UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO CARLOS
PROGRAMA DE MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE
NACIONAL - PROFMAT

MEIRE APARECIDA DE ALMEIDA

CODIFICANDO O ALFABETO POR MEIO DO SISTEMA DE NUMERAÇÃO BINÁRIO

SÃO CARLOS
2013

CODIFICANDO O ALFABETO POR MEIO DO SISTEMA DE NUMERAÇÃO BINÁRIO

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO CARLOS
PROGRAMA DE MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL - PROFMAT

MEIRE APARECIDA DE ALMEIDA

CODIFICANDO O ALFABETO POR MEIO DO SISTEMA DE NUMERAÇÃO BINÁRIO

Dissertação de mestrado profissional apresentada ao PROFMAT, Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional da Universidade Federal de São Carlos, como parte dos requisitos para obtenção do título de Mestre em Matemática.

Orientação:
Prof.ª Dra. Grazielle Feliciani Barbosa

Co-orientação:
Prof. Dr. José Antonio Salvador

São Carlos
2013

Ficha catalográfica elaborada pelo DePT da
Biblioteca Comunitária da UFSCar

A447ca	Almeida, Meire Aparecida de. Codificando o alfabeto por meio do sistema de numeração binário / Meire Aparecida de Almeida. -- São Carlos : UFSCar, 2013. 57 f. Dissertação (Mestrado) -- Universidade Federal de São Carlos, 2013. 1. Matemática - estudo e ensino. 2. Numeração. 3. Sistema binário (Matemática). 4. Tecnologia. I. Título. CDD: 510.7 (20ª)

Banca Examinadora

Prof. Dr. José Antonio Salvador
DM - UFSCar

Érica Filletti

Profª. Drª. Érica Regina Filletti Nascimento
UNESP

Paulo Mo

Prof. Dr. Paulo Antonio Silvani Caetano
DM - UFSCar

Em especial a Deus, que me deu o dom da vida, a toda minha família e amigos, e a todos os alunos e professores do PROFMAT.

AGRADECIMENTOS

Agradeço em primeiro lugar a Deus, que me deu o dom da vida e sempre guia e ilumina meus passos.

Agradeço a minha família pelo apoio, especialmente minha mãe, exemplo de dedicação e determinação em tudo que faz. Sempre ao meu lado para incentivar-me, ouvir meus lamentos, encorajar-me e cumprir atividades domésticas para propiciar-me mais conforto e tempo de estudo.

Não posso deixar de citar aqui meus colegas de turma Fernanda, Flávia, Kleber e o grande amigo Celso Henrique Nicola, que foi quem me levou para fazer o processo seletivo, dividiu comigo o caminho São Carlos - Jaú aos sábados, me recebeu várias vezes em sua casa para estudarmos, se dispôs ir até minha casa me ajudar com os estudos, e nunca deixou de me tranquilizar antes da provas.

E não menos especial é meu agradecimento ao meu noivo Guilherme, que sempre compreendeu o cansaço e acabou privando-se de muitos momentos de lazer pela minha ausência, além de fazer toda correção gramatical e de formatação do meu trabalho.

RESUMO

O objetivo central desse trabalho é relatar uma experiência didática com atividades diferentes das comumente utilizadas nas atividades escolares. Destaca-se a importância de relacionar os conteúdos matemáticos escolares com assuntos do cotidiano dos estudantes. Devido a observação do desinteresse dos alunos em aprender matemática, dos muitos questionamentos sobre onde poderiam usar o conhecimento aprendido na escola em seu cotidiano, além da observação da dificuldade que os alunos costumam apresentar no entendimento da formação de um sistema de numeração, foi elaborado um trabalho explorando o sistema de numeração binário. Como ele está muito presente nas tecnologias, das quais não temos mais como nos desvincular, e por ser um sistema estruturado como todos os outros, apenas diferenciando-se pela base utilizada, ele se tornou o foco do estudo. O sistema de numeração binário foi apresentado aos alunos por meio de atividades práticas que despertaram a curiosidade dos mesmos sobre a possibilidade de escrever números e letras usando apenas os algarismos 0 e 1.

Palavras–chave: Sistema de numeração, números binários, tecnologia, matemática.

ABSTRACT

The main objective of this work is to report a didactic experience with activities different of the commonly used in school activities. Stands out the importance of linking the mathematical content with the daily affairs of the students. By observing the students' disinterest in learning math, the many questions about where they could use the knowledge learned in school in their everyday life, and by observing the difficulty that students often have in understanding the formation of a numbering system, we designed a work exploring the binary numbering system. As it is very present in the technologies, which we no longer can avoid, and for being a structured system like all others, differing only by the base used, he became the focus of the study. The binary numbering system was introduced to the students through practical activities that aroused the curiosity of them about the possibility of writing numbers and letters using only the digits 0 and 1.

Keywords: Number system, binary numbers, technology, mathematics.

LISTA DE FIGURAS

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO

Nos dias atuais, é praticamente impossível vivermos desvinculados de qualquer tipo de tecnologia. Não podemos ignorar os impactos causados por ela nas transformações de nossa sociedade e, desde os mais simples aparelhos transmissores de rádio aos mais poderosos computadores, nosso cotidiano está cercado de tecnologia e de todas as facilidades que ela nos traz. Uma de suas formas mais presentes em nosso dia-a-dia é a informática, visto que, tanto nas relações comerciais, sociais e nas mais diversas áreas do conhecimento humano, é impensável, nos dias de hoje, um mundo sem computadores ou internet.

O sistema de numeração binário é uma das principais ferramentas utilizadas nas formas de processamento da informação pelos computadores. Trata-se de um sistema de combinação matemática entre dois algarismos, e é por meio dele que essas máquinas interpretam os comandos e todas as informações impostadas pelos seus usuários.

No cotidiano de sala de aula, é comum encontrarmos alunos desmotivados para o aprendizado da matemática. Normalmente, eles já ingressam no universo escolar com inúmeros preconceitos a respeito dessa disciplina e são sempre frequentes perguntas do tipo: "onde vou usar isso?", "para quê serve isso?". Percebemos que grande parte dos estudantes a considera sem utilidade, pois, na maioria das vezes, ela é apresentada desconectada de aplicações cotidianas.

Sendo assim, torna-se importante a abordagem dos assuntos relacionados à informática na escola, visando despertar a curiosidade nos estudantes sobre o que existe por trás de toda essa tecnologia ou como é possível aparelhos eletrônicos executarem tantas funções.

Pensando nisso, o sistema binário foi escolhido para ser o tema central deste trabalho, pois seu estudo auxilia na compreensão do funcionamento de todos os sistemas numéricos e ainda permite aos professores fazerem uma conexão com o cotidiano dos alunos despertando o interesse dos mesmos sobre o funcionamento de alguns aparelhos eletrônicos.

Este trabalho tem por objetivo apresentar uma sequência de atividades didáticas que foram aplicadas com alunos do 6º ano para reforçar a compreensão da formação de um sistema numérico, além de facilitar o entendimento do valor numérico de um algarismo, dependendo da base do sistema utilizado e da posição que o algarismo ocupa no número.

O trabalho visa apresentar uma sequência de aulas diferenciadas das comumente ministradas, em que o conteúdo matemático explorado é mostrado desconectado de aplicações cotidianas e por meio de aulas expositivas. A proposta curricular do estado de São Paulo (2008, p.45) afirma que:

> "(...) as informações circulam, no entanto, de modo desordenado e fragmentado, o que as tornam naturalmente efêmeras. Para que ocorra a construção do conhecimento, elas precisam ser articuladas, interconectadas, de modo a produzir visões organizadas da realidade, que conduzam à compreensão dos significados dos temas estudados".

As aulas foram pensadas justamente para mudar esse estigma, tentando associar o assunto teórico a ser estudado com um tema de muito interesse dos estudantes, pois segundo os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN's 1998, p.22 e 23):

> "O que também se observa em termos escolares é que muitas vezes os conteúdos matemáticos são tratados isoladamente e são apresentados e exauridos num único momento. Quando acontece de serem retomados (geralmente num mesmo nível de aprofundamento, apoiando-se nos mesmos recursos), é apenas com a perspectiva de utilizá-los como ferramentas para a aprendizagem de novas noções. De modo geral, parece não se levar em conta que, para o aluno consolidar e ampliar um conceito, é fundamental que ele o veja em novas extensões, representações ou conexões com outros conceitos".

Por este motivo, o sistema de numeração escolhido para ser explorado foi o binário, devido à sua grande utilização na informática e nos meios de comunicação. A expectativa durante a elaboração do trabalho foi de que ao final de sua aplicação os alunos fossem capazes de reconhecer as principais características de um sistema numérico: a organização da contagem em diferentes agrupamentos, a correspondência entre uma quantidade e um símbolo e o valor posicional dos algarismos.

1 A ESCOLA E O PROFESSOR

Neste capítulo, apresentamos informações sobre a escola onde o trabalho foi aplicado e sobre a professora autora do mesmo.

1.1 Escola E. E. Dr. Tolentino Miraglia

As atividades necessárias para a realização deste estudo foram aplicadas na Escola Estadual Doutor Tolentino Miraglia, que fica localizada na Rua Paulo Botelho de Almeida Prado, n.º 85, Jardim São Francisco, no município de Jaú, interior do estado de São Paulo. Trata-se de uma instituição que atende a alunos do Ensino Fundamental e do Ensino Médio. Seu nome é uma homenagem ao professor, médico e poeta Tolentino Miraglia, italiano radicado em Jaú.

O “Tolentino”, como é habitualmente chamado, foi fundado em 30 de dezembro de 1970 pelo Decreto n.º 52.597 com o nome de Terceiro Ginásio Estadual. O prédio onde hoje a escola está instalada foi inaugurado em 1981, visando a atender a demanda escolar surgida com o crescimento dos bairros da zona norte da cidade.

Apesar de estar localizada num bairro “nobre”, a maioria de seus alunos são moradores do Jardim Cila de Lúcio Bauab, região economicamente desfavorecida do município.

1.2 Descrição da professora

A professora autora deste trabalho teve toda sua formação em instituições públicas. Concluiu o ensino fundamental na Escola Estadual Caetano Lourenço de Camargo, na cidade de Jaú, e depois ingressou na extinta instituição CEFAM, Centro de Formação e Aperfeiçoamento do Magistério, também em Jaú.

Terminado o magistério, ingressou na Universidade Estadual Paulista - UNESP - no curso de Licenciatura em Matemática em Bauru. Durante seu primeiro ano no ensino superior, foi bolsista de um projeto chamado Núcleo de Ensino. Este projeto tinha como objetivo manter o contato entre os professores que atuavam na rede pública com a universidade. No seu segundo ano de ensino superior, trabalhou em uma escola da rede privada de educação infantil como professora do Jardim I, onde lecionou para crianças de quatro anos na fase inicial da alfabetização. No ano seguinte, começou sua carreira na rede pública de ensino do estado de São Paulo como professora eventual e depois como docente no projeto de recuperação paralela na disciplina de Matemática. Em 2004, prestou o concurso para efetivar-se e foi aprovada, mas não pode assumir o cargo por ter sido chamada para entrar em exercício antes de concluir seu curso de licenciatura. Como o professor de matemática é um profissional escasso, nesse concurso todos os candidatos aprovados foram chamados, e, ainda assim, sobraram vagas. Dessa maneira, a lista correu novamente e a professora, já com o diploma em mãos, efetivou-se como docente de matemática na rede estadual de ensino de São Paulo. Em 2008, fez um curso de complementação em Pedagogia e, no ano seguinte, começou a trabalhar também em uma escola da rede privada de ensino. Em 2011, começou seu trabalho na escola em que o projeto foi aplicado, ingressou no programa de mestrado profissionalizante PROFMAT e agora apresenta seu trabalho de conclusão de curso.

