

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO CARLOS
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E DE TECNOLOGIA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM CIÊNCIA DA COMPUTAÇÃO

**SISTEMAS DE APOIO À DECISÃO EM
GRUPO MULTICRITÉRIO: UMA
ABORDAGEM BASEADA EM REGRAS
FUZZY**

FÁBIO JOSÉ JUSTO DOS SANTOS

ORIENTADORA: PROFA. DRA. HELOISA DE ARRUDA CAMARGO

São Carlos - SP
Novembro/2009

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO CARLOS
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E DE TECNOLOGIA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM CIÊNCIA DA COMPUTAÇÃO

**SISTEMAS DE APOIO À DECISÃO EM
GRUPO MULTICRITÉRIO: UMA
ABORDAGEM BASEADA EM REGRAS
FUZZY**

FÁBIO JOSÉ JUSTO DOS SANTOS

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ciência da Computação da Universidade Federal de São Carlos, como parte dos requisitos para a obtenção do título de Mestre em Ciência da Computação, área de concentração: Inteligência Artificial
Orientadora: Dra. Heloisa de Arruda Camargo

São Carlos - SP
Novembro/2009

**Ficha catalográfica elaborada pelo DePT da
Biblioteca Comunitária da UFSCar**

S237sa

Santos, Fábio José Justo dos.

Sistemas de apoio à decisão em grupo multicritério : uma abordagem baseada em regras fuzzy / Fábio José Justo dos Santos. -- São Carlos : UFSCar, 2015.
106 f.

Dissertação (Mestrado) -- Universidade Federal de São Carlos, 2009.

1. Inteligência artificial. 2. Sistemas baseados em regras fuzzy. 3. Sistemas de suporte de decisão. 4. Processo decisório. I. Título.

CDD: 006.3 (20^a)

Universidade Federal de São Carlos
Centro de Ciências Exatas e de Tecnologia
Programa de Pós-Graduação em Ciência da Computação

**“Sistemas de apoio à decisão em grupo
multicritério: uma abordagem baseada
em regras fuzzy”**

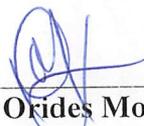
FÁBIO JOSÉ JUSTO DOS SANTOS

Dissertação de Mestrado apresentada ao
Programa de Pós-Graduação em Ciência da
Computação da Universidade Federal de São
Carlos, como parte dos requisitos para a
obtenção do título de Mestre em Ciência da
Computação

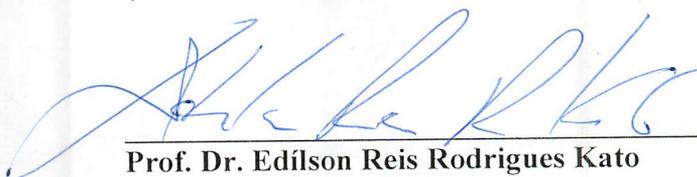
Membros da Banca:



Profa. Dra. Heloisa de Arruda Camargo
(Orientadora - DC/UFSCar)



Prof. Dr. Orides Morandin Júnior
(DC/UFSCar)



Prof. Dr. Edilson Reis Rodrigues Kato
(DC/UFSCar)



Prof. Dr. Paulo Eduardo Maciel de Almeida
(CEFET/MG)

São Carlos
Novembro/2009

Agradecimentos

À Deus.

À minha orientadora, Profa. Dra. Heloisa de Arruda Camargo, pelos ensinamentos, dedicação e orientações que foram de grande valia para a construção do meu conhecimento e desenvolvimento deste trabalho.

Aos membros da banca examinadora pelo tempo, dedicação e contribuições.

Aos professores e funcionários do Programa de Pós-Graduação em Ciência da Computação da UFSCar.

Aos meus pais, Fátima e Ladislau, por toda educação fornecida.

À minha noiva Priscila pela paciência e compreensão nos momentos difíceis.

Aos amigos Benedito, Cláudio, Priscila, Evandra, Gustavo e, em especial, ao meu amigo/irmão Adinovam, por todo o apoio e companheirismo dedicados.

“Aprender é a única coisa de que a mente nunca se cansa, nunca tem medo e nunca se arrepende.” (Leonardo da Vinci)

Resumo

O uso da lógica fuzzy e da teoria de conjuntos fuzzy aplicadas ao processo de tomada de decisão foi proposto inicialmente por Bellman e Zadeh (1970). Desde então, os problemas não estruturados associados às características multicritério e de tomada de decisão em grupo alteraram sua forma de tratamento. A evolução presente nos Sistemas de Apoio à Decisão (SAD) fez com que estes sistemas deixassem de fornecer somente dados e informações e passassem também a propor soluções aos problemas analisados. O objetivo deste trabalho é apresentar um framework para o desenvolvimento de SAD que tratem problemas classificados como Multi-Criteria Group Decision Making (MCGDM) com o uso de regras fuzzy. Dentro desta abordagem é apresentado um método capaz de gerar automaticamente uma Base de Regras Fuzzy com características multicritério para tomada de decisão em grupo, ou seja, os diferentes graus de influência de cada decisor e os diferentes graus de importância atribuídos por eles a cada variável são considerados no modelo. Este framework ainda contempla um modelo estrutural de um Sistema Fuzzy para Apoio à Decisão em Grupo com o objetivo de agregar aos sistemas fuzzy as características dos SAD descritas na literatura como, por exemplo, a capacidade de interatividade usuário/sistema e a presença do Subsistema de Gestão de Modelos (SGM), descritos neste trabalho. Por fim, um estudo de caso é realizado para validar o modelo apresentado.

Palavras-chave: Sistemas Baseados em Regras Fuzzy, Sistemas de Apoio à Decisão Multicritério, Tomada de Decisão em Grupo.

Abstract

The use of fuzzy logic and fuzzy sets theory applied to decision making process was initially proposed by Bellman and Zadeh (1970). Since then, the arisen of unstructured problems associated with multi-criteria characteristics and group decision making changed the way of dealing with these problems. The evolution of Decision Support Systems (DSS) allowed them, not only to provide data and information, but also to propose solutions to these problems. The goal of this work is to present a framework for the development of DSS that deal with Multi-Criteria Group Decision Making (MCGDM) problems through fuzzy rules. In this approach, we propose a method capable of automatically generating a Fuzzy Rule Base with multi-criteria characteristics for group decision making, that is, different influence degrees for each decider and different importance degrees assigned to each variable are considered in the model. This framework also contains a structural model of a Fuzzy System for Group Decision Support aiming at adding DSS characteristics found in literature to Fuzzy Systems. These characteristics include user/system interactivity and Model Management Subsystem (MMS) described in this work. Finally, a case study designed to validate the model is presented.

Keywords: Fuzzy Rules-Based System, Multi-criteria Decision Support Systems, Group Decision Making.

Sumário

1. INTRODUÇÃO.....	9
1.1 Motivação e objetivos	11
1.2 Organização do trabalho	12
2. SISTEMAS DE APOIO À DECISÃO.....	14
2.1 Modelagem do processo de tomada de decisão	15
2.1.1 Compreensão do problema.....	16
2.1.2 Projeto	18
2.1.3 Escolha.....	20
2.1.4 Implementação	22
2.2 Componentes de um SAD	22
2.2.1 Subsistema de gestão de dados	23
2.2.2 Subsistema de gestão de modelos	25
2.2.3 Subsistema de gestão do conhecimento	27
2.2.4 Subsistema de gestão de diálogo	28
2.3 Tipos de modelos	29
2.4 Diagramas de influência	30
2.5 Programação heurística	31
2.6 Métodos de análise para decisão	33
2.7 Método de simulação	35
2.8 Metodologias de desenvolvimento de um SAD	37
2.9 Considerações finais	40
3. SISTEMAS FUZZY	42
3.1 Conjuntos Fuzzy.....	42
3.2 Operações básicas sobre conjuntos fuzzy	44
3.2.1 Operações com argumento único	44
3.2.2 Operações com múltiplos argumentos.....	45
3.3 Relações fuzzy.....	46
3.4 Raciocínio aproximado	48
3.4.1 Variáveis linguísticas.....	48
3.4.2 Proposições fuzzy	49

3.4.3	Regras fuzzy.....	50
3.4.4	Inferência a partir de proposições fuzzy condicionais.....	51
3.5	Funções de implicação	54
3.6	Sistemas baseados em regras fuzzy.....	55
3.6.1	Fuzzificador	56
3.6.2	Base de conhecimento.....	56
3.6.3	Motor de inferência.....	57
3.6.4	Defuzzificador.....	61
3.7	Considerações finais	62
4.	APOIO À DECISÃO EM GRUPO MULTICRITÉRIO UTILIZANDO REGRAS FUZZY	63
4.1	Fuzzy TOPSIS	65
4.2	Tomada de decisão em grupo multicritério.....	69
4.3	SBRF para tomada de decisão em grupo	71
4.3.1	Base de regras fuzzy para problemas MCGDM	72
4.3.2	Tomada de decisão em grupo.....	75
4.4	Proposta de um modelo estrutural de sistemas fuzzy para apoio à decisão	79
4.4.1	Compreensão do domínio	79
4.4.2	Definição do método de seleção	81
4.4.3	Representação técnica do conhecimento	82
4.4.4	Interface de diálogo.....	84
4.5	Considerações finais	84
5.	ESTUDO DE CASO.....	85
5.1	Apresentação do problema	85
5.1.1	Variáveis do problema.....	86
5.1.2	Os decisores.....	88
5.1.3	A base de dados.....	89
5.1.4	Base de regras fuzzy para problemas MCGDM	90
5.1.4.1	Modificadores de conjuntos fuzzy na BR	92
5.2	Resultados	93
5.3	Considerações finais	95
6.	CONCLUSÕES.....	96
ANEXO I	105

Lista de Figuras

Figura 2.1 – Modelo de Processo para Tomada de Decisão	16
Figura 2.2 – Estrutura geral de um modelo quantitativo	18
Figura 2.3 – Métodos formais de busca	21
Figura 2.4 – Visão estrutural do SAD	23
Figura 2.5 – Subsistema de gestão de dados	24
Figura 2.6 – Subsistema de gestão de modelos	26
Figura 2.7 – Subsistema de gestão de diálogo	28
Figura 2.8 – Representação gráfica dos três tipos de variáveis existentes em um problema.....	30
Figura 2.9 – Relações existentes em um diagrama de influência.....	30
Figura 2.10 – Diagrama de Influência para um modelo de lucro	31
Figura 2.11 – O processo de simulação.....	36
Figura 2.13 – Ciclo de vida tradicional de desenvolvimento de SAD.....	39
Figura 2.12 – Níveis de tecnologia para o desenvolvimento de SAD	38
Figura 2.14 – Prototipação circular	40
Figura 3.1 – Função triangular	43
Figura 3.2 – Função trapezoidal	43
Figura 3.3 – Função gaussiana.....	43
Figura 3.4 – Sistema Baseado em Regras Fuzzy	55
Figura 3.5 – Inferência pelo método de Mamdani	58
Figura 3.6 – Inferência pelo método de Larsen.....	60
Figura 4.1 – Tomada de decisão em problemas MCGDM	70
Figura 4.2 – Representação da variável C_2 de acordo com os especialistas (valores normalizados)	73
Figura 4.3 – Representação do processo apoio à decisão a partir de um modelo descritivo	81
Figura 4.4 – Proposta de estrutura para um sistema fuzzy de apoio à decisão em problemas MCGDM	82

Lista de Tabelas

Tabela 2.1 – Matriz de decisão para o problema de investimento.....	33
Tabela 2.2 – Decisão sobre análise de risco e sua solução	34
Tabela 2.3 – Decisão multicritério	35
Tabela 4.1 – Equivalência dos conjuntos fuzzy e grau de importância dos atributos ..	66
Tabela 4.2 – Matriz com os antecedentes das regras.....	76
Tabela 4.3 – Matriz com as visões dos decisores	77
Tabela 4.4 – Matriz com os consequentes das regras	78
Tabela 5.1 – Variável Faturamento	86
Tabela 5.2 – Variável Peso x CTRC	87
Tabela 5.3 – Variável Idoneidade.....	87
Tabela 5.4 – Matriz com as visões dos decisores	88
Tabela 5.5 – Matriz com as visões dos decisores utilizada pelo SAD	88
Tabela 5.6 – Amostragem da base de dados analisada.....	90
Tabela 5.7 – Grau de importância das variáveis	91
Tabela 5.8 – Conjuntos fuzzy consequentes.....	92
Tabela 5.9 – BR para problemas FMCGDM	92
Tabela 5.10 – Clientes e as classificações obtidas	94

1. Introdução

A lógica clássica apresentada por Aristóteles (384 – 322 a.C.), baseada em premissas e conclusões é uma lógica binária que apresenta conclusões do tipo certo ou errado, ou ainda verdadeiro ou falso. Somente em 1965, mais de 2000 anos após a criação da lógica booleana, Lofti Zadeh criou a lógica fuzzy (Zadeh, 1965), ou lógica nebulosa, uma extensão da teoria de conjuntos e da lógica clássica. Desde então, os conceitos da lógica fuzzy associados ao de conjuntos fuzzy vêm sendo aplicados em diversas áreas como, por exemplo, controladores (Yeh, *et. al.*, 1997), (Tarnng & Wang, 1993), (Hiyama, *et. al.*, 2007), (Kurnaz, *et. al.*, 2009), classificadores (Lee & Park, 1989), (Guijarro & Pajares, 2009), (Nakashima, *et. al.*, 2007) e no apoio à decisão (Zhang & Chu, 2009), (Ho, *et. al.*, 2010), (Bozdog, *et. al.*, 2003), (Kahraman, *et. al.*, 2003).

A lógica fuzzy é um referencial teórico que neste sentido é utilizado principalmente de duas formas. Uma é representar a extensão da lógica clássica para uma mais flexível, com objetivo de formalizar conceitos imprecisos. A outra é onde se aplicam conjuntos fuzzy a diversas teorias e tecnologias para processar informações imprecisas, por exemplo, em processos de tomada de decisão (Klir & Yuan, 1995).

A lógica fuzzy tem como apoio a teoria dos conjuntos fuzzy para sua representação. Em suas aplicações, utilizando expressões linguísticas como alto, leve e rápido, são definidos conjuntos nos quais elementos são alocados com diferentes graus de pertinência entre o falso (zero) e o verdadeiro (um), o que rompe os limites da rígida dicotomia da lógica clássica (Zadeh, 1965). Assim, enquanto na lógica bivalorada uma proposição somente pode ser classificada como verdadeira ou falsa, na lógica fuzzy a verdade ou falsidade de uma proposição é uma questão de grau (Klir & Yuan, 1995).

Desta forma, torna-se possível a realização de inferências semelhantes as que ocorrem com o raciocínio humano ao processar informações imprecisas como baixo, caro ou longe. Nestes casos, a modelagem do conhecimento humano através da lógica convencional, certamente seria extremamente complexa, ineficiente e onerosa. Entretanto, quando realizada através da lógica fuzzy o processo de elicitacão do conhecimento humano pode ser facilmente representado e interpretado.

A possibilidade de descrição linguística do modelo ao invés da utilização de elementos matemáticos convencionais, como intervalos ou equações, possibilita a representação do conhecimento heurístico e o uso do raciocínio aproximado (Pedrycz & Gomide, 1998), facilitando assim o desenvolvimento de soluções mais adequadas a diversos tipos de problemas.

Os SAD (Sistemas de Apoio à Decisão) compõem uma classe de sistemas com grande potencial de uso das características inerentes à lógica fuzzy. De acordo com Turban e Aronson (2001), SAD é um sistema interativo, flexível e adaptável, desenvolvido especialmente para fornecer apoio ao processo de tomada de decisão de um problema gerencial não estruturado. Watson, *et. al.* (1997) definem SAD como um sistema interativo que fornece ao usuário acesso aos dados e modelos de decisão, com o objetivo de auxiliar a tomada de decisão a partir da análise de dados semi-estruturados ou não estruturados.

Uma classe de problemas muito explorada dentro dos SAD é a tomada de decisão multicritério, tratados inicialmente por Bellman e Zadeh (1970). Em problemas deste tipo uma única solução deve atender vários objetivos como, por exemplo, maximizar o faturamento e minimizar a inadimplência. Outra característica destes problemas consiste no tratamento de informações de forma a considerar diferentes atributos com diferentes graus de influência no processo de análise. O peso destes atributos pode ser calculado utilizando técnicas como a AHP (Analytic Hierarchy Process) (Saaty, 1980), (Babic & Plazibat, 1998), a ANP (Analytic Network Process) (Saaty, 1996), (Sarkis & Talluri, 2000) ou ainda de forma empírica. Dentro deste contexto, diferentes especialistas possuem diferentes opiniões a respeito de um mesmo problema.

Outra característica que deve ser considerada em problemas Multi-Criteria Group Decision Making (MCGDM) é o grau de influência que cada decisor exerce no processo de escolha de uma alternativa. Em problemas onde um determinado decisor possui maior conhecimento do domínio, a visão deste especialista poderá possuir maior grau de importância que a dos demais decisores.

Assim, um dos pontos centrais de discussão deste trabalho é a aplicação de regras fuzzy no tratamento de problemas classificados MCGDM. Em sua essência, as regras provêm um método formal de representação de estratégias e diretrizes, sobretudo quando o problema em discussão deve ser representado através do conhecimento empírico de um especialista (Yager & Filev, 1994). Entretanto, em alguns casos a quantidade de variáveis envolvidas pode ser grande o suficiente a ponto de tornar o processo de definição da base de regras (BR) por um ou mais especialistas um trabalho extremamente oneroso e incompleto. Diante destas características é proposto um método para geração automática de uma BR fuzzy capaz de considerar diferentes graus de importância para cada variável e para cada decisor.

Segundo Pedrycz (1998), os sistemas baseados em regras fuzzy são construídos com um conjunto de regras e usam uma coleção de fatos para deduzir

uma conclusão. Assim, devido à possibilidade do uso de termos linguísticos na representação do conhecimento, a validação da base de conhecimento por parte do especialista torna-se um processo de fácil compreensão para os especialistas.

A proposta inicial deste trabalho foi a criação de extensões ao método de otimização Fuzzy TOPSIS (Chu, 2002), (Salehi & Tavakkoli-Moghaddam, 2008) com o objetivo de explorar duas contribuições distintas: acrescentar ao método os recursos necessários para que o processo matemático considerasse o valor de pertinência dos dados de entrada em mais de um conjunto fuzzy e, agregar ao método o conhecimento empírico de um especialista representado através de regras fuzzy. Sendo assim, o método Fuzzy F-TOPSIS (Fuzzy TOPSIS Flexível) foi proposto e publicado na Conferência Latino Americana de Informática (CLEI) 2009 (Santos, F.J.J.S. & Camargo, H.A., 2009) com o objetivo de aprimorar a habilidade de tratamento de imprecisão do Fuzzy TOPSIS por meio da combinação do processo matemático original com conhecimento empírico de um especialista. Na dissertação apresentada, o método Fuzzy TOPSIS é utilizado como ferramenta de apoio no processo de geração automática da BR para análise de problemas MCGDM.

1.1 Motivação e objetivos

Grande parte da produção acadêmica que trata problemas fuzzy classificados como MCGDM produzida atualmente não apresenta uma abordagem baseada em regras.

Os SAD desenvolvidos na década de 1970 possuíam foco no processamento transacional e emissão de relatórios estruturados (Watson, Houdeshel *et. al*, 1997). Em uma definição mais atual, os mesmos autores definem SAD como sistemas interativos que proporcionam ao usuário interação direta com modelos de dados e análise, fornecendo apoio ao processo de tomada de decisão em problemas semi estruturados ou não estruturados.

Embora os processos de representação do conhecimento e de construção do motor de inferência com a lógica fuzzy apresentem-se entre os mais adequados para os problemas multicritério não estruturados ou semi estruturados, a abordagem de uso da lógica fuzzy aliada à estrutura dos SAD é recente. Os benefícios desta combinação ainda pouco explorada como, por exemplo, a representação fiel do conhecimento humano a ser aplicado em problemas MCGDM e a capacidade do tratamento de informações imprecisas existente na lógica fuzzy necessária aos SAD, são alguns dos motivos pelos quais este trabalho é desenvolvido.

Em situações onde há um grande número de variáveis envolvidas, a definição da BR por parte de um ou mais especialistas pode tornar-se uma tarefa impraticável, o que dificultaria o uso do Fuzzy F-TOPSIS (Santos, F.J.J.S. & Camargo, H.A., 2009). Associada a esta característica, na prática, muitos são os problemas onde a tomada de decisão é realizada em grupo. Na sequência do trabalho, ao pesquisar a respeito de métodos capazes de gerar uma BR multicritério para tomada de decisão em grupo, notou-se que esta é uma abordagem ainda pouco explorada no meio científico. Sendo assim, este trabalho de dissertação tem o objetivo de apresentar um método capaz de explorar estas características sem desconsiderar o perfil de SAD definido na literatura.

O termo SAD muitas vezes é atribuído a todos os sistemas que forneçam uma informação útil ao gestor. No entanto, para compreender melhor o significado destes sistemas é preciso compreender todo o processo de tomada de decisão e a real influência que os sistemas de informação podem exercer neste contexto (Turban & Aronson, 2001).

Assim, além de propor um método capaz de solucionar problemas MCGDM através da geração automática de uma BR fuzzy, outra contribuição deste trabalho é a definição de um framework capaz de agregar os conceitos de SAD apresentados no capítulo 2 aos conceitos de sistemas fuzzy discutidos nos capítulos 3 e 4. Sendo assim, espera-se com este modelo reunir os conceitos da teoria e da lógica fuzzy aplicados ao processo de tomada de decisão, com os conceitos de SAD existentes na literatura específica da área.

Como resultado, o trabalho desenvolvido apresentará um modelo de construção de SF que agregue as características inerentes aos SAD. Nesta proposta, o sistema deve permitir ao tomador de decisão ter sua própria percepção a respeito do problema analisado. Desta forma, o foco deste trabalho está na integração dos conceitos inerentes à lógica fuzzy e aos SAD, utilizando como recursos uma proposta de extensão ao Fuzzy TOPSIS, cujo objetivo é a geração automática de uma BR fuzzy e um novo modelo de framework para sistemas fuzzy para apoio à decisão.

1.2 Organização do trabalho

Visando atingir o objetivo proposto, foi realizada uma pesquisa bibliográfica abordando os principais temas envolvidos, como a Lógica Fuzzy, os Sistemas de Apoio à Decisão, o método de otimização Fuzzy TOPSIS e a inferência através de regras fuzzy. A estrutura organizacional do trabalho é apresentada na sequência.

No *Capítulo 2* são apresentados os conceitos sobre Sistemas de Apoio à Decisão, sua estrutura, componentes e metodologias de desenvolvimento para um SAD.

No *Capítulo 3* são descritos os principais conceitos da Lógica Fuzzy, com destaque para a construção de sistemas baseados em regras fuzzy.

O *Capítulo 4* apresenta um esboço para a construção de sistemas para tomada de decisão em grupo com o uso da Lógica Fuzzy. Neste capítulo é apresentada uma proposta para modelagem destes sistemas, onde são descritas suas características e abordagens necessárias à construção de um Sistema Fuzzy para Apoio à Decisão.

O *Capítulo 5* apresenta um estudo de caso no qual um problema real com as características de problemas MCGDM é analisado utilizando o modelo proposto no *Capítulo 4*.

Por fim, o *Capítulo 6* apresenta as conclusões com base nos resultados e de real contribuição do projeto. Os trabalhos futuros também são descritos neste capítulo.

2. Sistemas de Apoio à Decisão

A compreensão dos termos Sistema, Apoio e Decisão é de fundamental importância para entender o que realmente se espera de um SAD. Sistema é um conjunto de elementos ordenados ou estruturados, que interagem entre si para alcançar um objetivo comum. Desta forma, um sistema caracteriza-se, sobretudo, pela influência que cada componente exerce sobre os demais e pela união de todos, no sentido de gerar resultados que levam ao objetivo esperado (Bertalanffy, 1975).

O conceito de Apoio inerente aos SAD tem como propósito fornecer uma ferramenta que possa analisar, de forma rápida e barata, o impacto que a escolha por uma das possíveis alternativas à solução de um problema pode causar (Turban & Aronson, 2001). Desta forma, o gestor pode tomar suas decisões com base em informações que trazem consigo as consequências que podem ocorrer ao escolher uma determinada ação frente a um problema.

Decisão é o processo de escolha entre as alternativas existentes, levando-se em conta o(s) objetivo(s) definido(s). Atividades gerenciais como planejamento, organização e controle envolvem uma série de decisões que devem levar em consideração o que pode ocorrer se uma decisão for tomada de forma errada ou precipitada (Turban & Aronson, 2001). Esta característica exige que os SAD sejam capazes de representar cenários “*What-if*” ou “O quê - se”, onde o sistema deve ter a capacidade de simular o que pode ocorrer frente a qualquer decisão tomada pelo gestor.

A expressão SAD algumas vezes é utilizada para representar todo e qualquer sistema computadorizado que ofereça algum tipo de apoio ao processo de tomada de decisão em uma organização (Turban & Aronson, 2001). Tecnicamente, antes de classificar um sistema como de apoio à decisão, é preciso saber o que é e como é construído um SAD. Assim, um dos objetivos deste trabalho é esclarecer o que realmente é um SAD, bem como a estrutura existente nestes sistemas. Só assim poderemos classificar um sistema como de apoio à decisão ou não.

No início dos anos 70, Gorry e Scott Morton foram os primeiros a definir Sistemas de Apoio à Decisão. Segundo os autores, “SAD são sistemas computacionais interativos, que auxiliam no processo da tomada de decisões utilizando dados e modelos para solucionar problemas não estruturados” (Gorry & Morton, 1971).

Outra definição clássica sobre SAD é dada por (Keen & Morton, 1978), que descrevem os SAD como uma ferramenta que “concilia os recursos intelectuais individuais, com a capacidade dos computadores em melhorar a qualidade das

decisões”. Os autores ainda descrevem que os SAD são sistemas voltados a tomadores de decisão que trabalham na solução de problemas semi-estruturados ou não estruturados.

Um SAD pode tratar três tipos de problemas: estruturados, semi-estruturados e não estruturados. Nos problemas estruturados, os objetivos são claramente definidos e uma alternativa ao problema é facilmente encontrada como, por exemplo, definir o nível de estoque adequado para um determinado produto. Em problemas não estruturados, a intuição humana é que possui maior participação no processo de decisão, fazendo com que o conhecimento heurístico prevaleça sobre o conhecimento epistemológico. Problemas semi-estruturados, normalmente envolvem rotinas automáticas e o julgamento humano (Turban & Aronson, 2001).

Dentro da proposta deste trabalho, a definição de sistema apresentada por Bertalanffy engloba toda a estrutura dos SADBRF, desde sua concepção, documentação e motor de inferência, até a sua interface, integrando os elementos estruturais dos SAD aos conceitos e aplicações dos sistemas baseados em regras fuzzy (SBRF).

Para melhor compreender os SAD, os conceitos inerentes a estes sistemas são apresentados na sequência.

2.1 Modelagem do processo de tomada de decisão

Além dos conceitos apresentados anteriormente sobre os termos Sistemas, Apoio e Decisão, é importante distinguirmos tomada de decisão e solução de um problema. Alguns autores descrevem tomada de decisão como um processo composto de quatro fases: a compreensão do problema, o projeto, a escolha e a implementação (Simon, 1977). No entanto, outros autores definem como tomada de decisão somente as três primeiras fases, sendo que a quarta fase, implementação, é a que levará à solução do problema. A Figura 2.1 apresenta a modelagem do processo de tomada de decisão proposta por Turban e Aronson (2001).

A compreensão do problema é a fase na qual a realidade do problema é analisada e o mesmo é identificado e definido. Na fase de projeto, um modelo que representa o problema deve ser construído e validado. Este modelo é que deverá buscar o conjunto de possíveis soluções ao problema. A fase de escolha, como o próprio nome diz, incide na escolha de uma alternativa que deverá ser analisada e definida como viável ou não ao problema. Aqui o objetivo é determinar uma boa alternativa de solução para ser aplicada na próxima fase: implementação. Uma

implementação de sucesso resulta na solução do problema real (Turban & Aronson, 2001).

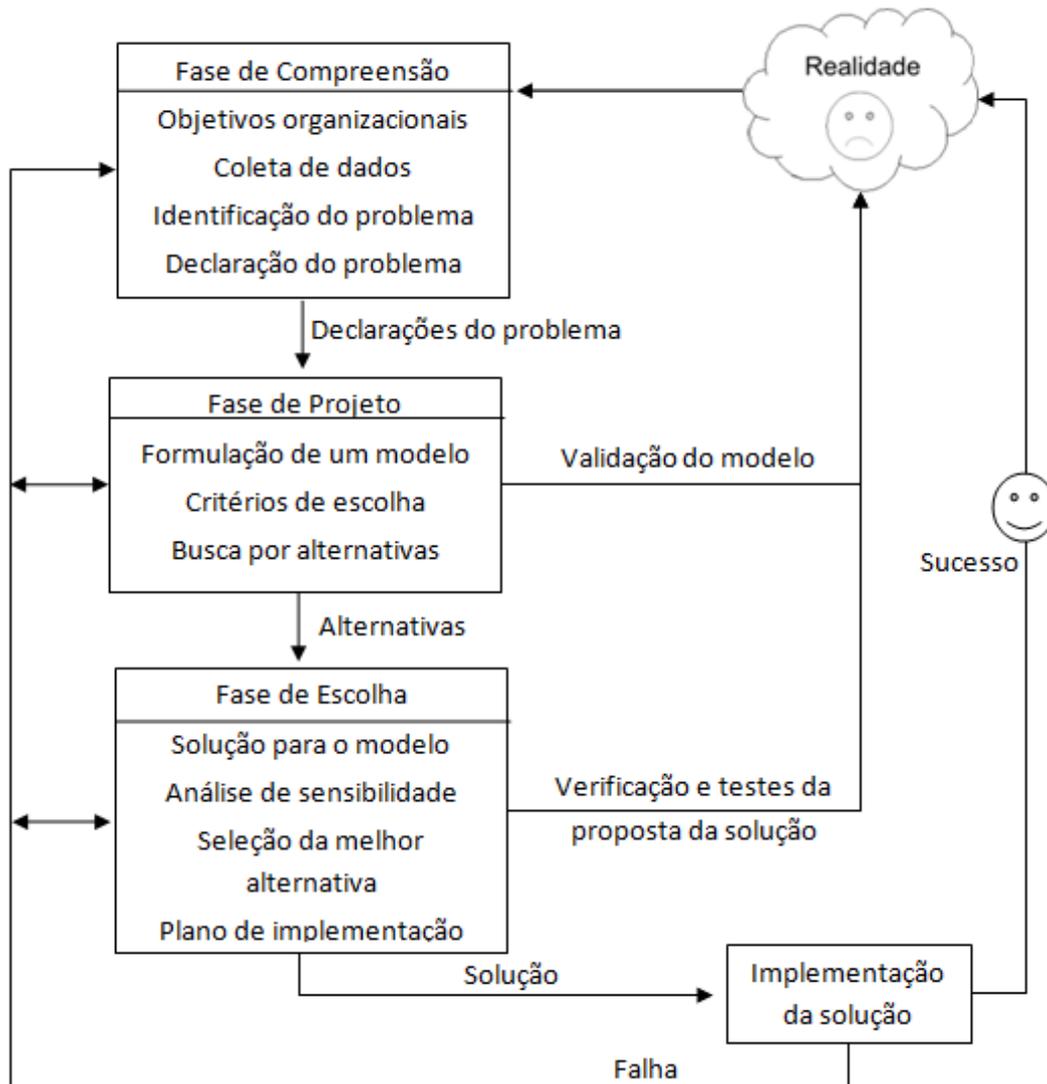


Figura 2.1 – Modelo de Processo para Tomada de Decisão

Caso a implementação não conduza à solução do problema, esta falha nos levará a uma das fases anteriores. Este retorno pode ocorrer durante qualquer uma das fases existentes no processo de tomada de decisão. Para melhor compreender estes conceitos, na sequência estas fases são detalhadas conforme abordagem apresentada em Turban e Aronson (2001).

