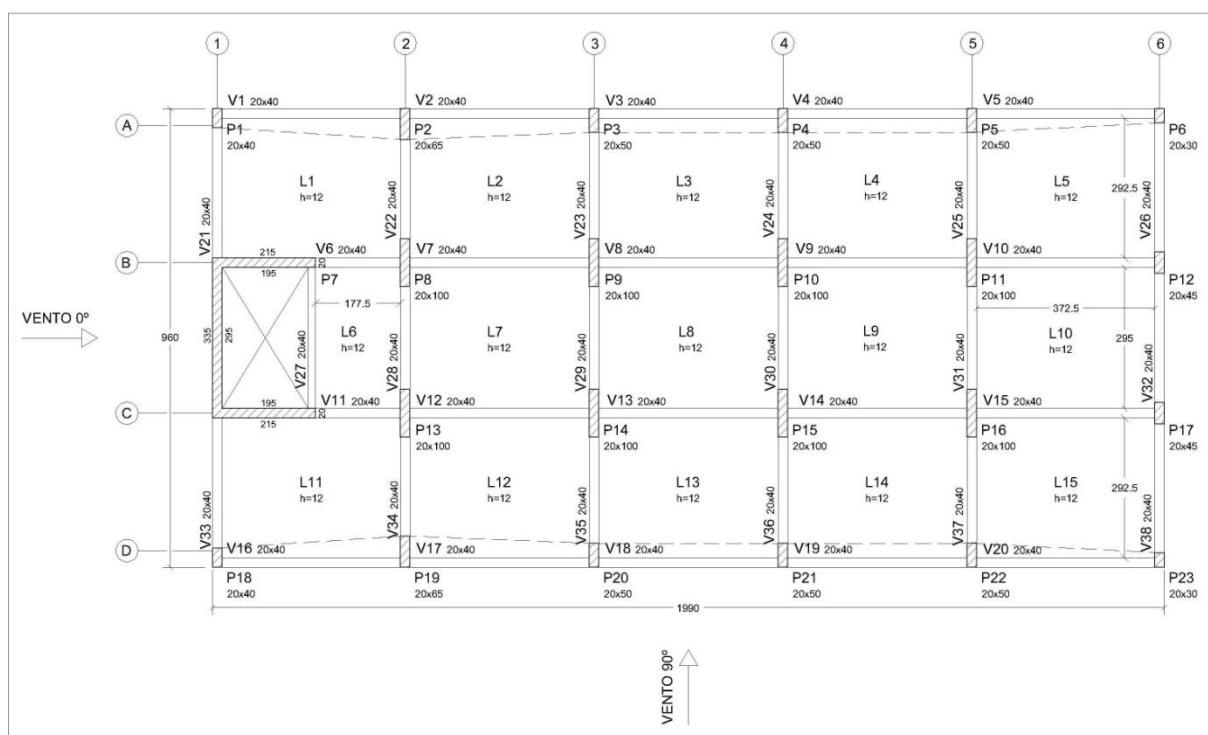
estabelecido por norma.

Figura 49- Planta de formas do exemplo numérico 3 – 15 pavimentos – pilares redimensionados



Fonte: Autor (2014)

Figura 50- Planta de formas do exemplo numérico 3 – 15 pavimentos – vento concentrado no núcleo

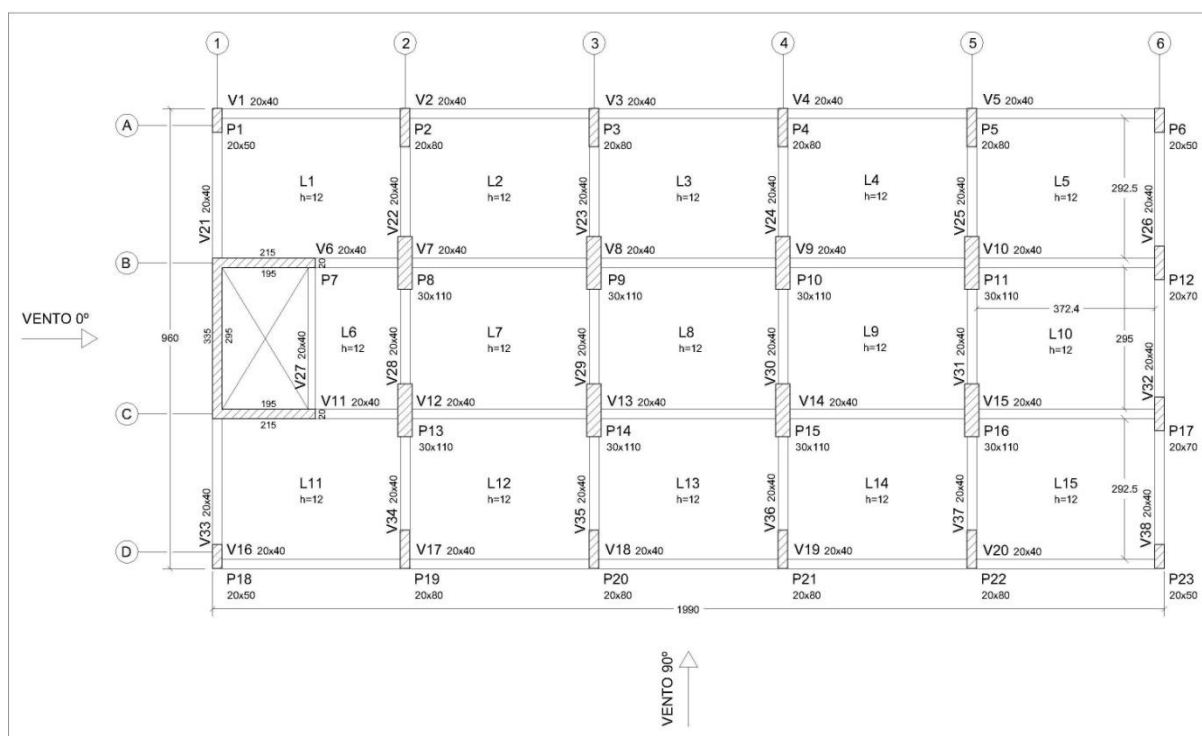


Fonte: Autor (2014)

Quando calculado um modelo similar a este, porém com o vento concentrado no núcleo, as reações de momentos na base do núcleo aumentaram como já mostradas em 4.10.2. E os pilares mais próximos ao núcleo necessitaram maior seção (ver Figura 50).

No exemplo 3 com 25 pavimentos, quando se considerou o vento atuando em toda estrutura, os pilares da periferia apresentaram taxas mais altas que o limite de norma (Figura 51).

Figura 51- Planta de formas do exemplo numérico 3 – 25 pavimentos – 1º processamento



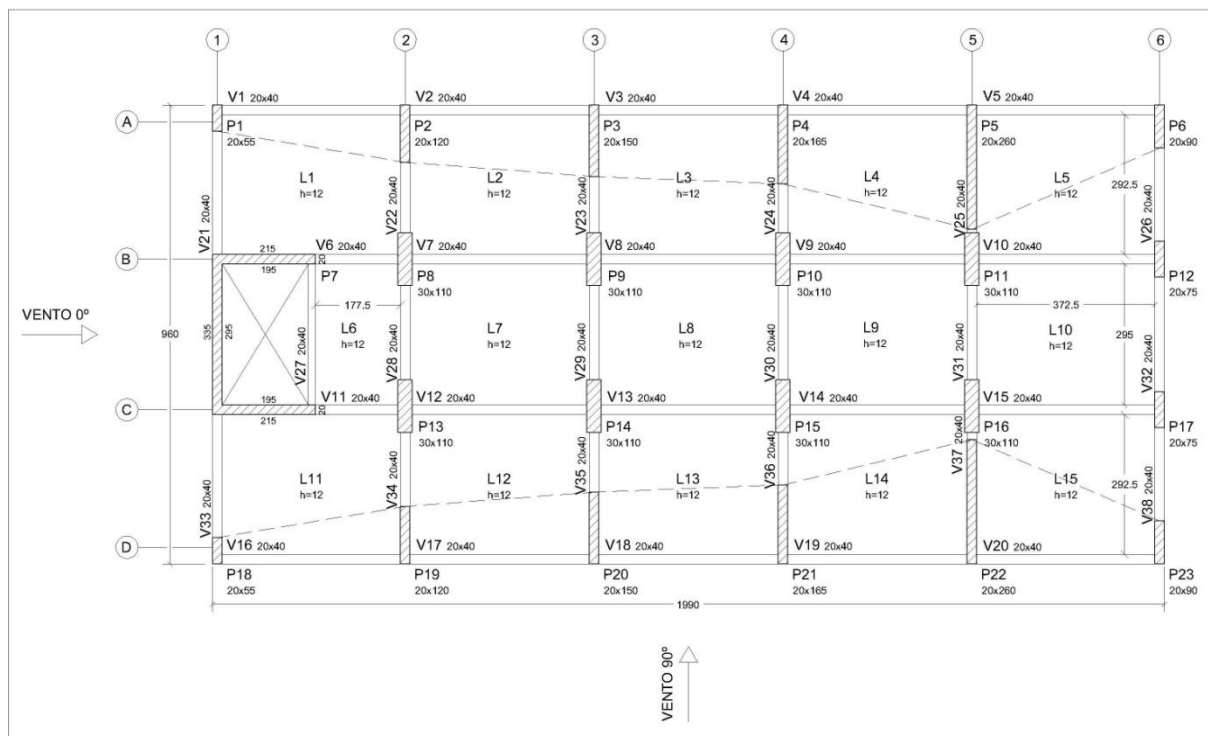
Fonte: Autor (2014)

Para resolver tentou-se aumentar as dimensões dos mesmos até que se apresentassem com taxas de armaduras satisfatórias. Notou-se que as dimensões para atender essa condição eram tanto maior quanto os pilares se afastassem do núcleo central, sendo que o P5 e P22 acabaram encostando-se aos pilares vizinhos (P11 e P16) e, mesmo assim, as taxas de armadura continuaram insatisfatórias (Figura 52).

