

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO CARLOS**  
Centro de Ciências Exatas e de Tecnologia  
Programa de Pós-Graduação em Construção Civil

**CÁLCULO DE LAJES LISAS COM PROTENSÃO  
PARCIAL E LIMITADA**

**Ana Lucia Vargas de Mello**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Construção Civil da Universidade Federal de São Carlos para obtenção do título de Mestre em Construção Civil.

**Área de concentração:**  
Sistemas Construtivos de Edificações

**Orientador:**  
Prof. Dr. Roberto Chust Carvalho

São Carlos  
2005

**Ficha catalográfica elaborada pelo DePT da  
Biblioteca Comunitária da UFSCar**

M527cl

Mello, Ana Lucia Vargas de.

Cálculo de lajes lisas com protensão parcial e limitada /  
Ana Lucia Vargas de Mello. -- São Carlos : UFSCar, 2005.  
128 p.

Dissertação (Mestrado) -- Universidade Federal de São  
Carlos, 2005.

1. Construção civil. 2. Protensão parcial. 3. Protensão  
limitada. 4. Lajes – estruturas. 5. Cálculo. I. Título.

CDD: 690 (20<sup>a</sup>)

## AGRADECIMENTOS

Primeiramente a Deus.

Ao Professor Dr. Roberto Chust Carvalho, pela dedicada orientação, ensinamentos e amizade demonstrada.

Aos meus pais Gláucio e Marilena e meus irmãos Ana Paula, Ana Carolina e Gláucio Filho pelo amor, compreensão, apoio e honra de tê-los como minha família.

Aos verdadeiros amigos e com carinho ao Marcelo Gallette que sempre me apoiaram.

Aos professores, funcionários e colegas do Mestrado e da Graduação.

À FAPESP (Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo) pela bolsa de estudos concedida.

A todos aqueles que contribuíram para a realização deste trabalho.

## RESUMO

A laje lisa sempre foi um anseio na construção civil devido às inúmeras vantagens que o sistema permite; entre elas, a maior racionalização, uma condição estética melhor, além de uma velocidade maior em execução. O uso da protensão vem tornar esse sistema viável, pois melhora substancialmente o comportamento da estrutura na punção e nos deslocamentos transversais excessivos.

Uma das condições para garantir a durabilidade das peças de concreto protendido é atender à verificação de fissuração. O texto da atual norma de concreto NBR 6118 é bem claro na sua redação referente à pós-tração, a qual prescreve, para ambientes com agressividade forte e muito forte, a obrigatoriedade do uso de protensão limitada e, nos demais casos, a protensão parcial. As verificações a serem feitas nos dois casos são distintas, o que faz com que o procedimento de cálculo também o seja.

Neste trabalho são mostrados os processos de cálculo do número de cabos para a protensão parcial e limitada, mostrando-se ainda as possibilidades de variações no emprego de quantitativos de armadura passiva e ativa. São sugeridas e discutidas também algumas possíveis trajetórias verticais de cabos, a sua distribuição em planta e o uso de cordoalha aderente ou não.

Todos os procedimentos são mostrados através da resolução de exemplos simples e que atendem às condições da atual norma de concreto NBR 6118. A partir dos resultados, são feitos diversos comentários das soluções encontradas, mostrando que os procedimentos adotados de cálculo chegam a bons resultados de projeto.

## **ABSTRACT**

Flat slabs are associated with rationalization, better esthetic conditions and higher speed during construction. The use of post-tension can make this system viable since it strongly improves the structural performance in respect to punching and in case of extreme deflection of the slab.

The durability of prestressed concrete elements is assured by meeting their limiting crack requirements. The Brazilian code for structural concrete prescribes the obligation of using limited post-tension, within aggressive environments, and in other cases, partial post-tension. The verifications to be made in both cases are different, as well as the calculation procedures.

In this particular research, some procedures to determine the number of tendons that are needed for partial and limited post-tension are presented, as well as the wide range of possibilities in the use of quantitative passive and active reinforcements. Possible tendon profiles, horizontal tendon layouts, and the use of bonded or unbonded tendon are also suggested and discussed.

All procedures are shown within a numerical example and according to the conditions foreseen in the Brazilian code for structural concrete. Based on the found results, the adopted procedures provided good solutions for design of post-tensioned slabs.

## SUMÁRIO

<b>RESUMO</b> .....	vi
<b>ABSTRACT</b> .....	vii
<b>CAPITULO 1 INTRODUÇÃO</b> .....	1
1.1 OBJETIVOS.....	6
1.2 JUSTIFICATIVAS.....	6
1.3 METODOLOGIA.....	7
1.4 DETALHAMENTO DO TRABALHO.....	8
<b>CAPÍTULO 2 CONCEITOS GERAIS E EFEITOS DA PROTENSÃO</b> ...	9
2.1 TIPOS DE PROTENSÃO QUANTO À ADERÊNCIA E QUANTO À INTENSIDADE.....	9
2.1.1 TIPOS DE PROTENSÃO QUANTO À ADERÊNCIA.....	9
2.1.2 TIPOS DE PROTENSÃO QUANTO À INTENSIDADE .....	10
2.2 ESTUDO DA PROTENSÃO COM ADERÊNCIA E SEM ADERÊNCIA.....	12
2.3 DEFINIÇÃO DE DADOS PARA O PROJETO DE LAJES LISAS PROTENDIDAS.....	15
<b>CAPÍTULO 3 ESTUDOS DE LAJES LISAS PROTENDIDAS</b> .....	21
3.1 PROCESSO DE ANALOGIA DE GRELHA.....	21
3.2 ESTUDO DO CARREGAMENTO EQUIVALENTE.....	24

3.2.1 EXEMPLO NUMÉRICO.....	27
3.3 MOMENTO DE PROTENSÃO TOTAL.....	30
3.3.1 MOMENTO ISOSTÁTICO DE PROTENSÃO.....	31
3.3.2 MOMENTO HIPERESTÁTICO.....	33
3.4 PROTENSÃO NO PLANO HORIZONTAL.....	35
<b>CAPÍTULO 4 CÁLCULO NO ESTADO LIMITE ÚLTIMO PARA O TEMPO INFINITO E IMEDIATAMENTE APÓS A PROTENSÃO.....</b>	<b>37</b>
4.1 DETERMINAÇÃO DE ARMADURA DE PROTENSÃO ADERENTE $A_p$ NO ESTADO LIMITE ÚLTIMO PARA O TEMPO INFINITO .....	38
4.2 DETERMINAÇÃO DA ARMADURA DE PROTENSÃO ADERENTE $A_p$ E ARMADURA PASSIVA $A_s$ NO ESTADO LIMITE ÚLTIMO PARA O TEMPO INFINITO.....	40
4.3 DETERMINAÇÃO DA ARMADURA DE PROTENSÃO ENGRAXADA $A_p$ NO ESTADO LIMITE ÚLTIMO PARA O TEMPO INFINITO.....	41
4.4 DETERMINAÇÃO DE ARMADURA DE PROTENSÃO NO TEMPO ZERO.....	42
4.5 EXEMPLOS NUMÉRICOS.....	43
4.5.1 CÁLCULO DE ARMADURA DE PROTENSÃO ADERENTE $A_p$ NO ESTADO LIMITE ÚLTIMO PARA O TEMPO INFINITO.....	43
4.5.2 CÁLCULO DA ARMADURA DE PROTENSÃO ADERENTE $A_p$ E ARMADURA PASSIVA $A_s$ NO ESTADO LIMITE ÚLTIMO PARA O TEMPO INFINITO.....	44

4.5.3 CÁLCULO DA ARMADURA DE PROTENSÃO ENGRAXADA $A_p$ E ARMADURA PASSIVA $A_s$ NO ESTADO LIMITE ÚLTIMO PARA O TEMPO INFINITO.....	45
<b>CAPÍTULO 5 ESTUDO DO ESTADO LIMITE DE SERVIÇO</b> .....	46
5.1 VERIFICAÇÃO DOS ESTADOS LIMITES DE DEFORMAÇÃO EXCESSIVA.....	46
5.2 VERIFICAÇÃO DE FISSURAÇÃO.....	52
<b>CAPÍTULO 6 ARMADURA PASSIVA</b> .....	53
6.1 ARMADURA PASSIVA MÍNIMA.....	53
6.2 ARMADURA PASSIVA MÍNIMA FUNCIONANDO COM A ATIVA NO ELU NO TEMPO INFINITO.....	55
6.3 ARMADURA CONTRA O COLAPSO PROGRESSIVO.....	55
6.4 OUTRAS ARMADURAS PASSIVAS.....	55
6.4.1 ARMADURA DE PUNÇÃO.....	56
6.4.2 ARMADURA DE BORDA.....	56
<b>CAPÍTULO 7 PROJETO DOS CABOS DE PROTENSÃO:ANÁLISE DO TRAÇADO E CÁLCULO DA QUANTIDADE</b> .....	59
7.1 DISTRIBUIÇÃO DE CABOS EM PLANTA.....	59
7.2 GEOMETRIA DO CABO EM ELEVAÇÃO.....	65
7.2.1 EXEMPLO NUMÉRICO.....	67
7.3 DETERMINAÇÃO DO NÚMERO DE CABOS.....	74



7.3.1 PARA UTILIZAÇÃO DE PROTENSÃO PARCIAL.....	75
7.3.2 PARA UTILIZAÇÃO DE PROTENSÃO LIMITADA.....	76
<b>CAPÍTULO 8 EXEMPLOS NUMÉRICOS.....</b>	<b>78</b>
8.1 COMPARAÇÃO DOS TIPOS DE PROTENSÃO QUANTO À INTENSIDADE.....	83
8.2 COMPARAÇÃO DOS TIPOS DE PROTENSÃO QUANTO À ADERÊNCIA.....	89
8.3 COMPARAÇÕES DAS DIFERENTES DISTRIBUIÇÕES DOS CABOS EM PLANTA.....	93
8.4 COMPARAÇÕES DAS GEOMETRIAS DOS CABOS EM ELEVAÇÃO.....	97
8.5 CÁLCULO E USO DA ARMADURA PASSIVA MÍNIMA LONGITUDINAL.....	101
8.5.1 CÁLCULO DA ARMADURA ATIVA PARA A PROTENSÃO PARCIAL ADERENTE CONSIDERANDO A ARMADURA PASSIVA MÍNIMA NO $ELU_{T\infty}$ .....	105
8.5.2 CÁLCULO DA ARMADURA ATIVA PARA A PROTENSÃO PARCIAL ENGRAXADA CONSIDERANDO A ARMADURA PASSIVA MÍNIMA NO $ELU_{T\infty}$ .....	106
8.6 VERIFICAÇÃO DAS FLECHAS.....	107
8.7 VERIFICAÇÃO DA ARMADURA PASSIVA PARA O ELU NO ATO DA PROTENSÃO COM TENSÕES DE TRAÇÃO.....	110

<b>CAPÍTULO 9 CONCLUSÕES FINAIS E SUGESTÕES.....</b>	<b>112</b>
9.1 COMPARAÇÃO DO TIPO DE PROTENSÃO QUANTO À INTENSIDADE.....	113
9.2 COMPARAÇÃO DO TIPO DE PROTENSÃO QUANTO À ADERÊNCIA.....	114
9.3 TRAÇADO DO CABO (EM PLANTA E VERTICAL).....	116
9.4 ARMADURA PASSIVA MÍNIMA.....	117
9.5 ROTEIROS PARA O CÁLCULO DE ARMADURA ATIVA.....	119
9.6 FLECHAS.....	119
9.7 DIFICULDADES E SUGESTÕES.....	120
<b>REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....</b>	<b>121</b>
<b>ANEXO A.....</b>	<b>126</b>

## INTRODUÇÃO

# 1

## Capítulo

---

Os sistemas estruturais constituídos de lajes lisas (terminologia adotada pela NBR 6118:2003), usualmente denominadas “sem vigas” ou “lajes-cogumelo”, apresentam grandes vantagens sobre o sistema convencional de lajes apoiadas em vigas. Em relação aos aspectos construtivos, seus benefícios decorrem de um processo produtivo mais racional, que agiliza e simplifica a execução de diversas etapas (produção e montagem das fôrmas, confecção das armaduras, concretagem e execução das instalações). Nos aspectos arquitetônicos, suas vantagens também são evidentes: maior pé-direito disponível do pavimento, presença de tetos lisos com maior liberdade na definição dos espaços, maior esbeltez e melhores condições de ventilação e iluminação. As possíveis vantagens econômicas são decorrentes das características acima mencionadas.

O pavimento de uma edificação é o componente do sistema estrutural em que o volume de concreto usado é maior, portanto a otimização deste elemento proporciona uma economia significativa. Por outro lado, o tempo de retirada do escoramento, assim como a resistência do concreto, define a velocidade de execução da estrutura. O uso da protensão requer, por si só, concretos com maior resistência, abrindo-se a possibilidade de se aumentar a velocidade de execução da estrutura.

No entanto, a possibilidade de se trabalhar com lajes planas passa pelo equacionamento de três problemas advindos da ausência das vigas: punção da laje pelo pilar, deslocamentos transversais excessivos das lajes e pequena rigidez às ações laterais.

As ações laterais podem ser resistidas fixando-se a estrutura em poços de elevadores ou de escadas, ou colocando-se vigas nas bordas ou mesmo paredes estruturais.

A punção pode ser combatida com o engrossamento do pilar (capitel) ou aumento da espessura da laje na região do pilar (pastilha), para diminuir as tensões de cisalhamento na ligação. Entretanto, é conveniente evitá-los, de modo a obter-se tetos planos e lisos. A colocação de armadura específica para combater a punção tem se mostrado uma boa solução, embora sua utilização fique limitada a certas condições de vãos e carregamentos, tendo em vista a verificação do critério da tensão última de cisalhamento. A introdução de protensão pode reduzir significativamente o valor da força cortante nos pilares, através da componente vertical de protensão, possibilitando a diminuição da seção dos pilares ou evitando o uso de capitéis e pastilhas. Nesta dissertação não será dado enfoque à punção, devido à grande quantidade de estudos e publicações já existentes.

Quanto aos deslocamentos transversais excessivos das lajes planas, que limitam a utilização de grandes vãos, reduzindo as vantagens do sistema, a protensão também se revela o procedimento mais eficiente para o controle das flechas.

Portanto, pode-se afirmar que o desenvolvimento do concreto protendido tornou esta modalidade de estrutura mais atrativa, ao permitir o uso de lajes com maiores vãos ou com sobrecargas mais elevadas. Os cabos criam um carregamento artificial oposto ao carregamento externo, que pode ser parcial ou totalmente balanceado. Através de um arranjo conveniente dos cabos e do grau de protensão, pode-se eliminar a fissuração em serviço (o que implica em vantagens adicionais, como o aumento da durabilidade).

O uso do concreto protendido é uma técnica nova, pois os estudos pioneiros não tiveram sucesso por falta de conhecimento sobre os fenômenos ligados às perdas de protensão, além da baixa qualidade dos materiais utilizados.

A proposta pioneira de utilização de protensão foi lançada em 1886, pelo P. H. Jackson, engenheiro da Califórnia, E.U.A., o qual patenteou um sistema que utilizava um tirante de união para construir vigas ou arcos com blocos individuais (Lin T. Y. [1981]). O uso de protensão em laje ocorreu na Alemanha com o C. W. Doehring, em 1888, que obteve a patente para lajes protendidas com fios metálicos.

O desenvolvimento do concreto protendido ressurgiu somente na década de 30, através do engenheiro Eugène Freyssinet, o qual estudou os fenômenos de retração e fluência do concreto, obtendo conclusões corretas sobre o comportamento do concreto

protendido e justificando o uso de materiais de alta resistência para a manutenção da protensão ao longo do tempo (SILVA [1998]).

Em 1949, no Brasil, inicia-se o uso do concreto protendido com a construção da Ponte do Galeão, no Rio de Janeiro, sendo, na época, a maior ponte em concreto protendido do mundo, com 380 m de comprimento (ALMEIDA FILHO [2002]).

Até a década de 50, o comportamento das lajes protendidas não era bem entendido, o que tornava necessário o uso de critérios conservadores e métodos de cálculos trabalhosos. É nessa década que surgem, nos Estados Unidos, Austrália e Canadá, as primeiras lajes maciças protendidas, as quais eram associadas ao método construtivo Lift Slab, onde as lajes são moldadas no terreno e, posteriormente, içadas e ancoradas nas suas posições finais (SILVA [1998]).

O início da utilização de lajes protendidas sem aderência ocorreu nos Estados Unidos, em 1956-57, com a construção de algumas escolas em Nevada (ALMEIDA FILHO [2002]).

Foi na década de 60 que as lajes protendidas alcançaram um grande desenvolvimento em todo o mundo, principalmente nos Estados Unidos. Os motivos para esse desenvolvimento são: incorporação do concreto protendido às normas de edifícios nos Estados Unidos, já que apenas as pontes eram normalizadas; pelo desenvolvimento e difusão do Método das Cargas Equivalentes (“Load-Balancing Method”), pelo T. Y. Lin, nos Estados Unidos, de aplicação simples e que permite ao projetista uma visão clara da ação da protensão na peça; ao grande número de pesquisas realizadas a partir de 1956, as quais desmistificaram as dúvidas referentes ao comportamento de peças protendidas; evolução de materiais para a utilização da protensão; melhoria e simplificações nos processos de protensão e sistemas de fôrmas e o reconhecimento das vantagens econômicas que o sistema oferece (SILVA [1998]).

No Brasil, deve-se destacar a colaboração de José E. Rudloff Manns e do Engenheiro José Carlos de Figueiredo Ferraz que, entre 1957 e 1973, desenvolveu um sistema de protensão utilizado em obras como o MASP - Museu de Artes de São Paulo, a ponte Cidade Universitária e o Viaduto Beneficência Portuguesa, em São Paulo (SILVA [1998]).

Referentes aos estudos realizados no exterior, têm-se no início da década de 60, o Método de Balanceamento de Cargas, desenvolvido por LIN [1963] também conhecido como Carga Equivalente (“Load-Balancing Method”), no qual defende a idéia de que a força de protensão atuante na peça é tomada como um carregamento, sendo este no sentido da curvatura do cabo, que equilibra uma parcela do carregamento da peça. Esse novo conceito de protensão possibilitou um grande avanço na análise de estruturas em concreto protendido.

Já em 1981, LIN & BURNS aprofundam o estudo do conceito da Carga Equivalente. Esse estudo apresenta um capítulo exclusivo para o projeto de lajes protendidas. Na verdade a idéia de contrabalancear o carregamento é bastante eficiente para o sistema em vigas, já para lajes, ele se aplica parcialmente, como pode ser visto no capítulo 3.

LEONHARD [1983] realizou os estudos sobre aderência e aços para protensão, tipos de ancoragem e emendas para a armadura ativa, sistema e equipamento de protensão.

COLLINS & MITCHELL [1987] desenvolveram um estudo contendo os conceitos básicos necessários para entendimento de uma estrutura de concreto protendido. Nesse estudo também é apresentado um capítulo exclusivo para o projeto de lajes protendidas.

Ainda são encontrados vários artigos publicados pelo ACI e relatórios técnicos, como o Technical Report nº 43 – Concrete Society (Inglaterra) que apresenta um manual de projetos para lajes de edifícios de concreto protendido.

Quanto aos trabalhos existentes no Brasil, seguem o de SOUZA & CUNHA [1998], que estudam os conceitos de lajes em concreto armado e protendido. Ainda em 1998 tem-se SILVA, que aborda os pontos principais no tocante ao projeto de lajes maciças protendidas.

Em 2001 têm-se os estudos relacionados ao funcionamento de lajes lisas por parte de CORRÊA & MELO & MARTINS e MELGES & PINHEIRO & DUARTE e a abordagem dos procedimentos básicos sobre o projeto e o dimensionamento das lajes de concreto com protensão sem aderência por FERNANDES.

ALMEIDA FILHO [2002] estudou a utilização da protensão não aderente em edifícios residenciais e comerciais de concreto.

MOURA [2002] analisou diferentes sistemas estruturais e comparou os custos entre eles e em relação à aderência de um mesmo sistema (aderência posterior e não aderente).

SILVA & MELO [2003] analisaram a punção em lajes protendidas com cordoalha não aderente e pilares de várias dimensões.

Contudo, o uso de protensão em laje tem apenas quatro décadas e os estudos realizados no Brasil são muito recentes, não sendo suficientes para responder muitas dúvidas que acometem a maioria dos projetistas. Como fazer o dimensionamento? Deve-se começar pelo estado limite último ou o de serviço? Como considerar as faixas de concentração dos cabos? As intensidades de protensão (parcial e limitada) apresentam diferenças significativas no dimensionamento do projeto? Quais as variações no emprego de quantitativos de armadura passiva e ativa? Como se desenvolve a deformação ao longo do tempo da estrutura? Como fazer o cálculo do dimensionamento da armadura de flexão para as cordoalhas aderentes e engraxadas? Há necessidade de usar um cálculo não linear em presença do nível de protensão, ou seja, haverá fissuração de trechos relevantes da estrutura? Em edificações com carga accidental de maior intensidade haverá dificuldade em atender os estados limites de serviço? Enfim existem peculiaridades nos projetos de estruturas protendidas que poucos profissionais estão acostumados e, ainda assim, em geral, se limitam a estruturas lineares (vigas, pórticos etc.). O projeto de placas é por si só hiperestático e, no caso de prédios, ainda há os pilares que provocam o efeito de pórtico que interferem ainda mais na complexidade da solução.

Visando responder às perguntas acima, esta dissertação tem como proposta criar e discutir critérios de dimensionamento de números de cabos, além de sua disposição na laje que resulte em boas soluções.

Cabe registrar que o desenvolvimento computacional viabilizou a associação da aplicação de métodos numéricos à solução de estruturas, resultando em uma facilidade maior em analisar resultados cada vez mais precisos.

## **1.1 OBJETIVOS**

Desenvolver um procedimento de cálculo de número de cabos e de seu traçado para lajes lisas com protensão, estudando não só o processo de cálculo, mas também as prescrições normativas, os procedimentos de execução e levantando as principais variáveis que intervêm no procedimento. Analisar as diferenças existentes na determinação do número de cabos para a protensão quanto à intensidade (protensão parcial e limitada), assim como a possibilidade de variações no emprego de quantitativos distintos de armadura passiva e ativa.

## **1.2 JUSTIFICATIVAS**

Embora bastante desenvolvida, principalmente nos Estados Unidos, a tecnologia de projeto e construção de pavimentos com lajes lisas usando a protensão está bastante incipiente no Brasil. Como pôde ser visto na introdução desta dissertação, os estudos mais aprofundados (elaboração de livros) sobre a protensão em lajes são, na sua maioria de origem norte americana, com pequena quantidade de textos nacionais. Os enfoques dos textos brasileiros são voltados ao comportamento à flexão e ao esforço cortante, e ao estudo do desempenho de estruturas de edifícios em relação à aderência da cordoalha, tendo, em sua minoria, o estudo do dimensionamento da laje protendida (SOUZA & CUNHA [1998] e SILVA [1998]).

Contudo, há falta no meio técnico de publicações sobre o processo de dimensionamento de lajes protendidas que estudem não só as diferenças entre os projetos quanto à intensidade, assim como o uso de quantitativos diferentes de armadura ativas e passivas para um mesmo projeto.

Reforçando a escassez de estudos brasileiros, em uma palestra apresentada no primeiro semestre de 2002 na Escola de Engenharia de São Carlos pela equipe técnica da TQS (empresa que desenvolveu programa específico para o projeto de lajes protendidas) foi destacada a dificuldade de se encontrar informações, textos teóricos, técnicos e principalmente diretrizes de projeto. Talvez isto se deva ao fato de que no Brasil as empresas que trabalham com protensão, seja em projeto ou execução, estejam agrupadas em dois grandes segmentos separados: o da pré-tração (empresas ligadas a pré-moldagem) e o da pós-tração (empresas ligadas ao projeto e construção de pontes, prédios industriais usando pós-tração aderente). Não há muita troca de informações entre estes grupos, ficando



as experiências de pavimentos protendidos, pelo menos até há pouco tempo, restritas a pavimentos pré-moldados (lajes alveolares etc) e pavimentos de protensão com aderência posterior, dominada pelos especialistas, pelo menos na origem, de projetos de pontes.

O projeto de pavimentos com protensão reúne a necessidade da experiência de se lançar estruturas de edificações altas, dominada pelos especialistas em concreto armado, com a técnica de se usar a protensão, que por si só altera o comportamento do sistema estrutural.

Devido ao grande interesse que há neste tipo de sistema estrutural, acredita-se que um texto bem elaborado sobre o dimensionamento de lajes protendidas poderá ter, além do interesse nacional, em grande parte graças ao grande número de edificações que começam a ser executadas no país, também no exterior, pois, salvo uma busca mais intensa e detalhada, não se encontram textos conclusivos a respeito.

### **1.3 METODOLOGIA**

A partir do estudo de um caso de painel simples como, por exemplo, lajes apoiadas em nove pilares e das prescrições normativas brasileiras, são feitas propostas de determinação de número de cabos. São analisadas variáveis que intervêm nessa determinação, entre elas, a protensão quanto à intensidade, quanto à aderência, a trajetória vertical do cabo, a distribuição do cabo em planta e o uso de armadura passiva no dimensionamento no ELU no tempo infinito. A ferramenta empregada é o programa TQS, com seu módulo de detalhamento de pavimentos protendidos, e os parâmetros de controle são o quantitativo de material empregado e o desempenho em serviço, no caso os estados de deformação e fissuração.

O trabalho é desenvolvido em etapas distintas, de modo a organizar as atividades e proporcionar um encadeamento lógico. Consta, de forma geral, de pesquisa bibliográfica, previsão dos carregamentos que são empregados, estudo das normas de estruturas de concreto brasileiras, teoria do cálculo da protensão com e sem aderência, procedimentos de cálculo de lajes sem vigas, procedimento de projeto, exemplos de aplicação, análise dos resultados e conclusões.

## **1.4 DETALHAMENTO DO TRABALHO**

Este trabalho é dividido em nove capítulos, de forma a permitir que a leitura seja feita da forma mais didática possível.

No capítulo 2 são apresentados os conceitos gerais e efeitos da protensão. Destacam-se os tipos de protensão: quanto à intensidade e aderência, o estudo da protensão com e sem aderência e aspectos relevantes a serem considerados em projeto de lajes lisas protendidas.

No capítulo 3 estuda-se a laje lisa protendida. Para tanto é utilizado o processo de analogia de grelha juntamente com o cabo equivalente. Um exemplo numérico é feito para mostrar o cálculo do carregamento equivalente. Ainda tem-se o conceito do momento de protensão total (momento isostático mais momento hiperestático) e o efeito da tensão de protensão no plano horizontal.

No capítulo 4 mostram-se as verificações do estado limite último (ELU) no tempo zero e no tempo infinito. São feitos exemplos para o cálculo de armadura ativa e passiva no ELU no tempo infinito, com e sem aderência.

No capítulo 5 apresentam-se as verificações no estado limite de serviço (ELS). Sendo assim, são descritas as verificações de fissuração e a de estado limite de deformação excessiva.

No capítulo 6 tem-se o conceito da armadura passiva mínima e de sua presença com a armadura ativa no dimensionamento da peça no ELU no tempo infinito. Ainda tem-se a armadura passiva contra o colapso progressivo, a de punção e de borda.

No capítulo 7 consta a proposta para o traçado de cabos protendidos. São citadas a distribuição dos cabos em planta e sua geometria em elevação. Além disso, seguem os roteiros para a determinação do número de cabos necessários, sendo cada um referente ao tipo de intensidade de protensão.

No capítulo 8 são feitos exemplos numéricos para a determinação do número de cabos para a protensão parcial e limitada. São utilizadas variáveis e analisadas suas interferências no projeto, sendo elas o tipo de aderência da cordoalha, o traçado vertical do cabo, sua distribuição em planta e o uso de armadura passiva.

No capítulo 9 são apresentadas as conclusões finais e sugestões de um dimensionamento de laje lisa protendida.

## **CONCEITOS GERAIS E EFEITOS DA PROTENSÃO**

---

# **2** **Capítulo**

Procura-se, neste capítulo, disponibilizar para conhecimento do leitor alguns conceitos que são necessários especificamente para as lajes protendidas e prescrições normativas que foram mudadas ou inseridas na nova norma e que podem ser consideradas como novidade.

### **2.1 TIPOS DE PROTENSÃO QUANTO À ADERÊNCIA E QUANTO À INTENSIDADE**

A conceituação da protensão se torna importante já que, dependendo da escolha do tipo de protensão, aderente ou não, os cálculos se fazem de formas diferentes e, dependendo do tipo de ambiente em que a estrutura vai ser executada, a protensão deverá ter intensidade maior ou menor. Assim, a protensão poderá ser classificada quanto à aderência e quanto à intensidade, as quais serão detalhadas nos próximos itens. Na norma anterior as disposições a respeito eram bem diferentes da atual.

#### **2.1.1 TIPOS DE PROTENSÃO QUANTO À ADERÊNCIA**

Conforme os subitens 3.1.7 a 3.1.9 da NBR 6118:2003, o concreto protendido é classificado conforme o seu mecanismo de aderência entre o concreto e a armadura de protensão, quais sejam:

- Concreto com armadura ativa pré-tracionada (protensão com aderência inicial): Concreto protendido em que o pré-alongamento da armadura ativa é feito utilizando-se apoios independentes do elemento estrutural, antes do lançamento do concreto, sendo a ligação da armadura de protensão com os referidos apoios desfeita

após o endurecimento do concreto; a ancoragem no concreto realiza-se só por aderência. Este tipo de protensão é mais usado para elementos pré-moldados, não sendo usado neste trabalho.

- Concreto com armadura ativa pós-tracionada (protensão com aderência posterior): Concreto protendido em que o pré-alongamento da armadura ativa é realizado após o endurecimento do concreto, sendo utilizadas, como apoios, partes do próprio elemento estrutural, criando posteriormente aderência com o concreto de modo permanente através da injeção de nata de cimento no interior das bainhas. Este tipo de protensão era o mais empregado em lajes até o surgimento das cordoalhas engraxadas. Embora sejam menos usadas, alguns exemplos deste tipo de protensão foram feitos devido à experiência já existente no país.
- Concreto com armadura ativa pós-tracionada sem aderência (protensão sem aderência): Concreto protendido em que o pré-alongamento da armadura ativa é realizado após o endurecimento do concreto, sendo utilizados, como apoios, partes do próprio elemento estrutural, mas não sendo criada aderência com o concreto, ficando a armadura ligada ao concreto apenas em pontos localizados. Os cabos sem aderência são protegidos por graxa protetora contra corrosão e bainha plástica individual extrudada diretamente sobre a cordoalha engraxada. Este é o tipo de protensão mais empregado no país para lajes lisas, embora o fenômeno de perdas ainda não esteja muito estudado, assim como a expressão do acréscimo de tensão na armadura no ELU não tenha consenso no meio técnico.

### **2.1.2 TIPOS DE PROTENSÃO QUANTO À INTENSIDADE**

De acordo com o subitem 9.2.2 da NBR 6118:2003, os níveis de protensão quanto a sua intensidade estão relacionados com os níveis de intensidade da força de protensão que, por sua vez, são função da proporção de armadura ativa utilizada em relação à passiva.

Os tipos de protensão definidos são: completa, limitada e parcial. A escolha do tipo de protensão a ser empregada em um projeto é estabelecida de acordo com a tabela 2.1 (tabela 13.3 do subitem 13.4.2 da norma NBR6118):

**Tabela 2.1:** Níveis de protensão segundo a NBR 6118:2003

Tipos de concreto estrutural	Classe de agressividade Ambiente (CAA) e tipo de protensão	Exigências relativas à fissuração	Combinação de ações em serviço a utilizar
Concreto simples	CAA I a CAA IV	Não há	-
Concreto armado (sem protensão)	CAA I	ELS-W $\omega_k \leq 0,4$ mm	Combinação Frequente
	CAA II a III	ELS-W $\omega_k \leq 0,3$ mm	
	CAA IV	ELS-W $\omega_k \leq 0,2$ mm	
Concreto protendido nível 1 (protensão parcial)	Pré-tração com CAA I ou Pós-tração com CAA I e II	ELS-W $\omega_k \leq 0,2$ mm	Combinação Frequente
Concreto protendido nível 2 (protensão limitada)	Pré-tração com CAA II ou Pós-tração com CAA III e IV	(*) E.L.S-F	Combinação Frequente
		(*) E.L.S-D	Combinação quase permanente
Concreto protendido nível 3 (protensão completa)	Pré-tração com CAAIII e IV	(*) E.L.S-F	Combinação Rara
		(*) E.L.S-D	Combinação Frequente

(\*) As duas condições deverão ser verificadas simultaneamente;  $\omega_k$  =abertura máxima de fissura; CAA refere-se às condições ambientais.

Nota-se uma importante mudança para a protensão sem aderência na norma atual em relação à NBR 7197:1989, na qual a protensão sem aderência só pode ser empregada em casos especiais e sempre com protensão completa. Essa mudança acarreta em um benefício para o uso de protensão sem aderência, pois viabiliza seu uso com a protensão parcial, que conduz a um consumo menor de armadura ativa.

Ainda na NBR 6118:2003, há uma observação às cordoalhas não aderentes, nas classes de agressividade forte e muito forte, para o uso de proteção especial na região de suas ancoragens. No Brasil, há notícia de muitas obras com este tipo de protensão sendo feitas em Fortaleza (MOURA [2002]), onde há alto grau de salinidade.

Como se vê a intensidade de protensão está ligada às condições de durabilidade, neste caso às questões de fissuração. Assim, podem definir-se estas como determinantes no dimensionamento da armadura ativa na laje e depois verificar a ruptura (completando com

armadura passiva se necessário), ou inversamente, considerar o cálculo de ruptura como determinante e fazer as verificações de fissuração. Esse assunto será discutido no capítulo 7. SILVA [1998] aponta a primeira sistemática como interessante nas lajes com protensão limitada.

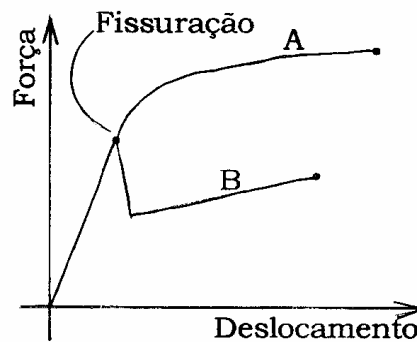
## **2.2 ESTUDO DA PROTENSÃO COM ADERÊNCIA E SEM ADERÊNCIA**

Os Estados Unidos difundem o uso de protensão sem aderência em lajes maciças desde a década de 50 (já citado no item histórico do concreto protendido), tendo sido uma escola a primeira estrutura construída.

No Brasil, o uso da protensão sem aderência em escala comercial ocorreu a partir de 1997, com o início da produção de cordoalhas engraxadas pela Belgo-Mineira. Desde então, seu uso vem ganhando espaço no mercado, e isso se deve aos seguintes fatores: a fabricação de cordoalhas engraxadas por indústria nacional; o desenvolvimento da tecnologia utilizada nas ancoragens visando a proteção das cordoalhas contra a corrosão, como o uso de ancoragens pré-blocadas na ancoragem passiva e o uso de luvas protetoras nas ancoragens ativas por empresas nacionais; uma maior e melhor abordagem da norma 6118:2003 sobre o assunto, como a utilização de protensão parcial com protensão não aderente, o que antes não era permitido, e o aumento de publicações brasileiras.

A seguir, na figura 2.1, o diagrama ilustra a diferença do funcionamento entre vigas com protensão aderente (A) e protensão não aderente (B), na qual se verifica que a protensão convencional apresenta um menor acréscimo da resistência com a fissuração se comparada com a protensão sem aderência.

ao contrário da protensão sem aderência, que apresenta uma súbita redução da capacidade de carga na fissuração.



**Figura 2.1:** Diagrama de força versus deslocamento para vigas com protensão aderente (A) e não aderente (B) (ALMEIDA FILHO, F. M. [2002]).

As vantagens que a protensão com aderência oferecem são basicamente relacionadas ao comportamento estrutural:

- A aderência responde a uma melhor distribuição das fissuras, sendo elas mais numerosas e com menor abertura;
- Maior resistência última à flexão das peças;
- Maior segurança da estrutura na parte e no todo, diante de situações extremas e raras como incêndios, explosões e sismos, pois, mesmo que haja uma ruptura localizada do cabo ou perda da ancoragem, a aderência mantém a peça sob tensão nas outras regiões.

Em confronto, têm-se as vantagens da protensão sem aderência, que são em sua maioria construtivas e econômicas:

- Maior facilidade e rapidez na colocação das cordoalhas nas formas;
- Maior excentricidade possível (importante em lajes finas);
- O aço de protensão já chega com graxa protetora contra a corrosão e bainha plástica individual extrudada diretamente sobre a cordoalha engraxada, muito resistente, que suporta com facilidade o manuseio usual no canteiro;
- Menor perda por atrito;
- Ausência da operação de injeção de pasta de cimento;
- Maior economia.

MORDECAI [1984] realizou um estudo referente à economia provocada pela utilização da protensão com monocordoalhas engraxadas na Grã-Bretanha. Analisou lajes protendidas onde ressalta a importância da utilização da mesma equipe para armadura aderente e a não aderente. Uma de suas conclusões foi que a utilização da protensão aderente é feita para grandes carregamentos aplicados e a protensão não aderente para menores, onde a tensão de protensão varia de 1,0 a 2,5 MPa. Segundo o autor, teve-se uma economia de 10,67% na estrutura ao se utilizar a protensão não aderente em comparação com concreto armado.

Segundo CHACOS [1988], o sistema de protensão não aderente é seguro, eficaz e econômico, pois elimina a injeção de pasta de cimento e possibilita que a resolução de pequenos problemas possa evitar reparos desnecessários, os quais atrasariam o andamento da obra.

