

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO CARLOS  
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E DE TECNOLOGIA  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM CONSTRUÇÃO CIVIL**

**PROJETO E CONSTRUÇÃO DE LAJES NERVURADAS  
DE CONCRETO ARMADO**

**Eng. Civil Marcos Alberto Ferreira da Silva**

**SÃO CARLOS**

**2005**

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO CARLOS**  
**CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E DE TECNOLOGIA**  
**PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM CONSTRUÇÃO CIVIL**

**PROJETO E CONSTRUÇÃO DE LAJES NERVURADAS**  
**DE CONCRETO ARMADO**

**Eng. Civil Marcos Alberto Ferreira da Silva**

**Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em  
Construção Civil do Departamento de Engenharia Civil da  
Universidade Federal de São Carlos, como parte dos  
requisitos para obtenção do título de Mestre em Construção  
Civil.**

**Orientador: Prof. Dr. Jasson Rodrigues de Figueiredo Filho**

**SÃO CARLOS**

**2005**

**Ficha catalográfica elaborada pelo DePT da  
Biblioteca Comunitária da UFSCar**

S586pc

Silva, Marcos Alberto Ferreira da.

Projeto e construção de lajes nervuradas de concreto armado / Marcos Alberto Ferreira da Silva. -- São Carlos : UFSCar, 2005.

239 p.

Dissertação (Mestrado) -- Universidade Federal de São Carlos, 2005.

1. Concreto armado. 2. Lajes nervuradas. 3. Pavimentos de edificações. 4. Estruturas. I. Título.

CDD: 624.18341 (20<sup>a</sup>)

*Dedico este trabalho a Elaine e Vitória, esposa e filha queridas, pelo amor sem limite, incentivo e compreensão.*

## **AGRADECIMENTOS**

Primeiramente a Deus, presente em todos os momentos de minha vida e que me dá a possibilidade de concretizar mais este sonho.

Ao professor Jasson Rodrigues de Figueiredo Filho, pela zelosa orientação, ensinamentos, incentivos, compreensão e, acima de tudo, pela amizade.

Ao professor José Samuel Giongo, pelas valiosas correções e sugestões dadas no Exame de Qualificação.

Ao professor e ao amigo Roberto Chust Carvalho, exemplo de dedicação ao trabalho e de caráter, que me encaminhou profissionalmente e ensinou que não há nada que resista ao trabalho sério e honesto, em quem sempre procurei me espelhar.

Aos professores do mestrado, pelos ensinamentos, dedicação, atenção e paciência dispensadas durante o andamento do curso.

Aos amigos José Ricardo Fernandes, Jorge Augusto Galvão Frem e Jorge Miguel Nucci, pelos constantes incentivos.

Finalmente, aos meus pais Nestor e Eliza por tudo que sempre fizeram por mim.

## RESUMO

SILVA, M.A.F. (2005). *Projeto e construção de lajes nervuradas de concreto armado*. Dissertação (Mestrado em Construção Civil) – Universidade Federal de São Carlos, São Carlos, 2005.

A procura de soluções que sejam simples e ao mesmo tempo eficazes, tragam redução de custos, rapidez e versatilidade nas aplicações é crescente na construção civil. Em virtude de apresentarem uma série de vantagens, as lajes nervuradas de concreto armado têm se firmado como excelente solução para a construção de pavimentos de edificações. Neste trabalho aborda-se este tipo de lajes, divulgando suas características, opções construtivas, funcionamento e comportamento estrutural e as principais recomendações propostas por autores a todos os potenciais usuários (projetistas, construtores, proprietários); apresentam-se as recomendações da NBR 6118:2003 que entrou em vigor recentemente, os processos de cálculo usualmente empregados para a determinação dos esforços solicitantes e deslocamentos transversais, roteiros com indicações gerais sobre o projeto e construção, e exemplos ilustrativos com o cálculo, o detalhamento e as verificações do estado limite de serviço (fissuração e deformação excessiva). Comparam-se os resultados obtidos simulando as lajes nervuradas armadas em duas direções como grelha com os obtidos admitindo-as como laje maciça.

*Palavras-Chave: concreto armado, lajes nervuradas, pavimentos de edificações, estruturas*

## ABSTRACT

SILVA, M.A.F. (2005). *Design and construction of reinforced concrete ribbed slabs*. MSc Dissertation. Universidade Federal de São Carlos, São Carlos, 2005.

The demand for simple and efficient solutions is increasing in civil construction, wherein the reduction of costs and the increase of speed and versatility within the applications are required. Due to its advantages, reinforced concrete ribbed slabs have been consolidated as an excellent alternative to compose buildings floors. The present research deals with this type of slab, disseminating its constructive characteristics, variations, structural behavior and the main recommendations proposed by different authors and addressing to all potential users (designers, constructors, contractors); recommendations, calculation methods to determine the internal forces and displacements, design and construction procedures according to the Brazilian code of practice NBR 6118:2003 are presented. Additionally, illustrative examples with the calculation, the detailing and the verifications of the serviceability limit state (crack width and extreme deformation) are presented. Finally, the results obtained from the examples simulating ribbed slabs in two directions are compared with the results obtained from the consideration of a massive slab.

*Keywords: reinforced concrete, rib slabs, buildings floors, structures*

## SUMÁRIO

<b>CAPÍTULO 1 – INTRODUÇÃO.....</b>	<b>1</b>
1.1 CONSIDERAÇÕES PRELIMINARES.....	1
1.2 JUSTIFICATIVA DA PESQUISA.....	7
1.3 BENEFÍCIOS ESPERADOS.....	8
1.4 OBJETIVOS.....	8
1.5 PLANEJAMENTO DO TRABALHO.....	10
<b>CAPÍTULO 2 – ASPECTOS GERAIS SOBRE PLACAS E LAJES.....</b>	<b>13</b>
2.1 CONSIDERAÇÕES PRELIMINARES.....	13
2.2 TIPOS USUAIS DE LAJES DE EDIFÍCIOS.....	15
2.2.1 Lajes Moldadas no Local de Concreto Armado.....	15
2.2.2 Lajes Pré-Fabricadas.....	21
2.3 AÇÕES NAS LAJES DOS EDIFÍCIOS.....	28
2.3.1 Tipos de Ações.....	28
2.3.2 Ações Normalmente Consideradas nas Lajes dos Edifícios.....	30
2.4 RECOMENDAÇÕES GERAIS DA NBR 6118:2003 PARA AS LAJES DE CONCRETO ARMADO.....	32
2.4.1 Vãos Efetivos.....	32
2.4.2 Espessura Mínima.....	34
2.4.3 Aberturas.....	34
2.4.4 Cobrimento.....	36
2.4.5 Detalhamento das Armaduras.....	39
2.4.5.1 Armadura mínima de flexão.....	39
2.4.5.2 Armadura máxima de flexão.....	41
2.4.5.3 Armadura secundária de flexão (armadura de distribuição).....	42
2.4.5.4 Espaçamento e diâmetro máximo.....	43
2.4.5.5 Armaduras em bordas livres e aberturas.....	43
2.4.6 Estados Limites de Serviço.....	44
2.4.6.1 Estados limites de serviço referentes à fissuração.....	46

2.4.6.2 Estado limite de deformações excessivas.....	54
--	----

### **CAPÍTULO 3 – CONSIDERAÇÕES GERAIS SOBRE AS LAJES**

<b>NERVURADAS MOLDADAS NO LOCAL DE CONCRETO ARMADO.....</b>	<b>63</b>
3.1 CONSIDERAÇÕES PRELIMINARES.....	63
3.2 TIPOS DE LAJES.....	64
3.3 VINCULAÇÃO DAS LAJES.....	70
3.4 MATERIAIS DE ENCHIMENTO.....	73
3.5 FÔRMAS DE POLIPROPILENO.....	78
3.6 ARMADURAS NECESSÁRIAS.....	80
3.7 PRESCRIÇÕES NORMATIVAS.....	81
3.7.1 Prescrições da NBR 6118:2003.....	82
3.7.1.1 Dimensões limites.....	82
3.7.1.2 Análise estrutural.....	83
3.7.1.3 Verificação ao cisalhamento.....	84
3.7.1.4 Espaçamento máximo entre estribos.....	86
3.7.2 Prescrições de Outros Autores (Normas Internacionais).....	87
3.7.2.1 Eurocode (1992) .....	87
3.7.2.2 Normas espanholas.....	87
3.8 INDICAÇÕES GERAIS SOBRE A CONSTRUÇÃO DE LAJES NERVURADAS MOLDADAS NO LOCAL.....	91
3.9 INDICAÇÕES GERAIS SOBRE O PROJETO DE LAJES NERVURADAS MOLDADAS NO LOCAL.....	98

### **CAPÍTULO 4 – ASPECTOS GERAIS SOBRE AS LAJES NERVURADAS**

<b>COM VIGOTAS PRÉ-FABRICADAS.....</b>	<b>115</b>
4.1 CONSIDERAÇÕES PRELIMINARES.....	115
4.2 DESCRIÇÃO DAS LAJES NERVURADAS COM VIGOTAS PRÉ- FABRICADAS.....	117
4.3 PARÂMETROS GEOMÉTRICOS QUE DEFINEM A LAJE E AS NERVURAS.....	120
4.4 CLASSIFICAÇÃO DAS LAJES NERVURADAS COM VIGOTAS PRÉ- FABRICADAS.....	124

4.5 MATERIAIS CONSTITUINTES DAS LAJES NERVURADAS COM VIGOTAS PRÉ-FABRICADAS.....	125
4.6 COMPORTAMENTO ESTRUTURAL DAS LAJES NERVURADAS COM VIGOTAS PRÉ-FABRICADAS.....	133
4.7 AÇÃO DA LAJE NERVURADA COM VIGOTAS PRÉ-FABRICADAS NOS SEUS APOIOS.....	135
4.8 DIMENSIONAMENTO À FLEXÃO DE LAJES NERVURADAS COM VIGOTAS PRÉ-FABRICADAS.....	136
4.9 VERIFICAÇÃO AO CISALHAMENTO DAS LAJES NERVURADAS COM VIGOTAS PRÉ-FABRICADAS.....	139
4.10 CÁLCULO DE FLECHAS NAS LAJES NERVURADAS COM VIGOTAS PRÉ-FABRICADAS.....	141
4.11 INDICAÇÕES GERAIS SOBRE A CONSTRUÇÃO DE LAJES NERVURADAS COM VIGOTAS PRÉ-FABRICADAS.....	143
4.12 INDICAÇÕES GERAIS SOBRE O PROJETO DE LAJES NERVURADAS COM VIGOTAS PRÉ-FABRICADAS.....	148
<b>CAPÍTULO 5 – PROCESSOS DE CÁLCULO À FLEXÃO DE LAJES NERVURADAS DE CONCRETO ARMADO.....</b>	<b>155</b>
5.1 CONSIDERAÇÕES PRELIMINARES.....	155
5.2 MÉTODO ELÁSTICO.....	156
5.3 PROCESSOS DE CÁLCULO.....	160
5.3.1 Método das Diferenças Finitas (MDF) .....	161
5.3.2 Método dos Elementos Finitos (MEF) .....	162
5.3.3 Processo de Grelha Equivalente (Analogia de Grelha).....	164
5.3.4 Processo de Resolução de Placas Elásticas por Meio de Séries.....	169
<b>CAPÍTULO 6 – EXEMPLOS.....</b>	<b>175</b>
6.1 CONSIDERAÇÕES PRELIMINARES.....	175
6.2 EXEMPLO 1 (PAVIMENTO COM LAJE NERVURADA MOLDADA NO LOCAL ARMADA EM UMA DIREÇÃO).....	175
6.3 EXEMPLO 2 (LAJE NERVURADA MOLDADA NO LOCAL ARMADA EM DUAS DIREÇÕES).....	189

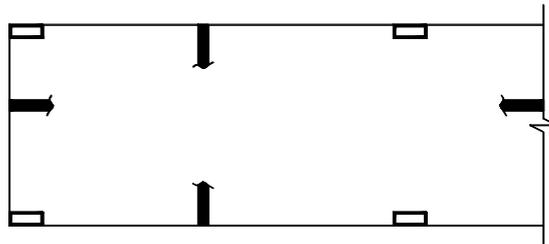
6.4 EXEMPLO 3 (LAJE NERVURADA MOLDADA NO LOCAL ARMADA EM DUAS DIREÇÕES).....	196
6.5 EXEMPLO 4 (LAJE NERVURADA UNIDIRECIONAL COM VIGOTAS PRÉ-FABRICADAS DE CONCRETO ARMADO).....	212
<b>CAPÍTULO 7 – CONSIDERAÇÕES FINAIS E CONCLUSÕES.....</b>	<b>225</b>
<b>REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....</b>	<b>231</b>
<b>ANEXO.....</b>	<b>237</b>

# CAPÍTULO 1

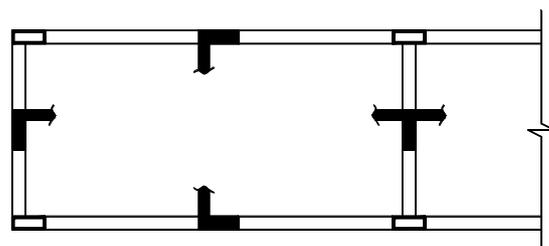
## INTRODUÇÃO

### 1.1 CONSIDERAÇÕES PRELIMINARES

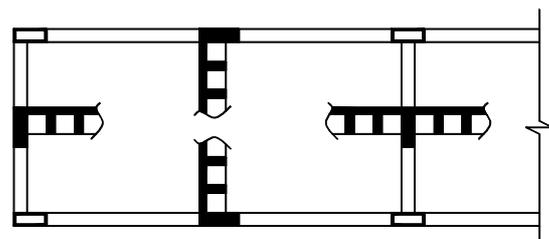
O pavimento de um edifício, que é um elemento estrutural de superfície, pode ser projetado com elementos moldados no local ou pré-fabricados. Quando projetado com elementos moldados no local, o pavimento pode ser composto por uma única laje (maciça ou nervurada), sem vigas, apoiada diretamente em pilares, ou por um conjunto de lajes, maciças ou nervuradas, apoiadas em vigas ou paredes de concreto ou de alvenaria estrutural; na figura 1.1 mostram-se estas possibilidades.



a) Laje sem vigas, apoiada diretamente em pilares



b) Laje maciça apoiada em vigas



c) Laje nervurada apoiada em vigas

FIGURA 1.1. Esquemas estruturais de pavimentos de concreto armado

Para se projetar uma estrutura composta de lajes, vigas e pilares é necessário definir inicialmente o tipo de pavimento que será empregado (principalmente em função da finalidade da edificação, dos vãos a vencer e das ações de utilização), para então determinar as ações finais e, a partir delas, calcular e detalhar os elementos da estrutura.

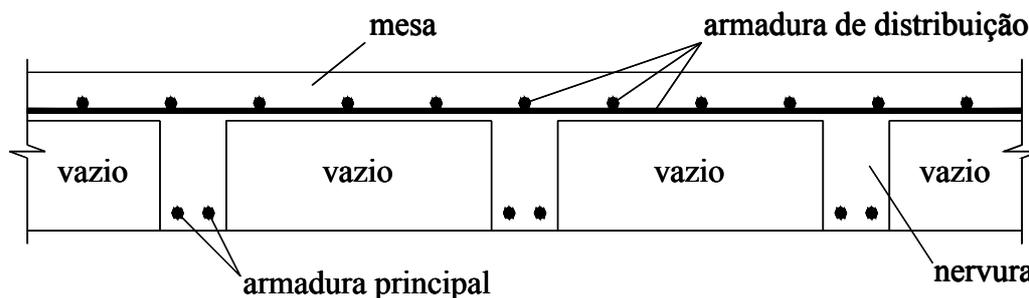
Dependendo da finalidade da edificação projetada há um grau de exigência de funcionalidade, dimensões mínimas e ações a serem atendidos. Desse modo, a escolha do sistema estrutural mais adequado para um determinado pavimento de um edifício, assim como a definição do processo construtivo a ser utilizado, partindo-se sempre do pressuposto que em cada escolha o sistema estrutural deverá ser projetado obedecendo a disposições normativas, deve ser feita considerando-se aspectos econômicos, de funcionamento, de execução, e os relacionados à interação com os demais subsistemas construtivos do edifício. Devem ser considerados os principais parâmetros:

- finalidade da edificação;
- projeto arquitetônico;
- ações de utilização;
- altura do edifício;
- dimensões dos vãos que devem ser vencidos;
- rigidez adequada de modo que os deslocamentos transversais fiquem dentro dos limites prescritos pelas normas;
- rigidez às ações laterais;
- qualidade requerida;
- tempo de construção (execução);
- exigência de técnicas especiais de construção;
- disponibilidade de equipamentos, materiais e mão-de-obra capacitada;
- possibilidade ou facilidade de racionalização da construção;
- custos da estrutura e do edifício;
- interação com os demais subsistemas construtivos da edificação (instalações, vedações, etc.);
- possibilidades ou exigências estéticas.

Para pavimentos em que o menor vão a ser vencido pelas lajes é pequeno ou médio (lajes em que a dimensão do menor vão teórico não é maior que 5 m) e com ações a serem suportadas não muitas elevadas, normalmente têm-se empregado as lajes nervuradas com vigotas pré-fabricadas e as lajes maciças apoiadas em vigas (sistema tradicional), estas últimas por demandarem, nesta situação, espessura pequena; como o custo de uma laje maciça está diretamente relacionado, entre outros, com a espessura da mesma (o custo das fôrmas praticamente não se altera em função da altura da laje), lajes esbeltas, ou seja, com pequena espessura, são mais econômicas.

Entretanto, para grandes vãos, principalmente por apresentarem nesse caso valores elevados de deslocamentos transversais, as lajes nervuradas com vigotas pré-fabricadas não são adequadas, e o emprego de lajes maciças, quando possível, pode ser antieconômico, pois nesse caso a espessura necessária da laje, para atender ao critério de pequenos deslocamentos transversais, também será grande, ao passo que a profundidade da linha neutra (linha em relação a qual as tensões normais atuantes na seção transversal do elemento estrutural passam de tração para compressão) provavelmente resultará pequena; como o concreto situado abaixo da linha neutra se encontra submetido a tensões de tração por causa da flexão e, sendo a resistência do mesmo a este tipo de tensão desprezada no estado limite último, tem-se como resultado uma estrutura com grande quantidade de material inerte e, conseqüentemente, com grande peso próprio. Esse concreto serve apenas para proteger e manter a armadura tracionada em sua posição, garantindo a altura útil (distância do centro de gravidade da armadura longitudinal tracionada à fibra mais comprimida do concreto) necessária da laje.

Desse modo, em se tratando de grandes vãos, uma alternativa é utilizar as lajes nervuradas moldadas no local de concreto armado, pois apresentam pequenos deslocamentos transversais, além de permitirem uma construção racionalizada, com a mesma tecnologia empregada nas lajes maciças; as lajes nervuradas, moldadas no local ou com vigotas pré-fabricadas, possibilitam que o peso próprio da estrutura seja reduzido suprimindo-se nas zonas tracionadas da seção transversal parte do concreto que não trabalha estruturalmente, deixando apenas algumas faixas deste, onde estarão agrupadas as armaduras tracionadas. A essas regiões de tração, com armaduras concentradas, dá-se o nome de nervuras, e daí o termo lajes nervuradas (figura 1.2).



**FIGURA 1.2. Laje nervurada moldada no local**

As lajes nervuradas resultam em famílias de vigas (nervuras), em uma ou duas direções, solidarizadas pela mesa, com comportamento intermediário entre grelha e laje maciça.

De acordo com a NBR 6118:2003 “lajes nervuradas são as lajes moldadas no local ou com nervuras pré-moldadas, cuja zona de tração para momentos positivos está localizada nas nervuras entre as quais pode ser colocado material inerte.”

Por apresentar um braço de alavanca maior (distância entre as forças resultantes das tensões de tração na armadura e compressão no concreto) do que as lajes maciças, as lajes nervuradas moldadas no local têm maior rigidez e resistem a maiores esforços (ou vencem vãos maiores), com um aproveitamento mais eficiente do aço e do concreto.

Nas lajes nervuradas moldadas no local, para criar os espaços entre as nervuras, é recomendado empregar elementos de enchimento leves que permaneçam no local (tijolos cerâmicos, blocos de concreto celular ou de poliestireno expandido, etc.), pois caso contrário haverá aumento no consumo de fôrmas, maior até que no caso das lajes maciças, comprometendo assim a economia conseguida com a redução da quantidade de concreto, ou então utilizar fôrmas reaproveitáveis (de polipropileno ou metálicas) que se encontram disponíveis comercialmente para aluguel.

No caso de utilizar fôrmas reaproveitáveis e desejar esconder as nervuras e os espaços vazios entre as mesmas, podem ser empregadas placas de gesso ou de madeira que se fixam na própria laje; é importante destacar que o emprego destas placas contribui para o aumento dos custos, pois são caras. Utilizando elementos de enchimento nos espaços entre as nervuras, além de possibilitarem um acabamento plano do teto, estes servirão de fôrma para a mesa da laje e para as faces laterais das nervuras;

nesse caso utiliza-se fôrma apenas para a face inferior das nervuras, constituída normalmente de um tablado de madeira que é sustentado por um cimbramento que pode ser em estrutura de madeira ou metálica. Este tablado de madeira serve também de apoio para os elementos de enchimento durante a construção do pavimento.

Dentre as vantagens que as lajes nervuradas moldadas no local de concreto armado apresentam, algumas merecem ser destacadas:

- permitem vencer grandes vãos, liberando espaços, o que é vantajoso em locais como garagens, onde os pilares, além de dificultarem as manobras dos veículos, ocupam regiões que serviriam para vagas de automóveis;
- podem ser construídas com a mesma tecnologia empregada nas lajes maciças, diferentemente das lajes protendidas que exigem técnicas especiais de construção;
- versatilidade nas aplicações, podendo ser utilizadas em pavimentos de edificações comerciais, residenciais, educacionais, hospitalares, garagens, “shoppings centers”, clubes, etc.;
- permitem o uso de alguns procedimentos de racionalização, tais como o uso de telas para a armadura de distribuição e a utilização de instalações elétricas embutidas;
- as lajes nervuradas também são adequadas aos sistemas de lajes sem vigas, devendo manter-se regiões maciças apenas nas regiões dos pilares, onde há grande concentração de esforços;
- pelas suas características (grande altura e pequeno peso próprio), são adequadas para grandes vãos; em se tratando de grandes vãos estas lajes apresentam deslocamentos transversais menores que os apresentados pelas lajes maciças e por aquelas com nervuras pré-fabricadas, conforme mencionado anteriormente.

Em contrapartida, as lajes nervuradas moldadas no local de concreto armado apresentam uma série de desvantagens, dentre as quais merecem ser destacadas as seguintes:

- normalmente aumentam a altura total da edificação;
- aumentam as dificuldades de compatibilização com outros subsistemas (instalações, vedações, etc.);

- construção com maior número de operações na montagem;
- dificuldade em projetar uma modulação única para o pavimento todo, de maneira que o espaçamento entre as nervuras seja sempre o mesmo;
- exigem maiores cuidados durante a concretagem para se evitar vazios (“bicheiras”) nas nervuras (que costumam ser de pequena largura);
- dificuldades na fixação dos elementos de enchimento, com a possibilidade de movimentação dos mesmos durante a concretagem;
- resistência da seção transversal diferenciada em relação a momentos fletores positivos e negativos, necessitando de cálculo mais elaborado.

Tradicionalmente as lajes nervuradas moldadas no local de concreto armado têm sido analisadas admitindo-as, por simplificação, como lajes maciças, determinando-se os esforços solicitantes e os deslocamentos transversais mediante a utilização de tabelas de lajes elaboradas a partir do emprego da teoria das placas delgadas, a qual as considera em regime elástico; é importante destacar que nesse caso consideram-se as vigas de contorno da laje indeslocáveis na direção vertical, não correspondendo à realidade. Essa metodologia, constante em diversas referências bibliográficas, também encontra respaldo na NBR 6118:2003, a qual permite que as lajes nervuradas sejam calculadas como maciças desde que observadas algumas recomendações quanto às dimensões da mesa e das nervuras e também espaçamento entre as nervuras. Ao permitir essa simplificação, supõe que a laje nervurada apresentará a mesma rigidez à torção que a laje maciça equivalente, o que não é verdade. Desse modo, os esforços solicitantes e os deslocamentos transversais assim obtidos podem resultar bastante aquém dos reais.

Assim, quando utilizadas, tem-se recomendado que estas lajes sejam analisadas empregando-se outros processos de cálculo, como por exemplo o método dos elementos finitos (MEF) ou o processo de analogia de grelha; é importante ressaltar que, diferentemente do que ocorre no cálculo dos esforços solicitantes e dos deslocamentos transversais utilizando as tabelas elaboradas para lajes maciças, nestes dois processos pode-se considerar as vigas de contorno das lajes nervuradas, caso existam, como deformáveis verticalmente, e incluir na análise a não linearidade física do concreto armado, sendo mais real.

## **1.2 JUSTIFICATIVA DA PESQUISA**

A crescente concorrência no mercado da construção civil tem levado tanto os projetistas de estruturas de concreto armado como também as construtoras a uma constante busca por soluções que, além de simples e eficazes, tragam redução de custos (material e/ou mão-de-obra), rapidez, versatilidade nas aplicações ou que ainda proporcionem um aumento na relação custo-benefício. Deve-se ressaltar que nessa busca, ao contrário do que ocorreu em tempos passados, a preocupação com a qualidade e durabilidade das construções tem sido maior.

Embora as vantagens das lajes nervuradas moldadas no local de concreto armado fossem reconhecidas já há bastante tempo, o meio técnico tradicionalmente apresentou resistência ao seu emprego, principalmente em relação às lajes nervuradas bidirecionais (nervuras em duas direções), em virtude do alto consumo de fôrmas necessárias à sua construção, as quais, geralmente de madeira, elevavam em muito o custo destas lajes. Hoje, porém, este panorama está se modificando. O desenvolvimento tecnológico que levou à criação de novos materiais e métodos construtivos, como os blocos leves de poliestireno expandido (conhecidos pela sigla EPS – isopor) e os de concreto celular, e as fôrmas plásticas reaproveitáveis aplicadas especialmente à produção de lajes nervuradas moldadas no local (fôrmas de polipropileno), tornou o emprego dessas lajes uma solução viável economicamente, sendo este um dos motivos que tem contribuído para que estejam cada vez mais presentes na construção de pavimentos de edifícios de múltiplos pisos.

Com a recente entrada em vigor da NBR 6118:2003, em substituição a NBR 6118:1980, é necessário estudar as alterações propostas no projeto de lajes em geral e de lajes nervuradas em particular (verificação da segurança com relação aos estados limites últimos e de serviço, dimensões, recomendações construtivas, etc.), servindo de referência tanto para aqueles que estão no meio acadêmico como também para os profissionais que trabalham com o projeto de estruturas em concreto armado.

Também é importante que o sistema de lajes nervuradas se torne cada vez mais conhecido, em virtude das vantagens que apresenta, divulgando-se amplamente suas características, opções construtivas e comportamento estrutural a todos os potenciais usuários (projetistas, construtores, proprietários).

### **1.3 BENEFÍCIOS ESPERADOS**

Com este estudo espera-se obter informações que esclareçam as principais alterações propostas pelo texto da norma brasileira NBR 6118:2003 no que se refere ao projeto e construção das lajes nervuradas, servindo de suporte para àqueles que desejam estudar, projetar e utilizar este tipo de laje

Em virtude das diversas vantagens que apresentam, espera-se, também, incentivar ainda mais a utilização destas lajes como uma excelente solução estrutural para pavimentos de edifícios de concreto armado, mostrando toda a potencialidade do sistema de lajes nervuradas com suas principais características e alternativas construtivas.

Por meio da apresentação das principais recomendações propostas pelos autores pesquisados (livros, normas vigentes, etc.), de exemplos resolvidos e roteiros gerais sobre o cálculo, projeto e construção de lajes nervuradas, moldadas no local e com nervuras pré-fabricadas, espera-se ainda fornecer, àqueles que estudam, subsídios para a pesquisa, e aos potenciais usuários, subsídios que auxiliem na escolha, no projeto e na construção dessas lajes.

### **1.4 OBJETIVOS**

O objetivo principal deste trabalho é contribuir para o aprimoramento da pesquisa sobre as lajes nervuradas de concreto armado, moldadas no local e com nervuras pré-fabricadas.

Como objetivos específicos pode-se relacionar:

- a) fazer uma introdução a respeito das lajes em geral, apresentando as principais funções que desempenham nas estruturas dos edifícios, como estas podem ser classificadas, os tipos usuais empregados na construção de pavimentos de edifícios, os tipos de ações normalmente consideradas no seu projeto e, também, apresentar as recomendações gerais propostas pela NBR 6118:2003 para as lajes de concreto armado (vãos efetivos, espessura mínima, detalhamento das armaduras, etc.);

- 
- b)** fazer uma ampla introdução a respeito das lajes nervuradas de concreto armado (moldadas no local e com nervuras pré-fabricadas), apresentando considerações gerais sobre o seu projeto (cálculo, detalhamento e verificações do estado limite de serviço), funcionamento e comportamento estrutural, características, tipos, alternativas construtivas (materiais e métodos construtivos empregados) e as principais recomendações propostas pelos autores pesquisados (livros, manuais, normas nacionais e internacionais, etc.) para as mesmas, e apontando em quais condições é adequado o uso destas lajes;
  - c)** fornecer roteiros com indicações gerais sobre o projeto e construção de lajes nervuradas de concreto armado (moldadas no local e com nervuras pré-fabricadas);
  - d)** apresentar os processos de cálculo usualmente empregados para a determinação dos esforços solicitantes e deslocamentos transversais das placas (com o emprego de tabelas práticas, processo de analogia de grelha, etc.), destacando as hipóteses que devem ser feitas em cada processo e em que situações é mais adequado o uso de cada um deles;
  - e)** resolver exemplos em que se mostra o cálculo, o detalhamento e as verificações do estado limite de serviço (fissuração e deformação excessiva) para lajes nervuradas moldadas no local armadas em uma e em duas direções, simulando estas últimas como grelhas (processo de analogia de grelha), utilizando-se para tal o programa de computador GPLAN4 desenvolvido na Escola de Engenharia de São Carlos, comparando os resultados (esforços solicitantes e deslocamentos transversais) com os obtidos utilizando o cálculo admitindo a laje nervurada como laje maciça (com o emprego de tabelas elaboradas com base na teoria das placas elásticas), conforme permitido pela NBR 6118:2003;
  - f)** estimar deslocamentos transversais em lajes nervuradas de concreto armado admitindo comportamento não linear para o concreto, ou seja, levando em consideração os efeitos da fissuração e fluência, seguindo as recomendações propostas pela NBR 6118:2003;

- g) resolver exemplos de lajes nervuradas unidirecionais com vigotas pré-fabricadas, admitindo os elementos pré-fabricados como simplesmente apoiados.
- h) apresentar as conclusões finais do trabalho e fazer propostas de novos estudos.

## **1.5 PLANEJAMENTO DO TRABALHO**

Este trabalho está dividido em sete capítulos, referências bibliográficas, e anexo.

Neste capítulo 1 apresentam-se a introdução do assunto, as justificativas e os benefícios esperados da pesquisa, os objetivos e o planejamento do trabalho (como ele se encontra dividido).

No capítulo 2 faz-se uma introdução a respeito das lajes em geral, apresentando as principais funções que desempenham nas estruturas dos edifícios, como elas podem ser classificadas, os tipos usuais empregados na construção de pavimentos de edifícios, e os tipos de ações normalmente consideradas no seu projeto. Finalmente, são apresentadas as recomendações gerais propostas pela NBR 6118:2003 para as lajes de concreto armado (vãos efetivos, espessura mínima, aberturas, detalhamento das armaduras, etc.).

No capítulo 3 aborda-se as lajes nervuradas moldadas no local de concreto armado, apresentando considerações gerais sobre o seu projeto (cálculo, detalhamento e verificações do estado limite de serviço), funcionamento e comportamento estrutural, vinculação, características, tipos, alternativas construtivas (materiais e métodos construtivos empregados na sua construção), as recomendações gerais propostas pela NBR 6118:2003, e as principais recomendações dadas pelos demais autores pesquisados; aponta-se em quais condições é adequado o uso destas lajes, fornecendo ainda roteiros com indicações gerais sobre o projeto e construção das mesmas.

No capítulo 4 aborda-se as lajes nervuradas de concreto armado constituídas por nervuras pré-fabricadas. Para estas lajes apresentam-se as principais vantagens e desvantagens, as características, os tipos (como são classificadas), os

parâmetros geométricos que definem a laje e as nervuras (intereixo, altura total da laje, espessura da capa, etc.), informações gerais sobre os materiais e elementos constituintes, as recomendações gerais dadas pelas normas nacionais e as principais recomendações propostas pelos demais autores pesquisados, e aponta-se em quais condições é adequado o uso das mesmas. Discute-se o comportamento e funcionamento estrutural dessas lajes e como considerar a sua ação nas vigas do pavimento. Finalmente, são fornecidos roteiros com indicações gerais sobre o projeto e construção dessas lajes.

No capítulo 5 apresentam-se os processos de cálculo usualmente empregados para a determinação dos esforços solicitantes e deslocamentos transversais das placas (com o emprego de tabelas elaboradas com base na teoria das placas elásticas, processo de analogia de grelha, etc.), destacando as hipóteses que devem ser feitas em cada processo e em que situações é mais adequado o uso de cada um deles.

No capítulo 6 apresentam-se exemplos ilustrativos em que se mostra o cálculo, o detalhamento e as verificações do estado limite de serviço (fissuração e deformação excessiva) para lajes nervuradas moldadas no local armadas em uma e em duas direções, simulando estas últimas como grelhas (processo de analogia de grelha), utilizando-se para tal o programa de computador GPLAN4, comparando os resultados (esforços solicitantes e deslocamentos transversais) com os obtidos utilizando o cálculo admitindo a laje nervurada como laje maciça (com o emprego de tabelas elaboradas com base na teoria das placas elásticas), conforme permitido pela NBR 6118:2003; nestes exemplos estimam-se os deslocamentos transversais admitindo comportamento não linear para o concreto, ou seja, levando em consideração os efeitos da fissuração e fluência, seguindo as recomendações propostas pela NBR 6118:2003. Finalmente, apresenta-se um exemplo ilustrativo de laje nervurada unidirecional com vigotas pré-fabricadas, admitindo os elementos pré-fabricados como simplesmente apoiados; neste exemplo, estimam-se os deslocamentos transversais admitindo comportamento não linear para o concreto.

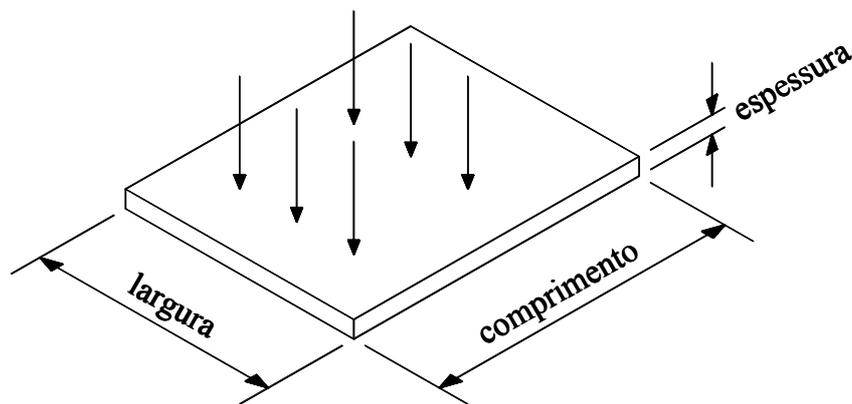
No capítulo 7 apresentam-se as conclusões finais do trabalho, bem como sugestões/propostas para o prosseguimento da pesquisa.

## CAPÍTULO 2

### ASPECTOS GERAIS SOBRE PLACAS E LAJES

#### 2.1 CONSIDERAÇÕES PRELIMINARES

Segundo definição constante na NBR 6118:2003, placas (figura 2.1) são elementos estruturais de superfície (elementos estruturais bidimensionais), planos, em que as ações atuantes são predominantemente perpendiculares a seu plano médio. A dimensão normal ao plano médio é normalmente chamada de espessura, e é relativamente pequena em face das outras duas dimensões (comprimento e largura).

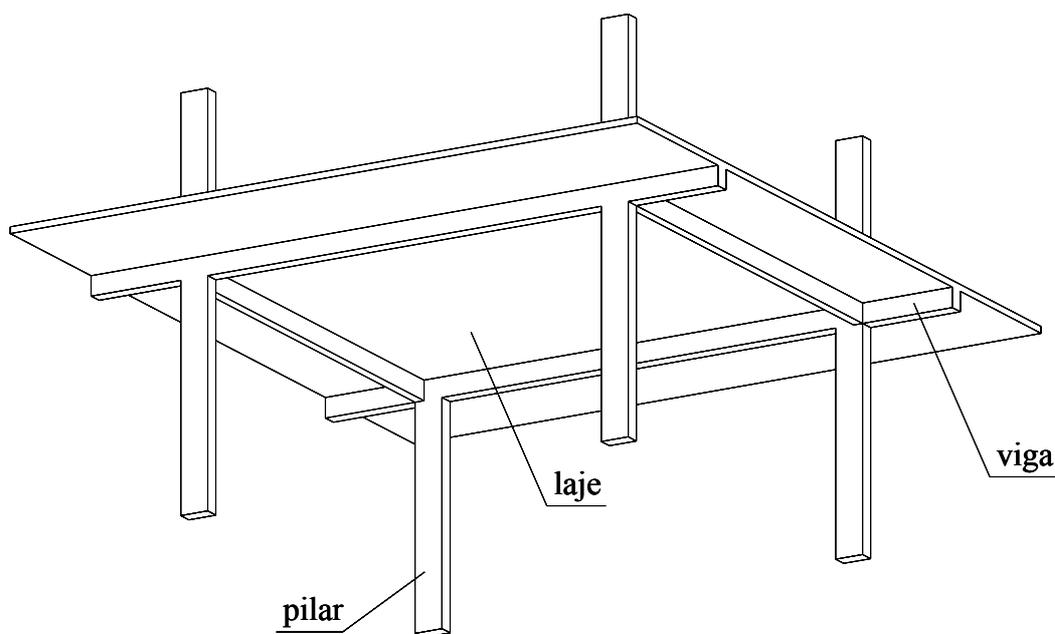


**FIGURA 2.1. Placa**

Nas estruturas dos edifícios, as placas de concreto armado ou protendido, usualmente denominadas lajes, são normalmente construídas para suportar as ações verticais – permanentes e variáveis – atuantes nos pavimentos (pisos e coberturas das edificações) (figura 2.2); as lajes são submetidas essencialmente a esforços solicitantes de flexão, momentos fletores e forças cortantes.

Nas estruturas ditas convencionais, do tipo laje-viga-pilar, as lajes têm outras funções importantes, como por exemplo no contraventamento das estruturas, funcionando como diafragmas (infinitamente rígidos no seu plano) que distribuem as ações horizontais atuantes entre as estruturas de contraventamento, por exemplo,

pórticos formados por pilares e vigas. Outra função importante das lajes é a de, quando construídas ligadas monoliticamente às vigas, para momentos fletores positivos, funcionarem como mesas de compressão da seção “T”.



**FIGURA 2.2. Perspectiva de um pavimento de concreto armado**

Por uma série de fatores que serão vistos ao longo deste trabalho, as lajes aparecem de várias maneiras nos pavimentos das edificações (em concreto armado ou em concreto protendido, maciças ou nervuradas, com ou sem vigas, moldadas no local ou com elementos pré-fabricados, etc.), compondo os chamados sistemas estruturais para pavimentos de edifícios.

Nos edifícios de múltiplos pisos com estruturas em concreto armado as lajes são responsáveis pelo consumo de elevada parcela do volume total de concreto utilizado. De acordo com FRANCA & FUSCO (1997), utilizando-se o sistema de lajes maciças com vigas nos pavimentos de edifícios usuais de concreto armado, também conhecido como sistema tradicional, esta parcela chega a quase dois terços do volume total de concreto consumido pelas estruturas do edifício (no conjunto total da edificação). Desse modo, não somente pelo fato de estarem sempre presentes na composição estrutural dos pavimentos das edificações, mas também pelo consumo de

concreto que representam, é de suma importância a escolha do tipo de laje (ou sistema estrutural) mais adequado para um determinado pavimento de um edifício de concreto armado; é importante ressaltar que a escolha do sistema estrutural mais adequado para um determinado pavimento de um edifício é uma opção que cabe ao projetista de estruturas, que a faz normalmente em função de sua experiência profissional, levando em conta aspectos econômicos, de funcionamento, de execução, e os relacionados à interação com os demais subsistemas construtivos do edifício (instalações, vedações, etc.).

Neste capítulo faz-se uma introdução a respeito das lajes em geral. Inicialmente apresenta-se como as lajes podem ser classificadas, destacando os tipos usuais empregados na construção de pavimentos de edifícios com suas principais características. Indicam-se os tipos de ações normalmente consideradas no projeto das lajes das edificações e, finalmente, são apresentadas as recomendações gerais propostas pela NBR 6118:2003 para as lajes de concreto armado (vãos efetivos, espessura mínima, aberturas, detalhamento das armaduras, etc.).

## **2.2 TIPOS USUAIS DE LAJES DE EDIFÍCIOS**

De maneira geral pode-se dividir as lajes de edifícios em dois grandes grupos: as lajes moldadas no local (“in loco”), construídas em toda a sua totalidade na própria obra, no local em que serão utilizadas, e as construídas com elementos pré-fabricados, normalmente produzidos fora do canteiro de obras, industrialmente. Podem também ser de concreto armado ou de concreto protendido, independentemente se pré-fabricadas ou moldadas no local em que serão utilizadas.

### **2.2.1 Lajes Moldadas no Local de Concreto Armado**

As lajes moldadas no local de concreto armado podem ser subdivididas em lajes com vigas e lajes sem vigas e, ainda, cada uma delas podendo ser maciça ou nervurada.

As lajes maciças são aquelas constituídas por uma placa de concreto armado na qual a espessura é mantida constante ao longo de toda a superfície, sendo de uso mais freqüente as que se apóiam em vigas. Historicamente, na construção de edifícios de múltiplos pisos com estruturas em concreto armado, têm sido as lajes mais utilizadas.

Para construir um pavimento utilizando lajes maciças de concreto armado é necessário o emprego de uma estrutura auxiliar que sirva de fôrma; essa estrutura auxiliar é constituída de um tablado horizontal normalmente construído empregando-se compensados de madeira. Há necessidade também de cimbramento, o qual pode ser em estrutura de madeira ou metálica, sendo esta última a de uso mais freqüente atualmente nas edificações de médio e grande porte; atualmente existem várias empresas que disponibilizam comercialmente para aluguel sistemas de escoramentos compostos por elementos metálicos, o que tem contribuído para a crescente utilização dos mesmos. É importante destacar que o custo de pavimentos construídos utilizando essas lajes diminui consideravelmente quando o pavimento se repete, pois nesse caso pode-se utilizar as mesmas fôrmas e o mesmo cimbramento várias vezes; as fôrmas representam uma grande parcela do custo final da estrutura, em particular da laje.

As lajes maciças, quando utilizadas, permitem o uso de alguns procedimentos de racionalização, tais como empregar armadura em telas e embutir tubulações elétricas ou de outros tipos de instalações nas mesmas. Outra vantagem apresentada pelas lajes maciças é a versatilidade nas aplicações, podendo ser utilizadas em pavimentos de edificações comerciais, residenciais, educacionais, hospitalares, clubes, etc.

As lajes nervuradas moldadas no local de concreto armado, por sua vez, são constituídas por uma ou duas mesas e por nervuras normalmente posicionadas em uma ou duas direções e onde são concentradas as armaduras de tração (armadura longitudinal principal das nervuras); a mesa pode ser superior ou inferior às nervuras, ou então, no caso de existirem duas mesas, uma é superior e a outra inferior a estas. No capítulo 3 serão apresentadas figuras destacando todas estas possibilidades.

Neste tipo de lajes os espaços entre as nervuras podem ser ocupados por elementos de enchimento leves, inertes, sem função estrutural, ou então permanecerem vazios; é importante destacar que os elementos de enchimento servem de fôrma para as

faces laterais das nervuras e, quando existe uma mesa superior às nervuras, também para esta.

Para construir um pavimento utilizando lajes nervuradas em que a mesa é superior às nervuras, caso mais comum, e com elementos de enchimento colocados entre as nervuras, possibilitando assim um acabamento plano do teto, é necessário o emprego de uma estrutura auxiliar que sirva de fôrma apenas para a face inferior das nervuras e, simultaneamente, de apoio para os elementos de enchimento; essa estrutura auxiliar é constituída de um tablado horizontal normalmente construído empregando-se compensados de madeira, sustentado por um cimbramento que, assim como para as lajes maciças, pode ser em estrutura de madeira ou metálica.

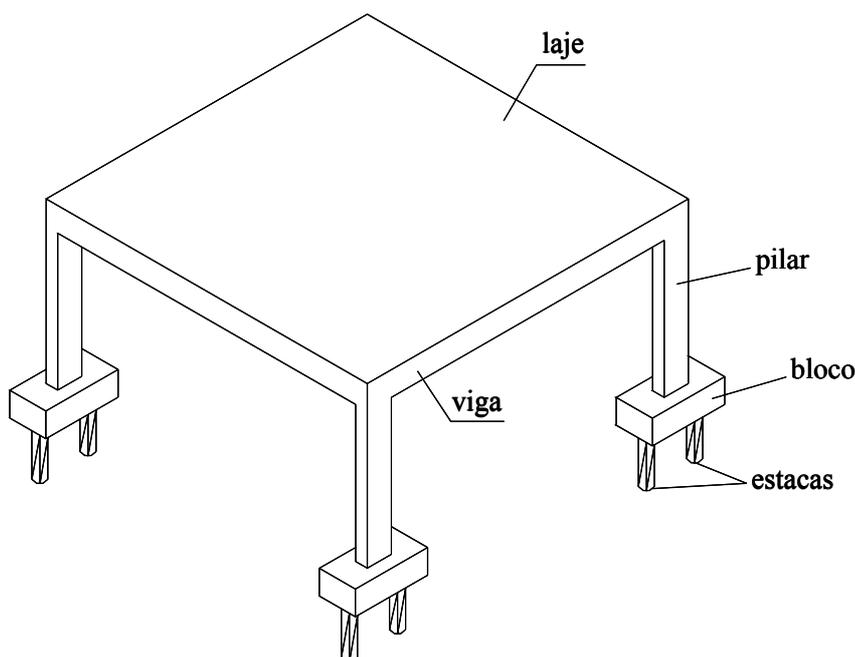
Ainda nesse caso, não utilizando elementos de enchimento entre as nervuras, criando espaços vazios entre elas, é necessário o emprego de fôrma em toda a laje (face inferior da mesa e faces laterais e inferior das nervuras); nesta situação, normalmente vinha se utilizando fôrmas de madeira, porém, principalmente por conta dos altos custos deste material, atualmente têm-se optado, para a moldagem dessas lajes, pela utilização de fôrmas de polipropileno (também conhecidas como “cabacinhas”), reaproveitáveis, que se apóiam diretamente no escoramento. É oportuno destacar que utilizando as fôrmas de polipropileno não se obtém um acabamento plano do teto e, se esse for o aspecto estético desejado, há a necessidade de empregar-se placas de gesso ou de outro material, normalmente caras.

O capítulo 3 deste trabalho é dedicado exclusivamente ao estudo das lajes nervuradas moldadas no local de concreto armado, onde serão abordadas com maiores detalhes; as principais vantagens dessas lajes foram destacadas no capítulo 1.

Quanto ao tipo de apoio, as lajes moldadas no local de concreto armado, tanto as maciças como as nervuradas, podem ser apoiadas em vigas (apoio contínuo), diretamente em pilares (apoio discreto), ou então apoiadas em paredes de concreto ou de alvenaria estrutural (apoio contínuo); é importante ressaltar que no caso das lajes nervuradas, se apóiam em pilares apenas aquelas que possuem nervuras em duas direções (lajes nervuradas bidirecionais, armadas em duas direções).

No primeiro caso, para efeito de cálculo, geralmente admite-se que as ações aplicadas às lajes são transmitidas, por estas, às vigas de contorno, que as transmitem aos pilares e estes, finalmente, às fundações. Nesta situação, as lajes

distribuem as ações que nelas atuam em todas as vigas de contorno. Com isso, há um melhor aproveitamento das vigas do pavimento, pois todas elas, dependendo apenas dos vãos das lajes, podem estar submetidas a ações da mesma ordem de grandeza. A figura 2.3 mostra a perspectiva de um pavimento com laje maciça de concreto armado que se apóia em vigas.



**FIGURA 2.3. Perspectiva de um pavimento com laje maciça apoiada em vigas**

No segundo caso as ações aplicadas às lajes são transmitidas, por estas, diretamente aos pilares, e daí às fundações. É importante ressaltar que na ligação entre a laje e os pilares podem existir capitéis, que são engrossamentos dos pilares em forma de troncos de pirâmides (aumento da seção transversal do pilar), os ábacos (também chamados de pastilha ou “drop panel”), que são engrossamentos da laje (aumento da espessura da laje), ou ainda ambos, projetados com a finalidade de se diminuir as tensões de cisalhamento e evitar a possibilidade de puncionamento da laje, uma vez que nestas regiões sempre atuam forças cortantes elevadas, e em algumas situações altos momentos fletores (figura 2.4). Na figura 2.5 mostra-se a perspectiva de um painel de laje maciça apoiado diretamente em pilares, com capitel e ábaco na ligação com os mesmos.

É importante ressaltar que além de resultarem em tetos não lisos, os ábacos e os capitéis impõem dificuldades na sua construção e também do pavimento, principalmente no que se refere à montagem das fôrmas, e em decorrência destes fatos tem-se aconselhado evitar essas soluções para combater a punção na ligação laje-pilar nas lajes maciças sem vigas; a utilização de armadura específica para combater a punção tem se mostrado como uma boa alternativa. Diversos tipos de armadura de cisalhamento comumente utilizados para combater à punção em lajes maciças sem vigas podem ser vistos em vários autores, por exemplo FIGUEIREDO FILHO (1989), CORDOVIL & FUSCO (1995), MELGES (2001) e SILVA et al. (2003). Na figura 2.6 mostra-se a perspectiva de um painel de laje maciça apoiado diretamente em pilares, estes sem capitel ou ábaco.

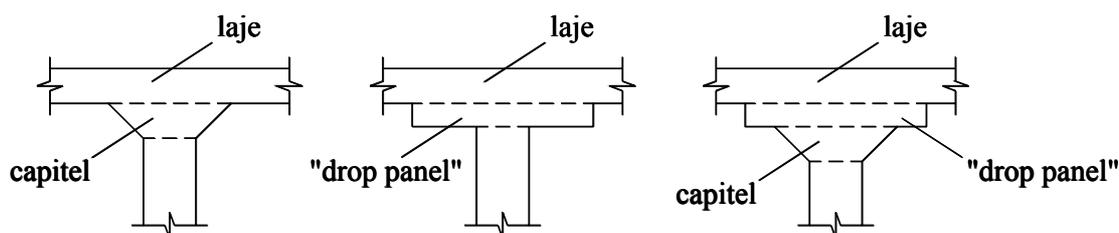


FIGURA 2.4. Exemplos de capitel e de “drop panel” (ábaco)

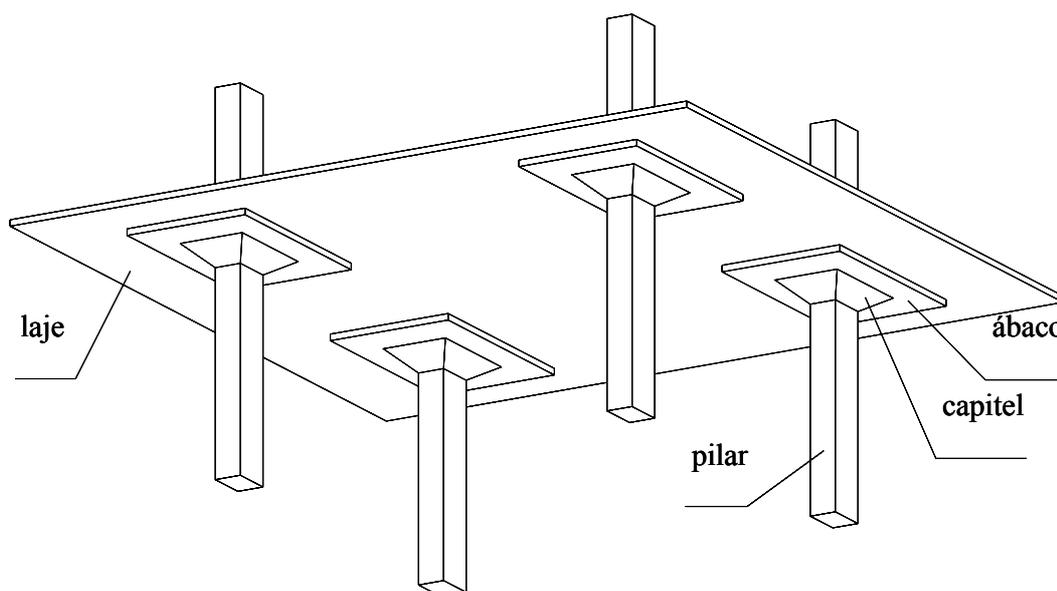
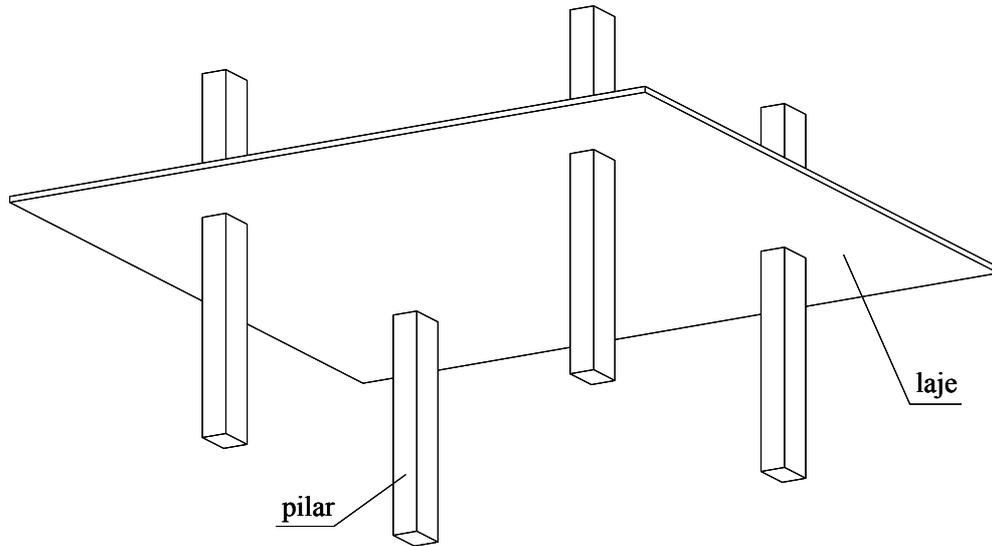


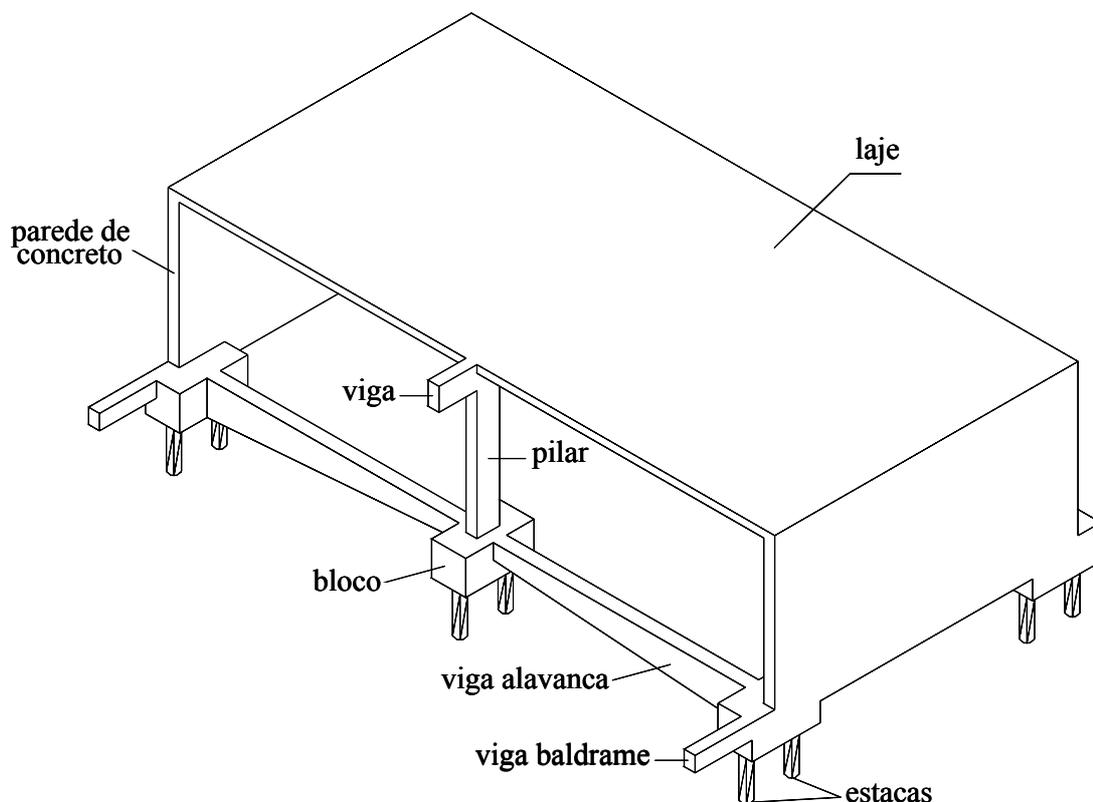
FIGURA 2.5. Laje maciça sem vigas com capitel e ábaco na ligação com os pilares



**FIGURA 2.6. Laje maciça sem vigas sem capitel ou ábaco na ligação com os pilares**

No terceiro caso as ações aplicadas às lajes são transmitidas, por estas, diretamente às paredes de concreto ou de alvenaria estrutural nas quais se apóiam. Nesta situação, as lajes distribuem as ações que nelas atuam em todas as paredes de contorno, as quais, dependendo apenas dos vãos das lajes, podem estar submetidas a ações da mesma ordem de grandeza. Ressalta-se que no caso de paredes de alvenaria estrutural, junto às lajes (última fiada das paredes), são construídas vergas de concreto com a finalidade de proporcionar uma melhor distribuição das ações da laje sobre os painéis de alvenaria. É importante destacar ainda que, enquanto no primeiro caso (apoio contínuo de viga), há deformação vertical no contorno da laje, neste terceiro caso esta praticamente não ocorre. Na figura 2.7 mostra-se a perspectiva de um pavimento com laje maciça apoiada em paredes e vigas de concreto armado.

É oportuno destacar que, caso sejam apoiadas em vigas ou paredes (apoios contínuos) e quando a relação entre o maior e o menor vão efetivo da laje é menor ou igual a dois, para efeito de cálculo costuma-se considerar que as lajes maciças trabalham em duas direções, ou são armadas em duas direções; quando essa relação é maior que dois, essas lajes são consideradas trabalhando em apenas uma direção, a do menor vão efetivo, e nesse caso, sem levar em conta armaduras construtivas ou mínimas exigidas, são armadas apenas nessa direção.



**FIGURA 2.7.** Pavimento com laje maciça apoiada em paredes e vigas de concreto

## 2.2.2 Lajes Pré-Fabricadas

Basicamente, as lajes pré-fabricadas podem ser divididas em dois grupos: as nervuradas com vigotas pré-fabricadas, e as em painéis.

As lajes nervuradas com vigotas pré-fabricadas são construídas com o emprego de vigotas unidirecionais pré-fabricadas (elementos lineares pré-fabricados), elementos leves de enchimento posicionados entre as vigotas (apoiados nas vigotas), e concreto moldado no local (concreto de capeamento), como ilustrado na figura 2.8.

Os elementos pré-fabricados utilizados neste tipo de laje podem ser com ou sem armadura saliente, com seção transversal em forma de “T” invertido ou I. Os materiais de enchimento normalmente utilizados são blocos vazados de material cerâmico (lajotas cerâmicas) ou concreto celular ou, ainda, blocos de poliestireno expandido (blocos de EPS). Na figura 2.9 são mostradas algumas alternativas.

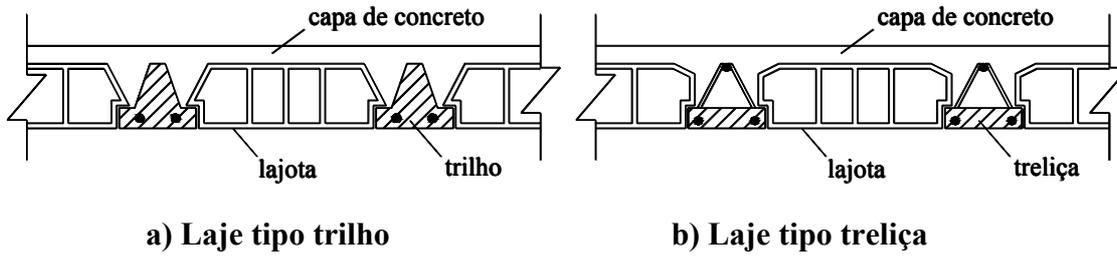


FIGURA 2.8. Seções transversais de lajes nervuradas com vigotas pré-fabricadas

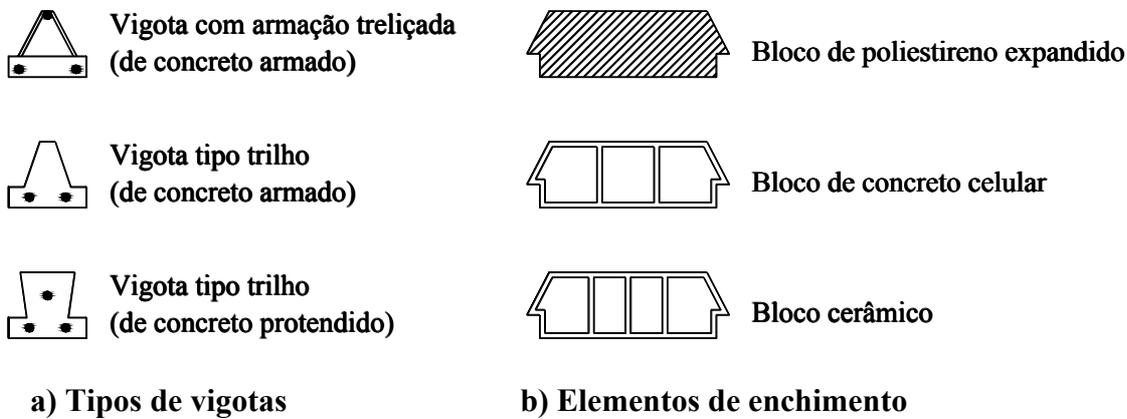


Figura 2.9. Tipos de vigotas e de elementos de enchimento empregados nas lajes formadas com nervuras pré-fabricadas

Para construir um pavimento utilizando este tipo de laje não é necessário o emprego de fôrmas para a concretagem da capa e de parte da nervura, pois as vigotas e os elementos de enchimento fazem esse papel; o escoramento utilizado é reduzido e pode ser composto por elementos de madeira ou metálicos. Atualmente o emprego de escoramento composto por elementos de madeira está praticamente restrito às obras de pequeno porte.

As lajes nervuradas com vigotas pré-fabricadas, quando utilizadas, permitem o uso de alguns procedimentos de racionalização, tais como empregar armadura em telas e embutir tubulações elétricas ou de outros tipos de instalações nas mesmas. Outra vantagem apresentada por essas lajes é a versatilidade nas aplicações, podendo ser utilizadas em pavimentos de edificações de diversos fins (comerciais, residenciais, etc.). Pelo fato de trabalhar com vários materiais industrializados, este tipo de laje proporciona, ainda, uma baixa perda de materiais durante a sua montagem.

A decisão de se adotar lajes nervuradas com vigotas pré-fabricadas nas estruturas dos edifícios deve levar em conta análises estruturais e de custos. Nos edifícios de muitos pavimentos deve ser analisada com cautela a conveniência de adotar este tipo de laje, pois além de não desempenharem adequadamente a função de diafragma há que se pensar no transporte dos elementos pré-fabricados, que é feito por meio de elevadores de obra, fato este que pode trazer acréscimo de custo e principalmente de segurança na obra. Na construção de pavimentos de edificações de pequeno porte (edifícios residenciais de um ou dois pavimentos, etc.), este tipo de laje é a de uso mais freqüente atualmente.

O capítulo 4 deste trabalho é dedicado exclusivamente ao estudo das lajes nervuradas com vigotas pré-fabricadas, onde serão abordadas com maiores detalhes.

As lajes pré-fabricadas em painéis, por sua vez, como o próprio nome diz, são construídas com o emprego de painéis pré-fabricados, que podem ser de concreto armado, celular (concreto leve) ou protendido. As de uso mais freqüente têm sido as compostas por painéis treliçados (em concreto armado), por painéis protendidos, por painéis vazados (lajes alveolares) e por painéis nervurados.

Os painéis treliçados (figura 2.10) e os protendidos (figura 2.11) são placas pré-fabricadas constituídas por concreto estrutural, de espessura pequena e larguras padronizadas. Esses painéis podem ser do tipo unidirecional (armados em uma direção), correspondentes a elementos em forma de faixas que se apóiam em dois lados, ou do tipo bidirecional (armados em duas direções), correspondentes a elementos de geometria quadrada ou retangular, normalmente apoiados em quatro lados; os elementos unidirecionais podem ser em concreto armado ou em concreto protendido, enquanto que os bidirecionais são em concreto armado. Entre esses dois tipos de elementos, os mais utilizados na construção de pavimentos de edifícios são os do tipo unidirecional.

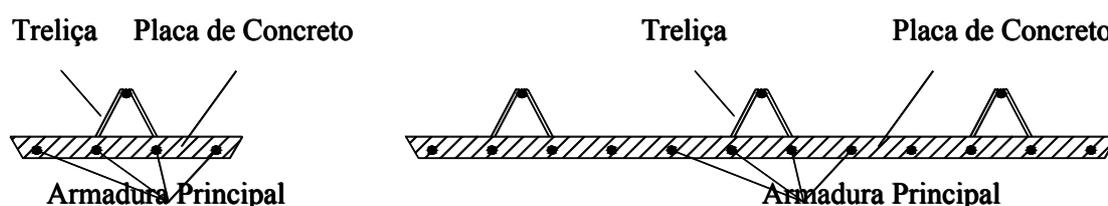
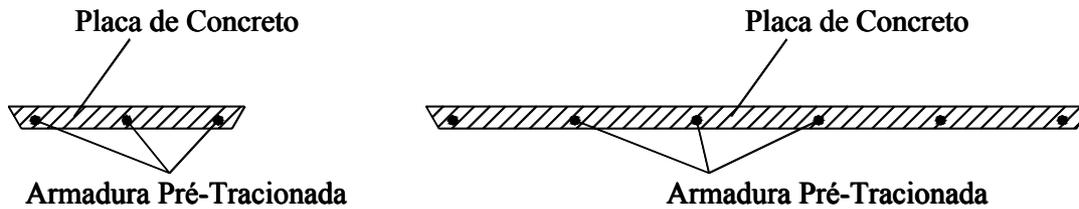
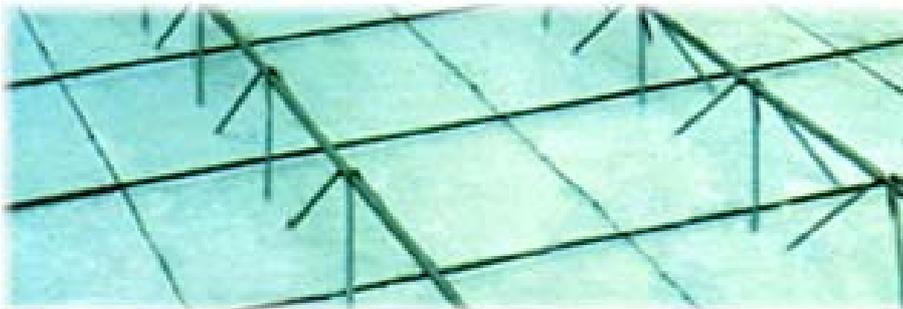


FIGURA 2.10. Seções transversais de painéis treliçados



**FIGURA 2.11. Seções transversais de painéis protendidos**

Nos painéis treliçados do tipo unidirecional, por ocasião de sua fabricação, são posicionadas a armadura na direção do vão (armadura longitudinal) e as treliças; as barras dessa armadura longitudinal têm comprimento maior do que o elemento, com a finalidade de ancorá-las corretamente nas vigas de apoio. A armadura na outra direção (direção transversal) é montada no local; esta armadura é posicionada na face superior do elemento pré-fabricado (figura 2.12). As treliças tornam o painel mais rígido, possibilitando manuseio e transporte com segurança e, além disso permitem uma melhor ligação do concreto lançado na obra com o concreto do elemento pré-fabricado.

