



UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO CARLOS
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E DE TECNOLOGIA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM FÍSICA

***ENGENHARIA DE INTERAÇÕES E DE
RESERVATÓRIOS***

Fabiano Oliveira Prado

São Carlos
2008

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO CARLOS
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E DE TECNOLOGIA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM FÍSICA

***ENGENHARIA DE INTERAÇÕES E DE
RESERVATÓRIOS***

Fabiano Oliveira Prado

Tese submetida ao Programa de Pós-Graduação
em Física da Universidade Federal de São Carlos,
como parte dos requisitos para a obtenção do
Título de Doutor em Física.

Orientador:

Prof. Dr. Miled Hassan Youssef Moussa

Co-Orientador:

Prof. Dr. Celso Jorge Villas-Bôas

São Carlos

2008

**Ficha catalográfica elaborada pelo DePT da
Biblioteca Comunitária/UFSCar**

P896ei

Prado, Fabiano Oliveira.

Engenharia de interações e de reservatórios / Fabiano Oliveira Prado. -- São Carlos : UFSCar, 2008.
83 f.

Tese (Doutorado) -- Universidade Federal de São Carlos, 2008.

1. Óptica quântica. 2. Decoerência (Decoherence). 3. Informação quântica. I. Título.

CDD: 530.12 (20^a)

FABIANO OLIVEIRA PRADO

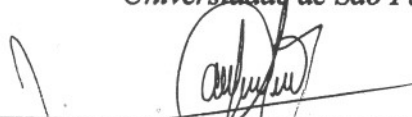
Tese de Doutorado submetida à
Coordenação do Programa de Pós-
Graduação em Física, da Universidade
Federal de São Carlos, como requisito
parcial para a obtenção do título de
Doutor em Ciências.

Aprovada em: 26/05/2008.


BANCA EXAMINADORA



Prof. Dr. Miled Hassan Youssef Moussa (orientador)
Universidade Federal de São Carlos – PPGF
Universidade de São Paulo - IFSC



Prof. Dr. Celso Jorge Villas-Boas (co-orientador)
Universidade Federal de São Carlos - DF



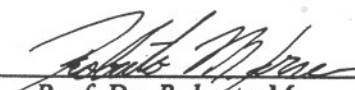
Prof. Dr. Norton Gomes de Almeida
Universidade Católica de Goiás - DMF



Prof. Dr. Antonio Sérgio Magalhães de Castro
Universidade Estadual de Ponta Grossa - DF



Prof. Dr. Reginaldo Jesus Napolitano
Universidade de São Paulo - IFSC



Prof. Dr. Roberto Menezes Serra
Universidade Federal do ABC

Dedico este trabalho à Virgem Maria, Mãe de Deus e nossa Mãe.

“o crente é capaz de realizar-se em sua fé somente sobre o oceano do nada; e o oceano da incerteza foi-lhe destinado como único lugar possível de sua fé”
(Joseph Ratzinger)

Agradecimentos

Meus agradecimentos efetivos ao Celso e ao Miled.

A presença do Celso foi um milagre que aconteceu no meu doutorado. A ele, devo tudo.

Devo muito ao Miled, principalmente pela confiança depositada e por ser o único professor que me incentivou desde os priscos tempos da minha graduação.

Resumo

Nesta tese, apresentamos primeiramente um protocolo para a construção de interações efetivas entre dois modos de uma cavidade, através de um átomo de dois níveis sob a ação de campos clássicos. hamiltonianos bilineares associados à processos de conversões paramétricas ascendente e descendente de frequências foram obtidos, bem como hamiltonianos não-lineares associados à compressão paramétrica de um modo da cavidade. Mostramos também como construir hamiltonianos associados a processos não-lineares do tipo *Kerr* para um ou dois modos da cavidade. Em especial, mostramos como implementar, na cavidade bi-modal, o hamiltoniano que descreve um condensado de Bose-Einstein de duas espécies atômicas na aproximação de dois modos. Em seguida, considerando um íon de dois níveis aprisionado no interior de uma cavidade e submetido à ação de campos clássicos, mostramos como construir um reservatório artificial para os estados eletrônicos do íon. Este reservatório permite a proteção de superposições não estacionárias dos níveis eletrônicos, possibilitando a medida de fases geométricas por elas adquiridas mediante evoluções não adiabáticas do sistema. Por fim, mostramos como construir reservatórios comprimidos tanto para um modo da cavidade como para átomos de dois níveis, mediante a construção prévia de uma interação efetiva entre átomo(s) e modo que compreende a realização simultânea dos hamiltonianos de Jaynes-Cummings e anti-Jaynes-Cummings. Para tanto, recorreremos a átomo(s) de três níveis sob a ação de campos clássicos.

Palavras-chave: óptica quântica, sistemas abertos, decoerência, engenharia de hamiltonianos.

Abstract

In this work we first present a protocol to build effective interactions between two cavity modes, considering a two-level atom under the action of classical fields. Bilinear Hamiltonians associated with parametric up- and down-conversion processes are derived, apart from nonlinear interactions associated with the degenerate parametric down-conversion process, resulting in the squeezing operation of a cavity mode. We also demonstrate how to construct nonlinear Hamiltonians related with a Kerr-type process for one or two cavity modes. In particular, we show how to implement, in the bimodal cavity, the Hamiltonian describing a two-species Bose-Einstein condensate in the two-mode approximation. Next, considering a two-level ion trapped in a cavity, under the action of classical amplification field, we show how to build an artificial reservoir for the electronic states of the ion. This reservoir is suited to protect non-stationary superpositions of the electronic levels, enabling us to measure the geometric phase acquired by these states under nonadiabatic evolutions of the system. Finally, we show how to construct squeezed reservoirs, either for a cavity mode or two-level atoms, by previously engineering an effective interaction between the atom(s) and the cavity mode which comprehends the simultaneous implementation of the Jaynes-Cummings and anti-Jaynes-Cummings Hamiltonians. **Keywords:** quantum optics, open systems, decoherence, hamiltonian engineering.

Lista de Figuras

2.1	Configuração dos campos de radiação necessária para obter a interação bilinear associada ao processo de CPD.	21
2.2	Configuração dos campos de radiação necessária para obter a interação bilinear associada ao processo de CPA. O campo clássico pode ser ressonante ($\delta_0 = 0$).	24
2.3	Configuração dos campos de radiação necessária para obter o operador de compressão de um modo da cavidade.	26
2.4	Variância da quadratura comprimida do campo da cavidade para: compressão ideal (curva contínua); interação efetiva com perdas (curvas semi-contínua); hamiltoniano isento de aproximações com perdas (curva pontilhada).	30
2.5	Configuração dos campos de radiação necessária para obter a interação não-linear do tipo <i>Kerr</i> para um modo da cavidade.	32
2.6	Configuração dos campos de radiação necessária para obter o Hamiltoniano de um condensado de Bose-Einstein de duas espécies.	37
2.7	Entropias lineares numéricas η_b e η_{at} associadas ao modo b (curva pontilhada) e ao átomo (curva contínua), respectivamente. Entropia analítica ε_b associada ao modo b (curva tracejada). Calculadas para os valores $\Omega_1 = 0.25\lambda$ e $\Delta_a = -\Delta_b = 25\lambda$, segundo o hamiltoniano (2.10).	41
2.8	Configuração dos campos de radiação necessária para obter a interação não-linear do tipo <i>cross-Kerr</i> para dois modos da cavidade.	42
2.9	Entropias lineares associadas ao modo b (curva pontilhada) e ao átomo (curva contínua) calculadas para três conjuntos distintos de parâmetros.	46
3.1	Configuração dos campos de radiação necessária para a implementação de evoluções azimutais livres de decoerência.	50
3.2	Configuração dos campos de radiação necessária para a implementação de evoluções polares livres de decoerência.	57

3.3	Trajétória polar sobre a esfera de Bloch realizada pelo sistema para o conjunto de parâmetros: $\Omega_1 = 2,5 \times 10^2 \lambda_a$, $\Omega_2 = 50 \lambda_a$, $\Gamma = 20 \lambda_a$ e $\gamma = 10^{-2} \lambda_a$	65
3.4	Trajétória polar sobre a esfera de Bloch realizada pelo sistema para o conjunto de parâmetros: $\Omega_1 = 1,6 \times 10^2 \lambda_a$, $\Omega_2 = 40 \lambda_a$, $\Gamma = 10 \lambda_a$ e $\gamma = 10^{-2} \lambda_a$	66
4.1	Configuração de níveis atômicos e de campos necessária para obter simultaneamente as interações <i>Jaynes-Cummings</i> e <i>anti-Jaynes-Cummings</i>	68
4.2	evolução numérica do número médio de fótons $\langle n \rangle$ e variâncias $(\Delta X_l)^2 = \langle X_l^2 \rangle - \langle X_l \rangle^2$ (para $l = 1, 2$).	72
4.3	função the Wigner associada ao estado do campo da cavidade, inicialmente no vácuo e após a passagem de 50, 100 e 200 átomos.	73
4.4	Evolução de $\langle \sigma_x(t) \rangle$ segundo o conjunto de parâmetros ($r = 1.5$, $\Gamma = 40 \lambda$, $\gamma = 0$) para os ângulos de compressão ($\phi = 0, \pi/2$ e π).	76

Sumário

1	Introdução	12
2	Engenharia de interações em eletrodinâmica quântica de cavidade	15
2.1	Hamiltonianos efetivos	16
2.2	Interações bilineares	17
2.2.1	Conversão paramétrica descendente	20
2.2.2	Conversão paramétrica ascendente	23
2.2.3	Breve discussão dos resultados	25
2.3	Hamiltoniano de compressão	26
2.4	Hamiltonianos não-lineares	30
2.4.1	Interação do tipo <i>Kerr</i> de um modo	31
2.4.2	Hamiltoniano não-linear para dois modos da cavidade	34
2.4.2.1	CBE na aproximação de dois modos	35
2.4.2.2	Implementação em cavidades do Hamiltoniano associado a um CBE de duas espécies	37
2.4.3	Interação <i>Cross-Kerr</i>	42
2.4.4	Breve discussão dos resultados	44
3	Engenharia de reservatório para um sistema de dois níveis	47
3.1	Evoluções azimutais	50
3.1.1	Evolução adiabática guiada pelo reservatório artificial	55
3.2	Evoluções polares	57
3.2.1	Fase geométrica induzida pelo reservatório artificial	61

3.2.2	Resultados numéricos	63
4	Engenharia de reservatório comprimido em EQC	67
4.1	A engenharia de interação	67
4.2	Compressão do modo imune à decoerência	70
4.3	Reservatório comprimido para átomos	73
5	Conclusão	77
	Referências Bibliográficas	79

1 *Introdução*

Ao longo das últimas décadas, implementações experimentais em eletrodinâmica quântica de cavidades e íons aprisionados vêm atestando os mais intrigantes efeitos previstos pela teoria quântica. Podemos citar alguns exemplos relevantes como a verificação da natureza granular do campo eletromagnético (1), a observação do processo de decoerência de um estado do tipo gato de Schrödinger (2) e a violação das desigualdades de Bell (3) envolvendo estados atômicos de Rydberg (4, 5) que corrobora a natureza não-local da mecânica quântica.

Paralelamente aos avanços em eletrodinâmica quântica de cavidade, o controle preciso das técnicas de manipulação de estados eletrônicos e vibracionais de íons aprisionados via campos clássicos tem possibilitado a investigação de fenômenos quânticos fundamentais como a realização de várias propostas para computação e comunicação (6–10) quânticas (11–14). A operação de uma porta lógica quântica de dois bits de informação, *Controlled-Not* (C-Not), foi demonstrada mediante mapeamento de ambos os bits quânticos de informação nos graus de liberdade interno e externo de um íon aprisionado (15). Por outro lado, a superposição de estados vibracionais coerentes do tipo “gato de Schrödinger” (16), bem como outros estados não clássicos do movimento de um único íon (17), foram realizados experimentalmente. A reconstrução da matriz densidade e da função de Wigner de vários estados quânticos do movimento de um íon aprisionado em um potencial harmônico também foi reportada (18).

Além da interação átomo-campo em eletrodinâmica quântica de cavidades e em íons aprisionados, são várias as propostas para a preparação de estados de *referência* de campos de radiação propagantes, necessários para a medida de propriedades de um campo *senal* (19, 20), baseadas em dispositivos ópticos lineares (21, 22) e não lineares (23). As técnicas desenvolvidas nas últimas décadas para o processo de conversão paramétrica ascendente e descendente de frequências têm possibilitado um grande avanço no domínio da manipulação de campos propagantes. Os estados emaranhados gerados via conversão paramétrica descendente (24) foram utilizados para demonstrar a violação das desigualdades de Bell (3). Estados emaranhados de três fótons do tipo Greenberger-Horne-Zeilinger também foram gerados (25) e é válido notar que as implementações experimentais do processo de teletransporte de estados quânticos têm

sido alcançadas no domínio de ondas propagantes (26–29), devido às facilidades de se preparar o estado a ser teletransportado, o canal quântico requerido, assim como a realização da medida conjunta. Nessa direção, propostas para o teletransporte com alta fidelidade de superposição de estados de um único modo do campo (30) bem como o de estados emaranhados de dois modos do campo de radiação propagantes (31) também foram sugeridas.

Tendo em vista todos os resultados que acabamos de mencionar, pode-se concluir que tais feitos dependem de uma considerável sofisticação técnica da manipulação da interação da radiação com a matéria. A isso, coadunam-se esforços teóricos que visam, entre outras coisas, a ampliação do repertório protocolar, fornecendo caminhos alternativos cada vez mais robustos para a realização de experimentos já conhecidos na literatura, como também lançar novos paradigmas para a implementação experimental. Ao longo das últimas décadas, uma das estratégias que vem ganhando força entre os teóricos é a construção de interações efetivas simples a partir de hamiltonianos completos que compreendem estruturas complexas de interação da radiação com a matéria. No contexto de íons aprisionados podemos citar o trabalho de W. Vogel e R. L. de Matos Filho (32), onde hamiltonianos não-lineares do grau de liberdade vibracional são vislumbrados a partir da interação usual entre as partes eletrônica e vibracional do íon. No domínio de eletrodinâmica quântica de cavidades também encontramos vários trabalhos (33–35) mostrando que a dinâmica átomo-campo baseada na interação de *Jaynes-Cummings* pode assumir outras formas hamiltonianas mediante a configuração de campos e níveis atômicos apropriados.

A inferência de interações efetivas passou a ter uma prescrição com o trabalho de D. F. James (36), onde foi desenvolvida uma análise da dinâmica de sistemas quânticos não ressonantes pela qual foi possível deduzir uma expressão hamiltoniana que substitui a interação original não ressonante. Esta técnica de obtenção de hamiltonianos efetivos é um dos pilares que sustentam os resultados que permeiam esta tese. No capítulo 2, obtemos interações entre dois campos quânticos, no contexto da eletrodinâmica quântica de cavidades, que surgem a partir de modificações efetivas da interação *Jaynes-Cummings* mediante distintas configurações de campos clássicos e quânticos. Estas modificações da interação usual átomo-campo podem ser entendidas como processos associados às respostas não-lineares de dois modos do campo, tais como os processos de conversão paramétrica ascendente e descendente, como também processos não-lineares do tipo *Kerr*. Para que estes processos sejam observados, eles devem apresentar acoplamentos efetivos suficientemente grandes tal que a ação dos processos não-lineares sejam mais rápidos do que os efeitos de decoerência. Dentro dessa perspectiva, pode-se concluir que o acoplamento inevitável do ambiente ao sistema "decreta a morte" de possíveis estados gerados por meio destes hamiltonianos efetivos.

A ação inevitável e nociva do meio ambiente sobre os processos quânticos de um dado sistema (37–40) fez com que, nas últimas décadas, as atividades de pesquisa procurassem meios de contornar os efeitos de decoerência. Neste sentido, esquemas para a preservação da coerência quântica vêm sendo aplicados a protocolos de correção de erros (41, 42). Há ainda outras contribuições como o estudo de subespaços livre de decoerência em sistemas coletivos (43–46) como também os métodos de desacoplamento dinâmico (47–51). Contudo, há uma técnica para combater os efeitos subsequentes do ambiente sobre sistemas quânticos, chamada de engenharia de reservatório (52), que consiste em construir interações apropriadas entre o sistema quântico de interesse e um reservatório artificial. A idéia básica da engenharia de reservatório é "mimicar" um ambiente artificial para o sistema, suplantando os efeitos reais do ambiente. Para tanto, é necessário que o sistema de interesse interaja com um sistema auxiliar que reproduza similarmente os efeitos de um reservatório, mediante fortes taxas de decaimento. Esta interação efetiva leva o sistema de interesse a uma situação de equilíbrio cujo estado pode preservar a coerência quântica.

Os capítulos 3 e 4 são aplicações da técnica de engenharia de reservatório. No capítulo 3, mostramos como proteger estados não-estacionários de superposição de um sistema de dois níveis eletrônicos de um íon aprisionado no interior de uma cavidade de baixo fator de qualidade. Tais evoluções, livres de decoerência, são não-adiabáticas, o que amplia as perspectivas da engenharia de reservatório em relação à propostas recentes (53, 54). No capítulo 4, aplicamos a técnica de engenharia de reservatório no contexto da eletrodinâmica quântica de cavidades, construindo reservatórios comprimidos para o campo de radiação da cavidade como também para átomos de dois níveis aprisionados em uma cavidade. Por fim, no capítulo 5, discutimos brevemente os resultados e as perspectivas futuras.

2 *Engenharia de interações em eletrodinâmica quântica de cavidade*

Apresentamos nesse capítulo propostas para a engenharia de interações associadas a processos não lineares, obtidas no contexto da eletrodinâmica quântica de cavidades, considerando dois modos do campo de radiação em uma única cavidade supercondutora de alto fator de qualidade. Tais modos da cavidade passam a realizar processos de conversão paramétrica descendente e ascendente de frequências (55), como também processos não-lineares do tipo *Kerr* (56), que podem ser aproveitados em protocolos de processamento quântico de informação, propostas de comunicação em cavidades e em íons aprisionados (57, 58) e testes de fundamentação da teoria quântica (59).

Pode-se dizer que a arte de manipular interações em sistemas bosônicos teve seu pleno desenvolvimento no contexto de íons armadilhados, haja vista a variedade de interações associadas ao grau de liberdade vibracional de um único íon aprisionado que foram alcançados por intermédio de campos laser (32). Particularmente, interações bilineares entre dois modos (que representam duas direções perpendiculares de vibração) em íons aprisionados foram primeiramente propostas na Ref. (60), possibilitando assim gerar estados emaranhados entre os modos vibracionais. No âmbito da eletrodinâmica quântica de cavidade (EQC), a geração experimental de estados de dois modos maximamente emaranhados utilizando um único átomo de dois níveis foi reportada na Ref. (59). Esta realização estabeleceu um importante passo em direção à preparação de emaranhamentos mais complexos envolvendo dois modos quânticos independentes em uma cavidade. Como será exposto, alguns estados emaranhados, de dimensão infinita, como estados coerentes emaranhados e o estado original de Einstein-Podolsky-Rosen (61), podem ser gerados a partir das interações que iremos construir.

No presente capítulo, as interações bilineares entre dois modos quânticos estacionários em cavidades de alto fator de qualidade (alto- Q) são obtidas através da interação de um único átomo de dois níveis com estes dois modos quânticos. Simultaneamente a essa interação o átomo encontra-se sob a ação de um campo clássico externo. Analisaremos a construção de hamilton-

nianos de interação efetivos via expansão perturbativa da Equação de Schrödinger (36), onde é possível estabelecer três regimes de acoplamento das interações confeccionadas com relação à intensidade da amplificação do campo clássico: *acoplamento fraco, forte e intermediário*. Dois tipos diferentes de interações bilineares entre dois modos estacionários em uma cavidade de alto- Q serão obtidos, de acordo com a configuração dos campos de radiação em relação a transição atômica.

Na segunda parte deste capítulo mostraremos protocolos para a construção de interações não-lineares do tipo *Kerr* para dois modos da cavidade, onde serão utilizados os mesmos recursos apresentados acima, ou seja, a presença de campos clássicos. A distinção entre os vários esquemas de engenharia de interação propostos neste capítulo pode ser encontrada comparando as configurações dos campos de radiação (tanto clássicos como quânticos) associadas a cada protocolo proposto ao longo deste capítulo.

2.1 Hamiltonianos efetivos

Descreveremos um sistema genérico abrangendo todas as possíveis configurações dos campos de radiação, em relação à transição atômica requeridas na construção de todas as interações efetivas deste capítulo. Portanto, partindo de um hamiltoniano geral, devemos contemplar as interações bilineares associadas aos processos de conversão paramétrica ascendente (CPA) e descendente (CPD) de frequências, o operador de compressão para os modos da cavidade, como também as interações não lineares do tipo *Kerr* para um ou dois modos da cavidade.

O sistema atômico é representado por dois níveis eletrônicos, o estado fundamental ($|g\rangle$) e o excitado ($|e\rangle$), que se acoplam por intermédio de campos de radiação quânticos e clássicos. Os modos de microondas da cavidade, com frequências ω_a e ω_b , interagem com o sistema de dois níveis atômico via processos de um fóton mediante transição de dipolo $|g\rangle \leftrightarrow |e\rangle$, cujas constantes de acoplamento reais são λ_a e λ_b , respectivamente. Em todos os esquemas de engenharia deste capítulo, os modos quânticos não são ressonantes com a transição de dipolo $|g\rangle \leftrightarrow |e\rangle$, isto é, estão presentes dessintonias entre as frequências dos modos quânticos da cavidade e da transição atômica ω_0 . Além disso, o átomo é excitado por dois campos clássicos de frequências ω_1 e ω_2 promovendo transições de dipolo entre os estados atômicos $|g\rangle$ e $|e\rangle$, cuja constante de acoplamento associada ao campo 1(2) é definida como $\Omega_{1(2)} = |\Omega_{1(2)}| e^{i\varphi_{1(2)}}$, sendo $\varphi_{1(2)}$ a fase relativa do campo clássico 1(2).

Como dito anteriormente, o sistema que acabamos de descrever é capaz de contemplar todos os protocolos de engenharia de hamiltonianos deste capítulo, devendo ser eventualmente

descartado um ou outro campo de radiação a depender da interação que desejamos confeccionar. Com efeito, podemos representar este sistema geral pelo seguinte hamiltoniano:

$$H = \omega_a a^\dagger a + \omega_b b^\dagger b + \frac{\omega_0}{2} \sigma_z + [\lambda_a a \sigma_{eg} + \lambda_b b \sigma_{eg} + \Omega_1 e^{-i\omega_1 t} \sigma_{eg} + \Omega_2 e^{-i\omega_2 t} \sigma_{eg} + \text{h.c.}], \quad (2.1)$$

onde a^\dagger (a) e b^\dagger (b) são os operadores de criação (aniquilação) de fótons dos modos da cavidade e $\sigma_{kl} \equiv |k\rangle \langle l|$ ($k, l = \{g, e\}$) os operadores de Pauli atômicos utilizados para descrever transições entre os estados atômicos como também definir as energias destes. Os três primeiros termos da equação acima compõem o hamiltoniano livre do sistema, descrevendo as energias dos modos da cavidade e níveis atômicos, respectivamente. Os dois primeiros termos contidos na chave (juntamente com seus respectivos hermitianos conjugados) descrevem a interação átomo-campos da cavidade na aproximação de *Jaynes-Cummings* e os demais termos da chave, contemplam a ação de dois campos clássicos sobre os dois níveis atômicos.

2.2 Interações bilineares

Para que as interações bilineares sejam confeccionadas, necessitaremos de apenas um dos campos clássicos considerados no hamiltoniano (2.1). Por conveniência, descrevemos o sistema acima num referencial girante da frequência ω_1 do campo clássico que é obtido pela transformação unitária $U_L^\dagger H U_L - (\omega_1 a^\dagger a + \omega_1 b^\dagger b + \frac{\omega_1}{2} \sigma_z)$, onde

$$U_L = \exp \left[-i \left(\omega_1 a^\dagger a + \omega_1 b^\dagger b + \frac{\omega_1}{2} \sigma_z \right) t \right].$$

Neste referencial, o hamiltoniano exibe a forma $H_L = H_0 + V$, onde

$$\begin{aligned} H_0 &= \delta_a a^\dagger a + \delta_b b^\dagger b + \frac{\delta_0}{2} \sigma_z + |\Omega_1| (e^{i\varphi_1} \sigma_{eg} + e^{-i\varphi_1} \sigma_{ge}) ; \\ V &= \lambda_a a \sigma_{eg} + \lambda_b b \sigma_{eg} + \text{h.c.} \end{aligned}$$

Percebemos o surgimento de dessintonias entre a frequência do laser e as frequências dos três sistemas (dois modos e o sistema de dois níveis), ou seja, as dessintonias modo-laser são definidas como $\delta_\alpha = \omega_\alpha - \omega_1$ (para $\alpha = a, b$) e a dessintonia átomo-laser é dada por $\delta_0 = \omega_0 - \omega_1$. Admitindo V como termo de "interação" e H_0 como termo "livre", podemos definir uma representação de interação para o hamiltoniano acima por meio da transformação $U_0^\dagger H_L U_0 - H_0$, onde $U_0 = \exp[-iH_0 t]$, levando o sistema à seguinte descrição hamiltoniana dependente do

tempo:

$$\begin{aligned} \mathcal{V}(t) = & \left(\lambda_a e^{-i\delta_a t} a + \lambda_b e^{-i\delta_b t} b \right) [A(|+\rangle\langle+| - |-\rangle\langle-|) \\ & + A_{+-} e^{i\sqrt{4|\Omega_1|^2 + \delta_0^2} t} |+\rangle\langle-| + A_{-+} e^{-i\sqrt{4|\Omega_1|^2 + \delta_0^2} t} |-\rangle\langle+|] e^{-i\varphi_1} + \text{h.c.}, \end{aligned}$$

onde A, A_{+-} e A_{-+} são constantes dependentes do parâmetro adimensional $\chi = \frac{\delta_0}{\sqrt{|\Omega_1|^2 + \left(\frac{\delta_0}{2}\right)^2}}$,

a saber, $A = \frac{\sqrt{4-\chi^2}}{4}$, $A_{+-} = -\frac{2+\chi}{4}$ e $A_{-+} = \frac{2-\chi}{4}$.

Cabe esclarecer que a transformação unitária acima foi obtida por meio de uma diagonalização prévia do termo livre H_0 (33). Ou seja, antes de realizarmos a transformação unitária reescrevemos o hamiltoniano H_L mediante a troca da base atômica $\{|e\rangle, |g\rangle\}$ pela base $\{|+\rangle = \frac{\sqrt{2+\chi}}{2}|e\rangle + e^{i\varphi_1} \frac{\sqrt{2-\chi}}{2}|g\rangle, |-\rangle = \frac{\sqrt{2-\chi}}{2}|e\rangle - e^{i\varphi_1} \frac{\sqrt{2+\chi}}{2}|g\rangle\}$, tornando H_0 diagonal. Tal procedimento prontifica consideravelmente os cálculos da transformação unitária.

Todos os resultados pertinentes a este capítulo são obtidos sob a consideração de quase ressonância do campo laser (ou seja, $\delta_0 \ll |\Omega_1|$). Este ajuste do campo clássico permite transformar o hamiltoniano acima em

$$\begin{aligned} \mathcal{V}(t) = & \left(\tilde{\lambda}_a e^{-i\delta_a t} a + \tilde{\lambda}_b e^{-i\delta_b t} b \right) [(|+\rangle\langle+| - |-\rangle\langle-|) \\ & - e^{i2|\Omega_1|t} |+\rangle\langle-| + e^{-i2|\Omega_1|t} |-\rangle\langle+|] + \text{h.c.}, \end{aligned} \quad (2.2)$$

onde definimos $\tilde{\lambda}_\alpha = \frac{\lambda_\alpha}{2} e^{-i\varphi_1}$ (para $\alpha = a, b$) e admitimos $\sqrt{4|\Omega_1|^2 + \delta_0^2} \simeq 2|\Omega_1|$ em decorrência da condição de quase ressonância do campo clássico.

Antes de prosseguirmos com as análises próprias da tese, cabe relacioná-las com alguns resultados que foram previamente obtidos na Ref. (33), onde foi explorado o mesmo hamiltoniano da Eq. (2.2). Neste trabalho foram obtidas interações átomo-campo efetivas considerando somente o regime de amplificação forte (ou seja, quando a intensidade do laser $|\Omega_1|$ é considerada como o maior parâmetro do sistema). Desse modo foi possível obter a realização simultânea das interações Jaynes-Cummings (JC) e anti-Jaynes-Cummings (AJC), (i.e., $[\tilde{\lambda}_a (a + a^\dagger) + \tilde{\lambda}_b (b + b^\dagger)] (\sigma_{eg} + \sigma_{ge})$) mediante o ajuste ressonante ($\delta_a = \delta_b = 0$). Sabe-se da literatura que esta interação surge naturalmente entre os níveis internos e modos vibracionais de íons armadilhados, mas no contexto da EQC tornou-se um feito inédito. Uma aplicação imediata desta interação é a geração de estados do tipo gato de Schrödinger numa escala de tempo muito menor quando comparada aos protocolos que utilizam interações dispersivas (62). Ainda na Ref. (33), considerando apenas um modo da cavidade, é obtida a interação efetiva $\tilde{\lambda}_\alpha (a|-\rangle\langle+| + a^\dagger|+\rangle\langle-|)$ por meio do ajuste ressonante $\delta_\alpha + 2|\Omega_1| = 0$. Esta interação re-

vela ser equivalente a uma evolução de um átomo passando por um arranjo de Ramsey, isto é, uma cavidade de microondas de alto- Q localizada entre duas zonas de Ramsey R_1 e R_2 , com parâmetros de interação apropriados.

Tais resultados notáveis foram obtidos a partir de uma simples análise da Eq. (2.2), que consistiu em ajustar os parâmetros às ressonâncias referidas e, em seguida, realizar a aproximação de onda girante, eliminando os termos do hamiltoniano $\mathcal{V}(t)$ que oscilam fortemente com a frequência $|\Omega_1|$. Contudo, na presente seção iremos explorar outras possibilidades que o mesmo sistema pode oferecer. A saber, vamos considerar que todos os termos do hamiltoniano $\mathcal{V}(t)$ são fortemente oscilantes de modo que a aproximação de onda girante não possa ser aplicada, pois caso contrário teríamos de eliminar todos os termos do hamiltoniano, o que resultaria na inexistência de uma interação efetiva átomo-campo. Neste caso, iremos recorrer a uma expressão criada por D.F.V. James (36) para calcular interações efetivas a partir de hamiltonianos que apresentam todos os seus termos altamente oscilantes. Para mostrar a dedução dessa expressão, faremos uma análise do hamiltoniano $\mathcal{V}(t)$ por meio da equação de Schrödinger

$$i \frac{\partial}{\partial t} |\psi(t)\rangle = \mathcal{V}(t) |\psi(t)\rangle.$$

O primeiro passo é substituir a solução formal, $|\psi(t)\rangle = |\psi(0)\rangle - i \int_0^t \mathcal{V}(t') |\psi(t')\rangle dt'$, no lado direito da equação acima. Dessa forma, obtemos

$$i \frac{\partial}{\partial t} |\psi(t)\rangle = \mathcal{V}(t) |\psi(0)\rangle - i \mathcal{V}(t) \int_0^t \mathcal{V}(t') |\psi(t')\rangle dt'.$$

A partir da iteração realizada sobre a equação de Schrödinger somos capazes de realizar um procedimento similar à aproximação de onda girante. Ou seja, iremos eliminar todos os termos oscilantes do lado direito da equação restando aqueles que não oscilam, os quais estão associados à interação efetiva do sistema. Com efeito, podemos eliminar o termo oscilante $\mathcal{V}(t) |\psi(0)\rangle$ sem que a dinâmica do estado mude significativamente. Em seguida é possível realizar uma aproximação sobre o termo remanescente, $-i \mathcal{V}(t) \int_0^t \mathcal{V}(t') |\psi(t')\rangle dt'$, que consiste em retirar $|\psi(t')\rangle$ do integrando em razão do estado do sistema variar lentamente em relação à variação temporal do hamiltoniano $\mathcal{V}(t')$. Desse modo, a evolução do estado $|\psi(t)\rangle$ é aproximadamente governada pela equação

$$i \frac{\partial}{\partial t} |\psi(t)\rangle \simeq \left(-i \mathcal{V}(t) \int_0^t \mathcal{V}(t') dt' \right) |\psi(t)\rangle.$$

A expressão $-i \mathcal{V}(t) \int_0^t \mathcal{V}(t') dt'$ acaba se tornando o novo hamiltoniano do sistema. Nela encontramos uma parte composta de termos oscilantes (que podemos eliminar via aproximação

de onda girante) e uma outra composta de termos que simplesmente não dependem do tempo, os quais inferimos como interação efetiva do sistema. Portanto a expressão que iremos utilizar para inferir hamiltonianos efetivos é

$$-i\mathcal{V}(t) \int_0^t \mathcal{V}(t') dt' \stackrel{RWA}{=} \mathcal{H}_{ef}, \quad (2.3)$$

onde a sigla *RWA*, sobre o sinal de igualdade, indica que os termos oscilantes existentes em $-i\mathcal{V}(t) \int_0^t \mathcal{V}(t') dt'$ devem ser eliminados.