Conforme FERNANDES [2001], a protensão aderente resulta em estrutura com maior reserva de resistência estrutural e com melhor distribuição de fissuras, enquanto a protensão não-aderente apresenta maiores vantagens construtivas, o que, dependendo da situação, pode ser o fator decisivo na escolha do tipo do sistema a ser adotado.

De acordo com COLLINS e MITCHELL [1987], a cordoalha engraxada tem um maior aproveitamento da protensão, pois possui maior braço de alavanca se comparado com a aderente.

Em relação ao detalhamento a cordoalha engraxada apresenta entre outras vantagens, uma melhor utilização em feixes, pois não necessita de aderência, facilitando assim, por exemplo, sua passagem na região dos pilares, onde geralmente há congestionamento de armadura.



### 2.3 DEFINIÇÃO DE DADOS PARA O PROJETO DE LAJES LISAS PROTENDIDAS

Para efetuar o dimensionamento de uma estrutura, particularmente de laje lisa protendida, é necessário definir alguns dados do projeto, quais são os seguintes:

1) A classe de agressividade ambiental: está relacionada às ações físicas e químicas que atuam sobre as estruturas de concreto, e podem ser classificadas de acordo com a Tabela 2.2 (tabela 6.1 da NBR 6118:2003);

**Tabela 2.2:** Classes de agressividade ambiental

Classe de agressividade ambiental	Agressividade	Classificação geral do tipo de ambiente para efeito de projeto	Risco de deterioração da estrutura
I	Fraca	Rural	Insignificante
		Submersa	
II	Moderada	Urbana <sup>1),2)</sup>	Pequeno
III	Forte	Marinha <sup>1)</sup>	Grande
		Industrial <sup>1),2)</sup>	
IV	Muito Forte	Industrial <sup>1),3)</sup>	Elevado
		Respingos de maré	
<p>1) Pode-se admitir um microclima com uma classe de agressividade mais branda (um nível acima) para ambientes internos secos (salas, dormitórios, banheiros, cozinhas e áreas de serviço de apartamentos residenciais e conjuntos comerciais ou ambientes com concreto revestido com argamassa e pintura).</p> <p>2) Pode-se admitir uma classe de agressividade mais branda (um nível acima) em: obras em regiões de clima seco, com umidade relativa do ar menor ou igual a 65%, partes da estrutura protegidas de chuva em ambientes predominantemente secos, ou regiões onde chove raramente.</p> <p>3) Ambientes quimicamente agressivos, tanques industriais, galvanoplastia, branqueamento em indústrias de celulose e papel, armazéns de fertilizantes, indústrias químicas.</p>			

2) Relação água/cimento e classe do concreto: este item está relacionado à característica do concreto. Uma vez estabelecida a classe de agressividade pela tabela 2.2, pode-se definir o valor mínimo de  $f_{ck}$  e o máximo de relação água/cimento, através da tabela 2.3 (tabela 7.1 da NBR 6118:2003).

**Tabela 2.3:** Correspondência entre classe de agressividade e qualidade do concreto

Concreto	Tipo	Classe de agressividade (tabela 2.2)			
		I	II	III	IV
Relação água/cimento em massa	CA	≤ 0,65	≤ 0,60	≤ 0,55	≤ 0,45
	CP	≤ 0,60	≤ 0,55	≤ 0,50	≤ 0,45
Classe de concreto (ABNT NBR 8953)	CA	≥ C20	≥ C25	≥ C30	≥ C40
	CP	≥ C25	≥ C30	≥ C35	≥ C40
Notas 1 O concreto empregado na execução das estruturas deve cumprir com os requisitos estabelecidos na ABNT NBR 12655. 2 CA corresponde a componentes e elementos estruturais de concreto armado. 3 CP corresponde a componentes estruturais de concreto protendido.					

3) Espessura do cobrimento do concreto: o cobrimento do concreto protege a armadura da estrutura contra a corrosão, e seu valor mínimo pode ser definido conforme a tabela 2.4 (tabela 7.2 da NBR 6118:2003);

**Tabela 2.4:** Correspondência entre classe de agressividade ambiental e cobrimento nominal para  $\Delta c = 10$  mm

Tipo de estrutura	Componente ou elemento	Classe de agressividade ambiental (tabela 2.2)			
		I	II	III	IV
		Cobrimento nominal mm			
Concreto armado	Laje	20	25	35	45
	Viga/Pilar	25	30	40	50
Concreto protendido <sup>1)</sup>	Todos	30	35	45	55
<sup>1)</sup> Cobrimento nominal da armadura passiva que envolve a bainha ou os fios, cabos e cordoalhas, sempre superior ao especificado para o elemento de concreto armado, devido aos riscos de corrosão fragilizante sob tensão.					

4) Espessura da laje: a espessura da laje é influenciada pela resistência do concreto e pelo carregamento. A norma exige a utilização de, no mínimo, 15 cm de espessura para lajes lisas (item 13.2.4 da NBR 6118:2003).

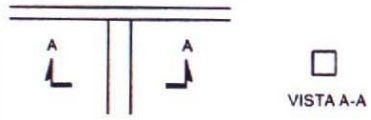
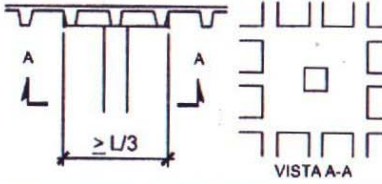
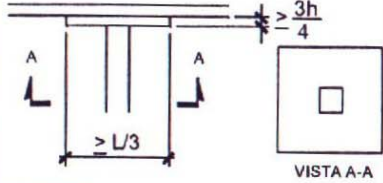
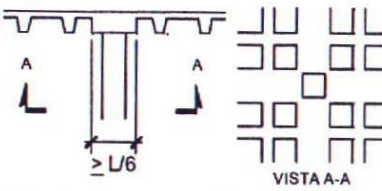
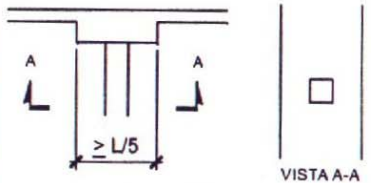
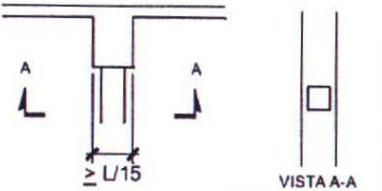
A Technical Report nº 43 [2000] apresenta uma tabela onde consta a relação vão/esbeltez usual para seções típicas de lajes protendidas (ver tabela 2.5).

Assim, uma estimativa inicial da espessura pode ser tomada da relação vão/espessura. O projetista deve usar seu conhecimento empírico e ainda realizar algumas verificações

evitando a mudança do valor da espessura numa fase posterior, o que exigiria refazer parte do projeto.

As verificações necessárias são de punção e, para o caso da protensão limitada, as tensões limites para o carregamento quase permanente. Se esta última verificação não for atendida com a quantidade máxima de cabos permitida na faixa considerada é preciso alterar a espessura da laje.

Tabela 2.5: Relação vão/esbeltez usual para seções de lajes protendidas (Relatório Técnico nº 43).

TIPO DA SEÇÃO	CARREGAMENTO TOTAL (kN/m <sup>2</sup> )	RELAÇÃO VÃO/ESPESSURA (6m ≤ L ≤ 13m)		TIPO DA SEÇÃO	CARREGAMENTO TOTAL (kN/m <sup>2</sup> )	RELAÇÃO VÃO/ESPESSURA (6m ≤ L ≤ 13m)	
		LAJE	VIGA			LAJE	VIGA
1) LAJE LISA 	2,5	40		4) LAJE NERVURADA COM ENGROSSAMENTO 	2,5	28	
	5,0	36			5,0	26	
	10,0	30			10,0	23	
2) LAJE C/ ENGROSSAMENTO 	2,5	44		5) LAJE NERVURADA COM VIGAS NA ALTURA DA LAJE 	2,5	28	
	5,0	40			5,0	26	
	10,0	34			10,0	23	
3) LAJE MACIÇA COM VIGA FAIXA 	2,5	LAJE	VIGA	3) LAJE COM VIGA CONVENCIONAL 	2,5	LAJE	VIGA
	5,0	45	25			42	18
	10,0	40	22			38	16
		35	18		10,0	34	13

Como no caso em questão está sempre estudando peças protendidas com aderência posterior ou sem aderência, os valores a serem adotados para uma mesma estrutura em uma situação a) ambiente urbano (classe II) e b) ambiente marinho ou industrial (classe III) passam a ser dados pela tabela 2.6.

**TABELA 2.6:** Dados para protensão parcial (situação A) e limitada (situação B).

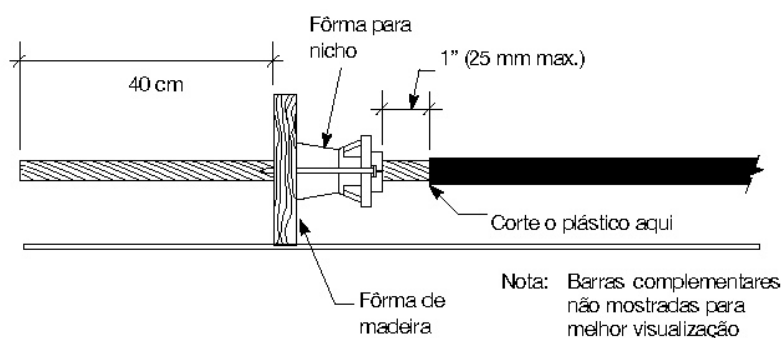
SITUAÇÃO	A	B
Classe ambiental	II	III
$f_{ck}$ MPa	$\geq 30$	$\geq 35$
A/C máximo	$\leq 0,55$	$\leq 0,50$
Cobrimento mínimo (mm)	35	45
Protensão	Parcial	Limitada
Abertura de fissuras (mm)	0,2 (combinação freqüente)	---
$\sigma$ comb. Quase permanente	---	$0 < \sigma < 0,7f_{ckj}$
$\sigma$ comb. Freqüente	---	$-1,5f_{ctk,inf} < \sigma < 0,7f_{ckj}$

O que mostra que haverá bastante diferença tanto nas verificações a serem feitas (fissuração) como na quantidade de armadura a ser encontrada. De uma maneira geral, quanto mais agressivo o ambiente maior a quantidade de armadura a se empregar, pois as condições de serviço serão mais rigorosas não só no cobrimento como é o caso de concreto armado, mas também na intensidade de protensão que conduz sempre a um número maior de cabos na medida que o ambiente é mais agressivo.

Alguns pontos ainda merecem discussão, como é o caso das cordoalhas engraxadas que, por serem circundadas por graxas e extrudadas por bainhas plásticas, deveriam estar menos suscetíveis ao processo de oxidação que as armaduras com aderência posterior, as quais estão imersas em bainhas galvanizadas. A norma NBR6118:2003, porém, não faz nenhuma diferenciação entre um caso e outro.

É verdade que na ancoragem ativa para a cordoalha engraxada tem-se que remover a bainha plástica do cabo para permitir que a cordoalha seja colocada através da placa de ancoragem e da fôrma para nicho. Embora não deva haver mais do que 25 mm de cordoalha não revestida exposta atrás da ancoragem na extremidade ativa (ver figura 2.2), seria o suficiente para tornar esta região propícia à corrosão. Porém, na ancoragem, o cabo está ou no centro de gravidade da peça ou pouco deslocado deste e, portanto, protegido

contra a corrosão com uma espessura considerável de concreto. Além disso, para ambientes agressivos, uma luva de conexão impermeável é requerida entre a parte revestida com bainha plástica e a face da placa de ancoragem.



**Figura 2.2:** Montagem completa da extremidade ativa

Outro aspecto a ser considerado é que na verificação imediatamente após a protensão, quando se considera apenas a perda inicial, é costume usar-se um método simplificado em que ao verificar-se as tensões normais nas diversas seções elas estarão limitadas a  $-1,2 f_{ctm} < \sigma < 0,7 f_{ckj}$  (ver capítulo 4). Nesta situação, para as seções retangulares de laje, é comum chegar-se a uma condição de que a protensão não deve ser maior que um certo valor  $P < A$ , sob pena de se ter uma tração elevada na borda oposta do cabo. Tal sistemática não impede de se completar, quando for o caso, com armadura passiva a quantidade necessária para que a abertura de fissura seja respeitada, uma vez que, aumentada a quantidade de aço, a tensão nas armaduras decrescem. Assim, no caso de protensão parcial, o problema é fácil de se resolver através de aumento de armadura passiva. No caso de protensão limitada tal fato não ocorre porque o valor de  $P=A$  pode não ser suficiente para evitar a tração na atuação da combinação quase permanente, quando se consideram as perdas já ao longo do tempo. Neste caso, não adianta aumentar a quantidade de armadura passiva, cuja função seria apenas de controlar abertura de fissuras e não evitar tensões de tração. Nesta situação a altura da peça deve ser aumentada.

## **ESTUDOS DE LAJES LISAS PROTENDIDAS**

---

# **3** **Capítulo**

Seguindo os mesmos critérios estabelecidos anteriormente, tenta-se neste capítulo munir de informações o leitor que já tem algum conhecimento do sistema estrutural em questão. Apenas serão realçados os conceitos necessários para o uso da protensão que, por vezes, se diferenciam do cálculo de estruturas de concreto armado. Assim, será mostrado de forma resumida como podem ser resolvidas as lajes lisas de maneira que se considere de forma simples o efeito da protensão através do carregamento equivalente. Comentar-se-á sobre o efeito isostático e hiperestático de protensão, e por fim será comentado o efeito da protensão no plano horizontal que é pouco encontrado na literatura técnica.

### **3.1 PROCESSO DE ANALOGIA DE GRELHA**

O processo de resolução da estrutura não tem, em princípio, relação com a consideração se a estrutura será ou não protendida. Porém, a prática mostra que se o processo for simples, tiver boa precisão e permitir a introdução dos esforços de protensão de uma maneira simples, acaba sendo mais vantajoso resolver a estrutura com um ou outro procedimento.

Consultando a literatura, pode-se dizer que existem pelo menos três processos principais, sendo que aqui será empregado o último deles para o cálculo das lajes: o de elementos finitos, diferenças finitas e analogia de grelha.

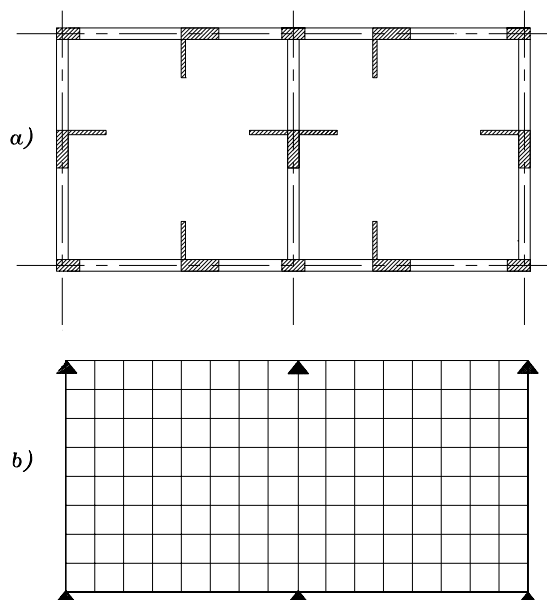
A interpretação de uma laje através de grelha equivalente teve início com Marcus (TIMOSHENKO & WOINOWSKY [1959]). Este procedimento substitui a placa (laje) por uma malha equivalente de vigas (grelha equivalente), e pode ser usada em placas apoiadas

em vigas deformáveis, placas sem vigas e pavimentos constituídos de diversas placas com ou sem vigas.

No uso da protensão, as cordoalhas estão compreendidas nas faixas escolhidas desta malha equivalente de vigas e o seu valor é considerado como carga equivalente (método descrito no capítulo 3.2).

O uso da grelha equivalente para o cálculo de uma laje possibilita considerar a deformabilidade das vigas periféricas, borda com rotação impedida parcialmente e a participação da torção das vigas periféricas. Além disto, este procedimento permite calcular um pavimento de lajes, com vigas ou não, considerando-o como um todo.

As cargas distribuídas podem se dividir entre os elementos da grelha equivalente, de acordo com a área de influência de cada elemento ou, segundo os critérios propostos em CARVALHO [1994], podem ser consideradas uniformemente distribuídas ao longo dos elementos, ou mesmo, dentro de certa aproximação, concentradas nos nós. É importante ressaltar que as cargas concentradas atuantes na estrutura devem ser aplicadas nos nós da malhas. Para que isto ocorra deve-se adequar a malha, de forma que as cargas coincidam com os nós. Porém quando isto não for possível, deve-se adotar valores equivalentes da carga nos nós mais próximos. Na figura 3.1 tem-se a planta de fôrma de um pavimento com lajes e vigas e a sua respectiva grelha equivalente.



**Figura 3.1:** a) planta de fôrmas de um pavimento com lajes e vigas b) Grelha equivalente representando o pavimento (obtida de CARVALHO & FIGUEIREDO [2004])



A rigidez à torção e a rigidez à flexão são tratadas como concentradas nos elementos correspondentes da grelha equivalente. Os valores devem ser tais que ao carregar as duas estruturas, a real e a da grelha equivalente, resulte o mesmo estado de deformação e esforços internos iguais em seções correspondentes das duas estruturas. Isto ocorre apenas de forma aproximada devido à diferença de características das duas estruturas. Porém, é possível obter valores razoáveis para os deslocamentos e esforços através da escolha de malhas adequadas e definindo as rigidezes de maneira apropriada.

Para o uso do processo de grelha equivalente devem ser feitas algumas considerações, as quais de acordo com HAMBLY [1976] podemos destacar:

- a) o espaçamento adotado entre os elementos da grelha equivalente não deve ultrapassar 1/4 do vão;
- b) para carga localizada deve-se considerar um espaçamento menor da malha na região em que a mesma se encontra;
- c) as vigas ou regiões rígidas são consideradas como elementos;
- d) em bordas livres os elementos devem ser considerados passando a 0,3h deste, sendo h a espessura do elemento;
- e) em placas pouco esconsas os elementos podem ser considerados ortogonais.

Ainda, em TAKEYA [1985], pode-se encontrar recomendações importantes para a definição da malha.

Os elementos, de acordo com as características geométricas, são divididos em elemento placa e elemento viga-placa. Para o elemento placa, a inércia a flexão é determinada considerando a soma da metade dos espaços entre os elementos vizinhos para a largura b, e a altura h é a espessura da peça. Já para a rigidez à torção, no estágio I, deve-se considerar o dobro da de flexão. Desse modo, obtém-se as seguintes equações para a laje:

$$I_f = \frac{bh^3}{12} \quad \text{e} \quad I_t = \frac{bh^3}{6}$$

A determinação da inércia à flexão e à torção do elemento viga, no estágio I através da Resistência dos Materiais, considerando a viga retangular e desprezando a contribuição da laje adjacente é:

$$I_f = \frac{bh^3}{12} \quad \text{e} \quad I_t = \frac{hb^3}{30}$$

O uso de programas de computadores para resolver grelhas equivalentes foi iniciado por LIGHTFOOT & SAWKO [1959]. Esta união da analogia de grelha e programa de computador permite a resolução de pavimentos de edifícios com grandes dimensões em planta, contornos não regulares, vazios internos e lajes com e sem vigas.

Nesta pesquisa utiliza-se o programa TQS [2003] para a resolução dos exemplos numéricos por analogia de grelha.

### **3.2 ESTUDO DO CARREGAMENTO EQUIVALENTE**

A introdução dos esforços de protensão pode ser feita de três formas:

A.1) Carga equivalente linear e uniforme distribuída em trechos;

A.2) Forças de desviação: resultante vertical que o cabo proporcionaria por trechos DUARTE [1995];

A.3) Método de ação interna (método Sérgio Pinheiro): Utilizado pelo programa TQS, esse método considera em cada extremidade da barra um momento fletor (M) atuante devido à presença do cabo reto no elemento com o valor de excentricidade (e) e N no centro do mesmo (manual TQS [2003]).

Neste trabalho é abordado o uso do carregamento equivalente (introduzido por LIN [1963]), que devido a sua simplicidade é o método de análise de elementos protendidos mais utilizado, atualmente, nos cálculos estruturais. Sendo seu conceito descrito a seguir.

Na protensão, uma força P é aplicada nas extremidades dos cabos curvos (ver figura 3.2.a). Estes, ao tentarem se retificar, criam um carregamento u dirigido para o centro de curvatura da zona do cabo considerado, ao longo do comprimento  $\ell$  (ver figura 3.2.b). Assim, através de uma escolha criteriosa da força de protensão e das curvaturas dos cabos, é possível criar um carregamento oposto conhecido como carregamento equivalente, ou seja,  $u_p$  que equilibre uma determinada parcela do carregamento externo atuante (ver figura 3.2.c).

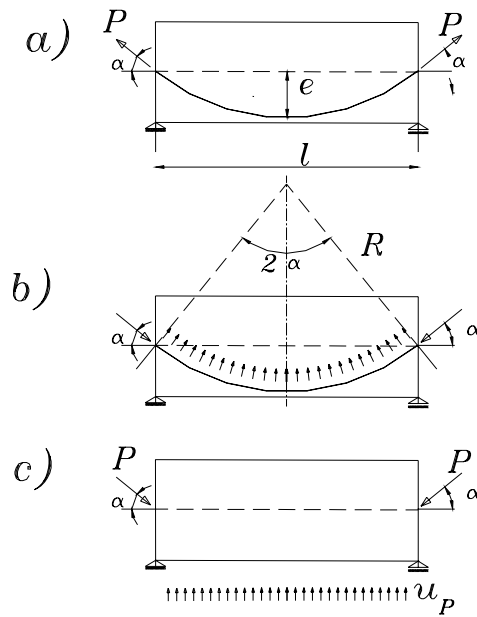


Figura 3.2: Carregamento equivalente

Fazendo o equilíbrio na vertical obtém-se:

$$2P\text{sen}\alpha = u_p \cdot \ell$$

Sendo,  $u_p \cong$  uniforme.

Considerando que a curva do cabo em questão seja uma parábola do segundo grau o valor de  $\text{sen}\alpha$  é dado por:

$$\text{sen}\alpha = \frac{2 \cdot e}{\sqrt{(2e)^2 + (\ell/2)^2}}$$

Considerando que o valor de  $e$  na presença de  $\ell$  seja pequeno a expressão acima fica:

$$\text{sen}\alpha \cong \frac{2 \cdot e}{\ell/2} = \text{tg}\alpha$$

Substituindo na primeira equação tem-se:

$$u_p = \frac{8 \cdot P \cdot e}{\ell^2}$$

Onde:

$P$  é a força de protensão aplicada na seção transversal da peça;

$e$  é a distância do cabo em relação a linha média da seção transversal da peça;

$\ell$  é o vão da peça;

$u_p$  é o carregamento aplicado à estrutura.

Quando se tem um sistema bidirecional (cabos distribuídos nas duas direções), as forças de protensão e os perfis dos cabos nas duas direções ortogonais são totalmente inter-relacionados, podendo ocorrer o acréscimo ou decréscimo da carga balanceada devido à componente transversal dos cabos posicionados na direção perpendicular. Este efeito será estudado mais detalhadamente no item 1 do capítulo 7 desta dissertação. A seguir tem-se a equação que incorpora as forças de protensão nas duas direções ortogonais:

$$u_p = \frac{8.P_x.e_x}{\ell_x^2} + \frac{8.P_y.e_y}{\ell_y^2}$$

Onde:

$P_x$  é a força de protensão na direção  $x$  por unidade de comprimento;

$P_y$  é a força de protensão na direção  $y$  por unidade de comprimento;

$e_x$  é a altura do cabo em relação a linha média da seção transversal da peça nas direções  $x$ ;

$e_y$  é a altura do cabo em relação a linha média da seção transversal da peça nas direções  $y$ ;

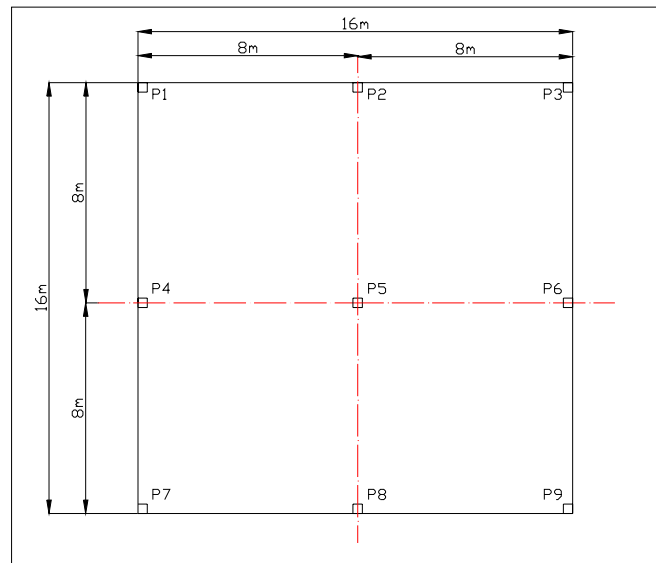
$\ell_x$  é o vão da peça na direção  $x$ ;

$\ell_y$  é o vão da peça na direção  $y$ ;

$u_p$  é a parcela do carregamento aplicado a ser equilibrada.

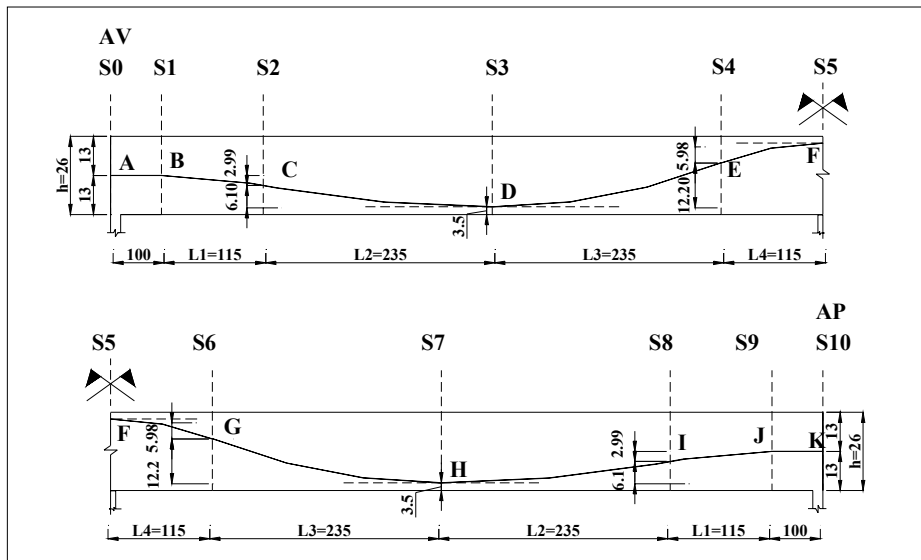
### 3.2.1 EXEMPLO NUMÉRICO

Calcular os valores dos carregamentos equivalentes de uma laje sem viga protendida de 16m x 16m, apoiada em nove pilares, cuja planta esquemática pode ser vista na figura 3.3, com os seguintes dados:



**Figura 3.3:** Desenho esquemático da forma de laje

- A) Laje: Espessura da laje: 26 cm; vão = 8 m;
- B) Armadura: Armadura de protensão cordoalha engraxada com  $\phi = 12,7$  mm (Aço CP190RB); cobrimento foi adotado o valor de  $c_{nom}=3,5$ cm; área do cabo =  $1 \text{ cm}^2$ ,  $t_0 = 5$  dias;
- C) Geometria do cabo (ver figura 3.4 e tabela 3.1):



**Figura 3.4:** Traçado do cabo representante na laje lisa

**Tabela 3.1:** Valores da flecha para cada trecho do cabo

Trechos	S1-S2	S2-S3	S3-S4	S4-S5
distância (cm)	115	235	235	115
Flechas (cm)	2,99	6,10	12,20	5,98

D) Ações:  $g_1 = 6,5 \text{ kN/m}^2$ ;  $g_2 = 0,5 \text{ kN/m}^2$ ;  $q = 1,5 \text{ kN/m}^2$ ;

E) Características dos materiais:  $f_{ck} = 30 \text{ MPa}$ ;  $f_{pyk} = 1,6 \cdot 10^3 \text{ MPa}$ ;  $f_{ptk} = 1,9 \cdot 10^3 \text{ MPa}$ .

F) Para  $\sigma_{pi}$  adotar o menor valor das equações abaixo:

$$\sigma_{pi} = 0,74 \cdot f_{ytk} = 14060 \text{ daN/cm}^2$$

$$\sigma_{pi} = 0,84 \cdot f_{pyk} = 13440 \text{ daN/cm}^2$$

$$\text{Portanto, } \sigma_{pi} = 13440 \text{ daN/cm}^2$$

G) Valores das tensões de protensão considerando as perdas iniciais (ver tabela 3.2).

Valores adotados para o cabo:  $\mu = 0,05$  e  $\beta = 0,01$ .

**Tabela 3.2:** Valores das tensões de protensão considerando as perdas iniciais

Seção	distância(m)	Perda por atrito $F_s = F_s' e^{-\mu(\Delta\alpha + \beta x)}$ daN/cm <sup>2</sup>	Perda de ancoragem $F_s = F_s' e^{-\mu(\Delta\alpha + \beta x)}$ daN/cm <sup>2</sup>
S1	0	13440	12309,5
S1	1,00	13426	12323,5
S2	2,25	13386	12363,5
S3	4,50	13346	12403,5
S4	6,85	13265	12484,5
S5	8,00	13198	12551,5
S6	9,15	13117	12632,5
S7	11,50	13037	12712,5
S8	13,85	12996	12753,5
S9	15,00	12956	12793,5
S10	16,00	12956	12793,5

Com os valores finais das tensões ao longo do cabo ( $\sigma$ ) e das flechas ( $e$ ) pode-se calcular as forças de protensão em cada trecho e os carregamentos respectivos ( $u$ ), sendo:

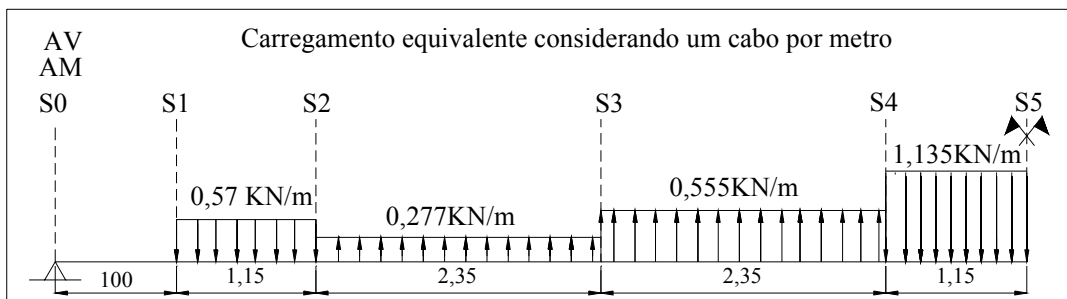
$$F_p = \frac{\sigma_i + \sigma_{i+1}}{2} \times 1,00 \text{ cm}^2 \quad \text{e} \quad u_p = \frac{8F_p e_i}{(2l_i)^2} \quad (\text{daN/m})$$

Os valores obtidos das forças de protensão ( $F_p$ ) e os carregamentos provenientes da ação dos cabos ( $u_p$ ) são mostrados na tabela 3.3. O cabo utilizado tem ancoragem ativa (viva) do lado esquerdo e ancoragem passiva (morta) do lado direito, deste modo o seu assimétrico corresponde a um outro com ancoragem ativa à direita e passiva à esquerda. Na obtenção dos valores do carregamento equivalente será considerado um cabo por metro, sendo este a média dos dois cabos citados acima (para considerar o efeito das ancoragens alternadas). Os valores dos carregamentos equivalentes para um cabo médio estão também na figura 3.5.

**Tabela 3.3:** Tensões no cabo AP e PA, Forças de Protensão e carga uniforme.

Seção	$\sigma$ A-P	$\sigma$ P-A	$\sigma_{\text{medio}}$	$P_{\text{trecho}}$	e (m)	L(m)	u (c/100cm)
	(MPa)	(MPa)	(MPa)	(kN)	(m)	(m)	(kN/m)
SO-S10	1231	1279	1255				
				126,987*	0	1	0,00
S1-S9	1234	1296	1265				
				126,022*	0,0299	1,15	0,57
S2-S8	1236	1275	1256				
				125,582*	0,061	2,35	0,277
S3-S4	1240	1271	1256				
				125,582*	0,122	2,35	0,555
S4-S6	1248	1263	1256				
				125,550*	0,0598	1,15	1,135
S5-S5	1255	1255	1255				

\*Estes valores correspondem à média aritmética das seções anterior e posterior.

**Figura 3.5:** Ações em uma faixa de 1m.

### 3.3 MOMENTO DE PROTENSÃO TOTAL

Os esforços obtidos através da utilização do método de cargas equivalentes ( $M_p$ ), conforme citado no item anterior, incluem o efeito isostático ( $M_{\text{isost}}$ ) e o efeito hiperestático ( $M_{\text{hip}}$ ). Portanto tem-se:

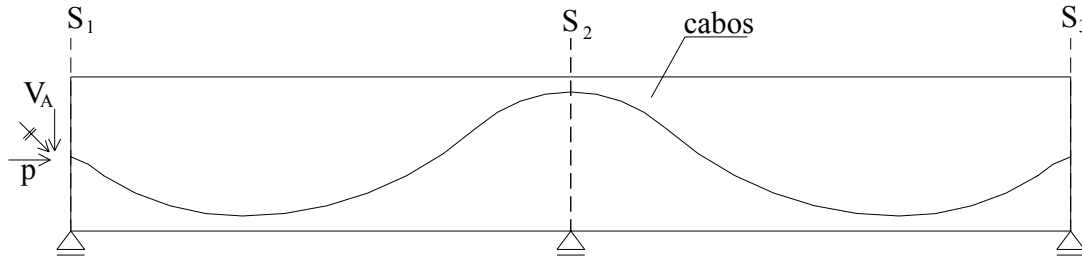
$$M_p = M_{\text{isost}} + M_{\text{hip}}$$

A seguir será explicado cada um destes efeitos.



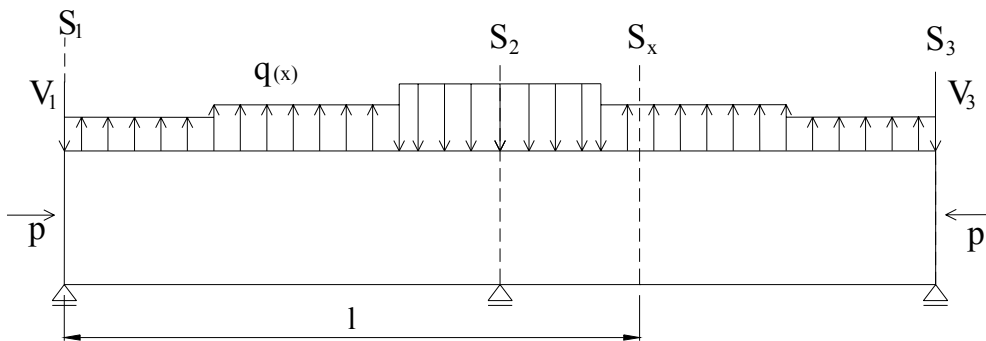
### 3.3.1 MOMENTO ISOSTÁTICO DE PROTENSÃO

Para o estudo do momento isostático será considerada uma viga com dois vãos (ver figura 3.6).

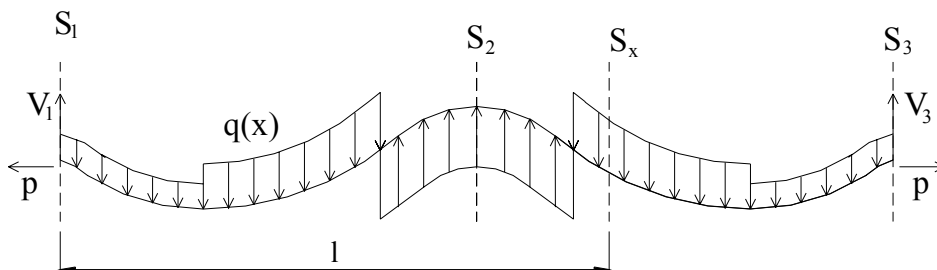


**Figura 3.6:** Viga protendida com dois vãos

Aplicando o método de carga equivalente, para considerar o efeito de protensão, tem-se os esquemas de forças na viga (ver figura 3.7) e no cabo (ver figura 3.8).



**Figura 3.7:** Esquema de forças na viga devido ao efeito de protensão



**Figura 3.8:** Esquema de forças no cabo devido ao efeito de protensão

O momento necessário para manter o equilíbrio em uma seção S da viga, a qual dista “l” da ancoragem, é chamado de momento isostático (ver figura 3.9) e é dado pela expressão:

$$M_{\text{isost}} = \int [q(x)dx]x + V_1 l$$

Sendo,  $M_{\text{isost}}$  – momento isostático;

$q(x)$  – intensidade da carga equivalente na abscissa x;

$V_1$  - componente vertical da força de protensão na ancoragem;

l – distância da seção S à face da viga.