2 SISTEMAS DE NUMERAÇÃO

Apresentamos a seguir um breve histórico dos sistemas de numeração e informações sobre a estrutura de um sistema numérico.

2.1 História dos sistemas de numeração

O surgimento dos números deve-se à necessidade de contagem relacionada a problemas de subsistência (ROQUE; PITOMBEIRA, 2013). O homem primitivo, nômade, vivia em diferentes regiões, de acordo com os recursos do local. Devido à instabilidade desses recursos, que dependem de muitos fatores (climático, por exemplo), o homem se viu estimulado a desenvolver técnicas para produzir seu próprio alimento, surgindo então a agricultura e o pastoreio. Por sua vez, estas atividades obrigaram o homem a ter noção de quantidade e trouxeram a necessidade de diferenciar essas quantidades.

Muitos autores trazem como exemplo dos primeiros reconhecimentos de quantidade a contagem das ovelhas por meio de pedras, em que para cada ovelha que era solta colocava-se uma pedra no monte, e, na volta, para cada ovelha que era rebanhada, retirava-se a pedra. Se sobrassem pedras, significava que haviam perdido ovelhas e se faltassem pedras, o rebanho havia aumentado. No entanto, esse tipo de contagem apresentava muitas desvantagens - carregar várias pedras para poder reconhecer a quantidade de ovelhas devia ser bem penoso. Assim, outras formas de registro da contagem surgiram. Diferentes civilizações criaram diversas formas de contar e registrar, mas todas elas apresentam uma característica comum: existe um "valor principal" que facilita a contagem, uma referência, e é partir dela que se desenvolve todo o sistema. Esse valor é conhecido como base (MIYASCHITA, 2002).

2.1.1 Sistema egípcio

Um dos sistemas de numeração mais antigos de que se tem conhecimento é o sistema de numeração egípcio, surgido por volta de 3.500 anos antes de Cristo, e trata-se de um sistema de numeração de base dez. Os símbolos utilizados pelos egípcios eram:

Figura 1 – Algarismos egípcios

Fonte: http://revistaescola.abril.com.br

Neste sistema, o número é formado pela soma dos valores de seus símbolos, e cada símbolo pode ser usado nove vezes. Assim, para escrever, por exemplo, o número 327, desenha-se três vezes o símbolo de valor cem, duas vezes o símbolo de valor dez e sete vezes o símbolo de valor um. A posição dos símbolos não é considerada nesse sistema de numeração, se fossem usados os mesmos símbolos em posições diferentes o mesmo número seria representado.

2.1.2 Sistema mesopotâmico

Outro sistema de numeração antigo de relevância é o mesopotâmico. Estes representavam seus números através da escrita cuneiforme (figura 2). Uma cunha na vertical representava o número um, duas cunhas na vertical representavam o número dois, e assim se seguia até o nove. O dez era representado por uma cunha na horizontal, mas só podia ser usado até cinco vezes. Para representar o sessenta, era utilizado o mesmo símbolo do número um. Para diferenciar o sessenta do um, se colocavam os demais símbolos mais afastados do sessenta do que do um. O sistema de numeração mesopotâmico é um sistema de base sessenta, e sua influência ainda está presente em nosso dia-a-dia na contagem do tempo e na medida dos ângulos.

Figura 2 – Algarismos mesopotâmicos

Fonte: http://www.invivo.fiocruz.br

2.1.3 Sistema romano

O sistema de numeração romano deixou vestígios, pois ainda é usado na marcação dos séculos, em capítulos de alguns livros e em relógios. Este sistema é posicional e difere-se dos demais por utilizar a idéia da subtração. A representação dos números é feita por meio de letras:

Figura 3 – Algarismos romanos

I	V	X	L	C	D	M
1	5	10	50	100	500	1000

Fonte: http://www.brasilescola.com

Cada símbolo pode ser usado no máximo três vezes consecutivas. Todo símbolo de menor ou igual valor posicionado a direita é somado ao anterior, e se um de menor valor estiver à esquerda, estará sendo subtraído. Exemplos de números escritos no sistema de numeração romano:

III - 3
IV - 4
XII - 12

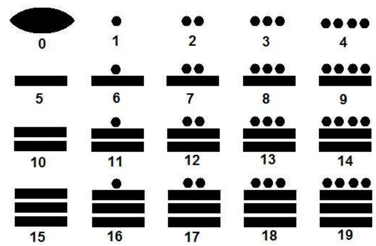
XLIX - 49
CCC - 300
MDXCIII - 1593

2.1.4 Sistema maia

Um sistema de numeração originário da América é o maia, que utiliza a base vinte. Especula-se que seja influenciado pela soma dos dedos das mãos e dos pés, e possui um símbolo para representar o zero. Os maias utilizavam um ponto para representar o número um e um traço para representar o número cinco (figura 4). O ponto podia ser repetido até quatro vezes e o traço no máximo três vezes. Do número um até o número dezenove, era utilizada uma base cinco - a partir daí a base era vigesimal.

Os números maias eram divididos em duas partes, a superior e a inferior. Os símbolos da parte superior deveriam ser multiplicados por vinte e somados com os símbolos da parte inferior.

Figura 4 – Algarismos maias

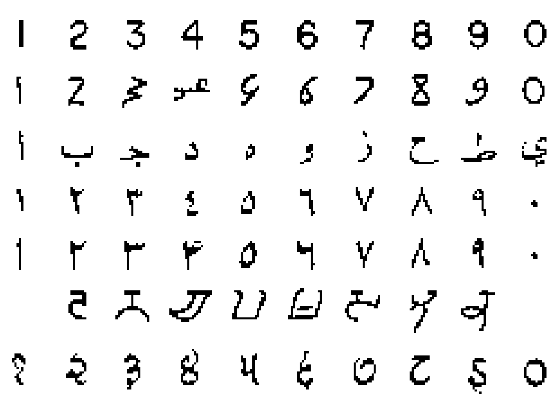


Fonte: http://www.pead.faced.ufrgs.br

2.1.5 Sistema indo-arábico

O sistema de numeração que utilizamos nos dias atuais é o indo-arábico. Este nome se deve ao fato de ter sido criado pelos hindus e divulgado para a Europa Ocidental pelos árabes. Há indícios de que esse sistema se configurou por volta do século V (figura 5). Para a criação de seu sistema decimal posicional, os indianos receberam influências de muitos dos povos com os quais tiveram contato. O princípio posicional já aparecia no sistema dos mesopotâmicos. A base dez era usada pelos egípcios e chineses. Quanto ao zero, existem indícios de que já era usado pelos mesopotâmicos na fase final de sua civilização. O grande mérito dos indianos foi o de reunir essas diferentes características num mesmo sistema numérico.

Figura 5 – Evolução da numeração indo-arábica



Fonte: http://www.mat.ufrgs.br

2.2 O sistema de numeração decimal

A representação dos números no sistema de numeração decimal é feita por uma sequência de símbolos conhecidos como algarismos ou dígitos. Esses algarismos ou dígitos são:

0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9

Cada um desses algarismos assume valores diferentes dependendo da posição que ocupam na sequência que forma o número, por isso também é conhecido como um sistema de numeração posicional (HEFEZ,2011).

Cada algarismo possui uma ordem contada da direita para a esquerda. Assim, no número 53.678, o 8 é de primeira ordem, enquanto o 3 é de quarta ordem. Cada terna de ordens, também contadas da direita para a esquerda, formam uma classe. Os nomes das primeiras ordens e classe são:

Classe das Unidades	unidades	1ª ordem
	dezenas	2ª ordem
	centenas	3ª ordem
Classe dos Milhares	unidades de milhar	4ª ordem
	dezenas de milhar	5ª ordem
	centenas de milhar	6ª ordem
Classe dos Milhões	unidades de milhão	7ª ordem
	dezenas de milhão	8ª ordem
	centenas de milhão	9ª ordem

O valor que o algarismo assume é sempre um múltiplo de potências de dez (por isso o nome sistema de numeração decimal) e esses valores somados determinam o número. Ou seja, ao escrevermos 53.678 estamos representando a quantidade

$$53.678 = 5 \cdot 10^4 + 3 \cdot 10^3 + 6 \cdot 10^2 + 7 \cdot 10^1 + 8 \cdot 10^0$$

Acredita-se que a razão histórica para a adoção de um sistema de base dez é o fato de possuirmos dez dedos em nossas mãos.

2.3 Sistemas de numeração

Em um sistema de numeração posicional, qualquer número natural b > 1 pode servir de base numérica (SAMPAIO; CAETANO, 2009). Isso se deve a uma aplicação do algoritmo da divisão euclidiana. Vamos provar que qualquer número natural pode ser escrito de modo único, numa base numérica qualquer. Ou seja, vamos mostrar que fixando um número natural b >1, qualquer número natural *n* pode ser escrito, de maneira única, na forma:

$$n = a_k b^k + a_{k-1} b^{k-1} + ... + a_2 b^2 + a_1 b + a_0$$

com a_i, $0 \leq i \leq k$, elemento do conjunto de dígitos {0,1,...,b-1} e $a_i \neq 0$.

Vamos construir uma sequência finita de divisões euclidianas por b, cujos restos constituirão a sequência de dígitos $a_0, a_1, a_2, ..., a_k$. Dividindo n por b, obtemos um quociente q_0 e um resto $0 \leq a_0 < b$, assim:

$$n = q_0 b + a_0 \ , \ 0 \leq a_0 < b$$

em que $q_0 = a_k b^{k-1} + a_{k-1} b^{k-2} + ... + a_2 b + a_1$.

Se $q_0 > 0$, dividimos q_0 por b e obtemos um quociente $q_1 < q_0$ e resto $0 \leq a1 < b$, assim:

$$q_0 = q_1b + a_1 \text{ , } 0 \leq a1 < b$$

em que $q_1 = a_kb^{k-2} + a_{k-1}b^{k-3} + ... + a_3b + a_2$.

Repetindo esse processo até obtermos o primeiro $q_k = 0$, temos:

$n = q_0b + a_0$ $\quad q_0 < n$ e $0 \leq a_0 < b$

$q_0 = q_1b + a_1$ $\quad q_1 < q_0$ e $0 \leq a_1 < b$

$q_1 = q_2b + a_2$ $\quad q_2 < q_1$ e $0 \leq a_2 < b$

...

$q_{k-2} = q_{k-1}b + a_{k-1}$ $\quad q_{k-1} < q_{k-2}$ e $0 \leq a_{k-1} < b$

$q_{k-1} = 0b + a_k$ $\quad 0 < q_{k-1}$ e $0 \leq a_k < b$

Substituindo sucessivamente $q_0, q_1, q_2, ..., q_{k-1}$ em $n = q_0b + a_0$ obtemos:

$n = q_0b + a_0$

$n = (q_1b + a_1)b + a_0 = q_1b^2 + a_1b + a_0$

$n = (q_2b + a_2)b^2 + a_1b + a_0 = q_2b^3 + a_2b^2 + a_1b + a_0$

...

$n = (q_{k-2}b + a_{k-2})b^{k-2} + ... + a_1b + a_0 = q_{k-2}b^{k-1} + a_{k-2}b^{k-2} + ... + a_2b^2 + a_1b + a_0$

$n = (q_{k-1}b + a_{k-1})b^{k-1} + ... + a_1b + a_0 = q_{k-1}b^k + a_{k-1}b^{k-1} + ... + a_1b + a_0$

$n = (0b + a_k)b^k + a_{k-1}b^{k-1} + ... + a_1b + a_0 = a_kb^k + a_{k-1}b^{k-1} + ... + a_1b + a_0$

logo,

$n = a_kb^k + a_{k-1}b^{k-1} + a_{k-2}b^{k-2} + ... + a_3b^3 + a_2b^2 + a_1b + a_0$

Agora devemos mostrar que essa é a única forma de representar o número *n* utilizando a base numérica $b > 1$. Para isso, vamos supor que existam duas formas de representar o número n numa mesma base $b > 1$

$n = a_kb^k + a_{k-1}b^{k-1} + a_{k-2}b^{k-2} + ... + a_3b^3 + a_2b^2 + a_1b + a_0$

e

$n = c_kb^k + c_{k-1}b^{k-1} + c_{k-2}b^{k-2} + ... + c_3b^3 + c_2b^2 + c_1b + c_0$

em que a_i e c_i, i = 0, 1, 2, ..., k são elementos do conjunto {0, 1, 2, ..., b-1}, com a_k e c_k diferentes de zero.

