

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO CARLOS
CENTRO DE EDUCAÇÃO E CIÊNCIAS HUMANAS
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO

JOÃO PAULO REZENDE

**SENTIDOS E SIGNIFICADOS MANIFESTOS POR LICENCIANDOS E PÓS-
GRADUANDOS AO PRODUZIREM ATIVIDADES DE ENSINO DE MATEMÁTICA
NA PERSPECTIVA LÓGICO-HISTÓRICA**

SÃO CARLOS - SP
2016

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO CARLOS
CENTRO DE EDUCAÇÃO E CIÊNCIAS HUMANAS
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO

JOÃO PAULO REZENDE

**SENTIDOS E SIGNIFICADOS MANIFESTOS POR LICENCIANDOS E PÓS-
GRADUANDOS AO PRODUIREM ATIVIDADES DE ENSINO DE MATEMÁTICA
NA PERSPECTIVA LÓGICO-HISTÓRICA**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Educação da Universidade Federal de São Carlos – PPGE/UFSCar, como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Educação. Linha de Pesquisa: Educação em Ciências e Matemática.

Orientadora: Prof^a Dr^a Maria do Carmo de Sousa.

SÃO CARLOS, SP
2016

Ficha catalográfica elaborada pelo DePT da Biblioteca Comunitária UFSCar
Processamento Técnico
com os dados fornecidos pelo(a) autor(a)

R467s Rezende, João Paulo
Sentidos e significados manifestos por licenciandos e pós-graduandos ao produzirem atividades de ensino de matemática na perspectiva lógico-histórica / João Paulo Rezende. -- São Carlos : UFSCar, 2015.
214 p.

Dissertação (Mestrado) -- Universidade Federal de São Carlos, 2015.

1. História da matemática. 2. Lógico-histórico. 3. Educação matemática. 4. Atividade de ensino. I. Título.



UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO CARLOS

Centro de Educação e Ciências Humanas
Programa de Pós-Graduação em Educação

Folha de Aprovação

Assinaturas dos membros da comissão examinadora que avaliou e aprovou a Defesa de Dissertação de Mestrado do candidato João Paulo Rezende, realizada em 18/02/2015:

Prof. Dra. Maria do Carmo de Sousa
UFSCar

Prof. Dra. Wania Tedeschi
UFSCar

Prof. Dra. Marisa da Silva Dias
UNESP

Karine, dedico essa dissertação a você, que sempre esteve ao meu lado, e ao nosso filho, João Pedro, que mesmo estando ainda em seu ventre, já desperta em mim um sentimento inexplicável que reúne felicidade, paz, orgulho, ... Vocês são meus amores!

Dedico também aos meus pais, Ângela e João Batista. Amo vocês!

AGRADECIMENTOS

Gratidão é um sentimento que eu desejo a todas as pessoas, porque representa não ter vivido a sós. E talvez por isso valha tanto a pena!

Sinto-me feliz, portanto, pois tenho muitos a quem agradecer:

... a Deus.

... à minha mãe, Ângela e ao meu pai, João Batista, que têm sido exemplo de força, amor, garra, coragem, ética e honestidade. Obrigado pelo apoio e confiança que sempre dedicaram a mim.

... à minha esposa, Karine, pelo amor e companheirismo, sempre incentivando e corroborando com o meu crescimento pessoal e profissional. Obrigado por encher a minha vida de amor!

... aos meus irmãos, Elisângela e Tiago, meus grande amigos.

... aos meus amigos, em especial, Lúcia, Alessandro, Lilian, Fábio e Walbert.

... a minha orientadora, Professora Maria do Carmo, pela confiança, dedicação, paciência e incentivo. Obrigado pelos inúmeros ensinamentos.

... aos professores do Programa de Pós-Graduação em Educação da Universidade Federal de São Carlos pelas valiosas contribuições para minha formação acadêmica.

... aos colegas e amigos da pós-graduação que dividiram comigo momentos de entusiasmos, angústias, dúvidas e alegrias. Foram momentos inesquecíveis.

... aos professores da Universidade Federal de Lavras, e em especial ao Prof. Dr. José Antônio Araújo Andrade que foi sem dúvida o grande motivador de meu interesse na área da Educação Matemática. Obrigada pela confiança, incentivo e amizade.

... à Prof^a. Dr^a. Marisa da Silva Dias e à Prof^a. Dr^a. Wania Tedeschi pelas contribuições, leituras e importantes sugestões dadas para o aprimoramento dessa pesquisa.

... à CAPES pelo apoio financeiro.

RESUMO

A presente pesquisa, de natureza qualitativa, se orientou pela questão: quais sentidos e significados podem ser produzidos por licenciandos e pós-graduandos enquanto vivenciam, estudam e elaboram atividades de ensino na perspectiva lógico-histórica? Tivemos por objetivo identificar e analisar os sentidos e significados manifestos por dois sujeitos que compuseram um grupo formado por dez licenciandos e três pós-graduandos, que se reuniram virtualmente e presencialmente, durante um semestre, para refletirem coletivamente sobre a organização do ensino por meio de atividades de ensino fundamentadas na perspectiva lógico-histórica. Para a condução da pesquisa, buscou-se fundamentos teóricos na perspectiva dialética lógico-histórica nos constructos teóricos que tratam da Atividade Orientadora de Ensino (AOE), e dos conceitos de sentidos e significados estudados por Vygotsky. Os encontros ocorreram no contexto da Atividade Curricular de Integração, Ensino, Pesquisa e Extensão (ACIEPE) denominada: “Quando a história da matemática passa a ser metodologia de ensino”, os quais foram divididos em três blocos, sendo o primeiro destinado à motivação para o trabalho com a perspectiva lógico-histórica; o segundo para o seu estudo e aprofundamento; e o terceiro para a organização de atividades de ensino fundamentadas por esta perspectiva. Utilizamos para a constituição dos dados da pesquisa os seguintes instrumentos: diário de campo; narrativas; gravações de áudio dos encontros, que foram transcritas; fóruns realizados em um ambiente virtual; e propostas de atividades elaboradas e/ou adaptadas pelos participantes e apresentadas nos últimos encontros. Partiu-se de tais propostas de atividades e de três critérios específicos para selecionar dois participantes, que tiveram suas trajetórias acompanhadas ao longo dos dezessete encontros. Os sentidos e significados manifestos pelos sujeitos, no contexto do presente estudo, indicam que organizar o ensino a partir da perspectiva lógico-história pode permitir que os estudantes envolvidos se apropriem dos conceitos através do movimento de pensar sobre eles, possibilitando assim, que os educandos possam sentir a necessidade de elaboração do conceito. Indicam ainda, os nexos conceituais, internos e externos, como importantes constructos teóricos ao se trabalhar nessa perspectiva, pois compreendem os nexos internos como aqueles que não se encontram explícitos ao estudante pela representação formal do conceito, mas que são fundamentais para compreensão do mesmo. Tal significado faz com que se torne importante, para a organização do ensino, evidenciar esses nexos. No entanto, é preciso conhecê-los e a história pode possibilitar isso, pois nela está presente o processo de elaboração conceitual e o produto dessa elaboração.

Palavras-chave: História da matemática; lógico-histórico; Educação Matemática; atividade de ensino.

ABSTRACT

This current research, of qualitative nature, has been led by the question: which senses and meanings can be produced by undergraduate and graduate students while they experience, study and create teaching activities from a logical-historical perspective? Our aim was to identify and analyze the senses and meanings manifested by two subjects that composed a group of ten undergraduate and three graduate students, who gathered virtually and in person, over a semester, to reflect collectively upon the organization of teaching by means of teaching activities founded by the logical-historical perspective. To conduct the research, we sought theoretical fundamentals in the logical-historical dialectical perspective on theoretical constructs that deal with Teaching Orienting Activities (*AOE* in Portuguese) and with the concepts of sense and meaning studied by Vygotsky. The gatherings took place in the context of the Integration, Teaching, Research and Extension Curricular Activity (*ACTEPE* in Portuguese) entitled: “When the history of Mathematics becomes a teaching methodology,” and they were split in three blocks: the first was aimed at motivation to work under a logical-historical perspective; the second one, at the study and deep analysis of it; and the third one, at the organization of teaching activities founded by this perspective. The following instruments were used to constitute research data: a field journal; narratives; audio recording of the gatherings, which were transcribed; forums held in a virtual environment; and propositions of activities that were designed or adapted by the participants and presented in the last gatherings. Upon these propositions and three specific criteria, two participants, whose trajectories were followed along the sixteen gatherings, were selected. The senses and meanings manifested by the subjects, in the context of the present study, show that organizing teaching from a logical-historical perspective can allow the involved students to seize the concepts through the exercise of thinking about them, making it possible for the learners to feel the need for developing the concept. They also show that the conceptual nexuses - both internal and external - are important theoretical constructs when working under this perspective, for they perceive internal nexuses as those which are not made explicit to the students by a formal concept representation, but they are fundamental to understand it. This meaning makes it important to evince these nexuses to organize teaching. Nevertheless, it is necessary to learn them and history can make it possible, for it holds the conceptual development process and the product of that development.

Keywords: The history of mathematics; logical-historical; Mathematics Education; teaching activity.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 - Esquema representativo da negociação de sentidos e produção de significados.....	58
Figura 2 - Esquema representativo de ambientes com e sem negociação de sentidos	59
Figura 3 - Nuvem de palavras correspondente ao texto original das transcrições referentes às gravações de áudio dos encontros presenciais.....	138
Figura 4 - Nuvem de palavras correspondente ao texto das transcrições referentes às gravações de áudio dos encontros presenciais com as substituições das palavras Gente, Pesquisador e Eugênia respectivamente pelas letras X, Y e Z.	139
Figura 5 - Cópia da figura 4 com os nomes dos participantes que apareceram destacados no interior de retângulos.....	139
Figura 6 - Gráfico referente ao experimento “Dinamômetro com Elástico” desenhado por Camila.....	163
Figura 7 - Tabela com os valores a serem multiplicados no jogo desenvolvido por Will	196
Figura 8 - Tabuleiro para o jogo criado por Will.....	196

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 - Dados do experimento “Dinamômetro com Elástico”, realizado no segundo encontro da ACIEPE – 28/08/2013	159
--	-----

LISTA DE QUADROS

Quadro 1 - Caracterização das pesquisas de mestrado e de doutorado que abordam a perspectiva lógico-histórica.....	53
Quadro 2 - Códigos para identificação dos instrumentos de registro dos dados da pesquisa.	69
Quadro 3 - Cronograma da ACIEPE: Quando a história da matemática passa a ser metodologia de ensino – 2013/2.....	74
Quadro 4 - Sujeitos da pesquisa	78
Quadro 5 - Temas e objetivos das propostas de atividades	88
Quadro 6 - Roteiro das propostas de atividades	91
Quadro 7 - Elementos da história da matemática abordados nas propostas de atividades....	102

SUMÁRIO

CAPÍTULO 1.....	9
APRESENTAÇÃO.....	9
1.1. COMPONDO A ESTRUTURA DA PESQUISA	9
1.2. OS CAMINHOS QUE CONDUZIRAM À PROBLEMÁTICA DA PESQUISA	11
CAPÍTULO 2.....	25
O LÓGICO-HISTÓRICO: DA COMPREENSÃO AO SEU USO PARA A ORGANIZAÇÃO DO ENSINO	25
2.1. DE QUAL HISTÓRIA ESTAMOS FALANDO?.....	27
2.2. SENTIDOS E SIGNIFICADOS QUE ESTÃO SENDO ATRIBUÍDOS À PERSPECTIVA LÓGICO-HISTÓRICA	30
2.3. AS APROPRIAÇÕES DA PERSPECTIVA LÓGICA-HISTÓRICA POR PESQUISADORES DA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA	37
CAPÍTULO 3.....	55
A PRODUÇÃO DE SENTIDOS E DE SIGNIFICADOS POR MEIO DE ATIVIDADES ORIENTADORAS DE ENSINO	55
3.1. SENTIDO E SIGNIFICADO	55
3.2. A ATIVIDADE ORIENTADORA DE ENSINO	61
CAPÍTULO 4.....	66
CAMINHOS METODOLÓGICOS DA PESQUISA.....	66
4.1. CONSTRUÇÃO, REGISTRO, TRATAMENTO E ANÁLISE DOS DADOS CONSIDERADOS NA PESQUISA	67
4.2. CARACTERIZAÇÃO DA ACIEPE	71
4.2.1. <i>A Atividade Curricular de Integração Ensino, Pesquisa e Extensão – ACIEPE</i> 71	
4.2.2. <i>Os participantes</i>	77
CAPÍTULO 5.....	83
OS SENTIDOS E OS SIGNIFICADOS EXPLICITADOS PELOS INTEGRANTES DA ACIEPE.....	83
5.1. DETERMINANDO O ISOLADO: OS DOIS SUJEITOS SELECIONADOS PARA ANÁLISE.....	84
5.1.1. <i>Escolha dos sujeitos da pesquisa</i>	114
5.1.2. <i>Participantes selecionados</i>	140
5.2. PRIMEIRO BLOCO: MOTIVAÇÃO PARA O TRABALHO COM A PERSPECTIVA LÓGICO-HISTÓRICA (1º AO 4º ENCONTRO)	141

5.3. SEGUNDO BLOCO: ESTUDO E APROFUNDAMENTO DA PERSPECTIVA LÓGICO-HISTÓRICA (5° AO 9° ENCONTRO).....	166
5.4. TERCEIRO BLOCO: ELABORAÇÃO E/OU ADAPTAÇÃO DE AOE FUNDAMENTADAS NA PERSPECTIVA LÓGICO-HISTÓRICA (10° AO 17° ENCONTRO).....	189
CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	201
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	207
ANEXO 1.....	212
EXPERIMENTO: DINAMÔMETRO COM ELÁSTICO	212
APÊNDICE 1	213

CAPÍTULO 1

APRESENTAÇÃO

Escolhi iniciar esse texto escrevendo na primeira pessoa do singular por considerar que ele é apenas um recorte do processo de formação em que me encontro e por isso devo situá-la como tal. Assim, é necessário fazer um resgate da minha trajetória histórica de formação até o surgimento da problemática dessa pesquisa, objetivo esse que busquei na Seção 1.2. Nessa trajetória procurei mostrar questões particulares que compõem a minha identidade enquanto pesquisador, justificando assim a escolha pela escrita no singular.

No entanto, será possível perceber que essa história é indissociável das histórias de outras pessoas, como professores, alunos, colegas de estudo e trabalho além dos teóricos que conheci por meio de leituras de suas valiosas escritas. Portanto, a produção que resulta do processo de pesquisa descrito aqui é também produto do trabalho dessas pessoas que contribuem para a minha formação. Logo, a partir do Capítulo 2, utilizarei na escrita do texto a primeira pessoa do plural.

A Seção 1.1 se encarrega de mostrar a forma como estruturei essa dissertação.

1.1. Compondo a estrutura da pesquisa

Essa pesquisa tem como objetivo geral identificar e analisar os sentidos e significados manifestos por dois sujeitos que compuseram um grupo formado por dez licenciandos e três pós-graduandos, que se reuniram virtualmente e presencialmente, durante um semestre, para refletirem coletivamente sobre a organização do ensino por meio de atividades de ensino fundamentadas na perspectiva lógico-histórica. Assim, delimito objetivos específicos para guiarem cada um dos seis capítulos que compõem esse trabalho, iniciando por essa seção na qual busquei apresentar a pesquisa e fazer um resgate histórico da minha formação, a fim de entender os contextos que originaram a problemática dessa pesquisa.

No Capítulo 2, busquei: 1) apresentar, a partir de um estudo e síntese, o conceito de história que assumi nessa pesquisa; 2) desenvolver um estudo e compreensão das ideias centrais que fundamentam a perspectiva lógico-histórica; e 3) compreender quais as

apropriações têm sido utilizadas por pesquisadores da Educação Matemática que têm fundamentado suas pesquisas na perspectiva lógico-histórica.

Há de se considerar ainda que, um dos apontamentos decorrentes do estudo apresentado no Capítulo 2 está relacionado ao fato de que, a Atividade Orientadora de Ensino (AOE) (MOURA, 2001) tem se configurado como a principal forma de organização do ensino adotada pelas pesquisas que têm como fundamentação teórica a perspectiva lógico-histórica. Assim, a AOE, além de ser estruturada a partir das mesmas bases teóricas que a perspectiva lógico-histórica, tem como pressuposto a organização do ensino por meio da negociação de significados por parte dos sujeitos em atividade. Logo, também optei por esse constructo teórico que será, oportunamente, explorado na Seção 3.2.

Portanto, o Capítulo 3 foi escrito com a intenção de caracterizar melhor o que estou entendendo por sentidos e significados, a partir dos estudos de Vygotsky (2002), e também por AOE. Busquei ainda determinar as relações entre ambos os conceitos e a dialética lógico-histórica.

Como o objeto dessa investigação pressupõe a interação entre graduandos e pós-graduandos vivenciando e elaborando atividades de ensino de matemática fundamentadas na perspectiva lógico-histórica, eu precisei convidar licenciandos e pós-graduandos para compor um grupo de estudo. Assim, a pesquisa se desenvolveu no contexto de uma Atividade Curricular de Integração Ensino, Pesquisa e Extensão (ACIEPE) denominada “Quando a História da Matemática Passa a ser Metodologia de Ensino”.

ACIEPEs são espaços ofertados pela Pró-Reitoria de Extensão (PROEX) da Universidade Federal de São Carlos (UFSCar) com o propósito de intensificar o contato da universidade com a comunidade, fortalecer a indissociabilidade entre ensino, pesquisa e extensão, contribuir para a melhoria dos cursos da universidade, ensejar a experimentação de alternativas metodológicas etc. Onde professores dessa instituição podem disponibilizar atividades (oficinas, cursos, entre outros) diversificadas e abertas ao público em geral, dentre eles, licenciandos, pós-graduandos e professores da educação básica.

No caso dessa pesquisa, propus junto a minha orientadora uma ACIEPE aberta a licenciandos, pós-graduandos e professores que ensinam matemática, em que eles pudessem discutir a organização do ensino e aprendizagem de matemática a partir de elementos da História da Matemática, por meio de uma AOE fundamentada na perspectiva dialética lógico-histórica. Licenciandos e pós-graduandos de diferentes áreas de formação – Educação Especial, Física, Matemática e Pedagogia – compuseram o grupo dessa pesquisa.

No Capítulo 4, portanto, descrevo e caracterizo melhor a ACIEPE, bem como os motivos que me levaram a escolher esse espaço para desenvolver a investigação. Apresento também os catorze participantes da ACIEPE, dentre os quais, além da professora responsável e do pesquisador, se encontravam um estudante de Licenciatura em Física, três da Licenciatura em Pedagogia, duas de pós-graduação em Educação, com formação em Licenciatura em Educação Especial e Matemática e seis estudantes de Licenciatura em Matemática. Ou seja, o grupo que frequentou a ACIEPE se constituiu por dez licenciandos, três pós-graduandos e a professora responsável.

No Capítulo 5, primeiramente faço uma análise das propostas de atividades desenvolvidas pelos participantes apresentadas ao final da ACIEPE. Depois, a partir dessa análise inicial e de três critérios – autonomia, coerência e participação – seleciono dois participantes que tiveram suas trajetórias durante a ACIEPE acompanhadas mais de perto. Essas trajetórias se apresentam divididas em três blocos de atividades: 1) um de apresentação e convite à proposta de trabalho da ACIEPE; 2) um de estudo e aprofundamento da proposta; e 3) o último em que os participantes desenvolvem o trabalho, isto é, elaboram propostas de atividades de ensino de conceitos matemáticos, da educação básica, fundamentadas na perspectiva lógico-histórica. Ao acompanhar essa trajetória, busco evidenciar os sentidos e significados produzidos pelos dois participantes selecionados.

No sexto e último capítulo, apresento as conclusões, apontamentos e novos questionamentos decorrentes desse estudo.

1.2. Os caminhos que conduziram à problemática da pesquisa

É difícil, senão impossível, encontrar o momento exato que motivou o presente trabalho. A única afirmação na qual me apoio com certeza é a de que essa dissertação não inicia, nem tem a pretensão de encerrar, o processo de formação em que me encontro. Nesse sentido, ela se configura como um episódio na minha história de formação – julgo-o o mais importante até o momento. Não pelo *status* que pode assumir, por ser um trabalho científico e muito menos pelo título a mim concedido ao final dessa etapa, mas pelo potencial que esse momento tem de possibilitar que eu reflita sobre a minha trajetória de formação como um todo, vislumbrando as transformações pelas quais passei e as possibilidades de novas mudanças.

Sendo assim, não faz sentido tratar apenas as questões teóricas que abrangem esse trabalho e deixar de lado o processo histórico no qual ele se insere. Busquei então, fazer

um recorte, um *isolado*, conforme indicam os estudos de Caraça (1951), dos momentos que considero importantes para que eu chegasse à problemática dessa pesquisa.

Busquei auxílio em alguns teóricos para repensar a minha trajetória de formação e escolher os elementos adequados para apresentar aqui. Por tanto, antes de iniciar, trago algumas reflexões que guiaram esse trabalho.

O conceito central, que orientou a pesquisa é a perspectiva dialética lógico-histórica de Kopnin (1978), o qual propõe um pensamento filosófico que procura não dicotomizar a relação entre o lógico, aqui entendido como formas de organização do pensamento, e o histórico, entendido como “processo de mudança do objeto, as etapas de seu surgimento e desenvolvimento” (KOPNIN, 1978, p.183).

Nesse sentido, há de se chamar a atenção para a interpretação de Duarte (1987), que classifica o conceito de lógico como *produto* da ação humana e o histórico como *processo*. Assim, ao se considerar o lógico e o histórico de forma dialética, se considera a impossibilidade de compreensão do produto sem o processo histórico que deu origem a ele. No entanto, é papel da lógica organizar o pensamento e ao fazer isso ela abandona o que entende ser desnecessário.

Nesse sentido, essa dissertação é o lógico-histórico de um dado momento de minha formação e compreender esse momento é compreender a relação dialética existente, que se materializa nesse texto.

É dessa forma que espero que o leitor compreenda esse trabalho, como um *isolado* que tomei como objeto de estudo, mas que pertence de forma indissociável ao todo que corresponde à minha formação. Essa compreensão só é possível se for aceita a ideia de *fluência*, que adquire papel central na teoria que escolhi para orientar essa pesquisa.

Nesse sentido, as ideias de Caraça (1951) têm sido de fundamental importância para esse trabalho, pois me ajudam a compreender a realidade, a ciência e a matemática, tomando como pressuposto uma filosofia que está de acordo com a perspectiva teórica por mim adotada. São essas as ideias: *fluência*, *interdependência*, *isolado*, *inesperado* e outras, relacionadas mais intimamente à matemática. Tratarei delas mais adiante, em momentos oportunos.

Para Caraça (1951), as duas características fundamentais da realidade são a *fluência* e a *interdependência*, pois tudo está em permanente movimento, mesmo que esse não seja sensível aos nossos sentidos. E também, tudo está relacionado a tudo, por mais remota que aparente ser essa relação.

Dessa forma, para se compreender a natureza é preciso fazer *isolados*, selecionando somente o fenômeno que se deseja estudar. A seleção de um isolado, muitas vezes, pode deixar de fora alguma componente importante para o fenômeno estudado. Assim, quando essa componente se manifesta, surge o *inesperado*, isto é, algo que não estava previsto e que, por isso, desperta a necessidade de se repensar no isolado.

O *inesperado*, dessa forma, é bem-vindo, pois por meio dele podemos refletir melhor sobre a realidade. E mesmo que se queira evitar o surgimento de *inesperados*, isso não é possível, uma vez que um *isolado*, que pertence à realidade, contém a *fluência*. Portanto modifica-se constantemente. A esse movimento Caraça (1951, p.119) denomina de “evolução de um isolado”.

Nesse sentido, posso dizer que essa pesquisa é um *isolado* de minha formação enquanto professor e pesquisador. Nesse isolado está a perspectiva teórica que escolhi, isto é, o lógico-histórico, os participantes da pesquisa, as produções dos participantes registradas em formato de texto e áudio e as pesquisas já desenvolvidas com a mesma temática e que ofereceram subsídios a este trabalho.

Dessa forma, busquei estabelecer nesse estudo, as relações entre os elementos desse isolado. Isto é, por um determinado período, analisei a sua evolução. No entanto, antes é preciso compreender e conhecer o movimento que possibilitou a delimitação desse recorte. Isso é possível a partir da minha trajetória de formação que apresentarei em seguida.

Das disciplinas escolares, a matemática sempre me chamou mais atenção, seguida da física, da química, da biologia e por último as ditas ciências humanas. Digo isso porque considero também a matemática como uma ciência humana. Assim, a escolha por cursar graduação em Licenciatura em Matemática teve maior influência pela afinidade que eu tinha com a disciplina. No entanto, o desejo de ser professor também foi motivador.

Mas a questão que cabe ser lembrada aqui é: quais sentidos e significados eu atribuía a profissão “professor de matemática” no início de minha formação? Eu admirava aqueles professores que demonstravam domínio do conteúdo e não tinham preocupações se a matemática tinha ou não significados que não os da própria “lógica matemática”.

Encantavam-me as aulas de cursinho pré-vestibular nas quais os professores usavam macetes, metáforas, piadas e até músicas para que os estudantes memorizassem o conteúdo. Eu via naqueles profissionais o modelo ideal de professor, o modelo que eu queria seguir. Iniciei assim minha graduação, buscando aprofundar meus conhecimentos em matemática e julgando que isso seria suficiente para a minha formação.

Vale a pena ressaltar que o relato que trago aqui não tem a intenção de fazer julgamento a respeito dos professores que tive e seus métodos. Quero apenas destacar alguns momentos que me fizeram negociar os sentidos que atribuí à profissão docente e que culminaram em mudanças de significados. Considero que compreender a prática do professor de matemática é importante para se compreender os significados atribuídos às formas de organização do ensino e à própria matemática. Nesse sentido, antes de continuar o meu relato, busco referências em alguns autores que auxiliam a minha compreensão, como Ponte (1997) ao discutir a natureza do conhecimento matemático e Fiorentini (1995) ao discutir algumas tendências para o ensino de matemática no Brasil.

Para Ponte (1997), “a concepção que se sustenta sobre matemática influencia profundamente o que se considera ser desejável relativamente ao seu ensino e aprendizagem” (p.1). E é embasado nessas concepções que surgiram algumas das tendências de ensino de matemática apontadas por Fiorentini (1995). Entre elas estão o formalismo e o tecnicismo que estiveram presentes nos ambientes onde ocorria o ensino e aprendizagem de matemática no Brasil no último século e que, ainda hoje, influenciam a prática docente.

O formalismo tem duas vertentes: a clássica, que valoriza o modelo aristotélico-euclidiano, e a moderna, com foco mais na álgebra que na geometria, em que as estruturas algébricas, topológicas e a linguagem têm predomínio. Já o tecnicismo se preocupa com o treinamento e memorização de técnicas e algoritmos em detrimento da compreensão.

Para os seguidores dessas tendências, a “matemática não é inventada ou construída pelo homem” (FIORENTINI, 1995, p.6), é apenas descoberta. Assim, o ensino é:

(...) centrado no professor e no seu papel de transmissor e expositor do conteúdo (...) Sob essa concepção simplista de matemática, é suficiente que o professor apenas conheça a matéria que irá ensinar. O papel do aluno, nesse contexto, seria a de “copiar”, “repetir”, “reter” e “devolver” nas provas do mesmo modo que “recebeu” (FIORENTINI, 1995, p.7, destaque do autor).

Essas formas de pensar a matemática e o seu ensino estiveram presente nas práticas dos professores que tive e acabaram influenciando a mim. No entanto, no início do curso de Licenciatura em Matemática pela Universidade Federal de Lavras (UFLA), conheci o Núcleo de Estudos e Pesquisa em Educação Matemática (NEPEM/DEX/UFLA¹), que desenvolveu estudos acerca da resolução de problemas no mesmo período em que participei do projeto. Em seguida, participei das disciplinas de Metodologia do Ensino de Matemática e

¹ Lotado no Departamento de Ciências Exatas pela UFLA e coordenado pelo Prof. Dr. José Antônio Araújo Andrade.

Laboratório Para o Ensino de Matemática², ambas ministradas por professores do Departamento de Ciências Exatas (DEX).

Além da resolução de problemas, nesse período, fiquei conhecendo outras metodologias para o ensino de matemática, como a modelagem, a investigação, o uso de tecnologias e de materiais manipuláveis. Assim surgiram outros elementos que eu passaria a considerar em minha formação. Esse foi um momento de transição em que passei a incorporar outros sentidos à profissão docente, mudando o foco da formação do conteúdo matemático para as metodologias de ensino.

No estágio supervisionado, tive a oportunidade de desenvolver um trabalho “(com)partilhado”, conforme indicam os estudos de Andrade (2012) com a professora supervisora³ e mais duas colegas de curso⁴.

Realizávamos reuniões periódicas em que pensávamos juntos não só as aulas em que nós, estagiários, estivemos presentes, mas no programa de ensino da professora supervisora como um todo. Como estávamos estudando as metodologias de ensino de matemática, exploramos várias delas, o que reforçou e estruturou um novo significado para o ensino de matemática, pois esse deixou de ser entendido apenas como transmissão de conteúdos pelo professor aos estudantes e passou a incorporar a ideia de que o estudante precisa ter mais destaque, ser ativo na construção do conhecimento matemático, manifestar e negociar os sentidos e significados que atribuí aos conceitos matemáticos com o professor e com os colegas. Dessa forma, as atividades de investigação e resolução de problemas, com forte apelo ao trabalho em grupo e, às vezes, associadas a problemas reais, passaram a ter maior destaque naquela prática.

Esse novo significado que atribuí ao ensino de matemática foi negociado e (com)partilhado no grupo de estágio que se constituiu como um ambiente de formação tanto para os estagiários quanto para a professora supervisora e o professor orientador⁵, vinculado a universidade. Significado esse que reorientou a minha prática no sentido de não considerar apenas os modos formalistas de organização do ensino, como o ensino centrado no professor, aulas expositivas e a formação do professor exclusivamente por meio de estudos de conhecimentos matemáticos.

² O foco da primeira disciplina estava nas diferentes metodologias para o ensino de matemática, já a segunda tinha como foco o uso de tecnologias da informação e comunicação para o ensino e aprendizagem em matemática.

³ Prof.^a Stefânia Efigênia Izá.

⁴ Karine Angélica de Deus e Lilian Flaviane de Deus.

⁵ Prof. Dr. José Antônio Araújo Andrade.

Aos poucos, fui incorporando outros significados em relação aos modos de organização do ensino, os quais carregavam características das tendências empírico-ativista e construtivista. Na primeira, assim como nas tendências formalistas, vigora o pensamento de que “as ideias matemáticas são obtidas por meio da descoberta. A diferença, porém, é que elas preexistem não num mundo ideal, mas no próprio mundo natural e material que vivemos” (FIORENTINI, 1995, p. 9). Assim, para terem acesso a essas ideias, os estudantes precisam observar e manipular os objetos desse mundo.

Na tendência construtivista, o foco está no desenvolvimento psicológico do estudante. A “epistemologia genética piagetiana” (FIORENTINI, 1995, p. 18) é a base dessa tendência. Para àqueles que procuraram seguir essa tendência:

(...) o conhecimento matemático não resulta nem diretamente do mundo físico nem de mentes humanas isoladas do mundo, mas sim da ação interativa/reflexiva do homem com o meio ambiente e/ou com atividades. Ou seja, a ideia pedagógica da ação concebida pelos construtivistas é completamente diferente daquela concebida pelos empírico-ativistas (FIORENTINI, 1995, p. 19).

Apesar dessa diferença, ambas comungam da característica de serem mais pragmáticas e centrarem a atenção da atividade pedagógica no estudante e não no professor. Uma prática muito comum para os adeptos do construtivismo é guiar as ações em sala de aula pelo método da inquirição.

A esse ponto, eu considerava duas vertentes importantes para a minha formação: estudos dos conteúdos matemáticos e domínio de diferentes metodologias de ensino. No entanto, as novas experiências que vivi me proporcionaram o conhecimento de outras vertentes, como a compreensão dos contextos socioculturais dos estudantes, as práticas educacionais inclusivas e a organização política e curricular da instituição escola.

Ingressei no Programa de Educação Tutorial⁶ (PET), vinculado ao curso de Agronomia⁷ da UFLA. Dentre as atribuições do grupo estavam previstas atividades de ensino, pesquisa e extensão. Dessa forma participei de projetos de extensão onde ministrava aulas de matemática em cursos de iniciação profissional para adolescentes de Lavras (MG), como os cursos de horticultura e jardinagem.

Uma característica importante desses cursos é a de que eles não têm um currículo pré-estabelecido, então tive que elaborar e colocar em prática esse currículo levando em consideração os objetivos do curso bem como as necessidades dos estudantes envolvidos.

⁶ Programa do Ministério da Educação (MEC). Maiores informações no endereço eletrônico: http://portal.mec.gov.br/index.php?option=com_content&view=article&id=12223&ativo=481&Itemid=480, acesso em 18 de junho de 2014.

⁷ Apesar de o programa ser vinculado à Agronomia ele destinava 25% de suas vagas a estudantes de outros cursos.

Essa experiência trouxe outros sentidos para eu pensar a formação docente, como a estrutura da instituição escolar e os contextos sociais, políticos e econômicos nos quais ela se insere. Isto é, o significado de se ensinar e aprender matemática passava a levar em consideração sentidos que não se restringiam apenas àqueles referentes ao conteúdo matemático e as metodologias para o ensino desse conteúdo.

Essas primeiras experiências me mostraram que tendências que levam em consideração apenas aspectos internalistas da matemática são concepções reducionistas, pois:

(...) o modo de ensinar sofre influência também dos valores e das finalidades que o professor atribui ao ensino de matemática, da forma como concebe a relação professor-aluno e, além disso, da visão que tem de mundo, de sociedade e de homem” (FIORENTINI, 1995 p.4).

A consciência da complexidade da atividade docente me despertou o interesse por conhecer mais sobre a temática. Comecei então uma iniciação científica que culminou no meu trabalho de conclusão de curso (REZENDE, 2011), totalizando um estudo de dois anos, em que eu pretendia explorar uma das vertentes possíveis para o ensino e aprendizagem em matemática que não ficasse presa a visão reducionista das tendências acima apresentadas.

Esse trabalho se tornou possível através do PIVIC (Programa Institucional Voluntário de Iniciação Científica) da Pró-Reitora de Pesquisa (PRP) pela UFLA, sob orientação do Prof. Dr. José Antônio Araújo Andrade. Na ocasião, participei de um grupo de estudos que buscou uma base teórica para trazer outros elementos ao ensino de conceitos matemáticos, que não só aqueles privilegiados nas tendências formalistas e tecnicistas.

A questão que se colocava é que, em diferentes momentos da história do ensino dos conhecimentos matemáticos, havia-se privilegiado alguns aspectos em detrimento de outros. O formalismo e o tecnicismo, por exemplo, são tendências que expõe uma predileção pelos aspectos formais dos conceitos matemáticos, “transmitidos” de forma já pronta aos estudantes, deixando os aspectos históricos da construção desses conceitos de lado e, conseqüentemente, privilegiando um ensino com forte apelo à memória sem se preocupar com a compreensão.

A exposição dos conteúdos matemáticos através da lógica formal, em especial a formalista moderna que ainda tem forte presença nas práticas de ensino e aprendizagem de matemática, dá aos estudantes uma ideia de que o conhecimento matemático é neutro, alheio a vida humana, linear, absoluto e imutável. Essa constatação me fez questionar, juntamente com o grupo de estudos: como resgatar o humano⁸ que há nos conhecimentos matemáticos?

⁸ Entendo aqui, a partir do materialismo histórico dialético, que a matemática é um dos diversos produtos produzidos pelo homem ao longo da história da civilização. Portanto, ela é pensada a partir de um contexto

Uma das respostas possíveis veio por meio da perspectiva dialética lógico-histórica⁹ (KOPNIN, 1978). Através dela, investiguei o conceito de número natural tentando resgatar, além dos aspectos formais, os aspectos implícitos a essa formalidade e que fizeram parte do processo histórico de desenvolvimento desse conceito. A esses aspectos internos Sousa (2004) chama de nexos conceituais. Portanto, no meu trabalho de conclusão de curso, a partir de autores como Caraça (1951), Karlson (1961) e Ifrah (2001), identifiquei alguns dos nexos conceituais de número natural e desenvolvi propostas de atividades de ensino que explorassem esses nexos.

Concomitante a esse trabalho, iniciei minha carreira docente em uma escola particular de Lavras (MG), atuando no Ensino Fundamental e médio. O contato com a sala de aula acentuou a necessidade que eu tinha de pesquisar mais sobre a prática docente. Nessa escola, participei de vários projetos interdisciplinares.

Em um deles, por exemplo, as turmas de terceiro e primeiro ano do Ensino Médio (sete estudantes¹⁰) se uniram e realizaram uma pesquisa sobre o pão francês. Esse trabalho contou com a orientação de professores de história, biologia, química, física e matemática. No caso, o professor de matemática era eu. Foram desenvolvidas várias atividades como visita ao setor de trigo no Departamento de Agricultura da UFLA, visita a uma padaria da cidade, elaboração de experimentos e apresentação do trabalho final no seminário cultural que ocorre anualmente naquela escola.

Um dos experimentos que foram feitos consistia em verificar quais fatores influenciavam no processo de fermentação da *sascharomisses cerevisae*, que é a levedura presente no fermento biológico, usado na produção do pão. Para esse experimento foram feitos desde estudos do processo de fermentação até o armazenamento do gás carbônico produzido nesse processo, em várias condições, e construção de um modelo matemático para

histórico e social que visava atender determinadas necessidades. Em alguns momentos históricos passa-se a desconsiderar o processo humano de construção da matemática, valorizando apenas seus aspectos formais, como se eles existissem de forma atemporal e independente aos homens. Portanto, resgatar o humano que há nos conhecimentos matemáticos é entendido aqui como resgatar esses processos e necessidades humanas que deram origem e mantem essa área do conhecimento. No Capítulo 3, discutirei um pouco mais sobre os processos de humanização da matemática.

⁹ O trabalho do grupo de estudos do PIVIC, que participei, foi dividido em duas etapas: 1) Estudo da perspectiva dialética lógico-histórica para organização do ensino de conhecimentos matemáticos e; 2) Organização de propostas para o ensino de conhecimentos matemáticos. Faziam parte do grupo, além do professor orientador, eu e mais duas estudantes da Licenciatura em Matemática. Assim, na segunda etapa, cada um escolheu um conhecimento matemático específico para abordar, os quais foram números (REZENDE, 2011), funções (VASCONCELOS, 2012) e limites e continuidade (ABREU, 2010).

¹⁰ Embora seja incomum duas turmas de Ensino Médio somarem sete estudantes, a informação está correta, pois, nessa escola, as turmas têm no máximo doze alunos. Além disso, naquele ano, as matrículas tinham sido poucas: três no primeiro ano do Ensino Médio e quatro no terceiro.

calcular o volume armazenado. Atividade que possibilitou aos estudantes fazerem inferências sobre condições adequadas para estimular ou inibir a fermentação e conseqüentemente o crescimento da massa do pão francês.

Dois anos depois ingressei como professor temporário na UFLA, onde, dentre outras disciplinas, conduzi as de Laboratório para o Ensino de Matemática e Metodologia do Ensino de Matemática, além de atuar como orientador de um dos grupos que compunha o Programa Institucional de Bolsas de Iniciação a Docência (PIBID), da área de matemática.

As conversas com os estudantes das disciplinas e do PIBID fizeram-me perceber que havia discursos simplistas em relação ao ensino e aprendizagem de matemática. Alguns, como eu enquanto estudante de graduação, viam nas metodologias a solução para os problemas de ensino dessa disciplina, outros achavam desnecessário as aulas de Educação Matemática, por considerarem que era preciso apenas o conhecimento do conteúdo que iam lecionar. No entanto, quando iam para as salas de aula do ensino básico, nos estágios e no PIBID, viam que os problemas estavam longe de serem resolvidos.

Nos momentos de reflexão e orientação das atividades no PIBID, por exemplo, era comum ver os estudantes desenvolverem propostas de organização do ensino que ora privilegiavam aspectos formais da matemática, mas sem uma compreensão dos processos que levaram àquela estruturação formal e mecânica, ora buscavam forte apelo à procedimentos metodológicos como a resolução de problemas, mas sem mudar o foco que se mantinha em questões internas ao conteúdo matemático. Isto é, buscava-se compreender os processos de ensino e aprendizagem de matemática a partir da própria matemática.

Naquele momento era meu dever problematizar aquele trabalho para que, assim como eu, que também estava em formação, os estudantes pudessem buscar outras referências para construir os significados da profissão “professor de matemática”, que não estivessem apenas no conteúdo matemático formal, como por exemplo, na história, filosofia, antropologia e sociologia, que são áreas do conhecimento que aos poucos tem aumentado sua interseção com a Educação Matemática.

A partir dessas reflexões, a questão que me rondava era: como trazer novos elementos para se pensar a atividade docente? Em particular, para se pensar sobre a organização do ensino e aprendizagem de matemática? Minha intenção com essas questões era enriquecer as discussões que realizava junto aos futuros professores que, naquele momento, eram meus alunos. A somar, eu já havia iniciado um trabalho nesse sentido, através da perspectiva lógico-histórica.

Essa perspectiva se mostrou como um dos possíveis caminhos para se trazer novos elementos que permitissem pensar o ensino e a aprendizagem de matemática. Autores como Sousa (2004), Dias (2007), Cunha (2008) e Panossian (2014), têm apresentado a perspectiva lógico-histórica como uma teoria que permite o rompimento com o reducionismo formalista e tecnicista, ainda muito marcante no ensino de matemática brasileiro, e que prioriza o produto em detrimento do processo, deixando de lado as questões históricas e humanas que estão implícitas nos conceitos matemáticos.

Segundo Sousa (2009), uma das contribuições da perspectiva lógico-histórica tomada como fundamentação para a organização do ensino e aprendizagem de matemática é a de que ela define um lugar para a história da matemática nesse processo. Através dessa forma de organização, a história pode vir a ser um recurso didático.

As pesquisas, destacadas anteriormente, como as de Sousa (2004), Dias (2007); Cunha (2008) e Panossian (2014), através de ambientes de discussão entre professores em formação, têm centrado seu olhar no desenvolvimento lógico-histórico de determinados conceitos matemáticos como, por exemplo, os conceitos de álgebra e conjuntos numéricos analisados respectivamente por Sousa (2004) e Dias (2007). Mas, ao que parece, essa proposta de trabalho, e mesmo outras que visem o uso de elementos da História da Matemática como recurso didático, não é familiar aos professores que participaram das discussões provocadas por essas pesquisadoras, ainda que, desde 1998, os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs) de matemática já apontassem o recurso à História da Matemática como um dos caminhos possíveis para se “fazer matemática” na sala de aula.

A História da Matemática pode oferecer uma importante contribuição ao processo de ensino e aprendizagem dessa área do conhecimento. Ao revelar a Matemática como uma criação humana, ao mostrar necessidades e preocupações de diferentes culturas, em diferentes momentos históricos, ao estabelecer comparações entre os conceitos e processos matemáticos do passado e do presente, o professor cria condições para que o aluno desenvolva atitudes e valores mais favoráveis diante desse conhecimento (BRASIL, 1998, p. 42).

Apesar dessa indicação, os PCNs destacam que é preciso ter cuidado com a forma que se pode usar tal recurso em sala de aula:

(...) essa abordagem não deve ser entendida simplesmente que o professor deva situar no tempo e no espaço cada item do programa de Matemática ou contar sempre em suas aulas trechos da história da Matemática, mas que a encare como um recurso didático com muitas possibilidades para desenvolver diversos conceitos, sem reduzi-la a fatos, datas e nomes a serem memorizados (BRASIL, 1998, p. 43).

Mas tal ressalva parece que não tem sido suficiente para mostrar que caminhos podem ser trilhados quando se pretende usar elementos da História da Matemática na sala de

aula. Assim têm ocorrido diferentes usos, como mostram as pesquisas de Bianchi (2006) e Guimarães (2012). A primeira analisou duas coleções de livros didáticos de matemática dos anos finais do Ensino Fundamental escolhidos pelo Programa Nacional do Livro Didático (PNLD) para verificar como esses livros abordam o uso da História da Matemática. Ela conclui que:

As formas mais utilizadas pelos autores se enquadram nas categorias informação geral e informação adicional. Já a categoria denominada estratégia didática, considerada pelos especialistas como a mais interessante do ponto de vista do ensino-aprendizagem, pouco aparece nos Livros Didáticos, o que nos leva a concluir que a área tem muito a fazer (BIANCHI, 2006, p. iii).

A segunda pesquisa tinha por questão-problema:

(...) saber se e como professores de Matemática da rede pública municipal de Aracaju estão utilizando a história da matemática em suas aulas a fim de ensinar conteúdos matemáticos durante as aulas da disciplina Matemática? (GUIMARÃES, 2012, p.30).

Nesse contexto, o autor identificou que a maioria dos professores fazia uso da História da Matemática em suas aulas, porém de maneira expositiva, buscando mostrar os porquês de alguns conceitos matemáticos, a título de curiosidade ou como motivação para os estudantes. O autor conclui que

(...) o resultado dessa pesquisa é um indicativo de que o mais breve possível deve ser realizado um investimento de outras pesquisas com o intuito de experimentar o uso da história da matemática como uma metodologia de ensino em que as informações históricas sejam o ponto de partida para ensinar conteúdos matemáticos (GUIMARÃES, 2012, p.v).

Em minha trajetória de formação, a perspectiva lógico-histórica surgiu como um dos possíveis modos de fazer uso da história da matemática em sala de aula. Mais adiante, no Capítulo 3, discutirei com mais detalhe essa questão.

Vale a pena ressaltar que essa possibilidade de formação que tive se trata de uma iniciativa isolada que não representa a realidade da formação do professor que ensina matemática, seja nos cursos de Licenciatura em Matemática, Pedagogia, Educação Especial e outros. Isso justifica o fato dos professores chegarem a espaços de formação como os oferecidos pelas pesquisas que destaquei anteriormente – Sousa (2004), Dias (2007), Cunha (2008) e Panossian (2014) – sem terem tido experiências que os permitam organizar situações de ensino e aprendizagem de matemática a partir de elementos da história da matemática.

Nas propostas oficiais dos currículos de cursos que formam professores que ensinam matemática, há pouco ou nenhum espaço para se discutir a possibilidade da história

ser tratada como um recurso didático. Na UFSCar¹¹, por exemplo, no curso de Licenciatura em Matemática, há apenas uma disciplina de sessenta horas sobre história da matemática. No entanto, apesar de um dos objetivos descritos na ementa dessa disciplina ser compreender o uso da história da matemática como recurso para o ensino da matemática, no item conteúdo programático estão relacionados apenas conhecimentos acerca de fatos históricos. Não há espaço para se discutir como essa história poderia vir a ser um recurso para o ensino. E mesmo que houvesse, esse seria explorado somente no oitavo semestre do curso, posição ocupada por essa disciplina no currículo.

Já no curso de Licenciatura em Pedagogia, a mesma carga horária, sessenta horas, é destinada aos conhecimentos matemáticos que devem ser desenvolvidos nas séries iniciais do Ensino Fundamental. No entanto, não há espaço para se discutir a história desses conhecimentos, menos ainda para tratá-la como recurso didático.

Esse espaço também não existe no curso de Licenciatura em Educação Especial da UFSCar. A única disciplina que tem por objetivo discutir conhecimentos relacionados à matemática tem como foco a caracterização e adaptação de abordagens metodológicas e do currículo de matemática para atender a alunos com necessidades educacionais especiais.

Dessa forma, mesmo que sejam iniciativas isoladas, como ocorreu no grupo de iniciação científica em que participei, espaços como aquele são os únicos onde os licenciandos têm a oportunidade de discutir a possibilidade de a história da matemática vir a ser um recurso didático para o ensino e aprendizagem de matemática, apesar de ser essa, desde 1998, uma indicação dos PCNs.

Além dessas questões, outro fator importante é que, seguindo a orientação dos PCNs, o PNL D exige que a história da matemática seja abordada nos livros didáticos do ensino básico, mas também não esclarece como deve ser essa abordagem. Como o livro didático é um recurso amplamente utilizado pelos professores, de uma forma ou de outra há elementos da história da matemática – como, por exemplo, textos inseridos entre um capítulo e outro dos livros didáticos, que trazem informações adicionais a título de curiosidade – que se fazem presentes em sala de aula, mas sem que haja maiores discussões acerca do seu uso, como mostraram as pesquisas de Bianchi (2006) e Guimarães (2012).

¹¹ Os Projetos Políticos Pedagógicos dos cursos de graduação da UFSCar podem ser acessados no seguinte endereço eletrônico: <http://www.prograd.ufscar.br/cursos.php>.

Toda essa trajetória de formação, os questionamentos e as reflexões que fiz aqui me guiaram até a problemática dessa pesquisa. Mas antes de apresentá-la, vale a pena retomar algumas questões.

Ao longo desse caminho, fui atribuindo diferentes sentidos e significados à formação docente. Esses significados estão atrelados aos elementos que busquei para integrar a minha formação enquanto professor de matemática.

A princípio, eu tinha como única intenção de formação buscar uma melhor compreensão dos conhecimentos matemáticos. Nas minhas primeiras experiências durante a graduação, acrescentei um novo componente a esse processo, relacionado às metodologias de ensino de matemática.

No entanto, ao estabelecer um contato, ainda em minha formação inicial, com ambientes onde ocorria o ensino de matemática, através dos projetos e estágios que participei, pude perceber que olhar a atividade do professor de matemática apenas pela ótica conteudista e metodológica era uma prática reducionista para se compreender os processos de ensino e aprendizagem dessa disciplina. Essa percepção me fez questionar como trazer novos elementos para se pensar esses processos.

Uma das respostas possíveis tem se mostrado por meio da perspectiva dialética lógico-histórica que, além de trazer novos elementos para se pensar a matemática e o seu ensino, possibilita pensar a história da matemática como um recurso didático. Essa possibilidade está de acordo com o que orientam os PCNs.

Esses encaminhamentos me trouxeram a percepção de que, ao indicar o uso da história da matemática em sala de aula, os PCNs pressupõem que os professores podem organizar o ensino a partir da perspectiva metodológica que envolva essa história. Mas, ao pesquisar alguns cursos de formação de professores que ensinam matemática, percebo que esses pressupostos podem se tratar de certo equívoco.

Esse equívoco é facilmente percebido em trabalhos como os de Sousa (2009) e Panossian (2014), nos quais as autoras indicam que, organizar o ensino através de atividades fundamentadas na perspectiva lógico-histórica e, conseqüentemente, a partir de elementos presentes na história da matemática que se encontra disponível, se configura como uma novidade e um desafio para os professores participantes de suas pesquisas.

Dessa forma, há de se questionar, quais são os sentidos e os significados que esses professores dão à organização do ensino e aprendizagem de matemática quando eles estão diante de um contexto que exige que eles comecem a pensar sobre as questões levantadas aqui?

A problemática desse estudo considera estes questionamentos. Tal problemática tem guiado as escolhas e ações que desenvolvi e que culminaram nesse texto, o qual representa o lógico-histórico desse momento de formação que estou vivendo.

Esse processo me mostrou também que experiências isoladas, como as que eu tive e também as ofertadas aos professores por pesquisas como as de Sousa (2004), Dias (2007), Cunha (2008), Lemes (2012) e Panossian (2014) têm se mostrado como um importante recurso para se discutir como os professores podem organizar o ensino de matemática a partir da perspectiva teórica que essas pesquisas têm adotado.

No entanto, esses estudos têm se preocupado com o desenvolvimento lógico-histórico de conteúdos matemáticos em específico. Mas, antes mesmo de questionar quais sentidos e significados os professores em formação inicial ou continuada produzem acerca de um dado conceito matemático, cabe-me perguntar quais sentidos e significados eles produzem ao pensar o ensino de matemática pela ótica da perspectiva dialética lógico-histórica. Os conteúdos, nesse caso, têm um papel importante para o trabalho do professor, mas não são o foco dessa pesquisa.

Diante da problemática apresentada, busquei construir um espaço onde professores e futuros professores pudessem vivenciar um contexto que exigisse que eles pensassem sobre a organização do ensino e aprendizagem de matemática a partir da perspectiva dialética lógico-histórica e no qual eu pudesse buscar resposta a seguinte questão de pesquisa: *Quais sentidos e significados podem ser produzidos por licenciandos e pós-graduandos¹² enquanto vivenciam, estudam e elaboram atividades de ensino na perspectiva lógico-histórica?*

Guiado por esta questão, desenvolvi o presente estudo. Para isso, elegi alguns objetivos que foram sendo alcançados e descritos em cada etapa que compõe esse texto, conforme descrito na Seção 1.1.

Sendo assim, no próximo capítulo, apresento o conceito de história que assumi nessa pesquisa, a compreensão que tenho tido acerca das ideias centrais que fundamentam a perspectiva lógico-histórica e uma análise sobre as apropriações têm sido utilizadas por pesquisadores da Educação Matemática que têm fundamentado suas pesquisas na perspectiva lógico-histórica.

¹² A princípio, tentei formar um grupo que contasse também com professores que estivessem atuando no ensino de matemática, porém os que foram convidados não atenderam ao convite. Assim o grupo foi constituído por licenciandos (educação especial, física, matemática e pedagogia) e pós-graduandos (mestrado em educação). O Capítulo 4 contém informações mais detalhadas a respeito do grupo e seus participantes.

CAPÍTULO 2

O LÓGICO-HISTÓRICO: DA COMPREENSÃO AO SEU USO PARA A ORGANIZAÇÃO DO ENSINO

No capítulo anterior, mostramos como nos aproximamos da temática dessa pesquisa trazendo à cena questões que permeiam práticas de ensino e aprendizagem em matemática. Ao refletirmos sobre os processos de ensino e aprendizagem e buscarmos apoio em autores como Ponte (1997) e Fiorentini (1995), os quais chamam a atenção para algumas tendências para o ensino de matemática, sentimos a necessidade de buscarmos uma compreensão menos reducionista dos modos de interação entre estudante, conteúdo e professor, em relação àqueles que se enquadram no formalismo clássico ou moderno, no empírico-ativismo, no tecnicismo e até mesmo no construtivismo.

Compreendemos que uma das formas de escaparmos desse reducionismo é buscarmos outros elementos teóricos que nos permitam ampliar o olhar em relação ao ensino e aprendizagem de matemática. Uma das formas possíveis que encontramos foi por meio da história da matemática, mas não de uma história factual, fragmentada, estruturada de forma linear, a partir de nomes e datas e sim daquelas que nos permitam pensar no contexto da elaboração conceitual e no movimento do pensamento na produção do conceito, conforme indicam os estudos de Dias e Saito (2009). Histórias das quais fazemos parte, enquanto produtores de conhecimentos, e sobre as quais podemos lançar nosso olhar, apesar da sua complexidade, encontrando subsídios para filosofarmos sobre as formas de produção e manutenção dos conhecimentos matemáticos que vários povos vêm construindo.

Dessa forma, sentimos a necessidade de criação de um espaço onde pudéssemos discutir, com graduandos e pós-graduandos de cursos que formam professores que ensinam matemática, a possibilidade de organizarmos o ensino e a aprendizagem de matemática por meio de AOE fundamentadas na perspectiva dialética lógico-histórica.

Dentre as formas de abordar historicamente um conceito, a perspectiva lógico-histórica se destaca quando a intenção do trabalho é privilegiar a fluência e a interdependência entre os conceitos, trazendo à cena aspectos e desdobramentos “internalistas” e “externalistas” da matemática, sem dicotomizar essas formas de se pensar sobre tal área do conhecimento, conforme indicam os estudos de Moisés (1999).

A partir da decisão que tomamos, de nos apropriarmos da perspectiva lógico-histórica para nos auxiliar a pensarmos teoricamente sobre aspectos que tangem o ensino e aprendizagem de matemática, delineamos mais três objetivos que buscamos abarcar nesse capítulo: (1) apresentar, a partir de um estudo e síntese, a compreensão sobre história que assumimos nessa pesquisa; (2) desenvolver um estudo e compreensão da perspectiva lógico-histórica; (3) e compreender quais apropriações têm sido feitas por pesquisadores da Educação Matemática que fundamentaram suas pesquisas nessa perspectiva teórica.

Nossa busca por esses objetivos se iniciou antes mesmo dessa dissertação, por um estudo da tese de doutorado de Sousa (2004), que nos possibilitou uma primeira compreensão da dialética lógico-histórica e de como pensar tal perspectiva teórica para fundamentar o trabalho docente. Com base nesse estudo, fizemos um exercício (REZENDE, 2010), na tentativa de elaborar AOE¹³ (MOURA, 2001) de números naturais fundamentadas na perspectiva lógico-histórica, a partir de leituras e interpretações de textos, que podem ser considerados históricos e/ou filosóficos, como os de Karlson (1961), Caraça (1951) e Ifrah (2001).

Já, durante o desenvolvimento do mestrado buscamos uma maior compreensão da dialética lógico-histórica a partir da leitura de Kopnin (1978), em que pudemos ampliar os sentidos e significados que atribuímos a esse constructo teórico. Em seguida buscamos outras pesquisas que tem se fundamentado nessa teoria, encontrando os trabalhos de Duarte (1987), Moisés (1999), Sousa (2004), Dias (2007), Amorim (2007), Cunha (2008), Panossian (2008), Rosa (2009), Peres (2010), Lemes (2012) e Panossian (2014).

No entanto, esses primeiros trabalhos nos mostraram que não há unanimidade no que se refere ao significado do que viria a ser história. Ou seja, não há como dizer que há uma única história. O que há são interpretações sobre fatos que são construídos, diariamente, pelos seres humanos que vivem e viveram neste planeta. Claro que, a perspectiva lógico-histórica também está sendo considerada como possível interpretação de fatos históricos.

Assim, buscamos delinear qual entendimento estamos assumindo com relação à história, em particular a história da matemática. Esse estudo constitui a primeira parte desse capítulo. Na segunda, discutimos o conceito de lógico-histórico e por último buscamos evidenciar as apropriações que autores da Educação Matemática vêm fazendo em relação à

¹³ Conforme apontado anteriormente, o conceito de Atividade Orientadora de Ensino (AOE) será detalhado na seção 3.2 do presente texto. Portanto, como frequentemente nos reportaremos a esse constructo teórico, o leitor pode adiantar a leitura daquele tópico se julgar necessário.

perspectiva lógico-histórica como fundamentação para o ensino e aprendizagem de matemática, através de suas pesquisas.

2.1. De qual história estamos falando?

Nessa pesquisa, ao propormos a organização do ensino de matemática fundamentada na perspectiva lógico-histórica, estamos propondo o uso da história da matemática como um recurso didático para o ensino dessa disciplina. Essa proposta está de acordo com as orientações curriculares, conforme apontamos no Capítulo 1 (Apresentação). Isto é, defendemos que a perspectiva lógico-histórica é uma das possíveis formas de se fazer uso da história da matemática como recurso didático.

Portanto, o objetivo desse capítulo é apontar algumas nuances dessa possibilidade, destacando o papel da história no ensino de matemática e também esclarecendo sobre qual história estamos falando. Mais precisamente, pretendemos apontar algumas contribuições de pesquisadores como Dias e Saito (2009), Roque (2012), Vianna (2010), os quais discutem algumas possibilidades de interação entre a história da matemática e a Educação Matemática.

Alguns autores, como Garnica e Souza (2012) e Roque (2012), fazem distinção entre história e historiografia:

História seria como que o fluxo em que as coisas ocorrem no tempo, e a Historiografia seria o registro desse fluxo, as narrativas a partir das quais podemos conhecer e tentar compreender aspectos desse fluxo. A disciplina escolar que comumente chamamos de “História” é, na verdade, a tentativa de compreensão da História (do fluxo em que vivemos) a partir de fontes e análises historiográficas. Resumindo, a História é o fluxo contínuo em que vivemos; a Historiografia é o registro e estudo desse fluxo a partir das informações que se tem sobre ele. (GARNICA; SOUZA, 2012, p.21).

Nessa pesquisa, escolhemos usar sempre o termo história, pois compreendemos a relação entre pensamento e natureza de forma dialética. Assim, ao aceitarmos que o homem se transforma ao transformar a natureza, aceitamos que a compreensão do fluxo da vida também faz parte desse fluxo. Portanto, ao nos referirmos à história, estamos a tratá-la enquanto produto e processo da ação do homem sob a natureza. É claro que, ao propormos o ensino de matemática, a partir de elementos da história, não há como negar os registros e os estudos que foram feitos sobre a história da matemática. Ou seja, não há como negar a historiografia da matemática.

Dessa forma o que se compreende por história necessariamente perpassa pelas interpretações de quem escreve e de quem lê sobre essa história. É exatamente essa

compreensão que buscamos ao analisarmos o trabalho de Garnica e Souza (2012), pois queremos evitar a ideia de que, uma vez escrita, a história se torna uma verdade absoluta. Essa postura tem permitido que historiadores questionem relatos históricos, os reinterpretem e conseqüentemente tragam novas formas de pensar a história. Aqui, a história é encarada como uma constante reinterpretação dos fatos. E o historiador faz essa reinterpretação a partir das referências que ele tem, as quais podem ser de origens culturais, sociais, ideológicas, etc. Há sempre uma intenção e uma condição por trás de quem escreve e de quem lê a história.

A simples aceitação de algumas versões históricas tem contribuído para o surgimento de várias interpretações, as quais podem ser denominadas por alguns de deturpadas ou mesmo mitos que são tomados como verdades.

Para tratar dessa temática, Roque (2012) cita o exemplo da lenda de que Newton descobriu a lei da gravidade quando estava sentado embaixo de uma macieira e uma maçã caiu em sua cabeça. Mitos como esse traduzem “a visão de que a ciência é uma produção individual de gênios que, num rompante de iluminação, têm ideias inovadoras, difíceis de serem compreendidas por homens comuns” (ROQUE, 2012. p. 25).

Complementando essa ideia, a autora defende que “a ciência é determinada por estruturas sociais e econômicas, e não pela genialidade de seus atores” (ROQUE, 2012. p. 26). O exemplo anterior ilustra um dos vícios, apontados por Vianna (2010), comuns à historiografia tradicional, isto é, a disputa pela prioridade da descoberta. O segundo vício está ligado à busca por um encadeamento lógico.

Esses vícios estão ligados a abordagens históricas internalistas, que descrevem avanços científicos a partir de necessidades internas. Segundo Roque (2012), em contraposição a essa abordagem, a partir da década de 70 surgiram trabalhos com um foco externalista, segundo o qual são os aspectos sociais e culturais que motivam o desenvolvimento da ciência. “Percebe-se, cada vez mais, a ciência como configurada por dados culturais, vinculada a agentes específicos e práticas locais” (ROQUE, 2012, p. 27).

Contudo,

as transformações por que passou a história das ciências nas últimas décadas não foram sentidas do mesmo modo, nem com a mesma cronologia, na história da matemática. Os livros de história da matemática mais conhecidos no Brasil, como *História da Matemática*, de Carl Boyer, e *Introdução a História da Matemática*, de Howard Eves, apresentam uma visão ultrapassada, contendo relatos já questionados pela pesquisa na área (ROQUE, 2012, p.29, destaque da autora).

Esse certo conservadorismo em relação à matemática tem servido à manutenção de “crenças que impregnam a escrita da história e contribuem para a construção

de uma forma de pensar que é dominante entre os matemáticos, a saber, a crença no caráter “puro” das matemáticas!” (VIANNA, 2010, p.500, destaque do autor).

Há de se considerar então que, um dos pressupostos básicos da perspectiva lógico-histórica é que o conhecimento, em particular o matemático, deve ser visto como uma atividade humana, em constante evolução e transformação. Dessa forma, não há como negar o contexto de produção do conhecimento e o movimento humano dessa produção. “Todavia, a visão do historiador, por traz de muitas histórias da matemática deixa tudo a desejar nesse sentido, visto que transmitem a ideia de conhecimento acabado e verdadeiro” (DIAS; SAÍTO, 2009, p. 5).

O livro “História da Matemática: uma visão crítica, desfazendo mitos e lendas” de Tatiana Roque, publicado em 2012, se apresenta como uma das publicações mais recentes no Brasil que tem a intenção de problematizar a história tradicional da matemática. Além disso, Vianna (2010) aponta algumas alternativas para quem procura outros enfoques historiográficos, dentre elas a obra “Conceitos Fundamentais da Matemática” (CARAÇA, 1951) de Bento de Jesus Caraça, que “é um livro de história da matemática que talvez nunca tenha tido a intenção de sê-lo” (VIANNA, 2010).

A esse ponto, podemos retomar a questão que intitula essa seção: “de que história estamos falando?”.

Escolhemos colocar o título em forma interrogativa com a intenção de problematizar e pensar sobre o que estamos considerando nessa pesquisa em relação à história da matemática. A conclusão que chegamos é a de que não temos uma resposta definitiva e de que nem tínhamos a intenção de encontrá-la.

É por este motivo que, ao apresentarmos a possibilidade de uso de elementos da história da matemática nas salas de aula, estamos defendendo que as diversas versões de história da matemática frequentem esses espaços e por este motivo possam ser entendidas enquanto recurso didático. Preocupamo-nos em denominar tais elementos de nexos conceituais, uma vez que não estão prontos e acabados, portanto, não são definitivos. Eles contêm elementos culturais, sociais, políticos e econômicos produzidos pelas diversas civilizações. Logo, foram descritos nas diversas historiografias a que temos acesso e são passíveis de interpretações.

Contudo, não queremos contribuir para perpetuar uma corrente historiográfica que favorece a visão de uma matemática dotada de verdades absolutas, construídas de forma individualista e principalmente tida como um conhecimento neutro, autossuficiente,

justificando-se por si mesma sem nada ter a ver com questões humanas, sociais, econômicas, políticas e culturais.

Na perspectiva lógico-histórica, a matemática é considerada uma construção humana, elaborada a partir de necessidade de grupos sociais que a produzem. Ou seja, é vista como um produto cultural e, portanto, tem suas verdades condicionadas às crenças e práticas dos indivíduos que a produzem.

Há de se considerar ainda, nessa discussão, as possibilidades de diálogo entre a história da matemática, tal como defendemos aqui, e a organização dos processos de ensino e aprendizagem dessa área do conhecimento. Nesse sentido, Dias e Saito (2009) apontam:

a necessidade de uma interface que contemple o significado dos objetos matemáticos. A história da matemática, dessa maneira, propiciaria a experiência do processo de construção do conceito, promovendo a apropriação do significado desses objetos. Os estudos de Furinghetti (2007, p. 133) sugerem que, embora a história da matemática seja uma mediadora para a aprendizagem da matemática, não é método de ensino, mas uma provedora de recursos que conduz à reflexão sobre o processo de construção do conhecimento matemático. (p.4)

Ao defenderem a história enquanto processo estabelecem também dois pontos a serem considerados: “Primeiro, o contexto no qual conceitos matemáticos são desenvolvidos, e, segundo, o movimento do pensamento no contexto em que tais conceitos foram concebidos” (DIAS; SAITO, 2009, p. 5).