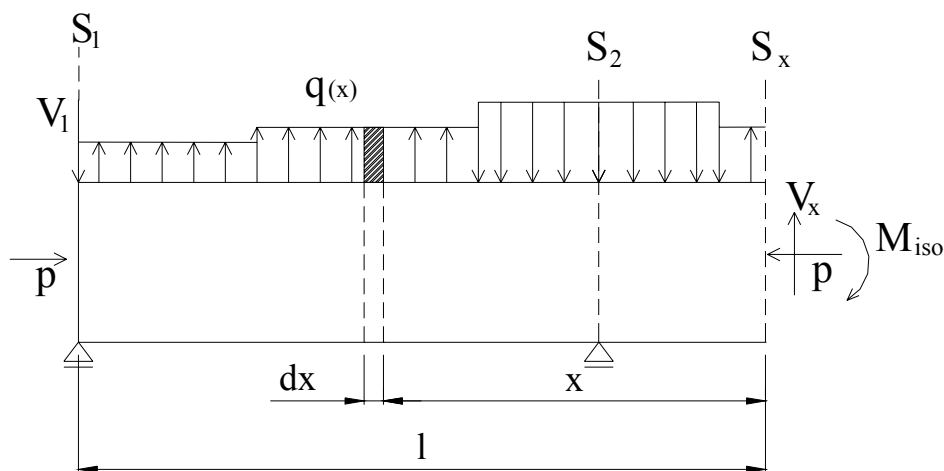


Figura 3.9: Esquema de força na viga para a seção S

Considerando o esquema de forças para o cabo na mesma seção S (ver figura 3.10), tem-se:

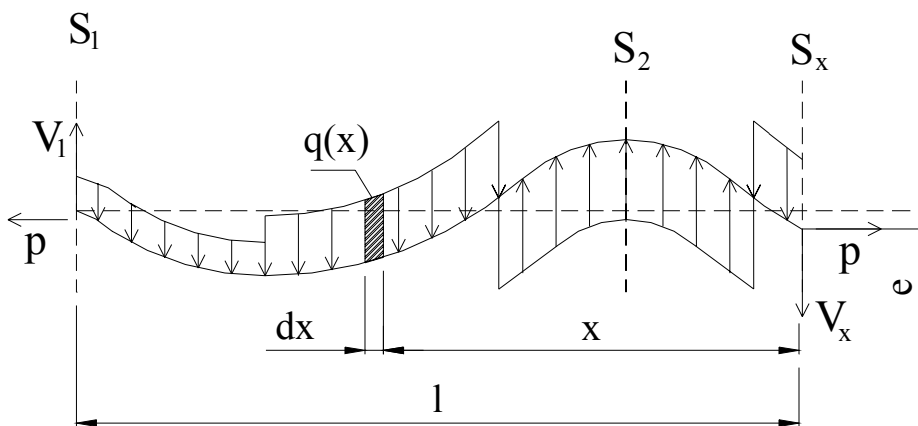


Figura 3.10: Esquema de força no cabo para a seção S

$$P.e = \int [q(x)dx]x + V_1 l$$

Considerando as expressões conclui-se que:

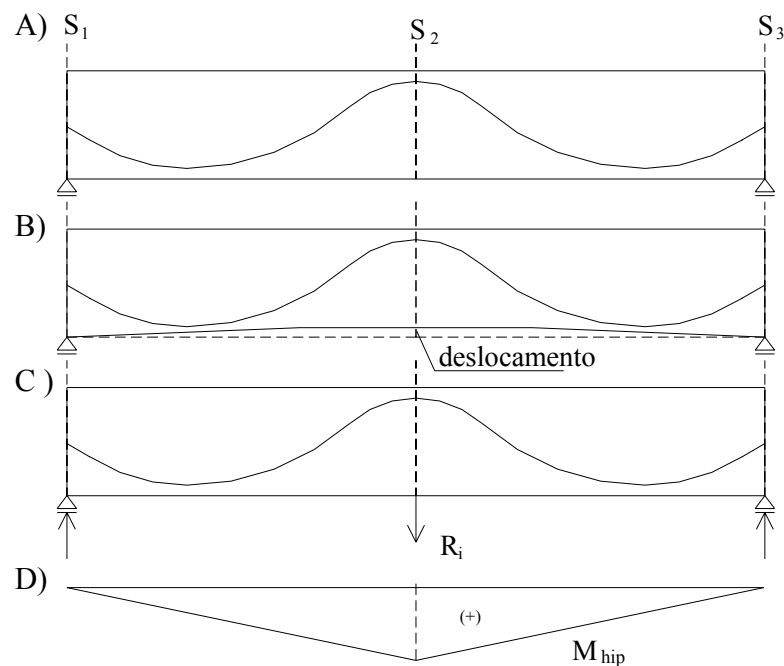
$$M_{\text{isost}} = P.e$$

Nota-se que a definição do momento isostático é independente das condições de apoio da viga e das cargas equivalentes.

### 3.3.2 MOMENTO HIPERESTÁTICO

O efeito hiperestático de protensão ocorre em estrutura hiperestática, em que a continuidade da viga se opõe à livre deformação de cada vão, sob o efeito das solicitantes de protensão, dando origem a momentos fletores e esforços cortantes.

Para prosseguir com o estudo, é considerada a mesma viga da figura 3.6. Imaginando que o apoio do vão intermediário fosse retirado (figura 3.11A). Com a atuação da protensão, a viga terá um deslocamento vertical para cima (figura 3.11B). Porém, devido à presença do apoio intermediário, ela não se deslocará, surgindo as reações indicadas na figura 3.11C. Estas reações recebem o nome de hiperestáticas e geram o diagrama de momento fletor ilustrado na figura 3.11D.

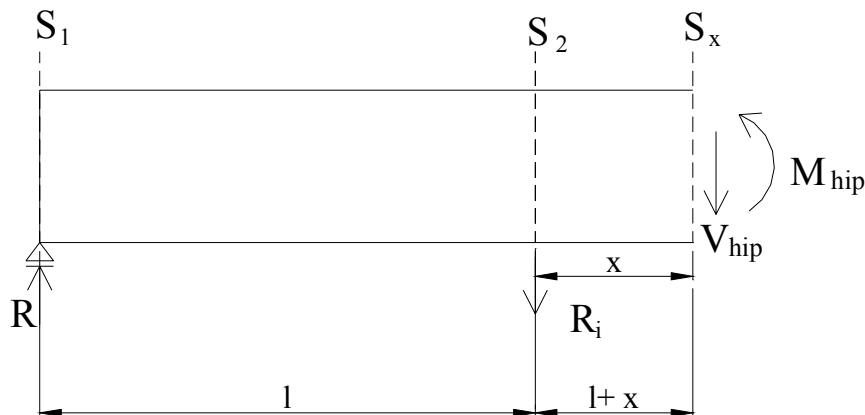


**Figura 3.11:** Efeito hiperestático de protensão

As reações da figura são oriundas apenas da protensão, como elas são as únicas forças na viga devem ser auto equilibradas, sendo assim;

$$\sum R_i = 0$$

Considerando o esquema de forças na seção S da viga ilustrada na figura 3.12 tem-se:



**Figura 3.12:** Esquemas de forças na viga para a seção S devido ao efeito hiperestático.

Separando os esforços externos:  $M_{hip} - \sum R_i x_i = 0$

$$V_{hip} - \sum R_i = 0$$

Onde,  $M_{hip}$  – momento hiperestático de protensão;

$V_{hip}$  – esforço cortante hiperestático devido ao efeito de protensão;

$R_i$  – Reação devido ao momento hiperestático de protensão.

O conceito apresentado sobre o efeito hiperestático é válido para o caso de vigas contínuas, podendo ser estendido para lajes. No entanto, em lajes têm-se cabos distribuídos nas duas direções e concentrados em faixas, o que torna a determinação do hiperestático bem mais complexa, sendo necessário recorrer a procedimentos numéricos. Ou ainda, para a determinação aproximada do hiperestático, deve-se subtrair o momento isostático (obtido conforme item 3.3.1) do momento total (obtido através da utilização de carga equivalente com o processo de analogia de grelha).

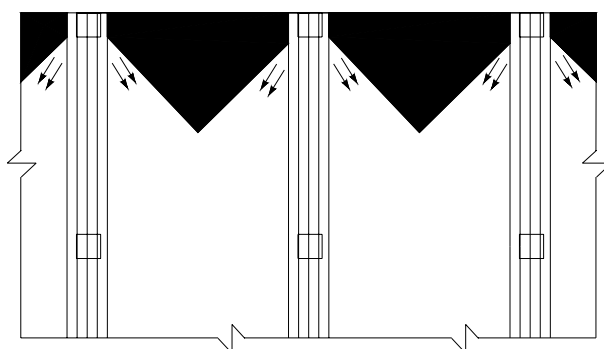
### 3.4 PROTENSÃO NO PLANO HORIZONTAL

Quando a protensão atua em um pavimento há dois efeitos: o pavimento trabalhando como placa submetida a uma flexão (devido às ações gravitacionais e de protensão no plano vertical) e o pavimento trabalhando como chapa sob a ação da protensão (região de introdução da protensão, ver figura 3.13).

Para o cálculo da armadura nestas regiões pode-se utilizar dois processos: o de elementos finitos e o de biela e tirante.

De fato a NBR 6118:2003 recomenda no seu subitem 21.2.3 que as armaduras destas zonas podem ser calculadas com a ajuda do método das bielas e tirantes, devendo ser analisadas e projetadas considerando:

- o equilíbrio global da região;
- os efeitos da tração transversal (fendilhamento anelar) devido às ancoragens, individualmente e no seu conjunto;
- os efeitos da compressão nessa zona (esmagamento).

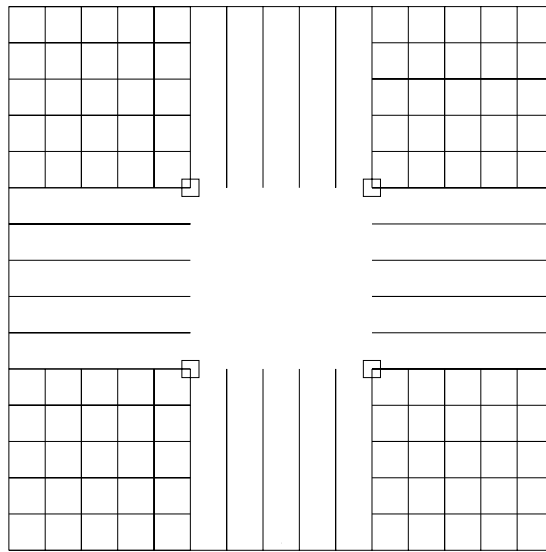


**Figura 3.13:** Regiões não protendidas nos painéis de canto e borda

Segundo COLLINS [1987] deve-se utilizar armadura passiva nesta região, perpendicularmente às bordas (ver figura 3.14), com o seguinte valor mínimo:

$$\rho_s = 0,0015 - 0,5\rho_p, \text{ mas não menor que } 0,0005$$

Sendo:  $\rho_s$  a taxa de armadura passiva e  $\rho_p$  a taxa de armadura ativa.



**Figura 3.14:** Armadura passiva distribuída nos painéis de canto e borda

## **CÁLCULO NO ESTADO LIMITE ÚLTIMO PARA O TEMPO INFINITO E IMEDIATAMENTE APÓS A PROTENSÃO**

# **4** Capítulo

Embora o cálculo da armadura longitudinal de protensão seja do conhecimento da maioria dos projetistas, no caso de lajes lisas há particularidades que levaram à redação desse capítulo. No caso de lajes lisas é usual o emprego de armadura passiva complementar junto com armadura ativa, e no caso de emprego de armadura ativa sem aderência (cordoalha engraxada), só agora com as novas recomendações da NBR6118:2003 é que se tem uma expressão para o cálculo da variação de tensão após a protensão na armadura. A verificação de ruptura no tempo zero é quase sempre atendida no caso de cálculo de vigas, o que já não ocorre para o caso de seção do tipo retangular (típicas de laje) em que os módulos de resistência  $W_i$  e  $W_s$  são iguais. Desta forma, apresentam-se nos próximos itens como devem ser feitos estes cálculos.

Como citado no capítulo 3, para o momento total de protensão em peças hiperestáticas deve-se considerar a soma do momento isostático e do hiperestático. No dimensionamento da peça para o ELU o momento isostático é considerado no cálculo do  $\epsilon_p$  e o hiperestático no valor do momento solicitante ( $M_d$ ). Sendo assim, o  $M_d$  será a soma dos momentos dos esforços atuantes com o momento hiperestático. Para os coeficientes de ponderação das ações a NBR 6118:2003 considera valores diferentes para as ações atuantes e a de protensão, esses valores estão na tabela 4.1 (tabela 11.1 da norma).

**Tabela 4.1:** Coeficientes de ponderações das ações.

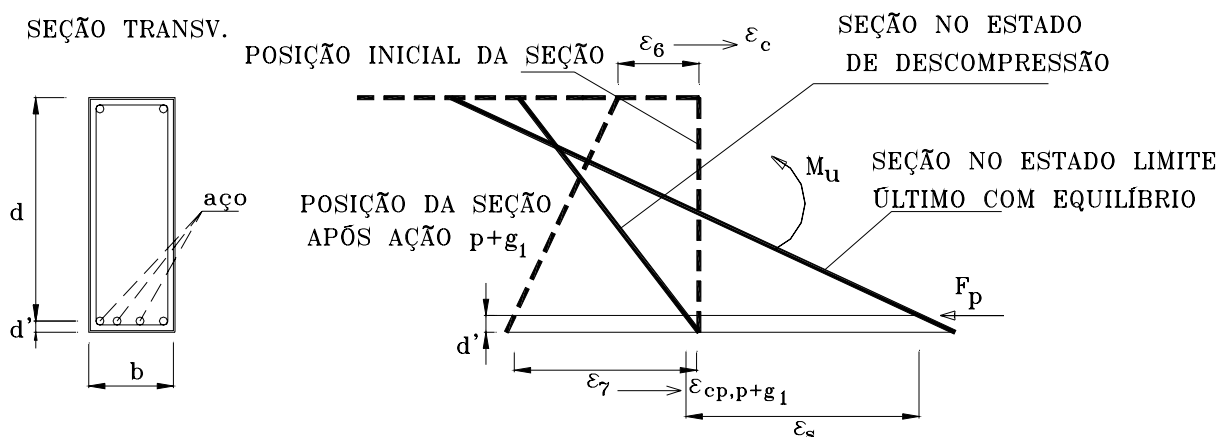
Combinações de ações	Ações							
	Permanentes (g)		Variáveis (q)		Protensão (p)		Recalques de apoio e retração	
	D <sup>1)</sup>	F	G	T	D	F	D	F
Normais	1,4	1,0	1,4	1,2	1,2	0,9	1,2	0
Especiais ou de construção	1,3	1,0	1,2	1,0	1,2	0,9	1,2	0
Excepcionais	1,2	1,0	1,0	0	1,2	0,9	0	0

Onde:  
D é desfavorável, F é favorável, G é geral e T é temporária.  
<sup>1)</sup> Para as cargas permanentes de pequena variabilidade, como o peso próprio das estruturas, especialmente as pré-moldadas, esse coeficiente pode ser reduzido para 1,3.

#### 4.1 DETERMINAÇÃO DE ARMADURA DE PROTENSÃO ADERENTE $A_p$ NO ESTADO LIMITE ÚLTIMO PARA O TEMPO INFINITO

Em relação ao momento resistente último nas lajes com protensão aderente, sua determinação pode ser feita analogamente à que se faz no concreto armado. Para tanto, deve ser levado em consideração que a distribuição de tensões no concreto seja feita de acordo com o diagrama retangular, que as seções planas permanecem planas e que há aderência perfeita entre aço e concreto.

Sendo assim, tem-se que a tensão na armadura de protensão  $\varepsilon_{pt}$  depende da efetivação da protensão (pré-alongamento do aço)  $\varepsilon_p$ , o encurtamento do concreto para chegar-se ao estado de descompressão  $\varepsilon_7$  e a deformação  $\varepsilon_s$  necessária para chegar no equilíbrio (vide figura 4.1).

**Figura 4.1:** Seção transversal no estado limite de descompressão e limite último



Portanto, a deformação na armadura de protensão é:

$$\varepsilon_{pt} = \varepsilon_p + \varepsilon_7 + \varepsilon_s$$

Para o alongamento inicial no aço tem-se:

$$\varepsilon_p = (N_{pd} / A_p) / E_p$$

O encurtamento do concreto devido a protensão vale:

$$\varepsilon_7 = \left( \frac{N_p}{A_c} + \frac{N_p \cdot e_p^2}{I_c} - \frac{M_{g1} \cdot e_p}{I_c} \right) \frac{1}{E_c}$$

com:  $N_p$  – força de protensão;  $e_p$  – excentricidade;  $M_{g1}$  – momento devido a carga permanente.

Esta parcela será desprezada na laje, por ser pequena.

Em relação à deformação  $\varepsilon_s$ , pode-se usar a tabela A.1 do anexo A (CARVALHO E FIGUEIREDO FILHO [2001]), a qual foi desenvolvida a partir do equilíbrio de forças atuantes na seção de acordo com os domínios estabelecidos pela NBR 6118:2003. Outros resultados usuais são os obtidos por VASCONCELOS [1980], também apresentado na tabela A.2 do Anexo A.

Para o cálculo da armadura é utilizada a fórmula retirada de CARVALHO E FIGUEIREDO FILHO [2001]:

$$A_s = \frac{M_d}{KZ \cdot d \cdot f_{yd}}$$

$$\text{e no caso do protendido, } A_p = \frac{M_d}{KZ \cdot d \cdot f_p}$$

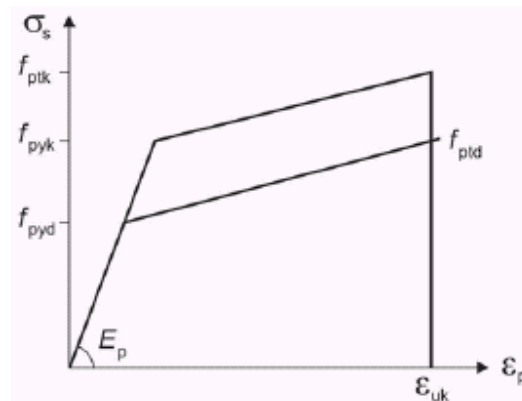
onde:

$M_d$  – momento fletor solicitante de cálculo na seção;

$d$  – altura útil;

$f_p$  - tensão atuante no aço, obtida do gráfico ilustrado na figura 4.2 (figura 8.5 da NBR 6118:2003).

$KZ$  – obtida na tabela A.1 em anexo (relação entre  $z/d$ , sendo  $z$  o braço de alavanca)



**Figura 4.2:** Diagrama tensão-deformação para aços de armaduras ativas

#### 4.2 DETERMINAÇÃO DA ARMADURA DE PROTENSÃO ADERENTE $A_p$ E ARMADURA PASSIVA $A_s$ NO ESTADO LIMITE ÚLTIMO PARA O TEMPO INFINITO.

Considerando flexão simples, a força normal atuante no concreto deve ser igual à força normal atuante na armadura ( $F_c = F_s$ ) e o momento externo é igual ao interno. Sendo assim, tem-se a expressão:

$$\frac{M_d}{KZ.d} = A_p \cdot f_p + A_s \cdot f_{yd}$$

onde:

$M_d$  – momento fletor solicitante de cálculo na seção;

$d$  – altura útil;

$KZ$  – obtida na tabela A.1 em anexo (relação entre  $z/d$ , sendo  $z$  o braço de alavanca);

$A_p$  – armadura de protensão;

$f_p$  - tensão atuante no aço (ver figura 4.2);

$A_s$  – armadura passiva;

$f_{yd}$  - tensão de escoamento de cálculo da armadura passiva.

### **4.3 DETERMINAÇÃO DA ARMADURA DE PROTENSÃO ENGRAXADA $A_p$ NO ESTADO LIMITE ÚLTIMO PARA O TEMPO INFINITO**

No caso de lajes protendidas sem aderência, a hipótese de solidariedade perfeita entre o cabo e o concreto que o envolve não é válida. Sendo assim, a determinação da tensão na armadura de protensão é diferente da feita anteriormente.

No subitem 17.2.2 da norma NBR 6118:2003, para armaduras ativas não aderentes, na falta de valores experimentais e de análises não-lineares adequadas, os valores do acréscimo das tensões para estruturas usuais de edifícios estão apresentados a seguir, devendo ainda ser divididos pelos devidos coeficientes de ponderação:

- Para elementos com relação vão/altura útil igual ou menor que 35:

$$\Delta\sigma_p = 70 + f_{ck}/100 \rho_p, \text{ em megapascal, não podendo ultrapassar 420 MPa}$$

- Para elementos com relação vão/altura útil maior que 35:

$$\Delta\sigma_p = 70 + f_{ck}/300 \rho_p, \text{ em megapascal, não podendo ultrapassar 210 MPa}$$

$$\text{sendo: } \rho_p = \frac{A_p}{b_c d_p}$$

onde:

$\Delta\sigma_p$  e  $f_{ck}$  são dados em megapascal;

$\rho_p$  é a taxa geométrica da armadura ativa;

$b_c$  é a largura da mesa de compressão;

$d_p$  é a altura útil referida à armadura ativa;

Portanto para a tensão final tem-se:

$$\sigma_{pu} = \sigma_{p,t\infty} + \Delta\sigma_p,$$

onde:  $\sigma_{pu}$  é a tensão na armadura ativa quando da ação do momento último,  $\sigma_{p,t\infty}$  é a tensão efetiva na armadura ativa (considerando todas as perdas) e  $\Delta\sigma_p$  o acréscimo das tensões calculado acima.

Com este valor da tensão no aço no estado limite último, é possível prosseguir com a verificação de equilíbrio, mostrada anteriormente para a protensão com aderência.

#### **4.4 DETERMINAÇÃO DE ARMADURA DE PROTENSÃO NO TEMPO ZERO**

No subitem 17.2.4.3.2 da NBR61118:2003, na verificação simplificada, admite-se que a segurança em relação ao estado limite último no ato de protensão seja verificada no estágio I (concreto não fissurado e comportamento elástico linear dos materiais), desde que as seguintes condições sejam satisfeitas:

a) a tensão máxima de compressão na seção de concreto, obtida através das solicitações ponderadas de  $\gamma_p = 1,1$  e  $\gamma_f = 1,0$  não deve ultrapassar 70% da resistência característica  $f_{ckj}$  prevista para a idade de aplicação da protensão (considera-se como resistência característica do concreto  $f_{ckj}$  aquela correspondente à idade fictícia  $j$ , em dias, no ato da protensão, sendo que a resistência de  $f_{ckj}$  deve ser claramente especificada no projeto);

b) a tensão máxima de tração do concreto não deve ultrapassar 1,2 vez a resistência à tração  $f_{ctm}$  correspondente ao valor  $f_{ckj}$  especificado;

c) quando nas seções transversais existirem tensões de tração, deve haver armadura de tração calculada no estágio II. Para efeito de cálculo, nessa fase da construção, a força nessa armadura pode ser considerada igual à resultante das tensões de tração no concreto no estágio I. Essa força não deve provocar, na armadura correspondente, acréscimos de tensão superiores a 150 MPa no caso de fios ou barras lisas e a 250 MPa em barras nervuradas.

Ainda, em relação ao estado limite último no ato da protensão no subitem 17.2.4.3.1 da NBR 6118:2003 tem-se:

a) para esta verificação, admitem-se os seguintes valores para os coeficientes de ponderação:

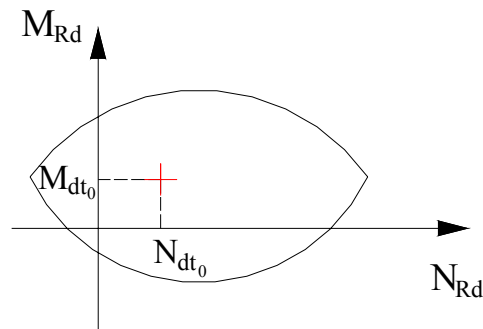
$$\gamma_c = 1,2; \gamma_s = 1,15;$$

$$\gamma_p = 1,0 \text{ na pré-tração e } \gamma_p = 1,1 \text{ na pós-tração};$$

$\gamma_f = 1,0$  para as ações desfavoráveis e  $\gamma_f = 0,9$  para as ações favoráveis. Apenas as cargas que efetivamente atuarem na ocasião da protensão deverão ser consideradas.

França [2004], sugere que esta verificação seja feita no estado limite último usando o seguinte procedimento: conhecida a seção transversal (com geometria da seção, quantidade de armadura e sua posição) calcula-se para um par de valores  $\varepsilon_c$  e  $\varepsilon_s$  o momento resistente  $M_d$  e a força normal resistente  $N_d$ . Variam-se os valores de  $\varepsilon_c$  e  $\varepsilon_s$  até

se completar todos os domínios citados na norma obtendo-se uma curva do tipo da figura 4.3. Se o ponto com  $N_d$  e  $M_d$  correspondentes ao tempo zero estiver na parte interior da concavidade da curva a condição está atendida.



**Figura 4.3:** Gráfico  $M_{Rd}$  versus  $N_{Rd}$

#### 4.5 EXEMPLOS NUMÉRICOS

Com os dados do pré-dimensionamento do programa TQS para o exemplo 8.1.1 (cordoalha aderente) do capítulo 8 são feitos os cálculos de armaduras ativas e passivas. No exemplo 8.2.1 (cordoalha engraxada) fixado o número de 32 cabos, calcula-se a armadura passiva.

##### 4.5.1 CÁLCULO DE ARMADURA DE PROTENSÃO ADERENTE $A_p$ NO ESTADO LIMITE ÚLTIMO PARA O TEMPO INFINITO.

Dados do pré-dimensionamento (30 cabos):  $M_{g1+g2+q} = -192$  kNm/m,  $M_{hip} = 20$  kNm/m,

$f_{ck} = 35$  MPa,  $\sigma_{p,t\infty} = 2921/(30 \times 1) = 97,4$  kN/cm<sup>2</sup>,  $d = 29 - 4,5 - 0,8 = 23,7$  cm.

$M_d = 1,4(-192) + 0,9.20 = -250,8$  kNm/m

$$KMD = \frac{250,8}{1,0,237^2 \left( \frac{35000}{1,4} \right)} = 0,1786 ; \text{ver tabela A.1 (Anexo A): } Kz = 0,88; \varepsilon_s = 8,36\text{‰}$$

$$\varepsilon_p = \frac{9740}{2,0 \cdot 10^6} = 4,87\text{‰}, \quad \varepsilon_t = 8,36 + 4,87 = 13,23\text{‰}$$

Para obter o valor de  $\sigma_p$  tem-se:

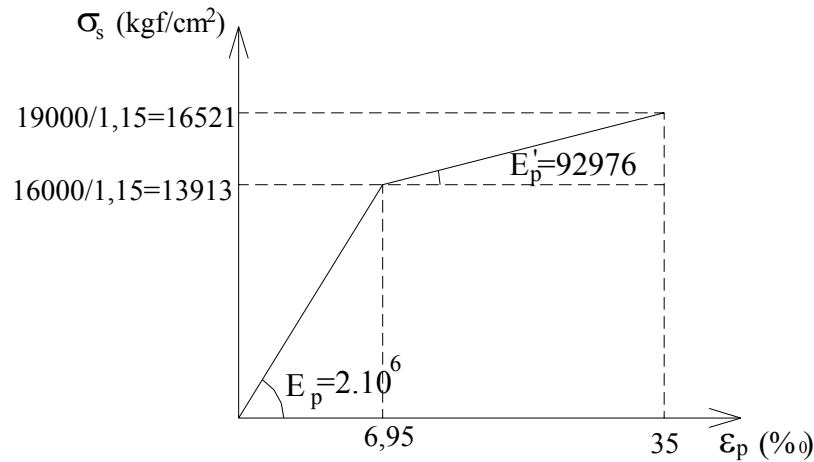


Figura 4.4: Diagrama tensão-deformação para o aço CP 190 RB

$$\sigma_p = 13913 + \left(\frac{13,23 - 6,95}{1000}\right)92976 = 14496 \text{ daN} / \text{cm}^2$$

$$A_s = \frac{250,8}{0,88 \cdot 0,237 \cdot 144,96} = 8,29 \text{ cm}^2 / \text{m} \text{ como é a faixa do pilar interno, a qual}$$

possui 3 metros de largura, tem-se  $A_s = 8,29 \times 3 = 24,88 \text{ cm}^2$

Portanto seria necessário o uso de 25 cabos para atender o ELU  $t_{\infty}$ .

#### 4.5.2 CÁLCULO DA ARMADURA DE PROTENSÃO ADERENTE $A_p$ E ARMADURA PASSIVA $A_s$ NO ESTADO LIMITE ÚLTIMO PARA O TEMPO INFINITO.

Se no exemplo acima fossem usados 20 cabos, o valor para a quantidade de  $A_s$  seria:

Valor de  $M_{hip}$  para 20 cabos é 19 kNm/m, para os demais valores manter os acima citado.

$$M_d = 251,7 \text{ kNm/m}, \text{ KMD} = 0,179; \text{ KZ} = 0,88 \text{ e } \varepsilon_s = 8,351\text{‰}$$

$$\varepsilon_t = 4,87 + 8,351 = 13,22\text{‰}; \sigma_p = 14495 \text{ daN} / \text{cm}^2$$

$$\frac{251,7}{0,88 \cdot 0,237} = \frac{20}{3} \cdot 144,95 + A_s \cdot \frac{50}{1,15}$$

$$A_s = 5,53 \text{ cm}^2 / \text{m}$$

### **4.5.3 CÁLCULO DA ARMADURA DE PROTENSÃO ENGRAXADA $A_p$ E ARMADURA PASSIVA $A_s$ NO ESTADO LIMITE ÚLTIMO PARA O TEMPO INFINITO.**

Dados: usando 32 cabos;  $M_{g1+g2+q} = -192$  kNm/m;  $M_{hip} = 22$  kNm/m;  $f_{ck} = 35$  MPa;

$$\sigma_p = 3164/32 \times 1 = 98,875 \text{ kN/cm}^2; \quad d = 29 - 4,5 - 0,635 = 23,86 \text{ cm}$$

$$M_d = -249 \text{ kNm/m}, \quad KMD = 0,175; \quad KZ = 0,8835 \text{ e } \varepsilon_s = 8,515\%_0$$

$$\Delta\sigma_p = 70 + \frac{35}{100 \left( \frac{32}{100 \cdot 23,86} \right)} = 96,09 \text{ MPa}$$

$$\sigma_p = 988,7 + 96,09 = 1084,84 \text{ MPa}$$

$$\frac{249}{0,8835 \cdot 0,2386} = \frac{32}{3} \cdot 108,4 + A_s \cdot \frac{50}{1,15}$$

$$A_s = 0,59 \text{ cm}^2 / \text{m}$$

## ESTUDO DO ESTADO LIMITE DE SERVIÇO

# 5 Capítulo

Embora os princípios basicamente se mantiveram na mudança da norma NBR6118 da versão de 1980 para 2003, muitos coeficientes foram alterados e alguns detalhes foram acrescentados, achando-se assim, pertinente à inclusão de um breve resumo de como devem ser feitas as verificações em serviço para as peças em protendido já utilizando-se da nova norma, até porque não existe literatura a este respeito.

### 5.1 VERIFICAÇÃO DOS ESTADOS LIMITES DE DEFORMAÇÃO EXCESSIVA

No subitem 17.3.2.1.3 da NBR 6118:2003, há apenas comentários sobre vigas, e tem-se que para os elementos estruturais com armaduras ativas é suficiente considerar  $(EI)_{cq} = E_{cs} I_c$ , desde que não seja ultrapassado o estado limite de formação de fissuras. Caso contrário, a expressão completa apresentada a seguir pode ser aplicada, desde que  $I_{II}$ ,  $M_r$  e  $M_a$  sejam calculados considerando o elemento estrutural de concreto submetido à combinação de ações escolhida, acrescida da protensão representada como ação externa equivalente (gerando força normal e momento fletor).

$$(EI)_{eq} = E_{cs} \left[ \left( \frac{M_r}{M_a} \right)^3 I_c + \left[ 1 - \left( \frac{M_r}{M_a} \right)^3 \right] I_{II} \right] \leq E_{cs} I_c$$

onde:

$I_c$  é o momento de inércia da seção bruta de concreto;

$I_{II}$  é o momento de inércia da seção fissurada de concreto no estágio 2, calculado

com  $\alpha_e = \frac{E_s}{E_{sc}}$ ;



$M_a$  é o momento fletor na seção crítica do vão considerado, momento máximo no vão para vigas biapoiadas ou contínuas e momento no apoio para balanços, para a combinação de ações considerada nessa avaliação;

$M_r$  é o momento de fissuração do elemento estrutural, cujo valor deve ser reduzido à metade no caso de utilização de barras lisas;

$E_{cs}$  é o módulo de elasticidade secante do concreto.

Sendo;

$E_{ci} = 5600 f_{ck}^{1/2}$ , onde  $E_{ci}$  e  $f_{ck}$  em megapascal;

$E_{cs} = 0,85 \cdot E_{ci}$ ;

$$M_r = \frac{\alpha f_{ct} I_c}{y_t},$$

onde:  $\alpha = 1,2$  para seções T ou duplo T;

$\alpha = 1,5$  para seções retangulares.

sendo:

$\alpha$  é o fator que correlaciona aproximadamente a resistência à tração na flexão com a resistência à tração direta;

$y_t$  é a distância do centro de gravidade da seção à fibra mais tracionada;

$I_c$  é o momento de inércia da seção bruta de concreto;

$f_{ct}$  é a resistência à tração direta do concreto, conforme o subitem 8.2.5 da NBR 6118:2003, com o quantil apropriado a cada verificação particular.

Para determinação do momento de fissuração deve ser usado o  $f_{ctk,inf}$  no estado limite de formação de fissura e o  $f_{ct,m}$  no estado limite de deformação excessiva, quais sejam:

$$f_{ct,m} = 0,3 f_{ck}^{2/3}$$

$$f_{ctk,inf} = 0,7 f_{ct,m}$$

$$f_{ctk,sup} = 1,3 f_{ct,m}, \text{ onde: } f_{ct,m} \text{ e } f_{ck} \text{ são expressos em megapascal.}$$

No caso de peça protendida (aderente ou não), embora não conste na norma, fica implícito que a tensão da compressão devido à protensão deve ser considerando peça isostática que conduz a:

$$M_r = \frac{\alpha f_{ct} I}{y_t} + \frac{NI}{Ay_t} + Ne$$

Com: N – força de protensão na seção; A – área da seção; e - excentricidade.

Ainda na norma vigente, para consideração da deformação diferida no tempo para peça com armadura ativa, basta multiplicar a parcela da flecha quase permanente (tirada do cálculo de grelha equivalente) por  $(1 + \varphi)$ , onde  $\varphi$  é o coeficiente de fluência (ver tabela 5.1).

**Tabela 5.1:** Valores característicos superiores da deformação específica de retração  $\epsilon_{cs}(t, t_0)$  e do coeficiente de fluência  $\varphi(t, t_0)$

Umidade ambiente %		40		55		75		90		
Espessura fictícia $2A_c/u$ cm		20	60	20	60	20	60	20	60	
$\varphi(t, t_0)$	$t_0$ dias	5	4,4	3,9	3,8	3,3	3,0	2,6	2,3	2,1
		30	3,0	2,9	2,6	2,5	2,0	2,0	1,6	1,6
		60	3,0	2,6	2,2	2,2	1,7	1,8	1,4	1,4
$\epsilon_{cs}(t, t_0)$ ‰	$t_0$ dias	5	- 0,44	- 0,39	- 0,37	- 0,33	- 0,23	- 0,21	- 0,10	- 0,09
		30	- 0,37	- 0,38	- 0,31	- 0,31	- 0,20	- 0,20	- 0,09	- 0,09
		60	- 0,32	- 0,36	- 0,27	- 0,30	- 0,17	- 0,19	- 0,08	- 0,09

Quanto aos deslocamentos limites, que são valores práticos utilizados para verificação em serviço do estado limite de deformações excessivas da estrutura, estes não devem atingir valores que possam ser prejudiciais à estrutura ou outras partes da construção. Estes valores limites seguem na tabela 5.2 (tabela 13.2 da NBR 6118:2003).

**Tabela 5.2:** Limites para deslocamentos

Tipo de deslocamento	Razão da limitação	Exemplo	Deslocamento a considerar	Deslocamento limite
Aceitabilidade sensorial	Visual	Deslocamentos visíveis em elementos estruturais	Total	l/250
	Outro	Vibrações sentidas no piso	Devidos a cargas acidentais	l/350
Estruturas em serviço	Superfícies que devem drenar água	Coberturas e varandas	Total	l/250 <sup>(1)</sup>
	Pavimentos que devem permanecer plano	Ginásios e pistas de boliche	Total	l/350 + contra flecha
			Ocorrido após a construção do piso	l/600
Elementos que suportam equipamentos sensíveis	Laboratórios	Ocorrido após nivelamento do equipamento	De acordo com a recomendação do fabricante do equipamento	
Efeitos em elementos não estruturais	Paredes	Alvenaria, caixilhos e revestimentos	Após construção da parede	l/500 <sup>(3)</sup> ou 10mm ou $\theta=0,0017\text{rad}^{(4)}$
		Divisórias leves e caixilhos telescópios	Ocorrido após a instalação da divisória	l/250 <sup>(3)</sup> ou 25 mm
		Movimento lateral de edifícios	Provocado pela ação do vento para combinação freqüente	H/1700 ou H <sub>i</sub> /850 <sup>(5)</sup> entre pavimentos <sup>(6)</sup>
		Movimentos térmicos verticais	Provocado por diferença de temperatura	l/400 <sup>(7)</sup> ou 15 mm
	Forros	Movimentos térmicos horizontais	Provocado por diferença de temperatura	H <sub>i</sub> /500
		Revestimentos colados	Ocorrido após construção do forro	l/350
		Revestimentos pendurados ou com juntas	Deslocamento ocorrido após construção do forro	l/175
	Ponte rolante	Desalinhamento de trilhos	Deslocamento provocado pelas ações decorrentes da frenagem	H/400
Efeitos em edifícios estruturais	Afastamento em relação às hipóteses de cálculo adotadas	Se os deslocamentos forem relevante para o elemento considerado, seus efeitos sobre as tensões ou sobre a estabilidade da estrutura devem ser considerados, incorporando-se ao modelo estrutural adotado.		

<sup>1)</sup> As superfícies devem ser suficientemente inclinadas ou o deslocamento previsto compensado por contraflechas, de modo a não se ter acúmulo de água.