Se dividirmos *n* por b, considerando a primeira forma de representá-lo, obteremos quociente $a_k b^{k-1} + a_{k-1} b^{k-2} + a_{k-2} b^{k-3} + ... + a_3 b^2 + a_2 b + a_1$ e resto a_0. Se dividirmos *n* por b, considerando a segunda forma de representá-lo, obteremos quociente $c_k b^{k-1} + c_{k-1} b^{k-2} + c_{k-2} b^{k-3} + ... + c_3 b^2 + c_2 b + c_1$ e resto c_0.

Pela unicidade do resto e do quociente, podemos afirmar que $a_0 = c_0$ e que $a_k b^{k-1} + a_{k-1} b^{k-2} + ... + a_3 b^2 + a_2 b + a_1 = c_k b^{k-1} + c_{k-1} b^{k-2} + ... + c_3 b^2 + c_2 b + c_1$

Repetindo esse processo, teremos $a_0 = c_0$, $a_1 = c_1$, $a_2 = c_2$, ... , $a_{k-1} = c_{k-1}$, $a_k = c_k$, provando que é única a forma de escrever um número natural *n* em uma determinada base b > 1.

Assim, um número natural *n* na base b > 1 se escreve da forma

$$a_k a_{k-1} ... a_1 a_0$$

Restringimo-nos aqui a mostrar como é a representação de um número natural *n* utilizando uma base numérica b > 1. No entanto, essa forma de representação pode ser estendida para os números inteiros. Para representar os números fracionários, devemos utilizar potências negativas da base.

2.4 O sistema de numeração binário

O sistema de numeração binário utiliza apenas dois dígitos: 0 e 1. Este sistema merece destaque por sua utilização nos computadores. Sua utilização foi fundamental para o desenvolvimento da tecnologia da qual desfrutamos atualmente. Internamente, computadores representam números em circuitos elétricos usando uma série de chaves que possuem dois estados: "ligada" (passando corrente elétrica) e "desligada" (não passando corrente elétrica). O dígito binário 1 representa as chaves ligadas e o dígito binário 0 representa chaves desligadas.

Este sistema é um caso particular dos sistemas de numeração, que considera como base o número 2. Assim, a representação de um número nele é única e utiliza a soma de potências de dois. Observe a expansão de um número natural *n* na base 2:

$$n = a_k \cdot 2^k + a_{k-1} \cdot 2^{k-1} + ... + a_3 \cdot 2^3 + a_2 \cdot 2^2 + a_1 \cdot 2^1 + a_0 \cdot 2^0$$

em que cada dígito a_j, $0 \leq j \leq k$ é igual a 0 ou 1.

Para convertemos um número do sistema decimal para o sistema binário, devemos realizar sucessivas divisões euclidianas por 2, até encontramos o primeiro quociente nulo, ou seja, devemos utilizar a propriedade demonstrada no item 2.3. Vejamos a seguir como encontrar a representação do número 57 no sistema de numeração binário.

Por meio das divisões euclidianas temos:

$$57 = 28.2 + 1$$
$$28 = 14.2 + 0$$
$$14 = 7.2 + 0$$
$$7 = 3.2 + 1$$
$$3 = 1.2 + 1$$
$$1 = 0.2 + 1$$

Substituindo sucessivamente 28, 14, 7, 3, 1 em 57 = 28.2 + 1 obtemos:

$57 = 28.2 + 1 = (14.2 + 0).2 + 1 = 14.2^2 + 0.2 + 1 = (7.2 + 0).2^2 + 0.2 + 1 = 7.2^3 + 0.2^2 + 0.2 + 1 = (3.2 + 1).2^3 + 0.2^2 + 0.2 + 1 = 3.2^4 + 1.2^3 + 0.2^2 + 0.2 + 1 = (1.2 + 1).2^4 + 1.2^3 + 0.2^2 + 0.2 + 1 = 1.2^5 + 1.2^4 + 1.2^3 + 0.2^2 + 0.2 + 1 = (0.2 + 1).2^5 + 1.2^4 + 1.2^3 + 0.2^2 + 0.2 + 1 = 1.2^5 + 1.2^4 + 1.2^3 + 0.2^2 + 0.2 + 1$

Logo, $57 = 1.2^5 + 1.2^4 + 1.2^3 + 0.2^2 + 0.2 + 1$ e é escrito no sistema de numeração binário da forma: 111001.

Um método prático para realizar a conversão da representação de um número no sistema decimal para uma representação no sistema binário é, após realizar as divisões euclidianas, anotar, do último para o primeiro, os restos das divisões.

```
57 | 2
1    28 | 2
      0   14 | 2
            0   7 | 2
                1   3 | 2
                    1   1 | 2
                        1   0
```

Assim a representação do número 57 no sistema de numeração binário é: 111001.

3 METODOLOGIA, PLANEJAMENTO E APLICAÇÃO DO PROJETO

Destacamos a seguir a metodologia de pesquisa empregada para a execução deste trabalho, assim como seu planejamento e aplicação em sala de aula.

3.1 Metodologia de pesquisa

A metodologia de pesquisa empregada para a execução deste trabalho foi a Engenharia Didática. Trata-se de uma teoria elaborada na França no início da década de 1980 e, entre seus estudiosos, se destaca a educadora Michèle Artigue. Seu nome origina-se da semelhança de seu processo de aplicação com o trabalho de um engenheiro, cuja produção exige grande conhecimento científico, mas que em determinados momentos se depara com problemas para os quais não existem teorias prévias – situações em que se faz necessária a busca por soluções.

A relação entre o trabalho do engenheiro e do educador se dá pelo sólido conhecimento necessário que também é exigido dos professores e pela semelhança entre a execução de projetos e a aplicação dos conteúdos matemáticos nas aulas, quando surgem problemas práticos que não são facilmente resolvidos e que trazem a necessidade do desenvolvimento de novas teorias - mudanças nas práticas e ações.

A Engenharia Didática está diretamente ligada a uma busca por inovação e pela valorização do saber prático do educador (CARNEIRO, 2013), em que se faz presente a idéia de que as teorias desenvolvidas fora do âmbito escolar nem sempre são suficientes para suprir as complexidades do processo de ensino e aprendizagem. Dessa maneira, destaca-se a importância da realização didática e se enfatiza a investigação na prática do ensino. Sendo assim, podemos identificá-la como uma metodologia de pesquisa baseada em experiências de sala de aula.

Segundo Artigue (1996), uma Engenharia Didática possui quatro fases, sendo elas: análises prévias, concepção e análise a *priori* de experiências didático-pedagógicas a serem desenvolvidas nas aulas de matemática, experimentação e análise a *posteriori* e validação da experiência.

Na primeira fase, “análises prévias”, é feito o levantamento preliminar em relação ao tema a ser trabalhado, analisando como esse conteúdo é normalmente apresentado aos alunos e destacando as dificuldades usuais encontradas por eles. Neste trabalho, o tema escolhido para ser trabalhado são os sistemas de numeração, pois foi constatado que o único sistema de numeração explorado até o 6º ano é o decimal e que os estudantes encontram dificuldades para identificar a correspondência entre uma quantidade e um símbolo e o valor posicional dos algarismos.

A segunda fase, “concepção e análise a *priori* de experiências didático-pedagógicas a serem desenvolvidas nas aulas de matemática”, é onde descrevemos, num âmbito global, como a proposta didática será executada e, num âmbito local, o detalhamento dessa proposta (os recursos que serão utilizados, a característica dos alunos e o tempo despendido para sua conclusão). Aqui, a proposta didática foi de se trabalhar com quatro folhas de atividades, cada uma para ser explorada em uma aula de cinquenta minutos. Essas atividades foram idealizadas para auxiliar os estudantes na compreensão do sistema de numeração binário e no reconhecimento da utilização deste sistema em outras áreas do conhecimento que não a matemática. As folhas constituem-se de exercícios de análise da relação entre diferentes linguagens (numérica, visual e escrita), de exploração da análise combinatória e de outros para compreensão do valor de um número escrito na forma binária.

Na terceira fase, “experimentação”, é onde se coloca em prática a atividade planejada. Os alunos receberam as folhas de atividades e foram orientados a seguir as instruções e resolver os exercícios propostos.

A última fase, “análise a *posteriori* e validação da experiência”, é aquela em que se comparam as análises iniciais com os resultados obtidos com a aplicação dos experimentos. Após a aplicação das atividades, grande parte dos estudantes demonstrou compreender o valor posicional dos algarismos 0 e 1 em um número escrito no sistema binário e teceu comentários sobre a diferença entre a quantidade de algarismos utilizados em um sistema binário e em um sistema decimal, reconhecendo que o binário é mais adequado para ser utilizado em aparelhos eletrônicos, enquanto o decimal é mais apropriado para efetuarmos cálculos.

3.2 Planejamento do projeto

O projeto foi idealizado para ser aplicado em quatro aulas de cinqüenta minutos nos sextos anos, turmas A e B, da Escola Estadual Doutor Tolentino Miraglia. Foram elaboradas quatro folhas de atividades, com a previsão de execução de cada uma delas em uma aula.

3.2.1 Folha de Atividades 1: “Encontrando figuras por meio de códigos”

A primeira folha de atividades, intitulada "Encontrando figuras por meio de códigos" (apêndice A), tem como objetivo despertar o interesse dos estudantes pelo sistema de numeração binário, utilizando para isso uma experiência inicial com imagens digitais codificadas com os algarismos 0 e 1. Esta etapa também tem a finalidade de relacionar os diferentes tipos de linguagens (códigos e imagens) e mostrar um método de representação de imagens por meio da utilização de apenas dois dígitos. A atividade é composta por dois exercícios, um que solicita a tradução de um código binário para uma imagem e outro que faz o caminho inverso.

Nesta aula, o professor deve questionar os estudantes sobre como uma letra é processada e transformada em imagem por um computador. Após ouvir os comentários dos alunos, irá entregar a Folha de atividades 1 - "Encontrando figuras por meio de códigos”, em que poderá ser observada a figura da letra "***a"*** ampliada, para introduzir o conceito de imagens digitais.

Em seguida, será realizada a leitura de um pequeno resumo sobre a ideia de pixels, somente com o intuito de ilustrar o tema e atrair a atenção dos estudantes, já que os pixels não são objetos de estudo nessa sequência de atividades.

O próximo passo é a observação da figura da letra a, codificada com 0 e 1, onde o 0 representa os quadradinhos em branco e o 1 representa os quadradinhos preenchidos. Assim que os estudantes entenderem a codificação usada, será proposto que realizem o primeiro exercício da folha de atividades, que consiste em encontrar figuras codificadas. Após a resolução da questão, a professora irá entregar um papel quadriculado aos alunos para que os mesmos criem uma imagem qualquer. Com as imagens criadas, deverá ser solicitada a realização da segunda atividade da folha, na qual os estudantes devem codificar a imagem criada. O docente recolherá essas folhas e as distribuirá aleatoriamente pela sala para que cada aluno encontre a figura codificada por um colega.

3.2.2 Folha de Atividades 2: “Introdução à contagem”

A segunda folha de atividades, “Introdução à contagem” (apêndice B), aborda o estudo da contagem de uma maneira prática, em que os itens para contagem são apresentados e manuseados pelos estudantes. Esta fase foi incluída no projeto porque mostra uma contagem facilmente calculada utilizando-se potências de base 2, o que ajudará na compreensão da maneira como o sistema de numeração binário é estruturado. Esta folha é composta por nove questões sobre as possibilidades de se pintar quadradinhos alinhados.