Quando se considerou a mesma situação, porém com vento concentrado no núcleo central, de novo os pilares da extremidade foram os mais solicitados e agora os que estão mais próximos do núcleo central são os que recebem os maiores esforços, necessitando então de maiores dimensões. Os pilares P2 e P19 atingiram

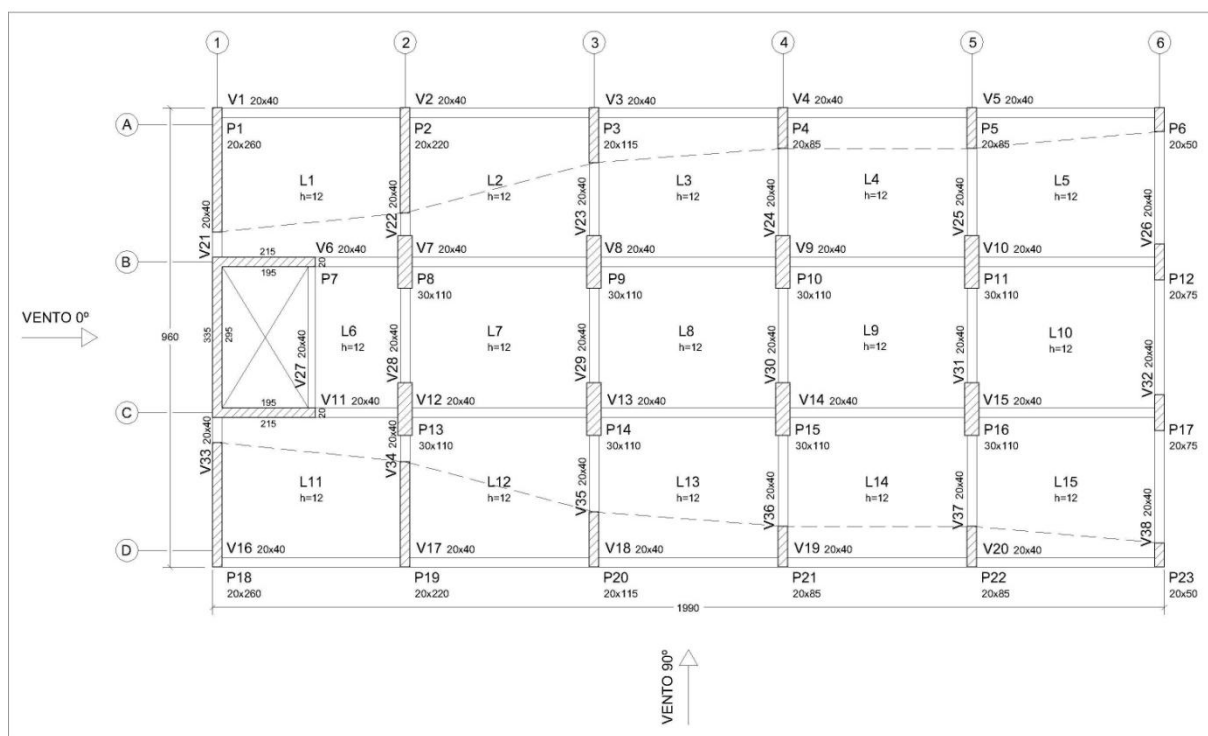
as dimensões maiores que as possíveis para colocação deles em planta (encostavam-se aos pilares P8 e P13). Ver Figura 53.

Figura 52- Planta de formas do exemplo numérico 3 – 25 pavimentos – pilares redimensionados



Fonte: Autor (2014)

Figura 53- Planta de formas do exemplo numérico 3 – 25 pavimentos – vento concentrado no núcleo



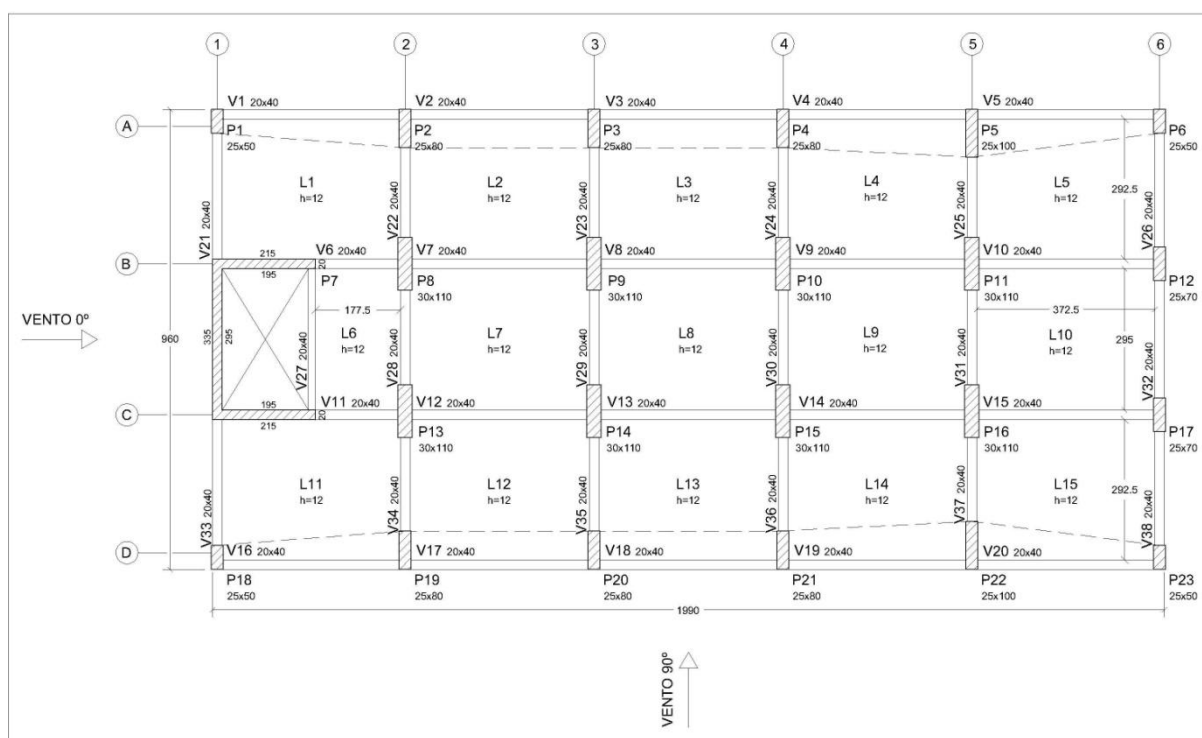
Fonte: Autor (2014)

Foi proposto então articular as lajes nos apoios. No entanto os resultados se mantiveram. Logo, esta ação não melhorou o modelo.

Na tentativa para se fazer a estrutura resistir a estes esforços duas situações foram propostas: permitir o aumento da largura dos pilares no redimensionamento dos mesmos; e, tornar a estrutura simétrica com o acréscimo de um segundo núcleo rígido em posição oposta ao existente.

A Figura 54 mostra a planta de formas sugerida para o 1º processamento, em que as taxas de armaduras encontraram-se aceitáveis por norma.

