

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO CARLOS
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E DE TECNOLOGIA
PROFMAT - PROGRAMA DE MESTRADO PROFISSIONAL
EM MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL

FABIO CARLOS BADANAI TAMIÃO

UM NOVO OLHAR PARA A MATEMÁTICA FINANCEIRA
NO ENSINO MÉDIO

São Carlos

2014

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO CARLOS
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E DE TECNOLOGIA
PROFMAT - PROGRAMA DE MESTRADO PROFISSIONAL
EM MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL

FABIO CARLOS BADANAI TAMIÃO

UM NOVO OLHAR PARA A MATEMÁTICA FINANCEIRA
NO ENSINO MÉDIO

Dissertação de mestrado apresentada ao Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional da Universidade Federal de São Carlos, como parte dos requisitos para obtenção do título de Mestre.

Orientador: Prof. Dr. Paulo Antônio Silvani Caetano

São Carlos

2014

**Ficha catalográfica elaborada pelo DePT da
Biblioteca Comunitária da UFSCar**

T158no

Tamião, Fabio Carlos Badanai.

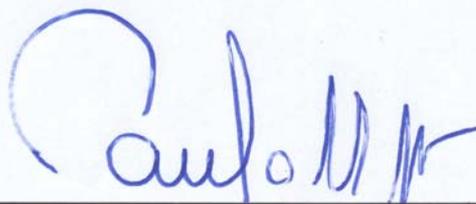
Um novo olhar para a matemática financeira no ensino médio / Fabio Carlos Badanai Tamião. -- São Carlos : UFSCar, 2014.
86 f.

Dissertação (Mestrado) -- Universidade Federal de São Carlos, 2014.

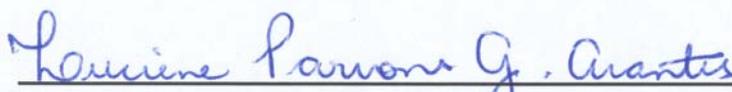
1. Matemática - estudo e ensino. 2. Matemática financeira. 3. Sequência didática. 4. Recursos tecnológicos.
I. Título.

CDD: 510.7 (20ª)

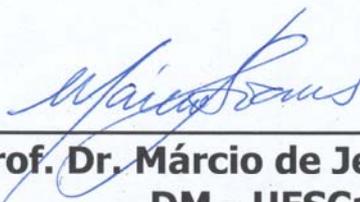
Banca Examinadora



Prof. Dr. Paulo Antonio Silvani Caetano
DM - UFSCar



Profa. Dra. Luciene Parron Gimenes Arantes
DM - UEM



Prof. Dr. Márcio de Jesus Soares
DM - UFSCar

Dedico esse trabalho principalmente a Deus, que esteve sempre ao meu lado, inclusive quando eu não podia percebê-lo, em especial à minha esposa Luciana e meus filhos Maria Regina e Daniel, pela paciência durante todo o trajeto do curso, aos meus pais Antônio e Zilda pelo inesgotável incentivo e ao meu amigo irmão Eric, responsável direto por minha persistência.

AGRADECIMENTOS

Agradeço aos professores e colegas do mestrado, que contribuíram diretamente para o meu crescimento como aluno, professor e como pessoa.

Ao professor Dr. Paulo Antônio Silvani Caetano, meu orientador, pela dedicação e confiança a mim depositada.

À minha esposa Luciana e aos meus filhos Maria Regina e Daniel, que tanto contribuem para a minha felicidade e que durante todo o mestrado permaneceram pacientes e incentivadores.

Aos meus pais Antônio e Zilda pela educação a mim concedida e pelas palavras de incentivo, que sempre tornam minhas ações mais fáceis.

Ao meu tio José Badanai, por sempre incentivar e acreditar no meu potencial.

À minha irmã Juliana, também professora de matemática, pelas discussões e contribuições acerca dos temas trabalhados.

Aos amigos Eric e Edgard, que no decorrer do curso tornaram-se parte de minha família.

À direção, coordenação e todos os professores e funcionários da Escola Estadual Dr. Domingos de Magalhães, por tornarem possível a aplicação dos trabalhos.

A todos que contribuem para a realização do PROFMAT, pois através desse programa venho realizando grandes feitos profissionais e pessoais.

Por fim, a todos os alunos que participaram do projeto. Com eles eu pude crescer como professor e como ser humano.

“Talvez não tenha conseguido fazer o melhor, mas lutei para que o melhor fosse feito. Não sou o que deveria ser, mas Graças a Deus, não sou o que era antes”.

Marthin Luther King

RESUMO

O ensino da Matemática Financeira é de grande importância no currículo da Educação Básica. Os nossos alunos são desafiados o tempo todo com situações cotidianas envolvendo os conceitos de juros, descontos, financiamentos, entre outros. Neste trabalho, apresentamos a idealização e aplicação de uma sequência didática, embasada na ótica da Engenharia Didática, visando uma aprendizagem significativa da Matemática Financeira no Ensino Médio, com situações-problema contextualizadas, uso de calculadora científica, planilhas eletrônicas e softwares computacionais.

Palavras-chave: sequência didática, matemática financeira, recursos tecnológicos.

ABSTRACT

The teaching of financial mathematics is of great importance in the basic education curriculum. The students are challenged all the time with everyday situations involving the concepts of interest, discounts, financing, among others. In this work, we present the idealization and implementation of a didactic sequence, grounded in the perspective of Didactic Engineering, targeting a significant learning of Financial Mathematics in High School, with contextualized problem situations, use of scientific calculator, spreadsheets and computer software.

Keywords: didactic sequence, financial mathematics, technological resources.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1: Frente da escola	15
Figura 2: Portão de entrada dos alunos	16
Figura 3: Pátio da escola - sanitários e bebedouro	19
Figura 4: Pátio da escola – palco e cozinha	19
Figura 5: Jardim da escola – “Jardim dos cinco sentidos”	20
Figura 6: E.E. Caetano Lourenço de Camargo	23
Figura 7: Reunião pedagógica da E.E. Dr. Domingos de Magalhães	31
Figura 8: Questão da prova do SARESP 2007	36
Figura 9: Questão da prova do SARESP 2007	36
Figura 10: Item número 3 do Questionário 2	44
Figura 11: Item 7 do Questionário 2 com recorte da resolução de um aluno.....	45
Figura 12: Resolução de aluno sobre item da Lista 1	46
Figura 13: Demonstração da fórmula do Montante para juros simples.....	47
Figura 14: Demonstração da fórmula do Montante para juros simples.....	48
Figura 15: Recortes de resoluções da Lista 3	49
Figura 16: Lousa com a sistematização do termo geral da P.A.....	50
Figura 17: Lousa com a sistematização do termo geral de uma P.G.	51
Figura 18: Sala de multimídias - frente	52
Figura 19: Sala de multimídias - fundo.....	53
Figura 20: Atividade realizada pelos alunos no Excel	54
Figura 21: Gráfico construído por aluno.....	57
Figura 22: Tela do computador na função PGTO.....	59
Figura 23: Resolução de aluno - item 1 da Lista 8	61
Figura 24: Tabela do SISTEMA PRICE construída por aluno no Excel.....	61
Figura 25: Apresentação das pesquisas por parte dos alunos	62
Figura 26: Tabela de Financiamento pelo SAC.....	63

LISTA DE TABELAS

Tabela 1: Resultados do IDESP 2012	21
Tabela 2: Resultados do IDESP 2012 por área do conhecimento	21
Tabela 3: Resultados do IDESP 2013	22
Tabela 4: Resultados do IDESP 2013 por área de conhecimento	22
Tabela 5: Cronograma de atividades	40

SUMÁRIO

1 – INTRODUÇÃO	12
2 - UM RETRATO DA ESCOLA ENVOLVIDA NO PROJETO	15
2.1 - <i>Fundação da escola.....</i>	<i>15</i>
2.2 - <i>Histórico de relação e de inserção da escola na comunidade.....</i>	<i>17</i>
2.3 - <i>E. E. Dr. Domingos de Magalhães nos dias de hoje.....</i>	<i>17</i>
2.4 - <i>O desempenho da escola nas avaliações externas</i>	<i>20</i>
3 – UM BREVE HISTÓRICO DO PESQUISADOR	23
3.1 - <i>A escolha pela docência</i>	<i>23</i>
3.2 - <i>A experiência profissional</i>	<i>25</i>
4 - METODOLOGIA:	27
4.1 - <i>O nascimento de uma nova metodologia</i>	<i>27</i>
4.2 - <i>As quatro fases da engenharia didática.....</i>	<i>28</i>
5 - TEMA E CAMPO DE ATUAÇÃO: A MATEMÁTICA FINANCEIRA.....	30
5.1 - <i>A escolha pelo tema</i>	<i>30</i>
5.2 - <i>Campo de ação.....</i>	<i>31</i>
6 - ANÁLISES PRÉVIAS – Epistemologia, didática e cognição.....	32
6.1 - <i>Nível Epistemológico.....</i>	<i>32</i>
6.1.1 - <i>Traços de sua origem.....</i>	<i>32</i>
6.1.2 - <i>Juro: o surgimento de um novo conceito</i>	<i>32</i>
6.1.3 - <i>As primeiras transações financeiras</i>	<i>33</i>
6.2 - <i>Nível didático</i>	<i>35</i>
6.3 - <i>Nível cognitivo.....</i>	<i>37</i>
7 - CONCEPÇÃO E ANÁLISE A PRIORI.	38
7.1 – <i>Os objetivos do projeto.....</i>	<i>38</i>
7.2 – <i>A escolha da sequência didática</i>	<i>39</i>
7.3 – <i>Obstáculos enfrentados.....</i>	<i>41</i>
8 - IMPLEMENTAÇÃO OU APLICAÇÃO.	42
9- ANÁLISE A POSTERIORI E VALIDAÇÃO DA EXPERIÊNCIA.....	63
10- CONCLUSÃO	64
11- CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	66
12- REFERÊNCIA BIBLIOGRÁFICA	67
12- APÊNDICES	68
14- ANEXOS	80

1 – INTRODUÇÃO

Em uma das aulas do PROFMAT, assisti a um vídeo sobre matemática financeira onde o professor citava o fato de que nossos alunos aprendiam a resolver alguns temas bem complexos, como equações polinomiais, números complexos, entre vários outros e, em contrapartida, saiam do Ensino Médio sem conseguir analisar a maneira mais vantajosa de adquirir um produto, se pagando à vista ou a prazo. Daí surgia o meu interesse pelo tema.

A matemática financeira parece não ocupar um lugar significativo no currículo atual do Ensino Médio e, mesmo citada nos PCN's¹, fica tão implícita na Proposta Curricular do Estado de São Paulo² que pouco aparece em sala de aula, inclusive no material oficial das escolas públicas do Estado de São Paulo – Caderno do Aluno³.

Ao abordarmos professores de matemática do Ensino Médio acerca do assunto, os mesmos se surpreendem com a pequena aparição da matemática financeira nos três anos deste segmento de ensino. Percebe-se também que, pelo fato da rede pública possuir um material para orientação dos trabalhos tanto na questão dos conteúdos quanto das habilidades, pensar no currículo deixa de ser uma preocupação do professor, que na sua própria compreensão, já o tem pronto.

No cotidiano atual, a matemática financeira invade a vida dos nossos alunos muito cedo, não só pelo fato de realizar cálculos com a moeda corrente, mas como apoio para a tomada de decisões. Observamos que muitos de nossos alunos já estão inseridos no mercado de trabalho e reconhecer bem os temas relacionados à matemática financeira possibilitaria uma melhor organização da economia doméstica de suas famílias. Surge assim uma margem para a reflexão sobre essa aparente incoerência. Onde está o espaço destinado à matemática financeira em nosso currículo? Será que não está muito implícita que chega a se tornar transparente?

Diariamente nós, professores, enfrentamos questionamentos dos alunos acerca da utilização e serventia dos conteúdos aplicados em sala de aula. Em contrapartida, a abordagem da matemática financeira, que é tão importante e aplicável na vida dos nossos alunos, só aparece em outros contextos como, por

¹. Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio

². Criada em 2008, a Proposta Curricular do Estado de São Paulo estabelece os conteúdos, habilidades e competências para cada ano, além de oferecer subsídios para a implantação desse currículo.

³. Material bimestral distribuído gratuitamente aos alunos da rede pública estadual de São Paulo, separado por disciplina e contendo situações de aprendizagens em concordância com a Proposta Curricular do Estado.

exemplo, comparar progressões aritméticas e geométricas, ou ilustrar o comportamento de funções afim e exponencial.

Foi pensando nisso que iniciamos uma reflexão com os professores de matemática da Escola Estadual Dr. Domingos de Magalhães e decidimos averiguar o conhecimento dos alunos que estavam no último ano do Ensino Médio acerca de juros simples, juros compostos, comparação de preços à vista e a prazo, financiamentos, entre outros.

O resultado dessa investigação não nos surpreendeu, demonstrando que esses alunos não possuíam habilidades para trabalhar com juros compostos e fazer comparações entre formas de pagamentos, apresentando um conhecimento muito superficial em matemática financeira.

Pensamos numa sequência didática que pudesse abordar o ensino de Matemática Financeira de forma significativa através de situações-problema. O cronograma se estenderia no 3º e 4º bimestre do ano letivo de 2013, com a utilização de dez aulas duplas, todas as sextas-feiras, de acordo com a orientação da equipe gestora, que também se preocupou com o cumprimento do currículo.

A turma escolhida foi o 1º ano D do Ensino Médio. A escolha se fez baseada no fato de que esses alunos já tinham os conhecimentos necessários para iniciar o trabalho, visto que até o momento o programa havia contemplado funções afim, exponenciais e logarítmicas, progressões aritméticas e geométricas, além de ser uma turma que poderíamos acompanhar nos dois anos seguintes para observar a qualidade do trabalho realizado e seus efeitos.

A nossa expectativa inicial era conseguir uma participação atuante dos alunos nas atividades, além de dominar o tema utilizando calculadora científica e o programa Excel, para compreender e calcular parcelas de financiamentos e, assim inserido no contexto, apresentar uma visão crítica de consumidor.

Formar um cidadão crítico e atuante na sociedade é o foco do projeto pedagógico da escola, e é claro que essa ousadia permeou o nosso trabalho em todas as fases.

O trabalho coletivo de qualidade foi uma das preocupações iniciais, já que muitas atividades exigiriam análise e posicionamento quanto ao tema. Por isso, planejamos momentos de discussão em grupo sobre as atividades realizadas individualmente, visando intensificar a comparação.

O trabalho foi estruturado utilizando a metodologia da Engenharia Didática, segundo a concepção de Carneiro (2005), organizado em quatro fases: análises prévias, concepção e análise a priori, experimentação e análise a posteriori e validação.

2 - UM RETRATO DA ESCOLA ENVOLVIDA NO PROJETO

2.1 - Fundação da escola

Em 1935, foi fundado o 3º Grupo Escolar de Jaú, que inicialmente exercia suas atividades na Vila Carvalho, em um sobrado da Rua Sebastião Ribeiro de Barros nº 531 a 539. No ano de criação, a escola funcionava com seis classes primárias e uma de educação infantil e teve como primeiro diretor o Prof. José Barros de Chagas.

No mês de agosto de 1948, o 3º Grupo Escolar de Jaú transferia sua sede para o prédio novo, especialmente construído para este fim, e recebia o nome de grupo escolar Dr. Domingos de Magalhães. A nova localização era na Praça Túlio Espíndola de Castro s/n, endereço atual da entidade.

Figura 1: Frente da escola



Fonte: Autor

Com a integração “primário e ginásio”⁴, em 1976, a escola recebeu a denominação de Escola Estadual de Primeiro Grau “Dr. Domingos de Magalhães”, de acordo com a Resolução do Secretário da Educação nº 16, publicada no Diário Oficial do Estado em 23/01/76, quando passou a oferecer inclusive ensino de 5ª à 8ª Séries do Ensino Fundamental.

Em 1996, com a implantação da reforma educacional, passa a atender apenas alunos de Ciclo II do Ensino Fundamental.

A Resolução SE nº 23, publicada em Diário Oficial de 05/02/86 implanta a Educação de Jovens e Adultos, Ciclo II, Ensino Fundamental. A partir de 09/02/98, a escola passa a atender também o Ensino Médio, na modalidade Educação de Jovens e Adultos.