Segundo o planejamento para esta aula, o professor deve relembrar com os alunos a atividade anterior, instigando-os a relatarem o que fizeram e o que acharam dos exercícios. Em seguida, serão entregues a segunda folha de atividades e papel quadriculado. Os estudantes devem responder às perguntas apresentando as possibilidades encontradas com até quatro quadradinhos. A questão sobre as possibilidades de pintar cinco quadradinhos alinhados pode ser respondida apenas observando a regularidade presente nos exercícios anteriores. A atividade pode ser realizada em grupos de até quatro alunos, e, ao final da aula, o professor pode conduzir uma discussão com a sala sobre os resultados obtidos e as observações realizadas.

3.2.3 Folha de Atividades 3: “5 lâmpadas e 32 números”

Intitulada “5 lâmpadas e 32 números”, a terceira folha de atividades (apêndice C) foi elaborada para os estudantes escreverem os números de 0 a 31 no sistema de numeração binário. O intuito é mostrar a importância deste sistema e como ele está presente em nosso cotidiano. Esta etapa reforça a compreensão do valor posicional dos algarismos e trabalha também com a adição de números naturais. Há apenas um exercício, que solicita a escrita dos números no sistema de numeração binário após determinar quais lâmpadas devem ficar acesas para formá-los. Na programação da aula, segue um espaço de discussão sobre a presença da tecnologia no dia-a-dia das pessoas e a relação existente entre a tecnologia e o sistema de numeração binário.

A leitura do texto "Conhecendo o computador" (anexo) deve ser feita em conjunto com os alunos. Em seguida, o professor deve explanar minuciosamente o processo em que o computador reconhece letras e imagens como uma sequência de números formada apenas pelos algarismos 0 e 1.

Utilizando um dispositivo com cinco lâmpadas alinhadas, o professor deve convencionar com os estudantes que uma lâmpada acesa representa o algarismo 1 enquanto uma apagada o algarismo 0. A partir dessa convenção, deve mostrar que existem dois estados possíveis para uma lâmpada (acesa ou apagada), quatro estados para duas lâmpadas e assim sucessivamente, associação a contagem que está sendo efetuada com a atividade que eles fizeram na aula anterior. Deve-se comentar também a ideia de que o 0 e o 1 podem ter vários significados: ligado e desligado, passando corrente elétrica e não passando, etc.

O próximo passo é dar início a construção de um sistema de numeração binário. Mostra-se que no dispositivo contendo cinco lâmpadas, temos trinta e dois estados possíveis, que vão ser representados pelos números de 0 até 31. O sistema baseia-se na ideia de que cada lâmpada acesa possui um valor, e que este valor depende da posição da mesma: a primeira casa da direita para a esquerda tem valor 1, a segunda 2, a terceira 4, a quarta 8 e a quinta 16 (cada lâmpada vale o dobro da que está a sua esquerda).

Após esta explicação, o docente vai mostrar aos alunos alguns exemplos e entregar a terceira folha de atividades, onde as crianças pintarão as lâmpadas que devem ficar acesas de acordo com o que está sendo pedido no exercício, escreverão a adição utilizada e o respectivo número na forma binária.

3.2.4 Folha de Atividades 4: “Codificando o alfabeto”

A quarta e última folha de atividades, nomeada “Codificando o alfabeto” (apêndice D), foi pensada para ser a atividade de fechamento e avaliação do projeto. Nesta aula, os alunos primeiramente observarão uma codificação do alfabeto com os números escritos no sistema decimal e, em seguida, no sistema binário. Há na folha dois exercícios, um para decodificar uma frase escrita na forma binária e outro para realizar a codificação. Os exercícios servem também como avaliação do projeto: se o estudante conseguir ler a frase escrita com o código binário e for capaz de escrever corretamente uma frase por meio dele, é porque compreendeu a formação dos números no sistema de numeração binário e reconhece os diferentes valores assumidos pelo algarismo 1.

O professor deve entregar a folha de atividades 4 e apresentar aos estudantes a codificação do alfabeto com os números no sistema de numeração decimal. Na sequência, explicará como os computadores processam a frase apresentada na folha e como se realiza a sua decodificação. Após esta etapa, deve solicitar aos alunos que realizem o primeiro exercício, que é de decodificação, e, após terminá-lo, pedirá que eles escrevam uma frase, a codifiquem com o código binário e a entreguem ao professor. As frases devem ser distribuídas aleatoriamente pela sala para que sejam decodificadas.

3.3 Aplicação do projeto

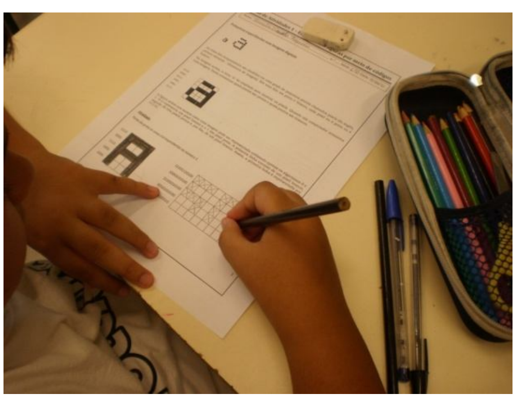
Nesta seção, detalhamos a execução das quatro folhas de atividades com os alunos.

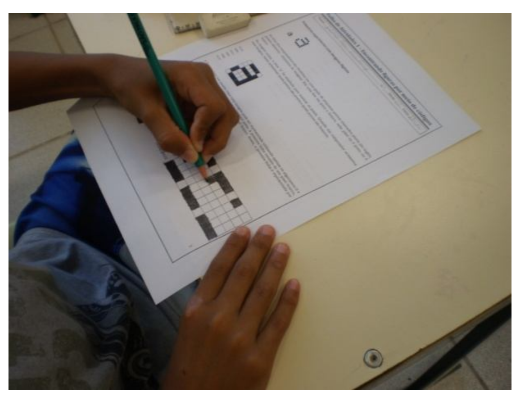
3.3.1 Atividade 1

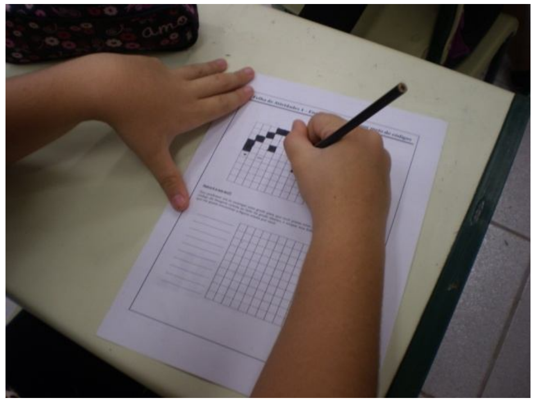
A primeira atividade foi aplicada no dia 21 de fevereiro de 2013. A aula se iniciou com uma explicação da professora acerca das atividades que seriam desenvolvidas. Em seguida, a docente argumentou com os alunos a importância de se fazer uma conexão da matemática com o cotidiano deles e ilustrou como a matéria está presente na informática na forma como os computadores processam uma informação. A explanação terminou com o lançamento da questão - "como vocês acham que um computador consegue entender a letra que foi digitada?" – e abertura para que as crianças dessem suas opiniões. As respostas foram bem variadas, todavia nenhum aluno citou que a informação recebida pelo computador é convertida em uma linguagem numérica.

O próximo passo foi a entrega da folha de atividades 1 - “Encontrando figuras por meio de códigos”, onde estava contida a imagem da letra "a" digitada e ampliada. Na sequência, foi realizada a leitura do resumo sobre o conceito de pixels, assunto em que os estudantes demonstraram bastante interesse. A professora explicou a codificação da letra "a" usando apenas os dígitos 0 e 1 e solicitou aos alunos que encontrassem as figuras codificadas com esses dígitos presentes na folha. Os estudantes se divertiram com o processo de resolução do exercício e não encontraram dificuldade para realizá-lo.

Figura 6 - Estudantes encontrando figura codificada



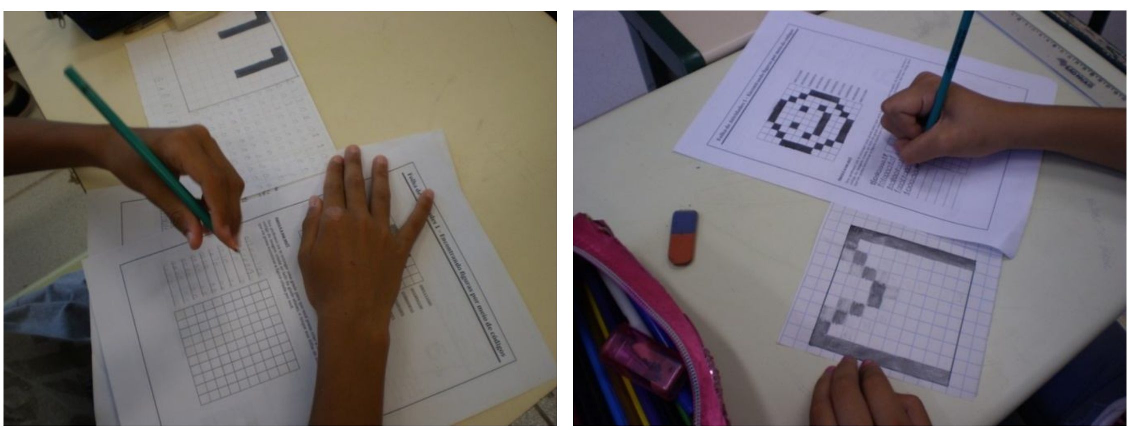




Fonte: Meire Aparecida de Almeida

Depois que os estudantes encontraram as figuras, foi entregue uma folha de papel quadriculado para que cada um inventasse uma figura e a codificasse no sistema binário. A maioria dos alunos pintou os quadradinhos para formar as iniciais de seus nomes. Algumas crianças precisaram de ajuda para codificar a imagem criada. A seguir, imagens delas passando o código das figuras criadas para a folha de atividade.

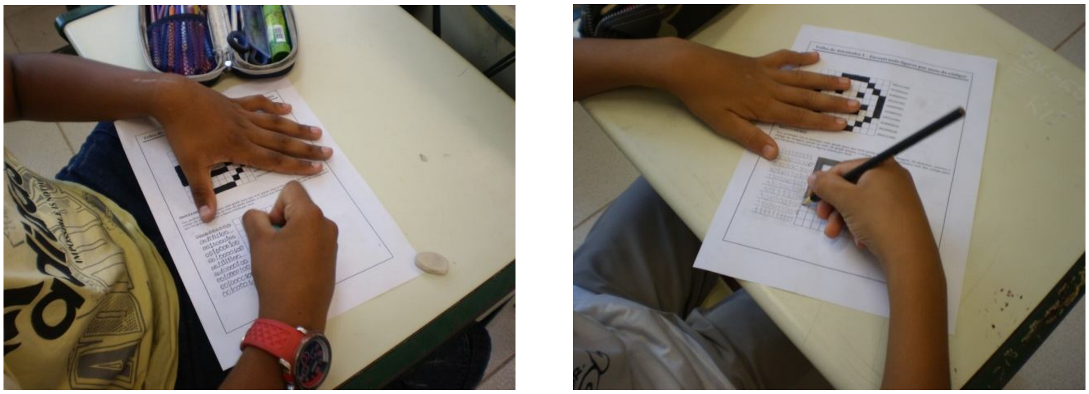
Figura 7 - Estudante codificando figura criada



Fonte: Meire Aparecida de Almeida

No momento em que as figuras criadas pelos estudantes estavam codificadas, as folhas foram recolhidas e redistribuídas aleatoriamente, para que cada um descobrisse a figura de um colega.