<sup>2)</sup> Os deslocamentos podem ser parcialmente compensados pela especificação de contraflechas. Entretanto, a atuação isolada da contraflecha não pode ocasionar um desvio do plano maior que l/350.

<sup>3)</sup> O vão l deve ser tomado na direção na qual a parede ou a divisória se desenvolve.

<sup>4)</sup> Rotação nos elementos que suportam paredes.

<sup>5)</sup>  $H$  é a altura total do edifício e  $h_i$  o desnível entre dois pavimentos vizinhos.

6) Esse limite aplica-se ao deslocamento lateral entre dois pavimentos consecutivos devido à atuação de ações horizontais. Não devem ser incluídos os deslocamentos devidos a deformações axiais nos pilares. O limite também se aplica para o deslocamento vertical relativo das extremidades de lintéis conectados a duas paredes de contraventamento, quando  $h_i$  representa o comprimento do lintel.

7) O valor  $l$  refere-se à distância entre o pilar externo e o primeiro pilar interno.

Notas

1 Todos os valores limites de deslocamentos supõem elementos de vão  $l$  suportados em ambas as extremidades por apoios que não se movem. Quando se tratar de balanços, o vão equivalente a ser considerado deve ser o dobro do comprimento do balanço.

2 Para o caso de elementos de superfície, os limites prescritos consideram que o valor  $l$  é o menor vão, exceto em casos de verificação de paredes e divisórias, onde interessa a direção na qual a parede ou divisória se desenvolve, limitando-se esse valor a duas vezes o vão menor.

3 O deslocamento total deve ser obtido a partir da combinação das ações características ponderadas pelos coeficientes definidos na seção 11.

4 Deslocamentos excessivos podem ser parcialmente compensados por contraflechas.

Assim, estes limites citados na tabela 5.2 devem ser comparados ao valor da flecha para uma certa combinação de ação, sendo elas apresentadas na tabela 5.3 (tabela 11.4 da NBR 6118:2003) e seus coeficientes na tabela 5.4 (tabela 11.2 da NBR 6118:2003).

**Tabela 5.3:** Combinações de serviço

Combinações de serviço (ELS)	Descrição	Cálculo das solicitações
Combinações quase-permanentes de serviço (CQP)	Nas combinações quase permanentes de serviço todas as ações variáveis são consideradas com seus valores quase permanentes $\Psi_2 F_{qk}$	$F_{d,ser} = \Sigma F_{gi,k} + \Sigma \Psi_2 F_{qj,k}$
Combinações freqüentes de serviço (CF)	Nas combinações freqüentes de serviço, a ação variável principal $F_{q1}$ é tomada com seu valor freqüente $\Psi_1 F_{q1k}$ e todas as demais ações variáveis são tomadas com seus valores quase permanentes $\Psi_2 F_{qk}$	$F_{d,ser} = \Sigma F_{gi,k} + \Psi_1 F_{q1k} + \Sigma \Psi_2 F_{qj,k}$
Combinações raras de serviço (CR)	Nas combinações raras de serviço a ação variável principal $F_{q1}$ é tomada com seu valor característico $F_{q1k}$ todas as demais ações são tomadas com seus valores freqüentes $\Psi_1 F_{qk}$	$F_{d,ser} = \Sigma F_{gi,k} + F_{q1k} + \Sigma \Psi_1 F_{qj,k}$
<p>Onde:</p> <p><math>F_{d,ser}</math> é o valor de calculo das ações para combinações de serviço</p> <p><math>F_{q1k}</math> é o valor característico das ações variáveis principais diretas</p> <p><math>\Psi_1</math> é o fator de redução de combinação freqüente para ELS</p> <p><math>\Psi_2</math> é o fator de redução de combinação quase-permanente para ELS</p>		

**Tabela 5.4:** Valores do coeficiente  $\gamma_{f2}$

Ações		$\gamma_{f2}$		
		$\Psi_0$	$\Psi_1$ <sup>1)</sup>	$\Psi_2$
Cargas acidentais de edifícios	Locais em que não há predominância de pesos de equipamentos que permanecem fixos por longos períodos de tempo, nem de levadas concentrações de pessoas <sup>2)</sup>	0,5	0,4	0,3
	Locais em que há predominância de pesos de equipamentos que permanecem fixos por longos períodos de tempo, ou de levadas concentrações de pessoas <sup>3)</sup>	0,7	0,6	0,4
	Biblioteca, arquivos, oficinas e garagens	0,8	0,7	0,6
vento	Pressão dinâmica do vento nas estruturas em geral	0,6	0,7	0,6
Temperatura	Variações uniformes de temperatura em relação à média anual local	0,6	0,5	0,3
<sup>1)</sup> Para os valores de $\Psi_1$ relativos às pontes e principalmente aos problemas de fadiga <sup>2)</sup> Edifícios residenciais <sup>3)</sup> Edifícios comerciais e de escritórios				

Para o cálculo da flecha, devem-se considerar várias situações diferentes e dependentes da finalidade da edificação. Em geral, devem ser feitas as duas verificações de aceitabilidade sensorial. A primeira está associada ao aspecto visual e deve-se considerar a combinação quase permanente com a flecha inicial e o efeito de fluência. Já para a segunda, utilizada para evitar vibrações sentidas no piso, deve-se verificar a flecha de carga acidental, subtraindo a flecha da combinação rara da permanente (isto se deve ao fato do comportamento não linear da flecha devido á carga acidental).

## 5.2 VERIFICAÇÃO DE FISSURAÇÃO

A fissuração excessiva de uma peça em concreto protendido pode comprometer significativamente sua durabilidade. Embora não seja a única causa, ou condição necessária, pode-se dizer que quando de sua ocorrência, há grande risco de haver uma degradação rápida do concreto superficial e da armadura. Outros fatores como: porosidade do concreto, cobrimento insuficiente da armadura, presença de produtos químicos, agentes agressivos etc., contribuem ou podem ser determinantes na durabilidade da estrutura.

Examinados esses fatores, o projetista deve verificar os estados de fissuração, os quais estão relacionados à intensidade de protensão utilizada, e conseqüentemente a agressividade do meio ambiente e a combinação de ações a considerar, como pode ser visto na tabela 2.1 do capítulo 2.1.2.

Sendo assim, para as situações A e B da tabela 2.6 do capítulo 2.3, as verificações de fissuração são:

- Situação A (Protensão Parcial): A abertura máxima característica  $w_k$  da fissura não deve exceder o valor de 0,2 mm sob ação das combinações freqüentes.
- Situação B (protensão Limitada): Devem ser verificadas as duas condições: para a combinação freqüente é permitido que se inicie a formação de fissura tendo, portanto, tensão limite de tração  $\alpha f_{ctk,inf} \geq \sigma_t$  (ver item 3.2.2 e 8.2.5 da NBR 6118:2003), sendo  $\alpha = 1,5$  para seção retangular e  $\alpha = 1,2$  para seção “T”; já para a combinação quase permanente não é permitido tensão de tração, ou seja,  $0 \geq \sigma_t$  (ver subitem 3.2.5 da NBR 6118:2003).

Nota-se que na verificação em serviço não há necessidade de armadura passiva quando a tensão de tração é inferior a resistência de tração do concreto. Já na verificação do ELU no tempo zero mesmo a tensão de tração sendo inferior a de resistência do concreto, a norma exige uma armadura passiva para o controle nesta região.

# 6 Capítulo

## ARMADURA PASSIVA

A seguir têm-se as armaduras passivas que devem ser consideradas em um projeto de protensão.

### 6.1 ARMADURA PASSIVA MÍNIMA

A armadura passiva mínima serve para melhorar o desempenho e a ductilidade à flexão, assim como controlar a fissuração.

Segundo o subitem 19.3.3.2 da NBR 6118:2003, os valores mínimos da armadura passiva necessários são dados na tabela 6.1 (tabela 19.1 da NBR 6118:2003)

**Tabela 6.1:** Valores mínimos para armaduras passivas aderentes

Armadura	Elementos estruturais sem armaduras ativas	Elementos estruturais com armadura ativa aderente	Elementos estruturais com armadura ativa não aderente
Armaduras negativas	$\rho_s \geq \rho_{\min}$	$\rho_s \geq \rho_{\min} - \rho_p \geq 0,67\rho_{\min}$	$\rho_s \geq \rho_{\min} - 0,5\rho_p \geq 0,67\rho_{\min}$
Armaduras positivas de lajes armadas nas duas direções	$\rho_s \geq 0,67\rho_{\min}$	$\rho_s \geq 0,67\rho_{\min} - \rho_p \geq 0,5\rho_{\min}$	$\rho_s \geq \rho_{\min} - 0,5\rho_p \geq 0,5\rho_{\min}$
Armadura positiva (principal) de lajes armadas em uma direção	$\rho_s \geq \rho_{\min}$	$\rho_s \geq \rho_{\min} - \rho_p \geq 0,5\rho_{\min}$	$\rho_s \geq \rho_{\min} - 0,5\rho_p \geq 0,5\rho_{\min}$
Armadura positiva (secundária) de lajes armadas em uma direção	$A_s/s \geq 20\%$ da armadura principal $A_s/s \geq 0,9\text{cm}^2/\text{m}$ $\rho_s \geq 0,5 \rho_{\min}$		
Onde: $\rho_s = A_s/b_w h$ e $\rho_p = A_p/b_w h$			

Os valores de  $\rho_{min}$  constam na tabela 6.2.

**Tabela 6.2:** Taxas mínimas de armadura de flexão para vigas  
(tabela 17.3 da NBR 6118:2003)

Forma da seção	Valores de $\rho_{min}^{1)}$ ( $A_{s,min}/A_c$ ) %							
	$f_{ck}$	20	25	30	35	40	45	50
	$\omega_{min}$							
Retangular	0,035	0,150	0,150	0,173	0,201	0,230	0,259	0,288
T (mesa comprimida)	0,024	0,150	0,150	0,150	0,150	0,158	0,177	0,197
T (mesa tracionada)	0,031	0,150	0,150	0,153	0,178	0,204	0,229	0,255
Circular	0,070	0,230	0,288	0,345	0,403	0,460	0,518	0,575

<sup>1)</sup>Os valores de  $\rho_{min}$  estabelecidos nesta tabela pressupõem o uso de aço CA-50,  $\gamma_c = 1,4$  e  $\gamma_s = 1,15$ . Caso esses fatores sejam diferentes,  $\rho_{min}$  deve ser recalculado com base no valor de  $\omega_{min}$  dado.  
NOTA – Nas seções tipo T, a área da seção a ser considerada deve ser caracterizada pela alma acrescida da mesa colaborante.

$\omega_{min}$  – Taxa mecânica mínima de armadura longitudinal de flexão para vigas  $\omega_{min} = \frac{A_{s\ min} f_{yd}}{A_c f_{cd}}$

No caso de lajes lisas ou lajes-cogumelo com armadura ativa não aderente, as armaduras passivas positivas devem respeitar os valores mínimos da tabela 6.1 e a armadura negativa passiva sobre os apoios deve ter como valor mínimo:

$$A_s \geq 0,00075 h \ell \text{ (item 19.3.3.2 da NBR 6118:2003)}$$

onde:

$h$  é a altura da laje;

$\ell$  é o vão médio da laje medido na direção da armadura a ser colocada.

Essa armadura deve cobrir a região transversal a ela, compreendida pela dimensão dos apoios acrescida de  $1,5 h$  para cada lado.

Vale ressaltar que essa armadura passiva mínima para cordoalha engraxada foi retirada da norma ACI 318-95. No entanto a norma ACI 318-95 é mais detalhista quanto à distribuição desta armadura, pois recomenda que as barras devem avançar pelo menos  $\ell / 6$  da face dos pilares, e sua distribuição deve ser feita em uma faixa de laje entre as linhas que distam  $1,5h$  das faces do pilar e pelo menos quatro barras devem ser dispostas em cada



direção, com espaçamento máximo de 30 cm. Já para cordoalhas com aderência a norma ACI 318-95 recomenda  $A = 0,00045h \ell$  para esta mesma região.

Esta armadura deve ser colocada externamente aos cabos de protensão e respeitando o cobrimento mínimo exigido pela NBR 6118:2003.

## **6.2 ARMADURA PASSIVA MÍNIMA FUNCIONANDO COM A ATIVA NO ELU NO TEMPO INFINITO.**

No dimensionamento do ELU no tempo infinito pode-se considerar a atuação da armadura ativa junto com a passiva, como citado no capítulo 4.2 e nos exemplos 4.5.2 e 4.5.3.

Sendo assim, a armadura passiva mínima necessária para atender a norma NBR 6118:2003 pode ser considerada no dimensionamento do ELU no tempo infinito e completada com a armadura ativa para atender essa verificação.

Vale ressaltar que a consideração de armadura passiva mínima acarretará em uma diminuição da armadura ativa apenas para a protensão parcial, na qual a determinação da armadura ativa é feita, em geral, no ELU no tempo infinito (ver capítulo 7.3.1). Já para a protensão limitada o mesmo não ocorre, pois a determinação da armadura ativa é feita na verificação de tensões em serviço para a combinação quase permanente, na qual apenas a armadura ativa tem a capacidade de alterar a tensão existente (ver capítulo 7.3.2).

## **6.3 ARMADURA CONTRA O COLAPSO PROGRESSIVO**

O subitem 19.5.4 da NBR 6118:2003 solicita para lajes apoiadas diretamente sobre pilares a colocação de uma armadura na região do pilar para combater o risco de colapso progressivo. Entretanto, o subitem 20.3.2.6 da NBR 6118:2003 cita que pode prescindir da armadura passiva contra o colapso progressivo, se pelo menos um cabo, em cada direção ortogonal, passar pelo interior da armadura longitudinal contida na seção transversal dos pilares ou elementos de apoio das lajes-cogumelo de edifícios comerciais e residenciais.

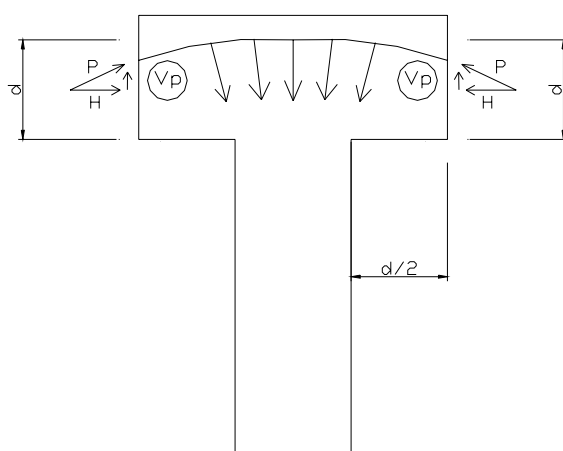
## **6.4 OUTRAS ARMADURAS PASSIVAS**

Outras armaduras passivas que devem ser utilizadas em um projeto são: armaduras de punção e de borda. Embora nesse relatório não sejam analisados estes tipos de armadura passiva, tem-se a seguir o conceito de cada uma.

### 6.4.1 ARMADURA DE PUNÇÃO

A armadura passiva de punção é utilizada quando as tensões de cisalhamento solicitantes são maiores que as tensões de cisalhamento resistentes ( $\tau_{sd} > \tau_{Rd}$ ).

Devido a protensão, tem-se que considerar dois efeitos favoráveis à punção, sendo um deles decorrente da tensão de compressão, exercida pela protensão, que aumenta a resistência ao cisalhamento do material concreto. O outro é devido a componente vertical da força de protensão, que geralmente é ascendente na região crítica, contrabalançando uma parcela da força cortante decorrente das cargas (ver figura 6.1).



**Figura 6.1:** Componente ascendente da força de protensão, favorável em termos de punção

É importante ressaltar que quando se tem transferência de momentos na ligação laje-pilar, devido à atuação de carregamentos assimétricos, esses momentos devem ser considerados no cálculo dos esforços cisalhantes.

O subitem 19.5 da norma 6118:2003 abrange as duas últimas considerações, sendo a primeira, a favor da segurança, desprezada.

### 6.4.2 ARMADURA DE BORDA

Ao longo de todo o perímetro da laje devem-se dispor armaduras passivas de borda, cuja finalidade é absorver os esforços de tração de intensidade razoável que surgem nas zonas de ancoragem quando estão próximas.

As figuras 6.2 e 6.3 ilustram, respectivamente, as armaduras de borda utilizadas para cabos concentrados (com cintamento) e cabos isolados (sem cintamento). Essas figuras são

retiradas de CAUDURO, do manual para a boa execução de estruturas protendidas usando cordoalhas de aços engraxadas e plastificadas da Belgo Mineira.

DET. ANCORAGENS ATIVAS  
CABOS CONCENTRADOS (C/ CINTAMENTO)  
sem escala

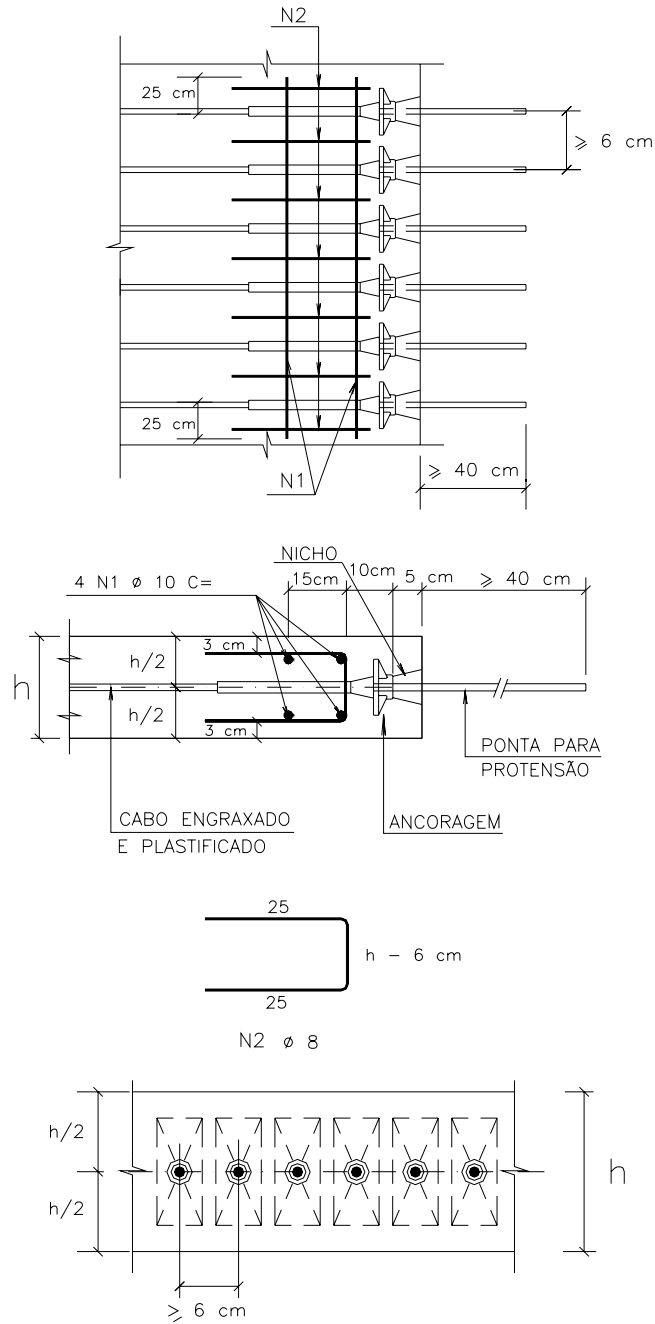


Figura 6.2: Armadura de borda para cabos concentrados (com cintamento).

DET. ANCORAGENS ATIVAS  
CABOS ISOLADOS (S/ CINTAMENTO)

sem escala

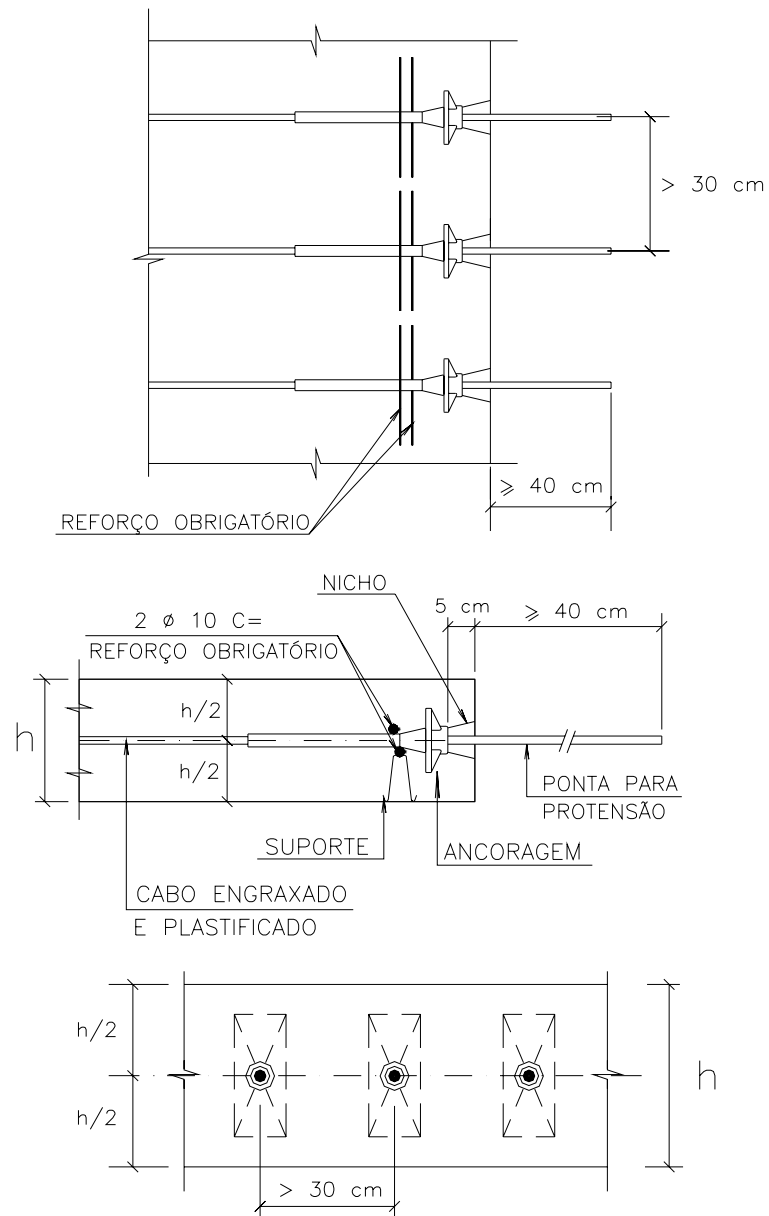


Figura 6.3: Armadura de borda para cabos isolados (sem cintamento).

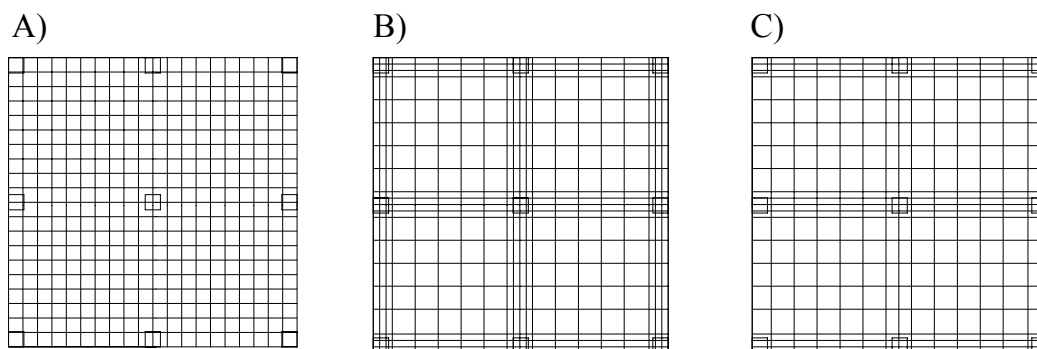
## **PROJETO DOS CABOS DE PROTENSÃO: ANÁLISE DO TRAÇADO E CÁLCULO DA QUANTIDADE**

# **7** **Capítulo**

Para analisar o traçado ideal do cabo em um pavimento, tem-se que estudar sua distribuição em planta e sua geometria em elevação, as quais seguem:

### **7.1 DISTRIBUIÇÃO DE CABOS EM PLANTA**

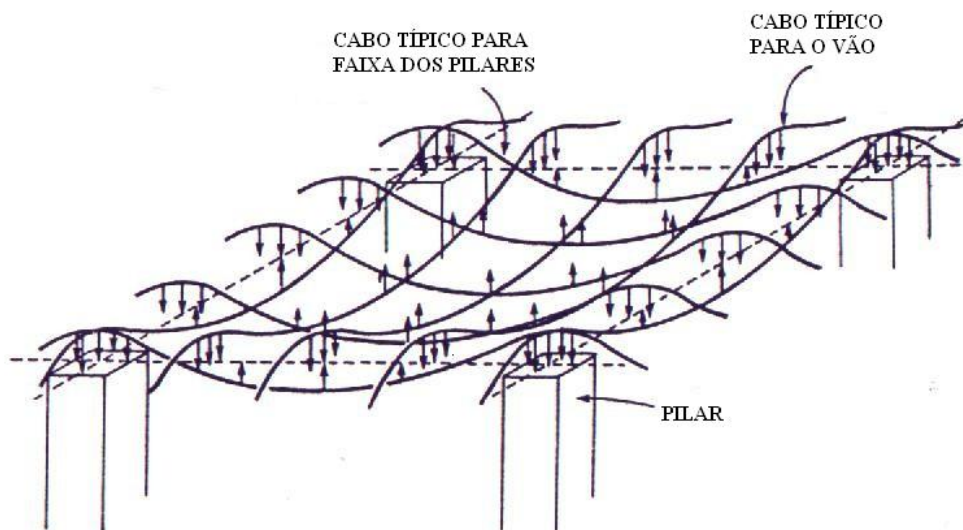
Em relação à disposição dos cabos em planta têm-se diversas situações, sendo as mais usuais: cabos distribuídos uniformemente nas duas direções (figura 7.1 A); concentrado em faixas bi-direcionais (figura 7.1 B); concentrado em faixas numa direção e uniformemente distribuídos na outra (figura 7.1 C).



**Figura 7.1:** Distribuição dos cabos na laje.

Para o estudo de qual a melhor distribuição de cabos na laje, será ilustrado na figura 7.2 o comportamento das forças equivalentes resultantes de uma distribuição uniforme de

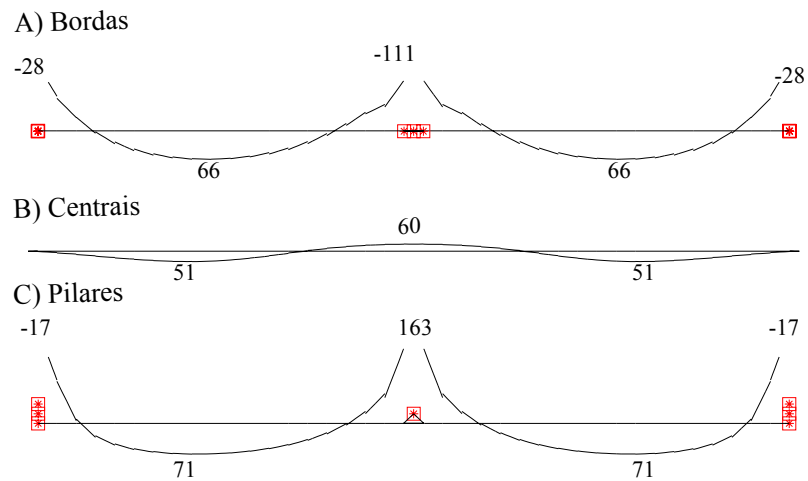
cabos nas duas direções, x e y. Na figura a aproximação das setas indica a intensidade, ou seja, para regiões com setas próximas a intensidade é maior.



**Figura 7.2:** Ações das forças verticais no concreto para a distribuição uniforme dos cabos. (COLLINS&MITCHELL [1987]).

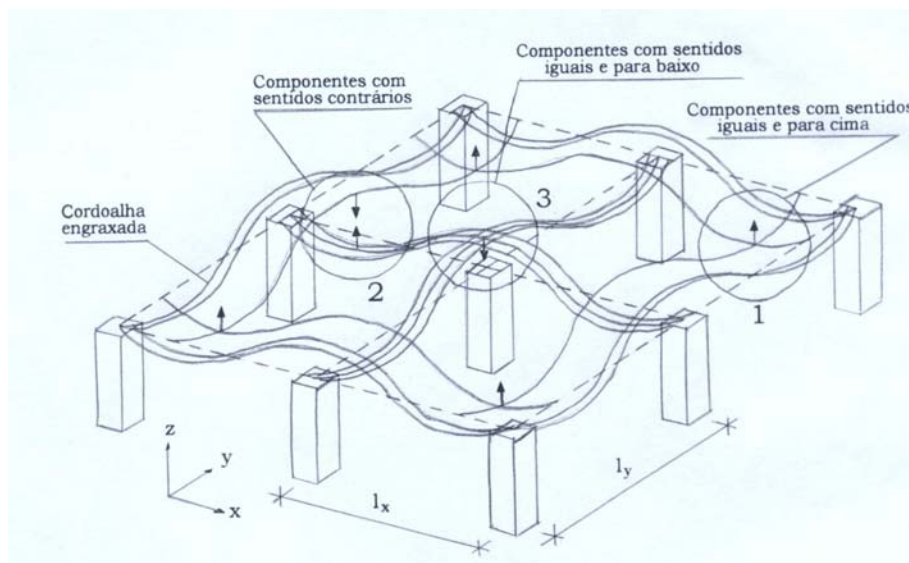
Ao analisar as cargas de protensão do cabo nota-se que na região em que o cabo possui traçado convexo o carregamento obtido é descendente. Já na região de curvatura côncava tem-se o carregamento ascendente, porém com os valores menores que os da convexa. Portanto, em termos de balanceamento de cargas, é aconselhável maior concentração de cabos nas faixas dos pilares para compensar este efeito. Nota-se que, para esta distribuição o balanceamento de cargas não é uniforme em toda a região da laje.

Ainda para mostrar que cabos concentrados em faixas são melhores que os distribuídos uniformemente, são ilustrados na figura 7.3 os diagramas dos momentos fletores para o carregamento quase permanente da laje do exemplo 8.1.1 (ver capítulo 8). A figura 7.3A, 7.3B e 7.3C ilustra, respectivamente, os diagramas de momentos nas faixas dos pilares da borda, nas centrais (meio do vão) e nos pilares internos. A unidade dos momentos é em kNm/m.



**Figura 7.3:** Diagramas dos momentos fletores (kNm/m). Exemplo 8.1.1 (combinação quase permanente).

Nota-se que os valores dos momentos em ordem crescente são nas faixas centrais, nas bordas e nos pilares. Portanto, para balancear estes momentos, é aconselhável que a distribuição de cabos por faixa tenha a mesma ordem crescente em quantidades de cabos que os momentos (ver figura 7.4).



**Figura 7.4:** Perfis de cabos parabólicos em lajes protendidas contínuas (ALMEIDA [2002]).

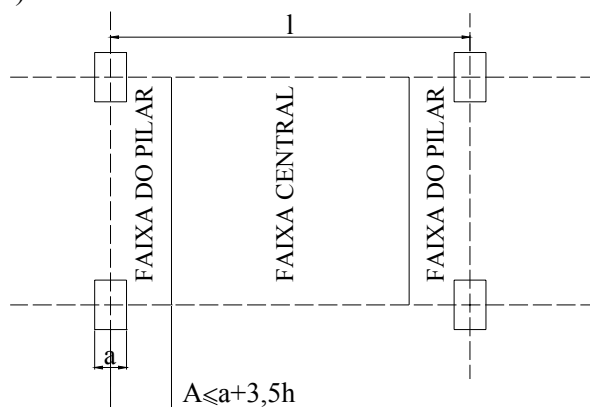
Nota-se da figura 7.4 que na região 1 as componentes de protensão tem a mesma direção e sentido para os cabos ortogonais, resultando em um alívio na carga aplicada ao pavimento. Já na região 3, tem-se o mesmo princípio que na região 1, porém as componentes da força de protensão apresentam o mesmo sentido da força aplicada ao pavimento.

Na região 2, a componente na direção X tem o sentido contrário ao da força aplicada no pavimento e na direção Y (ortogonal) a componente apresenta o mesmo sentido da força aplicada ao pavimento. Sendo assim, deve-se primeiramente equilibrar as duas componentes dos cabos nas direções ortogonais para posteriormente realizar o equilíbrio entre as componentes da força de protensão e a força aplicada ao pavimento, o que resulta em maior quantidade de cabos nesta região como já citado anteriormente.

Segundo Souza e Cunha [1998], o uso de cabos concentrados nas faixas dos pilares apresenta as seguintes vantagens, se comparados com a distribuição uniforme: aumento da resistência a punção; melhor aproximação com a distribuição de momentos na laje; aumento da resistência próximo ao pilar para a transferência de momentos de ligação laje-pilar.

O ACI 423 recomenda a utilização de 65 a 75% dos cabos concentrados na faixa dos pilares e 35 a 25% dos cabos na faixa central.

Segundo o subitem 20.3.2.2 da NBR 6118:2003, cabos dispostos em faixas externas de apoio devem estar contidos numa porção de laje, de tal forma que a largura desta não ultrapasse a dimensão em planta do pilar de apoio, tomada transversalmente à direção longitudinal da faixa, acrescida de 3,5 vezes a espessura da laje para cada um dos lados do pilar (ver Figura 7.5).

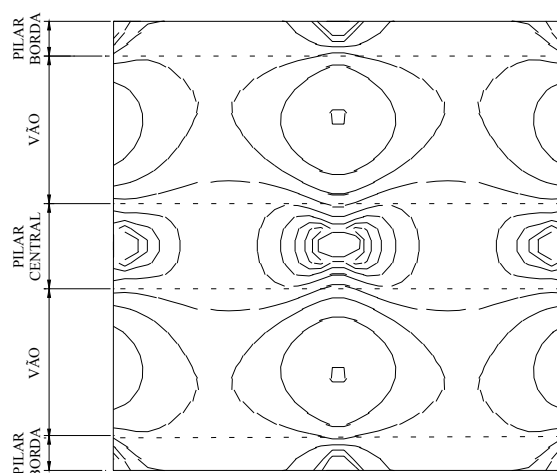


**Figura 7.5:** Largura para distribuição de cabos nas faixas dos pilares



Vale ressaltar que o item 14.7.8 da NBR 6118:2003 comenta sobre o cálculo dos esforços em lajes lisas pelo processo do pórtico equivalente. Nesse processo, a largura da faixa do pilar adotada é 25% do vão (sendo este considerado de eixo a eixo dos pilares) para cada lado do pilar.

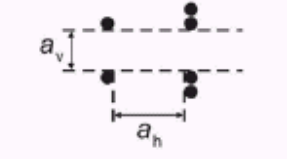
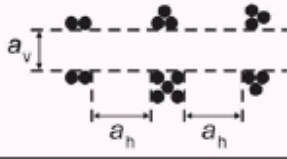
Além disso, para a determinação da largura das faixas, devem ser analisados os valores de isomomentos da laje, pois cada faixa irá ser dimensionada conforme os valores de momentos contidos nela. Ou seja, cada faixa deve possuir valores de momentos próximos, evitando um dimensionamento inadequado (ver figura 7.6).



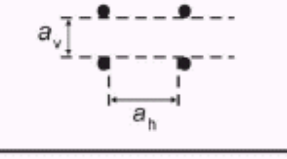
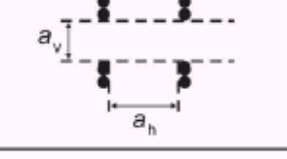
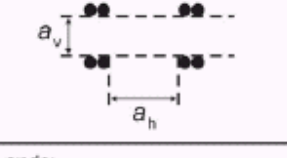
**Figura 7.6:** Disposição das faixas conforme os isomomentos.

Ainda, para considerar a distribuição de cabos em planta, é preciso respeitar o espaçamento horizontal mínimo entre os cabos. Conforme o subitem 18.6.2.3 da NBR 6118:2003, os valores mínimos dos espaçamentos são os indicados nas tabelas 7.1 e 7.2 (respectivamente as tabelas 18.1 e 18.2 da NBR 6118:2003).

**Tabela 7.1:** Espaçamento mínimo – Caso de pós-tração

Disposição das bainhas	Espaço livre	
	$a_h$ (horizontal)	$a_v$ (vertical)
	$\geq \phi_{ext}$  $\geq 4\text{cm}$	$\geq \phi_{ext}$  $\geq 5\text{cm}$
	$\geq 1,2\phi_{ext}$  $\geq 4\text{cm}$	$\geq 1,5\phi_{ext}$  $\geq 5\text{cm}$
onde: $\phi_{ext}$ é diâmetro externo da bainha		

**Tabela 7.2:** Espaçamento mínimo - Caso de pré-tração

Disposição dos fios ou cordoalhas	Espaço livre	
	$a_h$ (horizontal)	$a_v$ (vertical)
	$\geq 2\phi$  $\geq 1,2d_{m\acute{a}x}$  $\geq 2\text{cm}$	$\geq 2\phi$  $\geq 1,2d_{m\acute{a}x}$  $\geq 2\text{cm}$
	$\geq 3\phi$  $\geq 1,2d_{m\acute{a}x}$  $\geq 2,5\text{cm}$	$\geq 3\phi$  $\geq 1,2d_{m\acute{a}x}$  $\geq 2\text{cm}$
	$\geq 3\phi$  $\geq 1,2d_{m\acute{a}x}$  $\geq 3\text{cm}$	$\geq 3\phi$  $\geq 1,2d_{m\acute{a}x}$  $\geq 3\text{cm}$
onde: $\phi$ é diâmetro do fio ou cordoalha $d_{m\acute{a}x}$ é diâmetro máximo do agregado		

Já no subitem 20.3.2.3 da NBR 6118:2003, tem-se que entre cabos ou feixes de cabos, ou entre cabos e armaduras passivas, deve ser mantido um espaçamento mínimo de 5 cm. Nota-se que há diferença de 1 cm para o item citado anteriormente.

