

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO CARLOS  
CENTRO DE EDUCAÇÃO E CIÊNCIAS HUMANAS  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO

**O CONCEITO DE FUNÇÃO NAS PESQUISAS DOS ENCONTROS NACIONAIS DE  
EDUCAÇÃO MATEMÁTICA (1987-2013)**

LÍVIA DE OLIVEIRA VASCONCELOS

SÃO CARLOS/SP

2015

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO CARLOS  
CENTRO DE EDUCAÇÃO E CIÊNCIAS HUMANAS  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO

**O CONCEITO DE FUNÇÃO NAS PESQUISAS DOS ENCONTROS NACIONAIS DE  
EDUCAÇÃO MATEMÁTICA (1987-2013)**

LÍVIA DE OLIVEIRA VASCONCELOS

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Educação da Universidade Federal de São Carlos como parte dos requisitos para a obtenção do título de Mestre em Educação na linha de pesquisa: Educação em Ciências e Matemática.

Orientadora: Profa. Dra. Cármen Lúcia Brancaglioni Passos

SÃO CARLOS/SP

2015

Ficha catalográfica elaborada pelo DePT da Biblioteca Comunitária UFSCar  
Processamento Técnico  
com os dados fornecidos pelo(a) autor(a)

V331c Vasconcelos, Livia de Oliveira  
O conceito de função nas pesquisas dos Encontros Nacionais de Educação Matemática (1987-2013) / Livia de Oliveira Vasconcelos. -- São Carlos : UFSCar, 2016.  
153 p.

Dissertação (Mestrado) -- Universidade Federal de São Carlos, 2015.

1. Conceito de função. 2. Ensino de álgebra. 3. Encontros Nacionais de Educação Matemática. I. Título.



UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO CARLOS

Centro de Educação e Ciências Humanas  
Programa de Pós-Graduação em Educação

---

**Folha de Aprovação**

---

Assinaturas dos membros da comissão examinadora que avaliou e aprovou a Defesa de Dissertação de Mestrado da candidata Livia de Oliveira Vasconcelos, realizada em 23/02/2015:

---

Profa. Dra. Carmen Lucia Brancaglioni Passos  
UFSCar

---

Prof. Dr. José Antonio Araújo Andrade  
UFLA

---

Profa. Dra. Maiza Lamonato  
PMRP

**“Encontramo-la a cada passo – não da maneira que se encontra a erva daninha, em toda parte, mas como se encontra o ar para respirar ou o pão de cada dia: como primeira necessidade, como *conditio sine qua non* da matemática hodierna”**

Karlson, 1961, p. 376, referindo-se ao conceito de função

## **AGRADECIMENTOS**

Agradecer é uma oportunidade de verbalizar abraços sinceros. Dessa forma, agradeço aqueles que me possibilitaram trilhar o mestrado e caminhar mais uma etapa do meu desenvolvimento profissional.

Agradeço aos meus pais, Eugenia e Múcio, pela paciência e amor incondicional. Pelos anos que sacrificaram suas próprias necessidades para satisfazerem as minhas. Ao amado Saulo, que planta flores em minha alma com seus sorrisos. A minha querida Dinha, que partiu durante esta etapa. A toda minha família, que se faz presente, mesmo estando geograficamente distantes.

Agradeço a Professora Doutora Cármen Passos, exemplo de educação viva, me orientou na pesquisa e fora dela.

Agradeço também as orientações do Professor Dr. Mauro Romanatto, que foi grande parceiro na elaboração desta pesquisa.

Agradeço ao Professor Dr. José Antônio e a Professora Dr.<sup>a</sup> Maíza Lomanato, pela leitura cuidadosa da dissertação e o carinho dispensado.

Aos amigos que ajudaram a aliviar a bagagem. Agradeço aos que são para todo o sempre e aqueles que estiverem presentes em determinado momento. Em especial, Ao amigo e poeta, Rafael Rosa, que mesmo partindo tão cedo, deixou marcas profundas...

A todos os professores que contribuíram para minha formação pessoal e profissional.

A cada um de vocês, um abraço com cheiro de Deus.

## RESUMO

A presente pesquisa teve como objetivo investigar o que revelam as pesquisas publicadas nas onze edições do Encontro Nacional de Educação Matemática (ENEM) ocorridos no período entre 1987 até 2013, em relação ao conceito de função. Para isso, foi necessário um aprofundamento acerca do conceito de função a partir das obras de Karlson (1961) e Caraça (1984), investigando aspectos do seu desenvolvimento na perspectiva denominada por Sousa (2004) como lógico-histórica. O processo de formalização científica de tal conceito foi explorado nas obras de Boyer (1974); Chaves e Carvalho (2004); Souza Júnior (2007); Karlson (1961) e Zuffi (2001). Tais estudos evidenciaram a necessidade de compreender como esse conceito foi levado do campo científico para as salas de aulas, levando-nos a investigar como se deu o processo de disciplinarização de tal conceito e como o mesmo foi proposto em alguns documentos curriculares nacionais. Tais percursos teóricos foram necessários para fundamentar a análise dos artigos do ENEM selecionados para esta pesquisa. Os artigos do ENEM centrados no conceito de função foram submetidos a procedimentos de Análise de Conteúdo na perspectiva de Bardin (2011). A seleção de artigos considerados relevantes para esta pesquisa se deu por dois métodos: dos seis anais das primeiras edições foi realizada uma leitura dos Anais na íntegra, identificando aqueles centrados no conceito de função; a partir da sétima edição, os anais estavam disponibilizados online em formato de texto, o que nos permitiu fazer uma busca pelos descritores: função, funções e álgebra consultando título, palavras-chave, resumo e corpo do texto. Tal busca localizou 78 artigos de comunicação científica, que foram lidos na busca de temáticas convergentes. Nesse processo identificamos temas que foram organizados em quatro unidades de análise: A importância do conceito de função; compreensão conceitual; obstáculos de ensino e aprendizagem; e metodologias que contribuem para compreensão do conceito de função. As análises mostraram que a importância do conceito de função está relacionada a seu papel social, seu potencial articulador dos conteúdos da matemática e a sua utilidade para outras ciências. Os autores pontuam que os principais significados necessários à compreensão do conceito de função são a noção de relação, de dependência, de variáveis, de movimento/transformação, domínio, contradomínio e imagem. As análises também nos permitiram listar os principais fatores que por vezes obstaculizam a aprendizagem do conceito de função, sendo eles: a redução do conceito de função a um/alguns de seus significados, a abordagem excessivamente formal e a má compreensão por parte do professor em relação a este conceito. Segundo as análises, métodos mais eficientes de ensino estão relacionados à introdução mais contextualizada do conceito de função, ao uso de softwares em sala de aula (principalmente para explorar a representação gráfica de forma mais dinâmica) e a uma interpretação articulada das várias formas de representar uma mesma função. O procedimento de análise evidenciou que os autores das pesquisas apresentadas nos ENEM já exploram tal conceito valorizando os significados intrínsecos ao mesmo. Tendo isso, tal pesquisa convida-nos a outros estudos a respeito das relações existentes entre as pesquisas da Educação Matemática e o que ocorre nas salas de aula.

**Palavra-chave:** Conceito de Função, Ensino de Álgebra, Encontros Nacionais de Educação Matemática.

## ABSTRACT

This study aimed to investigate which reveal the research published in the eleven editions of the Encontro Nacional de Educação Matemática (ENEM) occurred in the period between 1987 until 2013 in relation to the concept of function. For this, it required a deepening of the concept of function from the works of Karlson (1961) and Caraça (1984), investigating aspects of its development in perspective called by Sousa (2004) as logical and historical. The process of scientific formalization of this concept was explored in works by Boyer (1974); Keys and Carvalho (2004); Souza Júnior (2007); Karlson (1961) and Zuffi (2001). Such studies have shown the need to understand how this concept was taken from the scientific field to the classrooms, leading us to investigate how did the disciplining process of this concept and how it has been proposed in some national curriculum documents. Such theoretical way were necessary to support the analysis of ENEM the articles selected for this research. The ENEM's papers centered on the concept of function were subjected to content analysis procedures from the perspective of Bardin (2011). The selection of papers considered relevant for this research was given by two methods: the six annals of first issues, we did a full reading of the Annals, identifying those centered on the concept of function; from the seventh edition, the Annals were made available online in text format, which allowed us to do a search by key words: role, functions and algebra consulting title, keywords, abstract and body text. Such a search located 78 papers of scientific communication that were read in the search for converging themes. In the process we identified themes that were organized into four units of analysis: The importance of the function concept; Conceptual understanding; obstacles of Teaching and Learning; and methodologies that contribute to understanding the concept of function. The analysis showed the importance the concept of function is related to their social role, their articulating potential of mathematics content and their usefulness for other sciences. The authors point out that the main meanings necessary to understand the concept of function is the notion of respect, dependency, variables, movement / transformation, domain, codomain and image. The analysis also allowed us list the main factors that sometimes hinder the learning concept of function, such that: the reduction of the concept of function one / some of its meanings, the overly formal approach and misunderstanding on the part of the teacher in relative to this concept. According to the analysis, more efficient methods of teaching are related to more contextualized introduction of the concept of function, the use of classroom software (mainly to explore the graphical representation more dynamically) and articulated interpretation of the various ways to represent a same function. The analysis procedure showed that the authors of the research presented in ENEM already use this concept valuing the intrinsic meanings to it. With that, this research invites us to other studies on the relationship between research in mathematics education and what happens in classrooms.

**Keyword: Function of Concept, Algebra Teaching, Encontro Nacional de Educação Matemática.**



## SUMÁRIO

LISTA DE QUADROS .....	23
LISTA DE SIGLAS E ABREVIATURAS .....	24
INTRODUÇÃO.....	14
1. ASPECTOS DO CONCEITO DE FUNÇÃO: SIGNIFICADOS, DESENVOLVIMENTO HISTÓRICO E CURRICULAR.....	24
1.1 O Desenvolvimento lógico-histórico do conceito de função.....	25
1.2 A elaboração científica do conceito de função.....	36
1.3 O papel do conceito de função no currículo de Matemática .....	40
1.3.1 O currículo de Matemática no Brasil.....	41
1.3.2 O ensino do conceito de função em propostas curriculares nacionais atuais .....	47
1.3.3 Propostas curriculares nacionais e práticas escolares: uma relação abissal .....	50
1.4 A dicotomia entre os aspectos estruturantes do conceito de função.....	51
2. O CONTEXTO DA PESQUISA: BREVE PANORAMA SOBRE AS ONZE EDIÇÕES DO ENEM .....	55
2.1 I ENEM (1987).....	57
2.2 II ENEM (1988) .....	58
2.3 III ENEM (1990) .....	59
2.4 IV ENEM (1993).....	60
2.5 V ENEM (1995) .....	60

2.6 VI ENEM (1998).....	62
2.7 VII ENEM (2001).....	63
2.8 VIII ENEM (2004) .....	64
2.9 IX ENEM (2007).....	64
2.10 X ENEM (2010) .....	65
2.11 XI ENEM (2013).....	66
Movimentos de composição e transformação ao longo das onze edições do ENEM .....	67
3. PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS .....	69
3.1 Caminhos de Análise.....	72
4. O QUE REVELAM AS PESQUISAS APRESENTADAS NAS ONZE EDIÇÕES DO ENEM SOBRE O CONCEITO DE FUNÇÃO? .....	82
4.1 A importância do conceito de função .....	82
4.2 A compreensão do conceito de função .....	90
4.3 Obstáculos de ensino e aprendizagem para o conceito de função.....	101
4.4 Metodologias que contribuem para compreensão do conceito de função.....	108
CONSIDERAÇÕES FINAIS .....	119
REFERÊNCIAS .....	123
APÊNDICE A .....	128
APÊNDICE B.....	137

## LISTA DE QUADROS

Quadro 1 – Conhecimentos que estão associados ao conceito de função .....	18
Quadro 2: Síntese das Edições do ENEM .....	21
Quadro 3: Pesquisas que apresentam uma análise das publicações relacionadas ao conceito de função .....	22
Quadro 4: Síntese das habilidades propostas nos PCNEMs relacionadas ao pensamento funcional .....	48
Quadro 5: Elementos do artigo “A função exponencial no caderno do professor de 2008 da Secretaria do Estado de São Paulo, análise de atividades realizadas por alunos da 2ª série do ensino médio.....	74
Quadro 6: Temas identificados nos artigos dos Anais do ENEM .....	75
Quadro 7: Organização dos temas por unidades de análise.....	76
Quadro 8: Organização das pesquisas consultadas por número de identificação.....	77
Quadro 9: Levantamento de temas no Artigo “A Mobilização das Ideias Básicas do Conceito de Função por Crianças da 4ª Série do Ensino Fundamental em Situações Problema de Estruturas Aditivas e/ou Multiplicativas” .....	78

## **LISTA DE SIGLAS E ABREVIATURAS**

ACIEPE – Atividade Curricular de Integração Ensino, Pesquisa e Extensão

BA – Bahia (estado)

CAPES – Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior

CEFET/MG – Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais

CND – Conselho Nacional Deliberativo

DNE – Diretoria Nacional Executiva

EBRAPEM – Encontro Brasileiro de Pós-graduação em Educação Matemática

EM – Educação Matemática

ENEM – Encontro Nacional do Ensino Médio

FACIG – Faculdade de Ciências de Guarulhos

IFRJ – Instituto Federal do Rio de Janeiro

MG – Minas Gerais

PE – Pernambuco (estado)

PCN – Parâmetros Curriculares Nacionais

PCNEM – Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio

PNAIC – Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa

PR – Paraná (estado)

PUC – Pontifícia Universidade Católica

RN – Rio Grande do Norte (estado)

SBEM – Sociedade Brasileira de Educação Matemática

SEDUC/PE – Secretaria de Educação e Cultura de Pernambuco

SESC – Serviço Social do Comércio

TCC – Trabalho de Conclusão de Curso

UCSal – Universidade Católica de Salvador

UECE – Universidade Estadual do Ceará

UEFS – Universidade Estadual de Feira de Santana

UEL – Universidade Estadual de Londrina

UEM – Universidade Estadual de Maringá

UEPA – Universidade do Estado do Pará

UEPB – Universidade Estadual da Paraíba

UESB – Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia

UESC – Universidade Estadual de Santa Cruz (Bahia)

UDESC – Universidade Estadual de Santa Catarina

UFBA – Universidade Federal da Bahia

UFF – Universidade Federal Fluminense

UFG – Universidade Federal de Goiás

UFMG – Universidade Federal de Minas Gerais

UFMS – Universidade Federal do Mato Grosso do Sul

UFMT – Universidade Federal do Mato Grosso

UFOP – Universidade Federal de Ouro Preto

UFPA – Universidade Federal do Pará

UFPE – Universidade Federal de Pernambuco

UFRB – Universidade Federal do Recôncavo da Bahia

UFRJ – Universidade Federal do Rio Janeiro

UFRN – Universidade Federal do Rio Grande do Norte

UFRGS – Universidade Federal do Rio Grande do Sul

UFRPE – Universidade Federal Rural de Pernambuco

UFS – Universidade Federal de Sergipe

UFSCar – Universidade Federal de São Carlos

UFU – Universidade Federal de Uberlândia

UNAMA – Universidade da Amazônia

UNEB – Universidade do Estado da Bahia

UNESP – Universidade Estadual Paulista

UNESP/Bauru – Universidade Estadual Paulista, Campus Bauru

UNESP/Rio Claro – Universidade Estadual Paulista, Campus Rio Claro

UNESPAR – Universidade Estadual do Paraná

UNIBAN – Universidade Bandeirantes de São Paulo

UNICAMP – Universidade Estadual de Campinas

UNICSUL – Universidade Cruzeiro do Sul

UNIFRAN – Universidade de Franca

UNIJUI – Universidade Regional do Noroeste do Estado do Rio Grande do Sul

UNIPAMPA – Universidade Federal do Pampa

UNISINOS – Universidade do Vale do Rio dos Sinos

UNISUL – Universidade do Sul de Santa Catarina

UNIVALI – Universidade do Vale do Itajaí

URI – Universidade Regional Integrada

USP – Universidade de São Paulo

UTFPR – Universidade Tecnológica Federal do Paraná

## INTRODUÇÃO

Esta pesquisa tem como temática o conceito de função<sup>1</sup> revelado por pesquisas em Educação Matemática brasileiras. Para discutir como os pesquisadores compreendem tal conceito, foram analisadas as publicações das onze edições do Encontro Nacional de Educação Matemática (ENEM) realizadas no período de 1987 a 2013, focalizando especificamente os artigos que têm como temática o conceito de função. Essa opção decorre de experiências anteriores que serão relatadas no intuito de apresentar ao leitor os desdobramentos e caminhos pelos quais esta investigação foi construída.

O interesse por investigar o conceito de função é resultado de uma série de reflexões e dúvidas que começaram a inquietar a pesquisadora<sup>2</sup> ainda na graduação, quando, a convite de seu orientador de Iniciação Científica, realizou a leitura da obra *Conceitos Fundamentais da Matemática*, de Bento de Jesus Caraça (1984). Tal leitura a fez descobrir que a Matemática é uma ciência multifacetada, composta de aspectos lógico-formais, conforme já havia observado consultando livros didáticos, mas também de aspectos históricos, filosóficos, sociais e culturais.

A obra de Caraça (1984) é estruturada em três partes: números, funções e continuidade. O conceito de função despertou a curiosidade de investigá-la pelo fato de tal pesquisadora nunca tê-lo bem compreendido em sua trajetória escolar e, conseqüentemente, ter dificultado sua aprendizagem de cálculo no contexto da graduação.

Como fruto dessa leitura, unida a outras bastante importantes, como Karlson (1961) e Van De Walle (2010), que contribuíram com a pesquisa de Iniciação Científica da pesquisadora, foi também elaborado o Trabalho de Conclusão de Curso (TCC) de Licenciatura em Matemática, cursado na Universidade Federal de Lavras. O TCC teve como objetivo destacar alguns nexos conceituais de Função, bem como elaborar e desenvolver, com

---

<sup>1</sup> Quando nos referimos ao “conceito”, concordamos com Van de Walle (2010) que o assume como uma construção mental, que vai tomando forma à medida que se consegue produzir associações, descobertas e inferências para compreender o mesmo.

<sup>2</sup> As experiências vivenciadas apenas pela autora desta dissertação serão mencionadas de forma impessoal. Sempre que for utilizada a primeira pessoa do plural será em referência às experiências vivenciadas no mestrado em parceria com a orientadora.



alunos do Ensino Médio, um conjunto de atividades, que teve como proposta de ensino explorar o Conceito de Função na perspectiva lógico-histórica<sup>3</sup>.

Essa experiência esclareceu muitas dúvidas, relacionadas ao conceito de função, mas também a proporcionou um leque muito maior de incômodos no que diz respeito à prática docente e suscitou vários questionamentos: quais aspectos do conceito de função são importantes para que haja uma compreensão significativa do mesmo? Existe um significado ou um conjunto de significados no que se refere ao conceito de função? Quais desses aspectos têm sido priorizados por estudantes e professores quando estudam e ensinam tal conceito?

Uma oportunidade da pesquisadora se aproximar novamente dessa temática e tentar ampliar o entendimento dessas questões se deu por meio da participação na Atividade Curricular de Integração Ensino, Pesquisa e Extensão (ACIEPE<sup>4</sup>), intitulada “Quando a história da matemática passa a ser metodologia de ensino”, que foi ofertada no segundo semestre de 2013 pela Universidade Federal de São Carlos (UFSCar), sob a coordenação da Profa. Dra. Maria do Carmo de Sousa, professora do Departamento de Metodologia de Ensino. Uma das intenções dessa ACIEPE era discutir como a abordagem histórica dos conteúdos matemáticos poderia contribuir para que os alunos (re)significassem tais conceitos e, também, discutir formas de explorar a História da Matemática como metodologia de ensino. Nessa atividade, um dos conceitos matemáticos abordados foi o conceito de função. Assim, a pesquisadora julgou pertinente participar dessa atividade, que poderia se constituir em um cenário propício para a coleta de dados empíricos para a presente pesquisa, atuando junto aos formadores. A ideia era identificar quais significados do conceito de função seriam atribuídos pelos sujeitos quando esse assunto fosse explorado na ACIEPE a partir de uma abordagem histórica.

A condução das reuniões dessa ACIEPE foi feita pelo Professor João Paulo Rezende, aluno de mestrado em Educação, pela pesquisadora e pela própria coordenadora. Participaram da ACIEPE um aluno do curso de Licenciatura em Física, nove alunos da Licenciatura em Matemática, uma Licenciada em Educação Especial e três alunas da Licenciatura em Pedagogia. Nenhum professor em exercício participou dessa Atividade de Extensão.

Ao término da ACIEPE, a pesquisadora analisou os dados constituídos durante o semestre com intuito de buscar alguns elementos que subsidiassem e constituíssem a presente

---

<sup>3</sup> Tal perspectiva será apresentada no tópico seguinte.

<sup>4</sup> As ACIEPEs são atividades curriculares ofertadas pela Universidade Federal de São Carlos, que têm como intuito articular o Ensino, a Pesquisa e a Extensão, e são ofertadas tanto para os alunos e professores da Universidade como para quaisquer outras pessoas da comunidade.

pesquisa. Nesse processo, pode-se perceber que, no encontro em que nos propomos a discutir o conceito de função, os alunos estavam pouco participativos, e em todas as transcrições houve uma predominância da fala dos professores que conduziram a atividade.

Nesse movimento de revisão e reflexão acerca dos dados, buscou-se levantar possíveis causas para uma participação não muito ativa dos alunos durante esses encontros. Notou-se, então, que, embora tenhamos feito uma discussão histórica do conceito, apoiada na teoria de Caraça (1984), ainda existia, nos encontros da ACIEPE, um vocabulário muito técnico e abstrato, que não ia ao encontro, por exemplo, da necessidade das pedagogas ali presentes. Concluímos que os dados obtidos não seriam suficientes para uma discussão mais aprofundada como a proposta para esta dissertação.

Paralelamente a essa experiência da ACIEPE, a pesquisadora teve a oportunidade de participar do XVII Encontro Brasileiro de Pós-Graduação em Educação Matemática (EBRAPEM/2013), no qual foi possível acompanhar as discussões de alguns grupos de trabalho, cujo tema se relacionasse ao conceito de função. Notou-se que os principais enfoques dessas pesquisas estavam mais relacionados com a representação e o aspecto lógico-formal desse conceito. No entanto, nenhum deles apresentava uma discussão histórica ou filosófica do conceito de função. Essa constatação provocou novas inquietações: como os pesquisadores brasileiros compreendem o conceito de função? Quais aspectos desse conceito têm sido valorizados nas pesquisas? O que revelam as pesquisas sobre o conceito de função?<sup>5</sup>

Esse movimento fez com que a presente pesquisa se voltasse para investigar esses aspectos. Para buscar respostas a essas perguntas, esta investigação buscou identificar nos Anais das onze edições do ENEM como o conceito de função foi abordado nessas pesquisas brasileiras. A escolha dos Anais do ENEM deve-se ao fato de ser o maior encontro organizado pela Sociedade Brasileira de Educação Matemática (SBEM) e por contemplar, em seu público-alvo, professores que ensinam Matemática, alunos de Licenciatura em Matemática, bem como pesquisadores em Educação Matemática. Também se justifica pelo fato do evento ocorrer a cada três anos, de forma itinerante, permitindo o acesso das diversas regiões do Brasil.

Com esta retomada da trajetória de experiências da pesquisadora no campo científico, queremos mostrar que a discussão proposta nesta dissertação extrapola as barreiras da importância de se investigar tal temática. Este estudo tem origem na curiosidade, na vontade

---

<sup>5</sup> Tais reflexões foram determinantes para as investigações e análises desenvolvidas na presente pesquisa. No entanto, destacamos que esses questionamentos não são nossas questões de pesquisa.

de pesquisar. É um texto que tem como objetivo contribuir com a área da Educação Matemática, mas, também, ampliar o conhecimento da própria autora a respeito da temática. Dessa forma, optamos por redigir este texto na primeira pessoa do plural<sup>6</sup>, partindo do pressuposto de que a história de vida da pesquisadora e a pesquisa aqui apresentada se desenvolveram a partir de um diálogo entre vários locutores em diferentes espaços.

Nesse sentido, apresentaremos na sequência argumentos que justificam nossas escolhas: porque estudamos o conceito de função e quais fatores nos levaram a escolher os Anais do ENEM.

Defendemos a necessidade de se estudar o conceito de função por considerar que o conhecimento matemático é composto por um conjunto amplo de conceitos que se relacionam entre si. Dessa forma, fazer um recorte, uma fragmentação do conteúdo matemático, é uma tarefa necessária, mas também perigosa.

Veremos ao longo desta pesquisa que nem sempre a matemática se estruturou da maneira articulada como a que se apresenta atualmente. Segundo Miguel, Fiorentini e Miorim (1992), até 1931 os conteúdos de Geometria, Trigonometria, Aritmética e Álgebra eram abordados como áreas estanques, entre as quais não se propunha nenhum intercâmbio. No entanto, a partir da Reforma Francisco Campos em 1931, essas áreas passaram a constituir a disciplina que até hoje denominamos Matemática.

Essa fragmentação da Matemática trazia prejuízos do ponto de vista da aprendizagem, visto que, para apropriação dos significados imbuídos nesses conteúdos, era necessário compreender a relação existente entre eles.

Essas considerações são importantes, pois concordamos com Sousa (2004) que o que existe é o todo, e não a fragmentação. Mas diante da nossa impossibilidade de estudar o todo, faz-se necessário recortar, selecionar nosso objeto de estudos. Nesta pesquisa, o recorte deu origem ao *corpus* de dados, ou seja, de um universo que são os Anais das onze edições do ENEM, selecionamos artigos que, de alguma forma, contemplavam uma discussão acerca do conceito de função.

Ao aprofundar no estudo do conceito de função pelas obras de Caraça (1984) e, de maneira secundária, pelas de Karlson (1961), foi possível perceber a existência de duas possibilidades de compreensão para tal conceito: uma mecanizada, procedimental; e outra

---

<sup>6</sup> Utilizaremos a primeira pessoa do plural levando em consideração que a pesquisa foi desenvolvida em parceria entre a pesquisadora, a orientadora, colegas do grupo de pesquisa e outros pesquisadores no convívio durante o Mestrado.

histórica/filosófica/social/cultural. A partir do Quadro 1, buscamos representar quais aspectos são valorizados em cada uma dessas compreensões.

Quadro 1 – Conhecimentos que estão associados ao conceito de função

<b>Conceito de Função na Perspectiva Histórico/ Filosófico/ Cultural (Pensamento empírico-discursivo)</b>	<b>Pensamento Flexível</b>	<b>Conceito de Função na Perspectiva Tecnicista (Pensamento teórico)</b>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Transformação;</li> <li>• Movimento;</li> <li>• Noção de regularidade/cadência;</li> <li>• Compreensão da realidade composta por interdependência e fluência;</li> <li>• Necessidade de sistematizar relações quantitativas.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Ruptura com a o teoria das formas e ideias;</li> <li>• Variável;</li> <li>• Campo de Variação;</li> <li>• Noção de Infinito e Continuidade;</li> <li>• Noção de Isolado;</li> <li>• Noção de lei.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Noção de relação a partir da teoria dos conjuntos;</li> <li>• Definição de Função usando conjuntos numéricos;</li> <li>• Função injetora, sobrejetora e bijetora;</li> <li>• Famílias de funções: linear, quadrática, trigonométrica etc.;</li> <li>• Métodos de encontrar raízes.</li> <li>• Algoritmos para elaboração de gráficos.</li> </ul>

Fonte: autoria própria, com base em Caraça (1984).

Reconhecemos que todos os elementos listados são fundamentais para a aprendizagem e a aplicação do conceito de função. Entretanto, temos constatado em nossa prática que a terceira coluna do Quadro 1 tem sido priorizada quando se estuda tal conceito na Educação Básica e no Ensino Superior.

Sousa (2004) destaca que é necessário abrir mão do formalismo rigoroso da Matemática na fase de introdução conceitual e preocupar-se também com aspectos históricos desse conceito. Segundo a autora, esquecemos que “[...] por trás de toda representação lógica matemática há uma história. Há vida a pulsar. Há o humano [...]” (SOUSA, 2004, p. 5). Ou seja, todo conceito foi elaborado dentro de um contexto social de curiosidades, dúvidas, inquietações e investigações, e esses aspectos devem ser considerados durante o processo de aprendizagem do mesmo.

Quando um conceito é explorado apenas pelo viés do lógico-formal, as informações históricas podem tornar-se marginalizadas e, conseqüentemente, resultar em uma concepção do conceito que não valoriza sua utilidade do ponto de vista da prática humana do sujeito, tornando-o, assim, desconectado do mundo real.

Baseando-nos nessas ideias, acreditamos que o conceito precisa ser explorado segundo a perspectiva que Sousa (2004) denomina como lógico-histórica. Nessa perspectiva, todo

objeto em estudo é composto por um processo de desenvolvimento lógico que ocorreu dentro de um contexto que é histórico, e essas duas facetas estão relacionadas entre si. Vasconcelos (2012), ao interpretar Sousa (2004), aponta:

Quando a autora fala em desenvolver o lógico juntamente ao processo histórico, não significa que devemos reproduzir a história de um determinado conceito em sala de aula. O importante é provocar nos alunos uma necessidade de conhecer aquele conceito para continuar ampliando seus conhecimentos. É importante que o aluno viva os sentimentos de incerteza, perturbações, hesitações, equívocos (ou paradoxos) que estimulam o processo de investigação e descoberta, pois é missão da escola formar cidadãos críticos, capazes de entender e dominar a realidade que nos rodeia sempre que possível (VASCONCELOS, 2012, p. 15).

Pensar na construção do conceito de função a partir da perspectiva lógico-histórica é propor uma articulação entre os elementos das três colunas apresentadas no Quadro 1, é relacionar aspectos que, originalmente, influenciaram a elaboração desse Conceito. Segundo Sousa (2004, p. 54), “o lógico-histórico presente no pensamento algébrico permite-nos dizer que o concreto do conteúdo algébrico é o conceito de movimento, de fluência, que se materializa no conceito de função”. O processo de fluência, mencionado pela autora, é a constante transformação à qual os fenômenos do mundo físico estão submetidos. No movimento entre o conceito de fluência até a materialização no conceito de função, três formas de pensamento, descritas por Sousa (2004, p. 58), podem ser exploradas: pensamento empírico-discursivo, pensamento flexível e pensamento teórico.

Entendemos que o pensamento empírico-discursivo se refere a todo aquele conhecimento que pode ser explorado de forma intuitiva, pois é perceptível. O pensamento teórico remete principalmente aos aspectos formais do conceito. Sousa (2004, p. 59) explica que entre o pensamento empírico-discursivo e o pensamento teórico está o pensamento flexível. Citando Kopnin (1978), tal autora destaca que “a passagem do nível empírico ao teórico não é uma simples transferência de conhecimento da linguagem cotidiana para a científica, mas uma mudança de conteúdo e forma de conhecimento” (SOUSA, 2004, p. 59). Assim, o que determina o movimento do pensamento flexível é a construção dos significados que estão relacionados ao conceito de função.