Figura 54- Planta de formas do exemplo numérico 3 – 25 pavimentos – 1º processamento com a largura dos pilares alterada

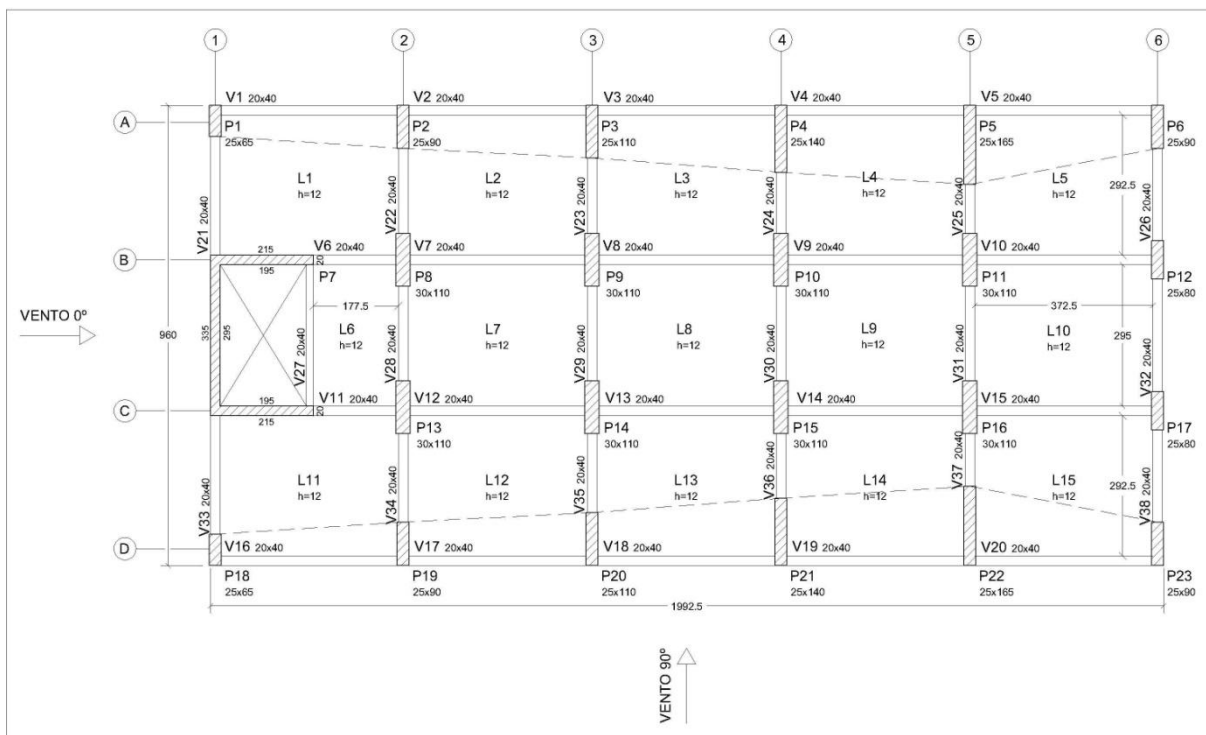


Fonte: Autor (2014)

No entanto, foram necessárias várias outras tentativas de dimensões dos pilares para se chegar a uma solução com deslocamentos aceitáveis por norma (Figura 54).

Assim, é possível concluir que os pilares precisam de largura para combater o momento fletor gerado pelo giro do prédio, mas ainda é necessário aumentar se o momento de inércia para limitar os deslocamentos.

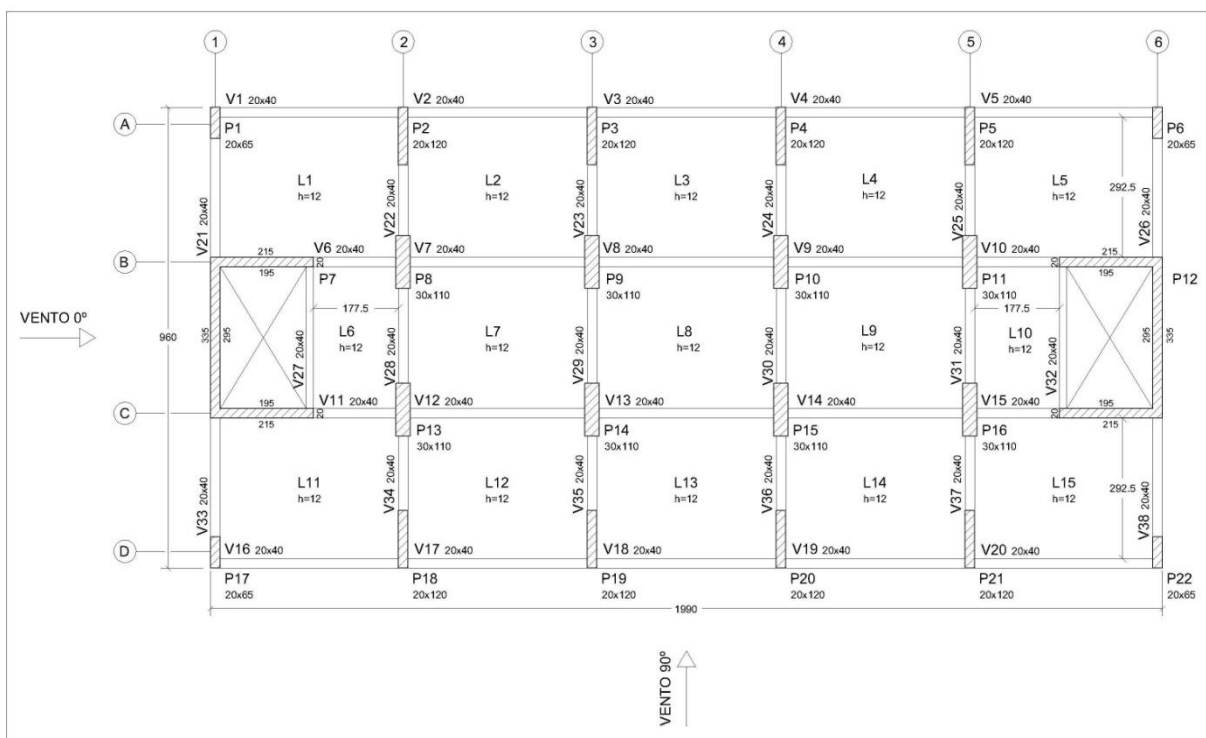
Figura 55- Planta de formas do exemplo numérico 3 – 25 pavimentos – Último processamento com a largura dos pilares alterada



Fonte: Autor (2014)

Outra tentativa foi considerar o núcleo rígido simétrico. Ver Figura 56.

Figura 56- Planta de formas do exemplo numérico 3 – 25 pavimentos – 2 núcleos



Fonte: Autor (2014)

Neste caso, como era esperado, consegue-se uma solução de dimensões para os pilares externos de tal maneira que a taxa fique dentro dos padrões da norma.

Com esta solução, os deslocamentos de todos os pilares tiveram valores menores que  $H/1700$ .

Note que os pilares que estão alinhados com o núcleo central necessitaram de dimensões menores que os localizados entre os dois núcleos centrais. Se não existisse a ação do vento, os pilares P1, P6, P17 e P22 já teriam áreas de seções inferiores aos demais pilares por receberem menor parcela da carga vertical, mas uma vez verificada a ação do vento, se o núcleo está excêntrico a tendência é que estes pilares necessitem de maior seção para combater o giro do prédio.

Comparando as duas soluções apresentadas acima, observa-se que no caso assimétrico os deslocamentos, ainda que aceitáveis, são aproximadamente 30% maiores que no caso simétrico.

O consumo de materiais muitas vezes é um critério para determinação da estrutura. A Tabela 29 mostra as quantidades necessárias de concreto e formas por pavimento, e quantidade de aço necessário aos pilares dos exemplos citados acima.

Tabela 29- Comparação de consumos de materiais

Consumos de:	Exemplo 3-25 – pilares com largura alterada (A)	Exemplo 3-25 – núcleo duplicado (B)	Diferença (B-A) em porcentagem (%)
Concreto (m <sup>3</sup> / pavimento)	51,38	51,21	-0,33
Formas (m <sup>2</sup> / pavimento)	472,71	490,62	+4,8
Aço dos pilares (kg)	43773	58391	+33,4

Do ponto de vista econômico, o caso assimétrico mostra-se mais viável.

### 5.3. Coeficiente $\gamma_z$

Os resultados de  $\gamma_z$  e máximos deslocamentos foram organizados na Tabela 30. Percebe-se um padrão nos resultados de  $\gamma_z$ : quanto mais esbelto é o edifício, maiores são os resultados de  $\gamma_z$ . No entanto não se notou diferença discrepante neste parâmetro de estabilidade global nos casos em que a torção do edifício é real. Por exemplo, no caso 3 – 25 pavimentos – vento concentrado no núcleo, houve pilar



que deslocou 8,2 cm no topo do edifício, ou seja, quase o dobro, do máximo aceitável por norma, neste caso igual a 4,59 cm. Mesmo assim o parâmetro de estabilidade foi igual a 1,186, valor muito próximo do caso 2 – 25 pavimentos em situação de pré-dimensionamento – cujo máximo deslocamento foi 4,6 cm. (Ver Tabela 30).