O Ensino Médio regular foi o último a ser implantado, tendo sua primeira turma no ano de 2003. É exatamente nesse momento em que a minha história profissional se mistura a história da escola, pois foi exatamente nesse ano que iniciei minhas atividades na E. E. Dr. Domingos de Magalhães, mais precisamente como professor de matemática das duas primeiras turmas de Ensino Médio regular – 1ª série A e 1ª série B.

Figura 2: Portão de entrada dos alunos



Fonte: Autor

⁴. Atualmente denominados por Ensino Fundamental I e II.

2.2 - Histórico de relação e de inserção da escola na comunidade

A história da Domingos de Magalhães indica que, desde o início de sua trajetória, a mesma foi a alternativa para as famílias que não podiam manter os estudos de seus filhos na escola particular.

Desde muito cedo foi conceituada como uma escola de “excelente qualidade de ensino”, conforme o relato oral de toda a comunidade jauense, dentre eles ex-alunos, hoje figuras destacadas em todos os setores da sociedade.

A Domingos de Magalhães, mesmo no contexto sócio-político econômico atual, marcado por grandes transformações, representa, para significativa parcela da população, a possibilidade de ascensão social pelos estudos. Esta é a sua singularidade.

Em virtude de sua localização em região central da cidade, sua demanda é bem diversificada, com alunos oriundos de diversos bairros da cidade, o que nos impede de fazer uma caracterização única da escola.

O número de bairros atendidos pela escola é bem extenso e, mesmo após a Prefeitura Municipal cancelar o transporte escolar gratuito aos alunos que moram próximo de outras escolas, essa diversificada demanda ainda permanece, seja por insistência do aluno ou por opção dos pais, que atualmente arcam com as despesas de transporte.

2.3 - E. E. Dr. Domingos de Magalhães nos dias de hoje

Atualmente a escola tem como diretora a Prof.^a Maria Cecília Capelline Perez, e atende o Ensino Fundamental do 6º ao 9º ano, nos períodos da manhã e tarde, Ensino Médio, também nos mesmos períodos e Educação de Jovens e Adultos, na modalidade Ensino Médio, no período noturno.

Até o ano de 2013 a escola oferecia Ensino Médio regular no período noturno, sendo neste, com apenas uma sala de 3º ano. A partir de 2014, o período noturno passou a atender com exclusividade a Educação de Jovens e Adultos.

De acordo com plano de gestão escolar para o quadriênio 2011 – 2014, em 2011 a escola possuía 487 alunos matriculados no Ensino Fundamental, 474 alunos no Ensino Médio regular e 268 alunos na Educação de Jovens e Adultos.

No segundo semestre de 2013, período de realização do presente trabalho, a escola funcionava com 13 salas de aulas no período da manhã, 11 salas de aula no período da tarde e 7 salas no período noturno, sendo seis delas de Educação de Jovens e Adultos, Ensino Médio. O número de alunos matriculados aproximava-se de 1500.

No mesmo período a escola contava com 62 professores em atividade, sendo 37 deles efetivos (aproximadamente 60%). O número de professores efetivos da escola chega a 51, contudo 14 deles encontravam-se, nesse momento, fora da sala de aula, alguns deles por designação a outras funções e outros por licença médica.

A Escola Estadual Dr. Domingos de Magalhães é tida com uma das melhores escolas públicas da região e a fama se faz por diversos motivos, tais como organização da escola, preferência dos pais que formam fila nos dias de matrícula, melhores índices do IDESP⁵ da Diretoria de Ensino, preferência dos professores na escolha das aulas nas atribuições de aulas.

Contudo, mesmo com muitos pontos a favor, a escola, como qualquer outra, encontra vários obstáculos em seu caminhar. Alguns deles serão percebidos no decorrer do nosso trabalho.

Nos finais de semana a escola fica aberta para atender a comunidade. Esta iniciativa faz parte do projeto do Governo Estadual intitulado Programa Escola da Família⁶.

⁵. Índice de desenvolvimento da Educação do Estado de São Paulo.

⁶. É um programa social criado pelo Governo do Estado de São Paulo em 2003 com o objetivo de proporcionar atividades nos 4 eixos norteadores: esporte, cultura, qualificação para o trabalho e saúde para toda a comunidade escolar.

Figura 3: Pátio da escola - sanitários e bebedouro



Fonte: Autor

Figura 4: Pátio da escola – palco e cozinha



Fonte: Autor

Figura 5: Jardim da escola – “Jardim dos cinco sentidos”



Fonte: Autor

2.4 - O desempenho da escola nas avaliações externas

O Sistema de avaliação do rendimento escolar do estado de São Paulo, SARESP, é uma avaliação externa em larga escala da Educação Básica. Ele foi criado em 1996 e atualmente avalia, todo ano, os alunos do 2º, 3º, 5º, 7º e 9º ano do Ensino Fundamental e da 3ª série do Ensino Médio, por meio de provas cognitivas nas áreas de Língua Portuguesa, incluindo redação, e Matemática, além de alternar a cada ano provas das disciplinas das áreas de Ciências Humanas (Geografia e História) e Ciências e Ciências da Natureza (Biologia, Física e Química) aos alunos do 7º e 9º anos do Ensino Fundamental e da 3ª série do Ensino Médio.

No ano de 2007, surgiu o IDESP – Índice de desenvolvimento da Educação do Estado de São Paulo - que representa um indicador de qualidade. Ele é atribuído por segmentos de Ensino, Fundamental e Médio, e sua avaliação se faz por dois

critérios: desempenho dos alunos nos exames do SARESP (indicador de desempenho) e o fluxo escolar⁷ (indicador de fluxo escolar).

Desde o surgimento do IDESP, a Escola Estadual Dr. Domingos de Magalhães se mantém no topo da classificação de sua Diretoria de Ensino, com médias bem acima da Rede Estadual e de sua própria Diretoria.

Tabela 1: Resultados do IDESP 2012

IDESP 2012 - REDE ESTADUAL			
	5º ano EF	9º ano EF	3ª série EM
Escola		4,21	3,51
Diretoria	5,40	2,69	2,24
Município		2,76	2,18
Estado	4,28	2,50	1,91

Fonte: Secretaria de Educação do Estado de São Paulo

Tabela 2: Resultados do IDESP 2012 por área do conhecimento

IDESP 2012 – INDICADORES DA ESCOLA					
	Indicadores de Desempenho		Indicador de Desempenho	Indicador de Fluxo	IDESP 2012
	Língua Portuguesa	Matemática			
5º ano EF					
9º ano EF	4,4020	4,0463	4,22	0,9977	4,21
3ª série EM	4,6403	2,4180	3,53	0,9935	3,51

Fonte: Secretaria de Educação do Estado de São Paulo

⁷. O fluxo escolar é dado pelo percentual de alunos aprovados em relação ao número de matriculados, considerando os retidos e evadidos.

Tabela 3: Resultados do IDESP 2013

IDESP 2013 - REDE ESTADUAL			
	5º ANO EF	9º ANO EF	3ª SÉRIE EM
ESCOLA		3.82	3.29
DIRETORIA	4.69	2.74	2.17
MUNICÍPIO		2.64	2.08
ESTADO	4.42	2.50	1.83

Fonte: Secretaria de Educação do Estado de São Paulo

Tabela 4: Resultados do IDESP 2013 por área de conhecimento

	INDICADORES DE DESEMPENHO		INDICADOR DE DESEMPENHO	INDICADOR DE FLUXO	IDESP 2013
	LÍNGUA PORTUGUESA	MATEMÁTICA			
5º ANO EF					
9º ANO EF	3.8707	3.7633	3.82	1	3.82
3ª SÉRIE EM	4.005	2.5847	3.29	1	3.29

Fonte: Secretaria de Educação do Estado de São Paulo

3 – UM BREVE HISTÓRICO DO PESQUISADOR

3.1 - A escolha pela docência

Nasci no dia oito de maio de mil novecentos e oitenta, na cidade de Jaú, onde se passou toda a minha história durante a Educação Básica.

Estudei sempre em escolas públicas, iniciando os estudos aos três anos de idade, em uma pré-escola municipal de Jaú que encerrou suas atividades no final dos anos 80. Aos seis anos de idade ingressei na primeira série do Ensino Fundamental, atual segundo ano, na Escola Estadual Laudelino de Abreu, localizada no bairro onde residia. Essa escola estadual foi municipalizada no final da década de 90.

Já o Ensino Médio, que na ocasião era conhecido como segundo grau, cursei na E.E. Caetano Lourenço de Camargo, popularmente conhecida como Instituto. Estudei, durante o Ensino Médio, no período noturno os dois primeiros anos e metade do terceiro.

Figura 6: E.E. Caetano Lourenço de Camargo



Fonte: Autor

Ser professor nunca havia sido alvo de meus pensamentos, já que eu, como muitos garotos, sonhava em ser jogador de futebol. Foi com este objetivo que joguei em clubes até os 17 anos, quando, no meio do último ano do citado segundo grau, meus pais me chamaram para uma conversa decisiva sobre meu futuro, já que os mesmos haviam sido chamados na escola para uma conversa com a diretora, hoje falecida, Dona Cleomar, que se indignou quando eu lhe disse que não tinha intenção de cursar o Ensino Superior.

Dona Cleomar se incomodava com isso, pois segundo suas palavras, eu tinha um enorme talento para os estudos e não podia desperdiçá-lo. Para mim, suas palavras fizeram sentido, pois desde que me recordo, sempre fui o aluno com as melhores notas e os maiores elogios da sala e, graças a cobrança em casa, levava tudo muito a sério, inclusive as aulas de sexta-feira à noite, as quais eu assistia quase sempre com a sala vazia.

Como eu sempre ouvia e respeitava muito a opinião de meus pais, eu parei de jogar futebol, que na ocasião eu era parte integrante do time de juniores do XV de Jaú.

Em seguida, troquei o período de estudos do noturno pelo diurno e estudei muito no último semestre de minha educação básica.

Vale ressaltar que o vestibular que prestei foi gratuito, da VUNESP, cuja escola podia inscrever alguns alunos para vestibulares de licenciatura e, confesso que a opção por matemática foi por conta de meus professores e da Dona Cleomar.

Prestei o vestibular e passei em primeiro lugar, o que causou muito contentamento a toda a minha família, mas que quase terminou precocemente, pois quando fui averiguar a locomoção até a UNESP – Bauru, percebi que minha família não teria condições de arcar com tais despesas.

Não querendo desistir do feito, pedi uma chance a minha mãe para procurar por bolsas de estudos e, correndo atrás de tudo isso, fui contemplado com um projeto chamado PAE, Programa Auxílio ao Estudante.

Nos dois anos seguintes continuei sendo bolsista, mas como monitor de Cálculo I e de Teoria dos Números, respectivamente nos anos de 1999 e 2000.

Começava aí a minha história no magistério.

3.2 - A experiência profissional

Minha mãe era servente de uma escola pública em Jaú, chamada E.E. Dr. Tolentino Mirágua e, com a intervenção dela, consegui trabalhar voluntariamente como professor de reforço para alunos da oitava série do Ensino Fundamental (atual nono ano) no ano de 1998, ano em que cursava o primeiro ano de licenciatura em Matemática. Essa foi minha primeira experiência como professor.

A partir daí, surgia algo que defino como vocação. Parecia tão fácil ensinar alunos que não aprendiam em sala de aula. Além do mais, as aulas de reforço eram, além de produtivas, bem divertidas, já que me identifiquei muito com os alunos.

No ano seguinte, 1999, tive meu primeiro trabalho no magistério. Foi como professor eventual na mesma escola que havia trabalhado voluntariamente. Confesso que as aulas eventuais não eram como eu imaginava, pois geralmente era chamado as pressas, sem material preparado ou qualquer orientação do professor que faltava e, boa parte do tempo, eram aulas de outras disciplinas. Porém, foi neste mesmo ano que consegui minha primeira turma de alunos, em uma atribuição de aulas da Diretoria de Ensino, no mês de maio. Substitui uma professora cuja licença, com prorrogações, duraria até o final do ano letivo.

Minha primeira turma atribuída foi uma sexta série (atual sétimo ano) do Ensino Fundamental. Era uma turma difícil, do ponto de vista disciplinar, mas criei um vínculo com a turma que me atraiu definitivamente para o magistério. No final de 1999 eu já sabia que meu futuro profissional era no magistério.

Depois disso, passei por diversas escolas da Diretoria de Ensino, inclusive de cidades vizinhas, como Barra-Bonita, Dóis Córregos e Mineiros do Tietê, fato que é muito comum entre professores que estão iniciando a carreira e ainda não possuem boa pontuação⁸.

Em 2002 trabalhei como orientador de estudos da Companhia Jauense, onde eu orientava turmas de Ensino Médio, através do Telecurso 2000. Como orientador, eu atuava em todas as disciplinas do curso, que era oferecido a funcionários da empresa. Esse foi um dos grandes desafios que enfrentei no magistério.

⁸ . Os professores da rede pública estadual de São Paulo são classificados, para participarem do processo de atribuição de aulas, de acordo com uma pontuação baseada no tempo de serviço geral, tempo de serviço na Unidade Escolar e pontos por progressão acadêmica e não acadêmica, sendo esta última pautada na realização de prova de méritos e participação em cursos de aperfeiçoamento.

Em fevereiro de 2003, consegui aulas na Escola Estadual Dr. Domingos de Magalhães, onde me tornei coordenador pedagógico em junho do mesmo ano. Foi o mesmo ano em que prestei meu primeiro concurso público para professores e fui aprovado.

Em agosto de 2003 passei no concurso do SESI e tive que me desligar da Companhia Jauense para atuar no Telecurso 2000 - Ensino Médio na cidade de Igarapu do Tietê, há 18 km de Jaú.

Em 2004 tornei-me professor titular de cargo assumindo o cargo na escola onde eu exercia a função de Coordenador Pedagógico.

Deixei a função de coordenador pedagógico em 2006, pois além de trabalhar na escola pública e no SESI, passei a lecionar em escolas particulares de Jaú, onde acumulei maratonas semanais de até 76 aulas.

Para a realização dos trabalhos finais do mestrado, abandonei as escolas particulares permanecendo apenas no SESI e na Escola Estadual Dr. Domingos de Magalhães.

Quanto ao futuro, é difícil planejar, porém sinto que será no magistério, onde sempre exerci as atividades com compromisso e alegria, até mesmo antes de me sentir professor.

4 - METODOLOGIA:

4.1 - O nascimento de uma nova metodologia

Surgida em meados dos anos 80, a Engenharia didática teve como precursora a pesquisadora francesa Michele Artigue, inspirada na comparação entre o trabalho do professor e do engenheiro.

O trabalho de um engenheiro é voltado para a construção de um projeto e o trabalho do professor é voltado para a construção do conhecimento. Artigue (1996) estabelece uma conexão entre ambos, quando afirma a necessidade do professor em ter um conjunto de conhecimentos teóricos, ter planejado todas as etapas de sua pesquisa, prever as possíveis dificuldades e soluções para os problemas encontrados.

Desta forma, a Engenharia didática se faz por meio de uma sequência didática, previamente planejada e aplicada a um grupo.

Segundo Pais (2001, p. 102),

Uma Sequência Didática é formada por um certo número de aulas planejadas e analisadas previamente com a finalidade de observar situações de aprendizagem, envolvendo os conhecimentos previstos a pesquisa didática. Essas aulas são denominadas sessões.

No Brasil, o termo Sequência Didática surgiu oficialmente nos PCN's como "projetos" e "atividades sequenciadas".

As sequências didáticas são planejadas e desenvolvidas para atingir objetivos educacionais pré-estabelecidos. Para atingir tal sucesso, faz-se necessário que, tanto o professor quanto os alunos conheçam todos os passos da sequência didática.

Segundo Carneiro (2005), a Engenharia Didática foi criada para atender a duas questões: as relações existentes entre pesquisa e ação no sistema de ensino e o lugar reservado para as realizações didáticas entre as metodologias de ensino.

4.2 - As quatro fases da engenharia didática

Segundo Artigue (1996), uma Engenharia Didática é formada por quatro fases:

1. Análises prévias ou preliminares;
2. Concepção e análise a priori;
3. Implementação ou aplicação;
4. Análise a posteriori e validação da experiência.