Ainda, em retomada ao Quadro 1, os aspectos da primeira coluna estão relacionados ao pensamento empírico. As ideias de transformação, movimento, regularidade, fluência, etc, se apresentam em nossas atividades diárias, que não são, necessariamente, atividades do contexto escolar. Em contrapartida, a noção de relação, injetividade, bijetividade e

sobrejetividade, que são sistematizadas dentro da teoria dos conjuntos, são aspectos que compõe o pensamento teórico. O que nos permite caminhar do pensamento empírico ao teórico são os aspectos do pensamento flexível, ou seja, a noção de variável, campo de variação, infinito, isolado e lei de formação. Dessa forma, podemos classificar a primeira, segunda e terceira colunas do Quadro 1 como: aspectos do pensamento empírico, aspectos do pensamento flexível e aspectos do pensamento teórico, respectivamente.

A importância de estudar o conceito de função no campo de conhecimento da Educação Matemática está relacionada a uma proposta de (re)compreensão do mesmo, que contemple essas três formas de pensamento e, conseqüentemente, possibilite uma transformação da prática pedagógica desse conteúdo. Embora essa transformação, não aconteça de maneira imediata.

Na visão de Fiorentini, Miorin e Miguel (1993, p. 78), “o ensino de Álgebra parece relegado a um estado letárgico”, e a inversão desse quadro está relacionada à “realização de estudos que procurassem explicitar a especificidade da Álgebra e o papel por ela desempenhado na história do pensamento humano, particularmente na história do pensamento científico e matemático” (MIGUEL, FIORENTINI e MIORIN, 1992, p. 52).

O conceito de função, estando incluso no campo de conhecimento algébrico, comunga das mesmas dificuldades e, conseqüentemente, da mesma necessidade de ser pesquisado, buscando sua especificidade e sua contribuição para a formação do pensamento matemático.

Dessa forma, uma análise dos artigos publicados nos Anais das onze edições do ENEM nos ajudará a perceber quais aspectos desse conceito têm sido priorizados pelos autores que discutiram tal temática. Escolhemos esse evento considerando que:

O ENEM é o maior evento organizado pela Sociedade Brasileira de Educação Matemática (SBEM), tendo como foco o professor que ensina Matemática, e representa um importante fator no crescimento da SBEM e na organização da comunidade de Educação Matemática. Constitui-se em um espaço privilegiado para o intercâmbio entre professores e pesquisadores, de modo que os avanços no campo científico se disseminem nas salas de aula, bem como as experiências dos professores são compartilhadas pela comunidade científica escolar (APRESENTAÇÃO X ENEM, 2010).

Além da heterogeneidade que compõe o seu público, outros fatores foram determinantes para a escolha desse evento: o grande número de edições já realizadas, que nos permite acompanhar o movimento das pesquisas ao longo de um período maior (da primeira até a décima primeira edição se passaram 26 anos), a relevância do evento para a área de

Educação Matemática e a multiplicidade de regiões do País que já sediaram o evento, permitindo, assim, uma participação dos diferentes grupos culturais existentes no Brasil. O quadro abaixo apresenta uma síntese com o ano e o local de realização de cada uma das edições do ENEM:

Quadro 2: Síntese das Edições do ENEM

<b>Edição</b>	<b>Ano</b>	<b>Local</b>
I ENEM	1987	São Paulo – São Paulo
II ENEM	1988	Maringá – Paraná
III ENEM	1990	Natal – Rio Grande do Norte
IV ENEM	1993	Blumenau – Santa Catarina
V ENEM	1995	Aracaju – Sergipe
VI ENEM	1998	São Leopoldo – Rio Grande do Sul
VII ENEM	2001	Rio de Janeiro – Rio de Janeiro
VIII ENEM	2004	Recife – Pernambuco
IX ENEM	2007	Belo Horizonte – Minas Gerais
X ENEM	2010	Salvador – Bahia
XI ENEM	2013	Curitiba – Paraná

Fonte: Autoria própria, com base nos Anais do ENEM.

Tal quadro evidencia que o aspecto itinerante do evento, possibilitou que o mesmo fosse realizado nas cinco regiões do Brasil, contemplando de forma ampla a participação dos diversos grupos de pesquisa em Educação Matemática do Brasil.

Dessa forma, a presente dissertação tem como objetivo identificar como o conceito de função tem sido contemplado nas pesquisas brasileiras nos últimos 26 anos. Para isso, fez-se necessário mapear e analisar os artigos publicados nas onze edições dos anais do ENEM que estão centrados no conceito de função.

Para averiguar a relevância e o ineditismo desta investigação, foi feita uma pesquisa a partir do descritor “conceito de função” no banco de Teses e Dissertações do IBICT, no intuito de localizar a existência de publicações semelhantes à apresentada nesta dissertação. Tal busca localizou duas dissertações, conforme podemos ver no Quadro 3:

Quadro 3: Pesquisas que apresentam uma análise das publicações relacionadas ao conceito de função

Autor	Título	Instituição	Ano	Endereço
Eduardo Monteiro de Souza Júnior	Uma análise das pesquisas acadêmicas em Educação Matemática sobre o enfoque histórico do conceito de função	PUC-Campinas	2007	<a href="http://www.bibliotecadigital.puc-campinas.edu.br/tde_busca/arquivo.php?codArquivo=515">http://www.bibliotecadigital.puc-campinas.edu.br/tde_busca/arquivo.php?codArquivo=515</a>
Marcos José Ardenghi	Ensino aprendizagem do conceito de função: pesquisas realizadas no período de 1970 a 2005 no Brasil.	PUC-SP	2008	<a href="http://www.sapientia.pucsp.br/tde_busca/arquivo.php?codArquivo=6758">http://www.sapientia.pucsp.br/tde_busca/arquivo.php?codArquivo=6758</a>

Fonte: própria autoria

A primeira pesquisa, identificada no Quadro 3, foi desenvolvida com o objetivo de “verificar o grau de importância que a comunidade científica, que investiga o ensino de Matemática, tem dado as práticas pedagógicas que facilitam a construção desse conceito” (SOUZA JÚNIOR, 2007, p. 6). Para isso, tal autor desenvolveu uma análise das teses e dissertações publicadas no Brasil entre 1997 e 2007, que contemplavam uma abordagem histórica do conceito de função.

Tal análise destacou a carência de pesquisas que abordam o conceito de função do ponto de vista histórico que, entre 1997 e 2007, representaram menos de 3% das pesquisas em Educação Matemática.

A segunda dissertação, mencionada no Quadro 3, apresenta uma análise mais abrangente, que abarcou 35 anos de pesquisas publicadas entre 1970 e 2005. Tal investigação englobou 46 teses e dissertações brasileiras, bem como, dois artigos internacionais, todos centrados no conceito de função. Teve como objetivo “compreender dificuldades de alunos sobre o conceito de função observadas em (...) experiências de pesquisas de matemática, e também em pesquisas que tratam o referido tema” (ARDENGHI, 2008, p. 6).

Ardenghi (2008) destaca que, das 46 publicações nacionais analisadas, 52.2% foram concluídas entre 2002 e 2005, evidenciando um crescimento das pesquisas voltadas para o conceito de função nesse período. O autor aponta também que, nas pesquisas analisadas, tanto



os professores quanto os livros didáticos apresentam o conceito de função a partir de uma linguagem bastante técnica e que os sujeitos professor e aluno, são focalizados de forma desarticulada.

Entendemos que as duas pesquisas mencionadas no Quadro 3 se aproximam da nossa proposta dissertativa por apresentarem uma análise de produções que tem como foco o conceito de função. No entanto, diferimos destas pesquisas pelo fato de analisarmos publicações do ENEM, que são elaboradas por um público mais heterogêneo, que não se restringe a comunidade acadêmica.

Esta pesquisa também se configura como uma ampliação das anteriores, visto que analisa artigos publicados até o ano de 2013.

Desse modo, esta pesquisa buscou responder à seguinte questão: **O que revelam as pesquisas apresentadas nas onze edições do ENEM sobre o conceito de função?**

Com o objetivo de discorrer acerca da questão apontada, estruturamos o texto da seguinte forma: a primeira seção desta pesquisa, intitulada “Aspectos do conceito de função: significados, desenvolvimento histórico e curricular”, apresenta nossa compreensão dos significados do conceito de função na perspectiva lógico-histórica, destacando como entendemos a construção social de tal conceito. Ainda na mesma seção, discutimos como se deu o processo de formalização científica do conceito de função no campo da Matemática e tecemos considerações a respeito do processo de disciplinarização do conceito de função no Brasil. Encerramos com algumas reflexões sobre a dicotomia entre ideias e algoritmos que ocorre nas práticas de ensino do conceito de função.

Na seção seguinte, contextualizamos os documentos analisados nesta investigação. Isso é, fizemos, nessa seção, uma caracterização das onze edições do ENEM.

Na terceira seção, descrevemos os aspectos metodológicos da pesquisa, discutindo os caminhos percorridos durante a organização e análise dos artigos. Ainda nessa seção, mapeamos os temas contemplados em cada um dos artigos.

Na quarta seção, a luz da teoria da Análise de Conteúdo, na perspectiva de Bardin (2011), analisamos os artigos selecionados a partir das unidades: A importância do conceito de função; A compreensão do conceito de função; Obstáculos de Ensino e Aprendizagem que prejudicam a compreensão do conceito de função; Metodologias que contribuem para compreensão do conceito de função.

Finalmente encerramos a pesquisa relatando os resultados gerais e as possíveis contribuições da mesma para a Educação Matemática.

## **1. ASPECTOS DO CONCEITO DE FUNÇÃO: SIGNIFICADOS, DESENVOLVIMENTO HISTÓRICO E CURRICULAR**

Ao desenvolvermos esta pesquisa, tivemos a oportunidade de conhecer quais aspectos do conceito de função foram valorizados em cada contexto histórico nos quais se realizaram as edições dos ENEMs.

Durante os processos de seleção e análise dos documentos, procuramos elementos que nos dessem indícios de quais aspectos do conceito de função foram contemplados e discutidos nas pesquisas científicas dos ENEMs<sup>7</sup>. Nessa busca, consideramos que, por ser um conceito multifacetado, ele pode ser entendido em várias perspectivas, dentre as quais, destacamos: filosófica, histórica, social, cultural e lógico-formal.

Por esse motivo, reconhecemos a importância de evidenciar como compreendemos o conceito de função e os principais referenciais teóricos que fundamentam o nosso discurso.

Desse modo, será discutido o desenvolvimento do conceito de função na perspectiva lógico-histórica, com intuito de mostrar como a ideia foi socialmente desenvolvida e destacar os principais significados deste conceito. Quando nos referimos aos significados, baseamos-nos em Vygotsky, pelo qual se entende que “qualquer generalização ou conceito fruto de um ato de pensamento: A natureza do significado como tal não é clara. No entanto, no significado da palavra que o pensamento e a fala se unem em pensamento verbal. Não é algo cristalizado, mas evolui histórica e culturalmente” (VYGOTSKY citado por Costas e Ferreira, 2011, p. 214).

Para discutir tais significados, retomaremos os aspectos históricos do processo de elaboração científica desse conceito, destacando os teóricos que contribuíram de forma relevante para sua formalização. Discutiremos também como esse conceito chegou nas salas de aula, ou seja, apresentaremos o processo de disciplinarização do conceito de função e a forma como o ensino do mesmo tem sido proposto nos documentos curriculares nacionais.

Considerando que existe uma distância entre o que se propõe nos currículos e o que efetivamente acontece em sala de aula, discutiremos uma tendência de ensino de matemática que, a nosso ver, ainda está muito presente no ensino de matemática, que é a dicotomia entre algoritmos e conceitos.

---

<sup>7</sup> Como veremos mais adiante, delimitados a pesquisa de trabalhos que são pesquisas científicas.

## 1.1 O Desenvolvimento lógico-histórico do conceito de função

Durante a leitura dos artigos que foram selecionados nos Anais dos ENEMs, notamos que apresentar uma explicação para o conceito de função ainda não foi prioridade para muitos autores. Não foram poucas as pesquisas em que os autores discutiram a respeito do ensino do conceito de função sem apresentar, explicitamente, uma definição ou explicação desse conceito. Concordamos com Roque (2012) que a forma como a Matemática tem sido apresentada vem dificultando a compreensão dos conceitos. Segundo essa autora:

A diferença entre o modo de fazer e de escrever está também muito presente na matemática, que parece ser escrita de trás pra frente. As definições que precedem as conclusões sobre os objetos de que se está tratando explicitam, na verdade, os requisitos para que um enunciado seja verdadeiro, requisitos que foram descobertos por último, em geral, no trabalho efetivo do matemático. E esse encadeamento lógico na apresentação dos enunciados torna a matemática transcendente e desconectada de seu contexto de descoberta (ROQUE, 2012, p. 30).

Essa abordagem matemática citada por Roque (2012), que introduz o conceito a partir de seus aspectos formais, ou seja, que valoriza mais o produto final que o processo de construção, distancia os conceitos de seus próprios significados. Isso se tornou evidente nas pesquisas analisadas, quando os próprios autores citam um conteúdo, discutem metodologias de ensino para o mesmo, mas não o conceituam em nenhum trecho do texto. Tal constatação nos despertou a preocupação de, pautados em teóricos, deixar claro como nós compreendemos o conceito de função.

Dessa forma, desenvolvemos a discussão acerca do conceito de função pautando-nos na História da Matemática, já que, baseados em Sousa (2004) e Roque (2012), podemos afirmar que essa dinâmica de estudos propicia uma aprendizagem conceitual que se assemelha ao movimento de elaboração inicial, quando o conceito foi construído pela primeira vez.

A compreensão conceitual que se estabelece por meio da investigação histórica abre espaço para o desenvolvimento de um olhar mais crítico e questionador, pois “oferece a possibilidade de analisar a tendência falibilista presente no desenvolvimento da Ciência Matemática” (MENDES, 2008, p. 13). Compreender que a Matemática possui falhas e questioná-las é uma oportunidade de perceber que ela não se constitui como uma ciência

pronta, acabada, inquestionável, na qual podemos atingir verdades absolutas. É romper com o aspecto estático e transcendente da matemática e passar a entendê-la como uma elaboração humana em constante processo de reformulação.

Miguel (1993) contribui para esta discussão quando, a partir dos estudos de Lakatos, explica que:

[...] não existe verdade absoluta e infalível na matemática informal, isto é, no conhecimento matemático não sistematizado ou significativo; nem nos axiomas, nem nos teoremas e nas provas. Essas ‘verdades’ transitórias e retificáveis (ainda que a longo prazo), estão sujeitas ao método de provas e refutações e, conseqüentemente, a prova matemática está aberta à crítica quanto qualquer outra teoria científica. Nesse sentido, o conhecimento matemático assemelha-se às ciências naturais. (MIGUEL, 1993, p. 182)

Acrescentamos ainda que a História da Matemática, enquanto instrumento para aprendizagem de conteúdos matemáticos, nos dá oportunidade de perceber que não existe uma versão única, ou um desenvolvimento linear, da Matemática, e que a gênese do conhecimento é coletiva e social, na qual vários sujeitos são autores/inventores que participam da elaboração do mesmo. Segundo Sousa (2004, p. 77), a História da Matemática

Explica a natureza da matemática. Explica o desenvolvimento do pensar matemático, a partir de diversos pontos de vista que são desenvolvidos nas diversas culturas, nos permitimos ‘filosofar’ sobre a elaboração de nosso próprio conhecimento matemático. Nos permitindo ter dúvidas sobre as verdades matemáticas.

Dessa forma, acreditamos que a abordagem do conceito de função pautado na sua história nos ajuda a explorar significados que estão atrelados ao mesmo e que, no estudo puramente formal, acabam ficando despercebidos ou até mesmo, inexistentes. A partir da História da Matemática, poder-se-á compreender como o contexto sociocultural foi determinante durante a fase de elaboração do conceito de função.

No entanto, não queremos valorizar o processo histórico em detrimento do lógico, pois entendemos que isso também acarretaria camuflar outros aspectos do conceito que são mais visíveis do ponto de vista lógico.

Nossa proposta é apresentar uma discussão que se aproxime da concepção lógico-histórica proposta por Sousa (2004), que afirma que qualquer objeto do conhecimento humano passou por um processo de construção e desenvolvimento que contempla a unidade dialética lógico-histórica.

O conceito de função passou por um processo de desenvolvimento que é sócio-histórico, ou seja, as pessoas tiveram dúvidas, equívocos, e produziram inferências que culminaram no conceito como o temos hoje. Paralelamente a esse desenvolvimento o raciocínio dedutivo explorou tal conceito, para que o mesmo fosse generalizado e formalizado. Essas etapas foram constituindo o seu desenvolvimento lógico. Um processo não ocorreu de forma desassociada do outro, ambos aconteceram de forma interdependente, dando origem ao conceito de função.

Conforme Sousa (2004), o movimento de “pensar sobre” deverá contemplar aspectos da dialética lógico-histórica, pois desassociar lógico e histórico é compreender o conceito de forma fragmentada, desconexa. Ou seja, é não se apropriar do conceito em si.

Para apresentarmos o conceito de função na perspectiva lógico-histórica, apoiar-nos-emos nas obras de Caraça (1984) e Karlson (1961), nas quais os autores fazem uma abordagem de tal conceito, que contempla aspectos filosóficos e culturais de seu processo de elaboração, as necessidades de invenção e o desenvolvimento histórico.

No entanto, nas páginas que seguem, não nos propomos a exaustar todos os significados do conceito de função, visto que, após repetidas leituras das obras citadas anteriormente, foi possível notar que tal conceito, além de amplo, é filosoficamente denso. A sensação que tivemos, a cada releitura, é que muitos significados tinham passado despercebidos em estudos anteriores, mostrando-nos que não haveria, por ora, oportunidade de apresentar uma discussão do conceito de função com a mesma dimensão dos teóricos.

Diante de tal impossibilidade, coube a nós a alternativa de recortar os aspectos do conceito de função que foram determinantes para nossa compreensão e apresentar nossas conjecturas, que foram elaboradas durante nossos estudos teóricos.

Fundamentamo-nos também nas obras de Sousa (2004) e Usiskin (1995), nas quais os autores desenvolvem discussões acerca do pensamento algébrico. Defendemos que o conceito de função, como conceito interno ao campo algébrico, teve em seu desenvolvimento lógico-histórico aspectos do desenvolvimento da álgebra, e que ambos foram se configurando, juntos, de modo que, para que se compreenda o desenvolvimento do conceito de função, é necessário conhecer alguns aspectos da Álgebra.

Ainda no início desta Seção, destacamos a importância de apresentar nossa compreensão do conceito de função antes de utilizarmos tal conceito como principal alicerce da nossa análise dos artigos que constituem o *corpus* deste estudo. Conforme já mencionado, tal tópico se nutre da tentativa de abordar o conceito de função da maneira que julgamos mais

completa: associando seu encaminhamento lógico ao seu desenvolvimento histórico-filosófico e contemplando os aspetos culturais e sociais.

Ao adotarmos a perspectiva lógico-histórica de Sousa (2004) como alternativa metodológica, para apresentarmos o conceito de função, entendemos que não há necessidade de distinguir aspectos lógicos dos aspectos históricos que compõem esse conceito. Essa é uma perspectiva que propõe um diálogo entre ambos e que tem como ponto de partida uma articulação entre essas duas faces que na Matemática são constantemente polarizadas. Não intencionamos categorizar ou diferenciar os aspectos do conceito de função que aqui serão abordados, pois entendemos que, se fizermos isso, estaremos fragmentando a nossa forma de pensar e compreender o conceito de função.

Também, não pretendemos tentar apresentar de forma linearizada a história do conceito de função, pois partimos do pressuposto de que essa construção não se deu de forma linear, como frequentemente nos é intuído pelos materiais didáticos. Nem tão pouco, propomo-nos a trabalhar como um investigador que busca pistas sobre a construção desse conceito tendo como grande objetivo chegar a uma única conclusão final. Nosso interesse é mais pelo processo do que pelo produto. Aspectos lógicos e históricos serão resgatados com o intuito de facilitarem e ampliarem a compreensão que temos de tal conceito. Importa-nos saber qual a necessidade de se criar tal conceito para o desenvolvimento do conhecimento matemático e qual a potencialidade do mesmo diante dos problemas vivenciados pelas várias civilizações. Não queremos nos ater aos grandes matemáticos que o formalizaram. No entanto, queremos saber quais paradoxos estiveram presentes durante esse processo.

Na presente discussão não queremos apresentar: uma discussão que se preocupa mais em categorizar, em encaixotar, do que propriamente esclarecer. Não é nossa intenção apresentar uma discussão que deixa de fora o pensamento filosófico que fundamenta o conceito de função priorizando os métodos e as representações.

As obras de Boyer (1974) e Karlson (1961) apontam que, cientificamente, a elaboração do conceito de função se deu no contexto da Renascença, período compreendido entre final do século XIV e início do século XVII na Europa. Segundo Boyer (1974, p. 204), o desenvolvimento da Matemática durante o Renascimento “se caracterizou principalmente pelo surto da álgebra”.

As ideias de movimento e de fluência constituem a base de boa parte do desenvolvimento científico dessa época. A obra de Karlson (1961) destaca, por exemplo, a teoria de Kepler, que deduziu as leis matemáticas que regem os movimentos dos planetas; cita

Giordano Bruno, que falou sobre o infinito, um universo que se estende sem limites; a concepção de tempo ingressou no reino da pesquisa científica e, assim, a construção dos primeiros relógios.

Na perspectiva de Boyer (1974), o diferencial da Matemática desenvolvida no Renascimento foi a ideia de mensuração. Ou seja, houve uma necessidade em quantificar/medir algumas relações que já haviam sido estabelecidas em contextos anteriores:

Os filósofos escolásticos vinham discutindo a quantificação das ‘formas’ variáveis, um conceito de Aristóteles aproximadamente equivalente a qualidades. Entre tais formas, havia coisas como a velocidade de um objeto móvel e a variação da temperatura, de ponto para ponto, num objeto com temperatura não uniforme. **As discussões eram interminavelmente prolixas, pois os instrumentos de análise disponíveis eram inadequados** (BOYER, 1974, p. 192, destaque nosso).

Dessa forma, embora o pensamento humano já reconhecesse a necessidade de descrever algumas relações de forma quantitativa, este ainda não detinha uma ferramenta para auxiliá-lo. Para isso, foi necessário desenvolver um instrumento matemático que se constituísse como “símbolo matemático do movimento, a função” (KARLSON, 1961, p. 376).

A elaboração do conceito de função se constitui também como uma ruptura com o pensamento filosófico de Platão, pautado na teoria das Formas e Ideias.

Segundo Caraça (1984), em meados do século V a.C., o contexto social da Grécia era marcado por uma política aristocrática, instável, composto por batalhas entre as cidades gregas e por algumas insuficiências que dificultavam uma unificação política dessas cidades. Esse cenário social e político foi marcado por um forte desenvolvimento científico. A partir do século V a.C., Sócrates e Platão elaboraram teorias marcadas pelo

desviar a atenção das coisas externas ao homem para o centrar nas internas, morais e psicológicas; no tema da virtude em plano superior ao do bem-estar terreno; na introdução sistemática dum princípio espiritual na explicação científica, em substituição das tentativas de explicação materialista; em suma, na tendência para o abandono da realidade sensível, da realidade fluente, e para o refúgio no seio do espiritualismo, onde se pode construir, à vontade, uma permanência que abrigue dos vendavais da transformação... (CARAÇA, 1984, p. 182)

Por essa descrição, percebe-se que o pensamento desses filósofos privilegiava o imutável e a ideia de estabilidade e permanência. E a Matemática, influenciada por esse contexto histórico, se estruturou a partir de relações qualitativas, estando ainda bem distante

das noções de relação quantitativa que possibilitariam o desenvolvimento do conceito de função. Caraça (1984) explica que esse pensamento estático prevaleceu até o início do século XI, quando surgiram as primeiras cidades da Europa e com elas a classe dos comerciantes e artesãos, trazendo novas necessidades específicas das suas atividades de trabalho e encadeando uma revolução intelectual.

Caraça (1984, p. 199) contrapõe o pensamento filosófico de Sócrates e Platão às necessidades cotidianas das classes de comerciantes e artesãos, pois estes necessitavam “procurar a melhor têmpera de seu aço e para isso têm que estudar as ligas de metais, observar como elas se comportam na sua forja, procurar os materiais com que obtenham nela as temperaturas necessárias”.

Tais explicações de Caraça (1984) ilustram que o conceito de função surgiu da necessidade humana de descrever, quantitativamente, algumas relações. No entanto, ele destaca que o processo de pensar e elaborar um instrumento matemático que possibilitasse essas medições não se deu da noite para o dia. Quatro séculos se passaram desde que o homem reconheceu a necessidade de medir, até que cientificamente foi elaborado um conceito matemático para tal “tarefa”. Segundo Caraça (1984, p. 125):

O leitor [...] não esperará, decerto, que esse instrumento tenha saído dum jato, pronto e acabado; que aos cientistas se tenha apresentado a questão assim: - temos aqui uma multidão de leis quantitativas, vamos criar um instrumento próprio de estudo. Muito longe disso! Deu-se uma gestação lenta em que necessidade e instrumento interagiram, ajudando-se e esclarecendo mutuamente.

De acordo com Chaves e Carvalho (2004, p. 3), o homem já vem desenvolvendo seu pensamento funcional desde os tempos mais remotos, quando inventou o conceito de número:

Quando associaram os dedos às quantidades, e quando viram que estes já não eram suficientes e buscaram outros elementos para contar/enumerar estavam vivenciando a interdependência de variáveis que fluíam para a formação de sistemas de numeração cada vez mais adequados/práticos.

Dessa forma, a gênese do conceito de função já está inclusa no pensamento humano muito antes de ser inventada pelo campo científico. Desde os tempos mais remotos, o homem, por meio de sua capacidade de observação, identificou regularidades no universo e, a partir delas, estabeleceu relações existente entre os objetos.



Essas primeiras relações que citamos são denominadas por Caraça (1984) de leis qualitativas, pois definem uma dependência entre dois objetos, focando nas relações de qualidade. Um exemplo desse tipo de lei seria a primeira Lei de Kepler: “Cada planeta descreve em torno do Sol uma elipse, da qual o Sol ocupa um dos focos” (CARAÇA, 1984, p. 120). O planeta tem a qualidade de se movimentar de modo a descrever uma elipse, que não pode ser descrita em um lugar qualquer, e sim em torno do Sol. Planeta e Sol, nesse caso, admitem uma relação de qualidade. No entanto, não bastou para Kepler dizer qual figura era descrita pela trajetória desse planeta. A partir dessa relação, ele desenvolveu estudos que lhe permitiram afirmar que o raio vetor que liga um planeta ao Sol descreve áreas iguais em tempos iguais. Nesse caso, área e tempo são variáveis quantitativas que, ao serem associadas, dão origem a uma lei quantitativa.

Assim como ocorreu com Kepler, que ao estudar os movimentos planetários teve a necessidade de quantificar as relações observadas, também outros homens se depararam com um momento em que as leis qualitativas não foram suficientes para que se pudesse aprofundar no conhecimento e se tornar, não apenas capaz de observar e identificar relações, mas também de prever e dominar movimentos da realidade. Nesse caso, “para obter a explicação das variações de qualidade, há que aprofundar o estudo das variações de quantidade” (CARAÇA, 1989, p. 122).

Foi da necessidade de definir uma relação quantitativa entre duas ou mais grandezas que se relacionam que o homem teve a necessidade de elaborar o conceito matemático que hoje denominamos como Função.

Usiskin (1995, p. 13) aponta as habilidades de traduzir e generalizar como as instruções-chave para aprendizagem de álgebra. Guiados por essa premissa e pelas obras de Karlson (1961) e Caraça (1984), propomos uma analogia ao conceito de função, na qual arriscamos dizer que há cinco aspectos necessários durante a sua aprendizagem: observação, encontrar padrões ou regularidades, traduzi-los em alguma forma de linguagem, generalizá-los e representá-los. A partir desses cinco aspectos, é possível imitar o processo histórico de construção desse conceito de forma empírica, bem como desenvolver o pensamento lógico-formal.

O processo de **observação** de um fenômeno é o primeiro passo para destacar quais são as relações que o constituem, “procurando descobrir suas causas e seu encadeamento” (CARAÇA, 1984, p. 107). Segundo Caraça (1984, p. 109), todo fenômeno da realidade é composto de duas características essenciais: interdependência e fluência. A primeira diz

respeito à noção de relação interna que existe entre dois ou mais objetos de um fenômeno estudado. Perceber a interdependência existente entre os objetos de um fenômeno é, na verdade, identificar relações qualitativas entre esses objetos. Já o processo de **fluência**, descrito na teoria do filósofo Heráclito de Éfeso, diz respeito à mutabilidade da vida, ao processo de vir a ser, ao fato de que tudo muda a todo instante. A fluência é o que permite aos fenômenos o processo de transformação.

A partir do olhar atento do observador é que se vai **encontrando os padrões**, se existirem. O processo de observação tem, em instância última, o objetivo de se conhecer tão bem um fenômeno a ponto de que se possa prevê-lo. Isso só se faz possível quando o fenômeno não se realiza de forma aleatória, ou seja, quando existe uma cadência associada ao desenvolvimento desse fenômeno. O processo de identificação de padrões é o que nos permite definir de que forma os objetos se relacionam.

Dentro dessas relações, que prioritariamente se dão de forma qualitativa, é preciso avaliar se elas admitem ou não variação de quantidade passível de mensuração. Ou seja, é preciso identificar quais dessas relações são quantificáveis. Conforme discutimos anteriormente, e também de acordo com a teoria de Caraça (1984, p. 121), “à medida que a realidade vai se conhecendo melhor, o primado tende a pertencer ao tipo quantitativo”. Dito de outra forma, à medida que buscamos nos aprofundar no estudo de um fenômeno, temos que transcender o meramente descritivo, lançando mão de instrumentos que nos permitam também explicá-lo.

O ato de expressar ou registrar essas leis faz-se por meio de todas as formas de **linguagem**, oral ou escrita, materna ou algébrica. Durante o desenvolvimento do conhecimento algébrico, esse movimento de se expressar foi determinante para definir os três momentos do estágio de evolução: álgebra retórica, que utilizava linguagem corrente; álgebra sincopada, na qual a simbologia foi introduzida para representar a variável; e álgebra simbólica, em que toda a lei era expressa a partir de simbologias. Dessa forma, a introdução dos símbolos foi uma instrumentalização para facilitar a manipulação das expressões algébricas, mas antes de tudo foi uma simbologia que permitiu fazer **generalizações**, substituindo as grandezas fixadas ou pontuais por um símbolo que representasse todo um conjunto bem definido de grandezas.