Tabela 30 – Deslocamentos máximos e Gama Z

<b>Modelos</b>	<b>H/1700 (cm)</b>	<b>Máximo deslocamento (cm)*</b>	<b>Gama z</b>
1-15 - pré-dimensionamento - vento distr. Face	<b>2,75</b>	2,7	1,113
1-20 - pré-dimensionamento - vento distr. Face	<b>3,67</b>	3	1,164
1-25 - pré-dimensionamento - vento distr. Face	<b>4,59</b>	4,9	1,209
2-15 - pré-dimensionamento - vento distr. Face	<b>2,75</b>	1,5	1,104
2-20 - pré-dimensionamento - vento distr. Face	<b>3,67</b>	2,2	1,149
2-25 - pré-dimensionamento - vento distr. Face	<b>4,59</b>	4,6	1,189
3-15 - pré-dimensionamento - vento distr. Face	<b>2,75</b>	3,8	1,118
3-20 - pré-dimensionamento - vento distr. Face	<b>3,67</b>	5,8	1,169
3-25 - pré-dimensionamento - vento distr. Face	<b>4,59</b>	8,1	1,213
4-15 - pré-dimensionamento - vento distr. Face	<b>2,75</b>	4,9	1,074
4-20 - pré-dimensionamento - vento distr. Face	<b>3,67</b>	6,4	1,114
4-25 - pré-dimensionamento - vento distr. Face	<b>4,59</b>	11,4	1,151
1-15 - pilares redimensionados - vento distr. Face	<b>2,75</b>	1,9	1,113
1-15 - pilares redimensionados - vento conc. Núcleo	<b>2,75</b>	1,9	1,113
1-25 - pilares redimensionados - vento distr. Face	<b>4,59</b>	3,7	1,202
1-25 - pilares redimensionados - vento conc. Núcleo	<b>4,59</b>	3,6	1,201
3-15 - pilares redimensionados - vento distr. Face	<b>2,75</b>	3,6	1,117
3-15 - pilares redimensionados - vento conc. Núcleo	<b>2,75</b>	4	1,117
3-25 - pilares redimensionados - vento distr. Face	<b>4,59</b>	4,8	1,206
3-25 - pilares redimensionados - vento conc. Núcleo	<b>4,59</b>	8,2	1,186
3-25 - pilares redimensionados - vento conc. Núcleo e lajes artic. nos apoios	<b>4,59</b>	8,3	1,204
3-25 - pilares redimensionados – larguras de pilares alteradas	<b>4,59</b>	4,5	1,188
3-25 - pilares redimensionados - 2 núcleos	<b>4,59</b>	3,2	1,141

\*Destacados em cinza os deslocamentos acima de H/1700.

Segundo Cordeiro (2012) isso ocorre, pois provavelmente no cálculo do parâmetro de estabilidade global foi considerado um deslocamento médio dos pavimentos. Isto funciona bem quando os pórticos de um edifício têm deslocamentos

causados por flexão, quando se trata de giro é necessário um estudo sobre a validade destes resultados.

## 6. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Observou-se que em todos os modelos com núcleo excêntrico, após pilares redimensionados, foi necessário aumentar-se a seção de pilares em posição oposta ao núcleo (caso do vento na face do prédio) de forma que estes pilares ajudassem a resistir a torção do prédio. Quando o vento foi considerado incidindo direto no núcleo, foi necessário aumentar-se a seção de pilares próximos ao núcleo. Com dimensionamentos tão diferentes, o engenheiro deve estar atento ao modelo que melhor representa a realidade. O recurso do TQS que permite ao calculista indicar se determinado pilar recebe ou não ação do vento deve ser utilizado com coerência. Em muitos casos, por exemplo, pode-se considerar que pilares de embasamento recebam ação do vento por redistribuição de esforços, no entanto, pilares de torre recebem ação direta do vento.

Em todos os modelos, inclusive no caso em que as lajes foram articuladas nos apoios, não apenas o núcleo rígido, mas os demais pilares do prédio reagiram à ação do vento. Ou seja, é errado supor que o núcleo trata a ação do vento e os demais pilares tratam ações verticais. Os elementos estruturais trabalham como unidade. Da mesma forma, não é correto afirmar que se o centro de cisalhamento do núcleo estiver centrado em planta não haverá torção do prédio. O comportamento da estrutura deve ser entendido como um todo.

Quanto à viabilidade econômica, entre duas soluções sendo a primeira uma estrutura simétrica composta por dois núcleos rígidos posicionados em extremidades opostas do prédio, e a segunda um núcleo excêntrico, esta última é mais vantajosa. No entanto, pode-se afirmar que quanto mais excêntrico o núcleo estiver em relação à planta do edifício, menos viável economicamente esta solução estrutural será se comparada a uma estrutura com núcleo centrado.

No modelo 3 - 15 pavimentos – após pilares estarem com taxa da armadura conforme orientado por norma, os deslocamentos ainda não atendiam outra especificação da norma: estarem limitados a no máximo  $H/1700$ . Isso supõe que a seção dos pilares ainda deveria ser aumentada, porém não mais pra combater esforços provenientes de normal e momento fletor, mas pra combater a torção do prédio, a qual realmente foi provocada pela posição do núcleo em planta, que no caso se encontra numa extremidade da mesma.

O núcleo rígido colabora para manter a estabilidade global de um prédio se

posicionado de forma a estar simétrica a estrutura, ou equilibrada a rigidez dos elementos estruturais em planta. Caso contrário, o núcleo provoca torção do prédio. E quanto mais esbelto o edifício, mais acentuada é esta torção.

### **6.1. Sugestões para estudos futuros**

Ainda existem vários aspectos a serem estudados quando se trata de torção em edifícios com núcleos rígidos. A seguir estão citados alguns deles.

Aparentemente, parâmetros que avaliam a estabilidade global utilizando-se de valores médios de deslocamentos podem não ser indicados para estruturas que sofrem torção, no entanto é necessário um estudo sobre a estabilidade global em edifícios com esta característica.

Outro aspecto interessante a ser pesquisado é quanto à interação das lajes com os elementos estruturais à sua volta em um edifício sob torção. Nestas regiões possivelmente aparecerão tensões de cisalhamento, enquanto as lajes são armadas para resistirem a esforços provenientes da flexão.

É certo que se o núcleo encontra-se em posição que provoca o giro de um edifício em torno de seu próprio eixo, outros pilares do mesmo necessitarão de redimensionamento pra combater o giro do prédio, mas isto encarece a estrutura. Sendo assim, haveria um limite de excentricidade do núcleo que o sistema estrutural ainda seja viável? Assim, sugere-se um estudo cujo objetivo seja chegar-se a uma recomendação que limite a excentricidade do núcleo à região mais central da planta em função da viabilidade econômica.

## REFERÊNCIAS

ALBURQUERQUE, AUGUSTO TEIXEIRA DE. **Análise de alternativas estruturais para edifícios em concreto armado**. 1999. 106 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Estruturas) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 1999.

ARAÚJO, JOSÉ MILTON DE. **Curso de concreto armado**. 3. ed. vol. 4. Rio Grande: Dunas, 2010.

ARAÚJO, JOSÉ MILTON DE. **Projeto estrutural de edifícios de concreto armado: um exemplo completo**. 1. ed. vol. 4. Rio Grande: Dunas, 2004.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **ABNT NBR 6118: Projeto de estruturas de concreto - Procedimento**. Rio de Janeiro, 2007.

\_\_\_\_\_. **ABNT NBR 8681: Ações e segurança nas estruturas - Procedimento**. Rio de Janeiro, 2003.

\_\_\_\_\_. **ABNT NBR 6120: Cargas para o cálculo de estruturas de edificações**. Rio de Janeiro, 1980.

\_\_\_\_\_. **ABNT NBR 6123: Forças devidas ao vento em edificações**. Rio de Janeiro, 1988.

BEER, FERDINAND PIERRE; JOHNSTON JR, ELWOOD RUSSELL. **Resistência dos materiais**. 3. ed. São Paulo: Pearson, 2011. Cap3.

BORGES, A. C. L.; FONTE, A. O. C.; FONTE, F. L. F.; CAVALCANTI, G. A. A. **Análise do comportamento estrutural de um edifício esbelto de 42 pavimentos**. In: Congresso Brasileiro do Concreto, 51, 2009, Curitiba. Anais... São Paulo: IBRACON, 2009. p. 16.

CARVALHO, R. C.; FIGUEIREDO FILHO, J. R. **Cálculo e detalhamento de estruturas usuais de concreto armado**. 3. ed. vol. 1. São Carlos: Editora Ufscar, 2007.

CARVALHO, R. C.; PINHEIRO, L. M. **Cálculo e detalhamento de estruturas usuais de concreto armado**. 1. ed. vol. 2. São Paulo: Editora PINI, 2007.

CORDEIRO, SÉRGIO GUSTAVO FERREIRA. **Modelagem de edifícios de concreto armado com a consideração do efeito de torção devido à força de vento**. São Carlos: Universidade Federal de São Carlos/Departamento de Engenharia Civil, 2012. 98 p. Trabalho de Conclusão de Curso.

CORELHANO, ANGELO GIOVANNI BONFIM. **Análise não linear geométrica e física de núcleos rígidos de edifícios altos em concreto armado**. 2010. 171 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Estruturas) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2010.

FUSCO; PÉRICLES BRASILIENSE. **Estruturas de concreto – solicitações tangenciais**. 1. Ed. São Paulo: Editora PINI, 2008.

GERE, JAMES M.; GOODNO, BARRY J. **Mecânica dos materiais: tradução da 7ª edição norte-americana**. São Paulo: Cengage Learning, 2010. Cap3.

GONÇALVES, R. M.; MALITE, M.; SALES, J. J.; MUNAIR NETO, J. **Segurança nas estruturas – Teoria e exemplos**. 1. Ed. São Carlos: EESC – USP, 2005.