A etapa das análises prévias tem como objetivo analisar o funcionamento do ensino habitual do conteúdo, visando propostas de intervenção para oferecer melhorias. A análise é feita com o intuito de esclarecer os efeitos do ensino tradicional, as concepções dos alunos e as dificuldades e obstáculos que marcam a evolução das concepções. Podemos dizer que a análise preliminar busca o levantamento de informações acerca do trabalho a ser realizado e a escolha do caminho a ser seguido para alcançar os objetivos educacionais.

A concepção e análise a priori de experiências didático pedagógicas, de acordo com Artigue (1996), comporta uma parte descritiva e uma preditiva. É preciso descrever as escolhas efetuadas, definindo variáveis de comando, no âmbito global e no âmbito local, descrevendo cada atividade proposta.

O âmbito global diz respeito à apresentação dos trabalhos aos alunos, explicitando os objetivos a serem atingidos. Já o âmbito local tem como abrangência a descrição minuciosa de como o projeto irá proceder em relação a tempo, recursos materiais e humanos, ambientes, público alvo, entre outros detalhes. Nesta fase, deve-se expor aos participantes a possibilidade de encontrar obstáculos durante o percurso. Tais obstáculos e seus enfrentamentos fazem parte do projeto, visto que a pesquisa envolve hipóteses e junto delas a comprovação ou refutação das mesmas.

Na implantação da experiência, ou aplicação da Sequência Didática, descreve-se como o projeto foi posto em prática, de que forma foi ministrado, como foi a participação dos alunos e o que pode ser coletado para a análise a posteriori.

A análise a posteriori é o conjunto de resultados que se pode tirar da exploração dos dados recolhidos e que contribuem para a melhoria dos conhecimentos didáticos. Na Engenharia Didática, *“a validação é essencialmente interna, fundada no confronto entre a análise a priori e a análise a posteriori”* (Artigue, 1996, p. 197).

Para validação, partindo desse confronto, explicitam-se as hipóteses que foram verificadas como válidas e sugerem-se modificações para aquelas que não foram verificadas como válidas.

Neste trabalho, a Engenharia Didática foi a metodologia norteadora.

5 - TEMA E CAMPO DE ATUAÇÃO: A MATEMÁTICA FINANCEIRA

5.1 - A escolha pelo tema

No trajeto do curso de mestrado - PROFMAT, assisti a um vídeo sobre matemática financeira, assunto da disciplina MA12, onde o professor citava o fato de que nossos alunos, durante o Ensino Médio, aprendiam a resolver alguns temas bem complexos, tais como equações polinomiais, números complexos, entre vários outros e, em contrapartida, saíam do Ensino Médio sem conseguir analisar a maneira mais vantajosa de adquirir um produto, se pagando à vista ou a prazo.

Desde o primeiro momento em que ouvi tal frase, fiquei instigado a averiguar a afirmação. A princípio, em reuniões pedagógicas com outros professores de matemática da escola, questionei-os sobre o tema e, a confirmação foi imediata. Parece que nós não havíamos notado, mas a matemática financeira estava adormecida no currículo do Ensino Médio.

Outro ponto de concordância do grupo foi a necessidade de se aumentar o interesse dos alunos do Ensino Médio, utilizando a matemática financeira em situações do cotidiano, especialmente no primeiro ano, quando o aluno trabalha com as progressões aritméticas e geométricas. Os conceitos de juros simples e compostos poderiam auxiliar na compreensão dessas sequências e ampliar a compreensão gráfica dos alunos, não apenas das funções mais simples (afim e quadrática), como também das mais complexas, como as exponenciais e a logarítmicas.

No primeiro encontro com o meu orientador fizemos a escolha do tema, combinando os primeiros passos na realização do trabalho.

Logo após essa escolha, pedi autorização junto à coordenação da escola para abordá-lo com os colegas de área, em alguns momentos das reuniões pedagógicas.

Figura 7: Reunião pedagógica da E.E. Dr. Domingos de Magalhães



Fonte: Autor

5.2 - Campo de ação

O público alvo do trabalho foram os alunos da primeira série do Ensino Médio do período da tarde. Contudo, com a colaboração de outros professores de matemática, alunos do terceiro ano de Ensino Médio participaram de algumas etapas para a validação de nossas hipóteses.

A direção e a coordenação da escola permitiram a implantação do trabalho utilizando, semanalmente, uma aula dupla de matemática do 1º Ano D do período da tarde, tendo em vista que o tema abordado não era explicitado no material adotado pelo Governo do Estado de São Paulo e que a utilização do Caderno do Aluno e suas sequências didáticas seriam exercidas concomitantemente ao desenvolvimento do projeto.

Optamos por utilizar a aula de matemática da sexta-feira, que era exatamente a terceira aula do dia. O fato de trabalharmos com uma aula semanal exigia um período extenso para realização do trabalho, que inicialmente planejamos para dez aulas, aproximadamente três meses.

6 - ANÁLISES PRÉVIAS – Epistemologia, didática e cognição

6.1 - Nível Epistemológico

6.1.1 - Traços de sua origem

Em virtude do interesse pela educação e o enorme crescimento da atividade comercial no Renascimento, começaram a aparecer muitos textos populares de aritmética. Centenas deles foram impressos na Europa antes do século XVII. Essas obras dividiam-se em dois tipos: as escritas em latim, por intelectuais de formação clássica, muitas vezes ligados a escolas da igreja, e as escritas no vernáculo, por professores práticos interessados em preparar jovens para carreiras comerciais.

A obra impressa mais antiga sobre o tema é Aritmética de Treviso, uma obra anônima e extremamente rara, publicada em Treviso, Itália, no ano de 1478. A obra trata de uma aritmética amplamente comercial, dedicada a explicar a escrita dos números, a efetuar cálculos com eles e que contém aplicações envolvendo sociedades e escambo, além de incluir questões recreativas. Foi o primeiro livro de matemática a ser impresso no mundo ocidental.

6.1.2 - Juro: o surgimento de um novo conceito

O conceito de Juro é bastante antigo e tem se difundido ao longo da história. Esse conceito surgiu naturalmente, quando o homem percebeu uma estreita relação entre o dinheiro e o tempo. O processo de acumulação de dinheiro e de desvalorização da moeda acarretaria, de forma natural, na ideia de juro.

As tábuas mais antigas nos apontam um alto grau de habilidade computacional e apresentam indícios de um sistema sexagesimal posicional. Muitos textos dessa época tratam da distribuição de produtos agrícolas e de cálculos baseados em suas transações.

Os sumérios, por exemplo, deixaram como legado tábuas que demonstravam sua familiarização com todos os tipos de contratos legais e usuais, como faturas, recibos, notas promissórias, crédito, juros simples e compostos, hipotecas, escrituras de venda e endossos.

Apesar de ser uma prática bem antiga, o uso dos juros sofreu pouca variação. A mais significativa foi em relação a utilização de períodos para sua contagem. Quando as sementes eram emprestadas para a semeadura de certa área, era lógico esperar o pagamento na próxima colheita - no prazo de um ano. Assim, o cálculo de juros numa base anual era mais razoável.

Mas como estabelecer juros para o financiamento das antigas viagens comerciais que não poderiam ser concluídas em um ano?

É óbvio que a relação tempo-juro precisou ser adaptada a necessidade de cada época e foi se criando novas formas de se trabalhar essa relação. No caso citado anteriormente, o período não poderia ser anual, e sim de acordo com o tempo de viagem. Com a passar do tempo, surgiram outras situações e com elas a necessidade de se criar novos períodos para a cobrança de juros, tais como: semestral, bimestral, diário, entre outros.

6.1.3 - As primeiras transações financeiras

Podemos dizer que os juros e os impostos existem desde a época dos primeiros registros de civilizações existentes na Terra. Os primeiros indícios surgiram na Babilônia no ano de 2000 a.C.. Nas primeiras citações encontradas, os juros eram pagos pelo uso de sementes ou de outras conveniências emprestadas e os juros eram pagos sob a forma de sementes ou de outros bens. Muitas das práticas existentes originaram-se dos antigos costumes de empréstimo e devolução de sementes e de outros produtos agrícolas.

A História também revela que a ideia tinha se tornado tão bem estabelecida que em 575 a.C. já existia uma firma de banqueiros internacionais, com os escritórios centrais na Babilônia. Sua renda era proveniente das altas taxas de juros cobradas pelo uso de seu dinheiro para o financiamento do comércio internacional.

Enquanto os homens viviam em comunidades restritas, retirando da natureza todos os produtos de que necessitavam, havia pouca comunicação entre as sociedades. Contudo, com desenvolvimento do artesanato e da cultura e em razão da desigual repartição dos diversos produtos naturais, a troca comercial mostrou-se pouco a pouco necessária.

O primeiro tipo de troca comercial foi o escambo, fórmula segundo a qual se trocam diretamente (e, portanto sem a intervenção de uma "moeda" no sentido moderno da palavra) gêneros e mercadorias correspondentes a matérias primas ou a objetos de grande necessidade.

Por vezes, quando se tratava de grupos que entretinham relações pouco amistosas, essas trocas eram feitas sob a forma de um escambo silencioso. Uma das duas partes depositava, num lugar previamente estabelecido, as diversas mercadorias com as quais desejava fazer a troca e, no dia seguinte, encontrava em seu lugar (ou ao lado delas) os produtos propostos pelo outro parceiro. Se a troca fosse considerada conveniente levavam-se os produtos, senão retornava-se no dia seguinte para encontrar uma quantidade maior. O mercado podia então durar vários dias ou mesmo terminar sem troca quando as duas partes não podiam encontrar terreno para entendimento.

Com a intensificação da comunicação entre os diversos grupos, o escambo foi tornando-se impreciso. As trocas não podiam mais pautar-se apenas no capricho pela aquisição do produto ou pelo uso de preços gerados a partir de intermináveis discussões.

Houve, portanto, a necessidade um sistema relativamente estável de avaliações e de equivalências, fundado num princípio que definia algumas unidades ou padrões fixos possibilitando estimar tal ou qual valor, não somente para as operações de caráter econômico, mas também para a regulamentação de problemas jurídicos importantes e, todas as espécies de produtos, matérias ou objetos utilitários serviram nessa ocasião.

A primeira unidade de escambo admitida na Grécia pré-helênica foi o boi. Não é por acaso que a palavra latina pecúnia quer dizer "fortuna, moeda, dinheiro", pois provém, com efeito, de pecus, que significa "gado, rebanho"; além disso, o sentido próprio da palavra pecúnia corresponde ao "ter em bois".

Nas ilhas do Pacífico, as mercadorias eram estimadas em colares de pedras ou conchas, no Egito Antigo, eram estimadas em metais (cobre, bronze, prata, ouro, e outros).

E assim o comércio se desenvolvia e junto dele a Matemática Financeira, que hoje permite cálculos precisos e imediatos utilizados cotidianamente por todas as sociedades.

6.2 - Nível didático

Como vimos anteriormente, a matemática financeira passou a ser inevitável ao homem a medida que o comércio foi se intensificando entre os grupos.

De acordo com o segundo parágrafo do artigo 1º da LDB⁹, “a educação escolar deverá vincular-se ao mundo do trabalho e à prática social”. Sendo assim, a matemática financeira torna-se assunto de extrema relevância no currículo escolar, conforme é observado no documento oficial Orientações Curriculares para o Ensino Médio¹⁰.

[...] Por exemplo, o trabalho com esse bloco de conteúdos deve tornar o aluno, ao final do ensino médio, capaz de decidir sobre as vantagens/desvantagens de uma compra à vista ou a prazo; avaliar o custo de um produto em função da quantidade; conferir se estão corretas informações em embalagens de produtos quanto ao volume; calcular impostos e contribuições previdenciárias; avaliar modalidades de juros bancários.

Em contrapartida, a própria Proposta Curricular do Estado de São Paulo parece diminuir a relevância da matemática financeira, ocultando-a em seu Quadro de Conteúdos e Habilidades¹¹.

Ao propor uma reflexão aos professores de matemática sobre o tema, pudemos enxergar essa lacuna no currículo, que a prática diária e aceitação não nos permitiu observar antes. Em uma análise ainda preliminar, observamos que a

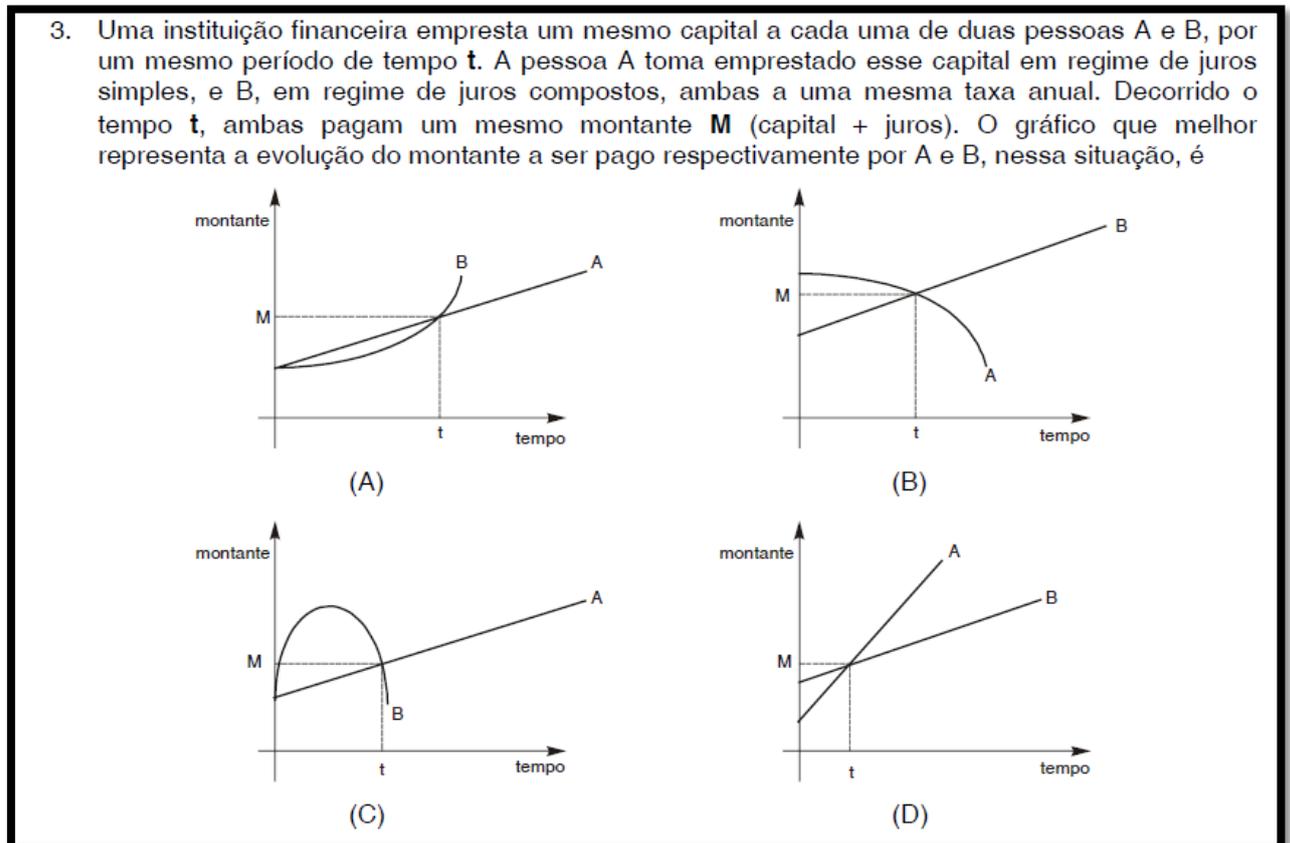
⁹. Lei de Diretrizes e Bases da Educação Brasileira(LDB 9394/96): é a legislação que regulamenta o sistema educacional (público e particular) o Brasil

¹⁰. Ver anexo

¹¹. Ver anexo

principal avaliação externa cobrava de nossos alunos a compreensão de tópicos de matemática financeira, como podemos observar nas figuras a seguir:

Figura 8: Questão da prova do SARESP 2007



Fonte: SARESP 2007 – Matemática-3EM- Manhã

Figura 9: Questão da prova do SARESP 2007

3. Suponha que um capital seja aplicado a juros simples, à taxa mensal de 8%. A fim de que seja possível resgatar-se o triplo da quantia aplicada, tal capital deverá ficar aplicado por um período mínimo de
- (A) 2 anos e 1 mês.
 (B) 2 anos.
 (C) 1 ano e 2 meses.
 (D) 1 ano e 3 meses.

