UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO CARLOS

PROGRAMA DE MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL

DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA

FABIANO DONIZETI DA SILVA LUZETTI

Figuras Circulares:

Uma Atividade Envolvendo Perímetro e Área do Círculo

SÃO CARLOS

2013

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO CARLOS
PROGRAMA DE MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA

FABIANO DONIZETI DA SILVA LUZETTI

Figuras Circulares:
Uma Atividade Envolvendo Perímetro e Área do Círculo

Dissertação de mestrado profissional apresentada ao Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional da Universidade Federal de São Carlos, como parte dos requisitos para obtenção do título de Mestre em Ensino de Ciências Exatas.

Orientação: Prof. Dr. Tomas Edson Barros

SÃO CARLOS
2013

Ficha catalográfica elaborada pelo DePT da Biblioteca Comunitária da UFSCar

L979fc

Luzetti, Fabiano Donizeti da Silva.
Figuras circulares : uma atividade envolvendo perímetro e área do círculo / Fabiano Donizeti da Silva Luzetti. -- São Carlos : UFSCar, 2013.
80 f.

Dissertação (Mestrado) -- Universidade Federal de São Carlos, 2013.

1. Matemática - estudo e ensino. 2. Perímetro. 3. Áreas e volumes. 4. Círculo. 5. Engenharia didática. 6. Atividades na sala de aula. I. Título.

CDD: 510.7 (20ª)

BANCA EXAMINADORA:

Prof. Dr. Tomas Edson Barros

Profa. Dra. Ires Dias

Prof. Dr. João Carlos Vieira Sampaio

Aos meus pais, Aparecida Fátima da Silva Luzetti e João Roberto Luzetti, às minhas irmãs, Kelly e Karina, em especial à minha noiva, Greiceane, por estarem sempre presente em minha vida.

AGRADECIMENTOS

As experiências por mim vividas, e que resultaram nas ideias e alternativas que aqui me referi, foram marcadas pela presença e participação de muitas pessoas.

Agradeço ao Prof. Dr. Tomas Edson Barros, por sua orientação.

À minha companheira, Greiceane Paschoal Paulo, sou profundamente grato pelo privilégio de compartilhar sua sabedoria, na condição de aprendiz, assim como usufruir de seu estímulo e de sua disponibilidade.

Aos professores Márcio, Renato, Luciene, Grazielle, Ivo, Roberto, Tomas, Paulo Caetano, Pedro e Sampaio, pelas discussões acadêmicas e pelos ensinamentos.

Aos meus companheiros da primeira turma do Profmat. Fico grato pelo apoio, pelas discussões e aprendizado durante o curso. Em especial, agradeço ao Emerson, Fabrício, Luis Alexandre e Rodrigo pelo companheirismo e amizade.

A Deus, em especial, pela oportunidade e pelo privilégio que me foi dado em compartilhar tamanha experiência.

RESUMO

O presente trabalho tem por objetivo relatar os resultados de uma investigação didático-pedagógica que utiliza uma sequência de atividades experimentais e investigativas, para trabalhar as relações métricas envolvendo perímetro e área do círculo, um tema de extrema importância para o ensino básico. Essa investigação, que foi conduzida seguindo os passos da Engenharia Didática, ocorreu em duas salas de 8ª série/9º ano do Ensino Fundamental II de uma escola pública no interior do Estado de São Paulo. Os resultados indicam que a utilização desta proposta de trabalho pode favorecer a aprendizagem por meio de aulas mais prazerosas e participativas pelos alunos.

Palavras-chave: Perímetro. Área. Círculo. Engenharia Didática. Atividades.

ABSTRACT

This study aims to report the results of a didactic and pedagogic research that uses a sequence of experimental and investigative work for the metric relations involving perimeter and area of a circle, a topic of extreme importance to basic education. This research, which was conducted in the footsteps of Didactic Engineering, occurred in two rooms of grade 8/9 years of Elementary School II of a public school in the state of São Paulo. The results indicate that the use of the proposed work can promote learning through lessons more enjoyable and participatory students.

Keywords: Perimeter. Area. Circle. Engineering Curriculum. Activities.

LISTA DE FIGURAS

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO

Nos últimos anos, presenciamos um baixo rendimento na aprendizagem Matemática na Educação Básica, fato este que pode ser verificado em avaliações como a do SARESP. O rendimento insatisfatório está associado entre outros, a um ensino que privilegia o uso de fórmulas nas quais os alunos resolvem problemas de forma automática e sem reflexão.

Levando em consideração a necessidade de construir um conhecimento sólido, baseado em competências e habilidades, fazendo com que o aluno seja capaz de pensar matematicamente e aplicar esse conhecimento em diversas situações, como está previsto em documentos oficiais como os Parâmetros Curriculares Nacionais e o Currículo do Estado de São Paulo, desenvolvemos um conjunto de atividades que coloca o aluno como sendo o principal agente de sua própria aprendizagem. Dessa forma, o professor passa a ter um papel de mediador entre o aluno e o conhecimento, dando um suporte quando necessário.

Ao trabalharmos nesse formato, permitimos que os alunos construam conceitos, elaborem caminhos e investiguem soluções, tornando a aprendizagem mais significativa. Desta forma, evitamos o excesso de aulas expositivas tão pouco atraentes para os estudantes.

No Capítulo 1, descreveremos sobre o ensino de Matemática na Educação Básica. Em seguida, daremos uma apresentação histórica sobre as relações métricas envolvendo circunferência e círculo, tema central deste trabalho.

No Capítulo 2, apresentaremos as folhas de atividades, ou seja, o produto de ensino elaborado para aplicação em sala de aula, juntamente com os objetivos e as expectativas esperadas pelo professor. Em seguida, descreveremos sobre a metodologia de investigação para a aplicação das atividades em sala de aula, que no nosso caso é a *Engenharia Didática.*

Tal metodologia, criada pela educadora francesa Michèle Artigue em meados da década de 80, desempenha um papel fundamental no desenvolvimento, na aplicação e na análise dos resultados desta proposta de trabalho.

No Capítulo 3, descreveremos brevemente sobre a escola e as salas onde as atividades foram aplicadas. Em seguida, faremos um relato sobre a aplicação das atividades em sala de aula, confrontando com as expectativas esperadas pelo professor.

O Capítulo 4 destina-se à conclusão desta proposta de trabalho. Neste capítulo, descreveremos sobre o processo de elaboração, aplicação e análise dos resultados da aplicação em sala de aula.

CAPÍTULO 1

FUNDAMENTOS TEÓRICOS

1.1 INTRODUÇÃO

O presente capítulo inicia-se sobre o ensino de Matemática na Educação Básica, dando ênfase ao ensino de Geometria e a importância de se trabalhar a Matemática com significado e de forma construtiva, fazendo com que o aluno se torne protagonista de sua própria aprendizagem. Em seguida, descreveremos sobre as relações métricas envolvendo circunferência e círculo, diretamente ligadas ao número *pi*, representado pela letra π do alfabeto grego.

1.2 O ENSINO DE MATEMÁTICA NA EDUCAÇÃO BÁSICA

A Matemática é uma ciência que trata de objetos e relações abstratas. É uma linguagem que nos permite representar o mundo e elaborar uma compreensão e uma representação da natureza. É com ela que construímos formas de agir sobre o mundo, prevendo e controlando os resultados de ações e resoluções de problemas.

A Matemática é uma das ciências mais antigas, ocupando um lugar de destaque no Currículo Escolar. Ao longo de sua história, a Matemática passou por uma grande evolução nos seus métodos, na sua relação com as outras áreas do conhecimento e no alcance de suas aplicações.

De acordo com a Introdução aos Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL, 1998), a Matemática está presente na vida das pessoas, como fruto da criação humana, em situações em que é preciso quantificar, calcular, localizar um objeto no espaço, ler gráficos, mapas e fazer previsões.

Em tal perspectiva, a Introdução aos Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL, 1998, p.60):

> [...] propõem e explicitam algumas alternativas para que se desenvolva um ensino de Matemática que permita ao aluno compreender a realidade em que está inserido, desenvolver suas capacidades cognitivas e sua confiança para enfrentar desafios, de modo a ampliar os recursos necessários para o exercício da cidadania, ao longo de seu processo de aprendizagem.

Neste sentido, o Currículo do Estado de São Paulo: Matemática (SÃO PAULO, 2010), estabelece que o aluno desenvolva formas de pensamento lógico, utilize corretamente a linguagem matemática, aplique adequadamente os conceitos matemáticos em situações do cotidiano, utilize os conhecimentos geométricos para compreender e analisar o mundo físico, utilize métodos estatísticos e probabilísticos para tirar conclusões a partir de dados e informações, utilize corretamente os recursos tecnológicos e aplique os conhecimentos matemáticos em outras áreas do conhecimento.

No que diz respeito ao ensino de Geometria, nos Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática (BRASIL, 1998, p. 51), nota-se a expressão ‘espaço e forma’ como referência ao ensino dessa disciplina.

Nesse contexto, o documento enfatiza que:

> Os conceitos geométricos constituem parte importante do currículo de Matemática no ensino fundamental, porque, por meio deles, o aluno desenvolve um tipo especial de pensamento que lhe permite compreender, descrever e representar, de forma organizada, o mundo em que vive. O estudo da Geometria é um campo fértil para trabalhar com situações-problema e é um tema pelo qual os alunos costumam se interessar naturalmente. O trabalho com noções geométricas contribui para a aprendizagem de números e medidas, pois estimula o aluno a observar, perceber semelhanças e diferenças, identificar regularidades etc.

Nesse tema, o Currículo do Estado de São Paulo: Matemática (SÃO PAULO, 2010), estabelece que a principal competência que o aluno deve desenvolver é a de saber utilizar o conhecimento geométrico para realizar a leitura e a representação da realidade e agir sobre ela.

Sendo assim, este trabalho tem como proposta elaborar um conjunto de atividades envolvendo o tema *‘Circunferência e Círculo’*, que permitam que os alunos leiam, interpretem, realizem experimentos, formulem hipóteses e façam conjecturas, tornando o processo de ensino-aprendizagem prazeroso e significativo de acordo com o que é proposto nos Parâmetros Curriculares Nacionais e no Currículo do Estado de São Paulo.

1.3 CIRCUNFERÊNCIA E CÍRCULO

Ao compararmos fórmulas relativas a figuras circulares, mais precisamente circunferência e círculo, percebemos a presença da constante de proporcionalidade π em todas elas. Isto acontece porque esse número está diretamente ligado aos cálculos métricos envolvendo essas mesmas.

Mas o que é o número π? De acordo com Lima (1985), π é a área de um círculo de raio 1. Pode-se dizer também que π é o comprimento de uma circunferência de diâmetro igual a 1 ou, de um modo mais geral, π é a razão entre o comprimento de uma circunferência e seu diâmetro.

Segundo Eves (2004), é atribuída a Arquimedes uma das primeiras tentativas de se calcular rigorosamente o valor de π. Em sua obra *A medida de um círculo*, ele desenvolveu um método de aproximações para o cálculo do comprimento da circunferência.

Como não se conheciam fórmulas para calcular o perímetro de figuras curvas, Arquimedes resolveu fazer aproximações por meio de polígonos regulares inscritos e circunscritos à circunferência. Por aplicações sucessivas desse processo, podemos calcular os perímetros dos polígonos regulares inscritos e circunscritos de seis, doze, vinte e quatro, quarenta e oito, noventa e seis lados e assim por diante.

Continuando esse processo, tomando polígonos com o número de lados cada vez maior, mais seu perímetro se aproxima do comprimento da circunferência. Assim, quando o número de lados do polígono tende ao infinito, o perímetro tende ao comprimento e a razão entre o comprimento da circunferência e seu diâmetro tende ao valor de π.

Após Arquimedes, muitos outros matemáticos aplicaram seu método para obter aproximações cada vez mais precisas do valor de π. A grande evolução no cálculo de π ocorreu a partir da invenção do computador, tornando possível calcular o valor de π com milhares de casas decimais em um tempo muito mais curto. Neste contexto, o cálculo de π se faz por métodos analíticos, muitas vezes consistindo em cálculos aproximados de somas de séries infinitas. O leitor interessado em saber mais, pode consultar a referência (EBBINGHAUS, 1991).

Na prática, não precisamos conhecer o valor de π com muitas casas decimais. Na maioria das aplicações, de duas a quatro casas decimais é mais do que o suficiente para obtermos uma boa precisão na maioria dos problemas.

O número π também está diretamente ligado ao problema da *quadratura do círculo*. Para Eves (2004), nenhum outro problema exerceu um fascínio maior do que aquele de se construir, com o auxílio de régua e compasso, um quadrado igual à área de um círculo dado.

Aqui Eves (2004, p.140) comenta que:

> O primeiro grego conhecido cujo nome se liga ao problema é Anaxágoras (c. 499-c. 427 a.C.), mas sua contribuição é desconhecida. Hipócrates de Quio, um contemporâneo de Anaxágoras, teve sucesso na quadratura de certas lunas especiais, ou figuras em forma de lua limitadas por dois arcos de circunferência, provavelmente na expectativa de que suas investigações pudessem levar à solução do problema da quadratura.

Literalmente, milhares de pessoas tentaram resolver esse problema, até que, no século XVIII, a irracionalidade de π foi demonstrada. Pouco depois, Euler conjecturou que π seria transcendente, isto é, não poderia ser raiz de uma equação polinomial com coeficientes inteiros.

Da transcendência de π resulta que o problema da quadratura do círculo não tem solução, pois o problema pede que se construa, com régua e compasso, um segmento igual a $\sqrt{\pi}$, o que não é possível, pois, como π é transcendente, $\sqrt{\pi}$ também é (LIMA, 1985).

CAPÍTULO 2

APRESENTAÇÃO DAS ATIVIDADES

2.1 INTRODUÇÃO

O presente capítulo inicia-se com a descrição das atividades bem como os objetivos a serem atingidos. Em seguida, apresentaremos a metodologia de investigação para aplicação em sala de aula.

As atividades são apresentadas por trechos, na mesma ordem em que foram aplicadas nas salas. Contudo, para uma análise mais detalhada, os trechos foram mesclados com comentários explicativos. Nos comentários de cada trecho explicamos as intenções didáticas ali implícitas e os conteúdos matemáticos abordados.

É possível visualizar as atividades completas no apêndice A deste trabalho e, as soluções esperadas no apêndice B.

2.2 DESCREVENDO AS ATIVIDADES

As atividades apresentadas foram elaboradas para que os alunos se dividissem em duplas. Os materiais necessários para o desenvolvimento das atividades são: objetos circulares, calculadora, cartolina, barbante, estilete e régua. O tempo de duração para o desenvolvimento do tema foi estipulado em oito (8) aulas com duração de cinquenta (50) minutos cada uma.

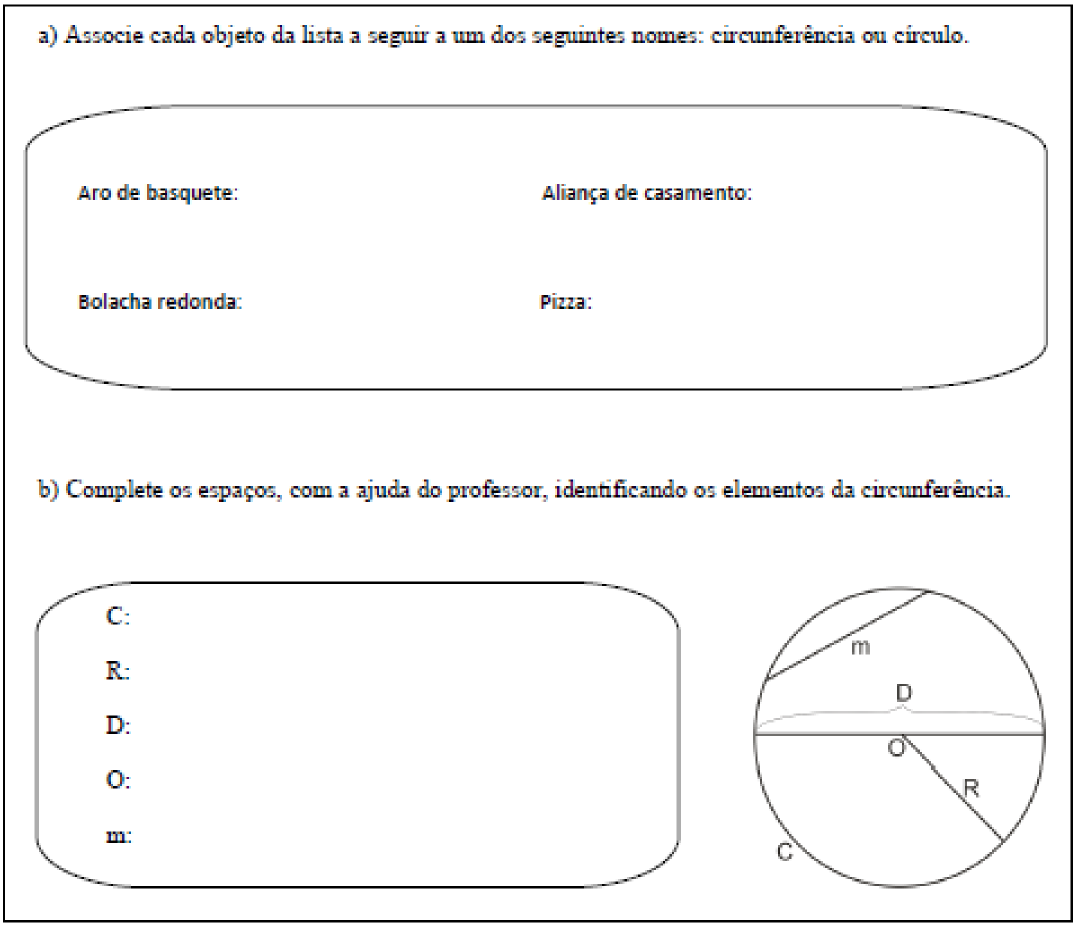
O conteúdo central a ser desenvolvido ao longo das atividades são os cálculos métricos envolvendo circunferência e círculo. A medida de perímetro e área envolvendo figuras circulares está diretamente ligada ao número π.