HIBBELER, RUSSELL CHARLES. **Resistência dos materiais**. 7. ed. São Paulo: Pearson, 2011. Cap5.

KIMURA, ALIO. **Informática aplicada em estruturas de concreto armado – cálculo de edifícios com o uso de sistemas computacionais**. 1. ed. São Paulo: Editora PINI, 2007.

LANGENDONCK, TELEMACO VAN. **Resistência dos materiais: tensões**. São Paulo: Edgard Blücher, 1971. Cap6.

LEONHARDT, FRITZ; MÖNNIG, EDUARD. **Construções de concreto: princípios básicos do dimensionamento de estruturas de concreto armado**. 1. ed. vol. 1. Rio de Janeiro: Editora Interciência, 1982.

LEONHARDT, FRITZ; MÖNNIG, EDUARD. **Construções de concreto: princípios básicos sobre a armação de estruturas de concreto armado**. 1. ed. vol. 3. Rio de Janeiro: Editora Interciência, 2007.

LEONHARDT, FRITZ; MÖNNIG, EDUARD. **Construções de concreto: verificação da capacidade de utilização**. 1. ed. vol. 4. Rio de Janeiro: Editora Interciência, 1981.

LOPES, ARLINDO PIRES; SANTOS, GLÁUCYO DE OLIVEIRA; SOUZA, ANDRÉ LUIZ A. C. **Estudo sobre diferentes métodos de análise p-delta**. In: Congresso Brasileiro do Concreto, 47., Olinda. Anais... São Paulo: IBRACON, 2005. p. 506-521.

MARTHA, LUIZ FERNANDO. **Análise de estruturas: conceitos e métodos básicos**. 1. Ed. Rio de Janeiro: Elsevier Editora Ltda, 2010.

MATIAS JR, IVAN GOMES. **Análise não linear de estruturas tridimensionais de edifícios altos com núcleos resistentes sobre fundações flexíveis**. 1997. 112 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Estruturas) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 1997.

MONCAYO, WINSTON JUNIOR ZUMAETA. **Análise de segunda ordem global em edifícios com estrutura de concreto armado**. 2011. 110 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Estruturas) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2011.

MORI, DAGOBERTO DARIO. **Os núcleos estruturais e a não-linearidade geométrica na análise de estruturas tridimensionais de edifíciosaltos**. 1992. 98

f. Tese (Doutorado em Engenharia de Estruturas) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 1992.

PEREIRA, GUSTAVO SOUZA. **Contribuições à análise de estruturas de contraventamento de edifícios em concreto armado**. 1997. 111 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Estruturas) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 1997.

PINHEIRO, M. P. MUZARDO, C. D. SANTOS, S. P. **Fundamentos do concreto e projeto de edifícios**. São Carlos: Departamento de Engenharia de Estruturas, 2003. cap. 5. 6 p. Apostila. Disponível em: <<http://www.set.eesc.usp.br/mdidatico/concreto/Textos/>>. Acesso em: 27 mar. 2012.

POPOV, EGOR P. **Introdução à mecânica dos sólidos**. São Paulo: Edgard Blücher, 2011. Cap7.

RAMILO, NUNO MANUEL CARVALHO. **Modelação de núcleos de edifícios**. 2009. 28 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Universidade Técnica de Lisboa, Instituto Superior Técnico, Lisboa, 2009.

RIBEIRO, JAIRO FONSECA. **Estabilidade global em edifícios: análise dos efeitos de segunda ordem nas estruturas e concreto**. Porto Alegre: Universidade Federal do Rio Grande do Sul/Departamento de Engenharia Civil, 2010. 82 p. Trabalho de Conclusão de Curso.

SOUZA, A. M. L.; ROCHA, M. M.; PALUCH, M. J.; NÚÑEZ, G. J. Z.; CARPEGGIANI, E. A. **Estudo dos efeitos do vento sobre um grupo de edifícios altos de concreto armado**. In: Congresso Brasileiro do Concreto, 46, 2004, Florianópolis. Anais... São Paulo: IBRACON, 2004. p. 844-859.

TIMOSHENKO, STEPHEN P; GERE, JAMES E. **Mecânica dos sólidos**. Rio de Janeiro: Livros Técnicos e Científicos, 1989. Cap5.

SUSSEKIND, JOSÉ CARLOS. **Curso de concreto**. 5. ed. vol. 1. Rio de Janeiro: Globo, 1987. Cap 3.

SUSSEKIND, JOSÉ CARLOS. **Curso de concreto**. 3. ed. vol. 2. Rio de Janeiro: Globo, 1987. Cap 1.

TORRES, IVAN FRANCISCO RUIZ. **Efeito da deformação por cortante no cálculo de edifícios de andares múltiplos com núcleos estruturais**. 1999. 144 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Estruturas) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 1999.

TQS INFORMÁTICA. **Manual do usuário: dominando os sistemas CAD/TQS – visão geral e exemplo completo**. TQS Informática, v.2, São Paulo, 2011.

TQS INFORMÁTICA. **Manual do usuário: dominando os sistemas CAD/TQS – análise estrutural**. TQS Informática, v.3, São Paulo, 2011.

TQS INFORMÁTICA. **CAD/Pilar – Manual de comandos e funções.** TQS Informática, São Paulo, 2004.

TQS INFORMÁTICA. **Pórtico-TQS – Manual de geração e processamento de pórticos especiais.** TQS Informática, São Paulo, 2004.

VASCONCELOS, A. C. (2000). **Em que casos não se deve aplicar o processo simplificado do  $\gamma_z$  para determinação dos efeitos de 2ª ordem?** Artigo Biblioteca Digital TQS, São Paulo, 2000.



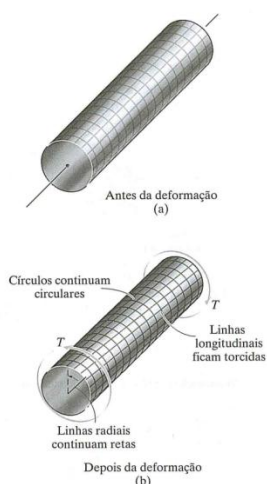
## APÊNDICE A - Torção em seções fechadas

### A.1. Deformação por torção de um eixo circular

O momento que tende a torcer um elemento em torno de seu eixo longitudinal também é chamado de torque. Eixos são membros cilíndricos submetidos a torques e que transmitem potência através da rotação, por exemplo, o virabrequim de um automóvel ou um eixo propulsor de um navio (Gere e Goodno, 2010).

A Figura 57 exemplifica um eixo de seção circular de material altamente deformável, no qual foi aplicado um torque. As linhas longitudinais e os círculos desenhados no eixo pretendem mostrar como se comporta um eixo circular na torção.

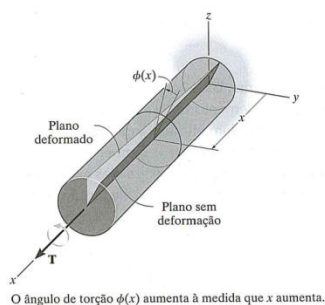
Figura 57- Deformação de um eixo circular submetido a torção



Fonte: Ribbeler (2011)

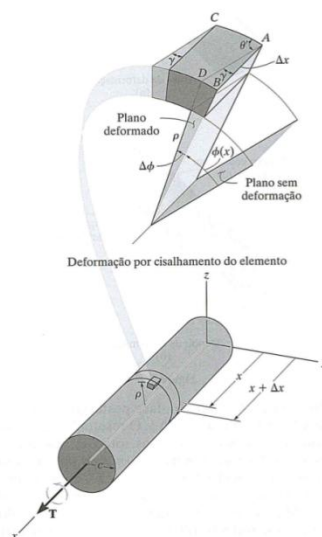
Conforme ilustra a Figura 57, os círculos não se alteram, o que indica que não ocorre empenamento das seções circulares. No entanto as linhas longitudinais se deformam no formato de uma hélice, indicando empenamento das seções longitudinais. Conforme Ribbeler (2011), se o ângulo de rotação for pequeno, o comprimento e o raio do eixo permanecerão inalterados.

Se considerarmos um eixo com uma extremidade fixa e na outra extremidade um torque, observa-se que uma linha radial localizada na seção transversal a uma distância  $x$  da extremidade fixa do eixo girará de um ângulo  $\phi(x)$  e variará ao longo do eixo. Esta situação é exemplificada na **Figura 58**.

Figura 58- Ângulo de torção  $\phi(x)$ 

Fonte: Ribbeler (2011)

Com a finalidade de entender como a distorção da seção longitudinal deforma o material, um elemento infinitesimal localizado à distância radial  $\rho$  da linha central do eixo será isolado, como apresenta a Figura 59.

Figura 59- Elemento infinitesimal localizado à distância  $\rho$  da linha central do eixo

Fonte: Ribbeler (2011)

Devido à deformação observada na Figura 58, as faces do elemento sofrem uma rotação, porém com ângulos diferentes: a face anterior  $\phi(x)$ , e a face posterior  $\phi(x) + \Delta\phi$ . Por causa desta diferença entre as rotações ( $\Delta\phi$ ), o elemento é submetido a uma deformação por cisalhamento.