2.1.1 Compreensão do problema

A fase de compreensão do problema para tomada de decisão envolve uma análise, contínua ou não, do ambiente para identificar os problemas e as

oportunidades. Como resultado, os objetivos e as metas organizacionais frente ao problema devem ser estabelecidos, além de evidenciar os sintomas e a magnitude do problema.

A identificação do problema pode ser realizada por meio de monitoramento e análise dos níveis de produção da organização. Em um ambiente de negócios, segundo Turban e Aronson (2001), identificar o conjunto de dados que permita uma análise atualizada e fiel do cenário empresarial, bem como uma projeção futura dos negócios, é um dos grandes problemas enfrentados pelos tomadores de decisão. Isso ocorre devido aos problemas existentes no processo de busca e análise de dados como, por exemplo:

- Dados não disponíveis;
- A obtenção de dados pode ter altos custos;
- A estimativa de dados normalmente é subjetiva;
- Sobrecarga de dados e informação;

Para sanar este problema, apenas um conjunto parcial dos dados pode ser utilizado para gerar uma estimativa futura com base em seu histórico, ou então, com base nas mudanças previstas adequar a empresa aos novos desafios. Entretanto, se estes dados não retratarem de forma fiel o comportamento da empresa, o resultado do processo certamente estará comprometido.

Após a identificação de um problema é preciso classificá-lo. Como mencionado anteriormente, um problema pode ser classificado como estruturado, semi-estruturado ou não estruturado. Simon (1977) faz uma classificação semelhante, entretanto, nomeando a primeira classe mencionada de problemas programados, a segunda de semi-programados e a última de problemas não programados.

Neste contexto, quando decomposto, um grande problema não estruturado pode resultar em pequenos problemas altamente estruturados, facilitando assim o processo de resolução do problema maior (Saaty, 1999).

É importante ressaltar que um problema só existe em uma organização se alguém, ou algum grupo interno, puder trabalhar neste problema para tentar encontrar uma solução. Por exemplo: um administrador pode acreditar que seu problema decorre em razão das altas taxas de juros impostas pelo mercado. Como as taxas de juros são determinadas por parâmetros nacionais e internacionais e cada país possui uma administração independente, a possível solução deste problema fica a cargo dos governos. Conseqüentemente a organização que sofre por este fato não é detentora do problema embora sofra com ele, sendo incapaz de resolver tal situação. Isto não implica no fato de que as altas taxas não devam ser levadas em consideração, pelo

contrário, é preciso saber administrar o ambiente organizacional levando em consideração estes e outros parâmetros externos.

2.1.2 Projeto

A fase de projeto tem como objetivo identificar os possíveis cursos que uma alternativa à solução do problema pode conduzir. Para isto é preciso compreender o problema e testar a praticidade de suas possíveis soluções. Desta forma, um modelo de teste que valide estas soluções deverá ser construído.

A construção de um modelo envolve a contextualização do problema e sua abstração de forma quantitativa e/ou qualitativa. Em um modelo matemático, as variáveis do problema são identificadas e as relações entre elas são estabelecidas. Para simplificar o processo de construção do modelo representacional, sempre que necessário a relação entre estas variáveis pode ser definida a partir de uma suposição. Embora este processo permita a construção do modelo de forma mais rápida e com menor custo, uma falha na representação real do problema pode levar a resultados incorretos. Estes modelos são construídos com base em três componentes: variáveis de decisão (controláveis), parâmetros (não controláveis) e variáveis de saída (resultado). A relação existente entre estas variáveis é que irá determinar qual a decisão a ser tomada em uma determinada situação. Esta relação é apresentada na Figura 2.2.

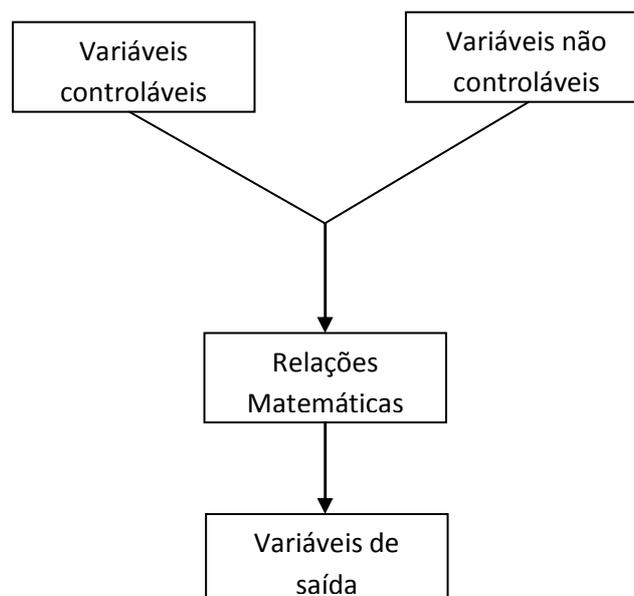


Figura 2.2 – Estrutura geral de um modelo quantitativo

As variáveis de saída são utilizadas para indicar o nível de eficácia do sistema, que é definido com base nos objetivos alcançados pelo mesmo. Essas variáveis são consideradas variáveis dependentes, pois para ocorrer um determinado resultado é preciso que outros eventos anteriores ocorram nas variáveis de entrada, ou seja, nas variáveis controláveis ou nas não controláveis. As variáveis controláveis, ou de decisão, descrevem as ações em curso e seus valores são determinados pelo tomador de decisão. As variáveis não controláveis, ou parâmetros, representam os fatos que exercem influência sobre as variáveis controláveis e de saída, mas não estão sobre o controle do tomador de decisão.

Nos modelos qualitativos, a representação do conhecimento ocorre de forma explícita e flexível, normalmente envolvendo o uso de linguagem natural, semelhante a que ocorre nos SF baseados em regras linguísticas.

Ainda na fase de projeto, um princípio de escolha deve ser definido. O princípio de escolha é quem determina os critérios de análise para a aceitabilidade de uma solução proposta. Dentre os vários princípios existentes, dois merecem atenção especial: normativo e descritivo.

Os modelos normativos simplesmente optam pela escolha da alternativa que se demonstrou como a melhor entre todas as possíveis soluções. Os modelos descritivos avaliam várias alternativas a um mesmo problema, permitindo que diferentes configurações de valores de entrada sejam utilizadas pelo método de simulação. Isso torna os modelos descritivos extremamente úteis no desenvolvimento de SAD por permitirem a criação de cenários que exploram as consequências de diferentes alternativas aplicadas aos problemas em questão. Vale ressaltar que este método nem sempre encontra a chamada “solução ótima”, mas na grande maioria dos casos determina uma solução satisfatória.

Uma das partes mais importantes da fase de projeto é a geração de alternativas para solução de um problema. Sem elas, alcançar uma solução ótima, ou até mesmo satisfatória, torna-se uma tarefa praticamente impossível. Note que a definição das alternativas deve ocorrer após a determinação dos critérios para análise das alternativas.

Para avaliar e comparar as alternativas é preciso prever as possíveis consequências geradas por cada uma delas. Quando analisada no âmbito do conhecimento, uma decisão pode ser tomada em três situações diferentes:

1. Certeza;
2. Risco;
3. Incerteza;

Na primeira situação o tomador de decisão tem pleno conhecimento do problema e das possíveis soluções, sendo capaz de determinar com precisão as consequências que cada uma delas pode causar. Desta forma, ele pode, seguramente, escolher qual a melhor dentre todas as alternativas existentes. Na segunda situação, risco, o tomador de decisão tem conhecimento das alternativas, no entanto, cada uma delas pode implicar em diversos resultados, cada um com uma probabilidade de ocorrência. Neste caso, deverá ser realizada uma análise de risco sobre todos os resultados possíveis em cada uma das alternativas identificadas. A alternativa que apresentar o menor risco poderá ser a alternativa escolhida. No ambiente de tomada de decisão frente à incerteza, o tomador de decisão considera as situações em que várias consequências são possíveis para cada ação tomada. No entanto, ele não é capaz de estimar qual a probabilidade de ocorrência para cada uma delas em razão de não obter todas as informações necessárias para isto.

O último componente a ser definido na fase de projeto são os chamados cenários. Um cenário é útil em simulações e em análises do tipo “*What-if*”. A construção de um cenário envolve praticamente todos os conceitos discutidos dentro deste tópico, desde os modelos quantitativos e qualitativos, até o processo de análise e comparação das possíveis alternativas geradas pelo sistema.

2.1.3 Escolha

A escolha é a ação mais crítica de todo o processo de tomada de decisão. Nesta fase é onde devem ocorrer a busca, a análise e a recomendação de uma solução apropriada ao modelo definido. É importante ressaltar que um problema somente é considerado solucionado se a solução recomendada pelo modelo for implementada com sucesso no problema real.

A abordagem de busca aplicada na fase de escolha tem como objetivo definir qual a melhor alternativa dentre todas as identificadas na fase anterior. Este processo deve levar em conta os critérios de escolha. A Figura 2.3 apresenta os métodos formais de busca.

Nos modelos normativos, as técnicas de otimização e de enumeração completa são aplicadas, e os resultados apresentados por cada um deles são comparados para a escolha da solução ótima. Nos modelos descritivos são utilizadas duas técnicas de análise, a de busca parcial e a análise por heurísticas.

No método de enumeração completa, todas as alternativas são numeradas e consideradas, garantindo assim a busca pela solução ótima. Em problemas nos quais

a quantidade de alternativas é elevada, este método não apresenta bom desempenho na prática, devido à grande quantidade de possíveis soluções a serem analisadas. No método de busca parcial não há garantia de que todas as alternativas serão analisadas. No momento em que uma solução aceitável é encontrada, o método de busca por uma solução é interrompido, mesmo que a solução encontrada não seja a chamada solução ótima. Desta forma, apesar do método não garantir a escolha pela solução ótima, ele apresenta um bom desempenho em problemas nos quais a quantidade de alternativas a serem analisadas é muito elevada.

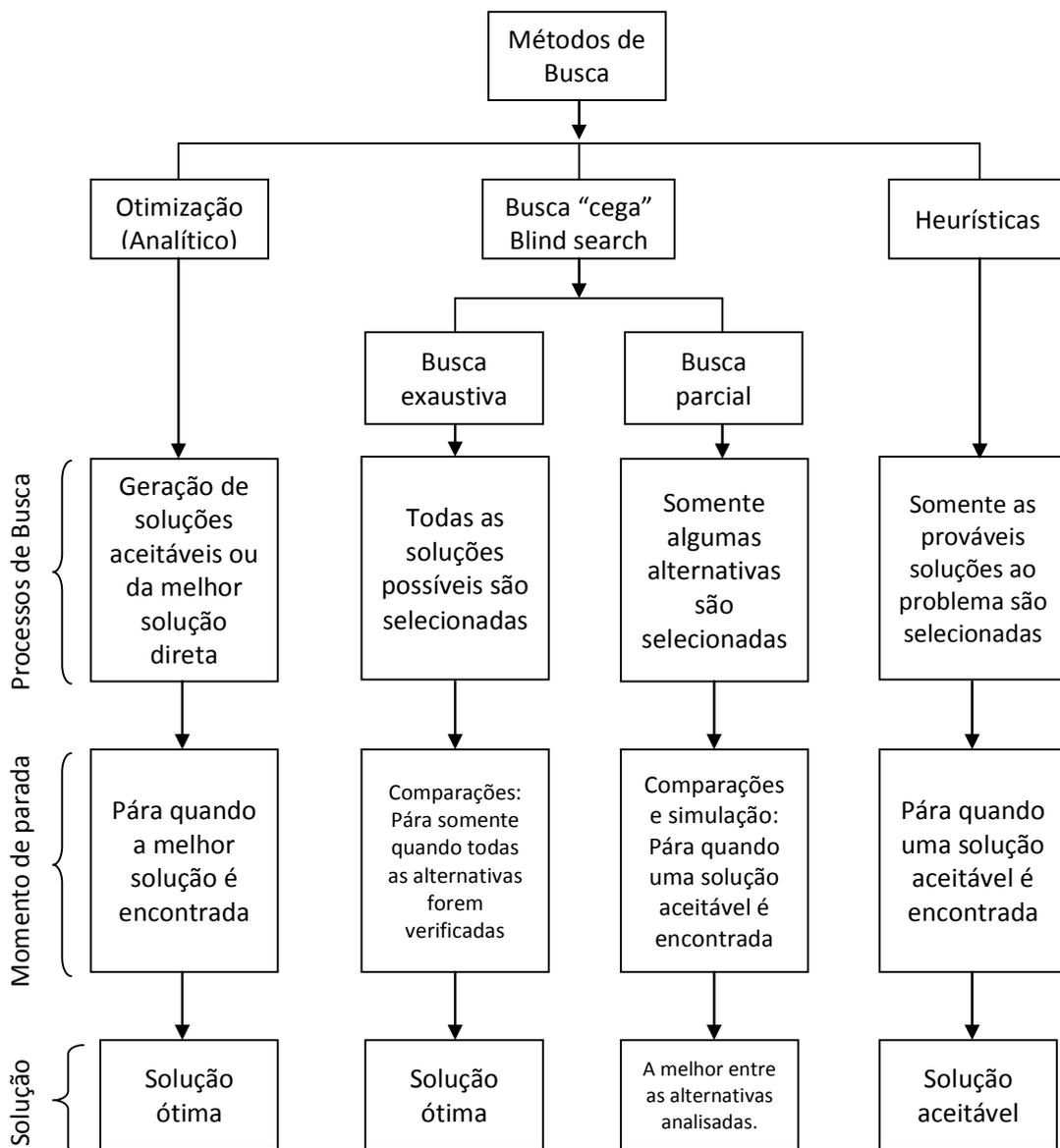


Figura 2.3 – Métodos formais de busca

Em algumas aplicações é possível definir um conjunto de regras capaz de conduzir o processo de busca por uma solução de modo a minimizar o custo

computacional envolvido. A este processo denomina-se busca heurística. As regras heurísticas podem ser definidas a partir de estudos empíricos ou até mesmo a partir do método tentativa e erro para descobrir quais são as melhores regras para solucionar o problema. Na prática, problemas que podem consumir uma grande quantidade de tempo para serem solucionados a partir dos modelos normativos, podem ser facilmente solucionados a partir da busca heurística com grandes chances da solução ótima ser encontrada e com um menor custo computacional.

A fase final para a escolha da solução é denominada avaliação. Raramente os problemas gerenciais são avaliados levando-se em conta somente um objetivo e sem levar em consideração o impacto que a decisão tomada possa causar nas outras áreas da organização. O fato de envolver vários objetivos simultaneamente torna a busca por solução destes problemas mais complexa.

Após a escolha de uma alternativa, o SAD deve ser capaz de estimar o impacto causado nas variáveis de saída por possíveis mudanças nas variáveis de decisão ou nos parâmetros do problema. O inverso também deve ocorrer. Este processo é denominado análise de sensibilidade e possui um papel fundamental dentro dos SAD, pois permite maior flexibilidade e capacidade de adaptação dos sistemas em diferentes situações.

2.1.4 Implementação

Maquiavel já dizia há mais de 400 anos que “não há coisa mais difícil para se cuidar, nem mais duvidosa para se conseguir, nem mais perigosa de manejar, do que introduzir novas ordens”.

A fase de implementação pode ser resumida no processo de execução da solução proposta. No entanto, o executor desta proposta deve estar atento aos comportamentos e a resistência dos colaboradores no processo de mudança. Muitas vezes, o insucesso ocorre não pelo fato da solução escolhida não ser a denominada ótima, mas sim pelo fato do não comprometimento das pessoas que estão envolvidas no processo de execução.

2.2 Componentes de um SAD

O modelo conceitual de SAD proposto por Turban e Aronson (2001) é composto de quatro subsistemas:

1. Subsistema de gestão de dados;
2. Subsistema de gestão de modelos;
3. Subsistema de gestão do conhecimento;
4. Subsistema de gestão de diálogo.

A parte sombreada da Figura 2.4 apresenta os componentes de um SAD e seus relacionamentos com o ambiente em que está inserido (Turban & Aronson, 2001).

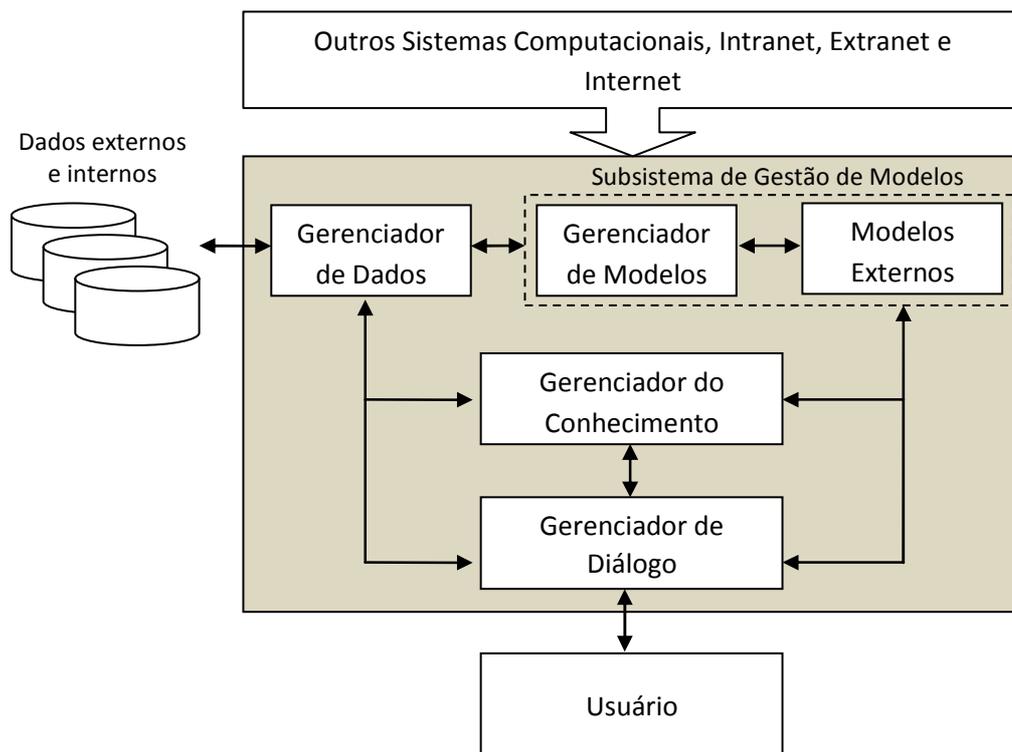


Figura 2.4 – Visão estrutural do SAD

A estrutura apresentada na Figura 2.4 permite um entendimento básico da estrutura geral de um SAD. Na sequência cada um dos componentes apresentados será detalhado conforme (Turban & Aronson, 2001).

Alguns autores como (Sprague & Watson, 1989) propõem um modelo conceitual de SAD denominado DDM (Diálogos, Dados e Modelos), não agregando o subsistema de gestão do conhecimento.

2.2.1 Subsistema de gestão de dados

O subsistema de gestão de dados é quem fornece os dados relevantes à resolução de um problema. Ele é composto de:

- Base de dados SAD;
- Sistema de gestão da base de dados;
- Diretório de dados;
- Mecanismos de consulta.

A integração destes elementos com outras partes de um SAD é mostrada na Figura 2.5. A parte sombreada representa o subsistema de gestão de dados. Neste contexto, a base de dados é composta por uma coleção de dados inter-relacionados que podem ser originados de fontes externas ou internas. Embora Turban e Aronson (2001) evidenciem que a criação de uma base de dados específica para os SAD não seja necessária, os autores ressaltam que para sua criação é necessário capturar dados de várias fontes. Esta operação é chamada de extração. Ela basicamente consiste no processo de importação de arquivos, sumários, padrões identificados de dados e dados condensados.

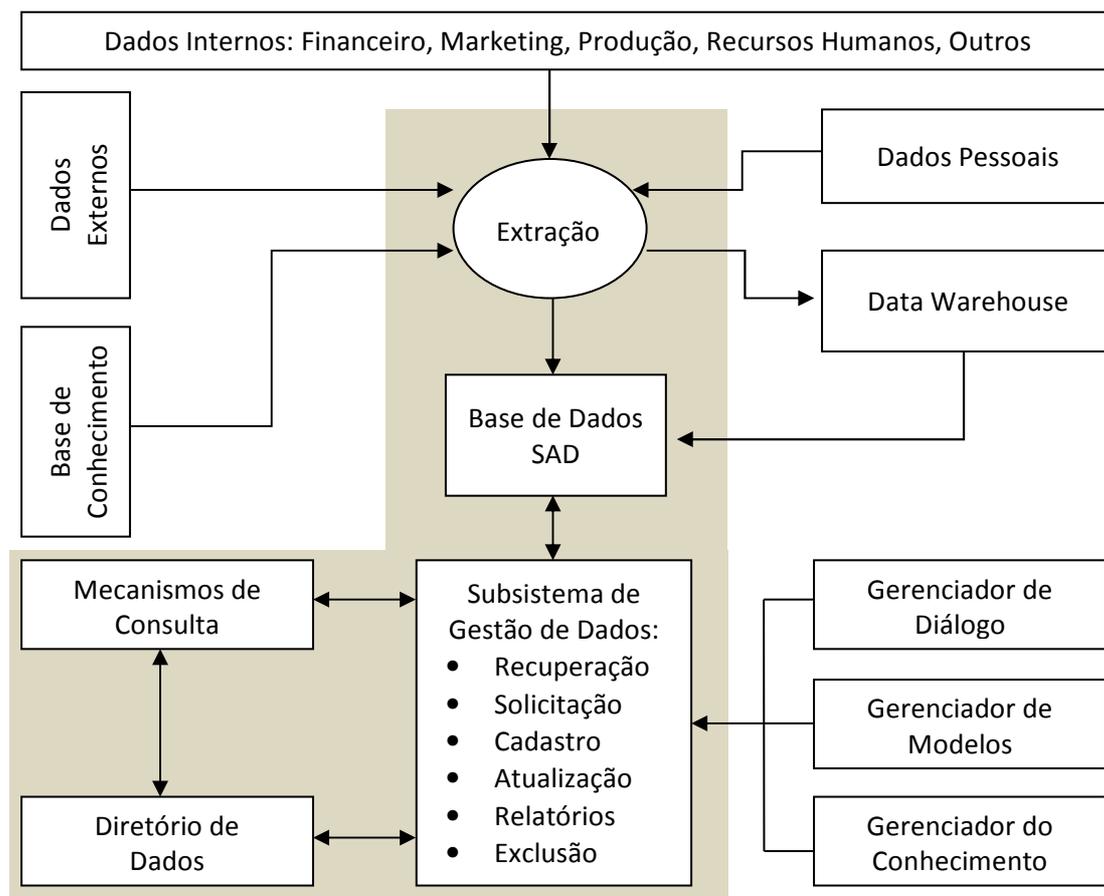


Figura 2.5 – Subsistema de gestão de dados

As fontes internas são fontes que estão dentro da empresa e fornecem dados estruturados ou não estruturados. No primeiro caso, estes dados refletem a situação

da empresa no momento em que são consultados. Geralmente estes dados são resumidos e obtidos por meio de um filtro que deve torná-los viáveis para uma análise que será feita pelo tomador de decisões. Quanto aos dados não estruturados, estes se referem às estimativas obtidas pelos gerentes a partir de suas experiências (Sprague & Watson, 1989).

As fontes externas fornecem dados que não estão sobre o controle da empresa como, por exemplo, dados sobre as empresas concorrentes, cargas tributárias ou ainda informações sobre a economia nacional ou internacional. Tanto os dados de fontes externas como os de fontes internas podem ser armazenados na base de dados do SAD ou permanecerem somente em seu local de origem.

O sistema de gestão da base de dados cria, acessa e atualiza os dados do SAD. Os mecanismos de consulta são utilizados na construção e uso do SAD para acessar, manipular e consultar os dados. Eles recebem as requisições de outras partes do SAD e, a partir de uma consulta ao diretório de dados, determinam como estas requisições podem ser atendidas. O diretório de dados é o repositório de todos os dados inerentes ao SAD. Ele tem fundamental importância na fase de compreensão do problema, pelo fato de fornecer os dados necessários e permitir a identificação das áreas com problemas ou oportunidades dentro da organização.

2.2.2 Subsistema de gestão de modelos

Segundo Sage (1991), é o subsistema de gestão de modelos que permite a análise e a interpretação dos problemas tratados pelos SAD.

O subsistema de gestão de modelos é composto dos seguintes elementos:

- Base de modelos;
- Sistema de gestão do banco de modelos (SGBM);
- Linguagem;
- Diretório de modelos;
- Modelos de execução, integração e de processamento de comandos;

De acordo com Turban e Aronson (2001), a integração entre estes elementos e suas interfaces com outros componentes de um SAD ocorre como apresentada na Figura 2.6.

A base de modelos contém os modelos de simulação, gestão e previsão que conferem as capacidades analíticas dos SAD. A presença do subsistema de gestão de modelos é a principal diferença entre os SAD e os sistemas computacionais

tradicionais (Pearson & Shim, 1994). Este subsistema deve ser capaz de invocar, executar, alterar, combinar e inspecionar modelos, que nada mais são do que uma representação abstrata de situações reais. O banco de modelos pode ser dividido em quatro grandes categorias: estratégico, tático, operacional e analítico.

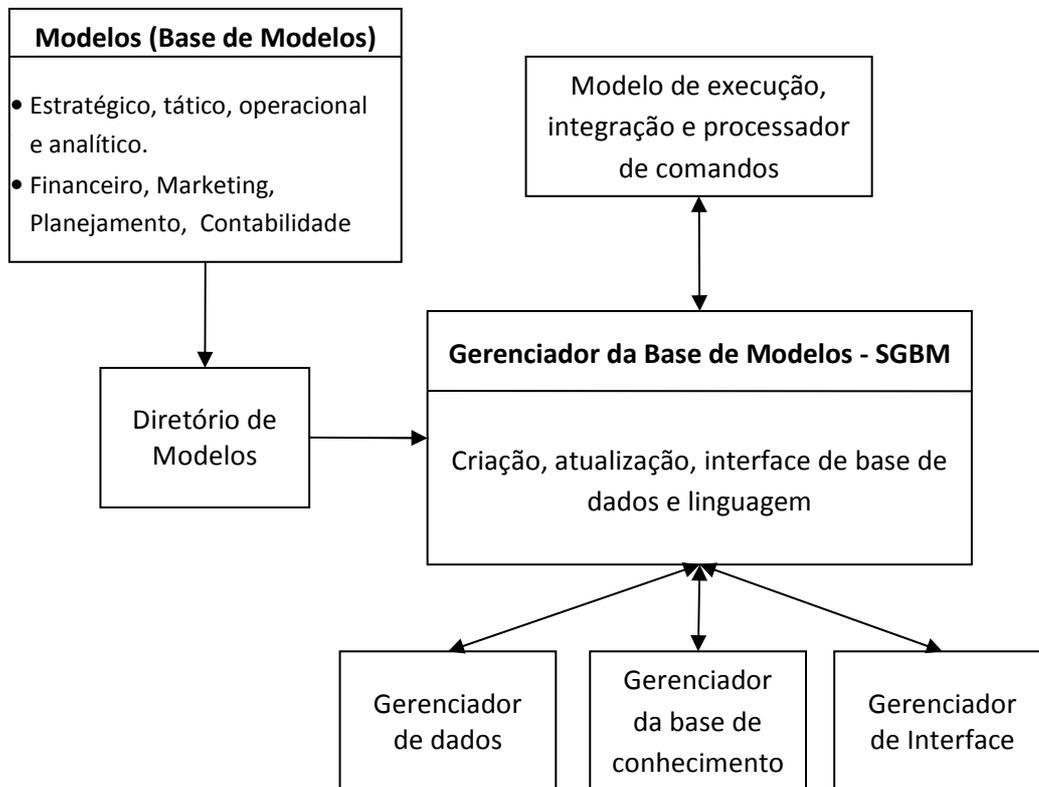


Figura 2.6 – Subsistema de gestão de modelos

Modelos estratégicos são utilizados pelos executivos para determinar os objetivos da empresa a médio ou longo prazo e os recursos necessários para se alcançar estes objetivos. Também apóiam atividades menos rotineiras e não estruturadas como, por exemplo, a análise de viabilidade de fusão entre duas ou mais organizações e a análise do impacto ambiental, dentre outras atividades apoiadas por estes modelos.

Os modelos táticos são utilizados para fornecer e controlar recursos em áreas específicas da organização. O planejamento financeiro, o planejamento das necessidades dos funcionários, o planejamento de vendas promocionais e a determinação do layout de fábricas são exemplos de atividades auxiliadas por estes modelos, que tendem a ser determinísticos e mais otimizadores que os modelos estratégicos.

A categoria de modelos operacionais é utilizada para fornecer apoio às atividades do dia-a-dia de uma empresa. Este tipo de modelo quase sempre é utilizado

pelo responsável de um departamento da empresa. As decisões tomadas com base nestes modelos geralmente são usadas para atividades da chamada linha de frente da empresa. Os efeitos causados pelas decisões tomadas nestes modelos, normalmente, ocorrem em curto prazo. Como exemplos de atividades apoiadas pelos modelos operacionais, destacam-se a avaliação de crédito, o planejamento da produção, o controle de inventários, o controle de estoque e o controle de qualidade.

A última classe de modelos é a analítica. Esta categoria é utilizada para realizar a análise dos dados e inclui modelos estatísticos, financeiros e algoritmos de data mining. Algumas vezes, estes modelos podem ser integrados a outros como, por exemplo, os de planejamento estratégico.

Independente do modelo utilizado para manipulação dos problemas de ordem estratégica, tática, operacional ou analítica, tanto os modelos quantitativos como qualitativos possuem embasamento lógico e matemático.

As funções do SGBM são semelhantes às definidas para o subsistema de gestão de dados, ou seja, ao invés de criar e manipular dados ele cria e manipula modelos a partir de uma linguagem de programação.

O papel do diretório de modelos é similar ao do diretório de dados. Ele funciona como um catálogo de todos os modelos e softwares do banco de modelos. São estes softwares que contêm as definições dos modelos. Sua principal função é responder às questões sobre a disponibilidade e a capacidade dos modelos.

O modelo de execução é quem controla a execução atual do modelo. O modelo de integração realiza a combinação de vários modelos, direcionando a saída de um para a entrada de outro, além de integrar o SAD com outras aplicações. O modelo de processamento de comandos é utilizado para aceitar e interpretar as instruções oriundas de outras partes do sistema.

2.2.3 Subsistema de gestão do conhecimento

Grande parte dos problemas semi-estruturados ou não estruturados requer o conhecimento de um especialista para sua solução. Tal auxílio pode vir tanto de um especialista na área como de um sistema inteligente. Em razão desta necessidade os SAD atuais possuem um componente estrutural chamado de subsistema de gestão do conhecimento, responsável por auxiliar no processo de solução de um problema quando necessário. Turban e Aronson (2001) classificam estes sistemas como SAD/SE, onde SE torna-se uma apologia aos conceitos de Sistemas Especialistas

herdados pelos SAD, principalmente em relação à base de conhecimento existente nestes sistemas.