Como foi salientado, para recorrermos à expressão acima é necessário que $\mathcal{V}(t)$ apresente termos exclusivamente oscilantes. Portanto, ao observar o hamiltoniano da Eq. (2.2), vemos que a condição $|\delta_a|, |\delta_b|, |2\Omega_1 \pm \delta_a|, |2\Omega_1 \pm \delta_b| \gg |\tilde{\lambda}_a| \sqrt{\bar{n}_a}, |\tilde{\lambda}_b| \sqrt{\bar{n}_b}$ (onde $\bar{n}_{a(b)}$ é o número médio de fótons do modo $a(b)$) permite o uso da expressão dada pela Eq. (2.3). Conseqüentemente, é possível definir três regimes de amplificação do campo clássico em acordo com a condição requerida. O primeiro é o regime de amplificação fraca onde $|\delta_a| \sim |\delta_b| \gg |\Omega_1| \gg |\tilde{\lambda}_a| \sqrt{\bar{n}_a} \sim |\tilde{\lambda}_b| \sqrt{\bar{n}_b}$, o segundo é o regime de amplificação forte onde $|\Omega_1| \gg |\delta_a| \sim |\delta_b| \gg |\tilde{\lambda}_a| \sqrt{\bar{n}_a} \sim |\tilde{\lambda}_b| \sqrt{\bar{n}_b}$ e o terceiro é o regime de amplificação intermediária onde $|\Omega_1| \sim |\delta_a| \sim |\delta_b| \sim |2\Omega_1 \pm \delta_\alpha| \gg |\tilde{\lambda}_a| \sqrt{\bar{n}_a} \sim |\tilde{\lambda}_b| \sqrt{\bar{n}_b}$.

2.2.1 Conversão paramétrica descendente

Para construirmos interações bilineares que contemplam processos de conversão paramétrica descendente (CPD) de frequência, necessitaremos de uma configuração específica das frequências dos campos quânticos de radiação em relação aos dois níveis atômicos. A saber, as frequências devem ser dispostas em relação aos níveis atômicos de forma que surjam dessintonias átomo-modos, definidas como $\Delta_\alpha = \omega_\alpha - \omega_0$ (para $\alpha = a, b$), que satisfaçam a condição $\Delta_a = -\Delta_b = \delta$ como mostra o diagrama de energia da Fig. (2.1).

É importante salientar que esta configuração preenche todos os requisitos solicitados ao hamiltoniano da Eq.(2.2), discutidos anteriormente. Com efeito, podemos assumir que a interação $\mathcal{V}(t)$ possua termos exclusivamente oscilantes para os três regimes de amplificação definidos. Conseqüentemente, podemos lançar mão da Eq.(2.3) para obter a interação efetiva associada a esta configuração de frequências. Seguindo esta prescrição, após algumas passagens

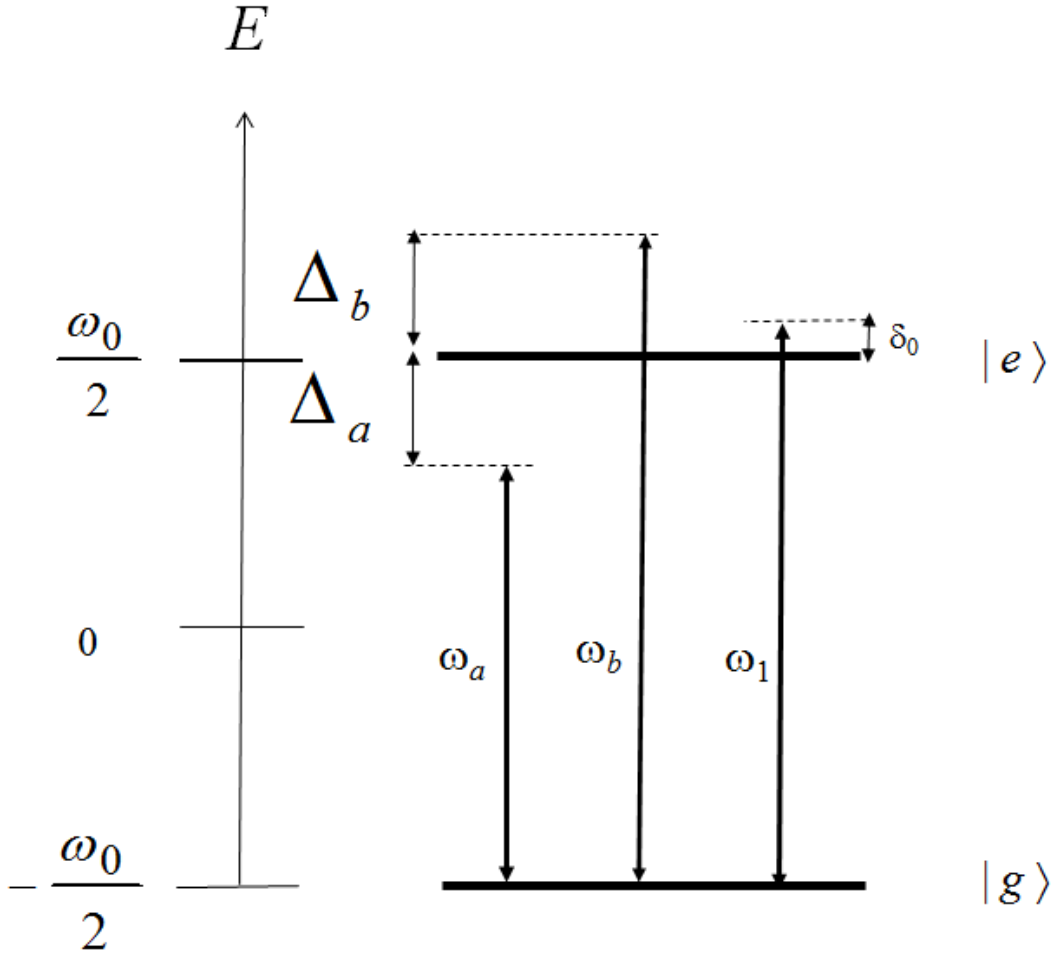


Figura 2.1: Configuração dos campos de radiação necessária para obter a interação bilinear associada ao processo de CPD.

algébricas, encontramos um hamiltoniano efetivo na forma $\mathcal{H}_0 + \mathcal{H}_{int}(t)$ onde

$$\begin{aligned} \mathcal{H}_0 &= \frac{|\Omega_1|}{4|\Omega_1|^2 - \delta^2} \left(\lambda_a^2 a^\dagger a + \lambda_b^2 b^\dagger b \right) (\sigma_{++} - \sigma_{--}) \\ &+ \frac{2}{\delta} \sum_{\ell=+,-} \left(\lambda_a^2 \frac{\delta + \ell |\Omega_1|}{\delta + 2\ell |\Omega_1|} - \lambda_b^2 \frac{\delta - \ell |\Omega_1|}{\delta - 2\ell |\Omega_1|} \right) \sigma_{\ell\ell}; \\ \mathcal{H}_{int}(t) &= \left(\frac{\lambda_a \lambda_b |\Omega_1| e^{-2i\varphi_1}}{\delta^2 - 4|\Omega_1|^2} e^{-2i\Delta_1 t} ab + \text{h.c.} \right) (\sigma_{++} - \sigma_{--}). \end{aligned}$$

Visto que $\mathcal{H}_{int}(t)$ é o termo responsável pelo processo de conversão paramétrica descendente, torna-se conveniente eliminar os termos diagonais, contemplados em \mathcal{H}_0 , por meio da transformação unitária $U^\dagger \mathcal{H}(t)U - \mathcal{H}_0$, com $U = e^{-i\mathcal{H}_0 t}$. Tal procedimento nos leva à seguinte

interação:

$$\mathcal{H}_{ef} = \left(\frac{\lambda_a \lambda_b |\Omega_1| e^{-2i\varphi_1}}{\delta^2 - 4|\Omega_1|^2} e^{-i \left[2\delta_0 + \frac{|\Omega_1|(\lambda_a^2 + \lambda_b^2)}{4|\Omega_1|^2 - \delta^2} (\sigma_{++} - \sigma_{--}) \right] t} ab + \text{h.c.} \right) (\sigma_{++} - \sigma_{--}).$$

A descrição hamiltoniana acima revela-nos que o processo de CPD pode ser logrado preparando inicialmente o átomo nos estados $|\pm\rangle$. Além disso, é possível ajustar o valor da dessintonia δ_0 para que o processo bimodal acima torne-se ressonante. Portanto, seguindo estes dois procedimentos podemos inferir a interação bimodal

$$\mathcal{H}_{\pm} = \pm (\Lambda ab + \text{h.c.}),$$

onde os sinais \pm referem-se à escolha dos estados $|\pm\rangle$, respectivamente, a serem preparados.

Conforme havíamos mencionado o acoplamento Λ pode assumir três possíveis valores a depender do regime de amplificação escolhido. A saber, no regime de amplificação forte temos $\Lambda_S = -\tilde{\lambda}_a \tilde{\lambda}_b / 4 |\Omega_1|$ (ajustando $\delta_0^{|\pm\rangle} = \pm \left(|\tilde{\lambda}_a|^2 + |\tilde{\lambda}_b|^2 \right) / 4 |\Omega_1|$), no caso da amplificação fraca temos $\Lambda_W = \tilde{\lambda}_a \tilde{\lambda}_b |\Omega_1| / \delta^2$ (ajustando $\delta_0^{|\pm\rangle} = \pm \left(|\tilde{\lambda}_a|^2 + |\tilde{\lambda}_b|^2 \right) |\Omega_1| / \delta^2$) e na situação de amplificação intermediária temos $\Lambda_I = \tilde{\lambda}_a \tilde{\lambda}_b |\Omega_1| / \left(\delta^2 - 4|\Omega_1|^2 \right)$ (ajustando $\delta_0^{|\pm\rangle} = \pm \left(|\tilde{\lambda}_a|^2 + |\tilde{\lambda}_b|^2 \right) |\Omega_1| / \left(4|\Omega_1|^2 - \delta^2 \right)$). Vale observar que as amplitudes dos acoplamentos obedecem a seguinte relação $|\Lambda_I| \gtrsim |\Lambda_W| \gtrsim |\Lambda_S|$.

Com a interação bimodal que acabamos de implementar é possível gerar estados não clássicos da luz, similarmente obtidos em outros trabalhos do grupo. Por exemplo, preparando os modos da cavidade no estado de vácuo $|0,0\rangle_{ab}$, vemos que o estado gerado após um tempo de interação τ será

$$e^{\mp i\tau(\Lambda ab + \Lambda^* a^\dagger b^\dagger)} |0,0\rangle_{ab} = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{[\tanh(|\Lambda|\tau)]^n}{\cosh^2(|\Lambda|\tau)} |n,n\rangle_{ab} = |\Psi(\tau)\rangle_{ab},$$

onde foi ajustada a fase do campo clássico φ_1 , tal que $\Lambda = \mp i|\Lambda|$. O estado dos modos do campo de radiação gerado, $|\Psi(\tau)\rangle_{ab}$, é um estado de vácuo de dois modos comprimidos que, no limite $|\Lambda|\tau \rightarrow \infty$ (e projetado na base de posição dos modos a e b) é exatamente o estado emaranhado usado por Einstein-Podolsky-Rosen (EPR) na construção de seu argumento contra o princípio da incerteza (61).

É possível, também, gerar superposição de estados de dois modos de vácuo comprimido. Preparando inicialmente o átomo no estado excitado $|e\rangle$ e os dois modos no estado de vácuo, o

estado gerado após um tempo de interação τ será ,

$$e^{-i\tau(\Lambda ab + \Lambda^* a^\dagger b^\dagger)(\sigma_{++} - \sigma_{--})} |0,0\rangle_{ab} |e\rangle = \frac{1}{2} \left\{ \left[e^{-|\Lambda|\tau(ab - a^\dagger b^\dagger)} - e^{|\Lambda|\tau(ab - a^\dagger b^\dagger)} \right] |0,0\rangle_{ab} |g\rangle + \left[e^{-|\Lambda|\tau(ab - a^\dagger b^\dagger)} + e^{|\Lambda|\tau(ab - a^\dagger b^\dagger)} \right] |0,0\rangle_{ab} |e\rangle \right\},$$

sendo que após a detecção do estado atômico temos

$$\mathcal{N}_\pm \sum_{n=0}^{\infty} \frac{[\tanh(|\Lambda|\tau)]^n}{\cosh^2(|\Lambda|\tau)} [1 \pm (-1)^n] |n,n\rangle_{ab},$$

com o sinal $+$ ($-$) ocorrendo quando o átomo é detectado no estado excitado (fundamental) e $\mathcal{N}_\pm = \{2 + 2/\cosh(2|\Lambda|\tau)\}^{-1/2}$. Definimos esses estados como de EPR par ($+$) e ímpar ($-$), em analogia aos estados do tipo “gato de Schrödinger” par e ímpar, uma vez que apresentam propriedades similares: ${}_{ab}\langle\Psi_\pm|\Psi_\pm\rangle_{ab} = 1$ e ${}_{ab}\langle\Psi_\pm|\Psi_\mp\rangle_{ab} = 0$ e, para $|\Lambda|\tau \gg 1$, $\mathcal{N}_\pm \simeq 1/\sqrt{2}$. Uma detalhada discussão sobre a geração de estados utilizando a interação obtida, pode ser encontrada nas Ref. (63, 64).

2.2.2 Conversão paramétrica ascendente

Para construir interações bimodais equivalentes aos processos de conversão paramétrica ascendente (CPA) de frequências, necessitaremos de uma configuração cujas frequências dos modos do campo produzam dessintonias idênticas em relação a única frequência de transição atômica (ou seja, $\Delta_a = \Delta_b = \delta$), como é mostrado esquematicamente pela Fig.(2.2). Analogamente à seção anterior, podemos perceber que tal configuração também permite que a interação $\mathcal{V}(t)$ seja composta por termos exclusivamente oscilantes em qualquer dos regimes de amplificação definidos. Conseqüentemente, podemos lançar mão da expressão (2.3), que após algumas passagens algébricas dá origem ao hamiltoniano efetivo $\mathcal{H}(t) = \mathcal{H}_0 + \mathcal{H}_{int}(t)$, com

$$\begin{aligned} \mathcal{H}_0 &= \left(\frac{\lambda^2 |\Omega_1|}{\delta^2 - 4|\Omega_1|^2} \right) (a^\dagger a + b^\dagger b) (\sigma_{++} - \sigma_{--}) \\ &\quad + \frac{\lambda^2}{2(\delta - 2|\Omega_1|)} \sigma_{++} - \frac{\lambda^2}{2(\delta + 2|\Omega_1|)} \sigma_{--} ; \\ \mathcal{H}_{int}(t) &= \left(\frac{\lambda^2 |\Omega_1|}{\delta^2 - 4|\Omega_1|^2} \right) (ab^\dagger + a^\dagger b) (\sigma_{++} - \sigma_{--}), \end{aligned}$$

onde $\lambda_a = \lambda_b = \lambda$. Eliminando os termos diagonais por meio da transformação $U^\dagger \mathcal{H}_{int}(t) U - \mathcal{H}_0$ com $U = e^{-i\mathcal{H}_0 t}$, temos

$$\mathcal{H} = \Sigma (ab^\dagger + a^\dagger b) (\sigma_{++} - \sigma_{--}),$$

onde os parâmetros de acoplamento para os três regimes de amplificação são $\Sigma_W = \lambda^2 |\Omega_1| / \delta^2$ (amplificação fraca), $\Sigma_I = 4\lambda^2 |\Omega_1| / (4|\Omega_1|^2 - \delta^2)$ (amplificação intermediária) e $\Sigma_S = \lambda^2 / |\Omega_1|$ (amplificação forte), sendo que tais parâmetros obedecem a relação $|\Sigma_I| \gtrsim |\Sigma_W| \gtrsim |\Sigma_S|$.

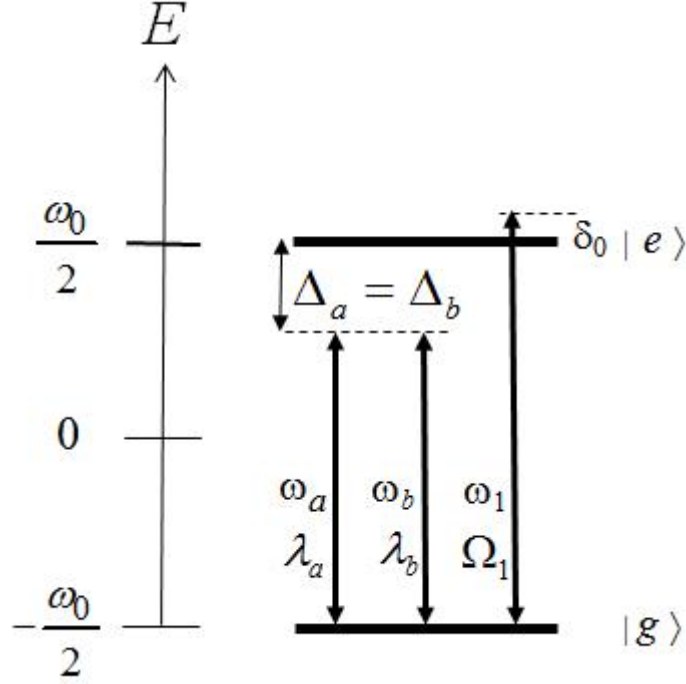


Figura 2.2: Configuração dos campos de radiação necessária para obter a interação bilinear associada ao processo de CPA. O campo clássico pode ser ressonante ($\delta_0 = 0$).

Conforme foi mencionado, o hamiltoniano efetivo somente existe na condição $\omega_a = \omega_b$. Esta restrição imposta pela configuração dos modos nos obriga a usar polarizações perpendiculares como graus de liberdade para distinguir os modos da cavidade ou ainda lançar mão de duas cavidade dispostas perpendicularmente. A interação bimodal acima para frequências distintas é possível somente no caso do regime de amplificação intermediária, sendo necessário ajustar a intensidade do laser para que a condição $\mp |\Omega_1| \left(\frac{|\tilde{\lambda}_a|^2}{4|\Omega_1|^2 - \delta_a^2} - \frac{|\tilde{\lambda}_b|^2}{4|\Omega_1|^2 - \delta_b^2} \right) + \omega_b - \omega_a = 0$ possa ser cumprida.

Com a interação efetiva acima é possível gerar estados emaranhados entre dois modos do campo de radiação. Para emaranhar estados de número, podemos partir do estado de fock $|N, 0\rangle_{ab}$ preparando o átomo no estado $|+\rangle$. Após a interação átomo-modos durante o intervalo de tempo $\tau = \pi/4 |\Sigma|$ chega-se ao estado binomial de dois modos

$$|\Phi(\tau)\rangle_{ab} = \frac{1}{\sqrt{2^N}} \sum_{n=0}^N \sqrt{\frac{N!}{n!(N-n)!}} |N-n, n\rangle_{ab}.$$

Com a mesma interação, é possível emaranhar estados coerentes. Para tanto, prepara-se o átomo no estado $|e\rangle = 1/\sqrt{2}(|-\rangle + |+\rangle)$ e os modos no estado $|\Phi(0)\rangle_{ab} = |\alpha\rangle_a |\beta\rangle_b$. O estado do sistema após a interação átomo-modos durante um tempo $\tau = \pi/(2\Sigma)$ será

$$|\Phi_2\rangle_{ab} = \mathcal{N}_\pm (|\beta\rangle_a |\alpha\rangle_b \pm |\beta\rangle_a |\alpha\rangle_b),$$

onde o sinal $+$ ($-$) refere-se à detecção do estado $|e\rangle$ ($|g\rangle$) e \mathcal{N}_\pm é uma constante de normalização. Notamos que em nenhum momento foi necessário o uso de zonas de Ramsey para a geração de tais superposições. O próprio campo externo realiza as rotações necessárias nos estados atômicos como foi observado originalmente na referência (33). Tal estado pode ser útil na verificação experimental das desigualdades de Bell no espaço de fase (65), uma vez que, para certos valores de α e β , esse estado apresenta uma máxima violação dessas desigualdades (66). Como na seção anterior, uma detalhada discussão sobre a geração de estados utilizando a interação obtida, pode ser encontrada nas Ref. (63) e (64).

2.2.3 Breve discussão dos resultados

Implementações análogas às que mostramos nesta seção podem ser encontradas nas referências (34, 63, 64), obtidas mediante interação de um único átomo de três níveis em duas configurações distintas, lambda (para os procesos de CPA) e escada (para os processos de CPD), sendo que o átomo também se encontra sob a ação de um campo clássico externo em dois regimes de amplificação, forte e fraco. Admitindo o mesmo valor para o acoplamento átomo-modo utilizado nas referências citadas acima (i.e., $\lambda_a \simeq \lambda_b \sim 10^5 s^{-1}$), é possível ver que tanto o nosso protocolo (particularmente, considerando a amplificação intermediária) como o encontrado na Ref. (63), apresentam acoplamentos efetivos de mesma ordem, a saber, $(10^4 - 10^3) s^{-1}$. Este fato, garante a robustez da presente proposta ainda que os efeitos de decoerência, principalmente os associados ao campo da cavidade.

Uma outra implementação para o processo de CPD em cavidades, que se utiliza de configurações atômicas de três níveis, é encontrada na referência (67). Porém, o acoplamento efetivo obtido neste protocolo é bem menor do que os citados acima, necessitando de uma grande quantidade de átomos ($\sim 10^4 - 10^5$) para que o efeito do hamiltoniano efetivo bimodal seja amplificado o suficiente para sua observação.

Acreditamos que o nosso esquema se beneficia ao usar exclusivamente a configuração atômica mais simples possível (ou seja, dois níveis atômicos), visto que esta peculiaridade permite viabilizar ainda mais a implementação de tais interações bilineares quando comparada com os demais protocolos. Outrossim, tal configuração de níveis permite o uso de estados atômicos

circulares de Rydberg, suprimindo sobremaneira os efeitos de decorência atômica.

2.3 Hamiltoniano de compressão

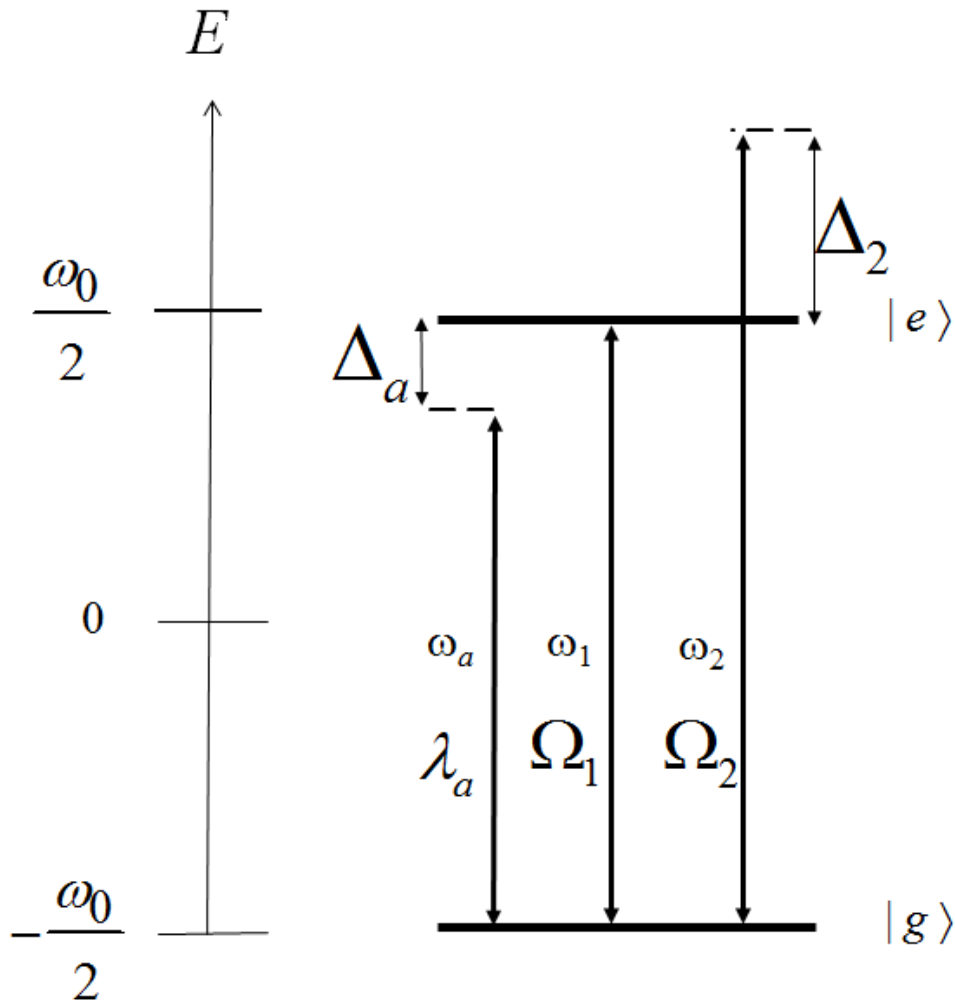


Figura 2.3: Configuração dos campos de radiação necessária para obter o operador de compressão de um modo da cavidade.

Neste caso em que estamos interessados em confeccionar o operador de compressão para um único modo do campo de radiação da cavidade, necessitaremos de dois campos clássicos. Um dos quais está em ressonância com a transição atômica e os demais campos de radiação (o quântico e o segundo laser) em dessintonia com essa transição. Este arranjo das frequências dos campos em relação à transição atômica pode ser observada pela Fig.(2.3). Com efeito, o hamiltoniano de partida pode ser escrito como

$$H = \omega_a a^\dagger a + \frac{\omega_0}{2} \sigma_z + [\lambda_a a \sigma_{eg} + \Omega_1 e^{-i\omega_1 t} \sigma_{eg} + \Omega_2 e^{-i\omega_2 t} \sigma_{eg} + \text{h.c.}].$$

Na representação de interação, H reduz-se à forma

$$\mathcal{H}_{int} = \left[\lambda_a a \sigma_{eg} e^{-i\Delta_a t} + \Omega_1 \sigma_{eg} + \Omega_2 \sigma_{eg} e^{-i\Delta_2 t} + \text{h.c.} \right], \quad (2.5)$$

onde salientam-se as dessintonias entre a transição atômica e as frequências dos campos ($\Delta_a = \omega_a - \omega_0$ e $\Delta_2 = \omega_2 - \omega_0$, respectivamente) e, como indicado anteriormente, vemos que o primeiro campo clássico foi ajustado ressonantemente em relação à transição atômica.

Vamos considerar que a intensidade do primeiro campo laser Ω_1 é o maior parâmetro do sistema, juntamente com a dessintonia Δ_2 (ou seja, $\Omega_1 \sim \Delta_2 \gg \Omega_2, \Delta_a, \lambda_a$). Com o propósito de observar ressonâncias entre os parâmetros mais fortes do sistema, ou seja, Ω_1 e Δ_2 , mudamos convenientemente o hamiltoniano para um referencial girante, cuja frequência é Ω_1 . Isto pode ser logrado pela transformação unitária $U_1^\dagger \mathcal{H}_{int} U_1 - (\Omega_1 \sigma_{eg} + \text{h.c.})$ com $U_1 = e^{-i(\Omega_1 \sigma_{eg} + \text{h.c.})t}$, de modo que, neste novo referencial o hamiltoniano torna-se

$$\begin{aligned} \widetilde{\mathcal{H}}_1 = & \left(\frac{\lambda_a}{2} e^{-i\Delta_a t} a + \frac{\Omega_2}{2} e^{-i\Delta_2 t} \right) [(|+\rangle \langle +| - |-\rangle \langle -|) \\ & - e^{i2|\Omega_1|t} |+\rangle \langle -| + e^{-i2|\Omega_1|t} |-\rangle \langle +|] e^{-i\varphi_1} + \text{h.c.}, \end{aligned} \quad (2.6)$$

onde usamos previamente os estados $|\pm\rangle = (|e\rangle \pm e^{-i\varphi_1} |g\rangle) / \sqrt{2}$ como base atômica, utilizada para reescrever \mathcal{H}_{int} e U_1 . Tal procedimento, como salientamos anteriormente, prontifica sobremaneira os cálculos da transformação unitária.

Haja em vista a relação de ordem de grandeza entre os parâmetros ($\Omega_1 \sim \Delta_2 \gg \Omega_2, \Delta_a, \lambda_a$), percebemos que os termos que oscilam com a frequência de Rabi Ω_1 e dessintonia Δ_2 podem ser eliminados do hamiltoniano (2.6) por meio da aproximação de onda girante (RWA). Com efeito, os termos associados ao segundo laser desapareceriam. No entanto se impusermos a condição ressonante $\Delta_2 + 2|\Omega_1| = 0$, o hamiltoniano se torna:

$$\widetilde{\mathcal{H}}_2 = \left(\widetilde{\lambda}_a e^{-i\Delta_a t} a + \widetilde{\lambda}_a^* e^{i\Delta_a t} a^\dagger \right) (|+\rangle \langle +| - |-\rangle \langle -|) + \left(\widetilde{\Omega}_2 |-\rangle \langle +| + \text{h.c.} \right),$$

onde $\widetilde{\Omega}_2 = \frac{\Omega_2}{2} e^{-i\varphi_1}$ e $\widetilde{\lambda}_a = \frac{\lambda_a}{2} e^{-i\varphi_1}$.

Cabe registrar que o termo de interação átomo-campo quântico do hamiltoniano acima é a realização simultânea dos termos JC e AJC, obtidos originalmente na referência (33), que no presente caso vem acompanhado de um termo que promove transições coerentes entre os estados $|\pm\rangle$ com frequência de Rabi $|\widetilde{\Omega}_2|$, se tratando do efeito líquido do segundo campo clássico após a aproximação de onda girante que realizamos.

Dando prosseguimento à implementação, estabelecemos uma nova relação de ordem de grandeza entre os parâmetros que restaram em $\widetilde{\mathcal{H}}_2$, a saber, $|\widetilde{\Omega}_2| \gg \lambda_a \gg \Delta_a$. Em seguida,

analisamos $\widetilde{\mathcal{H}}_2$ em um referencial que gira com a frequência $|\widetilde{\Omega}_2|$, obtido pela transformação unitária $U_2^\dagger \mathcal{H}_{int} U_2 - \left(\frac{\widetilde{\Omega}_2}{2} |-\rangle \langle +| + \text{h.c.}\right)$, com $U_2 = e^{-i\left(\frac{\widetilde{\Omega}_2}{2} |-\rangle \langle +| + \text{h.c.}\right)t}$, que resulta no hamiltoniano

$$\widetilde{\mathcal{H}}_3(t) = \left(\widetilde{\lambda}_a a e^{-i\Delta_a t} + \widetilde{\lambda}_a^* a^\dagger e^{i\Delta_a t}\right) \left(e^{-i|\Omega_2|t} |\uparrow\rangle \langle \downarrow| + e^{i|\Omega_2|t} |\downarrow\rangle \langle \uparrow|\right),$$

onde a base $\{|\uparrow\rangle, |\downarrow\rangle\}$ (definida como $|\uparrow\rangle = (|+\rangle \pm e^{i(\varphi_2 - \varphi_1)} |-\rangle) / \sqrt{2}$) possibilitou-nos realizar os cálculos da transformação unitária de modo simples.