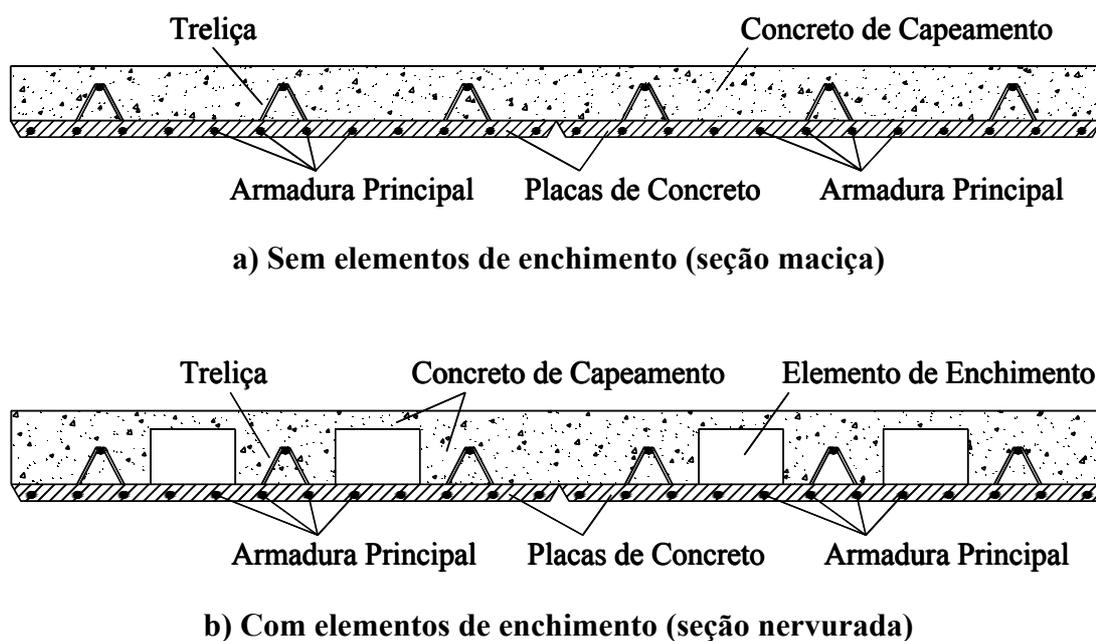


**FIGURA 2.12. Painéis treliçados com armadura na direção transversal às treliças  
([www.comunidadeconstrucao.com.br](http://www.comunidadeconstrucao.com.br))**

A armadura dos painéis protendidos do tipo unidirecional é composta por fios de aço de alta resistência (aço para concreto protendido), pré-tracionados, posicionados na direção do vão (direção longitudinal) do painel por ocasião de sua fabricação. A armadura na outra direção (direção transversal), passiva, é montada no local; esta armadura é posicionada na face superior do elemento pré-fabricado.

Para construir um pavimento utilizando estes painéis dispensa-se o uso de fôrmas para a concretagem da capa, pois os próprios painéis fazem este papel; o escoramento utilizado é reduzido e pode ser composto por elementos de madeira ou metálicos.

Nas lajes construídas utilizando os painéis treliçados ou os protendidos, a parte da laje que recebe o concreto moldado no local pode ser sem ou com elementos de enchimento (materiais inertes diversos, maciços ou vazados) formando seções maciças ou vazadas (nervuradas), respectivamente; os elementos de enchimento têm a função de reduzir o volume de concreto e conseqüentemente o peso próprio da laje, e são desconsiderados como colaborantes nos cálculos de resistência e rigidez da laje. A figura 2.13 mostra a seção transversal de lajes com painéis treliçados, sem e com elementos de enchimento.



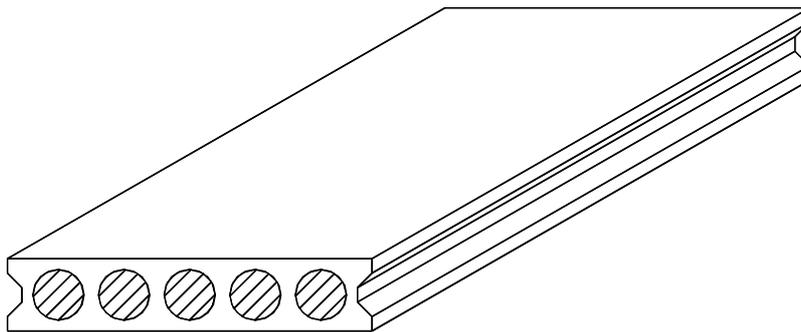
**FIGURA 2.13. Lajes com painéis treliçados, sem e com elementos de enchimento**

Na obra os painéis treliçados ou protendidos de maior peso são posicionados nos locais em que serão utilizados com a ajuda de equipamentos de montagem (guindastes), e os de menor peso, manualmente.

Os painéis treliçados e os protendidos são usualmente denominados de elementos de pré-laje, e podem ser entendidos como uma extensão das vigotas pré-

fabricadas. Destaca-se que estes painéis também têm sido utilizados na construção de lajes de tabuleiros de pontes.

Os painéis pré-fabricados vazados, também chamados de painéis de laje alveolar (figura 2.14), por sua vez, possuem furos longitudinais contínuos que podem ser com seção transversal de forma circular, oval, “pseudo” elipse, retangular, etc.



**FIGURA 2.14. Painel de laje alveolar**

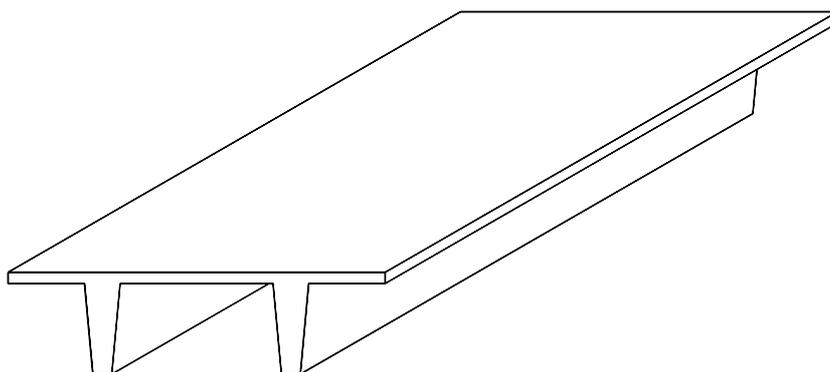
São peças de concreto protendido produzidas industrialmente, fora do local de utilização definitiva, normalmente com aplicações em grandes vãos e com a vantagem de dispensarem fôrmas e cimbramentos; a armadura dos painéis é constituída, em geral, apenas por armadura ativa, na parte inferior e, muitas vezes, também na mesa superior, colocadas somente no sentido longitudinal do painel. Em geral, não há armadura para resistir à força cortante e nem para solicitações na direção transversal, o que obriga a contar com a resistência à tração do concreto para resistir a essas solicitações. Destaca-se também que, em virtude do processo de fabricação desses painéis, a colocação de armaduras adicionais é praticamente inviável.

A ligação entre painéis de laje alveolar na direção longitudinal dos mesmos é, em geral, garantida pelo rejuntamento, com argamassa de cimento ou concreto, da folga entre as bordas dos elementos pré-fabricados justapostos; sobre os apoios (vigas ou paredes), na direção longitudinal dos painéis, a ligação entre painéis contíguos normalmente é realizada utilizando-se barras de aço para concreto armado, colocadas nessa mesma folga. Deve-se destacar ainda que esses painéis podem ser sem ou com previsão de capa de concreto moldado no local, formando seção composta; na capa, caso esta seja utilizada, recomenda-se colocar uma armadura de distribuição

composta por barras de aço de pequeno diâmetro ou em tela soldada para o controle da fissuração e para a distribuição das tensões. Na obra esses painéis são posicionados nos locais em que serão utilizados com a ajuda de equipamentos de montagem (guindastes), por apresentarem peso elevado.

A exemplo dos painéis vazados (laje alveolar), os painéis nervurados, por sua vez, também são produzidos industrialmente, fora do local de utilização definitiva. Normalmente com aplicações em grandes vãos, estes painéis dispensam na obra o uso de fôrmas e cimbramentos. Salvo casos excepcionais de pequenos vãos, em que podem ser de concreto armado, estes elementos são fabricados em concreto protendido.

As principais formas de seção dos painéis nervurados são: “T”, duplo “T”, “U” invertido e múltiplo “T”, todas elas compostas de uma laje superior (mesa) e nervuras. Dentre estas formas de seção, a mais usual é a duplo “T” (figura 2.15).



**FIGURA 2.15. Painel nervurado em duplo “T”**

Os painéis nervurados também podem ser empregados sem ou com capa de concreto moldado no local, formando elemento composto. Por apresentarem peso elevado, na obra, estes painéis são posicionados nos locais em que serão utilizados com a ajuda de equipamentos de montagem (guindastes).

A ligação entre painéis nervurados na direção longitudinal dos mesmos é realizada utilizando-se dispositivos de ligação específicos; sobre os apoios (vigas ou paredes), na direção longitudinal dos painéis, a ligação entre painéis contíguos normalmente é realizada utilizando-se barras de aço para concreto armado, colocadas na mesa dos painéis.

Quanto ao tipo de apoio, as lajes pré-fabricadas, tanto as nervuradas com vigotas pré-fabricadas como as em painéis, podem ser apoiadas em vigas, em paredes de concreto e em paredes de alvenaria estrutural.

Deve-se ressaltar que nas lajes pré-fabricadas os elementos estruturais são dispostos segundo uma só direção, geralmente a do menor vão a ser vencido, sendo normalmente considerados simplesmente apoiados nas extremidades, desprezando-se a continuidade. Geralmente considera-se que as vigas ou paredes em que esses elementos se apóiam recebam toda a ação atuante na laje, desconsiderando-se qualquer ação da laje nas vigas ou paredes paralelas aos mesmos.

## **2.3 AÇÕES NAS LAJES DOS EDIFÍCIOS**

### **2.3.1 Tipos de Ações**

A norma brasileira NBR 8681:2003 define ações como sendo causas que provocam esforços ou deformações nas estruturas. Diz ainda que, do ponto de vista prático, as forças e as deformações impostas pelas ações são consideradas como se fossem as próprias ações. As deformações impostas são por vezes designadas por ações indiretas e as forças, por ações diretas.

De acordo com a sua variabilidade no tempo a NBR 8681:2003 classifica as ações em três categorias: permanentes, variáveis e excepcionais.

#### **a) Ações permanentes**

De acordo com a NBR 8681:2003, as ações permanentes são aquelas que ocorrem com valores constantes ou de pequena variação em torno da média, durante praticamente toda a vida da construção. A variabilidade das ações permanentes é medida num conjunto de construções análogas.

A NBR 8681:2003 divide as ações permanentes em diretas e indiretas:

- as ações permanentes diretas são assim consideradas aquelas oriundas dos pesos próprios dos elementos da construção, incluindo-se o peso próprio da estrutura e de

todos os elementos construtivos permanentes, os pesos dos equipamentos fixos e os empuxos por conta do peso próprio de terras não removíveis e de outras ações permanentes sobre elas aplicadas;

- as ações permanentes indiretas são constituídas pelas deformações impostas por retração dos materiais, fluência do concreto, deslocamentos de apoio, imperfeições geométricas e protensão.

#### **b) Ações variáveis**

As ações variáveis, de acordo com a NBR 8681:2003, são aquelas que ocorrem com valores que apresentam variações significativas em torno de sua média, durante a vida da construção. São as ações decorrentes do uso das construções (pessoas, mobiliário, materiais diversos, cargas móveis, etc.), bem como seus efeitos (forças de frenagem, de impacto, centrífugas, etc.), dos efeitos do vento, das variações de temperatura, do atrito nos aparelhos de apoio e, em geral, das pressões hidrostáticas e hidrodinâmicas. Em função de sua probabilidade de ocorrência durante a vida da construção, as ações variáveis são classificadas em normais ou especiais:

- as ações variáveis normais são aquelas com probabilidade de ocorrência suficientemente grande para que sejam obrigatoriamente consideradas no projeto das estruturas de um dado tipo de construção;
- são consideradas ações variáveis especiais as ações sísmicas ou cargas acidentais de natureza ou de intensidade especiais.

#### **c) Ações excepcionais**

De acordo com a NBR 8681:2003, as ações excepcionais são aquelas que tem duração extremamente curta e muito baixa probabilidade de ocorrência durante a vida da construção, mas que devem ser consideradas nos projetos de determinadas estruturas.

Consideram-se como excepcionais as ações decorrentes de causas como explosões, choques de veículos, incêndios, enchentes, ou sismos excepcionais. Segundo a NBR 8681:2003, os incêndios, ao invés de serem tratados como causa de ações

excepcionais, também podem ser levados em conta por meio de uma redução da resistência dos materiais constitutivos da estrutura.

### 2.3.2 Ações Normalmente Consideradas nas Lajes dos Edifícios

A NBR 6118:2003 prescreve que: “na análise estrutural deve ser considerada a influência de todas as ações que possam produzir efeitos significativos para a segurança da estrutura em exame, levando-se em conta os possíveis estados limites últimos e os de serviço.”

Ainda, estabelece que para cada tipo de construção as ações a considerar devem respeitar suas peculiaridades e as normas a que ela se aplica.

As ações normalmente consideradas nas lajes dos edifícios são:

#### a) ações permanentes diretas

- peso próprio estrutural: é determinado a partir das dimensões da seção transversal da laje e do peso específico do concreto. Normalmente essa ação é admitida uniformemente distribuída na superfície da laje, independente do tipo utilizado;
- revestimento inferior: se for o caso, deve ser considerado o peso do revestimento feito na face inferior da laje (figura 2.16), obtido multiplicando-se a espessura do revestimento pelo peso específico aparente do material de que ele é feito, geralmente argamassa de cal, cimento e areia;
- peso do contra-piso (camada de regularização): com o intuito de se obter uma superfície plana no pavimento, normalmente é executado sobre as lajes uma camada de regularização (figura 2.16), mais conhecida como contra-piso; o peso desta camada de regularização é obtido multiplicando-se a espessura da mesma pelo peso específico aparente do material de que ela é feita, geralmente argamassa de cimento e areia;
- revestimento superior (piso): deve-se considerar o peso do revestimento superior (figura 2.16), lembrando que alguns revestimentos, como pedras de granito ou mármore, possuem um peso bastante elevado; o peso desta camada é obtido

multiplicando-se a espessura da mesma pelo peso específico aparente do material utilizado;

- peso de elementos fixos: se for o caso, deve ser considerado o peso dos elementos fixos utilizados para se fazer os chamados forros falsos, tais como placas de gesso ou de madeira;
- peso de enchimento: atua no caso de laje com rebaixos, ou com pisos elevados, sendo calculado multiplicando-se o peso específico do material utilizado para o enchimento pela altura do rebaixo;
- peso de inertes utilizados como fôrma em lajes nervuradas: se for o caso, deve-se considerar o peso de materiais inertes utilizados como fôrma em lajes nervuradas e que ficarão incorporados às mesmas, tais como tijolos cerâmicos, blocos de concreto celular, cilindros de papelão, etc.;
- peso de alvenaria sobre a laje: se for o caso, deve-se considerar o peso de alvenarias que se apóiam diretamente na laje; normalmente essa ação é admitida uniformemente distribuída na superfície da laje, embora seja linear.

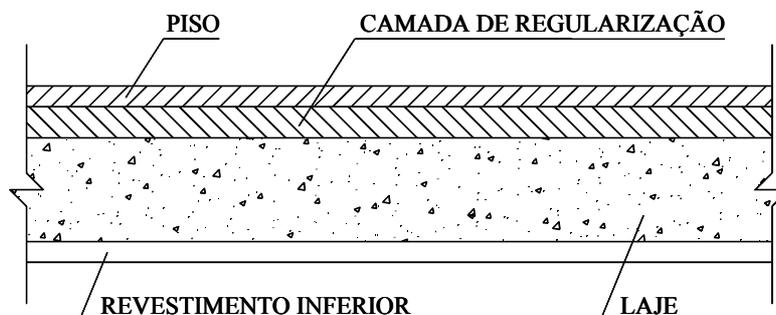
#### **b) ações permanentes indiretas**

- retração e fluência do concreto: normalmente, as deformações impostas pela retração e fluência do concreto são consideradas apenas no caso das lajes protendidas;
- protensão: a ação da protensão é considerada no caso das lajes protendidas.

#### **c) ações variáveis**

- carga acidental: refere-se a carregamentos que atuam na estrutura em função do uso da edificação (pessoas, mobiliário, etc.), e é suposta uniformemente distribuída na superfície da laje, com valores mínimos recomendados para cada local da edificação indicados na NBR 6120:1980;
- ações durante a construção (ações de caráter transitório): refere-se a carregamentos que podem ocorrer durante a construção (cargas acidentais de execução, peso

próprio de estruturas provisórias auxiliares, etc.); a duração dessas ações deve ser definida em cada caso particular.



**FIGURA 2.16. Camada de regularização e revestimentos em uma laje**

Para efeito de cálculo, normalmente considera-se que todas as lajes que compõem um pavimento são totalmente carregadas. Segundo TIMOSHENKO & WOINOWSKY (1959) e ROCHA (1972), quando a carga acidental for superior à metade da ação total é que se deve considerar as lajes carregadas alternadamente com carga acidental.

## **2.4 RECOMENDAÇÕES GERAIS DA NBR 6118:2003 PARA AS LAJES DE CONCRETO ARMADO**

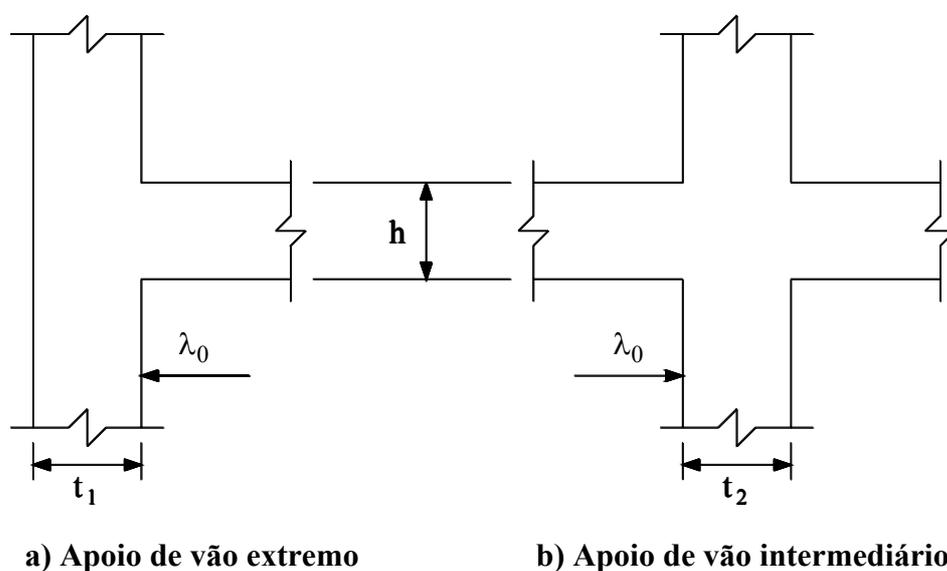
Para o correto projeto e execução de qualquer elemento estrutural, uma série de recomendações prescritas pelas normas vigentes deve ser atendida. A seguir são apresentadas algumas recomendações gerais dadas pela NBR 6118:2003 que se aplicam às lajes de concreto armado.

### **2.4.1 Vãos Efetivos**

Segundo a NBR 6118:2003, quando os apoios puderem ser considerados suficientemente rígidos quanto à translação vertical, o vão efetivo das lajes deve ser calculado pela seguinte expressão:

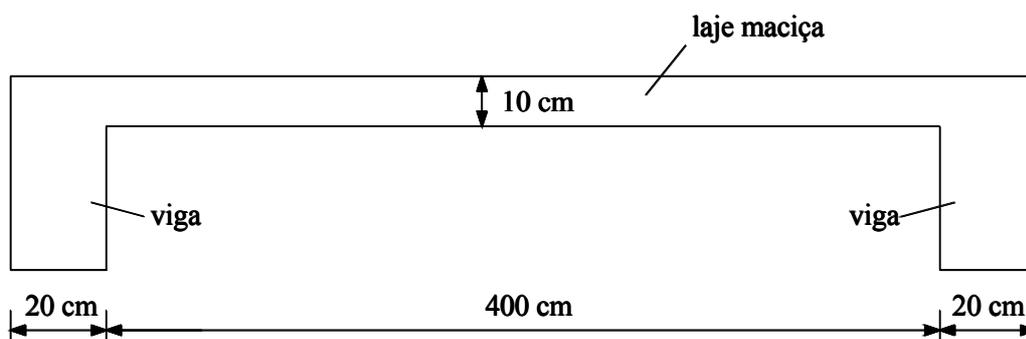
$$\lambda_{ef} = \lambda_0 + a_1 + a_2 \quad (2.1)$$

com  $a_1$  igual ao menor valor entre  $(t_1/2$  e  $0,3h)$  e  $a_2$  igual ao menor valor entre  $(t_2/2$  e  $0,3h)$ , conforme indicado na figura 2.17;  $\lambda_0$  é a distância entre faces de dois apoios consecutivos.



**FIGURA 2.17. Vãos efetivos de lajes conforme a NBR 6118:2003**

A seguir, como exemplo, apresenta-se o cálculo do vão efetivo segundo a NBR 6118:2003 para uma laje maciça isolada, de 10 cm de espessura e apoiada em vigas de 20 cm de largura (figura 2.18).



**FIGURA 2.18. Laje maciça isolada apoiada em vigas**

- **vão efetivo:**  $\lambda_{ef} = 400 + 0,3 \cdot 10 + 0,3 \cdot 10 = 406 \text{ cm}$ ; de acordo com as recomendações da NBR 6118:1980, para este mesmo exemplo, resultaria um vão teórico de 410 cm, valor maior que este aproximadamente 1% (diferença desprezível para fins práticos).

### 2.4.2 Espessura Mínima

De acordo com a NBR 6118:2003, a prescrição de valores limites mínimos para as dimensões de elementos estruturais de concreto tem como objetivo evitar um desempenho inaceitável para os elementos estruturais e propiciar condições de execução adequadas. Ela indica que nas lajes maciças devem ser respeitados os seguintes limites mínimos para a espessura:

- a) 5 cm para lajes de cobertura não em balanço;
- b) 7 cm para lajes de piso ou de cobertura em balanço;
- c) 10 cm para lajes que suportem veículos de peso total menor ou igual a 30 kN;
- d) 12 cm para lajes que suportem veículos de peso total maior que 30 kN;
- e) 15 cm para lajes com protensão apoiadas em vigas,  $\lambda/50$  para lajes de piso contínuas e  $\lambda/42$  para lajes de piso biapoiadas;
- f) 16 cm para lajes lisas e 14 cm para lajes-cogumelo.

De acordo com NBR 6118:2003, lajes-cogumelo são lajes apoiadas diretamente em pilares com capitéis, enquanto lajes lisas são as apoiadas nos pilares sem capitéis.

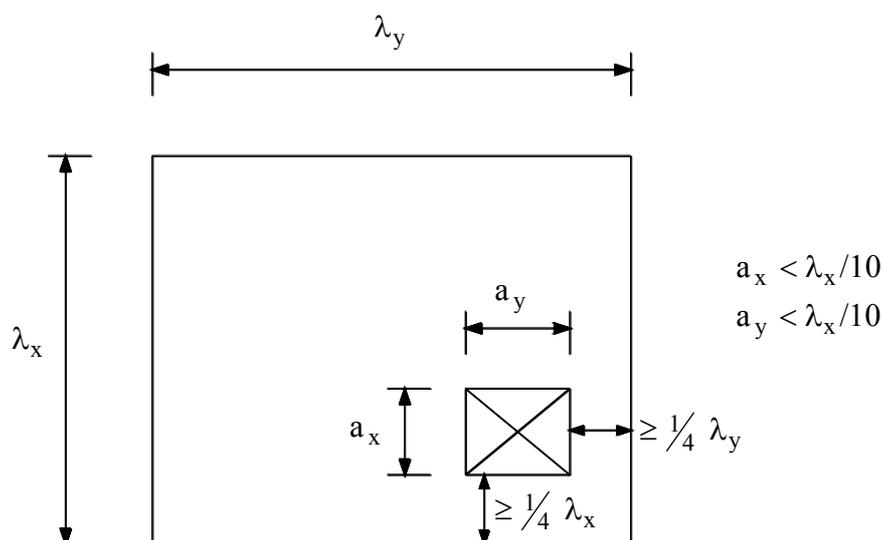
### 2.4.3 Aberturas

Os furos ou aberturas executadas em qualquer elemento estrutural dão origem a concentração de tensões em torno das mesmas, as quais podem ser prejudiciais. Os furos, de maneira geral, têm dimensões pequenas em relação as do

elemento estrutural, enquanto as aberturas não; de acordo com a NBR 6118:2003, um conjunto de furos muito próximos deve ser tratado como uma abertura.

Entretanto, as aberturas em lajes normalmente são necessárias, principalmente para dar passagem às instalações prediais (água, esgoto, etc.). De acordo com a NBR 6118:2003, quando forem previstas aberturas em lajes seu efeito na resistência e na deformação deve ser verificado, e não devem ser ultrapassados os limites previstos nessa norma; desde que não sejam lajes-lisas ou lajes-cogumelo, outros tipos de lajes podem ser dispensados dessa verificação, devendo ser armadas em duas direções e verificadas, simultaneamente, as seguintes condições:

- as dimensões da abertura devem corresponder no máximo a 1/10 do vão menor da laje ( $\lambda_x$ ) (figura 2.19);
- a distância entre a face de uma abertura e uma borda livre da laje deve ser igual ou maior que 1/4 do vão, na direção considerada (figura 2.19); e
- a distância entre faces de aberturas adjacentes deve ser maior que a metade do menor vão da laje.



**FIGURA 2.19. Dimensões limites para aberturas de lajes com dispensa de verificação conforme a NBR 6118:2003**

A NBR 6118:2003 prescreve, ainda, que no caso de aberturas em lajes as condições seguintes devem ser respeitadas em qualquer situação:

- a) a seção do concreto remanescente da parte central ou sobre o apoio da laje deve ser capaz de equilibrar os esforços no estado limite último, correspondentes a essa seção sem aberturas;
- b) as áreas das armaduras interrompidas devem ser substituídas por áreas equivalentes de armaduras de reforço, corretamente ancoradas;
- c) no caso de aberturas em regiões próximas a pilares, nas lajes lisas ou cogumelo, o modelo de cálculo deve prever o equilíbrio das forças cortantes atuantes nessas regiões.

#### 2.4.4 Cobrimento

Entre os fatores dos quais depende a durabilidade das estruturas de concreto armado e protendido são fundamentais a qualidade e a espessura do concreto de cobrimento das armaduras. Cobrimento mínimo é a menor distância livre entre uma face da peça e a camada de barras mais próxima dessa face (inclusive estribos) e deve ser observado ao longo de todo o elemento considerado; tem por finalidade proteger as barras tanto da corrosão como da ação do fogo.

A NBR 6118:2003 prescreve que para garantir o cobrimento mínimo da armadura ( $c_{\min}$ ) o projeto e a execução devem considerar o cobrimento nominal da armadura ( $c_{\text{nom}}$ ), que é o cobrimento mínimo acrescido da tolerância de execução ( $\Delta c$ ), ou seja,  $c_{\text{nom}} = c_{\min} + \Delta c$ . Quando houver um adequado controle de qualidade e rígidos limites de tolerância da variabilidade das medidas durante a execução pode ser adotado o valor  $\Delta c = 5$  mm; a exigência de controle rigoroso deve ser explicitada nos desenhos de projeto. Caso contrário, deve-se ter  $\Delta c = 10$  mm, no mínimo, o que determina, para as lajes de concreto armado, em função das classes de agressividade ambiental, os cobrimentos nominais indicados na tabela 2.1; nos projetos das estruturas correntes a agressividade ambiental pode ser classificada de acordo com o apresentado na tabela 2.2. Conforme prescreve a NBR 6118:2003, a agressividade ambiental pode ser avaliada, simplificada, segundo as condições de exposição da estrutura ou de suas partes; a agressividade do meio ambiente está relacionada às ações físicas e químicas que atuam sobre as estruturas de concreto, independentemente das ações mecânicas, das

variações volumétricas de origem térmica, da retração hidráulica e outras previstas no dimensionamento das estruturas de concreto.

**TABELA 2.1 Correspondência entre classe de agressividade ambiental e cobrimento nominal para  $\Delta c = 10$  mm**

Tipo de estrutura	Elemento	Classe de agressividade ambiental			
		I	II	III	IV
		Cobrimento nominal (em mm)			
Concreto armado	Laje <sup>1)</sup>	20	25	35	45

<sup>1)</sup> Para a face superior de lajes que serão revestidas com argamassa de contrapiso, com revestimentos finais secos tipo carpete e madeira, com argamassa de revestimento e acabamento tais como pisos de elevado desempenho, pisos cerâmicos, pisos asfálticos, e outros tantos, as exigências desta tabela podem ser substituídas pelo valor dado por  $c_{nom} \geq \phi$  barra, respeitado um cobrimento nominal  $\geq 15$  mm.

**TABELA 2.2 Classes de agressividade ambiental**

Classe de agressividade ambiental	Agressividade	Classificação geral do tipo de ambiente para efeito de projeto	Risco de deterioração da estrutura
I	Fraca	Rural	Insignificante
		Submersa	
II	Moderada	Urbana <sup>1),2)</sup>	Pequeno
III	Forte	Marinha <sup>1)</sup>	Grande
		Industrial <sup>1),2)</sup>	
IV	Muito forte	Industrial <sup>1),3)</sup>	Elevado
		Respingos de maré	

<sup>1)</sup> Pode-se admitir um microclima com uma classe de agressividade mais branda (um nível acima) para ambientes internos secos (salas, dormitórios, banheiros, cozinhas e áreas de serviço de apartamentos residenciais e conjuntos comerciais ou ambientes com concreto revestido com argamassa e pintura).

<sup>2)</sup> Pode-se admitir uma classe de agressividade mais branda (um nível acima) em: obras em regiões de clima seco, com umidade relativa do ar menor ou igual a 65%, partes da estrutura protegidas de chuva em ambientes predominantemente secos, ou regiões onde chove raramente.

<sup>3)</sup> Ambientes quimicamente agressivos, tanques industriais, galvanoplastia, branqueamento em indústrias de celulose e papel, armazéns de fertilizantes, indústrias químicas.

De acordo com a NBR 6118:2003, os cobrimentos nominais e mínimos devem ser sempre referidos à superfície da armadura externa. Para o concreto armado, o cobrimento nominal de uma determinada barra deve sempre ser maior que seu diâmetro ( $c_{\text{nom}} \geq \phi \text{ barra}$ ), e no caso de feixes, maior que o diâmetro equivalente ( $c_{\text{nom}} \geq \phi \text{ feixe} = \phi_n = \phi \cdot \sqrt{n}$ ). Essa norma prescreve, ainda, que a dimensão máxima característica do agregado graúdo utilizado no concreto não pode superar 20% da espessura nominal do cobrimento, ou seja,  $d_{\text{máx}} \leq 1,2 \cdot c_{\text{nom}}$ .

A seguir, como exemplo, determina-se o cobrimento das armaduras de acordo com a NBR 6118:2003 para os dados:

- Laje maciça no interior de edifício residencial, revestida na face inferior com argamassa de cal cimento e areia, de espessura de 1,5 cm, e na face superior revestida com argamassa de contrapiso de cimento e areia, de espessura de 2,0 cm, e tacos de madeira; controle não rigoroso durante a execução; diâmetro das barras da armadura de flexão igual a 10 mm; dimensão máxima do agregado graúdo igual a 19 mm (brita 1).

De acordo com a NBR 6118:2003, admitindo a agressividade do meio ambiente fraca (classe de agressividade ambiental I e risco de deterioração da estrutura insignificante), tem-se:

$$c_{\text{nom}} \geq \begin{cases} \phi \text{ barra} = 10 \text{ mm} \\ 15 \text{ mm para armadura posicionada junto a face superior da laje (tabela 2.1)} \\ 20 \text{ mm para armadura posicionada junto a face inferior da laje (tabela 2.1)} \\ \frac{d_{\text{máx}}}{1,2} = \frac{19}{1,2} = 15,83 \text{ mm} \end{cases}$$

o que conduz a um cobrimento nominal ( $c_{\text{nom}}$ ) de 20 mm para as armaduras a serem posicionadas junto a face inferior e/ou superior da laje; neste exemplo, considerando a dimensão máxima do agregado graúdo igual a 25 mm (brita 2) e mantendo-se inalterados os demais dados obtêm-se um cobrimento nominal ( $c_{\text{nom}}$ ) de 21 mm.

É importante destacar que, contrário ao que indica a NBR 6118:2003, a NBR 6118:1980 especificava alguns valores fixos para o cobrimento em função do tipo de revestimento do concreto e do local (ao ar livre, no interior de edifícios, etc.). Para o exemplo apresentado, de acordo com a NBR 6118:1980, independente se brita 1 ou brita 2, seria obtido para o cobrimento das armaduras o valor de 10 mm; pode-se observar que a NBR 6118:2003 conduz a valores bem maiores para o cobrimento das armaduras. Especificamente para o caso de lajes, o aumento do cobrimento na quantidade necessária de armadura de flexão é óbvio; para uma mesma espessura, o aumento do cobrimento leva a uma redução do valor da altura útil e, conseqüentemente, a necessidade de utilizar armadura maior, contribuindo para o aumento nos custos.

## **2.4.5 Detalhamento das Armaduras**

Um dos pontos mais importantes do projeto de qualquer elemento estrutural de concreto armado é o detalhamento das armaduras necessárias, e para que seja efetuado corretamente deve-se atender uma série de recomendações prescritas pelas normas vigentes. A seguir apresentam-se algumas recomendações gerais dadas pela NBR 6118:2003 para as lajes de concreto armado quanto ao detalhamento das armaduras.

### **2.4.5.1 Armadura mínima de flexão**

Quando a tensão de tração atinge o valor da respectiva resistência do concreto, ocorre a ruptura por tração, caracterizada pelo aparecimento de fissuras. Neste instante, as tensões de tração são transferidas do concreto para a armadura. A armadura mínima, portanto, é determinada de modo que seja capaz de absorver, com adequada segurança, as tensões de tração causadas por um momento fletor de mesma magnitude daquele que, quando atingido, é capaz de provocar a primeira fissura na peça. Na ausência dessa armadura, a ruptura pode se dar de forma brusca, sem aviso (ruptura frágil). De acordo com a NBR 6118:2003, a armadura mínima de tração, em elementos

estruturais armados ou protendidos deve ser determinada pelo dimensionamento da seção para um momento fletor mínimo dado pela expressão a seguir, respeitada a taxa mínima absoluta de 0,15%:

$$M_{d,\min} = 0,8 \cdot W_0 \cdot f_{ctk,\sup} \quad (2.2)$$

onde:

$W_0$  é módulo de resistência da seção transversal bruta de concreto relativo à fibra mais tracionada;

$f_{ctk,\sup}$  é a resistência característica superior do concreto à tração ( $f_{ct,\sup} = 0,39 \cdot f_{ck}^{2/3}$ ).

O dimensionamento para  $M_{d,\min}$  será considerado atendido se forem respeitadas as taxas mínimas de armadura ( $\rho_{\min}$ ) indicadas na tabela 2.3, válidas para lajes e vigas; nesta tabela,  $\omega_{\min}$  é a taxa mecânica mínima de armadura longitudinal de flexão.

A NBR 6118:2003 prescreve que a armadura mínima em lajes tem a função de melhorar o desempenho e a ductilidade à flexão e à punção, assim como controlar a fissuração. Essa armadura deve ser constituída preferencialmente por barras com alta aderência ou por tela soldada. Para as lajes de concreto armado, os valores mínimos de armadura passiva aderente devem atender a:

armaduras negativas:  $\rho_s \geq \rho_{\min}$  ;

armaduras positivas de lajes armadas nas duas direções:  $\rho_s \geq 0,67 \cdot \rho_{\min}$  ;

armadura positiva (principal) de lajes armadas em uma direção:  $\rho_s \geq \rho_{\min}$  .

onde:

$\rho_s = \frac{A_s}{b_w \cdot h}$ , é a taxa geométrica de armadura passiva aderente (armadura longitudinal);

$\rho_{\min} = \frac{A_{s,\min}}{A_c}$ , é a taxa geométrica mínima de armadura longitudinal (tabela 2.3).

**TABELA 2.3** Taxas mínimas de armadura de flexão para lajes e vigas

Forma da seção	$\omega_{\min}$	Valores de $\rho_{\min}$ <sup>1)</sup> ( $A_{s,\min}/A_c$ ) em porcentagem						
		Resistência característica do concreto ( $f_{ck}$ ) em MPa						
		20	25	30	35	40	45	50
Retangular	<b>0,035</b>	0,150	0,150	0,173	0,201	0,230	0,259	0,288
T (mesa comprimida)	<b>0,024</b>	0,150	0,150	0,150	0,150	0,158	0,177	0,197
T (mesa tracionada)	<b>0,031</b>	0,150	0,150	0,153	0,178	0,204	0,229	0,255
Circular	<b>0,070</b>	0,230	0,288	0,345	0,403	0,460	0,518	0,575

<sup>1)</sup> Os valores de  $\rho_{\min}$  estabelecidos nesta tabela pressupõem o uso de aço CA-50,  $\gamma_c = 1,4$  e  $\gamma_s = 1,15$ . Caso esses fatores sejam diferentes,  $\rho_{\min}$  deve ser recalculado com base no valor de  $\omega_{\min}$  dado.

NOTA – Nas seções tipo "T", a área da seção ( $A_c$ ) a ser considerada deve ser caracterizada pela alma acrescida da mesa colaborante.

A seguir, como exemplo, determina-se a armadura mínima de tração de acordo com a NBR 6118:2003 para uma laje maciça de concreto armado de 10 cm de espessura ( $h$ ), considerando uma seção retangular com largura  $b_w = 100$  cm e a resistência característica do concreto à compressão  $f_{ck} = 20$  MPa.

Da tabela 2.3, tem-se  $\rho_{\min} = \frac{A_{s,\min}}{A_c} = 0,15\%$ . Assim, a armadura mínima de tração será:

$$A_{s,\min} = \frac{0,15}{100} \cdot b_w \cdot h = \frac{0,15}{100} \cdot 100 \cdot 10 = 1,5 \text{ cm}^2/\text{m}.$$

#### 2.4.5.2 Armadura máxima de flexão

A NBR 6118:2003 prescreve que: “A especificação de valores máximos para as armaduras decorre da necessidade de se assegurar condições de utilidade e de

se respeitar o campo de validade dos ensaios que deram origem às prescrições de funcionamento do conjunto aço-concreto.”

Estabelece, ainda, que nas lajes a soma das armaduras de tração e compressão ( $A_s + A_s'$ ) não deve ter valor maior que 4% da área de concreto da seção ( $A_c$ ), calculada na região fora da zona de emendas. Para uma laje maciça de 10 cm de espessura ( $h$ ), considerando uma seção retangular com largura  $b_w = 100$  cm, resulta:

$$A_{s,m\acute{a}x} = \frac{4}{100} \cdot b_w \cdot h = \frac{4}{100} \cdot 100 \cdot 10 = 40 \text{ cm}^2/\text{m}$$

mostrando que este limite é bastante elevado.

### 2.4.5.3 Armadura secundária de flexão (armadura de distribuição)

A armadura positiva secundária de flexão, tradicionalmente chamada de armadura de distribuição, é colocada na laje com a função de distribuição das tensões e para o controle da fissuração; essa armadura deve ser constituída preferencialmente por barras com alta aderência ou por tela soldada.

Segundo a NBR 6118:2003 a quantidade de armadura positiva secundária de flexão (distribuição) de lajes de concreto armadas em uma direção, passiva aderente, deve atender a:

$A_s/s \geq 20\%$  da armadura principal;

$A_s/s \geq 0,9 \text{ cm}^2/\text{m}$  ;

$\rho_s \geq 0,5 \cdot \rho_{\min}$  .

onde:

$\rho_s = \frac{A_s}{b_w \cdot h}$ , é a taxa geométrica de armadura passiva aderente (armadura positiva secundária);

$\rho_{\min} = \frac{A_{s,\min}}{A_c}$ , é a taxa geométrica mínima de armadura longitudinal (tabela 2.3).

Ainda, deve-se manter entre as barras dessa armadura um espaçamento de, no máximo, 33 cm; a emenda das barras da armadura positiva secundária de flexão, se necessária, deve respeitar os mesmos critérios de emenda das barras da armadura principal (armadura longitudinal), que por sua vez seguem as recomendações referentes às vigas.

#### 2.4.5.4 Espaçamento e diâmetro máximo

A NBR 6118:2003 estabelece que as barras da armadura principal de flexão das lajes armadas em uma ou em duas direções devem apresentar espaçamento no máximo igual a  $2 \cdot h$  ou 20 cm, prevalecendo o menor desses dois valores na região dos maiores momentos fletores;  $h$  é a espessura da laje.

Em relação ao diâmetro máximo das barras, a NBR 6118:2003 estabelece que qualquer barra da armadura de flexão (armadura positiva ou negativa, principal ou secundária) deve ter diâmetro no máximo igual a  $h/8$ ; tendo  $h$  o mesmo significado anterior.

#### 2.4.5.5 Armaduras em bordas livres e aberturas

A NBR 6118:2003 prescreve que nas aberturas executadas nos elementos estruturais devem ser previstas armaduras complementares, a serem dispostas no contorno e nos cantos das mesmas.

Ainda, em bordas livres e junto às aberturas das lajes, devem ser respeitadas no detalhamento dessas armaduras complementares as prescrições mínimas contidas na figura 2.20, indicada a seguir; as seções das armaduras interrompidas devem ser substituídas por seções equivalentes de reforço, corretamente ancoradas.



Entretanto, muitas vezes, não se dá importância a verificação dos estados limites de serviço ou, quando realizada, adotam-se simplificações grosseiras que acabam conduzindo a resultados distantes da situação real.

De acordo com a NBR 6118:2003, a segurança das estruturas de concreto armado pode exigir a verificação de alguns dos seguintes estados limites de serviço:

- a) Estado limite de formação de fissuras (ELS-F): estado em que se inicia a formação de fissuras;
- b) Estado limite de abertura das fissuras (ELS-W): estado em que as fissuras se apresentam com aberturas características ( $w_k$ ) iguais aos máximos especificados;
- c) Estado limite de deformações excessivas (ELS-D): estado em que as deformações atingem os limites estabelecidos para utilização normal da estrutura;
- d) Estado limite de vibrações excessivas (ELS-VE): estado em que as vibrações atingem os limites estabelecidos para a utilização normal da construção.

Enquanto na verificação da segurança em relação aos estados limites últimos as ações devem ser consideradas com seus valores de cálculo, na verificação da segurança em relação aos estados limites de serviço, de acordo com a NBR 6118:2003, as ações devem ser consideradas com seus valores característicos usuais, sem majoração, ou seja, o coeficiente de ponderação das ações vale  $\gamma_f = 1,0$ .

Antigamente, segundo LEONHARDT (1979), a verificação da segurança dos elementos estruturais com relação aos estados limites de serviço era feita, na maioria dos casos, considerando uma situação em que atuassem todas as ações (permanentes, variáveis e excepcionais) com seus valores característicos máximos. No caso de edifícios, ocasionalmente, considerava-se uma redução de 30% no valor da ação variável e desprezava-se a ação excepcional.

Entretanto, o conhecimento tem indicado que no cálculo de abertura de fissuras, avaliação de deformações transversais, etc., o carregamento decisivo para o bom desempenho das estruturas é dado pela ação permanente acrescida de uma parcela da ação variável, que ocorre com frequência ou atua por um longo período de tempo; é importante destacar que o valor da parcela das ações variáveis a ser considerado difere para cada estado limite de serviço. Assim, conforme será visto posteriormente,

consideram-se diferentes combinações das ações na verificação dos estados limites de serviço citados anteriormente; a NBR 6118:2003 indica o tipo de combinação das ações (combinações de serviço) a ser utilizado na verificação de cada estado limite de serviço.

As recomendações dadas pela NBR 6118:2003 para a verificação dos estados limites de serviço referentes à fissuração e o referente às deformações excessivas e também para o controle da fissuração, em estruturas de concreto armado, serão apresentadas a seguir; essas recomendações são válidas tanto para elementos estruturais lineares como também para lajes.

#### **2.4.6.1 Estados limites de serviço referentes à fissuração**

Pode-se dizer que a fissuração em elementos estruturais de concreto armado é inevitável, em virtude da grande variabilidade e da pequena resistência do concreto à tração quando comparada com a de compressão.

Entretanto, as fissuras não devem se apresentar com aberturas muito grandes. Quando excessiva, a fissuração pode comprometer significativamente a estética, a funcionalidade ou a durabilidade de uma peça de concreto armado. Além disso, deve-se ter em conta o desconforto psicológico que fissuras com aberturas exageradas pode gerar aos usuários.

Embora não seja a única causa, ou condição necessária, quando da ocorrência de fissuras com aberturas exageradas, acima dos máximos especificados, pode-se dizer que há grande risco de haver uma degradação rápida do concreto superficial e da armadura.

Vale salientar que outros fatores, tais como porosidade do concreto, cobrimento insuficiente da armadura, presença de produtos químicos, agentes agressivos etc., contribuem ou podem ser determinantes na durabilidade da estrutura. Examinados esses fatores, visando obter bom desempenho relacionado à proteção das armaduras quanto à corrosão e à aceitabilidade sensorial dos usuários, é necessário que o projetista de estruturas busque controlar a abertura das fissuras, evitando que a peça sofra fissuração excessiva, por causa da flexão, detalhando adequadamente a armadura na seção transversal e, se for o caso, aumentando-a. Nesse caso trata-se de uma

verificação de estado limite de serviço, ou seja, interessa saber a fissuração que ocorrerá na peça quando esta estiver em serviço (utilização) e não próxima a atingir o colapso.

Convém lembrar que a fissuração, ainda, é influenciada pela retração e pela compacidade do concreto. Desse modo, é importante o controle da fabricação do concreto com relação à utilização do menor fator água/cimento possível, como também o controle das operações de lançamento e adensamento do concreto e da sua cura.

Portanto, diversas são as circunstâncias que podem acarretar a formação de fissuras em peças de concreto. Pode-se distinguir as fissuras produzidas por solicitações relativas ao carregamento, que são causadas por ações diretas de tração, flexão ou cisalhamento e que ocorrem nas regiões tracionadas, e as fissuras não produzidas por carregamento, que são causadas por deformações impostas, tais como retração, variação de temperatura e recalques diferenciais.

Conforme mencionado, são dois os estados limites referentes à fissuração que devem ser analisados para o caso de peças de concreto fletidas: estado limite de formação de fissuras (ELS-F), e estado limite de abertura das fissuras (ELS-W). Nas estruturas usuais de concreto armado, este último tem interesse maior.

#### **a) Estado limite de formação de fissuras**

De acordo com a NBR 6118:2003, o estado limite de formação de fissuras (ELS-F) é aquele em que se inicia a formação de fissuras. Admite-se que este estado limite é atingido quando a tensão de tração máxima na seção transversal for igual a  $f_{ct,f}$  (resistência do concreto à tração na flexão);  $f_{ct,f}$  é obtido por ensaios de prismas à flexão, realizados de acordo com a NBR 12142:1991.

Conforme mencionado, a fissuração é um fenômeno inevitável em peças de concreto. Assim, poder-se-ia pensar que a verificação do estado limite de formação de fissuras é desnecessária. Entretanto, a partir desta verificação, torna-se possível identificar o estágio de comportamento da peça.

A identificação do estágio de comportamento em que se encontra a peça em serviço, é um importante aspecto a ser analisado no equacionamento do problema de verificação dos estados limites de serviço. Estes estágios traduzem as diversas fases, pelas quais passa uma peça de concreto armado quando submetida a um carregamento

crescente. Normalmente, para as ações de serviço (ações reais, não majoradas), as seções encontram-se nos estádios I ou II.

No estágio I a tensão de tração no concreto não ultrapassa sua resistência à tração na flexão ( $f_{ct,f}$ ), e não há fissuras de flexão visíveis; nesse estágio o diagrama de tensão normal ao longo da seção é linear, e as tensões nas fibras mais comprimidas são proporcionais às deformações, correspondendo ao trecho linear do diagrama tensão-deformação do concreto. Já o estágio II, este é caracterizado pela presença de fissuras nas zonas de tração e, portanto, o concreto situado nessas regiões é desprezado; nesse estágio a tensão de tração na maioria dos pontos situados na região tracionada da seção tem valor superior ao da resistência do concreto à tração na flexão ( $f_{ct,f}$ ), e as fissuras de flexão são visíveis.

A separação entre estes dois estádios de comportamento é definida pelo momento de fissuração ( $M_r$ ), que é o momento fletor capaz de provocar a primeira fissura na peça. Se o momento fletor atuante numa dada seção da peça for menor do que o momento de fissuração, isto significa que esta seção não está fissurada e, portanto, encontra-se no estágio I, caso contrário, se o momento fletor atuante for maior do que o de fissuração, a seção encontra-se fissurada e, portanto, no estágio II. Neste segundo caso, diz-se que foi ultrapassado o estado limite de formação de fissuras.

De acordo com a NBR 6118:2003, o momento de fissuração pode ser calculado pela seguinte expressão aproximada:

$$M_r = \frac{\alpha \cdot f_{ct} \cdot I_c}{y_t} \quad (2.3)$$

onde:

- $\alpha$  é o fator que correlaciona aproximadamente a resistência à tração na flexão com a resistência à tração direta ( $\alpha = 1,5$  para seções retangulares, e  $\alpha = 1,2$  para seções em forma de “T” ou duplo “T”);
- $y_t$  é a distância do centro de gravidade da seção transversal a sua fibra mais tracionada;

- $I_c$  é o momento de inércia da seção bruta de concreto (no estágio I);
- $f_{ct}$  é a resistência à tração direta do concreto, com o quantil apropriado a cada verificação particular. Na verificação do estado limite de formação de fissuras, para determinação do momento de fissuração, deve ser usado  $f_{ct} = 0,21 \cdot f_{ck}^{2/3}$  e, na verificação do estado limite de deformações excessivas,  $f_{ct} = 0,30 \cdot f_{ck}^{2/3}$ .

Para a verificação do estado limite de formação de fissuras, indica-se considerar a combinação rara de serviço. Nas combinações raras de serviço (combinações que ocorrem algumas vezes durante o período de vida da estrutura) a ação variável principal  $F_{q1}$  é tomada com seu valor característico  $F_{q1k}$  e todas as demais ações variáveis são tomadas com seus valores freqüentes  $\psi_1 \cdot F_{qk}$ , sendo:

$$F_{d,ser} = \sum F_{gik} + F_{q1k} + \sum \psi_{1j} \cdot F_{qjk} \quad (2.4)$$

onde:

- $F_{d,ser}$  é o valor de cálculo das ações para combinações de serviço;
- $F_{q1k}$  é o valor característico da ação variável principal direta;
- $F_{gik}$  é o valor característico das ações permanentes;
- $\psi_1$  é o fator de redução de combinação freqüente para estado limite de serviço (no anexo, na tabela A5, indicam-se valores para este coeficiente).

Na expressão anterior, é possível observar que as ações devem ser consideradas com seus valores característicos usuais, sem majoração, ou seja, o coeficiente de ponderação das ações vale  $\gamma_f = 1,0$ .

#### **b) Estado limite de abertura das fissuras**

Para evitar que surjam problemas relativos à funcionalidade e à durabilidade das estruturas, as fissuras não devem se apresentar com aberturas muito

grandes. Outro grave problema que pode ser evitado pela limitação da abertura das fissuras é a corrosão das armaduras; aberturas excessivas facilitam a penetração, do meio externo para o interior da massa de concreto, de agentes agressivos capazes de provocar a degradação do próprio concreto e, também, das armaduras, podendo conduzir ao colapso da estrutura. Além disso, convém lembrar que fissuras com aberturas exageradas geram um certo desconforto psicológico aos usuários, prejudicando, ainda, a estética.

O estado limite de abertura das fissuras é caracterizado pela situação em que as fissuras se apresentam com aberturas características ( $w_k$ ) iguais aos máximos especificados. Na tabela 2.4 indicam-se estes limites, dados pela NBR 6118:2003 em função das classes de agressividade ambiental.

**TABELA 2.4** Abertura máxima das fissuras características ( $w_k$ ), para elementos de concreto armado, combinação freqüente, em função das classes de agressividade ambiental

Classe de agressividade ambiental (ver tabela 2.2)	Abertura máxima das fissuras características ( $w_k$ )	Combinação de ações em serviço a utilizar
I	$w_k \leq 0,4$ mm	Combinação freqüente
II	$w_k \leq 0,3$ mm	Combinação freqüente
III	$w_k \leq 0,3$ mm	Combinação freqüente
IV	$w_k \leq 0,2$ mm	Combinação freqüente

De maneira geral, em estruturas bem projetadas e construídas e sob ações previstas na normalização (com combinação freqüente de ações), a presença de fissuras com aberturas que respeitem os limites indicados na tabela 2.4 não denota perda de durabilidade ou perda de segurança quanto aos estados limites últimos, conforme prescreve a NBR 6118:2003.

As aberturas máximas  $w_k$  apresentadas na tabela 2.4 correspondem a valores-limite característicos para garantir proteção adequada das armaduras passivas quanto à corrosão; com vistas à garantia da durabilidade das estruturas, em função das classes de agressividade ambiental, a NBR 6118:2003 limita a abertura máxima característica  $w_k$  das fissuras em valores que variam de 0,2 mm a 0,4 mm, sob ação das combinações freqüentes de serviço.

Entretanto, esses limites devem ser vistos apenas como critérios para um projeto adequado de estruturas, não se devendo esperar que as aberturas de fissuras reais correspondam estritamente aos valores estimados, isto é, fissuras reais podem eventualmente ultrapassar os limites indicados nessa tabela.

Como pode ser observado na tabela 2.4, para a verificação da segurança com relação ao estado limite de abertura das fissuras devem ser consideradas as combinações freqüentes de serviço.

Nas combinações freqüentes de serviço (combinações que se repetem muitas vezes durante o período de vida da estrutura) a ação variável principal  $F_{q1}$  é tomada com seu valor freqüente  $\psi_1 \cdot F_{q1k}$  e todas as demais ações variáveis são tomadas com seus valores quase permanentes  $\psi_2 \cdot F_{qk}$ , sendo:

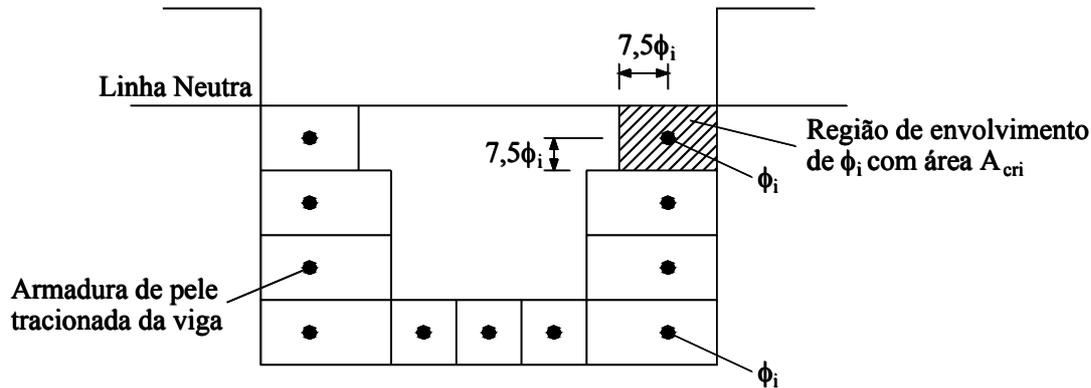
$$F_{d,ser} = \sum F_{gik} + \psi_1 \cdot F_{q1k} + \sum \psi_{2j} \cdot F_{qjk} \quad (2.5)$$

onde:

- $F_{d,ser}$  é o valor de cálculo das ações para combinações de serviço;
- $F_{q1k}$  é o valor característico da ação variável principal direta;
- $F_{gik}$  é o valor característico das ações permanentes;
- $\psi_1$  é o fator de redução de combinação freqüente para estado limite de serviço;
- $\psi_2$  é o fator de redução de combinação quase permanente para estado limite de serviço (no anexo, na tabela A5, indicam-se valores para este coeficiente).

Na avaliação dos valores das aberturas das fissuras, para a verificação dos limites indicados na tabela 2.4, conforme prescreve a NBR 6118:2003, para cada elemento ou grupo de elementos das armaduras passiva e ativa aderente que controlam a fissuração do elemento estrutural deve ser considerada uma área  $A_{cr}$  do concreto de envolvimento, constituída por um retângulo cujos lados não distam mais de  $7 \cdot \phi$  do contorno do elemento da armadura (ou então  $7,5 \cdot \phi$  em relação ao centro do elemento da armadura) (figura 2.21).

É conveniente que toda a “pele” tracionada tenha armaduras que limitem a abertura de fissuras na região de envolvimento  $A_{cr,i}$  considerada, conforme indicado na figura 2.21.



**FIGURA 2.21. Concreto de envolvimento da armadura conforme a NBR 6118:2003**

A grandeza da abertura de fissuras,  $w$ , determinada para cada parte da região de envolvimento, é a menor entre as obtidas pelas expressões seguintes:

$$w = \frac{\phi_i}{12,5 \cdot \eta_i} \cdot \frac{\sigma_{si}}{E_{si}} \cdot \frac{3 \cdot \sigma_{si}}{f_{ct,m}} \quad (2.6)$$

$$w = \frac{\phi_i}{(12,5 \cdot \eta_i)} \cdot \frac{\sigma_{si}}{E_{si}} \cdot \left( \frac{4}{\rho_{ri}} + 45 \right) \quad (2.7)$$

onde:

- $\sigma_{si}$ ,  $\phi_i$ ,  $E_{si}$ ,  $\rho_{ri}$  são definidos para cada área de envolvimento em exame;
- $A_{cr,i}$  é área da região de envolvimento protegida pela barra  $\phi_i$ ;
- $E_{si}$  é o módulo de elasticidade do aço da barra considerada, de diâmetro  $\phi_i$ . Na falta de ensaios ou valores fornecidos pelo fabricante, o módulo de elasticidade do aço pode ser admitido igual a 210 GPa;
- $\phi_i$  é o diâmetro da barra que protege a região de envolvimento considerada;

- $\rho_{ri}$  é taxa de armadura passiva ou ativa aderente (que não esteja dentro de bainha) em relação à área da região de envolvimento ( $A_{cri}$ );
- $\eta_i$  é o coeficiente de conformação superficial  $\eta_1$  da armadura considerada. Na tabela 2.5 apresenta-se os valores de  $\eta_1$  indicados na NBR 6118:2003;
- $f_{ct,m}$  é a resistência média do concreto à tração. Na falta de ensaios, conforme indica a NBR 6118:2003, pode-se considerar  $f_{ct,m} = 0,3 \cdot f_{ck}^{2/3}$ ;
- $\sigma_{si}$  é a tensão de tração no centro de gravidade da armadura considerada, calculada no estágio II.

**TABELA 2.5 Coeficiente de conformação superficial de barras ( $\eta_1$ )**

Coeficiente de conformação superficial		
Barra lisa (CA-25)	Barra entalhada (CA-60)	Barra nervurada de alta aderência (CA-50)
$\eta_1 = 1,0$	$\eta_1 = 1,4$	$\eta_1 = 2,25$

Conforme prescreve a NBR 6118:2003, o cálculo no estágio II pode ser feito considerando a relação  $\alpha_e$  entre os módulos de elasticidade do aço e do concreto igual a 15.

É importante destacar que o valor da abertura das fissuras pode sofrer a influência de restrições às variações volumétricas da estrutura, e de fenômenos como a retração plástica ou térmica do concreto e expansão devida às reações químicas internas do concreto nas primeiras idades. Por essas razões, os critérios apresentados anteriormente para a avaliação dos valores das aberturas de fissuras, conforme salienta a NBR 6118:2003, devem ser encarados como avaliações aceitáveis do comportamento geral do elemento estrutural, mas não garantem avaliação precisa da abertura de uma fissura específica.

Para dispensar a avaliação da grandeza da abertura de fissuras e atender ao estado limite de fissuração (aberturas máximas esperadas da ordem de 0,3 mm para o concreto armado), um elemento estrutural deve ser dimensionado respeitando as exigências de cobrimento e de armadura mínima determinadas pela NBR 6118:2003, bem como as restrições da tabela 2.6 quanto ao diâmetro máximo ( $\phi_{m\acute{a}x}$ ) e ao

espaçamento máximo ( $s_{m\acute{a}x}$ ). As restrições da tabela 2.6 encontram-se indicadas na NBR 6118:2003; a tensão  $\sigma_s$  na barra deve ser determinada no estádio II.

**TABELA 2.6 Valores máximos de diâmetro e espaçamento, com barras de alta aderência**

Tensão $\sigma_s$ na barra (MPa)	Valores máximos para concreto sem armaduras ativas	
	$\phi_{m\acute{a}x}$ (mm)	$s_{m\acute{a}x}$ (cm)
160	32	30
200	25	25
240	16	20
280	12,5	15
320	10	10
360	8	6

Com relação à estética e ao efeito psicológico causado nos usuários, a fixação de um valor limite para a abertura das fissuras depende de diversos fatores, dentre os quais: distância do observador, tipo e finalidade da estrutura e posição e condições de iluminação das peças; conforme indica BRANDÃO & PINHEIRO (1999), em geral, aberturas de fissuras até 0,3 mm não causam inquietação nas pessoas e não prejudicam a aparência das estruturas. Dentre as providências que podem ser tomadas nos casos em que as aberturas características das fissuras ultrapassam os respectivos valores limites, citam-se: adotar barras com diâmetros menores, mantendo a área total calculada, o que implica em aumentar o número de barras e diminuir o espaçamento entre elas; aumentar a área total de armadura; aumentar a seção transversal da peça.

No capítulo 6 deste trabalho serão apresentados exemplos em que se verifica o risco de fissuração excessiva em lajes nervuradas moldadas no local de concreto armado, seguindo as recomendações propostas pela NBR 6118:2003.

#### 2.4.6.2 Estado limite de deformações excessivas

A verificação do estado limite de deformações excessivas tem por objetivo garantir a manutenção das boas condições de uso da estrutura. Além do aspecto

visual desagradável, a ocorrência de deslocamentos transversais (flechas) com valores que ultrapassem determinados limites (deslocamento limite) pode gerar desconforto aos usuários, por exemplo o devido a vibrações sentidas no piso, e causar danos a elementos estruturais e não estruturais, interferindo de modo desfavorável no funcionamento e na durabilidade das estruturas.

Dentre os diversos danos provocados por deformações excessivas, destacam-se:

- flechas excessivas podem provocar o aparecimento de fissuras na peça com abertura elevada, afetando a estética e a durabilidade;
- vibrações sentidas no piso, causando sensações desagradáveis aos usuários; essas vibrações normalmente decorrem de deformações excessivas associadas a pequena rigidez;
- necessidade de nivelamento de superfícies que deveriam ser horizontais, por meio de revestimento adicional que, além de representar aumento nos custos, tendem a provocar um aumento nas flechas, devido ao acréscimo de carga na laje;
- em lajes que ficarão descobertas (lajes de cobertura ou de varandas, por exemplo), flechas excessivas podem causar uma inversão da inclinação prevista, interferindo na drenagem das águas pluviais;
- paredes não estruturais de alvenaria podem apresentar fissuras se ocorrerem flechas excessivas nas lajes nas quais se apóiam; devido à grande rigidez dessas paredes, elas não conseguem acompanhar a deformação da laje e, assim, surgem nas mesmas fissuras inclinadas de cisalhamento;
- Deformações excessivas de lajes e de vigas podem afetar o bom funcionamento de esquadrias de portas e de janelas;

De acordo com a NBR 6118:2003, os deslocamentos excessivos e tendência à vibração dos elementos estruturais podem ser classificados em quatro grupos básicos, indicados a seguir:

- a) **aceitabilidade sensorial:** o limite é caracterizado por vibrações indesejáveis ou efeito visual desagradável. Na tabela 2.7 apresentam-se limites para esses casos;

- b) **efeitos específicos:** os deslocamentos podem impedir a utilização adequada da construção. Na tabela 2.8 apresentam-se limites para esses casos;
- c) **efeitos em elementos não estruturais:** deslocamentos estruturais podem ocasionar o mau funcionamento de elementos que, apesar de não fazerem parte da estrutura, estão a ela ligados, por exemplo alvenarias, caixilhos, revestimentos, divisórias internas, etc. Na tabela 2.9 apresentam-se limites para esses casos;
- d) **efeitos em elementos estruturais:** os deslocamentos podem afetar o comportamento do elemento estrutural, provocando afastamento em relação às hipóteses de cálculo adotadas. Se os deslocamentos forem relevantes para o elemento considerado, seus efeitos sobre as tensões ou sobre a estabilidade da estrutura devem ser considerados, incorporando-as ao modelo estrutural adotado.

**TABELA 2.7 Limites para deslocamentos – aceitabilidade sensorial**

Tipo de efeito	Razão da limitação	Exemplo	Deslocamento a considerar	Deslocamento limite
Aceitabilidade sensorial	Visual	Deslocamentos visíveis em elementos estruturais	Total	$\lambda/250$
	Outro	Vibrações sentidas no piso	Por causa de cargas acidentais	$\lambda/350$

**TABELA 2.8 Limites para deslocamentos – efeitos estruturais em serviço**

Tipo de efeito	Razão da limitação	Exemplo	Deslocamento a considerar	Deslocamento limite
Efeitos estruturais em serviço	Superfícies que devem drenar água	Coberturas e varandas	Total	$\lambda/250$ <sup>1)</sup>
	Pavimentos que devem permanecer planos	Ginásios e pistas de boliche	Total	$\lambda/350 +$ contraflecha <sup>2)</sup>
			Ocorrido após a construção do piso	$\lambda/600$
Elementos que suportam equipamentos sensíveis	Laboratórios	Ocorrido após nivelamento do equipamento	De acordo com recomendação do fabricante do equipamento	

<sup>1)</sup> As superfícies devem ser suficientemente inclinadas ou o deslocamento previsto compensado por contraflechas, de modo a não se ter acúmulo de água.

<sup>2)</sup> Os deslocamentos podem ser parcialmente compensados pela especificação de contraflechas. Entretanto, a atuação isolada da contraflecha não pode ocasionar um desvio do plano maior que  $\lambda/350$ .