Por fim, ao buscarem uma perspectiva que possibilite que a história da matemática seja pensada para o ensino dessa disciplina de forma a valorizar os aspectos apontados nos parágrafos anteriores, os autores indicam a perspectiva lógico-histórica.

Essa também é nossa escolha. Dessa forma, discutiremos com mais detalhes, nas próximas seções, os sentidos e significados que temos atribuídos à perspectiva lógico-história e as apropriações que pesquisadores em Educação Matemática tem feito dela.

2.2. Sentidos e significados que estão sendo atribuídos à perspectiva lógico-histórica

Encontramos, nos trabalhos citados no início desse capítulo, como por exemplo, os de Duarte (1987), Sousa (2004) e Panossian (2014), a mesma preocupação que nos aproximou da perspectiva lógico-histórica, pois eles questionam as práticas cristalizadas de ensino e de aprendizagem de conceitos matemáticos que priorizam as verdades absolutas, estáticas e independentes da atividade humana, se configurando assim, como finalidades absolutizadas do pensar matemático.

Pensar os conceitos por meio dessas práticas cristalizadas implica uma visão fragmentada do conhecimento, a qual norteou nossas ações por um bom tempo, mas, ao ler os trabalhos de Sousa (2004; 2009), aceitamos o seu convite para filosofar sobre os conceitos matemáticos, e conseqüentemente sobre as formas possíveis de criação e do estudo desses conceitos:

Ao conhecermos os diversos pontos de vistas que são desenvolvidos nas diversas culturas, nos permitimos “filosofar” sobre a elaboração do nosso próprio conhecimento matemático. Nos permitimos ter dúvidas sobre as verdades matemáticas. E ensinar e aprender matemática não seria isso? (SOUSA, 2004, p.76).

Defendemos o pressuposto de que uma possível forma de conhecer esses pontos de vista é através da análise lógico-história dos conceitos em estudo “a qual tem por pressuposto a possibilidade do estudo do movimento do pensamento, no sentido da apreensão do objeto, isto é, do desenvolvimento do conceito” (DIAS; SAITO, 2009, p. 9).

Vale a pena ressaltar que a base para se compreender o lógico-histórico como uma das formas de pensamento elaboradas pelo homem (KOPNIN, 1978) está no materialismo histórico dialético de Marx.

Um dos pontos fundamentais dessa concepção filosófica é a relação entre pensamento e realidade, ou seja, rompe-se com as filosofias idealistas que concebiam a realidade no mundo das ideias e não reconheciam a atividade prática como modo de obter a verdade, e o materialismo tradicional em que o processo de conhecer o mundo era possível a partir da contemplação, pois a realidade estava na matéria (MORETTI et al, 2011).

Para Marx, o processo de conhecer se dava pela atividade prática do homem que possibilitava a interação entre o abstrato e o concreto, entre o lógico e o histórico. Nesse processo, o homem modifica a natureza e a si mesmo.

Kopnin (1978), a partir do materialismo histórico dialético, discute a relação entre o ser e o pensamento, destacando que “as leis do mundo objetivo se convertem em leis também do pensamento, e todas as leis do pensamento são leis representadas do mundo objetivo” (p.53).

Ao interpretar a realidade, o homem cria leis que são simultaneamente leis do pensamento e leis da natureza, pois a partir do pensamento o homem organiza suas ações, age sobre a natureza e recebe novos estímulos. Assim, modifica a si próprio enquanto modifica a natureza. A ação do homem sobre a natureza é motivada pelas necessidades sociais que são atendidas pelas leis do mundo objetivo, “por isso mesmo, as leis são mutáveis quanto às necessidades sociais. Não são leis como entende a metafísica, algo determinado e imanente ao ser” (SOUSA, 2004, p.52).

Aqui está o ponto-chave que diferencia a filosofia materialista dialética das filosofias idealista e materialista tradicional. Rompe-se com a dicotomia entre a teoria e a prática, admite-se o movimento das leis objetivas, uma vez que essas são determinadas pela relação dialética entre pensamento e natureza. Sendo assim, não faz mais sentido pensar em leis transcendentais aos contextos históricos e sociais, pois estas estão intimamente ligadas a eles. Assim, o lógico, entendido por Kopnin (1978) como as formas de organizar o pensamento, não pode mais ser concebido sem o histórico. E esse, por sua vez, é reflexo do lógico que organiza as ações do homem em sua interação com a natureza.

Nesse sentido, Duarte (1987) destaca que:

Segundo a concepção dialética, a transformação consciente da realidade se dá quando a lógica do pensamento é capaz de refletir subjetivamente a lógica dessa realidade social e, conseqüentemente, quando o ser humano, compreendendo o mecanismo desse reflexo no pensamento dirige sua ação procurando intervir intencionalmente nessa lógica da realidade social, para atingir os fins a que se propõe (p.17).

Ao tomarmos a perspectiva lógico-histórica como fundamentadora de práticas de ensino-aprendizagem e mediadora do conhecimento que permeiam essas práticas, entendemos, assim como Duarte (1987, p.22), que o lógico possibilita a compreensão do “conhecimento enquanto produto” e o histórico do “conhecimento enquanto processo”. Como todo produto é resultado de um processo e um processo pode ser determinado por novos produtos, há uma ideia de continuidade, de movimento em espiral. Portanto, tomar apenas uma dessas instâncias para o ensino-aprendizagem, pode romper com o movimento que se instala a partir da relação dialética entre o lógico e o histórico na compreensão da realidade.

Além dessa função metodológica de guiar a reprodução do processo de conhecimento e hominização no processo de ensino-aprendizagem, a relação dialética entre o lógico e o histórico tem ainda, na prática pedagógica, uma função ideológica que é a de contribuir para a formação de uma visão mais dinâmica e profunda da realidade social (DUARTE, 1987, p.22, grifo do autor).

O movimento, a fluência, o devir ganham espaço nessa teoria, com a qual concordamos. Nesse sentido, Caraça (1951) resgata um ensinamento do filósofo Heráclito de Efeso de que a vida está pautada num eterno vir a ser, no qual a única coisa que se mantém é a fluência. Os objetos se transformam, se modificam, se constituem nesse devir. As etapas de surgimento e desenvolvimento do objeto constituem a sua própria história.

Quando se trata de um conceito, essa história normalmente é marcada por dilemas, incertezas, avanços, retrocessos, abandonos, retomadas e mudanças de direção, isto é, a história não é linear como geralmente aparece nos livros didáticos usados na maioria das escolas.

Aqui, o pensamento busca reproduzir essa história, porém tenta “limpar”, na medida do possível, todos esses desvios, casualidades e ziguezagues. O pensamento é sempre um olhar para a realidade, mas não a realidade em si. Ele organiza as percepções da história, sempre sobre um ponto de vista, de um indivíduo ou de um grupo, e retorna essa organização, compondo assim a realidade objetiva.

“O lógico é o meio pelo qual o pensamento realiza essa tarefa, mas é o reflexo do histórico em forma teórica [...] o lógico é o histórico libertado das casualidades que o perturbam” (KOPNIN, 1978, p.183).

Assim, compreender o lógico-histórico da vida é compreender que todo conhecimento contém angustias, medos, aflições, ousadias, inesperados, novas qualidades, conflitos entre o velho e o novo, entre o passado e o futuro. É compreender que a totalidade do conhecimento é o próprio movimento da realidade objetiva que sempre estará por vir a ser (SOUSA, 2004, p.52)

Com relação ao conjunto de teorias denominadas de matemática, o que chega até nós, principalmente através de livros, é um conhecimento já organizado, favorecendo a ideia de linearidade, de progresso, e muitas vezes, por valorizar somente a representação formal, isto é, o lógico enquanto produto, o conhecimento parece estar desumanizado. Pois, graças a uma visão historiográfica que favorece a ênfase individualista, o conhecimento matemático, segundo Vianna (2010), aparenta ser elaborada por poucos, segundo uma estrutura interna que aparenta ser neutra em relação a questões sociais, culturais, políticas e econômicas.

Nesse sentido, ao buscarmos somente no lógico a compreensão do objeto, o vemos em um aspecto puro, ou seja, sem todos os ziguezagues que permearam a sua construção e as estruturas internas que o fundamentam. Essa pureza não se realiza na história. Daí a necessidade de buscarmos na história alguns elementos que fundamentam o lógico para a compreensão do objeto. É um processo dialético e necessário.

Por exemplo, o pensar no conceito de medida de um ângulo nos remete, enquanto pessoas escolarizadas, à sua formalização teórica que pressupõe uma unidade de medida e um numeral, por exemplo, 37° (trinta e sete graus). Essa representação lógica da medida de um ângulo carrega toda a história desse conceito e, em um breve resumo, podemos encontrar alguns elementos dessa história (IFRAH, 2001), como o sistema de numeração de base sexagesimal usado pelos sumérios e depois transmitido para babilônicos (sucessores dos sumérios na Mesopotâmia) que, dentre outros estudos, se preocuparam com a astronomia e criaram um calendário que tinha 360 dias em um ano, tempo necessário para o Sol descrever um movimento em forma de uma circunferência completa e centrada na Terra.

O problema que se colocava na época era o de tentar quantificar o movimento do Sol e assim conseguir observações e registros mais precisos. Uma solução encontrada foi dividi-lo em 360 partes iguais, uma para cada dia, da mesma forma como se faz hoje, ao usar a unidade de medida de ângulo denominada grau, para dividir uma circunferência. Nesse contexto era conveniente usar a base sexagesimal, pois 60 é divisor de 360, além de permitir várias relações possíveis com o movimento da Terra.

Claro que alguns conhecimentos, analisados com o olhar de hoje, a partir da matemática formal, induzem-nos a pensar que estavam equivocados segundo as teorias atuais. Esse é um risco que corremos ao analisar o passado com o olhar do presente, mas romper com a ideia de julgamento entre certo e errado é o primeiro passo para se compreender a história.

Nossa intenção com esse exemplo não é mostrar a origem do conceito de ângulo nem ideia de causa e consequência. Não se pode afirmar que a base sexagesimal foi escolhida somente com a finalidade de se medir ângulos ou que a ideia de ângulo tenha surgido a partir do contexto supracitado. As evidências que o trabalho de historiadores da matemática, como Boyer (1974), Eves (1995), Ifrah (2001) e Roque (2012) tem nos mostrado é de que o conceito de ângulo pode ser pensado de várias outras maneiras, e o grau não é a única unidade de medida de ângulos conhecida. Os trabalhos de Euclides (2009), por exemplo, se referiam a medidas de ângulo como múltiplos (inteiros e fracionários) de um ângulo reto, isto é, a unidade de medida considerada é o ângulo reto.

Mas então, o que há de extraordinário nesse exemplo?

A resposta está no fato dele nos mostrar o humano escondido pela representação formal do conceito. Aqui, a medida de ângulo é tratada como um produto do homem na busca por compreender e modificar a realidade e a si mesmo, procurando sanar suas necessidades. Outros aspectos presentes nesse exemplo são as ideias de fluência e de interdependência, indicadas por Caraça (1951), as quais o autor destaca como sendo as duas características da realidade. Ou seja, podemos dizer que, estas duas características são elementos que estiveram presentes na história da matemática e, geralmente, são esquecidos quando se organiza o ensino de matemática, nas salas de aula.

Entendemos que, fixar o olhar apenas para a formalização lógica dos conceitos (no exemplo anterior, a representação indicada por 37° – trinta e sete graus) não nos permite compreender a sua mutabilidade, pois nos apropriamos apenas de suas definições e propriedades as quais parecem ter sempre sido construídas alheias às necessidades humanas. Compreendemos apenas seu caráter externo, definições e propriedades que, de acordo com

Sousa (2004), são chamadas de nexos externos. Porém, poderíamos olhar para a história e nos perdermos diante dos dilemas, incertezas, desvios que ela carrega, mas guiados pela lógica encontramos os elementos fundamentais à formalização do conceito. A esses elementos Sousa (2004, p.61) denomina “nexos internos do conceito”. Assim, a compreensão do conceito através de seus nexos internos e externos, ou seja, dos “nexos conceituais”, exige um movimento dialético entre a lógica e a história.

Sousa (2004) nos ajuda a compreender os limites entre os nexos internos e externos de um conceito:

os nexos externos se limitam aos elementos perceptíveis do conceito enquanto os internos ao lógico-histórico do conceito. Os nexos externos ficam por conta da linguagem. São formais. Exemplo disso é a classificação dos ângulos em retos, agudos e obtusos (SOUSA, 2004, p. 61).

A compreensão de um conceito matemático através do lógico-histórico é considerada por nós, não só como sendo mais rica e profunda do que aquela que valoriza apenas os nexos externos, como capaz de humanizar o conhecimento matemático, pois o entende como construção social: “Os nexos conceituais que fundamentam os conceitos, contêm a lógica, a história, as abstrações, as formalizações do pensar humano no processo de constituir-se humano pelo conhecimento” (SOUSA, 2004, p.61).

O processo de humanização aqui é entendido a partir o materialismo histórico dialético.

Nesse sentido, Duarte (1987) argumenta que esse “é o processo pelo qual o ser humano transforma a si mesmo ao transformar a realidade em que vive, visando adequá-la aos seus objetivos” (p.20).

Conforme destacamos anteriormente, nessa perspectiva compreende-se que as leis do pensamento são as leis da natureza, ou seja, trata-se do princípio do reflexo (KOPNIN, 1978) em que as primeiras são o reflexo das segundas no pensamento, que só é possível a partir do contato que o homem vai estabelecendo com a realidade. O meio pelo qual o homem se relaciona com a realidade é a atividade, assim “não é possível compreender a atividade humana sem sua relação com a consciência, pois essas duas categorias formam uma unidade dialética” (MORETTI et al, 2011, p.479).

Por tanto, o processo de humanização do homem está na sua própria atividade que é motivada por necessidades sócio-culturais, ou seja, necessidades que o homem cria através da cultura e que o diferenciam dos outros animais que têm apenas necessidades biológicas. Essa atividade, ao longo da história, tem como resultado todo o patrimônio histórico-cultural a que temos nos referido aqui, portanto, humanizar-se é se apropriar desse

patrimônio. Para Leontiev (*apud* MORETTI et al, 2011), “todo homem nasce candidato a ser humano, mas somente se constituirá humano ao se apropriar da cultura produzida pelos homens, por meio de sua atividade efetiva sobre os objetos e o mundo circundante” (p. 481).

No processo histórico da vida é possível constatar que as necessidades de agora não são as do passado. O desfecho de um procedimento que culminou num determinado conceito no passado pode ser bem diferente agora. Portanto, a atividade do professor precisa ser intencional. “A relação entre o lógico e o histórico precisa ser dirigida pelo professor, para que ela contribua para serem atingidos os objetivos da prática pedagógica” (DUARTE, 1987, p. 176).

O lógico-histórico ajuda o educador a compreender o conceito já historicamente instituído. O seu papel na organização do ensino é fazer com que o estudante também compreenda esses conceitos. Porém, a simples reprodução de problemas do passado não necessariamente geram as mesmas necessidades nos estudantes, exigindo, assim, que o professor articule presente e passado, produto e processo, de forma que os estudantes compreendam o movimento de significação dos conceitos nos diferentes contextos em que ele se insere.

Nesse sentido, há de se considerar que, já existe um significado socialmente instituído para os conceitos do currículo escolar. O trabalho do professor está atrelado a fazer com os estudantes compartilhem desse significado e possam compreender a agir sobre a estrutura social. Pela dimensão que esse significado toma, ele adquire maior estabilidade, isto é, modifica-se mais lentamente com o tempo.

O uso que se faz de um conceito atualmente, em um dado grupo social, pode até ter muitas semelhanças com o uso que se fez no passado ou até com outro grupo. Mas certamente também há diferenças. Não podemos esquecer que o princípio fundamental da dialética materialista é o movimento.

Por tanto, tentar compreender o cerne, o núcleo, a essência de um conceito, não é instituir definitivamente os fundamentos últimos desse conceito, tal como pensam os idealistas, pois isso não faz sentido para uma concepção filosófica que se pauta na fluência.

Compreender o cerne de um conceito, portanto, é entendê-lo enquanto processo. É compreender além da estrutura lógica, formal, normalmente associada à linguagem. É ver as relações internas que foram fundamentais para que se desenvolvesse historicamente aquele conceito. É cerne porque está no interior, tem função de sustentação e une as raízes empíricas às mais elaboradas formas de representação. “Ainda que a essência

(ou cerne, como preferimos chamar) represente o estável, ela também se transforma, mas em um processo mais lento” (PANOSSIAN, 2014, p. 83, destaque nosso).

Nesse sentido, o cerne nos aproxima do conhecimento teórico, pois se eliminam as aparências obtidas geralmente por observações apressadas que culminam em generalizações “equivocadas”. De certa forma, conhecer o cerne de um conceito é conhecê-lo mais profundamente, em seus aspectos internos, com suas relações, suas qualidades, as quais em determinado contexto histórico e social são mais estáveis.

Essa perspectiva não nega o logicismo (que se apoia no conhecimento enquanto produto) que tem vigorado atualmente no ensino de matemática nem aponta o historicismo como capaz de resolver todos os problemas do ensino. Em vez disso, busca um equilíbrio. Não há sentido, portanto, em buscarmos encontrar definitivamente os fundamentos últimos dos conceitos matemáticos, mas em alertar para a constante necessidade de filosofar sobre esses conceitos.

Buscamos, nesse primeiro momento, apresentar as apropriações que temos feito do par dialético lógico-histórico. Tais apropriações podem se configurar em sentidos e significados que estamos produzindo ao estudarmos essa teoria.

Há de se considerar ainda que, em sua pesquisa, Sousa (2004) apresenta o lógico-histórico enquanto: “a) forma de pensamento (KOPNIN, 1978); b) perspectiva didática para a álgebra e; c) atividade formadora para professores e alunos” (p.79). Também consideraremos, pelo menos um desses três aspectos: a atividade formadora para professores e estudantes, porém com um foco no ensino e aprendizagem de matemática de um modo geral¹⁴, e não somente relacionado ao conceito de álgebra como fez a autora.

A seguir apresentaremos uma revisão bibliográfica que realizamos com o objetivo de identificar como as pesquisas em Educação Matemática têm mostrado as apropriações que pesquisadores da Educação Matemática têm feito sobre a perspectiva lógico-histórica.

2.3. As apropriações da perspectiva lógica-histórica por pesquisadores da Educação Matemática

Fizemos uma busca por teses, dissertações e artigos no Banco de Teses da CAPES, nos bancos de dados das bibliotecas da Universidade Estadual de Campinas

¹⁴ Nos trabalhos com os licenciandos e pós-graduandos, demos liberdade para que escolhessem os conteúdos que seriam desenvolvidos, os conteúdos escolhidos podem ser vistos no Capítulo 4, onde apresentamos a caracterização da ACIEPE e dos participantes.

(UNICAMP), Universidade Federal de São Carlos (UFSCar) e da Universidade de São Paulo (USP), na Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações (BDTD) e nos sites dos grupos História e Epistemologia na Educação Matemática¹⁵ (HEEMa), Grupo de Estudos e Pesquisas Sobre Atividade Pedagógica¹⁶ (GEPAPe) e outros. Utilizamos, para busca, as seguintes palavras-chave: Lógico-Histórico Matemática. Além de alguns artigos, encontramos cinco teses de doutorado e sete dissertações de mestrado.

Nossa revisão se concentrou em identificar como estas pesquisas têm se apropriado da perspectiva lógico-histórica para discutir as relações que permeiam o ensino e a aprendizagem de conceitos matemáticos. A seguir, apresentamos breve reflexão sobre cada uma delas, na sequência um quadro-resumo e, por fim, quais apontamentos essa revisão traz à nossa pesquisa.

Dentre os trabalhos que encontramos, a dissertação de mestrado de Newton Duarte (1987) parece ser a primeira pesquisa brasileira a tratar da dialética lógico-histórica com foco no ensino de matemática.

Ao participar de um projeto de alfabetização de adultos e refletir sobre o processo de ensino e aprendizado de matemática naquele contexto, o autor busca fundamentar sua prática no materialismo histórico dialético. Essa experiência o levou a perceber que a categoria lógico-histórica “foi se mostrando como uma das mais importantes para se compreender o ensino de matemática elementar” (DUARTE, 1987, p. 5), além de ter sido decisiva para a direção da experiência de ensino que ele desenvolveu com alfabetizando adultos.

Apesar disso, o autor destaca que outras categorias da dialética, como teoria e prática, conteúdo e forma, técnico e político, geral e específico, abstrato e concreto, análise e síntese etc., também foram importantes para a sua prática, porém, diante da necessidade de fazer um recorte para estudo, escolheu a categoria que julgava trazer importantes contribuições para com a organização do ensino.

O problema central da pesquisa de Duarte (1987) surge ao tentar encontrar a relação entre o lógico e o histórico na organização do ensino de matemática. Segundo seus

¹⁵ Grupo de pesquisa interinstitucional coordenado pelo Prof. Dr. Fumikazu Saito (Pontifícia Universidade Católica de São Paulo - PUCSP - *campus* Consolação) e pela Prof.^a Dr.^a Marisa da Silva Dias (Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho – UNESP – *campus* Bauru). O grupo tem interesse na temática proposta pelo projeto “Construção de interface entre história da matemática e ensino na perspectiva do lógico-histórico”. Informações disponíveis em < http://heema.org/?page_id=9 >, acesso em 13 de janeiro de 2015.

¹⁶ Grupo de pesquisa coordenado pelo Prof. Dr. Manoel Oriosvaldo de Moura e pela Prof.^a Dr.^a Elaine Sampaio Araújo e vinculado a Faculdade de Educação da Universidade de São Paulo (FEUSP), São Paulo. Suas atividades principais incluem estudos sobre atividade de ensino e aprendizagem e história do conceito em matemática. Informações disponíveis em < <http://www2.fe.usp.br/~gepape/historico.html> >, acesso em 13 de janeiro de 2015.

estudos, ambos os aspectos se apresentavam nas discussões sobre o ensino dessa disciplina até então, porém de forma isolada:

O principal problema para aqueles que defendem a seqüência lógica do ensino está no fato de que eles concebem a lógica apenas enquanto produto e não são capazes de entender a lógica enquanto processo. Em outras palavras, eles analisam o conteúdo matemático que pretendem ensinar, tomando-o em sua forma acabada, na forma mais elaborada e, então, elaboram uma seqüência de ensino que é uma mera reprodução da lógica dessa forma, mais elaborado do conteúdo matemático (DUARTE, 1987, p. 6).

Dentre os que defendem a seqüência histórica de ensino, o principal problema está no fato de que seus seguidores transformam o ensino numa mera reprodução do processo histórico, na esperança de que isso possibilite ao educando uma visão do processo de construção do conhecimento matemático. Esses educadores se esquecem que o processo ensino-aprendizagem tem como função principal ser um processo sistemático de transmissão-assimilação do conhecimento e, por tanto, trata-se de um processo onde as situações precisam ser intencionalmente programadas e dirigidas, à diferença do processo histórico, onde as situações surgem em decorrência de uma série de fatores, sem que tenha havido necessariamente uma programação intencional do seu surgimento (DUARTE, 1987, p. 7).

Nesse contexto, Duarte (1987) argumenta que os problemas encontrados em cada uma dessas abordagens tendem a desaparecer a partir do momento que se abandona a dicotomia entre o lógico e o histórico e se tornam possíveis propostas de ensino de matemática fundamentadas em ambos, sem que um se sobressaia ao outro. Assim, ele coloca o problema de sua pesquisa como sendo “a necessidade de se compreender como efetiva, na prática de ensino de Matemática Elementar, a relação dialética entre o lógico e o histórico” (DUARTE, 1987, p. 10).

Para propor soluções a esse problema, o autor desenvolveu um estudo (análise e síntese) do desenvolvimento lógico-histórico dos conceitos de números naturais e as quatro operações aritméticas básicas (adição, subtração, multiplicação e divisão); posteriormente, analisou algumas seqüências de ensino de matemática que havia desenvolvido junto a educandos adultos, as quais foram estruturadas com base nas categorias do materialismo histórico dialético. Sua análise consistiu em identificar, com base no estudo inicial, como a categoria lógico-histórica se manifesta na organização do ensino descrito anteriormente.

A discussão realizada por Duarte (1987) trouxe reflexões favoráveis à confirmação de sua hipótese de pesquisa de que:

(...) a utilização intencional pelo educador da relação entre o lógico e o histórico é fundamental e decisiva (embora não suficiente) para a elaboração e concretização de uma seqüência de ensino-aprendizagem coerente com seus objetivos, à medida em que essa relação possibilita a seleção daquelas etapas essenciais da evolução histórica do conteúdo matemático, que deverão ser reproduzidas na aprendizagem da lógica desse conteúdo (DUARTE, 1978, p. 14).

Após o trabalho de Duarte (1978), pensando em uma questão cronológica e dentro dos limites da pesquisa bibliográfica que fizemos, somente após duas décadas foi publicado no Brasil outro estudo cujo tema principal é a relação entre a perspectiva lógico-histórica e o ensino de conceitos matemáticos. Trata-se da dissertação de mestrado de Moisés (1999). No entanto, após cinco anos, o trabalho de Sousa (2004) passa a ser referência para uma sequência de pesquisas que abordam essa temática, as quais estamos considerando na revisão de literatura.

A dissertação de mestrado de Moisés (1999) é apresentada pelo próprio autor como uma etapa do seu contínuo processo formativo, por isso é produto dos dilemas que viveu enquanto professor de matemática. Seu trabalho é o resultado das reflexões decorrentes da busca pela compreensão desses dilemas. Remete-se a própria experiência de vida, porém não é uma descrição cronológica e linear de sua história com o ensino de matemática, mas é o produto da reflexão e da (re)elaboração teórica acerca dessa história.

Dessa forma, sua pesquisa é a forma concreta da relação dialética entre o lógico e o histórico no que se refere à sua formação enquanto professor de matemática até aquele momento.

Moisés (1999) expõe dois dilemas que enfrentou durante o curso de sua formação: “um que se refere ao significado de Educação Matemática; e, outro, ao próprio ato educativo” (p.14). A reflexão acerca desses dilemas o movimentou no sentido de questionar a prática de justificação dos conceitos matemáticos apoiada em aspectos internalistas, e incorporar em sua prática aspectos externalistas, principalmente por reconhecer a matemática como “um produto humano, histórico-social” (MOISÉS, 1999, p.17).

Para compreender esse movimento o autor encontrou apoio teórico na obra de Caraça (1951), em que buscou se aprofundar na apreensão da categoria dialética lógico-histórica para problematizar o ensino de matemática, em particular, acerca das concepções que se apresentavam fortemente nas pesquisas em Educação Matemática em relação à resolução de problemas. Segundo o autor, “a busca da solução desses dois dilemas me apontaram para a investigação da resolução de problemas como possível elo entre as justificativas internalista e externalista da matemática” (MOISÉS, 1999, p.20).

Desse modo, o principal objetivo da pesquisa de Moisés (1999) foi: “buscar na perspectiva histórico/lógica os fundamentos para a resolução de problemas como elo de união entre as dimensões externalista e internalista da Educação Matemática” (p.21). Essa investigação levou o autor a destacar que as abordagens que têm sido feitas da resolução de

problemas têm privilegiado procedimentos em que as situações-problema mascaram o formalismo com que são estruturadas as estratégias matemáticas.

(...) tem escapado às abordagens em resolução de problemas, a possibilidade de se tornarem método de conhecimento no sentido da criação conceitual. Mesmo combatendo o excesso de formalismo lógico-matemático, instituído no currículo por meio do Movimento da Matemática Moderna e valorizando os procedimentos referentes à utilização da história da matemática, as explicações do que vem sendo entendido por problema se conformam tanto no formalismo-histórico como no formalismo lógico-formal. Isso porque ao não se considerar o par histórico/lógico estabelecem a essência do problema em sua dimensão utilitária (MOISÉS, 1999, p. 148).

Por fim, Moisés (1999), partindo do entendimento que construiu sobre resolução de problema, isto é, “a síntese articuladora do exercício da ação humanizadora” (p.21), conclui que:

(...) o par Histórico/Lógico situa a resolução de problemas como elo de identidade externalista e internalista. Reforçando esse par, o estabelecimento da necessidade/concreta, como essência do problema, veio indicar um caminho da resolução de problemas, como método de conhecimento e explicitação da criação humana (MOISÉS, 1999, p. 148).

A interface entre história da matemática e ensino também é discutida por Dias e Saito (2009), que destacam que:

Ao articular História da Matemática e Educação temos que levar em consideração a visão historiográfica de referência, pois uma abordagem internalista pode conduzir à idéia de que os objetos matemáticos são frutos de desdobramentos teóricos sem relação nenhuma com o contexto. Por outro lado, a abordagem externalista pode privilegiar apenas questões sócio-culturais, deixando de lado outras de natureza teórica e conceitual (DIAS; SAITO, 2009, p. 7).

Esses autores nos alertam para a necessidade de buscarmos uma abordagem epistemológica que considere o equilíbrio entre as questões internas e externas do conhecimento matemático e, para isso, indicam a perspectiva lógico-histórica.

Sousa (2004), em sua tese de doutorado, a exemplo de Mosés (1999), também manifesta preocupação em relação à supervalorização dos aspectos formais presentes no ensino de matemática (herança do Movimento da Matemática Moderna), com o foco, em particular, no ensino de álgebra: “(...) pudemos comprovar, a partir de nossa Dissertação de Mestrado e da atual pesquisa, que há ênfase, no currículo e na sala de aula, do aspecto formal da linguagem algébrica” (SOUSA, 2004. p.5).

A autora aponta essa supervalorização como um dos aspectos que contribuem simultaneamente para o não entendimento dos conceitos algébricos, tanto por parte daqueles que ensinam quanto daqueles que aprendem, e para a sustentação da concepção de que a matemática é independente dos homens e acessível a poucos.

Em seu estudo, Sousa (2004) toma o lógico-histórico como conceito central. A partir dele, tenta articular os nexos externos (relacionados à linguagem formal do conceito) aos nexos internos (relacionados à história de construção conceitual) (DAVYDOV, 1982, *apud* SOUSA, 2004, p.11). Considera que no ensino de álgebra não se tem privilegiado os aspectos internos, o que acarreta em não considerar o movimento de criação conceitual, que se desenvolve a partir da relação dialética entre o lógico e o histórico, e que permite “aos professores e estudantes “filosofarem” enquanto aprendem” (SOUSA, 2004. p. 10, *destaque da autora*).

Ao buscar responder a questão “Que relações podem ser estabelecidas entre o conhecimento de professores e os conceitos algébricos enquanto vivenciam e analisam atividades de ensino numa perspectiva lógico-histórica da álgebra?”, Sousa (2004) propôs e desenvolveu um curso com dezoito professores e futuros professores do Ensino Fundamental, que vivenciaram, analisaram e produziram atividades de ensino de álgebra na perspectiva lógico-histórica.

Por fim, defendeu a tese de que “o lógico-histórico pode ser uma perspectiva didática para a álgebra” (SOUSA, 2004. p. 278), porque prioriza o movimento do pensamento na criação dos conceitos algébricos, define um lugar para a história da matemática no ensino e rompe com a supervalorização dos nexos externos em detrimento dos nexos internos dos conceitos algébricos.

Em sua pesquisa, a exemplo de Sousa (2004), Dias (2007) propôs, “em um curso de formação contínua de professores de matemática do Ensino Fundamental e Médio, situações-problema fundamentadas no lógico-histórico do conceito” (p. 10). Nesse caso, em relação aos conceitos de conjuntos numéricos, tendo como objetivo “compreender o processo de formação da imagem conceitual da reta real em relação com o desenvolvimento desse conceito na perspectiva lógico-histórica, na interação indivíduo-coletividade” (p.10).

O trabalho desenvolvido com os professores se estruturou de modo a permitir o movimento conceitual que partiu dos números naturais e, tomando como base os dilemas e necessidades humanas que permeiam a concepção desses conceitos, perpassou pelos outros campos numéricos, isto é, os racionais, irracionais, reais e complexos. Segundo Dias (2007, p.10), esse processo “desencadeou uma atividade: a atividade orientadora de ensino”.

Assim como nos estudos apontados anteriormente, Dias (2007) assinala que uma das características da abordagem pedagógica a partir de atividades de ensino estruturadas pela perspectiva lógico-histórica é o rompimento com a estrutura formal de ensino de matemática, que prioriza a repetição de definições já prontas e expostas aos estudantes:

a abordagem escolar que consiste em primeiro se aprender as definições, para depois aplicá-las aos problemas, é contrária à produção do conhecimento pela humanidade, que desenvolveu conceitos por meio de problemas. Compreendemos que o ensino formalista mecaniza procedimentos e não proporciona a apropriação dos conceitos (DIAS, 2007, p. 238).

Esse pensamento destaca a importância de se refletir sobre os conceitos que permeiam o ambiente escolar e as formas de seu ensino e aprendizagem, principalmente os matemáticos, pois estes parecem estar desvinculados da atividade humana, principalmente quando os abordamos de modo formalista, mantendo estruturas “provenientes do movimento da matemática moderna, no qual o formalismo foi admitido como forma ideal de apropriação de conceitos, em um nível elevado de desenvolvimento” (DIAS, 2007, p. 242).

Essa reflexão sinaliza para outro importante apontamento da pesquisa de Dias (2007), o da relação entre filosofia e matemática. Talvez essa seja uma das maiores contribuições do pensamento dialético, em particular do lógico-histórico enquanto perspectiva filosófica, para o desenvolvimento de atividade de ensino de matemática, pois resgata a natureza humana dessa área do conhecimento.

A ligação da filosofia com a matemática foi abandonada na abordagem lógico-formal do sistema educativo, a sua origem foi descartada e, com ela, a capacidade de pensar dialeticamente. Ao buscarmos um currículo educacional, concebemo-lo fundamentado no desenvolvimento do conceito, que compreende pensá-lo, discuti-lo na sua multiplicidade de relações, na lógica do pensamento (DIAS, 2007, p. 242).

Um forte pressuposto que tem motivado as pesquisas a buscarem na perspectiva lógico-histórica a fundamentação teórica para o desenvolvimento de trabalhos que exploram a relação entre conhecimentos (matemáticos), professores e estudantes, e conseqüentemente, os processos de ensino e aprendizagem é justamente o fato dela ser um contraponto em relação às abordagens, formalistas, tecnicistas e idealistas que tem mantido presença marcante nas salas de aula. Amorim (2007) ressalta essa preocupação. O foco de sua pesquisa de mestrado é:

o estudo do processo de apropriação das significações matemáticas, pelos alunos de 5ª série, ao desenvolverem atividades relacionadas aos números racionais, tendo por base os princípios da inter-relação da categoria lógico-histórica e o processo sincrético-analítico-sintético (AMORIM, 2007, p. 28).

A autora investigou vinte e três alunos, com faixa etária de onze a doze anos enquanto vivenciavam atividades de aprendizagem estruturadas a partir da perspectiva lógico-histórica. As elaborações dos estudantes analisadas levam a pesquisadora a destacar que a perspectiva lógico-histórica é

Uma teoria que não cria pares dicotômicos entre: conteúdo e forma, conhecimento e consciência, produção e apropriação do conhecimento, abstrato e concreto, conhecimento científico e conhecimento cotidiano, aprendizagem e

desenvolvimento, professor e aluno, entre outros elementos conceituais do processo educativo. Em vez disso, trata-os de forma inter-relacionada, compondo um todo indissociável. Porém, cada um desses elementos tem sua especificidade e função na formação humana (AMORIM, 2007, p.144).

Cunha (2008), em sua tese, desenvolveu um trabalho na mesma linha que Sousa (2004) e Dias (2007), pois investigou um grupo de treze professoras da Educação Infantil e das séries iniciais do Ensino Fundamental, matriculados no curso de Licenciatura em Pedagogia e que vivenciaram atividades de ensino de medida, a partir das quais buscou responder a questão: “Quais elaborações¹⁷ os professores produzem ao vivenciar atividades de ensino sobre medidas?” (CUNHA, 2008, p.2).

A autora também se fundamenta no par dialético lógico-histórico (KOPNIN, 1978) e nas formas de pensamento (DAVYDOVI, 1982) para compreender as elaborações das professoras. Assim como Sousa (2004), porém para o conceito de medida, a partir dos pressupostos teóricos apresentados, Cunha (2008) identificou alguns nexos conceituais, elaborou uma sequência de propostas de atividades para explorá-los, desenvolvendo-as junto às professoras pesquisadas.

É importante ressaltar que Sousa (2004) define “nexos internos” como sinônimo de “nexos conceituais”, já Cunha (2008) define “nexos conceituais” como nexos internos e externos. Essa diferença é natural, já que um nexo externo, em um dado contexto, pode se tornar um nexo interno em outro. Nessa pesquisa, consideramos a definição de Cunha (2008). A autora nos esclarece que:

Os nexos conceituais são por sua vez caracterizados por nexos internos e externos ao conceito. Os nexos internos do conceito são históricos, envolvem o contexto social, político e o econômico que lhe deram origem. Os nexos externos do conceito, por sua vez, estão relacionados à sua representação, à linguagem formal do conceito (CUNHA, 2008, p.6).

Nesse sentido, a compreensão de um dado conceito exige a compreensão de seus nexos conceituais. E o movimento do pensamento para a compreensão desses nexos, e conseqüentemente do conceito, assim como apontam os estudos de Sousa (2004) e Cunha (2008), se estrutura teoricamente a partir da dialética lógico-histórica. Sendo assim, Cunha (2008) toma os nexos conceituais de medida como categorias de análise para identificar e compreender as elaborações realizadas pelas professoras enquanto vivenciavam as atividades a elas propostas.

¹⁷ Por elaborações Cunha (2008) entende “as manifestações do pensamento sobre os conceitos quer orais ou escritas” (LANNER DE MOURA (2001) apud CUNHA, 2008, p.2).

Por fim, a pesquisadora concluiu que o tipo de atividade proposta causa estranheza às professoras envolvidas, principalmente por que elas manifestam abordar o conceito privilegiando apenas os nexos externos. Sendo assim, Cunha (2008) indica “possíveis caminhos para a formação de professores com relação ao ensino e aprendizagem conceitual da medida” (p.106), pois destaca que, pela importância do conceito de medida, esse:

(...) não pode ser um assunto do qual o professor tenha um conhecimento apenas técnico e formal, mas que o compreenda nas suas múltiplas relações tanto de sua constituição internamente à matemática quanto nas suas interconexões com outras áreas de conhecimento (CUNHA, 2008, p. 106).

Panossian (2008) também buscou apoio na perspectiva lógico-histórica para refletir sobre conceitos matemáticos e os processos de ensino e aprendizagem dessa disciplina. O foco do seu trabalho de mestrado foram as “manifestações do pensamento e da linguagem algébrica dos estudantes” (PANOSSIAN, 2008, p. 10), no caso, estudantes da sexta série (corresponde atualmente ao sétimo ano) do Ensino Fundamental.

A pesquisadora elaborou e desenvolveu uma série de propostas de atividades que visavam desenvolver alguns conceitos algébricos, como variável e incógnita. As intenções iniciais da pesquisa foram frustradas, porém trouxeram grandes contribuições ao possibilitar uma reflexão sobre o “problema”. A princípio, era esperado que essas atividades fossem capazes de possibilitar que os estudantes desenvolvessem o pensamento algébrico, mas a primeira, e importante, conclusão de Panossian (2008) foi de que “uma pesquisa não contribui oferecendo modelos a ser seguidos, mas sim oferecendo a compreensão da influência de tais elementos (no caso, pensamento e linguagem algébrica) no ensino” (p. 166, destaque da autora).

Esse trabalho apontou “problemas” desde a elaboração das propostas que, embora buscassem apoio na perspectiva lógico-história, ficaram presas a estruturas formais, tradicionalmente privilegiadas no ensino de álgebra, como as generalizações precoces e o uso de técnicas de manipulação da variável, sem antes compreendê-la, até o encaminhamento do pensamento empírico, por parte dos estudantes, em vez do pensamento teórico, como se pretendia.

No entanto, esses “problemas” se configuraram, de acordo com as expectativas de Panossian (2008), como “inesperados” (CARAÇA, 1951), pois trazem uma nova qualidade ao estudo, chamando a atenção para o que antes não era percebido, se configurando como benéficos ao estudo, e não o contrário.

Panossian (2008) aproveita muito bem esses inesperados nos alertando para o fato de que orientar um trabalho, apoiado na perspectiva lógico-histórica, é um processo contínuo, tanto para o professor/pesquisador quanto para o estudante. O que significa dizer que uma sequência de atividades orientadas por essa teoria não é suficiente para desencadear uma nova qualidade no pensamento nos sujeitos, sendo algo pontual e relativamente curto, mas é o primeiro e importante passo nessa direção.

A autora destaca que atividades que ressaltam a aplicação de conceitos (algébricos) não necessariamente possibilitam a sua compreensão, pois essa se dá ao se “contemplar o movimento lógico-histórico do conceito, trabalhando com a fluência e interdependência deste, com os nexos conceituais que o integram a um sistema de conceitos” (PANOSSIAN, 2008, p.169).

Ao constatar que “a idéia inicial de se colocar em cada problema itens que pudessem ser resolvidos por estratégias aritméticas e, em seguida, por estratégias algébricas não se mostrou produtiva (PANOSSIAN, 2008, p.172)”, a pesquisadora nos brinda com um exemplo de que o movimento do pensamento sobre conceitos formais não é linear, tal como sugere a organização e orientação dos livros didáticos.

A perspectiva lógico-histórica se mostrou presente no trabalho de Panassion (2008) ao possibilitar o seu desenvolvimento fluentemente, sem as amarras do determinismo que faz com que as pesquisas sejam apenas métodos de confirmação de hipóteses em que os inesperados são mal vistos. Em vez disso, abrem-se os olhos para a fluência e a interdependência, características da realidade, o que permite observar o fenômeno com mais profundidade, e construir quadros explicativos mais coerentes (CARAÇA, 1951). Tomar consciência desse processo traz novas qualidades para os sujeitos, os modificam, isto é, a perspectiva lógico-histórica se configura como elemento de formação, tanto para o pesquisador/professor quanto para os estudantes.

Rosa (2009) e Peres (2010), a exemplo de Amorim (2007) e Panossian (2008), também analisaram o desenvolvimento de atividades de ensino junto a estudantes e professor, em turmas do nono ano do Ensino Fundamental e segundo ano do Ensino Médio, respectivamente. Discutiui-se o conceito de equações completas do segundo grau no primeiro estudo e volume de sólidos geométricos no segundo. Notamos que esses trabalhos também ficaram presos a algumas estruturas formais dos conceitos elaborados, como no caso de Panossian (2008). Isso ressalta a complexidade de promover mudanças quando se trata de tais concepções filosóficas.

O lógico-histórico nesses trabalhos teve presença marcante “antes de proceder à organização do plano de ensino [...] a fim de revelar o núcleo do assunto ou conceito estudado, ou, pelo menos, identificar relações básicas do conteúdo a serem exploradas” (PERES, 2010, p. 20). Porém, acreditamos que esse deve ser o pressuposto de todo o processo, fazendo com que estudantes e professores se enxerguem como seres históricos, que fazem parte da construção histórica do conceito matemático abordado, e não apenas como elemento da atividade de pesquisa do professor ao buscar compreender os conteúdos da atividade de ensino a partir do seu desenvolvimento lógico-histórico.

Defendemos que dificilmente um trabalho que, mesmo resgatando o desenvolvimento lógico-histórico de conceitos matemáticos, priorize nas atividades de ensino somente a última etapa do processo de elaboração conceitual, isto é, a representação lógico-formal do conceito e suas aplicações, conseguirá resultados diferentes daqueles alcançados pela racionalidade técnica que trata o conhecimento matemático como um conjunto de técnicas pré-definidas, que devem ser memorizadas e exercitadas pelos estudantes.

Lemes (2012) também demonstra, em seu trabalho de mestrado, sua preocupação com algumas concepções que tem moldado e cristalizado o ensino e aprendizagem de matemática, tal como a racionalidade técnica. Buscando romper com a ideia de conhecimento pronto, não pertencente à realidade dos estudantes, a autora também se apoia na perspectiva lógico-histórica, na qual resgata as ideias de fluência e interdependência (CARAÇA, 1951) e tenta reconstituir o conhecimento matemático como resultado de um processo histórico, humano, do qual estudantes e professores também fazem parte.

Para o desenvolvimento de sua pesquisa, Lemes (2012) propôs “um curso de formação com os professores de Matemática do 6º ao 9º anos das redes públicas de ensino de um município do interior do Estado de Goiás, discutindo com eles a proposta lógico-histórica” (p.13). A pesquisadora buscou “interpretar como ocorreu o fenômeno da produção de sentidos dos princípios da proposta didática lógico-histórica da álgebra naquele grupo de professores em atividades de ensino” (LEMES, 2012, p.15).

Nesse trabalho, ela discute a formação de professores no Brasil e destaca a história da matemática como um importante instrumento para se pensar sobre os processos de desenvolvimento de conceitos matemáticos e as relações estabelecidas entre conhecimento, ensino e aprendizagem. Porém, ressalta uma abordagem que:

(...) privilegia o lógico-histórico, uma metodologia que leva em conta, como mencionado, a história da matemática contrapondo-se à contação de fatos, descobertas e definições prontas, imutáveis e definitivas. O lógico-histórico considera que essa disciplina continua se desenvolvendo, motivo pelo qual, na sua formação, o professor de matemática entre em contato com os processos de

transformação dos conhecimentos e assim os apresente a seus alunos, como produto da construção humana (LEMES, 2012, p.14).

Esse processo rompe com a ideia de que história é o estudo do passado, lugar onde foi produzido e finalizado o conhecimento matemático, restando a nós, do tempo presente, apenas memorar tal conhecimento. Em vez disso, possibilita que os conceitos matemáticos, assim como os sujeitos, sejam percebidos como históricos, num processo que não é linear, nem contínuo, mas que está vivo nas práticas do passado e do presente.

A conclusão a que chegamos vai além da sensação de ter contribuído com aquele grupo na aquisição de conhecimentos que transformaram o olhar dos participantes ante a elaboração de atividades relacionadas à matemática. Eles notaram que as situações devem implicar uma organização que ultrapasse a aplicação de fórmulas, o que perpassa a inserção de situação desencadeadora de aprendizagem; ao buscar resolver uma situação-problema o sujeito se envolve com a necessidade do conceito. Nesta reflexão analisamos também o nosso desenvolvimento como pesquisadora, percebendo novas qualidades em nosso modo de agir. Em coletividade com nossos pares estivemos em atividade, e eles encontraram em nós mediação e parceria necessárias a mudanças em suas formas de agir. Foi um movimento que envolveu a interdependência entre os conhecimentos adquiridos durante o curso e a sua representação nas atividades orientadoras de ensino elaboradas (LEMES, 2012, p. 130).

Esse movimento de formação, tanto dos estudantes quanto dos professores e professores/pesquisadores, destacado por Lemes (2012) e, como visto anteriormente, por Moisés (1999), pode ser muito bem demonstrado através da trajetória de pesquisa de Panossian (2008). As reflexões desencadeadas a partir dos inesperados, que Panossian (2008) detectou, deixaram novos questionamentos à pesquisadora, com os quais pôde se lançar em outra pesquisa, agora de doutorado (PANOSSIAN, 2014).

Ao estudar as manifestações do pensamento e da linguagem algébrica, a pesquisadora pôde evidenciar:

algumas das dificuldades encontradas por professores no processo de ensino de conceitos relacionados a esse campo da matemática. Pode-se observar que tais dificuldades não estão relacionadas somente ao processo de organização do ensino, mas a própria especificidade do conhecimento algébrico. Desta forma, tornou-se uma necessidade para essa pesquisadora aprofundar os conhecimentos, buscando o que determina ou influencia esta relação entre o conhecimento algébrico específico e a organização das ações de ensino (PANOSSIAN, 2014, p.18).

A partir desses questionamentos foi delimitado o seguinte objetivo de pesquisa: “investigar as relações entre o movimento histórico e lógico dos conceitos algébricos e o objeto de ensino da álgebra revelado em propostas curriculares e nas ações dos professores, a partir dos princípios da teoria histórico-cultural e da teoria da atividade” (PANOSSIAN, 2014, p.19). Tal objetivo foi decidido visando responder a seguinte questão de pesquisa: “que princípios devem orientar a constituição de um objeto de ensino, em particular, da álgebra?” (PANOSSIAN, 2014, p.21).

Para isso, Panossian (2014) investigou o movimento histórico e lógico dos conceitos algébricos em referenciais de história da matemática¹⁸ e em pesquisas e programas curriculares, o objeto de ensino da álgebra. Constituiu também um curso de atualização frequentado por cinco professores que se tornaram sujeitos de sua investigação, sendo que, a partir dessas ações, buscou-se atingir o objetivo de pesquisa.

Além dos cinco professores investigados Panossian (2014), investigou a si própria, nas suas ações de pesquisa teórica e preparação do curso, na interação com o grupo e também no acompanhamento, depois do curso, a uma professora que se propôs a trabalhar, com apoio da pesquisadora, elaborando propostas de atividades de ensino de equações para uma turma de 6º ano do Ensino Fundamental¹⁹ de uma escola municipal de São Paulo. Segundo a autora, no início das atividades empíricas de sua pesquisa, ela se encontrava em certo estágio de desenvolvimento intelectual, mas que:

A continuação da pesquisa, com outras ações de estudos e análises possibilitam um novo olhar e outras análises a serem realizadas sobre a organização e condução desse curso. Por esse motivo, e pelas mudanças provocadas no decorrer do processo de investigação é que a pesquisadora é também sujeito da pesquisa (PANOSSIAN, 2014, p. 31).

O trabalho de Panossian (2014) nos ajuda a ampliar o entendimento sobre o estudo de conceitos matemáticos a partir da abordagem lógico-histórica, pois ele nos permite conhecer não só o objeto de estudo, mas a história de sua apropriação enquanto conhecimento humano historicamente acumulado, em que pesquisadora e sujeitos da pesquisa também fazem parte dessa história.

O movimento histórico e lógico dos conceitos algébricos não se caracteriza como uma nova estratégia metodológica ou didática de abordagem dos objetos de ensino (PANOSSIAN, 2014, p. 259).

(...)

Por meio do estudo do movimento histórico e lógico dos conceitos, é possível reconhecer elementos fundamentais e nexos teóricos que revelam a essência do conhecimento algébrico (PANOSSIAN, 2014, p.259).

Nesse sentido, a perspectiva lógico-histórica se configura como uma abordagem filosófica e epistemológica para os conhecimentos da humanidade e, em particular, para os conceitos matemáticos. Contém o movimento de abstração da realidade, em direção ao concreto do pensamento, atuando como formador tanto de quem aprende como de quem ensina, uma vez que entende os conceitos em movimento e se preocupa não com

¹⁸ Aleksandrov (1988), Baumgart (1992), Caraça (1952), Contador (2007), Eves (1995), Hogben (1970), Karlson (1961), Klein (1992), Radford (2011).

¹⁹ Ensino Fundamental de 9 anos.

definições precisas dos conceitos, mas com o movimento das formas de pensamento que favorecem a compreensão dos conceitos e suas múltiplas relações com a totalidade.

Sendo assim, as ações de pesquisa de Panossian (2014) levam-na a defender a tese de que:

(...) o estudo do movimento histórico e lógico dos conceitos caracteriza-se como um princípio para a constituição do objeto de ensino da álgebra, e para análise de forma crítica de situações e ações de ensino, visando à formação do pensamento teórico dos estudantes” (p.270).

Ao nos referirmos aos trabalhos de Panossian (2008; 2014), usamos as grafias “lógico-histórico” e “histórico e lógico”, sendo que a última passa a ser usada somente em Panossian (2014). Entre os outros trabalhos que encontramos, somente o de Moisés (2009) usa a segunda grafia, mas apenas Panossian (2014) traz uma explicação sobre essa diferenciação, a qual, a nosso ver, não representa modificações conceituais, já que estamos tratando de uma perspectiva dialética:

Optamos pela expressão “movimento histórico e lógico”, e não lógico-histórico, por considerarmos que os acontecimentos históricos são determinantes do que se têm condição de analisar como desenvolvimento do processo de pensamento. Só é possível captar e reconhecer o desenvolvimento do pensamento por meio das marcas históricas que vão sendo deixadas. Entende-se que os processos lógicos de pensamento só se consolidam, e completam seu processo de constituição, no movimento do abstrato ao concreto, quando encontram a possibilidade de se concretizar, sendo cristalizados em ações ou registros que se tornam históricos. Assim, ainda que se considere que a relação lógico/histórico é uma relação dialética, só conseguimos determinar na experiência humana o movimento lógico dado o movimento histórico. Por isso usamos durante toda a tese o registro histórico e lógico e não o contrário (PANOSSIAN, 2014, p.22).

Optamos por manter a grafia “lógico-histórico” em nosso trabalho por dois motivos: 1) a nosso ver, trata-se apenas de uma questão de estilo de escrita, porque, ao considerar a relação entre o lógico e o histórico como dialética, não faz sentido concebê-los de modo isolado. Mas como necessariamente temos que escrever um termo na frente do outro, tanto faz a ordem. Ao assumirmos que o homem, ao interpretar e agir sobre a realidade, modifica-a e modifica a si mesmo, aceitamos que a realidade pode ser transformada pelo concreto do pensamento, sendo a partir dele que o homem organiza suas ações. Então, pensar em quem determina quem, o movimento da natureza ou o movimento do pensamento, é apenas uma questão de ponto de vista. 2) só tivemos acesso à tese de Panossian (2014) após o trabalho que realizamos com os professores e licenciandos, já que esses foram realizados no segundo semestre de 2013, antes da publicação da tese. Nesses trabalhos, sempre usamos a grafia “lógico-histórico”, portanto, essa já se encontra nas falas e registros dos sujeitos dessa pesquisa.

Além desses trabalhos, artigos como os de Moura e Sousa (2005), Sousa (2009), Amorim e Damazio (2007), Cedro (2010), Moretti (2010), Rezende (2010), Santos (2012), Panossian (2012), Moretti (2014) e outros, apesar de terem enfoques diferenciados, guardam semelhanças ao abordarem a perspectiva lógico-histórica, as quais podem ser sintetizadas nos seguintes tópicos:

- O principal pressuposto da abordagem lógico-histórica para o ensino de matemática adotado por esses autores é a noção de fluência, do movimento do pensamento na criação conceitual;
- Há a preocupação em superar o formalismo e a racionalidade técnica, que concebem o conhecimento matemático como pronto e acabado, restando aos professores transmitirem-no aos estudantes;
- Consideram a lógica como processo de abstração e apropriação do movimento histórico da elaboração conceitual (KOPNIN, 1978). Dessa forma rompem com a lógica formal que valoriza os aspectos externos, explícitos por meio da representação do conceito, da linguagem e de algoritmos, se esquecendo das necessidades humanas e o seu movimento, não linear, que possibilitou tal representação;
- Considera a gênese conceitual a partir de uma abordagem que traga a cena os pressupostos internalista e externalista da matemática, sem supervalorizar um em detrimento do outro.
- Preocupam-se com o reconhecimento do humano no conhecimento da matemática, concebendo-a como um conhecimento vivo do qual estudantes e professores também fazem parte. Aproximando assim matemática e filosofia (SOUSA, 2004; DIAS, 2007);
- Definem um lugar para a história da matemática no ensino (SOUSA, 2004), aproximando para isso duas áreas do conhecimento: a Historiografia e a Educação Matemática (DIAS; SAITO, 2009);
- Definem a Atividade Orientadora de Ensino (MOURA, 2001) como principal forma de organizar o ensino e a aprendizagem por meio da abordagem lógico-histórica.

Consideraremos nesta pesquisa todos esses apontamentos e a interdependência entre eles. Assim, a revisão bibliográfica revela que desenvolver um trabalho na perspectiva lógico-histórica exige considerarmos-la como fundamentadora de todas as atividades, exigindo

uma reorganização de todo o espaço onde ocorre o ensino e a aprendizagem e, em relação à matemática, exigindo uma nova epistemologia. Assim, considera-se o movimento dos sujeitos, a obtenção de novas qualidades de pensamento, que possibilitam a negociação de sentidos (pessoal) em relação aos conceitos estudados e a produção de significados (coletivo). Os conceitos de “sentido e significado” serão discutidos a seguir, no Capítulo 3.

A maioria das teses e dissertações analisadas se preocupou com questões relacionadas ao ensino e aprendizagem de conceitos matemáticos, como números (DUARTE, 1987; MOISÉS, 1999; DIAS, 2007; AMORIM, 2007; CUNHA, 2008), álgebra (SOUSA, 2004; PANOSSIAN, 2008; ROSA, 2009; LEMES, 2012, PANOSSIAN, 2014) e geometria (PERES, 2010).

Apenas os trabalhos de Duarte (1987) e Moisés (2009) não analisaram situações de sala de aula, os demais investigaram ambientes de formação inicial ou continuada de professores que ensinam matemática (SOUSA, 2004; DIAS, 2007; CUNHA, 2008; LEMES, 2012, PANOSSIAN, 2014) ou ambientes de sala de aula da educação básica (AMORIM, 2007; PANOSSIAN, 2008; ROSA, 2009; PERES, 2010). O quadro 1, a seguir, ilustra essas informações:

Quadro 1 - Caracterização das pesquisas de mestrado e de doutorado que abordam a perspectiva lógico-histórica.

Autor	Ano de publicação	Nível/ Modalidade	Conceito matemático estudado	Metodologia de ensino abordada	Ambiente onde ocorreu a construção dos dados da pesquisa.
<u>Newton Duarte</u>	1987	Mestrado	Números Naturais		Teórico
<u>Roberto Perides Moisés</u>	1999			Resolução de Problemas	
<u>Maria de Carmo de Sousa</u>	2004	Doutorado	Álgebra	Atividade Orientadora de Ensino	Curso de Formação de professores
<u>Marlene Pires Amorim</u>	2007	Mestrado	Números Racionais		Sala de aula do ensino básico
<u>Marisa da Silva Dias</u>		Doutorado	Números Reais		Curso de Formação de professores
<u>Micheline Rizcallah Kanaan da Cunha</u>	2008	Doutorado	Medida		Curso de Formação de professores
<u>Maria Lucia Panossian</u>		Mestrado	Álgebra		Teoria do Ensino Desenvolvimental
<u>Viviane Mendonça Gomides Rosa</u>	2009				
<u>Thalitta Fernandes de Carvalho Peres</u>	2010			Geometria	
<u>Núbia Cristina Dos Santos Lemes</u>	2012	Doutorado	Álgebra	Atividade Orientadora de Ensino	Curso de Formação de professores
<u>Maria Lucia Panossian</u>	2014				

Por fim, ressaltamos que a divisão que fizemos nesse capítulo apresentando primeiramente nossa compreensão sobre o lógico-histórico e depois as apropriações por pesquisadores da Educação Matemática foi apenas com a intenção de organizar o presente texto. Pois todos os autores analisados trazem contribuições para que negociemos os sentidos que produzimos em relação ao par dialético lógico-histórico, compondo assim o entendimento que apresentamos na primeira parte.

É com esse entendimento que buscamos fundamentar a pesquisa, abarcando para isso, as características dos trabalhos que destacamos na síntese anterior. No entanto, nossa intenção se diferencia com relação ao foco de pesquisa, pois os trabalhos analisados buscam investigar o desenvolvimento lógico-histórico de conceitos matemáticos em específico. No nosso caso, buscamos identificar quais sentidos e significados são produzidos ao se buscar fundamentar atividades de ensino de conceitos matemáticos sob a perspectiva lógico-histórica na formação de professores, levando-se em conta que nem todos os participantes fizeram Licenciatura em Matemática. Portanto, nosso foco, ou seja, nosso objeto de estudo, não é o desenvolvimento lógico-histórico de um dado conteúdo, mas sim, *os sentidos e os significados produzidos por professores e futuros professores, de várias áreas do conhecimento, em relação à elaboração de atividades de ensino fundamentadas na perspectiva lógico-histórica.*

Percebemos também, em nossa revisão bibliográfica, que AOE (MOURA, 2001) é a principal forma de organizar o ensino e a aprendizagem por meio da abordagem lógico-histórica, já que ela favorece a fluência do movimento do pensamento na elaboração conceitual e permite a interação dos sujeitos, negociando sentidos e significados. Dessa forma, elegemos também esse constructo teórico para fundamentar nossos trabalhos de pesquisa, porém buscamos primeiro um maior esclarecimento em relação ao que temos chamado de sentido e significado. Tais esclarecimentos serão os apontamentos do próximo capítulo.

CAPÍTULO 3

A PRODUÇÃO DE SENTIDOS E DE SIGNIFICADOS POR MEIO DE ATIVIDADES ORIENTADORAS DE ENSINO

Negociar significados é uma das ações previstas em uma atividade orientadora de ensino. Essa negociação exige a interação entre os sujeitos envolvidos na busca de solucionar uma determinada situação problema. Portanto, essa forma de organizar o ensino e aprendizagem de matemática rompe com a ideia de transmissão pelo professor e assimilação pelo estudante, presente em práticas formalistas.

No capítulo anterior, discutimos que, ao se fundamentar práticas de ensino e aprendizagem em matemática na perspectiva lógico-histórica, exige-se que os envolvidos filosofem sobre os conteúdos matemáticos, conforme apontam os estudos de Sousa (2004) e Dias (2007). Assim, deve ser considerado um ambiente que favoreça a negociação de significados. Dessa forma, encontramos uma estreita relação entre a atividade orientadora de ensino e a dialética lógico-histórica.

Nesse sentido, nessa seção, traçamos como objetivo caracterizar melhor o que estamos entendendo por sentidos e significados (VYGOTSKY, 2002) e também por AOE (MOURA, 2001). Essas discussões são apresentadas nos tópicos 3.1 e 3.2, respectivamente. Buscamos também determinar as relações entre ambos os conceitos e a dialética lógico-histórica (KOPNIN, 1978).

3.1. Sentido e Significado

A concepção epistemológica com a qual pautamos a pesquisa pressupõe a relação entre pensamento e realidade. Discutimos no Capítulo 2 que, com base em Kopnin (1978), compreendemos que as leis da natureza também são as leis do pensamento. Que o contato do homem com a realidade possibilita que ele a apreenda, modificando a ela e a si mesmo. Dessa forma, o desenvolvimento do homem, entendido aqui como ser social, se dá pelas suas interações, movido por suas necessidades naturais e sociais, e se constitui como processo. Para essas interações o homem cria instrumentos e signos (VYGOTSKY, 1998):

A função do instrumento é servir como um condutor da influência humana sobre o objeto da atividade; ele é orientado externamente; deve necessariamente levar a mudanças nos objetos. Constitui um meio pelo qual a atividade humana externa é dirigida para o controle e domínio da natureza. O signo, por outro lado, não modifica em nada o objeto da operação psicológica, constitui um meio da atividade

interna dirigido para o controle do próprio indivíduo; o signo é orientado internamente (p.72).

Assim, instrumentos e signos, possibilitam, além da interação, a modificação da natureza e do homem. Embora o signo possibilite apenas mudanças internas, são essas mudanças que determinam a ação do homem em suas atividades. O oposto também se verifica, pois o uso de diferentes instrumentos pelo homem pode possibilitar o surgimento de diferentes signos. Como já dissemos, os processos de mudança da natureza e do homem, ocorrem simultaneamente durante a atividade humana.

Para Vygotsky, os signos são “instrumentos psicológicos”, porque, da mesma forma que os instrumentos mediatizam a ação do homem sobre a natureza:

(...) os signos exercem uma relação mediatizada entre o sujeito e o seu pensamento, o que o torna capaz de pensar abstratamente, levando-o a planejar suas intervenções sobre o meio social, agir coletivamente, modificar-se, desenvolver-se culturalmente” (LEMES, 2012, p.37).

Apesar de agirem internamente, os signos são compartilhados socialmente e estabelecidos culturalmente. Dessa forma, permeiam as relações entre os homens e permanecem por períodos históricos. Uns dos signos mais explorados por Vygotsky é a linguagem, em especial a linguagem verbal. Ela se estabelece como objeto por meio da palavra sem, no entanto, deixar de pertencer às esferas do pensamento.

Góes e Cruz (2006), ao analisarem uma das obras de Vygotsky²⁰, trazem a seguinte interpretação com relação ao pensamento e a linguagem (objeto), em que o significado estabelece a ligação entre ambos: o significado pertence às esferas tanto do pensamento quanto da linguagem, uma vez que, se o pensamento se vincula à palavra e nela se encarna, a palavra só existe se sustentada pelo pensamento (GOÉS; CRUZ, p. 36).

Dessa forma compreendemos que a palavra carrega um significado que é estabelecido pelo pensamento, sendo assim, o significado não é definitivamente estável, pelo contrário, é construído historicamente, ou seja, ao longo do tempo e inserido em um contexto. Devido a esse movimento, Vygotsky (2002) traz o conceito de “sentido das palavras”, que, segundo ele, é predominante em relação ao seu significado. Baseado nas teorias de Paulhan, Vygotsky (2002) nos afirma que:

Segundo este autor, o sentido de uma palavra é a soma de todos os acontecimentos psicológicos que essa palavra desperta na nossa consciência. É um todo complexo, fluído, dinâmico que têm várias zonas de estabilidade desigual. O significado mais não é do que uma das zonas do sentido, a zona mais estável e precisa. Uma palavra

²⁰ VYGOTSKI, Lev S. Pensamiento y lenguaje. In: VYGOTSKI, Lev S. *Problemas de Psicología General – Obras Escogidas* – v. II. (edição dirigida por Alvarez, A. e Del Rio, P.) Madri: Visor, 1993a, p. 11-348. (original de 1934).

extrai o seu sentido do contexto em que surge; quando o contexto muda o seu sentido muda também. O significado mantém-se estável através de todas as mudanças de sentidos. O significado de uma palavra tal como surge no dicionário não passa de uma pedra no edifício do sentido, não é mais do que uma potencialidade que tem diversas realizações no discurso (p. 336).

Esse processo dinâmico que envolve os sentidos e os significados é chamado de significação. “A relação entre significado e sentido é uma dialética de forças que compõem a significação da palavra” (GOÉS; CRUZ, 2006, p.39). A estabilidade do significado se dá porque o processo de significação é realizado através da comunicação, da negociação de sentidos, sendo assim, à medida que os sentidos atribuídos são compartilhados de maneira compreensível em um determinado grupo social, ganham maior estabilidade e recebem o status de significado. Desse modo, compreendemos que os sentidos são internos, particulares, e os significados externos, negociados socialmente, embora Vygotsky (2002) não faça uma delimitação clara entre um e outro.

Nessa perspectiva, o pensamento se manifesta através da linguagem. Damos sentido ao mundo por meio da palavra, que tem o poder de internalizar e externalizar os sentidos e significados produzidos por cada autor ou grupo de autores.

Os significados dos conceitos matemáticos já estão disponíveis na realidade, sendo compartilhados em determinados grupos sociais. O que não significa dizer que exista um significado único e imutável, mas que em determinados grupos ele ganha certa estabilidade. O significado matemático do conceito de função, por exemplo, é compartilhado por vários professores, estudantes, autores de livros didáticos etc. Com relação ao livro didático, podemos dizer que esse tem um importante papel na comunicação e manutenção da estabilidade de significados.