Esperamos que ao final das atividades, os alunos possam diferenciar circunferência e círculo, reconhecer a figura de uma circunferência e seus elementos em diversos objetos de formato circular, conhecer a relação entre comprimento e diâmetro de uma circunferência (*pi*), compreender a fórmula para o cálculo da área de um círculo e resolver problemas que envolvam o comprimento da circunferência e a área do círculo.

ATIVIDADE 1

Nesta atividade, são introduzidos os conceitos de círculo e circunferência, incluindo a apresentação de seus elementos. Enquanto a circunferência é formada pelos pontos do plano equidistantes do centro da mesma, o círculo é toda a região do plano determinado pela circunferência, inclusive ela própria.

Figura 1: Círculo, Circunferência e seus elementos


a) Associe cada objeto da lista a seguir a um dos seguintes nomes: circunferência ou círculo.

Aro de basquete:

Aliança de casamento:

Bolacha redonda:

Pizza:

b) Complete os espaços, com a ajuda do professor, identificando os elementos da circunferência.

C:
R:
D:
O:
m:

Fonte: O autor

ATIVIDADE 2

Nessa atividade, os alunos farão um experimento envolvendo o comprimento de uma circunferência e seu diâmetro para vários objetos circulares.

No item (a), os alunos deverão medir o diâmetro e o comprimento da circunferência de dez (10) objetos circulares e registrar essas medidas em uma tabela. Para obter tais medidas, deverão utilizar um barbante para contornar os objetos e uma régua para medir os comprimentos obtidos.

O diâmetro pode ser medido diretamente através de uma régua, posicionando-a aproximadamente no centro do círculo de cada objeto.

Figura 2: Objetos circulares, régua e barbante

Fonte: O autor

No item (b), os alunos utilizarão uma calculadora para encontrar a razão entre o comprimento e o diâmetro de cada um dos objetos listados. No final, calcula-se a média entre todas essas razões.

Figura 3: Tabela para registro

b) Com uma calculadora, determine a razão entre o comprimento de cada circunferência C e a medida de seu diâmetro D. Registre também esses resultados na tabela.

	Objeto	Diâmetro D = 2R	Comprimento C	Razão C/D
1				
2				
3				
4				
5				
6				
7				
8				
9				
10				

Média das dez razões encontradas: ______________________

Fonte: O autor

No item (c), os alunos irão levantar conjecturas sobre o valor da razão entre o comprimento e o diâmetro de uma circunferência, chegando à conclusão que essa razão é próxima de três (3).

Figura 4: Atividade 2 - Item (c)

c) Observe os resultados que você obteve. Compare-os com os de seus colegas. O que você pode afirmar sobre a razão C/D?

Fonte: O autor

Após esta tarefa, será ressaltada que essa razão independe da circunferência, porque duas circunferências quaisquer são semelhantes. Todas as circunferências são semelhantes entre si. Esse número é, por definição, chamado de *pi* e representado pela letra grega π.

ATIVIDADE 3

Esta atividade tem por objetivo fazer com que os alunos compreendam melhor o significado do número *pi* e, a partir daí, introduzir a fórmula para se obter o comprimento de uma circunferência.

Talvez um dos grandes desafios no ensino do número π seja convencer os alunos de sua irracionalidade, ou seja, que se trata de um número cuja representação decimal é infinita e não periódica, pois não podemos garantir, pelo menos à primeira vista, que a divisão entre o comprimento da circunferência e seu diâmetro não seja um número racional.

Sendo assim, os alunos farão a leitura de um texto que se encontra na p. 58 no apêndice A, onde será apresentado o método de aproximações sucessivas, desenvolvido por Arquimedes, pois este método constitui um bom exemplo para ilustrar que o número π apresenta tais características. Após a leitura e compreensão do texto, os alunos deverão encontrar a fórmula que permite obter o comprimento de uma circunferência *C* em função de seu raio *R*.

Figura 5: O número pi e o comprimento da circunferência

Sendo assim, qual das alternativas abaixo representa o perímetro C de uma circunferência de raio R? Justifique sua resposta.

( ) πR ( ) πR^2 ( ) $2\pi R$

Fonte: O autor

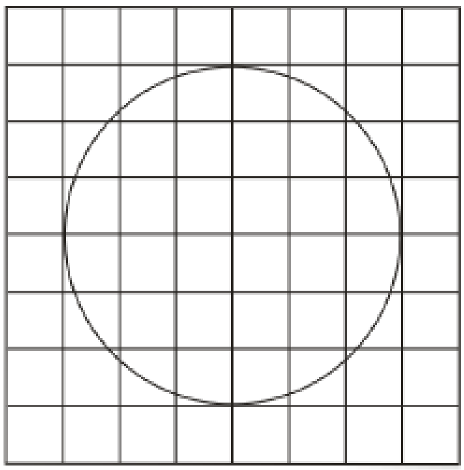
ATIVIDADE 4

Nesta atividade, os alunos irão calcular a área de um círculo de raio 3 *cm* com base em aproximações por quadrados de duas maneiras diferentes.

No item (a), os alunos farão uma estimativa da área do círculo, contando o número de quadrados cobertos pelo mesmo.

Figura 6: Atividade 4 - Item (a)

a) No desenho a seguir, cada quadradinho têm área de 1 cm^2. Faça uma estimativa da área do círculo, contando o número de quadradinhos cobertos pelo mesmo.



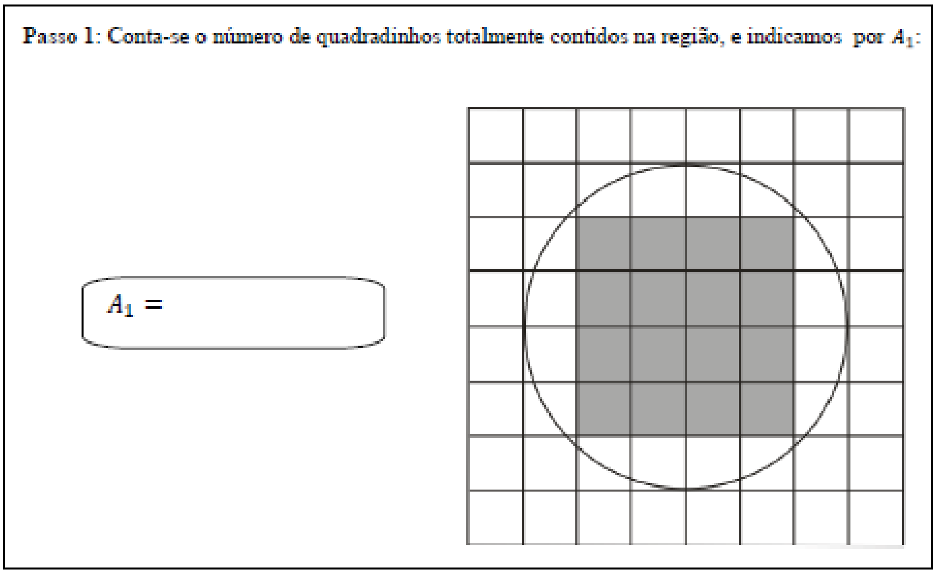
$A_{círculo} \cong$

Fonte: O autor

No item (b), será feita a média aritmética entre a quantidade de quadrados que estão inteiramente contidos na região e a menor quantidade de quadrados que cobrem totalmente a região. Para a realização da atividade será proposto os seguintes passos:

No *Passo 1*, será a menor aproximação da área do círculo, contando-se o número de quadrados inteiros totalmente contidos na região.

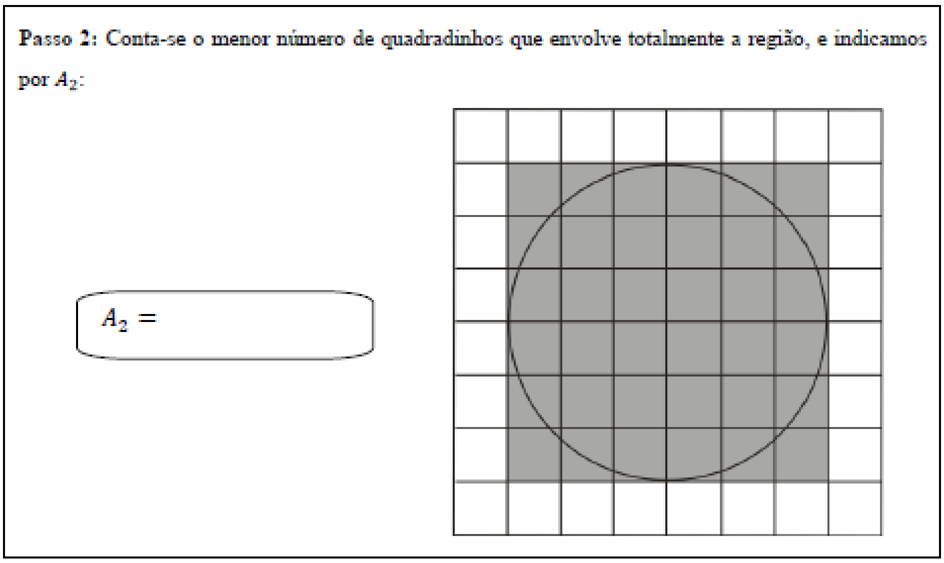
Figura 7: Atividade 4 - Item (b) - Passo 1



Fonte: O autor

No *Passo 2*, será a maior aproximação da área do círculo, contando-se o menor número de quadrados inteiros que envolvem totalmente a região.

Figura 8: Atividade 4 - Item (b) - Passo 2



Fonte: O autor

Nesse caso, os alunos devem perceber que a aproximação é muito grosseira, pois a área do círculo estaria entre 16 cm^2 e 36 cm^2, que é um intervalo muito grande. Contudo, a média entre os dois valores, que será calculada no *Passo 3*, resulta em 26 cm^2.

Figura 9: Atividade 4 - Item (b) - Passo 3

Passo 3: Calcula-se a média aritmética entre as duas quantidades de quadradinhos contadas nos passos 1 e 2:

$$A_{círculo} \cong \frac{A_{1+}A_2}{2} =$$

Fonte: O autor

Ao final dessa atividade, é importante comentar que, quanto menor for o tamanho dos quadrados, mais as figuras obtidas se aproximarão do círculo, e mais precisa será a aproximação em relação à área dele.

ATIVIDADE 5

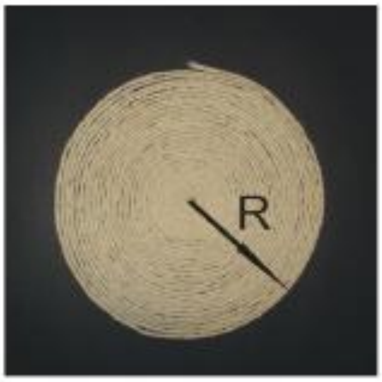
O principal objetivo desta atividade é fazer com que os alunos compreendam a fórmula para o cálculo da área de um círculo. Primeiro, através de um experimento que motivará uma investigação mais rigorosa, através de aproximação por polígonos regulares inscritos no círculo.

Cada dupla receberá um pedaço de barbante com aproximadamente 7 *m* de comprimento, cartolina, régua e estilete.

O experimento é composto por três passos. No *Passo 1*, os alunos deverão, com o barbante recebido, construir um círculo sobre um pedaço de cartolina.

Figura 10: Círculo construído com barbante

Passo 1: Pegue o barbante que você recebeu e o enrole de modo a formar um círculo, como mostra a figura abaixo:



Fonte: O autor

No *Passo 2*, os alunos deverão posicionar a régua sobre o círculo de modo que ela passe pelo centro do mesmo e depois, com um estilete, fazer um corte a partir de seu centro.

Figura 11: Cortando o círculo com um estilete

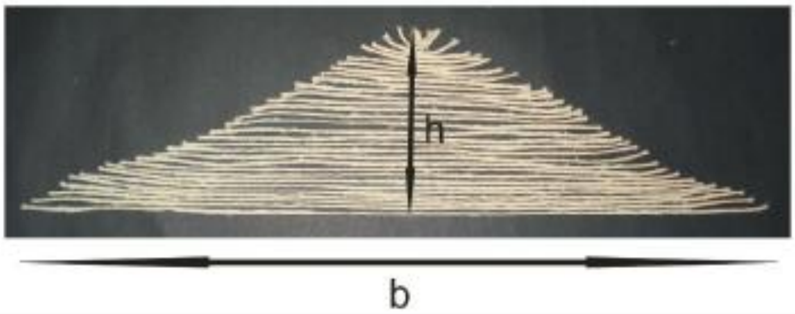
Passo 2: Posicione a régua sobre o círculo de modo que ela passe pelo centro do mesmo e depois, com um estilete, faça um corte a partir do centro do círculo como na figura. Peça ajuda ao seu colega:

Fonte: O autor

No *Passo 3*, os alunos irão "abrir" o círculo, formando uma nova figura.

Figura 12: Figura formada a partir do círculo

Passo 3: Abra o círculo de modo a formar a figura abaixo:



Fonte: O autor

Após a realização do experimento, serão feitas cinco (5) perguntas com o objetivo de levar o aluno a encontrar uma fórmula para o calculo da área de um círculo em função de seu raio e perímetro.

No item (a), os alunos serão questionados a respeito das áreas da figura mostrada no *Passo* 1 e da figura mostrada no *Passo* 3. Espera-se que os alunos concluam que as figuras são equivalentes, ou seja, possuem a mesma área.

Figura 13: Atividade 5 - Item (a)

a) O que você pode concluir a respeito das áreas da figura mostrada no Passo 1 e da figura mostrada no Passo 3?

Fonte: O autor

No item (b), serão feitas perguntas a respeito da forma da figura mostrada no *Passo* 3 e sobre as medidas indicadas nesse passo. Espera-se que os alunos concluam que a figura mostrada nesse passo é muito parecida com um triângulo e que as medidas *b* e *h* indicadas representam, respectivamente, a base a altura desse triângulo.

Figura 14: Atividade 5 - Item (b)

b) A figura mostrada no Passo 3 é muito parecida a qual figura geométrica? As medidas *b* e *h* representam que elementos dessa figura?

Fonte: O autor

No item (c), os alunos deverão calcular a área de um triângulo de base *b* e altura *h*. Espera-se que os alunos concluam que a área desse triângulo é igual à metade do produto da base pela altura.

Figura 15: Atividade 5 - Item (c)

c) Qual é a área da figura encontrada em (b)?

Fonte: O autor

No item (d), os alunos deverão comparar a figura mostrada no *Passo* 1 com a figura mostrada no *Passo* 3 e concluir que as medidas *b* e *h* representam, respectivamente, o perímetro *C* e o raio *R* do círculo.

Figura 16: Atividade 5 - Item (d)

d) Se C denota o perímetro do círculo mostrado no Passo 1 e R denota o raio desse mesmo círculo, podemos afirmar que:

( ) $C = h$ ( ) $C = b$ ( ) $R = h$ ( ) $R = b$

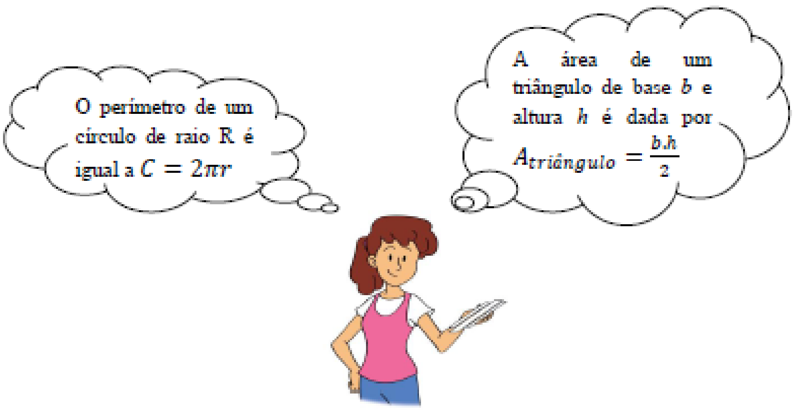
Fonte: O autor

Por fim, no item (e), os alunos deverão reunir todas as informações para encontrar a fórmula para o cálculo da área de um círculo em função de seu raio e perímetro. Espera-se que os alunos concluam que, como o círculo e o triângulo são figuras equivalentes, a área do círculo é dada por:

$$A_{círculo} = A_{triângulo} = \frac{C \cdot R}{2} = \frac{2\pi R \cdot R}{2} = \pi R^2$$

Figura 17: Atividade 5 - Item (e)

e) Baseado em tudo que fizemos o que você concluiria sobre a área do círculo?