Figura 8 - Estudante encontrando figura codificada pelo colega



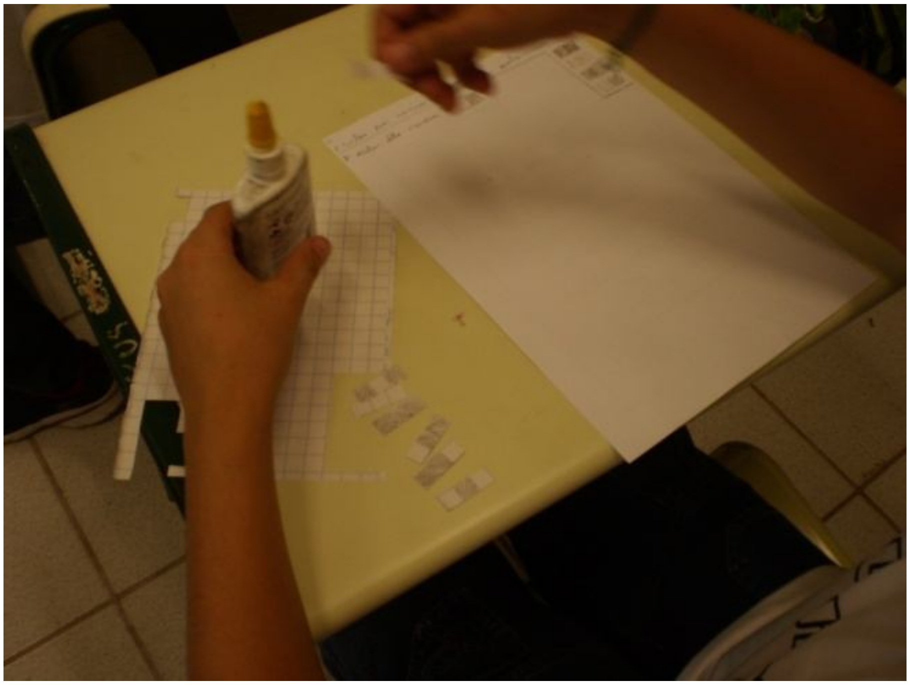
Fonte: Meire Aparecida de Almeida

O tempo de duração desta fase foi de duas aulas seguidas. Os alunos relataram ter gostado da experiência e disseram ter achado bastante surpreendente a possibilidade de se conseguir representar uma figura utilizando apenas dois dígitos.

3.3.2 Atividade 2

A segunda atividade foi realizada no dia 25 de fevereiro de 2013. Antes de entregar a folha de atividades 2 – “Introdução à contagem”, a professora elaborou uma rápida retrospectiva da aula anterior para que as crianças recordassem o conteúdo da atividade 1, em que os estudantes pintaram quadradinhos ou os deixaram em branco. Foi entregue, então, a próxima folha de atividades para que eles respondessem às questões – que tratam da possibilidade de preenchimento ou não de quadradinhos. Nela, os alunos pintaram, recortaram e colaram as possibilidades de preenchê-los em alinhamentos de no máximo quatro quadradinhos.

Figura 9 - Estudante realizando atividade 2



Fonte: Meire Aparecida de Almeida

Alguns estudantes erraram a contagem por se confundirem com os papéis recortados. Estes achavam que, por exemplo, num alinhamento de dois quadradinhos, poderíamos obter o mesmo resultado se pintássemos o primeiro e deixássemos o segundo em branco ou se deixássemos o primeiro em branco e pintássemos o segundo. Isto ocorreu porque quando viravam o papel de ponta cabeça, as formas eram iguais. Contudo, depois que conseguiram identificar que com um quadradinho tínhamos duas possibilidades, com dois quadradinhos quatro possibilidades, e com três quadradinhos oito possibilidades, puderam concluir com facilidade que a cada vez que se aumentava um quadradinho, o número de possibilidades dobrava.

A resolução deste exercício durou pouco mais de uma aula de cinquenta minutos. Como eram duas aulas seguidas, após recolher as folhas de atividades, houve tempo para a professora mostrar aos alunos um dispositivo com cinco lâmpadas para ilustrar o tema.

Figura 10 – Dispositivo com lâmpadas

Fonte: Meire Aparecida de Almeida

Por meio dele, explicou que há apenas duas situações possíveis para uma lâmpada naquelas condições: estar acesa ou apagada. A partir desta definição, a docente questionou os estudantes sobre as possíveis combinações de estados das mesmas, em alinhamentos de duas, três, quatro e até cinco lâmpadas. Os alunos relacionaram a contagem que haviam realizado dos quadradinhos alinhados com as possibilidades de permanência de certa quantidade de lâmpadas, percebendo que a contagem era a mesma.

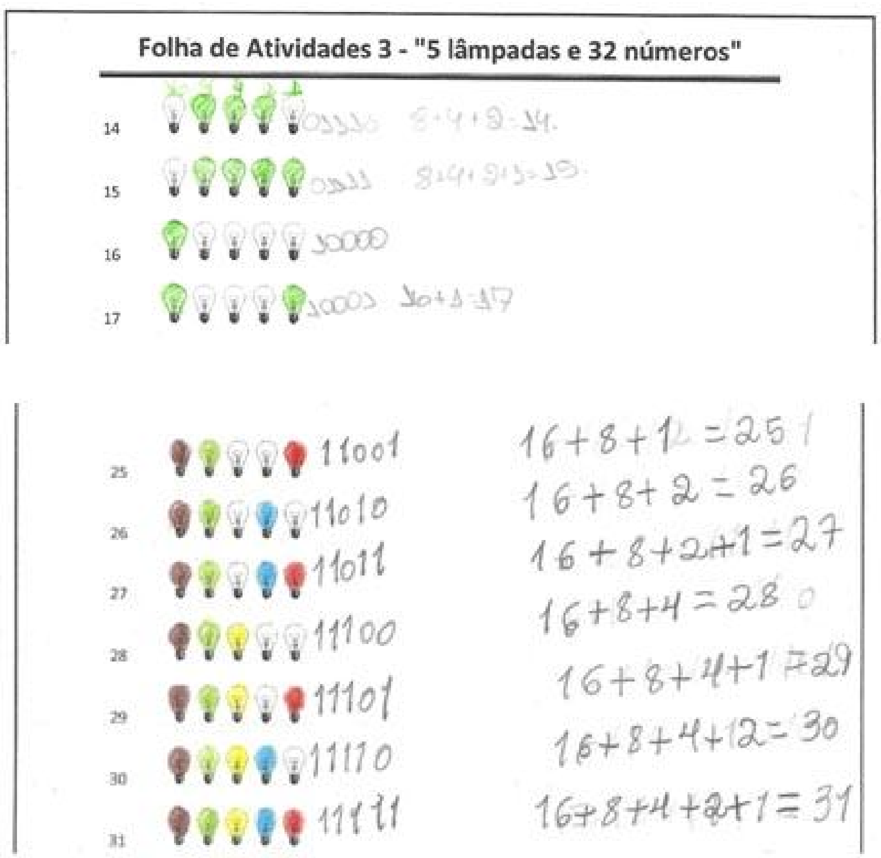
3.3.3 Atividade 3

A aplicação da terceira atividade se deu no dia 26 de fevereiro de 2013. A aula foi iniciada com uma retomada da apresentação do dispositivo com cinco lâmpadas. Os estudantes realizaram juntamente com a professora a contagem de todos os estados possíveis das cinco lâmpadas. A contagem começou com a análise de uma lâmpada, depois de duas, três, até cinco. Algumas crianças se manifestaram ao perceber que sempre que se aumentava uma lâmpada, o número de estados dobrava.

A professora, então, propôs convencionar que cada lâmpada colocada a esquerda valeria o dobro da lâmpada da direita. A primeira da direita para a esquerda seria a unidade, possuindo valor 1, a segunda teria valor 2 e assim por diante. Utilizando o dispositivo com as lâmpadas, a docente combinou que todas que estivessem acesas teriam seu valor numérico contabilizado, ao contrário das apagadas. Assim, poderíamos obter um número pela soma dos valores das lâmpadas que estivessem ligadas (para representar o número 11, por exemplo, deveriam ficar acesas a primeira, a segunda e a quarta lâmpadas, pois seus valores são, respectivamente, 1, 2 e 8 e a soma desses valores é 11).

Em seguida, todos fizeram a leitura do texto "Conhecendo o computador" (anexo). Os estudantes gostaram muito de seu conteúdo e ficaram bastante curiosos para entender como os números podem ser representados apenas com dois dígitos, o 0 e o 1. O próximo passo foi a entrega da folha de atividades 3 – “5 lâmpadas e 32 números", em que os alunos pintaram as lâmpadas que deveriam ficar acesas para formar os números solicitados no exercício. A atividade foi realizada tranquilamente e seguem abaixo trechos do trabalho de alguns estudantes.

Figura 11 – Trecho da atividade 3 realizada pelos alunos



Fonte: Meire Aparecida de Almeida

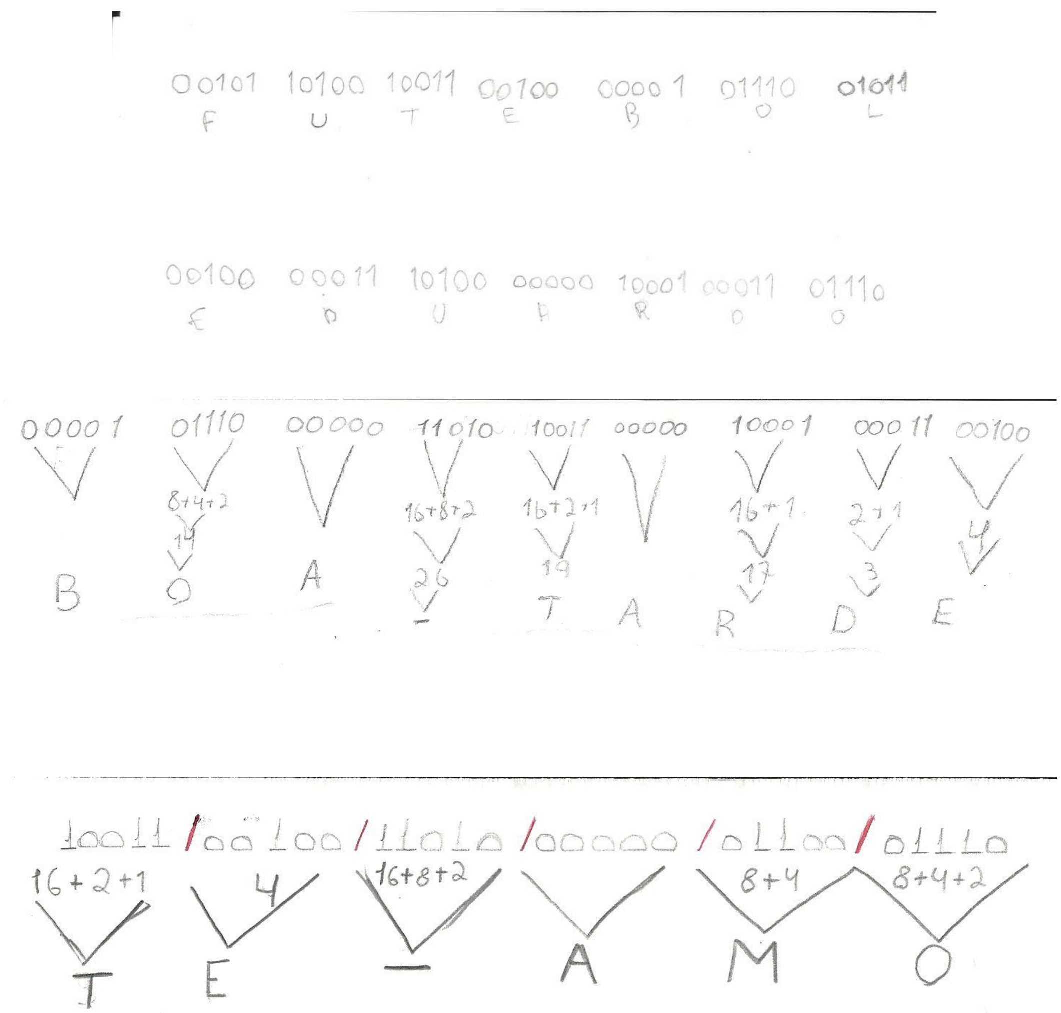
Em determinado momento da realização da atividade, um aluno questionou a convenção de a primeira lâmpada da direita ter valor 1. Ele argumentou que a primeira deveria possuir valor 2, já que ela poderia permanecer em dois estados distintos, a segunda deveria valer 4 e assim por diante. A professora, então, ressaltou que apesar da contagem dele estar correta, era necessário que ele se atentasse para o fato de que o valor da lâmpada colocada à esquerda é sempre o dobro da lâmpada da direita. Assim, se começássemos convencionando que a primeira teria o valor 2, ficaria impossível a formação de números ímpares, como, por exemplo, o 3, que só pode ser obtido com a junção dos valores 1 e 2. Para a conclusão dessa atividade foram utilizadas duas aulas seguidas de cinquenta minutos.