Neste contexto o conhecimento consiste de um ou mais sistemas inteligentes, composto por dados e pelos modelos. O software de gestão do conhecimento é quem realiza a execução e a integração necessárias dos sistemas inteligentes.

2.2.4 Subsistema de gestão de diálogo

O termo subsistema de gestão de diálogo (SGD) faz menção a todos os aspectos de comunicação entre o usuário e o SAD. Alguns especialistas afirmam que este é o componente mais importante em um SAD, pois a capacidade, a flexibilidade e a facilidade de uso em um SAD são diretamente dependentes de um bom subsistema de gestão de diálogo (Sprague & Watson, 1996).

O subsistema de interface do usuário é gerenciado pelo UIMS (User Interface Management System) ou sistema de gerenciamento da interface do usuário. Turban e Aronson (2001) ilustram todo o processo envolvido no sistema de interface do usuário conforme apresentado na Figura 2.7.

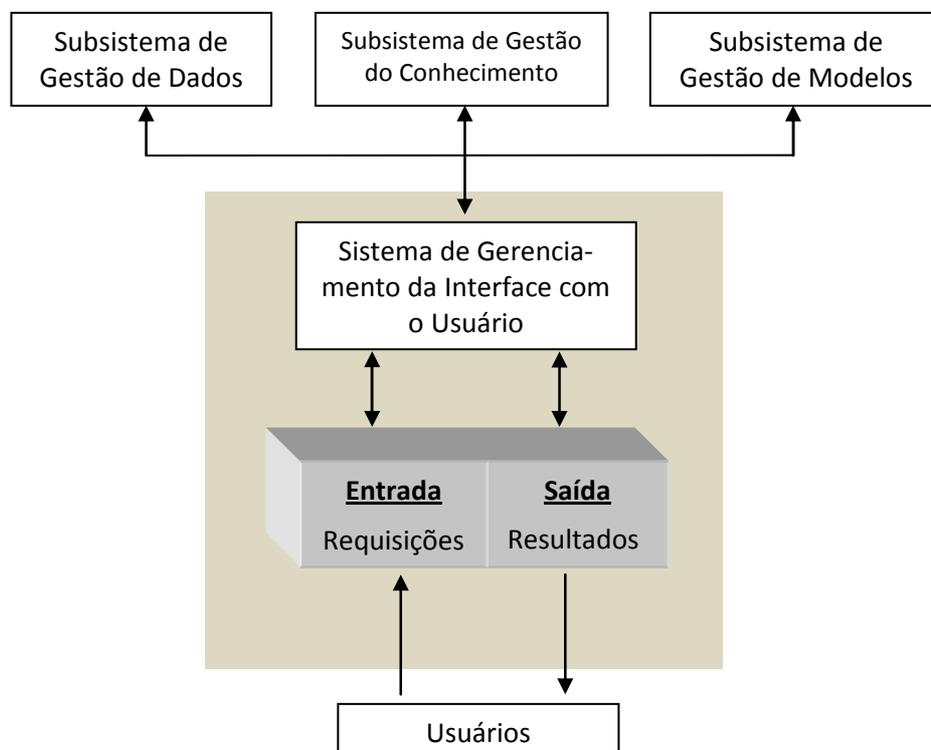


Figura 2.7 – Subsistema de gestão de diálogo

Outro elemento considerado pela maioria dos especialistas como parte estrutural dos SAD são os usuários. Ao projetar um SAD, o perfil do usuário que utilizará o sistema deverá ser considerado afim de determinar o tipo de interface adequada para o mesmo.

2.3 Tipos de modelos

Ao construir modelos em SAD podemos nos deparar com situações de certeza, incerteza ou risco. Isto faz com que tenhamos diferentes tipos de modelos para cada uma das situações apresentadas. Turban e Meredith (1994) apresentam três tipos de modelos, um adequado para cada situação.

Os modelos de certeza são facilmente desenvolvidos e capazes de apresentar soluções ótimas aos problemas analisados. Estes modelos atuam em ambientes onde é possível presumir as situações com 100% (cem por cento) de certeza e a chamada solução ótima pode ser facilmente identificada.

Infelizmente, nem todos os problemas envolvem tomadas de decisões que possam ser tratadas em um ambiente de certeza total. Para o tratamento destes problemas há o modelo de incertezas. Este modelo tem como objetivo coletar a maior quantidade de informações internas e externas possível, para poder tratar o problema quase como em um ambiente de certeza, ou ainda, a partir de um risco assumido. No entanto, nem sempre isso é possível, sendo necessário o uso do conhecimento empírico dos especialistas.

Grande parte das decisões de negócios tomadas pelos executivos das organizações é realizada sob um risco calculado de ocorrência de determinados eventos. Neste modelo denominado modelo de risco, as tomadas de decisão também podem ocorrer sob situações de incerteza, porém, os riscos são determinados e a possibilidade de ocorrência de cada um deles é conhecida.

Independente do tipo de informações tratadas pelos modelos, eles podem ser classificados como estáticos ou dinâmicos, de acordo com o tipo de problema tratado por eles (Turban & Aronson, 2001).

Grande parte dos problemas manipulados pelos modelos estáticos gera um comportamento presumível quando a situação analisada é semelhante a outra ocorrida anteriormente. Nestes modelos, o processo de simulação existente nos SAD não sofre influência alguma do fator tempo. No entanto, nos modelos dinâmicos este fator influencia diretamente o sistema ao longo de todo processo de simulação (Rubinstein & Melamed, 1998).

2.4 Diagramas de influência

Dentre as três situações possíveis de ocorrência durante o processo de construção de um modelo (certeza, incerteza e risco), Turban e Aronson (2001) descrevem os Diagramas de Influência como uma forma de representação e construção destes modelos.

Os Diagramas de Influência têm como objetivo fornecer uma representação gráfica do fluxo interno do SAD, ou seja, o que e quais tipos de dados estão sendo analisados. O termo *influência* refere-se à dependência existente entre as variáveis que possuem algum tipo de relacionamento em um mesmo problema. A Figura 2.8 ilustra a representação gráfica para os três tipos de variáveis existentes em um problema (Bodily, 1985).

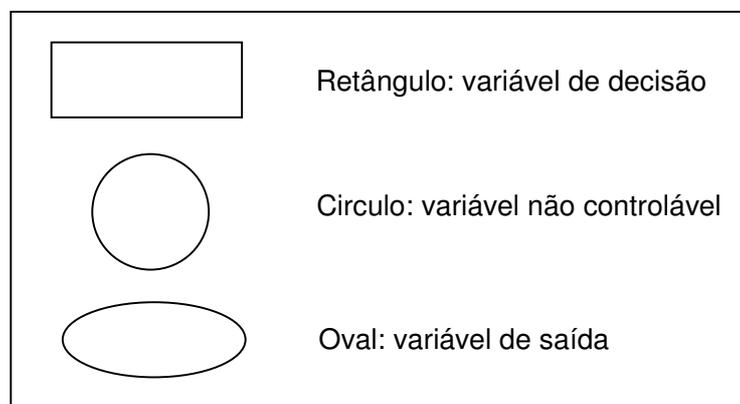


Figura 2.8 – Representação gráfica dos três tipos de variáveis existentes em um problema

Estas variáveis são conectadas através de setas que indicam o fluxo e o relacionamento existentes entre elas. Cada tipo de relacionamento é indicado por um tipo de arco orientado diferente. A Figura 2.9 mostra uma representação dos relacionamentos existentes.

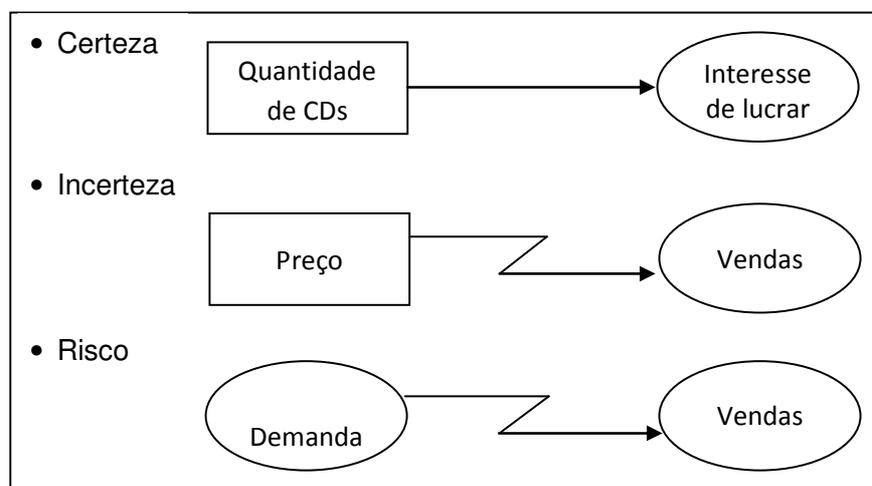


Figura 2.9 – Relações existentes em um diagrama de influência

Vale ressaltar que também é possível o uso de arcos bidirecionais para indicar o fluxo de dependência recíproco entre o par de variáveis. Outro detalhe importante é o uso de setas com linhas duplas (\Rightarrow), utilizadas para indicar a preferência de uma variável de saída à outra. Os Diagramas de Influência podem ser construídos com qualquer nível de detalhe desejado. Um exemplo extraído de Turban e Aronson (2001) para a construção de um modelo é descrito a seguir:

$$\begin{aligned} \text{Lucro} &= \text{renda} - \text{despesas} \\ \text{Renda} &= \text{unidades vendidas} \times \text{preço por unidade} \\ \text{Unidades vendidas} &= 0.5 \times \text{montante utilizado na propaganda} \\ \text{Despesas} &= \text{custo unitário} \times \text{unidades vendidas} + \text{custo fixo} \end{aligned}$$

O Diagrama de Influência para este exemplo é mostrado na Figura 2.10.

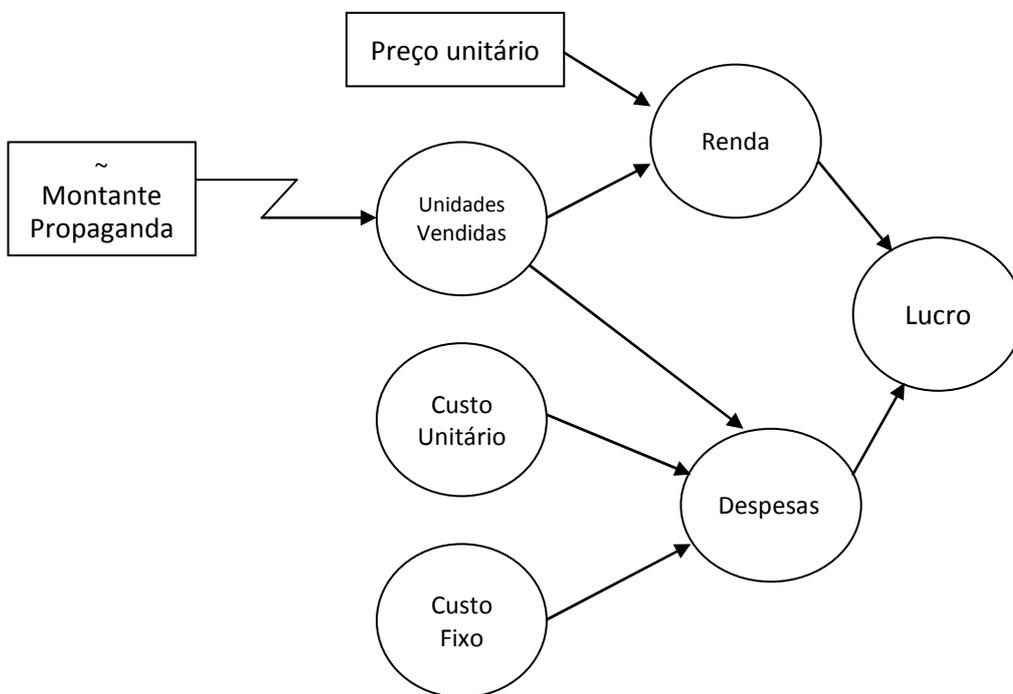


Figura 2.10 – Diagrama de Influência para um modelo de lucro

Da mesma forma que as situações são descritas para a construção dos diagramas de influência, as situações de risco e incerteza podem ser detalhadas com o uso da lógica fuzzy. Estes diagramas podem ser utilizados para auxiliar a construção de base de regras de sistemas fuzzy, mostrando qual a real importância que cada variável possui para a busca da solução ótima de um problema.

2.5 Programação heurística

A determinação de uma solução ótima em problemas complexos pode demandar custos e tempo inviáveis. Nestas situações o uso da programação heurística pode auxiliar na redução dos custos e do tempo necessários para a determinação de tais soluções (Turban & Aronson, 2001).

O processo de heurística pode ser descrito como a criação de regras que auxiliam a busca por uma solução em problemas complexos, recuperando e interpretando informações que possam conduzir à resolução destes problemas. Esta programação consiste no uso de heurísticas para encontrar soluções satisfatórias correspondentes a uma porcentagem mínima do valor objetivo de uma solução ótima. Turban e Aronson (2001) propõem 90% (noventa por cento) como parâmetro mínimo de aceitação na busca por uma solução aceitável, entretanto, este parâmetro pode ter variações de acordo com o tipo de problema tratado.

O uso da programação heurística tem como principal objetivo auxiliar na resolução de problemas não estruturados. No entanto, ela também pode ser utilizada para encontrar soluções satisfatórias em problemas estruturados, obtendo as respostas de forma mais rápida e econômica do que as apresentadas nos algoritmos de otimização (Turban & Aronson, 2001).

A seguir são descritas as situações em que o uso de heurísticas é considerado apropriado (Turban & Aronson, 2001):

- Onde a alimentação dos dados é inexata ou limitada;
- Em situações em que a realidade do problema é muito complexa para o uso de modelos de otimização;
- Quando não há um algoritmo apropriado para a solução do problema;
- O tempo computacional para simulação ou otimização do problema é economicamente inviável;
- O uso de heurísticas pode auxiliar o processo de otimização na busca por boas soluções iniciais para análise;
- Envolvem processamento simbólico ao invés de numérico;

As vantagens do uso de heurísticas para a solução de problemas complexos são (Turban & Aronson, 2001):

- A programação heurística é de fácil compreensão e, portanto, de fácil implementação;
- Produzem múltiplas soluções aceitáveis;
- É possível definir empiricamente a qualidade da solução obtida, informando o quão distante ela encontra-se da chamada solução ótima;

- É possível o uso de heurísticas em modelos solucionáveis por programação matemática;

Embora existam diversas vantagens no uso da programação heurística não é possível garantir que, mesmo quando apresentadas diversas soluções para um problema, a denominada solução ótima tenha sido encontrada.

2.6 Métodos de análise para decisão

Situações de decisão que envolvam um número não muito grande de alternativas possíveis são modeladas por abordagens que empregam a chamada *análise de decisão*. Nestas abordagens, para cada alternativa identificada é calculada uma previsão do quanto ela contribui para o alcance da solução do problema, além da probabilidade de obtenção da contribuição esperada (Turban & Aronson, 2001).

Um exemplo clássico apresentado por Turban e Aronson (2001) é o da decisão de investimento, no qual uma empresa não está certa de qual é a melhor opção de investimento a ser realizado. Se a organização tiver um simples objetivo, como maximizar o valor investido, este problema pode ser tratado a partir de árvores ou tabelas de decisão. No entanto, se o problema for classificado como multicritério, onde além de maximizar o valor investido deseja-se também levar em conta o risco da aplicação e sua liquidez, técnicas de análise de decisão multicritério deverão ser utilizadas.

Em um cenário onde existem três opções de investimento, vamos supor que especialistas definiram que estas três opções têm seus rendimentos anuais estimados de acordo com a Tabela 2.1.

Tabela 2.1 – Matriz de decisão para o problema de investimento

Alternativas	Crescimento Sólido	Estável	Inflação
Poupança	12,0	6,0	3,0
Ações	15,0	3,0	-2,0
CDB	6,5	6,5	6,5

Todas as variáveis necessárias para a tomada de decisão foram apresentadas na Tabela 2.1. As variáveis não controláveis (parâmetros) são representadas pelo retorno em porcentagem previsto para cada uma das situações identificadas e pelo comportamento do cenário econômico, definido como Crescimento Sólido, Estável e Inflação. As variáveis de saída são representadas pelas alternativas definidas pelos

investidores, ou seja, Poupança, Ações ou CDB. Diante dos dados apresentados, o investidor deve optar pela melhor opção de investimento.

A representação do problema como apresentada na Tabela 2.1, mostra a técnica da Matriz de Decisão. Quando lidamos com situações de certeza durante a análise do problema, torna-se fácil a escolha de uma alternativa. No entanto, quando esta situação não é possível, torna-se necessário lidar com dois comportamentos diferentes: o risco e a incerteza. Em situações de incerteza não é possível prever a probabilidade de ocorrência de cada uma das variáveis incontroláveis, ao passo que para o risco, a probabilidade de ocorrência de cada uma delas é conhecida.

Tanto no caso de incerteza como no caso do risco conhecido, a lógica fuzzy apresenta-se como uma eficiente técnica no apoio à busca de uma solução para estes problemas. Turban e Aronson (2001) apresentam alternativas provenientes da lógica fuzzy. Por exemplo: ao tratar situações de incerteza, as técnicas de maxmax, maxmin ou ainda minmax são as sugeridas pelos autores para tratar problemas desta natureza, nos quais o perfil do decisor, conservador ou ousado, é levado em consideração para determinar qual a melhor alternativa para a solução do problema. Entretanto, sempre que possível deve-se calcular a probabilidade de ocorrência de cada parâmetro envolvido na análise.

Nestas situações, uma das técnicas mais utilizadas é a de *análise de risco*, na qual a probabilidade de ocorrência de cada evento é conhecida. Frente a estas informações, torna-se possível definir a melhor alternativa. Para o problema apresentado na Tabela 2.1, vamos assumir que as probabilidades de ocorrência do crescimento sólido, da estabilidade econômica e da inflação, sejam respectivamente 0.5, 0,3 e 0.2. Este novo cenário é apresentado na Tabela 2.2.

Tabela 2.2 – Decisão sobre análise de risco e sua solução

Alternativas	Crescimento Sólido	Estável	Inflação	Retorno esperado
Poupança	12,0 x 0,5	6,0 x 0,3	3,0 x 0,2	8,4
Ações	15,0 x 0,5	3,0 x 0,3	-2,0 x 0,2	8,0
CDB	6,5 x 0,5	6,5 x 0,3	6,5 x 0,2	6,5

Embora represente ser um método que traz certo conforto ao executivo, as consequências de uma situação analisada somente por este método podem ser desastrosas. Tome como exemplo uma aplicação onde a possibilidade de dobrar o investimento seja de 0.9999. Por outro lado, a possibilidade de perder 50% (cinquenta por cento) além do valor investido existe e é de 0.0001. Nesta situação o retorno previsto para cada R\$1000 (mil reais) investidos é de R\$949,80 (novecentos e

quarenta e nove reais e oitenta centavos), ou seja, estima-se que esta aplicação tenha um retorno de 94,98% além do valor investido. O que o método não considera é a possibilidade de perda neste problema. Quando isso ocorre, os problemas causados por ela podem causar grandes prejuízos.

Em decisões multicritério o uso da lógica fuzzy pode auxiliar na representação de um problema e também na escolha de uma alternativa para a tomada de decisão. Situações como a apresentada na Tabela 2.3, nas quais a decisão multicritério leva em consideração a segurança e a liquidez do investimento, não seriam passíveis de análise computacional sem o uso das variáveis linguísticas existentes na lógica fuzzy. Mais detalhes sobre esta lógica e como ela pode ser integrada com os conceitos de análise existentes nos SAD serão apresentados nos capítulos 3 e 4 respectivamente.

Tabela 2.3 – Decisão multicritério

Alternativas	Retorno esperado	Segurança	Liquidez
Poupança	12,0	Alta	Alta
Ações	15,0	Baixa	Alta
CDB	6,5	Muito Alta	Alta

Há também os modelos de decisão por otimização, que frequentemente são utilizados nos SAD. A técnica de otimização mais conhecida é a programação linear, amplamente explorada na área de pesquisa operacional através de técnicas de solução como o *simplex* ou ainda o *simplex dual*. Parte do problema estudado neste documento utiliza dos recursos oferecidos pelo Fuzzy TOPSIS (Technique for Order Preference by Similarity to Ideal Solution), uma técnica de otimização amplamente utilizada em problemas multicritério.

2.7 Método de simulação

A definição de simulação varia de acordo com o enfoque desejado por cada autor. Dentre as diversas definições sobre o termo, Schriber (1974) afirma que simulação implica na modelagem de um processo ou sistema de tal forma que o modelo imite as respostas do sistema real numa sucessão de eventos que ocorrem ao longo do tempo. Em SAD a simulação é utilizada para responder questões “*What-if*” em problemas complexos não estruturados ou semi estruturados (Turban & Aronson, 2001).

Com base nos resultados apresentados neste processo, após uma análise comparativa é possível escolher a melhor alternativa apresentada. Por estas

características, a técnica de simulação é melhor classificada como um método descritivo do que normativo, pois nela não há uma busca pela solução ótima do problema.

Uma das grandes vantagens do processo de simulação é a possibilidade de testar novas configurações como, por exemplo, de produção, sem ser necessário comprometer recursos financeiros, materiais e de mão de obra (Banks, 2000). Outras vantagens do processo de simulação no uso dos SAD são (Turban & Aronson, 2001):

- Permite análises “*What-if*”, caracterizando-a como um processo descritivo;
- Permite ao tomador de decisão identificar quais são as variáveis mais importantes do problema, descobrindo a contribuição que cada uma tem para a solução final;
- É possível inserir dados mais fiéis à realidade do problema do que simplesmente os fornecidos pelos cálculos do sistema;

Entretanto, este processo também possui algumas desvantagens como, por exemplo, a não garantia de que a solução encontrada seja a solução ótima. Outro ponto negativo é a impossibilidade de utilizar as inferências de forma generalizada, ou seja, os modelos de simulação são construídos para um problema específico.

Rubinstein e Melamed (1998) ressaltam que se o modelo de simulação não for uma representação válida e fiel do problema em estudo, os resultados trarão pouca informação útil além de comprometer o comportamento real do problema. Segundo Turban e Aronson (2001), as fases envolvidas na construção deste modelo são apresentadas na Figura 2.11.

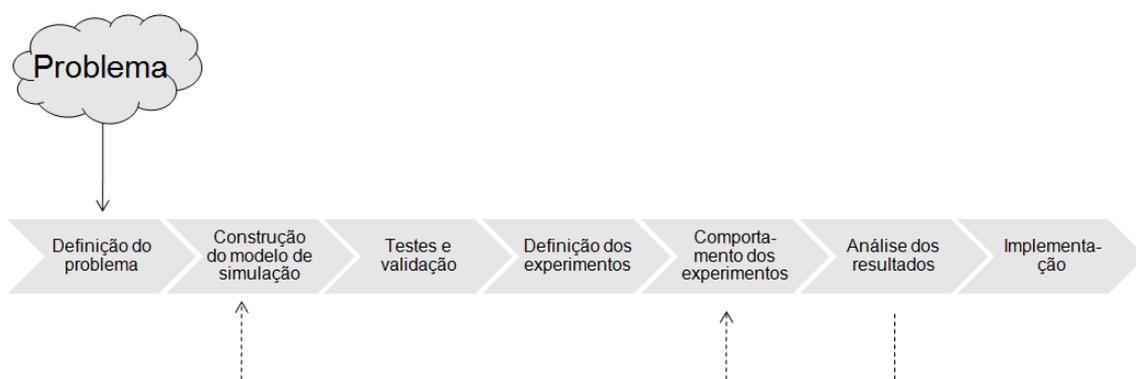


Figura 2.11 – O processo de simulação

Antes de iniciar a construção de um processo de simulação é preciso examinar e classificar o problema no mundo real. Todos os esclarecimentos necessários ao problema simulado deverão ser realizados durante o processo de definição do problema.

Na fase de construção do modelo de simulação, as variáveis controláveis, os parâmetros e as variáveis de saída deverão ser definidos, bem como o relacionamento existente entre elas. Aqui também deverá ser definido e implementado um processo para a resolução do problema.

A fase de teste e validação serve para verificar se há a necessidade de alguma correção no modelo construído. Isto pode ser feito por meio de testes nos quais a solução do problema é previamente conhecida.

Determinar durante quanto tempo o processo de simulação deve ocorrer é a principal tarefa realizada na fase de definição dos experimentos. Desta forma temos dois objetivos em conflito: precisão e custo. Aqui também é importante identificar os cenários do melhor, do pior e dos casos típicos que podem ocorrer em um dado problema.

Simulações envolvendo números aleatórios para a apresentação de resultados poderão ser realizadas na fase de comportamento dos experimentos.

Os resultados serão interpretados na fase de análise dos resultados. Em adição à interpretação da inferência, um processo de análise de sensibilidade também poderá ser executado. A última fase é a de implementação, na qual os resultados inferidos no modelo de simulação são transferidos para o mundo real.

2.8 Metodologias de desenvolvimento de um SAD

Uma das formas de desenvolvimento dos SAD é a partir da prototipação. Após várias interações com o usuário para a definição dos menus, das telas e dos relatórios do SAD, o projeto é desenvolvido e implementado (Turban & Aronson, 2001).

Para o desenvolvimento de SAD que tratem problemas não estruturados e situações de difícil compreensão, optar pelo desenvolvimento a partir de protótipos pode ser uma boa alternativa para minimizar os possíveis problemas causados por estes fatores, pois a partir deste método é possível validar o modelo computacional definido. Entretanto, para que este método seja eficaz é necessário que haja uma sinergia entre a equipe de desenvolvimento e os usuários do sistema.

Tratando-se do processo de desenvolvimento de um SAD, as ferramentas de desenvolvimento destes aplicativos são classificadas em duas categorias. A Figura 2.12 apresenta a relação existente entre elas e o SAD propriamente dito (Sage, 1991; Turban & Aronson, 2001).

A primeira delas é através dos Geradores de SAD, que são utilizados para o desenvolvimento rápido, barato e fácil de SAD específicos (Sage, 1991). Dentre as

ferramentas utilizadas nesta abordagem, certamente as mais comuns são as planilhas eletrônicas. As linguagens de programação de quarta geração como, por exemplo, a Cognos PowerHouse¹, também constituem uma classe de Geradores de SAD (Turban & Aronson, 2001).

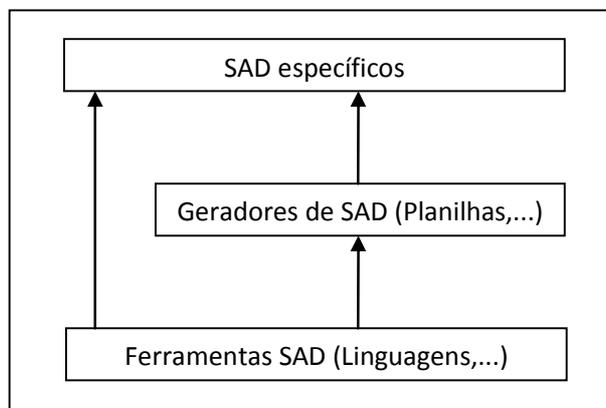


Figura 2.12 – Níveis de tecnologia para o desenvolvimento de SAD

A outra forma de desenvolvimento é através do uso de ferramentas específicas para construção de SAD. Estas ferramentas, também classificadas como ferramentas primárias, são constituídas principalmente por linguagens de programação, mecanismos de consulta e técnicas de inteligência artificial (Sprague & Carlson, 1982).

Existem várias propostas de ciclo de vida para o desenvolvimento de SAD. A forma tradicional, baseada no ciclo de vida cascata, é a mais simples e fácil de ser compreendida (Swanson, Ralls *et. al*, 1999). A Figura 2.13 apresenta as fases desta proposta.

A fase de planejamento inicia-se com a percepção da necessidade de construção do sistema e de outras oportunidades identificadas através da análise do ambiente. A definição do objetivo do SAD e a viabilidade técnica, de custos e organizacional, são calculadas e analisadas nesta fase.

Questões importantes como quem serão os usuários, o que o sistema deverá fazer, onde e quando o sistema será executado, são respondidas na fase de análise. O planejamento estratégico de construção do SAD e as informações coletadas com a análise do problema conduzem ao desenvolvimento dos modelos de análise de decisão discutidos anteriormente.

Na fase de projeto é identificado como o sistema irá trabalhar, considerando todos os detalhes de hardware, software, infra-estrutura de rede, interface do usuário e outras necessidades específicas. Além disso, nesta fase também é feita a especificação detalhada dos componentes, da estrutura e das funcionalidades do

¹ www.cognos.com

SAD, além das especificações necessárias para a construção dos subsistemas de gestão de dados, de modelos, do conhecimento e de diálogo.

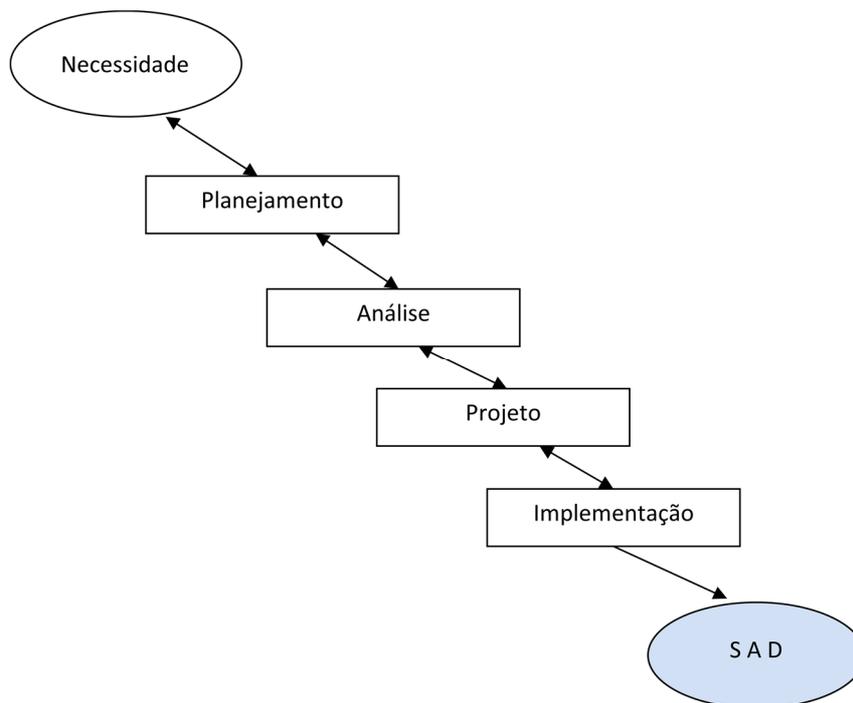


Figura 2.13 – Ciclo de vida tradicional de desenvolvimento de SAD

A fase de implementação envolve a construção do sistema em si, ou seja, a codificação do projeto. Nesta fase também são realizados os testes necessários para a verificação do SAD desenvolvido. Nestes testes, as especificações do projeto são comparadas com as saídas fornecidas pelo SAD para verificação de conformidade. A validação do sistema também é realizada nesta fase, na qual problemas cujas soluções já são conhecidas são inseridos para análise do SAD. O resultado fornecido pelo SAD deve ser equivalente à solução real do problema. O ciclo de desenvolvimento encerra-se com a instalação e treinamento dos usuários do SAD, realizados ainda na fase de implementação.