O uso das simbologias deu origem às expressões algébricas utilizando letras ou outros símbolos que são, até hoje, um dos modos de **representar** uma função. Outras formas

também são utilizadas como, por exemplo, as representações verbais, geométricas, algébricas e pictóricas.

Compreender o conceito de função, a partir desses cinco aspectos, é entendê-lo sob a ótica do lógico-histórico. É vivenciar o processo de forma completa e articulada que contempla, de certa forma, semelhantes dúvidas, paradoxos e necessidades que estiveram presentes desde a construção inicial desse conceito.

Não obstante, se a aprendizagem do conceito de função valoriza mais as etapas de generalização e representação, esta pode se resumir em um conjunto de regras sequenciais que permite operar com as representações de uma função e pode não oportunizar uma apropriação desse conceito como símbolo matemático do movimento, da transformação, e/ou como uma relação quantitativa entre duas grandezas.

Ao apresentarmos esses cinco momentos de aprendizagem, não estamos propondo que eles sejam desenvolvidos de forma sequencial ou linear. Apontamos que alguns desses momentos ocorrem concomitantemente, visto que são aprendizagens interdependentes. A transposição das etapas de observação e identificação de regularidades e de leis quantitativas para os momentos de generalização e representação marcam uma mudança na forma de conhecimento que passa do nível empírico ao nível teórico.

Na visão de Sousa (2004, p. 68), “a possibilidade de generalização da álgebra vai ocorrer quando houver um conhecimento profundo do conceito de variável, de forma que o movimento do pensamento o torne autônomo”. A partir dessa concepção e das discussões apresentadas, pode-se pensar que a autonomia do pensamento se refere ao fato de conseguir compreender a variável sem a necessidade de se remeter ao conjunto que ela representa. No entanto, a dissociação entre concreto e abstrato só faz sentido uma vez que se conheceu o concreto, que, nesse caso, é o conceito de função.

Enquanto conteúdo algébrico, o conceito de função pode ser pensado analogamente a própria álgebra, ou seja, seu conhecimento aprofundado dar-se-á a partir do momento em que se conhece o conceito de variável. Segundo Usiskin (1995, p. 14), tal conceito já aparece de forma implícita desde os primeiros anos de escolarização, quando o professor ensina, por exemplo, que qualquer número multiplicado por zero é zero.

Via de regra, as crianças não apresentam dificuldade para compreender o significado dessa frase e empregá-la durante suas atividades. No entanto, entender o significado da simbologia algébrica que se apresenta no conteúdo de funções é fonte de uma série de dúvidas

e inquietações que muitas vezes não são perceptíveis ao próprio aluno, mas que acabam desencadeando equívocos conceituais que se evidenciam ao professor.

Para Usiskin (1995, p. 17), essa dificuldade está relacionada ao fato de que, para os alunos, “todas as letras parecem incógnitas (particularmente  $x$  e  $y$ , letras que a tradição consagrou para esse propósito)”. Tal autor destaca que, como os currículos escolares propõem um estudo de função que sucede o estudo de equações, os alunos precisam perceber que, no segundo conteúdo, o mesmo  $x$  que era utilizado anteriormente para representar um valor desconhecido se apresenta com o papel de representar um conjunto de valores que estão variando. Há uma mudança do estático, do imutável, para um campo de variação. Assim, compreender o  $x$  como símbolo representante de uma variação é, na verdade, um processo de desconstrução e reconstrução.

O processo lógico-histórico de desenvolvimento da álgebra abordado por Sousa (2004) demonstra que a elaboração do conceito de variável se deu por várias etapas, cujas adaptações ocorreram gradualmente. Algumas civilizações fizeram uso de palavras para designar quantidades desconhecidas, sendo um exemplo a palavra *aritmo*, de Diofanto, que foi utilizada para representar o número e “que, assim como o zero, guarda o valor de uma quantidade desconhecida” (LANNER DE MOURA e SOUSA, 2005, p. 15).

A representação da variável por letras do alfabeto proposta pela álgebra simbólica de Viète sucedeu uma série de outras representações como palavras, figuras e desenhos. Isso evidencia que o conceito de variável e sua representação não foram elaborados ao mesmo tempo e nem de maneira imediata. Trata-se de um processo de aperfeiçoamento que teve como objetivo facilitar o manuseio das operações e da comunicação acerca dessas variáveis.

Compreender o conceito de variável se faz possível desde uma construção do conceito de função, que vai do nível empírico ao teórico, a partir da qual o estudante se depara com a necessidade de representar um conjunto de valores e vivencia os significados do conceito de variável:

A variável é a fluência, o próprio movimento, o fluxo do pensamento. Sua constituição considera os pensamentos do campo numérico e geométrico. Tais pensamentos são teóricos. Porém, o seu desenvolvimento lógico-histórico mostra que estes se originaram das abstrações feitas pelos homens a partir da elaboração dos conceitos formais de números e de aspectos da geometria. Só há sentido em mencionar a palavra variável, a partir do momento em que se considera o campo numérico. Ela não tem existência por si só, enquanto ser em si. (SOUSA, 2004, p. 82).

Ou ainda, conforme descreveu Caraça (1984, p. 127), a variável é o “símbolo da vida coletiva do conjunto, vida que se nutre da vida individual de cada um de seus elementos, mas não se reduz a ela”. Dito de outra forma, a variável representa todos os elementos do conjunto, mas, ao mesmo tempo, seu significado não pode ser singularizado em apenas um dos elementos do conjunto.

Para Sousa (2004, p. 125), o conceito de função e o conceito de variável estão intimamente relacionados, pois ambos são “generalizações abstratas de variáveis concretas”.

É a partir do conceito de variável que se fazem plausíveis o processo de generalização e a elaboração de representações algébricas e gráficas. A compreensão do conceito de variável é intrínseca à compreensão do conceito de função. É a aprendizagem que permitirá ao indivíduo transitar pelas quatro etapas descritas anteriormente.

Lanner de Moura e Sousa (2005) apontam que as aulas de matemática têm priorizado o resultado, e não os processos. Focando-se nos processos de ensino do conteúdo de função, é possível notar que são priorizados os processos de encontrar raízes, a construção gráfica, mas muito pouco se debate sobre a lei de formação: como foi encontrada, o que ela representa, qual movimento está implícito nela.

É como se existissem dois grupos: o das ideias, dos conceitos; e outro das operações, das técnicas e dos algoritmos. O primeiro atua de forma tímida na aprendizagem do conceito de função, aparecendo apenas nas primeiras aulas, enquanto o segundo atua como protagonista de boa parte do currículo de matemática. Com o intuito de romper com essa fragmentação entre conceitos e algoritmos, que apresentamos nossas discussões, resgatando a construção social do conceito de função.

Dessa forma, outro aspecto importante de se conhecer acerca de tal conceito diz respeito ao seu processo de elaboração dentro do campo científico, que contém suas origens, suas readaptações e as ideias dos teóricos que contribuíram para a construção do conceito de função. Aspectos dessa modalidade são apresentados na próxima subseção.

## 1.2 A elaboração científica do conceito de função

Conforme discutido no tópico anterior, o pensamento funcional já se manifestava nas ações humanas bem antes de ser inventado no campo científico. Retomamos, por exemplo, a noção de números e de contagem que, segundo Chaves e Carvalho (2004, p. 3), já era uma forma de pensamento funcional, pois a contagem nada mais é que uma relação entre dois conjuntos de variáveis.

Esta relação entre a noção de contagem e o pensamento funcional se confirma também pelas próprias propostas curriculares nacionais atuais:

Tradicionalmente o ensino de funções estabelece como pré-requisito o estudo dos números reais e de conjuntos e suas operações, para depois definir relações e a partir daí identificar as funções como particulares relações. Todo esse percurso é, então, abandonado assim que a definição de função é estabelecida, pois para a análise dos diferentes tipos de funções todo o estudo relativo a conjuntos e relações é desnecessário (BRASIL, 2000, p. 121).

Entendemos as operações como estratégias matemáticas sistematizadas que têm como objetivo controlar quantidades. Ou seja, operações são métodos eficientes de contagem. Dessa forma, os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) reafirmam a ideia de Chaves e Carvalho (2004) de que o desenvolvimento do pensamento funcional está associado a uma noção de contagem.

Retomando a teoria das formas de pensamento (empírico-discursivo, flexível e teórico) apresentadas no início desta pesquisa na seção 1, a contagem pode ser caracterizada como uma noção intuitiva e abstrata, que introduz uma forma de pensamento que será consolidada no conceito de função, que é teórico.

Nesta subseção, discutiremos esse aspecto teórico-formal do conceito de função, resgatando elementos históricos com o objetivo de compreender como se deu a elaboração e formalização desse conceito dentro do campo da Matemática.

Como mencionado anteriormente, a elaboração científica do conceito de função, segundo Boyer (1974) e Karlson (1961), se deu entre os séculos XIV e XVII, em um contexto no qual os movimentos de fluência/transformação estavam ocupando papéis de destaque nas pesquisas científicas.

No que se refere ao processo de formalização científica do conceito de função, apresentaremos o que as pesquisas de Boyer (1974), Chaves e Carvalho (2004), Souza Júnior (2007), Karlson (1961) e Zuffi *et al.* (2001) destacam como as contribuições de alguns teóricos relevantes para tal processo. No entanto, não ousamos indicar algumas dessas contribuições como pioneiras na elaboração formal desse Conceito, pois, segundo Zuffi (2004, p. 11),

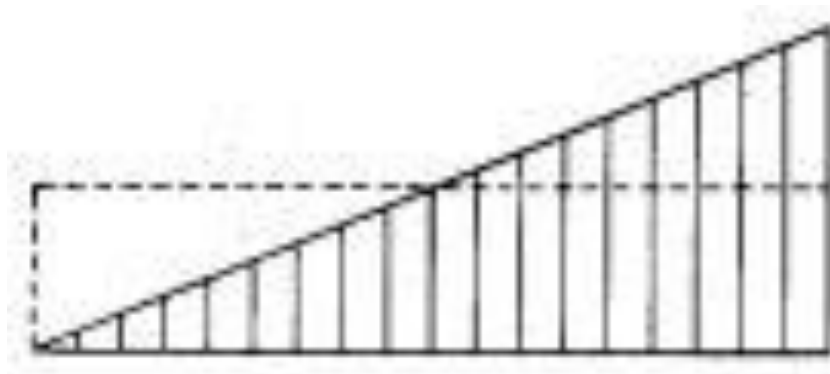
não parece existir consenso entre os autores, a respeito da origem do conceito de função [talvez pelo seu próprio aspecto intuitivo]. Alguns deles consideram que os Babilônios (2000 a.C.) já possuíam um instinto de funcionalidade [...] em seus cálculos com tabelas sexagesimais de quadrados e de raízes quadradas [...] que eram destinadas a um fim prático. As tabelas, entre os gregos, que faziam a conexão entre a Matemática e a Astronomia, mostravam evidência de que estes percebiam a ideia de dependência funcional, pelo emprego de interpolação linear.

Boyer (1974) destaca que o primeiro a criar um instrumento de representação que relacionava a correspondência entre dois conjuntos foi Nicole Oresme, que o fez antes de 1361. Tal representação se estruturou da seguinte forma:

Ao longo da reta horizontal ele marcou pontos representando instantes de tempo (ou longitudes), e para cada instante ele traçou perpendicularmente à reta de longitude de um segmento de reta (latitude) cujo comprimento representava a velocidade. Os termos latitude e longitude que Oresme usou são equivalentes num sentido amplo à ordenada e abscissa e a sua representação gráfica assemelha-se à geometria analítica (BOYER, 1974, p. 192).

Tal proposta gráfica foi elaborada com intenção de mostrar que qualquer grandeza mensurável pode ser imaginável de forma contínua. A Figura 1 ilustra o modelo criado por Nicole Oresme para expressar relações variáveis entre tempo e velocidade:

### **Figura 1: Modelo de Representação Criado por Nicole Oresme**



Fonte: Boyer (1974, p. 193).

Descartes também contribuiu para o desenvolvimento das representações do conceito de função. Sua inovação se caracterizou por relacionar as representações gráficas e algébricas. Segundo Souza Junior (2007, p. 34), antes de Descartes, “uma expressão matemática não era entendida como uma função, mas, sim, como uma equação. Descartes coloca, de maneira explícita, que uma expressão com  $x$  e  $y$  é uma forma de relacionar duas variáveis, em que o valor de uma delas depende da outra”.

A denominação desse conhecimento matemático pela palavra Função foi realizada primeiramente por Leibniz em 1694 e mais tarde por Bernoulli em 1718. Embora ambos tenham utilizado a mesma palavra, a definição utilizada por cada um deles foi diferente. Chaves e Carvalho (20014, p. 3) destacam que, para Leibniz, tal palavra remetia a uma quantidade associada a uma curva. Nesse caso, nota-se que a elaboração da representação verbal está associada à representação gráfica. Já para Bernoulli, a palavra Função foi utilizada para designar “uma expressão formada de uma variável e duas constantes” (CHAVES; CARVALHO, 2004, p. 3), denotando um significado que se refere à representação algébrica.

Segundo Chaves e Carvalho (2004), outra contribuição importante foi dada por Galileu Galilei, que modelou algebricamente fenômenos no campo da física e evidenciou as relações de dependência entre grandezas variáveis. Outros nomes ainda podem ser citados no que se refere à elaboração científica do conceito de função:

Outros matemáticos tiveram sua parcela de contribuição para o desenvolvimento do conceito de função como Newton, Dedekind, Cauchy, D’Alembert e Fourier. É bem verdade que a formalização do referido conceito teve que ultrapassar muitos obstáculos ferramentais, pois esses pensadores trabalhavam com linhas de raciocínio não coincidentes muitas das vezes, mas conseguiram desenvolver ideias que quando desembocadas no século XIX tiveram em Dirichlet a definição de função mais próxima da que temos hoje. (CHAVES E CARVALHO, 2004, p. 4)



A definição formal mais moderna utilizada no campo científico é uma definição que se alicerça na teoria dos conjuntos e foi proposta no século XX pelo Grupo Bourbaki<sup>6</sup> da seguinte forma:

Assim, na teoria dos conjuntos, uma função  $f$  é, por definição, um conjunto qualquer de pares ordenados de elementos, pares esses sujeitos à condição seguinte: se  $a, b \in f$ , e  $a = a'$ , então  $b = b'$ . O conjunto  $A$  dos primeiros elementos dos pares ordenados chama-se domínio da função e o conjunto  $B$  de todos os segundos elementos dos pares ordenados se diz imagem da função. Assim, uma função é simplesmente um tipo particular de subconjunto do produto cartesiano  $A \times B$  (NEVES, 2004, p. 661).

Souza e Mariani (2005) apresentam uma figura com o objetivo de expor, em sequência cronológica, o nome dos teóricos que contribuíram para o processo científico de criação do conceito de função. Entendemos que tal figura sintetiza a discussão que foi desenvolvida neste tópico. Por isso, torna-se relevante apresentá-la na presente pesquisa.

**Figura 2: Matemáticos que contribuíram com o processo de desenvolvimento científico do conceito de função**

---

<sup>6</sup> Segundo Miorim (1998, p.110) “Nicolas Bourbaki foi um nome fictício escolhido por um grupo de matemáticos, na maioria franceses, dentre eles, Cartan, Chevalley, Dieudonné, Weil, que tinham a intenção de apresentar toda a Matemática de seu tempo em uma obra intitulada *Éléments de mathématique*”.



Fonte: Souza e Mariani (2005).

Tais aspectos ilustram as principais contribuições para a formalização científica do conceito de função. Do processo de elaboração de tal conceito até a inserção do mesmo nos currículos de matemática se passaram quase 300 anos para que se reconhecesse a necessidade de ensiná-lo. Veremos a seguir que a luta por um processo de disciplinarização do conceito de função foi mais de origem política do que da própria comunidade escolar.

### 1.3 O papel do conceito de função no currículo de Matemática

Esta subseção tem como objetivo apresentar algumas considerações a respeito do processo de implementação e desenvolvimento do conceito de função no currículo de Matemática no Brasil. Reconhecemos que tal discussão, para ser desenvolvida de forma ampla e completa, por si só resultaria em outra dissertação, visto que seria necessário analisar documentos políticos e curriculares desde a época do império até os documentos mais recentes. Por outro lado, sabemos que tal discussão é necessária para a pesquisa que desenvolvemos, visto que as reformas curriculares relativas ao ensino de Matemática estão intimamente ligadas com os métodos de ensino do conceito de função e, conseqüentemente, com as pesquisas que analisaremos nesta investigação.

Entendemos que o conceito de currículo pode ser entendido de formas distintas, ou conforme afirmam Sacristán e Gómez (1998, p. 126): “O conceito de currículo é bastante elástico”. Nessa discussão estamos nos referindo apenas ao currículo prescrito, ou seja, uma lista na qual estão descritos os conteúdos a serem ensinados e sua ordem de distribuição.

Nesse sentido, buscamos nos apoiar teoricamente em alguns pesquisadores que discutem como se deu a disciplinarização do conceito de função no Brasil e qual o papel desse conceito no currículo de matemática, de modo que os dados apresentados a seguir são resultados de investigações desenvolvidas por Miorin (1998), Barbosa (2001), Valente (2001), Braga (2003), Abreu (2011), Maciel (2011) e Pires e Silva (2011).

Conforme anunciado, nosso foco nesta seção são algumas alterações curriculares no Brasil. Contudo, é relevante esclarecer que elas receberam influências de movimentos de reorganização curricular propostos em outros países, que também serão considerados nas discussões a seguir. Nossa discussão não contempla todas as reformas educacionais ocorridas no Brasil e no mundo, pois recortamos apenas aquelas que, nos referenciais estudados, apresentam um impacto maior no que se refere às propostas curriculares para o conceito de função.

### **1.3.1 O currículo de Matemática no Brasil**

Pires e Silva (2011, p. 58) destacam três características que marcam o processo de desenvolvimento curricular no Brasil:

O estudo do desenvolvimento de currículos no Brasil mostra que as decisões curriculares foram historicamente marcadas por ações governamentais e não oriundas de movimentos nascidos nas escolas, protagonizadas por professores ou pela sociedade civil. Uma das marcas das políticas públicas brasileiras, no que se refere a questões curriculares, é a falta de ações de implementação curricular, como se novas ideias se transformassem em prática, num passe de mágica. Além da ausência de ações de implementação, outra marca é a falta de acompanhamento/avaliação das inovações propostas, o que não permite fazer uma avaliação adequada, contabilizando acertos e erros.

Essas características da renovação curricular descritas por Pires e Silva (2011) estiveram presentes nas quatro reformas educacionais que serão discutidas a seguir: a Reforma Francisco Campos (1931), a Reforma Capanema (1942), a Reforma de Simões e

Filho (1951) e o Movimento da Matemática Moderna (1970). No contexto de cada uma delas, discutiremos como foi proposto o ensino do conceito de função no currículo de Matemática.

O processo de disciplinarização do conteúdo de Função foi proposto inicialmente pelo matemático alemão Felix Klein (1849-1925). Braga (2003) destaca Klein como um dos principais líderes do movimento de modernização do Ensino de Matemática Internacional, ocorrido no início do século XX e resume sua biografia profissional da seguinte forma:

um matemático *intuicionista*; é altamente respeitado pela sua produção matemática que inclui trabalhos que tentam estabelecer a  *fusão* e a  *combinação de ramos* aparentemente separados através de teoria dos grupos;  *é um professor influente* e muito procurado por estudantes, inclusive norte-americanos; preocupa-se pelas questões de ensino desde a juventude; estabelece um paralelo entre as suas concepções pedagógicas e as de pesquisador matemático; tem grande capacidade política demonstrada pelas inúmeras comissões de que participou como criador e/ou dirigente pelo trânsito junto às diferentes comunidades científicas internacionais e órgãos governamentais (BRAGA, 2003, p. 39, destaques do autor).

Segundo Braga (2003), Klein apontou como uma das dificuldades para ensinar matemática no ensino superior à heterogeneidade do público que compunha tais cursos. Oriundos de escolas e culturas distintas, muitos chegavam com aprendizagem defasada para a aprendizagem dos conceitos de Cálculo, demandando um período de nivelamento no ensino superior. Nesse contexto:

A discrepância existente no preparo matemático dos alunos dos diversos tipos de escolas alemãs acaba por não suprir as necessidades do ensino superior, que fica sobrecarregado, e, também, por não atender às mais variadas demandas decorrentes da modernização do novo estado alemão – nas três últimas décadas do século XIX ocorre uma grande expansão da indústria e do sistema educacional (BRAGA, 2003, p. 40).

A partir dos estudos de Braga (2003), pode-se dizer que a necessidade de introduzir o conceito de função no ensino secundário<sup>9</sup> decorreu, principalmente, de uma sobrecarga que esse conceito apresentava no ensino superior e que não atendia às demandas decorrentes da modernização do novo Estado alemão. Concordamos com Braga (2003, p. 9) que

talvez não haja nenhum outro conteúdo tão intimamente ligado aos movimentos inovadores do ensino de matemática quanto esse, seja na sua introdução, por volta de 1930, seja no contexto estruturalista da Matemática Moderna, ou mesmo, no refluxo desse movimento.

---

<sup>9</sup> Corresponde ao curso que, no Brasil, atualmente se denomina Ensino Médio.

A solução para essas disparidades, como aponta Braga (2003), foi proposta por Klein: a introdução ao Cálculo Infinitesimal já no ensino secundário. Tal proposta foi fundamentada nos argumentos de que existia uma descontinuidade entre o ensino secundário e o superior, que faltava articulação entre os conteúdos da Matemática e que o Cálculo Infinitesimal seria um elo entre esses aspectos, além de se constituir como um instrumento matemático facilitador de várias tarefas vivenciadas na rotina de um cidadão moderno.

Braga (2003) destaca que Klein, intencionando defender ensino de matemática que propunha uma articulação dos métodos de Newton e Leibniz, apoiou-se na lei fundamental da biogenética, que tem como base a ideia de que a aprendizagem de matemática se dá de forma linear e progressiva:

[...] a lei fundamental biogenética, segundo a qual o indivíduo em seu desenvolvimento percorre, em rápida sucessão, todos os estados de desenvolvimento da espécie a que pertence. Este princípio, creio eu, deveria ser seguido também, ao menos em linhas gerais, no ensino de Matemática o mesmo que em qualquer outro ensino, se deveria conduzir a juventude, tendo em conta a sua natural capacidade e disposição, lentamente até chegar a matérias elevadas e, finalmente, a formulações abstratas, seguindo o mesmo caminho pelo qual a humanidade tem ascendido do seu estado primitivo aos altos cumes do conhecimento científico (KLEIN citado por BRAGA, 2003, p. 48).

Essa proposta foi muito criticada devido ao caráter intuicionista que gerou a rejeição de muitos matemáticos estruturalistas da época. Então, como segunda alternativa, Klein, como explicou Roxo (1937 citado por BRAGA, 2003, p. 54), defendeu que todo ensino secundário deveria ter como eixo central o conceito de função, visto que este está diretamente relacionado aos conteúdos do Cálculo Infinitesimal.

[...] tanto do ponto de vista psicológico, como do cultural, a inclusão das noções de Cálculo prende-se intimamente ao desenvolvimento da ideia de função. Esta não pode atingir um grau suficientemente elevado, sem auxílio dos conceitos, métodos e processos de Cálculo, e este, por sua vez não poderá ser convenientemente apresentado e eficazmente assimilado pelos educandos que não tenham assaz amadurecido o pensamento funcional.

Valente (2001) destaca que as propostas de modernização da Matemática sugeridas pela Alemanha influenciaram também o ensino de Matemática no Brasil, sendo o Colégio Pedro II, no Rio de Janeiro, o pioneiro no que diz respeito à adesão dessas novas tendências. Em 1925, a direção dessa instituição foi assumida pelo professor Euclides Roxo, que, dois

anos após assumir o cargo, em 1927, propôs uma reforma no ensino de Matemática que se assemelhasse aos movimentos da Alemanha:

considerando que urge adotar, entre nós, os métodos de ensino da matemática elementar introduzidos pela grande reforma que o professor Klein iniciou na Alemanha há cerca de trinta anos e que já se acham adotados em quase todos os países civilizados do mundo (VALENTE, 2001, p. 2).

Nessa reforma, Euclides Roxo propôs uma fusão entre os conteúdos da Álgebra, Geometria e Aritmética, dando origem a uma única disciplina, que seria a Matemática, e defendeu que os métodos de ensino de matemática deveriam proporcionar uma aprendizagem que se movimentasse do concreto ao abstrato do pensamento. Nesse novo contexto, Roxo propôs “o conceito de função como ideia axial do ensino” (VALENTE, 2001, p. 4).

Como as discussões das reformas educacionais no Brasil são abordadas nesta pesquisa com o intuito de compreender como se deu o processo de inclusão do conceito de função no currículo escolar, não nos ateremos por descrever em pormenores, todos os obstáculos enfrentados por Euclides Roxo na tentativa de aceitação de suas propostas. Todavia, cabe assinalar que essas transformações no ensino de matemática foram resultados de um processo de convencimento. Segundo Braga (2003, p. 73):

[...] para o convencimento da maioria dos professores do Colégio Pedro II, quanto à aceitação da proposta de reformulação do ensino da matemática, pode-se dizer que Roxo, além de seus inegáveis atributos intelectuais, dispôs de um ideário renovador consistente respaldado pelos mais renomados matemáticos internacionais [...]. Além disso, um passo importante em direção à anuência de seu projeto modernizador na votação da Congregação, em 1927, pode ter sido dado em 1923, por ocasião do lançamento de seu livro *Lições de Aritmética* [...]. Esse compêndio teve razoável receptividade – em 1928, encontrava-se na sétima edição – e, nele, Roxo já fazia pequenas incursões inspiradas nos ideais do movimento reformista mundial. Observa-se nesse manual de aritmética, algumas conexões com a álgebra, com a geometria e também noções de variável no capítulo que tratava das grandezas.

Após implantar essas propostas no Colégio Pedro II, em 1930, Euclides Roxo “é chamado por Francisco Campos, o primeiro ministro do recém-criado Ministério da Educação e Saúde Pública, para compor uma comissão que irá elaborar um projeto de reforma do ensino brasileiro” (VALENTE, 2001, p. 4).

Dessa forma, há uma expansão dos modelos de ensino propostos no Colégio Pedro II para as demais escolas do Brasil. Com isso, o conceito de função assumiu um papel unificador da Matemática, tendo destaque nas propostas curriculares nacionais que foram implantadas na reforma que ficou conhecida como Reforma Francisco Campos.

Em 1934, o Ministério da Educação e Saúde Pública passou a ser ocupado por Gustavo Capanema, que, por sua vez, investigou o quadro de educação nacional “com vistas à elaboração de uma nova reforma de reorganização do sistema nacional de ensino brasileiro” (VALENTE, 2001, p. 5).

Nesse contexto, ao analisar os dados coletados, Capanema conseguiu a promulgação da Lei Orgânica do Ensino Secundário<sup>10</sup> em 1942. Passado pouco mais de um mês, Roxo enviou uma carta para Gustavo Capanema, na qual ele sugeriu, dentre outras coisas, que o conceito de função continuasse exercendo papel central no ensino de Matemática e que o mesmo fosse introduzido de forma intuitiva já no ginásial (equivalente aos quatro anos finais do atual Ensino Fundamental). No entanto, a equipe de Capanema ignorou tal proposta e o conceito de função perdeu o espaço conquistado com a Reforma anterior. Tais mudanças ficaram conhecidas como Reforma Capanema.

Valente (2001), ao fazer uma incursão histórica sobre a Reforma Francisco Campos e a de Gustavo Capanema, apresenta uma característica desses movimentos de transformação curricular.

O estudo de Valente (2001) e o realizado por Pires e Silva (2011) possibilitaram-nos que, no início deste capítulo, tivéssemos afirmado que as reformas curriculares nacionais não têm sua gênese na escola ou no ideário dos professores, e sim nos agentes políticos.

Somente a interferência e o jogo político são capazes de explicar a organização do programa de matemática sem o estudo de *funções* numa época em que já havia passado mais de três décadas desde que os congressos internacionais sobre educação matemática apontavam para tal estudo. (VALENTE, 2001, p. 7).

Na década de 1950, também foram feitas alterações nos programas de ensino, que tiveram como objetivo “estabelecer um limite mínimo de conteúdos, os quais todas as estruturas escolares teriam a obrigação de executar” (ABREU, 2011, p. 20). No entanto, no que se refere ao ensino do conceito de função, esse programa não propôs nenhuma alteração

---

<sup>10</sup> Tal Lei se encontra disponível em:

[http://www.histedbr.fe.unicamp.br/navegando/fontes\\_escritas/5\\_Gov\\_Vargas/decreto-lei%204.244-1942%20reforma%20capanema-ensino%20secund%E1rio.htm](http://www.histedbr.fe.unicamp.br/navegando/fontes_escritas/5_Gov_Vargas/decreto-lei%204.244-1942%20reforma%20capanema-ensino%20secund%E1rio.htm)

curricular e o mesmo continuou sendo proposto para o final do 3º ano do nível de ensino Colegial (que equivale ao Ensino Médio atual).

Tal programa seria substituído por um novo modelo de ensino de matemática, que ficou conhecido por ser extremamente impactante no que se refere aos modos de compreender e ensinar matemática no Brasil: o Movimento da Matemática Moderna.

Em conformidade com a caracterização das reformas curriculares desenvolvidas por Pires e Silva (2011), citadas anteriormente, mencionamos as pesquisas de Abreu (2011) e de Pinto (2005). Abreu (2011, p. 22) também destaca que o Movimento da Matemática Moderna “não se deu por interesse na mudança do ensino e dos conteúdos, mas por uma necessidade de novos conhecimentos científicos e tecnológicos, visando a interesses políticos e sociais”. Tais interesses se deram, inicialmente, nos Estados Unidos e em alguns países da Europa, que, em um contexto pós-guerra, sentiram a necessidade de alavancar meios de crescerem na disputa científica e tecnológica. Pinto (2005, p. 2) assevera que:

Desencadeado em âmbito internacional, esse movimento atingiu não somente as finalidades do ensino, como também os conteúdos tradicionais da Matemática, atribuindo uma importância primordial à axiomatização, às estruturas algébricas, à lógica e aos conjuntos (PINTO, 2005, p. 2).

Segundo Miorin (1998) as discussões relacionadas ao movimento de modernização da matemática no Brasil, se deram nos Congressos Nacionais de Ensino de Matemática, realizados na década de 1950. No entanto, o movimento propriamente dito, foi desencadeado na década de 1960, tendo à frente Osvaldo Sangiorgi, que defendeu dois aspectos primordiais no ensino de matemática: as estruturas matemáticas e o conceito de função.