Fonte: SARESP 2007 –Matemática-3EM- Tarde

Resolvemos, então, investigar o conhecimento dos alunos do terceiro ano do Ensino Médio sobre as questões acima citadas.

Foi aplicada uma atividade sobre juros simples e compostos, a qual os alunos deveriam resolver individualmente. Na reunião pedagógica, voltamos a discutir o assunto. Neste mesmo momento, iniciamos os trabalhos com o 1º ano D.

6.3 - Nível cognitivo

Os alunos do primeiro ano do Ensino Médio envolvidos no projeto já tinham trabalhado com as sequências numéricas - progressões aritméticas e geométricas – e, no mesmo período em que iniciamos este trabalho, os alunos estavam encerrando as atividades relacionadas as funções exponenciais e logarítmicas.

A turma em destaque era composta por vinte e sete alunos e embora pudéssemos perceber que alguns alunos apresentavam dificuldade em matemática, nenhum caso tão grave foi diagnosticado. Todos conseguiram acompanhar as aulas, alguns com necessidade de atenção especial, mas todos sempre integrados ao trabalho, sem resistência.

Por se tratar do 3º Bimestre, já era possível conhecer bem cada um dos alunos, podendo prever os acompanhamentos e intervenções durante o processo.

As maiores dificuldades apresentadas por alguns alunos eram os trabalhos que envolviam soma de frações com denominadores distintos e radiciação. Já os grandes vilões das atividades eram a leitura e a interpretação equivocada (ou inexistentes) dos problemas, principalmente se o enunciado era mais longo.

Neste contexto, a primeira atividade com os alunos foi a realização de uma avaliação diagnóstica, que será explicitada no próximo capítulo.

7 - CONCEPÇÃO E ANÁLISE A PRIORI

7.1 – Os objetivos do projeto

O principal objetivo deste projeto é oferecer uma nova abordagem para a Matemática Financeira no Ensino Médio, verificando suas possíveis contribuições para a aprendizagem do aluno, através de situações-problema contextualizadas, do uso de calculadora científica, planilhas eletrônicas e gráficos construídos com o auxílio de softwares. O projeto também tem como objetivo analisar se esta sequência didática é capaz de motivar os alunos para uma melhor compreensão do tema e participação nas aulas de matemática.

Tais objetivos foram claramente expostos aos alunos. Pode-se dizer que este foi o início dos trabalhos, com uma roda de conversa partindo da reflexão de questões do dia a dia que envolviam conhecimentos de matemática financeira e culminando com o questionamento sobre o que eles sabiam a respeito e se eles já tinham ouvido falar sobre isto.

É importante ressaltar que, nesse momento, com a colaboração dos professores de matemática da escola, verificamos que os alunos que estavam no terceiro ano tinham sérias dificuldades em calcular juros compostos e, em sua totalidade, não conseguiam comparar as progressões aritméticas e geométricas, respectivamente, com os conceitos de juros simples e juros compostos. A análise sobre comparativo de preços à vista e a prazo também não era da compreensão dos alunos, visto que eles somavam as parcelas e comparavam esse somatório com o valor à vista, julgando, precipitadamente, que as compras à vista eram sempre vantajosas.

A preocupação, a partir dessa constatação, passou a ser a criação de estratégias para que preveníssemos que os alunos do primeiro ano não chegassem ao final do Ensino Médio com essa defasagem no conhecimento de matemática financeira.

7.2 – A escolha da sequência didática

Foi elaborada uma sequência didática com dez aulas duplas presenciais e mais algumas atividades extraclasse, que seriam realizadas como lição de casa.

Ao pensarmos nas atividades, tivemos o cuidado de elaborá-las priorizando o protagonismo do aluno. Além das atividades individuais, prevemos algumas atividades em grupo, de tal forma que a discussão e a argumentação pudessem favorecer o processo de ensino-aprendizagem. Após as atividades em grupo, um integrante de cada grupo apresentava-se a frente da sala e descrevia o trabalho realizado, os obstáculos enfrentados e também apresentava uma pequena conclusão sobre o que foi aprendido com o trabalho. Essa etapa do trabalho foi intitulada de “O que aprendi”.

O fato de termos o projeto desenvolvido uma vez na semana exigia que cada aula subsequente iniciasse com a retomada da aula anterior, que poderia ser feita de várias formas, tais como roda de conversa, correção da lição de casa, socialização de pesquisas, exposição dos alunos sobre as produções anteriores, apresentação de slides elaborados pelo professor sobre a revisão dos temas, entre outros.

A tabela a seguir descreve o planejamento inicial para cada uma das atividades. Vale destacar que a tabela foi discutida e aprovada pelos alunos.

Tabela 5: Cronograma das atividades

Semana	Atividade	Lição de casa
1	<ul style="list-style-type: none"> Roda de conversa para apresentação do projeto e levantamento do conhecimento prévio – Questionário 2. Orientações para uso de calculadora científica – potenciação e radiciação. 	Questionário 1
2	<ul style="list-style-type: none"> Juros simples e compostos – retomada de assunto através de aula expositiva. Resolução da Lista 1 – em grupo de 4 alunos (agrupamento produtivo). 	Lista 2 - individual
3	<ul style="list-style-type: none"> Correção participativa das listas 1 e 2. Construção das tabelas propostas na Lista 3. 	Estudar P.A. e P.G. e comparar suas definições com as tabelas construídas em aula e analisar as razões de cada uma delas
4	<ul style="list-style-type: none"> Sistematização dos trabalhos da Lista 3 e da Lição de casa. Construção das mesmas tabelas no EXCEL, aplicando o uso de fórmulas. 	Lista 4 - Construção de tabelas no EXCEL – entregar este trabalho via e-mail; Pesquisa sobre o significado de inflação e desvalorização da moeda
5	<ul style="list-style-type: none"> Socialização das pesquisas e sistematização do tema. Equivalência de capitais – deslocar capitais para prazos anteriores e posteriores ao vencimento. 	Lista 5 – Resolução pode ser individual ou em grupos, se possível for.
6	<ul style="list-style-type: none"> Construção de gráficos de juros simples e compostos no EXCEL. 	Lista 6 – Construção de gráficos no EXCEL (entrega por e-mail)
7	<ul style="list-style-type: none"> FINANCIAMENTOS – dedução do cálculo de parcela no sistema PRICE – parcelas iguais com primeira a vencer um(1) período após a compra. 	Lista 7- Problemas envolvendo o cálculo de parcelas.
8	<ul style="list-style-type: none"> Uso das fórmulas do EXCEL para calcular o valor das parcelas no SISTEMA PRICE. Correção da Lista 7. 	Visitar uma concessionária, ou qualquer outro comércio de vendas de veículos e pesquisar o valor da parcela no financiamento sem entrada. Anotar o valor do veículo, a taxa de juros, impostos incluídos no financiamento (IOF). Aplicar os cálculos aprendidos em sala e verificar se a parcela aferida é a mesma oferecida. Trazer as conclusões
9	<ul style="list-style-type: none"> Debate sobre os cálculos das parcelas e levantamento de hipóteses para as diferenças, quando existirem. 	LISTA 8 – Construção de tabela de financiamento no EXCEL (entrega por e-mail)
10	<ul style="list-style-type: none"> Devolutiva e comentários sobre a Lista 8. Apresentação do Sistema SAC de financiamento. Avaliação dos trabalhos. 	QUESTIONÁRIO AVALIATIVO

Fonte: Autor

Para a realização das lições de casa, os alunos foram consultados sobre o acesso a microcomputadores e ao EXCEL. Para alunos que não possuíam o recurso em casa, a escola disponibilizou dois microcomputadores, com o programa instalado e acesso a internet.

A coordenação e a direção escolar receberam cópias do cronograma e disponibilizaram um pequeno tempo nas reuniões pedagógicas semanais para o relato das atividades da semana.

Já na apresentação do cronograma aos alunos, foi perceptível a motivação para o trabalho, visto que envolvia uma nova estratégia, com o uso de recursos tecnológicos, e um assunto que grande parte dos alunos demonstrou muito interesse em conhecer melhor.

A escola dispunha de quarenta calculadoras científicas para o uso dos alunos, além de materiais diversos para elaboração das atividades, incluindo impressora e folhas para impressão de todas as atividades necessárias.

7.3 – Obstáculos enfrentados

Nosso maior obstáculo seria na construção das tabelas no Excel, pois a escola possuía uma sala de informática, porém, no ano de 2009 foram roubados dezessete dos vinte microcomputadores que acabaram de chegar a escola, e devido a parte burocrática, a reposição ainda não havia sido feita.

Para resolver esta questão, a escola tinha uma sala de multimídias, com um projetor ligado a um microcomputador. Foi neste ambiente que realizamos os gráficos, não do jeito que gostaríamos, pois os alunos apenas assistiam as construções das tabelas pelo professor ou por outro colega da sua sala.

Outro obstáculo previsto, era a distância entre uma aula e outra do projeto, visto que o combinado com a direção e coordenação foi em realizá-lo apenas nas aulas de sexta-feira. Dessa forma, havia a preocupação com a possibilidade de se perder tempo para que os alunos dessem sequência as atividades anteriores.

Ao final, exceto a falta dos microcomputadores, os obstáculos previstos não influenciaram nas realizações das atividades.

8 - IMPLEMENTAÇÃO OU APLICAÇÃO

Fora da sala de aula, o projeto contou com momentos de reflexão junto aos professores de matemática nas reuniões pedagógicas semanais da escola. Foi num desses momentos que decidimos investigar o conhecimento dos alunos do terceiro ano do Ensino Médio sobre juros simples e compostos e, com o apoio de seus respectivos professores, aplicamos o Questionário 2 (apêndice B). Cada professor recolheu os questionários de sua turma e entregou ao pesquisador para que a análise dos mesmos pudesse ser feita.

Na análise dos resultados do Questionário 2, verificamos que os alunos do ano final do Ensino Médio compreendiam o significado de juros simples, resolviam problemas envolvendo esse conceito e, mesmo sem utilizarem fórmulas convencionais, traçavam um caminho correto em busca das resoluções. Já em problemas utilizando o conceito de juros compostos, menos da metade da sala demonstrou conhecimento sobre o assunto, sendo que a maior parte destes resolvia os problemas utilizando o mesmo conceito de juros simples trabalhando com períodos unitários, ou seja, calculava o montante mês a mês.

Com relação aos gráficos, percebemos que apenas uma minoria dos alunos conseguiu comparar aplicação de juros simples e de juros compostos pela descrição de seus gráficos. Esses resultados foram discutidos com os professores colaboradores em uma das reuniões.

Depois de verificar a defasagem nos conceitos de juros compostos e perceber sua má compreensão (resultado de sua não aplicação em situações do cotidiano), iniciamos com o cronograma das aulas presenciais.

Descrição das atividades propostas na Aula 1

Nesta aula, fizemos uma roda de conversa e iniciamos o assunto com situações do cotidiano, apresentando panfletos de propagandas de lojas em que apareciam móveis e eletrodomésticos com o preço à vista e parcelado. Os alunos participaram bastante da discussão, criticando a diferença entre o valor à vista e o valor do somatório das parcelas, mas sem se atentar, em momento algum, a inflação

ou desvalorização da moeda. As comparações de juros se baseavam apenas nas taxas de loja para loja, sem um parâmetro. Sendo assim, a conclusão geral foi de que o preço à vista era sempre favorável, exceto quando o valor do parcelamento tivesse somatório igual a ele.

Nas leituras dos anúncios, os alunos se mostraram confusos, pois nesse momento o senso comum foi calcular juros simples em relação ao valor inicial, o que não permitia a exatidão de seus cálculos. Nesse momento o pesquisador não fez intervenções, apenas mediações.

Em seguida, discutimos o projeto a ser trabalhado e seu cronograma, como mostra a tabela 5, e após a aprovação da turma, a sala voltou à disposição por fileiras e, individualmente, os alunos resolveram o questionário 2. Nessa resolução, os alunos puderam utilizar a calculadora científica. Para isso, receberam orientações sobre seu uso em cálculos de potenciação e radiciação. Vale lembrar que os alunos já fizeram uso da mesma no estudo das funções exponenciais e logarítmicas, portanto foi apenas um momento para revisar suas funções.

Figura 10: Item número 3 do Questionário 2

3-) Um produto tem um acréscimo de 10% em seu valor e posteriormente recebe um desconto de 10% sobre o novo valor. Podemos dizer que o produto voltou ao preço inicial? Justifique sua resposta.

RESPOSTA DO ALUNO 1

Sim, porque o acréscimo e o desconto são iguais.

RESPOSTA DO ALUNO 2

③ Exemplo: R\$: 100,00
 acréscimo de 10% = R\$: 10,00
 Total: R\$: 110,00
 R\$: 110,00
 desconto de 10% = 11,00
 Total: R\$: 99,00
 R: Não voltou ao preço inicial.

Fonte: Alunos participantes

Na figura 10, observamos duas respostas distintas: o aluno 1 respondeu incorretamente, desprezando o fato de que o desconto de 10% não era sobre o valor inicial, e portanto não teria o mesmo valor do acréscimo de 10%. Já o aluno 2 apresentou um contraexemplo, provando que a afirmação era falsa.

Figura 11: Item 7 do Questionário 2 com recorte da resolução de um aluno

7-) Se capitalizarmos, a juros compostos, um capital de R\$ 2.500,00 a uma taxa de 3%, qual será o montante após 1 ano e meio?

$$C = 2.500,00$$

$$1^{\circ} \text{ mês} = 3\% = 75,00$$

$$R\$ 2.575,00$$

$$C = 2.575,00$$

$$2^{\circ} \text{ mês} = 3\% = 77,25$$

$$R\$ 2.652,25$$

$$C = 2.652,25$$

$$3^{\circ} \text{ mês} = 3\% = 79,57$$

$$R\$ 2.731,81$$

outra folha

Fonte: Aluno participante

Observando a Figura 11, encontramos o recorte da resolução de um aluno que compreende a capitalização composta. Mesmo sem apresentar uma fórmula sistematizada do montante de uma capitalização composta, o aluno foi capaz de apresentar tais valores.

Completando a atividade, os alunos levaram o Questionário 1 (Apêndice A) para casa e deveriam trazê-lo resolvido na próxima aula da turma.

Descrição das atividades propostas na Aula 2

A devolutiva do Questionário 2 junto a um momento de revisão de juros simples e compostos abriram as atividades desta aula. Houve uma boa participação dos alunos na revisão, pois o tema estava bem confuso de acordo com a análise de suas resoluções. No entanto, não percebemos grande diferença entre a produção dos alunos do 1º ano D e as produções dos alunos dos terceiros anos do Ensino Médio.

Após a revisão, os alunos foram divididos em grupos formados por até quatro alunos, e receberam a Lista 1 (Apêndice C) para resolução em sala. Tal lista deveria ser resolvida em grupo e a intervenção do professor só seria utilizada após esgotar as discussões do grupo sobre o problema em questão.

Figura 12: Resolução de aluno sobre item da Lista 1

5-) O banco "X" empresta ao Sr. Carlos a quantia de \$ 300.000,00, à taxa de 5% ao ano, para ser paga após três anos e meio, em regime de capitalização composta. Calcule o montante dessa operação.

$C = 300.000,00$
 $i = 0,05 \text{ a.a.}$
 $n = 42 \text{ meses}$

$M = C (1+i)^n$
 $M = 300.000,00 (1+0,05)^{42}$
 $M = 2328.476,27$

R.O montante desta operação foi de R\$ 2328.476,27

Fonte: Aluno participante

Esta etapa teve um resultado bem satisfatório. A mobilização dos grupos para realizar as atividades estava além das percebidas no decorrer do ano letivo, além das resoluções com pouca intervenção do professor, sendo que a maioria delas foi para confirmar um caminho já iniciado pelo grupo.

Para conhecermos mais sobre a compreensão individual, os alunos levaram a Lista 2 (Apêndice D) como lição de casa.

A análise desta lição apenas constatou o trabalho em sala, pois percebemos que apenas quatro dos vinte e sete alunos apresentavam dificuldade na resolução de problemas de juros compostos.

Descrição das atividades propostas na Aula 3

A correção participativa das Listas 1 e 2 ajudaram a retomar as atividades, já que o prazo de uma semana entre uma e outra poderia ser um grande obstáculo ao desenvolvimento do trabalho.