Tendo em vista a relação de ordem de grandeza entre os parâmetros ($|\widetilde{\Omega}_2| \gg \lambda_a \gg \Delta_a$), o hamiltoniano $\widetilde{\mathcal{H}}_3(t)$ contém somente termos altamente oscilantes, o que nos permite inferir um hamiltoniano efetivo por meio da expressão $-i\widetilde{\mathcal{H}}_3(t) \int_0^t \widetilde{\mathcal{H}}_3(t') dt' \stackrel{RWA}{=} \mathcal{H}_{ef}$. Tal procedimento resulta na interação efetiva $\mathcal{H}_{ef} = \mathcal{H}_0 + \mathcal{V}(t)$ onde

$$\begin{aligned} \mathcal{H}_0 &= -\frac{\lambda_a^2}{4|\Omega_2|} (2a^\dagger a + 1) (|\uparrow\rangle \langle \uparrow| - |\downarrow\rangle \langle \downarrow|); \\ \mathcal{V}(t) &= -\frac{\lambda_a^2}{4|\Omega_2|} \left(e^{-2i(\varphi_1 + \Delta_a t)} a^2 + e^{2i(\varphi_1 + \Delta_a t)} a^{\dagger 2}\right) (|\uparrow\rangle \langle \uparrow| - |\downarrow\rangle \langle \downarrow|). \end{aligned}$$

Fazendo a transformação unitária $\widetilde{\mathcal{H}}_{ef} = U^\dagger \mathcal{V} U - \mathcal{H}_0$ (onde $U = e^{i\frac{\lambda_a^2}{4|\Omega_2|} (2a^\dagger a + 1)(\sigma_{\uparrow\uparrow} - \sigma_{\downarrow\downarrow})t}$) para eliminar o termo diagonal \mathcal{H}_0 , ficamos com

$$\widetilde{\mathcal{H}}_{ef} = -\left(\chi_{sq} e^{-2i\varphi_1} a^2 e^{-2i[\Delta_a + 2\chi_{sq}(\sigma_{\uparrow\uparrow} - \sigma_{\downarrow\downarrow})]t} + \text{h.c.}\right) (\sigma_{\uparrow\uparrow} - \sigma_{\downarrow\downarrow}),$$

onde $\chi_{sq} = \frac{\lambda_a^2}{4|\Omega_2|}$. A seguir, assumiremos que as fases dos campos clássicos sejam iguais, o que faz os estados $|\uparrow\rangle$ e $|\downarrow\rangle$ se tornarem $|e\rangle$ e $|g\rangle$ respectivamente. Desse modo, ao preparar o átomo nos estados $|g\rangle$ com ajustes respectivos $\Delta_a \pm 2\chi_{sq} = 0$, a dinâmica do modo da cavidade será governada pelo hamiltoniano

$$\mathcal{H}_{sq} = \mp (\widetilde{\chi}_{sq} a^2 + \text{h.c.}), \quad (2.7)$$

onde os sinais \mp surgem ao preparar o átomo nos estados $|g\rangle$ respectivamente.

Portanto, notamos que o processo paramétrico degenerado acima pode ser utilizado para comprimir um estado quântico previamente preparado na cavidade, isto é, realizar a operação $S|\Psi\rangle$ em EQC (S sendo o operador de compressão) (35). Nesse caso, o fator de compressão é dado por $r = 2|\widetilde{\chi}_{sq}|\tau$, sendo τ o tempo de interação átomo-campo na cavidade, e o ângulo de compressão é definido por $\arg(\widetilde{\chi}_{sq})$. Para um campo preparado inicialmente em um estado de vácuo ou em um estado coerente $|\alpha\rangle = e^{-|\alpha|^2/2} \sum_{n=0}^{\infty} \alpha^n / \sqrt{n!} |n\rangle$, α sendo a amplitude do estado coerente, vemos que a variância $(\Delta X)^2$ na quadratura comprimida $X = (ae^{-i\theta} + a^\dagger e^{i\theta})/2$, onde

θ é escolhido de modo que X seja a quadratura comprimida, escreve-se como

$$\Delta X^2 = \langle X^2 \rangle - \langle X \rangle^2 = e^{-2r} / 4.$$

Podemos fazer uma estimativa do grau de compressão obtido a partir do presente esquema. Consideremos os parâmetros utilizados em experimentos em cavidades de microondas, com campos de radiação com frequências da ordem de 10^{10} s^{-1} , onde $|\lambda_a| \sim 3 \times 10^5 \text{ s}^{-1}$ (tanto para átomos com número quântico principal em torno de 60 como para átomos com número quântico em torno de 50 (68)). Definindo os valores $|\Omega_1| = 4 \times 10^2 \times |\lambda_a|$, $|\Omega_2| = 20 \times |\lambda_a|$ e $\Delta_2 = 8 \times 10^2 \times |\lambda_a|$, temos um acoplamento efetivo $|\tilde{\chi}_{sq}| = 1.25 \times 10^3 \text{ s}^{-1}$. Para este valor de acoplamento, podemos definir um tempo de interação $\tau = 4 \times 10^{-4} \text{ s}$, obtendo um fator de compressão $r = 1.0$ que representa uma compressão da quadratura em torno de 86.4%.

Supondo que os mecanismos de perdas de cavidades abertas contribuam com tempos de relaxação da ordem de 10^{-3} s (68), devemos levá-los em consideração no caso de compressões da quadratura maiores que as obtidas acima, em vista do tempo de interação. Contudo, não levaremos em conta os efeitos de perda associados ao átomo, pois a emissão espontânea, para níveis circulares de Rydberg, não afeta o processo de compressão na escala de tempo envolvida, uma vez que os tempos de vida de tais níveis atômicos são da ordem de $3 \times 10^{-2} \text{ s}$ (68). Portanto, analisar o grau de compressão levando-se em conta a dissipação do campo na cavidade se torna necessário na medida em que os tempos de interação começam a alcançar a ordem de grandeza do decaimento da cavidade. Com efeito, analisaremos a compressão do estado do campo na presença dos efeitos do ambiente a temperatura $T = 0K$ por meio da equação mestra

$$\dot{\rho} = -i[H, \rho] + \frac{\Gamma}{2} \left(2a\rho a^\dagger - a^\dagger a\rho - \rho a^\dagger a \right). \quad (2.8)$$

Para verificar se as aproximações procedem a ponto de validar o hamiltoniano efetivo que inferimos, resolvemos numericamente a Eq. (2.8) considerando tanto (i) o hamiltoniano efetivo (2.7) quanto (ii) o hamiltoniano sem aproximações (2.5). Partindo do estado puro $|\Psi(0)\rangle = |g\rangle|0\rangle$, foi possível calcular a compressão do estado de vácuo do campo da cavidade por meio da evolução numérica do operador densidade que pode ser observada pelo gráfico da variância da quadratura comprimida representada pela Fig.(2.4). Mediante a análise destes gráficos é possível ver que o grau de compressão sob efeitos dissipativos diminuem em 1% e 7% (para os casos (i) e (ii), respectivamente) com relação ao fator de compressão ideal $r = 1.0$. Portanto, podemos afirmar que o presente protocolo de engenharia de um operador de compressão em cavidade apresenta consistência, para a escala de tempo envolvida, mesmo que os efeitos indesejáveis de dissipação estejam presentes.

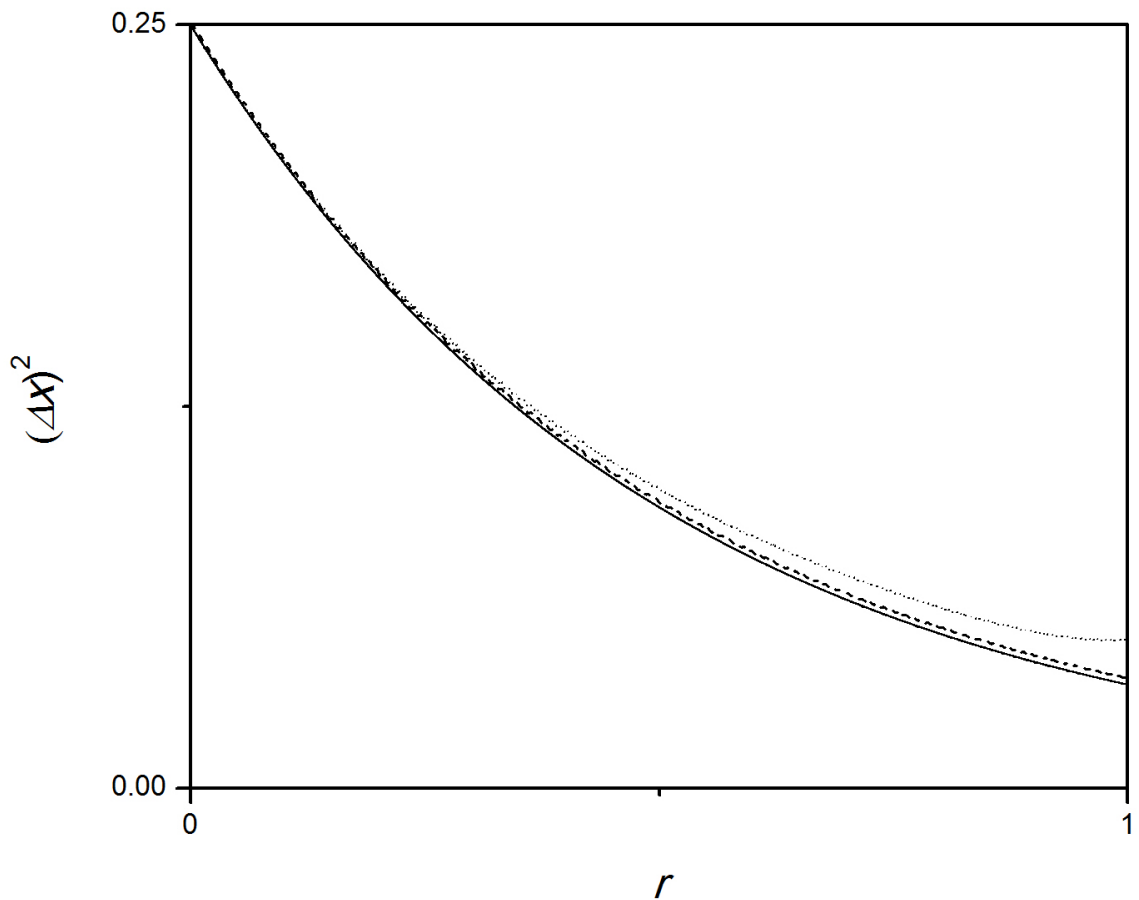


Figura 2.4: Variância da quadratura comprimida do campo da cavidade para: compressão ideal (curva contínua); interação efetiva com perdas (curvas semi-contínua); hamiltoniano isento de aproximações com perdas (curva pontilhada).

2.4 Hamiltonianos não-lineares

Sabe-se da literatura que os fótons associados a dois campos de luz podem interagir mutuamente em meios ópticos, a exemplo do que acontece com as interações quânticas entre partículas massivas. Entretanto, a magnitude das interações entre esses campos bosônicos é tipicamente de baixa intensidade, visto que este efeito está diretamente associado à suscetibilidade não-linear do meio. Portanto, segundo a óptica não-linear, tais efeitos são somente observados se lançarmos mão de campos suficientemente intensos tal que as suscetibilidades de segunda e terceira ordem possam surgir.

No entanto, a possibilidade de observar repostas não-lineares de campos com baixas in-

densidades foi vislumbrada na Ref. (69), onde dois pulsos de luz de baixa energia interagem mediante um meio óptico (constituído de muitos átomos excitados por campos laser) que possibilita o efeito de transparência eletromagneticamente induzida para ambos os campos que, conseqüentemente, é responsável por uma interação não-linear entre eles. Conforme será mostrado nesta seção, interações de mesma natureza podem ser obtidas no contexto de eletrodinâmica quântica de cavidades, onde um único átomo de dois níveis excitado por campos clássicos de baixa intensidade fazem o papel do meio óptico não-linear.

Particularmente, mostraremos como implementar interações não-lineares do tipo *Kerr* para campos de radiação em cavidades de alto- Q mediante a interação de um único átomo de dois níveis sob a ação de um ou, eventualmente, dois campos clássicos externos. Para cumprir com o presente programa são necessários dois requisitos básicos em relação à configuração dos campos de radiação quânticos e clássicos: (i) as frequências dos campos de radiação da cavidade devem estar longe da transição atômica; (ii) o campo clássico deve ser ressonante com a transição atômica e apresentar intensidade relativamente baixa. Portanto, é a partir do regime de interação dispersiva que somos capazes de vislumbrar e, conseqüentemente, inferir interações do tipo *Kerr* para modos da cavidade.

Para que o nosso protocolo tenha êxito, necessitamos de um campo clássico cuja intensidade deve ser suficientemente baixa a ponto de podermos garantir que a interação átomo-modo seja ainda dispersiva. Portanto, discutiremos no âmbito do regime dispersivo a eventual adição de um campo clássico ressonante em relação à transição atômica e os efeitos não-lineares decorrentes desta adição, a saber, a geração da interação do tipo *Kerr* para um único modo, como também a implementação das interações análogas àquelas dos condensados de Bose-Einstein de duas espécies na aproximação de dois modos e, finalmente, a geração da interação *cross-Kerr* para dois modos da cavidade.

2.4.1 Interação do tipo *Kerr* de um modo

Para obter interações não-lineares do tipo *Kerr* para um modo da cavidade, partiremos do hamiltoniano (2.1). Porém levaremos em conta apenas um campo de radiação quântico e outro clássico. Portanto, o hamiltoniano do sistema pode ser escrito como

$$H = \omega_a a^\dagger a + \frac{\omega_0}{2} \sigma_z + [\lambda_a a \sigma_{eg} + \Omega_1 e^{-i\omega_1 t} \sigma_{eg} + \text{h.c.}].$$

Conforme havíamos mencionado, vamos considerar que a frequência ω_a do modo da cavidade esteja muito longe da frequência de transição atômica que, a propósito, é igual à frequência

do campo clássico, ou seja $\omega_0 = \omega_1$. Esta configuração dos campos de radiação está representada pelo diagrama mostrado na Fig.(2.5). Portanto podemos escrever o hamiltoniano na representação de interação como $H_{int} = V(t) + H_{laser}$ onde

$$\begin{aligned} V(t) &= \lambda_a a \sigma_{eg} e^{-i\Delta_a t} + \text{h.c.} ; \\ H_{laser} &= \Omega_1 \sigma_{eg} + \text{h.c.} . \end{aligned}$$

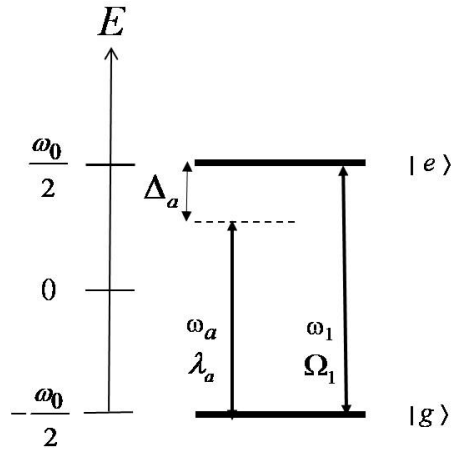


Figura 2.5: Configuração dos campos de radiação necessária para obter a interação não-linear do tipo *Kerr* para um modo da cavidade.

É possível mostrar que a interação $V(t)$ pode ser efetivamente substituída pela interação dispersiva sem que a excitação do átomo promovida pelo campo laser afete tal procedimento, ou seja, a intensidade do campo laser deve ser baixa o suficiente para garantir a interação dispersiva. Para entendermos este procedimento, vamos fazer uma adaptação da expressão desenvolvida por D.F.V. James que consistirá em inferir interações efetivas em hamiltonianos que contenham partes não oscilantes, como é o caso do hamiltoniano acima que apresenta o termo H_{laser} . Iniciaremos o procedimento de obtenção do hamiltoniano efetivo fazendo uma análise sobre a evolução do estado desse sistema por meio da equação de Schrodinger

$$i \frac{\partial}{\partial t} |\psi(t)\rangle = (V(t) + H_{laser}) |\psi(t)\rangle .$$

Considerando que a intensidade do laser tem sua amplitude limitada pela relação $|\Omega_1| \ll \Delta_a$, podemos definir uma escala de tempo $\tau_{\Delta_a} \sim \frac{2\pi}{\Delta_a} n$ (onde n é um inteiro utilizado para definir alguns ciclos de período $\frac{2\pi}{\Delta_a}$) apropriada para analisar a evolução do estado sem nos preocuparmos com o efeito do campo clássico sobre o sistema. Em outras palavras, a contribuição do termo H_{laser} na escala de tempo τ_{Δ_a} é nula para efeitos práticos, tendo em vista que $|\Omega_1| \tau_{\Delta_a} \ll 1$.

Com efeito, podemos reescrever a equação de Schrodinger, na escala de tempo τ_{Δ_a} , como

$$i\frac{\partial}{\partial t}|\psi(t)\rangle = V(t)|\psi(t)\rangle.$$

Admitindo a condição $\lambda_a\sqrt{\bar{n}_a} \ll \Delta_a$, vemos que os termos que compõem $V(t)$ são altamente oscilantes. Portanto, podemos lançar mão de uma expressão similar à Eq. (2.3) para inferirmos uma interação efetiva associada a $V(t)$. Ou seja, usando a expressão

$$-iV(t)\int_0^t V(t')dt' \stackrel{RWA}{=} H_{disp},$$

chega-se, após alguns cálculos, no hamiltoniano efetivo

$$H_{disp} = -\chi_a \left[a^\dagger a (\sigma_{ee} - \sigma_{gg}) + \sigma_{ee} \right],$$

onde $\chi_a = \frac{\lambda_a^2}{\Delta_a}$, sendo que H_{disp} é simplesmente a interação dispersiva.

Vimos que a interação dispersiva surge na escala de tempo $\tau_{\Delta_a} \sim \frac{2\pi}{\Delta_a}n$, porém seu efeito somente será percebido pelo sistema em uma escala de tempo muito maior (a saber, $\tau_{disp} \sim \frac{2\pi}{\chi_a}n$). Vamos admitir que entre as escalas de tempo τ_{Δ_a} e τ_{disp} , separadas por duas ou três ordens de grandeza, encontra-se o período das oscilações de Rabi $T_{\Omega_1} = \frac{2\pi}{|\Omega_1|}$ promovidas pelo laser (desprezado a priori para a dedução do hamiltoniano efetivo). Ou seja

$$\tau_{\Delta_a} \ll T_{\Omega_1} \ll \tau_{\chi_a}.$$

Esta análise das escalas de tempo envolvidas nos permite afirmar que tanto os efeitos do campo clássico como os da interação dispersiva podem coexistir no sistema, pois cada um deles possui sua escala própria de tempo. Portanto, podemos reescrever o hamiltoniano efetivo do sistema, reintegrando o termo H_{laser} ao hamiltoniano, ou seja,

$$\mathcal{H}_{int} = -\chi_a \left[a^\dagger a (\sigma_{ee} - \sigma_{gg}) + \sigma_{ee} \right] + (\Omega_1 \sigma_{eg} + \text{h.c.}).$$

Levando-se em conta a relação definida acima entre as escalas de tempo, pode-se estabelecer que o período das oscilações de Rabi T_{Ω_1} é suficientemente menor que τ_{disp} a ponto de validarmos a relação $\chi_a \bar{n}_a \ll |\Omega_1|$. Com efeito, podemos afirmar que o hamiltoniano efetivo \mathcal{H}_{int} descreve uma interação dispersiva sob o regime de amplificação forte do campo clássico. Com o intuito de examinar os efeitos dessa amplificação forte sobre o sistema, mudamos a descrição hamiltoniana para um referencial que gira com a frequência $|\Omega_1|$, obtida por meio da transformação unitária $\widetilde{\mathcal{H}} = e^{iH_{laser}t} \mathcal{H}_{int} e^{-iH_{laser}t} - H_{laser}$ cujos cálculos podem ser simplificados, reescrevendo a parte atômica de \mathcal{H}_{int} mediante os estados $|\pm\rangle = (|e\rangle \pm e^{-i\varphi_1}|g\rangle) / \sqrt{2}$

(diagonais a H_{laser}). Tal procedimento nos leva ao hamiltoniano

$$\widetilde{\mathcal{H}}(t) = -\chi_a \left(a^\dagger a + \frac{1}{2} \right) \left(\sigma_{+-} e^{i2|\Omega_1|t} + \sigma_{-+} e^{-i2|\Omega_1|t} \right).$$

A análise do sistema neste referencial nos é conveniente, haja em vista o regime de amplificação forte que estamos considerando (ou seja, $\chi_a \bar{n}_a \ll |\Omega_1|$), tornando os termos do hamiltoniano acima altamente oscilantes. Conseqüentemente, podemos inferir uma interação efetiva associada ao hamiltoniano acima recorrendo à expressão desenvolvida por D.F.V.James, $-i\widetilde{\mathcal{H}}(t) \int_0^t \widetilde{\mathcal{H}}(t') dt'$, resultando em

$$-iO^2 \left(\sigma_{+-} e^{i2|\Omega_1|t} + \sigma_{-+} e^{-i2|\Omega_1|t} \right) \int_0^t \left(\sigma_{+-} e^{i2|\Omega_1|t'} + \sigma_{-+} e^{-i2|\Omega_1|t'} \right) dt',$$

onde $O = -\chi_a \left(a^\dagger a + \frac{1}{2} \right)$. Realizando aproximação de onda girante, chega-se ao hamiltoniano efetivo

$$\frac{\chi_a^2}{2|\Omega_1|} \left(a^\dagger a + \frac{1}{2} \right)^2 (\sigma_{++} - \sigma_{--}),$$

pelo qual se observa que o sistema átomo-campo desacopla-se quando preparamos o átomo nos estados $|\pm\rangle$. Com efeito, o hamiltoniano para o modo da cavidade é

$$\widetilde{H}_{Kerr} = \frac{\chi_a^2}{2|\Omega_1|} \left(a^\dagger a + \frac{1}{2} \right)^2,$$

que apresenta o termo $a^\dagger a a^\dagger a$, descrevendo a interação do tipo *Kerr* para o campo de radiação da cavidade. Podemos aproveitar a não-linearidade obtida acima para gerar superposições de estados coerentes (chamados estados de Yurke-Stoler). Isto pode ser logrado preparando inicialmente o modo da cavidade em um estado coerente $|\alpha\rangle$ e ajustando o tempo de interação tal que $\tau = \frac{|\Omega_1|\pi}{\chi_a^2}$. Este procedimento nos leva ao estado

$$|\Psi(\tau)\rangle = \frac{|i\alpha\rangle + e^{-i\frac{\pi}{2}} |-i\alpha\rangle}{\sqrt{2}},$$

que é uma superposição de estados coerentes com amplitudes idênticas e fases opostas.

2.4.2 Hamiltoniano não-linear para dois modos da cavidade

Estendendo o protocolo da seção anterior, podemos obter efeitos não-lineares de dois modos do campo de radiação em cavidades de alto-Q, ou seja, é possível implementar um sistema bipartite constituído de dois graus de liberdade bosônicos similares a dois osciladores quárticos acoplados (70). Possíveis realizações deste tipo de sistema bosônico são: cavidades com meios não-lineares, modos do campo de radiação propagantes em interferômetros de Mach-Zender

ou ainda duas espécies atômicas de um condensado de Bose-Einstein (CBE). Neste último caso, vemos que a descrição hamiltoniana é completamente análoga a que vamos obter para os modos da cavidades. Portanto achamos conveniente realizar uma breve digressão mostrando, no contexto de muitos corpos, como surge o hamiltoniano de duas espécies atômicas de um CBE considerando apenas os modos fundamentais (ou modos condensados) do sistema.

2.4.2.1 CBE na aproximação de dois modos

A realização experimental da Condensação de Bose-Einstein de átomos frios armadilhados possibilitou iniciar novas áreas de pesquisa na física atômica, molecular e óptica. Em especial, este feito experimental abriu novas possibilidades para o estudo das propriedades da coerência quântica em matéria condensada, haja em vista a analogia entre ondas de matéria e ondas eletromagnéticas. Particularmente em um sistema de muitos átomos frios, como é o CBE, somos obrigados a considerar efeitos não-lineares devidos à grande importância das colisões entre os átomos na descrição física do fenômeno da condensação. Este fato deu margem à várias transposições de fenômenos da óptica não-linear para o contexto dos CBEs, muitas vezes obtidas por meio de teorias de campo médio que não consideram as flutuações quânticas dos operadores de campo associados aos átomos.

A análise das propriedades de coerência quântica associadas ao estado de uma amostra condensada por meio de teorias de campo médio vem sendo substituídas por descrições teóricas de muitos corpos que levam em conta as flutuações quânticas por meio de operadores de campo dos átomos frios. Um extenso estudo teórico tem sido feito em amostras atômicas condensadas de duas espécies a partir dos feitos experimentais da condensação de átomos de Rubídio-87 em dois estados internos distintos (caracterizando as duas espécies atômicas). Grande parte destes estudos é voltada tanto para a determinação do estado fundamental como também para a preparação de superposições macroscópicas, onde as propriedades dos estados quânticos em CBE têm sido analisadas por meio de simplificações da descrição quântica de campos, assumidas sob condições físicas apropriadas. Uma das possíveis reduções, para a intrincada descrição quântica de campos dos CBE, consiste em truncar o espaço que compõe os operadores de campo dos átomos frios aprisionados. Ou seja, definindo o operador de campo para duas espécies atômicas condensadas, A e B , como

$$\Psi_{A,B}(\mathbf{r}) = \sum_{i=0}^{\infty} \left(\phi_i(\mathbf{r}) \hat{a}_i + \varphi_i(\mathbf{r}) \hat{b}_i \right),$$

em temperaturas muito baixas ($T \rightarrow 0K$) podemos considerar, em boa aproximação, que

todas as partículas do sistema ocupam os modos condensados (indicados por $i = 0$). Portanto, o operador de campo torna-se

$$\Psi_{A,B}(\mathbf{r}) \stackrel{(T \rightarrow 0K)}{\simeq} \phi_0(\mathbf{r}) \hat{a}_0 + \varphi_0(\mathbf{r}) \hat{b}_0.$$

Este truncamento do operador de campo é comumente chamado de aproximação de dois modos, referindo-se a uma descrição do sistema somente pelos modos condensados das duas espécies atômicas. Por outro lado, o hamiltoniano em segunda quantização para duas espécies atômicas condensadas pode ser escrito como

$$\begin{aligned} \hat{H} = & \int d^3\mathbf{r} \Psi_{A,B}^\dagger(\mathbf{r}) \left[-\frac{1}{2m} \nabla^2 + V_{trap}(\mathbf{r}) \right] \Psi_{A,B}(\mathbf{r}) \\ & + \frac{1}{2} \int d^3\mathbf{r} \int d^3\mathbf{r}' \Psi_{A,B}^\dagger(\mathbf{r}) \Psi_{A,B}^\dagger(\mathbf{r}') U_0 \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}') \Psi_{A,B}(\mathbf{r}') \Psi_{A,B}(\mathbf{r}), \end{aligned}$$

onde $V_{trap}(\mathbf{r})$ é o potencial dos átomos aprisionados, considerado harmônico, e $U_0 \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}')$ é a interação de dois corpos que descreve as colisões, do tipo esfera dura, entre os átomos das duas espécies. Efetuando a integração da equação acima e considerando a aproximação de dois modos, ficamos com o seguinte hamiltoniano

$$\hat{H} = \omega_A \hat{a}_0^\dagger \hat{a}_0 + \omega_B \hat{b}_0^\dagger \hat{b}_0 + U_{AA} \hat{a}_0^\dagger \hat{a}_0 \hat{a}_0^\dagger \hat{a}_0 + U_{BB} \hat{b}_0^\dagger \hat{b}_0 \hat{b}_0^\dagger \hat{b}_0 + U_{AB} \hat{a}_0^\dagger \hat{a}_0 \hat{b}_0^\dagger \hat{b}_0,$$

onde as constantes ω_A , ω_B , U_{AA} , U_{BB} e U_{AB} são integrais das funções de onda de uma partícula associadas às duas espécies atômicas condensadas $\phi_0(\mathbf{r})$ e $\varphi_0(\mathbf{r})$ respectivamente.

Portanto, a aproximação de dois modos consiste em desprezar todos os modos exceto os fundamentais, frequentemente chamados de modos condensados. Em temperaturas muito baixas, isto significa ignorar os átomos que eventualmente podem ocupar os modos não condensados mediante as interações inevitáveis de dois corpos que promovem acoplamento entre os modos condensados e não condensados. Este efeito passa a ter relevância à medida em que o número de partículas condensadas se torna maior, aumentando as flutuações do número médio de partículas condensadas, o que obrigaria considerar as interações entre os modos condensados e não-condensados. Portanto, a aproximação de dois modos somente será uma boa descrição para um CBE que possua uma distribuição do número médio de partículas consideravelmente localizada, obrigando a limitações sobre o número de partículas condensadas envolvidas na descrição de CBE na aproximação de dois modos. Esta limitação, diga-se de passagem, é a principal crítica às propostas de implementação de superposições macroscópicas em CBE que se valem da aproximação de dois modos.

2.4.2.2 Implementação em cavidades do Hamiltoniano associado a um CBE de duas espécies

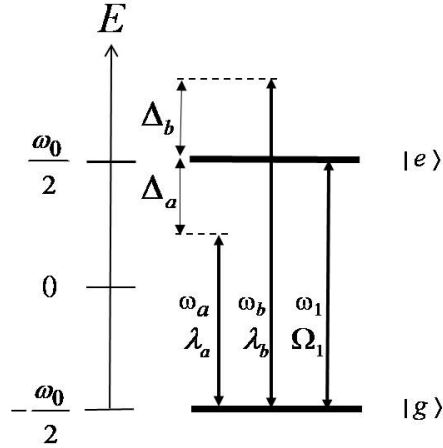


Figura 2.6: Configuração dos campos de radiação necessária para obter o Hamiltoniano de um condensado de Bose-Einstein de duas espécies.