Como produtos culturais, os conceitos necessitam dessa estabilidade de significado compartilhado por grupos sociais, caso contrário, não seriam assim concebidos. Só é possível falar de significado se este é compartilhado por algum grupo. Já os sentidos são individuais.

Ao falarmos sobre função, por exemplo, apesar de existirem alguns significados amplamente divulgados sobre esse conceito, nos livros didáticos principalmente, o sentido atribuído a ele – por cada professor, por cada estudante – é diferente, é pessoal, depende do contexto e das referências que o indivíduo tem para pensar sobre o conceito, ainda que o sentido manifesto pelo professor seja o mais próximo daquele indicado nos livros didáticos.

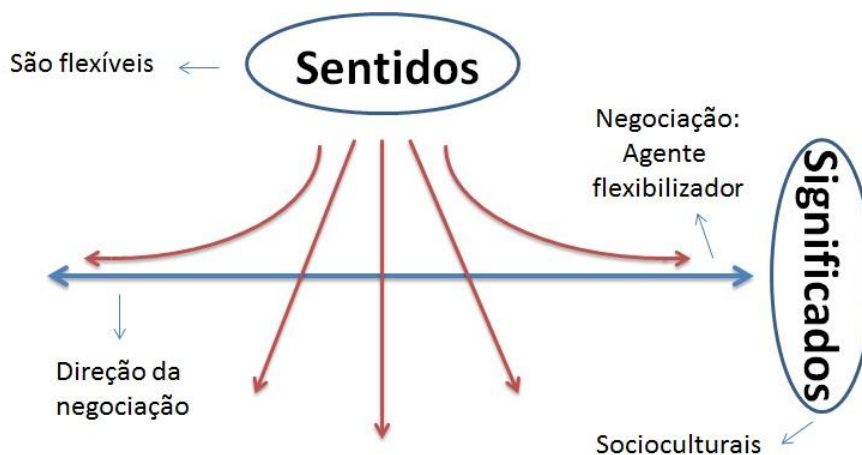
O mesmo acontece na sala de aula quando o professor inicia a abordagem do conceito de função. Aqui, o professor está de posse dos sentidos que atribui àquele conceito. A partir do trabalho em classe, o estudante também vai atribuindo sentidos ao conceito de função, os quais podem ser completamente diferentes dos sentidos atribuídos pelo professor ou pelos outros colegas.

O fato de o aluno não comungar do mesmo sentido que o professor acerca de um conceito, até poderia ser aceitável, pois este é particular e individual, mas frequentemente nem o sentido, nem o significado de um conceito são compartilhados por ambos. Por isto, a importância de o professor estar atento para que esta questão seja compreensível ao aluno (LEMES, 2012, p. 45).

A negociação desses sentidos, através da comunicação, da linguagem, é que proporciona um movimento qualitativo que permite que o pensamento (onde se encontram os sentidos) seja externalizado por meio da linguagem, seja comunicado e permita o surgimento de novos sentidos e de um esforço à convergência para um significado. Ou seja, a negociação de sentidos individuais permite que eles se organizem em direção a um mesmo fluxo, o do significado, do qual só se pode falar em relação ao coletivo.

Na Figura 1, a seguir, representamos a negociação de significados pela reta horizontal. Os sentidos são flexíveis, podendo se direcionar para um significado comum, admitido socioculturalmente, de forma oposta a esse significado ou tomar outras direções.

Figura 1 - Esquema representativo da negociação de sentidos e produção de significados

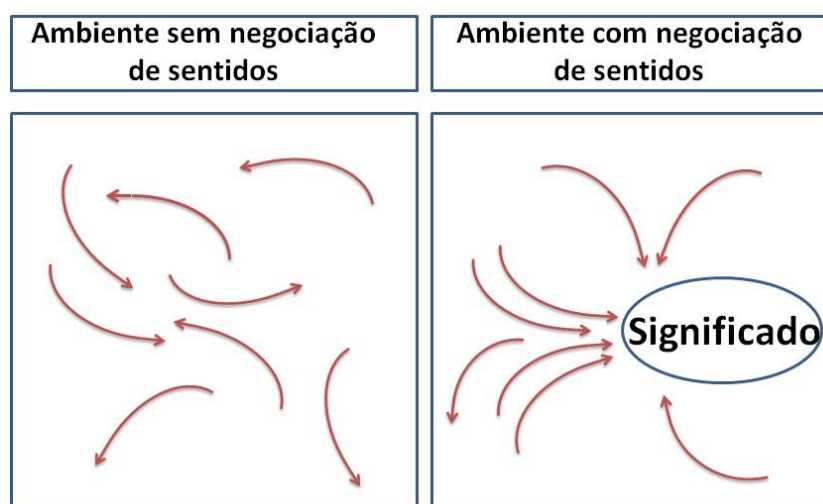


Fonte - Elaboração própria

Isso ilustra a importância atribuída ao trabalho em grupo, pois ele permite a negociação de significados. Em uma classe onde só o professor fala, não há oportunidade para que os estudantes externalizem os significados que atribuem aos conceitos. Isso pode acarretar um problema de comunicação, uma vez que não há um significado do conceito naquele grupo, somente os sentidos que cada um produz.

Mesmo não acontecendo o diálogo, os sentidos atribuídos pelos estudantes não são estáveis, já que, à medida que ouvem o professor e executam as tarefas, eles vão construindo novos sentidos, que podem tomar caminhos embaraçosos e gerar dificuldades, posto que não há o movimento de convergência para um significado comum àquela classe. Construímos a Figura 2, a seguir, para ilustrar como temos entendido isso.

Figura 2 - Esquema representativo de ambientes com e sem negociação de sentidos



Fonte - Elaboração própria

Segundo Lemes (2012):

A citada ação (ensino), além de envolver um movimento de questionamentos, certezas e negociação de verdades, abarca também o significado e o sentido dos conceitos empregados. Esses elementos, não raras vezes, tornam-se empecilho ao professor, especialmente quando ele se depara com situações em que suas palavras não são compreendidas pelos alunos, embora compartilhem de um mesmo vocabulário linguístico (p.44, grifo nosso).

Mesmo com um significado aparentemente comum, os sentidos atribuídos a dadas palavras podem ser diferentes em uma classe, já que outro agente importante na comunicação é o contexto. Diferentes contextos podem gerar diferentes sentidos para uma mesma palavra sem que o seu significado se altere. Isso se dá porque a comunicação não é fragmentada e definida apenas por palavras, mas pela interação entre palavras, sentidos e significados atribuídos a elas, além de diversos outros elementos comunicativos, como gestos, feições, símbolos e o próprio ambiente. “Determinada palavra pode ter o mesmo significado tanto para o aluno quanto para o professor, mas pode ter sentidos diferentes para um e o outro, pois depende do contexto em que surge” (LEMES, 2012, p. 44).

Nesta pesquisa, temos como intenção estudar a produção de sentidos e de significados pelos participantes ao vivenciarem, analisarem e produzirem atividades de ensino na perspectiva lógico-histórica.

Esse objetivo, aliado à compreensão que temos sobre negociação de sentidos e significados, nos levou a organizar a ACIEPE de forma que os sujeitos trabalhassem em grupo, explicitassem os sentidos que cada um, individualmente, atribuía a algum conteúdo matemático e a formas de organização do ensino desse conceito, e, a partir desta explicitação, negociassem e produzissem significados no grupo. Dessa forma, nosso objeto de análise são as produções expressas pelas linguagens verbais, aliadas aos contextos onde foram produzidas: durante a ACIEPE.

Como linguagem verbal, consideramos a oralidade, a qual se manifestou por meio das gravações de áudio, e a escrita, por meio dos registros dos sujeitos, das propostas de atividades elaboradas, das narrativas redigidas e das participações no ambiente virtual da ACIEPE. Como contexto, consideramos o ambiente onde ocorreram as produções verbais, os instrumentos que mediarão essas manifestações bem como as referências utilizadas, evocadas pela memória de experiências vivenciadas pelos indivíduos, por leituras e outros elementos.

Com base no material produzido na ACIEPE e a definição de sentidos e de significados que estamos considerando, analisamos os momentos de negociação de sentidos e de significados, buscando nos dados os episódios de negociação, de divergência e de estabilização de sentidos produzidos pelo grupo, isto é, buscamos identificar os significados que foram provisoriamente estabelecidos pelo grupo de integrantes que participaram da ACIEPE.

As formas de organização da ACIEPE e os procedimentos metodológicos serão apresentados com mais detalhes, respectivamente, nos próximos capítulos.

Por fim, destacamos que o processo de significação, tal como defendemos aqui, é um processo natural, presente nas mais diversas ações do ser humano, incluindo aí a apropriação e manutenção da cultura, bem como sua ação sobre a natureza.

No caso da escola, o processo deixa de ser natural, uma vez que entendemos que seria interessante a organização do ensino de forma intencional pelo professor.

Há de se considerar ainda que, nessa perspectiva, a palavra “processo” não é escolhida por acaso, pois significar é dar movimento aos sentidos na direção do significado, e esse movimento é coletivo, possibilita o diálogo e a reflexão.

É exatamente o que esperamos conseguir quando fundamentamos uma proposta de atividade de ensino na perspectiva lógico-histórica. Romper com a lógica de

apresentar os conteúdos já prontos e estáticos aos nossos estudantes e impor-lhes um significado, geralmente superficial, pois considera somente os aspectos externos do conceito. Em vez disso, almejamos possibilitar o diálogo, o “filosofar” sobre os conceitos matemáticos (SOUSA, 2009).

É preciso organizar o ensino para que ele possibilite o processo de significação dos conceitos matemáticos e tenha como resultado a aprendizagem. Moura (2001) nos mostra que uma possível forma de conseguir isso é por meio da AOE. Esse é o tema do próximo tópico.

3.2. A Atividade Orientadora de Ensino

Assim como os trabalhos mais recentes que investigam a perspectiva lógico-histórica como fundamentação teórica para a organização do ensino de matemática, escolhemos a AOE (MOURA, 2001) como metodologia para pensar essa organização. Nesse sentido, essa seção busca caracterizar melhor esse constructo teórico no contexto da presente pesquisa.

A AOE não é um objeto, um roteiro de procedimentos que professor e estudante devem seguir, pois se caracteriza pela relação dialética entre atividade de ensino e atividade de aprendizagem. Nesta relação “estão presentes os conteúdos de aprendizagem, o sujeito que aprende, o professor que ensina e, o mais importante, a constituição de uma modo geral da apropriação da cultura e do desenvolvimento do humano genérico” (MOURA et al, 2010, p. 216). A forma como esses elementos interagem perpassam pela “necessidade” que, segundo Moura (2001), possibilita que os sujeitos estabeleçam objetivos, executem ações, utilizem de instrumentos auxiliares e avaliem ao final do processo se sua necessidade foi atendida.

A AOE:

tem uma necessidade: ensinar; tem ações: define o modo ou procedimento de como colocar os conhecimentos em jogo no espaço educativo; e elege instrumentos auxiliares de ensino: os recursos metodológicos adequados a cada objetivo e ação (livro, giz, computador, ábaco, etc.). E por fim, os processos de análise e síntese, ao longo da atividade, são momentos de avaliação permanente para quem ensina e aprende (MOURA, 2001, p.155).

Em alguns textos de autores como Panossian (2008), Rezende (2010) e Moretti (2014), que têm fundamentado suas pesquisas a partir dessa teoria, seja com a finalidade de ensino ou de pesquisa, é comum encontrarmos a seguinte definição:

Chamamos de atividade orientadora de ensino aquela que se estrutura de modo a permitir que os sujeitos interajam, mediados por um conteúdo, negociando

significados, como o objetivo de solucionar coletivamente uma situação problema” (MOURA, 2001, p.155).

Pretendemos discutir um pouco mais sobre o entendimento que temos feito dessa definição e os elementos que constituem a AOE.

Pela definição entendemos que a AOE contempla, além de outros elementos, um conjunto de ações estruturadas. Essa estrutura está implícita nos próprios procedimentos que definem a atividade, mas isso não ocorre espontaneamente. O responsável por organizá-la e mantê-la é o professor, portanto a atividade orientadora de ensino se inicia antes mesmo do contato com os estudantes, no momento que o professor, que tem a necessidade de ensinar, planeja o ambiente propício a atividade, seleciona os conteúdos que serão abordados, as formas de interação do grupo, as possibilidades de intervenção na atividade a partir das possíveis respostas dos estudantes, e se preocupa principalmente em estimular os estudantes para que estes sintam necessidade de executar a atividade.

“As ações do professor na organização do ensino devem criar, no estudante, a necessidade do conceito, fazendo coincidir os motivos da atividade com o objetivo de estudo” (MOURA et al, 2010, p.216).

Outra questão que está presente é a necessidade de interação dos sujeitos. Para a perspectiva histórico-cultural, o processo de cognição se dá pela interação com a realidade e com outras pessoas. Por meio da linguagem, o estudante expõe os sentidos que atribui ao objeto de estudo e negocia com os colegas; o resultado disso é o reflexo do movimento real do objeto no pensamento.

Segundo Vygotsky (2002), essa dinâmica favorece a internalização dos conceitos, que são sócio-históricos, ou seja, o estudante desenvolve as relações intrapsíquicas (atividade individual) por meio das relações interpsíquicas (atividade coletiva), atingindo assim estágios cognitivos superiores.

Nesse processo ocorre a negociação de sentidos e produção de significados. Tal como descrevemos na sessão anterior.

Vale a pena ressaltar que assumimos o pressuposto de que os sujeitos em atividade não são vazios de conhecimento, que trazem, através das diversas outras relações que estabelecem fora da escola, sentidos próprios à realidade que os cerca, e que durante a atividade negociam estes sentidos e os modificam, produzindo novos sentidos e significados que por hora auxiliam na resolução dos problemas que enfrentam coletivamente.

A esse ponto, já estamos falando do outro sujeito que participa da atividade orientadora de ensino: o estudante. Esse também deve se encontrar em atividade. Portanto tem

um objetivo e visa satisfazer uma necessidade: a de se apropriar, de forma organizada e intencional, do patrimônio cultural historicamente produzido pela humanidade e se desenvolver intelectualmente visando o pensamento teórico.

Ao falarmos de patrimônio histórico cultural, citamos o último aspecto na definição que trouxemos de atividade orientadora de ensino e que pretendemos explicar sobre: o conteúdo.

Conforme citado, a atividade do ensino e a atividade de aprendizagem se realizam dialeticamente pela atividade orientadora de ensino e são mediadas por um conteúdo.

O homem se apropria da cultura através das várias interações sociais que realiza durante a vida nos mais variados ambientes. A escola é um desses ambientes e tem a função de oferecer aos sujeitos a chamada cultura erudita, que favorece o desenvolvimento do pensamento teórico. Assim, os conteúdos que circulam nesse ambiente pertencem à vasta experiência histórico-cultural da humanidade, mas não a contemplam em sua totalidade, pois isto seria impossível. Desse modo são selecionados os conteúdos que por algum motivo político, econômico, social ou cultural são considerados importantes à formação dos estudantes.

Os conteúdos escolares, em particular os referentes à matemática, carregam uma série de conceitos formais que muitas vezes nos são apresentados como se tivessem sido construídos alheios as necessidades humanas; no entanto, o que temos visto a partir da teoria histórico-cultural é que são construções humanas, e em AOE temos que tratá-los como tal. Possibilitar que professores e estudantes tenham consciência disso é possibilitar que eles reconheçam seu papel na sociedade.

Apresentar somente a representação formal de um conteúdo não é suficiente para que o estudante tenha essa percepção. É preciso trazer para sala de aula também o movimento histórico gerador de determinado conteúdo, isto é, os dilemas, as incertezas, as necessidades humanas que estão implícitas em dado conteúdo e também precisam ter seu lugar na relação estudante, conteúdo e professor. Todavia, não se trata de reinventar o conteúdo em sala de aula nem reproduzir todo o seu processo histórico, mas sim trazer os elementos que estão no cerne de sua formalização, isto é, seus nexos conceituais.

Dessa forma a dialética lógico-histórica nos ajuda conhecer o conteúdo, bem como a organizá-lo para ser tratado na AOE. As ideias teóricas que fundamentam a AOE e o lógico-histórico foram alicerçados na mesma base teórica: o materialismo histórico-dialético de Marx. Nesse sentido, quando pensamos nesses aportes teóricos como auxílio à prática escolares, entendemos que eles se complementam e dão consistência um ao outro.

Para Moura et al (2010):

(...) a situação desencadeadora de aprendizagem deve contemplar a gênese do conceito, ou seja a sua essência; ela deve explicar a necessidade que levou a humanidade à construção do referido conceito, como foram aparecendo os problemas e as necessidades humanas em determinada atividade e como os homens foram elaborando as soluções e ou síntese no seu movimento lógico-histórico (p.223).

Portanto, ao elaborar AOE na perspectiva lógico-histórica, o professor tem a oportunidade de refletir – e possibilitar que seus alunos também reflitam – sobre os processos humanos que possibilitaram que determinados conceitos se cristalizassem nos currículos escolares. Isso significa tomar consciência de que certas escolhas são feitas no processo histórico de vir a ser, e que, na medida em que o lógico aparece, vai praticamente haver certa limpeza nos conceitos, de todas as casualidades, próprias do trabalho humano que permearam a sua criação, mas, mais importante que isso, permite com que os sujeitos em AOE pensem no conteúdo não por ele mesmo, mas pelos processos de abstrações e simplificações, adquirindo habilidades, autonomia e não apenas um amontoado de informações desconexas.

Ao fundamentarmos a AOE a partir dos pressupostos da perspectiva lógico-histórica, podemos criar situações nas quais seja possível estabelecer contato com a cultura geral de forma intencional e organizada. Logo, além de ser uma possibilidade de ensino-aprendizagem em matemática, também possibilita aos sujeitos envolvidos se humanizarem nesse processo, conforme foi destacado na Seção 2.2 (página 37).

Acreditamos que alcançamos a pretensão inicial desse capítulo, de explorarmos melhor os conceitos de sentido e significado e Atividade Orientadora de Ensino, bem como estabelecer possíveis relações entre eles e a perspectiva lógico-histórica. Além disso, esse trabalho possibilitou o estabelecimento de algumas outras relações, já que os aportes teóricos discutidos estabelecem parâmetros filosóficos e epistemológicos que guiam as ações, tanto daquele que ensina quanto daquele que aprende.

Nesse sentido, compõe um corpo teórico mais sólido, que pode orientar a prática escolar num contexto mais amplo como também as pesquisas que se propõe a investigar essa prática, desde que tratar o conhecimento como um processo, que pressupõe a humanização dos sujeitos envolvidos, seja o seu propósito.

Dessa forma defendemos que o lógico-histórico pode vir a ser uma perspectiva didática para o ensino de matemática a partir do momento em que o tomamos como fundamentação para a AOE.

Essa perspectiva didática é que fundamentou o trabalho que desenvolvemos com um grupo de estudantes de graduação e pós-graduação em que estava em pauta o ensino

e aprendizagem de conhecimentos matemáticos. Para desenvolver o trabalho com esse grupo, elaboramos um caminho metodológico que apresentamos no próximo capítulo. Apresentamos também o grupo de licenciandos e pós-graduandos, destacando seus componentes, sua constituição e a dinâmica de trabalho realizada.

CAPÍTULO 4

CAMINHOS METODOLÓGICOS DA PESQUISA

Esta pesquisa é de natureza qualitativa, pois a percebemos como:

(...) uma trajetória circular em torno do que se deseja compreender, não se preocupando única e/ou aprioristicamente com princípios, leis e generalizações, mas voltando o olhar à qualidade, aos elementos que sejam significativos para o observador investigador (GARNICA, 1995, p.103).

Entendida dessa forma, a pesquisa prevê a não neutralidade do pesquisador, que observa o fenômeno em seu ambiente natural, contendo a fluência e a interdependência, características fundamentais da realidade, assim como ressalta Caraça (1951). Dessa forma, o pesquisador não só interage, mesmo que indiretamente, nesse ambiente, como interpreta o que consegue apreender do fenômeno observado a partir de sua referência teórica e sua capacidade de percepção. Assim, o resultado de seu estudo é também o resultado de sua interpretação, isto é, dos sentidos e significados que produz em relação ao fenômeno observado.

Nesse estudo, buscamos interpretar os dados que construímos junto a um grupo de graduandos e pós-graduandos, que se reuniram periodicamente durante um semestre para discutir assuntos relacionados à temática dessa investigação, isto é, a organização do ensino e aprendizagem de matemática por meio de AOE fundamentadas na perspectiva lógico-histórica.

Porém, o trabalho realizado nesse grupo foi apenas uma das etapas do caminho metodológico que trilhamos para essa pesquisa, que, orientado pela questão *quais sentidos e significados podem ser produzidos por licenciandos e pós-graduandos enquanto vivenciam e elaboram atividades de ensino na perspectiva lógico-histórica?* contou com as seguintes etapas: 1) levantamento e revisão de bibliografia, a fim de ver como essa pesquisa se insere no conjunto de pesquisas com a mesma temática, buscando destacar a especificidade e a relevância do presente estudo tal como apresentamos na Seção 2.3 do segundo capítulo; 2) Criação de um contexto favorável à pesquisa, no caso a ACIEPE, que será descrita na Seção 4.2.1 desse capítulo; 3) Escolha dos instrumentos para registros dos dados que foram construídos no decorrer da ACIEPE; 4) Construção e registro dos dados; 5) Análise dos dados e produção de um texto interpretativo que será apresentado no Capítulo 5 dessa dissertação.

Para caracterizar a ACIEPE e os participantes, recorreremos aos próprios dados que construímos a partir de atividades desenvolvidas pelos graduandos e pós-graduandos,

justamente com a finalidade de conhecê-los melhor e promover uma maior interação no grupo. Assim, apresentaremos primeiro os procedimentos que usamos para construção, registro tratamento e análise dos dados.

4.1. Construção, registro, tratamento e análise dos dados considerados na pesquisa

Procuramos promover na ACIEPE, durante os encontros, um ambiente favorável ao diálogo entre os participantes com o propósito de discutirem os constructos teóricos abordados, atribuindo sentido e negociando significados, os quais foram explorados durante o desenvolvimento das atividades.

Embora os indivíduos vivenciassem as mesmas atividades, um mesmo momento, partimos do pressuposto de que atribuem sentidos distintos, uma vez que o sentido é interno, particular, mas ao mesmo tempo é articulador entre o pensamento e a palavra num movimento dialético.

Já a palavra carece do significado que vai sendo negociado no grupo de acordo com os contextos que vão sendo criados. Dessa forma, configuram-se vários olhares sobre o objeto em estudo que se manifestam na escrita e na fala dos sujeitos e por isso as consideramos importantes fontes de dados.

Assim buscamos registrar os dados da pesquisa de quatro formas distintas: 1) diário de campo do pesquisador, 2) gravações de áudio, 3) atividades de ensino produzidas e 4) atividades desenvolvidas no Moodle²¹, como fóruns e narrativas (PASSOS; GALVÃO, 2011).

Optamos por essas quatro fontes com o objetivo de construirmos os dados levando em consideração os momentos de reflexão individuais e coletivos. O diário de campo, as narrativas e atividades individuais contêm as percepções particulares de seus autores e favorecem a manifestação dos sentidos atribuídos por cada um, individualmente, em determinado contexto. Já as gravações de áudio das interações durante as atividades presenciais e os fóruns de discussão no Moodle colocam em evidência os significados que eram, continuamente, negociados pelo grupo.

Acreditamos que não há limite bem delimitado entre a atividade individual e coletiva, mas que certas atividades favorecem uma em detrimento da outra.

²¹ O Moodle é um software livre para a gestão de cursos on-line. Também é conhecido por Virtual Learning Environment (VLE), em português Ambiente Virtual de Aprendizagem (AVA). Maiores informações podem ser obtidas nas páginas: <http://www.moodle.ufscar.br/> (Moodle da UFSCar) e <https://moodle.org/> (site oficial).

Há de se considerar ainda que entendemos narrativas como as várias formas de registro escrito e reflexivo como memorial de formação, autobiografias, diários reflexivos e relatório reflexivo (PASSOS; GALVÃO, 2011).

Acreditamos que a escrita representa a manifestação dos sentidos e dos significados produzidos tanto pelos sujeitos quanto pelo grupo, pois, ao escrever, o sujeito reorganiza os sentidos que atribui a dado conceito e os negocia a partir de suas novas vivências. Em outras palavras, coloca seus sentidos em movimento na direção de novos significados, compartilhados no grupo. Isso se dá uma vez que “escrever sobre as próprias experiências é contar a si mesmo a própria história” (PASSOS; GALVÃO, 2011, p. 82) que, nesse caso, contém a história de sua interação no grupo.

Assim, proporcionamos momentos em que os sujeitos puderam refletir, discutir e escrever sobre as experiências vivenciadas. Por isso, consideramos essenciais para a construção dos dados tanto os momentos de reflexão e discussão entre os participantes quanto às escritas coletivas e individuais.

Esses momentos foram construídos ao longo de dez encontros presenciais, de quatro horas nas quais utilizamos como instrumentos de registro dos dados gravações de áudio, diário de campo do pesquisador e registros escritos dos participantes. Também contamos com sete encontros virtuais em que os instrumentos utilizados foram os registros escritos dos participantes salvos na plataforma Moodle por meio de fóruns, narrativas e de atividades para serem desenvolvidas em casa e apresentadas nos encontros presenciais.

As gravações de áudio, que foram todas transcritas, estão divididas por encontros. E cada encontro está dividido em duas partes, pois sempre realizávamos uma pausa de quinze minutos durante os encontros de modo que as partes um e dois se referem aos momentos antes e depois do intervalo. No quadro 2, a seguir, descrevemos os códigos para identificar a origem dos dados que utilizamos na análise. Também identificamos as atividades, narrativas, fóruns, registros dos participantes e os registros do diário de campo do pesquisador.

Quadro 2 - Códigos para identificação dos instrumentos de registro dos dados da pesquisa.

Código	Descrição	Exemplo	
AxEy-hh:mm:ss	Trecho referente ao áudio de número x , gravado no encontro de número y e iniciado às hh horas, mm minutos e ss segundos de gravação.	A2E8-01:03:32	Trecho referente ao áudio de número 2 , gravado no encontro de número 8 e iniciado à 01 hora, 03 minutos e 32 segundos de gravação.
DCEx	Trecho referente a uma anotação que consta no diário de campo do pesquisador, do encontro de número x .	DCE5	Trecho referente a uma anotação que consta no diário de campo, do encontro de número 5 .
AtxEy – Fulano	Trecho referente ao registro escrito, realizado na atividade de número x e no encontro de número y pelo participante Fulano.	At3E2 - Will	Trecho referente ao registro escrito, realizado na atividade de número 3 e no encontro de número 2 pelo participante Will.
Nar.x – Cicrano	Trecho referente à narrativa de número x redigida pelo participante Cicrano.	Nar.2 - Bia	Trecho referente à narrativa de número 2 redigida pela participante Bia.
FxEy	Trecho referente ao fórum de número x realizado no encontro y .	F5E7	Trecho referente ao fórum de número 5 realizado no encontro 7 .
Prop.Ativ. – Beltrano	Trecho referente à proposta de atividade elaborada pelo participante Beltrano.	Prop.Ativ. - Lia	Trecho referente à proposta de atividade elaborada pela participante Lia.

Assim, durante a análise, sempre que apresentamos um excerto dos dados, utilizamos um quadro para diferenciá-lo do texto corrente colocando o código de referência no canto inferior direito do quadro, como mostra o exemplo a seguir:

<p>Tinha, em algum lugar dentro de mim uma vontade que vinha não sei de onde me dizendo que deveria escolher uma profissão que me fizesse feliz, mas não só a mim, queria trabalhar fazendo algo que contribuísse com a vida das outras pessoas, com a sociedade, a sociedade menos desigual da qual um certo professor de história vivia me falando, umas conversas que ele encontrava nos textos de um tal de Marx.</p>	Nar.2 - Júlia
---	----------------------

Organizamos as atividades desenvolvidas na ACIEPE em três blocos: primeiro – motivação para o trabalho com a perspectiva lógico-histórica (1º ao 4º encontro); segundo – estudo e aprofundamento da perspectiva lógico-histórica (5º ao 9º encontro); e terceiro – elaboração e/ou organização de AOE fundamentadas na perspectiva lógico-histórica (10º ao 17º encontro).

No primeiro bloco, com quatro encontros, três presenciais e um virtual, concentraram-se as atividades que desenvolvemos com o objetivo de apresentar aos

participantes a possibilidade de organizarem atividades de ensino fundamentadas na perspectiva lógico-histórica e motivá-los a estudarem, discutirem e elaborarem atividades nessa perspectiva. Essa motivação inicial foi fundamental para que ocorresse nos encontros a negociação de sentidos e a produção de significados acerca da perspectiva lógico-histórica e que o conjunto de atividades desenvolvidas na ACIEPE se configurasse como uma AOE.

A partir do envolvimento dos participantes com a proposta, nos dedicamos a oferecer contextos que fornecessem – através de vivências de atividades de ensino previamente preparadas pelo pesquisador e/ou por convidados e estudos teóricos de autores como Moura (2001), Sousa (2009) e Moura et al (2010) – elementos para enriquecer a negociação de sentidos e produção de significados pelo grupo e conseqüentemente consolidar, momentaneamente, uma compreensão da nossa proposta de trabalho que os permitissem organizar seus próprios roteiros de atividades de ensino. Essas ações orientaram o segundo bloco que se constituiu por cinco encontros, dois presenciais e três virtuais.

No terceiro bloco, a partir do entendimento que estava sendo construído pelos participantes, iniciou-se o processo de pesquisa, adaptação e/ou produção de suas próprias propostas de atividades. Quanto a isso, tanto o processo quanto o produto desse trabalho, no caso a elaboração das propostas de atividades, demonstram os sentidos e significados que os participantes atribuíram ao procedimento de organizar atividades de ensino fundamentadas na perspectiva lógico-histórica.

Ressaltamos que as ações e objetivos de cada bloco não ficaram restritos a ele, mas permearam todo o trabalho. Contudo, foram mais marcantes nos blocos em que as descrevemos.

Ao final da ACIEPE, os participantes elaboraram propostas de atividades de ensino fundamentadas na perspectiva lógico-histórica, que escolhemos para iniciarmos a análise. Essa escolha foi feita a partir da indicação de Kopnin (1978) de que o estudo deve se iniciar a partir da representação mais elaborada do objeto de investigação.

Diante da quantidade de dados produzidos, sentimos a necessidade de fazer um *isolado*, conforme apontam os estudos de Caraça (1951), a fim de compreendermos melhor nosso objeto de estudo. Procuramos fazer um recorte que ao mesmo tempo limitasse o nosso olhar possibilitando a análise dos dados e não perdesse de vista as características que compunham a totalidade dos mesmos. Assim, decidimos selecionar dois participantes da ACIEPE para que pudéssemos acompanhar suas trajetórias durante o desenvolvimento de toda a atividade.

Estabelecemos então três critérios para escolha desses participantes a partir de uma análise inicial das propostas de atividades produzidas: autonomia, coerência e participação. Na Seção 5.1 apresentamos com mais detalhes como estabelecemos esses critérios e realizamos a escolha dos participantes.

Após essa seleção, procedemos à análise acompanhando a trajetória dos sujeitos durante toda a ACIEPE e identificando os sentidos e significados produzidos por eles ao vivenciarem e elaborarem atividades de ensino fundamentadas na perspectiva lógico-histórica.

O resultado desse processo de análise pode ser verificado no Capítulo 5. Apresentaremos agora como se constituiu a ACIEPE, destacando as atividades desenvolvidas, as formas de interação estabelecidas e os sujeitos que compuseram esse grupo.

4.2. Caracterização da ACIEPE

Como apresentamos no capítulo anterior, a AOE, vista como um processo, necessita de um ambiente favorável a sua execução, desde a dinâmica relacional entre os participantes, que prevê momentos de reflexão individual, de trabalho em pequenos grupos e com toda a classe, o que é denominado por Sousa (2004) de *dinâmica relacional indivíduo/grupo/classe*, até a liberdade para participação na gestão e composição curricular da atividade. Afinal, a atividade é desenvolvida para os participantes e deve atender aos interesses deles.

A partir dessa concepção, buscamos tanto esse espaço quanto um grupo de pessoas interessadas em conhecer a proposta de trabalho. Esse ambiente e essas pessoas constituíram o contexto em que se desenvolveu a construção dos dados dessa investigação. Assim os descreveremos, respectivamente nas próximas duas seções.

4.2.1. A Atividade Curricular de Integração Ensino, Pesquisa e Extensão – ACIEPE

Buscamos um espaço na universidade que não fosse tão rígido quanto são os das disciplinas curriculares dos cursos de graduação permitindo-nos desenvolver nossa proposta. Também queríamos que esse espaço fosse aberto a professores que ensinam matemática, independente se eles tivessem vínculo com a universidade.

Ao buscar esse espaço, conhecemos as Atividades Curriculares de Integração Ensino, Pesquisa e Extensão²² (ACIEPEs). Trata-se de uma iniciativa da Pró-Reitoria de Extensão (PROEX) da UFSCar que visa favorecer o desenvolvimento de experiências educativas, culturais e científicas, envolvendo professores, técnicos, estudantes da UFSCar e também a comunidade externa.

Por meio de editais, os professores na universidade submetem propostas de atividades que, sendo aprovadas, são oferecidas em espaços da universidade ou fora dela, para a comunidade.

Essa possibilidade já havia sido explorada na UFSCar pela Prof.^a Dr.^a Maria do Carmo de Sousa através da ACIEPE denominada “Quando a História da Matemática Passa a Ser Metodologia de Ensino²³”.

Resolvemos então oferecer outra edição, já que essa atividade atendia todos os pré-requisitos que buscávamos para constituir o grupo de pesquisa, pois propunha que a metodologia dos encontros considerasse a dinâmica relacional indivíduo/grupo/classe e que a história da matemática fosse considerada a partir de AOE fundamentadas na perspectiva lógico-histórica.

Os seguintes objetivos eram considerados nas propostas anteriores da ACIEPE “Quando a História da Matemática Passa a Ser Metodologia de Ensino”:

- 1) Analisar as principais dificuldades dos alunos do Ensino Fundamental e do Ensino Médio ao aprender Matemática;
- 2) Elaborar atividades de ensino com enfoque na história da matemática;
- 3) Vivenciar e analisar atividades de ensino de matemática com enfoque na história da matemática;
- 4) Estudar textos teóricos sobre a história da matemática;
- 5) Estudar textos teóricos que fundamentam as metodologias de ensino de matemática.

Submetemos então a proposta, que foi aprovada para o segundo semestre de 2013. Foi divulgada para a comunidade interna por meio da PROEX e da Pró-Reitoria de Graduação (PROGRAD), através do Caderno de ACIEPE 2013/2²⁴, disponível a toda comunidade. Os graduandos e pós-graduandos que se interessaram pela atividade vieram dos

²² Maiores informações podem ser obtidas no site da PROEX: <http://www.proex.ufscar.br/site/menu-1/aciepes>.

²³ Veja Sousa (2009), que analisa algumas produções realizadas em uma edição anterior da ACIEPE “Quando a História da Matemática Passa a Ser Metodologia de Ensino”.

²⁴ Disponível no endereço eletrônico: http://www.proex.ufscar.br/site/arq_menu_aciepes/caderno-de-aciepe-2013-2-final.pdf. Averso em 26 de junho de 2014.

cursos de Licenciaturas em Matemática, Pedagogia, Física e Educação Especial. Foram convidados também, através das diretorias das escolas públicas da cidade de São Carlos, professores da comunidade externa que ensinam matemática.

A professora responsável deu total liberdade para que elaborássemos a proposta de trabalho da ACIEPE. Essa tarefa foi assumida pelo pesquisador em parceria com outra estudante da Pós-Graduação em Educação do mesmo programa e linha de pesquisa que o pesquisador, identificada nessa pesquisa pelo pseudônimo: Eugênia. Sua participação e colaboração se deram devido ao interesse e estudo prévio que ela tinha em relação à temática da ACIEPE.

Assim, fizemos o planejamento que, após apresentação e aprovação da professora responsável pela ACIEPE ficou estruturado da forma como apresentaremos a seguir.

A dinâmica de trabalho contou com dois espaços para os encontros: um presencial, com dez reuniões quinzenais no Departamento de Metodologia do Ensino (DME), campus de São Carlos, sendo que a primeira ocorreu dia 19 de agosto de 2013; o outro espaço foi uma sala virtual no Moodle, onde deixávamos tarefas a serem realizadas nas semanas em que não aconteceriam os encontros presenciais.

De modo resumido, os encontros presenciais, trabalhos individuais extra-encontros e interações no Moodle consideraram a seguinte estruturação:

- Estudo de textos teórico referente à história da matemática;
- Estudos de textos teóricos que indicam as potencialidades da história da matemática como recurso didático;
- Vivência de atividades de ensino na perspectiva lógico-histórica previamente preparadas pelos pós-graduandos e convidados;
- Análise de atividades de ensino pesquisadas pelos professores em livros didáticos, paradidáticos e na internet;
- Análise de atividades de ensino (re)elaboradas pelos professores a partir das leituras de textos sobre história da matemática.

O quadro a seguir mostra com mais detalhes as atividades que desenvolvemos durante a ACIEPE:

Quadro 3 - Cronograma da ACIEPE: Quando a história da matemática passa a ser metodologia de ensino – 2013/2

	Encontro	Atividade	Objetivo
Primeiro Bloco	1 19/08/2013 Presencial	<ul style="list-style-type: none"> • Apresentação da ACIEPE; • Texto 1: Texto de apresentação. • Planejamento dos encontros; • Narrativa 1: sobre história e história da matemática. 	<ul style="list-style-type: none"> • Conhecer as necessidades dos participantes. • Mostrar expectativas em relação à ACIEPE. • Discutir a dinâmica e o planejamento dos próximos encontros; • Apresentar a perspectiva teórica que trabalharemos: lógico-histórico (nexos conceituais); • Mobilizar a produção de sentidos e significados pelos participantes em relação ao uso da história como recurso didático para o ensino de matemática.
	2 28/08/2013 Presencial	<ul style="list-style-type: none"> • Texto 2: Estudo matemático das Leis Naturais – p. 105 a 125. Caraça (1951) • Atividade 1 - 1ª etapa: Uma abordagem lógico-histórica das funções. 	<ul style="list-style-type: none"> • Conhecer uma abordagem lógico-histórica do conceito de função, destacando seus nexos conceituais. • Vivenciar uma AOE fundamentada na perspectiva lógico-histórica. • Mobilizar a produção de sentidos e significados em relação à organização do ensino de matemática por meio de AOE fundamentadas na perspectiva lógico-histórica.
	3 04/09/2013 Moodle	<ul style="list-style-type: none"> • Fórum 3: O conceito de funções a partir de uma abordagem lógico-histórica; • Atividade 1 - 2ª Etapa: recorte de figuras que representam os conceitos apresentados no texto de Caraça (1951); • Texto 3: História da Matemática e Ensino (ROQUE, 2012). 	<ul style="list-style-type: none"> • Evidenciar os sentidos e significados produzidos pelos participantes em relação à perspectiva lógico-histórica ao fundamentar a organização do ensino de função. • Vivenciar AOE fundamentada na perspectiva lógico-histórica. • Mobilizar a produção de sentidos e significados em relação à organização do ensino de matemática por meio de AOE fundamentadas na perspectiva lógico-histórica. • Refletir sobre os conceitos de história e historiografia. • Fundamentar teoricamente a reflexão inicial sobre história que pedimos aos participantes por meio da Narrativa 1.
	4 11/09/2013 Presencial	<ul style="list-style-type: none"> • Atividade 1 - 3ª Etapa: As representações de uma função e os aspectos internos e externos dessas representações. • Atividade 2: Explorando ângulos com software XLOGO. 	<ul style="list-style-type: none"> • Vivenciar AOE fundamentada na perspectiva lógico-histórica. • Mobilizar a produção de sentidos e significados em relação à organização do ensino de matemática por meio de AOE fundamentadas na perspectiva lógico-histórica, para o ensino de função. • Mobilizar a produção de sentidos e significados pelos participantes em relação aos nexos conceituais a partir da Atividade 2 que discute o conceito de ângulo.

Segundo Bloco	5 18/09/2013 Moodle	<ul style="list-style-type: none"> • Fórum 4: Lógico-histórico e nexos conceituais; • Texto 4: (leitura) Quando os professores têm a oportunidade de elaborar atividades de ensino de matemática na perspectiva lógico-histórica. Sousa (2009); • Narrativa 1: Reelaboração. 	<ul style="list-style-type: none"> • Evidenciar os sentidos e significados atribuídos à perspectiva lógico-histórica e aos nexos conceituais a partir das atividades já realizadas. • Mobilizar a produção de sentidos e significados pelos participantes em relação à história da matemática como recurso didático para o ensino de matemática resgatando as discussões e leituras feitas nos últimos encontros para reestruturar a Narrativa 1.
	6 25/09/2013 Presencial	<ul style="list-style-type: none"> • Texto 4: Discussão por meio da dinâmica relacional indivíduo/grupo/classe (SOUSA, 2009). 	<ul style="list-style-type: none"> • Negociar sentidos e produzir significados sobre a possibilidade de uso da história como Recurso didático para o ensino da matemática a partir de AOE fundamentadas na perspectiva lógico-histórica.
	7 02/10/2013 Moodle	<ul style="list-style-type: none"> • Narrativa 2: História de formação. • Texto 5: (leitura) Atividade Orientadora de Ensino: unidade entre ensino e aprendizagem (MOURA et al, 2010). • Fórum 5: Questões sobre o Texto 5. • Fórum 4: Retomar discussão. • Fórum 6: Discussão sobre o Texto 4. 	<ul style="list-style-type: none"> • Conhecer a história de formação dos participantes, com destaque aos motivos que os levaram à escolha de seus cursos de graduação e a participarem da ACIEPE. • Mobilizar, a partir do Texto 5, a negociação de sentidos e produção de significados em relação à AOE. • Evidenciar (continuar) os sentidos e significados atribuídos à perspectiva lógico-histórica e aos nexos conceituais a partir das atividades já realizadas. • Evidenciar os sentidos e significados produzidos em relação a possibilidade de uso da história como recurso didático para o ensino da matemática a partir de AOE fundamentadas na perspectiva lógico-histórica.
	8 09/10/2013 Presencial	<ul style="list-style-type: none"> • Texto 5: Discussão por meio da dinâmica relacional indivíduo/grupo/classe. 	<ul style="list-style-type: none"> • Mobilizar a negociação de sentidos e produção de significados em relação à AOE.
	9 16/10/2013 Moodle	<ul style="list-style-type: none"> • Colocar tarefas pendentes em dia. 	<ul style="list-style-type: none"> • Resgatar e reintegrar ao grupo, os participantes que perderam algumas tarefas. • Preparar o grupo para a produção e/ou adaptação das próprias propostas de atividades de ensino.
Terceiro Bloco	10 23/10/2013 Presencial	<ul style="list-style-type: none"> • Atividade 3: Nexos conceituais de números naturais. 	<ul style="list-style-type: none"> • Vivenciar AOE fundamentada na perspectiva lógico-histórica. • Mobilizar a produção de sentidos e significados em relação a organização do ensino de matemática por meio de AOE fundamentadas na perspectiva Lógico-Histórica.
	11 30/10/2013 Moodle	<ul style="list-style-type: none"> • Pesquisa e elaboração de propostas de atividades pelos participantes; • Fórum 7: Análise e produção de propostas de atividades. 	<ul style="list-style-type: none"> • Mobilizar a produção e/ou adaptação de propostas de AOE pelos participantes. • Mobilizar a negociação de sentidos e produção de significados pelos participantes, em relação à organização do ensino de conceitos matemáticos por meio de AOE fundamentadas na perspectiva lógico-histórica, a partir da interação no Fórum 7, onde os participantes disponibilizaram suas pesquisas, dúvidas e produções.
	12	<ul style="list-style-type: none"> • Atividade 4: Dividindo 	<ul style="list-style-type: none"> • Vivenciar AOE fundamentada na

06/11/2013 Presencial	Guloseimas.	perspectiva lógico-histórica. • Mobilizar a produção de sentidos e significados em relação a organização do ensino de matemática por meio de AOE fundamentadas na perspectiva lógico-histórica.
13 13/11/2013 Moodle	<ul style="list-style-type: none"> • Pesquisa e elaboração de propostas de atividades pelos participantes; • Fórum 7: Análise e produção de propostas de atividades. 	<ul style="list-style-type: none"> • Mobilizar a produção e/ou adaptação de AOE pelos participantes. • Mobilizar a negociação de sentidos e produção de significados pelos participantes, em relação à organização do ensino de conceitos matemáticos por meio de AOE fundamentadas na perspectiva lógico-histórica, a partir da interação no Fórum 7, onde os participantes disponibilizaram suas pesquisas, dúvidas e produções.
14 22/11/2013 Presencial	<ul style="list-style-type: none"> • Atividade 5: Nexos Conceituais de Geometria. Conduzida por Rodrigo Ferreira de Abreu²⁵, professor convidado. 	<ul style="list-style-type: none"> • Vivenciar AOE fundamentada na perspectiva lógico-histórica. • Mobilizar a produção de sentidos e significados em relação à organização do ensino de matemática por meio de AOE fundamentadas na perspectiva lógico-histórica.
15 27/11/2013 Moodle	<ul style="list-style-type: none"> • Pesquisa e elaboração de propostas de atividades pelos participantes; • Fórum 7: Análise e produção de propostas de atividades. 	<ul style="list-style-type: none"> • Mobilizar a produção e/ou adaptação de AOE pelos participantes. • Mobilizar a negociação de sentidos e produção de significados pelos participantes em relação à organização do ensino de conceitos matemáticos por meio de AOE fundamentadas na perspectiva lógico-histórica, a partir da interação no Fórum 7, onde os participantes disponibilizaram suas pesquisas, dúvidas e produções.
16 04/12/2013 Presencial	<ul style="list-style-type: none"> • Apresentação das propostas de atividades produzidas e/ou adaptadas: primeiro grupo. 	<ul style="list-style-type: none"> • Mobilizar a negociação de sentidos e produção de significados no grupo em relação à organização do ensino de conceitos matemáticos por meio de AOE fundamentadas na perspectiva Lógico-Histórica. • Evidenciar os sentidos e significados produzidos pelos participantes por meio de suas apresentações e trabalhos escritos.
17 07/12/2013 Presencial	<ul style="list-style-type: none"> • Apresentação das propostas de atividades produzidas e/ou adaptadas: segundo grupo. • Fórum 8: Avaliação da ACIEPE. • Encerramento. 	<ul style="list-style-type: none"> • Mobilizar a negociação de sentidos e produção de significados no grupo em relação à organização do ensino de conceitos matemáticos por meio de AOE fundamentadas na perspectiva Lógico-Histórica. • Evidenciar os sentidos e significados produzidos pelos participantes por meio de suas apresentações e trabalhos escritos. • Avaliar o trabalho desenvolvido na ACIEPE e fazer o encerramento.

Conforme apresentamos no quadro, nos encontros presenciais fizemos estudos teóricos, desenvolvemos atividades de discussão e pesquisa em grupos, vivenciamos algumas atividades, discutimos, elaboramos e apresentamos nossas propostas de atividades. Já nos

²⁵ Professor Licenciado em Matemática pela Universidade Federal de Lavras (UFLA) e que atuava lecionando matemática em uma escola da rede pública estadual da cidade de Cana Verde, MG.

encontros virtuais²⁶ realizamos fóruns de discussões teóricas e trocas de documentos, informações, textos para leitura, indicações de referências para estudo, tarefas que foram solicitadas, narrativas dos participantes etc.

Além de flexibilizar a interação entre os sujeitos, o Moodle serviu como forma de registro, pois todas as atividades e conversas realizadas nesse ambiente ficaram arquivadas e compuseram nossos dados para análise.

Assim, além das gravações em áudio dos dez encontros presenciais, constituem-se como dados os registros que foram feitos em decorrência do estudo de cinco textos teóricos, cinco atividades vivenciadas no grupo, oito fóruns, dos quais dois não constam no quadro 3, do cronograma, porque não estavam ligados aos objetivos específicos de cada encontro, mas sim com a organização da ACIEPE como um todo. Foram eles o: **Fórum 1** - Fórum de Notícias, onde disponibilizávamos os comunicados pertinentes ao grupo; e o **Fórum 2** – Fórum de Turma, que foi criado para que os participantes interagissem de forma livre, compartilhando informações, arquivos e conversas que fossem do interesse do grupo.

Também se constituiu como dado às propostas de atividades de ensino produzidas pelos participantes e apresentadas nos dois últimos encontros. Ao todo foram produzidas onze propostas de atividades, das quais consideramos sete para a análise que apresentaremos com mais detalhe no Capítulo 5.

O grande responsável pela construção dos dados foi o grupo em sua coletividade, formada pela individualidade de cada sujeito que o compôs. Sendo assim, é necessário apresentarmos com mais detalhes os participantes desse grupo. Concentramo-nos nessa tarefa na próxima seção.

4.2.2. Os participantes

Esperávamos um público diversificado para a ACIEPE que propomos, com participação de estudantes de Licenciatura em Matemática e Pedagogia, pós-graduandos e professores da rede pública de São Carlos, porém não houve inscrição de professores que lecionam matemática na Educação Básica – acreditamos que isso se deu pelo fato de que a

²⁶ Os encontros virtuais não eram síncronos. Isto é, os participantes não necessariamente desenvolviam as atividades e fóruns no mesmo dia e hora.

ACIEPE ainda não está atrelada à Escola de Formação da Secretaria Estadual de Educação²⁷.

Portanto o grupo de trabalho ficou composto conforme mostra o quadro 4, abaixo:

Quadro 4 - Sujeitos da pesquisa

	Pseudônimo ²⁸	Formação	
		Graduação	Pós-Graduação
1	Camila	Licenciatura em Matemática	-
2	Lia		
3	Paulinha		
4	Gregório		
5	Alice		
6	Marcia		
7	Pesquisador		
8	Eugênia	Licenciatura em Educação Especial	Pós-graduação em Educação em andamento
9	Joana		
10	Will	Licenciatura em Física	-
11	Clara	Licenciatura em Pedagogia	
12	Bia		
13	Júlia		
14	MC		
Professora responsável pela ACIEPE			

Os sujeitos que se matricularam na ACIEPE foram convidados a participarem da pesquisa. Todos aceitaram. Assim, formamos um grupo heterogêneo, o que a nosso ver foi muito positivo porque enriqueceu as discussões, já que são sujeitos com formações diferentes, necessidades diferentes, mas com um objetivo em comum, que os une nesse grupo, isto é, discutir a história como recurso didático para organizar o ensino e aprendizagem de matemática.

Os participantes foram denominados: Alice, Bia, Camila, Clara, Eugênia, Gregório, Joana, Júlia, Lia, Marcia, MC, Paulinha, Pesquisador e Will. Para apresentá-los utilizamos uma das atividades desenvolvidas por eles, a **Narrativa 2 (Nar.2)**, que tinha por objetivo explicitar as suas histórias de formação. A partir dessa atividade, pudemos conhecer melhor os participantes bem como os motivos que os levaram a escolher os cursos de graduação e/ou pós-graduação que frequentam e também a buscarem um complemento às suas formações ao participarem da ACIEPE.

A partir das narrativas de formação, delineamos algumas das motivações que levaram os participantes a se inscrever na ACIEPE. Dentre os estudantes da Licenciatura em Matemática a principal intenção que foi manifestada se concentrava em conhecer novas

²⁷ Criada em 2009, visa o aperfeiçoamento e no desenvolvimento profissional dos servidores da Secretaria da Educação do Estado de São Paulo, através de cursos que combinam atividades presenciais e de ensino a distância. Mais informações podem ser obtidas no endereço eletrônico: <<http://www.rededosaber.sp.gov.br/portais/Default.aspx?tabid=6257>>. Acesso em 31/01/2015.

²⁸ Para preservar suas identidades os participantes escolheram pseudônimos.

abordagens para o ensino e aprendizagem de matemática, pois eles apontam que, em suas experiências enquanto estudantes, tem vigorado o ensino tradicional (formalista e tecnicista).

Também encontramos motivações mais particulares. Então, buscamos apresentar aqui um pouco dos interesses de cada um dos participantes através da interpretação que fizemos de suas narrativas de formação (**Nar. 2**).

A Lia, dentre outros objetivos, buscou perder a timidez, já que as atividades previam trabalhos coletivos, o que favoreceu sua manifestação verbal com mais facilidade e naturalidade. A Camila demonstrou interesse em descobrir formas de melhorar a qualidade no ensino de matemática, por isso buscou enriquecer sua formação para superar as dificuldades no ensino e aprendizagem de matemática que percebe enquanto estudante na ACIEPE. Já a Alice, apesar de reconhecer o quão rico é um ambiente de formação como o da ACIEPE, reconhece também que, mesmo assim, ainda é difícil preparar propostas de atividades de ensino que fujam dos métodos tradicionais.

A Clara estava cursando Licenciatura em Pedagogia, porém sua primeira experiência na graduação foi no curso de Licenciatura em Matemática, já que tinha afinidade com essa área do conhecimento. Ela argumenta que buscou a ACIEPE para não perder o contato com a matemática.

Percebemos a mesma intenção por parte de Bia. Estudante de Licenciatura em Pedagogia, buscou a ACIEPE para complementar sua formação em matemática e pensar em estratégias para o ensino e aprendizagem dessa disciplina para os anos iniciais. Afirmou também que pretende fazer pós-graduação na área de Educação Matemática.

Já a Júlia disse que nunca gostou de matemática e evitava sempre o contato com ela, porém esta é uma das áreas que ela tem que trabalhar como futura pedagoga. Por outro lado, ela diz que adorava história no ensino básico e que ficou intrigada ao ver o título da ACIEPE, pois não acreditava que pudesse haver relações entre essas duas áreas do conhecimento. Por esse motivo, acabou se matriculando na ACIEPE. Ela ainda completa:

Senti-me desafiada a buscar essas respostas e encontrei nessa ACIEPE um ótimo espaço de aprendizagens, reflexões e novas inquietações que farão parte de minhas aprendizagens futuras.
--

Nar.2 - Julia

Todos esses estudantes estavam cursando a primeira metade de seus cursos, à exceção de Will, que já estava no último ano de Licenciatura em Física e já lecionava matemática em uma escola de São Carlos. Ele argumentou que não teve uma boa formação

em exatas no Ensino Médio e buscava superar essas dificuldades e fornecer uma formação melhor que a sua aos seus alunos.

O fato de eu estar participando da ACIEPE surgiu desse meu interesse em procurar metodologias diferenciadas para incorporar em minhas aulas. Eu atuo como professor de matemática, por isso ela tem sido de grande aproveitamento para eu ter novas perspectivas de ensino. E espero ao final dela (ACIEPE) conseguir trazer alguns de seus aspectos para as minhas aulas de física.

Nar.2 - Will

Da mesma forma que as estudantes da Pedagogia, a Joana, que fez graduação em Licenciatura em Educação Especial e cursava pós-graduação (mestrado) em Educação, buscava complementar sua formação em matemática, já que nesses cursos há pouca ênfase nessa disciplina. No caso da Licenciatura em Educação Especial, o foco está na inclusão de estudantes com necessidades especiais e não em conteúdos específicos como matemática e português. Em sua narrativa de formação, a Joana argumentou que:

(...) será que eu como educadora especial não estaria apenas reproduzindo o conteúdo e não possibilitando uma “matemática” mais reflexiva? (...) Nessa ACIEPE, venho buscando responder essa questão. Não sou formada em Matemática ou Pedagogia, mas quero tentar “desempacotar” essa visão de matemática tradicional que aprendi na escola e tentar responder essa questão que está comigo até o momento!

Nar.2 - Joana

A Eugênia, estudante de pós-graduação (mestrado) em Educação, com graduação em Licenciatura em Matemática, participou da ACIEPE como todos os outros, mas tinha uma função diferente: colaborar com o planejamento e execução das atividades desenvolvidas. Isso ocorreu porque tinha interesse pela temática de estudo da ACIEPE. Inclusive, em seu trabalho de conclusão de curso de graduação, pesquisou sobre AOE fundamentadas na perspectiva lógico-histórica para o ensino e aprendizagem de funções. Essa sua experiência foi compartilhada com o grupo.

Essas são algumas das características do grupo que compôs a ACIEPE, onde pudemos construir os dados de pesquisa.

Conforme já destacado anteriormente, a ACIEPE se constituiu por um grupo formado por pessoas de diferentes culturas acadêmicas e contextos, com expectativas e necessidades diferentes, mas não antagônicas. O grupo se reuniu durante um semestre em prol de um objetivo comum: investigar uma das possíveis formas de se pensar a história da matemática como recurso didático. Isto é, por meio de AOE fundamentadas na perspectiva lógico-histórica.

Podemos afirmar que os diferentes motivos manifestados pelos participantes favoreceram a negociação de sentidos e de significados em relação à temática estudada, principalmente por virem de culturas acadêmicas distintas.

Por fim, destacamos que o grupo apresentado foi protagonista das atividades que descrevemos anteriormente, no quadro 3, as quais ficaram divididas em três blocos.

O primeiro bloco, intitulado: “Motivação para o trabalho com a perspectiva lógico-histórica (1º ao 4º encontro)” foi marcado por uma conversa de apresentação, sem a pretensão de discussões formais acerca dos conceitos norteadores do trabalho. Também possibilitamos que os participantes tivessem experiências através de uma leitura coletiva (CARAÇA, 1951), com alguns dos nexos conceituais de função, como fluência, interdependência, variável, campo de variação e representação. Encerrando o primeiro bloco, os participantes vivenciaram uma atividade, Dinamômetro com Elástico, que, pela abordagem que demos a ela, pôde explorar os nexos conceituais de função. O primeiro bloco consistiu num convite a apresentação aos participantes à proposta de trabalho da ACIEPE.

No segundo bloco de atividades, denominado “Estudo e aprofundamento da perspectiva Lógico-Histórica (5º ao 9º encontro)”, estudamos, por meio de dinâmicas de discussões nos encontros presenciais e interações nos fóruns do Moodle, a perspectiva lógico-histórica (SOUSA, 2009; MOURA, et al, 2010), os nexos conceituais (SOUSA, 2009) e a AOE (MOURA, et al, 2010). Desse modo, no segundo bloco se concentram a maior parte dos momentos de negociação de sentidos e significados em relação à perspectiva lógico-histórica como fundamentação para a organização do ensino de conceitos matemáticos por meio de AOE.

Já, no terceiro bloco, “Elaboração e/ou adaptação de AOE fundamentadas na perspectiva lógico-histórica (10º ao 17º encontro)”, os participantes vivenciaram atividades de ensino sobre os conceitos de números, fração e geometria, explorando seus nexos conceituais. Buscaram também propostas de atividades de ensino de conceitos matemáticos de seus interesses e fizeram estudos da história desses conceitos para adaptarem e/ou criarem propostas de atividades de ensino em que eles fossem empregados.

Vale a pena ressaltar que, estes três blocos se configuraram como eixos temáticos da análise, no sentido de compreendermos os sentidos e significados que licenciandos e pós-graduandos estavam construindo enquanto vivenciavam, estudavam e elaboravam propostas de atividades de ensino na perspectiva lógico-histórica.

Diante da aceitação, envolvimento e interação entre os participantes ao longo de toda essa trajetória que apresentamos, destacamos que a ACIEPE se constituiu como uma

AOE. Buscamos detalhar melhor esse processo e evidenciar os sentidos e significados produzidos por dois dos participantes no próximo capítulo.

CAPÍTULO 5

OS SENTIDOS E OS SIGNIFICADOS EXPLICITADOS PELOS INTEGRANTES DA ACIEPE

O principal enfoque dos trabalhos que estudamos e que fizeram uso da perspectiva lógico-histórica estava em analisar o lógico-histórico de algum conceito matemático.

Conforme já apontamos, Duarte (1987) e Moisés (1999) dissertaram sobre o lógico-histórico do conceito de número natural e suas operações aritméticas, Cunha (2008) trabalhou com o conceito de medida e Dias (2007) com números reais. Já Sousa (2004), Panossian (2008; 2014), Lemes (2012) e Rosa (2009) se preocuparam com o ensino de álgebra, entre outros.

Também desenvolvemos atividades com conceitos matemáticos, mas diferentemente dessas pesquisas, buscamos não dar destaque a esses conceitos, pois centramos nossa atenção na tarefa de propor vivências com as AOE na perspectiva lógico-histórica, no sentido de promover a produção de propostas de AOE pelos integrantes da ACIEPE. Assim, não selecionamos um conteúdo específico para ser abordado pelos participantes nas propostas de atividades que eles pesquisaram, adaptaram e/ou criaram. Essa escolha foi livre.

O conteúdo matemático abordado nessas propostas de atividades, embora de grande importância para elas, não adquiriu papel central na análise dos dados, uma vez que a intenção de pesquisa foi a de analisar os sentidos e significados produzidos por licenciandos e pós-graduandos ao vivenciarem situações coletivas que promoviam a análise e produção de propostas de atividades de ensino tomando a perspectiva lógico-histórica como fundamentação.

Portanto, não buscamos identificar quais sentidos e significados são produzidos acerca de um determinado conceito ou conteúdo matemático, mas quais sentidos e significados são produzidos ao se buscar fundamentar propostas de atividades de ensino de conceitos matemáticos na perspectiva lógico-histórica. Os sentidos e os significados podem estar atrelados à história como recurso didático, a AOE fundamentada na perspectiva lógico-histórica e a organização do ensino de conceitos matemáticos, por exemplo, ou ainda, aos conteúdos escolhidos.

Compreendemos que uma das formas de explicitação dos sentidos e dos significados produzidos pelos sujeitos surge a partir da tentativa de discutirem conceitos matemáticos a partir da perspectiva lógico-histórica.

Temos como pressuposto de que, ao tentarem se apropriar dessa perspectiva para discutirem tais conceitos, os participantes têm a oportunidade de refletirem sobre o que trouxeram e, conseqüentemente, resignificaram, a partir de novas qualidades de pensamento, que podem ser conflitantes ou simplesmente diferentes das ideias que trazem acerca desses conceitos. Defendemos que esse ambiente é favorável ao surgimento de “incômodos” (REZENDE, 2010), os quais mobilizam os sujeitos a produzirem novos sentidos acerca dos conceitos abordados, bem como negociar esses sentidos que podem convergir para significados momentaneamente compartilhados pelo grupo da ACIEPE, ou parte dele.

uma atividade de ensino, precisa ter uma intencionalidade, em nosso caso específico é a de levar aos sujeitos da pesquisa, a necessidades de descoberta conceitual, que aqui, chamaremos de incômodos. Entendemos que os sujeitos incomodados pelas situações-problemas geradas nas atividades buscam recursos e levantam hipóteses, expondo-as no ambiente de discussão gerado durante o trabalho, na tentativa de sanar a situação-problema (REZENDE, 2010, p.30).

Com o intuito de analisar o movimento de produção de sentidos e significados ao longo da ACIEPE, fizemos um *isolado* (CARAÇA, 1951), isto é, um recorte dos dados que construímos de forma a viabilizar a análise. Esse recorte se constituiu na seleção de dois participantes, os quais tiveram suas trajetórias ao longo da ACIEPE, assistidas pelo presente estudo.

Portanto, apresentaremos nas próximas seções os critérios que estabelecemos para a seleção dos dois sujeitos; a análise para escolha deles; e os sentidos e significados produzidos por eles ao longo de suas trajetórias na ACIEPE, perpassando pelos três blocos de atividades.

5.1. Determinando o isolado: os dois sujeitos selecionados para análise

No decorrer da ACIEPE, como foram realizados 17 encontros, entre presenciais e virtuais, obtivemos grande quantidade de informações passíveis de serem analisadas na busca por responder a questão de pesquisa. Os registros foram feitos na forma de: 1) gravações de áudio (que foram transcritas); 2) diário de campo do pesquisador; 3) registros escritos dos participantes durante o desenvolvimento de algumas atividades através do ambiente de aprendizagem, Moodle; 4) fóruns de discussão; 5) narrativas; e 6) propostas de atividades de ensino produzidas e/ou adaptadas pelos participantes da ACIEPE.

Assim, ao iniciarmos a análise, sentimos a necessidade de fazermos um *isolado* (CARAÇA, 1951) para que conseguíssemos realizar o estudo. Mas essa decisão nos colocou diante de um questionamento: como fazer esse *isolado*?

Não queríamos correr o risco de tomar para análise apenas alguns fragmentos que nos distanciassem das duas características fundamentais da realidade, apontadas por Caraça (1951): fluência e interdependência. No entanto, o simples fato de tomar um recorte já caracteriza um “erro” pelo próprio princípio da interdependência. Mas, diante da impossibilidade de nos reportarmos ao todo, restou-nos o bom senso ao recortar o isolado de modo a minimizar esse “erro”, ou seja, “compreender nele (isolado) todos os fatores dominantes, isto é, todos aqueles cuja relação de interdependência influi sensivelmente no fenômeno a estudar” (CARAÇA, 1951, p.112, destaque nosso). Desse modo, o isolado precisava manter a fluência e a interdependência, precisava preservar as características fundamentais do todo.

Nesse contexto, o que estamos chamando de todo é a própria ACIEPE, entendida aqui como uma atividade, com objetivos definidos pelos quais nos empenhamos, durante um semestre. A análise, portanto, buscou resgatar o processo lógico-histórico de desenvolvimento dessa ACIEPE. Reportamo-nos a Kopnin (1978) para definirmos o ponto de partida do estudo:

O estudioso deve começar o estudo do objeto pelo fim, a partir de sua forma mais madura, do estágio de desenvolvimento que aspectos essenciais estão suficientemente desenvolvidos e não estão disfarçados por casualidades que não tem relação direta com ela. (KOPNIN, 1978, p.184)

Assim, escolhemos iniciar a análise pelo produto final da ACIEPE, as propostas de atividades desenvolvidas pelos licenciandos e pós-graduandos. Cada um dos participantes elaborou e apresentou para o grupo uma proposta de atividade de ensino. Com exceção de Camila, Alice e Clara, que produziram em conjunto uma única proposta de atividade.

Decidimos então, a partir da análise inicial dessas propostas, escolher dois participantes para que pudéssemos acompanhar suas trajetórias durante a ACIEPE e consequentemente os sentidos e significados que foram produzidos por eles nesse processo. Dessa forma, não perdemos de vista a fluência e a interdependência entre os acontecimentos desses dezessete encontros, minimizando a fragmentação que seria provocada caso escolhêssemos apenas alguns momentos específicos para análise.

Para fazer tal seleção, primeiramente excluímos da lista de possíveis escolhas a estudante Efigênia, pois, conforme destacamos na Seção 4.2.2, ela já havia realizado estudos,

inclusive em parceria com o pesquisador, em relação à perspectiva lógico-histórica em experiências anteriores, além de ter colaborado com a elaboração e condução da ACIEPE.

Julgamos que esse fato poderia comprometer a análise, já que seu papel nos encontros foi diferenciado dos outros participantes pelo fato de que, em muitos momentos, ela se omitia durante as discussões ou apenas orientava as conversas para não influenciar sobremaneira as reflexões dos outros participantes.