Abreu (2011, p. 28) complementa essa análise ao afirmar que:

[...] o conceito de função na matemática moderna é defendido como base para o estudo das estruturas, tanto que nos livros didáticos antes de estudar-se função são necessários alguns pré-requisitos como as noções de conjuntos e relações. Função é considerada uma correspondência entre dois conjuntos, uma correspondência unívoca. Os livros didáticos da matemática moderna trazem o estudo de função muito detalhado, enfatizando suas propriedades e com uma linguagem bastante formal levando em conta aspectos da teoria dos conjuntos (ABREU, 2011, p. 28).

Esse contexto do Movimento da Matemática Moderna foi marcado pela tendência em ensinar o conteúdo a partir da teoria dos conjuntos, privilegiando a relação existente entre eles. Miorin (1998) destaca que tal movimento privilegiou um ensino de matemática



centralizado na linguagem, e que, como consequência, ao invés de ajudar resolver o problema de ensino e de aprendizagem da disciplina de matemática, agravou-o ainda mais. Decorridos quase cinquenta anos, a pesquisadora Miorim (1998, p. 115) afirma que as ideias difundidas naquele momento ainda se faziam presentes não só “nas discussões teóricas sobre o assunto, mas também na prática da Educação Matemática”.

Entendemos que todas as reformas discutidas nessa seção, bem como outras que não apontamos, foram movimentos que compuseram e ainda compõem a forma como atualmente se propõe o ensino de Matemática nos documentos curriculares.

Atualmente, algumas dessas influências foram formalizadas nos documentos curriculares balizadores do ensino de Matemática no Brasil, os Parâmetros Curriculares Nacionais<sup>11</sup>. Discutiremos como esses documentos curriculares nacionais propõem o ensino do conceito de função no tópico a seguir.

### **1.3.2 O ensino do conceito de função em propostas curriculares nacionais atuais**

As reflexões anteriores mostraram como o ensino do conceito de função foi proposto nas principais reformas educacionais do Brasil. A partir dessa breve incursão histórica, a presente subseção se estrutura com o objetivo de discutir como os documentos curriculares nacionais atuais propõem o ensino desse conceito. Para isso, consultamos os documentos oficiais produzidos e publicados pelo Ministério da Educação: Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) e os Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio (PCNEM).

Barbosa (2001, p. 6) destaca que a proposta do PCN está relacionada a uma “preocupação de uma educação para cidadania, a relação entre as diferentes áreas específicas do conhecimento e a relação entre as atividades do cotidiano do aluno e o conhecimento escolar”. Dessa forma, o conceito de função assume um papel fundamental dentro do currículo, já que o mesmo está relacionado à compreensão dos fenômenos do mundo real e possui um significativo potencial para articular os próprios conhecimentos matemáticos, bem como a matemática e as outras ciências.

Segundo proposta dos PCN, o ensino dos conteúdos de álgebra fica destinado ao terceiro e quarto ciclos, equivalentes ao Ensino Fundamental II. Nesse contexto, o conceito de função:

---

<sup>11</sup> Os Parâmetros Curriculares Nacionais abarcam todo o conjunto de disciplinas que são ensinadas no contexto escolar. No entanto, nessa pesquisa, são focalizados os PCN de Matemática.

é entendido como uma das diferentes interpretações para álgebra, ou para as letras; como um articulador entre diferentes conteúdos (conceitos e procedimentos); como um forte exemplo da Matemática aplicada à solução de situações-problema concretas ou como exemplo de aplicação da matemática a outras áreas do conhecimento (BARBOSA, 2001, p. 9).

Embora os PCNEM já tenham determinado uma unidade temática centrada especificamente no conceito de função, é possível perceber que o desenvolvimento das habilidades do pensamento funcional também é proposto ao longo de todo o currículo a partir das competências que devem ser desenvolvidas nas aulas de Matemática.

Exemplos disso podem ser identificados nas competências de representação e comunicação “que envolvem a leitura, a interpretação e a produção de textos nas diversas linguagens e formas textuais características dessa área do conhecimento” (BRASIL, 2000, p. 113). Entendemos que a representação do conceito de função se dá por diversas linguagens, nas quais podemos citar as linguagens escrita, algébrica, gráfica e pictórica. Dessa forma, a competência de ler e interpretar essas formas de representação, bem como de conseguir expressar-se por meio dessas linguagens, são essenciais para que se desenvolva o conceito de função.

O Quadro 4 foi estruturado para evidenciar as competências sugeridas no PCNEM (BRASIL, 2000, p. 114) e que, em nossa concepção, estão relacionadas ao desenvolvimento do pensamento funcional.

Quadro 4: Síntese das habilidades propostas nos PCNEMs relacionadas ao pensamento funcional

<b>Articulação dos símbolos e códigos de ciência e tecnologia</b>	
<b>Competências</b>	<b>Habilidades</b>
Ler, articular e interpretar símbolos e códigos em diferentes linguagens e representações: sentenças, equações, esquemas, diagramas, tabelas, gráficos e representações geométricas.	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Traduzir uma situação dada em determinada linguagem para outra; por exemplo, transformar situações dadas em linguagem discursiva em esquemas, tabelas, gráficos, desenhos, fórmulas ou equações matemáticas e vice-versa, assim como transformar as linguagens mais específicas umas nas outras, como tabelas em gráficos ou equações.</li> <li>• Selecionar diferentes formas para representar um dado ou conjunto de dados e informações, reconhecendo as vantagens e limites de cada uma delas; por exemplo, escolher entre uma equação, uma tabela ou um gráfico para representar uma dada variação ao longo do tempo, como a distribuição do consumo de energia elétrica em uma residência ou a classificação de equipes em um campeonato</li> </ul>

	esportivo.
<b>Elaboração de comunicações</b>	
Elaborar comunicações orais ou escritas para relatar, analisar e sistematizar eventos, fenômenos, experimentos, questões, entrevistas, visitas, correspondências.	<ul style="list-style-type: none"> <li>Expressar-se com clareza, utilizando a linguagem matemática, elaborando textos, desenhos, gráficos, tabelas, equações, expressões e escritas numéricas para comunicar-se via internet, jornais ou outros meios, enviando ou solicitando informações, apresentando ideias, solucionando problemas.</li> </ul>

Fonte: autoria própria fundamentada nos PCNEM.

No que diz respeito especificamente ao conceito de função proposto pelo PCNEM, enquadrado no Tema 1-Álgebra: Números e Funções, essa proposta curricular explicita que:

O estudo das funções permite ao aluno adquirir a linguagem algébrica como a linguagem das ciências, necessária para expressar a relação entre grandezas e modelar situações-problema, construindo modelos descritivos de fenômenos e permitindo várias conexões dentro e fora da própria matemática. Assim, a ênfase do estudo das diferentes funções deve estar no conceito de função e em suas propriedades em relação às operações, na interpretação de seus gráficos e nas aplicações dessas funções (BRASIL, 2000, p. 118).

Dessa forma, o PCNEM destaca a necessidade de uma formação para a cidadania, na qual as habilidades do sujeito permitam que este esteja apto a compreender e emitir informações e também a raciocinar diante das problemáticas que lhe forem propostas. No entanto, percebemos que na referida proposta curricular o conceito de função aparece como algo aplicável, ou seja, tem-se um fenômeno que pode ser interpretado com o uso de um instrumento matemático, no caso o conceito de função. Esse entendimento é contrário ao abordado na presente pesquisa. Defendemos que o conceito de função existe no contexto da realidade e pode-se estruturá-lo dentro dos padrões do raciocínio lógico.

Barbosa (2001) assevera que, embora em todos os movimentos de reformas educacionais o conceito de função tenha sido proposto como conceito unificador da Matemática, em cada um deles foi valorizado um de seus significados de acordo com o contexto histórico, social, econômico e cultural vigentes: “**expressão analítica**, na Reforma Francisco Campos; **correspondência unívoca entre conjuntos** no Movimento da Matemática; e **de variação entre grandezas** nos PCNs” (BARBOSA, 2001, p. 10, destaques do autor).

No entanto, reconhecemos que há uma distância entre o que é proposto nesses currículos e o que de fato ocorre em sala de aula. Tomando como referência o estudo de Pires

e Silva (2011) discutiremos, no tópico a seguir, alguns dos obstáculos que frequentemente dificultam que esse material chegue até a sala de aula.

### **1.3.3 Propostas curriculares nacionais e práticas escolares: uma relação abissal**

Nos tópicos anteriores, discorremos sobre como o conceito de função foi proposto nas quatro reformas educacionais para o ensino de Matemática (a Reforma Francisco Campos, a Reforma Capanema, a Reforma de Simões e Filho e o Movimento da Matemática Moderna) que ocorreram no Brasil e como tal conceito tem sido abordado nos documentos curriculares nacionais atuais (PCN e PCNEM).

Neste resgate histórico, foi possível perceber que, conforme propõem Pires e Silva (2011, p. 58), os movimentos de reorganização escolar sempre tiveram sua gênese em contextos de necessidades governamentais e não no interior das escolas. Como uma das consequências, houve um distanciamento entre o que ocorria nas salas de aula e o que era proposto nos documentos curriculares nacionais oficiais.

Alguns fatores influenciam para uma implantação (ou não) dessas propostas curriculares: a motivação dos professores, preparação e proposta do livro didático e a cultura local da escola. Dessa forma, a mudança curricular somente implicará uma transformação da prática docente se for assistida por projetos de formação de professores, adequação dos materiais didáticos e uma flexibilização para a adaptação do currículo em cada contexto cultural, de modo que todos esses processos sejam realizados com os professores e não, para os professores.

No que se refere à formação de professores (inicial ou continuada), Pires e Silva (2011, p. 60) afirmam que ela é necessária, porque a partir destas,

[...] se construiriam bases que possibilitassem uma reflexão sobre as questões curriculares, tarefa esta essencial, pois, como se sabe, a implementação de inovações curriculares em sala de aula e a produção de bons resultados em educação certamente não são feitas por decretos e leis.

Ampliando tal ideia, destacamos a necessidade de investir na formação dos formadores de professores. Concordamos com Pires e Silva (2011) quando enfatizam que uma mudança oficial não acarreta, necessariamente, uma mudança na sala de aula. Elas destacam também que é necessário pensar em um novo formato para o currículo:

A perspectiva que se coloca, portanto, é a construção de currículos de Matemática mais ricos, contextualizados cultural e socialmente, com grandes possibilidades de estabelecimento de relações intra e extramatemáticas, com o rigor e a conceituação matemáticos apropriados, acessível aos estudantes, evidenciando o poder explicativo da Matemática, com estruturas mais criativas que a tradicional organização linear (seja por meio de mapas conceituais, de concepção mais hierarquizada, seja mediante redes de significados, de concepção menos hierarquizada) e que deve ser uma meta a ser perseguida pelos educadores matemáticos em suas pesquisas e em suas práticas (PIRES e SILVA, 2011, p. 68).

Nesse sentido, o currículo de matemática deverá pressupor que o ensino do conceito de função seja iniciado de forma intuitiva, a partir da exploração de fenômenos específicos de cada contexto e de um processo que vai do concreto, que é a situação problema, ao abstrato, que é o próprio Conceito. A prática de ensino deverá ter como intuito articular esses dois aspectos, e não separá-los em unidades hermeticamente fechadas. No entanto, o que percebemos é que essa tendência em fragmentar os conteúdos de matemática ainda é muito forte nas práticas de sala de aula. É partindo desse pressuposto que desenvolvemos as discussões a seguir.

#### **1.4 A dicotomia entre os aspectos estruturantes do conceito de função**

No primeiro item desta seção, propusemos apresentar, de forma dialogada, os aspectos lógicos e históricos necessários à compreensão do conceito de função. Nesta subseção, discutiremos como esses aspectos têm sido frequentemente separados em dois grupos estanques, tornando a aprendizagem desse conceito bastante fragmentada para os estudantes.

O pensamento funcional se faz presente na aprendizagem matemática desde os anos iniciais, quando são desenvolvidas, por exemplo, as habilidades de contagem, como já mencionado neste estudo.

Nos documentos selecionados dos Anais das onze edições do ENEM, foi possível notar que, recorrentemente, os autores justificam que a necessidade de estudar o conceito de função se refere à importância de tal conceito para a aprendizagem de outros conteúdos matemáticos e, até mesmo, de outras ciências. São exemplos desses conteúdos as ideias de progressão aritmética e geométrica, o pensamento proporcional e a modelagem de fenômenos físicos, que são conhecimentos estruturados a partir do pensamento funcional.

Segundo Soares e Nehring (2013, p. 14), a aprendizagem do conceito de proporcionalidade está interligada à aprendizagem de outros conceitos matemáticos, citando, em especial, o conceito de função. No entanto, como apontam os autores, “o ensino da proporcionalidade reduz-se, geralmente, ao 7º ano do ensino fundamental, sendo dedicado um

ou dois meses a esse estudo e os demais conceitos, relacionados ao ensino de proporcionalidade, apresentados de uma só vez, num só momento” (SOARES; NEHRING, 2013, p. 2). Nessa perspectiva, entretanto, o estudo das razões proporcionais se resume a uma mecanização de seu processo algorítmico, com foco nos procedimentos de regra de três, e não no próprio conceito de proporcionalidade.

Para Post, Behr e Lesh (1995), embora o método da regra de três seja eficiente, ele é também menos significativo para o desenvolvimento de competências matemáticas. “Esse algoritmo, em si e por si, é um processo mecânico desprovido de significado no contexto do mundo real. Ele pode, porém, ser focalizado de maneira racional” (POST, BEHR e LESH 1995, p. 93).

Dessa forma, é importante que o conceito de proporcionalidade seja explorado intuitivamente a partir do pensamento funcional. Uma das alternativas propostas por esses autores (POST, BEHR e LESH, 1995), é introduzir esse conceito a partir de atividades que podem ser resolvidas pelo método da taxa unitária. Entendemos que tal método consiste em encontrar o valor de um determinado número de objetos a partir do valor unitário, ou vice-versa. O princípio do método do valor unitário, que é encontrar relação quantitativa entre duas variáveis interdependentes, é o mesmo do pensamento funcional.

O raciocínio proporcional também explora relações qualitativas que são necessárias para checar a viabilidade da resposta dada. Isso ocorre porque, ao fim de cada resposta encontrada, os alunos precisam analisar se a mesma tem sentido, se o número encontrado deveria ser maior ou menor do que o informado no problema etc. (POST, BEHR e LESH, 1995, p. 92).

Lima (1987, p. 27), ao definir formalmente o conceito de proporcionalidade, o fez da seguinte forma:

Suponhamos que a grandeza  $y$  seja função da grandeza  $x$ , isto é,  $y = f(x)$ . Diremos que  $y$  é diretamente proporcional a  $x$  quando as seguintes condições forem satisfeitas: 1ª)  $y$  é uma função crescente de  $x$ ; 2ª) se multiplicarmos  $x$  por um número natural  $n$ , o valor correspondente de  $y$  também fica multiplicado por  $n$ . Em termos matemáticos:  $f(x,n) = n.f(x)$  para todo valor de  $x$  e para todo  $n \in \mathbb{N}$ . Analogamente, diz-se que  $y$  é inversamente proporcional a  $x$  quando  $y = f(x)$  é uma função decrescente de  $x$  e, além disso, ao se multiplicar  $x$  por um número natural  $n$ , o valor correspondente de  $y$  fica dividido por  $n$ , isto é,  $f(x,n) = (1/n).f(x)$  para todo valor de  $x$  e todo  $n \in \mathbb{N}$ .

Tal definição evidencia que o conceito de proporcionalidade se caracteriza como um caso particular de função de primeiro grau. A partir de atividades que exploram o raciocínio proporcional, é possível estudar aspectos da função como o fato de ela ser crescente ou decrescente.

Uma abordagem do conceito de proporcionalidade associada ao conceito de função se constitui como uma oportunidade de aproximar as técnicas e os algoritmos do universo das ideias do mundo real, proporcionando uma contextualização do conceito de função.

Entendemos que uma proposta de ensino e aprendizagem contextualizada

seria aquela em que o aluno é colocado diante de um problema para ser resolvido, que faça sentido para ele, à medida que consegue apreender o contexto da situação e, ao mesmo tempo, seja desafiado a encontrar uma solução no campo de suas possibilidades intelectuais, utilizando para esse trabalho estratégias pessoais, não necessariamente aquelas consideradas convencionais (PIRES, 2012, p. 101).

As habilidades do pensamento proporcional fazem parte da rotina dos alunos enquanto fazem compras, dividem grandezas ou ampliam/diminuem receitas culinárias por exemplo. Nesse caso, quando tal conceito é entendido como uma aplicação do conceito de função, evitamos que o primeiro seja reduzido a um processo automatizado de regra de três e que o segundo seja entendido como um conceito puramente algébrico, que não representa aspectos da realidade.

Escolhemos o conceito de proporcionalidade apenas como uma das possibilidades de ilustrar como há, por vezes, uma separação de conceitos que são, originalmente, alicerçados no mesmo conjunto de ideias matemáticas. Como consequência dessa fragmentação, temos uma polarização entre algoritmos e ideias, ferramenta e significação, com a qual corremos o risco de priorizar um dos polos em detrimento do outro, compreendendo o conceito apenas a partir de uma das suas faces.

A tendência em polarizar os aspectos que compõem o conceito de função é oposta à discussão que apresentamos na subseção 1.1, que propõe um diálogo entre eles.

Dessa forma, queremos investigar nesta pesquisa quais dessas abordagens tem sido priorizada pelos autores nas pesquisas em Educação Matemática. Com a escolha dos documentos que iremos analisar não se deu de forma aleatória e reconhecendo a necessidade de compreender o contexto em que os mesmos foram produzidos, iniciamos o texto seguinte com uma caracterização das onze edições do ENEM. Em seguida, apresentaremos os

procedimentos metodológicos que adotamos para desenvolver a referida investigação, no intuito de apresentar os caminhos escolhidos e contextualizar a proposta da presente pesquisa.



## 2. O CONTEXTO DA PESQUISA: BREVE PANORAMA SOBRE AS ONZE EDIÇÕES DO ENEM

O Encontro Nacional de Educação Matemática (ENEM) é um evento que teve sua primeira edição em 1987 e foi realizado na cidade de São Paulo. Esse evento se tornou o mais relevante evento de Educação Matemática do cenário brasileiro, sendo avaliado pela Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) como encontro nacional de nível “A”. Uma das suas características mais marcantes é a heterogeneidade do seu público, composto por “professores da Educação Básica, Professores e Estudantes das Licenciaturas em Matemática e em Pedagogia, Estudantes da Pós-graduação e Pesquisadores” (APRESENTAÇÃO X ENEM, 2010).

Segundo D’Ambrósio (1987, p. 2), a primeira edição desse evento se constituiu como

passo essencial para deflagrar um processo democrático para criação de uma Sociedade Brasileira de Educação Matemática representativa, acolhendo todos aqueles prioritária e profissionalmente envolvidos com a Educação Matemática no país e sobretudo uma sociedade ‘sem dono’ pessoal ou institucional.

Os anais do I ENEM indicam que a década de 1980 foi significativa para a Educação Matemática no Brasil, quando começava a ser visibilizada como um significativo referencial por profissionais de praticamente todas as regiões do País que estavam preocupadas com o ensino de Matemática.

O I ENEM se constituiu como uma tentativa de reconhecimento da Educação Matemática enquanto área científica, visto que um dos seus objetivos foi: “Caracterizar a E.M. como uma área de estudos de caráter interdisciplinar e com objetivo próprio de pesquisa” (ANAIS DO I ENEM, 1987, p. 125). Os esforços dos precursores da Educação Matemática no Brasil foram concretizados por meio da criação da Sociedade Brasileira de Educação Matemática, durante o II ENEM, realizado em 1988, na cidade de Maringá, no Paraná.

Devido à relevância e à contribuição do ENEM para o campo da Educação Matemática, foi que escolhemos os Anais de suas onze edições como documento para investigação desta pesquisa.

Adotamos tais Anais com o intuito de mapear possibilidades de definição e compreensão do conceito de função apresentados nas pesquisas. Embora este tenha sido nosso

“isolado” previamente definido, não poderíamos ignorar o todo, que é a Educação Matemática, visto que o desenvolvimento de ambos está diretamente relacionado. As perspectivas de ensino propostas para o Ensino de Matemática incluem o conceito de função. Dessa forma, consideramos que, para discutir o segundo, é preciso considerar o primeiro.

Por isso, dedicamo-nos, a seguir, a apresentar e discutir sobre as principais características de cada ENEM, de modo que possamos criar um cenário para as análises dos documentos que compõem o *corpus* deste estudo.

## 2.1 I ENEM (1987)

A primeira edição do ENEM, ocorrida em fevereiro de 1987, foi sediada pela Pontifícia Universidade Católica de São Paulo (PUC-SP), em São Paulo, e contou com a presença de 460 inscritos, o que mostra que o evento já iniciou com um número significativo de interessados. Esse evento foi organizado objetivando-se:

- Reunir profissionais das áreas de matemática, pedagogia, psicologia, professores de 1º, 2º e 3º graus, bem como pesquisadores em Educação Matemática ou áreas afins, em busca de caminhos para a melhoria do ensino de matemática em todos os níveis.
- Propiciar a troca de experiências entre os participantes, bem como divulgar tendências atuais em educação matemática.
- Caracterizar a educação matemática como uma área de estudos de caráter interdisciplinar e com objeto próprio de pesquisa (ANAIS do I ENEM, 1988, p. 126).

Dentre as atividades do evento, ocorreram 6 Conferências, 33 Minicursos, 93 Apresentações de Trabalhos distribuídos em 11 Sessões Coordenadas e 2 Mesas-redondas. De todos esses trabalhos, apenas as conferências estão com os textos completos publicados nos Anais. Os demais trabalhos foram registrados em resumos de uma página, organizados em tópicos, ou, ainda, no caso das sessões coordenadas, só havia o título das apresentações. Isso acarretou, para nós, um empobrecimento dos dados coletados e se constituiu em um desafio para nossa pesquisa, visto que em apenas uma página não conseguíamos identificar elementos necessários para a nossa discussão, como, por exemplo, a forma como o autor compreendeu o conceito de função.

No processo de seleção de artigos realizados nos Anais do I ENEM, encontramos um total de 134 pesquisas de todas as modalidades. Localizamos apenas uma que abordava o conceito de função, denominado como *Grandezas Proporcionais*, escrita por Elon Lages Lima, publicada na modalidade de conferência.

De acordo com Andrade (2004, p. 24), nesse mesmo evento, 19,2% dos trabalhos abordaram a temática Geometria. Esse dado pode ser comparado ao número de artigos no qual a temática função foi identificada, que é de 0,7%.

Na perspectiva de Miguel, Fiorentini e Miorin (1992, p. 39) as pesquisas em Educação Matemática no Brasil, até a década de 1990, se caracterizam por certo descaso no que se refere aos conteúdos algébricos. O conceito de função, estando implícito a esse campo,

também não teve muito espaço de discussão, conforme evidenciamos com os números citados.

## 2.2 II ENEM (1988)

A segunda edição do ENEM ocorreu no período de 24 a 29 de janeiro do ano de 1988, tendo sido organizada e realizada pelo Departamento de Matemática e Estatística da Universidade Estadual de Maringá (UEM), no Paraná.

O II ENEM apresentou como objetivos os mesmos tópicos da primeira edição, que mencionamos no tópico anterior. No entanto, adicionaram-se àqueles os seguintes objetivos específicos:

- Troca de experiências entre as diferentes realidades regionais.
- Divulgação de pesquisas na área, que possam repercutir na prática do dia a dia da sala de aula.
- Estimar a realização de trabalhos de pesquisas em Educação Matemática.
- Fomentar aos licenciandos participantes o interesse pela realização de cursos de pós-graduação na área.
- Edição de um livro com as palestras e trabalhos de destaque do II ENEM.
- Determinação do local e data de realização do III ENEM.
- Aprovação do estatuto da Sociedade Brasileira de Educação Matemática (SBEM).
- Eleição da primeira diretoria da SBEM (ANAIS DO II ENEM<sup>12</sup>, p. 4, 1988).

Dentre os objetivos específicos mencionados, observamos a busca constante de fortalecimento da Educação Matemática como área científica, que se evidencia pelos segundo, terceiro e quarto tópicos que determinam a necessidade de estimar o número de trabalhos nessa área, divulgar esses trabalhos e ainda incentivar os graduandos a realizar a pós-graduação em Educação Matemática.

Concordamos com Andrade (2004, p. 26) quando tal autor aponta que a segunda edição do ENEM se apresentou de forma mais consistente que a primeira devido à existência de um comitê científico, pela estruturação da SBEM e pela ampliação do número de atividades que compuseram a programação do evento, que incluiu: 49 Minicursos, 4

---

<sup>12</sup> Embora o evento tenha denominado o conjunto de resumos publicados no mesmo como Caderno de Resumos, estamos nos referindo a esse caderno como Anais do II ENEM para manter um padrão de linguagem.

Exposições de Trabalho, 92 Comunicações Científicas, 10 Mesas-redondas, 5 Jogos e *Workshops*, 11 Sessões Especiais, 2 Publicações e 12 Palestras.

No que se refere à estruturação dos Anais, notamos que a segunda edição, além de apresentar os registros das Mesas-redondas e Palestras, como na primeira edição, também ampliou o espaço para comunicações científicas, que tiveram seus resumos contemplados neste material. Novamente nos deparamos com a dificuldade de pesquisar a partir dos resumos.

### 2.3 III ENEM (1990)

O III ENEM foi realizado na Universidade Federal do Rio Grande do Norte (UFRN), situada na cidade de Natal-RN, entre os dias 20 e 27 de julho de 1990.

Foi a primeira edição do evento organizada pela SBEM, que foi se estruturando ao longo das edições anteriores, mas veio a se concretizar apenas nesse terceiro Encontro.

Embora os objetivos desta edição do evento não tenham sido apresentados nos Anais, foi possível notar que metas anteriores foram mantidas e ampliadas, dentre elas a proposta de atender a um grupo heterogêneo de pessoas tanto no que diz respeito à formação profissional quanto ao Estado de origem. Segundo levantamentos retirados dos Anais do III ENEM (p. 248-249), esta edição contou com 1.041 inscritos, contemplando os 26 Estados do Brasil, sendo esse grupo composto principalmente por pedagogos, licenciados e bacharéis em Matemática, e pós-graduandos em Educação, Matemática e Educação Matemática.

Comparando os Anais do Terceiro Encontro com os anteriores, notamos uma tentativa de promover a articulação entre os campos da Álgebra, da Aritmética e da Geometria. Isso por que, no segundo Encontro, por exemplo, os trabalhos foram divididos entre conteúdos e nível de ensino, por exemplo: “Álgebra 1º e 2º graus<sup>13</sup>”; “Aritmética” e “Geometria 1º e 2º graus”. Em contrapartida, a terceira edição dividiu os grupos baseando-se em outros aspectos, que não se remetem aos conteúdos matemáticos e nível de ensino, como: Formação de Professores, Pesquisa em Educação Matemática e Metodologias para o Ensino de Matemática. Nesta edição do evento, foram realizados cinquenta Minicursos, ocorreram reuniões de 30 Grupos de Trabalho e 79 Sessões de Comunicação Oral.

---

<sup>13</sup> O 1º Grau corresponde ao período compreendido em entre o 2º e o 9º ano escolar (Ensino Fundamental). O 2º Grau é o período do 1º ao 3º ano do Ensino Médio.

#### 2.4 IV ENEM (1993)

A quarta edição do ENEM foi realizada de 26 a 31 de janeiro de 1992, no município de Blumenau, em Santa Catarina, promovida pela parceria entre a SBEM e a Universidade Regional de Blumenau.

Notamos duas modificações nesta edição do evento. A primeira diz respeito à instauração de uma temática central para o ENEM, no caso “Educação Matemática e Ciência, Tecnologia e Sociedade”. A segunda foi a criação de uma modalidade específica para os trabalhos que narravam uma experiência pedagógica, denominados como Comunicação de Experiência.

Dessa forma, tornou-se ainda mais forte a questão da necessidade de que professores divulgassem e discutissem suas práticas, conforme previsto em um dos objetivos do ENEM, que é promover “um intercâmbio entre instituições e pesquisadores, divulgação de comunicações sobre pesquisas, estudos e experiências com espaços para debates, identificação e divulgação de estratégias para a prática da Educação Matemática” (APRESENTAÇÃO IV ENEM, 1992, p. 9).

Na intenção de alcançar os objetivos listados, o evento promoveu as seguintes atividades: 2 Conferências, 46 Minicursos, 12 Quiosques e 18 Sessões de Trabalho para apresentação de 33 Comunicações Científicas e 35 Comunicações de Experiência.

Quanto a essas Sessões de Trabalho, Andrade (2004, p. 34) destaca que foram organizadas da seguinte forma:

Cada uma das Sessões de Trabalho tinha um (a) coordenador (a) e os preletores. Estes expunham sua temática e havia uma discussão posterior. Nos registros dos Anais, algumas sessões apresentam apenas a síntese das falas dos preletores; em outras, além dessa síntese, há também síntese das discussões, deliberações ou proposições. Constata-se, ainda, a falta de padronização para os registros.

Nos Anais do IV ENEM, os trabalhos foram organizados em três temas: *(i)* A Matemática como Prática Cultural e Educação Matemática; *(ii)* Matemática, Desenvolvimento Científico-Tecnológico e suas Implicações; *(iii)* A Prática e a Formação do Professor de Matemática Frente às Necessidades da Sociedade Brasileira.

#### 2.5 V ENEM (1995)

O V ENEM ocorreu entre os dias 16 e 21 de julho de 1995, em Aracaju-SE, e foi organizado pela parceria entre a Universidade Federal de Sergipe e a Sociedade Brasileira de Educação Matemática. Andrade (2004, p. 37) destacou as seguintes características da quinta edição do ENEM:

a distinção entre Comunicações Científicas e Comunicações de Experiências, como ocorrera em encontros anteriores; a formatação nas publicações, apresentando-se uma identificação alfanumérica para os trabalhos, tal como se dera no II e III ENEMs; a ausência de bibliografia nos trabalhos, em todas as modalidades; pela primeira vez se evidencia uma Comissão Julgadora de Trabalhos relacionando os nomes dos 69 integrantes e suas respectivas instituições; um Comitê Científico (composto por 6 membros, sob a coordenação de Telma Alves de Oliveira); a identificação dos inscritos no evento – de forma menos detalhada que no III ENEM e sem um tratamento estatístico como no I ENEM.

Um levantamento apresentado nos Anais desta edição evidenciou o crescimento do evento, bem como a participação de todos os Estados brasileiros, conforme descrito na Tabela 1:

**Tabela 1: Relação de Inscritos por Estado**

<b>V ENEM – Inscritos por Estado</b>	
Acre	04
Alagoas	30
Amapá	03
Bahia	59
Ceará	04
Distrito Federal	23
Espírito Santo	03
Goiás	12
Minas Gerais	43
Mato Grosso do Sul	11
Mato Grosso	03
Pará	32
Paraíba	06
Pernambuco	33
Piauí	01
Paraná	74
Rio de Janeiro	113
Rio Grande do Norte	30
Rondônia	01
Rio Grande do Sul	54
Santa Catarina	34
Sergipe	254
São Paulo	179
Tocantins	05
Maranhão	01
Total	1017

Fonte: Apresentação dos Anais do V ENEM.

