

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO CARLOS
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E DE TECNOLOGIA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM FÍSICA

Controle das propriedades estatísticas do campo
e biestabilidade óptica em eletrodinâmica
quântica de cavidades

James Alves de Souza

UFSCar - São Carlos

Abril/2013

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO CARLOS
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E DE TECNOLOGIA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM FÍSICA

Controle das propriedades estatísticas do campo
e biestabilidade óptica em eletrodinâmica
quântica de cavidades

James Alves de Souza

Tese submetida ao Departamento de Física
da Universidade Federal de São Carlos -
DF/UFSCar, como parte dos requisitos para
obtenção do título de Doutor em Física.

Orientador: Prof. Dr. Celso Jorge Villas-Bôas

UFSCar - São Carlos

Abril/2013

**Ficha catalográfica elaborada pelo DePT da
Biblioteca Comunitária/UFSCar**

S729cp

Souza, James Alves de.

Controle das propriedades estatísticas do campo e biestabilidade óptica em eletrodinâmica quântica de cavidades / James Alves de Souza. -- São Carlos : UFSCar, 2013.

146 f.

Tese (Doutorado) -- Universidade Federal de São Carlos, 2013.

1. Óptica quântica. 2. Biestabilidade óptica. 3. Transparência induzida eletromagneticamente. 4. Aprisionamento coerente de população. 5. Eletrodinâmica quântica de cavidades. 6. Transistor óptico quântico. I. Título.

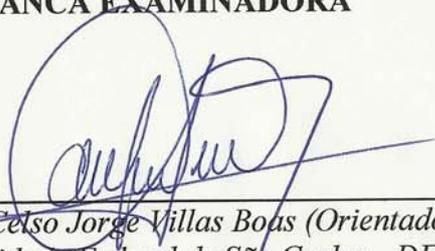
CDD: 530 (20^a)

JAMES ALVES DE SOUZA

Tese de doutorado submetida à
Coordenação do Programa de Pós-
Graduação em Física, da
Universidade Federal de São
Carlos, como requisito parcial para
a obtenção do título de doutor em
ciências.

Aprovado em: 27 de março de 2013

BANCA EXAMINADORA



Prof. Dr. Celso Jorge Villas Boas (Orientador)
Universidade Federal de São Carlos - DF



Prof. Dr. Miled Hassan Youssef Moussa
Universidade de São Paulo – IFSC



Prof. Dr. Philippe Wihelm Courteille
Universidade de São Paulo – IFSC



Prof. Dr. Gustavo Garcia Rigolin
Universidade Federal de São Carlos – DF



Prof. Dr. Ardiley Torres Avelar
Universidade Federal de Goiás - DF

Agradecimentos

Agradeço ao Prof. Dr. Celso Jorge Villas-Bôas por ter me orientado nesses dois anos de doutorado bastante trabalhosos e pela confiança em ter me enviado para a Alemanha com apenas seis meses na área de óptica quântica.

Aos amigos, colegas e professores que contribuíram para minha formação pessoal e profissional com várias discussões calorosas pelos corredores, bares e conferências.

Aos meus pais Alberto Geraldo de Souza e Cárta Ana de Souza que nunca deixaram de me apoiar mesmo nos momentos mais críticos de minha formação e de minha vida pessoal durante esses quatro anos de doutorado. À minha irmã Márcia Alves de Souza por ter me presenteado em 2012 com uma sobrinha tão linda e fofa, a Geovana, que é a bibinha do titio mais linda do mundo.

Ao meu amor Daniela Vanessa Milani pela paciência, alegrias e companheirismo inestimável em todos os momentos.

Agradeço especialmente à FAPESP - processo 2010/17609-0, e à Capes - processo BEX 2496/11-9, pelo apoio financeiro fundamental.

Não poderia deixar de agradecer também a todos os professores e colegas que se mostraram como obstáculos para a minha formação com ofensas, desmotivações e falta de ética científica. A estes pseudoprofissionais muito obrigado, pois aprendi muito bem com vocês o que não se deve fazer.

Em termos profissionais agradeço especialmente ao Prof. Dr. Gerhard Rempe, diretor do Instituto Max Planck de Óptica Quântica, Garching - Ale-

manha, por todos os ensinamentos, apoio e motivação profissional contínuos, os quais eu nunca esquecerei. Agradeço à todas as pessoas que trabalhei e tive contato no Instituto Max Planck, Dr. Markus Koch, Dr. Eden Figueroa, Dr. Tatjana Wilk, Dr. Stefan Ritter, Dr. Sotir Chervenkov, Haytham Chibani, Christian Sames, Christoph Hamsem, Maria Bernard-Schwarz, Georg Braunbeck, Andreas Hartmann e todo o grupo, pelas boas vindas, pelas calorosas discussões científicas, pelas cervejadas, passeios e todas as novidades inesquecíveis da cultura alemã, as quais contribuíram de alguma forma para o meu amadurecimento pessoal e profissional.

Sumário

1	Introdução	1
1.1	Doutorado Sanduíche na Alemanha	4
2	Eletrodinâmica Quântica de Cavidades	8
2.1	Átomo de dois níveis	11
2.2	Ressonadores: Cavidade Óptica	14
2.3	Teoria Quântica do Sistema Átomo-cavidade	17
2.3.1	Modelos de Rabi e de Jaynes-Cummings	17
2.3.1.1	Estados vestidos do modelo de Jaynes-Cummings	19
2.3.1.2	Hamiltoniano de Jaynes-Cummings com bombeio	20
2.3.2	Dinâmica e Dissipação: Equação Mestra	22
2.4	Átomo de três níveis - EIT e CPT	26
2.4.1	EIT e CPT em Cavidades	35
3	Controle da Biestabilidade Óptica em Cavidades Ópticas Lineares	41
3.1	Biestabilidade Óptica: Teoria	42
3.1.1	Regimes de acoplamento átomo-campo	46
3.1.2	Equações de Maxwell-Bloch	48
3.2	CCPT e o Controle da Biestabilidade	52

3.3	Detecção de campos eletromagnéticos	62
3.3.1	Detector de fótons individuais: Um desafio	72
3.4	Transistor Óptico	78
3.5	Conclusões	81
4	Controle Coerente de Flutuações Quânticas através de CEIT .	84
4.1	Dois níveis <i>vs.</i> três níveis: Transições de Fótons	86
4.2	Estatística de Fótons	88
4.3	Controle das Flutuações do Campo	97
4.3.1	Parâmetros Experimentais	107
4.4	Transistor Quântico	110
4.5	Conclusões	113
A	Hamiltoniano de Jaynes-Cummings em um Referencial Girante	114
B	Equações de Maxwell-Bloch para o Hamiltoniano com Pulso Tem- poral	118
C	Algoritmo para o Cálculo da Função de Correlação de Segunda Ordem	126
D	Transições de Fótons do Sistema CEIT	137
	Referências Bibliográficas	141

Resumo

Nesta tese estudamos o controle da biestabilidade óptica absorptiva em uma cavidade linear contendo uma coleção de átomos de dois e três níveis não interagentes fracamente acoplados a um único modo do campo. Mostramos que o controle para a configuração atômica de três níveis ocorre apenas nas condições de aprisionamento coerente de população e que o mesmo é sensível à coerência atômica induzida no sistema podendo ser manipulado através de diferentes parâmetros. Propomos algumas aplicações apresentando um efeito novo, o qual denominamos de biestabilidade óptica complementar, muito interessante para explorar dispositivos ópticos biestáveis com funções de *cascatabilidade*, como um transistor óptico. Estudamos também o controle óptico das flutuações do campo de prova pela combinação do fenômeno de transparência eletromagneticamente induzida para um único átomo no regime de acoplamento forte em eletrodinâmica quântica de cavidades. Especificamente, o campo de controle é utilizado para ajustar as frequências de transição dos estados vestidos ressonantemente ou quase ressonantemente com o campo de prova do sistema. Desta forma, efeitos de bloqueio de um e dois fótons e anti-bloqueio são observados produzindo campos sub- e super-Poissonianos, respectivamente. O controle quântico obtido pode ser promissor para a realização de um protótipo de um transistor quântico que amplifica e atenua flutuações quânticas do campo transmitido pelo sistema. A viabilidade desse dispositivo é demonstrada através de cálculos utilizando parâmetros de experimentos recentes.

Palavras-chave: Biestabilidade óptica, transparência eletromagneticamente induzida, aprisionamento coerente de população, eletrodinâmica quântica de cavidades, bloqueio de fótons, transistor óptico quântico.

Abstract

We investigate in this thesis the control of absorptive optical bistability in a standing wave optical cavity filled with a collection of two and three-level noninteracting atoms weakly coupled to a single electromagnetic mode of an optical resonator. The observed control for the three-level configuration happens under cavity coherent population trapping conditions, it is sensitive to the induced atomic coherence in the system and it can be manipulated through different parameters. We propose some applications presenting a new effect, named by ourselves as complementary optical bistability. It is very interesting to exploit bistability phenomenon to perform bistable cascade devices, such as an optical transistor. We also study the all-optical control of the quantum fluctuations of a beam via a combination of single-atom cavity quantum electrodynamics (CQED) and electromagnetically induced transparency (EIT). Specifically, the EIT control field is used to tune the CQED transition frequencies in and out of resonance with the probe light. In this way, single-photon and two-photon blockade and anti-blockade effects are employed to produce sub-Poissonian and super-Poissonian light fields, respectively. The achievable quantum control paves the way towards the realization of a prototype of a quantum transistor which amplifies or attenuates the noise. Its feasibility is demonstrated by calculations using realistic parameters from recent experiments.

Keywords: Optical bistability, electromagnetically induced transparency, coherent population trapping, cavity quantum electrodynamics, photon-blockade, quantum optical transistor.

Lista de Figuras

- 2.1 Esquema de um sistema átomo-cavidade típico em EQC ilustrando um átomo de dois níveis interagindo com um modo da cavidade a uma taxa de acoplamento g_0 . Os processos de dissipação do sistema são dados pelas taxas κ e γ , correspondentes aos processos de relaxação da cavidade, pela perda de fótons através dos espelhos, e do átomo, como resultado da emissão espontânea, respectivamente. A cavidade é bombeada por um campo laser de amplitude ε , utilizado para monitorar os graus de liberdade internos do sistema átomo-campo. 10
- 2.2 (a) Estrutura de transições hiperfinas da linha D_2 do isótopo ^{87}Rb . (b) Exemplos de transições que podem ser estimuladas, em princípio, por um campo de prova em uma cavidade óptica segundo regras de seleção, justificando a aproximação de dois níveis para o átomo em (c). A dupla seta sólida exemplifica a transição atômica de frequência ω_0 do nível fundamental $|g\rangle$, $F = 1$ ($m_F = 0$), para o nível excitado $|e\rangle$, $F' = 1$ ($m'_F = 1$), estimulada por um campo de prova de frequência ω_P . Neste exemplo consideramos o caso ressonante, ou seja, $\omega_P = \omega_0$ 12

- 2.3 **(a)** Ilustração de uma cavidade óptica vazia (ausência de átomos) com geometria aberta e composta por dois espelhos E_1 e E_2 alinhados no eixo-x. **(b)** Representação de um único modo quantizado do campo dentro da cavidade, com frequência de ressonância ω_{cav} , como um oscilador harmônico com energia correspondente a $E_n = \hbar\omega_{cav}(n + 1/2)$ para os respectivos estados de $|0\rangle, |1\rangle, \dots, |n\rangle$ fótons. O termo $1/2\hbar\omega_{cav}$ é a energia de ponto zero, Eq.(2.4), correspondente à flutuação do vácuo. Para os estados de número $|n\rangle$ o operador de criação \hat{a}^\dagger adiciona um quantum de energia $\hbar\omega_{cav}$ e o operador de destruição \hat{a} subtrai a mesma quantidade de energia no modo da cavidade. 16
- 2.4 Da esquerda para direita tem-se os níveis de energia do sistema desacoplado (átomo e cavidade) e do sistema acoplado átomo-cavidade formando a escada anarmônica de Jaynes-Cummings para o caso ressonante $\Delta = \omega_0 - \omega_{cav} = 0$. As frequências $2\sqrt{n}g_0$ são as oscilações de Rabi do vácuo do sistema átomo-cavidade. 21
- 2.5 **(a)** Espectro de transmissão relativo do sistema átomo-cavidade com bombeio para $N = 1$ mostrando os modos normais do sistema estimulados ressonantemente em $\Delta_P/\kappa = \pm g_0$, equivalente aos estados vestidos $|1, \pm\rangle$ da Figura 2.4. A linha tracejada-pontilhada mostra a transmissão da cavidade vazia com largura de linha 2κ . Os parâmetros utilizados foram $g_0 = 5\kappa$, $\varepsilon = \sqrt{0,01}\kappa$, $\Gamma_{ge} = \kappa$ e $\gamma_e = 0$, considerando ressonância entre o átomo e a cavidade $\omega_0 = \omega_{cav}$. **(b)** Valor esperado da população do estado fundamental e **(c)** da inversão atômica obtidos numericamente pelo método apresentado na Seção 2.3. 26

- 2.6 **(a)** Ilustração de dois campos lasers, prova (frequência ω_P) e controle (frequência ω_C), iluminando uma amostra atômica contendo N átomos. A partir da susceptibilidade linear complexa $\chi^{(1)}(\omega_P)$ é possível obter propriedades ópticas do sistema tais como absorção, refração e transmissão. **(b)** Átomo de três níveis em configuração Λ mostrando o campo de prova e de controle acoplando quase ressonantemente as transições $|1\rangle \leftrightarrow |3\rangle$ e $|2\rangle \leftrightarrow |3\rangle$ com dessintonias Δ_1 e Δ_2 , respectivamente, definidas em (2.23). **(c)** Efeito do campo de controle no átomo de três níveis mostrando que este efetivamente divide o nível $|3\rangle$ em um par de níveis simétricos $|\pm\rangle = 1/\sqrt{2}(|2\rangle \pm |3\rangle)$ cujo espaçamento em relação ao nível original é dado pela frequência de Rabi do campo de controle $\pm\Omega_C$. Neste caso consideramos $\Omega_P = 0$ 29
- 2.7 Transparência eletromagneticamente induzida em um sistema átomo-campo para $N = 1$ mostrando em **(a)** a parte imaginária da susceptibilidade complexa $\chi^{(1)}(\omega_P)$ correspondente ao espectro de absorção do sistema, **(b)** parte real $\chi^{(1)}(\omega_P)$ relacionada à refração do meio e **(c)** espectro de transmissão relativo obtido a partir da Eq.(2.24) em função da frequência do campo de prova $\Delta_1 = \omega_{31} - \omega_P$ normalizada à taxa de decaimento atômico Γ_{31} . As linhas tracejadas-pontilhadas mostram comparativamente as mesmas propriedades considerando um átomo de dois níveis. Note a ausência da janela de transmissão, absorção nula, em $\Delta_1 = 0$, acompanhada por uma dispersão anômala as quais são características marcantes da EIT. 31
- 2.8 **(a)** Espectro de absorção do sistema átomo-campo, utilizando $N = 1$ e $\Gamma_{32} = 0,01\Gamma_{31}$, para diferentes valores de Ω_P mostrando a persistente janela de transmissão em $\Delta_1 = 0$. O valor do campo de controle foi fixado em $\Omega_C = \Gamma_{31}$. **(b)** Espectro de absorção na condição de EIT $\Omega_P = 0,05\Omega_C$ mostrando que o espaçamento entre os Autler-Townes $|\Psi_{\pm}\rangle$ é dado por $2|\Omega_C|$ 34

2.9	População dos estados $ 1\rangle$, $ 2\rangle$ e $ 3\rangle$ em função da razão Ω_P/Ω_C para $\Delta_1 = 0$ mostrando as condições que os fenômenos de EIT e CPT são observados.	35
2.10	(a) Esquema ilustrativo dos campos de entrada e saída em uma cavidade óptica linear contendo uma amostra atômica composta de N átomos de três níveis não interagentes em configuração Λ , mostrando em (b) os campos da cavidade (frequência ω_{cav}) e de controle (frequência ω_C) acoplando as transições atômicas $ 1\rangle \leftrightarrow 3\rangle$ e $ 2\rangle \leftrightarrow 3\rangle$, respectivamente, o campo de bombeio na cavidade (frequência ω_P) e todas as dessintonias relevantes definidas na Eq.(2.28).	36
2.11	(a) Da esquerda para direita tem-se os níveis de energia do sistema atômico na base $\{ 1\rangle, -\rangle, +\rangle\}$, sendo $ \pm\rangle = 1/\sqrt{2}(2\rangle \pm 3\rangle)$, deslocados de $\Delta_{\pm} = \pm\Omega_C$ do nível $ 3\rangle$, e os níveis de energia da cavidade desacoplados. Para os casos ressonantes $\Delta_1 = \Delta_2 = 0$ o sistema átomo-campo é formado por uma escada anarmônica do tipo Jaynes-Cummings com os estados vestidos deslocados por $2\sqrt{ng_0^2 + \Omega_C^2}$. Os estados $ \Psi_n^{(0)}\rangle$ são os estados escuros correspondentes aos estados $ n\rangle$ da cavidade vazia.	39
2.12	Espectro de transmissão do sistema átomo-cavidade com bombeio para $N = 1$ átomo, $g_0 = 5\kappa$, $\varepsilon = \sqrt{0,01}\kappa$ e $\gamma_j = 0$ ($j = e, 2, 3$) considerando um átomo de dois níveis (curva tracejada), onde $\Gamma_{ge} = \Gamma_{31} + \Gamma_{32} = \kappa$, com os modos normais sendo estimulados ressonantemente em $\Delta_P = \pm g_0$, em comparação com um átomo de três níveis, para $\Omega_C = 3\kappa$, com os respectivos modos normais sendo estimulados ressonantemente em $\Delta_P = \pm g_{ef} = \pm\sqrt{g_0^2 + \Omega_C^2}$. A curva tracejada pontilhada é a transmissão da cavidade vazia, cujo pico coincide com a estreita janela de transmissão do sistema CEIT, devido à formação dos estados escuros.	40

- 3.1 Fenômeno de biestabilidade óptica. **(a)** Campo transmitido do sistema átomo-cavidade para o parâmetro de cooperatividade $C = 10$ em função da intensidade normalizada do campo de entrada, dado pelo campo no interior da cavidade vazia ε^2/κ^2 para $\Delta_P = 0$. A curva em forma de S mostra duas soluções estáveis (linhas sólidas em azul) e uma instável (linha tracejada-pontilhada em vermelho). As setas mostram um ciclo de histerese, característico de sistemas não lineares, obtido a partir do mapeamento do sistema aumentando-se e diminuindo-se o valor de ε . **(b)** Dependendo do valor da cooperatividade C o sistema pode ($C > 4$) ou não ($C < 4$) apresentar biestabilidade óptica, sendo $C = 4$ o parâmetro crítico para observação do fenômeno. Para cavidade vazia tem-se $C = 0$. 45
- 3.2 Espectro de transmissão semiclássico (linha pontilhada) e quântico (linha sólida) do sistema átomo-cavidade considerando a configuração Λ de três níveis em função da dessintonia prova-cavidade para os casos ressonantes ($\Delta_1 = \Delta_2 = 0$) para diferentes números de átomos N , utilizando os parâmetros $g_0 = 5,0\kappa$, $\varepsilon = \sqrt{0,01}\kappa$, $\Gamma_{31} = \Gamma_{32} = 0,5\kappa$, $\gamma_2 = \gamma_3 = 0$ e $\Omega_C = 3,0\kappa$ 50
- 3.3 Escada de Jaynes-Cummings dos autovalores de energia do sistema átomo-cavidade de dois níveis para n excitações em função do número de átomos N . A região sombreada mostra os autovalores de energia que são reproduzidos corretamente utilizando a aproximação semiclássica. Para $N \gg 1$ os níveis de energia são escalados linearmente. Pelos gráficos da Figura 3.2 esse resultado pode ser estendido para átomos de três níveis sem perda de generalidade. 51

- 3.4 **(a)** Espectro de transmissão *vs.* dessintonia prova-cavidade normalizada (Δ_P/κ) do sistema átomo-campo de três níveis para dois diferentes valores do campo de prova $\varepsilon^2/\kappa^2 = 4$ e $\varepsilon^2/\kappa^2 = 8$, utilizando os parâmetros $N = 50$, $g_0 = 1,0\kappa$, $\Gamma_{31} = \Gamma_{32} = 0,5\kappa$, $\gamma_2 = \gamma_3 = 0$ e $\Omega_C = 0,5\kappa$, os quais conduzem à cooperatividade $C_N = 25$. **(b)** Espectro de transmissão obtido pela preparação do sistema nos estados $|1\rangle$ e $|2\rangle$ para cada valor de Δ_P . **(c)** e **(d)** mostram as populações $\langle S_{jj} \rangle$ ($j = 1, 2$), correspondentes ao processo descrito em (a). As setas inseridas indicam o ciclo de histerese que aparece pelo mapeamento de Δ_P/κ em torno de zero. 54
- 3.5 Espectro de transmissão relativo em função da amplitude normalizada do campo incidente de prova do sistema átomo-cavidade de três níveis para diferentes valores da dessintonia entre os campos da cavidade e de prova Δ_P , utilizando os parâmetros $N = 100$, $g_0 = 0,5\kappa$, $\Gamma_{31} = \Gamma_{32} = 0,5\kappa$, $\gamma_2 = \gamma_3 = 0$ e $\Omega_C = 0,5\kappa$. As setas inseridas indicam o ciclo de histerese que aparece mapeando o campo de prova, aumentando e diminuindo ε a partir de zero, mostrando que o sistema evolui de um estado “desligado - OFF” para um estado “ligado - ON”. 55
- 3.6 Espectro de transmissão relativo em função da amplitude normalizada do campo incidente de prova do sistema átomo-cavidade de três níveis para diferentes valores da frequência de Rabi do campo de controle Ω_C , utilizando os parâmetros $N = 100$, $g_0 = 0,5\kappa$, $\Gamma_{31} = \Gamma_{32} = 0,5\kappa$, $\gamma_2 = \gamma_3 = 0$ e $\Delta_P = 0,1\kappa$. As setas inseridas indicam o ciclo de histerese que aparece mapeando o campo de prova, aumentando e diminuindo ε a partir de zero. 56

- 3.7 Condição para observação do fenômeno de biestabilidade óptica absorptiva no sistema átomo-campo de três níveis. **(a)** e **(b)** $g_0\alpha/\kappa$ vs. ε/κ em comparação com $\Omega_C/\kappa = 0, 1$ e $\Omega_C/\kappa = 1, 0$ (linhas horizontais tracejadas), respectivamente. **(c)** e **(d)** populações dos estados $|1\rangle$ e $|2\rangle$ correspondentes a **(a)** e **(b)**, respectivamente. Os parâmetros utilizados são os mesmos da Figura 3.6 para $\Omega_C = 0, 1\kappa$ e $\Omega_C = 1, 0\kappa$ 57
- 3.8 Espectro de transmissão relativo em função da frequência de Rabi normalizada do campo incidente de controle do sistema átomo-cavidade de três níveis utilizando os parâmetros $N = 1000$, $\Gamma_{31} = \Gamma_{32} = 0, 5\kappa$, $\gamma_2 = \gamma_3 = 0, 02\kappa$ e $\Delta_P = 0, 1\kappa$, para **(a)** diferentes amplitudes ε do campo de prova e $g_0 = 0, 3\kappa$, e **(b)** diferentes acoplamentos átomo-cavidade g_0 e $\varepsilon = \sqrt{50}\kappa$. As setas inseridas indicam que o ciclo de histerese também é formado pelo mapeamento de Ω_C a partir de zero. 58
- 3.9 Espectro de transmissão relativo em função da amplitude normalizada do campo incidente de prova do sistema átomo-cavidade para diferentes números de átomos N considerando o sistema atômico de **(a)** dois níveis para $g_0 = 0, 5\kappa$, $\Gamma_{31} = 0, 5\kappa$, $\gamma = 0$ e $\Delta_P = 0, 1\kappa$ e **(b)** três níveis utilizando o mesmo conjunto de parâmetros, ou seja, $\Gamma_{31} = \Gamma_{32} = 0, 5\kappa$, $\gamma_2 = \gamma_3 = 0$ e $\Omega_C = 0, 5\kappa$. As setas inseridas indicam o ciclo de histerese que aparece mapeando o campo de prova, aumentando e diminuindo ε a partir de zero. 59
- 3.10 Espectro de transmissão relativo em função da amplitude normalizada do campo incidente de prova do sistema átomo-cavidade para diferentes taxas de defasagem γ ($\gamma_2 = \gamma_3$) e $N = 200$ átomos, considerando o sistema atômico de **(a)** dois níveis e **(b)** três níveis, utilizando os parâmetros $g_0 = 0, 5\kappa$, $\Gamma_{31} = \Gamma_{32} = 0, 5\kappa$, $\Delta_P = 0, 1\kappa$ e $\Omega_C = 0, 5\kappa$. As setas inseridas indicam o ciclo de histerese que aparece mapeando o campo de prova, aumentando e diminuindo ε a partir de zero. 60

- 3.11 Espectro de transmissão relativo *vs.* Ω_C/κ (abaixo) and ε/κ (acima) do sistema átomo-cavidade de três níveis utilizando os parâmetros $N = 1000$, $g_0 = 0,2\kappa$, $\Gamma_{31} = \Gamma_{32} = 0,5\kappa$, $\gamma_2 = \gamma_3 = 0,02\kappa$ e $\Delta_P = 0,1\kappa$. As setas inseridas indicam dois ciclos de histerese que aparecem mapeando a frequência de Rabi do campo de controle de $\Omega_C/\kappa = 0$ a $0,7$ mantendo a amplitude do campo de prova constante em $\varepsilon/\kappa = \sqrt{40}$ (linha sólida vermelha). Em seguida mantém-se Ω_C/κ constante em $0,7$, aumentando e diminuindo ε a partir de $\sqrt{40}$ (linha tracejada-pontilhada azul), e novamente mantendo ε constante e mapeando Ω_C de volta a zero. O resultado final (OUTPUT) de um processo é utilizado como parâmetro de entrada (INPUT) para o processo seguinte, sendo este um sistema promissor para o efeito de cascatabilidade [94]. 61
- 3.12 (a) Esquema ilustrativo da modelagem utilizada para observação do efeito de um pulso eletromagnético de frequência ω_b atravessando o sistema átomo-cavidade perpendicularmente aos espelhos da cavidade na mesma direção do campo de controle de frequência ω_C , na transmissão $\langle \hat{a}^\dagger \hat{a} \rangle$. Como no esquema da figura 2.10 a cavidade é bombeada por um campo de prova de frequência ω_P . (b) Frequência de Rabi do pulso propagante dado pelo envelope Gaussiano (3.10) de área unitária $\alpha = 1/h_0\sqrt{2\pi}$ para cada valor de h_0 65
- 3.13 Efeito de um pulso eletromagnético na transmissão do sistema átomo-cavidade contendo $N = 1000$ átomos para (a) o sistema atômico de dois níveis utilizando os parâmetros $g_0 = 0,2\kappa$, $\varepsilon = 10\kappa$, $\Gamma_{31} = 0,5\kappa$, $\gamma_3 = 0,02\kappa$ e $\Delta_P = 0$, (b) e (c) para átomos de três níveis utilizando os mesmos parâmetros, sendo $\Gamma_{31} = \Gamma_{32} = 0,5\kappa$, $\gamma_2 = \gamma_3 = 0,02\kappa$ e a frequência de Rabi do campo de controle $\Omega_C = 2\kappa$ e $\Omega_C = 0,01\kappa$, respectivamente. As configurações de níveis à direita mostram o acoplamento de todos os campos com frequências ω_{cav} - cavidade, ω_P - prova, ω_C - controle e ω_b - pulso, considerados em cada situação. 66

- 3.14 Evolução temporal do espectro de transmissão do sistema átomo-cavidade de dois níveis para $N = 1000$ átomos e $g_0 = 0,2\kappa$, $\varepsilon = 10\kappa$, $\Gamma_{31} = 0,5\kappa$, $\gamma_3 = 0,02\kappa$ e $\Delta_P = 0$. Para cada valor da frequência de Rabi h_0 do pulso eletromagnético que atravessa a cavidade nos respectivos tempos t_0 observa-se diferentes valores da transmissão, nos permitindo criar um protocolo de informação correspondente a múltiplos de 10 fótons para cada letra da frase “FÍSICA É INTERESSANTE” em ordem alfabética. As letras acentuadas são identificadas por dois pulsos consecutivos espaçados por $t = 1\mu s$ 67
- 3.15 (a) Evolução temporal da transmissão do sistema átomo-cavidade de três níveis utilizando a mesma configuração e parâmetros da Figura 3.13(c). Mostramos a passagem de três pulsos eletromagnéticos em intervalos de tempo diferentes para ilustrar a possibilidade de transmissão de informação pelos estados ON-OFF do sistema, “ascendendo” (círculo amarelo) e “apagando” (círculo cinza) a cavidade simulando um código Morse óptico. (b) Ilustração da aplicação do sistema como um detector de flutuações do campo de controle através de 50 pulsos eletromagnéticos com valores randômicos de h_0 . A região sombreada delimita as flutuações do campo transmitido devido às flutuações do campo de prova com amplitude em torno de ε/e 69
- 3.16 Evolução da transmissão do sistema átomo-campo de três níveis na configuração da Figura 3.13(c) para $N = 1000$ átomos e (a) diferentes valores da amplitude do campo de prova ε para $g_0 = 0,2\kappa$, $\Omega_C = 0,1\kappa$, $\Gamma_{31} = \Gamma_{32} = 0,5\kappa$, $\gamma_2 = \gamma_3 = 0,02\kappa$ e $\Delta_P = 0,1\kappa$ e (b) diferentes valores da frequência de Rabi h_0 do pulso que atravessa a cavidade utilizando os mesmos parâmetros de (a) para $\varepsilon = \sqrt{2}\kappa$. (c) Variação do tempo de permanência do sistema no estado OFF, dado por τ em (b), em função do acoplamento átomo-campo g_0 utilizando os mesmos parâmetros de (a). 70

- 3.17 Evolução da transmissão do sistema átomo-campo de três níveis na configuração da Figura 3.13(c) para $N = 10^{13}$ átomos e **(a)** considerando h_0 como múltiplos da frequência de Rabi do campo de controle Ω_C para ver o efeito das flutuações do mesmo no comportamento do sistema, utilizando os parâmetros $g_0 = 0,02\kappa_r$, $\varepsilon = 10\kappa_r$, $\Omega_C = 10^{-7}\kappa_r$, $\Gamma_{31} = \Gamma_{32} = 0,05\kappa_r$, $\gamma_2 = \gamma_3 = 0,002\kappa_r$ e $\Delta_P = 0,3\kappa_r$, sendo $\kappa_r = 10\kappa$. **(b)** Considera-se o mesmo sistema para diferentes valores da dessintonia entre os campos de prova e cavidade Δ_P , para $h_0 = 5 \times 10^{-6}\kappa_r$ e $\Omega_C = 0$. Em ambos os casos consideramos um pulso dado por $\alpha = 500ns$ 72
- 3.18 Evolução da transmissão do sistema átomo-campo de três níveis na configuração da Figura 3.13(c) para $N = 1000$ átomos utilizando os parâmetros $g_0 = 0,2\kappa$, $\varepsilon = \sqrt{2}\kappa$, $\Omega_C = 0,01\kappa$, $h_0 = 0,2\kappa$, $\Gamma_{31} = \Gamma_{32} = 0,5\kappa$, $\gamma_2 = \gamma_3 = 0,02\kappa$ e $\Delta_P = 0$, considerando um fóton (campo quântico) propagante (linha sólida) e um pulso clássico (linha tracejada). 74
- 3.19 **(a)** Feixe gaussiano, mostrando a variação de seu raio em função da distância axial z , dada pela Eq.(3.13), juntamente com o intervalo de Rayleigh z_R e o raio mínimo w_0 que define a cintura do feixe. O elemento de volume retangular dV é utilizado para calcular o volume de energia do fóton através da Eq.(3.14). **(b)** Ilustração do sistema átomo-cavidade-fóton com duas cavidades, o qual será utilizado para futuros estudos sobre a detecção de um único fóton. 77
- 3.20 **(a)** Campo transmitido em função do campo incidente do sistema átomo-campo de três níveis apresentado na Figura 3.6 para $\Omega_C = 1\kappa$, $N = 100$, $g_0 = 0,5\kappa$, $\Gamma_{31} = \Gamma_{32} = 0,5\kappa$, $\gamma_2 = \gamma_3 = 0$ e $\Delta_P = 0,1\kappa$. O perfil da curva é análogo à curva de transferência característica de um transistor eletrônico em **(b)**, justificando o uso da terminologia transistor óptico para o sistema átomo-cavidade. A linha vertical em (b) mostra o ponto *bias* do transistor eletrônico. Este gráfico foi extraído da referência [94]. 79

- 3.21 **(a)** Campo transmitido do sistema átomo-campo de dois níveis em função da frequência de Rabi do campo incidente de controle para $N = 1000$ átomos, $g_0 = 0,1\kappa$, $\varepsilon = \sqrt{10}\kappa$, $\Gamma_{31} = 0,5\kappa$, $\gamma_3 = 0$ e $\Delta_P = 0$. As setas inseridas indicam o ciclo de histerese que aparece mapeando o campo de controle, aumentando e diminuindo Ω_C a partir de zero. **(b)** População dos estados fundamental $|1\rangle$ e excitado $|3\rangle$ utilizando os mesmos parâmetros de (a). 81
- 3.22 **(a)** Representação do transistor óptico, ilustrando todos os parâmetros do sistema átomo-cavidade-campos, mostrando os três terminais ópticos em analogia ao transistor eletrônico. **(b)** Evolução temporal da transmissão do sistema átomo-campo de dois níveis para diferentes valores da frequência de Rabi do campo incidente de controle Ω_C acionado por uma função tangente hipérbólica em $t_0 = 5\mu s$, para $N = 1000$ átomos, $g_0 = 0,1\kappa$, $\varepsilon = \sqrt{10}\kappa$, $\Gamma_{31} = 0,5\kappa$, $\gamma_3 = 0$ e $\Delta_P = 0$ 82
- 4.1 Espectro de transmissão relativo (em escala logarítmica) em função da dessintonia normalizada prova-cavidade Δ_P/κ do sistema de dois níveis descrito pelo Hamiltoniano (2.12), utilizando os parâmetros $g_0 = 50\kappa$, $\varepsilon = 1\kappa$, $\Gamma = \Gamma_{31} + \Gamma_{32} = 0,2\kappa$, e do sistema de três níveis, Hamiltoniano (2.28), para os parâmetros $g_0 = 50\kappa$, $\varepsilon = 1\kappa$, $\Gamma_{ij} = 0,1\kappa$ e $\Omega_C = 40\kappa$. α_1 e α_2 mostram a diferença de frequência entre os modos normais e a transição de dois fótons do sistema átomo-campo de dois e três níveis respectivamente 88
- 4.2 Representação do diagrama dos autoestados de energia do sistema átomo-cavidade no domínio de frequências do campo de prova $\Delta_P = \omega_P - \omega_{cav}$. A transição de n -fótons pode ser estimulada pelo ajuste da dessintonia prova-cavidade em $\Delta_P^{(\pm n)} = \pm g_0/\sqrt{n}$ e $\Delta_P^{(\pm n)} = \pm\sqrt{ng_0^2 + \Omega_C^2}/n$ para os sistemas de dois e três níveis respectivamente. No exemplo mostramos que a frequência do campo de prova está em ressonância com os modos normais de vibração de modo que $\Delta_P = -g_0$ e $-g_{ef}^{(1)}$ para ambos os sistemas. 89

4.3 (a) Ilustração do interferômetro de Hanbury Brown Twiss mostrando que o campo transmitido pelo sistema átomo-cavidade é separado por um divisor de feixes DF (50 : 50) direcionado para dois contadores de fótons individuais D1 e D2 para obtenção da correlação de fótons em função do intervalo de tempo τ . (b) Contagem de fótons em função do tempo para campos luminosos que apresentam A - *bunching*, B - estado coerente (randômico) e C - *anti-bunching*. 92

4.4 (a) Espectro de transmissão relativo (em escala logarítmica) *vs.* Δ_P/κ do sistema de dois níveis e CEIT utilizando os parâmetros $g_0 = 8\kappa$, $\varepsilon = 1\kappa$, $\Gamma = \Gamma_{31} + \Gamma_{32} = 2\kappa$ e $\Omega_C = 5\kappa$ e (b) respectivas funções de correlação $g^{(2)}(0)$. Os pontos A, B, C e D mostram os valores de Δ_P para os quais são calculadas as funções de correlação $g^{(2)}(\tau)$ da figura 4.5. 93

4.5 Função de correlação de fótons de segunda ordem $g^{(2)}(\tau)$ para diferentes valores de Δ_P dados pelas linhas verticais (a) e (b), para os mínimos (c) A e (d) B, e máximos (e) C e (f) D, da Figura 4.4(b). Os gráficos (a), (c) e (e) correspondem ao sistema de dois níveis enquanto que (b), (d) e (f) são do sistema CEIT. . . 95

4.6 Função de correlação de fótons $g^{(2)}(0)$ em função da dessintonia normalizada prova-cavidade Δ_P/κ do sistema (a) de dois níveis utilizando os parâmetros $g_0 = 50\kappa$, $\varepsilon = 1\kappa$, $\Gamma = \Gamma_{31} + \Gamma_{32} = 0, 2\kappa$, e (b) do sistema de três níveis com parâmetros $g_0 = 50\kappa$, $\varepsilon = 1\kappa$, $\Gamma_{ij} = 0, 1\kappa$ e $\Omega_C = 40\kappa$. As linhas verticais conectam os picos do espectro de transmissão (linha sólida cinza) com mínimos da função $g^{(2)}(0)$ 96

- 4.7 **(a)** Função de correlação $g^{(2)}(0)$ vs. Δ_P/κ para o sistema CEIT utilizando os parâmetros $g_0 = 50\kappa$, $\varepsilon = 1\kappa$, $\Gamma_{31} = \Gamma_{32} = 0,1\kappa$ e $\Omega_C = 40\kappa$. **(b)** População dos estados vestidos CEIT $|\Psi_{1,2}^{(-)}\rangle$ para $\Delta < 0$, $|\Psi_{1,2}^{(+)}\rangle$ para $\Delta > 0$, e respectivos estados escuros $|\Psi_{1,2}^{(0)}\rangle$. As linhas verticais conectam os máximos e mínimos de $g^{(2)}(0)$ com as populações dos autoestados relevantes e a indexação dada pelas letras e números L(n) correspondem às transições de fótons apresentadas no diagrama dos estados vestidos do sistema CEIT da Figura 4.8. 97
- 4.8 Diagrama dos estados vestidos do sistema CEIT obtido a partir do Hamiltoniano (1.30) mostrando processos de 1 e 2 fótons correspondentes às transições identificadas através da função de correlação da Figura 4.7. O acoplamento efetivo é dado por $g_{ef}^{(n)} = \sqrt{ng_0^2 + \Omega_C^2}$. 98
- 4.9 **(a)** Correlação $g^{(2)}(0)$ vs. frequência de Rabi normalizada do campo de controle Ω_C/κ do sistema CEIT para diferentes dessintonias prova-cavidade Δ_P utilizando os mesmos parâmetros da Figura 4.7. A linha horizontal tracejada mostra $g^{(2)}(0) = 1$, campo coerente, enquanto que a linha horizontal tracejada pontilhada mostra $g^{(2)}(0) \approx 0,15$ equivalente ao valor ideal para o fenômeno de bloqueio de dois fótons quando a transição $|\Psi_0^{(0)}\rangle \leftrightarrow |\Psi_2^{(+)}\rangle$ é ressonantemente estimulada em $\Omega_C = 155\kappa$ para $\Delta_P = 85\kappa$ na Figura 4.11(a). **(b)** População dos autoestados CEIT $|\Psi_{1,2}^{(+)}\rangle$ e respectivos estados escuros $|\Psi_{1,2}^{(0)}\rangle$ para $\Delta_P = 85\kappa$. As linhas verticais conectam os principais pontos da função de correlação com as populações dos estados vestidos considerados. 101
- 4.10 **(a)** e **(b)** Correlação $g^{(2)}(0)$ vs. frequência de Rabi normalizada do campo de controle Ω_C/κ do sistema CEIT para as dessintonias prova-cavidade $\Delta_P = 85$ e 100κ , respectivamente, para $N = 1$ e 2 átomos utilizando os parâmetros $g_0 = 50\kappa$, $\varepsilon = 1\kappa$, $\Gamma_{31} = \Gamma_{32} = 0,1\kappa$. A linha horizontal tracejada mostra $g^{(2)}(0) = 1$, campo coerente. 102

- 4.11 **(a)** Função de correlação $g^{(2)}(0)$ vs. Ω_C/κ aplicada ao autoestado $|\Psi_2^{(+)}\rangle$ do sistema CEIT para os mesmos parâmetros da Figura 4.7 e $\Delta_P = 85\kappa$. O valor de $g^{(2)}(0)$ para a condição ideal de bloqueio de dois fótons supondo que toda população excitada do sistema está concentrada em $|\Psi_2^{(+)}\rangle$, é destacada pela linha horizontal tracejada pontilhada no ponto G sendo dada por $g^{(2)}(0) \approx 0,15$. **(b)** Correlação $g^{(2)}(0)$ vs. Ω_C/κ para $\Delta_P = 85\kappa$, apresentada na Figura 4.9(a), mostrando os pontos A, B, C, D, E, F e G para os quais são calculados a correlação $g^{(2)}(\tau)$ na Figura 4.13 para verificar em que situações temos fóton *bunching* e *anti-bunching*. 103
- 4.12 **(a)** Diagrama de níveis da cavidade mostrando que é possível observar $g^{(2)}(0) < 1$ mesmo para processos com dois ou mais fótons. As setas contínuas indicam emissão de um único fóton e as setas tracejadas indicam a emissão de dois fótons simultaneamente. **(b)** Ajuste de duas Lorentzianas cujos picos correspondem às ressonâncias $|\Psi_0^{(0)}\rangle \leftrightarrow |\Psi_1^{(+)}\rangle$ e $|\Psi_0^{(0)}\rangle \leftrightarrow |\Psi_2^{(+)}\rangle$ do espectro de transmissão do sistema CEIT para um conjunto de parâmetros arbitrário, mostrando a grande influência do modo normal $|\Psi_1^{(+)}\rangle$ no estado $|\Psi_2^{(+)}\rangle$ devido a anarmonicidade dos estados vestidos átomo-cavidade. 105
- 4.13 Função de correlação $g^{(2)}(\tau)$ para os valores de Ω_C dados pelos pontos A, B, C, D, E, F e G de $g^{(2)}(0)$ para $\Delta_P = 85\kappa$ da Figura 4.11. O último gráfico à direita mostra a transformada de Fourier (FFT) das funções de correlação dos pontos D, E e F situados na região do platô. 108

4.14 **(a)** Função de correlação $g^{(2)}(0)$ vs. Ω_C/κ para o sistema CEIT utilizando o conjunto de parâmetros experimentais $g_0 = 8\kappa$, $\varepsilon = 1\kappa$ e $\Gamma_{31} = \Gamma_{32} = 1\kappa$ [121] para diferentes dessintonias prova-cavidade Δ_P . **(b)** Função de correlação $g^{(2)}(\tau)$ para $\Omega_C = 0,5\kappa$ e $\Delta_P = 8\kappa$, assinalado pela seta em (a), mostrando a violação da desigualdade de Cauchy-Schwartz para a condição de fóton *bunching*, área sombreada. 109

4.15 **(a)** Transformada de Fourier (FFT) da função de correlação $g^{(2)}(\tau)$ do sistema de dois níveis e CEIT para os parâmetros da Figura 4.14. **(b)** Diagrama de níveis do sistema átomo-campo ilustrando as oscilações identificadas por meio da FFT em (a) para o sistema de dois níveis. 110

4.16 **(a)** Transmissão do sistema átomo-campo de dois níveis e CEIT ilustrando o mecanismo de *switch* obtido em $\Delta_P = 0$. Para o sistema de dois níveis tem-se $T = 0$, estado OFF. Quando o campo de controle é acionado acoplando a transição $|2\rangle \leftrightarrow |3\rangle$ tem-se a formação de estados escuros e conseqüentemente $T = 1$ neste ponto. Os parâmetros utilizados foram $g_0 = 5\kappa$, $\varepsilon = \sqrt{0,01}\kappa$, $\Gamma_{ij} = \kappa$ e $\gamma_j = 0$. **(b)** Efeito da evolução temporal da função de correlação $g^{(2)}(0)$ do sistema CEIT quando a frequência de Rabi do campo de controle é acionada em $t = 1,5$ s, mostrando que o sistema apresenta a função de *switch* para a estatística do campo transmitido, podendo-se acionar luz sub- ou super-poissoniana a partir do campo poissoniano coerente, dependendo dos valores de Ω_C . Os parâmetros utilizados são os mesmos da Figura 4.7 para $\Delta_P = 85\kappa$, sendo $g_0 = 50\kappa$, $\varepsilon = 1\kappa$ e $\Gamma_{31} = \Gamma_{32} = 0,1\kappa$ 112

C.1 Função de correlação $g^{(2)}(\tau)$ calculada a partir do algoritmo descrito acima para o sistema CEIT utilizando o conjunto de parâmetros $g_0 = 8\kappa$, $\varepsilon = 1\kappa$, $\Gamma_{31} = \Gamma_{32} = 1\kappa$, $\Omega_C = 0,5\kappa$ e $\Delta_P = 8\kappa$, como na Figura 4.14(b) do Capítulo 4. 136

- D.1 **(a)** Função de correlação $g^{(2)}(0)$ vs. Δ_P/κ para o sistema CEIT utilizando os parâmetros $g_0 = 50\kappa$, $\varepsilon = 1\kappa$, $\Gamma_{31} = \Gamma_{32} = 0,1\kappa$ e $\Omega_C = 40\kappa$. **(b)** População dos estados vestidos $|\Psi_{1,2}^{(-)}\rangle$ e $|\Psi_{1,2}^{(+)}\rangle$. As linhas verticais conectam os máximos e mínimos de $g^{(2)}(0)$, correspondentes às transições de um e dois fótons, com os máximos das populações dos estados $|\Psi_{1,2}^{(\pm)}\rangle$. Na Figura 4.7 do Capítulo 4 apresentamos apenas os valores das populações de $|\Psi_{1,2}^{(-)}\rangle$ para $\Delta < 0$ e $|\Psi_{1,2}^{(+)}\rangle$ para $\Delta > 0$ 139
- D.2 Diagrama dos estados vestidos do sistema CEIT mostrando os processos de um e dois fótons correspondentes às transições identificadas através da função de correlação da Figura D.1. 140

Capítulo 1

Introdução

A mecânica quântica emergiu como uma descrição completamente inesperada da natureza no nível fundamental, revolucionando a ciência e nossa maneira de pensar no século XX. Ela possui uma variedade de características estranhas e contra intuitivas baseadas em efeitos básicos inerentes de sua formulação como o emaranhamento, processos randômicos e de superposição. Desde o advento dos lasers e semicondutores, cientistas vêm explorando e aprendendo como manipular esses efeitos quânticos surpreendentes para o desenvolvimento de novas tecnologias, expandindo a capacidade de computadores e outros dispositivos.

No início da década de 1980, muito esforço foi investido na generalização da teoria da informação, conduzindo à emergência de uma área do conhecimento fantástica, a ciência da informação quântica, a qual explora conceitos e métodos que fundem as áreas da física, matemática e ciência da computação. Essa permite a representação de informação por meio de estados quânticos. A computação quântica (CQ), primeiramente desenvolvida por Paul Benioff [1], ganhou uma credibilidade adicional quando Richard Feynman [2] e David Deutsch [3] sugeriram que a CQ poderia ser tão eficiente que superaria em muito a computação clássica. O interesse nisso cresceu dramaticamente quando Peter Shor descobriu um algoritmo quântico polinomial para fatorar números grandes [4] e a CQ foi encarada como o começo de uma nova era de tecnologia altamente avançada. Mais tarde em 1994, Cirac e Zoller propuseram que a CQ poderia ser implementada na forma de *hardware* utilizando técnicas conhecidas para

a manipulação de campos laser e íons aprisionados [5]. Desde então vários grupos de pesquisa, incluindo o nosso próprio grupo, tem explorado propostas para realizar experimentos de protocolos de informação quântica para melhor entender os desafios e possibilidades para a construção dos principais componentes de um computador quântico.

Computadores quânticos são dispositivos que exploram o potencial de átomos, moléculas, íons e fótons para o armazenamento e processamento de informação. O requerimento universal mais crítico, o qual os computadores quânticos dependem, é a frágil operação de coerência nestes sistemas quânticos, a qual pode ser perturbada e conseqüentemente destruída por pequenas flutuações provenientes do acoplamento desses sistemas com o meio em que estão inseridos. Apesar dos requerimentos para as realizações experimentais de dispositivos quânticos para contornar estes processos destrutivos, conhecidos como decoerências, permanecerem obscuros, pesquisadores do mundo todo têm demonstrado importantes avanços na direção da construção de tecnologias práticas utilizando computação quântica, no que se refere os três critérios mais gerais para isso: escalabilidade, lógica universal e habilidade de correção (“*correctability*”) [6, 7]. Como os princípios da computação e processamento de informação quântica são alicerçados nas ideias mais fundamentais da mecânica quântica, eles envolvem praticamente todas as áreas da física, estendendo recursos teóricos e experimentais desde a óptica quântica e física atômica à dispositivos de estado sólido [7].

Dentre os vários métodos existentes para o estudo de sistemas abertos e controle de átomos e fótons individuais, por meio da interação da luz com a matéria no nível quântico, a eletrodinâmica quântica de cavidades (EQC) tem se mostrado uma ferramenta muito poderosa [8]. A essência da dinâmica de interação na EQC pode ser descrita por modelos elementares em que processos dissipativos, decorrentes da interação do sistema com a vizinhança, são levados em conta, nos permitindo manipular a intensidade do acoplamento entre átomo e campo. No regime de acoplamento forte a taxa em que um único fóton é absorvido ou emitido pelo átomo é maior que qualquer outra taxa de perda do sistema. Experimentos de EQC nesse regime têm culminado na demonstração

de condições de dinâmicas quânticas [9, 10], estudos fundamentais em mecânica estatística quântica fora do equilíbrio [11], medidas quânticas não demolidoras de fótons, criação de emaranhamento entre três sistemas quânticos distinguíveis [12] e as interações físicas requeridas para a implementação de portas lógicas universais quânticas entre fótons [13]. Acoplamento forte em sistemas da EQC pode ser vantajoso para o estudo de protocolos de CQ, uma vez que a informação quântica pode ser intercambiada entre o átomo e o fóton várias vezes antes de ser perdida [14, 15].

Não linearidades ópticas provenientes do forte acoplamento entre átomo e campo em uma cavidade óptica oferecem possibilidades únicas para controlar luz utilizando luz e possui inúmeras aplicações interessantes nas áreas de óptica não linear [16, 17] e ciência da informação quântica [15, 18, 19]. Interações altamente não lineares podem ser alcançadas usando o fenômeno de transparência eletromagneticamente induzida (EIT - “*Electromagnetically Induced Transparency*”). A EIT é um fenômeno de interferência quântico que torna transparente, um meio atômico opaco, pela excitação ressonante de duas diferentes transições, as quais dividem um estado comum de um sistema atômico composto por três níveis [17, 20, 21]. O reconhecimento de várias aplicações potenciais tem motivado um considerável nível de atividade voltado para o estudo de sistemas atômicos e moleculares de três níveis acoplados a dois campos laseres como no caso da EIT [22], que tem sido aplicada com sucesso no retardamento de pulsos luminosos [23–25], assim como no armazenamento e recuperação de fótons individuais em gases atômicos aquecidos e resfriados [15, 19, 26, 27].

Já foi demonstrado que as capacidades da EQC podem ser melhoradas pela incorporação da EIT e os resultados representam um importante avanço em direção a futuras realizações de dispositivos para o processamento de informação quântica, tais como memórias quânticas [19, 28, 29], transistores com átomos individuais [30–32] e portas lógicas com fótons individuais [16, 18, 33].

Outro fenômeno importante que tem recebido considerável atenção nos últimos 30 anos devido ao seu potencial de aplicação para o desenvolvimento de interruptores e transistores ópticos, memórias e amplificadores é a biestabilidade

óptica. Vários trabalhos experimentais e teóricos de extrema importância foram reportados em sistemas atômicos de dois e múltiplos níveis [34]. Os efeitos coerentes induzidos pela EIT e o aprisionamento coerente de população (CPT - “*Coherent Population Trapping*”) em cavidades, no regime de acoplamento átomo-campo fraco com muitos átomos, são bastante atrativos para o controle da biestabilidade devido a habilidade desses sistemas de suprimir a absorção linear de um meio atômico ressonante de muitos níveis [35, 36].

Este trabalho começa com uma introdução de conceitos e técnicas fundamentais para a análise dos sistemas EQC em estudo, compostos por átomos de dois e três níveis interagindo com um único modo de uma cavidade óptica, no Capítulo 2. Nesse capítulo também contém a definição e as condições para observação dos fenômenos de EIT e CPT, assim como a extensão dos mesmos em cavidades lineares. No Capítulo 3 o fenômeno de biestabilidade absorptiva e seu controle é estudado no regime de acoplamento fraco para muitos átomos de dois e três níveis. A partir do controle da biestabilidade várias aplicações interessantes de dispositivos ópticos são propostas, como a de um transistor óptico promissor para a realização de operações de *cascatabilidade*, juntamente com os problemas enfrentados para a modelagem de um detector de fótons individuais com eficiência de 100%. No Capítulo 4 é apresentada uma nova definição de um transistor quântico, composto por um único átomo interagindo com um único modo da cavidade no regime de acoplamento forte. Por meio da função de correlação de segunda ordem mostra-se que este dispositivo possui a habilidade de controlar a estatística do campo transmitido produzindo bloqueio de um único fóton e dois fótons, sendo também promissor para a implementação de uma fonte estável de fótons individuais. Os Capítulos 3 e 4 são finalizados com conclusões e com perspectivas de trabalhos futuros.

1.1 Doutorado Sanduíche na Alemanha

Antes de iniciar a discussão do trabalho desenvolvido nesta Tese gostaria de compartilhar com os leitores, especialmente os estudantes, a experiência do

meu doutorado sanduíche na Alemanha. Durante os dois anos de doutorado na área de óptica quântica, um ano foi realizado junto ao Instituto Max Planck de Óptica Quântica - Garching, Alemanha, sob a supervisão do diretor do instituto Prof. Dr. Gerhard Rempe, no período de 01 de Outubro de 2011 a 30 de Setembro de 2012. Após escrever o projeto de pesquisa e cumprir todas as exigências para a candidatura da bolsa de estudos, fui agraciado pela Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) com uma bolsa do Programa Institucional de Doutorado Sanduíche no Exterior (PDSE), processo BEX 2496/11-9. Este projeto foi muito importante para solidificar a parceria iniciada pelo Prof. Dr. Celso Jorge Villas-Bôas no período entre 2009 - 2010 durante a realização de um pós-doutorado, rendendo novos projetos e possíveis oportunidades para outros alunos brasileiros usufruírem em um futuro próximo.

Esta foi minha primeira experiência no exterior como estudante e como turista. Quando cheguei no Instituto de pesquisas fui muito bem recebido por todo o grupo com calorosas boas vindas. Na primeira semana tive que legalizar minha situação no país com toda documentação exigida para abrir conta bancária e todo o tipo de burocracias semelhantes às que enfrentamos aqui no Brasil. Após duas semanas comecei a trabalhar e participar ativamente de todas as atividades do grupo como reuniões, apresentação de seminários e discussões científicas.

O Instituto Max Planck de Óptica Quântica é um dos Institutos mais renomados do mundo nas áreas de ciência fundamental e aplicada com lasers, com ênfase especial em ciência da informação quântica, física quântica de muitos corpos e ciência especializada na resolução espacial e temporal de sistemas subatômicos (“*Attosecond Science*”).

O Instituto forneceu todo o suporte necessário para o desenvolvimento de uma excelente pesquisa tais como, escritório particular com um computador de última geração com acesso a diversos periódicos pela internet, fax, telefone, impressora, escâner, lousa com caneta para discussões e material completo de escritório (bloco de notas, tesoura, grampeador, canetas, cadernos, etc...). A biblioteca do Instituto contém excelentes volumes sobre os tópicos estudados durante o estágio e eu também obtive livre acesso aos laboratórios para observar

e discutir sobre como os experimentos funcionavam para melhorar meu entendimento e obter uma visão real sobre os sistemas que eu estava modelando. Dentro do Instituto possui uma cafeteria que oferece almoço e diversos tipos de refeições, de modo que todo o ambiente foi favorável para o bom desenvolvimento do nosso projeto de pesquisa.

A interação com os integrantes do grupo foi realizada através de duas reuniões semanais sob a liderança do Prof. Rempe, uma geral com a participação de todos os subgrupos de pesquisas e uma particular onde eu tive a oportunidade de explorar de maneira fantástica a mentalidade e o profissionalismo do Prof. Rempe durante as discussões dos nossos resultados. As discussões não foram limitadas apenas à Física dos sistemas em estudo, mas também à filosofia científica, a postura de um bom cientista nos dias de hoje, como escrever um manuscrito e como abordar um assunto científico em diferentes periódicos.

Os resultados decorrentes dos trabalhos desenvolvidos foram apresentados em dois congressos internacionais, onde tive a oportunidade de conhecer um dos mais renomados cientistas na área de Óptica Quântica, o Prof. Dr. Howard Carmichael da Universidade de Auckland - Nova Zelândia, com quem tive longas e frutíferas discussões. Outro evento que participei foi o workshop do grupo Max Planck, onde tive a oportunidade de apresentar uma palestra fazendo com que nosso trabalho ganhasse grande visibilidade de modo a abrir portas para possíveis parcerias em diferentes subgrupos de pesquisas liderados pelo Prof. Rempe, tais como o de Condensado de Bose-Einstein e o de Moléculas.

Quanto à adaptação cultural, esta foi facilitada pelo curso de alemão oferecido pelo próprio Instituto Max Planck dentro das instalações do centro de pesquisas, onde conheci professores extremamente qualificados e que conheciam bem a região fornecendo orientações diversas sobre alimentação, lazer, cultura, educação, etc. Esse curso foi também interessante pra conhecer e manter contato com pessoas de diversas nacionalidades como espanhóis, chineses, ingleses, russos, árabes, franceses, etc., me fornecendo um ganho cultural imensurável. A cultura alemã é realmente fascinante e o povo alemão é muito educado e comprometido com tudo o que fazem. Eu fui muito bem recebido em todos os estabelecimentos

que frequentei para legalizar minha estadia no país e também em todos os lugares que frequentei para compras, alimentação e lazer.

Eu não poderia avaliar de outra forma essa oportunidade no exterior como sendo excelente em todos os quesitos, desde o início do projeto com apoios fornecidos pela CAPES do tipo auxílio deslocamento, auxílio instalação, seguro saúde e mensalidades, ao ganho profissional e pessoal imensuráveis iniciados a partir do momento que cheguei na Alemanha. A liderança do Prof. Dr. Gerhard Rempe é inquestionável e influenciou de maneira significativa em minha maneira de pensar como cientista. Esta iniciativa do governo em fornecer recursos para o estabelecimento de parcerias no exterior com grupos de grande prestígio é um excelente começo para ajudar na formação de bons cientistas brasileiros.