A fim de se calcular a deformação por cisalhamento, observa-se que o ângulo entre as bordas AB e AC é  $90^\circ$  antes da deformação. Após a deformação, as bordas passam a ser AB e AD, e o ângulo entre elas passa a ser  $\theta'$ . Pela definição de deformação por cisalhamento, temos:

$$\gamma = \frac{\pi}{2} - \lim_{\substack{C \rightarrow A \text{ ao longo de } CA \\ B \rightarrow A \text{ ao longo de } BC}} \theta' \quad (47)$$

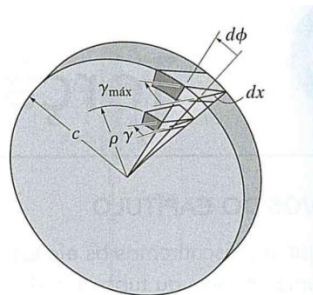
O ângulo  $\gamma$  pode ser relacionado com o comprimento  $\Delta x$  do elemento e com a diferença no ângulo de rotação  $\Delta\phi$ , entre as faces sombreadas. Se escrevemos  $\Delta x$  como  $dx$ , e  $\Delta\phi$  como  $d\phi$ , temos:  $BD = \rho \cdot d\phi = dx \cdot \gamma$ .

Portanto,

$$\gamma = \rho \cdot \frac{d\phi}{dx} \quad (48)$$

Na seção circular  $x$ , qualquer elemento terá os mesmos valores de  $dx$  e  $d\phi$ , isto pode ser visualizado na Figura 60. Sendo assim,  $d\phi/dx$  é constante nesta seção.

Figura 60- Ângulo  $\gamma$  varia linearmente com o comprimento  $\rho$



A tensão de cisalhamento para o material aumenta linearmente com  $\rho$ , isto é,  $\gamma = (\rho/c)\gamma_{\text{máx}}$ .

Fonte: Ribbeler (2011)

Portanto o valor da deformação por cisalhamento para qualquer um desses elementos varia somente com sua distância radial  $\rho$ . Quanto maior o comprimento  $\rho$ , maior o ângulo  $\gamma$ . Da equação 48, temos que  $d\phi/dx = \gamma/\rho$ , então ao se relacionar o comprimento  $\rho$ , com seu valor máximo  $c$ , teremos  $\gamma/\rho = \gamma_{\text{máx}}/c$ , então:

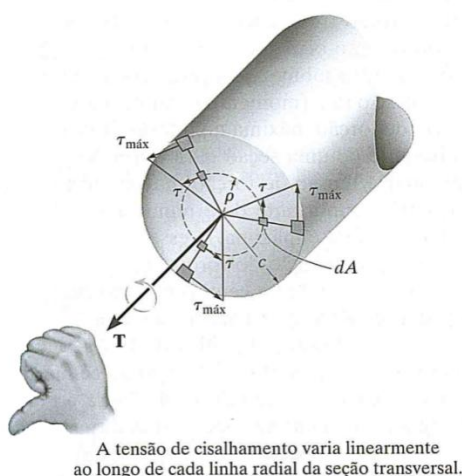
$$\gamma = \left(\frac{\rho}{c}\right) \cdot \gamma_{\text{máx}} \quad (49)$$

### A.1.1. Fórmula da torção

O torque aplicado externamente ao eixo cria um torque interno correspondente. A seguir será apresentado o desenvolvimento da fórmula de torção conforme Hibbeler (2011). Esta equação fará relação entre o torque interno com a distribuição da tensão de cisalhamento na seção transversal de um eixo ou tubo circular.

Se o material for elástico linear, então se aplica a lei de Hooke,  $\tau = G\gamma$ , e, conseqüentemente, a variação linear da deformação por cisalhamento, resulta em variação linear na tensão de cisalhamento. Então, assim como ocorre na deformação, a tensão de cisalhamento varia de zero na linha central do eixo longitudinal a um valor máximo  $\tau_{\max}$  na superfície externa. A Figura 61 exemplifica essa variação de cisalhamento ao longo dos raios de uma seção transversal circular.

Figura 61- Variação linear da tensão de cisalhamento ao longo do raio da seção transversal



Fonte: Ribbeler (2011)

Pela lei de Hooke e pela equação 49, tem-se:

$$\tau = \left( \frac{\rho}{c} \right) \cdot \tau_{\max} \quad (50)$$

A equação 50 expressa a distribuição de tensão de cisalhamento em função da posição radial  $\rho$ . Conhecendo-se esta equação, parte-se agora para a condição que exige que o torque produzido pela distribuição de tensão por toda a seção transversal seja equivalente ao torque interno resultante  $T$  na seção, o que mantém

o eixo em equilíbrio. De forma específica, cada elemento de área  $dA$ , localizado em  $\rho$ , está sujeito a uma força  $dF = \tau \cdot dA$ . O torque produzido por esta força é  $dT = \rho(\tau \cdot dA)$ . Portanto para toda a seção transversal tem-se:

$$T = \int_A \rho \cdot (\tau \cdot dA) = \int_A \rho \cdot \left(\frac{\rho}{c}\right) \cdot \tau_{\max} \cdot dA \quad (51)$$

Como  $\tau_{\max}/c$  é constante,

$$T = \frac{\tau_{\max}}{c} \cdot \int_A \rho^2 dA \quad (52)$$

Nesta equação, a integral depende apenas da geometria do eixo, representando o momento polar de inércia da área da seção transversal do eixo calculada em torno da linha central longitudinal do eixo. Esse valor será representado pelo símbolo  $J$ , e, portanto a equação 6 pode ser escrita de forma simplificada:

$$\tau_{\max} = \frac{T \cdot c}{J} \quad (53)$$

Onde:

$\tau_{\max}$  = a tensão de cisalhamento máxima no eixo, que ocorre na superfície externa

$T$  = torque interno resultante que age na seção transversal

$J$  = momento polar de inércia da área da seção transversal

$c$  = raio externo do eixo

Com base na equação 4 que relaciona  $\tau$  e  $\tau_{\max}$ , e na equação 7, determina-se a equação para tensão de cisalhamento na distância intermediária  $\rho$ :

$$\tau = \frac{T \cdot \rho}{J} \quad (54)$$

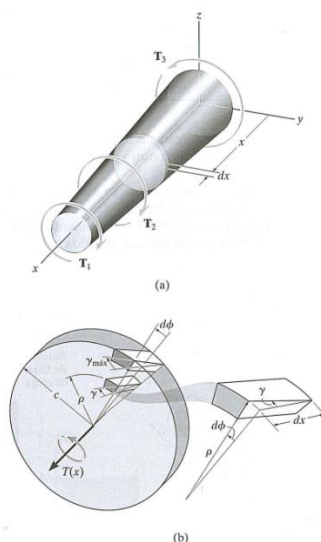
Tanto a equação 53 como a 54 são frequentemente denominadas de fórmula da torção (Hibbeler, 2011). No entanto, deve se enfatizar que elas serão úteis apenas para elementos com seção circular e de material elástico linear.

### A.1.2. Ângulo de torção

A determinação do ângulo de torção é importante quando analisamos as reações em eixos estaticamente indeterminados, e também porque, às vezes, no projeto de um eixo, percebe-se a necessidade de restringir a torção, ou o ângulo de torção. Dada esta importância, a seguir será apresentado o desenvolvimento da determinação da fórmula do ângulo de torção  $\phi$  conforme Hibbeler (2011).

Será considerado um eixo com seção circular variável ao longo de seu comprimento (Figura 62). O material é homogêneo, e se comporta de maneira linear elástica quando o torque é aplicado. Serão desprezadas as deformações localizadas ocorrentes nos pontos de aplicação do torque e nos locais em que a seção muda abruptamente.

Figura 62- Variação linear da tensão de cisalhamento ao longo do raio da seção transversal



Fonte: Ribbeler (2011)

Pelo método das seções, isola-se do eixo um disco diferencial de espessura  $dx$  localizado na posição  $x$ , como já mostrado pela figura 6. Como o carregamento externo pode causar variação no torque interno ao longo da linha central do eixo, o torque interno resultante será representado por  $T(x)$ . A ação de  $T(x)$  gerará uma torção no disco, de tal modo que a rotação relativa de uma de suas faces em relação à outra será  $d\phi$ . O resultado é que um elemento de material localizado em um raio arbitrário  $\rho$  no interior do disco sofrerá uma deformação por cisalhamento  $\gamma$ . Os valores de  $\gamma$  e  $d\phi$  são relacionados pela equação 55:

$$d\phi = \gamma \frac{dx}{\rho} \quad (55)$$

Já que a lei de Hooke ( $\tau = G \cdot \gamma$ ) é aplicável, e também é conhecida a fórmula da tensão que relaciona a tensão de cisalhamento com o torque ( $\tau = T(x)\rho/J(x)$ ), tem-se a expressão:  $\gamma = T(x)\rho/J(x)G$ . Ao substituí-la na equação 55, tem-se que o ângulo de torção para o disco é:

$$d\phi = \frac{T(x)}{J(x)G} dx \quad (56)$$

Onde:

$\phi$  = ângulo de torção de uma extremidade do eixo em relação à outra extremidade, medido em radianos

$T(x)$  = torque interno na posição arbitrária  $x$ , determinado pelo método das seções e pela equação de equilíbrio de momento aplicada em torno da linha central do eixo

$J(x)$  = momento polar de inércia do eixo expresso em função da posição  $x$

$G$  = módulo de elasticidade ao cisalhamento do material

Para ter-se a equação do ângulo de torção do eixo inteiro, basta integrar a equação 56.