$A_{círculo} =$

Fonte: O autor

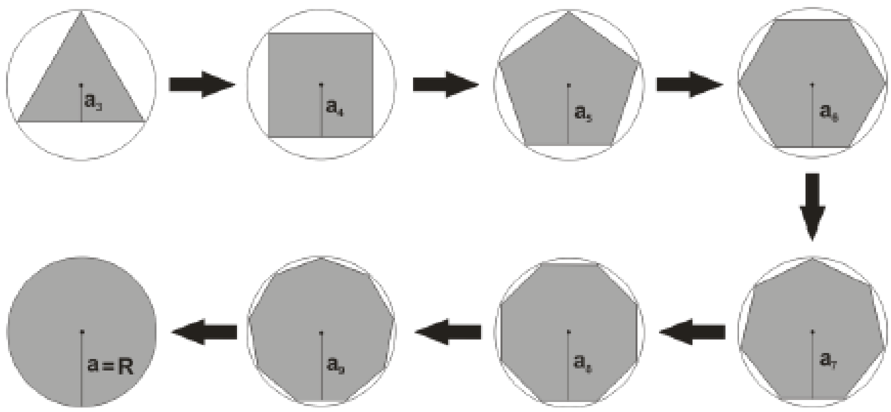
Como fechamento da atividade, os alunos farão a leitura de um texto complementar que demonstra a fórmula para o cálculo da área do círculo através do método de aproximação por polígonos regulares.

É importante ressaltar, que o experimento tem a finalidade de motivar e levar aos alunos a refletir sobre um determinado resultado, não substituindo a demonstração por meios da lógica matemática.

Figura 18: Aproximação por polígonos regulares

Aproximando por Polígonos Regulares

Observe a sequência de polígonos regulares abaixo. Como podemos perceber, à medida que aumentamos o número de lados dos polígonos, mais a figura se aproxima de um círculo.



Em vista do que já foi trabalhado anteriormente, notamos que a área da região determinada por um polígono regular de n lados é dada por $A_n = \frac{P_n \cdot a_n}{2}$ em que P_n é o perímetro do polígono e a_n é o apótema.

À medida que aumentamos o número de lados do polígono, o apótema a_n se aproxima cada vez mais do raio R e o perímetro do polígono P_n se aproxima cada vez mais do perímetro P do círculo.

Assim, a área do círculo é dada por:

$$A_{círculo} = \frac{P.a}{2} = \frac{C.R}{2} = \frac{2\pi R.R}{2} = \pi R^2$$

Fonte: O autor

ATIVIDADE 6

Essa atividade é composta de uma lista de problemas para que os alunos possam utilizar os conhecimentos adquiridos na resolução dos mesmos.

A resolução de problemas é uma etapa muito importante no processo de ensino-aprendizagem, pois exige um processo que comporta diferentes etapas que implicam na mobilização de um vasto conjunto de competências e habilidades.

Segundo com Polya (1995, p.V):

> Uma grande descoberta resolve um grande problema, mas há sempre uma pitada de descoberta na resolução de qualquer problema. O problema pode ser modesto, mas se dele desafiar a curiosidade e puser em jogo as faculdades inventivas, quem o resolver por seus próprios meios, experimentará a tensão e gozará o triunfo da descoberta. Experiências tais, numa idade susceptível, poderão gerar o gosto pelo trabalho mental e deixar, por toda a vida, a sua marca na mente e no caráter.

De acordo com o autor, resolver problemas não é apenas encontrar uma resposta. É uma forma de desenvolver o raciocínio, incentivar o aprendizado e despertar no aluno o gosto pela Matemática.

Após terminarem a resolução dos problemas, será aberta uma discussão com os alunos sobre os resultados encontrados e, caso necessário, o professor resolverá juntamente com eles os problemas propostos.

2.3 METODOLOGIA DE INVESTIGAÇÃO

A metodologia de investigação para a análise dos resultados da aplicação das atividades em sala de aula que usaremos neste trabalho é a *Engenharia Didática,* conceito que surgiu em meados da década de 80, na França.

Segundo Michèle Artigue (1988, p.283), esse conceito serve:

> [...] para rotular a forma de trabalho didático que é comparável ao trabalho do engenheiro que, para realizar um projeto preciso, se apoia sobre conhecimentos científicos, mas, ao mesmo tempo, se vê obrigado a trabalhar sobre objetos bem mais complexos que os objetos depurados da ciência e, portanto, a enfrentar praticamente, com todos os meios que dispõe, problemas que a ciência não quer ou não pode levar em conta.

De acordo com a autora, a engenharia didática utiliza-se de análises prévias, análise a priori de experiências a se desenvolver na sala, aplicação da experiência e análise a posteriori para validar a experiência. Em outras palavras, se analisa a hipótese do pesquisador e o que foi ou não validado através da experiência.

Segundo Bittar (1999), a engenharia didática tem como base a concepção, a realização, a observação e a análise de sequências de ensino.

De acordo com a autora, as demais metodologias de uma forma geral, utilizam uma validação externa, ou seja, a confrontação e a comparação entre grupos experimentais e testemunhas. Em contrapartida, a engenharia didática utiliza do estudo de caso e ainda de uma validação interna apoiada no confronto entre análise a priori e análise a posteriori.

Através da análise a priori podemos observar se uma determinada situação pode ser vivida como a didática.

Como vimos anteriormente, o processo experimental da engenharia didática utiliza-se de quatro fases. Apresentaremos aqui um resumo de cada uma das fases.

As análises prévias consistem de uma investigação do panorama do quadro didático geral e dos conhecimentos didáticos referentes ao assunto.

A análise a priori de experiências a se desenvolver na sala consiste em determinar as variáveis didáticas que delimitam a região de atuação da pesquisa, ou seja, as possíveis mudanças no processo de ensino-aprendizagem.

A aplicação da experiência consiste na aplicação de uma sequência didática elaborada pelo professor, respeitando a necessidade de alterações e correções desta mesma durante a aplicação.

A análise a posteriori é o momento em que o professor analisa todos os dados colhidos durante a fase de aplicação, confrontando as hipóteses e as experiências apontadas a fim de validar ou não todo o processo.

CAPÍTULO 3

APLICAÇÃO DAS ATIVIDADES

3.1 INTRODUÇÃO

O presente capítulo inicia-se com a descrição da escola e das salas onde as atividades foram aplicadas. Em seguida, descreveremos a aplicação das atividades e analisaremos as respostas dadas pelos alunos, verificando erros e dificuldades, confrontando com as expectativas esperadas pelo professor. Alguns pontos considerados importantes serão analisados mais detalhadamente.

3.2 A ESCOLA

As atividades foram aplicadas na Escola Estadual Euclides da Cunha, localizada na cidade de São José do Rio Pardo, estado de São Paulo. A escola tem esse nome em homenagem ao engenheiro/escritor Euclides da Cunha, que residiu em São José do Rio Pardo de 1898 a 1901, onde reconstruiu a ponte metálica que leva o seu nome e escreveu parte do livro "*Os Sertões*".

A escola tem uma ótima localização e conta com uma excelente estrutura, sendo constituída de um prédio principal e dois anexos. A unidade conta com um grande acervo de livros didáticos e paradidáticos e mídias em sua biblioteca.

Atualmente a escola trabalha com o Ensino Fundamental Ciclo II e o Ensino Médio regular. Há atividades nos três períodos, sendo o Ensino Médio nos períodos manhã e noite e o Ensino Fundamental no período da tarde.

Embora a escola tenha uma ótima localização, em uma região central, a maioria dos alunos é proveniente de bairros, sítios e fazendas, necessitando de transporte escolar.

Nos finais de semana a escola é utilizada pelo programa *Escola da Família*, onde são desenvolvidas atividades físicas e recreativas envolvendo os temas saúde, trabalho, esporte e cultura.

Figura 19: Escola Estadual Euclides da Cunha

Fonte: http//gazetadoriopardo.com.br/imagem/noticias/euclidessite.jpg

3.3 AS SALAS

As atividades foram aplicadas em duas salas de 8ª série/9º ano do Ensino Fundamental. De acordo com os resultados do Sistema de Rendimento Escolar do Estado de São Paulo (SARESP) de 2011, o percentual de alunos do 9º ano do Ensino Fundamental com desempenho abaixo do adequado em Matemática é de 88%, restando 10% para o nível adequado e apenas 2% para o nível avançado.

Apesar do baixo rendimento, percebemos que os alunos gostam muito da escola e possuem um carinho especial pelos professores, direção e funcionários. A escola é muito organizada e raramente ocorrem casos graves de indisciplina ou desacato a funcionários.

A tabela abaixo mostra que o desempenho dos alunos do 9º ano dessa escola é próximo dos verificados na média estadual.

Figura 20: Resultados do SARESP 2011 (Boletim da Escola)

9º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL								
CLASSIFICAÇÃO	NÍVEL		REDE ESTADUAL	COGSP	CEI	DIRETORIA DE ENSINO	MUNICÍPIO ESCOLAS ESTADUAIS	ESCOLA
Insuficiente	Abaixo do Básico	< 225	33,8	38,1	29,6	25,2	19,6	**22,0**
Suficiente	Básico	225 a < 300	55,9	54,4	57,4	57,4	62,5	**66,0**
	Adequado	300 a < 350	9,3	7,0	11,5	14,4	15,5	**10,0**
	Básico + Adequado		*65,1*	*61,3*	*68,9*	*71,8*	*78,0*	***76,0***
Avançado	Avançado	≥ 350	1,0	0,6	1,5	3,0	2,4	**2,0**

Fonte: http://saresp.fde.sp.gov.br/2011/ConsultaRedeEstadual.aspx?opc=1

3.4 ANÁLISE DA APLICAÇÃO

Cada atividade foi aplicada nas duas salas de 8ª série/9º ano e, como forma de simplificar a nossa apresentação, descreveremos os resultados de cada atividade de um modo geral, uma vez que os resultados individuais de cada sala são muito próximos, ficando repetitivo se apresentados separadamente.

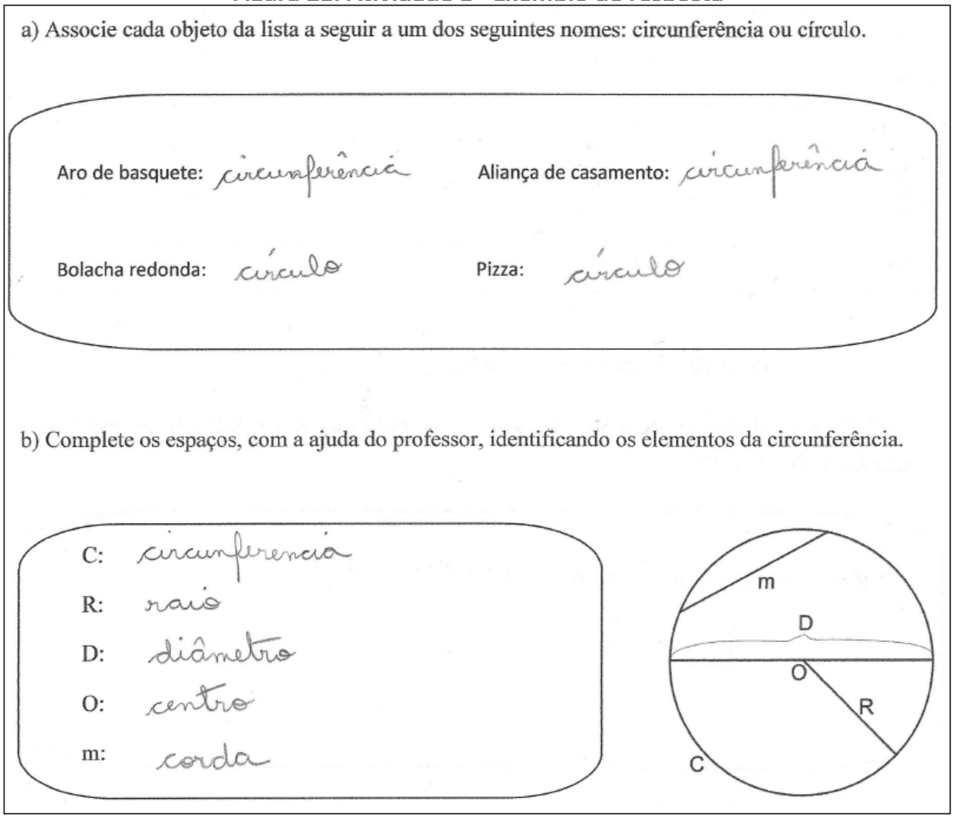
Em ambas as salas aplicadas houve um envolvimento integral dos alunos. De um modo geral, foram bem receptivos às atividades e se mostraram muito participativos.

ATIVIDADE 1

Os alunos não encontraram dificuldades para a realização desta atividade. Diferenciaram bem os conceitos de circunferência e círculo, associando a objetos do dia a dia e não tiveram dificuldades para o reconhecimento dos elementos da circunferência.

O objetivo dessa atividade foi atingido, uma vez que ela serve apenas como uma preparação para a realização das atividades posteriores.

Figura 21: Atividade 1 - Exemplo de resposta



Fonte: O autor

ATIVIDADE 2

Os alunos se mostraram bastante motivados para a realização desta atividade, uma vez que os objetos envolvidos aproximaram a matemática desenvolvida na sala do cotidiano de cada um.

No item (a), os alunos contornaram os objetos com o auxilio de um pedaço de barbante, mediram os comprimentos obtidos e registraram essas medidas em uma tabela.

Vale ressaltar aqui a importância deste tipo de atividade para o aprendizado em matemática, uma vez que o maior desafio que o professor encontra em uma sala é o de motivar os alunos para o conteúdo que está sendo ensinado.

Figura 22: Alunos realizando o experimento

Fonte: O autor

No item (b), o cálculo da razão entre o comprimento da circunferência e seu diâmetro ocorreu naturalmente, uma vez que os alunos utilizaram a calculadora para a obtenção desta mesma.

Figura 23: Exemplo de resposta

b) Com uma calculadora, determine a razão entre o comprimento de cada circunferência C e a medida de seu diâmetro D. Registre também esses resultados na tabela.

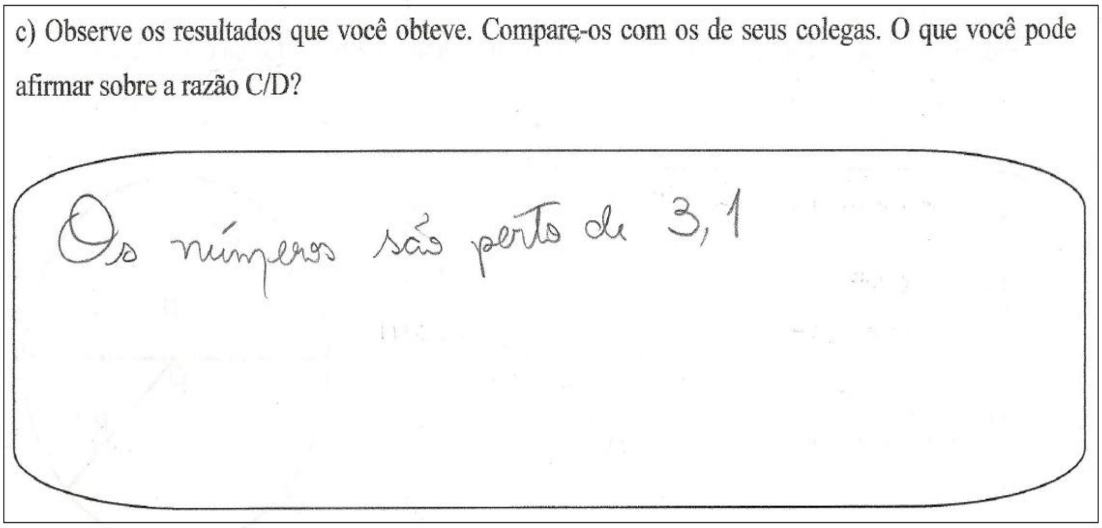
	Objeto	Diâmetro D = 2R	Comprimento C	Razão C/D
1	massa de tomate	7,3 Cm	23 Cm	3,15
2	iogurte	5,4 Cm	18 Cm	3,33
3	iogurte	4 Cm	12 cm	3
4	leite fermentado	4,6 cm	13,5 Cm	2,93
5	tampa de garrafa	3,2 cm	10 Cm	3,12
6	tampa de lata	10,7 Cm	33 Cm	3,08
7	tampa de lata	10,4 Cm	31 Cm	2,98
8	tampa tempero	5 Cm	16 Cm	3,2
9	lata de óleo	7,5 Cm	21 Cm	2,8
10	tampa de lata	7,6 cm	23,5 Cm	3,09

Média das dez razões encontradas: 3,068

Fonte: O autor

No item (c), após a observação dos resultados e comparação com os resultados obtidos pelos colegas, a maioria das duplas percebeu que a razão entre o comprimento da circunferência e seu diâmetro é um número próximo de três (3), porém, apenas sete (7) duplas, aproximadamente 22% dos alunos justificaram esse fato relatando que isso acontece porque as circunferências são semelhantes entre si.