O conselho que deixo para os futuros estagiários é que tentem realizar o estágio em grupos sérios que desenvolvam ciência de alta qualidade. Não faz sentido nenhum gastar recursos para visitar institutos ou universidades piores que as instituições brasileiras, como tem acontecido frequentemente no programa Ciência Sem Fronteiras (CsF). Em ciências vivemos um processo de aprendizagem contínuo que pode ser grandemente impulsionado quando trabalhamos em grandes escolas, como a escola alemã. No Max Planck eu pude vivenciar e aprender de maneira surpreendente os costumes e a filosofia do “fazer ciências” herdados de grandes cientistas como Albert Einstein, Erwin Schrödinger, Max Planck, Richard Feynman e muitos outros. Não posso negar que também tive algumas experiências ruins a partir de comportamentos vergonhosos de alguns professores e estudantes, mas felizmente isso não me afetou de maneira significativa e pude filtrar o que os cientistas e a estrutura do lugar podiam me oferecer de melhor.

Somos imensamente gratos pelo auxílio e oportunidade fornecidos pela CAPES para engrandecer nosso conhecimento e aumentar a representatividade brasileira no cenário científico mundial, não só através de artigos científicos mas também com trabalho sério e competente, comprovado pelo parecer do diretor Prof. Dr. Gerhard Rempe anexado ao final desta Tese.

Capítulo 2

Eletrodinâmica Quântica de Cavidades

O advento da mecânica quântica no começo do século XX refinou nosso entendimento sobre a estrutura do átomo desencadeando mudanças profundas no estudo da interação entre radiação e matéria. Tais avanços culminaram no desenvolvimento da teoria semiclássica de interação, na qual o campo é tratado classicamente enquanto que a mecânica quântica é empregada para descrever o átomo. Uma mudança conceitual marcante foi a discretização de energia introduzida heurísticamente por Planck e Einstein culminando na quantização do campo eletromagnético e na formulação da eletrodinâmica quântica (EQ) por Dirac, Dyson, Feynman, Schwinger, Tomonaga e muitos outros.

A obtenção de soluções exatas em EQ é muito complicada, pois é preciso levar em conta a infinidade de modos que compõem o campo eletromagnético. A quantização do campo conduziu à explicação de vários fenômenos como o efeito fotoelétrico [37], emissão espontânea [38], o deslocamento de Lamb [39], entre outros. Já foi demonstrado que vários desses fenômenos podem ser reproduzidos, pelo menos qualitativamente, a partir de modelos semiclássicos. Isto motivou Jaynes e Cummings à investigarem teoricamente o simples modelo de um átomo de dois níveis interagindo com um único modo do campo eletromagnético [40]. Pela possibilidade de obtenção de soluções exatas, mesmo sob uma descrição inteiramente quântica, esse sistema é ideal para estudar as consequências da quan-

tização do campo eletromagnético na interação radiação-matéria em comparação com modelos semiclássicos.

Em uma primeira abordagem o modelo de Jaynes-Cummings foi considerado meramente como um “*Gedankenexperiment*”¹. Com o avanço tecnológico percebeu-se mais tarde que tal modelo poderia ser implementado por um experimento colocando-se um átomo de dois níveis no interior de uma cavidade com volume muito pequeno, dando início à área de eletrodinâmica quântica de cavidades (EQC).

Formalmente, a EQC explora a medida e controle de campos quantizados e sistemas atômicos coerentemente acoplados no interior de um ressonador eletromagnético, a cavidade. Neste sistema a interação radiação-matéria é melhorada de tal forma que o átomo interage com apenas um ou poucos modos do campo do ressonador de modo que todos os outros modos são negligenciados.

O progresso experimental da área vem acompanhado do desenvolvimento de novos métodos teóricos para descrever o sistema átomo-cavidade na presença de dissipação [41, 42]. Paralelamente, vários efeitos e fenômenos puderam ser observados a partir deste simples sistema indo muito além do imaginado por Jaynes e Cummings. Geração de estados não clássicos da luz, medidas quânticas não demolidoras, estudos fundamentais de decoerência e sistemas quânticos abertos, comunicação quântica, novas técnicas de resfriamento de átomos e íons, computação e processamento de informação em sistemas quânticos são apenas alguns exemplos dos tópicos de pesquisa abordados na área de EQC, os quais podem ser encontrados em vários livros [9, 43, 44] e artigos científicos [8, 14, 15, 45–48].

Na Figura 2.1 é ilustrado o sistema átomo-cavidade típico em EQC. O modelo mais simples consiste de um átomo com apenas dois estados quânticos relevantes, fundamental e excitado, acoplado a apenas um modo do campo eletromagnético da cavidade, composta por um par de espelhos por exemplo. Se existir um fóton confinado na cavidade, o mesmo pode ser absorvido pelo átomo. De maneira recíproca, se o átomo estiver no estado excitado, ele pode decair pela

¹Palavra em alemão que significa: Experimento mental ou idealizado.

emissão de um fóton na cavidade. A taxa de interação entre o átomo e o campo é descrita pelo acoplamento g_0 , proporcional ao momento de dipolo do átomo e ao campo elétrico do fóton na posição em que o átomo está localizado.

Os sistemas de EQC reais são naturalmente acompanhados de processos dissipativos, tais como a perda de fótons através da cavidade a uma taxa κ , como consequência de espelhos imperfeitos, e o decaimento do átomo a uma taxa γ , como resultado da emissão espontânea do mesmo nos modos do campo. Para monitorar e induzir a dinâmica do sistema átomo-cavidade aplica-se quase ressonantemente a esse um campo de bombeio de frequência ω_P e amplitude ε ajustáveis. Todos esses parâmetros são ilustrados na Figura 2.1.

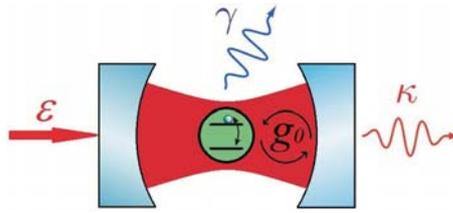


FIGURA 2.1: Esquema de um sistema átomo-cavidade típico em EQC ilustrando um átomo de dois níveis interagindo com um modo da cavidade a uma taxa de acoplamento g_0 . Os processos de dissipação do sistema são dados pelas taxas κ e γ , correspondentes aos processos de relaxação da cavidade, pela perda de fótons através dos espelhos, e do átomo, como resultado da emissão espontânea, respectivamente. A cavidade é bombeada por um campo laser de amplitude ε , utilizado para monitorar os graus de liberdade internos do sistema átomo-campo.

Este capítulo começa com uma breve revisão de conceitos e aproximações que envolvem os dois principais “personagens” para o estudo de sistemas em EQC, o átomo e a cavidade. Descrevemos o que vem a ser um átomo de dois níveis e sua extensão para três níveis, essenciais para o entendimento do fenômeno de transparência eletromagneticamente induzida. Discutimos como o campo em uma cavidade é tratado e quais as consequências de sua quantização na dinâmica do sistema acoplado átomo-cavidade descrito pelo modelo de Jaynes-Cummings. Descrevemos também a necessidade de tratar as interações dissipativas do sistema com o meio em que está inserido e como o mesmo pode ser modelado sob a ação de um campo externo de bombeio. O capítulo é finalizado tratando o fenômeno de transparência eletromagneticamente induzida no interior de uma cavidade óptica, compondo o sistema que será estudado ao longo de toda esta tese.

2.1 Átomo de dois níveis

Antes de partirmos para a descrição quântica da interação átomo-campo vamos descrever brevemente o que vem a ser um átomo de dois níveis. Um átomo real possui uma estrutura de níveis bem mais complexa e numerosa do que a imaginária e simples representação de dois níveis usualmente utilizada. O que faz então com que tal representação do átomo seja uma boa aproximação? Podemos entender essa questão por meio de dois fatores:

- **Ressonância** - A secção transversal de um átomo absorvendo um fóton com frequência ressonante com a frequência atômica de transição de um estado inicial a um estado final, pode ser melhorada várias ordens de grandeza com relação ao mesmo absorvendo um fóton não ressonante. Logo, sob a condição de ressonância, vários níveis com diferentes frequências daquela ressonante com o fóton podem ser ignorados.
- **Regras de seleção** - Adicionalmente à ressonância, as regras de seleção de dipolo ditam, de certa forma, que apenas algumas transições entre subníveis magnéticos específicos são permitidas. No caso mais simples temos apenas dois estados envolvidos no processo, fazendo com que a representação de dois níveis para o átomo seja uma boa aproximação.

Como exemplo apresentamos nas Figuras 2.2(a) e (b) a linha D_2 do rubídio 87. O ^{87}Rb não é um isótopo estável do rubídio, mas possui uma taxa de decaimento extremamente lenta fazendo com que o mesmo possa ser considerado estável. Ele possui 37 elétrons, sendo que somente um está localizado no orbital mais externo ocupado. Essa é uma característica não só do ^{87}Rb mas dos átomos alcalinos em geral, o que os torna extremamente atraentes para experimentos de óptica quântica. Dentre outros amplamente utilizados para esses fins temos o rubídio ^{85}Rb , o céσιο ^{133}Cs e o sódio ^{23}Na . Várias informações úteis sobre esses elementos podem ser encontradas na referência [49].

No caso do ^{87}Rb as transições D_2 apresentadas na Figura 2.2 são as de maior relevância em experimentos de EQC, uma vez que o mesmo campo laser pode ser utilizado como campo de prova do sistema átomo-cavidade e

também para o resfriamento do átomo. O processo de resfriamento aumenta dramaticamente o tempo médio de armazenamento do átomo dentro da cavidade, favorecendo o aumento do tempo de interação entre átomo e campo, mostrando portanto a importância de se conhecer não só a frequência de transição entre dois níveis, mas toda a estrutura hiperfina de níveis do átomo em um experimento de óptica quântica.

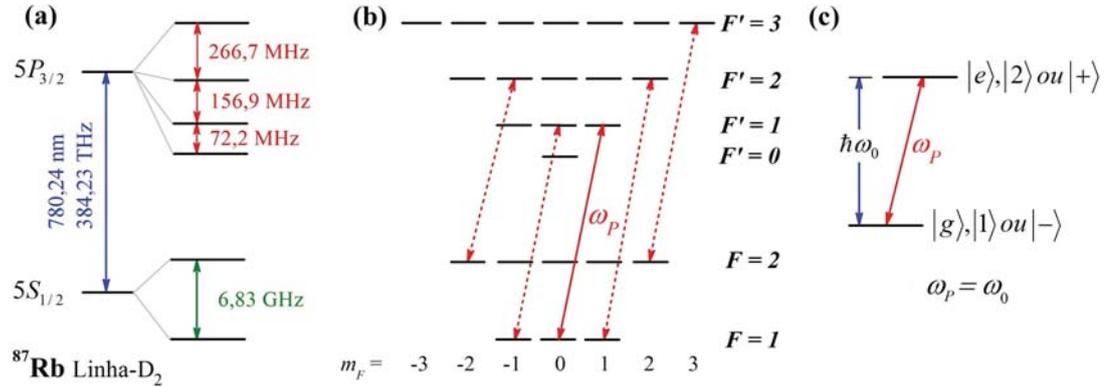


FIGURA 2.2: (a) Estrutura de transições hiperfinas da linha D_2 do isótopo ^{87}Rb . (b) Exemplos de transições que podem ser estimuladas, em princípio, por um campo de prova em uma cavidade óptica segundo regras de seleção, justificando a aproximação de dois níveis para o átomo em (c). A dupla seta sólida exemplifica a transição atômica de frequência ω_0 do nível fundamental $|g\rangle$, $F = 1$ ($m_F = 0$), para o nível excitado $|e\rangle$, $F' = 1$ ($m'_F = 1$), estimulada por um campo de prova de frequência ω_P . Neste exemplo consideramos o caso ressonante, ou seja, $\omega_P = \omega_0$.

As setas duplas pontilhadas na Figura 2.2(b) mostram possíveis transições que podem, em princípio, serem estimuladas por um campo eletromagnético, de um estado inicial F (m_F) para um estado final F' ($m'_F = m_F + 1$) segundo regras de seleção [50]. A seta dupla sólida, em detalhe na Figura 2.2(c), exemplifica a transição atômica de frequência ω_0 do nível fundamental $|g\rangle$, $F = 1$ ($m_F = 0$), para o nível excitado $|e\rangle$, $F' = 1$ ($m'_F = 1$), estimulada por um campo de prova de frequência ω_P . Neste exemplo consideramos o caso ressonante, ou seja, $\omega_P = \omega_0$ justificando a aproximação de dois níveis para o átomo. Em alguns casos é necessário considerar a contribuição de outros níveis na modelagem de sistemas átomo-campo para o ajuste de dados experimentais, devido às flutuações dos campos eletromagnéticos utilizados e à largura de linha das frequências de transição atômica. Dentre outros, esses fatores prejudicam a preparação do

sistema para obtenção de perfeitas ressonâncias $\Delta_P = \omega_P - \omega_0 = 0$.

Na Figura 2.2(c) mostramos os estados do átomo de dois níveis, os quais podem ser representados de diversas maneiras tais como $|1\rangle$, $|g\rangle$ ou $|-\rangle$, para o estado fundamental (menor energia), e $|2\rangle$, $|e\rangle$ ou $|+\rangle$ para o estado excitado. A frequência de transição pode ser representada por ω_{12} , ω_{ge} ou simplesmente por ω_0 . Nesta Tese representaremos os estados e as frequências atômicas convenientemente.

A partir dos estados ortogonais $|g\rangle$ e $|e\rangle$, separados pela energia $\hbar\omega_0$, podemos construir os seguintes operadores independentes:

$$|g\rangle\langle g|, |g\rangle\langle e|, |e\rangle\langle g|, |e\rangle\langle e|,$$

os quais formam uma base completa. Os operadores $\hat{\sigma}_{ii} = |i\rangle\langle i|$ nos fornecem informação sobre a população do sistema, ou seja, se o elétron do átomo está no estado fundamental ou excitado. Já os operadores $\hat{\sigma}_{ij} = |i\rangle\langle j|$ operam no sistema levando o átomo do estado $|j\rangle$ para o estado $|i\rangle$ e são chamados de operadores de levantamento para $|i\rangle = |e\rangle$ ($\langle j| = \langle g|$) e de abaixamento para $|i\rangle = |g\rangle$ ($\langle j| = \langle e|$). Como estamos considerando a modelagem de átomos com um único elétron (átomos alcalinos), a população do sistema será dada pelo número de átomos N do mesmo, ou seja, $\hat{\sigma}_{gg} + \hat{\sigma}_{ee} = N = 1$. Neste caso $N = 1$ porque $\hat{\sigma}_{ij}$ são operadores de um único átomo.

Com a base especificada acima podemos expandir um operador, como o operador de momento de dipolo elétrico $\hat{\mu}$ por exemplo, da seguinte forma

$$\hat{\mu} = \mu_{gg}\hat{\sigma}_{gg} + \mu_{ee}\hat{\sigma}_{ee} + \mu_{ge}\hat{\sigma}_{ge} + \mu_{eg}\hat{\sigma}_{eg} = \mu_{ge}\hat{\sigma}_{ge} + \mu_{eg}\hat{\sigma}_{eg}, \quad (2.1)$$

em que foi considerada a simetria dos estados $|g\rangle$ e $|e\rangle$ envolvidos na transição de modo que as componentes centrossimétricas $\mu_{gg} = \mu_{ee} = 0$ ².

Vemos então que o átomo é um sistema quantizado de níveis de energia cuja diferença entre um nível e outro é dada por $E_F - E_{F'} = \hbar\omega_{FF'}$. O hamiltoniano que descreve tal energia para o átomo de dois níveis mostrado na Figura

²As componentes do momento de dipolo elétrico são descritas por $\mu_{ij} = ed_{ij}$, em que e é a carga elementar e $d_{ij} = \langle i|\vec{r}\cdot\hat{\varepsilon}|j\rangle$, $\hat{\varepsilon}$ é o versor do campo elétrico aplicado.

2.2(c) pode ser escrito como

$$\hat{H}_{Atomo} = \frac{\hbar\omega_0}{2} \hat{\sigma}_z, \quad (2.2)$$

em que é definido o operador de inversão de população $\hat{\sigma}_z = \hat{\sigma}_{ee} - \hat{\sigma}_{gg}$. Neste caso considera-se o zero de energia como estando entre os níveis $|g\rangle$ e $|e\rangle$. Considerando que o estado $|g\rangle$ possui energia zero pode-se também escrever a Eq.(2.2) como $\hat{H}_{Atomo} = \hbar\omega_0 \hat{\sigma}_{ee}$, sem perda de generalidade. A energia do estado $|e\rangle$ nesse caso é dada por $\hbar\omega_0$.

2.2 Ressonadores: Cavity Óptica

Da mesma forma que um elétron em um átomo exibe o fenômeno de ressonância através de transições com frequências bem definidas, como mostrado na Figura (2.2), os ressonadores são dispositivos utilizados para gerar ou selecionar frequências específicas apresentando comportamento ressonante. Em cavidades ressonantes, como o próprio nome diz, as ondas ressonam dentro de cavidades, ou seja, em um determinado espaço dentro de um dispositivo. Elas podem ser acústicas, como em instrumentos musicais, ou eletromagnéticas, como as cavidades ópticas. Estas últimas são classificadas de acordo com o padrão de ondas formadas em seu interior, podendo ser anelares, ondas progressivas, ou lineares, ondas estacionárias. Para a modelagem de nossos sistemas EQC consideraremos cavidades lineares.

Uma cavidade óptica linear é composta por dois espelhos paralelos altamente reflexivos por onde um campo eletromagnético, como a luz, é confinado por meio de múltiplas reflexões formando ondas estacionárias devido aos fenômenos de interferência construtiva e destrutiva. Os raios de curvatura dos dois espelhos e a distância entre eles são fatores determinantes na escolha do acoplamento entre átomo e campo g_0 . Essa grandeza quantifica a interação entre o átomo e o modo do campo e é obtida através da energia de interação entre um fóton confinado no volume V da cavidade e um átomo da seguinte forma

$$g_0 = \frac{\vec{\mu} \cdot \vec{E}}{\hbar} = \sqrt{\frac{\omega_{cav}}{2\hbar\epsilon_0 V}} \mu_{ge}, \quad (2.3)$$

sendo ω_{cav} a frequência do modo do campo da cavidade, ϵ_0 a permissividade elétrica do vácuo e μ_{ge} o elemento de matriz de dipolo da transição atômica. O parâmetro g_0 é chamado de frequência de Rabi de um único fóton ou frequência de Rabi do vácuo. A expressão acima mostra que é possível aumentar o acoplamento g_0 pela diminuição do volume da cavidade. Experimentalmente esse procedimento é realizado pela diminuição do comprimento da cavidade e pelo uso de espelhos de pequeno raio de curvatura. Como a amplitude do modo do campo possui uma distribuição gaussiana dentro da cavidade, g_0 também depende da posição do átomo. No caso de comparações quantitativas entre resultados experimentais e teóricos o movimento do átomo com relação a cavidade precisa ser levado em conta considerando $g_0 = g(\vec{r})$ no modelo teórico.

Para a modelagem da interação átomo-campo de nossos sistemas tais detalhes não são considerados. Portanto, consideraremos que o acoplamento g_0 é um parâmetro livre escalado em função da taxa de decaimento da cavidade κ , a qual quantifica a interação entre o modo da cavidade e o meio em que está inserida, medindo assim o tempo de permanência de um fóton dentro da mesma. O fator de qualidade da cavidade, definido como $Q = \omega_{cav}/2\kappa$, especifica a frequência de meia altura da mesma dada por κ .

Diante de tantas desconsiderações a modelagem do campo no interior da cavidade torna-se bastante simplificada. O único efeito que consideraremos é o das condições de contorno impostas ao campo pelos espelhos E_1 e E_2 da cavidade, como mostra a Figura 2.3(a). Essa figura ilustra a geometria de uma cavidade aberta com espelhos alinhados no eixo-x da mesma.

Para uma cavidade linear de comprimento L é possível mostrar que cada modo j do campo é dinamicamente equivalente a um oscilador harmônico mecânico de frequência ω_j e massa unitária. Pela quantização do campo, o hamiltoniano que expressa o campo eletromagnético como uma soma de osciladores independentes pode ser escrito em termos dos operadores de aniquilação \hat{a} e criação \hat{a}^\dagger como [51]

$$\hat{H}_{Campo} = \hbar \sum_j \omega_j \left(\hat{a}_j^\dagger \hat{a}_j + \frac{1}{2} \right). \quad (2.4)$$

A energia residual dada por $1/2\hbar\omega_j$ é chamada de energia de ponto zero e corres-

ponde à energia de flutuação do vácuo. Ela é responsável por vários fenômenos interessantes em óptica quântica como a emissão espontânea do átomo. Os operadores \hat{a} e \hat{a}^\dagger obedecem a lei de comutação $[\hat{a}, \hat{a}^\dagger] = 1$ e à seguinte álgebra, quando aplicado aos estados de número de fótons $|n\rangle$, $n \in \mathbb{N} \geq 0$,

$$\hat{a} |n\rangle = \sqrt{n} |n-1\rangle, \quad (2.5a)$$

$$\hat{a}^\dagger |n\rangle = \sqrt{n+1} |n+1\rangle, \quad (2.5b)$$

$$\hat{a}^\dagger \hat{a} |n\rangle = n |n\rangle. \quad (2.5c)$$

Para os estados de número $|n\rangle$ o operador \hat{a}^\dagger cria, ou adiciona, um quantum de energia $\hbar\omega$ enquanto que o operador \hat{a} destrói, ou subtrai, a mesma quantidade de energia como ilustrado na Figura 2.3(b). A média do operador número $\langle \hat{a}^\dagger \hat{a} \rangle = \langle n \rangle$ fornece o número médio de fótons dentro da cavidade na ausência ou presença de átomos em seu interior. Como consideramos a interação do átomo com apenas um único modo j da cavidade a Eq.(2.4) pode ser escrita como $\hat{H}_{Campo} = \hbar\omega_{cav} \hat{a}^\dagger \hat{a}$, sem perda de generalidade uma vez que a energia de ponto zero é uma constante.

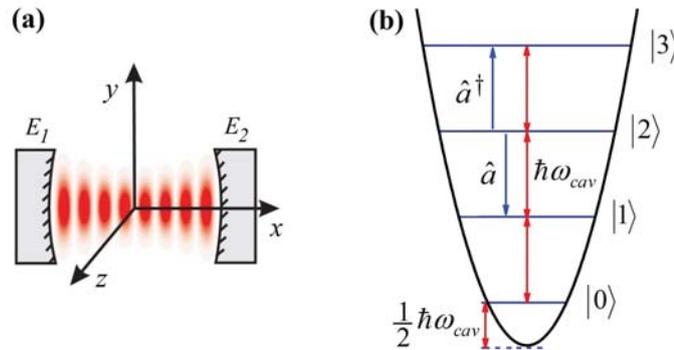


FIGURA 2.3: **(a)** Ilustração de uma cavidade óptica vazia (ausência de átomos) com geometria aberta e composta por dois espelhos E_1 e E_2 alinhados no eixo-x. **(b)** Representação de um único modo quantizado do campo dentro da cavidade, com frequência de ressonância ω_{cav} , como um oscilador harmônico com energia correspondente a $E_n = \hbar\omega_{cav}(n + 1/2)$ para os respectivos estados de $|0\rangle, |1\rangle, \dots, |n\rangle$ fótons. O termo $1/2\hbar\omega_{cav}$ é a energia de ponto zero, Eq.(2.4), correspondente à flutuação do vácuo. Para os estados de número $|n\rangle$ o operador de criação \hat{a}^\dagger adiciona um quantum de energia $\hbar\omega_{cav}$ e o operador de destruição \hat{a} subtrai a mesma quantidade de energia no modo da cavidade.

2.3 Teoria Quântica do Sistema Átomo-cavidade

Diferentemente do movimento relativo do átomo no interior da cavidade, o qual pode ser descrito classicamente em muitos casos, os graus internos de liberdade do sistema átomo-campo são tipicamente quânticos. Como já enfatizado anteriormente nos preocuparemos apenas com esta dinâmica interna dos níveis de energia do sistema, considerando o acoplamento átomo-campo g_0 constante em todos os modelos que estudamos.

2.3.1 Modelos de Rabi e de Jaynes-Cummings

O modelo mais simples capaz de descrever a interação entre um único átomo de dois níveis com frequência de transição ω_0 com um único modo quantizado do campo eletromagnético de uma cavidade óptica, de frequência ω_{cav} , é dado pelo modelo de Rabi [52]. Considerando o átomo em repouso e na ausência de dissipações o hamiltoniano do sistema átomo-campo é dado por $\hat{H} = \hat{H}_{Atomo} + \hat{H}_{Campo} + \hat{H}_{int}$ sendo,

$$\hat{H}_{Atomo} = \hbar\omega_0\hat{\sigma}_{ee}, \quad (2.6a)$$

$$\hat{H}_{Campo} = \hbar\omega_{cav}\hat{a}^\dagger\hat{a}, \quad (2.6b)$$

$$\hat{H}_{int} = -\hat{\boldsymbol{\mu}} \cdot \hat{\mathbf{E}} = \hbar g_0(\hat{\sigma}_{ge} + \hat{\sigma}_{eg})(\hat{a} + \hat{a}^\dagger), \quad (2.6c)$$

com o termo de interação Eq.(2.6c) descrito pelos operadores de aniquilação \hat{a} e criação \hat{a}^\dagger do modo quantizado do campo eletromagnético da cavidade e pelos operadores atômicos de levantamento $\hat{\sigma}_{eg}$ e abaixamento $\hat{\sigma}_{ge}$. Os termos correspondentes ao átomo Eq.(2.6a) e à cavidade Eq.(2.6b) sozinhos já foram discutidos em seções anteriores.

A Eq.(2.6c) descreve o efeito do campo eletromagnético no átomo e é obtida através da aproximação de dipólo elétrico [53]. Essa aproximação é amplamente utilizada em óptica quântica para tratar a interação radiação-matéria no limite de longos comprimentos de onda. A descrição dos sistemas estudados nesta Tese é toda realizada para o regime óptico. A faixa do espectro óptico (visível) é delimitada por fótons que possuem comprimentos de onda da ordem

de centenas de nanômetros, ou seja, $10^{-7}m$, enquanto que o raio atômico é da ordem de $10^{-10}m$. Portanto, a amplitude do campo eletromagnético pode ser considerada constante em toda a extensão do volume atômico.

Apesar da existência de soluções analíticas exatas [54–56], o modelo de Rabi é amplamente estudado sendo resolvido numericamente [57, 58] ou através de métodos aproximativos [59, 60], dependendo das condições de acoplamento átomo-campo consideradas. A aproximação analítica mais usual para resolver este modelo é nomeada como aproximação de onda girante ou RWA, do inglês “*Rotating Wave Approximation*”.

Expandindo o produto entre os operadores do átomo e do campo na Eq.(2.6c) podemos observar de maneira direta que os termos $\hbar g_0(\hat{a}^\dagger \hat{\sigma}_{eg} + \hat{a} \hat{\sigma}_{ge})$ não conservam o número total de quanta do sistema. Podemos ver isso no seguinte exemplo. Vamos considerar que o sistema átomo-campo compartilha um único fóton. O primeiro termo representa a criação de um fóton no modo do campo e simultaneamente a excitação do átomo, enquanto que o segundo termo representa a aniquilação de um fóton no modo do campo e o simultâneo decaimento do átomo. Logo, a constante de movimento dada pelo número de excitações do sistema átomo-campo é violada, ou seja, $n_{ex} = \langle \hat{a}^\dagger \hat{a} \rangle + \langle \hat{\sigma}_{ee} \rangle \neq 1$. Estes termos são chamados de contragirantes. A RWA consiste em desprezá-los no regime de fraco acoplamento, $g_0/\omega_0 \ll 1$, e quase ressonância entre o átomo e o campo da cavidade $|\Delta| \ll \omega_{cav}$ ($\Delta = \omega_0 - \omega_{cav}$). Neste limite, é demonstrado de maneira rigorosa que a contribuição dominante na Eq.(2.6c) é dada pelos termos $\hbar g_0(\hat{a} \hat{\sigma}_{eg} + \hat{a}^\dagger \hat{\sigma}_{ge})$ e o hamiltoniano total do sistema átomo-campo torna-se:

$$\hat{H}_{JC} = \hbar \omega_0 \hat{\sigma}_{ee} + \hbar \omega_{cav} \hat{a}^\dagger \hat{a} + \hbar g_0(\hat{a} \hat{\sigma}_{eg} + \hat{a}^\dagger \hat{\sigma}_{ge}). \quad (2.7)$$

Note que os termos de interação restantes conservam o número de quanta do sistema, uma vez que eles representam a absorção (emissão) de um fóton pelo átomo simultaneamente à aniquilação (criação) de um fóton no modo do campo.

O hamiltoniano total da Eq.(2.7), obtido das Eqs.(2.6) através da aproximação de dipólo elétrico e da RWA, é conhecido como Hamiltoniano de Jaynes-Cummings e pode ser integrado exatamente. Esse modelo foi desenvolvido em 1963 por Jaynes e Cummings e foi utilizado primeiramente para esclarecer a

relação entre a teoria quântica e semiclássica da radiação [40]. A obtenção de soluções, geralmente exatas, de modelos fundamentais da teoria quântica de interação átomo-campo juntamente ao considerável avanço dos experimentos de EQC, desencadearam uma explosão de trabalhos voltados à extensão e generalização do modelo de Jaynes-Cummings [61].

2.3.1.1 Estados vestidos do modelo de Jaynes-Cummings

Como discutido anteriormente, neste trabalho estamos interessados na dinâmica interna dos níveis de energia do sistema átomo-campo descritos pelo modelo de Jaynes-Cummings (JC). Neste contexto, o terceiro termo do Hamiltoniano (2.7), dado pelo acoplamento de dipolo, descreve a troca coerente de um quantum de energia entre o átomo de dois níveis e o modo da cavidade a uma taxa dada por g_0 , Eq.(2.3). A vantagem de se utilizar o modelo de JC, apesar de não trivial, é a possibilidade de obtenção dos autovalores e autoestados de energia do sistema analiticamente. O estado fundamental do sistema acoplado não sofre nenhum tipo de modificação sendo dado por $|0\rangle \otimes |g\rangle = |0, g\rangle$, enquanto que os estados excitados de n -ésima ordem são arranjados em dubletos $|n, \pm\rangle$, ou seja,

$$|n, +\rangle = \cos(\theta) |n-1, e\rangle + \sin(\theta) |n, g\rangle, \quad (2.8a)$$

$$|n, -\rangle = -\sin(\theta) |n-1, e\rangle + \cos(\theta) |n, g\rangle, \quad (2.8b)$$

conforme Figura (2.4). Vemos então que estes autoestados de energia são superposições dos estados $|n, g\rangle$, com o átomo no estado fundamental e n fótons dentro da cavidade, e $|n-1, e\rangle$ com o átomo excitado e $n-1$ fótons na cavidade, sendo por isso chamados de estados vestidos. As Eqs.(2.8) mostram também que a mudança da base dos estados $\{|n, g\rangle, |n-1, e\rangle\}$ para a base dos estados vestidos $\{|n, -\rangle, |n, +\rangle\}$ é realizada por uma rotação no espaço de Hilbert por um ângulo θ , definido como ângulo de mistura, determinado pelo acoplamento g_0 e dessintonia $\Delta = \omega_0 - \omega_{cav}$ entre o átomo e o campo da cavidade da seguinte forma

$$\theta = \arctan \left(\frac{g_0}{-\Delta/2 + \sqrt{g_0^2 + (\Delta/2)^2}} \right). \quad (2.9)$$

Para as dessintonias $\Delta/g_0 = (-\infty, 0, \infty)$ os respectivos ângulos de mistura são $\theta = (0, \pi/4, \pi/2)$. Por esses resultados e pelas Eqs.(2.8) vemos que se a frequência do campo ω_{cav} estiver muito fora da ressonância atômica ω_0 , o campo da cavidade não exercerá nenhum efeito sobre o átomo e portanto ele pode ser descrito independentemente. No caso ressonante $\Delta/g_0 = 0$, em que o átomo e o campo são degenerados, temos $\cos(\theta) = \sin(\theta) = 1/\sqrt{2}$ que é o caso de máxima superposição.

Os correspondentes autovalores de energia dos autoestados (2.8) são descritos por

$$E_{n,\pm} = \hbar n \omega_{cav} + \frac{1}{2} \hbar \Delta \pm \frac{1}{2} \hbar \sqrt{4ng_0^2 + \Delta^2}. \quad (2.10)$$

O deslocamento dos estados vestidos induzido pelo acoplamento é dado pela diferença $E_{n,+} - E_{n,-} = \hbar \sqrt{4ng_0^2 + \Delta^2}$, atingindo seu máximo valor $2\hbar g_0 \sqrt{n}$ para $\Delta = 0$. Neste caso temos a formação da escada anarmônica de Jaynes-Cummings mostrada na Figura (2.4). As autoenergias dos estados vestidos assim como as oscilações de Rabi do vácuo descritas pela raiz quadrada do número n de excitações, podem ser resolvidas experimentalmente pela monitoração da transmissão de um campo de prova (bombeio) fraco, através de sua frequência [62–64].

2.3.1.2 Hamiltoniano de Jaynes-Cummings com bombeio

O armadilhamento de íons e átomos individuais foi desenvolvido por Wolfgang Paul e colaboradores na década de 1950 [66]. O desenvolvimento das técnicas de armadilhamento e resfriamento a laser tornou acessível a possibilidade de estimular um único átomo de dois níveis com um campo laser. Além das diversas aplicações de extrema importância, como espectroscopia de precisão e computação quântica, o armadilhamento de partículas individuais forneceu à comunidade científica a oportunidade de observar de maneira direta efeitos puramente quânticos na escala atômica.

O campo de bombeio ou prova é utilizado ressonante ou quase ressonantemente com a transição atômica para monitorar o átomo e induzir a dinâmica do sistema, sendo por isso chamado de campo de prova. Esse campo também é

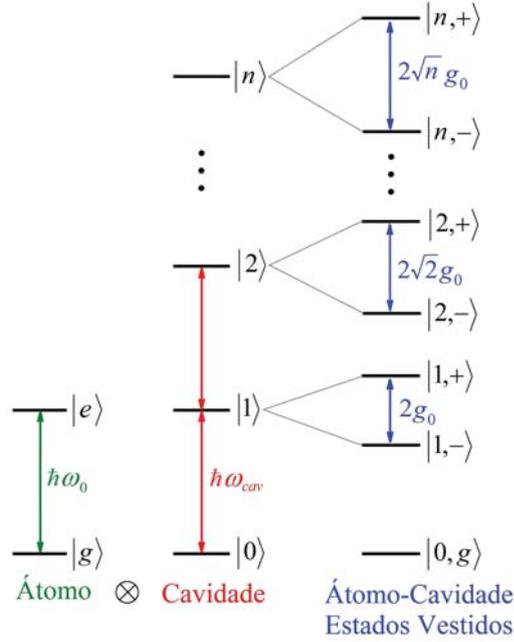


FIGURA 2.4: Da esquerda para direita tem-se os níveis de energia do sistema desacoplado (átomo e cavidade) e do sistema acoplado átomo-cavidade formando a escada anarmônica de Jaynes-Cummings para o caso ressonante $\Delta = \omega_0 - \omega_{cav} = 0$. As frequências $2\sqrt{n}g_0$ são as oscilações de Rabi do vácuo do sistema átomo-cavidade.

muito importante para repor energia perdida pelo sistema devido à dissipação do mesmo através do acoplamento com o ambiente. Por essa razão, algumas vezes nos referimos a esse campo como um campo de bombeio.

Em nossos sistemas modelaremos o bombeio no modo da cavidade como um campo coerente de frequência ω_P e força ε proporcional à amplitude do campo laser. O efeito do campo de prova no modo da cavidade é descrito pelo hamiltoniano dependente do tempo como segue

$$\hat{H}_P = \hbar\varepsilon (\hat{a}e^{i\omega_P t} + \hat{a}^\dagger e^{-i\omega_P t}). \quad (2.11)$$

Devido a essa explícita dependência temporal a energia do sistema não é mais conservada, uma vez que fótons podem ser permutados com o campo de prova. Para facilitar os cálculos é conveniente eliminar a dependência temporal do hamiltoniano total $\hat{H} = \hat{H}_{JC} + \hat{H}_P$. Isso é facilmente realizado mudando o referencial do sistema para um referencial girante através de uma transformação unitária [65]. Os cálculos são descritos em detalhes no Apêndice A de onde obtemos o

hamiltoniano total no referencial girante do campo de prova,

$$\hat{H} = \hbar\Delta\hat{\sigma}_{ee} - \hbar\Delta_P\hat{a}^\dagger\hat{a} + \hbar g_0 (\hat{a}\hat{\sigma}_{eg} + \hat{a}^\dagger\hat{\sigma}_{ge}) + \hbar\varepsilon (\hat{a} + \hat{a}^\dagger) \quad (2.12)$$

sendo $\Delta = \omega_0 - \omega_P$ e $\Delta_P = \omega_P - \omega_{cav}$. Esse hamiltoniano é essencialmente a base para todos os sistemas que estudamos nesta Tese, mesmo aqueles que tratam átomos de três níveis.

2.3.2 Dinâmica e Dissipação: Equação Mestra

Até o momento o sistema átomo-campo foi descrito como um sistema fechado, ou seja, não existem termos na modelagem que levem em conta sua interação com o meio em que está inserido. Para descrição e proposta de sistemas reais é imprescindível o tratamento de sistemas abertos incluindo o efeito de dissipações causadas pelo acoplamento com o meio. Para sistemas em EQC as interações dissipativas tem um papel muito importante, pois as condições de acoplamento átomo-campo (forte ou fraco) são obtidas a partir da comparação do processo coerente g_0 com os processos decoerentes de relaxação do átomo e da cavidade. As condições de acoplamento e suas consequências serão apresentadas nos próximos capítulos.

Para tratar a dinâmica do sistema átomo-cavidade com bombeio na presença de dissipação, utilizamos a equação mestra. Essa é uma técnica padrão amplamente utilizada em óptica quântica e sua descrição pode ser encontrada em detalhes em muitos livros da área [51, 67–69]. Antes de escrever a equação mestra do sistema é necessário introduzir o operador matriz densidade ρ ³, definido por

$$\rho = \sum_{\Psi} P_{\Psi} |\Psi\rangle \langle\Psi|, \quad (2.13)$$

onde P_{Ψ} é a probabilidade do sistema estar no estado $|\Psi\rangle$. A Eq.(2.13) é vantajosa pois fornece um tratamento estatístico do sistema contendo toda a informação, clássica ou quântica, do mesmo. No nosso caso o sistema estará em uma mistura de estados $|\Psi\rangle$, uma vez que a cavidade e o átomo emitem fótons aleatoriamente no tempo, sendo portanto conhecidas as probabilidades P_{Ψ} dele ser encontrado

³Sempre que considerarmos o operador matriz densidade $\hat{\rho}$ omitiremos o sinal (\wedge) para operadores de modo que $\hat{O} = O$, para evitar notações muito carregadas.

nesses estados. A importância desse tratamento está na possibilidade de calcular os valores esperados e a dependência temporal do sistema da mesma maneira que para um estado puro, ou seja, para um operador arbitrário O tem-se

$$\langle O \rangle = Tr(O\rho) = Tr(\rho O), \quad (2.14)$$

com a segunda igualdade mostrando a propriedade cíclica do traço.

A equação de movimento de ρ é derivada através da equação de Schrödinger, de onde é obtida a equação de Von Neumann [51], adicionada aos termos dissipativos correspondentes à emissão espontânea do átomo Γ_{ge} , a taxa de defasagem atômica γ_e e ao decaimento da cavidade κ . O resultado final é dado por

$$\begin{aligned} \dot{\rho} &= \frac{1}{i\hbar} [H, \rho] + \kappa (2a\rho a^\dagger - a^\dagger a \rho - \rho a^\dagger a) + \Gamma_{ge} (2\sigma_{ge}\rho\sigma_{eg} - \sigma_{ee}\rho - \rho\sigma_{ee}) \\ &+ \gamma_e (2\sigma_{ee}\rho\sigma_{ee} - \sigma_{ee}\rho - \rho\sigma_{ee}). \end{aligned} \quad (2.15)$$

O primeiro termo descreve a evolução coerente do sistema átomo-campo com bombeio (2.12) enquanto que o segundo, terceiro e quarto termos representam os processos de relaxação da cavidade (κ) e do átomo (Γ_{ge}, γ_e). Derivando a Eq.(2.14) com relação ao tempo, a evolução temporal do valor médio de um operador arbitrário O é obtida por $\langle \dot{O} \rangle = Tr(\dot{\rho}O)$. Considerando o número médio de fótons no modo da cavidade $\langle O \rangle = \langle a^\dagger a \rangle$ para $g_0 = 0$, ou seja, na ausência de átomos, obtém-se

$$\frac{d}{dt} \langle a^\dagger a \rangle = -2\kappa \langle a^\dagger a \rangle \rightarrow \langle a^\dagger a \rangle(t) = e^{-2\kappa(t-t_0)} \langle a^\dagger a \rangle(t_0), \quad (2.16)$$

de onde recuperamos o comportamento do decaimento da intensidade do campo conhecido fenomenologicamente.

Utilizando o mesmo procedimento para o átomo isolado, na ausência de qualquer campo eletromagnético, obtém-se um comportamento análogo a (2.16) com largura de linha $2\Gamma_{ge}$. O termo de defasagem γ_e geralmente é desprezado no tratamento de sistemas ideais, pois este aparece como um decaimento não radioativo do sistema devido às várias interferências e ruídos presentes no experimento, diferentemente da taxa de relaxação da polarização do átomo Γ_{ge} (emissão espontânea). Logo, as fontes que ocasionam tal defasagem dos níveis

de energia podem ser de natureza elétrica, através dos campos eletromagnéticos utilizados para aprisionar os átomos dentro da cavidade, térmica, através do movimento térmico dos átomos ou magnética, através de campos magnéticos induzidos aleatoriamente no experimento. Em experimentos contendo um único átomo todas essas fontes de defasagem são muito bem controladas de modo que γ_e pode ser desprezado mesmo em condições reais.

A evolução temporal dos operadores do campo e do átomo pode ser obtida através das Eqs.(2.12) e (2.19) fornecendo ($\hbar = 1$)

$$\langle \dot{a} \rangle = i \{ (\Delta_P + i\kappa) \langle a \rangle - \varepsilon - g_0 \langle \sigma_{ge} \rangle \}, \quad (2.17a)$$

$$\langle \dot{\sigma}_{ge} \rangle = i \{ [\Delta + i(\Gamma_{ge} + \gamma_e)] \langle \sigma_{ge} \rangle + g_0 \langle a\sigma_z \rangle \}, \quad (2.17b)$$

$$\langle \dot{\sigma}_z \rangle = -2(\Gamma_{ge} + \gamma_e)(1 + \langle \sigma_z \rangle) + 2ig_0(\langle a^\dagger \sigma_{ge} \rangle - \langle a\sigma_{eg} \rangle). \quad (2.17c)$$

Essas são as equações dos valores médios de Heisenberg dos operadores a, σ_{ge} e σ_z . Se calcularmos também a evolução do produto entre operadores, tais como $\langle a\sigma_{eg} \rangle$, aparecerão termos de maior ordem culminando em um conjunto infinito de equações acopladas. Portanto, as Eqs.(2.17) não tem solução analítica exata arbitrária.

A equação mestra é resolvida numericamente truncando-se o espaço de Hilbert do modo da cavidade em um número finito de excitações (fótons). Para a simulação de sistemas descritos por modelos inteiramente quânticos, como no sistema apresentado no Capítulo 4 onde $g_0 = 50\kappa$ e $\varepsilon = 1, 0\kappa$, o referido espaço de Hilbert é truncado em $N_{EH} = 13$. Para valores menores de g_0 e ε pode-se utilizar valores menores de N_{EH} . Um teste muito eficiente para saber se a dimensão do espaço de Hilbert do modo da cavidade é suficiente consiste em calcular o espectro de transmissão da cavidade vazia descrito ao final desta seção. Se a transmissão máxima obtida for de 100% o espaço de Hilbert do campo pode ser truncado na dimensão N_{EH} testada.

Após diagonalizar o respectivo operador matriz densidade truncado a evolução temporal de ρ pode ser descrita pelo super operador \mathcal{L} , o qual consiste de uma parte unitária dada pelo comutador de H com ρ e de uma parte não

unitária $\kappa\mathcal{L}_a\rho + \Gamma_{ge}\mathcal{L}_\sigma\rho + \gamma_e\mathcal{L}_\gamma\rho$, ou seja,

$$\dot{\rho} = \mathcal{L}\rho \rightarrow \rho(t) = e^{\mathcal{L}t}\rho(0), \quad (2.18a)$$

$$\mathcal{L}\rho \equiv \frac{1}{i\hbar} [H, \rho] + \kappa\mathcal{L}_a\rho + \Gamma_{ge}\mathcal{L}_\sigma\rho + \gamma_e\mathcal{L}_\gamma\rho, \quad (2.18b)$$

$$\mathcal{L}_a\rho \equiv 2a\rho a^\dagger - a^\dagger a\rho - \rho a^\dagger a, \quad (2.18c)$$

$$\mathcal{L}_\sigma\rho \equiv 2\sigma_{ge}\rho\sigma_{eg} - \sigma_{ee}\rho - \rho\sigma_{ee}, \quad (2.18d)$$

$$\mathcal{L}_\gamma\rho \equiv 2\sigma_{ee}\rho\sigma_{ee} - \sigma_{ee}\rho - \rho\sigma_{ee}. \quad (2.18e)$$

Logo, a evolução temporal dos operadores (2.17) pode ser calculada a partir de

$$\langle O(t) \rangle = Tr(Oe^{\mathcal{L}t}\rho(0)). \quad (2.19)$$

O valor esperado de qualquer observável O é obtido no estado estacionário $\mathcal{L}\rho = 0$. A escala de tempo que determina a obtenção de tal estado é descrita pelos processos dissipativos. Portanto, o estado estacionário dos operadores (2.17) é atingido quando $\langle \dot{a} \rangle, \langle \dot{\sigma}_{ge} \rangle, \langle \dot{\sigma}_z \rangle = 0$. Tomando o primeiro caso $\langle \dot{a} \rangle = 0$ na situação de cavidade vazia ($g_0 = 0$) é fácil mostrar a partir de (2.17a) que

$$\langle a^\dagger a \rangle = \frac{|\varepsilon|^2}{\Delta_P^2 + \kappa^2}. \quad (2.20)$$

Este resultado mostra que a transmissão máxima da cavidade vazia ocorre na condição de ressonância $\Delta_P = 0$, ou seja, $\langle a^\dagger a \rangle_{Max} = |\varepsilon|^2 / \kappa^2$. Esse resultado será utilizado ao longo deste trabalho para calcularmos o espectro de transmissão do sistema átomo-cavidade com relação ao máximo de transmissão da cavidade vazia nos fornecendo portanto, a transmissão relativa

$$T(\%) = \frac{\langle a^\dagger a \rangle}{\frac{|\varepsilon|^2}{\kappa^2}} * 100\%, \quad (2.21)$$

como mostrado na figura 2.5(a) para $N = 1$ e $g_0 = 5\kappa$. Mostramos também o valor esperado da população do estado fundamental $\langle \sigma_{gg} \rangle$ em 2.5(b) e da inversão atômica $\langle \sigma_z \rangle$ em 2.5(c). O perfil do espectro de transmissão do sistema átomo-campo de dois níveis será discutido em maiores detalhes no Capítulo 4.

Todo esse procedimento de cálculo foi efetuado utilizando-se algoritmos próprios escritos em MATLAB e testados por membros do nosso grupo, como

o apresentado no Apêndice C. Para o sistema quântico de um único átomo acoplado a um único modo do campo no regime de acoplamento forte ($N_{EH} = 13$) utilizamos o programa desenvolvido por Sze Tan [70] escrito em MATLAB e amplamente conhecido na área de óptica quântica como “*Quantum Optics Toolbox*” devido ao seu maior desempenho em termos de tempo computacional.

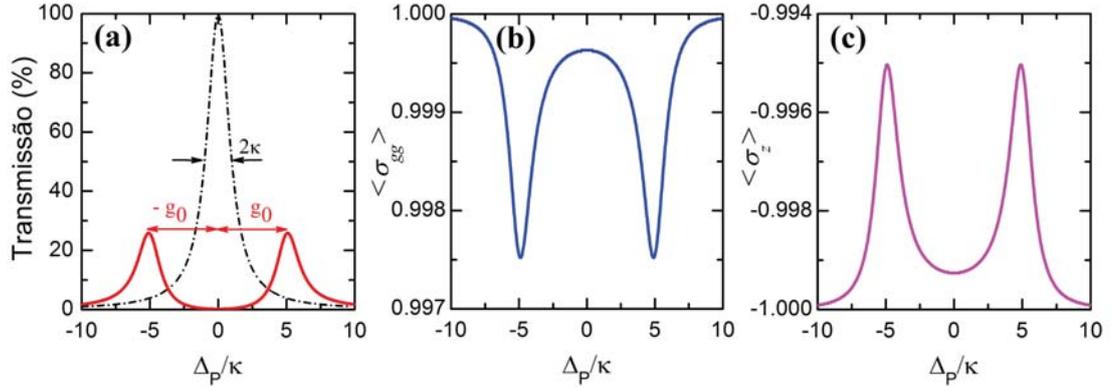


FIGURA 2.5: (a) Espectro de transmissão relativo do sistema átomo-cavidade com bombeio para $N = 1$ mostrando os modos normais do sistema estimulados ressonantemente em $\Delta_P/\kappa = \pm g_0$, equivalente aos estados vestidos $|1, \pm\rangle$ da Figura 2.4. A linha tracejada-pontilhada mostra a transmissão da cavidade vazia com largura de linha 2κ . Os parâmetros utilizados foram $g_0 = 5\kappa$, $\varepsilon = \sqrt{0,01}\kappa$, $\Gamma_{ge} = \kappa$ e $\gamma_e = 0$, considerando ressonância entre o átomo e a cavidade $\omega_0 = \omega_{cav}$. (b) Valor esperado da população do estado fundamental e (c) da inversão atômica obtidos numericamente pelo método apresentado na Seção 2.3.

2.4 Átomo de três níveis - EIT e CPT

Na Seção 2.1 discutimos em que condições um átomo real pode ser aproximado para o idealizado átomo de dois níveis. Para o tratamento de um átomo de três níveis as mesmas considerações são levadas em conta mas agora, ao invés de um, teremos dois campos eletromagnéticos monocromáticos estimulando ressonantemente duas diferentes transições atômicas.

O reconhecimento de potenciais aplicações tem motivado um considerável nível de atividade voltado à pesquisa de sistemas moleculares e atômicos de três níveis acoplados a dois campos lasers, como no caso da Transmissão Eletromagneticamente Induzida, comumente conhecida como EIT, do inglês “*Electromagnetically Induced Transparency*”, do Aprisionamento Coerente de População ou

CPT, do inglês “*Coherent Population Trapping*” e tópicos relacionados [17, 18, 20–22, 71].

O fenômeno de EIT tem sido utilizado com sucesso no retardamento de pulsos luminosos [23–25], assim como no armazenamento e recuperação de fótons individuais em gases atômicos aquecidos e resfriados [15, 19, 26, 27]. Ele pode ser formalmente definido como sendo um fenômeno baseado em átomos de três níveis em que a coerência entre dois estados fundamentais torna transparente um meio opaco através de interferência quântica [21]. Quando falamos em interferência quântica estamos nos referindo à interferência de amplitudes de probabilidades, diferentemente da interferência entre ondas clássicas que conhecemos, onde são as amplitudes dos campos eletromagnéticos que se interferem. Essa interferência no fenômeno de EIT se dá entre os alternativos canais de decaimento do átomo, descrito por probabilidades devido ao fenômeno de superposição, o qual é ubíquo em mecânica quântica ⁴.

A técnica de EIT foi demonstrada teoricamente por Harris e colaboradores em 1990 [20]. Sua primeira observação experimental foi realizada um ano depois por Boller e colaboradores [72] sob a liderança de Harris, utilizando vapor de átomos de estrôncio na configuração Λ .

O efeito físico que é a essência da EIT é chamado de aprisionamento coerente de população (CPT). Apesar de termos abordado primeiramente a EIT o fenômeno de CPT foi descoberto bem antes em 1976 por Gerardo Alzetta e colaboradores na Universidade de Pisa na Itália [73]. A EIT foi apresentada por Harris como uma aplicação da CPT. Teoricamente os mecanismos por trás da CPT e da EIT são idênticos, apesar de serem fenomenologicamente diferentes. Uma revisão completa de toda a parte teórica e experimental da EIT e CPT e a conexão entre esses dois fenômenos está muito além do escopo desta Tese. Para

⁴O termo interferência é geralmente tratado como um fenômeno especificamente ondulatório. Como exemplo de inadequação do termo, temos o caso dos padrões de interferência observados em experimentos envolvendo elétrons de onde foi cunhado erroneamente o termo “ondas eletrônicas”. Esse exemplo do elétron é interessante porque, apesar de existir parâmetros tais como vetor e comprimento de ondas para o elétron em expressões matemáticas, estes não são parâmetros de ondas clássicas. Terminologias são criadas sob circunstâncias históricas e as vezes são empregadas incorretamente, portanto o importante não é a terminologia mas sim o significado com que estamos empregando certos termos para cada caso específico.

tal, sugerimos ao leitor alguns dos vários trabalhos de revisão sobre o assunto tais como Fleischhauer, Marangos e Arimondo [17, 22, 75] e referências contidas nos mesmos.

Para entender melhor o fenômeno de EIT em cavidades, vamos analisar brevemente o efeito de dois campos clássicos iluminando uma amostra atômica no espaço livre, ou seja, sem a cavidade, como ilustrado na Figura 2.6(a). A configuração atômica de três níveis que trataremos é a mesma utilizada por Boller [72] em seu experimento, ou seja, a configuração Λ . Esse símbolo está diretamente relacionado com a disposição dos níveis de energia a serem estimulados pelos dois campos externos, veja Figura 2.6(b). Além desta, existem mais duas configurações básicas descritas por configuração escada ou Ξ e configuração V . Essas duas últimas são mais limitadas à utilidade em aplicações não apresentando o fenômeno de EIT em seu estrito senso como a configuração Λ [17].

Conforme a estrutura de níveis da Figura 2.2(b), o segundo campo com frequência ω_C , usualmente definido como campo de controle, estimulará por exemplo a transição do segundo nível fundamental $F = 2$ ($m_F = 1$), chamado de $|2\rangle$, para o nível excitado $F' = 1$ ($m'_F = 2$), nomeado por $|3\rangle$. O campo de prova de frequência ω_P continuará estimulando a mesma transição no caso do átomo de dois níveis, como mostra a Figura 2.6(b). As duas transições possuem o estado excitado $|3\rangle$ em comum e a transição $|1\rangle \leftrightarrow |2\rangle$ é uma transição de dipolo proibida. Nesta seção mudamos convenientemente a notação de estados, de letras (g, e) para números (1, 2, 3). Em alguns capítulos faremos referência ao átomo de dois níveis como sendo $|1\rangle, |3\rangle$ em vez de $|g\rangle, |e\rangle$, respectivamente, principalmente quando se tratar de comparações de propriedades entre os sistemas átomo-campo de dois e três níveis.

Como ilustrado na Figura 2.6(a) muitas propriedades ópticas interessantes tais como absorção, transmissão, dispersão, índice de refração, velocidade de fase e de grupo do meio atômico, monitorado pelo campo de prova de frequência ω_P , podem ser obtidas através da susceptibilidade linear complexa $\chi^{(1)}(\omega_P)$. Em geral a relação entre o campo elétrico aplicado e o vetor polarização do meio é muito complicada, pois a aplicação de um campo afeta o meio induzindo

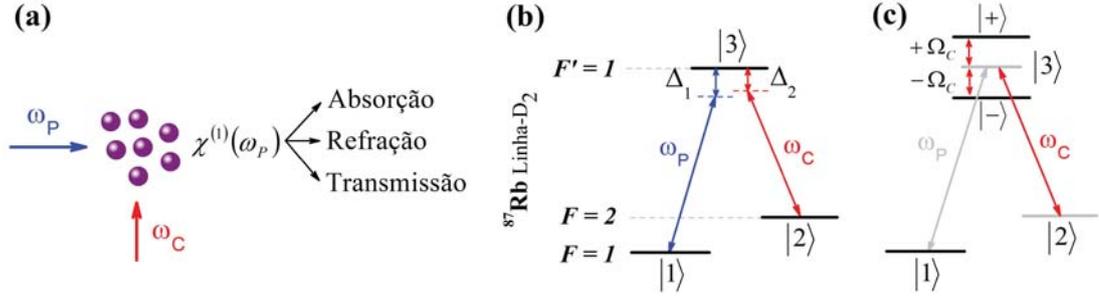


FIGURA 2.6: (a) Ilustração de dois campos lasers, prova (frequência ω_P) e controle (frequência ω_C), iluminando uma amostra atômica contendo N átomos. A partir da susceptibilidade linear complexa $\chi^{(1)}(\omega_P)$ é possível obter propriedades ópticas do sistema tais como absorção, refração e transmissão. (b) Átomo de três níveis em configuração Λ mostrando o campo de prova e de controle acoplando quase ressonantemente as transições $|1\rangle \leftrightarrow |3\rangle$ e $|2\rangle \leftrightarrow |3\rangle$ com dessintonias Δ_1 e Δ_2 , respectivamente, definidas em (2.23). (c) Efeito do campo de controle no átomo de três níveis mostrando que este efetivamente divide o nível $|3\rangle$ em um par de níveis simétricos $|\pm\rangle = 1/\sqrt{2}(|2\rangle \pm |3\rangle)$ cujo espaçamento em relação ao nível original é dado pela frequência de Rabi do campo de controle $\pm\Omega_C$. Neste caso consideramos $\Omega_P = 0$.

momentos de dipolo neste, que por sua vez também afetam o campo.

Aqui utilizaremos a aproximação de primeira ordem para a polarização do meio em resposta à aplicação do campo eletromagnético, ou seja, $\vec{P}(x, t) = \epsilon_0 \chi^{(1)}(\omega_P) \vec{E}(x, t)$. A partir dessa expressão podemos relacionar as propriedades ópticas básicas do meio atômico com a matriz densidade dos átomos. Para um átomo individual tem-se

$$\begin{aligned} \dot{\rho} = & -i[H_{EIT}, \rho] + \kappa(2a\rho a^\dagger - a^\dagger a\rho - \rho a^\dagger a) \\ & + \sum_{l=1,2} \Gamma_{3l}(2\sigma_{l3}\rho\sigma_{3l} - \sigma_{33}\rho - \rho\sigma_{33}) \\ & + \sum_{j=2,3} \gamma_j(2\sigma_{jj}\rho\sigma_{jj} - \sigma_{jj}\rho - \rho\sigma_{jj}). \end{aligned} \quad (2.22)$$

Como o sistema atômico está no espaço livre $\kappa = 0$, ou seja, considera-se apenas a parte de relaxação do átomo dada pelos parâmetros Γ_{3l} e γ_j . A partir dessas considerações a resposta óptica do meio pode ser encontrada através de $\chi^{(1)}(\omega_P) = \chi(\omega_P) = \text{Re}\{\chi(\omega_P)\} + i\text{Im}\{\chi(\omega_P)\}$ [17]. Note que para o caso do átomo de três níveis precisamos levar em conta a emissão espontânea Γ_{3l} do estado excitado $|3\rangle$ para os dois níveis fundamentais $|l\rangle$ ($l = 1, 2$), assim como a taxa de defasagem γ_j dos estados $|j\rangle$ ($j = 2, 3$).