No caso de eixos com seções constantes, que são mais comuns na prática da engenharia, a área da seção transversal e o torque são constantes ao longo do comprimento do eixo. Sendo assim, o torque interno  $T(x) = T$ , o momento polar de inércia  $J(x) = J$  e  $d(\phi)$  na equação 56 pode ser integrada por todo o comprimento  $L$ . Assim a equação para o ângulo de torção em eixos de seção constante é:

$$\phi = \frac{TL}{JG} \quad (57)$$

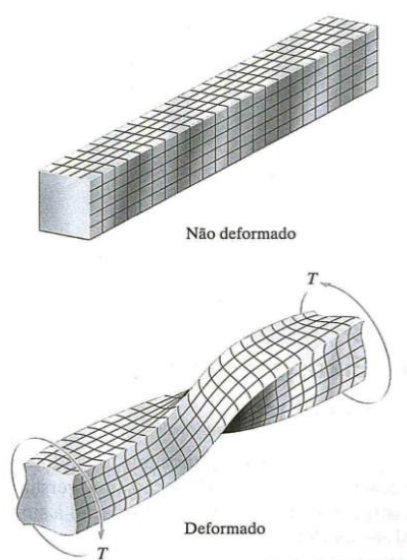
Se o eixo for submetido a vários torques diferentes, ou se houver variação brusca do raio da seção, ou ainda mudança do módulo de elasticidade de um trecho do eixo para outro, então a equação 57 pode ser aplicada para cada trecho do eixo. O ângulo de torção de uma extremidade do eixo em relação à outra é determinado pela soma vetorial dos ângulos de torção de cada segmento. Neste caso,

$$\phi = \sum \frac{TL}{JG} \quad (58)$$

### A.2. Eixos maciços não circulares

Nos eixos de seção circular, como visto no item anterior, as seções transversais não se deforma, no entanto isso não ocorre em eixos de seções não circulares. A tensão de cisalhamento é distribuída de forma muito complexa numa seção não circular, de forma que as seções sofrem um empenamento (Figura 63).

Figura 63- Deformação nas linhas de grade de um eixo de seção quadrada devido aplicação de um torque

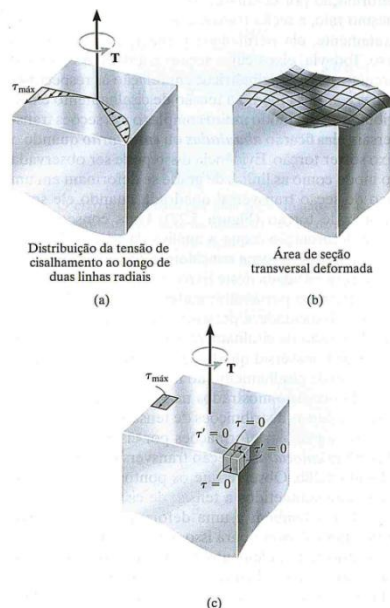


Fonte: Ribbeler (2011)

É possível determinar a distribuição da tensão de cisalhamento no interior de um eixo de seção transversal quadrada por análise matemática baseada na teoria da elasticidade. A Figura 64a exemplifica a variação da tensão de cisalhamento ao longo de duas linhas radiais do eixo. A Figura 64b apresenta a deformação da seção devido a variação dessas distribuições de tensão de cisalhamento. E a Figura 64c destaca que os pontos nos cantos dos eixos têm tensão de cisalhamento nula, e assim, por consequência, a deformação por cisalhamento também é nula nos cantos.



Figura 64- Distribuição da tensão de cisalhamento na seção e respectiva deformação



Fonte: Ribbeler (2011)

Na Tabela 31 são apresentadas as equações de tensão de cisalhamento e ângulo de torção, e a localização das máximas tensões de cisalhamento, que são indicadas por “pontos” em negrito para a seção quadrada, triangular e elipsar.

Tabela 31- Seções transversais não circulares

FORMA DA SEÇÃO TRANSVERSAL	$\tau_{\max}$	$\phi$
<p>Quadrada</p>	$\frac{4,81 \cdot T}{a^3}$	$\frac{7,10 \cdot T}{a^4 \cdot G}$
<p>Triângulo equilátero</p>	$\frac{20 \cdot T}{a^3}$	$\frac{46 \cdot T \cdot L}{a^4 \cdot G}$
<p>Elipse</p>	$\frac{2 \cdot T}{\pi \cdot a \cdot b^2}$	$\frac{(a^2 + b^2) \cdot T \cdot L}{\pi \cdot a^3 \cdot b^3 \cdot G}$

Fonte: Adaptado de Ribbeler (2011)

Segundo Beer e Johnston (2011), a tensão de cisalhamento e o ângulo de torção para uma seção retangular constante envolvem os coeficientes  $c_1$  e  $c_2$  que estão relacionados com as dimensões  $a$  e  $b$  da seção, sendo  $a$  o maior lado. A

seguir são apresentadas as expressões de tensão de cisalhamento e ângulo de torção para a seção retangular, e também os coeficientes  $c_1$  e  $c_2$  na tabela 4.

$$\tau_{\max} = \frac{T}{c_1 \cdot a \cdot b^2} \quad (59)$$

$$\phi = \frac{T \cdot L}{c_2 \cdot a \cdot b^3 \cdot G} \quad (60)$$

Tabela 32- Seções transversais não circulares

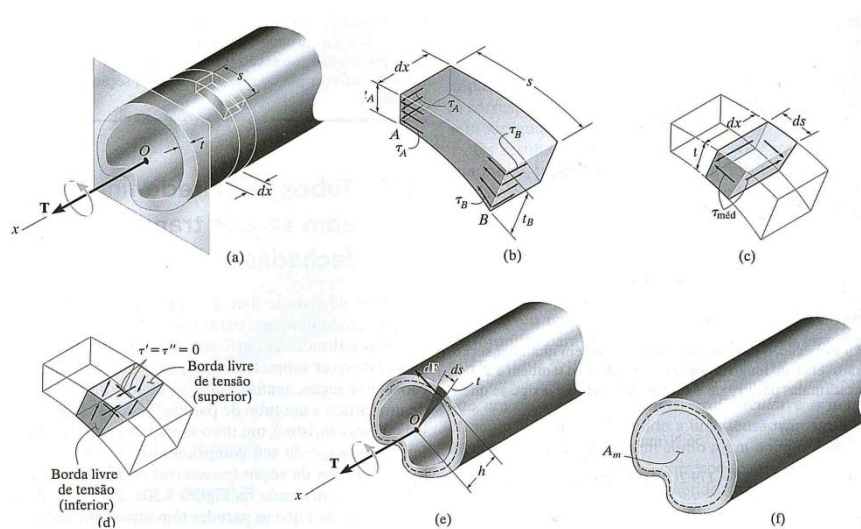
$a/b$	$c_1$	$c_2$
1,0	0,208	0,1406
1,2	0,219	0,1661
1,5	0,231	0,1958
2,0	0,246	0,229
2,5	0,258	0,249
3,0	0,267	0,263
4,0	0,282	0,281
5,0	0,291	0,291
10,0	0,312	0,312
	0,333	0,333

Fonte: Adaptado de Beer e Jonhston (2011)

### **A.3. Tubos de parede fina com seções transversais fechadas**

A seguir serão analisados os efeitos da aplicação de um torque a um tubo de parede fina de seção transversal fechada conforme Hibbeler (2011). A Figura 65a apresenta um tubo desse tipo, com área da seção transversal constante, porém arbitrária.

Figura 65- Efeito da torção em tubo de parede fina e seção arbitrária e constante



Fonte: Ribbeler (2011)

As paredes serão consideradas com espessura variável  $t$ . Como as paredes do tubo são finas, pode-se obter uma solução aproximada para a tensão de cisalhamento considerando que essa tensão é uniformemente distribuída pela parede do tubo. Ou seja, é possível determinar a tensão de cisalhamento média no tubo em qualquer ponto dado. No entanto, antes da determinação desta equação, é necessário entender alguns conceitos preliminares relacionados com a ação da tensão de cisalhamento sobre a seção transversal.