Figura 24: Exemplo de resposta


c) Observe os resultados que você obteve. Compare-os com os de seus colegas. O que você pode afirmar sobre a razão C/D?

Os números são perto de 3,1

Fonte: O autor

Após a realização da atividade, foi comentado que a razão entre o comprimento da circunferência e seu diâmetro independe da circunferência, porque duas circunferências quaisquer são “semelhantes”. Esse número é, por definição, chamado de *pi* e representado pela letra grega π. Informalmente, duas figuras geométricas A e B são semelhantes se B pode ser obtida de A pela ampliação ou redução do tamanho de A, mantendo as proporções de B. Para uma definição mais formal e rigorosa de semelhança, sugerimos a referência (LIMA, 2009).

Alguns alunos questionaram o fato de o número *pi* ser representado por uma letra e não em sua forma decimal. Foi respondido que o número π não possui representação decimal finita, ou seja, π é irracional.

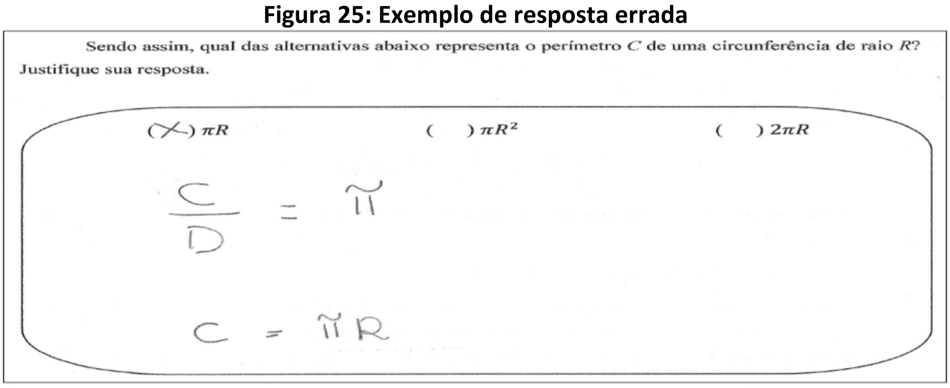
ATIVIDADE 3

Nessa atividade, após a leitura do texto, que apresentava o número *pi* e sua natureza irracional, foi aberta uma discussão sobre o método desenvolvido por Arquimedes. Esse momento foi aproveitado para um aprofundamento sobre os números irracionais.

Em seguida, os alunos responderam a pergunta referente a esta atividade onde eles deveriam encontrar uma fórmula para o cálculo do comprimento da circunferência com base no texto apresentado. Foi observado que apenas oito (8) duplas, 25% dos alunos indicaram como resposta a alternativa correta. E dessas, apenas cinco (5) duplas, aproximadamente 16% dos alunos justificaram o problema corretamente.

As demais duplas, 75% dos alunos, ou não entenderam o que estava sendo proposto ou fizeram um raciocínio equivocado ou ainda, erraram em cálculos.

Figura 25: Exemplo de resposta errada



Fonte: O autor

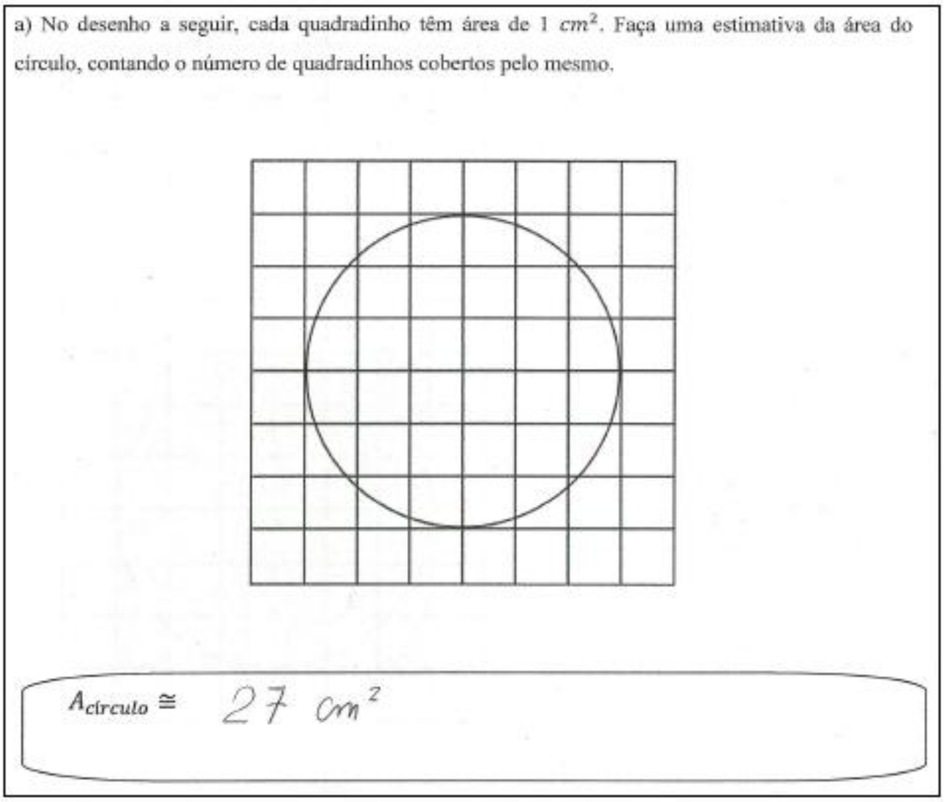
ATIVIDADE 4

Como já era esperada, a realização dessa atividade se deu de uma forma tranquila e sem muitas dificuldades.

No item (a), as respostas para um valor aproximado para a área de um círculo de raio 3 cm variaram entre 25 cm^2 e 29 cm^2, o que pode ser considerado uma boa aproximação para a área do mesmo.

Vinte e nove (29) duplas, aproximadamente 91% dos alunos responderam corretamente a questão. As três (3) duplas restantes, aproximadamente 9% dos alunos provavelmente não entenderam o que estava sendo pedido uma vez que o nível de dificuldade do problema era baixo.

Figura 26: Exemplo de resposta

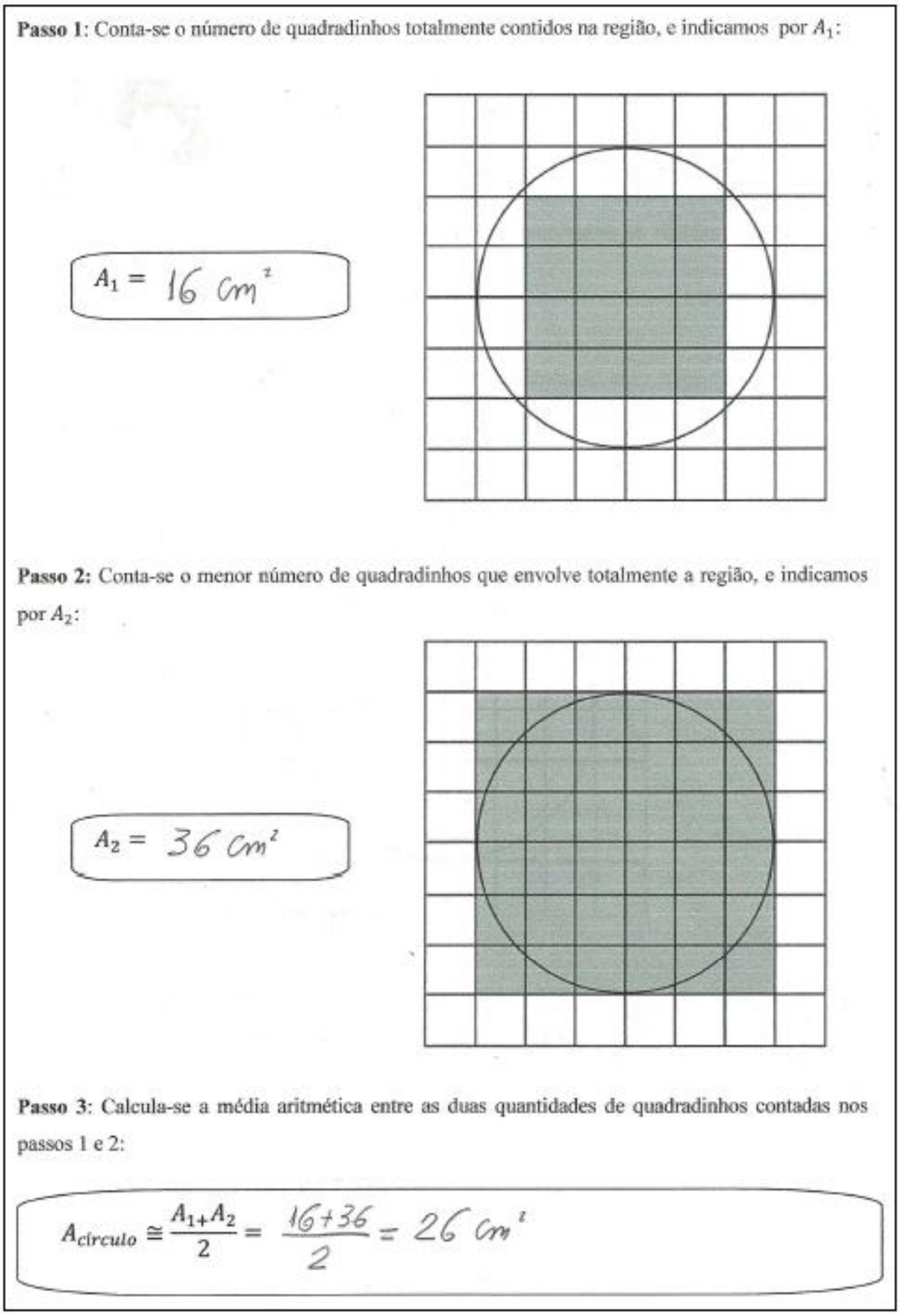


Fonte: O autor

No item (b), vinte e nove (29) duplas, aproximadamente 91% dos alunos realizaram os passos propostos encontrando o valor de 26 cm^2 para a média entre as duas quantidade contadas nos passos 1 e 2. As três (3) duplas restantes, aproximadamente 9% dos alunos erraram pelo mesmo motivo relatado no item (a).

Após a realização da atividade, foi comentado que quanto menor for o tamanho dos quadrados, mais as figuras obtidas se aproximarão do círculo, e mais precisa será a aproximação em relação à área dele.

Figura 27: Exemplo de resposta



Fonte: O autor

ATIVIDADE 5

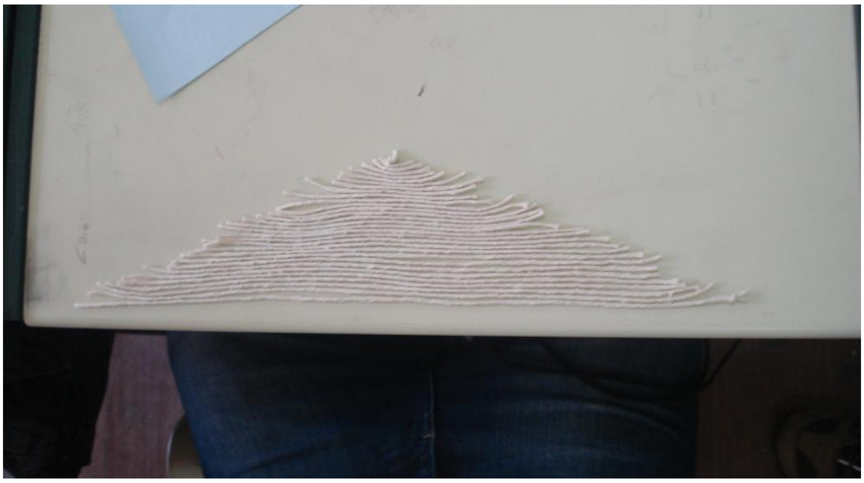
Do mesmo modo que na atividade 2, os alunos se mostraram bastante motivados para a realização desta atividade.

Algumas duplas encontraram dificuldade para iniciar o experimento, o que depois ocorreu de forma tranquila. Após a realização do mesmo, os alunos seguiram um roteiro, composto por cinco (5) itens, para encontrar a fórmula para o cálculo da área do círculo em função de seu raio e perímetro.

Figura 28: Alunos realizando o experimento

Fonte: O autor

Figura 29: Alunos realizando o experimento



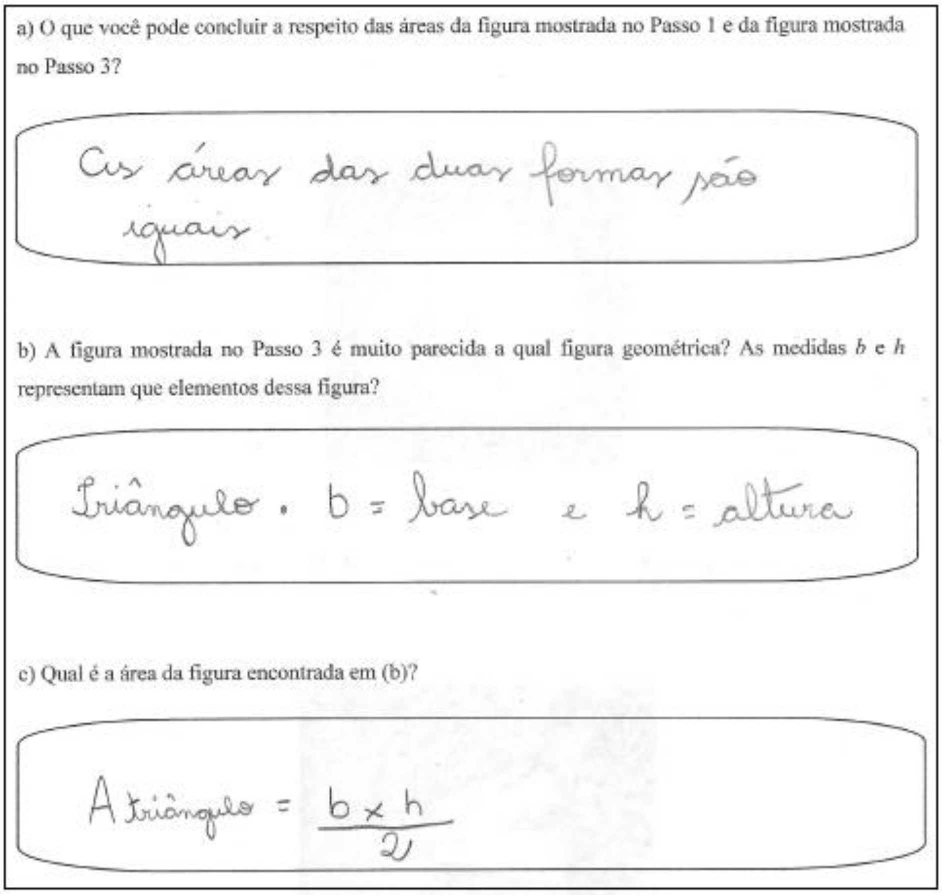
Fonte: O autor

No item (a), trinta (30) duplas, aproximadamente 94%, concluíram que a figura mostrada no *Passo 1* era equivalente à figura mostrada no *Passo 3*, ou seja, que as duas figuras possuem a mesma área. As duas (2) duplas restantes, o que equivale a aproximadamente 6% dos alunos erraram dizendo que as figuras não são equivalentes.

No item (b), todos os alunos concluíram que a figura mostrada no *Passo 3* é muito parecida com um triângulo e que as medidas *b* e *h* representam, respectivamente, a base e a altura desse triângulo.

No item (c), quinze (15) duplas, aproximadamente 47% dos alunos lembraram-se da fórmula para o cálculo da área de um triângulo. Das duplas restantes, quatorze (14), aproximadamente 44% dos alunos esqueceram-se de dividir por dois o produto da base pela altura e, as três (3) duplas restantes, aproximadamente 9% dos alunos, deixaram este item em branco.

Figura 30: Exemplo de resposta - Itens (a), (b) e (c)



a) O que você pode concluir a respeito das áreas da figura mostrada no Passo 1 e da figura mostrada no Passo 3?

As áreas das duas formas são iguais

b) A figura mostrada no Passo 3 é muito parecida a qual figura geométrica? As medidas *b* e *h* representam que elementos dessa figura?

Triângulo. b = base e h = altura

c) Qual é a área da figura encontrada em (b)?