O hamiltoniano independente do tempo \hat{H}_{EIT} em (2.22), o qual descreve o acoplamento coerente entre o átomo de três níveis e os dois campos clássicos ($\Omega_P e^{i\omega_P t}$ e $\Omega_C e^{i\omega_C t}$), é obtido pelo mesmo procedimento utilizado para o átomo de dois níveis no Apêndice A. Utilizando a aproximação de dipolo e RWA, ele pode ser escrito em um referencial girante como

$$\hat{H}_{EIT} = \hbar(\Delta_1 - \Delta_2)\hat{\sigma}_{22} + \hbar\Delta_1\hat{\sigma}_{33} - \frac{\hbar}{2}(\Omega_P\hat{\sigma}_{31} + \Omega_C\hat{\sigma}_{32} + H.c.), \quad (2.23)$$

sendo $\Delta_1 = \omega_{31} - \omega_P$ e $\Delta_2 = \omega_{32} - \omega_C$ as dessintonias dos campos de prova e de controle, de frequências de Rabi Ω_P e Ω_C , com relação às transições atômicas $|1\rangle \leftrightarrow |3\rangle$ e $|2\rangle \leftrightarrow |3\rangle$, respectivamente, veja Figura 2.6(b). $H.c.$ é o hermitiano conjugado. As transformações unitárias utilizadas para obtenção de (2.23) são $\hat{U}_0 = e^{-i/\hbar(\hat{H}_0 t)}$ e $\hat{U}_1 = e^{i/\hbar\{(\Delta_1 - \Delta_2)\hat{\sigma}_{22} + \Delta_1\hat{\sigma}_{33}\}t}$, uma vez que podemos escrever o hamiltoniano na representação de Schrödinger na forma $\hat{H} = \hat{H}_0 + \hat{H}_1(t)$ e portanto fazer uso da representação de interação convenientemente. Neste caso $\hat{H}_0 = \hbar\omega_{32}\hat{\sigma}_{22} + \hbar\omega_{31}\hat{\sigma}_{33}$.

Os gráficos da Figura 2.7 mostram a transparência eletromagneticamente induzida, através do cálculo de $\chi(\omega_P)$, em função da dessintonia do campo de prova com a frequência da transição $|1\rangle \leftrightarrow |3\rangle$, Δ_1 , normalizada ao parâmetro dissipativo Γ_{31} , utilizando todo o procedimento mencionado acima, descrito em detalhes no artigo do Fleischhauer [17].

As partes real e imaginária da susceptibilidade complexa determinam as propriedades da onda que se propaga através do meio atômico. A parte imaginária $Im\{\chi(\omega_P)\}$ está relacionada com a evolução da amplitude do campo de modo que esta determina características espectroscópicas como absorção, mostrada na Figura 2.7(a) e ganho 2.7(c). O espectro de transmissão mostrado na Figura 2.7(c) foi calculado a partir de $Im\{\chi(\omega_P)\}$ utilizando a expressão [74]

$$T\%(\omega_P) = e^{-Im\{\chi(\omega_P)\}kL} * 100\% \quad (2.24)$$

sendo k o número de onda e L o comprimento do meio. Note que a parte real $Re\{\chi(\omega_P)\}$ mostrada na Figura 2.7(b) é dispersiva, o que significa que a fase de uma onda propagando pelo meio depende da frequência, e está relacionada com o índice de refração do mesmo ($n = 1 + 1/2Re\{\chi(\omega_P)\}$). Isso explica porque o controle da susceptibilidade conduz ao controle da velocidade da luz no meio.

A característica marcante do fenômeno de EIT é o mínimo de absorção ou janela de transmissão, Figuras 2.7(a) e (c) respectivamente, coincidentes com um grande coeficiente angular na dispersão, 2.7(b), em torno da frequência de ressonância atômica $\Delta_1 = 0$. Esta conduz à diminuições dramáticas da velocidade de grupo da luz no meio. Note que tais efeitos não são observados para um sistema atômico de dois níveis na ausência do campo de controle, Figura 2.7 linha tracejada-pontilhada, mostrando a importância da coerência entre os dois estados fundamentais para o cancelamento da absorção entre os dois picos próximos à frequência de transição atômica em $\Delta_1 = 0$.

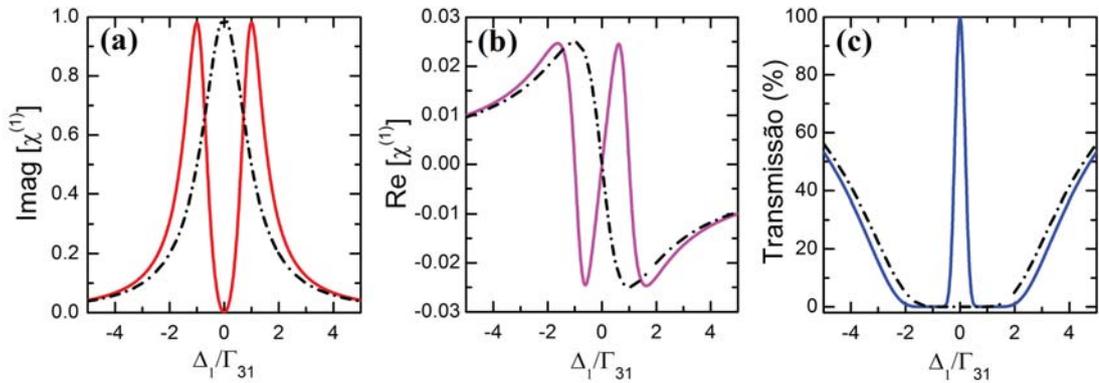


FIGURA 2.7: Transparência eletromagneticamente induzida em um sistema átomo-campo para $N = 1$ mostrando em (a) a parte imaginária da susceptibilidade complexa $\chi^{(1)}(\omega_P)$ correspondente ao espectro de absorção do sistema, (b) parte real $\chi^{(1)}(\omega_P)$ relacionada à refração do meio e (c) espectro de transmissão relativo obtido a partir da Eq.(2.24) em função da frequência do campo de prova $\Delta_1 = \omega_{31} - \omega_P$ normalizada à taxa de decaimento atômico Γ_{31} . As linhas tracejadas-pontilhadas mostram comparativamente as mesmas propriedades considerando um átomo de dois níveis. Note a ausência da janela de transmissão, absorção nula, em $\Delta_1 = 0$, acompanhada por uma dispersão anômala as quais são características marcantes da EIT.

Para entendermos essa janela de transmissão devido à coerência entre os dois estados fundamentais de uma maneira mais quantitativa vamos calcular os autovalores e autoestados do sistema descritos pelo Hamiltoniano (2.23). Utilizando a base $\{|1\rangle, |2\rangle, |3\rangle\}$ podemos escrever \hat{H}_{EIT} na forma matricial com

componentes $H_{ij} = \langle i | H_{EIT} | j \rangle$, de modo que

$$\hat{H}_{EIT} = -\frac{\hbar}{2} \begin{bmatrix} 0 & 0 & \Omega_P \\ 0 & -2\delta & \Omega_C \\ \Omega_P & \Omega_C & -2\Delta_1 \end{bmatrix}, \quad (2.25)$$

em que definimos a dessintonia do processo de dois fótons $\delta = \Delta_1 - \Delta_2$, correspondendo à dessintonia da ressonância da coerência entre $|1\rangle$ e $|2\rangle$. Como estamos interessados na descrição da janela de transmissão apresentada na Figura 2.7, vamos diagonalizar (2.25) para o caso de ressonância entre dois fótons $\delta = 0$ e para $\Delta_1 = 0$, onde o pico de transmissão está localizado. Os autovalores de (2.25) são obtidos através de $\text{Det}(\hat{H}_{EIT} - E\hat{1}) = 0$,

$$E_+ = \frac{\hbar}{2} \sqrt{\Omega_P^2 + \Omega_C^2}, \quad (2.26a)$$

$$E_0 = 0, \quad (2.26b)$$

$$E_- = -\frac{\hbar}{2} \sqrt{\Omega_P^2 + \Omega_C^2}. \quad (2.26c)$$

Para obtenção dos respectivos autoestados ou estados vestidos do sistema utilizamos $(\hat{H}_{EIT} - E_j\hat{1})|\Psi_j\rangle = 0$ e a propriedade de ortonormalidade $\langle \Psi_j | \Psi_j \rangle = 1$, fornecendo

$$|\Psi_+\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}\sqrt{\Omega_P^2 + \Omega_C^2}} (\Omega_P |1\rangle + \Omega_C |2\rangle) + \frac{1}{\sqrt{2}} |3\rangle, \quad (2.27a)$$

$$|\Psi_0\rangle = \frac{1}{\sqrt{\Omega_P^2 + \Omega_C^2}} (\Omega_C |1\rangle - \Omega_P |2\rangle), \quad (2.27b)$$

$$|\Psi_-\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}\sqrt{\Omega_P^2 + \Omega_C^2}} (\Omega_P |1\rangle + \Omega_C |2\rangle) - \frac{1}{\sqrt{2}} |3\rangle. \quad (2.27c)$$

Note que o estado $|\Psi_0\rangle$, com energia $E_0 = 0$, é uma superposição dos dois estados fundamentais do sistema, não apresentando nenhuma contribuição do estado excitado. Isso significa que se o átomo estiver em $|\Psi_0\rangle$ não existe probabilidade de absorção ou emissão de um fóton. Por esta razão este é chamado de estado escuro (inglês - “*dark state*”). Essa é a superposição coerente entre os dois estados fundamentais que mencionamos anteriormente, justificando a janela de 100% de transmissão ou absorção nula na Figura 2.7.

É importante ressaltar que tal superposição não é suficiente para a observação da EIT. A janela de transmissão é persistente para qualquer valor de

$\Omega_C \neq 0$, veja Figura 2.8(a), de modo que a relação entre os campos de prova e de controle são de extrema importância para a caracterização do fenômeno. Para ver o efeito do campo de controle na amostra atômica e de certa forma a origem da EIT, vamos fazer $\Omega_P = 0$ nas Eqs. (2.27). Neste caso o estado $|1\rangle$ está completamente desacoplado e a transição $|2\rangle \leftrightarrow |3\rangle$ é estimulada ressonantemente pelo campo de controle. Esse exemplo é equivalente a fazermos $\Omega_C \gg \Omega_P$.

Nestas condições os estados vestidos simétricos dados por (2.27a) e (c) tornam-se $|\Psi_{\pm}\rangle = |\pm\rangle = 1/\sqrt{2}(|2\rangle \pm |3\rangle)$ com respectivos autovalores $E_{\pm} = \pm \frac{\hbar}{2}\sqrt{\Omega_C^2}$. Vemos então que o acoplamento de um campo forte com o estado fundamental $|2\rangle$ efetivamente divide o estado $|3\rangle$ em um par de estados simétricos $|\pm\rangle$, com deslocamento proporcional à frequência de Rabi do campo, no caso $\pm\Omega_C$, em relação ao nível de energia original, como ilustrado na Figura 2.6(c). Esse deslocamento é intimamente relacionado com o efeito Autler-Townes [78] de modo que os estados $|\Psi_{\pm}\rangle$ são comumente chamados de Autler-Townes. Esse exemplo é importante para os nossos propósitos porque a base definida pelos estados $\{|1\rangle, |-\rangle, |+\rangle\}$ será utilizada para diagonalizar o hamiltoniano do sistema composto por átomos de três níveis e o modo do campo da cavidade na próxima seção.

Note que o estado escuro torna-se exatamente o estado fundamental $|\Psi_0\rangle = |1\rangle$ e este, juntamente com $|\pm\rangle$, são basicamente os três estados relevantes, de máxima coerência, para a EIT no regime em que $\Omega_C \gg \Omega_P$. A Figura 2.8(b) mostra que os picos Autler-Townes (2.27a) e (c) estão posicionados exatamente em $\Delta_1/\Gamma_{31} = \pm\Omega_C$. Neste caso utilizamos $\Omega_P = 0,05\Omega_C$, ou seja, Ω_C é 20 vezes maior que Ω_P e portanto estamos no regime de EIT.

Outra forma de caracterizarmos a EIT é observarmos a população dos estados $|1\rangle, |2\rangle$ e $|3\rangle$, como mostrado na Figura 2.9. Neste exemplo estamos plotando as populações em função da razão Ω_P/Ω_C para $\Delta_1 = 0$. A persistência da janela de transmissão para qualquer valor de $\Omega_C \neq 0$ é comprovada pela população sempre nula do estado $|3\rangle$. Note que à medida que aumentamos Ω_C em relação a Ω_P toda a população do sistema tende a $|1\rangle$, equivalente a dizermos que $|\Psi_0\rangle \rightarrow |1\rangle$, como no exemplo anterior.

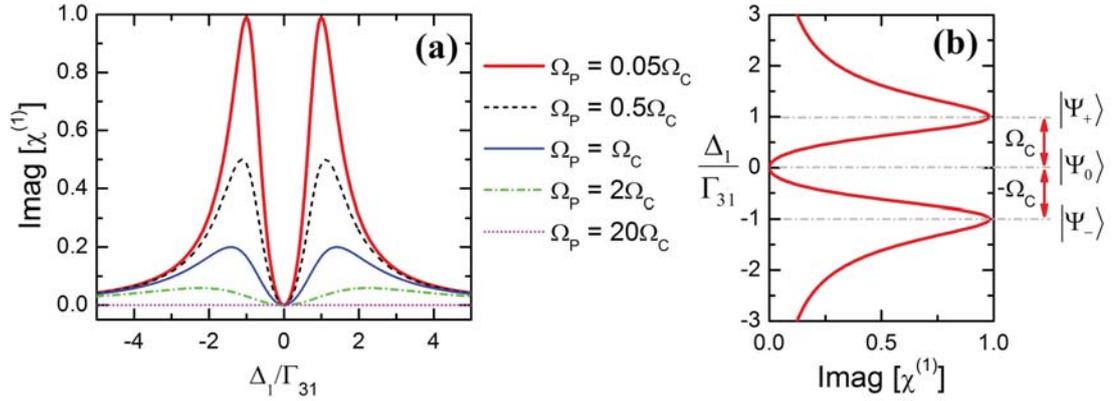


FIGURA 2.8: (a) Espectro de absorção do sistema átomo-campo, utilizando $N = 1$ e $\Gamma_{32} = 0,01\Gamma_{31}$, para diferentes valores de Ω_P mostrando a persistente janela de transmissão em $\Delta_1 = 0$. O valor do campo de controle foi fixado em $\Omega_C = \Gamma_{31}$. (b) Espectro de absorção na condição de EIT $\Omega_P = 0,05\Omega_C$ mostrando que o espaçamento entre os Autler-Townes $|\Psi_{\pm}\rangle$ é dado por $2|\Omega_C|$.

Pelo gráfico das populações, Figura 2.9, podemos ver também as condições em que observamos o fenômeno de CPT. Como este ocorre quando a população do sistema é transferida ou aprisionada em $|\Psi_0\rangle$, a CPT tradicional requer algum tipo de preparação coerente entre os estados $|1\rangle$ e $|2\rangle$, os quais compõem o estado escuro. Desse modo a condição para observação da CPT se dá para $\Omega_P \approx \Omega_C$ onde $\langle\sigma_{11}\rangle \approx \langle\sigma_{22}\rangle$. A EIT é um método eficiente de aprisionamento coerente de população (CPT) no estado escuro, pois esta permite uma evolução direta para este estado.

É possível desenvolver toda a análise acima escrevendo os estados vestidos (2.27) para $\Delta_1 \neq 0$, como no artigo do Fleischhauer [17], onde são definidos os ângulos de mistura θ e ϕ em função das frequências de Rabi dos campos clássicos e de Δ_1 . Como nosso objetivo aqui é apenas pedagógico preferimos evitar o uso de expressões mais complicadas.

Antes de prosseguirmos com o fenômeno de EIT em cavidades é interessante notar que a EIT é um fenômeno essencialmente semiclassico uma vez que as características quânticas dos campos não são levadas em conta, sendo tratados classicamente, enquanto que os átomos são tratados quanticamente como dipolos ideais. Existem tratamentos alternativos para a EIT, como a descrição completamente quântica desenvolvida por Fleischhauer e Lukin baseada em quasi-

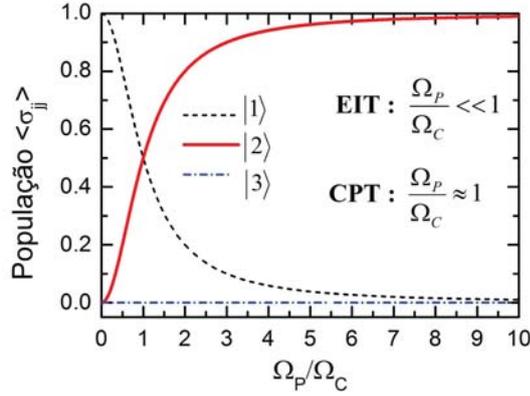


FIGURA 2.9: População dos estados $|1\rangle$, $|2\rangle$ e $|3\rangle$ em função da razão Ω_P/Ω_C para $\Delta_1 = 0$ mostrando as condições que os fenômenos de EIT e CPT são observados.

partículas as quais são superposições de fótons com a polarização atômica, conhecidos como “*dark state polaritons*” [76], ou mesmo uma descrição completamente clássica como a apresentada por Alzar e colaboradores através de osciladores clássicos acoplados [77].

2.4.1 EIT e CPT em Cavidades

Nesta seção, assim como em todo esse trabalho, continuaremos com a descrição semiclássica da EIT mas agora substituindo o campo clássico de prova, de frequência ω_P , pelo modo do campo da cavidade descrito quanticamente, o qual irá acoplar a transição $|1\rangle \leftrightarrow |3\rangle$. Como no caso do átomo de dois níveis o campo de prova será utilizado para monitorar o sistema átomo-campo, como um bombeio no modo da cavidade. Analogamente à seção anterior os campos de prova e de controle (frequência ω_C) continuarão sendo tratados classicamente. A Figura 2.10 mostra o esquema ilustrativo dos campos de entrada e saída em uma cavidade óptica linear contendo uma amostra atômica composta por N átomos de três níveis não interagentes em configuração Λ .

O hamiltoniano independente do tempo que descreve a interação entre um átomo de três níveis com o campo clássico de controle ($\Omega_C e^{i\omega_C t}$) e o modo do campo quantizado da cavidade, de frequência ω_{cav} , bombeado pelo campo de prova ($\Omega_P e^{i\omega_P t}$) é obtido pelo mesmo esquema delineado nas seções anteriores e detalhado no Apêndice A. Utilizando a aproximação de dipolo e RWA este pode

ser escrito em um referencial girante como⁵

$$\begin{aligned} \hat{H}_{CEIT} = & \Delta_P \hat{\sigma}_{11} + (\Delta_1 - \Delta_2) \hat{\sigma}_{22} + \Delta_1 \hat{\sigma}_{33} - \Delta_P \hat{a}^\dagger \hat{a} \\ & + (g_0 \hat{a} \hat{\sigma}_{31} + \Omega_C \hat{\sigma}_{32} + \varepsilon \hat{a} + H.c.) \end{aligned} \quad (2.28)$$

sendo $\Delta_P = \omega_P - \omega_{cav}$, $\Delta_1 = \omega_{31} - \omega_{cav}$ e $\Delta_2 = \omega_{32} - \omega_C$ as dessintonias relevantes do sistema e $H.c.$ o hermitiano conjugado. As dessintonias e os acoplamentos átomo-campo são ilustrados na Figura 2.10(b). As transformações unitárias utilizadas para obtenção de (2.28) foram $\hat{U}_0 = e^{-i/\hbar(\hat{H}_0 t)}$ para a representação de interação e $\hat{U}_1 = e^{i/\hbar\{\Delta_P \hat{\sigma}_{11} + (\Delta_1 - \Delta_2) \hat{\sigma}_{22} + \Delta_1 \hat{\sigma}_{33} - \Delta_P \hat{a}^\dagger \hat{a}\}t}$ para eliminação da dependência temporal. Para este sistema $\hat{H}_0 = \hbar\omega_{32} \hat{\sigma}_{22} + \hbar\omega_{31} \hat{\sigma}_{33} + \hbar\omega_{cav} \hat{a}^\dagger \hat{a}$.

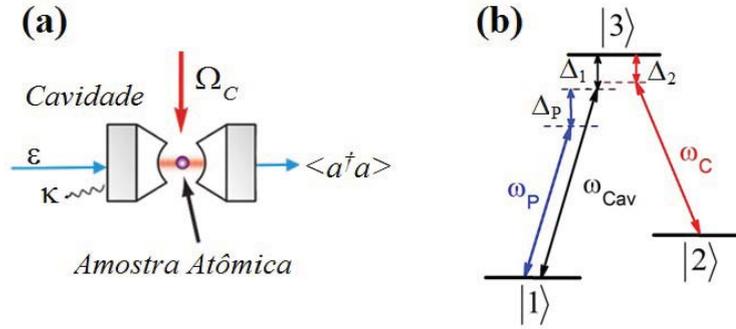


FIGURA 2.10: (a) Esquema ilustrativo dos campos de entrada e saída em uma cavidade óptica linear contendo uma amostra atômica composta de N átomos de três níveis não interagentes em configuração Λ , mostrando em (b) os campos da cavidade (frequência ω_{cav}) e de controle (frequência ω_C) acoplando as transições atômicas $|1\rangle \leftrightarrow |3\rangle$ e $|2\rangle \leftrightarrow |3\rangle$, respectivamente, o campo de bombeio na cavidade (frequência ω_P) e todas as dessintonias relevantes definidas na Eq.(2.28).

Quando discutimos o fenômeno de EIT no espaço livre, seção anterior, vimos que o efeito do campo de controle é dividir o estado $|3\rangle$ em um par de estados simétricos $|\pm\rangle$ distanciados por $2|\Omega_C|$. Para obtenção dos autovalores e autovetores de (2.28) é conveniente utilizarmos a base atômica $\{|1\rangle, |-\rangle, |+\rangle\}$, sendo $|\pm\rangle = 1/\sqrt{2}(|2\rangle \pm |3\rangle)$ de onde é possível mostrar facilmente que

$$|2\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|+\rangle + |-\rangle), \quad (2.29a)$$

$$|3\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|+\rangle - |-\rangle). \quad (2.29b)$$

⁵Nesta seção consideraremos $\hbar = 1$ por conveniência.

Para facilitar os cálculos vamos considerar os casos ressonantes $\Delta_1 = \Delta_2 = 0$, que é o que nos interessa, de modo que o Hamiltoniano (2.28) pode ser escrito como

$$\begin{aligned} \hat{H} = & \Delta_P(\hat{\sigma}_{11} - \hat{a}^\dagger \hat{a}) + \varepsilon(\hat{a}^\dagger + \hat{a}) \\ & + \Delta_+ \hat{\sigma}_{++} + \frac{g_0}{\sqrt{2}}(\hat{a} \hat{\sigma}_{+1} + \hat{a}^\dagger \hat{\sigma}_{1+}) \\ & + \Delta_- \hat{\sigma}_{--} - \frac{g_0}{\sqrt{2}}(\hat{a} \hat{\sigma}_{-1} + \hat{a}^\dagger \hat{\sigma}_{1-}), \end{aligned} \quad (2.30)$$

sendo $\Delta_\pm = \pm\Omega_C$, $\sigma_{\pm\pm} = |\pm\rangle\langle\pm|$ e $\sigma_{1\pm} = |1\rangle\langle\pm|$ são os operadores atômicos definidos na nova base. Note que podemos escrever o Hamiltoniano (2.30) como $\hat{H} = \hat{H}_P + \hat{H}_{JC}^+ + \hat{H}_{JC}^-$. A primeira parte está relacionada ao efeito do campo de prova (bombeio) no sistema, enquanto que os dois termos restantes representam dois Hamiltonianos de Jaynes-Cummings não ressonantes. Isso é consequência do campo da cavidade estar acoplando ressonantemente a transição $|1\rangle \leftrightarrow |3\rangle$, de frequência ω_{31} , como mostrado na Figura 2.11, enquanto que os dois estados excitados $|\pm\rangle$ da nova base estão deslocados do estado $|3\rangle$ por Δ_\pm . Note que os dois Hamiltonianos não ressonantes também podem ser escritos na forma $\hat{H}_{JC}^\pm = \hat{H}_0^\pm + \hat{H}_{int}^\pm$, de maneira semelhante ao modelo de Jaynes-Cummings padrão discutido na Seção 2.3.1 para o átomo de dois níveis, veja Eq.(2.7).

Considerando a base do campo $\{|n\rangle\}$ podemos escrever \hat{H} na forma matricial utilizando a base total do sistema átomo-campo $\{|1, n\rangle, |+, n-1\rangle, |-, n-1\rangle\}$. Em analogia à Seção 2.3.1.1 não consideramos o bombeio \hat{H}_P do Hamiltoniano (2.30), ou seja, $\Delta_P = \varepsilon = 0$, pois o campo de prova será utilizado apenas para monitorar os estados vestidos do sistema átomo-campo de modo a não interferir em sua configuração. Logo,

$$\hat{H}_{EIT} = \begin{bmatrix} 0 & \frac{g_0}{\sqrt{2}}\sqrt{n} & -\frac{g_0}{\sqrt{2}}\sqrt{n} \\ \frac{g_0}{\sqrt{2}}\sqrt{n} & \Omega_C & 0 \\ -\frac{g_0}{\sqrt{2}}\sqrt{n} & 0 & -\Omega_C \end{bmatrix}, \quad (2.31)$$

com autovalores dados por

$$E_n^{(+)} = \sqrt{ng_0^2 + \Omega_C^2}, \quad (2.32a)$$

$$E_n^{(0)} = 0, \quad (2.32b)$$

$$E_n^{(-)} = -\sqrt{ng_0^2 + \Omega_C^2}. \quad (2.32c)$$

Analogamente ao caso do átomo de três níveis na ausência da cavidade, obtemos autovalores caracterizados pela formação de estados escuros e estados simétricos do tipo Autler-Townes para o sistema átomo-campo. Para o cálculo desses autoestados é necessário considerar a contribuição de todas as excitações do campo n , ou seja, $|\Psi^{(E)}\rangle = \sum_n (a_n |1, n\rangle + b_n |+, n-1\rangle + c_n |-, n-1\rangle)$, tal que para um dado n os respectivos estados vestidos do sistema podem ser escritos como

$$|\Psi_n^{(+)}\rangle = N_n^{(+)} \{|1, n\rangle + \alpha_+ |+, n-1\rangle - \beta_+ |-, n-1\rangle\}, \quad (2.33a)$$

$$|\Psi_n^{(0)}\rangle = N_n^{(0)} \{|1, n\rangle - \eta (|+, n-1\rangle + |-, n-1\rangle)\}, \quad (2.33b)$$

$$|\Psi_n^{(-)}\rangle = N_n^{(-)} \{|1, n\rangle + \alpha_- |+, n-1\rangle - \beta_- |-, n-1\rangle\}, \quad (2.33c)$$

onde $\eta = \frac{g_0 \sqrt{n/2}}{\Omega_C}$, $\alpha_{\pm} = \frac{g_0 \sqrt{n/2}}{E_n^{(\pm)} - \Omega_C}$, $\beta_{\pm} = \frac{g_0 \sqrt{n/2}}{E_n^{(\pm)} + \Omega_C}$, e $N_n^{(0,\pm)}$ são constantes de normalização. Os autoestados $|\Psi_n^{(0)}\rangle$, $n = 0, 1, 2, \dots$, ou qualquer combinação desses, com autovalores $E_n^{(0)} = 0$ são os estados escuros, responsáveis pelo aparecimento de uma janela de transmissão do tipo cavidade vazia. É fácil mostrar que esses também são formados pela superposição coerente dos estados atômicos fundamentais $|1\rangle$ e $|2\rangle$, como na seção anterior. Adicionalmente, os estados Autler-Townes $|\Psi_n^{(\pm)}\rangle$ representam o compartilhando de n excitações entre o átomo e o modo da cavidade.

Os estados vestidos (2.33) compõem uma escada anarmônica, semelhante à escada de Jaynes-Cummings da Figura 2.4, deslocados por $E_n^{(+)} - E_n^{(-)} = 2\sqrt{ng_0^2 + \Omega_C^2}$, como mostra a Figura 2.11.

Para o sistema composto por um átomo de dois níveis dentro da cavidade, mostramos na Figura 2.5(a) que os modos normais $|1, \pm\rangle$ do sistema são estimulados quando a dessintonia entre o campo de prova e a cavidade são dados pelo acoplamento átomo-campo, ou seja, quando $\Delta_P = \pm g_0$. De acordo com os autovalores de energia (2.10), qualquer estado vestido $|n, \pm\rangle$ pode ser ressonantemente estimulado ajustando-se a frequência do campo de prova em $\Delta_P^{(n,\pm)} = \pm g_0 / \sqrt{n}$.

Para o sistema atômico de três níveis os resultados mostram que é preciso levar em conta o efeito do campo de controle no deslocamento dos níveis de

energia do sistema átomo-campo, adicionalmente ao mesmo efeito devido ao acoplamento com o modo da cavidade, de modo que, segundo (2.32), qualquer estado vestido $|\Psi_n^{(\pm)}\rangle$ pode ser ressonantemente estimulado ajustando-se $\Delta_P^{(n,\pm)} = \pm\sqrt{ng_0^2 + \Omega_C^2}/n$. Note que o resultado para o átomo de dois níveis é recuperado para $\Omega_C = 0$.

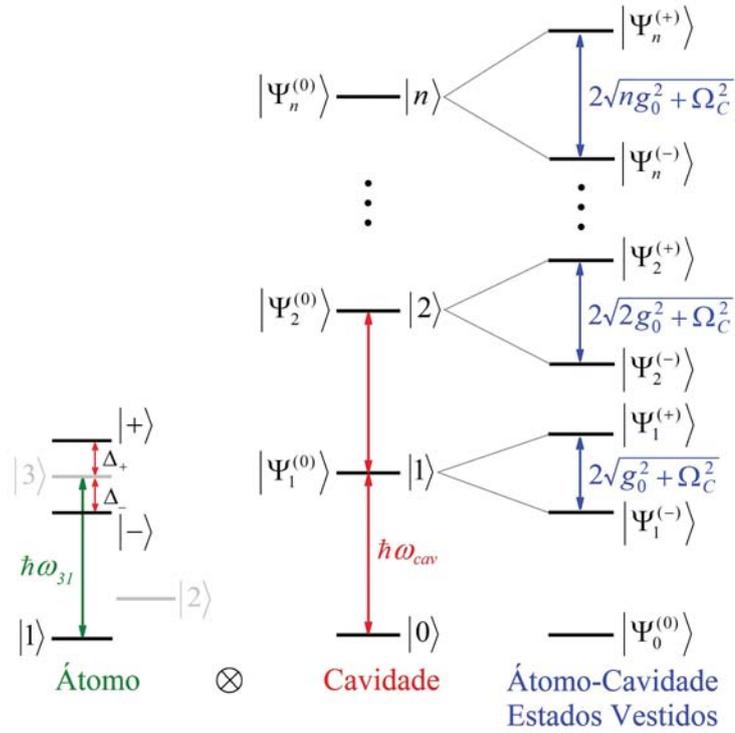


FIGURA 2.11: (a) Da esquerda para direita tem-se os níveis de energia do sistema atômico na base $\{|1\rangle, |-\rangle, |+\rangle\}$, sendo $|\pm\rangle = 1/\sqrt{2}(|2\rangle \pm |3\rangle)$, deslocados de $\Delta_{\pm} = \pm\Omega_C$ do nível $|3\rangle$, e os níveis de energia da cavidade desacoplados. Para os casos ressonantes $\Delta_1 = \Delta_2 = 0$ o sistema átomo-campo é formado por uma escada anarmônica do tipo Jaynes-Cummings com os estados vestidos deslocados por $2\sqrt{ng_0^2 + \Omega_C^2}$. Os estados $|\Psi_n^{(0)}\rangle$ são os estados escuros correspondentes aos estados $|n\rangle$ da cavidade vazia.

Utilizando o mesmo conjunto de parâmetros para obtenção dos resultados apresentados na Figura 2.5 para o sistema átomo-campo de dois níveis e $\Omega_C = 3\kappa$, plotamos comparativamente na Figura 2.12 o espectro de transmissão dos sistemas de dois e três níveis juntamente com o perfil de cavidade vazia. Observe que o sistema de três níveis apresenta os mesmos picos de ressonância para os modos normais do sistema de dois níveis, porém, estes são deslocados para frequências maiores devido ao efeito do campo de controle, de onde definimos o acoplamento efetivo dado por $g_{ef} = \sqrt{g_0^2 + \Omega_C^2}$. Adicionalmente e em contraste

com o sistema de dois níveis, observa-se uma estreita janela de transmissão (100%) em $\Delta_P = 0$, do tipo cavidade vazia, devido à formação dos estados escuros do sistema átomo-cavidade, sendo uma característica marcante do fenômeno de EIT em cavidades ou CEIT do inglês “*Cavity Electromagnetically Induced Transparency*”.

A condição para a observação dos fenômenos de CEIT e CCPT (“*Cavity Coherent Population Trapping*”) é delimitada pela relação entre o campo de controle, de frequência de Rabi Ω_C , e o campo na cavidade. Como a cavidade está sendo bombeada por um campo clássico, dado pelo campo de prova de frequência de Rabi ε , a frequência de Rabi do campo da cavidade, o qual estimulará o átomo, é dada por $g_0\alpha$ [79]. O parâmetro α é a amplitude complexa do campo na cavidade sem o átomo e é facilmente obtido a partir da Eq.(2.17a) fazendo-se $g_0 = 0$ no estado estacionário $\langle \dot{a} \rangle = 0$, de modo que $\alpha = \varepsilon / (\Delta_P + i\kappa)$. Portanto, em analogia à seção anterior, o fenômeno de CEIT é observado quando $\Omega_C \gg g_0\alpha$, enquanto que o fenômeno de CCPT ocorre para $\Omega_C \approx g_0\alpha$.

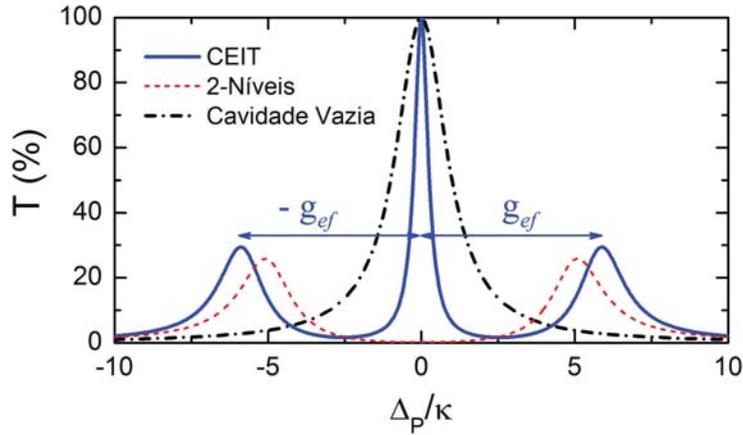


FIGURA 2.12: Espectro de transmissão do sistema átomo-cavidade com bombeio para $N = 1$ átomo, $g_0 = 5\kappa$, $\varepsilon = \sqrt{0,01}\kappa$ e $\gamma_j = 0$ ($j = e, 2, 3$) considerando um átomo de dois níveis (curva tracejada), onde $\Gamma_{ge} = \Gamma_{31} + \Gamma_{32} = \kappa$, com os modos normais sendo estimulados ressonantemente em $\Delta_P = \pm g_0$, em comparação com um átomo de três níveis, para $\Omega_C = 3\kappa$, com os respectivos modos normais sendo estimulados ressonantemente em $\Delta_P = \pm g_{ef} = \pm \sqrt{g_0^2 + \Omega_C^2}$. A curva tracejada pontilhada é a transmissão da cavidade vazia, cujo pico coincide com a estreita janela de transmissão do sistema CEIT, devido à formação dos estados escuros.

Capítulo 3

Controle da Biestabilidade Óptica em Cavidades Ópticas Lineares

Neste capítulo discutimos o fenômeno da biestabilidade óptica em cavidades e como esta pode ser controlada através da manipulação de diferentes parâmetros do sistema para exploração do mesmo em diversas aplicações. Na primeira seção abordamos a biestabilidade óptica de maneira introdutória definindo os principais parâmetros que quantificam o fenômeno e o regime de acoplamento átomo-campo em que este é observado. Discutimos também a aproximação semiclássica que consiste na fatoração do produto de operadores átomo-campo, descrevendo o campo na cavidade classicamente através das equações de Maxwell-Bloch com detalhes no Apêndice B para os sistemas atômicos de dois e três níveis. Na seção seguinte é mostrado que o controle e a própria ocorrência do fenômeno de biestabilidade óptica absorptiva em sistemas atômicos de três níveis aprisionados em cavidades ópticas lineares é observado nas condições de aprisionamento coerente de população (CCPT), ou seja, para $\Omega_C \approx g_0\alpha$. Demonstra-se também que, além do controle da biestabilidade pela variação da frequência de Rabi do campo de controle Ω_C , os processos cooperativos coerentes e incoerentes do sistema átomo-cavidade para $N \gg 1$ átomos de dois e três níveis podem ser modificados pela variação de diferentes parâmetros do sistema tais

como acoplamento átomo-campo g_0 , número de átomos N e taxa de defasagem γ_j . Adicionalmente, mostramos um efeito muito interessante de biestabilidade complementar no sistema de três níveis a partir da manipulação dos dois campos externos, prova e controle, utilizados para acoplar transições atômicas. O capítulo é finalizado com duas seções onde são discutidas possíveis aplicações utilizando o controle da biestabilidade e o efeito de complementaridade ao considerarmos um pulso eletromagnético atravessando o sistema átomo-cavidade de dois e três níveis, tais como a implementação de protocolos de informação ópticos, detectores de campos eletromagnéticos e os desafios que ainda precisam ser superados para a implementação de um detector de um único fóton com 100% de eficiência, estabilizador de corrente de fótons e o transistor óptico, mostrando que o fenômeno de biestabilidade óptica em eletrodinâmica quântica de cavidades (EQC) é bastante promissor para ser explorado na fabricação de dispositivos ópticos biestáveis como interruptores, memórias e amplificadores.

3.1 Biestabilidade Óptica: Teoria

Um sistema é dito biestável quando é possível observar dois estados estáveis de uma determinada propriedade referente a um único valor de um certo parâmetro de entrada. No caso da biestabilidade óptica (BO) esses dois estados são referentes a dois diferentes valores de uma propriedade óptica do sistema, como transmissão, absorção ou refração, para um único parâmetro do campo incidente.

Existem duas classificações para sistemas opticamente biestáveis. Eles podem apresentar biestabilidade *absortiva*, se a absorção ou transmissão do sistema depender da intensidade do campo de entrada, ou *dispersiva*, se o índice de refração apresentar tal dependência. Essa distinção não é completamente definida uma vez que mecanismos referentes à absorção e refração podem ocorrer simultaneamente.

O sistema que estamos tratando nesta Tese, o qual é composto por uma cavidade óptica e um absorvedor saturável (meio não linear) dado por uma

amostra atômica, é um exemplo de sistema que apresenta biestabilidade óptica absorptiva, sendo amplamente estudado pela comunidade científica devido ao seu potencial de aplicações [34, 80]. Na verdade nosso sistema é classificado como um sistema absorptivo intrínseco, pois a dependência da transmissão surge como uma consequência direta da interação do campo com a matéria.

Antes de nos aprofundarmos nos detalhes e aproximações utilizados para observação da BO e de seu controle sob determinadas condições, vamos fazer uma abordagem introdutória e mais pedagógica sobre o fenômeno, semelhante à descrição analítica fornecida por Bonifácio e Lugiato em 1976 [81]. Para tal faremos uso das equações de Heisenberg (2.17) obtidas para os operadores do campo \hat{a} e do átomo $\hat{\sigma}_{ge}$, $\hat{\sigma}_z$ utilizando a aproximação $\langle \hat{a}\hat{\sigma} \rangle = \langle \hat{a} \rangle \langle \hat{\sigma} \rangle$, válida para um grande número de átomos ($N \gg 1$) e no regime de acoplamento átomo-campo fraco, a qual descreveremos em maiores detalhes nas próximas seções.

A partir da fatoração $\langle \hat{a}\hat{\sigma} \rangle = \langle \hat{a} \rangle \langle \hat{\sigma} \rangle$ é possível resolver o sistema de equações de Heisenberg analiticamente no estado estacionário $\langle \dot{\hat{O}} \rangle = 0$. Para isso definimos o parâmetro de saturação s_0 dado por

$$\langle \hat{\sigma}_z \rangle = -\frac{1}{1 + s_0}. \quad (3.1)$$

Note que no limite de $s_0 \rightarrow 0$, temos $\langle \hat{\sigma}_z \rangle = -1$, o que significa que a população atômica está no estado fundamental $|g\rangle$ dos átomos de dois níveis. Pelas Eqs.(2.17) e (3.1) é fácil verificar que

$$\frac{\varepsilon^2}{\kappa^2} = |\langle \hat{a} \rangle|^2 \left[1 + \frac{2C}{1 + s_0/2} \right]^2 \quad (3.2a)$$

$$s_0 = \frac{2g_{ef}^2}{(\Gamma_{ge} + \gamma_e)^2} |\langle \hat{a} \rangle|^2 \quad (3.2b)$$

para $\Delta = \Delta_P = 0$. Nas equações acima $|\langle \hat{a} \rangle|^2 = \langle \hat{a}^\dagger \hat{a} \rangle$, uma vez que estamos desconsiderando correlações quânticas, e $g_{ef} = g_0 \sqrt{N}$ é o acoplamento efetivo átomo-campo obtido para $N > 1$ [82]. O parâmetro $C = g_{ef}^2/2(\Gamma_{ge} + \gamma_e)\kappa$, introduzido por Bonifácio e Lugiato [83] e nomeado como cooperatividade do sistema, é de extrema importância para a caracterização do fenômeno de BO medindo de certa forma a intensidade da interação coletiva átomo-campo.

É fácil notar que a Eq.(3.2a) possui dependência cúbica para $|\langle \hat{a} \rangle|^2 = \langle \hat{a}^\dagger \hat{a} \rangle$, de modo que três soluções são possíveis. Para um determinado conjunto de parâmetros essas soluções possuem valores reais, fisicamente possíveis, e consequentemente o sistema apresenta múltiplos estados estacionários. A Figura 3.1(a) mostra o campo transmitido pelo sistema átomo-cavidade $\langle \hat{a}^\dagger \hat{a} \rangle$ em função da intensidade do campo no interior da cavidade, ε^2/κ^2 (cavidade vazia), obtida a partir de (3.2a) para $C = 10$. Este resultado mostra claramente que a transmissão do sistema é não linear pois $\langle \hat{a}^\dagger \hat{a} \rangle$ não é apenas uma constante multiplicativa de ε^2/κ^2 . A forma em S da curva mostra que duas soluções estáveis são possíveis (linhas sólidas em azul) enquanto que uma é instável (linha tracejada-pontilhada em vermelho). Portanto, se o valor do campo de entrada for conhecido mas estiver entre as linhas verticais do gráfico, não é possível prever o valor do campo transmitido até que o mesmo seja medido, pois este valor dependerá da história do sistema. As setas mostram que é possível obter um ciclo de histerese na transmissão se mapearmos o sistema aumentando e diminuindo o campo de entrada. Isso ficará mais claro nas próximas seções.

A Figura 3.1(b) mostra a transmissão do sistema em função da intensidade do campo de entrada para diferentes valores da cooperatividade C . Para $C < 4$, $\langle \hat{a}^\dagger \hat{a} \rangle$ apresenta um comportamento monotônico com relação ao campo de entrada de modo que neste intervalo a Eq.(3.2a) possui uma solução única para cada valor de ε . Diferentemente, quando $C > 4$ temos um comportamento não linear com a transmissão apresentando três estados estacionários, curva em S discutida na Figura 3.1(a). Vemos portanto que $C = 4$ é um parâmetro crítico que separa duas situações fisicamente distintas. Neste trabalho consideramos $C \gg 1$, de modo que apenas o estado biestável do sistema dado pelo ciclo de histerese da Figura 3.1(a) é analisado, ou seja, a solução instável (linha tracejada-pontilhada em vermelho) é descartada.

Resumindo, um sistema opticamente biestável é tradicionalmente conhecido por apresentar um meio não linear saturável no interior de um ressonador. A existência da biestabilidade óptica foi predita por Abraham Szöke e colaboradores no Instituto de Tecnologia de Massachusetts em 1969. As primeiras observações experimentais do fenômeno foram feitas por H. M. Gibbs, S. L. McCall e T. N.

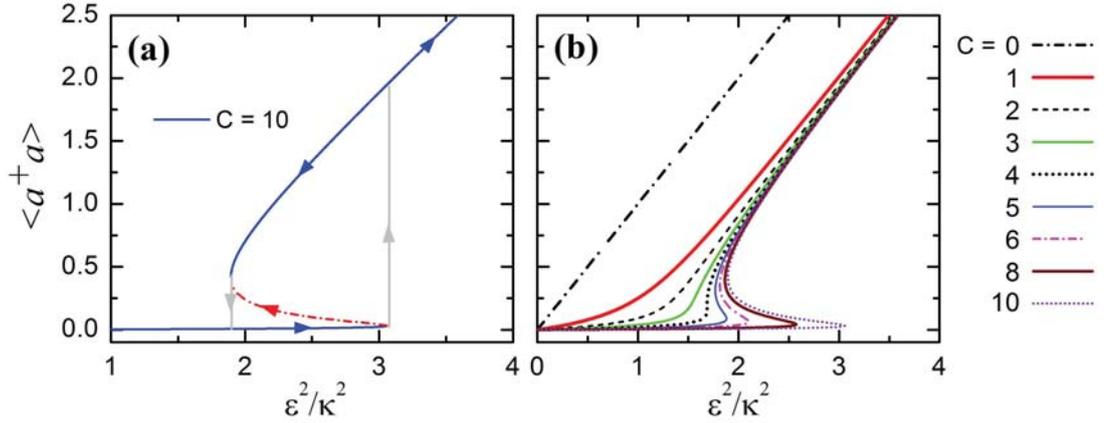


FIGURA 3.1: Fenômeno de biestabilidade óptica. **(a)** Campo transmitido do sistema átomo-cavidade para o parâmetro de cooperatividade $C = 10$ em função da intensidade normalizada do campo de entrada, dado pelo campo no interior da cavidade vazia ε^2/κ^2 para $\Delta_P = 0$. A curva em forma de S mostra duas soluções estáveis (linhas sólidas em azul) e uma instável (linha tracejada-pontilhada em vermelho). As setas mostram um ciclo de histerese, característico de sistemas não lineares, obtido a partir do mapeamento do sistema aumentando-se e diminuindo-se o valor de ε . **(b)** Dependendo do valor da cooperatividade C o sistema pode ($C > 4$) ou não ($C < 4$) apresentar biestabilidade óptica, sendo $C = 4$ o parâmetro crítico para observação do fenômeno. Para cavidade vazia tem-se $C = 0$.

C. Venkatesan dos laboratórios Bell a partir de experimentos utilizando vapores atômicos [84], sendo também observado posteriormente em sistemas com átomos resfriados atravessando ou sendo armazenados em uma cavidade [85–87].

Experimentos mostram que não é possível observar BO para o caso de um único átomo dentro de uma cavidade, em desacordo com o previsto pela teoria semiclássica [88]. A teoria que descreve o fenômeno da biestabilidade consiste em negligenciar flutuações quânticas, as quais são significativas no tratamento de um único átomo. Estas flutuações podem ser responsáveis pela destruição da formação de múltiplos estados estacionários. Apesar da asserção, não muito clara por assim dizer, feita por Savage e Carmichael de que a biestabilidade óptica pode ser observada para um único átomo dentro da cavidade utilizando um tratamento inteiramente quântico [89], ainda não existem evidências da observação do fenômeno neste sistema.

3.1.1 Regimes de acoplamento átomo-campo

Para entendermos a validade da aproximação mencionada na seção anterior ($\langle \hat{a}\hat{\sigma} \rangle = \langle \hat{a} \rangle \langle \hat{\sigma} \rangle$) é instrutivo considerarmos valores limites, ou comparativos, das três taxas de troca de energia entre átomo-campo e entre estes com o meio em que estão inseridos, ou seja, g_0 , Γ e κ . Vamos tratar nesta tese especificamente o regime de acoplamento átomo-campo fraco e forte.

A natureza qualitativa da dinâmica descrita pelas equações de Heisenberg (2.17), obtidas na Seção 2.3.2, pode ser parametrizada pelo número crítico de átomos $N_0 = 2\kappa\Gamma/g_0^2$ e pelo número crítico de fótons $n_0 = \Gamma^2/2g_0^2$. Esses dois parâmetros adimensionais medem a relação entre processos coerentes e incoerentes e, conseqüentemente, como o número de quanta (átomos ou fótons) pode mudar significativamente a resposta átomo-cavidade.

O número crítico de átomos indica que a inserção de N_0 átomos no modo da cavidade tem um efeito significativo na transmissão $\langle \hat{a}^\dagger \hat{a} \rangle$ do sistema átomo-cavidade. Analogamente, se tivermos um único átomo dentro da cavidade, o número crítico de fótons indica que a inserção de n_0 fótons no interior da mesma, através do campo de prova, é suficiente para provocar uma resposta não linear no sistema.

Para o regime de acoplamento átomo-campo forte a evolução coerente de um único quantum é dominante sobre qualquer processo dissipativo do sistema, ou seja, $g_0 > (\Gamma, \kappa)$. Pelas expressões acima esta condição também assegura que $(N_0, n_0) \ll 1$ e portanto um número de átomos $N_0 \ll 1$ dentro da cavidade terá um efeito significativo ou a resposta átomo-cavidade se tornará não linear para um número de fótons $n_0 \ll 1$. É importante ressaltar que a resposta átomo-cavidade não linear que estamos nos referindo aqui está relacionada com a anarmonicidade da escada de Jaynes-Cummings, discutida na Seção 2.3.1.1 à qual depende da raiz quadrada do número de excitações \sqrt{n} , e não dos múltiplos estados estacionários decorrentes do fenômeno de biestabilidade. É muito importante definir o regime de acoplamento que estamos trabalhando para descrever o fenômeno de BO, porque é conhecido a partir de experimentos que as flutuações produzidas pelo sistema átomo-campo podem ser não clássicas mesmo para $N \gg 1$ no regime de

acoplamento forte [85]. Neste regime tanto o átomo quanto o campo da cavidade devem ser tratados quanticamente.

No regime de acoplamento fraco tem-se $g_0 < (\Gamma, \kappa)$, ou equivalentemente $(N_0, n_0) \gg 1$, e é nessa condição que o fenômeno de BO é descrito. Neste regime a aproximação utilizada para obtenção de (3.2), a qual consiste em fatorar o produto dos valores médios dos operadores do átomo com os operadores do modo da cavidade, pode ser aplicada sem perda de generalidade. Ela é conhecida como aproximação semiclássica e é satisfeita sempre que o estado total do sistema pode ser fatorado no produto $\hat{\rho} = \hat{\rho}_A \otimes \hat{\rho}_M$, sendo $\hat{\rho}_A$ e $\hat{\rho}_M$ os operadores densidade dos estados do átomo (A) e do modo do campo na cavidade (M), respectivamente. Como já discutido na Seção 1.3.2, $Tr(\hat{a}\hat{\sigma}\hat{\rho}) \equiv \langle \hat{a}\hat{\sigma} \rangle$, $Tr(\hat{a}\hat{\rho}_M) \equiv \langle \hat{a} \rangle$ e $Tr(\hat{\sigma}\hat{\rho}_A) \equiv \langle \hat{\sigma} \rangle$ de modo que

$$\langle \hat{a}\hat{\sigma} \rangle = \langle \hat{a} \rangle \langle \hat{\sigma} \rangle. \quad (3.3)$$

Fisicamente essa aproximação nos diz que estamos deixando de lado o conceito de fóton [90], ou seja, quer dizer que o campo da cavidade deixa de ser descrito pelos operadores quânticos \hat{a}, \hat{a}^\dagger , passando a ser tratado classicamente como uma amplitude complexa $\langle \hat{a} \rangle = \alpha$, onde α é o autovalor do operador de aniquilação \hat{a} cujo autoestado é dado pelo estado coerente

$$|\alpha\rangle = e^{-\frac{|\alpha|^2}{2}} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\alpha^n}{\sqrt{n!}} |n\rangle. \quad (3.4)$$

Esse estado é o de mínima incerteza para o campo elétrico (E) e magnético (H), $\Delta X_1 \Delta X_2 \geq \hbar/2$ ¹, sendo conhecido como estado de máxima “classicalidade” do campo eletromagnético. Esse não se trata de um estado de número de um único fóton, mas de uma superposição com probabilidade poissoniana de possuir n fótons dada por

$$P_n = \frac{|\alpha|^{2n}}{n!} e^{-|\alpha|^2}, \quad (3.5)$$

de modo que o número médio de fótons $\langle n \rangle = \langle \hat{a}^\dagger \hat{a} \rangle = |\langle \hat{a} \rangle|^2 = |\alpha|^2$. A equação acima define a distribuição estatística de fótons do estado coerente.

¹Os parâmetros X_1 e X_2 são descritos por $X_{1,2} = 1/\sqrt{2}(a \pm a^\dagger)$, sendo $E \propto X_1$ e $H \propto X_2$.

Portanto, sempre que nos referirmos à transmissão do sistema átomo-cavidade no tratamento do fenômeno de biestabilidade, como no caso da Figura 3.1, estaremos nos referindo à intensidade do campo clássico dada por $\langle \hat{a}^\dagger \hat{a} \rangle = |\alpha|^2$.

3.1.2 Equações de Maxwell-Bloch

Após a introdução de conceitos, parâmetros e o regime de acoplamento átomo-campo fraco, inerentes à biestabilidade, podemos quantificar as equações que descreverão o controle da biestabilidade em EQC. É bem conhecido que um sistema composto por $N \gg 1$ átomos de dois (três) níveis idênticos e não interagentes inseridos em uma cavidade óptica fracamente acoplados a um único modo do campo exibe biestabilidade óptica [34, 80]. Vamos considerar as equações para o sistema atômico de três níveis, sendo o sistema de dois níveis tratado de maneira semelhante.

O hamiltoniano independente do tempo que descreve a interação átomo-campo é análogo à Eq.(2.28) da Seção 2.4.1, sendo ($\hbar = 1$)

$$\begin{aligned} \hat{H} = & \Delta_P \hat{S}_{11} + (\Delta_1 - \Delta_2) \hat{S}_{22} + \Delta_1 \hat{S}_{33} - \Delta_P \hat{a}^\dagger \hat{a} \\ & + \left(g_0 \hat{a} \hat{S}_{31} + \Omega_c \hat{S}_{32} + \varepsilon \hat{a} + H.c. \right), \end{aligned} \quad (3.6)$$

com as dessintonias definidas por $\Delta_P = \omega_P - \omega_{cav}$, $\Delta_1 = \omega_{31} - \omega_{cav}$, $\Delta_2 = \omega_{32} - \omega_C$. A única diferença com relação à Eq.(2.28) é a troca dos operadores de um único átomo $\hat{\sigma}_{ij}$ pelos operadores atômicos coletivos $\hat{S}_{ij} = \sum_{k=1}^N \hat{\sigma}_{ij}^{(k)}$, sendo $\hat{\sigma}_{ij}^{(k)} = |i\rangle_k \langle j|$ o operador do k-ésimo átomo, descrevendo o abaixamento e o levantamento atômico coletivo para $i \neq j$ e a população atômica coletiva para $i = j$, com $i, j = 1, 2, 3$.

Para obtenção da equação mestra basta generalizarmos a Eq.(2.22) para N átomos considerando $\kappa \neq 0$ de modo que

$$\begin{aligned} \dot{\rho} = & -i[H, \rho] + \kappa(2a\rho a^\dagger - a^\dagger a\rho - \rho a^\dagger a) \\ & + \sum_{k=1}^N \sum_{l=1,2} \Gamma_{3l} (2\sigma_{l3}^{(k)} \rho \sigma_{3l}^{(k)} - \sigma_{33}^{(k)} \rho - \rho \sigma_{33}^{(k)}) \\ & + \sum_{k=1}^N \sum_{j=2,3} \gamma_j (2\sigma_{jj}^{(k)} \rho \sigma_{jj}^{(k)} - \sigma_{jj}^{(k)} \rho - \rho \sigma_{jj}^{(k)}). \end{aligned} \quad (3.7)$$

A partir das Eqs.(3.6) e (3.7) e utilizando a aproximação semiclássica (3.3), a evolução dos operadores do campo e dos átomos são dadas por

$$\langle \dot{a} \rangle = i(\Delta_P + i\kappa) \langle a \rangle - i\varepsilon^* - ig_0^* \langle S_{13} \rangle, \quad (3.8a)$$

$$\begin{aligned} \langle \dot{S}_{13} \rangle &= i \{ (\Delta_P - \Delta_1) + i(\Gamma_{31} + \Gamma_{32} + \gamma_3) \} \langle S_{13} \rangle - ig_0 \langle a \rangle \langle S_{11} \rangle \\ &\quad - i\Omega_c \langle S_{12} \rangle + ig_0 \langle a \rangle \langle S_{33} \rangle, \end{aligned} \quad (3.8b)$$

$$\langle \dot{S}_{12} \rangle = i(\Delta_P + \Delta_2 - \Delta_1 + i\gamma_2) \langle S_{12} \rangle - i\Omega_c^* \langle S_{13} \rangle + ig_0 \langle a \rangle \langle S_{32} \rangle, \quad (3.8c)$$

$$\begin{aligned} \langle \dot{S}_{23} \rangle &= i \{ -\Delta_2 + i(\Gamma_{31} + \Gamma_{32} + \gamma_2 + \gamma_3) \} \langle S_{23} \rangle - ig_0 \langle a \rangle \langle S_{21} \rangle \\ &\quad - i\Omega_c \{ \langle S_{22} \rangle - \langle S_{33} \rangle \}, \end{aligned} \quad (3.8d)$$

$$\langle \dot{S}_{11} \rangle = -ig_0^* \langle a^\dagger \rangle \langle S_{13} \rangle + ig_0 \langle a \rangle \langle S_{31} \rangle + 2\Gamma_{31} \langle S_{33} \rangle, \quad (3.8e)$$

$$\langle \dot{S}_{22} \rangle = -i\Omega_c^* \langle S_{23} \rangle + i\Omega_c \langle S_{32} \rangle + 2\Gamma_{32} \langle S_{33} \rangle, \quad (3.8f)$$

$$\langle \dot{S}_{33} \rangle = -\langle \dot{S}_{11} \rangle - \langle \dot{S}_{22} \rangle. \quad (3.8g)$$

as quais foram obtidas utilizando $\langle \dot{O} \rangle = Tr[O\dot{\rho}]$. Estas equações são conhecidas como equações de Maxwell-Bloch. Note que optamos por escrever de maneira explícita a evolução temporal da população coletiva dos estados atômicos $|1\rangle$, $|2\rangle$ e $|3\rangle$ dados por $\langle S_{ii} \rangle$, em vez de $\langle S_z \rangle$ como nas Eqs.(2.17). Monitorar as populações dos estados é um excelente teste para verificar erros computacionais, uma vez que $\langle S_{ii} \rangle > 0$ e $\langle S_{11} \rangle + \langle S_{22} \rangle + \langle S_{33} \rangle = N$, além de conter informações importantes sobre a dinâmica do sistema através da transferência de populações.