**TABELA 2.9 Limites para deslocamentos – efeitos em elementos não estruturais**

Tipo de efeito	Razão da limitação	Exemplo	Deslocamento a considerar	Deslocamento limite
Efeitos em elementos não estruturais	Paredes	Alvenaria, caixilhos e revestimentos	Após a construção da parede	$\lambda/500$ <sup>1)</sup> ou 10 mm ou $\theta = 0,0017 \text{ rad}$ <sup>2)</sup>
		Divisórias leves e caixilhos telescópicos	Ocorrido após a instalação da divisória	$\lambda/250$ <sup>1)</sup> ou 25 mm
		Movimento lateral de edifícios	Provocado pela ação do vento para combinação freqüente ( $\psi_1 = 0,30$ )	$H/1700$ ou $H_1/850$ <sup>3)</sup> entre pavimentos <sup>4)</sup>
		Movimentos térmicos verticais	Provocado por diferença de temperatura	$\lambda/400$ <sup>5)</sup> ou 15 mm
	Forros	Movimentos térmicos horizontais	Provocado por diferença de temperatura	$H_1/500$
		Revestimentos colados	Ocorrido após construção do forro	$\lambda/350$
		Revestimentos pendurados ou com juntas	Deslocamento ocorrido após construção do forro	$\lambda/175$
	Pontes rolantes	Desalinhamento de trilhos	Deslocamento provocado pelas ações decorrentes da frenagem	$H/400$

1) O vão  $\lambda$  deve ser tomado na direção na qual a parede ou a divisória se desenvolve.

2) Rotação nos elementos que suportam paredes.

3)  $H$  é a altura total do edifício e  $H_1$  o desnível entre dois pavimentos vizinhos.

4) Esse limite aplica-se ao deslocamento lateral entre dois pavimentos consecutivos devido à atuação de ações horizontais. Não devem ser incluídos os deslocamentos devidos a deformações axiais nos pilares. O limite também se aplica para o deslocamento vertical relativo das extremidades de lintéis conectados a duas paredes de contraventamento, quando  $H_1$  representa o comprimento do lintel.

5) O valor  $\lambda$  refere-se à distância entre o pilar externo e o primeiro pilar interno.

Para as tabelas 2.7 a 2.9 apresentadas anteriormente, são necessárias as seguintes observações gerais indicadas pela NBR 6118:2003:

1. Todos os valores limites de deslocamentos supõem elementos de vão  $\lambda$  suportados em ambas as extremidades por apoios que não se movem. Quando se tratar de balanços, o vão equivalente a ser considerado deve ser o dobro do comprimento do balanço.
2. Para o caso de elementos de superfície, os limites prescritos consideram que o valor  $\lambda$  é o menor vão, exceto em casos de verificação de paredes e divisórias, onde

interessa a direção na qual a parede ou divisória se desenvolve, limitando-se esse valor a duas vezes o vão menor.

3. O deslocamento total deve ser obtido a partir da combinação das ações características ponderadas pelos coeficientes definidos nessa norma.
4. Deslocamentos excessivos podem ser parcialmente compensados por contraflechas.

A avaliação dos deslocamentos transversais e das rotações, para a verificação dos limites indicados nas tabelas de 2.7 a 2.9, deve ser feita por meio de modelos que considerem a rigidez efetiva das seções do elemento estrutural, ou seja, levem em consideração a presença da armadura, a existência de fissuras no concreto ao longo dessa armadura e as deformações diferidas no tempo (com o efeito da fluência), conforme recomenda a NBR 6118:2003. Os elementos estruturais devem ser analisados isoladamente.

De acordo com a NBR 6118:2003, para a verificação da segurança com relação ao estado limite de deformações excessivas, devem ser consideradas as combinações quase permanentes de serviço (combinações que ocorrem durante grande parte do período de vida da estrutura). Nessas combinações todas as ações variáveis devem ser consideradas com seus valores quase permanentes  $\psi_2 \cdot F_{qk}$ , sendo:

$$F_{d,ser} = \sum F_{gik} + \sum \psi_{2j} \cdot F_{qjk} \quad (2.8)$$

onde:

- $F_{d,ser}$  é o valor de cálculo das ações para combinações de serviço;
- $F_{gik}$  é o valor característico das ações permanentes;
- $\psi_2$  é o fator de redução de combinação quase permanente para estado limite de serviço.

A NBR 6118:2003, para a verificação do estado limite de deformações excessivas em lajes, permite que as flechas sejam avaliadas no estágio I admitindo comportamento elástico e linear do concreto e aço quando os esforços forem menores

que aquele que dá início à fissuração, e no estágio II quando o ultrapassarem, e nesse caso é utilizado o conceito de rigidez equivalente. Para uma avaliação aproximada da flecha imediata em vigas e em lajes, para a determinação da rigidez equivalente, pode-se utilizar a seguinte expressão:

$$(E \cdot I)_{eq} = E_{cs} \cdot \left\{ \left( \frac{M_r}{M_a} \right)^3 \cdot I_c + \left[ 1 - \left( \frac{M_r}{M_a} \right)^3 \right] \cdot I_{II} \right\} \leq E_{cs} \cdot I_c \quad (2.9)$$

onde:

- $I_c$  é o momento de inércia da seção bruta de concreto;
- $I_{II}$  é o momento de inércia da seção fissurada de concreto no estágio II, calculado com  $\alpha_e = E_s/E_{cs}$ ;
- $M_a$  é o momento fletor na seção crítica do vão considerado;
- $M_r$  é o momento de fissuração do elemento estrutural, apresentado anteriormente; para barras lisas, deve ser reduzido à metade;
- $E_{cs} = 0,85 \cdot 5600 \cdot \sqrt{f_{ck}}$  (em MPa), é o módulo de elasticidade secante do concreto.

Conforme a NBR 6118:2003, a flecha adicional diferida, decorrente das ações de longa duração em função da fluência, pode ser calculada de maneira aproximada pela multiplicação da flecha imediata pelo fator  $\alpha_f$  dado pela seguinte expressão:

$$\alpha_f = \frac{\Delta \xi}{1 + 50 \cdot \rho'} \quad (2.10)$$

onde:

- $\rho' = \frac{A'_s}{b \cdot d}$ , é a taxa geométrica da armadura longitudinal de compressão;

- $\Delta\xi = \xi(t) - \xi(t_0)$ ;  $\xi$  é um coeficiente função do tempo, que pode ser obtido diretamente da tabela 2.10, ou calculado pelas expressões seguintes:

$$\xi(t) = 0,68 \cdot 0,996^t \cdot t^{0,32} \text{ para } t \leq 70 \text{ meses};$$

$$\xi(t) = 2 \text{ para } t \geq 70 \text{ meses}.$$

sendo:

$t$  é o tempo, em meses quando se deseja o valor da flecha imediata;

$t_0$  é a idade, em meses, relativa à data de aplicação da ação de longa duração. No caso de parcelas da ação de longa duração serem aplicadas em idades diferentes, pode-se tomar para  $t_0$  o valor ponderado a seguir:

$$t_0 = \frac{\sum P_i \cdot t_{0i}}{\sum P_i} \quad (2.11)$$

onde:

$P_i$  representa as parcelas de ação;

$t_{0i}$  é a idade em que se aplicou cada parcela  $P_i$ , em meses.

**TABELA 2.10** Valores do coeficiente  $\xi$  em função do tempo

Tempo (t) meses	0	0,5	1	2	3	4	5	10	20	40	$\geq 70$
Coeficiente $\xi(t)$	0	0,54	0,68	0,84	0,95	1,04	1,12	1,36	1,64	1,89	2

O valor da flecha total no tempo infinito ( $a_{t,\infty}$ ) deve ser obtido multiplicando a flecha imediata por  $(1 + \alpha_f)$ . Assim:

$$a_{t,\infty} = a_{t,0} \cdot (1 + \alpha_f) \quad (2.12)$$

Dentre as providências que podem ser tomadas para limitar as deformações transversais, citam-se as indicadas em BRANDÃO & PINHEIRO (1999): aumentar a rigidez do elemento, adotando valores baixos de esbeltez, dada pela relação  $\lambda/h$ ; aumentar a área da seção da armadura, o que contribui para aumentar a rigidez, porém, em proporções menores do que o aumento produzido pelo incremento da altura das peças; prever, sempre que possível, sistemas estáticos que impeçam a rotação nos apoios, por meio, por exemplo, do engastamento proporcionado pela continuidade dos elementos; na construção da estrutura, tendo em vista a qualidade do concreto produzido, adotar procedimentos adequados para o seu preparo (seleção de materiais, dosagem e mistura), manuseio (transporte, lançamento e adensamento) e tratamento posterior à concretagem (cura); promover uma cura cuidadosa, de modo a garantir um alto grau de hidratação do cimento e, por conseguinte, maior resistência e módulo de elasticidade do concreto; finalmente, evitar descimbramento prematuro de modo a permitir que o concreto adquira resistência suficiente para que possa receber o carregamento, sem apresentar deformações iniciais excessivas.

No capítulo 6 deste trabalho serão apresentados exemplos em que se verifica o estado limite de deformações excessivas em lajes nervuradas de concreto armado, estimando os deslocamentos transversais admitindo comportamento não linear para o concreto, ou seja, levando em consideração os efeitos da fissuração e fluência do concreto, seguindo as recomendações propostas pela NBR 6118:2003.

## **CAPÍTULO 3**

# **CONSIDERAÇÕES GERAIS SOBRE AS LAJES NERVURADAS MOLDADAS NO LOCAL DE CONCRETO ARMADO**

### **3.1 CONSIDERAÇÕES PRELIMINARES**

Entende-se por lajes nervuradas moldadas no local (“in loco”) aquelas construídas em toda a sua totalidade na própria obra, com as nervuras e mesa (ou mesas) que as constituem fundidas na posição definitiva em que serão utilizadas; as nervuras normalmente são inferiores à mesa, e podem ser posicionadas em uma (laje nervurada unidirecional) ou em duas direções (laje nervurada bidirecional). A construção deste tipo de lajes basicamente envolve a utilização de concreto, aço para concreto armado, fôrmas (de madeira, metálicas ou de polipropileno), materiais de enchimento (materiais leves como tijolos cerâmicos vazados, blocos de concreto celular ou de poliestireno expandido, etc.), cimbramento (de madeira ou metálico) e mão-de-obra.

Conforme mencionado anteriormente, o meio técnico tradicionalmente apresentou grande resistência ao emprego deste tipo de lajes em virtude do alto consumo de fôrmas exigido na sua construção. Sobretudo pela criação de novos materiais e métodos construtivos, hoje, este panorama está se modificando; atualmente, estas lajes estão cada vez mais presentes na construção de pavimentos de edifícios de múltiplos pisos com estruturas em concreto armado.

No projeto dessas lajes, como também na sua construção, existem várias particularidades cujo conhecimento é essencial para que se obtenha uma estrutura que atenda satisfatoriamente as exigências de economia, qualidade, durabilidade, rigidez adequada, segurança, etc.

Neste capítulo apresentam-se considerações gerais quanto aos tipos, às características, ao funcionamento e comportamento estrutural, à vinculação, ao cálculo, ao detalhamento, e aos materiais e métodos usualmente empregados na construção de lajes nervuradas moldadas no local de concreto armado. Apresentam-se, também, as recomendações gerais propostas pela NBR 6118:2003 e as principais recomendações

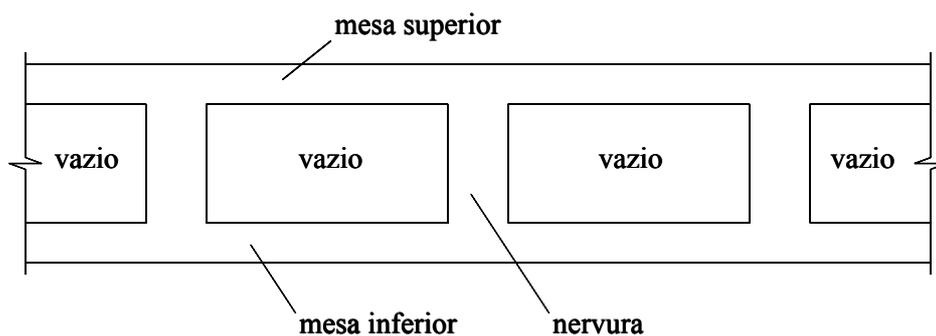
dadas pelos demais autores pesquisados para este tipo de lajes. Finalmente, são fornecidos roteiros com indicações gerais sobre o projeto e construção dessas lajes.

### 3.2 TIPOS DE LAJES

As lajes nervuradas moldadas no local de concreto armado podem ser classificadas de diversas maneiras, sendo mais comum as que se referem à posição das nervuras na laje, na seção transversal e em planta.

De acordo com a posição das nervuras na seção transversal da laje e com a quantidade de mesas que utilizam, pode-se dividir estas lajes em três tipos: a dupla, a invertida, e a normal (direta).

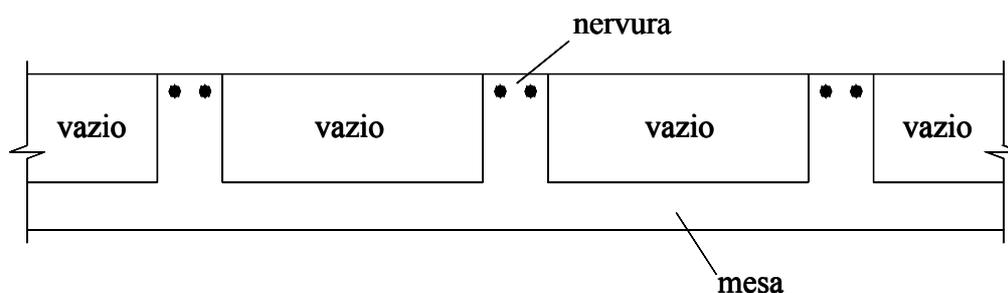
Na laje nervurada do tipo dupla as nervuras ficam situadas entre duas mesas de concreto, uma inferior e a outra superior (figura 3.1). Nos espaços entre as nervuras podem ser colocados materiais de enchimento, servindo simultaneamente de fôrma para as nervuras e para a mesa superior, ou então estes espaços podem permanecer vazios, sendo necessário nesse caso utilizar fôrmas, as quais serão perdidas. Por ser de difícil construção, este tipo de laje está praticamente em desuso atualmente.



**FIGURA 3.1. Laje nervurada dupla**

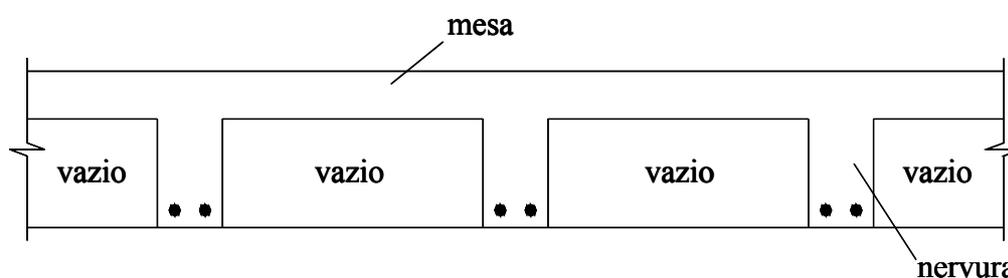
Na laje nervurada do tipo invertida as nervuras são superiores, existindo uma mesa inferior de concreto (figura 3.2). Neste tipo de laje os espaços entre as nervuras normalmente permanecem vazios, com as nervuras aparentes, exigindo portanto a presença de fôrma para moldar tanto a mesa como as nervuras. A utilização

deste tipo de laje é restrita para casos de lajes em balanços, em que os momentos fletores são negativos. Por ser de difícil construção, a exemplo da laje nervurada do tipo dupla, hoje, este tipo de laje está praticamente em desuso.



**FIGURA 3.2. Laje nervurada invertida**

A laje nervurada do tipo normal (direta) é aquela em que as nervuras são inferiores, possuindo uma mesa superior de concreto (figura 3.3). Neste tipo de laje os espaços entre as nervuras podem ser ocupados por algum material de enchimento sem função estrutural e que irá permanecer no local, servindo de fôrma para a mesa e para as faces laterais das nervuras, ou podem permanecer vazios, exigindo-se nesse caso a utilização de fôrmas de madeira, de polipropileno ou de qualquer outro material. Este é o tipo de laje nervurada moldada no local de uso mais freqüente, e será o estudado neste texto. Assim, a partir deste momento qualquer referência feita às lajes nervuradas moldadas no local de concreto armado diz respeito às do tipo normal.



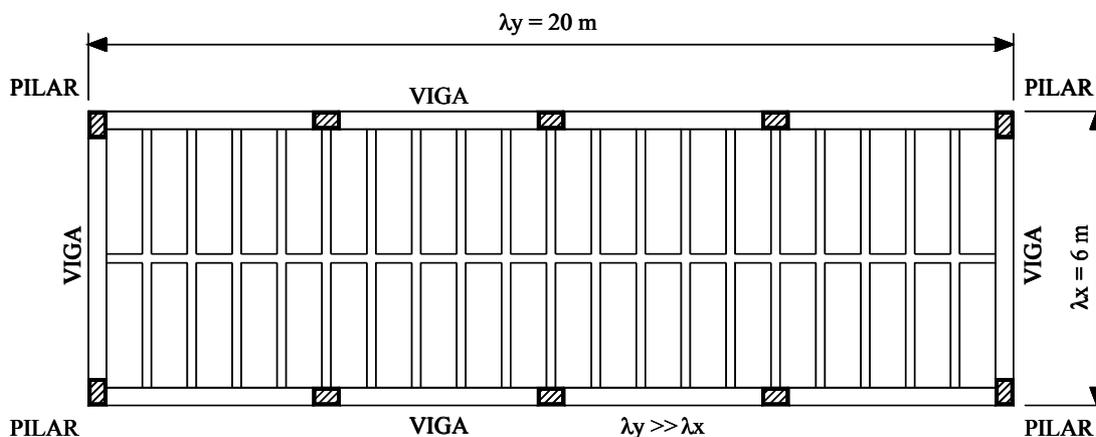
**FIGURA 3.3. Laje nervurada normal (direta)**

De acordo com a posição em planta das nervuras, por sua vez, as lajes nervuradas moldadas no local de concreto armado são divididas em dois tipos: as

armadas em uma direção, também chamadas de lajes nervuradas unidirecionais, e as armadas em duas direções, também chamadas de lajes nervuradas bidirecionais.

Nas lajes nervuradas armadas em uma direção as nervuras normalmente são dispostas na direção do menor vão teórico, e admite-se que apresentam comportamento estrutural de vigas simplesmente apoiadas; dependendo das dimensões deste vão, utiliza-se nervuras transversais (nervuras na direção do maior vão teórico) com a função de travamento das nervuras principais. Quando existem ações concentradas ou parcialmente distribuídas (peso de paredes, por exemplo) nessas lajes, com a função de distribuí-las entre as nervuras principais, também utiliza-se nervuras transversais.

As lajes nervuradas armadas em uma direção devem ser usadas quando a relação entre a dimensão do maior e do menor vão teórico da laje é superior a dois. A figura 3.4 mostra o exemplo de um pavimento de 20 m x 6 m com laje nervurada armada em uma direção, apoiada em vigas, e com uma nervura transversal.

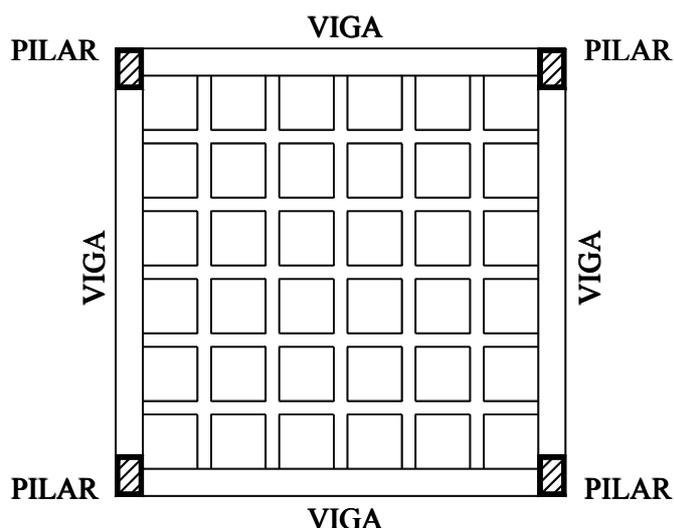


**FIGURA 3.4. Pavimento com laje nervurada armada em uma direção**

O cálculo dos esforços solicitantes (momento fletor e força cortante) e dos deslocamentos transversais para as lajes nervuradas armadas em uma direção normalmente é feito considerando as nervuras como um conjunto de vigas paralelas que trabalham praticamente independentes, adotando-se a seção transversal em forma de “T” para as mesmas; normalmente não se considera a continuidade entre lajes vizinhas, analisando as nervuras como vigas simplesmente apoiadas nas extremidades.

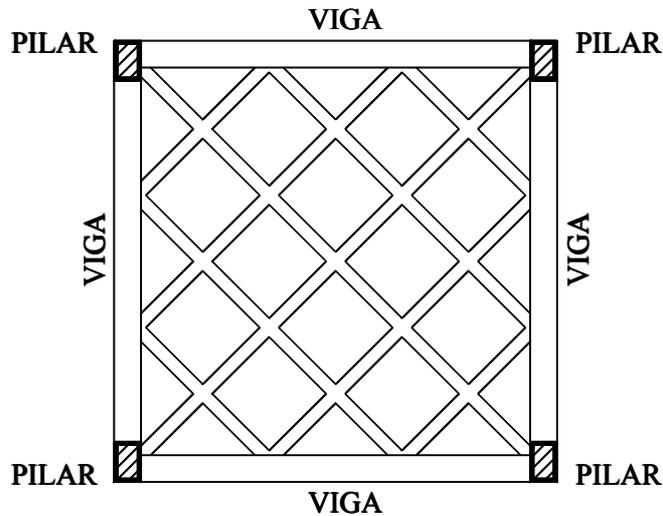
As lajes nervuradas armadas em duas direções, por sua vez, devem ser usadas quando a relação entre a dimensão do maior e do menor vão teórico da laje não é superior a dois. Com isso há uma diminuição dos esforços solicitantes, deformações transversais e uma distribuição das ações em todas as quatro vigas ou paredes de contorno, caso estas sejam os apoios da laje; se nas duas direções da laje o espaçamento entre as nervuras for o mesmo ou então se o número de nervuras forem iguais, dependendo apenas das dimensões dos vãos teóricos da laje as vigas ou paredes de contorno podem estar submetidas a ações da mesma ordem de grandeza.

No caso de serem apoiadas em vigas ou em paredes, neste tipo de laje costuma-se dispor as nervuras paralelas às direções destes apoios, e geralmente ortogonais entre si (figura 3.5).



**FIGURA 3.5. Laje nervurada armada em duas direções (nervuras ortogonais)**

Embora alguns livros mais antigos, como ROCHA (1975) e GUERRIN (1980), destaquem sobre a possibilidade da utilização de lajes nervuradas armadas em duas direções com nervuras enviesadas (figura 3.6), as possíveis vantagens estruturais obtidas com o emprego deste tipo de estrutura certamente não compensam as dificuldades encontradas na sua construção, e portanto acredita-se que a sua utilização deva ocorrer apenas nos casos em que haja exigência arquitetônica, com as nervuras ficando aparentes.



**FIGURA 3.6.** Laje nervurada armada em duas direções (nervuras enviesadas)

Um processo que normalmente se emprega para o cálculo dos esforços solicitantes e dos deslocamentos transversais para as lajes nervuradas armadas em duas direções é o da grelha equivalente, também conhecido como processo de Analogia de Grelha. Neste processo a laje nervurada armada em duas direções é substituída por uma grelha equivalente, onde as nervuras fazem o papel das barras dessa grelha. Para utilizar este processo, em virtude do grande número de nervuras que estas lajes normalmente apresentam, tendo-se assim grelhas com grande número de nós e de barras, é necessário o emprego de um programa computacional, devendo-se fornecer as características geométricas dos elementos (barras da grelha), as propriedades mecânicas do concreto (módulos de elasticidade transversal e longitudinal), e também as ações atuantes; assim, deve-se ter uma estimativa dos esforços para pré-dimensionar a estrutura antes do cálculo computacional. Deve-se ressaltar ainda que neste processo pode-se considerar as vigas de contorno da laje, caso este seja o tipo de apoio utilizado, deformáveis verticalmente.

Por outro lado, diversas referências bibliográficas destacam que as lajes nervuradas armadas em duas direções podem ser analisadas admitindo-as, por simplificação, como lajes maciças, dentre as quais algumas mais antigas e a própria NBR 6118:2003.

ROCHA (1975) destaca que para lajes nervuradas armadas em duas direções com espaçamento entre nervuras não superior a 60 cm o cálculo dos esforços

solicitantes e dos deslocamentos transversais pode ser feito como laje maciça, utilizando-se tabelas elaboradas a partir do emprego da teoria das placas delgadas. Este autor apresenta ainda alguns outros processos simplificados de cálculo, o que também é feito por GUERRIN (1980).

LEONHARDT & MÖNNIG (1978) salientam que nas lajes nervuradas armadas em duas direções os esforços solicitantes nas nervuras podem ser determinados pela Teoria das Placas, mas sem a consideração da rigidez à torção.

Desde que a distância entre eixos de nervuras não ultrapasse 110 cm e sejam respeitadas algumas recomendações quanto a dimensões da mesa e das nervuras, a NBR 6118:2003 permite calcular os esforços solicitantes em lajes nervuradas como se fosse placa elástica de espessura constante, ou seja, como laje maciça.

Entretanto, em razão das nervuras apresentarem pequena rigidez à torção, diferentemente das lajes maciças, os esforços solicitantes obtidos considerando o cálculo como laje maciça são em geral menores que os obtidos com o modelo de grelha. Para corrigir esta imprecisão HAHN (1972) recomenda que os esforços encontrados considerando a laje nervurada como maciça (placa) devem ser multiplicados pelo coeficiente  $\delta$  dado por:

$$\delta = \frac{1}{1 - \left( \frac{5}{6} \cdot \frac{\varepsilon^2}{1 + \varepsilon^4} \right)} \quad (3.1)$$

sendo  $\varepsilon = \lambda_x / \lambda_y = 1 / \lambda$ , com  $\lambda_x$  e  $\lambda_y$  a dimensão do menor e do maior vão teórico da laje, respectivamente.

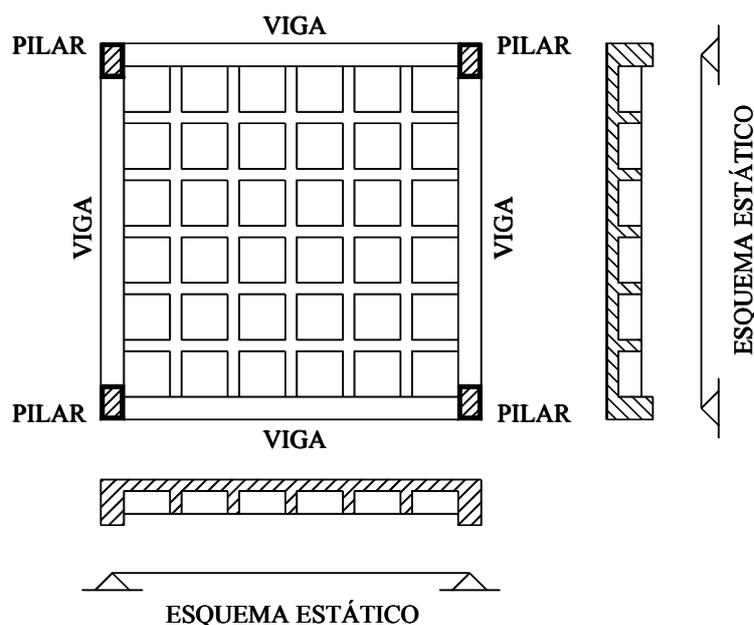
CARVALHO & FIGUEIREDO FILHO (2001) apontam que esta expressão conduz a um valor elevado, geralmente muito a favor da segurança; estes autores recomendam que a laje nervurada armada em duas direções seja calculada como laje maciça apenas na fase de pré-dimensionamento, em que se deseja apenas uma estimativa inicial das dimensões da seção transversal da laje, e que para o cálculo definitivo dos esforços solicitantes e dos deslocamentos transversais seja empregado o processo de analogia de grelha ou então outros métodos de cálculo.

Atualmente, um outro método que têm sido muito utilizado para o cálculo das lajes nervuradas armadas em duas direções é o dos elementos finitos (MEF). Muitos projetistas e pesquisadores que utilizam programas com base em elementos finitos têm tratado estas lajes como se fossem lajes maciças de mesma rigidez à flexão. Como exemplo pode-se citar o estudo feito por BARBIRATO (1997); para não se considerar a rigidez à torção, o autor considerou o módulo de deformação transversal do concreto,  $G$ , correspondente a 1% do valor calculado pela equação obtida pela teoria clássica da elasticidade.

### 3.3 VINCULAÇÃO DAS LAJES

As lajes nervuradas moldadas no local de concreto armado podem ser apoiadas em paredes de concreto ou de alvenaria estrutural (apoio contínuo), em vigas (apoio contínuo) ou diretamente em pilares (apoios discretos).

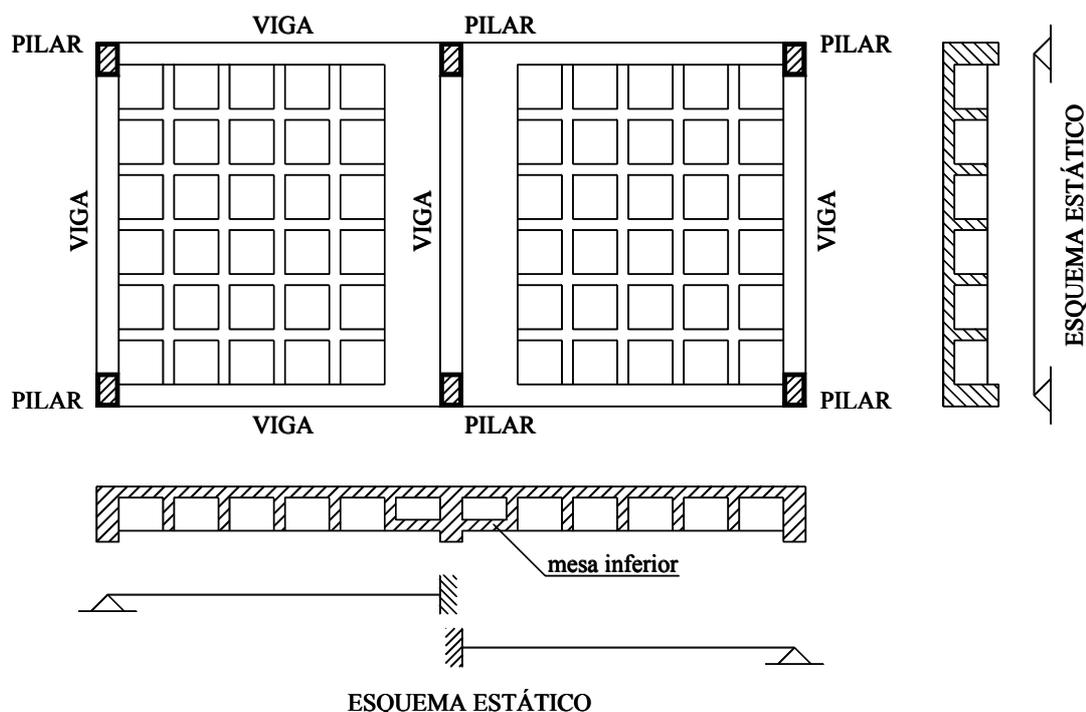
No caso de serem apoiadas em paredes ou vigas, estas lajes podem ter bordas simplesmente apoiadas ou engastadas. A figura 3.7 mostra uma laje nervurada armada em duas direções com bordas simplesmente apoiadas.



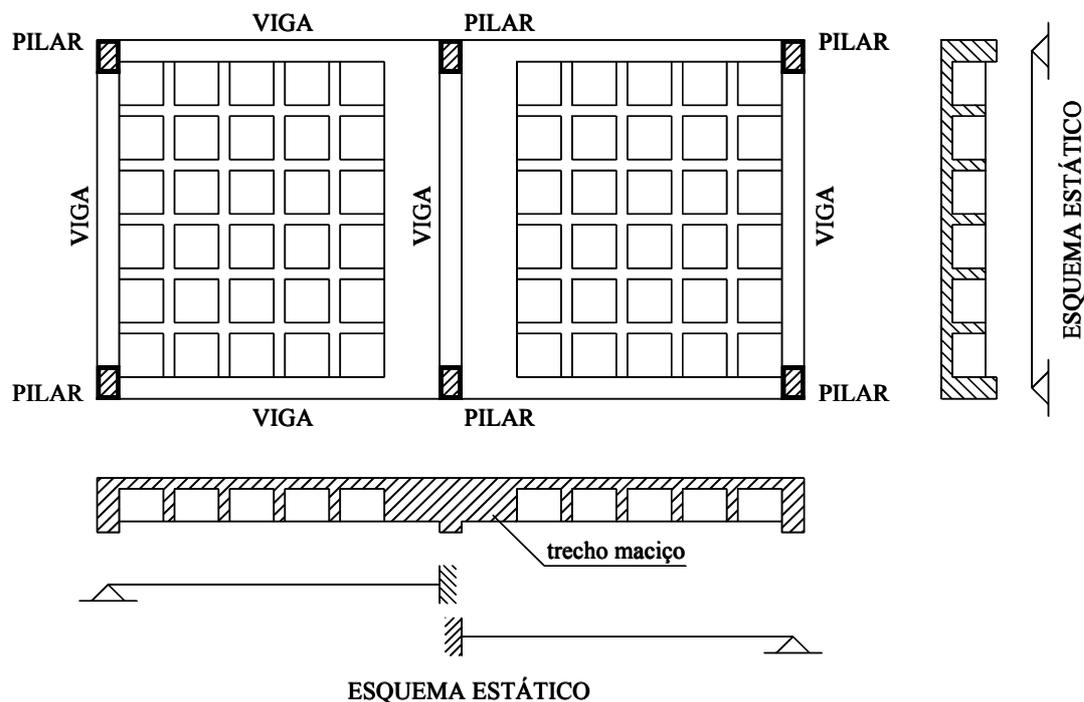
**FIGURA 3.7.** Laje nervurada com bordas simplesmente apoiadas

Entretanto, para que uma laje nervurada possa ser admitida engastada no contorno pode ser necessário criar uma mesa de compressão inferior, sendo que neste caso a concretagem deverá ser feita em pelo menos duas etapas. Outra solução é eliminar, nas regiões do contorno, o material de enchimento, criando-se aí uma região maciça; embora se saiba dos benefícios da continuidade, redução dos momentos fletores positivos e dos deslocamentos transversais, deve-se ressaltar que estas duas soluções, mostradas nas figuras 3.8 e 3.9, podem acarretar, dependendo da situação, grande aumento do peso próprio da estrutura, do consumo de fôrmas, e também dos serviços a serem feitos. É importante destacar, ainda, que no caso das lajes isoladas, ao engastá-las no contorno, surgirão momentos torsões nas vigas de apoio.

Caso não se queira considerar a continuidade (contorno engastado) entre duas lajes vizinhas (lajes que têm trechos contíguos), preferindo analisá-las como lajes isoladas e simplesmente apoiadas em seus contornos e, portanto, não necessitando criar nem a mesa de compressão inferior ou o trecho maciço, na região da face comum deve ser colocada uma armadura construtiva, negativa, para evitar fissuras com aberturas exageradas na mesa de concreto.



**FIGURA 3.8.** Laje nervurada contínua com mesa de compressão inferior



**FIGURA 3.9. Laje nervurada contínua com trecho maciço**

No caso de serem apoiadas diretamente em pilares (lajes nervuradas sem vigas), com a finalidade de diminuir as tensões de cisalhamento e evitar a possibilidade de punção, na ligação entre estas lajes e os pilares devem ser criados os ábacos, que são, como já mencionado, regiões maciças obtidas a partir do engrossamento da laje; deve-se ressaltar que este tipo de apoio tem sido utilizado apenas para as lajes nervuradas armadas em duas direções. Embora nos últimos anos tenha crescido no país a utilização das lajes nervuradas sem vigas, sobretudo nos grandes centros urbanos, a NBR 6118:2003, que entrou em vigor recentemente, não apresenta nenhuma recomendação específica para este tipo de laje. Neste capítulo, mais adiante, serão apresentadas algumas recomendações dadas pelas normas espanholas para as lajes nervuradas sem vigas (dimensões limites, recomendações construtivas, etc.); essas recomendações tem sido muito utilizadas pela maioria dos projetistas que fazem o uso deste tipo de laje para pavimentos de edificações. A figura 3.10 mostra uma laje nervurada armada em duas direções, sem vigas, apoiada diretamente em pilares, e com ábacos.

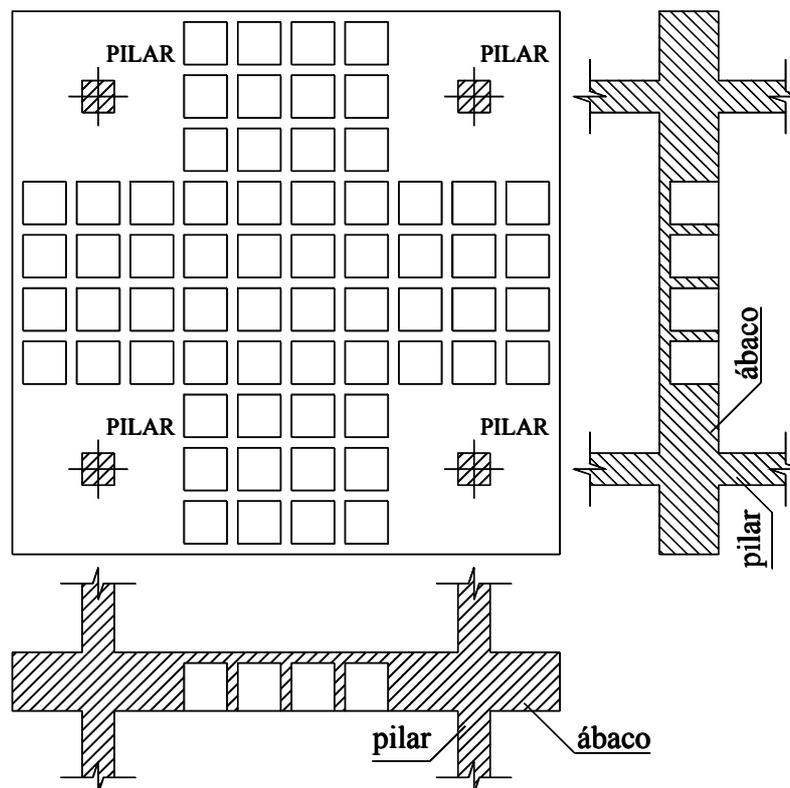


FIGURA 3.10. Laje nervurada apoiada em pilares e com ábacos

### 3.4 MATERIAIS DE ENCHIMENTO

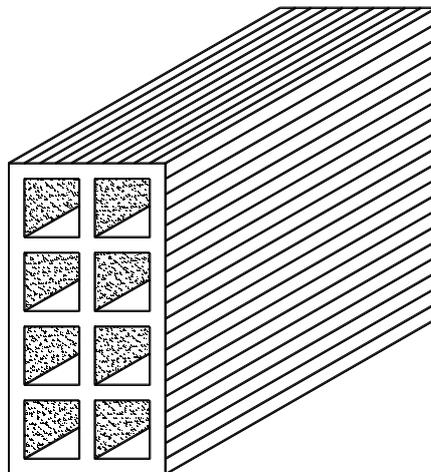
Nas lajes nervuradas moldadas no local de concreto armado os espaços entre as nervuras podem permanecer vazios, exigindo nesse caso a presença de fôrma para moldar a mesa e as nervuras, ou então serem ocupados por algum tipo de material de enchimento, inerte, sem função estrutural, e que irá permanecer no local após a construção da laje.

Utilizando materiais de enchimento nos espaços entre as nervuras, além de permitir um acabamento plano do teto, estes servirão de fôrma para a mesa da laje e para as faces laterais das nervuras; nesse caso utiliza-se fôrma apenas para a face inferior das nervuras, constituída normalmente de um tablado de madeira que é sustentado por um cimbramento que pode ser em estrutura de madeira ou metálica, e que também serve de apoio para os materiais de enchimento. Conforme mencionado

anteriormente, atualmente é mais freqüente o uso de cimbramento composto por elementos metálicos.

É aconselhável que os materiais de enchimento utilizados na construção dessas lajes sejam de peso próprio reduzido e mais barato em comparação com o concreto. Entre os materiais de enchimento mais utilizados estão os tijolos cerâmicos furados, tradicionalmente chamados de tijolos “baianos”, os blocos de concreto celular, também conhecidos como blocos de aeroconcreto, e os blocos de poliestireno expandido (conhecidos pela sigla EPS - isopor).

Os tijolos cerâmicos furados apresentam peso específico aparente não muito elevado comparado com o do concreto armado, em torno de  $13 \text{ kN/m}^3$  segundo a NBR 6120:1980. Devem apresentar o mínimo de resistência necessária para não se quebrarem ao serem transportados até o local em que serão utilizados, e para suportar o peso das pessoas e equipamentos que irão trafegar sobre os mesmos durante a etapa em que serão colocados e também durante a concretagem da laje. Em virtude de absorverem água com facilidade, devem ser bastante e constantemente molhados durante a concretagem da laje, a fim de que não absorvam a água de amassamento do concreto. São produzidos com poucas opções de dimensões, e não permitem que sejam cortados, pois se quebrariam. Os tijolos cerâmicos furados mais empregados como material de enchimento nas lajes nervuradas moldadas no local de concreto armado são os de oito furos (figura 3.11).



**FIGURA 3.11. Tijolo cerâmico furado (de oito furos)**

Os tijolos cerâmicos furados podem ser utilizados como material de enchimento na construção de lajes nervuradas armadas em uma como também em duas direções, porém, neste segundo caso, é importante destacar que é necessário tapar os furos dos tijolos com jornal ou outro material (papelão, por exemplo), impedindo que o concreto penetre nos mesmos durante a concretagem da laje, pois caso contrário haverá um consumo maior de concreto.

Os blocos de concreto celular, por sua vez, são bastante leves, com peso específico aparente variando entre  $5 \text{ kN/m}^3$  a  $12 \text{ kN/m}^3$  dependendo da sua composição, pequeno em comparação com o do concreto armado, o que facilita o seu manuseio e reduz o peso próprio da estrutura. O comércio disponibiliza estes blocos em diversas medidas, uniformes, mas havendo a necessidade de outras, estes podem ser fabricados com medidas sob encomenda; estes blocos permitem que sejam cortados facilmente com serras mecânicas ou serrotes, não se quebrando. O concreto celular é um composto leve formado a partir de uma mistura de areia média, cimento Portland, fibras de polipropileno, água e pequenas bolhas de ar incorporadas uniformemente na massa, por meio de uma espuma com uma densidade em torno de  $80 \text{ g/\lambda}$ . É um material homogêneo, de baixa condutividade térmica, de elevada fluidez, que possui excelentes índices de isolamento térmico e acústico, e resistente (figura 3.12). Os blocos de concreto celular podem ser utilizados como material de enchimento na construção de lajes nervuradas armadas em uma como também em duas direções; atualmente, este é o material de enchimento mais utilizado na construção dessas lajes.



**FIGURA 3.12. Bloco de concreto celular**  
([www. ufmg.br](http://www.ufmg.br))

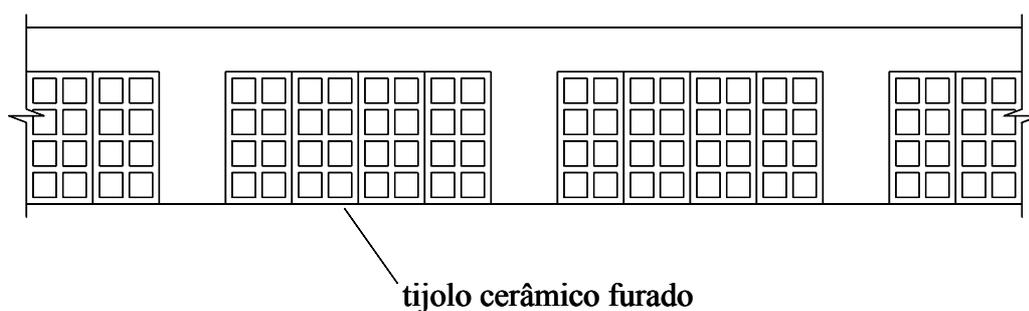
O bloco de EPS (poliestireno expandido, matéria plástica derivada do petróleo - isopor), por sua vez, tem características muito favoráveis para utilização como enchimento de lajes nervuradas. São bastante leves (com peso específico aparente variando entre 0,13 kN/m<sup>3</sup> a 0,25 kN/m<sup>3</sup> dependendo da sua composição), o que facilita o seu manuseio e reduz o peso próprio da estrutura, de baixa absorção de água, o que permite uma cura do concreto melhor e mais rápida, proporcionam um bom isolamento térmico e acústico, e são ainda fáceis de se cortar, não se quebrando. Estes blocos são produzidos normalmente com as dimensões de 100 cm × 100 cm × 400 cm, uniformes, porém, de acordo com o projeto, podem ser cortados facilmente em blocos menores ou fornecidos sob encomendas nos tamanhos necessários (figura 3.13). Os blocos de poliestireno expandido podem ser utilizados como material de enchimento na construção de lajes nervuradas armadas em uma como também em duas direções. Nas lajes nervuradas com blocos de EPS o revestimento inferior da laje é feito do modo tradicional, ou seja, com uma camada de chapisco e sobre esta uma camada de reboco; na argamassa de chapisco recomenda-se adicionar algum tipo de adesivo à base de resina acrílica, a fim de proporcionar melhor aderência entre esta e os blocos.



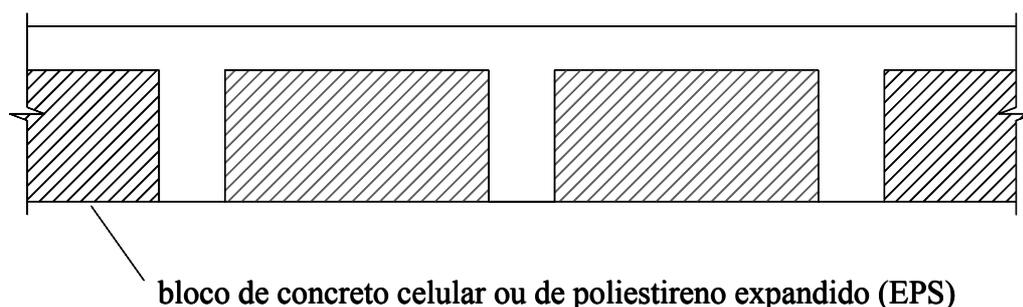
**FIGURA 3.13. Blocos de poliestireno expandido (EPS - isopor)**  
([www. ufmg.br](http://www.ufmg.br))

A figura 3.14 mostra seções transversais de lajes nervuradas do tipo normal com estes três materiais de enchimento. Além desses três materiais, outros, por exemplo tubos de papelão, também são utilizados como enchimento de lajes nervuradas

moldadas no local de concreto armado, porém em menor escala. A figura 3.15 mostra uma laje nervurada moldada no local de concreto armado com tubos de papelão utilizados como material de enchimento.



a) com tijolos cerâmicos de oito furos



b) com blocos de concreto celular ou de poliestireno expandido (EPS)

**FIGURA 3.14. Seção transversal de laje nervurada com materiais de enchimento normalmente empregados**



**FIGURA 3.15. Laje nervurada com tubos de papelão como material de enchimento (www. dimibu.com.br)**

### 3.5 FÔRMAS DE POLIPROPILENO

Optando-se por permanecerem vazios os espaços entre as nervuras, há a necessidade de se utilizar fôrma em toda a laje (face inferior da mesa e faces laterais e inferior das nervuras). Neste caso normalmente vinha se utilizando fôrmas de madeira, porém, por causa dos altos custos deste material, atualmente têm-se optado pela utilização de fôrmas de polipropileno (“cabacinhas”), reaproveitáveis; essas fôrmas são encontradas com variadas dimensões em planta e alturas (diversos moldes), são reforçadas internamente, e proporcionam uma ótima precisão nas dimensões e acabamento. Elas são leves e de fácil manuseio, e são colocadas diretamente sobre o escoramento, dispensando assoalho para a construção da laje.

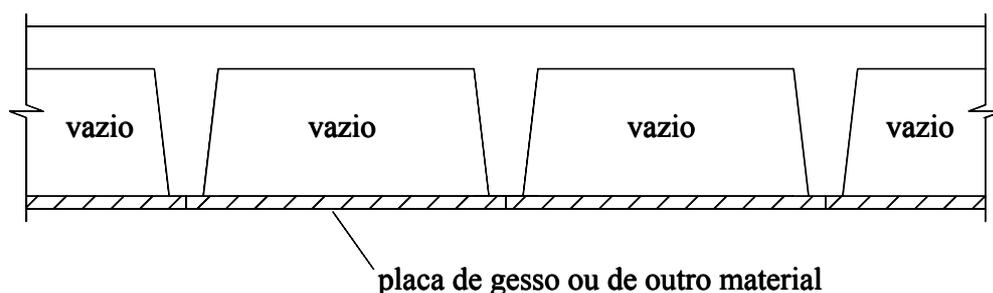
A desforma é simples e manual, sem a necessidade de uso de ar comprimido, o que resulta estruturas com ótimo acabamento, dispensando muitas vezes revestimentos, pinturas, etc. Na grande maioria das situações a redução no custo final da estrutura é significativa, quando comparado com os processos construtivos convencionais. Atualmente existem empresas que alugam essas fôrmas e também sistemas de escoramento próprio para as mesmas, normalmente compostos por elementos metálicos. Ao contrário do que ocorre quando se utiliza entre as nervuras algum tipo de material de enchimento, essas fôrmas não incorporam peso à laje, conduzindo a estruturas mais leves e conseqüentemente a ações menores nas fundações. A figura 3.16 mostra o detalhe de alguns tipos de moldes dessas fôrmas.



**FIGURA 3.16. Detalhe de moldes de fôrmas de polipropileno**  
([www.atex.com.br](http://www.atex.com.br))

O ideal é que as fôrmas de polipropileno sejam utilizadas em pavimentos onde não exista restrição em relação às nervuras e aos espaços vazios entre estas ficarem aparentes. No caso de utilizar estas fôrmas e desejar esconder as nervuras e os

espaços vazios entre as mesmas, pode-se utilizar placas de gesso ou de outro material que se fixam na própria laje, normalmente na face inferior das nervuras, conforme indicado na figura 3.17; estas placas normalmente são caras, e o seu uso contribui para o aumento nos custos da construção do pavimento.



**FIGURA 3.17. Seção transversal de laje nervurada com placas escondendo as nervuras e os espaços vazios entre estas**

A figura 3.18 mostra o exemplo de um pavimento com laje nervurada moldada no local de concreto armado apoiada diretamente em pilares que foi construída utilizando fôrmas de polipropileno e em que as nervuras estão aparentes.



**FIGURA 3.18. Laje nervurada construída com fôrmas de polipropileno (www.atex.com.br)**

### **3.6 ARMADURAS NECESSÁRIAS**

Nas lajes nervuradas moldadas no local de concreto armado as armaduras necessárias são colocadas nas nervuras e na mesa da laje. Nas nervuras dispõe-se uma armadura longitudinal e, caso seja necessária, uma armadura transversal. Na mesa da laje dispõe-se uma armadura de distribuição e, nos casos em que for necessária, em apenas algumas regiões da mesa, uma armadura superior (armadura negativa).

A armadura longitudinal das nervuras normalmente é montada utilizando-se barras, as quais são colocadas na parte inferior das nervuras para resistir as tensões de tração por ação de momentos fletores positivos; essa armadura deve ser posicionada retilínea.

A armadura transversal das nervuras, quando necessária, com a função de resistir às tensões de cisalhamento por ação de forças cortantes, é constituída normalmente de estribos simples fechados; os estribos são colocados ao longo de todo o comprimento da nervura, mantendo-se entre eles o espaçamento necessário previsto em projeto. Quando se empregam os estribos é necessário dispor na parte superior das nervuras uma armadura construtiva (porta estribos) na qual os estribos são amarrados por meio de arame, auxiliando no seu posicionamento, impedindo que se movimentem durante a concretagem da laje; essa armadura deve ser posicionada longitudinalmente, retilínea. Neste capítulo 5, mais adiante, apresentam-se as condições necessárias exigidas pela NBR 6118:2003 para a dispensa da armadura transversal neste tipo de lajes.

A armadura de distribuição, colocada na mesa da laje nas direções transversal e longitudinal, próximo à sua face inferior, com a função de distribuição das tensões oriundas de ações aplicadas concentradas na laje e para o controle da fissuração, pode ser montada utilizando-se tela soldada (armadura composta por fios, pré-fabricada) ou barras; embora o emprego de tela soldada permita maior rapidez na montagem dessa armadura, ainda é mais freqüente o uso de barras.

A armadura superior (armadura negativa), quando necessária, por exemplo quando se pretende a continuidade entre lajes vizinhas (lajes contíguas), pode ser montada utilizando-se tela soldada (composta por fios) ou barras; a exemplo da armadura de distribuição, o uso de barras é mais freqüente na montagem dessa armadura. Essa armadura é colocada na mesa da laje, próximo à sua face superior, sobre

os apoios intermediários da laje, com a função de resistir às tensões de tração por ação de momentos fletores negativos que aí ocorrem; conforme mencionado anteriormente, caso não se considere a continuidade entre duas lajes vizinhas, preferindo analisá-las como lajes isoladas simplesmente apoiadas em seu contorno, essa armadura é apenas construtiva, colocada nessa mesma região para evitar fissuras com aberturas exageradas da mesa de concreto.

As recomendações gerais dadas pela NBR 6118:2003 para as lajes de concreto armado quanto ao detalhamento das armaduras (valores máximos e mínimos das áreas das seções das armaduras, espaçamento máximo entre barras e entre estribos, diâmetro máximo de barras, armaduras em bordas livres e aberturas, etc.) foram apresentadas no capítulo 2. A figura 3.19 mostra a seção transversal de uma laje nervurada do tipo normal com as armaduras mencionadas anteriormente, exceto a armadura superior (armadura negativa).

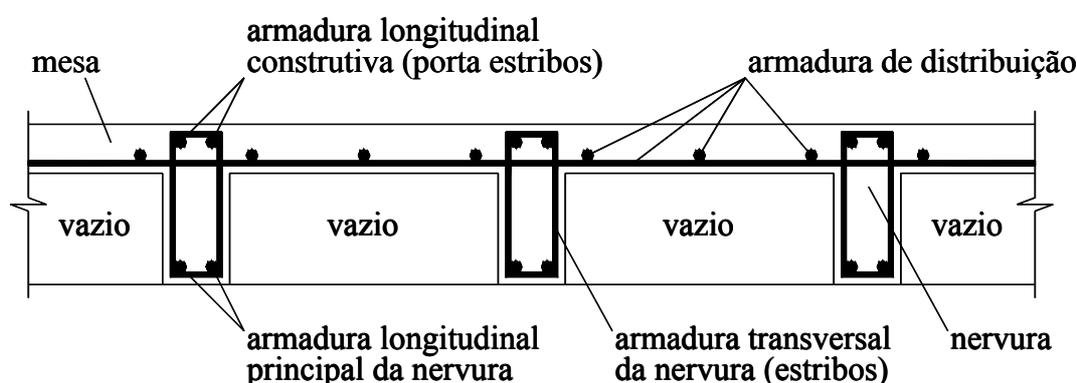


FIGURA 3.19. Seção transversal de laje nervurada com armaduras

### 3.7 PRESCRIÇÕES NORMATIVAS

Para o correto projeto e construção das lajes nervuradas moldadas no local de concreto armado, uma série de recomendações prescritas pelas normas vigentes deve ser atendida. Para este tipo de lajes, a seguir, são apresentadas as recomendações gerais dadas pela NBR 6118:2003 e as principais recomendações dadas por outros autores pesquisados (normas internacionais).

### 3.7.1 Prescrições da NBR 6118:2003

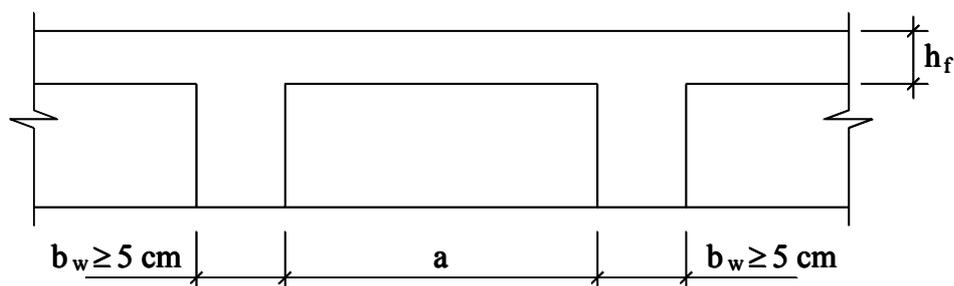
As principais recomendações dadas pela NBR 6118:2003 para as lajes nervuradas moldadas no local de concreto armado, sem distinção se armadas em uma ou duas direções, são apresentadas a seguir.

#### 3.7.1.1 Dimensões limites

A NBR 6118:2003 prescreve que para o projeto das lajes nervuradas devem ser obedecidas as seguintes condições:

- a) a espessura da mesa ( $h_f$ ), quando não houver tubulações horizontais embutidas, deve ser maior ou igual a  $1/15$  da distância entre nervuras e não menor que 3 cm;
- b) quando existirem tubulações embutidas de diâmetro máximo 12,5 mm, o valor mínimo absoluto da espessura da mesa ( $h_f$ ) deve ser de 4 cm;
- c) a espessura das nervuras ( $b_w$ ) não deve ser inferior a 5 cm;
- d) nervuras com espessura menor que 8 cm não devem conter armadura de compressão;
- e) para lajes com espaçamento entre eixos de nervuras menor ou igual a 65 cm, pode ser dispensada a verificação da flexão da mesa, e para a verificação do cisalhamento na região das nervuras, permite-se utilizar os critérios de laje;
- f) para lajes com espaçamento entre eixos de nervuras entre 65 cm e 110 cm, exige-se a verificação da flexão da mesa e as nervuras devem ser verificadas ao cisalhamento como vigas; permite-se essa verificação como lajes se o espaçamento entre eixos de nervuras for até 90 cm e a largura média das nervuras for maior que 12 cm;
- g) para lajes nervuradas com espaçamento entre eixos de nervuras maior que 110 cm, a mesa deve ser projetada como laje maciça, apoiada na grelha de vigas, respeitando-se os seus limites mínimos de espessura.

Na Figura 3.20, a seguir, representam-se algumas dessas recomendações estabelecidas pela NBR 6118:2003 para as dimensões limites de lajes nervuradas.



$$h_f \left\{ \begin{array}{l} \geq 3 \text{ cm} \\ \geq a/15 \end{array} \right. \Rightarrow \text{quando não houver tubulações horizontais embutidas}$$

$$h_f \left\{ \begin{array}{l} \geq 4 \text{ cm} \end{array} \right. \Rightarrow \text{quando existirem tubulações embutidas de diâmetro 12,5 mm}$$

**FIGURA 3.20. Dimensões a observar na seção transversal de lajes nervuradas conforme a NBR 6118:2003**

É de se estranhar que a NBR 6118:2003 não recomende a presença de nervuras transversais nas lajes nervuradas armadas em uma direção em nenhuma situação, contrário do que fazia a NBR 6118:1980; ao nosso ver, dependendo das dimensões do menor vão teórico da laje, deve-se utilizar nervuras transversais nas lajes nervuradas armadas em uma direção com a função de travamento das nervuras principais, ou ainda quando existirem ações concentradas ou parcialmente distribuídas na laje (peso de paredes, por exemplo), nesse caso com a finalidade de distribuir estas ações entre as nervuras principais.

### 3.7.1.2 Análise estrutural

Todas as prescrições relativas às estruturas de elementos de placa (laje) são válidas desde que sejam obedecidas as condições relacionadas no item anterior. De acordo com a NBR 6118:2003, quando essas recomendações não forem verificadas, deve-se analisar a laje nervurada considerando a mesa como laje maciça apoiada em grelha de vigas.

Assim, é possível observar que a NBR 6118:2003, desde que observadas algumas recomendações quanto às dimensões da mesa e das nervuras e também

espaçamento entre as nervuras, permite que as lajes nervuradas sejam calculadas como se fosse placa elástica de espessura constante, ou seja, como laje maciça.

### 3.7.1.3 Verificação ao cisalhamento

A NBR 6118:2003 prescreve que as lajes nervuradas com espaçamento entre eixos de nervuras menor ou igual a 65 cm e as lajes maciças, podem prescindir de armadura transversal para resistir as tensões de tração causadas pela força cortante quando o valor solicitante de cálculo obedecer à expressão:

$$V_{Sd} \leq V_{Rd1} \quad (3.2)$$

em que:

$V_{Sd}$  é a força cortante de cálculo;

$V_{Rd1}$  é a resistência de cálculo ao cisalhamento.

A resistência de cálculo ao cisalhamento  $V_{Rd1}$ , com o valor particular para elementos sem armadura transversal, é dada por:

$$V_{Rd1} = [\tau_{Rd} \cdot k \cdot (1,2 + 40 \cdot \rho_1)] \cdot b_w \cdot d \quad (3.3)$$

onde:

$$\tau_{Rd} = 0,25 \cdot f_{ctd} = 0,25 \cdot f_{ctk,inf} / \gamma_c ;$$

$$\rho_1 = \frac{A_{s1}}{b_w \cdot d} \leq 0,02 ;$$

$$k = (1,6 - d) \geq 1, \text{ com } d \text{ em metros.}$$

onde:

- $\tau_{Rd}$  é a tensão de cisalhamento resistente de cálculo limite, para que uma laje possa prescindir de armadura transversal para resistir à força cortante;
- $f_{ctd}$  é a resistência de cálculo do concreto à tração;
- $f_{ctk,inf}$  é a resistência característica à tração do concreto com o valor inferior, medido por ensaios de prismas à flexão (na falta de ensaios pode-se adotar  $f_{ctk,inf} = 0,21 \cdot f_{ck}^{2/3}$ , com  $f_{ck}$  em MPa );
- $A_{s1}$  é a área da armadura de tração que se estende até não menos que  $d + \lambda_{b,nec}$  além da seção considerada, onde  $\lambda_{b,nec}$  é o comprimento de ancoragem necessário;
- $b_w$  é a largura mínima da seção ao longo da altura útil  $d$ .

A verificação da compressão diagonal do concreto (bielas comprimidas) em elementos sem armadura de cisalhamento, de acordo com a NBR 6118:2003, deve ser feita comparando a força cortante solicitante de cálculo  $V_{Sd}$  com a resistência de cálculo  $V_{Rd2}$  dada por:

$$V_{Rd2} = 0,5 \cdot \alpha_{v1} \cdot f_{cd} \cdot b_w \cdot 0,9 \cdot d \quad (3.4)$$

em que:

$V_{Rd2}$  é a força cortante resistente de cálculo, relativa à ruína das diagonais comprimidas de concreto, em elementos sem armadura de cisalhamento;

$\alpha_{v1} = (0,7 - f_{ck} / 200) \leq 0,5$ , com  $f_{ck}$  em MPa;

$f_{cd} = f_{ck} / \gamma_c = f_{ck} / 1,4$ , é a resistência de cálculo do concreto à compressão.

Às lajes que necessitam de armadura transversal (armadura de cisalhamento) para resistir as tensões de tração oriundas da força cortante, conforme a NBR 6118:2003, aplicam-se os critérios estabelecidos por essa norma que tratam da verificação do estado limite último de cisalhamento em elementos lineares com  $b_w < 5 \cdot d$  (vigas). Assim, a resistência do elemento estrutural, numa determinada seção

transversal, deve ser considerada satisfatória quando verificadas simultaneamente as seguintes condições:

$$V_{Sd} \leq V_{Rd2} \quad (3.5)$$

$$V_{Sd} \leq V_{Rd3} = V_c + V_{sw} \quad (3.6)$$

onde:

- $V_{Sd}$  é força cortante solicitante de cálculo, na seção;
- $V_{Rd2}$  é a força cortante resistente de cálculo, relativa à ruína das diagonais comprimidas de concreto, e determinada de acordo com processo indicado nessa norma;
- $V_{Rd3} = V_c + V_{sw}$ , é a força cortante resistente de cálculo, relativa à ruína por tração diagonal, onde  $V_c$  é a parcela de força cortante absorvida por mecanismos complementares ao de treliça e  $V_{sw}$  a parcela resistida pela armadura transversal, e determinada por processo indicado nessa norma.

Complementarmente a esse caso, a NBR 6118:2003 estabelece que a resistência dos estribos pode ser considerada com os seguintes valores máximos, sendo permitida interpolação linear:

- 250 MPa, para lajes com espessura até 15cm;
- 435 MPa ( $f_{ywd}$ ), para lajes com espessura maior que 35cm.

#### 3.7.1.4 Espaçamento máximo entre estribos

De acordo com a NBR 6118:2003, os estribos em lajes nervuradas (armadura de cisalhamento), quando necessários, não devem ter espaçamento superior a 20 cm.

### 3.7.2 Prescrições de Outros Autores (Normas Internacionais)

A seguir apresentam-se algumas recomendações dadas pelo EUROCODE (1992) e pelas normas espanholas para as lajes nervuradas moldadas no local de concreto armado.

#### 3.7.2.1 Eurocode (1992)

De acordo com o EUROCODE (1992), uma laje nervurada pode ser tratada como laje maciça quando:

- as nervuras possuírem rigidez suficiente à torção;
- a distância entre nervuras não ultrapassar 150 cm;
- a espessura da mesa for maior ou igual a 5 cm ou 4 cm (quando existir bloco de fechamento permanente entre as nervuras), ou maior que 1/10 da distância livre entre nervuras.

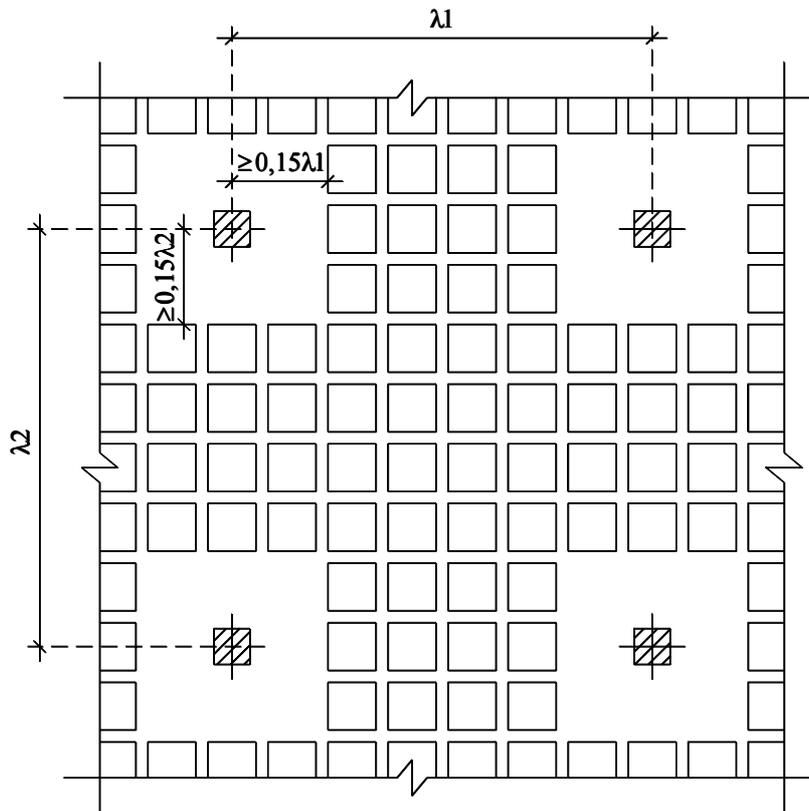
#### 3.7.2.2 Normas espanholas

Em REGALADO TESORO (1991) e MONTOYA et al. (2000) encontram-se diversas recomendações das normas espanholas para as lajes nervuradas moldadas no local sem vigas, entre as quais, as mais importantes, são apresentadas a seguir:

- Distância mínima entre os centros das nervuras:  $a \leq 1,0$  m; como valor de referência é recomendado 80 cm nas duas direções.