Já os integrantes Márcia e Gregório, tiveram problemas com assiduidade, pontualidade e participação nas tarefas da ACIEPE e por isso também foram excluídos das opções de escolha. Na Seção 5.2.1, em que discutimos a participação dos estudantes na ACIEPE, apresentaremos mais detalhes em relação ao envolvimento desses participantes.

Restou-nos, então, estabelecer quais seriam os critérios de escolha desses dois participantes, dentre os nove que restaram. Como nossa intenção de pesquisa era evidenciar os sentidos e significados manifestados pelos integrantes, buscamos os critérios que nos auxiliassem na identificação dessas manifestações. Para isso, elegemos três critérios: 1) autonomia na elaboração das propostas de atividades; 2) coerência entre os objetivos da proposta de atividade, o roteiro e os elementos da história utilizados; e 3) participação nas atividades da ACIEPE.

Em relação ao primeiro critério, buscamos identificar nas propostas de atividades se os participantes foram autônomos na escolha dos temas a serem abordados, bem como na seleção dos referenciais teóricos adotados para fundamentar as propostas de atividades. Observamos se eles simplesmente reproduziram o que fizemos durante os encontros ou se criaram a partir dos sentidos e significados que construíram, suas próprias formas de organização do ensino, manifestas na proposta de atividade.

O segundo critério que adotamos foi em relação à coerência entre os objetivos propostos para a atividade, os elementos históricos considerados e o roteiro de atividade proposto. Nossa intenção com esse critério foi escolher os participantes que conseguiram articular em suas propostas os elementos históricos que escolheram e o roteiro a ser desenvolvido. Acreditamos que essa articulação evidencia os sentidos e significados que os participantes atribuíram, em um curto espaço de tempo – dezessete semanas – à organização do ensino fundamentada na perspectiva lógico-histórica.

O terceiro e último critério, diz respeito à participação dos sujeitos durante toda a ACIEPE que totalizou 60 horas.

Para identificarmos os sentidos e significados atribuídos pelos licenciandos e pós-graduandos à organização do ensino a partir da perspectiva lógico-histórica, eles

precisavam estar manifestados nos dados que construímos. Portanto, foi importante que o sujeito selecionado tivesse participado dos diversos espaços que proporcionamos.

Procedemos à análise inicial, primeiramente avaliando as propostas de atividades produzidas pelos dez participantes, para logo em seguida selecionarmos dois que acompanhamos em suas trajetórias ao longo da ACIEPE.

Conforme previsto desde o início, as propostas de atividades seriam elaboradas ao final, a partir das discussões, reflexões e estudos realizados durante todo o semestre.

No decorrer da ACIEPE, os participantes vivenciaram algumas atividades que o pesquisador, a Eugênia e/ou convidados ofereceram, as quais foram fundamentadas na perspectiva lógico-histórica e que colocaram em discussão os seguintes conceitos matemáticos e os seus respectivos nexos conceituais: função, ângulos, números naturais, números racionais, fração e geometria.

Pedimos que os participantes, ao elaborarem suas propostas de atividades, contemplassem no mínimo três itens: 1) Tema e objetivo; 2) Roteiro de desenvolvimento; e 3) elementos da história da matemática. Já os temas abordados foram escolhidos pelos próprios participantes, mas não de forma aleatória: foi pedido que escrevessem uma narrativa (**Nar.2**) sobre suas trajetórias escolares, tentando destacar quais temas matemáticos de alguma forma os marcaram e com os quais eles gostariam de trabalhar durante a ACIEPE.

Dessa forma, as propostas de atividades elaboradas se diferenciaram quanto à estrutura do texto e conceitos matemáticos estudados, mas mantiveram os três itens que pedimos em comum. Assim, analisamos separadamente cada uma das três partes e apresentamos os resultados em três quadros (quadro 5; quadro 6 e quadro 7).

O quadro 5 é referente aos temas e objetivos de cada proposta de atividade e está estruturada em cinco colunas. A primeira coluna contém a numeração ordinal das linhas do quadro; na segunda, se encontram os pseudônimos dos sujeitos; na terceira, o tema abordado; na quarta, o texto, citado na íntegra, dos trechos correspondentes aos objetivos de cada proposta de atividade. Por fim, na quinta coluna, encontra-se a descrição/interpretação que fizemos dos objetivos destacados.

O quadro 6 e o quadro 7 contêm quatro colunas, a primeira com números das linhas, a segunda com os pseudônimos, a terceira com o texto dos participantes respectivamente referentes ao roteiro de execução da proposta atividade e aos elementos históricos considerados e a quarta coluna com a descrição/interpretação de cada tópico.

Usamos ainda um esquema de cores para facilitar a análise.

Os itens em **amarelo** correspondem aos trechos em que se destaca a participação dos estudantes na atividade proposta; os trechos em **verde brilhante** se referem aos conteúdos matemáticos abordados. Os trechos que indicam procedimentos metodológicos e organizacionais da proposta de atividade estão destacados na cor **azul turquesa**. Já aqueles relacionados a elementos da história aparecem em **rosa**. Destacamos em **cinza claro** os trechos em que os participantes se referiram diretamente a termos como nexos conceituais, lógico-histórico, AOE, necessidade e outros relacionados às referências teóricas que estudamos durante a ACIEPE. Aos trechos nos quais foi destacada a alusão a métodos tradicionais de ensino e aprendizagem de matemática, atribuímos a cor **amarelo escuro**. E por fim, a cor **vermelha** foi usada para destacar os trechos em que aspectos educacionais de cunho mais geral também foram privilegiados na proposta de atividade.

As cores ainda auxiliam na relação entre a última coluna do quadro, de descrição/interpretação, com a coluna que contém os trechos do texto das propostas de atividades dos participantes.

A seguir, apresentamos os quadros e a referida análise:

Quadro 5 - Temas e objetivos das propostas de atividades

	Nome	Tema	Objetivo	Descrição/Interpretação
1 2 3 4 5 6 7	Camila, Alice e Clara	Ângulos, retas perpendiculares e retas paralelas.	Trabalhar com os alunos por meio de construção dos conceitos: paralelismo, perpendicularismo, ângulos retos.	Apresenta foco metodológico na construção dos conceitos pelos estudantes. Conteúdos matemáticos: paralelismo, perpendicularismo, ângulos retos.
8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18	Lia	Números negativos	A atividade tem por objetivo de usar os números Inteiros para mostrar como é útil no dia-a-dia dos alunos do 6° e 7° anos do Ensino Fundamental. Os alunos poderão aprender o porquê da necessidade de se ter os números negativos e positivos. Utilizando a metodologia de ensino envolvendo a história da matemática.	Foco no conteúdo matemático de números inteiros preocupa-se com os estudantes e com uma metodologia que privilegie a história da matemática.
19 20 21 22 23 24 25 26 27	Paulinha	Medida	A atividade tem por objetivo de analisar a capacidade de medição dos alunos do 6° e 7° anos do Ensino Fundamental. Os alunos poderão aprender o porquê da necessidade de se ter uma medida padrão. Sendo essa atividade desenvolvida com uma nova metodologia de ensino	Busca usar uma metodologia de ensino com foco na história, um conteúdo matemático que é a medida padrão e centra seu trabalho no desenvolvimento dos os alunos.

28			envolvendo a história da matemática .	
29				
30	Will	Logaritmos	(Não definiu explicitamente os objetivos – portanto, recortamos do texto os trechos onde conseguimos identificá-los)	Apresenta foco metodológico centrado nos estudantes , destacando a necessidade de contextualização dos conceitos e um ensino menos abstrato (mais intuitivo) . Busca fundamentar sua proposta de atividade na perspectiva lógico-histórica destacando seu potencial de conduzir o estudante por uma linha de raciocínio que leve até a definição do conceito. O conteúdo matemático que busca trabalhar é o de logaritmo .
31				
32				
33				
34				
35				
36				
37				
38				
39				
40				
41				
42				
43				
44				
45				
46				
47				
48				
49				
50				
51				
52				
53				
54				
55				
56				
57				
58	Bia	Divisão	Essa atividade tem como objetivo trabalhar a divisão através da conversão de medidas . O ensino que poderá ser desenvolvido é que existem outras formas de se utilizar a divisão sem que ocorra necessariamente partição de alguma coisa .	Foco matemático na divisão através da conversão de medidas. Demonstra cuidado com a organização do ensino .
59				
60				
61				
62				
63				
64				
65				
66	Júlia	Números fracionários e decimais	Aula 1:	Manifesta cuidado com o desenvolvimento dos estudantes . Usa palavras como incentivar, estimular e discutir destacando a necessidade de despertar o interesse dos estudantes para as diferentes fases da proposta de atividade. Tem foco matemático nos seguintes itens: números racionais (Q); cálculos com números racionais; cálculo mental; pesos e medidas; controle de quantidades e as 4 operações básicas; medidas e divisão e interpretação matemática . Apresenta também algumas preocupações de cunho metodológico como: trabalho em grupos, modos de despertar necessidades práticas e desafiar os grupos . Busca evidenciar o
67				
68				
69				
70				
71				
72				
73				
74				
75				
76				
77				
78				
79				
80				
81				
82				
83				
84				
85				
86				
87				

88			- Mostrar a necessidade prática de fazer cálculos com números racionais	papel da história ; Manifesta também cuidado com conteúdos de cunho mais geral, como história do Antigo Egito ;
89			- Incentivar o uso de cálculo mental	atividade social de fazer compras ; práticas culinárias ;
90			- Aplicar os conteúdos de pesos e medidas	análise de diferentes tipos de textos ; e higiene .
91			- Problematizar a questão do desperdício de alimentos e do consumismo	
92			- Trabalhar com o controle de quantidades e as 4 operações básicas.	
93			- Cada grupo deve ser desafiado a comprar apenas os ingredientes que forem necessários para o seu bolo.	
94			Aula 3:	
95			- Estimular os alunos a práticas culinárias (desde que sempre supervisionadas por um adulto)	
96			- Incentivar o controle de quantidades	
97			- Incentivar exercícios de medidas e divisão	
98			- Utilizar a receita como um diferente tipo de texto	
99			- Discutir os termos que podem ter interpretação matemática que costumam aparecer em receitas	
100			- Incentivar a conservação da sala de aula limpa , propondo que enquanto os bolos estivessem assando os alunos colaborariam com a limpeza da sala.	
101				
102				
103				
104				
105				
106				
107				
108				
109				
110				
111				
112				
113				
114				
115				
116				
117				
118				
119				
120				
121				
122				
123	Joana	Corres_pondên_	(Não definiu explicitamente os objetivos – portanto, recortamos do texto os trechos onde conseguimos identifica-los)	Destaque incisivo no estudante , colocando-os como sujeitos históricos e relacionando suas histórias como uma história mais ampla . Foco nos conteúdos matemáticos de correspondência um a um , adição e da subtração em relação a objetos e suas quantidades . Busca uma metodologia que possibilite um resgate histórico dos conceitos .
124		cia um a um,	Pensando no público para que este trabalho é direcionado, a atividade desenvolvida pauta-se na exploração da própria história dos sujeitos jovens e adultos para relacionar com a história do homem perante a correspondência um a um , além das necessidades da adição e da subtração em relação a objetos e suas quantidades .	
125		adição e		
126		subtração.		
127				
128				
129				
130				
131				
132				
133				
134				
135				
136				
137				
138				
139				
140			A metodologia que poderá ser empregada nessa atividade será a partir do resgate histórico dos conceitos de número e quantidade, adição e subtração (enquanto operações opostas entre si).	
141				
142				
143				
144				
145				
146				

Quadro 6 - Roteiro das propostas de atividades

	Nome	Roteiro	Descrição
1	Camila, Alice e Clara	6 RECURSOS DIDÁTICOS	<p>Percebe-se o cuidado para que haja diálogo entre os estudantes, em duplas e com a classe toda, demonstrando assim foco no estudante.</p> <p>Há também o cuidado de atribuir significados menos formais aos conceitos matemáticos. As questões do item “Desenvolvimento para o aluno exemplificam isso”. Os conceitos matemáticos tratados nessas questões são: linha do horizonte (ideia de reta); fixar um poste no chão deixando-o reto (medida de ângulo, ângulo reto); observar o nível da água em um lago (ideia de plano); utilizar as ideias anteriores para interpretar o funcionamento de instrumentos construídos pelo homem como o prumo, usado para alinhar paredes de forma perpendicular ao plano horizontal, e a mangueira de nível, utilizada para medir a inclinação de pisos e rampas.</p> <p>Essas ideias estão associadas ao texto de história da matemática de Hogben (1970), interpretadas por Abreu (2013), que propõe uma abordagem lógico-histórica de conceitos geométricos.</p> <p>Apesar de o roteiro apresentado conter, de um modo geral, muitos elementos que o aproximam da proposta de organização do ensino fundamentada pela perspectiva lógico-histórica, ele também apresenta alguns elementos próprios de uma abordagem tradicional (formal) do ensino de matemática. Exemplo disso é a exigência de pré-requisitos (formais) para a execução da atividade e a proposta de trabalhar primeiro de forma teórica, respondendo as questões e só no final, de forma expositiva, utilizar os instrumentos escolhidos para auxiliar nas explicações, como o prumo e a mangueira de nível. Isto é, prioriza-se primeira a atividade teórica e depois a prática (aplicação dos conceitos matemáticos).</p>
2		• Aquário;	
3		• Mangueira de nível;	
4		• Prumo;	
5		• Objetos pesados;	
6		• Folha de atividades;	
7		• Materiais básicos: lousa, giz,	
8		caneta, caderno, lápis, borracha,	
9		régua.	
10			
11		7 PRÉ-REQUISITOS	
12		Os alunos já terem as noções básicas	
13		de geometria como ângulos alternos,	
14		internos e externos, vértices, lados,	
15		diagonais.	
15			
17		8 DESENVOLVIMENTO PARA O	
18		PROFESSOR	
19			
20		• Dividir a sala em duplas;	
21		• Entregar as folhas de atividades;	
22		• Tempo para discussão nas duplas;	
23		• Fazer atentamente o	
24		acompanhamento e observações	
25		necessárias para exploração;	
26	• Socialização das discussões		
27	realizadas;		
28	• Demonstração dos conceitos por		
29	meio de experimentos com a		
30	utilização de materiais lúdicos.		
31			
32	9 DESENVOLVIMENTO PARA O		
33	ALUNO		
34			
35	1) Para vocês o que é linha do		
36	horizonte?		
37	2) Dado um terreno irregular, é		
38	colocado um poste, como saber se ele		
39	está reto em relação ao chão?		
40	3) Num lago de fundo montanhoso,		
41	por que o nível da água é o mesmo		
42	em toda a superfície?		
43	4) Como fazer para saber se o chão		
44	está alinhado? E que duas paredes		
45	tem a mesma altura?		
46	Lia	Roteiro da Atividade:	<p>O foco de sua proposta de atividade está nos conceitos “sentidos contrários” ou “ideia dos contrários”. Assim é explorada a ideia de que os contrários de mesmo valor numérico se anulam. Com isso é possível fazer associação com a ideia de soma de números inteiros (conjunto dos números inteiros).</p> <p>Esses conceitos são explorados de forma intuitiva, usando-se para isso de materiais manipuláveis, e jogos (com regras pré-</p>
47		Material	
48		Atividade 1	
49		Cartões nas cores preta, branca e	
50		vermelha.	
51		Atividade 2	
52		Dois dados numerados de um a seis	
53		nas cores preta e vermelha.	
54			
55		Atividade 1	
56		Mostram-se cartões nas cores preta,	

<p>57 58 59 60 61 62 63 64 65 66 67 68 69 70 71 72 73 74 75 76 77 78 79 80 81 82 83 84</p>	<p>vermelha e branca. A cor preta indica mover-se em certo sentido; a vermelha em sentido contrário. O branco indica ficar parado.</p> <p>Exemplo: Mão na carteira. O preto indica mover a mão para a orelha direita; novo cartão preto: tocar o queixo; novo cartão preto; mover a mão para a orelha esquerda. O cartão vermelho indica os mesmos movimentos nas seguintes ordem: orelha esquerda, queixo, orelha direita, nuca, posição inicial. O cartão branco indica não fazer movimento algum.</p> <p>Atividade 2 Um dado pintado de preto, numerado de um a seis, e outro dado pintado de vermelho. Dois alunos jogam. Pontos iguais de cores diferentes anulam-se. Porém 5 vermelho com 3 preto dará 2 vermelho, e 5 preto com 3 vermelho dará 2 preto. Depois de dez jogadas, somar os pontos. Vencerá quem tiver mais pontos em vermelho. O último lugar pertencerá a quem tiver mais pontos em preto.</p>	<p>definidas).</p> <p>Sua proposta de atividade foi extraída da dissertação de mestrado de Floriani (1989)*. Apesar de encontrarmos algumas adaptações, essas não são significativas do ponto de vista da estrutura da proposta de atividade. Por exemplo, Floriani (1989) sugere o uso de cartões nas cores azul, vermelho e verde, já Lia sugere as cores preta, vermelha e branca para os cartões, mas o modo como os utilizam é o mesmo.</p> <p>*FLORIANI, José Valdir. Da prática a teoria: reflexões de um professor de matemática. 1989. 131p. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, SC, 1989. (Versão digital disponível em: < https://repositorio.ufsc.br/bitstream/handle/123456789/111450/80573.pdf?sequence=1 > Acesso em 16 de novembro de 2014)</p>
<p>85 86 87 88 89 90 91 92 93 94 95 96 97 98 99 100 101 102 103 104 105 106 107 108 109 110 111 112 113 114 115 116</p>	<p>Paulinha Roteiro da atividade escolhida: Em grupos de no máximo 5 alunos, respondam as questões da atividade sobre medidas: unidade padrão.</p> <p>1) O que significa a palavra medir para vocês?</p> <p>2) Escolham três objetos distintos para serem os instrumentos de medida, para que se possa medir uma folha de caderno, ou folha sulfite e respondam:</p> <p>a. Qual objeto é mais adequado para medir a folha? Por que vocês escolheram esse objeto?</p> <p>b. Qual seria o melhor instrumento de medida para se medir essa folha? Justifiquem suas respostas.</p> <p>3) Um relógio de pulso tem várias peças muito pequenas que são essenciais para o seu funcionamento. Se pegarmos uma peça muito pequena dessas, qual seria o melhor instrumento de medida para se medir essa peça? Justifiquem suas respostas.</p> <p>4) Pedro mora em São Carlos, que é uma cidade do estado de São Paulo, e</p>	<p>Há foco metodológica no trabalho em grupo e a atenção na proposta de atividade é no estudante. A evidência disso é a escolha de questões abertas, que exigem que os estudantes articulem seus conhecimentos, escolham seus métodos e instrumentos. As questões demonstram uma articulação no sentido de permitir que os estudantes pensem sobre os conceitos matemáticos trabalhados, os quais são: medidas e grandezas. Esses conceitos são denominados pela Paulinha como nexos conceituais de medida.</p> <p>Destaca-se em seu roteiro o item “Avaliação da Atividade”, em que a estudante demonstra cuidado com a intencionalidade de sua proposta em relação ao conteúdo matemático. Explica os nexos conceituais de medida e grandeza de forma qualitativa.</p> <p>As questões criadas para a proposta de atividade também se preocupam com um tratamento qualitativo, pois o foco não está na expressão de um valor numérico que represente uma medida, mas em como escolher instrumento adequado para medir. Essa escolha está condicionada a dimensão (tamanho) do que se pretende medir, o qual varia de questão para questão. Embora a Paulinha destaque o nexo conceitual de grandeza, ela utiliza apenas um tipo de grandeza, relacionada à</p>

117 118 119 120 121 122 123 124 125 126 127 128 129 130 131 132 133 134 135 136 137 138 139		<p>viagrou para a cidade de Parati que fica no estado do Rio de Janeiro. Qual é o melhor instrumento para se medir essa distância percorrida por Pedro? Justifiquem suas respostas.</p> <p>Análise da Atividade: A atividade privilegia o conceito de Grandezas e Medidas do terceiro ciclo, para os alunos 6º e 7º anos do Ensino Fundamental. Os nexos conceituais que estão envolvidos com a atividade são de Medida e Grandeza.</p> <ul style="list-style-type: none"> • Medida: A medida é essencial para a construção da geometria. Foi criada pela a necessidade do ser humano e possibilitou avanços para a sobrevivência humana; • Grandezas: As grandezas são formas que o ser humano encontrou de se ter um padrão para medir alguma coisa, como por exemplo, comprimento, volume, massa e etc; 	<p>medidas de comprimento. Não explora outras grandezas como as relacionadas a medidas de massa, volume, tempo etc.</p> <p>O roteiro de atividade destaca a primeira etapa de três necessárias para se medir, segundo Caraça (1951), as quais são: 1) escolha de uma unidade de medida; 2) comparação dessa unidade ao que se pretende medir; 3) expressão numérica da medida.</p>
140 141 142 143 144 145 146 147 148 149 150 151 152 153 154 155 156 157 158 159 160 161 162 163 164 165 166 167 168 169 170 171 172 173 174 175 176 177	Will	<p>Desenvolvimento da atividade “Tabuleiro Multiplicativo”:</p> <p>A sala deve ser dividida em grupos de (3-6 alunos), e o jogo ocorre individualmente em cada grupo.</p> <p>Material para cada grupo:</p> <ul style="list-style-type: none"> - 1 spinner dividido em 5 partes (numerado de 2 a 6) - 2 dados - 1 pino para cada pessoa - 1 tabuleiro - 1 tabela com os valores a serem multiplicados - Tabela para anotação de suas jogadas - 1 calculadora <p>Regras:</p> <ul style="list-style-type: none"> - Os jogadores lançam um dos dados, quem tirar o número maior começa o jogo; - O jogador roda o spinner para saber de qual linha serão os valores a serem multiplicados; - O jogador joga os dados e os números sorteados representam a posição dos números que ele deve multiplicar; - O jogador terá um tempo para dar sua resposta conforme a cor da casa que ele está posicionado (verde 1min, amarelo 40s e vermelho 20 s); - O resultado deve ser conferido com o uso da calculadora; - A posição do número que resultado da multiplicação será o número de casas que o jogador deve avançar; - Caso o jogador erre, ele perde a vez; 	<p>A proposta de atividade do Will consiste em um jogo desenvolvido pelo próprio estudante. O foco principal é o conceito matemático de calcular multiplicações de potências de mesma base através da soma dos expoentes dessas potências. Há o cuidado de proporcionar ao estudante uma situação-problema que o desperte para a necessidade de se estudar os expoentes de potências. Segundo o Will, e com base nos dados históricos que ele pesquisou, essa necessidade (interdependência entre soma e multiplicação (dentro da base logarítmica)*) é um nexo conceitual de logaritmo.</p> <p>* Fala extraída do trecho da proposta de atividade onde o Will discute os elementos da história dos logaritmos.</p>

<p>178 179 180 181 182 183 184 185 186 187 188 189 190 191 192 193 194 195 196 197 198 199 200 201 202 203 204 205 206 207 208 209 210 211 212 213 214</p>	<p>- Cada jogador deve preencher uma tabela, com os resultados de cada uma de suas jogadas.</p> <p>Tabela de valores</p> <table border="1"> <tr><th>posição</th><th>1</th><th>2</th><th>3</th><th>4</th><th>5</th><th>6</th><th>7</th><th>8</th><th>9</th><th>10</th><th>11</th><th>12</th></tr> <tr><td>1</td><td>2</td><td>4</td><td>8</td><td>16</td><td>32</td><td>64</td><td>128</td><td>256</td><td>512</td><td>1024</td><td>2048</td><td>4096</td></tr> <tr><td>2</td><td>3</td><td>9</td><td>27</td><td>81</td><td>243</td><td>729</td><td>2187</td><td>6561</td><td>19683</td><td>59049</td><td>177147</td><td>531441</td></tr> <tr><td>3</td><td>4</td><td>16</td><td>64</td><td>256</td><td>1024</td><td>4096</td><td>16384</td><td>65536</td><td>262144</td><td>1048576</td><td>4194304</td><td>16777216</td></tr> <tr><td>4</td><td>5</td><td>25</td><td>125</td><td>625</td><td>3125</td><td>15625</td><td>78125</td><td>390625</td><td>1953125</td><td>9765625</td><td>48828125</td><td>244140625</td></tr> <tr><td>5</td><td>6</td><td>36</td><td>216</td><td>1296</td><td>7776</td><td>46656</td><td>279936</td><td>1679616</td><td>10077696</td><td>60466176</td><td>362793600</td><td>2176782336</td></tr> </table> <p>Tabuleiro</p> <table border="1"> <tr><td>início</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td><td>6</td><td>7</td><td>8</td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td>9</td></tr> <tr><td>26</td><td>27</td><td>28</td><td>29</td><td>30</td><td>31</td><td>32</td><td></td><td>10</td></tr> <tr><td>25</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td>13</td><td></td><td>11</td></tr> <tr><td>24</td><td></td><td>14</td><td>15</td><td>16</td><td>17</td><td>18</td><td></td><td>12</td></tr> <tr><td>23</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td>19</td></tr> <tr><td>22</td><td>21</td><td>20</td><td>19</td><td>18</td><td>17</td><td>16</td><td>15</td><td>14</td></tr> </table> <p>Perguntas a serem realizadas após o fim do jogo pelo professor para a sala:</p> <p>Após o término do jogo, o professor pode começar abordar o assunto a partir dessas duas questões:</p> <ul style="list-style-type: none"> - Você vê alguma relação entre a posição do valor encontrado com a posição dos números multiplicados? - É possível achar o resultado da multiplicação sem realizar a própria operação de multiplicação? <p>Após serem respondidas e discutidas as perguntas, o professor pode abordar os conceitos e propriedades dos logaritmos.</p> <p>Tabela de anotações</p> <table border="1"> <thead> <tr> <th>Operar</th> <th>Dado 1</th> <th>Dado 2</th> <th>Valor do dado 1</th> <th>Valor do dado 2</th> <th>Resultado da multiplicação</th> <th>Posição do valor obtido</th> </tr> </thead> <tbody> <tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> </tbody> </table>	posição	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	1	2	4	8	16	32	64	128	256	512	1024	2048	4096	2	3	9	27	81	243	729	2187	6561	19683	59049	177147	531441	3	4	16	64	256	1024	4096	16384	65536	262144	1048576	4194304	16777216	4	5	25	125	625	3125	15625	78125	390625	1953125	9765625	48828125	244140625	5	6	36	216	1296	7776	46656	279936	1679616	10077696	60466176	362793600	2176782336	início	1	2	3	4	5	6	7	8									9	26	27	28	29	30	31	32		10	25						13		11	24		14	15	16	17	18		12	23								19	22	21	20	19	18	17	16	15	14	Operar	Dado 1	Dado 2	Valor do dado 1	Valor do dado 2	Resultado da multiplicação	Posição do valor obtido																																																																							
posição	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12																																																																																																																																																																																																																
1	2	4	8	16	32	64	128	256	512	1024	2048	4096																																																																																																																																																																																																																
2	3	9	27	81	243	729	2187	6561	19683	59049	177147	531441																																																																																																																																																																																																																
3	4	16	64	256	1024	4096	16384	65536	262144	1048576	4194304	16777216																																																																																																																																																																																																																
4	5	25	125	625	3125	15625	78125	390625	1953125	9765625	48828125	244140625																																																																																																																																																																																																																
5	6	36	216	1296	7776	46656	279936	1679616	10077696	60466176	362793600	2176782336																																																																																																																																																																																																																
início	1	2	3	4	5	6	7	8																																																																																																																																																																																																																				
								9																																																																																																																																																																																																																				
26	27	28	29	30	31	32		10																																																																																																																																																																																																																				
25						13		11																																																																																																																																																																																																																				
24		14	15	16	17	18		12																																																																																																																																																																																																																				
23								19																																																																																																																																																																																																																				
22	21	20	19	18	17	16	15	14																																																																																																																																																																																																																				
Operar	Dado 1	Dado 2	Valor do dado 1	Valor do dado 2	Resultado da multiplicação	Posição do valor obtido																																																																																																																																																																																																																						
<p>215 216 217 218 219 220 221 222 223 224 225 226 227 228 229 230 231 232 233 234 235 236 237</p>	<p>Bia</p> <p>Roteiro:</p> <p>Essa atividade tem por objetivo trabalhar a divisão através da conversão de medidas. Seu público alvo são os anos iniciais com crianças alfabetizadas. No entanto, ela pode ser adaptada para a Educação Infantil também. É importante destacar que a professora e/ou o professor podem adaptar a atividade e utilizar de sua criatividade para explorá-la de outra forma. Além disso, podem aplicar a atividade dialogando com os alunos enquanto eles a realizam.</p> <p>A atividade é composta por cinco partes:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1- Comparar o tamanho de dois objetos. Os objetos serão utilizados como instrumentos de medidas; 2- Medir a carteira com os dois objetos; 3- Comparar os resultados; 4- Medir objetos maiores da sala: 	<p>Centra a atenção da proposta de atividade nos estudantes ao propor conversar com eles, investigar o conhecimento que eles têm sobre o tema, dividi-los em grupo e propor que cada um tenha uma função dentro do grupo e que ainda eles possam se revezar nessas funções.</p> <p>O tema matemático escolhido é a divisão, mas a Bia tenta evitar a ideia que segundo ela, é comumente associada à divisão, isto é, o fracionamento de objetos em partes iguais. Ela propõe um trabalho a partir do que ela chama de “conversão de medidas”. A proposta da atividade segue os dois passos descritos por Caraça (1951) para se medir: Primeiro – escolha de uma unidade de medida (Por que vocês escolheram esses objetos? – linhas 296 e 297, 3ª coluna, quadro 6); Segundo - comparação da unidade com o objeto a ser medido e expressão do valor numérico da medida (Vamos ver quantas vezes o objeto menor é igual ao objeto maior ... Quantos objetos</p>																																																																																																																																																																																																																										

<p>238 239 240 241 242 243 244 245 246 247 248 249 250 251 252 253 254 255 256 256 257 258 259 260 261 262 263 264 265 266 267 268 269 270 271 272 273 274 275 276 277 278 279 280 281 282 283 284 285 286 287 288 289 290 291 292 293 294 295 296</p>	<p>porta, janela, armário; 5- Avaliação da atividade. Antes de iniciar a atividade, realizar uma conversa inicial com os alunos sobre comprimento e medida, tanto para fazer mapeamento quanto para esclarecer o que eles não conhecem para depois aplicar a atividade. Em seguida, dividir em grupos. Pedir para cada grupo escolher primeiramente dois objetos de tamanhos diferentes. Explicar que, com esses objetos, os grupos irão ver o quanto de comprimento a carteira tem utilizando esses objetos como instrumento. E completar que será entregue algumas perguntas para eles responderem ao longo da atividade. Cada grupo vai ter um responsável por medir com objeto menor, um para medir o objeto maior, um para anotar as respostas. Ou seja, em cada grupo terá um aluno com uma função diferente do colega, no entanto pode-se realizar uma rotatividade de funções nos grupos para que cada criança explore a atividade de várias maneiras. A princípio, as perguntas serão entregues aos poucos, conforme a aplicação de cada parte, no entanto, se a professora ou professor preferirem, como já dito anteriormente, podem aplicar entregar todas as perguntas de uma vez. É importante destacar um detalhe: durante a aplicação da atividade os alunos irão perceber que nem sempre, por exemplo, uma carteira tem cinco estojos de comprimento. Ela pode medir quatro estojos e mais um pouco. Por isso a professora e/ou o professor podem tanto aproximar as medidas quanto trabalhar com partes dessa medida, ou então utilizar outro objeto para medir o restante da carteira como um apontador, por exemplo. Assim a carteira irá medir quatro estojos e um apontador. A forma como a professora e/ou professor vai proceder em relação a isso vai variar de acordo com o conhecimento e idade da turma a qual a atividade será aplicada e da forma como eles escolherem adaptar a atividade. Primeira parte: Comparar os dois objetos escolhidos. Primeiras perguntas para os grupos: 1) Por que vocês escolheram esses</p>	<p>menores vocês precisam usar para que o tamanho do menor seja igual ao do maior? - Objeto maior = [] Objetos menores – linhas 304 e 312, 3ª coluna, quadro 6). Ainda de acordo com as ideias de Caraça (1951), a Bia destaca em seu roteiro que as crianças irão perceber que, em alguns casos, há a impossibilidade de que o objeto a ser medido possa ser representado por um número inteiro de unidades; trata-se do problema da medida, que, segundo Caraça (1951), foi determinante para se desenvolver a ideia de números fracionários (É importante destacar um detalhe: durante a aplicação da atividade os alunos irão perceber que nem sempre, por exemplo, uma carteira tem cinco estojos de comprimento – linhas 272 a 276, 3ª coluna, quadro 6.) A ideia de divisão que está implícita nessa proposta de atividade se refere à questão “quantas vezes cabe?” e não está diretamente ligado a ideia de dividir determinada quantidade em partes iguais (Vamos ver quantas vezes o objeto menor é igual ao objeto maior – linhas 304 e 305, 3ª coluna, quadro 6). Já na segunda e na terceira etapas do roteiro dessa atividade, os esforços se concentram em determinar o valor numérico das medidas. Assim, repete-se várias vezes o procedimento de medir, com diferentes objetos, e espera-se que os estudantes preencham os espaços deixados com o número correspondente. Essa proposta de atividade, com perguntas fechadas de resposta única, se repete várias vezes caracterizando o que entendemos por exercício. Essas são características de uma organização do ensino ao modo tradicional. Na quarta parte, as medições voltam a ser mais livres, explorando-se vários objetos da sala e valorizando-se a participação dos estudantes. Ao final é proposta uma avaliação, de caráter qualitativo, e com a participação dos estudantes.</p>
--	---	--

297	objetos?
298	2) Qual o objeto menor?
300	3) Qual é o objeto maior?
301	Depois das escolhas e das respostas,
302	propor a medição do objeto maior
303	utilizando o objeto menor, exemplo:
304	Vamos ver quantas vezes o objeto
305	menor é igual ao objeto menor.
306	Vamos ver se da pra medir o maior
307	usando o objeto menor.
308	4) Quantos objetos menores vocês
309	precisam usar para que o tamanho do
310	menor seja igual ao do maior?
311	5) Objeto maior = ____ Objetos
312	menores.
313	Segunda parte: Medir a carteira
314	com esses objetos.
315	Para começar a segunda parte da
316	atividade, a professora e/ou o
317	professor irá propor que os alunos
318	meçam uma carteira com objeto
319	maior e entregará as perguntas dessa
320	parte.
321	6) Quantos objetos maiores vocês
322	precisam usar para saber o
323	comprimento de 1 carteira?
324	7) Se o comprimento da carteira tem
325	_____ objetos maiores, quantos
326	objetos menores vocês vão precisar
327	para que o comprimento dos objetos
328	seja igual ao da carteira?
329	8) quantos objetos maiores vocês vão
330	precisar para saber o comprimento de
331	2 carteiras?
332	9) Se para 2 carteiras vocês precisam
333	de ____ objetos maiores, quantos
334	objetos menores tem o comprimento
335	das 2 carteiras?
336	Terceira parte: Comparando,
337	multiplicando e dividindo.
338	Para esse item, os alunos e alunas não
339	vão medir as carteiras novamente,
340	eles vão responder através de
341	cálculos. No entanto, para que eles
342	não “travem”, a professora e/ou o
343	professor pode explicar verbalmente
344	esse item.
345	10) Agora que sabem o comprimento
346	da carteira com esses objetos,
347	preencham os espaços sem usar os
348	objetos novamente:
349	a) 1 carteira = ____ Objetos maiores
350	b) 5 carteiras = ____ Objetos
351	menores
352	c) 1 carteira = ____ Objetos
353	menores
354	d) 10 carteiras ____ Objetos maiores
355	11) Escolham quantas carteiras
356	quiserem:
357	Nesse momento, enfatizar que os

358	alunos e alunas devem escolher uma
359	quantidade de carteiras diferente
360	daquelas que já foram trabalhadas.
361	a) ___ Carteiras = ___ Objetos
362	menores
364	b) ___ Carteiras = ___ Objetos
365	maiores
366	c) ___ Carteiras = ___ Objetos
367	maiores = ___ objetos menores
368	d) ___ Carteiras = ___ Objetos
369	menores = ___ Objetos maiores
370	Quarta parte: Medir objetos
371	maiores da sala: porta, janela,
372	armário:
374	Depois da realização das etapas
375	anteriores, escolher com os alunos
376	um objeto maior da sala para ser
377	medido. Em seguida: sortear dois
378	alunos (ou mais alunos) para ajudar a
379	professora a medir o objeto
380	escolhido. Para completar, sortear um
381	aluno para escrever os dados na lousa
382	e outro para registrar em um papel. O
383	objetivo do sorteio é não privilegiar
384	nenhum aluno e é uma maneira mais
385	justa de estímulo a participação.
386	Depois de medir o primeiro objeto
387	escolhido, escolher em conjunto com
388	a turma outro objeto e sortear outros
389	alunos para as mesmas funções da
390	mediação do objeto anterior. E assim
391	sucessivamente até o momento em
392	que o professor ou a professora quiser
393	ou precisar finalizar a atividade. O
394	objetivo de ir sorteando toda vez
395	alunos para as respectivas funções é
396	estimular o máximo possível a
397	participação de alunos na parte
398	prática da atividade.
399	Exemplos de objetos: mesa, lousa,
400	parede, janela, armário. Sugestões:
401	para armário e janela pode-se utilizar
402	o apagador para medir; para lousa e
403	parede pode-se utilizar carteiras e
404	nesse momento pode-se sortear
405	alunos para ajudarem a carregar as
406	carteiras para medir.
407	Quinta parte: avaliação da
408	atividade:
409	Essa avaliação não deve ser realizada
410	através de notas, o foco dessa
412	avaliação não é esse. A avaliação da
413	atividade é importante para analisar:
414	o que deu certo e o que deu errado
415	durante sua aplicação; como foi o
416	envolvimento dos alunos; como foi o
417	processo de aprendizagem; o que
418	poderia ser feito de diferente, entre
419	outros; e de caráter relevante se o
420	objetivo foi atingido. Ela também

421 422 423 424 425 426 427 428 429 430 431 432 433 434 435 436 437 438 439 440 441 442		<p>serve de aprendizagem para a professora e/ou professor para quando for aplicada novamente em outra turma.</p> <p>A avaliação ocorrerá durante o processo de aplicação da atividade e após a aplicação da mesma. Durante a aplicação a professora e/ou o professor vai analisando de acordo com seu olhar. Após a atividade, realizar uma conversa com os alunos realizando perguntas sobre a atividade direcionadas e adaptadas de acordo com o perfil e público alvo da turma: o que acharam; se gostaram ou não; o que aprenderam; se têm dúvidas; o que mais gostaram nela; o que menos gostaram, se gostariam de ter feito diferente, o significado da atividade para eles, se querem dizer alguma coisa e outras perguntas que quiserem fazer.</p>	
443 444 445 446 447 448 449 450 451 452 453 454 455 456 457 458 459 460 461 462 463 464 465 466 467 468 469 470 471 472 473 474 475 476 477 478 479 480	<p>Júlia</p>	<p>Aula 1: Introdução ao tema. Carga horária: 5 horas Espaço utilizado: Sala de aula - Carteiras organizadas em formato meio círculo de frente para a lousa.</p> <p>1° Iniciar a aula retomando as discussões já feitas sobre o Antigo Egito, aproveitando esse momento para perceber se os alunos compreenderam esse conteúdo;</p> <p>2° Passar um vídeo curto sobre a cultura do Antigo Egito e a importância do rio Nilo.</p> <p>3° Contar a história sobre os números racionais e o rio Nilo, chamando a atenção para a necessidade humana que ia além dos números inteiros.</p> <p>4° Conduzir a discussão com os alunos a partir de perguntas do tipo: “Vocês acham esse conjunto de conceitos necessários?”; “A partir da história, vocês concordam que eles deveriam ter sido criados?”; “E hoje? Onde vocês enxergam esses conceitos? Eles são necessários pra nossa vida? Por quê?”, entre outros.</p> <p>5° Ao final da discussão e da exposição dos alunos, a professora leria com eles o convite recebido pela diretora, assim como a parte que indicava que a sala seria responsável pelos bolos.</p> <p>6° Problematicar com os alunos como eles poderiam se organizar para fazer os bolos e decidir em conjunto qual grupo ficaria responsável por cada receita.</p>	<p>Há o cuidado com uma formação mais geral e interdisciplinar dos estudantes, trazendo para proposta de atividade elementos que não necessariamente tem ligação direta com os conteúdos matemáticos como: “Iniciar a aula retomando as discussões já feitas sobre o Antigo Egito” (Linhas 449 a 451, 3ª coluna, quadro 6); “Sempre problematizar com os alunos as quantidades que estão comprando de cada produto, chamando atenção para o desperdício de alimentos” (Linhas 503 a 507, 3ª coluna, quadro 6); “os alunos deverão estar com as mãos higienizadas, toucas nas cabeças e aventais” (Linhas 513 a 516, 3ª coluna, quadro 6); “promover com os alunos a limpeza da sala de aula” (Linhas 546 e 547, 3ª coluna, quadro 2); “os alunos irão até o refeitório onde toda a equipe escolar estará esperando para começar o café da tarde” (Linhas 549 a 552, 3ª coluna, quadro 6).</p> <p>Há também o cuidado em contar a história do conceito: “Contar a história sobre os números racionais e o rio Nilo, chamando a atenção para a necessidade humana que ia além dos números inteiros” (Linhas 457 a 460, 3ª coluna, quadro 6).</p> <p>Os estudantes desempenham papel importante no roteiro de atividade. São alguns indicativos disso: “Conduzir a discussão com os alunos a partir de orientações do tipo:” (Linhas 461 e 462, 3ª coluna, quadro 6); “Problematicar com os alunos como eles poderiam se organizar para fazer os bolos e decidir em conjunto qual grupo ficaria responsável por cada</p>

481	Sugestões de receitas que poderiam	receita” (Linhas 476 a 480, 3ª coluna,
482	ser levadas pela professora.	quadro 6).
483	- Bolo de fubá de liquidificador	Há destaque a conteúdos matemáticos
483	- Bolo formigueiro de liquidificador	como pensamento proporcional (O pote de
485	- Bolo simples de liquidificador	fermento é suficiente para fazer os três
486		bolos, o que vocês podem fazer em relação
487	Aula 2: Indo as compras	a isso? – Linhas 513 a 516, 3ª coluna,
489	Carga horária: 5 horas	quadro 6); números inteiros e racionais;
490	Espaço utilizado: Sala de aula	Júlia explicita as intenções com relação
491	1º parte: Será montado na sala uma	aos conteúdos matemáticos, mas não
492	espécie de minimercado com cestas	descreve como executá-las. Seu roteiro
493	de produtos, balanças e placas de	fica por conta de descrever como a
494	preço, deixando espaço livre ao meio	atividade seria organizada em termos de
495	por onde as crianças poderão circular	tempo, espaço e interações entre os
496	para fazer suas compras.	sujeitos, mas não há detalhes em relação
497		ao tratamento dos conceitos matemáticos
498	1º Separar os alunos por grupos para	ou outros (Aproveitar a situação criada
499	a professora e os dois funcionários	para introduzir os conceitos matemáticos
500	possam acompanhar mais de perto o	através de vocabulário e incentivo de
501	raciocínio que estão utilizando para	raciocínios – Linhas 537 a 540, 3ª coluna,
502	fazer as compras.	quadro 6; cada grupo deveria decidir
503	2º Sempre problematizar com os	quanto tinham gasto e quanto cada um
504	alunos as quantidades que estão	pagaria. Poderiam dividir entre cada um do
505	comprando de cada produto,	grupo, depois entre cada um da sala, ou
506	chamando atenção para o desperdício	ainda juntando os gastos de todos os bolos,
507	de alimentos.	fazendo comparações e relações entre a
508	3º Acompanhar os alunos durante	quantidade gasta e o sabor do bolo, por
509	todo o processo de elaboração do	quais motivos um havia ficado mais caro
510	bolo, desde a escolha do sabor até a	que o outro, etc. - Linhas 561 a 570, 3ª
511	compra dos ingredientes de acordo	coluna, quadro 6); A professora deveria
512	com a receita.	incentivar a criação das mais diferentes
513	4º Introduzir situações do tipo: “ O	situações e seus cálculos e pedir que cada
514	pote de fermento é suficiente para	aluno os registrasse na lousa para
515	fazer os três bolos, o que vocês	socializar com o resto da classe – Linhas
516	podem fazer em relação a isso?”.	571 a 575, 3ª coluna, quadro 6).
517		
518	Aula 3: Fazendo e comendo os	
519	bolos!	
520	Carga horária: 5 horas	
521	Espaço utilizado: Sala de aula	
522	1º parte: A sala será transformada em	
523	uma grande cozinha e os alunos	
524	deverão estar com as mãos	
525	higienizadas, toucas nas cabeças e	
526	aventais.	
527		
528	1º Organizar os grupos em suas	
529	determinadas bancadas, distribuir as	
530	toucas, aventais e o álcool em gel.	
531	2º Discutir novamente as receitas	
532	com os alunos e retomar as etapas de	
533	preparação do bolo	
534	3º Iniciar a preparação dos bolos,	
535	dando auxílio a todos os grupos à	
536	medida que as dúvidas aparecerem.	
537	4º Aproveitar a situação criada para	
538	introduzir os conceitos matemáticos	
539	através de vocabulário e incentivo de	
540	raciocínios.	
541	5º Estar presente quando os alunos	

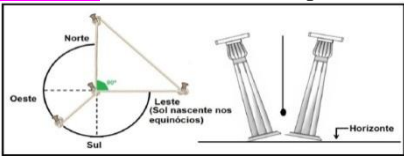
542	forem manipular os liquidificadores	
543	6° Levar as massas de bolo para assar	
544	na cozinha da escola.	
545	7° Enquanto os bolos estivessem	
546	assando, promover com os alunos a	
547	limpeza da sala de aula.	
548		
549	2° parte: Após a limpeza da sala, os	
550	alunos irão até o refeitório onde toda	
551	a equipe escolar estará esperando	
552	para começar o café da tarde.	
553		
554	Aula 4: Reflexão sobre as	
555	atividades	
556	Carga horária: 5 horas	
557	Espaço utilizado: Sala de aula	
558		
559	No dia seguinte, cada grupo	
560	retomaria sua prancheta para refletir	
561	sobre a atividade, cada grupo deveria	
562	decidir quanto tinham gasto e quanto	
563	cada um pagaria. Poderiam dividir	
564	entre cada um do grupo, depois entre	
565	cada um da sala, ou ainda juntando os	
566	gastos de todos os bolos, fazendo	
567	comparações e relações entre a	
568	quantidade gasta e o sabor do bolo,	
569	por quais motivos um havia ficado	
570	mais caro que o outro, etc.	
571	A professora deveria incentivar a	
572	criação das mais diferentes situações	
573	e seus cálculos e pedir que cada aluno	
574	os registrasse na lousa para socializar	
575	com o resto da classe. As situações	
576	seriam discutidas entre todas e os	
577	alunos deveriam anotar as conclusões	
578	a que chegou. Seria interessante que a	
579	classe estivesse primeiro sentada em	
580	grupos e no momento da socialização	
581	organizada em meia círculo de frente	
582	para a lousa.	
583	A avaliação seria processual e levaria	
584	em conta a participação dos alunos, o	
585	preparo dos bolos, as pranchetas de	
586	anotações (não julgando os resultados	
587	como certos e errados), mas o	
588	processo de raciocínio dos alunos ao	
589	fazer as compras e contabilizar os	
590	gastos, o comportamento e	
591	participação durante o café da tarde	
592	com equipe gestora e os funcionários	
593	da escola e os registros das	
594	conclusões finais feitas	
595	individualmente no caderno.	
596	Acredito que considerando as	
597	condições necessárias para a	
598	realização dessa atividade e uma	
599	clara intencionalidade do professor ao	
600	conduzi-la, esta pode ser muito	
601	proveitosa e eficiente para despertar o	

602		interesse nos alunos pelos números	
603		racionais, o que tornará seu contato	
604		com esse conteúdo algo que faça	
605		sentido e que mais tarde não seja	
606		mais uma das dificuldades com	
607		conteúdos que atrapalhará seus	
608		interesses pelas aulas de matemática.	
609	Joana	Roteiro	A organização de sua proposta de
610			atividade tem como foco principal os
611		Sabendo sobre de que forma a	educandos . Esse foco se manifesta na
612		história dos conceitos de senso	forma como se organiza
613		numérico. Associação entre número e	metodologicamente, buscando resgatar as
614		quantidade, e adição e subtração	experiências dos sujeitos em relação aos
615		diante dessas relações, há um roteiro	conceitos de contagem, registro de
617		que poderá ser seguido pelos	quantidades, correspondência um a um,
618		professores:	adição e subtração . Prioriza o diálogo, a
619			negociação de significados e
620		Primeiro momento: formas de	consequentemente o trabalho em grupo.
621		registros dos educandos	Busca comparar as experiências pessoais
622			dos sujeitos com alguns elementos
623		• Realizar uma conversa com os	históricos que escolheu. Os elementos
624		educandos de modo a lhes perguntar	históricos que escolheu priorizam os
625		as formas de registros que eles fazem	conceitos a serem trabalhados em sala de
626		(ou já fizeram) diante das situações	aula, com destaque a correspondência uma
627		de trabalho;	a um .
628			
629		Segundo momento: utilização dos	
630		registros dos educandos adultos para	
631		a realização de um exemplo de	
632		contagem em sala de aula	
633			
634		• Criar uma situação em que haja um	
635		número de objetos qualquer;	
636		• Solicitar que os educandos (em	
637		grupo) mostrem como os mesmos	
638		poderia realizar a contagem,	
639		primeiramente sem registrar;	
640		• Logo em seguida, peça para eles	
641		registrem o modo como organizaram	
642		os objetos dados aos mesmos	
643		inicialmente.	
644			
645			
646		Terceiro momento: a lógica da	
647		correspondência um a um com a	
648		adição e a subtração como inversas	
649		entre si.	
650			
651		• O professor também poderá resgatar	
652		pela história o conceito de adição e	
653		subtração a partir da relação entre	
654		número e quantidade de objetos.	
655			
656		• A ideia do ônibus tratada na	
657		justificativa desse trabalho, assim	
658		como o pastor e suas ovelhas, será	
659		um bom começo.	
660			
661		• Perguntar sobre as experiências	
662		deles sobre tal assunto seria muito	

663		conveniente para os alunos adultos, já	
664		que os mesmo carregam experiências	
665		consigo, mesmo sem serem	
666		escolarizados.	
667			
668		Terceiro momento: a explicação	
669		histórica da realização das atividades	
670		anteriores.	
671			
672		A realização de uma explicação sobre	
673		a história dos conceitos a serem	
674		abordados com as experiências de	
675		vida desses sujeitos deverá ser	
678		realizada durante os três momentos	
679		supracitados. Ainda, tal atividade	
680		poderá ser feita por meio de filmes,	
681		figuras e também os professores	
682		poderão montar a atividade com	
683		histórias e até mesmo utilizar o livro	
684		didático.	
685		Essas são apenas orientações de	
686		como o professor da EJA poderá	
687		utilizar a metodologia de ensino que	
688		envolva a história da matemática para	
689		explicar a utilização dos números	
690		naturais e suas respectivas	
691		quantidades pela correspondência um	
692		a um, além de explorar os conceitos	
693		de adição e subtração dentro dessa	
694		oportunidade.	

Quadro 7 - Elementos da história da matemática abordados nas propostas de atividades

	Nome	Elementos da História da Matemática	Descrição
1	Camila, Alice e Clara	10 FUNDAMENTAÇÃO HISTÓRICA	Segundo as licenciandas, a opção metodológica que elas escolheram para suas propostas de atividades (ou justificativa, como elas chamaram) foi a de “fazer construção de conceitos a partir da história, utilizando materiais lúdicos como apoio e partindo de elementos do cotidiano” (Linhas 45 à 57, 3ª coluna, quadro 7). Para isso elas selecionaram, a partir do trabalho de Abreu (2013), elementos históricos presentes na obra de Hogben (1970), tais como o ângulo reto como unidade de medida de ângulo e o auxílio de instrumentos construídos pelo homem para manipular o que Hogben (1970) chama de ângulo urbano. No entanto, ao definir a ideia de paralelismo, elas buscam referência em um trabalho mais clássico e formal, isto é, se apoiam em Euclides.
2			
3			
4		10.1. PERPENDICULAR	
5		Por Hogben (1970, p. 55) “o homem	
6		teria eleito duas linhas fundamentais	
7		de referência: o primeiro meridiano,	
8		que liga os pontos norte e sul do	
9		horizonte e outra linha perpendicular	
10		a ele, que liga os pontos leste e	
11		oeste”.	
12		10.2. O ÂNGULO URBANO	
13		O ângulo urbano dos construtores não	
14		era dado em graus e sim como fração	
15		do ângulo reto. Verificou-se que o	
16		ângulo do trimestre ($1/4$ de $360^\circ =$	
17		90°) e o ângulo do esquadro eram	
18		iguais. O FIO DE PRUMO e o	
19		NÍVEL D'ÁGUA deram-nos a	
20		definição do ângulo reto como	
21		unidade de medida angular. A coluna	
22		do Templo é vertical quando se	
23		inclina igualmente sobre a linha do	

<p>24 25 26 27 28 29 30 31 32 33 34 35 36 37 38 39 40 41 42 43 44 45 46 47 48</p>		<p>horizonte, de cada lado de um fio de prumo. O ângulo reto é também àquele que o fio de prumo faz com o horizonte (HOGBEN, 1952, p. 68).</p>  <p>Figura 1.1 – Exemplo de como é o ângulo urbano dos construtores.</p> <p>10.3. PARALELISMO</p> <p>A partir da definição acima temos por Euclides que para o paralelismo de duas retas, que é a de que duas retas são paralelas, se por mais que as prolonguemos jamais se encontrarão.</p> <p>11 JUSTIFICATIVA Fazer construção de conceitos a partir da história, utilizando materiais lúdicos como apoio e partindo de elementos do cotidiano.</p>	
<p>49 50 51 52 53 54 55 56 57 58 59 60 61 62 63 64 65 66 67 68 69 70 71 72 73 74 75 76 77 78 79 80 81 82 83</p>	<p>Lia</p>	<p>História e Conceito: Os números negativos que usamos tão desembaraçadamente hoje, nos meios de comunicação de massa, tv, revistas e jornais, não se constituíram em questão simples para os matemáticos de outras épocas. Seu aparecimento não é determinado com precisão com os fatos matemáticos mais recentes, mas certamente ocorreu em longa data. Segundo Smith, os povos chineses mencionam os negativos em 200 a.c., na obra “Ki ’iuch’ang Suan-shu”, e outros trabalhos posteriores, mas a regra de sinais só surge definitivamente em 1299 com Chu-Shi-kié em uma obra de álgebra elementar. Outro registro antigo de que se tem notícia foi encontrado no livro I das “Arithmeticas” de Diofanto(aprox. 275 d.C). “O que está em falta multiplicado pelo que está em falta dá o que é positivo; enquanto que o que está em falta multiplicado pelo que é positivo dá o que está em falta”. A contagem se impõe a todos nas mais variadas circunstâncias. A necessidade de contagem foi resolvida pela criação dos números naturais. A vida social, porém, impõe outras situações nas quais contagem deve</p>	<p>A proposta de atividade da Lia foi retirada da dissertação de mestrado de Floriani (1989)*. Com relação ao texto original, a Lia fez alguns recortes montando uma espécie de fichamento para descrever os relatos históricos. Apesar de Lia não ter produzido a proposta de atividade, é interessante o tipo de referencial que ela foi buscar, pois Floriani (1989) apresenta propostas para o ensino de conceitos matemáticos construídas como base em textos históricos, ou que se fundamentam na história da matemática como Carça (1951)**.</p> <p>*FLORIANI, José Valdir. Da prática a teoria: reflexões de um professor de matemática. 1989. 131p. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, SC, 1989. (Versão digital disponível em: << https://repositorio.ufsc.br/bitstream/handle/123456789/111450/80573.pdf?sequence=1 >> Acesso em 16 de novembro de 2014)</p> <p>**CARAÇA, B. de J. Conceitos Fundamentais da Matemática. 5.ed. Lisboa: Tipografia Matemática, 1952.</p>

84 45 86 87 88 89 90 91 92 93 94 95 96 97		<p>ser mais sofisticada.</p> <p>O pastor, para comunicar onde há boa pastagem, deve indicar se está rio acima ou rio abaixo, e não somente a tantos passos; uma pessoa pode ter débitos e créditos, e quantias credoras ou devedoras; modernamente, a ciência considera positiva ou negativas.</p> <p>Além de mencionar a quantidade, modificá-la pelo acréscimo do sentido em que ela se realiza. O problema foi parcialmente resolvido pela criação do números inteiros.</p>	
98 99 100 101 102 103 104 105 106 107 108 109 110 111 112 113 114 115 116 117 118 119 120 121 122 123 124 125 126 127 128 129 130 131 132 133 134 135 136 137 138 139 140 141 142 143	Paulinha	<p>História do conceito:</p> <p>O autor do livro Conceitos Fundamentais da Matemática, Caraça (1951), fala que medir é comparar duas grandezas, ou seja, é uma operação necessária como a de contar:</p> <p>Medir e contar são as operações cuja realização a vida de todos os dias exige com maior frequência. A dona de casa ao fazer as suas provisões de roupa, o Engenheiro ao fazer o projeto duma ponte, o operário ao ajustar um instrumento de precisão, o agricultor ao calcular a quantidade de semente a lançar à terra de que dispõe, toda agente, nas mais variadas circunstâncias qualquer que seja a sua profissão, tem necessidade de medir. Mas o que é - medir? Todos sabem em que consiste o comparar duas grandezas da mesma espécie- dois comprimentos, dois pesos, dois volumes, etc. (CARAÇA, 1951, pg 29)</p> <p>Caraça (1951) também diz que há interdependência dos aspectos, havendo o caráter prático, econômico e de comodidade, envolvendo a unidade de medida escolhida para determinados conceitos:</p> <p>Em princípio a unidade pode escolher-se como se quiser, mas, na prática, o número que há de vir a obter se como resultado da medição o condicionará na escolha da</p>	<p>Os elementos históricos destacados no texto priorizam certos aspectos do conceito de medida, os quais Paulinha buscou privilegiar em sua proposta de atividade. O primeiro trecho destaca o que Caraça entende por medir, isto é, comparar duas grandezas. Destaca também o ato de medir como uma necessidade humana.</p> <p>Pensar a medida dessa forma evoca outros conceitos e ideias, como escolha da unidade de medida mais adequada, expressão do resultado da medida por meio de um número e também as ideias de grandeza e senso de grandeza, aqui definido como as percepções sensoriais de variação quantitativa de uma grandeza.</p> <p>Ainda em relação aos aspectos conceituais, há destaque para a interdependência entre medida, instrumento de medida e grandeza: “A criação do instrumento depende da grandeza que mede e tem que ser da mesma grandeza a ser medida” (Linhas 231 a 234, 3ª coluna, quadro 7). O texto destaca também a necessidade de se ter uma medida padrão.</p> <p>Ainda de acordo com os fragmentos das obras citados por Paulinha, destacamos a seguinte orientação metodológica: “Com o objetivo de proporcionar a compreensão de necessidade de medida, didaticamente sugerimos inserir um novo dado à situação: a inexistência de instrumentos de medida, e mais, o desconhecimento do que seja medir. (CARAÇA, 1951 apud DIAS e MORETTI, 2011, pg 116)” (Linhas 181 a 191, 3ª coluna, quadro 7).</p>

144		unidade. Isso depende da	
145		natureza das medições que	
146		hajam de fazer-se. Para	
147		medições de dimensões nas	
148		células toma-se o micron-	
149		milésima parte do milímetro;	
150		para as necessidades das	
151		correntes dá vida toma-se o	
152		metro; para as distâncias entre	
153		os astros toma-se o ano – luz,	
154		ou seja,	
156		365x24x3.600x300.000	
157		quilômetros,etc.,etc.(CARAÇA	
158		A, 1951, pg 31)	
159			
160		Outras autoras que falam sobre o	
161		conceito de medida são Dias e	
162		Moretti (2011), que escreveram o	
163		livro Números e operações:	
164		elementos lógicos – históricos para	
165		atividade de ensino.	
166		Segundo Caraça (1951), citado por	
167		Dias e Moretti (2011):	
168			
169		Ao pensar em repartir a terra	
170		para cobrar impostos, sob o	
171		aspecto da medida, observa-se	
172		no texto que o rei buscou	
173		distribuir a cada um uma	
174		porção igual de terra. Se	
175		questionarmos os estudantes a	
176		respeito de como poderia ser	
177		realizada tal distribuição,	
178		provavelmente responderiam	
179		algo no sentido de usar	
180		medidas iguais para todas as	
181		porções. Com o objetivo de	
182		proporcionar a compreensão	
183		de necessidade de medida,	
184		didaticamente sugerimos	
185		inserir um novo dado à	
186		situação: a inexistência de	
187		instrumentos de medida, e	
188		mais, o desconhecimento do	
189		que seja medir. (CARAÇA,	
190		1951 apud DIAS e	
191		MORETTI, 2011, pg 116)	
192			
193		Dias e Moretti (2011) falam que a	
194		percepção que temos de variação de	
195		quantidade de uma grandeza é o	
196		senso de grandeza que existe no ser	
197		humano:	
198			
199		As percepções sensoriais de	
200		variação quantitativa de uma	
201		grandeza chamaremos de	
202		senso de grandeza. Assim	
203		como no primeiro capítulo	
204		abordamos o senso numérico,	

<p>205 206 207 208 209 210 211 212 213 214 215 216 217 218 219 220 221 222 223 224 225 226 227 228 229 230 231 232 233 234 235 236 237 238 239 240 241 242 243 244 245 246 247 248 249 250 251 252 253</p>		<p>como uma capacidade sensorial de perceber uma maior quantidade em relação à grandeza que incorpora o senso numérico. Utilizamos o senso de grandeza diariamente. Sabemos muitas vezes se um objeto ou conjunto deles é mais leve que o outro somente ao carrega-los, se um caminho é mais distante que o outro, se uma velocidade é maior que a outra (para podermos, por exemplo, atravessar uma rua), se uma pessoa é mais alta que a outra e etc. (DIAS e MORETTI, 2011, pg 118)</p> <p>Dias e Moretti (2011) também falam do instrumento de medida, tendo havido a necessidade de se ter uma unidade de medida padrão, pois assim podia se reproduzir o conhecimento já existente da época:</p> <p>A criação do instrumento depende da grandeza que mede e tem que ser da mesma grandeza a ser medida. No caso da necessidade de medir certo comprimento, o instrumento se define pelo seu comprimento. De posse de um objeto que tenha comprimento, objeto na sua significação, vamos ao método de medir, o como medir. Aparece então a necessidade de uma unidade de medida (padrão), pois, de posse dela, pode-se reproduzir um conhecimento já adquirido, o da contagem; a reprodução de quantas unidades de medidas há quantidades de grandezas que se quer medir. (DIAS e MORETTI, pg 120)</p>	
<p>254 255 256 256 257 258 259 260 261 262 263</p>	<p>Will</p>	<p>Logaritmo:</p> <p>A atividade irá ser baseada em Naiper e sua ideia para simplificar multiplicações de números muito altos, sendo possível abordar os nexos conceituais:</p> <ul style="list-style-type: none"> - Operações aritméticas - Interdependência entre soma e multiplicação (dentro da base logarítmica) 	<p>O Will fez um pequeno recorte da história das teorias de Naiper (Cientista escocês que apresentou importantes contribuições em diversas áreas do conhecimento, dentre elas a matemática), mas o suficiente para que identificasse, segundo sua interpretação, dois nexos conceituais de logaritmo: Operações aritméticas; e interdependência entre soma e multiplicação (dentro da base logarítmica). A referência histórica que apresenta tem</p>

264			foco apenas em aspectos internos a																																			
265			matemática.																																			
266		Naiper, por volta do século XVII,	Sua proposta metodológica é a de “mostrar																																			
267		associava termos de uma progressão	aos estudantes que o logaritmo surgiu, a																																			
268		aritmética com termos de uma	princípio, para facilitar algumas contas																																			
269		progressão geométrica, por exemplo:	muito trabalhosas. Mas, que com o tempo																																			
270			ele adquiriu novos valores dentro da																																			
271		<table border="1"> <tr> <td>P</td> <td>1</td> <td>2</td> <td>3</td> <td>4</td> <td>5</td> <td>6</td> <td>7</td> <td>...</td> </tr> <tr> <td>A</td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> </table>	P	1	2	3	4	5	6	7	...	A									matemática” (Linhas 304 a 309, 3ª coluna,																	
P	1	2	3	4	5	6	7	...																														
A																																						
272			quadro 7).																																			
273		<table border="1"> <tr> <td>P</td> <td>2</td> <td>4</td> <td>8</td> <td>1</td> <td>3</td> <td>6</td> <td>1</td> <td>...</td> </tr> <tr> <td>G</td> <td></td> <td></td> <td></td> <td>6</td> <td>2</td> <td>4</td> <td>2</td> <td></td> </tr> <tr> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td>8</td> <td></td> </tr> </table>	P	2	4	8	1	3	6	1	...	G				6	2	4	2									8										
P	2	4	8	1	3	6	1	...																														
G				6	2	4	2																															
							8																															
274																																						
275																																						
276																																						
277		<table border="1"> <tr> <td>8</td> <td>9</td> <td>1</td> <td>1</td> <td>1</td> <td>1</td> <td>1</td> </tr> <tr> <td></td> <td></td> <td>0</td> <td>1</td> <td>2</td> <td>3</td> <td>4</td> </tr> </table>	8	9	1	1	1	1	1			0	1	2	3	4																						
8	9	1	1	1	1	1																																
		0	1	2	3	4																																
278																																						
279		<table border="1"> <tr> <td>2</td> <td>5</td> <td>1</td> <td>2</td> <td>4</td> <td>8</td> <td>1</td> </tr> <tr> <td>5</td> <td>1</td> <td>0</td> <td>0</td> <td>0</td> <td>1</td> <td>6</td> </tr> <tr> <td>6</td> <td>2</td> <td>2</td> <td>4</td> <td>9</td> <td>9</td> <td>3</td> </tr> <tr> <td></td> <td></td> <td>4</td> <td>8</td> <td>6</td> <td>2</td> <td>9</td> </tr> <tr> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td>4</td> </tr> </table>	2	5	1	2	4	8	1	5	1	0	0	0	1	6	6	2	2	4	9	9	3			4	8	6	2	9							4	
2	5	1	2	4	8	1																																
5	1	0	0	0	1	6																																
6	2	2	4	9	9	3																																
		4	8	6	2	9																																
						4																																
280																																						
281																																						
282																																						
283																																						
284		Para efetuar a conta 256×32 basta																																				
285		observar que:																																				
286		- 32 na segunda linha corresponde a 5																																				
287		na primeira;																																				
288		- como $8+5=13$,																																				
289		- 13 na primeira linha corresponde a																																				
290		8192 na segunda.																																				
291		Assim, $256 \times 32 = 8192$ resultado esse																																				
292		que foi encontrado através de uma																																				
293		simples operação de adição. Portanto,																																				
294		se torna interessante encontrar uma																																				
295		forma de representar essa soma.																																				
296		Assim, pode-se usar o logaritmo																																				
297		como forma de representação,																																				
298		utilizando o exemplo acima:																																				
300																																						
301		256 X 32, escrevendo em logaritmo:																																				
302																																						
303		Ou seja, com essa ideia será possível																																				
304		mostrar aos estudantes que o																																				
305		logaritmo surgiu, a princípio, para																																				
306		facilitar algumas contas muito																																				
307		trabalhosas. Mas, que com o tempo																																				
308		ele adquiriu novos valores dentro da																																				
309		matemática.																																				
310																																						
311		Embora eles tenham sido inventados																																				
312		como acessório para facilitar																																				
313		operações aritméticas, o																																				
314		desenvolvimento da matemática e das																																				
315		ciências em geral veio mostrar que																																				
316		diversas leis matemáticas e vários																																				
317		fenômenos naturais e mesmo sociais																																				
318		são estreitamente relacionados com																																				
319		os logaritmos.																																				
320																																						
321		(http://www.mat.ufrgs.br/~vclotilde/d																																				
322		isciplinas/html/logaritmos.pdf , p2,																																				
323		acessado em Nov-2013).																																				
324	Bia	História do conceito:	No trecho referente a história do conceito,																																			