Para apreciar a validade da aproximação semiclássica com o aumento do número de átomos N , nós comparamos na Figura 3.2 o espectro de transmissão do sistema obtido a partir das equações de Maxwell-Bloch (3.8) com a solução do modelo inteiramente quântico. Observe que à medida que aumentamos o número de átomos aumentamos também a concordância entre os resultados. O estado escuro no modelo semiclássico reproduz o mesmo resultado quântico para qualquer valor de N , pois este estado é responsável por produzir um perfil de cavidade vazia. Independente do processo de interferência existente na formação deste estado o efeito do átomo é eliminado de modo que a discordância aparece apenas nos estados Autler-Townes do espectro. Na Figura 3.2 consideramos no máximo $N = 3$ pois a solução do sistema quântico torna-se inviável em termos computacionais, já que a dimensão relevante do espaço de Hilbert do sistema

crece exponencialmente com o número de átomos N . Logo, tem-se também uma vantagem técnica para obtenção de soluções semiclássicas já que a dimensão do campo neste caso é considerada unitária.

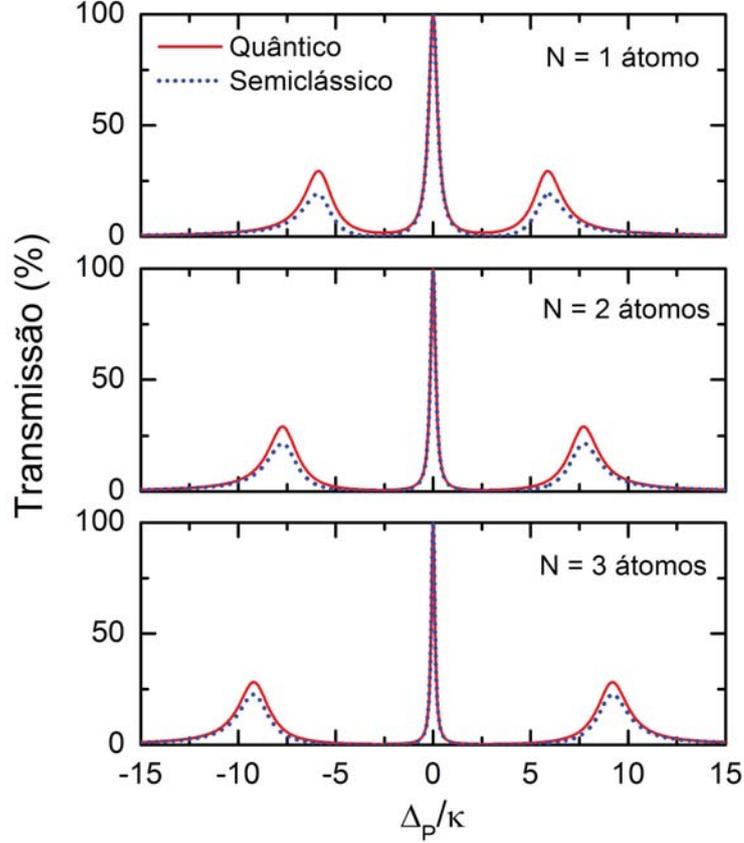


FIGURA 3.2: Espectro de transmissão semiclássico (linha pontilhada) e quântico (linha sólida) do sistema átomo-cavidade considerando a configuração Λ de três níveis em função da dessintonia prova-cavidade para os casos ressonantes ($\Delta_1 = \Delta_2 = 0$) para diferentes números de átomos N , utilizando os parâmetros $g_0 = 5,0\kappa$, $\varepsilon = \sqrt{0,01}\kappa$, $\Gamma_{31} = \Gamma_{32} = 0,5\kappa$, $\gamma_2 = \gamma_3 = 0$ e $\Omega_C = 3,0\kappa$.

Quando consideramos um grande número de átomos (N) de dois níveis no sistema a magnitude da frequência de Rabi do vácuo de uma única excitação ($n = 1$) é escalada como \sqrt{N} , de modo que somos levados a definir um acoplamento efetivo $g_{ef} = g_0\sqrt{N}$, já introduzido na Eq.(3.2b). Para $n = 2$ os níveis de energia são deslocados por $\pm\hbar g_0\sqrt{4N-2}$ [82], de modo que para $N \gg 1$ obtém-se $\pm 2\hbar g_{ef}$, que são os autovalores de energia para um conjunto de osciladores clássicos acoplados. Pelos resultados obtidos na Seção 2.4.1 e pela Figura 3.2 esse resultado pode ser estendido para átomos de três níveis sem perda de generalidade, uma vez que o deslocamento dos níveis de energia são obtidos

pela substituição de $g_0\sqrt{n} = \sqrt{ng_0^2}$, para átomos de dois níveis, por $\sqrt{ng_0^2 + \Omega_C^2}$, onde consideramos o efeito adicional do campo de controle Ω_C no espectro de energia do sistema átomo-campo de três níveis.

Na Figura 3.3 plotamos de maneira ilustrativa a estrutura de níveis do sistema átomo-cavidade para n excitações de maneira a descrever a extensão da escada de Jaynes-Cummings para N átomos [82, 91]. A área sombreada mostra as regiões em que a aproximação semiclássica reproduz corretamente os resultados obtidos pela teoria quântica. Para $N \gg 1$ é possível obter toda a estrutura de níveis do sistema independentemente da intensidade do campo de prova aplicado. Para poucos átomos os modelos semiclássico e quântico apresentam desvios, como mostrado na Figura 3.2, como consequência da excitação de estados para $n \geq 2$ do modelo de Jaynes-Cummings. Isso justifica o fato da anarmonicidade da escada de Jaynes-Cummings ser descrita como uma consequência da quantização do campo na cavidade, mostrando porque o tratamento de um único átomo é tão especial e de certa forma imprescindível para observação de efeitos puramente quânticos.

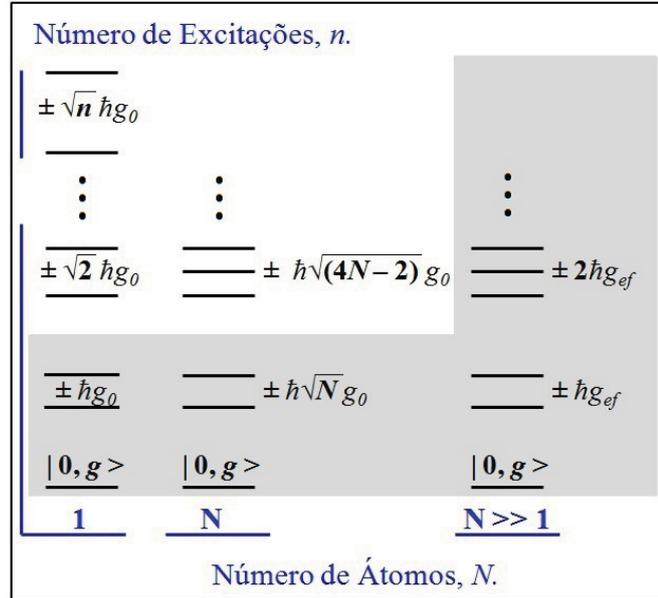


FIGURA 3.3: Escada de Jaynes-Cummings dos autovalores de energia do sistema átomo-cavidade de dois níveis para n excitações em função do número de átomos N . A região sombreada mostra os autovalores de energia que são reproduzidos corretamente utilizando a aproximação semiclássica. Para $N \gg 1$ os níveis de energia são escalados linearmente. Pelos gráficos da Figura 3.2 esse resultado pode ser estendido para átomos de três níveis sem perda de generalidade.

3.2 CCPT e o Controle da Biestabilidade

Como discutido anteriormente, no regime em que estamos interessados $(N_0, n_0) \gg 1$ os átomos se comportam como um meio não linear dentro da cavidade, de onde podemos descrever semiclassicamente o fenômeno coletivo da biestabilidade óptica absorptiva. Em sistemas atômicos de três níveis, uma escolha apropriada de parâmetros do campo de controle torna a biestabilidade um fenômeno versátil possibilitando a observação até mesmo de comportamentos multiestáveis, com vários ciclos de histerese, do sistema [92, 93]. Pela expressão do parâmetro de cooperatividade $C_N = Ng_0^2/2\Gamma\kappa = NC_1$, onde $\Gamma = \Gamma_{31} + \Gamma_{32} + \gamma_2 + \gamma_3$, a biestabilidade também pode ser modificada pela mudança dos processos de troca de energia coerentes e incoerentes de um único átomo tais como g_0 e γ_j assim como pela alteração do número de átomos N no interior da cavidade. Com os avanços tecnológicos obtidos nos últimos anos em experimentos de EQC, tal manipulação não é uma tarefa muito difícil, e essa versatilidade do fenômeno de BO pode ser observada mesmo em sistemas atômicos de dois níveis onde não existe um campo de controle.

No gráfico de transmissão *vs.* dessintonia normalizada prova-cavidade da Figura 3.4(a) consideramos um sistema composto por $N = 50$ átomos não interagentes dentro de uma cavidade óptica para dois diferentes valores do campo de prova $\varepsilon^2/\kappa^2 = 4$ e 8 , utilizando os parâmetros $g_0 = 1,0\kappa$, $\Gamma_{31} = \Gamma_{32} = 0,5\kappa$, $\gamma_2 = \gamma_3 = 0$ e $\Omega_C = 0,5\kappa$, os quais conduzem a uma cooperatividade de $C_N = 25$. Observe que para $\Delta_P = 0$ a absorção é zero e o sistema se comporta como uma cavidade vazia enquanto que para dessintonias maiores, efeitos absorptivos são observados com uma curva típica de biestabilidade. O ciclo de histerese, indicado pelas setas no gráfico, aparece pelo mapeamento da frequência do campo de prova, ou seja, aumentando e diminuindo Δ_P com valores negativos e positivos em torno de zero. Para cada valor de Δ_P a transmissão é obtida no estado estacionário do sistema e o resultado é utilizado como condição inicial para o próximo ponto. O comportamento biestável é observado apenas em torno do estado escuro $\Delta_P = 0$. No regime de parâmetros que estamos trabalhando não é possível observar biestabilidade na região dos Autler-Townes, cujo os picos neste

caso estão em torno de $\Delta_P = 6,5\kappa$.

Diferentemente da Figura 3.4(a), onde foi considerada a evolução livre do sistema, na Figura 3.4(b) mostramos a transmissão obtida pela preparação do estado inicial com toda a população atômica no nível $|1\rangle$ e em seguida no nível $|2\rangle$ para cada valor de Δ_P . Nestas condições o sistema não apresenta ciclos de histerese, sugerindo que a parte interna do ciclo é devido à população do estado fundamental $|1\rangle$ e a parte externa devido à população em $|2\rangle$. Isto é comprovado nas Figuras 3.4(c) e (d) onde são plotadas as populações $\langle S_{11} \rangle$ e $\langle S_{22} \rangle$ correspondentes ao processo da Figura 3.4(a). Vemos também por 3.4(b) que a janela de transmissão no caso degenerado $\Delta_P = 0$ é independente do processo de preparação do estado inicial com a maior parte da população do sistema sempre evoluindo para o estado $|2\rangle$.

Esses resultados indicam que a condição de biestabilidade não pode ser satisfeita para o caso degenerado $\Delta_P = 0$. Isso é comprovado no gráfico da transmissão relativa em função da amplitude do campo de prova da Figura 3.5. Para $\Delta_P = 0$ o sistema não apresenta qualquer processo de absorção, pois o efeito dos átomos de três níveis é eliminado pela formação do estado escuro coletivo, e portanto exibe um comportamento de cavidade vazia em acordo com a Figura 3.4(a). Quando o sistema é bombeado fora da ressonância $\Delta_P \neq 0$ observamos ciclos de histerese mesmo para grandes valores de Δ_P . Note que à medida que aumentamos Δ_P uma quantidade de luz menor é transmitida no processo de saturação do sistema ($T < 100\%$). Isso ocorre porque a cavidade pode “absorver” (fenômeno de interferência) parte da luz incidente, em acordo com a Eq.(2.20) da Seção 2.3.2. Para os resultados que seguiremos consideraremos $\Delta_P = 0,1\kappa$.

A partir da Figura 3.5 já podemos ver o controle da biestabilidade pela mudança da frequência do campo de prova incidente na cavidade. Os ciclos de histerese apresentam a maneira que a intensidade do feixe transmitido pelo sistema átomo-cavidade muda em resposta à mudança na amplitude do feixe incidente de prova para cada valor de Δ_P . Mudanças nos parâmetros do feixe incidente alteram os mecanismos de absorção do meio atômico não linear de modo que, se a amplitude ou intensidade do feixe incidente é aumentada lentamente, a

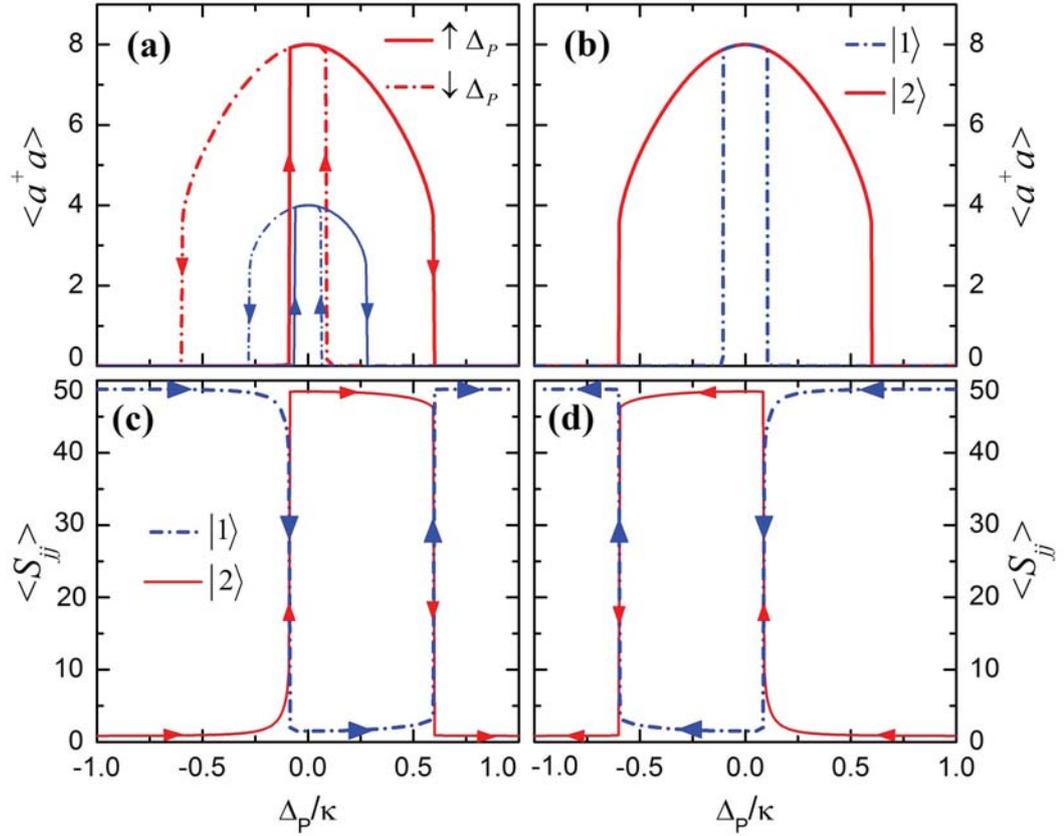


FIGURA 3.4: (a) Espectro de transmissão *vs.* dessintonia prova-cavidade normalizada (Δ_P/κ) do sistema átomo-campo de três níveis para dois diferentes valores do campo de prova $\varepsilon^2/\kappa^2 = 4$ e $\varepsilon^2/\kappa^2 = 8$, utilizando os parâmetros $N = 50$, $g_0 = 1,0\kappa$, $\Gamma_{31} = \Gamma_{32} = 0,5\kappa$, $\gamma_2 = \gamma_3 = 0$ e $\Omega_C = 0,5\kappa$, os quais conduzem à cooperatividade $C_N = 25$. (b) Espectro de transmissão obtido pela preparação do sistema nos estados $|1\rangle$ e $|2\rangle$ para cada valor de Δ_P . (c) e (d) mostram as populações $\langle S_{jj} \rangle$ ($j = 1, 2$), correspondentes ao processo descrito em (a). As setas inseridas indicam o ciclo de histerese que aparece pelo mapeamento de Δ_P/κ em torno de zero.

intensidade da luz na cavidade apresenta inicialmente um aumento gradual. Esse aumento é observado até um certo limite ser atingido, que é quando a transmissão do sistema aumenta rapidamente mudando de um estado estável “desligado - OFF”, $T(\%) \approx 0$, para outro estado estável “ligado - ON”, $T(\%) \gg 0$. Se a intensidade do campo incidente é de alguma forma diminuída, a transmissão não irá diminuir para o estado inicial pelo mesmo caminho, porque ainda existe uma quantidade de luz na cavidade suficiente para manter a amostra atômica saturada ou no estado escuro, de modo que a transmissão diminui gradualmente até atingir um segundo limite, no qual ocorre uma queda abrupta da mesma de volta ao estado OFF, devido à absorção dos átomos. Note que os limites em que a alternância dos estados estáveis OFF - ON, assim como o contraste entre os mesmos, ocorrem em diferentes valores de ε para cada valor de Δ_P . Observamos portanto uma alteração na largura das histereses pela mudança de um parâmetro externo do sistema dado pela frequência do campo incidente de prova, demonstrando controle sobre o fenômeno biestável.

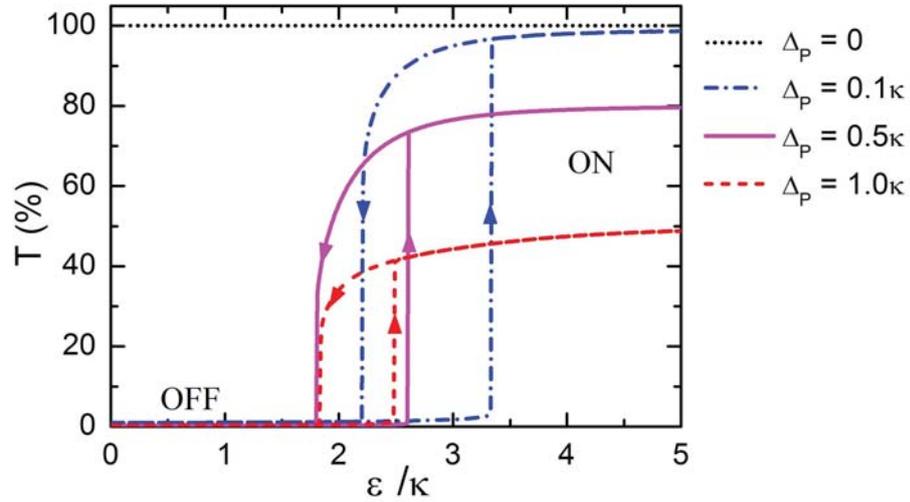


FIGURA 3.5: Espectro de transmissão relativo em função da amplitude normalizada do campo incidente de prova do sistema átomo-cavidade de três níveis para diferentes valores da dessintonia entre os campos da cavidade e de prova Δ_P , utilizando os parâmetros $N = 100$, $g_0 = 0,5\kappa$, $\Gamma_{31} = \Gamma_{32} = 0,5\kappa$, $\gamma_2 = \gamma_3 = 0$ e $\Omega_C = 0,5\kappa$. As setas inseridas indicam o ciclo de histerese que aparece mapeando o campo de prova, aumentando e diminuindo ε a partir de zero, mostrando que o sistema evolui de um estado “desligado - OFF” para um estado “ligado - ON”.

Utilizando os mesmos parâmetros da Figura 3.5 para $\Delta_P = 0,1\kappa$ mostra-

se na Figura 3.6 o efeito da frequência de Rabi do campo de controle Ω_C , no controle da biestabilidade. Em um ciclo de histerese básico as regiões estáveis são amplas com comprimento de histerese razoável. Aumentando-se Ω_C as regiões estáveis, assim como o comprimento da histerese, são reduzidas até atingir o limite de um único estado estável de transmissão, $\Omega_C = 1,0\kappa$. O efeito do campo de controle no comportamento coletivo do sistema é possível em sistemas atômicos de muitos níveis, como no caso dos átomos de três níveis, devido aos efeitos de interferência quântica entre os possíveis canais de decaimento do átomo, como discutido anteriormente. Para maiores detalhes veja [34] e referências aí inseridas.

Os resultados da Figura 3.6 nos permite verificar em que condições o fenômeno de biestabilidade óptica absorptiva pode ser observado no sistema atômico de três níveis para $(N_0, n_0) \gg 1$. Para isso vamos considerar os casos em que $\Omega_C = 0,1\kappa$ e $\Omega_C = 1,0\kappa$ e comparar esses valores com $g_0\alpha$ para verificar se a biestabilidade ocorre no regime de CCPT ($\Omega_C \approx g_0\alpha$) ou CEIT ($\Omega_C \gg g_0\alpha$) como discutido na Seção 2.4.1.

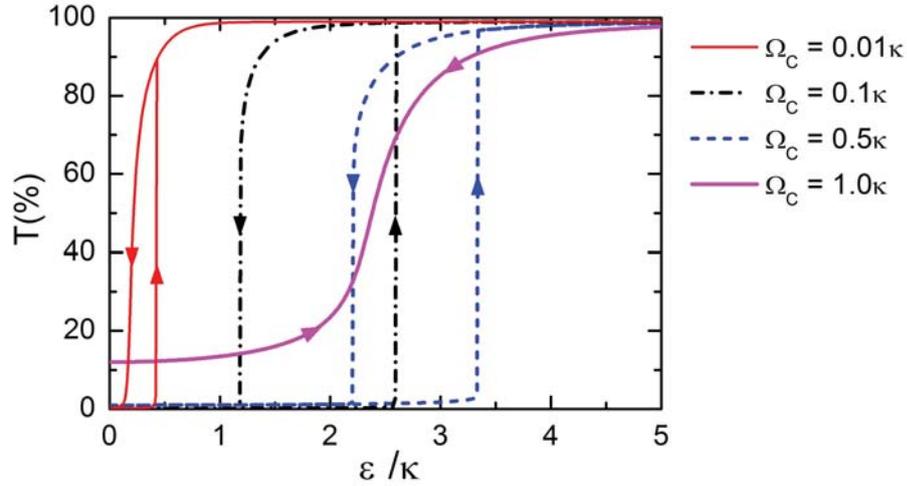


FIGURA 3.6: Espectro de transmissão relativo em função da amplitude normalizada do campo incidente de prova do sistema átomo-cavidade de três níveis para diferentes valores da frequência de Rabi do campo de controle Ω_C , utilizando os parâmetros $N = 100$, $g_0 = 0,5\kappa$, $\Gamma_{31} = \Gamma_{32} = 0,5\kappa$, $\gamma_2 = \gamma_3 = 0$ e $\Delta_P = 0,1\kappa$. As setas inseridas indicam o ciclo de histerese que aparece mapeando o campo de prova, aumentando e diminuindo ε a partir de zero.

Essa comparação é feita nas Figuras 3.7(a) e (b), onde plotamos $g_0\alpha/\kappa$ vs. ε/κ para os respectivos valores de Ω_C , dados pelas linhas horizontais tracejadas. Nas Figuras 3.7(c) e (d) tem-se $\langle S_{11} \rangle$ e $\langle S_{22} \rangle$ para mostrar a transferência de

populações quando o campo incidente de prova é aumentado. Este resultado mostra claramente que o fenômeno de biestabilidade óptica ocorre nas condições de CCPT, Figura 3.7(a). Para $\Omega_C \gg g_0\alpha$ o estado escuro do sistema átomo-cavidade dado pela Eq.(2.33b), tende rapidamente a $|1, n\rangle$, mostrando assim que a preparação coerente entre os estados atômicos $|1\rangle$ e $|2\rangle$ é imprescindível para que ocorra o fenômeno de biestabilidade óptica absorptiva em sistemas atômicos de três níveis aprisionados em cavidades de ondas estacionárias. Portanto na condição de CEIT a transmissão do sistema é caracterizada por um único estado estável, como mostra a Figura 3.7(d). Apesar da CCPT e CEIT apresentarem teoricamente os mesmos mecanismos, a biestabilidade óptica revela que estes são fenômenos diferentes.

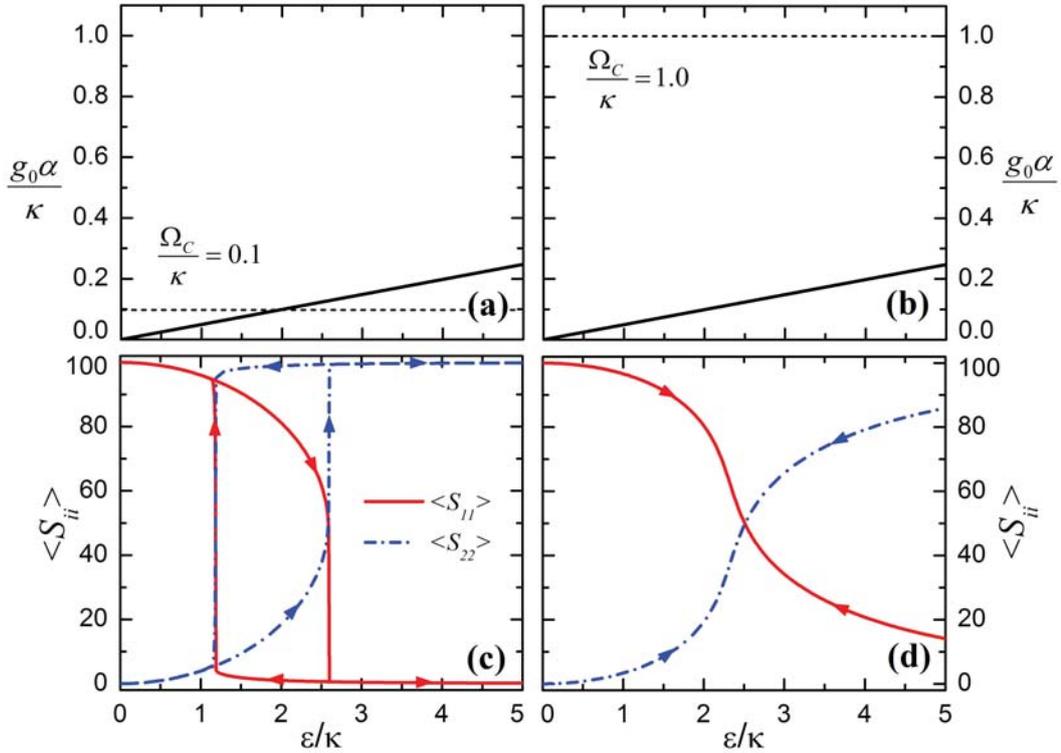


FIGURA 3.7: Condição para observação do fenômeno de biestabilidade óptica absorptiva no sistema átomo-campo de três níveis. (a) e (b) $g_0\alpha/\kappa$ vs. ϵ/κ em comparação com $\Omega_C/\kappa = 0, 1$ e $\Omega_C/\kappa = 1, 0$ (linhas horizontais tracejadas), respectivamente. (c) e (d) populações dos estados $|1\rangle$ e $|2\rangle$ correspondentes a (a) e (b), respectivamente. Os parâmetros utilizados são os mesmos da Figura 3.6 para $\Omega_C = 0, 1\kappa$ e $\Omega_C = 1, 0\kappa$.

A comparação entre Ω_C e $g_0\alpha$ mostra também que se o valor de Ω_C for mantido constante podemos atingir as condições de CCPT, e consequente-

mente modificar o comportamento biestável do sistema, através da mudança do acoplamento átomo-campo g_0 . Experimentalmente isso pode ser realizado pela manipulação apropriada das dimensões da cavidade. Mais notável ainda, é a formação do ciclo de histerese pelo mapeamento da frequência de Rabi do campo de controle Ω_C fixando-se a amplitude do campo de prova ε . A Figura 3.8(a) e (b) mostram o comportamento biestável do sistema para diferentes valores de g_0 e ε . Nós chamamos esse fenômeno de biestabilidade óptica complementar, uma vez que o ciclo de histerese é formado na direção dos estados ON - OFF, ou seja, o contrário da biestabilidade usual. Esse efeito é extremamente atraente para o desenvolvimento de dispositivos ópticos pois ambos os campos, de controle e de prova, são parâmetros externos do sistema.

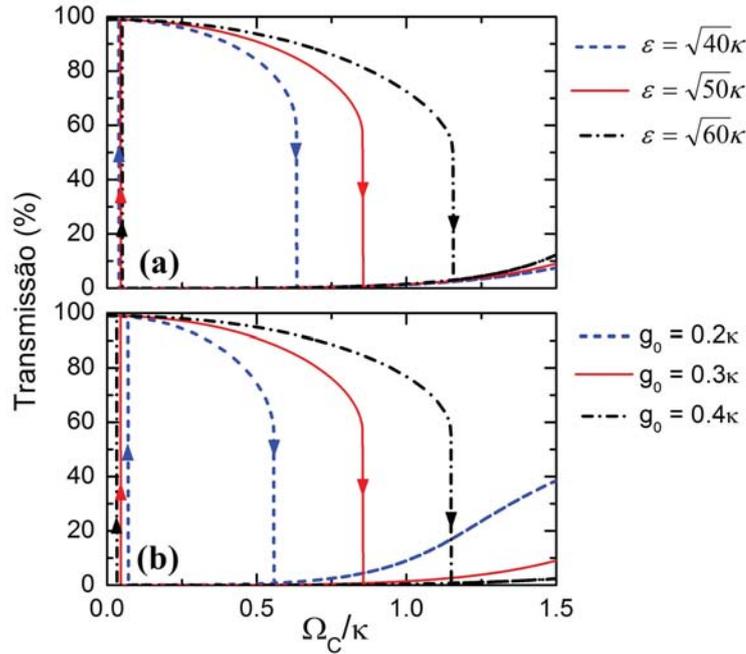


FIGURA 3.8: Espectro de transmissão relativo em função da frequência de Rabi normalizada do campo incidente de controle do sistema átomo-cavidade de três níveis utilizando os parâmetros $N = 1000$, $\Gamma_{31} = \Gamma_{32} = 0,5\kappa$, $\gamma_2 = \gamma_3 = 0,02\kappa$ e $\Delta_P = 0,1\kappa$, para (a) diferentes amplitudes ε do campo de prova e $g_0 = 0,3\kappa$, e (b) diferentes acoplamentos átomo-cavidade g_0 e $\varepsilon = \sqrt{50}\kappa$. As setas inseridas indicam que o ciclo de histerese também é formado pelo mapeamento de Ω_C a partir de zero.

Nas Figuras 3.9(a) e (b) mostramos a influência do número de átomos no interior da cavidade, no comportamento biestável do sistema átomo-campo de dois e três níveis para o mesmo conjunto de parâmetros. Como a cooperatividade é diretamente proporcional ao número de átomos $C_N = NC_1$ temos um aumento

do comprimento da histerese quando N é aumentado. Note que a saturação do sistema atômico de dois níveis é obtida para valores bem maiores de ε em comparação com o sistema de três níveis. Este efeito é esperado porque a absorção deste último é drasticamente reduzida pela formação do estado escuro devido ao fenômeno de CCPT.

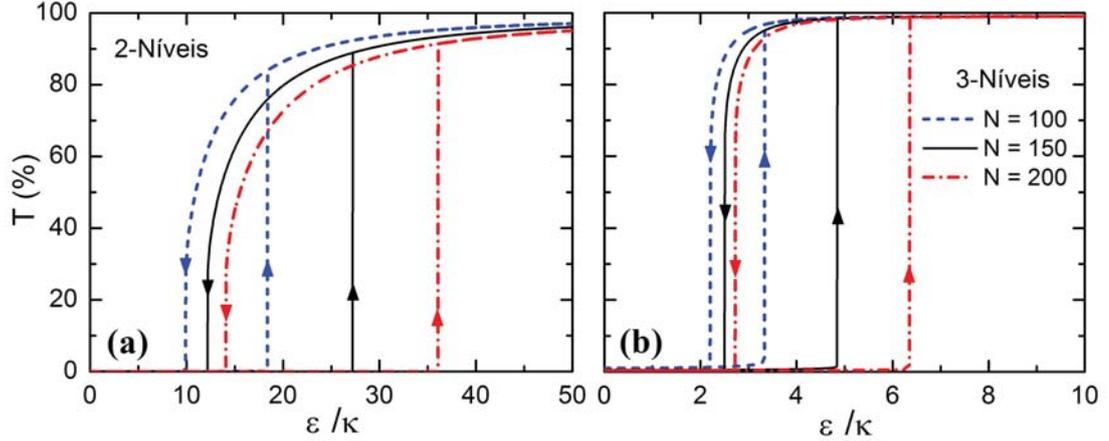


FIGURA 3.9: Espectro de transmissão relativo em função da amplitude normalizada do campo incidente de prova do sistema átomo-cavidade para diferentes números de átomos N considerando o sistema atômico de (a) dois níveis para $g_0 = 0,5\kappa$, $\Gamma_{31} = 0,5\kappa$, $\gamma = 0$ e $\Delta_P = 0,1\kappa$ e (b) três níveis utilizando o mesmo conjunto de parâmetros, ou seja, $\Gamma_{31} = \Gamma_{32} = 0,5\kappa$, $\gamma_2 = \gamma_3 = 0$ e $\Omega_C = 0,5\kappa$. As setas inseridas indicam o ciclo de histerese que aparece mapeando o campo de prova, aumentando e diminuindo ε a partir de zero.

Mantendo o número de átomos constante e variando o processo de relaxação dado pela taxa de defasagem γ , também é possível observar mudanças nos ciclos de histerese em ambos sistemas átomo-cavidade de dois e três níveis. Na Figura 3.10 mostramos tais mudanças para $N = 200$ átomos. Como o processo para um único átomo descrito por γ induz decoerências em ambos os sistemas, dificultando o estímulo dos átomos pelos campos da cavidade e de controle, o estado ON dos mesmos é obtido para valores menores da amplitude do campo de prova quando γ é aumentado. Essa decoerência faz com que a percepção dos campos pelos átomos, e vice-versa, diminua de modo que o processo de cooperação atômica também diminui, favorecendo o desaparecimento do comportamento biestável do sistema. Esse é o mesmo efeito observado na Figura 3.9 quando diminuimos o número de átomos N . Apesar do efeito ser o mesmo o processo de saturação na Figura 3.9 é atingido principalmente pelo aumento da intensidade

do campo de prova.

Observe na Figura 3.10(a) que o estado saturado ON do sistema atômico de dois níveis é independente de γ , com a transmissão apresentando os mesmos valores quando diminuimos ε . Esse resultado é esperado pois o estado ON é caracterizado pelo número de átomos no sistema de dois níveis, como mostrado na Figura 3.9. Diferentemente, no caso atômico de três níveis observamos variações neste estado pela mudança de γ . Este comportamento também é esperado, pois o processo de relaxação γ exerce uma influência significativa na formação do estado escuro do sistema CCPT, devido à destruição da superposição coerente dos estados $|1\rangle$ e $|2\rangle$. O estado de saturação do sistema de três níveis é obtido para valores maiores que $\varepsilon = 15\kappa$, onde observa-se a convergência de todos os estados ON para diferentes valores de γ , como no caso de dois níveis.

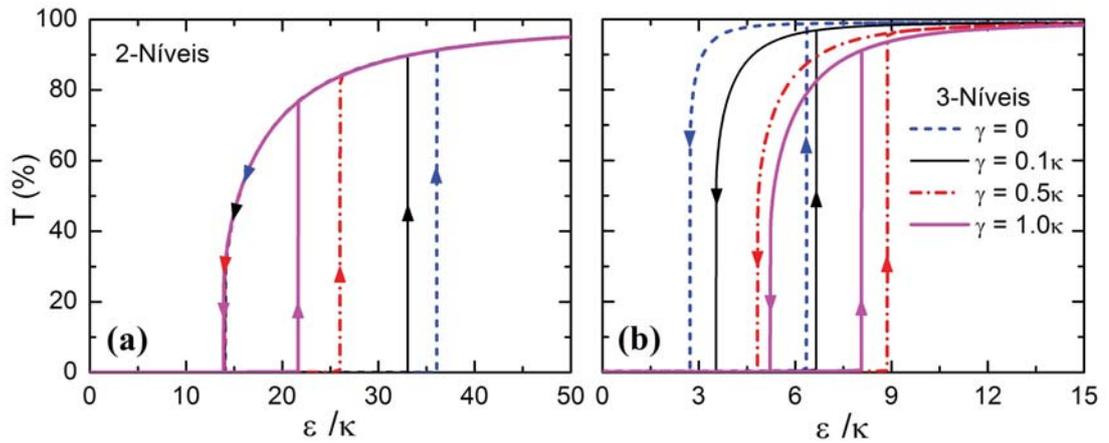


FIGURA 3.10: Espectro de transmissão relativo em função da amplitude normalizada do campo incidente de prova do sistema átomo-cavidade para diferentes taxas de defasagem γ ($\gamma_2 = \gamma_3$) e $N = 200$ átomos, considerando o sistema atômico de (a) dois níveis e (b) três níveis, utilizando os parâmetros $g_0 = 0,5\kappa$, $\Gamma_{31} = \Gamma_{32} = 0,5\kappa$, $\Delta_P = 0,1\kappa$ e $\Omega_C = 0,5\kappa$. As setas inseridas indicam o ciclo de histerese que aparece mapeando o campo de prova, aumentando e diminuindo ε a partir de zero.

O reconhecimento da influência de diferentes parâmetros no comportamento cooperativo do sistema átomo-cavidade, descrito pela intensidade relativa dos processos coerentes e incoerentes de um único átomo ($C_N = NC_1$), é muito importante para melhor entender a biestabilidade óptica em sistemas atômicos de dois ou mais níveis e consequentemente estabelecer melhorias e aumentar o potencial desses sistemas para o desenvolvimento de dispositivos ópticos biestáveis.

Como exemplo nós exploramos o efeito da biestabilidade usual e complementar apresentados nas Figuras 3.6 e 3.8 pelo mapeamento dos campos de prova e de controle em um único processo. A Figura 3.11 mostra o resultado para um sistema composto por $N = 1000$ átomos e acoplamento átomo-campo $g_0 = 0,2\kappa$. A evolução do sistema foi dividida em duas partes para simular dois dispositivos ópticos onde o campo de saída (OUTPUT) do primeiro é utilizado como parâmetro de entrada (INPUT) no segundo.

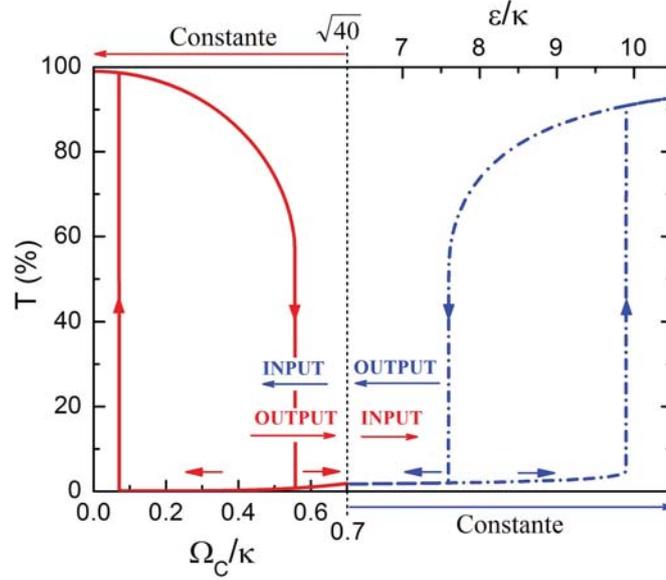


FIGURA 3.11: Espectro de transmissão relativo *vs.* Ω_C/κ (abaixo) and ε/κ (acima) do sistema átomo-cavidade de três níveis utilizando os parâmetros $N = 1000$, $g_0 = 0,2\kappa$, $\Gamma_{31} = \Gamma_{32} = 0,5\kappa$, $\gamma_2 = \gamma_3 = 0,02\kappa$ e $\Delta_P = 0,1\kappa$. As setas inseridas indicam dois ciclos de histerese que aparecem mapeando a frequência de Rabi do campo de controle de $\Omega_C/\kappa = 0$ a $0,7$ mantendo a amplitude do campo de prova constante em $\varepsilon/\kappa = \sqrt{40}$ (linha sólida vermelha). Em seguida mantém-se Ω_C/κ constante em $0,7$, aumentando e diminuindo ε a partir de $\sqrt{40}$ (linha tracejada-pontilhada azul), e novamente mantendo ε constante e mapeando Ω_C de volta a zero. O resultado final (OUTPUT) de um processo é utilizado como parâmetro de entrada (INPUT) para o processo seguinte, sendo este um sistema promissor para o efeito de cascatabilidade [94].

Na primeira parte mapeamos o sistema átomo-cavidade aumentando o valor da frequência de Rabi do campo de controle Ω_C , parte de baixo do gráfico, de 0 a $0,7\kappa$ mantendo o campo de prova constante em $\varepsilon = \sqrt{40}\kappa$. Mantendo Ω_C constante em $0,7\kappa$, o resultado final do primeiro processo é utilizado como condição inicial para o mapeamento do sistema através do campo de prova, parte de cima do gráfico, aumentando e diminuindo ε a partir de $\sqrt{40}\kappa$. O resultado

final deste processo, obtido pela diminuição de ε , é utilizado como condição inicial para o último processo, no qual o sistema é mapeado através de Ω_C de volta a zero mantendo ε constante. Os processos de mapeamento conduzem a dois ciclos de histerese, indicados pelas setas nas curvas. O primeiro obtido pelo campo de controle e o segundo pelo campo de prova. Como já discutido a vantagem dessa configuração é a manipulação da resposta óptica do sistema através de dois parâmetros externos.

Para funções lógicas é necessário que geradores de sinais externos e separados do gerador de sinal principal, dado pelo campo de prova no primeiro estágio e pelo campo de controle no segundo, possam ser combinados com este último para ativar um dispositivo. A função de ativação do nosso sistema é obtida nos dois estágios pela alternância dos estados OFF - ON. Além disso conseguimos mostrar que o sinal de saída (OUTPUT) do primeiro dispositivo pode ser utilizado para iniciar (INPUT) o processo de ativação do segundo, sendo portanto um sistema extremamente promissor para estabelecer processos de “cascatabilidade”² [94] essenciais em lógica.

3.3 Detecção de campos eletromagnéticos

Nos últimos anos várias aplicações nas áreas emergentes de computação e ciência da informação quânticas têm requerido esforços para o desenvolvimento de tecnologias para detectores de fótons individuais de alta eficiência. Avanços em detectores de campos fracos são também muito importantes em áreas mais tradicionais como biologia, física nuclear, física médica e astrofísica.

Dentre as tecnologias de detectores de fótons individuais mais proeminentes podemos citar supercondutores, tubos fotomultiplicadores (PMT - *Photomultiplier Tube*) e os tradicionais fotodiódos de avalanche (APDs - *Avalanche Photodiodes*). O princípio operacional de todas essas tecnologias atuais possuem deficiências em pelo menos um dos principais requerimentos para aplicações em

²A palavra cascatabilidade foi traduzida por nós mesmos a partir do termo utilizado em inglês “*cascadability*”, originada da junção das palavras “*cascade ability*”, que é a habilidade do dispositivo de produzir efeito cascata, ou seja, um processo desencadeia ou aciona o processo seguinte.

informação quântica, os quais são caracterizados em termos da eficiência de detecção, temperatura operacional, taxa de falsas contagens, resolução do número de fótons, entre outros [6, 95–97]. Detectores construídos a partir de supercondutores, por exemplo, são muito eficientes (95%) além de serem pouco ruidosos, mas estes operam em temperaturas baixas e são muito lentos.

Com o objetivo de solucionar tais deficiências novas tecnologias tem surgido, como detectores de fótons em pontos quânticos e em defeitos de materiais semicondutores, além de outras nomeadas por VLPC (*visible-light photon counters*), TESs (*superconducting transition-edge sensors*), SNSPDs (*superconducting nanowire single-photon detectors*), etc. [95, 97].

Apesar de avanços promissores terem sido alcançados, muito desenvolvimento ainda é necessário para a obtenção de detectores de fótons individuais robustos e de alta eficiência. Utilizando o fenômeno da biestabilidade controlável em EQC, apresentado na seção anterior, mostramos alguns resultados promissores para obtenção de detectores de campos eletromagnéticos os quais podem culminar no desenvolvimento de detectores de fótons individuais com 100% de eficiência. Durante o desenvolvimento de nossa discussão apresentamos algumas curiosidades sobre o sistema com funções que podem ser úteis para outras aplicações, tais como a possibilidade de implementação de protocolos de informação através de criptografia por número de fótons ou na forma binária ON - OFF como em um código Morse óptico, um estabilizador de corrente de fótons e também um transistor óptico, o qual será discutido em maiores detalhes na próxima seção.

Para descrever o efeito de um pulso propagante atravessando o sistema átomo-cavidade consideramos o mesmo hamiltoniano descrito em sessões anteriores no limite $(N_0, n_0) \gg 1$, o qual modela a interação de N átomos de dois ou três níveis acoplados individualmente ao mesmo modo da cavidade óptica com frequência de ressonância ω_{cav} . O pulso propagante é modelado como um campo clássico de frequência ω_b acoplado às transições $|1\rangle \leftrightarrow |3\rangle$ ou $|2\rangle \leftrightarrow |3\rangle$ e interage com o sistema átomo-cavidade somente no intervalo de tempo em que atravessa a cavidade. O efeito desse pulso será observado no campo transmitido pelo sistema, ou seja, se as alterações provocadas pelo pulso propagante no sistema átomo-

cavidade inicialmente não perturbado forem significativas, poderemos detectá-las através de $\langle \hat{a}^\dagger \hat{a} \rangle$. Na Figura 3.12(a) apresentamos um esquema ilustrativo da configuração do sistema.

Considerando então um pulso clássico ($he^{-i\omega_b t}$) acoplado à transição $|2\rangle \leftrightarrow |3\rangle$ do sistema átomo-cavidade de três níveis, o hamiltoniano que descreve o acoplamento entre átomo, cavidade e pulso propagante em um referencial girante é dado por,

$$\begin{aligned} \hat{H}(t) = & \Delta_P \hat{S}_{11} + (\Delta_1 - \Delta_2) \hat{S}_{22} + \Delta_1 \hat{S}_{33} - \Delta_P \hat{a}^\dagger \hat{a} \\ & + \left\{ g_0 \hat{a} \hat{S}_{31} + [\Omega_C + h(t)] \hat{S}_{32} + \varepsilon \hat{a} + H.c. \right\}, \end{aligned} \quad (3.9)$$

com as dessintonias definidas por $\Delta_P = \omega_P - \omega_{cav}$, $\Delta_1 = \omega_{31} - \omega_{cav}$, $\Delta_2 = (\omega_{31} - \omega_{32}) - (\omega_C + \omega_b)$. Note que a única diferença da Eq.(3.9) para (3.6) é a adição da frequência de Rabi $h(t)$ do pulso propagante à Ω_C . Para descrever um pulso propagante acoplado à transição atômica $|1\rangle \leftrightarrow |3\rangle$ do sistema átomo-cavidade de dois e três níveis basta trocar o termo $(h(t)\hat{S}_{32} + H.c.)$ por $(h(t)\hat{S}_{31} + H.c.)$. Para maiores detalhes veja o Apêndice B desta Tese.

Apesar de termos feito todo o procedimento para obtenção de um hamiltoniano independente do tempo em um referencial girante, como descrito no Apêndice A, observe que a Eq.(3.9) possui uma dependência temporal paramétrica dada pela frequência de Rabi $h(t)$, a qual descreve o acoplamento do pulso propagante com os átomos e é descrita por um envelope gaussiano,

$$h(t) = h_0 e^{-\frac{(t-t_0)^2}{2\alpha^2}}, \quad (3.10)$$

sendo h_0 o acoplamento máximo átomo-pulso, atingido no tempo t_0 e α é o desvio padrão, o qual está relacionado com o comprimento temporal do pulso, como ilustra a Figura 3.12(b). Logo, o intervalo de tempo da interação do pulso com os átomos é definido por $h(t)$, sendo de aproximadamente 6α , equivalente a 99% dos valores possíveis de h . Consideraremos na maioria de nossas análises, gaussianas de área unitária, ou seja, $\alpha = 1/h_0\sqrt{2\pi}$ como na Figura 3.12(b). Isso significa que estamos considerando que toda a energia do pulso está confinada de acordo com a distribuição (3.10).

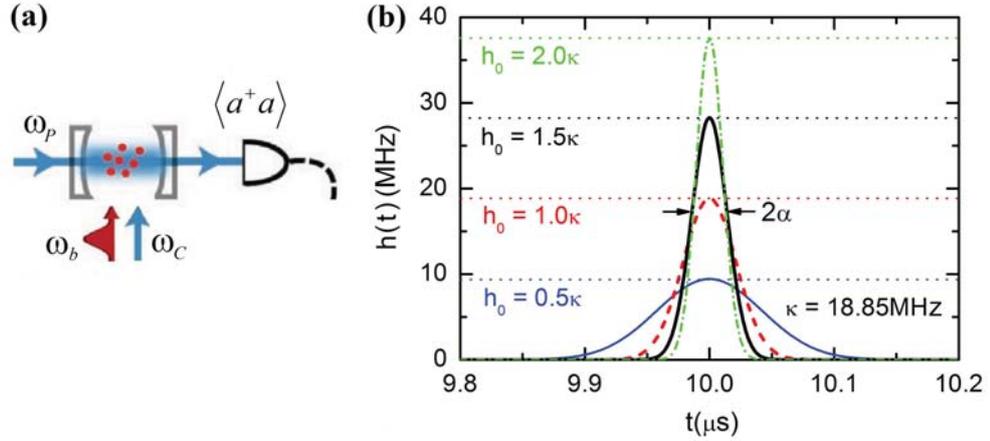


FIGURA 3.12: (a) Esquema ilustrativo da modelagem utilizada para observação do efeito de um pulso eletromagnético de frequência ω_b atravessando o sistema átomo-cavidade perpendicularmente aos espelhos da cavidade na mesma direção do campo de controle de frequência ω_C , na transmissão $\langle \hat{a}^\dagger \hat{a} \rangle$. Como no esquema da figura 2.10 a cavidade é bombeada por um campo de prova de frequência ω_P . (b) Frequência de Rabi do pulso propagante dado pelo envelope Gaussiano (3.10) de área unitária $\alpha = 1/h_0\sqrt{2\pi}$ para cada valor de h_0 .

A dinâmica do sistema é descrita pela Equação Mestra (3.7), da qual obtemos o mesmo conjunto de equações de Maxwell-Bloch (3.8) trocando-se Ω_C por $(\Omega_C + h_0 e^{-\frac{(t-t_0)^2}{2\alpha^2}})$. Considerando o pulso propagante com $h_0 = 1,5\kappa$ acoplando as transições $|1\rangle \leftrightarrow |3\rangle$ e $|2\rangle \leftrightarrow |3\rangle$ dos átomos de três níveis e a única transição $|1\rangle \leftrightarrow |3\rangle$ dos átomos de dois níveis de um sistema composto por $N = 1000$ átomos, mostramos na Figura 3.13 o efeito do mesmo na transmissão átomo-cavidade.

Começando pelo sistema de dois níveis, Figura 3.13(a), vemos que a passagem do pulso eletromagnético é caracterizada por um grande aumento do número médio de fótons $\langle \hat{a}^\dagger \hat{a} \rangle$ transmitidos. Como estamos considerando o caso degenerado entre os campos da cavidade e de prova ($\Delta_P = 0$), o estado estacionário nesse modelo é dado por $\langle \hat{a}^\dagger \hat{a} \rangle \approx 0$, em acordo com a Figura 2.5(a) da Seção 2.3.2. Quando o pulso passa pela cavidade em $t_0 = 5\mu s$ acoplando a transição $|1\rangle \leftrightarrow |3\rangle$, parte dos N átomos são excitados desencadeando um processo de saturação parcial em que os átomos trocam fótons com o campo do pulso a uma taxa máxima h_0 , fazendo com que o número médio de fótons no interior da cavidade aumente. Quando o pulso deixa a cavidade o sistema volta a seu estado estacionário de transmissão nula.

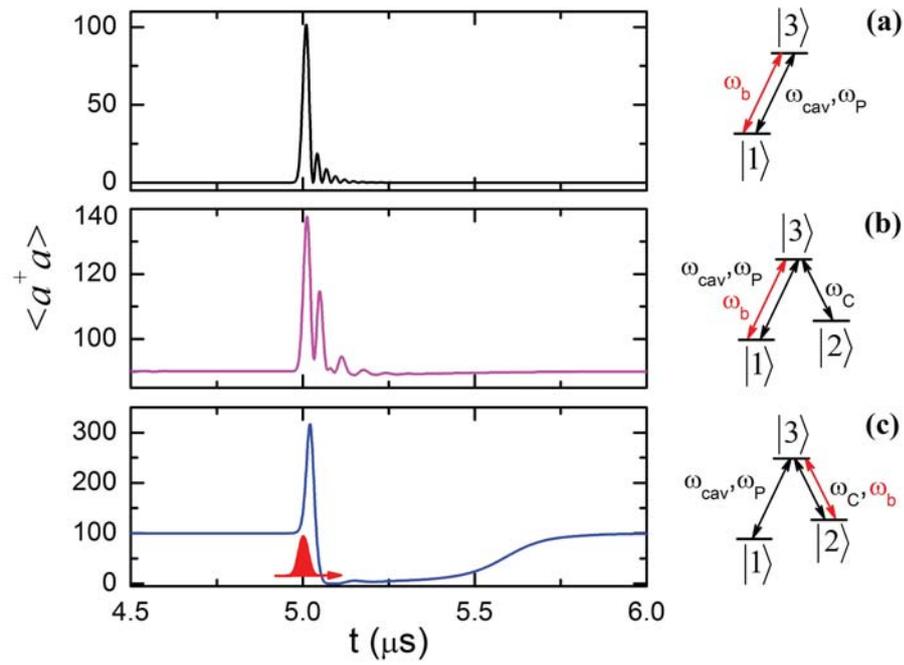


FIGURA 3.13: Efeito de um pulso eletromagnético na transmissão do sistema átomo-cavidade contendo $N = 1000$ átomos para (a) o sistema atômico de dois níveis utilizando os parâmetros $g_0 = 0, 2\kappa$, $\varepsilon = 10\kappa$, $\Gamma_{31} = 0, 5\kappa$, $\gamma_3 = 0, 02\kappa$ e $\Delta_P = 0$, (b) e (c) para átomos de três níveis utilizando os mesmos parâmetros, sendo $\Gamma_{31} = \Gamma_{32} = 0, 5\kappa$, $\gamma_2 = \gamma_3 = 0, 02\kappa$ e a frequência de Rabi do campo de controle $\Omega_C = 2\kappa$ e $\Omega_C = 0, 01\kappa$, respectivamente. As configurações de níveis à direita mostram o acoplamento de todos os campos com frequências ω_{cav} - cavidade, ω_P - prova, ω_C - controle e ω_b - pulso, considerados em cada situação.

A Figura 3.13(a) sugere que podemos controlar com precisão o valor de $\langle \hat{a}^\dagger \hat{a} \rangle$ através de h_0 e isso é realmente observado na Figura 3.14. Esse controle pode ser muito interessante para a implementação de protocolos de informação ópticos. Se associarmos a cada letra do nosso alfabeto, por exemplo, um valor de h_0 podemos obter um número médio de fótons específico como mostrado na Figura 3.14. Neste caso controlamos o valor de h_0 para fornecer múltiplos de 10 fótons para as letras da frase “FÍSICA É INTERESSANTE”, em ordem alfabética. Note que as letras acentuadas são identificadas com dois pulsos consecutivos espaçados de $1\mu s$. Esta brincadeira é um exemplo de que para abstrair ou codificar informação na luz, é necessário resolver o número de fótons que são transmitidos da cavidade. Isso reforça o quão importante é o desenvolvimento de detectores de fótons robustos que sejam capazes de resolver esse número com alta eficiência, pois poderíamos codificar a informação em um único fóton. Esse é o limite almejado em computação quântica e no processamento de informação quântica.

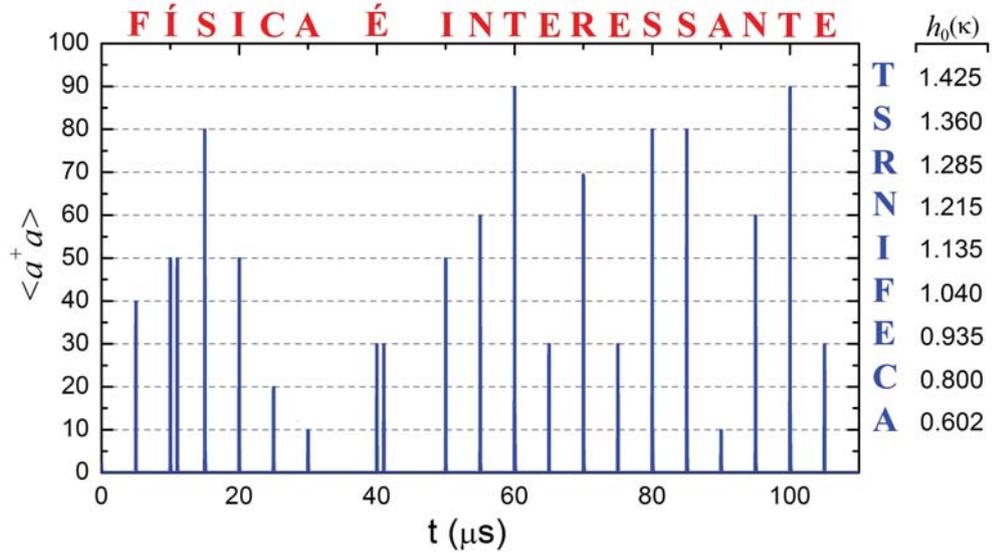


FIGURA 3.14: Evolução temporal do espectro de transmissão do sistema atômico-cavidade de dois níveis para $N = 1000$ átomos e $g_0 = 0,2\kappa$, $\varepsilon = 10\kappa$, $\Gamma_{31} = 0,5\kappa$, $\gamma_3 = 0,02\kappa$ e $\Delta_P = 0$. Para cada valor da frequência de Rabi h_0 do pulso eletromagnético que atravessa a cavidade nos respectivos tempos t_0 observa-se diferentes valores da transmissão, nos permitindo criar um protocolo de informação correspondente a múltiplos de 10 fótons para cada letra da frase “FÍSICA É INTERESSANTE” em ordem alfabética. As letras acentuadas são identificadas por dois pulsos consecutivos espaçados por $t = 1\mu s$.

Para obtenção de um dispositivo com tamanha eficiência em EQC o sistema atômico de três níveis mostra-se mais promissor que o de dois níveis. O caso da Figura 3.13(b), no qual o pulso propagante acopla a transição $|1\rangle \leftrightarrow |3\rangle$ do sistema de três níveis, é semelhante ao caso de dois níveis mostrando um comportamento análogo ao apresentado na Figura 3.13(a). Note que os estados estacionários dos sistemas de três níveis, Figuras 3.13(b) e (c), são dados pela transmissão de 100%, ou próximo desse valor como na Figura 3.13(b) (pois $\gamma_j \neq 0$), uma vez que estamos considerando $\Delta_P = 0$ e portanto temos a formação do estado escuro. Para o sistema apresentado na Figura 3.13(c), com o pulso acoplado a transição $|2\rangle \leftrightarrow |3\rangle$, observa-se um comportamento peculiar, pois além do acréscimo da transmissão já discutido e observado nas outras duas configurações, o valor de $\langle \hat{a}^\dagger \hat{a} \rangle$ vai a zero após a passagem do pulso pela cavidade definindo dois estados, “ligado - ON” e “desligado - OFF” como na seção anterior.