- Espessura mínima da mesa:  $h_f \geq \begin{cases} 3 \text{ cm} \\ 1/15 \text{ da maior distância entre nervuras} \\ 5 \text{ cm se houver ações concentradas} \end{cases}$

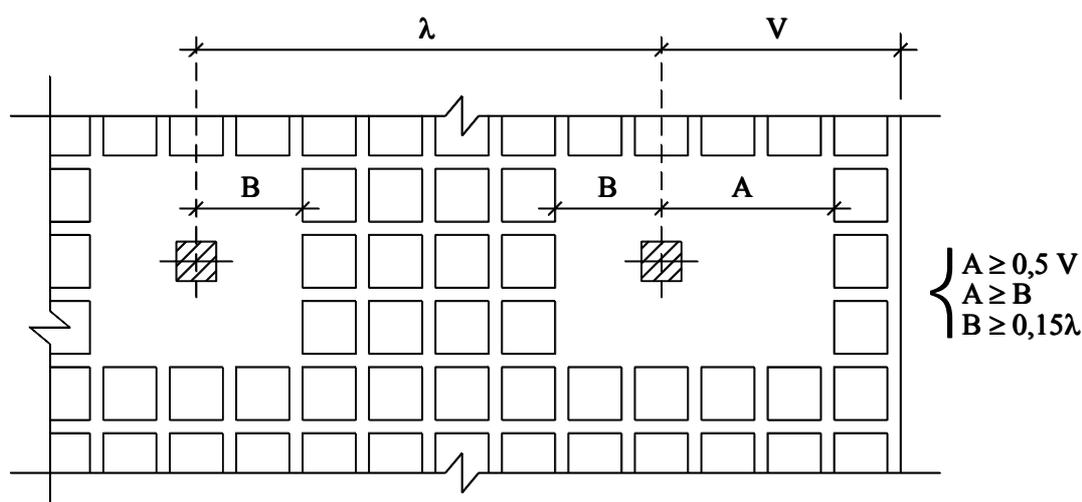
- Altura mínima total:  $h \geq \begin{cases} 15 \text{ cm} \\ 1/30 \text{ do maior vão} \end{cases}$
- Largura das nervuras:  $b_w \geq \begin{cases} 10 \text{ cm} \\ h/3, \text{ onde } h \text{ é a altura total da laje} \\ 1/7 \text{ da maior distância entre nervuras} \\ h_n / 4, \text{ onde } h_n \text{ é a altura da nervura} \end{cases}$
- As normas espanholas indicam que para pilares centrais a distância da borda do ábaco até o centro do pilar não deverá ser menor que 0,15 do vão correspondente do painel considerado, tal como mostra a figura 3.21.



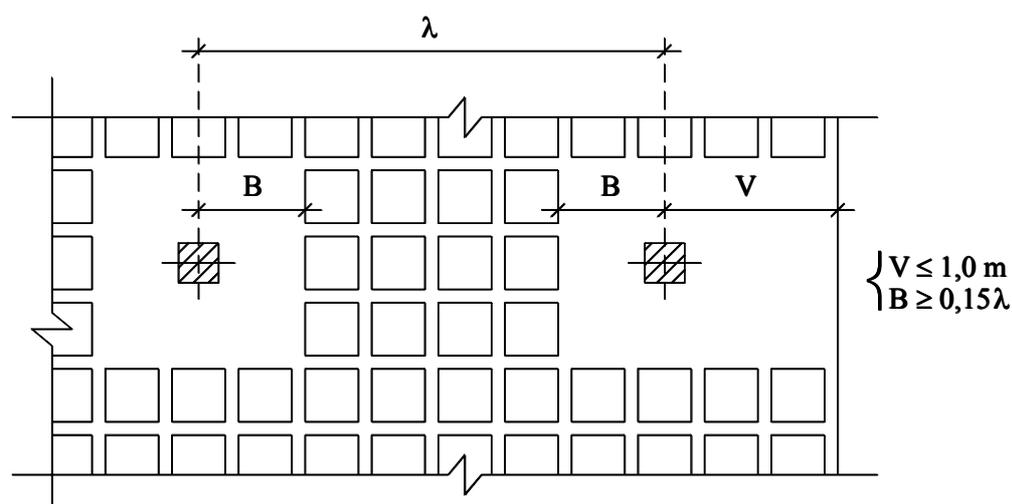
**FIGURA 3.21. Tamanho do ábaco para pilares centrais conforme as normas espanholas**

- Quando o pilar é de borda e existe balanço, as normas espanholas nada indicam sobre a dimensão que o ábaco deve possuir no sentido do balanço, mas por precaução recomenda-se que ele tenha pelo menos a mesma dimensão que a parte

interna ou a metade do comprimento do balanço, o que for maior, tal como se indica na figura 3.22; para balanços que não superem 1,0 m, é aconselhável projetar o ábaco até a borda, como indicado na figura 3.23.



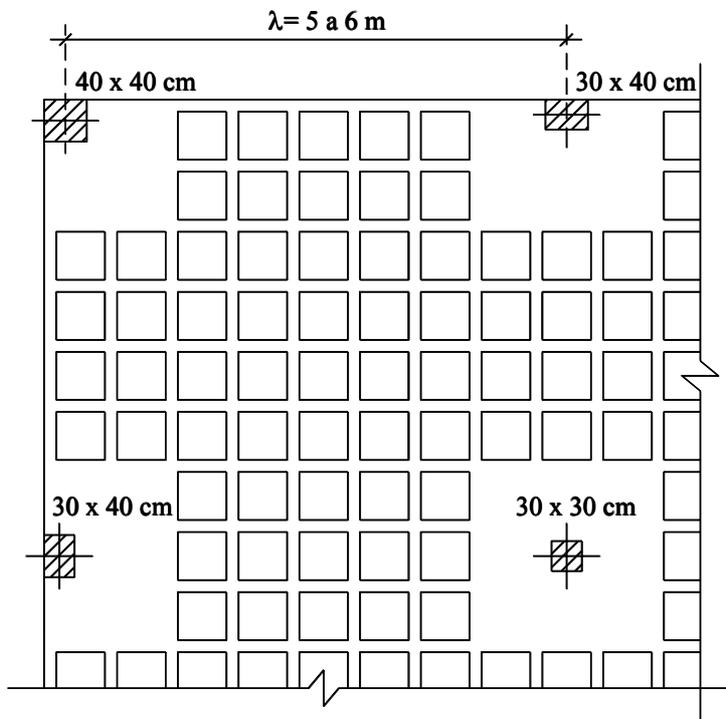
**FIGURA 3.22. Tamanho do ábaco para pilares de borda conforme as normas espanholas**



**FIGURA 3.23. Tamanho do ábaco para pilares de borda e com balanço menor que 1,0 m conforme as normas espanholas**

- A instrução espanhola EF-88 fixa dimensões mínimas de 25 cm × 25 cm para os pilares; essas dimensões são para pilares centrais e com ações características

menores que 200 kN, desde que não existam aberturas muito próximas dos mesmos de modo a interferir no perímetro de punção da laje. Em caso contrário, os pilares deverão ter no mínimo 30 cm × 30 cm, dimensões estas que devem sempre ser respeitadas se os pilares forem posicionados nas bordas ou nos cantos. Para vãos em torno de 5 m a 6 m, os pilares de canto devem ser no mínimo de 40 cm × 40 cm, e os de borda de 40 cm × 30 cm, sendo a dimensão maior paralela à borda da laje (figura 3.24).

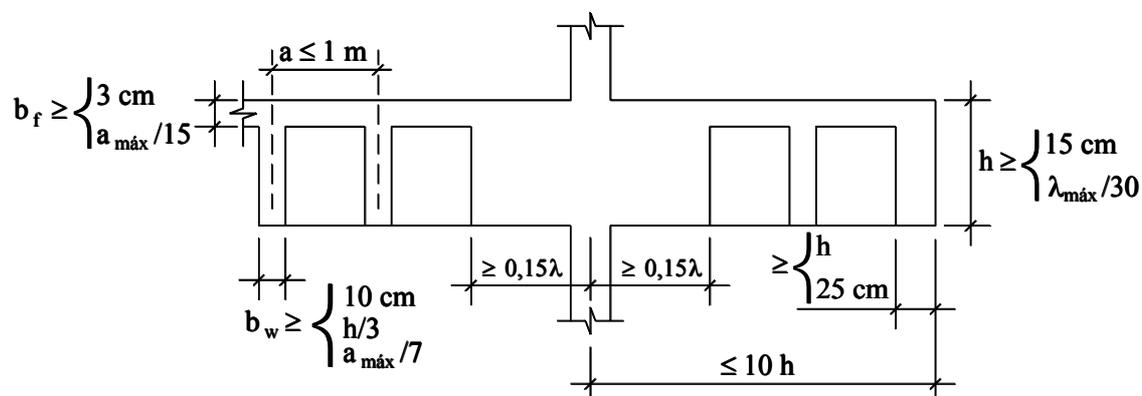


**FIGURA 3.24. Tamanho mínimo recomendado para pilares de lajes nervuradas sem vigas conforme as normas espanholas**

- Em se tratando de pilares circulares, recomenda-se que o diâmetro mínimo dos mesmos seja de 30 cm no caso de pilares centrais, de 35 cm no caso de pilares intermediários e, de 40 cm, no caso de pilares de canto.
- Aconselha-se que em todo o contorno da laje exista uma nervura com largura não inferior a 25 cm nem à altura  $h$ .
- Aconselha-se que os balanços não tenham vãos maiores que dez vezes a altura  $h$  da laje.

- As normas espanholas indicam que, no mínimo, deve haver seis nervuras em cada direção em cada vão.

Na Figura 3.25 representam-se algumas das recomendações estabelecidas pelas normas espanholas para as dimensões limites de lajes nervuradas moldadas no local sem vigas.



**FIGURA 3.25. Dimensões recomendadas para lajes nervuradas sem vigas conforme as normas espanholas**

### 3.8 INDICAÇÕES GERAIS SOBRE A CONSTRUÇÃO DE LAJES NERVURADAS MOLDADAS NO LOCAL

A construção de pavimentos de edificações utilizando laje nervurada moldada no local de concreto armado exige o desenvolvimento de várias etapas de trabalho. Deve-se observar com atenção a colocação dos escoramentos, a montagem das fôrmas (tablado que sustenta os elementos de enchimento ou fôrmas reaproveitáveis), a colocação dos elementos de enchimento, caso existam, a montagem das instalações prediais embutidas (elétricas, hidráulicas, etc.), a colocação das armaduras previstas no projeto (armaduras das nervuras, armadura de distribuição na mesa, etc.), a limpeza das fôrmas antes da concretagem, além dos cuidados inerentes ao lançamento, adensamento e cura do concreto, e a retirada dos escoramentos. As etapas do processo construtivo de pavimentos de edificações, utilizando lajes nervuradas moldadas no local de concreto armado, podem ser enumeradas assim:

### Etapa 1: Colocação dos escoramentos

Nesta etapa inicialmente deve ser feito o nivelamento e o acerto do piso (base) que serve de apoio para as escoras. O escoramento pode ser em estrutura de madeira ou metálica, sendo este último o de uso mais freqüente atualmente na construção de edificações de médio e grande porte; nas obras de pequeno porte ainda predomina o uso de escoramento em estrutura de madeira. Nesta etapa ainda deverão ser aplicadas as contraflechas, quando necessárias.

Quando se utiliza algum tipo de elemento de enchimento no espaço entre as nervuras, o escoramento deste tipo de lajes é composto normalmente por pontaletes (escoras), guias e travessões. Os pontaletes servem de apoio para as guias, estas para os travessões, e estes para o tablado (compensados de madeira) que serve de apoio para os elementos de enchimento.

Quando se utilizam fôrmas de polipropileno, o escoramento deste tipo de lajes é composto normalmente por pontaletes, guias, travessões (também chamados de barrotes neste caso) e travessas (tábuas de madeira). Os pontaletes servem de apoio para as guias, estas para os barrotes, estes para as tábuas, e estas, finalmente, para as fôrmas de polipropileno. Conforme mencionado anteriormente, atualmente existem empresas que fornecem sistemas de escoramento próprio para estas fôrmas, normalmente em estrutura metálica.

A figura 3.26 mostra exemplos de sistemas de escoramento de fôrmas de polipropileno, ambos em estrutura metálica.

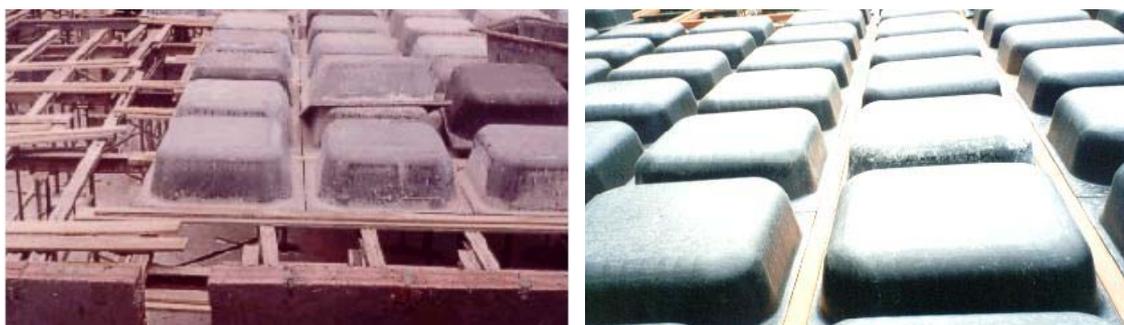


**FIGURA 3.26. Exemplos de sistemas de escoramento de fôrmas de polipropileno (www.atex.com.br)**

## Etapa 2: Montagem das fôrmas

Quando se utiliza algum tipo de elemento de enchimento no espaço entre as nervuras é necessário o emprego de uma estrutura auxiliar que sirva de fôrma apenas para a face inferior das nervuras e de apoio para os elementos de enchimento; esta estrutura auxiliar normalmente é constituída de um tablado de madeira (assoalho composto por compensados de madeira) que é sustentado pelo cimbramento. Nesta situação os elementos de enchimento servem de fôrma para a face inferior da mesa e para as faces laterais das nervuras da laje, além de permitir um acabamento plano do teto (sem espaços vazios).

No caso de se utilizar fôrmas de polipropileno, dispensa-se o tradicional assoalho de madeira para a concretagem da laje. Essas fôrmas são leves, com peso unitário aproximado variando de 3,0 kg a 12,5 kg dependendo das suas dimensões (do tipo de molde), de fácil manuseio, e são colocadas diretamente sobre o escoramento; é imprescindível não usar pregos para sua fixação. Nesse caso, conforme mencionado anteriormente, não se obtém um acabamento plano do teto, e se esse for o aspecto estético desejado, há a necessidade de utilizar placas de gesso ou de outro material para esconder os espaços vazios entre as nervuras. A figura 3.27 mostra exemplos de montagem dessas fôrmas.

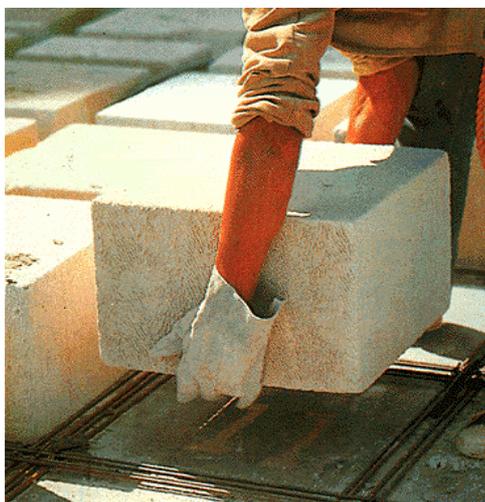


**FIGURA 3.27. Exemplos de montagem de fôrmas de polipropileno**  
([www.atex.com.br](http://www.atex.com.br))

Quando são utilizadas fôrmas de polipropileno, nesta etapa também é feita a colocação dos componentes das instalações prediais embutidas (elétricas, hidráulicas, etc.), tais como tubulações elétrica e hidráulica, caixas de derivação, etc.

### Etapa 3: Colocação dos elementos de enchimento

Nesta etapa de trabalho, de início, em cada lado do painel de laje (no contorno da laje), monta-se uma fila de elementos de enchimento, que servirão de referência para a colocação dos demais elementos; os elementos de enchimento, que servem simultaneamente de fôrma para a mesa da laje e para as faces laterais das nervuras, são dispostos diretamente sobre o tablado de madeira que os sustenta. Na figura 3.28 mostra-se o posicionamento de blocos de concreto celular em uma laje nervurada moldada no local de concreto armado.



**FIGURA 3.28. Posicionamento de blocos de concreto celular em uma laje nervurada moldada no local de concreto armado (www.ufmg.br)**

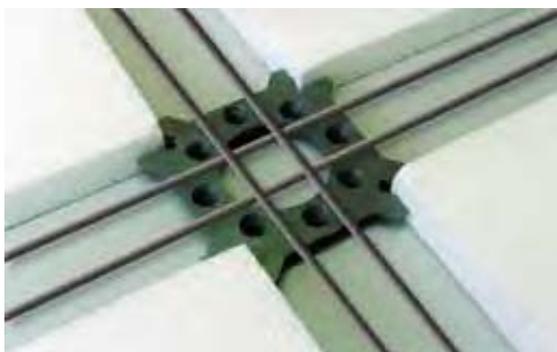
Nesta etapa de trabalho também é feita a colocação dos componentes das instalações prediais embutidas (tubulações, caixas de passagem, etc.).

Nas lajes nervuradas armadas em duas direções, empregando-se blocos de concreto celular ou de poliestireno expandido como elementos de enchimento do espaço entre as nervuras, com a finalidade de impedir que os mesmos se movimentem durante a concretagem da laje, mantendo-se afastados uns dos outros e garantindo assim as dimensões da seção transversal da laje (largura das nervuras, espaçamento entre nervuras, etc.), é recomendado utilizar espaçadores de bloco (cruzeta de plástico) (figura 3.29); estes espaçadores são posicionados na intersecção das nervuras, entre os blocos

(figura 3.30). Estes espaçadores também se prestam como gabarito do espaçamento entre blocos. Atualmente existem várias empresas que comercializam estes espaçadores.



**FIGURA 3.29. Espaçador de blocos para laje nervurada moldada no local  
(www.ufmg.br)**



**FIGURA 3.30. Espaçador de blocos posicionado na interseção das nervuras de  
uma laje nervurada moldada no local  
(www.ufmg.br)**

Quando são utilizadas fôrmas de polipropileno, dispensa-se esta etapa de trabalho.

#### **Etapa 4: Colocação das armaduras**

Após a colocação dos elementos de enchimento, ou então da montagem das fôrmas de polipropileno, deve ser feita a colocação das armaduras necessárias da

laje; conforme já foi dito, as armaduras necessárias são colocadas nas nervuras e na mesa da laje.

Caso não seja necessário utilizar armadura transversal nas nervuras, primeiramente deve-se colocar a armadura longitudinal principal das nervuras, e na seqüência a armadura de distribuição (na mesa da laje). A armadura superior (armadura negativa, colocada na mesa da laje), quando prevista, deve ser colocada após a armadura de distribuição.

Caso seja necessário utilizar armadura transversal nas nervuras, empregando-se estribos abertos ou fechados para a mesma, estes devem ser amarrados por meio de arame à armadura longitudinal principal da nervura e à armadura longitudinal construtiva (porta estribos), formando um conjunto; este conjunto deve ser montado fora das nervuras e, posteriormente, colocado nas mesmas.

É imprescindível que as armaduras da laje sejam montadas com seus respectivos espaçadores (normalmente chamados de “pastilhas”), a fim de se garantir o cobrimento mínimo necessário à proteção das mesmas contra corrosão; estes espaçadores são normalmente feitos de argamassa de cimento e areia, e são amarrados por meio de arame às barras das armaduras.

A figura 3.31 mostra o posicionamento das armaduras longitudinal e de distribuição em lajes nervuradas com fôrmas de polipropileno.



a) armadura longitudinal das nervuras

b) armadura de distribuição na mesa

**FIGURA 3.31.** Lajes nervuradas com fôrmas de polipropileno e armaduras  
([www.atex.com.br](http://www.atex.com.br))

**Etapa 5: Limpeza das fôrmas antes da concretagem**

Antes de proceder a concretagem da laje é importante que se faça uma limpeza cuidadosa das fôrmas (tablado de madeira, elementos de enchimento, fôrmas de polipropileno, fôrma das vigas), evitando-se a presença de substâncias como areia, pó, terra, óleo, etc., e de restos de materiais (pedaços de madeira, de arame, etc.).

**Etapa 6: Concretagem da laje**

A concretagem da laje deve ser acompanhada de alguns cuidados:

- é importante colocar passadiços de madeira para o trânsito dos trabalhadores e transporte de concreto, impedindo que os elementos de enchimento colocados nos espaços entre as nervuras, ou as fôrmas de polipropileno, sejam danificados;
- instalar mestras (guias de madeira ou régua metálicas) de concretagem para “sarrafar” o concreto lançado;
- antes da concretagem deve ser feito o umedecimento das fôrmas, exceção feita às de polipropileno, evitando-se entretanto que haja água livre;
- é imprescindível usar material desmoldante nas fôrmas de polipropileno, para obter uma desforma fácil e um melhor acabamento das superfícies das nervuras e da superfície inferior da mesa da laje;
- é recomendável que a concretagem seja feita de uma só vez, evitando-se criar juntas de concretagem. Se for inevitável a criação de juntas de concretagem, sua localização deve ser indicada pelo projetista;
- garantir uma vibração adequada, utilizando-se vibradores de imersão.

**Etapa 7: Cura**

A fim de impedir o aparecimento de fissuras no concreto por retração, logo após a concretagem da laje deve ser iniciada a cura. Normalmente é recomendado

molhar a superfície da laje de concreto durante pelo menos três dias após a concretagem, várias vezes ao dia.

### **Etapa 8: Retirada das fôrmas e do escoramento**

A retirada do escoramento deve seguir o funcionamento estrutural do painel de laje. Assim, nos painéis de laje em que as nervuras trabalham simplesmente apoiadas deve-se retirar as escoras do centro para as extremidades dos vãos, e nas lajes em balanço da extremidade livre da laje para a extremidade apoiada. Nos edifícios de múltiplos pavimentos o escoramento do piso inferior não deve ser retirado antes do término da laje imediatamente superior. Normalmente é recomendado que a retirada do escoramento não ocorra antes de pelo menos quatorze dias (duas semanas) contados após a concretagem da laje. No caso de se utilizar fôrmas de polipropileno a desforma é rápida, segura e simples, sendo realizada manualmente, sem a necessidade de uso de ar comprimido.

## **3.9 INDICAÇÕES GERAIS SOBRE O PROJETO DE LAJES NERVURADAS MOLDADAS NO LOCAL**

De uma maneira geral, o projeto de lajes, assim como o de qualquer outro elemento estrutural, consiste basicamente em pré-dimensionar as dimensões da seção transversal, determinar as ações (carregamento) atuantes, efetuar o cálculo dos esforços solicitantes (momentos fletores, esforços cortantes e, quando for o caso, momentos torçores), dos deslocamentos e das reações de apoio, calcular e detalhar as armaduras necessárias (longitudinal, transversal, etc.), e efetuar as verificações do estado limite de serviço (deslocamentos e fissuração).

Conforme mencionado, as lajes nervuradas moldadas no local que mais se empregam na construção de pavimentos de edifícios de concreto armado são aquelas que se apóiam no seu contorno em apoios contínuos (vigas ou paredes). Para este tipo de laje nervurada propõe-se o seguinte roteiro com indicações gerais sobre o cálculo e o projeto:

**Etapa 1: Pré-dimensionamento das dimensões da seção transversal da laje**

Inicialmente, dependendo da dimensão dos vãos teóricos da laje, opta-se por utilizar laje armada em uma ou em duas direções; conforme já mencionado, as lajes nervuradas armadas em uma direção devem ser usadas quando a dimensão de um dos vãos teóricos da laje é bem maior que a do outro, enquanto que as lajes nervuradas armadas nas duas direções devem ser usadas quando a relação entre a dimensão do maior e do menor vão teórico da laje não é superior a dois.

Na seqüência, adotam-se as dimensões da seção transversal da laje (largura das nervuras, espessura da mesa, altura total da laje, distancia entre eixos ou faces de nervuras); é necessário e importante estimar as dimensões da seção transversal da laje para a determinação da ação por causa do peso próprio estrutural, que é feita em outra etapa do cálculo. Posteriormente ao cálculo dos esforços solicitantes e da verificação dos deslocamentos transversais da laje, se necessário, essas dimensões são alteradas, corrigindo-as.

A largura das nervuras (espessura das nervuras), a espessura da mesa (altura da mesa) e a distância entre nervuras (entre eixos ou faces de nervuras) devem ser arbitradas, principalmente, considerando as recomendações da NBR 6118:2003 para as dimensões limites dessas lajes, em função do tipo e das dimensões do elemento de enchimento a ser utilizado no espaço entre as nervuras, se for o caso, e também a partir da experiência do projetista; a distância entre eixos de nervuras também pode ser adotada em função do interesse de se empregar ou não armadura transversal na laje (estribos a serem colocados nas nervuras), pois, como já comentado, dependendo desta distância estas lajes são verificadas para tensões de cisalhamento como lajes maciças e, desde que observado a condição necessária estabelecida pela NBR 6118:2003 para que tal situação ocorra, podem prescindir de armadura transversal.

A altura da laje, por sua vez, é função do momento fletor no estado-limite último ou da deformação-limite. Como na NBR 6118:2003 não existe recomendação sobre a altura a ser adotada para lajes ou vigas antes que se proceda ao cálculo, apenas como indicação, é sugerido estimar a altura da laje considerando a recomendação da NBR 6118:1980 de que para vigas de seção retangular ou “T” e lajes maciças retangulares de edifícios a altura útil  $d$  (distância do centro de gravidade da armadura

longitudinal tracionada à fibra mais comprimida do concreto) a ser utilizada, para evitar a verificação de deformação excessiva, pode ser determinada por meio da expressão apresentada a seguir; após dimensionar a laje deve-se verificar o estado limite de deformações excessivas de acordo com os critérios estabelecidos pela NBR 6118:2003, é evidente.

$$d \geq \frac{\lambda}{\psi_2 \cdot \psi_3} \quad (3.6)$$

em que:

$\lambda$  – dimensão do menor vão teórico da laje;

$\psi_2$  – coeficiente dependente das condições de vinculação e dimensões da laje;

$\psi_3$  – coeficiente dependente do tipo de aço.

Os valores de  $\psi_2$  e  $\psi_3$  estão indicados nas tabelas 3.1, 3.2 e 3.3; vale destacar que os valores de  $\psi_2$  listados na tabela 3.2, indicados na NBR 6118:1980, foram adaptados por vários autores, por exemplo PINHEIRO (1986) e SOUZA & CUNHA (1994).

**TABELA 3.1 Valores de  $\psi_2$  para vigas e lajes armadas em uma direção**

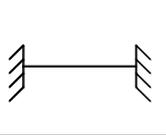
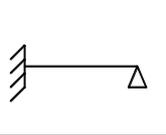
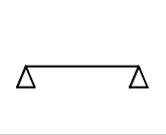
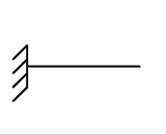
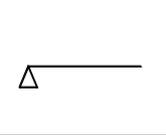
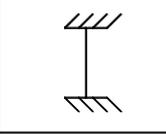
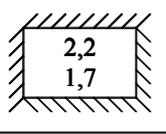
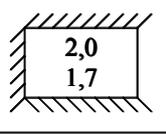
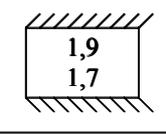
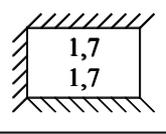
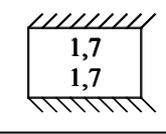
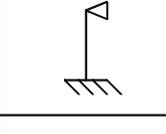
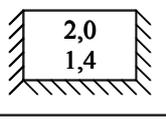
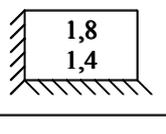
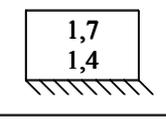
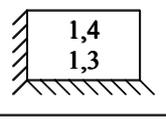
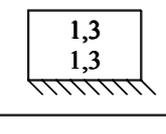
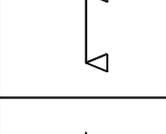
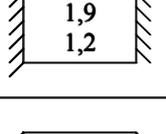
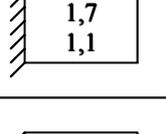
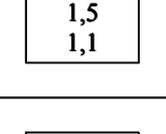
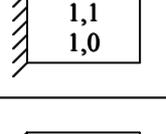
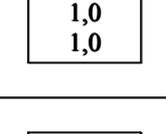
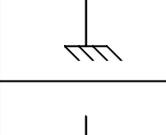
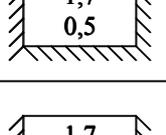
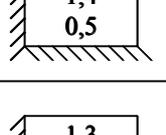
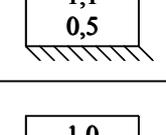
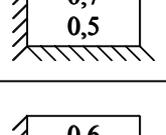
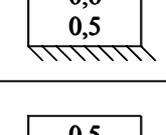
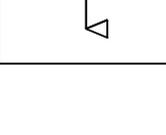
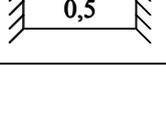
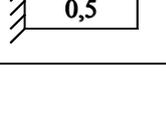
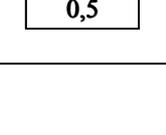
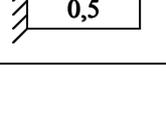
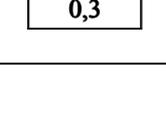
Vigas/Lajes	Valores de $\psi_2$
Simplesmente apoiadas	1,0
Contínuas	1,2
Duplamente engastadas	1,7
Em balanço	0,5

Para a tabela 3.2, a seguir, são necessárias as seguintes observações:

- $\lambda_y$  = dimensão do menor vão teórico da laje;

- $\lambda_x$  = dimensão do maior vão teórico da laje;
- número superior:  $\psi_2$  para  $\lambda_x/\lambda_y = 1$
- número inferior:  $\psi_2$  para  $\lambda_x/\lambda_y = 2$ , podendo usar-se para razão entre lados maior que 2, exceto nos casos assinalados com asterisco;
- para  $1 < \lambda_x/\lambda_y < 2$ : interpolar linearmente.

**TABELA 3.2** Valores de  $\psi_2$  para lajes armadas em duas direções

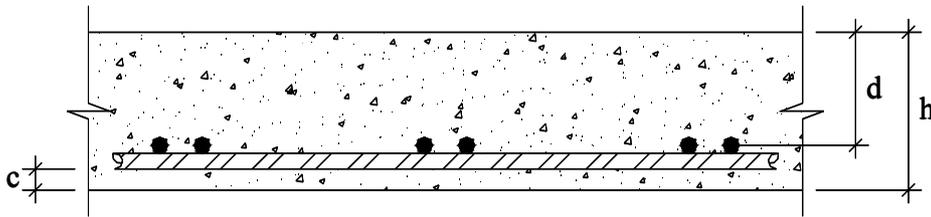
$\lambda_x$ $\lambda_y$					
					
					
					
					
					

**TABELA 3.3** Valores de  $\psi_3$  para vigas e lajes nervuradas

Aço	Valores de $\psi_3$
CA-25	25
CA-50	17
CA-60	15

A partir do valor estimado para a altura útil  $d$  da laje, é possível avaliar a altura total  $h$  da laje. Para as lajes nervuradas armadas em duas direções a altura total  $h$  da laje é avaliada somando-se ao valor estimado para a sua altura útil  $d$  o cobrimento  $c$  a ser considerado mais uma vez e meia o diâmetro  $\phi$  das barras que se supõe serem utilizadas para montar a armadura longitudinal principal das nervuras (figura 3.32). Assim, nesta situação, obtém-se para cálculo da altura total  $h$  da laje a expressão:

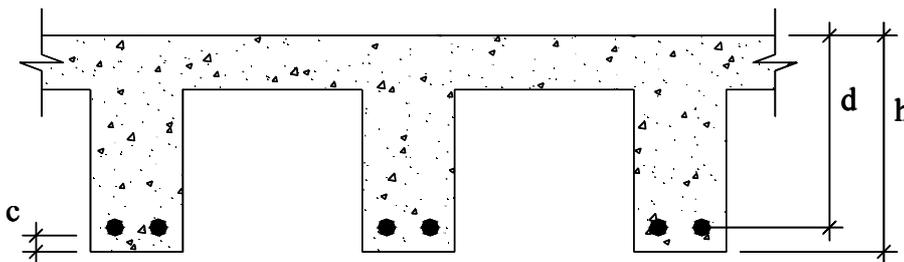
$$h = d + \phi + \phi/2 + c \quad (3.7)$$



**FIGURA 3.32. Altura útil e altura total de laje nervurada moldada no local armada em duas direções**

Para as lajes nervuradas armadas em uma direção, por sua vez, a altura total  $h$  da laje é avaliada somando-se ao valor estimado para a sua altura útil  $d$  o cobrimento  $c$  a ser considerado mais metade do diâmetro  $\phi$  das barras que se supõe serem utilizadas para montar a armadura longitudinal principal das nervuras (figura 3.33). Assim, nesta situação, obtém-se para cálculo da altura total  $h$  da laje a expressão:

$$h = d + \phi/2 + c \quad (3.8)$$



**FIGURA 3.33. Altura útil e altura total de laje nervurada moldada no local armada em uma direção**

Considerando a possibilidade de ser necessário o uso de armadura transversal nas nervuras, empregando-se estribos para a mesma, nas expressões anteriores deve-se acrescentar, ainda, o diâmetro das barras que se supõe serem utilizadas para montar os estribos ( $\phi$  estribo). Assim, nesta situação, obtém-se para cálculo da altura total  $h$  da laje as expressões:

$$h = d + \phi + \phi/2 + \phi \text{ estribo} + c \text{ (para lajes nervuradas armadas em duas direções)} \quad (3.9)$$

$$h = d + \phi/2 + \phi \text{ estribo} + c \text{ (para lajes nervuradas armadas em uma direção)} \quad (3.10)$$

Caso sejam utilizadas fôrmas de polipropileno, as dimensões da seção transversal da laje nervurada serão dadas em função das dimensões do molde disponível comercialmente que se adota para estas fôrmas, portanto, pelo fabricante das fôrmas; além dessas dimensões, para qualquer um dos moldes disponível, o fabricante indica, ainda, as propriedades geométricas da seção transversal da laje (área da seção, coordenadas do centro de gravidade, inércia, módulos de flexão), e o peso próprio estrutural e o volume de concreto por metro quadrado de superfície da laje.

## Etapa 2: Determinação das ações atuantes

As ações verticais normalmente consideradas no projeto dessas lajes, permanentes e variáveis, são as seguintes:

- peso próprio estrutural: é determinado a partir das dimensões assumidas na fase de pré-dimensionamento da seção transversal da laje (distância entre eixos de nervuras, largura das nervuras, espessura da mesa e altura total da laje) e do peso específico do concreto armado ( $25 \text{ kN/m}^3$ , conforme indica a NBR 6120:1980). Normalmente essa ação é admitida uniformemente distribuída na superfície da laje. Caso sejam utilizadas fôrmas de polipropileno, como já mencionado, o fabricante das mesmas fornece o valor dessa ação;
- peso dos revestimentos (inferior, camada de regularização e superior): é avaliado em função da espessura de cada camada de revestimento, com base no peso específico

aparente do material que as constituem; o peso de cada camada é obtido multiplicando-se a espessura da mesma pelo peso específico aparente do material de que ela é feita. Essa ação é admitida uniformemente distribuída na superfície da laje. Na tabela 3.4 destaca-se o peso específico aparente de alguns materiais de construção normalmente utilizados na execução das camadas de revestimentos das lajes, indicados na NBR 6120:1980;

- peso dos elementos de enchimento utilizados como fôrma: é avaliado em função das dimensões do elemento de enchimento utilizado no espaço entre as nervuras, com base no peso específico do material que o constitui; os materiais de enchimento normalmente utilizados nas lajes nervuradas moldadas no local de concreto armado, com os respectivos pesos específicos aparentes, já foram apresentados no item 3.4 deste capítulo. Normalmente essa ação é admitida uniformemente distribuída na superfície da laje. Caso sejam utilizadas fôrmas de polipropileno, estas não incorporarão peso a laje em virtude de serem retiradas posteriormente a concretagem da mesma;
- carga acidental: refere-se a carregamentos de uso por pessoas, móveis, equipamentos, etc.. Salvo casos especiais, essa ação deve ser admitida uniformemente distribuída na superfície da laje, com valores mínimos recomendados para cada local da edificação indicados na NBR 6120:1980; na tabela 3.5 destacam-se alguns desses valores.

**TABELA 3.4** Peso específico aparente dos materiais de construção, indicados pela NBR 6120:1980

Materiais		Peso específico aparente (kN/m <sup>3</sup> )
Rochas	Granito	28
	Mármore	28
Revestimentos e concretos	Argamassa de cal, cimento e areia	19
	Argamassa de cimento e areia	21
	Argamassa de gesso	12,5
	Concreto simples	24
	Concreto armado	25
Madeiras	Pinho, cedro	5
	Imbuia	6,5
	Ipê róseo	10

**TABELA 3.5 Valores mínimos das ações variáveis normais para edificações recomendados pela NBR 6120:1980**

Local da edificação	Valor da ação (kN/m <sup>2</sup> )
Dormitório, sala, copa, cozinha e banheiro de edifícios residenciais	1,5
Área de serviço, lavanderia e despensa de edifícios residenciais	2,0
Forros não destinados a depósitos e sem acesso público	0,5
Dependências de escritórios	2,0
Corredores e terraços sem acesso ao público	2,0
Corredores e terraços com acesso ao público	3,0
Compartimentos destinados a bailes, ginástica ou esportes	5,0
Em platéia com assentos fixos em cinemas, clubes, teatros e escolas	3,0
Salas de aula	3,0
Sala de leitura de bibliotecas	2,5
Lojas	4,0
Laboratórios	3,0
Lavanderias	3,0
Restaurantes	3,0
Galerias de arte	3,0
Dependências de hospitais, exceto corredores	2,0
Palco de teatros	5,0

**Etapa 3: Cálculo dos esforços solicitantes e dos deslocamentos transversais**

Após determinar as ações atuantes na laje, procede-se ao cálculo dos esforços solicitantes (momentos fletores, forças cortantes e, quando for o caso, momentos torçores) e dos deslocamentos transversais. O cálculo desses parâmetros pode ser feito por meio de diversos processos de cálculo, uns mais precisos que outros ou que são mais adequados que outros para uma determinada situação, utilizando ou não algum programa de computador.

Conforme mencionado anteriormente o cálculo dos esforços solicitantes e dos deslocamentos transversais em lajes nervuradas armadas em duas direções deve ser feito preferencialmente empregando-se o processo da grelha equivalente (Analogia de Grelha) ou o método dos elementos finitos (MEF), por meio de algum programa computacional. Nestes dois processos pode-se analisar o pavimento como um todo, levando-se em consideração a influência da flexibilidade dos apoios, da rigidez à torção, tanto das lajes como das vigas de contorno, e incluindo na análise a não linearidade

física do concreto armado, sendo mais real, diferentemente do que ocorre no cálculo admitindo essas lajes como lajes maciças com o emprego de tabelas elaboradas com base na teoria das placas elásticas. No capítulo 5 apresenta-se e discute-se a determinação dos esforços solicitantes e dos deslocamentos transversais em lajes nervuradas armadas em duas direções considerando o processo de analogia de grelha e a feita usando as referidas tabelas, destacando as hipóteses que devem ser feitas em cada processo; no capítulo 6 apresenta-se um exemplo em que se comparam os resultados obtidos utilizando estes dois processos.

Paras as lajes nervuradas armadas em uma direção, por sua vez, como já comentado, o cálculo dos esforços solicitantes e dos deslocamentos transversais normalmente é feito considerando as nervuras como um conjunto de vigas paralelas que trabalham independentes; nesse caso o cálculo pode ser feito com o auxílio de algum programa computacional, ou então, em face da simplicidade, com o auxílio de uma calculadora.

Tanto para as lajes nervuradas armadas em uma como para as armadas em duas direções, o cálculo dos deslocamentos transversais e da armadura longitudinal normalmente é feito adotando a seção transversal em forma de “T” para as nervuras, devendo-se determinar a largura colaborante  $b_f$  para as mesmas; a largura colaborante é a largura da laje que colabora com a nervura.

De acordo com a NBR 6118:2003, a largura colaborante  $b_f$  deve ser dada pela largura da viga  $b_w$  acrescida de no máximo 10% da distância “a” entre pontos de momento fletor nulo, para cada lado da viga em que houver laje colaborante. Essa distância “a” pode ser estimada, em função do comprimento  $\lambda$  do tramo considerado, como se apresenta a seguir:

- $a = 1,00 \cdot \lambda$  (viga simplesmente apoiada);
- $a = 0,75 \cdot \lambda$  (tramo com momento em uma só extremidade);
- $a = 0,60 \cdot \lambda$  (tramo com momentos nas duas extremidades);
- $a = 2,00 \cdot \lambda$  (tramo em balanço).

Deve-se respeitar os limites  $b_1$  e  $b_3$ , conforme indicado na figura 3.34.

$$b_1 \leq \begin{cases} 0,5 \cdot b_2 \\ 0,10 \cdot a \end{cases} \quad b_3 \leq \begin{cases} b_4 \\ 0,10 \cdot a \end{cases}$$

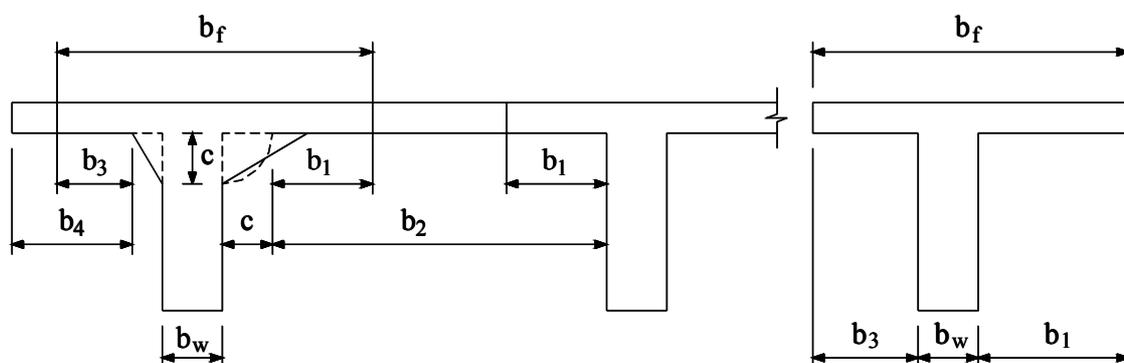


FIGURA 3.34. Largura colaborante de viga “T” conforme a NBR 6118:2003

#### Etapa 4: Cálculo e detalhamento das armaduras necessárias

Para as lajes nervuradas moldadas no local de concreto armado, conhecendo os valores dos esforços solicitantes (momentos fletores, forças cortantes, etc.), as dimensões da seção transversal da laje (largura das nervuras, espessura da mesa, etc.) e as características mecânicas do concreto e do aço, é possível determinar as armaduras necessárias (armadura longitudinal, transversal, de distribuição, etc.), e então detalhá-las.

O dimensionamento das armaduras que tem a função de resistir as tensões produzidas por ação dos esforços solicitantes (armaduras principais), como a armadura longitudinal principal das nervuras, deve ser feito de acordo com as hipóteses de cálculo para o estado limite último de elementos estruturais fletidos, garantindo segurança à ruína da estrutura. As armaduras construtivas, por sua vez, como a armadura de distribuição, são dimensionadas levando-se em conta as prescrições da NBR 6118:2003 que tratam da determinação da quantidade mínima das mesmas; essas prescrições já foram apresentadas no capítulo 2 deste trabalho. Na verificação da segurança em relação aos estados limites últimos, devem ser considerados os valores de cálculo das variáveis fundamentais do problema, ou seja, as solicitações características

devem ser majoradas pelo coeficiente de ponderação  $\gamma_f$  e as resistências características, minoradas pelos respectivos coeficientes de segurança, sendo  $\gamma_c$  para o concreto e  $\gamma_s$  para o aço.

Para estas lajes, assim como para qualquer outro elemento estrutural, o detalhamento das armaduras necessárias é um dos pontos mais importantes no projeto, e para efetuá-lo corretamente uma série de recomendações prescritas pelas normas vigentes deve ser atendida; com atenção, deve-se observar as recomendações dadas pela NBR 6118:2003 quanto ao cobrimento mínimo das barras, aos valores máximos e mínimos das áreas das seções das armaduras (armadura principal das nervuras, de distribuição, etc.), aos espaçamentos entre barras (espaçamento vertical e horizontal), ao diâmetro máximo das barras, e ao espaçamento máximo entre estribos. Essas recomendações já foram apresentadas nesse texto, parte no capítulo 2, e outra neste capítulo.

O detalhamento das armaduras necessárias deve ser apresentado por meio de desenhos claros, em planta e em corte, feitos em escala conveniente e colocados em papel de destaque a fim de não passarem despercebidos; esses desenhos devem conter todas as informações necessárias que permitam na obra a correta montagem dessas armaduras. Para cada tipo de barra, além do número da mesma, deve-se indicar o diâmetro, a quantidade, o tamanho dos ganchos, o espaçamento entre barras, o comprimento parcial e o total.

Além das recomendações dadas pela NBR 6118:2003 referentes ao detalhamento das armaduras, os projetistas devem ficar atentos também às operações de lançamento e adensamento do concreto, de modo a permitir que o concreto ocupe com facilidade todo o espaço reservado para as nervuras e mesa da laje, eliminando assim o risco de formação de vazios (“bicheiras”), bem como assegurar que haja espaço suficiente para que as agulhas de vibradores possam ser introduzidas entre as barras das armaduras. De acordo com a NBR 6118:2003, o detalhamento das armaduras necessárias e os cuidados na execução devem ser tais que garantam de forma inequívoca a segurança requerida.

A figura 3.35, apresentada a seguir, mostra desenhos em que se indica o detalhamento das armaduras de uma laje nervurada moldada no local armada nas duas direções, de concreto armado.

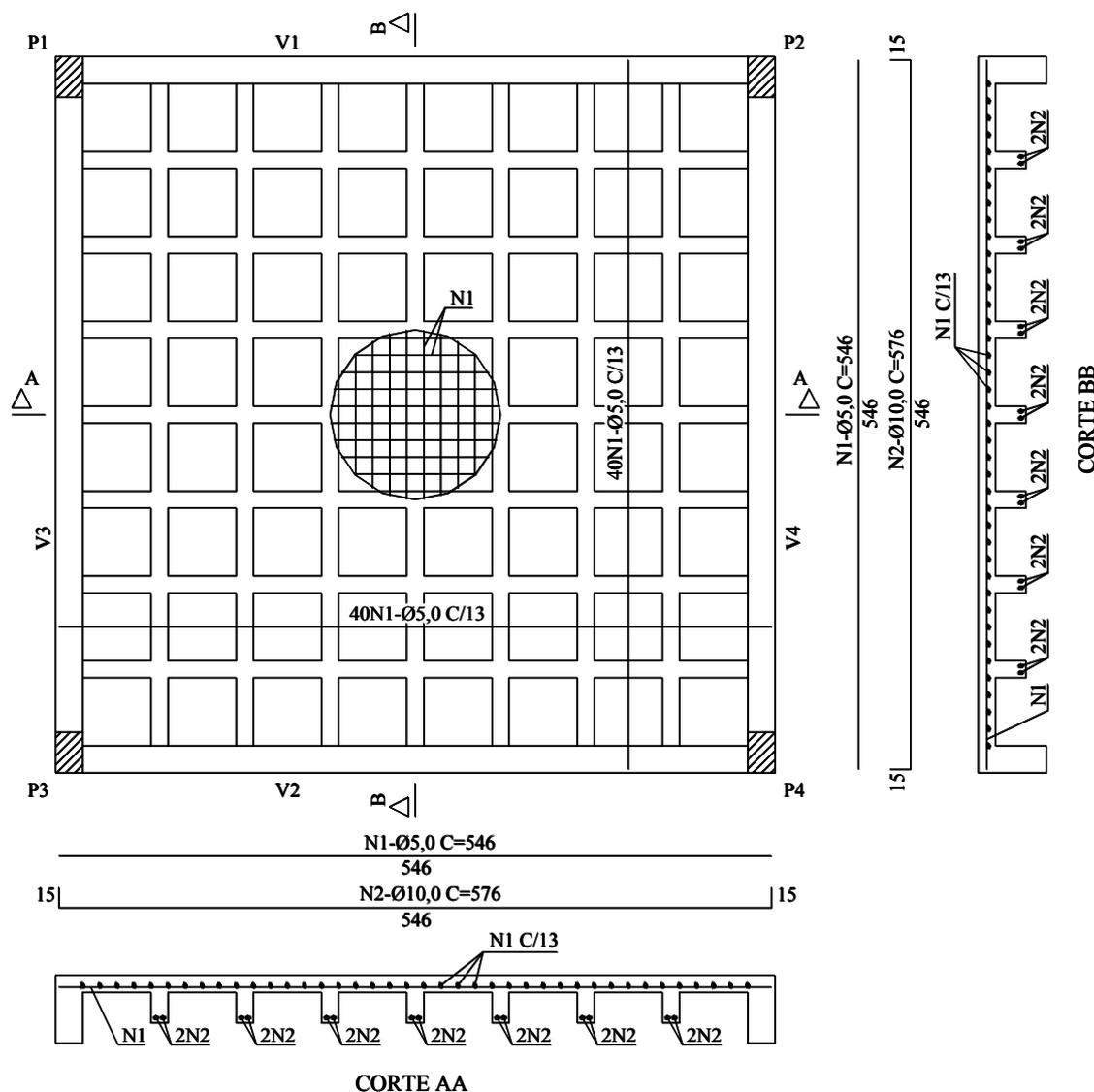


FIGURA 3.35. Detalhamento das armaduras de uma laje nervurada moldada no local de concreto armado

### Etapa 5: Verificação dos estados limites de serviço

O procedimento usualmente empregado no dimensionamento das estruturas de concreto armado consiste no cálculo considerando os estados limites últimos, seguido da verificação dos estados limites de serviço.

A verificação dos estados limites de serviço deve ser feita considerando as recomendações da NBR 6118:2003 apresentadas no capítulo 2 deste trabalho. As

características geométricas da seção transversal devem ser calculadas no estágio I ou no estágio II, dependendo do estado limite verificado. Para o cálculo das características geométricas de seções no estágio I, pode-se ou não considerar a presença da armadura na seção transversal.

Na tabela 3.6 apresentam-se as expressões para o cálculo das características geométricas de seções transversais em forma de “T”, no estágio I, sem considerar a presença da armadura, ou seja, da seção bruta (figura 3.36).

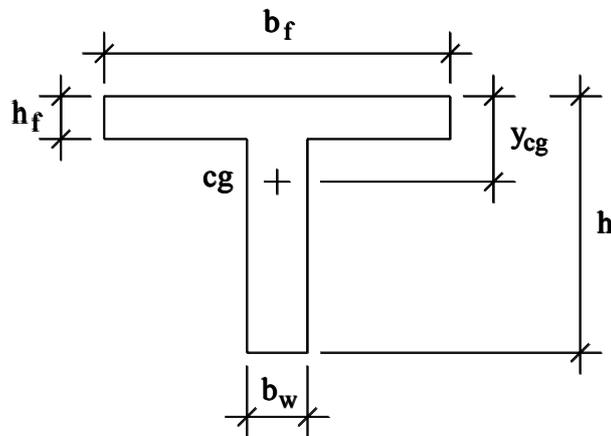


FIGURA 3.36. Seção transversal em forma de “T” no estágio I, sem armadura

TABELA 3.6 Características geométricas de seções transversais em forma de “T”, no estágio I, sem considerar a presença da armadura.

	Expressão	
Área (seção geométrica)	$A_g = (b_f - b_w) \cdot h_f + b_w \cdot h$	(3.11)
Centro de gravidade	$y_{cg} = \frac{(b_f - b_w) \cdot \left(\frac{h_f^2}{2}\right) + b_w \cdot \frac{h^2}{2}}{A_g}$	(3.12)
Momento de inércia à flexão	$I_g = \frac{(b_f - b_w) \cdot h_f^3}{12} + \frac{b_w \cdot h^3}{12} + (b_f - b_w) \cdot h_f \cdot \left(y_{cg} - \frac{h_f}{2}\right)^2 + b_w \cdot h \cdot \left(y_{cg} - \frac{h}{2}\right)^2$	(3.13)

Caso se considere a presença da armadura na seção transversal, deve ser feita a homogeneização da seção, que consiste em considerar no lugar da área de aço existente  $A_s$  uma área de concreto equivalente. Na tabela 3.7 apresentam-se as expressões para o cálculo das características geométricas de seções transversais em forma de “T”, no estágio I, considerando a presença da armadura, ou seja, da seção homogeneizada (figura 3.37); nestas expressões,  $\alpha_e$  representa a relação entre os módulos de deformação longitudinal do aço e do concreto.

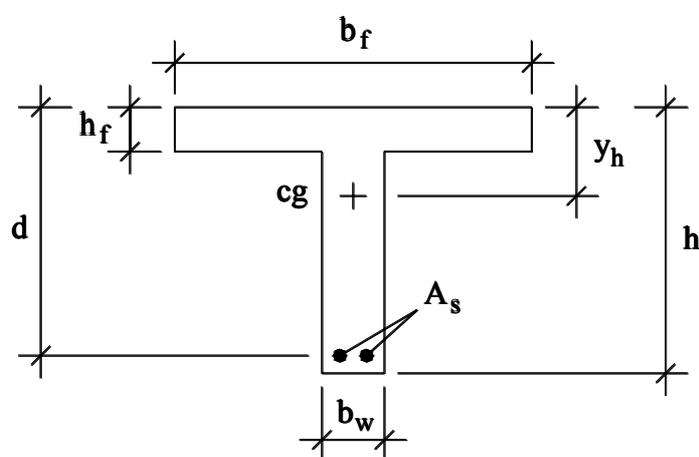


FIGURA 3.37. Seção transversal em forma de “T” no estágio I, com armadura

TABELA 3.7 Características geométricas de seções transversais em forma de “T”, no estágio I, com armadura longitudinal  $A_s$

	Expressão	
Área (seção homogeneizada)	$A_h = (b_f - b_w) \cdot h_f + b_w \cdot h + A_s \cdot (\alpha_e - 1)$	(3.14)
Centro de gravidade	$y_h = \frac{(b_f - b_w) \cdot \left(\frac{h_f^2}{2}\right) + b_w \cdot \frac{h^2}{2} + A_s \cdot (\alpha_e - 1) \cdot d}{A_h}$	(3.15)
Momento de inércia à flexão	$I_h = \frac{(b_f - b_w) \cdot h_f^3}{12} + \frac{b_w \cdot h^3}{12} + (b_f - b_w) \cdot h_f \cdot \left(y_h - \frac{h_f}{2}\right)^2 + b_w \cdot h \cdot \left(y_h - \frac{h}{2}\right)^2 + A_s \cdot (\alpha_e - 1) \cdot (y_h - d)^2$	(3.16)

É importante destacar que as características geométricas da seção de concreto sem armadura (seção bruta), em diversas situações pouco diferem daquelas em que se considera a armadura (seções homogeneizadas), podendo-se em alguns casos calcular apenas as referentes à seção bruta, em vez de à homogeneizada; no estágio I, a NBR 6118:2003 permite calcular as características geométricas considerando a seção bruta.

No estágio II (estádio II puro), por sua vez, para o cálculo do momento de inércia da seção fissurada de concreto, é necessário conhecer a posição  $x_{II}$  da linha neutra. Para seções em forma de “T” (figura 3.38), a posição  $x_{II}$  da linha neutra pode ser obtida da seguinte equação do segundo grau:

$$a_1 \cdot x_{II}^2 + a_2 \cdot x_{II} + a_3 = 0 \quad (3.17)$$

cuja solução é:

$$x_{II} = \frac{-a_2 \pm \sqrt{a_2^2 - 4 \cdot a_1 \cdot a_3}}{2 \cdot a_1} \quad (3.18)$$

com os coeficientes  $a_1$ ,  $a_2$ , e  $a_3$  iguais a:

$$a_1 = b_w/2 \quad (3.19)$$

$$a_2 = h_f \cdot (b_f - b_w) + (\alpha_e - 1) \cdot A'_s + \alpha_e \cdot A_s \quad (3.20)$$

$$a_3 = -d' \cdot (\alpha_e - 1) \cdot A'_s - d \cdot \alpha_e \cdot A_s - \frac{h_f^2}{2} \cdot (b_f - b_w) \quad (3.21)$$

Conhecendo  $x_{II}$ , é possível calcular o momento de inércia da seção no estágio II puro ( $I_{x,II_0}$ ), lembrando que há duas possibilidades: a primeira quando a profundidade da linha neutra é inferior à espessura da mesa ( $x_{II} < h_f$ ), e a segunda quando esta profundidade é superior à espessura da mesa ( $x_{II} > h_f$ ).

Se a linha neutra passar pela mesa da seção ( $x_{II} < h_f$ ), o momento de inércia  $I_{x,II_0}$  é obtido da seguinte equação:

$$I_{x,II_0} = \frac{b_f \cdot x_{II}^3}{3} + \alpha_e \cdot A_s \cdot (x_{II} - d)^2 + (\alpha_e - 1) \cdot A'_s \cdot (x_{II} - d')^2 \quad (3.22)$$

Caso a linha neutra passe pela alma da seção ( $x_{II} > h_f$ ), por sua vez, o momento de inércia  $I_{x,II_0}$  é obtido da seguinte equação:

$$I_{x,II_0} = \frac{(b_f - b_w) \cdot h_f^3}{12} + \frac{b_w \cdot x_{II}^3}{3} + (b_f - b_w) \cdot \left(x_{II} - \frac{h_f}{2}\right)^2 + \alpha_e \cdot A_s \cdot (x_{II} - d)^2 + (\alpha_e - 1) \cdot A'_s \cdot (x_{II} - d')^2 \quad (3.23)$$

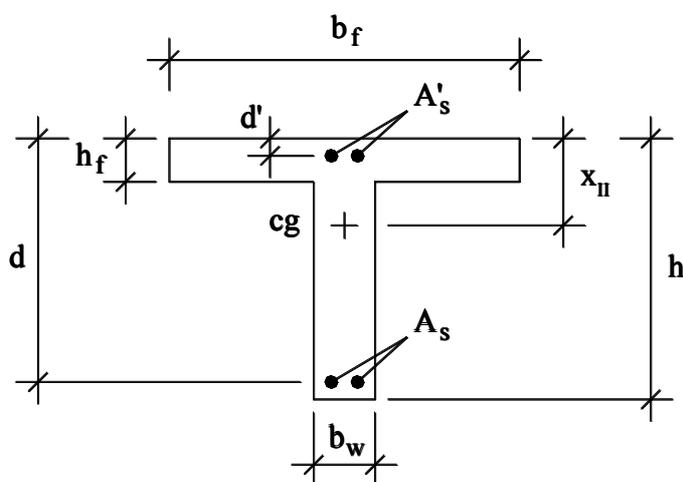


FIGURA 3.38. Seção transversal em forma de “T” no estágio II puro

## CAPÍTULO 4

# ASPECTOS GERAIS SOBRE AS LAJES NERVURADAS COM VIGOTAS PRÉ-FABRICADAS

### 4.1 CONSIDERAÇÕES PRELIMINARES

Nas edificações residenciais e comerciais usuais (casas térreas, sobrados, pequenos edifícios, galpões, etc.), que normalmente apresentam vãos pequenos ou médios, as lajes dos pavimentos podem ser consideradas simples, desde que resultem em soluções que sejam econômicas, seguras, de simples construção e que se comportem estruturalmente de maneira satisfatória. Nos projetos desses tipos de edificações tem-se empregado cada vez mais o sistema de lajes nervuradas com nervuras pré-fabricadas.

Entende-se por lajes nervuradas com nervuras pré-fabricadas aquelas em que parte da laje, as nervuras (vigotas pré-fabricadas de concreto armado ou protendido), são construídas fora do local definitivo em que irão permanecer durante a vida útil da edificação. A construção deste tipo de lajes basicamente envolve a utilização de vigotas unidirecionais pré-fabricadas (elementos lineares pré-fabricados), elementos leves de enchimento posicionados entre as vigotas (lajotas cerâmicas, blocos de poliestireno expandido, etc.), concreto moldado no local (concreto de capeamento), aço para concreto armado, cimbramento e mão-de-obra, sendo dispensadas as fôrmas.

Em comparação com os sistemas de lajes maciças e lajes nervuradas moldadas no local, as lajes nervuradas com vigotas pré-fabricadas apresentam diversas vantagens:

**Versatilidade nas aplicações** - possibilitam uma ampla gama de aplicações, tais como edifícios residenciais ou comerciais de múltiplos pavimentos, escolares, residências térreas ou assobradadas, núcleos habitacionais, galpões, etc., proporcionando grande agilidade na construção.

**Distribuição direta de tubulações** - permitem embutir tubulações elétricas ou de outros tipos de instalações prediais nas mesmas, evitando em alguns casos o uso das

lajes rebaixadas ou o artifício do forro falso; as tubulações, evidentemente, são distribuídas na laje antes da sua concretagem.

**Emprego de armadura em telas** - permitem o uso de telas (tela soldada) para a armadura de distribuição, proporcionando rapidez na montagem da laje; armaduras negativas, quando necessário, também podem ser montadas utilizando telas.

**Redução no consumo de fôrmas e escoramentos** - dependendo da sua altura, as vigotas pré-fabricadas têm rigidez que permite vencer vãos da ordem de 1 m a 2 m, de modo que a quantidade de escoras necessárias para sua construção é bem menor do que seria em lajes maciças similares. Os elementos de enchimento são apoiados nas vigotas, formando com estas um plano que serve de fôrma para a concretagem da capa e de parte da nervura, dispensando o uso das tradicionais de madeira.

**Redução de custos da estrutura** - pelo fato de trabalhar com vários materiais industrializados (vigotas pré-fabricadas, elementos de enchimento, etc.), este sistema proporciona uma baixa perda de materiais durante a montagem, e além disso, é o que apresenta menor volume de concreto e armaduras; a quantidade de mão-de-obra necessária para a construção dessas lajes é substancialmente reduzida. Em razão desses aspectos há uma evidente redução no custo da estrutura.

Como principal desvantagem apresentada pelas lajes nervuradas com vigotas pré-fabricadas pode-se destacar os valores dos deslocamentos transversais, bem maiores que os apresentados pelas lajes maciças e pelas lajes nervuradas moldadas no local de concreto armado. Para vencer grandes vãos ou suportar ações de valores elevados este tipo de laje se mostra, ainda, menos vantajoso, em virtude do aumento da taxa de armadura e da altura final da laje. Nas lajes armadas em uma direção (lajes unidirecionais), uma outra desvantagem que pode ser destacada é a distribuição em apenas uma única direção da maior parte das ações que atuam na laje; usualmente, admite-se que a ação das lajes pré-fabricadas armadas em uma direção ocorre apenas nas vigas ou paredes em que as vigotas pré-fabricadas se apóiam, não considerando qualquer ação das lajes nas vigas ou paredes paralelas a estes elementos.

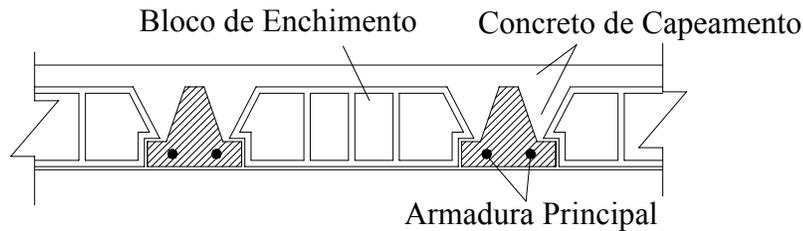
Neste capítulo apresentam-se considerações gerais quanto aos tipos (como são classificadas), às características, aos parâmetros geométricos que definem a laje e as nervuras (intereixo, altura total da laje, espessura da capa, etc.), e aos materiais e métodos construtivos usualmente empregados na construção de lajes nervuradas com vigotas pré-fabricadas. Apresentam-se, ainda, as recomendações gerais propostas por normas nacionais e as principais recomendações propostas pelos demais autores pesquisados. Discute-se o comportamento e funcionamento estrutural dessas lajes e como considerar a sua ação nos seus apoios (vigas ou paredes). Finalmente, são fornecidos roteiros com indicações gerais sobre o projeto e construção dessas lajes.

## **4.2 DESCRIÇÃO DAS LAJES NERVURADAS COM VIGOTAS PRÉ-FABRICADAS**

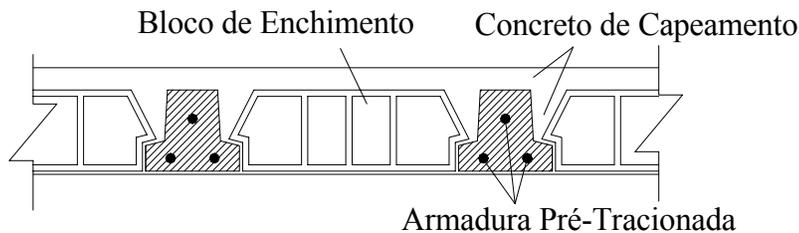
As lajes nervuradas com vigotas pré-fabricadas, conforme se mostra na figura 4.1, são construídas com o emprego de vigotas unidirecionais pré-fabricadas do tipo trilho (em concreto armado ou protendido, com seção transversal em forma de “T” invertido ou I) ou com armadura em treliça (placa de concreto armado, com armadura saliente e em forma de treliça espacial), elementos de enchimento leves (blocos cerâmicos, de concreto celular, de poliestireno expandido, etc.) posicionados entre as vigotas, e concreto moldado no local (concreto de capeamento); na capa se recomenda dispor uma armadura de distribuição (nas direções transversal e longitudinal) composta por barras de aço de pequeno diâmetro ou em tela soldada para o controle da fissuração e para a distribuição das tensões oriundas de ações concentradas. A capa, juntamente com as vigotas, compõe a seção da laje resistente à flexão.

Para construir um pavimento utilizando este tipo de laje não é necessário o emprego de fôrmas para a concretagem da capa e de parte da nervura, pois as vigotas e os elementos de enchimento fazem esse papel; as fôrmas são necessárias apenas para a concretagem das vigas que se encontram no pavimento. Nas fases de montagem e concretagem, as vigotas pré-fabricadas são os elementos resistentes do sistema, devendo suportar além de seu pequeno peso próprio a ação dos elementos de enchimento, do concreto de capeamento e de uma pequena ação de construção (homens trabalhando); o escoramento utilizado também é reduzido, sendo composto por um pequeno número de

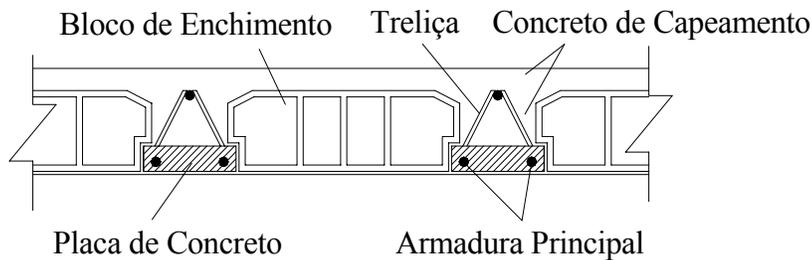
travessas que servem de apoio para as vigotas pré-fabricadas e também de pontaletes. Essa é uma das principais vantagens proporcionada por este tipo de laje: utiliza-se pouca fôrma e exige-se pouco escoramento.