3.3.4 Atividade 4

A quarta e última etapa do projeto aconteceu no dia 5 de março de 2013. Além de ter sido a atividade de conclusão, ela serviu também como a avaliação do projeto. Esta aula se iniciou com a entrega da folha de atividades 4 – "Codificando o alfabeto". A professora pediu que os estudantes a lessem com atenção e encontrassem a frase que estava codificada. Alguns conseguiram resolver o exercício em menos de cinco minutos, enquanto outros precisaram anotar acima de cada algarismo o seu valor para realizar a soma e encontrar a letra correspondente. Esta primeira fase foi concluída com facilidade.

No próximo problema, as crianças escreveram uma frase ou palavras soltas e tiveram que codificá-las. Para isso, precisaram consultar a folha de atividades 3 – "5 lâmpadas e 32 números". Quando todos já estavam com as frases ou palavras codificadas, foi entregue um pedaço de papel para transcreverem o código. Estas foram recolhidas e distribuídas aleatoriamente pela sala para que os estudantes decodificassem as frases elaboradas pelos colegas. Abaixo podemos ver exemplos de alguns códigos criados e sua respectiva decodificação realizada pelos alunos.

Figura 12 – Frases codificadas e decodificadas



Fonte: Meire Aparecida de Almeida

Após o término da atividade, foi aberta uma roda de discussão sobre o trabalho em geral. Dentre várias outras opiniões, uma das alunas relatou: - "Achei muito legal, pois eu acho importante saber onde se usam as coisas que a gente aprende na escola." Nessa conversa, foram colocados questionamentos sobre o sistema decimal e o sistema binário e outro estudante disse: "o computador precisa usar o sistema binário porque é só ele ligar e desligar, se existissem dez símbolos ia ser mais difícil".

Para concluir, a professora explicou que, da mesma maneira que no sistema binário o valor dos algarismos é duas vezes maior que o do algarismo à sua direita, no sistema decimal esse valor é dez vezes maior, o que o torna mais simples e justifica a sua utilização em nosso cotidiano para a realização das operações matemáticas. Completou salientando que ainda existem vários outros sistemas, que também são importantes pois são empregados em diversas áreas.

4 CONSIDERAÇÕES FINAIS

O projeto contemplou as expectativas de sua idealizadora. As aulas diferenciadas envolveram mais os alunos e o conteúdo matemático específico desse trabalho foi bem assimilado pelos estudantes. Entretanto, alguns aspectos podem ser melhorados para facilitar o trabalho do professor que desejar aplicá-lo no futuro.

A primeira atividade conta com um exercício que traz codificações de figuras para que os estudantes as decifrem. Já a segunda pede a criação de uma figura e sua codificação. Esta não foi realizada com tanta facilidade como a primeira, com alguns alunos demonstrando estar em dúvida. Para um melhor desempenho, a folha de atividades 1 poderia apresentar um exercício preliminar ao dois, com figuras já criadas e pedindo seus códigos correspondentes.

A segunda atividade, formada por questões de contagem sobre as possibilidades de preenchimento de quadradinhos alinhados, causou certa confusão quando as crianças viravam os papéis de ponta cabeça e achavam que estavam contando possibilidades repetidas. Este problema pode ser eliminado e o estudo se tornar mais eficaz se as questões de contagem abordarem a forma de permanência das lâmpadas e os estudantes puderem manusear um dispositivo com as lâmpadas alinhadas para efetuar a contagem.

A atividade três trabalhou a transformação da representação de um número escrito na forma decimal para uma representação na forma binária sem a apresentação aos alunos do processo de divisões sucessivas. Se no término dessa atividade forem explorados exercícios de transformação por meio deste processo, além de auxiliar na execução da atividade quatro, reforçar-se-á o domínio dos alunos nas divisões euclidianas.

Durante a resolução da quarta folha, os estudantes sentiram necessidade de consultar os exercícios da aula 3 para conseguirem completar a tarefa, por não conhecerem o método de transformação utilizando divisões sucessivas.

O tempo previsto para o término da aplicação do projeto acabou se revelando insuficiente. Foram necessárias duas aulas a mais de cinquenta minutos, totalizando um período de seis aulas, sem que isso impedisse o cumprimento da proposta curricular idealizada.

A aplicação deste trabalho foi bastante significativa porque, além de contribuir para alterar a ideia de que o que é ensinado na escola não tem aplicação e serve apenas para obtenção de notas em provas, atingiu seu objetivo didático na medida em que os alunos compreenderam o conceito de sistemas de numeração de maneira prática e lúdica. Além disso, entusiasmou os estudantes com um assunto de muito interesse deles, a informática.

O sistema de numeração em destaque foi o binário, mas sua estrutura de formação é a mesma dos outros sistemas, diferenciando-se apenas pela base. Assim, o trabalho com esse sistema auxiliou também na compreensão do sistema decimal. Isto trouxe benefícios no entendimento das operações de adição, subtração, multiplicação e divisão, pois os algoritmos destas operações que os estudantes realizam, muitas vezes automaticamente, estão alicerçados na estrutura do sistema de numeração decimal. Pode-se até mesmo justificar a dificuldade que os estudantes encontram nas operações de subtração e divisão na falta de compreensão desse sistema.

Podemos ressaltar também neste projeto a forma diferenciada de se trabalhar uma aula de matemática, já que o perfil dos estudantes atuais é diferente do de tempos atrás. Atualmente, por viverem na era da informação e a tecnologia, costumam ser mais impacientes e precisam de atividades mais dinâmicas e empíricas.

REFERÊNCIAS

ARTIGUE, M. Engenharia Didática. In: BRUN, Jean. **Didáctica das Matemáticas**. Lisboa: Instituto Piaget. Horizontes Pedagógicos, 1996, p.193-217.

BRASIL. Ministério da Educação e Cultura. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais:** Matemática. Terceiro e quarto ciclos do Ensino Fundamental. Brasília: MEC, 1998. 148 p.

BRASIL. Secretaria da Educação do Estado de São Paulo. **Proposta Curricular do Estado de São Paulo:** Matemática. Ensino Fundamental – Ciclo II e Ensino Médio. São Paulo: SEE, 2008.

BRASIL ESCOLA. **Algarismos Romanos.** Disponível em: <http://revistaescola.abril.com.br/matematica/fundamentos/base-operacoes-matematicas-500292.shtml>. Acesso em: 20 Mai. 2013.

BRASIL ESCOLA. **A base das operações matemáticas.** Disponível em: <http://revistaescola.abril.com.br/matematica/fundamentos/base-operacoes-matematicas-500292.shtml>. Acesso em: 20 Mai. 2013.

CARNEIRO, Vera Clotilde Garcia. **Engenharia didática:** um referencial para ação investigativa e para formação de professores de matemática. Disponível em: < http://www.fe.unicamp.br/revista/index.php/zetetike/article/viewFile/2458/2220>. Acesso em: 07 Mai. 2013.

HEFEZ, Abramo. **Elementos de Aritmética.** 2.ed. Rio de Janeiro: SBM, 2011. 176 p.

INVIVO-FIOCRUZ. **O sistema numérico mesopotâmico.** Disponível em: http://www.invivo.fiocruz.br/cgi/cgilua.exe/sys/start.htm?infoid=976&sid=9. Acesso em: 20 Mai. 2013.

MAT-UFRGS. **Três noções numéricas básicas:** número, numeral e algarismo. Disponível em: <http://www.mat.ufrgs.br/~portosil/passa7a.html>. Acesso em: 20 Mai. 2013.

MIYASCHITA, Wagner Yuwamamoto. **Sistemas de numeração:** como funcionam e como são estruturados os números. 42 f. Dissertação (Graduação). Curso de Licenciatura em Matemática, Universidade Estadual Paulista, 2002.

NCE-UFRJ. **Apostila 1 – Intervox.** Disponível em: < http://intervox.nce.ufrj.br/~wagner/aposti1.txt>. Acesso em: 17 Jan. 2013.

PEAD-UFRGS. **Sistemas de Numeração.** Disponível em: http://www.pead.faced.ufrgs.br/sites/publico/eixo4/matematica/videos/numeros/numeros_operacoes/complementar_2.htm. Acesso em: 20 Mai. 2013.

ROQUE, T.; PITOMBEIRA, J. B., **Tópicos de História da Matemática**. Disponível em: <http://moodle.profmat-sbm.org.br/mod/resource/view.php?id=23999>. Acesso em: 02 Mar. 2013.

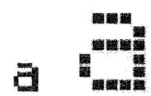
SAMPAIO, João Carlos Vieira; CAETANO, Paulo Antonio Silvani. **Introdução à Teoria dos Números:** Um curso breve. 1. ed. São Carlos: EdUFSCar, 2009. 109 p.

APÊNDICE A – FOLHA DE ATIVIDADES 1

Folha de Atividades 1 – Encontrando figuras por meio de códigos

Nome: ______________________________ n.º___ Série: _____ Data: __/__/__

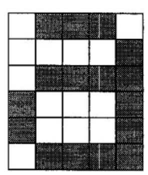
Primeiras experiências com imagens digitais



As telas dos computadores são divididas em uma grade de pequenos pontos chamados pixels (do inglês, *picture elements* - elementos de imagem). Em uma foto em preto e branco, cada pixel ou é preto ou é branco.

Na imagem acima, a letra "a" foi ampliada para mostrar os pixels. Quando um computador armazena uma imagem, basta armazenar quais pontos são pretos e quais pontos são brancos.

01110
00001
01111
10001
10001
01111



A figura acima nos mostra como uma imagem pode ser representada utilizando apenas os algarismos 0 e 1. O 0 representa um pixel branco e o 1 um pixel preto. A primeira linha consiste de um pixel branco, seguido de três pixels pretos e, por fim, de um pixel branco. Assim, a primeira linha é representada por 01110.

Atividade

Pinte de preto as casas correspondentes ao número 1

1111				
1001				
1111				
1001				
1001				

11101110100											
10001010100											
11101010100											
00101010100											
11101110111											

Folha de Atividades 1 – Encontrando figuras por meio de códigos

										0001111000
										0010000100
										0100000010
										1001001001
										1000000001
										1010000101
										1001111001
										0100000010
										0010000100
										0001111000

Agora é a sua vez!!

Seu professor irá te entregar uma grade para que você possa criar a sua imagem. Ao terminar, escreva o código da imagem criada ao lado da grade abaixo, e troque sua folha de atividades com seu colega para que ele possa encontrar a figura criada por você.