### A.3.1. Fluxo de cisalhamento

A Figura 65 (a e b) apresenta um elemento do tubo de comprimento  $s$  e largura diferencial  $dx$ . Numa extremidade a espessura do elemento é  $t_A$ , e na outra extremidade a espessura do elemento é  $t_B$ . O torque aplicado causa uma tensão de cisalhamento na lateral do elemento. Na extremidade A (sentido transversal do eixo) tem-se a tensão de cisalhamento  $\tau_A$  e na extremidade B tem-se a tensão de cisalhamento  $\tau_B$ . Nas laterais longitudinais aparecem as tensões relativas à  $\tau_A$  e  $\tau_B$ . Essas tensões existem por existir forças nas laterais longitudinais do elemento devido à torção na peça. Sabendo-se que a força é igual ao produto entre a tensão e a área, então  $dF_A = \tau_A(t_A \cdot dx)$ , e,  $dF_B = \tau_B(t_B \cdot dx)$ . Como o equilíbrio de forças impõe que estas forças sejam de mesmo valor, porém com sinais opostos, tem-se:

$$\tau_A \cdot t_A = \tau_B \cdot t_B \quad (61)$$

Da equação 61 conclui-se que “o produto entre a tensão de cisalhamento longitudinal e a espessura do tubo em qualquer ponto da seção transversal é o mesmo” (Hibbeler, 2011). Denomina-se este produto como fluxo de cisalhamento e pode ser expresso como:

$$q = \tau_{med} \cdot t \quad (62)$$

Já que  $q$  é constante na seção transversal, no local onde a espessura do tubo for a menor, será o local de maior tensão de cisalhamento.

A Figura 65c mostra um elemento retirado do tubo com espessura  $t$ , comprimento  $ds$  e largura  $dx$ . A área colorida onde a tensão de cisalhamento age é  $dA = t \cdot ds$ . Consequentemente,  $dF = \tau_{med} \cdot t \cdot ds = q \cdot ds$  ou  $q = dF/ds$ . Portanto, o fluxo de cisalhamento mede a força por unidade de comprimento ao longo da área de seção transversal do tubo (Hibbeler, 2011).

A borda inferior e superior do elemento não tem tensões de cisalhamento, como pode ser observado na Figura 65d, isto ocorre porque são coincidentes com as faces externa e interna do tubo, e essas faces devem estar livres de tensão segundo Hibbeler (2011).

### A.3.2. Tensão de cisalhamento média

Na Figura 65c, a tensão de cisalhamento média,  $\tau_{med}$ , que age na área  $dA = t \cdot ds$  pode ser relacionada com o torque  $T$  (Figura 9e). Como já visto, a tensão de cisalhamento desenvolve uma força  $dF = \tau_{med} \cdot dA = \tau_{med}(t \cdot ds)$  sobre o elemento. Essa força age tangenciando a linha central da parede do tubo e, como o braço de momento é igual a  $h$ , o torque é:

$$dT = h \cdot (dF) = h(\tau_{med} \cdot t \cdot ds) \quad (63)$$

Para a seção transversal inteira, é preciso integrar  $dT$ , então,

$$T = \oint h \cdot \tau_{med} \cdot t \cdot ds \quad (64)$$

Como  $q$  é constante e  $q = \tau_{med} \cdot t$ , então os termos  $\tau_{med} \cdot t$  saem da integral, de modo que,

$$T = \tau_{med} \cdot t \oint h \cdot ds \quad (65)$$

Observando que a “área média”, indicada pelo triângulo na Figura 65e, é  $dA_m = (1/2) \cdot h \cdot ds$ , então pode-se fazer a seguinte simplificação para cálculo da integral:

$$T = 2 \cdot \tau_{med} \cdot t \int dA_m = 2 \cdot \tau_{med} \cdot t \cdot A_m \quad (66)$$

Isolando-se  $\tau_{med}$ , temos:

$$\tau_{med} = \frac{T}{2 \cdot t \cdot A_m} \quad (67)$$

Nessa expressão,

$\tau_{med}$  = a tensão de cisalhamento média que age sobre a espessura do tubo

$T$  = torque interno resultante na seção transversal, determinado pelo método das seções e equações de equilíbrio

$t$  = espessura do tubo no local onde  $\tau_{med}$  deve ser determinada

$A_m$  = área média contida no contorno da linha central da espessura do tubo.

Uma vez que  $q = \tau_{med} \cdot t$ , é possível determinar o fluxo de cisalhamento em toda a seção transversal pela equação:

$$q = \frac{T}{2 \cdot A_m} \quad (68)$$

### A.3.3. Ângulo de torção

Através dos métodos de energia pode-se determinar o ângulo de torção de um tubo de parede fina de comprimento  $L$  (Beer e Johnston, 2011). Porém, o desenvolvimento desta equação não será demonstrado neste trabalho. Se o material apresenta comportamento elástico linear e  $G$  for o módulo de cisalhamento, então  $\phi$  pode ser expresso por:

$$\phi = \frac{T \cdot L}{4 \cdot A_m^2 \cdot G} \oint \frac{ds}{t} \quad (69)$$

Na equação 69, a integração deve considerar todo o contorno da área de seção transversal do tubo.

## APÊNDICE B – Esforços de vento nos modelos

Tabela 33a - Cálculo do carregamento devido ao VENTO Y

<b>Pav.</b>	$S_2$	$V_k$	$q$	$F$ (15 pav)	$F$ (20 pav)	$F$ (25 pav)
UN		(m/s)	(kN/m <sup>2</sup> )	(kN)	(kN)	(kN)
1	0,9400	28,200	0,487	42,374	43,887	45,400
2	0,9549	28,647	0,503	43,727	45,289	46,851
3	0,9923	29,769	0,543	47,220	48,906	50,593
4	1,0198	30,594	0,574	49,873	51,655	53,436
5	1,0424	31,272	0,599	52,108	53,969	55,830
6	1,0549	31,647	0,614	53,366	55,271	57,177
7	1,0674	32,022	0,629	54,638	56,589	58,540
8	1,0798	32,394	0,643	55,915	57,912	59,909
9	1,0923	32,769	0,658	57,217	59,260	61,304
10	1,1036	33,108	0,672	58,407	60,493	62,579
11	1,1130	33,390	0,683	59,406	61,527	63,649
12	1,1223	33,669	0,695	60,403	62,560	64,717
13	1,1311	33,933	0,706	61,354	63,545	65,736
14	1,1374	34,122	0,714	62,039	64,255	66,470
15	1,1436	34,308	0,722	31,359	64,957	67,197
16	1,1498	34,494	0,729	-	65,663	67,928
17	1,1530	34,590	0,733	-	66,029	68,306
18	1,1562	34,686	0,738	-	66,396	68,686
19	1,1593	34,779	0,741	-	66,753	69,055
20	1,1636	34,908	0,747	-	33,625	69,568
21	1,1683	35,049	0,753	-	-	70,131

Tabela 2b - Cálculo do carregamento devido ao VENTO Y

<b>Pav.</b>	$S_2$	$V_k$	$q$	$F$ (15 pav)	$F$ (20 pav)	$F$ (25 pav)
22	1,1730	35,190	0,759	-	-	70,697
23	1,1776	35,328	0,765	-	-	71,252
24	1,1823	35,469	0,771	-	-	71,822
25	1,1900	35,700	0,781	-	-	36,380

Tabela 34a -Cálculo do carregamento devido ao VENTO X

<b>Pav.</b>	$S_2$	$V_k$	$q$	$F$ (15 pav)	$F$ (20 pav)	$F$ (25 pav)
UN	0,9400	28,200	0,487	16,791	17,521	18,251
1	0,9549	28,647	0,503	17,328	18,081	18,835
2	0,9923	29,769	0,543	18,712	19,525	20,339
3	1,0198	30,594	0,574	19,763	20,622	21,482
4	1,0424	31,272	0,599	20,649	21,547	22,444
5	1,0549	31,647	0,614	21,147	22,066	22,986
6	1,0674	32,022	0,629	21,651	22,593	23,534
7	1,0798	32,394	0,643	22,157	23,120	24,084
8	1,0923	32,769	0,658	22,673	23,659	24,645
9	1,1036	33,108	0,672	23,145	24,151	25,157
10	1,1130	33,390	0,683	23,541	17,521	18,251
11	1,1223	33,669	0,695	23,936	24,564	25,588
12	1,1311	33,933	0,706	24,312	24,976	26,017
13	1,1374	34,122	0,714	24,584	25,370	26,427
14	1,1436	34,308	0,722	12,426	25,653	26,722
15	0,9400	28,200	0,487	16,791	25,933	27,014
16	1,1498	34,494	0,729		26,215	27,308
17	1,1530	34,590	0,733		26,361	27,460
18	1,1562	34,686	0,738		26,508	27,612



Tabela 3b -Cálculo do carregamento devido ao VENTO X

<b>Pav.</b>	$S_2$	$V_k$	$q$	$F$ (15 pav)	$F$ (20 pav)	$F$ (25 pav)
19	1,1593	34,779	0,741		26,650	27,761
20	1,1636	34,908	0,747		13,424	27,967
21	1,1683	35,049	0,753			28,193
22	1,1730	35,190	0,759			28,421
23	1,1776	35,328	0,765			28,644
24	1,1823	35,469	0,771			28,873
25	1,1900	35,700	0,781			14,625