<p>325 326 327 328 329 330 331 332 333 334 335 336 337 338 339 340 341 342 343 344 345 346 347 348 349 350 351 352 353 354 355 356 357 358 359 360 361 362 363 364 365 366 367 368 369 370 371 372 373 374 375 376 377 378 379 380 381 382 383 384 385 386</p>	<p>Depois de estudar os textos trazidos para a ACIEPE e, além disso, com os debates durante os encontros, destaco dois trechos como referências ao desenvolvimento de minha atividade</p> <p>De acordo com Moura:</p> <p>O ensino tomado como atividade, como o concebe Leontiev - com um caráter de processo social, mediado por instrumentos e signos, e estruturado a partir de uma necessidade - exige um modo especial de organização. A qualidade de atividade ao ensino dá-se pela necessidade de proporcionar a apropriação da cultura que pode mobilizar os sujeitos a agirem para a concretização de um objetivo comum: o desenvolvimento das potencialidades humanas para a apropriação e desenvolvimento de bens culturais (linguagem, objetos, ferramentas e modo de ação) (MOURA, 2010, pg 220).</p> <p>E de acordo com Dias e Moretti:</p> <p>Ainda sobre o sentido da divisão, Lins e Gimenez (1997, p 77) destacam a importância de que os professores conheçam diferentes situações às quais a operação se associa. Assim, além da partição em partes iguais, a contextualização didática da divisão também pode se dar, entre outros meios, por ideias como gradiente [...], conversão de medidas, produto cartesiano, áreas de retângulo, etc. Vejamos alguns exemplos de situações que podem ser explorados pelo professor:</p> <p>- Sabendo-se que uma polegada equivale a 2,54 centímetros propor transformação de uma quantidade dada de</p>	<p>Bia destacou mais aspectos metodológicos que históricos. No entanto, ela escolheu uma referência bibliográfica que discute o conceito de número a partir de uma abordagem lógico-histórica (DIAS; MORETTI, 2011) e se baseou nessa referência para escolher quais elementos conceituais ela privilegiaria em sua proposta de atividade. São eles: sobre o sentido da divisão, a importância de que os professores conheçam diferentes situações às quais a operação se associa (linhas 360 a 367, 3º coluna, quadro 3), como por exemplo: a conversão entre unidades de medidas, a operação inversa da multiplicação e a ideia de razão. Ela ainda se apropriou de um dos textos discutidos na ACIEPE (MOURA et al, 2010) para organizar metodologicamente sua proposta de atividade. No trecho destacado, há ênfase na ideia de que a atividade deve ser encarada como um processo social estruturado a partir de uma necessidade, de proporcionar a apropriação da cultura.</p> <p>Dessa forma, Bia afirma o seguinte: “procurei desenvolver minha atividade através da utilização de instrumentos e de seus significados. Procurei uma forma de atividade as quais as crianças pudessem se apropriar da cultura” (Linhas 416 a 421, 3ª colina, quadro 3).</p>
--	--	--

<p>387 388 389 390 391 392 393 394 395 396 397 398 399 400 401 402 403 404 405 406 407 408 409 410 412</p>		<p>centímetros em polegada; - A partir da área de um retângulo e do conhecimento de sua largura, calcular o seu comprimento; - Calcular a velocidade média de um móvel a partir do tempo do movimento e do espaço percorrido. (DIAS; MORETTI, 2011, p. 76).</p> <p>Nesse sentido, procurei desenvolver minha atividade através da utilização de instrumentos e de seus significados. Procurei uma forma de atividade as quais as crianças pudessem se apropriar da cultura. Ao ler o segundo trecho destacado, escolhi o foco de minha atividade de acordo com o que poderia ser desenvolvido para meu público alvo que escolhi por ser graduanda em Pedagogia.</p>	
<p>413 414 415 416 417 418 419 420 421 422 423 424 425 426 427 428 429 430 431 432 433 434 435 436 437 438 439 440 441 442 443 444 445 446 447</p>	<p>Júlia</p>	<p>Quando a história dos números racionais pode tornar-se metodologia de ensino...</p> <p>Diante de minhas experiências ao longo de minha escolarização e das discussões feitas ao longo dessa ACIEPE, procurei desenvolver uma sequência didática diferente com o intuito de introduzir ao ensino dos números racionais, mais especificamente aos números decimais, com os quais sempre tive grandes dificuldades de aprendizagem.</p> <p>As atividades por mim elaboradas partem de uma perspectiva de matemática lógico-histórica, por isso se fez necessária à recuperação do conceito de números racionais ao longo da história da humanidade. Tive como subsídio teórico as sínteses dos autores trazidos pelo texto a seguir que está disponível na internet*.</p> <p>O processo de ensino e aprendizagem dos números racionais ainda se constitui um desafio escolar, uma vez que professores tem dificuldades de organização de ações pedagógicas de modo que os alunos de fato se apropriem dos conceitos e possam pensar por meio destes. Cabe destacar que o conjunto dos números racionais é formado pelos números naturais,</p>	<p>Júlia aponta como influências na elaboração de sua proposta de atividade as experiências pessoais anteriores a ACIEPE e também as que viveu na ACIEPE.</p> <p>Isso demonstra que os elementos de história que estão sendo considerados em sua proposta de atividade também incluem a estudante enquanto sujeito dessa história que se apropria do conhecimento matemática herdado da humanidade.</p> <p>Segundo as colocações de Júlia, sua proposta de atividade se trata de uma “sequência didática diferente” (Linha 421, 3º coluna, quadro 7). Isso demonstra a não familiaridade, de sua parte, com propostas de atividades como essa que elaborou. Segundo Júlia, trata-se de uma proposta que considera a “perspectiva de matemática lógico-histórica, por isso se fez necessária à recuperação do conceito de números racionais ao longo da história da humanidade” (Linhas 429 a 433, 3º coluna, quadro 7). Esse trecho nos dá indicativos do significado que Júlia está atribuindo a organização do ensino de conhecimentos matemáticos a partir da perspectiva lógico-histórica, isto é, da necessidade de recuperação do conceito ao longo da história da humanidade.</p> <p>No entanto, ela não dá mais indicativos diretos dos significados que atribui à perspectiva lógico-histórica, pois o restante de seu texto (linhas 438 a 587) foi extraído do texto de apresentação do minicurso de Moraes et al (2012)**, o qual</p>

<p>448 449 450 451 452 453 454 455 456 457 458 459 460 461 462 463 464 465 466 467 468 469 470 471 472 473 474 475 476 477 478 479 480 481 482 483 484 485 486 487 488 489 490 491 492 493 494 495 496 497 498 499 500 501 502 503 504 505 506 507</p>	<p>fracionários, decimais e negativos. Embora que, nos anos iniciais do Ensino Fundamental trabalha-se com os números racionais não negativos. Desde o início da história humana, o homem teve a necessidade de controlar quantidades, como por exemplo: contar os dias, os animais ou as épocas para o plantio e, mais tarde, a contabilidade nas transações comerciais. Pouco a pouco, o homem foi ampliando e desenvolvendo novas formas de controle das quantidades, das pedras utilizadas para a contagem, dos registros em pedaços de ossos ou madeira à produção do número. Assim, as operações apoiadas em objetos, pedras, madeira, ganharam o cérebro humano, na sua forma mais abstrata (MOURA, 2007). Aprendendo a registrar a passagem do tempo, do espaço para o plantio, o homem aprendeu a medir. Assim, do relógio de sol o homem inventou os mais precisos relógios para medir o tempo; da medição das áreas utilizando-se de corda os homens produziram um sistema de medida padrão de comprimento (métrico). Nessas diferentes situações um dos problemas vivenciado pelo homem foi o de expressar numericamente uma dimensão menor que a unidade de medida, “a sobra” (CATALANI, 2002). Esse problema impôs ações humanas para a sua solução, como a ampliação dos modos de representar essa quantidade não inteira, isto é a produção de uma forma de controlar quantidades que hoje conhecemos como os conjuntos numéricos, dentre eles citamos: números naturais, números racionais. De acordo com Caraça (1951, p. 35) os números racionais [...] nascem a partir do momento em que o homem encontra dificuldade para exprimir uma razão não exata, quando há uma impossibilidade de divisão, assim feita uma subdivisão da unidade em n partes iguais, onde uma dessas partes caiba m vezes na grandeza a medir, a dificuldade surge quando m não é divisível por n. Desse modo foram as necessidades de contagem e de medição, entre outras exigências da vida real que mobilizaram a humanidade para o</p>	<p>discute o conceito de número nos anos iniciais de alfabetização e se fundamenta na perspectiva lógico-histórica. Contudo, a escolha desse texto demonstra o cuidado de Júlia em fundamentar a proposta de atividade de acordo com a perspectiva lógico-histórica. Dentre os elementos históricos considerados na proposta de atividade de Júlia, destacam-se: a explicitação de necessidades humanas que impulsionaram a criação dos conceitos de número racional; e o problema da medida, apontado por Catalani (2002) e Caraça (1951); Para a organização do ensino, há destaque na inter-relação forma e conteúdo no desenvolvimento conceitual de fração (CATALANI, 2002); Das diferentes representações do número racional: frações ordinárias, frações decimais, porcentagem e número decimal. Além disso, há destaque na necessidade de compreensão da linguagem das grandezas com um enfoque na relação entre discreto e contínuo, atrelando assim, o ensino de números racionais ao conceito de medida, tal como faz Caraça (1951). Portanto, no texto escolhido por Júlia para fundamentar suas propostas de atividades, há o destaque de alguns elementos conceituais (lógico-históricos) que devem ser considerados ao se organizar o ensino e aprendizagem de números racionais. ** MORAES, Silvia Pereira Gonzaga de; GOMES, Thaís de Sá; CAMPANHA, Maria Lúcia Rodrigues; CANELA, Maria Josefa Bezerra. COMO PODEMOS CONTAR A AREIA DA PRAIA? Trabalhando com os números nos anos iniciais de escolarização. In. Semana de Pedagogia da UEM, 1., 2012, Maringá/PR. Anais... Maringá: UEM, 2012. p. 1-4. Disponível em: < http://www.ppe.uem.br/semanadepedagogia/2012/pdf/M/M-02.pdf >. Acesso em: 16 de novembro de 2014.</p>
--	--	---

508		desenvolvimento dos conhecimentos	
509		matemáticos. E é exatamente esse	
510		movimento humano de produção do	
511		conhecimento que temos que garantir	
512		no processo de organização do ensino	
513		da matemática.	
514		Conhecer a história do	
515		desenvolvimento da matemática e	
516		considerar o aspecto logico histórico	
517		dos conceitos para o seu ensino nos	
518		permite, além de conhecer	
519		profundamente seu objeto entendê-la	
520		como uma ciência que tem sua matriz	
521		as necessidades humanas (CARAÇA,	
522		1951).	
523		Catalani (2002) pesquisou a inter-	
524		relação forma e conteúdo no	
525		desenvolvimento conceitual da fração	
526		e comprovou que o ensino e,	
527		consequentemente, a aprendizagem	
528		dos números tem-se limitado a	
529		aplicação do conceito, no qual o	
530		número é entendido e tratado apenas	
531		como ferramenta para cálculos. A	
532		aprendizagem de algoritmos, isto é,	
533		de técnicas operatórias que	
534		normalmente ocorre de forma	
535		repetitiva e mecânica, não favorece a	
536		elaboração das relações conceituais,	
537		tanto pelos professores quanto por	
538		seus alunos.	
539		Fiorentini e Miorim (2001) afirmam a	
540		existência de uma sequência que a	
541		maioria dos profissionais do ensino	
542		de matemática utiliza no trabalho	
543		com os números racionais. O referido	
544		autor esclarece que, primeiramente	
545		trabalha-se com as frações ordinárias;	
546		em seguida, as frações decimais;	
547		depois a percentagem e, por fim, os	
548		números decimais. Na prática, um	
549		estudo exaustivo de fração e suas	
550		operações antecedem o surgimento	
551		dos décimos, centésimos e milésimos	
552		na sua representação como número	
553		com vírgula. Tal forma de	
554		encaminhar o trabalho com os	
555		números racionais revela uma ruptura	
556		no processo de ensino e	
557		aprendizagem do Sistema de	
558		Numeração Decimal.	
559		Para a superação desse modo de	
560		ensinar Fiorentini e Miorim (2001)	
561		propõem a inversão desse processo,	
562		isto é iniciar pelos números decimais	
563		e a partir deles, evoluir para as	
564		demais representações dos números	
565		racionais, com sua utilização	
566		simultânea.	
567		Dias (2007) e Catalani (2002)	

<p>568 569 570 571 572 573 574 575 576 577 578 579 580 581 582 583 584 585 586 587 588 589 590 591 592 593 594</p>		<p>defendem que a compreensão conceitual dos números decimais está vinculada à compreensão da linguagem das grandezas. Faz se necessário que na organização do ensino privilegie a relação entre o enfoque discreto e contínuo das grandezas, assim o ensino do número precisa ser relacionado ao conceito de medida.</p> <p>Esses pesquisadores revelam a importância do trabalho com os números racionais de forma que não haja uma ruptura na compreensão do conceito de números naturais e racionais, esse encaminhamento no ensino dos números racionais é para que a criança não aprenda que o número decimal é simplesmente o número natural separado por vírgula.</p> <p>*Anais da Semana de Pedagogia da UEM. Volume 1, Número 1. Maringá: UEM, 2012 2. Disponível em: << http://www.ppe.uem.br/semanadepedagogia/pdf/M/M-02 >>.</p>	
<p>595 596 597 598 599 600 601 602 603 604 605 606 607 608 609 610 611 612 613 614 615 616 617 618 619 620 621 622 623 624 625 626 627</p>	<p>Joana</p>	<p>A história do conceito</p> <p>Quando falamos de adição e subtração, logo nos atentamos e nos lembramos das operações que aprendemos na escola. Porém, quando recordamos desse episódio, pouco sentido faz refletirmos sobre a relação entre as operações aritméticas básicas com os números que geralmente identificamos na sociedade na qual vivemos.</p> <p>O que geralmente não nos atentamos é que os números, assim como as operações aritméticas, têm relação entre si e, ainda, são uma criação humana. Segundo Ifrah (1997), tudo começou com a relação biunívoca que os seres humanos faziam com os objetos que o cercavam. Por exemplo, os pastores, geralmente não contavam suas ovelhas, pois achavam que “Quando se contam crianças e ovelhas, o lobo as come” (IFRAH, 1997, p. 41).</p> <p>Contudo, precisavam ter um controle de suas ovelhas justamente para saberem se todos estavam no rebanho; se faltava algumas ou se havia nascido outras. Já que contar as ovelhas gerava mal agouro, o homem primitivo talhava pedaço de ossos e associava cada risco uma ovelha.</p>	<p>A Joana buscou referências que não tinham sido usadas diretamente durante a ACIEPE como os trabalhos de Ifrah (1997) e Duarte (1987). Os conceitos matemáticos em destaque são: números, relação biunívoca (correspondência um a um), contagem, senso numérico, adição e subtração.</p> <p>A estudante coloca os conceitos matemáticos como sendo criações humanas.</p> <p>O elemento histórico de referência nesse relato é a necessidade de contagem e a correspondência um a um como estratégia de contagem.</p>

628	Com essa prática, não era necessário	
629	esses pastores terem domínio da	
630	contagem.	
631	Se caso terminasse de associar cada	
632	risco com suas ovelhas e verificasse	
633	que havia sobrado algum deles, então	
634	ele saberia que estava faltando	
635	ovelhas em seu rebanho. Porém, caso	
636	contrário, se houve mais ovelhas do	
637	que riscos teria a consciência de	
638	haver mais ovelha do que o esperado.	
639	Tal ação, segundo Duarte (1987), é	
640	conhecida como correspondência um	
641	a um, pois há a relação entre um	
642	objeto e outro, ou então um objeto a	
643	um símbolo ou signo, tal como	
644	fazemos quando relacionamos	
645	qualquer que seja o objeto a um	
646	número natural.	
647	Outro exemplo que está relacionada	
648	com a correspondência um a um é a	
649	relação entre os assentos e número de	
650	peessoas contidas em um ônibus. Se	
651	observarmos – dentro desse tipo de	
652	veículo – que há mais pessoas do que	
653	assentos, saberemos que faltam	
654	assentos para essas pessoas, ou então	
655	são poucos assentos para aquela	
656	quantidade de indivíduos.	
657	Caso contrário, haveria lugares	
658	sobrando, já que o número de	
659	assentos não equivale ao número de	
660	peessoas dentro do ônibus. Assim,	
661	quando fazemos essa relação,	
662	estamos – de forma não perceptível –	
663	diante dos princípios da adição e da	
664	subtração.	
665	Quando fazemos contagem, ou seja,	
666	quando contamos os número 1, 2, 3,	
667	4,... e assim sucessivamente,	
668	poderemos estar diante da seguinte	
669	relação 1 (1+0), 2 (1+1), 3(2+1) ou	
670	(1+1+1), 4 (3+1) ou (1+1+1+1). Ou	
671	seja, segundo Ifrah (1997), isso	
672	significa uma sucessão de um	
673	acréscimo suplementar de uma	
674	unidade na sequencia numérica.	
675	Porém, ainda segundo tal autor, não	
676	nascemos com esse senso numérico	
677	já pronto, pois isso será construído	
678	através da linguagem. Tanto é que	
679	esta informação se faz verdadeira a	
680	partir do momento que nos são	
681	mostrados uma quantidade de objetos	
682	ao aleatório. Para Ifrah (1997), os	
683	seres humanos reconhecem até a	
684	quantidade quatro, pois as demais	
685	subsequentes tornará essa ação para o	
686	humano muito difícil para resolver,	
687	pois nossos olhos não fazem parte de	

688		um sistema de medição.	
689		É por esse motivo que desde muito tempo os seres humanos tomaram como necessário a associação entre objetos e suas quantidades.	
690			
691			
692			

5.1.1. Escolha dos sujeitos da pesquisa

Na seção anterior, fizemos uma análise inicial das propostas de atividades desenvolvidas pelos participantes apontando aspectos como os conteúdos matemáticos, os elementos da história da matemática, formas de organização da atividade, elementos da abordagem lógico-histórica etc. Também dividimos em três quadros todas as propostas de atividades desenvolvidas destacando respectivamente os objetivos, os roteiros de desenvolvimento da atividade e os elementos da história da matemática.

Nessa seção, portanto, retomamos os três critérios que estabelecemos anteriormente e revisitamos essa análise inicial para efetuarmos a escolha dos sujeitos que tiveram suas trajetórias na ACIEPE acompanhadas. Relembramos que os critérios são 1) autonomia, 2) coerência e 3) participação e que eles foram escolhidos para contribuir com a identificação dos sentidos e significados produzidos pelos participantes em relação à organização do ensino de matemática através de AOE fundamentadas na perspectiva lógico-histórica.

Portanto, nas três próximas subseções analisaremos cada um dos três critérios estabelecidos para que, na seção seguinte, sejam indicados os participantes selecionados.

5.1.1.1. A autonomia dos participantes na elaboração das propostas de atividade

Estamos considerando como autonomia o fato dos estudantes terem feito as próprias escolhas, seja do tema estudado, das referências para estudo ou da forma como organizaram o ensino.

Orientamos para que os participantes tentassem fundamentar suas propostas de atividades na perspectiva lógico-histórica e também que as propostas tivessem no mínimo três itens: 1) tema e objetivo; 2) roteiro de desenvolvimento; e 3) elementos da história do conceito selecionados. Quanto à forma como iriam organizar e articular esses itens e apresentar suas propostas de atividades, não fizemos indicação alguma.

Assim, estabelecemos como hipótese que os estudantes poderiam reproduzir modelos parecidos com o que vivenciaram na ACIEPE ou elaborarem novas formas.

Julgamos que o segundo item, além de manifestar maior autonomia, pois os estudantes não estão simplesmente reproduzindo modelos, tem maior potencial para evidenciar os sentidos e significados produzidos acerca da organização de propostas de atividades de ensino fundamentadas na perspectiva lógico-histórica. Isso se justifica pelo fato de que a forma como os participantes entendem a organização do ensino é que fundamenta suas escolhas na elaboração das propostas de atividade.

Procedemos à análise das propostas de atividades, segundo a autonomia dos participantes, nas próximas sete subseções.

Camila, Alice e Clara

A proposta de atividade de Camila, Alice e Clara teve como tema os conceitos de ângulos, retas perpendiculares e retas paralelas. Esses conceitos foram discutidos durante a ACIEPE, na apresentação do professor convidado Rodrigo Ferreira de Abreu. Inclusive o trabalho desse professor, Abreu (2013) foi utilizado como principal referência para que o grupo elaborasse a proposta de atividade.

Isso não significa dizer que o grupo reproduziu o que vivenciaram na ACIEPE, pois percebemos uma tentativa de se apropriarem dos elementos históricos que foram abordados e utilizá-los para formular questões potencialmente significativas para os estudantes, como as seguintes:

- | |
|--|
| <ol style="list-style-type: none"> 1) Para vocês, o que é linha do horizonte? 2) Dado um terreno irregular, é colocado um poste, como saber se ele está reto em relação ao chão? 3) Num lago de fundo montanhoso, por que o nível da água é o mesmo em toda a superfície? 4) Como fazer para saber se o chão está alinhado? E que duas paredes têm a mesma altura? |
|--|

Prop.Ativ. – Camila, Alice e Clara – (Quadro 6; Linhas 35-45; Coluna 3)

Também encontramos, na proposta do grupo, elementos mais tradicionais em relação à organização do ensino conforme já destacamos no quadro 7 (Linhas 31 a 34; Coluna 4). Isso significa que, apesar de o roteiro apresentado conter, de um modo geral, muitos elementos que o aproximam da proposta de organização do ensino fundamentada pela perspectiva lógico-histórica, ele também apresenta alguns elementos próprios de uma abordagem tradicional (formal) do ensino de matemática. Exemplo disso é a exigência de pré-requisitos (formais) para a execução da atividade e a proposta de desenvolver primeiro de forma teórica, respondendo as questões e só no final, de forma expositiva, utilizar os instrumentos escolhidos para auxiliar nas explicações, como o prumo e a mangueira de nível. Isto é, prioriza-se primeira a atividade teórica e depois a prática (aplicação dos conceitos

matemáticos). No entanto, isso não compromete a proposta de atividade de modo geral nem a autonomia do grupo que, apesar de usar os mesmos referenciais teóricos para estudo que os apresentados em um dos encontros da ACIEPE pelo professor Rodrigo Ferreira de Abreu, a saber: Abreu (2013), Hogben (1970) e Caraça (1951), desenvolvem sua proposta de atividade de um modo particular.

Queremos dizer com isso que as licenciandas apresentam autonomia ao selecionar os elementos históricos adequados ao tema proposto e, a partir deles, buscarem elaborar questões que trariam esses elementos para a proposta de atividade de ensino e colocariam os estudantes para pensar sobre eles. A proposta de atividade que esse grupo apresentou é completamente diferente das atividades desenvolvidas pelo professor Rodrigo em sua participação em um dos encontros da ACIEPE. Portanto, os únicos pontos em comum são o tema abordado e os teóricos tomados como referências para estudo.

Lia

A Lia escolheu como tema de sua proposta de atividade o conceito de número negativo. Esse conceito não foi estudado durante a ACIEPE, mas foi apontado por Lia em sua narrativa de formação como sendo um conceito que ela gostaria de estudar. Esse é o primeiro indicativo de autonomia na proposta de atividade de Lia.

No entanto, a estudante preferiu procurar uma proposta de atividade já pronta e fazer algumas adaptações em vez de produzi-la. Conforme destacamos no quadro 6 (Linhas 59 a 78; coluna 4), sua proposta de atividade foi extraída da dissertação de mestrado de Floriani (1989). Apesar de encontrarmos algumas adaptações, essas não são significativas do ponto de vista da estrutura da proposta de atividade. Por exemplo, Floriani (1989) sugere o uso de cartões nas cores azul, vermelho e verde, já a Lia sugere as cores preta, vermelha e branca para os cartões, mas o modo como os utilizam, na confecção da proposta de atividade de ensino, é o mesmo.

Mas, isso não quer dizer que não houve processo criativo em seu trabalho, pois mesmo que seja uma adaptação, essa ocorreu mediante a escolha prévia da uma proposta atividade. Isso é, a Lia tinha uma gama enorme de diferentes tipos de propostas de atividades a disposição, mas selecionou uma em que são valorizados aspectos conceituais não muito comuns em atividades mais tradicionais (formalistas e tecnicistas). Isso pode ser notado no quadro 6, linhas 46 a 84 da coluna de roteiro de atividade, em que o foco está na percepção da “ideia dos contrários”, que pode facilitar o entendimento do conceito de números positivos,

negativos, bem como a operação de adição entre esses números. Na atividade proposta por Lia não há valorização de algoritmos ou memorização de regras.

Há certo grau de autonomia, tanto na proposta de atividade de Camila, Alice e Clara quanto na de Lia. Mas, ela se manifesta de forma diferente, pois na primeira as estudantes se mostraram mais autônomas ao propor certa organização do ensino de geometria e na segunda, na escolha do tema a ser abordado e os textos de referência para elaboração da proposta de atividade relacionada ao conjunto dos números inteiros. Porém, por considerarmos, nessa análise, a organização do ensino como algo mais relevante que a escolha do tema e referenciais bibliográficos, podemos afirmar que a proposta de atividade de Clara, Alice e Camila foi mais autônoma que a de Lia.

Paulinha

A proposta de atividade de Paulinha teve como tema o conceito de medida.

Em comparação com as propostas de atividades de Lia e do grupo Camila, Alice e Clara, nas quais destacamos dois aspectos que caracterizaram certa autonomia, a Paulinha conseguiu abarcar ambos. Ela demonstrou autonomia na escolha do tema e também na proposta de organização do ensino do conceito de medida, partindo da seleção de um material de estudo adequado a sua proposta e a utilização dos elementos históricos, que ela destacou como sendo os nexos conceituais de medida, em uma proposta de atividade de ensino.

A estudante mostra também já ter estabelecido sentido e significado a ideia de nexos conceituais. O trecho a seguir evidencia isso:

Os nexos conceituais que estão envolvidos com a atividade são de Medida e Grandeza.

- Medida: A medida é essencial para a construção da geometria. Foi criada pela a necessidade do ser humano, onde possibilitando avanços para a sobrevivência humana;

- Grandezas: As grandezas são formas que o ser humano encontrou de se ter um padrão para medir alguma coisa, como por exemplo, comprimento, volume, massa e etc;

Prop.Ativ. – Paulinha (Quadro 6; Linhas 126 a 139; Coluna 3).

A Paulinha, segundo sua interpretação, enumera e explica dois nexos conceituais de medida: medida (como o resultado da ação de medir, isto é, o que resulta da comparação da unidade com a grandeza a ser medida) e grandeza. Inferimos que essa ação se tornou possível à medida que o sentido atribuído pela estudante à ideia de “nexo conceitual” se torna mais estável, permitindo que articule melhor esse conceito.

Os dois livros de Caraça (1951) e Dias e Moretti (2012), utilizados por Paulinha como referência, no quadro 3 dos elementos da história da matemática, também foram utilizados durante a ACIEPE, o primeiro como base para estudos nos encontros e o segundo como bibliografia complementar. No entanto, em nenhum dos encontros discutimos o conceito de medida. Essa foi uma escolha feita única e exclusivamente por Paulinha.

Desse modo, ela mostrou bastante autonomia em todas as etapas de elaboração de sua proposta de atividade de ensino. Sendo assim, a Paulinha se mostrou mais autônoma que as participantes analisadas anteriormente.

Will

De acordo com a classificação de Will, sua proposta de atividade é uma iniciativa no sentido de abordar o conceito de logaritmo por meio da perspectiva lógico-histórica. Para isso, assim como fez a Paulinha, ele identifica, a partir de alguns elementos da história dos logaritmos, os nexos conceituais que seriam abordados em sua proposta de atividade: “operações aritméticas” e “interdependência entre soma e multiplicação (dentro da base logarítmica)”.

(...) sendo possível abordar os nexos conceituais:

- Operações aritméticas
- Interdependência entre soma e multiplicação (dentro da base logarítmica).

Prop.Ativ. – Will (Quadro 7; Linhas 258 a 263, Coluna 3)

Embora o Will tenha sido bastante direto em seu roteiro de atividade quanto à indicação dos procedimentos a serem realizados, ele se mostrou autônomo em todas as etapas da elaboração de sua proposta da mesma forma que fez Paulinha. Além de escolher referências históricas diferentes daquelas abordadas durante a ACIEPE, identificou os nexos conceituais que gostaria de desenvolver em sua proposta de atividade e criou um jogo que explorasse tais nexos conceituais.

Bia

Divisão foi o tema escolhido por Bia para ser desenvolvido em sua proposta de atividade. Ao descrever os objetivos de sua proposta de atividade, a Bia destaca sua intenção em trabalhar a divisão de uma forma que não privilegie a ideia de partição em pedaços iguais ideia que foi estudada na ACIEPE com a atividade “Dividindo Guloseimas” realizada no dia 06 de novembro de 2013.

Essa atividade tem como objetivo trabalhar a divisão através da conversão de medidas. O ensino que poderá ser desenvolvido é que existem outras formas de se utilizar a divisão sem que ocorra necessariamente partição de alguma coisa.

Prop. Ativ. – Bia (Quadro 5; Linhas 58 a 65, Coluna 3)

Dessa forma, a licencianda analisou a ideia que caracteriza a divisão por meio do que chama de transformação de unidades de medidas. Ela justifica sua escolha a partir do texto de Dias e Moretti (2012) (Quadro 7; Linhas 358 a 398; Coluna 3). Além do texto dessas autoras, recomendado como bibliografia complementar para a ACIEPE, a Bia se fundamentou em Moura et al (2010) para organizar metodologicamente sua proposta de atividade e em Caraça (1951) para buscar elementos da história do conceito de divisão.

A estudante também desenvolveu o “problema da medida” discutido por Caraça (1951), assim como fez a Paulinha, mas seu foco foi a divisão, e não o conceito de medida. Os procedimentos que a Bia e Paulinha utilizaram na proposta de atividade foram bem parecidos, apesar das propostas terem sido elaboradas separadamente. Ambas discutem procedimentos para se medir que podem ser relacionados aos dois passos apresentados por Caraça (1951), escolha da unidade de medida e comparação da unidade com a grandeza a ser medida, o que gera como resultado um número.

A diferença das duas propostas reside no fato de que a Paulinha prioriza a interdependência entre a escolha da unidade e a grandeza a ser medida, focando assim no conceito de medida. Já a Bia prioriza o processo de comparar quantas vezes a unidade cabe na grandeza a ser medida. Essa comparação é uma interpretação possível para a ideia de divisão, conforme indicam os estudos de Dias e Moretti (2011).

De um modo geral, consideramos que a Bia fez uso de sua autonomia, principalmente em relação à escolha do seu tema e a elaboração da proposta de atividade. Portanto, nesse critério, pode ser classificada no mesmo patamar que a Paulinha e o Will.

Júlia

Segundo a Júlia, os temas principais de sua proposta de atividade foram: números fracionários e decimais. O tema frações foi tratado durante um dos encontros da ACIEPE na atividade “Dividindo Guloseimas”, proposta pela participante Eugênia. Porém o enfoque das duas foi completamente diferente. Além disso, em sua narrativa de formação (Nar.2), a Júlia já citava esse tema e o relacionava com experiências pessoais em relação a ele. Portanto, consideramos que a escolha do tema de sua proposta de atividade foi feita de forma autônoma.

Além do material estudado durante os encontros da ACIEPE, a Júlia se fundamentou em Moraes et al (2012) para elaborar a sua proposta de atividade. A escolha dessa referência é interessante, pois se trata de um texto que discute o conceito de número racional a partir da perspectiva lógico-histórica.

A partir dessas referências a Júlia elaborou a própria proposta de atividade, chamada por ela de “sequência didática”. Trata-se de uma proposta longa, com 25 horas de duração, que discute vários conceitos não necessariamente matemáticos, mas que estão interligados e demonstram a atenção de Júlia com a organização do ensino.

Assim podemos inferir que a Julia também demonstra autonomia na escolha do tema de sua proposta de atividade, da mesma forma que Paulinha, Lia, Will e Bia; na busca por novas referências de estudo, como Lia e Will; e também na construção da proposta de atividade, tal como Paulinha, Will, Bia, Camila, Alice e Clara. Sendo assim, compõe o primeiro grupo em relação ao critério de autonomia, isso é: Paulinha, Bia, Will e Julia.

Joana

A proposta de atividade de Joana foi pensada para um público determinado e específico: educandos adultos de uma classe de Educação de Jovens e Adultos (EJA) onde desenvolve sua pesquisa de mestrado. Os temas de sua proposta de atividade são correspondência um a um, adição e subtração.

A Joana também elaborou a própria proposta de atividade. Para isso, usou referências como Ifrah (1997) e Duarte (1987). Ambos são autores que não foram indicados nos encontros da ACIEPE, mas que respectivamente apresentam um relato histórico da invenção dos números e uma abordagem lógico-histórica do conceito de número e as operações aritméticas.

Dessa forma, a proposta de atividade de Joana foi desenvolvida de forma autônoma em relação à escolha do tema, dos referenciais para estudo, da organização da proposta de atividade e do público a quem ela se destinou.

Por fim, no critério autonomia, os participantes puderam ser divididos em três grupos, obedecendo à um ordem decrescente de nível de autonomia: 1) Paulinha, Bia, Will, Júlia e Joana; 2) Camila, Clara e Alice; 3) Lia.

5.1.1.2. Coerência entre os objetivos de atividade, elementos históricos selecionados e roteiro de atividade proposto.

Procedemos nossa análise nessa seção da mesma forma como fizemos na anterior, porém nos concentramos no segundo critério: coerência entre os objetivos da proposta de atividade, os elementos da história da matemática selecionados e o roteiro de atividades proposto.

Esse critério foi escolhido porque acreditamos que o processo de significação é contínuo, mas não é homogêneo. Queremos dizer com isso que os sentidos produzidos pelos participantes diferem de sujeito para sujeito. Podendo se manifestar de forma mais confusa por um, que talvez esteja em um momento intenso de articulação dos sentidos, e mais estável por outro, se aproximando da zona dos significados. Lembramos que, segundo Vygotsky (2002), o significado nada mais é do que uma zona de maior estabilidade dos sentidos. Mas não devemos confundir estabilidade com estagnação.

Como a proposta de atividade é o produto final da ACIEPE, julgamos que seria mais proveitoso selecionar aquelas em que os sujeitos demonstram maior estabilidade nos sentidos que produzem em relação à proposta de organização do ensino de matemática na perspectiva lógico-histórica. Com isso, teríamos maior oportunidade, ao acompanhar as trajetórias desses sujeitos, de verificar os processos de negociação dos sentidos até o momento em que eles adquirem a estabilidade e se aproximam da zona dos significados.

Acreditamos que uma maior coerência entre os elementos que compõem a proposta de atividade, isto é, objetivo, roteiro e elementos da história, são reflexos de um entendimento mais amadurecido em relação à proposta de organização do ensino de matemática fundamentado pela perspectiva lógico-histórica. Assim, podem ser indicativos de que os sentidos em relação à proposta estão em uma zona mais estável. Por esse motivo, elegemos a coerência como critério de escolha dos sujeitos.

Camila, Alice e Clara

Camila, Alice e Clara traçaram como objetivo de sua proposta de atividade trabalhar com os alunos a construção dos conceitos de ângulos, retas paralelas e perpendiculares.

Trabalhar com os alunos por meio de construção dos conceitos: paralelismo, perpendicularismo, ângulos retos. Prop.Ativ. – Camila, Alice e Clara (Quadro 5 - Linhas 1 a 4; Coluna 3).
--

Para atender a esse objetivo, fundamentaram-se no trabalho de Abreu (2013) que apresenta a abordagem histórica de Hogben (1970) em relação a alguns conceitos de geometria, como as ideias de reta, plano, ângulo, perpendicularíssimo e paralelismo.

Entendemos que a abordagem apresentada por Hogben (1970) se aproxima da perspectiva lógico-histórica pelo fato de considerar o conhecimento matemático como uma construção humana, histórica, social e cultural. Desta forma busca resgatar, na história da humanidade, as necessidades que levaram e permitiram aos seres humanos elaborarem determinados conceitos matemáticos, dentre eles os tratados nas propostas de atividades de Camila, Alice e Clara.

Outro fator em destaque é a relação entre razão e natureza. Hogben (1970) apresenta a elaboração de conceitos matemáticos a partir do trabalho do homem que tem seu pensamento modificado ao interagir com a natureza e ao mesmo tempo a modifica a partir de ações estruturadas por seu pensamento, na busca por atender suas necessidades. O trecho a seguir, por exemplo, ilustra a confluência entre o pensamento humano, a observação da natureza e as ações resultantes dessa relação:

Por muito tempo, o ser humano contentou-se em utilizar unidades de medidas grosseiras na maior parte das necessidades práticas. Porém, segundo Hogben (1970), a construção de templos exigia grande precisão e os homens foram buscá-la na arte de medir a sombra solar. Calculavam as alturas em função do comprimento da sombra e o ângulo que ela fazia com o horizonte, mas a realização desse processo exigia que tivessem certos conhecimentos de algumas relações entre os lados dos triângulos (ABREU, 2013, p. 30).

Outra questão evidente nesse trecho são as necessidades humanas de elaboração dos conceitos, que, ao contrário do que transparece em abordagens tradicionais da história da matemática, como aponta Roque (2012), são determinadas por questões socioculturais, isto é, podem ser necessidades externas a matemática. Ou como aponta Moisés (1999), abordagens externalistas.

Porém, as estudantes buscaram também referência em Euclides (2009) para definir o conceito de retas paralelas:

A partir da definição acima temos por Euclides que para o paralelismo de duas retas, que é a de que duas retas são paralelas, se por mais que as prolonguemos jamais se encontrarão.

Prop.Ativ. – Camila, Alice e Clara (Quadro 7 - Linhas 38 a 42; Coluna 3).

A abordagem de Euclides (2009) difere-se da de Hogben (1970), dentre outros motivos, porque se apoia apenas em aspectos internalistas a matemática e na lógica aristotélica.

Esse fato é um indicativo de que as estudantes, ao desenvolverem sua proposta de atividade, buscam novos significados para propor a organização do ensino dos conceitos geométricos em questão, e isso perpassa por um conflito com as referências que elas carregam de uma abordagem mais tradicional.

Conforme apontamos no quadro 6 (Linhas 27 a 44, Coluna 4), Camila, Alice e Clara se apoiam em algumas formas tradicionais de organização do ensino, mas isso não impede que elas se aproximem também a abordagem lógico-histórica.

Ao final, apresentaram uma proposta de atividade bastante coesa em relação aos objetivos propostos, elementos da história selecionados e roteiro de atividade, pois as questões, nas quais sugeriram buscam relacionar os conceitos matemáticos com atividades humanas, apresentam referências em elementos internalistas e externalistas à matemática (MOISÉS, 1999).

- | |
|---|
| <p>1) Para vocês, o que é linha do horizonte?
 2) Dado um terreno irregular, é colocado um poste, como saber se ele está reto em relação ao chão?
 3) Num lago de fundo montanhoso, por que o nível da água é o mesmo em toda a superfície?
 4) Como fazer para saber se o chão está alinhado? E que duas paredes têm a mesma altura?</p> |
|---|

Prop.Ativ. – Camila, Clara e Alice (Quadro 6, Linhas 35 a 45, Coluna 3).

Além disso, se aproximaram da abordagem conceitual de Hogben (1970) ao buscarem possibilitar que o estudante, envolvido na atividade proposta, estabelecesse relações entre os conceitos estudados e atividades humanas. Mas elas não repetem os mesmos contextos de Hogben (1970), pois suas questões levam em consideração situações hodiernas.

Inferimos que Camila, Alice e Clara atribuíram sentidos e significados as ideias de Hogben (1970), identificaram ideias importantes nos elementos da história que elegeram como a abordagem internalista e externalista desses conceitos, estruturaram um roteiro de atividade que contemplou tais ideias e conseguiram atingir o objetivo almejado para sua proposta de atividade. Enfim, apresentaram uma proposta de atividade bastante coesa.

Lia

O tema de maior destaque na proposta de atividade de Lia foi a “ideia dos contrários”, conforme indicamos no quadro 6 (Linhas 46 a 53; Coluna 4). Ao buscar uma proposta de atividade que explore essa ideia, a Lia mostra que a considera importante para a compreensão dos números inteiros. A abordagem de Lia nos possibilita afirmar que a “ideia

dos contrários” é tomada como nexos internos de números inteiros embora a estudante não explicitasse isso. Talvez por ainda não ter clareza em relação ao significado de nexos internos.

A ideia dos contrários está evidenciada nos elementos históricos abordados por

Lia:

O pastor, para comunicar onde há boa pastagem, deve indicar se está rio acima ou rio abaixo, e não somente a tantos passos; uma pessoa pode ter débitos e créditos, e quantias credoras ou devedoras; modernamente, a ciência considera positivas ou negativas.

Prop.Ativ. – Lia (Quadro 7; Linhas 85 a 92; Coluna 3)

Esta ideia também foi explorada no roteiro de atividade referente à parte dos cartões:

Mostram-se cartões nas cores preta, vermelha e branca. A cor preta indica mover-se em certo sentido; a vermelha em sentido contrário. O branco indica ficar parado.

Prop.Ativ. - Lia (Quadro 6; Linhas 56 a 60, Coluna 3).

A partir da ideia dos contrários, a Lia discute também o conceito de adição de números inteiros, conforme destacado na segunda parte de sua proposta de atividade:

Um dado pintado de preto, numerado de um a seis, e outro dado pintado de vermelho. Dois alunos jogam. Pontos iguais de cores diferentes anulam-se. Porém 5 vermelho com 3 preto dará 2 vermelho, e 5 preto com 3 vermelho dará 2 preto.

Prop.Ativ. - Lia (Quadro 6; Linhas 74 a 80; Coluna 3).

Estes fatos demonstram coesão entre os elementos históricos selecionados por Lia e o roteiro de atividade proposto, mas nos questionamos se o mesmo acontece em relação aos objetivos. Ela propõe:

(...) usar os números inteiros para mostrar como é útil no dia-a-dia dos alunos do 6º e 7º anos do Ensino Fundamental. Os alunos poderão aprender o porquê da necessidade de se ter os números negativos e positivos. Utilizando a metodologia de ensino envolvendo a história da matemática.

Prop.Ativ. – Lia (Quadro 5; Linhas 9 a 18; Coluna 4).

A questão que se coloca está relacionada principalmente com a ideia de “dia-a-dia”. Pois, se pensarmos nesse conceito como sendo o conjunto das experiências cotidianas vivenciadas pelos estudantes nos diversos meios sociais que frequentam, devemos reconhecer que se trata de um conjunto particular, pois a combinação das diversas experiências vivenciadas dificilmente será a mesma para vários indivíduos. E essa diferença se amplia com o passar do tempo.

Além disso, podemos nos questionar até que ponto o conceito de número inteiro é útil para os estudantes de 6º e 7º anos do Ensino Fundamental em seus afazeres cotidianos. Visto que a utilidade também é algo relativo, dependente das necessidades de quem “usa”. Também não estamos afirmando que o conceito não é útil, mas que se deve tomar cuidado com certos reducionismos.

Na perspectiva histórico-cultural, segundo Sousa et al (2014), a escola é encarada como uma instituição que deve promover uma educação de forma intencional a fim de propiciar a humanização dos indivíduos ao se apropriarem de conhecimentos e modos de ação historicamente acumulados pela humanidade e que são considerados importantes para a manutenção e desenvolvimento da mesma.

Nesse sentido, a intencionalidade da atividade de ensino não se limita aos contextos particulares dos educandos, pelo contrário, visa expandir suas experiências possibilitando a eles o contato com uma cultura mais geral. Daí a importância da história, pois ela é fonte de pesquisa para essa ampliação. Segundo Moura (2014), “o ato do educador é o de apreensão do movimento histórico do conceito para daí retirar o que considera como sendo relevante para ser sistematizado na escola como conteúdo de ensino” (p.11).

Percebemos esse movimento na proposta da atividade de Lia, já que, a partir dos elementos da história selecionados, é escolhido o tema “ideia dos contrários” para ser explorado. Porém, essa ação não traduz os aspectos pretendidos nos objetivos da referida proposta de atividade, sendo esse o ponto que compromete a coerência entre os objetivos, o roteiro de atividade e os elementos históricos selecionados da proposta de Lia.

Sendo assim, podemos dizer que a atividade de Lia se mostrou menos coerente que a de Camila, Clara e Alice.

Paulinha

A Paulinha aborda o conceito de medida em sua proposta de atividade. A partir dos estudos de Caraça (1951) e Dias e Moretti (2011), elege dois nexos conceituais de medida para serem desenvolvidos: medida e grandeza. Ao contrário de Camila, Alice, Clara e Lia, a escolha dos nexos conceituais é feita, por Paulinha, de forma explícita e consciente:

Os nexos conceituais que estão envolvidos com a atividade são de Medida e Grandeza.

- Medida: A medida é essencial para a construção da geometria. Foi criada pela a necessidade do ser humano, onde possibilitou avanços para a sobrevivência humana;
- Grandezas: As grandezas são formas que o ser humano encontrou de se ter um padrão para medir alguma coisa, como por exemplo, comprimento, volume, massa e etc.

Prop.Ativ. – Paulinha (Quadro 6; Linhas 126 a 139; Coluna 3).

A estudante apresenta vários elementos da história que podem ser sintetizados a partir do que Caraça (1951) chama de problema da medida. Segundo esse autor, medir é uma atividade das mais necessárias para o homem e o ato de medir pode ser dividido em duas etapas:

1º - Estabelecer um estalão²⁹ único para todas as grandezas da mesma espécie; esse estalão chama-se unidade de medida da grandeza de que se trata – é, por exemplo, o centímetro para os comprimentos, o grama-peso para os pesos, o segundo para os tempos, etc.

2º - Responder à pergunta – quantas vezes? – acima posta, o que se faz dando um número que exprima o resultado da comparação com a unidade (CARAÇA, 1951, p. 30).

Na proposta de atividade de Paulinha, analisando as questões que apresenta, percebemos um foco maior na primeira etapa, isto é, na escolha do instrumento e da unidade de medida.

1) O que significa a palavra medir para vocês?

2) Escolham três objetos distintos para serem os instrumentos de medida, para que se possa medir uma folha de caderno, ou folha sulfite e respondam:

a. Qual objeto é mais adequado para medir a folha? Por que vocês escolheram esse objeto?

b. Qual seria o melhor instrumento de medida para se medir essa folha? Justifiquem suas respostas.

3) Um relógio de pulso tem várias peças muito pequenas que são essenciais para o seu funcionamento. Se pegarmos uma peça muito pequena dessas. Qual seria o melhor instrumento de medida para se medir essa peça? Justifiquem suas respostas.

4) Pedro mora em São Carlos, que é uma cidade do estado de São Paulo, e viajou para a cidade de Parati que fica no estado do Rio de Janeiro. Qual é o melhor instrumento para se medir essa distância percorrida por Pedro? Justifiquem suas respostas.

Prop.Ativ. – Paulinha (Quadro 6; Linhas 89 a 121; Coluna 3).

Percebemos ainda que as questões foram estabelecidas com a finalidade de possibilitar que o estudante envolvido na atividade pensasse sobre conceitos levantados através dos elementos da história selecionados por Paulinha, como por exemplo, a interdependência entre a grandeza a ser medida e a escolha da unidade de medida.

Caraça (1951) também diz que há interdependência dos aspectos, onde se tem o caráter prático, econômico e de comodidade, envolvendo a unidade de medida escolhida para determinados conceitos:

Em princípio a unidade pode escolher-se como se quiser, mas, na prática, o número que há de vir a obter-se como resultado da medição o condicionará na escolha da unidade. Isso depende da natureza das medições que hajam de fazer-se. Para medições de dimensões nas células toma-se o micron-milésima parte do milímetro; para as necessidades das correntes dá vida toma-se o metro; para as distâncias entre os astros toma-se o ano – luz, ou seja, 365x24x3.600x300.000 quilômetros,etc.,etc.(CARAÇA, 1951, pg 31)

Prop.Ativ. – Paulinha (Quadro 7; Linhas 131 a 158; Coluna 3).

Desse modo, há coerência entre os elementos da história e o roteiro de atividade proposto pela estudante. Já em relação aos objetivos, temos o seguinte:

²⁹ Medida padrão.

(...) analisar a capacidade de medição dos alunos do 6º e 7º anos do Ensino Fundamental. Os alunos poderão aprender o porquê da necessidade de se ter uma medida padrão. Sendo essa atividade desenvolvida com uma nova metodologia de ensino envolvendo a história da matemática.

Prop.Ativ. – Paulinha (Quadro 5; Linhas 19 a 29; Coluna 4)

Como a proposta de atividade tem foco na escolha da unidade de medida e não explora a segunda etapa apresentada por Caraça (1951), julgamos que ela não tem potencial para atender o objetivo de “analisar a capacidade de medição dos alunos de 6º e 7º anos do Ensino Fundamental”. No entanto, elaborar a proposta é o primeiro passo para isso, restando apenas que se faça um pequeno complemento para que o objetivo possa ser alcançado. Já a “compreensão da necessidade de se ter uma medida padrão”, pode ser explorada nessa proposta de atividade, com a condução do professor.

Portanto, de um modo geral, podemos afirmar que há coerência entre os objetivos, roteiro de atividade e elementos da história apresentados na proposta de atividade de Paulinha. Isso a coloca no mesmo patamar de Alice, Camila e Clara e a frente de Lia, em relação ao critério “coerência”.

Will

A proposta de atividade de Will traz uma abordagem internalista da matemática (MOISÉS, 1999), no entanto, isso não significa dizer que ele aborda apenas os nexos externos do conceito de logaritmo (SOUSA, 2004). A exemplo de Paulinha, Will identifica e explicita dois nexos conceituais internos do conceito-chave de sua proposta de atividade, no caso, o logaritmo. São esses os nexos internos: “Operações aritméticas e interdependência entre soma e multiplicação (dentro da base logarítmica)” (Quadro 7; Linhas 260 a 263; Coluna 3).

Vale a pena ressaltar que as ideias de “abordagem internalista e externalista da matemática” de Moisés (1999) e de “nexos internos e externos” discutidas por Sousa (2004) e Cunha (2008) são distintas entre si. A primeira se refere às necessidades que motivaram a elaboração dos conceitos matemáticos, podendo essas terem origem externa, relacionadas a aspectos sociais e culturais não diretamente ligados a matemática, ou origem internas, motivadas por necessidades de organização conceitual da própria matemática, que também é uma manifestação cultural. Segundo Moisés (1999), o que se percebe na história dos conceitos matemáticos é a ocorrência de influências tanto internas quanto externas. No entanto, quando se trata da organização do ensino desses conhecimentos, pode-se privilegiar

aspectos internos, externos ou ambos, sendo a última abordagem a mais adequada segundo Moisés (1999).

Já os nexos internos e externos estão relacionados a ideias ou conceitos que podem ser considerados muito importantes para o seu desenvolvimento lógico, isto é, sem os quais o entendimento do conceito se torna fragmentado. Exemplo disso é a ideia de valor posicional para os numerais hindu-arábicos.

Compreendemos que a abordagem internalista também se refere a necessidades humanas de elaboração conceitual. Os elementos da história abordados na proposta de atividade de Will resgatam a necessidade de simplificação de cálculos matemáticos que possibilitaram o pensar sobre a ideia de logaritmos.

Naiper, por volta do século XVII, associava termos de uma progressão aritmética com termos de uma progressão geométrica, por exemplo:

PA	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
PG	2	4	8	16	32	64	128	256	512	1024	2048	4096

Prop.Ativ. - Will (Quadro 7; Linhas 265 a 283; Coluna 3).

Essas ideias foram usadas na elaboração do jogo proposto por Will em seu roteiro de atividade (Quadro 6; Linhas 146 a 214; Coluna 3) e estão de acordo com os objetivos propostos para a atividade, destacando-se que:

(...) a partir dela (perspectiva lógico-histórica) é possível elaborar atividades que ajudam os estudantes a criar uma linha de raciocínio que leve até a definição do conceito e permite que eles entendam de onde surgiu uma determinada ideia.

Prop.Ativ. - Will (Quadro 5; Linhas 43 a 49; Coluna 4, destaque nosso).

Assim, percebemos que existe coerência entre os objetivos, roteiro de atividade e elementos da história abordados na proposta de atividade de Will. Ressaltamos ainda que uma proposta como essa é apenas uma etapa muito pequena do trabalho de ensino do professor, portanto, mesmo que ela tenha tido uma abordagem internalista, outras atividades na sequência podem trazer outros focos. Por exemplo, pode-se discutir o porquê da necessidade de se desenvolver atividades com multiplicações de números muito grandes, já que isso foi explorado na proposta de atividade de Will. O que pode remeter a contextos externos a matemática, como o crescimento da população, a expansão do comércio, da navegação, dos estudos da astronomia, entre outros aspectos.

Desse forma, o Will também se enquadra no primeiro grupo, a frente de Lia, em relação à coerência de sua proposta de atividade.

Bia

A proposta de atividade de Bia tem como objetivo trabalhar a divisão através da conversão de medidas (Quadro 5; Linhas 59 e 60; Coluna 4). Apesar do objetivo de sua proposta de atividade não coincidir com o de Paulinha, elas se apropriam da mesma ideia no desenvolvimento de suas propostas de atividades, isto é, o “problema da medida” (CARAÇA, 1951). Conforme mostrado no quadro 6 (Linhas 230 a 239, Coluna 4), a Bia também se reporta aos dois passos apresentados por Caraça (1951) para se medir. No entanto, ao contrário de Paulinha, o foco de sua proposta de atividade está na comparação da unidade de medida com a grandeza a ser medida e expressão do resultado numérico dessa comparação, isto é, na segunda etapa.

A justificativa para a escolha desse procedimento para a atividade da estudante reside no fato de que, para expressar o resultado de uma medida, deve-se responder a questão “quantas vezes cabe?”. Questão que, segundo a licencianda, remete à ideia de divisão sem, no entanto, explorar a ideia de partição em pedaços iguais.

Embora a Bia tenha explorado mais aspectos metodológicos que históricos, conforme apontamos no quadro 7 (Linhas 333 a 336, Coluna 4), no item referente aos elementos da história, ela apresenta os dois principais elementos que foram explorados em sua proposta de atividade: a exploração do conceito de divisão de outras formas que não a tradicionalmente adotada, isto é, partição de grandezas discretas e contínuas em partes iguais; e exploração de situações potencialmente capazes de propiciar nos estudantes a necessidade de apropriação da cultura. Nesse caso, o conceito de divisão é entendido como elemento da cultura e está associado à necessidade da medida.

Identificamos certa coerência entre os objetivos, os elementos da história selecionados e o roteiro de atividade proposto. No entanto, acreditamos que o objetivo de trabalhar o conceito de divisão através da conversão de medidas não foi muito bem explorado, já que os momentos da proposta de atividade que julgamos serem aqueles a que Bia se refere ao propor o trabalho com conversão de medidas não deixam claros nem a ideia de conversão de medidas nem a ideia de divisão. O trecho a seguir é um exemplo:

10) Agora que sabem o comprimento da carteira com esses objetos, preencham os espaços sem usar os objetos novamente:

a) 1 carteira = ____ Objetos maiores

b) 5 carteiras = ____ Objetos menores

a) 1 carteira = ____ Objetos menores

b) 10 carteiras ____ Objetos maiores

Prop.Ativ. – Bia (Quadro 6; Linhas 345 a 354; Coluna 3).

Se considerarmos que converter uma unidade de medida significa representar uma medida feita com essa unidade através de outra unidade, ou de um múltiplo ou submúltiplo dessa unidade, então isso não ocorre na proposta de Bia. O que se pede é que se expresse a medida de diferentes comprimentos com a mesma unidade. Mesmo que ela utilize duas unidades, “objeto menor” e “objeto maior”, não há a comparação entre as duas unidades de medida.

Já em relação ao conceito de divisão, embora ele esteja representado de forma implícita, não fica claro para o estudante envolvido na atividade que essa ideia está sendo desenvolvida. As principais ideias que estão explicitadas são as de medida, de proporção e de multiplicação, já que, através de uma medida conhecida, por exemplo, o comprimento de uma carteira, o estudante pode proceder encontrando o comprimento de n carteiras de forma proporcional, apenas multiplicando o comprimento de uma carteira por n .

Claro que uma simples intervenção do professor pode explicitar o conceito de divisão contido nessa proposta e explorar a ideia de conversão de medidas. Por exemplo, se medirmos um móvel da sala com a unidade “objeto menor” e pedirmos para que os estudantes expressem esse mesmo comprimento com a unidade “objeto maior” apenas comparando as duas unidades entre si, eles teriam que desenvolver o pensamento inverso à multiplicação.

Imagine que o móvel meça, por exemplo, 15 objetos menores e que o objeto maior seja equivalente a 3 objetos menores, logo, um possível modo de expressar a medida na unidade “objeto maior” seria agrupar os objetos menores que representam a medida do móvel de 3 em 3 e descobrir quantos agrupamentos são formados. Isso é o mesmo que descobrir qual número multiplicado por 3 resulta em 15. Seria o 5. Logo, a medida 15 objetos menores, foi convertida para a medida 5 objetos maiores.

Acreditamos que a incorporação de mais elementos da história da divisão, poderiam ter despertado a atenção de Bia para as questões que levantamos. Talvez isso não tenha ocorrido porque ela se ateu mais à metodologia de organização da atividade do que à história do conceito, ou porque não houve tempo suficiente para o amadurecimento dessas ideias. Mas isso são apenas hipóteses. O que nos interessa agora é analisar a coerência de sua proposta que, a nosso ver, não conseguiu atender bem o objetivo de explorar a divisão através de conversão de medidas, ainda que a iniciativa dada seja um grande passo.

Além disso, embora não tenha sido explorada nessa proposta de atividade, a estudante chama a atenção para uma questão apontada por Caraça (1951), a de que nem sempre é possível representar uma medida por um número inteiro de unidades.

É importante destacar um detalhe: durante a aplicação da atividade os alunos irão perceber que nem sempre, por exemplo, uma carteira tem cinco estojos de comprimento.

Prop.Ativ. – Bia (Quadro 6; Linhas 272 a 276, Coluna 3).

Uma solução para esse problema, apresentada por Caraça (1951), é a de dividir a unidade em subunidades. Em algumas situações esse procedimento poderia ser representado por números inteiros e com o auxílio da operação de divisão. O problema consiste no fato de que a divisão não está bem definida no campo dos números inteiros.

Em geral, sempre que feita a subdivisão da unidade em n partes iguais, uma dessas partes caiba m vezes na grandeza a medir, a dificuldade surge sempre que, e só quando, m não seja divisível por n , no caso da impossibilidade da divisão (cap.1º, 23, pág. 22).

Se queremos resolver a dificuldade, devemos criar um novo campo numérico, de modo a reduzir essa impossibilidade (CARAÇA, 1951, p. 35).

O novo campo numérico de que trata Caraça (1951) é o campo dos números racionais.

Esse trecho demonstra a interdependência entre os conceitos de números racionais e divisão. Portanto, ao indicar essa possibilidade, a Bia consegue atender a parte de seus objetivos que eram de explorar as necessidades culturais do conceito de divisão e sua interdependência com outras ideias que não somente a de partição em pedaços iguais.

Nesse sentido, a proposta de atividade de Bia pode ser classificada no segundo grupo em relação a coerência, juntamente com a proposta de Lia.

Júlia

Júlia apresenta uma lista extensa de objetivos que abrangem diversos conteúdos, não necessariamente matemáticos. Mas, como nosso foco é o ensino de matemática, centramos nosso olhar apenas nas questões relacionadas a essa área do conhecimento.

Portanto, os objetivos destacados são: introduzir os alunos ao conteúdo números racionais; usar a história como fator significativo e estimulante ao estudo da matemática (Quadro 5; Linhas 69 a 71; Coluna 4); mostrar a necessidade prática de fazer cálculos com números racionais; incentivar o uso de cálculo mental; aplicar os conteúdos de pesos e medidas (Quadro 5; Linhas 89 a 94; Coluna 4); trabalhar com o controle de quantidades e as 4 operações básicas (Quadro 5; Linhas 98 a 100; Coluna 4); incentivar o controle de quantidades; incentivar exercícios de medidas e divisão (Quadro 5; Linhas 111 a

112; Coluna 4); e discutir os termos que podem ter interpretação matemática que costumam aparecer em receitas (Quadro 5; Linhas 115 a 117; Coluna 4).

Em sua proposta de atividade, os objetivos apresentados por Júlia, contêm relações não só com os elementos da história selecionados por ela, mas também com a história pessoal de Júlia.

Dentre os elementos históricos, ela traz a necessidade da medida (Quadro 7; Linhas 452 a 477; Coluna 3) e o problema da medida, apresentado por Caraça (1951) (Quadro 7; Linhas 493 a 503, Coluna 3). A Júlia explora esses conceitos ao tentar resgatar a história das medições de terra realizadas às margens do Rio Nilo no Antigo Egito, e também ao propor uma situação hodierna, na qual os estudantes pudessem sentir a necessidade de uso do conceito de medida e de número racional, no caso, a interpretação de receitas de bolo.

Justamente a questão do bolo é que fez parte da história pessoal de Júlia, pois ela nos conta, em sua narrativa de formação, sobre um momento, ainda na infância, em que se propôs a fazer um bolo pela primeira vez. No entanto, a experiência foi desastrosa porque a receita do bolo continha quantidades representadas de forma fracionária, mas na época a Júlia não conhecia as frações e nem teve alguém que a pudesse orientar.

(...) eu deveria ter por volta de 8 anos e meu irmão que é um ano mais novo por volta dos 7, excepcionalmente nesse dia nossa mãe nos deixou sozinhos em casa por algumas horas, como nunca fomos muito comportados aproveitamos a oportunidade para “aprontar” na cozinha. Resolvemos fazer um bolo, daqueles de caixinha e foi aí que minha inimidade com as frações começou antes mesmo de sermos apresentadas formalmente. A receita no verso indicava as medidas dos ingredientes em forma fracionária, como, $\frac{3}{4}$ de xícara de leite, eu não sabia interpretar esses “números tortos”, mas como boa irmã mais velha tive que me fazer de sabida e disse a meu irmão: “Significa que precisamos colocar 3 ou 4 xícaras de leite no bolo”, ele então respondeu: “Tata, vamos colocar 4 então, assim o bolo vai ficar mais gostoso”. Não preciso nem dizer que o resultado final dessa aventura na cozinha não foi bom e que o “bolo” acabou indo parar no lixo.

Nar. 1 - Júlia

Sem dúvida, o roteiro de atividade apresentado por Júlia pode contemplar todos os objetivos propostos e se articular com os elementos históricos que apresentou dando a sua proposta de atividade bastante coerência. No entanto, conforme ressaltamos no quadro 7 (Linhas 442 a 450; Coluna 4), a Júlia não apresenta detalhes de como os conteúdos matemáticos devem ser abordados, apenas indica em quais momentos isso pode acontecer.

3° Iniciar a preparação dos bolos, dando auxílio a todos os grupos à medida que as dúvidas aparecem;
4° Aproveitar a situação criada para introduzir os conceitos matemáticos através de vocabulário e incentivo de raciocínios.

Porp.Ativ. - Júlia (Quadro 6; Linhas 534 a 540; Coluna 3).

A Júlia indica o momento para se introduzir os conceitos matemáticos, mas não diz quais são esses conceitos, como abordá-los, não apresenta as receitas dos bolos que espera

que os estudantes façam durante a atividade e tampouco destaca como os conteúdos matemáticos estariam presentes nessas receitas.

Sabemos que receitas de bolo geralmente contêm medidas que não são representadas por quantidades inteiras, envolvendo, portanto, os números racionais. Mas como esses números estariam representados? Por exemplo, para indicar a quantidade referente a uma xícara e meia de farinha, pode-se usar, dentre outras, notações do tipo:

- Por extenso: Uma xícara e meia de farinha;
- Fração mista: $1\frac{1}{2}$ xícaras de farinha;
- Fração imprópria: $\frac{3}{2}$ de xícara de farinha;
- Números decimais: 1,5 xícaras de farinha.

E ainda nos perguntamos: como desenvolver essas notações com os estudantes? Introduzindo o conceito, explicando e fazendo o bolo ao mesmo tempo? Até que ponto uma atividade não comprometeria a outra? Seria possível desenvolver o problema da medida nessa atividade da mesma forma que é proposto nas atividades de Paulinha e Bia, mas agora envolvendo não apenas grandezas de comprimento, mas também volume e massa? Que instrumentos seriam utilizados para medir? Xícaras de tamanhos diferentes, copos medidores, balanças?

São várias as questões que podem ser feitas justamente porque a Júlia não especifica esses procedimentos. Portanto, não conhecemos quais caminhos essa atividade pode tomar durante a sua realização, podendo, por exemplo, se aproximar das ideias exploradas por Caraça (1951) a respeito dos números racionais ou simplesmente explorar apenas os nexos externos do conceito, como os algoritmos de operações com frações ou para a transformação de frações em decimais.

Esse fato compromete nossa avaliação quanto à coerência do roteiro de atividade com os objetivos e elementos da história apresentados por Júlia. Desse forma, sua proposta de atividade foi classificada no segundo grupo, junto com Lia e Bia.

Joana

Joana tenta resgatar não só a história dos conceitos matemáticos descrita em livros, mas também a história dos sujeitos envolvidos na atividade relacionada aos conceitos matemáticos tratados. Ao contrário dos outros participantes da ACIEPE, sua proposta de atividade é destinada a um público já definido, isto é, educandos adultos de uma turma de EJA na qual a estudante desenvolve sua pesquisa de mestrado.

Pelo fato de seu público se tratar de pessoas adultas, Joana se interessa pela experiência de vida desses estudantes. O trecho a seguir é um exemplo disso:

Perguntar sobre as experiências deles sobre tal assunto seria muito conveniente para os alunos adultos, já que os mesmo carregam experiências consigo, mesmo sem serem escolarizados.

Prop.Ativ. – Joana (Quadro 6; Linhas 661 a 666; Coluna 3).