Conforme havíamos mencionado, a implementação do presente hamiltoniano é uma extensão do protocolo anterior. Portanto, partiremos da mesma interação da seção anterior com a adição de um modo do campo de radiação da cavidade com frequência ω_b . Dessa forma, o hamiltoniano de partida pode ser escrito como

$$H = \omega_a a^\dagger a + \omega_b b^\dagger b + \frac{\omega_0}{2} \sigma_z + [\lambda_a a \sigma_{eg} + \lambda_b b \sigma_{eg} + \Omega_1 e^{-i\omega_1 t} \sigma_{eg} + \text{h.c.}].$$

Considerando as frequências dos dois modos muito longe da ressonância e a frequência do campo laser ressonante com a transição atômica, conforme mostra o diagrama da Fig.(2.6), podemos escrever o hamiltoniano na representação de interação como $\mathcal{H}_{int} = V_{ab}(t) + H_{laser}$, onde

$$\begin{aligned} V_{ab}(t) &= \left(\lambda_a a \sigma_{eg} e^{-i\Delta_a t} + \lambda_b b \sigma_{eg} e^{-i\Delta_b t} + \text{h.c.} \right); \\ H_{laser} &= \Omega_1 \sigma_{eg} + \text{h.c.} \end{aligned}$$

Conforme discussão realizada na seção anterior, podemos admitir que a intensidade do laser é baixa, tal que $|\Omega_1| \ll |\Delta_a|, |\Delta_b|$, o que possibilita inferirmos uma interação efetiva átomo-modos sem que a presença do campo laser comprometa esta aproximação. Supondo $\lambda_\alpha \sqrt{\bar{n}_\alpha} \ll \Delta_\alpha$ ($\alpha = a, b$), vemos que os termos que compõem $V_{ab}(t)$ são altamente oscilantes. Portanto, podemos lançar mão de uma expressão similar a Eq. (2.3) para inferirmos uma interação efetiva

associada a $V(t)$. Ou seja, usando a expressão

$$-iV_{ab}(t) \int_0^t V_{ab}(t') dt' \stackrel{RWA}{=} H_{disp(ab)},$$

chega-se, após alguns cálculos no hamiltoniano efetivo

$$\begin{aligned} H_{disp(ab)} = & - \left[(\chi_a + \chi_b) \sigma_{ee} + (\chi_a a^\dagger a + \chi_b b^\dagger b) (\sigma_{ee} - \sigma_{gg}) \right. \\ & \left. + (\chi_b^j \sigma_{ee} - \chi_a^j \sigma_{gg}) ab^\dagger e^{-i\delta_{ab}t} + (\chi_a^j \sigma_{ee} - \chi_b^j \sigma_{gg}) a^\dagger b e^{i\delta_{ab}t} \right], \end{aligned}$$

onde $\delta_{ab} = \Delta_a - \Delta_b$, $\chi_a = \frac{\lambda_a^2}{\Delta_a}$, $\chi_b = \frac{\lambda_b^2}{\Delta_b}$, $\chi_a^j = \frac{\lambda_a \lambda_b}{\Delta_a}$ e $\chi_b^j = \frac{\lambda_a \lambda_b}{\Delta_b}$. O hamiltoniano efetivo acima pode ser entendido como uma interação dispersiva de dois modos, onde os termos de troca ab^\dagger e $a^\dagger b$ podem ou não contribuir na dinâmica do sistema, dependendo da diferença entre as frequências dos modos da cavidade. A análise que faremos a seguir não leva em conta os termos de troca ab^\dagger e $a^\dagger b$ visto que a configuração que estamos considerando apresenta frequências dos modos da cavidade distintas de forma que $\delta_{ab} \gg \chi_\alpha^j (\alpha = a, b)$, o que resulta na interação efetiva

$$H_{disp(ab)} = - \left[(\chi_a + \chi_b) \sigma_{ee} + (\chi_a a^\dagger a + \chi_b b^\dagger b) (\sigma_{ee} - \sigma_{gg}) \right].$$

Podemos notar que a interação dispersiva de dois modos foi concebida na escala de tempo das fortes oscilações associadas à dessintonia Δ_α ($\alpha = a, b$), onde as excitações promovidas pelo laser não influenciam a dinâmica efetiva obtida. Este fato nos possibilita substituir o termo $V_{ab}(t)$ por $H_{disp(ab)}$ no hamiltoniano \mathcal{H}_{int} , ou seja, o hamiltoniano na representação de interação pode ser considerado efetivamente como

$$\mathcal{H}_{int} = - (\chi_a + \chi_b) \sigma_{ee} - (\chi_a a^\dagger a + \chi_b b^\dagger b) (\sigma_{ee} - \sigma_{gg}) + |\Omega_1| (e^{i\varphi_1} \sigma_{eg} + e^{-i\varphi_1} \sigma_{ge}). \quad (2.10)$$

Limitando a excitação do laser pela relação $|\Omega_1| \lesssim \lambda_\alpha$, é possível perceber que o período das oscilações de Rabi associadas ao campo clássico, definido por $T_{\Omega_1} = \frac{2\pi}{|\Omega_1|}$, é bem menor que a escala de tempo característica da interação dispersiva $\tau_\chi = \frac{2\pi}{\chi_\alpha}$, ou seja, $\chi_\alpha \ll |\Omega_1|$, caracterizando uma interação dispersiva sob o regime de amplificação forte do campo clássico. Com o intuito de examinar os efeitos dessa amplificação forte sobre o sistema, mudamos a descrição hamiltoniana para um referencial que gira com a frequência $|\Omega_1|$, obtida por meio da transformação unitária $\widetilde{\mathcal{H}} = e^{iH_{laser}t} \mathcal{H}_{int} e^{-iH_{laser}t} - H_{laser}$ onde os cálculos podem ser facilitados se utilizarmos os estados $|\pm\rangle = (|e\rangle \pm e^{-i\varphi_1} |g\rangle) / \sqrt{2}$ que diagonalizam H_{laser} . Tal procedimento nos leva a

$$\widetilde{\mathcal{H}}(t) = - \left[\chi_a \left(a^\dagger a + \frac{1}{2} \right) + \chi_b \left(b^\dagger b + \frac{1}{2} \right) \right] \left(\sigma_{+-} e^{i2|\Omega_1|t} + \sigma_{-+} e^{-i2|\Omega_1|t} \right).$$

Estudar o sistema neste referencial torna-se conveniente em virtude do regime de amplificação forte (ou seja, $\chi_\alpha \ll |\Omega_1|$), o que faz todos os termos do hamiltoniano acima apresentarem fortes oscilações. Neste caso, podemos recorrer, novamente, à aproximação desenvolvida por D.F.V. James para determinar a interação efetiva associada ao hamiltoniano acima. Ou seja,

$$-i\tilde{\mathcal{H}}(t) \int_0^t \tilde{\mathcal{H}}(t') dt' = -iO^2 \left(\sigma_{+-} e^{i2|\Omega_1|t} + \sigma_{-+} e^{-i2|\Omega_1|t} \right) \int_0^t \left(\sigma_{+-} e^{i2|\Omega_1|t'} + \sigma_{-+} e^{-i2|\Omega_1|t'} \right) dt' \\ \stackrel{RWA}{=} \tilde{H}_{CBE},$$

onde $O = -\left[\chi_a \left(a^\dagger a + \frac{1}{2} \right) + \chi_b \left(b^\dagger b + \frac{1}{2} \right) \right]$. Após efetuar alguns cálculos chega-se à seguinte interação

$$\tilde{H}_{CBE} = \frac{1}{2|\Omega_1|} \left[\chi_a \left(a^\dagger a + \frac{1}{2} \right) + \chi_b \left(b^\dagger b + \frac{1}{2} \right) \right]^2 (\sigma_{++} - \sigma_{--}),$$

que pode apresentar uma dinâmica desacoplada entre o átomo e o campo se prepararmos o átomo nos estados $|\pm\rangle = (|e\rangle \pm e^{-i\varphi_1} |g\rangle) / \sqrt{2}$. Este procedimento leva ao seguinte hamiltoniano efetivo para os modos da cavidade

$$\tilde{H}_{CBE}^\pm = \pm \frac{1}{2|\Omega_1|} \left[\chi_a \left(a^\dagger a + \frac{1}{2} \right) + \chi_b \left(b^\dagger b + \frac{1}{2} \right) \right]^2,$$

que representa, uma interação não-linear do tipo *Kerr* entre os modos da cavidade, notando que além das interações *Kerr* para cada modo ($a^\dagger a a^\dagger a$ e $b^\dagger b b^\dagger b$) temos a interação bimodal *cross-Kerr* ($a^\dagger a b^\dagger b$) o que permite afirmar que hamiltoniano acima contempla todos os termos do hamiltoniano de um condensado de Bose-Einstein de duas espécies na aproximação de dois modos, conforme foi deduzido na subseção anterior.

Podemos observar efeitos de emaranhamento de estados coerentes para os dois modos da cavidade. Por ordem, vamos considerar que inicialmente o estado dos modos da cavidade são preparados no estado

$$|\Psi(0)\rangle = |\alpha\rangle |\beta\rangle = e^{-\frac{|\alpha|^2 + |\beta|^2}{2}} \sum_{n,m} \frac{\alpha^n}{\sqrt{n!}} |n\rangle_a \frac{\beta^m}{\sqrt{m!}} |m\rangle_b,$$

que representa um produto tensorial de dois estados coerentes. Com efeito, a evolução temporal deste estado segundo o hamiltoniano que acabamos de implementar (ou seja, $|\Psi(t)\rangle = e^{-i\tilde{H}_{CBE}^\pm t} |\Psi(0)\rangle$) pode ser facilmente calculada, e resulta em

$$|\Psi(t)\rangle = e^{-\frac{|\alpha|^2 + |\beta|^2}{2}} \sum_{n,m} e^{\mp i \left\{ \frac{(\chi_a n + \chi_b m)^2}{2|\Omega_1|} \right\} t} \frac{[\alpha^\pm(t)]^n}{\sqrt{n!}} |n\rangle_a \frac{[\beta^\pm(t)]^m}{\sqrt{m!}} |m\rangle_b,$$

onde $\alpha^\pm(t) = \alpha e^{\mp i \left(\frac{\chi_a^2 + \chi_a \chi_b}{2|\Omega_1|} \right) t}$ e $\beta^\pm(t) = \beta e^{\mp i \left(\frac{\chi_b^2 + \chi_a \chi_b}{2|\Omega_1|} \right) t}$. É importante ressaltar que o fator

exponencial dependente do tempo, da equação acima, emaranha os estados coerentes $|\alpha\rangle$ e $|\beta\rangle$ (precisamente, é o termo $e^{\mp i \frac{\chi_a \chi_b n m}{|\Omega_1|} t}$ que faz este papel), visto que ele impossibilita a separação das duas somatórias, exceto em determinados tempos (chamados de *tempos de purificação*). Com efeito, o acoplamento $\frac{\chi_a \chi_b}{|\Omega_1|}$, associado ao termo *cross-Kerr*, determina os tempos de recorrência e purificação da dinâmica de emaranhamento dos estados coerentes.

Para efeitos práticos, os acoplamentos λ_a e λ_b podem ser considerados de mesma magnitude ($\lambda_a = \lambda_b = \lambda$). As dessintonias podem ser definidas como $\Delta_a = -\Delta_b = \Delta$ como é representado pelo diagrama da Fig. (2.6). Tal configuração das frequências dos campos da cavidade leva à condição $\chi_a = -\chi_b = \chi$ e, conseqüentemente, podemos mostrar que o estado separado $|\alpha, \beta\rangle$ evolui para um estado emaranhado

$$|\Psi(\tau_1)\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \left(e^{-i\frac{\pi}{4}} |-\alpha, -i\beta\rangle + e^{i\frac{\pi}{4}} |i\alpha, i\beta\rangle \right),$$

onde $\tau_1 = \frac{\pi|\Omega_1|}{2\chi^2}$. Na seqüência, podemos observar a primeira purificação do sistema, representada pelo estado

$$|\Psi(\tau_2)\rangle = |-\alpha\rangle |-\beta\rangle,$$

onde $\tau_2 = \pi \frac{2|\Omega_1|}{\chi^2}$ e, finalmente, observar a recorrência do vetor de estado em $\tau_3 = \pi \frac{4|\Omega_1|}{\chi^2}$.

O efeito da interação *cross-Kerr* sobre as propriedades de emaranhamento de estados coerentes também pode ser observado mediante o cálculo da entropia linear de um dos subsistemas (por exemplo, o modo da cavidade com frequência ω_b) que usualmente é definida como

$$\varepsilon_b(t) = 1 - Tr_b [(\rho_b(t))^2],$$

onde $\rho_b(t)$ é o operador densidade reduzido associado ao modo da cavidade de frequência ω_b . Por ordem, para obtermos explicitamente a entropia linear do subsistema (modo b), primeiramente tomamos o traço do operador densidade do sistema conjunto $|\Psi(t)\rangle \langle\Psi(t)|$ sobre o modo a , resultando no operador densidade reduzido para o modo b , representado por

$$\rho_b = e^{-(|\alpha|^2 + |\beta|^2)} \sum_{m,l} e^{\mp i \frac{\chi^2}{2|\Omega_1|} (m^2 - l^2)t} \frac{|\beta(t)|^m}{\sqrt{m!}} \frac{|\beta^*(t)|^l}{\sqrt{l!}} |m\rangle_b \langle l|_b e^{|\alpha(t)|^2} e^{\pm i \frac{\chi^2}{|\Omega_1|} (m-l)t}.$$

Na seqüência, calcula-se $Tr_b [(\rho_b(t))^2]$ que, após alguns passos algébricos, resulta na entropia linear

$$\varepsilon_b(t) = 1 - \left\{ e^{-2|\beta|^2} \sum_{m,n} e^{-4|\alpha(t)|^2 \sin^2 \left(\frac{\chi^2}{2|\Omega_1|} (m-n)t \right)} \frac{|\beta(t)|^{2m}}{m!} \frac{|\beta(t)|^{2n}}{n!} \right\},$$

associada ao modo da cavidade com frequência ω_b . Portanto, podemos examinar a evolução de ε_b e, conseqüentemente, observar a dinâmica de emaranhamento de estados coerentes. Outros-

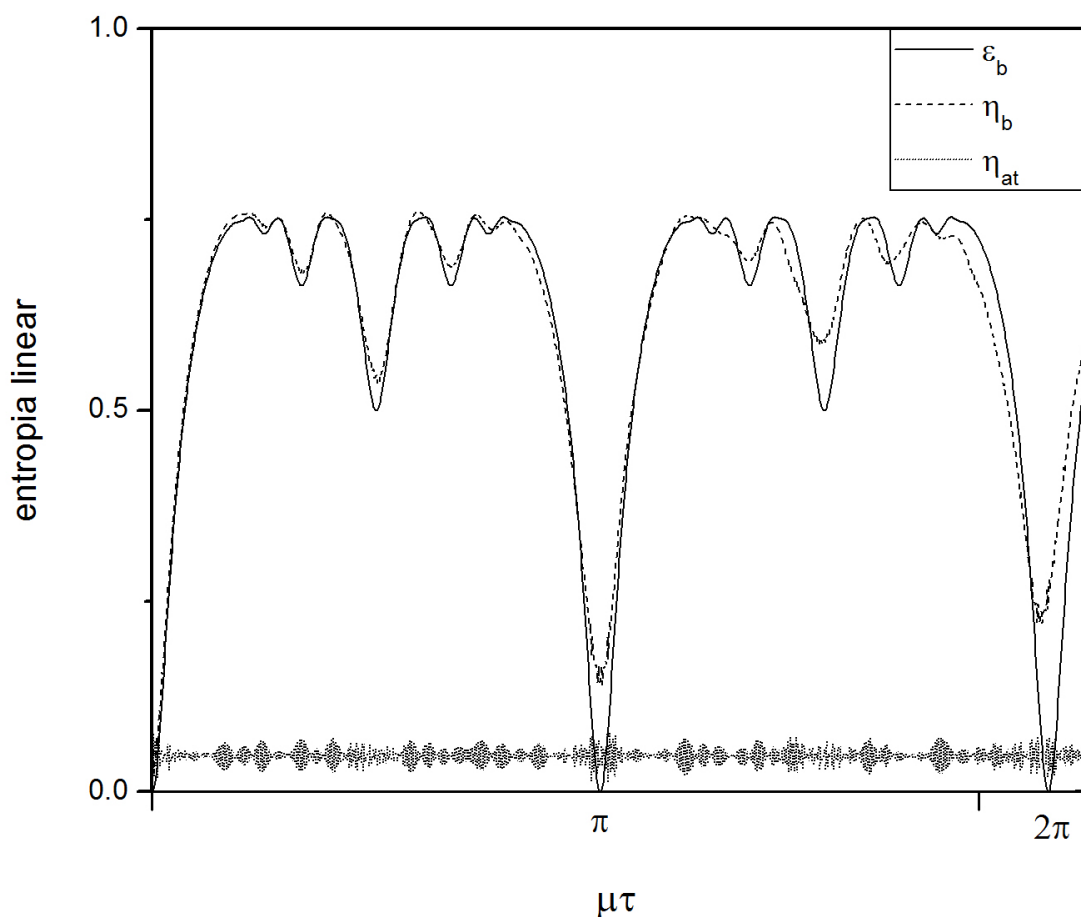


Figura 2.7: Entropias lineares numéricas η_b e η_{at} associadas ao modo b (curva pontilhada) e ao átomo (curva contínua), respectivamente. Entropia analítica ε_b associada ao modo b (curva tracejada). Calculadas para os valores $\Omega_1 = 0.25\lambda$ e $\Delta_a = -\Delta_b = 25\lambda$, segundo o hamiltoniano (2.10).

sim, aproveitamos para verificar se a evolução do sistema segundo as aproximações inerentes ao presente protocolo, refletidas em ε_b , coadunam-se com a descrição do sistema isenta de tais aproximações. Para tanto, evoluímos numericamente o vetor de estado do sistema associado ao hamiltoniano \mathcal{H}_{int} da Eq.(2.10), segundo o mesmo conjunto de parâmetros requeridos pelo protocolo da presente engenharia de interação. Mediante esta evolução numérica, somos capazes de calcular a entropia linear $\eta_b(t)$ associada ao modo b e, finalmente, comparar com a entropia $\varepsilon_b(t)$, firmada pelo protocolo. Particularmente, a Fig. (2.7) mostra a evolução da entropia linear η_b e ε_b que foi calculada para o estado inicial $|\Psi(0)\rangle = |+\rangle|\alpha, \beta\rangle$ (onde $\alpha = \beta = 1 + i$), na condição em que os campos assumem os valores $\Omega_1 = 0.25\lambda$ e $\Delta_a = -\Delta_b = 25\lambda$.

Mediante o gráfico da Fig.(2.7), podemos constatar a conformidade entre as evoluções $\eta_b(t)$

e $\varepsilon_b(t)$, o que nos faz acreditar na consistência de todas as aproximações utilizadas no presente protocolo. Corroborando esse fato temos a evolução da entropia linear atômica η_{at} (calculada a partir dos dados numéricos) assumindo baixos valores, o que permite afirmar que efetivamente a dinâmica do átomo é fatorada em relação ao sistema bimodal não-linear, conforme previsto pelas aproximações. Outrossim, a evolução numérica nos mostra que as purificações ($\eta_b = 0$) esperadas em $n\pi$ (onde n é inteiro) não são alcançadas, o que permite conjecturarmos a respeito da existência de interações bimodais espúrias ao protocolo, incapazes de serem previstas pelas aproximações consideradas neste trabalho.

2.4.3 Interação *Cross-Kerr*

Para que dois modos do campo de radiação interajam segundo o hamiltoniano do tipo *cross-Kerr* ($a^\dagger ab^\dagger b$), será necessário adicionar um outro campo laser ao hamiltoniano do qual partimos na seção anterior. Portanto, iniciamos o protocolo *cross-Kerr* com o hamiltoniano

$$H = \omega_a a^\dagger a + \omega_b b^\dagger b + \frac{\omega_0}{2} \sigma_z + [\lambda_a a \sigma_{eg} + \lambda_b b \sigma_{eg} + \Omega_1 e^{-i\omega_1 t} \sigma_{eg} + \Omega_2 e^{-i\omega_2 t} \sigma_{eg} + \text{h.c.}],$$

onde as frequências e amplitudes de ambos os campos clássicos são idênticas e, como nos demais protocolos, tais frequências são ressonantes com a frequências ω_0 da transição atômica. O que irá distinguir os campos clássicos e justificar escrevê-los como acima, é o fato dos campos exibirem fases distintas, ou seja, $\Omega_1 = \Omega e^{i\varphi_1}$ e $\Omega_2 = \Omega e^{i\varphi_2}$ onde $\varphi_1 \neq \varphi_2$ e Ω é real. A configuração dos campos de radiação está representada na Fig.(2.8).

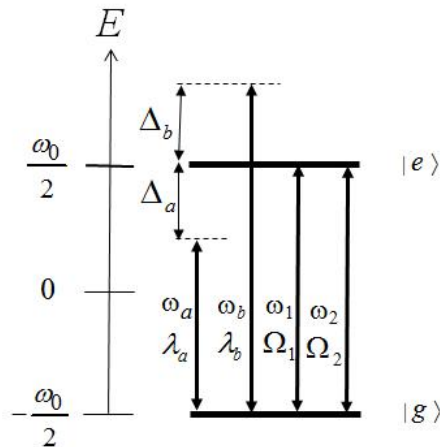


Figura 2.8: Configuração dos campos de radiação necessária para obter a interação não-linear do tipo *cross-Kerr* para dois modos da cavidade.

Repetindo os mesmos procedimentos da seção anterior, podemos chegar ao hamiltoniano dispersivo de dois modos na presença, neste caso, de dois campos clássicos de baixa intensi-

dade, como é mostrado pelo hamiltoniano

$$\begin{aligned}
H_1 = & -(\chi_a + \chi_b) \sigma_{ee} - (\chi_a a^\dagger a + \chi_b b^\dagger b) (\sigma_{ee} - \sigma_{gg}) \\
& - (\chi_b^j \sigma_{ee} - \chi_a^j \sigma_{gg}) ab^\dagger e^{-i\delta_{ab}t} - (\chi_a^j \sigma_{ee} - \chi_b^j \sigma_{gg}) a^\dagger b e^{i\delta_{ab}t} \\
& + \Omega (e^{i\varphi_1} \sigma_{eg} + e^{-i\varphi_1} \sigma_{ge}) + \Omega (e^{i\varphi_2} \sigma_{eg} + e^{-i\varphi_2} \sigma_{ge}),
\end{aligned}$$

onde os acoplamentos associados à interação dispersiva são os mesmos definidos na seção anterior. Haja em vista a condição $\Omega \lesssim \lambda_a \sim \lambda_b$, o hamiltoniano acima descreve dois modos de frequências distintas que interagem dispersivamente com o átomo de dois níveis, sob o regime de amplificação forte de dois campos clássicos defasados. Com o intuito de examinarmos os efeitos dessa amplificação forte sobre o sistema, mudamos a descrição hamiltoniana para um referencial que gira com a frequência Ω , obtida por meio da eliminação do primeiro campo clássico mediante transformação unitária (com $U_{L1} = e^{-i\Omega(e^{i\varphi_1} \sigma_{eg} + e^{-i\varphi_1} \sigma_{ge})t}$), cujos cálculos podem ser prontificados consideravelmente se utilizarmos os estados $|\pm\rangle = (|e\rangle \pm e^{-i\varphi_1} |g\rangle) / \sqrt{2}$ como base atômica para descrever o hamiltoniano acima. Portanto, ao seguir tais procedimentos chegamos à interação

$$\begin{aligned}
H_2 = & - \left[\chi_a \left(a^\dagger a + \frac{1}{2} \right) + \chi_b \left(b^\dagger b + \frac{1}{2} \right) + \chi_{ab}^+ \left(ab^\dagger e^{-i\delta_{ab}t} + a^\dagger b e^{i\delta_{ab}t} \right) \right] \left(\sigma_{+-} e^{i2\Omega t} + \sigma_{-+} e^{-i2\Omega t} \right) \\
& + \chi_{ab}^- \left(ab^\dagger e^{-i\delta_{ab}t} - \text{h.c.} \right) + \frac{\Omega}{2} \left[e^{-i(\varphi_1 - \varphi_2)} \left(\sigma_{++} - \sigma_{+-} e^{i2|\Omega_1|t} + \sigma_{-+} e^{-i2|\Omega_1|t} - \sigma_{--} \right) + \text{h.c.} \right],
\end{aligned}$$

onde $\chi_{ab}^+ = \frac{1}{2} (\chi_a^j + \chi_b^j)$ e $\chi_{ab}^- = \frac{1}{2} (\chi_a^j - \chi_b^j)$.

Vamos admitir que a diferença entre as frequências dos modos da cavidade é tal que satisfaça duas condições, a saber, $\delta_{ab} \gg \chi_{ab}^+, \chi_{ab}^-$ e $\delta_{ab} = 2\Omega$. Desse modo, podemos realizar a aproximação de onda girante sobre o hamiltoniano acima, resultando em

$$H_3 = - \left[\chi_{ab}^+ \left(ab^\dagger \sigma_{+-} + a^\dagger b \sigma_{-+} \right) \right] + \tilde{\Omega} (\sigma_{++} - \sigma_{--}),$$

onde $\tilde{\Omega} = \Omega \cos(\varphi_1 - \varphi_2)$. Conduzindo a descrição hamiltoniana acima ao referencial girante com frequência $\tilde{\Omega}$, mediante transformação unitária (com $U_{L2} = e^{-i\tilde{\Omega}(\sigma_{++} - \sigma_{--})t}$), chega-se ao hamiltoniano

$$H_4(t) = - \left[\chi_{ab}^+ \left(ab^\dagger \sigma_{+-} e^{i2\tilde{\Omega}t} + a^\dagger b \sigma_{-+} e^{-i2\tilde{\Omega}t} \right) \right].$$

Em virtude do regime de amplificação forte (ou seja, $\chi_{ab}^+ \ll \tilde{\Omega}$), os termos do hamiltoniano acima apresentam fortes oscilações. Neste caso, podemos recorrer, novamente, a expressão (2.3) para determinar a interação efetiva associada ao hamiltoniano acima, resultando na intera-

ção átomo-modos efetiva

$$H_{ef} = \frac{(\chi_{ab}^+)^2}{2\tilde{\Omega}} \left[(a^\dagger ab^\dagger b + b^\dagger b) \sigma_{++} - (a^\dagger ab^\dagger b + a^\dagger a) \sigma_{--} \right],$$

onde é possível perceber que a dinâmica entre os modos da cavidade e o átomo é fatorável, desde que o átomo adentre a cavidade nos estados $|\pm\rangle$. Este procedimento nos leva aos seguintes hamiltonianos:

$$\begin{aligned} \mathcal{H}_{CKerr}^+ &= \frac{(\chi_{ab}^+)^2}{2\tilde{\Omega}} (a^\dagger ab^\dagger b + b^\dagger b) ; \\ \mathcal{H}_{CKerr}^- &= -\frac{(\chi_{ab}^+)^2}{2\tilde{\Omega}} (a^\dagger ab^\dagger b + a^\dagger a), \end{aligned}$$

que configuram a interação *cross-Kerr* entre duas frequências do campo de radiação da cavidade.

Uma aplicação imediata para a presente engenharia de interação é a implementação de uma porta lógica de dois qubits. Para tanto, podemos considerar inicialmente que o estado dos modos da cavidade seja

$$|\Psi(0)\rangle = (c_{0,0}|0_a, 0_b\rangle + c_{0,1}|0_a, 1_b\rangle + c_{1,0}|1_a, 0_b\rangle + c_{1,1}|1_a, 1_b\rangle),$$

que pode ser obtido pela passagem consecutiva de dois átomos pela cavidade, sintonizados ressonantemente (via efeito Stark) aos modos a e b , respectivamente. Em seguida, preparamos um terceiro átomo no estado $|-\rangle$ e ajustamos os parâmetros dos campos a fim de produzir a interação *cross-Kerr* \mathcal{H}_{CKerr}^- , levando o estado $|\Psi(0)\rangle$ à forma

$$|\Psi(t)\rangle = \left(c_{0,0}|0_a, 0_b\rangle + c_{0,1}|0_a, 1_b\rangle + e^{i\frac{(\chi_{ab}^+)^2}{2\tilde{\Omega}}t} c_{1,0}|1_a, 0_b\rangle + e^{i\frac{(\chi_{ab}^+)^2}{\tilde{\Omega}}t} c_{1,1}|1_a, 1_b\rangle \right),$$

onde é possível observar que para um tempo apropriado de interação *cross-Kerr*, a saber $t = \frac{4\tilde{\Omega}\pi}{(\chi_{ab}^+)^2}$, obtemos a porta lógica de fase de dois qubits.

2.4.4 Breve discussão dos resultados

Propostas similares as que mostramos nesta seção foram divulgadas recentemente na referência (71). Ao compararmos com a nossa proposta vemos que ambas apresentam fortes similaridades, visto que na referência (71) a interação dispersiva de um único átomo de três níveis com os modos da cavidade torna-se condição primordial para a confecção das interações do tipo *Kerr* para modos da cavidade. Além disso, é observada a possibilidade do desacoplamento

das dinâmicas do átomo dos modos da cavidade, conforme ocorre com o nosso protocolo. Os acoplamentos efetivos obtidos em ambos os protocolos equilavem-se, muito embora não acreditarmos na estimativa otimista encontrada na referência (71) que sugerem acoplamentos para as interações *Kerr* três vezes menores que os acoplamentos Jaynes-Cummings λ_a e λ_b . De acordo com nossas simulações numéricas, a validade das aproximações encontram severas restrições sobre os valores impostos ao conjunto de parâmetros dos campos. Especificamente, as relações de ordem de grandeza entre os parâmetros devem ser devidamente respeitadas.

No caso da implementação do hamiltoniano de um CBE de duas espécies, constatamos que as aproximações inerentes ao protocolo deixam de valer na medida em que relaxamos as condições $\lambda_\alpha \sqrt{\bar{n}_\alpha} \ll \Delta_\alpha$ e $|\chi_\alpha| \ll |\Omega_1|$ ($\alpha = a, b$). Por outro lado, o cumprimento severo das mesmas fazem com que a amplitude do acoplamento efetivo assumam valores consideravelmente baixos. Com efeito, os resultados numéricos permitem conciliar estes dois aspectos antagônicos e conseqüentemente estimar acoplamentos efetivos aceitáveis para a engenharia de interação proposta. Para explicitar esse fato, mostramos na Fig.(2.9) as entropias lineares $\varepsilon_b(t)$ e $\eta_a(t)$ (associadas ao modo *b* e ao átomo, respectivamente) para três conjuntos de parâmetros (*i*) $\Omega_1 = 0,8\lambda$, $\Delta_a = -\Delta_b = 15\lambda$; *ii*) $\Omega_1 = 0,4\lambda$, $\Delta_a = -\Delta_b = 15\lambda$; *iii*) $\Omega_1 = 0,4\lambda$, $\Delta_a = -\Delta_b = 10\lambda$), cujos acoplamentos efetivos, $\frac{\lambda^4}{\Delta_a^2 |\Omega_1|}$, são $6 \times 10^{-3}\lambda$, $1,2 \times 10^{-2}\lambda$ e $2,5 \times 10^{-2}\lambda$ respectivamente. Portanto, apesar do acoplamento efetivo aumentar mediante parâmetros otimistas, é possível verificar que átomo e modos emaranharam-se significativamente, o que invalida as aproximações consideradas pelo protocolo.

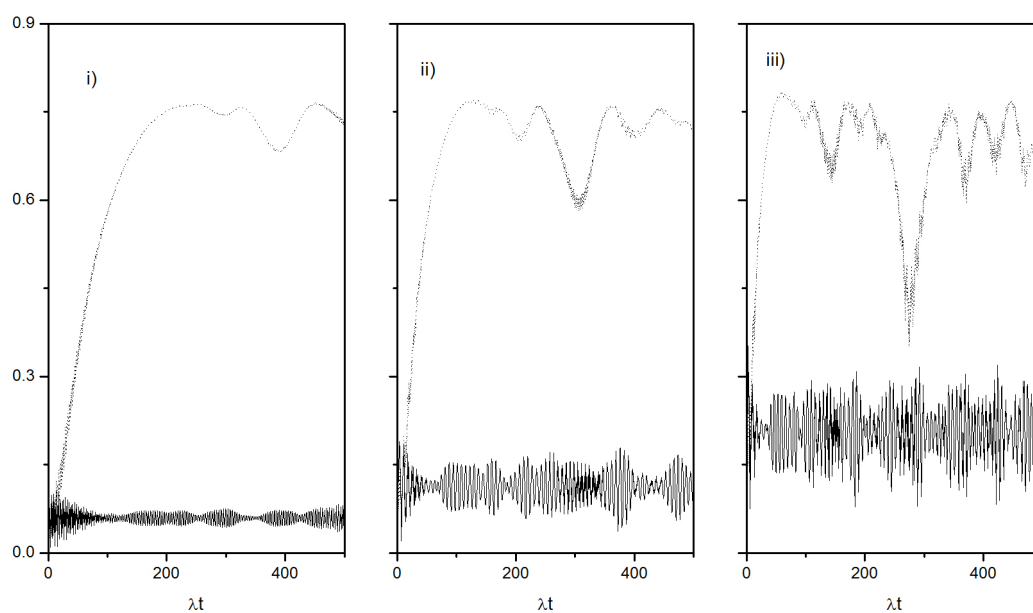


Figura 2.9: Entropias lineares associadas ao modo b (curva pontilhada) e ao átomo (curva contínua) calculadas para três conjuntos distintos de parâmetros.

3 *Engenharia de reservatório para um sistema de dois níveis*

Neste capítulo vamos mostrar como implementar a proteção de estados de superposição não-estacionários de um sistema de dois níveis. Tal implementação baseia-se integralmente na técnica de engenharia de reservatório desenvolvida inicialmente para proteger estados vibracionais de íons aprisionados e que vem, ao longo dessa, sendo empregada no contexto de sistemas de dois níveis atômicos, objetivando a proteção de estados estacionários. Assim sendo, o fato de estarmos propondo um esquema de proteção de estados não-estacionários, amplia as perspectivas de possíveis aplicações da técnica de engenharia de reservatório.

De forma geral, a principal meta do esquema de engenharia de reservatório é obter, na representação de interação, uma equação mestra na forma

$$\dot{\rho} = \frac{\Gamma}{2} \left(2\mathcal{O}\rho\mathcal{O}^\dagger - \mathcal{O}^\dagger\mathcal{O}\rho - \rho\mathcal{O}^\dagger\mathcal{O} \right), \quad (3.1)$$

onde Γ é a taxa de decaimento efetivo do reservatório artificial e o operador de Lindblad \mathcal{O} é independente do tempo. Para que o estado a ser protegido mediante a engenharia de reservatório apresente imunidade aos efeitos de decoerência deve-se admitir que a equação mestra acima conduza o sistema ao equilíbrio, cujo estado seja único e puro. Isto pode ser cumprido, desde que \mathcal{O} apresente um único auto-estado $|\Psi\rangle$ de auto-valor nulo. Nestes termos, podemos afirmar que a engenharia de reservatório contemplada pela equação acima protege o estado $|\Psi\rangle$ dos efeitos de decoerência.