**a) Laje tipo trilho (com vigotas de concreto armado)**



**b) Laje tipo trilho (com vigotas de concreto protendido)**



**c) Laje tipo treliça (com vigotas de concreto armado)**

**FIGURA 4.1. Tipos de lajes nervuradas com vigotas pré-fabricadas**

Embora sejam desconsiderados no contexto da laje como elementos resistentes, é importante que os materiais de enchimento utilizados sejam de boa qualidade, uma vez que não podem se danificar com facilidade durante a fase de montagem da laje, e devem suportar o peso do concreto fresco moldado no local e as ações atuantes durante a concretagem (ações de construção).

As vigotas pré-fabricadas são dispostas em uma única direção, normalmente a do menor vão da laje, e apoiadas apenas nas suas extremidades; trabalham, portanto, como viga bi-apoiada. Desse modo, as vigas ou paredes em que as vigotas pré-fabricadas se apóiam recebem a maior parte das ações atuantes na laje. Podem, assim, ser consideradas lajes armadas em uma direção (lajes unidirecionais), o que configura uma desvantagem frente às lajes maciças; além de apresentarem maiores esforços solicitantes e deformações que as lajes maciças, distribuem a maior parte das ações que nelas atuam em apenas uma única direção.

Dependendo das dimensões do menor vão da laje, são construídas nervuras transversais (na direção ortogonal às vigotas) com a finalidade de travamento das nervuras principais, sendo necessário nesse caso o uso de fôrmas para a concretagem dessas nervuras transversais; é importante ressaltar que a utilização de nervuras transversais é construtivamente viável quando se utilizam vigotas com armadura em treliça, pois caso contrário, utilizando-se vigotas do tipo trilho, seria grande a dificuldade em colocar a armadura das nervuras transversais. No caso de existirem paredes perpendiculares às vigotas e que se apóiam na laje, sob estas, também se deve colocar nervuras transversais, neste caso com a finalidade de distribuir a ação relativa ao peso da parede entre as nervuras principais. No caso de existirem paredes paralelas aos elementos pré-fabricados e que se apóiam na laje, sob estas, costuma-se dispor uma ou mais vigotas pré-fabricadas.

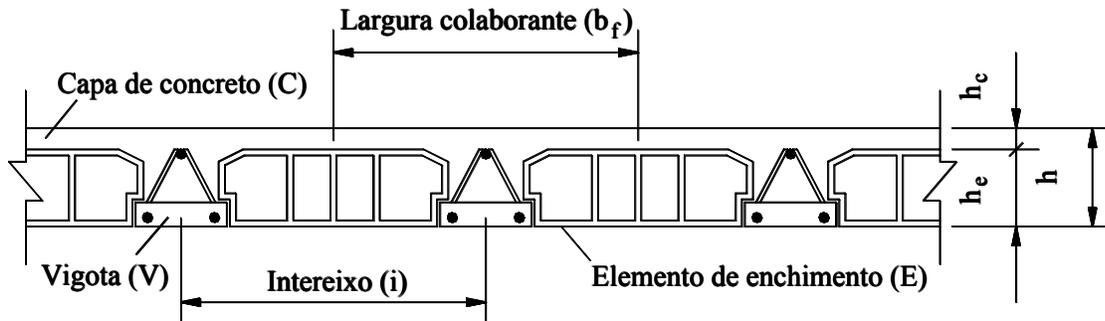
Nos painéis com geometria aproximadamente quadrada, desde que sejam utilizadas vigotas com armadura em treliça e construídas nervuras transversais, ter-se-á lajes armadas em duas direções (lajes bidirecionais), com comportamento semelhante ao de uma grelha.

No caso em que se pretende a continuidade entre lajes contíguas, e também em lajes em balanço, deve ser disposta na capa, sobre os apoios, nas extremidades das vigotas e no mesmo alinhamento da nervura, uma armadura superior de tração (armadura negativa), com a função de resistir aos momentos negativos que aí ocorrem.

Nas edificações de pequeno porte (residências térreas ou assobradadas, pequenos edifícios comerciais, galpões, etc.), este tipo de laje é a de uso mais freqüente atualmente.

### 4.3 PARÂMETROS GEOMÉTRICOS QUE DEFINEM A LAJE E AS NERVURAS

Os principais parâmetros geométricos que definem a laje e as nervuras estão indicados na figura 4.2, e são relacionados a seguir.



**FIGURA 4.2. Parâmetros geométricos que definem a laje e as nervuras**

#### a) Intereixo (i)

De acordo com a NBR 14859-1:2002, intereixo (i) é a distância entre eixos de vigotas pré-fabricadas, entre as quais serão colocados os elementos de enchimento (E).

O intereixo de nervuras é função do tipo de material de enchimento a ser utilizado (lajotas cerâmicas, blocos de poliestireno expandido ou de concreto celular, etc.), e normalmente se situa na faixa de 40 cm a 50 cm, sendo raros os casos em que ultrapassa 60 cm; valores de intereixo acima de 60 cm normalmente conduzem a armaduras longitudinais elevadas para as nervuras, obrigando o alargamento das mesmas e gerando, assim, aumento no consumo de concreto.

Um outro detalhe ao qual se deve prestar atenção na definição do intereixo é com relação à capacidade portante do bloco de enchimento durante a fase de concretagem da laje, tomando-se cuidado para não adotar blocos de enchimento de pouca rigidez (pequena altura e grande largura).

Os intereixos mínimos variam em função do tipo de vigota pré-fabricada e das dimensões do elemento de enchimento utilizados. Na tabela 4.1 apresentam-se os

intereixos mínimos padronizados indicados pela NBR 14859-1:2002, dados em função do tipo de vigota pré-fabricada.

**TABELA 4.1 Intereixos mínimos padronizados em função do tipo de vigota pré-fabricada**

<b>Tipo de vigota pré-fabricada</b>	<b>Intereixos padronizados (cm)</b>
Vigota de concreto armado (VC)	33,0
Vigota de concreto protendido (VP)	40,0
Vigota treliçada (VT)	42,0

No capítulo 3 deste trabalho, foram apresentadas as recomendações da NBR 6118:2003 para o cálculo à flexão e cisalhamento das lajes nervuradas (moldadas no local ou com vigotas pré-fabricadas) dependendo do espaçamento (intereixo) entre nervuras.

#### **b) Largura da mesa ou largura colaborante ( $b_f$ )**

A largura da mesa ( $b_f$ ) é função do intereixo adotado, e deverá ser verificado, no dimensionamento da nervura, se toda ela colabora na resistência às tensões de compressão no concreto.

As recomendações da NBR 6118:2003 para o cálculo da largura colaborante  $b_f$  de viga de seção transversal em forma de “T”, já foram apresentadas no capítulo 3 deste trabalho.

#### **c) Largura das nervuras ( $b_w$ )**

A largura das nervuras ( $b_w$ ) é o parâmetro que menos sofre variação no projeto deste tipo de laje.

Nas lajes em que se utilizam vigotas com armadura em treliça (vigota treliçada), a largura das nervuras é igual à largura do elemento pré-fabricado de concreto, normalmente 12 cm ou 13 cm, descontando-se 1,5 cm de cada lado para apoio dos elementos de enchimento. Com isto, normalmente, têm-se nervuras com largura de

9 cm ou 10 cm; valores maiores só se justificam quando a densidade de armadura é grande, ou a força cortante na nervura for elevada. Esta segunda situação normalmente acontece quando se tem parede de alvenaria, transversal às nervuras, muito próximas ao apoio da laje. É importante destacar que quando for necessário aumentar a largura das nervuras, deve-se lembrar de aumentar também a largura do elemento pré-fabricado de concreto para que se mantenha um espaço mínimo de apoio dos elementos de enchimento sobre a mesma; recomenda-se que esse espaço não seja inferior a 1,5 cm.

De acordo com a NBR 6118:2003, a largura das nervuras não deve ser inferior a 5cm, não sendo permitido o uso de armadura de compressão em nervuras de espessura inferior a 8cm, conforme mencionado anteriormente.

#### d) Altura do elemento de enchimento ( $h_e$ )

Em função das alturas padronizadas previstas para os elementos de enchimento, a NBR 14859-1:2002 prescreve as alturas totais das lajes pré-fabricadas; estes valores são apresentados na tabela 4.2. Outras dimensões podem ser utilizadas, desde que atendidas todas as disposições da referida norma e que fornecedor e comprador estejam de acordo. Posteriormente serão apresentadas as demais dimensões padronizadas previstas para os elementos de enchimento (largura, dimensões das abas de encaixe, etc.).

**TABELA 4.2 Alturas totais de lajes nervuradas com vigotas pré-fabricadas em função das alturas padronizadas dos elementos de enchimento**

Altura do elemento de enchimento ( $h_e$ ) (cm)	Altura total da laje (h) (cm)
7,0	10,0; 11,0; 12,0
8,0	11,0; 12,0; 13,0
10,0	14,0; 15,0
12,0	16,0; 17,0
16,0	20,0; 21,0
20,0	24,0; 25,0
24,0	29,0; 30,0
29,0	34,0; 35,0

**e) Altura da vigota ( $h_v$ )**

No caso de vigotas pré-fabricadas com armadura em treliça, a definição da altura da vigota (distância entre o plano inferior do elemento pré-fabricado de concreto e o topo do banzo superior da treliça) depende principalmente da necessidade ou não de armadura de cisalhamento na laje.

Quando as nervuras necessitam de armadura de cisalhamento, a própria armadura lateral da treliça (diagonais) desempenhará essa função, recomendando-se nesse caso que a barra do banzo superior da treliça fique cerca de 1,5 cm a 2,0 cm abaixo da face superior da laje; nesse caso a altura da treliça, e conseqüentemente a altura da vigota, passam a depender da altura da laje.

Quando as nervuras não necessitam de armadura de cisalhamento, por sua vez, a armadura lateral da treliça será apenas construtiva, e a altura da treliça não fica vinculada à altura da laje. Neste caso, a altura escolhida para a treliça definirá tão somente a capacidade portante da vigota durante a fase de montagem; alturas de treliça maiores permitirão adotar um espaçamento maior entre linhas de escora. Normalmente se adota nessas situações o valor mínimo que é de 8 cm.

**f) Altura total da laje ( $h$ )**

A altura total da laje ( $h$ ) é resultado da soma da altura do elemento de enchimento ( $h_e$ ) com a espessura da mesa ( $h_c$ ). Na tabela 4.2 já foram indicadas as alturas totais previstas pela NBR 14859-1:2002 para as lajes com vigotas pré-fabricadas.

A altura total da laje é função dos esforços solicitantes que atuam nos seus elementos e das limitações de deslocamentos impostas pelas normas; normalmente escolhe-se a altura total da laje em função do vão e das ações a serem suportadas, comprovando-se no dimensionamento a necessidade ou não de aumentar esta altura.

**g) Altura da mesa ou espessura da capa ( $h_c$ )**

De acordo com a NBR 14859-1:2002, capa é o complemento superior da laje, formada por concreto moldado no local e cuja espessura é medida a partir da face

superior do elemento de enchimento; a capa também é denominada de mesa de compressão (mesa de compressão para momentos fletores positivos).

A espessura da capa é função geralmente da altura total da laje. Conforme visto no capítulo 3, a NBR 6118:2003 limita a espessura da capa (mesa) a um mínimo de 3 cm ou 1/15 da distância entre nervuras caso não haja tubulações horizontais embutidas, e a um mínimo de 4 cm caso existam tubulações embutidas de diâmetro máximo igual a 12,5 mm.

A NBR 14859-1:2002, por sua vez, permite considerar a capa como parte resistente da laje se sua espessura for no mínimo igual a 3,0 cm; no caso da existência de tubulações, a espessura da capa acima destas deverá ser de no mínimo 2,0 cm, conforme prescreve essa norma. Devem ser observados ainda os limites indicados na tabela 4.3 para a espessura mínima da capa, dados pela NBR 14859-1:2002 em função da altura total da laje.

**TABELA 4.3 Espessura mínima da capa para as alturas totais padronizadas**

Altura total da laje (cm)	10	11	12	13	14	16	17	20	21	24	25	29	30	34
Espessura mínima da capa resistente (cm)	3	3	4	4	4	4	4	4	4	4	5	5	5	5

#### 4.4 CLASSIFICAÇÃO DAS LAJES NERVURADAS COM VIGOTAS PRÉ-FABRICADAS

As lajes nervuradas com vigotas pré-fabricadas tradicionalmente têm sido indicadas pela letra grega  $\beta$  seguida de um número, o qual representa a altura total da laje em centímetros; desde os seus primórdios, essa é a classificação que têm sido usada para este tipo de lajes, tanto em projeto como também comercialmente.

Entretanto, a NBR 14859-1:2002 prescreve que a designação da altura padronizada da laje com vigotas pré-fabricadas deve ser composta por sua sigla (LC, LP ou LT), seguida da altura total (h), da altura do elemento de enchimento ( $h_c$ ), seguido do símbolo “+” e da altura da capa ( $h_c$ ), sendo que todos os valores devem ser

expressos em centímetros. Na tabela 4.4, mostram-se exemplos de como as lajes com vigotas pré-fabricadas devem ser classificadas de acordo com a NBR 14859-1:2002; nessa tabela as siglas LC, LP e LT, conforme prescreve essa norma, faz referencia às lajes nervuradas com vigotas pré-fabricadas de concreto armado (laje tipo trilho), de concreto protendido (laje tipo trilho) e de concreto armado e com armadura em treliça (laje treliçada), respectivamente.

**TABELA 4.4 Exemplos da designação da altura padronizada de lajes nervuradas com vigotas pré-fabricadas**

Genérico	Exemplos
LC h ( $h_e + h_c$ )	LC 11 (7+4)
LP h ( $h_e + h_c$ )	LP 12 (8+4)
LT h ( $h_e + h_c$ )	LT 30 (24+6)

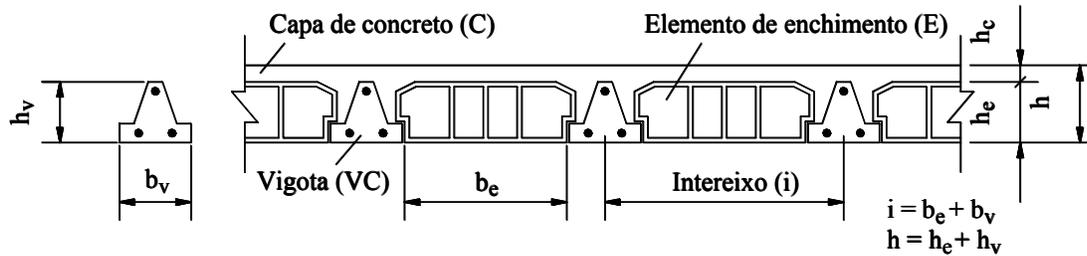
## 4.5 MATERIAIS CONSTITUINTES DAS LAJES NERVURADAS COM VIGOTAS PRÉ-FABRICADAS

Os materiais que compõem as lajes nervuradas com vigotas pré-fabricadas e possibilitam que elas atendam às necessidades de vãos, ações a serem suportadas, condições estáticas (simplesmente apoiadas, em balanço, contínuas), etc., são descritos a seguir.

### a) Elementos lineares pré-fabricados

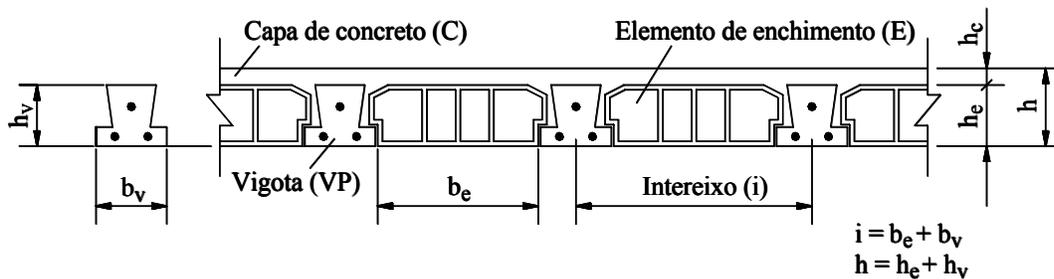
O elemento linear pré-fabricado, também chamado de vigota pré-fabricada, tem função resistente, obtida da associação do concreto com armaduras; esses elementos são moldados com concreto de resistência característica à compressão ( $f_{ck}$ ) igual a 20 MPa ou superior, têm formato e dimensões constantes e são produzidos em mesas vibratórias com fôrmas metálicas. O elemento linear pré-fabricado e a capa trabalham como uma só peça, formando a seção resistente da laje, que para efeito de cálculo é admitida como tendo a forma de um “T”. Os elementos lineares pré-fabricados, de acordo com a NBR 14859-1:2002, podem ser de três tipos:

- vigotas de concreto armado (VC): com seção de concreto usualmente formando um “T” invertido (vigota tipo trilho), com armadura passiva totalmente envolta pelo concreto da vigota; são utilizadas para compor as lajes de concreto armado (LC) (figura 4.3);



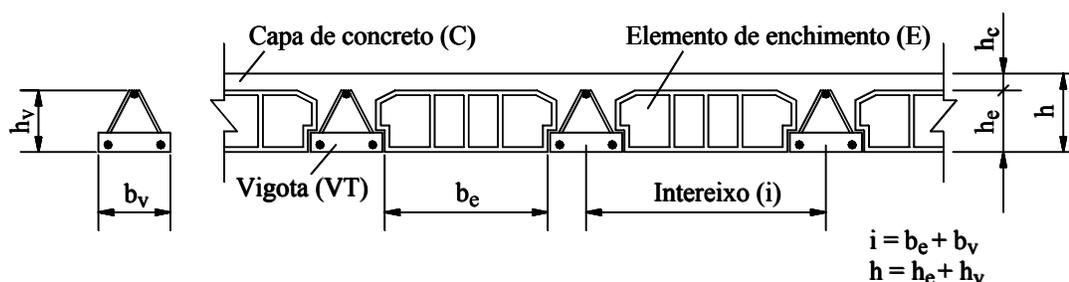
**FIGURA 4.3. Laje nervurada com vigotas de concreto armado (LC)**

- vigotas de concreto protendido (VP): com seção de concreto usualmente formando um “T” invertido (vigota tipo trilho), com armadura ativa pré-tensionada totalmente envolta pelo concreto da vigota; são utilizadas para compor as lajes de concreto protendido (LP) (figura 4.4);



**FIGURA 4.4. Laje nervurada com vigotas de concreto protendido (LP)**

- vigotas treliçadas (VT): com seção de concreto formando uma placa (elemento pré-fabricado de concreto, de seção transversal retangular), com armadura treliçada (conforme NBR 14862:2002), parcialmente envolta pelo concreto da vigota, e devendo, quando necessário, ser complementada com armadura passiva inferior de tração totalmente envolta pelo concreto da nervura; são utilizadas para compor as lajes treliçadas (LT) (figura 4.5).



**FIGURA 4.5. Laje nervurada com vigotas de concreto armado treliçadas (LT)**

A NBR 14859-1:2002 adota como tolerância dimensional, para  $b_v$  e  $h_v$ ,  $\pm (5,0)$  mm, para todos os tipos de vigotas.

A seção transversal em forma de “T” invertido das vigotas pré-fabricadas do tipo trilho, e a treliça espacial da vigota treliçada, têm a finalidade de enrijecer o elemento pré-fabricado com vistas a transporte e posicionamento na obra.

Conforme a NBR 14859-1:2002, nas vigotas de concreto armado (VC) exige-se a colocação de espaçadores distanciados em no máximo 50,0 cm, com a finalidade de garantir o posicionamento das armaduras durante a sua concretagem.

De acordo com a NBR 14859-1:2002, as vigotas pré-fabricadas devem ter uma largura mínima tal que permita a execução das nervuras de concreto complementar com largura mínima equivalente de 4,0 cm, quando montadas em conjunto com os elementos de enchimento.

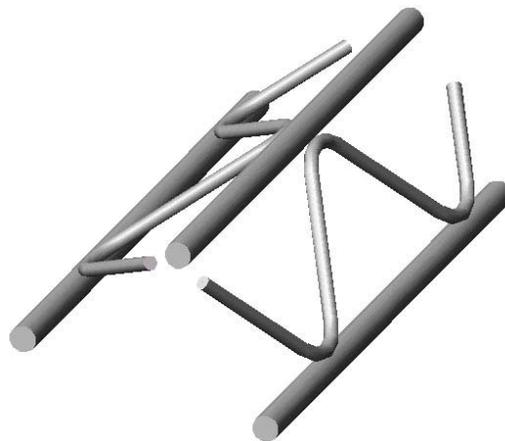
O elemento pré-fabricado de concreto das vigotas treliçadas, onde se alojam as barras inferiores da treliça, normalmente têm largura de 12 cm ou de 13 cm, e altura da ordem de 3 cm.

A armadura das vigotas em concreto armado do tipo trilho é apenas longitudinal, e pode ser composta por fios ou barras de aço destinados a armaduras para concreto armado (que atendam as especificações da NBR 7480:1996). Essa armadura é colocada na parte inferior da vigota para resistir as tensões de tração por ação de momentos fletores positivos, retineamente; eventualmente, também se utiliza uma armadura superior construtiva.

A armadura das vigotas em concreto protendido do tipo trilho também é apenas longitudinal, e é composta por fios de aço para concreto protendido (que

atendam as especificações da NBR 7482:1991). Essa armadura é colocada na parte inferior e superior da vigota, retilineamente, e destina-se à produção das forças de protensão.

A armadura das vigotas em concreto armado do tipo treliça, por sua vez, é composta por uma treliça espacial pré-fabricada (armadura treliçada). Essa treliça é constituída por dois fios de aço paralelos na base (banzo inferior) e um fio de aço no topo (banzo superior), interligados por eletrofusão aos dois fios de aço diagonais (sinusóides), com espaçamento regular (passo) (figura 4.6). Os fios de aço do banzo inferior da treliça são necessários para resistir as tensões de tração por ação dos momentos fletores positivos, enquanto que o do banzo superior não é considerado nos cálculos, sendo empregado apenas por facilidade de fabricação e também para limitar as aberturas de fissuras que possam ocorrer no transporte da vigota. As diagonais da treliça podem funcionar como armadura de cisalhamento, e proporcionam uma excelente ligação entre o concreto da vigota e o concreto moldado no local.



**FIGURA 4.6. Armadura pré-fabricada (treliça espacial) da vigota treliçada**  
([www.comunidadeconstrucao.com.br](http://www.comunidadeconstrucao.com.br))

De acordo com a NBR 14862:2002, as armaduras treliçadas devem ser designadas pela abreviatura de armadura treliçada (TR), seguido da altura (em centímetros, sem casas decimais) e do diâmetro dos fios que as compõem (banzo superior, diagonais e banzo inferior, respectivamente, em milímetros, sem casas decimais); caso seja utilizado aço CA-50 para alguma das partes da treliça (banzo

inferior, diagonais ou banzo superior), deve-se acrescentar a letra “A” em seguida ao número indicativo da bitola correspondente, porém, se a armadura for composta integralmente por aço CA-60, não há nenhuma designação. Assim, como exemplo, uma armadura treliçada composta integralmente por aço CA-60, com 20,0 cm de altura, banzo superior com 10,0 mm, diagonal (sinusóide) com 6,0 mm e banzo inferior com 9,5 mm, será designada TR201069; neste mesmo exemplo, utilizando aço CA-50 apenas para o banzo superior, a armadura treliçada será designada TR2010A69.

O aço para fins de utilização em lajes com vigotas pré-fabricadas deve atender as exigências da tabela 4.5, indicadas na NBR 14859-1:2002. Outras dimensões, desde que superiores à mínima padronizada, podem ser utilizadas, mediante acordo prévio e expresso entre fornecedor e comprador.

**TABELA 4.5 Aço para utilização em lajes com vigotas pré-fabricadas**

<b>Produto</b>	<b>Norma</b>	<b>Diâmetro nominal mínimo (mm)</b>	<b>Diâmetro nominal máximo (mm)</b>
Barras/fios de aço CA-50 / CA-60	NBR 7480:1996	6,3 (CA-50) 4,2 (CA-60)	20,0 (CA-50) 10,0 (CA-60)
Tela de aço eletrossoldada	NBR 7481:1990	3,4	-
Fios de aço para protensão	NBR 7482:1991	3,0	-
Cordoalhas de aço para protensão	NBR 7483:1991	3 x 3,0	-
Armadura treliçada eletrossoldada	NBR 14862:2002	Diagonal: 3,4 Banzo superior: 6,0 Banzo inferior: 4,2	Diagonal: 7,0 Banzo superior: 12,5 Banzo inferior: 12,5

#### **b) Elementos de enchimento**

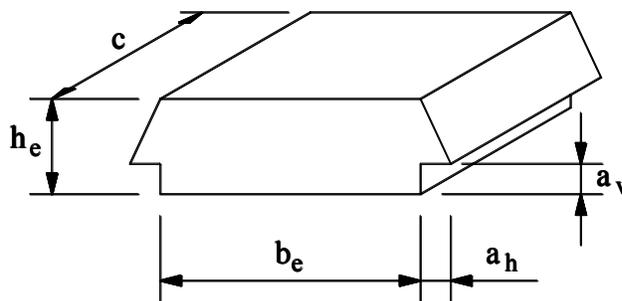
Neste tipo de lajes, assim como para as lajes nervuradas moldadas no local, o elemento de enchimento normalmente fica incorporado na laje, e pode ser composto de blocos cerâmicos (lajota cerâmica), blocos de concreto comum, blocos de concreto celular, blocos de poliestireno expandido (EPS) ou outros suficientemente rígidos que não produzam danos ao concreto nem às armaduras; esses elementos podem ser maciços ou vazados.

Os elementos de enchimento devem apresentar face inferior plana, e faces laterais providas de abas de encaixe para apoio nas vigotas pré-fabricadas. Devem estar isentos de partes quebradas e trincas que permita a fuga do concreto complementar ou que comprometa o seu desempenho. Os elementos de enchimento devem manter íntegras as suas características durante a sua utilização.

Respeitando o que se indica na NBR 14859-1:2002, os elementos de enchimento utilizados na construção de lajes com vigotas pré-fabricadas, de concreto armado ou protendido, devem ter as dimensões padronizadas definidas na tabela 4.6 e figura 4.7 indicadas a seguir.

**TABELA 4.6 Dimensões padronizadas dos elementos de enchimento (medidas em centímetros)**

<b>Altura (<math>h_e</math>) nominal</b>	7,0 (mínima); 8,0; 9,5; 11,5; 15,5; 19,5; 23,5; 28,5	
<b>Largura (<math>b_e</math>) nominal</b>	25,0 (mínima); 30,0; 32,0; 37,0; 39,0; 40,0; 47,0; 50,0	
<b>Comprimento (<math>c</math>) nominal</b>	20,0 (mínimo); 25,0	
<b>Abas de encaixe</b>	( $a_v$ )	3,0
	( $a_h$ )	1,5



**FIGURA 4.7. Elemento de enchimento**

Utilizando materiais de enchimento leves como o concreto celular e o poliestireno expandido (EPS), além de possibilitarem lajes de menor peso próprio, pode-se também ter intereixos maiores, os quais tendem a conduzir a menores volumes de concreto em função da redução do número de nervuras; estes dois materiais apresentam ainda a vantagem de poderem ser recortados facilmente nas dimensões desejadas, com serras ou serrotes, não se quebrando.

A figura 4.8 mostra uma laje nervurada com vigotas treliçadas e com blocos de concreto celular utilizados como elementos de enchimento. A figura 4.9 mostra uma laje, também com vigotas treliçadas, mas neste caso com blocos de poliestireno expandido (EPS) utilizados como elementos de enchimento.



**FIGURA 4.8. Laje com vigotas treliçadas e com blocos de concreto celular**  
([www.comunidadeconstrucao.com.br](http://www.comunidadeconstrucao.com.br))



**FIGURA 4.9. Laje com vigotas treliçadas e com blocos de poliestireno expandido**  
([www.comunidadeconstrucao.com.br](http://www.comunidadeconstrucao.com.br))

**c) Concreto complementar (concreto de capeamento) e das vigotas**

O concreto complementar (concreto da capa e de parte da nervura), lançado na obra, deve se ligar ao concreto da vigota pré-fabricada formando uma estrutura de concreto única (monolítica) e sem planos de deslocamento. Esse concreto

tem importância fundamental, pois dará a forma final da seção transversal e será um dos elementos básicos de resistência da estrutura, formando a região comprimida da laje (mesa de compressão); deverá possuir resistência característica à compressão mínima de 20 MPa, que é a resistência mínima especificada pela NBR 6118:2003 para o concreto estrutural.

A qualidade do concreto empregado para a moldagem das vigotas pré-fabricadas deve ser tal que não comprometa sua principal função que é a de posicionar e proteger a armadura longitudinal de tração contra a corrosão; é aconselhável sempre se evitar o uso de vigotas com vazios (“bicheiras”). O concreto das vigotas, a exemplo do concreto complementar, deverá possuir resistência característica à compressão mínima de 20 MPa, conforme prescreve a NBR 14859-1:2002.

#### **d) Armadura complementar**

A armadura complementar é toda armadura adicionada na obra, durante a montagem da laje; esta armadura, assim como a das vigotas pré-fabricadas, também deve ser especificada no projeto estrutural da laje. A armadura complementar pode ser longitudinal, transversal, de distribuição, superior de tração, e outras; todas essas armaduras são previstas pela NBR 14859-1:2002.

A armadura longitudinal complementar é admitida apenas em lajes com vigotas treliçadas, quando da impossibilidade de integrar na vigota treliçada toda a armadura passiva inferior de tração necessária.

A armadura transversal, por sua vez, é aquela que compõe a armadura das nervuras transversais (nervuras perpendiculares às principais).

A armadura de distribuição, por sua vez, é posicionada na capa de concreto (parte superior da laje) nas direções transversal e longitudinal, para a distribuição das tensões oriundas de ações concentradas e também para o controle da fissuração; essa armadura pode ser montada com barras distribuídas uniformemente entre os elementos de enchimento e a capa (mesa da laje), e também com tela soldada. De acordo com a NBR 14859-1:2002, a armadura de distribuição deve ter seção de no mínimo  $0,9 \text{ cm}^2/\text{m}$  para aços CA-25 e de  $0,6 \text{ cm}^2/\text{m}$  para os aços CA-50 e CA-60 e tela soldada contendo pelo menos três barras por metro (tabela 4.7).

**TABELA 4.7** Área mínima e quantidade de armadura de distribuição

Aço	Área mínima	Número de barras/m	
		Ø 5,0 mm	Ø 6,3 mm
CA-25	0,9 cm <sup>2</sup> /m	5	3
CA-50, CA-60 e tela soldada	0,6 cm <sup>2</sup> /m	3	3

A armadura superior de tração, por sua vez, é utilizada nos casos em que se pretende a continuidade entre lajes contíguas e em lajes em balanços. Essa armadura é composta principalmente por barras, mas também é possível de ser montada em tela soldada; ela é colocada na capa de concreto (parte superior da laje), sobre os apoios, nas extremidades das vigotas e no mesmo alinhamento das nervuras longitudinais, com a função de resistir às tensões de tração por ação de momentos fletores negativos que aí ocorrem.

#### **4.6 COMPORTAMENTO ESTRUTURAL DAS LAJES NERVURADAS COM VIGOTAS PRÉ-FABRICADAS**

As lajes nervuradas com vigotas pré-fabricadas apresentam um comportamento estrutural diferente do comportamento de placas de espessura constante (laje maciça), pois em princípio elas podem ser entendidas como a associação de diversas vigas, arranjadas em uma única direção ou em duas direções ortogonais.

Por essa razão, o comportamento estrutural da laje nervurada pré-fabricada unidirecional, que é a mais usual, aproxima-se mais do comportamento de vigas (simplesmente apoiadas ou, em algumas situações, contínuas), do que das lajes maciças, embora a capa possa proporcionar um pequeno efeito de placa a esse conjunto; assim, essas lajes trabalham preferencialmente em uma única direção e, em princípio, transmitem as ações apenas para as vigas ou paredes nas quais as vigotas pré-fabricadas se apóiam. Pelo fato de trabalhar em apenas uma direção, a laje pré-fabricada unidirecional apresenta maiores esforços solicitantes e deformações que a laje maciça, o que caracteriza uma desvantagem frente a estas.

O cálculo dos esforços solicitantes (momento fletor e força cortante) e dos deslocamentos transversais para as lajes pré-fabricadas unidirecionais normalmente

é feito considerando as nervuras como um conjunto de vigas paralelas que trabalham independentes; dependendo do número de apoios, as nervuras podem ser simplesmente apoiadas nas extremidades, contínuas, ou com balanços.

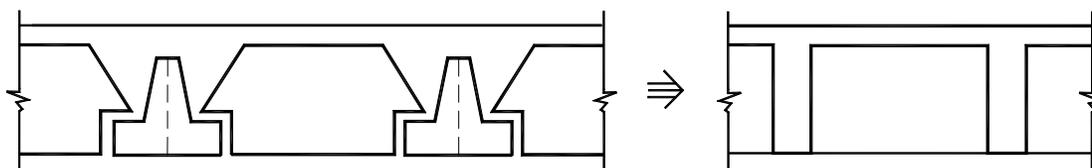
Desde que sejam utilizadas vigotas pré-fabricadas com armadura em treliça, pode-se construir nervuras transversais com função resistente, tendo-se assim lajes armadas nas duas direções (laje pré-fabricada bidirecional), com comportamento semelhante ao de uma grelha. Assim como para as lajes nervuradas moldadas no local armadas em duas direções, um processo que normalmente se emprega para o cálculo dos esforços solicitantes e dos deslocamentos transversais para este tipo de laje é o da grelha equivalente, onde as nervuras fazem o papel das barras dessa grelha; para utilizar este processo, em virtude do grande número de nervuras que estas lajes normalmente apresentam, tendo-se assim grelhas com grande número de nós e de barras, é necessário o emprego de um programa computacional.

As lajes bidirecionais, quando convenientemente projetadas, apresentam um comportamento estrutural melhor do que as lajes unidirecionais. Pelo fato de distribuírem as ações em duas direções, apresentam menores esforços solicitantes e deformações transversais, diminuindo conseqüentemente a altura total da laje e o consumo de concreto e armadura, além de carregarem as vigas ou paredes do contorno de modo mais uniforme. Além disso, as lajes pré-fabricadas armadas em duas direções são mais rígidas do que as armadas em uma direção.

Apesar das vantagens proporcionadas pelas lajes pré-fabricadas bidirecionais, deve-se ressaltar que nem todo painel de laje pode ser armado e funcionar de forma bidirecional. Para que este efeito seja notado, é importante que a relação entre os vãos em direções ortogonais seja aproximadamente igual a um, isto é, a laje tenha em planta uma geometria aproximadamente quadrada.

Nas lajes pré-fabricadas do tipo bidirecional, a exemplo das do tipo unidirecional, as nervuras podem ser simplesmente apoiadas, contínuas, ou com balanços.

No cálculo das lajes nervuradas com vigotas pré-fabricadas, tanto para a do tipo unidirecional como para a do tipo bidirecional, normalmente adota-se a seção transversal em forma “T” para as nervuras, sem qualquer contribuição do material de enchimento na resistência do conjunto (figura 4.10).



**FIGURA 4.10.** Seção transversal da laje e o respectivo modelo adotado

#### **4.7 AÇÃO DA LAJE NERVURADA COM VIGOTAS PRÉ-FABRICADAS NOS SEUS APOIOS**

Conforme já destacado, as lajes nervuradas unidirecionais são as de uso mais freqüente na construção de pavimentos de edificações. Nesse sistema as vigotas pré-fabricadas são dispostas em uma única direção, geralmente a do menor vão da laje, e apoiadas apenas nas suas extremidades, de tal modo que a maior parte da ação atuante na laje é recebida pelas vigas ou paredes nas quais as vigotas se apóiam; na prática tem sido usual admitir que a ação das lajes nervuradas com vigotas pré-fabricadas ocorre apenas nos apoios das vigotas, não considerando qualquer ação das lajes nas vigas ou paredes paralelas às vigotas.

Entretanto, CARVALHO & FIGUEIREDO FILHO (2004) apontam que a capa de concreto confere rigidez, mesmo que pequena, ao pavimento na outra direção, propiciando que também as vigas ou paredes paralelas às vigotas recebam uma parcela das ações provenientes da laje. Analisando diversos exemplos de pavimentos (de geometria praticamente quadrada) compostos por lajes pré-fabricadas unidirecionais apoiadas no contorno em vigas, pelo processo da grelha equivalente, estes autores verificaram que de fato as vigas paralelas às nervuras também recebem uma parcela das ações atuantes no pavimento; em função dos resultados obtidos para os vários casos estudados, estes autores recomendam, em princípio, que de 25% a 30% da ação total seja transmitida a essas vigas, porém ressaltam que esses valores recomendados são limites, o que pode resultar em vigas com ações maiores do que o real para particulares situações. Na composição das grelhas equivalentes analisadas, as nervuras foram representadas pelos elementos da menor direção, e a capa de concreto, pelos elementos da maior direção. Nas análises procurou-se verificar a influência da geometria do painel,

da relação entre a rigidez dos trilhos pré-fabricados (de concreto armado) e da capa, e da deslocabilidade das vigas de apoio e da inércia da capa (para simular a influência da fissuração desses elementos), nos valores das reações nas vigas de apoio.

Estes autores destacam ainda que quando se considera uma fração da ação para uma direção, o valor para a outra direção automaticamente fica fixado, pois a soma das ações deve resultar na ação total sobre o pavimento. Assim ao se optar, por exemplo, em usar 80% da ação total nas vigas da direção  $x$  e este valor estiver a favor da segurança (for maior que o real) na outra direção estará sendo considerada ação menor que a real. Dessa maneira, a favor da segurança, recomendam ainda que nas vigas perpendiculares aos elementos seja admitido que atue toda a ação proveniente da laje, e nas vigas paralelas 25% a 30% dessa ação, ou seja, nos cálculos de todas as vigas de apoio será empregada uma ação maior que a total atuante.

#### **4.8 DIMENSIONAMENTO À FLEXÃO DE LAJES NERVURADAS COM VIGOTAS PRÉ-FABRICADAS**

Para o dimensionamento à flexão de lajes nervuradas com vigotas pré-fabricadas e do tipo unidirecional, é necessário que se determine inicialmente o momento fletor máximo atuante nas nervuras, e para isso é preciso analisar separadamente as situações de nervuras simplesmente apoiadas nas extremidades, daquelas de nervuras com apoios intermediários ou com balanços; embora a capa da laje possa proporcionar um pequeno efeito de placa ao conjunto, normalmente têm-se recomendado que o momento fletor máximo atuante nas nervuras seja calculado, a favor da segurança, como o de um elemento linear isolado, ou seja, como o de uma viga bi-apoiada ou contínua, dependendo do número de apoios das nervuras.

Assim, para o caso de lajes pré-fabricadas do tipo unidirecional com nervuras simplesmente apoiadas nas extremidades, o momento fletor positivo máximo atuante nas nervuras é obtido pela seguinte expressão:

$$M_{\text{máx}} = \frac{(g + q) \cdot \lambda^2}{8} \quad (4.1)$$

onde:

$g$  é a ação permanente atuante na nervura, por metro linear;

$q$  é a ação variável atuante na nervura, por metro linear;

$\lambda$  é o vão teórico da nervura, normalmente admitido como sendo a distância entre os eixos dos apoios da nervura.

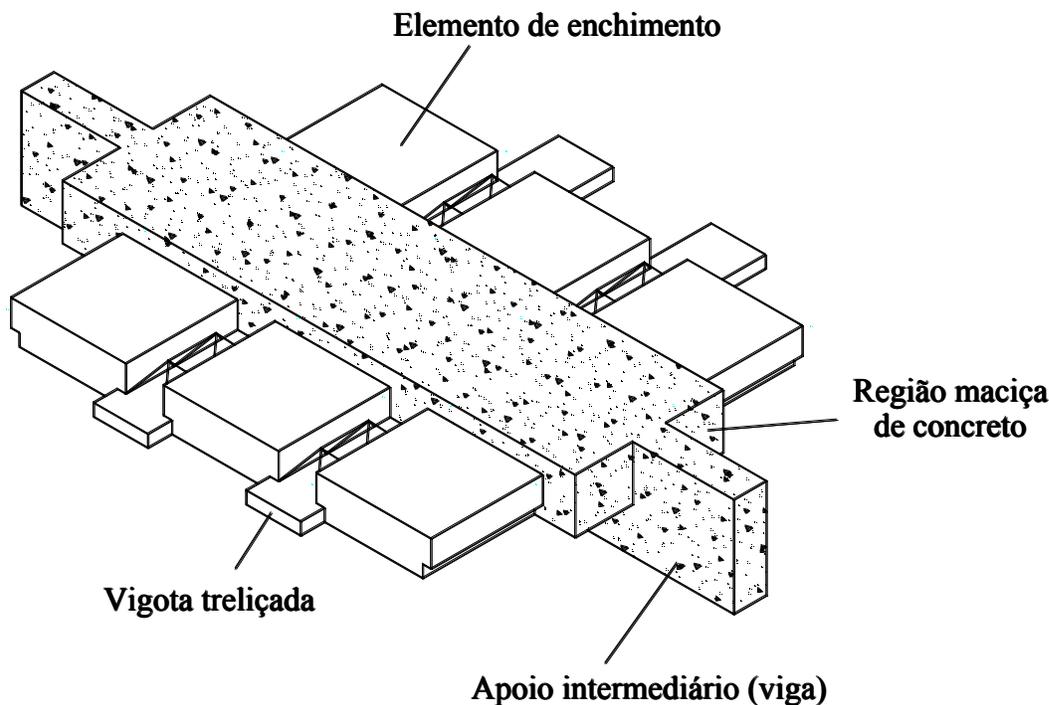
Conhecendo o máximo momento fletor positivo atuante nas nervuras, as dimensões da seção transversal das mesmas e as características mecânicas do concreto e do aço, é possível determinar a armadura longitudinal necessária, e então detalhá-la; essa armadura deve ser colocada na parte inferior da seção transversal da nervura, para resistir às tensões de tração que aí ocorrem.

Conforme já destacado, no cálculo das lajes nervuradas com vigotas pré-fabricadas normalmente adota-se a seção transversal em forma de “T” para as nervuras, a qual resiste melhor aos momentos positivos que aos negativos, pois a região de concreto disponível junto à borda inferior da seção (região comprimida para momento negativo) é bem menor que a região junto à borda superior.

Assim, em lajes contínuas, junto aos apoios intermediários das nervuras, nem sempre é possível obter regiões comprimidas suficientes para resistir ao momento negativo total encontrado pelo cálculo elástico, ocorrendo então a plastificação do concreto, com o surgimento de uma rótula plástica no apoio. Em decorrência da plastificação do concreto, não é possível definir com exatidão qual o momento fletor negativo a considerar no cálculo, pois a hipótese de comportamento elástico não corresponde à situação real; caso, mesmo assim, se decida dimensionar a laje para os valores do momento negativo obtidos do cálculo elástico, este procedimento poderá levar a valores de momentos positivos menores que os realmente atuantes.

Na prática, em razão da grande dificuldade em determinar um valor exato para o momento fletor negativo, tem sido usual admitir que os elementos lineares pré-fabricados sejam sempre simplesmente apoiados, o que resulta em momentos positivos maiores que em elementos contínuos; para um mesmo carregamento, isso resulta em seções maiores ou em limitação do vão a ser vencido, além de ocorrer deslocamentos transversais maiores.

Entretanto, pretendendo-se aproveitar as vantagens da continuidade, uma solução apontada por FURLAN JUNIOR et al. (2002) para obter regiões comprimidas suficientes para resistir ao momento fletor negativo total encontrado pelo cálculo elástico, é a adoção de seção maciça de concreto junto ao apoio intermediário das nervuras (figura 4.11); essa região maciça é obtida substituindo o material de enchimento por concreto, exigindo-se o uso de fôrma e escoramento para a sua concretagem.



**FIGURA 4.11. Região maciça da laje sobre o apoio intermediário (apoio interno)**

Outra possibilidade é considerar que o momento fletor negativo no apoio intermediário diminua até um valor correspondente à resistência da seção nesse apoio (ou uma parcela deste valor, ou ainda, um valor obtido experimentalmente) e, em seguida, considerar a redistribuição dos esforços ao longo da nervura (entre os apoios), para verificar se o máximo momento fletor positivo solicitante que assim resulta não ultrapassa o máximo momento resistido na seção de momento positivo.

No capítulo 6 deste trabalho, conforme já foi destacado, será apresentado um exemplo ilustrativo de laje nervurada unidirecional com vigotas pré-fabricadas,

admitindo os elementos lineares pré-fabricados como simplesmente apoiados; em FLÓRIO (2004) pode-se encontrar um exemplo de dimensionamento à flexão de uma laje nervurada unidirecional contínua com vigotas pré-fabricadas.

#### **4.9 VERIFICAÇÃO AO CISALHAMENTO DAS LAJES NERVURADAS COM VIGOTAS PRÉ-FABRICADAS**

A verificação ao cisalhamento e o cálculo da armadura transversal nas lajes nervuradas com vigotas pré-fabricadas podem ser feitos como em vigas, pois conforme já foi dito, as nervuras podem ser consideradas como vigas simplesmente apoiadas ou como vigas contínuas.

Entretanto, pelas dificuldades de se colocar essa armadura nas nervuras, que são elementos de pequena altura e, também de pequena largura, não é o comum o seu emprego; isso é possível e permitido pelas normas se as lajes nervuradas com vigotas pré-fabricadas forem consideradas como lajes nervuradas moldadas no local de concreto armado, o que não deixa de ser correto, pois é possível admitir que as características de concreto pré-fabricado, nesses casos, são apenas transitórias, antes da concretagem da capa da laje.

Assim, conforme visto no capítulo 3 deste trabalho, dependendo do espaçamento entre eixos de nervuras, a NBR 6118:2003 permite utilizar os critérios de laje para a verificação do cisalhamento na região das nervuras, ou então as nervuras devem ser verificadas ao cisalhamento como vigas; se forem verificadas utilizando os critérios de laje, as nervuras podem prescindir de armadura transversal para resistir as tensões de tração causadas pela força cortante quando a força cortante solicitante de cálculo ( $V_{Sd}$ ) for menor ou igual à resistência de projeto ao cisalhamento ( $V_{Rd1}$ ).

A instrução espanhola EF-96, por sua vez, prescreve que as lajes nervuradas com vigotas pré-fabricadas podem ser construídas sem armadura transversal se a força cortante última nas nervuras, calculada conforme se indica nessa instrução, for maior ou igual a cortante de cálculo. Caso contrário, pode-se aumentar as dimensões das nervuras ou colocar armadura transversal; nas vigotas com armadura treliçada permite-se considerar a colaboração das diagonais da treliça na resistência a força cortante se a barra superior estiver localizada a menos de 4 cm da face superior da laje.

As prescrições da instrução espanhola EF-96 para a verificação do estado limite último de solicitações tangenciais para nervuras não protendidas é apresentado a seguir, e indica que nas lajes com nervuras pré-fabricadas a força cortante de cálculo  $V_c$  em cada nervura deverá ser menor que os seguintes valores:

**a) Ruína por compressão oblíqua da nervura**

$$V_c \leq V_{u1} = 0,3 \cdot f_{cd} \cdot b_w \cdot d \quad (4.2)$$

**b) Ruína por tração oblíqua da nervura**

• **Sem armadura transversal**

$$V_c \leq V_{u2} = \xi \cdot \zeta \cdot f_{cv} \cdot b_w \cdot d \quad (4.3)$$

• **Com armadura transversal**

$$V_c \leq V_{u3} = [f_{cv} \cdot b_w \cdot d + 0,9 \cdot f_{td} \cdot A_t \cdot (\operatorname{sen}\alpha + \operatorname{cos}\alpha)] \cdot d \quad (4.4)$$

em que:

- $b_w$  é a largura mínima da nervura;
- $d$  é altura útil da laje;
- $f_{cd}$  é a resistência de cálculo à compressão do concreto;
- $f_{cv}$  é a resistência nominal de cálculo do concreto ao esforço cortante, igual a  $0,16 \cdot \sqrt{f_{cd}}$ , com  $f_{cd}$  expresso em  $\text{N/mm}^2$ ;
- $\xi = (1,6 - d) \geq 1$ , é um fator adimensional, com  $d$  em metros;
- $\zeta = (1 + 50 \cdot \rho \leq 2)$ , é um fator adimensional, função da taxa geométrica de armadura;
- $A_s$  é a área da armadura de tração;

- $\rho = \frac{A_s}{b_w \cdot d} \cdot \frac{f_{yk}}{410}$ , é a taxa geométrica de armadura;
- $f_{yk}$  é o limite elástico característico da armadura tracionada, em  $\text{N/mm}^2$ ;
- $f_{td} = f_{yk}/\gamma_s \leq 420 \text{ N/mm}^2$ , é a resistência de cálculo à tração do aço da armadura transversal, com o fator  $\gamma_s$  igual a 1,15;
- $A_t$  é a área da armadura transversal, por metro de comprimento da nervura;
- $\alpha$  é o ângulo entre a armadura transversal e o eixo da nervura.

No caso das nervuras com vigotas pré-fabricadas com armação treliçada, embora as diagonais (sinusóides) da treliça espacial colocada neste tipo de vigota possam contribuir para a resistência ao cisalhamento, não é usual contar com essa contribuição. Sendo necessário o uso de armadura transversal nas nervuras, pode-se empregar estribos abertos ou fechados para a mesma.

#### 4.10 CÁLCULO DE FLECHAS NAS LAJES NERVURADAS COM VIGOTAS PRÉ-FABRICADAS

A favor da segurança, sugere-se que o cálculo das flechas nas lajes nervuradas com vigotas pré-fabricadas seja feito admitindo a laje como um conjunto de vigas isoladas (nervuras) e com a consideração da não linearidade do concreto, ou seja, com os efeitos da fissuração e fluência do concreto.

A avaliação de deformação considerando a fissuração pode ser feita analisando as nervuras isoladamente e obedecendo as prescrições da NBR 6118:2003 apresentadas no capítulo 2 deste trabalho para a avaliação aproximada da flecha imediata em vigas e em lajes. Assim, a flecha imediata, ainda sem o efeito da fluência do concreto, para a situação de nervuras simplesmente apoiadas nas extremidades, que é o caso mais comum, pode ser avaliada por meio da seguinte expressão:

$$a = \frac{5 \cdot (g + q) \cdot \lambda^4}{384 \cdot (E \cdot I)_{eq}} \quad (4.5)$$

onde:

$g$  é a ação permanente atuante na nervura, por metro linear;

$q$  é a ação variável atuante na nervura, por metro linear;

$\lambda$  é o vão teórico da nervura;

$(E \cdot I)_{eq}$  é a rigidez equivalente da nervura (ver capítulo 2 deste trabalho).

Por sua vez, a avaliação de deformação transversal considerando o efeito da fluência do concreto (deformação do concreto ao longo do tempo, sob ações permanentes), seguindo recomendação da NBR 6118:2003 também apresentada no capítulo 2 deste trabalho, pode ser feita de maneira aproximada pela multiplicação da flecha imediata obtida para combinação quase permanente-permanente de ações por um fator  $\alpha_f$  que considera as diversas influências neste fenômeno.

O valor da flecha total no tempo infinito será a flecha imediata relativa à ação total (obtida para combinação rara de ações), mais a obtida considerando o efeito da fluência.

O deslocamento transversal de uma nervura pode ser parcialmente compensado pela especificação de uma contraflecha, sempre que necessário. Entretanto, conforme já foi dito, a NBR 6118:2003 indica que a atuação isolada da contraflecha não pode ocasionar um desvio do plano da laje maior que  $\lambda/300$ ; a contraflecha deve ser aplicada nas vigotas pré-fabricadas durante a fase de montagem da laje, elevando o escoramento.

Para que se possa usar determinada laje com vigotas pré-fabricadas sem ter que efetuar todo o cálculo, na prática, o engenheiro costuma fazer o uso de tabelas fornecidas pelas empresas fabricantes deste tipo de lajes; ressalta-se que a maioria destas tabelas fornecidas por fabricantes não leva em conta os efeitos da fissuração e deformação lenta do concreto (fluência), o que pode conduzir a grandes erros na escolha da laje mais adequada para uma determinada situação. A fissuração e a fluência conduzem a valores de flechas bem superiores àqueles obtidos admitindo o comportamento linear para o concreto, conforme poderá ser observado em exemplos que serão apresentados no capítulo 6 deste trabalho.

#### 4.11 INDICAÇÕES GERAIS SOBRE A CONSTRUÇÃO DE LAJES NERVURADAS COM VIGOTAS PRÉ-FABRICADAS

A qualidade e o desempenho estrutural das lajes nervuradas com vigotas pré-fabricadas dependem, em grande parte, de como é desenvolvida cada etapa do processo construtivo. Com atenção deve ser observado o nível e o acerto do piso que serve de apoio para as escoras, a colocação dos escoramentos, o nível dos apoios das vigotas, a colocação das vigotas, dos elementos de enchimento e das armaduras complementares previstas no projeto, a montagem das instalações prediais embutidas, a limpeza e umedecimento dos elementos da laje antes da concretagem, a instalação de passadiços para o trânsito dos trabalhadores e transporte de concreto, além dos cuidados inerentes ao lançamento, adensamento e cura do concreto complementar, e a retirada dos escoramentos. Na figura 4.12 estão representados, em um mesmo painel, alguns detalhes do processo construtivo deste tipo de lajes.

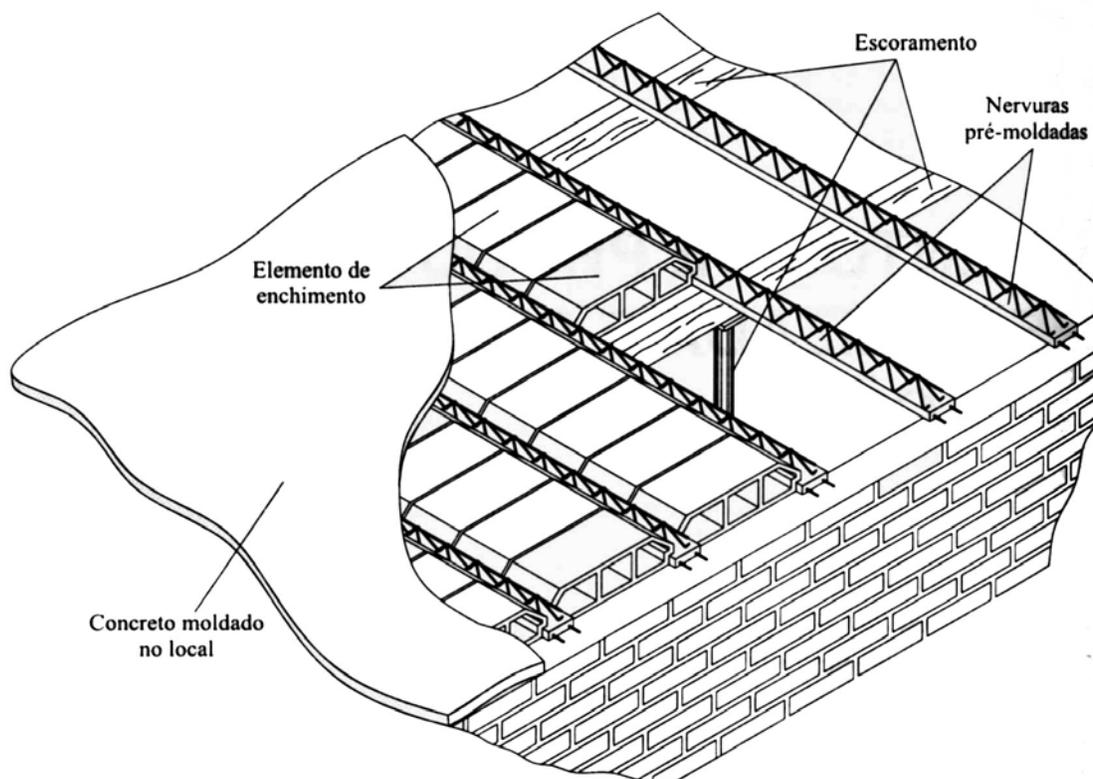


FIGURA 4.12. Detalhes construtivos de laje com vigotas pré-fabricadas (EL DEBS, 2000)

As etapas do processo construtivo de pavimentos de edificações utilizando lajes nervuradas com vigotas pré-fabricadas, podem ser enumeradas da seguinte maneira:

### **Etapa 1: Colocação dos escoramentos**

Nesta etapa, inicialmente, deve ser verificado o nível e o acerto do piso que serve de apoio para as escoras, o qual deve ser resistente, de maneira a não ceder durante a concretagem. Quando o apoio das escoras for o terreno natural, deve-se compactá-lo e apoiar as escoras em tábuas dispostas sobre o mesmo, e não diretamente neste.

O escoramento normalmente é composto por pontaletes e “guias mestres”, ambos podendo ser de madeira ou metálicos, colocados transversalmente às vigotas pré-fabricadas (no sentido contrário ao de montagem das vigotas); os pontaletes devem ser contraventados (travados entre si) transversal e longitudinalmente, de modo a compor uma estrutura que se auto sustente. Atualmente, os escoramentos compostos por elementos de madeira são empregados com maior frequência na construção de pavimentos de edificações de pequeno porte. Na presença de nervuras transversais às principais, devem ser previstas tábuas deitadas sob as mesmas para servirem de fôrma.

Nesta etapa, quando necessário, deve-se aplicar as contraflechas às vigotas pré-fabricadas; as contraflechas devem ser aplicadas por meio do escoramento, elevando-o.

### **Etapa 2: Colocação das vigotas pré-fabricadas**

A colocação das vigotas pré-fabricadas deve ser feita posicionando elementos de enchimento nas extremidades das mesmas como gabarito do espaçamento entre vigotas; no meio do vão, quando este é grande, também se recomenda posicionar elementos de enchimento para delimitar o espaçamento entre vigotas. No vão, as vigotas são apoiadas sobre as linhas de escoramento; nas extremidades, duas situações são possíveis para o apoio das vigotas:

- **apoio das vigotas sobre vigas de concreto armado:** neste caso deve-se apoiar as vigotas sobre as fôrmas das vigas, após estas terem sido alinhadas, niveladas e escoradas, e ter colocado e posicionado as armaduras das vigas no interior das mesmas; recomenda-se que as vigotas penetrem nos apoios pelo menos 5 cm, e no máximo igual à metade da largura da viga. A concretagem das vigas de apoio deve ser simultânea com a da laje;
- **apoio das vigotas diretamente sobre alvenaria:** neste caso deve-se construir vergas de concreto (cinta de solidarização) com a finalidade de proporcionar uma melhor distribuição das ações da laje sobre os painéis de alvenaria, impedindo o aparecimento de trincas na alvenaria; as vigotas devem penetrar nos apoios de modo semelhante ao anterior, e a concretagem das vergas também deve ser simultânea com a da laje.

Com vistas à economia, normalmente apóia-se a primeira fila de elementos de enchimento de um lado sobre a parede ou viga e, de outro, sobre a vigota pré-fabricada. Com isso é possível economizar uma vigota em cada painel de laje, além de facilitar a passagem de tubulações hidráulicas e elétricas embutidas, pois é mais fácil cortar (“quebrar”) um elemento de enchimento do que uma vigota.

### **Etapa 3: Colocação dos elementos de enchimento**

Depois de colocadas todas as vigotas, colocam-se os demais elementos de enchimento; se forem previstas nervuras transversais às principais, deve-se deixar espaço entre os elementos de enchimento para a criação das mesmas. Nesta etapa também se realiza a montagem das instalações embutidas (elétricas, hidráulicas, etc.).

### **Etapa 4: Colocação das armaduras complementares**

Conforme indicação (bitola, quantidade e posição) que deve ser fornecida pelo projetista, nesta etapa realiza-se a montagem das armaduras complementares. Se

forem previstas nervuras transversais às principais, primeiramente devem ser colocadas as armaduras destas nervuras, e na seqüência a armadura de distribuição; quando da utilização de vigota pré-fabricada do tipo treliça, a armadura de distribuição deve ser amarrada no banzo superior da treliça, para impedir que ela saia da posição durante a concretagem. A armadura negativa, disposta transversalmente às vigotas, deve ser colocada após a armadura de distribuição, apoiada e amarrada na mesma por meio de arame.

### **Etapa 5: Limpeza da interface entre os elementos da laje e o concreto a ser lançado**

Antes de proceder a concretagem da capa, é importante que se faça uma limpeza cuidadosa da interface entre os elementos da laje (elementos de enchimento, vigotas, forma das vigas, etc.) e o concreto a ser lançado, evitando-se a presença de qualquer substância (areia, pó, etc.) que possa prejudicar a transferência de esforços entre as superfícies de contato.

### **Etapa 6: Concretagem**

A concretagem da capa da laje deve ser acompanhada de alguns cuidados:

- é importante colocar passadiços (tábuas de madeira) sobre a laje para o trânsito dos trabalhadores e transporte de concreto, evitando que os elementos de enchimento se quebrem ao pisar diretamente sobre os mesmos;
- instalar mestras (guias) de concretagem para “sarrafear” o concreto lançado (concreto complementar);
- antes da concretagem deve ser feito o umedecimento da interface entre os elementos da laje e o concreto a ser lançado, evitando-se, porém, que haja água livre;
- é recomendável que a concretagem seja feita de uma só vez, evitando-se criar juntas de concretagem. Se for inevitável a criação de juntas de concretagem, sua

localização deve ser indicada pelo projetista; normalmente, as juntas de concretagem são necessárias em pavimentos com grandes extensões;

- garantir uma vibração adequada, adensando o concreto suficientemente para que ele penetre no espaço entre os elementos de enchimento e as vigotas, evitando-se a presença de vazios (“bicheiras”) e solidarizando assim a capa com a nervura e formando uma estrutura monolítica;
- é importante se garantir o posicionamento das armaduras da laje durante a concretagem, impedindo que elas se desloquem.

### **Etapa 7: Cura**

A cura deve ser iniciada logo após a concretagem. Geralmente a capa de concreto apresenta alturas pequenas (inferiores a 5 cm), o que faz com que a evaporação da água ocorra de maneira intensa, podendo provocar o aparecimento de fissuras no concreto por retração, o que torna esta etapa de suma importância. É recomendado molhar a superfície da laje de concreto durante pelo menos três dias após a concretagem, várias vezes ao dia.

### **Etapa 8: Retirada do escoramento**

A retirada do escoramento deve seguir o funcionamento estrutural do painel de laje. Assim, nos painéis em que as vigotas pré-fabricadas trabalham simplesmente apoiadas deve-se retirar as escoras do centro para as extremidades das vigotas, e nas lajes em balanço, da extremidade das vigotas para os seus apoios. Nos edifícios de múltiplos pavimentos, o escoramento do piso inferior não deve ser retirado antes do término da laje imediatamente superior; nas lajes de forro, por sua vez, recomenda-se retirar o escoramento da laje somente depois de terminada a montagem da cobertura (telhado). Normalmente, têm-se recomendado que a retirada do escoramento não ocorra antes de pelo menos quatorze dias (duas semanas) contados após a concretagem da laje.

## 4.12 INDICAÇÕES GERAIS SOBRE O PROJETO DE LAJES NERVURADAS COM VIGOTAS PRÉ-FABRICADAS

De uma maneira geral, o projeto de lajes nervuradas com vigotas pré-fabricadas, assim como o de qualquer outro elemento estrutural de concreto armado, consiste basicamente em determinar as ações atuantes, efetuar o cálculo dos esforços solicitantes, dos deslocamentos transversais e das reações de apoio, calcular e detalhar as armaduras necessárias, e efetuar as verificações do estado limite de serviço. De modo que haja segurança adequada, conforto aos usuários e economia, uma série de recomendações prescritas pelas normas vigentes deve ser atendida no projeto deste tipo de lajes.

A seguir, apresenta-se um roteiro com indicações gerais sobre o cálculo e projeto de lajes nervuradas unidirecionais com vigotas pré-fabricadas de concreto armado, que orienta desde a determinação das ações atuantes até as verificações do estado limite de serviço.

### **Etapa 1: Determinação das ações atuantes**

Para escolher a altura total de uma laje nervurada com vigotas pré-fabricadas é preciso, inicialmente, conhecer as ações verticais que nela atuarão. As ações verticais normalmente consideradas no projeto dessas lajes, permanentes e variáveis, são as seguintes:

- peso próprio da laje: é constituído pelo peso da capa, das nervuras e dos elementos de enchimento. Essa ação é admitida uniformemente distribuída na superfície da laje e, normalmente, é fornecida pelo fabricante da laje;
- peso dos revestimentos (inferior, camada de regularização e superior): é avaliado em função da espessura de cada camada de revestimento, com base no peso específico aparente do material que as constituem; o peso de cada camada é obtido multiplicando-se a espessura da mesma pelo peso específico aparente do material de que ela é feita. Essa ação é admitida uniformemente distribuída na superfície da laje. Na tabela 3.4, foi indicado o peso específico aparente de alguns materiais normalmente utilizados nas camadas de revestimentos das lajes;

- carga acidental: refere-se a carregamentos relativos a pessoas, equipamentos, móveis, etc. Salvo casos especiais, essa ação deve ser admitida uniformemente distribuída na superfície da laje, com valores mínimos recomendados para cada local da edificação indicados na NBR 6120:1980; alguns desses valores foram destacados na tabela 3.5.

## **Etapa 2: Escolha do tipo de laje (determinação da altura total da laje)**

Tradicionalmente, para evitar que todo o cálculo seja efetuado, o projetista de estruturas tem feito a escolha das lajes nervuradas com vigotas pré-fabricadas a partir de tabelas fornecidas pelas empresas fabricantes deste tipo de lajes. Nessas tabelas, a partir das ações atuantes na laje, exceto do peso próprio que já é computado, do vão, do elemento de enchimento, do tipo de vigota pré-fabricada e do entreixo (distância entre eixos de vigotas), e em função da altura total da laje (altura do elemento de enchimento mais a espessura da capa), é possível determinar qual a quantidade necessária de armadura a ser utilizada para atendimento da condição de colapso (estado limite último).

Entretanto, como já destacado, a maioria dessas tabelas não leva em conta os efeitos da fissuração e deformação lenta do concreto, o que pode conduzir a grandes erros na escolha da laje mais adequada para uma determinada situação. Diante dessa realidade, sugere-se que estas tabelas sejam utilizadas apenas como referência para que se faça o pré-dimensionamento da laje, devendo-se calcular a armadura necessária no estado limite último e, em seguida, fazer as verificações para o estado limite de deformação excessiva; se este não for atendido, aumenta-se a altura total da laje ou a área da armadura longitudinal.

A altura total de uma laje nervurada com vigotas pré-fabricadas de concreto armado também pode ser pré-dimensionada considerando o critério adotado pela NBR 6118:1980 para dispensa da verificação de deformação excessiva em vigas de seção retangular ou “T” e lajes maciças retangulares de edifícios, a exemplo das lajes nervuradas moldadas no local; este critério já foi apresentado no capítulo 3 deste trabalho.

**Etapa 3: Cálculo dos esforços solicitantes e dos deslocamentos transversais**

Após ter feito o pré-dimensionamento da altura total da laje, procede-se ao cálculo dos esforços solicitantes e dos deslocamentos transversais. Conforme já foi dito, a favor da segurança, recomenda-se que o cálculo destes parâmetros seja feito considerando as nervuras como um conjunto de vigas paralelas que trabalham independentes, bi-apoiadas ou contínuas, dependendo do caso; o cálculo pode ser feito com o auxílio de algum programa computacional, ou então, por conta da simplicidade, com o auxílio de uma calculadora.

Conhecendo as ações atuantes na laje, permanentes e variáveis, por metro quadrado de superfície, multiplicam-se as mesmas pelo intereixo, obtendo-se a ação por metro linear atuante nas nervuras. Conhecendo a ação atuante nas nervuras, é possível determinar para as mesmas o momento fletor máximo, a força cortante máxima e as flechas.