Esses estudantes estão ou estiveram inseridos em vários ambientes sociais, dentre eles o trabalho, nos quais possivelmente fazem uso de conceitos matemáticos, mesmo que esse não seja um conhecimento formalizado como é o caso da matemática escolar.

Dessa forma, os objetivos de sua proposta são os de:

(...) exploração da própria história dos sujeitos jovens e adultos para relacionar com a história do homem perante a correspondência um a um, além das necessidades da adição e da subtração em relação a objetos e suas quantidades.

Prop.Ativ. - Joana (Quadro 5; Linhas 131 a 138; Coluna 4)

Assim, os conceitos matemáticos desenvolvidos em sua proposta são os de senso numérico, correspondência um-a-um, contagem, registro de quantidades e adição. O roteiro de sua atividade, dividido em três momentos (Quadro 6; Linhas 623 a 694, Coluna 3) nos esclarece quanto à forma que ela pretende trabalhar com esses conceitos: no primeiro momento, explora-se as formas de registro de quantidades já conhecidas pelos participantes; no segundo momento, utiliza-se das formas de registro apresentadas pelos participantes para se realizar contagens; no terceiro e último momento, busca-se comparar os processos de contagem e registro dos participantes com os processos narrados nos elementos da história que a Joana elegeu para a sua proposta de atividade.

Como elementos da história, a Joana apresenta um resumo sobre algumas considerações encontradas nos trabalhos de Ifah (1994) e Duarte (1987), os quais tratam de alguns nexos conceituais de número natural, com destaque a correspondência um-a-um.

O homem primitivo talhava pedaço de ossos e associava cada risco uma ovelha.

Prop.Ativ. – Joana (Quadro 7; Linhas 625 a 627, Coluna 3).

A Joana tenta relacionar o exemplo das ovelhas a uma situação hodierna comparando o número de passageiros de um ônibus e o número de assentos disponíveis.

Outro exemplo que está relacionada com a correspondência um a um é a relação entre os assentos e número de pessoas contidas em um ônibus. Se observarmos – dentro desse tipo de veículo – que há mais pessoas do que assentos, saberemos que faltam assentos para essas pessoas.

Prop.Ativ. – Joana (Quadro 7; Linhas 647 a 654; Coluna 3).

Em seguida, a partir dos escritos de Ifrah (1997), a Joana discute a ideia de adição relacionada ao processo de contagem.

Quando fazemos contagem, ou seja, quando contamos os número 1, 2, 3, 4,.. e assim sucessivamente, poderemos estar diante da seguinte relação 1 (1+0), 2 (1+1), 3(2+1) ou (1+1+1), 4 (3+1) ou (1+1+1+1). Ou seja, segundo Ifrah (1997) isso significa uma sucessão de um acréscimo suplementar de uma unidade na sequência numérica.

Prop.Ativ. – Joana (Quadro 7; Linhas 665 a 674; Coluna 3).

Por fim, ela discute a ideia de senso numérico, também apresentada por Ifrah (1997) e relacionada à capacidade que temos de reconhecer e comparar quantidades sem contá-las, claro que com limitações.

Em todo o roteiro de atividade, a Joana busca relacionar os elementos da história supracitados com as experiências pessoais dos estudantes envolvidos. O trecho a seguir é um exemplo dessa intenção da estudante:

A realização de uma explicação sobre a história dos conceitos a serem abordados com as experiências de vida desses sujeitos deverá ser realizada durante os três momentos supracitados.

Prop.Ativ. – Joana (Quadro 6; Linhas 672 a 679; Coluna 3).

Dessa maneira, Joana contempla bem os objetivos da sua proposta de atividade deixando-a bastante coerente em relação aos três itens analisados. Com isso, sua atividade pode ser classificada no primeiro grupo, encerrando assim, a avaliação desse critério. Os grupos formados em ordem de maior coerência das propostas de atividades são: 1) Camila, Clara, Alice, Will, Paulinha e Joana; 2) Lia, Bia e Júlia.

5.1.1.3. Participação na ACIEPE

Consideramos importante que os participantes selecionados para que pudéssemos acompanhar suas trajetórias ao longo da ACIEPE tivessem uma participação efetiva nos diversos espaços que oportunizamos nos dezessete encontros realizados, sete virtuais e dez presenciais.

Como nossa intenção era analisar os sentidos e significados produzidos por esses participantes e manifestados através da linguagem verbal, escrita ou falada, precisávamos escolher os sujeitos que mais se manifestaram. A primeira condição para que eles pudessem se expor verbalmente seria participar dos diversos momentos, isto é, das discussões nos encontros presenciais, nos momentos de reflexões individuais e produção de narrativas e nos momentos de interação no ambiente virtual Moodle.

Assim definimos dois subcritérios de análise: a assiduidade e a manifestação dos estudantes nos encontros. Para controle da ACIEPE, verificamos a presença dos participantes em todos os encontros. Nas reuniões presenciais, o controle foi feito por meio de lista de presença. Já nos encontros virtuais, verificamos se o sujeito participou desenvolvendo as tarefas que foram pedidas, como escrita e postagem de narrativas e participação nos fóruns. Para cada encontro havia sempre uma atividade; se o licenciando o pós-graduando fizesse, era computado a presença, caso contrário ele ficava com falta.

Após analisarmos a assiduidade dos participantes, elaboramos o quadro 8 a seguir, com percentual de frequência nas atividades da ACIEPE:

Quadro 8 - Percentual de frequência dos participantes da ACIEPE

Nome	Porcentagem de frequência
Bia	94%
Paulinha	94%
Lia	88%
Will	88%
Júlia	88%
Camila	82%
Alice	82%
Gregório	76%
Joana	76%
Clara	76%
Márcia	71%

Dessa forma, ficaram definidos cinco níveis de frequência ordenados do maior para o menor: Bia e Paulinha no primeiro nível com 94% de frequência; Lia, Will e Júlia, no segundo nível com 88%; Camila e Alice no terceiro com 82%; no quarto com 76 % de frequência estão Gregório, Joana e Clara; e no quinto e último nível está Márcia com 71%.

Apesar da ACIEPE “Quando a história da matemática passa a ser metodologia de ensino” não ter sido conduzida como uma disciplina comum dos currículos dos cursos de licenciatura e pós-graduação em educação nos quais os participantes se encontravam matriculados, não tendo, por exemplo, um sistema de avaliação formal e quantitativo, não abrimos mão de exigência mínima de 75% de frequência dos estudantes para que eles fossem aprovados.

Porém, permitimos, até a última semana da ACIEPE, que os participantes que não tivessem com suas atividades no ambiente virtual em dia, pudessem realizá-las. Para

evitar a reprovação, já que também haviam faltado em alguns encontros presenciais, os graduandos Gregório, Márcia e Júlia, realizaram as tarefas nessa última semana. Considerando ainda o fato de que em vários encontros os estudantes Gregório e Márcia chegaram atrasados e saíram mais cedo, decidimos desconsiderá-los dentre as opções que tínhamos para escolher os sujeitos cujas trajetórias analisaríamos para a presente pesquisa.

Ressaltamos que a ACIEPE não é considerada uma atividade curricular obrigatória para os estudantes, mas as horas de participação na mesma são consideradas para cumprimento da exigência obrigatória de participação em Atividades Científico-Acadêmico-Culturais para os estudantes de graduação, desde que esses sejam aprovados. Já os participantes externos e da pós-graduação não são submetidos a aprovação ou não, apenas recebem um certificado especificando as atividades realizadas, a carga horária e o percentual de frequência.

O segundo subcritério que escolhemos foi à manifestação dos participantes. Nos encontros virtuais, como a assiduidade foi medida pela realização ou não das tarefas pedidas e essas sempre eram escritas, apenas o primeiro subcritério era suficiente. Mas nos encontros presenciais, a simples presença dos sujeitos não caracterizava a sua manifestação. Logo precisávamos encontrar uma forma de avaliar esse subcritério. Como nos encontros presenciais realizamos gravações de áudio, que depois foram transcritas, encontram-se registrados todos os momentos de manifestação verbal dos participantes, dessa forma decidimos utilizá-las.

Para isso nos apropriamos, inspirados no trabalho de Reis (2014), de um recurso que já foi utilizado por algumas pesquisas. Trata-se da nuvem de palavras:

Em outros termos, uma nuvem de palavras é uma representação gráfica da frequência de palavras encontradas em um texto. Nessa representação, o tamanho de fonte de cada palavra dentro da nuvem varia de acordo com o número de vezes em que ela aparece ao longo do texto. À medida que a quantidade de palavras no texto aumenta, aumenta, também, o tamanho da fonte usada em sua escrita na “nuvem”, mantendo-se uma proporção entre a frequência da palavra e o tamanho da fonte utilizada em sua representação (REIS, 2014, p. 194).

Este mesmo autor cita alguns trabalhos em que esse recurso é utilizado para procedimentos como a análise de discurso. No entanto, nossa intenção era menos sofisticada. Como todas as falas que transcrevemos são identificadas com o pseudônimo do seu autor, os pseudônimos que aparecessem com fonte maior na nuvem de palavras seriam dos participantes que mais se manifestaram nos encontros presenciais.

Precisávamos apenas de um recurso para produzir estas nuvens de palavras. Segundo Reis (2014)

Os pseudônimos que mais se destacaram, em ordem do maior para o menor destaque, foram: Bia, Will, Alice, Júlia, Joana, Paulinha e Gregório. Como o tamanho da fonte das palavras que aparecem na nuvem de palavras é diretamente proporcional à frequência com que essa palavra é repetida no texto, os outros pseudônimos não aparecem no gráfico porque sua frequência é desprezível comparado com as palavras que compõe a nuvem.

Os dois primeiros pseudônimos com mais destaque na lista de palavras, também estão entre os mais frequentes na ACIEPE, a Bia no primeiro nível de frequência e o Will no segundo.

A análise simultânea destes dois critérios é interessante por nos permitir observar e escolher não só aqueles participantes que se manifestavam muito, mas que participaram do maior número de encontros. Estes puderam acompanhar, sem muitas lacunas, todo o processo de constituição da ACIEPE “Quando a história da matemática passa a ser metodologia de ensino”. A Joana e o Gregório são exemplos de participantes que se manifestavam bastante durante os encontros – em comparação com alguns nomes que sequer apareceram na nuvem de palavras (Figura 5), como Clara e Lia, por exemplo – mas não acompanharam algumas reuniões.

Cabe também ressaltar que as faltas de Will aconteceram nos primeiros encontros, pois, de acordo com os registros no diário do pesquisador, ele tinha outros compromissos no dia e horário da ACIEPE. Mas após atendermos o seu pedido de mudança nos dias dos encontros, ele participou quase sem interrupções.

5.1.2. Participantes selecionados

Nas seções anteriores fizemos a descrição das propostas dos participantes e a análise inicial a partir de três critérios: autonomia, coerência e participação. Essa análise inicial tem o intuito de selecionar dois participantes que serão acompanhados durante toda a trajetória da ACIEPE. Portanto, nessa seção revisitaremos essa análise inicial comparando as propostas de atividades e apontando os sujeitos que se destacaram segundo cada um dos três critérios, e por fim os dois participantes selecionados.

Em relação à autonomia, verificamos basicamente se os sujeitos foram autônomos quanto à escolha do tema, do referencial teórico e da estrutura de organização da proposta de atividade.

Com exceção de Lia, que não elaborou sua própria proposta de atividade e praticamente não fez modificação na atividade que escolheu (FLORIANI, 1989), os demais participantes foram autônomos na forma como estruturaram suas propostas de atividades.

Já em relação à escolha do tema, somente o grupo Camila, Alice e Clara não foram autônomas, pois mantiveram o mesmo tema de um dos encontros da ACIEPE, a geometria. Isso não seria um problema se as licenciandas tivessem demonstrado motivos para a escolha desse tema, mas não encontramos em nossos dados evidências disso. Esse mesmo grupo, diferentemente dos outros participantes, não demonstrou autonomia na escolha do referencial teórico, pois utilizaram o mesmo material que foi apresentado durante a ACIEPE.

Portanto, nesse critério, conforme já apresentado anteriormente, as propostas de atividades puderam ser classificadas em três grupos, em ordem decrescente de autonomia: 1) Paulinha, Bia, Will, Júlia e Joana; 2) Camila, Clara e Alice; 3) Lia.

Em relação ao segundo critério, coerência entre os objetivos da proposta de atividade, roteiro de desenvolvimento e os elementos da história da matemática selecionados, destacamos que, de um modo geral, todas as propostas de atividades se mostraram coerentes. Mas como nossa intenção é selecionar dois participantes, diferenciamos as propostas de atividades em dois grupos: aquelas que apresentaram observações relevantes que comprometeram a coerência, sendo essas as propostas de Bia, Lia e Júlia; e aquelas que apresentaram pequenas, ou nenhuma, observações que comprometeram a coerência, isto é, as propostas de Paulinha, Will, Joana e do grupo Camila, Alice e Clara.

Por fim, em relação ao critério participação, analisamos a frequência dos licenciandos e pós-graduandos nos dezessete encontros e a participação dos mesmos nos dez encontros presenciais. Os participantes que mais se destacaram nesse critério foram a Bia e o Will.

Assim, observamos que o pseudônimo que mais se destacou em relação aos três critérios adotados para a escolha dos sujeitos foi o de Will. Em seguida, temos a Bia que se destacou nos critérios autonomia e participação. Desse modo, os participantes selecionados para acompanharmos suas trajetórias ao longo da ACIEPE são a Bia e o Will.

5.2. Primeiro Bloco: Motivação para o trabalho com a perspectiva lógico-histórica (1º ao 4º encontro)

Como descrevemos no Capítulo 4, o Primeiro Bloco de atividades da ACIEPE constituiu-se a partir dos quatro primeiros encontros, três presenciais e um virtual. Nessa

primeira etapa, tínhamos por objetivo apresentar aos participantes a possibilidade de organizarmos atividades de ensino fundamentadas na perspectiva lógico-histórica e motivá-los a estudarem, discutirem e elaborarem propostas de atividades nessa perspectiva.

Dessa forma, buscamos não só apresentar a perspectiva lógico-histórica aos participantes como promover a vivência e discussão de atividades a partir das quais eles pudessem produzir sentidos e negociar significados em relação a nossa proposta. Em outras palavras, buscamos realizar um convite e colocá-los em atividade para motivá-los a aceitarem o nosso chamado.

Entendemos que a busca por essa motivação é necessária para que se possa desenvolver uma AOE, pois um estudante só estará em atividade se o seu objetivo também for o objetivo da atividade que ele desenvolve. Caso contrário, sua ação pode ser considerada tarefa para atender a necessidade de outrem, e não a sua.

Para a realização desse primeiro bloco, elegemos o conceito de função. Nossa intenção era possibilitar que os participantes vivenciassem uma atividade de ensino sobre função que tivesse sido elaborada a partir dos pressupostos da dialética lógico-histórica. No entanto, queríamos também que eles começassem a pensar, a partir de um conceito matemático, sobre a organização do ensino em atividades de ensino fundamentadas nessa perspectiva.

Assim, realizamos a seguinte sequência de organização da atividade: 1) conversa inicial de apresentação e motivação; 2) leitura e discussão em grupo de um texto norteador (CARAÇA, 1951); 3) vivência de atividades de ensino que explorassem os elementos teóricos discutidos no texto.

Portanto, abordaremos a seguir, os sentidos e significados produzidos por Bia e Will em relação às atividades desenvolvidas no primeiro bloco.

No primeiro encontro, o Will não esteve presente.

Os trabalhos se iniciaram por uma conversa em que questionamos sobre as expectativas dos participantes em relação à ACIEPE e apresentamos nossa proposta de trabalho, isto é, a vivência de atividades e elaboração de proposta de atividades de ensino fundamentadas na perspectiva lógico-histórica.

Nessa conversa, discutimos sobre alguns conceitos matemáticos e algumas de suas possíveis abordagens em sala de aulas de matemática. Destacamos os relatos de experiências dos estudantes em relação ao aprendizado desses conceitos e discutimos possibilidades de abordagens que considerem elementos característicos da perspectiva lógico-histórica, como, por exemplo, o uso da história para fundamentar práticas de ensino de

conceitos matemáticos. Os conceitos de número natural e de fração, por exemplo, fizeram parte dessas discussões.

Nossa intenção com essa conversa era a de, aos poucos, ir fornecendo subsídios para que os participantes negociassem sentidos e produzissem significados em relação à perspectiva lógico-histórica. Escolhemos, portanto, elementos para a discussão que causassem conflitos conceituais nos estudantes, conforme se pode observar no trecho a seguir;

MC: Quem se arrisca? Tem diferenças entre número e numeral? Historicamente, nós já estamos entrando na história. Aliás a gente só tá falando de história.
Bia: Tem né, que tem diferença tem.
MC: Então fala. Arrisca.
Bia: Agora? Mas a diferença ...?
 (Breve momento de silêncio)
MC: Eu preciso que vocês se arrisquem, senão nós ficamos dando aula aqui. O que é número e o que é numeral. Tudo isso tem haver com o que você (se refere a todos) colocou. E eu já vou explicar por que essa pergunta.
 (Breve momento de silêncio)
MC: Se um aluninho perguntar para vocês: o que é número, professora? O que vocês falam para ele?
 (Breve momento de silêncio)
 Como assim!?! Vocês têm uma resposta para dar para essa criança!
Bia: Tipo, 13 é um número e o 1 e o 3 são numerais, assim, entendeu? Não sei se é isso, mas...
MC: Você está falando da posição. Tudo bem já é um bom começo.
Bia: Eu estou arriscando! Eu estou chutando aqui! Já que é para chutar, eu estou chutando.
MC: Vamos lá.
Júlia: Acho que numeral é ideia da quantidade e o número seria o que representa essa quantidade. Ou seria o algarismo?
Bia: Eu acho que o algarismo seria então... Eu vi alguma coisa falar que número tipo ... vamos supor o 13. O 13 em si é número, e você pode considerar ...
MC: Arrisca então. É isso, você falou ...
Bia: Tipo o número... os algarismos seriam 1 e 3 e o 13 seria o número?
MC: É uma possibilidade.
Bia: Ou será o contrário?
MC: Número tem a ver com o que você falou só que ao contrário. Número: ideia de quantidade. É a ideia. Numeral: é a representação dessa ideia. Mas, no lógico formal a partir do século XIX, número e numeral viraram sinônimos. É aí que está o problema.

A1E1 - 00:20:12

Nesse trecho, Bia se mostra confusa ao tentar explicar a diferença entre número e numeral. Em seguida, MC apresenta a história como capaz de nos munir de subsídios para encontrarmos respostas conceituais.

Conforme destacado anteriormente, nosso foco nessa análise não são os conceitos matemáticos e sim a possibilidade de uso da perspectiva lógico-histórica para fundamentar a elaboração de atividades de ensino desses conceitos. Portanto, nosso olhar para o trecho anterior se concentra no reconhecimento da história como fator significativo para a compreensão desses conceitos.

No decorrer da ACIEPE a história e outros elementos característicos da abordagem lógico-histórica, como os nexos conceituais, por exemplo, ganham destaques nos

momentos de negociação de sentidos e produção de significados por parte dos sujeitos. Buscamos nessa análise, identificar os referidos movimentos.

Voltando à conversa inicial, a ideia de número é retomada na sequência, para discutir o conceito de fração. Esse trecho evidencia a problematização de algumas abordagens de ensino tradicionais, que privilegiam os nexos externos do conceito:

MC: ... Fração. Porque é um numeral, uma representação, uma ideia. Como é que a gente faz a ideia de fração? Vocês também tiveram essa aula. Como que foi a aula que vocês tiveram de fração?

Bia: Barra de chocolate desenha, ...a pizza, depois divide.

MC: Pinta um pedacinho e fala: igual a um meio... igual a um quarto. Aí a professora falava assim para vocês logo em seguida: agora quero que vocês calculem um terço de dezoito pessoas. O que vocês fizeram quando ela pediu isso? Cortou, cortou pizza e chocolate, aí depois pediu para calcular um terço de dezoito pessoas. O que a gente faz?

Bia: Não faz!

MC: Não faz! Deixa em branco. Por quê? Por que a criança não vai desenhar dezoito pessoas e cortar, e pegar um pedaço. Ela sabe que não dá para fazer isso, certo?... Ela chega a um resultado que a gente quer? Não! Por que ela não tem ideia de quantidade, certo? Por que a gente está na representação. Coisa do século XIX.

A1E1 – 00:25:34

Mais do que causar conflitos, ao fazer referência à história, a MC levanta a hipótese de trabalharmos os conceitos matemáticos de formas diferentes dos modelos tradicionais, ainda muito marcados pelo tecnicismo e formalismo. Nessa fase há pouca participação de Bia, mas analisando sua trajetória inferimos que essas provocações iniciais a possibilitaram atribuir sentidos a organização do ensino através da perspectiva lógico-histórica que estiveram presentes em sua proposta de atividade. Um deles está relacionado à possibilidade de se encontrar novas formas de abordagem conceitual.

Os objetivos da proposta de atividade de Bia reforçam essa inferência:

Essa atividade tem como objetivo trabalhar a divisão através da conversão de medidas. O ensino que poderá ser desenvolvido é que **existem outras formas de se utilizar a divisão sem que ocorra necessariamente partição de alguma coisa.**

Prop.Ativ. – Bia (Quadro 5; Linhas 58 a 65; Coluna 4 – destaque nosso).

A partição em pedaços iguais é entendida, por Bia, como um procedimento tradicionalmente utilizado no ensino de divisão. Isso a mobiliza para encontrar formas menos privilegiadas de abordagem desse conceito. Para encontrar essa outra abordagem Bia busca referências na história da matemática. Retomaremos essa discussão mais adiante.

As provocações continuaram ao longo da conversa.

Pesquisador: ... uma vez eu estava dando aula num sexto ano, ... era bem no início do ano e fiz uma revisão das operações, até para fazer uma sondagem de como os estudantes estavam. Estávamos trabalhando com probleminhas envolvendo as quatro operações básicas. E aí um aluno me pergunta: professor! Para somar, eu faço da esquerda para direita, ou da direita para esquerda? ... eu falei assim: ah tanto faz! Pode fazer de qualquer

lado. Para quê!? Eu comprei uma briga com aquela turma. Eles não aceitavam de jeito nenhum. Falavam: professor é da direita para esquerda. E enfim. Mas, vocês já pararam para pensar se dá para fazer de outro jeito? O porquê que dá, ou o porquê tem que ser de um lado só?

Bia: Da direita para a... oi? Eu estou perdida.

Pesquisador: É... eu acho que se escrever a continha agora fica mais fácil. Montem uma adição aí para vocês verem.

(Todos conversam e tentam decidir qual é o lado)

Pesquisador: Por exemplo: $214 + 358$. A gente faz de que lado?

Bia: Da direita...

Alice: Da esquerda para a direita, assim.

(Alguns questionam.)

Eugênia: A gente começa pela as unidades, né?

Pesquisador: E daria para fazer ao contrário? Escrevam aí. Tentem aí, dá para fazer ao contrário?

Bia: Dá para fazer até dá, dá para fazer ao contrário.

Pesquisador: Como que seria essa conta?

Bia: Não, espera ai. Calma!

(Outras pessoas falam ao fundo, não dá para entender o que dizem)

Pesquisador: $214 + 358$. Escrevam aí que fica mais fácil.

Bia: Eu estou... eu estou com problema de lateralidade agora.

...

Pesquisador: Como vocês fariam mentalmente essa conta?

MC: Você está na rua e não tem lápis nem calculadora, nem nada.

Alice: Não sei. Eu, pelo menos, quando eu faço cálculo mental, eu monto na cabeça a conta no algoritmo...

Bia: É...

MC: E como você monta? Normal, né...

Pesquisador: Como você faz no papel mesmo?

Bia: É!

Alice: Eu coloco uma em cima, outra em baixo e...

Bia: Eu sempre faço da direita para a esquerda.

Pesquisador: E todo mundo faz assim?

MC: Você faz de qual jeito?

Bia: Eu sempre faço. É que agora... que quando...meio que... eu sempre fiz ao contrario! Eu sempre fiz na cabeça ao contrário!

MC: Como você faz?

Pesquisador: Fala em voz alta como seria essa conta.

Bia: E então, é estranho de falar agora!

MC: Mas fale!

Pesquisador: Não, mas vai, a gente vai pensando ai...

Bia: Não ...eu fiz assim, dois com três, cinco. Ai dá quinhentos, né?

JP: Então na verdade você pensou duzentos...

Bia: Duzentos mais trezentos.

Pesquisador: Hanhã!

Bia: É, quinhentos. Aí, um com cinco, seis, né. Duzentos mais trezentos, quinhentos e sessenta. Sobrou o quê? O oito e o quatro. Oito mais quatro doze. Então quinhentos e sessen... é seiscientos... Quinhentos é? Sessenta.

Pesquisador: Sessenta com doze.

Bia: Mais doze. Quinhentos e setenta e dois.

MC: Você usou vai um?

Bia: Ah o...o vai um? (pensa um pouco).

Júlia: usou sim.

MC: Não!

Bia: Não, exatamente!

MC: Isso, mas você não usou o algoritmo.

Bia: É.

A1E1 – 00:40:26

A Bia demonstra-se confusa ao ser desafiada a pensar o algoritmo da adição de outra forma, que não a convencional. Ela e os demais participantes da ACIEPE são

convidados a refletir sobre conceitos matemáticos. Esses pequenos conflitos que vão surgindo mobilizam os participantes a negociarem significados sobre esses conceitos e também sobre elementos da perspectiva lógico-histórica.

Mais precisamente, quando falamos de elementos da perspectiva lógico-histórica, podemos nos reportar aos tópicos destacados no final do Capítulo 4 de revisão bibliográfica. Nos excertos utilizados até agora, percebemos a intenção de superar o formalismo e o tecnicismo; a história assume um importante papel na organização do ensino; e os estudantes são convidados a filosofarem sobre conceitos matemáticos.

Em nível de uma conversa inicial, esses elementos aparecem de forma sutil, porém cumprem o papel de apresentarem a perspectiva lógico-histórica aos participantes e atuam como um convite para que eles se envolvam na ACIEPE. Não apresentamos uma definição da dialética lógico-histórica aos participantes, mas elementos para que eles pudessem negociar sentidos e produzir significados.

Um dos elementos mais marcantes nessa conversa foi pensar sobre o conceito da história da matemática nos livros didáticos. Ao final, os participantes analisaram alguns livros didáticos com o intuito de verificar como a história aparece nesses livros.

Pesquisador: ... a outra proposta é a gente pegar um livro (didático) e tentar dar uma olhada. A gente tinha pensado no conceito de função. Já que discutimos um pouquinho sobre o conceito de função hoje. Como que a história aparece nos livros?

Bia: Aparece?

Pesquisador: É uma boa pergunta, né?

A1E1 - 02:16:32

Os participantes aceitaram a proposta, analisaram os livros e apresentaram as conclusões.

Bia: Só faltou eu?

Pesquisador: Sim. E faltamos nós também, né?

Bia: É o livro do Jackson Ribeiro, este daqui (mostra o livro didático). E ele faz assim: tem um negócio antes do capítulo, umas orientações para o professor. Então ele sugere o que o professor pode fazer. E, dentro dessa sugestão, ele coloca, na página que define o que é função, ele sugere falar do Leibniz, depois de um monte de outros. Outros matemáticos que também contribuíram para essas revoluções, dentre eles, ele coloca o Bernoulli, o Euler e entre outros... Lagrange... E aí depois, nas páginas das crianças... das crianças é ótimo... dos alunos, aparecem os baldezinhos que nem elas (Júlia, Paulinha e Alice) falaram. Com Descartes, com o Bernoulli, né? Em fim. E o Euler também de novo. Então **só como curiosidades mesmo**, no sentido de... por exemplo, aqui no balão do Bernoulli, fala que o Bernoulli fez um bolinha e um tracinho (ϕ) como representação (de função). E aí o Euler fez o “efe de xis” ($f(x)$), como representação, só isso assim. **Ele não fala assim dentro de um problema**, ele usa mais da onde que vêm os nomes e as modificações que eles tiverem. Os nomes assim, **as nomenclaturas, a representação**. Foi o que eu encontrei. Mas por outro lado, fazendo um paralelo assim com o que a gente vê de matemática, tem bastante coisa que eles relacionam com física, com química. Eu, pelo menos, sei que foge um pouco da história, mas sei lá... eu sei que é o foco, mas podia ser uma coisa bem fechada, né?

A1E1 - 02:43:28 (destaque nosso)

No primeiro excerto, com a expressão “Aparece?”, a Bia mostra acreditar que não há história nos livros didáticos de matemática. Ao analisar um dos livros que disponibilizamos, destaca recortes históricos não diretamente ligados ao ensino de matemática. Aparecem como informações adicionais, como curiosidade. Esse resultado reafirma a conclusão de Bianchi (2006) de que o que mais predomina em relação ao uso de história da matemática em algumas coleções de livros didáticos é a categoria informação adicional.

Essa constatação de Bia, seguida da expressão “ele não fala dentro de um problema” mostra que, nos sentidos que a Bia atribui ao uso da história em aulas de matemática, considera outras abordagens que não a proposta pelo autor do livro. Na sequência, a Bia destaca que o autor apresenta questões como nomenclatura e representação, que estão mais associadas aos nexos externos do conceito (SOUSA, 2004; CUNHA, 2008).

Inferimos, pelo envolvimento de Bia durante todos os encontros, que a estudante aceitou nosso convite fazendo com que, para ela, a ACIEPE se constituísse como uma AOE (MOURA, 2001), na qual ela pôde explorar suas necessidades de aprendizagem, iniciando-se pelas reflexões acerca dessa conversa inicial. A fala de Bia no final do encontro, quando o assunto já era outro, demonstra que a estudante se envolveu nas reflexões desse primeiro momento.

Bia: Ah! Eu não me lembro de história nos meus livros didáticos.

A1E1 - 02:58:12

Como tarefa, entre o primeiro e o segundo encontro, pedimos que os estudantes escrevessem uma narrativa (Nar. 1) sobre a história da matemática que conheciam. As orientações para essa produção foram as seguintes:

A nossa primeira elaboração de texto narrativo tem como objetivo resgatar as concepções e ideias de história que construímos ao longo da nossa experiência discente e docente. Trazemos então alguns itens apenas para ajudar no processo de pensar sobre:

- O que entendemos como história e como história da matemática?
- De quais experiências lembramos quando se fala em história?
- É possível ensinar matemática a partir da história da matemática?
- De que outras maneiras a história da matemática pode contribuir com o ensino dessa disciplina?

Nar. 1 – Pesquisador (orientações para a escrita da narrativa).

Em sua produção, a Bia resgata algumas das ideias discutidas no primeiro encontro e traz novas considerações:

Definir história parece algo fácil, no entanto, complicamos. A primeira coisa que pensamos quando falamos de história é aquela que aprendemos em sala de aula. Desconstruir essa ideia talvez seja uma boa ideia.

A minha concepção de história ainda se encontra no convencional, na antiguidade, nas colonizações, na história do Brasil e pouco na história “contemporânea”.

A história não é linear, no entanto, através da criação da linha do tempo, ela passa a ser vista linearmente, principalmente nas escolas. Eu discordo que ela seja tratada como linear. Apenas na Universidade pude conhecê-la de outra forma.

A história geral é como um conjunto. As histórias específicas como história da matemática, das mulheres, das lutas políticas entre outros são como os elementos desse conjunto.

A história atual está sendo construída, vivenciada, a história do passado pode ser dividida em várias partes, pois existem vários pontos de vista sobre a mesma história.

Eu ainda enxergo a história da matemática como a história que mostra como a matemática foi surgindo. Associo a história da matemática com os egípcios, com os filósofos da Grécia, com personagens que elaboraram hipóteses matemáticas e as demonstraram. Com as novas resoluções e descobertas dentro da matemática. Além das tribos que utilizaram de uma matemática através do corpo.

Quanto à aprendizagem. Eu conheci a história da matemática como ilustração para o ensino de matemática. Acredito que a matemática possa ser ensinada com a história da matemática só que não da forma ilustrativa. Talvez, ela possa ser ensinada de forma lúdica, como se as crianças fossem personagem da história, ou através de contagem de história.

A ideia não é demonstrar teoremas, mas mostrar o que foi descoberto e quem descobriu. Pois demonstrar é um processo difícil, nem sempre simples de entender. A história da matemática é muito mais do que eu neste momento consigo definir. Espero poder saber entender mais futuramente.

Nar. 1 – Bia (Destaque nosso)

Apesar de apontar que sua concepção de história ainda se encontra no convencional, a Bia defende a necessidade da desconstrução dessa ideia. Ela destaca algumas de suas crenças que podem contribuir para isso, as quais são: 1) a história não é linear; 2) a história atual está sendo construída, vivenciada; 3) existem vários pontos de vista sobre a mesma história. No segundo item, a Bia evidencia sua visão de que a história não é só o passado, mas está sendo construída continuamente.

A graduanda volta a destacar que conheceu a história da matemática como ilustração e defende que é possível trabalhá-la de outra forma, mas ainda não tem clareza de como poderia ser essa outra forma.

Ao final argumenta que espera saber mais. Isso se configura como uma necessidade de aprendizagem que pode ser explorada através da perspectiva lógico-histórica.

Will também escreveu sua narrativa sobre história:

A história nos remete a entender todo o contexto por trás de uma descoberta ou criação, não acontece diferente com a matemática. Esse tipo de estudo histórico nos permite conhecer quais motivos levaram a criação de um determinado conceito e como ele foi criado.

Quando somos levados a pensar na história das criações matemáticas e tomamos conhecimento delas, somos capazes de compreender como, de onde e porque determinada lei ou algoritmo foi criado. Esse conhecimento torna mais claro a ideia por trás de determinado assunto, e isso permite que o utilizemos de forma mais abrangente.

Pensando no âmbito da educação, um professor com um conhecimento histórico é capaz de apresentar o assunto de forma diferenciada e deixando claras quais as finalidades do algoritmo em questão. Claramente esse tipo de

abordagem ajuda na compreensão dos alunos e torna o assunto contextualizado do ponto de vista histórico, e também uma ponte para que o aluno consiga contextualizá-lo no seu próprio ambiente.

Nar.1 – Will (Destaque nosso)

Destacamos na narrativa de Will a ideia de que a história permite conhecer “quais motivos que levaram a criação de determinado conceito” e a “ideia por trás de um determinado assunto”. Essas são sentidas atribuídos à história que caminham em direção aos significados que esperamos compartilhar com os estudantes em relação à elaboração de proposta de atividades de ensino na perspectiva lógico-histórica.

O princípio da atividade, segundo Moura (2001), é a necessidade. A atividade humana é motivada por suas necessidades, tanto de cunho biológico quanto cultural, sendo essa última uma característica particular do ser humano. Compreender as necessidades históricas dos conceitos pode contribuir para que o professor propicie aos estudantes necessidades de aprendizagem.

Já o potencial de investigar ideias implícitas em determinados conceitos por meio da história se aproxima do conceito de nexos conceituais. Segundo Sousa (2009, p.61) os nexos conceituais contêm as formalizações do pensar humano no processo de se constituir humano pelo conhecimento. Abordagens formalistas e tecnicistas valorizam apenas aspectos externos do conceito e escondem o humano implícito nos conhecimentos.

Todos os elementos tratados até agora foram apresentados por meio de uma conversa com os participantes. No segundo encontro presencial, buscamos continuar oferecendo situações a partir das quais eles pudessem pensar sobre elementos importantes para a organização do ensino na perspectiva lógico-histórica, porém agora, de uma forma mais estruturada: por meio de uma atividade elaborada pelo pesquisador em parceria com a Eugênia.

Essa atividade foi dividida em dois momentos: 1) leitura em grupo, fazendo várias pausas para discussão, da segunda parte do livro “Conceitos Fundamentais da Matemática”, de Bento de Jesus Caraça que se dedica ao conceito de função (CARAÇA 1951, p. 107-125). 2) Realização do experimento “Dinamômetro com Elástico” (Anexo 1), que permitiu que explorássemos as ideias apresentadas no texto de Caraça (1951).

O autor faz discussões não tradicionais do conceito, trazendo a tona questões históricas, filosóficas e epistemológicas. Apresenta ainda uma visão própria do conhecimento científico, incluindo aí o conhecimento matemático. Sua abordagem enfatiza o desenvolvimento lógico-histórico do conceito de função.

Ainda com a intenção de fornecermos elementos da perspectiva lógico-histórica para subsidiar a negociação de sentidos e significados pelos participantes, priorizamos, nesse segundo encontro, os nexos conceituais estudados por Sousa (2004), Cunha (2008) e Vasconcelos (2012). Porém, não explicitamos para os participantes que estávamos desenvolvendo situações que envolviam os nexos conceituais e tampouco explicamos seu significado. Essa discussão só ocorreu em outro momento da ACIEPE, ao qual essa experiência foi referência.

Durante o encontro, convidamos os participantes a pensar no conceito de função de forma que não se valorize apenas os nexos externos desse conceito. Vasconcelos (2012), ao ter a mesma preocupação, identificou alguns dos nexos conceituais implicitamente presentes na obra de Caraça (1951), os quais são: fluência, interdependência, isolado, inesperado, variável, campo de variação e representação. Portanto, nosso objetivo era de explorar o conceito de função através desses nexos conceituais.

Nesse sentido, a análise que segue, busca resgatar um pouco do que foi discutido durante a leitura do texto e apontar as manifestações dos participantes em relação à conversa que foi estabelecida.

Uma das questões discutidas no texto é a de quadro explicativo. Caraça (1951) nos diz que o “objetivo final da ciência é, portanto, a formação de um quadro ordenado e explicativo dos fenômenos naturais, fenômenos do mundo físico e do mundo humano, individual e social” (p. 107). O papel da ciência, portanto, não é determinar a verdade absoluta, mas encontrar quadros explicativos que podem mudar e, com o passar do tempo, serem rejeitados e substituídos. É uma explicação momentaneamente aceitável pelo homem.

Através desse pensamento, Caraça (1951) nega a metafísica ao afirmar que não há a preocupação em encontrar a essência última dos fenômenos naturais e também demonstra a participação tanto da razão quanto da experiência na produção do conhecimento científico ao trazer as duas condições para a aceitação de um quadro explicativo: (1) compatibilidade lógica interna e (2) acordo com a realidade.

O Will demonstra concordar com essas ideias no que se refere às ciências naturais, mas argumenta contrário a isso quando se trata da matemática.

Pesquisador: E aí... eu acho que pelo menos na minha formação matemática, é muito disso, matemática como um conhecimento que já está pronto, e não se questiona, demonstrou o teorema, acabou está demonstrado. Eu vivi isso em várias etapas na minha vida escolar como aluno, como estagiário, como professor. É uma coisa que a gente acaba carregando e só percebemos depois de parar para pensar sobre. O que vocês acham disto?

Will: Ah... eu acho que pensar do ponto de vista da matemática básica, básica bem básica, soma, adição. Você fala $2+2$ é 4, isso é uma coisa que foi ... eu não sei falar como foi inventado isso mas acho que é uma coisa que foi decidido, vai ser assim, e a partir disso vai surgindo um monte de coisas. Eu acho que do ponto de vista da matemática básica mesmo, eu acredito que seja um pouco disso mesmo, meio que absoluto. Agora eu não sei por que eu não estudei muito a matemática avançada, o que acontece lá. Eu acho que talvez possa ter alguma coisa que mude, mas o básico que foi decidido... não! Imagina que agora eu vou falar que $2+2$ agora é 3, eu acho que aí ia dar um bom rolo.

Pesquisador: Mas pensa no rolo que ia dar se a gente negasse isso... Será que não é a mesma coisa que pensar no rolo que dava quando alguém afirmava que era a Terra que girava em torno do Sol, e não o contrário? Eu não estou dizendo que é ou que não é, é só para gente pensar.

Will: É que ... eu acho que parece que tá meio distante isso, você pensar ah a gente está girando ali, mas o que está acontecendo aqui mesmo, é outra coisa... Isso daí eu acho que é uma questão mais de poder né? Querer falar não, é desse jeito, a gente aceita. Depois o resto entendeu. Mas acho que quando se pensa nesse ponto da matemática mesmo é uma questão mais de ajudar na convivência mesmo entendeu?

A1E2 – 00:49:51

Talvez esse caráter absoluto que transparece da matemática, principalmente quando é tratada de modo formalista e tecnicista, considerando-se somente os aspectos internalistas (MOISÉS, 1999), seja um dos principais obstáculos para se pensar a matemática por meio da perspectiva lógico-histórica. Tentar romper com esse significado amplamente divulgado em relação à natureza do conhecimento matemático foi de fundamental importância para nossa proposta de trabalho na ACIEPE.

Esse conflito, que estamos denominando de filosófico, parece que desperta o movimento do pensamento de Will e os demais participantes reunidos em torno das questões levantadas, e se configura como mais um importante elemento para a negociação de sentidos e produção de significados pelos sujeitos da pesquisa.

Na sequência da leitura, Caraça (1951) apresenta as duas características fundamentais da realidade: fluência e interdependência. Ambas são consideradas, por Vasconcelos (2012) como nexos conceituais de função.

Bia relembra uma das discussões que foram feitas no encontro anterior, em relação à fluência:

Bia: Acho que no corpo as coisas fluem da gente, as células... o sangue vai circulando, por exemplo, o corpo muda por que o tipo sanguíneo não muda... o sangue se renova, e a gente vai mudando sempre o corpo da gente, mas o tipo sanguíneo...

Pesquisador: O tipo sanguíneo é permanente, mas permanente até quando? É permanente por toda eternidade?

Alice: Até quando estamos vivos!

A1E2 – 01:07:30

O significado de que as coisas estão em permanente movimento e que são interdependentes parece, nesse momento, ser comum ao grupo, pois não questionam essas ideias de Caraça (1951).

Na sequência, o autor apresenta duas dificuldades decorrentes das características da realidade. A primeira é em relação à interdependência, dado que:

se tudo depende de tudo, como fixar nossa atenção num objeto particular de estudo? Temos que estudar tudo ao mesmo tempo? Mas qual é o cérebro que o pode fazer? Por outro lado, se tudo devém, como encontrar, no mundo movente da fluência, os factos, os seres, os próprios objetos do nosso estudo? (CARAÇA, 1951, p.112).

A solução para essas questões vem em seguida. Na impossibilidade de estudar de uma só vez a totalidade da realidade, faz-se um recorte, descartando tudo aquilo que não traz implicações diretas ao objeto de estudo. A esse recorte Caraça (1951) denomina “isolado”. Porém, nem sempre se consegue isolar todos os fatores sensivelmente determinantes para o fenômeno estudado, fazendo com que surjam fatos inesperados.

Que quero dizer -inesperado? Que o isolado não fora convenientemente determinado, que um factor dominante estava ignorado e se revela agora. Será preciso acrescentar que no aparecimento do inesperado reside um dos motivos principais do progresso do conhecimento da realidade, porque, obrigando a uma melhor determinação do isolado, exige um mais cuidadoso exame de condições iniciais? (CARAÇA, 1951, p. 112).

Frequentemente, ao se estudar um fenômeno, é realizado não só um isolado, mas uma cadeia deles. Para estudar uma planta, por exemplo, pode isolar cada uma das partes que a compõem, mas para compreender a planta como todo, pode-se formar um novo isolado no qual se estuda a estrutura da árvore como um todo. Ainda se pode isolar a árvore em relação com o ambiente em que ela se encontra.

Em uma realidade movente, o isolado também se modifica, adquire novas qualidades. Para Caraça (1951, p.113), “o conjunto de relações em que um determinado ser se encontra com os outros seres dum agregado” corresponde as qualidades desse ser. Uma coruja e um rato se relacionam, por exemplo, de modo que a qualidade do rato para a coruja é de fonte de sobrevivência, já a qualidade da coruja para o rato é de fonte de morte.

Dessa forma, a qualidade não é intrínseca ao objeto, mas depende da relação que é estabelecida. Também podem ocorrer relações simétricas, como no caso de dois filhotes de pássaros em um ninho, sendo que um tem a qualidade de servir como fonte de calor para o outro e vice-versa.

Aos poucos, os participantes vão negociando sentidos e significados em relação às problematizações do texto.

Bia: Aqui ele (Caraça) fala bem de um animal... ele fala que um animal se alimenta do outro e tal. E se você fizer a cadeia alimentar, você vê todas as consequências se você tirar um animal da cadeia alimentar, né?

Pesquisador: Sim. Então qual é a relação que existe entre uma onça e uma galinha?

Will: Uma é a fonte de alimentação para a outra. Mas isso é uma qualidade?

(Risos)

Alguém: Uma qualidade nutritiva... A galinha é nutritiva.

Pesquisador: Mas e quando você olha para aquele animal, quando a gente olha para a galinha e pensa como se você fosse a onça. Você olha para ela e a enxerga como? O que ela significa para você?

Eugênia: O mesmo que ela significa para gente, não é?

Pesquisador: É...

Will: Certo, mas agora olhando do ponto de vista da galinha?

Pesquisador: Isso! Bem pensando, porque ele (Caraça) fala que a qualidade depende do referencial, para a galinha o que significa a onça? Qual a relação....

Will: A morte!

(Risos)

Pesquisador: É um predador direto. Vocês conseguem achar alguma coisa aqui na sala que tenha relação direta?

Will: A mesa e a garrafinha de água!

Pesquisador: E qual é relação que existe entre elas?

Will: Se você tirar a mesa, a garrafinha vai cair!

Pesquisador: Então a mesa está se relacionando com a garrafinha. E qual é a qualidade da mesa para a garrafinha?

Will: A mesa sustenta a garrafinha!

Pesquisador: Então essa é uma das qualidades, né? Ela tem a qualidade de ser um suporte para a garrafinha e o contrário? Essa relação é simétrica?

Bia: Não, por que a garrafinha não consegue sustentar a mesa consegue?

(Risos)

Will: Se ela conseguir equilibrar ela...

(Risos)

Pesquisador: Mas se a gente pensa ao contrário,

Will: Então a garrafinha é um fardo para mesa?

Pesquisador: Faz sentido, né!

Eugênia: Aqui na sala a gente consegue enxergar uma relação simétrica?

Will: Nós todos trocando informações!

A1E2 - 01:20:17

O princípio da interdependência estabelece que as coisas estão interligadas umas com as outras, elas se relacionam. E para cada tipo de relação está implícita uma qualidade. Os exemplos de Bia e Will na conversa anterior nos mostram que os sentidos que eles atribuem a essas ideias caminham na mesma direção apontada por Caraça (1951). No entanto, a ideia de qualidade parece ser conflitante para Will em sua fala: “Uma é a fonte de alimentação para a outra. Mas isso é uma qualidade?”.

Ao final da conversa, uma questão que parece mais clara, é a de que a qualidade é intrínseca a uma relação. Na sequência, Caraça (1951) amplia a discussão trazendo mais alguns elementos: a quantidade e a lei natural.

Algumas das qualidades admitem variação de quantidade, isso é, a elas pode-se atribuir juízos do tipo “maior que” ou “menor que”. Outras não admitem esse tipo de juízo. Por exemplo, não se pode dizer que uma circunferência é mais ou menos circular que outra. Mas já em relação à coragem, podemos emitir juízos desse tipo. Apesar de essa última admitir variação de quantidade, ainda não podemos determinar um valor numérico que determine a

intensidade de coragem. Contudo, já desenvolvemos uma forma de medir a velocidade. Dessa forma, fica evidente que:

a quantidade é um atributo da qualidade e, como tal, só em relação a ela pode ser considerada. A questão do saber se a variação de quantidade é ou não susceptível de medida não tem significado absoluto mas apenas significado histórico; – num dado momento, em determinado estado de avanço das ciências da Natureza, pode aprender-se a medir o que até aí era impossível. (CARAÇA, 1951, p. 116).

Ao movimento de um isolado, com o estabelecimento de novas qualidades à medida que surgem novas relações, Caraça (1951) denomina de “evolução de um isolado” ou “fenômeno natural” (p. 119). Alguns desses fenômenos acontecem com certa regularidade, como as fases da lua ou o movimento de queda de um objeto solto próximo à superfície da terra. Toda regularidade de evolução de um isolado é denominada, por Caraça (1951, p. 120) de “lei natural”.

A ideia de lei natural de Caraça (1951) é contrária à metafísica, em que o intelectual busca entender o fenômeno através de sua essência, definitiva e imutável. Aqui, o olhar se concentra no movimento, na fluência. No decorrer da leitura, os participantes vão negociando sentidos em relação ao isso, como se pode perceber no trecho a seguir:

Eugênia: ...Quando o céu está cinza? O quê que vai acontecer? Muito cinza!
Todos: Vai chover!
Eugênia: Porque vocês sabem disso? O que vocês observaram? Por que vocês têm essa capacidade de previsão? Porque neste momento vocês estão prevendo quando vocês fazem isso...
Will: Por que anteriormente tinha acontecido desse modo!
Eugênia: E se tivesse acontecido só uma vez, você iria afirmar isso?
Will: Não. Iria falar um talvez, quem sabe...
Eugênia: ... E com isso a gente identificou o que?
Bia: Probabilidade matemática, estatística, sei lá...
Will: Nossa, estava na ponta da língua... Esqueci fugiu...
Eugênia: ...A gente só consegue fazer previsão, porque a gente identifica alguns padrões.
Will: Ééé... não era essa palavra, mas era essa a ideia.

A2E2 – 00:19:32

Aos poucos, o Will, a Bia e seus colegas vão negociando sentidos em torno das ideias de fluência e interdependência. Nesse trecho, há destaque a noção de regularidade. A evolução de um isolado em que existe uma relação pode conter movimentos regulares que permitem com que o homem faça previsões. “Daqui resulta que uma das tarefas mais importantes no trabalho de investigação da Natureza é a procura de regularidades dos fenômenos naturais” (CARAÇA, 1951, p. 120).

Caraça (1951) destaca ainda que há dois tipos de leis naturais, as leis qualitativas e as leis quantitativas. Em seguida ressalta o primado da quantidade em relação à

qualidade nos campos das ciências naturais. Diante da importância das leis quantitativas, o autor faz o seguinte destaque:

É natural, portanto, esperar que, de coisa tão importante para o entendimento e explicação da Realidade como é a lei quantitativa, surja também um conceito matemático próprio para o seu estudo; esperar aqui, ainda que a necessidade crie um instrumento. Assim acontece de fato. (CARAÇA, 1951, p. 125).

O instrumento a que se refere Caraça (1951) é a função.

A leitura que fizemos na ACIEPE se encerrou nesse ponto. As ideias que o autor defende a partir daqui estão resumidas nos próximos sete parágrafos. Optamos, em vez de realizar a leitura, fazer um experimento no qual pudéssemos evidenciar tanto os elementos que foram discutidos anteriormente quanto os que seguem:

Para pensar no instrumento citado Caraça (1951) se remete a ideia de variável. Dado um conjunto de números, que pode ser obtido a partir da quantificação de uma qualidade, escolhemos um símbolo que ao mesmo tempo não coincida individualmente com qualquer dos números desse conjunto e que represente a todos. Esse símbolo é a variável, que hoje, usualmente representamos por uma letra, sendo a mais comum o x .

Ao considerarmos em um isolado duas qualidades que podem ser quantificadas e graduadas em valores numéricos e que se relacionam de modo que cada elemento de uma corresponda a um único elemento da outra, podemos dizer que há uma relação de dependência entre essas qualidades.

Sendo assim, basta que tenhamos controle de uma dessas qualidades, digamos a dominante, para observamos o efeito que ela provoca na outra qualidade, a dominada. Dessa forma, dizemos que a qualidade dominada está em função da dominante e essa relação pode ser representada por pares de valores.

Esses pares de valores numéricos podem ser dispostos em tabelas. Para representar todos os valores da qualidade dominante, podemos usar uma variável. O mesmo pode ser feito para a qualidade dominada.

A relação entre essas duas variáveis pode ser representada de várias formas, como, por exemplo, por uma expressão analítica. Pode-se também representar cada par de valores por um ponto no plano cartesiano. Ao conjunto de todos os pontos denominamos gráfico da função, e esse consiste em uma representação geométrica. Como ambas as representações, geométrica e analítica, originam-se de uma mesma função, pode-se estabelecer uma ligação entre elas.

A função, por tanto, pode ser entendida como uma ligação entre as ciências naturais e a matemática, e segundo Caraça (1951), essa ligação é possível porque esse

instrumento matemático contempla, com suas limitações, as duas características fundamentais da realidade: fluência e interdependência.

O autor ainda destaca que “o conceito de função não se confunde com o de expressão analítica – esta é apenas um modo de estabelecer a correspondência das duas variáveis” (CARAÇA, 1951 p. 131, grifo do autor).

Após fazermos a leitura e discussão do texto, retomamos algumas ideias com os participantes e novamente falamos da ideia de verdade absoluta em relação à ciência:

Pesquisador: Tudo o que a ciência faz é verdade e absoluto?

Will: Acho que não. Acho que tudo é muita aproximação!

A2E2 – 00:39:16

Essa interpretação de Will se aproxima da ideia de quadro explicativo de Caraça (1951). No entanto, o sentido que o Will manifesta em relação ao conhecimento matemático não era o mesmo, conforme apresentamos anteriormente. Nos próximos blocos retomaremos essa discussão.

Conversamos, em seguida, sobre os outros elementos apresentados no texto: fluência, interdependência, isolado, qualidade, quantidade e lei natural. Ainda não havíamos falado propriamente sobre função, mas os participantes sabiam que esse era o tema daquele encontro. Então resolvemos questioná-los sobre isso:

Eugênia: E alguém consegue fazer uma ponte disso que falamos com o conceito de função?
Will: Função relaciona dois números! Que é a base disse tudo, né?
Pesquisador: E esses números podem estar relacionados com o quê?
Bia: Várias coisas!
Pesquisador: Consegue dar um exemplo?
Will: Eu não entendi...
Pesquisador: (...) você falou que relaciona dois números, mas esses números podem estar relacionados com outras coisas?
Will: Com outras coisas?
Pesquisador: É! Por exemplo, eu sei uma função que leva o número 2 ao número 7, esse 2 e esse 7 podem estar relacionados com outra coisa?
Alice: pode...
Pesquisador: Consegue dar um exemplo?
Bia: Uma função dentro da outra ou não?
Pesquisador: Como assim?
Eugênia: Uma função composta é isto?
Bia: Sim!
Pesquisador: Pode ser uma função simples mesmo.
Will: Mas eu ainda não entendi...
Eugênia: Pega o segundo exemplo, 2 leva no 7 e o 7 leva onde?
Pesquisador: Quando a gente pensa em dois números, é natural a gente pensar em quê?
Will: No que eles representam!

A2E2-00:53:06 – (Destaque nosso)

Esse trecho mostra que os sentidos atribuídos pelos participantes às questões apresentadas por Caraça (1951) não convergem com os sentidos que eles atribuem ao conceito de função. As falas “função relaciona dois números”, “Uma função dentro de outra, ou não?”, “Sim (resposta a questão: “Uma função composta é isso?”)”, proferidas por Will e Bia, remetem a ideias mais formais de função, relacionadas aos seus nexos externos. É um indicativo de que os sentidos que eles atribuem ao conceito de função ainda estão muito atrelados aos nexos externos desse conceito.

O Will vê a função como uma relação entre dois números, mas não consegue, a princípio, pensar num contexto para esses dois números, como se apenas eles fossem suficientes para pensarmos no conceito de função.

A Bia também parece buscar referência em aspectos formais de função que aprendeu durante a sua vida escolar. Mas, na sequência da proposta de atividade, Will conseguiu encontrar em um exemplo que, mesmo sendo fictício, nos permitiu pensar a função como uma relação não estritamente numérica.

Will: Posso dar um exemplo? (...) É uma pessoa que trabalha numa loja, ela tem o salário fixo dela mais a comissão. Então o salário dela depende do quê? De quanto ela vai vender no mês e ela tem mais o salário fixo dela. Então você está relacionando a venda com o salário final.
Pesquisador: O número por si só conseguiria dizer alguma coisa?
Will: Não. Ele tem que estar representando algo!

A2E2-00:54:41

Após a leitura do texto, realizamos um experimento denominado “Dinamômetro com Elástico”, o qual se encontra no Anexo 1, com a intenção de explorar os conceitos abordados na leitura que fizemos no segundo encontro.

O experimento consistia em verificar a variação do comprimento que um elástico sofre em função do número de bolinhas de gude que ele está suportando. Portanto, realizamos um isolado (CARAÇA, 1951) de duas variáveis: número de bolinhas e comprimento do elástico.

Esse experimento poderia ter sido uma atividade mais tradicional, no sentido de destacar apenas os nexos externos do conceito de função se, explorássemos apenas as representações algébricas e geométricas da relação entre o comprimento do elástico e o peso suportado por ele. Porém, foram discutidas e analisadas outras ideias. O experimento não foi dado pronto, apenas para executarem os passos descritos. Sua montagem é discutida em grupo. Assim, determinamos isolados, estabelecemos relações, analisamos qualidades e quantidades dessas relações, buscamos regularidades e construímos uma lei quantitativa, representando-a de várias formas.

O trecho a seguir ilustra a forma como o experimento foi construído:

Pesquisador: ... Tem como a gente quantificar essa elasticidade? O que vocês acham?
Will: Tem!
Pesquisador: Como a gente pode fazer isso? Vocês tem alguma ideia de como fazer isso?
 (...)
Bia: Qual é a pergunta mesmo?
Pesquisador: Como que a gente mede a elasticidade dele (mostra o elástico)? Tem como quantificar?
Bia: Coloca um peso puxando.
Pesquisador: Mas tá! Aí eu vou colocar um peso... Olha a ideia dela de colocar um peso e esticar. Eu posso por qualquer peso? Como que eu faço isso?
 (...)
Bia: Você pode fazer uma relação. Pode usar dois pesinhos diferentes, aí você relaciona uma coisa com a outra, porque você vê quanto esticou com um pesinho quanto esticou com o outro pesinho.

A2E2 - 01:01:39

Procedemos dessa mesma forma durante todo o experimento. Prendemos, através de um elástico, um copo rente ao pé de uma mesa e colocamos uma régua ao nível do comprimento inicial do elástico. À medida que íamos colocando bolas de gude no copo, o elástico ia cedendo devido à força peso exercida por causa das bolinhas e seu comprimento ia sendo registrado na régua. Assim obtivemos a seguinte tabela (Tabela 1) com os dados do experimento:

Tabela 1 - Dados do experimento “Dinamômetro com Elástico”, realizado no segundo encontro da ACIEPE – 28/08/2013

Número de Bolinhas	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20	22	24	26	28	30
Deslocamento do elástico em <i>cm</i>	0,3	1	2	4	6	9	12	14	17	19	21	23	25	27	29

Aos poucos, o experimento vai fornecendo subsídios para a discussão. Um dos elementos que surge é a identificação da função como uma relação qualitativa

Pesquisador: ... Qual é a relação qualitativa que existe?

Will: Se aumenta bolinhas, o elástico estica mais.

Pesquisador: Então escreve aí para gente não esquecer, por favor.

Will: O quê que é para escrever?

Pesquisador: A relação qualitativa que vocês encontraram.

Bia: Que quanto mais bolinhas, maior a medida!

A2E2 - 01:26:09

Pesquisador: ... vocês falaram para mim, que o número de bolinhas interfere no comprimento do elástico, vocês conseguem usar a palavra função nessa frase?

Will: A medida aumenta em função do número de bolinhas!

Pesquisador: Está bem empregada essa frase? Essa é uma relação qualitativa ou quantitativa?

Lia: Quantitativa!

Will: Eu acho que quando eu falo é qualitativa.

A2E2 - 01:34:32

Outro elemento que surgiu na conversa foi a representação da função que encontraram. Esse item merece certo destaque, visto que é uma evidência de que os sentidos que os sujeitos atribuíam à ideia de função parecem ter se ampliado. No primeiro encontro, por exemplo, a Bia associava a ideia de função à expressão “efe de xis”, representada simbolicamente por $f(x)$. Refere-se à expressão analítica da função, que é uma forma de representação legítima e importante. O problema é reduzir esse conceito somente a essa representação, fazendo assim, com que a função e a sua representação algébrica se tonem sinônimos.

Apontamos anteriormente que os participantes não conseguiram associar de imediato as ideias apresentadas por Caraça (1951) com os sentidos que eles atribuíam ao conceito de função. Talvez isso aconteceu porque esses sentidos estavam associados apenas a representação algébrica da uma função, entendida aqui como um nexos externo desse conceito.

Aos poucos os sujeitos começam a atribuir novos sentidos ao conceito estudado, o que lhes permite encontrar diferentes formas de representação.

Eugênia: Vocês já fizeram representação dessa função?

Will: Eu não entendi...

Eugênia: Essa função, que você descreveu, de... a medida do elástico está em função do número de bolinhas... você já representou isso aqui hoje?
Bia: Pela tabela!
Eugênia: Pela tabela...
Pesquisador: Então isso daqui (tabela) é uma representação de uma função?
Bia: não deixa de ser...
 (...)
Pesquisador: Quais outras formas seriam possíveis?
Will: Verbalmente,
Eugênia: Verbalmente!
Will: Graficamente?
Eugênia: A gente fez o gráfico?
Will: Podemos.

A2E2 - 01:36:06

Ao encerramento das atividades daquele dia, questionamos os estudantes sobre como eles entendiam o conceito de função. As respostas evidenciam que a negociação de sentidos que ocorreu nesse encontro fez com que a Bia atribuísse novos significados à ideia de função:

Pesquisador: ... Depois da discussão de hoje, o que é função?
Alice: Que marca o movimento!
Pesquisador: É um bom começo para gente pensar. Uma função vai marcar um movimento...
Camila: Descreve um movimento...
Pesquisador: Descreve um movimento...
Pesquisador: Antes de falarmos dessas coisas, quando eu falava de função, o que vem na cabeça de vocês?
Bia: "efe de xis"! $f(x) = x^2 + 3x$
Pesquisador: Efe de xis igual a xis ao quadrado mais três xis ($f(x) = x^2 + 3x$)... mas...
Eugênia: A gente reduz a expressão algébrica.
Pesquisador: Mas função é só aquilo?
Bia: É uma representação!
Pesquisador: E aqui também a gente teve uma...
Eugênia: ... além da tabela, além do estudo, a gente fez mais alguma representação de função?
Bia: Experimental!

A2E2 -01:41:21

Encerramos o segundo encontro com a discussão sobre o que é uma função e como podemos representá-la em aberto. Assim disponibilizamos no Moodle, para a semana seguinte, o Fórum 3: “O conceito de funções a partir de uma abordagem lógico-histórica”. Lançamos a seguinte provocação para orientar a discussão:

Pesquisador: A partir da leitura do texto do Caraça (1951), foi possível discutir a respeito de alguns elementos que estão intimamente ligados ao conceito de função. Refletimos a respeito do objetivo da ciência e debatemos acerca das necessidades humanas, dentre as quais destacamos a importância de identificar as relações entre quantidades e definir as leis que regem essas relações. Nesse sentido, pedimos que respondam as seguintes questões:

- a. A discussão realizada em sala esteve de acordo com a concepção que você tinha de função? Justifique.
- b. A partir do que foi discutido, escreva o que é, para você, uma função?
- c. Discutimos, no final do último encontro, como poderíamos representar uma função. Uma possibilidade levantada foi através da tabela, como fizemos no experimento. Tente encontrar outra forma de representar uma função a utilize para fazer a representação da função que desenvolvemos no experimento.

F3E3 – (Orientações para o fórum)

Como relação ao Fórum 3, esperávamos que acontecesse um diálogo entre os participantes, mas em vez disso, cada um abriu a própria conversa e respondeu somente o que foi perguntado. Alguns chegaram até a ver as respostas dos colegas, mas pararam por aí. As questões que deveriam dar início a uma discussão acabaram representando o encerramento desse fórum. Dessa forma, não houve negociação de sentidos entre os participantes.

Desse momento, destacamos apenas as seguintes respostas de Bia e Will, em relação à pergunta “o que é função”?

Bia: Para mim, função é a relação de um "objeto" em relação a outro. Um depende do outro. É a relação de uma variável com outra. Conforme se mudam os valores, as quantidades de uma, o valor da outra é influenciado. Pode em casos variar ou não, como por exemplo na função constate. Também existe aquela relação de domínio, contradomínio e imagem.

F3E3

Will: A função é uma relação entre valores (medidas) que aparecem de forma natural na natureza, como no experimento que realizamos, onde para cada caso existe uma relação única entre esses valores.

F3E3

Percebemos a ideia de fluência e interdependência na fala de Bia. Já o Will, apesar de não usar uma representação formalista para o conceito, foca sua definição nos valores numéricos sem mencionar o significado desses valores, conforme foi discutido no segundo encontro.

Em relação à representação da função, a Bia e o Will citaram a representação gráfica, porém não a construíram.

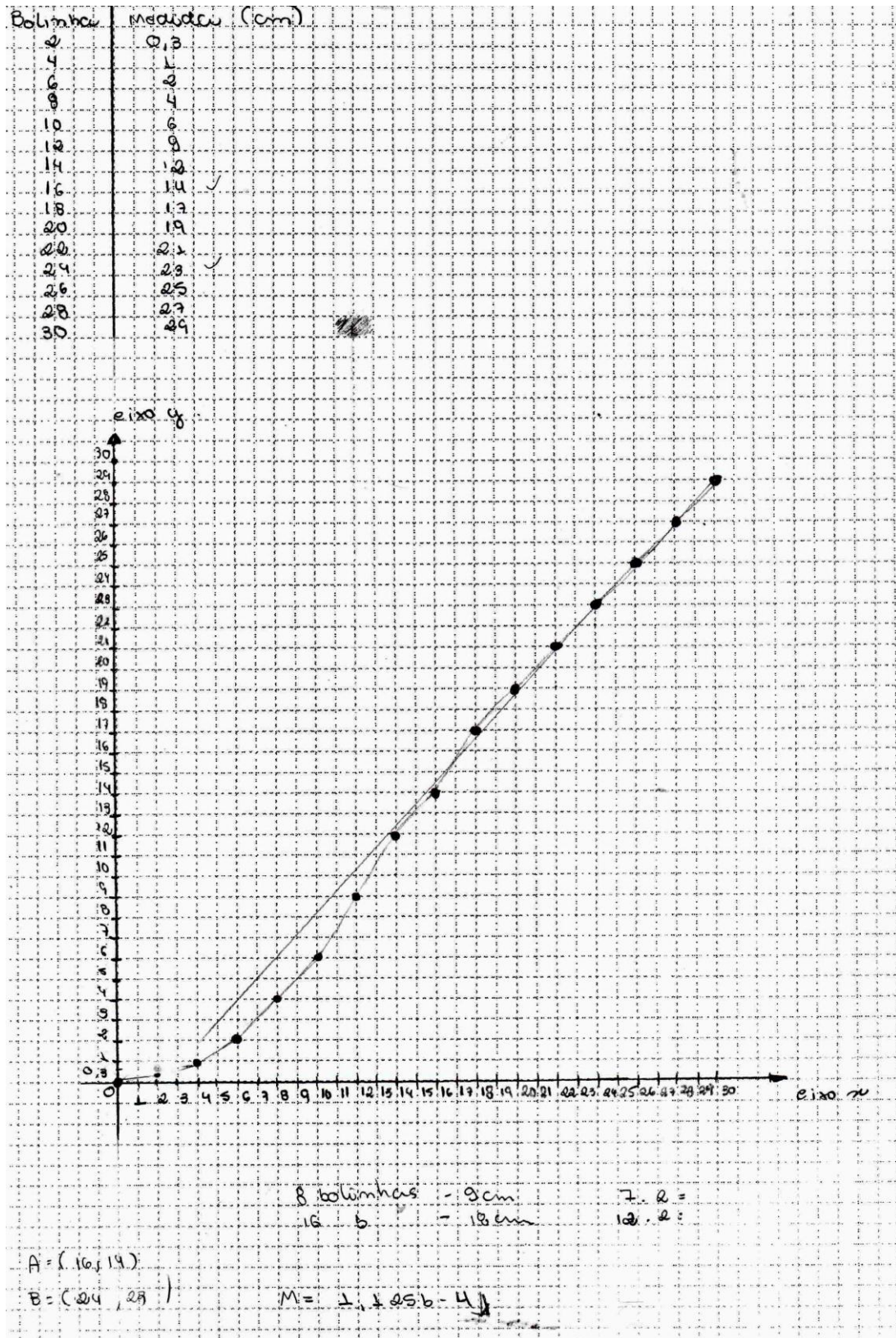
A questão da representação de uma função foi retomada no encontro seguinte, que foi presencial. Inicialmente discutimos as diferentes representações para uma função como a verbal (oral ou escrita), em tabelas, o próprio experimento, o gráfico e a expressão analítica. Somente as duas últimas ainda não haviam sido exploradas, portanto nos ocupamos delas naquele encontro.