Em relação ao espaçamento máximo, no subitem 20.3.2.1 da NBR 6118:2003, tem-se que entre cabos ou feixes de cabos deve ser mantido um espaçamento máximo  $6h$  (sendo  $h$  a espessura da laje), não excedendo 120 cm.

Segundo Lin [1981], o espaçamento máximo em lajes de cobertura é 135 cm e para lajes dos demais pisos é 105 cm.

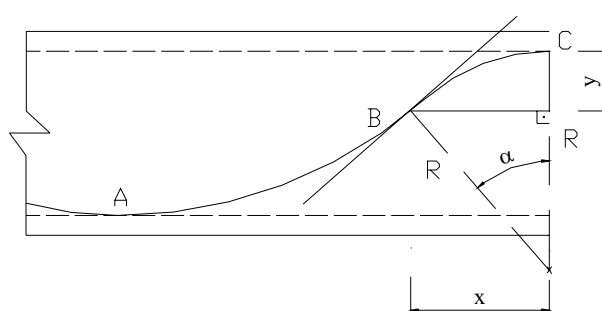
Lembrar como foi citado no capítulo 2, nas faixas de pilares há altas taxas de armaduras, e assim, o uso de feixes de cabos com cordoalhas engraxadas facilita a execução nesta região.

O subitem 20.3.2.6 da NBR 6118:2003 cita que nas lajes protendidas com armadura não aderentes, no máximo quatro cabos podem ser dispostos em feixe.

## 7.2 GEOMETRIA DO CABO EM ELEVAÇÃO.

Conforme o subitem 18.6.1.1 da NBR 6118:2003, a armadura de protensão pode ser retilínea, curvilínea, poligonal ou de traçado misto.

Para o estudo do traçado ideal, a trajetória será considerada curvilínea, sendo primeiramente circular (ver figura 7.7) e, posteriormente, parabólica (ver figura 7.8).



**Figura 7.7:** Traçado circular

Considerando a trajetória do cabo primeiramente como circular, para o trecho BC tem-se:

$$R \operatorname{sen} \alpha = x ; R - R \cos \alpha = y$$

$$\begin{cases} R^2 \operatorname{sen}^2 \alpha = x^2 \\ R^2 \cos^2 \alpha = R^2 - 2yR + y^2 \end{cases}$$


---


$$R^2(1) = x^2 + R^2 - 2yR + y^2$$

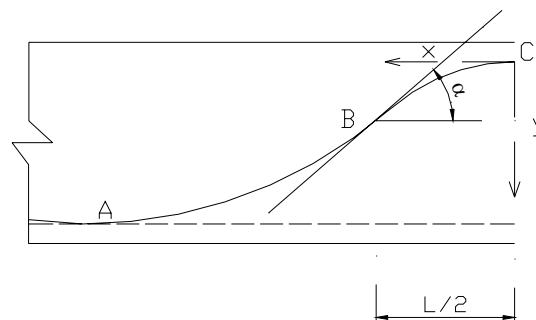
$$y^2 + x^2 = 2yR$$

Sendo R o raio do trecho circular do cabo.

O raio mínimo exigido no subitem 18.6.1.2 da NBR 6118:2003 é de 4 m, 8 m e 12 m, respectivamente, nos casos de fios, barras e cordoalhas. Para monocordoalha engraxada o valor de 12m é muito grande, sendo assim, a monocordoalha será considerada como se fosse fio, R = 4 m. Este valor é o usado em escritórios de projeto.

Portanto, adotado o valor de  $R_{\min}$ , para cada valor de x, tem-se a excentricidade y referente.

Considerando, para o trecho BC, a trajetória como parábola de 2<sup>o</sup> grau tem-se:



**Figura 7.8:** Traçado Parabólico

$$y = ax^2 + bx + c$$

Para o ponto na origem (0,0):

$$0 = a0^2 + b0 + c , \text{ portanto } c=0.$$

Fazendo a tangente da parábola na origem:

$$\operatorname{tg} x = 0$$

Portanto:

$$\frac{dy}{dx} = 2ax + b = 0, \text{ sendo assim } b=0$$

A expressão da parábola é  $y = ax^2$

Para  $x = L/2$  o  $y$  é a flecha adotada, então o valor de “a” é:

$$f = a\left(\frac{L}{2}\right)^2; a = \frac{f}{(L/2)^2}$$

Por fim, tem-se:

$$y = \frac{f}{(L/2)^2} x^2.$$

Para obter a  $\text{tg}\alpha$ , basta derivar a equação em função de  $x$  em  $L/2$ , tendo:

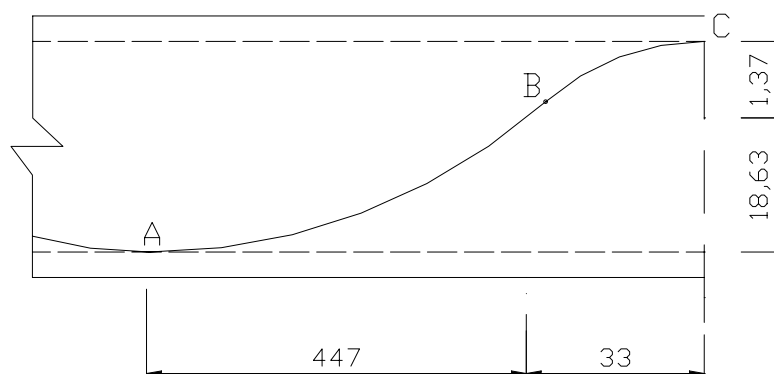
$$\text{tg}\alpha = \left(\frac{dy}{dx}\right)_{x=L/2} = 2 \cdot \frac{f}{(L/2)^2} \cdot \frac{L}{2}$$

$$\text{tg}\alpha = \frac{2f}{L/2}$$

A seguir tem-se um exemplo apresentando a curvatura obtida pelo cabo, sendo considerado primeiramente como circular e em fase posterior, parabólico.

### 7.2.1 EXEMPLO NUMÉRICO

Será considerado o traçado ilustrado na figura 7.9, e para cada curvatura, AB e CD, será obtido os valores das excentricidades para cada trecho. A unidade da figura é cm.



**Figura 7.9:** Traçado do cabo

Os resultados obtidos para os trechos AB e BC são os ilustrados nos gráficos da figura 7.10 e 7.11, respectivamente.

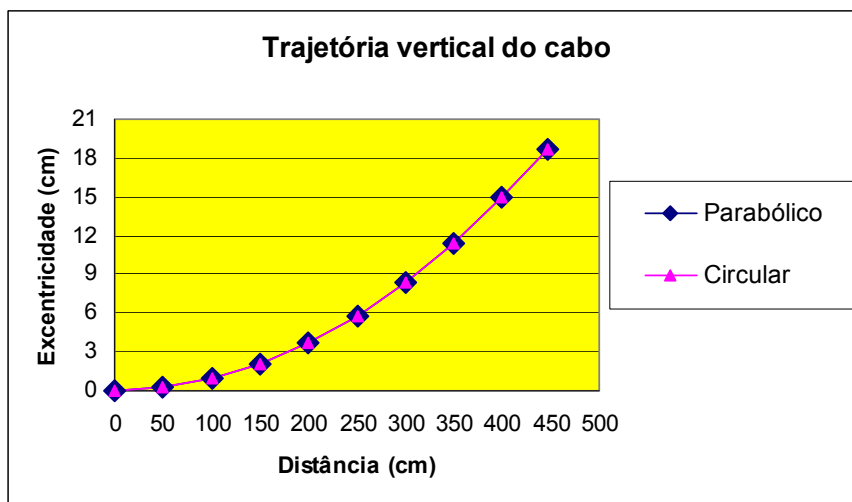


Figura 7.10: Trajetória do trecho AB

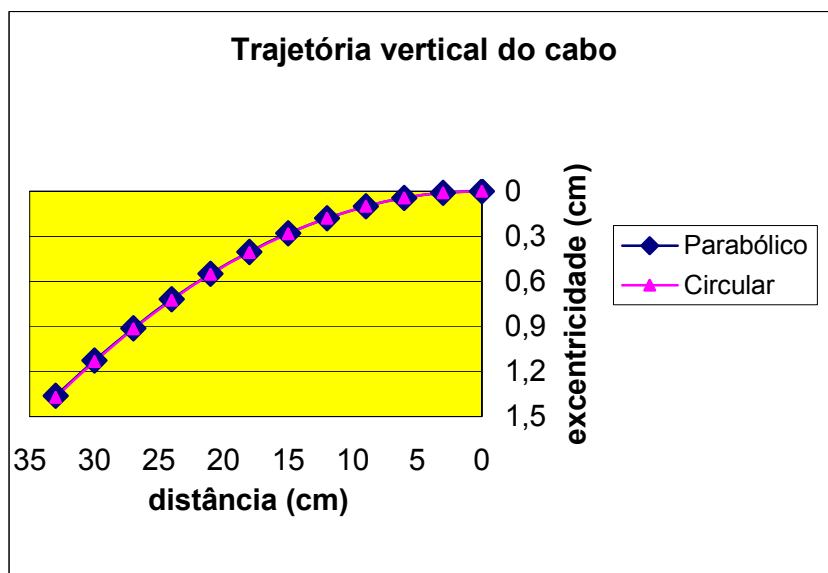
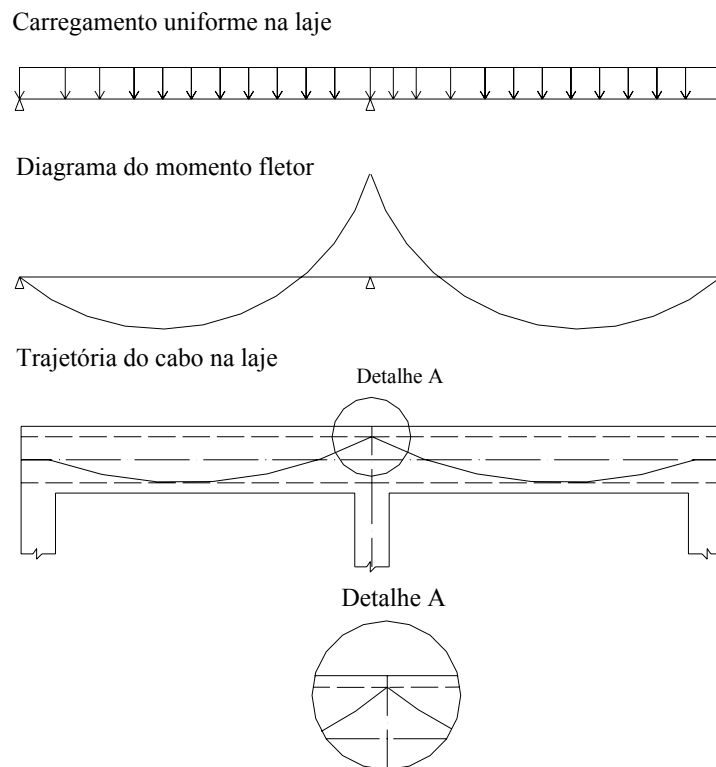


Figura 7.11: Trajetória do trecho BC

Os valores obtidos nas trajetórias AB e BC são muito próximos quando calculados como circular e parabólico. Isso ocorre devido ao valor pequeno de  $\alpha$ . Portanto, para a obtenção da trajetória ideal, os trechos curvos serão considerados, concomitantemente, como circular e parabólico.

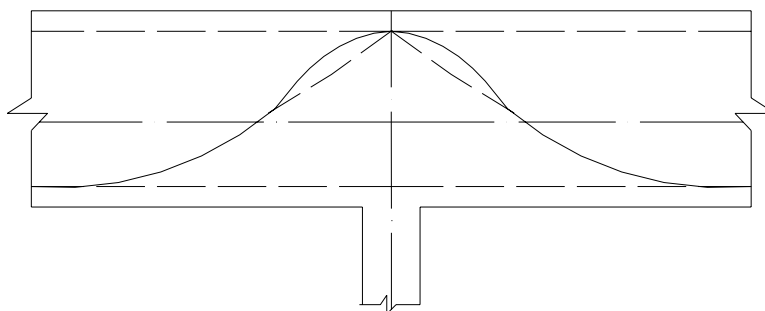
A seguir é discutida qual a melhor trajetória do cabo na laje lisa.

Para lajes sem balanço, a trajetória vertical de um cabo ideal consiste na saída do cabo no centro de gravidade da peça, evitando deste modo a presença de momento interno nesta região, uma vez que o esforço de flexão externo é nulo. O cabo deverá prosseguir pela laje seguindo o diagrama de momento gerado pelo carregamento externo. Assim, para o diagrama de momento fletor devido a atuação de um carregamento uniforme, o traçado seria a princípio o apresentado na figura 7.12.



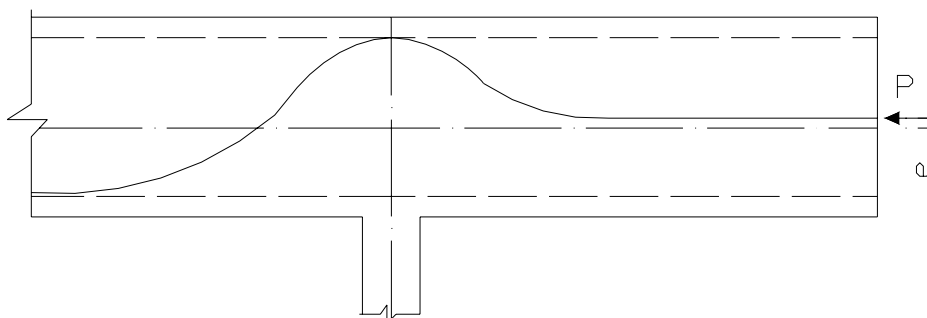
**Figura 7.12:** Traçado vertical do cabo

Seguindo simplesmente o diagrama de momento fletor, chegar-se-ia a configuração do detalhe A da figura 7.12, que não é possível de se executar pois geraria uma região com alta concentração de esforço. Neste caso é preciso introduzir um trecho curvo como mostrado na figura 7.13, que tem concavidade contrária na região do apoio.



**Figura 7.13:** Traçado vertical na região do apoio.

Embora não vá ser estudado laje em balanço nesta pesquisa, vale ressaltar que, para este caso, usa-se uma excentricidade nas ancoragens, a qual gera momento fletor no sentido contrário ao deslocamento (ver figura 7.14).

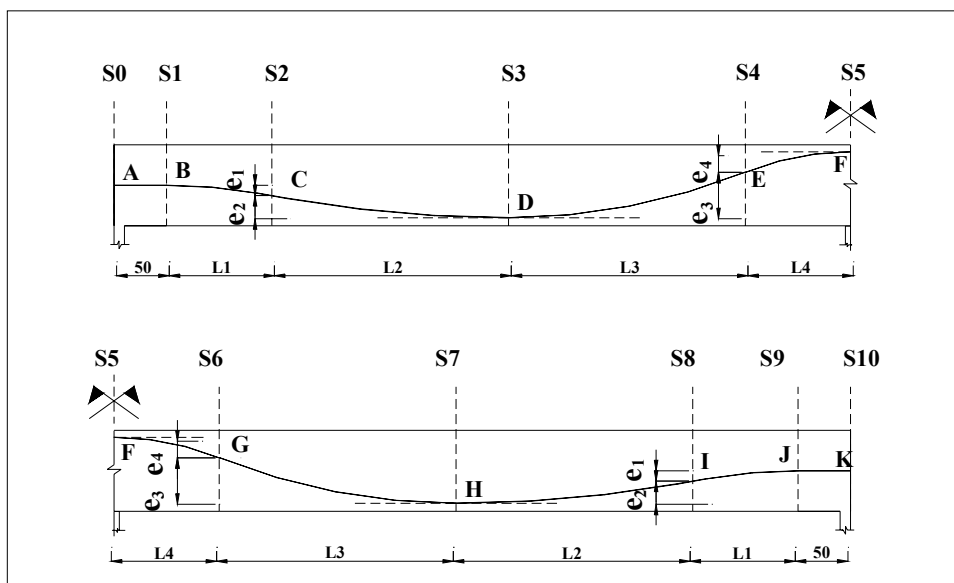


**Figura 7.14:** Traçado vertical do cabo em balanço.

De acordo com o item 18.6.1.5 da NBR 6118:2003, os cabos devem ter em suas extremidades segmentos retos que permitam o alinhamento de seus eixos com os eixos dos respectivos dispositivos de ancoragem. O comprimento desses segmentos não deve ser inferior a 100 cm ou 50 cm no caso de monocordoalhas engraxadas.



Uma idéia para se fazer uma trajetória ideal seria usar o cabo como o da figura 7.15, que consiste na saída do cabo no centro da peça, seguindo com o trecho reto nos próximos 50 cm (ver trecho AB da figura 7.15). Para obter um maior aproveitamento da protensão são adotados, para os cabos nas regiões de maiores momentos, pontos D, F e H, os maiores valores possíveis para as flechas, respeitando as condições de cobertura mínimo (as quais foram citadas no capítulo 2.3). E por fim, serão considerados quatro pontos de inflexão, pontos C, E, G e I.



**Figura 7.15:** Trajetória vertical ideal do cabo.

Para a determinação do ponto de inflexão E, as curvas DE e EF, como demonstrado anteriormente, serão consideradas concomitantemente, como circular e parabólico. Ver figura 7.16.

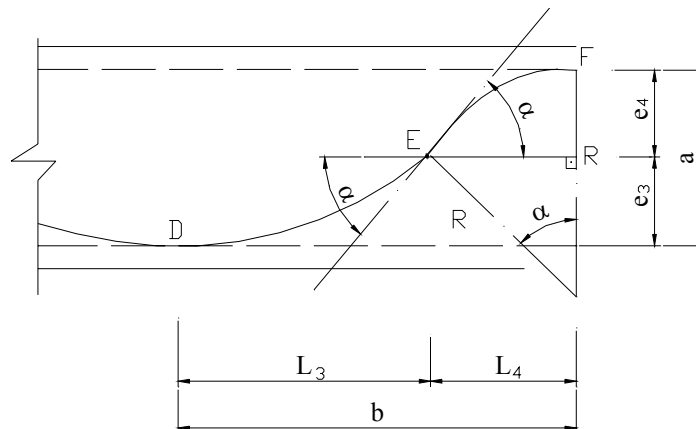


Figura 7.16: Trajetória ideal do cabo

Sendo assim:

$$\left\{ \begin{array}{l} e_3 + e_4 = a \\ L_3 + L_4 = b \\ \operatorname{tg} \alpha_{\text{direita}} = \operatorname{tg} \alpha_{\text{esquerda}} \rightarrow \frac{2e_3}{L_3} = \frac{2e_4}{L_4} \\ R \operatorname{sen} \alpha = x \\ R - R \cos \alpha = y \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} e_3 = a - e_4 \\ L_3 = b - L_4 \\ e_3 L_4 = e_4 L_3 \\ L_4^2 - 2e_4 R + e_4^2 = 0 \end{array} \right.$$

$$e_4(b - L_4) = (a - e_4)L_4 \rightarrow e_4 = \frac{a}{b} L_4$$

$$L_4^2 - 2 \frac{a}{b} L_4 R + \left( \frac{a^2}{b^2} \right) L_4^2 = 0$$

$$\text{Portanto, } L_4 = \frac{2a}{b(1 + a^2/b^2)} R$$

Sendo:

a – espessura da laje menos os cobrimentos;

b – o valor da distância do pilar central até o ponto de maior momento positivo (ver nos resultados obtidos em grelhas).

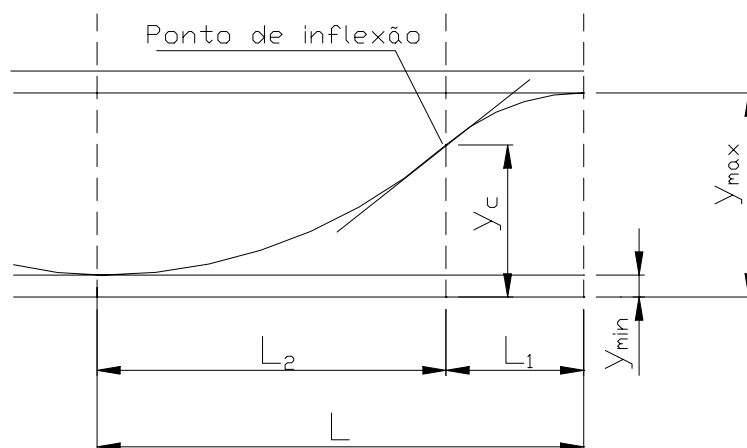
R – raio mínimo.

O mesmo raciocínio é seguido para os demais pontos de inflexão.

Para verificar se esse traçado é bom será feito um exemplo comparando-o com outros traçados usuais, os quais consideram:

- o ponto de inflexão exatamente onde o momento atuante na laje se anula (uma das opções utilizadas pelo padrão do programa TQS);
- ponto de inflexão de 5 a 15% do vão;
- nos pontos de inflexão as parábolas têm a mesma tangente (a curva é contínua).

Para que a última condição seja válida é preciso equacionar o cálculo das coordenadas dos pontos de inflexão através da concordância entre duas parábolas do 2º grau com as mesmas tangentes (ver figura 7.17).



**Figura 7.17:** Trajetória por ponto de inflexão (adaptado de EMERICK [2002]).

Impondo a condição de tangente da parábola do trecho  $L_2$  com a inclinação igual a do trecho  $L_1$  (figura 7.17) chega-se a:

$$y_c = y_{\min} + \frac{L_2}{L}(y_{\max} - y_{\min})$$

### **7.3 DETERMINAÇÃO DO NÚMERO DE CABOS**

O roteiro da determinação do número de cabos em uma laje depende da intensidade de protensão (definido no capítulo 2) nela utilizada. Esse roteiro é iterativo, ou seja, se no final desse roteiro for determinado um número de cabos diferente do usado no inicial, então os itens nele contido deverão ser refeitos com a nova quantidade de cabos, até que haja convergência na solução.

Precede ao roteiro propriamente dito uma fase de determinação de variáveis e de cálculo comum aos dois roteiros apresentada a seguir.

Fase preliminar: uma vez estabelecida a condição de agressividade ambiental, ficam definidas a resistência mínima a compressão do concreto, a relação máxima do fator água/cimento, valores mínimos de cobrimento e intensidade de protensão (parcial ou limitada). Com a posição dos pilares e, portanto, com o conhecimento dos vãos, a partir das informações indicadas nos capítulos anteriores é estabelecida a espessura da laje. Deve-se, ainda, escolher o aço de protensão e a cordoalha a ser empregada. Com todas as características dos materiais definidas escolhe-se uma distribuição de cabos em planta (faixa) e um traçado em elevação, podendo-se neste caso determinar a tensão (ou força) de protensão ao longo do mesmo no tempo zero e no tempo infinito. O pavimento pode agora ter seus esforços solicitantes determinados para os carregamentos de peso próprio ( $g_1$ ), sobrecarga permanente ( $g_2$ ), carga acidental ( $q$ ) e protensão ( $p$ ). Para determinar os esforços de protensão atribui-se inicialmente um número de cabos aleatório por faixa. Este número de cabos aleatórios pode ser obtido considerando um cabo por metro ou desprezando o efeito do hiperestático no pré-dimensionamento, considerando-o depois com o número de cabos obtido.

Terminada essa primeira fase são conhecidas: as características de uma seção (área- $A_{\text{concreto}}$  e módulos de resistência -  $W_{i,s}$ ) momentos fletores de carga permanente ( $M_{g1}$ ),

sobrecarga permanente ( $M_{g2}$ ), acidental ( $M_q$ ), o de protensão total ( $M_p$ ), o isostático de protensão ( $M_{isost} = \sigma_p \cdot A_{cabo} \cdot e$ ) e o hiperestático ( $M_{hip} = M_p - M_{isost}$ ).

### 7.3.1 PARA UTILIZAÇÃO DE PROTENSÃO PARCIAL

Na utilização de protensão parcial geralmente a condição de colapso é a que conduz à determinação da quantidade de cabos. Desta forma o roteiro para este cálculo pode ser colocado da seguinte forma:

- Dimensiona-se, a quantidade de armadura no estágio III (ver capítulo 4) considerando o hiperestático de protensão com o valor obtido na fase preliminar, prosseguindo para o próximo passo se o número de cabos for igual ao arbitrado (fase preliminar). Caso o número de cabos seja muito diferente do arbitrado na fase preliminar refaz-se o cálculo dos momentos de protensão (total, isostático e hiperestático) com o novo número de cabos e retoma-se esse roteiro;
- verificar ELU de ruptura no tempo zero, já com o número de cabos determinado. Nesta verificação, deve-se ficar atento ao uso de armadura passiva na borda oposta ao cabo caso haja tração (ver capítulo 4.4)

$$0,7 f_{ckj} < \frac{-\sigma_{p,t0} A_{cabo}}{A_{concreto}} \pm \frac{M_{hip} + M_{isos}}{W_i} \mp \frac{M_{g1}}{W_i} < 0 \text{ ou } 1,2 f_{ctm}$$

sendo:

$M_{g1}$  – momento fletor devido ao peso próprio;

$M_p$  – momento de protensão total, com uma quantidade de cabos pré-determinada;

$W_{i,s}$  – módulo de resistência inferior e superior;

$A_{cabo}$  – área do cabo;

$A_{concreto}$  – área do concreto;

$\sigma_{p,t0}$  - tensão de protensão no ato da protensão;

$f_{ckj}$  - tensão característica de compressão do concreto;

$f_{ctm}$  - tensão média de tração.

- averiguar se há ou não presença de fissura  $-\frac{\sigma_{\infty} A_{cabo}}{A_{concreto}} \pm \frac{M_{hip} + M_{isos}}{W_i} \mp \frac{M_{g1+g2+0,4q}}{W_i} < 1,5 f_{ct,inf}$ . Sendo assim, se a tensão for maior que a resistência de tração do concreto, então fazer a verificação de abertura de fissura  $\frac{\phi}{(12,5\eta)} \cdot \frac{\sigma_s}{E_s} \cdot \left( \frac{4}{\rho_r} + 45 \right) < 0,2$ . Se o limite de abertura de fissura for ultrapassado, deve-se aumentar a quantidade de armadura passiva.

### 7.3.2 PARA UTILIZAÇÃO DE PROTENSÃO LIMITADA

A determinação do número de cabos para a protensão limitada é feita na verificação de tensões em serviço para a combinação quase permanente. Assim, o roteiro de cálculo é o que se segue:

- determinação do número de cabos: limite de tensão em serviço para a combinação quase permanente (ver capítulo 5) (valores de protensão tomados no tempo infinito).

$$-\frac{n\sigma_i A_{cabo}}{A_{concreto}} \mp \frac{nM_{1cabo, isost}}{W_i} \mp \frac{M_{hip}}{W_i} \pm \frac{M_{g1+g2+0,3q}}{W_i} \leq 0$$

sendo:  $M_{1cabo, isost}$  – momento isostático de um cabo;

$M_{hip}$  – momento hiperestático para o número de cabos da fase inicial;

$n$  – número de cabos;

$\sigma_i$  – tensão no cabo na seção para o tempo infinito (neste caso, numericamente igual a força de protensão devido a área do cabo ser  $1 \text{ cm}^2$ );

$W_{i,s}$  – módulo de resistência (inferior ou superior).

Se o número de cabos  $n$  for parecido com o arbitrado prossegue-se o cálculo ou retoma-se o cálculo do hiperestático de protensão e do número de cabos feito neste item até que haja convergência.

- verificação da tensão em serviço para combinação freqüente (ver capítulo 5) (valores de protensão tomados no tempo infinito).

$$0,7f_{ckj} < \frac{-\sigma_{\infty} A_{cabo}}{A_{concreto}} \pm \frac{M_p}{W_i} \mp \frac{M_{g1+g2+0.4q}}{W_i} < 1,5f_{ctk,inf}$$

- verificação de ruptura no tempo zero (valores de protensão tomados no tempo zero) e no tempo infinito, completando com armadura passiva se necessário (ver capítulo 4).

## EXEMPLOS NUMÉRICOS

# 8

## Capítulo

Neste capítulo é resolvida uma série de exemplos para mostrar como varia a quantidade necessária de armadura com distribuição distinta de cabos em planta, com diferentes soluções da geometria em elevação dos cabos, quanto ao tipo de protensão (aderente e não) e intensidade de protensão (parcial ou limitada).

Visando uma melhor compreensão do leitor, é analisado um pavimento simples de laje lisa protendida usando inicialmente protensão parcial e protensão limitada com cordoalha aderente e com quantidades diferentes de armadura. No segundo exemplo usa-se protensão parcial e limitada, porém com armadura não aderente e seus resultados são analisados com os do primeiro exemplo. No terceiro exemplo é usada a mesma estrutura com protensão limitada e cordoalha aderente e varia-se a distribuição dos cabos em planta. No quarto exemplo tem-se a cordoalha engraxada e protensão limitada com diferentes trajetórias em elevação dos cabos. Ainda usando os dados e resultados dos exemplos, verifica-se qual a quantidade de armadura longitudinal mínima necessária segundo a NBR 6118:2003 [2004] e analisa-se para a situação de protensão parcial qual a quantidade de armadura ativa poderia então ser dispensada. Finalmente é feito um exemplo de verificação das flechas e da armadura passiva necessária quando ocorre tração na laje no ELU no ato da protensão.

A Tabela 8.1 resume as características dos exemplos apresentados. Em seguida apresentam-se os dados gerais de todos os exemplos.



**Tabela 8.1:** Dados dos exemplos utilizados

EXEMPLO	TIPO DE PROTENSÃO	Cordoalha	Distribuição Em planta	Elevação	Armadura Ativa
8.1.1	Limitada	aderente	Faixa x e y	Cabo ideal	Fixada (*) por tensão
8.1.2	Parcial	aderente	Faixa x e y	Cabo ideal	Atender ao ELU $t_{\infty}$
8.1.3	Parcial	aderente	Faixa x e y	Cabo ideal	Respeitar $w_k < 0,2\text{mm}$
8.2.1	Limitada	engraxada	Faixa x e y	Cabo ideal	Fixada (*) por tensão
8.2.2	Parcial	engraxada	Faixa x e y	Cabo ideal	Atender ao ELU $t_{\infty}$
8.3.1	Limitada	aderente	Uniforme x e y	Cabo ideal	Fixada (*) por tensão
8.3.2	Limitada	aderente	Faixa x e y uniforme y	Cabo ideal	Fixada (*) por tensão
8.4.1	Limitada	engraxada	Faixa x e y	Ponto inflexão momento zero	Fixada (*) por tensão
8.4.2	Limitada	engraxada	Faixa x e y	Ponto inflexão 5% do vão	Fixada (*) por tensão
8.4.3	Limitada	engraxada	Faixa x e y	Ponto inflexão 15% do vão	Fixada (*) por tensão
8.4.4	Limitada	engraxada	Faixa x e y	Ponto inflexão 15% do vão	Mais cabos

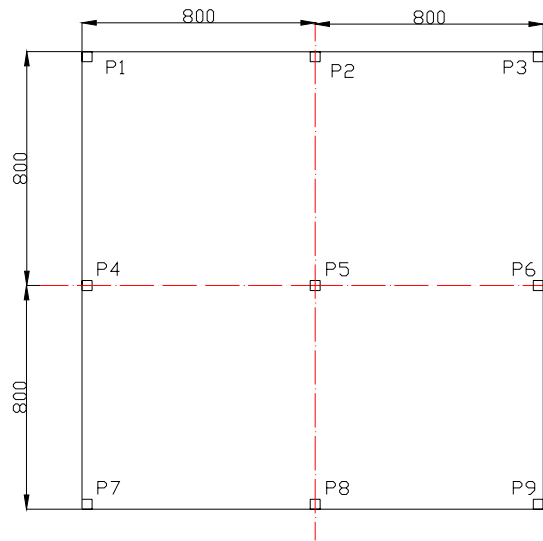
(\*) Número de cabos exigido para atender às verificações em serviço para a combinação quase permanente na Protensão Limitada.

Os exemplos foram resolvidos com o módulo de lajes protendidas da TQS [2004] empregando-se, porém, todos os preceitos discorridos nos capítulos anteriores principalmente na determinação do número de cabos ou armadura passiva complementar. Para o número de cabos inicial (da fase preliminar) foi adotado o valor indicado por este programa.

O programa TQS, através do processamento de grelhas equivalentes, obtém os esforços atuantes na laje. A seguir, o engenheiro projetista deve definir as faixas de protensão (o programa nomeia a faixa de protensão de RPU) e então o programa prossegue com o pré-dimensionamento, no qual é pré-determinada a quantidade de cabos igualando o momento devido ao carregamento quase permanente com o da protensão, e se há a necessidade de armadura passiva para o ELU no tempo infinito. Determinado a quantidade de armadura ativa e passiva o programa calcula a abertura de fissura e as tensões atuantes na laje para cada tipo de carregamento. Cabe ao engenheiro projetista fazer o dimensionamento final, o qual pode ser feito seguindo o capítulo 7.3 e verificando através das telas de resultados e listagem se todas as condições estão atendidas. Quanto ao traçado do cabo, o programa faz o pré-dimensionamento com os dados do seu padrão, podendo ser modificado no dimensionamento se o projetista achar necessário.

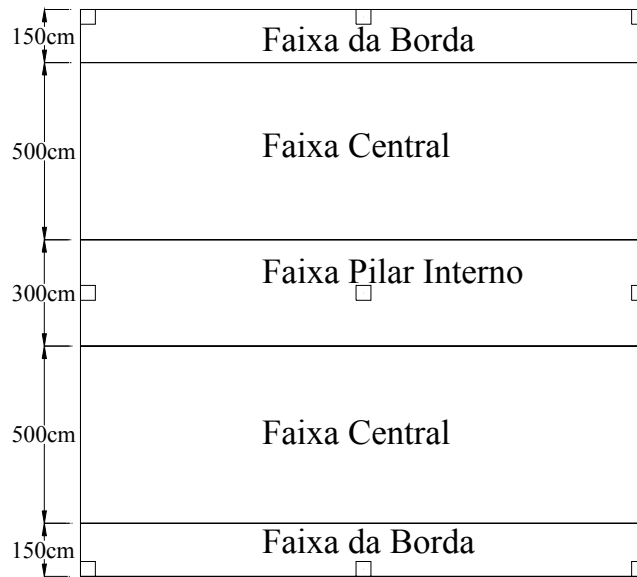
➤ **Dados gerais a todos os exemplos:**

A estrutura adotada para todos os exemplos é uma laje lisa de 16 x 16 m, apoiada em nove pilares (pilar 42cm x 42cm), cuja planta esquemática pode ser vista na figura 8.1:



**Figura 8.1:** Desenho esquemático da forma de laje com cotas em cm

Na maioria dos exemplos, quando nada for explicitado a respeito, a distribuição dos cabos é feita em faixa conforme o capítulo 7.1 e apresentada na figura 8.2.



**Figura 8.2:** Distribuição dos cabos em faixa.

Os dados referentes ao tipo de protensão e ao tipo de cordoalha estão, respectivamente, apresentados nas tabelas 8.2 e 8.3.

Tabela 8.2: Dados referentes ao tipo de protensão

SITUAÇÃO	A	B
Classe de agressividade ambiental	II (Moderada)	III (Forte)
Tipo de Protensão	Parcial	Limitada
$f_{ck}$ MPa	30	35
Fator água/cimento máximo	0,55	0,50
Cobrimento mínimo (mm)	35	45
Espessura da laje (cm)	27 <sup>(*)</sup> e 29	29
Abertura de fissuras (mm)	0,2 (combinação freqüente)	---
Tensão comb. quase permanente	---	$0,7f_{ckj} < \sigma < 0$
Tensão comb. freqüente	---	$0,7f_{ckj} < \sigma < 1,5f_{ctk.inf}$
$E_{cs} = 0,85 \cdot 5600 \cdot (f_{ck})^{1/2}$	26071,6 MPa	28160,5 MPa

<sup>(\*)</sup>A espessura foi adotada visando um valor igual de excentricidade dos cabos para os dois tipos de protensão, já que o cobrimento é diferente.

Tabela 8.3: Dados referentes ao tipo de cordoalha CP 190 RB

Cordoalha	Aderente	Engraxada
$\phi$ nominal da cordoalha (mm)	12,7	12,7
$\phi$ externo da “bainha” (mm)	16,0	14,7
Área (cm <sup>2</sup> ) da cordoalha	1	1
Raio mínimo (m)	4	4
$\mu$ (p/ perda de atrito) (mm)	0,2	0,05
$\beta$ (rad/m)	0,01	0,01

#### Demais dados:

A) vão = 8 m (Conforme CAUDURO e Leme [1999], com o uso de lajes lisas protendidas a distância entre pilares pode ser mantido entre seis a oito metros sem grandes problemas para a estrutura).

B) Ações:  $g_1 = 6,75 \text{ kN/m}^2$  (para lajes de 27 cm) e  $g_1 = 7,25$  (para lajes de 29 cm);  $g_2 = 3,5 \text{ kN/m}^2$ ;  $q = 3,0 \text{ kN/m}^2$ .

C) Características dos materiais:  $G_c = 12200 \text{ MPa}$ ;  $E_p = 2,0 \cdot 10^5 \text{ MPa}$ ;  $f_{pyk} = 1,6 \cdot 10^3 \text{ MPa}$  (escoamento do aço);  $f_{ptk} = 1,9 \cdot 10^3 \text{ MPa}$  (resistência de tração do aço).

D) Valor da tensão de protensão inicial (a ser imposta pelo macaco,  $\sigma_{pi}$ ) da armadura de protensão: de acordo com o subitem 9.6.1.2.1 da NBR 6118:2003 devem respeitar os

limites  $0,74 f_{ptk}$  e  $0,82 f_{pyk}$  para aços da classe de relaxação baixa. Sendo assim tem-se  $\sigma_{pi} = 1312$  MPa.