Uma metodologia alternativa de desenvolvimento de SAD é a de Prototipação Circular. Esta metodologia é uma mistura do processo de prototipação, do ciclo de vida cascata e do ciclo de vida espiral (Boehm, 1988). O processo de desenvolvimento proposto por (Turban & Aronson, 2001) é apresentado na Figura 2.14.

Assim como na maneira tradicional de desenvolvimento, a fase de análise define o planejamento estratégico para a construção do SAD. No entanto, na metodologia de Prototipação Circular também são criados os protótipos que auxiliarão na compreensão do sistema.

Os objetivos descritos nas fases do ciclo de vida cascata também se aplicam a esta metodologia. Entretanto, com exceção da fase de Planejamento, todas as outras

se repetem de forma circular. Em um primeiro instante, as fases de projeto e implementação ocorrem nos processos de definição, construção e validação do protótipo. Após a aprovação e implantação do protótipo, cria-se então uma nova versão do software. Opcionalmente, as versões poderão ser entregues ao usuário a medida que forem desenvolvidas, ou então, uma entrega completa do sistema poderá ser realizada ao final, como demonstrado no diagrama anterior.

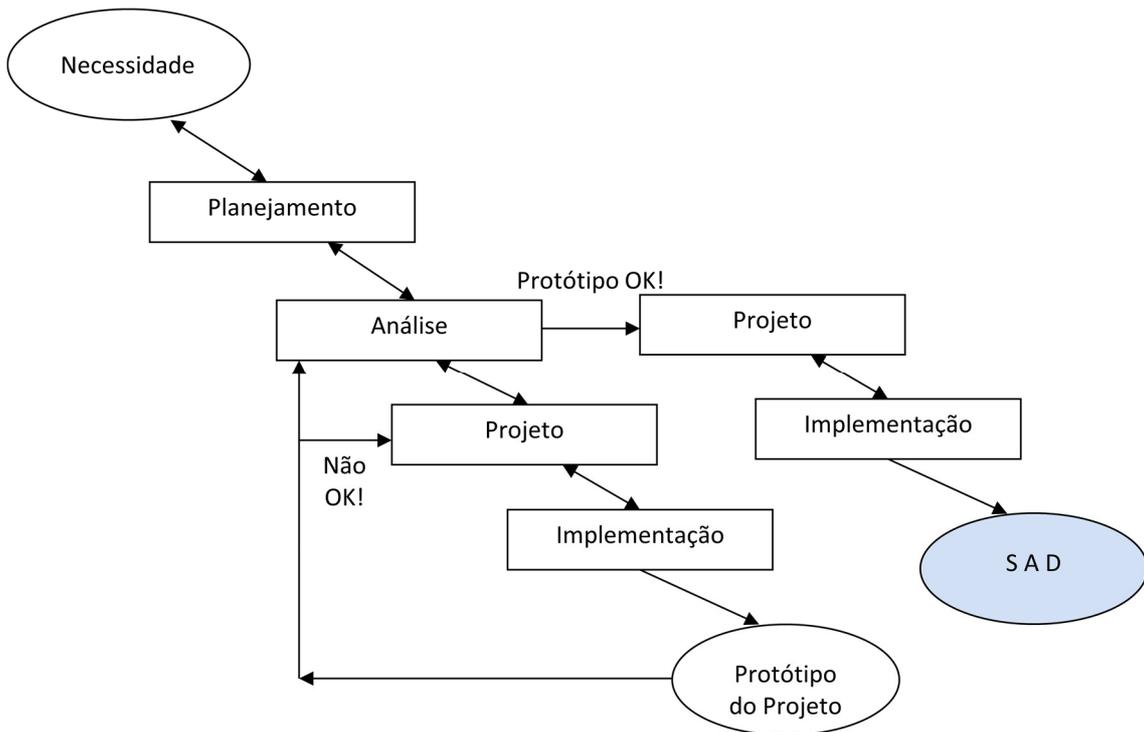


Figura 2.14 – Prototipação circular

2.9 Considerações finais

Este capítulo teve como objetivo demonstrar toda a estrutura inerente aos SAD e definir quais são os componentes específicos destes sistemas. Para isso, foram abordadas as metodologias de auxílio ao processo de tomada de decisão, os componentes e os modelos presentes na estrutura dos SAD, além de algumas metodologias de desenvolvimento destes sistemas.

O próximo passo é a identificação de componentes ou etapas da estrutura apresentada que possam ser adequadamente modelados ou apoiados por conceitos e métodos da lógica fuzzy, criando assim propostas de integração.

O próximo capítulo traz os fundamentos da lógica fuzzy pertinentes ao problema analisado. Por fim, uma parte do próximo capítulo é destinada a estudos sobre os mecanismos de inferência a serem utilizados nos SAD.

3. Sistemas Fuzzy

A teoria dos conjuntos fuzzy proposta por Lotfi Zadeh em 1965 (Zadeh, 1965) surgiu com o propósito de modelar informações imprecisas e possibilitar a representação formal do raciocínio aproximado.

Ao contrário da teoria de conjuntos convencional, os conjuntos fuzzy permitem que um objeto pertença, com diferentes graus de pertinência, a mais de um conjunto simultaneamente. A mudança do objeto de um conjunto para outro ocorre de forma gradual e não abrupta como na teoria de conjuntos convencional.

Os conjuntos fuzzy são representados por termos linguísticos que compõem uma ou mais variáveis linguísticas, ou seja, as variáveis linguísticas possuem seus possíveis estados comportamentais dentro de um universo de domínio X , representados por estes termos linguísticos. Como exemplo, a variável linguística *Preço* pode ser representada pelos termos linguísticos baixo, médio e alto. A capacidade de manipulação de termos linguísticos nos SF, certamente é uma das características mais importantes a serem levadas em consideração no processo de representação do conhecimento humano destes sistemas.

Neste capítulo serão apresentados os conceitos mais relevantes da teoria dos conjuntos fuzzy para os Sistemas Fuzzy de Apoio à Decisão. Dentre eles podemos destacar os conceitos sobre conjuntos fuzzy, raciocínio aproximado, SBRF e mecanismos de inferência.

3.1 Conjuntos Fuzzy

Para aceção da teoria, um conjunto fuzzy pode ser definido como uma coleção de objetos com valores de pertinência entre 0 (exclusão completa) e 1 (pertencente por completo ao conjunto). O valor de pertinência expressa o grau com que cada objeto é compatível com um determinado conjunto. Esta teoria é eficiente para modelar a incerteza, tornando-se uma poderosa ferramenta para lidar com informações de caráter vago e impreciso (Pedrycz & Gomide, 1998).

Ainda conforme Pedrycz e Gomide (1998), um conjunto fuzzy é caracterizado por uma função de pertinência que mapeia os elementos de um domínio, ou universo de discurso X , em um intervalo entre $[0,1]$. Desta forma, um conjunto A pode ter os objetos do domínio X , mapeados no intervalo entre $[0,1]$ conforme segue:

$$A: x \rightarrow [0,1]$$

Para a representação de um conjunto A como um conjunto de pares ordenados de elementos $x \in \mathbf{X}$, a notação abaixo pode ser utilizada:

$$A = \{(A(x)/x) \mid x \in \mathbf{X}\}$$

Como exemplo, considere $\mathbf{X} = \{12, 16, 19\}$ como uma coleção de valores de idade. O conjunto fuzzy definido por $A = \{(0.6/12), (1/16), (0.2/19)\}$, pode ser entendido como o conjunto das idades da categoria adolescente.

A representação dos conjuntos fuzzy pode ser feita de diversas formas. A situação em que o mesmo se insere é que definirá qual a melhor dentre as existentes. Três das principais formas de representação são a triangular, a trapezoidal e a gaussiana, representadas de forma gráfica e matemática nas Figuras 3.1, 3.2 e 3.3 respectivamente.

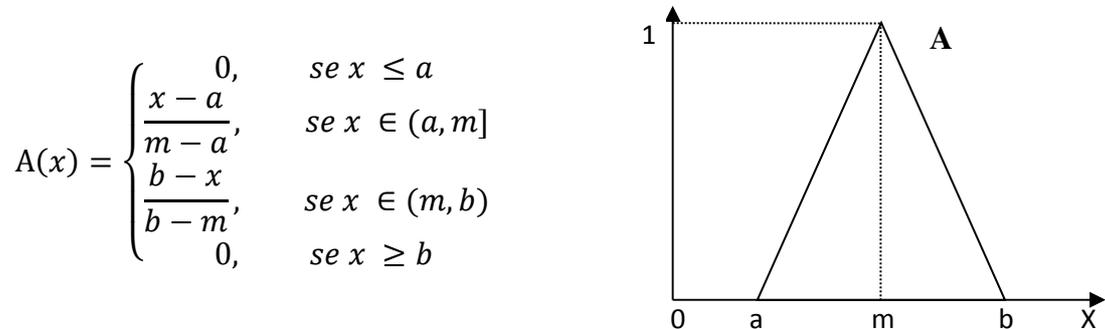


Figura 3.1 – Função triangular

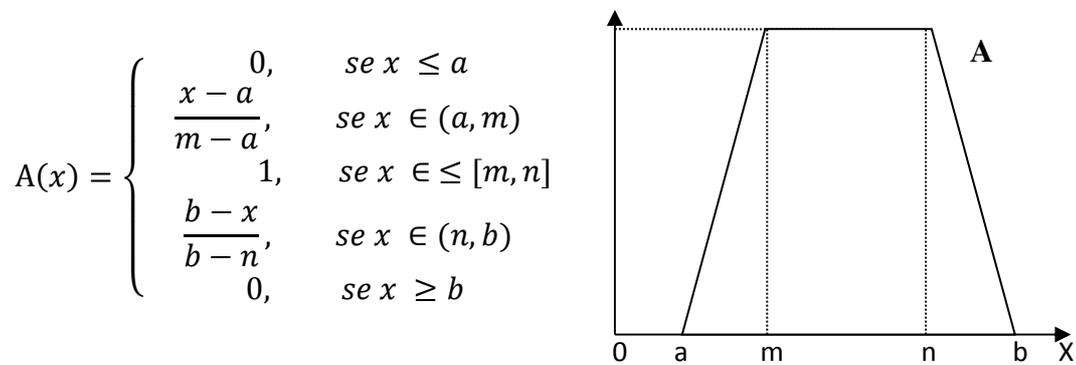


Figura 3.2 – Função trapezoidal

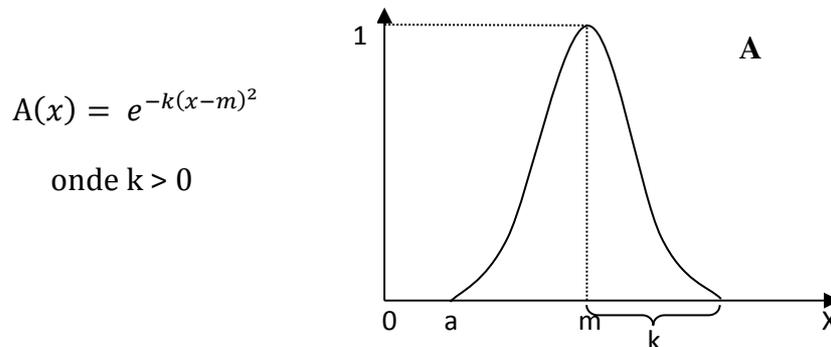


Figura 3.3 – Função gaussiana

3.2 Operações básicas sobre conjuntos fuzzy

As operações sobre conjuntos fuzzy são de extrema importância para o processo de representação e processamento do conhecimento. Podemos classificar estas operações em dois grupos. O primeiro é o das operações de argumento único, que modificam o formato da função de pertinência que define o conjunto fuzzy. O outro grupo de operações é o de múltiplos argumentos, que expressam a relação entre dois ou mais conjuntos fuzzy e é dividido em operações padrão e operações generalizadas. Estas operações são apresentadas na sequência.

3.2.1 Operações com argumento único

Dentre as principais operações de argumento único, Pedrycz e Gomide (1998) definem as operações de normalização, concentração, dilatação, intensificação de contraste e fuzificação, como descritas a seguir.

1. **Normalização:** Este operador transforma um conjunto fuzzy subnormal em um conjunto fuzzy normal.

$$Norm_A(x) = A(x)/H(A)$$

2. **Concentração:** Quando um conjunto fuzzy é *concentrado*, os valores de pertinência de A ficam relativamente menores.

$$Con_A(x) = A^2(x)$$

3. **Dilatação:** A dilatação produz o efeito contrário ao que ocorre na concentração. Ao ser dilatado, os valores de pertinência de um conjunto fuzzy A tornam-se relativamente maiores.

$$Dil_A(x) = A^{0.5}(x)$$

4. **Intensificação de contraste:** esta operação combina os processos de Dilatação e Concentração. Os graus de pertinência maiores que 0.5 aumentam e os menores diminuem.

$$Int_A(x) = \begin{cases} 2A^2(x), & \text{se } 0 \leq A(x) \leq 0.5 \\ 1 - 2(1 - A(x))^2, & \text{caso contrário} \end{cases}$$

5. Fuzificação: O efeito da operação fuzificação é complementar ao produzido pela operação de Intensificação de contraste, ou seja, os graus de pertinência maiores que 0.5 diminuem e os menores aumentam.

$$Fuz_A(x) = \begin{cases} \sqrt{A(x)/2}, & \text{se } A(x) \leq 0.5 \\ 1 - \sqrt{(1 - A(x))/2}, & \text{caso contrário} \end{cases}$$

3.2.2 Operações com múltiplos argumentos

Assim como na teoria de conjuntos clássicos, as operações de complemento, de união e de interseção podem ser generalizadas para os conjuntos fuzzy. Estas operações são realizadas de duas maneiras, sendo uma delas através das operações padrão e a outra através das operações generalizadas.

As operações padrão de complemento, união e interseção de conjuntos fuzzy, são definidas por Klir e Yuan (1995) para todo $x \in X$, conforme segue:

$$\bar{A}(x) = 1 - A(x)$$

$$(A \cup B)(x) = \text{máx}_{x \in X}[A(x), B(x)]$$

$$(A \cap B)(x) = \text{mín}_{x \in X}[A(x), B(x)]$$

Além da forma apresentada acima, as operações com múltiplos argumentos também podem ser realizadas através das operações generalizadas definidas por duas classes de funções denominadas *t-normas* e *s-normas* (Klir & Yuan, 1995).

A operação de união sobre conjuntos fuzzy pode ser realizada pela classe de funções denominada *s-normas*, também conhecidas como *t-conormas*, que são operações binárias do tipo $u: [0,1]^2 \rightarrow [0,1]$, e possuem as seguintes propriedades (Klir & Yuan, 1995):

- Condição limite: $u(a, 0) = a$
- Monotonicidade: $b \leq d$ implica $u(a, b) \leq u(a, d)$
- Comutatividade: $u(a, b) = u(b, a)$
- Associatividade: $u(a, u(b, d)) = u(u(a, b), d)$

Alguns exemplos de *s-normas* utilizadas na operação de união padrão são mostrados na sequência:

- União padrão: $u(a, b) = \text{máx}(a, b)$;
- Soma algébrica: $u(a, b) = a + b - ab$;
- União drástica: $i_{\text{máx}}(a, b) = \begin{cases} a, \text{ quando } b = 0 \\ b, \text{ quando } a = 0 \\ 1, \text{ caso contrário} \end{cases}$

- Soma limitada: $u(a, b) = \text{mín}(1, a + b)$;

Assim, a operação generalizada de união entre dois conjuntos fuzzy A e B , $(A \cup B)$, pode ser definida por:

$$(A \cup B)(x) = A(x) \text{ s } B(x)$$

A interseção de conjuntos fuzzy é definida por uma operação binária do tipo $[0,1]^2 \rightarrow [0,1]$, que associa um novo valor de pertinência a um par ordenado de graus de pertinência. As *t-normas* aplicadas na operação de interseção possuem as seguintes propriedades (Klir & Yuan, 1995):

- Condição limite: $i(a, 1) = a$
- Monotonicidade: $b \leq d$ implica $i(a, b) \leq i(a, d)$
- Comutatividade: $i(a, b) = i(b, a)$
- Associatividade: $i(a(i(b, d))) = i(i(a, b), d)$

Na sequência são apresentados alguns exemplos das *t-normas* mais utilizadas.

- Interseção padrão: $i(a, b) = \text{mín}(a, b)$;
- Produto algébrico: $i(a, b) = ab$;
- Diferença limitada: $i(a, b) = \text{máx}(0, a + b - 1)$;
- Intersecção drástica: $i_{\text{mín}}(a, b) = \begin{cases} a, \text{ quando } b = 1 \\ b, \text{ quando } a = 1 \\ 0, \text{ caso contrário} \end{cases}$

Os complementos fuzzy são representados na forma $cA(x)$ para qualquer $x \in X$ e pode ser interpretado tanto como o grau com que x pertence a cA , como também como o grau com o qual x não pertence a A . Para o complemento fuzzy ser significativo e capaz de expressar efetivamente a idéia de complemento, é importante que a função c satisfaça as seguintes propriedades (Nicoletti & Camargo, 2004):

- Condições limites: $c(0) = 1$ e $c(1) = 0$
- Monotonicidade: $\forall a, b \in [0,1], \text{ se } a \leq b, \text{ então } c(a) \geq c(b)$
- Continuidade: c é uma função contínua;
- Involução: c é involutiva, ou seja, $c(c(a)) = a$, para cada $a \in [0,1]$

3.3 Relações fuzzy

As relações entre conjuntos convencionais (*crisp*) representam a existência ou ausência de associação entre dois ou mais conjuntos. Este conceito pode ser

generalizado de forma a permitir que o mesmo princípio seja aplicado aos conjuntos fuzzy. Sendo assim, a relação R entre dois conjuntos passa a ter um grau de pertinência ao invés de ser *crisp* (Klir & Yuan, 1995).

Nos conjuntos convencionais, a relação entre X e Y é um subconjunto do produto cartesiano $X \times Y$ e é representada por $R(x, y)$. Desta forma, estas relações podem ser representadas pelo símbolo R conforme a seguir (Pedrycz & Gomide, 1998):

$$R: X \times Y \rightarrow \{0,1\}$$

Se o valor da relação $R(x, y) = 1$, dizemos que x e y estão relacionados, ou seja, que o par (x, y) pertence a relação R . Caso contrário, $R(x, y) = 0$, dizemos que x e y não estão relacionados, portanto, o par (x, y) não pertence a relação R .

A função característica de uma relação *crisp* pode ser generalizada para definir a relação entre conjuntos fuzzy, que resultará no grau de pertinência da relação R . Uma relação fuzzy pode ser representada conforme segue.

$$R = \{(R(x, y)/(x, y)) \mid (x, y) \in X \times Y\}$$

Seja os conjuntos fuzzy $X = \{a, b, c\}$ e $Y = \{x, y\}$ e uma relação R entre os conjuntos. Esta relação pode ser definida como:

$$R(X, Y) = \{0.4/(a, x); 1/(a, y); 0.25/(b, y); 0.9/(c, x); 0.1/(c, y)\}$$

Outra forma de representar a relação descrita entre conjuntos fuzzy é através do uso de uma matriz bidimensional (Klir & Yuan, 1995). Para a relação R definida anteriormente, a representação também pode ser feita com a matriz abaixo:

	x	Y
a	.4	1
b	0	.25
c	.9	.1

Ambas as relações, *crisp* e fuzzy, podem estabelecer associação entre mais de dois conjuntos. Uma relação fuzzy com n conjuntos é denominada relação *n-ária* e é definida pela função de pertinência

$$R = X_1 \times X_2 \times X_3 \times X_4 \dots X_n$$

tal que $R(x_1, x_2, x_3 \dots x_n)$ define o grau da relação entre os elementos da *n-upla* $(x_1, x_2, x_3 \dots x_n)$

3.4 Raciocínio aproximado

Os SBRF possuem um mecanismo de raciocínio baseado no princípio do raciocínio aproximado, capaz de expressar a imprecisão e a subjetividade presentes no raciocínio humano (Pedrycz & Gomide, 1998).

Basicamente, o processo de raciocínio aproximado envolve os conceitos de variáveis linguísticas, proposições fuzzy, regras fuzzy e inferência a partir de proposições condicionais fuzzy. Na sequência será apresentado cada um dos conceitos envolvidos neste processo.

3.4.1 Variáveis linguísticas

Regras fuzzy representam o conhecimento por meio de proposições fuzzy simples ou compostas. Essas proposições utilizam variáveis linguísticas definidas sobre domínios granularizados por meio de conjuntos fuzzy. Em contraste com o conceito clássico de variáveis que assimilam valores numéricos, as variáveis linguísticas possuem como valor palavras ou sentenças de uma linguagem (Zadeh, 1975).

Conforme Pedrycz e Gomide (1998), uma variável linguística é caracterizada pela quintupla $\langle X, T(X), \mathbf{X}, G, M \rangle$ onde:

X : é o nome da variável;

$T(X)$: conjunto de termos linguísticos que X pode assumir;

\mathbf{X} : domínio em que X está inserida;

G : gramática para gerar os nomes de X ;

M : regra semântica que associa a cada termo linguístico $L \in T(X)$ seu significado $M(L)$, que é o conjunto fuzzy no domínio (ou universo) \mathbf{X} .

Considere uma variável linguística chamada *temperatura*, isto é, X : *temperatura*, com seu domínio definido como $\mathbf{X}=[0,50]$. O conjunto de termos associados à variável *temperatura* pode ser $T(\text{Temperatura}) = \{\text{muito baixa, baixa, média, alta, não muito baixa e não muito alta, muito alta, ...}\}$, onde cada termo em $T(\text{temperatura})$ é um rótulo dos valores linguísticos para *temperatura*.

A gramática livre de contexto (GLC) inicialmente foi desenvolvida para representar o uso de linguagens naturais. O nome “livre de contexto” é devido a

capacidade da gramática representar a mais geral classe de linguagens cuja produção é da forma $A \rightarrow \alpha$. Em uma derivação, a variável A deriva α independente (“Livre”) de qualquer análise dos símbolos que antecedem ou sucedem A (“Contexto”).

Uma GLC pode ser definida como $G = \langle V, \Sigma, P, S \rangle$ onde V é o conjunto de símbolos terminais, Σ o conjunto de símbolos não terminais, S o símbolo inicial e P o conjunto de regras sintáticas para a produção de sentenças bem formadas da gramática G . Um exemplo de uso de variáveis linguísticas e GLC é mostrado na sequência (Pedrycz & Gomide, 1998):

Variável X = Temperatura;

Domínio X = $[0,50]$, variável base x ;

Termos do conjunto T (Temperatura) = {muito baixa, baixa, média, alta, não muito baixa e não muito alta, muito alta}

$M(T)$ associa cada rótulo em T (Temperatura), a um conjunto fuzzy em X

G – gramática livre de contexto

$G = \langle V, \Sigma, P, S \rangle$

$V = \{baixa, alta, média, muito, não, e\}$

$\Sigma = \{S, A, B, C, D, E, F\}$

$S \rightarrow A$

$C \rightarrow E$

$A \rightarrow B$

$A \rightarrow A \text{ e } B$

$B \rightarrow C$

$B \rightarrow \text{não } C$

$C \rightarrow D$

$C \rightarrow F$

$D \rightarrow \text{muito } D$

$E \rightarrow \text{muito } E$

$D \rightarrow \text{baixa}$

$E \rightarrow \text{alta}$

$F \rightarrow \text{média}$

3.4.2 Proposições fuzzy

A principal diferença entre proposições da lógica clássica e proposições fuzzy está no valor verdade que elas podem assumir. Enquanto proposições clássicas

podem assumir somente os valores verdadeiro ou falso, nas proposições fuzzy verdade ou falsidade é uma questão de grau. Assumindo que a verdade ou falsidade são expressos respectivamente por 1 e 0, o grau de verdade de uma proposição fuzzy é expresso por um valor entre [0,1] (Klir & Yuan, 1995).

Uma proposição simples refere-se à parte do conteúdo que pode aparecer em uma regra fuzzy e é representada da forma

$$X \text{ é } A$$

onde X é uma variável linguística definida no universo X e A é um termo linguístico que representa um conjunto fuzzy. Seguindo o mesmo exemplo utilizado para variáveis linguísticas, X pode ser definido como *temperatura* e A como *baixa*.

As proposições fuzzy compostas são construídas utilizando proposições fuzzy simples e os operadores de conjunção

$$X_1 \text{ é } A_1 \text{ e } X_2 \text{ é } A_2 \text{ e } X_3 \text{ é } A_3 \text{ e } \dots \text{ e } X_n \text{ é } A_n$$

ou de disjunção

$$X_1 \text{ é } A_1 \text{ ou } X_2 \text{ é } A_2 \text{ ou } X_3 \text{ é } A_3 \text{ ou } \dots \text{ ou } X_n \text{ é } A_n$$

onde $A_1, A_2, A_3, \dots, A_n$ são conjuntos fuzzy nos universos $X_1, X_2, X_3, \dots, X_n$, e $X_1, X_2, X_3, \dots, X_n$ representam as variáveis linguísticas em seus respectivos universos (Pedrycz & Gomide, 1998).

3.4.3 Regras fuzzy

As regras fuzzy proveem um método formal de representação do conhecimento empírico e impreciso. Sistemas baseados em regras fuzzy são construídos sobre um conjunto de regras que utilizam uma coleção de fatos para realizar inferências (Pedrycz & Gomide, 1998).

Uma regra fuzzy nada mais é do que uma declaração de implicação fuzzy ou declaração condicional fuzzy, capaz de descrever uma relação entre as variáveis linguísticas de entrada e de saída. Assim, como na construção de uma regra clássica, as regras fuzzy também são compostas por duas partes, antecedente e consequente, e assumem a representação abaixo:

$$\text{Se } \langle \text{antecedente} \rangle \text{ então } \langle \text{consequente} \rangle$$

As regras fuzzy são formadas, tanto no antecedente como no consequente, por proposições fuzzy no formato $X \text{ é } A$. Estas proposições podem ser simples, como a apresentada anteriormente, ou compostas, que podem ser interligadas pelos conectivos E ou OU, apresentados na seção 3.4.2. Desta forma, uma regra fuzzy pode

ser classificada como uma proposição condicional, que em seu formato mais simples é representada por uma expressão do tipo

$$\text{Se } X \text{ é } A \text{ então } Y \text{ é } B$$

onde X e Y são, respectivamente, variáveis linguísticas sobre os domínios X e Y , e A e B são termos linguísticos que rotulam os conjuntos fuzzy sobre os domínios X e Y , respectivamente.

Há ainda a possibilidade das regras fuzzy serem formadas por proposições compostas tanto no antecedente como no conseqüente. Esta proposição condicional composta pode assumir o seguinte formato

$$\text{Se } X_1 \text{ é } A_1 \text{ e } X_2 \text{ é } A_2 \text{ então } Y_1 \text{ é } B_1 \text{ ou } Y_2 \text{ é } B_2$$

onde A_1 , A_2 e B_1 , B_2 são conjuntos fuzzy nos universos X_1 , X_2 , e Y_1 , Y_2 respectivamente, e X_1 , X_2 e Y_1 , Y_2 são variáveis sobre os domínios X_1 , X_2 , e Y_1 , Y_2 , respectivamente.

Nas regras fuzzy uma proposição tem seu grau de verdade calculado com base nos dados de entrada do sistema. Em uma proposição condicional fuzzy, o grau de pertinência das proposições no antecedente da regra representa o grau de disparo com que o conseqüente será calculado. Caso haja mais de um valor de entrada com diferentes graus de pertinência, o grau de disparo da regra será definido pelas funções de implicação, apresentadas na seção 3.5.

3.4.4 Inferência a partir de proposições fuzzy condicionais

Os sistemas baseados em regras possuem um mecanismo de inferência capaz de gerar conclusões a partir das entradas fornecidas e das regras armazenadas em sua base de conhecimento. Os SBRF possuem procedimentos de inferência generalizados da lógica tradicional. Estes procedimentos podem utilizar uma generalização dos processos de inferência *modus ponens*, *modus tolens* e *silogismo hipotético*. Ao processo de inferência generalizado a partir das regras fuzzy, dá-se o nome de raciocínio aproximado.

A inferência pelo *modus ponens generalizado* e pelo *modus tolens generalizado* ocorre a partir de uma proposição condicional como a apresentada na seção anterior, na forma

$$\text{Se } X \text{ é } A \text{ então } Y \text{ é } B.$$

Neste contexto a proposição condicional fuzzy possui uma relação R para todo $x \in \mathbf{X}$ e para todo $y \in \mathbf{Y}$, determinada pela fórmula

$$R(x, y) = f(A(x), B(y))$$

onde f denota uma função de implicação fuzzy (Klir & Yuan, 1995), apresentada na seção 3.5.

A partir da relação R apresentada anteriormente, dado o fato X é A' , podemos inferir Y é B' pela regra de inferência composicional abaixo:

$$B'(y) = \sup_{x \in X} \min[A'(x), R(x, y)]$$

Desta forma, o padrão de inferência *modus ponens generalizado* é representado por (Klir & Yuan, 1995):

Regra:	Se X é A então Y é B
Fato:	X é A'
Conclusão: Y é B'	

Os conjuntos fuzzy A e A' são conjuntos definidos dentro do mesmo domínio. Consequentemente, B e B' também devem estar definidos dentro do mesmo contexto, no entanto, não necessariamente no mesmo domínio de A e A' (Siler & Buckley, 2005). Assim, ao saber que $X = A$ é parcialmente verdade, ou seja, $X = A'$, podemos inferir $Y = B$ parcialmente, ou seja, $Y = B'$ (Zimmermann, 1990). O exemplo a seguir ilustra o uso do *modus ponens generalizado*:

Regra $A \rightarrow B$	Se os tomates estão vermelhos então estão maduros
Fato A'	Os tomates estão muito vermelhos
Consequência	
	Os tomates estão muito maduros

Outro processo de inferência em lógica fuzzy, o *modus tolens generalizado*, é representado como segue (Klir & Yuan, 1995):

Regra:	Se X é A então Y é B
Fato:	X é B'
Conclusão: Y é A'	

Neste caso, a regra de inferência composicional possui o seguinte formato:

$$A'(x) = \sup_{y \in Y} \min[B'(y), R(x, y)]$$

A relação R é determinada pela mesma fórmula utilizada no *modus ponens generalizado*.

O último processo de inferência utilizado para no raciocínio aproximado é o *silogismo hipotético generalizado*. Este processo é baseado em duas proposições condicionais fuzzy, e é representado da seguinte maneira (Klir & Yuan, 1995):

$$\begin{array}{l} \text{Regra 1:} \quad \text{Se } X \text{ é } A \text{ então } Y \text{ é } B \\ \text{Regra 2:} \quad \text{Se } Y \text{ é } B \text{ então } Z \text{ é } C \\ \hline \text{Conclusão: Se } X \text{ é } A \text{ então } Z \text{ é } C \end{array}$$

Neste caso, X , Y e Z são variáveis linguísticas sobre os domínios \mathbf{X} , \mathbf{Y} , e \mathbf{Z} , respectivamente, e A , B e C são termos linguísticos que rotulam os conjuntos fuzzy sobre os domínios \mathbf{X} , \mathbf{Y} , e \mathbf{Z} , respectivamente.