Esse levantamento é relevante, pois evidencia que os organizadores do V ENEM conseguiram contemplar parte de seus objetivos, conforme apontados na Apresentação dos Anais:

O ensino de Matemática tem sido uma preocupação constante para nós educadores, sendo necessário propor condições para minimizarmos os problemas relacionados à formação de professores competentes, como também para o estudo da metodologia que enriqueça a aprendizagem do aluno. Portanto, é preciso discutir novos métodos para melhoria do ensino de matemática.

Um dos objetivos da realização do V ENEM em nossa cidade consistiu na busca de alternativas para superar os problemas do ensino de matemática, principalmente no Nordeste.

Acreditamos ter atingido os objetivos propostos, quer pelo número de participantes, quer pelos trabalhos apresentados, além do intercâmbio entre as diversas instituições ou entidade de ensino presentes (APRESENTAÇÃO DO V ENEM, p. 15).

Com esse propósito, estruturou-se o evento, que contou com as seguintes atividades: 35 Painéis, 64 Minicursos, 67 Comunicações Científicas, 85 Comunicações de Experiência, 5 Grupos de Trabalho e 10 Mesas-redondas.

## **2.6 VI ENEM (1998)**

Nos dias 21 a 24 de julho de 1998, foi realizada a sexta edição do ENEM, sob a organização da SBEM e da Universidade do Vale dos Rios dos Sinos, na cidade de São Leopoldo, no Rio Grande do Sul.

Foi a primeira edição do ENEM na qual os Anais foram publicados e divulgados na abertura do evento. Tal mudança teve como objetivo permitir que:

A riqueza dos textos, advinda da pluralidade dos pontos de vista, do rigor, dos argumentos, da vasta gama de temas e referências bibliográficas, permita-nos acreditar que esses dois volumes possam servir como subsídios para consulta nas práticas de pesquisa e docência (APRESENTAÇÃO DO VI ENEM, 1998, v.1, p. 16).

Outro ineditismo da sexta edição diz respeito à unificação das modalidades de Comunicação de Experiência e Comunicação Científica em uma nova modalidade denominada de Comunicação Oral. Segundo a Comissão Científica, essa foi uma tentativa de aproximar as pesquisas das práticas docentes:



Refletindo sobre as características de nossa comunidade científica e profissional, resolvemos que iríamos tentar ‘borrar’ as fronteiras entre o que se chama comumente de ‘pesquisa’ e ‘experiência’, não no sentido de ignorar que são duas coisas distintas, mas no sentido de terminar com uma tradição que sempre as colocou longe uma da outra na hora das apresentações. Por isso não haveria ‘relatos de experiência’ e ‘comunicações científicas’: haveria apenas Comunicações Orais (COMISSÃO CIENTÍFICA DO VI ENEM, 1998, v.2, p. 22).

Com essa alteração, o evento passou a se estruturar a partir das seguintes atividades: 2 Conferências de Aberturas, 84 Apresentações de Pôsteres, 287 Apresentações de Comunicações Orais, 125 Minicursos, 20 Debates e 15 Palestras.

## **2.7 VII ENEM (2001)**

O VII ENEM foi realizado pela SBEM, juntamente com o Instituto de Matemática da Universidade Federal do Rio de Janeiro (UFRJ), no *Campus* do Fundão, entre os dias 19 e 23 de Julho de 2001.

Na Apresentação dos Anais do VII ENEM, foram pontuados os seguintes objetivos para esta edição do Encontro:

Desenvolver a área de Educação Matemática por meio do intercâmbio de pesquisas e experiências docentes; divulgar a produção científica aos pesquisadores e professores que trabalham com o ensino de Matemática (APRESENTAÇÃO DO VII ENEM, 2001).

Outro dado relevante apresentado nos Anais do VII ENEM foi um levantamento comparando o número de participantes desta edição, da anterior e da primeira, mostrando o crescimento do evento: “o primeiro, realizado em fevereiro de 1987 na PUC/SP, contou com 460 participantes; no sexto, realizado na UNISINOS, em São Leopoldo/RS, de 21 a 24/07/1998, o número de participantes chegou a 2.390; no VII ENEM, chegamos a 2.623” (APRESENTAÇÃO DO VII ENEM, 2010).

Os Anais do VII ENEM passaram a ser distribuídos em formato digital, utilizando-se para isso o CD-ROM. Dessa forma, os tópicos passaram a ser organizados em abas, e não em páginas. Segundo Andrade (2004, p. 43):

O uso desta tecnologia tem como principal vantagem a possibilidade da publicação dos trabalhos apresentados na íntegra, conseqüentemente trazendo uma redução dos custos de produção do material – motivo pelo qual nos anais anteriores só se publicavam simples resumos dos trabalhos apresentados, com raras exceções feitas às Conferências e, dependendo do encontro, aos Grupos de Trabalho.

Dentre as atividades que compuseram o VII ENEM, estiveram 3 Apresentações de Painéis, 113 Comunicações Científicas, 64 Relatos de Experiência, 22 Palestras, 17 Mesas-redondas, 12 Grupos de Trabalho e 120 Oficinas.

## **2.8 VIII ENEM (2004)**

O VIII ENEM ocorreu entre os dias 15 a 18 de julho de 2004, na cidade de Recife-PE. A realização deste evento foi uma parceria entre a Sociedade Brasileira de Educação Matemática e a Diretoria Regional da SBEM – Pernambuco.

A apresentação dos Anais do VIII ENEM apontou que esta edição do evento contou com 2.000 participantes, um número menor do que a edição anterior, que contou com mais de 2.600 participantes ao todo.

A organização dos Anais desta edição seguiu o modelo da edição anterior, que foi a gravação de CDs-ROM com versões completas dos trabalhos publicados. As atividades realizadas no evento foram: 1 Apresentação de Painel, 16 Palestras, 28 Mesas-redondas, 140 Minicursos, 166 Comunicações Científicas, 58 Pôsteres, 70 Relatos de Experiências e 3 Exposições de Materiais Didáticos.

## **2.9 IX ENEM (2007)**

A nona edição do ENEM foi realizada pela SBEM em parceria com a SBEM – MG, em Belo Horizonte – Minas Gerais, entre os dias 18 e 21 de julho de 2007.

Na apresentação dos Anais do IX ENEM, foi enfatizada a história da SBEM, bem como sua finalidade:

A Sociedade Brasileira de Educação Matemática – SBEM, fundada em 1988, é uma entidade civil de caráter científico e cultural, sem fins lucrativos e sem qualquer vinculação político-partidária ou religiosa. A SBEM tem por finalidade congregar profissionais e estudantes interessados na área de Educação Matemática para promover o desenvolvimento dessa área do

conhecimento. A SBEM é dirigida por um Conselho Nacional Deliberativo (CND), uma Diretoria Nacional Executiva (DNE), uma Comissão Editorial Nacional e Diretorias Regionais em quase todas as unidades da federação. O papel da SBEM como promotora de pesquisas na área de Educação Matemática é inegável. No entanto, atenção de igual importância tem sido dada, pela Sociedade, ao professor no seu trabalho cotidiano. Ao longo de sua história, a SBEM tem procurado atuar como um fórum de debates com o objetivo de promover mudanças na formação matemática de todos os cidadãos e, em especial, no campo da formação de profissionais que lecionam Matemática (APRESENTAÇÃO DO IX ENEM, 2007).

O evento foi norteado por um tema principal, “Diálogos entre a pesquisa e a prática educativa”, que foi escolhido com o objetivo de refletir como as pesquisas influenciavam as práticas escolares.

Nesta edição, foram realizadas as seguintes atividades: 17 Mesas-redondas, 15 Palestras, 287 Comunicações Científicas, 137 Minicursos, 146 Pôsteres e 119 Relatos de Experiência.

## **2.10 X ENEM (2010)**

O X ENEM foi realizado entre os dias 7 e 9 de julho de 2010, em Salvador – BA, organizado pela SBEM e, localmente, sob incumbência de uma Comissão Executiva local, formada por docentes da UESC, UEFS, UNEB, UESB, UCSal, UFBA e UFRB.

O tema do décimo encontro foi “Educação Matemática, Cultura e Diversidade”, escolhido no intuito de provocar as seguintes discussões:

a influência e a importância da cultura no ensino da Matemática; o respeito à diversidade que cada dia invade a sala de aula e a escola; os desafios de se ensinar Matemática para alunos cegos, surdos ou, simplesmente, com dificuldades de aprendizagem; a integração das tecnologias e a proliferação dos cursos a distância; a formação de professores; a necessidade da pesquisa acadêmica chegar à escola; a formação de grupos colaborativos entre universidade e escola (APRESENTAÇÃO DO X ENEM, 2010).

Em um levantamento feito pela própria equipe do ENEM e apresentado nos Anais do X ENEM foi indicado que nesta edição o número de participantes extrapolou as expectativas, com 4.035 inscritos. A tabela 2 aponta o perfil dos participantes por grupos e o percentual relativo a eles:

Tabela 2: Número de inscritos no X ENEM por categorias

<b>Categoria</b>	<b>Número</b>	<b>Porcentagem %</b>
<b>Estudante de Graduação</b>	1672	41,4
<b>Professor da Educação Básica</b>	913	22,6
<b>Estudante de Mestrado – Doutorado</b>	624	15,5
<b>Professor do Ensino Superior</b>	643	15,9
<b>Estudante de Lato Sensu</b>	140	3,5
<b>Outra Situação</b>	43	1,1
<b>Total</b>	4035	100,0

Fonte: Anais do X ENEM

Essa foi a maior edição do evento, o que de certo modo justifica o grande número de documentos que conseguimos acerca do conceito de função nos Anais do X ENEM. No entanto, não conseguimos localizar nenhuma informação sobre o total de atividades ofertadas nessa edição do Encontro.

### **2.11 XI ENEM (2013)**

O XI ENEM ocorreu 26 anos após a primeira edição do Encontro, entre os dias 18 e 21 de julho de 2013, e foi promovido por uma parceria entre a SBEM, a SBEM-PR e a Pontifícia Universidade Católica do Paraná – PUCPR, na cidade de Curitiba – PR.

Por esta ter sido uma edição histórica do ENEM, a temática escolhida foi “retrospectivas e perspectivas”, justificada da seguinte forma na Apresentação dos Anais do XI ENEM:

É o momento de refletir sobre o passado e de prospectar o futuro. Por isso a Comissão Local de Organização do ENEM criada pela SBEM-PR propôs que o tema do ENEM 2013 seja nucleado pela ideia de **retrospectivas e**

**perspectivas** da Educação Matemática no Brasil. Olhar para o passado e vislumbrar o futuro para construir caminhos. 25 anos é um marco. É assim que estamos caminhando.

Outro marco do XI ENEM se refere ao modo de ver e conceber o papel do professor nos encontros:

A estruturação do XI Encontro Nacional de Educação Matemática tem a difícil tarefa de superar a ideia da realização de macroencontros ‘para’ professores e organizar um encontro nacional ‘de’ todos os que têm interesse na educação matemática. Nesse sentido, o Encontro alinha-se ao modo de produção de conhecimento que supera as ‘pesquisas para professores’ ou mesmo as ‘pesquisas sobre professores’. Estamos diante do desafio de produzir conhecimento ‘com’ os professores. (XI ENEM – O NOVO ENEM, ANAIS DO XI ENEM).

O XI ENEM teve 4.047 inscritos e o número recorde de submissão de trabalhos: 2.022. Dentre as atividades desenvolvidas, destacamos: 785 Comunicações Científicas, 220 Pôsteres, 522 Relatos de Experiência, 34 Mesas-redondas, 29 Palestras, 39 Exposições e 182 Minicursos.

### **Movimentos de composição e transformação ao longo das onze edições do ENEM**

Ao consultar os Anais do ENEM, encontramos informações sobre a história da Educação Matemática no Brasil que, de certa forma, se confunde com a história do próprio ENEM. Notamos, pelos títulos dos artigos, as tendências pedagógicas para o ensino de Matemática, tais como: o uso de tecnologia, a resolução de problemas e as práticas de leitura e escrita nas aulas de Matemática.

Acompanhamos, também, o processo de delimitação do campo de conhecimento da Educação Matemática e entendemos que nas primeiras edições do ENEM ainda havia espaço para discussões que hoje são específicas da Matemática Pura e Aplicada, como, por exemplo, o trabalho de Lima (1987) estruturado de forma axiomática.

Com o passar dos anos e a solidificação do evento, as práticas de ensino foram ganhando mais espaço, dando origem à modalidade de publicação “Relatos de Experiência”, que surgem com o intuito de valorizar o intercâmbio de experiências entre os professores e dar voz a esses profissionais.

Outros fatores se constituem como indícios de que o evento foi criando estratégias para atrair o professor da educação básica como, por exemplo, as cento e vinte oficinas ofertadas no VII ENEM e o período de realização do VIII ENEM, que ocorreu entre os dias 15 e 18 de julho de 2004, coincidindo com o período de férias escolares.

Aspectos como esses, que a todo o momento se apresentam nos Anais, e que foram se revelando durante esta pesquisa, nos aproximaram dos movimentos de transformação e consolidação da Educação Matemática no Brasil. Essas informações são relevantes para nossa pesquisa, já que nos possibilita inferir sobre os próprios artigos do ENEM à medida que nos aproxima do contexto sócio-histórico em que foram desenvolvidos. Consideramos importante conhecer a história da Educação Matemática no Brasil como uma forma de compreender as práticas de Ensino de Matemática que temos hoje, visto que é fruto de movimentos históricos que a constituíram.

Apresentamos a seguir a constituição metodológica desta pesquisa, ou seja, o conjunto de procedimentos que foram desenvolvidos para investigar o conceito de função a partir dos anais publicados nas onze edições do ENEM.

### 3. PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

A presente pesquisa se estruturou no sentido de discutir “**o que revelam as pesquisas apresentadas nas onze edições do ENEM sobre o conceito de função?**” a partir de uma análise dos Anais<sup>14</sup> publicados em cada uma das edições do evento. Para responder a essa questão e atingir nossos objetivos traçados, assumimos que a presente pesquisa é de abordagem qualitativa.

Na perspectiva de Bogdan e Biklen (1994), este tipo de pesquisa se caracteriza principalmente pelo formato descritivo e indutivo de analisar os dados. Os dados recolhidos dos Anais do ENEM não foram examinados “com o objetivo de confirmar ou infirmar hipóteses construídas previamente”; pelo contrário, “as abstrações” foram sendo “construídas à medida que os dados particulares que foram recolhidos” foram sendo agrupados (BOGDAN; BIKLEN, 1994, p. 50).

Maanen *citado por* NEVES (1996, p. 1), ao explicar o que vem a ser uma pesquisa qualitativa aponta que essa modalidade:

Compreende um conjunto de diferentes técnicas interpretativas que visam a descrever e a decodificar as componentes de um sistema complexo de significados. Tem por objetivo traduzir e expressar o sentido dos fenômenos do mundo social, trata-se de reduzir a distância entre indicador e indicado, entre teoria e dados, entre contexto e ação.

No caso desta pesquisa, nosso sistema complexo de significados são os Anais do ENEM, que trazem consigo uma influência do contexto socioeducacional em que foram redigidos, dos teóricos adotados e da concepção de educação adotada pelos autores.

Desse modo, tal pesquisa também se insere na perspectiva da análise documental, que, segundo Lüdke e André (1986), tem como objeto central a investigação das informações contidas nos documentos.

A análise documental poderá, no nosso caso, possibilitar observar a maturação ou evolução do conceito de função ao longo das onze edições do ENEM.

O primeiro passo para utilizar os documentos como fonte de dados para esta pesquisa foi destacar do conjunto aqueles que contêm informações que vão ao encontro do objeto da

---

<sup>14</sup> Tais Anais estão disponibilizados no site da SBEM: <http://www.sbemrasil.org.br/sbemrasil/index.php/publicacoes/colecao-sbem>

pesquisa, ou seja, buscamos identificar quais artigos publicados ao longo dos onze encontros abordam a temática função, para construir nosso acervo de análise.

O processo de seleção se deu por diferentes métodos, organizados de acordo com o formato de cada edição dos Anais. Nas seis primeiras edições do ENEM, os Anais foram organizados em formato de livros, para serem impressos e distribuídos aos participantes. Nessas edições, os Anais disponibilizavam apenas os resumos e, mesmo assim, ainda era bastante reduzido o número de publicações. Isso nos possibilitou fazer uma seleção dos artigos a partir de uma leitura integral dos documentos.

Somente a partir da sétima edição é que os Anais passaram a ser estruturados em formato digital, contendo textos completos. Assim, a partir dessa edição, os critérios de seleção dos artigos foram utilizar descritores para identificar nos títulos aqueles que fizessem menção ao objeto desta investigação: conceito de função e fazer uma busca no resumo, nas palavras-chave e no corpo do texto, as palavras “*função*” e “*funções*”. No processo de pesquisa por descritores, foi necessário analisar se a palavra função se referia ao conteúdo matemático ou era utilizada como sinônimo da palavra para outros fins<sup>15</sup>.

Em todas as edições do ENEM, selecionamos para o *corpus* da presente pesquisa apenas os artigos publicados na modalidade de Comunicação Científica, visto que nosso objetivo está direcionado a discutir o que revelam as pesquisas sobre o conceito de função. Nesse sentido, essa modalidade se mostra mais adequada, pois, geralmente, requer que os trabalhos submetidos a essa categoria sejam resultados de pesquisas de Iniciações Científicas, Especializações, Mestrados, Doutorados e desenvolvidas por pesquisadores ou grupos de pesquisa.

Durante os processos de selecionar e analisar documentos, vivenciamos também alguns obstáculos dos quais podemos citar a incompletude dos Anais das primeiras edições. Por terem sido digitalizados e disponibilizados, sentimos falta de algumas páginas. Também, consideramos como obstáculo para a coleta de dados a ausência de textos completos nas seis

---

<sup>15</sup> O dicionário Michaelis.uol apresenta 12 significados para a palavra “*função*” – substantivo feminino (*lat functione*): 1 Ação natural e própria de qualquer coisa. 2 Atividade especial, serviço, encargo, cargo, emprego, missão. 3 Ação natural e característica de qualquer faculdade mental. 4 *Fisiol* Ação peculiar a qualquer órgão ou parte de um animal ou planta. 5 Finalidade. 6 Ato público a que concorre muita gente. 7 Festa, festividade, solenidade. 8 Divertimento em comum. 9 *Mat* Grandeza relacionada a outra(s), de tal modo que a cada valor atribuído a esta(s) corresponde um valor daquela. 10 *Quím* Propriedade característica de um composto, devida à presença de um átomo particular, de um grupo de átomos ou modo de combinação de átomos. 11 *Quím* O átomo, grupo de átomos ou combinações, responsável por tal propriedade. 12 *Sociol* Contribuição que um elemento cultural presta para a perpetuação de uma configuração sociocultural. Disponível em: <<http://michaelis.uol.com.br/moderno/portugues>>. Acesso em: 1 fev. 2015.



primeiras edições dos Anais, pois o resumo é um recorte muito sintético que nem sempre apresenta elementos suficientes para que se possa produzir alguma inferência.

O método que adotamos para análise dos artigos selecionados foi a Análise de Conteúdo, na perspectiva de Bardin (2011). Também, inspiramo-nos nos estudos de Mendes (2013), que fez uso do mesmo método em uma pesquisa desenvolvida no campo da Educação. Tal método tem como ponto central “a mensagem, seja ela verbal (oral ou escrita), gestual, silenciosa, figurativa, documental ou diretamente provocada” (FRANCO, 2008, p. 12).

Objetivamos, com este tipo de análise, decodificar as mensagens captadas a partir dos documentos consultados, que são os Anais do ENEM, no intuito de inferir quais aspectos têm sido abordados pelos autores quando a temática de pesquisa é o conceito de função. Essa produção de inferências é o ponto-chave da Análise de Conteúdo. De acordo com Franco (2008, p. 29), esse é um “procedimento intermediário que vai permitir a passagem, explícita e controlada, da descrição à interpretação”.

Na análise dos artigos publicados nos Anais das onze edições do ENEM, consideramos que, quando o autor desses artigos optou por redigir os mesmos, essa escolha não se deu de forma aleatória, mas sim como consequência das curiosidades ou necessidades que emergiam do contexto social, político e educacional vivenciados pelos pesquisadores. Desse modo, nosso olhar para os dados não apenas se deteve ao escrito nesses documentos, mas também em intuir sobre o objetivo de tais pesquisadores, quando se debruçaram sobre essa temática naquele momento histórico e social.

Tais artigos contemplam, de forma implícita ou explícita, o modo como os autores compreendem o conceito de função e, muitas vezes, como têm ocorrido os processos de ensino e aprendizagem desse conceito.

Nossa pretensão era que a análise aqui realizada extrapolasse as barreiras do óbvio e do imediato. Portanto, estive em busca de revelar o não dito, aquilo que não está previamente apresentado pelos autores.

Bardin (2011, p. 37) destaca que esse método reúne variadas técnicas de análise das comunicações: “Não se trata de um instrumento, mas de um leque de apetrechos ou, com maior rigor, será um único instrumento, mas marcado por uma grande disparidade de formas e adaptável a um campo de aplicação muito vasto: as comunicações”.

Nesta pesquisa, a forma de comunicação que analisamos se deu a partir da linguagem escrita na qual a quantidade de pessoas implicadas na comunicação se caracteriza como

comunicação em massa, visto que os Anais dos ENEMs podem ser acessados livremente e encontram-se disponibilizados na internet.

Conforme proposto por Bardin (2011, p. 126), o processo de análise dos artigos se desenvolveu em torno de três etapas:

- 1) A pré-análise: nesta etapa, fizemos uma exploração dos onze anais, selecionando os documentos relevantes para a proposta da presente pesquisa, e definimos o objetivo da análise.
- 2) A exploração do material: nesta fase, tendo em mãos o material a ser analisado, procuramos destacar nos artigos do ENEM os trechos em que os autores apresentavam concepções acerca do conceito de função.
- 3) O tratamento dos resultados e as inferências: por último, apresentamos nossas conclusões construídas a partir da análise de dados.

Assim, nosso objetivo nesta seção é estabelecer um diálogo entre a teoria da Análise de Conteúdo e os artefatos utilizados no desenvolvimento da análise dos artigos selecionados nos Anais do ENEM.

Como assevera Bardin (2001), a Análise de Conteúdo tem como uma das características a repetição e a exaustividade. Por meio dessa dinâmica, chegamos às unidades de análise anunciadas. Identificar nos artigos publicados nos Anais de todos ENEMs concepções dos autores sobre o conceito de função demandou quase um ano. Se pudéssemos ficar ainda por mais dois ou dez anos investigando esses documentos, muito mais se evidenciaria em nossas reflexões. É um processo que tem começo, meio e uma infinidade de possibilidades para a conclusão. Apresentaremos nas considerações finais desta seção o que, por ora, se tornou evidente para nós.

### 3.1 Caminhos de Análise

O processo de análise dos Anais dos ENEMs teve como ponto inicial a necessidade de identificar quais artigos desse acervo apresentam um conteúdo que vai ao encontro da nossa questão de pesquisa: **“o que revelam as pesquisas apresentados nas onze edições dos ENEMs sobre o conceito de função?”**

Dessa forma, optamos por dois métodos de busca de acordo com o formato em que os Anais estavam disponibilizados. Nos seis primeiros Anais, os artigos foram digitalizados em formato de imagem. Então, nosso método de busca consistiu em realizar uma leitura flutuante

dos cadernos na íntegra, separando o material do nosso interesse. A partir do sétimo, os documentos já estavam digitalizados em formato de texto, o que nos permitiu fazer uma busca pelos descritores: função, funções e álgebra, consultando título, palavras-chave, resumo e corpo do texto, facilitando nossa seleção de documentos.

No processo de busca referido, foram utilizados dois critérios para selecionar artigos que se enquadrassem no acervo de análise desta pesquisa:

1. pesquisas que apresentam no título a palavra função ou funções;
2. pesquisas que apresentam no corpo do texto uma discussão acerca do conceito de função.

O primeiro critério se justifica pelo pressuposto de que o título é uma referência ao tema principal do artigo. Então, se o autor já menciona o conceito de função em um lugar tão destacado, é por que esse tema provavelmente estará contemplado na pesquisa. O segundo critério se deve ao fato de que nem todo artigo que se refere ao conceito de função aponta isso no título. Por isso, essa foi uma alternativa que encontramos para completar o primeiro critério.

A primeira seleção de artigos foi realizada nas modalidades: comunicação científica, comunicação oral, relato de experiência, painéis e pôsteres. Esse primeiro levantamento resultou na seleção de cerca de 150 artigos, inviabilizando analisar todos esses documentos no prazo para conclusão desta pesquisa.

Dessa forma, pensamos em um recorte que não prejudicasse o desenvolvimento da pesquisa a ponto de que a mesma resultasse em dados equivocados. Nossa primeira ideia foi selecionar apenas artigos em que o autor apresentava suas concepções acerca do conceito de função. Notamos, com isso, que, embora muitos autores não o façam de forma explícita, a forma como abordam tal conceito já diz muito sobre o modo como o compreendem, de forma que perderíamos muitos dados se recortássemos nosso acervo de análise guiando-se por tal critério.

Como nossa intenção é investigar o que revelam as pesquisas do ENEM sobre o conceito de função, um recorte pertinente foi selecionar apenas os artigos da categoria comunicação científica, visto que essa é a modalidade procurada para publicar trabalhos concluídos resultantes de pesquisas desenvolvidas durante iniciações científicas, especializações, mestrados, doutorados e outras modalidades de pesquisa acadêmica.

Após esse recorte, realizamos a primeira leitura integral de todos os artigos e, paralelamente, organizamos um quadro com elementos de cada um deles, conforme ilustrado no excerto a seguir:

Quadro 5: Elementos do artigo “A função exponencial no caderno do professor de 2008 da Secretaria do Estado de São Paulo, análise de atividades realizadas por alunos da 2ª série do ensino médio

Edição do ENEM	Autor/ Instituição	Título	Principais Referenciais Teóricos	Objetivos	Metodologia	Resultados
X ENEM	Cláudia Vicente Souza PUC-SP	A Função Exponencial No Caderno Do Professor De 2008 Da Secretaria Do Estado De São Paulo, Análise De Atividades Realizadas Por Alunos Da 2ª Série Do Ensino Médio	Duval (2003) Ursini (2005)	“Tem como objetivo analisar se as atividades apresentadas no Caderno do Professor contribuem ou não para a compreensão do aluno a respeito do objeto Função Exponencial, se os alunos conseguem realizar ou não as mudanças de registro de representação semiótica à luz da teoria de Duval (2003)” (p. 1).	“A pesquisa é composta de 1 atividade de revisão de potências e 4 atividades referentes à introdução a Função Exponencial e apresenta uma abordagem qualitativa, utilizando como metodologia a Engenharia Didática de Artigue (1996). O estudo contou com 14 alunos da 2ª série do Ensino Médio de uma escola da rede pública estadual de São Paulo” (p. 1).	“constatamos que existem dificuldades quanto à realização quanto às mudanças de registros de representação semiótica e limitações quanto à identificação das variáveis do Modelo 3UV. Como fator positivo verificamos que ocorreu a realização de construções que se aproximaram do gráfico da função exponencial, demonstrando com isso que se tem a ideia do comportamento dessa função.” (p.1)

Fonte: própria autora.

O Quadro 6 foi estruturado no intuito de facilitar nossa busca quando precisássemos retomar os dados estruturantes de cada artigo (título, autores, objetivos, metodologia e resultados). No entanto, a elaboração do mesmo não contemplou os elementos de que precisávamos para identificar as concepções dos autores acerca do conceito de função. Ou seja, do ponto de vista da análise, esse Quadro 6 não conteve elementos suficientes que nos levassem a estabelecer o que Bardin (2001, p. 134) denomina de Unidades de Registro, que “é

a unidade de significação codificada e corresponde ao segmento de conteúdo considerado unidade de base, visando a categorização e a contagem frequencial”.

No intuito de identificar unidades de registro para nortear nossa análise, imprimimos todos os artigos e, então, realizamos outra leitura, na qual tentamos identificar no texto algumas temáticas relacionadas ao conceito de função. Bardin (2001, p. 135) explica que o tema

é a unidade de significação que se liberta naturalmente de um texto analisado segundo certos critérios relativos à teoria que serve de guia à leitura. O texto pode ser recortado em ideias constituintes, em enunciados e em proposições portadores de significações isoláveis.

Desse modo, após a leitura dos artigos, optamos por focar nossa análise em alguns elementos do conceito de função: os significados, a importância, o papel das representações e os processos de ensino e aprendizagem, considerando que não seria possível, nesta pesquisa, esgotar todos os aspectos do conceito de função que aparecem contemplados nos artigos. Tal processo resultou na identificação de 12 temas, identificados no Quadro 7.

Quadro 6: Temas identificados nos artigos dos Anais do ENEM

<b>Tema 1</b>	Possibilidades de introdução do conceito de função.
<b>Tema 2</b>	A valorização de técnicas, algoritmos e regras associado às práticas de ensino e aprendizagem do conceito de função.
<b>Tema 3</b>	As mídias como ferramentas que contribuem para uma exploração dinâmica do conceito de função.
<b>Tema 4</b>	Gráfico além do desenho: A relevância da construção e interpretação desta forma de representação na aprendizagem do conceito de função.
<b>Tema 5</b>	Os prejuízos de reduzir o conceito de função a apenas alguns aspectos do mesmo.
<b>Tema 6</b>	A importância do conceito de função para a Matemática, para outras ciências e para a vida social do homem.
<b>Tema 7</b>	Os prejuízos de um ensino que singulariza a exploração de técnicas e algoritmos.
<b>Tema 8</b>	O ensino e aprendizagem do conceito de função devem contemplar uma compreensão articulada das diferentes formas de representação.
<b>Tema 9</b>	A forma como o professor compreende o conceito de função está relacionada ao modo como o mesmo estrutura sua prática de ensino.
<b>Tema 10</b>	A História do conceito de função explorada no intuito de estabelecer os significados do mesmo.
<b>Tema 11</b>	Os significados do conceito de função

<b>Tema 12</b>	A aprendizagem do conceito de função como conhecimento prévio para outros conceitos matemáticos.
----------------	--

Fonte: autoria própria

A busca por temáticas levou em consideração a complexidade do conceito de função e a impossibilidade de discuti-lo em sua multiplicidade de aspectos.