Esta função de interruptor liga-desliga, ou “*switch*” como é usualmente referida, nos permite explorar uma infinidade de aplicações baseadas na utilização de dois estados. Poderíamos implementar por exemplo um código Morse óptico, com a cavidade “ascendendo” e “apagando” pela passagem de pulsos eletromagnéticos em espaços de tempos determinados como mostra a Figura 3.15(a). Se o receptor possuir um sistema átomo-cavidade é possível transmitir informação à distâncias bem maiores, em comparação com a leitura visual pelo liga e desliga de uma lanterna no código Morse usual. Alguém poderia argumentar que não seria necessário o uso de um aparato tão complexo como nosso sistema e que bastaria piscar uma ponteira laser direcionada a um aparato para obter o mesmo resultado. A vantagem do nosso sistema é que além da função de *switch* podemos “piscar” a cavidade com um número definido de fótons como discutido anteriormente. É importante salientar que utilizamos o termo piscar porque o estado OFF para o conjunto de parâmetros da Figura 3.13(c) não é estacionário, uma vez que o sistema volta ao estado ON por si mesmo após um tempo, sendo portanto um processo adequado para tal aplicação.

Outra aplicação poderia ser um dispositivo útil para a construção de um estabilizador de corrente de fótons. A Figura 3.15(b) mostra o efeito de bombardearmos o sistema átomo-cavidade com uma sequência de 50 pulsos com

valores randômicos de h_0 entre 0 a $1,5\kappa$. Esse processo randômico simula flutuações do campo de controle, uma vez que os pulsos eletromagnéticos acoplam a mesma transição atômica (Figura 3.13c), mostrando que as mesmas podem ser detectadas. Um segundo dispositivo poderia ser acoplado a esse e utilizar as informações para estabilizar o fluxo de fótons. A região sombreada mostra as flutuações do campo transmitido pela cavidade devido às flutuações do campo de prova, com amplitude em torno de ε/e . Logo, o sistema poderia, a princípio, ser ajustado para fazer as correções se, valores de $\langle a^\dagger a \rangle$ acima das flutuações devido ao campo de prova fossem detectados. Enfim, podemos pensar em várias outras aplicações. Note que não estamos preocupados com a viabilidade das mesmas, nós apenas estamos nos divertindo e dando asas à imaginação para explorar o fenômeno que estamos estudando.

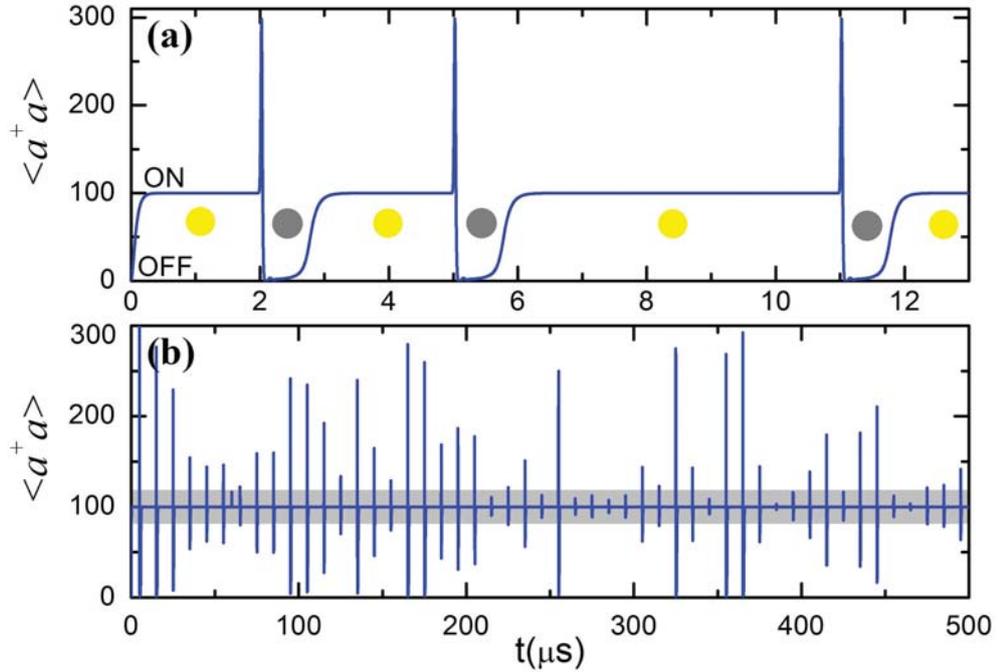


FIGURA 3.15: (a) Evolução temporal da transmissão do sistema átomo-cavidade de três níveis utilizando a mesma configuração e parâmetros da Figura 3.13(c). Mostramos a passagem de três pulsos eletromagnéticos em intervalos de tempo diferentes para ilustrar a possibilidade de transmissão de informação pelos estados ON-OFF do sistema, “ascendendo” (círculo amarelo) e “apagando” (círculo cinza) a cavidade simulando um código Morse óptico. (b) Ilustração da aplicação do sistema como um detector de flutuações do campo de controle através de 50 pulsos eletromagnéticos com valores randômicos de h_0 . A região sombreada delimita as flutuações do campo transmitido devido às flutuações do campo de prova com amplitude em torno de ε/e .

Os gráficos da Figura 3.16(a), (b) e (c) mostram que podemos controlar a permanência do sistema no estado OFF, parâmetro τ em 3.16(b), de acordo com o conjunto de parâmetros escolhidos. Esse resultado já era esperado pois estamos tratando o mesmo sistema átomo-cavidade no qual mostramos a biestabilidade controlável analisada na seção anterior. Quando o sistema apresenta estabilidade do estado OFF, não retornando ao estado ON por si mesmo, significa que o processo de transferência de população, que caracteriza o acesso do segundo estado estável do sistema no fenômeno de biestabilidade, foi efetivado pelo pulso eletromagnético no intervalo em que o mesmo interage com a amostra atômica. A Figura 3.16(c) mostra que, dependendo do conjunto de parâmetros escolhidos, o estado estacionário OFF nunca é atingido, com o tempo de permanência no mesmo (τ) passando por um máximo para um determinado valor de acoplamento átomo-campo g_0 .

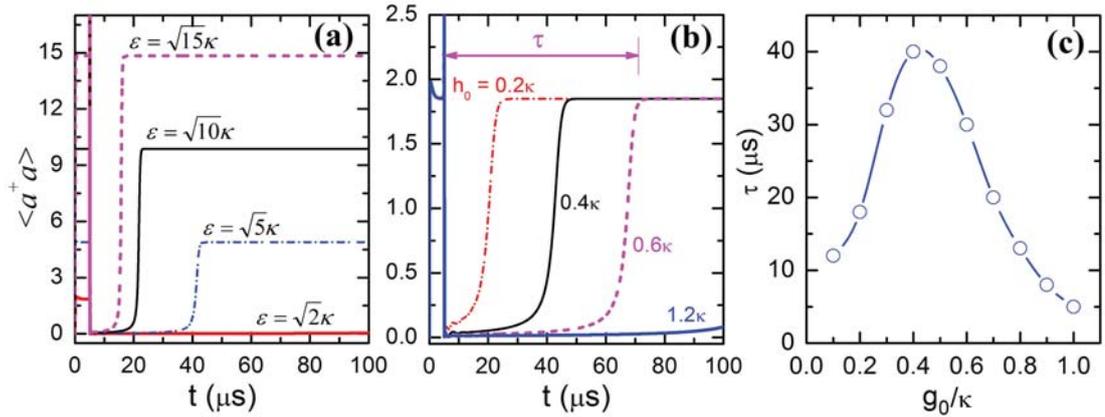


FIGURA 3.16: Evolução da transmissão do sistema átomo-campo de três níveis na configuração da Figura 3.13(c) para $N = 1000$ átomos e (a) diferentes valores da amplitude do campo de prova ϵ para $g_0 = 0,2\kappa$, $\Omega_C = 0,1\kappa$, $\Gamma_{31} = \Gamma_{32} = 0,5\kappa$, $\gamma_2 = \gamma_3 = 0,02\kappa$ e $\Delta_P = 0,1\kappa$ e (b) diferentes valores da frequência de Rabi h_0 do pulso que atravessa a cavidade utilizando os mesmos parâmetros de (a) para $\epsilon = \sqrt{2}\kappa$. (c) Variação do tempo de permanência do sistema no estado OFF, dado por τ em (b), em função do acoplamento átomo-campo g_0 utilizando os mesmos parâmetros de (a).

Os resultados mostram que se a transmissão do sistema, inicialmente no estado ON, for a zero (OFF), fica comprovado com 100% de certeza que um pulso eletromagnético atravessou a cavidade, ou seja, o pulso é detectado com acurácia máxima. Esse é um resultado extremamente promissor uma vez que a eficiência dos detectores usuais como os APDs são obtidas em torno de 50%. Nosso sistema

também não apresenta problemas com respeito a temperatura operacional. A dúvida que surge é, se a partir desse sistema poderíamos resolver o número de fótons do campo a ser detectado, a ponto de apresentar o efeito para um campo extremamente fraco, como o de um único fóton, com precisão máxima.

Considerando uma cavidade ruim com taxa de decaimento dez vezes maior que a taxa κ tratada até o momento, ou seja, $\kappa_r = 10\kappa$, conseguimos ajustar o sistema para observar o efeito de detecção para valores da frequência de Rabi do pulso da ordem de $h_0 = 10^{-6}\kappa_r$ ou $h_0 = 10^{-5}\kappa$, ou seja, até cinco ordens de grandeza menor com relação aos resultados apresentados anteriormente. Experimentalmente, o problema que surge para valores tão baixos de h_0 são as flutuações do campo de controle (“*shot noise*”), de modo que o sistema pode colapsar no estado OFF, na ausência de qualquer pulso atravessando a cavidade, somente pelo efeito dessas flutuações.

Considerando a taxa de decaimento da cavidade κ_r e uma amostra atômica de $N = 10^{13}$ átomos, mostra-se na Figura 3.17(a) que é necessário, pelo menos, uma frequência de Rabi do pulso propagante de $h_0 = 5\Omega_C$ para observação do colapso da transmissão, o que nos leva a crer que a princípio as flutuações do campo de controle não são problema, uma vez que estas são caracterizadas por Ω_C . De qualquer forma fizemos alguns testes considerando $\Omega_C = 0$ mostrando na Figura 3.17(b) que é possível observar o colapso da transmissão variando-se a dessintonia Δ_P entre o campo de prova e da cavidade, tornando o sistema ainda mais vantajoso do ponto de vista experimental. Note que para $\Delta_P > 0$ não são observados os picos de transmissão antes do colapso para o estado OFF como para $\Delta_P = 0$, pois os átomos são estimulados fora da ressonância e portanto dificilmente serão excitados apresentando o fenômeno de saturação discutido no início desta seção. O efeito do pulso eletromagnético se resume neste caso, a levar o sistema do estado ON para o estado OFF, que é o que nos interessa para sua detecção.

Vemos então que o sistema também apresenta eficiência para a detecção de campos fracos. As limitações deste modelo e a tentativa de obtenção de um sistema que possibilite a detecção de fótons individuais, assim como os próximos

passos dessa pesquisa, são discutidas na próxima seção.

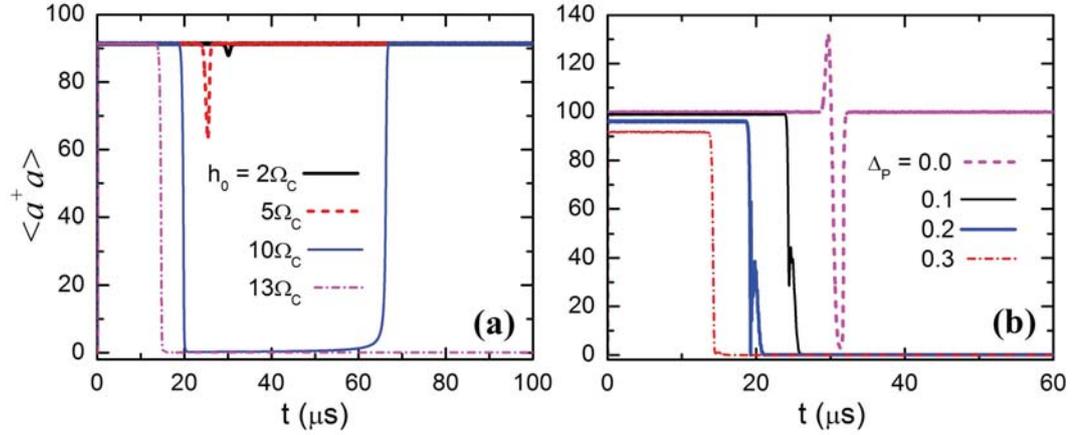


FIGURA 3.17: Evolução da transmissão do sistema átomo-campo de três níveis na configuração da Figura 3.13(c) para $N = 10^{13}$ átomos e (a) considerando h_0 como múltiplos da frequência de Rabi do campo de controle Ω_C para ver o efeito das flutuações do mesmo no comportamento do sistema, utilizando os parâmetros $g_0 = 0,02\kappa_r$, $\varepsilon = 10\kappa_r$, $\Omega_C = 10^{-7}\kappa_r$, $\Gamma_{31} = \Gamma_{32} = 0,05\kappa_r$, $\gamma_2 = \gamma_3 = 0,002\kappa_r$ e $\Delta_P = 0,3\kappa_r$, sendo $\kappa_r = 10\kappa$. (b) Considera-se o mesmo sistema para diferentes valores da dessintonia entre os campos de prova e cavidade Δ_P , para $h_0 = 5 \times 10^{-6}\kappa_r$ e $\Omega_C = 0$. Em ambos os casos consideramos um pulso dado por $\alpha = 500ns$.

3.3.1 Detector de fótons individuais: Um desafio

No final da seção anterior mostramos que é possível medir pulsos muito fracos considerando uma cavidade ruim e um número muito grande de átomos. Para modelarmos a detecção de um único fóton a primeira pergunta que surge é a seguinte: O que vem a ser um único fóton?

Se pensarmos no campo médio de um fóton, as duas quantidades mensuráveis $\langle \hat{a}^\dagger \hat{a} \rangle$ e $|\langle \hat{a} \rangle|^2$ são de interesse. No caso de uma cavidade vazia (ausência de átomos) tem-se $\langle \hat{a}^\dagger \hat{a} \rangle = |\langle \hat{a} \rangle|^2 = 1$ para o campo médio de um único fóton, ou seja, a amplitude, intensidade e número de fótons são iguais a um. Com a amostra atômica no interior da cavidade o cenário se torna um pouco complicado e como vimos na Figura 3.2 tem-se que $\langle \hat{a}^\dagger \hat{a} \rangle > |\langle \hat{a} \rangle|^2$. Isso significa que um campo com amplitude média de um fóton $|\langle \hat{a} \rangle|^2 = 1$ não equivale ao número de fótons no interior da cavidade $\langle \hat{a}^\dagger \hat{a} \rangle$ igual a um.

O campo médio equivalente a um fóton pode ser tratado facilmente como

no caso anterior bastando ajustar os parâmetros do sistema para um grande número de átomos. Nosso interesse aqui é o conceito quântico de um único fóton. Na Figura (2.3) do Capítulo 2 ilustramos que a quantização do modo do campo na cavidade trata o mesmo como um oscilador harmônico quantizado com os autoestados de energia descritos pelos estados de fótons ou de Fock $|n\rangle$. Portanto queremos analisar o caso do estado de Fock de um fóton, ou seja, $|1\rangle$.

Diante desse conceito, uma primeira abordagem foi considerar o pulso de um único fóton através dos operadores quânticos do campo $[\hat{b}, \hat{b}^\dagger] = 1$ em vez do tratamento clássico dado na seção anterior. Dessa forma o hamiltoniano independente do tempo do sistema átomo-cavidade-fóton é descrito como

$$\begin{aligned} \hat{H} = & \hbar\Delta_P\hat{S}_{11} + \hbar(\Delta_1 - \Delta_2)\hat{S}_{22} + \hbar\Delta_1\hat{S}_{33} - \hbar\Delta_P\hat{a}^\dagger\hat{a} + (\Delta_2 - \Delta_b)\hat{b}^\dagger\hat{b} \\ & + \hbar\left(g_0\hat{a}\hat{S}_{31} + h(t)\hat{b}\hat{S}_{32} + \Omega_C\hat{S}_{32} + \varepsilon\hat{a} + H.c.\right), \end{aligned} \quad (3.11)$$

com as dessintonias definidas por $\Delta_1 = \omega_{31} - \omega_{cav}$, $\Delta_2 = (\omega_{31} - \omega_{32}) - \omega_{cav}$, $\Delta_P = \omega_P - \omega_{cav}$ e $\Delta_b = (\omega_{31} - \omega_{32}) - \omega_b$, veja Apêndice B.

Vimos que a aproximação semiclássica pode ser aplicada para qualquer valor da amplitude do campo de controle desde que $(N_0, n_0) \gg 1$. Por outro lado, sendo o fóton propagante tratado como uma entidade quântica precisamos considerar a evolução temporal do produto de operadores do tipo $\langle \hat{b}\hat{S}_{ij} \rangle$. Para um único fóton tem-se $\langle \hat{b}^\dagger\hat{b} \rangle = 1$, de modo que a evolução coerente de termos de maior ordem, tais como $\langle \hat{b}^\dagger\hat{b}\hat{S}_{ij} \rangle$ ou $\langle \hat{b}\hat{b}^\dagger\hat{S}_{ij} \rangle$, precisam ser levadas em conta. Contudo, os termos do tipo $\langle \hat{b}^n\hat{S}_{ij} \rangle = \langle (\hat{b}^\dagger)^n\hat{S}_{ij} \rangle = 0$ para $n \geq 2$ de tal forma que neste caso nós também obtemos um conjunto finito de equações acopladas. No Apêndice B mostramos as equações que descrevem a evolução temporal de todos os operadores desse sistema.

Na Figura 3.18 comparamos o resultado obtido através de (3.11) para o fóton quântico com o resultado obtido para o pulso clássico da última seção para uma amostra atômica de $N = 1000$ átomos. Note que ambos os sistemas apresentam o mesmo comportamento, mas o tempo de permanência no estado OFF é maior para o pulso de um único fóton do que para o pulso clássico. As correlações quânticas do fóton com os átomos provocam efeitos mais duradouros no campo transmitido pela cavidade.

Este sistema é um bom exercício para mostrar o efeito da aproximação semiclássica, pois se considerarmos $h_0 \ll \kappa$ ambos os modelos apresentam o mesmo resultado. Isso é equivalente a fazer a aproximação semiclássica $\langle \hat{b} \hat{S}_{ij} \rangle = \langle \hat{b} \rangle \langle \hat{S}_{ij} \rangle$, de modo que as correlações de maior ordem são irrelevantes e podem ser desprezadas. Apesar da beleza do efeito, considerando o conceito de fóton, esse sistema apresenta algumas falhas com respeito a conceitos físicos que invalidam os resultados obtidos.

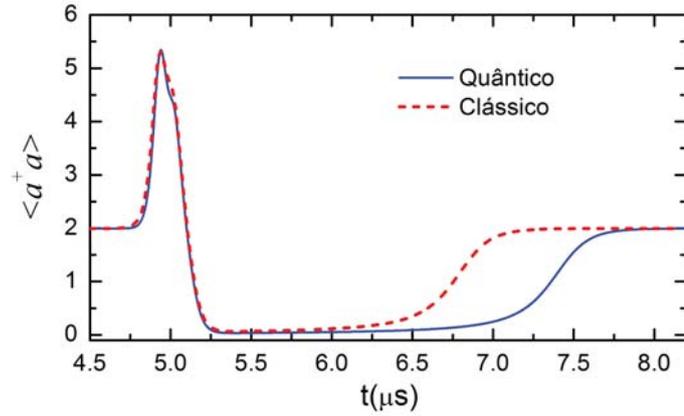


FIGURA 3.18: Evolução da transmissão do sistema átomo-campo de três níveis na configuração da Figura 3.13(c) para $N = 1000$ átomos utilizando os parâmetros $g_0 = 0,2\kappa$, $\varepsilon = \sqrt{2}\kappa$, $\Omega_C = 0,01\kappa$, $h_0 = 0,2\kappa$, $\Gamma_{31} = \Gamma_{32} = 0,5\kappa$, $\gamma_2 = \gamma_3 = 0,02\kappa$ e $\Delta_P = 0$, considerando um fóton (campo quântico) propagante (linha sólida) e um pulso clássico (linha tracejada).

O modelo descrito pelo Hamiltoniano (3.11) nos diz que a amostra atômica absorve perfeitamente o fóton propagante e o reemite no modo original do campo do fóton. Pela configuração do sistema, apresentada na Figura 3.12(a), o fóton está no espaço livre, pois não temos nenhuma condição de contorno na direção do campo de controle. Logo, espera-se que o fóton seja espalhado pela amostra atômica e não absorvido e reemitido em seu modo inicial, o qual é deslocalizado no espaço livre. Portanto, não tem sentido considerarmos correlações quânticas de maior ordem nesse caso, pois como o fóton é espalhado não é possível estabelecer oscilações de Rabi quânticas entre os átomos e o campo do fóton. Isto está em pleno acordo com os resultados obtidos para EIT na ausência de cavidade discutido no Capítulo 2.

Se considerarmos o fóton propagante como um campo coerente (clássico) podemos utilizar o mesmo modelo da seção anterior. Mas qual é o valor da

frequência de Rabi h_0 de um fóton livre? Esta pode ser obtida pela expressão (2.3) dada por

$$h_0 = d\sqrt{\frac{\omega_b}{2\hbar\epsilon_0 V}}, \quad (3.12)$$

sendo d o elemento da matriz de dipolo atômica. O termo da raiz quadrada é o campo elétrico de um único fóton de energia $\hbar\omega_b$ confinada em um volume V dividido por \hbar . Para estimar o volume de energia do fóton consideramos um feixe gaussiano propagando-se no espaço livre com a variação de seu diâmetro (“spot”) determinada por

$$w(z) = w_0\sqrt{1 + \left(\frac{z}{z_R}\right)^2}, \quad (3.13)$$

onde $z_R = \pi w_0^2/\lambda$ é o intervalo de Rayleigh e w_0 é o raio mínimo do feixe caracterizando a cintura do mesmo. Considerando o feixe gaussiano como um sólido de revolução podemos calcular seu volume dividindo o feixe em pequenos cilindros de volume $dV = \pi w^2(z)dz$, como ilustrado na Figura 3.19(a). O volume será portanto a integral no intervalo z do feixe dada por:

$$V = 2\pi w_0^2 \int_0^{\frac{L}{2}} \left\{ 1 + \left(\frac{z}{z_R}\right)^2 \right\} dz = \pi w_0^2 L \left\{ 1 + \frac{L^2}{12z_R^2} \right\}, \quad (3.14)$$

de modo que

$$V = \pi w_0^2 L + \frac{\lambda^2 L^3}{12\pi w_0^2}, \quad (3.15)$$

sendo $L = c\Delta t$. O volume mínimo de energia do fóton é descrito por um feixe de raio dado por

$$\frac{dV}{dw_0} = 2\pi w_0 L - \frac{\lambda^2 L^3}{4\pi} \frac{1}{w_0^3} = 0 \rightarrow w_0^4 = \frac{\lambda^2 L^2}{8\pi^2}. \quad (3.16)$$

Considerando o átomo de ^{87}Rb , Figura 2.2, as constantes envolvidas nos cálculos são:

$$\begin{aligned} d &= 3,584(4) \times 10^{-29} C \cdot m; \\ \omega &\approx 2\pi \times 384\text{THz} \approx 2,4 \times 10^{15} \text{Hz}; \\ \hbar &= 1,054571596(82) \times 10^{-34} J \cdot s; \\ \epsilon_0 &= 8,854187817 \dots \times 10^{-12} F/m. \end{aligned}$$

Técnicas de laboratório permitem focar feixes eletromagnéticos até raios da ordem de $1\mu m$ o que, de acordo com (3.16), equivale a $L = 130m$ e conseqüentemente $\Delta t \sim 400ns$ ($c = 3 \times 10^8 m$). O volume obtido é da ordem de $V \sim 10^{-4}m^3$, de acordo com (3.15). Substituindo todos os valores em (3.12) o valor para o acoplamento átomo-fóton, considerando um fóton livre, fica estimado em $h_0 \sim 10^{-4}\kappa$, para $\kappa/2\pi = 3MHz$. Este valor é bem maior que os valores utilizados na Figura 3.17, mostrando que o sistema é promissor para a observação do efeito de campos extremamente fracos como o campo médio de um fóton.

Outro incômodo que aparece nesta abordagem, relacionado à viabilidade do sistema, é o número de átomos necessário para observar o colapso da transmissão. Este número é estimado considerando que toda a amostra atômica está concentrada no espaço delimitado pelo diâmetro do feixe do pulso, cujo raio é dado por $w_0 = 1\mu m$. O raio atômico do rubídeo é da ordem de $R_{Rb} \sim 2,5\text{Å}$ mas os átomos precisam estar espaçados o suficiente para que não haja interação entre eles. Densidades atômicas típicas obtidas pelo resfriamento de átomos em armadilhas magneto-ópticas são da ordem de 10^{11} átomos/cm³, o que nos fornece um raio atômico efetivo da mesma ordem do feixe propagante, ou seja, $R_{ef} \sim w_0$. Como o colapso na transmissão se trata de um fenômeno coletivo (biestabilidade), o mesmo não é observado para um único átomo.

Considerando um feixe de raio maior, $w_0 = 3mm$, obtemos $h_0 \sim 10^{-6}\kappa$ que é equivalente à valores utilizados na Figura 3.17. Considerando uma amostra atômica esférica de raio $R = w_0$ o volume da amostra atômica é dado por $V \sim 10^{-7}m^3$. Para $N = 10^{13}$ átomos, necessário para observação do fenômeno na Figura 3.17, confinados neste volume seria necessário uma densidade atômica de

$$\rho \approx \frac{10^{13}}{10^{-7}} = 10^{20} \frac{\text{átomos}}{m^3} = 10^{14} \frac{\text{átomos}}{cm^3}. \quad (3.17)$$

Esta densidade atômica é obtida em condensados de Bose-Einstein. O problema seria conseguir um condensado com uma quantidade tão grande de átomos $N = 10^{13}$. Em nosso modelo consideramos também que todos os átomos da amostra atômica interagem com o pulso propagante com a mesma frequência de Rabi $h(t)$ em todo o intervalo de tempo da interação átomo-pulso, enquanto que na realidade temos uma distribuição de intensidade para o feixe, fazendo

com que o valor efetivo de h_0 se torne ainda menor. Enfim, como já dissemos anteriormente, nossa prioridade nessa Tese não é investigar a viabilidade dos fenômenos em estudo e sim entendê-los. Esse exemplo mostra alguns passos que devem ser considerados para tratar fenômenos dentro das limitações dos experimentos em laboratório e modelar sistemas o mais próximo da realidade possível.

Para verificar se esse sistema pode ser utilizado para a detecção de um único fóton com eficiência de 100% muito trabalho ainda precisa ser feito. Pelos nossos resultados é evidente a dificuldade em estimar com acurácia a frequência de Rabi átomo-fóton devido a imprecisão no cálculo do volume do fóton livre. Para contornar esse problema estudaremos o efeito de uma segunda cavidade ao longo do eixo de propagação dos campos de controle e do fóton como mostra a ilustração da Figura 3.19(b). Nesta configuração o fóton possui o volume da segunda cavidade facilitando a obtenção de h_0 com maior precisão. Para simular a propagação de um único fóton, estado de Fock $|1\rangle$, no sistema átomo-cavidade é necessário uma teoria quântica de propagação em meios dispersivos não lineares no lugar da simples consideração de ligar e desligar a frequência de Rabi através do envelope gaussiano $h(t)$. Para isso utilizaremos as ideias desenvolvidas por Drummond e Fleischhauer [98, 99] levando-se em conta o requerimento da aproximação de vários modos para descrição do fóton propagante.

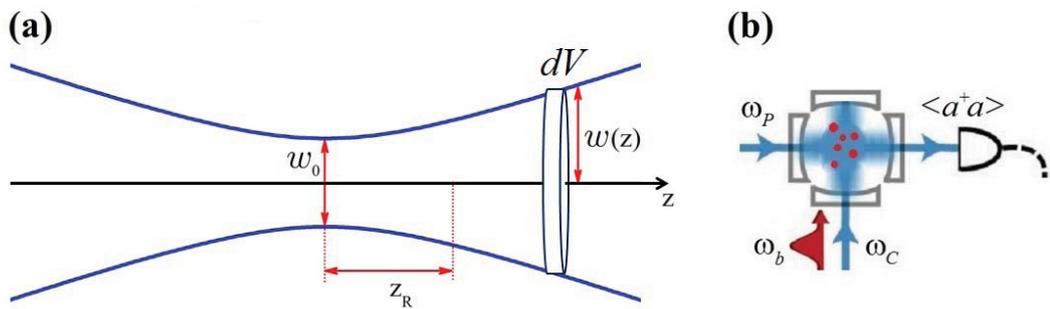


FIGURA 3.19: (a) Feixe gaussiano, mostrando a variação de seu raio em função da distância axial z , dada pela Eq.(3.13), juntamente com o intervalo de Rayleigh z_R e o raio mínimo w_0 que define a cintura do feixe. O elemento de volume retangular dV é utilizado para calcular o volume de energia do fóton através da Eq.(3.14). (b) Ilustração do sistema átomo-cavidade-fóton com duas cavidades, o qual será utilizado para futuros estudos sobre a detecção de um único fóton.

3.4 Transistor Óptico

Transistores são componentes elétricos básicos em microeletrônica e circuitos integrados sendo peças fundamentais de computadores e sistemas de telecomunicações modernos. Eles agem essencialmente como interruptores (“*switches*”) direcionando o fluxo de eletricidade para executar a maioria das funções em circuitos. Desde sua invenção em 1947 os transistores tem sido reduzidos continuamente em tamanho e aumentado sua velocidade de execução, desencadeando uma revolução nas tecnologias de aquisição de informação, processamento e comunicação.

Muitos fenômenos tem imposto limitações de tamanho em circuitos ordinários de tal forma que a comunidade científica tem buscado outra revolução tecnológica na tentativa de explorar uma nova geração de dispositivos bem mais rápidos que possam operar nos princípios da mecânica quântica. O potencial para construção de dispositivos para o processamento de informação e computação cujos sinais são transmitidos por fótons em vez de elétrons é reconhecido desde a década de 1970 com o advento dos lasers. Existe uma busca incessante para o desenvolvimento de transistores ópticos, pois estes podem formar a base de computadores ópticos [100, 101] com potencial de processar informação da mesma forma que os computadores eletrônicos mas com funcionalidades bem mais rápidas.

O controle da biestabilidade apresentado nesse capítulo nos permite explorar dispositivos que possam operar em dois estados estáveis. O transistor óptico é um deles pois é necessária a existência de dois estados ON e OFF para a função de *switch*. Como outros exemplos, operações aritméticas são descritas por dois estados representados pelos números binários 0 e 1, enquanto que em operações lógicas os dois estados são definidos por verdadeiro e falso. A memória de um computador armazena o resultado de operações aritméticas e lógicas em dispositivos que ocupam um, no total de dois estados, ou seja, todas essas aplicações são baseadas em dispositivos que possuem dois estados estáveis e desenvolvem funções básicas de um computador.

Na Figura 3.6 analisamos o comportamento do campo transmitido do sistema átomo-cavidade em função do campo incidente mostrando que para certos valores de Ω_C pode ser observado ou não um ciclo de histerese na transmissão. No limite em que o ciclo de histerese não é observado obtém-se uma curva semelhante à curva de transferência característica de um transistor eletrônico, como mostra a Figura 3.20(a) e (b). Logo, um sistema átomo-cavidade com esta transmissão poderia a princípio ser utilizado como um transistor óptico. Na Figura 3.20(b), extraída da referência [94], é mostrado também o ponto *bias*, ou de repouso, o qual define o ponto operacional do transistor. No caso do transistor óptico seria interessante se não fosse necessário ajustar precisamente esse ponto operacional pois daria maior flexibilidade e viabilidade ao dispositivo, mas em se tratamento de fenômenos coerentes de interferência dos feixes luminosos é provável que este procedimento também seja inevitável e o ponto “*bias*” óptico do sistema precisaria ser encontrado.

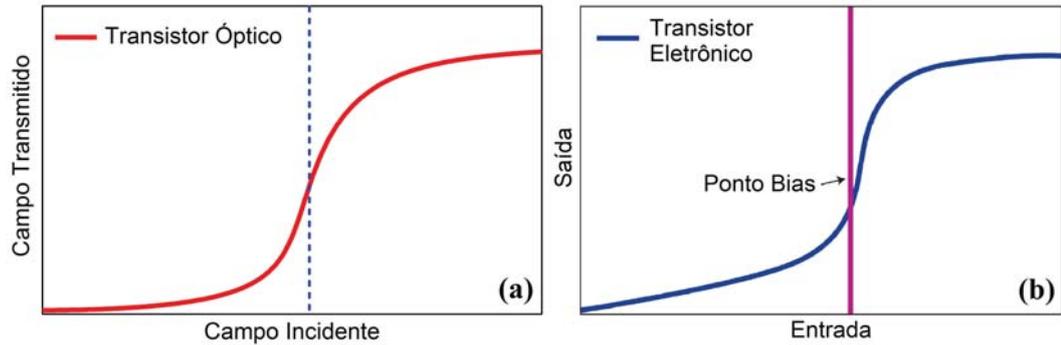


FIGURA 3.20: (a) Campo transmitido em função do campo incidente do sistema átomo-campo de três níveis apresentado na Figura 3.6 para $\Omega_C = 1\kappa$, $N = 100$, $g_0 = 0,5\kappa$, $\Gamma_{31} = \Gamma_{32} = 0,5\kappa$, $\gamma_2 = \gamma_3 = 0$ e $\Delta_P = 0,1\kappa$. O perfil da curva é análogo à curva de transferência característica de um transistor eletrônico em (b), justificando o uso da terminologia transistor óptico para o sistema átomo-cavidade. A linha vertical em (b) mostra o ponto *bias* do transistor eletrônico. Este gráfico foi extraído da referência [94].

Adicionalmente ao transistor óptico performedo pelo sistema átomo-campo de três níveis, o qual podemos obter a função de *switch* para diferentes combinações de parâmetros, como mostrado na seção anterior, também implementamos um sistema transistor utilizando átomos de dois níveis. Pela configuração da Figura 3.13(a) é possível controlar o fluxo de fótons que são transmitidos da cavidade, como já mostrado no protocolo de informação da Figura 3.14, utilizando

um segundo campo externo acoplando a transição $|1\rangle \leftrightarrow |3\rangle$ em vez de um pulso, juntamente com o campo da cavidade. Portanto, em vez de $h(t)$ considera-se a frequência de Rabi do campo de controle Ω_C o qual é mantido ligado durante todo o tempo.

A Figura 3.21(a) mostra a transmissão em função de Ω_C para um sistema composto por $N = 1000$ átomos de dois níveis não interagentes no regime $(N_0, n_0) \gg 1$. A não linearidade, que é o fenômeno central por trás da operação de um transistor típico, é também observada neste sistema uma vez que um pequeno aumento da amplitude do campo incidente de controle pode causar um ganho significativo na transmissão. Note pela Figura 3.21(b) que o campo de controle conduz o sistema a um estado de saturação com as populações dos estados fundamental $|1\rangle$ e excitado $|3\rangle$ em 50%. A transmissão sofre um colapso após um certo limite, tipicamente observado em sistemas biestáveis, diminuindo assintoticamente para o número de fótons da cavidade vazia $\varepsilon^2/\kappa^2 = 10$.

Analogamente ao sistema de três níveis um ciclo de histerese é formado quando diminuimos o valor de Ω_C de volta a zero. Isso significa que a quantidade de luz no interior da cavidade ainda é suficiente para manter o meio atômico no estado de saturação, fazendo com que a transmissão não retorne pelo mesmo caminho. Esse sistema é muito interessante pois o ciclo de histerese pode ser modificado através do número de átomos, uma vez que este é o principal parâmetro de influência na saturação do sistema como discutido nas Figuras 3.9 e 3.10. Para um número fixo de átomos não é possível observar alterações significativas no ciclo de histerese pela modificação da amplitude ε do campo de prova.

A evolução temporal da transmissão do sistema para alguns valores de Ω_C é mostrada na Figura 3.22(b). Utilizando um campo de prova equivalente a $\langle \hat{n} \rangle = 10$ fótons, mostramos que é possível atenuar ou amplificar coerentemente o campo transmitido, dependendo da amplitude do segundo campo o qual funciona como um “*gate*”. O sistema evolui no estado estacionário OFF com o campo de controle desligado até $t_0 = 5\mu s$. Quando acionamos Ω_C o sistema evolui para o estado ON suavemente. A velocidade do *switch* pode ser controlada através de uma função que liga o campo de controle no tempo t_0 . Neste caso utilizamos a

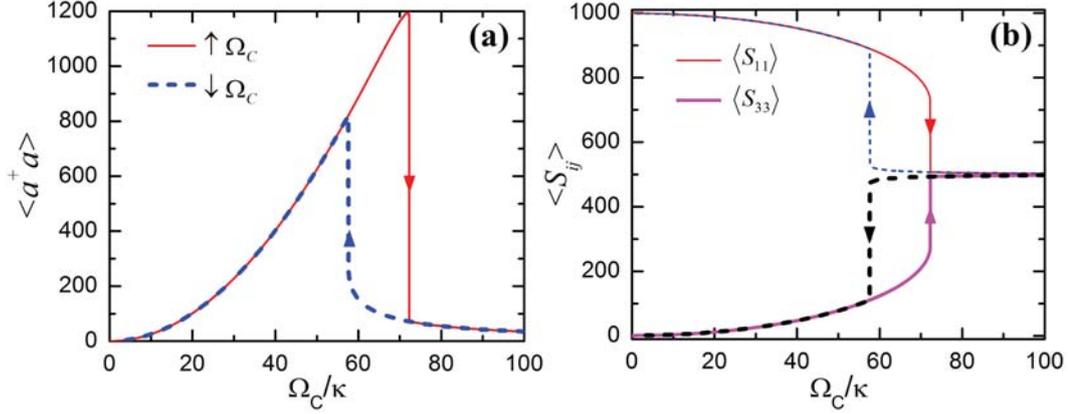


FIGURA 3.21: (a) Campo transmitido do sistema átomo-campo de dois níveis em função da frequência de Rabi do campo incidente de controle para $N = 1000$ átomos, $g_0 = 0,1\kappa$, $\varepsilon = \sqrt{10}\kappa$, $\Gamma_{31} = 0,5\kappa$, $\gamma_3 = 0$ e $\Delta_P = 0$. As setas inseridas indicam o ciclo de histerese que aparece mapeando o campo de controle, aumentando e diminuindo Ω_C a partir de zero. (b) População dos estados fundamental $|1\rangle$ e excitado $|3\rangle$ utilizando os mesmos parâmetros de (a).

função tangente hiperpólica $f(t) = A \cdot \tanh(t - t_0)$, sendo A uma constante de normalização.

Note que o contraste entre os estados OFF e ON são ajustáveis, o que é uma característica muito interessante para dispositivos lógicos ópticos. Na ilustração da Figura 3.22(a) fizemos uma representação do sistema átomo-cavidade-campos para o transistor óptico em analogia ao transistor eletrônico, mostrando que o primeiro também possui três terminais descritos pelos campos de prova, controle e transmissão, cuja combinação é utilizada para controlar o fluxo de fótons no sistema.

3.5 Conclusões

Nossos resultados mostram que a condição necessária para observação do fenômeno de biestabilidade óptica absorptiva em cavidades lineares no limite em que $(N_0, n_0) \gg 1$ é satisfeita para $\Omega_C \approx g_0\alpha$, cujo fenômeno dominante é o de aprisionamento coerente de população em cavidades (CCPT). Nas condições de EIT em cavidade (CEIT) o fenômeno não é observado. Mostramos a influência de diferentes parâmetros do sistema na biestabilidade tais como acoplamento átomo-campo g_0 , número de átomos N , frequência de Rabi do campo de controle

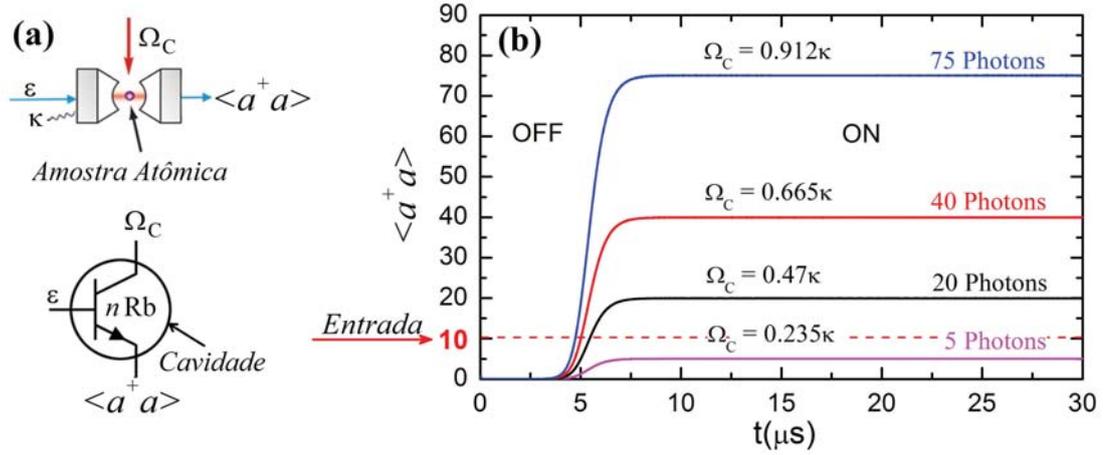


FIGURA 3.22: (a) Representação do transistor óptico, ilustrando todos os parâmetros do sistema átomo-cavidade-campos, mostrando os três terminais ópticos em analogia ao transistor eletrônico. (b) Evolução temporal da transmissão do sistema átomo-campo de dois níveis para diferentes valores da frequência de Rabi do campo incidente de controle Ω_C acionado por uma função tangente hipérbólica em $t_0 = 5\mu s$, para $N = 1000$ átomos, $g_0 = 0,1\kappa$, $\varepsilon = \sqrt{10}\kappa$, $\Gamma_{31} = 0,5\kappa$, $\gamma_3 = 0$ e $\Delta_P = 0$.

Ω_C e taxa de defasagem γ_j , os quais exercem grande influência na cooperatividade atômica dos sistemas de dois e três níveis. Através do controle da biestabilidade foi possível propor diversas aplicações de dispositivos ópticos que podem operar em dois estados estáveis, com destaque para o transistor óptico.

Além da função de *switch* com contraste ajustável demonstramos que nossa proposta para o transistor óptico é promissora para satisfazer o requerimento de cascatabilidade, no qual o campo de saída de um primeiro estágio de processamento é utilizado como parâmetro de entrada para ativar o estágio de processamento seguinte. Esse procedimento é de extrema importância em lógica. De acordo com Miller [102] o dispositivo de cascatabilidade necessário para o processamento de informação utilizando fótons no lugar de elétrons é essencialmente um transistor óptico, algo que não existe atualmente com propriedades nem mesmo comparáveis ao transistor eletrônico, mostrando o quão importantes são os nossos resultados.

Nossa proposta pode ser um passo importante para melhor entender e explorar um transistor cuja funcionalidade é baseada em fenômenos unicamente ópticos, podendo favorecer a solução de importantes debates da comunidade

de óptica associados com a possibilidade e viabilidade de implementação de portas lógicas ópticas [94, 102–104] para evitar conversões de sinais ópticos para eletrônicos ou de eletrônicos para ópticos no desenvolvimento de computadores ópticos [94, 103, 105–107]. Ela também pode ajudar na busca de soluções adequadas para melhor incorporar fenômenos ópticos em futuros supercomputadores, uma vez que processos ópticos permitem operações quânticas, incluindo lógica e processamento de informação [94].

Capítulo 4

Controle Coerente de Flutuações Quânticas através de CEIT

Nas últimas décadas tem-se evidenciado um progresso notável na produção e controle de fótons através de experimentos que usam a interação radiação-matéria no domínio quântico com apenas uma ou poucas partículas de luz e matéria no regime de acoplamento forte. Essas são características fundamentais para a implementação de protocolos de computação quântica com átomos e fótons. Os desafios para atingir tais objetivos são diversos requerendo melhorias na interação entre radiação e matéria como as fornecidas pela EQC.

Interações não lineares fortes entre fótons dão origem a efeitos estritamente quânticos tais como o bloqueio de fótons, do inglês “*Single Photon Blockade*” ou simplesmente “*Photon Blockade*”. Essa terminologia foi introduzida por Imamoglu e colaboradores em 1997 [71], mas em 1992 Tian e Carmichael [108] já haviam proporcionado uma explicação para este fenômeno, reportando que uma cavidade óptica contendo um único átomo se comporta como um sistema de dois níveis quando estimulado quase ressonantemente com a frequência de Rabi do vácuo, $\Delta_P \approx \pm g_0$, sob condições de acoplamento átomo-campo forte $g_0 > (\Gamma, \kappa)$. O mecanismo envolvido neste processo é a anarmonicidade do modelo de Jaynes-Cummings, estudado no Capítulo 2, descrita por \sqrt{n} . Como consequência a transmissão de um segundo fóton é bloqueada devido à absorção de um primeiro fóton, conduzindo ao fenômeno de anti-agrupamento de fótons

no campo transmitido, mais conhecido pela expressão em inglês “*anti-bunching*”.

Birnbaum e colaboradores [30] reportaram em 2005 observações do bloqueio de fótons ao armadilhar um átomo em uma cavidade óptica no regime de acoplamento átomo-campo forte. O conceito de bloqueio de um único fóton foi estendido para o de bloqueio de muitos fótons (“*multiphoton blockade*”) por Shaimailov e colaboradores em 2010 [109]. Este pode ser obtido através do estímulo de estados vestidos de maior ordem, com relação aos modos normais, de modo que transições de n fótons são estimuladas diretamente do estado fundamental de um único átomo de dois níveis em EQC. Eles apresentaram resultados explícitos para o caso de dois fótons, sendo possível observar também anti-agrupamento de fótons como uma assinatura do fenômeno de bloqueio de dois fótons (“*two-photon blockade*”). Considerando um átomo dentro de uma cavidade Shaimailov mostra teoricamente que o requerimento para observação do fenômeno de bloqueio de dois fótons é satisfeito quando transições de fótons são estimuladas com um campo de prova muito forte e o sistema no regime de acoplamento átomo-campo extremamente forte ($g_0 = 1000\kappa$).

A primeira observação experimental da ressonância de dois fótons do espectro anarmônico de níveis de energia do modelo de Jaynes-Cummings foi feita em 2008 por Schuster e colaboradores [64], utilizando átomos individuais em uma cavidade óptica. Os resultados conduziram à ideia de “*two-photon gateway*” [110], em que um feixe randômico de fótons de entrada pode ser transformado em um feixe de fótons de saída correlacionados.

Todas essas ideias e resultados experimentais mostram a possibilidade de controlar interações de muitos fótons podendo conduzir a uma plethora de futuras aplicações. Como discutido no capítulo anterior, não linearidades e controlabilidade obtidas em processos utilizando fótons em vez de elétrons são muito atrativas para funcionalidades de “*switching*” e amplificação podendo conduzir à fabricação de um dispositivo com características semelhantes à do transistor, o qual é a peça central de dispositivos eletrônicos.

Utilizando um único átomo de três níveis acoplado fortemente ao campo de uma cavidade óptica linear demonstramos teoricamente neste capítulo o con-

trole óptico de flutuações quânticas do campo de prova através do fenômeno de transparência eletromagneticamente induzida em EQC (CEIT). Através da função de correlação de intensidades $g^{(2)}(\tau)$ mostramos explicitamente a manifestação do caráter não clássico do campo transmitido, o qual apresenta estatística sub-Poissoniana $g^{(2)}(0) < 1$ juntamente com o fenômeno de anti-agrupamento de fótons $g^{(2)}(0) < g^{(2)}(\tau)$ para processos de um e dois fótons. Com isso nós mostramos não só a possibilidade de observar o bloqueio de dois fótons em átomos de três níveis em condições bem mais favoráveis que as observadas por Shamailov [109], mas também o controle do bloqueio de fótons através de um parâmetro externo do sistema, algo impossível de se observar em átomos de dois níveis. O capítulo é finalizado com uma discussão sobre o que seria um transistor puramente quântico e como nosso sistema se adequaria à essa definição.

4.1 Dois níveis *vs.* três níveis: Transições de Fótons

Antes de mostrar como o sistema CEIT pode ser utilizado para modificar coerentemente a estatística de fótons do campo de prova é instrutivo enfatizar as diferenças deste sistema com o modelo atômico de dois níveis no regime de acoplamento átomo-campo forte $g_0 > (\Gamma, \kappa)$. Como discutido na Seção 3.1.1 do capítulo anterior, neste regime o campo da cavidade é descrito quanticamente e a aproximação semiclássica (3.3) não é válida. Certamente o leitor já deve estar familiarizado com as diferenças entre os dois sistemas uma vez que as mesmas foram discutidas ao longo dos Capítulos 2 e 3 desta Tese. Para facilitar a monitoração das transições ressonantes que iremos discutir neste capítulo é interessante utilizar os diagramas dos estados vestidos das Figuras 2.4 e 2.11 para os sistemas átomo-cavidade de dois e três níveis, respectivamente.

Considerando que o nosso único emissor, o átomo, é estimulado perfeitamente em ressonância pelos campos da cavidade e de controle, $\Delta_1 = \Delta_2 = 0$ na Figura 2.10(b), e que o sistema é bombeado por um campo de prova $\varepsilon = 1, 0\kappa$, suficiente para popular níveis de energia associados a transições de muitos fótons,

calculamos o espectro de transmissão relativo para ambos os casos na Figura 4.1.

Para o sistema de dois níveis observa-se dois picos pronunciados relacionados à transição de um único fóton $|0, g\rangle \leftrightarrow |1, \pm\rangle$, dada pelos modos normais, e à transição de dois fótons $|0, g\rangle \leftrightarrow |2, \pm\rangle$. Como descrito na Figura 2.4 essas transições ocorrem em diferentes frequências devido à anarmonicidade dos níveis de energia do modelo de Jaynes-Cummings (JC) deslocados de $E_n^{(+)} - E_n^{(-)} = 2\sqrt{n}g_0$, $n = 1, 2, \dots$. Vemos então, de maneira explícita, que é possível observar mais um “degrau” da escada de JC nas condições de acoplamento que estamos trabalhando.

Para o caso do átomo de três níveis tem-se um espectro semelhante com relação aos picos Autler-Townes, com duas ressonâncias relacionadas às transições $|\Psi_0^{(0)}\rangle \leftrightarrow |\Psi_1^{(\pm)}\rangle$, processo de um fóton, e $|\Psi_0^{(0)}\rangle \leftrightarrow |\Psi_2^{(\pm)}\rangle$, processo de dois fótons. Como discutido esses picos são deslocados com relação ao espectro do sistema atômico de dois níveis devido à contribuição do campo de controle no deslocamento anarmônico dos níveis de energia descritos por $E_n^{(+)} - E_n^{(-)} = 2g_{ef}^{(n)} = 2\sqrt{ng^2 + \Omega_C^2}$. Adicionalmente observa-se uma janela estreita de transmissão em $\Delta_P = 0$ relacionada aos estados escuros do sistema átomo-cavidade $|\Psi_n^{(0)}\rangle$ [32, 111, 112]. O espectro de transmissão é plotado em escala logarítmica porque fica difícil resolver a transição de dois fótons ($\sim 0,06\%$), em comparação com o estado escuro (100%), na escala linear de 0 – 100%.

Para facilitar a leitura do gráfico da Figura 4.1 podemos representar o diagrama dos autoestados de energia do sistema no domínio de frequências do campo de prova, como na Figura 4.2, de modo que a transição de n -fótons pode ser estimulada ajustando-se a dessintonia prova-cavidade em $\Delta_P^{(\pm n)} = \pm g_0/\sqrt{n}$ e $\Delta_P^{(\pm n)} = \pm\sqrt{ng_0^2 + \Omega_C^2}/n$ para os sistemas de dois e três níveis respectivamente. O diagrama da Figura 4.2 mostra explicitamente que cada pico do espectro de transmissão corresponde à ressonância de um determinado estado vestido do sistema átomo-cavidade estimulada pelo campo de prova através de Δ_P . No exemplo da figura fizemos $\Delta_P = -g_0$ e $-g_{ef}^{(1)}$ para os dois casos considerados.

Pelas Figuras 4.1 e 4.2 observa-se que a diferença em frequência entre o primeiro e segundo dubletos, $|1, -\rangle$ ($|\Psi_1^{(-)}\rangle$) e $|2, -\rangle$ ($|\Psi_2^{(-)}\rangle$), é sempre menor

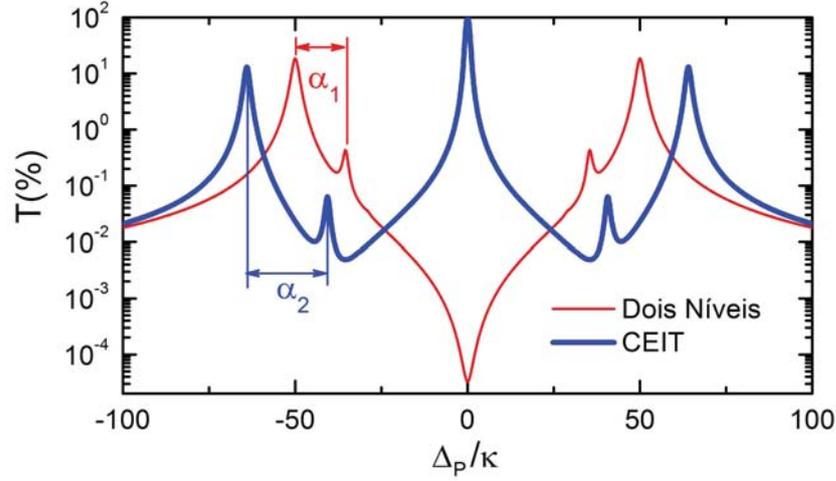


FIGURA 4.1: Espectro de transmissão relativo (em escala logarítmica) em função da dessintonia normalizada prova-cavidade Δ_P/κ do sistema de dois níveis descrito pelo Hamiltoniano (2.12), utilizando os parâmetros $g_0 = 50\kappa$, $\varepsilon = 1\kappa$, $\Gamma = \Gamma_{31} + \Gamma_{32} = 0,2\kappa$, e do sistema de três níveis, Hamiltoniano (2.28), para os parâmetros $g_0 = 50\kappa$, $\varepsilon = 1\kappa$, $\Gamma_{ij} = 0,1\kappa$ e $\Omega_C = 40\kappa$. α_1 e α_2 mostram a diferença de frequência entre os modos normais e a transição de dois fótons do sistema átomo-campo de dois e três níveis respectivamente

para o sistema de dois níveis em comparação com o CEIT para qualquer valor de $\Omega_C \neq 0$, ou seja, $\alpha_1 = g_0(1 - 1/\sqrt{2}) < \alpha_2 = \sqrt{g_0^2 + \Omega_C^2} - \sqrt{2g_0^2 + \Omega_C^2}/2$. A influência do campo de controle no distanciamento entre os dubletos é a peça chave para o controle da estatística do campo de prova. Quanto maior a distância, menor será o efeito dos modos normais na transição de dois fótons, de modo que esta última pode ser estimulada com melhor resolução. Esta melhor resolução só pode ser observada no sistema de dois níveis para um acoplamento g_0 e campo de prova extremamente fortes [109], a princípio inviáveis em EQC, de modo que o campo de prova também influencia no deslocamento dos níveis de energia através do efeito Stark e a expressão $\Delta_P^{(\pm n)} = \pm g_0/\sqrt{n}$ torna-se inválida.

4.2 Estatística de Fótons

Em 1956 Hanbury Brown e Twiss [113] reportaram que os fótons de um feixe luminoso de estreita largura espectral tendem a apresentar correlações aos pares quando detectados. Roy Glauber desenvolveu métodos envolvendo conceitos da mecânica quântica para a investigação destes efeitos e mostrou que a

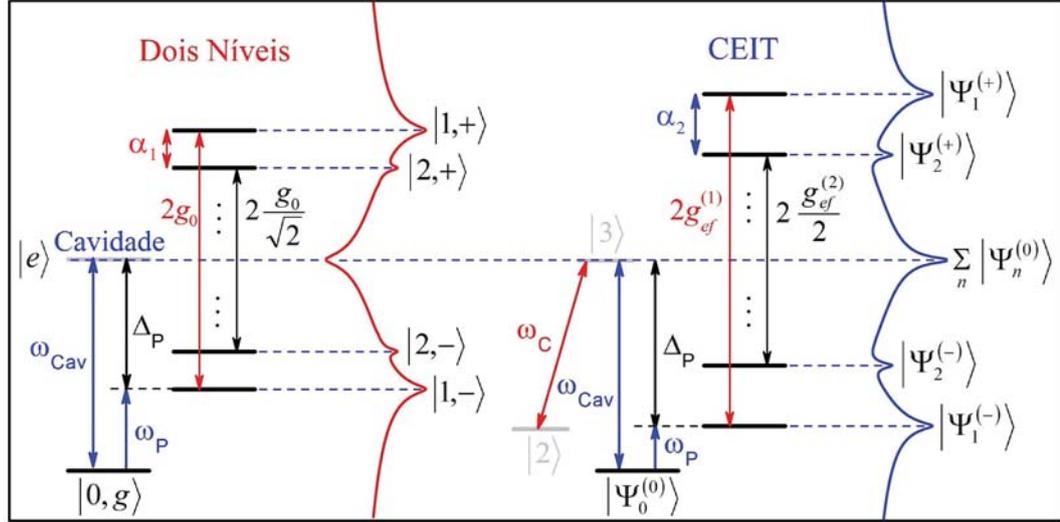


FIGURA 4.2: Representação do diagrama dos autoestados de energia do sistema átomo-cavidade no domínio de frequências do campo de prova $\Delta_P = \omega_P - \omega_{cav}$. A transição de n -fótons pode ser estimulada pelo ajuste da dessintonia prova-cavidade em $\Delta_P^{(\pm n)} = \pm g_0/\sqrt{n}$ e $\Delta_P^{(\pm n)} = \pm\sqrt{ng_0^2 + \Omega_C^2}/n$ para os sistemas de dois e três níveis respectivamente. No exemplo mostramos que a frequência do campo de prova está em ressonância com os modos normais de vibração de modo que $\Delta_P = -g_0$ e $-g_{ef}^{(1)}$ para ambos os sistemas.

definição de coerência utilizada em óptica física é inadequada para tais propósitos. Ele descreveu a coerência definindo uma sucessão de funções de correlação de n -ésima ordem para os vetores de estado do campo eletromagnético. Para que um campo apresente coerência completa, as funções de correlação do mesmo precisam satisfazer uma sucessão infinita de condições de coerência [114]. O que observa-se na prática são várias ordens de coerência incompleta de modo que os campos coerentes geralmente descritos em óptica física apresentam apenas primeira ordem de coerência enquanto que campos gerados por uma cavidade óptica devido à interação dos átomos com os modos da mesma, por exemplo, podem apresentar coerência de ordens consideravelmente maiores.