Neste tipo de lajes, a exemplo das lajes nervuradas moldadas no local de concreto armado, o cálculo dos deslocamentos transversais e da armadura longitudinal normalmente é feito adotando a seção transversal em forma de “T” para as nervuras; a largura colaborante  $b_f$  da seção transversal das nervuras deve ser determinada obedecendo as recomendações da NBR 6118:2003, já apresentadas no capítulo 3 deste trabalho.

**Etapa 4: Cálculo e detalhamento das armaduras necessárias**

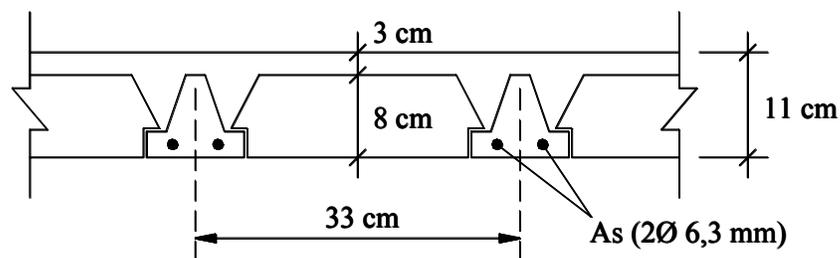
Conhecendo os valores dos esforços solicitantes, as dimensões da seção transversal da laje (largura das nervuras, altura da mesa e largura colaborante) e as características mecânicas do concreto e do aço, é possível determinar as armaduras necessárias, e então detalhá-las. Neste tipo de lajes, as armaduras necessárias são colocadas nas nervuras e na mesa da laje.

O dimensionamento das armaduras necessárias para as nervuras deve ser feito de acordo com as hipóteses de cálculo para o estado limite último de elementos estruturais fletidos, garantindo segurança à ruína da estrutura. A armadura de

distribuição (armadura colocada na capa da laje), por sua vez, deve ser dimensionada levando em conta as prescrições da NBR 6118:2003 que tratam da determinação da quantidade mínima da mesma; essas prescrições já foram apresentadas no capítulo 2.

Pelas dificuldades de colocar armadura transversal em elementos de pequena altura e largura, como são as nervuras, não é comum o seu emprego, o que é permitido pelas normas; conforme já foi comentado, nas lajes nervuradas é possível prescindir da armadura transversal, verificando-se apenas o esmagamento do concreto das bielas comprimidas. Assim, a armadura das nervuras é composta basicamente por uma armadura longitudinal, que tem a função de resistir as tensões de tração produzidas por ação dos momentos fletores; essa armadura deve ser posicionada na região tracionada da seção transversal das nervuras, retilínea.

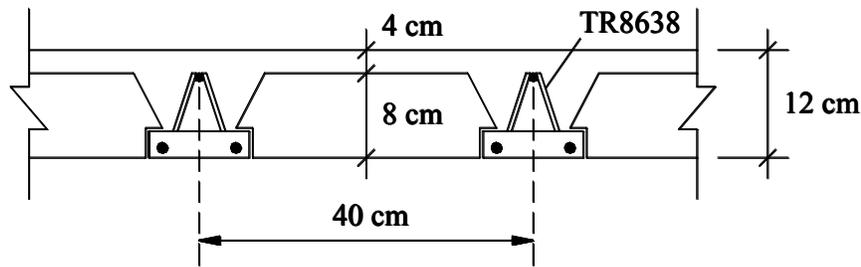
A armadura longitudinal das vigotas em concreto armado do tipo trilho deve ser composta por barras ou fios de aço destinados a armaduras para concreto armado; essa armadura deve ser colocada na parte inferior da vigota. No detalhamento dessa armadura, que normalmente é apresentado no projeto apenas em um corte feito na seção transversal da laje, é importante que se indique com clareza o diâmetro e a quantidade das barras ou fios utilizados; nesse mesmo desenho recomenda-se indicar, ainda, o intereixo e as alturas do elemento de enchimento, da capa e total da laje (figura 4.13). Neste tipo de vigota eventualmente também se utiliza uma armadura superior, nesse caso, construtiva.



**FIGURA 4.13. Detalhamento da armadura longitudinal de uma vigota de concreto armado do tipo trilho**

A armadura das vigotas em concreto armado do tipo treliça, por sua vez, deve ser composta por uma treliça espacial pré-fabricada. Conforme já foi visto, essa treliça é constituída por dois fios de aço paralelos na base (banzo inferior) e um fio de

aço no topo (banzo superior), interligados por eletro fusão aos dois fios de aço diagonais. No detalhamento dessa armadura é importante que se indique com clareza a sua altura, o diâmetro dos fios ou barras que compõem os banzos e as laterais, e o tipo de aço utilizado, designando-a conforme prescreve a NBR 14862:2002 (figura 4.14).

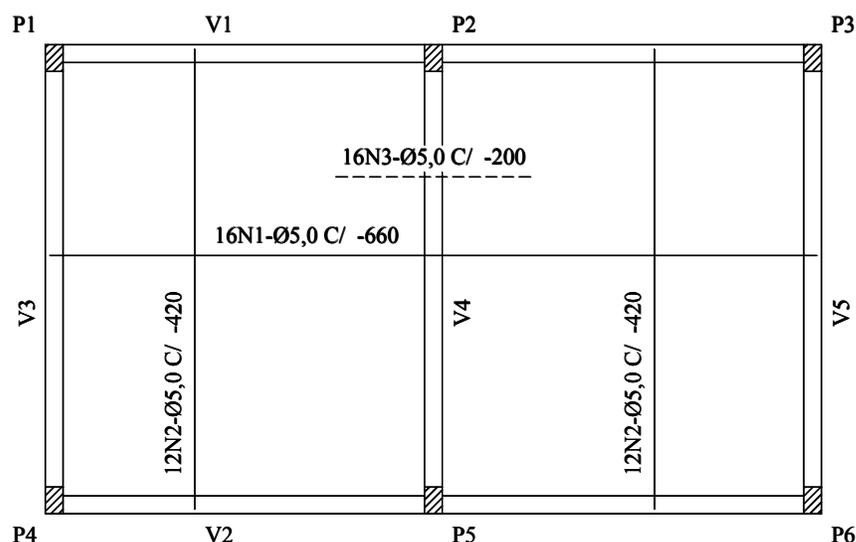


**FIGURA 4.14. Detalhamento da armadura de uma vigota de concreto armado do tipo treliça**

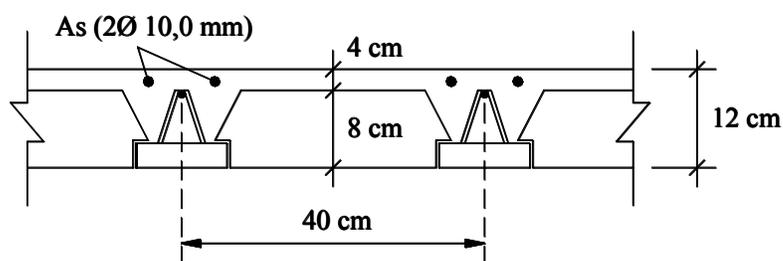
A armadura de distribuição, por sua vez, é colocada na mesa da laje nas direções transversal e longitudinal, próximo à sua face inferior, com a função de distribuição das tensões oriundas de ações aplicadas concentradas na laje e para o controle da fissuração. Essa armadura pode ser montada utilizando tela soldada ou barras; embora o emprego de tela soldada permita maior rapidez na montagem dessa armadura, ainda é mais freqüente o uso de barras. No detalhamento dessa armadura, que normalmente é apresentado no projeto apenas em planta, deve-se indicar com clareza o diâmetro e o comprimento das barras, assim como a quantidade e o espaçamento entre as mesmas (figura 4.15).

Na região comum entre duas lajes vizinhas, na mesa de concreto e próximo à sua face superior, recomenda-se colocar uma armadura construtiva (armadura negativa) com a finalidade de limitar as aberturas das fissuras (figura 4.15); essa armadura pode ser montada utilizando tela soldada ou barras.

Quando se pretende a continuidade entre lajes vizinhas (lajes contíguas), analisando as nervuras nessa situação como vigas contínuas, é necessário o uso de uma armadura superior nas nervuras (armadura negativa). Essa armadura deve ser colocada próximo à face superior das nervuras (na mesa), sobre os apoios intermediários das mesmas, com a função de resistir às tensões de tração por ação de momentos fletores negativos que aí ocorrem (figura 4.16).



**FIGURA 4.15. Detalhamento das armaduras de distribuição e negativa de uma laje nervurada com vigotas pré-fabricadas**



**FIGURA 4.16. Detalhamento da armadura negativa de uma laje nervurada unidirecional contínua com vigotas pré-fabricadas**

### **Etapa 5: Verificação dos estados limites de serviço**

Neste tipo de lajes, a exemplo das lajes nervuradas moldadas no local de concreto armado, a verificação dos estados limites de serviço é feita admitindo a laje como um conjunto de vigas isoladas, representado pelas nervuras. Assim, para esta verificação, pode-se utilizar os mesmos procedimentos indicados no capítulo 3 deste trabalho.

## **CAPÍTULO 5**

# **PROCESSOS DE CÁLCULO À FLEXÃO DE LAJES NERVURADAS DE CONCRETO ARMADO**

### **5.1 CONSIDERAÇÕES PRELIMINARES**

Os processos usualmente empregados para calcular os esforços solicitantes e os deslocamentos transversais em lajes, na sua maioria, se baseiam no método elástico, também designado por teoria clássica das placas delgadas ou, ainda, pela Teoria de Kirchhoff; esta teoria pode ser encontrada detalhadamente em MARTINELLI et al. (1986), BARES (1972) e TIMOSHENKO & WOINOWSKY (1959).

Segundo TIMOSHENKO & WOINOWSKY (1959), a teoria das placas delgadas interpreta suficientemente bem o comportamento de placas que apresentam relação espessura/menor vão entre 1/5 e 1/100; placas cuja relação se encaixa nesses limites têm espessura considerada pequena para efeito de cálculo. Segundo MARTINELLI et al. (1986), lajes usuais de edifícios apresentam a relação entre a altura (espessura) e o menor vão variando entre 1/40 a 1/60, costumeiramente; portanto, o método elástico é adequado para análise do comportamento das mesmas.

No método elástico os deslocamentos transversais são subestimados, pois não se leva em conta a fissuração do concreto; este método baseia-se na análise do comportamento do elemento sob ações de serviço e concreto íntegro (não fissurado), ou seja, admite-se comportamento elástico linear para os materiais.

Dentre os processos de cálculo que se baseiam nesta teoria, pode-se destacar o método das diferenças finitas (MDF), o método dos elementos finitos (MEF) e o tradicional processo de resolução de placas elásticas por meio de séries; estes três processos, mais o processo de grelha equivalente (Analogia de Grelha), são os mais utilizados na análise das lajes dos edifícios de concreto armado.

Conforme foi destacado, as lajes nervuradas moldadas no local e armadas em duas direções têm sido analisadas como lajes maciças, determinando-se os esforços e os deslocamentos transversais mediante a utilização de tabelas de lajes elaboradas a

partir do emprego da teoria das placas delgadas; essa metodologia consta em diversas bibliografias, e também encontra respaldo na NBR 6118:2003.

Entretanto, essa simplificação não é adequada; em razão das nervuras apresentarem pequena rigidez à torção, diferentemente das lajes maciças, os esforços solicitantes obtidos considerando o cálculo como laje maciça resultam bastante aquém dos reais. Assim, é recomendado que estas lajes sejam analisadas empregando-se outros processos de cálculo.

Neste capítulo, inicialmente, são apresentadas as hipóteses simplificadoras nas quais se baseia a teoria das placas delgadas. Na seqüência, apresentam-se os processos de cálculo usualmente empregados para a determinação dos esforços solicitantes e deslocamentos transversais das placas e em particular das lajes nervuradas, destacando as hipóteses que devem ser feitas em cada processo e em que situações é mais adequado o uso de cada um deles.

## 5.2 MÉTODO ELÁSTICO

O método elástico, ou clássico, designado também por teoria das placas delgadas, ou ainda de Kirchhoff, baseia-se nas equações de equilíbrio de um elemento infinitesimal de placa e nas relações de compatibilidade das deformações do mesmo.

Dentre as vantagens do uso da teoria das placas está o conhecimento dos valores das grandezas (esforços, tensões, deformações, deslocamentos, etc.) em cada ponto no interior da placa, e como maior desvantagem têm-se as consideráveis dificuldades analíticas para obtenção da solução, especialmente quando a geometria, as ações e as condições de contorno são complexas.

A teoria das placas delgadas sob pequenas deformações, conforme TIMOSHENKO & WOINOWSKY (1959), baseia-se nas seguintes hipóteses simplificadoras:

- a placa pode ser representada por seu plano médio (ou superfície média);
- o material da placa é linear e elástico (obedece à lei de Hooke), homogêneo e isótropo;

- a placa é, inicialmente, plana;
- a espessura da placa é pequena em relação às outras dimensões;
- as deformações angulares da superfície média são pequenas comparadas à unidade;
- os deslocamentos dos pontos da superfície média são pequenos comparados com a espessura da placa;
- as ações dinâmicas ou estáticas são aplicadas perpendicularmente à superfície da placa;
- as retas normais à superfície média permanecem normais e retas após a deformação, ou seja, desprezam-se as deformações por força cortante (hipótese de Kirchhoff, similar à de Bernoulli-Navier no estudo da flexão de vigas).

O concreto armado não é um material homogêneo, pois é constituído de barras de aço (armadura) e concreto, porém, para fins práticos e simplificação de cálculo, ele é assim admitido.

A propriedade da **elasticidade** refere-se ao fato de que o elemento estrutural feito desse material volta à sua forma inicial quando é retirada a ação que nele atua.

Material **isótropo** é aquele que tem as mesmas propriedades qualquer que seja a direção observada, ao contrário do material **ortótropo**, que tem propriedades diferentes em duas direções ortogonais.

Diz-se que um material é **linearmente elástico** (ou linear fisicamente) quando a relação entre tensões e deformações se mantém linear; portanto, no caso do concreto, não se leva em conta a fissuração.

A consideração de **pequenos deslocamentos** permite efetuar os cálculos usando o princípio da superposição de efeitos, ou seja, admite-se a linearidade geométrica, que é verificada, na prática, na maioria dos casos; quando há linearidade geométrica, os esforços solicitantes, e conseqüentemente as tensões, não são afetados pelo estado de deformação da estrutura.

Essas simplificações estão de acordo com a NBR 6118:2003, que estabelece que as equações de equilíbrio podem ser determinadas com base na geometria indeformada da estrutura (teoria de 1ª ordem), exceto nos casos em que os deslocamentos alterem significativamente os esforços solicitantes.

Para facilitar o emprego das condições de contorno na resolução do problema de determinação de esforços, consideram-se, na maioria das vezes, outras simplificações, tais como:

- a) a ação das placas nas vigas de contorno se faz somente por forças verticais, não havendo transmissão de momentos para as vigas;
- b) as ações das placas nas vigas são uniformemente distribuídas e não há transmissão de força diretamente para os pilares; a ação nas placas vai para as vigas e daí para os pilares;
- c) as vigas de contorno são indeslocáveis na direção vertical;
- d) a rotação das placas no contorno é livre (apoio simples) ou totalmente impedida (engastada).

A equação diferencial de momento fletor de uma viga:

$$\frac{d^2w}{dx^2} = \frac{m(x)}{E \cdot I} \quad (\text{equação da linha elástica}) \quad (5.1)$$

pode ser expressa em função de uma ação  $p(x)$  aplicada pela expressão:

$$\frac{d^4w}{dx^4} = \frac{p(x)}{E \cdot I} \quad (5.2)$$

A equação diferencial correspondente a uma placa, por sua vez, é mais complicada, pois deve incluir termos para os momentos nas direções  $x$  e  $y$ , assim como os momentos torsores que também estão presentes nas placas:

$$\frac{\partial^2 m_x}{\partial x^2} - 2 \frac{\partial^2 m_{xy}}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 m_y}{\partial y^2} = -p(x, y) \quad (5.3)$$

A equação (5.3) é a equação diferencial de equilíbrio das placas, obtida por equilíbrio de forças verticais e de momentos fletores em um elemento infinitesimal

de placa. É importante ressaltar que esta equação independe da placa estar em regime elástico ou plástico, do coeficiente de Poisson e do fato da placa ser isótropa ou ortótropa. Observe ainda que esta equação relaciona apenas os momentos (momentos fletores e o torsor) com a ação  $p(x,y)$  aplicada. É também interessante relacionar os deslocamentos com a ação.

As expressões que relacionam os momentos com as curvaturas da placa são:

$$m_x = D \left( \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \nu \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) \quad (5.4)$$

$$m_y = D \left( \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \nu \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right) \quad (5.5)$$

$$m_{xy} = D(1 - \nu) \left( \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \right) \quad (5.6)$$

onde:

$$D = \frac{E \cdot h^3}{12(1 - \nu^2)}, \text{ é a rigidez à flexão da placa;}$$

$E$  é o módulo de deformação longitudinal do material;

$h$  é a espessura da placa;

$\nu$  é o coeficiente de Poisson.

As expressões que relacionam as forças cortantes com as curvaturas da placa são:

$$q_x = D \left( \frac{\partial^3 w}{\partial x^3} + \nu \frac{\partial^3 w}{\partial x \partial y^2} \right) \quad (5.7)$$

$$q_y = D \left( \frac{\partial^3 w}{\partial y^3} + \nu \frac{\partial^3 w}{\partial x^2 \partial y} \right) \quad (5.8)$$

Substituindo-se as expressões (5.4), (5.5) e (5.6) na expressão (5.3), chega-se à equação diferencial de Lagrange (também conhecida como equação diferencial fundamental das placas), em coordenadas cartesianas retangulares, a qual relaciona deslocamentos com ação ( $p$ ) na placa:

$$\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} = - \frac{p(x, y)}{D} \quad (5.9)$$

Integrando esta equação diferencial, de acordo com as condições de contorno do problema, obtém-se a função  $w = w(x, y)$  da superfície média deformada, a partir da qual, utilizando as expressões (5.4) a (5.8), determina-se os esforços solicitantes (momentos fletores e forças cortantes).

A equação das placas delgadas resolve por completo o problema da placa de forma qualquer, submetida à ação qualquer e repousando num contorno de apoios quaisquer. Entretanto, normalmente não é fácil encontrar uma função  $w = w(x, y)$  que, simultaneamente, satisfaça a equação diferencial de Lagrange e atenda às condições de contorno.

A solução exata obtida pela integração direta da equação de Lagrange é restrita a alguns poucos casos de formas de placas e condições de apoio; a grande maioria dos formatos de placas, incluindo as placas retangulares e poligonais, os mais utilizados em estruturas de concreto armado, não possuem solução pela integração direta desta equação, o que torna este processo de pouca finalidade prática.

### 5.3 PROCESSOS DE CÁLCULO

A solução do problema de placas pela integração direta da equação de Lagrange é limitada a um número relativamente pequeno de geometria de placas, de carregamentos e condições de contorno. Se estas condições forem mais complexas a análise torna-se muito difícil e em muitos casos impraticável.

Entretanto, a partir dessa equação pode-se montar outro tipo de modelo que permita a determinação dos esforços solicitantes e deslocamentos transversais de

placas; dentre os processos que se baseiam na equação diferencial Lagrange pode-se destacar o método das diferenças finitas (MDF), o método dos elementos finitos (MEF) e o tradicional processo de resolução de placas elásticas por meio de séries trigonométricas (séries de Fourier). Estes três processos, mais o processo de Analogia de Grelha, são os mais utilizados na análise das lajes que compõem os pavimentos de edificações; na seqüência, apresentam-se estes processos de cálculo.

### 5.3.1 Método das Diferenças Finitas (MDF)

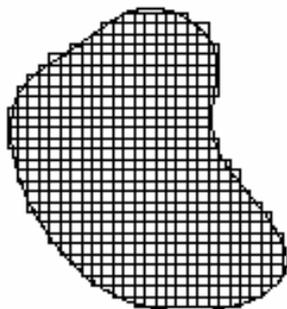
Este processo consiste na integração numérica da equação diferencial de Lagrange, que é substituída por outra, de diferenças finitas. No cálculo a placa é dividida em uma malha que se adapte ao seu contorno, e substituem-se as derivadas por expressões aproximadas, determinadas empregando-se convenientes polinômios de interpolação. As derivadas do polinômio são consideradas como aproximadamente iguais às da função incógnita, cujas derivadas parciais se pretende substituir pelas diferenças finitas, como por exemplo:

$$\frac{d_y}{d_x} \cong \frac{\Delta_y}{\Delta_x} \cong \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

Essas expressões são aplicadas para diversos pontos da superfície da laje (número finito de pontos da superfície da laje), permitindo que a solução do problema se dê, geralmente, por meio da resolução de um sistema de equações algébricas lineares.

A maior dificuldade de aplicação deste método encontra-se na representação de contornos irregulares, os quais, por simplicidade, muitas vezes são aproximados por contornos escalonados (figura 5.1); quanto menor for a distância entre os pontos da malha adotada, melhor será a aproximação do contorno e, conseqüentemente, dos resultados.

Este processo de cálculo pode ser encontrado detalhadamente em MARTINELLI et al. (1986), inclusive com exemplos.



**FIGURA 5.1. Placa de contorno irregular aproximado por uma malha de diferenças finitas de contorno escalonado**

### **5.3.2 Método dos Elementos Finitos (MEF)**

No processo de Elementos Finitos subdivide-se a placa em elementos de dimensão finita conectados por pontos nodais, impondo-se nestes pontos a compatibilidade dos esforços solicitantes e deslocamentos. É usada, para tanto, a equação fundamental, exprimindo-se os deslocamentos  $w$  com polinômios cujos coeficientes devem ser determinados. Aplicadas aos diversos pontos nodais dos elementos, estas condições conduzem a um sistema de equações lineares cuja solução não apresenta dificuldades.

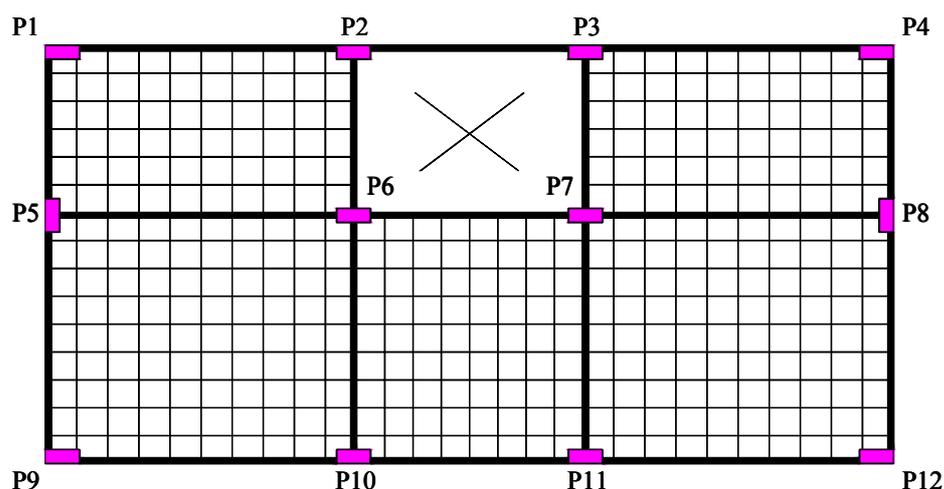
Utilizando-se um número adequado de elementos da superfície da laje (número finito de elementos), é possível obter soluções para praticamente qualquer geometria definida.

O método dos elementos finitos se constitui atualmente numa das melhores técnicas para analisar a estrutura do pavimento de edifícios, uma vez que este processo possibilita que se faça a análise integrada do pavimento, podendo-se inclusive considerar nesta análise outros comportamentos no elemento de placa além do elástico, como, por exemplo, deformações por força cortante e a não linearidade física do concreto; este processo permite reproduzir o comportamento estrutural de pavimentos com praticamente qualquer geometria, seja ele composto de lajes de concreto armado maciças, com ou sem vigas, ou então de lajes nervuradas.

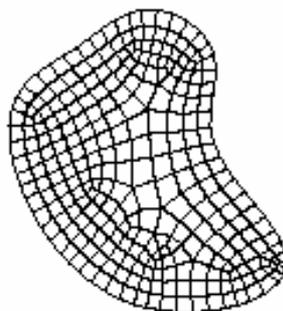
Especificamente para o cálculo das lajes nervuradas armadas nas duas direções, o método dos elementos finitos é um dos processos que tem sido mais

utilizado atualmente. Conforme já foi dito, muitos projetistas de estruturas e pesquisadores que utilizam programas com base em elementos finitos têm tratado estas lajes como se fossem lajes maciças de mesma rigidez à flexão, ou seja, a laje nervurada é transformada numa laje maciça equivalente considerando a inércia à flexão; para não se considerar a rigidez à torção, tem-se adotado para o módulo de deformação transversal do concreto valor reduzido em relação àquele calculado pela equação obtida pela teoria clássica da elasticidade.

A figura 5.2 mostra uma malha de elementos finitos para o pavimento de um edifício que tem contorno regular (os traços mais espessos representam as vigas do pavimento), e a figura 5.3, a de uma malha de elementos finitos para uma placa de contorno irregular.



**FIGURA 5.2. Pavimento de edifício em modelo de elementos finitos**



**FIGURA 5.3. Malha de elementos finitos de uma placa de contorno irregular**

A conceituação teórica do método dos elementos finitos pode ser encontrada detalhadamente em MARTINELLI et al. (1986).

### **5.3.3 Processo de Grelha Equivalente (Analogia de Grelha)**

O processo de grelha equivalente ou analogia de grelha foi utilizado inicialmente por Marcus em 1932 (ver TIMOSHENKO & WOINOWSKY (1959)) para calcular os esforços solicitantes em placas com bordas indeslocáveis verticalmente; por não dispor na época de computadores, Marcus tinha que se valer de processos aproximados para resolver as placas. O procedimento consiste em substituir a placa (laje) por uma malha equivalente de vigas (grelha equivalente), a qual, para efeito de cálculo, passa a representar a placa. No caso de pavimentos de edifícios compostos por lajes maciças, com ou sem vigas, ou por lajes nervuradas, pode-se usar o mesmo procedimento.

Dividindo uma laje ou mesmo um pavimento em um número adequado de elementos (barras da grelha equivalente), é possível obter por este processo soluções para praticamente qualquer geometria definida; a exemplo do método dos elementos finitos, este processo possibilita que se faça a análise integrada do pavimento, levando-se em consideração a influência da flexibilidade dos apoios e da rigidez à torção, tanto das lajes como das vigas, sendo ainda possível incluir na análise a não linearidade física do concreto armado.

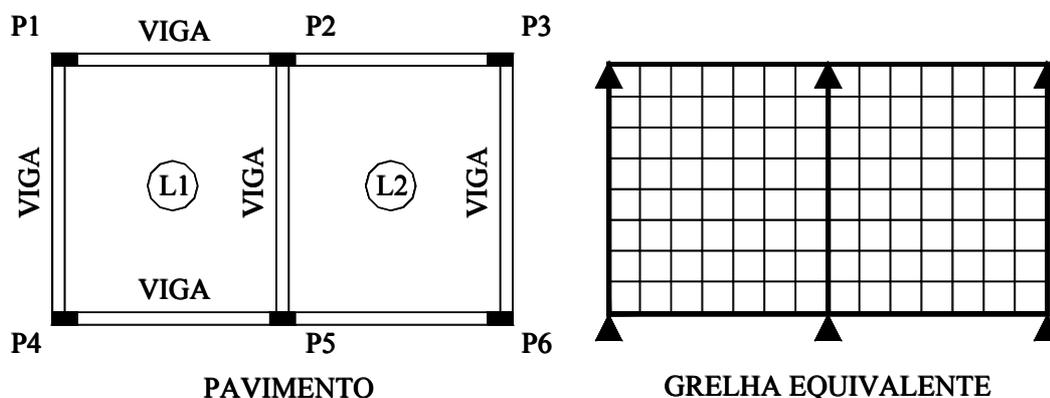
Considera-se que as ações distribuídas atuantes na laje se dividem entre os elementos da grelha equivalente de acordo com a área de influência de cada elemento; as ações podem ser consideradas uniformemente distribuídas ao longo dos elementos ou então concentradas nos nós. No caso de existirem ações concentradas atuantes na laje, estas devem ser aplicadas aos nós da malha; quando a posição dessas ações não coincidir com um nó, deve-se adequar a malha ou adotar valores equivalentes da ação nos nós mais próximos.

A rigidez (deslocamento para um esforço unitário de um certo elemento) à torção, assim como à flexão, é tratada como concentrada nos elementos correspondentes da grelha equivalente. Conforme HAMBLY (1976), as rigidezes das

barras da grelha equivalente devem ser tais que, ao carregar a estrutura real e a da grelha equivalente, obtenha-se o mesmo estado de deformação e os mesmos esforços nas duas estruturas. Isso ocorre apenas aproximadamente, em virtude da diferença de características das duas estruturas. Entretanto, conforme destaca BARBOZA (1992), utilizando malhas com espaçamentos adequados e definindo as rigidezes de maneira apropriada, consegue-se obter valores razoáveis para os esforços solicitantes e deslocamentos transversais dos elementos que compõem o pavimento (vigas e lajes).

A utilização de programas de computadores para a resolução de grelhas equivalentes foi feita inicialmente por LIGHTFOOT & SAWKO, no final da década de 50; HAMBLBY (1976), posteriormente, sistematizou este estudo. Conforme destaca CARVALHO (1994), com o processo de analogia de grelha adequadamente programado para uso em microcomputador é possível analisar pavimentos de edifícios com grandes dimensões em planta, contornos não regulares, vazios internos (poços de elevadores, caixas de escada, etc.) e lajes com ou sem vigas (maciças ou nervuradas). É importante destacar que o processo de grelha equivalente vem sendo usado em muitos programas de análise de estruturas amplamente difundidos no país e de grande aceitação no meio profissional.

A figura 5.4 mostra um pavimento em concreto armado composto por duas lajes maciças, cinco vigas e seis pilares, e a grelha equivalente utilizada para representá-lo. Os elementos que aparecem em traço mais espesso na grelha equivalente representam as vigas, enquanto que os demais representam os elementos de laje.



**FIGURA 5.4. Grelha equivalente de um pavimento em concreto armado**

Especificamente na análise das lajes nervuradas de concreto armado (moldadas no local ou com nervuras pré-fabricadas), o processo de grelha equivalente normalmente tem sido utilizado para determinar os esforços solicitantes e os deslocamentos transversais daquelas armadas em duas direções, embora também possa ser aplicado à análise daquelas armadas em uma direção; como exemplo da análise de lajes nervuradas unidirecionais com vigotas pré-fabricadas pelo processo de analogia de grelha pode-se citar o estudo feito por CARVALHO & FIGUEIREDO FILHO (2004), onde se verifica a influência da rigidez da capa da laje nos valores dos esforços solicitantes, deslocamentos transversais e nas reações de apoio de lajes com vigotas pré-fabricadas de concreto armado do tipo trilho.

Para aplicar o processo de grelha equivalente na análise das lajes nervuradas de concreto armado bidirecionais (armadas em duas direções) é necessário que as nervuras e as vigas sejam substituídas por elementos estruturais de barras exatamente nos seus eixos, obtendo-se assim uma grelha equivalente que passa a representar o pavimento. As características geométricas que devem ser consideradas para as barras da grelha equivalente são de dois tipos: as do elemento que representa as nervuras e as do elemento que representa as vigas; normalmente adota-se a seção em forma de “T” para o elemento que representa as nervuras, e retangular para àquele que representa as vigas do pavimento.

Para o cálculo das características geométricas do elemento que representa as nervuras, no estágio I e desprezando a presença da armadura longitudinal, com base na figura 5.5, pode-se utilizar as expressões apresentadas a seguir:

- Momento de inércia à flexão:

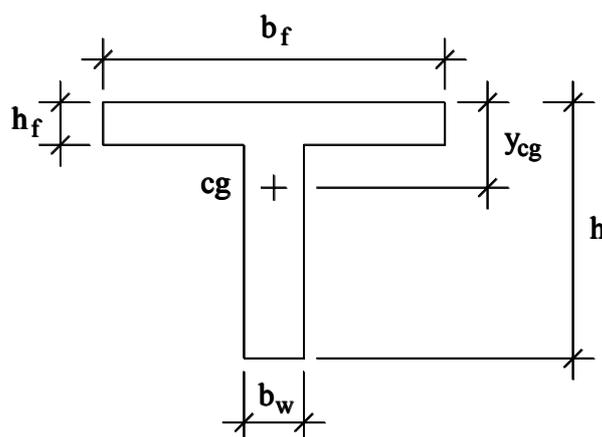
$$I_f = \frac{(b_f - b_w) \cdot h_f^3}{12} + \frac{b_w \cdot h^3}{12} + (b_f - b_w) \cdot h_f \cdot \left( y_{cg} - \frac{h_f}{2} \right)^2 + b_w \cdot h \cdot \left( y_{cg} - \frac{h}{2} \right)^2 \quad (5.10)$$

- Momento de inércia à torção:

$$I_t = \frac{b_f \cdot h_f^3}{3} + \frac{(h - h_f) \cdot b_w^3}{3} \quad (5.11)$$

- Área da seção transversal:

$$A = (b_f \cdot h_f) + (h - h_f) \cdot b_w \quad (5.12)$$



**FIGURA 5.5.** Seção transversal do elemento que representa as nervuras na grelha equivalente

Para o cálculo das características geométricas do elemento que representa as vigas do pavimento, por sua vez, no estágio I e desprezando a presença da armadura longitudinal, e sem levar em conta a contribuição da laje adjacente, o que poderia configurar dependendo da posição uma viga de seção transversal em forma de “T” ou em forma de “L” invertido (meio “T”), com base na figura 5.6, pode-se utilizar as expressões apresentadas a seguir:

- Momento de inércia à flexão:

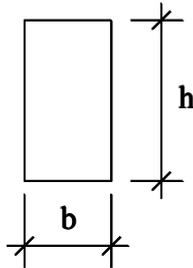
$$I_f = \frac{b \cdot h^3}{12} \quad (5.13)$$

- Momento de inércia à torção:

$$I_t = \frac{h \cdot b^3}{3} \quad (5.14)$$

- Área da seção transversal:

$$A = b \cdot h \quad (5.15)$$



**FIGURA 5.6. Seção transversal do elemento que representa as vigas do pavimento na grelha equivalente**

Como indica CARVALHO (1994), no estágio II, pode-se considerar o valor da inércia à torção do elemento que representa as vigas do pavimento como sendo 10% daquele dado pela Resistência dos Materiais; SUSSEKIND (1985), por sua vez, recomenda considerar 20%. Assim:

- $I_t = \frac{h \cdot b^3}{30}$  (segundo CARVALHO (1994)) (5.16)

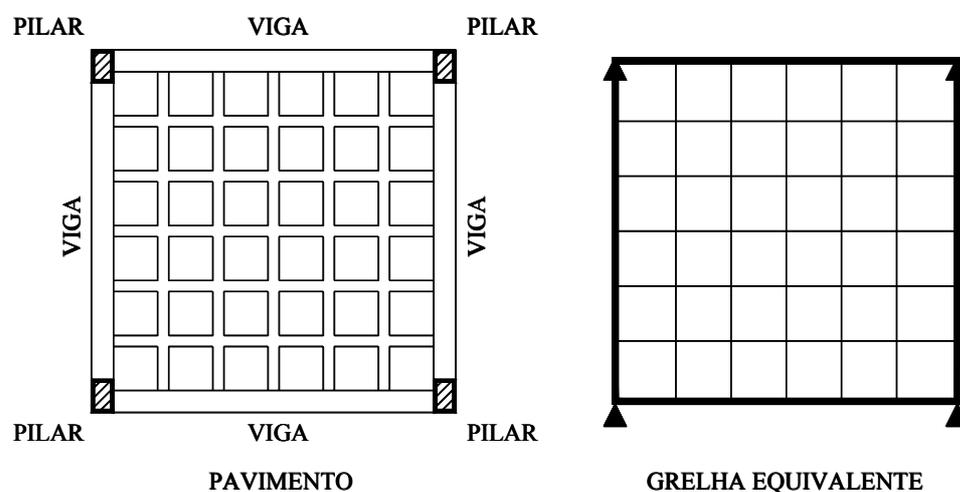
- $I_t = \frac{h \cdot b^3}{15}$  (segundo SUSSEKIND (1985)) (5.17)

Os valores do módulo de deformação longitudinal à compressão do concreto ( $E_{cs}$ ), do módulo de deformação transversal do concreto  $G_c$ , e do coeficiente de Poisson ( $\nu$ ) relativo às deformações elásticas, também necessários para a análise da grelha equivalente, podem ser determinados a partir das recomendações dadas pela NBR 6118:2003. Assim:

- $E_{cs} = 4760 \cdot \sqrt{f_{ck}}$ , com  $E_{cs}$  e  $f_{ck}$  dados em MPa;
- $G_c = 0,4 \cdot E_{cs} = 1904 \cdot \sqrt{f_{ck}}$ , com  $G_c$  e  $f_{ck}$  dados em MPa;

- $\nu = 0,2$ .

A figura 5.7 mostra um pavimento em concreto armado composto por uma laje nervurada armada nas duas direções apoiada em vigas, e a grelha equivalente utilizada para representá-lo. Os elementos que aparecem em traço mais espesso na grelha equivalente representam as vigas, enquanto que os demais representam as nervuras.



**FIGURA 5.7. Grelha equivalente de um pavimento composto por uma laje nervurada armada nas duas direções**

Conforme já foi dito, no capítulo 6 apresentam-se exemplos ilustrativos em que se mostra o cálculo dos esforços solicitantes e dos deslocamentos transversais em lajes nervuradas moldadas no local armadas em duas direções simulando-as como grelhas (processo de analogia de grelha).

### 5.3.4 Processo de Resolução de Placas Elásticas por Meio de Séries

No cálculo por séries, substitui-se o valor de  $p(x,y)$  por uma série, normalmente composta por funções trigonométricas, obtendo-se uma solução para a integração da equação diferencial de Lagrange (equação (5.9)).

Em 1820 Navier apresentou um trabalho na Academia Francesa de Ciências contendo a solução por séries duplas trigonométricas de uma placa retangular simplesmente apoiada (ver TIMOSHENKO & WOINOWSKY (1959)). A solução apresentada por Navier permitia analisar placas retangulares simplesmente apoiadas com qualquer tipo de carregamento  $p = p(x, y)$ , representando a função  $p(x, y)$  por uma série de Fourier dupla trigonométrica (superposição de carregamentos com a forma bi-senoidal) do tipo:

$$p = p(x, y) = \sum_m \sum_n p_{mn} \cdot \text{sen} \frac{m \cdot \pi \cdot x}{a} \cdot \text{sen} \frac{n \cdot \pi \cdot y}{b} \quad (5.18)$$

em que:

$a$  e  $b$  – dimensões da placa;

$m$  e  $n$  – número de retângulos em que se divide a placa, cada um com lados  $a/m$  e  $b/n$ ;

$p_{mn}$  – valor máximo da ação no centro de cada retângulo.

A linha elástica  $w(x, y)$  (forma da superfície da placa após sua deformação) afim ao carregamento (tem a mesma forma do carregamento, ou seja é uma função do mesmo tipo) é dada por uma série dupla e obtida a partir das derivadas da equação fundamental e das condições de contorno para a placa, apoiada ao longo das bordas (deslocamentos verticais impedidos) e com rotação livre, resultando:

$$w = \frac{p_{mn}}{\pi^4 \cdot D \cdot \left( \frac{m^2}{a^2} + \frac{n^2}{b^2} \right)^2} \cdot \text{sen} \frac{m \cdot \pi \cdot x}{a} \cdot \text{sen} \frac{n \cdot \pi \cdot y}{b} \quad (5.19)$$

Os valores de  $p_{mn}$  são dados por:

$$p_{mn} = \frac{4}{a \cdot b} \cdot \int_0^b \int_0^a p(x, y) \cdot \text{sen} \frac{m \cdot \pi \cdot x}{a} \cdot \text{sen} \frac{n \cdot \pi \cdot y}{b} \cdot dx \cdot dy \quad (5.20)$$

Com  $m$  e  $n$  ímpares (1,3,5,...), pois valores pares de  $m$  e  $n$  levam a  $p_{mn} = 0$ , e com  $p(x,y) = \bar{p}$  = ação uniformemente distribuída,  $p_{mn}$  torna-se:

$$p_{mn} = \frac{16 \cdot \bar{p}}{\pi^2 \cdot m \cdot n} \quad (5.21)$$

Superpondo os efeitos, e colocando  $p_{mn}$  da equação (5.21) na da linha elástica, tem-se finalmente a função  $w(x,y)$  para ação uniforme:

$$w = \frac{16 \cdot \bar{p}}{\pi^6 \cdot D} \cdot \sum_m \sum_n \frac{\text{sen} \frac{m \cdot \pi \cdot x}{a} \cdot \text{sen} \frac{n \cdot \pi \cdot x}{b}}{m \cdot n \cdot \left( \frac{m^2}{a^2} + \frac{n^2}{b^2} \right)} \quad (5.22)$$

Os momentos fletores  $m_x$  e  $m_y$ , por faixa de comprimento unitário, nas direções  $x$  e  $y$  são obtidos a partir das derivadas da superfície elástica  $w(x,y)$ , conforme as equações (5.4) e (5.5), resultando, finalmente, nas expressões:

$$m_x = \frac{16 \cdot \bar{p}}{\pi^4} \cdot \sum_m \sum_n \frac{\left( \frac{m^2}{a^2} + \nu \cdot \frac{n^2}{b^2} \right)}{m \cdot n \cdot \left( \frac{m^2}{a^2} + \frac{n^2}{b^2} \right)^2} \cdot \text{sen} \frac{m \cdot \pi \cdot x}{a} \cdot \text{sen} \frac{n \cdot \pi \cdot y}{b} \quad (5.23)$$

$$m_y = \frac{16 \cdot \bar{p}}{\pi^4} \cdot \sum_m \sum_n \frac{\left( \frac{n^2}{b^2} + \nu \cdot \frac{m^2}{a^2} \right)}{m \cdot n \cdot \left( \frac{m^2}{a^2} + \frac{n^2}{b^2} \right)^2} \cdot \text{sen} \frac{m \cdot \pi \cdot x}{a} \cdot \text{sen} \frac{n \cdot \pi \cdot y}{b} \quad (5.24)$$

Deve-se ressaltar que as expressões de  $m_x$  e  $m_y$  dependem exclusivamente de  $a$ ,  $b$ ,  $\bar{p}$  e de quantos valores de  $m$  e  $n$  serão considerados, ou seja, qual a precisão que se pretende atingir.

Antes do uso efetivo de programas computacionais para o cálculo de lajes em projetos de edifícios, a maioria dos casos era solucionada pela utilização de tabelas de placas, as quais foram montadas quase que na sua totalidade a partir do emprego do processo de cálculo de placas elásticas por séries simples ou por séries duplas trigonométricas (conhecida por solução de Navier), visto que este processo é bastante adequado para esta finalidade; estas tabelas permitem determinar facilmente momentos fletores máximos e deslocamentos transversais a partir da geometria e condições de vinculação da placa. Para isso o pavimento deve ser discretizado, ou seja, cada laje deve ser tratada individualmente, e verificado como cada uma está vinculada às demais (só é possível borda simplesmente apoiada ou engastada). De maneira geral, considera-se que as lajes menos rígidas são engastadas nas mais rígidas.

Muitos autores de livros sobre estruturas de concreto armado incluíram em suas obras tabelas práticas para o cálculo dos esforços solicitantes e deslocamentos transversais em lajes isoladas com diversas condições de apoio e carregamento. Algumas tabelas fornecem coeficientes para cálculo de deslocamentos transversais, momentos fletores, momentos de torção, forças cortantes, reações de apoio e forças concentradas nos cantos; outras apresentam coeficientes apenas para o cálculo de momentos fletores, sem indicar o coeficiente de Poisson adotado e, em alguns casos, os momentos fletores referem-se ao centro da placa, sem a indicação de que pode existir um momento fletor maior em outro ponto fora do centro da mesma.

Entre as tabelas de placas mais utilizadas no Brasil destacam-se as tabelas de Marcus, as de Bares e as de Czerny, amplamente difundidas.

Para o cálculo de painéis contínuos de lajes apoiadas em vigas, o cálculo por meio de tabelas restringe-se ao cálculo de lajes isoladas com a utilização de critérios para corrigir os esforços em virtude da continuidade. No caso do apoio em vigas, a flexibilidade é geralmente desprezada, o quê, em alguns casos, pode resultar em grandes diferenças nos valores dos esforços e nos deslocamentos verticais.

Apesar dos programas de computador tornarem possíveis as soluções de painéis de lajes de edifícios de um modo bastante eficiente, as tabelas para o cálculo de soluções elásticas de placas com carregamentos especiais, para o projeto de estruturas hidráulicas, como tanques, reservatórios, estações de tratamento de água e efluentes, continuam ainda a serem usadas com muita frequência.

É importante observar que os deslocamentos transversais encontrados com o emprego de tabelas de placas são deslocamentos elásticos, ou seja, considera-se o concreto um material linear, não sendo considerados os fenômenos de fissuração e fluência, que devem ser posteriormente considerados.

Conforme já foi dito, no capítulo 6 apresenta-se um exemplo ilustrativo em que se calcula os esforços solicitantes e o deslocamento transversal em uma laje nervurada moldada no local armada em duas direções com o emprego de tabelas elaboradas com base na teoria das placas elásticas, admitindo a laje nervurada como laje maciça, conforme permitido pela NBR 6118:2003; os resultados são comparados com aqueles obtidos utilizando o processo de grelha equivalente.

## **CAPÍTULO 6**

### **EXEMPLOS**

#### **6.1 CONSIDERAÇÕES PRELIMINARES**

Neste capítulo são apresentados exemplos com cálculo, detalhamento e as verificações do estado limite de serviço (fissuração e deformação excessiva) para lajes nervuradas moldadas no local armadas em uma e em duas direções e, também, para lajes nervuradas unidirecionais com vigotas pré-fabricadas.

Serão seguidos os roteiros com indicações gerais sobre o cálculo e o projeto de lajes nervuradas propostos nos capítulos 3 e 4; em todos os exemplos são obedecidas as recomendações dadas pelas normas brasileiras citadas nos capítulos anteriores.

#### **6.2 EXEMPLO 1 (PAVIMENTO COM LAJE NERVURADA MOLDADA NO LOCAL ARMADA EM UMA DIREÇÃO)**

Projetar uma laje nervurada moldada no local de concreto armado, para o pavimento mostrado na figura 6.1. Usar blocos de concreto celular como material de enchimento. Considerar que o pavimento destina-se a utilização para escritórios (edifício comercial). Admitir os seguintes dados de projeto:

- Materiais: concreto C20 ( $f_{ck} = 20$  MPa), aços CA-50 e CA-60 ( $E_s = 210$  GPa).
- Elemento de enchimento: bloco de concreto celular ( $\gamma = 5$  kN/m<sup>3</sup>).
- Revestimentos: revestimento inferior em argamassa de gesso ( $\gamma = 12,5$  kN/m<sup>3</sup>), com espessura de 1,5 cm; camada de regularização (contra-piso) em argamassa de cimento e areia ( $\gamma = 21$  kN/m<sup>3</sup>), com espessura de 2,0 cm; piso de plástico, com peso de 0,10 kN/m<sup>2</sup> (já inclui o peso da cola).

- Retirada do escoramento: admitir que o escoramento será retirado 14 dias após a concretagem da laje.
- Cobrimento nominal das armaduras:  $c_{nom} = 25 \text{ mm}$  (classe de agressividade ambiental II).

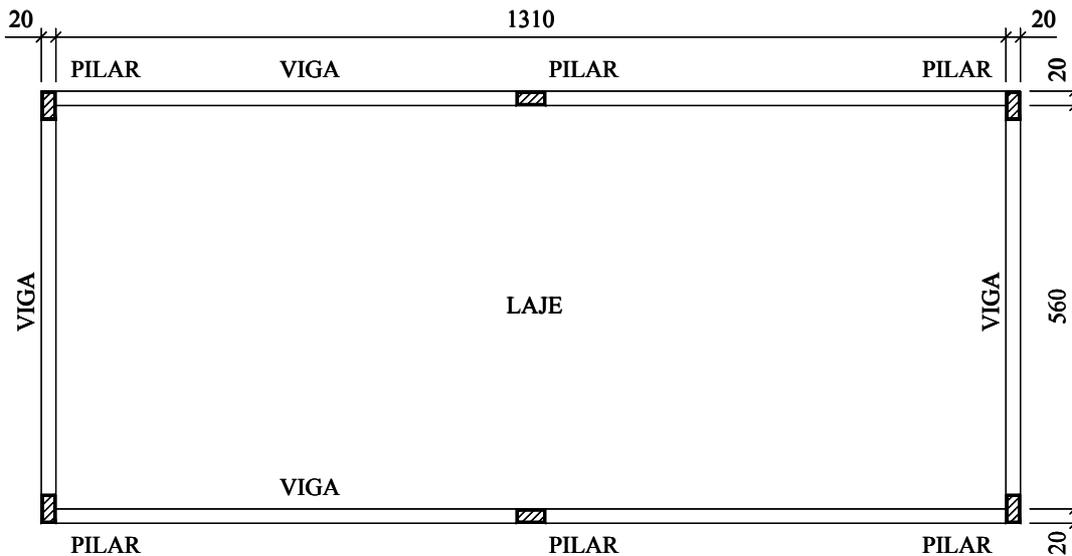


FIGURA 6.1. Pavimento a ser projetado – exemplo 1 (medidas em cm)

### Etapa 1: Pré-dimensionamento das dimensões da seção transversal da laje

Como a dimensão de um dos vãos da laje é bem maior que a do outro (maior que o dobro), opta-se por utilizar laje nervurada armada em uma direção. Considerando as recomendações da NBR 6118:2003 para as dimensões limites das lajes nervuradas, arbitra-se os seguintes valores para a espessura das nervuras ( $b_w$ ), distância livre entre nervuras ( $a$ ) e espessura da mesa ( $h_f$ ):

- $b_w > 5 \text{ cm} \Rightarrow$  adota - se  $b_w = 10 \text{ cm}$  ;
- $a = 50 \text{ cm}$ , resultando entre eixos de nervuras 60 cm e evitando-se dessa maneira a verificação da flexão da mesa e a verificação das nervuras ao cisalhamento como vigas;
- $h_f \begin{cases} \geq 4 \text{ cm} \\ \geq a/15 = 50/15 = 3,33 \text{ cm} \end{cases} \Rightarrow$  adota - se  $h_f = 5 \text{ cm}$  .

O pré-dimensionamento da altura da laje será feito considerando as recomendações da NBR 6118:1980 apresentadas no capítulo 3 deste trabalho. Assim, com  $\psi_2 = 1,0$  (tabela 3.1, viga simplesmente apoiada),  $\psi_3 = 17$  (tabela 3.3, viga, aço CA-50) e  $\lambda = 5,80$  m (vão teórico), estima-se a altura útil da laje (d):

$$d \geq \frac{\lambda}{\psi_2 \cdot \psi_3} = \frac{580}{1 \cdot 17} \cong 34,0 \text{ cm}$$

A altura total da laje (h) será avaliada somando-se ao valor estimado para a altura útil (d) o cobrimento nominal ( $c_{\text{nom}}$ ) mais metade do diâmetro das barras utilizadas para montar a armadura longitudinal das nervuras. Admitindo que serão utilizadas barras de  $\phi 10,0$  mm, resulta:

$$h = d + \phi/2 + c_{\text{nom}} = 34,0 + 1,0/2 + 2,5 = 37,0 \text{ cm}$$

Na figura 6.2 mostra-se a seção transversal da laje, com as dimensões adotadas.

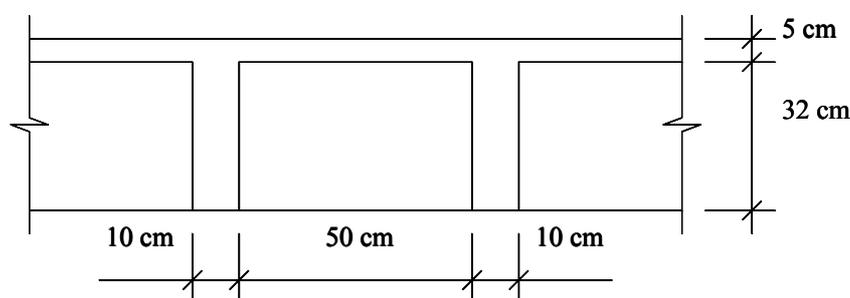


FIGURA 6.2. Seção transversal da laje – exemplo 1

## Etapa 2: Determinação das ações atuantes

A partir das dimensões adotadas para a seção transversal da laje, do peso específico dos materiais e do uso a que se destina o pavimento é possível determinar as ações atuantes, que são:

- **Ações permanentes:**

peso próprio: .....  $g_1 = (0,05 + (0,10 \cdot 0,32)/0,60) \cdot 25 \text{ kN/m}^3 = 2,58 \text{ kN/m}^2$

enchimento: .....  $g_{\text{ench}} = ((0,32 \cdot 0,50)/0,60) \cdot 5 \text{ kN/m}^3 = 1,33 \text{ kN/m}^2$

revestimentos:

revestimento inferior: .....  $g_{\text{rev,inf}} = 0,015 \cdot 12,5 \text{ kN/m}^3 = 0,19 \text{ kN/m}^2$

camada de regularização: .....  $g_{\text{rev,reg}} = 0,020 \cdot 21 \text{ kN/m}^3 = 0,42 \text{ kN/m}^2$

piso: .....  $g_{\text{rev,piso}} = 0,10 \text{ kN/m}^2$

total:  $g = 2,58 + 1,33 + 0,19 + 0,42 + 0,10 = 4,62 \text{ kN/m}^2$

• **Ação variável:**

carga acidental (de acordo com a NBR 6120:1980):  $q = 2,00 \text{ kN/m}^2$

Para obter as ações por nervura, por metro linear, basta multiplicar os valores encontrados pela distância entre eixos de nervuras (60 cm). Assim, tem-se:

- permanente:  $g = 4,62 \cdot 0,60 = 2,77 \text{ kN/m}$  ;
- variável:  $q = 2,00 \cdot 0,60 = 1,20 \text{ kN/m}$  ;
- total:  $g + q = 2,77 + 1,20 = 3,97 \text{ kN/m}$  .

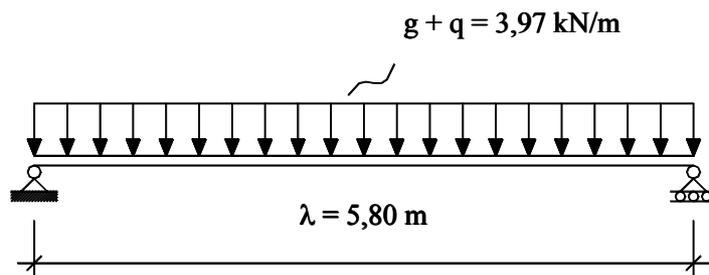
**Etapa 3: Cálculo dos esforços solicitantes**

Considerando para as nervuras da laje o esquema estático mostrado na figura 6.3, determina-se:

$$M_{\text{máx}} = \frac{(g + q) \cdot \lambda^2}{8} = \frac{3,97 \cdot 5,80^2}{8} = 16,69 \text{ kN} \cdot \text{m} \text{ (momento fletor na seção do meio do$$

vão);

$$V_{\text{máx}} = \frac{(g + q) \cdot \lambda}{2} = \frac{3,97 \cdot 5,80}{2} = 11,51 \text{ kN} \text{ (força cortante na seção do apoio).}$$



**FIGURA 6.3. Esquema estático das nervuras – exemplo 1**

#### Etapa 4: Cálculo das armaduras necessárias

##### a) Verificação à flexão

O cálculo da armadura longitudinal das nervuras será feito adotando seção transversal em forma de “T” para as mesmas. Com base na figura 6.2 apresentada anteriormente, determina-se a largura colaborante ( $b_f$ ) da seção:

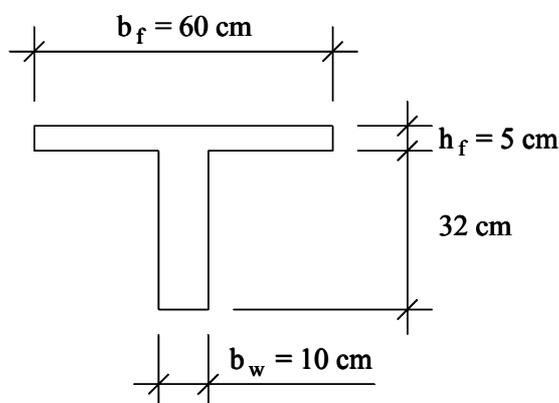
$$b_f = b_w + 2 \cdot b_1 = 10 + 2 \cdot 25 = 60 \text{ cm, em que:}$$

$b_w = 10 \text{ cm}$  é a largura da alma da seção “T”;

$b_2 = 50 \text{ cm}$  é a distância entre as faces das nervuras;

$$b_1 \leq \begin{cases} 0,5 \cdot b_2 = 0,50 \cdot 50 = 25 \text{ cm} \\ 0,10 \cdot a = 0,10 \cdot \lambda = 0,10 \cdot 580 = 58 \text{ cm} \quad (a = \lambda, \text{ viga simplesmente apoiada}) \end{cases}$$

Assim, tem-se a seção transversal mostrada na figura 6.4.



**FIGURA 6.4. Seção transversal admitida para as nervuras – exemplo 1**

Admitindo que a linha neutra passa na mesa da seção transversal, calcula-se:

$$KMD = \frac{M_d}{b_f \cdot d^2 \cdot f_{cd}} = \frac{1,4 \cdot 16,69}{0,60 \cdot 0,34^2 \cdot \frac{20000}{1,4}} = 0,0236$$

Adotando  $KMD = 0,0300$  e usando a tabela A1 apresentada no anexo, tem-se:

$KX = 0,0449$ ;  $KZ = 0,9820$ ;  $\varepsilon_c = 0,4704\%$ ;  $\varepsilon_s = 10,00\%$ .

A posição da linha neutra é obtida por:

$x = (KX) \cdot d = 0,0449 \cdot 34,0 = 1,53 \text{ cm} < h_f = 5,0 \text{ cm}$ ; a linha neutra passa na mesa e a seção trabalha como retangular.

Como  $\varepsilon_c = 0,4704\%$  e  $\varepsilon_s = 10,00\%$ , a peça está trabalhando no domínio 2 (deformação no aço de 10,00% e no concreto menor que 3,5%), e  $f_s = f_{yd}$ .

A armadura longitudinal das nervuras é obtida por:

$$A_s = \frac{M_d}{KZ \cdot d \cdot f_{yd}} = \frac{1,4 \cdot 16,69}{0,9820 \cdot 0,34 \cdot \frac{50}{1,15}} = 1,61 \text{ cm}^2$$

Com duas barras de  $\phi 10,0 \text{ mm}$  resulta  $A_s = 1,60 \text{ cm}^2 \cong 1,61 \text{ cm}^2$  (ou então, por metro de largura da laje,  $A_s = \frac{100}{60} \cdot 1,60 = 2,67 \text{ cm}^2/\text{m}$ ).

Agora, é necessário verificar se esta armadura é superior à mínima. Da tabela 2.3 tem-se  $\rho_{\min} = \frac{A_{s,\min}}{A_c} = 0,15\%$  (para seção transversal "T" e  $f_{ck} = 20 \text{ MPa}$ ).

Assim, a armadura mínima de flexão será:

$$A_{s,\min} = \frac{0,15}{100} \cdot A_c = \frac{0,15}{100} \cdot 620 = 0,90 \text{ cm}^2 \text{ (ou então, por metro de largura da laje,}$$

$$A_{s,\min} = \frac{100}{60} \cdot 0,90 = 1,50 \text{ cm}^2/\text{m}), \text{ em que:}$$

$A_c = (b_f - b_w) \cdot h_f + b_w \cdot h = (60 - 10) \cdot 5 + 10 \cdot 37 = 620 \text{ cm}^2$ , corresponde à área da seção transversal da nervura.

Como  $A_s = 1,60 \text{ cm}^2 > 0,90 \text{ cm}^2$ , atende-se.

Finalmente, é necessário determinar a armadura de distribuição ( $A_s/s$ ).

Deve-se atender:

$$A_s/s \geq 20\% \text{ da armadura principal} \Rightarrow A_s/s \geq \frac{20}{100} \cdot 2,67 = 0,53 \text{ cm}^2/\text{m};$$

$$A_s/s \geq 0,9 \text{ cm}^2/\text{m};$$

$$\rho_s \geq 0,5 \cdot \rho_{\min} \Rightarrow A_s/s \geq 0,5 \cdot A_{s,\min} = 0,5 \cdot 1,50 = 0,75 \text{ cm}^2/\text{m}.$$

Adotando barra de  $\phi$  5,0 mm ( $A_{s,barra} = 0,20 \text{ cm}^2$ ) a cada 22 cm, resulta  $A_s/s = (100/22) \cdot 0,20 = 0,91 \text{ cm}^2/\text{m}$  que é superior a  $0,9 \text{ cm}^2/\text{m}$ ; com este diâmetro e espaçamento também atende-se as recomendações da NBR 6118:2003 quanto ao diâmetro e espaçamento máximo para as barras dessa armadura, que são,  $\phi_{m\acute{a}x} = h_f/8 = 50/8 = 6,25 \text{ mm}$  e  $33 \text{ cm}$ , respectivamente.

### b) Verificação ao cisalhamento

Como a distância entre eixos de nervuras é menor que 65 cm, a laje pode prescindir de armadura transversal para resistir as tensões de tração causadas pela força cortante se  $V_{Sd} \leq V_{Rd1}$ . Tem-se:

$$V_{Sd} = 1,4 \cdot V_{m\acute{a}x} = 1,4 \cdot 11,51 = 16,11 \text{ kN} \text{ (força cortante solicitante de cálculo)}$$

$$V_{Rd1} = [\tau_{Rd} \cdot k \cdot (1,2 + 40 \cdot \rho_1)] \cdot b_w \cdot d = [276 \cdot 1,26 \cdot (1,2 + 40 \cdot 0,0047)] \cdot 0,10 \cdot 0,34$$

$$V_{Rd1} = 16,41 \text{ kN} \text{ (resistência de cálculo ao cisalhamento), em que:}$$

$$\tau_{Rd} = 0,25 \cdot \frac{f_{ctk,inf}}{\gamma_c} = 0,25 \cdot \frac{0,21 \cdot \sqrt[3]{f_{ck}^2}}{\gamma_c} = 0,25 \cdot \frac{0,21 \cdot \sqrt[3]{20^2}}{1,4} = 0,276 \text{ MPa} = 276 \text{ kN/m}^2;$$

$$k = (1,6 - d) \geq 1 \Rightarrow k = (1,6 - 0,34) = 1,26 > 1;$$

$$\rho_1 = \frac{A_{s1}}{b_w \cdot d} \leq 0,02 \Rightarrow \rho_1 = \frac{1,60}{10 \cdot 34} = 0,0047 < 0,02.$$

Como  $V_{Sd} = 16,11 \text{ kN} < V_{Rd1} = 16,41 \text{ kN}$ , conclui-se que não é necessário a utilização de armadura transversal.

Agora, é necessário fazer a verificação da compressão diagonal do concreto (bielas comprimidas). Em elementos sem armadura de cisalhamento, esta verificação é feita comparando a força cortante solicitante de cálculo  $V_{Sd}$  com a resistência de cálculo  $V_{Rd2}$ . Tem-se:

$$V_{Rd2} = 0,5 \cdot \alpha_{v1} \cdot f_{cd} \cdot b_w \cdot 0,9 \cdot d = 0,5 \cdot 0,5 \cdot 14286 \cdot 0,10 \cdot 0,9 \cdot 0,34 = 109,29 \text{ kN}, \text{ em que:}$$

$$\alpha_{v1} = (0,7 - f_{ck}/200) \leq 0,5 \Rightarrow \alpha_{v1} = (0,7 - 20/200) = 0,6 \Rightarrow \therefore \alpha_{v1} = 0,5;$$

$$f_{cd} = \frac{f_{ck}}{\gamma_c} = \frac{20000}{1,4} = 14286 \text{ kN/m}^2.$$

Como  $V_{Sd} = 16,11 \text{ kN} < V_{Rd2} = 129,29 \text{ kN}$ , conclui-se que não há risco de ruptura por compressão do concreto das bielas.

Posteriormente à verificação dos estados limites de serviço, apresenta-se o detalhamento das armaduras necessárias.

## Etapa 5: Verificação dos estados limites de serviço

### a) Verificação da fissuração

Para a verificação da fissuração é necessário determinar, inicialmente, as características geométricas da seção transversal, o que será feito usando as expressões indicadas no capítulo 3; deve-se determinar essas características no estágio I e estágio II puro.

No estágio I, sem considerar a presença da armadura e com base na seção transversal apresentada anteriormente na figura 6.4, tem-se:

- Área da seção transversal:

$$A_g = (b_f - b_w) \cdot h_f + b_w \cdot h = (60 - 10) \cdot 5 + 10 \cdot 37 = 620 \text{ cm}^2$$

- Posição do centro de gravidade a partir da borda superior da seção:

$$y_{cg} = \frac{(b_f - b_w) \cdot \left(\frac{h_f^2}{2}\right) + b_w \cdot \frac{h^2}{2}}{A_g} = \frac{(60 - 10) \cdot \left(\frac{5^2}{2}\right) + 10 \cdot \frac{37^2}{2}}{620} = 12,05 \text{ cm}$$

- Momento de inércia à flexão:

$$I_g = \frac{(b_f - b_w) \cdot h_f^3}{12} + \frac{b_w \cdot h^3}{12} + (b_f - b_w) \cdot h_f \cdot \left(y_{cg} - \frac{h_f}{2}\right)^2 + b_w \cdot h \cdot \left(y_{cg} - \frac{h}{2}\right)^2$$

$$I_g = \frac{(60 - 10) \cdot 5^3}{12} + \frac{10 \cdot 37^3}{12} + (60 - 10) \cdot 5 \cdot \left(12,05 - \frac{5}{2}\right)^2 + 10 \cdot 37 \cdot \left(12,05 - \frac{37}{2}\right)^2$$

$$I_g = 80925 \text{ cm}^4$$

No estágio II puro, por sua vez, para o cálculo do momento de inércia da seção fissurada de concreto, é necessário conhecer, inicialmente, a relação entre os módulos de elasticidade do aço e do concreto ( $\alpha_e$ ):

$$\alpha_e = \frac{E_s}{E_{cs}} = \frac{210000}{21287} = 9,865, \text{ em que:}$$

$$E_{cs} = 0,85 \cdot 5600 \cdot \sqrt{f_{ck}} = 0,85 \cdot 5600 \cdot \sqrt{20} = 21287 \text{ MPa}.$$

Também é preciso conhecer a posição da linha neutra ( $x_{II}$ ). Admitindo a linha neutra passando na mesa da seção transversal ( $x_{II} < h_f$ ), de modo que  $b_w = b_f$ , e destacando que neste caso  $A'_s = 0$  (não há armadura superior comprimida), calcula-se:

$$x_{II} = \frac{-a_2 + \sqrt{a_2^2 - 4 \cdot a_1 \cdot a_3}}{2 \cdot a_1} = \frac{-15,78 + \sqrt{15,78^2 + 4 \cdot 30 \cdot 536,66}}{2 \cdot 30} = 3,97 \text{ cm}, \text{ em que:}$$

$$a_1 = b_w/2 = b_f/2 = 60/2 = 30 \text{ cm};$$

$$a_2 = h_f \cdot (b_f - b_w) + (\alpha_e - 1) \cdot A'_s + \alpha_e \cdot A_s = 9,865 \cdot 1,6 = 15,78 \text{ cm}^2;$$

$$a_3 = -d' \cdot (\alpha_e - 1) \cdot A'_s - d \cdot \alpha_e \cdot A_s - \frac{h_f^2}{2} \cdot (b_f - b_w) = -34 \cdot 9,865 \cdot 1,6 = -536,66 \text{ cm}^3.$$

Como  $x_{II} = 3,97 \text{ cm} < h_f = 5 \text{ cm}$ , a linha neutra passa na mesa da seção transversal e o momento de inércia fica:

$$I_{x,II_0} = \frac{b_f \cdot x_{II}^3}{3} + \alpha_e \cdot A_s \cdot (x_{II} - d)^2 + (\alpha_e - 1) \cdot A'_s \cdot (x_{II} - d')^2$$

$$I_{x,II_0} = \frac{60 \cdot 3,97^3}{3} + 9,865 \cdot 1,6 \cdot (3,97 - 34)^2 = 15485 \text{ cm}^4$$

O momento de fissuração ( $M_r$ ), no caso para seção “T”, sendo  $I_c$  o momento de inércia da seção bruta de concreto (aqui chamado de  $I_g$ ) e  $y_t$  a distância do centro de gravidade da seção bruta à fibra mais tracionada, fica:

$$M_r = \frac{\alpha \cdot f_{ct} \cdot I_c}{y_t} = \frac{1,2 \cdot 1550 \cdot (80925 \cdot 10^{-8})}{(0,37 - 0,1205)} = 6,03 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

com  $\alpha = 1,2$  (seção “T”) e  $f_{ct} = 0,21 \cdot f_{ck}^{2/3} = 0,21 \cdot 20^{2/3} = 1,55 \text{ MPa} = 1550 \text{ kN/m}^2$ .