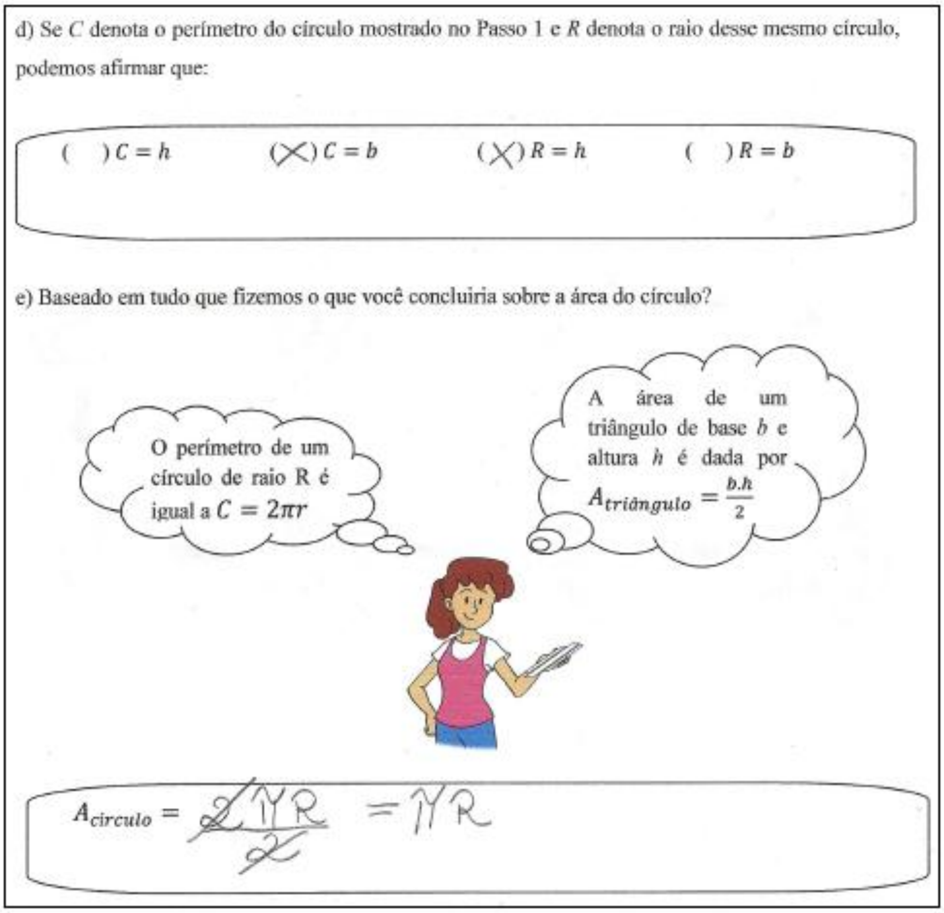
$A_{triângulo} = \frac{b \times h}{2}$

Fonte: O autor

No item (d), vinte e três (23) duplas, aproximadamente 72% dos alunos relacionaram a base do triângulo com o perímetro do círculo e a altura do triângulo com o raio do círculo. As nove (9) duplas restantes, aproximadamente 28% dos alunos, erraram apenas um (1) dos itens.

No item (e), apenas cinco (5) duplas, aproximadamente 16% dos alunos concluíram corretamente a fórmula para o cálculo da área do círculo. Acreditamos que, como ocorrido na atividade 3, as demais duplas, aproximadamente 84% dos alunos, ou não entenderam o que estava sendo proposto ou fizeram um raciocínio equivocado ou ainda, erraram em cálculos.

Figura 31: Exemplo de resposta errada - Itens (d) e (e)



Fonte: O autor

Como a maioria dos alunos não conseguiram deduzir a fórmula para o cálculo da área do círculo em função de seu raio e perímetro, o exercício foi resolvido na lousa pelo professor.

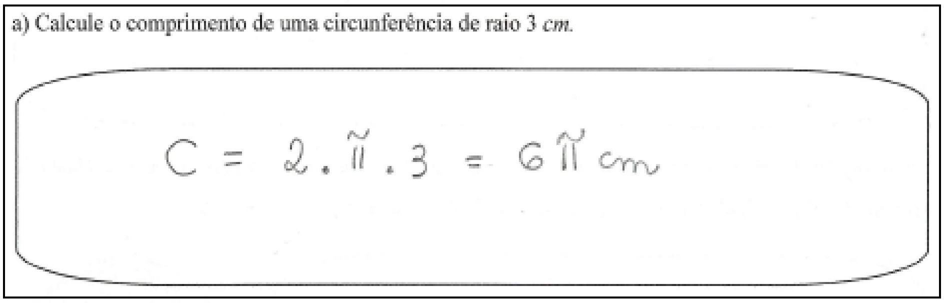
Após esse fato, foi apresentado um texto que se encontra na p. 65 no apêndice A, que justifica a validade do experimento, deduzindo a fórmula para o cálculo da área de um círculo usando aproximações por polígonos regulares. Com isso, acreditamos que os alunos se convenceram da validade da fórmula.

ATIVIDADE 6

Nessa atividade os alunos resolveram uma série de problemas sobre cálculos métricos envolvendo circunferência e círculo, como forma de aplicar os conhecimentos adquiridos nas atividades anteriores.

No item (a), temos um problema simples que envolve uma aplicação direta da fórmula $C = 2\pi R$ no cálculo do comprimento de uma circunferência de raio 3 *cm.* Vinte e seis (26) duplas, aproximadamente 81% dos alunos responderam corretamente esta questão. As seis (6) duplas restantes, aproximadamente 19% dos alunos, confundiram com a fórmula para o cálculo da área do círculo.

Figura 32: Exemplo de resposta



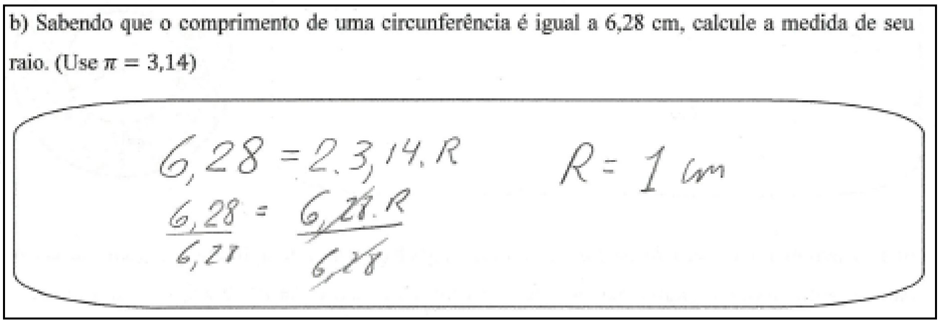
a) Calcule o comprimento de uma circunferência de raio 3 *cm.*

$C = 2 . \pi . 3 = 6\pi\ cm$

Fonte: O autor

No item (b), também temos um problema simples envolvendo uma aplicação da fórmula $C = 2\pi R$, sendo que neste caso, o problema fornecia o comprimento da circunferência e pedia que fosse encontrado o raio dessa mesma. Vinte de duas (22) duplas, aproximadamente 69% dos alunos responderam corretamente essa questão. Das dez (10) duplas restantes, quatro (4) delas, aproximadamente 12% dos alunos, substituíram o valor dado pelo raio e, seis (6) duplas, aproximadamente 19% dos alunos erraram em cálculos.

Figura 33: Exemplo de resposta


b) Sabendo que o comprimento de uma circunferência é igual a 6,28 cm, calcule a medida de seu raio. (Use π = 3,14)

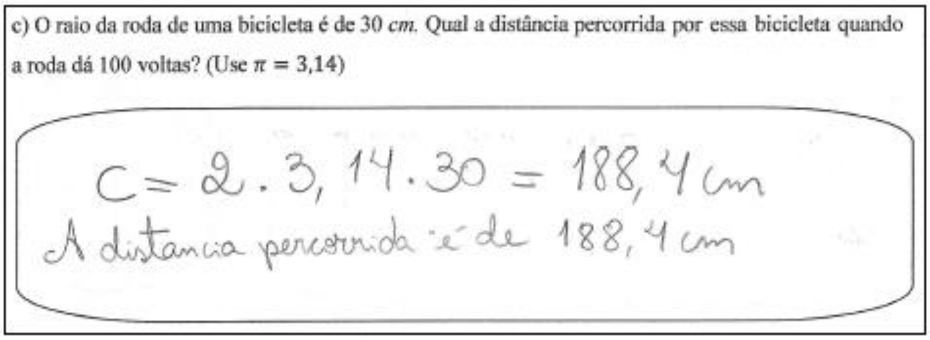
$6,28 = 2.3,14.R$ $R = 1$ cm

$\frac{6,28}{6,28} = \frac{\cancel{6,28}.R}{\cancel{6,28}}$

Fonte: O autor

No item (c), temos uma questão que avalia se o aluno consegue transferir o conhecimento adquirido para um problema do mundo real. Quatorze (14) duplas, aproximadamente 44% dos alunos, responderam corretamente esta questão. Das dezoito (18) duplas restantes, oito (8) delas, 25% dos alunos, começaram a responder corretamente o problema, mas se esqueceram de multiplicar por 100 o cálculo final e, dez (10) duplas, aproximadamente 31% dos alunos não interpretaram corretamente o problema.

Figura 34: Exemplo de resposta errada


c) O raio da roda de uma bicicleta é de 30 *cm*. Qual a distância percorrida por essa bicicleta quando a roda dá 100 voltas? (Use π = 3,14)

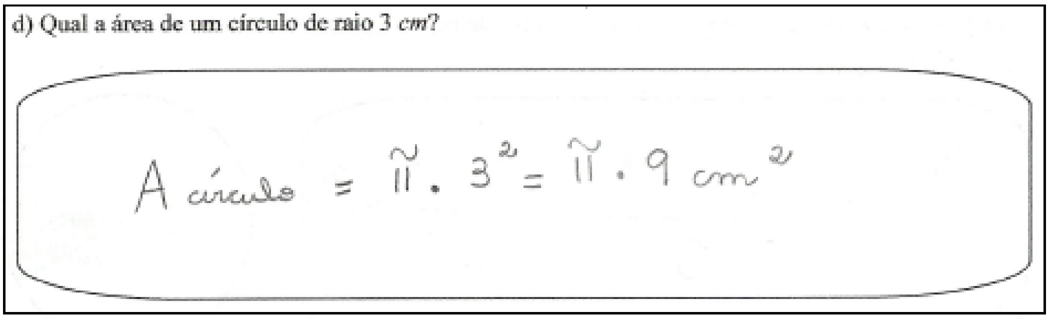
$C = 2.3,14.30 = 188,4$ cm

A distancia percorrida é de 188,4 cm

Fonte: O autor

No item (d), temos um problema simples envolvendo uma aplicação direta da fórmula para o cálculo da área do círculo $A = \pi R^2$. Vinte e quatro (24) duplas, 75% dos alunos responderam corretamente esta questão. As oito (8) duplas restantes, 25% dos alunos, confundiram com a fórmula para o cálculo do comprimento da circunferência.

Figura 35: Exemplo de resposta

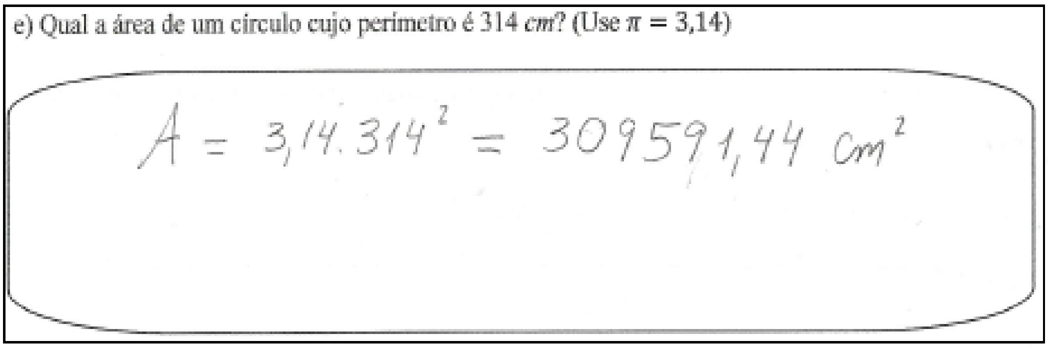

d) Qual a área de um círculo de raio 3 cm?

A círculo = $\tilde{\pi} \cdot 3^2 = \tilde{\pi} \cdot 9$ cm²

Fonte: O autor

No item (e) temos um problema que envolve uma aplicação das duas fórmulas envolvendo o perímetro e área do círculo. Quatro (4) duplas, aproximadamente 13% dos alunos, responderam corretamente esta questão. As vinte e oito (28) duplas restantes, aproximadamente 87% dos alunos, não interpretaram corretamente a questão.

Figura 36: Exemplo de resposta errada

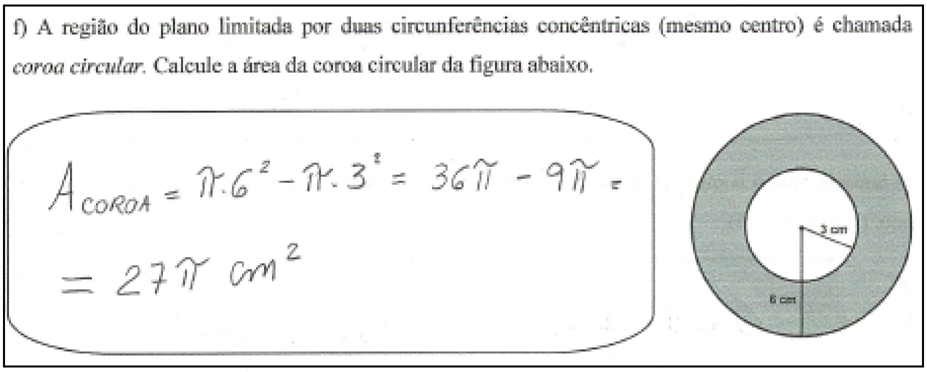

e) Qual a área de um círculo cujo perímetro é 314 cm? (Use $\pi = 3,14$)

$A = 3,14 . 314^2 = 309591,44 \text{ cm}^2$

Fonte: O autor

No item (f), o problema pede que se calcule a área de uma região denominada *coroa circular.* Mesmo não tendo sido definido nas atividades anteriores, o aluno poderia interpretar que a área da região procurada como sendo a diferença entre as áreas do círculo maior e do círculo menor. Nove (9) duplas, aproximadamente 28% dos alunos responderam corretamente esta questão. Das vinte e três (23) duplas restantes, quatorze (14), aproximadamente 44% dos alunos, usaram a diferença entre os raios na fórmula da área do círculo e nove (9), aproximadamente 28%, não conseguiram interpretar a questão.

Figura 37: Exemplo de resposta


f) A região do plano limitada por duas circunferências concêntricas (mesmo centro) é chamada *coroa circular*. Calcule a área da coroa circular da figura abaixo.

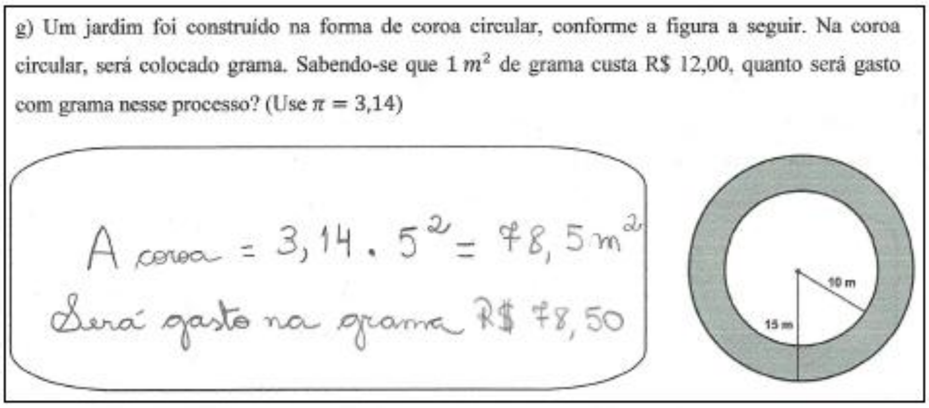
$A_{COROA} = \pi . 6^2 - \pi . 3^2 = 36\pi - 9\pi =$

$= 27\pi \ cm^2$

Fonte: O autor

No item (g), temos uma aplicação do item anterior. Cinco (5) duplas, aproximadamente 16% dos alunos responderam corretamente a questão. Das vinte e sete (27) duplas restantes, quatro (4) delas, aproximadamente 12% dos alunos esqueceram-se de multiplicar o resultado final por 12 e, vinte e três (23), aproximadamente 72% dos alunos, cometeram erros como mencionados no item anterior.