E) Para as perdas de protensão são consideradas as iniciais de ancoragem e atrito e ao longo do tempo perda de 15%.

F) Todos os cabos serão protendidos por uma única extremidade. Assim em uma extremidade do cabo haverá ancoragem ativa (representadas nos desenhos com a flecha) e na outra extremidade ancoragem passiva (representadas nos desenhos com o círculo).

### **8.1 COMPARAÇÃO DOS TIPOS DE PROTENSÃO QUANTO À INTENSIDADE**

Neste exemplo, pretende-se focar a diferença do projeto de protensão limitada em relação a protensão parcial. Para tanto, são utilizados os exemplos 8.1.1, 8.1.2 e 8.1.3 (ver tabela 8.1).

Para a resolução da protensão limitada (exemplo 8.1.1) é determinado o número de cabos necessários seguindo o roteiro de cálculo do capítulo 7.3.2.

Visando uma comparação entre os dois tipos de protensão é resolvido o exemplo 8.1.2 com protensão parcial usando o mesmo tipo do cabo (aderente) e com a mesma espessura da laje (29 cm) que os utilizados na protensão limitada. As variáveis são a excentricidade máxima do cabo e a quantidade de cabos. Referente à excentricidade, é adotado um valor maior que o utilizado no exemplo 8.1.1, pois a protensão parcial exige um cobrimento menor. A quantidade de cabos é determinada pelo ELU no tempo infinito ( $t_{\infty}$ ) sem a utilização de armadura passiva complementar (ver capítulo 7.3.1).

Posteriormente, tem-se a protensão parcial aderente (exemplo 8.1.3) com o mesmo traçado que o utilizado na protensão limitada e usando a espessura da laje de 27 cm. Nesse exemplo a quantidade de cabos é determinada pela mínima possível, sendo respeitado o máximo espaçamento permitido entre os cabos (esp. < 105 cm), a abertura de fissura ( $w_k < 0,2$  mm), e os limites de tensões no ato da protensão.

Os resultados obtidos estão na tabela 8.4.

Chama-se a atenção para as armaduras longitudinais nas tabelas, que estão designadas por  $A_p$  – armadura ativa e  $A_s$  – armadura passiva.

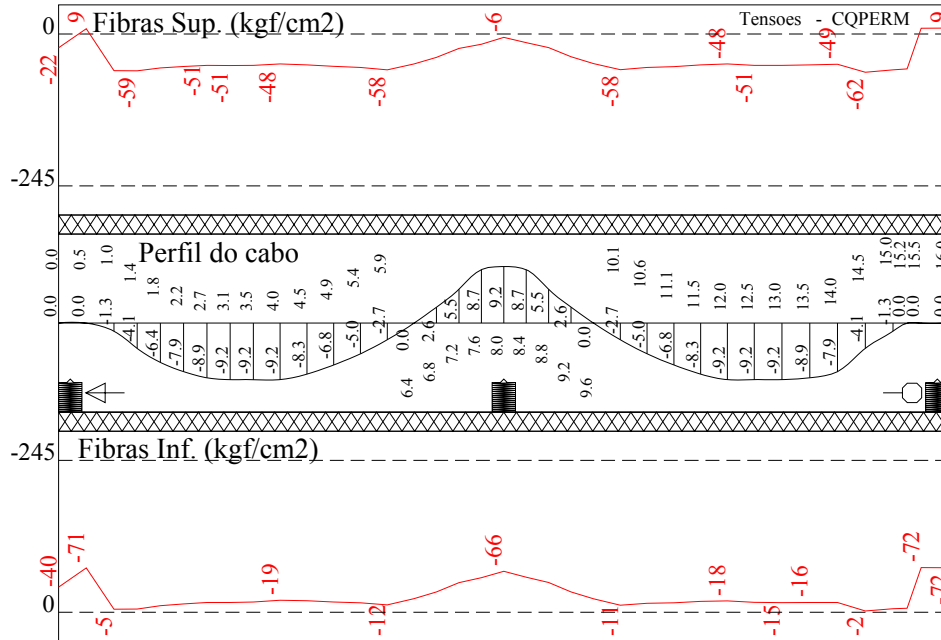
**Tabela 8.4:** Resultados dos exemplos com cordoalha aderente (ver tabela 8.1) na direção x (horizontal)

Exemplos		1 Faixa da Borda	1 Faixa Central	Faixa do Pilar Interno	
8.1.1 Protensão Limitada	n <sup>o</sup> cabos ( $A_p$ )	12	20	32	
	$A_s^{(*)}$	-	-	-	
	$w_k$	-	-	-	
8.1.2 Protensão Parcial	n <sup>o</sup> cabos ( $A_p$ )	8	13	25	
	$A_s^{(*)}$	-	-	-	
	$w_k$	-	-	-	
8.1.3 Protensão Parcial (quantidade mínima de cabo)	n <sup>o</sup> cabos ( $A_p$ )	3	5	10	
	$A_s^{(*)}$ (cm <sup>2</sup> /m)	Pilar(-)	10,9	6,0	17,9
		Vão(+)	5,2	5,1	2,7
	$w_k$ (mm)	Pilar	0,17	0,16	0,18
		Vão	0,2	0,2	0,13

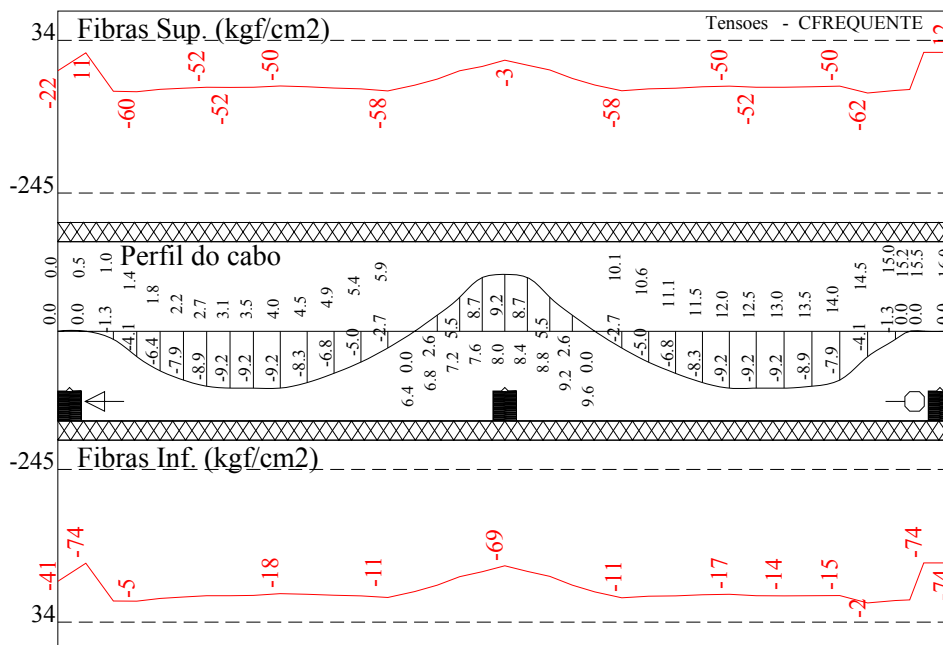
(\*)  $A_s$  devido a ELU  $t_{\infty}$ , - indica a inexistência deste valor

Como já citado o número de cabos para o exemplo 8.1.1 é obtido através dos limites de tensões para o carregamento quase permanente. Para mostrar que esse carregamento é realmente o determinante na obtenção do número de cabos, seguem as figuras 8.3, 8.4 e 8.5 as quais ilustram as tensões na borda superior e inferior da laje na faixa do pilar interno para, respectivamente, a combinação quase permanente, combinação freqüente e no ato da protensão. Essas figuras são obtidas do programa TQS e contêm as seguintes informações: na parte superior da figura têm-se as tensões atuantes na borda superior da laje (em vermelho) com a unidade em kgf/cm<sup>2</sup> e ao lado esquerdo os limites de tensões permitidos para a combinação de ação analisada; na parte central da figura tem-se o traçado do cabo (perfil do cabo) com os valores das excentricidades, em centímetro, ilustrados ao longo do eixo x, o qual também informa a distância do ponto à extremidade esquerda da laje, em metro. Por fim têm-se as tensões atuantes na borda inferior da laje (em vermelho), em kgf/cm<sup>2</sup>, e ao lado esquerdo os limites de tensões permitidos para a

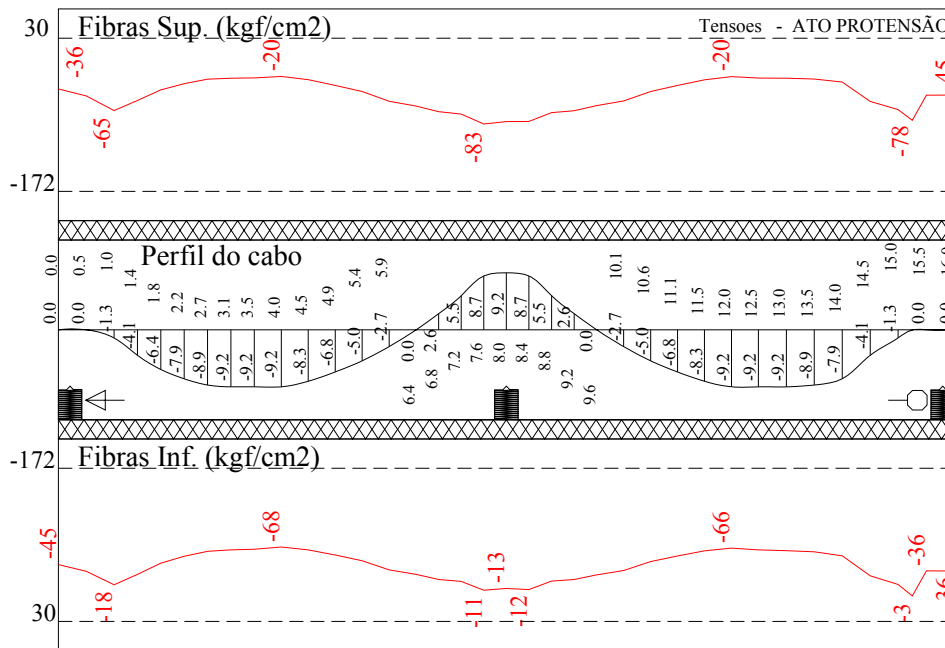
combinação de ação analisada. A convenção de sinais neste caso é tração sinal positivo e compressão sinal negativo.



**Figura 8.3:** Tensões na faixa do pilar interno para a combinação quase permanente, limites  $(-245 < \sigma_{g1+g2+0,3q} < 0 \text{ kgf/cm}^2)$ .



**Figura 8.4:** Tensões na faixa do pilar interno para a combinação freqüente, limites  $(-245 < \sigma_{g1+g2+0,4q} < 34 \text{ kgf/cm}^2)$ .



**Figura 8.5:** Tensões na faixa do pilar interno no ato da protensão, limites ( $-172 < \sigma_{gl} < 30 \text{ kgf/cm}^2$ ).

A seguir, apresenta-se o cálculo de número de cabos para a faixa do pilar interno para a combinação quase permanente atender os limites de tensões para a protensão limitada a partir dos valores do momento do exemplo 8.1.1. O ponto escolhido é a borda superior no pilar interno (P5) com o valor do vão  $x = 8\text{m}$ . Dados obtidos do pré-dimensionamento do programa TQS para 30 cabos:  $M_{g1+g2+0,3q} = -163 \text{ kNm/m}$ ,  $M_{hip} = 20 \text{ kNm/m}$ ,  $\sigma_{t\infty} = 2921/30.1 = 97,37 \text{ kN/m}^2$ ,  $W_s = W_i = 0,014 \text{ m}^3$ .

$$-\frac{n\sigma_i A_{cabo}}{A_{concreto}} - \frac{nM_{1cabo, isost}}{W_i} - \frac{M_{hip}}{W_i} + \frac{M_{g1+g2+0,3q}}{W_i} \leq 0$$

sendo:  $M_{1cabo, isost}$  – momento isostático de um cabo;

$M_{hip}$  – momento hiperestático;

$n$  – número de cabos;

$\sigma_i$  – tensão no cabo na seção para o tempo infinito (neste caso, numericamente igual a força de protensão devido a área do cabo ser  $1 \text{ cm}^2$ );

$W_{i,s}$  – módulo de resistência (inferior ou superior).



$$-\frac{n \cdot 97,37}{0,29} - \frac{n \cdot 97,37 \cdot 0,092}{0,014} + \frac{163}{0,014} - \frac{20}{0,014} \leq 0$$

$n \geq 10,47$  cabos/metro, como essa faixa possui três metros, têm-se 32 cabos.

O mesmo raciocínio é adotado para as demais faixas desse exemplo, resultando nos dados da tabela 8.4.

Vale ressaltar que no exemplo 8.1.1, para atender a ruptura no tempo infinito, seriam necessários 25 cabos, como mostrado no capítulo 4.5.1. No entanto, foram usados os 32 cabos para atender as condições de fissurações em serviço para a combinação quase permanente.

Para a obtenção de números de cabos para a protensão parcial aderente com 29 cm de espessura de laje (exemplo 8.1.2), é adotado o cálculo do ELU  $t_{\infty}$  sem a utilização de armadura passiva (ver capítulo 7.3.1). A tabela 8.5 contém os valores de cabos necessários para as faixas de borda, central e do pilar interno na direção x. O valor de “d” utilizado no cálculo é  $d = 29 - 3,5 - 0,8 = 24,7$  cm. Para a direção y, é acrescentado um cabo a mais para cada faixa devido à excentricidade do cabo ser menor. Os valores usados para esse dimensionamento são os obtidos do pré-dimensionamento do programa, o qual utiliza 10, 18 e 28 cabos para, respectivamente, a faixa de borda, central e de pilar interno.

**Tabela 8.5:** Números de cabos para cada faixa na direção x do exemplo 8.1.2 (protensão parcial com cordoalha aderente).

Faixas	$M_{g1+g2+q}$ kNm/m	$M_{hip}$ kNm/m	$M_d$ kNm/m	$\sigma_{t\infty}$ (kN/cm <sup>2</sup> )	KMD	Kz	$\varepsilon_s$ (‰)	$\varepsilon_t$ (‰)	$f_s$ (MPa)	n <sup>o</sup> cabo	Largura faixa (m)	n <sup>o</sup> cabo total
Borda	-131	19	166,3	97,7	0,13	0,92	10	14,8	1465	4,99	1,5	8
Central	-71	13	87,7	97,7	0,07	0,96	10	14,8	1465	2,52	5	13
Pilar interno	-192	19	251	97,7	0,19	0,87	7,42	12,3	1441	8,09	3	25

Na figura 8.6 são ilustradas as tensões no ato da protensão para a faixa do pilar interno e o traçado do cabo. Nota-se que há um folga nas tensões para atingir os limites de tensões estabelecidos pela NBR 6118:2003 para a protensão parcial no ato da protensão.

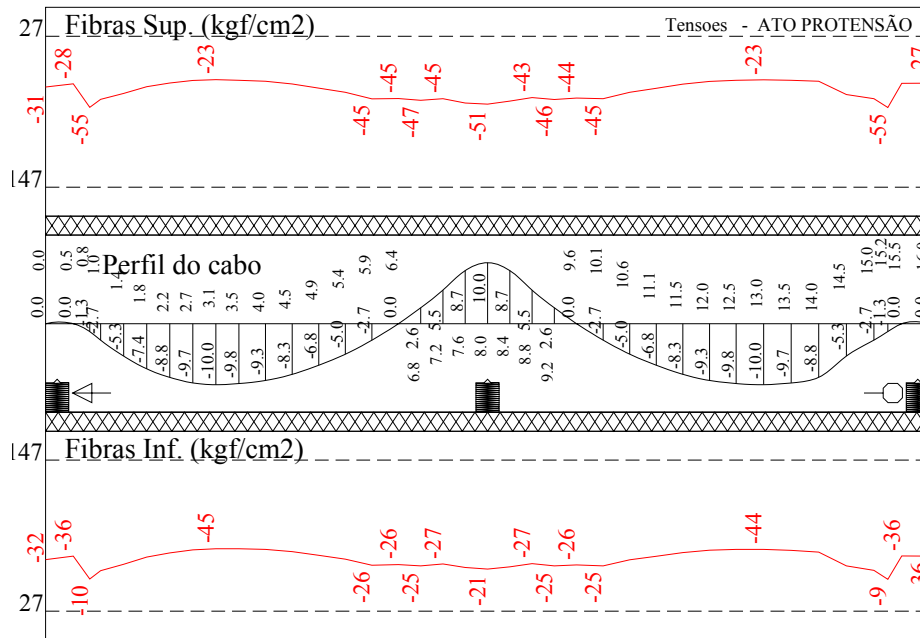
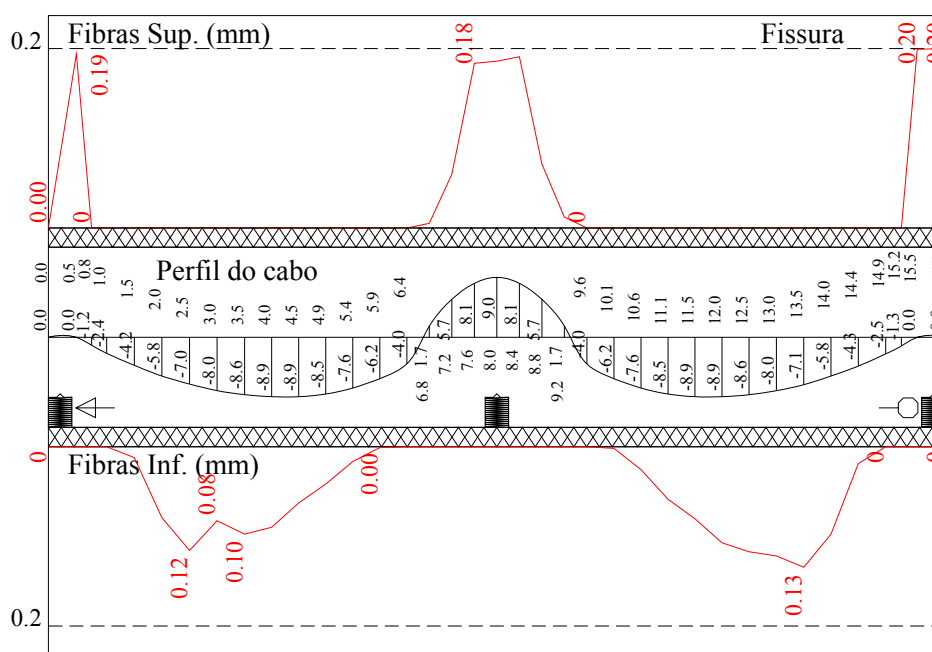


Figura 8.6: Perfil do cabo e tensões no ato da protensão do exemplo 8.1.2

Já no exemplo 8.1.3, tem-se a quantidade mínima de cabos permitida respeitando a abertura de fissura ( $w_k < 2\text{mm}$ ), o espaçamento máximo e as tensões no ato da protensão. Na figura 8.7 é mostrada a abertura de fissura (em vermelho) para a faixa do pilar interno. O processo de determinação do número de cabos aqui é por tentativa. Diminui-se o número de cabos até que na tela gráfica, como a da figura 8.7, a abertura de fissura (vermelho) atinja o seu valor limite ( $w_k < 2\text{mm}$ ).



**Figura 8.7:** Abertura de fissura para a faixa do pilar interno do exemplo 8.1.3

Vale ressaltar que se o limite de abertura de fissuração tivesse sido ultrapassado e as tensões no ato da protensão tivessem sido respeitadas, poder-se-ia prosseguir com o dimensionamento acrescentando armadura passiva até respeitar esse limite de abertura.

Nota-se que o protejo de protensão parcial para uma mesma estrutura é bastante variável, isso se deve ao fato do mesmo permitir a abertura de fissuras e possuir limites de tensões somente para o ato da protensão. Sendo assim, fica a critério do projetista a quantidade de armadura ativa e passiva a ser utilizada, desde que sejam respeitadas as exigências da protensão parcial.

## 8.2 COMPARAÇÃO DOS TIPOS DE PROTENSÃO QUANTO À ADERÊNCIA

Como citado, a protensão com utilização de cordoalha aderente resulta em estrutura com maior reserva de resistência estrutural e com melhor distribuição de fissuras, enquanto a protensão não-aderente apresenta maiores vantagens construtivas e um maior braço de alavanca.

Para ilustrar a diferença da resistência estrutural entre os dois tipos de cordoalhas são resolvidos dois casos, sendo um de protensão limitada com cordoalha engraxada (exemplo 8.2.1), o qual é comparado com a protensão limitada com cordoalha aderente

(exemplo 8.1.1), ambas com o mesmo número de cabos (oriundos do cálculo de verificações em serviço). O outro caso é o de protensão parcial engraxada (exemplo 8.2.2), o qual é comparado com a protensão parcial com cordoalha aderente (exemplo 8.1.2), sendo nesse caso adotada diferente quantidade de cabos para cada exemplo (número de cabos oriundos do cálculo para atender ao  $ELU_{t_{\infty}}$  sem o uso de armadura passiva).

Para a análise dos resultados referentes à diferença do tipo de cordoalha na protensão limitada é utilizada a faixa do pilar interno, por ser a região mais solicitada desta estrutura. Nota-se que para a protensão limitada com cordoalha aderente atender ao ELU de ruptura no tempo infinito são necessários 25 cabos (ver cálculo realizado no capítulo 4.5.1), sendo assim, como se têm 32 cabos (oriundos das verificações de tensões, ver capítulo 8.1) não necessita o uso de armadura passiva complementar para atender ao ELU. Já para a protensão limitada utilizando a cordoalha engraxada, com a mesma quantidade de cabos (32 cabos) para atender essa mesma verificação, é necessário completar com  $0,59 \text{ cm}^2/\text{m}$  de armadura passiva na região do pilar central (ver cálculo realizado no capítulo 4.5.3).

Nas figuras 8.8 e 8.9, são ilustrados, respectivamente, os valores das forças da protensão limitada para o uso de cordoalhas engraxadas e aderentes, ambas na faixa do pilar interno. Nota-se que os valores das forças para o caso da cordoalha engraxada são maiores que o da cordoalha aderente, pois o atrito na engraxada é menor. Essas figuras são retiradas do programa TQS e contêm as seguintes informações: na parte superior da figura têm-se os diagramas das forças no tempo zero (em azul), considerando as perdas iniciais, e no tempo infinito (em magenta), considerando as perdas iniciais e ao longo do tempo; na parte central tem-se o traçado do cabo e na parte inferior os valores das forças de protensão no tempo zero em uma fileira e no tempo infinito em outra fileira. O valor da força de protensão é dado em tf por faixa (o programa nomeia cada faixa de “RPU”). Nota-se que ao lado esquerdo superior tem-se o valor da força inicial de protensão por RPU.

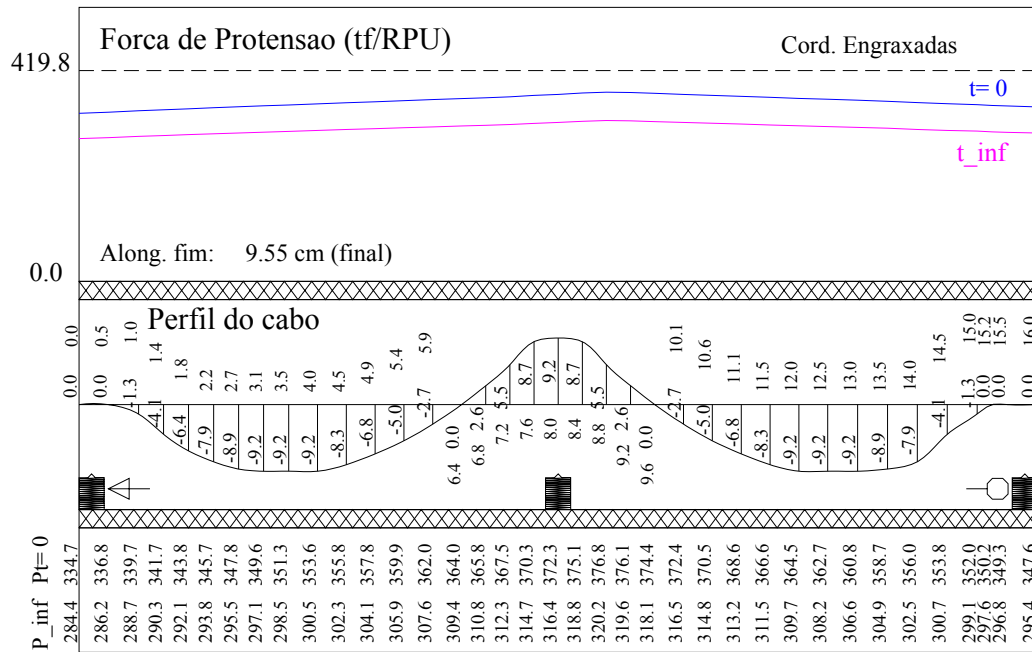


Figura 8.8: Forças de protensão em tf para cordoalha engraxada (exemplo 8.2.1)

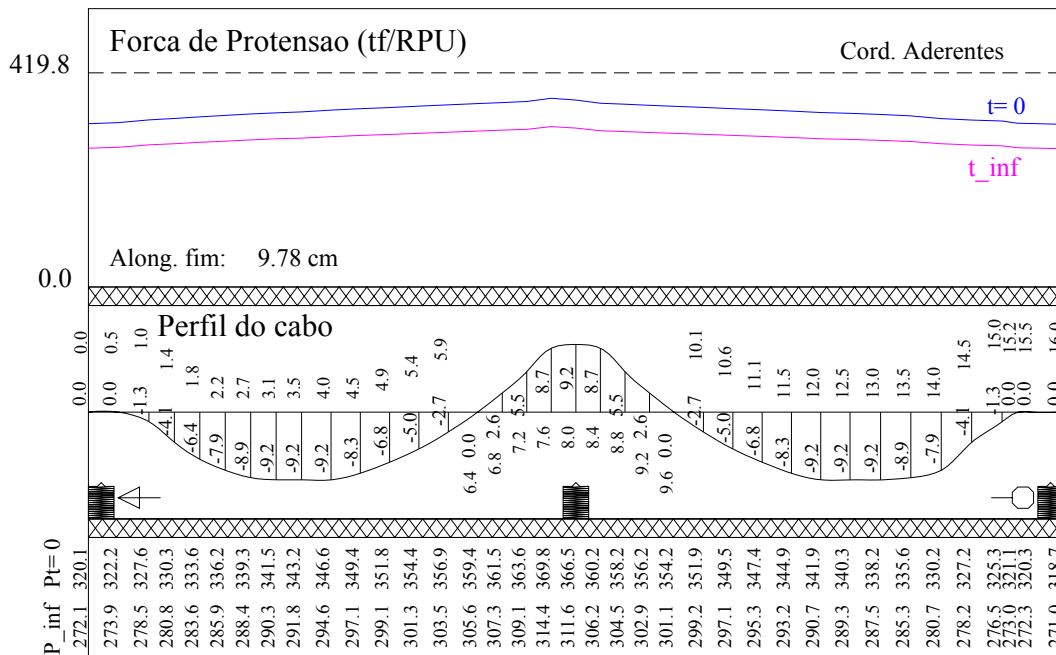


Figura 8.9: Forças de protensão para cordoalha aderente (exemplo 8.1.1)

Sendo assim, como esta faixa tem 32 cabos, o valor da tensão por cabo engraxado (exemplo 8.1.1) para o meio do vão ( $x = 8m$ ) no tempo infinito é:

$$\sigma = \frac{F_p}{n^o_{cabos} \cdot A_{p\_1cabo}};$$

$$\sigma = \frac{3164}{32.1} = 98,875 \text{ kN/cm}^2 = 988,75 \text{ MPa}$$

Já o valor da força inicial utilizado é o mesmo para os dois tipos de cordoalha, sendo:

$$\sigma = \frac{4198}{32.1} = 131,2 \text{ kN/cm}^2 = 1312 \text{ MPa}, \text{ que é o valor permitido pela NBR}$$

6118:2003.

Para o exemplo de protensão parcial engraxada (exemplo 8.2.2) o número de cabos é obtido para atender ao  $ELU_{\infty}$  sem a utilização de armadura passiva, ver tabela 8.6. O valor de “d” utilizado no cálculo é  $d = 29 - 3,5 - 0,635 = 24,86$  cm, que é maior que o utilizado na protensão com a cordoalha aderente ( $d = 24,7$  cm) devido ao tipo de cordoalha. Os valores usados para esse dimensionamento são os obtidos do pré-dimensionamento do programa, o qual utiliza 10, 17 e 28 cabos para, respectivamente, a faixa de borda, central e de pilar interno.

**Tabela 8.6:** Números de cabos para cada faixa na direção x do exemplo 8.2.2 (protensão parcial com cordoalha engraxada, ver tabela 8.1).

Faixas	$M_{g1+g2+q}$ kNm/m	$M_{hip}$ kNm/m	$M_d$ kNm/m	$\sigma_{\infty}$ (kN/cm <sup>2</sup> )	KMD	Kz	$\Delta\sigma_p$ (MPa)	$f_{pt}$ (MPa)	n <sup>o</sup> cabo	Largura faixa (m)	n <sup>o</sup> cabo total
Borda	-131	20	165,4	99	0,125	0,92	144,5	1134,5	6,4	1,5	10
Central	-71	14	86,8	99	0,065	0,96	113,8	1103,8	3,3	5	17
Pilar interno	-192	19	251,7	99	0,19	0,87	96,6	1086,6	10,75	3	33

Nota-se que o número de cabos obtido para a protensão parcial engraxada atender ao  $ELU_{\infty}$  sem a utilização de armadura passiva é maior que o da protensão parcial aderente, ver tabela 8.7. Os números de cabos para a protensão parcial aderente são os da tabela 8.5.

**Tabela 8.7:** Números de cabos utilizados para a protensão parcial

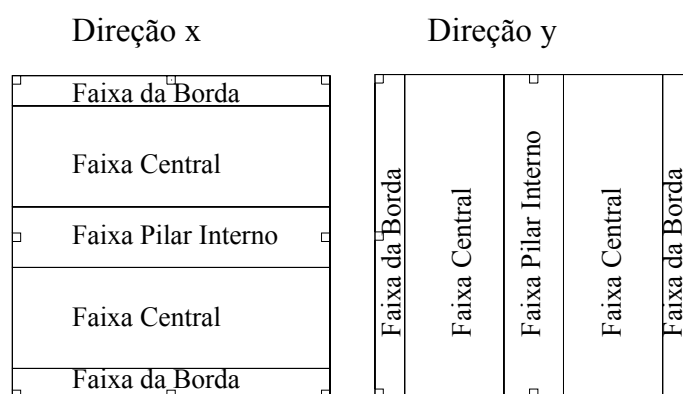
Faixas	Aderente (exemplo 8.1.2)	Engraxada (exemplo 8.2.2)
Borda	8	10
Central	13	17
Pilar interno	25	33

### 8.3 COMPARAÇÕES DAS DIFERENTES DISTRIBUIÇÕES DOS CABOS EM PLANTA

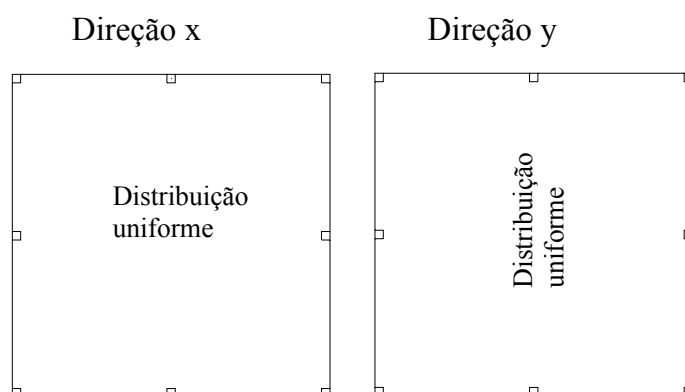
Como citada no capítulo 7.1, a distribuição dos cabos em planta que tem melhor desempenho em serviço é em faixa, pois é a mais coerente com a resposta natural da laje.

Para comparações das diferentes distribuições dos cabos em planta tem-se o caso de protensão limitada com cordoalha aderente com as três distribuições mais utilizadas:

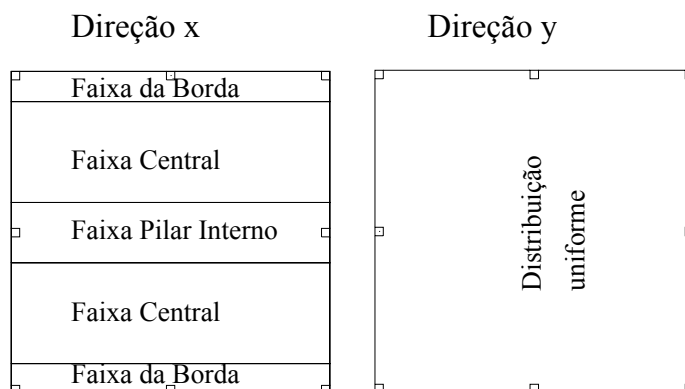
- distribuição em faixa nas duas direções x e y (exemplo 8.1.1, ver figura 8.10);
- distribuição uniforme nas duas direções x e y (exemplo 8.3.1, ver figura 8.11);
- distribuição em faixa na direção x e uniforme na direção y (exemplo 8.3.2, ver figura 8.12).



**Figura 8.10:** Cabos distribuídos em faixa na direção x e y (exemplo 8.1.1).



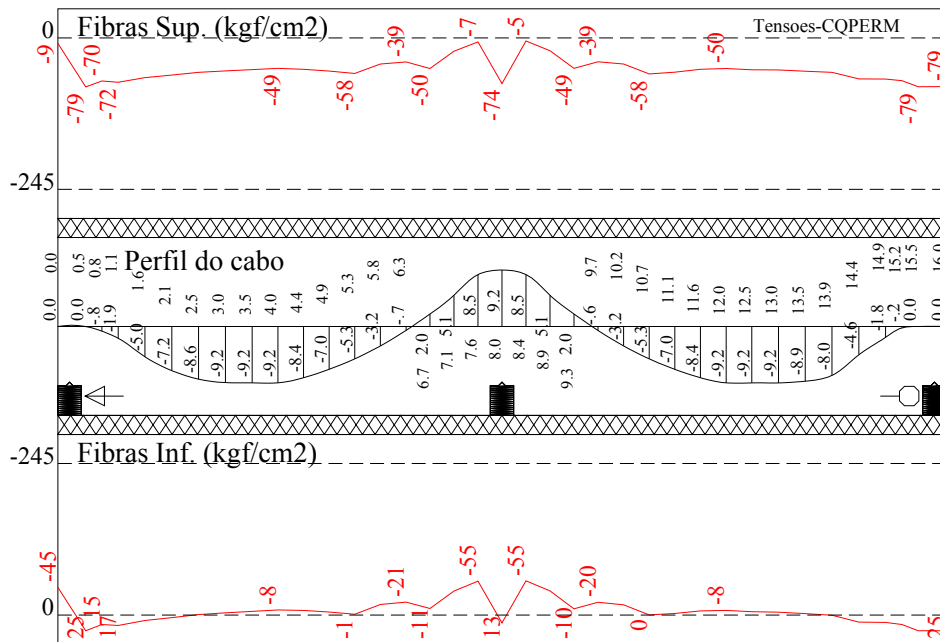
**Figura 8.11:** Cabos distribuídos em faixa na direção x e y (exemplo 8.3.1).



**Figura 8.12:** Cabos distribuídos em faixa na direção x e uniforme na direção y (exemplo 8.3.2).

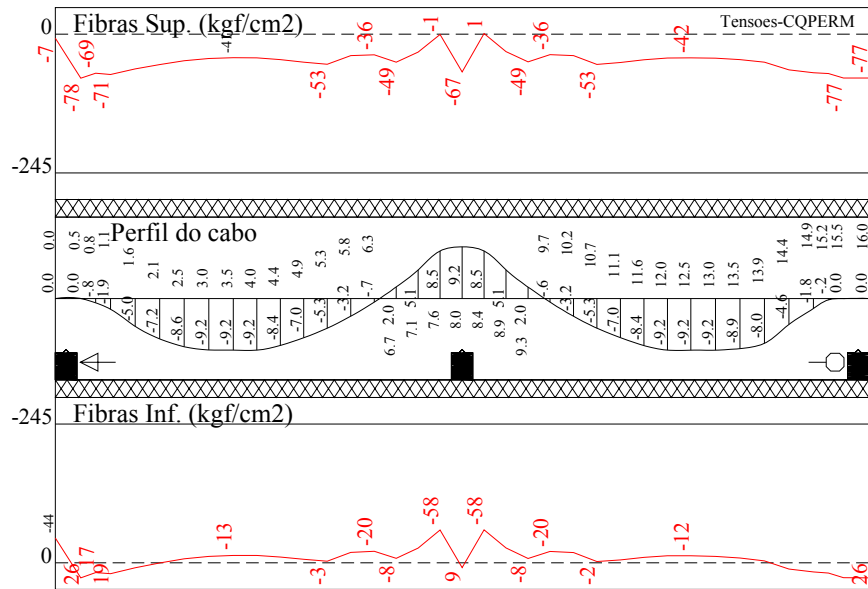
Verifica-se que a distribuição de cabos uniforme nas duas direções apresenta solução satisfatória de tensão apenas com 145 cabos, como pode ser visto na figura 8.13. Nesta mesma figura os valores não atendidos de tensão correspondem a pontos contidos nos pilares, perdendo o significado físico do valor da tensão neste caso.