Os temas foram enumerados na ordem em que emergiam das leituras. Para organizar de forma mais manejável os dados da análise, mantivemos essa ordem. No entanto, entendemos que os 12 temas podem ser organizados em quatro unidades de análise, que aparecem em destaque no parágrafo a seguir.

A primeira se refere a “**A importância do conceito de função**”, que engloba as justificativas que levam os autores a se preocuparem em desenvolver pesquisas centradas em tal conceito. Fundamentados nessa importância, os autores discutem os significados desse conceito, na tentativa de promover uma “**Compreensão conceitual de função**”, e discutem quais dificuldades estão presentes nas práticas de ensino e aprendizagem do conceito de função, evidenciando a existência de “**Obstáculos de ensino e aprendizagem para o conceito de função**”. As pesquisas investigadas demonstram também uma preocupação em apresentar “**Metodologias que contribuem para compreensão do conceito de função**”. Dentre esses quatro blocos, enquadramos os temas da seguinte forma:

Quadro 7: Organização dos temas por unidades de análise

<b>A importância do conceito de função</b>	Tema 6: A importância do conceito de função para a Matemática, para outras ciências e para a vida social do homem.
	Tema 12: A aprendizagem do conceito de função como conhecimento prévio para outros conceitos matemáticos.
<b>Compreensão conceitual de função</b>	Tema 10: A História do conceito de função explorada no intuito de esclarecer os significados do mesmo.
	Tema 11: Os significados do conceito de função
<b>Obstáculos de ensino e aprendizagem para o conceito de função</b>	Tema 5: Os prejuízos de reduzir o conceito de função a apenas alguns aspectos do mesmo.
	Tema 7: Os prejuízos de um ensino que singulariza a exploração de técnicas e algoritmos.
	Tema 09: A forma como o professor compreende o conceito de função está relacionada ao modo como o mesmo estrutura sua prática de ensino.
<b>Metodologias que contribuem para compreensão do conceito de função</b>	Tema 1: Possibilidades de introdução do conceito de função.
	Tema 2: A valorização de técnicas, algoritmos e regras associado às práticas de ensino e aprendizagem do conceito de função.

	Tema 3: As mídias como ferramentas que contribuem para uma exploração dinâmica do conceito de função.
	Tema 4: Gráfico além do desenho: A relevância da construção e interpretação desta forma de representação na aprendizagem do conceito de função
	Tema 8: O ensino e aprendizagem do conceito de função devem contemplar uma compreensão articulada das diferentes formas de representação.

Fonte: Autoria própria

Além de levantar e categorizar os temas, elaboramos um quadro (Apêndice A) com a identificação de cada artigo consultado, visando, com isso, organizar o procedimento de análise que será descrito no próximo tópico desta seção. A coluna da esquerda contém o número de identificação (ID.<sup>16</sup>) de cada pesquisa, acompanhada da edição do ENEM em que foi publicada, nome dos autores, título e instituição à qual tais autores estavam vinculados, conforme se pode ver no excerto a seguir:

Quadro 8: Organização das pesquisas consultadas por número de identificação

Ordem (ID)	Edição do ENEM/Ano	Autor (es)	Título	Instituição(es)
1.	I/1988	Valdemar Morsolletto	O Ensino de Funções de 1º grau Através do Processo de Modelagem	--
2.	V/ 1995	José Maria de Jesus Souza	Trabalhando Gráficos de Funções Elementares	UNAMA/ MA UEPA/PA
3.	V/1995	Aguinaldo Robinson de Souza; Clodovaldo Gibin Garcia	Estudo da Função Quadrática em Microcomputador	UNESP- BAURU
4.	VI/1998	Silvanio de Andrade; Adriana C. Marafon; Andréia B. Ciani	Ensino de Funções no 1º e 2º Graus	UNESP e UNICAMP
5.	VI/1998	Chang Kuo Rodrigues; Estela Kuo Fainguelernt; Renato José da Costa Valladares	A Função do Cotidiano e o Cotidiano das Funções	Universidade de Santa Úrsula
6.	VI/1998	Telma A. Souza Gracias; Marcelo C. Borba	O Estudo de Funções com Calculadora Gráfica	UNESP Rio Claro

<sup>16</sup> Sempre que apresentarmos o excerto de uma pesquisa, a seguir a esse excerto haverá a sigla ID acompanhada com o número de Identificação informado no Quadro 9. A informação ID:35, por exemplo, indica que esse é um excerto retirado da pesquisa identificada com o número 35.

7.	VI/1998	Verônica Gitirana Gomes Ferreira	Ambientes Computacionais na Aprendizagem de Função	UFPE
8.	VI/1998	Ana Maria Carneiro Abrahão	O Comportamento de Professores Frente a Alguns Gráficos de Funções $f:R \rightarrow R$ Obtidos com Novas Tecnologias	PUC RIO

Fonte: Autoria própria

Em cada um dos artigos listados no Quadro 9, fomos destacando excertos nos quais os autores contemplavam alguns dos temas elencados no Quadro 7, visando elaborar um arquivo contendo todos esses trechos com potencial de análise para a presente pesquisa. A título de ilustração, apresentamos, a seguir, como se deu tal levantamento durante a leitura do trabalho 39.

Quadro 9: Levantamento de temas no Artigo “A Mobilização das Ideias Básicas do Conceito de Função por Crianças da 4ª Série do Ensino Fundamental em Situações Problema de Estruturas Aditivas e/ou Multiplicativas”

**39. A Mobilização das Ideias Básicas do Conceito de Função por Crianças da 4ª Série do Ensino Fundamental em Situações Problema de Estruturas Aditivas e/ou Multiplicativas**

*Tema 1: Possibilidades de Introdução do conceito de função.*

Atualmente, as propostas curriculares situam o ensino de função no 1º ano do Ensino Médio, porém, analisando os componentes do campo conceitual das funções, observa-se que algumas das ideias básicas envolvidas neste conceito são possíveis de serem construídas bem antes deste nível de ensino.

(PAVAN; NOGUEIRA, 2010, p. 2, Anais do X ENEM).

Finalizando, os resultados encontrados nessa investigação indicam que as crianças conseguiram reconhecer e mobilizar elementos do Campo Conceitual de Função (como variável, dependência, correspondência, regularidade e generalização) na resolução de situações-problema do campo conceitual aditivo na interface do campo conceitual multiplicativo, podendo desta maneira este conceito ser trabalhado desde a primeira fase do Ensino Fundamental em situações-problema de estruturas aditivas e/ou multiplicativas que sejam significativas para os alunos. Esse pode ser o ponto de partida para, gradativamente, ir se ampliando o campo conceitual das estruturas multiplicativas de modo que as dificuldades encontradas pelos adolescentes, quando do aprendizado de funções e descritas em diversos estudos e pesquisas, possam ser minimizadas ou mesmo eliminadas. (PAVAN; NOGUEIRA, 2010, p. 10, Anais do X ENEM).



*Tema 6: A importância do conceito de função para a Matemática, para outras ciências e para a vida social do homem.*

Deste modo, tendo em vista a importância do conceito de função para a matemática e para outras áreas e por este conceito envolver ideias básicas que, acreditamos, podem (e devem) ser construídas bem antes deste nível de ensino, é que nos propusemos a investigar se situações-problema na interface dos campos conceituais das estruturas aditivas e multiplicativas permitem às crianças de 4ª série de Ensino Fundamental reconhecer e mobilizar ideias básicas envolvidas no conceito de função como, correspondência, variável, dependência, regularidade e generalização (PAVAN; NOGUEIRA, 2010, p. 2, Anais do X ENEM).

*Tema 12: A aprendizagem do conceito de função como conhecimento prévio para outros conceitos matemáticos.*

Deste modo, tendo em vista a importância do conceito de função para a matemática e para outras áreas e por este conceito envolver ideias básicas que, acreditamos, podem (e devem) ser construídas bem antes deste nível de ensino, é que nos propusemos a investigar se situações-problema na interface dos campos conceituais das estruturas aditivas e multiplicativas permitem às crianças de 4ª série de Ensino Fundamental reconhecer e mobilizar ideias básicas envolvidas no conceito de função como, correspondência, variável, dependência, regularidade e generalização (PAVAN; NOGUEIRA, 2010, p. 2, Anais do X ENEM).

*Tema 11: Os significados do Conceito de função*

**Relação:**

Os dados obtidos com a aplicação da primeira bateria indicam que as crianças identificam com segurança a correspondência um para muitos e a mobilizam em situação de resolução de problemas envolvendo produto cartesiano. (PAVAN e NOGUEIRA, 2010, p. 3, Anais do X ENEM).

**Variável:**

A segunda bateria de situações-problema tinha por objetivo investigar se as crianças identificavam a ideia de variável generalizando as situações-problemas propostas. Esperávamos que os alunos identificassem a variação de uma grandeza em relação à outra, presente nas situações e que fossem capazes de generalizar a situação. Não esperávamos que os alunos fizessem a generalização utilizando uma expressão matemática para representá-la, mas que a compreendessem e fossem capazes de explicitá-la em linguagem coloquial. (PAVAN e NOGUEIRA, 2010, p. 3, Anais do X ENEM).

**Dependência:**

Pudemos constatar que as crianças reconheceram a variação de uma grandeza em relação a outra presente nas situações, ou seja, perceberam, por exemplo, que quanto maior for a quantidade de batatas a ser comprada, maior será o preço a se pagar pela compra, ou quanto mais paradas o trem fizer, maior será a distância percorrida. A variação é um fator muito presente que contribui consideravelmente para a formação do conceito de função no aluno. Quando são propostas situações em que se percebe claramente a variação de uma grandeza em

relação a outra e que esta variação está relacionada a um valor, o sentido de taxa de variação surge mesmo que tal termo não seja mencionado em nenhum momento. Há clareza noção de dependência.

Pode-se afirmar, seguramente, que tal tipo de atividade pode contribuir muito na preparação do aluno para ser apresentado de forma direta ao conceito de função. (SILVA, 2008; p. 57) (PAVAN e NOGUEIRA, 2010, p. 4, Anais do X ENEM).

**Regularidade:**

A quarta bateria de atividades era constituída por 2 situações-problema, com o objetivo de investigar se as crianças identificam regularidades nas situações.

[...] a identificação de regularidades em situações reais, em sequências numéricas (...) é uma habilidade essencial à construção do conceito de função. Por meio da produção e interpretação de tabelas, os alunos podem construir o conceito de função como uma série de operações aritméticas realizáveis sobre quantidades dispostas horizontal e verticalmente na tabela. (TRINDADE e MORETTI, 2000, p. 46-47) (PAVAN e NOGUEIRA, 2010, p. 4, Anais do X ENEM).

Fonte: Autoria própria

Após realizar esse levantamento individual, deparamo-nos com a necessidade de ver, numa esfera global, como essas temáticas foram sendo contempladas ao longo das onze edições do ENEM e como os dados apresentados estão relacionados. Para isso, estruturamos um quadro de dupla entrada no qual os temas estão agrupados em unidades de análise e, os artigos mapeados, estão organizados pelo número de identificação (ID.) de cada um. O cruzamento desses dados resultou no Quadro disponível no Apêndice B<sup>17</sup>.

Assim, nos 77 artigos analisados, registramos no Apêndice B todas as vezes que identificamos a recorrência de algum dos 12 temas. Importante destacar que as linhas número 7, 22, 33, 40, 44 e 46 indicam as pesquisas nas quais nenhuma das doze temáticas foi identificada e nas quais também, não encontramos elementos suficientes para delimitar novas temáticas que pudessem dialogar com as demais pesquisas.

Para analisar os artigos, foram propostas cinco unidades de análise: A importância do Conceito de Função, Compreensão Conceitual de Função, Obstáculos de ensino e aprendizagem para o conceito de função e metodologias que contribuem para compreensão do conceito de função.

<sup>17</sup> Optou-se por disponibilizar tal quadro nos apêndices devido à extensão do mesmo. No entanto, as informações apresentadas no mesmo são fundamentais para compreender o processo de análise de dados desenvolvido nesta pesquisa.

A análise dos artigos a partir dos temas e unidades de análise será apresentada na seção seguinte.

## 4. O QUE REVELAM AS PESQUISAS APRESENTADAS NAS ONZE EDIÇÕES DO ENEM SOBRE O CONCEITO DE FUNÇÃO?

Na seção anterior apresentamos todo o caminho traçado para analisar os dados da presente pesquisa. Esta seção é dedicada à discussão e à análise dos dados a partir das unidades de análise que emergiram nesse processo: “A importância do conceito de função”, “Compreensão conceitual de função”, “Obstáculos de ensino e aprendizagem para o conceito de função” e “Metodologias que contribuem para compreensão do conceito de função”.

### 4.1 A importância do conceito de função

A análise dos Artigos dos Anais dos ENEMs focalizando o conceito de função revelou que muitos autores apontam que a necessidade de investigar tal temática está relacionada à importância do mesmo. No entanto, o que diverge é o argumento utilizado pelos pesquisadores para justificar essa importância. Dentre esses argumentos identificamos o papel social do conceito, a relevância para o campo da matemática (inclusive como conhecimento prévio para outros conceitos matemáticos) e de outras áreas, o papel histórico, sua dimensão dentro do currículo escolar, dentre outros.

Defendemos que a justificativa adotada pelo autor para endossar a importância do conceito de função é uma mensagem rica em significados que expressa também quais aspectos da matemática são valorizados por ele. Guiados por essa premissa, escolhemos “A importância do conceito de função” como uma das categorias de análise da presente pesquisa. Nesta unidade de Análise discutiremos dois temas:

- *Tema 6: A importância do conceito de função para a Matemática, para outras ciências e para vida social do homem;*
- *Tema 12: A aprendizagem do conceito de função como conhecimento prévio para outros conceitos matemáticos.*

Nessas duas temáticas, notamos a recorrência constante de mensagens que citam o papel do conceito de função na Matemática, no Campo Científico em geral e dentro da sociedade.

Entendemos que o tema 12 se aproxima bastante do tema 6, no entanto, fizemos essa separação por notarmos que, frequentemente, aparece nas pesquisas analisadas a ideia de que a aprendizagem matemática se dá de forma linear.

Dentre os diversos aspectos que encontramos como justificativa para pesquisar o conceito de função, inclui-se o papel social que esse assume, ou seja, o impacto desse conceito para as atividades que o homem exerce em sua rotina e que não estão, necessariamente, relacionadas às práticas escolares. O excerto a seguir ilustra como Rodrigues, Fainguelernt e Valladares (1998, ID.: 5), ao discutirem “A função do cotidiano e o cotidiano das funções”, entendem essa relação:

*O tópico matemático em questão diz respeito ao estudo de Função, por tratar-se de um tema nucleador para a própria área, e por ser considerado também como um dos geradores da evolução tecnológica e do cotidiano do homem. (RODRIGUES, FAINGUELERNT e VALLADARES, 1998, p. 36, ANAIS DO VI ENEM).*

ID.: 5

Zuffi (2004, ID.: 23) no artigo "Uma Sequência Didática Sobre “Funções” Para a Formação de Professores do Ensino Médio", articula esse papel social do conceito de função também a uma transformação no pensamento filosófico:

*Podemos, ainda, destacar outros aspectos de sua relevância social, uma vez que seu conhecimento pode auxiliar na resolução de diversos problemas ligados ao mundo tangível, que nos rodeia a cada instante da experiência física, não ficando mais restrito ao “mundo das ideias”, como seria de se supor numa filosofia platonista para a Matemática (Davis e Hersh, 1986). (ZUFFI, 2004, p. 3, Anais do VIII ENEM)*

ID.: 23

No excerto de Zuffi (2004, ID.: 23) podemos observar que a autora se refere ao impacto intelectual causado pela elaboração do conceito de função que, segundo Caraça (1989, p. 184), entrou em choque com a Teoria das Formas e Ideias propostas por Platão. Tal teoria tem como objetivo “obter qualquer coisa que guarde identidade permanente e à qual o pensamento se possa prender”. (PLATÃO citado por CARAÇA, 1989, p. 184).

Com isso, a criação de um conceito matemático que tem como objetivo modelar fenômenos da realidade, considerando a fluência e destacando que tudo está em constante

transformação, foi uma forma de questionar a teoria de Platão, visto que se considerarmos que nada é estático torna-se impossível pensar que exista uma identidade permanente.

Segundo Caraça (1989, p. 189), a teoria de Platão possuía um caráter elitista, pois era uma forma de propor que só fosse ensinado aos jovens aquilo que não contribuísse para uma vida sórdida e mecânica.

Se por um lado a Teoria de Platão influenciava as práticas de ensino, por outro lado, quando Zuffi (2004, ID.: 23), Frota (2007, ID.: 32) e Júnior e Freitas (2010, ID.: 50) destacam a importância do conceito de função, esses pesquisadores estão de forma consciente ou não, sugerindo a necessidade de desenvolver um perfil de cidadão, que saiba se posicionar criticamente diante dos fenômenos do mundo real, conforme fica explícito nos excertos a seguir.

*Como “Função” é um conceito matemático muito utilizado em várias áreas do conhecimento, pois tenta explicar e modelar fenômenos físicos e sociais, ele é considerado um assunto muito importante na Matemática. Além disso, esse é um dos conceitos que mais se destaca dentre os outros desenvolvidos na Matemática do Ensino Médio. Acredita-se que essa importância está vinculada com a busca do ser humano em explicar fenômenos relacionados à natureza e à sociedade, procurando suas regularidades. (ZUFFI, 2004, p. 3, Anais do VIII ENEM)*

ID.: 23

A pesquisa de Frota (2007, ID.: 32) no artigo "Representação e visualização no Estudo das Funções" aponta como papel social do conceito de função a questão de instrumentalização do indivíduo para conviver na sociedade:

*Torna-se imprescindível ao educando, quando completar o ensino básico, ter ferramentas para interpretar o mundo que o cerca, objetivando o exercício pleno da cidadania numa sociedade cada vez mais complexa. (FROTA, 2007, p. 13, Anais do IX ENEM).*

ID.: 32

Nessa mesma perspectiva, Júnior e Freitas (2010, ID.: 50) destacam no artigo "Práticas Pedagógicas no Ensino de Função: Uma Experiência Colaborativa Empreendida por Professores do Ensino Médio" que o conceito de função é um meio de acesso a muitas formas de informação, pela interpretação correta de informações gráficas:

*Em análises e interpretações de situações do cotidiano. Por exemplo, os meios de comunicação apresentam com frequência comentários e gráficos sobre aumento da inflação, criminalidade, desemprego, consumo, produção, entre outros. (JUNIOR e FREITAS, 2010, p. 7, Anais do X ENEM)*

ID.: 50

Essas ideias voltadas ao papel social do conceito de função evidenciam que há uma preocupação desses pesquisadores com a formação do indivíduo além da escolarização, uma intenção de prepará-lo não apenas para desenvolver uma série de procedimentos e operações matemáticas próprias da escola, mas de também torná-lo capaz de interpretar situações onde o conceito se faz presente em prol de suas próprias atividades cotidianas.

Segundo Sousa (2004, p. 8), quando o conteúdo matemático é visto pelos alunos como algo incompreensível, acaba acarretando uma sensação de angústia, medo e inutilidade que desumaniza esse indivíduo. A autora assevera que:

A desumanização ocorre pelo anti-conhecimento entendido como aquele que ao invés de possibilitar ao que aprende o entendimento de si e da realidade em que vive o paralisa em sua capacidade de produzir a si mesmo. O ato de aprender e de ensinar representa uma tarefa, uma obrigação, onde o conceito deve ser decorado e usado mecanicamente contrariando o conceito de atividade.

Assim, quando os pesquisadores Zuffi (2004, ID.: 23), Frota (2007.: 32) e Junior e Freitas (2010, ID.: 50) propõem que a importância do conceito de função está relacionada ao seu papel social, entendemos que esse pensamento caminha no sentido contrário a uma prática desumanizadora, visto que há uma preocupação em explorar as várias possibilidades de utilização deste conceito e romper com a concepção de que o Conceito de Matemática é um conhecimento que transcende a atividade humana.

Outra importância do conceito de função expressa pelos autores de alguns artigos publicados nos Anais do ENEM (RODRIGUES, FAINGUELERNT e VALLADARES, 1998, ID.: 5/ MANRIQUE *et al*, 578, 1998, ID.: 10/ SILVA e JÚNIOR, 2001, ID.: 18/ COSTA, NETO e SÁ, 2004, ID.: 20/ MARQUES e RÊGO, 2010, ID.: 37/ FILHO e MENEZES, 2010, ID.: 49/ VIGINHESKI, SILVA e SHIMAZAKI, 2013, ID.: 57/ CARDOSO *et al*, 2013, ID.: 59/ GOUVEIA, DIAS e CAMPOS, 2013, ID.: 60/ SILVA *et al*, 2013, ID.: 62/ MACIEL, 2013, ID.: 72) está relacionada com o desenvolvimento da própria matemática.

Vimos na Seção 1 que, historicamente, essa foi a principal justificativa para inserir o conceito de função no currículo de Matemática. Euclides Roxo (citado por BRAGA, 2003, p. 81) defendeu ainda em 1937 que “A noção de função deve ser adotada como ideia axial no ensino da matemática, capaz de estabelecer um elo unificador dos vários assuntos tratados na escola secundária e de modo a ser a alma do corpo em que se organiza toda matéria”. Dessa forma, Euclides Roxo colocou o conceito de função como centralizador de todo conhecimento matemático, de modo que o desconhecimento do mesmo prejudicaria o desenvolvimento de todos os demais.

Apoiando-se nessa mesma premissa, Felix Klein defendeu a inserção do conceito de função no currículo de matemática, conforme expressam Silva e Júnior (2001, ID.: 18), em artigo intitulado “Trabalhando com Projetos e Informática: em Busca de Um Caminho para o Ensino com Pesquisa” apresentado no excerto:

*Em relação a importância que o tema funções possui para a discussão epistemológica sobre a aprendizagem matemática, Miorim (1998) nos esclarece como Felix Klein, início do século XX, apresentava o conceito de função como centro do ensino da matemática:*

*“A mais importante dessas mudanças seria a introdução do ‘conceito de função como centro do ensino’. A justificativa estaria no fato de a função representar ‘o conceito dos últimos dois séculos que desempenha um papel fundamental em todos os campos que se utilizam das noções matemáticas’ e também, porque, dessa forma, ‘o aluno começaria a familiarizar-se, tão rapidamente quanto possível, sempre com o constante emprego dos métodos gráficos, com a representação de qualquer lei no plano de variáveis  $(x, y)$ , que hoje é utilizada em todas as aplicações da matemática pelo caráter de evidência que apresenta.” (SILVA e JÚNIOR, p. 9, 2001, Anais do VII ENEM)*

ID.: 18

Além da história da matemática, outra ferramenta utilizada para evidenciar a importância do conceito de função dentro da matemática é a própria estrutura curricular. Esse aspecto aparece no artigo "A Construção e Aplicação do Vídeo sobre a História do Conceito De Função" de Maciel (2013, ID.: 72), para quem o fato de que os documentos valorizam tal conceito já sugere a importância do mesmo no campo da Matemática:

*Os itens da matriz referencial são definidos como descritores que [...] estão divididos entre quatro temas, são eles: Espaço e Forma, Grandezas e Medidas, Números e Operações/ Álgebra e Funções e Tratamento da Informação. Fazendo uma pequena análise dos*



*descritores da Matriz Referencial para o ensino de Matemática, percebe-se a importância destinada ao conceito de função. Essa afirmação é respaldada no quantitativo de descritores, uma vez que representa mais de um terço do total, são 14 dos 35 estão relacionados com a temática em questão. (MACIEL, 2013, p. 2, Anais do XI ENEM)*

ID.: 72

O excerto acima revela que nas pesquisas há também uma preocupação com a demanda escolar. Quando Maciel (2013, ID.: 72) aponta que a importância do conceito de função está ligada ao papel que este ocupa nos documentos curriculares nacionais, ele faz referência a um documento que é proposto para organizar a prática docente. Se tal conceito ocupa lugar de destaque nas propostas curriculares nacionais certamente espera-se que o mesmo ocorra em sala de aula, embora saibamos que nem sempre essa relação é válida.

Ainda dentro do contexto escolar, tal conceito também é dito importante devido ao papel integrador que o mesmo exerce entre conteúdos da própria matemática bem como entre outras ciências.

O conceito de função abordado como elemento articulador da matemática reflete também uma preocupação em possibilitar um contexto de ensino intramatemático, que segundo Spinelli (2011, p. 106) é um “conjunto de circunstâncias que selecionamos e que permitem organizar percursos sobre a rede conceitual, relacionando significados conceituais internos à própria disciplina”.

Tal proposta se torna evidente em pesquisas como de Pavan e Nogueira (2010, ID.: 39) que ao discutirem “A mobilização das ideias básicas do conceito de função por crianças da 4ª série do Ensino Fundamental em situações problema de estruturas aditivas e/ou multiplicativas”, apontam as operações de adição e multiplicação como uma forma de abordagem intuitiva do conceito de função:<sup>18</sup>

*(...)tendo em vista a importância do conceito de função para a matemática e para outras áreas e por este conceito envolver ideias básicas que, acreditamos, podem (e devem) ser construídas bem antes deste nível de ensino, é que nos propusemos a investigar se situações-problema na interface dos campos conceituais das estruturas aditivas e multiplicativas permitem às crianças de 4ª série de Ensino Fundamental reconhecer e mobilizar ideias básicas envolvidas no conceito de função como, correspondência, variável, dependência, regularidade e generalização. (PAVAN e NOGUEIRA, 2010, p. 2, Anais do X ENEM)*

ID.: 39

<sup>18</sup> 4ª série do ensino fundamental corresponde ao atual 5º ano do ensino fundamental, com duração de nove anos.

Quando os autores consideram essa conectividade entre os conteúdos matemáticos, ele propõe uma dinâmica de abordagem conceitual em que o significado de um conceito pode ser ampliado a partir do significado de outros. Nesse caso, notamos que a fragmentação do currículo em áreas estanques, conforme se propunha até a Reforma Francisco Campos, pode ter sido superada não só nos documentos curriculares nacionais como também nas pesquisas e nas práticas de ensino, visto que o excerto acima ilustra também que essa é uma pesquisa que se idealiza no contexto escolar.

Filho e Menezes (2010, ID.: 49) também recorrem aos documentos curriculares para evidenciar no artigo intitulado "Como os alunos do Ensino Médio estão construindo e interpretando gráficos de funções polinomiais 1º e 2º graus", que o conceito de função é valorizado pelo seu papel diante do desenvolvimento de outras ciências.

*Além dos argumentos até aqui descritos, apontando a necessidade do ensino do conceito de função, vale ressaltar que o mesmo faz emergir diversos outros elementos da Matemática, também de grande importância, como os pares ordenados, gráficos cartesianos, tabelas, expressões algébricas, sequências e diagramas, dentre outros. Neste sentido, segundo os PCNEM:*

*Além das conexões internas à própria Matemática, o conceito de função desempenha também papel importante para descrever e estudar através da leitura, interpretação e construção de gráficos, o comportamento de certos fenômenos tanto do cotidiano, como de outras áreas do conhecimento, como a Física, Geografia ou Economia. Cabe, portanto, ao ensino de Matemática garantir que o aluno adquira certa flexibilidade para lidar com o conceito de função em situações diversas e, nesse sentido, através de uma variedade de situações problema de Matemática e de outras áreas, o aluno pode ser incentivado a buscar a solução, ajustando seus conhecimentos sobre funções para construir um modelo para interpretação e investigação em Matemática. (BRASIL, 1998, p. 43). (FILHO e MENEZES, 2010, p. 2, Anais do X ENEM)*

ID.: 49

Essa importância do conceito de função relacionada ao desenvolvimento de outras áreas também aparece nos artigos de outros autores em diferentes edições do ENEM (SILVA *et al*, p. 1, 2001, ID.: 16/ ZUFFI, 2004, p. 3, ID.: 23/ JUNIOR e FREITAS, 2010, p. 7, ID.: 50/ CARDOSO *et al*, 2013, p. 2, ID.: 59/ SILVA *et al*, 2013, p. 11, ID.: 62/ FONSECA, SILVA e DIONYSIO, 2013, ID.:67 ; LOPES, 2013, p. 1, ID.: 68).

Os artigos desses autores descrevem a importância do conceito de função para o desenvolvimento da Economia, Engenharia, Física, Computação, Biologia entre outras.

Se por um lado a questão da importância do conceito de função relacionada ao desenvolvimento de outros conhecimentos matemáticos nos permite inferir uma preocupação, por parte dos autores, em criar contextos intramatemáticos, por outro lado a dependência do conceito de função para o desenvolvimento de outras áreas evidencia uma intenção de propiciar a construção de um conhecimento a partir de uma prática integradora dos diversos campos científicos.

Encontramos também no artigo de Furtado *et al.*, (2007, p. 1, ID.: 29), intitulado “Ensino-Aprendizagem das Funções Afim e Quadrática Segundo Docentes”, a importância atribuída pelos docentes participantes de sua pesquisa em inserir o conteúdo funções na última série do Ensino Fundamental e na primeira do Ensino Médio tendo em vista que esse conteúdo faz parte de avaliações de processos seletivos (educacionais ou profissionais):

*As funções afim e quadrática são as mais trabalhadas normalmente na 1ª série do ensino médio e algumas vezes na 8ª série do ensino fundamental, e são de suma importância para o estudante que deseja enfrentar processos seletivos, concursos públicos, em busca de emprego e/ou qualificação profissional. (FURTADO et al, 2007, p. 1, Anais do IX ENEM)*

ID.: 29

Pode-se questionar, nesse caso, se, para tais autores, a importância do conceito de função recairia em um ensino que priorizaria técnicas e algoritmos, visto que o objetivo final é conseguir um bom resultado nos processos de seleção, o que não exigiria do estudante uma postura crítica ou uma compreensão dos significados. Bastaria a esse sujeito o conhecimento memorizado de uma sequência de etapas que permitiria ter êxito naquele momento restrito.

Alguns artigos mencionam, de forma direta ou indireta, que o conceito de função possui uma importância por atuar como pré-requisito para o desenvolvimento de outros conteúdos matemáticos. Dentre esses, destacamos os estudos de Manrique *et al.*, (1998; ID.: 10) Pedroso e Búrigo (2007; ID.: 27) e Filho e Menezes (2010; ID.: 49) que mencionam o conceito de função como pré-requisito para aprendizagem de Cálculo. Também identificamos o artigo de Soares e Nehring (2013) que propõe uma articulação entre o conceito de função e o conceito de proporcionalidade.