Figura 38: Exemplo de resposta errada


g) Um jardim foi construído na forma de coroa circular, conforme a figura a seguir. Na coroa circular, será colocado grama. Sabendo-se que $1\ m^2$ de grama custa R$ 12,00, quanto será gasto com grama nesse processo? (Use $\pi = 3{,}14$)

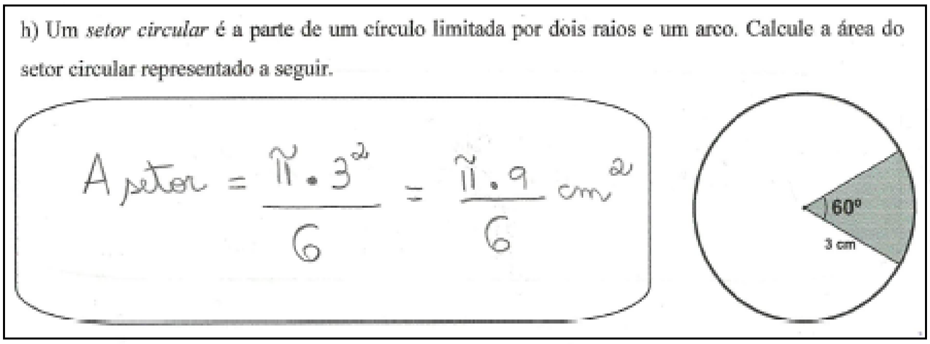
$A_{coroa} = 3{,}14 . 5^2 = 78{,}5\ m^2$

Será gasto na grama R$ 78,50

Fonte: O autor

No item (h), o problema pede que se calcule a área de uma região definida como *setor circular.* O aluno poderia interpretar essa região como sendo uma fração equivalente a $1/_6$ da área do círculo. Seis (6) duplas, aproximadamente 19% dos alunos, responderam corretamente essa questão. As vinte e seis (26) duplas restantes, aproximadamente 81% dos alunos, não conseguiram interpretar essa questão.

Figura 39: Exemplo de resposta



Fonte: O autor

3.5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

O Processo de aplicação das atividades se mostrou bastante satisfatório, a formação de duplas ajudou a promover uma interação entre os alunos e a utilização de um material diferente do livro didático e do caderno é uma ótima opção para despertar o interesse dos alunos e sair da rotina de aulas tradicionais.

Percebemos que o cenário onde se ensina e se aprende é fundamental para que o aluno passe a gostar de Matemática, aumentando sua confiança pessoal em atividades que envolvam o raciocínio matemático.

Não há aprendizagem sem a ação do aluno. Não podem aprender e pensar criticamente, analisar informações, fazer argumentações lógicas a menos que sejam encorajados a fazer isso repetidamente em muitos contextos.

A autoconfiança cresce à medida que experimentam sucessos na aprendizagem. As atividades de aprendizagem devem apresentar alguns desafios, mas estar ao alcance de todos.

Julgamos que as atividades foram adequadas para as salas e a análise das resoluções das duplas forneceram muitas informações sobre onde há maior dificuldade, ou seja, foram de grande valor para detectar problemas no processo de ensino-aprendizagem.

CAPÍTULO 4

CONCLUSÃO

4.1 INTRODUÇÃO

Apresentaremos, neste último capítulo, as conclusões sobre esta pesquisa, que envolvem o processo de construção, aplicação e análise dos resultados, bem como o método utilizado para nos guiar em nossos estudos.

4.2 ELABORAÇÃO DAS ATIVIDADES

As atividades elaboradas ao longo deste trabalho formam um material diferente do que encontramos em livros didáticos. Nosso produto tem doze (12) páginas e exige cerca de oito (8) aulas com duração de cinquenta (50) minutos cada uma para ser finalizado.

Sugerimos que esse material seja aplicado em duplas. Alem disso, sugerimos que o professor forneça poucas informações, fazendo com que as duplas sejam autônomas na elaboração das soluções e, consequentemente, na construção do processo de ensino-aprendizagem.

A aplicação do material exige uma dinâmica diferenciada nas salas, o que é ótimo para despertar o interesse dos alunos e também fugir de aulas tradicionais.

As perguntas ao longo das atividades são de simples compreensão e, ao mesmo tempo, apresentam situações desafiadoras. Deste modo acreditamos que o aluno será conduzido, ao longo das atividades, por um processo que tem por objetivo final uma aprendizagem significativa.

Através das etapas da engenharia didática, pudemos guiar nossos estudos de forma clara e organizada, tendo sempre em mente os objetivos e os obstáculos ao longo do caminho e, as hipóteses que desejávamos validar através das experiências vivenciadas.

4.3 APLICAÇÃO E ANÁLISE DOS RESULTADOS

Avaliamos que, de um modo geral, atingimos nossos objetivos, pois entendemos que os alunos se interessaram e se dedicaram muito na realização das atividades.

Percebemos, que a maioria dos alunos encontraram dificuldades na finalização das atividades 3 e 5 e também na resolução de alguns problemas da atividade 6.

Acreditamos que isso ocorre devido à dificuldade que os alunos apresentam na transposição da linguagem escrita para a linguagem matemática e também na leitura e interpretação de enunciados. Essas dificuldades estão mais relacionadas com a incapacidade de compreender e selecionar as operações adequadas do que com a execução propriamente dita. A interpretação e compreensão de enunciados requerem habilidades de leitura, assimilação de conceitos, de aplicação de regras e algoritmos e da transposição de uma linguagem para outra.

Vale lembrar, quando se trata de aprendizagem matemática, que a construção do conhecimento é um processo lento, individual e gradual de cada aluno, ou seja, nem sempre a lógica da disciplina corresponde à lógica com que o aluno aprende.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ARTIGUE, M. Ingénierie didactique. **Recherches em Didactique des Mathématiques**, Paris, v. 9, n. 3, p. 281-308, 1988.

BITAR, M. A noção de vetor no ensino secundário francês: um exemplo de metodologia de pesquisa em didática da matemática. **Anais da 22ª reunião da Anped**, 1999.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Fundamental. **Introdução aos Parâmetros Curriculares Nacionais**. Brasília: 1998.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática**. Brasília: 1998.

DANTE, L. R. **Tudo é Matemática:** 9º Ano. 3 ed. São Paulo: Ática: 2009.

DOLCE, O; POMPEO, J. N. **Geometria Plana**. 8 ed. São Paulo: Atual, 2005. v. 9 (Fundamentos da Matemática Elementar).

EBBINGHAUS, H. D. et al. **Numbers**.3 ed. New York: Springer Verlay: 1991.

EVES, H. **Introdução à história da matemática**. Tradução de Hygino H. Domingues. Campinas: Unicamp, 2004.

IEZZI, G; DOLCE, O; MACHADO, A. **Matemática e Realidade:** 8ª série. 5 ed. São Paulo: Atual, 2005.

LIMA, E. L. O que é o número π? **Revista do Professor de Matemática**, São Paulo, n. 6, p. 18-20, 1985.

LIMA, E. L. et al. **Temas e Problemas Elementares**. 2 ed. Rio de Janeiro: SBM, 2005. (Coleção do Professor de Matemática).

LIMA, E. L. **Medida e Forma em Geometria**. 4 ed. Rio de Janeiro: SBM, 2009. (Coleção do Professor de Matemática).

MILIES, F. C. P.; BUSSAB, J. H. O. **A geometria na Antiguidade clássica**. São Paulo: FTD, 1999.

POLYA, G. **A arte de resolver problemas**. Tradução de Heitor Lisboa de Araújo. 2 ed. Rio de Janeiro: Interciência, 1995.

SÃO PAULO (Estado). Secretaria da Educação. **Currículo do Estado de São Paulo:** Matemática. São Paulo: 2010.

SÃO PAULO (Estado). Secretaria da Educação. **Boletim da Escola**. Disponível em < http://saresp.fde.sp.gov.br/2011/ConsultaRedeEstadual.aspx?opc=1> Acesso em: fev. 2013.

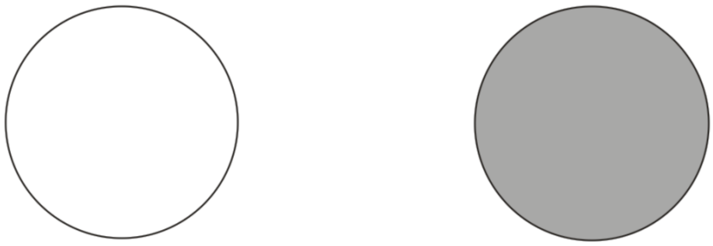
SÃO PAULO (Estado). Secretaria da Educação. **Caderno do Professor:** Matemática, Ensino Fundamental – 8ª série. São Paulo: 2009. v.4.

APÊNDICE A – ATIVIDADES

Circunferência e Círculo – Perímetro e Área

Atividade 1

Os desenhos a seguir são representações de figuras geométricas que apresentam características comuns, mas são diferentes:



Todas as figuras apresentadas são "*redondas*", mas a da esquerda é somente uma linha fechada e a da direita representa parte de um plano. Essas figuras geométricas recebem os nomes, respectivamente, de *circunferência* e *círculo*.

a) Associe cada objeto da lista a seguir a um dos seguintes nomes: circunferência ou círculo.

Aro de basquete:

Aliança de casamento:

Bolacha redonda:

Pizza:

b) Complete os espaços, com a ajuda do professor, identificando os elementos da circunferência.

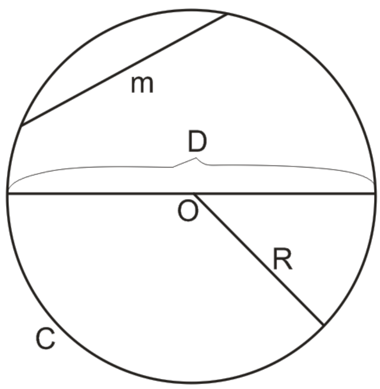
C:

R:

D:

O:

m:



Atividade 2

Nesta atividade, vamos realizar um experimento envolvendo alguns objetos circulares:

a) Utilizando um barbante, contorne cada um desses objetos e, com uma régua, meça os comprimentos obtidos. Registre essas medidas na tabela a seguir.

b) Com uma calculadora, determine a razão entre o comprimento de cada circunferência *C* e a medida de seu diâmetro *D*. Registre também esses resultados na tabela.

	Objeto	**Diâmetro** **D = 2R**	**Comprimento** **C**	**Razão** **C/D**
1				
2				
3				
4				
5				
6				
7				
8				
9				
10				

Média das dez razões encontradas: ________________________

c) Observe os resultados que você obteve. Compare-os com os de seus colegas. O que você pode afirmar sobre a razão C/D?

Atividade 3

O número π e o comprimento da circunferência

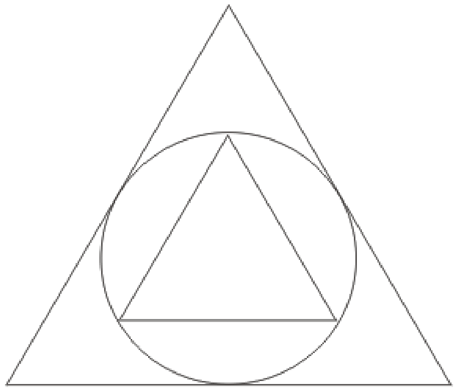
O número π é um número irracional aproximadamente igual a 3,1416. A constatação de que π é um número irracional demorou muito para ser demonstrada. O uso da letra grega π para representar a razão entre o comprimento da circunferência e seu diâmetro deve-se a Euler, que a adotou em 1737.

A irracionalidade de π só foi demonstrada no século XVIII. A prova desse fato é complexa demais para ser apresentada neste texto. Contudo, vamos apresentar argumentos que mostrem que o valor aproximado de π pode ser calculado, com uma precisão cada vez maior, sem limite.

É atribuída a Arquimedes (287-212 a.C.) uma das primeiras tentativas de se calcular rigorosamente o valor de π. Em sua obra *A medida de um círculo*, ele desenvolveu um método de aproximações para o cálculo do comprimento da circunferência.

Como não se conheciam fórmulas para calcular o perímetro de figuras curvas, Arquimedes resolveu fazer aproximações por meio de polígonos regulares inscritos e circunscritos à circunferência. Vejamos como este método funciona:

▪ Circunferência inscrita e circunscrita ao triangulo:

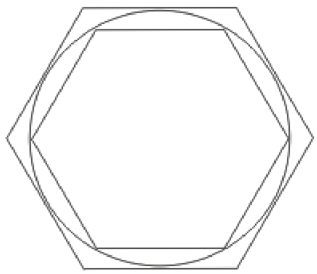


Supondo que a circunferência tenha raio de R unidades, o triangulo externo terá perímetro de $6\sqrt{3}R$ unidades e o triangulo interno terá perímetro de $3\sqrt{3}R$ unidades. Calculando a média entre o perímetro do triângulo externo P_e, e o perímetro do triângulo interno P_i, temos:

$$\frac{P_e + P_i}{2} = \frac{6\sqrt{3}R + 3\sqrt{3}R}{2} \cong 7{,}79R$$

Dividindo esse valor pelo diâmetro da circunferência, que é de $2R$ unidades, obtemos o valor aproximado de 3,90.

▪ Circunferência inscrita e circunscrita ao hexágono:

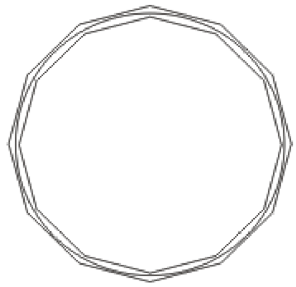


Supondo que a circunferência tenha raio de R unidades, o hexágono externo terá perímetro de $4\sqrt{3}\mathrm{R}$ unidades e o hexágono interno terá perímetro de $6R$ unidades. Calculando a média entre o perímetro do hexágono externo P_e, e o perímetro do hexágono interno P_i, temos:

$$\frac{P_e + P_i}{2} = \frac{4\sqrt{3}R + 6R}{2} \cong 6{,}46R$$

Dividindo esse valor pelo diâmetro da circunferência, que é de $2R$ unidades, obtemos o valor aproximado de 3,23.

▪ Circunferência inscrita e circunscrita ao dodecágono:



Supondo que a circunferência tenha raio de R unidades, o dodecágono externo terá perímetro de $24(2-\sqrt{3})R$ unidades e o dodecágono interno terá perímetro de $12\sqrt{2-\sqrt{3}}R$ unidades. Calculando a média entre o perímetro do hexágono externo P_e, e o perímetro do hexágono interno P_i, temos:

$$\frac{P_e + P_i}{2} = \frac{24\left(2-\sqrt{3}\right)R + 12\sqrt{2-\sqrt{3}}R}{2} \cong 6{,}32R$$

Dividindo esse valor pelo diâmetro da circunferência, que é de $2R$ unidades, obtemos o valor aproximado de 3,16.

Continuando esse processo, tomando polígonos com o número de lados cada vez maior, mais seu perímetro aproxima-se do comprimento da circunferência. Assim, quando o número de lados do polígono cresce infinitamente, o perímetro tende ao comprimento e a razão C/D tende ao valor de π.

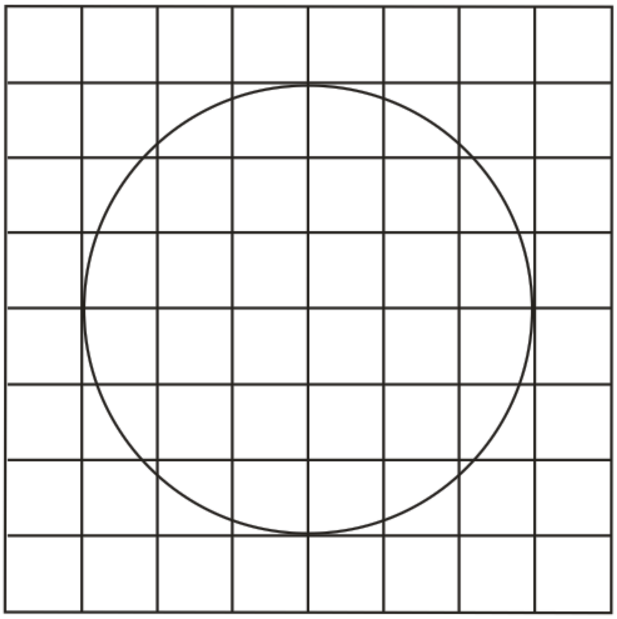
Sendo assim, qual das alternativas abaixo representa o perímetro *C* de uma circunferência de raio *R*? Justifique sua resposta.

(   ) πR (   ) πR^2 (   ) $2\pi R$

Atividade 4

Você já viu, em aulas anteriores, que a área de uma figura é equivalente à quantidade de *quadrados unitários* que "cabem" dentro dessa mesma. Se o lado do quadrado for de 1 cm, a unidade de área será chamada *centímetro quadrado* e representada por cm^2. Do mesmo modo, para cada unidade de comprimento, existe uma unidade de área correspondente.

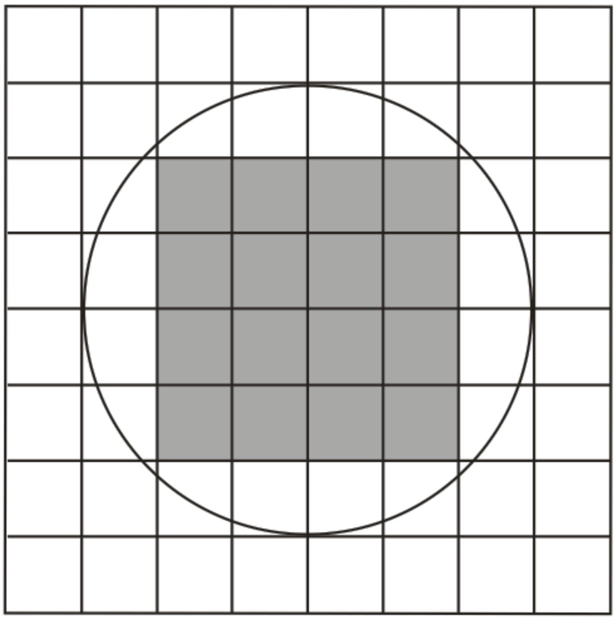
a) No desenho a seguir, cada quadradinho têm área de 1 cm^2. Faça uma estimativa da área do círculo, contando o número de quadradinhos cobertos pelo mesmo.