Inicialmente, mesmo sabendo que os dados da tabela que fizemos eram discretos, os participantes tentaram encontrar um gráfico contínuo para a função do experimento. Para isso, buscaram algum padrão que pudessem encontrar nesses dados e generalizar para uma infinidade de outros, formando assim, uma linha contínua. Mas, eles não tiveram sucesso.

Na impossibilidade de obtermos uma expressão analítica que representasse exatamente os pontos da função, optaram por encontrar uma expressão que mais se aproximava desses pontos, isto é, a equação de uma reta.

A figura 6, a seguir, ilustra as tentativas do grupo, que primeiro ligou os pontos, mas depois, como não ficou satisfeito, decidiu encontrar uma reta. Para isso, posicionaram uma régua de forma que ao traçar por ela uma reta, essa ficasse o mais próximo possível do maior número de pontos.

Figura 6 - Gráfico referente ao experimento “Dinamômetro com Elástico” desenhado por Camila.



Fonte: Registro escrito da participante Camila, confeccionado no quarto encontro da ACIEPE, dia 11/09/2013.

A Camila seguiu a ideia de Will para construção de seu gráfico (Figura 6). A conversa a seguir, indica como o Will pensou a construção desse gráfico:

Will: Eu peguei uma reta média e parece que todos os pontos ficam próximos dessa reta.

(...)

Pesquisador: Será que a gente consegue encontrar a equação da reta então, a partir dela?

Alice: Se ela passar exatamente no ponto terá uma relação!

Pesquisador: Então vamos procurar esses pontos.

Bia: Nesse ponto ela passou? (mostra um ponto no desenho de Will)

Eugênia: Sim!

(...)

Pesquisador: E aí gente? Todo mundo já desenhou? E agora como que a gente acha a equação dela?

Bia: Ué, a fórmula... Tem uma... tem fórmula não tem?

Pesquisador: Mas será que... você lembra a fórmula?

Bia: Não!

A1E4-00:39:46

Na figura 6 também estão destacados, no canto superior esquerdo, os dois pontos pertencentes à reta traçada que os participantes selecionaram. O trecho anterior ilustra tanto o momento em que eles decidiram selecionar esses dois pontos quanto a preocupação com aspectos formais do conceito de função afim e equação de reta. A Bia tenta relembrar a fórmula para se obter a equação da reta. No entanto, na sequência da atividade eles perceberam que não eram necessárias fórmulas para resolver o problema proposto.

Uma vez determinada a reta e dois pontos pertencentes a ela, os estudantes puderam encontrar a expressão analítica. Primeiramente o grupo observou que, na reta que aproximava os dados experimentais, para cada 8 bolinhas o elástico esticaria 9cm, isto é, a cada uma bolinha o elástico estica 1,125cm. Discutimos a noção de variável e usamos a variável b para representar o número de bolinhas e a variável M para representar o deslocamento do elástico em centímetros. A primeira expressão que encontramos colocando M em função de b foi $M = 1,125b$, mas, ao testá-la para os dois pontos da reta que tínhamos, não deu certo. Assim, o grupo percebeu que era necessária uma correção já que a reta não passava pela origem e sim 4 pontos abaixo, logo nossa expressão ficou assim definida: $M = 1,125b - 4$.

Para encerrar o primeiro bloco, realizamos a leitura de um texto histórico (IFRAH, 2001) que discute o conceito de medida de ângulos, depois trabalhamos com a Atividade 2 (Apêndice 1), que explora o mesmo conceito. Com essa atividade pretendíamos instigar uma discussão sobre como fundamentar uma atividade de ensino por meio da perspectiva lógico-histórica.

Desse modo, a leitura do texto histórico serviu para identificarmos um dos nexos internos do conceito de ângulo, que é o movimento circular. A atividade, na sequência,

buscou explorar esse nexos. Ao final, fizemos uma discussão explicitando nossas intenções com a atividade.

Nesse primeiro bloco de atividades da ACIEPE buscamos fornecer subsídios para que os participantes pudessem negociar sentidos e significados em relação à perspectiva lógico-histórica como fundamentação para a organização do ensino de matemática.

Dessa forma, propiciamos discussões a respeito de conceitos matemáticos, como números naturais, frações, ângulos e funções em que os participantes tiveram a oportunidade de filosofarem sobre esses conceitos. Para isso, buscamos abordagens não tradicionais, rompendo com a ideia de racionalidade técnica, em que os conceitos matemáticos têm definições precisas, gerais e imutáveis. Discutimos a possibilidade de uso da história no ensino de matemática não de forma ilustrativa, mas como recurso tanto para fundamentação do professor ao elaborar sua proposta de atividade quanto para possibilitar aos estudantes a problematização dos conceitos matemáticos. Discutimos conceitos, como os de função e ângulo de forma fluente, trazendo a tona questões históricas de cunho tanto internalista quanto externalista. E discutimos alguns conceitos, como o de função através de alguns de seus nexos conceituais.

Assim, estiveram presentes vários aspectos característicos da perspectiva lógico-histórica, tal como apontamos no Capítulo 2. Tais aspectos se manifestaram implicitamente por meio da forma como conduzimos as atividades e possibilitaram aos sujeitos que elaborassem sentidos em relação a nossa proposta.

Dentre esses sentidos, destacamos o reconhecimento tanto de Bia quanto de Will da possibilidade de trabalharmos conceitos matemáticos sob a perspectiva lógico-histórica.

No primeiro encontro, a possibilidade de uso da história da matemática para o ensino dessa disciplina tocou a Bia, que se manifestou reflexiva em relação a isso, apontando essas reflexões inclusive em sua narrativa sobre história. A Bia também se mostrou confusa em momentos de discussão sobre conceitos que foram trabalhados de forma menos tradicional (formalista e tecnicista).

Desenvolvemos uma abordagem do conceito de função, em que privilegiamos os nexos internos em detrimento dos externos. Dessa forma evitamos aplicações de fórmula e classificações de funções, mesmo que os participantes, incluindo a Bia e o Will, em vários momentos buscassem referências nesses elementos.

Discutimos sobre a ideia que tradicionalmente tem sido transmitida de que a matemática não é dotada de verdades eternas e absolutas, o que causou certos conflitos em Will.

De um modo geral, apresentamos nossa perspectiva de trabalho aos participantes no bloco 1. Os sentidos e significados atribuídos às ideias que apresentamos ainda não estão tão evidentes nas falas de Bia e Will, mas aos poucos essas ideias serão retomadas pelos próprios sujeitos e com isso, os sentidos e significados se destacarão. Essa foi nossa intenção de pesquisa para a análise blocos de atividades que apresentamos logo em seguida.

5.3. Segundo Bloco: Estudo e aprofundamento da perspectiva lógico-histórica (5º ao 9º encontro)

No primeiro bloco, buscamos propiciar que os estudantes tivessem contato com elementos da perspectiva lógico-histórica. Já no segundo, nossa intenção foi que eles estudassem esses elementos e que, a partir das experiências vivenciadas nos encontros anteriores, pudessem negociar e explicitar, através da linguagem oral ou escrita, sentidos e significados elaborados em relação à organização do ensino de conceitos matemáticos por meio da perspectiva lógico-histórica.

Para alcançar esses objetivos propomos uma série de atividades, descritas no quadro 3 (página – 76) quinto ao nono encontro. Buscaremos, nessa seção, apontar as participações de Bia e Will, nos aspectos que tangem a nossa questão de pesquisa.

Encerramos o quarto encontro discutindo alguns aspectos externos, como a classificação em reto, agudo e obtuso, e os aspectos internos, como a ideia de movimento circular do conceito de ângulo. Essa discussão foi feita com referência a um texto histórico (IFRAH, 2001). Essa atividade, em conjunto com as discussões anteriores da ACIEPE, ofereceu subsídios para que realizássemos uma conversa através do Fórum 4. O texto a seguir, foi usado para abrir esse fórum:

Pesquisador: No último encontro (11/09/2013) iniciamos uma discussão sobre a perspectiva lógico-histórica. Com a intenção de darmos continuidade ao nosso trabalho, estamos disponibilizando um pequeno texto que resume algumas das considerações que fizemos durante nossas conversas. Pedimos que leiam o trecho e depois respondam o “Fórum: O lógico-histórico”.

Concordamos com Caraça (1951, p.110) quando resgata um ensinamento do filósofo Heráclito de Efeso de que a vida está pautada num eterno vir a ser, onde a única coisa que se mantém é a fluência. Os objetos se transformam, se modificam, se constituem nesse devir. As etapas de surgimento e desenvolvimento do objeto constituem a sua própria história. O pensamento busca reproduzir a história, porém limpa todos os desvios, casualidades, ziguezagues presentes na história do objeto, que não é linear, mas sim marcada por dilemas e incertezas. “O lógico é o meio pelo qual o pensamento realiza essa tarefa, mas é o reflexo do histórico em forma teórica [...] o lógico é o histórico libertado das casualidades que o perturbam” (KOPNIN, 1978, p.183).

Porém, ao buscarmos no lógico a compreensão do objeto o vemos em um aspecto puro, ou seja, sem todos os ziguezagues que permeiam a sua construção e as estruturas internas que o fundamentam. Essa pureza não se realiza na história. Daí a necessidade de buscarmos na história os elementos que fundamentam o lógico para a compreensão do objeto. É um processo dialético e necessário.

O pensar, por exemplo, no conceito de medida de um ângulo, nos remete imediatamente a sua formalização teórica, que pressupõe uma unidade de medida e um numeral, por exemplo, $37^{\circ} 25' 33''$ (trinta e sete graus, vinte e cinco minutos e trinta e três segundos). Essa representação lógica da medida de um ângulo carrega toda a história desse conceito e, em um breve resumo, podemos encontrar alguns elementos históricos (IFRAH, 2001, p.67), como o sistema de numeração de base sexagesimal usado pelos sumérios e depois transmitido para babilônicos (sucessores dos sumérios na Mesopotâmia) que, dentre outros estudos, se preocuparam com a astronomia e criaram um calendário que tinha 360 dias em um ano, tempo necessário para o Sol descrever um movimento em forma de uma circunferência completa e centrada na Terra. Claro que alguns conhecimentos, analisados com o olhar de hoje, a partir da matemática formal induzem-nos a pensar que, estavam equivocados segundo as teorias atuais, mas há de se entender o quanto era conveniente usar a base sexagesimal, pois 60 é divisor de 360, além de permitir várias relações possíveis com o movimento da Terra. Há de se compreender também que era interessante dividir uma circunferência em 360 partes iguais (o que deu origem a medida de graus para ângulos).

Olhar apenas para a formalização lógica dos conceitos não nos permite compreender a sua mutabilidade, pois nos apropriamos apenas de suas definições e propriedades as quais parecem ter sempre sido construídas alheias às necessidades humanas. Compreendemos apenas seu caráter externo, definições e propriedades que, a princípio são perceptíveis na formalidade do conceito. Porém, poderíamos olhar para a história e nos perdermos diante de dilemas, incertezas, desvios, que ela carrega, mas guiados pela lógica encontramos os elementos fundamentais à formalização do conceito. Esses elementos geralmente são internos, ou seja, não tão perceptíveis na representação formal. Assim a compreensão do conceito através de seus aspectos internos e externos exige um movimento dialético entre a lógica e a história. Trata-se da dialética lógico-histórica.

Pensando no texto acima e associando com as questões discutidas em sala queremos convidá-los a refletir, no fórum, sobre os seguintes questionamentos: Quais são os aspectos internos e externos do conceito de função que discutimos nas atividades? Quais critérios foram utilizados para fazer essa classificação? E do conceito de ângulo? Quais elementos vocês consideram importantes para a compreensão desses conceitos? Esses elementos são aspectos internos ou externos?

F4E5 - (Texto de abertura do fórum)

Esse texto de abertura motivou a discussão em torno dos aspectos internos e externos dos conceitos matemáticos. Além disso, ao fazer referência às atividades anteriores, possibilitou que os sujeitos negociassem sentidos em relação a elas e os explicitam através de suas participações no fórum. Fizemos um recorte da conversa, onde podemos acompanhar as participações de Bia e Will:

Will - quarta, 18 setembro 2013, 12:32

Baseado no que foi definido pelo texto entre elementos externo e internos. Acredito que os aspectos externos da função sejam o que discutimos em sala, como aplicabilidade, relação entre a variável dependente e independente.

Já os aspectos internos, vem da história por trás da criação do conceito função, algo que foge ao meu conhecimento. Ainda estou meio confuso sobre a história por trás do ângulo. Primeiro veio a ideia de representação na base sexagesimal ou a partir da representação de ângulo nessa base passaram a ser utilizadas? A mesma civilização que "inventou" a base sexagesimal foi a que "inventou" o conceito de ângulo?

Pesquisador, sexta, 20 setembro 2013, 19:57

Oi Will e Joana,

Vimos que os aspectos internos dos conceitos são aqueles não tão perceptíveis à sua formalidade. No último encontro, algumas pessoas disseram que tratamos o conceito de função de uma forma um pouco diferente do que estamos acostumados. Vocês conseguem identificar quais foram essas diferenças? Elas são perceptíveis quando tratamos o conceito de função apenas como uma relação entre duas variáveis (x e y) e exploramos as particularidades de alguns tipos (polinomiais, exponenciais, logarítmicas e etc.) de funções? Acredito que essas questões podem nos ajudar a pensar nos aspectos internos e externos do conceito.

Bia, segunda, 23 setembro 2013, 23:24

Olá Pesquisador,

Então, uma possível resposta seria que não partimos de nenhuma fórmula de função para explicá-la, mas fomos "construindo" ao longo do encontro?

Pesquisador, sexta, 20 setembro 2013, 20:30

Com relação ao conceito de ângulo, utilizamos um relato histórico trazido por Ibrah (2001) em seu livro "Números: a história de uma grande invenção". Como o título já diz, o foco do livro é a história dos números. Por isso o relato que utilizamos dá ênfase ao sistema de numeração sexagesimal, deixando o conceito de ângulo como plano de fundo. No entanto esse relato é suficiente para interpretarmos o seguinte:

- Não se sabe a origem do sistema de numeração sexagesimal, há apenas algumas hipóteses;
- Na versão de Ibrah, esse sistema de numeração existia independente do conceito de ângulo, mas foi aproveitado com essa finalidade;
- A interpretação que fiz é de que a descoberta de que o ano tinha 360 dias, tornava extremamente conveniente o uso do sistema de numeração de base 60. E que a ideia de dividir a circunferência em 360 partes (graus), surgiu da observação do movimento do "Sol em torno da Terra" onde cada grau correspondia a um dia. Por tanto o sistema de numeração não era decisivo à elaboração do conceito de ângulo, ao contrário da ideia de movimento circular.

Paulinha, segunda, 23 setembro 2013, 08:29

Olá a todos!! Acredito que os aspectos internos e externos da função estão ligados a interdependência entre as relações formadas nos conjuntos, nas varias possibilidades que podemos interligar e que pode existir fluência. Assim os aspectos internos seriam o que a gente discutiu nas aulas que às vezes quando pensamos não levamos em consideração que seria todo o conceito que está por trás daquele objeto, sua história, sua construção e etc. Já os aspectos externos, discutimos também nas aulas, seria como o Will falou sua aplicação, o que leva o objeto ser aplicado. Os critérios que foram utilizados acho que seriam as suas relações mesmo, sua fluência e sua interdependência. No conceito de ângulo concordo com a Joana, o texto traz realmente um exemplo que tem seu aspecto histórico e lógico discutidos. O texto cita esse exemplo de ângulo de como a gente apenas enxerga seu aspecto externo e não o seu aspecto interno, pois é ensinado assim e aprendemos assim. Então é necessário que tenhamos uma compreensão histórica e lógica dos conteúdos, ou seja, que tenhamos uma compreensão do aspecto externo juntamente com aspecto interno.

...

Bia, segunda, 23 setembro 2013, 23:35

Concordo com a Paulinha.

Bia, segunda, 23 setembro 2013, 23:43

Interno, seriam as reflexões que fizemos, até chegarmos a uma conclusão. Externo seriam o que recebemos pronto?

Aspecto interno de um ângulo seria sua história, e o aspecto externo seria a definição?

Pesquisador, terça, 24 setembro 2013, 23:22

Olá pessoal.

Primeiramente peço desculpas a você Bia, por não ter respondido sua pergunta. Mas foi proposital. Não quero interferir demais na conversa; quero que vocês discutam entre si; que significados têm atribuído aos conceitos que temos apresentado.

Em segundo lugar, gostaria de parabenizar a interação que começa a surgir no fórum. Essa é a nossa proposta. Não queremos dizer se o que vocês estão falando está certo ou errado, mas queremos ouvir o que vocês têm a dizer para construirmos juntos nossos entendimentos acerca dos objetos de estudo.

Espero que até amanhã, mais pessoas participem do fórum. Durante a ACIEPE daremos continuidade a nossa conversa.

Forte abraço a todos!

F4E5

A fala de Will, “... os aspectos internos vem da historia por traz da criação do conceito...” demonstra que o sentido em relação aos aspetos internos e externos do conceito mais estável é o de que o interno tem relação direta com a história. Mas não evidencia, com muita clareza, os limites entre esses aspectos. Apenas cita alguns exemplos que considera como aspectos externos de função.

Contudo, na sua proposta de atividade, o Will já demonstra mais segurança ao falar desses conceitos e até define alguns nexos conceituais de logaritmo:

A atividade irá ser baseada em Naiper e sua ideia para simplificar multiplicações de números muito altos, onde será possível abordar os nexos conceituais:

- Operações aritméticas
- Interdependência entre soma e multiplicação (dentro da base logarítmica)

Prop.Ativ. – Will (Quadro 7, Linhas 254 a 262, 3ª Coluna).

Essa segurança é uma evidência da estabilidade dos sentidos.

Os sentidos que a Bia atribuiu aos aspectos internos convergem com os de Will, pois os define como relacionados com o processo de elaboração conceitual, com a história. Já em relação ao aspecto externo, ela traz um novo elemento, o produto, o que recebemos pronto. Mas, ao mesmo tempo em que apresenta suas ideias de forma direta, às coloca em forma interrogativa. Isso é uma evidência de que está procurando negociar os sentidos que atribui em relação a esses conceitos.

A ideia de produto e processo apresentada por Bia, converge com as definições de Duarte (1987). Esse autor aponta que o educador, para atingir seus objetivos de ensino, precisa:

compreender como se dá a relação entre o conhecimento sistematizado e o seu processo de desenvolvimento, sua gênese. Ou seja, o educador precisará compreender como se dá a relação entre o lógico (conhecimento enquanto produto) e o histórico (conhecimento enquanto processo) (DUARTE, 1987, p.22).

As perguntas de Bia ficam em aberto porque o pesquisador se negou a respondê-las na intenção de não inibir o processo de negociação de significados.

Nesse mesmo encontro (virtual) pedimos que os participantes reescrevessem a Narrativa 1 (Nar. 1), sobre história da matemática, tentando apontar qual conteúdo matemático gostariam de estudar e desenvolver uma proposta de atividade de ensino. A Bia e o Will não modificaram os textos das primeiras narrativas. O Will somente acrescentou um parágrafo em que dizia:

Eu em particular gostaria de estudar um pouco sobre a função logarítmica. Essa escolha surge de uma experiência como professor. Quando fui trabalhar esse assunto percebi que ficou varias lacunas sobre o entendimento do assunto. Acho que utilizando essa perspectiva da ACIEPE eu possa tornar o assunto mais claro para os alunos.

Nar. 1 - Will

Ao mesmo tempo em que o Will escolhe seu tema para a proposta de atividade, ele demonstra ter feito sua escolha pensando em sua prática profissional, pensando em seus alunos. Isso evidencia que o Will tinha necessidades de aprendizagem: conhecer mais sobre o conceito de função logarítmica por meio de uma abordagem fundamentada na perspectiva lógico-histórica. E também necessidades de ensino: encontrar novas formas de organizar o ensino de função logarítmica.

O tema da proposta de atividade que o Will apresentou no final da ACIEPE, não foi sobre função logarítmica, mas sobre o logaritmo enquanto operação matemática. Acreditamos que o tempo de trabalho e construção dessa proposta de atividade não foi suficiente para estudos mais aprofundados.

No sexto encontro (presencial), a partir do estudo de texto de Sousa (2009), retomamos as discussões sobre lógico-histórico, nexos conceituais e atividade de ensino. Ao lembrarmos os participantes sobre a nossa intenção de que eles elaborassem propostas de atividades de ensino de conteúdos matemáticos fundamentadas na perspectiva lógico-histórica, eles se manifestaram buscando a compreensão de como seriam essas proposta de atividades.

Will: Eu não sei se agora é o momento mas... como seria essa atividade?

Pesquisador: Como seria?

Will: É! Vocês falam em montar atividade, ... atividade para você, por exemplo? Para eu levar para sala de aula? Para os alunos realizarem ou para mim? Como guia ou alguma coisa do tipo...

Pesquisador: É então, a ideia é a elaboração de atividades para a educação básica. Então é uma atividade com foco em algum nível de ensino.

Will: É uma aula? Seria para eu usar em uma aula?

Eugênia: Isso só que dentro da perspectiva.

Pesquisador: Ou uma sequência de aulas.

Júlia: Não é para dar uma aula aqui para vocês, mas só explicar como seria?

Pesquisador: Depende...

Eugênia: A gente pode até ter oportunidade de trabalhar.

Júlia: Não! Não!

(risos)

Pesquisador: Eu gosto muito de fazer as coisas. Acho mais fácil entender quando eu pego e faço, do que quando alguém vai lá e fica explicando.

Will: É uma coisa para os alunos botarem a mão na massa também? Ou pode variar?

Eugênia: O objetivo é ter uma dinâmica para você levar em uma oportunidade que você for para sala de aula. A gente não vai cobrar que você leve, porque cada um aqui está numa fase, mas é um material para a prática docente mesmo, desde os anos iniciais até o Ensino Médio.

Pesquisador: A gente quer que vocês apresentem a atividade aqui. A atividade tem que ser uma atividade que seja aplicável na sala de aula.

Will: Era isso que eu queria saber...

A1E6 - 34:15

O trecho anterior ilustra um momento de negociação de sentidos e produção de significados em torno do que consideramos por atividade de ensino. Nos primeiros momentos da ACIEPE, não havia muitas discussões como essas, oriundas de um questionamento dos próprios participantes e que motivasse uma conversa com a manifestação não só dos organizadores do encontro.

Consideramos que isso é natural, pois primeiro os participantes articulam os primeiros sentidos que atribuem à proposta. É um trabalho individual. A partir do momento que essas articulações se tornam mais estáveis, eles tem condições de manifestarem os sentidos produzidos e negociarem significados. “O significado da palavra é formado por um processo histórico composto por objetivações humanas, isto é, contido na palavra. O sentido é pessoal” (LEMES, 2012, p. 44). Em outras palavras, o significado é compartilhado, por isso é coletivo e relativamente estável. Já o sentido é pessoal, individual. Embora Vygotsky (2002) não faça uma distinção entre ambos, por considerar que o significado seja apenas uma zona mais estável dos sentidos. Acreditamos que essa estabilidade acontece quando o mesmo sentido é compartilhado pelo grupo, adquirindo o status de significado.

Nas falas anteriores verificamos a manifestação dos sentidos que cada participante estava atribuindo à ideia de atividade de ensino. As seguintes falas evidenciam isso: Will: _ “como seria essa atividade?”; Will: _ “Para os alunos realizarem ou para mim?”; Will: _ “Seria para eu usar em uma aula?”; Júlia: _ Não é para dar uma aula aqui para vocês, mas só explicar como seria?; Will: _ “É uma coisa para os alunos botarem a mão na massa também? Ou pode variar?”; Pesquisador: _ “A atividade tem que ser uma atividade que seja aplicável na sala de aula.”; Will: _ “Era isso que eu queria saber...”.

É notável que a maioria das frases esteja em formato interrogativo. Isso é evidência de que não há um significado estabelecido no grupo. Mas em determinado momento o assunto se encerra. Isso acontece por que a discussão evoluiu para um nível de entendimento em que os sentidos individuais dos participantes convergem para uma mesma direção: o significado coletivo.

Na conversa anterior, o significado que foi estabelecido, de acordo com nossa interpretação, é o de que a atividade deve ser como uma aula para estudantes do Ensino Fundamental ou médio. Talvez o que ainda não esteja claro é a ideia de que essa aula tem que ser fundamentada na perspectiva lógico-histórica. Dessa forma, Will retoma o assunto pouco tempo depois.

Will: Aquela atividade que a gente fez, no primeiro encontro, segundo encontro com as bolinhas e o elástico, ela seria uma atividade, se encaixaria...?

Pesquisador: Sim... ela é uma atividade.

Eugênia: Eu acho que sim. nosso objetivo foi até um pouco disso né?

Pesquisador: ... Quando a gente fala atividade orientadora de ensino, é um pouco mais que isso. Nós levamos em consideração tudo o que está influenciando ali na atividade. Quando você pensa em atividade, no senso comum mesmo, não precisa ter embasamento teórico nenhum, mas quando eu falo em atividade o que vem na cabeça de vocês?

(Breve momento de silêncio)

Joana: alguma coisa que a gente vai ter que fazer... fazer alguma coisa. Ah sei lá...

Pesquisador: É isso mesmo... atividade. Se é atividade de ensino, a gente vai fazer onde essa atividade?

Joana: Na sala de aula.

Pesquisador: Na sala de aula, então é a proposta para sala de aula.

Júlia: Tem que ter objetivo, tem que ter metodologia.

Pesquisador: Aí você tocou no ponto chave. O que influencia uma atividade em sala de aula?

Will: Tudo.

Pesquisador: A gente consegue trazer alguns elementos o que são importantíssimos? Que a gente não pode deixar de considerar?

Will: Não sei se eu estou pensando certo, mas primeiramente a turma que você vai trabalhar.

Pesquisador: Isso é importantíssimo... o público que você tem.

Alice: A aceitação desse público.

Pesquisador: Isso também é importantíssimo.

Eugênia: ... O que você chama de aceitação desse público?... Um exemplo.

Alice: Ah eu acho que quando, por exemplo, você está numa sala de aula, os alunos começam a se interessar pela atividade, querer participar, eles estão aceitando, mas se eles ficam alheios, mexendo... vendo qualquer outra coisa, menos fazendo a atividade, eles não aceitaram, eles não querem aquilo.

(...)

Pesquisador: E aí? Que mais a gente pode destacar?

Júlia: Os recursos que você traz... materiais, vídeo...

Pesquisador: Os recursos...

Alice: Metodologia... preparação do professor.

Pesquisador: Preparação do professor... esse é um papel importantíssimo, porque é quem conduz a atividade. O que significa estar melhor preparado?

Bia: Você ter estudado o que vai fazer... Ter estudado que você pretende passar na aula.

Júlia: Eu acho que é bem isso... saber o que tem que passar, você tem que tentar enxergar como as outras pessoas podem entender aquilo que você está falando... pensar em outras possibilidades.

A1E6-00:38:02

Os participantes demonstram já ter um significado do que seria preparar uma atividade (elaborar uma aula). Assim, apontam o que consideram importante para uma

atividade: requer uma ação (Joana: _ “Alguma coisa que a gente vai ter que fazer”); um ambiente específico para essa ação (Joana _ “Na sala de aula”); requer uma intencionalidade e uma condução planejada (Júlia: _ “Tem que ter objetivo, tem que ter metodologia”); reconhecer as necessidades de aprendizagem do público a quem se destina a atividade (Will: _ “a turma que você vai trabalhar” – Alice: _ “A aceitação desse público”); Os recursos didáticos necessários (Júlia: _ “Os recursos que você traz... materiais, vídeo...); e a preparação do professor (Alice: _ “preparação do professor”).

A percepção de que é necessária conhecer a necessidade de aprendizagem do público a que se destina a atividade é interessante do ponto de vista da AOE, que segundo Moura (2001) só se torna orientadora de ensino quando a atividade de ensino, do professor, coincide com a atividade de aprendizagem do estudante.

Apesar dos participantes manifestarem mais segurança e, de alguma forma apresentarem alguns elementos que podem estruturar uma atividade de ensino, demonstram que é preciso construir um significado do que seria elaborar uma proposta de atividade de ensino fundamentada na perspectiva lógico-histórica. A Bia se mostra insegura pelo fato de não ter um público a quem destinar a sua proposta de atividade. Isso é mais um indicativo de que o público a quem se destina a proposta é considerado um fator importante.

Bia: É bem legal isso daí (pensar uma atividade para um público específico) porque eu acho que eu não vou conseguir desenvolver uma atividade sozinha. Que posso ser tão útil quanto o pessoal que já está no estágio. Então, no meu caso, eu acho que vou aprender mais do que ensinar...

A1E6 – 00:53:05

A discussão sobre AOE foi retomada nos encontros seguintes a partir do estudo do texto de Moura et al (2010). Na sequência do sexto encontro, buscamos retomar algumas ideias que tinham sido debatidas nos encontros anteriores.

Uma das questões levantadas girava em torno dos sentidos que estavam sendo atribuídos às ideias de aspectos internos e externos de um conceito. Para isso os participantes buscaram referências nas atividades que foram desenvolvidas na ACIEPE, retomando, primeiramente o conceito de função e as participações dos sujeitos no Fórum 4, sobre lógico-histórico e aspectos internos e externos.

Pesquisador: O Will colocou alguma coisa lá (Fórum 4) né? O que você colocou?

Eugênia: (Lê o que o Will escreveu no Fórum 4 sobre aspectos externos) Aplicabilidade, relação entre variável...

Pesquisador: (Divide o quadro em duas colunas, uma para aspectos internos e outra para aspectos externos) aplicabilidade entra onde?

Will: Eu coloquei como externo.

Pesquisador: Externo.

Joana: Eu também acho que é externo.

Pesquisador: Mais o quê?

<p>Will: A relação entre variável independente e dependente.</p> <p>Pesquisador: Isto é externo ou interno?</p> <p>Will: Coloquei como externo.</p> <p>Eugênia: Como você pensou, na hora que você escrevia, para definir o que era externo e o que era interno?</p> <p>Will: Ah... eu acho que você olha e já identifica. Pelo texto que a gente leu, pela discussão do texto, foi isso que eu pensei: <u>algo que você já olha e identifica</u>. Bom, pelo menos para mim <u>eu olhando para a função eu já identifico a relação entre essas duas coisas (aplicabilidade e relação entre as variáveis dependentes e independentes), talvez para outras pessoas já seja diferente</u>.</p> <p>Pesquisador: Então, por exemplo, <u>uma coisa que você chamou de nexa externo, necessariamente vai ser nexa externo para outra pessoa?</u></p> <p>Will: <u>Bom! Isso é o que estou pensando agora, talvez sim, talvez não. É difícil dizer né? Mas às vezes se você pensar alguém que não conhece muito sobre função, talvez não seja tão claro essa ideia.</u></p> <p>Pesquisador: Então vamos pensar: Como é que você colocou os aspectos internos ali (Fórum 4) mesmo?</p> <p>Will: <u>Eu falei que está na história, mas aí eu não saberia dizer mais nada a respeito.</u></p> <p>Pesquisador: Aí são os aspectos históricos ... Para tentar ajudar, a ideia do Will, ficou assim – se eu estiver errado você (Will) me corrija: o que é externo é o que está mais perceptível, a gente olha e vê. Como estamos acostumados a ver o conceito de função? Quando a gente estuda na matemática normalmente como que ele aparece?</p> <p>Bia: <u>É... as fórmulas né?</u></p> <p>Pesquisador: Tipo...</p> <p>Bia: <u>“Efe de xis”.</u></p> <p>Pesquisador: Igual... dê um exemplo.</p> <p>Bia: <u>Aí tem os exemplos da constante, da... da...</u></p> <p>Will: <u>“Dois xis (2x)”.</u></p>	A1E6 - 01:12:33
--	------------------------

Essa conversa reforça os sentidos em relação aos aspectos internos e externos que o Will já havia demonstrado no Fórum 4. Ao ser questionado como pensou nos aspectos externos e internos de função ele reafirma que os externos são perceptíveis (Will: _ “Algo que você já olha e identifica”) e os internos tem ligação com a história (Will: _ “Eu falei que está na história, mas aí eu não saberia dizer mais nada a respeito”). Novamente o Will demonstra que o único sentido que consegue “atribuir” a ideia de aspecto interno, naquele momento, é o de que ele se relaciona com a história.

No entanto, a conversa que se iniciou com a intenção de separar o que era aspecto interno e o que era externo, acabou indicando a confluência entre ambos. Esse movimento surgiu a partir do sentido que o Will atribuiu ao aspecto externo (Will: _ “eu olhando para a função eu já identifico a relação entre essas duas coisas (aplicabilidade e relação entre as variáveis dependentes e independentes), talvez para outras pessoas já seja diferente”).

Ao ver uma possível representação do conceito, os sujeitos podem atribuir o mesmo significado àquela representação, mas atribuir sentidos diferentes. Segundo Lemes (2012), determinada palavras pode ter o mesmo significado para duas pessoas, “mas pode ter sentidos diferentes para um e para outro, pois depende do contexto em que surge” (p.44).

A interpretação de Will acabou ajudando para que o grupo atribuisse também novos sentidos a ideia de aspectos internos. Pois o interno seria o que não é externo. Talvez

pensar em uma dicotomia pareça conflitante com a ideia de que o mesmo conceito possa ser interno para uma pessoa e externo para outra em determinado momento. Ou ainda, interno para uma pessoa em um dado instante, e externo para a mesma pessoa em um momento posterior.

Esses sentidos nos ajudam a entender porque afirmamos que, por exemplo, a representação algébrica de uma função é um nexos externo. Pois se trata de um dos aspectos da função, mais privilegiado em abordagens de ensino mais tradicionais (formalistas e tecnicistas). Após o estudante conviver com esse tipo de representação por um longo tempo na escola, é natural que ela fique explícita ao conceito de função, e por isso a chamamos de aspecto externo. Já a ideia de fluência, considerada por Caraça (1951) como sendo essencial para o entendimento do conceito de função, não tem sido privilegiada no ensino desse conteúdo. Daí o motivo dela se apresentar como nexos interno para muitos estudantes.

Pensando dessa forma, também é compreensivo que os estudantes tenham mais facilidade em identificar aspectos externos. Rapidamente eles se lembram dos aspectos privilegiados em suas experiências com o aprendizado de funções, como o forte apelo à manipulação algébrica (Bia: _ “É... as fórmulas né?” - _ “Efe de xis”); e as classificações das funções segundo sua expressão analítica (Bia: _ “Aí tem os exemplos da constante, da... da...”).

Ainda pensando nessas questões, e com referência as atividades desenvolvidas nos encontros anteriores, relembramos algumas representações de funções e tentamos classifica-las em aspectos internos como a representação verbal, por exemplo, e aspectos externos como a representação gráfica e algébrica. O grupo ficou na dúvida quanto à representação na forma de tabela. Essas escolhas foram feitas de acordo com a percepção que os integrantes da ACIEPE tinham dos aspectos mais privilegiados, ou não, no ensino de funções.

A representação algébrica foi a que, com mais certeza, os participantes classificaram como aspecto externo. Porém, o pesquisador escreveu várias equações no quadro, dentre elas a de uma circunferência centrada na origem dos eixos cartesianos e com raio cinco ($x^2 + y^2 = 25$).

Pesquisador: Bom, essa daqui (se refere à expressão: $x^2 + y^2 = 25$) todo mundo teve certeza (que se tratava de uma função) ou alguém ficou na dúvida também?

Bia: Não, essa é mais certeza.

Pesquisador: O que tem nessa daqui ($x^2 + y^2 = 25$) que faz a gente ter tanta certeza?
(silêncio)

Will: É uma equação da circunferência?

Bia: O quê?

Sabemos que, formalmente, segundo as teorias atuais, a equação de uma circunferência não representa uma função. Não queremos com isso entrar no mérito dessa discussão, nem atribuir juízo de valor ao conhecimento dos participantes. Mas o que destacamos é o fato de Bia, por exemplo, afirmar com certeza e de prontidão que a expressão $x^2 + y^2 = 25$ se tratava de uma função. Diante do pedido de explicação do pesquisador, o silêncio se manifesta por certo tempo antes da intervenção de Will. Não havia uma justificativa para que aquela expressão fosse considerada uma função.

Inferimos que isso ocorreu devido à supervalorização da representação algébrica de funções que tem ocorrido tradicionalmente nas aulas de matemática, e que faz com que conceito e representação se tornem uma só coisa, a exemplo do número e do numeral, como debatemos no primeiro encontro.

A Bia, ao ver uma expressão algébrica que reunia as variáveis x e y , uma igualdade e algumas operações matemáticas, não hesitou em chamá-la de função, mesmo que não tivesse uma justificativa para isso. Esse é o vazio provocado por tratarmos os conceitos apenas por seus nexos externos. O significado do conceito fica restrito a sua representação.

Uma possível consequência disso é o conceito ser reduzido a um nome que atribuímos a uma determinada representação e que pode nos ser apresentado pelo professor ou pelo livro didático, por exemplo. Nesse sentido, não há movimento do pensamento em relação à elaboração conceitual, pois o conceito é tratado como produto e não como processo.

Esse fato também nos despertou para outra reflexão. Pelas falas percebemos que, o que parecia claro para o Will, de que a expressão se tratava de uma equação da circunferência, não tinha significado algum para a Bia. Diante disso e da negociação de sentidos em relação aos aspectos internos e externos que realizamos pouco antes, a Bia manifestou um significado que aos poucos estava sendo construído naquele grupo: de que a diferença entre aspecto externo e interno variava de pessoa para pessoa.

Pesquisador: Ele (Will) perguntou se era a equação de uma circunferência e eu falei é... uma circunferência de raio 5. Todo mundo olhou para isso daqui (mostra a expressão $x^2 + y^2 = 25$ na lousa) e enxergou uma circunferência? Alguém olhou para isso daqui e enxergou rapidamente que era uma circunferência?

Eugênia: sim.

(...)

Bia: Então, nesse sentido, seria interno para quem não enxergou diretamente e externo para quem enxergou diretamente?

A1E6 – 01:30:40

A colocação de Bia na fala anterior soa como uma provocação para a reflexão acerca desse novo significado para os aspectos internos e externos dos conceitos.

Will: Faz sentido classificar?

Pesquisador: Boa pergunta, o que vocês acham?

Bia: Eu estava perguntando... porque classificar então?

(...)

Will: Você acha que no ensino todos esses aspectos (relacionados ao conceito de função) deveriam ser tratados como externos? Ser passados para os alunos? Acho que é essa a ideia. Não sei se eu me expressei bem.

Eugênia: (fala baixo) Como internos...

Pesquisador: Bom! Eu acho que estou entendendo o que você disse. Se a gente pensa que (o aspecto externo) é o que está perceptível, a primeira vez que eu olho para um conceito eu vou conseguir achar as coisas que estão ali? Perceptíveis?

Will: Seria... você não priorizar só a forma algébrica seria você priorizar tudo, tudo é função, tudo é uma forma de representar a função.

De acordo com os sentidos atribuídos por Will, não faz sentido classificar os aspectos de um conceito em internos e externos. Melhor seria tratar todos como externos, já que todos devem ser privilegiados no ensino. Porém quando ele fala de externo, atribuiu um sentido diferente de Eugênia. O trecho a seguir demonstra que eles estavam falando da mesma coisa, mas com sentidos divergentes. Estávamos falando que diante da impossibilidade de abarcar toda a história, selecionamos os fatos mais importantes para priorizar em nossas proposta de atividades, ou seja, fazemos um resumo segundo a fala de Joana.

Joana: para estar priorizando... porque, por exemplo, eu posso chegar e falar assim eu vou fazer um resumo segundo o que eu quero. Vai resolver alguma coisa? É isso que eu quero saber...

Will: Eu acho que quando for fazer o resumo tem que tomar cuidado para não deixar muita coisa interna, como aspecto interno.

Pesquisador: Deixar como assim? Deixar de fora?

Will: Não. Deixar passar ele como aspecto interno. Está confuso de novo né?

Pesquisador: Você fala deixar interno é deixar implícito...

Will: Isso! Deixar implícito... acabar fazendo e acabar do mesmo jeito, deixando coisas que era pra você falar, que você foi buscar na história para você falar, e que acabou deixando para trás por causa do tempo.

A1E6 - 01:50:07

Ao classificarmos os aspectos externos como aqueles perceptíveis, classificamos ao mesmo tempo os aspectos internos como aqueles implícitos. Pensando dessa forma, as palavras interno e implícito tem o mesmo sentido. Por isso Will afirma que tem que “tomar cuidado para não deixar muita coisa interna”. Essa expressão teria o mesmo significado que “tomar cuidado para não deixar muita coisa implícita”.

Inferimos que essa conversa flui para um significado no grupo, de que deve-se buscar os aspectos internos do conceito na história (Will: _ “que você foi buscar na história para você falar”). E ainda que se deva tomar cuidado para não deixar que esses aspectos continuem implícitos, isto é, não perceptíveis aos estudantes.

Essa fala também evidencia que houve um movimento de inserção de um novo aspecto na conversa: a organização do ensino. Os participantes não se limitam mais a apenas negociar significados para os aspectos internos e externos, mas começam a perceber como eles podem ajudar na organização do ensino de matemática.

A história aqui, como apresentamos na Seção 2.1, aparece como um recurso didático. Como uma provedora de recursos (DIAS; SAITO, 2009). Pois possibilita a identificação dos aspectos internos que podem ser privilegiados na organização do ensino.

Para encerrar o sexto encontro, fizemos a discussão do texto “Quando professores têm a oportunidade de elaborar atividades de ensino de matemática na perspectiva lógico-histórica” de Maria do Carmo de Sousa, publicado em 2009. Para isso, usamos a dinâmica relacional indivíduo/grupo/classe (SOUSA, 2004).

Desse modo, os participantes fizeram a leitura prévia do artigo de Sousa (2009) e depois discutiram, em pequenos grupos, alguns recortes do texto e encerraram a atividade apresentando e debatendo suas reflexões com todos os participantes.

Uma das questões debatidas foi o significado da perspectiva lógico-histórica.

Júlia: Então, primeiro eles estão defendendo a perspectiva lógico-histórica.

Bia: Que eu ainda não entendi direito.

Júlia: O que eu entendo dessa perspectiva lógico-histórica, é você ensinar matemática partindo da história como exemplo, para explicar. Além de explicar a aplicação dos conceitos, o porquê as coisas aconteceram. Não só para que serve.

Will: Seria... Imaginem aquela atividade que a gente fez. Bom, é o que eu acho. Aquela atividade que a gente fez das bolinhas com o elástico.

Júlia: Sim.

Will: A gente começou a fazer aquilo sem ninguém pensar em função. E agente foi pegando os dados, analisando os dados, pegando os resultados e a gente chegou a uma função. Então a gente teve toda uma lógica por trás... fomos seguindo uma lógica e chegamos a função. A parte histórica seria a gente mesmo ter construído, entendeu?

Bia: Sim.

Will: Só que aí, quando fala histórico, no sentido mais amplo, seria a gente pegar como que foi construído o conceito. Você pegando toda a lógica da construção do conceito dentro do próprio contexto da construção, né? Porque ali a gente tem uma lógica histórica nossa. Está contextualizado para a gente que estava ali e viu. Acho que a ideia do lógico-histórico seria essa mesma ideia, só que pegar o histórico mesmo, né? Lá em mil, novecentos e lá vai bolinha.

A2E6 – 00:11:05

A Bia demonstra não ter ainda um significado definido do que seria o lógico-histórico. Ao explanar isso ela suscita uma reflexão no grupo. A Júlia evidencia que o sentido de lógico-histórico, para ela, está atrelado a fazer uso da história no ensino de matemática para explicar o porquê da criação dos conceitos e mostrar exemplos de aplicação.

Contudo, o Will traz um novo sentido ao usar a própria experiência dos participantes na ACIEPE, para apontar o seu entendimento sobre lógico-histórico. Em sua fala, “fomos seguindo uma lógica e chegamos à função. A parte histórica seria a gente mesmo ter construído”, identificamos uma ideia de movimento. Tanto o movimento dos participantes em atividade, entendido como história, quanto o movimento do pensamento na apreensão e determinação desse processo histórico, entendido como lógica.

Na continuação, o Will ainda compara o processo lógico-histórico vivido durante a atividade, na ACIEPE, com o processo lógico-histórico da construção do conceito. Pensando dessa forma, o que se faz em sala de aula não é a reprodução do que aconteceu na história, mas, segundo Dias e Saito (2009), conhecendo-se o contexto no qual os conceitos matemáticos são desenvolvidos e o movimento do pensamento desse desenvolvimento, pode-se organizar o ensino sem perder de vista a história do conceito e a história do seu conhecimento.

O grupo continua a conversa e a Bia faz a leitura do seguinte trecho do texto:

Educar seria proporcionar ao aluno um encontro pedagógico com os conceitos; a formação de uma visão de transformação e de movimento contínuo da realidade humana. Para que o professor da Educação Básica possa reconstruir e (re)criar os conceitos que vai ensinar a partir de leituras da realidade em que vive torna-se necessário planejar atividades que tenham este processo como objetivo (SOUSA, 2009, p.88).

Júlia: É perfeito isso.

Bia: É por isso que eu marquei ali: interessante.

Will: Espera aí, ele quer recriar os conceitos conforme a realidade humana muda, é isso?

Bia: Sabe aquela atividade que a gente fez? Acho que foi no último encontro, que a gente foi fazendo na lousa até chegar... que eu falei “efe de xis”?

Will: hum!

Bia: Acho que é mais ou menos isso, porque eu não tinha percebido na hora. Achei interessante porque não pegou e colocou: ah... isso é uma “efe de xis”. Mas foi o processo ao contrário, acho que é mais ou menos isso que ele quer chegar. Porque é da gente pegar algo que tem a função... que tem a matemática...

Júlia: Mostra o caminho disso.

Bia: Exatamente! Isso foi o que a gente fez.

Júlia: O caminho inverso disso. Por exemplo, isso é uma função ...

Bia: Em vez de falar que isso é uma função a gente caminhou para chegar e falar...

Júlia: Como se chegou. A partir do momento em que você chega junto como o aluno no que é uma função, a ideia de função vai fazer sentido para ele. E aí, a partir daquilo fazer sentido ele vai entender para que serve e porque que tem que estudar aquilo.

A2E6 - 00:20:18

A conversa anterior, que pode ser sintetizada na fala de Júlia (a partir do momento em que você chega junto como o aluno no que é uma função, a ideia de função vai fazer sentido para ele), é mais uma evidência de que um dos sentidos atribuídos à perspectiva lógico-histórica pelos participantes é a ideia de movimento, de fluência. Os conceitos matemáticos não são dados prontos aos estudantes para que eles os memorizem, mas se oportuniza que eles possam acompanhar o movimento do pensamento na elaboração conceitual.

Sousa (2009), ao defender que a perspectiva lógico-histórica pode ser estudada durante a formação de licenciandos, futuros professores da Educação Básica afirma que “há a necessidade de se elaborar juízos sobre os conceitos. Não se apresentam aos professores os conceitos prontos e acabados: convida-se o professor a pensar sobre tais conceitos” (p.85).

Ou seja, durante o desenvolvimento desta investigação, convidamos licenciandos e pós-graduandos, durante dezessete semanas, a pensar sobre conceitos matemáticos. Não é a toa que a discussão em torno da perspectiva lógico-histórica leva o grupo a refletir sobre o papel da história na formação do professor.

Júlia: Um caminho para começar a chegar nisso é colocar nos cursos de licenciatura disciplinas que ensinem a história das coisas mesmo. Vocês têm isso?

Will: Eu tenho evolução dos conceitos. Só que, a gente falou um pouco de história, mas, por exemplo, a gente viu a vida de Galileu... Nada que desse suporte para você utilizar assim.

A2E6 - 00:22:12

Esse trecho é uma evidência de que, quando há aulas de história dos conceitos nos cursos de licenciatura, o foco ainda é em uma historiografia tradicional, em que, conforme aponta Vianna (2010), valorizam-se os “descobridores dos conceitos”, como se todo conceito surgisse de forma individual e isolada, graças a genialidade pouco comum de alguns homens.

Dessa forma, o objetivo da história se torna revelar quem foram esses gênios e ainda contar detalhes de suas vidas. A fala de Will, “Nada que desse suporte para você utilizar assim”, aponta que esse tipo de abordagem não oferece grandes suportes para se pensar o ensino, no caso, ensino de física, considerando-se elementos da história.

Ainda em relação à história, o Will aponta que um dos sentidos que se pode atribuir à história, quando a utilizamos como recurso para a organização do ensino, é o de que ela pode possibilitar o desenvolvimento da atividade de pesquisa pelo professor.

Will: Se você quer trabalhar na perspectiva lógico-histórica, a primeira coisa que você tem que saber é a história. Então começa a inverter mesmo os papéis. No mesmo momento que você está sendo professor, você está sendo aluno. Você está pesquisando, você está aprendendo coisas novas para poder ensinar de uma forma nova.

Bia: É uma inversão de papéis. Estou pensando como a gente vai explicar isso.

Will: Não seria uma inversão de papéis, né?

Bia: Não.

Júlia: Porque professor sempre é professor. Isso não pode acontecer.

Will: Seria naquele momento... não seria no momento da aula, seria no momento em que você está preparando sua aula, né?

A2E6 - 00:24:45

Essa reflexão leva os participantes a retomarem a discussão sobre o caráter absoluto de verdade que impera na matemática. A Bia e a Júlia parecem acreditar que a matemática não é dotada de verdades eternas e incontestáveis, já que é um produto do próprio homem, mas o Will continua a defender o contrário.

Will: Nós somos todos subjetivos. Aí chega com a matemática toda prontinha ali, perfeitinha...

Júlia: E a matemática também pode ser subjetiva. Ela não tem que ser tão exata quanto ela é para a gente. Hoje a gente percebe que dá para ser de outro jeito.

Will: Hum... na matemática eu não sei, eu acho um pouco mais difícil de falar disso, porque...

Júlia: Ela é exata, mas...

Will: Mas que nem na física. Todo mundo acha que é tudo exato também. Na física não! A física é toda cheia de aproximações ... Agora a matemática é... você fala: dois mais dois é quatro. É difícil você falar que não é absoluto.

Bia: Aí entra naquele negócio da geometria euclidiana e a geometria hiperbólica. São bem diferentes. A geometria euclidiana é aquela lá... por dois pontos só passa uma reta. A geometria hiperbólica fala que a reta é curva sabe?

Júlia: Então! São duas visões diferentes.

A2E6 - 00:30:25

Essa conversa foi interrompida para que fizéssemos as apresentações dos pequenos grupos no grupo maior. Nessa apresentação, infelizmente, os grupos apenas expuseram suas conclusões, sem que houvesse maiores discussões, já que o horário daquele encontro já estava se esgotando.

No sétimo encontro, que foi virtual, os participantes escreveram uma narrativa de formação (Nar.2), leram um texto sobre AOE (MOURA et al, 2010), postaram questões sobre o texto lido no Moodle (Fórum 5) e ampliaram a discussão sobre lógico histórico no Fórum 4.

Em relação às narrativas, pedimos que os participantes escrevessem sobre suas trajetórias de formação, tentando memorar experiências escolares ou não, relacionadas ao aprendizado dos conteúdos matemáticos. Também pedimos que destacassem os motivos e motivações que os levaram a escolher os cursos de graduação que estavam cursando e também se inscrever na ACIEPE. Por fim, solicitamos que manifestassem suas opiniões em relação às experiências vivenciadas em nosso grupo de trabalho.

Destacamos na narrativa de Bia, logo a seguir, alguns trechos que demonstram que a estudante sempre teve interesse pela matemática em sua experiência escolar. No entanto, algumas falas indicam que sua formação nessa disciplina foi marcada por aspectos formais da matemática como algoritmos (tecnicismo – regra do traço, divisão, regra do varal) e com as demonstrações (formalismo).

Desde criança, desde que me lembro, sempre gostei de matemática. Era uma das minhas aulas favoritas. Tive ótimos professores e ótimas experiências. Vou contar um pouco de minha história no contexto escolar.

Educação Infantil até 2ª série:

As aulas que aprendi a contar e somar eram feitas com desenhos, objetos dinâmicas em grupo entre outros. Quando aprendi a subtrair, em relação à regra do traço que diz que para somar você pode colocar os números em colunas e que não ocorre com a subtração, eu não aceitava não poder subtrair da mesma forma e várias vezes fazia colunas para subtração. Só com o tempo que fui conseguindo usar o traço apenas para somar.

As regras de divisão demoraram um pouco “para entrar em minha cabeça”, mas continuei gostando de matemática.

Depois de aprendermos a somar, dividir, multiplicar, subtrair as professoras montaram um mercadinho na brinquedoteca da escola para a gente brincar aprendendo. Várias vezes fomos à brinquedoteca para utilizá-lo.

Nós tínhamos um caderno quadricular e um caderno de atividades específico para a matemática.

Na 4ª série, eu me lembro de um momento marcante. A professora pediu para que os alunos fizessem um trabalho sobre a matemática. Sobre o que é, para que serve, onde a encontramos, entre outros. Eu gostava tanto que fiz um trabalho de oito páginas com recortes e colagens. A professora adorou! Até mostrou para sala o meu trabalho.

Na 5ª e 6ª séries, tive professoras diferentes e continuava gostando de matemática. As aulas eram expositivas, e tinha atividades no caderno e tudo mais, mas para mim era gostoso aprender.

Na 7ª série, adorava sistemas e equações!

No primeiro Ensino Médio, tive dois professores de matemática. O primeiro era mais organizado e eu adorava suas aulas. Lembro-me que com ele aprendi a fazer os “varais, as bolinhas abertas e fechadas”. Adorava estudar probabilidade e análise combinatória. O segundo professor era mais desorganizado e dava aulas de geometria. Mas suas aulas eram divertidas e alegres.

No dia que o primeiro professor entregou a primeira prova corrigida para a gente, ele me disse: “eu sabia que você iria muito bem. Eu sabia desde o primeiro dia de aula”. Fiquei imensamente feliz, embora quisesse que minha nota tivesse sido 10,00 e não 9,75. Acredito que ele tenha pensando isso, pois eu participava da aula e perguntava bastante.

No 3º Ensino Médio, mudei de escola e como ela era de rede e focada no vestibular as aulas eram ainda mais expositivas e dinâmicas. Lá tive três professores de matemática. O que eu mais gostava não era aquele que era mais organizado com excelentes explicações. O professor que eu mais gostava ele era desorganizado e nem sempre entendia suas explicações, no entanto, ele demonstrava teoremas e explicava de onde vinham algumas “coisas sem explicação” e eu adorava. Além disso, ele demonstrava um enorme amor pela matemática o que era ainda mais legal.

As partes que dificilmente conseguia entender na matemática eram os logaritmos, exponenciais e algumas funções e se tiver mais alguma parte, deve ser por isso que não estou me lembrando agora para contar.

Quanto a escolha do curso, ser professora não era algo que sempre quis. Foi depois de várias reflexões e por poder participar de um simpósio de educação especial na matemática que decidi entrar no curso de pedagogia. Primeiramente tinha pensando em cursar pedagogia e depois ir completando com educação especial e saindo com duas formações. No entanto, as disciplinas são muito diferentes de um curso para outro e não teria como eu cursar educação especial em menos tempo. Então escolhi pedagogia para futuramente me especializar em educação matemática ou em alguma especificidade da educação especial.

Tinha expectativas de que conheceria um mundo que ainda não conhecia. Não criei, imaginei como seria para possivelmente não me frustrar com algo. Eu estou gostando do curso, discordo de alguns métodos, de algumas formas que alguns professores estão dando suas aulas, no entanto, tem muitos professores que dão aulas de forma que gosto muito.

Por enquanto ainda estou no 2º ano do curso de pedagogia e estou feliz com minha escolha. Ainda gosto muito de matemática e ainda penso em me especializar na educação matemática.

Quanto a ACIEPE, ela vem sendo muito interessante. Eu não sabia dizer o que esperava, pois eu nunca tinha participado de uma ACIEPE. Eu esperava conhecer parte da história da matemática e conhecer um pouco de possibilidades de utiliza-la na educação infantil e no Ensino Fundamental I. Gostei muito de como foi abordado a função e o experimento do elástico e das bolinhas. O texto de Moura é muito “rico”, muito interessante.

Nar. 2 - Bia

Por fim, Bia aponta suas expectativas em relação à ACIEPE (Bia _ “Eu esperava conhecer parte da história da matemática e conhecer um pouco de possibilidades de utiliza-la na educação infantil e no Ensino Fundamental I”) e destaca o interesse em conhecer sobre história e possibilidades de uso da história no ensino. Em especial no nível de ensino para o qual se dedica a sua formação, isto é, educação infantil e primeiras séries do Ensino Fundamental.

Desse modo, sua escrita ao mesmo tempo evidencia uma experiência escolar em matemática marcada pelo ensino tradicional (formalista e tecnicista) e o interesse por aprender mais sobre o ensino de matemática para os primeiros anos de escolarização, apontando inclusive a possibilidade de continuar sua formação em Educação Matemática.

Já o Will, demonstra não ter tido boas experiências com seus professores de exatas, mas não explica os motivos. Como pode ser observado em sua narrativa:

Algo que me marcou muito no Ensino Médio é que as aulas de matemática e física eram muito "ruins", não atendiam às minhas expectativas. Principalmente as de física. Nunca aprendi nada. Foi quando fui para o cursinho que tive a oportunidade de conhecer a física melhor.

Como sempre gostei da área de exatas, acabei optando pelo curso de física. Após passar pelos cursos de metodologias, fui percebendo o grande trabalho que os professores têm para montar uma aula. Como sempre ficava frustrado com minhas aulas no Ensino Médio, eu particularmente sempre me interessei em "novos" métodos para incorporar em minhas aulas para deixá-las mais atrativas e eficientes.

O fato de eu estar participando da ACIEPE surgiu desse meu interesse em procurar metodologias diferenciadas para incorporar em minhas aulas. Eu atuo como professor de matemática, por isso ela tem sido de grande proveito para eu ter novas perspectivas de ensino. E espero ao final dela conseguir trazer alguns de seus aspectos para as minhas aulas de física.

Eu não conhecia essa perspectiva que a ACIEPE propõe, e durante os encontros percebo que muitas coisas que ela envolve têm grande potencial. Um exemplo é utilizar um experimento simples para se construir o conceito de função e abordar suas definições. É algo tão simples de se realizar e que traz, ao meu ver, uma grande clareza sobre o conceito de função e que daria muito mais significado para os estudantes.

Nar. 2 - Will

Will estava matriculado no curso de Licenciatura em Física, mas atuava como professor de matemática. Sua fala também evidencia uma preocupação com o ensino, seja de física ou de matemática. Nesse sentido, aponta que a perspectiva adotada na ACIEPE traz grande potencial para promover o ensino e a aprendizagem de forma mais significativa para seus alunos.

Através dessas narrativas e da participação de Bia e Will até esse momento da ACIEPE, percebemos que eles aceitaram nosso convite de pensarem a organização do ensino de matemática através da perspectiva lógico-histórica. Percebemos também que, embora com focos diferentes, eles apresentam ter necessidades de ensino, isto é, manifestam preocupação em pensar a organização do ensino para seus respectivos campos de atuação enquanto professores e/ou futuros professores.

Assim, de acordo com Moura (2001), observamos que os sujeitos interagem de forma coletiva, negociam significados e buscam a solução de um problema comum, encontrar formas de ensino e aprendizagem de matemática. Isso nos dá subsídios para afirmar que, pelo menos para a Bia e o Will, a ACIEPE se configurou como uma AOE.

Outra atividade do sétimo encontro foi a complementação da discussão sobre a perspectiva lógico-história e os nexos conceituais realizada no Fórum 4. A Bia e o Will reafirmam os significados que vêm atribuindo aos conceitos de nexos internos e externos e defendem a não necessidade de classificá-los dessa forma já que o que é nexo interno para um pode ser externo para outro.

Paulinha - segunda, 7 outubro 2013, 08:40

Olá, pessoal!

Depois do último encontro, acredito que os aspectos internos e externos vão variar de pessoa para pessoa, ou seja, cada um tem uma visão do que é aspecto interno e aspecto externo. Por exemplo, para mim, em um determinado contexto, algo pode ser aspecto externo, mas já na concepção de outra pessoa pode ser aspecto interno. Então tudo vai depender da visão de cada um.

Bia - segunda, 7 outubro 2013, 12:50

Eu ainda pergunto:

Por que classificarmos em aspectos internos e externos?

Will - segunda, 7 outubro 2013, 15:36

Tenho a mesma opinião que a Paulinha sobre aspectos internos e externos, sua classificação vai depender de quem a está realizando.

Faço a mesma pergunta que a Bia, por que classificá-los, já que essa classificação muda de pessoa para pessoa?

F4E7

Inferimos que no grupo, pelo menos para os participantes que se manifestaram, incluindo a Bia e o Wil, vigora o significado de que a classificação de um aspecto conceitual quanto a interno ou externo é relativo à percepção da pessoa que classifica. Isso apenas complementa e reafirma a discussão que realizamos anteriormente em relação a esse assunto.

Por fim, no sétimo encontro, os participantes fizeram a leitura do texto proposto (MOURA et al, 2010) e postaram suas dúvidas no Fórum 5. Contudo, a Bia e o Will quase não se manifestaram nesse momento nem durante as discussões sobre as dúvidas realizadas no início do oitavo encontro. Ressaltamos que, dizer que eles não se manifestaram não significa que elas não participaram.

Os encontros de número oito (presencial) e nove (virtual) marcaram o encerramento do segundo bloco. No oitavo encontro, realizamos uma conversa sobre tudo o que já havia sido discutido durante a ACIEPE possibilitando que os participantes negociassem significados acerca de questões que ainda não estavam bem esclarecidas para eles. Já o nono encontro foi destinado para que aqueles que tinham atividades pendentes no ambiente virtual as colocassem em dia.

Voltando para o oitavo encontro, a Bia teve somente uma participação mais incisiva, mas que tem muito a nos revelar:

MC: Os conteúdos (se refere aos conteúdos que cada um dos participantes deveria explorar em sua proposta de atividade)... não sei se todo mundo já escolheu. Já? Não? Aqui nessa primeira rodada que vocês fizeram da primeira narrativa? Alguém já... ?

Paulinha: A necessidade de geometria. Eu fiz uma narração mesmo (se refere à Narrativa 2 (Nar. 2), onde mostra sua intensão em explorar o conteúdo de geometria).

MC: Ah, eu li a sua (Nar. 2).

Bia: Eu queria fazer de divisão, porque acho que é dos anos iniciais mesmo. Eu acho que eu sempre tive facilidade com matemática, só com logaritmo e função que eu tive dificuldades, mas logaritmo é pior. E tudo que eu tive dificuldade foi lá no Ensino Médio, foi mais Ensino Médio mesmo. E aí como eu vou educar crianças... e como a gente está tão ligado ao automático, que se você for me perguntar “você lembra como você aprendeu divisão?”, está tão imbricado na gente que eu não lembro como... se a gente conseguisse voltar e lembrar como é que a gente pensava ia ser ótimo! Porque a gente iria entender o que a gente passava na nossa cabecinha, mas como a gente está tão no automático...

MC: Esse exemplo que você deu. É isso. A gente está tão nonexo externo que a gente vai... o automático é isso... que legal! A gente não precisa mais pensar sobre, mas para quem vai ensinar...

Bia: Agora eu lembro de uma coisa... eu até coloquei na narrativa (Nar. 2) que eu estava fazendo, aquele negócio de coluninha né? Mais, mais, mais... Eu estava fazendo menos, menos, menos... aí a professora falou: não pode fazer assim. Eu falei: porque não? Eu estou diminuindo! É a mesma coisa. E na minha lógica eu estava conseguindo. Acho que por sorte tinha sempre um número maior, por ordem, acho que do maior para o menor, então dava impressão que dava... na conta deu certo para colocar um, dois, três, subtrair os três e colocar o resultado, mas teoricamente você não faz isso porque você não sabe qual o resultado que vai subtrair ali, mas eu lembro que eu fazia isso. E eu não aceitava “coluninha”, fazia coluninha de menos lá. Por um bom tempo.

MC: Até ser convencida por força.

Bia: E aí as minhas contas também eram, até a gente estava discutindo esses dias, “ah soma aí: quinhentos e não sei o que com seiscentos e não sei o que...”, aí eu fiz mentalmente, “calma, espera aí, espera aí”, “como você fez?”, “somei dezena ” e não pelo outro lado, pelo lado da unidade né, para você chegar no resultado sem necessariamente ter essa regra, né? Aí, eu estava pensando agora e não falei ainda, mas o quanto eu decorei em matemática e o quanto eu fico triste por ter decorado em matemática, porque eu sempre gostei de matemática. Aí, a gente estava falando sobre vários assuntos com relação a matemática durante a ACIEPE, e eu falei: “cara, mas eu não lembro disso (fala com bastante ênfase), mas eu ia bem!”. Aí eu estou frustrada porque eu queria lembrar.

MC: Todos nós que nos damos bem com a matemática não devemos ficar frustrados. Porque a gente deu conta do que a escola exigiu, então por isso que a gente gostou. Agora, os nossos colegas que precisaram entender outras coisas se mandaram.

Bia: Eu só fiquei feliz no dia em que eles fizeram função aqui, o pessoal perguntou, aí eu falei “efe de xis”, aí eu fiquei feliz, naquele dia eu fiquei feliz...

(...)

Bia: Eu posso também *lincar* com aquele negócio de “menos e menos dá mais...”. Eu estava parando para pensar aqui

MC: ah... o número negativo...

Bia: o número negativo, eu queria saber também... por que “menos e menos é mais”? eu decorei o negócio, mas nunca consegui chegar completamente isso...