O desafio desta era compreender o comportamento do montante em cada um dos casos: capitalização simples e composta (Figuras 13 e 14). Essa atividade foi realizada na própria sala de aula, onde os alunos receberam a Lista 3 (Apêndice E) para resolução individual.

Figura 13: Demonstração da fórmula do Montante para juros simples.**JUROS SIMPLES – DEMONSTRAÇÃO**

Considere um Capital C aplicado durante um período n a juros simples com uma taxa i (representado por um decimal).

Juro por período: $C.i$

Período	0	1	2	3	4	5	6	7	8
Juros do período	0	$C.i$	$C.i$	$C.i$	$C.i$	$C.i$	$C.i$	$C.i$	$C.i$
Montante	C	$C+C.i$	$C+2C.i$	$C+3C.i$	$C+4C.i$	$C+5C.i$	$C+6C.i$	$C+7C.i$	$C+8C.i$

Note que para:

$$n = 1, \text{ temos } C + C.i.1$$

$$n = 2, \text{ temos } C + C.i.2$$

$$n = 3, \text{ temos } C + C.i.3$$

$$n = 4, \text{ temos } C + C.i.4$$

$$n = n, \text{ temos } C + C.i.n$$

Logo, para um período de n meses temos:

$$M = C + C.i.n$$

$$\mathbf{M = C.(1+i.n)}$$

Fonte: Autor

Figura 14: Demonstração da fórmula do Montante para juros simples.

JUROS COMPOSTOS – DEMONSTRAÇÃO			
<p>Considere um Capital C aplicado durante um período n a juros compostos com uma taxa i (representado por um decimal)</p> <p>Juro por período: Montante do período anterior multiplicado por i</p>			
Período	Juro do período	Montante	Montante
0	0	C	C
1	C.i	C + C.i	C.(1+i)
2	C.(1+i).i	C.(1+i) + C.(1+i).i = C.(1+i).(1+i)	C.(1+i) ²
3	C.(1+i) ² .i	C.(1+i) ² + C.(1+i) ² .i = C.(1+i) ² .(1+i)	C.(1+i) ³
...			
n	C.(1+i) ⁿ⁻¹ .i	C.(1+i) ⁿ⁻¹ + C.(1+i) ⁿ⁻¹ .i = C.(1+i) ⁿ⁻¹ .(1+i)	C.(1+i) ⁿ

$$M = C.(1+i)^n$$

Fonte: Autor

Figura 15: Recortes de resoluções da Lista 3

1-) Considere um capital de R\$ 100,00 capitalizado a juros simples com taxa de 10% ao mês. Faça os cálculos e complete a tabela abaixo:

P	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
M	100	110	120	130	140	150	160	170	180	190	200

Onde P é o período, em meses, e M é o montante, em reais.

$$J = \frac{10}{100} = 10\%$$

$$J = 10,00$$

2-) Considere os dados do exercício anterior capitalizado a juros compostos e complete a tabela.

P	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
M	100,00	110,00	121,00	133,10	146,41	161,05	177,16	194,87	214,36	235,79	259,37

Onde P é o período, em meses, e M é o montante, em reais.

$$M = C \cdot (1 + i)^n$$

$$M = 100 \cdot (1,1)^n$$

3-) Levando em consideração um capital de R\$3.000,00 a uma taxa de juros mensais de 1,5%, faça uma tabela com o valor do montante em função do tempo até o 12 mês para juros simples e outra para juros compostos.

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
3.000	3.045	3.090	3.135	3.180	3.225	3.270	3.315	3.360	3.405	3.450	3.495	3.540

Fonte: Autor

Conforme mostra Figura 15, os problemas iniciais buscaram a construção de tabelas sobre o montante durante um prazo periódico, partindo com mesmo capital, prazos e taxa de juros. Isso foi realizado com os dois tipos de capitalização.

Como lição de casa, os alunos foram orientados a estudar as progressões aritméticas e geométricas para que comparassem as tabelas construídas.

Descrição das atividades propostas na Aula 4

Ao iniciarmos a aula, alguns alunos apresentaram as conclusões sobre as tabelas da aula anterior, classificando a tabela de montantes em capitalização simples como uma progressão aritmética e a tabela de montantes em capitalização composta como progressão geométrica.

Contudo, durante as atividades, o valor da razão da P.G. não havia sido compreendido, apenas encontrado. Fizemos, então, uma análise da fórmula $M = C \cdot (1+i)^n$, percebendo que a cada “casa” (Figura 14) tínhamos o resultado anterior multiplicado por $(1+i)$, que representava a tal razão. No caso da P.A., não houve a necessidade de retomarmos, pois estava bem claro aos alunos que a razão era o valor do juro mensal, que nesse caso seria sempre o mesmo.

JUROS SIMPLES

Para juros simples, o valor dos montantes define uma P.A. de razão igual ao valor dos juros por período ($C \cdot i$). DE acordo com a Figura , a sequência que representa o valor dos montantes por período é:

$$(C; C(1+i); C \cdot (1+2i); C(1+3i); C(1+4i); \dots)$$

Aplicando a propriedade distributiva da multiplicação em relação à adição, temos:

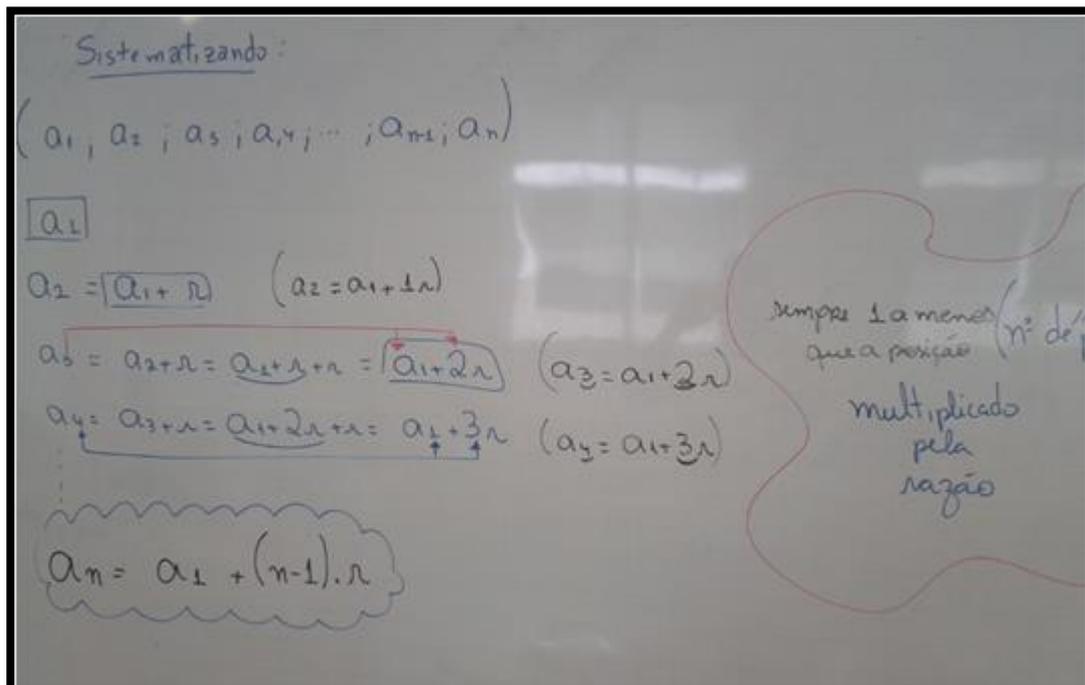
$$(C; C+C \cdot i; C+C \cdot i \cdot 2; C+C \cdot i \cdot 3; C+C \cdot i \cdot 4; \dots)$$

Podemos representar a mesma sequência por:

$$(C; C+\underline{C \cdot i}; C + C \cdot i + \underline{C \cdot i}; C+C \cdot i + C \cdot i + \underline{C \cdot i}; \dots)$$

Como podemos observar, os montantes formam uma progressão aritmética e razão $C \cdot i$.

Figura 16: Lousa com a sistematização do termo geral da P.A.



JUROS COMPOSTOS

Para juros compostos, o valor dos montantes define uma P.G. de razão igual a $(1+i)$. De acordo com a Figura , temos

$$(C; C.(1+i); C.(1+i)^2; C.(1+i)^3; C.(1+i)^4; \dots)$$

Se dividirmos cada termo pelo seu anterior, obtemos uma constante:

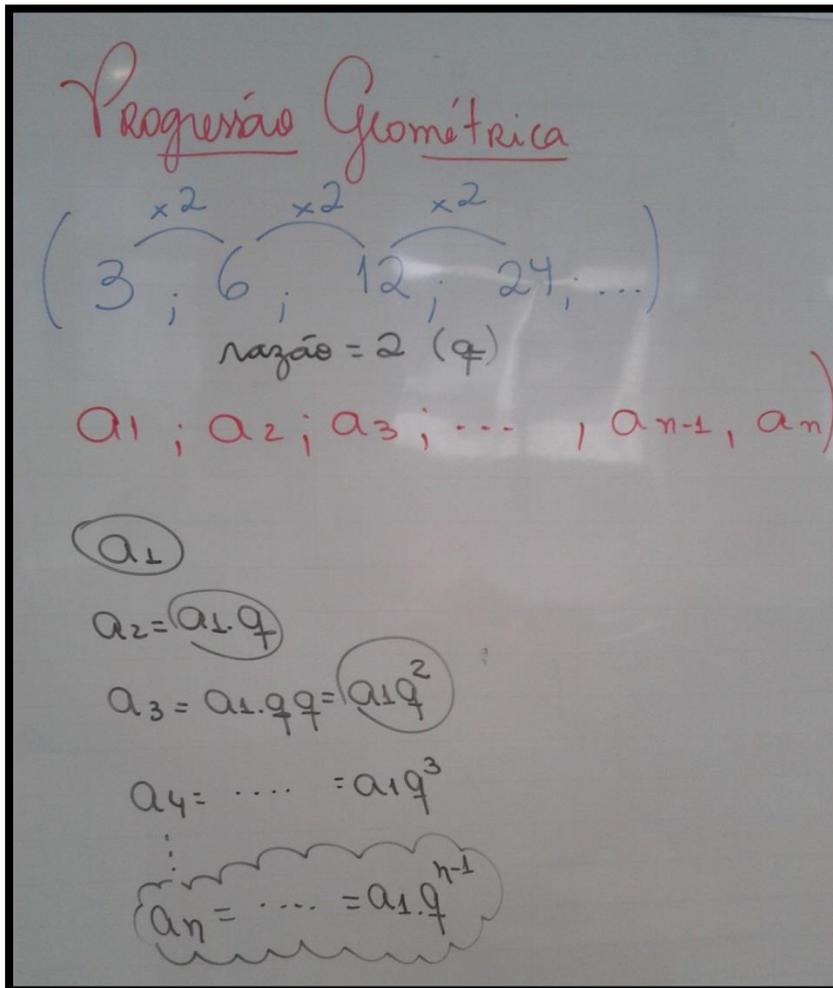
$$C.(1+i)^4/C.(1+i)^3 = C.(1+i)^3/C.(1+i)^2 = C.(1+i)^2/C.(1+i) = q$$

Por outro lado:

$$C.(1+i)^4/C.(1+i)^3 = C.(1+i)^3/ C.(1+i)^2 = C.(1+i)^2/ C.(1+i) = (1+i)$$

Sendo assim, podemos constatar que os montantes de juros compostos formam uma progressão geométrica de razão $(1+i)$.

Figura 17: Lousa com a sistematização do termo geral de uma P.G.



Em seguida, o grupo todo foi à sala de multimídia onde pudemos explorar o programa EXCEL, inicialmente conhecendo seus recursos e depois fazendo a construção das tabelas do montante de capitalização simples e composta utilizando as fórmulas do programa. Os exercícios da Lista 3 foram refeitos com o uso de recursos tecnológicos.

Como a escola não dispunha de microcomputadores para todos os alunos, um deles ficava no microcomputador que estava ligado ao projetor da sala. Este aluno digitava o que o grupo desenvolvia nas discussões. Neste momento, alguns alunos, com menos conhecimento no EXCEL, anotavam os passos que eram realizados.

Ao final da aula foi entregue a Lista 4 (Apêndice F) para resolução individual, como lição de casa. Os alunos que não possuíam microcomputador ou que não tinham o programa instalado, tinham duas máquinas a disposição na própria escola. Essa atividade deveria ser entregue por e-mail.

Apenas um aluno não fez a atividade da Lista 4, e os demais demonstraram habilidade no uso do EXCEL, no entanto, alguns alunos solicitaram auxílio do professor para a aplicação das fórmulas.

Figura 18: Sala de multimídias - frente



Fonte: Autor

Figura 19: Sala de multimídias - fundo



Fonte: Autor

Para aprofundarmos o assunto, solicitamos uma pesquisa sobre o significado de inflação e desvalorização da moeda. A ideia era que o aluno buscasse os significados para discutirmos na próxima atividade, sem a necessidade de trazer algo escrito. Contudo, a experiência docente nos traz a percepção de que as atividades escritas representam maior importância aos alunos, que costumam “esquecer” as demais. Então decidimos solicitar um relato escrito.

Figura 20: Atividade realizada pelos alunos no Excel

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
R\$ 100,00	R\$ 110,00	R\$ 120,00	R\$ 130,00	R\$ 140,00	R\$ 150,00	R\$ 160,00	R\$ 170,00	R\$ 180,00	R\$ 190,00	R\$ 200,00

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
R\$ 100,00	R\$ 110,00	R\$ 121,00	R\$ 133,10	R\$ 146,41	R\$ 161,05	R\$ 177,16	R\$ 194,87	R\$ 214,36	R\$ 235,79	R\$ 259,37

Fonte: Alunos participantes

Descrição das atividades propostas na Aula 5

Socializamos os resultados das pesquisas, posteriormente recolhendo os relatos. O tema não é muito simples e os alunos chegaram cheios de dúvidas sobre a tal inflação e sobre o que era a desvalorização da moeda. Através de uma curta aula expositiva, trabalhamos os conceitos de inflação e de correção monetária, citando exemplos que as tornassem significativas.

Socializamos o conceito de inflação como o índice de aumento em relação ao período. Por exemplo, se um produto custava R\$ 100,00 e passa a custar R\$ 110,00, o índice de inflação foi de 10%. Pois o aumento foi de 10%.

Já o conceito de correção monetária, ou taxa de desvalorização da moeda foi direcionado para a perda de poder aquisitivo em relação a um produto. Por exemplo, se um produto era comprado por R\$ 100,00 e agora custa R\$ 110,00. Então a quantia anterior não compra o produto, pois ela refere-se a 90,9% do valor atual do produto. Logo tivemos uma desvalorização de 9,1% da moeda (100% - 90,9%).

Para uma compreensão mais consistente, foi apresentada, aos alunos, a inflação brasileira no primeiro semestre de 2013 para discutirmos como calcular o valor da inflação acumulada. Iniciamos com um valor simbólico de R\$ 100,00 para facilitar os cálculos percentuais, e a partir daí aplicamos as inflações mensais, anotando os cálculos.

Como trabalhamos sempre com o montante e as tabelas da aula 3 já antecipavam esse cálculo, os alunos perceberam que bastava multiplicar o valor do mês por $1+i$, sendo i a taxa de inflação mensal. Acompanhando as anotações, pudemos perceber rapidamente que a inflação acumulada em seis meses era igual a:

$$i_{\text{acum.}} = (1 + i_1).(1 + i_2).(1 + i_3).(1 + i_4).(1 + i_5).(1 + i_6) - 1.$$

A partir desses estudos, aprofundamos o estudo sobre a equivalência de taxas em capitalização composta. Inicialmente questionamos a taxa anual (i_a) de uma capitalização mensal com taxa de 2% (i_m). Os alunos fizeram os cálculos com base num capital inicial de R\$ 100,00 e perceberam rapidamente que não se tratava de uma capitalização de $2 \times 12 = 24\%$. Alguns alunos já se anteciparam, dizendo que os juros deveriam inserir sobre os juros anteriores também.