Pedroso e Búrigo (2007, ID.: 27), por exemplo, no artigo "A Construção do Conceito de Função por Estudantes de Cálculo", fazendo referência a Carlson (2005) apontando que a defasagem na aprendizagem do conceito de função poderá se evidenciar durante a aprendizagem de Cálculo Diferencial Integral:

*A compreensão do conceito de função tem sido reconhecida como central na aprendizagem de noções e técnicas abordadas nos cursos de Cálculo Integral e Diferencial. Essa centralidade é particularmente evidenciada quando dificuldades na aprendizagem de noções como as de limite ou de taxa de variação média e instantânea aparecem associadas a compreensões fragmentadas, fracas ou limitadas do conceito de função (CARLSON; OEHRMAN, 2005). (PEDROSO e BÚRIGO, 2007, p. 1, Anais do IX ENEM)*

ID.: 27

Pode-se dizer que, para esses autores, o bom desenvolvimento da aprendizagem de Cálculo está associado a uma compreensão do conceito de função que não seja fragmentada, fraca ou limitada.

Nessa proposta, entendemos que há uma denúncia dos prejuízos de um ensino precário do conceito de função que não valoriza e articula os significados do mesmo e de como essa carência incorre em dificuldades futuras. Diante do que foi evidenciado nesta subseção, a discussão a seguir torna-se necessária para compreender quais significados são esses e de que modo os mesmos facilitam a compreensão do conceito de função. Assim, com o intuito de investigar o que revelam as pesquisas sobre a compreensão dos autores acerca do conceito de função desenvolvemos o tópico seguinte.

#### **4.2 A compreensão do conceito de função**

O processo de análise dos artigos demonstrou que há uma mobilização de alguns autores para esclarecer o conceito de função enquanto se discute o mesmo. Para isso, tais autores consultam elementos da história da matemática, exploram as propriedades desse conceito, discutem significados e organizam trechos que tem a intenção implícita ou explícita de apresentar o que eles compreendem como conceito de função.

Nessa unidade apresentamos e analisamos, através de excertos dos artigos que compuseram o *corpus* dessa pesquisa, como os pesquisadores brasileiros que apresentaram trabalhos nos ENEMs compreendem o conceito de função. Dentre os doze temas que listamos a princípio, entendemos que dois deles se enquadram nessa Unidade de Análise, a saber:

- *Tema 10: A História do conceito de função é explorada no intuito de estabelecer os significados do mesmo;*
- *Tema 11: Os significados do conceito de função;*

É importante destacar que nos artigos em que identificamos a recorrência do Tema 10, a maioria dos autores redigiu o texto quase que totalmente como uma incursão histórica. Desse modo, qualquer que fosse o excerto escolhido do artigo era possível identificá-lo como relativo a esse tema.

A opção de enquadrar o *Tema 10: A História do conceito de função é explorada no intuito de esclarecer os significados do mesmo*, na presente Unidade de Análise, se justifica pelo fato de defendermos que conhecer aspectos da história é uma alternativa de se compreender melhor o conceito e romper com a concepção de que a matemática é uma ciência neutra e desenvolvida linearmente, conforme discutimos no tópico 1.2 da presente pesquisa.

O *Tema 11: Os significados do conceito de função* foi o tema mais contemplado nas pesquisas analisadas e surgiu como uma forma de sintetizar muitos outros, como por exemplo, a noção de regularidade, a variável, a noção de movimento etc. Nesse tema, foram enquadrados os excertos nos quais identificamos a discussão de algum significado que está associado ao conceito de função.

As incursões históricas identificadas nos Anais dos ENEMs foram construídas principalmente com dois focos: discutir o processo de inserção do conceito de função no currículo escolar e apresentar o processo de elaboração científica do mesmo.

No que se refere ao primeiro caso, o artigo de Valente (2001; ID.: 15), resultado do estudo "O Conceito de Função: Política e Educação Matemática no Brasil dos Anos 1930-1945" enfatiza que a Matemática é um campo vulnerável às influências políticas e sociais, e que a inserção do conceito de função no currículo escolar é um exemplo disso. Em suas palavras temos:

*A breve incursão histórica que foi realizada com o fim de analisar a elaboração das Reformas Francisco Campos e Gustavo Capanema, leis nacionais do ensino par a os anos 1903-1950, nos mostrou os determinantes políticos presentes na própria configuração dos conteúdos a serem ensinados em matemática. O exemplo tomado – o conceito de função - é emblemático pois nos mostra que tanto em sua entrada no rol de conteúdos matemáticos a serem ensinados na escola elementar, como na sua retirada, foram fundamentais os ingredientes políticos. No primeiro caso, a introdução do assunto função se deve a uma ação isolada, fruto de um momento político revolucionário, onde um professor de matemática - Euclides Roxo -, reconduzido a um dos cargos mais importantes da hierarquia do então criado Ministério da Educação e Saúde, elabora sozinho uma nova orientação para o ensino de matemática no Brasil. Posteriormente, o mesmo Euclides Roxo será protagonista de um debate, mediado pelo ministro Capanema, onde suas sugestões praticamente nada valerão. Assim, sua defesa de partes das modificações introduzidas desde 1928 no Colégio Pedro II,*

*foi praticamente em vão. O conceito de função foi retirado dos programas do primeiro ciclo de estudos postos na Reforma Capanema, qual seja, o ginásio. Roxo já não tinha mais o peso político do início da Revolução. O ministro Capanema, abrindo o debate, colocou em jogo as principais forças políticas, manipulou-as e procurou conciliá-las. Assim, no caso dos programas de matemática - e em particular no que se refere ao conceito de função -vitoriosa saiu a proposta mais retrógrada. (VALENTE, 2001, p. 7, Anais do VII ENEM)*

ID.: 15

Conhecer o processo de inserção do conceito de função evidencia o impacto do mesmo no pensamento matemático, ou conforme propõe Valente (2010, p. 1), permite realizar uma espécie de “anatomia dos conteúdos ensinados em matemática” desvelando a influência de elementos políticos.

Discutindo a mesma temática, da inserção do conceito de função no currículo de Matemática brasileiro, sob uma ótica política, Barbosa (2001, ID.: 17) estende sua pesquisa até a elaboração dos PCNs. Um trecho do seu artigo intitulado “O Conceito de Função como Unificador da Matemática Elementar no Brasil – Da Reforma Francisco Campos aos PCNs” destaca que em cada contexto, um aspecto do conceito de função foi priorizado no currículo escolar:

*Nessa rápida retomada às principais propostas de modernização do ensino de matemática no Brasil percebemos que em todas as diretrizes, sem distinção, o conceito de funcionalidade é destacado como unificador, ou articulador da matemática elementar. Percebemos também, que em cada proposta é atribuído um significado para esse conceito: **expressão analítica**, na Reforma Francisco Campos; **correspondência unívoca entre conjuntos** no Movimento da Matemática Moderna; e, **de variação entre grandezas** nos PCNs, ou seja, assim como na história do desenvolvimento do conceito na História da Matemática, na Educação matemática as propostas e significados para o conceito também mudam conforme contexto histórico-sócio-econômico e cultural. (BARBOSA, 2001, p. 9 Anais do VII ENEM/ grifos do autor)*

ID.: 17

Nesse excerto fica evidente como a história contribui para a compreensão do conceito de função, quando o autor destaca que cada contexto social valorizou um aspecto diferente de tal conceito nas propostas curriculares. A caracterização desses contextos permite que se compreenda o porquê desses diferentes significados conceituais, à medida que explora o conceito de função por esses diferentes vieses.

Outras pesquisas que fazem uma retomada das reformas curriculares são as de Rocha (2004, ID.: 25) e Rodrigues e Antônio (2010, ID.: 42). Em ambas a incursão histórica também

é adotada na intensão de se discutir questões relacionadas ao conceito de função no currículo de Matemática.

A pesquisa de Chaves e Carvalho (2004, ID.: 24), intitulada “Formalização do Conceito de Função no Ensino Médio: Uma Seqüência de Ensino-Aprendizagem” apresenta uma incursão histórica sobre o processo de elaboração formal do conceito de função:

*(...) Antes de apontar qualquer proposta metodológica para a iniciação do aluno em tal assunto, faremos uma breve explanação cronológica da formalização desse conceito, por entendermos que desta forma poderemos propiciar maior subsídio epistemológico para as nossas propostas. (CHAVES e CARVALHO, 2004, p. 1, Anais do VIII ENEM)*

ID.: 24

Quando esses autores enfatizam o objetivo de propiciar maior subsídio, entendemos que eles estão se referindo a uma ampliação da compreensão do conceito, conforme estamos discutindo nesse tópico.

No artigo “Estudo Epistemológico do Conceito de Funções: Uma Retrospectiva” de autoria de Fonseca, Santos e Nunes (2013; ID.: 65) a incursão histórica com o objetivo de um esclarecimento acerca do conceito de função também aparece explícita no resumo:

*Este trabalho busca recuperar as ideias presentes no conceito de função a partir do estudo epistemológico desse conceito, seu desenvolvimento ao longo da história e das noções presentes em objetos matemáticos que tiveram alguma influência na sua formação. Nosso objetivo é oferecer um material didático, com o intuito de ajudar o professor a entender o contexto epistemológico desse objeto matemático e suas contribuições para o ensino-aprendizagem da matemática. Optamos neste estudo por desenvolver um modelo teórico-prático para a compreensão do conceito de função, seguindo como meta à investigação histórica da matemática. Para tanto, foi desenvolvida uma pesquisa bibliográfica nos diversos textos referentes ao assunto. O texto foi subdividido em três grandes eras: Antiguidade, Idade Média e Período Moderno onde foram ressaltadas as principais contribuições de diversos matemáticos para a construção do conceito de função. Espera-se que este estudo do conceito de função ao longo do tempo favoreça a compreensão dessas ideias. (FONSECA, SANTOS e NUNES, 2013, p. 1, Anais do XI ENEM)*

ID.: 65

A contribuição dos relatos históricos mencionada por Fonseca, Santos e Nunes (2013; ID.: 65) no que diz respeito ao esclarecimento dos significados do conceito de função foi evidenciada, por exemplo, também na pesquisa de Rocha (2004; ID.: 25) intitulada "Euclides Roxo: Inovador ou Conservador?". Tal autor faz uma retrospectiva sobre as contribuições de

Euclides Roxo para o campo da Matemática. Como já mencionado na Seção 1, subseção 1.4, Euclides Roxo defendeu a inserção do conceito de função nos currículos de Matemática no Brasil. Quando Rocha (2004), no artigo “Euclides Roxo: Inovador ou Pesquisador” faz esse retrospecto ele aponta que:

*A ideia era familiarizar desde cedo o aluno com a noção de função, por meio de sua representação gráfica e analítica, e dele fazer ponto central do ensino, de maneira a possibilitar a conexão entre as diversas partes da Matemática. Mais do que isso, a noção de função permitiria ao estudante a familiarização, não só com os fenômenos científicos, mas também com muitas situações que viveria em seu dia-a-dia. (ROCHA, 2004, p. 5, Anais do VIII ENEM)*

ID.: 25

Quando o autor menciona “situações que viveria em seu dia-a-dia”, já se refere ao conceito de função como um conceito que surge para o mundo físico, como algo palpável que participa da rotina do estudante.

O resgate do processo de elaboração científica do conceito de função também evidencia quais significados foram priorizados em cada etapa deste processo e como isso influenciou a formalização conceitual que temos hoje. O excerto abaixo, publicado no artigo “Formalização do Conceito de Função no Ensino Médio: Uma Sequência de Ensino-Aprendizagem”, de Chaves e Carvalho (2004), por exemplo, demonstra que a palavra função foi utilizada com sentidos diferentes por Leibniz e Bernoulli, mas por ambos foi empregada com objetivo de expressar relações entre grandezas que variam:

*Saindo das primeiras idealizações sobre o conceito de função e chegando na Idade Moderna, temos que a palavra função foi usada pela primeira vez por Leibniz em 1664, para expressar quantidade associada a uma curva. Mais tarde, em 1718, Bernoulli considerou função como uma expressão formada de uma variável e algumas constantes. (CHAVES e CARVALHO, 2004, p. 1, Anais do VIII ENEM/ GT3)*

ID.: 24

Enquanto os excertos do Tema 10 apresentam palidamente os significados do conceito de função em relatos da história do mesmo, os fragmentos enquadrados no Tema 11 os fazem de forma mais explícita e direta. Nos excertos localizados no Tema 11, os autores apresentam o modo como compreendem o conceito de função e, paralelamente, pontuam os significados do mesmo, destacando a importância desses significados para uma compreensão aprofundada



deste conceito (função). Todavia, poucos autores se preocupam em discutir tais significados detalhadamente, limitando-se a elencá-los.

Assim como nas sequências dos livros didáticos e na própria história do conceito de função, um dos significados mais enfatizados nos artigos analisados nesta pesquisa que se atribuí a tal Conceito é o de relação.

As pesquisas (FROTA, 2007, ID.: 33/ MARQUES e RÊGO, 2010, ID.: 36/ UMBEZEIRO e DANTAS, 2013, ID.: 60) revelam que, embora tal significado seja importante para a compreensão do conceito de função, é fundamental que o mesmo não seja entendido apenas como uma relação. Sobretudo, é importante que os alunos compreendam que toda função é uma relação, mas a recíproca nem sempre é válida. Essa preocupação é denunciada por Marques e Rêgo (2010, ID.: 36), quando analisam mapas conceituais sobre o conceito de função:

*Não há evidências que indiquem a compreensão de função como um caso particular de relação. Na maioria dos mapas encontramos apenas a ligação: “função é uma relação”.* (MARQUES e RÊGO, 2007, p. 7, Anais do IX ENEM)

ID.: 37

Propostas de abordagem do conceito de função presentes em livros didáticos, muitas vezes, ensinam a analisar se uma relação é uma função a partir do teste da reta vertical. Tal teste consiste em analisar, a partir de uma representação gráfica se em qualquer ponto do gráfico que se trace uma reta na vertical, a mesma vai tocar apenas um ponto da curva. Caso a reta e a curva se interceptem em dois pontos, a relação representada não pode ser considerada como uma função.

Embora o método seja muito eficiente, ele nem sempre facilita uma compreensão de que em uma relação funcional, na qual para cada valor da variável dependente, pode-se encontrar apenas um valor para variável independente.

Bisognin, Bisognin e Cury (2010, ID.: 43) ao analisarem a terceira atividade desenvolvida na sua pesquisa de campo, registrada no artigo “Conhecimentos de Professores da Educação Básica Sobre o Conceito de Função”, constataram que esse é um método muito utilizado por professores:

*“3) Quais das seguintes (relações) indicam que  $y$  é uma função de  $x$ ? Assinale com um*

*círculo aquelas que são funções”.* (BISOGNIN, BISOGNIN e CURY, 2010, p. 5, Anais do X ENEM)

*“Por exemplo, os participantes marcaram corretamente os itens dos problemas 2 e 3, que se referiam ao gráfico ou a expressões algébricas das funções linear, quadrática, constante, exponencial e maior inteiro, tendo aplicado o teste da vertical ou reconhecido a lei da função”* (BISOGNIN, BISOGNIN e CURY, 2010, p. 8, Anais do X ENEM)

ID.: 43

No entanto, o fato de os professores utilizarem o teste da reta vertical não nos permite inferir que os mesmos não saibam o significado de função, visto que eles podem se apropriar deste significado e utilizar o teste para facilitar as operações.

A relação existente entre a variável dependente e a variável independente que estamos nos referindo nesse texto é uma relação de dependência, como a própria nomenclatura das variáveis já indica. Essa noção de dependência é discutida por Pavan e Nogueira (2010, ID.: 39), no artigo “A Mobilização das Ideias Básicas do Conceito de Função Por Crianças da 4ª Série do Ensino Fundamental em Situações Problema de Estruturas Aditivas e/ou Multiplicativas”:

*Pudemos constatar que as crianças reconheceram a variação de uma grandeza em relação a outra presente nas situações, ou seja, perceberam, por exemplo, que quanto maior for a quantidade de batatas a ser comprada, maior será o preço a se pagar pela compra, ou quanto mais paradas o trem fizer, maior será a distância percorrida. A variação é um fator muito presente que contribui consideravelmente para a formação do conceito de função no aluno. Quando são propostas situações em que se percebe claramente a variação de uma grandeza em relação a outra e que esta variação está relacionada a um valor, o sentido de taxa de variação surge mesmo que tal termo não seja mencionado em nenhum momento. Há clareza noção de dependência.* (PAVAN e NOGUEIRA, 2010, p. 4, Anais do X ENEM)

ID.: 39

Quando os autores apontam a noção de dependência, eles se referem à correspondência entre as variáveis. O significado de variável também está relacionado à compreensão do conceito de função. Autores como, por exemplo, Castro e Rodrigues (2013, ID.: 77) enfatizam que o mesmo não deve ser confundido com a incógnita. Tal preocupação é ilustrada pelo excerto abaixo, retirado do artigo “Generalização Verbal e Simbólica no Trabalho Com Ideias de Função”:

*Fazemos, ainda, um comentário a respeito da importância do aspecto aritmético na composição das leis matemáticas apresentadas aos alunos. Talvez pela faixa etária e escolar dos participantes, constatamos que alguns alunos resistiram ao compor uma sentença que*

*continha dois processos aritméticos. Por outro lado, perceberam, sem maiores dificuldades, que há casos em que determinadas sentenças admitem mais de um valor para se verificarem verdadeiras, ao passo que outras só permitem um. Trata-se das noções de incógnita e variável que, apesar de não serem nomeadas aos grupos com essas palavras, foram muito bem compreendidas. (CASTRO e RODRIGUES, 2013, p. 12, Anais do XI ENEM)*

ID.: 77

Nesse caso, a variável é definida pelos autores como sentenças que admitem mais de um valor, ou seja, no caso da variável a representação não se refere a um único valor desconhecido, mas a um conjunto de valores, conforme define Caraça, a variável é “símbolo da vida coletiva do conjunto, vida essa que se nutre da vida individual de cada um de seus elementos, mas não se reduz a ela” (CARAÇA, 1984, p. 127). Quando Caraça (1984) aponta que “não se reduz a ela” entendemos que a variável é a representação de cada um dos elementos do conjunto, e que não deve ser confundida com o mesmo ou com um único elemento dele.

Frota (2007, ID.: 32) no artigo “Representação e visualização no Estudo das Funções” também enfatiza o significado de variável ao discutir o conceito de função, e a respeito dessa temática tal autora defende que:

*Fala-se, por exemplo, em injetividade ou sobrejetividade, mas não em crescimento ou decréscimo da função, ou melhor, em quanto e como cresce/decrece o valor de uma função em relação à sua variável independente. Discutem-se (caso existam) os zeros da função, mas não os seus pontos críticos, que são, em verdade, os seus pontos ótimos. A noção de função é, desse modo, estabelecida não no contexto da “variabilidade”, mas, em termos de uma correspondência estática entre os valores das variáveis “x” e “y”. O gráfico da função é, em geral, “plotado” através de uma tabela de valores “notáveis”. A curvatura das curvas que compõem o gráfico da função é, em geral, induzida pelo acréscimo de mais pontos. (FROTA, 2007, p. 12, Anais do IX ENEM)*

ID.: 32

Neste excerto, Frota (2007, ID.: 32) faz uma crítica a qualquer tipo de abordagem do conceito de variável que não esteja atrelado à ideia de transformação, à noção de movimento. Dessa forma, a autora preconiza um significado para variável que vai ao encontro do que discutimos na seção 1, tomando Sousa (2004) como referência:

A variável é a fluência, o próprio movimento, o fluxo do pensamento. Sua constituição considera os pensamentos do campo numérico e geométrico. Tais pensamentos são teóricos. Porém, o seu lógico-histórico mostra que estes se originaram das abstrações feitas pelos homens a partir da elaboração dos conceitos formais de números e de aspectos da geometria. Só há sentido em mencionar a palavra variável, a partir do momento em que se considera o campo numérico. Ela não tem existência por si só, enquanto ser em si. (SOUSA, 2004, p. 82)

Entendemos ainda que, quando Frota (2007, ID.: 32) critica uma “correspondência estática dos valores das variáveis” ela defende que a variável não pode ser confundida com a incógnita, visto que a primeira representa a vida coletiva do conjunto enquanto a segunda é a representação de um único valor desconhecido.

A compreensão do significado de variável está associada a três conceitos matemáticos: domínio, contradomínio e imagem. Objetivando-se compreender melhor o conceito de função, Farias e Alves (2013, ID.: 71) definem esses três conceitos no artigo “O Ensino da Função Afim Com o Auxílio do *Software Geogebra*”:

*[...] Definimos uma função como toda relação entre A e B, onde A e B são grandezas de naturezas distintas, que associa todo elemento da grandeza A com um único elemento da grandeza B [...]* (FARIAS e ALVES, 2013, p. 4 Anais do XI ENEM)

*O conjunto A representa o domínio da função, e o conjunto B, representa o contradomínio da função. Os elementos do conjunto B que estão associados aos elementos do conjunto A, pela lei de formação da função, representa o conjunto imagem desta função [...]* (FARIAS e ALVES, 2013, p. 6 Anais do XI ENEM)

ID.: 71

Embora os autores utilizem uma definição bastante formal para definir tais conceitos, essa explicação deixa claro que os conceitos de domínio, contradomínio e imagem estão intimamente relacionados. O que notamos, no entanto, é que falta o movimento, ou seja, a noção de infinito, da continuidade existente entre um ponto e outro.

Karlson (1974) denomina a imagem como um organismo vivo e destaca que:

Se tomarmos os valores de  $x$  ponto por ponto, isto é, se percorrermos o campo dum extremo ao outro, então a função, para cada valor de  $x$ , dá o valor correspondente de  $y$ : cada passo origina uma fração do trajeto, que antes não existia, mas que surge do nada, somente agora, neste momento. A função assemelha-se aqui a uma máquina que, segundo um plano pré-estabelecido em todos os detalhes, forma um novo objeto, completamente acabado, a partir da porção de matéria prima que nela introduzimos- por exemplo um gramofone, que traduz em música toda oscilação gravada no disco preto, fazendo a ressurgir segundo uma lei conhecida. Este é, evidentemente, um modo de ver totalmente diverso, mais dinâmico, criador,

essencialmente diferente da calma olímpica do sábio impassível. A função cria novas grandezas. (KARLSON, 1974, p. 387)

Entendemos que ao denominar a imagem como um organismo vivo, Karlson (1974) destaca que a mesma não é estática. Ao conceito de imagem está implícito o movimento, a transformação e no caso das funções contínuas, o próprio conceito de infinito. Tal concepção foi identificada no artigo “Prática Discursiva de Uma Professora que Conhece a Teoria dos Registros de Representação Semiótica: Desafios Acerca da Pergunta no Ensino do Conceito de Função”, na qual Maggio e Nehrin (2013) apontam que:

*[...] a pergunta “Entre dois deles (números) existem infinitos ou finitos números?” é redacionalmente mencionada, pois pode se referir à noção de domínio, ou à noção de contradomínio e imagem, via os termos “infinitos” e “finitos” (MAGGIO, 2011). (MAGGIO e NEHRIN, 2013, p. 6, Anais do X1 ENEM)*

ID.: 76

No excerto acima, aparece também a noção de campo de variação, mesmo que não tenha sido referida por esse nome. Isso porque, quando os autores questionam a quantidade de números existentes entre dois pontos, essa resposta vai depender do campo de variação em que a pergunta foi definida. No caso do conjunto dos Números Reais, por exemplo, entre dois pontos quaisquer existem infinitos outros. Já no conjunto dos Números Naturais esse intervalo é finito.

Tais significados e conceitos como relação, dependência, variável, domínio, contradomínio e imagem são explorados nas pesquisas que analisamos, com intuito explícito ou implícito de compreender melhor o conceito de função.

A partir desses, algumas definições do conceito de função são apresentadas. Rodrigues, Silveira e Nagy (2013, ID.: 58), ao redigirem o artigo “Indícios de Mobilização de Pensamento Algébrico por Alunos de Uma Turma de 6º Ano do Ensino Fundamental” se pautam em outros autores para caracterizar o pensamento funcional se fixando na existência das regularidades e na necessidade de generalização:

*Quanto ao pensamento funcional, as autoras afirmam que “[...] envolve a exploração e a expressão de regularidades numéricas, como por exemplo, a descrição do crescimento de padrões ou generalizações sobre somas de números consecutivos.” (CYRINO; OLIVEIRA, 2011, p. 103). Explicam ainda que outra forma assumida pelo pensamento algébrico é a modelação, que “[...] envolve a generalização a partir de situações matematizadas ou fenômenos, como por exemplo, a generalização de regularidades em situações do dia-a-dia*

*onde a regularidade é secundária relativamente ao objetivo mais geral da tarefa.” (CYRINO; OLIVEIRA, 2011, p. 103). Por último, explicitam que*  
*[...] a generalização sobre sistemas matemáticos abstratos de cálculos e relações, uma forma de raciocínio algébrico menos comum no currículo do ensino básico, envolve a generalização utilizando objetos abstratos e operações sobre classes de objetos. (CYRINO; OLIVEIRA, 2011, p. 103).*  
 (RODRIGUES, SILVEIRA e NAGY, 2013, p. 1, Anais do XI ENEM)

ID.: 58

Tal definição prioriza uma concepção de função relacionada à representação algébrica da mesma, ou seja, a forma de representação utilizada para desenvolver um modelo que expresse a relação entre as variáveis. Nesse tipo de definição há uma priorização do produto final de uma função, que é a sua expressão analítica.

Fonseca *et al.* (2013, ID.: 66), no artigo “Função Afim: Uma Análise de Obstáculos Epistemológicos a Partir de Questões de Exames Nacionais” ao apresentarem um método de abordagem do conceito de função, também apresentam alguns aspectos de tal conceito, aproximando-se de uma definição:

*Apoiado nos estudos de Tinoco (1998) percebe-se que a relação de dependência entre grandezas variáveis deve ser salientada sempre que possível. No entanto, é bom lembrar que, numa relação funcional, uma das grandezas (a variável dependente) é perfeita e univocamente determinada pela variação da outra (variável independente). Esta característica das funções deve surgir lentamente ao longo do processo, para que durante este processo de construção, a imagem de conceito dos alunos seja enriquecida. É preciso também que os alunos desenvolvam a capacidade de apresentar argumentos, que justifiquem a validade da lei matemática, registrando-os. (FONSECA et al., 2013, p. 1 Anais do XI ENEM)*

ID.: 66

Nesse caso, notamos que há uma valorização dos conceitos que discutimos nesse tópico, como dependência e variável. Fonseca *et al.* (2013, ID.: 66) destacam também a relação unívoca que ocorre quando cada elemento do domínio corresponde a um único elemento do contradomínio da função.

Nas pesquisas analisadas, notamos a recorrência de afirmativas que apontam causas que dificultam a compreensão do conceito de função. Dentre elas podemos citar a apresentação desse Conceito apenas pelo seu aspecto formal, ou reduzido a um de seus significados e a própria formação do professor de Matemática, que nem sempre oportuniza

que o professor desenvolva seu pensamento funcional. Desse modo, ele não se apropria dos significados do conceito de função e acaba reduzindo sua prática de ensino a um conjunto de regras, procedimentos e definições que permitem apenas operar com tal conceito.

Assim, a unidade de análise a seguir foi desenvolvida no intuito de apresentar o que revelam as pesquisas sobre os principais obstáculos de ensino e aprendizagem que prejudicam a compreensão do conceito de função.

### 4.3 Obstáculos de ensino e aprendizagem para o conceito de função

Nos tópicos de análise desenvolvidos até agora discutimos dois aspectos do conceito de função revelados nas pesquisas do ENEM: sua importância e o modo como este vem sendo compreendido pelos autores.

Embora os autores apontem que tal conceito possui uma importância social, bem como uma relevância no campo da Matemática e de outras ciências, alega-se ainda que o mesmo nem sempre tenha sido bem compreendido.

Dessa forma, identificamos nas pesquisas três temas que podem ser interpretados como fatores que obstaculizam a compreensão do conceito de função:

- *Tema 5: Os prejuízos de reduzir o conceito de função a apenas alguns significados do mesmo.*
- *Tema 7: Os prejuízos de um ensino que singulariza a exploração de técnicas e algoritmos.*
- *Tema 9: A forma como o professor compreende o conceito de função está relacionada ao modo como o mesmo estrutura sua prática de ensino.*

No Tema 5 enquadrados os trechos nos quais os autores denunciam os prejuízos de aprendizagem que ocorrem quando o conceito de função é explorado apenas pela sua representação, apenas como uma relação, apenas como uma lei de correspondência, ou reduzido a qualquer uma de suas particularidades.

O Tema 7 se refere aos trechos que demonstram que o conceito de função não pode ser explorado apenas como um conjunto de técnicas e algoritmos, pois tal prática pode acarretar em uma atividade mecânica e sem significados.

O Tema 5 e o Tema 7 são separados por uma linha tênue, visto que ambos discutem práticas que reduzem o conceito a alguns aspectos do mesmo. Por isso, importa-nos destacar que o que difere quinto do sétimo é o fato de que no Tema 5, o conceito é minimizado a

um/alguns de seus significados e, no Tema 7, o conceito é reduzido a um conjunto de técnicas e/ou algoritmos, apenas.

O Tema 9, por sua vez, está direcionado aos excertos que demonstram que o modo como os professores compreendem o conceito de função está diretamente relacionado à prática docente deles. Fato esse compreensível, pois, os professores só conseguem ensinar aquilo que dominam.

Ao discutir os prejuízos de reduzir o conceito de função a apenas alguns dos seus significados, estamos nos referindo à necessidade de que esse conceito seja abordado por um processo que permita ao aluno uma compreensão que se inicia nos aspectos mais intuitivos como a relação, a regularidade e o movimento para culminarem na compreensão das formas de representação, da associação de variáveis pela teoria dos conjuntos, da noção de injetividade, sobrejetividade e bijetividade, por exemplo.

Retomando o Quadro 1, no qual elencamos um conjunto de conhecimentos que defendemos como necessários de serem potencializados no processo de compreensão do conceito de função, destacamos que caso as práticas de ensino valorizem apenas alguns dos significados listados, isso prejudicará a compreensão de outros aspectos do conceito de função.