Para caracterizar a natureza quântica do nosso sistema, faremos uso da função normalizada de correlação de segunda ordem definida por [51]

$$g^{(2)}(\tau) = \frac{\langle \hat{a}^\dagger(0)\hat{a}^\dagger(\tau)\hat{a}(\tau)\hat{a}(0) \rangle}{\langle \hat{a}^\dagger(0)\hat{a}(0) \rangle^2}, \quad (4.1)$$

a qual mede a probabilidade conjunta de um fóton ser detectado no tempo $t = 0$ e outro no tempo $t = \tau$ descrevendo um processo de interferência de dois fótons, Figura 4.3(a). O algoritmo implementado para o cálculo de $g^{(2)}(\tau)$ está detalhado

no Apêndice C. Usualmente a expressão (4.1) é dada em função de $t + \tau$. Como nossas simulações são descritas no estado estacionário o tempo t para a primeira detecção não é relevante, sendo importante apenas a diferença temporal dada por τ . Para o caso de uma função de correlação de n -ésima ordem uma separação análoga a (4.1) no produto de $2n$ operadores é obtida. Essa fatoração é a condição utilizada por Glauber para definir campos completamente coerentes. A ordem normal dos operadores, \hat{a} - aniquilação à direita e \hat{a}^\dagger - criação à esquerda, é devido à asserção utilizada de que um quantum do campo (fóton) é absorvido pelo detector através do operador de aniquilação \hat{a} [114].

A função de correlação $g^{(2)}(\tau)$ é amplamente utilizada em óptica quântica para obtenção de informação sobre as propriedades estatísticas da luz. Através da correlação de primeira ordem não é possível distinguir luz quântica de luz clássica. Em um experimento de dupla fenda a primeira ordem de coerência está associada à visibilidade das franjas de interferência sendo definida entre 0 e 1. Pela expressão (4.1) nota-se que $g^{(2)}(\tau)$ é sempre positiva pois é formada pelo produto dos operadores do campo e seus hermitianos conjugados sendo definida portanto no intervalo de $0 \leq g^{(2)}(\tau) \leq \infty$.

Para intervalos de tempo muito longos as correlações entre fótons provenientes do sistema átomo-cavidade desaparecem de modo que $g^{(2)}(\tau \rightarrow \infty) = 1$. Mas esse resultado não é geral pois para campos térmicos $g^{(2)}(\tau) = 2$ para qualquer τ . Para $\tau \rightarrow 0$ tem-se

$$\begin{aligned} g^{(2)}(0) &= \frac{\langle \hat{a}^\dagger \hat{a}^\dagger \hat{a} \hat{a} \rangle}{\langle \hat{a}^\dagger \hat{a} \rangle^2} = \frac{\langle \hat{a}^\dagger \hat{a} \hat{a}^\dagger \hat{a} \rangle - \langle \hat{a}^\dagger \hat{a} \rangle^2}{\langle \hat{a}^\dagger \hat{a} \rangle^2} = \frac{\langle \hat{n}^2 \rangle - \langle \hat{n} \rangle^2 + \langle \hat{n} \rangle^2 - \langle \hat{n} \rangle^2}{\langle \hat{n} \rangle^2} \\ &= 1 + \frac{\Delta \hat{n}^2 - \langle \hat{n} \rangle^2}{\langle \hat{n} \rangle^2}, \end{aligned} \quad (4.2)$$

sendo $\Delta \hat{n}^2 = \langle \hat{n}^2 \rangle - \langle \hat{n} \rangle^2$ a flutuação no número de fótons, ou seja, é o ruído do campo. Pela expressão acima nota-se que a correlação de segunda ordem é avaliada a partir do pressuposto que temos coerência de primeira ordem máxima, igual a 1, somada ao termo das flutuações do campo correspondente à correlação de segunda ordem. A partir das Eqs.(4.1) e (4.2) é possível quantificar a estatística do campo de entrada. Para um estado coerente, cuja a estatística é poissoniana e $\Delta \hat{n}^2 = \langle \hat{n} \rangle$ tem-se $g^{(2)}(\tau) = 1$, o que significa que os fótons chegam no detector

de maneira independente para qualquer τ . Para um campo clássico $g^{(2)}(\tau) \geq 1$ e o campo é referido como super-poissoniano. Contudo para um campo quântico pode-se ter $0 \leq g^{(2)}(\tau) \leq \infty$, de modo que $g^{(2)}(\tau) > 1$ não é um indicativo de campos clássicos. Por outro lado se $g^{(2)}(\tau) < 1$ tem-se uma evidência de luz quântica ou não clássica, pois essa desigualdade conduz à quase-probabilidades negativas [51].

Para um estado de Fock $|n\rangle$ em que $\Delta\hat{n}^2 = 0$ tem-se a partir de (4.2) que $g^{(2)}(0) = 1 - 1/\langle\hat{n}\rangle < 1$, mostrando que os estados de número são puramente quânticos sendo referidos como campos sub-poissonianos. Considerando o estado de um único fóton $|1\rangle$ obtém-se $g^{(2)}(0) = 0$. Fisicamente isto significa que se apenas um fóton é transmitido pelo sistema, o mesmo não pode ser observado simultaneamente nos dois detectores do interferômetro ilustrado na Figura 4.3(a).

O fenômeno de agrupamento (“*bunching*”) e anti-agrupamento (“*anti-bunching*”) de fótons são identificados quando $g^{(2)}(0) > g^{(2)}(\tau)$ e $g^{(2)}(0) < g^{(2)}(\tau)$, respectivamente. Na Figura 4.3(b) ilustramos o perfil de contagem de fótons, mostrando que quando o campo apresenta fóton *bunching* (A) os fótons tem uma probabilidade maior de chegarem nos detectores agrupados e portanto $g^{(2)}(0) > 1$. Já para o caso de um campo coerente (B), como um laser, os fótons chegam independentemente (distribuição randômica) mostrando ausência de correlações de fótons de modo que $g^{(2)}(\tau) = 1$. Quando o campo apresenta fóton *anti-bunching*, os fótons tem uma probabilidade maior de chegarem em intervalos de tempos mais espaçados, como se fosse um feixe intermitente de fótons individuais de modo que $g^{(2)}(0) < 1$.

Fóton *anti-bunching* é uma simples consequência do fenômeno de bloqueio de fótons. Este efeito foi introduzido em analogia ao bloqueio de Coulomb, responsável pela passagem de elétrons através de um ponto quântico um a um [115]. O bloqueio de fótons captura essencialmente a não linearidade óptica do modelo de Jaynes-Cummings em que a absorção ressonante de um único fóton bloqueia a absorção de um segundo fóton, devido à presença de um grande número de transições de fótons com diferentes frequências escaladas por \sqrt{n} . O requerimento básico para isso é o regime de acoplamento átomo-campo forte.

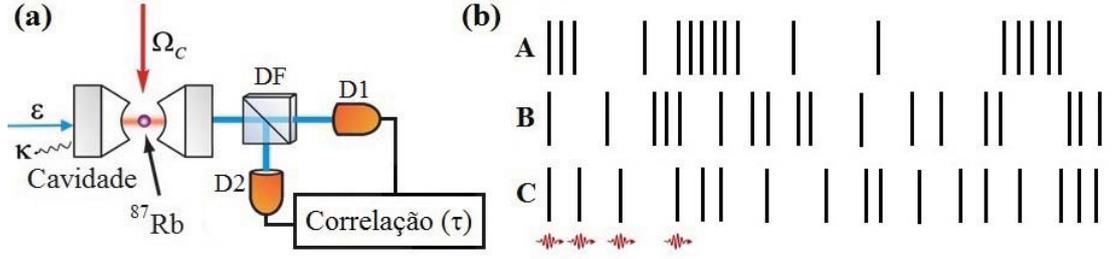


FIGURA 4.3: (a) Ilustração do interferômetro de Hanbury Brown Twiss mostrando que o campo transmitido pelo sistema átomo-cavidade é separado por um divisor de feixes DF (50 : 50) direcionado para dois contadores de fótons individuais D1 e D2 para obtenção da correlação de fótons em função do intervalo de tempo τ . (b) Contagem de fótons em função do tempo para campos luminosos que apresentam A - *bunching*, B - estado coerente (randômico) e C - *anti-bunching*.

Para melhor entender todas essas definições consideramos o sistema átomo-cavidade no regime de acoplamento forte, mas para $g_0 = 8\kappa$ e $\Gamma_{ij} = \kappa$. Na Figura 4.4(a) e (b) comparamos a transmissão e a respectiva função de correlação $g^{(2)}(0)$ em função da dessintonia prova-cavidade Δ_P do sistema atômico de dois e três níveis, respectivamente. Pela Figura 4.4(a) vemos que existe um ombro nos picos Autler-Townes dos modos normais devido à transição de dois fótons, os quais são melhores resolvidos para acoplamentos átomo-campo maiores como na Figura 4.1. Este exemplo é muito útil pois nos permite entender os requerimentos básicos para observação do bloqueio de fótons e consequentemente fóton *anti-bunching*, $g^{(2)}(0) < 1$, para o campo transmitido.

Pelas definições acima esperaríamos observar o mínimo em $g^{(2)}(0)$ para $\Delta_P = \pm g_0$ e $\pm g_{ef}^{(1)}$ para dois e três níveis, respectivamente, uma vez que nestes pontos temos o estímulo do processo de um único fóton $|1, \pm\rangle$ e $|\Psi_1^{(\pm)}\rangle$, que dão origem ao fenômeno de bloqueio de fótons. Pelas linhas verticais da Figura 4.4(a) e (b), posicionadas em $\Delta_P = \pm g_0$ do sistema de dois níveis, nota-se claramente que isso não ocorre. Neste caso não há uma separação significativa entre a primeira e a segunda transições de fótons de modo que a contribuição da segunda transição se torna relevante impedindo um bloqueio de fótons eficiente. Utilizando o mesmo conjunto de parâmetros e $\Omega_C = 5\kappa$ o sistema de três níveis se mostra mais robusto para a observação do fenômeno, de tal forma que $g^{(2)}(0)$ apresenta um mínimo bem mais pronunciado em comparação ao sistema de dois

níveis. Como discutimos isso é consequência da melhor resolução das transições de fótons devido ao maior distanciamento das mesmas pelo efeito Stark causado pelo campo de controle.

Para $\Delta_P = 0$ observamos um campo coerente $g^{(2)}(0) = 1$ (linha horizontal pontilhada) para o sistema CEIT, pois neste ponto temos a formação dos estados escuros e conseqüentemente uma transmissão de 100% caracterizando uma cavidade vazia, como mostra a Figura 4.4(a). Diferentemente para o sistema de dois níveis temos $g^{(2)}(0) \gg 1$, o que é esperado pois nesta região é muito difícil resolver qualquer transição de fótons do sistema átomo-campo, pois estas possuem frequências muito próximas devido a anarmonicidade da escada de Jaynes-Cummings que tende ao contínuo para o número de excitações n muito grande. A medida da função de correlação nesta região é muito difícil devido à grande absorção do sistema. O sistema CEIT também apresenta regiões em que $g^{(2)}(0) \gg 1$, como evidenciado pelos dois picos da Figura 4.4(b), para os quais $g^{(2)}(0) \sim 10$, pelas mesmas razões explicadas acima.

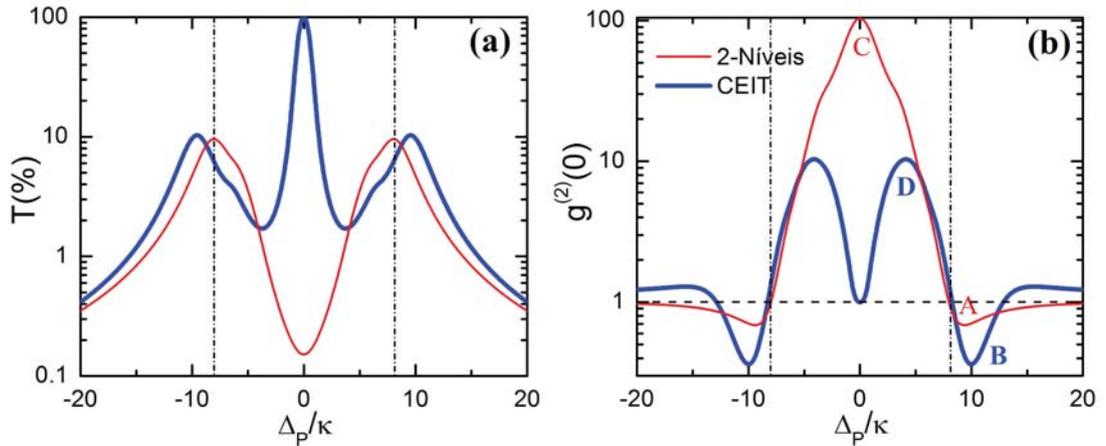


FIGURA 4.4: (a) Espectro de transmissão relativo (em escala logarítmica) *vs.* Δ_P/κ do sistema de dois níveis e CEIT utilizando os parâmetros $g_0 = 8\kappa$, $\varepsilon = 1\kappa$, $\Gamma = \Gamma_{31} + \Gamma_{32} = 2\kappa$ e $\Omega_C = 5\kappa$ e (b) respectivas funções de correlação $g^{(2)}(0)$. Os pontos A, B, C e D mostram os valores de Δ_P para os quais são calculadas as funções de correlação $g^{(2)}(\tau)$ da figura 4.5.

Os gráficos da Figura 4.5 (a) a (f) mostram a função de correlação $g^{(2)}(\tau)$ para diferentes valores de Δ_P dados, respectivamente, pelas linhas verticais e pelos pontos A, B, C e D da Figura 4.3(b). Em (a), (c) e (d) observa-se campos sub-poissonianos e conseqüentemente luz quântica, pois $g^{(2)}(0) < 1$.

Luz super-poissoniana é observada nos gráficos (e) e (f) enquanto que campo coerente é obtido apenas em (b), já que $g^{(2)}(\tau)$ oscila em torno de 1 ($g^{(2)}(0) = 1,3$). Para estes últimos casos temos luz clássica. As oscilações das funções de correlação correspondem a soma de diferentes frequências presentes no sistema devido ao batimento prova-cavidade Δ_P e as frequências das transições de fótons estimuladas pelo campo de prova. Se fizermos a transformada de Fourier de $g^{(2)}(\tau)$ é possível identificar tais frequências. Nós faremos isso mais adiante.

É interessante notar agora em que situações da Figura 4.5 observa-se fóton *bunching* e *anti-bunching*. Pelas definições acima nota-se que em (e) e (f) tem-se fóton *bunching* uma vez que $g^{(2)}(0) > g^{(2)}(\tau)$ para todo τ . Já para (a), (c) e (d) temos uma violação da desigualdade $g^{(2)}(0) < g^{(2)}(\tau)$ de modo que o fenômeno de fóton *anti-bunching* não é observado da maneira usual. Apesar de não relatado na Figura 4.4 a violação da definição usual de *bunching* também pode ocorrer, conduzindo à obtenção de luz quântica mesmo para $g^{(2)}(0) > 1$. Os requerimentos para a classicalidade da correlação do campo pode ser derivada a partir da desigualdade de Cauchy-Schwartz [116], expressa em termos da função de correlação de segunda ordem como

$$|g^{(2)}(\tau) - 1| \leq |g^{(2)}(0) - 1|, \quad (4.3)$$

sendo descrita pela região sombreada dos gráficos (a), (c) e (d). Não incluímos nenhuma região sombreada nos outros gráficos porque não existe violação da desigualdade que define o fenômeno de fóton *bunching* para o respectivo conjunto de parâmetros utilizado. Esses resultados são muito interessantes pois mostram que estatística sub-poissoniana $g^{(2)}(0) < 1$ não implica a ocorrência de fóton *anti-bunching* para todo intervalo de contagem de fótons τ , podendo ser acompanhada por fóton *bunching* [117]. A situação oposta também é possível e fóton *bunching* já foi observado para luz essencialmente quântica, como para estados de luz comprimida [118].

Para ver as implicações de um acoplamento átomo-campo ainda mais forte na estatística de fótons plotamos na Figura 4.6 $g^{(2)}(0)$ vs. Δ_P/κ para $g_0 = 50\kappa$ como na Figura 4.1 para o sistema de dois níveis e CEIT. Para esse acoplamento vemos que é possível fazer uma comparação direta da função de

correlação $g^{(2)}(0)$ com o espectro de transmissão do sistema (linha sólida cinza). Pelas linhas verticais dos gráficos vemos que os picos de transmissão, equivalentes às transições de um e dois fótons, correspondem à mínimos de $g^{(2)}(0)$. Como é possível resolver melhor a transição de dois fótons observamos que os mínimos da função de correlação, relacionados às transições $|0, g\rangle \leftrightarrow |1, \pm\rangle$ e $|\Psi_0^{(0)}\rangle \leftrightarrow |\Psi_1^{(\pm)}\rangle$ as quais dão origem ao bloqueio de fótons, são observados precisamente em $\Delta_P = \pm g_0$ e $\pm g_{ef}^{(1)}$ para o sistema de dois níveis e CEIT, respectivamente.

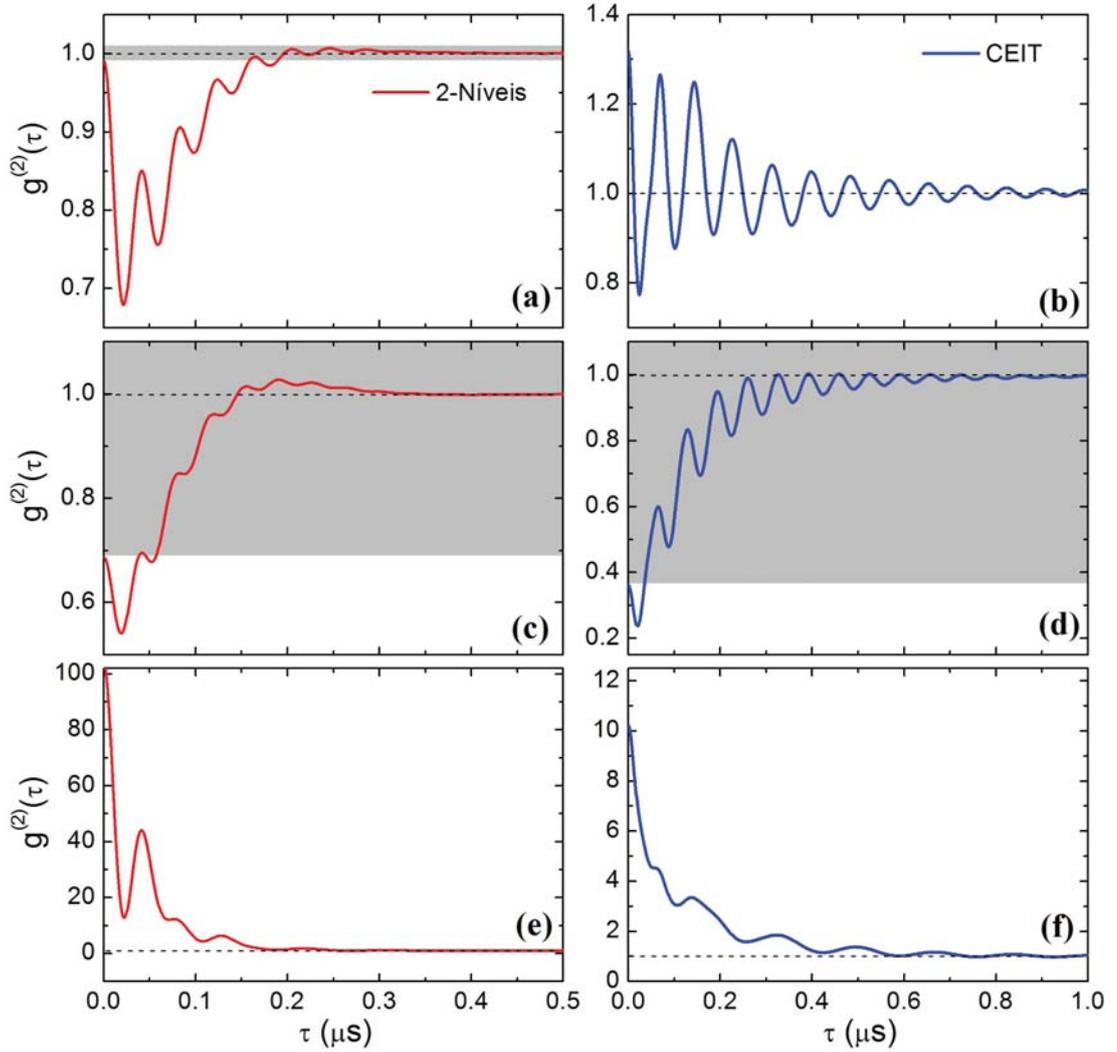


FIGURA 4.5: Função de correlação de fótons de segunda ordem $g^{(2)}(\tau)$ para diferentes valores de Δ_P dados pelas linhas verticais (a) e (b), para os mínimos (c) A e (d) B, e máximos (e) C e (f) D, da Figura 4.4(b). Os gráficos (a), (c) e (e) correspondem ao sistema de dois níveis enquanto que (b), (d) e (f) são do sistema CEIT.

Além das transições citadas acima, identificadas pelo espectro de transmissão, a função de correlação apresenta uma estrutura mais rica nos permitindo

identificar outras transições como o processo de três fótons dado por $|\Psi_0^{(0)}\rangle \leftrightarrow |\Psi_3^{(\pm)}\rangle$, marcado com asteriscos na Figura 4.7(a). Na Figura 4.7(a) e (b) comparamos a função $g^{(2)}(0)$ com a população dos estados $|\Psi_n^{(0,\pm)}\rangle$, $n = 0, 1, 2$, obtida a partir das Eqs.(2.33) do Capítulo 2. Os picos de máximo e mínimo da função de correlação relacionados com transições de fótons são conectados com as populações através das linhas verticais dos gráficos, mostrando que esses correspondem a picos de máximos nas populações dos estados vestidos do sistema átomo-cavidade facilitando a identificação dos processos de transição para cada caso.

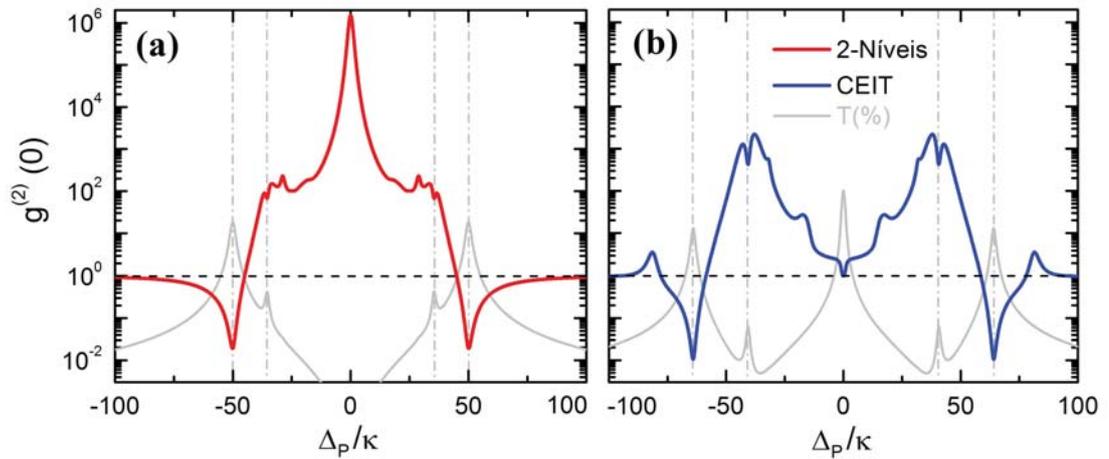


FIGURA 4.6: Função de correlação de fótons $g^{(2)}(0)$ em função da dessintonia normalizada prova-cavidade Δ_P/κ do sistema **(a)** de dois níveis utilizando os parâmetros $g_0 = 50\kappa$, $\varepsilon = 1\kappa$, $\Gamma = \Gamma_{31} + \Gamma_{32} = 0,2\kappa$, e **(b)** do sistema de três níveis com parâmetros $g_0 = 50\kappa$, $\varepsilon = 1\kappa$, $\Gamma_{ij} = 0,1\kappa$ e $\Omega_C = 40\kappa$. As linhas verticais conectam os picos do espectro de transmissão (linha sólida cinza) com mínimos da função $g^{(2)}(0)$.

Além das linhas verticais indexamos cada transição específica através de letras e números $L(n)$ do tipo A(1), B(1), C(3), etc., sendo mostradas no diagrama dos estados vestidos da Figura 4.8. A frequência da transição A(1), por exemplo, correspondente ao processo de um fóton da transição $|\Psi_0^{(0)}\rangle \leftrightarrow |\Psi_1^{(-)}\rangle$, é identificada na Figura 4.7 por $\omega_P = \omega_{cav} - \sqrt{g_0^2 + \Omega_C^2}$, de modo que $\Delta_P = -\sqrt{g_0^2 + \Omega_C^2}$. Neste ponto estamos estimulando a frequência específica do estado vestido $|\Psi_1^{(-)}\rangle$ a partir do estado fundamental $|\Psi_0^{(0)}\rangle$, e portanto as outras transições de fótons são estimuladas fora da ressonância, devido a anarmonicidade da escada de níveis do sistema CEIT, satisfazendo assim o requerimento básico para obtenção do bloqueio de fótons no regime de acoplamento forte e conseqüentemente fóton

anti-bunching, $g^{(2)}(0) < 1$, na Figura 4.7(a). O mesmo procedimento é utilizado para o cálculo das outras frequências de transição $L(n)$. Para maiores detalhes veja o Apêndice D.

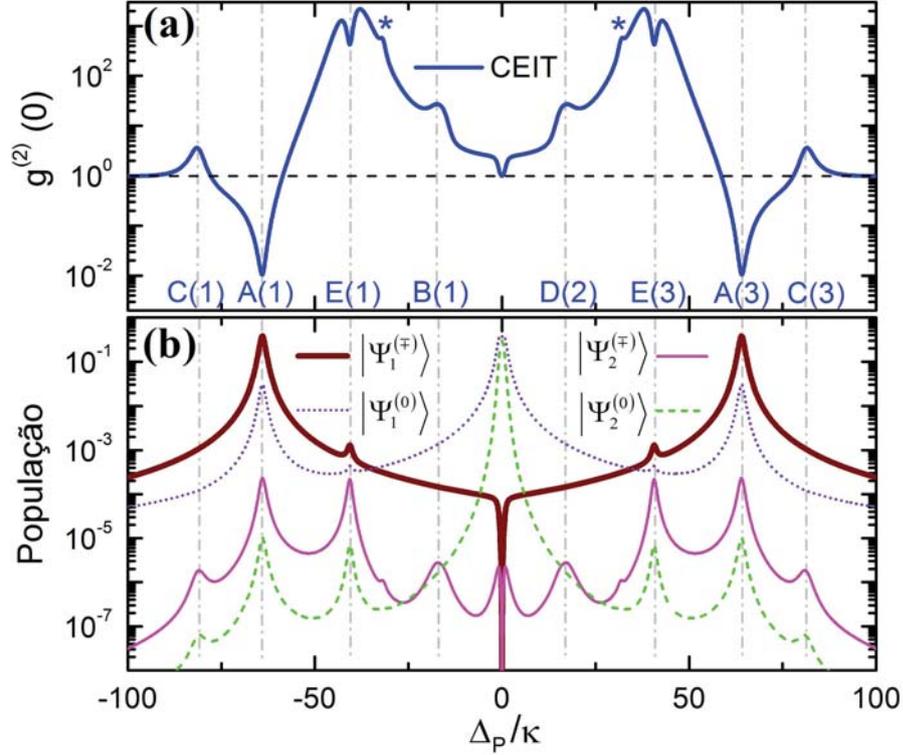


FIGURA 4.7: (a) Função de correlação $g^{(2)}(0)$ vs. Δ_P/κ para o sistema CEIT utilizando os parâmetros $g_0 = 50\kappa$, $\varepsilon = 1\kappa$, $\Gamma_{31} = \Gamma_{32} = 0,1\kappa$ e $\Omega_c = 40\kappa$. (b) População dos estados vestidos CEIT $|\Psi_{1,2}^{(-)}\rangle$ para $\Delta < 0$, $|\Psi_{1,2}^{(+)}\rangle$ para $\Delta > 0$, e respectivos estados escuros $|\Psi_{1,2}^{(0)}\rangle$. As linhas verticais conectam os máximos e mínimos de $g^{(2)}(0)$ com as populações dos autoestados relevantes e a indexação dada pelas letras e números $L(n)$ correspondem às transições de fótons apresentadas no diagrama dos estados vestidos do sistema CEIT da Figura 4.8.

4.3 Controle das Flutuações do Campo

Na seção anterior vimos que é possível ajustar a estatística de fótons do campo transmitido do sistema CEIT pela mudança da frequência do campo de prova, ou seja, para um valor fixo da frequência de Rabi do campo de controle (Ω_c) nós obtemos a estatística proveniente da monitoração da escada anarmônica do sistema através do campo de entrada. A alteração da estatística de fótons do campo de prova não é uma tarefa difícil do ponto de vista teórico, pois esta pode

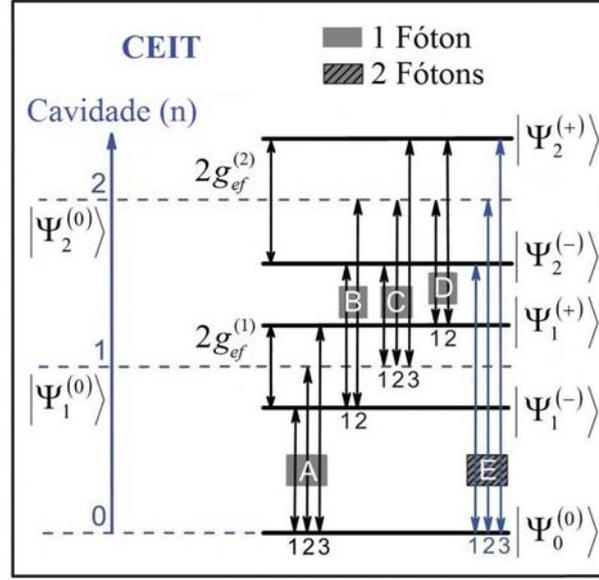


FIGURA 4.8: Diagrama dos estados vestidos do sistema CEIT obtido a partir do Hamiltoniano (1.30) mostrando processos de 1 e 2 fótons correspondentes às transições identificadas através da função de correlação da Figura 4.7. O acoplamento efetivo é dado por $g_{ef}^{(n)} = \sqrt{ng_0^2 + \Omega_C^2}$.

ser feita de diversas maneiras, como pela modificação do acoplamento átomo-campo, número de átomos, entre outros. O problema reside em escolhermos uma forma de controle que nos permita explorar as mudanças do comportamento quântico do campo através de parâmetros externos para viabilizar o desenvolvimento de dispositivos ópticos quânticos.

Isso é demonstrado na Figura 4.9(a) onde plotamos a função de correlação $g^{(2)}(0)$ em função da frequência de Rabi normalizada do campo de controle Ω_C/κ para diferentes dessintonias prova-cavidade. Pelo diagrama dos estados vestidos do sistema, Figura 4.8, observa-se que as frequências ressonantes das transições dos autoestados podem ser modificadas através de Ω_C . O que estamos fazendo agora é monitorando a estrutura de níveis de energia do sistema CEIT pelo campo de controle mantendo o campo de prova (Δ_P) constante. Analogamente à seção anterior a Figura 4.9(a) mostra que podemos alterar a estatística do campo transmitido através de processos de fótons em que campo sub-poissonianos ($g^{(2)}(0) < 1$) e super-poissonianos ($g^{(2)}(0) > 1$) são criados. Até onde sabemos essa é a primeira vez que o controle óptico da estatística de fótons do campo transmitido é predito utilizando-se um parâmetro de controle externo. Este resultado é obtido unicamente pelo forte acoplamento entre um único átomo

de três níveis e o campo da cavidade os quais compõem o sistema CEIT. Se considerarmos dois átomos, como mostra a Figura 4.10(a) e (b) para $\Delta_P = 85$ e 100κ , utilizando os mesmos parâmetros da Figura 4.9 é possível observar vários máximos e mínimos em $g^{(2)}(0)$ devido à complexa estrutura de níveis decorrentes de termos $N > 1$, como discutido no Capítulo 3. Note que a obtenção de campos quânticos $g^{(2)}(0) < 1$ pode ser melhorada para alguns valores de Ω_C . Isso é consequência do menor efeito dos estados escuros nos processos de um e dois fótons uma vez que, aumentando-se N a distância dos picos Autler-Townes para a janela de transmissão também é aumentada favorecendo a obtenção de valores de $g^{(2)}(0) < 1$ para processos de dois fótons ainda menores, em comparação com o sistema com $N = 1$. Nesta tese não investigaremos os detalhes das transições para sistemas com $N > 1$. Esta análise será realizada em estudos futuros.

Na Figura 4.9(a) e (b) fizemos uma análise análoga à realizada na Figura 4.7, plotando as populações dos estados vestidos para processos de um e dois fótons da correlação obtida para $\Delta_P = 85\kappa$, curva sólida da Figura 4.9(a). Os respectivos máximos e mínimos de $g^{(2)}(0)$ são conectados com os picos das populações dos autoestados em 4.9(b) pelas linhas verticais. O primeiro pico super-poissoniano de 4.9(a), em torno de $\Omega_C = 50\kappa$, é associado com máximos nas populações do estado escuro $|\Psi_2^{(0)}\rangle$ e da ressonância de dois fótons $|\Psi_2^{(+)}\rangle$, correspondente à transição C(3) do diagrama 4.8.

Aumentando-se ainda mais Ω_C o primeiro e mais pronunciado mínimo de $g^{(2)}(0)$ é obtido quando a transição A(3), $|\Psi_0^{(0)}\rangle \leftrightarrow |\Psi_1^{(+)}\rangle$, é ressonantemente estimulada pelo campo de prova, resultando em fóton *anti-bunching* (luz sub-poissoniana) como consequência do fenômeno de bloqueio de um único fóton. Quando esta condição é violada observamos campo super-poissoniano devido à influência de outros estados como os estados escuros e transições multifóton. Como não estamos estimulando ressonantemente nenhuma transição de fótons nessa região o campo super-poissoniano aparece como uma consequência de ruídos provenientes de vários outros autoestados aumentando assim, a probabilidade de se observar contagens simultâneas nos detectores que compõem o interferômetro de Hanbury Brown Twiss, ilustrado na Figura 4.3.

Continuando com a monitoração do sistema, um segundo mínimo na função de correlação é observado ($g^{(2)}(0) = 0,2$), como consequência do bloqueio de muitos fótons [109]. Este segundo mínimo está associado especificamente ao bloqueio de dois fótons, uma vez que a transição E(3), $|\Psi_0^{(0)}\rangle \leftrightarrow |\Psi_2^{(+)}\rangle$, é quase ressonantemente estimulada. Esta é uma evidência clara e de certa forma surpreendente de que é possível controlar a estatística do campo transmitido partindo do bloqueio de um único fóton para o bloqueio de dois fótons utilizando um parâmetro de controle externo.

É interessante notar que quando estimulamos ressonantemente a transição E(3) em $\Omega_C = 155\kappa$, a partir do estado fundamental $|\Psi_0^{(0)}\rangle$, campo super-poissoniano ($g^{(2)}(0) = 6,6$) é observado. De acordo com o requerimento para obtenção de bloqueio de dois fótons o segundo mínimo da função de correlação, $g^{(2)}(0) < 1$, deveria ser observado nesse ponto, assim como no caso de bloqueio de um único fóton, transições A(1) e A(3). A Figura 4.11(a) mostra a condição ideal para o cálculo desse mínimo, onde consideramos a variação de $g^{(2)}(0)$ em função de Ω_C aplicada ao estado vestido $|\Psi_2^{(+)}\rangle$ somente, utilizando os mesmos parâmetros da Figura 4.7 para $\Delta_P = 85\kappa$. Isso significa que não estamos levando em conta a influência de qualquer outro autoestado do sistema, de modo que toda a população excitada está contida em $|\Psi_2^{(+)}\rangle$. Para $\Omega_C = 0$, por exemplo, temos $g^{(2)}(0) = 0,44$ que é exatamente o valor da função de correlação para o bloqueio de dois fótons do sistema átomo-cavidade de dois níveis, referente à transição $|0, g\rangle \leftrightarrow |2, +\rangle$, evidenciado por Shamailov e colaboradores [109]. Na condição ideal de ressonância da transição E(3), $|\Psi_0^{(0)}\rangle \leftrightarrow |\Psi_2^{(+)}\rangle$, para $\Delta_P = 85\kappa$ em $\Omega_C = 155\kappa$, o valor calculado do mínimo da correlação referente ao bloqueio de dois fótons é de $g^{(2)}(0) \approx 0,15$. Esse resultado está destacado na Figura 4.9(a) pela linha horizontal tracejada pontilhada e indicado pelo ponto G na Figura 4.11(a).

Pelo gráfico das populações da Figura 4.9(b) é fácil entender porque campo super-poissoniano, $g^{(2)}(0) = 6,6$, é observado em E(3) em vez da estatística sub-poissoniana, $g^{(2)}(0) = 0,15$, prevista para o bloqueio de dois fótons. O resultado mostra claramente a influência relevante de outros estados vestidos, com $|\Psi_1^{(+)}\rangle$ e $|\Psi_1^{(0)}\rangle$ permanecendo significativamente populados quando o estado

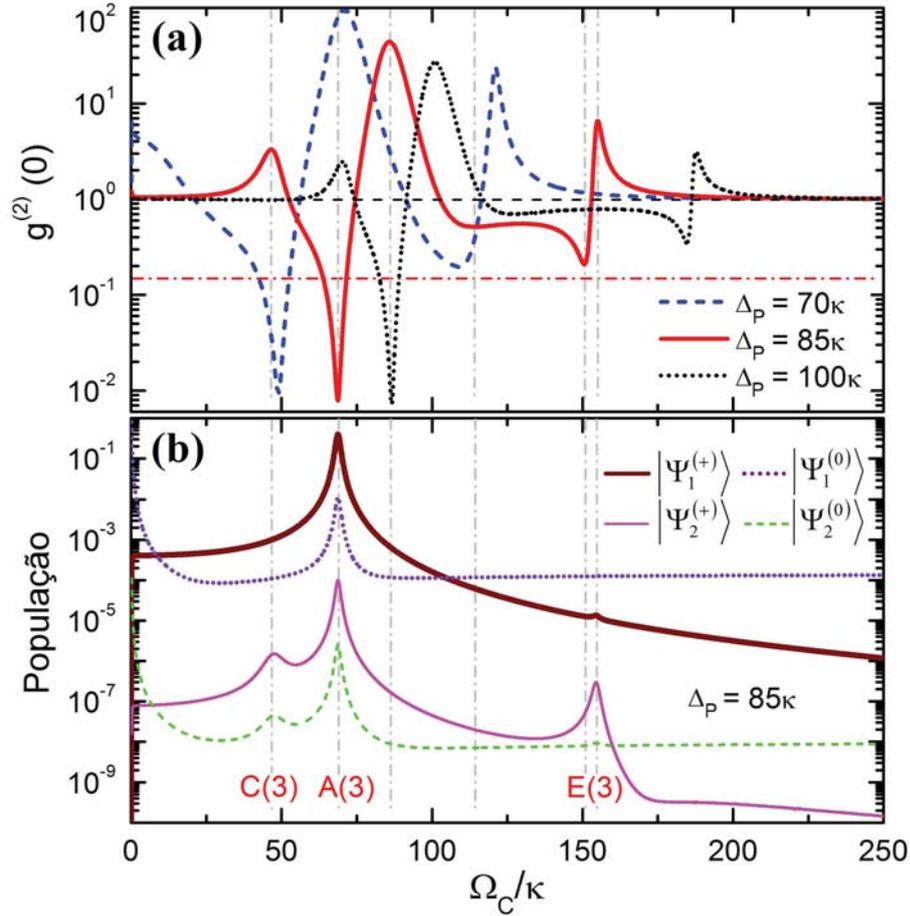


FIGURA 4.9: (a) Correlação $g^{(2)}(0)$ vs. frequência de Rabi normalizada do campo de controle Ω_C/κ do sistema CEIT para diferentes dessintonias prova-cavidade Δ_P utilizando os mesmos parâmetros da Figura 4.7. A linha horizontal tracejada mostra $g^{(2)}(0) = 1$, campo coerente, enquanto que a linha horizontal tracejada pontilhada mostra $g^{(2)}(0) \approx 0,15$ equivalente ao valor ideal para o fenômeno de bloqueio de dois fótons quando a transição $|\Psi_0^{(0)}\rangle \leftrightarrow |\Psi_2^{(+)}\rangle$ é ressonantemente estimulada em $\Omega_C = 155\kappa$ para $\Delta_P = 85\kappa$ na Figura 4.11(a). (b) População dos autoestados CEIT $|\Psi_{1,2}^{(+)}\rangle$ e respectivos estados escuros $|\Psi_{1,2}^{(0)}\rangle$ para $\Delta_P = 85\kappa$. As linhas verticais conectam os principais pontos da função de correlação com as populações dos estados vestidos considerados.

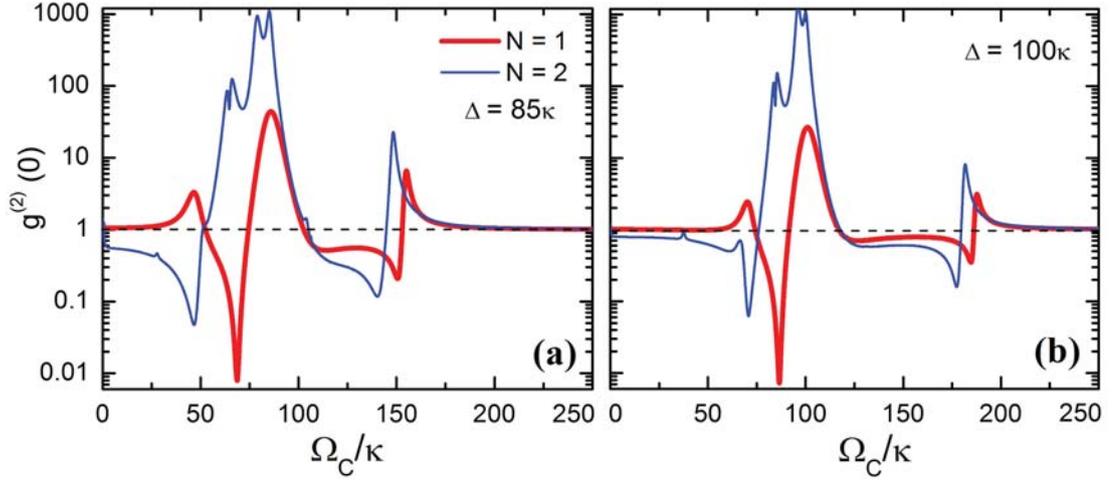


FIGURA 4.10: (a) e (b) Correlação $g^{(2)}(0)$ vs. frequência de Rabi normalizada do campo de controle Ω_C/κ do sistema CEIT para as dessintonias prova-cavidade $\Delta_P = 85$ e 100κ , respectivamente, para $N = 1$ e 2 átomos utilizando os parâmetros $g_0 = 50\kappa$, $\varepsilon = 1\kappa$, $\Gamma_{31} = \Gamma_{32} = 0, 1\kappa$. A linha horizontal tracejada mostra $g^{(2)}(0) = 1$, campo coerente.

$|\Psi_2^{(+)}\rangle$ é estimulado ressonantemente. Devido ao ruído proveniente desses estados, luz super-poissoniana é criada em vez de sub-poissoniana. Mesmo a condição ideal de bloqueio de dois fótons, mínimo de $g^{(2)}(0)$, não sendo atingida o resultado obtido $g^{(2)}(0) = 0,2$ é notável, pois mostra que o sistema CEIT melhora muito não só as condições de obtenção de luz quântica através do bloqueio de um único fóton, transição A(3), mas também para o caso de bloqueio de dois fótons, em comparação com o sistema de dois níveis, no qual $g^{(2)}(0) = 0,44$.

Na Figura 4.4 da seção anterior foi mostrado que os valores de $g^{(2)}(0)$ para as transições de um fóton A(1), A(3), nos quais espera-se observar o bloqueio de um único fóton, também não são mínimos, assim como no parágrafo anterior para a transição E(3). Naquela primeira situação utilizamos $g_0 = 8\kappa$, de maneira que a influência do estado $|2, \pm\rangle$ ($|\Psi_2^{\pm}\rangle$) impede a observação do bloqueio de um único fóton eficientemente, enquanto que no caso de dois fótons acima é a influência dos estados $|\Psi_1^{(+)}\rangle$ e $|\Psi_1^{(0)}\rangle$ que impedem o mecanismo de bloqueio.

Antes de continuarmos com a análise da Figura 4.9 vamos fazer uma breve reflexão sobre os resultados descritos até agora. Provavelmente o leitor, assim como nós fizemos, deve estar se questionando sobre alguns pontos intrigantes com respeito à estatística de fótons e a população dos estados vestidos do sistema

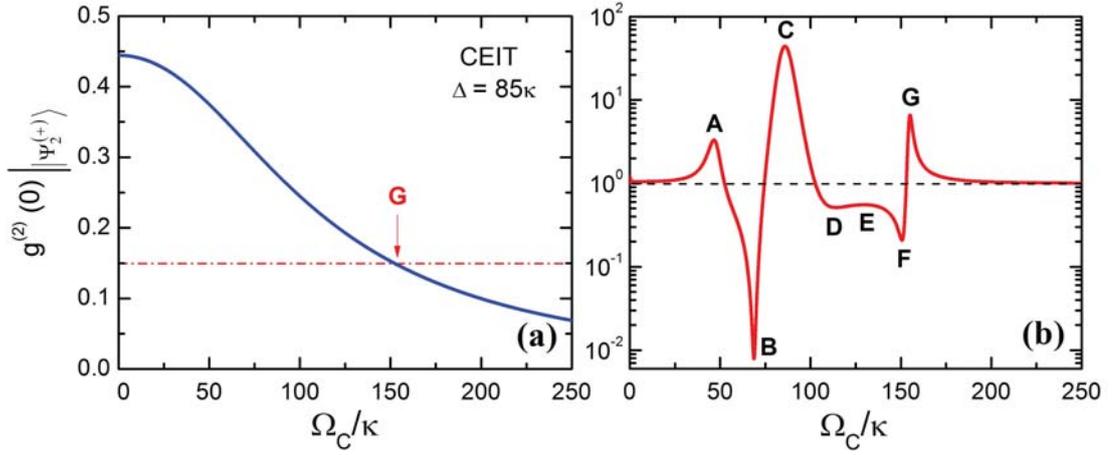


FIGURA 4.11: **(a)** Função de correlação $g^{(2)}(0)$ vs. Ω_C/κ aplicada ao autoestado $|\Psi_2^{(+)}\rangle$ do sistema CEIT para os mesmos parâmetros da Figura 4.7 e $\Delta_P = 85\kappa$. O valor de $g^{(2)}(0)$ para a condição ideal de bloqueio de dois fótons supondo que toda população excitada do sistema está concentrada em $|\Psi_2^{(+)}\rangle$, é destacada pela linha horizontal tracejada pontilhada no ponto G sendo dada por $g^{(2)}(0) \approx 0,15$. **(b)** Correlação $g^{(2)}(0)$ vs. Ω_C/κ para $\Delta_P = 85\kappa$, apresentada na Figura 4.9(a), mostrando os pontos A, B, C, D, E, F e G para os quais são calculados a correlação $g^{(2)}(\tau)$ na Figura 4.13 para verificar em que situações temos fóton *bunching* e *anti-bunching*.

tais como: Por que campo sub-poissonianos é esperado quando um processo de dois fótons como o descrito pela transição E(3) é estimulado, uma vez que temos a absorção de dois fótons? E por que o estado $|\Psi_1^{(+)}\rangle$ permanece tão populado mesmo quando este é estimulado muito fora da ressonância como no caso da transição E(3), em que o estado $|\Psi_2^{(+)}\rangle$ é estimulado ressonantemente?

Para responder a primeira pergunta é instrutivo utilizarmos os estados de Fock $|n\rangle$ do campo da cavidade, responsáveis por descreverem processos de n fótons. No caso do sistema CEIT, temos os estados vestidos $|\Psi_n^{(\pm)}\rangle$ os quais também levam em conta a contribuição do átomo. De toda forma os operadores \hat{a}, \hat{a}^\dagger da função $g^{(2)}(0)$ operam apenas nos estados do campo do produto tensorial átomo-campo, de modo que nossa explicação pode ser feita através dos estados de número $|n\rangle$ sem perda de generalidade. Considerando a Eq.(4.2) para os estados $|n\rangle$, para $n = 1, 2, 3$, os quais $\Delta\hat{n}^2 = 0$, mostramos na Figura 4.12(a) os valores de $g^{(2)}(0)$ para cada caso e os possíveis decaimentos, emissão de um (linha sólida) e dois (linha tracejada) fótons, do estado $|n\rangle$ para o estado fundamental $|0\rangle$.

Para observação de contagens simultâneas de fótons nos dois detectores

do interferômetro de Hanbury Brown Twiss é necessário que o emissor de fótons (átomo-cavidade) emita dois fótons simultaneamente. Para o estado de um fóton $|1\rangle$ essa probabilidade é zero e portanto $g^{(2)}(0) = 0$, como observado nas Figuras 4.7(a) e 4.9(a) para as transições A(1) e A(3). Já para o estado de dois fótons $|2\rangle$ essa probabilidade é aumentada para 50% ($g^{(2)}(0) = 1/2$), pois além da emissão simultânea de dois fótons o sistema pode emitir um fóton por vez através do estado $|1\rangle$ até atingir o estado fundamental $|0\rangle$, veja Figura 4.12(a). Para o sistema de dois níveis obtemos quase o mesmo valor, $g^{(2)}(0) = 0,44$ Figura 4.11(a), enquanto que para o sistema CEIT essa probabilidade é ainda menor, $g^{(2)}(0) = 0,15$. As menores probabilidades são devido a anarmonicidade dos autoestados átomo-campo, o que dificulta muito o estímulo de dois fótons. Como vimos no Capítulo 2 os estados da cavidade são igualmente espaçados apresentando uma disposição harmônica de níveis. Para o estado de três fótons $|3\rangle$ a probabilidade de emissão simultânea de dois fótons é maior $g^{(2)}(0) = 2/3$, ou seja, de três possibilidades de decaimento duas podem se realizar através de dois fótons simultaneamente e assim por diante. Por esta razão é possível observar $g^{(2)}(0) < 1$ mesmo para processos de transição de $n > 1$ fótons.

A segunda pergunta já foi respondida no decorrer desse trabalho e no parágrafo anterior. A anarmonicidade da escada de níveis do sistema CEIT favorece a população dos níveis correspondentes aos modos normais $|\Psi_1^{(\pm)}\rangle$ dificultando o estímulo de outros, de tal forma que estes níveis sempre estão populados. Na Figura 4.12(b) foi feito o ajuste de duas Lorentzianas correspondentes aos picos de transmissão dos autoestados $|\Psi_1^{(+)}\rangle$ e $|\Psi_2^{(+)}\rangle$ para um conjunto de parâmetros arbitrários. Note que o máximo do pico de $|\Psi_2^{(+)}\rangle$ apresenta praticamente a mesma intensidade da “cauda” da lorentziana correspondente ao estado $|\Psi_1^{(+)}\rangle$. Isso justifica porque campo super-poissoniano é observado quando estimulamos a transição $|\Psi_2^{(+)}\rangle$ ressonantemente. Como vimos na Figura 4.9, além do estado $|\Psi_1^{(+)}\rangle$, o respectivo estado escuro $|\Psi_1^{(0)}\rangle$ permanece significativamente populado, com ambos adicionando ruídos à estatística produzida pela transição $|\Psi_0^{(0)}\rangle \leftrightarrow |\Psi_2^{(+)}\rangle$ fazendo com que $g^{(2)}(0) > 1$.

Mesmo com o obstáculo da anarmonicidade dos níveis de energia, o aumento do espaçamento em frequência entre os estados $|\Psi_1^{(+)}\rangle$ e $|\Psi_2^{(+)}\rangle$ através

de Ω_C é tão eficiente no sistema CEIT que é possível observar o fenômeno de bloqueio de dois fótons. Para se ter ideia da dificuldade de excitação da transição de dois fótons, a anarmonicidade do espectro de energia do sistema átomo-cavidade descrito pelo modelo de Jaynes-Cummings para um único átomo só foi observada experimentalmente em 2008, pelo estímulo da transição $|0, g\rangle \leftrightarrow |2, +\rangle$ de átomos individuais aprisionados em uma cavidade óptica de alta qualidade [64]. A evidência direta da quantização do campo na cavidade foi fornecida por Serge Haroche em 1996 ao observar oscilações de Rabi escaladas por \sqrt{n} para um sistema composto de átomos circulares de Rydberg armazenados em uma cavidade de alta qualidade [119].

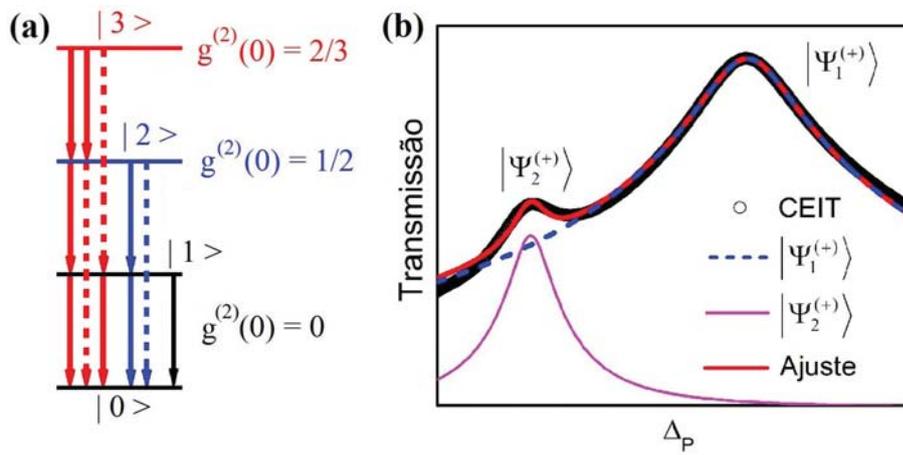


FIGURA 4.12: (a) Diagrama de níveis da cavidade mostrando que é possível observar $g^{(2)}(0) < 1$ mesmo para processos com dois ou mais fótons. As setas contínuas indicam emissão de um único fóton e as setas tracejadas indicam a emissão de dois fótons simultaneamente. (b) Ajuste de duas Lorentzianas cujos picos correspondem às ressonâncias $|\Psi_0^{(0)}\rangle \leftrightarrow |\Psi_1^{(+)}\rangle$ e $|\Psi_0^{(0)}\rangle \leftrightarrow |\Psi_2^{(+)}\rangle$ do espectro de transmissão do sistema CEIT para um conjunto de parâmetros arbitrário, mostrando a grande influência do modo normal $|\Psi_1^{(+)}\rangle$ no estado $|\Psi_2^{(+)}\rangle$ devido a anarmonicidade dos estados vestidos átomo-cavidade.

Continuando com nossa análise, outra característica muito interessante do controle óptico é o platô sub-poissoniano entre o segundo e terceiro picos super-poissonianos da Figura 4.9(a). A população dos autoestados da Figura 4.9(b) mostram claramente que o platô começa a se formar quando a contribuição do estado escuro $|\Psi_1^{(0)}\rangle$ torna-se maior que a do estado $|\Psi_1^{(+)}\rangle$, responsável pelo bloqueio de um único fóton. Como os estados escuros produzem campos coerentes, cavidade vazia, $g^{(2)}(0) \rightarrow 1$ assintoticamente, uma vez que a população de $|\Psi_1^{(0)}\rangle$

permanece constante enquanto que as populações de $|\Psi_1^{(+)}\rangle$ e $|\Psi_2^{(+)}\rangle$ decrescem. Quando a ressonância de dois fótons $|\Psi_2^{(+)}\rangle$ é estimulada pela frequência do campo de prova, $g^{(2)}(0)$ decresce novamente devido ao bloqueio de dois fótons, contribuindo para a formação do platô. Isso é melhor evidenciado para $\Delta_P = 100\kappa$ em que há a formação de um platô maior. Note a importância da escolha do valor da dessintonia Δ_P para um determinado conjunto de parâmetros. No caso da Figura 4.9 não é possível observar o ressurgimento de campo sub-poissoniano $g^{(2)}(0) < 1$ para $\Delta_P < 70\kappa$. A formação de um platô sub-poissoniano é muito interessante porque pode ser útil para aumentar a região de trabalho de um dispositivo de produção de campos quânticos, sendo extremamente promissor para o desenvolvimento de uma fonte de fótons individuais estável. Este é um dos principais desafios para obtenção de simuladores fotônicos quânticos [120].

Para verificar em que situações os campos sub-poissonianos e super-poissonianos apresentam fóton *bunching* e *anti-bunching* no controle óptico do sistema CEIT calculamos a função de correlação $g^{(2)}(\tau)$ (Figura 4.13) para os valores de Ω_C dados pelos pontos A, B, C, D, E, F e G de $g^{(2)}(0)$ para $\Delta_P = 85\kappa$ da Figura 4.11(b). Para os fenômenos de bloqueio de um e dois fótons, pontos B e F, e para a região do platô, pontos D e E, temos fóton *anti-bunching* já que $g^{(2)}(0) < g^{(2)}(\tau)$. Para a região entre as ressonâncias $|\Psi_0^{(0)}\rangle \leftrightarrow |\Psi_1^{(+)}\rangle$ e $|\Psi_0^{(0)}\rangle \leftrightarrow |\Psi_2^{(+)}\rangle$, ponto C, observa-se fóton *bunching*, pois $g^{(2)}(0) > g^{(2)}(\tau)$. Essa última desigualdade é violada para os campos super-poissonianos dos pontos A e G, evidenciado pelas linhas horizontais tracejadas pontilhadas dos gráficos para A e G da Figura 4.13, reforçando ainda mais o fato de que luz quântica pode ser produzida para $g^{(2)}(0) > 1$. Esses resultados mostram que estatística super-poissoniana não implica a ocorrência de fóton *bunching* isoladamente, pois este pode ser acompanhado de fóton *anti-bunching* e que $g^{(2)}(0) > 1$ não pode ser considerado como um critério de classicalidade do campo sendo necessário analisar o comportamento de $g^{(2)}(\tau)$. Essa é uma situação oposta à observada na Figura 4.5 da seção anterior.

As funções de correlação da Figura 4.13 são muito úteis para estimarmos o espectro de frequências do sistema para cada valor de Ω_C , uma vez que é possível identificar inúmeras oscilações em $g^{(2)}(\tau)$ com diferentes frequências. Estas foram

calculadas através da transformada de Fourier (FFT - *Fast Fourier Transform*) de $g^{(2)}(\tau)$, considerando $\kappa/2\pi = 1,5\text{MHz}$. O espectro de frequências é apresentado à direita no último gráfico da Figura 4.13 para os valores de Ω_C correspondentes aos pontos D, E e F situados na região do platô de $g^{(2)}(0)$ da Figura 4.11 para $\Delta_P/2\pi = 85 \times 1,5 = 127,5\text{MHz}$. Nos pontos D e F é possível identificar frequências de Rabi do vácuo efetivas, $g_{ef}^{(1)}$ e $g_{ef}^{(2)}$, correspondentes aos autoestados $|\Psi_1^{(+)}\rangle$ e $|\Psi_2^{(+)}\rangle$, e também a frequência de batimento entre o campo de prova e da cavidade $\Delta_P/2\pi$ correspondente aos estados escuros, cavidade vazia. Na figura não incluímos as frequências $g_{ef}^{(2)}$ para não deixar a figura muito confusa, mas estas correspondem aos mínimos acentuados do espectro. Na região central do platô, ponto E, a principal contribuição é devido ao batimento $\Delta_P/2\pi$, caracterizado pelo estado escuro $|\Psi_1^{(0)}\rangle$ confirmando a explicação anterior. O reconhecimento de várias frequências do sistema CEIT a partir da FFT é eficiente apenas quando o sistema está no regime de acoplamento átomo-campo forte.