Para cada uma das proposições condicionais acima, aplica-se a fórmula da relação R utilizada nos processos anteriores. Desta forma teremos R_1 , R_2 , e R_3 , como segue:

$$\begin{aligned} R_1(x, y) &= f(A(x), B(y)) \\ R_2(y, z) &= f(B(y), C(z)) \\ R_3(x, z) &= f(A(x), C(z)) \end{aligned}$$

Calculadas R_1 , R_2 , e R_3 , o *silogismo hipotético generalizado* é definido pela regra de inferência composicional

$$R_3(x, z) = \sup_{y \in Y} \min[R_1(x, y), R_2(y, z)]$$

Em proposições compostas as conjunções fuzzy são obtidas através de uma *t-norma* e as disjunções através de uma *s-norma* em $f(A(x), B(y))$. As implicações fuzzy devem satisfazer as seguintes propriedades (Klir & Yuan, 1995):

1. Monotonicidade no segundo argumento:
 $B(y_1) \leq B(y_2) \text{ implica } f(A(x), B(y_1)) \leq f(A(x), B(y_2))$
2. Dominância de falsidade:
 $f(0, B(y)) = 1$
3. Neutralidade da verdade
 $f(1, B(y)) = B(y)$
4. Monotonicidade no primeiro argumento:
 $A(x_1) \leq A(x_2) \text{ implica } f(A(x_1), B(y)) \geq f(A(x_2), B(y))$
5. Troca:
 $f(A(x_1), f(A(x_2), B(y))) = f(A(x_2), f(A(x_1), B(y)))$

Um dos operadores de implicação mais utilizados é o operador de implicação Lukasiewicz. Este operador é apresentado por Klir e Yuan (1995) conforme segue:

$$f(A(x), B(y)) = \min[1, 1 - A(x) + B(y)]$$

Desta forma, a obtenção de B' a partir de um fato X é A' e uma relação $R(x, y)$, é realizada pela regra de inferência composicional abaixo (Camargo, 2007):

$$B'(y) = \sup_{x \in X} [(A'(x) \text{ t } R(x, y))] \text{ para todo } y \in Y$$

Considere o exemplo. Dado os domínios (ou conjuntos base) $\mathbf{X} = \{x_1, x_2, x_3\}$ e $\mathbf{Y} = \{y_1, y_2\}$, assumamos que a proposição “Se \mathbf{X} é A , então \mathbf{Y} é B ” foi dada, onde $A = \{(0.5/x_1), (1/x_2), (0.6/x_3)\}$ e $B = \{(1/y_1), (0.4/y_2)\}$. Dado o fato “ \mathbf{X} é A' ”, onde $A' = \{(0.6/x_1), (0.9/x_2), (0.7/x_3)\}$ calcular “ \mathbf{Y} é B' ” pela regra de inferência composicional.

Usando o operador de Lukasiewicz temos a relação $R(x, y)$ induzida pela regra representada como a seguir:

$$R = \{1/(x_1, y_1); .9/(x_1, y_2); 1/(x_2, y_1); .4/(x_2, y_2); 1/(x_3, y_1); .8/(x_3, y_2)\}$$

Assim, pela regra de inferência composicional obtemos:

$$\begin{aligned} B'(y_1) &= \sup_{x \in X} \min [A'(x), R(x, y_1)] \\ &= \max [\min(.6, 1), \min(.9, 1), \min(.7, 1)] \\ &= .9 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} B'(y_2) &= \sup_{x \in X} \min [A'(x), R(x, y_2)] \\ &= \max [\min(.6, .9), \min(.9, .4), \min(.7, .8)] \\ &= .7 \end{aligned}$$

Desta forma, podemos concluir que \mathbf{Y} é B' , onde $B' = \{(0.9/y_1), (0.7/y_2)\}$.

3.5 Funções de implicação

As funções de implicação em um sistema fuzzy são responsáveis pelo cálculo do grau de disparo de uma regra para seu conseqüente. Desta forma, Ross (1995) destaca alguns dos principais métodos:

- Clássico – Zadeh

$$R(x, y) = \max \{ \min [A(x), B(y)], 1 - A(x) \}$$
- Mínima correlação ou implicação de Mamdani

$$R(x, y) = \min [A(x), B(y)]$$
- Implicação de Lukasiewicz

$$R(x, y) = \min \{ 1, [1 - A(x) + B(y)] \}$$
- Implicação somas limitadas

$$R(x, y) = \min \{ 1, [A(x) + B(y)] \}$$
- Implicação correlação produto

$$R(x, y) = A(x) \cdot B(y)$$

- Implicação de Brouwerian

$$R(x, y) = \begin{cases} 1, & \text{para } A(x) \leq B(y) \\ B(y), & \text{outros} \end{cases}$$

- Implicação de R-SEQ (sequência lógica padrão)

$$R(x, y) = \begin{cases} 1, & \text{para } A(x) \leq B(y) \\ 0, & \text{outros} \end{cases}$$

3.6 Sistemas baseados em regras fuzzy

Devido a sua capacidade de manipulação de dados imprecisos e da realização do raciocínio aproximado, as regras fuzzy têm sido amplamente utilizadas na construção de sistemas que envolvam a representação do conhecimento humano e a inferência a partir deste mesmo conhecimento.

Os SBRF possuem quatro módulos principais: um processador de entrada (fuzzificador), uma base de conhecimento, o motor de inferência (raciocínio fuzzy) e um processador da saída (defuzzificador). A Figura 3.4 apresenta a estrutura dos sistemas baseados em regras fuzzy.

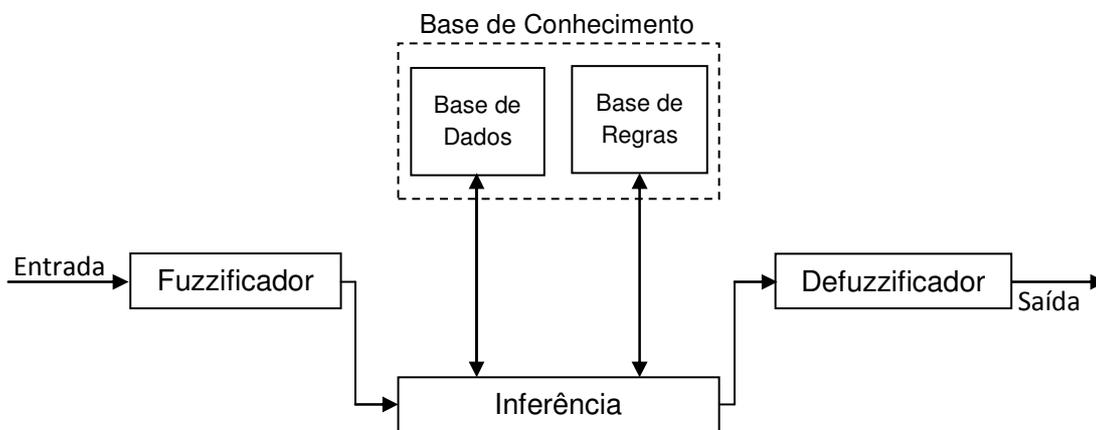


Figura 3.4 – Sistema Baseado em Regras Fuzzy

O fuzzificador é responsável por converter a entrada de números *crisp* em conjuntos fuzzy que serão utilizados na inicialização das regras. Após o processo de fuzzificação, o motor de inferência é responsável por derivar conclusões de acordo com o conteúdo da base de dados do sistema e também a partir da agregação dos resultados obtidos por cada regra disparada na base de regras. É no motor de inferência que o método para a combinação das regras fuzzy é definido. Por fim, o processo de defuzzificação é o responsável por mapear o resultado fornecido pelo motor de inferência em um valor *crisp* de saída.

Estes sistemas têm como vantagem a capacidade de realizar uma análise qualitativa do problema, mesmo com os valores *crisp* de entrada e saída. Isto é possível devido à base de regras existente, capaz de representar o conhecimento empírico e impreciso, além é claro dos processos de fuzzificação e defuzzificação.

3.6.1 Fuzzificador

Neste processo, uma ou mais funções de fuzzificação são definidas para cada variável do problema. Seu objetivo é mapear os valores de entrada, expressos em números reais, em conjuntos fuzzy definidos pelo usuário (Klir & Yuan, 1995).

O processo de fuzzificação ocorre através do uso de uma função de pertinência. Esta função é responsável pelo cálculo do grau de pertinência que o valor de entrada possui em um determinado conjunto fuzzy definido em uma variável linguística. O resultado deste processo será fornecido ao motor de inferência, que utilizará o(s) conjunto(s) fuzzy informado(s), bem como o grau de pertinência associado a ele(s) para o disparo das regras compatíveis.

3.6.2 Base de conhecimento

A base de conhecimento contém informações gerais relativas ao domínio do problema em análise e, juntamente com o motor de inferência, pode ser considerada o núcleo dos SBRF. As informações existentes na base de conhecimento são expressas através de proposições e regras de produção fuzzy (Klir & Yuan, 1995), as quais compõem a base de regras do sistema.

Uma base de regras fuzzy pode ser construída manualmente com o auxílio de um especialista, ou de forma automática através de geradores de regras fuzzy a partir de dados tabulados. Independente de como foi gerada, a base de regras é composta por uma coleção de proposições condicionais fuzzy que devem descrever linguisticamente o conhecimento capturado. O resultado obtido das relações representadas pelas regras será utilizado pelo motor de inferência do sistema.

Outras características importantes de uma base de regras fuzzy são a consistência e a completude. Uma base de regras fuzzy consistente, não possui regras com conseqüentes conflitantes e que possam ser ativadas simultaneamente (Pedrycz & Gomide, 1998). A completude de uma base de regras indica o quanto das

regras necessárias para solucionar os problemas aos quais o sistema se propõe a resolver está presente na base.

A base de dados em um SBRF possui informações expressas na forma de proposições fuzzy ou através de valores numéricos. Outro tipo de informação presente na base de dados diz respeito às variáveis linguísticas e os conjuntos fuzzy que as compõem. Ao serem requisitadas, estas informações são utilizadas para auxiliar o processo de dedução realizado pelo motor de inferência.

3.6.3 Motor de inferência

A base de regras de um SBRF normalmente é composta por uma quantidade elevada de regras. Nos sistemas tradicionais as regras são disparadas de forma sequencial. Caso ocorra algum erro em alguma destas regras, o resultado final pode ser completamente distorcido.

No processo de inferência com regras fuzzy as regras são ativadas em paralelo. Este processo é denominado inferência associativa paralela e processa as regras de forma independente, exceto quando o resultado de uma regra é utilizado por outro. Desta forma, em boa parte dos casos, uma possível falha parcial no sistema pode ter seu impacto amenizado em razão do processo de inferência utilizado.

A derivação de novos fatos a partir de fatos e regras já existentes é realizada através do processo de inferência. É nele que cada proposição fuzzy é traduzida matematicamente. Desta forma, de acordo com a relação definida entre as regras existentes, a função de implicação e o método de agregação das regras é que será definido o modelo de inferência a ser utilizado. Há vários métodos de inferência disponíveis. O Modelo de Mamdani e o Modelo de Larsen, dois dos principais métodos utilizados, são apresentados na sequência.

3.6.3.1 Modelo de Mamdani

Dentre os diversos mecanismos de inferência propostos na literatura, certamente um dos que mais se destacam por possuir maior número prático de aplicações é o Mamdani (Mamdani, 1974).

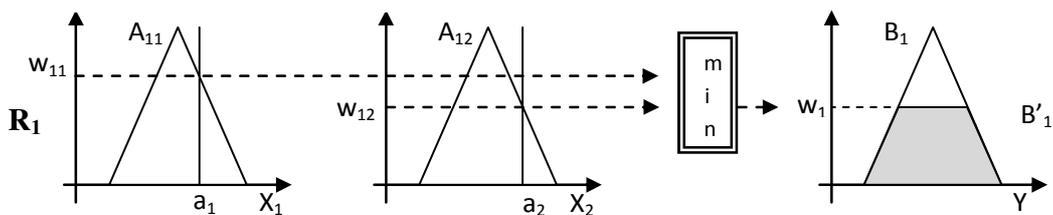
Definidas as bases de dados e de regras fuzzy é preciso determinar um método para manipular e extrair o conhecimento ali armazenado. Dada uma entrada

numérica, após o processo de fuzzificação, os passos do processo de inferência do tipo Mamdani podem ser descritos como segue.

1. As regras compatíveis são identificadas e o grau de pertinência dos valores de entrada é calculado para cada uma das proposições existentes no antecedente da regra;
2. Os graus de pertinência calculados anteriormente são combinados pela *t-norma* de *Interseção Padrão* “min”.
3. O grau de pertinência resultante da operação anterior representa o grau com que a regra será disparada para o consequente também através da *t-norma Interseção Padrão*.
4. Os resultados obtidos individualmente nas regras compatíveis são agregados pela *s-norma União Padrão*.

A Figura 3.5 apresenta graficamente o modelo de inferência de Mamdani.

Se X_1 é A_{11} e X_2 é A_{12} , então Y é B_1



Se X_1 é A_{21} e X_2 é A_{22} , então Y é B_2

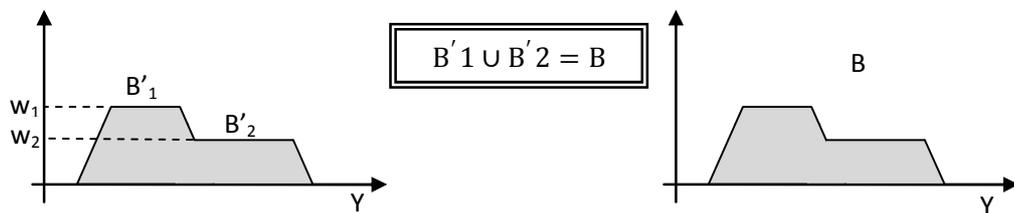
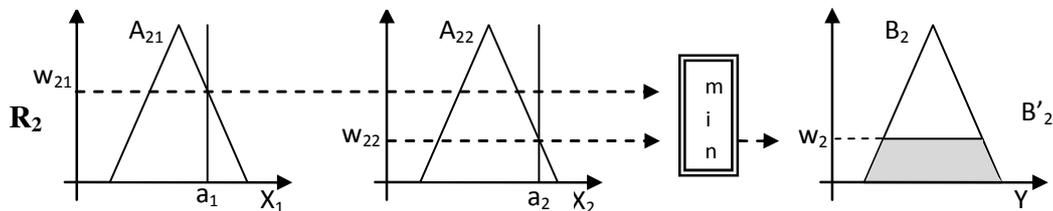


Figura 3.5 – Inferência pelo método de Mamdani

Vale ressaltar que no caso geral, ao invés de duas proposições no antecedente, podemos ter n proposições. Um exemplo do processo de inferência pelo método de Mamdani é apresentado na sequência:

- Regra1: Se V_1 é A_{11} e V_2 é A_{12} , então U é B_1
 Regra2: Se V_1 é A_{21} e V_2 é A_{22} , então U é B_2

Fatos: V_1 é a_1' e V_2 é a_2'

Conclusão: U é Y'

$$w_{11} = A_{11}(a_1') \qquad w_{12} = A_{12}(a_2')$$

$$w_{21} = A_{21}(a_1') \qquad w_{22} = A_{22}(a_2')$$

Desta forma, o grau de disparo das regras 1 e 2 será calculado respectivamente por w_1 e w_2 conforme a seguir:

$$w_1 = w_{11} \wedge w_{12}$$

$$w_2 = w_{21} \wedge w_{22}$$

As saídas das regras também serão calculadas pelo operador de mínimo:

$$B_1'(y) = w_1 \wedge B(y)_1$$

$$B_2'(y) = w_2 \wedge B(y)_2$$

Por último, a saída global será calculada pela agregação pelo máximo:

$$B'(y) = B_1'(y) \vee B_2'(y)$$

A saída global oferecida pelo método de Mamdani deve passar por um processo de defuzzificação para que o usuário possa ter um valor *crisp* disponível. Algumas técnicas para a realização deste processo serão apresentadas na seção 3.6.4.

3.6.3.2 Modelo de Larsen

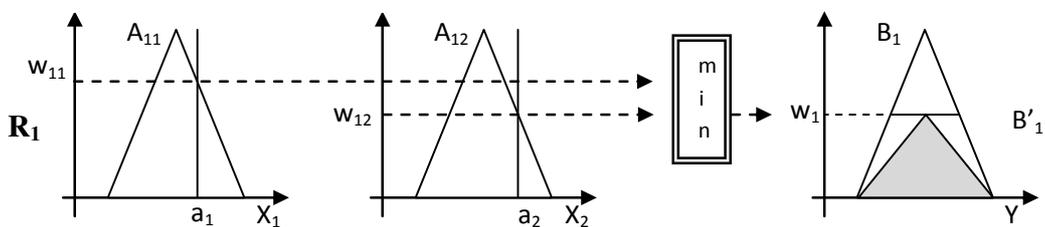
Outro modelo de inferência bastante utilizado é o de Larsen (Larsen, 1980). Neste modelo que nada mais é do que uma variação do modelo de Mamdani, as implicações fuzzy são modeladas pelo operador *Produto Algébrico*. Assim como no modelo de Mamdani, os resultados da inferência individual das regras são agregados pelo operador da *s-norma União Padrão*. Dada uma entrada numérica, após o processo de fuzzificação os passos do processo de inferência do modelo de Larsen podem ser descritos como segue.

1. As regras compatíveis são identificadas e o grau de pertinência dos valores de entrada é calculado para cada uma das proposições existentes no antecedente da regra;
2. Os graus de pertinência calculados anteriormente são combinados pela *t-norma de Interseção Padrão* "min".

3. O grau de pertinência resultante da operação anterior representa o grau com que a regra será disparada para o consequente através da *t-norma Produto Algébrico*.
4. Os resultados obtidos individualmente nas regras compatíveis são agregados pela *s-norma União Padrão*.

A Figura 3.6 apresenta graficamente o modelo de inferência de Larsen. A exemplo do modelo de Mamdani, a saída global oferecida pelo método de Larsen deve passar por um processo de defuzzificação para que o usuário possa ter um valor *crisp* disponível. Algumas das técnicas para a realização deste processo são apresentadas no capítulo seguinte.

Se X_1 é A_{11} e X_2 é A_{12} , então Y é B_1



Se X_1 é A_{21} e X_2 é A_{22} , então Y é B_2

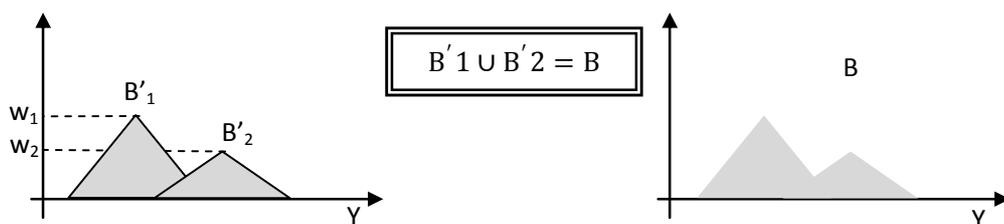
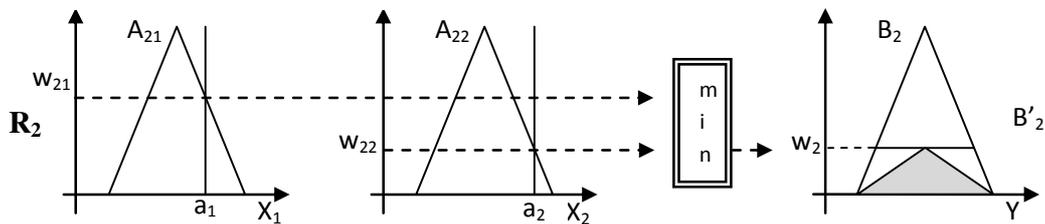


Figura 3.6 – Inferência pelo método de Larsen

Para exemplificar, considere a mesma situação apresentada no modelo de Mamdani. Da mesma forma, no caso geral, ao invés de duas proposições no antecedente, podemos ter n proposições.

Regra1:	Se V_1 é A_{11} e V_2 é A_{12} , então U é B_1
Regra2:	Se V_1 é A_{21} e V_2 é A_{22} , então U é B_2
Fatos:	V_1 é a_1' e V_2 é a_2'

Conclusão: U é Y'

$$w_{11} = A_{11}(a_1')$$

$$w_{12} = A_{12}(a_2')$$

$$w_{21} = A_{21}(a_1')$$

$$w_{22} = A_{22}(a_2')$$

Desta forma, o grau de disparo das regras 1 e 2 será calculado respectivamente por w_1 e w_2 , da mesma forma que ocorre no modelo de Mamdani:

$$w_1 = w_{11} \wedge w_{12}$$

$$w_2 = w_{21} \wedge w_{22}$$

O passo seguinte é o que diferencia o modelo de Larsen do modelo de Mamdani. Ao invés das saídas das regras serem calculadas pelo operador de mínimo, elas serão calculadas pelo operador *Produto Algébrico*.

$$B_1'(y) = w_1 \cdot B(y)_1$$

$$B_2'(y) = w_2 \cdot B(y)_2$$

Por último, a saída global será calculada pela agregação pelo máximo:

$$B'(y) = B_1'(y) \vee B_2'(y)$$

3.6.4 Defuzzificador

Após o processo de inferência através das regras fuzzy, muitas vezes o usuário deseja que a saída do sistema não ocorra em termos linguísticos, mas sim em um valor numérico. Este processo que mapeia saídas fuzzy em valores *crisp* é denominado defuzzificação (Klir & Yuan, 1995). Três dos principais métodos para o processo de defuzzificação são o do máximo critério (MAX), o da média dos máximos (MOM) e o do centro de área (CoA).

O valor numérico da saída fornecido pelo método do máximo critério é correspondente ao maior grau de pertinência das variáveis linguísticas fornecidas pelo motor inferência.

No método média dos máximos, a saída é obtida tomando-se a média entre os dois elementos de maior grau de pertinência das variáveis linguísticas de saída produzidas pela máquina de inferência. A forma deste cálculo é apresentada abaixo:

$$D = \frac{X1 + X2}{2}$$

O método de centro de massa se baseia em encontrar o centro de gravidade da distribuição de saída fuzzy. Neste método calcula-se a área da curva da variável linguística de saída produzida pela máquina de inferência e acha-se o índice correspondente que divide esta área a metade. Este é um dos processos mais utilizados para realizar a defuzzificação. A fórmula para seu cálculo é apresentada a seguir:

$$D = \frac{\sum_{i=1}^n A(x).x_i}{\sum_{i=1}^n A(x)}$$

A variável n refere-se ao número de níveis de quantização, que nada mais é que o quão discretizado está o conjunto fuzzy.

3.7 Considerações finais

Os assuntos abordados neste capítulo como conjuntos fuzzy, raciocínio aproximado, representação de regras e a inferência fuzzy, têm como objetivo fornecer elementos para a construção de um Sistema Fuzzy de Apoio à Decisão. Desta forma, os conceitos aqui apresentados deverão ser agregados aos conceitos de SAD apresentados no Capítulo 2, onde a estrutura base destes sistemas foi discutida.

Assim, no capítulo seguinte é descrita uma proposta de integração destes conceitos. O objetivo é criar um modelo para construção de sistemas para apoio ao processo de tomada de decisão em grupo na análise de problemas multicritério.

4. Apoio à decisão em grupo multicritério utilizando regras fuzzy

Nos últimos anos os SAD deixaram de trabalhar apenas com problemas estruturados e passaram a manipular problemas de ordem tática e gerencial. Com isso, estes sistemas deixaram de fornecer somente dados e informações e passaram a fornecer propostas de soluções aos problemas analisados.

Diversas estruturas de Sistemas Fuzzy para Apoio à Decisão foram analisadas nesta pesquisa. A maioria dos sistemas pesquisados classificados como de apoio à decisão não possuem as características apresentadas no Capítulo 2 deste trabalho. Em (Ribeiro, *et. al.* 2004), foi realizado um estudo detalhado sobre a política de preço aplicada ao fornecimento de energia elétrica. No trabalho intitulado “Sistema de Apoio à Decisão para determinação do preço da energia usando-se lógica nebulosa”, os autores evidenciam que o objetivo do trabalho não é a busca por uma solução ao problema analisado, mas sim fornecer informações úteis que possam auxiliar no processo de tomada de decisão.

Alguns SAD baseiam-se em técnicas clássicas para tomada de decisão como, por exemplo, Árvore de Decisão. Quando aplicada em sistemas fuzzy, cada nó da árvore de decisão representa uma variável linguística e suas ramificações representam os conjuntos fuzzy que constituem tal variável (Pach & Abonyi, 2006). Maiores detalhes sobre esta técnica podem ser encontrados em (Friedman, Bar-Noy, *et. al.* 1988), (Janikow, 1998) e (Adamo, 1980).

Em Hamilton-Wright e Stashuk (2006) é proposto um framework para construção de SAD que combina raciocínio estatístico e Sistemas de Inferência Fuzzy (FIS – Fuzzy Inference System). Neste framework, com o objetivo de identificar padrões a serem utilizados no processo de construção deste sistema, a base de regras é construída a partir de uma análise de dados históricos. A partir desta análise, também é realizado o cálculo da probabilidade da sugestão fornecida pelo FIS estar correta. Com esta abordagem, os autores propõem o desenvolvimento de um protótipo para a identificação de pacientes propensos a doenças do coração.

Holland e Fathi (2006) afirmam que modelos teóricos de decisão se apresentam como uma excelente ferramenta de engenharia do conhecimento, além de possuírem uma sólida base matemática. Diante deste cenário os autores desenvolvem uma proposta cujo foco principal é a integração destes modelos, em especial Redes Bayesianas e Diagrama de Influência, aos conceitos dos SBRF.

Segundo Li (2007), a busca pela solução de um problema que envolva multicritério tem seu início a partir da classificação dos atributos como positivos (benefit) ou negativos (cost) em relação ao problema. Em seu artigo, Li (2007)

apresenta um método para a tomada de decisão em grupo onde as opiniões de diferentes especialistas no assunto são levadas em consideração. O método proposto deve procurar uma solução que maximize os atributos positivos e minimize os atributos negativos. Em seu trabalho, Li (2007) agrega à técnica TOPSIS uma abordagem fuzzy que considera a opinião de um grupo de especialistas na análise de alternativas candidatas a solução e seus valores de entrada.

Em Bordogna & Pasi (2008) é apresentado um método de apoio à decisão no qual as regras expressam a preferência de uma alternativa de solução a um problema comparada com outra. O formato da regra é “Se C , então Q_1 é melhor que Q_2 ”, onde C é a condição e Q_n representa uma solução ao problema. O grau de disparo da regra é utilizado para identificar o quão preferível uma alternativa é a outra. O grau de satisfação da condição C é utilizado para determinar o quão preferível a alternativa Q_1 é sobre a Q_2 .

Dagdeviren, *et. al.* (2009), propuseram um método baseado no Fuzzy TOPSIS que faz uso do AHP (Saaty, 1980) para determinar o grau de importância de cada variável envolvida no problema. Ballester & Lapresta apresentam um processo recursivo para tomada de decisão em grupo no qual, em um primeiro estágio, os especialistas expõem suas opiniões a respeito dos outros decisores envolvidos no caso. A partir destes dados, um subgrupo de especialistas será definido e, só então, a opinião deles sobre o problema será analisada. Para agregar as diferentes visões dos especialistas selecionados, os autores utilizam o operador Ordered Weighted Averaging (OWA) (Yager & Kacprzyk, 1997), (Fodor & Roubens, 1994).

Este capítulo tem como objetivo apresentar uma proposta baseada no Fuzzy TOPSIS para tratar os problemas classificados como Multi-Criteria Group Decision Making (MCGDM) a partir do uso de regras fuzzy, além de propor um modelo estrutural de Sistema Fuzzy de Apoio à Decisão que agregue os conceitos apresentados nos capítulos 2 e 3. Os recursos utilizados para atingir este objetivo, bem como o modelo estrutural proposto para esta classe de softwares, são descritos em detalhes.

Em um processo de tomada de decisão em grupo, normalmente os decisores possuem diferentes interesses e objetivos que dependem da sua área de atuação, conhecimento e circunstâncias em que um problema é analisado. Determinar o senso comum dentro de um grupo de decisores não é uma tarefa fácil. Quando lidamos com a tomada de decisão em grupo em problemas multicritério, além de procurar encontrar o senso comum do grupo, três questões devem ser consideradas:

1. A análise de atributos diretamente proporcionais, entretanto, conflitantes, ou seja, um atributo deve ser maximizado e o outro minimizado;

2. Atribuição de diferentes graus de importância de um mesmo atributo definidos por diferentes decisores;
3. Atribuição de diferentes graus de importância a diferentes decisores.

Com o propósito de gerar uma BR fuzzy capaz de atender as considerações apresentadas para a análise de um problema MCGDM, algumas alterações foram realizadas no método Fuzzy TOPSIS (Technique for Order Preference by Similarity to Ideal Solution). Com estas alterações, este método torna-se a principal ferramenta de apoio no processo de geração de uma base de regras fuzzy. Para torná-la capaz de considerar as diferentes opiniões dos decisores e os diferentes graus de influência que cada decisor possui, o uso de meta regras conforme apresentado em Chen (1996) e uma alteração no processo de defuzzificação Centro de Massa são aplicados neste trabalho.

Na sequência deste capítulo são apresentados o método Fuzzy TOPSIS, a proposta de geração da base de regras fuzzy para problemas MCGDM e o modelo estrutural de Sistemas Fuzzy de Apoio à Decisão.

4.1 Fuzzy TOPSIS

Em problemas de otimização multicritério, um dos métodos que tem apresentado crescimento no campo de pesquisa é o TOPSIS. Proposto inicialmente por Hwang & Yoon (1981) para tratar problemas com valores numéricos, atualmente a técnica possui diversas aplicações e contribuições para otimização e manipulação de dados imprecisos através do Fuzzy TOPSIS (Yang & Hung, 2007), (Salehi & Tavakkoli-Moghaddam, 2008), (Chu, 2002), (Wang & Chang, 2007).

O método TOPSIS baseia-se em um procedimento que, depois dos passos iniciais para determinar a matriz de decisão, a Solução Ideal Positiva (PIS) e a Solução Ideal Negativa (NIS) são definidas. A PIS tem como propósito maximizar os benefícios (atributos positivos) e minimizar os custos (atributos negativos), criando assim a chamada solução compromisso. Por outro lado, a NIS define uma solução onde os atributos positivos apresentam o menor valor dentre os disponíveis e os negativos, que devem ser minimizados, o maior valor dentre os analisados.

O princípio básico do TOPSIS é a otimização na busca por soluções através de cálculos que definem o quão próxima da PIS uma possível alternativa de solução a um problema está e o quão distante esta mesma alternativa encontra-se da NIS. Definidos estes cálculos, a alternativa escolhida será a que apresentar maior grau de

similaridade com a solução compromisso definida de acordo com o problema analisado.

No método Fuzzy TOPSIS um problema MCDM (Multi-Criteria Decision-Making) com m alternativas $(A_1, A_2, A_3, \dots, A_m)$ e n critérios $(C_1, C_2, C_3, \dots, C_n)$ pode ser expresso na forma de uma matriz e um vetor,

$$\tilde{D} = \begin{matrix} & C_1 & C_2 & C_3 & \dots & C_n \\ \begin{matrix} A_1 \\ A_2 \\ A_3 \\ \vdots \\ A_m \end{matrix} & \begin{bmatrix} \tilde{x}_{11} & \tilde{x}_{12} & \tilde{x}_{13} & \dots & \tilde{x}_{1n} \\ \tilde{x}_{21} & \tilde{x}_{22} & \tilde{x}_{23} & \dots & \tilde{x}_{2n} \\ \tilde{x}_{31} & \tilde{x}_{32} & \tilde{x}_{33} & \dots & \tilde{x}_{3n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \tilde{x}_{m1} & \tilde{x}_{m2} & \tilde{x}_{m3} & \dots & \tilde{x}_{mn} \end{bmatrix} \end{matrix}$$

$$\tilde{W} = [\tilde{w}_1, \tilde{w}_2, \tilde{w}_3, \dots, \tilde{w}_n],$$

onde \tilde{x}_{ij} , $i = 1, 2, \dots, m$, e $j = 1, 2, \dots, n$ são dados numéricos das alternativas de solução $A_1, A_2, A_3, \dots, A_m$ para cada um dos atributos C_1, C_2, \dots, C_n analisados no problema e \tilde{w}_j , $j = 1, 2, \dots, n$ é o grau de importância de cada um dos atributos C_1, C_2, \dots, C_n respectivamente.