Segundo a proposta da Ref. (53), é possível considerar que o operador \mathcal{O} apresente uma dependência temporal de modo que a proteção do estado seja ainda garantida. No entanto, deve-se assumir uma evolução adiabática dos parâmetros do reservatório artificial, caracterizada por uma taxa de variação ϖ do operador \mathcal{O} tal que $\varpi/\Gamma \ll 1$. Conseqüentemente, o estado protegido apresenta uma evolução adiabática descrita por $|\Psi(t)\rangle$, que é o único auto-estado de auto-valor nulo do operador \mathcal{O} no tempo t .

No intuito de contornar a restrição adiabática imposta pelo protocolo da Ref. (53), propo-

mos um esquema para a evolução de estados protegidos da decoerência que se baseia em uma dinâmica para o sistema, na representação de interação, não mais governada pela Eq.(3.1) e sim pela equação

$$\dot{\rho} = -i[H(t), \rho] + \frac{\Gamma}{2} \left(2O(t)\rho O^\dagger(t) - O^\dagger(t)O(t)\rho - \rho O^\dagger(t)O(t) \right), \quad (3.2)$$

onde $H(t)$ e $O(t)$ apresentam dependências temporais isentas de imposições adiabáticas. No entanto, impomos condições a $H(t)$ e $O(t)$ tais que

$$O(t) = U(t)\tilde{O}U^\dagger(t),$$

onde $U(t) = \hat{T} \exp(-i \int H(t) dt)$, sendo \hat{T} o operador de ordenamento temporal e \tilde{O} um operador de Lindblad independente do tempo com as mesmas propriedades apresentadas por \mathcal{O} . Dessa forma, ao realizar a transformação unitária sobre a Eq.(3.2), mediante $U(t)$, temos

$$\dot{\tilde{\rho}} = \frac{\Gamma}{2} \left(2\tilde{O}\tilde{\rho}\tilde{O}^\dagger - \tilde{O}^\dagger\tilde{O}\tilde{\rho} - \tilde{\rho}\tilde{O}^\dagger\tilde{O} \right).$$

Como a equação acima apresenta as mesmas propriedades da Eq.(3.1), pode-se concluir que o sistema atinge assintoticamente um estado $|\widetilde{\Psi}\rangle$ independente do tempo, protegido da decoerência. Portanto, ao retornar à representação original, mediante $U(t)|\widetilde{\Psi}\rangle$, vemos que o estado apresenta uma evolução temporal governada pelo hamiltoniano $H(t)$, o que cumpre o objetivo do nosso esquema.

Veremos que a proposta se mostra robusta ao considerarmos os efeitos de perda devido a presença do ambiente, sendo que o sistema de dois níveis realiza trajetórias sobre a esfera de Bloch que possibilitam a obtenção de fases geométricas, adquiridas pelo vetor de estado, imunes aos indesejáveis efeitos de decoerência. Neste sentido, faremos uma comparação com outras propostas de medida robusta da fase geométrica, encontradas nas referências (53, 54).

Pode-se dizer que a essência de um protocolo de engenharia de reservatório está na construção de uma interação efetiva entre o sistema (de dois níveis no nosso caso) e o reservatório artificial, que será obtida mediante a ação de campos clássicos apropriadamente configurados. A interação efetiva combinada à forte taxa de decaimento da cavidade (que fará o papel de reservatório artificial) produz uma dinâmica efetiva capaz de levar o sistema de dois níveis às situações de equilíbrio caracterizadas por estados de superposição não-estacionários, podendo ser classificados em dois tipos de evoluções sobre a esfera de Bloch, a saber, azimutal e polar.

Acreditamos, que a presente proposta possa ser aplicável a sistemas quânticos diversos, em razão da descrição hamiltoniana utilizada ser comum a vários contextos físicos. No entanto,

circunstanciamos a presente proposta considerando dois níveis eletrônicos de um íon aprisionado, caracterizado pela frequência de transição ω_0 entre os estados fundamental $|g\rangle$ e excitado $|e\rangle$ e frequência de aprisionamento ν . O íon é excitado por (um ou dois) campos clássicos de frequências ω_1 e ω_2 que promovem transições de dipolo entre os estados eletrônicos $|g\rangle$ e $|e\rangle$, cuja constante de acoplamento associada ao campo 1(2) é definida como $\Omega_{1(2)} = |\Omega_{1(2)}| e^{i\varphi_{1(2)}}$, sendo $\varphi_{1(2)}$ a fase relativa do campo clássico 1(2). Outrossim, o íon está localizado no interior de uma cavidade não ideal (que faz as vezes do reservatório) o que promove uma interação do tipo Jaynes-Cummings entre os dois níveis eletrônicos do íon com um único modo da cavidade de frequência ω_a . Portanto, o sistema que acabamos de descrever é representado pelo hamiltoniano

$$H = \omega_a a^\dagger a + \frac{\omega_0}{2} \sigma_z + \nu b^\dagger b + \left\{ \lambda_a \cos(\vec{k}_a \cdot \vec{x}) a \sigma_{eg} + \left[\Omega_1 e^{i(\vec{k}_1 \cdot \vec{x} - \omega_1 t)} + \Omega_2 e^{i(\vec{k}_2 \cdot \vec{x} - \omega_2 t)} \right] \sigma_{eg} + \text{h.c.} \right\},$$

onde a^\dagger (a) e b^\dagger (b) são os operadores de criação (aniquilação) do campo de radiação da cavidade e do grau de liberdade vibracional, respectivamente, cujo operador posição do centro de massa do íon é definido como $\vec{x} = \frac{1}{\sqrt{2m\nu}} (b^\dagger + b) \hat{x}$ (sendo m a massa do íon). e $\sigma_{kl} \equiv |k\rangle \langle l|$ ($k, l = \{g, e\}$) são os operadores de Pauli utilizados para descrever transições entre os estados eletrônicos como também definir as energias destes.

Vamos admitir que o modo vibracional do íon não se acople com os demais graus de liberdade do sistema. Para tanto, assumimos que os vetores de onda \vec{k}_a , \vec{k}_1 e \vec{k}_2 (associados ao modo da cavidade e aos campos clássicos, respectivamente) sejam ortogonais a \vec{x} . Desse modo, pode-se chegar ao hamiltoniano de partida para o desenvolvimento dos protocolos do presente capítulo:

$$H = \omega_a a^\dagger a + \frac{\omega_0}{2} \sigma_z + \left\{ \lambda_a a \sigma_{eg} + \left[\Omega_1 e^{-i\omega_1 t} + \Omega_2 e^{-i\omega_2 t} \right] \sigma_{eg} + \text{h.c.} \right\}, \quad (3.3)$$

A seguir mostraremos, mediante o hamiltoniano acima, como implementar evoluções azimutais (livres de decoerência e não-adiabáticas) sobre a esfera de Bloch. Em seguida discutiremos uma situação particular, contemplando o protocolo da Ref. (53), onde a evolução sobre a esfera de Bloch é realizada sob a condição adiabática. Finalizaremos, mostrando o protocolo para evoluções polares (livres de decoerência e não-adiabáticas) sobre a esfera de Bloch, analisando também a medida da fase geométrica associada a este tipo de trajetória.

3.1 Evoluções azimutais

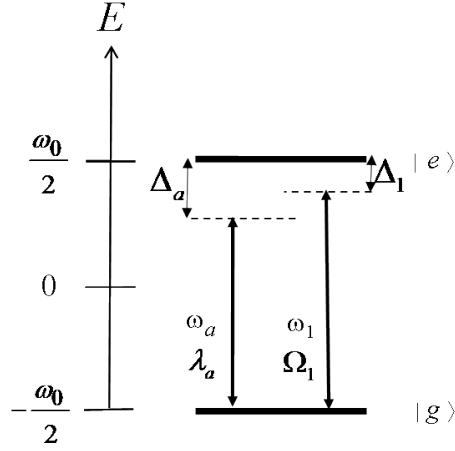


Figura 3.1: Configuração dos campos de radiação necessária para a implementação de evoluções azimutais livres de decoerência.

O protocolo associado a evoluções azimutais na esfera de Bloch para o sistema de dois níveis, requer apenas um dos campos clássicos encontrados no hamiltoniano da Eq.(3.3). Portanto, o presente esquema tem como ponto de partida o hamiltoniano

$$H^{az} = \omega_a a^\dagger a + \frac{\omega_0}{2} \sigma_z + [\lambda_a a \sigma_{eg} + \Omega_1 e^{-i\omega_1 t} \sigma_{eg} + \text{h.c.}].$$

Após a transformação unitária mediante o operador $U_1 = e^{-i(\omega_a a^\dagger a + \frac{\omega_1}{2} \sigma_z)t}$, a descrição hamiltoniana acima acaba assumindo a forma $H_1 = H_{at} + V$, onde

$$\begin{aligned} H_{at} &= \frac{\Delta_1}{2} \sigma_z + (\Omega_1 \sigma_{eg} + \Omega_1^* \sigma_{ge}) ; \\ V &= \lambda_a \left(e^{-i\delta_a t} a \sigma_{eg} + e^{i\delta_a t} a^\dagger \sigma_{ge} \right). \end{aligned}$$

Portanto, é possível perceber que a configuração dos campos apresenta dessintonias que podem ser contempladas pelo diagrama da Fig.(3.1). No caso do campo clássico definimos $\Delta_1 = \omega_0 - \omega_1$, que representa a dessintonia entre as frequências do campo laser e da transição atômica. Para o campo quântico a dessintonia entre as frequências do laser e o modo da cavidade é definida por $\delta_a = \omega_a - \omega_1$.

No intuito de observar efeitos ressonantes entre os parâmetros δ_a, Ω_1 e Δ_1 , iremos para um referencial girante mediante a transformação unitária $U_2^\dagger H_1 U_2 = H_{at}$, com $U_2 = e^{-iH_{at}t}$. Tal

procedimento nos leva ao hamiltoniano

$$H_2 = \lambda_a e^{-i\delta_a t} a \left[A(|+\rangle\langle+| - |-\rangle\langle-|) + A_{+-} e^{i\sqrt{4|\Omega_1|^2 + \Delta_1^2} t} |+\rangle\langle-| + A_{-+} e^{-i\sqrt{4|\Omega_1|^2 + \Delta_1^2} t} |-\rangle\langle+| \right] e^{-i\varphi_1} + \text{h.c.},$$

onde $A = \frac{\sqrt{4-\chi^2}}{4}$, $A_{+-} = -\frac{2+\chi}{4}$ e $A_{-+} = \frac{2-\chi}{4}$, sendo χ um parâmetro adimensional definido como $\chi = \frac{\Delta_1}{\sqrt{|\Omega_1|^2 + \frac{\Delta_1^2}{4}}}$. A base $\{|+\rangle, |-\rangle\}$, que é diagonal em relação ao hamiltoniano H_{at} , foi utilizada para prontificar os cálculos da transformação (33). Sua conexão com a base $\{|e\rangle, |g\rangle\}$ é descrita pela equação

$$\begin{pmatrix} |+\rangle \\ |-\rangle \end{pmatrix} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} C_+ & e^{i\varphi_1} C_- \\ C_- & -e^{i\varphi_1} C_+ \end{pmatrix} \begin{pmatrix} |e\rangle \\ |g\rangle \end{pmatrix},$$

onde $C_{(\pm)} = \sqrt{2 \pm \chi}$.

Se a frequência do laser estiver longe da frequência do modo da cavidade, de forma que $\delta_a \gg \lambda_a$, os termos do hamiltoniano acima podem apresentar fortes oscilações. Porém a condição $\delta_a = -\sqrt{4|\Omega_1|^2 + \Delta_1^2}$ garante a permanência de dois termos ao hamiltoniano após a aproximação de onda girante. Com efeito, podemos inferir como interação efetiva associada ao hamiltoniano acima a forma

$$H_{ef} = \lambda_{ef} \left(e^{i\varphi_1} \sigma_{-+} a^\dagger + e^{-i\varphi_1} \sigma_{+-} a \right),$$

onde $\lambda_{ef} = \frac{\lambda_a}{2} \left(1 - \frac{\chi}{2} \right)$ e $\sigma_{\pm\mp} = |\pm\rangle\langle\mp|$. O acoplamento efetivo apresenta uma dependência com relação ao parâmetro χ cujo valor assumido está intimamente ligado à configuração do campo laser a ser escolhida. Portanto é possível perceber que χ pode variar entre o intervalo $[-2, 2]$, dependendo da configuração dos campos, o que impõe limites de validade para a interação acima. Desse modo, nos limitaremos a valores de χ que possibilitem acoplamentos efetivos da ordem do acoplamento átomo-campo, ou seja, χ é tal que $\lambda_{ef}(\chi) \sim \lambda_a$. Como consequência disso, surge um limite superior para o parâmetro χ , a saber, $\chi_{\max} \ll 2$.

Uma vez construída a interação entre o sistema de interesse e o reservatório artificial (i.e., H_{ef}), acrescentamos os mecanismos de dissipação atribuídos ao reservatório artificial bem como ao ambiente para o sistema de dois níveis. Podemos considerar tais efeitos de dissipação es-

crevendo a equação mestra (na representação em que obtemos H_{ef})

$$\begin{aligned} \dot{\tilde{\rho}} &= -i[H_{ef}, \tilde{\rho}] + \frac{\Gamma}{2} \left(2a\tilde{\rho}a^\dagger - a^\dagger a\tilde{\rho} - \tilde{\rho}a^\dagger a \right) \\ &\quad + \frac{\gamma}{2} (2\tilde{\sigma}_{ge}\tilde{\rho}\tilde{\sigma}_{eg} - \tilde{\sigma}_{ee}\tilde{\rho} - \tilde{\rho}\tilde{\sigma}_{ee}), \end{aligned}$$

onde Γ e γ são as taxas de decaimento da cavidade e do átomo respectivamente, e o operador de Lindblad atômico é definido como $\tilde{\sigma}_{ge} = U_2^\dagger U_1^\dagger \sigma_{ge} U_1 U_2$.

Para que a cavidade faça o papel de reservatório artificial, Γ deve obrigatoriamente definir a escala de tempo mais rápida do sistema descrito acima (i.e., $\Gamma \gg \lambda_{ef}, \gamma$). Com efeito, é neste regime que demonstraremos que a evolução livre juntamente com os efeitos de perda da cavidade formam efetivamente a dinâmica do reservatório artificial que desejamos implementar. Para tanto, seguiremos de forma similar os passos contidos na Ref. (72).

Primeiramente, vamos projetar a equação acima na base de fock $\{|n\rangle\}$ do campo da cavidade, ou seja:

$$\begin{aligned} \dot{\tilde{\rho}}_{n,m} &= -i\lambda_{ef} \left[\left(e^{i\varphi_1} \sigma_{+-} \sqrt{n} \tilde{\rho}_{n-1,m} + e^{-i\varphi_1} \sigma_{-+} \sqrt{n+1} \tilde{\rho}_{n+1,m} \right) \right. \\ &\quad \left. - \left(e^{i\varphi_1} \sqrt{m+1} \tilde{\rho}_{n,m+1} \sigma_{+-} + e^{-i\varphi_1} \sqrt{m} \tilde{\rho}_{n,m-1} \sigma_{-+} \right) \right] \\ &\quad + \left(\Gamma \sqrt{(n+1)(m+1)} \tilde{\rho}_{n+1,m+1} - \frac{\Gamma}{2} (n+m) \tilde{\rho}_{n,m} \right) + \tilde{\mathcal{L}} \tilde{\rho}_{n,m}, \end{aligned}$$

onde $\tilde{\mathcal{L}} \tilde{\rho}_{n,m} = \frac{\gamma}{2} (2\tilde{\sigma}_{ge}\tilde{\rho}_{n,m}\tilde{\sigma}_{eg} - \tilde{\sigma}_{ee}\tilde{\rho}_{n,m} - \tilde{\rho}_{n,m}\tilde{\sigma}_{ee})$. Graças ao regime $\Gamma \gg \lambda_{ef}, \gamma$ e ao fato de estarmos considerando que a temperatura é aproximadamente zero, podemos truncar o sistema infinito de equações acopladas acima, reduzindo-o a um sistema de dois níveis, considerando apenas o estado de vácuo $|0\rangle$ e o estado de um fóton $|1\rangle$ da cavidade. Com efeito, o sistema será muito bem descrito somente pelas equações

$$\dot{\tilde{\rho}}_{0,0} = -i\lambda_{ef} (e^{-i\varphi_1} \sigma_{-+} \tilde{\rho}_{1,0} - e^{i\varphi_1} \tilde{\rho}_{0,1} \sigma_{+-}) + \Gamma \tilde{\rho}_{1,1} + \tilde{\mathcal{L}} \tilde{\rho}_{0,0} \quad (3.5)$$

$$\dot{\tilde{\rho}}_{1,0} = -i\lambda_{ef} (e^{i\varphi_1} \sigma_{+-} \tilde{\rho}_{0,0} - e^{-i\varphi_1} \tilde{\rho}_{1,1} \sigma_{-+}) - \frac{\Gamma}{2} \tilde{\rho}_{1,0} + \tilde{\mathcal{L}} \tilde{\rho}_{1,0} = \dot{\tilde{\rho}}_{0,1}^* \quad (3.6)$$

$$\dot{\tilde{\rho}}_{1,1} = -i\lambda_{ef} (\top e^{i\varphi_1} \sigma_{+-} \tilde{\rho}_{0,1} - e^{-i\varphi_1} \tilde{\rho}_{1,0} \sigma_{-+}) - \Gamma \tilde{\rho}_{1,1} + \tilde{\mathcal{L}} \tilde{\rho}_{1,1}, \quad (3.7)$$

que são completamente similares às equações projetadas na base atômica encontradas na referência (72).

O forte decaimento Γ leva o sistema (átomo + reservatório artificial) praticamente a uma situação de equilíbrio¹. Portanto, para efeitos práticos, podemos considerar que $\dot{\tilde{\rho}}_{1,0} \simeq 0$, o que

¹De fato, o sistema entrará em equilíbrio, numa escala de tempo muito maior. A saber, na escala de tempo associada a γ .

resulta nas equações

$$\begin{aligned}\tilde{\rho}_{1,0} &= -i2\frac{\lambda_{ef}}{\Gamma} (e^{i\varphi_1} \sigma_{+-} \tilde{\rho}_{0,0} - e^{i\varphi_1} \tilde{\rho}_{1,1} \sigma_{+-}) ; \\ \tilde{\rho}_{0,1} &= -i2\frac{\lambda_{ef}}{\Gamma} (e^{-i\varphi_1} \sigma_{-+} \tilde{\rho}_{1,1} - e^{-i\varphi_1} \tilde{\rho}_{0,0} \sigma_{-+}),\end{aligned}$$

que podem ser substituídas nas Eqs. (3.5) e (3.7), fazendo com que $\tilde{\rho}_{1,0}$ e $\tilde{\rho}_{0,1}$ sejam eliminados da dinâmica dos elementos de matriz diagonais. Podemos então obter a dinâmica do operador densidade reduzido atômico $\tilde{\rho}_{at}$, visto que efetivamente $\tilde{\rho}_{0,0} + \tilde{\rho}_{1,1} \simeq \tilde{\rho}_{at}$. Portanto, ao seguir estas prescrições chega-se à equação

$$\dot{\tilde{\rho}}_{at} = \frac{\Gamma_{eng}}{2} (2\sigma_{+-} \tilde{\rho}_{at} \sigma_{-+} - \sigma_{--} \tilde{\rho}_{at} - \tilde{\rho}_{at} \sigma_{--}) + \tilde{\mathcal{L}} \tilde{\rho}_{at}, \quad (3.8)$$

onde $\Gamma_{eng} = \frac{4\lambda_{ef}^2}{\Gamma}$ e o termo $\frac{\Gamma_{eng}}{2} (2\sigma_{+-} \tilde{\rho}_{at} \sigma_{-+} - \sigma_{--} \tilde{\rho}_{at} - \tilde{\rho}_{at} \sigma_{--})$ representa a realização da engenharia de reservatório.

A título de examinar exclusivamente o termo responsável pela engenharia de reservatório, vamos desprezar os efeitos do meio ambiente por ora, assumindo $\gamma = 0$. Conseqüentemente, somos capazes de determinar o estado assintótico nesta situação, a saber, $\tilde{\rho}_{at(eq)} = |+\rangle\langle+|$. Ou seja, fazendo $\dot{\tilde{\rho}}_{at} = 0$ é possível identificar o estado de superposição $|+\rangle$ como o estado de equilíbrio do sistema. É importante notar que o estado assintótico $\tilde{\rho}_{at(eq)}$ se encontra em um referencial girante e, portanto, torna-se conveniente reverter as transformações unitárias de modo a identificar inequivocamente o estado de equilíbrio obtido pela engenharia de reservatório. Para tanto, ao calcular $\tilde{\rho}_{at(eq)}$ na representação de interação, obtemos o estado $\rho_{at(eq)} = |+(t)\rangle\langle+(t)|$, onde

$$|+(t)\rangle = \frac{1}{2} \left(\sqrt{2+\chi} |e\rangle + e^{i(\varphi_1 - \Delta_1 t)} \sqrt{2-\chi} |g\rangle \right), \quad (3.9)$$

mostrando que o estado de equilíbrio apresenta uma evolução temporal azimutal dependente da dessintonia da frequência do campo clássico em relação à transição atômica. Ressaltamos que na ressonância, ou seja $\Delta_1 = 0$, perde-se a dependência temporal e o estado de equilíbrio se encontra no equador da superfície da esfera de Bloch. Outrossim, em razão da restrição imposta aos valores assumidos pelo parâmetro χ (i.e., $\chi_{\max} \ll 2$), nota-se que os estados próximos ao polo norte da esfera de Bloch não são estados de equilíbrio permitidos pela engenharia de reservatório.

Vimos que o efeito exclusivo do reservatório artificial, contemplado pela equação $\dot{\tilde{\rho}}_{at} = \frac{\Gamma_{eng}}{2} (2\sigma_{+-} \tilde{\rho}_{at} \sigma_{-+} - \sigma_{--} \tilde{\rho}_{at} - \tilde{\rho}_{at} \sigma_{--})$, leva o átomo de dois níveis assintoticamente a uma evolução coerente em torno do eixo polar da esfera de Bloch. No entanto, para avaliar a robustez

que a presente engenharia de reservatório nos oferece, será necessário levar em conta os efeitos inerentes ao meio ambiente, ou seja, devemos assumir $\gamma \neq 0$, onde optamos convenientemente por analisar estes efeitos no referencial em que definimos H_1 . Para tanto, substituímos a relação $\tilde{\rho}_{at} = U_2^\dagger \rho_{at} U_2$ na Eq.(3.8) o que, após algumas passagens algébricas, dá origem à equação

$$\begin{aligned} \dot{\rho}_{at} = & -i[\zeta(\sigma_{++} - \sigma_{--}), \rho_{at}] + \frac{\Gamma_{eng}}{2}(2\sigma_{+-}\rho_{at}\sigma_{-+} - \sigma_{--}\rho_{at} - \rho_{at}\sigma_{--}) \\ & + \frac{\gamma}{2}(2\sigma_{ge}\rho_{at}\sigma_{eg} - \sigma_{ee}\rho_{at} - \rho_{at}\sigma_{ee}), \end{aligned} \quad (3.10)$$

onde $\zeta = \sqrt{|\Omega_1|^2 + \frac{\Delta_1^2}{4}}$ e $\sigma_{\pm\pm} = |\pm\rangle\langle\pm|$. Ao projetar a equação acima na base atômica $\{|+\rangle, |-\rangle\}$, obtemos as equações para os elementos de matriz

$$\begin{aligned} \dot{\rho}_{at}^{++} &= \Gamma_{eng} + \tilde{\gamma}(\chi^2 - 2) - [\Gamma_{eng} + 2\tilde{\gamma}(\chi^2 + 4)]\rho_{at}^{++} \\ &\quad - \tilde{\gamma}\chi(4 - \chi^2)^{\frac{1}{2}}\rho_{at}^{+-} - \tilde{\gamma}\chi(4 - \chi^2)^{\frac{1}{2}}\rho_{at}^{-+}; \\ \dot{\rho}_{at}^{+-} &= \tilde{\gamma}(\chi^2 - 2) - 2\tilde{\gamma}\chi(4 - \chi^2)^{\frac{1}{2}}\rho_{at}^{++} \\ &\quad - \left[\frac{\Gamma_{eng}}{2} + 2\tilde{\gamma}(\chi^2 - 12) - i2\zeta\right]\rho_{at}^{+-} \\ &\quad + \tilde{\gamma}(4 - \chi^2)^{\frac{1}{2}}\rho_{at}^{-+}, \end{aligned}$$

onde $\tilde{\gamma} = \frac{\gamma}{16}$. Mediante a equação $\dot{\rho}_{at} = 0$, é possível determinar a solução assintótica do sistema atômico, sendo que ρ_{at}^{++} e ρ_{at}^{+-} assumem formas simplificadas sob a consideração de que a taxa de decaimento do reservatório artificial domine a dinâmica de equilíbrio do sistema. Ou seja, ao admitir que $\gamma \ll \Gamma_{eng}$, é possível chegar, após algumas passagens algébricas, às expressões

$$\begin{aligned} \rho_{++(eq)} &= 1 - \varepsilon_{++}; \\ \rho_{+-}(eq) &= -i\varepsilon_{+-}. \end{aligned}$$

onde $\varepsilon_{++} = \frac{\gamma}{\Gamma_{eng}}\left(\frac{2+\chi}{8}\right)^2$ e $\varepsilon_{+-} = \frac{\gamma}{4\lambda_{ef}}$. Levando em conta as relações de ordem de grandeza entre os parâmetros que utilizamos até o presente momento (ou seja, $\Gamma \gg \lambda_{eff} \gg \gamma$ e $\Gamma_{eng} \gg \gamma$), vemos que tanto ε_{++} como ε_{+-} apresentam valores muito menores que a unidade. Com efeito, o estado de equilíbrio do sistema na presença dos efeitos do banho ainda pode ser considerado como $\rho_{at}(eq) \simeq |+\rangle\langle+|$, sendo que o banho introduz uma pequena perda na fidelidade deste estado, que pode ser calculada através da equação

$$\mathcal{F} = \text{Tr}[|+\rangle\langle+|\rho_{at}(eq)] = 1 - \varepsilon_{++}.$$

Para ilustrar o pequeno erro introduzido pelo banho, percebemos que ao assumir $\Gamma_{eng} \simeq 10$ γ já temos uma fidelidade superior a 99%, o que atesta a robustez do presente esquema no que

diz respeito aos efeitos de perda provocados pelo banho.

3.1.1 Evolução adiabática guiada pelo reservatório artificial

Muito embora tenhamos visto que o esquema proposto nesta seção é capaz de realizar evoluções temporais azimutais sob os efeitos do ambiente, vamos considerar nesta subseção o caso particular onde $\Delta_1 = 0$ que, conforme a Eq.(3.9), resulta na proteção do estado estacionário $|+\rangle_{\Delta_1=0} = \frac{1}{\sqrt{2}} (|e\rangle + e^{i\varphi_1} |g\rangle)$. Nesta situação temos a possibilidade de realizar uma pequena digressão acerca dos resultados encontrados nas referências (53, 54). De acordo com tais trabalhos é possível realizar uma evolução adiabática do estado $|+\rangle_{\Delta_1=0}$ mediante uma evolução temporal lenta do parâmetro φ_1 de forma que seja garantido o equilíbrio do estado a todo momento da evolução adiabática. Portanto, temos um protocolo de evolução coerente, na presença do banho, controlada adiabaticamente por parâmetros do reservatório artificial.

Mostraremos que a imposição adiabática, inerente ao protocolo da Ref. (53), trás consequências sobre a qualidade da coerência da evolução do estado. Para tanto, a nossa análise partirá da Eq. (3.10) considerando $\Delta_1 = 0$. Com efeito, a equação mestra assume a forma

$$\begin{aligned} \dot{\rho}_{at} = & -i[|\Omega_1|(\sigma_{++} - \sigma_{--}), \rho_{at}] + \frac{\Gamma_{eng}}{2} (2\sigma_{+-}\rho_{at}\sigma_{-+} - \sigma_{--}\rho_{at} - \rho_{at}\sigma_{--}) \\ & + \frac{\gamma}{2} (2\sigma_{ge}\rho_{at}\sigma_{eg} - \sigma_{ee}\rho_{at} - \rho_{at}\sigma_{ee}), \end{aligned}$$

onde os operadores de Pauli são compostos pelos estados $|\pm\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|e\rangle \pm e^{i\varphi_1} |g\rangle)$ e, por ora, não iremos considerar os efeitos do ambiente (i.e., $\gamma = 0$), no intuito de simplificar o entendimento dos nossos argumentos. Portanto, nossa discussão baseia-se na equação

$$\dot{\rho}_{at} = -i[|\Omega_1|(\sigma_{++} - \sigma_{--}), \rho_{at}] \quad (3.11)$$

$$+ \frac{\Gamma_{eng}}{2} (2\sigma_{+-}\rho_{at}\sigma_{-+} - \sigma_{--}\rho_{at} - \rho_{at}\sigma_{--}), \quad (3.12)$$

que apresenta $|+\rangle_{\Delta_1=0}$ como estado de equilíbrio. Para maior simplicidade, analisaremos a equação acima eliminando o termo de Von Neumann mediante a transformação unitária $\rho_{at} = U\tilde{\rho}_{at}U^\dagger$, onde $U = e^{-i|\Omega_1|(\sigma_{++}-\sigma_{--})t}$. Portanto, neste novo referencial ficamos com a equação

$$\dot{\tilde{\rho}}_{at} = \frac{\Gamma_{eng}}{2} (2\sigma_{+-}\tilde{\rho}_{at}\sigma_{-+} - \sigma_{--}\tilde{\rho}_{at} - \tilde{\rho}_{at}\sigma_{--}).$$

Ao admitir que a fase relativa do campo clássico φ_1 passe a variar adiabaticamente, teremos uma dependência temporal na equação mestra acima de modo que podemos escrevê-la na forma

$$\dot{\tilde{\rho}}_{at} = \frac{\Gamma_{eng}}{2} (2\sigma_{+-}(t)\tilde{\rho}_{at}\sigma_{-+}(t) - \sigma_{--}(t)\tilde{\rho}_{at} - \tilde{\rho}_{at}\sigma_{--}(t)),$$

cujo operador de Lindblad é definido como $\sigma_{+-}(t) = \frac{1}{2} \left(|e\rangle + e^{-i\varphi_1(t)} |g\rangle \right) \left(\langle e| - e^{i\varphi_1(t)} \langle g| \right)$. Portanto, a equação mestra acima pode ser considerada como uma implementação da proposta teórica da Ref. (53) ao supor que o parâmetro φ_1 varie lentamente, implicando na evolução adiabática do estado de equilíbrio.

Para perceber as consequências trazidas pela adiabaticidade imposta, se torna conveniente realizar a transformação $\tilde{\rho}_{at} = U \rho_{at} U^\dagger$, onde $U = e^{i\frac{\varphi_1(t)}{2} \sigma_z}$. Tal procedimento nos leva a equação

$$\dot{\rho}_{at} = -i \left[\frac{\dot{\varphi}_1}{2} (\sigma_{-+} + \sigma_{+-}), \rho_{at} \right] + \frac{\Gamma_{eng}}{2} (2\sigma_{+-} \rho_{at} \sigma_{-+} - \sigma_{--} \rho_{at} - \rho_{at} \sigma_{--}),$$

cujo operador de Lindblad assume a forma $\sigma_{+-} = |\widetilde{+}\rangle \langle \widetilde{-}|$, onde $|\widetilde{\pm}\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|e\rangle \pm |g\rangle)$, o que remove a temporalidade do Liouvilliano.