4.3.1 Parâmetros Experimentais

Nas seções anteriores mostramos que o fenômeno de bloqueio de dois fótons aparece para um acoplamento átomo-campo muito forte $g_0 = 50\kappa$. Como já discutido o parâmetro chave para observação deste fenômeno não é apenas g_0 . Mesmo este sendo essencial vimos que é necessário ajustar a dessintonia prova-cavidade Δ_P para cada conjunto de parâmetros do sistema CEIT. Na Figura 4.14(a) mostramos o controle óptico do sistema, como o apresentado na Figura 4.9, utilizando parâmetros experimentais obtidos em experimentos recentes de eletrodinâmica quântica de cavidades, $(g_0, \kappa, \Gamma_{ij})/2\pi = (12; 1, 5; 1, 5)\text{MHz}$ [121], ou $g_0 = 8\kappa$ e $\Gamma_{ij} = \kappa$.

Este resultado mostra que a eficiência do sistema CEIT para o controle óptico da estatística do campo transmitido é inquestionável, deixando evidente a viabilidade de um possível dispositivo de controle utilizando tecnologia atual. O gráfico da Figura 4.14(a) mostra claramente a influência do parâmetro Δ_P para observação do bloqueio de dois fótons. Na Figura 4.14(b) mostramos a função de correlação $g^{(2)}(\tau)$ para $\Omega_C = 0,5\kappa$, assinalado pela seta em 4.14(a) e caracterizado

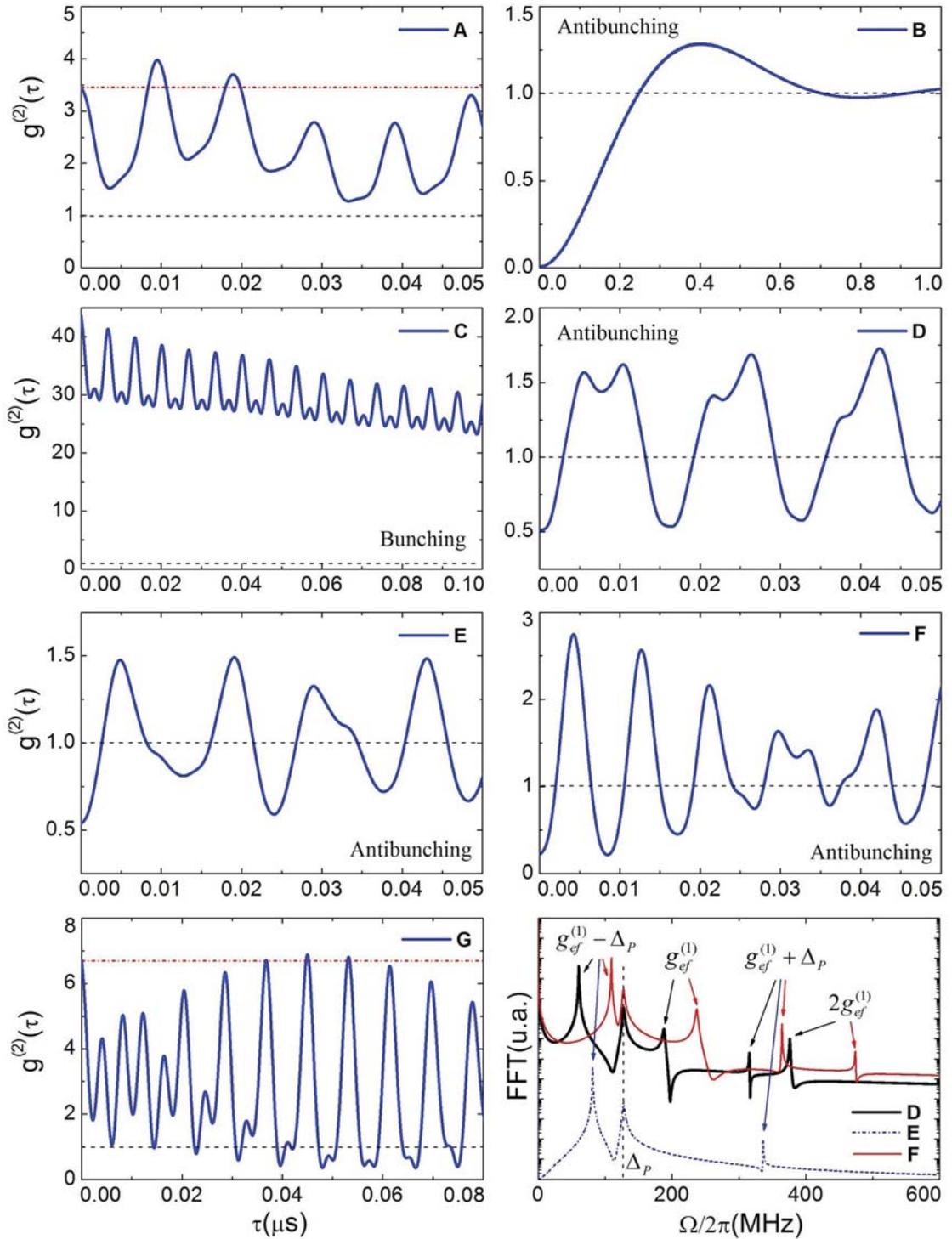


FIGURA 4.13: Função de correlação $g^{(2)}(\tau)$ para os valores de Ω_C dados pelos pontos A, B, C, D, E, F e G de $g^{(2)}(0)$ para $\Delta_P = 85\kappa$ da Figura 4.11. O último gráfico à direita mostra a transformada de Fourier (FFT) das funções de correlação dos pontos D, E e F situados na região do platô.

por um pico super-poissoniano para todos os valores de Δ_P . Este ponto equivale à transição C(3) da Figura 4.9, ponto A da figura anterior. Analogamente a esse, a desigualdade de Cauchy-Schwartz para a condição de fóton *bunching* também é violada, área sombreada. Note que para o conjunto de parâmetros experimentais fica ainda mais evidente a possibilidade de produção de luz quântica para $g^{(2)}(0) > 1$.

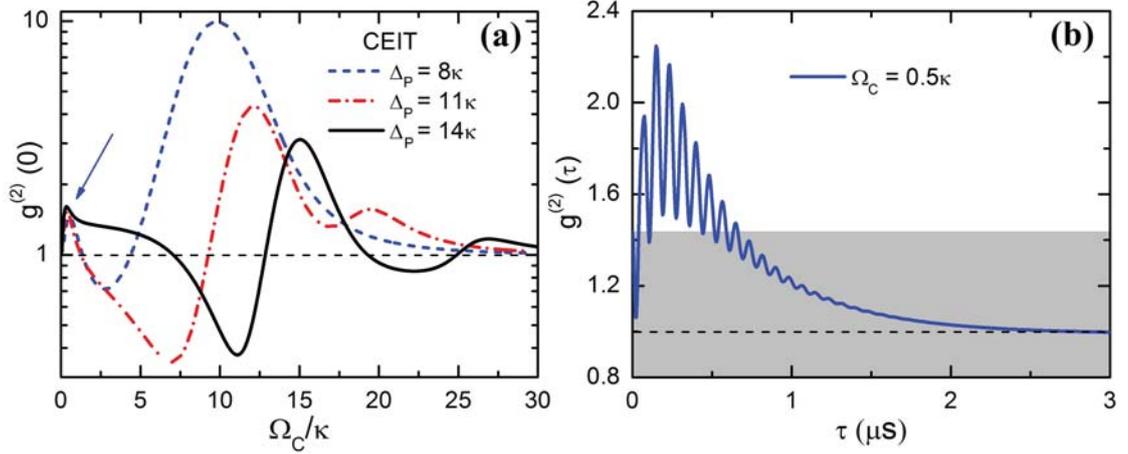


FIGURA 4.14: (a) Função de correlação $g^{(2)}(0)$ vs. Ω_C/κ para o sistema CEIT utilizando o conjunto de parâmetros experimentais $g_0 = 8\kappa$, $\varepsilon = 1\kappa$ e $\Gamma_{31} = \Gamma_{32} = 1\kappa$ [121] para diferentes dessintonias prova-cavidade Δ_P . (b) Função de correlação $g^{(2)}(\tau)$ para $\Omega_C = 0,5\kappa$ e $\Delta_P = 8\kappa$, assinalado pela seta em (a), mostrando a violação da desigualdade de Cauchy-Schwartz para a condição de fóton *bunching*, área sombreada.

Finalizamos a seção mostrando na Figura 4.15 a transformada de Fourier FFT de $g^{(2)}(\tau)$ da Figura 4.14(b), em que $\Delta_P = g_0 = 8\kappa$, e comparamos o resultado com o sistema de dois níveis para o mesmo conjunto de parâmetros. Note que para este último é possível identificar as oscilações de Rabi do vácuo $2g_0$ e $2\sqrt{2}g_0$, referentes às ressonâncias $|1, \pm\rangle$ e $|2, \pm\rangle$, enquanto que para o sistema CEIT observamos apenas a contribuição dos modos normais $|\Psi_1^{(\pm)}\rangle$ dada por $2g_{ef}^{(1)} \approx 2g_0$, uma vez que $\Omega_C = 0,5\kappa$. A contribuição dos estados escuros impedem a resolução da frequência $2g_{ef}^{(2)}$ para esse conjunto de parâmetros. Essa comparação é interessante porque mostra que a frequência de batimento $\Delta_P/2\pi$, relacionada aos estados escuros (cavidade vazia, curva tracejada), não é observada no sistema de dois níveis, como esperado. Por outro lado observamos uma outra frequência dada por $\sqrt{2}\varepsilon$ descrita como oscilação de super Rabi [121] e que aparece quando os estados vestidos $|1, \pm\rangle$ são estimulados ressonantemente,

ou seja, $\Delta_P = \pm g_0$, como ilustrado na Figura 4.15(b) para $\Delta_P = -g_0$.

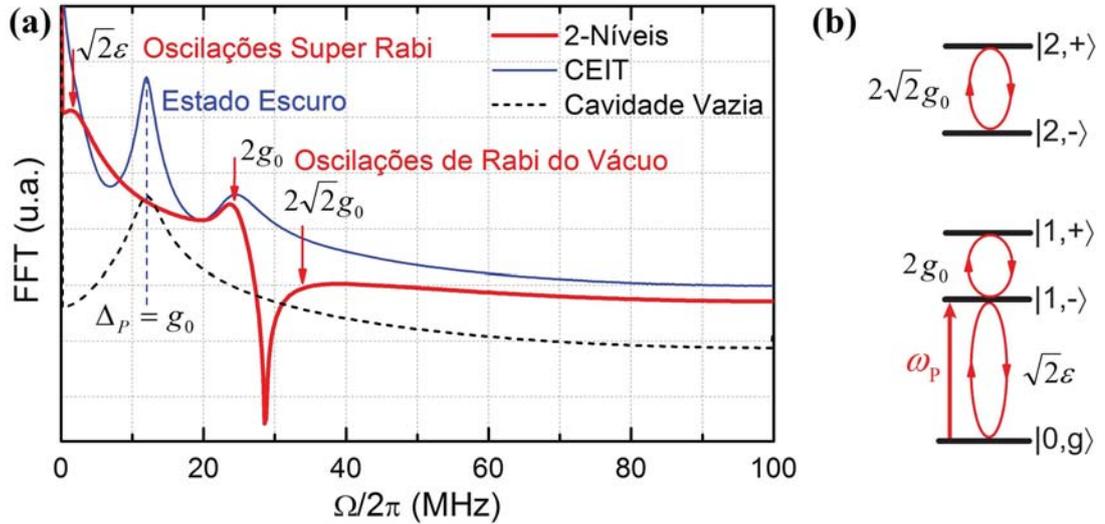


FIGURA 4.15: (a) Transformada de Fourier (FFT) da função de correlação $g^{(2)}(\tau)$ do sistema de dois níveis e CEIT para os parâmetros da Figura 4.14. (b) Diagrama de níveis do sistema átomo-campo ilustrando as oscilações identificadas por meio da FFT em (a) para o sistema de dois níveis.

4.4 Transistor Quântico

Várias propostas para a implementação de um transistor que operasse sob as leis da mecânica quântica tem sido desenvolvidas baseadas em biestabilidade óptica [80], “*laser gain*” [122], no controle óptico de interruptores (“*switches*”) de luz através de moléculas individuais [31] e cristais iônicos de Coulomb [123], pontos quânticos [124] ou sistemas atômicos [125]. Praticamente todas estas propostas apresentam limitações no que concerne a função de *switch* ou na performance de portas lógicas básicas.

Em 2010 foi demonstrado experimentalmente que um único átomo aprisionado dentro de uma cavidade óptica na configuração de CEIT se comporta como um transistor óptico quântico com a habilidade de controlar coerentemente a transmissão de luz da cavidade [32]. O mecanismo de *switch* desse dispositivo é mostrado na Figura 4.16(a). Considerando o espectro de transmissão do sistema átomo-cavidade de dois níveis a transmissão para o caso ressonante $\Delta_P = 0$ é nula. Quando o campo de controle é acionado acoplando a transição $|2\rangle \leftrightarrow |3\rangle$

tem-se a formação de estados escuros e conseqüentemente $T = 1$ neste ponto. Portanto obtém-se um *switch* óptico com contraste de praticamente 100%, dado pelo campo de prova incidente, entre os estados OFF - 0 e o estado ON - 1. Experimentalmente o contraste obtido foi de 20%, por não ter sido possível estabelecer um acoplamento átomo-campo efetivo forte. De qualquer forma, essa função de *switch* pode ser estabelecida semiclassicamente com um ou vários átomos, tratando o campo da cavidade classicamente como discutido no Capítulo 3, de modo que mesmo para o experimento com um átomo o campo transmitido é coerente e portanto clássico. Logo as características quânticas do transistor proposto são baseadas apenas no átomo da mesma forma que o transistor óptico proposto na Seção 3.4. Na verdade essa função de *switch* pode ser obtida mesmo para o caso da EIT no espaço livre discutido no Capítulo 2, Figura 2.7(c).

Para um dispositivo inteiramente quântico espera-se que o mesmo seja capaz de controlar propriedades quânticas como as flutuações do campo de prova incidente as quais podem dar origem à fenômenos quânticos como bloqueio de um ou dois fótons e conseqüentemente fóton *anti-bunching*. Na Figura 4.16(b) mostramos a função de correlação $g^{(2)}(0)$ em função do tempo utilizando os mesmos parâmetros da Seção 4.3. O campo de prova incidente é um campo coerente $g^{(2)}(0) = 1$, linha tracejada. Dependendo da frequência de Rabi do campo de controle Ω_C podemos mudar a estatística do campo transmitido para sub-poissoniana $g^{(2)}(0) < 1$, luz quântica, ou super-poissoniana $g^{(2)}(0) > 1$, a qual pode ser clássica ou quântica. O interessante é que conseguimos estabelecer a função de *switch* abaixo ou acima do campo coerente (“*shot noise*”). Este poderia ser um passo importante para obtenção de um transistor quântico no sentido de amplificação ou atenuação de uma propriedade quântica do sistema.

Geralmente a comunidade científica pensa em um transistor quântico como um dispositivo que possa controlar o fluxo de estados de fótons $|n\rangle$ através da cavidade, assim como um transistor eletrônico controla o fluxo de elétrons. Pretendemos estender a análise do sistema CEIT considerando configurações em que ambos os campos de prova e de controle sejam quantizados para verificar se é possível estabelecer a função de *switch* óptico utilizando estados de fótons individuais. Nosso dispositivo pode ser considerado como um novo conceito de

transistor quântico uma vez que o seu mecanismo de funcionamento vai além da substituição de um feixe de elétrons por um de fótons.

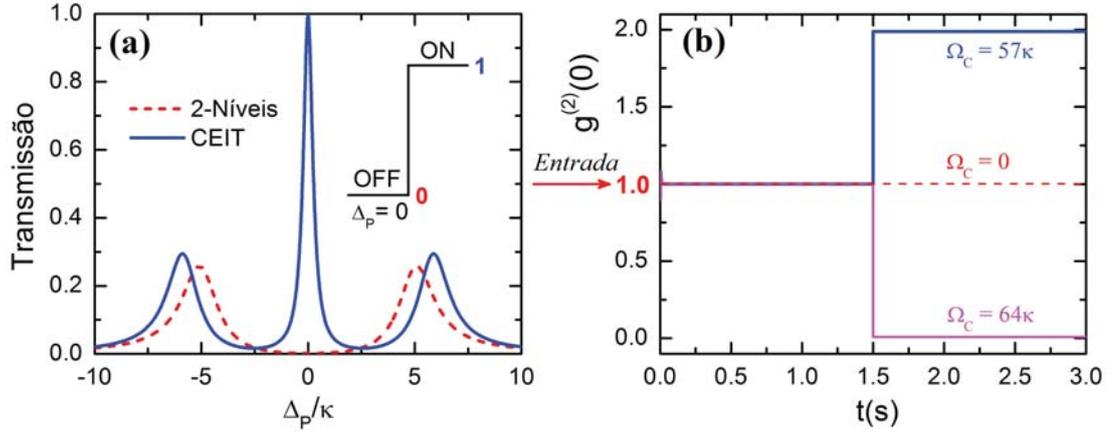


FIGURA 4.16: (a) Transmissão do sistema átomo-campo de dois níveis e CEIT ilustrando o mecanismo de *switch* obtido em $\Delta_P = 0$. Para o sistema de dois níveis tem-se $T = 0$, estado OFF. Quando o campo de controle é acionado acoplando a transição $|2\rangle \leftrightarrow |3\rangle$ tem-se a formação de estados escuros e consequentemente $T = 1$ neste ponto. Os parâmetros utilizados foram $g_0 = 5\kappa$, $\varepsilon = \sqrt{0,01}\kappa$, $\Gamma_{ij} = \kappa$ e $\gamma_j = 0$. (b) Efeito da evolução temporal da função de correlação $g^{(2)}(0)$ do sistema CEIT quando a frequência de Rabi do campo de controle é acionada em $t = 1,5$ s, mostrando que o sistema apresenta a função de *switch* para a estatística do campo transmitido, podendo-se acionar luz sub- ou super-poissoniana a partir do campo poissoniano coerente, dependendo dos valores de Ω_C . Os parâmetros utilizados são os mesmos da Figura 4.7 para $\Delta_P = 85\kappa$, sendo $g_0 = 50\kappa$, $\varepsilon = 1\kappa$ e $\Gamma_{31} = \Gamma_{32} = 0,1\kappa$.

É importante salientar que a configuração ou funcionamento de dispositivos ópticos ou quânticos não precisam necessariamente imitar as funções de dispositivos eletrônicos. Os componentes e funções de um computador eletrônico, por exemplo, não imitam as funções de dispositivos de cálculo mecânicos. Para o desenvolvimento da computação quântica algumas questões relacionadas à funcionalidade de um transistor quântico tem, em particular, nos intrigado tais como: Os transistores quânticos, da maneira que os imaginamos, seriam realmente a base de funcionamento de computadores quânticos como no caso de computadores eletrônicos? Talvez a pergunta certa a se fazer seja: Que tipo de função um transistor quântico desempenharia em um computador quântico? Como os princípios da computação e processamento de informação quânticas estão alicerçados nas ideias e conceitos mais fundamentais da mecânica quântica, estes envolvem trabalhos experimentais e teóricos de todas as áreas da física,

desde óptica quântica e física atômica a dispositivos de estado sólido, de modo que para responder estas e outras perguntas muito trabalho ainda precisa ser realizado.

4.5 Conclusões

Mostramos que a combinação do fenômeno de transparência eletromagneticamente induzida para um único átomo fortemente acoplado a um modo do campo de uma cavidade óptica linear apresenta características singulares no que concerne o controle de propriedades quânticas como as flutuações do campo de prova. Demonstramos que a partir das funções de correlação $g^{(2)}(0)$ e $g^{(2)}(\tau)$ é possível identificar um espectro de transições de fótons mais rico que o obtido pela transmissão do sistema átomo-campo nos permitindo entender melhor os fenômenos de fóton *bunching* e *anti-bunching*.

O sistema CEIT se mostra bastante vantajoso com relação ao sistema de dois níveis, pois possui a habilidade de controlar opticamente fenômenos tipicamente quânticos como o bloqueio de fótons, nos permitindo monitorar a escada anarmônica dos estados vestidos do sistema de tal forma que bloqueio de dois fótons também é observado. Isso se dá pela influência do campo de controle no sistema átomo-campo o qual conduz a um maior espaçamento em frequência dos autoestados CEIT proporcionando uma melhor resolução das transições de fótons do sistema. A partir das características e funcionalidades discutidas no decorrer deste capítulo, aplicações para o desenvolvimento de dispositivos quânticos de controle podem ser exploradas tais como, a construção de uma fonte estável de fótons individuais e um possível transistor quântico capaz de amplificar e atenuar os ruídos do campo transmitido.

Apêndice A

Hamiltoniano de Jaynes-Cummings em um Referencial Girante

Existem diferentes métodos de representar a evolução temporal de um microsistema em mecânica quântica. Esses métodos correspondem a diferentes formas de representar as equações de movimento do sistema e são descritos usualmente através de três tipos:

▷ *Representação de Schrödinger* - a evolução temporal do sistema é dada pela evolução das amplitudes dos estados do referido sistema, enquanto que os operadores permanecem os mesmos para qualquer tempo posterior t .

▷ *Representação de Heisenberg* - a evolução temporal do sistema é caracterizada agora pela evolução dos operadores hermitianos do mesmo, sendo as amplitudes dos estados tratadas independentemente do tempo.

▷ *Representação de Interação ou de Dirac* - Nesta representação a evolução temporal do sistema se dá entre as representações de Schrödinger e Heisenberg. Mostraremos neste apêndice quando essa representação é conveniente e sua utilidade para eliminar a dependência temporal do Hamiltoniano total dos sistemas que estamos estudando.

É importante deixar claro que a diferença entre esses três tipos de re-

apresentação é de natureza estritamente matemática, fazendo com que a escolha de uma ou outra possua fins apenas práticos. Usualmente a representação de Schrödinger é a mais conveniente.

Pelas Eqs.(2.7) e (2.11) vemos que o hamiltoniano total do sistema, descrito na representação de Schrödinger, é dado por

$$\hat{H} = \hbar\omega_0\hat{\sigma}_{ee} + \hbar\omega_{cav}\hat{a}^\dagger\hat{a} + \hbar g_0 (\hat{a}\hat{\sigma}_{eg} + \hat{a}^\dagger\hat{\sigma}_{ge}) + \hbar\varepsilon (\hat{a}e^{i\omega_P t} + \hat{a}^\dagger e^{-i\omega_P t}), \quad (\text{A.1})$$

o qual pode ser escrito separadamente como

$$\hat{H} = \hat{H}_0 + \hat{H}_1(t) \quad (\text{A.2})$$

O termo \hat{H}_0 representa o hamiltoniano da cavidade e do átomo sozinhos e $\hat{H}_1(t)$ descreve a interação do sistema átomo-campo, dado pelo termo g_0 , adicionado ao bombeio na cavidade dado pelo termo ε . Nos casos em que \hat{H} pode ser escrito como (A.2) é conveniente utilizar a representação de interação introduzida por Dirac.

A amplitude do estado $|\Psi(t)\rangle$, na representação de interação, é expressa através da amplitude do estado $|\varphi(t)\rangle$, na representação de Schrödinger, da seguinte forma:

$$|\Psi(t)\rangle = e^{\frac{i}{\hbar}\hat{H}_0(t-t_0)} |\varphi(t)\rangle. \quad (\text{A.3})$$

O operador dado pela exponencial é um operador unitário que transforma o estado de uma representação em outra, de modo que a forma de um operador $\hat{L}_I(t)$ na representação de interação é dado por

$$\hat{L}_I(t) = e^{\frac{i}{\hbar}\hat{H}_0(t-t_0)} \hat{L} e^{-\frac{i}{\hbar}\hat{H}_0(t-t_0)} = \hat{U}_0^\dagger(t, t_0) \hat{L} \hat{U}_0(t, t_0). \quad (\text{A.4})$$

Note que estamos utilizando apenas a componente \hat{H}_0 do hamiltoniano total (A.2). Derivando (A.3) em relação ao tempo obtém-se

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} |\Psi(t)\rangle = -H_0 |\Psi(t)\rangle + i\hbar e^{\frac{i}{\hbar}\hat{H}_0(t-t_0)} \frac{\partial}{\partial t} |\varphi(t)\rangle. \quad (\text{A.5})$$

O estado $|\varphi(t)\rangle$ obedece a equação de movimento na representação de Schrödinger, ou seja,

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} |\varphi(t)\rangle = [\hat{H}_0 + \hat{H}_1(t)] |\varphi(t)\rangle. \quad (\text{A.6})$$

Combinando os resultados (A.3), (A.5) e (A.6) obtemos as equações de movimento na representação de interação

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} |\Psi(t)\rangle = \hat{H}_1^I(t) |\Psi(t)\rangle, \quad (\text{A.7a})$$

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \hat{L}_I(t) = [\hat{L}_I(t), \hat{H}_0], \quad (\text{A.7b})$$

onde o hamiltoniano $\hat{H}_1^I(t)$ nesta representação é determinado por:

$$\hat{H}_1^I(t) = e^{\frac{i}{\hbar} \hat{H}_0(t-t_0)} \hat{H}_1 e^{-\frac{i}{\hbar} \hat{H}_0(t-t_0)}, \quad (\text{A.8})$$

em acordo com (A.4). Pelas Eqs.(A.7) é fácil ver o porquê da representação de interação estar entre as representações de Schrödinger e Heisenberg. Note que a dependência temporal da amplitude do estado (A.7a) é determinada pelo hamiltoniano de interação $\hat{H}_1^I(t)$, enquanto que a dependência temporal do operador (A.7b) é determinada pelo hamiltoniano \hat{H}_0 . A Eq.(A.7b) é obtida derivando-se (A.4) com relação ao tempo, lembrando que $\partial \hat{L} / \partial t = 0$ na representação de Schrödinger.

Aplicando os passos acima e a relação de Campbell-Baker-Hausdorff $e^{\hat{B}} \hat{A} e^{-\hat{B}} = \hat{A} + [\hat{B}, \hat{A}] + \frac{1}{2!} [\hat{B}, [\hat{B}, \hat{A}]] + \frac{1}{3!} [\hat{B}, [\hat{B}, [\hat{B}, \hat{A}]]] + \dots$, o Hamiltoniano na representação de interação referente a (A.1) é descrito por,

$$\hat{H}_1^I = \hbar g_0 \hat{a} \hat{\sigma}_{eg} e^{i\Delta_0 t} + \hbar \varepsilon \hat{a} e^{i\Delta_P t} + H.c., \quad (\text{A.9})$$

sendo $H.c.$ o hermitiano conjugado, $\Delta_0 = \omega_0 - \omega_{cav}$ e $\Delta_P = \omega_P - \omega_{cav}$. Para eliminar a dependência temporal de (A.9) é necessário encontrar um operador unitário da forma

$$\hat{U}_1 = e^{\frac{i}{\hbar} \hat{A}(t-t_0)}, \quad (\text{A.10})$$

sendo $\hat{A} = \beta \hat{\sigma}_{ee} + \delta \hat{a}^\dagger \hat{a}$, com β e δ a serem determinados de modo que $e^{i\Delta_j t} = 1$. Seguindo os mesmos passos a partir de (A.3) mostra-se facilmente que $\beta = \Delta = \omega_0 - \omega_P$ e $\delta = \Delta_P$. Logo, o hamiltoniano independente do tempo, $\hat{H}_G = \hat{U}_1^\dagger \hat{H}_1^I \hat{U}_1 - \hat{A}$, do sistema átomo-campo com bombeio é descrito por

$$\hat{H}_G = \hat{H} = \hbar \Delta \hat{\sigma}_{ee} - \hbar \Delta_P \hat{a}^\dagger \hat{a} + \hbar g_0 (\hat{a} \hat{\sigma}_{eg} + \hat{a}^\dagger \hat{\sigma}_{ge}) + \hbar \varepsilon (\hat{a} + \hat{a}^\dagger), \quad (\text{A.11})$$

como mostrado na Eq.(2.12). O interessante de se utilizar a representação de interação é que podemos obter um operador \hat{A} específico mapeado nos operadores

do átomo e do campo isolados, em vez de utilizarmos $\hat{A} = \hat{H}_0$. Ou seja, se utilizássemos $\hat{A} = \omega_P (\hat{\sigma}_{ee} + \hat{a}^\dagger \hat{a})$ em (A.3) obteríamos (A.11) diretamente sem a necessidade de uma segunda transformação unitária do tipo $\hat{A} = \beta \hat{\sigma}_{ee} + \delta \hat{a}^\dagger \hat{a}$. Como as dessintonias Δ e Δ_P são definidas em relação à frequência do laser de prova ω_P , os operadores unitários \hat{U}_0 e \hat{U}_1 nos permite tratar o sistema no referencial girante do campo de prova.

Apêndice B

Equações de Maxwell-Bloch para o Hamiltoniano com Pulso Temporal

Neste apêndice apresentamos os detalhes da obtenção das equações de Maxwell-Bloch e do Hamiltoniano que descreve o acoplamento átomo-campo com bombeio com um pulso eletromagnético clássico, de frequência de Rabi $h(t)$ e frequência ω_b , atravessando a cavidade em um determinado tempo t_0 e acoplando a transição $|1\rangle \leftrightarrow |3\rangle$ de uma amostra atômica de N átomos de três níveis não interagentes em configuração Λ . Em seguida consideraremos um modelo similar tratando o pulso temporal como um campo quântico acoplando a transição atômica $|2\rangle \leftrightarrow |3\rangle$ com o objetivo de simular um único fóton atravessando o sistema átomo-cavidade.

O hamiltoniano total do primeiro sistema é descrito na representação de Schrödinger por

$$\begin{aligned} \hat{H} = & \hbar\omega_{32}\hat{S}_{22} + \hbar\omega_{31}\hat{S}_{33} + \hbar\omega_{cav}\hat{a}^\dagger\hat{a} \\ & + \hbar \left(g_0\hat{a}\hat{S}_{31} + h(t)\hat{S}_{31}e^{-i\omega_b t} + \Omega_C\hat{S}_{32}e^{-i\omega_C t} + \hbar\varepsilon\hat{a}e^{i\omega_P t} + H.c. \right), \end{aligned} \quad (\text{B.1})$$

sendo \hat{S}_{ij} são os operadores atômicos coletivos como em (3.6). Seguindo o procedimento descrito no Apêndice A e utilizando as transformações unitárias $\hat{U}_0 = e^{\frac{i}{\hbar}\hat{H}_0(t-t_0)}$ e $\hat{U}_1 = e^{\frac{i}{\hbar}\hat{A}(t-t_0)}$, para $\hat{A} = \Delta_P\hat{S}_{11} + (\Delta_1 - \Delta_2)\hat{S}_{22} + \Delta_1\hat{S}_{33} - \Delta_P\hat{a}^\dagger\hat{a}$ com as

dessintonias definidas por $\Delta_P = \omega_P - \omega_{cav}$, $\Delta_1 = \omega_{31} - \omega_{cav}$, $\Delta_2 = (\omega_{31} - \omega_{32}) - \omega_C$, o hamiltoniano independente do tempo em um referencial girante é dado por,

$$\begin{aligned} \hat{H} = & \hbar\Delta_P\hat{S}_{11} + \hbar(\Delta_1 - \Delta_2)\hat{S}_{22} + \hbar\Delta_1\hat{S}_{33} - \hbar\Delta_P\hat{a}^\dagger\hat{a} \\ & + \hbar\left(g_0\hat{a}\hat{S}_{31} + h(t)\hat{S}_{31} + \Omega_C\hat{S}_{32} + \varepsilon\hat{a} + H.c.\right). \end{aligned} \quad (\text{B.2})$$

Como discutido na Seção 3.3 o hamiltoniano acima possui uma dependência temporal paramétrica através de $h(t) = h_0 e^{-\frac{(t-t_0)^2}{2\alpha^2}}$, sendo h_0 o acoplamento átomo-pulso máximo atingido no tempo t_0 e α o desvio padrão de $h(t)$. Utilizando a equação mestra (3.7), a aproximação semiclassica (3.3) válida no regime $(N_0, n_0) \gg 1$ e o fato de $\langle \dot{O} \rangle = Tr(\dot{\rho}O)$ as equações de Maxwell-Bloch do sistema são descritas por

$$\langle \dot{a} \rangle = i(\Delta_P + i\kappa)\langle a \rangle - i\varepsilon^* - ig_0^*\langle S_{13} \rangle, \quad (\text{B.3a})$$

$$\begin{aligned} \langle \dot{S}_{13} \rangle = & i\{(\Delta_P - \Delta_1) + i(\Gamma_{31} + \Gamma_{32} + \gamma_3)\}\langle S_{13} \rangle - i\Omega_C\langle S_{12} \rangle \\ & - ig_0\langle a \rangle\{\langle S_{11} \rangle - \langle S_{33} \rangle\} - ih(t)\{\langle S_{11} \rangle - \langle S_{33} \rangle\}, \end{aligned} \quad (\text{B.3b})$$

$$\begin{aligned} \langle \dot{S}_{12} \rangle = & i(\Delta_P + \Delta_2 - \Delta_1 + i\gamma_2)\langle S_{12} \rangle - i\Omega_C^*\langle S_{13} \rangle + ig_0\langle a \rangle\langle S_{32} \rangle \\ & + ih(t)\langle S_{32} \rangle, \end{aligned} \quad (\text{B.3c})$$

$$\begin{aligned} \langle \dot{S}_{23} \rangle = & i\{-\Delta_2 + i(\Gamma_{31} + \Gamma_{32} + \gamma_2 + \gamma_3)\}\langle S_{23} \rangle - ig_0\langle a \rangle\langle S_{21} \rangle \\ & - ih(t)\langle S_{21} \rangle - i\Omega_C\{\langle S_{22} \rangle - \langle S_{33} \rangle\}, \end{aligned} \quad (\text{B.3d})$$

$$\begin{aligned} \langle \dot{S}_{11} \rangle = & i\{g_0\langle a \rangle\langle S_{31} \rangle - g_0^*\langle a^\dagger \rangle\langle S_{13} \rangle\} + i\{h(t)\langle S_{31} \rangle - h^*(t)\langle S_{13} \rangle\} \\ & + 2\Gamma_{31}\langle S_{33} \rangle, \end{aligned} \quad (\text{B.3e})$$

$$\langle \dot{S}_{22} \rangle = i\{\Omega_C\langle S_{32} \rangle - \Omega_C^*\langle S_{23} \rangle\} + 2\Gamma_{32}\langle S_{33} \rangle, \quad (\text{B.3f})$$

$$\langle \dot{S}_{33} \rangle = -\langle \dot{S}_{11} \rangle - \langle \dot{S}_{22} \rangle. \quad (\text{B.3g})$$

Para obtenção do hamiltoniano e das equações de Maxwell-Bloch para o sistema atômico de dois níveis basta fazer Ω_C , Γ_{32} , γ_2 e Δ_2 iguais a zero, de modo que não exista evolução dos operadores relacionados ao estado atômico $|2\rangle$, ou seja, $\langle \dot{S}_{i2} \rangle = \langle \dot{S}_{2j} \rangle = 0$, $(i, j = 1, 2, 3)$.

Considerando o pulso propagante como um campo quântico acoplando a transição atômica $|2\rangle \leftrightarrow |3\rangle$ dos átomos de três níveis, o hamiltoniano total fica

descrito por

$$\begin{aligned} \hat{H} = & \hbar\omega_{32}\hat{S}_{22} + \hbar\omega_{31}\hat{S}_{33} + \hbar\omega_{cav}\hat{a}^\dagger\hat{a} + \hbar\omega_b\hat{b}^\dagger\hat{b} \\ & + \hbar \left(g_0\hat{a}\hat{S}_{31} + h(t)\hat{b}\hat{S}_{32} + \Omega_C\hat{S}_{32}e^{-i\omega_C t} + \hbar\varepsilon\hat{a}e^{i\omega_P t} + H.c. \right), \end{aligned} \quad (\text{B.4})$$

onde a, a^\dagger e b, b^\dagger são os operadores de aniquilação e criação do campo da cavidade e do campo do pulso, respectivamente. Utilizando as transformações unitárias $\hat{U}_0 = e^{\frac{i}{\hbar}\hat{H}_0(t-t_0)}$ e $\hat{U}_1 = e^{\frac{i}{\hbar}\hat{A}(t-t_0)}$, para $\hat{A} = \Delta_P\hat{S}_{11} + (\Delta_1 - \Delta_2)\hat{S}_{22} + \Delta_1\hat{S}_{33} - \Delta_P\hat{a}^\dagger\hat{a} + (\Delta_2 - \Delta_b)\hat{b}^\dagger\hat{b}$ com dessintonias definidas por $\Delta_1 = \omega_{31} - \omega_{cav}$, $\Delta_2 = (\omega_{31} - \omega_{32}) - \omega_{cav}$, $\Delta_P = \omega_P - \omega_{cav}$, como no caso anterior, e $\Delta_b = (\omega_{31} - \omega_{32}) - \omega_b$, o hamiltoniano independente do tempo é dado por

$$\begin{aligned} \hat{H} = & \hbar\Delta_P\hat{S}_{11} + \hbar(\Delta_1 - \Delta_2)\hat{S}_{22} + \hbar\Delta_1\hat{S}_{33} - \hbar\Delta_P\hat{a}^\dagger\hat{a} + (\Delta_2 - \Delta_b)\hat{b}^\dagger\hat{b} \\ & + \hbar \left(g_0\hat{a}\hat{S}_{31} + h(t)\hat{b}\hat{S}_{32} + \Omega_C\hat{S}_{32} + \varepsilon\hat{a} + H.c. \right). \end{aligned} \quad (\text{B.5})$$

Utilizando o mesmo procedimento anterior a equação de Maxwell-Bloch para o campo da cavidade é idêntica a (B.3a). Como estamos interessados em simular um único fóton atravessando a cavidade $\langle \hat{b}^\dagger\hat{b} \rangle = \langle \hat{n}_b \rangle = 1$. Logo, a evolução coerente de termos como $\langle \hat{b}^\dagger\hat{b}\hat{S}_{ij} \rangle$ ou $\langle \hat{b}\hat{b}^\dagger\hat{S}_{ij} \rangle$, precisam ser levadas em conta, enquanto que os termos do tipo $\langle \hat{b}^n\hat{S}_{ij} \rangle = \langle (\hat{b}^\dagger)^n\hat{S}_{ij} \rangle = 0$ para $n \geq 2$. Diante dessas considerações obtém-se o conjunto finito de equações acopladas de Maxwell-Bloch descritas abaixo para cada operador \hat{S}_{ij} :

▷ Equações para \hat{S}_{12}

$$\begin{aligned} \frac{d\langle S_{12} \rangle}{dt} &= i(\Delta_P + \Delta_2 - \Delta_1 + i\gamma_2) \langle S_{12} \rangle + ig_0 \langle a \rangle \langle S_{32} \rangle - ih^* \langle b^\dagger S_{13} \rangle \\ &\quad - i\Omega_C^* \langle S_{13} \rangle, \end{aligned} \quad (\text{B.6a})$$

$$\begin{aligned} \frac{d\langle bS_{12} \rangle}{dt} &= i(\Delta_P + \Delta_b - \Delta_1 + i\gamma_2) \langle bS_{12} \rangle + ig_0 \langle a \rangle \langle bS_{32} \rangle - ih^* \langle bb^\dagger S_{13} \rangle \\ &\quad - i\Omega_C^* \langle bS_{13} \rangle, \end{aligned} \quad (\text{B.6b})$$

$$\begin{aligned} \frac{d\langle bS_{21} \rangle}{dt} &= -i(\Delta_P - \Delta_b - \Delta_1 + 2\Delta_2 - i\gamma_2) \langle bS_{21} \rangle - ig_0^* \langle a^\dagger \rangle \langle bS_{23} \rangle \\ &\quad + i\Omega_C \langle bS_{31} \rangle, \end{aligned} \quad (\text{B.6c})$$

$$\begin{aligned} \frac{d\langle b^\dagger S_{12} \rangle}{dt} &= i(\Delta_P - \Delta_b - \Delta_1 + 2\Delta_2 + i\gamma_2) \langle b^\dagger S_{12} \rangle + ig_0 \langle a \rangle \langle b^\dagger S_{32} \rangle \\ &\quad - i\Omega_C^* \langle b^\dagger S_{13} \rangle, \end{aligned} \quad (\text{B.6d})$$

$$\begin{aligned} \frac{d\langle b^\dagger S_{21} \rangle}{dt} &= -i(\Delta_P + \Delta_b - \Delta_1 - i\gamma_2) \langle b^\dagger S_{21} \rangle - ig_0^* \langle a^\dagger \rangle \langle b^\dagger S_{23} \rangle \\ &\quad + ih \langle bb^\dagger S_{31} \rangle + i\Omega_C \langle b^\dagger S_{31} \rangle, \end{aligned} \quad (\text{B.6e})$$

$$\begin{aligned} \frac{d\langle b^\dagger bS_{12} \rangle}{dt} &= i(\Delta_P - \Delta_1 + \Delta_2 + i\gamma_2) \langle b^\dagger bS_{12} \rangle + ig_0 \langle a \rangle \langle b^\dagger bS_{32} \rangle \\ &\quad - ih^* \langle b^\dagger S_{13} \rangle - i\Omega_C^* \langle b^\dagger bS_{13} \rangle, \end{aligned} \quad (\text{B.6f})$$

$$\begin{aligned} \frac{d\langle bb^\dagger S_{12} \rangle}{dt} &= i(\Delta_P - \Delta_1 + \Delta_2 + i\gamma_2) \langle bb^\dagger S_{12} \rangle + ig_0 \langle a \rangle \langle bb^\dagger S_{32} \rangle \\ &\quad - 2ih^* \langle b^\dagger S_{13} \rangle - i\Omega_C^* \langle bb^\dagger S_{13} \rangle, \end{aligned} \quad (\text{B.6g})$$

$$\begin{aligned} \frac{d\langle b^\dagger bS_{21} \rangle}{dt} &= -i(\Delta_P - \Delta_1 + \Delta_2 - i\gamma_2) \langle b^\dagger bS_{21} \rangle - ig_0^* \langle a^\dagger \rangle \langle b^\dagger bS_{23} \rangle \\ &\quad + ih \langle bS_{31} \rangle + i\Omega_C \langle b^\dagger bS_{31} \rangle, \end{aligned} \quad (\text{B.6h})$$

$$\begin{aligned} \frac{d\langle bb^\dagger S_{21} \rangle}{dt} &= -i(\Delta_P - \Delta_1 + \Delta_2 - i\gamma_2) \langle bb^\dagger S_{21} \rangle - ig_0^* \langle a^\dagger \rangle \langle bb^\dagger S_{23} \rangle \\ &\quad + 2ih \langle bS_{31} \rangle + i\Omega_C \langle bb^\dagger S_{31} \rangle. \end{aligned} \quad (\text{B.6i})$$

▷ Equações para \hat{S}_{13}

$$\begin{aligned} \frac{d\langle S_{13} \rangle}{dt} &= i \{ \Delta_P - \Delta_1 + i(\Gamma_{31} + \Gamma_{32} + \gamma_3) \} \langle S_{13} \rangle - ig_0 \langle a \rangle \{ \langle S_{11} \rangle - \langle S_{33} \rangle \} \\ &\quad - ih \langle bS_{12} \rangle - i\Omega_C \langle S_{12} \rangle, \end{aligned} \quad (\text{B.7a})$$

$$\begin{aligned} \frac{d\langle bS_{13} \rangle}{dt} &= i \{ \Delta_P + \Delta_b - \Delta_1 - \Delta_2 + i(\Gamma_{31} + \Gamma_{32} + \gamma_3) \} \langle bS_{13} \rangle \\ &\quad - ig_0 \langle a \rangle \{ \langle bS_{11} \rangle - \langle bS_{33} \rangle \} - i\Omega_C \langle bS_{12} \rangle, \end{aligned} \quad (\text{B.7b})$$

$$\begin{aligned} \frac{d\langle bS_{31} \rangle}{dt} &= -i \{ \Delta_P - \Delta_b - \Delta_1 + \Delta_2 - i(\Gamma_{31} + \Gamma_{32} + \gamma_3) \} \langle bS_{31} \rangle \\ &\quad + ig_0^* \langle a^\dagger \rangle \{ \langle bS_{11} \rangle - \langle bS_{33} \rangle \} + ih^* \langle b^\dagger bS_{21} \rangle + i\Omega_C^* \langle bS_{21} \rangle, \end{aligned} \quad (\text{B.7c})$$

$$\begin{aligned} \frac{d\langle b^\dagger S_{13} \rangle}{dt} &= i \{ \Delta_P - \Delta_b - \Delta_1 + \Delta_2 + i(\Gamma_{31} + \Gamma_{32} + \gamma_3) \} \langle b^\dagger S_{13} \rangle \\ &\quad - ig_0 \langle a \rangle \{ \langle b^\dagger S_{11} \rangle - \langle b^\dagger S_{33} \rangle \} - ih \langle b^\dagger bS_{12} \rangle - i\Omega_C \langle b^\dagger S_{12} \rangle, \end{aligned} \quad (\text{B.7d})$$

$$\begin{aligned} \frac{d\langle b^\dagger S_{31} \rangle}{dt} &= -i \{ \Delta_P + \Delta_b - \Delta_1 - \Delta_2 - i(\Gamma_{31} + \Gamma_{32} + \gamma_3) \} \langle b^\dagger S_{31} \rangle \\ &\quad + ig_0^* \langle a^\dagger \rangle \{ \langle b^\dagger S_{11} \rangle - \langle b^\dagger S_{33} \rangle \} + i\Omega_C^* \langle b^\dagger S_{21} \rangle, \end{aligned} \quad (\text{B.7e})$$

$$\begin{aligned} \frac{d\langle b^\dagger bS_{13} \rangle}{dt} &= i \{ \Delta_P - \Delta_1 + i(\Gamma_{31} + \Gamma_{32} + \gamma_3) \} \langle b^\dagger bS_{13} \rangle \\ &\quad - ig_0 \langle a \rangle \{ \langle b^\dagger bS_{11} \rangle - \langle b^\dagger bS_{33} \rangle \} - i\Omega_C \langle b^\dagger bS_{12} \rangle, \end{aligned} \quad (\text{B.7f})$$

$$\begin{aligned} \frac{d\langle bb^\dagger S_{13} \rangle}{dt} &= i(\Delta_P - \Delta_1 + i(\Gamma_{31} + \Gamma_{32} + \gamma_3)) \langle bb^\dagger S_{13} \rangle - i\Omega_C \langle bb^\dagger S_{12} \rangle \\ &\quad - ig_0 \langle a \rangle \{ \langle bb^\dagger S_{11} \rangle - \langle bb^\dagger S_{33} \rangle \} - ih \langle bS_{12} \rangle, \end{aligned} \quad (\text{B.7g})$$

$$\begin{aligned} \frac{d\langle b^\dagger bS_{31} \rangle}{dt} &= -i \{ \Delta_P - \Delta_1 - i(\Gamma_{31} + \Gamma_{32} + \gamma_3) \} \langle b^\dagger bS_{31} \rangle + i\Omega_C^* \langle b^\dagger bS_{21} \rangle \\ &\quad + ig_0^* \langle a^\dagger \rangle \{ \langle b^\dagger bS_{11} \rangle - \langle b^\dagger bS_{33} \rangle \} - 2ih^* \langle b^\dagger S_{21} \rangle, \end{aligned} \quad (\text{B.7h})$$

$$\begin{aligned} \frac{d\langle bb^\dagger S_{31} \rangle}{dt} &= -i \{ \Delta_P - \Delta_1 - i(\Gamma_{31} + \Gamma_{32} + \gamma_3) \} \langle bb^\dagger S_{31} \rangle + i\Omega_C^* \langle bb^\dagger S_{21} \rangle \\ &\quad + ig_0^* \langle a^\dagger \rangle \{ \langle bb^\dagger S_{11} \rangle - \langle bb^\dagger S_{33} \rangle \} - ih^* \langle b^\dagger S_{21} \rangle. \end{aligned} \quad (\text{B.7i})$$

▷ Equações para \hat{S}_{23}

$$\begin{aligned} \frac{d\langle S_{23} \rangle}{dt} &= i \{ -\Delta_2 + i(\Gamma_{31} + \Gamma_{32} + \gamma_2 + \gamma_3) \} \langle S_{23} \rangle - ig_0 \langle a \rangle \langle S_{21} \rangle \\ &\quad - ih \{ \langle bS_{22} \rangle - \langle bS_{33} \rangle \} - i\Omega_C \{ \langle S_{22} \rangle - \langle S_{33} \rangle \}, \end{aligned} \quad (\text{B.8a})$$

$$\begin{aligned} \frac{d\langle bS_{23} \rangle}{dt} &= i \{ -2\Delta_2 + \Delta_b + i(\Gamma_{31} + \Gamma_{32} + \gamma_2 + \gamma_3) \} \langle bS_{23} \rangle - ig_0 \langle a \rangle \langle bS_{21} \rangle \\ &\quad - i\Omega_C \{ \langle bS_{22} \rangle - \langle bS_{33} \rangle \}, \end{aligned} \quad (\text{B.8b})$$

$$\begin{aligned} \frac{d\langle bS_{32} \rangle}{dt} &= i \{ \Delta_b + i(\Gamma_{31} + \Gamma_{32} + \gamma_2 + \gamma_3) \} \langle bS_{32} \rangle + ig_0^* \langle a^\dagger \rangle \langle bS_{12} \rangle \\ &\quad + ih^* \{ \langle b^\dagger bS_{22} \rangle - \langle bb^\dagger S_{33} \rangle \} + i\Omega_C^* \{ \langle bS_{22} \rangle - \langle bS_{33} \rangle \}, \end{aligned} \quad (\text{B.8c})$$

$$\begin{aligned} \frac{d\langle b^\dagger S_{23} \rangle}{dt} &= -i \{ \Delta_b - i(\Gamma_{31} + \Gamma_{32} + \gamma_2 + \gamma_3) \} \langle b^\dagger S_{23} \rangle - ig_0 \langle a \rangle \langle b^\dagger S_{21} \rangle \\ &\quad - ih \{ \langle b^\dagger bS_{22} \rangle - \langle bb^\dagger S_{33} \rangle \} - i\Omega_C \{ \langle b^\dagger S_{22} \rangle - \langle b^\dagger S_{33} \rangle \}, \end{aligned} \quad (\text{B.8d})$$

$$\begin{aligned} \frac{d\langle b^\dagger S_{32} \rangle}{dt} &= -i \{ -2\Delta_2 + \Delta_b - i(\Gamma_{31} + \Gamma_{32} + \gamma_2 + \gamma_3) \} \langle b^\dagger S_{32} \rangle + ig_0^* \langle a^\dagger \rangle \langle b^\dagger S_{12} \rangle \\ &\quad + i\Omega_C^* \{ \langle b^\dagger S_{22} \rangle - \langle b^\dagger S_{33} \rangle \}, \end{aligned} \quad (\text{B.8e})$$

$$\begin{aligned} \frac{d\langle b^\dagger bS_{23} \rangle}{dt} &= i \{ -\Delta_2 + i(\Gamma_{31} + \Gamma_{32} + \gamma_2 + \gamma_3) \} \langle b^\dagger bS_{23} \rangle - ig_0 \langle a \rangle \langle b^\dagger bS_{21} \rangle \\ &\quad + ih \langle bS_{33} \rangle - i\Omega_C \{ \langle b^\dagger bS_{22} \rangle - \langle b^\dagger bS_{33} \rangle \}, \end{aligned} \quad (\text{B.8f})$$

$$\begin{aligned} \frac{d\langle bb^\dagger S_{23} \rangle}{dt} &= i \{ -\Delta_2 + i(\Gamma_{31} + \Gamma_{32} + \gamma_2 + \gamma_3) \} \langle bb^\dagger S_{23} \rangle - ig_0 \langle a \rangle \langle bb^\dagger S_{21} \rangle \\ &\quad - ih \{ \langle bS_{22} \rangle - 2\langle bS_{33} \rangle \} - i\Omega_C \{ \langle bb^\dagger S_{22} \rangle - \langle bb^\dagger S_{33} \rangle \}, \end{aligned} \quad (\text{B.8g})$$

$$\begin{aligned} \frac{d\langle b^\dagger bS_{32} \rangle}{dt} &= i \{ \Delta_2 + i(\Gamma_{31} + \Gamma_{32} + \gamma_2 + \gamma_3) \} \langle b^\dagger bS_{32} \rangle + ig_0^* \langle a^\dagger \rangle \langle b^\dagger bS_{12} \rangle \\ &\quad - ih^* \{ 2\langle b^\dagger S_{22} \rangle - \langle b^\dagger S_{33} \rangle \} + i\Omega_C^* \{ \langle b^\dagger bS_{22} \rangle - \langle b^\dagger bS_{33} \rangle \}, \end{aligned} \quad (\text{B.8h})$$

$$\begin{aligned} \frac{d\langle bb^\dagger S_{32} \rangle}{dt} &= i \{ \Delta_2 + i(\Gamma_{31} + \Gamma_{32} + \gamma_2 + \gamma_3) \} \langle bb^\dagger S_{32} \rangle + ig_0^* \langle a^\dagger \rangle \langle bb^\dagger S_{12} \rangle \\ &\quad - ih^* \langle b^\dagger S_{22} \rangle + i\Omega_C^* \{ \langle bb^\dagger S_{22} \rangle - \langle bb^\dagger S_{33} \rangle \}. \end{aligned} \quad (\text{B.8i})$$

▷ Equações para \hat{S}_{11}

$$\frac{d\langle S_{11} \rangle}{dt} = i \{ g_0 \langle a \rangle \langle S_{31} \rangle - g_0^* \langle a^\dagger \rangle \langle S_{13} \rangle \} + 2\Gamma_{31} \langle S_{33} \rangle, \quad (\text{B.9a})$$

$$\begin{aligned} \frac{d\langle bS_{11} \rangle}{dt} &= i (\Delta_b - \Delta_2) \langle bS_{11} \rangle + i \{ g_0 \langle a \rangle \langle bS_{31} \rangle - g_0^* \langle a^\dagger \rangle \langle bS_{13} \rangle \} \\ &\quad + 2\Gamma_{31} \langle bS_{33} \rangle, \end{aligned} \quad (\text{B.9b})$$

$$\begin{aligned} \frac{d\langle b^\dagger S_{11} \rangle}{dt} &= -i (\Delta_b - \Delta_2) \langle b^\dagger S_{11} \rangle + i \{ g_0 \langle a \rangle \langle b^\dagger S_{31} \rangle - g_0^* \langle a^\dagger \rangle \langle b^\dagger S_{13} \rangle \} \\ &\quad + 2\Gamma_{31} \langle b^\dagger S_{33} \rangle, \end{aligned} \quad (\text{B.9c})$$

$$\frac{d\langle b^\dagger b S_{11} \rangle}{dt} = i \{ g_0 \langle a \rangle \langle b^\dagger b S_{31} \rangle - g_0^* \langle a^\dagger \rangle \langle b^\dagger b S_{13} \rangle \} + 2\Gamma_{31} \langle b^\dagger b S_{33} \rangle, \quad (\text{B.9d})$$

$$\frac{d\langle bb^\dagger S_{11} \rangle}{dt} = i \{ g_0 \langle a \rangle \langle bb^\dagger S_{31} \rangle - g_0^* \langle a^\dagger \rangle \langle bb^\dagger S_{13} \rangle \} + 2\Gamma_{31} \langle bb^\dagger S_{33} \rangle. \quad (\text{B.9e})$$

▷ Equações para \hat{S}_{22}

$$\begin{aligned} \frac{d\langle S_{22} \rangle}{dt} &= i \{ h \langle bS_{32} \rangle - h^* \langle b^\dagger S_{23} \rangle + \Omega_C \langle S_{32} \rangle - \Omega_C^* \langle S_{23} \rangle \} \\ &\quad + 2\Gamma_{32} \langle S_{33} \rangle, \end{aligned} \quad (\text{B.10a})$$

$$\begin{aligned} \frac{d\langle bS_{22} \rangle}{dt} &= i (\Delta_b - \Delta_2) \langle bS_{22} \rangle - ih^* \langle bb^\dagger S_{23} \rangle + 2\Gamma_{32} \langle bS_{33} \rangle \\ &\quad + i \{ \Omega_C \langle bS_{32} \rangle - \Omega_C^* \langle bS_{23} \rangle \}, \end{aligned} \quad (\text{B.10b})$$

$$\begin{aligned} \frac{d\langle b^\dagger S_{22} \rangle}{dt} &= -i (\Delta_b - \Delta_2) \langle b^\dagger S_{22} \rangle + ih \langle bb^\dagger S_{32} \rangle + 2\Gamma_{32} \langle b^\dagger S_{33} \rangle \\ &\quad + i \{ \Omega_C \langle b^\dagger S_{32} \rangle - \Omega_C^* \langle b^\dagger S_{23} \rangle \}, \end{aligned} \quad (\text{B.10c})$$

$$\begin{aligned} \frac{d\langle b^\dagger b S_{22} \rangle}{dt} &= i \{ h \langle bS_{32} \rangle + h^* \langle b^\dagger S_{23} \rangle + \Omega_C \langle b^\dagger b S_{32} \rangle - \Omega_C^* \langle b^\dagger b S_{23} \rangle \} \\ &\quad + 2\Gamma_{32} \langle b^\dagger b S_{33} \rangle, \end{aligned} \quad (\text{B.10d})$$

$$\begin{aligned} \frac{d\langle bb^\dagger S_{22} \rangle}{dt} &= i \{ 2h \langle bS_{32} \rangle + \Omega_C \langle bb^\dagger S_{32} \rangle - \Omega_C^* \langle bb^\dagger S_{23} \rangle \} \\ &\quad + 2\Gamma_{32} \langle bb^\dagger S_{33} \rangle. \end{aligned} \quad (\text{B.10e})$$

▷ Equações para \hat{S}_{33}

$$\begin{aligned} \frac{d\langle S_{33} \rangle}{dt} &= -2(\Gamma_{31} + \Gamma_{32}) \langle S_{33} \rangle - i \{g_0 \langle a \rangle \langle S_{31} \rangle - g_0^* \langle a^\dagger \rangle \langle S_{13} \rangle\} \\ &\quad - i \{h \langle bS_{32} \rangle - h^* \langle b^\dagger S_{23} \rangle + \Omega_C \langle S_{32} \rangle - \Omega_C^* \langle S_{23} \rangle\}, \end{aligned} \quad (\text{B.11a})$$

$$\begin{aligned} \frac{d\langle bS_{33} \rangle}{dt} &= i \{\Delta_b - \Delta_2 + 2i(\Gamma_{31} + \Gamma_{32})\} \langle bS_{33} \rangle - i \{g_0 \langle a \rangle \langle bS_{31} \rangle - g_0^* \langle a^\dagger \rangle \langle bS_{13} \rangle\} \\ &\quad + i \{h^* \langle b^\dagger bS_{23} \rangle - \Omega_C \langle bS_{32} \rangle + \Omega_C^* \langle bS_{23} \rangle\}, \end{aligned} \quad (\text{B.11b})$$

$$\begin{aligned} \frac{d\langle b^\dagger S_{33} \rangle}{dt} &= i \{-\Delta_b + \Delta_2 + 2i(\Gamma_{31} + \Gamma_{32})\} \langle b^\dagger S_{33} \rangle - ig_0 \langle a \rangle \langle b^\dagger S_{31} \rangle \\ &\quad i \{g_0^* \langle a^\dagger \rangle \langle b^\dagger S_{13} \rangle - h \langle b^\dagger bS_{32} \rangle - \Omega_C \langle b^\dagger S_{32} \rangle + \Omega_C^* \langle b^\dagger S_{23} \rangle\}, \end{aligned} \quad (\text{B.11c})$$

$$\begin{aligned} \frac{d\langle b^\dagger bS_{33} \rangle}{dt} &= -2(\Gamma_{31} + \Gamma_{32}) \langle b^\dagger bS_{33} \rangle - i \{g_0 \langle a \rangle \langle b^\dagger bS_{31} \rangle - g_0^* \langle a^\dagger \rangle \langle b^\dagger bS_{13} \rangle\} \\ &\quad - i \{2h^* \langle b^\dagger S_{23} \rangle + \Omega_C \langle b^\dagger bS_{32} \rangle - \Omega_C^* \langle b^\dagger bS_{23} \rangle\}, \end{aligned} \quad (\text{B.11d})$$

$$\begin{aligned} \frac{d\langle bb^\dagger S_{33} \rangle}{dt} &= -2(\Gamma_{31} + \Gamma_{32}) \langle bb^\dagger S_{33} \rangle - i \{g_0 \langle a \rangle \langle bb^\dagger S_{31} \rangle - g_0^* \langle a^\dagger \rangle \langle bb^\dagger S_{13} \rangle\} \\ &\quad - i \{h \langle bS_{32} \rangle + h^* \langle b^\dagger S_{23} \rangle + \Omega_C \langle bb^\dagger S_{32} \rangle - \Omega_C^* \langle bb^\dagger S_{23} \rangle\}. \end{aligned} \quad (\text{B.11e})$$

As equações de Maxwell-Bloch para o sistema atômico de três níveis com o pulso quântico, único fóton, acoplando a transição $|1\rangle \leftrightarrow |3\rangle$, assim como para o sistema de dois níveis, também foram obtidas. Como o sistema descrito pelo conjunto de equações acima mostrou-se mais promissor para a proposta de detecção de um único fóton, julgamos não ser necessário escrever todas as equações referentes aos demais sistemas.