**Figura 8.13:** Tensões na faixa do pilar interno para combinação quase permanente no exemplo 8.3.1 para a direção x.

Já no caso do exemplo 8.3.2, para a distribuição em faixa na direção x, as verificações de tensões são atendidas mesmo para o ponto central do pilar. O mesmo não ocorre para o eixo y com a distribuição uniforme dos cabos. Neste caso pode-se seguir o raciocínio mostrado no exemplo 8.3.1. Na figura 8.14 são ilustradas as tensões para a combinação quase permanente, na qual é notada a presença de tração na borda inferior no vão x = 8 m (pilar interno).



**Figura 8.14:** Tensões na faixa do pilar interno para combinação quase permanente no exemplo 8.3.2 para o eixo y.

Para efeito de comparação são apresentados os números de cabos utilizados na distribuição em faixa nas duas direções (exemplo 8.1.1), uniforme nas duas direções (exemplo 8.3.1) e em faixa em uma direção e uniforme na outra (exemplo 8.3.2) nas tabelas 8.8, 8.9 e 8.10, respectivamente.

**Tabela 8.8:** Quantidade de cabos utilizados no exemplo 8.1.1

Faixas	Direção X	Direção Y
Borda	12	13
Central	20	21
Pilar interno	32	33
Central	20	21
Borda	12	13
<b>Total</b>	<b>96</b>	<b>101</b>

**Tabela 8.9:** Quantidade de cabos utilizados no exemplo 8.3.1

Faixas	Direção X	Direção Y
Única (distribuição uniforme)	145	145
Total	145	145

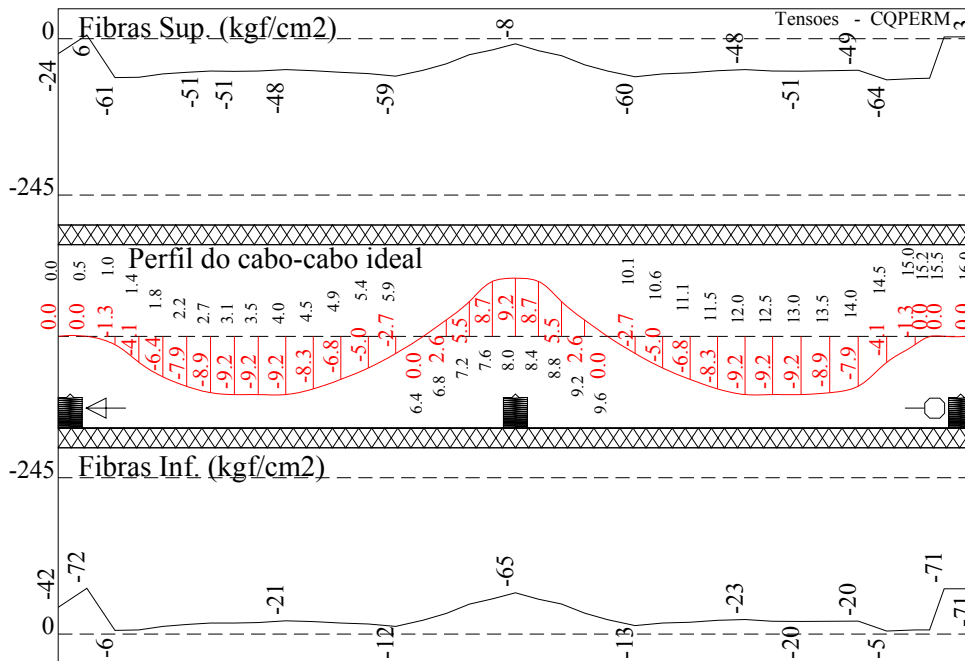
**Tabela 8.10:** Quantidade de cabos utilizados no exemplo 8.3.2

Faixas	Direção X	Direção Y (única)
Borda	12	138
Central	20	
Pilar interno	32	
Central	20	
Borda	12	
Total	96	

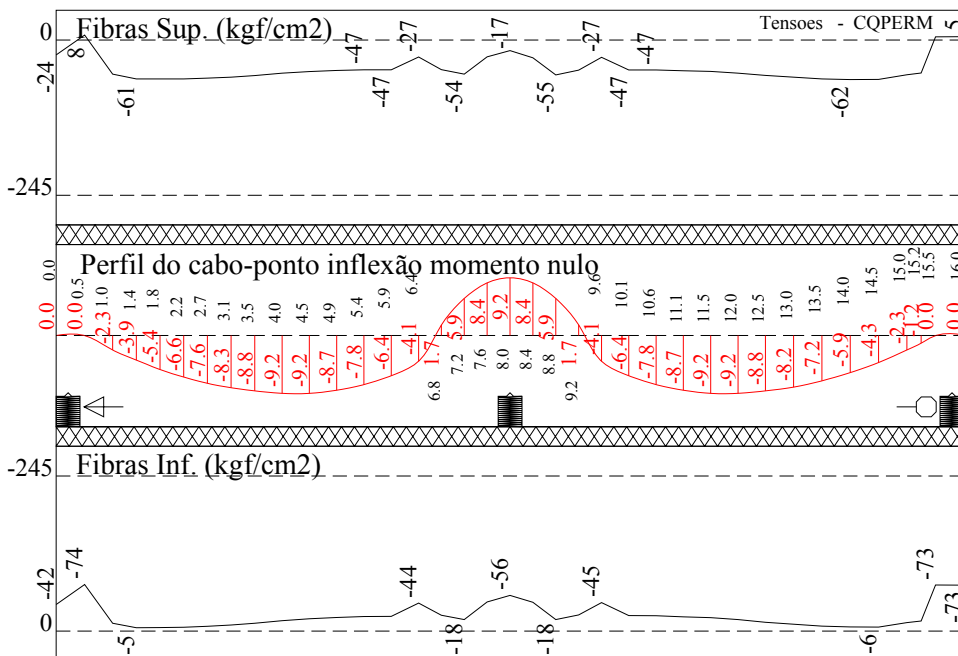
Nota-se que no exemplo 8.1.1 é necessária a utilização de 197 cabos, o que corresponde a 32% a menos que no exemplo 8.3.1 (total de 290 cabos) e 15% a menos que no exemplo 8.3.2 (total de 234 cabos). Ainda, quanto mais se utiliza o uso da distribuição em faixa mais o número de cabo é reduzido, isso ocorre devido à aproximação do comportamento natural da laje. Todas estas considerações estão relacionadas ao formato dos painéis, que neste caso é quadrado (8x8m).

#### 8.4 COMPARAÇÕES DAS GEOMETRIAS DOS CABOS EM ELEVAÇÃO

Em relação à geometria do cabo em elevação é analisado o caso de protensão limitada com cordoalha engraxada utilizando a trajetória ideal sugerida nesta dissertação (exemplo 8.2.1, ver figura 8.15), a trajetória que adota o local do ponto de inflexão onde o momento da laje se anula (exemplo 8.4.1, ver figura 8.16), a que considera o ponto de inflexão de 5% do vão (exemplo 8.4.2, ver figura 8.17) e a outra 15% do vão (exemplo 8.4.3, ver figura 8.18). Nessas figuras têm-se as tensões na borda superior, o traçado do cabo e as tensões na borda inferior. Nas soluções são usados 32 cabos.



**Figura 8.15:** Trajetória do cabo ideal. (cotas em cm – vermelho)  
(exemplo 8.2.1)



**Figura 8.16:** Trajetória do cabo considerando o ponto de inflexão no momento nulo.  
(exemplo 8.4.1)

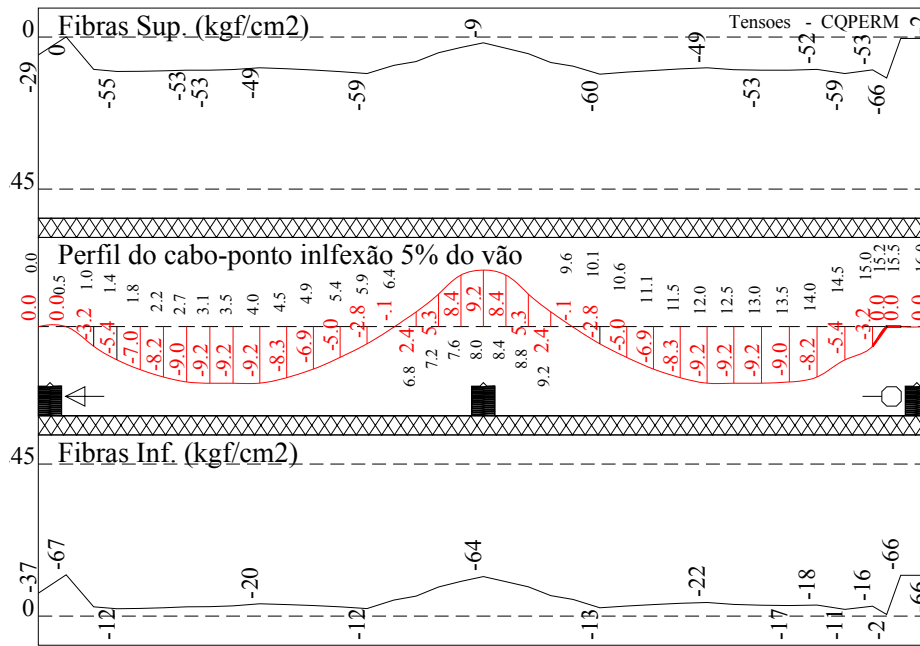


Figura 8.17: Trajetória do cabo considerando o ponto de inflexão para 5% vão.  
(exemplo 8.4.2)

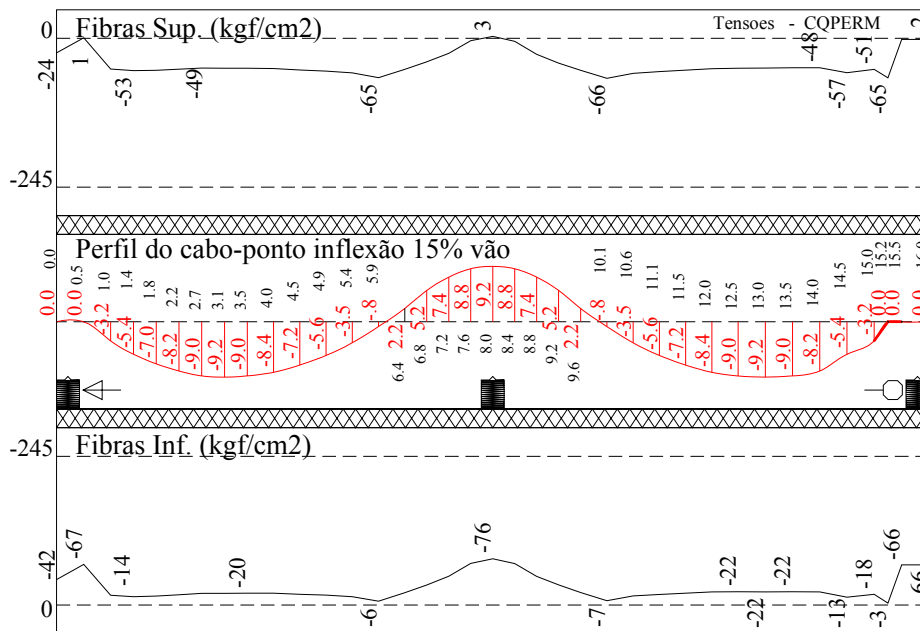


Figura 8.18: Trajetória do cabo considerando o ponto de inflexão para 15% vão.  
(exemplo 8.4.3)

Dos resultados obtidos, nota-se que as diferenças entre as três primeiras trajetórias é muito pequena em relação à contribuição nas tensões. Sendo assim, fica a critério do projetista a escolha de qual traçado utilizar. O mesmo não ocorre com o traçado que considera 15% do vão (ver figura 8.18), pois este tem tração na borda superior em cima do pilar interno (P5). Neste caso é necessário o emprego de um número maior de cabos para atender as verificações em serviço. Segue o cálculo do número de cabos necessários para esta situação:

Dados:  $M_{cqp} = -163 \text{ kNm/m}$ ; excentricidade = 9,2 cm;  $M_{hip} = 8 \text{ kNm/m}$ ;  $f_p = 99 \text{ kN}$  (no tempo infinito);  $w_i = w_s = 0,014 \text{ m}^3/\text{m}$  e  $h = 29 \text{ cm}$ .

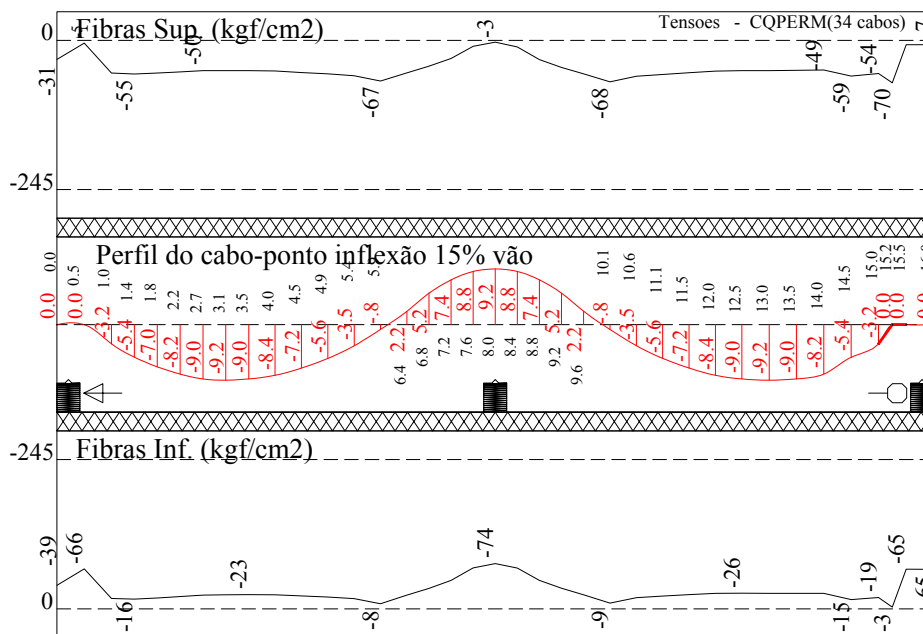
$$-\frac{n\sigma_i A_{cabo}}{A_{concreto}} - \frac{nM_{1cabo, isost}}{W_i} - \frac{M_{hip}}{W_i} + \frac{M_{g1+g2+0,3q}}{W_i} \leq 0$$

$$-\frac{n.98,96}{0,29} - \frac{n.98,96.0,092}{0,014} - \frac{8}{0,014} + \frac{163}{0,014} \leq 0$$

$$-341,2n - 650,3n + 11071,4 \leq 0$$

$n \geq 11,16$  cabos por metro, como a faixa central é de 3m tem-se  $n \geq 33,49$  cabos.

Portanto colocando-se 34 cabos as tensões de serviços são atendidas (ver figura 8.19).



**Figura 8.19:** Tensões no exemplo 8.4.3 considerando 34 cabos (exemplo 8.4.4)

## 8.5 CÁLCULO E USO DA ARMADURA PASSIVA MÍNIMA LONGITUDINAL

Para o cálculo de armadura passiva mínima a ser usada (citada no capítulo 6) são feitos os exemplos de protensão limitada, utilizando cordoalha aderente (exemplo 8.1.1) e engraxada (exemplo 8.2.1), e de protensão parcial, também utilizando cordoalha aderente (exemplo 8.1.2) e engraxada (exemplo 8.2.2). Os cálculos são feitos para a faixa do pilar interno e respeitando as recomendações da NBR 6118:2003.

Para o cálculo de armadura passiva mínima a ser usada tem-se:

- Exemplo de protensão limitada com cordoalha aderente (exemplo 8.1.1). Tem 32 cabos em 3 metros, portanto  $10,66 \text{ cm}^2/\text{m}$  (ver tabela 8.4). Na tabela 6.2 para  $f_{ck} = 35\text{MPa}$ , retangular tem-se  $\rho_{\min} = 0,201\%$ .

a)  $A_{s\min}$  negativo:

$$\rho_{\min} = \frac{A_{s\min}}{29.100} = \frac{0,201}{100} - \frac{10,66}{100.29} \geq 0,67.0,00201 \text{ (ver tabela 6.1);}$$

$$\frac{A_{s\min}}{29.100} \geq 0,0013467;$$

$$A_{s\min} \geq 3,9\text{cm}^2 / \text{m}, \phi 8 \text{ mm cada } 12,5 \text{ cm } (4,00 \text{ cm}^2/\text{m}).$$

b)  $A_{s\min}$  positivo (tabela 6.1):

$$\rho_{\min} = \frac{A_{s\min}}{29.100} = (0,67.0,0021) - 0,0036 \geq 0,5.0,00201;$$

$$\frac{A_{s\min}}{29.100} \geq 0,0010;$$

$$A_{s\min} \geq 2,9\text{cm}^2 / \text{m}, \phi 6,3 \text{ mm cada } 10 \text{ cm } (3,20 \text{ cm}^2/\text{m}).$$

- Exemplo de protensão limitada com cordoalha engraxada (exemplo 8.2.1):

a)  $A_{s\min}$  negativo: para a cordoalha engraxada, tem-se o  $A_s$  negativo mínimo para a região dos pilares e para o restante da laje.

a.1)  $A_{s\min}$  negativo para a laje:

$$\rho_{\min} = \frac{A_{s\min}}{29.100} = 0,00201 - 0,5.0,0036 \geq 0,0013467;$$

$$\frac{A_{s\min}}{29.100} \geq 0,0013467;$$

$$A_{s\min} \geq 3,9\text{cm}^2 / m, \phi 8 \text{ mm cada } 12,5 \text{ cm } (4,00 \text{ cm}^2/m).$$

a.2)  $A_{s\min}$  negativo para a região do pilar (NBR 6118:2003 – item 19.3.3.2)

Pilar 42 x 42 cm, vão médio 8 m e espessura da laje  $h = 29\text{cm}$ :

$$A_s \geq 0,00075.29.800;$$

$$A_s \geq 17,4 \text{ cm}^2/l \quad \text{sendo } l = 42 + 1,5.29.2 = 129\text{cm}$$

$$\therefore A_s \geq 17,4/1,29 = 13,48\text{cm}^2 / m$$

$$\phi 16 \text{ mm cada } 15 \text{ cm } (13,33 \text{ cm}^2/m)$$

b)  $A_{s\min}$  positivo:

$$\frac{A_{s\min}}{29.100} \geq 0,00201 - 0,5.0,0036 \geq 0,5.0,00201;$$

$$\frac{A_{s\min}}{29.100} \geq 0,0010;$$

$$A_{s\min} \geq 2,9\text{cm}^2 / m, \phi 6,3 \text{ mm cada } 10 \text{ cm } (3,20 \text{ cm}^2/m).$$

➤ Exemplo de protensão parcial com cordoalha aderente (exemplo 8.1.2). Tem 25 cabos em 3 metros, portanto  $8,33 \text{ cm}^2/m$  (ver tabela 8.4). Na tabela 6.2 para  $f_{ck} = 30\text{MPa}$ , retangular tem-se  $\rho_{\min} = 0,173\%$ ..:

a)  $A_{s\min}$  negativo:

$$\rho_{\min} = \frac{A_{s\min}}{29.100} = \frac{0,173}{100} - \frac{8,33}{100.29} \geq 0,67.0,00173 \quad (\text{ver tabela 6.1});$$

$$\frac{A_{s\min}}{29.100} \geq 0,001159;$$

$$A_{s\min} \geq 3,36\text{cm}^2 / m, \phi 8 \text{ mm cada } 15 \text{ cm } (3,33 \text{ cm}^2/m).$$



b)  $A_{smin}$  positivo:

$$\rho_{min} = \frac{A_{smin}}{29.100} = 0,001159 - 0,00287 \geq 0,5 \cdot 0,00173 ;$$

$$\frac{A_{smin}}{29.100} \geq 0,000865 ;$$

$$A_{smin} \geq 2,56 \text{ cm}^2 / m , \phi 6,3 \text{ mm cada } 12,5 \text{ cm } (2,56 \text{ cm}^2/m).$$

➤ Exemplo de protensão parcial com cordoalha engraxada (exemplo 8.2.2):

a)  $A_{smin}$  negativo: para a cordoalha engraxada, tem-se o  $A_s$  negativo mínimo para a região dos pilares e para o restante da laje ( $f_{ck} = 30 \text{ MPa}$ ). Tem 33 cabos em 3 metros, portanto  $11 \text{ cm}^2/m$  (ver tabela 8.4)

a.1)  $A_{smin}$  negativo para a laje:

$$\rho_{min} = \frac{A_{smin}}{29.100} = 0,00173 - 0,5 \cdot \frac{11}{29.100} \geq 0,67 \cdot 0,00173 ;$$

$$\frac{A_{smin}}{29.100} \geq 0,001159 ;$$

$$A_{smin} \geq 3,36 \text{ cm}^2 / m , \phi 8 \text{ mm cada } 15 \text{ cm } (3,33 \text{ cm}^2/m).$$

a.2)  $A_{smin}$  negativo para a região do pilar:

Pilar com vão médio 8 m:

$$A_s \geq 0,00075 \cdot 29.800 ;$$

$$A_s \geq 17,4 \text{ cm}^2/l \quad \text{sendo } l = 42 + 1,5 \cdot 29 \cdot 2 = 129 \text{ cm}$$

$$\therefore A_s \geq 17,4 / 1,29 = 13,48 \text{ cm}^2 / m$$

$\phi 16 \text{ mm cada } 15 \text{ cm } (13,33 \text{ cm}^2/m).$

b)  $A_{smin}$  positivo:

$$\frac{A_{smin}}{29.100} \geq 0,00173 - 0,5 \cdot \frac{11}{29.100} \geq 0,5 \cdot 0,00173 ;$$

$$\frac{A_{smin}}{29.100} \geq 0,000865 ;$$

$$A_{s\min} \geq 2,5\text{cm}^2 / \text{m} , \phi 6,3 \text{ mm cada } 12,5 \text{ cm } (2,56 \text{ cm}^2/\text{m}).$$

Nas tabelas 8.11 e 8.12 são colocados os valores mínimos de  $A_s$  para, respectivamente, protensão limitada e parcial, sendo ambas com cordoalhas aderentes e engraxadas.

**Tabela 8.11:**  $A_s$  mínimo para protensão limitada.

	Aderente	Engraxada
$A_s$ negativo	$\phi 8 \text{ mm cd } 12,5 \text{ cm}$ (3,9 cm <sup>2</sup> /m)	Laje $\phi 8 \text{ mm cd } 12,5 \text{ cm}$ (3,9 cm <sup>2</sup> /m)
		Pilar $\phi 16 \text{ mm cd } 15 \text{ cm}$ (13,48 cm <sup>2</sup> /m)
$A_s$ positivo	$\phi 6,3 \text{ mm cd } 10 \text{ cm}$ (2,9 cm <sup>2</sup> /m)	$\phi 6,3 \text{ mm cd } 10 \text{ cm}$ (2,9 cm <sup>2</sup> /m)

**Tabela 8.12:**  $A_s$  mínimo para protensão parcial.

	Aderente	Engraxada
$A_s$ negativo	$\phi 8 \text{ mm cd } 15 \text{ cm}$ (3,36 cm <sup>2</sup> /m)	Laje $\phi 8 \text{ mm cd } 15 \text{ cm}$ (3,36 cm <sup>2</sup> /m)
		Pilar $\phi 16 \text{ mm cd } 15 \text{ cm}$ (13,48 cm <sup>2</sup> /m)
$A_s$ positivo	$\phi 6,3 \text{ mm cd } 12,5 \text{ cm}$ (2,5 cm <sup>2</sup> /m)	$\phi 6,3 \text{ mm cd } 12,5 \text{ cm}$ (2,5 cm <sup>2</sup> /m)

A armadura mínima não foi considerada no cálculo do  $ELU_{\infty}$  para os exemplos citados nesse capítulo. No entanto, para a protensão parcial, pode-se considerar essa armadura mínima no cálculo do  $ELU_{\infty}$  e, assim, diminuir a quantidade de cabos utilizados. Para exemplificar, são feitos os cálculos de armadura ativa no  $ELU_{\infty}$  considerando a armadura passiva mínima para a protensão parcial aderente (exemplo 8.1.2) e engraxada (exemplo 8.2.2). Ambos os cálculos são feitos para a faixa do pila central.

Nota-se que para a protensão limitada a quantidade de cabos não muda com a presença da armadura passiva, pois a determinação da quantidade é feita pela verificação de tensões em serviço.

### 8.5.1 CÁLCULO DA ARMADURA ATIVA PARA A PROTENSÃO PARCIAL ADERENTE CONSIDERANDO A ARMADURA PASSIVA MÍNIMA NO ELU<sub>T∞</sub>

Para o cálculo da armadura ativa aderente, considerando a armadura passiva no ELU<sub>T∞</sub>, é escolhida a faixa do pilar central, por ser a mais solicitada. Sendo assim, faz-se o cálculo em dois pontos, sendo o primeiro para o máximo momento negativo (pilar central e  $x = 8\text{m}$ ) e o segundo para o máximo momento positivo ( $x = 3,5\text{m}$ ).

- Para o máximo momento negativo ( $x = 8\text{m}$ ): Com os dados da tabela 8.5, considerando 25 cabos, e com  $A_{s\text{min}}$  negativo de  $3,36\text{ cm}^2/\text{m}$  tem-se:

$$\frac{M_d}{Kz.d} = A_p \cdot f_p + A_s \cdot f_s$$

$$\frac{251}{0,87 \cdot 0,247} = A_p \cdot 144,1 + 3,36 \cdot \frac{50}{1,15}$$

$$A_p = 7,11\text{ cm}^2/\text{m}, \text{ como a faixa tem } 3\text{ m de largura } A_p = 7,11 \times 3 = 21,3 \therefore 22 \text{ cabos}$$

Como o momento hiperestático varia com a quantidade de cabos, foi feito novamente o cálculo com os dados de 22 cabos, para verificar se a armadura passiva é realmente esta.

Dados para 22 cabos:

$$M_{g1+g2+q} = 192\text{ kNm/m}; M_{\text{hip}} = 14\text{ kNm/m}$$

$$M_d = 1,4 \times 192 - 0,9 \times 14 = 256,2\text{ kNm/m}; KMD = 0,195; Kz = 0,8678; \varepsilon_s = 7,0919\%_0$$

$$\varepsilon_t = 11,947\%_0; f_s = 14377,6\text{ daN/cm}^2$$

$$\frac{256,2}{0,8678 \cdot 0,247} = \frac{22}{3} \cdot 143,77 + A_s \cdot \frac{50}{1,15}$$

$$A_s = 3,24\text{ cm}^2/\text{m} \text{ contra } 3,36\text{ cm}^2/\text{m}$$

Se o resultado de armadura não desse próximo do que foi considerado, teria que se determinar novamente o número de cabos com o valor da nova armadura passiva. Este é um processo iterativo.

- Para o máximo momento positivo ( $x = 3,5\text{m}$ ): Dados:  $M_{g1+g2+q} = 84\text{ kNm/m}; M_{\text{hip}} = 32\text{ kNm/m}; M_d = 1,4 \times 84 + 1,2 \times 32 = 156\text{ kNm/m}; KMD = 0,11; Kz = 0,93; \varepsilon_s = 10\%_0;$

$\sigma_{\infty} = 91,4 \text{ kN/cm}^2$ ;  $\varepsilon_t = 14,57\%$ ;  $f_s = 14621 \text{ daN/cm}^2$ ;  $A_{\text{smín}} \text{ positiva} = 2,5 \text{ cm}^2/\text{m}$ .

$$\frac{156}{0,93 \cdot 0,247} = A_p \cdot 146,21 + 2,5 \cdot \frac{50}{1,15} \therefore$$

$A_p = 3,9 \text{ cm}^2/\text{m}$  como a faixa tem 3 m de largura  $A_p = 3,9 \times 3 = 11,7 \therefore 12$  cabos

Nota-se que o determinante é o cálculo para o momento negativo, o qual necessita de 22 cabos, sendo assim pode-se diminuir três cabos na faixa do pilar central para a protensão parcial aderente ao considerar a  $A_{\text{smín}}$ .

### 8.5.2 CÁLCULO DA ARMADURA ATIVA PARA A PROTENSÃO PARCIAL ENGRAXADA CONSIDERANDO A ARMADURA PASSIVA MÍNIMA NO ELU<sub>T∞</sub>.

O cálculo da armadura ativa engraxada também é feito para os momentos máximos (positivo e negativo).

- Para o máximo momento negativo ( $x = 8\text{m}$ ): Com os dados da tabela 8.6, que considera 33 cabos, e com  $A_{\text{smín}}$  negativo de  $13,48 \text{ cm}^2/\text{m}$  (por ser região do pilar) tem-se:

$$\frac{249,9}{0,8718 \cdot 0,248} = A_p \cdot 108,2 + 13,5 \cdot \frac{50}{1,15} \therefore$$

$A_p = 5,26 \text{ cm}^2/\text{m}$ , como essa faixa tem 3 m de largura, necessita de 15,79 cabos

$\therefore 16$  cabos.

- Para o máximo momento positivo ( $x = 3,5\text{m}$ ): Dados:  $M_{g1+g2+q} = 84 \text{ kNm/m}$ ;  $M_{\text{hip}} = 42 \text{ kNm/m}$ ;  $M_d = 1,4 \times 84 + 1,2 \times 42 = 168 \text{ kNm/m}$ ;  $K_{MD} = 0,127$ ;  $K_Z = 0,917$ ;  $\Delta\sigma = 99,83 \text{ MPa}$ ;  $\sigma_{\infty} = 9330 \text{ daN/cm}^2$ ;  $\sigma_t = 1032,83 \text{ daN/cm}^2$ ;  $A_{\text{smín}} \text{ positivo} = 2,5 \text{ cm}^2/\text{m}$

$$\frac{168}{0,917 \cdot 0,248} = A_p \cdot 103,2 + 2,5 \cdot \frac{50}{1,15} \therefore$$

$A_p = 6,1 \text{ cm}^2/\text{m}$  como essa faixa tem 3 m de largura, necessita de 18,31 cabos  $\therefore 19$

cabos.

Para a protensão parcial engraxada a NBR 6118:2003 é mais rigorosa na região do pilar para a  $A_{\text{smín}}$ , portanto, para esta região pode-se diminuir para 16 cabos. No entanto o

determinante para o número de cabos é o momento positivo, o qual necessita de 19 cabos.

Para melhor visualizar a redução de quantidade de cabos devido à consideração da  $A_{smin}$  no  $ELU_{t\infty}$ , segue na tabela 8.13 as quantidades dos cabos para a protensão parcial aderente e engraxada.

**Tabela 8.13:** Quantidade de cabos para a protensão parcial aderente e engraxada.

Cordoalha	Aderente			Engraxada		
	Sem utilizar $A_{smin}$ no cálculo $ELU_{t\infty}$	Com $A_{smin}$ no cálculo $ELU_{t\infty}$	$A_{smin}$ ( $cm^2/m$ )	Sem utilizar $A_{smin}$ no cálculo $ELU_{t\infty}$	Com $A_{smin}$ no cálculo $ELU_{t\infty}$	$A_{smin}$ ( $cm^2/m$ )
Máximo momento negativo ( $x = 8m$ )	25 cabos	22 cabos	3,36	33 cabos	16 cabos	13,48
Máximo momento positivo ( $x = 3,5m$ )	25 cabos	12 cabos	2,5	33 cabos	19 cabos	2,5

## 8.6 VERIFICAÇÃO DAS FLECHAS

A verificação da flecha é feita para o exemplo 8.1.1. Como já citado no capítulo 5.1 as verificações mais usuais são as de aceitabilidade sensorial (ver tabela 5.2). Da tabela 5.1 considerando a umidade de 40% (mais crítica) e a espessura fictícia de 29 cm tem-se o valor de  $\lambda$  (fluência) igual a 3.

Os valores das flechas obtidas pelo programa TQS são apresentados na tabela 8.14.

**Tabela 8.14:** Valores das flechas para o exemplo 8.1.1

Carregamento	$g_1$	$g_2$	$g_1+g_2+0,3q$	$g_1+g_2+q$	$q$	$p_{tinf}$
Flechas (mm)	-5	-3	-8,6	-10	-2	6

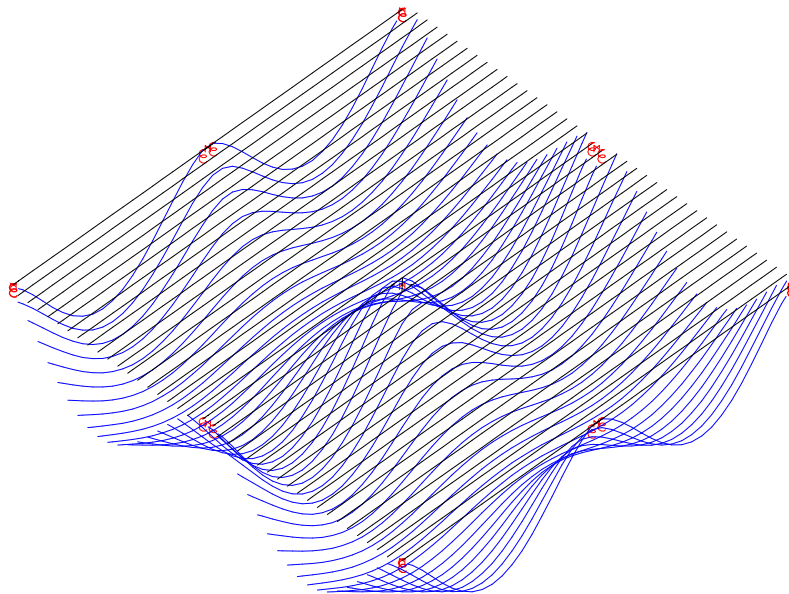
➤ **Visual:**  $a_{g1+g2+0,3q} (1+\square) + a_{ptinf} < \frac{l}{250}$

$$|-8,6 (1+3) + 6| = |-28,4 \text{ mm}| < |-\frac{8000}{250}| = |-32 \text{ mm}|; \text{ portanto satisfaz } 28,4 < 32 \text{ mm.}$$

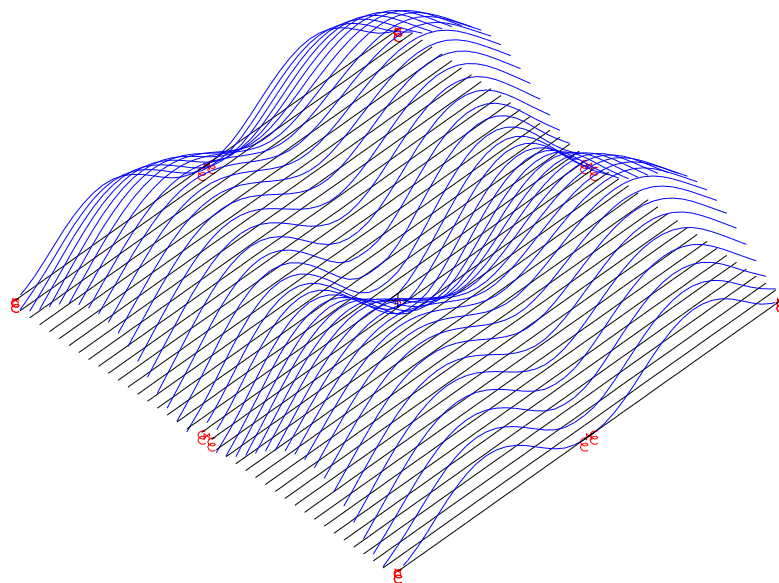
➤ **Vibração sentida no piso:**  $a_q < \frac{l}{350}$

$$2 \text{ mm} < \frac{8000}{350} = 22,8 \text{ mm}; \text{ portanto satisfaz.}$$

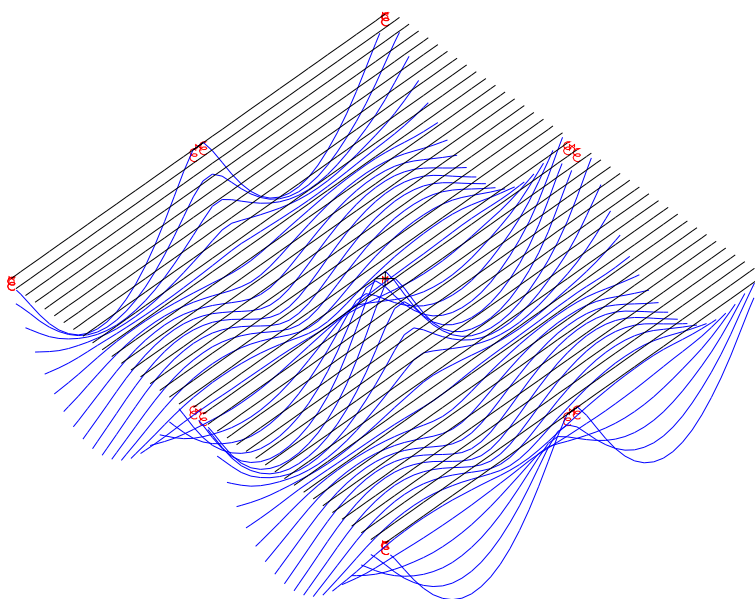
Para ilustrar o efeito da protensão na flecha seguem nas figuras 8.20, 8.21 e 8.22 as flechas do carregamento quase permanente, da protensão e do carregamento quase permanente mais a protensão, respectivamente.