A equação acima possibilita entender como a coerência da evolução do estado de equilíbrio é afetada pela velocidade $\dot{\varphi}_1$. Primeiramente, é importante notar que, se efetuarmos a correspondência $\{-\} \rightarrow \{g\}$, a equação acima apresenta a mesma forma da equação que descreve um átomo de dois níveis, sob os efeitos de perda, excitado por um campo laser ressonante. Ou seja, temos o termo de Von Neumann promovendo transições entre os estados $\frac{|e\rangle + |g\rangle}{\sqrt{2}}$ e $\frac{|e\rangle - |g\rangle}{\sqrt{2}}$ a uma taxa definida pela frequência de Rabi $\dot{\varphi}_1$ e o *Liouvilliano* que procura levar o sistema para o estado $\frac{|e\rangle + |g\rangle}{\sqrt{2}}$.

De acordo com a correspondência acima, podemos vislumbrar dois casos limites. O primeiro deles surge ao admitir-se que $\dot{\varphi}_1 \gg \Gamma_{eng}$, o que torna o estado assintótico uma mistura estatística dos estados $|\widetilde{+}\rangle$ e $|\widetilde{-}\rangle$, a exemplo do que correspondentemente acontece com o átomo de dois níveis sujeito a perdas e submetido a um forte campo clássico. O segundo caso surge quando $\dot{\varphi}_1 \ll \Gamma_{eng}$, o que leva o sistema ao estado de equilíbrio $|\widetilde{+}\rangle$, visto que a situação correspondente é representada por um átomo de dois níveis submetido a um decaimento forte e excitado fracamente por um campo laser. Este último caso é aquele que nos interessa, pois ele mantém a superposição entre os estados $|e\rangle$ e $|g\rangle$ com o parâmetro φ_1 variando lentamente com relação a taxa de decaimento Γ_{eng} . Também é possível perceber, de acordo com essa análise, que a condução adiabática do estado contribui para a perda da fidelidade do estado evoluído $|\widetilde{+}\rangle$, caracterizada pela razão $\frac{\dot{\varphi}_1}{\Gamma_{eng}}$. Portanto, temos uma perda de fidelidade do estado evoluído que é inerente ao protocolo da Ref. (53), visto que não levamos em conta os efeitos do ambiente nesta análise.

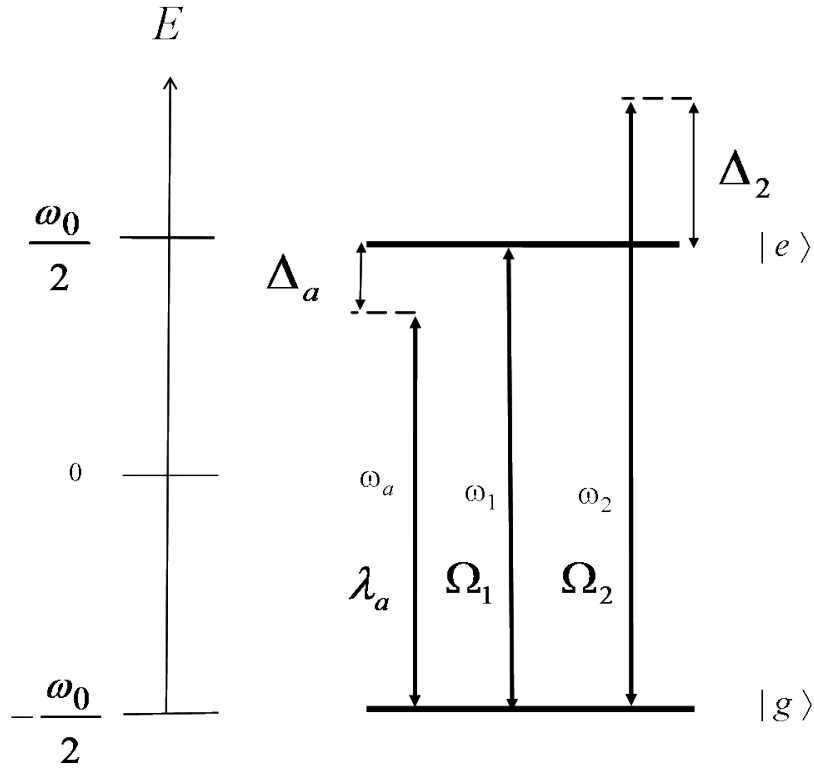


Figura 3.2: Configuração dos campos de radiação necessária para a implementação de evoluções polares livres de decoerência.

3.2 Evoluções polares

Para implementar evoluções livres de decoerência associadas a trajetórias polares na esfera de Bloch, necessitamos de dois campos clássicos. Portanto, o presente esquema tem como ponto de partida o hamiltoniano

$$H = \omega_a a^\dagger a + \frac{\omega_0}{2} \sigma_z + [\lambda_a a \sigma_{eg} + \Omega_1 e^{-i\omega_1 t} \sigma_{eg} + \Omega_2 e^{-i\omega_2 t} \sigma_{eg} + \text{h.c.}].$$

Para visualizar a configuração das frequências dos campos requerida no presente protocolo, escrevemos o hamiltoniano acima na representação de interação, ou seja

$$V = \lambda_a a \sigma_{eg} e^{-i\delta_a t} + \Omega_1 \sigma_{eg} + \Omega_2 e^{-i\Delta_2 t} \sigma_{eg} + \text{h.c.}, \quad (3.14)$$

onde vemos que a frequência do primeiro campo clássico é ressonante à transição atômica e as frequências dos demais campos apresentam dessintonias $\delta_a = \omega_a - \omega_0$ e $\Delta_2 = \omega_2 - \omega_0$, conforme pode ser visto no diagrama da Fig.(3.2).

Para obtermos a interação necessária entre o sistema de dois níveis e o reservatório artificial, torna-se conveniente conduzir V a um referencial que gira com a frequência de Rabi $|\Omega_1|$.

Portanto, mediante a transformação unitária $U_1 = e^{-i(\Omega_1 \sigma_{eg} + \Omega_1^* \sigma_{ge})t}$, chega-se ao hamiltoniano

$$H_1 = \left\{ \lambda_a a e^{-i\delta_a t} \frac{e^{-i\varphi_1}}{2} \left[(|+\rangle \langle +| - |+\rangle \langle -| e^{i2|\Omega_1|t} + |-\rangle \langle +| e^{-i2|\Omega_1|t} - |-\rangle \langle -|) \right] \right. \\ \left. + \Omega_2 \frac{e^{-i\varphi_1}}{2} \left[e^{-i\Delta_2 t} (|+\rangle \langle +| - |+\rangle \langle -| e^{i2|\Omega_1|t} + |-\rangle \langle +| e^{-i2|\Omega_1|t} - |-\rangle \langle -|) \right] + \text{h.c.} \right\},$$

onde usamos os estados $|\pm\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|e\rangle \pm e^{i\varphi_1} |g\rangle)$ como base atômica para descrever H_1 . Admitindo que $\Delta_2 + 2|\Omega_1| = 0$, o hamiltoniano acima pode ser reescrito como

$$H_1 = \left\{ \tilde{\lambda}_a a e^{-i\delta_a t} \left[(|+\rangle \langle +| - |+\rangle \langle -| e^{i2|\Omega_1|t} + |-\rangle \langle +| e^{-i2|\Omega_1|t} - |-\rangle \langle -|) \right] \right. \\ \left. + \tilde{\Omega}_2 \left[e^{-i\Delta_2 t} (|+\rangle \langle +| - |+\rangle \langle -| e^{i2|\Omega_1|t} - |-\rangle \langle -|) \right] + \text{h.c.} \right\} \\ + \tilde{\Omega}_2 |-\rangle \langle +| + \tilde{\Omega}_2^* |+\rangle \langle -|,$$

onde $\tilde{\Omega}_2 = \frac{|\Omega_2| e^{i(\varphi_2 - \varphi_1)}}{2} e \tilde{\lambda}_a = \frac{\lambda_a e^{-i\varphi_1}}{2}$.

Se realizarmos a transformação unitária $U_2^\dagger H U_2 - \left(\tilde{\Omega}_2 |-\rangle \langle +| + \tilde{\Omega}_2^* |+\rangle \langle -| \right)$, onde $U_2 = e^{-i(\tilde{\Omega}_2^* |+\rangle \langle -| + \tilde{\Omega}_2 |-\rangle \langle +|)t}$, conduziremos H_1 a um referencial que gira com a frequência $|\tilde{\Omega}_2|$. Portanto, tal procedimento nos leva ao hamiltoniano

$$H_2 = \tilde{\lambda}_a a e^{-i\delta_a t} \left[\frac{1}{2} \left(\sigma_{\uparrow\uparrow} + \sigma_{\uparrow\downarrow} e^{i|\Omega_2|t} + \sigma_{\downarrow\uparrow} e^{-i|\Omega_2|t} + \sigma_{\downarrow\downarrow} \right) \right. \\ - \frac{e^{i(\varphi_2 - \varphi_1)}}{2} \left(\sigma_{\uparrow\uparrow} - \sigma_{\uparrow\downarrow} e^{i|\Omega_2|t} + \sigma_{\downarrow\uparrow} e^{-i|\Omega_2|t} - \sigma_{\downarrow\downarrow} \right) e^{i2|\Omega_1|t} \\ + \frac{e^{-i(\varphi_2 - \varphi_1)}}{2} \left(\sigma_{\uparrow\uparrow} + \sigma_{\uparrow\downarrow} e^{i|\Omega_2|t} - \sigma_{\downarrow\uparrow} e^{-i|\Omega_2|t} - \sigma_{\downarrow\downarrow} \right) e^{-i2|\Omega_1|t} \\ \left. - \frac{1}{2} \left(\sigma_{\uparrow\uparrow} - \sigma_{\uparrow\downarrow} e^{i|\Omega_2|t} - \sigma_{\downarrow\uparrow} e^{-i|\Omega_2|t} + \sigma_{\downarrow\downarrow} \right) \right] \\ + \tilde{\Omega}_2 \left[\frac{1}{2} \left(\sigma_{\uparrow\uparrow} + \sigma_{\uparrow\downarrow} e^{i|\Omega_2|t} + \sigma_{\downarrow\uparrow} e^{-i|\Omega_2|t} + \sigma_{\downarrow\downarrow} \right) e^{-i\Delta_2 t} \right. \\ - \frac{e^{i(\varphi_2 - \varphi_1)}}{2} \left(\sigma_{\uparrow\uparrow} - \sigma_{\uparrow\downarrow} e^{i|\Omega_2|t} + \sigma_{\downarrow\uparrow} e^{-i|\Omega_2|t} - \sigma_{\downarrow\downarrow} \right) e^{i(2|\Omega_1| - \Delta_2)t} \\ \left. - \frac{1}{2} \left(\sigma_{\uparrow\uparrow} - \sigma_{\uparrow\downarrow} e^{i|\Omega_2|t} - \sigma_{\downarrow\uparrow} e^{-i|\Omega_2|t} + \sigma_{\downarrow\downarrow} \right) e^{-i\Delta_2 t} \right] + \text{h.c.},$$

onde usamos os estados $|\uparrow\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|+\rangle \pm e^{i(\varphi_2 - \varphi_1)} |-\rangle)$ como base atômica para descrever H_2 . Em seguida estabelecemos uma relação de ordem de grandeza entre os parâmetros do sistema tal que $\Delta_2 \sim 2|\Omega_1| \gg \delta_a \sim |\Omega_2| \gg \lambda_a \sqrt{\bar{n}_a}$, onde \bar{n}_a é o número médio de fótons da cavidade. Conseqüentemente, vemos que os termos de H_2 apresentam fortes oscilações, podendo ser eliminados via aproximação de onda girante. Porém, se admitirmos a condição $\delta_a + |\Omega_2| = 0$, ficamos

com o hamiltoniano efetivo

$$H_{ef} = \left(\tilde{\lambda}_a \sigma_{\downarrow\uparrow} a + \tilde{\lambda}_a^* \sigma_{\uparrow\downarrow} a^\dagger \right),$$

que representa a interação entre o reservatório artificial e o sistema de dois níveis necessária para o presente protocolo.

Seguindo os mesmos procedimentos do protocolo anterior, acrescentamos os mecanismos de dissipação atribuídos ao reservatório artificial bem como ao ambiente para o sistema de dois níveis. Com efeito, podemos considerar tais efeitos de dissipação escrevendo a equação mestra (na representação em que obtemos H_{ef})

$$\begin{aligned} \dot{\tilde{\rho}} = & -i [H_{ef}, \tilde{\rho}] + \frac{\Gamma}{2} \left(2a\tilde{\rho}a^\dagger - a^\dagger a\tilde{\rho} - \tilde{\rho}a^\dagger a \right) \\ & + \frac{\gamma}{2} (2\tilde{\sigma}_{ge}\tilde{\rho}\tilde{\sigma}_{eg} - \tilde{\sigma}_{ee}\tilde{\rho} - \tilde{\rho}\tilde{\sigma}_{ee}), \end{aligned}$$

onde Γ e γ são as taxas de decaimento da cavidade e do átomo, respectivamente, e o operador de Lindblad atômico é definido como $\tilde{\sigma}_{ge} = U_1^\dagger U_2^\dagger \sigma_{ge} U_2 U_1$.

Para que a cavidade faça o papel de reservatório artificial, Γ tem de definir obrigatoriamente a escala de tempo mais rápida do sistema (i.e., $\Gamma \gg \lambda_{eff}, \gamma$). Portanto, conforme a prescrição do protocolo anterior, podemos inferir uma dinâmica efetiva para o operador densidade reduzido atômico, mediante a equação mestra

$$\dot{\tilde{\rho}}_{at} = \frac{\Gamma_{eng}}{2} (2\sigma_{\uparrow\downarrow}\tilde{\rho}_{at}\sigma_{\downarrow\uparrow} - \sigma_{\downarrow\downarrow}\tilde{\rho}_{at} - \tilde{\rho}_{at}\sigma_{\downarrow\downarrow}) + \frac{\gamma}{2} (2\tilde{\sigma}_{ge}\tilde{\rho}_{at}\tilde{\sigma}_{eg} - \tilde{\sigma}_{ee}\tilde{\rho}_{at} - \tilde{\rho}_{at}\tilde{\sigma}_{ee}), \quad (3.17)$$

onde $\Gamma_{eng} = \frac{4|\tilde{\lambda}_a|^2}{\Gamma}$ e o termo $\frac{\Gamma_{eng}}{2} (2\sigma_{+-}\tilde{\rho}_{at}\sigma_{-+} - \sigma_{--}\tilde{\rho}_{at} - \tilde{\rho}_{at}\sigma_{--})$ representa a realização da engenharia de reservatório.

Por ora, vamos desprezar os efeitos do meio ambiente assumindo $\gamma = 0$. Conseqüentemente, somos capazes de determinar o estado de equilíbrio do sistema, a saber, $\tilde{\rho}_{at(eq)} = |\uparrow\rangle\langle\uparrow|$. Visto que o estado assintótico $\tilde{\rho}_{at(eq)}$ se encontra em um referencial girante, torna-se necessário reverter as transformações unitárias de modo a identificar o estado de equilíbrio obtido pela engenharia de reservatório. Para tanto, ao calcular $\tilde{\rho}_{at(eq)}$ na representação de interação, mediante a relação $\rho_{at(eq)} = U_1 U_2 \tilde{\rho}_{at(eq)} U_2^\dagger U_1^\dagger$, obtemos o estado $\rho_{at(eq)} = |\uparrow(t)\rangle\langle\uparrow(t)|$ onde

$$|\uparrow(t)\rangle = \cos\left(\frac{\theta}{2} + |\Omega_1|t\right) |e\rangle + e^{-i(\varphi_1 + \frac{\pi}{2})} \sin\left(\frac{\theta}{2} + |\Omega_1|t\right) |g\rangle,$$

com $\theta = \varphi_2 - \varphi_1$. Portanto, o reservatório artificial leva o sistema a um estado de equilíbrio que descreve uma trajetória polar sobre a esfera de Bloch controlada pelos parâmetros dos campos clássicos $|\Omega_1|$, φ_2 e φ_1 . A dinâmica apresentada pelo estado $|\uparrow(t)\rangle$ corresponde à evolução de um

sistema de dois níveis sob a ação de um campo laser ressonante livre dos efeitos de decoerência, governada pela evolução unitária $\exp \left\{ -i \left(\frac{\theta}{2} + |\Omega_1| t \right) (e^{i\varphi_1} \sigma_{eg} + \text{h.c.}) \right\}$.

Podemos levar em conta os efeitos do meio ambiente sobre o sistema de dois níveis (i.e., $\gamma \neq 0$) e conseqüentemente avaliar a robustez do presente esquema. Para tanto, estudaremos a equação mestra no referencial em que foi definido H_1 , mediante a substituição da relação $\tilde{\rho}_{at} = U_2^\dagger \rho_{at} U_2$ na Eq.(3.17). Tal procedimento dá origem à equação

$$\dot{\rho}_{at} = -i \left[\frac{|\Omega_2|}{2} (|\uparrow\rangle\langle\uparrow| - |\downarrow\rangle\langle\downarrow|), \rho_{at} \right] + \frac{\Gamma_{eng}}{2} (2\sigma_{\uparrow\downarrow} \rho_{at} \sigma_{\downarrow\uparrow} - \sigma_{\downarrow\downarrow} \rho_{at} - \rho_{at} \sigma_{\downarrow\downarrow}) + \hat{L} \rho_{at}, \quad (3.18)$$

onde $\hat{L} \rho_{at} = \frac{\gamma}{2} \left(2U_1^\dagger \sigma_{ge} U_1 \rho_{at} U_1^\dagger \sigma_{eg} U_1 - U_1^\dagger \sigma_{ee} U_1 \rho_{at} - \rho_{at} U_1^\dagger \sigma_{ee} U_1 \right)$. Ao projetar a equação acima na base atômica $\{|\uparrow\rangle, |\downarrow\rangle\}$, obtemos as equações

$$\begin{aligned} \left(\dot{\rho}_{at} \right)_{\uparrow\uparrow} &= (\Gamma_{eng} + 3\gamma/8) - (\Gamma_{eng} + 3\gamma/4) (\rho_{at})_{\uparrow\uparrow}; \\ \left(\dot{\rho}_{at} \right)_{\uparrow\downarrow} &= (\Gamma_{eng}/2 + 5\gamma/4 + i\Omega_2) (\rho_{at})_{\uparrow\downarrow} + (\gamma/8) (\rho_{at})_{\downarrow\uparrow} = \left(\dot{\rho}_{at} \right)_{\downarrow\uparrow}^*, \end{aligned}$$

cujos elementos de matriz podem ser calculados para o limite assintótico, mediante a condição $\dot{\rho}_{at} = 0$. Levando em conta que $\Gamma_{eng} \gg \gamma$, a solução assintótica assume a forma compacta

$$\rho_{at(eq)} = (1 - \varepsilon) |\uparrow\rangle\langle\uparrow| + \varepsilon |\downarrow\rangle\langle\downarrow|,$$

onde $\varepsilon = [2 + (8/3) (\Gamma_{eng}/\gamma)]^{-1} \ll 1$, o que permite avaliar uma fidelidade do estado protegido $|\uparrow\rangle$, dada por $\mathcal{F} = \text{Tr} [|\uparrow\rangle\langle\uparrow| \rho_{at(eq)}] = 1 - \varepsilon$, em torno da unidade. Por exemplo, se estipularmos uma relação entre as taxas de decaimento tal que $(\Gamma_{eng}/\gamma) \sim 10$, encontramos uma fidelidade em torno de 97%, atestando a robustez do protocolo em relação aos efeitos de decoerência.

Podemos ilustrar os erros introduzidos pelo ambiente sobre a trajetória polar que o estado descreve na esfera de Bloch, calculando as médias dos operadores de Pauli ($\langle\sigma_x\rangle$, $\langle\sigma_y\rangle$ e $\langle\sigma_z\rangle$), a partir de $\rho_{at(eq)}$, na representação de interação. Ao efetuar este procedimento é possível chegar às equações

$$\begin{aligned} \langle\sigma_x\rangle &= \sin(\theta + 2|\Omega_1|t) \sin(\varphi_1) (2\varepsilon - 1); \\ \langle\sigma_y\rangle &= \sin(\theta + 2|\Omega_1|t) \cos(\varphi_1) (2\varepsilon - 1); \\ \langle\sigma_z\rangle &= (1 - 2\varepsilon) \cos(\theta + 2|\Omega_1|t). \end{aligned}$$

Portanto, considerando que $\varepsilon \ll 1$, percebemos que o vetor de estado na esfera de Bloch $(\vec{R}(t) = \langle\sigma_x\rangle \hat{x} + \langle\sigma_y\rangle \hat{y} + \langle\sigma_z\rangle \hat{z})$ é efetivamente idêntico àquele descrito pelo estado $|\uparrow(t)\rangle$,

sendo que o módulo de $\vec{R}(t)$ apresenta uma pequena perda em relação à unidade, independente do tempo, conforme observamos pela equação

$$|\vec{R}| = \sqrt{|\langle \sigma_x \rangle|^2 + |\langle \sigma_y \rangle|^2 + |\langle \sigma_z \rangle|^2} = |(1 - 2\varepsilon)|.$$

3.2.1 Fase geométrica induzida pelo reservatório artificial

Podemos encontrar a fase geométrica (73) associada à trajetória polar realizadas pelo vetor $\vec{R}(t)$ definido acima. Visto que tal fase depende da representação utilizada, optamos em calculá-la na representação de interação. Com efeito, escrevendo o estado protegido $|\uparrow(t)\rangle$ em tal representação chega-se ao estado

$$|\uparrow(t)\rangle^I = \frac{|+\rangle + e^{i(\theta+2|\Omega_1|t)}|-\rangle}{\sqrt{2}},$$

onde utilizamos convenientemente a base atômica $\{|+\rangle, |-\rangle\}$, onde $|\pm\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|e\rangle \pm e^{i\varphi_1}|g\rangle)$, para descrever o estado.

A partir de evoluções cíclicas associadas ao período $T = \pi/|\Omega_1|$, pode-se definir a fase geométrica como

$$\phi_G = i \int_0^T \langle \uparrow(t) | \frac{d}{dt} | \uparrow(t) \rangle^I dt,$$

e a fase dinâmica como

$$\phi_D = - \int_0^T \langle \uparrow(t) | H^I(t) | \uparrow(t) \rangle^I dt,$$

onde $H^I(t) = |\Omega_1|(\sigma_{++} - \sigma_{--}) + \frac{|\Omega_2|}{2} [e^{i(\theta+2\Omega_0 t)}\sigma_{+-} + e^{-i(\theta+2\Omega_0 t)}\sigma_{-+}]$ é o hamiltoniano atômico na representação de interação. Com efeito, as fases assumem os valores

$$\begin{aligned} \phi_D &= -\pi \frac{|\Omega_2|}{2|\Omega_1|}; \\ \phi_G &= -\pi. \end{aligned}$$

Conforme o regime de parâmetros imposto pelo presente esquema, vemos que $|\Omega_1| \gg |\Omega_2|$. Portanto a contribuição associada a fase dinâmica é desprezível em relação a fase geométrica. Com o objetivo de observar esta fase adquirida por $|\uparrow(t)\rangle^I$, propomos um esquema de interferometria, similar ao encontrado na Ref. (54), que se utiliza de um nível atômico auxiliar a que se acopla aos estados $|g\rangle$ e $|e\rangle$ mediante a ação dos campos envolvidos na engenharia de reservatório. Sabendo que a fase geométrica é obtida na escala de tempo T , caracterizando o tempo da medida, podemos desprezar os efeitos de decoerência atômica em relação a medida da fase adquirida. Com efeito, podemos iniciar a nossa análise a partir da equação mestra (3.18)

na representação de interação, ou seja,

$$\dot{\rho}_{at}^I = -i[H^I(t), \rho_{at}^I] + \frac{\Gamma_{eng}}{2} [2\sigma_-^I \rho_{at}^I \sigma_+^I - \sigma_+^I \sigma_-^I \rho_{at}^I - \rho_{at}^I \sigma_+^I \sigma_-^I], \quad (3.19)$$

onde o operador de Lindblad do Liouvilliano artificial apresenta a forma

$$\sigma_-^I = \frac{1}{2} \left(|+\rangle + e^{i(\theta+2|\Omega_1|t)} |-\rangle \right) \left(\langle +| - e^{-i(\theta+2|\Omega_1|t)} \langle -| \right).$$

Ao projetar a Eq. (3.19) na base interferométrica $\{|+\rangle, |-\rangle, |a\rangle\}$, podemos escrever as equações para os elementos de matriz $\rho_{ij}^I(t)$ ($i, j = +, -, a$). Conseqüentemente, ao solucioná-las encontramos as relações

$$\rho_{aa}^I(t) = \rho_{aa}^I(0);$$

$$\begin{aligned} \rho_{a-}^I(t) &= \rho_{a-}^I(0) \frac{e^{-i|\Omega_1|t}}{2} \left(e^{i|\Omega_2|t/2} + e^{-(i|\Omega_2|+\Gamma_{eng})t/2} \right) \\ &\quad + \rho_{a+}^I(0) \frac{e^{-i(|\Omega_1|t+\theta)}}{2} \left(e^{i|\Omega_2|t/2} - e^{-(i|\Omega_2|+\Gamma_{eng})t/2} \right); \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \rho_{a+}^I(t) &= \rho_{a+}^I(0) \frac{e^{i|\Omega_1|t}}{2} \left(e^{i|\Omega_2|t/2} + e^{-(i|\Omega_2|+\Gamma_{eng})t/2} \right) \\ &\quad + \rho_{a-}^I(0) \frac{e^{i(|\Omega_1|t+\theta)}}{2} \left(e^{i|\Omega_2|t/2} - e^{-(i|\Omega_2|+\Gamma_{eng})t/2} \right); \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \rho_{++}^I(t) &= \frac{1 - \rho_{aa}^I(0)}{2} + \left[\rho_{++}^I(0) - \frac{1 - \rho_{aa}^I(0)}{2} \right] e^{-\Gamma_{eng}t/2} \\ &\quad + i \frac{|\Omega_2|}{\Gamma_{eng}} \left[e^{-i\theta} \rho_{-+}^I(0) - e^{i\theta} \rho_{+-}^I(0) \right] e^{-\Gamma_{eng}t/2} \left(e^{-\Gamma_{eng}t/2} - 1 \right); \end{aligned}$$

$$\rho_{+-}^I(t) = e^{-i(\theta+2|\Omega_1|t)} \left\{ e^{i\theta} e^{-\Gamma_{eng}t} \rho_{+-}^I(0) + \left[\frac{1 - \rho_{aa}^I(0)}{2} \right] (1 - e^{-\Gamma_{eng}t}) \right\},$$

onde $\rho_{--}^I(t) = 1 - (\rho_{++}^I(t) + \rho_{aa}^I(t))$.

Podemos iniciar o esquema de interferometria preparando o átomo no estado

$$|\Psi(0)\rangle = \frac{|\uparrow(0)\rangle^I + |a\rangle}{\sqrt{2}}, \text{ com } \phi_0 = \phi_1 = 0,$$

onde ajustamos as fases dos campos clássicos tal que $\theta = 0$, o que leva a $|\uparrow(0)\rangle^I = |e\rangle$. Portanto, para prepararmos o estado $|\Psi(0)\rangle$ devemos aplicar um pulso laser ressonante à transição $|a\rangle \leftrightarrow |e\rangle$. Segundo as soluções acima, $|\Psi(0)\rangle$ evolui para o estado

$$|\Psi(t)\rangle = \frac{|a\rangle + e^{-i(|\Omega_1|+|\Omega_2|/2)t} |\uparrow(t)\rangle^I}{\sqrt{2}}$$

que apresenta diferenças de população entre os estados atômicos $|e\rangle$ e $|a\rangle$ dadas por

$$\begin{aligned} P_{ea}(t) &= \langle \Psi(t) | (|e\rangle\langle e| - |a\rangle\langle a|) | \Psi(t) \rangle = \frac{1}{2} \cos[(2|\Omega_1| + |\Omega_2|)t]. \\ &= \frac{1}{2} \cos(2\phi_G^{cic.}(t)), \quad t = \frac{n\pi}{\Omega_1}; n \in \mathbb{N}. \end{aligned}$$

Se medirmos a diferença de população para o tempo T , chega-se a

$$P_{ea}(T) = \frac{1}{2} \cos(2\phi_G),$$

caracterizando a medida da fase geométrica adquirida pelo estado protegido $|\uparrow(t)\rangle^I$. Importante salientar que apesar de usarmos um esquema de medida da fase geométrica semelhante ao da Ref. (54), notamos que a fase geométrica do presente protocolo é medida em uma escala de tempo muito mais curta quando comparada ao esquema encontrado na Ref. (54), dado que a fase geométrica em tal referência é obtida mediante uma evolução adiabática do estado protegido, enquanto que $|\uparrow(t)\rangle^I$ não apresenta tal restrição.

3.2.2 Resultados numéricos

Para mostrar a validade das aproximações inerentes ao esquema proposto, calculamos numericamente a evolução do sistema segundo o hamiltoniano na representação de interação, Eq.(3.14), levando em conta os ajustes dos parâmetros requeridos pelo esquema. Para tanto, consideramos conveniente exibir alguns detalhes desta análise numérica. Ela começa ao considerar que o sistema evolui conforme o hamiltoniano na representação de interação, sob a presença dos efeitos de perda para o átomo como também para o campo. Ou seja, partimos nossa análise numérica da equação mestra

$$\dot{\rho} = -i[V, \rho] + \frac{\Gamma}{2} (2a\rho a^\dagger - a^\dagger a\rho - \rho a^\dagger a) + \frac{\gamma}{2} (2\sigma_{ge}\rho\sigma_{eg} - \sigma_{ee}\rho - \rho\sigma_{ee}),$$

onde V apresenta a mesma forma da Eq.(3.14). Para que a equação acima seja tratável numericamente, precisamos projetá-la nas bases eletrônica $\{|e\rangle, |g\rangle\}$ e de Fock $\{|n\rangle\}$ do modo da cavidade. Tal procedimento nos leva às equações

$$\begin{aligned} \dot{\rho}_{n,m}^{gg} &= -i\lambda_a \left(e^{i\delta_a t} \sqrt{n} \rho_{n-1,m}^{e,g} - e^{-i\delta_a t} \sqrt{m} \rho_{n,m-1}^{g,e} \right) - i \sum_{j=1,2} |\Omega_j| \left(e^{-i(\varphi_j - \Delta_j t)} \rho_{n,m}^{e,g} - e^{i(\varphi_j - \Delta_j t)} \rho_{n,m}^{g,e} \right) \\ &+ \left(\Gamma \sqrt{(n+1)(m+1)} \rho_{n+1,m+1}^{gg} - \frac{\Gamma}{2} (n+m) \rho_{n,m}^{gg} \right) + \gamma \rho_{n,m}^{ee}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\dot{\rho}_{n,m}^{ge} &= -i\lambda_a e^{i\delta_a t} \left(\sqrt{n}\rho_{n-1,m}^{e,e} - \sqrt{m+1}\rho_{n,m+1}^{g,g} \right) - i \sum_{j=1,2} |\Omega_j| e^{-i(\varphi_j - \Delta_j t)} (\rho_{n,m}^{e,e} - \rho_{n,m}^{g,g}) \\
&\quad + \left(\Gamma \sqrt{(n+1)(m+1)} \rho_{n+1,m+1}^{ge} - \frac{\Gamma}{2} (n+m) \rho_{n,m}^{ge} \right) - \frac{\gamma}{2} \rho_{n,m}^{ge} ; \\
\dot{\rho}_{n,m}^{eg} &= -i\lambda_a e^{-i\delta_a t} \left(\sqrt{n+1}\rho_{n+1,m}^{g,g} - \sqrt{m}\rho_{n,m-1}^{e,e} \right) - i \sum_{j=1,2} |\Omega_j| e^{i(\varphi_j - \Delta_j t)} (\rho_{n,m}^{g,g} - \rho_{n,m}^{e,e}) \\
&\quad + \left(\Gamma \sqrt{(n+1)(m+1)} \rho_{n+1,m+1}^{eg} - \frac{\Gamma}{2} (n+m) \rho_{n,m}^{eg} \right) - \frac{\gamma}{2} \rho_{n,m}^{eg} ; \\
\dot{\rho}_{n,m}^{ee} &= -i\lambda_a \left(e^{-i\delta_a t} \sqrt{n+1}\rho_{n+1,m}^{g,e} - e^{i\delta_a t} \sqrt{m+1}\rho_{n,m+1}^{e,g} \right) - i \sum_{j=1,2} |\Omega_j| \left(e^{i(\varphi_j - \Delta_j t)} \rho_{n,m}^{g,e} - e^{-i(\varphi_j - \Delta_j t)} \rho_{n,m}^{e,g} \right) \\
&\quad + \left(\Gamma \sqrt{(n+1)(m+1)} \rho_{n+1,m+1}^{ee} - \frac{\Gamma}{2} (n+m) \rho_{n,m}^{ee} \right) - \gamma \rho_{n,m}^{ee} ,
\end{aligned}$$

onde o elemento de matriz $\rho_{\alpha,\beta}^{ij}$ é obtido projetando o operador densidade entre o *bra* $\langle i, \alpha |$ e o *ket* $|j, \beta\rangle$, sendo i e j (α e β) os índices que representam a base eletrônica (do campo da cavidade). As equações acima constituem um sistema de equações diferenciais acopladas que foram integradas numericamente por meio do algoritmo Runge-Kuta. Importante salientar que o espaço associado ao campo da cavidade, representado pela base de Fock $\{|n\rangle\}$, foi truncado para que pudéssemos resolver numericamente o sistema de equações diferenciais. No entanto, acreditamos que tal aproximação não compromete a veracidade da solução numérica, pois a forte taxa de decaimento Γ , requerida pelo protocolo, faz com que os elementos de matriz associados a altos estados de número assumam valores numericamente nulos.