O momento fletor de serviço fica (combinação freqüente de ações):

$$M_{d,ser} = M_{gk} + \psi_1 \cdot M_{qk} = \frac{2,77 \cdot 5,80^2}{8} + 0,6 \cdot \frac{1,20 \cdot 5,80^2}{8} = 14,68 \text{ kN} \cdot \text{m}; \text{ conforme já}$$

foi comentado,  $\psi_1$  é o fator de redução de combinação freqüente para o estado limite de serviço, igual a 0,6 neste caso pois trata-se de edifício comercial (ver tabela A5).

Como  $M_{d,ser} = 14,68 \text{ kN} \cdot \text{m} > M_r = 6,03 \text{ kN} \cdot \text{m}$ , a peça está fissurada e deve-se verificar o estado limite de abertura das fissuras.

Para a verificação do estado limite de abertura das fissuras, primeiramente é necessário o cálculo da tensão na armadura no estágio II. Esta tensão fica:

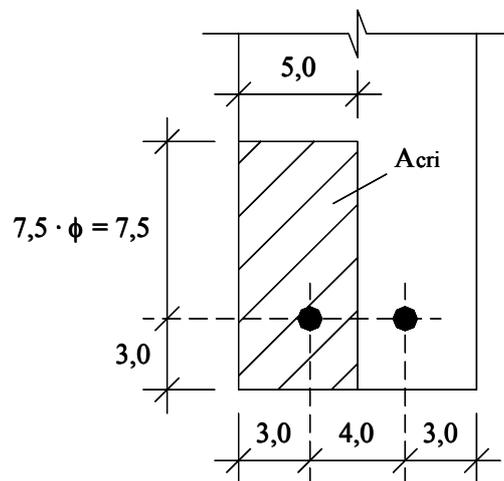
$$\sigma_{si} = \frac{M_{d,ser}}{I_{x,II_0}} \cdot y_{si} \cdot \alpha_e = \frac{14,68}{15485 \cdot 10^{-8}} \cdot 0,30 \cdot 9,865 = 280565 \text{ kN/m}^2 \cong 281 \text{ MPa}$$

com  $y_{si} = d - x_{II} = 34 - 3,97 \cong 30 \text{ cm}$  (distância da armadura  $i$  até a linha neutra no estágio II).

A taxa de armadura ( $\rho_{ri}$ ), obtida pela relação entre a área de uma barra ( $A_{s,barra}$ ) e a área do retângulo que considera o envolvimento de concreto na mesma ( $A_{cri}$ ), fica:

$$\rho_{ri} = \frac{A_{s,barra}}{A_{cri}} = \frac{0,8}{52,5} = 0,0152$$

com  $A_{cri} = 10,5 \cdot 5 = 52,5 \text{ cm}^2$  (área do retângulo indicado na figura 6.5).



**FIGURA 6.5. Concreto de envolvimento das barras da armadura – exemplo 1**

Finalmente, estima-se a abertura das fissuras:

$$w = \frac{\phi_i}{12,5 \cdot \eta_i} \cdot \frac{\sigma_{si}}{E_{si}} \cdot \frac{3 \cdot \sigma_{si}}{f_{ct,m}} = \frac{10}{12,5 \cdot 2,25} \cdot \frac{281}{210000} \cdot \frac{3 \cdot 281}{2,21} = 0,18 \text{ mm}$$

$$w = \frac{\phi_i}{12,5 \cdot \eta_i} \cdot \frac{\sigma_{si}}{E_{si}} \cdot \left( \frac{4}{\rho_{ri}} + 45 \right) = \frac{10}{12,5 \cdot 2,25} \cdot \frac{281}{210000} \cdot \left( \frac{4}{0,0152} + 45 \right) = 0,15 \text{ mm}$$

com  $\eta_i = 2,25$  (tabela 2.5) e  $f_{ct,m} = 0,30 \cdot f_{ck}^{2/3} = 0,30 \cdot 20^{2/3} = 2,21 \text{ MPa}$ .

Assim, a abertura máxima característica das fissuras fica:  $w = 0,15 \text{ mm}$ , que é o menor valor obtido. Como  $w = 0,15 \text{ mm} < w_{\text{limite}} = 0,3 \text{ mm}$  (tabela 2.2, para classe de agressividade ambiental II e combinação freqüente de ações), conclui-se que a fissuração não é nociva.

## b) Verificação do estado limite de deformações excessivas

### b.1) Flecha imediata

Para as diversas combinações de ações, pode-se calcular a flecha imediata (considerando o efeito da fissuração e ainda sem o efeito da fluência do concreto) pela expressão:

$$a = \frac{5 \cdot p \cdot \lambda^4}{385 \cdot (E \cdot I)_{\text{eq}}}$$

sendo  $p$  a ação por metro linear atuante na nervura,  $\lambda$  o vão (neste caso, igual a 5,80 m) e  $(E \cdot I)_{\text{eq}}$  a rigidez equivalente.

A rigidez equivalente é dada por:

$$(E \cdot I)_{\text{eq}} = E_{cs} \cdot \left\{ \left( \frac{M_r}{M_a} \right)^3 \cdot I_c + \left[ 1 - \left( \frac{M_r}{M_a} \right)^3 \right] \cdot I_{II} \right\} \leq E_{cs} \cdot I_c$$

com  $E_{cs}$ ,  $I_c = I_g$  e  $I_{II} = I_{x,II_0}$ , todos obtidos anteriormente; para esta verificação, o momento de fissuração ( $M_r$ ) fica:

$$M_r = \frac{\alpha \cdot f_{ct} \cdot I_c}{y_t} = \frac{1,2 \cdot 2210 \cdot (80925 \cdot 10^{-8})}{(0,37 - 0,1205)} = 8,60 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

com  $f_{ct} = 0,30 \cdot f_{ck}^{2/3} = 0,30 \cdot 20^{2/3} = 2,21 \text{ MPa} = 2210 \text{ kN/m}^2$ .

Para as diversas combinações de ações, o momento fletor atuante ( $M_a$ ) é obtido por:

$M_a = \frac{p \cdot \lambda^2}{8}$ , em que  $p$  e  $\lambda$  têm os mesmos significados anteriores.

Na tabela 6.1 apresenta-se a flecha imediata obtida para três situações distintas de carregamento das nervuras: carregamento somente com a ação permanente e carregamentos obtidos com as combinações quase-permanente e rara de ações; essas flechas deverão ser comparadas com as flechas-limite.

**TABELA 6.1 Flecha imediata para as diversas combinações de ações – exemplo 1**

Ação	p (kN/m)	M <sub>a</sub> (kN·m)	$\frac{M_r}{M_a}$	(E·I) <sub>eq</sub> (kN·m <sup>2</sup> )	a (cm)
<b>g</b> <b>(soma das ações permanentes)</b>	2,77	11,65	0,74	8941	0,46
<b>g + 0,4·q</b> <b>(combinação quase-permanente)</b>	3,25	13,67	0,63	6780	0,70
<b>g + q</b> <b>(combinação rara)</b>	3,97	16,69	0,51	5255	1,11

A flecha imediata relativa à ação variável é dada pela diferença entre a obtida com a combinação rara (totalidade das ações) e a obtida com a soma das ações permanentes:

$$a_q = a_{\text{rara}} - a_{\text{permanente}} = 1,11 - 0,46 = 0,65 \text{ cm}$$

Como  $a_q = 0,65 \text{ cm} < a_{\text{limite}} = \frac{\lambda}{350} = \frac{580}{350} = 1,66 \text{ cm}$  (tabela 2.7, caso de aceitabilidade sensorial visual), atende-se.

## b.2) Flecha diferida no tempo

Na seqüência deve-se determinar o fator  $\alpha_f$ , para considerar o efeito da fluência:

$$\alpha_f = \frac{\Delta\xi}{1 + 50 \cdot \rho'} = \frac{\xi(\infty) - \xi(t_0)}{1 + 50 \cdot \rho'} = \frac{2 - 0,53}{1} = 1,47, \text{ em que:}$$

$\rho' = 0$ , pois não há armadura comprimida;

$\xi(\infty) = 2$  (valor fixo para idade maior que 70 meses);

$\xi(t_0) = 0,68 \cdot 0,996^t \cdot t^{0,32} = 0,68 \cdot 0,996^{0,47} \cdot 0,47^{0,32} = 0,53$ , com  $t = 14/30 = 0,47$  a idade, em meses, relativa à data de aplicação da ação de longa duração, no caso 14 dias.

O valor da flecha total no tempo infinito será a flecha imediata por causa da ação total (combinação rara de ações), acrescida da calculada com a combinação quase-permanente de ações multiplicada pelo fator  $\alpha_f$ :

$$a_{\text{total},\infty} = a_{\text{rara}} + \alpha_f \cdot a_{\text{quase permanente}} = 1,11 + 1,47 \cdot 0,70 = 2,14 \text{ cm}$$

$$\text{Como } a_{\text{total},\infty} = 2,14 \text{ cm} < a_{\text{limite}} = \frac{\lambda}{250} = \frac{580}{250} = 2,32 \text{ cm} \quad (\text{tabela 2.7,}$$

caso de aceitabilidade sensorial de vibrações sentidas no piso), atende-se, não havendo a necessidade de ser dada uma contraflecha; caso fosse necessário uma contraflecha, esta poderia ser de até:  $\lambda/350 = 580/350 = 1,66 \text{ cm}$  (tabela 2.8).

#### **Etapa 6: Detalhamento das armaduras necessárias da laje**

Para as lajes nervuradas, o detalhamento das armaduras necessárias deve ser apresentado em planta e em corte; para cada tipo de barra, além do número da mesma, deve-se indicar o diâmetro, a quantidade, o tamanho dos ganchos, o espaçamento entre barras, o comprimento parcial e o total. Para o exemplo em questão, esse detalhamento é apresentado nos desenhos indicados na figura 6.6.

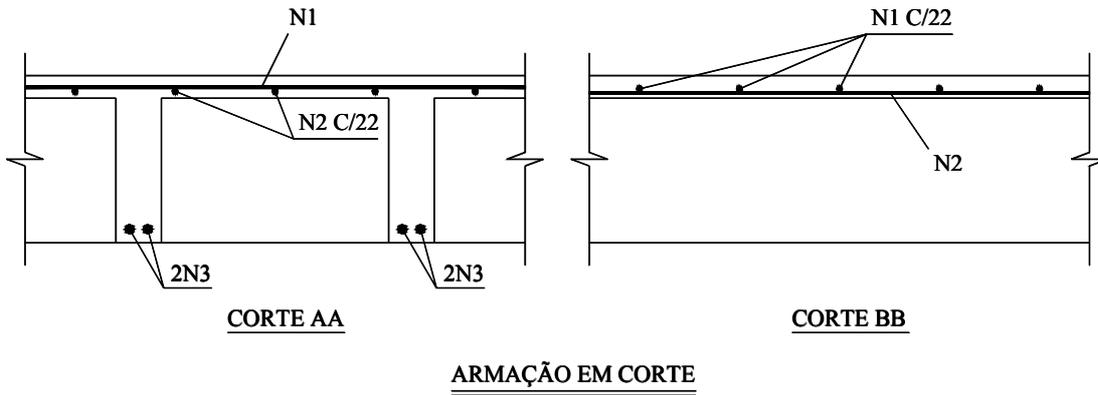
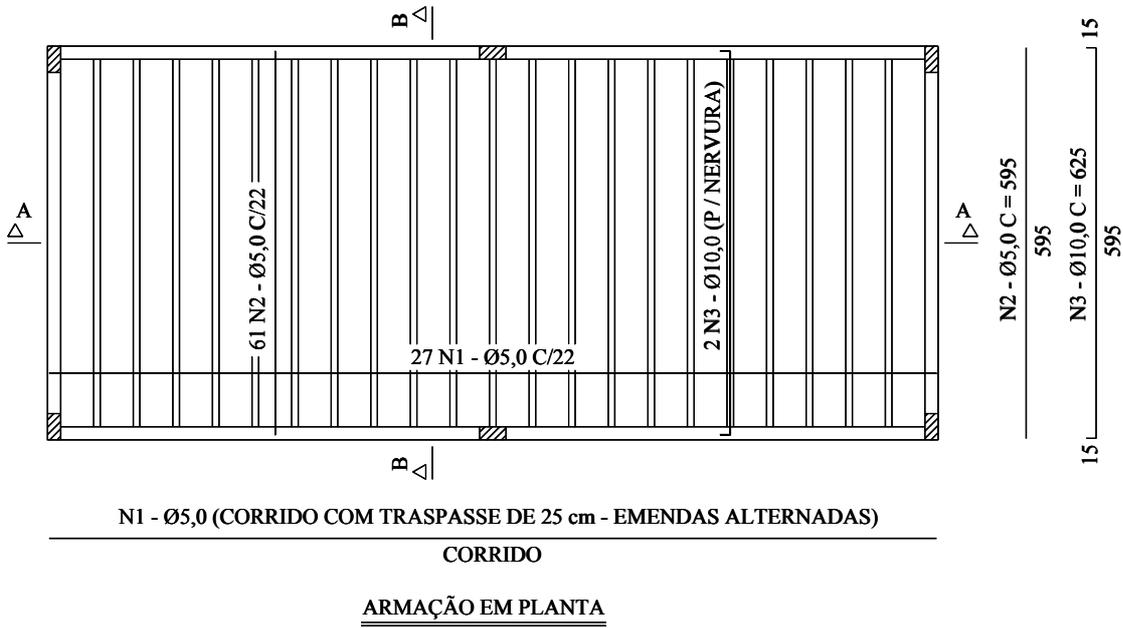


FIGURA 6.6. Detalhamento das armaduras da laje – exemplo 1

### 6.3 EXEMPLO 2 (LAJE NERVURADA MOLDADA NO LOCAL ARMADA EM DUAS DIREÇÕES)

Calcular os esforços solicitantes (momento fletor e força cortante) e os deslocamentos transversais para a laje nervurada armada nas duas direções indicada na figura 6.7 utilizando o processo de analogia de grelha, e comparar os resultados com os obtidos utilizando o cálculo admitindo a laje nervurada como laje maciça (com o emprego de tabelas elaboradas com base na teoria das placas elásticas). Considerar que serão utilizadas fôrmas reaproveitáveis para construir a laje e que a mesma esteja apoiada no seu contorno em paredes de alvenaria estrutural (contorno admitido indelocável verticalmente). Admitir os seguintes dados:

- Materiais: concreto C20 ( $f_{ck} = 20 \text{ MPa}$ ), aço CA-50 ( $E_s = 210 \text{ GPa}$ ).
- Ação permanente:  $g_2 = 1,0 \text{ kN/m}^2$  (contra-piso, piso e forro falso).
- Ação variável:  $q = 4 \text{ kN/m}^2$  (carga accidental).

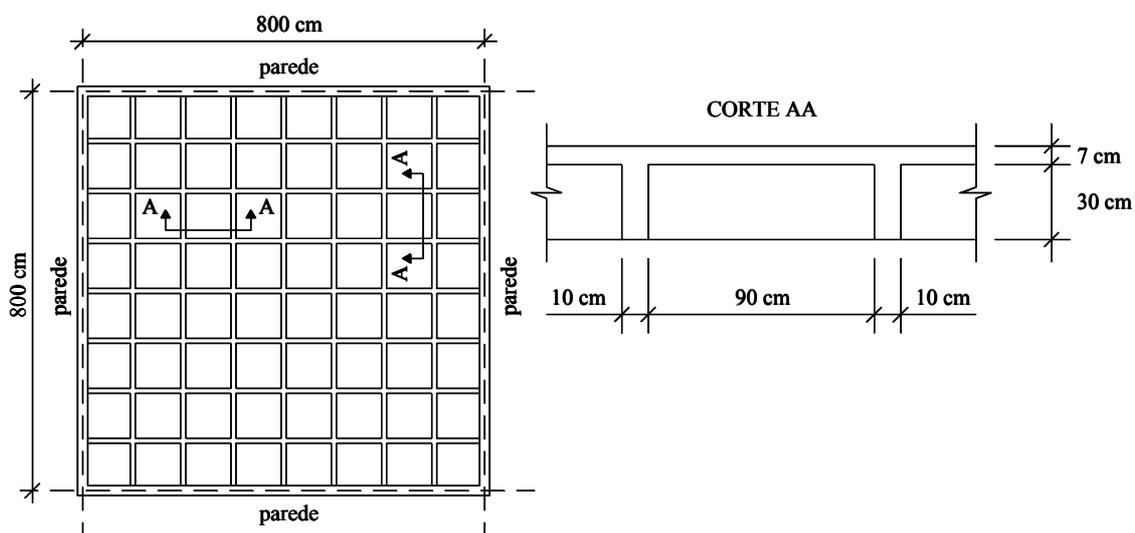


FIGURA 6.7. Laje nervurada armada nas duas direções – exemplo 2

#### a) Ações atuantes

peso próprio:  $g_1 = (0,07 + (0,10 \cdot 0,30) \cdot 2) \cdot 25 \text{ kN/m}^3 = 3,25 \text{ kN/m}^2$

contra-piso + piso + forro falso:  $g_2 = 1,00 \text{ kN/m}^2$

carga accidental:  $q = 4,00 \text{ kN/m}^2$

valor total das ações:  $P = g_1 + g_2 + q = 3,25 + 1,00 + 4,00 = 8,25 \text{ kN/m}^2$

### b) Cálculo dos esforços solicitantes e deslocamentos transversais por meio de tabelas (admitindo a laje como maciça)

Os esforços solicitantes e os deslocamentos transversais serão calculados usando as tabelas A2, A3 e A4 apresentadas no anexo, elaboradas para lajes maciças; é importante destacar que neste caso, de fato, o contorno da laje está impedido de se deslocar verticalmente, pois a laje apóia-se em paredes de alvenaria estrutural que são admitidas indeformáveis nesta direção. Admite-se que a laje está simplesmente apoiada, ou seja, não há engastamento (a rotação da laje nos apoios é livre).

Na tabela A2 com o parâmetro de entrada  $\lambda$  (relação entre os lados da laje) igual a 1,00 por ser a laje quadrada, se obtêm:  $\mu_x = \mu_y = \mu = 4,41$ . Os momentos fletores no meio do vão (momentos fletores máximos), por metro de largura da laje, são iguais a:

$$m_x = m_y = m = \mu \cdot \frac{P \cdot \lambda_x}{100} = 4,41 \cdot \frac{8,25 \cdot 8,0^2}{100} = 23,28 \text{ kN} \cdot \text{m/m};$$
 como o espaçamento entre eixos de nervuras é de um metro (100 cm), este valor também representa o momento máximo atuando nas nervuras, ou seja:  $M_{\text{máx}} = 23,28 \text{ kN} \cdot \text{m}$ .

A máxima força cortante atuante em uma nervura, por sua vez, pode ser obtida calculando a reação de apoio da laje nas paredes. Na tabela A3 com o parâmetro de entrada  $\lambda$  igual a 1,00 se obtêm  $k_x = k_y = k = 2,50$ , e a reação de apoio fica:

$$v_x = v_y = v = k \cdot P \cdot \frac{\lambda_x}{10} = 2,50 \cdot 8,25 \cdot \frac{8,0}{10} = 16,50 \text{ kN/m};$$
 como o espaçamento entre eixos de nervuras é de um metro (100 cm), este valor também representa a força cortante máxima atuando em uma nervura, ou seja:  $V_{\text{máx}} = 16,50 \text{ kN}$ .

A flecha, por sua vez, será calculada sem os efeitos da fissuração e fluência do concreto, ou seja, apenas será calculada a flecha imediata, admitindo o concreto com comportamento elástico e linear; a combinação de ações empregada será a

rara (totalidade das ações). Para realizar este cálculo, a laje nervurada será transformada em uma laje maciça de espessura constante tal que a inércia a flexão nos dois casos seja equivalente; com base na figura 6.7 apresentada anteriormente, inicialmente, determina-se a largura colaborante ( $b_f$ ) da seção:

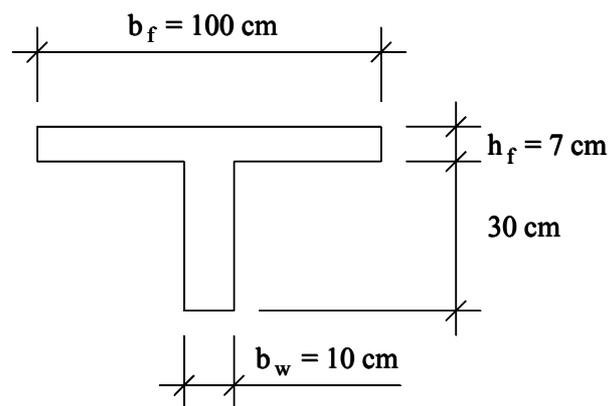
$$b_f = b_w + 2 \cdot b_1 = 10 + 2 \cdot 45 = 100 \text{ cm, em que:}$$

$b_w = 10 \text{ cm}$  é a largura da alma da seção “T”;

$b_2 = 90 \text{ cm}$  é a distância entre as faces das nervuras;

$$b_1 \leq \begin{cases} 0,5 \cdot b_2 = 0,50 \cdot 90 = 45 \text{ cm} \\ 0,10 \cdot a = 0,10 \cdot \lambda = 0,10 \cdot 800 = 80 \text{ cm} \quad (a = \lambda, \text{ viga simplesmente apoiada}) \end{cases}$$

Assim, tem-se para as nervuras da laje a seção transversal mostrada na figura 6.8.



**FIGURA 6.8.** Seção transversal admitida para as nervuras – exemplo 2

A partir da figura 6.8 e usando as expressões apresentadas no capítulo 3, no estágio I e sem considerar a presença da armadura, determinam-se:

- Área da seção transversal:

$$A_g = (b_f - b_w) \cdot h_f + b_w \cdot h = (100 - 10) \cdot 7 + 10 \cdot 37 = 1000 \text{ cm}^2$$

- Posição do centro de gravidade a partir da borda superior da seção transversal:

$$y_{cg} = \frac{(b_f - b_w) \cdot \left(\frac{h_f^2}{2}\right) + b_w \cdot \frac{h^2}{2}}{A_g} = \frac{(100 - 10) \cdot \left(\frac{7^2}{2}\right) + 10 \cdot \frac{37^2}{2}}{1000} = 9,05 \text{ cm}$$

- Momento de inércia à flexão:

$$I_g = \frac{(b_f - b_w) \cdot h_f^3}{12} + \frac{b_w \cdot h^3}{12} + (b_f - b_w) \cdot h_f \cdot \left(y_{cg} - \frac{h_f}{2}\right)^2 + b_w \cdot h \cdot \left(y_{cg} - \frac{h}{2}\right)^2$$

$$I_g = \frac{(100 - 10) \cdot 7^3}{12} + \frac{10 \cdot 37^3}{12} + (100 - 10) \cdot 7 \cdot \left(9,05 - \frac{7}{2}\right)^2 + 10 \cdot 37 \cdot \left(9,05 - \frac{37}{2}\right)^2$$

$$I_g = 97231 \text{ cm}^4$$

Considerando uma largura **b** de 1 m (100 cm), determina-se a altura **h** da laje maciça de mesma inércia à flexão que a da laje nervurada (também no estágio I e sem considerar a presença da armadura):

$$I_f = \frac{b \cdot h^3}{12} = \frac{100 \cdot h^3}{12} = 97231 \Rightarrow h = 22,7 \text{ cm}$$

Na tabela A4 com o parâmetro de entrada  $\lambda$  igual a 1,00 se obtêm  $\alpha = 4,67$ , e a flecha elástica fica:

$$a = \frac{P \cdot \lambda_x^4}{E \cdot h^3} \cdot \frac{\alpha}{100} = \frac{8,25 \cdot 8,0^4}{(21287 \cdot 10^3) \cdot 0,227^3} \cdot \frac{4,67}{100} = 0,0063 \text{ m} \Rightarrow a = 0,63 \text{ cm}, \text{ em que:}$$

$E_{cs} = 0,85 \cdot 5600 \cdot \sqrt{f_{ck}} = 0,85 \cdot 5600 \cdot \sqrt{20} = 21287 \text{ MPa}$ , é o módulo de elasticidade secante do concreto.

A seguir, apresenta-se o resumo dos resultados obtidos calculando a laje nervurada como laje maciça por meio de tabelas:

momento fletor máximo por nervura:  $M_{\text{máx}} = 23,28 \text{ kN} \cdot \text{m}$

força cortante máxima por nervura:  $V_{\text{máx}} = 16,50 \text{ kN}$

flecha para combinação rara de ações:  $a = 0,63 \text{ cm}$

Conforme comentado no capítulo 3, HAHN (1972) recomenda que os esforços solicitantes encontrados considerando a laje nervurada como maciça devem ser multiplicados pelo coeficiente  $\delta$  dado por:

$$\delta = \frac{1}{1 - \left(\frac{5}{6} \cdot \frac{\varepsilon^2}{1 + \varepsilon^4}\right)}; \text{ com } \varepsilon = \frac{\lambda_x}{\lambda_y} = \frac{8,0}{8,0} = 1, \text{ tem-se: } \delta = \frac{1}{1 - \left(\frac{5}{6} \cdot \frac{1^2}{1 + 1^4}\right)} = 1,71.$$

Com este critério, se obtêm os seguintes valores para os esforços solicitantes:

momento fletor máximo por nervura:  $M_{\text{máx}} = 23,28 \cdot 1,71 = 39,81 \text{ kN} \cdot \text{m}$

força cortante máxima por nervura:  $V_{\text{máx}} = 16,50 \cdot 1,71 = 28,22 \text{ kN}$

### c) Cálculo dos esforços solicitantes e deslocamentos transversais pelo processo de analogia de grelha

Para a determinação dos esforços solicitantes e deslocamentos transversais da laje pelo processo de analogia de grelha empregou-se uma grelha equivalente composta de 81 nós e 144 barras (figura 6.9), com espaçamento de 1m nas duas direções entre as barras (coincidindo com a distância entre eixos de nervuras).

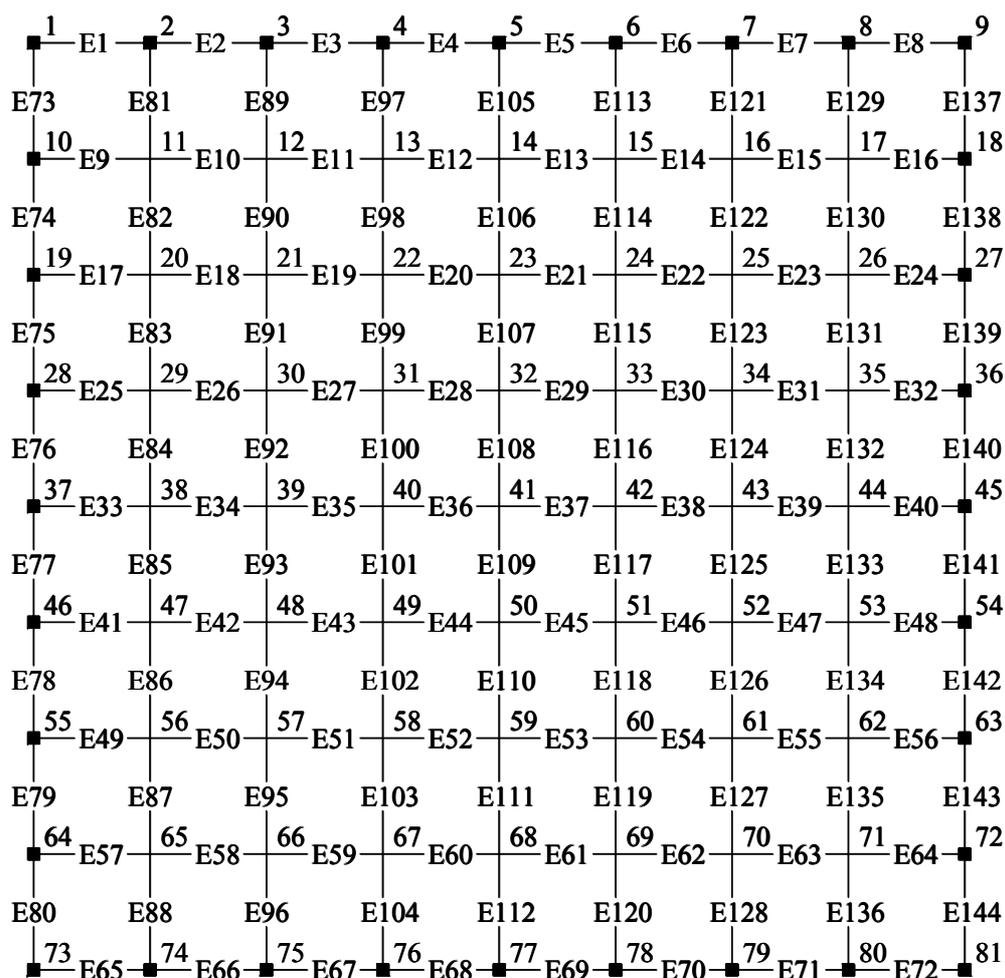


FIGURA 6.9. Malha da grelha equivalente usada na análise da laje – exemplo 2

O carregamento da grelha equivalente foi feito considerando as ações aplicadas nos nós (ações concentradas); o valor numérico destas ações foi determinado multiplicando o valor total por metro quadrado das ações atuantes (8,25 kN/m<sup>2</sup>) pela área de influência dos nós (1 m<sup>2</sup>), resultando em 8,25 kN.

As características geométricas das barras da grelha equivalente foram determinadas no estágio I e sem considerar a presença da armadura; com base na figura 6.8 apresentada anteriormente, foi obtido:

$$A_g = 1000 \text{ cm}^2 \text{ (área da seção transversal, já calculada anteriormente);}$$

$$I_g = 97231 \text{ cm}^4 \text{ (inércia à flexão, já calculada anteriormente);}$$

$$I_t = \frac{b_f \cdot h_f^3}{3} + \frac{(h - h_f) \cdot b_w^3}{3} = \frac{100 \cdot 7^3}{3} + \frac{(37 - 7) \cdot 10^3}{3} = 21433 \text{ cm}^4 \text{ (inércia à torção).}$$

Para o concreto, foram empregadas as seguintes características:

$$E_{cs} = 21287 \cdot 10^3 \text{ kN/m}^2 \text{ (módulo de deformação longitudinal à compressão, já calculado anteriormente);}$$

$$G_c = 0,4 \cdot E_{cs} = 8515 \cdot 10^3 \text{ kN/m}^2 \text{ (módulo de deformação transversal);}$$

$$\nu = 0,2 \text{ (coeficiente de Poisson).}$$

O cálculo dos esforços solicitantes e deslocamentos transversais da laje foi feito empregando o programa GPLAN4 de CORRÊA & RAMALHO (1987), versão educativa, desenvolvido na Escola de Engenharia de São Carlos da Universidade de São Paulo; foram obtidos os seguintes valores, colocados na tabela 6.2 juntamente com os obtidos pela teoria das placas elásticas para facilitar a comparação:

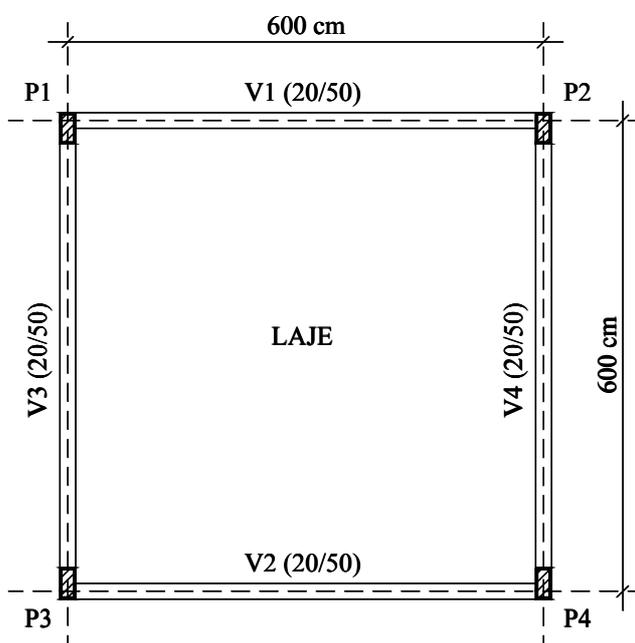
**TABELA 6.2 Valores máximos de momento fletor, força cortante e deslocamento transversal obtidos por diferentes processos de cálculo – exemplo 2**

Processo de cálculo	Momento fletor máximo por nervura (kN · m)	Força cortante máxima por nervura (kN)	Flecha (cm)
Analogia de grelha	40,22	19,24	1,31
Placa (por meio Tabelas)	23,28	16,50	0,63
Placa (correção de HAHN)	39,81	28,22	---

Como já salientado, os valores dos esforços solicitantes e dos deslocamentos transversais são maiores quando calculados pelo processo de analogia de grelha, confirmando a recomendação de que a laje nervurada armada em duas direções seja calculada como laje maciça apenas na fase de pré-dimensionamento, em que se deseja uma estimativa inicial das dimensões da seção transversal da laje; embora a correção proposta por HAHN tenha conduzido neste caso a um valor próximo àquele fornecido pelo processo de analogia de grelha para o momento fletor máximo, para a força cortante máxima, por sua vez, conduziu a um valor bem superior.

### 6.4 EXEMPLO 3 (LAJE NERVURADA MOLDADA NO LOCAL ARMADA EM DUAS DIREÇÕES)

Projetar uma laje nervurada moldada no local de concreto armado, para o trecho de pavimento mostrado na figura 6.10. Usar blocos de EPS como material de enchimento. Considerar que a laje destina-se a utilização para escritório (edifício comercial).



**FIGURA 6.10.** Trecho de pavimento a ser projetado – exemplo 3

Admitir os seguintes dados de projeto:

- Materiais: concreto C20 ( $f_{ck} = 20 \text{ MPa}$ ), aços CA-50 e CA-60 ( $E_s = 210 \text{ GPa}$ ).
- Elemento de enchimento: bloco de EPS ( $\gamma = 0,13 \text{ kN/m}^3$ ).
- Revestimentos: revestimento inferior em argamassa de gesso ( $\gamma = 12,5 \text{ kN/m}^3$ ), com espessura de 1,5 cm; camada de regularização (contra-piso) em argamassa de cimento e areia ( $\gamma = 21 \text{ kN/m}^3$ ), com espessura de 2,0 cm; piso de plástico, com peso de  $0,10 \text{ kN/m}^2$  (já inclui o peso da cola).

- Retirada do escoramento: admitir que o escoramento será retirado 14 dias após a concretagem da laje.
- Cobrimento nominal das armaduras:  $c_{nom} = 25$  mm (classe de agressividade ambiental II).

### Etapa 1: Pré-dimensionamento das dimensões da seção transversal da laje

Como a laje é quadrada, opta-se por utilizar laje nervurada armada em duas direções. Considerando as recomendações da NBR 6118:2003 para as dimensões limites das lajes nervuradas, arbitra-se os seguintes valores para a espessura das nervuras ( $b_w$ ), distância livre entre nervuras ( $a$ ) e espessura da mesa ( $h_f$ ):

- $b_w > 5$  cm  $\Rightarrow$  adota - se  $b_w = 10$  cm ;
- $a = 40$  cm, resultando entre eixos de nervuras 50 cm e evitando-se dessa maneira a verificação da flexão da mesa e a verificação das nervuras ao cisalhamento como vigas;
- $h_f \begin{cases} \geq 4 \text{ cm} \\ \geq a/15 = 40/15 = 2,67 \text{ cm} \end{cases} \Rightarrow$  adota - se  $h_f = 5$  cm .

O pré-dimensionamento da altura da laje será feito considerando as recomendações da NBR 6118:1980 apresentadas no capítulo 3 deste trabalho. Assim, com  $\psi_2 = 1,5$  (tabela 3.2, laje armada em duas direções),  $\psi_3 = 17$  (tabela 3.3, laje nervurada, aço CA-50) e  $\lambda_x = \lambda_y = \lambda = 600$  cm (dimensão dos vãos teóricos da laje), estima-se a altura útil da laje ( $d$ ):

$$d \geq \frac{\lambda}{\psi_2 \cdot \psi_3} = \frac{600}{1,5 \cdot 17} \cong 24,0 \text{ cm}$$

A altura total da laje ( $h$ ) será avaliada somando-se ao valor estimado para a altura útil ( $d$ ) o cobrimento nominal ( $c_{nom}$ ) mais uma vez e meia o diâmetro das barras utilizadas para montar a armadura longitudinal das nervuras. Admitindo que serão utilizadas barras de  $\phi 12,5$  mm, resulta:

$$h = d + 1,5 \cdot \phi + c_{nom} = 24,0 + 1,5 \cdot 1,25 + 2,5 \cong 28,4 \text{ cm} ; \text{ será adotado } h = 30 \text{ cm, tendo-se } d = 26 \text{ cm aproximadamente.}$$

Na figura 6.11 mostra-se a seção transversal da laje (igual nas duas direções), com as dimensões adotadas.

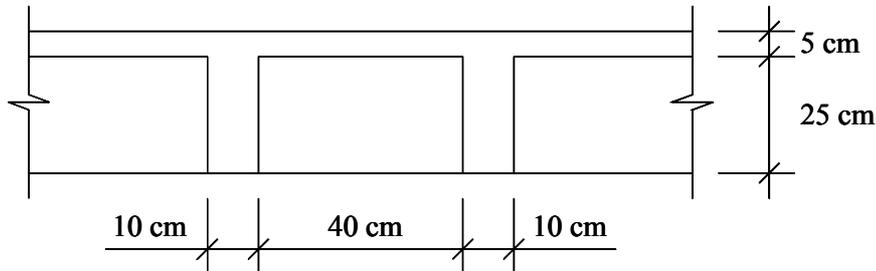


FIGURA 6.11. Seção transversal da laje (nas duas direções) – exemplo 3

### Etapa 2: Determinação das ações atuantes

A partir das dimensões adotadas para a seção transversal da laje, do peso específico dos materiais e do uso a que se destina a laje, é possível determinar as ações atuantes, que são:

- **Ações permanentes:**

peso próprio: .....  $g_1 = (0,05 + ((0,10 \cdot 0,25)/0,50) \cdot 2) \cdot 25 \text{ kN/m}^3 = 3,75 \text{ kN/m}^2$

enchimento: .....  $g_{\text{ench}} = ((0,40 \cdot 0,40 \cdot 0,25) \cdot 0,25 \text{ kN/m}^3)/(0,50 \cdot 0,50) = 0,04 \text{ kN/m}^2$

revestimentos:

inferior: .....  $g_{\text{rev,inf}} = 0,015 \cdot 12,5 \text{ kN/m}^3 = 0,19 \text{ kN/m}^2$

Contra-piso: .....  $g_{\text{rev,reg}} = 0,020 \cdot 21 \text{ kN/m}^3 = 0,42 \text{ kN/m}^2$

piso: .....  $g_{\text{rev,piso}} = 0,10 \text{ kN/m}^2$

total:  $g = 3,75 + 0,04 + 0,19 + 0,42 + 0,10 = 4,50 \text{ kN/m}^2$

- **Ação variável:**

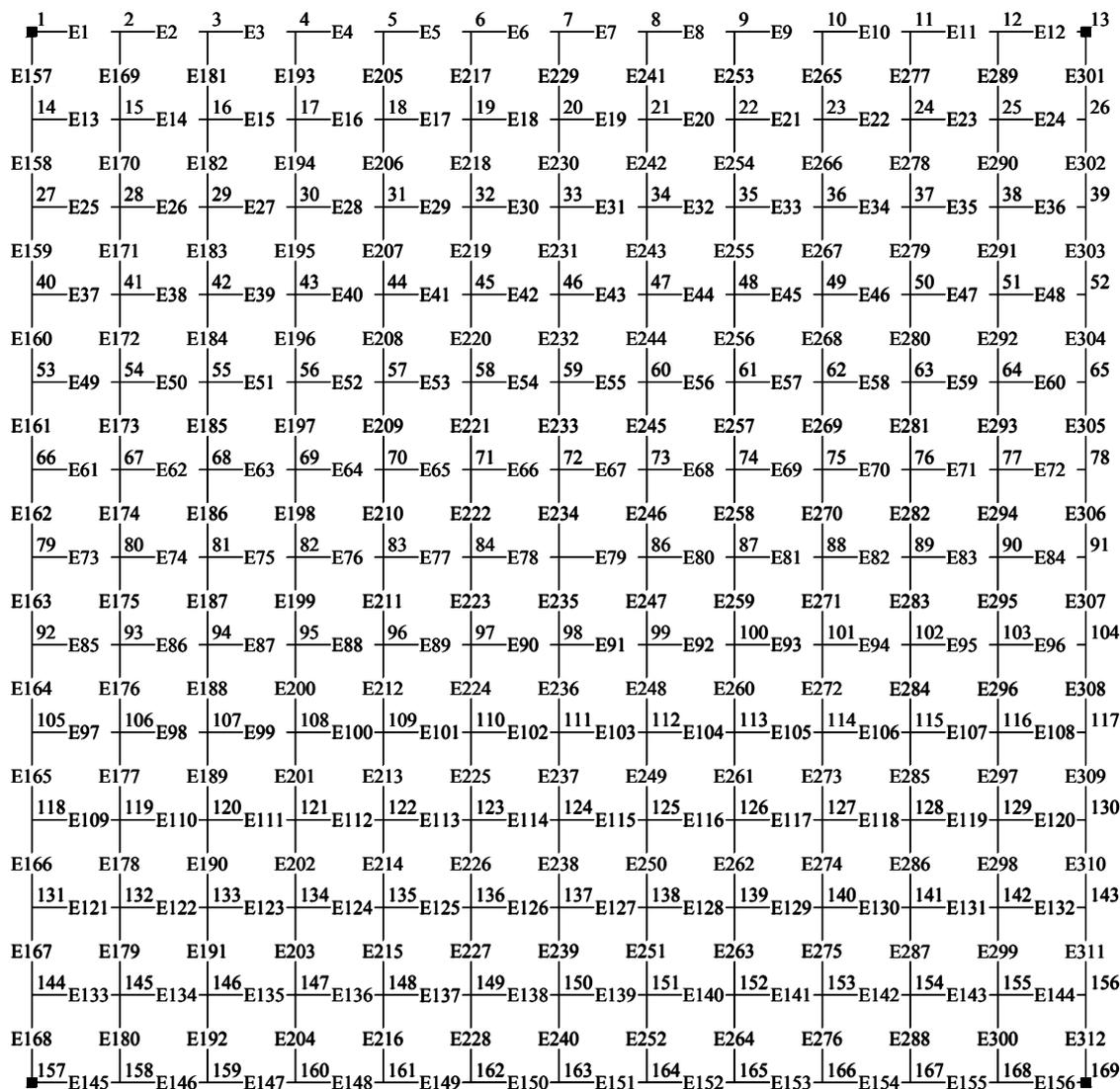
carga acidental (de acordo com a NBR 6120:1980):  $q = 2,00 \text{ kN/m}^2$

Assim, por metro quadrado de superfície da laje, o valor total das ações é:

$$g + q = 4,50 + 2,00 = 6,50 \text{ kN/m}^2 .$$

**Etapa 3: Determinação dos esforços solicitantes**

O cálculo dos esforços solicitantes e dos deslocamentos transversais será feito empregando o processo de analogia de grelha. Na figura 6.12 mostra-se a grelha equivalente que será utilizada, com 169 nós e 312 barras; o espaçamento entre as barras é de 50 cm nas duas direções, coincidindo com a distância entre eixos de nervuras.



**FIGURA 6.12. Malha da grelha equivalente usada na análise da laje – exemplo 3**

Para empregar o processo de analogia de grelha é necessário introduzir as características geométricas das barras da grelha equivalente, e portanto é preciso

determinar, inicialmente, o valor da largura colaborante ( $b_f$ ) da seção transversal em forma de “T” das nervuras. Com base na figura 6.11 apresentada anteriormente, determina-se:

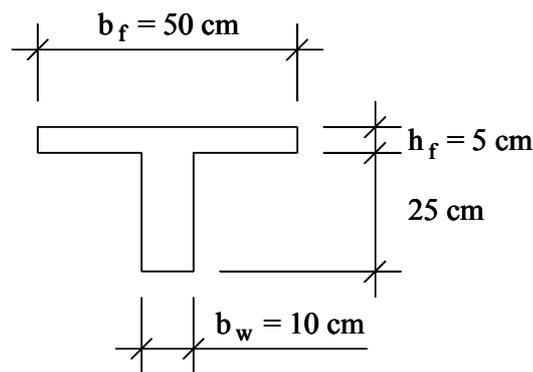
$$b_f = b_w + 2 \cdot b_1 = 10 + 2 \cdot 20 = 50 \text{ cm, em que:}$$

$b_w = 10 \text{ cm}$  é a largura da alma da seção “T”;

$b_2 = 40 \text{ cm}$  é a distância entre as faces das nervuras;

$$b_1 \leq \begin{cases} 0,5 \cdot b_2 = 0,50 \cdot 40 = 20 \text{ cm} \\ 0,10 \cdot a = 0,10 \cdot \lambda = 0,10 \cdot 600 = 60 \text{ cm} \quad (a = \lambda, \text{ viga simplesmente apoiada}) \end{cases}$$

Assim, para o elemento que representa as nervuras da laje na grelha equivalente tem-se a seção transversal mostrada na figura 6.13.



**FIGURA 6.13.** Seção transversal do elemento que representa as nervuras da laje na grelha equivalente – exemplo 3

No estágio I e sem considerar a presença da armadura, com base na figura 6.13 e usando as expressões apresentadas no capítulo 5, determina-se para este elemento as seguintes características geométricas:

- Área da seção transversal:

$$A = (b_f - b_w) \cdot h_f + b_w \cdot h = (50 - 10) \cdot 5 + 10 \cdot 30 = 500 \text{ cm}^2$$

- Posição do centro de gravidade a partir da borda superior da seção transversal:

$$y_{cg} = \frac{(b_f - b_w) \cdot \left(\frac{h_f^2}{2}\right) + b_w \cdot \frac{h^2}{2}}{A_g} = \frac{(50 - 10) \cdot \left(\frac{5^2}{2}\right) + 10 \cdot \frac{30^2}{2}}{500} = 10 \text{ cm}$$

- Momento de inércia à flexão:

$$I_f = \frac{(b_f - b_w) \cdot h_f^3}{12} + \frac{b_w \cdot h^3}{12} + (b_f - b_w) \cdot h_f \cdot \left( y_{cg} - \frac{h_f}{2} \right)^2 + b_w \cdot h \cdot \left( y_{cg} - \frac{h}{2} \right)^2$$

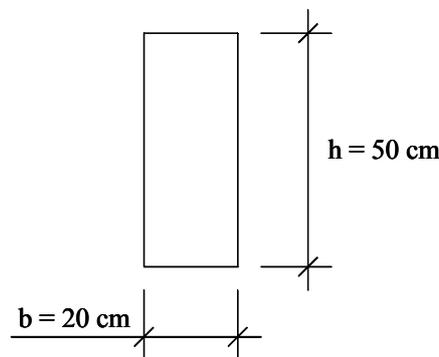
$$I_f = \frac{(50 - 10) \cdot 5^3}{12} + \frac{10 \cdot 30^3}{12} + (50 - 10) \cdot 5 \cdot \left( 10 - \frac{5}{2} \right)^2 + 10 \cdot 30 \cdot \left( 10 - \frac{30}{2} \right)^2 = 41667 \text{ cm}^4$$

- Momento de inércia à torção:

$$I_t = \frac{b_f \cdot h_f^3}{3} + \frac{(h - h_f) \cdot b_w^3}{3} = \frac{50 \cdot 5^3}{3} + \frac{(30 - 5) \cdot 10^3}{3} = 10417 \text{ cm}^4 \text{ (inércia à torção); a}$$

fim de se desprezar os efeitos provenientes da torção será tomado 1% deste valor, apenas, seguindo recomendação prosposta por STRAMANDINOLI (2003).

Para o elemento que representa as vigas do contorno da laje na grelha equivalente, por sua vez, será adotada seção transversal retangular (figura 6.14), sem levar em conta a contribuição da laje adjacente.



**FIGURA 6.14. Seção transversal do elemento que representa as vigas do contorno da laje na grelha equivalente – exemplo 3**

No estágio I e sem considerar a presença da armadura, com base na figura 6.14 e usando as expressões apresentadas no capítulo 5, determina-se para este elemento as seguintes características geométricas:

- Área da seção transversal:

$$A = b \cdot h = 20 \cdot 50 = 1000 \text{ cm}^2$$

- Momento de inércia à flexão:

$$I_f = \frac{b \cdot h^3}{12} = \frac{20 \cdot 50^3}{12} = 208333 \text{ cm}^4$$

- Momento de inércia à torção:

$I_t = \frac{h \cdot b^3}{3} = \frac{50 \cdot 20^3}{3} = 133333 \text{ cm}^4$ ; a fim de se considerar a fissuração do concreto será tomado 10% desse valor (estádio II), apenas, seguindo recomendação proposta por CARVALHO (1994).

Para o concreto, serão empregadas as seguintes características:

$E_{cs} = 0,85 \cdot 5600 \cdot \sqrt{f_{ck}} = 0,85 \cdot 5600 \cdot \sqrt{20} = 21287 \text{ MPa} = 21287 \cdot 10^3 \text{ kN/m}^2$  (módulo de deformação longitudinal à compressão);

$G_c = 0,4 \cdot E_{cs} = 8515 \cdot 10^3 \text{ kN/m}^2$  (módulo de deformação transversal);

$\nu = 0,2$  (coeficiente de Poisson).

O carregamento da grelha equivalente será feito considerando as ações aplicadas nos nós (ações concentradas); o valor numérico destas ações é obtido multiplicando o valor total por metro quadrado das ações atuantes ( $6,5 \text{ kN/m}^2$ ) pela área de influência dos nós. Para as barras do contorno será considerada uma ação uniformemente distribuída ( $p$ ) devido ao peso proprio das vigas. Têm-se os seguintes valores:

$p = (0,20 \cdot 0,50) \cdot 25 \text{ kN/m}^3 = 2,5 \text{ kN/m}$  (ação distribuída nas barras do contorno);

$p_1 = (0,50 \cdot 0,50) \cdot 6,5 \text{ kN/m}^2 = 1,63 \text{ kN}$  (ação concentrada nos nós internos);

$p_2 = (0,50 \cdot 0,25) \cdot 6,5 \text{ kN/m}^2 = 0,81 \text{ kN}$  (ação concentrada nos nós do contorno).

A partir dos dados anteriores e empregando o programa GPLAN4 obteve-se os seguintes valores máximos para os esforços solicitantes:

momento fletor máximo:  $M_{\text{máx}} = 9,96 \text{ kN} \cdot \text{m}$  (por nervura)

força cortante máxima:  $V_{\text{máx}} = 5,88 \text{ kN}$  (por nervura)

Vale destacar que em todas as nervuras o momento torçor praticamente resultou nulo, como era esperado; com o momento de inércia à torção das nervuras reduzido os momentos fletores aumentam, porém não é necessário considerar no dimensionamento das mesmas os torsos.

É importante destacar, ainda, que o carregamento da grelha equivalente também poderia ser feito considerando as ações uniformemente distribuídas ao longo dos elementos que representam as nervuras; neste caso, o valor numérico destas ações

seria obtido multiplicando o valor total por metro quadrado das ações atuantes pela área de influência das barras e dividindo pelo comprimento das barras (50 cm).

#### Etapa 4: Cálculo das armaduras necessárias

##### a) Verificação à flexão

Admitindo que a linha neutra passa na mesa da seção transversal apresentada anteriormente na figura 6.13, calcula-se:

$$KMD = \frac{M_d}{b_f \cdot d^2 \cdot f_{cd}} = \frac{1,4 \cdot 9,96}{0,50 \cdot 0,26^2 \cdot \frac{20000}{1,4}} = 0,0289$$

Adotando  $KMD = 0,0300$  e usando a tabela A1 apresentada no anexo, tem-se:

$$KX = 0,0449; KZ = 0,9820; \varepsilon_c = 0,4704\%; \varepsilon_s = 10,00\%.$$

A posição da linha neutra é obtida por:

$x = (KX) \cdot d = 0,0449 \cdot 26 = 1,17 \text{ cm} < h_f = 5,0 \text{ cm}$ ; a linha neutra passa na mesa e a seção trabalha como retangular.

Como  $\varepsilon_c = 0,4704\%$  e  $\varepsilon_s = 10,00\%$ , a peça está trabalhando no domínio 2 (deformação no aço de 10,00% e no concreto menor que 3,5%), e  $f_s = f_{yd}$ .

A armadura longitudinal das nervuras é obtida por:

$$A_s = \frac{M_d}{KZ \cdot d \cdot f_{yd}} = \frac{1,4 \cdot 9,96}{0,9820 \cdot 0,26 \cdot \frac{50}{1,15}} = 1,26 \text{ cm}^2$$

Com duas barras de  $\phi 10,0 \text{ mm}$  resulta  $A_s = 1,60 \text{ cm}^2$  (ou então por metro de largura da laje,  $A_s = \frac{100}{50} \cdot 1,60 = 3,20 \text{ cm}^2/\text{m}$ ).

Agora, é necessário verificar se esta armadura é superior à mínima. Da tabela 2.3 tem-se  $\rho_{\min} = \frac{A_{s,\min}}{A_c} = 0,15\%$  (para seção transversal “T” e  $f_{ck} = 20 \text{ MPa}$ ).

Assim, a armadura mínima de flexão será:

$A_{s,\min} = 0,67 \cdot \frac{0,15}{100} \cdot A_c = 0,67 \cdot \frac{0,15}{100} \cdot 500 = 0,50 \text{ cm}^2$  (ou então por metro de largura da laje,  $A_{s,\min} = \frac{100}{50} \cdot 0,50 = 1,00 \text{ cm}^2/\text{m}$ ), em que:

$A_c = 500 \text{ cm}^2$  corresponde à área da seção transversal admitida para as nervuras e que já foi calculada anteriormente.

Como  $A_s = 1,60 \text{ cm}^2 > 0,50 \text{ cm}^2$ , atende-se.

Na mesa, para combater a retração, recomenda-se colocar uma armadura construtiva; essa armadura será calculada considerando as mesmas recomendações da NBR 6118:2003 para a armadura secundária de flexão em lajes armadas em duas direções. A armadura secundária de flexão, por metro de largura da laje, deve ter área igual ou superior a 20% da área da armadura principal (no caso, superior a  $0,64 \text{ cm}^2/\text{m}$ ), mantendo-se, ainda, um espaçamento entre barras de, no máximo, 33 cm; adotando barra de  $\phi 5,0 \text{ mm}$  a cada 30 cm resulta  $0,67 \text{ cm}^2/\text{m}$ , atendendo-se a estas duas condições e, também, a recomendação da NBR 6118:2003 quanto ao diâmetro máximo das barras da armadura de flexão, que é  $\phi_{\max} = h_f/8 = 50/8 = 6,25 \text{ mm}$ .

## b) Verificação ao cisalhamento

Como a distância entre eixos de nervuras é menor que 65 cm, a laje pode prescindir de armadura transversal para resistir as tensões de tração causadas pela força cortante se  $V_{Sd} \leq V_{Rd1}$ . Tem-se:

$$V_{Sd} = 1,4 \cdot V_{\max} = 1,4 \cdot 5,88 = 8,23 \text{ kN} \text{ (força cortante solicitante de cálculo)}$$

$$V_{Rd1} = [\tau_{Rd} \cdot k \cdot (1,2 + 40 \cdot \rho_1)] \cdot b_w \cdot d = [276 \cdot 1,34 \cdot (1,2 + 40 \cdot 0,0062)] \cdot 0,10 \cdot 0,26$$

$$V_{Rd1} = 13,92 \text{ kN} \text{ (resistência de cálculo ao cisalhamento), em que:}$$

$$\tau_{Rd} = 0,25 \cdot \frac{f_{ctk,inf}}{\gamma_c} = 0,25 \cdot \frac{0,21 \cdot \sqrt[3]{f_{ck}^2}}{\gamma_c} = 0,25 \cdot \frac{0,21 \cdot \sqrt[3]{20^2}}{1,4} = 0,276 \text{ MPa} = 276 \text{ kN/m}^2;$$

$$k = (1,6 - d) \geq 1 \Rightarrow k = (1,6 - 0,26) = 1,34 > 1;$$

$$\rho_1 = \frac{A_{s1}}{b_w \cdot d} \leq 0,02 \Rightarrow \rho_1 = \frac{1,60}{10 \cdot 26} = 0,0062 < 0,02.$$

Como  $V_{Sd} = 8,23 \text{ kN} < V_{Rd1} = 13,92 \text{ kN}$ , conclui-se que não é necessário a utilização de armadura transversal.

Agora, é necessário fazer a verificação da compressão diagonal do concreto (bielas comprimidas). Em elementos sem armadura de cisalhamento, esta verificação é feita comparando a força cortante solicitante de cálculo  $V_{Sd}$  com a resistência de cálculo  $V_{Rd2}$ . Tem-se:

$$V_{Rd2} = 0,5 \cdot \alpha_{v1} \cdot f_{cd} \cdot b_w \cdot 0,9 \cdot d = 0,5 \cdot 0,5 \cdot 14286 \cdot 0,10 \cdot 0,9 \cdot 0,26 = 83,57 \text{ kN}, \text{ em que:}$$

$$\alpha_{v1} = (0,7 - f_{ck}/200) \leq 0,5 \Rightarrow \alpha_{v1} = (0,7 - 20/200) = 0,6 \Rightarrow \therefore \alpha_{v1} = 0,5;$$

$$f_{cd} = \frac{f_{ck}}{\gamma_c} = \frac{20000}{1,4} = 14286 \text{ kN/m}^2.$$

Como  $V_{Sd} = 8,23 \text{ kN} < V_{Rd2} = 83,57 \text{ kN}$ , conclui-se que não há risco de ruptura por compressão do concreto das bielas.

Posterior a verificação dos estados limites de serviço, apresenta-se o detalhamento das armaduras necessárias.

## **Etapa 5: Verificação dos estados limites de serviço**

### **a) Verificação da fissuração**

Inicialmente é necessário determinar as características geométricas da seção transversal das nervuras no estádio I e estádio II puro, o que será feito usando as expressões indicadas no capítulo 3; no estádio I e sem considerar a presença da armadura, tem-se:

$$A = 500 \text{ cm}^2 \text{ (área da seção transversal, já calculada anteriormente);}$$

$$I_f = 41667 \text{ cm}^4 \text{ (inércia à flexão, já calculada anteriormente).}$$

No estádio II puro, por sua vez, para o cálculo do momento de inércia da seção fissurada de concreto é necessário conhecer a relação entre os módulos de elasticidade do aço e do concreto ( $\alpha_e$ ):

$$\alpha_e = \frac{E_s}{E_{cs}} = \frac{210000}{21287} = 9,865, \text{ em que:}$$

$$E_{cs} = 0,85 \cdot 5600 \cdot \sqrt{f_{ck}} = 0,85 \cdot 5600 \cdot \sqrt{20} = 21287 \text{ MPa} .$$

Também é preciso conhecer a posição da linha neutra ( $x_{II}$ ). Admitindo a linha neutra passando na mesa da seção transversal ( $x_{II} < h_f$ ), de modo que  $b_w = b_f$ , e destacando que neste caso  $A'_s = 0$  (não há armadura superior comprimida), calcula-se:

$$x_{II} = \frac{-a_2 + \sqrt{a_2^2 - 4 \cdot a_1 \cdot a_3}}{2 \cdot a_1} = \frac{-15,78 + \sqrt{15,78^2 + 4 \cdot 25 \cdot 410,38}}{2 \cdot 25} = 3,75 \text{ cm} , \text{ em que:}$$

$$a_1 = b_w/2 = b_f/2 = 50/2 = 25 \text{ cm} ;$$

$$a_2 = h_f \cdot (b_f - b_w) + (\alpha_e - 1) \cdot A'_s + \alpha_e \cdot A_s = 9,865 \cdot 1,6 = 15,78 \text{ cm}^2 ;$$

$$a_3 = -d' \cdot (\alpha_e - 1) \cdot A'_s - d \cdot \alpha_e \cdot A_s - \frac{h_f^2}{2} \cdot (b_f - b_w) = -26 \cdot 9,865 \cdot 1,6 = -410,38 \text{ cm}^3 .$$

Como  $x_{II} = 3,59 \text{ cm} < h_f = 5 \text{ cm}$ , a linha neutra passa na mesa e o momento de inércia fica:

$$I_{x,II_0} = \frac{b_f \cdot x_{II}^3}{3} + \alpha_e \cdot A_s \cdot (x_{II} - d)^2 + (\alpha_e - 1) \cdot A'_s \cdot (x_{II} - d')^2$$

$$I_{x,II_0} = \frac{50 \cdot 3,75^3}{3} + 9,865 \cdot 1,6 \cdot (3,75 - 26)^2 = 8693 \text{ cm}^4$$

O momento de fissuração ( $M_r$ ), no caso para seção “T”, sendo  $I_c$  o momento de inércia da seção bruta de concreto (aqui chamado de  $I_f$ ) e  $y_t$  a distância do centro de gravidade da seção bruta à fibra mais tracionada, fica:

$$M_r = \frac{\alpha \cdot f_{ct} \cdot I_c}{y_t} = \frac{1,2 \cdot 1550 \cdot (41667 \cdot 10^{-8})}{(0,30 - 0,10)} = 3,88 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

com  $\alpha = 1,2$  (seção “T”) e  $f_{ct} = 0,21 \cdot f_{ck}^{2/3} = 0,21 \cdot 20^{2/3} = 1,55 \text{ MPa} = 1550 \text{ kN/m}^2$ .

O momento fletor de serviço fica (combinação freqüente de ações):

$$M_{d,ser} = M_{gk} + \psi_1 \cdot M_{qk} = (g/(g + q)) \cdot M_{m\acute{a}x} + \psi_1 \cdot (q/(g + q)) \cdot M_{m\acute{a}x}$$

$$M_{d,ser} = (4,5/6,5) \cdot 9,96 + 0,6 \cdot (2,0/6,5) \cdot 9,96 = 8,73 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

Como  $M_{d,ser} = 8,73 \text{ kN} \cdot \text{m} > M_r = 3,88 \text{ kN} \cdot \text{m}$ , a peça esta fissurada e deve-se verificar o estado limite de abertura das fissuras.

Para a verificação do estado limite de abertura das fissuras, primeiramente é necessário o cálculo da tensão na armadura no estágio II:

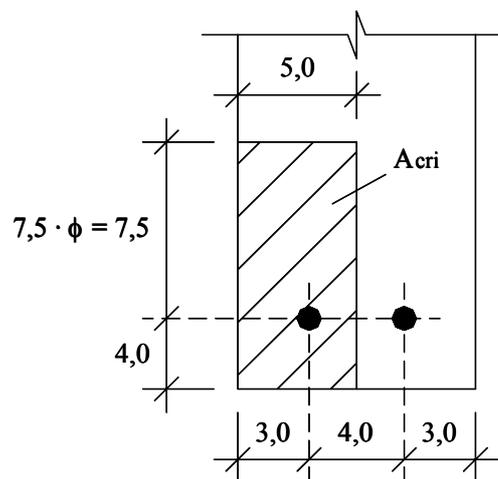
$$\sigma_{si} = \frac{M_{d,ser}}{I_{x,II_0}} \cdot y_{si} \cdot \alpha_e = \frac{8,73}{8693 \cdot 10^{-8}} \cdot 0,2225 \cdot 9,865 = 220430 \text{ kN/m}^2 \cong 220 \text{ MPa}$$

com  $y_{si} = d - x_{II} = 26 - 3,75 = 22,25 \text{ cm}$  (distância da armadura  $i$  até a linha neutra no estágio II).

A taxa de armadura ( $\rho_{ri}$ ), obtida pela relação entre a área de uma barra e a área do retângulo que considera o envolvimento de concreto na mesma, fica:

$$\rho_{ri} = \frac{A_{s,barra}}{A_{cri}} = \frac{0,8}{57,5} = 0,0139$$

com  $A_{cri} = 11,5 \cdot 5 = 57,5 \text{ cm}^2$  (área do retângulo indicado na figura 6.15).



**FIGURA 6.15. Concreto de envolvimento das barras da armadura – exemplo 3**

Finalmente, estima-se a abertura das fissuras:

$$w = \frac{\phi_i}{12,5 \cdot \eta_i} \cdot \frac{\sigma_{si}}{E_{si}} \cdot \frac{3 \cdot \sigma_{si}}{f_{ct,m}} = \frac{10}{12,5 \cdot 2,25} \cdot \frac{220}{210000} \cdot \frac{3 \cdot 220}{2,21} = 0,11 \text{ mm}$$

$$w = \frac{\phi_i}{12,5 \cdot \eta_i} \cdot \frac{\sigma_{si}}{E_{si}} \cdot \left( \frac{4}{\rho_{ri}} + 45 \right) = \frac{10}{12,5 \cdot 2,25} \cdot \frac{220}{210000} \cdot \left( \frac{4}{0,0139} + 45 \right) = 0,12 \text{ mm}$$

com  $\eta_i = 2,25$  (tabela 2.5) e  $f_{ct,m} = 0,30 \cdot f_{ck}^{2/3} = 0,30 \cdot 20^{2/3} = 2,21 \text{ MPa}$ .

Assim, a abertura máxima característica das fissuras fica:  $w = 0,11 \text{ mm}$ , que é o menor valor obtido. Como  $w = 0,11 \text{ mm} < w_{limite} = 0,3 \text{ mm}$  (tabela 2.2, para

classe de agressividade ambiental II e combinação freqüente de ações), conclui-se que a fissuração não é nociva.

## b) Verificação do estado limite de deformações excessivas

### b.1) Flecha imediata

Na tabela 6.3 apresenta-se a flecha imediata (considerando o efeito da fissuração e ainda sem o efeito da fluência do concreto) para três situações distintas de carregamento da laje: carregamento somente com a ação permanente e carregamentos obtidos com as combinações quase-permanente e rara de ações; essas flechas foram obtidas usando o programa GPLAN4, com  $I_{x,II_0} = 8693 \text{ cm}^4$ .

**TABELA 6.3 Flecha imediata para as diversas combinações de ações – exemplo 3**

Ação	Flecha imediata (cm)
<b>g</b> (soma das ações permanentes)	1,55
<b>g + 0,4 · q</b> (combinação quase-permanente)	1,83
<b>g + q</b> (combinação rara)	2,24

A flecha imediata relativa à ação variável é dada pela diferença entre a obtida com a combinação rara e a obtida com a soma das ações permanentes:

$$a_q = a_{\text{rara}} - a_{\text{permanente}} = 2,24 - 1,55 = 0,69 \text{ cm}$$

Como  $a_q = 0,69 \text{ cm} < a_{\text{limite}} = \frac{\lambda}{350} = \frac{600}{350} = 1,71 \text{ cm}$  (tabela 2.7, caso de aceitabilidade sensorial visual), atende-se.