$A_{círculo} \cong$

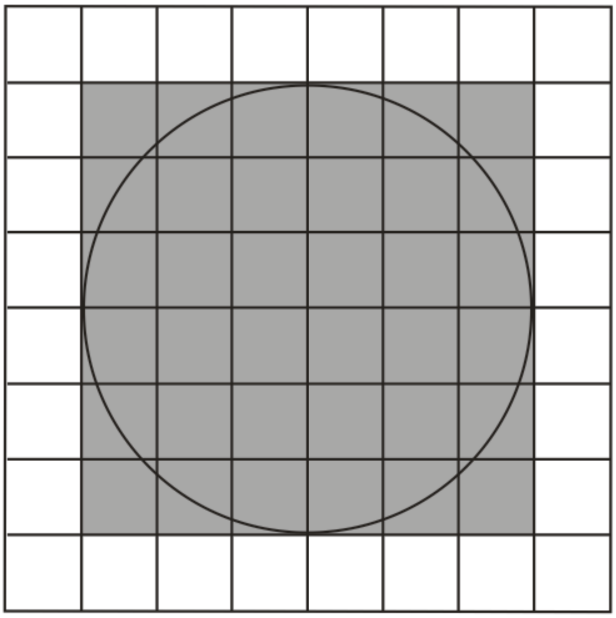
b) Outra maneira de encontrarmos um valor aproximado para a área do círculo acima, é seguindo os passos abaixo:

Passo 1: Conta-se o número de quadradinhos totalmente contidos na região, e indicamos por A_1:



$A_1 =$

Passo 2: Conta-se o menor número de quadradinhos que envolve totalmente a região, e indicamos por A_2:



$A_2 =$

Passo 3: Calcula-se a média aritmética entre as duas quantidades de quadradinhos contadas nos passos 1 e 2:

$$A_{círculo} \cong \frac{A_{1+}A_2}{2} =$$

Atividade 5

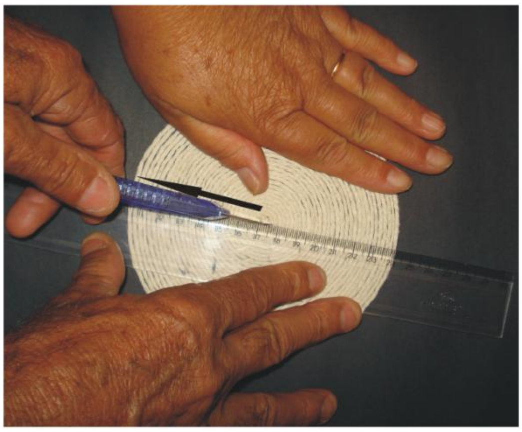
Na atividade 4, calculamos valores aproximados para a área de um círculo de raio 3 cm. Mas será que é possível estabelecer uma fórmula que nos permita obter um valor exato para a área do círculo do mesmo modo como fazemos com polígonos?

A resposta é sim. Nesta atividade, vamos tentar relacionar a área de um círculo com seu raio e perímetro. Primeiro, através de um experimento que motivará uma investigação mais rigorosa, através de aproximação por polígonos regulares inscritos no círculo.

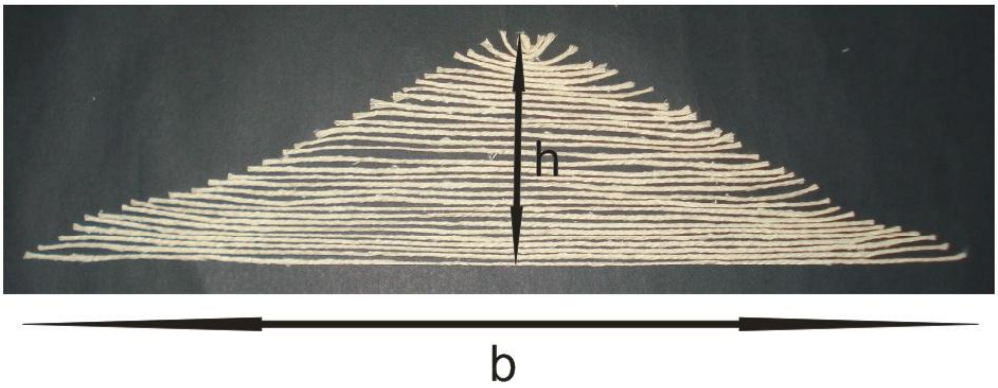
Experimento com barbante

Passo 1: Pegue o barbante que você recebeu e o enrole de modo a formar um círculo, como mostra a figura abaixo:

Passo 2: Posicione a régua sobre o círculo de modo que ela passe pelo centro do mesmo e depois, com um estilete, faça um corte a partir do centro do círculo como na figura. Peça ajuda ao seu colega:



Passo 3: Abra o círculo de modo a formar a figura abaixo:



a) O que você pode concluir a respeito das áreas da figura mostrada no Passo 1 e da figura mostrada no Passo 3?

b) A figura mostrada no Passo 3 é muito parecida a qual figura geométrica? As medidas *b* e *h* representam que elementos dessa figura?

c) Qual é a área da figura encontrada em (b)?

d) Se C denota o perímetro do círculo mostrado no Passo 1 e R denota o raio desse mesmo círculo, podemos afirmar que:

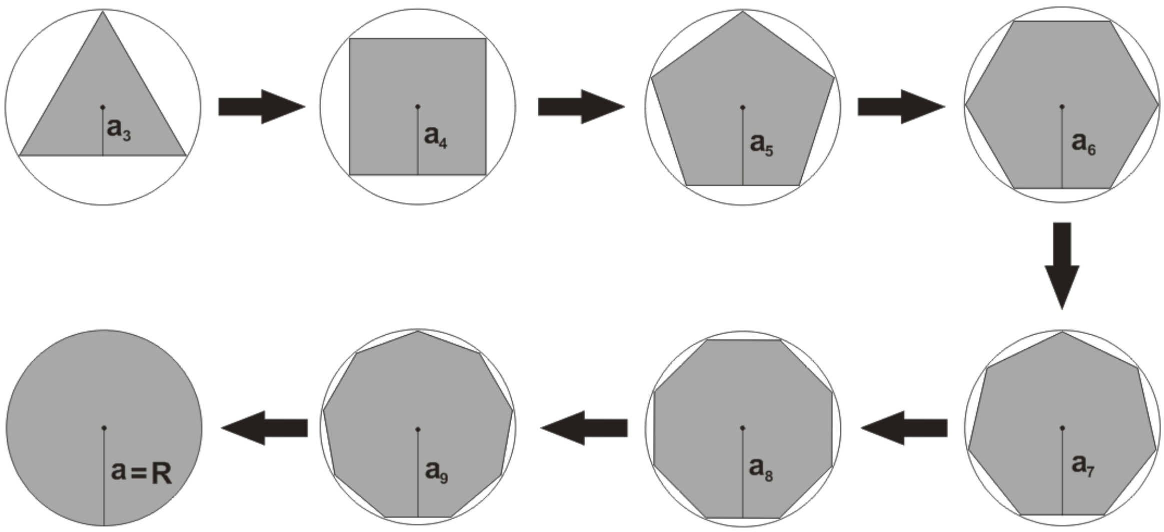
( ) $C = h$ ( ) $C = b$ ( ) $R = h$ ( ) $R = b$

e) Baseado em tudo que fizemos o que você concluiria sobre a área do círculo?

$A_{círculo} =$

Aproximando por Polígonos Regulares

Observe a sequência de polígonos regulares abaixo. Como podemos perceber, à medida que aumentamos o número de lados dos polígonos, mais a figura se aproxima de um círculo.



Em vista do que já foi trabalhado anteriormente, notamos que a área da região determinada por um polígono regular de *n* lados é dada por $A_n = \frac{P_n \cdot a_n}{2}$ em que P_n é o perímetro do polígono e a_n é o apótema.

À medida que aumentamos o número de lados do polígono, o apótema a_n se aproxima cada vez mais do raio *R* e o perímetro do polígono P_n se aproxima cada vez mais do perímetro *P* do círculo.

Assim, a área do círculo é dada por:

$$A_{círculo} = \frac{P \cdot a}{2} = \frac{C \cdot R}{2} = \frac{2\pi R \cdot R}{2} = \pi R^2$$

Atividade 6

Nesta atividade, vamos utilizar os conhecimentos adquiridos para resolver os problemas abaixo:

a) Calcule o comprimento de uma circunferência de raio 3 *cm*.

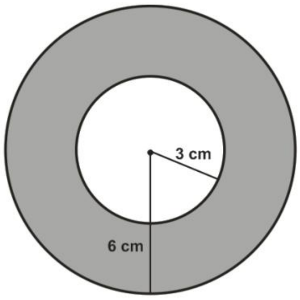
b) Sabendo que o comprimento de uma circunferência é igual a 6,28 cm, calcule a medida de seu raio. (Use $\pi = 3{,}14$)

c) O raio da roda de uma bicicleta é de 30 *cm*. Qual a distância percorrida por essa bicicleta quando a roda dá 100 voltas? (Use $\pi = 3{,}14$)

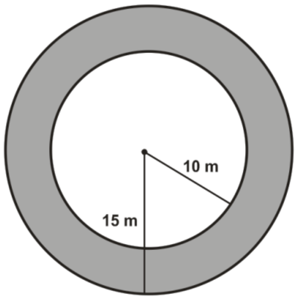
d) Qual a área de um círculo de raio 3 *cm*?

e) Qual a área de um círculo cujo perímetro é 314 cm? (Use $\pi = 3{,}14$)

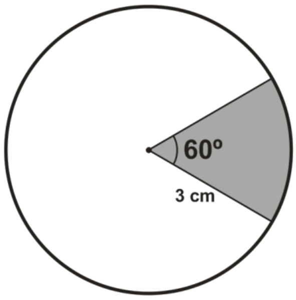
f) A região do plano limitada por duas circunferências concêntricas (mesmo centro) é chamada *coroa circular*. Calcule a área da coroa circular da figura abaixo.



g) Um jardim foi construído na forma de coroa circular, conforme a figura a seguir. Na coroa circular, será colocado grama. Sabendo-se que 1 m^2 de grama custa R$ 12,00, quanto será gasto com grama nesse processo? (Use $\pi = 3{,}14$)



h) Um *setor circular* é a parte de um círculo limitada por dois raios e um arco. Calcule a área do setor circular representado a seguir.

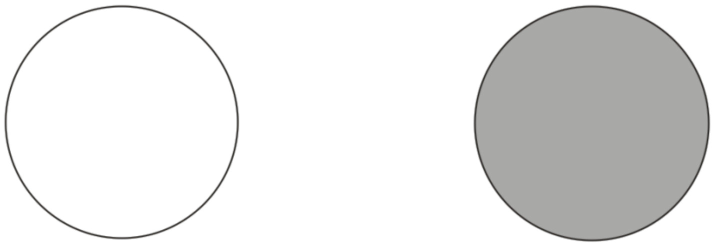


APÊNDICE B – ATIVIDADES RESOLVIDAS

Circunferência e Círculo – Perímetro e Área

Atividade 1

Os desenhos a seguir são representações de figuras geométricas que apresentam características comuns, mas são diferentes:



Todas as figuras apresentadas são "*redondas*", mas a da esquerda é somente uma linha fechada e a da direita representa parte de um plano. Essas figuras geométricas recebem os nomes, respectivamente, de *circunferência* e *círculo*.

a) Associe cada objeto da lista a seguir a um dos seguintes nomes: circunferência ou círculo.

Aro de basquete: *Circunferência*

Aliança de casamento: *Circunferência*

Bolacha redonda: *Círculo*

Pizza: *Círculo*

b) Complete os espaços, com a ajuda do professor, identificando os elementos da circunferência.

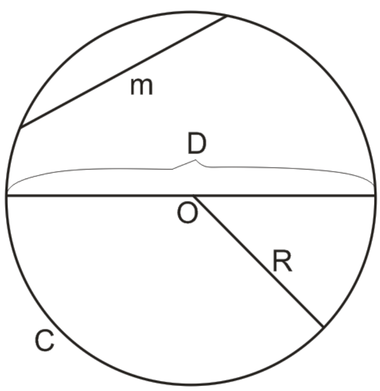
C: *Circunferência*

R: *Raio*

D: *Diâmetro (2R)*

O: *Centro*

m: *Corda*



Atividade 2

Nesta atividade, vamos realizar um experimento envolvendo alguns objetos circulares:

a) Utilizando um barbante, contorne cada um desses objetos e, com uma régua, meça os comprimentos obtidos. Registre essas medidas na tabela a seguir.

b) Com uma calculadora, determine a razão entre o comprimento de cada circunferência *C* e a medida de seu diâmetro *D*. Registre também esses resultados na tabela.

O autor, experimentalmente, obteve os seguintes resultados:

	Objeto	**Diâmetro D = 2R**	**Comprimento C**	**Razão C/D**
1	*CD*	12 cm	38,4 cm	3,20
2	*Disco de vinil*	30,2 cm	95 cm	3,15
3	*Lata cilíndrica*	7,3 cm	22 cm	3,01
4	*Lata cilíndrica*	7,1 cm	20,6 cm	2,90
5	*Moeda de 50 centavos*	2,0 cm	6,4 cm	3,20
6	*Moeda de 1 real*	2,5 cm	7,8 cm	3,12
7	*Pote de iogurte*	4,0 cm	12 cm	3,00
8	*Pote de iogurte*	5,4 cm	17,5 cm	3,24
9	*Tampa de lata*	7,6 cm	23,5 cm	3,09
10	*Tampa de garrafa*	3,2 cm	10 cm	3,13

Média das dez razões encontradas: 3,104

c) Observe os resultados que você obteve. Compare-os com os de seus colegas. O que você pode afirmar sobre a razão C/D?

Observando os resultados podemos concluir que a razão entre o comprimento de uma circunferência qualquer e seu diâmetro é um número próximo de 3. Isso acontece pelo fato de todas as circunferências serem semelhantes entre si, ou seja, a razão C/D independe da circunferência.

Atividade 3

O número π e o comprimento da circunferência

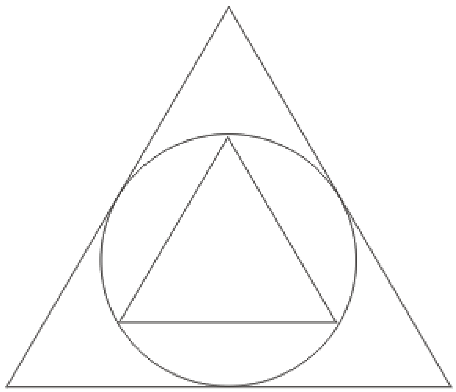
O número π é um número irracional aproximadamente igual a 3,1416. A constatação de que π é um número irracional demorou muito para ser demonstrada. O uso da letra grega π para representar a razão entre o comprimento da circunferência e seu diâmetro deve-se a Euler, que a adotou em 1737.

A irracionalidade de π só foi demonstrada no século XVIII. A prova desse fato é complexa demais para ser apresentada neste texto. Contudo, vamos apresentar argumentos que mostrem que o valor aproximado de π pode ser calculado, com uma precisão cada vez maior, sem limite.

É atribuída a Arquimedes (287-212 a.C.) uma das primeiras tentativas de se calcular rigorosamente o valor de π. Em sua obra *A medida de um círculo*, ele desenvolveu um método de aproximações para o cálculo do comprimento da circunferência.

Como não se conheciam fórmulas para calcular o perímetro de figuras curvas, Arquimedes resolveu fazer aproximações por meio de polígonos regulares inscritos e circunscritos à circunferência. Vejamos como este método funciona:

▪ Circunferência inscrita e circunscrita ao triangulo:

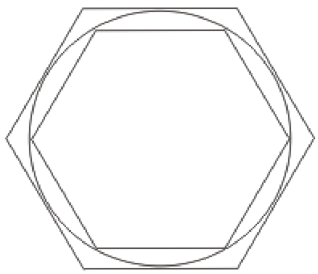


Supondo que a circunferência tenha raio de R unidades, o triangulo externo terá perímetro de $6\sqrt{3}R$ unidades e o triangulo interno terá perímetro de $3\sqrt{3}R$ unidades. Calculando a média entre o perímetro do triângulo externo P_e, e o perímetro do triângulo interno P_i, temos:

$$\frac{P_e + P_i}{2} = \frac{6\sqrt{3}R + 3\sqrt{3}R}{2} \cong 7{,}79R$$

Dividindo esse valor pelo diâmetro da circunferência, que é de $2R$ unidades, obtemos o valor aproximado de 3,90.