Obviamente, após esta integração numérica obtemos todos os elementos de matriz de ρ para todos os tempos compreendidos no intervalo $[0, t_f]$, sendo que em t_f o sistema já se encontra há algum tempo na situação de equilíbrio.

Segundo o presente protocolo de engenharia de reservatório, a dinâmica associada ao sistema de dois níveis é o objetivo desta análise. Para tanto, realizamos numericamente o traço sobre as variáveis do campo da cavidade mediante a expressão

$$\rho_{ion}^{ij}(t) = \sum_{n=0}^N \rho_{n,n}^{ij}(t),$$

onde $\rho_{ion}^{ij} \equiv \langle i | \rho_{ion} | j \rangle$ é o elemento de matriz do operador densidade reduzido associado ao sistema de dois níveis, sendo i e j os índices que representam a base eletrônica. A partir deste operador densidade reduzido, somos capazes de calcular as médias dos operadores de Pauli ($\langle \sigma_x \rangle$, $\langle \sigma_y \rangle$ e $\langle \sigma_z \rangle$) e, conseqüentemente, o vetor de estado na esfera de Bloch $\vec{R}(t) = \langle \sigma_x \rangle \hat{x} +$

$\langle \sigma_y \rangle \hat{y} + \langle \sigma_z \rangle \hat{z}$. Para ilustrar a validade das aproximações, mostramos nas Figs. (3.3) e (3.4) trajetórias do vetor $\vec{R}(t)$ para dois conjuntos de parâmetros *i*) $\Omega_1 = 2,5 \times 10^2 \lambda_a$, $\Omega_2 = 50 \lambda_a$, $\Gamma = 20 \lambda_a$, $\gamma = 10^{-2} \lambda_a$; *ii*) $\Omega_1 = 1,6 \times 10^2 \lambda_a$, $\Omega_2 = 40 \lambda_a$, $\Gamma = 10 \lambda_a$, $\gamma = 10^{-2} \lambda_a$. Notamos que ambas as trajetórias apresentam $|\vec{R}| \simeq 0.999$, visto que as taxas de decaimento foram superestimadas de tal forma que $\Gamma_{eng}/\gamma \simeq 80$ para o caso *i*) e $\Gamma_{eng}/\gamma \simeq 40$ para o caso *ii*). Outrossim, os resultados numéricos mostram que a trajetória polar vem acompanhada de uma oscilação em torno de $\langle \sigma_x \rangle$, à medida em que relaxamos a condição $|\Omega_1| \gg |\Omega_2| \gg \lambda_a \sqrt{n_a}$. Tal precessão não é prevista pelas aproximações utilizadas no presente protocolo.

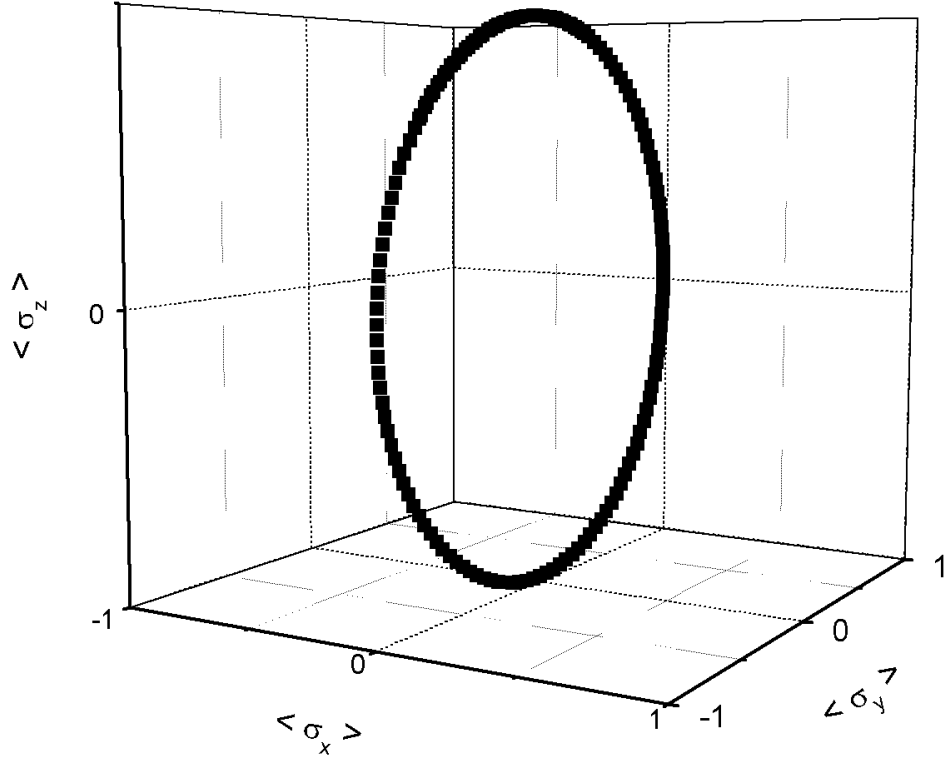


Figura 3.3: Trajetória polar sobre a esfera de Bloch realizada pelo sistema para o conjunto de parâmetros: $\Omega_1 = 2,5 \times 10^2 \lambda_a$, $\Omega_2 = 50 \lambda_a$, $\Gamma = 20 \lambda_a$ e $\gamma = 10^{-2} \lambda_a$.

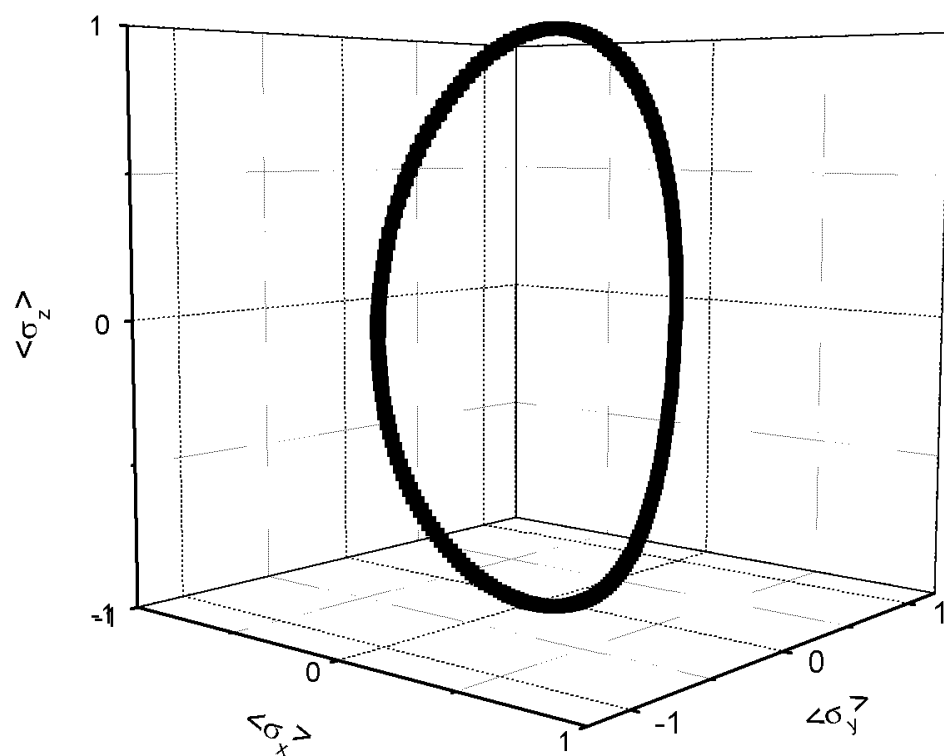


Figura 3.4: Trajetória polar sobre a esfera de Bloch realizada pelo sistema para o conjunto de parâmetros: $\Omega_1 = 1,6 \times 10^2 \lambda_a$, $\Omega_2 = 40 \lambda_a$, $\Gamma = 10 \lambda_a$ e $\gamma = 10^{-2} \lambda_a$.

4 *Engenharia de reservatório comprimido em EQC*

No presente capítulo propomos um esquema para construir simultaneamente as interações *Jaynes-Cummings* e *anti-Jaynes-Cummings* entre um sistema atômico e um único modo da cavidade e, conseqüentemente, utilizamos esta engenharia de interação para implementar reservatórios artificiais comprimidos. Para chegar à interação efetiva desejada, consideramos um sistema atômico de três níveis na configuração Λ , sob a ação de campos clássicos, interagindo com um único modo da cavidade.

Uma vez obtida a interação efetiva, mostraremos como gerar estados comprimidos deslocados, livres dos efeitos de decoerência, para o modo da cavidade. Seguindo o esquema criado na Ref. (74), obtemos tais estados mediante um feixe de átomos que faz o papel de reservatório artificial para o modo da cavidade. Em seguida, com a mesma interação efetiva, mostraremos como "mimicar" um sistema de dois níveis atômicos sob a ação de um reservatório comprimido. Para tanto, além da interação efetiva, lançaremos mão de taxas de decaimento relativamente fortes para o modo da cavidade.

Por ordem, começamos o capítulo apresentando o modelo necessário para obter simultaneamente a interação *Jaynes-Cummings* e *anti-Jaynes-Cummings*. Em seguida, mostramos como usar tal interação para gerar estados deslocados comprimidos, imunes aos efeitos de decoerência, do modo da cavidade. Posteriormente, assumindo que os átomos estejam aprisionados no interior de uma cavidade de baixo fator de qualidade, utilizamos a interação efetiva para simular um reservatório comprimido para os átomos. Finalizamos com uma análise numérica para validar as aproximações requeridas pelos protocolos aqui desenvolvidos.

4.1 A engenharia de interação

Para confeccionar a interação efetiva desejada, recorreremos à interações entre um sistema atômico de três níveis, na configuração Λ , com um único modo da cavidade e com campos

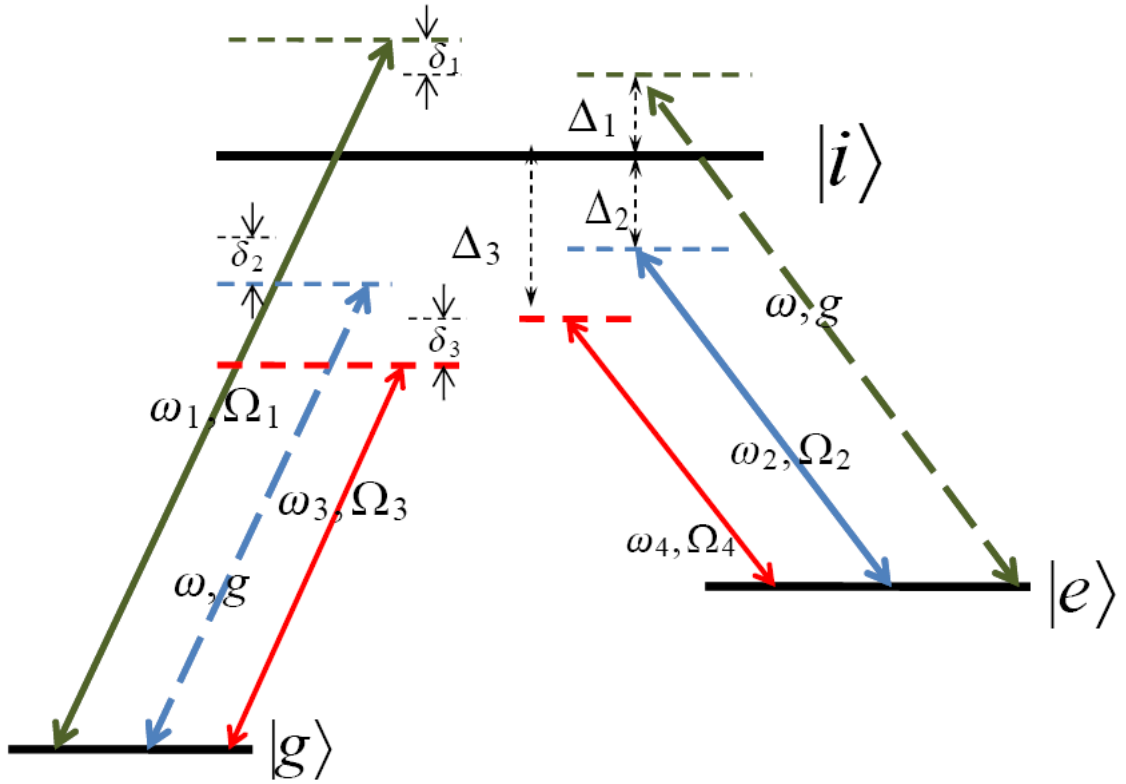


Figura 4.1: Configuração de níveis atômicos e de campos necessária para obter simultaneamente as interações *Jaynes-Cummings* e *anti-Jaynes-Cummings*.

clássicos. Como mostra a Fig.(4.1), os estados fundamental $|g\rangle$ e excitado $|e\rangle$ são acoplados ao estado auxiliar $|i\rangle$ mediante campos clássicos, com amplitudes de acoplamento e frequências dadas por Ω_i e ω_i ($i = 1, 2, 3, 4$), respectivamente. O campo de radiação da cavidade, de frequência ω , também se acopla às transições $|g\rangle \leftrightarrow |i\rangle$ e $|e\rangle \leftrightarrow |i\rangle$, via interação *Jaynes-Cummings*, onde supomos o mesmo acoplamento g para ambas. Para este sistema, o hamiltoniano total apresenta a forma $H = H_0 + V(t)$, onde

$$H_0 = \omega_g \sigma_{gg} + \omega_e \sigma_{ee} + \omega_i \sigma_{ii} + \omega a^\dagger a ;$$

$$V(t) = [g a + \Omega_1 e^{-i\omega_1 t} + \Omega_3 e^{-i\omega_3 t}] \sigma_{ig} + [g a + \Omega_2 e^{-i\omega_2 t} + \Omega_4 e^{-i\omega_4 t}] \sigma_{ie} + h.c.,$$

onde ω_α (para $\alpha = g, e, i$) são as energias dos níveis atômicos, $\sigma_{lm} = |l\rangle \langle m|$ (para $l, m = g, e, i$) são os operadores de Pauli atômicos, a e a^\dagger são os operadores de criação e aniquilação do modo da cavidade. Mediante o uso do operador unitário $U_0 = e^{-iH_0 t}$, podemos reescrever o hamiltoniano acima na representação de interação

$$H_I(t) = [g a e^{i(\Delta_2 + \delta_2)t} + \Omega_1 e^{-i(\Delta_1 + \delta_1)t} + \Omega_3 e^{i(\Delta_3 + \delta_3)t}] \sigma_{ig}$$

$$+ [g a e^{-i\Delta_1 t} + \Omega_2 e^{i\Delta_2 t} + \Omega_4 e^{i\Delta_3 t}] \sigma_{ie} + h.c.,$$

onde as dessintonias são definidas como

$$\begin{aligned}\Delta_1 &\equiv \omega - (\omega_i - \omega_e) = \omega_1 - (\omega_i - \omega_g) - \delta_1, \\ \Delta_2 &\equiv (\omega_i - \omega_g) - \omega - \delta_2 = (\omega_i - \omega_e) - \omega_2, \\ \Delta_3 &\equiv (\omega_i - \omega_g) - \omega_3 - \delta_3 = (\omega_i - \omega_e) - \omega_4.\end{aligned}$$

Vamos considerar o regime dispersivo tal que $|\Delta_k| \sim (|\Delta_k| - |\Delta_l|) \gg |g| \sqrt{\bar{n}}, |\Omega_i|$ (para $k \neq l = 1, 2, 3$), onde \bar{n} é o número médio de fótons do modo da cavidade. Dessa forma, podemos eliminar adiabaticamente as transições entre os estados fundamental/excitado e intermediário, mediante a aproximação contemplada pela Eq.(2.3). Portanto, a dinâmica efetiva concernente aos estados atômicos $|g\rangle$ e $|e\rangle$ será descrita pelo hamiltoniano

$$\begin{aligned}H_{ef} = &\left\{ \left[-\frac{|g|^2}{\Delta_2} a^\dagger a + \bar{\omega}_g \right] \sigma_{gg} + \left[\frac{|g|^2}{\Delta_1} a^\dagger a + \bar{\omega}_e \right] \sigma_{ee} \right\} \\ &+ \left\{ \left[\lambda_1 a e^{i\delta_1 t} + \lambda_2 a^\dagger e^{-i\delta_2 t} + \beta e^{-i\delta_3 t} \right] \sigma_{ge} + \text{h.c.} \right\},\end{aligned}$$

onde $\bar{\omega}_g = \frac{|\Omega_1|^2}{\Delta_1} - \frac{|\Omega_3|^2}{\Delta_3}$, $\bar{\omega}_e = -\frac{|\Omega_2|^2}{\Delta_2} - \frac{|\Omega_4|^2}{\Delta_3}$, $\lambda_1 = \frac{g\Omega_1^*}{\Delta_1}$, $\lambda_2 = -\frac{g^*\Omega_2}{\Delta_2}$ e $\beta = -\frac{\Omega_3^*\Omega_4}{\Delta_3}$. Sob a condição $|\Omega_i| \gg |g|$, é possível perceber que a interação dispersiva átomo-modo da cavidade torna-se desprezível diante dos outros termos do hamiltoniano. Portanto, sob esta condição, podemos considerar que o hamiltoniano efetivo seja

$$H_{ef} \simeq \{ \bar{\omega}_g \sigma_{gg} + \bar{\omega}_e \sigma_{ee} \} + \left\{ \left[\lambda_1 a e^{i\delta_1 t} + \lambda_2 a^\dagger e^{-i\delta_2 t} + \beta e^{-i\delta_3 t} \right] \sigma_{ge} + \text{h.c.} \right\}. \quad (4.1)$$

Por meio de análise numérica, é possível atestar a validade das aproximações, verificando que o hamiltoniano acima torna-se uma boa descrição do sistema à medida em que as razões $|\Omega_i/g|$ atinjam valores cada vez maiores. Finalmente, aplicando uma nova transformação unitária, $U = e^{-i(\bar{\omega}_g \sigma_{gg} + \bar{\omega}_e \sigma_{ee})t}$, com os ajustes $\delta_1 = -\delta_2 = -\delta_3 = \bar{\omega}_e - \bar{\omega}_g$, chega-se a interação efetiva

$$H_{JC-AJC} \simeq \left\{ \left[\lambda_1 a + \lambda_2 a^\dagger + \beta \right] \sigma_- + \text{h.c.} \right\}, \quad (4.2)$$

com $\sigma_- = \sigma_{ge}$ e $\sigma_+ = (\sigma_-)^\dagger = \sigma_{eg}$. Este hamiltoniano efetivo apresenta o termo $[(\lambda_1 a + \lambda_2 a^\dagger) \sigma_- + \text{h.c.}]$, essência deste capítulo, que pode ser interpretado como a realização simultânea das interações *Jaynes-Cummings* e *anti-Jaynes-Cummings*. O termo $(\beta \sigma_+ + \text{h.c.})$ representa uma rotação dos estados eletrônicos.

O hamiltoniano efetivo H_{JC-AJC} pode ser usado para implementação de dois protocolos de engenharia de reservatório: *i*) geração de estados deslocados comprimidos imunes à decoerência; *ii*) reprodução de um reservatório comprimido para átomos de dois níveis.

4.2 Compressão do modo imune à decoerência

Nesta seção mostraremos como obter estados deslocados comprimidos segundo um método idealizado na Ref.(75), aplicado até então exclusivamente para íons aprisionados, que ambientaremos para o caso do campo de radiação de uma cavidade de alto- Q . Com efeito, geraremos o estado $|\alpha, \xi\rangle = D(\alpha)S(\xi)|0\rangle$, sendo $S(\xi) = \exp\left[\left(\xi^*a^2 - \xi a^{\dagger 2}\right)/2\right]$ o operador de compressão (com $\xi = re^{i\phi}$) e $D(\alpha) = \exp(\alpha a^\dagger - \alpha^* a)$ o operador de deslocamento. Para implementar nossa proposta, um feixe de átomos deve atravessar a cavidade sob a ação dos campos clássicos considerados na seção anterior, levando à interação efetiva da Eq.(4.2). Os átomos, preparados no estado fundamental $|g\rangle$, são submetidos à interação com o campo da cavidade durante um intervalo de tempo τ , curto o suficiente para que $\lambda_l \tau \ll 1$ ($l = 1, 2$). Desse modo, o feixe atômico atua como um reservatório artificial à temperatura $T = 0K$ para o modo da cavidade, conforme indicado nas referências (74, 76, 77). Sob estas condições, o sistema atinge a situação de equilíbrio representado pelo estado deslocado e comprimido $|\alpha, \xi\rangle$.

Para demonstrar o protocolo, submetemos o hamiltoniano efetivo (4.2) à transformação unitária

$$\tilde{H} = S(\xi)D(\alpha)H_{JC-AJC}D^\dagger(\alpha)S^\dagger(\xi),$$

a exemplo do que acontece na Ref. (75). Nesta representação, através dos ajustes

$$\begin{aligned}\alpha\lambda_1 + \alpha^*\lambda_2 &= -\beta; \\ (\lambda_1/\lambda_2) &= \tanh(r)e^{i\phi},\end{aligned}$$

o hamiltoniano toma a forma

$$\tilde{H} = \hbar\lambda a^\dagger \sigma_- + \text{h.c.} \quad (4.3)$$

Como consequência destes ajustes temos $\lambda \equiv \cosh(r)\lambda_2 - e^{-i\phi}\sinh(r)\lambda_1 = \lambda_2/\cosh(r)$. Portanto, é possível perceber que o fator de compressão r é determinado pela razão $|\lambda_1/\lambda_2|$ e a amplitude do deslocamento α pelos parâmetros β , λ_1 e λ_2 . Nesta nova representação, o hamiltoniano (4.3) representa uma interação do tipo *Jaynes-Cummings* entre o átomo e o campo da cavidade.

A partir do diagrama de níveis da Fig.(4.1), é possível perceber que as transições $|g\rangle \longleftrightarrow |i\rangle$ and $|e\rangle \longleftrightarrow |i\rangle$ são permitidas por dipolo, enquanto $|g\rangle \longleftrightarrow |e\rangle$ não. Este fato impossibilita que haja uma taxa de decaimento Γ (associada à transição $|e\rangle \rightarrow |g\rangle$) forte o suficiente, como na Ref. (75), para que possamos usá-la como canal de dissipação necessário para que o átomo faça as vezes do reservatório artificial diante do campo da cavidade. Para contornar este problema, recorreremos ao esquema apresentado nas Ref. (74, 77), onde o reservatório artificial atômico é

simulado mediante a passagem de sucessivos átomos, preparados no estado $|g\rangle$, que chegam à cavidade a uma taxa r_{at} , sendo que a interação de cada átomo com o modo da cavidade ocorre num curto intervalo de tempo, definido por $\lambda\tau \ll 1$. Dessa forma, procedendo como nas Ref. (74, 76, 77), é possível traçar nas variáveis atômicas a dinâmica unitária do sistema conjunto (átomo+modo) e, conseqüentemente, inferir a equação mestra

$$\frac{\partial \tilde{\rho}}{\partial t} = \frac{\gamma_{eng}}{2} \left(2a\tilde{\rho}a^\dagger - a^\dagger a\tilde{\rho} - \tilde{\rho}a^\dagger a \right), \quad (4.4)$$

onde $\gamma_{eng} = r_{at}\lambda^2\tau^2$ e $\tilde{\rho}$ é o operador densidade reduzido do campo da cavidade na representação em que definimos \tilde{H} . É sabido que a equação mestra acima tem como estado de equilíbrio o vácuo $|0\rangle\langle 0|$. No entanto, ao voltarmos para a representação anterior temos

$$\rho(t \rightarrow \infty) = D(\alpha)S(\xi)\tilde{\rho}S^\dagger(\xi)D^\dagger(\alpha) = D(\alpha)S(\xi)|0\rangle\langle 0|S^\dagger(\xi)D^\dagger(\alpha),$$

mostrando que assintoticamente o modo da cavidade é conduzido a um estado deslocado comprimido, representado por $|\Psi\rangle = D(\alpha)S(\xi)|0\rangle$, onde o fator de compressão r que se atinge é determinado pelas amplitudes dos campos clássicos Ω_j , visto que $\tanh(r) = \left| \frac{\lambda_1}{\lambda_2} \right|$ (onde $\lambda_1 = \frac{g\Omega_1^\dagger}{\Delta_1}$ and $\lambda_2 = -\frac{\Omega_2}{\Delta_2}$). É interessante notar que o estado estacionário $|\Psi\rangle$ não depende do estado inicial do modo da cavidade. Porém este influencia no tempo necessário para atingir a situação de equilíbrio, conforme discutido em (74). Outrossim, de acordo com a Ref. (78), qualquer equação mestra obtida em circunstâncias similares à nossa, pode ser construída mesmo que o feixe de átomos apresente um padrão aleatório para os tempos de chegada dos átomos à cavidade e de interação dos átomos com os campos. Além disso, este protocolo não requer detecção atômica.

Para atestar a validade do presente protocolo, resolvemos numericamente a equação de Schrödinger do sistema descrito pelo hamiltoniano (4.1). Para tanto, consideramos que o modo da cavidade esteja inicialmente no estado de vácuo e que todos os átomos, que cruzam a cavidade, sejam preparados no estado fundamental $|g\rangle$. Descrevemos numericamente a passagem do feixe atômico pela cavidade, segundo o hamiltoniano (4.1), onde definimos $\Omega_3 = \Omega_4 = 0$, implicando em $\beta = 0$, ou seja, um deslocamento nulo ($\alpha = 0$). Contudo, para observar os efeitos de compressão, escolhemos as amplitudes, Ω_1 e Ω_2 , e dessintonias, Δ_1 e Δ_2 , associadas aos campos clássicos de modo que $\lambda_1 = 0.1g$ e $\lambda_2 = 0.076g$, o que leva a um fator de compressão $r = 1$ e ângulo de compressão $\phi = 0$. O parâmetro de interação foi definido como $\lambda\tau = 0.2$, tal que o tempo de interação átomo-modo seja $\tau = 3.1/g$.

Com a definição destes ajustes, calculamos a evolução numérica do número médio de fótons $\langle n \rangle = \langle a^\dagger a \rangle$ como também as variâncias $(\Delta X_l)^2 = \langle X_l^2 \rangle - \langle X_l \rangle^2$ (para $l = 1, 2$) das quadraturas

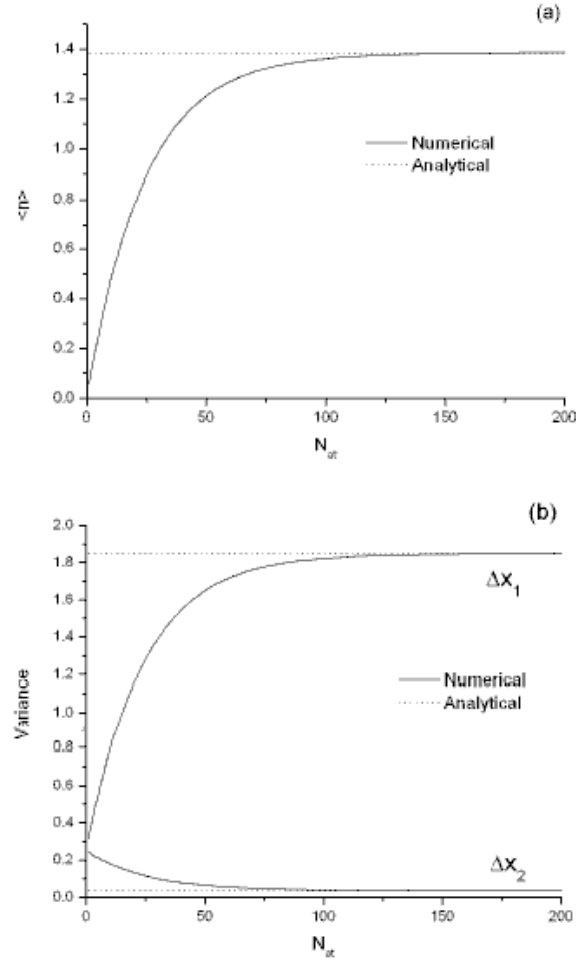


Figura 4.2: evolução numérica do número médio de fótons $\langle n \rangle$ e variâncias $(\Delta X_l)^2 = \langle X_l^2 \rangle - \langle X_l \rangle^2$ (para $l = 1, 2$).

do campo da cavidade $X_1 = 1/2 (a + a^\dagger)$ e $X_2 = -i/2 (a - a^\dagger)$. Tais evoluções numéricas foram parametrizadas pelo número de átomos que cruzam a cavidade como pode ser visto pela Fig. (4.2). É possível notar que o número médio de fótons atinge um valor assintótico dado por $\langle n \rangle = \sinh^2(r) \simeq 1.38$, o que atesta o fator de compressão $r = 1$, previsto teoricamente. Outrossim, notamos que este fator de compressão coaduna-se aos valores assintóticos assumidos pelas variâncias das quadraturas, $(\Delta X_1)^2 = \exp(2r)/4 \simeq 1.85$ e $(\Delta X_2)^2 = \exp(-2r)/4 \simeq 0.034$. Ainda por meio da mesma análise numérica, conforme mostra a Fig.(4.3) calculamos a função the Wigner associada ao estado do campo da cavidade, inicialmente no vácuo, após a passagem de 50, 100 e 200 átomos, mostrando a evolução da compressão do estado de vácuo até que se atinja o equilíbrio

Haja em vista os recursos tecnológicos atuais (68, 79), podendo considerar $g \simeq 3 \times 10^5 \text{ Hz}$, implicando em um tempo de interação por átomo $\tau \simeq 3.1/g \simeq 10^{-5} \text{ s}$, que por sua vez acarreta

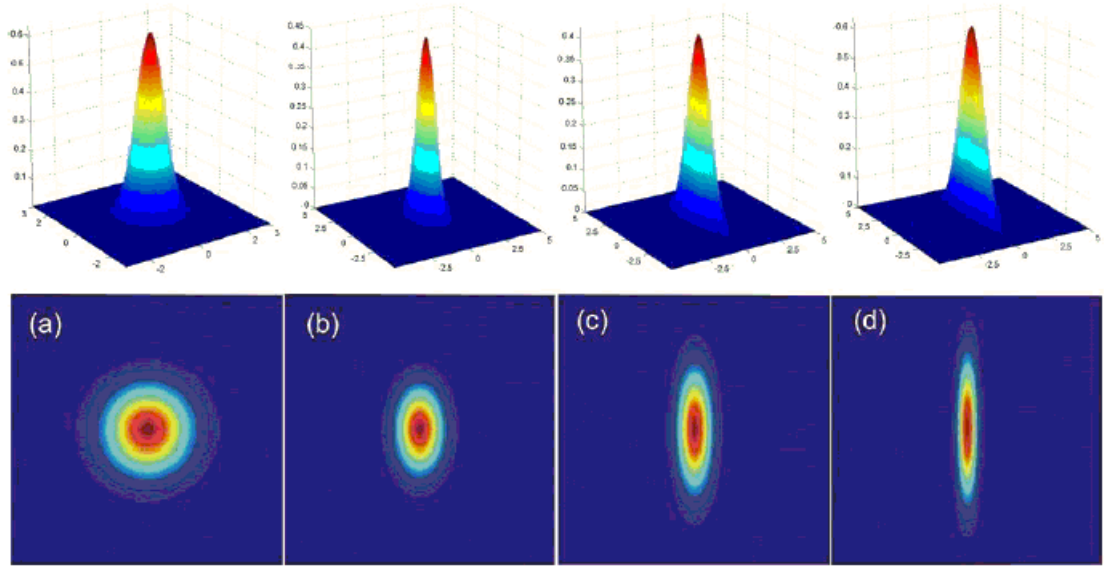


Figura 4.3: função the Wigner associada ao estado do campo da cavidade, inicialmente no vácuo e após a passagem de 50, 100 e 200 átomos.

um tempo para se atingir o equilíbrio da ordem de $200 \times \tau \approx 10^{-3}s$, o que representa um tempo de três ordens de magnitude maior que os atuais tempos de vida de um fóton dentro da cavidade ($\sim 10^{-1}s$) (79, 80).