**Figura 8.20:** Flecha para o carregamento quase permanente.



**Figura 8.21:** Flecha para a protensão.

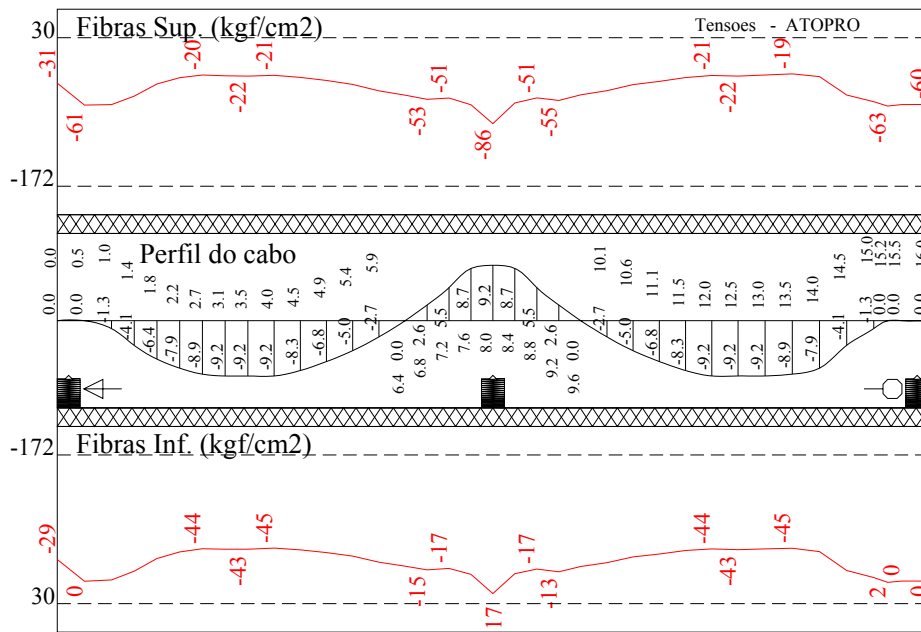


**Figura 8.22:** Flecha para o carregamento quase permanente mais a protensão.

Nas figuras anteriores (8.20 a 8.22) é notada a melhora no comportamento da laje em relação ao deslocamento transversal, devida à atuação da protensão.

### 8.7 VERIFICAÇÃO DA ARMADURA PASSIVA PARA O ELU NO ATO DA PROTENSÃO COM TENSÕES DE TRAÇÃO

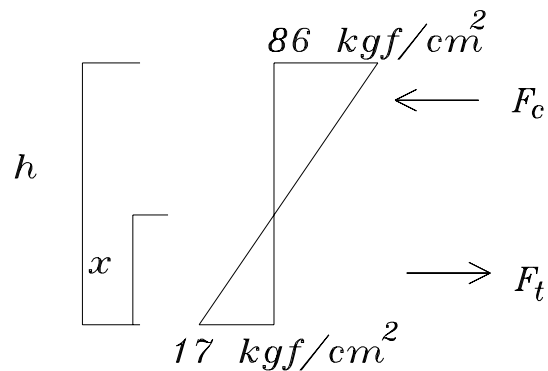
Como citadas no capítulo 4.4, as tensões de tração podem ser consideradas no ELU no ato da protensão, desde que se tenha armadura para controlá-la. Para o dimensionamento dessa armadura é escolhido o exemplo 8.1.1 na faixa da borda, que apresenta as tensões ilustradas na figura 8.23.



**Figura 8.23:** Tensões na laje no ELU ato da protensão para a faixa da borda (exemplo 8.1.1)

Nota-se da figura 8.23 que há presença de tração na borda inferior da laje no pilar interno (considerando  $x = 8\text{m}$  a favor da segurança). O cálculo da armadura passiva devida essa tração é feito no estágio I (ver figura 8.24).





**Figura 8.24:** Cálculo da armadura passiva de tração para o ELU no ato da protensão.

Exemplo 8.1.1

$$\frac{86}{17} = \frac{29 - x}{x}, \quad x = 4,78 \text{ cm}$$

$$F_t = \frac{17}{2} \cdot 100 \cdot 4,78 = 4063 \text{ kgf}$$

$$A_s = \frac{4063}{2500} = 1,63 \text{ cm}^2, \text{ ou seja, } \phi 6,3 \text{ cd } 20 \text{ cm } (1,60 \text{ cm}^2)$$

Essa armadura é inferior à armadura passiva mínima positiva ( $\phi 6,3$  cd 10 cm, calculada no item 6 desse capítulo), ou seja, a armadura passiva mínima atende esta verificação, não sendo necessário acrescentar mais armadura.

## **CONCLUSÕES FINAIS E SUGESTÕES**

# **9**

**Capítulo**

---

As conclusões finais e sugestões apresentadas a seguir originaram-se do conteúdo apresentado neste trabalho onde se procurou avaliar as diferentes variáveis para o dimensionamento de lajes lisas protendidas e também das dificuldades encontradas no decorrer do mesmo.

A primeira conclusão que pode ser tirada diz respeito à escolha dos modelos de cálculo tanto para representar a estrutura como para representar o esforço de protensão. No caso da estrutura o modelo empregado foi o de grelha equivalente, diferentemente de outros autores que preferem o modelo de elementos finitos. O uso de grelha equivalente permite o uso de programas mais simples e acessíveis aos engenheiros. No caso dos exemplos deste trabalho os esforços puderam ser calculados, em uma primeira fase, com o programa gratuito GPLAN do sistema LASER (ver CORRÊA e RAMALHO [1987]). Há inclusive na Universidade Federal de São Carlos um grupo de pesquisa que está desenvolvendo um programa de grelha não linear aberto que poderá ser usado por qualquer usuário e em uma versão de teste já está disponível na rede da Internet. Assim, além da facilidade de acesso o modelo de grelha permite uma fácil interpretação dos resultados pois o engenheiro estrutural está acostumado a trabalhar já com sistemas em vigas. Indicações simples sobre o procedimento de montagem de grelha equivalente são dadas no capítulo 3 e informações mais detalhadas podem ser encontradas na bibliografia deste trabalho, de tal sorte que projetistas mesmo que sem experiência no uso deste modelo não terão dificuldade de usá-lo.

Em relação à consideração do efeito de protensão é recomendado o uso do carregamento equivalente, que pode ser usado com qualquer tipo de programa, inclusive os mais simples. Lembra-se que o esforço de protensão obtido neste caso é o total, ou seja, a

soma dos efeitos dos esforços isostático e hiperestático de protensão. O módulo de laje protendida TQS trabalha com momentos de engastamento perfeito, “método Sérgio Pinheiro” em que se considera em cada extremidade de barra o efeito do momento de protensão. Este método só pode ser usado em programas que permitem a introdução de momentos de engastamento perfeito (caso das versões de programa livre). Vale ressaltar que os esforços obtidos nesse caso são relativos ao hiperestático de protensão.

Resumindo, recomenda-se no mínimo o uso de um programa de grelhas e o processo do cabo equivalente ou se possível programas mais gráficos e especializados como é o caso do módulo de laje protendida do TQS.

Para facilitar a compreensão do leitor agruparam-se as demais conclusões por tópicos discorridas nos próximos itens.

### **9.1 COMPARAÇÃO DO TIPO DE PROTENSÃO QUANTO À INTENSIDADE.**

Dependendo da condição ambiental o tipo de protensão fica determinado. Assim, para ambientes de agressividade forte e muito forte é necessário o uso de protensão limitada que resulta em geral:

- Verificação de fissuração no tempo infinito para combinação quase permanente como determinante;
- Uso de uma determinada quantidade de protensão (estabelecida pela condição anterior) que não pode ser substituída por armadura passiva;
- Não há fissuração das seções de concreto para intensidades de carga inferiores à correspondente à combinação freqüente. Desta forma a verificação do estado de deformação excessiva (a menos da flecha de carga acidental) pode ser feita no estágio I e com cálculo linear.

No caso de ambientes de agressividade fraca e moderada pode ser usada a **protensão parcial** que resulta, em geral, em:

- Condição determinante dada pelo estado limite último de flexão no tempo infinito;

- Possibilidade de se usar quantidades variáveis de armadura de protensão e passiva, ou seja, fixada uma quantidade de armadura ativa pode-se calcular qual a quantidade necessária de passiva para se verificar a condição anterior, ou vice e versa;
- Quantidade final de armadura inferior ao caso de protensão limitada.
- Se a tensão de abertura de fissura for ultrapassada as verificações de deformações precisam ser feitas por cálculo não linear.

## **9.2 COMPARAÇÃO DO TIPO DE PROTENSÃO QUANTO À ADERÊNCIA.**

A protensão de lajes lisas pode ser feita com cordoalha aderente ou engraxada, que não apresenta aderência. No caso de **armadura aderente** tem-se em geral:

- Menor disponibilidade (devido à bainha oca, que permitirá o preenchimento posterior com nata de cimento) de braço de alavanca;
- Maior perda por atrito;
- Menor consumo de armadura, principalmente quando a condição do ELU de flexão é determinante. Isto se dá em virtude do maior valor de tensão alcançado no aço no ELU devido sua aderência ao concreto. Portanto, não quer dizer que o custo desta protensão será mais baixo, pois é preciso levar em conta a questão da mão de obra, o custo das bainhas e da nata a ser injetada nas bainhas.

Para a armadura composta de cordoalha engraxada pode-se, em geral, afirmar que:

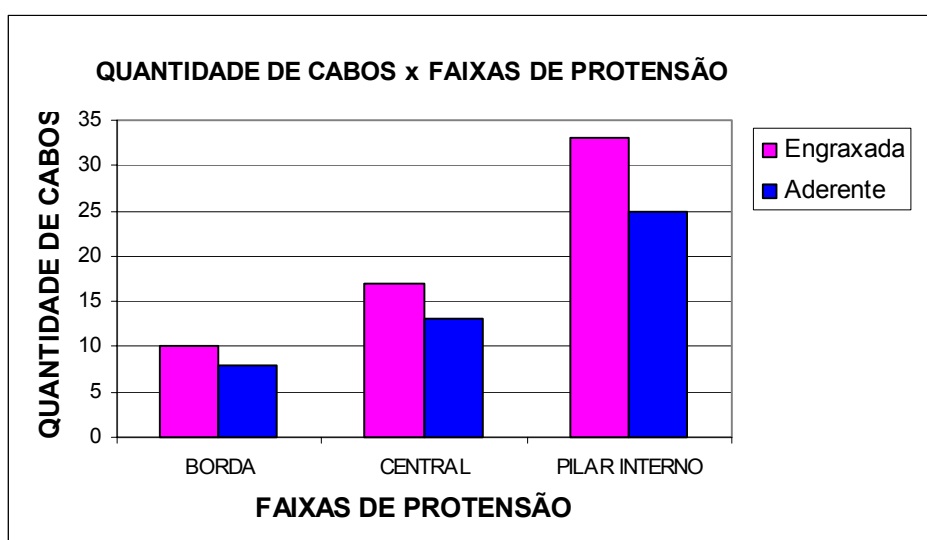
- Permite um braço de alavanca maior de que com armadura aderente;
- Requer menos mão-de-obra para ser montada e não necessita da etapa de injeção de nata;
- Requer uma maior quantidade de armadura ativa no dimensionamento do ELU pois não se consegue nesta situação chegar às mesmas deformações da cordoalha aderente devido ao deslizamento no concreto. Ainda assim,

dependendo dos preços da cordoalha comum, a solução de cordoalha engraxada pode ter custo final menor que o da cordoalha aderente;

- Seu uso em protensão limitada tende a ser mais barata;
- Requer uma maior quantidade de armadura passiva mínima para controlar as aberturas de fissuras.

Assim, é percebido que o cabo engraxado tem menor perda de protensão, por ter atrito menor, e apresenta um maior braço de alavanca. Mas no ELU, o acréscimo de tensão que ocorrerá nele será menor. A pergunta que se faz é: usando protensão aderente será preciso usar mais ou menos armadura?

Recorrendo aos exemplos 8.1.2 e 8.2.2 pode-se através dos resultados obtidos construir o gráfico da figura 9.1



**Figura 9.1:** Quantidade de cabos usados para os exemplos do capítulo 8. Situação de protensão parcial, distribuição de cabos em faixas com cordoalha aderente e engraxada.

Vale ressaltar que no caso da protensão limitada o número de cabos é quase igual, pois é a verificação de tensão que determina a quantidade de cabo.

Desta forma a resposta, considerando os resultados dos exemplos feitos, é que a quantidade de armadura ativa usada no caso de cordoalha engraxada é maior que no caso

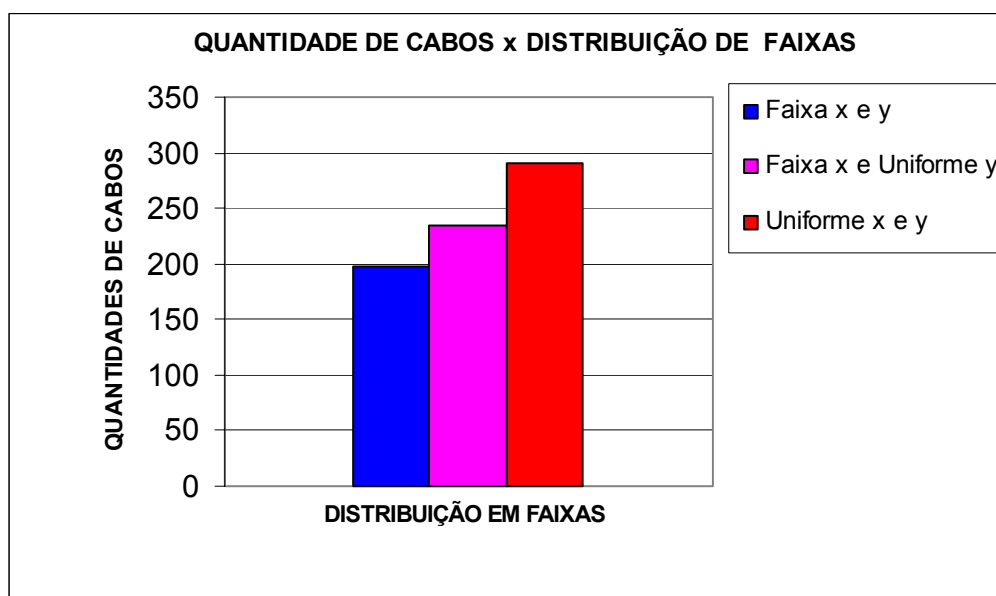
de aderente, não significando porém, necessariamente, que o custo da primeira solução seja menor que o da segunda.

### 9.3 TRAÇADO DO CABO (EM PLANTA E EM ELEVAÇÃO).

Em relação à **distribuição do cabo em planta**, nota-se nos exemplos aqui tratados que:

- a utilização da distribuição em faixa resulta em resultados melhores;
- A utilização de cabos uniformemente distribuídos não é boa solução de projeto;
- Descreve-se ao longo do capítulo 7 critérios para a determinação das larguras de faixa a serem analisadas. Cabe sempre ao projetista definir estas faixas de protensão, visando que o projeto final apresente uma boa solução atendendo a todas as condições normativas e resulte no menor número de cabos.

Para se ter uma ordem de grandeza das diferenças encontradas nas diversas soluções em função da distribuição em planta escolhida, apresenta-se o número de cabos empregados nos exemplos 8.1.1, 8.3.1 e 8.3.2 através do gráfico da figura 9.1



**Figura 9.2:** Quantidade de cabos usados para os exemplos do capítulo 8. Situação de protensão limitada, cordoalha aderente com distribuição de cabos em faixas em duas

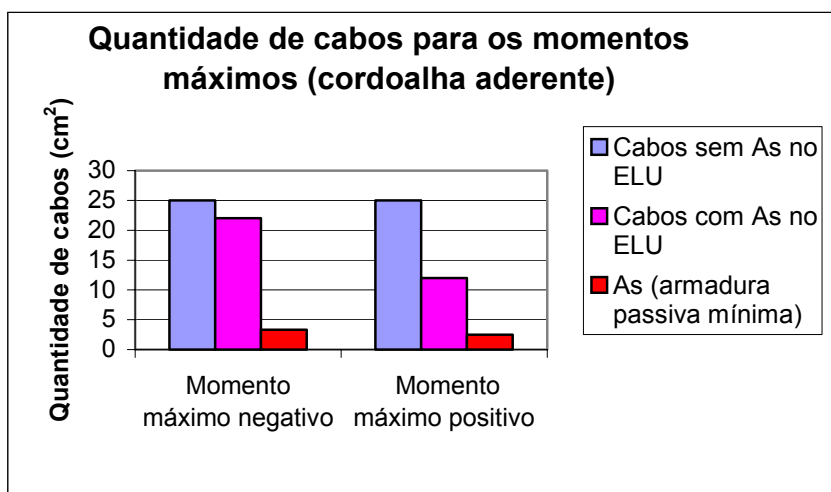
direções, em faixa em uma direção e uniforme na outra, e cabos distribuídos uniformemente nas duas direções.

Em relação ao **traçado do cabo em elevação**, depois de se analisar quatro tipos de trajetórias, tem-se que:

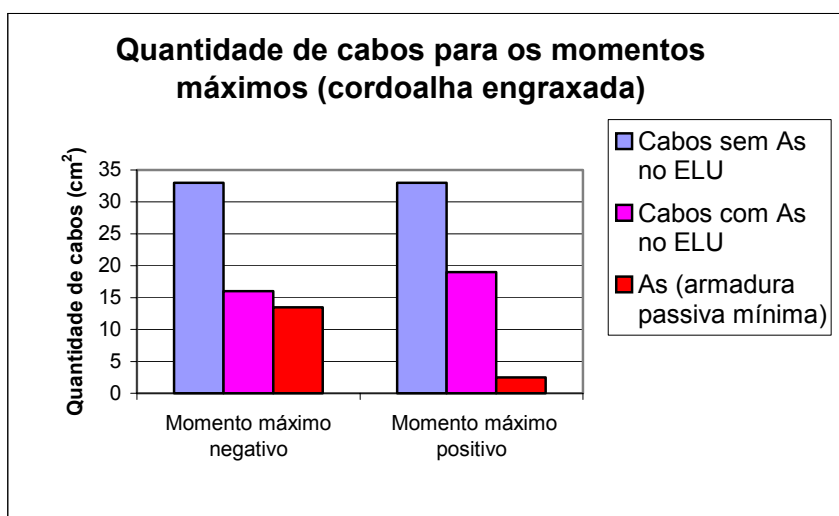
- Praticamente todas as trajetórias resultaram em boas soluções. A trajetória que não apresentou bons resultados foi a que considera o ponto de inflexão do cabo distante do pilar em 15% do valor do vão;
- Embora o estudo de traçado tenha se desenvolvido para placas sugere-se que possa ser usado em vigas em que talvez a diferença entre um traçado e outro será maior. O mesmo poderá ocorrer em lajes lisas de maior altura, ou seja, lajes aliviadas com maiores vãos.

#### **9.4 ARMADURA PASSIVA MÍNIMA**

Em relação às armaduras passivas mínimas, sugere-se que possa ser usada no caso da protensão parcial, principalmente quando se usa cordoalha engraxada, o seu cômputo para a resistência no ELU, substituindo parte da armadura ativa, e também na verificação da abertura de fissuras. Os gráficos 9.3 e 9.4 ilustram a diminuição de armadura ativa que se terá se for considerada armadura passiva mínima no ELU para protensão parcial aderente e engraxada, respectivamente.



**Figura 9.3:** Quantidade de cabos usados para os exemplos do capítulo 8.1.2. Situação de protensão parcial, cordoalha aderente com distribuição de cabos em faixas em duas direções.



**Figura 9.4:** Quantidade de cabos usados para os exemplos do capítulo 8.2.2. Situação de protensão parcial, cordoalha engraxada com distribuição de cabos em faixas em duas direções.



## 9.5 ROTEIROS PARA O CÁLCULO DE ARMADURA ATIVA

Os roteiros apresentados no capítulo 7 para determinação de armadura ativa se mostraram ferramentas importantes agilizando o cálculo, que se reafirma, são sempre iterativos. Permitem inclusive fazer variações do uso de armadura ativa e passiva (quando possível). Mesmo sem ferramenta muito específica, como é o caso do módulo TQS de protensão, o calculista ao usar os roteiros pode obter uma solução interessante e analisar rapidamente qual a condição determinante do seu projeto ou seção.

## 9.6 FLECHAS

Como esperado, a protensão melhora substancialmente o comportamento da laje em relação aos deslocamentos transversais excessivos e no caso de se usar a protensão limitada, como já escrito, permitirá o uso de cálculo linear. No caso do exemplo 8.1.3 em que se analisou o estado de deformação excessiva se a estrutura fosse executada em concreto armado, mesmo sem considerar a fissuração deste, a flecha final seria dada, para a condição de aceitabilidade sensorial visual, por

$$a_{g1+g2+0,3q} (1+\square) < \frac{l}{250}$$

$$|-8,6.(1+3)| = |-34,4 \text{ mm}| > \left| -\frac{8000}{250} \right| = |-32 \text{ mm}| ; \text{ portanto não satisfaria,}$$

sendo necessário usar contra flecha.

O uso de contra flecha dificulta a execução, pois o nível da superfície superior do concreto da laje deve ser variável para que a espessura se mantenha constante. No caso da protensão é possível fazer-se o fundo da forma em nível e executar a superfície superior também em nível mantendo-se a espessura constante. Durante a protensão a laje em questão estaria submetida a uma contra flecha de  $a = a_{\text{peso próprio}} + a_{\text{protensão}} = |-5\text{mm}+6\text{mm}| = |+1\text{mm}|$ . Resta informar que a armadura necessária junto ao pilar central no caso de concreto armado seria inexecutável de se executar, conforme aviso estampado na tela do TQS. Para que se tenha idéia o momento foi de - 199 kN.m/m, resultando em uma armadura necessária de 33,61 cm<sup>2</sup>/m, ou seja, □16 mm a cada 5 cm!

## **9.7 DIFICULDADES E SUGESTÕES**

Apesar ter-se feito revisão bibliográfica e usado metodologia adequada pode-se sentir uma série de dificuldades na confecção deste trabalho, ou melhor, em calcular uma laje lisa protendida. Desta forma, neste item são citadas algumas das dúvidas que ainda não foram dirimidas e feitas sugestões para possíveis novos estudos.

Em relação à protensão sem aderência, houve uma série de dúvidas, tais como:

- As perdas ao longo do tempo podem ser consideradas iguais às que ocorrem na protensão aderente?
- Qual é o raio mínimo a se empregar nos projetos de protensão? Há necessidade de estudos experimentais para que se determine um raio mínimo a ser adotar sem provocar concentrações de tensão no concreto ou danos à armadura ou à bainha plástica. O mesmo pode-se dizer da armadura aderente, em que haveria ainda a necessidade de evitar o amassamento ou rasgamento da bainha galvanizada;
- O valor do acréscimo de tensão no ELU da armadura não aderente, empregado por alguns projetistas, inclusive pelo padrão do programa da TQS, é diferente do indicado pela NRB6118:2003. Haveria necessidade de se fazer experimentos para comprovar a expressão em questão?
- Considerando que a graxa e a bainha de plástico são bons isolantes (com baixa permeabilidade), os cobrimentos indicados para as cordoalhas engraxadas iguais aos da cordoalha aderente (bainha galvanizada e nata de cimento como isolantes) não seriam exageros?

Finalmente, o estudo aqui realizado se propôs a iniciar um trabalho que pode ser continuado considerando estruturas mais complexas e abordando, ainda, a questão dos detalhamentos da armadura para evitar concentração de tensões e eventuais zonas de concreto fissurado por tração.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

---

ACI 423 – **Recommendations for Concrete Members Prestressed with Unbounded Tendons**. Committee 423. Detroit, 1983;

ACI Building code requirements for structural concrete (ACI 318-95) and commentary (ACIR-95). Farmington Hills, American Concrete Institute, 1995;

ALMEIDA FILHO, F. M. [2002]. **Estruturas de Pisos de Edifícios com a Utilização de Cordoalhas Engraxadas**. Dissertação de Mestrado, Escola de Engenharia de São Carlos - USP, São Carlos – SP, 284 p.;

BINA, P.; CASTRO, P. R. F.; TEIXEIRA, A. O. F. [2002]. Estudo da arte dos pisos industriais e pavimentos: do sistema de damas ao protendido. 44<sup>o</sup> Congresso Brasileiro do Concreto – IBRACON, Belo Horizonte - MG, 14 p.. **ANAIS [CD-ROM]**;

CARVALHO, R. C. [1994]. **Análise não-linear de pavimentos de edifícios de concreto através da analogia de grelha**. Tese de Doutorado, Escola de Engenharia de São Carlos - USP, São Carlos – SP, 284 p.;

CARVALHO, R. C.; FIGUEIREDO, J.R.F.[2001] **Cálculo e detalhamento de Estruturas Usuais de Concreto Armado**. Editora da Universidade Federal de São Carlos, São Carlos – SP;

- CARVALHO, R. C.; FIGUEIREDO, J. R. F. [2004]. **Cálculo e Detalhamento de Estruturas Usuais de Concreto Armado Segundo a NBR 6118:2003**. Editora Edufscar. 2ª edição. São Carlos;
- CAUDURO, E.L.. **Manual para a Boa Execução de Estruturas Protendidas Usando Cordoalhas de Aço Engraxadas e Plastificadas**. Belgo Mineira, 2ª edição.
- CAUDURO, E.L.; LEME, A. J. H.. A Protensão em Edifícios sem Vigas – Novas Técnicas Aumentam a Qualidade e Reduzem o Custo Total do Edifício – 41º Congresso Brasileiro do Concreto – **IBRACON**, Salvador, 1999;
- CHACOS, G. P. [1988]. Resolution of Field Problems with Unbonded Single Strand Tendons. **Concrete International: Design and Construction**. V.10, No 2, Fev. 1988, pp. 40-44;
- COLLINS, M. P.; MITCHELL, D. [1987]. **Prestressed concrete basics**. Ottawa, Canadian Prestressed Concrete Institute;
- CORRÊA, M. R. S.; RAMALHO R. A. [1987]. Sistema laser de análise estrutural – V **Simpósio Nacional de Tecnologia de Construção**: Software para o Projeto de Edifícios – EPUSP, São Paulo;
- CORRÊA, G. S.; MELO G. S.; MARTINS P. C. [2001]. Comportamento ao puncionamento em lajes cogumelo protendidas com cabos não aderentes. 43<sup>o</sup> Congresso Brasileiro do Concreto – **IBRACON**, Foz do Iguaçu - PR, 16 p., 13 a 18 de agosto 2001. **ANAIS [CD-ROM]**;
- DUARTE, E. P. [1995]. **Projeto e Cálculo de Lajes Protendidas (MAC-PROTENSÃO)**;
- EMERICK, A. A. [2002]. **Projeto e execução de lajes protendidas**. Brasília – DF;
- FRANÇA, R.L.S [2004]. **Notas de aula, Poli USP**;

- FERNANDES, C. F. C. [2001]. **Análise de lajes com protensão sem aderência**.  
Dissertação de Mestrado, Escola Politécnica da Universidade de São Paulo – USP, São Paulo – SP, 151 p.;
- HAMBLY, E. C. [1976]. **Bridge Deck Behavior**. Chapman and Hall. London;
- LEONHANDT, F. [1983]. **Construções de Concreto – Concreto Protendido**. Vol. 5.  
Editora Interciência Ltda, Rio de Janeiro, RJ, 316 p.;
- LIGHTFOOT, E.; SAWKO, F. [1959]. Structural Frame Analysis by Electronic Computer: Grid Frameworks resolved by Generalized Slope Deflection. **Engineering**, 187, pp. 18-20;
- LIN, T. Y. [1963]. Load-balancing method for design and analysis of prestressed concrete structures. **ACI Proceeding**, v. 60, p. 719-741, june;
- LIN, T. Y.; BURNS, N. H. [1981]. **Design of prestressed concrete structures**. 3<sup>th</sup> edition, John Wiley & Sons, New York, 646 p.;
- TQS Informática Ltda [2003]. **CAD/Lajes - Projeto de Lajes Protendidas**. Manual de utilização do usuário.
- MAC – Sistema Brasileira de protensão LTDA [2000]. **Catálogo**;
- MELGES, J. L. P.; PINHEIRO, M. L.; DUARTE, E. P. [2001]. Análise experimental da punção em lajes protendidas por pós-tração. 43<sup>o</sup> Congresso Brasileiro do Concreto – IBRACON, Foz do Iguaçu - PR, 13 a 18 de agosto 2001. **ANAIS [CD-ROM]**;
- MORDECAI, V. S. [1984]. The Progress of Post-Tensionong Concrete. **Journal of the Concrete Society**. V. 18, No. 10, Oct. 1984, pp. 9-12;
- MOURA, J. R. B. [2002]. Recomendações para sistemas estruturais em edificações com a utilização de protensão com cordoalha engraxada. XXX Jornadas Sul-Americanas de Engenharia Estrutural. Brasília – DF, 27 a 31 de maio 2002. **ANAIS [CD-ROM]**;

- NOBREGA, R. J. C.; HOROWITZ, B. [2003]. Traçado dos cabos em vigas contínuas protendidas. Anais do V Simpósio EPUSP sobre estruturas de concreto. São Paulo – SP, 20 p, 7 a 10 de junho de 2003, **ANAIS [CD-ROM]**;
- RELATÓRIO TÉCNICO nº 43 – Concrete Society. [2002]. **Lajes de edifícios de concreto protendido com cabos pós-tracionados** – manual de projeto. Traduzido por João Bento de Hanai. São Carlos;
- SILVA, R. L. [1998]. **Projetos de lajes maciças protendidas de edifícios**. Dissertação de Mestrado, Escola Politécnica da Universidade de São Paulo – USP, São Paulo – SP, 151 p.;
- SILVA, R. J. C.; MELO G. S. [2003]. Resistência à punção de lajes cogumelo protendidas com cabos engraxados e pilares de várias dimensões. Anais do 45<sup>o</sup> Congresso Brasileiro do Concreto – IBRACON, Vitória - ES, 15 p., **ANAIS [CD-ROM]**;
- SOUZA, V. C. M.; CUNHA, A.J.P. [1998]. **Lajes em Concreto Armado e Protendido**, 2<sup>a</sup>. Ed. Rio de Janeiro;
- TAKEYA et al. [1985]. **Recomendações para o Projeto e a Execução da Estrutura de Lajes Cogumelo Pertencentes as UBS do Plano Metropolitano de Saúde**. Relatório Técnico, São Carlos – EESC, 31p.;
- TECHNICAL REPORT nº 43 – Concrete Society. **Post-tensioned Concrete Floors – Design Handbook**. Report of a Concrete Society Working Party;
- THIESEN, J. R.; LORIGGIO D. D. [2001]. Representação da protensão por carregamentos equivalentes. 43<sup>o</sup> Congresso Brasileiro do Concreto – IBRACON, Foz do Iguaçu - PR, 13 a 18 de agosto 2001. **ANAIS [CD-ROM]**;
- TIMOSHENKO, S.; WOINOWSKY, K. [1959]. **Theory of plates and shells**. New York, McGraw Hill;

VASCONCELOS, A. C. [1980]. **Manual Prático para a correta utilização dos aços no concreto protendido em obediência às normas atualizadas**. Livros Técnicos e Científicos Editora S. A., Rio de Janeiro – RJ.

## FORMULÁRIO E TABELA PARA O DIMENSIONAMENTO DE ARMADURA LONGITUDINAL DE FLEXÃO

# A Anexo

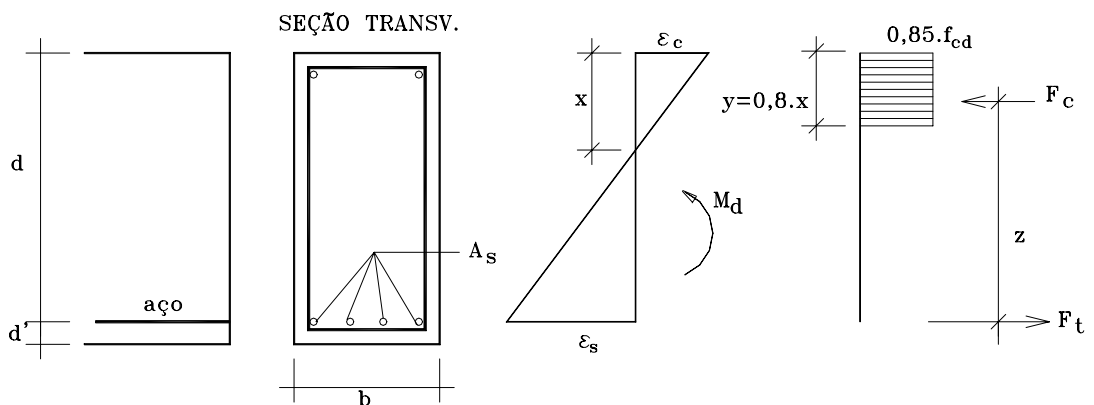
### ➤ Formulário para utilização da tabela A1

$$KMD = \frac{M_d}{b_w \cdot d^2 \cdot f_{cd}}$$

$$KX = \frac{x}{d}$$

$$KZ = \frac{z}{d}$$

$$\text{Se } \varepsilon_s > \varepsilon_{yd} \text{ então } A_s = \frac{M_d}{KZ \cdot d \cdot f_{yd}}$$



**FIGURA A.1:** Viga de seção retangular e diagramas de deformações e tensões na seção solicitada pelo momento de cálculo  $M_d$



**Tabela A1:** Valores para cálculo de armadura longitudinal de seções retangulares

KMD	KX	KZ	$\epsilon_c$	$\epsilon_s$
0,0100	0,0148	0,9941	0,1502	10,0000
0,0200	0,0298	0,9881	0,3068	10,0000
0,0300	0,0449	0,9820	0,4704	10,0000
0,0400	0,0603	0,9759	0,6414	10,0000
0,0500	0,0758	0,9697	0,8205	10,0000
0,0550	0,0836	0,9665	0,9133	10,0000
0,0600	0,0916	0,9634	1,0083	10,0000
0,0650	0,0995	0,9602	1,1056	10,0000
0,0700	0,1076	0,9570	1,2054	10,0000
0,0750	0,1156	0,9537	1,3077	10,0000
0,0800	0,1238	0,9505	1,4126	10,0000
0,0850	0,1320	0,9472	1,5203	10,0000
0,0900	0,1403	0,9439	1,6308	10,0000
0,0950	0,1485	0,9406	1,7444	10,0000
0,1000	0,1569	0,9372	1,8611	10,0000
0,1050	0,1654	0,9339	1,9810	10,0000
0,1100	0,1739	0,9305	2,1044	10,0000
0,1150	0,1824	0,9270	2,2314	10,0000
0,1200	0,1911	0,9236	2,3621	10,0000
0,1250	0,1998	0,9201	2,4967	10,0000
0,1300	0,2086	0,9166	2,6355	10,0000
0,1350	0,2175	0,9130	2,7786	10,0000
0,1400	0,2264	0,9094	2,9263	10,0000
0,1450	0,2354	0,9058	3,0787	10,0000
0,1500	0,2445	0,9022	3,2363	10,0000
0,1550	0,2536	0,8985	3,3391	10,0000
0,1600	0,2630	0,8948	3,5000	9,8104
0,1650	0,2723	0,8911	3,5000	9,3531
0,1700	0,2818	0,8873	3,5000	8,9222
0,1750	0,2913	0,8835	3,5000	8,5154
0,1800	0,3009	0,8796	3,5000	8,3106
0,1850	0,3106	0,8757	3,5000	7,7662
0,1900	0,3205	0,8718	3,5000	7,4204
0,1950	0,3305	0,8678	3,5000	7,0919
0,2000	0,3405	0,8638	3,5000	6,7793
0,2050	0,3506	0,8597	3,5000	6,4814
0,2100	0,3609	0,8556	3,5000	6,1971
0,2150	0,3714	0,8515	3,5000	5,9255
0,2200	0,3819	0,8473	3,5000	5,6658
0,2250	0,3925	0,8430	3,5000	5,4170
0,2300	0,4033	0,8387	3,5000	5,1785
0,2350	0,4143	0,8343	3,5000	4,9496
0,2400	0,4253	0,8299	3,5000	4,7297
0,2450	0,4365	0,8254	3,5000	4,5181
0,2500	0,4479	0,8208	3,5000	4,3144
0,2550	0,4594	0,8162	3,5000	4,1181
0,2600	0,4711	0,8115	3,5000	3,9287
0,2650	0,4830	0,8068	3,5000	3,7459
0,2700	0,4951	0,8020	3,5000	3,5691
0,2750	0,5074	0,7970	3,5000	3,3981
0,2800	0,5199	0,7921	3,5000	3,2324
0,2850	0,5326	0,7870	3,5000	3,0719
0,2900	0,5455	0,7818	3,5000	2,9162
0,2950	0,5586	0,7765	3,5000	2,7649
0,3000	0,5721	0,7712	3,5000	2,6179
0,3050	0,5858	0,7657	3,5000	2,4748
0,3100	0,5998	0,7601	3,5000	2,3355
0,3150	0,6141	0,7544	3,5000	2,1997
0,3200	0,6287	0,7485	3,5000	2,0672
0,3300	0,6590	0,7364	3,5000	1,8100
0,3400	0,6910	0,7236	3,5000	1,5652
0,3500	0,7249	0,7100	3,5000	1,3283
0,3600	0,7612	0,6955	3,5000	1,0983
0,3700	0,8003	0,6799	3,5000	0,8732
0,3800	0,8433	0,6627	3,5000	0,6506

➤ **Resultados usuais da deformação  $\varepsilon_s$  por VASCONCELOS [1980].**

Em relação à deformação  $\varepsilon_s$ , pode-se usar a tabela A.2 obtida dos resultados de VASCONCELOS [1980]:

**Tabela A.2:** Tensão no aço  $\sigma_{sd}$  (MPa).

$\varepsilon(\text{‰})$	5,25	6,794	7,438	8,167	9,000	9,962	10,00	12,50	15,00	17,5
CP175	1025	1264	1316	1344	1365	1368	1368	1378	1388	1397
CP190	1025	1314	1411	1459	1482	1486	1486	1496	1507	1517
$\varepsilon(\text{‰})$	20,00	22,50	25,00	27,5	30,00	32,50	35,00	37,50	40,00	
CP175	1407	1416	1426	1436	1445	1455	1464	1474	1484	
CP190	1527	1538	1548	1559	1569	1579	1590	1600	1611	