A atribuição do grau de importância aos atributos pode ser realizada a partir de métodos como o AHP ou ainda pelo especialista de forma empírica. O método descrito em Yang & Hung (2005) apresenta uma metodologia de equivalência entre os valores *crisp* de importância atribuídos pelo especialista a um atributo e os conjuntos fuzzy que representam o grau de importância de cada atributo envolvido no problema. Os autores definem uma escala de 1 (menos importante) a 5 (mais importante), valores estes utilizados pelos especialistas para definir o grau de importância de cada variável do problema. A Tabela 4.1 apresenta a equivalência entre os valores numéricos e os conjuntos fuzzy definidos por Yang & Hung e utilizados neste trabalho.

Tabela 4.1 – Equivalência dos conjuntos fuzzy e grau de importância dos atributos

Variável Linguística	Peso	Conjunto
Baixíssimo (BB)	1	(0.00, 0.00, 0.25)
Baixo (B)	2	(0.00, 0.25, 0.50)
Médio (M)	3	(0.25, 0.50, 0.75)
Alto (A)	4	(0.50, 0.75, 1.00)
Altíssimo (AA)	5	(0.75, 1.00, 1.00)

A partir da matriz de decisão \tilde{D} os dados devem ser normalizados para depois serem convertidos em conjuntos fuzzy. A equação abaixo é utilizada para normalizar os atributos que devem ser maximizados, ou seja, as variáveis que representam os benefícios.

$$r_{ij} = \frac{x_{ij} - \min\{x_{ij}\}}{[\max\{x_{ij}\} - \min\{x_{ij}\}]}$$

Os atributos que representam os custos, ou seja, que devem ser minimizados, deverão ser normalizados com a equação apresentada a seguir:

$$r_{ij} = \frac{\max\{x_{ij}\} - x_{ij}}{[\max\{x_{ij}\} - \min\{x_{ij}\}]}$$

O valor r_{ij} representa o valor normalizado de \tilde{x}_{ij} apresentado na matriz de decisão \tilde{D} . Os valores $\max\{x_{ij}\}$ e $\min\{x_{ij}\}$ representam o maior e o menor valor *crisp* do atributo C_j e, x_{ij} é o valor que será normalizado.

Calculado o r_{ij} da matriz normalizada, este valor será fuzzificado e representado pelo conjunto fuzzy da Tabela 4.1 em que r_{ij} possui maior grau de pertinência. Definida a matriz fuzzy com os conjuntos \tilde{v}_{ij} de maior pertinência de r_{ij} e os pesos \tilde{w}_j dos atributos C_j também como conjuntos fuzzy, é preciso calcular a matriz ponderada levando em consideração o grau de importância de cada um dos critérios apresentados. Este procedimento é realizado por meio da multiplicação de conjuntos fuzzy. Em conjuntos fuzzy triangulares esta operação ocorre conforme o modelo abaixo:

$$\tilde{A}(\times)\tilde{B} = (a_1, a_2, a_3)(\times)(b_1, b_2, b_3) = (a_1b_1, a_2b_2, a_3b_3)$$

Neste procedimento, o conjunto fuzzy de maior pertinência dos valores de entrada normalizados é multiplicado pelo conjunto fuzzy representante do grau de importância atribuído às variáveis.

$$\tilde{V} = \begin{bmatrix} \tilde{v}_{11} & \tilde{v}_{12} & \cdots & \tilde{v}_{1j} & \cdots & \tilde{v}_{1n} \\ \tilde{v}_{21} & \tilde{v}_{22} & \cdots & \tilde{v}_{2j} & \cdots & \tilde{v}_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \tilde{v}_{i1} & \tilde{v}_{i2} & \cdots & \tilde{v}_{ij} & \cdots & \tilde{v}_{in} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \tilde{v}_{m1} & \tilde{v}_{m2} & \cdots & \tilde{v}_{mj} & \cdots & \tilde{v}_{mn} \end{bmatrix} =$$

$$\begin{bmatrix} \tilde{w}_1\tilde{v}_{11} & \tilde{w}_2\tilde{v}_{12} & \cdots & \tilde{w}_j\tilde{v}_{1j} & \cdots & \tilde{w}_n\tilde{v}_{1n} \\ \tilde{w}_1\tilde{v}_{21} & \tilde{w}_2\tilde{v}_{22} & \cdots & \tilde{w}_j\tilde{v}_{2j} & \cdots & \tilde{w}_n\tilde{v}_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \tilde{w}_1\tilde{v}_{i1} & \tilde{w}_2\tilde{v}_{i2} & \cdots & \tilde{w}_j\tilde{v}_{ij} & \cdots & \tilde{w}_n\tilde{v}_{in} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \tilde{w}_1\tilde{v}_{m1} & \tilde{w}_2\tilde{v}_{m2} & \cdots & \tilde{w}_j\tilde{v}_{mj} & \cdots & \tilde{w}_n\tilde{v}_{mn} \end{bmatrix}$$

Figura 4.1 – Matriz de decisão ponderada do método Fuzzy TOPSIS

Calculada a matriz ponderada, a Fuzzy Positive Ideal Solution (FPIS, A^+) que representa a solução compromisso e a Fuzzy Negative Ideal Solution (FNIS, A^-) que representa a pior das soluções possíveis, podem ser definidas respectivamente como (Celik, Cebi, *et. al*, 2009),

$$A^+ = (\tilde{v}_1^+, \tilde{v}_2^+, \dots, \tilde{v}_n^+)$$

$$A^- = (\tilde{v}_1^-, \tilde{v}_2^-, \dots, \tilde{v}_n^-)$$

onde $\tilde{v}_j^+ = (1, 1, 1)$ e $\tilde{v}_j^- = (0, 0, 0)$, para $j = 1, 2, \dots, n$.

Em (Yang & Hung, 2007) a distância Euclidiana entre dois conjuntos fuzzy triangulares é calculada com a equação

$$d(\tilde{A}, \tilde{B}) = \sqrt{\frac{1}{3} [(a_1 - b_1)^2 + (a_2 - b_2)^2 + (a_3 - b_3)^2]}$$

onde (a_1, a_2, a_3) são as coordenadas do conjunto fuzzy triangular \tilde{A} e (b_1, b_2, b_3) as coordenadas do conjunto fuzzy triangular \tilde{B} .

Desta forma, a distância entre o conjunto fuzzy ponderado e a FPIS é definida conforme a equação abaixo:

$$d_i^+ = \sum_{j=1}^n d(\tilde{v}_{ij}, \tilde{v}_j^+), i = 1, 2, \dots, m; j = 1, 2, \dots, n$$

De forma análoga, a distância do conjunto fuzzy ponderado para a FNIS é definida como apresentada a seguir:

$$d_i^- = \sum_{j=1}^n d(\tilde{v}_{ij}, \tilde{v}_j^-), i = 1, 2, \dots, m; j = 1, 2, \dots, n$$

Após o cálculo da distância dos conjuntos fuzzy da matriz ponderada para a FPIS e para a FNIS de cada uma das possíveis alternativas de solução, o grau de similaridade destas alternativas com a FPIS é definido como apresentado abaixo.

$$CC_i = \frac{d_i^-}{d_i^+ + d_i^-}$$

Como resultado, a equação anterior irá apresentar um valor entre 0 (sem nenhuma compatibilidade com a FPIS) e 1 (com total compatibilidade com a FNIS). Assim, o ranking de preferência das alternativas apresentará como melhor solução a

alternativa que tiver o maior valor resultante da equação anterior, seguida pelas demais em ordem decrescente.

4.2 Tomada de decisão em grupo multicritério

Um importante campo de estudo dos SAD envolve a tomada de decisão em grupo. Problemas multicritério com esta característica, nos quais os dados analisados são imprecisos e tratados com o auxílio da teoria de conjuntos fuzzy e sua lógica, são comumente classificados como Fuzzy Multi-Criteria Group Decision Making (FMCGDM).

Em problemas FMCGDM diferentes decisores podem atribuir diferentes graus de importância para cada variável envolvida na análise. Por exemplo: ao escolher uma estratégia de marketing, o responsável pelo departamento financeiro de uma empresa possivelmente definirá “Custo” como uma das variáveis de maior importância na análise. Entretanto, na mesma análise, é possível que o responsável pela estratégia de marketing dê maior importância à variável “Qualidade”, ou então, à variável “Período”. Assim, em um processo de tomada de decisão em grupo temos diferentes visões, onde cada decisor possui diferentes propósitos que muitas vezes são conflitantes.

Dificilmente o resultado obtido por meio do processo de tomada de decisão em grupo irá satisfazer todos os decisores. Sendo assim, em situações onde a decisão deve ser tomada por mais de um decisor, surge a necessidade de um método capaz de analisar a opinião de cada um e agregá-las de modo a encontrar uma solução que fique o mais próximo possível do consenso daquele grupo.

Outra característica que deve ser considerada em problemas MCGDM é o grau de influência que cada decisor exerce no processo de escolha de uma alternativa. Em problemas nos quais um determinado decisor possui maior conhecimento do domínio, a visão deste especialista poderá possuir maior grau de importância do que a dos demais decisores na análise do problema.

Várias são as propostas de trabalho que tratam problemas multicritério envolvendo tomada de decisão em grupo. Chen (2000) apresenta uma proposta que descreve uma extensão do Fuzzy TOPSIS capaz de lidar com problemas MCGDM a partir do cálculo da distância Euclidiana entre dois conjuntos fuzzy. Em Hus & Chen (1996) é proposto um modelo de agregação de diferentes opiniões fuzzy a respeito de uma alternativa para a tomada de decisão em grupo. Lai, Ho, *et al*, (1998) descrevem uma proposta para problemas MCGDM na qual os tomadores de decisão indicam suas

preferências em relação ao problema analisado. Com base nestas definições, um modelo baseado no princípio de eleição e programação linear é apresentado para agregar as preferências individuais dos decisores.

Um método de tomada de decisão em grupo multicritério deve ser capaz de aceitar as diferentes visões dos decisores, ou seja, diferentes graus de importância das variáveis e, conseqüentemente, diferentes soluções para o mesmo problema. Assim, o processo de tomada de decisão multicritério em grupo pode ser ilustrado de acordo com a Figura 4.1.

No processo de tomada de decisão em grupo multicritério apresentado na Figura 4.1, cada decisor pode definir suas preferências a respeito das variáveis envolvidas no problema. A escolha da melhor solução dentre as disponíveis será feita de acordo com as preferências apresentadas. Esta escolha pode ser manual, na qual cada decisor escolhe a alternativa que melhor represente suas preferências, ou ela pode ser realizada através de um processo inferencial que avalie as alternativas disponíveis e identifique a que melhor satisfaça as preferências definidas. Com esta característica, o modelo de inferência deve ser capaz de identificar e agregar as diferentes soluções, com os diferentes graus de influência para cada uma delas.

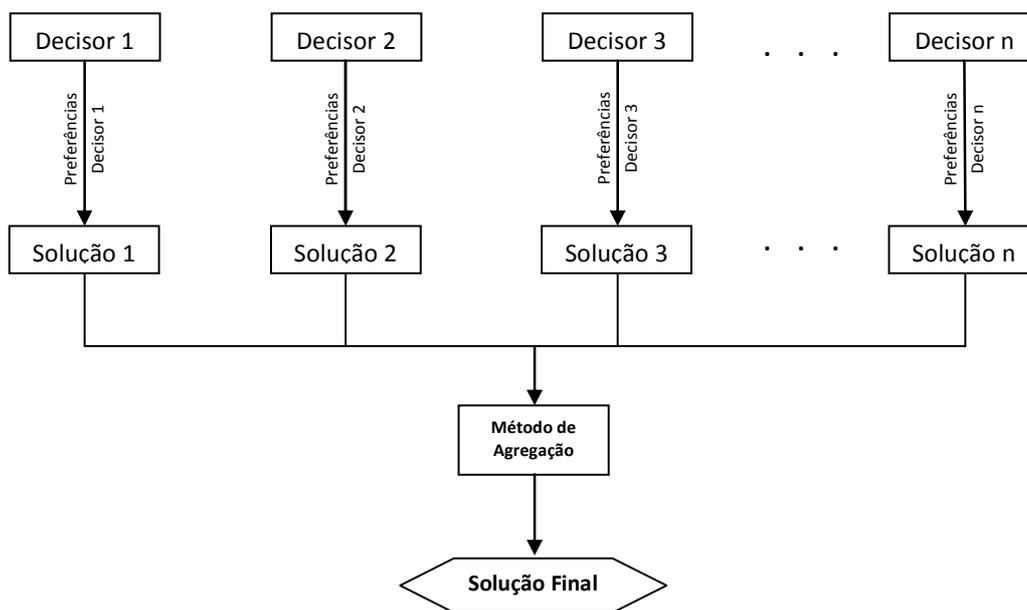


Figura 4.1 – Tomada de decisão em problemas MCGDM

As soluções definidas anteriormente são analisadas de acordo com o método de agregação escolhido. A solução final será definida de acordo com os parâmetros de inferência fornecidos como, por exemplo, os graus de influência de cada decisor, o grau de importância atribuído a cada atributo e o método de inferência utilizado.

4.3 SBRF para tomada de decisão em grupo

Para realizarmos a análise de problemas MCGDM a partir de regras fuzzy é preciso definir como tratar as características inerentes a estes problemas como, por exemplo, a atribuição de diferentes graus de importância às variáveis por vários decisores e os diferentes graus de influência que cada decisor pode possuir na análise do problema.

O foco da proposta deste trabalho é o uso de regras fuzzy para tomada de decisão em problemas MCGDM. Em alguns casos, a quantidade de variáveis envolvidas pode ser grande o suficiente a ponto de tornar o processo de definição da base de regras (BR) por um ou mais especialistas um trabalho extremamente oneroso. Além disso, a inferência resultante de um sistema onde a BR não atenda as características de consistência e completude pode ter seu resultado final comprometido. Diante destas características, surge o desafio de gerar uma base de regras capaz de considerar as diferentes visões de diversos especialistas para o tratamento de problemas MCGDM, ou seja, o método deve ser capaz de tratar diferentes graus de importância para cada variável e para cada decisor.

Na sequência será apresentada uma proposta com o uso de regras fuzzy para tratar problemas multicritério que envolvam a tomada de decisão em grupo. A seção 4.3.1 trata as questões da geração de uma base de regras que considere diferentes graus de importância para cada uma das variáveis envolvidas, identificando as que devem ser maximizadas ou minimizadas, bem como a influência que cada uma possui na definição do consequente. O principal método utilizado como apoio à geração das regras é o Fuzzy TOPSIS, com algumas alterações no modelo apresentado anteriormente que visam permitir uma representação fiel da visão que cada decisor possui a respeito do problema analisado. Com o objetivo de permitir a inferência em grupo a partir de regras fuzzy, um modelo com o uso de meta regras é apresentado. Na seção 4.3.2 é apresentado um método capaz de considerar o grau de influência que cada decisor possui no processo de defuzzificação da saída fuzzy gerada pela base de regras multicritério. Basicamente, o método é uma extensão do CoA que considera os graus de importância de cada regra. Neste contexto, o grau de importância da regra representa a influência que cada decisor possui na análise do problema em questão.

4.3.1 Base de regras fuzzy para problemas MCGDM

A estrutura base de um SBRF convencional normalmente visa uma inferência na qual as preferências da análise não contemplam as características inerentes aos problemas MCGDM. Além disso, estes sistemas não costumam apresentar características de tomada de decisão em grupo aliadas a problemas multicritério. Diante deste cenário, uma das principais contribuições deste trabalho é o tratamento de problemas MCGDM a partir do uso de regras fuzzy.

Como mencionado anteriormente, em problemas onde há um grande número de conjuntos e variáveis envolvidas, a definição de uma BR por um conjunto de especialistas pode tornar-se um processo praticamente inviável. Como proposta de solução a este problema, alguns ajustes no método Fuzzy TOPSIS nos permitem a geração de uma BR Fuzzy que represente fielmente o conhecimento empírico de um especialista.

Como estamos tratando de problemas multicritério com tomada de decisão em grupo, os decisores deverão definir o grau de importância de cada variável envolvida no problema, além de identificar as variáveis que devem ser maximizadas e as variáveis que devem ser minimizadas.

A definição dos antecedentes das regras ocorre de modo similar ao do método Wang & Mendel (Wang & Mendel, 1992) no qual, a partir de uma base de dados *crisp*, cada registro é lido e o conjunto fuzzy de maior pertinência para cada valor das variáveis analisadas é definido como um dos conjuntos antecedentes da regra.

Assim como ocorre no Fuzzy TOPSIS, todos os valores *crisp* de entrada são normalizados. Entretanto, no modelo proposto, todos os valores de entrada, independente de representarem custo ou benefício, serão normalizados com a equação aplicada às variáveis que representam benefício, ou seja, que devam ser maximizadas no Fuzzy TOPSIS. Ao realizar o processo de normalização padrão do Fuzzy TOPSIS, as variáveis que devem ser minimizadas apresentam valor 1 (máximo) como valor normalizado para a menor entrada da variável custo. Veja o exemplo a seguir:

$$\tilde{D} = \begin{matrix} & C_1 & C_2 & C_3 & C_4 \\ \begin{matrix} A_1 \\ A_2 \\ A_3 \\ A_4 \end{matrix} & \left[\begin{array}{cccc} 10 & 200 & 50 & 5 \\ 12 & 380 & 43 & 7 \\ 19 & 120 & 48 & 9 \\ 20 & 260 & 45 & 3 \end{array} \right] \end{matrix}$$

Vamos supor que, dentre as variáveis apresentadas, a variável C_2 deva ser minimizada. A normalização convencional do Fuzzy TOPSIS definiria as entradas

A_2C_2 como 0 e A_3C_2 como 1. Empiricamente, os especialistas tendem a definir os conjuntos de uma variável fuzzy de forma fiel à realidade do contexto, ou seja, após a normalização dos valores, os valores de suporte do conjunto Baixo serão menores que os do conjunto Alto. Após a normalização dos valores definidos pelo especialista para os conjuntos fuzzy de uma variável, poderemos ter sua representação como apresentada na Figura 4.2. Vamos considerar o domínio da variável, antes da normalização, no intervalo de 0 a 380. Ao normalizar os valores de entrada para C_2 que deve ser minimizada, A_3C_2 teria pertinência 1 no conjunto Alto, quando na verdade deveria ter sua pertinência em outro conjunto. Desta forma, ao manter a definição do especialista como apresentado na Figura 4.2, a representação de C_2 seria oposta à desejada pelo mesmo pois, após a normalização da forma tradicional, como utilizada no Fuzzy TOPSIS, a entrada 380 seria representada pelo valor 0, cuja pertinência é 1 no conjunto Baixo. Para sanar este problema, basta normalizar todos os valores com a equação aplicada às variáveis que representam benefício.

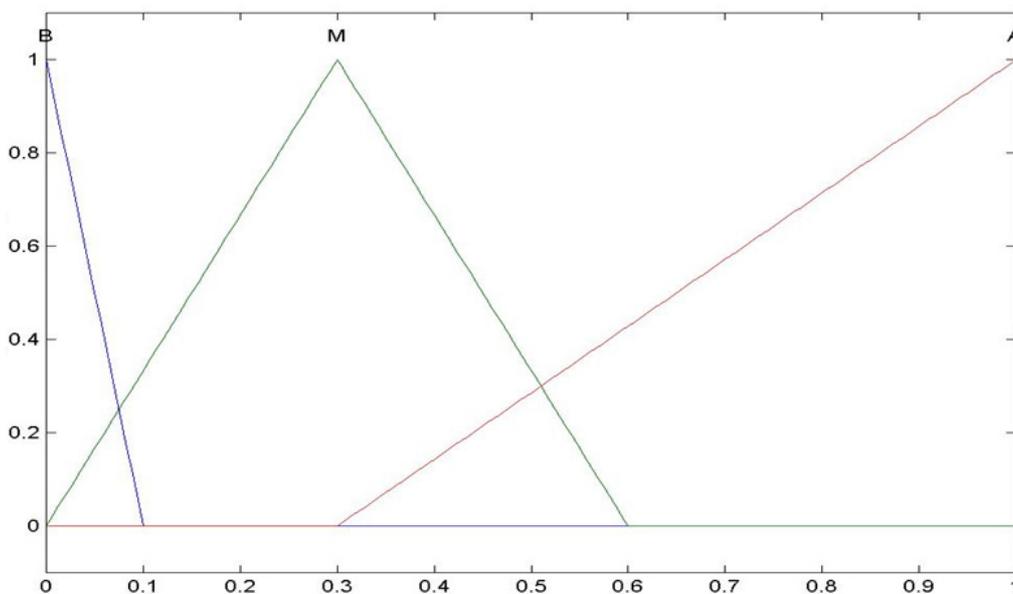


Figura 4.2 – Representação da variável C_2 de acordo com os especialistas (valores normalizados)

Uma alternativa seria normalizar tanto os valores dos conjuntos definidos pelo especialista, quanto os valores de entrada da variável C_2 , com a equação convencional de normalização de variáveis que representam custo no Fuzzy TOPSIS. Entretanto, com o propósito de preservar as definições originais do especialista, optou-se pela normalização que conserve as características que mais se aproximam do conhecimento humano, uma vez que a validação das regras será feita pelo próprio especialista. Outra alternativa seria não normalizar os valores de entrada e dos conjuntos. Entretanto, a normalização destes valores é parte do processo realizado

para definir o cálculo da distância Euclidiana entre dois conjuntos fuzzy no método Fuzzy TOPSIS.

Mas como gerar automaticamente os consequentes de cada regra, de forma a representar o conhecimento empírico de cada especialista em um problema FMCGDM? Definidos os antecedentes fuzzy das regras, o modelo matemático do Fuzzy TOPSIS é aplicado para definir o consequente de acordo com o perfil de análise apresentado por cada decisor, ou seja, com as definições do grau de importância de cada variável realizadas por cada decisor, a partir da matriz fuzzy ponderada, o Fuzzy TOPSIS define a FPIS e a FNIS e calcula a distância Euclidiana de cada alternativa para ambas. Entretanto, com o propósito de melhorar os resultados obtidos, a definição da FPIS e da FNIS ocorre de forma diferente da apresentada no capítulo 4.1, onde elas são definidas respectivamente como $\tilde{v}_j^+ = (1, 1, 1)$ e $\tilde{v}_j^- = (0, 0, 0)$, para $j = 1, 2, \dots, n$. Quando definidas assim, os consequentes resultantes da análise não representaram fielmente a visão de cada decisor. Entretanto, se definidas como

$$A^+ = (\tilde{v}_1^+, \tilde{v}_2^+, \dots, \tilde{v}_n^+) = \{(\max \tilde{v}_{ij} | i = 1, 2, \dots, m), j = 1, 2, \dots, n\},$$

para os atributos que devem ser maximizados e

$$A^- = (\tilde{v}_1^-, \tilde{v}_2^-, \dots, \tilde{v}_n^-) = \{(\min \tilde{v}_{ij} | i = 1, 2, \dots, m), j = 1, 2, \dots, n\},$$

para os atributos que devem ser minimizados, a definição dos consequentes torna-se mais fiel à visão do decisor. Assim como no Fuzzy TOPSIS convencional, o processo matemático que definirá o consequente passa pelo cálculo da distância Euclidiana de cada alternativa para a FPIS e FNIS, bem como o cálculo do grau de similaridade de cada alternativa com a FPIS definida pela fórmula CC_i apresentada no capítulo 4.1.

Alguns estudos foram realizados com o método Fuzzy Flexible TOPSIS (Fuzzy F-TOPSIS) (Santos, F.J.J.S. & Camargo, H.A., 2009) que tem como uma de suas contribuições uma proposta de otimização que também considere o conhecimento empírico do especialista no processo matemático e não somente na definição dos conjuntos. Outra contribuição do artigo é permitir que mais de um conjunto fuzzy de pertinência a um valor *crisp* de entrada seja considerado no processo de otimização apresentado na seção 4.1. Entretanto, o baixo valor do desvio padrão apresentado por este método comprometeu a definição dos consequentes na análise. Dentre os inúmeros testes realizados, os melhores resultados foram obtidos com o método aqui descrito.

Após a inferência do Fuzzy TOPSIS como proposto neste capítulo, a definição dos consequentes será realizada a partir do novo CC_i , ou CC_i normalizado (NCC_i), que deverá ser calculado como apresentado abaixo:

$$NCC_i = \frac{CC_i}{\max CC_i}$$

A partir do NCC_i , o consequente será definido de acordo com uma classificação dependente do contexto. Em outras palavras, a definição dos conjuntos fuzzy feita pelo especialista para o consequente das regras é que irá definir qual a melhor opção para a regra em questão, ou seja, o conjunto fuzzy que apresentar maior pertinência para o valor NCC_i será definido como o consequente para a regra.

Uma das vantagens deste método na geração de uma BR fuzzy é a não existência de regras conflitantes que representam a visão de um decisor, ou seja, nestes casos, para os mesmos antecedentes sempre teremos o mesmo consequente por decisor. Sempre que duas ou mais análises forem realizadas com os mesmos valores de entrada e com os mesmos graus de importância para cada uma das variáveis envolvidas, o resultado final NCC_i será o mesmo.

Da mesma forma que ocorre no Wang & Mendel (Wang & Mendel, 1992), caso haja regras redundantes, ou seja, com mesmos antecedentes e mesmos consequentes, apenas uma será mantida na base.

Outra vantagem que cabe destacar é que, da forma como foi proposta, a geração automática da BR leva em consideração todas as características de um problema multicritério, em especial os diferentes graus de importância de cada variável envolvida no problema na visão de cada decisor.

Para validação do método foi realizado um estudo de caso descrito no capítulo 5. Nestes testes, uma amostra das regras geradas por este método foi apresentada aos especialistas com o propósito de validar a proposta. Todas as regras analisadas foram consideradas fiéis à representação do conhecimento empírico que cada um possui. Maiores detalhes serão apresentados no referido capítulo.

4.3.2 Tomada de decisão em grupo

Diferentes decisores muitas vezes divergem em suas opiniões a respeito de um mesmo problema. Por esta razão, no processo de tomada de decisão em grupo a partir de regras fuzzy é preciso definir uma maneira de tratar os possíveis conflitos, nos quais uma regra com os mesmos antecedentes pode ter um consequente definido pelo decisor *A* e outro consequente definido pelo decisor *B*.

Em Petrovic *et. al.* (2006), três bases de regras são utilizadas para solucionar um problema de previsão de demanda. De modo semelhante, várias BR para tomada

de decisão em grupo poderiam ser desenvolvidas, uma para cada decisor. Entretanto, dentro da proposta de trabalho, que é apoiar a decisão em grupo através de regras fuzzy a partir de uma base dados *crisp*, desenvolver uma BR para cada decisor pode gerar um custo computacional desnecessário, uma vez que, dados os valores *crisp* de entrada, os antecedentes são os mesmos para todos os decisores. Como alternativa, o modelo de meta regras apresentado por Chen (1996), nos permite tratar os diferentes consequentes para os mesmos antecedentes com diferentes graus de importância das variáveis e dos próprios decisores. O modelo de meta regra definido por ele possui o seguinte formato.

se condição então
disparar as regras na BR com certas características

Da forma como foi proposto na seção 4.3.1, a BR gerada é capaz de auxiliar o processo de tomada de decisão multicritério com a visão de um só indivíduo. Para estruturar o processo de tomada de decisão em grupo através de regras, é proposto o uso de meta regras (Chen, 1996) associado à matriz de decisão. Assim, uma matriz com os conjuntos de maior pertinência dos valores normalizados como descrito na seção 4.3.1 é definida com o propósito de representar os antecedentes das regras como apresentado na Tabela 4.2.

Tabela 4.2 – Matriz com os antecedentes das regras

	C_1	C_2	C_3	C_4	...	C_n
R_1	V_{11}	V_{12}	V_{13}	V_{14}	...	V_{1n}
R_2	V_{21}	V_{22}	V_{23}	V_{24}	...	V_{2n}
R_3	V_{31}	V_{32}	V_{33}	V_{34}	...	V_{3n}
R_4	V_{41}	V_{42}	V_{43}	V_{44}	...	V_{4n}
R_5	V_{51}	V_{52}	V_{53}	V_{54}	...	V_{5n}
\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	...	\vdots
R_m	V_{m1}	V_{m2}	V_{m3}	V_{m4}	...	V_{mn}

Identificados os antecedentes, cada decisor precisa atribuir o grau de importância associado a cada uma das variáveis envolvidas no problema para, então, serem definidos os consequentes relacionados às m regras. De modo a permitir uma análise dinâmica, na qual diferentes atribuições de graus de importância ocorrem às variáveis e aos decisores, a Tabela 4.3 apresenta uma matriz cujo objetivo é armazenar os diferentes graus de importância atribuídos às variáveis por cada um dos decisores envolvidos no problema, bem como o grau de influência que cada um possui na inferência do resultado final.

Tabela 4.3 – Matriz com as visões dos decisores

	C_1	C_2	C_3	C_4	...	C_n	C_{n+1}
D_1	i_{11}	i_{12}	i_{13}	i_{14}	...	i_{1n}	i_{1n+1}
D_2	i_{21}	i_{22}	i_{23}	i_{24}	...	i_{2n}	i_{2n+1}
D_3	i_{31}	i_{32}	i_{33}	i_{34}	...	i_{3n}	i_{3n+1}
\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	...	\vdots	\vdots
D_k	i_{m1}	i_{m2}	i_{m3}	i_{m4}	...	i_{mn}	i_{mn+1}

A Tabela 4.3 representa as diferentes visões de um problema com m decisores envolvidos em um processo de tomada de decisão. O grau de influência do decisor i , para $i = 1, 2, \dots, m$ é representado na tabela pelo atributo C_{n+1} , que será utilizado para determinar o grau de importância que o decisor i possui na definição do resultado final. O valor atribuído a cada decisor varia de 0 (sem importância) à 10 (muito importante) e seu grau de influência normalizado é definido pela seguinte equação:

$$w_i = \frac{V_{in}}{\sum_{i=1}^m V_{in}}$$

onde V_{in} é o grau de importância entre 0 e 10 de cada decisor e, w_i é o grau de influência normalizado de cada decisor, que será utilizado no cômputo da defuzzificação.

Os valores dos atributos C_1 até C_n na Tabela 4.3 representam os graus de importância que cada decisor atribuiu às respectivas variáveis. Apesar de este valor representar a influência do atributo através de um número inteiro entre 1 (menor importância) e 5 (maior importância), para determinar a matriz fuzzy ponderada ele será convertido no conjunto fuzzy correspondente da Tabela 4.1, permitindo assim que a operação de multiplicação seja realizada entre o grau de importância da variável e o valor fuzzy de entrada.

Ao inicializar o processo de geração da base de regras, será definida uma matriz como a apresentada na Tabela 4.3. Na sequência, ao ler os dados *crisp* de entrada, será construída uma única matriz baseada na Tabela 4.2, que representará os antecedentes das possíveis regras.