▪ Circunferência inscrita e circunscrita ao hexágono:

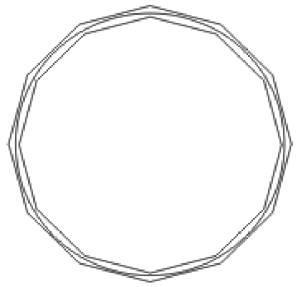


Supondo que a circunferência tenha raio de R unidades, o hexágono externo terá perímetro de $4\sqrt{3}R$ unidades e o hexágono interno terá perímetro de $6R$ unidades. Calculando a média entre o perímetro do hexágono externo P_e, e o perímetro do hexágono interno P_i, temos:

$$\frac{P_e + P_i}{2} = \frac{4\sqrt{3}R + 6R}{2} \cong 6{,}46R$$

Dividindo esse valor pelo diâmetro da circunferência, que é de $2R$ unidades, obtemos o valor aproximado de 3,23.

▪ Circunferência inscrita e circunscrita ao dodecágono:



Supondo que a circunferência tenha raio de *R* unidades, o dodecágono externo terá perímetro de $24(2-\sqrt{3})R$ unidades e o dodecágono interno terá perímetro de $12\sqrt{2-\sqrt{3}}\mathrm{R}$ unidades. Calculando a média entre o perímetro do hexágono externo P_e, e o perímetro do hexágono interno P_i, temos:

$$\frac{P_e + P_i}{2} = \frac{24\left(2-\sqrt{3}\right)R + 12\sqrt{2-\sqrt{3}}R}{2} \cong 6{,}32R$$

Dividindo esse valor pelo diâmetro da circunferência, que é de $2R$ unidades, obtemos o valor aproximado de 3,16.

Continuando esse processo, tomando polígonos com o número de lados cada vez maior, mais seu perímetro aproxima-se do comprimento da circunferência. Assim, quando o número de lados do polígono cresce infinitamente, o perímetro tende ao comprimento e a razão C/D tende ao valor de π.

Sendo assim, qual das alternativas abaixo representa o perímetro *C* de uma circunferência de raio *R*? Justifique sua resposta.

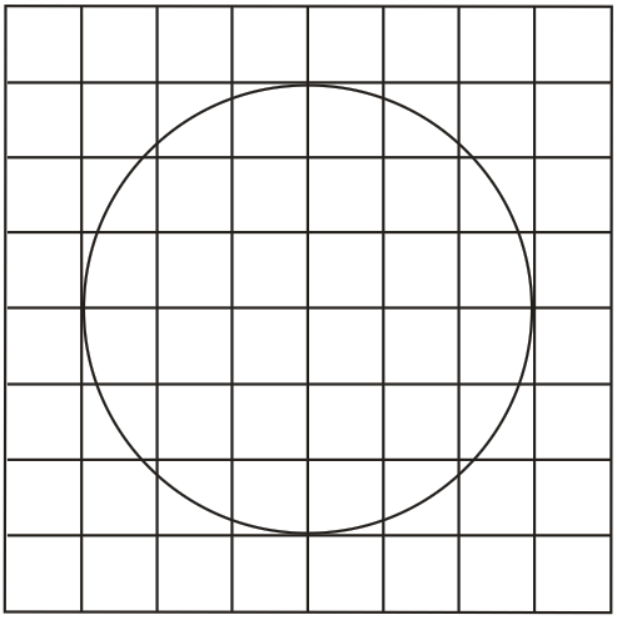
( ) πR ( ) πR^2 (X) $2\pi R$

Como $\frac{C}{D} = \pi$*, temos que* $C = D\pi$ *o que implica* $C = 2\pi R$

Atividade 4

Você já viu, em aulas anteriores, que a área de uma figura é equivalente à quantidade de *quadrados unitários* que "cabem" dentro dessa mesma. Se o lado do quadrado for de $1\,cm$, a unidade de área será chamada *centímetro quadrado* e representada por cm^2. Do mesmo modo, para cada unidade de comprimento, existe uma unidade de área correspondente.

a) No desenho a seguir, cada quadradinho têm área de $1\ cm^2$. Faça uma estimativa da área do círculo, contando o número de quadradinhos cobertos pelo mesmo.

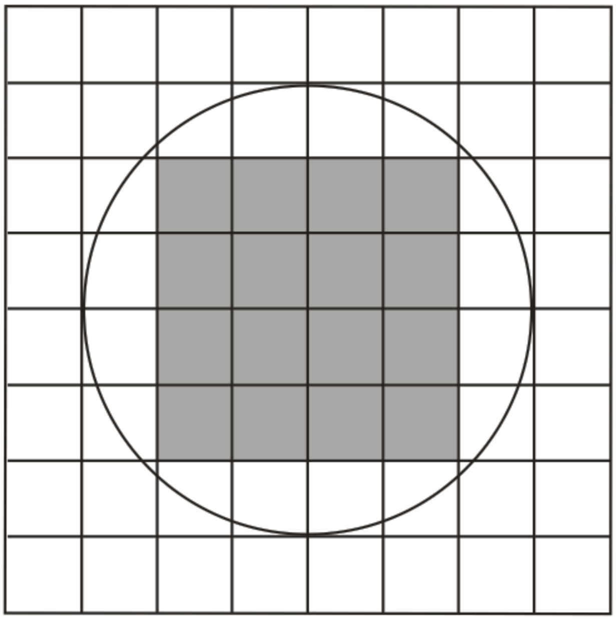


$A_{círculo} \cong 28\ cm^2$

b) Outra maneira de encontrarmos um valor aproximado para a área do círculo acima, é seguindo os passos abaixo:

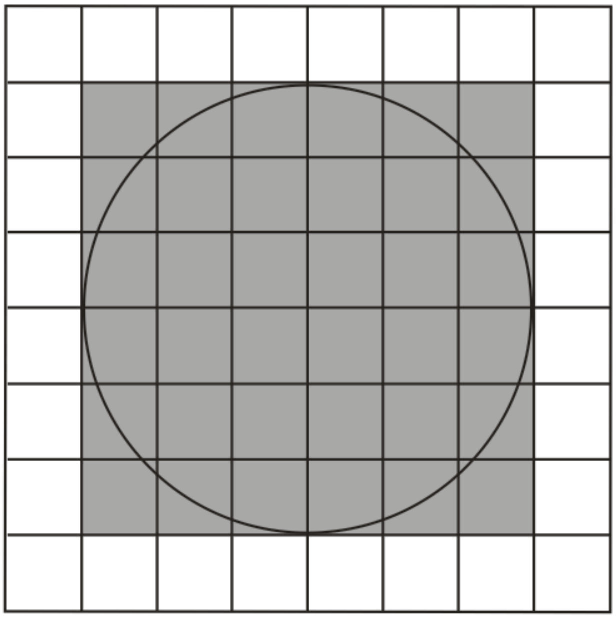
Passo 1: Conta-se o número de quadradinhos totalmente contidos na região, e indicamos por A_1:

$A_1 = 16\ cm^2$



Passo 2: Conta-se o menor número de quadradinhos que envolve totalmente a região, e indicamos por A_2:

$A_2 = 36\ cm^2$



Passo 3: Calcula-se a média aritmética entre as duas quantidades de quadradinhos contadas nos passos 1 e 2:

$$A_{círculo} \cong \frac{A_1 + A_2}{2} = \frac{16+36}{2} = 26\ cm^2$$

Atividade 5

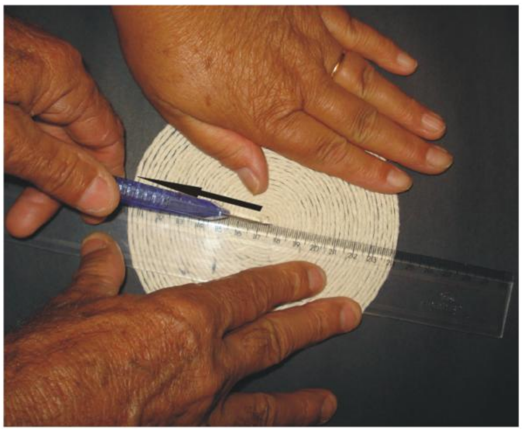
Na atividade 4, calculamos valores aproximados para a área de um círculo de raio 3 cm. Mas será que é possível estabelecer uma fórmula que nos permita obter um valor exato para a área do círculo do mesmo modo como fazemos com polígonos?

A resposta é sim. Nesta atividade, vamos tentar relacionar a área de um círculo com seu raio e perímetro. Primeiro, através de um experimento que motivará uma investigação mais rigorosa, através de aproximação por polígonos regulares inscritos no círculo.

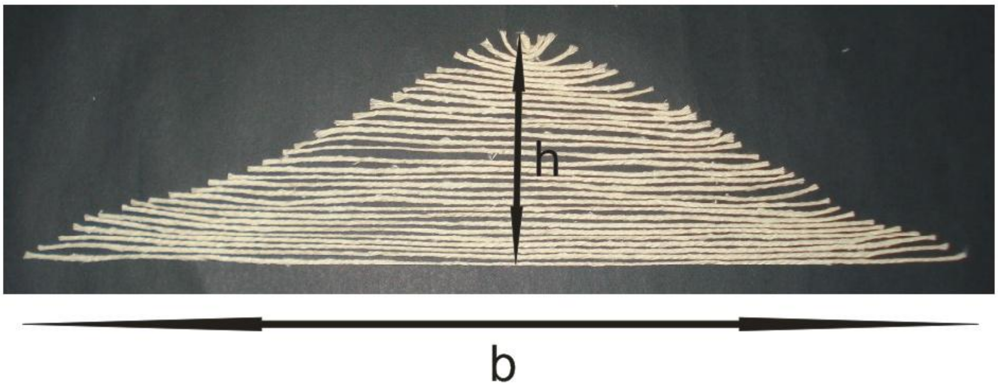
Experimento com barbante

Passo 1: Pegue o barbante que você recebeu e o enrole de modo a formar um círculo, como mostra a figura abaixo:

Passo 2: Posicione a régua sobre o círculo de modo que ela passe pelo centro do mesmo e depois, com um estilete, faça um corte a partir do centro do círculo como na figura. Peça ajuda ao seu colega:



Passo 3: Abra o círculo de modo a formar a figura abaixo:



a) O que você pode concluir a respeito das áreas da figura mostrada no Passo 1 e da figura mostrada no Passo 3?

As figuras mostradas no Passo 1 e no Passo 3 são equivalentes, ou seja, possuem a mesma área.

b) A figura mostrada no Passo 3 é muito parecida a qual figura geométrica? As medidas *b* e *h* representam que elementos dessa figura?

A figura mostrada no Passo 3 é muito parecida com um triângulo. As medidas b e h representam, respectivamente, a base e a altura desse triângulo.

c) Qual é a área da figura encontrada em (b)?

$$A_{triângulo} = \frac{b \cdot h}{2}$$

d) Se C denota o perímetro do círculo mostrado no Passo 1 e R denota o raio desse mesmo círculo, podemos afirmar que:

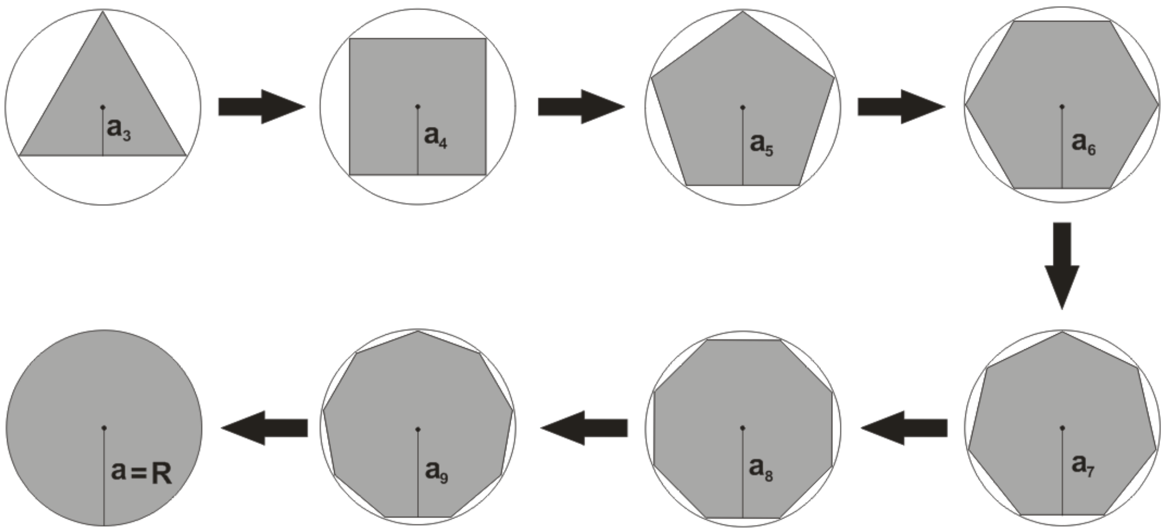
( ) $C = h$ (X) $C = b$ (X) $R = h$ ( ) $R = b$

e) Baseado em tudo que fizemos o que você concluiria sobre a área do círculo?

$$A_{círculo} = \frac{C \cdot R}{2} = \frac{2\pi R \cdot R}{2} = \pi R^2$$

Aproximando por Polígonos Regulares

Observe a sequência de polígonos regulares abaixo. Como podemos perceber, à medida que aumentamos o número de lados dos polígonos, mais a figura se aproxima de um círculo.



Em vista do que já foi trabalhado anteriormente, notamos que a área da região determinada por um polígono regular de *n* lados é dada por $A_n = \frac{P_n \cdot a_n}{2}$ em que P_n é o perímetro do polígono e a_n é o apótema.

À medida que aumentamos o número de lados do polígono, o apótema a_n se aproxima cada vez mais do raio *R* e o perímetro do polígono P_n se aproxima cada vez mais do perímetro *P* do círculo.

Assim, a área do círculo é dada por:

$$A_{círculo} = \frac{P \cdot a}{2} = \frac{C \cdot R}{2} = \frac{2\pi R \cdot R}{2} = \pi R^2$$

Atividade 6

Nesta atividade, vamos utilizar os conhecimentos adquiridos para resolver os problemas abaixo:

a) Calcule o comprimento de uma circunferência de raio 3 *cm*.

$C = 2\pi 3 = 6\pi\ cm$

b) Sabendo que o comprimento de uma circunferência é igual a 6,28 cm, calcule a medida de seu raio. (Use $\pi = 3{,}14$)

$C = 6{,}28$ *implica* $6{,}28 = 2 \cdot 3{,}14 \cdot R$. *Logo,* $R = 1\ cm$

c) O raio da roda de uma bicicleta é de 30 *cm*. Qual a distância percorrida por essa bicicleta quando a roda dá 100 voltas? (Use $\pi = 3{,}14$)

Em uma volta, a bicicleta percorre $C = 2 \cdot 3{,}14 \cdot 30 = 188{,}4\ cm$. *Assim, em 100 voltas, a bicicleta percorrerá* $100 \cdot 188{,}4 = 18840\ cm = 188{,}4\ m$

d) Qual a área de um círculo de raio 3 *cm*?

$A_{círculo} = \pi 3^2 = 9\pi\ cm^2$

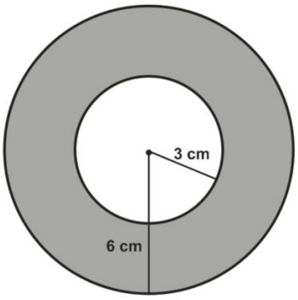
e) Qual a área de um círculo cujo perímetro é 314 cm? (Use $\pi = 3{,}14$)

$C = 314$ *implica* $2 \cdot 3{,}14R = 314$. *Então* $R = 50\ cm.$

Logo, $A_{círculo} = 3{,}14 \cdot 50^2 = 7850\ cm^2$

f) A região do plano limitada por duas circunferências concêntricas (mesmo centro) é chamada *coroa circular*. Calcule a área da coroa circular da figura abaixo.

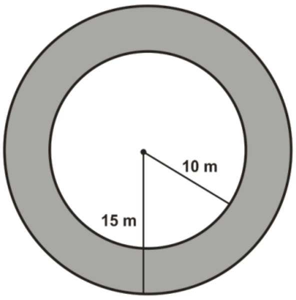
$$A_{coroa} = A_{círculo\ maior} - A_{círculo\ menor}$$
$$= \pi 6^2 - \pi 3^2 = 27\pi\ cm^2$$



g) Um jardim foi construído na forma de coroa circular, conforme a figura a seguir. Na coroa circular, será colocado grama. Sabendo-se que 1 m^2 de grama custa R$ 12,00, quanto será gasto com grama nesse processo? (Use $\pi = 3{,}14$)

$$A_{jardim} = A_{círculo\ maior} - A_{círculo\ menor}$$
$$= 3{,}14 \cdot 15^2 - 3{,}14 \cdot 10^2 = 392{,}5\ m^2$$

$\therefore$ *Será gasto* $392{,}5 \cdot 12 = 4710$ *reais com grama.*



h) Um *setor circular* é a parte de um círculo limitada por dois raios e um arco. Calcule a área do setor circular representado a seguir.

$$A_{setor} = \frac{1}{6} A_{círculo} = \frac{1}{6}\pi 3^2 = \frac{3\pi}{2}\ cm^2$$