E assim chegamos a seguinte sistematização, exemplificada abaixo:

$$1 + i_a = (1 + i_m)^{12}$$

$$1 + i_a = (1 + 0,02)^{12}$$

$$1 + i_a = 1,2682$$

$$i_a = 1,2682 - 1$$

$$i_a = 0,2682$$

$$i_a = 26,82\%$$

Como consequência, a equivalência de capitais foi traduzida em sala. Os alunos partiram da tabela de montante de capitalização composta, onde cada montante é igual ao montante anterior multiplicado por $(1 + i)$. Portanto, considerando

a desvalorização da moeda com a taxa i , temos equivalência entre os montantes da seguinte forma:

Seja M_n o montante relativo ao período n , temos:

$$(M_0, M_1, M_2, M_3, M_4, \dots, M_n)$$

Logo, com um índice de juros constante i , obtemos as seguintes relações:

$$M_1 = M_0 \cdot (1 + i)^1$$

$$M_2 = M_0 \cdot (1 + i)^2$$

$$M_3 = M_0 \cdot (1 + i)^3$$

$$M_4 = M_0 \cdot (1 + i)^4$$

...

$$M_n = M_0 \cdot (1 + i)^n$$

De forma análoga, podemos adiantar pagamentos, contudo, teremos uma divisão ao invés de multiplicação por $(1 + i)$:

$$M_0 = \frac{M_1}{(1 + i)}$$

$$M_0 = \frac{M_2}{(1 + i)^2}$$

$$M_0 = \frac{M_3}{(1 + i)^3}$$

$$M_1 = \frac{M_2}{(1 + i)}$$

$$M_1 = \frac{M_3}{(1 + i)^2}$$

$$M_2 = \frac{M_3}{(1 + i)}$$

A partir daí, os alunos resolveram problemas envolvendo a equivalência de capitais em grupos e levaram para casa a Lista 5 (Apêndice G).

Descrição das atividades propostas na Aula 6

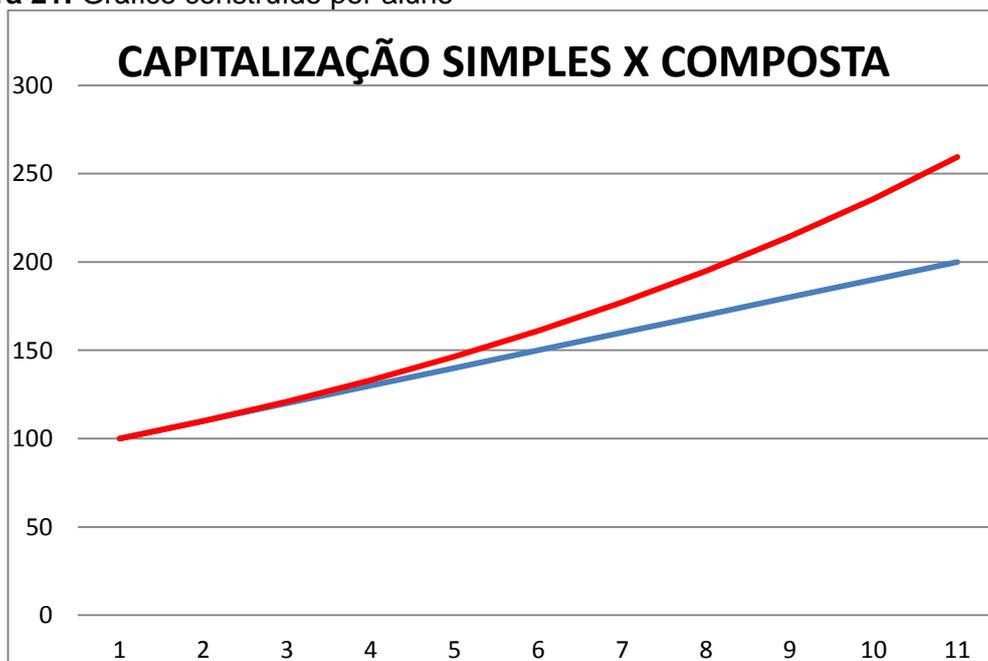
Esta aula teve início com a socialização da Lista 5, que trazia questões sobre equivalência de capitais, inclusive com problemas que exigiam a comparação entre o preço à vista e o preço a prazo. Neste momento, percebemos que os alunos já estavam dominando o assunto e utilizando de forma produtiva a calculadora científica.

A construção de gráficos era nosso próximo passo. Em sala de aula, utilizando o papel quadriculado, cada aluno fez o gráfico referente aos dados de uma das tabelas da Lista 3. Em seguida, socializamos as construções e fizemos uma breve discussão sobre o comportamento dos gráficos referentes a capitalização simples (gráficos de função afim) e a capitalização composta (gráficos de função exponencial).

A última parte da atividade da aula foi realizada na sala de multimídia, onde utilizamos o procedimento semelhante ao da aula 4, porém, a atividade atual consistia na construção de gráficos utilizando o Excel.

Como lição de casa, os alunos receberam a Lista 6 (Apêndice H) e deveriam usar o mesmo procedimento da Lista 4 para a entrega.

Figura 21: Gráfico construído por aluno



Fonte: Aluno participante

Descrição das atividades propostas na Aula 7

O tema da aula era financiamento, e usaríamos o modelo PRICE para essa demonstração, visto que o sistema com parcelas iguais e com a primeira a vencer em 30 dias é o mais comum em nosso cotidiano.

Tomamos o cuidado de esclarecer alguns termos fundamentais, como saldo devedor, amortização, valor presente (capital), valor futuro (montante), entre outros.

Para sistematizarmos o cálculo do valor da parcela conhecendo a taxa de juros, o valor à vista (valor presente) e o período do parcelamento, utilizamos uma demonstração semelhante à feita em sala de aula para encontrar a soma dos termos de uma progressão geométrica.

Sendo **FV** o valor futuro, **i** a taxa de juros periódica, **n** o número de períodos e **P** o valor das parcelas, temos:

$$P_1 + P_2 + P_3 + \dots + P_n \quad (\text{Soma das parcelas})$$

Utilizando a equivalência de capitais, e deslocando todas as parcelas para a data da última parcela, temos:

$$I -) FV = P.(1+i)^{n-1} + P.(1+i)^{n-2} + P.(1+i)^{n-3} + \dots + P.(1+i)^2 + P.(1+i) + P$$

Multiplicando todos os termos por $(1+i)$, temos:

$$II -) FV.(1+i) = P.(1+i)^n + P.(1+i)^{n-1} + P.(1+i)^{n-2} + \dots + P.(1+i)^3 + P.(1+i)^2 + P.(1+i)$$

Subtraindo I em II, encontramos:

$$FV.(1+i) - FV = [P.(1+i)^n + \underline{P.(1+i)^{n-1} + \dots + P.(1+i)^3 + P.(1+i)^2 + P.(1+i)}] - [\underline{P.(1+i)^{n-1} + P.(1+i)^{n-2} + \dots + P.(1+i)^2 + P.(1+i)} + P]$$

$$FV.(1+i-1) = P.(1+i)^n - P$$

$$FV.i = P.[(1+i)^n - 1]$$

$$FV = \frac{P.[(1+i)^n - 1]}{i}$$

$$\text{Como } FV = PV \cdot (1 + i)^n$$

$$PV \cdot (1 + i)^n = \frac{P \cdot [(1 + i)^n - 1]}{i}$$

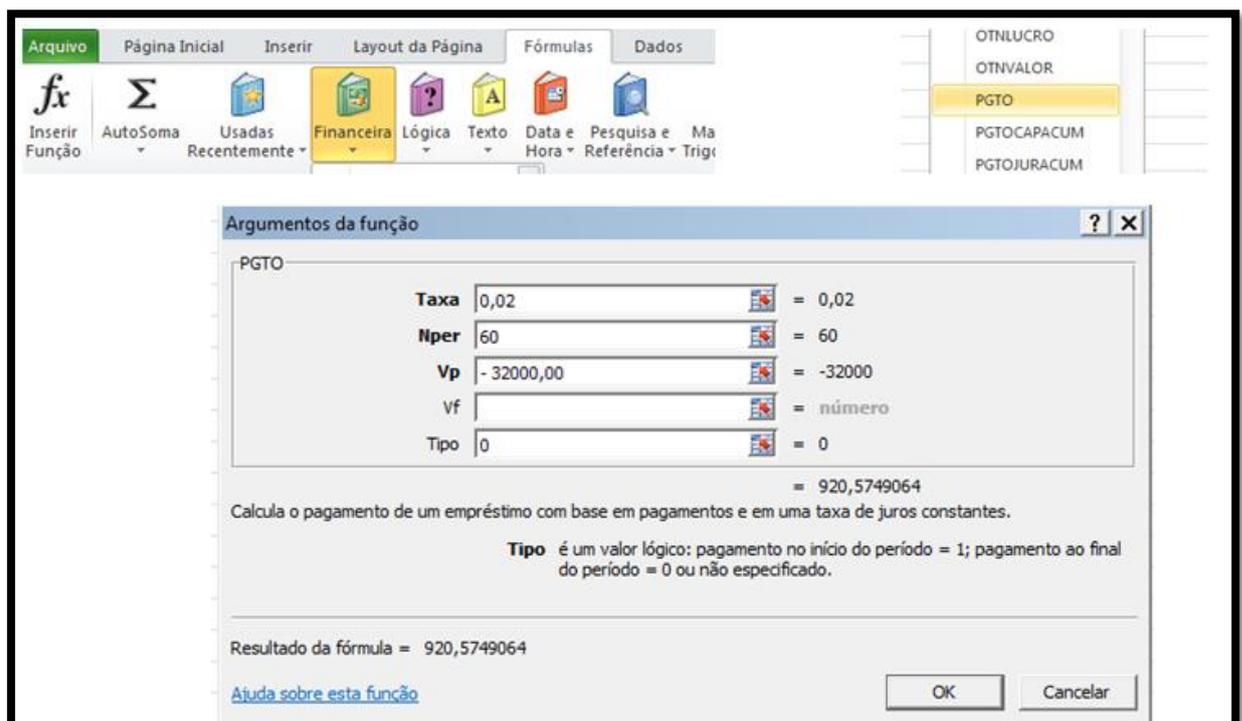
$$PV = \frac{P \cdot [(1 + i)^n - 1]}{(1 + i)^n \cdot i}$$

Os alunos seguiram aplicando a fórmula para encontrar o valor da parcela de financiamentos. A lista 7 (Apêndice I) foi entregue para a resolução individual.

Descrição das atividades propostas na Aula 8

A correção e retirada de dúvidas sobre a Lista 7 abriram a aula, que teve sua sequência na sala de multimídias, onde os alunos aprenderam a fazer o cálculo das parcelas utilizando a função PGTO do Excel. Com este recurso, os alunos confirmaram os valores encontrados anteriormente.

Figura 22: Tela do computador na função PGTO



Fonte: Autor

O desafio da semana seria uma visita a uma concessionária de carros, onde os alunos deveriam pesquisar o valor de um automóvel à vista e o valor de suas parcelas no financiamento em 60 meses com parcelas fixas, vencendo a primeira em 30 dias, bem como a taxa de juros apresentada pela concessionária e outras taxas contidas no financiamento, como é o caso do IOF¹². Os alunos deveriam calcular a parcela utilizando o valor à vista mais as taxas utilizadas para o financiamento, a taxa mensal descrita pela concessionária e verificar se o valor das parcelas seria mesmo o apresentado por ela. Caso não fosse, os alunos fariam o cálculo para descobrir qual é o valor real cobrado que gerou tal parcela.

Descrição das atividades propostas na Aula 9

Esta aula tinha como tema a socialização das pesquisas e o levantamento de hipóteses para os casos em que o valor apresentado pela empresa e o valor encontrado pelo aluno eram diferentes. A mesma concessionária foi visitada por mais de um aluno, porém o veículo ao qual investigou-se o parcelamento foi diferente, pois alguns alunos visitaram as revendedoras de veículos seminovos. Cada um dos vinte e sete estudantes trouxe um cálculo distinto e apenas duas empresas apresentaram o valor da parcela igual ao calculado pelos alunos. Os demais valores estavam acima do cálculo pelo sistema PRICE, superando o valor presente em números de R\$ 350,00 a R\$ 3.120,00.

¹² . Imposto sobre Créditos, Câmbios e Seguros

Figura 23: Resolução de aluno - item 1 da Lista 8

Exercício 1 – produção de aluno				
Período	Parcela	Juros	Amortização	Saldo Devedor
0				R\$ 5.000,00
1	969,39	225,00	744,39	4.255,61
2	969,39	191,50	777,89	3.477,72
3	969,39	156,49	812,90	2.664,82
4	969,39	119,98	849,47	1.815,35
5	969,39	81,69	887,70	927,65
6	969,39	41,74	927,65	0

Fonte: Aluno participante

Figura 24: Tabela do SISTEMA PRICE construída por aluno no Excel

AULA 9:				
Socialização da análise do financiamento de veículos				
PERÍODO	PARCELA	JUROS	AMORTIZAÇÃO	SALDO DEVEDOR
0	0	0	0	36960
1	R\$ 844,74	406,6	R\$ 438,18	R\$ 36.521,82
2	R\$ 844,74	401,7	R\$ 443,00	R\$ 36.078,82
3	R\$ 844,74	396,9	R\$ 447,88	R\$ 35.630,94
4	R\$ 844,74	391,9	R\$ 452,80	R\$ 35.178,14
5	R\$ 844,74	387	R\$ 457,78	R\$ 34.720,35
6	R\$ 844,74	381,9	R\$ 462,82	R\$ 34.257,54
7	R\$ 844,74	376,8	R\$ 467,91	R\$ 33.789,63
8	R\$ 844,74	371,7	R\$ 473,06	R\$ 33.316,57
9	R\$ 844,74	366,5	R\$ 478,26	R\$ 32.838,31
10	R\$ 844,74	361,2	R\$ 483,52	R\$ 32.354,79
11	R\$ 844,74	355,9	R\$ 488,84	R\$ 31.865,95
12	R\$ 844,74	350,5	R\$ 494,22	R\$ 31.371,73
13	R\$ 844,74	345,1	R\$ 499,65	R\$ 30.872,08

Fonte: Aluno participante

A resolução da Lista 8 (Apêndice J) encerrava as lições de casa, sendo que essa também deveria ser entregue por e-mail, já que se tratava de construção de tabelas de financiamentos no Excel.

Figura 25: Apresentação das pesquisas por parte dos alunos



Fonte: Autor

Descrição das atividades propostas na Aula 10

Nesta última aula foi dada a devolutiva da última lição de casa, além de explorarmos outro tipo de financiamento – o Sistema de Amortização Constante.

Para esta atividade, os alunos foram levados à sala de multimídias, onde puderam simular financiamentos de imóveis pelo site da caixa econômica federal, através de seu simulador, e conferir que existe este outro tipo de financiamento.

Na sequência foi apresentado aos alunos tabelas do SAC em comparações com tabelas do PRICE para valores presentes e taxas de juros idênticas.

Figura 26: Tabela de Financiamento pelo SAC

PERÍODO	PARCELA	JUROS	AMORTIZAÇÃO	SALDO DEVEDOR
0	0	0	0	R\$ 5.000,00
1	R\$ 775,00	R\$ 225,00	R\$ 1.000,00	R\$ 4.000,00
2	R\$ 820,00	R\$ 180,00	R\$ 1.000,00	R\$ 3.000,00
3	R\$ 865,00	R\$ 135,00	R\$ 1.000,00	R\$ 2.000,00
4	R\$ 910,00	R\$ 90,00	R\$ 1.000,00	R\$ 1.000,00
5	R\$ 955,00	R\$ 45,00	R\$ 1.000,00	R\$ -

Fonte: Autor

Ao término da aula, foi realizada uma avaliação oral do trabalho por todo o grupo, e foi entregue um Questionário Avaliativo (Apêndice K) para que os alunos pudessem respondê-lo e entregá-lo na próxima aula.

9- ANÁLISE A POSTERIORI E VALIDAÇÃO DA EXPERIÊNCIA

Através da fase de experimentação, pudemos comprovar que a sequência didática apresentada estimulou o trabalho dos alunos, tanto na esfera individual quanto na coletiva. Na maior parte dos dias em que o projeto foi aplicado, contamos com 100% dos alunos presentes, e sempre com a participação de todos nas atividades de sala e também nas lições de casa.

Os alunos demonstraram muita autonomia no decorrer do projeto e, além das produções escritas, foram capazes de descrever oralmente sobre o que aprendiam e a aplicação de sua aprendizagem.

Houve relatos de alunos sobre a transmissão do conhecimento adquirido na escola para os pais, que não conheciam os procedimentos que tornavam possíveis a comparação entre preço à vista e preço a prazo, principalmente com o uso tão simplificado de recursos tecnológicos, como as fórmulas do Excel que apresentavam os cálculos de forma rápida e direta.