Baseado na definição de meta regras apresentada em (Chen, 1996), para cada decisor envolvido na análise, representado por uma linha na Tabela 4.3, será disparada uma execução do método descrito no capítulo 4.3.1 de acordo com os graus de importância atribuídos por ele às variáveis do problema. Após a execução deste processo para todos os decisores, uma matriz com os consequentes de cada decisor será definida como apresentado na Tabela 4.4.

Tabela 4.4 – Matriz com os consequentes das regras

	C_1	C_2	C_3	...	C_n
R_1	V_{11}	V_{12}	V_{13}	...	V_{1n}
R_2	V_{21}	V_{22}	V_{23}	...	V_{2n}
R_3	V_{31}	V_{32}	V_{33}	...	V_{3n}
R_4	V_{41}	V_{42}	V_{43}	...	V_{4n}
R_5	V_{51}	V_{52}	V_{53}	...	V_{5n}
\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	...	\vdots
R_m	V_{m1}	V_{m2}	V_{m3}	...	V_{mn}

Cada termo V_{ij} , para $i = 1, 2, \dots, m$ e $j = 1, 2, \dots, n$, representa um conseqüente da linha R_i na matriz da Tabela 4.2, ou seja, para cada linha i da Tabela 4.2, que representa os antecedentes de uma regra, teremos a mesma linha i na Tabela 4.4 representando os consequentes gerados pelo método descrito no capítulo 4.3.1 de acordo com a visão definida pelos k decisores.

De forma semelhante ao processo de geração da BR para tomada de decisão com apenas um decisor, as regras redundantes, ou seja, que tiverem os mesmos antecedentes e os mesmos consequentes, serão excluídas. Refinada a BR, a inferência deverá considerar o grau de influência (w_i) que cada decisor possui na solução. O método escolhido foi CoA (Cho & Park, 2000) capaz de considerar o grau de influência de uma regra, representado aqui por w_i conforme apresentado na equação

$$u_i = \frac{\sum_{k=1}^{k=n} (w_i \times x_k) \times \mu(x_k)}{\sum_{k=1}^{k=n} \mu(x_k)}$$

onde u_i representa o valor defuzzificado considerando a visão do decisor i , w_i o grau de influência do decisor e x_k o valor do domínio X que possui a pertinência $\mu(x_k)$. O resultado da inferência final é definido por

$$u^* = \sum_{i=1}^n u_i$$

onde u_i , para $i = 1, 2, \dots, n$ representa o resultado inferido de cada decisor e u^* o valor da inferência final.

4.4 Proposta de um modelo estrutural de sistemas fuzzy para apoio à decisão

Uma das contribuições deste trabalho é a definição de um framework capaz de agregar os conceitos de SAD apresentados no capítulo 2 aos conceitos de sistemas fuzzy discutidos nos capítulos 3 e 4. Sendo assim, espera-se com este modelo reunir práticas da teoria de conjuntos fuzzy e da lógica fuzzy aplicadas ao processo de tomada de decisão, com os conceitos de SAD apresentados no capítulo 2.

Para o desenvolvimento de um SAD com o uso de sistemas fuzzy como apresentado anteriormente, é necessário o uso de alguns conceitos tradicionais da engenharia de software como, por exemplo, a definição de um ciclo de vida. Entretanto, tratando-se de um SAD Fuzzy com as características de um problema MCGDM, estes conceitos devem ser agregados às técnicas de representação do conhecimento e à definição de um modelo de inferência fuzzy capaz de tratar problemas com estas características. Assim, as fases propostas para o desenvolvimento de um SAD Fuzzy para tratar de problemas classificados como MCGDM são:

1. Compreensão do domínio;
2. Definição do método de seleção
3. Representação técnica do conhecimento;
4. Interface de diálogo;

Esta proposta parte do princípio de que a base de dados a ser utilizada pelo sistema já esteja definida, ou seja, nenhuma especificação técnica relacionada a Banco de Dados (BD) é definida. Além disso, quando oriundo de fontes externas, os dados manipulados pelo sistema não serão armazenados em um BD específico do SAD, mas sim, permanecerão em sua origem. Na sequência, serão descritas cada uma das fases apresentadas.

4.4.1 Compreensão do domínio

A fase de compreensão do domínio é uma das fases mais importantes de todo o ciclo de construção de um SAD, pois ela servirá como base para as demais. É nesta fase que o objetivo do sistema deve ser definido.

Enunciar o problema a ser tratado certamente auxiliará na compreensão e definição dos objetivos em um problema multicritério, bem como na identificação das

variáveis de entrada (controláveis e não controláveis) e de saída. O texto extraído de Raiffa (1977) nos fornece um exemplo de um pequeno enunciado de problema a ser resolvido:

“Um petroleiro deve decidir se perfura ou não em certo local, antes que sua opção expire. Ele não tem certeza sobre muitas coisas: o custo de perfuração, a extensão dos depósitos de petróleo, o custo de sucção do petróleo, dentre outros parâmetros. Estão disponíveis registros objetivos de perfurações similares e não tão similares na mesma bacia, tendo o empresário discutido as características peculiares ao caso com seu geólogo, seu geofísico, e seu agente de imóveis. Informação relevante adicional, mas ainda não perfeita, pode ser obtida sobre as condições da estrutura geofísica do local, usando técnicas de sondagem sísmicas. Esta informação é muito cara, e o problema do empresário é decidir se deve ou não obtê-la, antes de tomar a decisão final: perfurar ou não.”

Na breve descrição do problema de perfuração de poços de petróleo, muitas são as variáveis fuzzy possíveis. Dentre elas, podemos destacar os custos de perfuração e de sucção, além da extensão dos depósitos. Estas variáveis podem ser representadas a partir de conjuntos fuzzy como baixo, médio e alto, dentro de um intervalo definido por profissionais da área. Todas as variáveis de entrada destacadas podem ser classificadas como não controláveis. Como variável de saída deste problema temos a sugestão de obter ou não as informações sobre a estrutura geofísica do local, e a decisão final do empresário se deve ou não perfurar o poço de petróleo de acordo com as informações analisadas.

Ainda nesta fase é preciso definir o grau de importância que cada variável envolvida no problema possui sobre a decisão. A definição do grau de influência das variáveis em problemas MCGDM deve ser realizada de forma independente, por cada um dos decisores envolvidos no processo. Definidos os graus de importância de cada variável, por cada um dos decisores envolvidos, é preciso definir o grau a influência que cada decisor possui no processo de tomada de decisão.

A descrição do problema é o documento resultante da fase de compreensão do domínio. Nele é preciso deixar claro quais são as variáveis envolvidas no processo, quais variáveis devem ser maximizadas, quais devem ser minimizadas e, como resultado desta descrição as possíveis alternativas de solução ao problema devem ser identificadas.

4.4.2 Definição do método de seleção

A capacidade de escolha é uma das características mais inteligentes do ser humano. Após a identificação das possíveis alternativas para a solução de um problema, a fase de seleção é responsável pela formulação do modelo a ser adotado: descritivo ou normativo. Caso a opção seja pelo método descritivo, a busca pela solução do problema pode ser feita por meio dos processos de simulação. Uma vantagem deste método é a interatividade oferecida por ele, permitindo que usuário avalie o impacto de diferentes alternativas aplicadas ao problema. Os modelos normativos não possuem a interatividade oferecida pelos descritivos, no entanto, eles buscam a chamada solução ótima para o problema.

Identificar qual método de busca deve ser implementado é uma ação que deve ser discutida junto aos especialistas da área do problema analisado. Vale ressaltar que, pelo fato da lógica fuzzy trabalhar com informações imprecisas, dentro da proposta apresentada não é possível garantir que a solução encontrada por qualquer um dos conceitos de busca discutidos no capítulo de SAD seja a solução ótima. Sendo assim, os modelos descritivos apresentam maior similaridade com problemas que envolvam variáveis fuzzy dentro deste contexto. Por este motivo, o modelo descritivo será adotado como o modelo ideal dentro da proposta da análise de problemas com características FMCGDM. A Figura 4.3 apresenta as fases envolvidas na análise de um problema onde a busca por soluções é realizada através de modelos descritivos.

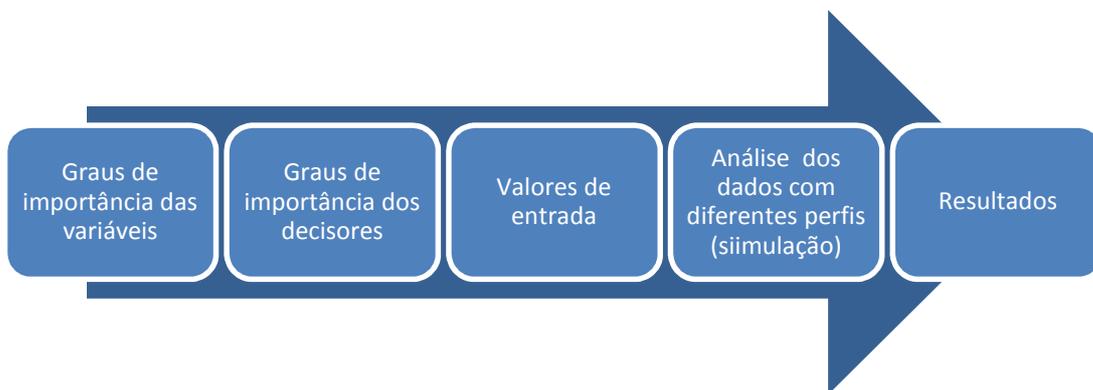


Figura 4.3 – Representação do processo apoio à decisão a partir de um modelo descritivo

Como descrito no capítulo 2, em Turban e Aronson (2001) o modelo descritivo é caracterizado pelo fato de analisar várias alternativas de solução de um mesmo problema. De acordo com as características inerentes aos problemas analisados, um conjunto de possíveis soluções é conhecido inicialmente. Assim, este processo pode levar em consideração diferentes configurações de análise através do método de

simulação inerente a esta classe de modelo. Desta forma torna-se possível a criação de cenários que representem diferentes graus de importância atribuídos pelos decisores, bem como a alteração do grau de influência que a visão de cada decisor possuirá no resultado final do processo.

4.4.3 Representação técnica do conhecimento

Identificado o problema, suas variáveis e suas possíveis alternativas de solução é preciso representar tecnicamente este cenário. Dentro da proposta apresentada, essa representação envolve o processo de codificação do Subsistema de Gestão do Conhecimento (SGC), que contém o Banco de Modelos, a Base de Regras e a Base de Dados, e a codificação do Subsistema de Gestão Inteligente de Modelos (SGIM), que contém o SGBM e o Motor de Inferência. Segundo Turban e Aronson (2001), o SGBM deve ser capaz de invocar, executar, alterar, combinar e inspecionar modelos, que nada mais são do que uma representação abstrata de situações reais. Pearson e Shim (1994) afirmam que a presença do SGBM é o que diferencia um SAD dos sistemas convencionais.

A similaridade existente entre alguns componentes estruturais dos SAD e o sistema fuzzy proposto para tratamento de problemas MCGDM nos permite realizar a integração de alguns conceitos para o processo de construção dos sistemas fuzzy para tomada de decisão. A Figura 4.4 apresenta uma proposta de integração dos componentes necessários para a construção destes sistemas.

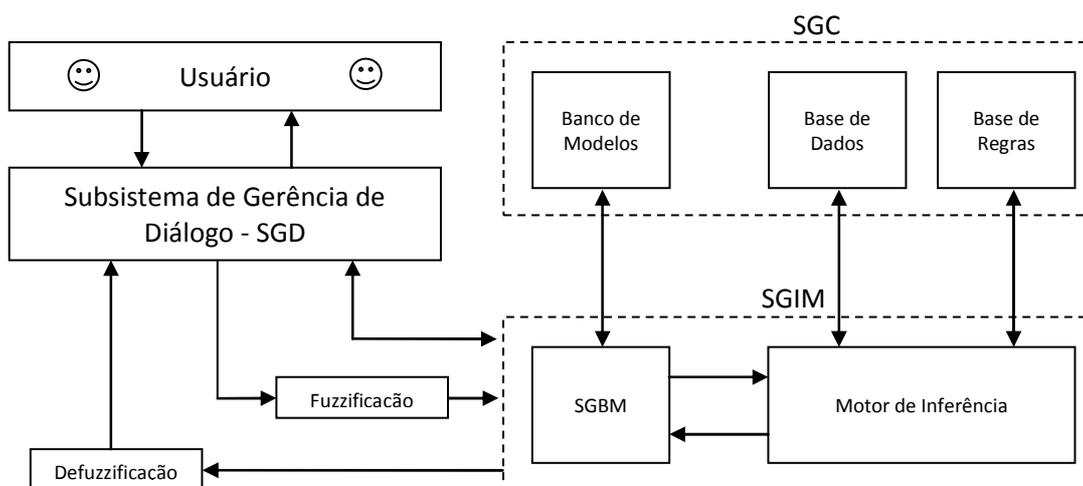


Figura 4.4 – Proposta de estrutura para um sistema fuzzy de apoio à decisão em problemas MCGDM

O SGC pode ser associado à base de conhecimento de um SBRF. Sua principal diferença está na existência da Base de Modelos. Ela é responsável pela representação dos cenários identificados nas fases anteriores, e sua representação técnica deve contemplar o tipo de modelo (operacional, tático ou estratégico). Este modelo fornecerá informações como, por exemplo, o grau de importância das variáveis do problema, o grau de importância de cada decisor, as FPIS e FNIS, além de conter as informações necessárias para o processo de normalização dos conjuntos fuzzy.

Conforme descrito ao longo do capítulo 4.3, a Base de Regras será definida de acordo com a Base de Dados do problema e a visão de cada decisor. Seu objetivo é expressar o conhecimento empírico do especialista. Para isso é necessária uma análise da Base de Dados, que representam os valores de entrada e as possíveis alternativas de solução ao problema. Esta análise será realizada de acordo com a visão de cada decisor, representada pelos graus de importância presentes no Banco de Modelos. Os antecedentes das regras representam as variáveis de entrada do problema e o consequente, definido pela extensão do método Fuzzy TOPSIS, representa uma variável de saída utilizada no processo de análise das alternativas disponíveis. A partir destas variáveis e do método de inferência apresentado anteriormente, a classificação das possíveis alternativas de solução ao problema será definida. Assim como ocorre em um SBRF convencional, a base de dados também armazena informações a respeito das variáveis linguísticas e dos conjuntos fuzzy que as compõem.

Dentro da proposta de desenvolvimento foi criado o Subsistema de Gestão Inteligente de Modelos (SGIM), que é o componente responsável pelo processo de inferência na proposta dos sistemas fuzzy para análise de problemas classificados como MCGDM. Como parte deste componente, o SGBM interage diretamente com o motor de inferência, sendo o componente responsável por interpretar os problemas analisados pelo SAD e gerenciar o processo de simulação inerente a estes sistemas. Outra atribuição do SGBM é a de armazenar as meta regras responsáveis pela inferência das regras para tomada de decisão em grupo discutida no capítulo 4.3.2. Assim como ocorre nos SBRF, o motor de inferência é responsável por identificar qual a melhor solução dentre todas as apresentadas.

O Subsistema de Gestão de Diálogo (SGD) é o componente responsável por permitir a interatividade entre o usuário e o SAD. Nele o usuário pode interagir com o sistema através de valores *crisp*, ou ainda, por meio dos conjuntos fuzzy interpretados pelo sistema. Maiores detalhes serão apresentados no capítulo 4.4.4, onde a Interface de diálogo é discutida.

Ao final, o resultado da análise de cada uma das alternativas será ordenado de forma decrescente com base no valor *crisp* definido pelo processo de defuzzificação apresentado no capítulo 4.3.2, que considera o grau de influência de cada decisor na análise do problema. A entrada que apresentar o maior valor será definida pelo sistema como a melhor alternativa de solução ao problema.

4.4.4 Interface de diálogo

Esta fase é a responsável pela construção do Subsistema de Gestão de Diálogo (SGD). A interface construída neste processo tem como necessidade prover uma característica necessária a todos os SAD: a capacidade de interação com o usuário. A partir de uma interface de diálogo os usuários poderão interagir com o sistema através dos processos de simulação, permitindo assim a realização de diversos experimentos "*What if*". Ao final, é por intermédio da interface de diálogo que o usuário irá visualizar o resultado das análises solicitadas.

Alguns autores como Turban & Aronson (2001) e Sprague & Watson (1989) definem a interface de diálogo como uma das características mais importantes de um SAD. Uma interface mal construída, que dificulte a interação do usuário com o sistema, pode fazer com que todos os recursos de inferência implementados não sejam utilizados de forma satisfatória. Portanto, a regra aqui é priorizar a construção de uma interface amigável e flexível, capaz de interagir naturalmente com o usuário.

4.5 Considerações finais

Certamente, muitas são as abordagens que aplicam lógica fuzzy no processo de tomada de decisão. A proposta deste capítulo e, conseqüentemente, deste trabalho de dissertação, foi apresentar uma abordagem capaz de gerar automaticamente uma base de regras para tratar problemas MCGDM com o uso de regras fuzzy, levando em consideração as características dos SAD descritas na literatura e agregadas aos sistemas fuzzy conforme apresentado no framework.

O próximo capítulo apresenta um estudo de caso onde o modelo aqui proposto é implementado com o objetivo de validar o método de geração da BR para tomada de decisão em grupo e o modelo de inferência proposto. Ao final é realizada uma análise dos resultados obtidos.

5. Estudo de caso

Para validar a proposta de SAD para tratamento de problemas MCGDM, este capítulo apresenta um estudo de caso aplicado na área de CRM (Customer relationship management) em uma empresa de transporte. Apesar de o estudo apresentar os resultados somente em uma aplicação, vale ressaltar que o método pode ser aplicado como ferramenta de apoio ao processo de tomada de decisão em outras áreas como, por exemplo, seleção de materiais, financeira, logística, entre outras. Os recursos técnicos utilizados na implementação do protótipo foram o NetBeans 6.1 e o Java 1.6.0_07.

Para determinar qual o melhor cliente de uma empresa, em especial no ramo de transporte, diversas variáveis devem ser analisadas. Ocorre que mesmo em posse das informações necessárias, os especialistas têm dificuldades em determinar qual o melhor cliente da empresa. Profissionais do departamento comercial acreditam que o melhor cliente é aquele que possui o maior faturamento. Por outro lado, o departamento financeiro acredita que o melhor cliente seja aquele que efetua o pagamento das faturas rigorosamente em dia. Há ainda uma terceira opinião a ser considerada que avalia o peso transportado por cada cliente. Diante desta situação, o método proposto no capítulo 4 surge como uma alternativa de análise do problema. Na sequência será realizada uma apresentação detalhada das características envolvidas no problema. Os detalhes sobre a implementação do método e os seus resultados obtidos também serão discutidos.

5.1 Apresentação do problema

Não conseguir determinar o melhor cliente de uma empresa em razão da ausência de informações a respeito do mesmo é uma situação que muitas empresas enfrentam. Entretanto, o estudo de caso apresentado possui uma característica pouco comum. Nele, muitas são as informações que a empresa possui a respeito de seus clientes e, este excesso de informações, acaba dificultando uma análise ampla e detalhada da base de clientes. Outro fator agravante nesta análise é a existência de diferentes opiniões dos especialistas a respeito do que seria um cliente *perfeito* para a empresa, o que dificulta ainda mais o consenso a respeito do tema.

A base de dados da empresa possui mais de trezentos mil clientes cadastrados. Na análise apresentada aqui foram considerados somente os clientes

ativos. De acordo com as definições dos especialistas, foram considerados clientes ativos todos os que efetuaram algum movimento financeiro nos últimos dois meses, o que totalizou 14634 (quatorze mil seiscentos e trinta e quatro) clientes.

5.1.1 Variáveis do problema

Inicialmente, eram oito variáveis envolvidas no problema: Quantidade de CTRC (Conhecimento de Transporte), Faturamento no período, Valor de notas fiscais transportadas, Peso, Regularidade no pagamento, Pagamentos efetuados até 30 dias após o vencimento da fatura, Inadimplência e Faturas em aberto.

Após algumas reuniões entre os especialistas, três variáveis consideradas mais relevantes foram definidas para análise do problema: (1) Faturamento, (2) Média de peso por CTRC e (3) Idoneidade. As variáveis 2 e 3 foram definidas a partir da relação existente entre duas ou mais variáveis. Na variável “Média de peso por CTRC”, os valores analisados foram definidos a partir da divisão do peso total transportado pelo cliente pela quantidade de CTRC emitidos. Os valores analisados na variável 3, “Idoneidade”, foram definidos pelos especialistas a partir dos valores das variáveis “Regularidade no pagamento”, “Pagamentos efetuados até 30 dias após o vencimento”, “Inadimplência” e “Faturas em aberto”. Todas as variáveis envolvidas foram definidas pelos especialistas por meio de conjuntos fuzzy trapezoidais.

A primeira variável, “Faturamento”, leva em consideração o total em Reais faturado por cada cliente nos meses de maio e junho de 2009. Dentro do problema analisado esta variável deve ser maximizada, ou seja, quanto maior o valor de entrada, melhor o cliente será classificado. A definição dos conjuntos para esta variável é apresentada na Tabela 5.1.

Tabela 5.1 – Variável Faturamento

Conjunto	Valores (R\$)
Baixíssimo (BB)	(0.00, 0.00, 900.00, 1000.00)
Baixo (B)	(900.00, 1000.00, 4000.00, 5000.00)
Médio (M)	(4000.00, 5000.00, 28000.00, 30000.00)
Alto (A)	(28000.00, 30000.00, 140000.00, 150000.00)
Altíssimo (AA)	(140000.00, 150000.00, 280000.00, 280000.00)

Na visão dos especialistas envolvidos, considerar a variável “Peso” ou a variável “Quantidade de CTRC” de forma isolada, não representaria a informação necessária: média de peso transportado por conhecimento de transporte. Assim, a segunda variável “Média de peso por CTRC” representa, dentro do período, o peso

transportado dividido pela quantidade de CTCRC emitidos para o cliente. A Tabela 5.2 apresenta as atribuições dos conjuntos realizadas pelos especialistas.

Como a empresa busca classificar os clientes com uma visão na qual a relação Peso X CTCRC é mais vantajosa com valores menores, os clientes que apresentarem os menores valores de entrada serão mais bem classificados de acordo com este critério.

Tabela 5.2 – Variável Peso x CTCRC

Conjunto	Peso (Kg)
Baixíssimo (BB)	(0.00, 0.00, 80.00, 100.00)
Baixo (B)	(80.00, 100.00, 300.00, 400.00)
Médio (M)	(300.00, 400.00, 800.00, 1000.00)
Alto (A)	(800.00, 1000.00, 3000.00, 3500.00)
Altíssimo (AA)	(3000.00, 3500.00, 20000.00, 20000.00)

A variável “Idoneidade” tem como propósito quantificar o quão idôneo um cliente é com base nas quatro variáveis relacionadas ao tema: “Regularidade”, que indica quantas faturas foram pagas em dia; “Pagamentos efetuados até 30 dias após o vencimento da fatura”, que indica a quantidade de faturas pagas em atraso menor que 30 dias; “Inadimplência”, que indica a quantidade de faturas pagas com, no mínimo, 30 dias após o vencimento; e “Faturas em aberto”, que indica a quantidade de faturas que ainda não foram pagas. Desta forma, a informação fornecida para análise do sistema foi um valor entre 0 (não idôneo) e 1 (totalmente idôneo) relacionado a cada cliente. O índice de idoneidade associado a cada cliente foi fornecido pela empresa, não sendo necessária a manipulação destas variáveis dentro do sistema. A atribuição dos conjuntos foi definida como apresentada na Tabela 5.3. Por se tratar de uma variável que representa a idoneidade, o cliente que apresentar o maior valor de entrada será mais bem classificado.

Tabela 5.3 – Variável Idoneidade

Conjunto	Idoneidade (%)
Baixíssima (BB)	(0.00, 0.00, 0.44, 0.54)
Baixa (B)	(0.44, 0.54, 0.64, 0.74)
Média (M)	(0.64, 0.74, 0.79, 0.89)
Alta (A)	(0.79, 0.89, 0.95, 0.98)
Altíssima (AA)	(0.95, 0.98, 1, 1)

De acordo com as *features* de cada decisor, a análise completa deverá indicar qual o melhor cliente por meio do método proposto no capítulo 4. Embora exista uma relação diretamente proporcional entre as variáveis “Faturamento” e “Média de peso por CTCRC”, a primeira deverá ser maximizada e a segunda minimizada. A terceira

variável, “Idoneidade”, deverá ser maximizada. Assim, o cliente que melhor atender estas especificações de acordo com os graus de importância de cada variável, será classificado como o melhor dentre os analisados. Outro fator que pode influenciar no resultado final é o grau de importância que cada decisor possui.

5.1.2 Os decisores

No estudo de caso realizado, três foram os decisores envolvidos no processo de escolha do melhor cliente. Cada decisor pertence a um departamento da empresa. Assim, foram três diferentes visões a respeito do problema.

A matriz com as visões dos decisores foi definida como apresentada na Tabela 5.4. As linhas representam os decisores *A*, *B* e *C*. As colunas *C*₁, *C*₂ e *C*₃ representam, respectivamente, os graus de importância atribuídos por cada decisor as variáveis “Faturamento”, “Média de peso por CTRC” e “Idoneidade”. A coluna *C*₄ representa o grau de importância do decisor *i*. Na análise realizada, o grau de importância dos decisores foi atribuído dentro do intervalo 1 (pouco importante) a 10 (muito importante).

Tabela 5.4 – Matriz com as visões dos decisores

	<i>C</i> ₁	<i>C</i> ₂	<i>C</i> ₃	<i>C</i> ₄
<i>D</i> _A	4	1	5	6
<i>D</i> _B	5	2	3	10
<i>D</i> _C	2	5	1	8

No processo de geração da BR e posterior inferência com a visão do grupo, os valores apresentados na Tabela 5.4 para as variáveis do problema, serão modificados de acordo com as equivalências apresentadas na Tabela 4.1. O grau de influência de cada decisor será definido por w_i , de acordo com a equação apresentada na seção 4.3.2. Assim, os valores utilizados na inferência do sistema são apresentados na Tabela 5.5.

Tabela 5.5 – Matriz com as visões dos decisores utilizada pelo SAD

	<i>C</i> ₁	<i>C</i> ₂	<i>C</i> ₃	<i>C</i> ₄
<i>D</i> _A	A	BB	AA	0,25
<i>D</i> _B	AA	B	M	0,4166
<i>D</i> _C	B	AA	BB	0,3333

O perfil do *Decisor A*, pertencente ao departamento financeiro da empresa, visa dar maior importância à variável “Idoneidade”, com importância “Altíssima” atribuída a ela. A variável “Faturamento” teve seu grau de importância atribuído como “Alto”. Por fim, como a visão deste decisor é focada na análise financeira, o grau de importância atribuído à variável “Média de peso por CTRC” foi “Baixíssimo”. A influência do *Decisor A* na análise do problema será de 0,25, conforme apresentado na coluna **C₄**.

Para o *Decisor B*, do departamento comercial, a variável de maior importância é “Faturamento”, seguida pelas variáveis “Idoneidade” e “Média de peso por CTRC”. Na inferência onde a importância de cada decisor é levada em consideração, o *Decisor B* possui 0,4166 de influência dentro de grupo.

Responsável pela logística da empresa, a visão do *Decisor C* não é focada na análise financeira do negócio, mas sim na relação Peso X CTRC dos clientes. Desta forma, a atribuição dos graus de importância as variáveis pelo *Decisor C*, foi “Baixa”, “Altíssima” e “Baixíssima” para as variáveis “Faturamento”, “Média de peso por CTRC” e “Idoneidade” respectivamente. O grau de influência deste decisor dentro do grupo é de 0,3333.

5.1.3 A base de dados

Inicialmente, a base de dados tinha 17603 clientes ativos. Entretanto, alguns registros não possuíam todas as informações necessárias para análise. Dos oito atributos envolvidos, alguns clientes não apresentavam todos os dados para o cálculo da “Idoneidade”. Assim, após refinar a base de dados, 14634 clientes foram considerados. Uma amostra dos dados analisados é apresentada na Tabela 5.6.

De acordo com o método definido para geração da BR, uma base de dados que não represente a realidade dos fatos ou ainda que esteja incompleta, pode influenciar negativamente o resultado final apresentado. Desta forma, visando uma análise que represente a realidade da empresa de modo a não comprometer a eficácia do método, o estudo de caso considerou somente os clientes com todas as informações disponíveis.

Na Tabela 5.6, cada linha representa os dados de um cliente na base de dados que será lida pelo sistema. Nos 12 clientes apresentados, diferentes situações de entrada de dados foram escolhidas com o propósito de verificar o comportamento do método diante de cada uma. Independente de a variável representar custo ou benefício, todos os valores serão normalizados como descrito no capítulo 4.3.1,

inclusive os atribuídos aos conjuntos fuzzy pelos especialistas. Na sequência, a BR para tomada de decisão em grupo deverá ser gerada considerando as diferentes características de análise definidas por cada decisor.

Tabela 5.6 – Amostragem da base de dados analisada

	Faturamento (R\$)	Peso X CTRC (Kg)	Idoneidade (%)
C_A	273.499,83	1.810,72	0,981481481
C_B	232.635,39	802,56	1
C_C	156.680,77	778,43	0,857142857
C_D	118.708,19	151,26	0,777777778
C_E	69.396,86	183,48	1
C_F	68.947,19	155,59	1
C_G	14.009,20	188,15	0,5
C_H	3.134,07	630,00	1
C_I	1.412,34	14	0,75
C_J	224,34	164,33	0,666666667
C_K	182,84	22,5	1
C_L	150,11	60	0

5.1.4 Base de regras fuzzy para problemas MCGDM

Como descrito anteriormente, uma das principais contribuições deste trabalho está na proposta de um método para geração de uma BR capaz de reproduzir o conhecimento empírico de vários especialistas. A base de dados utilizada na geração da BR foi disponibilizada em um arquivo com extensão .csv (comma-separated values), o qual é utilizado como entrada na análise do problema, o que torna o sistema independente do banco de dados utilizado pela empresa. Assim, o software desenvolvido é capaz de realizar a inferência permitindo a criação de cenários “*What-if*” de acordo com as necessidades dos especialistas.

A partir dos dados de entrada, o processo de fuzzificação converte cada valor *crisp* lido no conjunto fuzzy de maior pertinência. Desta forma, como definido pelo método Wang & Mendel (1992), para cada registro de entrada uma possível regra candidata será definida. Este procedimento identifica os antecedentes das regras.

Para definir os consequentes de cada regra de acordo com as diferentes visões dos especialistas, foram necessários alguns ajustes no cálculo da matriz fuzzy ponderada, que multiplica os conjuntos da matriz fuzzy de decisão com os respectivos

graus de importância de cada variável envolvida no problema. Como demonstrado na seção 5.1.1, as definições dos conjuntos fuzzy feitas pelos especialistas foram todas trapezoidais. Sendo assim, para realizar o cálculo da matriz fuzzy ponderada como apresentado na Figura 4.1, os conjuntos fuzzy que representam os graus de importância das variáveis também foram definidos como trapezoidais. Os parâmetros de cada conjunto são apresentados na Tabela 5.7.