______________										
______________										
______________										
______________										
______________										
______________										
______________										
______________										
______________										
______________										

APÊNDICE B – FOLHA DE ATIVIDADES 2

Folha de Atividades 2 – Introdução à contagem

Nome: ______________________________ n.º___ Série: _____ Data: __/__/__

Agora que você encontrou figuras apenas pintando alguns quadradinhos e deixando outros em branco, vamos pensar nas maneiras possíveis que temos para fazer esses preenchimentos em cada linha dependendo do número de quadradinhos que a linha possui.

1. De quantas maneiras podemos preencher um quadradinho?

2. De quantas maneiras podemos preencher dois quadradinhos alinhados?

3. Apresente todas as maneiras possíveis de preencher três quadradinhos alinhados. Quantas maneiras você encontrou?

4. Apresente todas as maneiras possíveis de preencher quatro quadradinhos alinhados. Quantas maneiras você encontrou?

5. O número de maneiras de preencher dois quadradinhos alinhados é quantas vezes maior que o número de maneiras de preencher um quadradinho?

6. O número de maneiras de preencher três quadradinhos alinhados é quantas vezes maior que o número de maneiras de preencher dois quadradinhos alinhados?

7. O número de maneiras de preencher quatro quadradinhos alinhados é quantas vezes maior que o número de maneiras de preencher três quadradinhos alinhados?

8. O que você observou em relação ao número de maneiras de preencher quadradinhos alinhados quando aumentamos um quadradinho?

9. Quantas maneiras possíveis existem para preencher cinco quadradinhos alinhados?

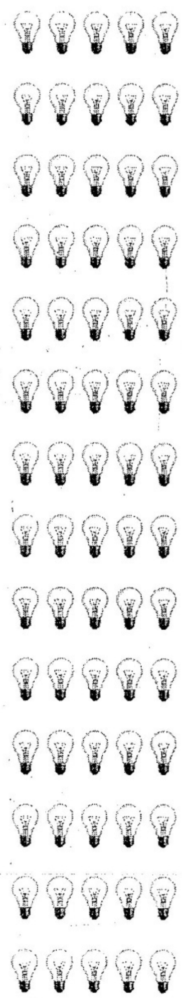
APÊNDICE C – FOLHA DE ATIVIDADES 3

Folha de Atividades 3 - "5 lâmpadas e 32 números"

Nome: ______________________________ n.º___ Série: _____ Data: __/__/__

Vamos representar os 32 estados possíveis usando cinco lâmpadas. A primeira lâmpada, da direita para a esquerda, tem valor 1, a segunda tem valor 2, a terceira tem valor 4, ou seja, a lâmpada da esquerda sempre tem valor igual ao dobro do valor da lâmpada que está a sua direita. Assim, se quisermos representar, por exemplo, o número 11, devemos pintar a primeira lâmpada, a segunda e a quarta lâmpada, pois 1+2+8 = 11. Agora, pinte as lâmpadas de forma que a sequência represente o número de sua posição, e escreva a adição utilizada.

16 8 4 2 1



00

01

02

03

04

05

06

07

08

09

10

11

12

13

Folha de Atividades 3 - "5 lâmpadas e 32 números"

14

15

16

17

18

19

20

21

22

23

24

25

26

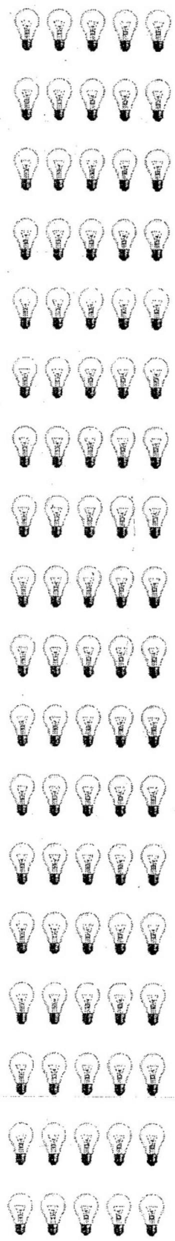
27

28

29

30

31



APÊNDICE D – FOLHA DE ATIVIDADES 4

Folha de Atividades 4 - Codificando o alfabeto

Nome: ______________________________ n.º___ Série: _____ Data: __/__/__

Vamos numerar o alfabeto começando pelo 00 e, quando escrevermos as frases, vamos separar as palavras com "-".

A 00	B 01	C 02	D 03	E 04
F 05	G 06	H 07	I 08	J 09
K 10	L 11	M 12	N 13	O 14
P 15	Q 16	R 17	S 18	T 19
U 20	V 21	X 22	W 23	Y 24
Z 25	- 26			

A frase AMO-BRINCAR, pelo código acima, ficaria assim:

00 12 14 26 01 17 08 13 02 00 17

Mas essa frase é processada pelos computadores da seguinte forma:

00000	01100	01110	11010	00001	10001	01000	01101	00010	00000	10001
0	8 + 4	8+4+2	16+8+2	1	16 + 1	8	8+4+1	2	0	16+1
0	12	14	26	1	17	8	13	2	0	17
A	M	O	-	B	R	I	N	C	A	R

Descubra a frase abaixo.

10101 01110 00010 00100 11010 00010 01110 01101 1001000100 00110 10100 01000 10100

Agora é a sua vez!!

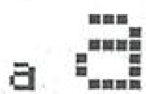
Crie uma frase, codifique-a usando o sistema de numeração binário e passe para seu colega decodificar. Para codificar, você pode usar a folha de atividades 3, mas na hora de decodificar a frase de seu colega, seu professor irá recolher a folha.

APÊNDICE E – EXEMPLOS DE ATIVIDADES RESOLVIDAS PELOS ALUNOS

Folha de Atividades 1 – Encontrando figuras por meio de códigos

Nome: [redacted] n.º__ Série: 8B Data: 21/02/13

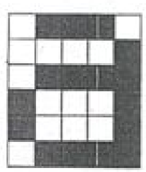
Primeiras experiências com imagens digitais



As telas dos computadores são divididas em uma grade de pequenos pontos chamados pixels (do inglês, *picture elements* - elementos de imagem). Em uma foto em preto e branco, cada pixel ou é preto ou é branco.

Na imagem acima, a letra "a" foi ampliada para mostrar os pixels. Quando um computador armazena uma imagem, basta armazenar quais pontos são pretos e quais pontos são brancos.

01110
00001
01111
10001
10001
01111

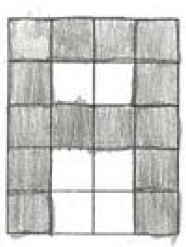


A figura acima nos mostra como uma imagem pode ser representada utilizando apenas os algarismos 0 e 1. O 0 representa um pixel branco e o 1 um pixel preto. A primeira linha consiste de um pixel branco, seguido de três pixels pretos e, por fim, de um pixel branco. Assim, a primeira linha é representada por 01110.

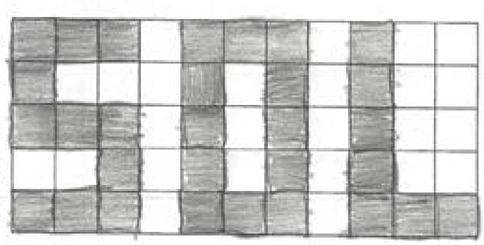
Atividade

Pinte de preto as casas correspondentes ao número 1

1111
1001
1111
1001
1001

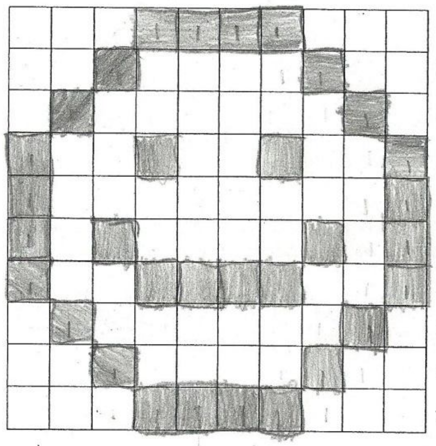


11101110100
10001010100
11101010100
00101010100
11101110111



1

Folha de Atividades 1 – Encontrando figuras por meio de códigos

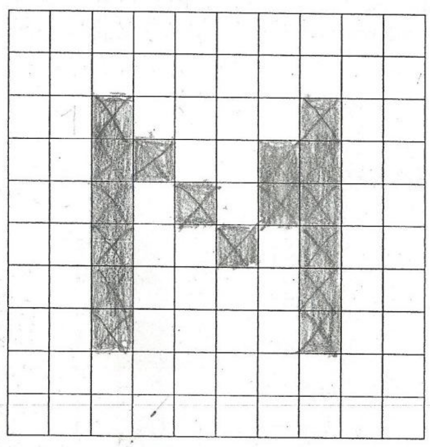


0001111000
0010000100
0100000010
1001001001
1000000001
1010000101
1001111001
0100000010
0010000100
0001111000

Agora é a sua vez!!

Seu professor irá te entregar uma grade para que você possa criar a sua imagem. Ao terminar, escreva o código da imagem criada ao lado da grade abaixo, e troque sua folha de atividades com seu colega para que ele possa encontrar a figura criada por você.

000000000000
000000000000
001000000100
00110001100
00101010100
00100100100
00100000100
00100000100
00000000000
00000000000



Folha de Atividades 2 – Introdução à contagem

Nome: [redacted] n.º [redacted] Série: 6º Data: 25/2/13

Agora que você encontrou figuras apenas pintando alguns quadradinhos e deixando outros em branco, vamos pensar nas maneiras possíveis que temos para fazer esses preenchimentos em cada linha dependendo do número de quadradinhos que a linha possui.

1. De quantas maneiras podemos preencher um quadradinho?

2. De quantas maneiras podemos preencher dois quadradinhos alinhados?

3. Apresente todas as maneiras possíveis de preencher três quadradinhos alinhados. Quantas maneiras você encontrou?

4. Apresente todas as maneiras possíveis de preencher quatro quadradinhos alinhados. Quantas maneiras você encontrou?

5. O número de maneiras de preencher dois quadradinhos alinhados é quantas vezes maior que o número de maneiras de preencher um quadradinho?

6. O número de maneiras de preencher três quadradinhos alinhados é quantas vezes maior que o número de maneiras de preencher dois quadradinhos alinhados?

7. O número de maneiras de preencher quatro quadradinhos alinhados é quantas vezes maior que o número de maneiras de preencher três quadradinhos alinhados?

8. O que você observou em relação ao número de maneiras de preencher quadradinhos alinhados quando aumentamos um quadradinho?

9. Quantas maneiras possíveis existem para preencher cinco quadradinhos alinhados?

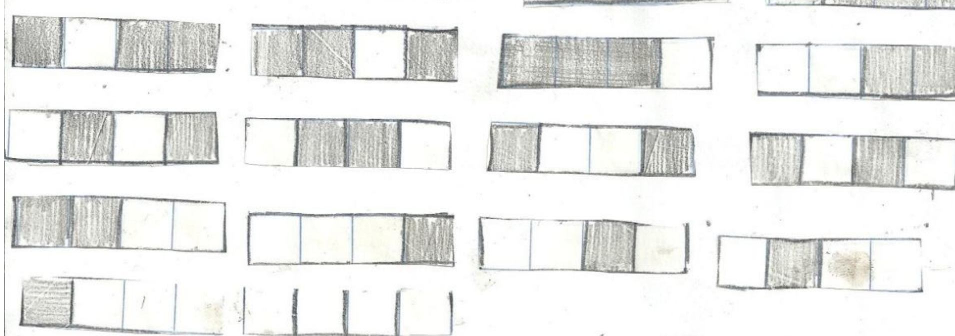
Respostas

1-) Duas maneiras: 

2-) Há 4 maneiras: 

3-) Há 8 maneiras: 

4-) Há 16 maneiras: 



5-) $4 \div 2 = 2$, 2 vezes maior.