A2E8 - 00:56:41

Primeiramente a Bia manifesta a escolha do tema “divisão” para ser explorado em sua proposta de atividade. Sua fala, “Eu queria fazer de divisão, porque acho que é dos anos iniciais mesmo.”, é uma evidência de que sua escolha não foi arbitrária. Bia estava pensando no seu futuro público como professora da educação infantil e dos anos iniciais do Ensino Fundamental (Bia _ “Eu vou educar crianças”).

A Bia demonstra também, que sua escolha é fruto das reflexões que realizou durante a ACIEPE. A escrita da narrativa de formação (Nar. 2), por exemplo, fez com que ela recordasse do seu sentimento em relação à matemática (Bia: _ “Eu acho que eu sempre tive facilidade com matemática”; _ “tudo que eu tive dificuldade foi lá no Ensino Médio”).

Outros exemplos foram às reflexões realizadas em decorrência das atividades vivenciadas nos encontros presenciais, como a conversa que tivemos no primeiro encontro, sobre números, numerais, algarismos e operações. Como apontamos ainda no primeiro bloco, nossa intenção naquela ocasião era oferecer subsídios para que os participantes pudessem negociar sentidos em relação à perspectiva lógico-histórica. Um dos sentidos manifestados por Bia foi o de que a perspectiva lógico-histórica possibilita outras formas de trabalhar os conceitos matemáticos, que não as tradicionalmente privilegiadas (tecnicismo e formalismo).

Alguns trechos destacados na conversa anterior confirmam nossas observações: Bia: _ “a gente está tão ligado ao automático”; _ “até a gente estava discutindo esses dias, “ah soma aí: quinhentos e não sei o que com seiscentos e não sei o que...”, aí eu fiz mentalmente, “calma, espera aí, espera aí”, “como você fez?”, “somei dezena ” e não pelo outro lado, pelo lado da unidade né, para você chegar no resultado sem necessariamente ter essa regra”; _ “o

quanto eu decorei em matemática e o quanto eu fico triste por ter decorado em matemática”; _ “Aí a gente estava falando sobre vários assuntos com relação a matemática durante a ACIEPE, e eu falei: “cara, mas eu não lembro disso (fala com bastante ênfase), mas eu ia bem!”. Aí eu estou frustrada porque eu queria lembrar”; _ “eu queria saber também... por que “menos e menos é mais”? eu decorei o negócio, mas nunca consegui chegar completamente isso...”.

As falas apontam que as provocações realizadas durante a ACIEPE fizeram com que a Bia reconhecesse que sua formação em matemática foi marcada principalmente pelo tecnicismo, a partir do qual ela memorizava algoritmos e procedimentos, considerados aqui, a partir da perspectiva lógico-histórica, como nexos externos dos conceitos. Apontam ainda a necessidade de conhecer os nexos internos desses conceitos que aprendeu de forma mecânica.

Portanto, novamente reforçamos a ideia de que essas reflexões foram decisivas para a elaboração da proposta de atividade de Bia, tendo ela buscado um tema condizente com o nível de ensino para o qual está sendo formada, além de buscar trabalhar o conceito através de formas não privilegiadas no ensino tradicional. Portanto, inferimos que, ao procurar uma forma diferenciada de abordagem do conceito de divisão, a Bia tentou privilegiar elementos não tão perceptíveis na representação formal do conceito, isto é, pelas próprias falas dos participantes, a Bia buscou privilegiar alguns aspectos internos de divisão.

Encerramos assim o segundo bloco de atividades da ACIEPE que foi marcado por discussões mais profícuas em relação à possibilidade de elaboração de propostas de atividades de ensino fundamentadas na perspectiva lógico-história.

Realizamos leituras e discussões de textos de Sousa, (2009) e de Moura et al (2010) que nos trouxeram elementos para negociarmos sentidos e significados em torno das AOE, da perspectiva lógico-histórica e de alguns elementos essenciais a uma abordagem do ensino de matemática nessa perspectiva, como a história enquanto recurso didático, o processo de fluência na elaboração conceitual e os aspectos internos e externos dos conceitos matemáticos.

Dessa forma, destacamos alguns significados que foram compartilhados pelos sujeitos Bia e Will durante o segundo bloco.

A perspectiva lógico-histórica foi apontada como o movimento de confluência entre processo (história) e produto (lógico). Dessa forma o Will e a Bia reconhecem a fluência como elemento característico dessa perspectiva. Apontam ainda a história enquanto recurso

didático tanto como elemento para a condução de aulas de matemática como instrumento de pesquisa para o professor.

Outros elementos característicos da perspectiva lógico-histórica são os aspectos internos e externos dos conceitos. Em relação a eles, os significados compartilhados pelos sujeitos, foram os de que os aspectos externos são mais perceptíveis, ao contrário dos internos. O aspecto externo é visto como produto, o que recebemos pronto. Mas o aspecto interno, por estar relacionado à história, evidencia o processo de elaboração conceitual. Dessa forma, a história é apontada como recurso para se explicitar os aspectos internos.

A Bia e o Will apontam ainda que a distinção entre aspecto interno e externo varia de pessoa para pessoa. O que é interno (menos perceptível) para um pode ser externo (mais perceptível) para outro. Portanto, consideram desnecessária essa classificação. Com isso eles apontam uma possível forma de organização do ensino, em que se devem buscar os aspectos internos do conceito na história. E ainda tomar cuidado para não deixar que esses aspectos continuem implícitos, isto é, não perceptíveis aos estudantes.

Dessa forma os sujeitos reconhecem que os aspectos internos e externos podem ajudar na organização do ensino de matemática. Assim, eles também explicitam alguns significados em relação à proposta de atividade que eles deveriam elaborar. Essa deveria ser uma proposta de ensino de alguns conceitos matemáticos para a educação básica. A atividade requer uma ação intencional e planejada em determinado ambiente, que atenda às necessidades de aprendizagem do público a quem ela se destina. Exige, portanto, a preparação do professor que pode, inclusive, fazer usos de diversos recursos didáticos.

A negociação de sentidos e produção de significados ocorrida em decorrência das atividades desenvolvidas nesses dois primeiros blocos influenciou sobremaneira na escolha do tema da proposta de atividade de Bia. A exemplo de Will, a escolha de Bia não foi arbitrária, pois levou em consideração tanto as experiências de formação quanto as possibilidades futuras de atuação profissional.

Dessa forma, a análise no terceiro bloco se concentrará em ver como os sentidos e significados produzidos até agora, e os que ainda serão negociados, se manifestam no processo de elaboração das propostas de atividades dos sujeitos.

5.4. Terceiro bloco: Elaboração e/ou adaptação de AOE fundamentadas na perspectiva lógico-histórica (10º ao 17º encontro)

Os dois primeiros blocos de atividades da ACIEPE foram de apresentação e estudos da perspectiva lógico-histórica como fundamentação teórica para a organização do ensino de conhecimentos matemáticos para a educação básica. Através das manifestações verbais (oral e escrita) dos sujeitos, identificamos alguns sentidos e significados produzidos por eles em relação à proposta de trabalho estabelecida. No terceiro bloco (10º ao 17º encontro), a partir das elaborações iniciais, os participantes elaboraram propostas de atividades, conforme apresentamos na Seção 5.1.

Assim, nessa seção, buscamos discutir o processo de elaboração das propostas de atividades apresentadas pelos participantes Bia e Will, bem como identificar os sentidos e significados que se manifestaram em suas elaborações.

O terceiro bloco foi composto por cinco encontros presenciais, dois quais dois se destinaram à apresentação das propostas de atividades desenvolvidas pelos participantes. Nos outros três encontros, os participantes vivenciaram atividades desenvolvidas pelo professor convidado Rodrigo Ferreira de Abreu, por Eugênia e pelo Pesquisador. Essas atividades exploraram respectivamente os nexos conceituais de geometria, frações e números naturais.

Diferentemente do bloco um, em que apresentamos muitos detalhes relacionados aos conteúdos matemáticos que estavam sendo discutidos, principalmente sobre função, não nos ativemos aos conhecimentos matemáticos abordados nas atividades vivenciadas pelos participantes no bloco 3. Centramos nossa atenção, portanto, às formas como os participantes se apropriaram dos sentidos e significados que atribuíram à organização do ensino de matemática fundamentado na perspectiva lógico-histórica, mais especificamente, aos principais elementos que foram destacados como características dessa perspectiva teórica, isto é: a ideia de fluência; a história recurso didático; os nexos internos e externos dos conceitos; os contextos de elaboração dos conceitos; e o movimento do pensamento na elaboração conceitual.

No décimo encontro, o Pesquisador propôs uma atividade planejada com o intuito de explorar os seguintes nexos conceituais de número natural: senso numérico, correspondência um-a-um, agrupamento, valor posicional, representação (algarismo e numeral), base, qualidade e quantidade, composição e decomposição. Esses nexos conceituais foram definidos a partir de um estudo, fundamentado pela perspectiva lógico-histórica, sobre

a história dos números (REZENDE, 2010). Nesse caso, a história da matemática foi utilizada como uma fonte de estudo que possibilita ao estudante/professor buscar a compreensão do contexto de elaboração do conceito e o movimento do pensamento nessa elaboração, conforme apontam os estudos de Dias e Saito (2009). Dessa forma, a história fornece subsídios à organização do ensino.

A atividade foi uma adaptação do “Jogo do Nunca”, desenvolvida por Rezende (2010), e, em uma breve síntese, podemos dizer que se consistiu em dividir os estudantes em grupos que receberam uma quantidade de palitos de picolé, elásticos, dois dados e uma folha para anotações; então, o Pesquisador, proponente da atividade, indicou um número de referência como o três, por exemplo; nesse caso o jogo era chamado de “Nunca Três” e, a cada rodada, um participante do grupo jogava os dois dados, multiplicava os resultados e pegava a quantidade de palitos correspondente ao produto encontrado; os participantes pegavam os palitos um a um, mas como se tratava do “Nunca Três”, a regra era nunca deixar acumular a quantidade três, assim, ao acumular três palitos, esses eram presos por um elástico formando um grupo em vez de três palitos soltos; quando a quantidade atingia três grupos, formava-se um novo agrupamento com três grupos menores, e assim sucessivamente até atingir a quantidade desejada; em seguida, representava-se em uma folha de papel a quantidade encontrada usando os algarismos hindu-arábicos da seguinte forma: para representar trinta e quatro palitos, por exemplo, seria formado um palito solto (ordem zero), dois grupos de três palitos (ordem um: $1 + 1 + 1 = 3$), nenhum grupo de nove palitos (ordem dois: $3 + 3 + 3 = 9$) e um grupo de vinte e sete palitos (ordem três: $9 + 9 + 9 = 27$). Organizando em ordem decrescente a representação seria 1021, o que corresponde, no sistema de numeração hindu-arábico, à quantidade $1 \cdot 27 + 0 \cdot 9 + 2 \cdot 3 + 1 = 34$.

Em outras palavras, ao representar as quantidades de palitos no “Nunca Três”, estava-se representando quantidades num sistema de numeração com as mesmas propriedades do sistema hindu-arábico, porém na base três. A expressão anterior poderia ser reescrita da seguinte forma:

$$\begin{aligned} 1021_{(base\ 3)} &= (1 \cdot 27 + 0 \cdot 9 + 2 \cdot 3 + 1)_{(base\ 10)} \\ &= (1 \cdot 3^3 + 0 \cdot 3^2 + 2 \cdot 3^1 + 1 \cdot 3^0)_{(base\ 10)} \end{aligned}$$

No momento da socialização dessa atividade, o Pesquisador foi conduzindo a conversa e apresentando algumas características de diferentes sistemas de numeração dos quais temos registros históricos (IFRAH, 2001) como os sistemas romanos, egípcios, babilônicos, maias e o hindu-arábico, por exemplo.

Foi nesse momento de conversa, logo após o “Jogo do Nunca”, que os participantes foram convidados a pensarem em quais poderiam ser os nexos conceituais de número.

Pesquisador: Agora eu quero que vocês identifiquem que aspectos a gente conseguiu trabalhar do número.
 (...)
 Will: Será que a exponencial não é um aspecto?
 (...)
 Eugênia: Nessa atividade que aspectos do número a gente privilegiou?
Will: Representação?
Eugênia: Porque vocês acham que é representação?
Will – Bom, pelo que a gente discutiu, foi como a gente pôde fazer isso. Tanto que o paralelo que a gente fez foi com a base dez, que é outra forma de representar. A gente falou dos números romanos. Outra forma de representar.
 (...)
Will: A representação seria um aspecto externo no caso.
Bia: É... externo.
 (...)
Bia: Mas a potência é interna?

A1E10 - 01:20:00

Ao identificar os nexos conceituais de número, os participantes pensam sobre os sentidos que estão atribuindo a esses conceitos e os manifestam nas suas falas. A pergunta de Will, por exemplo, “Será que a exponencial não é um aspecto?”, mostra que ele busca negociar os sentidos que atribui à ideia de aspectos do conceito. A Bia, um pouco depois, demonstra que também participa dessa negociação e ainda mostra que está convencida de que a potência (entendemos que ela se refere ao que Will chama de exponencial) é um aspecto do conceito de número e tenta classificá-la entre interna e externa (Bia: _ “Mas a potência é interna?”).

Entendemos que isso que os participantes estão chamando de potência ou exponencial está relacionado à potência utilizada para representar o valor posicional de cada algarismo que compõe o numeral. Na atividade desenvolvida, as potências têm uma base fixa, que coincidem com a base do sistema de numeração. E seus expoentes representam a ordem ocupada por cada algarismo.

Os participantes também apontam a representação como umnexo conceitual de número. Suas falas nos mostram alguns sentidos que estão atribuindo à ideia de nexos conceituais. Analisando alguns trechos da conversa (Will _ “foi como a gente pôde fazer isso”; Will: _ “a base dez, que é outra forma de representar. A gente falou dos números romanos. Outra forma de representar”; Will: _ “A representação seria um aspecto externo no caso”; Bia: _ “É... externo.”; Bia: _ “Mas a potência é interna?”), inferimos que eles buscam duas coisas: identificar se determinado aspecto é importante na compreensão conceitual e, de acordo com o significado que o grupo estava atribuindo à classificação dos nexos em internos

e externos, se os mesmos estão explícitos (externos) ou implícitos (internos) na representação do conceito.

Para nós, a representação é um aspecto interno, pois, em uma abordagem formal, ao se considerar o conceito como sinônimo de sua representação, essa acaba se tornando implícita e não explícita, conforme os participantes apontam.

Não queremos com isso fazer julgamento de certo ou errado, mas acenar para a seguinte questão: embora, aparentemente, o significado que estávamos atribuindo às ideias de aspectos externos e internos do conceito fosse o mesmo, os sentidos eram diferentes. Analisando o trecho anterior e as outras conversas de Bia e Will nos primeiros blocos, identificamos o sentido de que a classificação entre interno e externo é pessoal, depende de quem classifica. Assim a classificação do pesquisador, não necessariamente tem que coincidir com a de Bia ou a de Will. Mas, para nós, há outro sentido que influencia nesse processo: as escolhas feitas em relação às formas de organização do ensino de matemática ao longo da história.

Diferentes formas de organização do ensino podem ser comparadas às tendências para o ensino de matemática apontadas por Fiorentini (1995), isto é, às tendências formalista clássica, empírico ativista, formalista moderna, tecnicista, construtivista, socioetnoculturalista, entre outras. Essas tendências valorizam diferentes aspectos do conceito. Temos nos reportado, neste estudo, às tendências formalistas e tecnicista, que valorizam a representação, o algoritmo, a linguagem dentre outros aspectos técnicos e formais dos conceitos, como um contraponto a proposta de organização do ensino que defendemos, isto é, a perspectiva lógico-histórica.

Os estudos de Fiorentini (1995) apontam ainda que as tendências formalistas e tecnicistas têm influenciado expressivamente as formas de se organizar o ensino de matemática no Brasil. Essa prática faz com que os aspectos formais e técnicos sejam exaltados no ensino de matemática e por isso se tornem mais perceptíveis que outros aspectos, menos formais, relacionados à história do conceito, às necessidades humanas de sua criação e aos dilemas e incertezas que fizeram parte do movimento do pensamento na elaboração conceitual em um determinado contexto. Assim, às primeiras características do conceito, chamamos de nexos externos, e às últimas, de nexos internos. Contudo, essa classificação continua sendo relativa, mas com um sentido diferente do que aquele atribuído por Will e Bia.

Retomando a trajetória dos sujeitos na ACIEPE, nos dois encontros seguintes, eles vivenciaram as atividades propostas per Eugênia e pelo professor Rodrigo, convidado para a ocasião. Nesses encontros, a maior parte da discussão girou em torno dos conceitos

matemáticos de fração e geometria e não identificamos nada diferente do que já apontamos em relação aos sentidos e significados manifestados pelos sujeitos para com a organização do ensino por meio de atividades fundamentadas na perspectiva lógico-histórica.

Centramos então, nossa atenção, ao processo de elaboração das propostas de atividades de Bia e Will.

No décimo segundo encontro, que foi virtual, abrimos o Fórum 7 para análise e produção das propostas atividades. Orientamos que os participantes postassem sugestões e também as elaborações parciais e finais de suas propostas de atividades. Essa atividade no ambiente virtual Moodle perdurou do décimo terceiro ao décimo quinto encontro.

Bia, segunda, 2 dezembro 2013, 14:28

Oi Eugênia, tudo bem?

Então, o texto que vocês me emprestaram (DIAS; MORETTI; 2012) sugere trabalhar a divisão de outras formas sem ser partição.

Ele sugere velocidade média, calcular o comprimento de um triângulo a partir de sua área e do conhecimento de sua largura e converter medidas. Por exemplo: uma polegada = 2,54 cm. Daí seria propor a transformação de uma quantidade dada de centímetros em polegadas.

Eu gostei mais da última proposta dele (texto), de conversão de medidas.

Pensando por essa perspectiva, pensei em fazer uma atividade de conversão sem utilizar os números.

A principal atividade que pensei foi medir uma parede, ou até todas as paredes da sala, com caixas de sapato. Pediria para os alunos trazerem caixas de sapato (com antecedência), ao mesmo tempo em que eu iria atrás de algumas, caso todos não conseguissem trazer.

A parede é a medida maior e a caixa de sapato é a medida menor.

Quantas caixas de sapato precisamos ter para que formemos a medida maior que é a parede?

Estou pensando também em outras formas de medir e de converter.

Talvez pegar três objetos, um pequeno, um médio e um grande. Colocá-los como medida padrão e ir convertendo com as crianças.

Por enquanto, é isso que pensei.

Só estava pensando que, como a proposta dele (texto) é de um número maior por um número menor, não sei se minha proposta está realmente ao encontro da divisão.

F7E15 – (Primeira proposta de atividade de Bia)

A Bia adotou como referência para estudos um livro (DIAS; MORETTI, 2012) que discute o lógico-histórico de conceitos como, por exemplo, os sistemas de numeração de diferentes povos ao longo da história, incluindo o sistema hindu-arábico e suas operações aritméticas, dentre elas a divisão, sendo esse o foco de Bia. Contudo, ela fixa sua atenção apenas na indicação das autoras de explorar o conceito de divisão de outras formas, que não a tradicionalmente trabalhada na escola, isto é, a partição de quantidades em pedaços iguais.

Já no primeiro bloco, apontamos que um dos sentidos atribuídos por Bia à perspectiva lógico-histórica para a organização do ensino de conceitos matemáticos consistia

em buscar formas alternativas aos procedimentos tradicionais de ensino. Proceder dessa forma se mostra como um desafio para a Bia, que vai buscar outro conceito, também complexo, para explicar a divisão, isto é, a medida. Assim, seus esforços se concentram em articular os dois conceitos.

A partir da reflexão “Só estava pensando que, como a proposta dele (texto) é de um número maior por um número menor, não sei se minha proposta está realmente ao encontro da divisão”, a Bia tenta adaptar sua proposta trazendo alguns elementos para discutir o conceito de medida, adotado como pré-requisito para se explorar a divisão.

Bia, segunda, 2 dezembro 2013, 16:45

Levar elas (crianças) a concluir que obtiveram medidas diferentes porque usavam caixas de tamanhos diferentes e com isso explicar a necessidade de se ter uma medida padrão.

(...)

... contar a história de como se padronizam as medidas através da polegada, da palmo e da jarda.

(...)

Apresentar o metro como unidade fundamental de todas as medidas de comprimento. Depois apresentar os centímetros e os milímetros. Explicar conversão de milímetro para centímetros e de centímetros para metro.

(...)

Dividir a medida total da parede pela medida da jarda, a medida total da carteira pela medida do palmo, e a medida do caderno pela medida do polegar. Mostrar que o que fizeram no final é uma divisão. Dividir em varias partes. E nesse sentido é o inverso da multiplicação.

F7E15 – (Recortes da segunda propostas de atividade de Bia)

Na segunda proposta, a Bia acrescenta uma série de outros elementos, como “contar a história de como se padronizam as medidas através da polegada”; “Apresentar o metro como unidade fundamental de todas as medidas de comprimento”; “Explicar conversão de milímetro para centímetros e de centímetros para metro” etc. Ela busca desde contar a história do conceito até trabalhar aspectos mais formais da medida para, no final da atividade proposta, explorar o conceito de divisão.

Já vimos, na Seção 5.1, que a proposta final de Bia é diferente das duas primeiras versões. Isso demonstra que, aos poucos, ela vai atribuindo sentidos e negociando significados com as formas de organizar sua proposta de atividade por meio da perspectiva lógico-histórica. No trecho anterior, há elementos mais tradicionais, relacionados ao sistema métrico padrão, mas também há destaque a elementos interessantes do ponto de vista da perspectiva lógico-histórica como, por exemplo, a proposta de diálogo entre os estudantes e a ideia de colocá-los diante de situações que exijam a necessidade do conceito (Bia: _ “Levar

elas (crianças) a concluir que obtiveram medidas diferentes porque usavam caixas de tamanhos diferentes e com isso explicar a necessidade de se ter uma medida padrão”).

Na proposta final de atividade, a Bia destaca, em vários momentos, o cuidado com os estudantes, apontando a importância do trabalho em grupo e do diálogo. Destaca também a importância de se propiciar às crianças a oportunidade de se apropriarem da cultura.

É importante destacar que a professora e ou o professor podem adaptar a atividade e utilizar de sua criatividade para explorá-la de outra forma. Além disso, podem aplicar a atividade dialogando com os alunos enquanto eles a realizam.

(...)

Nesse sentido, procurei desenvolver minha atividade através da utilização de instrumentos e de seus significados. Procurei uma forma de atividade às quais as crianças pudessem se apropriar da cultura. (...) escolhi o foco de minha atividade de acordo com o que poderia ser desenvolvido para meu público alvo que escolhi por ser graduanda em Pedagogia.

Prop.Ativ. – Bia (Quadro 6; Linhas 400 a 412; Coluna 3)

Todos esses aspectos são evidências dos sentidos que a Bia atribuiu ao conceito de AOE, tomando como base para isso, os estudos de Moura et al (2010). Segundo esses autores, “as ações do professor na organização do ensino devem criar, no estudante, a necessidade do conceito, fazendo coincidir os motivos da atividade com o objeto de estudo” (MOURA, et al, 2010, p. 216).

Já o Will não aponta, de forma explícita, elementos característicos da AOE. Sua proposta de atividade, contudo, também incentiva o trabalho em grupo e busca fornecer aos estudantes, situações que os possibilitem sentir a necessidade de apropriação do conceito.

Em sua proposta de atividade, por exemplo, o Will tenta criar um jogo que coloque os estudantes em uma situação em que eles sintam a necessidade de encontrar formas mais rápidas e práticas de multiplicar números com valores altos, mas que podem ser escritos como potências de base comum. Esses valores estão representados na figura 7 a seguir.

- O jogador roda o spinner para saber de qual linha serão os valores a serem multiplicados;

Prop.Ativ. – Will (Quadro 6; Linha 161 a 163; Coluna 3).

Figura 7 - Tabela com os valores a serem multiplicados no jogo desenvolvido por Will

Posição	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
2	2	4	8	16	32	64	128	256	512	1024	2048	4096
3	3	9	27	81	243	729	2187	6561	19628	59049	177147	531441
4	4	16	64	256	1024	4096	16384	65536	262144	1048576	4194304	16777216
5	5	25	125	625	3125	15625	78125	390625	1953125	9765625	48828125	244140625
6	6	36	216	1296	7776	46656	279936	1679616	10077696	60466176	362797056	2176782336

Prop.Ativ. – Will (Quadro 6; Linhas 181 a 185; Coluna 3).

Fonte: Proposta de atividade desenvolvida pelo participante Will.

O resultado desse sorteio, em termos mais técnicos, indica a base das potências que serão trabalhadas.

Conforme os jogadores avançam, menor é o tempo que eles têm para realizarem os cálculos, conforme pode ser verificado no excerto da proposta de atividade de Will a seguir e também na figura 8. Isso é proposital para que eles sintam a necessidade de simplificar os cálculos.

- O jogador joga os dados, os números sorteados representam a posição dos números que ele deve multiplicar;
- O jogador terá um tempo para dar sua resposta conforme a cor da casa que ele está posicionado (verde 1min, amarelo 40s e vermelho 20 s);

Prop.Ativ. – Will (Quadro 6; Linhas 164 a 171; Coluna 3).

Figura 8 - Tabuleiro para o jogo criado por Will

Início	1	2	3	4	5	6	7	8
								9
26	27	28	29	30	31	32		10
25						33		11
24		Fim	37	36	35	34		12
23								13
22	21	20	19	18	17	16	15	14

Prop.Ativ. – Will (Quadro 6; Linhas 187 a 192; Coluna 3).

Fonte: Proposta de atividade desenvolvida pelo participante Will.

Portanto, há a intenção de Will em possibilitar que os estudantes sintam a necessidade de explorar os nexos conceituais de logaritmo e, com isso, compreendam melhor o conceito.

(...) com essa ideia será possível mostrar aos estudantes que o logaritmo surgiu, a princípio, para facilitar algumas contas muito trabalhosas. Mas que, com o tempo, ele adquiriu novos valores dentro da matemática.

Embora eles tenham sido inventados como acessório para facilitar operações aritméticas, o desenvolvimento da matemática e das ciências em geral veio mostrar que diversas leis matemáticas e vários fenômenos naturais e mesmo sociais são estreitamente relacionados com os logaritmos.

Prop.Ativ. – Will (Quadro 7; Linhas 303 a 319; Coluna 3)

Em relação à perspectiva lógico-história, o Will fala diretamente, demonstrando e reafirmando alguns dos sentidos e significados que fomos apontando ao longo de sua trajetória na ACIEPE.

Por isso se torna importante pensar em atividades que se preocupem em contextualizar os conceitos e diminuir essa abstração. Uma possível forma de modificar esse quadro é pensar em atividades elaboradas a partir da perspectiva lógica-histórica. Pois, a partir dela é possível elaborar atividades que ajudam os estudantes a criar uma linha de raciocínio que leve até a definição do conceito e permite que eles entendam de onde surgiu uma determinada ideia.

Prop. Ativ. – Will (Quadro 5; Linhas 35 a 49, Coluna 4)

No trecho anterior, entendemos que, quando Will fala de contexto, está se referindo ao contexto histórico. Entendemos também que, quando ele fala de linha de raciocínio que leve a definição do conceito, está se referindo ao movimento do pensamento na elaboração conceitual, e por último, a questão do surgimento de determinada ideia está associada às necessidades humanas que motivaram a criação do conceito.

Ressaltamos que nosso entendimento, no sentido apontado acima, está baseado nos sentidos e significados que o Will foi apresentando ao longo da ACIEPE. E também, conforme apontamos no bloco 2, nas ideias de Dias e Saito (2009) em relação à história como um recurso capaz de nos fornecer tanto um entendimento do contexto de produção do conceito como o movimento do pensamento na elaboração do mesmo.

De um modo geral, podemos dizer que os processos de elaboração da proposta de atividade de Will consistiram em: buscar uma referência histórica para o conceito-chave de sua proposta de atividade, isto é, os logaritmos; eleger, a partir do estudo da referência adotado, alguns nexos conceituais; e elaborar uma proposta de atividade que possa explorar tais nexos.

Em relação ao referencial histórico, o Will demonstrou dificuldades de encontrar um texto que explorasse o contexto histórico de elaboração do conceito de logaritmo.

Will, terça, 29 outubro 2013, 10:56

Olá, pessoal!

Dei uma olhada no livro didático que tenho e ele aborda o assunto de forma direta. Ele mostra a definição de logaritmo e suas operações básicas.

Em uma breve procura pela internet, achei 2 links interessantes falando sobre a construção da ideia de logaritmo. Um dos links faz referência a um livro que conta mais detalhadamente a construção do logaritmo, eu achei um link com o livro, porém ainda não li.

<http://www.educ.fc.ul.pt/icm/icm99/icm44/historia.htm>
<http://www.mat.ufrgs.br/~vclotilde/disciplinas/html/logaritmos.pdf>
<http://www.17centurymaths.com/contents/napier/ademonstratiobookone.pdf>

F7E11

Nas páginas eletrônicas indicadas por Will, as informações acerca do conceito de logaritmo são bem sucintas e caracterizam uma abordagem internalista da história do conceito. O segundo endereço eletrônico da lista acima, por exemplo, se refere à versão de um texto extraído da página Cálculo Diferencial e Integral³¹ – MAT1351/MAT1352, do Instituto de Matemática e Estatística da Universidade de São Paulo (IME-USP), que discute o conceito de Logaritmo.

Ressaltamos que não é nossa intenção fazer crítica à referida página, mas simplesmente utilizá-la para exemplificar os tipos de textos históricos, relacionados a logaritmos encontrados por Will.

Para início de conversa, não se trata de um *site* de história da matemática, e sim de uma página que pode ser considerada por alguns educadores como conteudista, na qual a história dos conceitos é apresentada como uma informação adicional, geralmente acessível através de um *link* disponível no final da página que trata de determinado conceito. Esse é o caso do logaritmo. Esse *link* direciona o estudante para outra página que contém as informações históricas que geralmente trazem a seguinte abordagem: indicam o nome do estudioso para o qual se atribui o mérito da invenção do conceito; o problema, geralmente interno à própria matemática que deu origem ao conceito; e, por fim, como ele foi desenvolvido até adquirir, por meio de uma trajetória linear, sem desvios, dilemas ou incertezas, sua representação mais formal, a utilizada atualmente.

A questão que levantamos aqui não é se a página deveria ou não ser organizada de outra forma, mas sim a escassez de abordagens alternativas. Vigora, assim como nos livros de história da matemática mais utilizados no Brasil, segundo Viana (2010) e Roque (2012), uma abordagem historiográfica mais tradicional, nos moldes que apresentamos na Seção 2.1. Dias e Saito (2009) destacam que o conhecimento matemático deve ser entendido como atividade humana, no entanto apontam que:

(...) a visão do historiador, por trás de muitas histórias da matemática deixa muito a desejar nesse sentido, visto que transmitem a ideia de conhecimento acabado e verdadeiro. Além disso, muitas dessas histórias reduzem-se a biografias ou a

³¹ Esta página é de autoria uma equipe coordenada e orientada pela Prof.^a Dr.^a Maria Cristina Bonomi Barufi. Maiores informações podem ser obtidas no endereço eletrônico: < <http://ecalculo.if.usp.br/> >, acesso em 31/01/2015.

conteúdos matemáticos dispostos linearmente, dando ênfase ao caráter heurístico dos objetos da matemática (DIAS; SAITO, 2009, p. 5).

Na Seção 5.1.1, levantamos algumas hipóteses para justificar a abordagem internalista da proposta de atividade de Will. Agora inferimos que a escassez de abordagens historiográficas alternativas foi um fator importante para que sua proposta adquirisse essa configuração. Inferimos também que esse tipo de abordagem contribuiu para que o Will fortaleça a sua crença no caráter absoluto da matemática, conforme mostramos em algumas de suas falas destacadas na análise dos dois primeiros blocos, favorecendo o pensamento de que o desenvolvimento histórico da matemática não tem influências externas.

Apesar disso, como apontamos anteriormente, o licenciando identifica dois nexos conceituais de logaritmo:

A atividade irá ser baseada em Napier e sua ideia para simplificar multiplicações de números muito altos, onde será possível abordar os nexos conceituais:

- Operações aritméticas;
- Interdependência entre soma e multiplicação (dentro da base logarítmica).

Prop.Ativ. – Will (Quadro 7; Linhas 256 a 263; Coluna 3).

O Will não explica porque considera essas duas ideias como nexos conceituais de logaritmo, mas inferimos, diante dos sentidos e significados que o participante apresentou em relação às ideias de aspectos internos e externos dos conceitos, que as operações aritméticas e a interdependência entre soma e multiplicação nas operações com potências de mesma base são constructos teóricos importantes e necessários para o entendimento do conceito de logaritmo, mas não estão explícitos aos olhos de muitos estudantes, nas representações formais desse conceito.

Retomando, portanto, os processos de elaboração das propostas de atividade de Bia e Will que analisamos nesse terceiro bloco de atividades da ACIEPE, verificamos que o principal uso da história da matemática foi como recurso para o estudo e compreensão dos aspectos conceituais considerados importantes ao entendimento do conceito. Usos mais comuns da história, como informação adicional ou curiosidade, tal como apontam os estudos de Bianchi (2006) e Guimarães (2012), não tiveram destaque nas propostas de atividades criadas por Bia e Will.

Percebemos, por parte dos sujeitos, um esforço a fim de identificar, na história, o movimento do pensamento na elaboração do conceito. E ainda, encontrar formas de fazer com que as propostas de atividade sejam potencialmente capazes de possibilitar que os estudantes compartilhem desse movimento ao se colocarem em atividade.

Contudo, esse movimento se mostra conflituoso porque as referências históricas disponíveis aos participantes geralmente não contribuem para a compreensão dos dois aspectos apontados por Dias e Saito (2009): o contexto de produção do conceito e o movimento do pensamento ocorrido nesse contexto.

Outra característica desse movimento de elaboração das propostas de atividades pelos sujeitos é a busca por encontrar formas alternativas de abordar o conceito. Isso está de acordo com a postura de adotar a história como recurso para pesquisa do professor e também com o significado que foi construído durante a ACIEPE para as ideias de nexos conceituais. Ao compreender onexo interno como aquele que não se encontra explícito ao estudante pela representação do conceito, mas que é essencial para compreensão do mesmo, se torna importante para a organização do ensino, evidenciar esses nexos. No entanto, é preciso conhecê-los e a história pode possibilitar isso.

Ressaltamos ainda que outro aspecto que está presente nas propostas de atividades dos sujeitos é a fluência. Os sujeitos buscam propiciar que os estudantes possam se apropriar dos conceitos através do movimento de pensar sobre eles, possibilitando, assim, que os educandos possam sentir a necessidade de elaboração do conceito. Suas propostas preveem o trabalho em grupo e a negociação dos significados. Esses aspectos podem permitir que, ao serem levadas para salas de aulas, as propostas se tornem efetivamente AOE.

A Bia explora um pouco mais esses aspectos, aponta conhecimento matemático como um produto sociocultural e destaca como intencionalidade de sua proposta de atividade possibilitar que os estudantes se apropriem do patrimônio cultural da humanidade.

A proposta de Will já não deixa claro os significados que ele atribuí a esses aspectos. Não sabemos até que ponto o aspecto internalista de sua proposta de atividade foi uma simples consequência do tempo curto para a sua elaboração, da falta de recursos históricos que apontassem para aspectos externalistas, ou se é uma manifestação do sentido atribuído por Will, nos primeiros blocos de atividades, de que a matemática é um conhecimento absoluto e neutro.

Concluimos então, a análise do terceiro bloco com essas inquietações. Na seção seguinte, buscamos regatar e sintetizar toda a trajetória de pesquisa que nos possibilitou esta análise, que, momentaneamente, podemos chamar de considerações finais.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Iniciamos esse estudo apresentando os processos de formação do pesquisador enquanto estudante nos diferentes níveis de ensino, incluindo aí sua formação inicial enquanto professor de matemática. A partir dessa reflexão, destacamos um processo de superação em relação ao sentido atribuído ao trabalho docente.

Partimos de uma visão que denominamos de reducionista, na qual o fazer docente se resume a se apropriar do conhecimento matemático, muitas vezes de forma mecânica e formal, e transmitir esses conhecimentos aos estudantes. Aos poucos, fomos atribuindo novos sentidos e, com isso, considerando novos elementos importantes para se pensar a organização do ensino de matemática, como as metodologias de ensino, as necessidades dos estudantes e suas condições sociais, políticas, econômicas e culturais.

A esse ponto, pensar propostas para a organização do ensino se tornou uma tarefa muito mais complexa do que imaginávamos anteriormente, porque era necessário mais do que aprender matemática ou novas tecnologias. No entanto, a condição de professor de cursos de licenciatura fez com que o pesquisador enxergasse nos estudantes os mesmos dilemas e preocupações que teve em sua formação inicial. Esse cenário apontava a necessidade de se pensar – e possibilitar que os estudantes também pensassem – em outros elementos para se organizar o ensino de matemática que fugissem dos reducionismos de abordagens tecnicistas e formalistas.

Um dos caminhos possíveis para isso se configurou por meio da perspectiva lógico-histórica, por se tratar de uma abordagem que tem como pressuposto que o conhecimento matemático é produto da cultura humana, falível e resultante do processo de constante elaboração e reelaboração. Na busca por atender as necessidades humanas, tal processo é marcado por dilemas e incertezas.

Essa perspectiva se configurou como uma possibilidade de ampliação do entendimento acerca dos conhecimentos matemáticos através do movimento humano de sua elaboração. E essa compreensão se dá por meio da história dos conceitos. Portanto, assim como nos alerta Sousa (2009), a perspectiva lógico-histórica define um lugar para história na organização do ensino de matemática.

Pensar a história como um recurso didático é um dos apontamentos dos PCNs, porém, quando verificamos as propostas curriculares de alguns cursos de licenciatura da UFSCar, percebemos que há pouco ou nenhum espaço para se discutir a história nesse sentido. Ao analisarmos também algumas pesquisas como as de Sousa (2009) e Panossian

(2014), as quais discutem a organização do ensino do conceito de álgebra a partir da perspectiva lógico-histórica junto a um grupo de professores, percebemos que fazer uso da história como um recurso didático se configura como uma novidade para esses professores.

Portanto, essas questões delinearam a problemática do presente estudo, a qual nos encaminhou para a seguinte questão de pesquisa: *Quais sentidos e significados podem ser produzidos por licenciandos e pós-graduandos enquanto vivenciam, estudam e elaboram atividades de ensino na perspectiva lógico-histórica?*

Ao realizamos um conjunto de ações que nos permitiram encontrar algumas respostas e também, algumas perguntas, relacionadas à questão norteadora. Partindo do objetivo geral de *identificar e analisar os sentidos e significados produzidos por licenciandos e pós-graduandos que ensinam matemática ao estudarem e vivenciarem a elaboração de atividades de ensino para a educação básica na perspectiva lógico-histórica*, delimitamos objetivos específicos que nos ajudaram a compor os cinco capítulos que antecedem essas conclusões.

Iniciamos nosso estudo teórico com o objetivo de compreender e explicitar os sentidos e significados que temos atribuído à perspectiva lógico-histórica e também apontar as apropriações que pesquisas na área da Educação Matemática têm feito dessa perspectiva. No entanto, ao pensarmos a história da matemática a partir desses estudos, sentimos a necessidade de delinear melhor de que história estávamos falando.

Nesse sentido, nos apoiamos nas pesquisas de Dias e Saíto (2009), Viana (2010), Roque (2012) e Garnica e Souza (2012), primeiramente para negar alguns vícios da historiografia tradicional que contribuem para uma visão de matemática como um conhecimento puro, neutro, autossuficiente e que nada tem a ver com questões humanas de cunho mais geral. E, em segundo lugar, apontar a história da matemática, vista como um produto cultural que tem suas verdades condicionadas às crenças e práticas dos indivíduos que a produzem, como um recurso didático no sentido de nos oferecer subsídios para compreender os contextos e os movimentos do pensamento humano na elaboração conceitual.

A partir desse entendimento, em relação à história da matemática, retomamos nossos estudos a fim de compreender quais têm sido às apropriações da perspectiva lógico-histórica por pesquisadores da Educação Matemática. Ao analisarmos alguns trabalhos, como os de Duarte (1987), Moisés (1999), Sousa (2004), Amorim (2007), Dias (2007), Cunha (2008); Panossian (2008), Rosa (2009), Peres (2010), Lemes (2012) e Panossian (2014), produzimos uma síntese dos principais itens destacados nessas pesquisas: o principal pressuposto teórico é a noção de fluência, do movimento do pensamento na criação

conceitual; há a preocupação em superar o formalismo e a racionalidade técnica; consideram a lógica como processo de abstração e apropriação do movimento histórico da elaboração conceitual (KOPNIN, 1978); definem um lugar para a história da matemática no ensino; consideram uma abordagem de história do conhecimento matemático que valorize tanto os aspectos internalista quanto os externalista; preocupam-se com o reconhecimento do humano no conhecimento matemático; busca-se filosofar sobre os conhecimentos matemáticos; e definem a AOE (MOURA, 2001) como principal forma de organizar o ensino e a aprendizagem de conceitos matemáticos.

Nessa pesquisa buscamos também nos apropriar desses aspectos ao organizar nosso estudo visando responder a nossa questão de pesquisa. Além disso, buscamos também a compreensão dos conceitos de sentido e significado a partir dos trabalhos de Vygotsky (2002), Lemes (2012) e Góes e Cruz (2006) e as articulações possíveis entre lógico-histórico, sentido e significado e AOE (MOURA, 2001; MOURA et al, 2010). Em síntese, podemos dizer que essa articulação permite pensar em formas de organização do ensino em que os estudantes e/ou os professores possam negociar significados acerca do movimento histórico de elaboração conceitual.

A partir desse pressuposto, construímos o espaço, da ACIEPE “Quando a história da matemática passa a ser metodologia de ensino”, onde estudantes das Licenciaturas em Matemática, Física, Pedagogia e Educação Especial, além de pós-graduandos em Educação, puderam negociar sentidos e atribuir significados à possibilidade de organizar o ensino de matemática por meio de atividades de ensino fundamentadas na perspectiva lógico-histórica.

A ACIEPE foi dividida em três blocos: o primeiro foi de apresentação da proposta e convite aos participantes; o segundo de estudos e discussões acerca perspectiva lógico-histórica e das AOE; e o terceiro e último foi destinado à elaboração de propostas de atividade de ensino de conceitos matemáticos da educação básica fundamentadas na perspectiva lógico-histórica. Diante do envolvimento dos participantes nesses três blocos, podemos afirmar que eles aceitaram a nossa proposta de trabalho e, com isso, a ACIEPE se constituiu em uma AOE.

A partir dos dados construídos e registrados em formato de áudio, que depois foram transcritos, e texto, os participantes manifestaram os sentidos e significados produzidos em relação à organização do ensino de matemática por meio de atividades de ensino fundamentadas na perspectiva lógico-histórica.

Para analisarmos essas produções, recorremos a Caraça (1951) para nos orientar a definir um isolado que ao mesmo tempo possibilitasse o nosso estudo e não perdesse de vista a fluência e a interdependência dos dezessete encontros, entre presenciais e virtuais, que constituíram a ACIEPE. Para isso, selecionamos dois sujeitos, a Bia e o Will, para acompanharmos suas trajetórias ao longo de todo esse processo na busca por respostas a nossa questão de pesquisa.

Orientamo-nos em Kopnin (1978) para iniciarmos nossa análise e selecionar os sujeitos da pesquisa. Esse autor define que o estudo de um objeto, a partir do lógico-histórico, deve se iniciar pela sua representação mais atual do ponto de vista histórico. Em nosso caso, buscávamos a representação dos sentidos e significados produzidos pelos participantes e, as propostas de atividades elaboradas e/ou adaptadas por eles se configuraram como a última representação que obtivemos do nosso objeto de estudo.

Assim, elegemos três critérios para escolha dos sujeitos, os quais foram autonomia na elaboração da proposta de atividade, coerências entre o objetivo da proposta, o roteiro de desenvolvimento da mesma e os elementos da história selecionados e, por fim, a participação e envolvimento dos sujeitos nas atividades da ACIEPE. Esses critérios foram definidos com o intuito de selecionar aqueles participantes que mais se envolveram com a proposta e, conseqüentemente, manifestaram os sentidos e significados que foram construindo ao longo de suas trajetórias na ACIEPE.

A análise, portanto, nos permitiu acompanhar toda a trajetória da ACIEPE e identificar alguns dos sentidos e significados produzidos por Bia e Will, os quais podem ser sintetizados como se segue:

- A atividade de ensino e aprendizagem requer uma ação intencional e planejada em determinado ambiente, que atenda às necessidades de aprendizagem do público a quem ela se destina. Assim, tornam-se convenientes formas de organização do ensino que privilegiem o trabalho em grupo, a negociação dos significados e a tentativa de possibilitar que os estudantes sintam a necessidade de elaboração do conceito;
- A organização do ensino prevê um esforço a fim de identificar, na história, o movimento do pensamento na elaboração do conceito. E, ainda, encontrar formas de fazer com que as propostas de atividade sejam potencialmente capazes de possibilitar que os estudantes compartilhem desse movimento ao se colocarem em atividade;

- A história, portanto, é reconhecida como um recurso didático para a organização do ensino de matemática. O seu principal uso foi como recurso para o estudo e compreensão dos aspectos conceituais considerados importantes ao entendimento do conceito;
- Esses aspectos, ou nexos conceituais, podem ser internos ou externos, sendo estes mais perceptíveis que aqueles. O aspecto externo é visto como produto, o que recebemos pronto. Mas o aspecto interno, por estar relacionado à história, evidencia o processo de elaboração conceitual. Dessa forma, a história é apontada como recurso para se explicitar os aspectos internos;
- A distinção entre aspecto interno e externo varia de pessoa para pessoa. O que é interno (menos perceptível) para um pode ser externo (mais perceptível) para outro;
- Uma possível forma de organizar o ensino de matemática consiste em buscar os aspectos internos do conceito na história e cuidar para não deixar que esses aspectos continuem implícitos, isto é, não perceptíveis aos estudantes;
- A perspectiva lógico-histórica consiste no movimento de confluência entre processo (história) e produto (lógico). Assim, a fluência se constitui como elemento característico dessa perspectiva. Os sujeitos buscam propiciar que os estudantes possam se apropriar dos conceitos através do movimento de pensar sobre eles. Movimento que pode possibilitar que os educandos sintam a necessidade de elaboração do conceito.

Ressaltamos que esses foram os sentidos e significados atribuídos à perspectiva lógico-histórica pelos sujeitos enquanto vivenciavam e elaboravam atividades de ensino de conceitos matemáticos da educação básica no contexto da ACIEPE “Quando a história da matemática passa a ser metodologia de ensino”. Não temos condições de inferir sobre quais sentidos e significados eles atribuiriam a essa perspectiva em outros contextos, como durante a execução de suas propostas de atividade em sala de aula, por exemplo. Isso poderia se configurar em outro estudo.

Contudo, os sentidos e significados evidenciados são indicativos de que espaços como a ACIEPE, onde realizamos essa pesquisa, possibilitam aos participantes pensar o ensino e aprendizado de matemática a partir de elementos que tradicionalmente não têm sido privilegiado em cursos de formação inicial de professores, como por exemplo, a discussão em torno da história como recurso didático e a possibilidade de se filosofar sobre

conceitos matemáticos que serão ensinados pelos participantes, professores ou futuros professores de matemática.

O presente estudo também mostra alguns direcionamentos em relação às pesquisas com a mesma temática que a nossa. Um deles se refere aos próprios sentidos e significados produzidos pelos participantes que trazem indicações de como eles pensam e/ou organizam proposta de atividades de ensino de matemática a partir dos pressupostos teóricos da perspectiva lógico-histórica. Quais aspectos dessas perspectivas são mais privilegiados, ou não, pelos participantes, ao pensarem a organização do ensino? Quais desses aspectos que não estão sendo privilegiados, mas que poderiam trazer importantes contribuições? Como motivar os participantes para que eles atentem para esses aspectos menos privilegiados?

Em nosso estudo, por exemplo, os sujeitos destacaram o seguinte movimento de organização do ensino: investigação e identificação dos nexos internos do conceito em sua história e estruturação de uma proposta de atividade de ensino que explore esses nexos internos e que, não necessariamente, precise contar a sua história. Trata-se de um movimento interessante, mas até que ponto pode-se garantir que ele está realmente fundamentado na perspectiva lógico-histórica? Talvez essa indicação exija uma discussão um pouco mais cuidadosa em relação às abordagens epistemológicas e filosóficas em relação ao conhecimento matemático.

Outro aspecto em relação às pesquisas nessa temática diz respeito ao uso da história. A história é apontada por nós, e pelos sujeitos como provedora de recursos para se investigar sobre os conceitos matemáticos, mas o trabalho de Will, por exemplo, demonstra a dificuldade de encontrarmos versões históricas que realmente nos forneçam esses recursos. Esse é um indicativo de que se precisa investir em mais pesquisas que aproximem estudos de Historiografia da Matemática e de Educação Matemática, tal como tem feito o grupo de estudos e pesquisa em História e Epistemologia na Educação Matemática – HEEMa.

Esses apontamentos e conclusões ao mesmo tempo encerram o presente trabalho e abrem novas possibilidades de se pensar a organização do ensino de matemática. O processo lógico-histórico desenvolvido em torno de nossa questão de pesquisa se materializou nesse texto, que é símbolo de nossa experiência enquanto pesquisador e que esperamos que possa contribuir também para a experiência de outros professores e/ou pesquisadores.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ABREU, R. P. **Investigando os Conceitos de Limite e Continuidade a partir da perspectiva Lógico-Histórica**. 2010. 100p. Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação) – Departamento de Ciências Exatas, Universidade Federal de Lavras, Lavras, 2010.

ABREU, R. F. **Uma abordagem lógico-histórica da geometria em atividades orientadoras de ensino**. 2013. 100p. Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação) – Departamento de Ciências Exatas, Universidade Federal de Lavras, Lavras, 2013.

AMORIM, M. P. **A apropriação de significações do conceito de números racionais: um enfoque histórico-cultural**. 2007. 154 p. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade do Extremo Sul Catarinense, Criciúma, SC, 2007.

AMORIM, M. P.; DAMAZIO, A. A apropriação de significações do conceito de números racionais: um enfoque histórico-cultural. In: IX ENEM Encontro Nacional de Educação Matemática, n.9, 2007, Belo Horizonte. **Anais do IX ENEM**, Belo Horizonte: SBEM, 2007. p. 1-17.

ANDRADE, J. A. A. **O estágio na licenciatura em matemática: um espaço de formação compartilhada de professores**. 2012. 193f. Tese (Doutorado em Educação) - Centro de Educação e Ciências Humanas, Universidade Federal de São Carlos, São Carlos, 2012.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática**. Brasília: MEC/SEF - Terceiro e quarto ciclos, 1998. 148 p.

BIANCHI, M. I. Z. **Uma Reflexão Sobre a Presença da História da Matemática nos Livros Didáticos**. 2006. 116p. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – IGCE/UNESP, Rio Claro, 2006.

BOYER, C. B. **História da matemática**. Tradução Elza F. Gomide. 2. ed. São Paulo/SP: Edgard Blücher Ltda, 1999. 496p.

CARAÇA, B. de J. **Conceitos Fundamentais da Matemática**. 1.ed. Lisboa: Livraria Sá da Costa Editora, 1951. 336p.

CEDRO, W. L.; MORAES, S. P. G. ; ROSA, J. E.. A Atividade de ensino e o desenvolvimento do pensamento teórico matemático. **Ciência e Educação** (UNESP. Impresso), v. 16, p. 427-445, 2010.

CUNHA, M. R. K. da. **Estudo das elaborações dos professores sobre o conceito de medida em atividades de ensino**. 2008. 135p. Tese (Doutorado em Educação) - Universidade Federal de Campinas, Faculdade de Educação, Campinas, SP, 2008.

DAVYDOV, V. V. **Tipos de generalización en la enseñanza**. Havana: Pueblo y Educación, 1982.

DIAS, M. S. **Formação da imagem conceitual da reta real: um estudo do desenvolvimento do conceito na perspectiva lógico-histórica**. 2007. 252p. Tese (Doutorado em Educação) – Faculdade de educação, Universidade de São Paulo, São Paulo, SP, 2007.

DIAS, M. da S.; SAITO, F. Interface entre História da Matemática e Ensino: uma aproximação entre historiografia e perspectiva lógico-histórica. In: Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática, 2009, Brasília. **Anais do IV Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática**. Brasília: SBEM, 2009, p. G05.

DUARTE, N. **A relação entre o lógico e o histórico no ensino de matemática elementar**. 1987. 185p. Dissertação (Mestrado em Educação) - Centro de Educação e Ciências Humanas, Universidade Federal de São Carlos, São Carlos, SP, 1987.

EUCLIDES. **Os Elementos**. Irineu Bicudo (Trad.). 1. ed. São Paulo: Editora UNESP, 2009. 600p.

EVES, H. **Introdução à História da Matemática**. Campinas/SP: Editora da Unicamp, 2004.

FEINBERG, J. Wordle. 2008. Disponível em: < <http://www.wordle.net/> >. Acesso em 07 de janeiro de 2014.

FIORENTINI, D. Alguns modos de ver e conceber o ensino da matemática no Brasil. **Zetetiké**, Campinas, SP, CEMPEM, ano 3, n.4, p. 1-38, 1995.

FLORIANI, J. V. **Da prática a teoria: reflexões de um professor de matemática**. 1989. 131p. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, SC, 1989. (Versão digital disponível em: < <https://repositorio.ufsc.br/bitstream/handle/123456789/111450/80573.pdf?sequence=1> > Acesso em 16 de novembro de 2014)

GARNICA, A. V. M. **Fascínio da técnica, declínio da crítica: um estudo sobre a prova rigorosa na formação do professor de matemática**. 1995. 258 p. Tese (Doutorado em Ensino e Aprendizagem de Matemática e seus Fundamentos Teóricos-Filosóficos) - Instituto de Geociências e ciências exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 1995.

GARNICA, A. V. M.; SOUZA, L. A. de. **Elementos de História da Educação Matemática**. 1.ed. São Paulo: Cultura Acadêmica, 2012. 384p.

GUIMARÃES, M. D. **História da Matemática no Ensino Fundamental: usos em sala de aula pelo professor de matemática da rede municipal de Aracaju/SE**. 2012. 130f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências naturais e matemática) – Universidade Federal do Sergipe, São Cristóvão-SE, 2012.

GÓES, M. C. R.; CRUZ, M. N. da. Sentido, significado e conceito: notas sobre as contribuições de Lev Vigotski. **Pro-Posições** (Unicamp), v. 17, p. 31-45, 2006.

HOGBEN, L. **As Maravilhas da Matemática: influência e função da Matemática nos conhecimentos humanos**. Porto Alegre: Editora Globo, 1970.

IFRAH, Georges. **Os números: história de uma grande invenção**. 10. ed. São Paulo, SP: Editora Globo, 2001. 208p.

IFRAH, Georges. **História Universal dos algarismos**. v.2. Rio de Janeiro, RJ: Nova Fronteira, 1997. 208p.

KARLSON, P. **A Magia dos Números**. Rio de Janeiro: Editora Globo, 1961.

KOPNIN, P. V. **A dialética como lógica e teoria do conhecimento**. 1 ed. Rio de Janeiro: Editora Civilização Brasileira S.A, 1978. 123p. (Coleção perspectivas do homem).

LEMES, N. C. dos S. **Evidências da produção de sentidos dos princípios da proposta didática lógico-histórica da álgebra por professores de Matemática em atividade de ensino**. 2012. 153f. Dissertação (Mestrado) - Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática, Universidade Federal de Goiás, Goiânia, 2012.

MOÍSES, R. P. **A resolução de problemas na perspectiva histórico/lógica: o problema em movimento**. 1999. 157f. Dissertação (Mestrado em Educação) - Faculdade de Educação. USP/SP, São Paulo, 1999.

MORAES, S. P. G.; GOMES, T. de S.; CAMPANHA, M. L. R.; CANELA, M. J. B. Como podemos contar a areia da praia? Trabalhando com os números nos anos iniciais de escolarização. In. SEMANA DE PEDAGOGIA DA UEM, 1., 2012, Maringá/PR. Anais... Maringá: UEM, 2012. p. 1-4. Disponível em: < <http://www.ppe.uem.br/semanadepedagogia/2012/pdf/M/M-02.pdf> >. Acesso em: 16 de novembro de 2014.

MORETTI, V. D. O Problema Lógico-Histórico, Aprendizagem Conceitual e Formação de Professores de Matemática.. **POIÉSIS** - Revista do Programa de Pós-Graduação em Educação (Unisul), v. 8, p. 29-44, 2014.

_____. O Problema Lógico-histórico na formação de professores de Matemática em Atividade de Ensino. In: **PBL2010 Internacional Conference - Problem-Based Learning and Active Learning Methodologies**, 2010, São Paulo. PBL 2010 - Congresso Internacional, 2010.

MORETTI, V. D.; ASBAHR, F. da S. F.; RIGON, A. J. O humano no homem: os pressupostos teórico-metodológicos da teoria histórico-cultural. **Psicologia & Sociedade**, Belo Horizonte, v. 23, p. 477-485, 2011.

MOURA, M. O de. A atividade de ensino como ação formadora. In: CASTRO, A. D.; CARVALHO, A. M. P. de (org.) **Ensinar a ensinar: didática para a escola fundamental e média**. São Paulo: Pioneira, 2001. p. 143-162.

MOURA, A. R. L.; SOUSA, M. C. O lógico-histórico da álgebra não simbólica e da álgebra simbólica: dois olhares diferentes. **Zetetiké**, v.13, n. 24, p. 11-45, 2005.

MOURA, M. O. de; ARAUJO, E. S.; MORETTI, V. D.; PANOSSIAN, M.L; RIBEIRO, F. D. ATIVIDADE ORIENTADORA DE ENSINO: unidade entre ensino e aprendizagem. **Revista Diálogo Educacional** (PUCPR. Impresso), v. 10, p. 205-229, 2010.

MOURA, M. O. de. Conceitos algébricos: do movimento lógico-histórico à organização do ensino. In: SOUSA, M. C.; PANOSSIAN, M. L.; CEDRO, W. L. **Do movimento lógico e**

histórico à organização do ensino: o percurso dos conceitos algébricos. 1. ed. Campinas, SP: Mercado das Letras, 2014, 184p.

PAIVA, M. **Matemática.** 1º ao 3º ano do Ensino Médio. 1. ed. v.1. São Paulo: Moderna, 2009.

PANOSSIAN, M. L. **Manifestações do pensamento e da linguagem algébrica de estudantes:** indicadores para a organização do ensino. 2008. 179 f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Faculdade de Educação, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2008.

_____. Entre o movimento lógico-histórico dos conceitos e a organização do ensino de álgebra: o exemplo das equações. 2012. In. **XVI ENDIPE - Encontro Nacional de Didática e Práticas de Ensino, n.16, 2012**, Campinas. Anais do XVI ENDIPE. Campinas, 2012.

_____. **O movimento histórico e lógico dos conceitos algébricos como princípio para constituição do objeto de ensino da álgebra.** 2014. 317p. Tese (Doutorado em Educação) – Faculdade de Educação, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2014.

PASSOS, C. L. B.; GALVÃO, C. Narrativas de Formação: Investigações Matemáticas na Formação e na Atuação de Professores. **Interações**, n. 18 (2011), p. 76-103. [Consult. 15 Ago. 2014]. Disponível em <http://repositorio.ipsantarem.pt/bitstream/10400.15/517/1/R4%281%29.pdf>.

PERES, T. F. de C. **Volume de sólidos geométricos:** um experimento de ensino baseado na teoria de v. v. davydov. 2010. 148p. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade Católica de Goiás, Goiânia, GO, 2010.

PONTE, J. P.; BOAVIDA, A.; GRAÇA, M.; ABRANTES, P. A Natureza Matemática. In:_____. **Didática da Matemática.** Lisboa: Departamento do Ensino Secundário, Ministério da Educação, 1997. p. 1-29.

REIS, D. A. F. História da formação de professores de matemática do ensino primário em minas gerais: estudos a partir do acervo de Alda Lodi (1927 a 1950). 2014. 258p. Tese (Doutorado em Educação) – Faculdade de Educação, Universidade Federal de Minas Gerais (UFMG), Belo Horizonte, MG, 2014.

REZENDE, J. P. Nexos conceituais de número natural como sustentação para o desenvolvimento de atividades de ensino. 2010. In: **III Seminário de Histórias e Investigações de/em Aulas de Matemática**, n.3, 2010, Campinas. Anais do III SHIAM. Campinas, 2010.

_____. **Nexos conceituais de números naturais como sustentação para o desenvolvimento de atividade de ensino.** 2010. 75p. Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação) – Departamento de Ciências Exatas, Universidade Federal de Lavras, Lavras, 2010.

ROQUE, T. **História da Matemática:** uma visão crítica, desfazendo mitos e lendas. 1ed. Rio de Janeiro: Zahar, 2012. 512p.

ROSA, V. M. G. **Aprendizagem da equação do 2º grau: uma análise da utilização da teoria do ensino desenvolvimental.** 2009. 124p. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade Católica de Goiás, Goiânia, GO, 2009.

SANTOS, T. S. dos. O lógico-histórico e as geometrias não-euclidianas. 2012. In: **VII Encontro de Produção Científica e Tecnológica (EPCT)**, n. 7, Campo Mourão. Anais do VII Encontro de Produção Científica e Tecnológica (EPCT), Campo Mourão, 2012.

SOUSA, M. do C. de. **O Ensino de Álgebra numa perspectiva lógico-histórica: um estudo das elaborações correlatas de professores do Ensino Fundamental.** 2004. 286f. Tese (Doutorado em Educação) – Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Educação, Campinas, SP, 2004.

_____. **Quando professores têm a oportunidade de elaborar atividades de matemática na perspectiva lógico-histórica.** In: **Revista Bolema**, Rio Claro, SP, ano 22, n.32, pp.83-99, 2009.

SOUSA, M. C.; PANOSSIAN, M. L.; CEDRO, W. L. **Do movimento lógico e histórico à organização do ensino: o percurso dos conceitos algébricos.** 1. ed. Campinas, SP: Mercado das Letras, 2014, 184p.

VASCONCELOS, L. O. **Conceitos Fundamentais da Matemática: explorando o universo das funções.** 2012. 68p. Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação) – Departamento de Ciências Exatas, Universidade Federal de Lavras, Lavras, 2012.

VIANNA, Carlos Roberto. História da Matemática, Educação Matemática: entre o Nada e o Tudo. **Bolema**, Rio Claro, v.23, nº35B, p. 197-514, 2010.

VYGOTSKY, L. S. **Pensamento e Linguagem.** 1ed. EbooksBrasil: Ridendo Castigat Mores, 2002. [consult. 15 Ago. 2014]. Disponível em <<http://www.ebooksbrasil.org/adobeebook/vigo.pdf>>.

_____. **A formação social da mente.** Tradução J.C. Neto et al. 6.ed. São Paulo: Martins Fontes, 1998.

ANEXO 1

EXPERIMENTO: Dinamômetro com Elástico³²

Neste experimento, seus alunos inicialmente construirão uma espécie de dinamômetro usando um elástico ao invés de uma mola. Feito isso, eles medirão a variação do comprimento que o elástico sofre em função do número de bolinhas de gude que ele está suportando. Por fim, através da construção de um gráfico com os dados obtidos, que será aproximadamente linear a partir de um certo número de bolinhas, seus alunos poderão verificar se a Lei de Hooke foi obedecida pelo elástico e encontrar uma função que descreve seu comportamento com relação ao número de bolinhas de gude suportado.

Objetivos

1. Verificar se um elástico comum obedece à lei de Hooke;
2. Construir um gráfico através de dados obtidos experimentalmente;
3. Determinar a lei que fornece a variação do comprimento de um elástico em função do número de bolinhas de gude que ele suporta;
4. Conhecer uma aplicação da função afim.

³² Extraído de: Recursos educacionais multimídia para a matemática do Ensino Médio. <<http://m3.ime.unicamp.br/recursos/search:fun%C3%A7%C3%A3o+afim/midia:experimento>>. Acesso em 15 de julho de 2014. No anexo a atividade foi mantida conforme a original, no entanto, durante a ACIEPE a atividade foi adaptada conforme pode ser percebido na seção 5.2.

APÊNDICE 1

Atividade 2

Tema: O “movimento circular do Sol” e sua importância para a determinação de uma unidade de medida de ângulo.

Objetivos:

- Conhecer um texto histórico que retrata um dos possíveis fatos que levaram o homem a sentir a necessidade de medir movimentos circulares e ainda de dividir um círculo completo em 360 partes iguais.
- Reconhecer o movimento circular como um dos nexos conceituais de ângulos;
- Vivenciar uma atividade que explore esse nexo conceitual em sala de aula;
- Estimular, a partir da atividade proposta, a produção de sentidos e significados em relação à organização do ensino de conceitos matemáticos por meio de Atividades Orientadoras de Ensino (AOE) fundamentadas na perspectiva lógico-histórica.

Procedimentos:

- Realizar a leitura do texto “A Enigmática Base Sessenta” extraído do livro “Números: a história de uma grande invenção” de autoria de Georges Ifrah (2001, p.67-78);
- Apresentar o software XLogo³³ e alguns de seus comandos aos participantes;
- Obs.: O Software XLogo permite, através de uma linguagem de programação própria, que realizemos movimentos em linha reta ou de rotação com uma tartaruga, a qual deixa um rastro que pode formar desde figuras geométricas, a desenhos mais elaborados e mosaicos. Para a realização dos movimentos de rotação são usados comandos de programação que envolvem medidas de ângulos em graus. Orientações mais detalhadas podem ser obtidas em (RAPKIEWICZ et al, 2003) e (SANTOS; NASCIMENTO, 2006).
- Solicitar que os participantes explorem os comandos do Xlogo, fazendo movimentos e desenhos diversos;

³³ Disponível em < <http://xlogo.tuxfamily.org/pt/> >. Acesso em 06 de agosto de 2014.

- Solicitar que os participantes construam um triângulo equilátero;
- Solicitar que os participantes construam um pentágono regular;
- Solicitar que os participantes construam uma estrela de cinco pontas;
- Finalizar proporcionando uma discussão de modo que os participantes mostrem os resultados encontrados, discutam sobre os conceitos utilizados na execução da atividade e manifestem de que forma eles percebem que o texto histórico contribuiu para a organização da atividade.

Referências Bibliográficas:

IFRAH, Georges. **Os números:** história de uma grande invenção. 10. ed. São Paulo, SP: Editora Globo, 2001. 208p.

RAPKIEWICZ, C. E.; BARCELOS, G. T.; BATISTA, S. C. F. Geo-Logo: trabalhando geometria no ambiente logo. 2003. Disponível em <http://www.edumat.com.br/wp-content/uploads/2008/11/slogo.pdf>, acesso em 01/11/2013.

SANTOS, V. M.; NASCIMENTO, M. C. SuperLogo: Programação para o estudo de geometria. 2006. Disponível em <http://wwwp.fc.unesp.br/~mauri/Logo/Superlogo.pdf>, acesso em 01/11/2013.