4.3 Reservatório comprimido para átomos

Nesta seção mostraremos como "mimicar" um reservatório comprimido ideal para um único átomo ou uma amostra atômica aprisionada no interior de uma cavidade de baixo fator de qualidade. Para tanto, iremos recorrer à mesma interação efetiva utilizada na seção anterior para obter estados comprimidos do modo da cavidade. No entanto, no presente esquema impomos uma forte taxa de decaimento Γ para o modo da cavidade tal que $\Gamma \gg \lambda_1, \lambda_2, \beta$. Isto possibilitará que a dinâmica do átomo seja governada por um Liouvilliano efetivo idêntico àquele que representa um reservatório de vácuo comprimido para átomos de dois níveis.

Para dar início ao protocolo devemos desligar os campos clássico 3 e 4, ou seja, $\Omega_3 = \Omega_4 = \beta = 0$. Em seguida, podemos reescrever o hamiltoniano (4.2) na forma

$$H_{ef} \simeq \hbar \left(\lambda S a^\dagger + \lambda^* S^\dagger a \right),$$

onde $\lambda = \lambda_2 / \cosh(r)$ e $S = \cosh(r) \sigma_- - \sinh(r) e^{i\phi} \sigma_+$. Levando em conta tanto os efeitos dissipativos da cavidade como do átomo, podemos assumir que a dinâmica do sistema seja

governada pela equação mestra

$$\dot{\rho} = -i[H_{ef}, \rho] + \frac{\Gamma}{2} \left(2a\rho a^\dagger - a^\dagger a\rho - \rho a^\dagger a \right) + \mathcal{L}_{at}\rho, \quad (4.5)$$

onde $\mathcal{L}_{at}\rho = \frac{\gamma}{2} (2\sigma_{ge}\rho\sigma_{eg} - \sigma_{ee}\rho - \rho\sigma_{ee})$ é o Liouviliano associado ao átomo, sendo γ a respectiva taxa de decaimento. Conforme mencionamos, assumimos um baixo fator de qualidade para a cavidade, levando a um forte decaimento associado ao campo, tal que $\Gamma \gg \lambda_1, \lambda_2, \beta, \gamma$. Isto possibilita realizar os mesmos procedimentos do capítulo anterior, considerando que a dinâmica do sistema decorra exclusivamente das equações de evolução associados aos elementos de matriz $\rho_{mn} = \langle m|\rho|n\rangle$ contidos no subespaço de Fock $\{|0\rangle, |1\rangle\}$. Portanto, a equação mestra acima é representada pelo sistema de equações

$$\begin{aligned} \dot{\rho}_{00} &= -i(\lambda^* S^\dagger \rho_{10} - \lambda \rho_{01} S) + \Gamma \rho_{11} + \mathcal{L}_{at}\rho_{00}; \\ \dot{\rho}_{10} &= -i(\lambda S \rho_{00} - \lambda \rho_{11} S) - \Gamma/2 \rho_{10} + \mathcal{L}_{at}\rho_{10}; \\ \dot{\rho}_{11} &= -i(\lambda S \rho_{01} - \lambda^* \rho_{10} S^\dagger) - \Gamma \rho_{11} + \mathcal{L}_{at}\rho_{11}, \end{aligned}$$

com $\dot{\rho}_{01} = (\dot{\rho}_{10})^\dagger$. Seguindo o mesmo procedimento da Ref. (72), somos capazes de eliminar adiabaticamente os elementos ρ_{01} , ρ_{10} e ρ_{11} , mediante forte taxa de decaimento Γ , inferindo uma solução para ρ_{00} . Visto que efetivamente $Tr_{campo}(\rho) \simeq \rho_{00}$, podemos inferir a dinâmica efetiva para o átomo, contemplada pela equação mestra

$$\begin{aligned} \dot{\rho}_{at} &= \frac{\Gamma_{eng}}{2} \left(2S\rho_{at}S^\dagger - S^\dagger S\rho_{at} - \rho_{at}S^\dagger S \right) + \mathcal{L}_{at}\rho_{at} \\ &= \frac{\Gamma_{eng}}{2} \{ (N+1) (2\sigma_- \rho_{at} \sigma_+ - \rho_{at} \sigma_+ \sigma_- - \sigma_+ \sigma_- \rho_{at}) \\ &\quad + N (2\sigma_+ \rho_{at} \sigma_- - \rho_{at} \sigma_- \sigma_+ - \sigma_- \sigma_+ \rho_{at}) \\ &\quad - 2M \sigma_+ \rho_{at} \sigma_+ - 2M^* \sigma_- \rho_{at} \sigma_- \} + \mathcal{L}_{at}\rho_{at}, \end{aligned} \quad (4.6)$$

onde $\Gamma_{eng} = 4|\lambda|^2/\Gamma$ representa taxa de decaimento efetiva do reservatório comprimido e ρ_{at} é o operador densidade reduzido do átomo, sendo que $N = \sinh(r)^2$ e $M = e^{i\phi} \sinh(r) \cosh(r)$. É importante salientar que a ação dissipativa provocada pelo ambiente, considerada pelo termo $\mathcal{L}_{at}\rho_{at}$, leva o sistema a um reservatório de vácuo comprimido para o átomo não ideal, sendo que sua presença compromete inteiramente a nossa proposta. Entretanto, no presente esquema a taxa de decaimento γ pode ser consideravelmente baixa, visto que a configuração atômica utilizada apresenta a transição $|g\rangle \leftrightarrow |e\rangle$ proibida por dipolo. Portanto, podemos assumir $\Gamma_{eng} \gg \gamma$ e desconsiderar, *a priori*, o termo $\mathcal{L}_{at}\rho_{at}$ na Eq.(4.6). Isto significa dizer, conforme estabele-

cido na Ref.(81), que a presente engenharia de reservatório faz uma "mímica" muito bem feita de um reservatório comprimido para tempos da ordem de $t \ll 1/\gamma$.

Como discutido nas Ref.(81), o reservatório comprimido para átomos de dois níveis apresenta alguns efeitos peculiares à dinâmica atômica, como a diminuição (ou aumento) do decaimento associados às componentes *em fase* (ou *fora de fase*) da polarização atômica. Desse modo, o presente esquema possibilitaria a observação de tais efeitos, mediante a manipulação dos parâmetros do reservatório comprimido construído, tais como o número médio de fótons N e o ângulo de compressão ϕ , os quais são manipulados pelas amplitudes e fases dos campos clássicos. Para ilustrar estes fatos, de acordo com a Eq.(4.6), podemos escrever as equações de movimento

$$\begin{aligned}\langle \dot{\sigma}_x \rangle &= -\frac{\Gamma_{eng}}{2} \{ [2N + 2|M| \cos(\phi) + 1] \langle \sigma_x \rangle + 2|M| \sin(\phi) \langle \sigma_y \rangle \}; \\ \langle \dot{\sigma}_y \rangle &= -\frac{\Gamma_{eng}}{2} \{ [2N - 2|M| \cos(\phi) + 1] \langle \sigma_y \rangle + 2|M| \sin(\phi) \langle \sigma_x \rangle \},\end{aligned}$$

associadas aos valores esperados dos operadores $\sigma_x = (\sigma_- + \sigma_+)$ e $\sigma_y = -i(\sigma_- - \sigma_+)$, que permitem observar o decaimento sensível à fase da polarização atômica (55, 81). Ou seja, as componentes *em fase* e *fora de fase*, $\langle \sigma_x \rangle$ e $\langle \sigma_y \rangle$, da polarização atômica apresentam taxas de decaimentos distintas, a depender do parâmetro ϕ do reservatório comprimido construído. Isto pode ser visto preparando o átomo no auto-estado do operador σ_x , isto é $|\psi\rangle = 1/\sqrt{2}(|g\rangle + |e\rangle)$, o que leva à evolução do valor médio $\langle \sigma_x \rangle$ segundo

$$\langle \psi | \sigma_x(t) | \psi \rangle = \frac{1}{2} \exp(-\Gamma_{eng} e^{2r} t/2) [1 + \cos(\phi)] + \frac{1}{2} \exp(-\Gamma_{eng} e^{-2r} t/2) [1 - \cos(\phi)].$$

Para atestar a validade das aproximações que levam à dinâmica efetiva de um reservatório comprimido, resolvemos a Eq.(4.5) numericamente considerando as mesmas condições iniciais requeridas na evolução $\langle \psi | \sigma_x(t) | \psi \rangle$. Na Fig.(4.4) mostramos os gráficos desta evolução provenientes da solução numérica como também da expressão acima, para os valores $\phi = 0, \pi/2$ e π . Para tanto, definimos um fator de compressão $r = 1.5$, mediante a razão $|\lambda_1/\lambda_2| = \tanh(1.5) \simeq 0.90$ obtida pelas relações $|\Omega_{1,2}| \sim 10g$ e $|\Delta_{1,2}| \sim 100g$. Tais ajustes levam a um acoplamento efetivo $\lambda \simeq 0.4g/10 = 0.04g$. Além disso, definimos $\Gamma = 40g$ e $\gamma = 0$. Portanto, as curvas apresentadas na Fig.(4.4) mostram efetivamente a sensibilidade em relação a fase do decaimento atômico associado ao valor médio $\langle \sigma_x \rangle$.

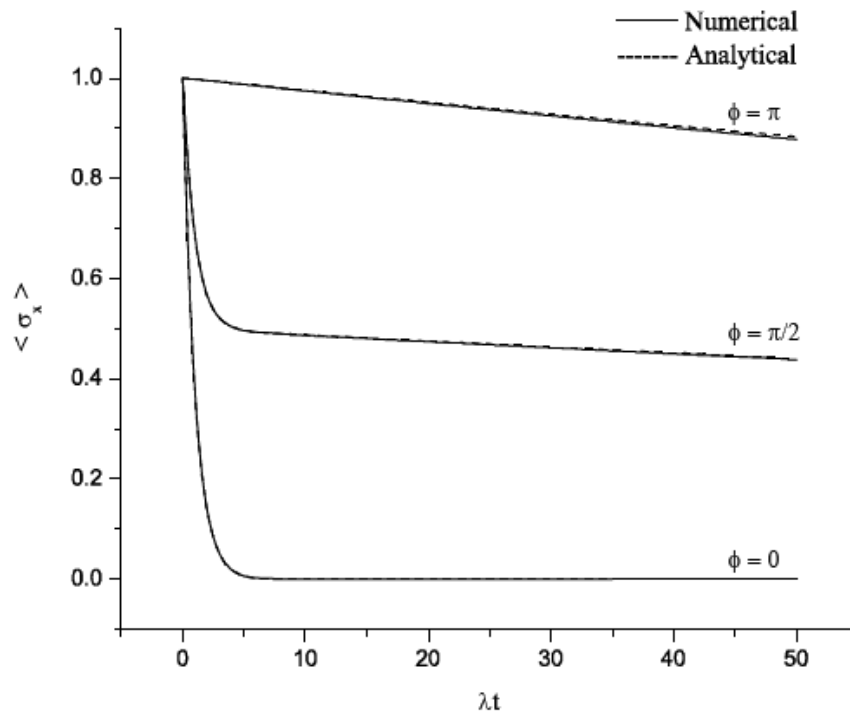


Figura 4.4: Evolução de $\langle \sigma_x(t) \rangle$ segundo o conjunto de parâmetros ($r = 1.5$, $\Gamma = 40\lambda$, $\gamma = 0$) para os ângulos de compressão ($\phi = 0, \pi/2$ e π).

5 *Conclusão*

Desenvolvemos um estudo mostrando como é possível implementar processos não lineares em EQC através da interação de um átomo de dois níveis, submetido a ação de campos clássicos, com dois modos de uma cavidade com alto- Q . De acordo com a configuração dos campos clássicos e quânticos mostramos como é possível gerar processos de conversão paramétrica ascendente e descendente de frequências como também interações do tipo *Kerr*. Vários hamiltonianos efetivos são deduzidos com os quais mostramos como gerar estados não clássicos da luz e estados emaranhados entre os modos de uma cavidade. Em particular, ressaltamos a obtenção de estados altamente comprimidos utilizando os parâmetros atuais em EQC. Como os tempos de interação requeridos são pequenos, ordens de magnitude menores que os tempos de relaxação envolvidos, observamos também que os efeitos dos mecanismos dissipativos durante a geração de estados são praticamente desprezíveis.

Lembramos que a aproximação desenvolvida por D. F. V. James (36) no contexto de sistemas quânticos em referenciais oscilantes, constitui o alicerce para a construção das interações efetivas contempladas nesta tese e para os protocolos desenvolvidos de engenharia de reservatórios comprimidos. Conforme mostra a Ref.(82), além de recuperar os resultados aproximados obtidos por meio do método de eliminação adiabática (83), a aproximação desenvolvida na Ref.(36), evidencia aspectos e resultados que fogem à eliminação adiabática. Esta notória vantagem não é, no entanto, mais importante que a simplicidade oferecida pela técnica de D. F. V. James, uma vez que a eliminação adiabática requer demorado tratamento algébrico. Com efeito, a técnica de obtenção de hamiltonianos efetivos da Ref.(36) é extremamente conveniente para as engenharias de interações e reservatórios, sendo que os resultados aqui expostos estão longe de esgotar as possibilidades que decorrem da abordagem elaborada nesta tese. Portanto, a utilização da aproximação de D. F. V. James para as engenharias de interações e reservatórios podem, evidentemente, ser perseguida em outros diferentes contextos, especialmente, em situações nas quais sistemas de muitas partes estão envolvidas, como em redes ópticas, redes de osciladores, conjunto de pontos (ou poços) quânticos e etc. Vale lembrar que o sistema composto por uma rede de cavidades contendo átomos em seus interiores vem recebendo muita

atenção recentemente. Possivelmente, a utilização da aproximação de D. F. V. James nestas redes, possa evidenciar novos resultados além daqueles já estudados, como por exemplo o intrigante “bloqueio” de fótons, similar ao “bloqueio” de elétrons bastante conhecido e utilizado em física da matéria condensada.

Por outro lado constatamos que, em algumas situações, a técnica desenvolvida por D. F. V. James torna-se inadequada para a descrição hamiltoniana efetiva. Por exemplo, tivemos oportunidade de perceber numericamente que as interações efetivas do tipo *Kerr*, inferidas pela técnica de D. F. V. James, vêm acompanhadas de interações espúrias de ordem menor. Portanto, desenvolver técnicas de obtenção de hamiltonianos efetivos de maior acurácia é um caminho a ser perseguido nesta área de pesquisa. Concomitantemente, tal desenvolvimento de pesquisa torna-se importante para a engenharia de reservatório quando se utiliza a técnica de obtenção de hamiltonianos efetivos desenvolvida por D. F. V. James, a exemplo dos reservatórios compridos obtidos nesta tese. Neste caso, a acurácia da interação efetiva possibilitaria vislumbrar erros na engenharia de reservatório associados aos termos de interação espúrios efetivos que podem introduzir à dinâmica *Liouvilianos* efetivos indesejáveis.

Acreditamos que o programa de engenharia de reservatórios pode também ser utilizado em duas situações que julgamos de interesse: na teoria do laser e no fenômenos da superradiância. No primeiro caso, dado o papel relevante realizado pelo reservatório térmico e emissão espontânea, conjecturamos que a manipulação deste reservatório possa resultar em diferentes e interessantes formas do campo emitido pelo meio ativo na cavidade. No segundo caso, esperamos que um reservatório artificial possa resultar em diferentes formas funcionais para a intensidade do pulso superradiante. Dessa forma, esperamos aumentar ainda mais a intensidade do pulso superradiante ou mesmos diminuí-la de forma tal a inverter o processo da superradiância, aumentando o tempo de vida da amostra ou, a depender do estado inicial dos átomos, preservando sua coerência de fase.

Referências Bibliográficas

- 1 REMPE, G.; WALTHER, H. Observation of quantum collapse and revival in a one-atom maser. **Physical Review Letters**, v. 58, n. 4, p. 353–356, 1987.
- 2 BRUNE, M. et al. Observing the progressive decoherence of the "meter" in a quantum measurement. **Physical Review Letters**, v. 77, n. 24, p. 4887–4890, 1996.
- 3 BELL, J. S. On the einstien-podolsky-rosen paradox. **Physics (U.S.) Discontinued with Vol. 4, no. 1, 1968; Vol: 1**, p. 195–290, 1964.
- 4 MAITRE, X. et al. Quantum memory with a single photon in a cavity. **Physical Review Letters**, v. 79, n. 4, p. 769–772, 1997.
- 5 HAGLEY, E. et al. Generation of einstein-podolsky-rosen pairs of atoms. **Physical Review Letters**, v. 79, n. 1, p. 1–5, 1997.
- 6 CIRAC, J. I.; ZOLLER, P. Quantum computations with cold trapped ions. **Physical Review Letters**, v. 74, n. 20, p. 4091–4094, 1995.
- 7 TURCHETTE, Q. A. et al. Measurement of conditional phase-shifts for quantum logic. **Physical Review Letters**, v. 75, n. 25, p. 4710–4713, 1995.
- 8 CHUANG, I. L. et al. Experimental realization of a quantum algorithm. **Nature**, v. 393, n. 6681, p. 143–146, 1998.
- 9 KANE, B. E. A silicon-based nuclear spin quantum computer. **Nature**, v. 393, n. 6681, p. 133–137, 1998.
- 10 VANDERSYPEN, L. M. K. et al. Experimental realization of shor's quantum factoring algorithm using nuclear magnetic resonance. **Nature**, v. 414, n. 6866, p. 883–887, 2001.
- 11 CIRAC, J. I. et al. Quantum state transfer and entanglement distribution among distant nodes in a quantum network. **Physical Review Letters**, v. 78, n. 16, p. 3221–3224, 1997.
- 12 PELLIZZARI, T. Quantum networking with optical fibres. **Physical Review Letters**, v. 79, n. 26, p. 5242, 1997.
- 13 BRIEGEL, H. J. et al. Quantum communication and the creation of maximally entangled pairs of atoms over a noisy channel. **Philosophical Transactions of the Royal Society of London Series**, v. 356, n. 1743, p. 1841–1851, 1998.
- 14 ENK, S. J. van et al. Quantum communication with dark photons. **Physical Review A**, v. 59, n. 4, p. 2659–2664, 1999.
- 15 MONROE, C. et al. Demonstration of a fundamental quantum logic gate. **Physical Review Letters**, v. 75, n. 25, p. 4714–4717, 1995.

- 16 MONROE, C. et al. A "schrodinger cat" superposition state of an atom. **Science**, v. 272, n. 5265, p. 1131–1136, 1996.
- 17 MEEKHOF, D. M. et al. Generation of nonclassical motional states of a trapped atom. **Physical Review Letters**, v. 76, n. 11, p. 1796–1799, 1996.
- 18 LEIBFRIED, D. et al. Experimental determination of the motional quantum state of a trapped atom. **Physical Review Letters**, v. 77, n. 21, p. 4281–4285, 1996.
- 19 BARNETT, S. M.; PEGG, D. T. Phase measurement by projection synthesis. **Physical Review Letters**, v. 76, n. 22, p. 4148–4150, 1996.
- 20 BASEIA, B.; MOUSSA, M. H. Y.; BAGNATO, V. S. Q-function measurement by projection synthesis. **Physics Letters A**, v. 231, n. 5-6, p. 331–334, 1997.
- 21 PEGG, D. T.; PHILLIPS, L. S.; BARNETT, S. M. Optical state truncation by projection synthesis. **Physical Review Letters**, v. 81, n. 8, p. 1604–1606, 1998.
- 22 VILLAS-BOAS, C. J. et al. Recurrence formula for generalized optical state truncation by projection synthesis. **Physical Review A**, v. 63, n. 5, p. 055801, 2001.
- 23 D'ARIANO, G. M. et al. State preparation by photon filtering. **Fortschritte Der Physik-Progress of Physics**, v. 48, n. 5-7, p. 671–678, 2000.
- 24 KWIAT, P. G. et al. New high-intensity source of polarization-entangled photon pairs. **Physical Review Letters**, v. 75, n. 24, p. 4337–4341, 1995.
- 25 BOUWMEESTER, D. et al. Observation of three-photon greenberger-horne-zeilinger entanglement. **Physical Review Letters**, v. 82, n. 7, p. 1345–1349, 1999.
- 26 BOSCHI, D. et al. Experimental realization of teleporting an unknown pure quantum state via dual classical and einstein-podolsky-rosen channels. **Physical Review Letters**, v. 80, n. 6, p. 1121–1125, 1998.
- 27 BOUWMEESTER, D. et al. Experimental quantum teleportation. **Nature**, v. 390, n. 6660, p. 575–579, 1997.
- 28 KIM, Y. H.; KULIK, S. P.; SHIH, Y. Quantum teleportation of a polarization state with a complete bell state measurement. **Physical Review Letters**, v. 86, n. 7, p. 1370–1373, 2001.
- 29 FURUSAWA, A. et al. Unconditional quantum teleportation. **Science**, v. 282, n. 5389, p. 706–709, 1998.
- 30 VILLAS-BOAS, C. J.; ALMEIDA, N. G. de; MOUSSA, M. H. Y. Teleportation of a zero- and one-photon running-wave state by projection synthesis. **Physical Review A**, v. 60, n. 4, p. 2759–2763, 1999.
- 31 SERRA, R. M. et al. High-fidelity teleportation of entanglements of running-wave field states. **Journal of Optics B-Quantum and Semiclassical Optics**, v. 4, n. 5, p. 316–325, 2002.
- 32 VOGEL, W.; DEMATOS, R. L. Nonlinear jaynes-cummings dynamics of a trapped ion. **Physical Review A**, v. 52, n. 5, p. 4214–4217, 1995.

- 33 SOLANO, E.; AGARWAL, G. S.; WALTHER, H. Strong-driving-assisted multipartite entanglement in cavity qed. **Physical Review Letters**, v. 90, n. 2, p. 027903, 2003.
- 34 SERRA, R. M. et al. Frequency up- and down-conversions in two-mode cavity quantum electrodynamics. **Physical Review A**, v. 71, n. 4, p. 045802, 2005.
- 35 VILLAS-BOAS, C. J. et al. Squeezing arbitrary cavity-field states through their interaction with a single driven atom. **Physical Review A**, v. 68, n. 6, p. 061801, 2003.
- 36 JAMES, D. F. V.; JERKE, J. Effective hamiltonian theory and its applications in quantum information. **Canadian Journal of Physics**, v. 85, n. 6, p. 625–632, 2007.
- 37 ZUREK, W. H. Decoherence and the transition from quantum to classical. **Physics Today**, v. 44, n. 10, p. 36–44, 1991.
- 38 ZUREK, W. H.; PAZ, J. P. Decoherence, chaos, and the 2nd law. **Physical Review Letters**, v. 72, n. 16, p. 2508–2511, 1994.
- 39 CALDEIRA, A. O.; LEGGETT, A. J. Path integral approach to quantum brownian-motion. **Physica A**, v. 121, n. 3, p. 587–616, 1983.
- 40 CALDEIRA, A. O.; LEGGETT, A. J. Quantum tunnelling in a dissipative system. **Annals of Physics**, v. 149, n. 2, p. 374–456, 1983.
- 41 SHOR, P. W. Scheme for reducing decoherence in quantum computer memory. **Physical Review A**, v. 52, n. 4, p. R2493–R2496, 1995.
- 42 STEANE, A. M. Error correcting codes in quantum theory. **Physical Review Letters**, v. 77, n. 5, p. 793–797, 1996.
- 43 ZANARDI, P.; RASETTI, M. Noiseless quantum codes. **Physical Review Letters**, v. 79, n. 17, p. 3306–3309, 1997.
- 44 LIDAR, D. A.; CHUANG, I. L.; WHALEY, K. B. Decoherence-free subspaces for quantum computation. **Physical Review Letters**, v. 81, n. 12, p. 2594–2597, 1998.
- 45 MAGALHÃES, A. R. Bosco de; NEMES, M. C. Searching for decoherence-free subspaces in cavity quantum electrodynamics. **Physical Review A**, v. 70, n. 5, p. 053825, 2004.
- 46 PONTE, M. A. de; MIZRAHI, S. S.; MOUSSA, M. H. Y. Relaxation- and decoherence-free subspaces in networks of weakly and strongly coupled resonators. **Annals of Physics**, v. 322, n. 9, p. 2077–2084, 2007.
- 47 AGARWAL, G. S. Control of decoherence and relaxation by frequency modulation of a heat bath. **Physical Review A**, v. 61, n. 1, p. 013809, 1999.
- 48 VIOLA, L.; KNILL, E.; LLOYD, S. Dynamical decoupling of open quantum systems. **Physical Review Letters**, v. 82, n. 12, p. 2417–2421, 1999.
- 49 VIOLA, L.; KNILL, E. Random decoupling schemes for quantum dynamical control and error suppression. **Physical Review Letters**, v. 94, n. 6, p. 060502, 2005.

- 50 AGARWAL, G. S.; SCULLY, M. O.; WALTHER, H. Inhibition of decoherence due to decay in a continuum. **Physical Review Letters**, v. 86, n. 19, p. 4271–4274, 2001.
- 51 FANCHINI, F. F.; HORNOS, J. E. M.; NAPOLITANO, R. D. J. Continuously decoupling single-qubit operations from a perturbing thermal bath of scalar bosons. **Physical Review A**, v. 75, n. 2, p. 022329, 2007.
- 52 POYATOS, J. F.; CIRAC, J. I.; ZOLLER, P. Quantum reservoir engineering with laser cooled trapped ions. **Physical Review Letters**, v. 77, n. 23, p. 4728–4731, 1996.
- 53 CAROLLO, A.; SANTOS, M. F.; VEDRAL, V. Coherent quantum evolution via reservoir driven holonomies. **Physical Review Letters**, v. 96, n. 2, p. 020403, 2006.
- 54 CAROLLO, A. et al. Geometric phase induced by a cyclically evolving squeezed vacuum reservoir. **Physical Review Letters**, v. 96, n. 15, p. 150403, 2006.
- 55 SCULLY, M. O.; ZUBAIRY, M. S. **Quantum optics**. Cambridge ; New York: Cambridge University Press, 1997. 630 p.
- 56 SALEH, B. E. A.; TEICH, M. C. **Fundamentals of photonics**. New York: Wiley, 1991. (Wiley series in pure and applied optics).
- 57 PELLIZZARI, T. Quantum networking with optical fibres. **Physical Review Letters**, v. 79, n. 26, p. 5242, 1997.
- 58 LLOYD, S. et al. Long distance, unconditional teleportation of atomic states via complete bell state measurements. **Physical Review Letters**, v. 87, n. 16, p. 167903, 2001.
- 59 RAUSCHENBEUTEL, A. et al. Controlled entanglement of two field modes in a cavity quantum electrodynamics experiment. **Physical Review A**, v. 64, n. 5, p. 050301, 2001.
- 60 STEINBACH, J.; TWAMLEY, J.; KNIGHT, P. L. Engineering two-mode interactions in ion traps. **Physical Review A**, v. 56, n. 6, p. 4815–4825, 1997.
- 61 EINSTEIN, A.; PODOLSKY, B.; ROSEN, N. Can quantum-mechanical description of physical reality be considered complete? **Physical Review**, v. 47, n. 10, p. 777, 1935.
- 62 BRUNE, M. et al. Quantum rabi oscillation: A direct test of field quantization in a cavity. **Physical Review Letters**, v. 76, n. 11, p. 1800–1803, 1996.
- 63 VILLAS-BOAS, C. J.; MOUSSA, M. H. Y. One-step generation of high-quality squeezed and epr states in cavity qed. **European Physical Journal D**, v. 32, n. 1, p. 147–151, 2005.
- 64 VILLAS-BOAS, C. J. **Processos parametricos em eletrodinamica de cavidades**. 95 p. Tese (Doutorado em fisica) — UFSCar, 2004.
- 65 BANASZEK, K.; WODKIEWICZ, K. Testing quantum nonlocality in phase space. **Physical Review Letters**, v. 82, n. 10, p. 2009–2013, 1999.
- 66 JEONG, H. et al. Quantum nonlocality test for continuous-variable states with dichotomic observables. **Physical Review A**, v. 67, n. 1, p. –, 2003.
- 67 GUZMAN, R. et al. Field squeeze operators in optical cavities with atomic ensembles. **Physical Review Letters**, v. 96, n. 1, p. 010502, 2006.

- 68 RAIMOND, J. M.; BRUNE, M.; HAROCHE, S. Manipulating quantum entanglement with atoms and photons in a cavity. **Reviews of Modern Physics**, v. 73, n. 3, p. 565, 2001.
- 69 LUKIN, M. D.; IMAMOGLU, A. Nonlinear optics and quantum entanglement of ultraslow single photons. **Physical Review Letters**, v. 84, n. 7, p. 1419–1422, 2000.
- 70 SANZ, L.; ANGELO, R. M.; FURUYA, K. Entanglement dynamics in a two-mode nonlinear bosonic hamiltonian. **Journal of Physics a-Mathematical and General**, v. 36, n. 37, p. 9737–9754, 2003.
- 71 LU, D. M.; ZHENG, S. B. Scheme for realizing kerr nonlinearity in cavity qed. **Chinese Physics Letters**, v. 24, n. 6, p. 1567–1569, 2007.
- 72 CARVALHO, A. R. R. et al. Decoherence, pointer engineering, and quantum state protection. **Physical Review Letters**, v. 86, n. 22, p. 4988–4991, 2001.
- 73 BERRY, M. V. Quantal phase-factors accompanying adiabatic changes. **Proceedings of the Royal Society of London Series a**, v. 392, n. 1802, p. 45–57, 1984.
- 74 PIELAWA, S. et al. Generation of einstein-podolsky-rosen entangled radiation through an atomic reservoir. **Physical Review Letters**, v. 98, n. 24, p. 240401, 2007.
- 75 CIRAC, J. I. et al. Dark squeezed states of the motion of a trapped ion. **Physical Review Letters**, v. 70, n. 5, p. 556–559, 1993.
- 76 PURI, R. R.; LAW, C. K.; EBERLY, J. H. Squeezed raman micromaser model. **Physical Review A**, v. 50, n. 5, p. 4212–4218, 1994.
- 77 LI, P. Generation of two-mode field squeezing through selective dynamics in cavity qed. **Physical Review A**, v. 77, n. 1, p. 015809, 2008.
- 78 BUCHLEITNER, A.; HORNBERGER, K. **Coherent evolution in noisy environments**. New York: Springer, 2002. (Lecture notes in physics).
- 79 GLEYZES, S. et al. Quantum jumps of light recording the birth and death of a photon in a cavity. **Nature**, v. 446, n. 7133, p. 297–300, 2007.
- 80 GUERLIN, C. et al. Progressive field-state collapse and quantum non-demolition photon counting. **Nature**, v. 448, n. 7156, p. 889, 2007.
- 81 LUTKENHAUS, N.; CIRAC, J. I.; ZOLLER, P. Mimicking a squeezed-bath interaction: Quantum-reservoir engineering with atoms. **Physical Review A**, v. 57, n. 1, p. 548–558, 1998.
- 82 RODRIGUES, R. L.; MOUSSA, M. H. Y.; VILLAS-BOAS, C. J. Engineering phonon-photon interactions with a driven trapped ion in a cavity. **Physical Review A**, v. 74, n. 6, p. –, 2006.
- 83 ALLEN, L.; STROUD, C. R. Broadening and saturation in n-photon absorption. **Physics Reports**, v. 91, n. 1, p. 1–29, 1982.