### b.2) Flecha diferida no tempo

Deve-se determinar o fator  $\alpha_f$ , para considerar o efeito da fluência:

$$\alpha_f = \frac{\Delta\xi}{1 + 50 \cdot \rho'} = \frac{\xi(\infty) - \xi(t_0)}{1 + 50 \cdot \rho'} = \frac{2 - 0,53}{1} = 1,47, \text{ em que:}$$

$\xi(\infty) = 2$  (valor fixo para idade maior que 70 meses);

$\xi(t_0) = 0,68 \cdot 0,996^t \cdot t^{0,32} = 0,68 \cdot 0,996^{0,47} \cdot 0,47^{0,32} = 0,53$ , com  $t = 14/30 = 0,47$  a idade, em meses, relativa à data de aplicação da ação de longa duração, no caso 14 dias;  $\rho' = 0$ , pois não há armadura comprimida.

O valor da flecha total no tempo infinito será a flecha imediata relativa à ação total (combinação rara de ações), acrescida do deslocamento calculado com a combinação quase-permanente de ações multiplicado pelo fator  $\alpha_f$ :

$$a_{\text{total},\infty} = a_{\text{rara}} + \alpha_f \cdot a_{\text{quase permanente}} = 2,24 + 1,47 \cdot 1,83 = 4,93 \text{ cm}$$

$$\text{Como } a_{\text{total},\infty} = 4,93 \text{ cm} < a_{\text{limite}} = \frac{\lambda}{250} = \frac{600}{250} = 2,4 \text{ cm (tabela 2.7, caso}$$

de aceitabilidade sensorial de vibrações sentidas no piso), não atende.

Porém, pode ser dada uma contraflecha de até:

$$a_{\text{cf}} = -\frac{\lambda}{350} = -\frac{600}{350} = -1,71 \text{ cm (tabela 2.8)}$$

Resultando:

$$a_{\text{total},\infty} = 4,93 - 1,71 = 3,22 \text{ cm} > a_{\text{limite}} = \frac{\lambda}{250} = \frac{600}{250} = 2,4 \text{ cm}$$

e mesmo assim o estado limite de deformações excessivas não é atendido.

Neste caso é necessário aumentar a área da armadura longitudinal das nervuras ou mais convenientemente aumentar a altura total da laje; também poderia fazer a continuidade dessa laje com a adjacente, caso esta última existisse.

O exemplo será feito considerando uma altura total de 35 cm para a laje, 5 cm a mais que a anterior; as demais dimensões adotadas para a seção transversal da laje serão mantidas. Não serão repetidos os cálculos, mas apenas indicados os principais valores encontrados. Tem-se:

- **Ações atuantes**

$$g = 5,0 \text{ kN/m}^2; q = 2,0 \text{ kN/m}^2; P = 7,0 \text{ kN/m}^2.$$

- **Características geométricas no estágio I**

$$A = 550 \text{ cm}^2; y_{\text{cg}} = 12,05 \text{ cm}; I_f = 64782 \text{ cm}^4; I_t = 12083 \text{ cm}^4.$$

- **Esforços solicitantes**

$M_{\text{máx}} = 14,18 \text{ kN} \cdot \text{m}$  (por nervura);  $V_{\text{máx}} = 8,26 \text{ kN}$  (por nervura).

- **Verificação à flexão**

$A_s = 1,60 \text{ cm}^2$  (duas barras de  $\phi 10,0 \text{ mm}$ ); Armadura de mesa (armadura construtiva, colocada na mesa da laje) =  $0,67 \text{ cm}^2/\text{m}$  (barra de  $\phi 5,0 \text{ mm}$  a cada  $30 \text{ cm}$ ).

- **Verificação ao cisalhamento**

$V_{\text{Sd}} = 11,56 \text{ kN} < V_{\text{Rd1}} = 15,54 \text{ kN}$  (não é necessário utilizar armadura transversal);

$V_{\text{Sd}} = 11,56 \text{ kN} < V_{\text{Rd2}} = 99,65 \text{ kN}$  (não há risco de ruptura por compressão do concreto das bielas).

- **Características geométricas no estágio II puro**

$x_{\text{II}} = 4,12 \text{ cm}$ ;  $I_{x,\text{II}_0} = 12570 \text{ cm}^4$ .

- **Verificação da fissuração**

$M_{\text{r}} = 5,25 \text{ kN} \cdot \text{m}$ ;  $M_{\text{d,ser}} = 12,56 \text{ kN} \cdot \text{m}$ ;  $\sigma_{\text{si}} = 265 \text{ MPa}$ ;  $w = 0,15 \text{ mm}$  (a fissuração não é nociva).

- **Verificação do estado limite de deformações excessivas**

Os novos valores obtidos para a flecha imediata foram:

$a_{\text{permanente}} = 1,27 \text{ cm}$  (para ação permanente);

$a_{\text{quase permanente}} = 1,48 \text{ cm}$  (para combinação quase-permanente de ações);

$a_{\text{rara}} = 1,78 \text{ cm}$  (para combinação rara de ações);

$a_{\text{q}} = 1,78 - 1,27 = 0,51 \text{ cm}$  (devida à ação variável).

Como  $a_{\text{q}} = 0,51 \text{ cm} < \frac{\lambda}{350} = 1,71 \text{ cm}$ , atende-se.

A flecha total no tempo infinito será igual a:

$a_{\text{total},\infty} = 1,78 + 1,47 \cdot 1,48 = 3,96 \text{ cm} > \frac{\lambda}{250} = 2,4 \text{ cm}$

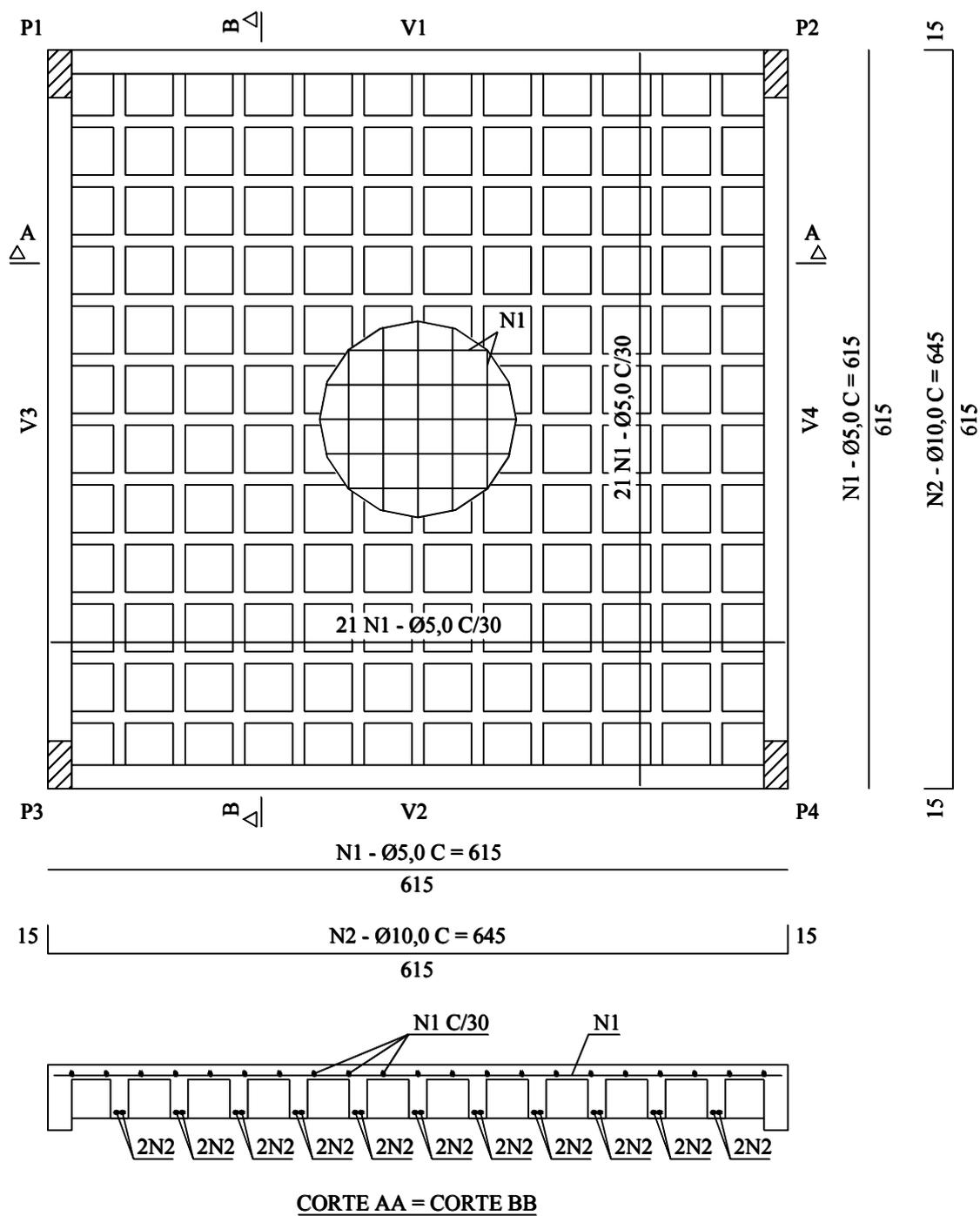
Porém, pode ser dada uma contraflecha de até:  $a_{\text{cf}} = -\frac{\lambda}{350} = -1,71 \text{ cm}$ .

Resultando assim:  $a_{\text{total},\infty} = 3,96 - 1,71 = 2,25 \text{ cm} < \frac{\lambda}{250} = 2,4 \text{ cm}$ , e o

estado limite de deformações excessivas é atendido.

**Etapa 6: Detalhamento das armaduras necessárias**

Na figura 6.16 apresenta-se o detalhamento das armaduras necessárias.



**FIGURA 6.16. Detalhamento das armaduras da laje – exemplo 3**

### 6.5 EXEMPLO 4 (LAJE NERVURADA UNIDIRECIONAL COM VIGOTAS PRÉ-FABRICADAS DE CONCRETO ARMADO)

Projetar uma laje nervurada com vigotas unidirecionais pré-fabricadas do tipo treliçada, para o trecho de pavimento mostrado na figura 6.17. Usar lajotas cerâmicas como material de enchimento. Considerar que a laje destina-se a dormitório de uma edificação residencial.

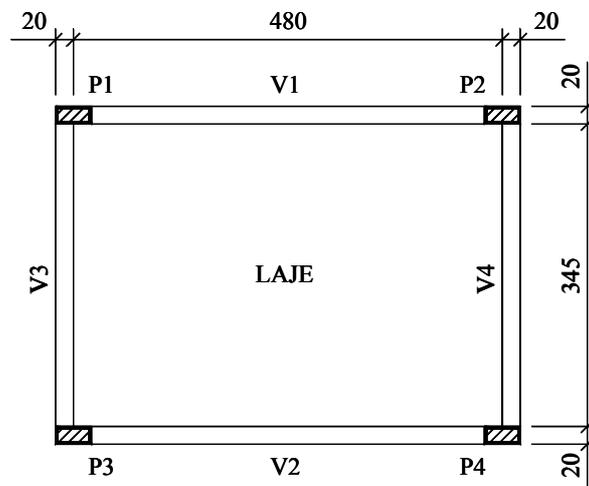


FIGURA 6.17. Trecho de pavimento a ser projetado – exemplo 4 (medidas em cm)

Admitir os seguintes dados de projeto:

- Materiais: concreto C20 ( $f_{ck} = 20 \text{ MPa}$ ), aços CA-50 e CA-60 ( $E_s = 210 \text{ GPa}$ ).
- Elemento de enchimento: lajota cerâmica ( $\gamma = 6 \text{ kN/m}^3$ ).
- Revestimentos: revestimento inferior em argamassa de gesso ( $\gamma = 12,5 \text{ kN/m}^3$ ), com espessura de 1,5 cm; camada de regularização (contra-piso) em argamassa de cimento e areia ( $\gamma = 21 \text{ kN/m}^3$ ), com espessura de 2,0 cm; piso com tacos de madeira ( $\gamma = 10 \text{ kN/m}^3$ ) de 2 cm de espessura, assentados diretamente sobre a camada de regularização.
- Retirada do escoramento: admitir que o escoramento será retirado 14 dias após a concretagem da laje.

- Cobrimento nominal das armaduras:  $c_{\text{nom}} = 15 \text{ mm}$  (classe de agressividade ambiental I; pode-se considerar que há rigoroso controle de qualidade, pois as vigotas são construídas em fábrica).

### Etapa 1: Determinação das ações atuantes

Com exceção do peso próprio da laje, que ainda não foi escolhida, é possível determinar as demais ações atuantes; essas ações são:

- **Ações permanentes:**

revestimentos:

revestimento inferior: .....  $g_{\text{rev,inf}} = 0,015 \cdot 12,5 \text{ kN/m}^3 = 0,19 \text{ kN/m}^2$

camada de regularização: .....  $g_{\text{rev,reg}} = 0,020 \cdot 21 \text{ kN/m}^3 = 0,42 \text{ kN/m}^2$

piso: .....  $g_{\text{rev,piso}} = 0,020 \cdot 10 \text{ kN/m}^3 = 0,20 \text{ kN/m}^2$

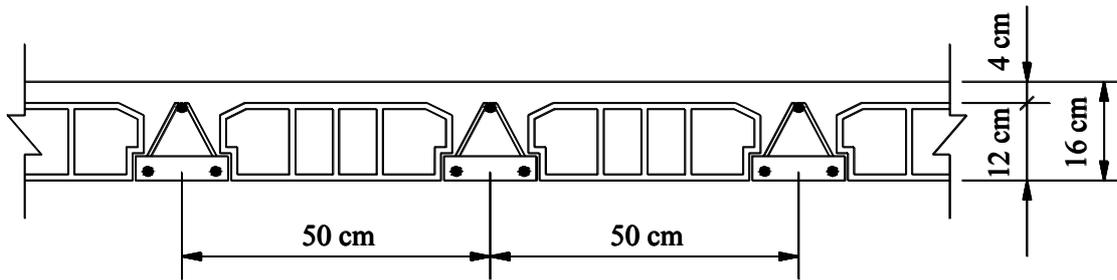
- **Ação variável:**

carga acidental (de acordo com a NBR 6120:1980):  $q = 1,50 \text{ kN/m}^2$

### Etapa 2: Escolha do tipo de laje (determinação da altura total da laje)

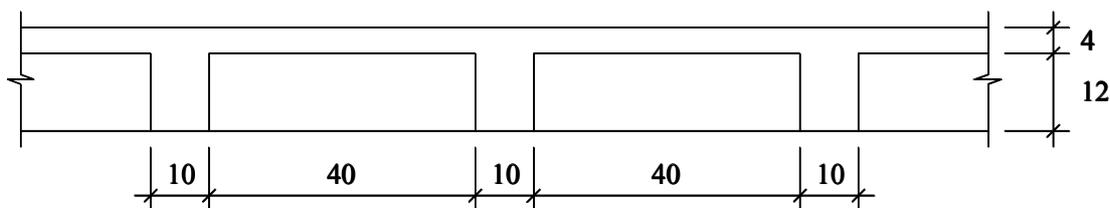
Excluindo o peso próprio da laje as ações atuantes somam  $2,31 \text{ kN/m}^2$ . A partir desse valor e do menor vão teórico da laje ( $\lambda = 3,65 \text{ m}$ ), é possível pré-dimensionar a sua altura total ( $h$ ) com base em tabelas fornecidas por fabricantes de laje ou por autores; esta mesma altura também pode ser predimensionada considerando o critério adotado pela NBR 6118:1980 para dispensa da verificação de deformação excessiva em vigas de seção retangular ou “T” e lajes maciças retangulares de edifícios, indicado no capítulo 3 deste trabalho.

Com base nas tabelas apresentadas em CARVALHO & FIGUEIREDO FILHO (2004), inicialmente adota-se laje com altura total de 16 cm, com espessura da capa igual a 4 cm e intereixo igual a 50 cm (figura 6.18); se com esta altura não for atendido o estado limite de deformações excessivas, deve-se aumentá-la ou, ainda, aumentar a área da armadura longitudinal.



**FIGURA 6.18.** Seção transversal da laje (seção real) – exemplo 4

Na figura 6.19 mostra-se a seção transversal adotada para o cálculo, inclusive para o do peso próprio da laje; as medidas estão em centímetros.



**FIGURA 6.19.** Seção transversal adotada para o cálculo – exemplo 4

Com base na figura 6.19 e nos pesos específico do concreto e do elemento de enchimento, determina-se o peso próprio da laje:

- mesa:  $0,04 \cdot 25 \text{ kN/m}^3 = 1,00 \text{ kN/m}^2$
- nervuras:  $((0,10 \cdot 0,12) \cdot 25 \text{ kN/m}^3) / 0,50 = 0,60 \text{ kN/m}^2$
- lajotas:  $((0,12 \cdot 0,40) \cdot 6 \text{ kN/m}^3) / 0,50 = 0,58 \text{ kN/m}^2$

total:  $g_1 = 1,00 + 0,60 + 0,58 = 2,18 \text{ kN/m}^2$

Assim, por metro quadrado de superfície da laje, o valor total das ações permanentes é:

$$g = 0,81 + 2,18 = 2,99 \text{ kN/m}^2$$

É importante destacar que, caso o pré-dimensionamento da altura da laje fosse feito usando o critério indicado pela NBR 6118:1980 para dispensa da verificação de deformação excessiva, resultaria para a altura útil ( $d$ ) da laje o seguinte valor:

$d \geq \frac{\lambda}{\psi_2 \cdot \psi_3} = \frac{365}{1 \cdot 17} \cong 21,5 \text{ cm}$ ; este valor já é bem superior a altura total de 16 cm que foi adotada para a laje.

### Etapa 3: Cálculo dos esforços solicitantes

Para obter as ações por nervura, por metro linear, basta multiplicar os valores encontrados pela distância entre eixos de nervuras (50 cm). Assim, tem-se:

- permanente:  $g = 2,99 \cdot 0,50 = 1,50 \text{ kN/m}$ ;
- variável:  $q = 1,50 \cdot 0,50 = 0,75 \text{ kN/m}$ ;
- total:  $g + q = 1,50 + 0,75 = 2,25 \text{ kN/m}$ .

Considerando para as nervuras da laje o esquema estático mostrado na figura 6.20, determina-se:

$M_{\text{máx}} = \frac{(g + q) \cdot \lambda^2}{8} = \frac{2,25 \cdot 3,65^2}{8} = 3,75 \text{ kN} \cdot \text{m}$  (momento fletor na seção do meio do vão);

$V_{\text{máx}} = \frac{(g + q) \cdot \lambda}{2} = \frac{2,25 \cdot 3,65}{2} = 4,11 \text{ kN}$  (força cortante na seção do apoio).

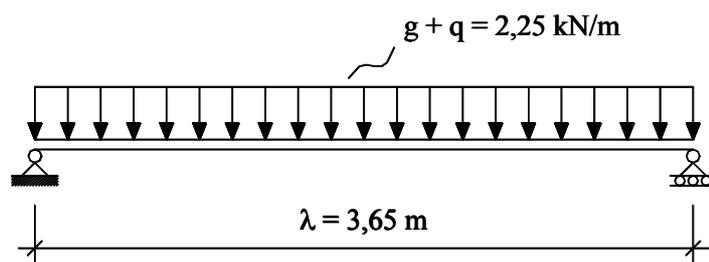


FIGURA 6.20. Esquema estático das nervuras – exemplo 4

### Etapa 4: Cálculo das armaduras necessárias

#### a) Verificação à flexão

O cálculo da armadura longitudinal das nervuras será feito adotando seção transversal em forma de “T” para as mesmas, sendo necessário determinar

inicialmente a largura colaborante ( $b_f$ ) da laje. Com base na figura 6.19 apresentada anteriormente, calcula-se:

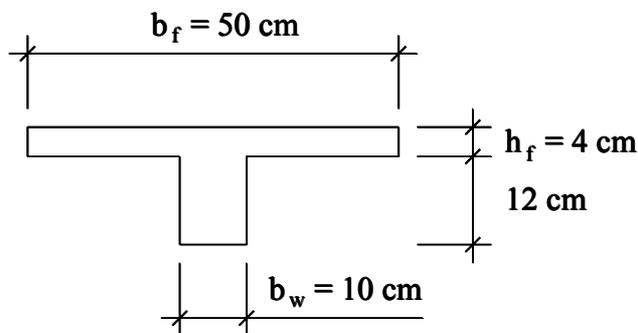
$$b_f = b_w + 2 \cdot b_1 = 10 + 2 \cdot 20 = 50 \text{ cm, em que:}$$

$b_w = 10 \text{ cm}$  é a largura da alma da seção “T”;

$b_2 = 40 \text{ cm}$  é a distância entre as faces das nervuras;

$$b_1 \leq \begin{cases} 0,5 \cdot b_2 = 0,50 \cdot 40 = 20 \text{ cm} \\ 0,10 \cdot a = 0,10 \cdot \lambda = 0,10 \cdot 360 = 36 \text{ cm} \quad (a = \lambda, \text{ viga simplesmente apoiada}) \end{cases}$$

Assim, tem-se a seção transversal mostrada na figura 6.21.



**FIGURA 6.21. Seção transversal admitida para as nervuras – exemplo 4**

Admitindo que serão utilizadas barras de  $\phi 8,0 \text{ mm}$ , estima-se o valor da altura útil ( $d$ ) da laje:

$$d = h - (c_{\text{nom}} + \phi/2) = 16,0 - (1,5 + 0,8/2) \cong 14,0 \text{ cm}$$

Admitindo que a linha neutra passa na mesa da seção transversal, calcula-se:

$$KMD = \frac{M_d}{b_f \cdot d^2 \cdot f_{cd}} = \frac{1,4 \cdot 3,75}{0,50 \cdot 0,14^2 \cdot \frac{20000}{1,4}} = 0,0375$$

Adotando  $KMD = 0,0400$  e usando a tabela A1 apresentada no anexo, tem-se:  $KX = 0,0603$ ;  $KZ = 0,9759$ ;  $\varepsilon_c = 0,6414\%$ ;  $\varepsilon_s = 10,00\%$ .

A posição da linha neutra é obtida por:

$x = (KX) \cdot d = 0,0603 \cdot 14 = 0,84 \text{ cm} < h_f = 4,0 \text{ cm}$ ; a linha neutra passa na mesa e a seção trabalha como retangular.

Como  $\varepsilon_c = 0,6414\%$  e  $\varepsilon_s = 10,00\%$ , a peça está trabalhando no domínio 2 (deformação no aço de 10,00% e no concreto menor que 3,5%), e  $f_s = f_{yd}$ .

A armadura longitudinal das nervuras é obtida por:

$$A_s = \frac{M_d}{KZ \cdot d \cdot f_{yd}} = \frac{1,4 \cdot 3,75}{0,9759 \cdot 0,14 \cdot \frac{50}{1,15}} = 0,88 \text{ cm}^2$$

Com duas barras de  $\phi$  8,0 mm resulta  $A_s = 1,00 \text{ cm}^2$  (ou então, por metro de largura da laje,  $A_s = \frac{100}{50} \cdot 1,00 = 2,00 \text{ cm}^2/\text{m}$ )

Agora, é necessário verificar se esta armadura é superior à mínima. Da tabela 2.3 tem-se  $\rho_{\min} = \frac{A_{s,\min}}{A_c} = 0,15\%$  (para seção transversal “T” e  $f_{ck} = 20 \text{ MPa}$ ).

Assim, a armadura mínima de flexão será:

$$A_{s,\min} = \frac{0,15}{100} \cdot A_c = \frac{0,15}{100} \cdot 320 = 0,48 \text{ cm}^2 \text{ (ou então, por metro de largura da laje,}$$

$$A_{s,\min} = \frac{100}{50} \cdot 0,48 = 0,96 \text{ cm}^2/\text{m}), \text{ em que:}$$

$A_c = (b_f - b_w) \cdot h_f + b_w \cdot h = (50 - 10) \cdot 4 + 10 \cdot 16 = 320 \text{ cm}^2$ , corresponde à área da seção transversal da nervura.

Como  $A_s = 1,00 \text{ cm}^2 > 0,48 \text{ cm}^2$ , atende-se.

Finalmente, deve-se determinar a armadura de distribuição. Para os aços CA-50 e CA-60 e tela soldada, a armadura de distribuição deve ter seção de no mínimo  $0,60 \text{ cm}^2/\text{m}$  contendo pelo menos três barras por metro (NBR 14859-1:2002); adotando barra de  $\phi$  5,0 mm ( $A_{s,\text{barra}} = 0,20 \text{ cm}^2$ ) a cada 33 cm atende-se a estas duas condições e, também, a recomendação da NBR 6118:2003 quanto ao diâmetro máximo para as barras dessa armadura, que é  $\phi_{\text{máx}} = h_f/8 = 40/8 = 5,0 \text{ mm}$ .

## b) Verificação ao cisalhamento

Como a distância entre eixos de nervuras é menor que 65 cm, a laje pode prescindir de armadura transversal para resistir as tensões de tração causadas pela força

cortante se  $V_{Sd} \leq V_{Rd1}$ . Tem-se:

$$V_{Sd} = 1,4 \cdot V_{\text{máx}} = 1,4 \cdot 4,11 = 5,75 \text{ kN (força cortante solicitante de cálculo)}$$

$$V_{Rd1} = [\tau_{Rd} \cdot k \cdot (1,2 + 40 \cdot \rho_1)] \cdot b_w \cdot d = [276 \cdot 1,46 \cdot (1,2 + 40 \cdot 0,0071)] \cdot 0,10 \cdot 0,14$$

$V_{Rd1} = 8,37 \text{ kN}$  (resistência de cálculo ao cisalhamento), em que:

$$\tau_{Rd} = 0,25 \cdot \frac{f_{ctk,inf}}{\gamma_c} = 0,25 \cdot \frac{0,21 \cdot \sqrt[3]{f_{ck}^2}}{\gamma_c} = 0,25 \cdot \frac{0,21 \cdot \sqrt[3]{20^2}}{1,4} = 0,276 \text{ MPa} = 276 \text{ kN/m}^2;$$

$$k = (1,6 - d) \geq 1 \Rightarrow k = (1,6 - 0,14) = 1,46 > 1;$$

$$\rho_1 = \frac{A_{s1}}{b_w \cdot d} \leq 0,02 \Rightarrow \rho_1 = \frac{1,0}{10 \cdot 14} = 0,0071 < 0,02.$$

Como  $V_{Sd} = 5,75 \text{ kN} < V_{Rd1} = 8,37 \text{ kN}$ , conclui-se que não é necessário a utilização de armadura transversal.

Agora, é necessário fazer a verificação da compressão diagonal do concreto (bielas comprimidas). Em elementos sem armadura de cisalhamento, esta verificação é feita comparando a força cortante solicitante de cálculo  $V_{Sd}$  com a resistência de cálculo  $V_{Rd2}$ . Tem-se:

$$V_{Rd2} = 0,5 \cdot \alpha_{v1} \cdot f_{cd} \cdot b_w \cdot 0,9 \cdot d = 0,5 \cdot 0,5 \cdot 14286 \cdot 0,10 \cdot 0,9 \cdot 0,14 = 45,0 \text{ kN}, \text{ em que:}$$

$$\alpha_{v1} = (0,7 - f_{ck}/200) \leq 0,5 \Rightarrow \alpha_{v1} = (0,7 - 20/200) = 0,6 \Rightarrow \therefore \alpha_{v1} = 0,5;$$

$$f_{cd} = \frac{f_{ck}}{\gamma_c} = \frac{20000}{1,4} = 14286 \text{ kN/m}^2.$$

Como  $V_{Sd} = 5,75 \text{ kN} < V_{Rd2} = 45,0 \text{ kN}$ , conclui-se que não há risco de ruptura por compressão do concreto das bielas.

Posteriormente à verificação do estado limite de deformações excessivas, apresenta-se o detalhamento das armaduras necessárias.

## Etapa 5: Verificação do estado limite de deformações excessivas

### a) Flecha imediata

Usando as expressões indicadas no capítulo 3, inicialmente, determinam-se as características geométricas da seção transversal; deve-se determinar essas

características no estágio I e estágio II puro.

No estágio I, sem considerar a presença da armadura e com base na seção transversal apresentada anteriormente na figura 6.21, tem-se:

- Área da seção transversal:

$$A_g = (b_f - b_w) \cdot h_f + b_w \cdot h = (50 - 10) \cdot 4 + 10 \cdot 16 = 320 \text{ cm}^2$$

- Posição do centro de gravidade a partir da borda superior da seção:

$$y_{cg} = \frac{(b_f - b_w) \cdot \left(\frac{h_f^2}{2}\right) + b_w \cdot \frac{h^2}{2}}{A_g} = \frac{(50 - 10) \cdot \left(\frac{4^2}{2}\right) + 10 \cdot \frac{16^2}{2}}{320} = 5,0 \text{ cm}$$

- Momento de inércia à flexão:

$$I_g = \frac{(b_f - b_w) \cdot h_f^3}{12} + \frac{b_w \cdot h^3}{12} + (b_f - b_w) \cdot h_f \cdot \left(y_{cg} - \frac{h_f}{2}\right)^2 + b_w \cdot h \cdot \left(y_{cg} - \frac{h}{2}\right)^2$$

$$I_g = \frac{(50 - 10) \cdot 4^3}{12} + \frac{10 \cdot 16^3}{12} + (50 - 10) \cdot 4 \cdot \left(5 - \frac{4}{2}\right)^2 + 10 \cdot 16 \cdot \left(5 - \frac{16}{2}\right)^2$$

$$I_g = 6507 \text{ cm}^4$$

No estágio II puro, por sua vez, para o cálculo do momento de inércia da seção fissurada de concreto, é necessário conhecer, inicialmente, a relação entre os módulos de elasticidade do aço e do concreto ( $\alpha_e$ ):

$$\alpha_e = \frac{E_s}{E_{cs}} = \frac{210000}{21287} = 9,865, \text{ em que:}$$

$$E_{cs} = 0,85 \cdot 5600 \cdot \sqrt{f_{ck}} = 0,85 \cdot 5600 \cdot \sqrt{20} = 21287 \text{ MPa}.$$

Também é preciso conhecer a posição da linha neutra ( $x_{II}$ ). Admitindo a linha neutra passando na mesa da seção transversal ( $x_{II} < h_f$ ), de modo que  $b_w = b_f$ , e destacando que neste caso  $A'_s = 0$  (não há armadura superior comprimida), determina-se:

$$x_{II} = \frac{-a_2 + \sqrt{a_2^2 - 4 \cdot a_1 \cdot a_3}}{2 \cdot a_1} = \frac{-9,87 + \sqrt{9,87^2 + 4 \cdot 25 \cdot 138,11}}{2 \cdot 25} = 2,16 \text{ cm}, \text{ em que:}$$

$$a_1 = b_w/2 = b_f/2 = 50/2 = 25 \text{ cm};$$

$$a_2 = h_f \cdot (b_f - b_w) + (\alpha_e - 1) \cdot A'_s + \alpha_e \cdot A_s = 9,865 \cdot 1,0 = 9,87 \text{ cm}^2;$$

$$a_3 = -d' \cdot (\alpha_e - 1) \cdot A_s' - d \cdot \alpha_e \cdot A_s - \frac{h_f^2}{2} \cdot (b_f - b_w) = -14 \cdot 9,865 \cdot 1,0 = -138,11 \text{ cm}^3.$$

Como  $x_{II} = 2,16 \text{ cm} < h_f = 4 \text{ cm}$ , a linha neutra passa na mesa da seção transversal e o momento de inércia fica:

$$I_{x,II_0} = \frac{b_f \cdot x_{II}^3}{3} + \alpha_e \cdot A_s \cdot (x_{II} - d)^2 + (\alpha_e - 1) \cdot A_s' \cdot (x_{II} - d')^2$$

$$I_{x,II_0} = \frac{50 \cdot 2,16^3}{3} + 9,865 \cdot 1,0 \cdot (2,16 - 14)^2 = 1551 \text{ cm}^4$$

Para as diversas combinações de ações, pode-se calcular a flecha imediata (considerando o efeito da fissuração e ainda sem o efeito da fluência do concreto) pela expressão:

$$a = \frac{5 \cdot p \cdot \lambda^4}{385 \cdot (E \cdot I)_{eq}}$$

sendo  $p$  a ação por metro linear atuante na nervura,  $\lambda$  o vão (neste caso, igual a 3,65 m) e  $(E \cdot I)_{eq}$  a rigidez equivalente.

A rigidez equivalente é dada por:

$$(E \cdot I)_{eq} = E_{cs} \cdot \left\{ \left( \frac{M_r}{M_a} \right)^3 \cdot I_c + \left[ 1 - \left( \frac{M_r}{M_a} \right)^3 \right] \cdot I_{II} \right\} \leq E_{cs} \cdot I_c$$

com  $E_{cs}$ ,  $I_c = I_g$  e  $I_{II} = I_{x,II_0}$ , todos obtidos anteriormente; o momento de fissuração ( $M_r$ ), no caso para seção "T", sendo  $y_t$  a distância do centro de gravidade da seção bruta à fibra mais tracionada, fica:

$$M_r = \frac{\alpha \cdot f_{ct} \cdot I_c}{y_t} = \frac{1,2 \cdot 2210 \cdot (6507 \cdot 10^{-8})}{(0,16 - 0,05)} = 1,57 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

com  $\alpha = 1,2$  e  $f_{ct} = 0,30 \cdot f_{ck}^{2/3} = 0,30 \cdot 20^{2/3} = 2,21 \text{ MPa} = 2210 \text{ kN/m}^2$ .

Para as diversas combinações de ações, o momento fletor atuante ( $M_a$ ), por sua vez, é obtido por:

$$M_a = \frac{p \cdot \lambda^2}{8}, \text{ em que } p \text{ e } \lambda \text{ têm os mesmos significados anteriores.}$$

Na tabela 6.4 apresenta-se a flecha imediata obtida para três situações distintas de carregamento das nervuras: carregamento somente com a ação permanente e

carregamentos obtidos com as combinações quase-permanente e rara de ações; essas flechas deverão ser comparadas com as flechas-limite.

**TABELA 6.4 Flecha imediata para as diversas combinações de ações – exemplo 4**

Ação	p (kN/m)	M <sub>a</sub> (kN·m)	$\frac{M_r}{M_a}$	(E·I) <sub>eq</sub> (kN·m <sup>2</sup> )	a (cm)
<b>g</b> (soma das ações permanentes)	1,50	2,50	0,63	594	0,58
<b>g + 0,3·q</b> (combinação quase-permanente)	1,73	2,88	0,55	506	0,79
<b>g + q</b> (combinação rara)	2,25	3,75	0,42	408	1,27

A flecha imediata relativa à ação variável é dada pela diferença entre a obtida com a combinação rara (totalidade das ações) e a obtida com a soma das ações permanentes:

$$a_q = a_{\text{rara}} - a_{\text{permanente}} = 1,27 - 0,58 = 0,69 \text{ cm}$$

Como  $a_q = 0,69 \text{ cm} < a_{\text{limite}} = \frac{\lambda}{350} = \frac{365}{350} = 1,04 \text{ cm}$  (tabela 2.7, caso de aceitabilidade sensorial visual), atende-se.

#### b) Flecha diferida no tempo

Na seqüência deve-se determinar o fator  $\alpha_f$ , para considerar o efeito da fluência:

$$\alpha_f = \frac{\Delta\xi}{1 + 50 \cdot \rho'} = \frac{\xi(\infty) - \xi(t_0)}{1 + 50 \cdot \rho'} = \frac{2 - 0,53}{1} = 1,47, \text{ em que:}$$

$$\xi(\infty) = 2 \text{ (valor fixo para idade maior que 70 meses);}$$

$$\xi(t_0) = 0,68 \cdot 0,996^t \cdot t^{0,32} = 0,68 \cdot 0,996^{0,47} \cdot 0,47^{0,32} = 0,53, \text{ com } t = 14/30 = 0,47 \text{ a idade, em meses, relativa à data de aplicação da ação de longa duração, no caso 14 dias; } \rho' = 0, \text{ pois não há armadura comprimida.}$$

O valor da flecha total no tempo infinito será a flecha imediata por causa da ação total (combinação rara de ações), acrescida da calculada com a combinação

quase-permanente de ações multiplicada pelo fator  $\alpha_f$ :

$$a_{\text{total},\infty} = a_{\text{rara}} + \alpha_f \cdot a_{\text{quase permanente}} = 1,27 + 1,47 \cdot 0,79 = 2,43 \text{ cm}$$

$$\text{Como } a_{\text{total},\infty} = 2,43 \text{ cm} > a_{\text{limite}} = \frac{\lambda}{250} = \frac{365}{250} = 1,46 \text{ cm} \quad (\text{tabela } 2.7,$$

caso de aceitabilidade sensorial de vibrações sentidas no piso), não atende-se.

Porém, pode ser dada uma contraflecha de até:

$$a_{\text{cf}} = -\frac{\lambda}{350} = -\frac{365}{350} = -1,04 \text{ cm} \quad (\text{tabela } 2.8).$$

Adotando contraflecha de 1 cm, resulta:

$$a_{\text{total},\infty} = 2,43 - 1,0 = 1,43 \text{ cm} < a_{\text{limite}} = \frac{\lambda}{250} = \frac{365}{250} = 1,46 \text{ cm}$$

e o estado limite de deformações excessivas é atendido.

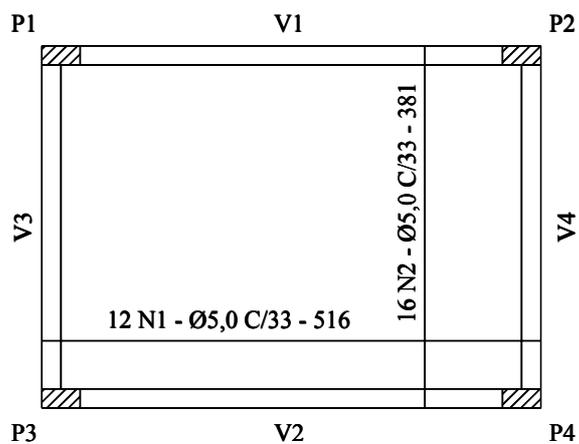
### **Etapla 6: Detalhamento das armaduras necessárias da laje**

O detalhamento das armaduras necessárias deve ser apresentado em planta e em corte.

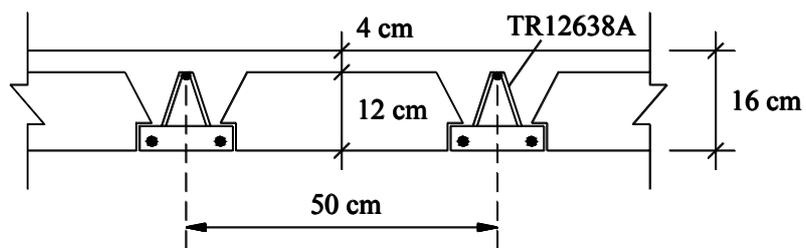
Em planta, deve-se apresentar o detalhamento da armadura de distribuição; no detalhamento dessa armadura deve-se indicar o diâmetro e o comprimento das barras, assim como a quantidade e o espaçamento entre as mesmas.

Em corte, por sua vez, deve-se apresentar o detalhamento da treliça espacial pré-fabricada que compõe a armadura das vigotas; no detalhamento dessa treliça deve-se indicar a sua altura, o diâmetro dos fios ou barras que compõem os banzos (superior e inferior) e as laterais (diagonais), e o tipo de aço utilizado, conforme prescreve a NBR 14862:2002.

Na figura 6.22 apresenta-se o detalhamento das armaduras necessárias da laje; para as diagonais e para o banzo superior da armadura treliçada, adotou-se barras com o diâmetro mínimo recomendado pela NBR 14862:2002 ( $\phi$  6,0 mm para o banzo superior e  $\phi$  3,4 mm para as diagonais), de aço CA-60.



a) Armadura de distribuição



b) Armadura treçada das vigotas

FIGURA 6.22. Detalhamento das armaduras da laje – exemplo 4

## CAPÍTULO 7

### CONSIDERAÇÕES FINAIS E CONCLUSÕES

Além de serem responsáveis pelo consumo de elevada parcela do volume total de concreto utilizado, as lajes desempenham importantes funções nas estruturas do edifício. Assim, a escolha de um sistema estrutural para pavimento de edificação deve ser sempre feita analisando-se aspectos econômicos, de funcionamento, de execução, e os relacionados à interação com os demais subsistemas construtivos da edificação. Via de regra normalmente se considera que o sistema estrutural mais adequado para um determinado pavimento é aquele que apresenta custo final menor, contabilizando-se apenas os insumos (material e mão-de-obra) utilizados, não considerando, por exemplo, os custos de manutenção que ocorrem no período de pós-ocupação; o que deve ser analisado não é o custo final, mas sim, os custos em relação aos benefícios obtidos.

Atualmente as lajes nervuradas de concreto armado constituem uma das melhores alternativas para a construção de pavimentos de edificações, em virtude de apresentarem uma série de vantagens. Neste trabalho foi abordado este tipo de lajes, divulgando suas características, opções construtivas e comportamento estrutural a todos os potenciais usuários, por meio da apresentação das principais recomendações propostas pelos autores pesquisados (livros, normas, etc.), de exemplos resolvidos e roteiros gerais sobre o cálculo, projeto e construção dessas lajes.

A seguir, apresentam-se as principais conclusões obtidas do estudo realizado:

- A NBR 6118:2003, em comparação com a NBR 6118:1980, trouxe várias alterações no seu texto no que se refere ao projeto das lajes de concreto armado em geral e das nervuradas em particular; a NBR 6118:2003 alterou vários conceitos, ampliou outros, propôs mudanças na verificação da segurança em relação aos estados limites últimos e de serviço, de dimensões, nas recomendações construtivas, nos limites a serem observados, etc.
- Ao contrário da NBR 6118:1980, a NBR 6118:2003 dá bastante ênfase à questão da durabilidade das estruturas de concreto, tratando no seu texto dos aspectos relativos

às exigências de durabilidade, vida útil da estrutura, mecanismos de envelhecimento e deterioração e agressividade do meio ambiente.

- A estimativa dos deslocamentos transversais é dificultada pelo fato de que devem ser consideradas várias influências, muitas vezes de difícil avaliação. Dentre essas influências, as principais são a fissuração, a fluência e a retração do concreto, que, em geral, tendem a produzir um aumento no valor das deformações finais; o cálculo da flecha total baseado apenas na flecha imediata leva a uma estimativa pouco fiel com a situação real. Neste sentido, programas de análise estrutural que se baseiam no comportamento linear devem ser utilizados como procedimentos para que se possa tomar decisões importantes, apenas, sendo necessário manipular os dados fornecidos pelos mesmos para se ter uma idéia mais clara sobre o estado de deformação da estrutura.
- Atualmente, com o avanço dos microcomputadores e com o surgimento de programas de análise estrutural mais abrangentes que possibilitam o cálculo integrado, é possível analisar o comportamento de um pavimento como um todo, levando-se em consideração a influência da flexibilidade dos apoios e da rigidez à torção, tanto das lajes como das vigas, sendo ainda possível de se incluir na análise a não linearidade física do concreto armado, o que a torna mais real; entre os diversos processos de cálculo que possibilitam a análise integrada de um pavimento, levando-se em consideração a influência desses parâmetros, destaca-se o processo de analogia de grelha, o qual vem sendo usado em muitos programas computacionais de análise de estruturas de concreto armado amplamente difundidos no país e de grande aceitação no meio profissional.
- Com a utilização do processo de analogia de grelha é possível analisar pavimentos de concreto armado de uma forma integrada, fugindo do cálculo clássico, o qual considera os elementos componentes do pavimento de maneira isolada, sem levar em conta a interação entre os mesmos. Com o cálculo integrado, a contribuição de cada elemento que compõe o pavimento fica corretamente caracterizada e, desse modo, os esforços e os deslocamentos determinados tendem a ser mais precisos e mais próximos dos valores reais.
- Quando se determina os esforços solicitantes pela teoria das placas elásticas, considera-se que a seção da laje é capaz de resistir aos momentos torsões em sua

plenitude. Entretanto, nas lajes nervuradas, por apresentar seção transversal com dimensões que normalmente são pequenas, as nervuras não conseguem resistir a estes momentos torsores. Tem-se, então, a plastificação da seção transversal nas regiões mais solicitadas, com a conseqüente redistribuição dos esforços solicitantes, aparecendo, então, momentos fletores e deslocamentos transversais superiores àqueles obtidos considerando a teoria das placas elásticas.

- O cálculo das lajes nervuradas por meio de tabelas, como placas, forneceu esforços solicitantes e deslocamentos elásticos menores do que os obtidos pelo processo de grelha equivalente, confirmando a conclusão anterior. Embora a NBR 6118:2003 permita analisar as lajes nervuradas moldadas no local como lajes maciças, indica-se utilizar este procedimento apenas na fase de pré-dimensionamento, em que se deseja uma estimativa inicial das dimensões da seção transversal da laje, e que para o cálculo definitivo dos esforços solicitantes e dos deslocamentos transversais seja empregado o processo de analogia de grelha ou então outros processos de cálculo; o processo de grelha equivalente para a análise de lajes nervuradas armadas em duas direções já foi utilizado em alguns estudos, por exemplo BOCCHI JÚNIOR (1995) e STRAMANDINOLI (2003).
- Pelo processo de grelha equivalente é possível obter o momento fletor máximo que atua em cada nervura, e não apenas no centro da laje, contrário do que acontece quando a laje nervurada armada em duas direções é calculada com o emprego de tabelas elaboradas com base na teoria das placas elásticas, admitindo-a como maciça. Desse modo, as nervuras podem ser calculadas uma a uma e, conseqüentemente, serem detalhadas com armaduras diferentes, resultando a princípio num projeto mais econômico; quando a laje nervurada é calculada utilizando as referidas tabelas, normalmente, repete-se para todas as nervuras a armadura calculada para resistir o momento fletor máximo.
- A fim de desprezar os efeitos provenientes da torção nos exemplos em que se analisou as lajes nervuradas por meio da analogia de grelhas, o momento de inércia à torção do elemento utilizado para representar as nervuras foi tomado como 1% daquele dado pela Resistência dos Materiais; isto faz com que os momentos fletores atuantes nas nervuras aumentem, porém, não é necessário considerar no dimensionamento das mesmas os momentos torsores, que resultam pequenos.

- O pré-dimensionamento da altura da laje por meio da expressão apresentada pela NBR 6118:1980 que fornece o valor da altura útil  $d$  a ser utilizada para evitar a verificação de deformação excessiva, conduziu a resultados conservativos, ou seja, a alturas elevadas. Em SOUZA & CUNHA (1994), por exemplo, encontra-se outros critérios que permitem estimar a altura útil de lajes para fins de pré-dimensionamento, inclusive alguns deles propostos por normas internacionais.
- Na prática, a maioria dos problemas e acidentes verificados durante a construção de lajes nervuradas com vigotas pré-fabricadas tem ocorrido na etapa de concretagem da capa, por falta de conhecimento técnico do funcionamento do sistema ou por falta de regras específicas para a execução desta tarefa. Conforme foi mencionado no capítulo 4, nesta etapa, além de seu peso próprio, a vigota pré-fabricada tem que suportar a ação do material de enchimento, do concreto moldado no local (concreto de capeamento) e dos operários e seus equipamentos. Portanto, para a correta determinação da distância entre as escoras da laje deve-se definir previamente qual o tipo de equipamento a ser utilizado na concretagem (carrinhos de mão ou gericas, por exemplo) e também qual é a quantidade máxima de concreto que pode ser lançado em uma certa região da laje. Esses aspectos não foram abordados nesse texto, recomendando-se para maiores esclarecimentos a leitura de GASPAR (1997), DROPPA JÚNIOR (1999) e FORTE et al. (2000), que dão indicações de como determinar em função de equipamentos empregados e tipo de treliça adotada o espaçamento máximo entre escoras da laje.
- Em lajes nervuradas unidirecionais contínuas com vigotas pré-fabricadas os momentos fletores (negativos) que surgem junto aos apoios intermediários dificilmente podem ser resistidos na sua totalidade pelas nervuras, as quais trabalham como elementos retangulares nestas regiões, normalmente, de pequenas dimensões. Nas obras de pequeno porte, por este motivo e pelo fato de que nestas é difícil de se garantir o posicionamento da armadura negativa (durante a movimentação dos operários pode-se deslocar essa armadura da sua posição), têm-se recomendado admitir que as nervuras sejam simplesmente apoiadas, desprezando-se os benefícios da continuidade; caso se queira aproveitar as vantagens da continuidade neste tipo de lajes, pode-se recorrer às soluções apresentadas no capítulo 4.

- As lajes nervuradas do tipo unidirecional foram analisadas admitindo que apresentam comportamento estrutural de vigas simplesmente apoiadas, tanto as moldadas no local como as com vigotas pré-fabricadas, desprezando a rigidez conferida ao pavimento na outra direção pela mesa. Caso queira considerar essa rigidez, também é possível utilizar o processo de grelha equivalente para a análise deste tipo de lajes; a aplicação do processo de grelha equivalente para a análise de lajes nervuradas do tipo unidirecional pode ser feito representando as nervuras por um elemento de seção transversal em forma de “T” e, na direção transversal, representando a mesa por um elemento do tipo placa com largura definida pelo espaçamento da malha adotada nesta direção e espessura igual à espessura da mesa. Considerando na direção transversal uma faixa de largura **b** dada pela soma da metade dos espaços entre os elementos vizinhos e altura **h** dada pela espessura da mesa, pode-se determinar as propriedades geométricas do elemento tipo placa por meio das expressões:  $A = b \cdot h$  (área da seção transversal);  $I_f = b \cdot h^3 / 12$  (momento de inércia à flexão no eixo *I*);  $I_t = 2 \cdot I_f = b \cdot h^3 / 6$  (momento de inércia à torção no eixo *I*, conforme indica HAMBLBY (1976)).

Neste trabalho não houve a intenção de se aprofundar na análise estrutural das lajes nervuradas de concreto armado, nem tampouco de realizar estudos comparativos deste sistema com outros existentes para pavimentos de edificações; o que se pretendia, e se espera ter conseguido ainda que de maneira modesta, foi apresentar uma idéia geral sobre o projeto e a construção deste tipo de lajes, e esclarecer as principais recomendações propostas pela NBR 6118:2003, que entrou em vigor recentemente, para as lajes em geral e nervuradas em particular.

Para o prosseguimento da pesquisa indica-se realizar um estudo no qual se aprofunde na análise estrutural dessas lajes, determinado-se os esforços solicitantes e os deslocamentos transversais utilizando os diversos processos de cálculo à flexão de lajes, comparando os resultados obtidos e verificando-os experimentalmente por meio ensaios de modelos reduzidos. Outra sugestão é realizar um estudo comparativo entre o sistema de lajes nervuradas e outros existentes para pavimentos de edificações, contemplando análises de comportamento (deformação e flexão) e, também, de custos.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 6118:1980**. Projeto e execução de obras de concreto armado – Procedimento. Rio de Janeiro, 1980.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 6120:1980**. Cargas para o cálculo de estruturas de edificações – Procedimento. Rio de Janeiro, 1980.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 7480:1996**. Barras e fios de aço destinados a armaduras para concreto armado – Especificação. Rio de Janeiro, 1996.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 7481:1990**. Tela de aço soldada – Armadura para concreto – Especificação. Rio de Janeiro, 1990.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 7482:1991**. Fios de aço para concreto protendido – Especificação. Rio de Janeiro, 1991.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 7483:1991**. Cordoalhas de aço para concreto protendido – Especificação. Rio de Janeiro, 1991.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 6118:2003**. Projeto de estruturas de concreto – Procedimento. Rio de Janeiro, 2003.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 8681:2003**. Ações e segurança nas estruturas – Procedimento. Rio de Janeiro, 2003.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 12142:1991**. Concreto – Determinação da resistência à tração na flexão em corpos-de-prova prismáticos – Método de ensaio. Rio de Janeiro, 1991.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 14859-1:2002**. Laje pré-fabricada – Requisitos. Parte 1: Lajes unidirecionais. Rio de Janeiro, 2002.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 14862:2002**. Armaduras treliçadas eletrossoldadas – Requisitos. Rio de Janeiro, 2002.

BARBIRATO, C. B. C. **Contribuições à análise de pavimento de edifício em laje nervurada**. Dissertação de Mestrado. Escola de Engenharia de São Carlos. Universidade de São Paulo. São Carlos, 1997.

BARBOZA, A. S. R. **Contribuição à análise estrutural de sistemas lajes-vigas de concreto armado mediante analogia de grelha**. Dissertação de Mestrado. Escola de Engenharia de São Carlos. Universidade de São Paulo. São Carlos, 1992.

BARES, R. **Tablas para el cálculo de placas y vigas pared**. Barcelona: Editorial Gustavo Gili S.A., 1972.

BOCCHI JÚNIOR, C. F. **Lajes nervuradas de concreto armado: projeto e execução**. Dissertação de Mestrado. Escola de Engenharia de São Carlos. Universidade de São Paulo. São Carlos, 1995.

BRANDÃO, A. M. S.; PINHEIRO, L. M. **Estados limites de utilização**. São Carlos: EESC-USP, 1999. 32 p.

CARVALHO, R. C. **Análise não-linear de pavimentos de edifícios de concreto através da analogia de grelha**. Tese de Doutorado. Escola de Engenharia de São Carlos. Universidade de São Paulo. São Carlos, 1994.

CARVALHO, R. C.; FIGUEIREDO FILHO, J. R. **Cálculo e detalhamento de estruturas usuais de concreto armado**. 2.ed. São Carlos: EdUFSCar, 2004. 374 p.

CARVALHO, R. C.; FIGUEIREDO FILHO, J. R.. **Pavimentos de edifícios com lajes nervuradas**. Ribeirão Preto: Centro Universitário Moura Lacerda, 2001. 25 p. Notas de Aula.

CORDOVIL, F. A. B.; FUSCO, P. B. **Armadura de cisalhamento para punção em placas de concreto**. In: XXVII JORNADAS SUDAMERICANAS DE INGENIERÍA ESTRUCTURAL, 1995, Tucumán. Anais.

CORRÊA, M. R. S.; RAMALHO, M. A. **Sistema laser de análise estrutural**. In: V SIMPÓSIO NACIONAL DE TECNOLOGIA DE CONSTRUÇÃO: SOFTWARE PARA O PROJETO DE EDIFÍCIOS, 1997, São Paulo. Anais.

DROPPA JÚNIOR, A. **Análise estrutural de lajes formadas por elementos pré-moldados tipo vigota com armação treliçada**. Dissertação de Mestrado. Escola de Engenharia de São Carlos. Universidade de São Paulo. São Carlos, 1999.

EL DEBS, M. K. **Concreto pré-moldado: fundamentos e aplicações**. São Carlos: EESC-USP, 2000. 441 p.

EUROCODE 2. **Design of concrete structures – Part 1: General rules and rules for buildings**. Brussels, CEN. 253 p. (ENV 1992-1-1). 1992.

FIGUEIREDO FILHO, J. R. **Sistemas estruturais de lajes sem vigas: subsídios para o projeto e execução**. Tese de Doutorado. Escola de Engenharia de São Carlos. Universidade de São Paulo. São Carlos, 1989.

FLÓRIO, M. C. **Projeto e execução de lajes unidirecionais com vigotas em concreto armado**. Dissertação de Mestrado. Universidade Federal de São Carlos. São Carlos, 2004.

FORTE, F. C.; FANGEL L.; ARADO F. B. G.; CARVALHO, R. C.; FURLAN JUNIOR, S.; FIGUEIREDO FILHO, J. R. **Estudo experimental do espaçamento de escoras em lajes pré-moldadas com nervuras do tipo treliça**. In: 42º CONGRESSO BRASILEIRO DO CONCRETO, 2000, Fortaleza. Anais.

FRANCA, A. B. M.; FUSCO, P. B. **As lajes nervuradas na moderna construção de edifícios**. São Paulo: AFALA & ABRAPEX, 1997.

FURLAN JUNIOR, S.; FIGUEIREDO FILHO, J. R.; CARVALHO, R. C.; BONFIM, D. A. **Análise experimental em lajes pré-moldadas de concreto: a plastificação e os valores dos momentos negativos em elementos hiperestáticos**. In: XXX JORNADAS SUL-AMERICANAS DE ENGENHARIA ESTRUTURAL, 2002, Brasília. Anais.

GASPAR, R. **Análise da segurança estrutural das lajes pré-fabricadas na fase de construção**. Dissertação de mestrado. Universidade de São Paulo. São Paulo, 1997.

GUERRIN, A. **Tratado de concreto armado**. São Paulo: Editora Hemus, 1980. v.3.

HAHN, J. **Vigas contínuas, pórticos, placas y vigas flotantes sobre lecho elástico**. Barcelona: Editorial Gustavo Gili S.A., 1972.

HAMBLY, E. C. **Bridge deck behaviour**. London: Chapman and Hall, 1976.

LEONHARDT, F. **Construções de concreto: verificação da capacidade de utilização**. 1.ed. Rio de Janeiro: Editora Interciência, 1979. v.4.

LEONHARDT, F.; MONNIG, E. **Construções de concreto**. Rio de Janeiro: Editora Interciência, 1978. v.3.

LIGHTFOOT, E.; SAWKO, F. **Structural frame analysis by electronic computer: gride frameworks resolved by generalized slope deflection**. Engineering, 187(18-20), 1959.

MARTINELLI, D. A. O.; MONTANARI, I.; SAVASSI, W. **Placas elásticas**. São Carlos: EESC-USP, 1986.

MELGES, J. L. P. **Análise experimental da punção em lajes de concreto armado e protendido**. Tese de Doutorado. Escola de Engenharia de São Carlos. Universidade de São Paulo. São Carlos, 2001.

MONTOYA, P. J.; MESEGUER, A.G.; CABRÉ, F. M. **Hormigón armado**. 14.ed. Barcelona: Editorial Gustavo Gili S.A., 2000.

PINHEIRO, L. M. **Concreto armado: tabelas e ábacos**. São Carlos: EESC-USP, 1986.

ROCHA, A. M. **Novo curso prático de concreto armado**. Rio de Janeiro: Editora Científica, 1972. v.1.

ROCHA, A. M. **Novo curso prático de concreto armado**. Rio de Janeiro: Editora Científica, 1975. v.4.

SILVA, M. A. F.; FIGUEIREDO FILHO, J. R.; CARVALHO, R. C. **Principais tipos de armadura de cisalhamento de lajes sem vigas: vantagens e desvantagens de cada um deles**. In: V SIMPÓSIO EPUSP SOBRE ESTRUTURAS DE CONCRETO, 2003, São Paulo.

SOUZA, V. C. M.; CUNHA, A. J. P. **Lajes em concreto armado e protendido**. Niterói: EdUFF, 1994. 580 p.

STRAMANDINOLI, J. S. B. **Contribuições à análise de lajes nervuradas por analogia de grelha**. Dissertação de Mestrado. Universidade Federal de Santa Catarina. Florianópolis, 2003.

SUSSEKIND, J. C. **Curso de concreto**. Porto Alegre: Editora Globo, 1985. v.1.

TESORO, F. R. **Los forjados reticulares-manual prático**. Espanha: Cype Ingenieros, 1991.

TIMOSHENKO, S. P.; WOINOWSKY-KRIEGER, S. **Theory of plates and shells**. New York: McGraw Hill, 1959.

## ANEXO

**TABELA A1 Valores para cálculo de armadura longitudinal de seções retangulares (CARVALHO & FIGUEIREDO FILHO (2004))**

KMD	KX	KZ	$\epsilon_c$	$\epsilon_s$
0,0100	0,0148	0,9941	0,1502	10,0000
0,0200	0,0298	0,9881	0,3068	10,0000
0,0300	0,0449	0,9820	0,4704	10,0000
0,0400	0,0603	0,9759	0,6414	10,0000
0,0500	0,0758	0,9697	0,8205	10,0000
0,0550	0,0836	0,9665	0,9133	10,0000
0,0600	0,0916	0,9634	1,0083	10,0000
0,0650	0,0995	0,9602	1,1056	10,0000
0,0700	0,1076	0,9570	1,2054	10,0000
0,0750	0,1156	0,9537	1,3077	10,0000
0,0800	0,1238	0,9505	1,4126	10,0000
0,0850	0,1320	0,9472	1,5203	10,0000
0,0900	0,1403	0,9439	1,6308	10,0000
0,0950	0,1485	0,9406	1,7444	10,0000
0,1000	0,1569	0,9372	1,8611	10,0000
0,1050	0,1654	0,9339	1,9810	10,0000
0,1100	0,1739	0,9305	2,1044	10,0000
0,1150	0,1824	0,9270	2,2314	10,0000
0,1200	0,1911	0,9236	2,3621	10,0000
0,1250	0,1998	0,9201	2,4967	10,0000
0,1300	0,2086	0,9166	2,6355	10,0000
0,1350	0,2175	0,9130	2,7786	10,0000
0,1400	0,2264	0,9094	2,9263	10,0000
0,1450	0,2354	0,9058	3,0787	10,0000
0,1500	0,2445	0,9022	3,2363	10,0000
0,1550	0,2536	0,8985	3,3391	10,0000
0,1600	0,2630	0,8948	3,5000	9,8104
0,1650	0,2723	0,8911	3,5000	9,3531
0,1700	0,2818	0,8873	3,5000	8,9222
0,1750	0,2913	0,8835	3,5000	8,5154
0,1800	0,3009	0,8796	3,5000	8,3106
0,1850	0,3106	0,8757	3,5000	7,7662
0,1900	0,3205	0,8718	3,5000	7,4204
0,1950	0,3305	0,8678	3,5000	7,0919
0,2000	0,3405	0,8638	3,5000	6,7793

KMD	KX	KZ	$\epsilon_c$	$\epsilon_s$
0,2050	0,3506	0,8597	3,5000	6,4814
0,2100	0,3609	0,8556	3,5000	6,1971
0,2150	0,3714	0,8515	3,5000	5,9255
0,2200	0,3819	0,8473	3,5000	5,6658
0,2250	0,3925	0,8430	3,5000	5,4170
0,2300	0,4033	0,8387	3,5000	5,1785
0,2350	0,4143	0,8343	3,5000	4,9496
0,2400	0,4253	0,8299	3,5000	4,7297
0,2450	0,4365	0,8254	3,5000	4,5181
0,2500	0,4479	0,8208	3,5000	4,3144
0,2550	0,4594	0,8162	3,5000	4,1181
0,2600	0,4711	0,8115	3,5000	3,9287
0,2650	0,4830	0,8068	3,5000	3,7459
0,2700	0,4951	0,8020	3,5000	3,5691
0,2750	0,5074	0,7970	3,5000	3,3981
0,2800	0,5199	0,7921	3,5000	3,2324
0,2850	0,5326	0,7870	3,5000	3,0719
0,2900	0,5455	0,7818	3,5000	2,9162
0,2950	0,5586	0,7765	3,5000	2,7649
0,3000	0,5721	0,7712	3,5000	2,6179
0,3050	0,5858	0,7657	3,5000	2,4748
0,3100	0,5998	0,7601	3,5000	2,3355
0,3150	0,6141	0,7544	3,5000	2,1997
0,3200	0,6287	0,7485	3,5000	2,0672
0,3300	0,6590	0,7364	3,5000	1,8100
0,3400	0,6910	0,7236	3,5000	1,5652
0,3500	0,7249	0,7100	3,5000	1,3283
0,3600	0,7612	0,6955	3,5000	1,0983
0,3700	0,8003	0,6799	3,5000	0,8732
0,3800	0,8433	0,6627	3,5000	0,6506

$$KMD = \frac{M_d}{b_w \cdot d^2 \cdot f_{cd}}; \quad KX = \frac{x}{d}; \quad KX = \frac{\epsilon_c}{\epsilon_c + \epsilon_s}; \quad KZ = \frac{z}{d}; \quad A_s = \frac{M_d}{(KZ) \cdot d \cdot f_s}$$

**OBSERVAÇÃO:** As tabelas A2, A3 e A4 apresentadas a seguir foram extraídas de CARVALHO & FIGUEIREDO FILHO (2004); o parâmetro de entrada ( $\lambda$ ) é a relação entre o maior vão teórico da laje ( $\lambda_y$ ) e o menor ( $\lambda_x$ ). O coeficiente de Poisson ( $\nu$ ) é igual a 0,2.

**TABELA A2** Coeficientes  $\mu_x$ ,  $\mu_y$  para o cálculo dos momentos máximos em lajes retangulares uniformemente carregadas, com bordas simplesmente apoiadas

$\lambda$	$\mu_x$	$\mu_y$	$\lambda$	$\mu_x$	$\mu_y$
1,00	4,41	4,41	1,55	8,12	4,20
1,05	4,80	4,45	1,60	8,34	3,14
1,10	5,18	4,49	1,65	8,62	4,07
1,15	5,56	4,49	1,70	8,86	4,00
1,20	5,90	4,48	1,75	9,06	3,96
1,25	6,27	4,45	1,80	9,27	3,91
1,30	6,60	4,42	1,85	9,45	3,83
1,35	6,93	4,37	1,90	9,63	3,75
1,40	7,25	4,33	1,95	9,77	3,71
1,45	7,55	4,30	2,00	10,00	3,64
1,50	7,86	4,25	$\infty$	12,57	3,77

**TABELA A3** Coeficientes  $k_x$ ,  $k_y$  para o cálculo das reações de apoio em lajes retangulares uniformemente carregadas, com bordas simplesmente apoiadas

$\lambda$	$\mu_x$	$\mu_y$	$\lambda$	$\mu_x$	$\mu_y$
1,00	2,50	2,50	1,55	3,39	2,50
1,05	2,62	2,50	1,60	3,44	2,50
1,10	2,73	2,50	1,65	3,48	2,50
1,15	2,83	2,50	1,70	3,53	2,50
1,20	2,92	2,50	1,75	3,57	2,50
1,25	3,00	2,50	1,80	3,61	2,50
1,30	3,08	2,50	1,85	3,65	2,50
1,35	3,15	2,50	1,90	3,68	2,50
1,40	3,21	2,50	1,95	3,72	2,50
1,45	3,28	2,50	2,00	3,75	2,50
1,50	3,33	2,50	$\infty$	5,00	2,50

**TABELA A4 Coeficientes  $\alpha$  para o cálculo de flechas elásticas em lajes retangulares uniformemente carregadas, com bordas simplesmente apoiadas**

$\lambda$	$\alpha$	$\lambda$	$\alpha$
1,00	4,67	1,55	9,22
1,05	5,17	1,60	9,54
1,10	5,64	1,65	9,86
1,15	6,09	1,70	10,15
1,20	6,52	1,75	10,43
1,25	6,95	1,80	10,71
1,30	7,36	1,85	10,96
1,35	7,76	1,90	11,21
1,40	8,14	1,95	11,44
1,45	8,51	2,00	11,68
1,50	8,87	$\infty$	15,35

**TABELA A5 Valores do coeficiente  $\gamma_{f2}$**

Ações		$\gamma_{f2}$		
		$\psi_0$	$\psi_1$	$\psi_2$
<b>Cargas acidentais de edifícios</b>	Locais em que não há predominância de pesos de equipamentos que permanecem fixos por longos períodos de tempo, nem de elevadas concentrações de pessoas, como é o caso de edifícios residenciais	0,5	0,4	0,3
	Locais em que há predominância de pesos de equipamentos que permanecem fixos por longos períodos de tempo, ou de elevada concentração de pessoas, como é o caso de edifícios comerciais, de escritórios, estações e edifícios públicos	0,7	0,6	0,4
	Biblioteca, arquivos, oficinas e garagens	0,8	0,7	0,6
<b>Vento</b>	Pressão dinâmica do vento nas estruturas em geral	0,6	0,3	0
<b>Temperatura</b>	Variações uniformes de temperatura em relação à média anual local	0,6	0,5	0,3

$\psi_0$  - fator de redução de combinação para estado limite último;

$\psi_1$  - fator de redução de combinação freqüente para estado limite de serviço;

$\psi_2$  - fator de redução de combinação quase permanente para estado limite de serviço.