Outro fator merecedor de destaque foi a troca de experiências entre os alunos, que em diversos momentos apresentavam seus conhecimentos com propriedade aos demais colegas da sala, deixando claro o protagonismo.

Quanto às dificuldades cognitivas, três alunos mereceram atenção especial durante a realização das atividades, pois não possuíam habilidades com cálculos relativamente simples. Contudo, na utilização dos recursos tecnológicos e nos momentos em que os cálculos não se faziam necessários, esses alunos tiveram boa participação. É importante ressaltar que os mesmos três alunos carregam essas dificuldades em todos os tópicos de matemática, exigindo sempre mais intervenção que os demais.

Ao final do trabalho, evidenciamos a apropriação do conhecimento por parte dos alunos, avaliando as produções e/ou colocações realizadas pelo grupo. Inclusive o rendimento da turma na disciplina de matemática nos dois últimos bimestres foi significativamente melhor que o rendimento dos dois primeiros bimestres.

10- CONCLUSÃO

A sequência didática proporcionou uma melhoria no desempenho dos alunos nas aulas de matemática, a começar pela frequência e participação nas atividades.

A relação professor-aluno foi fortalecida, destacando o aluno como protagonista e, conseqüentemente, aumentando sua autoestima.

Não houve resistência às atividades, inclusive as lições de casa foram bem recebidas pelo grupo, que percebia claramente a importância dessa realização.

O uso da calculadora científica para realizar cálculos que antes pareciam fora do contexto dos alunos trouxe grande contribuição ao nível cognitivo, assim como o uso de recursos tecnológicos teve o caráter de contribuir com a aprendizagem e não apenas de estimular o trabalho, embora isso também foi bastante evidente no processo.

Quanto à construção de tabelas e gráficos utilizando o Excel, tivemos um desempenho abaixo de nossas expectativas, visto que na escola não tínhamos a sala de informática com um número suficiente de máquinas para o uso dos alunos e como consequência, alguns destes alunos apresentaram dificuldades para trabalhar

com o Excel e só realizaram as atividades com o auxílio do professor ou de outros alunos.

Todo o grupo pode comprovar que a matemática financeira faz parte do cotidiano e é extremamente importante dominá-la nos dias de hoje. Portanto, é preciso repensá-la e não permitir que a mesma apareça de forma flutuante no currículo, como constatamos já no início deste trabalho.

11- CONSIDERAÇÕES FINAIS

A contextualização permite o desenvolvimento de um ambiente propício a reflexões e críticas, e nesse sentido pudemos acompanhar o desenvolvimento crítico dos alunos frente às questões de economia envolvidas nas aulas de matemática.

Infelizmente não pudemos dispor da sala de computação para otimizar os trabalhos, o que com certeza traria mais benefícios aos alunos.

O fato de se tratar de um assunto tão próximo do aluno o fez romper barreiras e aproximar-se de cálculos antes vistos com outros olhos. A visita à concessionária foi um ponto muito importante deste trabalho, pois relacionou teoria e prática, mostrando que é preciso conhecer os conceitos presentes na matemática financeira.

O estudo de financiamentos foi um dos pontos mais destacados positivamente pelos alunos, que desde já fazem planos para compra de seus futuros carros ou motos. Mais do que uma questão de puro cálculo, a visita à concessionária trouxe uma contribuição ainda maior, pois os alunos puderam comparar criticamente o que se apresenta ao consumidor e o que lhe é realmente oferecido.

Essa foi uma experiência muito valiosa, que deixou contribuições a todos os participantes, inclusive um grande legado a minha formação profissional.

12- REFERÊNCIA BIBLIOGRÁFICA

ARTIGUE, M. **Engenharia Didática**. In: BRUN, Jean. *Didáctica das Matemáticas*. Lisboa: Instituto Piaget. Horizontes Pedagógicos, 1996, p.193-217.

CARNEIRO, V. C. G. **Engenharia Didática: um referencial para ação investigativa e para formação de professores de matemática**: Disponível em: <<http://www.fe.unicamp.br/revista/index.php/zetetike/>> Acessado em: 6 de dezembro de 2013.

BITTAR, M. **A noção de vetor no ensino secundário francês: um exemplo de metodologia de pesquisa em didática da matemática**. Anais da 22ª reunião da Anped, 1999. < <http://pt.scribd.com/doc/19951603/Engenharia-didatica>> Acessado em 6 dez. 2013.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria da Educação Média e Tecnológica. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Ensino Médio**. Brasília, 1999. Disponível em: <<http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/ciencian.pdf>> . Acessado 14 jan. 2014.

PAIS, Luiz C. **Didática da matemática: uma análise da influência francesa** . 2. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2002, p. 102.

BERCELI, C. S. **A história da matemática financeira**. Disponível em: <<http://www.administradores.com.br/artigos/economia-e-financas/a-historia-da-matematica-financeira/30965/>> Acessado em 22 mar. 2014

GONÇALVES, J. P. **A história da matemática comercial e financeira**. Disponível em: <<http://www.somatematica.com.br/historia/matfinanceira.php>> Acessado em 22 mar. 2014

NORO, A. P. **Contribuições da Engenharia Didática para o ensino e aprendizagem de poliedros**. Disponível em: <<http://sites.unifra.br/Portals/13/Disserta%C3%A7%C3%B5es/2012/Disserta%C3%A7%C3%A3o%20AnaPaula.pdf>> Acessado em 22 mar. 2014

SÃO PAULO (Estado). Secretaria de Educação. **Proposta Curricular do Estado de São Paulo: Matemática**. São Paulo : SEE. Disponível em: <http://www.rededosaber.sp.gov.br/portais/Portals/18/arquivos/PropostaCurricularGeral_Internet_md.pdf>. Acessado em 14 jan. 2014.

SÃO PAULO (Estado). **Matrizes de referência para a avaliação - Saesp: documento básico/Secretaria da Educação**. São Paulo: SEE, 2009. 174 p. v. 1.

12- APÊNDICES

Apêndice A – Questionário 1

1-) Você considera a Matemática importante é sua vida? Justifique.

2-) Você consegue observar uma relação entre o que se aprende na escola e o seu cotidiano? Justifique sua resposta.

3-) Você acha importante aprender conceitos de matemática financeira, como juros, descontos, inflação, parcelamentos, entre outros? Justifique sua resposta.

4-) No decorrer de seus estudos, você estudou os temas citados na questão 3. Descreva quais deles você estudou e quais não estudou, indicando os que você compreende bem.

5-) Você acha que o estudo sobre matemática financeira foi suficiente para você?

6-) Você domina os cálculos de juros simples e juros compostos? Descreva o que você entende por esses termos.

7-) No dia a dia, você é capaz de comparar o preço à vista e o preço a prazo de um produto e verificar a opção mais vantajosa? Caso afirmativo, descreva como você faz.

8-) Você gostaria de saber mais sobre matemática financeira?

() sim

() não

9-) Você possui:

	SIM	NÃO
Microcomputador		
Tablet		
Acesso a internet em sua casa		
Celular com acesso a internet		

10-) Você utiliza o computador com que frequência?

11-) Seu microcomputador ou tablet, caso tenha, possui o Excel?

12-) Você já utilizou esse programa? O que você conhece dele?

Apêndice B – Questionário 2 – Levantamento do conhecimento prévio

- 1-) Paulo recebe mensalmente um salário bruto de R\$ 1.200,00. Sabendo que é descontado 11% deste valor como contribuição previdenciária, determine o valor líquido de seu salário.
- 2-) Márcia comprou um vestido que custava R\$ 138,80. O dono da loja lhe ofereceu um desconto de 12% pelo pagamento à vista. Qual foi o valor pago pelo vestido sabendo que Márcia aproveitou o desconto dado?
- 3-) Um produto tem um acréscimo de 10% em seu valor e posteriormente recebe um desconto de 10% sobre o novo valor. Podemos dizer que o produto voltou ao preço inicial? Justifique sua resposta.
- 4-) Um investimento de R\$1.000,00 a juros simples, com taxa de 4% a.m. renderá quanto de juros após 8 meses?
- 5-) Se você capitalizar, a juros simples, R\$ 3.570,00 a uma taxa mensal de 2%, quanto terá após 2 anos?
- 6-) Comprei um eletrodoméstico, mas por não possuir o dinheiro na hora, dei um cheque no valor de R\$3.744,40, para 90 dias. Se a compra foi feita a juros simples de 5% a.m., qual era o valor à vista do produto?
- 7-) Se capitalizarmos, a juros compostos, um capital de R\$ 2.500,00 a uma taxa de 3%, qual será montante após 1 ano e meio?
- 8-) Há seis meses atrás, Dirceu teve uma fatura do cartão de crédito no valor de R\$ 1.420,00. Sabendo que nesse período ele não pagou e usou mais este cartão e que a taxa de juros cobrada é de 8% a.m., qual seria o valor atual dessa dívida?

Apêndice C – Lista 1 – Juros simples e compostos

1-) Ao se aplicar a importância de \$ 5.000,00, à taxa de 8% a.a., obtém-se, após certo período, o montante de \$ 6.000,00. Qual é o período de aplicação sabendo que o regime utilizado é de capitalização simples ?

2-) O banco "X" empresta ao Sr. Carlos a quantia de \$ 300.000,00, à taxa de 5% ao ano, para ser paga após três anos e meio, em regime de capitalização simples. Calcule o montante dessa operação.

3-) Certo cliente adquire um título por \$ 60.000,00 e resgata \$ 119.350,00, após 9 meses. Qual a taxa de juros dessa operação, sabendo que o regime é de capitalização simples?

4-) Ao se aplicar a importância de \$ 5.000,00, à taxa de 8% a.a., obtém-se, após certo período, o montante de \$ 6.000,00. Qual é o período de aplicação sabendo que o regime utilizado é de capitalização composta ?

5-) O banco "X" empresta ao Sr. Carlos a quantia de \$ 300.000,00, à taxa de 5% ao ano, para ser paga após três anos e meio, em regime de capitalização composta. Calcule o montante dessa operação.

6-) Certo cliente adquire um título por \$ 60.000,00 e resgata \$ 119.350,00, após 9 meses. Qual a taxa de juros dessa operação, sabendo que o regime é de capitalização composta?

7-) Caso você ganhasse sozinho o prêmio da mega sena que está acumulado em 4 milhões de reais e resolvesse deixar o dinheiro na poupança durante um ano, qual seria o montante acumulado, considerando a taxa de juros para esse fundo 0,5%a.m. em regime de capitalização composta?

Apêndice D – Lista 2 – Juros simples e compostos (Lição de casa)

1-) Ao aplicar certa quantia em um fundo com ganho de 2% a.m. , Júlio recebeu, ao final, um total de R\$ 183.425,00. Qual foi o capital aplicado?

2-) Uma geladeira é vendida à vista por R\$ 1.500,00 ou então a prazo com R\$ 450,00 de entrada mais uma parcela de R\$ 1.200,00 após 4 meses. Qual a taxa mensal de juros simples cobrada?

3-) Qual o montante de uma aplicação de R\$ 7.500,00 ao fim de 6 meses e 17 dias, à taxa de 72% ao ano, no regime de capitalização simples?

4-) Um título, cujo valor de resgate, daqui a 3 meses é R\$ 8.000,00, foi adquirido hoje, por um fundo, pelo valor de R\$ 7.561,44. Considere o regime de capitalização simples e determine a taxa de rendimento mensal no período?

5-) Imagine que você tenha duas opções para aplicar R\$10.000,00, em ambos os casos o montante seria retirado apenas após 2 anos:

Plano A – a juros simples de 10% a.a.

Plano B – a juros compostos de 0,8% a.m.

Qual dos planos é vantajoso? Qual a diferença, em reais, entre as opções A e B?

6-) Para o próximo dia 11 de setembro, a Mega Sena tem uma expectativa de prêmio de R\$7.500.000,00. Supondo que você seja o ganhador desta exata quantia, aplicando todo o dinheiro em um fundo fixo, com rendimentos de 0,5% ao mês, durante um ano, qual será o seu montante ao final da aplicação? (Lembre-se que o regime utilizado para este caso é o de capitalização composta).

7-) Para que eu possa acumular R\$ 7.800,00 num prazo de 6 meses, em regime de capitalização composta, quanto devo aplicar se a taxa de juros é de 5%a.m.?

8-) Cláudio possuía uma dívida de R\$ 3.020,00 em 10 de janeiro deste ano. Contudo, só foi quitá-la no dia 10 de agosto, pelo valor de R\$ 4.540,96. Se o regime utilizado foi o de capitalização composta, qual foi a taxa mensal utilizada para cobrar os juros?

9-) Quanto deve ser aplicado hoje à taxa de 5% a.m., em regime de capitalização composta para que se resgate R\$ 4.500 ao final de seis meses?

10-) Uma pessoa aplicou R\$ 12.000,00 numa instituição financeira resgatando, após 7 meses, o montante de R\$ 13.008,00, com capitalização simples. Qual é a taxa mensal de juros aferida nesta aplicação?

Apêndice E – Lista 3 – Construção de tabelas - Juros simples e compostos

1-) Considere um capital de R\$ 100,00 capitalizado a juros simples com taxa de 10% ao mês. Faça os cálculos e complete a tabela abaixo:

P	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
M											

Onde P é o período, em meses, e M é o montante, em reais.

2-) Considere os dados do exercício anterior capitalizado a juros compostos e complete a tabela.

P	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
M											

Onde P é o período, em meses, e M é o montante, em reais.

3-) Levando em consideração um capital de R\$3.000,00 a uma taxa de juros mensais de 1,5%, faça uma tabela com o valor do montante em função do tempo até o 12º mês para juros simples e outra para juros compostos.

4-) Siga os passos do exercício anterior para um capital de 18.000,00 e uma taxa de 2% a.m.

Apêndice F – Lista 4 – Construção de tabelas - Juros simples e compostos (Excel)

1-) Utilize o Excel para construir as tabelas dos exercícios 1 e 2 da Lista 3. Siga os passos abaixo:

Para o exercício 1:

- a. digite o número 0 na célula B2;
 - b. na célula C2 digite = + 1 e aperte enter;
 - c. copie o conteúdo da célula C2 nas células D2 até L2 (lembre-se do modo feito na aula – “cruz escura” no canto inferior direito);
 - d. clique na célula B3 e digite o valor 100, em seguida clique em *página inicial, número e contábil*, ou simplesmente clique em ;
 - e. na célula C3 digite = C2 + 10 e aperte enter;
 - f. copie o conteúdo da célula C2 nas células de D3 até L3 (mesmo procedimento do item anterior)
- Compare com a tabela feita em sala de aula.

Para o exercício 2:

Siga os mesmos passo do exercício anterior, apenas altere o item e. para o seguinte formato:

- e. na célula C3 digite = C2*1,1 e aperte enter;
- Compare com a tabela feita em sala de aula.

2-) Faça o mesmo para construir no Excel as tabelas cos exercícios 3 e 4 da Lista 3.

Apêndice G – Lista 5 – Equivalência de taxas e de capitais.

1. Investindo R\$ 450,00 você retira, após 3 meses, R\$ 600,00. Qual a taxa mensal de juros desse investimento?
2. Determine as taxas mensais equivalentes a 100% ao ano e a 39% ao trimestre.
3. Determine as taxas anuais equivalentes a 6% ao mês e a 12% ao trimestre.
4. Determine as taxas efetivas anuais equivalentes a:
 - a) 30% ao ano, com capitalização mensal.
 - b) 30% ao ano, com capitalização trimestral.
5. Um prédio está à venda nas seguintes condições: R\$ 500.000,00 à vista ou em três parcelas de R\$ 170.000,00 a vencer em 30, 60 e 90 dias após a compra. Qual é a melhor opção para o comprador se ele pode aplicar o dinheiro em um fundo que rende 2% e tem fundos para comprar à vista?
6. Considerando uma que a taxa de juros mensais igual a 1,6%, qual é a opção mais vantajosa para comprar um móvel;
 - 1ª opção – R\$ 1.262,65 à vista
 - 2ª opção - entrada mais duas parcelas de R\$ 450,00
7. Jonas comprou um fogão pagando R\$ 200,00 um mês após a compra e R\$ 250,00, dois meses após a compra. Se os juros são de 5% sobre o saldo devedor, qual é o preço à vista?