Tabela 5.7 – Grau de importância das variáveis

Conjunto	Importância das variáveis
Baixíssimo	(0.0, 0.0, 0.025, 0.225)
Baixo	(0.025, 0.225, 0.275, 0.475)
Médio	(0.275, 0.475, 0.525, 0.725)
Alto	(0.525, 0.725, 0.775, 0.975)
Altíssimo	(0.775, 0.975, 1.0, 1.0)

Sendo assim, o cálculo da matriz ponderada com o uso de conjuntos fuzzy trapezoidais deve ser realizado como demonstrado na equação abaixo:

$$\tilde{A}(\times)\tilde{B} = (a_1, a_2, a_3, a_4)(\times)(b_1, b_2, b_3, b_4) = (a_1b_1, a_2b_2, a_3b_3, a_4b_4)$$

Os consequentes de cada regra candidata à BR foram definidos de acordo com o procedimento descrito no capítulo 4, envolvendo o uso da FPIS, da FNIS e o cálculo do NCC_i . Entretanto, a equação apresentada no capítulo 4 para cálculo da distância Euclidiana, é aplicada somente à conjuntos fuzzy triangulares. A equação utilizada no cálculo da distância Euclidiana envolvendo dois conjuntos fuzzy trapezoidais é apresentada abaixo (Li, 2007).

$$d(\tilde{A}, \tilde{B}) = \sqrt{\frac{1}{6}[(a_1 - b_1)^2 + 2(a_2 - b_2)^2 + 2(a_3 - b_3)^2 + (a_4 - b_4)^2]}$$

Como o propósito do estudo de caso é criar o *ranking* dos clientes, os termos utilizados na variável consequente “Classificação do cliente” nas regras candidatas foram definidos como “Muito ruim”, “Ruim”, “Regular”, “Bom” e “Excelente”. Após o cálculo da NCC_i para cada entrada conforme apresentado na seção 4.3,1, os consequentes das regras candidatas serão definidos de acordo com o conjunto fuzzy de maior pertinência apresentado na Tabela 5.8

Após a definição de todas as variáveis do problema, os respectivos graus de importância de acordo com as diferentes opiniões dos decisores e os graus de influência que cada especialista possui, a BR para problemas FMCGDM poderá ser definida.

Tabela 5.8 – Conjuntos fuzzy consequentes

Conjunto	Classificação do cliente
Muito ruim	(0, 0, 0.25)
Ruim	(0, 0.25, 0.5)
Regular	(0.25, 0.5, 0.75)
Bom	(0.5, 0.75, 1)
Excelente	(0.75, 1, 1)

A Tabela 5.9 apresenta a amostragem de regras criadas e enviadas ao cliente para validação da BR e, conseqüentemente, do método apresentado neste trabalho. Todas as regras enviadas para análise foram validadas pelos três especialistas.

Tabela 5.9 – BR para problemas FMCGDM

Antecedentes			Consequentes		
Faturamento	Peso/Ctrc	Idoneidade	Decisor A	Decisor B	Decisor C
AA	M	AA	Excelente	Excelente	Excelente
B	M	M	Médio	Ruim	Bom
A	BB	BB	Ruim	Médio	Bom
M	BB	AA	Médio	Médio	Bom
BB	M	B	Ruim	Ruim	Bom
M	B	BB	Muito Ruim	Ruim	Bom
A	B	A	Bom	Bom	Excelente
B	M	B	Ruim	Ruim	Bom
A	M	M	Médio	Médio	Bom
M	AA	AA	Médio	Ruim	Muito Ruim
A	BB	AA	Bom	Bom	Excelente
BB	BB	AA	Médio	Médio	Bom
M	A	M	Médio	Médio	Bom
B	AA	BB	Muito Ruim	Muito Ruim	Muito Ruim

Vale ressaltar que a Tabela 5.9 apresenta uma amostra da BR de acordo com as definições dos especialistas apresentadas neste capítulo. Ao alterar estas definições, uma nova BR multicritério será definida para a mesma base de dados. Na implementação técnica do método, os antecedentes das regras compõem a Tabela 4.2 e, os consequentes, a Tabela 4.4, ambas apresentadas no capítulo 4. No total, 73 foram geradas. A BR completa pode ser verificada no Anexo I.

5.1.4.1 Modificadores de conjuntos fuzzy na BR

Apesar da BR já possuir as características multicritério para tomada de decisão em grupo, os resultados obtidos no estudo de caso foram mais satisfatórios para o grupo de especialistas quando aplicado um modificador (Botta, Lazzerini, *et. al.*, 2008)

de conjuntos fuzzy trapezoidais. Este modificador tem como objetivo alterar a largura do núcleo de um conjunto fuzzy trapezoidal no qual os valores possuem pertinência igual a 1 (um) dentro do domínio.

O modificador de núcleo aqui apresentado (Botta, Lazzerini, *et. al.*, 2008) permite aos especialistas realizar experimentos aumentando ou diminuindo a modelagem de incerteza presente nos conjuntos fuzzy trapezoidais. Para isso, basta o especialista determinar o valor do parâmetro de controle $k_{CW} \in [-1, 1]$. Quando utilizado um valor negativo, o operador irá diminuir a quantidade de pontos pertencentes ao conjunto com pertinência igual a 1. O contrário ocorre quando o especialista utiliza um valor positivo para o parâmetro k_{CW} . Desta forma, dado um conjunto fuzzy \tilde{A} , definido como (a_1, a_2, a_3, a_4) , a equação apresentada abaixo tem como propósito alterar os valores a_2 e a_3 de acordo com o valor fornecido ao parâmetro k_{CW} .

$$(a_2', a_3') = \begin{cases} [a_2 + w \times \Delta_{a_1, a_2} \times k_{CW}, a_3 + w \times \Delta_{a_4, a_3} \times k_{CW}] & -1 \leq k_{CW} < 0 \\ [a_2 + \Delta_{a_1, a_2} \times k_{CW}, a_3 + w \times \Delta_{a_4, a_3} \times k_{CW}] & 0 \leq k_{CW} \leq 1 \end{cases}$$

Onde

$$w = (a_3 - a_2) / (a_2 - a_1 + a_4 - a_3)$$

$$\Delta_{l,m} = l - m$$

A primeira linha da equação é aplicada em situações onde os especialistas desejam diminuir a quantidade de pontos com pertinência 1 no domínio dentro dos conjuntos. Caso os especialistas desejem aumentar a quantidade de pontos com pertinência 1 no domínio, a segunda linha da equação deve ser aplicada.

Antes da aplicação do modificador, pelo fato de haver um grande intervalo com valores de pertinência igual à 1 na definição dos conjuntos das variáveis, o comportamento do sistema acabou sendo semelhante em situações onde os valores de entrada possuíam grande diferença e, mesmo assim, eram classificados como, por exemplo, “Alto” com pertinência 1. Com os ajustes nos conjuntos conforme apresentado no capítulo 5.2, os resultados da inferência foram mais bem aceitos pelo grupo que os obtidos inicialmente.

5.2 Resultados

O resultado final apresentado aos especialistas é fornecido pela defuzzificação através do CoA para tomada de decisão em grupo descrito no capítulo 4.3.2. O valor final fornecido pelo sistema para cada cliente varia entre 0 (muito ruim) e 1 (excelente).

A inferência apresentada foi realizada através da BR gerada a partir da análise da base de dados dos 14634 clientes. Como parâmetro modificador k_{CW} dos conjuntos fuzzy nos antecedentes das regras foram utilizados os valores -0.7 para a variável “Média de peso por CTRC”, -0.5 para a variável “Idoneidade” e para a variável “Faturamento” o valor passado como parâmetro foi 0.0, ou seja, não houve alteração na definição dos conjuntos fuzzy desta variável.

De acordo com as características de análise descritas anteriormente, a Tabela 5.10 apresenta o *ranking* dos clientes listados na Tabela 5.6.

Tabela 5.10 – Clientes e as classificações obtidas

	Faturamento (R\$)	Peso X CTRC (Kg)	Idoneidade (%)	Pontuação CoA	Classificação (ranking)
C_A	273.499,83	1.810,72	0,981481481	0.9734	1º
C_C	156.680,77	778,43	0,857142857	0.9432	2º
C_B	232.635.39	802,56	1	0.9393	3º
C_F	68.947.19	155,59	1	0.8333	4º
C_E	69.396,86	183,48	1	0.8330	5º
C_D	118.708,19	151,26	0,777777778	0.6665	30º
C_H	3.134,07	630,00	1	0.5833	243º
C_I	1.412,34	14	0,75	0.5833	467º
C_K	182,84	22,5	1	0.5833	2548º
C_J	224,34	164.33	0,666666667	0.4394	10570º
C_G	14.009,20	188,15	0,5	0.4172	10676º
C_L	150,11	60	0	0.2133	13076º

A quarta coluna da Tabela 5.10 apresenta o resultado da inferência a partir da BR gerada e do CoA para tomada de decisão em grupo apresentado no capítulo 4.3.2. Apesar do *Cliente A* não possuir uma boa relação “Peso X CTRC”, ele foi classificado como o primeiro do *ranking*, pois, no processo de inferência foi atribuída maior importância para a visão do *Decisor B*, que considerou “Faturamento” a variável mais importante. Ao inverter os graus de importância apresentados na Tabela 5.5 dos decisores *B* e *C*, que dão maior importância às variáveis “Faturamento” e “Média de peso por CTRC” respectivamente e, inverter os valores do parâmetro k_{CW} destas variáveis, o *Cliente A* deixa de ser o primeiro no *ranking* e passa a ser o terceiro com

os mesmos 0,9734 pontos. O primeiro colocado passa a ser o *Cliente B*, com 0,9965 pontos.

Muitas são as representações de cenário possíveis no método descrito. Cabe aos especialistas definirem o objetivo da análise e qual o perfil de cliente desejado.

5.3 Considerações finais

A capacidade de escolha é uma das características mais inteligentes do ser humano. Reproduzir com precisão e boa significância o conhecimento de um especialista em uma determinada aplicação certamente é um dos grandes desafios da Inteligência Computacional. No cenário administrativo esta capacidade torna-se ainda mais difícil e complexa, pois, além de sofrer influências externas, muitas vezes o conflito de interesses é um agravante do problema.

Ao aplicar o modificador apresentado na seção 5.4.1.1 com os valores do parâmetro k_{cw} das variáveis “Média de peso por CTRC” e “Faturamento” invertidos e, também invertendo os graus de influência dos decisores *B* e *C*, o comportamento do sistema foi o esperado para tal situação, ou seja, a variável “Faturamento” e a visão do *Decisor B* que atribui maior importância à ela passaram a ter menor influência na inferência. Assim, o *Cliente A* e os demais clientes da base com perfil semelhante na variável “Média de peso por CTRC” passaram a ter uma classificação final pior que a da primeira análise, comportamento este desejado nesta situação.

Neste capítulo foi realizado um estudo de caso na área de CRM em uma grande empresa do setor logístico com o objetivo de validar a representação do conhecimento dos especialistas da área. Os resultados obtidos com o método foram satisfatórios e o método mostrou atingir o objetivo ao qual se propõe. As conclusões finais e os trabalhos futuros são apresentados no capítulo seguinte.

6. Conclusões

O framework de desenvolvimento e o método de inferência apresentados possuem aplicação na grande maioria dos problemas com as características descritas neste trabalho. Para isso, basta realizar as alterações necessárias nas definições das variáveis envolvidas e nas atribuições feitas por cada decisor.

A abordagem aqui apresentada para o tratamento de problemas MCGDM tem como grande vantagem a facilidade de interpretação proporcionada pelas características inerentes a um Sistema Baseado em Regras Fuzzy. Nesta proposta, o especialista pode facilmente avaliar o método por meio de uma análise da base de regras gerada. Em uma das reuniões realizadas com um dos especialistas antes de ser definida a aplicação prática do método, ao descrever o Fuzzy TOPSIS com a intenção de ele compreender o método e, assim, sugerir um possível estudo de caso para testarmos o método em um problema real, ficou evidente a dificuldade de compreensão do método pelo especialista. Alguns meses depois e após algumas alterações na proposta de trabalho, o processo de validação da BR gerada junto ao especialista foi notavelmente mais fácil e intuitivo.

Por meio dos resultados obtidos, o método mostrou ser uma excelente ferramenta de apoio ao processo de tomada de decisão multicritério em grupo. Em uma análise empírica dos especialistas sobre os resultados apresentados no *ranking*, o método conseguiu reproduzir fielmente a visão de cada especialista e considerar o grau de influência de cada um ao fornecer o resultado final.

Com foco em uma abordagem mais atual de sistemas que tratam problemas não estruturados ou semi estruturados, o framework apresentado fornece aos projetistas um guia estrutural de desenvolvimento para SAD que atendam as características técnicas descritas no capítulo 2, em especial para tratamento de problemas MCGDM com o uso da lógica fuzzy.

O uso das características multicritério inerentes ao método Fuzzy TOPSIS e as adaptações descritas neste trabalho resultaram em um método capaz de gerar, automaticamente, uma BR fuzzy para tomada de decisão em grupos multicritério. Por fim, o uso de meta regras associado a alguns ajustes no processo de defuzzificação utilizando como base o método CoA, nos permite tratar os conflitos de interesses existentes dentro de um grupo, além de tratar os diferentes graus de influência dos envolvidos na análise de um problema.

Dentre os possíveis trabalhos futuros, pretende-se investigar abordagens de aprendizado de máquina visando a extração de conhecimento representado por meio de mecanismos derivados da lógica fuzzy, que possam oferecer suporte a tarefas de

decisão. Entre as abordagens consideradas estão as técnicas de clusterização e a geração de sistemas fuzzy por meio de algoritmos genéticos. A base de dados utilizada neste trabalho será também utilizada para novos experimentos envolvendo as técnicas pesquisadas. Vale ressaltar que a base dados completa possui mais de 300.000 clientes cadastrados e que, no estudo apresentado, somente os clientes com movimento financeiro nos meses de maio e junho de 2009 foram considerados. Uma das possíveis aplicações práticas, ainda com o foco em CRM, é a identificação de clientes que, potencialmente, podem aumentar o faturamento da empresa, ou ainda, que podem trocar a empresa pelo concorrente. Aqui, o desafio será a identificação dos clusters que, dentro de um universo de 300.000 clientes, podem representar uma parcela aproximada de 0,01% (zero vírgula zero um por cento) do total.

Referências:

- Adamo, J. M. (1980). "Fuzzy decision trees". *Fuzzy Sets and Systems*, Vol. 4, nº 3, p.207-219.
- Babic, Z., & Plazibat N. (1998). "Ranking of enterprises based on multicriteria analysis". *International Journal of Production Economics*, 56–57, p. 29–35.
- Banks, J. (2000). "Introduction to Simulation". *Proceedings of 2000 Winter Simulation Conference*.
- Bellman, R. E. & Zadeh, L. A. (1970). "Decision-making in a fuzzy environment management". *Science*, 17(4), p. 141–164.
- Bertalanffy, L. V. (1975). "Teoria Geral dos Sistemas". *Vozes*.
- Boehm, B. (1988). "A Spiral Model of Software Development and Enhancement". *IEEE Computer*, Nº 3, p.61-72.
- Bordogna, G. & Pasi, G. (2008). "A Flexible Model for the Evaluation of Soft Conditional Preferences in Fuzzy Databases". *International Journal of Intelligent Systems*, Vol. 23, p. 1264–1281.
- Botta, A., Lazzerini, B. & Marcelloni, F. (2008). "Context Adaptation of Mamdani Fuzzy Rule Based Systems". *International Journal of Intelligent Systems*, Vol. 23, p. 397-818.
- Bozdog, C. E., Kahraman, C. & Ruan, D. (2003). "Fuzzy group decision making for selection among computer integrated manufacturing systems". *Computers in Industry*, Vol. 51, Issue 1, p. 13-29.
- Camargo, H. A. (2007). "Notas de aula". Disponível em <http://www.dc.ufscar.br/~heloisa/SN2007/SN.htm>; Acesso realizado em 24 de Novembro de 2007.
- Celik, M., Cebi, S., Kahraman, C. & I.Deha, E. (2009). "Application of axiomatic design and TOPSIS methodologies under fuzzy environment for proposing competitive strategies on Turkish container ports in maritime transportation network". *Expert Systems with Applications* 36, p. 4541-4557.

- Chakraborty, D. & Guha, D. (2007). "Compromise Ratio Method for Decision Making under Fuzzy Environment using Fuzzy Distance Measure". *International Journal of Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, Vol. 1, N° 1, p.1-7.
- Chen, C. T. (2000). "Extension of the TOPSIS for group decision-making under fuzzy environment". *Fuzzy Sets and Systems* 114; p. 1–9.
- Chen, Z. (1996). "Using meta-rules for fuzzy inference control". *Fuzzy Sets and Systems* 79; p.163-173.
- Cho, J. & Park, D. (2000). "Novel fuzzy logic control based on weighing of partially inconsistent rules using neural network". *Journal of Intelligent and Fuzzy Systems*, Vol. 8 p. 99 – 110.
- Chu, T.C. (2002). "Facility location selection using fuzzy TOPSIS under group decisions". *International Journal of Uncertainty, Fuzziness and Knowledge-Based Systems* 10, p. 687–701.
- Dagdeviren, M., Yavuz, S. & Kılınc, N. (2009). "Weapon selection using the AHP and TOPSIS methods under fuzzy environment". *Expert Systems with Applications* 36, p. 8143–8151.
- Dubois, D. & Prade, H. (1992). "Gradual inference rules in approximate reasoning". Ed. *Information Sciences*; p.103-122.
- Fodor, J. & Roubens, M. (1994). "Fuzzy preference modelling and multicriteria decision support". Dordrecht, The Netherlands: Kluwer Academic Publishers.
- Friedman, M., Bar-Noy, T., Blau, M. & Kandel, A. (1988). "Certain computational aspects of fuzzy decision trees". *Fuzzy Sets and Systems*, Vol. 28, n° 2, p.163-170.
- Gorry, G. A. & Morton, M. S. S. (1971). "A framework for management information systems". *Sloan Management Review*. Vol. 13, N° 1.
- Guijarro, M. & Pajares, G. (2009). "On combining classifiers through a fuzzy multicriteria decision making approach: Applied to natural textured images" *Expert Systems with Applications*, Vol. 36, Issue 3-2, p. 7262-7269.

- Hamilton-Wright, A. & Stashuk, D. W. (2006). "Transparent Decision Support Using Statistical Reasoning and Fuzzy Inference". *IEEE Transactions on Knowledge and Data Engineering*, Vol. 18, N^o 8, p.1125-1137.
- Hiyama, T., Pujiantara, M., Suryoatmojo, H. & Purnomo, M. H. (2007). "Ashari, M., A Novel Dynamic Voltage Restorer with Outage Handling Capability Using Fuzzy Logic Controller". *IEEE Computer Society*.
- Ho, W., Xu, X. & Dey, P. K. (2010) "Multi-criteria decision making approaches for supplier evaluation and selection: A literature review". *European Journal of Operational Research*, Vol. 202, Issue 1, p. 16-24
- Holland, A. & Fathi, M. (2006) "Automatic Fuzzy Decision Network Transformation". *International Conference on Artificial Intelligence, Knowledge Engineering and Data Bases*. p.307-311.
- Hsu, H.M. & Chen, C. T. (1996). "Aggregation of fuzzy opinions under group decision making". *Fuzzy Sets and Systems* 79 (3). p. 279–285.
- Hwang, C. L. & Yoon, K. (1981). "Multiple attributes decision making methods and applications". Springer, Berlin, Heidelberg.
- Janikow, C. Z. (1998). "Fuzzy decision trees: issues and methods". *IEEE Trans. Systems Man Cybernet. Part B (Cybernetics)*, Vol. 28, N^o 1. p.1-14.
- Kahraman, C., Ruan, D. & Dogan, I. (2003). "Fuzzy group decision-making for facility location selection". *Information Sciences—Informatics and Computer Science: An International Journal*, Vol. 157 , Issue 1-2, p. 135 - 153.
- Keen, P. G. W. & Morton, M. S. S. (1978). "Decision Support Systems: An Organizational Perspective". Addison-Wesley Publishing Company, 1978.
- Klir, G. J. & Yuan, B. (1995). "Fuzzy Sets and Fuzzy Logic: theory and applications". Prentice-Hall.
- Kurnaz, S., Cetin, O. & Kaynak, O. (2009). "Fuzzy Logic Based Approach to Design of Flight Control and Navigation Tasks for Autonomous Unmanned Aerial Vehicles". *Journal of Intelligent and Robotic Systems archive*, Vol. 54 , Issue 1-3, p 229 - 244.

- Larsen, P. M. (1980). "Industrial applications of fuzzy logic control". *International Journal of Man-Machine Studies*. Vol. 12, N. 1, p.3-10.
- Lai, Y. J., Ho, E. S. S. A. & Chang, S. I. (1998). "Identifying customer preferences in quality function deployment using group decision-making techniques." In J. Usher, U. Roy, & H. Parsaei (Eds.), *Integrated product and process development*. p. 1–28.
- Lee, K. C. & Park, S. J. (1989). "A knowledge-based fuzzy decision tree classifier for time series modeling". *Fuzzy Sets and Systems*, Vol. 33, Issue 1, p. 1-18.
- Li, Deng-Feng (2007). "Compromise ratio method for fuzzy multi-attribute group decision making". *Applied Soft Computing* 7, p.807-817.
- Mamdani, E. H. (1974). "Applications of fuzzy algorithm for control of simple dynamic plant". *Proceeding of the IEEE*, Vol. 121, p.1585-1588.
- Nakashima, T., Schaefer, G., Yokota, T. & Ishibuchi. H. (2007) "A weighted fuzzy classifier and its application to image processing tasks". *Fuzzy Sets and Systems archive*, Vol. 158 , Issue 3, p. 284-294.
- Nicoletti, M. C. & Camargo, H. A. (2004). "Fundamentos da teoria de conjuntos fuzzy". *EdUFSCar - Série Apontamentos*.
- Pach, F. P. & Abonyi, J. (2006). "Association Rule and Decision Tree based Methods for Fuzzy Rule Base Generation". *Proceedings of world academy of science, engineering and technology*, Vol. 13., p.45-50.
- Pearson, J. M. & Shim, J. P. (1994). "A empirical investigation into decision support systems capabilities: a proposed taxonomy". *Information and Management*, Vol. 27, p.45-57.
- Pedrycz, W. (1998). "Computacional intelligence: an introduction". Ed. CRC Press LLC.
- Pedrycz, W. & Gomide, F. (1998). "An introduction to fuzzy sets: analysis and design". MIT Press.

- Petrovic, D., Xie, Y. & Burnham, K. (2006). "Fuzzy decision support system for demand forecasting with a learning mechanism". *Fuzzy Sets and Systems* 157, p. 1713 – 1725.
- Raiffa, H. (1977). "Decision analysis: introductory lectures on choices under uncertainty". McGraw-Hill Companies.
- Ribeiro, A. M., Biondi Neto, L., Coelho, P. H. G., Chinager, L., Meza, L. A. & Coutinho, L. H. S. A. (2004). "Sistema de Apoio à Decisão para determinação do preço da energia usando-se lógica nebulosa". *Engevista*, Vol. 6, Nº 2, p.4-14.
- Ross, T. J. (1995). "Fuzzy logic with engineering applications". McGraw-Hill Companies.
- Rubinstein, R. Y. & Melamed, B. (1998). "Modern simulation and modeling. (Wiley Series in Probability and Statistics". A Wiley-Interscience Publication, John Wiley & Sons.
- Saaty, T.L. (1980). "The Analytic Hierarchy Process". McGraw–Hill New York.
- Saaty, T.L. (1996). "Decision Making with Dependence and Feedback: The Analytic Network Process". Pittsburgh, RWS Publications.
- Saaty, T. L. (1999). "The Brain: Unraveling the Mystery of How it Works (The Neural Network Process)". Pittsburgh; Ed. RWS Publications.
- Sage, A. P. (1991). "Decision Support Systems Engineering". Wiley Interscience.
- Salehi, M. & Tavakkoli-Moghaddam, R. (2008). "Project Selection by Using a Fuzzy TOPSIS Technique". *International Journal of Computer, Information, and Systems Science, and Engineering* 2, 2, p. 99-104.
- Sarkis, J. & Talluri, S. (2000). "A model for strategic supplier selection". In: Leenders, M. (Ed.), *Proceedings of the 9th international IPSERA Conference*. p. 652 – 661.

- Salehi, M. & Tavakkoli-Moghaddam, R. (2008). "Project Selection by Using a Fuzzy TOPSIS Technique". *International Journal of Computer, Information, and Systems Science, and Engineering* 2;2, Spring, p. 99-104.
- Santos, F. J. J. & Camargo, H. A. (2009). "Sistemas Fuzzy para Apoio à Decisão". XXXV Conferência Latino Americana de Estudo em Informática, Pelotas-RS, Brazil.
- Schriber, T. J. (1974). "Simulation Using GPSS". John Wiley, New York.
- Siler, W. & Buckley, J. J. (2005). "Fuzzy expert systems and fuzzy reasoning". Ed. Wiley Interscience.
- Simon, H. (1977). "The new science of management decision". Prentice Hall.
- Song, S. & Lee, S. (2002). "Strategy of Dynamic Reasoning in Knowledge-Based System with Fuzzy Production Rules". *Journal of Intelligent Information Systems*, 19:3, p. 303–318.
- Sprague, R. H. & Jr. Carlson, E.D. (1982). "Building Effective Decision Support Systems". Prentice-Hall.
- Sprague, R. H. Jr. & Watson, H. (1989). "Decision support systems: putting theory into practice". Prentice-Hall.
- Sprague, R. H. Jr. & Watson, H. (1996). "Decision support systems" 4th Edition. Prentice-Hall.
- Swanson, B. D., Ralls, E. & Aronson, J. E. (1999). "The challenge of information systems planning for outcomes systems in managed care". *Journal of Rehabilitation Outcomes Measurement*, Vol. 3.
- Tarng, Y.S. & Wang, Y.S. (1993). "An adaptive fuzzy next term control system for turning operations". *International Journal of Machine Tools and Manufacture*, Vol. 33, Issue 6, p. 761-771.
- Turban, E. & Aronson, J. E. (2001). "Decision support systems and intelligent systems" 6th Edition. Prentice Hall.

- Turban, E. & Meredith, J. (1994). "Fundamental of management Science" 6th Edition. Publisher: Richard D. Irwin.
- Wang, T. C. & Chang, T. H. (2007). "Application of TOPSIS in evaluating initial training aircraft under a fuzzy environment". Expert Systems with Applications, Vol. 33, p. 870–880.
- Wang, L. & Mendel, J. (1992). "Generating fuzzy rules by learning from examples". IEEE Trans. on SMC, 22, p. 414–427.
- Watson, H., Houdeshel, G. & Rainer Jr., R. K. (1997). "Building Executive Information Systems: and other decision support applications". Ed. John Wiley & Sons, Inc.
- Yager, R. R. & Filev, D. (1994). "Essentials of Fuzzy Modeling and Control". Wiley Interscience.
- Yager R.R. & Kacprzyk J. (1997). "The ordered weighted averaging operators: Theory and applications". Norwell, MA: Kluwer Academic Publishers.
- Yang, T. & Hung, C. (2007). "Multiple-attribute decision making methods for plant layout design problem". Robotics and Computer-Integrated Manufacturing, 23, p.126–137.
- Yeh, Zong-Mu., Tarng, S. & Lin Y. S. (1997). "Cross-coupled fuzzy logic control for multiaxis machine tools". Mechatronics, Vol. 7, Issue 8, p. 663-675.
- Zadeh L. A. (1965). "Fuzzy sets. Information and Control". (8) p.338-353.
- Zadeh, L. A. (1975). "The concept of linguistic variable and its application to approximate reasoning". Information Sciences, 8, p.199-249.
- Zhang, Z. & Chu, X. (2009). "Fuzzy group decision-making for multi-format and multi-granularity linguistic judgments in quality function deployment". Expert Systems with Applications, Vol. 36, Issue 5, p. 9150-9158
- Zimmermann, H. J. (1990). "Fuzzy set theory and its applications" 2th edition. Kluwer Academic Publishers.

ANEXO I

Antecedentes			Consequentes		
Faturamento	Peso/Ctrc	Idoneidade	Decisor A	Decisor B	Decisor C
AA	A	AA	Excelente	Excelente	Excelente
AA	M	AA	Excelente	Excelente	Excelente
AA	M	A	Excelente	Excelente	Excelente
A	B	M	Médio	Médio	Excelente
A	M	M	Médio	Médio	Bom
A	M	AA	Bom	Bom	Bom
A	B	A	Bom	Bom	Excelente
A	B	AA	Bom	Bom	Excelente
A	B	BB	Ruim	Médio	Bom
A	M	BB	Ruim	Médio	Bom
A	BB	AA	Bom	Bom	Excelente
A	BB	B	Médio	Médio	Excelente
A	B	B	Médio	Médio	Bom
A	BB	BB	Ruim	Médio	Bom
A	A	AA	Bom	Bom	Bom
A	BB	M	Médio	Médio	Excelente
M	BB	BB	Muito Ruim	Ruim	Bom
M	M	BB	Muito Ruim	Ruim	Bom
M	BB	AA	Médio	Médio	Bom
M	B	B	Ruim	Ruim	Bom
M	BB	M	Médio	Médio	Bom
M	B	AA	Médio	Médio	Bom
M	B	BB	Muito Ruim	Ruim	Bom
M	M	M	Médio	Médio	Bom
M	A	AA	Médio	Médio	Bom
M	B	M	Médio	Médio	Bom
M	BB	B	Ruim	Ruim	Bom
M	AA	AA	Médio	Ruim	Muito Ruim
M	M	AA	Médio	Médio	Bom
M	M	A	Médio	Médio	Bom
M	M	B	Ruim	Ruim	Bom
M	A	BB	Muito Ruim	Ruim	Médio
M	A	M	Médio	Médio	Bom
M	B	A	Médio	Médio	Bom
M	A	B	Ruim	Ruim	Bom
B	B	AA	Médio	Médio	Bom
B	M	BB	Muito Ruim	Ruim	Bom
B	BB	BB	Muito Ruim	Ruim	Bom
B	B	BB	Muito Ruim	Ruim	Bom
B	BB	B	Ruim	Ruim	Bom
B	BB	AA	Médio	Médio	Bom
B	M	AA	Médio	Médio	Bom
B	AA	AA	Médio	Ruim	Muito Ruim

B	M	M	Médio	Ruim	Bom
B	B	B	Ruim	Ruim	Bom
B	BB	M	Médio	Médio	Bom
B	A	M	Médio	Ruim	Médio
B	B	M	Médio	Ruim	Bom
B	A	AA	Médio	Médio	Bom
B	A	B	Ruim	Ruim	Médio
B	M	B	Ruim	Ruim	Bom
B	BB	A	Médio	Médio	Bom
B	A	BB	Muito Ruim	Ruim	Médio
B	AA	BB	Muito Ruim	Muito Ruim	Muito Ruim
B	B	A	Médio	Médio	Bom
B	AA	B	Ruim	Ruim	Muito Ruim
BB	BB	AA	Médio	Médio	Bom
BB	B	BB	Muito Ruim	Ruim	Bom
BB	B	AA	Médio	Médio	Bom
BB	A	AA	Médio	Médio	Bom
BB	M	AA	Médio	Médio	Bom
BB	M	BB	Muito Ruim	Ruim	Bom
BB	B	B	Ruim	Ruim	Bom
BB	B	M	Médio	Ruim	Bom
BB	M	B	Ruim	Ruim	Bom
BB	BB	BB	Muito Ruim	Ruim	Bom
BB	M	M	Médio	Ruim	Bom
BB	BB	M	Médio	Ruim	Bom
BB	BB	B	Ruim	Ruim	Bom
BB	A	BB	Muito Ruim	Ruim	Médio
BB	AA	AA	Médio	Ruim	Muito Ruim
BB	BB	A	Médio	Médio	Bom
BB	A	B	Ruim	Ruim	Médio