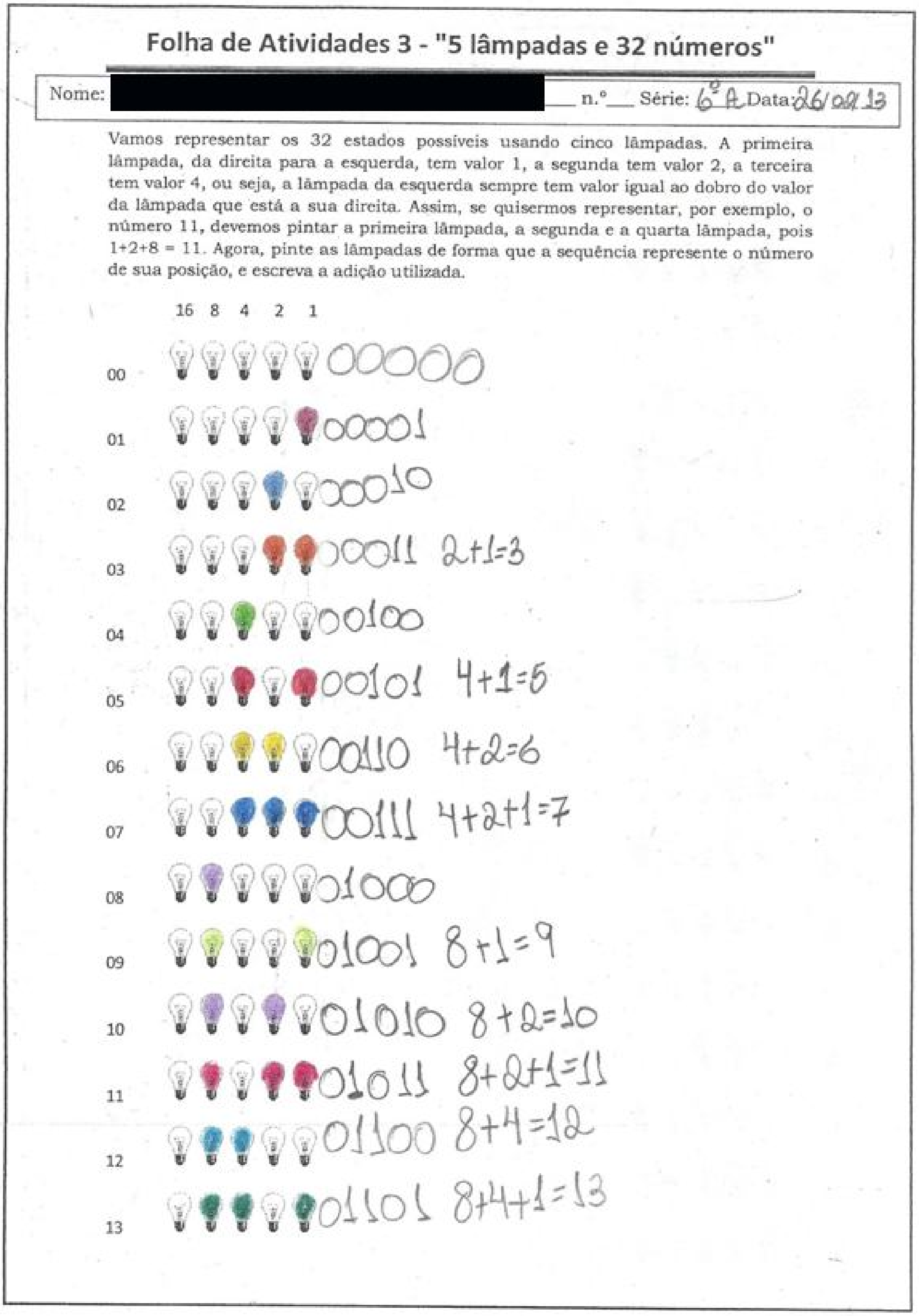
6-) $8 \div 4 = 2$, 2 vezes maior.

7) $16 \div 8 = 2$, 2 vezes maior.

8) O número de possibilidades dobra.

9)

Nº	POSSIB
1	2)
2	4) x 2
3	8) x 2
4	16) x 2
5	32) x 2



Folha de Atividades 3 - "5 lâmpadas e 32 números"

Nome: [redacted] n.º__ Série: 6ª A Data: 26/02/13

Vamos representar os 32 estados possíveis usando cinco lâmpadas. A primeira lâmpada, da direita para a esquerda, tem valor 1, a segunda tem valor 2, a terceira tem valor 4, ou seja, a lâmpada da esquerda sempre tem valor igual ao dobro do valor da lâmpada que está a sua direita. Assim, se quisermos representar, por exemplo, o número 11, devemos pintar a primeira lâmpada, a segunda e a quarta lâmpada, pois 1+2+8 = 11. Agora, pinte as lâmpadas de forma que a sequência represente o número de sua posição, e escreva a adição utilizada.

16 8 4 2 1

00 00000

01 00001

02 00010

03 00011 2+1=3

04 00100

05 00101 4+1=5

06 00110 4+2=6

07 00111 4+2+1=7

08 01000

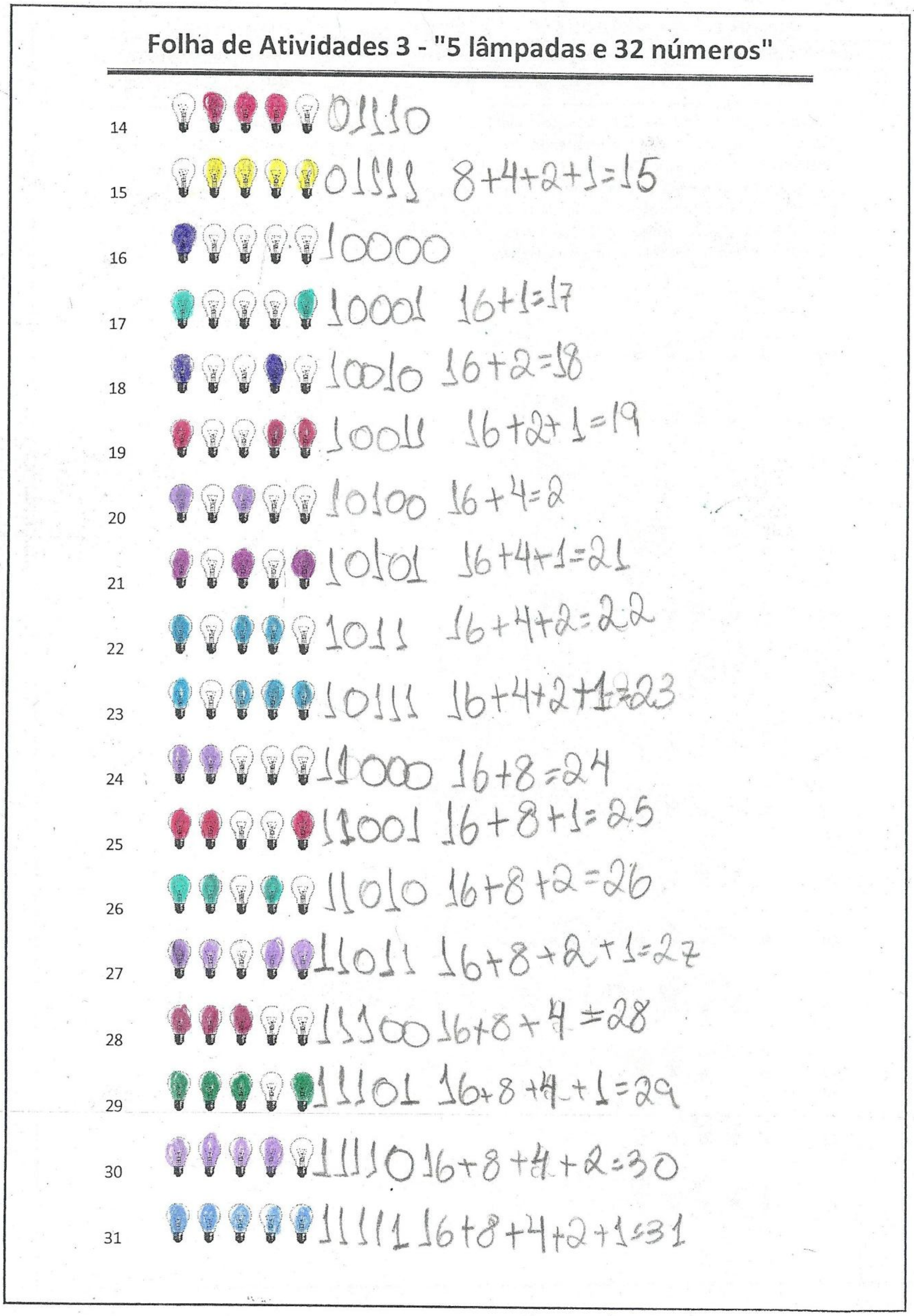
09 01001 8+1=9

10 01010 8+2=10

11 01011 8+2+1=11

12 01100 8+4=12

13 01101 8+4+1=13



Folha de Atividades 3 - "5 lâmpadas e 32 números"

14 01110

15 01111 8+4+2+1=15

16 10000

17 10001 16+1=17

18 10010 16+2=18

19 10011 16+2+1=19

20 10100 16+4=2

21 10101 16+4+1=21

22 1011 16+4+2=22

23 10111 16+4+2+1=23

24 11000 16+8=24

25 11001 16+8+1=25

26 11010 16+8+2=26

27 11011 16+8+2+1=27

28 11100 16+8+4=28

29 11101 16+8+4+1=29

30 11110 16+8+4+2=30

31 11111 16+8+4+2+1=31

ANEXO – TEXTO “CONHECENDO O COMPUTADOR”

CONHECENDO O COMPUTADOR

A INFORMÁTICA NO DIA-A-DIA

Desde a hora em que somos despertados pelo rádio-relógio até a mais simples transação bancária que realizamos durante o dia, estamos nos servindo da informática.

Muitas vezes lidamos com a tecnologia do computador sem darmos conta: ao usarmos o microondas; ao ligarmos o carro ou vídeo cassete, tudo isso sem sairmos de casa. Ao passarmos pela segurança da empresa em que trabalhamos ou visitamos, lá está a informática de novo, assim como nos controles de aviões e metrôs, na produção da energia elétrica, na industrialização de roupas e alimentos etc. No mundo moderno, portanto, é inevitável o contato com o computador.

A DEFINIÇÃO DA MÁQUINA E O SISTEMA BINÁRIO

Uma das definições de computador diz que ele é uma máquina burra, mas extremamente rápida. Este conceito, embora polêmico, é bastante eficiente para explicar como, de fato, ele funciona. Basicamente, o computador só consegue entender um tipo de informação: números. Mesmo que você digite letras, fale com ele pelo microfone ou inclua imagens que devem aparecer no monitor, ele só entende essas informações na forma de números. E ainda assim, está limitado aos algarismos 0 e 1, ou seja, ao sistema binário.

- Uma verdade matemática muito importante, é que todo e qualquer número pode ser representado por uma seqüência de zeros e uns.

- Os avanços tecnológicos permitiram converter imagens, sons, vídeo, texto, além é claro, dos próprios números, em sistema binário.

O computador, em resumo, é uma máquina extremamente veloz no processamento de dados representados por seqüências de zeros e uns.

Adotou-se o sistema binário porque se descobriu que é muito fácil produzir máquinas eletrônicas que trabalhem com apenas dois estados, como ligado-desligado, passando corrente-não passando corrente. Pode-se dizer que o zero corresponde a desligado e o um a ligado. Para o computador a letra A, por exemplo, está registrada por um conjunto de zeros e uns. Ao digitarmos A, o computador cria na tela uma representação deste conjunto e desenha esta letra com impulsos elétricos.

Fonte: http://intervox.nce.ufrj.br