Apêndice H – Lista 6 – Construção de tabelas - Juros simples e compostos (Excel)

LIÇÃO DE CASA:

Para cada um dos itens abaixo construa duas tabelas utilizando o Excel, uma para capitalização simples e outra para capitalização composta, apresentando o montante até o décimo mês. Em seguida, faça o gráfico das duas situações.

ATENÇÃO: Faça tudo no EXCEL; utilize as orientações apresentadas na sala de multimídia.

EXERCÍCIO 1:

$$C = \text{R\$ } 5.000,00$$

$$i = 4\% \text{ a.m}$$

EXERCÍCIO 2:

$$C = \text{R\$ } 1.200.000,00$$

$$i = 0,7\% \text{ a.m.}$$

EXERCÍCIO 3:

$$C = \text{R\$ } 1.500,00$$

$$i = 5,4\% \text{ a.m.}$$

EXERCÍCIO 4:

$$C = 650,00$$

$$i = 2,4\%$$

Apêndice I – Lista 7 – Financiamentos pelo Sistema PRICE

1-) Um carro no valor de R\$ 32.000,00 será financiado em 60 meses, com taxa de 1,9% ao mês. Sabendo que o primeiro pagamento será realizado daqui a 1 mês, qual será o valor de cada parcela?

2-) Mauro efetuou um empréstimo de R\$ 1.000,00 para pagar em 12 parcelas fixas, vencendo a primeira em 30 dias. Se o juro a ser pago é de 5% am., determine o valor das parcelas.

3-) Quanto devo depositar mensalmente para que ao final de 2 anos tenha um montante de R\$ 10.000,00, sabendo que a taxa de juros mensal é fixa durante todo o período e igual a 0,5%?

4-) Flavio pagará 11 parcelas mensais de R\$ 820,00 referente a um curso que fará, vencendo a primeira daqui a 30 dias. Se ele quiser quitar imediatamente a dívida e sabendo que a taxa de juros aplicada é de 2% a.m., qual é o valor a ser pago por ele?

5-) Financiando um carro de R\$ 20.000,00 em doze meses, a taxa de juros é de 1% a.m.. Fazendo o financiamento em 60 parcelas, a taxa é de 2,3% a.m.. Calcule a parcela em cada caso, sabendo que o financiamento é pós pago.

Apêndice J – Lista 8 – Financiamentos pelo Sistema PRICE (no EXCEL e fazendo uso de tabelas)

1-) Considere um empréstimo pessoal de R\$5.000,00 a uma taxa de juros de 4,5% a.m. para pagamento em 6 meses, com a primeira parcela em 30 dias.

Observe a tabela abaixo e a faça com no Excel.

Período	Parcela	Juros	Amortização	Saldo Devedor
0	-----	-----	-----	R\$ 5.000,00
1				
2				
3				
4				
5				
6				

2-) Construa a tabela de um financiamento PRICE postecipado de R\$ 34.000,00 a uma taxa de 6% a.m. para pagamento em 10 meses.

3-) Construa a tabela de um financiamento de automóvel no valor de R\$ 28.000,00, em 48 meses, com uma taxa mensal de 1,2% a.m. e vencimento da primeira parcela em 30 dias.

4-) Faça a tabela que apresenta um financiamento de R\$12.000,00 em 30 parcelas iguais, vencendo a primeira em 30 dias e com taxa de juros de 3,4%.

Apêndice K – Questionário Avaliativo

AVALIAÇÃO DO PROJETO DE MATEMÁTICA FINANCEIRA

1-) Você acha importante o estudo da matemática financeira? Quais as contribuições esse projeto trouxe para o seu dia a dia:

2-) Qual das atividades teve maior importância na sua opinião? Justifique.

3-) Destaque os pontos positivos e negativos do desenvolvimento do projeto.

4-) Você conseguiu inserir o tema no seu contexto familiar? Caso afirmativo, indique qual é o parecer de sua família sobre os estudos desse tema?

5-) Você teve muita dificuldade para realizar alguma das atividades? Qual delas?

6-) Nesse período de trabalho, como você avalia o seu desempenho na disciplina de matemática?

Observação: (use o espaço para descrever algo relevante que não consta nas questões acima)

14- ANEXOS

ANEXO A- Quadro de conteúdos/habilidades de matemática do 1º ano do Ensino Médio (1º e 2º bimestre)

1ª série do Ensino Médio		
	Conteúdos	Habilidades
1º Bimestre	<p>Números</p> <p>Números e sequências</p> <ul style="list-style-type: none"> • Conjuntos numéricos • Regularidades numéricas: sequências • Progressões aritméticas e progressões geométricas 	<ul style="list-style-type: none"> • Saber reconhecer padrões e regularidades em sequências numéricas ou de imagens, expressando-as matematicamente, quando possível • Conhecer as características principais das progressões aritméticas – expressão do termo geral, soma dos n primeiros termos, entre outras –, sabendo aplicá-las em diferentes contextos • Conhecer as características principais das progressões geométricas – expressão do termo geral, soma dos n primeiros termos, entre outras –, sabendo aplicá-las em diferentes contextos • Compreender o significado da soma dos termos de uma PG infinita (razão de valor absoluto menor do que 1) e saber calcular tal soma em alguns contextos, físicos ou geométricos
2º Bimestre	<p>Relações</p> <p>Funções</p> <ul style="list-style-type: none"> • Relação entre duas grandezas • Proporcionalidades: direta, inversa, direta com o quadrado • Função de 1º grau • Função de 2º grau 	<ul style="list-style-type: none"> • Saber reconhecer relações de proporcionalidade direta, inversa, direta com o quadrado, entre outras, representando-as por meio de funções • Compreender a construção do gráfico de funções de 1º grau, sabendo caracterizar o crescimento, o decréscimo e a taxa de variação • Compreender a construção do gráfico de funções de 2º grau como expressões de proporcionalidade entre uma grandeza e o quadrado de outra, sabendo caracterizar os intervalos de crescimento e decréscimo, os sinais da função e os valores extremos (pontos de máximo ou de mínimo) • Saber utilizar em diferentes contextos as funções de 1º e de 2º graus, explorando especialmente problemas de máximos e mínimos

ANEXO B- Quadro de conteúdos/habilidades de matemática do 1º ano do Ensino Médio (3º e 4º bimestre)

1ª série do Ensino Médio		
	Conteúdos	Habilidades
3º Bimestre	<p>Relações</p> <p>Funções exponencial e logarítmica</p> <ul style="list-style-type: none"> • Crescimento exponencial • Função exponencial: equações e inequações • Logaritmos: definição e propriedades • Função logarítmica: equações e inequações 	<ul style="list-style-type: none"> • Conhecer a função exponencial e suas propriedades relativas ao crescimento ou decrescimento • Compreender o significado dos logaritmos como expoentes convenientes para a representação de números muito grandes ou muito pequenos, em diferentes contextos • Conhecer as principais propriedades dos logaritmos, bem como a representação da função logarítmica, como inversa da função exponencial • Saber resolver equações e inequações simples, usando propriedades de potências e logaritmos
4º Bimestre	<p>Geometria/Relações</p> <p>Geometria-Trigonometria</p> <ul style="list-style-type: none"> • Razões trigonométricas nos triângulos retângulos • Polígonos regulares: inscrição, circunscrição e pavimentação de superfícies • Resolução de triângulos não retângulos: Lei dos Senos e Lei dos Cossenos 	<ul style="list-style-type: none"> • Saber usar de modo sistemático relações métricas fundamentais entre os elementos de triângulos retângulos, em diferentes contextos • Conhecer algumas relações métricas fundamentais em triângulos não retângulos, especialmente a Lei dos Senos e a Lei dos Cossenos • Saber construir polígonos regulares e reconhecer suas propriedades fundamentais • Saber aplicar as propriedades dos polígonos regulares no problema da pavimentação de superfícies • Saber inscrever e circunscrever polígonos regulares em circunferências dadas

ANEXO C- Quadro de conteúdos/habilidades de matemática do 2º ano do Ensino Médio (1º e 2º bimestre)

2ª série do Ensino Médio		
	Conteúdos	Habilidades
1º Bimestre	<p>Relações</p> <p>Trigonometria</p> <ul style="list-style-type: none"> Fenômenos periódicos Funções trigonométricas Equações e inequações Adição de arcos 	<ul style="list-style-type: none"> Reconhecer a periodicidade presente em alguns fenômenos naturais, associando-a às funções trigonométricas básicas Conhecer as principais características das funções trigonométricas básicas (especialmente o seno, o cosseno e a tangente), sabendo construir seus gráficos e aplicá-las em diversos contextos Saber construir o gráfico de funções trigonométricas como $f(x) = a \sin(bx) + c$ a partir do gráfico de $y = \sin x$, compreendendo o significado das transformações associadas aos coeficientes a, b e c Saber resolver equações e inequações trigonométricas simples, compreendendo o significado das soluções obtidas, em diferentes contextos
2º Bimestre	<p>Números/Relações</p> <p>Matrizes, determinantes e sistemas lineares</p> <ul style="list-style-type: none"> Matrizes: significado como tabelas, características e operações A noção de determinante de uma matriz quadrada Resolução e discussão de sistemas lineares: escalonamento 	<ul style="list-style-type: none"> Compreender o significado das matrizes e das operações entre elas na representação de tabelas e de transformações geométricas no plano Saber expressar, por meio de matrizes, situações relativas a fenômenos físicos ou geométricos (imagens digitais, <i>pixels</i> etc.) Saber resolver e discutir sistemas de equações lineares pelo método de escalonamento de matrizes Reconhecer situações-problema que envolvam sistemas de equações lineares (até a 4ª ordem), sabendo equacioná-los e resolvê-los

ANEXO D- Quadro de conteúdos/habilidades de matemática do 2º ano do Ensino Médio (3º e 4º bimestre)

2ª série do Ensino Médio		
	Conteúdos	Habilidades
3º Bimestre	<p>Números</p> <p>Análise combinatória e probabilidade</p> <ul style="list-style-type: none"> • Princípios multiplicativo e aditivo • Probabilidade simples • Arranjos, combinações e permutações • Probabilidade da reunião e/ou da intersecção de eventos • Probabilidade condicional • Distribuição binomial de probabilidades: o triângulo de Pascal e o binômio de Newton 	<ul style="list-style-type: none"> • Compreender os raciocínios combinatórios aditivo e multiplicativo na resolução de situações-problema de contagem indireta do número de possibilidades de ocorrência de um evento • Saber calcular probabilidades de eventos em diferentes situações-problema, recorrendo a raciocínios combinatórios gerais, sem a necessidade de aplicação de fórmulas específicas • Saber resolver problemas que envolvam o cálculo de probabilidades de eventos simples repetidos, como os que conduzem ao binômio de Newton • Conhecer e saber utilizar as propriedades simples do binômio de Newton e do triângulo de Pascal
4º Bimestre	<p>Geometria</p> <p>Geometria métrica espacial</p> <ul style="list-style-type: none"> • Elementos de geometria de posição • Poliedros, prismas e pirâmides • Cilindros, cones e esferas 	<ul style="list-style-type: none"> • Compreender os fatos fundamentais relativos ao modo geométrico de organização do conhecimento (conceitos primitivos, definições, postulados e teoremas) • Saber identificar propriedades características, calcular relações métricas fundamentais (comprimentos, áreas e volumes) de sólidos como o prisma e o cilindro, utilizando-as em diferentes contextos • Saber identificar propriedades características, calcular relações métricas fundamentais (comprimentos, áreas e volumes) de sólidos como a pirâmide e o cone, utilizando-as em diferentes contextos • Saber identificar propriedades características, calcular relações métricas fundamentais (comprimentos, áreas e volumes) da esfera e de suas partes, utilizando-as em diferentes contextos • Compreender as propriedades da esfera e de suas partes, relacionando-as com os significados dos fusos, das latitudes e das longitudes terrestres

ANEXO E- Quadro de conteúdos/habilidades de matemática do 3º ano do Ensino Médio (1º e 2º bimestre)

	Conteúdos	Habilidades
1º Bimestre	<p>Geometria/Relações</p> <p>Geometria analítica</p> <ul style="list-style-type: none"> • Pontos: distância, ponto médio e alinhamento de três pontos • Reta: equação e estudo dos coeficientes; problemas lineares • Ponto e reta: distância • Circunferência: equação • Reta e circunferência: posições relativas • Cônicas: noções, equações, aplicações 	<ul style="list-style-type: none"> • Saber usar de modo sistemático sistemas de coordenadas cartesianas para representar pontos, figuras, relações, equações • Saber reconhecer a equação da reta, o significado de seus coeficientes, as condições que garantem o paralelismo e a perpendicularidade entre retas • Compreender a representação de regiões do plano por meio de inequações lineares • Saber resolver problemas práticos associados a equações e inequações lineares • Saber identificar as equações da circunferência e das cônicas na forma reduzida e conhecer as propriedades características das cônicas
2º Bimestre	<p>Números</p> <p>Equações algébricas e números complexos</p> <ul style="list-style-type: none"> • Equações polinomiais • Números complexos: operações e representação geométrica • Teorema sobre as raízes de uma equação polinomial • Relações de Girard 	<ul style="list-style-type: none"> • Compreender a história das equações, com o deslocamento das atenções das fórmulas para as análises qualitativas • Conhecer as relações entre os coeficientes e as raízes de uma equação algébrica • Saber reduzir a ordem de uma equação a partir do conhecimento de uma raiz • Saber expressar o significado dos números complexos por meio do plano de Argand-Gauss • Compreender o significado geométrico das operações com números complexos, associando-as a transformações no plano

ANEXO F- Quadro de conteúdos/habilidades de matemática do 3º ano do Ensino Médio (3º e 4º bimestre)

3ª série do Ensino Médio		
	Conteúdos	Habilidades
3º Bimestre	<p>Relações</p> <p>Estudo das funções</p> <ul style="list-style-type: none"> • Qualidades das funções • Gráficos: funções trigonométricas, exponencial, logarítmica e polinomiais • Gráficos: análise de sinal, crescimento e taxa de variação • Composição: translações e reflexões • Inversão 	<ul style="list-style-type: none"> • Saber usar de modo sistemático as funções para caracterizar relações de interdependência, reconhecendo as funções de 1ª e de 2ª grau, seno, cosseno, tangente, exponencial e logarítmica, com suas propriedades características • Saber construir gráficos de funções por meio de transformações em funções mais simples (translações horizontais, verticais, simetrias, inversões) • Compreender o significado da taxa de variação unitária (variação de $f(x)$ por unidade a mais de x), utilizando-a para caracterizar o crescimento, o decréscimo e a concavidade de gráficos • Conhecer o significado, em diferentes contextos, do crescimento e do decréscimo exponencial, incluindo-se os que se expressam por meio de funções de base e
4º Bimestre	<p>Números/Relações</p> <p>Estatística</p> <ul style="list-style-type: none"> • Gráficos estatísticos: cálculo e interpretação de índices estatísticos • Medidas de tendência central: média, mediana e moda • Medidas de dispersão: desvio médio e desvio padrão • Elementos de amostragem 	<ul style="list-style-type: none"> • Saber construir e interpretar tabelas e gráficos de frequências a partir de dados obtidos em pesquisas por amostras estatísticas • Saber calcular e interpretar medidas de tendência central de uma distribuição de dados: média, mediana e moda • Saber calcular e interpretar medidas de dispersão de uma distribuição de dados: desvio padrão • Saber analisar e interpretar índices estatísticos de diferentes tipos • Reconhecer as características de conjuntos de dados distribuídos normalmente; utilizar a curva normal em estimativas pontuais e intervalares

ANEXO E – Fluxo escolar

Indicador de fluxo (IF):

O fluxo escolar é medido pela taxa média de aprovação em cada etapa da escolarização (séries iniciais e séries finais do EF e EM), coletadas pelo Censo Escolar. O indicador de fluxo (IF) é uma medida sintética da promoção dos alunos e varia entre zero e um:

$$IF_s = \frac{\text{n}^\circ \text{ de alunos aprovados}}{\text{n}^\circ \text{ alunos matriculados}} = \frac{\sum_{i=1}^n A_i}{\sum_{i=1}^n T_i}$$

Ou seja, A_i é o número de aprovados na série i e n é o número de séries da etapa de escolarização considerada. Para o caso do Ensino Fundamental, n é igual a cinco para as séries iniciais e quatro para as séries finais, e, para o Ensino Médio, n é igual a três.