Apêndice C

Algoritmo para o Cálculo da Função de Correlação de Segunda Ordem

Nesse apêndice apresentamos o algoritmo implementado para o cálculo da função de correlação de segunda ordem $g^{(2)}(\tau)$ utilizada para caracterizar a natureza quântica do sistema CEIT discutido no Capítulo 4. O algoritmo foi escrito na linguagem de programação MATLAB devido à facilidade de implementação. Esse também pode ser escrito em outras linguagens como Python [126], a qual tem sido utilizada e testada amplamente para reproduzir e complementar o pacote “*Quantum Optics Toolbox*” [70] existente de maneira ainda mais eficiente para sistemas com grande dimensão do espaço de Hilbert.

No Capítulo 2 vimos que a interação entre um único átomo de três níveis e um modo do campo da cavidade, os quais compõem o sistema CEIT estudado no regime de acoplamento forte, é descrito pelo Hamiltoniano (2.28) dado por,

$$\begin{aligned} \hat{H}_{CEIT} = & \Delta_P \hat{\sigma}_{11} + (\Delta_1 - \Delta_2) \hat{\sigma}_{22} + \Delta_1 \hat{\sigma}_{33} - \Delta_P \hat{a}^\dagger \hat{a} \\ & + (g_0 \hat{a} \hat{\sigma}_{31} + \Omega_C \hat{\sigma}_{32} + \varepsilon \hat{a} + H.c.), \end{aligned} \quad (C.1)$$

sendo $\Delta_P = \omega_P - \omega_{cav}$, $\Delta_1 = \omega_{31} - \omega_{cav}$ e $\Delta_2 = \omega_{32} - \omega_C$ as dessintonias relevantes

do sistema, como ilustrado na Figura 2.10(b). A partir da equação mestra ($\hbar = 1$)

$$\begin{aligned} \dot{\rho} = & -i[H, \rho] + \kappa(2a\rho a^\dagger - a^\dagger a\rho - \rho a^\dagger a) \\ & + \sum_{l=1,2} \Gamma_{3l}(2\sigma_{l3}\rho\sigma_{3l} - \sigma_{33}\rho - \rho\sigma_{33}) \\ & + \sum_{j=2,3} \gamma_j(2\sigma_{jj}\rho\sigma_{jj} - \sigma_{jj}\rho - \rho\sigma_{jj}), \end{aligned} \quad (\text{C.2})$$

e o fato de $\langle O \rangle = \text{Tr}(O\rho)$ podemos calcular a função de correlação $g^{(2)}(\tau)$, Eq.(4.1), como segue. Escrevemos cada linha do algoritmo, representada por `>>`, na linguagem de implementação utilizada em MATLAB para facilitar a reprodução dos resultados apresentados nessa Tese. Começamos o algoritmo introduzindo a dimensão do espaço de Hilbert do sistema átomo-campo e os parâmetros do Hamiltoniano (C.1). O símbolo de porcentagem `%` é o símbolo utilizado em MATLAB para introduzir comentários.

```
>> N = 5; % A dimensão do espaço de Hilbert do modo do campo da cavidade
N_EH = 5 é suficiente para o cálculo de  $g^{(2)}(\tau)$  mesmo no regime de acoplamento
forte, pois estamos calculando apenas correlações de dois fótons.
```

```
>> idatom = eye(3,3); % Operador identidade do átomo. Como estamos con-
siderando um átomo de três níveis, base  $\{|1\rangle, |2\rangle, |3\rangle\}$ , o operador identidade
atômico é descrito por uma matriz identidade de dimensão  $3 \times 3$ .
```

```
>> idfield = eye(N,N); % Operador identidade do campo da cavidade. Já
para o campo a dimensão do operador identidade é dado pela dimensão do espaço
de Hilbert truncado em  $N_{EH}$ .
```

```
>> M = 3*N; % Dimensão total do sistema átomo-campo M = 15.
```

```
>> kappa = 1.5*2*pi*10 ^ (6); % Dissipação da cavidade  $\kappa/2\pi = 1,5MHz$ .
```

```
>> g = 8*kappa; % Acoplamento átomo-campo  $g_0 = 8\kappa$ .
```

```
>> E = sqrt(1)*kappa; % Amplitude do campo de prova  $\varepsilon = \sqrt{1}\kappa$ 
```

```
>> OC = 0.5*kappa; % Frequência de Rabi do campo de controle  $\Omega_C = 0,5\kappa$ .
```

```
>> D1 = 0.0*kappa; % Dessintonia entre o átomo e o campo da cavidade  $\Delta_1 =$ 
0.
```

```
>> D2 = 0.0*kappa; % Dessintonia entre o átomo e o campo de controle  $\Delta_2 = 0$ .
>> DP = 8*kappa; % Dessintonia prova-cavidade  $\Delta_P = 8\kappa$ .
>> Gamma31 = kappa; % Taxa de decaimento  $|3\rangle \rightarrow |1\rangle$ ,  $\Gamma_{31} = \kappa$ .
>> Gamma32 = kappa; % Taxa de decaimento  $|3\rangle \rightarrow |2\rangle$ ,  $\Gamma_{32} = \kappa$ .
>> gamma2 = 0.0*kappa; % Taxa de defasagem do nível  $|2\rangle$ ,  $\gamma_2 = 0$ .
>> gamma3 = 0.0*kappa; % Taxa de defasagem do nível  $|3\rangle$ ,  $\gamma_3 = 0$ .
```

Os parâmetros para a simulação podem ser descritos como:

```
>> tauM = 3.0*10 ^ (-6); % Máxima diferença temporal  $\tau_M = 3\mu s$ .
>> NSTEPS = 3000; % Número de passos de tempo utilizado na simulação.
>> t = 100000000000*10 ^ (-6); % É necessário utilizar um tempo longo  $t = 10^{11}\mu s$  para obtenção do estado estacionário da primeira detecção  $\langle \hat{a}^\dagger(0)\hat{a}(0) \rangle$ .
```

Para o cálculo da evolução do sistema é necessário especificar as condições iniciais do mesmo, tais como:

```
>> c0 = [1, zeros(1,N-1)]'; % O estado inicial do campo da cavidade é o estado do vácuo  $|0\rangle$  definido pelo vetor coluna c0.
```

Como $N = 5$ tem-se,

$$c0 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}. \quad (C.3)$$

O símbolo (') ou (.) significa operação de transposição da matriz c0. O átomo é preparado inicialmente no estado $|1\rangle$ o qual pode ser definido como:

```
>> at0 = [1,0,0]';
```

Já o estado inicial do sistema átomo-campo é descrito pelo produto tensorial $|\Psi_0\rangle = |0\rangle \otimes |1\rangle$ definido pelo comando “kron()”, ou seja,

```
>> psi0 = kron(c0,at0);
```

O operador matriz densidade inicial $\rho_0 = |\Psi_0\rangle \langle \Psi_0|$ é escrito simplesmente como,

```
>> rho0 = psi0*psi0';
>> R0 = rho0(:);
```

O último comando descrevendo R0 é a maneira de escrever a equação mestra como um super operador. Para resolver a equação mestra numericamente precisamos reescrever (C.2) na forma das Eqs.(2.18) do Capítulo 2 de maneira a obter uma solução trivial, ou seja,

$$\frac{d\rho_v}{dt} = \mathcal{L}\rho_v \rightarrow \rho_v(t) = e^{\mathcal{L}t}\rho_v(0) \quad (\text{C.4})$$

em que o super operador \mathcal{L} é independente do tempo e ρ_v é a forma vetorizada do operador matriz densidade ρ , escrito em MATLAB como $\rho_v = \rho(:)$. Para uma matriz ρ , por exemplo, dada por

$$\rho = \begin{bmatrix} \rho_{11} & \rho_{12} \\ \rho_{21} & \rho_{22} \end{bmatrix}, \quad (\text{C.5})$$

sua forma vetorizada é descrita como

$$\rho_v = \begin{bmatrix} \rho_{11} \\ \rho_{21} \\ \rho_{12} \\ \rho_{22} \end{bmatrix}. \quad (\text{C.6})$$

Antes de escrever \mathcal{L} na linguagem do MATLAB vamos definir numericamente o operador de aniquilação \hat{a} do campo e os operadores atômicos $\hat{\sigma}_{ij}$. Para a dimensão do espaço de Hilbert truncada em $N = 5$, o operador de aniquilação \hat{a} pode ser escrito na forma matricial nessa base finita de acordo com as Eqs.(2.5) da Seção 2.2 como

$$\hat{a} = \begin{bmatrix} 0 & \sqrt{1} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \sqrt{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \sqrt{3} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \sqrt{4} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}. \quad (\text{C.7})$$

Essa pode ser implementada numericamente através do *loop* (iteração),
for n=1:1:N % Início do *loop* com o contador *n* indo de 1 a N em passos de 1.

for m=1:1:N

 aa(n,m)=sqrt(n)*0.0 ^ abs(n-m+1); % abs() é o valor absoluto de ().

end

end

e portanto o operador de aniquilação \hat{a} fica definido por

```
>> a = kron(aa,idatom);
```

O operador de criação \hat{a}^\dagger é obtido simplesmente tomando-se o adjunto do operador de aniquilação, \hat{a}' . Os operadores atômicos são definidos por matrizes $M \times M$ como segue,

```
>> S12 = kron(idfield, [0,1,0; 0,0,0; 0,0,0]); %  $\hat{\sigma}_{12}$ .
```

```
>> S13 = kron(idfield, [0,0,1; 0,0,0; 0,0,0]); %  $\hat{\sigma}_{13}$ .
```

```
>> S23 = kron(idfield, [0,0,0; 0,0,1; 0,0,0]); %  $\hat{\sigma}_{23}$ .
```

```
>> S11 = S12*(S12'); %  $\hat{\sigma}_{11}$ .
```

```
>> S22 = (S12')*S12; %  $\hat{\sigma}_{22}$ .
```

```
>> S33 = (S23')*S23; %  $\hat{\sigma}_{33}$ .
```

O super operador \mathcal{L} pode ser definido em partes para deixar o código mais limpo e fácil de ser analisado, da seguinte forma $\mathcal{L} = \mathcal{L}_f + \mathcal{L}_{\Gamma_{31}} + \mathcal{L}_{\Gamma_{32}} + \mathcal{L}_{\gamma_3} + \mathcal{L}_{\gamma_2}$, sendo cada termo descrito respectivamente por:

```
>> Lf = kappa*(2*kron(eye(M,M),a) * ((kron(a',eye(M,M))).')
- kron(eye(M,M),a'*a) - (kron(a'*a,eye(M,M))).');
```

```
>> LA31 = Gamma31*(2*kron(eye(M,M),S13) * ((kron(S13',eye(M,M))).')
- kron(eye(M,M),S33) - (kron(S33,eye(M,M))).');
```

```
>> LA32 = Gamma32*(2*kron(eye(M,M),S23) * ((kron(S23',eye(M,M))).')
- kron(eye(M,M),S33) - (kron(S33,eye(M,M))).');
```

```
>> LA3 = gamma3*(2*kron(eye(M,M),S33) * ((kron(S33,eye(M,M))).')
- kron(eye(M,M),S33) - (kron(S33,eye(M,M))).');
```

```
>> LA2 = gamma2*(2*kron(eye(M,M),S22) * ((kron(S22,eye(M,M))).')
- kron(eye(M,M),S22) - (kron(S22,eye(M,M))).');
```

Portanto $L = L_f + LA_{31} + LA_{32} + LA_3 + LA_2$.

Note que ainda falta escrever a parte unitária de \mathcal{L} descrita pelo comutador de H_v com ρ_v na forma vetorizada. Essa parte é escrita no *loop* de propagação para o cálculo da função de correlação de segunda ordem, como segue:

```
>> kk = 0; % Condição inicial para o primeiro passo de tempo do loop de
propagação.
```

```
for tau = 0:tauM/NSTEPS:tauM % Início do loop de propagação para o cálculo
de  $g^{(2)}(\tau)$ .
```

```
kk = kk + 1;
```

```
H = D1*S33 + (D1 - D2)*S22 + DP*S11 - DP*(a'*a) + E*a + (E*a)' +
g*(S13')*a + g'*(a')*S13 + OC*S23 + (OC*S23)';
```

```
MS = -1i.*((kron(eye(M,M),H)) - (kron(H,eye(M,M))).') + L ; % Parte
unitária de  $\mathcal{L}$  corresponde a  $[H_v, \rho_v]$  adicionada à parte dissipativa dada por L.
```

```
Rt = expm(t*MS)*R0; % Solução da Eq.(C.4) no estado estacionário.
```

```
rho = reshape(Rt,M,M); % Retornando à forma matricial do operador ma-
triz densidade.
```

```
nm = trace(a'*a*rho); % Cálculo do número médio de fótons  $\langle \hat{a}^\dagger \hat{a} \rangle =
Tr(\hat{a}^\dagger \hat{a} \rho)$ , primeira detecção  $\tau = 0$ .
```

```
COR = trace(a'*(a')*a*a*rho); % Cálculo da detecção simultânea de dois
fótons não normalizada.
```

```
g20 = COR/nm ^ 2; % Normalização, obtenção de  $g^{(2)}(0)$ .
```

```
rhom = a*rho*(a')/nm; % Condição inicial para obtenção de  $g^{(2)}(\tau)$  para
diferentes valores de  $\tau$ .
```

```
R0m = rhom(:); % Forma vetorizada do operador matriz densidade.  
  
Rtau = expm(tau*MS)*R0m; % Valor de  $\rho_v$  para cada  $\tau$ .  
  
rhotau = reshape(Rtau,M,M); % Retornando à forma matricial do operador  
matriz densidade.  
  
nmtau = trace(a'*a*rhotau); % Segunda detecção em  $t = \tau$ .  
  
g2tau(kk) = nmtau/(nm); % Cálculo da função de correlação normalizada  
 $g^{(2)}(\tau)$ , Eq.(4.1).  
  
end
```

O algoritmo completo fica então:

```
%PARÂMETROS  
  
N = 5;  
  
idatom = eye(3,3);  
  
idfield = eye(N,N);  
  
M = 3*N;  
  
kappa = 1.5*2*pi*10 ^ (6);  
  
g = 8*kappa;  
  
E = sqrt(1)*kappa;  
  
OC = 0.5*kappa;  
  
D1 = 0.0*kappa;  
  
D2 = 0.0*kappa;  
  
DP = 8*kappa;  
  
Gamma31 = kappa;  
  
Gamma32 = kappa;  
  
gamma2 = 0.0*kappa;  
  
gamma3 = 0.0*kappa;
```

```
tauM = 3.0*10 ^ (-6);

NSTEPS = 3000;

t = 100000000000*10 ^ (-6);

%CONDIÇÕES INICIAIS

c0 = [1, zeros(1,N-1)]';

at0 = [1,0,0]';

psi0 = kron(c0,at0);

rho0 = psi0*psi0';

R0 = rho0(:);

%ALOCAÇÃO DE MEMÓRIA

H = zeros(M,M);

MS = zeros(M ^ 2,M ^ 2);

Rt = zeros(1,M ^ 2);

nm = zeros(M,M);

rho = zeros(M,M);

NM = zeros(1,NSTEPS+1);

%OPERADOR DE ANIQUILAÇÃO

for n=1:1:N

    for m=1:1:N

        aa(n,m)=sqrt(n)*0.0 ^ abs(n-m+1);

    end

end

a = kron(aa,idadom);

%OPERADORES ATÔMICOS

S12 = kron(idfield, [0,1,0; 0,0,0; 0,0,0]);
```

```

S13 = kron(idfield, [0,0,1; 0,0,0; 0,0,0]);
S23 = kron(idfield, [0,0,0; 0,0,1; 0,0,0]);
S11 = S12*(S12');
S22 = (S12')*S12;
S33 = (S23')*S23;

%SUPER OPERADOR L, PARTE DISSIPATIVA

Lf = kappa*(2*kron(eye(M,M),a) * ((kron(a',eye(M,M))).'))
- kron(eye(M,M),a'*a) - (kron(a'*a,eye(M,M))).');

LA31 = Gamma31*(2*kron(eye(M,M),S13) * ((kron(S13',eye(M,M))).'))
- kron(eye(M,M),S33) - (kron(S33,eye(M,M))).');

LA32 = Gamma32*(2*kron(eye(M,M),S23) * ((kron(S23',eye(M,M))).'))
- kron(eye(M,M),S33) - (kron(S33,eye(M,M))).');

LA3 = gamma3*(2*kron(eye(M,M),S33) * ((kron(S33,eye(M,M))).'))
- kron(eye(M,M),S33) - (kron(S33,eye(M,M))).');

LA2 = gamma2*(2*kron(eye(M,M),S22) * ((kron(S22,eye(M,M))).'))
- kron(eye(M,M),S22) - (kron(S22,eye(M,M))).');

L = Lf + LA31 + LA32 + LA3 + LA2;

%CÁLCULO DA FUNÇÃO DE CORRELAÇÃO

kk = 0;

for tau = 0:tauM/NSTEPS:tauM

    kk = kk + 1;

    H = D1*S33 + (D1 - D2)*S22 + DP*S11 - DP*(a'*a) + E*a + (E*a)' +
g*(S13')*a + g'*(a')*S13 + OC*S23 + (OC*S23)';

    MS = -1i.*((kron(eye(M,M),H)) - (kron(H,eye(M,M))).')) + L ;

    Rt = expm(t*MS)*R0;

    rho = reshape(Rt,M,M);

```

```

nm = trace(a'*a*rho);

COR = trace(a'*(a')*a*a*rho);

g20 = COR/nm ^ 2;

rhom = a*rho*(a')/nm;

R0m = rhom(:);

Rtau = expm(tau*MS)*R0m;

rhotau = reshape(Rtau,M,M);

nmtau = trace(a'*a*rhotau);

g2tau(kk) = nmtau/(nm);

end

%PLOTANDO O RESULTADO

X = 1:1: NSTEPS + 1;

tau = 0:tauM/NSTEPS:tauM;

plot(tau, g2tau(X), 'blue', 'LineWidth', 2)

```

Note que incluímos a parte de alocação de memória para deixar o código mais rápido e as últimas três linhas para plotar o gráfico de $g^{(2)}(\tau)$. O código acima está preparado para ser copiado e colado no MATLAB para o cálculo de $g^{(2)}(\tau)$ para o conjunto de parâmetros da Figura 4.14(b) do Capítulo 4, reproduzida na figura abaixo. Existem inúmeras maneiras de melhorar o código acima mas preferimos escrevê-lo da forma mais simples possível para facilitar o entendimento para iniciantes em programação em MATLAB. O cálculo de outras propriedades do sistema, como transmissão e as populações de estados, podem ser implementadas seguindo a mesma linha de raciocínio do algoritmo descrito nesse apêndice.

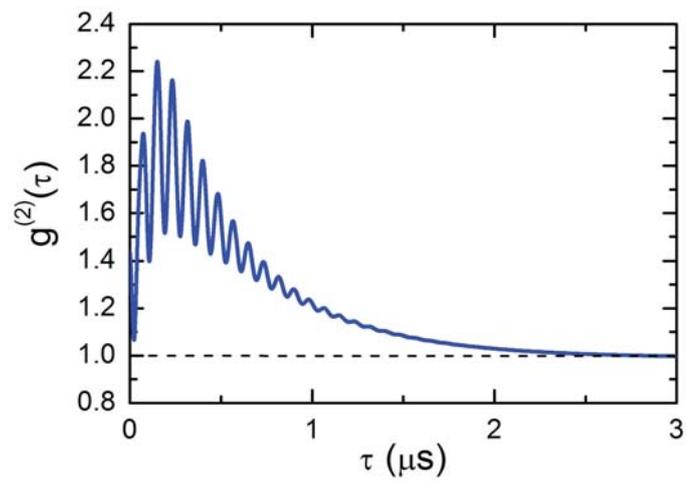


FIGURA C.1: Função de correlação $g^{(2)}(\tau)$ calculada a partir do algoritmo descrito acima para o sistema CEIT utilizando o conjunto de parâmetros $g_0 = 8\kappa$, $\varepsilon = 1\kappa$, $\Gamma_{31} = \Gamma_{32} = 1\kappa$, $\Omega_C = 0,5\kappa$ e $\Delta_P = 8\kappa$, como na Figura 4.14(b) do Capítulo 4.

Apêndice D

Transições de Fótons do Sistema CEIT

No Capítulo 4 estudamos o sistema CEIT no regime de acoplamento forte onde mostramos as diversas transições entre os estados vestidos para processos de um e dois fótons. Neste apêndice apresentamos a função de correlação $g^{(2)}(0)$ em função da dessintonia normalizada prova-cavidade Δ_P/κ , Figura D.1, e o cálculo de todas as frequências das transições de fótons indexadas na Figura 4.7.

Na Figura D.1 os estados vestidos do sistema são monitorados através do campo de prova de frequência ω_P , uma vez que a frequência da cavidade ω_{cav} é fixa. Desta forma, ajustando-se a dessintonia $\Delta_P = \omega_P - \omega_{cav}$ podemos descrever todas as transições correspondentes como processos de um fóton e dois fótons como segue:

▷ *Processos de um fóton.*

Transições A(i) a partir do estado fundamental $|\Psi_0^{(0)}\rangle$.

$$\mathbf{A(1):} \quad |\Psi_0^{(0)}\rangle \leftrightarrow |\Psi_1^{(-)}\rangle, \quad \omega_P = \omega_{cav} - \sqrt{g_0^2 + \Omega_C^2} \Rightarrow \Delta_P = -\sqrt{g_0^2 + \Omega_C^2}.$$

$$\mathbf{A(2):} \quad |\Psi_0^{(0)}\rangle \leftrightarrow |\Psi_1^{(0)}\rangle, \quad \omega_P = \omega_{cav} \Rightarrow \Delta_P = 0.$$

$$\mathbf{A(3):} \quad |\Psi_0^{(0)}\rangle \leftrightarrow |\Psi_1^{(+)}\rangle, \quad \omega_P = \omega_{cav} + \sqrt{g_0^2 + \Omega_C^2} \Rightarrow \Delta_P = +\sqrt{g_0^2 + \Omega_C^2}.$$

Transições B(i) a partir do estado $|\Psi_1^{(-)}\rangle$.

$$\mathbf{B(1):} \left| \Psi_1^{(-)} \right\rangle \leftrightarrow \left| \Psi_2^{(-)} \right\rangle, \omega_P = \omega_{cav} - \sqrt{2g_0^2 + \Omega_C^2} + \sqrt{g_0^2 + \Omega_C^2}$$

$$\Rightarrow \Delta_P = - \left(\sqrt{2g_0^2 + \Omega_C^2} - \sqrt{g_0^2 + \Omega_C^2} \right).$$

$$\mathbf{B(2):} \left| \Psi_1^{(-)} \right\rangle \leftrightarrow \left| \Psi_2^{(0)} \right\rangle, \omega_P = \omega_{cav} + \sqrt{g_0^2 + \Omega_C^2} \Rightarrow \Delta_P = +\sqrt{g_0^2 + \Omega_C^2}.$$

$$\mathbf{B(3):} \left| \Psi_1^{(-)} \right\rangle \leftrightarrow \left| \Psi_2^{(+)} \right\rangle, \omega_P = \omega_{cav} + \sqrt{g_0^2 + \Omega_C^2} + \sqrt{2g_0^2 + \Omega_C^2}$$

$$\Rightarrow \Delta_P = + \left(\sqrt{2g_0^2 + \Omega_C^2} + \sqrt{g_0^2 + \Omega_C^2} \right).$$

Transições C(i) a partir do estado $\left| \Psi_1^{(0)} \right\rangle$.

$$\mathbf{C(1):} \left| \Psi_1^{(0)} \right\rangle \leftrightarrow \left| \Psi_2^{(-)} \right\rangle, \omega_P = \omega_{cav} - \sqrt{2g_0^2 + \Omega_C^2} \Rightarrow \Delta_P = -\sqrt{2g_0^2 + \Omega_C^2}.$$

$$\mathbf{C(2):} \left| \Psi_1^{(0)} \right\rangle \leftrightarrow \left| \Psi_2^{(0)} \right\rangle, \omega_P = \omega_{cav} \Rightarrow \Delta_P = 0.$$

$$\mathbf{C(3):} \left| \Psi_1^{(0)} \right\rangle \leftrightarrow \left| \Psi_2^{(+)} \right\rangle, \omega_P = \omega_{cav} + \sqrt{2g_0^2 + \Omega_C^2} \Rightarrow \Delta_P = +\sqrt{2g_0^2 + \Omega_C^2}.$$

Transições D(i) a partir do estado $\left| \Psi_1^{(+)} \right\rangle$.

$$\mathbf{D(1):} \left| \Psi_1^{(+)} \right\rangle \leftrightarrow \left| \Psi_2^{(-)} \right\rangle, \omega_P = \omega_{cav} - \sqrt{g_0^2 + \Omega_C^2} - \sqrt{2g_0^2 + \Omega_C^2}$$

$$\Rightarrow \Delta_P = - \left(\sqrt{2g_0^2 + \Omega_C^2} + \sqrt{g_0^2 + \Omega_C^2} \right).$$

$$\mathbf{D(2):} \left| \Psi_1^{(+)} \right\rangle \leftrightarrow \left| \Psi_2^{(0)} \right\rangle, \omega_P = \omega_{cav} - \sqrt{g_0^2 + \Omega_C^2} \Rightarrow \Delta_P = -\sqrt{g_0^2 + \Omega_C^2}.$$

$$\mathbf{D(3):} \left| \Psi_1^{(+)} \right\rangle \leftrightarrow \left| \Psi_2^{(+)} \right\rangle, \omega_P = \omega_{cav} - \sqrt{g_0^2 + \Omega_C^2} + \sqrt{2g_0^2 + \Omega_C^2}$$

$$\Rightarrow \Delta_P = + \left(\sqrt{2g_0^2 + \Omega_C^2} - \sqrt{g_0^2 + \Omega_C^2} \right).$$

▷ *Processos de dois fótons.*

Transições E(i) a partir do estado fundamental $\left| \Psi_0^{(0)} \right\rangle$.

$$\mathbf{E(1):} \left| \Psi_0^{(0)} \right\rangle \leftrightarrow \left| \Psi_2^{(-)} \right\rangle, 2\omega_P = 2\omega_{cav} - \sqrt{2g_0^2 + \Omega_C^2} \Rightarrow \Delta_P = -\sqrt{2g_0^2 + \Omega_C^2}/2.$$

$$\mathbf{E(2):} \left| \Psi_0^{(0)} \right\rangle \leftrightarrow \left| \Psi_2^{(0)} \right\rangle, 2\omega_P = 2\omega_{cav} \Rightarrow \Delta_P = 0.$$

$$\mathbf{E(3):} \left| \Psi_0^{(0)} \right\rangle \leftrightarrow \left| \Psi_2^{(+)} \right\rangle, 2\omega_P = 2\omega_{cav} + \sqrt{2g_0^2 + \Omega_C^2} \Rightarrow \Delta_P = +\sqrt{2g_0^2 + \Omega_C^2}/2.$$

A partir dessas ressonâncias e pela substituição dos parâmetros $g_0 = 50\kappa$ e $\Omega_C = 40\kappa$ é possível identificar todas as transições correspondentes aos máximos e mínimos da função de correlação $g^{(2)}(0)$ da Figura D.1(a). Note que as transições L(2) não são mostradas na Figura D.1(a), pois A(2), C(2) e E(2) correspondem à transições entre estados escuros e portanto $\Delta_P = 0$, enquanto que as transições B(2) = A(3) e D(2) = A(1). Na Figura D.2 mostramos o diagrama dos estados vestidos do sistema CEIT com os processos de um e dois fótons calculados acima.

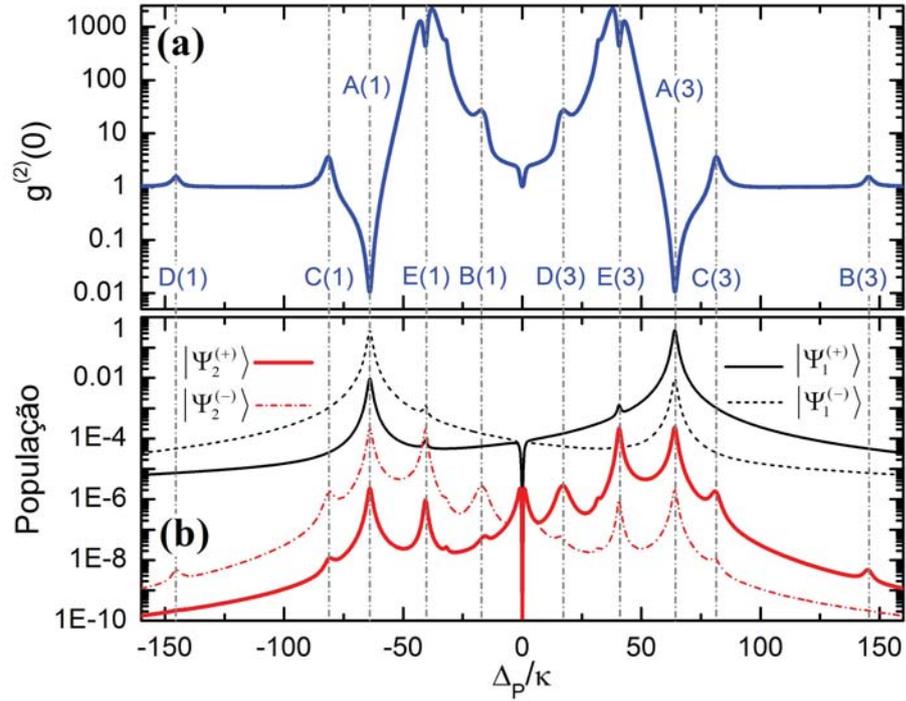


FIGURA D.1: (a) Função de correlação $g^{(2)}(0)$ vs. Δ_P/κ para o sistema CEIT utilizando os parâmetros $g_0 = 50\kappa$, $\varepsilon = 1\kappa$, $\Gamma_{31} = \Gamma_{32} = 0,1\kappa$ e $\Omega_C = 40\kappa$. (b) População dos estados vestidos $|\Psi_{1,2}^{(-)}\rangle$ e $|\Psi_{1,2}^{(+)}\rangle$. As linhas verticais conectam os máximos e mínimos de $g^{(2)}(0)$, correspondentes às transições de um e dois fótons, com os máximos das populações dos estados $|\Psi_{1,2}^{(\pm)}\rangle$. Na Figura 4.7 do Capítulo 4 apresentamos apenas os valores das populações de $|\Psi_{1,2}^{(-)}\rangle$ para $\Delta < 0$ e $|\Psi_{1,2}^{(+)}\rangle$ para $\Delta > 0$.

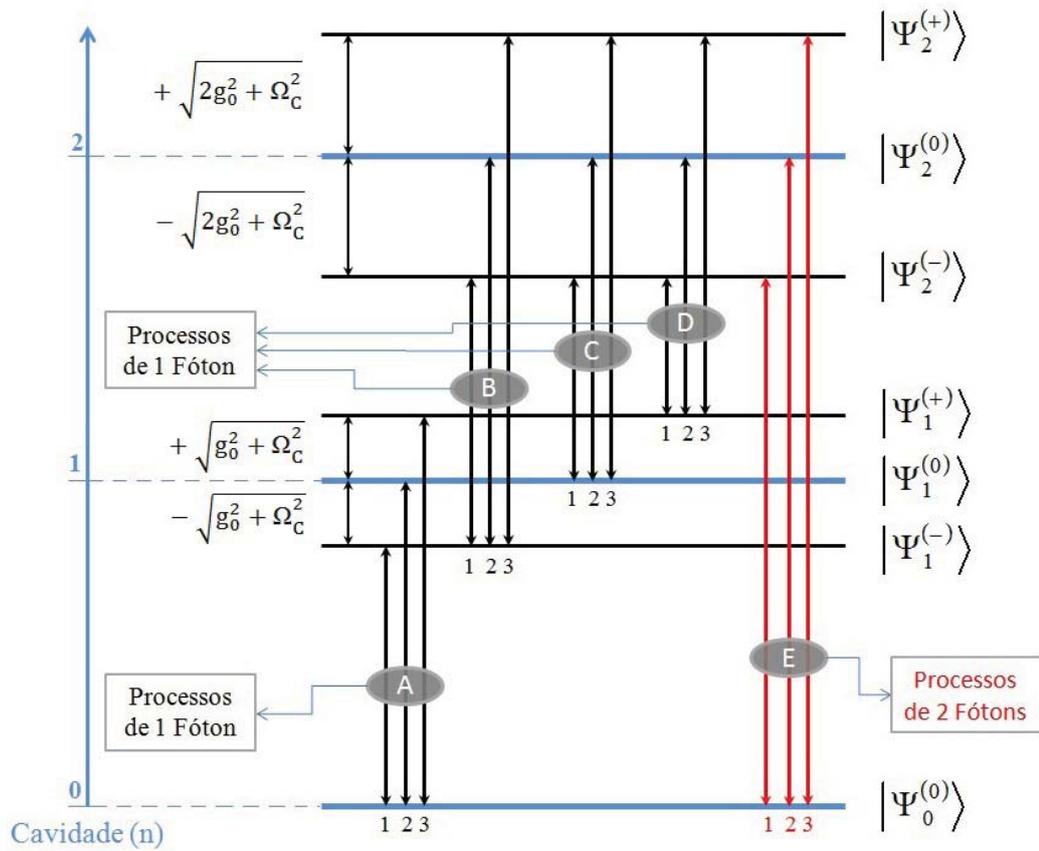


FIGURA D.2: Diagrama dos estados vestidos do sistema CEIT mostrando os processos de um e dois fótons correspondentes às transições identificadas através da função de correlação da Figura D.1.

Referências Bibliográficas

- [1] P. A. Benioff, *Int. J. Theor. Phys.* **21**, 177 (1982).
- [2] R. P. Feynman, *Int. J. Theor. Phys.* **21**, 467 (1982).
- [3] D. Deutsch, *Proc. R. Soc. Lond. A* **400**, 97 (1985).
- [4] P. W. Shor, *Proceedings of the 35th Annual Symposium on the Foundations of Computer Science*, S. Goldwasser ed., IEEE Computer Society Press, Los Alamitos CA, 1994.
- [5] J. I. Cirac e P. Zoller, *Phys. Rev. Lett.* **74**, 4094 (1995).
- [6] T. D. Ladd, F. Jelezko, R. Laflamme, Y. Nakamura, C. Monroe e J. L. O'Brien, *Nature* **464**, 45 (2010).
- [7] D. P. DiVincenzo. *Fortschr. Phys.* **48**, 771 (2000).
- [8] H. Mabuchi e A. C. Doherty, *Science* **298**, 1372 (2002).
- [9] P. Berman, Editor, “*Cavity Quantum Electrodynamics*”, Vol. 2, *Advances in Atomic, Molecular, and Optical Physics*, Academic Press (1994).
- [10] H. M. Wiseman e G. J. Milburn, *Phys. Rev. A* **47**, 642 (1993).
- [11] A. Denisov, H. M. Castro-Beltran e H. J. Carmichael, *Phys. Rev. Lett.* **88**, 243601 (2002).
- [12] J. M. Raimond, M. Brune, S. Haroche, *Rev. Mod. Phys.* **73**, 565 (2001).
- [13] Q. A. Turchette, C. J. Hood, W. Lange, H. Mabuchi e H. J. Kimble, *Phys. Rev. Lett.* **75**, 4710 (1995).
- [14] J. Ye, H. J. Kimble e H. Katori, *Science* **320**, 1734 (2008).
- [15] H. J. Kimble, *Nature* **453**, 1023 (2008).
- [16] S. E. Harris e L. V. Hau, *Phys. Rev. Lett.* **82**, 4611 (1999).
- [17] M. Fleischhauer, A. Imamoglu e J. P. Marangos. *Rev. Mod. Phys.* **77**, 633 (2005).
- [18] M. D. Lukin e A. Imamoglu, *Nature* **413**, 273 (2001).

- [19] A. I. Lvovsky, B. C. Sanders e W. Tittel, *Nature Photonics* **3**, 706 (2009).
- [20] S. E. Harris, J. E. Field e A. Imamoglu, *Phys. Rev. Lett.* **64**, 1107 (1990).
- [21] S. E. Harris. *Physics Today* **6**, 36 (1997).
- [22] J. P. Marangos, *J. Mod. Opt.*, **45**, 471 (1998).
- [23] L. V. Hau, S. E. Harris, Z. Dutton e C. H. Behroozi, *Nature* **397**, 594 (1999).
- [24] M. M. Kash, V. A. Sautenkov, A. S. Zibrov, L. Hollberg, G. R. Welch, M. D. Lukin, Y. Rostovtsev, E. S. Fry e M. O. Scully, *Phys. Rev. Lett.* **82**, 5229 (1999).
- [25] C. Liu, Z. Dutton, C. H. Behroozi e L. V. Hau, *Nature* **409**, 490 (2001).
- [26] T. Chanelière, D. N. Matsukevich, S. D. Jenkins, S.-Y. Lan, T. A. B. Kennedy e A. Kuzmich, *Nature* **438**, 833 (2005).
- [27] M. D. Eisaman, A. André, F. Massou, M. Fleischhauer, A. S. Zibrov e M. D. Lukin, *Nature* **438**, 837 (2005).
- [28] M. D. Lukin, S. F. Yelin e M. Fleischhauer. *Phys. Rev. Lett.* **84**, 4232 (2000).
- [29] A. Dantan e M. Pinard. *Phys. Rev. A* **69**, 043810 (2004).
- [30] K. M. Birnbaum, A. Boca, R. Miller, A. D. Boozer, T. E. Northup e H. J. Kimble, *Nature* **436**, 87 (2005).
- [31] J. Hwang, M. Pototschnig, R. Lettow, G. Zumofen, A. Renn, S. Götzinger e V. Sandoghdar, *Nature* **460**, 76 (2009).
- [32] M. Mücke, E. Figueroa, J. Bochmann, C. Hahn, K. Murr, S. Ritter, C. J. Villas-Bôas e G. Rempe, *Nature* **465**, 755 (2010).
- [33] C. Ottaviani, D. Vitali, M. Artoni, F. Cataliotti e P. Tombesi, *Phys. Rev. Lett.* **90**, 197902 (2003).
- [34] A. Joshi e M. Xiao, *J. Mod. Opt.* **57**, 1196 (2010).
- [35] H. Wang, D. J. Goorskey e M. Xiao, *Phys. Rev. A.* **65**, 011801(R) (2001); H. Wang, D. Goorskey e M. Xiao, *Phys. Rev. A.* **65**, 051802(R) (2002); H. Wang, D. Goorskey e M. Xiao, *Opt. Lett.* **27**, 1354 (2002).
- [36] M. Mahmoudi, N. Nozari, A. Vafafard e M. Sahrai, *Journal of Luminescence* **132**, 114 (2012).
- [37] G. Wentzel, *Zeitschrift für Physik A Hadrons and Nuclei* **40**, 574 (1926); G. Wentzel, *Zeitschrift für Physik A Hadrons and Nuclei* **41**, 828 (1927).
- [38] R. K. Nesbet, *Phys. Rev. A* **4**, 259 (1971).
- [39] M. D. Crisp e E. T. Jaynes, *Phys. Rev.* **179**, 1253 (1969).
- [40] E. T. Jaynes e F. W. Cummings, *Proc. IEEE* **51**, 89 (1963).

- [41] H. Carmichael, “*An Open Systems Approach to Quantum Optics*”, Springer-Verlag, Berlin (1993).
- [42] H. Carmichael, “*Statistical Methods in Quantum Optics 2: Non-Classical Fields*”, Springer-Verlag, Berlin (2007).
- [43] A. M. Dutra, “*Cavity Quantum Electrodynamics: The Strange Theory of Light in a Box*”, John Wiley & Sons, Hoboken (2005).
- [44] S. Haroche e J. M. Raimond, “*Exploring the Quantum: Atoms, Cavities, and Photons*”, Oxford University Press (2006).
- [45] S. Haroche e D. Kleppner, *Physics Today* **1**, 24 (1989).
- [46] R. Miller, T. E. Northup, K. M. Birnbaum, A. Boca, A. D. Boozer e H. J. Kimble, *J. Phys. B: At. Mol. Opt. Phys.* **38**, S551 (2005).
- [47] G. Khitrova, H. M. Gibbs, M. Kira, S. W. Koch e A. Scherer, *Nature Physics* **2**, 81 (2006).
- [48] R. J. Schoelkopf e S. M. Girvin, *Nature* **451**, 664 (2008).
- [49] D. A. Steck. *Alkali D Line Data*. <http://steck.us/alkalidata>
- [50] D. A. Steck. *Rubidium 87 D Line Data*. <http://steck.us/alkalidata>
- [51] M. O. Scully e M. S. Zubairy. “*Quantum Optics*”. Cambridge University Press (1997).
- [52] I. I. Rabi, *Phys. Rev.* **49**, 324 (1936).
- [53] D. H. Kobe, *Am. J. Phys.* **50**, 128 (1982).
- [54] D. Braak, *Phys. Rev. Lett.* **107**, 100401 (2011).
- [55] L. Yu, S. Zhu, Q. Liang, G. Chen e S. Jia, *Phys. Rev. A* **86**, 015803 (2012).
- [56] Qing-Hu Chen, C. Wang, S. He, T. Liu e Ke-Lin Wang, *Phys. Rev. A* **86**, 023822 (2012).
- [57] R.F. Bishop, N. J. Davidson, R. M. Quick e D. M. van der Walt, *Phys. Rev. A* **54**, R4657 (1996).
- [58] C. Emary, *Int. J. Mod. Phys. B* **17**, 5477 (2003).
- [59] N. Debergh e A. B. Klimov, *Int. J. Mod. Phys. A* **16**, 4057 (2001).
- [60] E. K. Irish, *Phys. Rev. Lett.* **99**, 173601 (2007).
- [61] B. W. Shore e P. L. Knight, *J. Mod. Opt.* **40**, 1195 (1993).
- [62] M. Brune, F. Schmidt-Kaler, A. Maali, J. Dreyer, E. Hagley, J. M. Raimond e S. Haroche, *Phys. Rev. Lett.* **76**, 1800 (1996).
- [63] P. Maunz, T. Puppe, I. Schuster, N. Syassen, P. W. H. Pinkse e G. Rempe, *Phys. Rev. Lett.* **94**, 033002 (2005).

- [64] I. Schuster, A. Kubanek, A. Fuhrmanek, T. Puppe, P. W. H. Pinkse, K. Murr e G. Rempe, *Nature Physics* **4**, 382 (2008).
- [65] L. V. Tarasov, “*Basic Concepts of Quantum Mechanics*” MIR Publishers - Moscou (1980).
- [66] W. Paul, *Rev. Mod. Phys.* **62**, 531 (1990).
- [67] D. F. Walls e G. J. Milburn, “*Quantum Optics*”. 2nd Edition, Springer (2008).
- [68] S. C. Rand, “*Lectures on Light: Nonlinear and Quantum Optics - Using the Density Matrix*”. Oxford (2010).
- [69] H. J. Carmichael, “*Statistical Methods in Quantum Optics I: Master Equations and Fokker-Planck Equations*”. Springer (2002).
- [70] S. M. Tan, *J. Opt. B: Quantum Semiclass. Opt.* **1**, 424 (1999).
- [71] A. Imamoglu, H. Schmidt, G. Woods e M. Deutsch, *Phys. Rev. Lett.* **79**, 1467 (1997).
- [72] K. -J. Boller, A. Imamoglu e S. E. Harris, *Phys. Rev. Lett.* **66**, 2593 (1991).
- [73] G. Alzetta, A. Gozzini, L. Moi. e G. Orriols, *Nuovo Cimento B* **36**, 5 (1976).
- [74] M. D. Lukin, *Rev. Mod. Phys.* **75**, 457 (2003).
- [75] E. Arimondo, *E. Wolf, Progress in Optics XXXV*, Cap.V “*Coherent Population Trapping in Laser Spectroscopy*”, Elsevier Science B. V. (1996).
- [76] M. Fleischhauer e M. D. Lukin, *Phys. Rev. Lett.* **84**, 5094 (2000).
- [77] C. L. G. Alzar, M. A. G. Martinez e P. Nussenzveig, *Am. J. Phys.* **70**, 37 (2002).
- [78] S. H. Autler e C. H. Townes, *Phys. Rev.* **100**, 703 (1955).
- [79] K. Murr, *J. Phys. B: At. Mol. Opt. Phys.* **36**, 2515 (2003).
- [80] H. M. Gibbs, “*Optical Bistability: Controlling Light with Light*”, Academic Press, Inc. (1985).
- [81] R. Bonifacio e L. A. Lugiato, *Opt. Comm.* **19**, 172 (1976).
- [82] G. V. Varada, M. S. Kumar e G. S. Agarwal, *Opt. Comm.* **62**, 328 (1987).
- [83] R. Bonifacio e L. A. Lugiato, *Phys. Rev. A* **18**, 1129 (1978).
- [84] H. M. Gibbs, S. L. McCall e T. N. C. Venkatesan, *Phys. Rev. Lett.* **36**, 1135 (1976).
- [85] G. Rempe, R. J. Thompson, R. J. Brecha, W. D. Lee e H. J. Kimble, *Phys. Rev. Lett.* **67**, 1727 (1991).

- [86] J. Gripp, S. L. Mielke e L. A. Orozco, *Phys. Rev. A* **56**, 3262 (1997).
- [87] Th. Elsässer, B. Nagorny e A. Hemmerich, *Phys. Rev. A* **69**, 033403 (2004).
- [88] C. J. Hood, M. S. Chapman, T. W. Lynn e H. J. Kimble, *Phys. Rev. Lett.* **80**, 4157 (1998).
- [89] C. M. Savage e H. J. Carmichael, *IEEE J. Quant. Electr.* **24**, 1495 (1988).
- [90] M. O. Scully e M. Sargent, *Phys. Today* **25**, 38 (1972).
- [91] M. Tavis e F. W. Cummings, *Phys. Rev.* **170**, 379 (1968).
- [92] W. Harshawardhan e G. S. Agarwal, *Phys. Rev. A.* **53**, 1812 (1996).
- [93] A. Joshi e M. Xiao, *Phys. Rev. Lett* **91**, 143904-1 (2003).
- [94] D. A. B. Miller, *Nature Photonics* **4**, 3 (2010).
- [95] P. Kumar, P. Kwiat, A. Migdall, S. W. Nam, J. Vuckovic e F. N. C. Wong, *Quantum Inf. Proc.* **3**, 215 (2004).
- [96] J. Y. Cheung, C. J. Chunnillal, P. J. Thomas, J. R. Mountford e N. P. Fox, *Proc. of SPIE* **6583**, 65830G: 1-12 (2007).
- [97] R. H. Hadfield, *Nature Photonics* **3**, 696 (2009).
- [98] P. D. Drummond e S. J. Carter, *J. Opt. Soc. Am. B* **4**, 1565 (1987).
- [99] M. Fleischhauer e T. Richter, *Phys. Rev. A* **51**, 2430 (1995).
- [100] E. Abraham, C. T. Seaton e S. D. Smith, *Scientific American* **248**, 63 (1983).
- [101] R. T. Bate, *Scientific American* **258**, 78 (1988).
- [102] D. A. B. Miller, *Nature Photonics* **4**, 406 (2010).
- [103] R. S. Tucker, *Nature Photonics* **4**, 405 (2010).
- [104] D. Woods e T. J. Naughton, *Nature Photonics* **8**, 257 (2012).
- [105] H. J. Caulfield e S. Dolev, *Nature Photonics* **4**, 261 (2010).
- [106] R. S. Tucker, *J. Lightwave Technol.* **24**, 4655 (2006).
- [107] L. Larger, M. C. Soriano, D. Brunner, L. Appeltant, J. M. Gutierrez, L. Pesquera, C. R. Mirasso e I. Fischer, *Optics Express* **20**, 3241 (2012).
- [108] L. Tian e H.J. Carmichael, *Phys. Rev. A* **46**, R6801 (1992).
- [109] S. S. Shamilov, A. S. Parkins, M. J. Collet e H. J. Carmichael, *Optics Comm.* **283**, 766 (2010).
- [110] A. Kubanek, A. Ourjoumtsev, I. Schuster, M. Koch, P. W. H. Pinkse, K. Murr e G. Rempe, *Phys. Rev. Lett.* **101**, 203602 (2008).

- [111] G. Hernandez, J. Zhang e Y. Zhu, *Phys. Rev. A* **76**, 053814 (2007).
- [112] H. Wu, J. Gea-Banacloche e M. Xiao, *Phys. Rev. Lett.* **100**, 173602 (2008).
- [113] R. Hanbury Brown e R. Q. Twiss, *Nature* **177**, 27 (1956).
- [114] R. J. Glauber, *Phys. Rev. Lett.* **10**, 84 (1963); *Phys. Rev.* **130**, 2529 (1963); *Phys. Rev.* **131**, 3766 (1963).
- [115] M. A. Kastner, *Rev. Mod. Phys.* **64**, 849 (1992).
- [116] R.J. Brecha, P.R. Rice e M. Xiao, *Phys. Rev. A* **59**, 2392 (1999).
- [117] X. T. Zou e L. Mandel, *Phys. Rev. A* **41**, 475 (1990).
- [118] D. F. Walls, *Nature* **306**, 141 (1983).
- [119] M. Brune, F. Schmidt-Kaler, A. Maali, J. Dreyer, E. Hagley, J. M. Raimond e S. Haroche, *Phys. Rev. Lett.* **76**, 1800 (1996).
- [120] A. A. Guzik e P. Walther. *Nature Physics* **8**, 285 (2012).
- [121] M. Koch, C. Sames, M. Balbach, H. Chibani, A. Kubanek, K. Murr, T. Wilk e G. Rempe, *Phys. Rev. Lett.* **107**, 023601 (2011).
- [122] J. Oksanen e J. Tulkki, *J. Lightwave Technol.* **24**, 4918 (2006).
- [123] M. Albert, A. Dantan e M. Drewsen, *Nature Photonics* **5**, 633 (2011).
- [124] I. Fushman, D. Englund, A. Faraon, N. Stoltz, P. Petroff e J. Vuckovic, *Science* **320**, 769 (2008).
- [125] H. Mabuchi, *Phys. Rev. A* **80**, 045802 (2009).
- [126] J. R. Johansson, P. D. Nation e N. Franco, *Comp. Phys. Comm.* **183**, 1760 (2012).

ANEXO

Parecer do diretor do Instituto
Max Planck sobre o trabalho
desenvolvido na Alemanha

MAX-PLANCK-INSTITUT FÜR QUANTENOPTIK

PROF. DR. GERHARD REMPE

Max-Planck-Institut für Quantenoptik • Postfach 1327 • D-85741 Garching



Hans-Kopfermann-Str. 1
D-85748 GARCHING

Tel: +49+89 32905 701
Fax: +49+89 32905 311
gerhard.rempe@mpq.mpg.de

Coordenação de Aperfeiçoamento de
Pessoal de Nível Superior (CAPES)
SBN, Quadra 02, lote 06, Bloco L
70.040-020 – Brasília, DF

Brasil

01.10.2012

PhD student: James Alves de Souza
Process number: BEX 2496/ 11-9

To Whom It May Concern:

James Alves de Souza is a PhD student in the group of Professor Celso Jorge Villas Boas at the São Carlos Federal University, Brasil. He spent one year in my group at the Max Planck Institute of Quantum Optics in Garching, Germany, from October 1, 2011 to September 30, 2012. The institute is one of the most renowned research institutes worldwide in the fields of fundamental and applied laser science, with special emphasis on quantum information science, quantum-many body physics and attosecond science.

When James applied to my group for the internship I first hesitated to take him, for two reasons. On the one hand, I receive so many applications that I can accept only a very small fraction of all applicants. On the other hand, James is pursuing a PhD project in theoretical physics while I am leading an experimental group. Therefore it was not clear to me whether he would fit into my group and establish contacts with the experimental PhD students, and whether I would be able to provide the proper supervision and guidance. But James had very good grades and his Professor, who had previously spent a one-year long sabbatical with us, recommended him strongly. So I decided to give it a try.

Looking back now onto the year James spent in my group, I am delighted to conclude that the interaction with him turned out to be extremely fruitful. He quickly learned to understand and speak the language of the experimentalists, and he gave very valuable input to our research. Most notable, he turned out to be a very independent student with a remarkable ability to identify very much by himself important physics problems. Only very little guidance was actually required from my side or by the group.

James mainly worked on topics of optical cavity quantum electrodynamics (QED) with single atoms, a research field pioneered by my group over the last 15 years. He concentrated on two topics. The first one is of very fundamental nature and concerns the transition from the quantum to the classical world which one expects when the number of quanta becomes large. Cavity QED provides an ideal setting to study this transition by scaling the properties of the system from the weak excitation regime where quantum effects are well understood into the strong driving regime which has hardly been investigated so far. Specifically, James evaluated the time-dependent two-photon correlation function, $g^2(\tau)$, under different driving conditions. While for low driving the correlation function shows photon anti-bunching, $g^2(0) < g^2(\tau)$, which is a clear signature of non-classical light, it behaves classically for high driving and completely agrees with the Cauchy-Schwartz inequality (CSI), $|g^2(0) - 1| \geq |g^2(\tau) - 1|$. This could indicate a

transition to classicality. However, a violation of the CSI is a sufficient but not necessary condition for a light field to be quantum. Therefore the CSI alone is not enough to explore the expected quantum to classical transition for increasing driving.

In order to obtain more insight and search for a signature of the quantum to classical transition, James introduced a semi-classical model in which the light field is treated as a classical variable. To define a semi-classical correlation function for this light field, he invented semi-classical trajectories. Similar to quantum trajectories, the semi-classical coherent evolution of the system is interrupted by sudden quantum jumps occurring when a photon is spontaneously emitted from the atom (but not the cavity field). This enabled him to investigate the effect of the atomic emissions on a classical field in comparison with a full quantum description of the system where one has collapses induced by atom emissions as well as cavity emissions. In both the quantum and the semi-classical model the relaxation of the intra-cavity intensity to the steady state exhibits pronounced super-Rabi oscillations which come from the coherent exchange of energy between the driving laser and the atom-cavity system. However, for the amplitude, frequency and phase of these oscillations James found a significant difference in the predictions of the two models for low driving where cavity emissions are important. As the driving increases, the photon number increases, too. Consequently, cavity emissions are less important and the differences between the two models become smaller. This observation suggests that one might be able to find a signature of the quantum to classical transition in the oscillatory behaviour of the correlation functions in addition to the CSI, providing a good starting point for future research on this very fundamental issue.

The second topic James worked on was related to electromagnetically induced transparency (EIT) in an optical cavity QED system. This research was motivated by a recent series of experiments in my group which achieved for the first time the condition of EIT with just a single atom in a high-finesse resonator. This demonstrated that a single three-level atom can transmit or reflect a weak probe laser depending on the intensity of a strong control laser, an effect which concerns the average light intensity. James now went one step further and investigated whether it is possible to also control the fluctuations of the probe beam. Towards this end, he studied two-photon correlations, $g^2(0)$, of the transmitted probe light field as a function of the control laser intensity. He made use of the fact that the control laser induces a dynamic light shift of the energy levels of the strongly coupled atom-cavity system. This allowed him to tune the atom-cavity system into and out-of resonance with the probe laser in such a way that photon blockade phenomena could be turned on and off. As a consequence, the photon statistics of the transmitted probe field can be tuned to exhibit sub-shot noise, $g^2(0) < 1$, or super-shot noise, $g^2(0) > 1$. This should allow one to turn a shot-noise limited laser field with $g^2(0) = 1$ into a quiet (quantum) field or a noisy (classical) field. In some sense, the ability to amplify and switch the quantum properties of a light field by means of a control laser makes the cavity EIT system a quantum transistor, a hot topic of modern research. It features a series of fluctuation resonances which James explained as resulting from different transitions driven by the probe laser between dressed energy levels of the optically controlled atom-cavity system. Extended plateaus exist between the resonances, providing a robust parameter regime for generating non-classical light.

All these scientific achievements are outstanding and were obtained very much by James himself. In fact, in terms of insight and carefulness he even outperformed one of my experienced postdoctoral researchers working with him on some aspects of the quantum transistor. James presented his results as poster presentations on two international meetings, first the school "*Introduction to circuit and cavity QED*" in Les Houches, France, February 26 – March 2, 2012, and second the Spring Meeting of the German Physical Society in Stuttgart, Germany, March 12 – 16, 2012, as well as a talk on our group workshop in Lenggries, Germany, September 24 – 26, 2012. All his presentations were very stimulating and well received by the experts. It was in particular in Les Houches where his results and ideas about semi-classical trajectories triggered plenty of insightful discussions between him and one of the founding fathers of quantum trajectories. James' results on the optical control of the photon statistics by means of cavity EIT are presently formulated in a manuscript to be sent to a high-visibility journal.

To summarize, James is an excellent physicist with the potential to contribute a series of innovative ideas to quantum optics in particular and fundamental physics in general. I am more than happy that one year ago I decided to accept him in my group. The numerous discussions I had with him were extremely

valuable also for me. With this backdrop I actually hope that he considers spending some more time with us as a postdoctoral researcher after having finished his PhD in the not-too-distant future.

A handwritten signature in blue ink that reads "G. Rempe". The letters are cursive and fluid, with a prominent loop on the 'G' and a long tail on the 'e'.

Prof. Dr. Gerhard Rempe
Director Max Planck Institute of Quantum Optics