Junior e Freitas (2010/ ID.: 50), no artigo “Práticas Pedagógicas no Ensino de Função: Uma Experiência Colaborativa Empreendida por Professores do Ensino Médio” destacam que o próprio modo como se define o conceito de função pode camuflar (ou não) alguns significados importantes e dificultar a aprendizagem desse conceito. Segundo esses autores:

*Analisando as diversas maneiras de definir funções verifica-se que algumas definições têm caráter estático, por exemplo, a definição por meio de pares ordenados, enquanto que outras têm caráter mais dinâmico, como lei de associação.*

*Acreditamos que para alunos das séries finais do Ensino Fundamental e início do Ensino Médio, a segunda opção seja mais adequada, em particular se tratarmos por meio de atividades contendo situações-problema. (JUNIOR e FREITAS, 2010, p. 7, Anais do X ENEM)*

ID.: 50

Maciel (2013/ ID.: 72), na pesquisa intitulada “A Construção e Aplicação do Vídeo Sobre a História do Conceito de Função” também se refere à definição, apontando que se a mesma for apresentada de forma sintética poderá ocasionar em prejuízos à sua compreensão:



*O atual processo de ensino-aprendizagem de função remete a associações superficiais e limitadas do conceito. Quando pensamos no termo função é indissociável de seus tipos: função afim, função quadrática, função exponencial, função logarítmica, etc. Dessa forma, observa-se uma apropriação utilitarista e prática da Matemática para aplicação de operações e obtenções de resultados. Uma definição para função é:*

*Sejam  $x$  e  $y$  duas variáveis representativas de conjuntos de números; diz-se que  $y$  é uma função de  $x$  e escreve-se  $y=f(x)$ , se entre as duas variáveis existe uma correspondência unívoca no sentido  $x \rightarrow y$ . A  $x$  chama-se variável independente, a  $y$  variável dependente. (CARAÇA, 1975, p. 129) (MACIEL, 2013, p. 3)*

ID.: 72

O artigo “O Estudo de Funções com Calculadora Gráfica” de Gracias e Borba (1998/ ID.: 6), defende que outro obstáculo para compreensão do conceito de função é a valorização excessiva da representação algébrica em detrimento da representação gráfica:

*Nas escolas, o aspecto visual é normalmente deixado em segundo plano. O estudo das funções é mais dominado pelo aspecto algébrico. Os exercícios propostos aos estudantes envolvem, em geral, apenas manipulação algébrica e a construção de gráficos por meio de uma tabela de pontos que satisfaçam a expressão analítica. (GRACIAS E BORBA, p. 247, 1998, Anais do VI ENEM)*

ID.: 6

Além de inibir o potencial de significados das outras possibilidades de representação, essa valorização da representação algébrica pode causar um equívoco conceitual que reduz o conceito de função a essa forma de representação. Caraça (1984, p. 131) destaca que o descuido com a linguagem faz com que essa confusão seja recorrente no estudo das funções:

[...] o conceito de função não se confunde com de expressão analítica;- esta é apenas um modo de estabelecer a correspondência das duas variáveis. Por outras palavras, pode dizer-se que uma igualdade como  $y = 4,9 \cdot x^2$ , em que a figura  $y$  igualado a uma expressão analítica em  $x$ . contém uma lei matemática ligando as duas variáveis; essa lei matemática define a correspondência que existe entre  $x$  e  $y$  e faz, portanto, que  $y$  seja função de  $x$ . [...] Isto nos leva a concluir que não devemos confundir função com expressão analítica; e, no entanto, estas duas ideias andam constantemente confundidas na linguagem e na escrita dos matemáticos! O leitor só muito raramente encontrará, na pena dum matemático, uma frase como está- seja a função  $y(x)$ , cuja definição analítica é  $y=4,9x^2$ ;o matemático escreverá mais simplesmente – seja a função  $y=4,9x^2$ .

O artigo “Algumas Imagens de Alunos Universitários e do Ensino Médio Sobre o Conceito de Função” também se preocupa com o problema de linguagem, e aponta que as inconsistências teóricas são registradas nos livros didáticos. Outro obstáculo identificado por tais autores diz respeito à sequência utilizada para abordar o conceito de função. Segundo Silva *et al.* (2001, ID.: 16):

*De modo geral, o conceito de função é apresentado, em livros didáticos, como relação entre elementos de dois conjuntos arbitrários, utilizando-se diagramas para ilustração. Essa generalidade logo é abandonada e, via de regra, são consideradas somente as funções com domínio e contra domínio reais. Grande ênfase é colocada na seguinte condição: a cada elemento do domínio corresponde um único elemento do contradomínio. Como é possível “sobrar” elemento no contradomínio, mas não no domínio, fica a impressão de que o contradomínio deve ser sempre “maior” do que o domínio. Associada a essa ideia incorreta pode se formar também a imagem de que uma função deve ser sempre injetiva. (Silva *et al.*, p. 8, 2001, ANAIS DO VII ENEM)*

ID.: 16

Entendemos que Silva *et al.* (2001, ID.: 16) chamam a atenção para o fato de que a formalização precoce pode acarretar em incoerências conceituais. A ideia mencionada pelos autores de que toda função é injetora expõe uma necessidade de explorar as habilidades do raciocínio lógico dedutivo. Isso ocorre porque há uma diferença entre uma implicação de causa e consequência e a recíproca da mesma. A validade da primeira não assegura a validade da segunda.

É fácil compreender, por exemplo, que se chove então o chão está molhado, mas que o chão molhado, não implica necessariamente que tenha chovido. Tal diferenciação é óbvia, pois chuva e chão molhado são muito palpáveis.

Retomando o excerto de Silva *et al.* (2001, ID.: 16) se o sujeito não compreende os significados de domínio e contradomínio, torna-se difícil diferenciar as sentenças: “cada elemento do domínio corresponde a um único elemento do contradomínio” e “cada elemento do contradomínio corresponde a um único elemento do domínio”. Pensando nisso, defendemos que o artigo de Silva *et al.* (2001, ID.: 16) aponta para a necessidade de que os conceitos de domínio, contradomínio e imagem sejam bem desenvolvidos no ensino do conceito de função.

Os prejuízos causados pela formalização precoce de função, denunciados pelas pesquisas apresentadas nas onze edições dos ENEMs e pela presente pesquisa na Seção 1, refletem uma preocupação com qualquer abordagem do conceito de função que o singularize

a um conjunto de regras e algoritmos que não tem nenhum significado para aqueles que o executam. Nesse sentido, no artigo “Formalização do Conceito de Função no Ensino Médio: Uma Sequência de Ensino-Aprendizagem”, Chaves e Carvalho (2004, ID.: 24), se baseando em Ávila (1985), destacam que:

*A “preocupação excessiva com apresentações formais é uma falha grave no ensino, pois atrapalha o desenvolvimento do aluno já que obscurece o que há de mais importante na Matemática: as idéias. Exemplo típico desse erro é o esforço que se faz no 2º grau [sic] para apresentar o conceito de função como um caso particular de relação” (Ávila, 1985). No entanto, essa é a prática mais comum entre os professores de Matemática, em especial do EM, que, apoiados em livros didáticos e em sua própria formação, transmitem um saber desconectado do contexto do aluno enquanto indivíduo dotado de saberes, níveis de cognição e imaginação. (CHAVES e CARVALHO, 2004, p. 5, Anais do VIII ENEM)*

ID.: 24

Fonseca *et al.* (2013, ID.: 66), por meio da pesquisa “Função Afim: Uma Análise de Obstáculos Epistemológicos a Partir de Questões Exames Nacionais”, destacam que essa priorização dos aspectos formais induz a uma confusão entre o conceito de função e o conceito de equação. Segundo tais autores:

*A partir de análises preliminares desta pesquisa, verificou-se que os alunos, em geral, tinham muitas dificuldades em estabelecer uma relação de dependência entre as variáveis do problema, e também de generalização dos resultados. Para muitos deles, trabalhar com funções era apenas realizar operações algébricas, substituindo o valor de uma incógnita, na lei da função e encontrando o valor da outra, por meio da resolução de uma equação. Em muitos casos, a construção da expressão (lei) matemática referente a um fenômeno abordado gera um grande problema. Muitos alunos não conseguem compreender as relações das dependências entre as variáveis de uma função, e nem quais os fenômenos que ocorrem com regularidade podem ser generalizados e representados por meio de uma expressão algébrica. Essa expressão algébrica seria a lei matemática correspondente à função que modela a situação problema. (FONSECA *et al.*, 2013, p. 1 Anais do XI ENEM)*

ID.: 66

A discussão a respeito da dificuldade em diferenciar os conceitos de função e equação é aprofundada na pesquisa de Lucas (2010, ID.: 53), intitulada de “Equações e Funções: Descontinuidades Conceituais”, na qual os dados coletados em campo evidenciaram a confusão existente entre ambos:

*É imprescindível destacarmos que houve clara associação entre a expressão algébrica de uma função (afim ou quadrática) e uma equação (de 1° ou 2° graus), mostrando que para encontrar a raiz (ou as raízes) de uma função, os sujeitos recorreram quase que exclusivamente ao tratamento no registro algébrico. Mesmo quando solicitados a verificar se valores numéricos fornecidos eram ou não raízes de funções não-familiares (por exemplo, de 3° ou de 4° graus), o recurso algébrico foi predominante.*

*Por isso, pode-se concluir que, ao buscar raízes para uma dada função, os sujeitos participantes da pesquisa trataram-na como uma equação, procurando solucioná-la e encontrar um ou mais valores para sua variável independente, que no caso foi tratada como incógnita. Esta é, portanto, uma relação de descontinuidade conceitual entre funções e equações detectada em nossa pesquisa.*

*Outra associação imediata entre equações e funções foi detectada quando questionamos os sujeitos acerca do reconhecimento do grau de uma equação e do tipo de uma função. Neste caso, ganha destaque a concentração das duplas em torno da associação com o expoente e com o processo de resolução de uma equação, mostrando que equações e funções dadas por expressões algébricas assumem o mesmo significado, ao menos na escrita, na concepção destes sujeitos. Apenas uma dupla registrou que essa diferenciação pode ser feita através do registro gráfico. (LUCAS, 2010, p. 20, Anais do X ENEM)*

ID.: 53

Os excertos acima demonstram que o tratamento restritamente sistemático do conceito de função implica em uma descontinuidade conceitual, ou seja, por desconhecer os significados tanto de uma equação como de uma função, fica obscura a diferença entre esses dois conceitos.

Filho e Menezes (2010, ID.: 49), ao desenvolverem a pesquisa intitulada “Como os Alunos do Ensino Médio estão Construindo e Interpretando Gráficos de Funções Polinomiais 1° e 2° Graus”, dão indícios de outro prejuízo para a formação do estudante, que é perceber apenas o cálculo como caminho alcançar uma resposta, ocasionado pelo excesso de regras e algoritmos no ensino de matemática:

*Os resultados apresentados neste estudo tornam clara a tendência dos alunos, mesmo nas questões inteiramente relacionadas à interpretação gráfica, de utilizarem estratégias e procedimentos com cálculos para resolverem os problemas.*

*Especificamente, têm-se evidências de que os alunos concebem o cálculo como a única, ou mais relevante, via para encontrar soluções. Tal atitude parece ser resultado do contrato didático, firmado em situações de ensino anteriores, em que —um bom problema de Matemática‖ requer —um bom algoritmo‖ como solução. Desta forma, é necessário criar situações didáticas que favoreçam a leitura e interpretação gráfica e, com isso, permitir o desenvolvimento da capacidade de percepção e análise, pois estas são habilidades fundamentais para o mundo atual. (FILHO e MENEZES, 2010, p. 7, Anais do X ENEM)*

ID.: 49

O fragmento anterior revela que essa valorização de procedimentos em detrimento das ideias e significados, muito presente no ensino de matemática, acaba por desenvolver uma postura acrítica dos alunos, visto que esses, ao se depararem com uma situação problema, começam a buscar o cálculo ideal imediatamente, sem uma preocupação em realmente compreender e interpretar a situação dada.

As pesquisas (SILVA *et al*, 2001, ID.: 16/ CHAVES E CARVALHO, 2004, ID.: 24) apontam ainda que, muitas das carências e obstáculos que ocorrem nas práticas de ensino do conceito de função estão associadas a pouca ou equivocada compreensão que o próprio professor tem do mesmo.

Silva *et al*. (2001, ID.: 16), ao desenvolverem a pesquisa “Algumas Imagens de Alunos Universitários e do Ensino Médio Sobre o Conceito de Função” apontaram que para que os professores tenham uma melhor compreensão de tal conceito faz-se necessário uma reelaboração dos cursos de licenciatura:

*Os resultados da pesquisa chamam atenção também para a complexidade do processo de formação do professor da escola básica. Trabalhar, por exemplo, o conceito de função na licenciatura, exige uma perspectiva que leve em conta as imagens conceituais dos licenciandos - como alunos em situação de aprendizagem – e, simultaneamente, numa espécie de meta abordagem da questão, exige que se discuta com eles – como futuros professores – a importância do conhecimento das imagens conceituais de seus alunos no desenvolvimento do futuro trabalho pedagógico na escola. Uma formação matemática indissociada da formação pedagógica e da prática docente na escola básica, eis aí, a nosso ver, um dos grandes desafios dos cursos de licenciatura. (Silva et al, p. 10, 2001, ANAIS DO VII ENEM)*

ID.: 16

Costa, Neto e Sá (2004, ID.: 20) sugerem no artigo “Uma Análise dos Conhecimentos de Função de Estudantes Iniciais do Curso de Matemática” que a licenciatura desenvolva o conceito de função através da metodologia de resolução de problemas:

*Como é corrente que o ensino de matemática se torna mais eficiente, no sentido da compreensão e do desenvolvimento da habilidade de resolver problemas, quando é feito com base na resolução de problemas para uma posterior sistematização dos conceitos envolvidos e que os docentes tendem a reproduzir o modelo pedagógico utilizado durante a sua aprendizagem dos conteúdos, acreditamos que o ensino de função na licenciatura deve ser desenvolvido com base numa metodologia que privilegie a resolução de problemas como ponto de partida, o que provavelmente implicará numa mudança na forma de desenvolver o ensino de função na escola de ensino médio. (COSTA, NETO e SÁ, p. 18, 2004, Anais do*

VIII ENEM)

ID.: 20

Os dois excertos anteriores convergem para a necessidade de repensar a formação inicial do professor de matemática propondo uma modificação nas propostas de ensino das licenciaturas. Dessa forma, a problemática da formação do professor está relacionada aos problemas que listamos ao longo desse tópico, a saber: a redução do conceito de função a um de seus aspectos ou a um conjunto de regras e algoritmos que permite operar com o mesmo.

À medida que os professores (re)elaboram suas ideias acerca do conceito de função é que esses terão condições de reorganizar suas práticas de ensino. Tal movimento ocorre, de certa forma, nas pesquisas analisadas, visto que, ao apresentarem o modo como compreendem tal conceito, os autores se preocupam em propor metodologias de ensino que possam proporcionar aos alunos uma compreensão similar. Tais propostas são pautadas na contextualização, nas tecnologias de informação e comunicação e nas propostas de explorar as representações do conceito de função. Essas sugestões metodológicas identificadas nas pesquisas serão discutidas no tópico seguinte.

#### **4.4 Metodologias que contribuem para compreensão do conceito de função**

Os artigos apresentados nas edições dos ENEMs evidenciaram que há uma intenção dos autores não apenas de diagnosticar os problemas que existem acerca do processo de ensino e aprendizagem de função, mas também de buscar alternativas que contribuam para uma superação dos mesmos. As pesquisas analisadas apresentam propostas metodológicas elaboradas com o intuito de abordar o conceito de função de uma forma dinâmica e significativa, sem que o mesmo seja reduzido a seus aspectos formais e procedimentais, isoladamente.

Dos Temas identificados ao longo de nossas leituras e análises, notamos que cinco possuem um aspecto central comum: são metodologias de ensino para o conceito de função. Tal constatação nos direcionou a discuti-los em uma mesma Unidade de Análise que denominamos como “**Metodologias que contribuem para compreensão do conceito de função**”. Os temas que contemplam uma discussão nesse sentido são:

- *Tema 1: Possibilidades de introdução do conceito de função.* Tal Tema contempla os excertos nos quais os autores discutem que, o modo como se introduz o conceito de função, é determinante para o processo de construção do mesmo e fazem sugestões de abordagem inicial deste conceito.

- *Tema 2: A valorização de técnicas, algoritmos e regras associado às práticas de ensino e aprendizagem do conceito de função.* Nesse tema localizamos dois excertos que priorizam um ensino pautado em regras e operações.

- *Tema 3: Softwares educacionais como ferramentas que contribuem para uma exploração dinâmica do conceito de função.* Uma alternativa adotada pelos pesquisadores para facilitar processos de construção gráfica e de outras formas de representação é a utilização de softwares elaborados com essa finalidade. Excertos que revelam o uso dessas tecnologias em sala de aula foram identificados pelo Tema 3.

- *Tema 4: Gráfico além do desenho: A relevância da construção e interpretação desta forma de representação na aprendizagem do conceito de função.* Muitos autores discutem que o gráfico não pode ser apenas um processo de encontrar pontos correspondentes, pois a interpretação do mesmo é fonte de muitas informações sobre o comportamento da Função. Excertos nesse sentido foram identificados no Tema 4.

- *Tema 8: O ensino e aprendizagem do conceito de função deve contemplar uma compreensão articulada das diferentes formas de representação.* O Tema 8 está intimamente ligado à teoria das representações óticas, que parte do pressuposto que o Conceito e a forma como o mesmo é representado são duas coisas distintas. Tal teoria propõe uma abordagem integrada das formas de representação. Os excertos de artigos elaborados nesse viés foram identificados no Tema 8.

Dessa forma, neste tópico dialogamos entre as temáticas listadas e os teóricos que fundamentam esta pesquisa, analisando o que sugerem as pesquisas em termos de propostas metodológicas a respeito do conceito de função.

Durante as leituras e o processo de identificação das temáticas, o primeiro aspecto que nos chamou atenção, pelo número de recorrências em que aparecia, foi à questão do método como se introduz o conceito de função.

Argumentos distintos são usados pelos autores para destacar uma necessidade que o conceito de função seja abordado de forma contextualizada. No entanto, é importante compreender o que se entende pela palavra contexto. Pires (2012, p. 101) chama atenção de que muitas vezes os professores, na tentativa de elaborar práticas contextualizadas,

apresentam propostas ingênuas como, por exemplo, colocar nome dos alunos nos enunciados dos problemas. Concordamos com tal autora que:

Uma situação de aprendizagem “ideal” seria aquela em que o aluno é colocado diante de um problema para ser resolvido, que faça sentido para ele, à medida que consegue apreender o contexto da situação e, ao mesmo tempo, seja desafiado a encontrar uma solução no campo de suas possibilidades intelectuais, utilizando para este trabalho estratégias pessoais, não necessariamente aquelas consideradas convencionais. (PIRES, 2012, p. 101)

Dessa forma, uma prática contextualizada possui, necessariamente, um aspecto motivador. Ou seja, ela provoca no indivíduo a necessidade de garimpar soluções para o problema lançado. Fonseca *et al.* (2013, ID.: 66), autores do artigo “Função Afim: Uma Análise de Obstáculos Epistemológicos a Partir de Questões de Exames Nacionais”, baseiam-se em Sierpinska (1992) para destacar que a má compreensão do conceito de função influencia os alunos em não o reconhecerem como uma ferramenta para resolver problemas:

[...] *é preciso dar oportunidades aos alunos de usarem o conhecimento sobre funções na explicação de fenômenos de seu dia-a-dia ou de outras ciências a partir de modelos de relacionamentos de variáveis que observam. Sierpinska sugere que o estudo das funções deve ser introduzido como modelos de relações com situações da vida real e como instrumentos para representar um sistema em outro sistema. As funções podem ser modelos de situações da vida real, explicações de fenômenos físicos, etc. Para Sierpinska (1992, p. 32) é dessa forma como, historicamente, o conceito de função foi se desenvolvendo, vindo a ser “como instrumentos de descrição e previsão”.* (FONSECA *et al.*, 2013, p. 3 Anais do X1 ENEM)

ID.: 66

A necessidade de abordar o conceito de função foi evidenciada não apenas nas discussões teóricas, mas também nas atividades elaboradas para as pesquisas de campo. A pesquisa intitulada “Registros de Representação Semiótica em uma Atividade de Modelagem Matemática Desenvolvida no 1.º Ano do Ensino Médio”, desenvolvida por Gomes e Silva (2013, ID.: 75) apresenta uma proposta que, ao despertar nos alunos interesse pela temática foi caracterizada como uma forma de contextualização:

*Para o desenvolvimento da atividade, as alunas receberam da professora informações referentes a planos telefônicos de telefone fixo para fixo coletadas no site de uma empresa de telefonia (Figura 1).*



Em julho de 2011 uma cliente de uma empresa de telecomunicações verificou no site as propostas de planos telefônicos de telefone fixo para fixo, o qual tinha como opção três planos que chamaremos de plano A, B e C como apresentado nas tabelas abaixo.

**PLANO A**

Descrição	Valor
Assinatura mensal	28,35
Franquia de 250 minutos	19,64
Minutos excedentes no horário comercial	0,139

**PLANO B**

Descrição	Valor
Assinatura mensal	28,35
Franquia de 500 minutos	46,04
Minutos excedentes no horário comercial	0,121

**PLANO C**

Descrição	Valor
Assinatura mensal	28,35
Franquia de 1000 minutos	93,11
Minutos excedentes no horário comercial	0,105

Figura 1: Folha de atividade "Planos telefônicos de telefone fixo para fixo"

Ao receberem a atividade, as alunas foram questionadas sobre qual seria o melhor plano entre as três opções, surgindo algumas respostas, assim como algumas perguntas referentes a alguns termos que constavam nas tabelas:

*U – Ah! Todos os valores são iguais.*

*T – Claro que não, só o primeiro valor que é igual, depois vai aumentando o valor de cada minuto.*

*N – A única coisa que é igual é a assinatura mensal, porque o valor da franquia e o valor dos minutos que excedem de cada plano são diferentes.*

*U – O que é franquia?*

*N – A franquia é a quantidade de minutos que você pode usar no mês, que está incluído no valor do telefone, é o limite que eu posso usar.*

*T – Quer dizer que toda vez que você usar mais de 250 minutos você vai pagar a mais do valor.*

*B – Então compensa o plano C porque ele tem mais minutos pra usar, daí melhor pagar mais minutos então.*

*N – Mas se a pessoa usar menos minutos vai ter que pagar mais caro do que se optasse pelo plano A por exemplo.*

*B – É verdade.*

Após as discussões as alunas chegaram à conclusão de que não poderiam afirmar qual seria o melhor plano sem saber a quantidade de minutos gastos pela pessoa que deseja adquirir um plano, pois perceberam que o valor pode variar de acordo com a quantidade de minutos gastos por mês.

Ao analisar as tabelas com os respectivos planos, a aluna T disse que “o plano B é o dobro do plano A então o valor é o dobro também, porque se o plano A é de 250 minutos e o preço é 19,64 e o plano B é 500 minutos então o preço será o dobro também”. Em seguida a aluna U discordou, pois com o uso da calculadora encontrou que o dobro do valor deveria ser de R\$ 39,28 e não de R\$ 46,04 como sugeria o plano B, percebendo assim que no plano B o valor da franquia era mais caro do que a franquia do plano A.

*Neste momento a aluna N fez uma observação dizendo que embora o preço da franquia fosse mais caro, o valor cobrado dos minutos excedentes no plano B era mais barato do que no plano A.*

*Após as discussões a professora voltou a questionar as alunas de qual seria o melhor plano, obtendo as seguintes repostas:*

*B – Depende do tanto que a pessoa fala no telefone.*

*T – Se ela falar pouco compensa o plano A, se falar muito compensa o plano C.*

*A aluna B foi questionada pela professora sobre o que seria esse “tanto” que a pessoa fala no telefone.*

*B - É o tempo que ela fica falando no telefone, se ela ficar muitos minutos compensa o plano C.*

*P – Então podemos chamar os minutos que excedem de  $t$ ?*

*Neste momento podemos observar que ocorre a conversão, pois como afirma Duval (2003), as conversões são transformações de representações que mudam de um determinado registro para outro conservando o mesmo objeto. Neste caso ocorre a conversão da língua natural para a linguagem algébrica, pois as alunas passam a representar os minutos pela representação algébrica  $t$ . Após realizada a conversão, as alunas continuaram a discutir sobre a relação entre o tempo e o valor a ser pago.*

*T – Isso mesmo porque se o tempo que ela falar no telefone for maior do que 250 ela irá pagar a mais do valor.*

*N – Não, se ela falar menos de 250 minutos ela pagará o mesmo valor do que se usasse os 250 minutos, ela só paga se passar do limite da franquia.*

*B – Então se ela falar 260 minutos é melhor usar o plano B, porque ela pode falar mais tempo.*

*Neste momento a professora sugeriu às alunas que fizessem os cálculos para encontrar o valor que pagariam pelos 260 minutos caso optassem pelo plano A. U – É fácil, é só pegar e multiplicar 260 por 0,139 que encontra o valor pra pagar.*

*T – Não é assim, porque ela tem 250 da franquia que pode usar, então só vai passar 10 minutos a mais.*

*B – Então a gente tem que multiplicar 10 por 0,139 e depois somar.*

*N- Isso mesmo, multiplicamos 10 por 0,139 e depois somamos a 47,99 que é o valor fixo dos 250 minutos.*

*Após as discussões as alunas fizeram o registro algébrico, sendo que todas realizaram da mesma maneira como apresentado na Figura 2.*

*Neste momento ocorre a conversão entre os registros, uma vez que as alunas discutiram usando a língua natural e em seguida realizam a representação algébrica. Analisando o registro algébrico feito pelas alunas, podemos observar que não encontraram dificuldade em realizar a conversão entre os registros, pois as alunas representaram o registro algébrico da mesma forma como mostrado na Figura 2.*

Registro algébrico da mesma forma como mostrado na Figura 2.

Plone A $0,139 \times 10 = 1,39$ $28,35 + 19,64 + 1,39 = 49,38$	$0,139 \cdot 10 = 1,39$ $28,35 + 19,64 + 1,39 = 49,38$ $1,39$
Aluna U	Aluna B
<del>           OR: <math>0,139 \times 10 = 1,39</math>  <math>1,39 + 19,64 + 28,35 = 49,38</math> </del>	<del> <math>0,139 \cdot 10 = 1,39</math>  <math>28,35 + 19,64 + 1,39 = 49,38</math> </del>
Aluna N	Aluna T

Figura 2: Registro algébrico do valor pago por 260 minutos

(GOMES e SILVA, 2013, Anais do XI ENEM)

ID.: 75

O excerto anterior evidencia que, diante do problema lançado, as alunas envolvidas na pesquisa sentem-se mobilizadas a encontrar um modelo, algébrico ou não, que as permita inferir qual plano de telefonia é mais vantajoso. Dessa forma, podemos dizer que o problema de ensino se caracteriza também como um problema de aprendizagem, pois há uma adesão das alunas à proposta da professora.

A discussão das estudantes sobre o problema apresentada no excerto nos permitiu identificar incidência de significados do conceito de função que surgiram com naturalidade nessa prática contextualizada. A noção de dependência, por exemplo, destacada quando a aluna T aponta que “toda vez que você usar mais de 250 minutos você vai pagar mais do que o valor”. Tal afirmativa de T demonstra que ela reconhece que o valor pago está relacionado ao valor consumido. Ao longo da resolução das atividades, as alunas aprimoram essas relações de dependência ao concluírem que só é possível definir uma empresa mais vantajosa se souberem o número de minutos consumidos, demonstrando assim a noção de variável e campo de variação.

Outro recurso metodológico defendido nas pesquisas publicadas nos anais dos ENEMs é a utilização de softwares para explorar as representações do conceito de função. A pesquisa “O Uso do Computador No Estudo de Funções No Ensino Médio” revelou que os pesquisadores tem se preocupado em explorar tais representações, principalmente as gráficas, de uma forma mais dinâmica. Santos *et al* (2007, ID.: 31), autores da mesma, se apoiam em Gravina e Santarosa (1998), para defender o potencial dessas ferramentas para o ensino de matemática:

*Gravina e Santarosa (1998), afirmam que o caráter estático das representações matemáticas muitas vezes dificulta a construção do significado, afetando substancialmente a construção de conceitos e proposições. Segundo as autoras, os recursos computacionais oferecem instâncias em que a representação passa a ter caráter dinâmico e refletem nos processos cognitivos. Esse dinamismo é obtido com a possibilidade de fazer manipulações diretas sobre diferentes representações que se apresentam na tela do computador. (SANTOS et al, 2007, p. 8, Anais do IX ENEM)*

ID.: 31

A construção manual de gráficos, geralmente ocorre a partir de uma tabela de pontos que associa valores da variável independente a variável dependente. Tal processo, além de, muitas vezes, se apresentar de forma exaustiva aos alunos, permite visualizar apenas um recorte do gráfico. Nesse sentido, Umbezeiro e Dantas (2013, ID.: 61) destacam, na pesquisa “Representações de Funções usando o Winplot”, que o uso de softwares foi implementado para facilitar a tarefa de construção de gráficos:

*A fim de procurar sanar a falta de praticidade que professores de Matemática enfrentam há algum tempo na tarefa de ensinar funções, pudemos perceber que o uso de softwares matemáticos, especialmente o WINPLOT, tornaria o processo de ensino mais dinâmico. Tornando mais espontânea as tarefas de tratamento e conversão de registros de representação, a apreensão do conceito matemático Função seria mais clara e significativa. (UMBEZEIRO e DANTAS, 2013, p. 15, Anais do X1 ENEM)*

ID.: 61

Os artigos de Silva *et al.* (2013) e Lopes (2013) também utilizaram o software Winplot<sup>19</sup> para explorar as representações gráficas de Função. O software Geogebra<sup>20</sup> que

<sup>19</sup> O Winplot foi desenvolvido em 1985 pelo Professor Richard Parris 1 da Philips Exeter Academy 2 . É um software gráfico de usos múltiplos. Naquela época, o programa era executado no DOS e chamava-se Plot. Com o lançamento do ambiente operacional Windows ® 3.1 o programa foi rebatizado para Winplot. A principal função do software é desenhar gráficos de funções de uma ou duas variáveis. Também executa vários comandos. O software é freeware (gratuito) e pode ser obtido através de download (transferência) pela internet no seguinte endereço: <http://math.exeter.edu/rparris/peanut/wppr32z.exe> (versão em português). Disponível em < [http://www.fc.unesp.br/~arbalbo/arquivos/introducao\\_winplot.pdf](http://www.fc.unesp.br/~arbalbo/arquivos/introducao_winplot.pdf)>, consultado em 07/02/2015.

<sup>20</sup> O Geogebra é um software livre de geometria dinâmica que permite aos professores e professoras de Matemática uma maior reflexão sobre o processo de ensino-aprendizagem de conceitos matemáticos. Com ele, a análise e a reflexão pode ocupar um lugar de primazia em detrimento da simples aplicação de procedimentos técnicos, como é o caso da construção de gráficos desprovida de um processo de análise. (FARIAS e ALVES, 2013, p.1 Anais do X1 ENEM)

possui muitos recursos similares ao Winplot também foi mencionado nas pesquisas com o objetivo de facilitar o processo de construção gráfica. Segundo Farias e Alves (2013, ID.: 71):

*Com o auxílio das ferramentas disponíveis no software [Geogebra], é possível em pouco tempo perceber características importantes do gráfico da Função Afim, o que de forma manual, exigiria muitas construções e demandaria muito tempo. Neste sentido, o Geogebra, além de permitir uma dinâmica quase impossível de ser observada com instrumentos manuais, ainda apresenta uma vantajosa economia de tempo. (FARIAS e ALVES, 2013, p. 2, Anais do X1 ENEM)*

ID.: 71

Além da facilidade e dinamicidade oferecida pelos softwares, a pesquisa de Lopes (2013), intitulada “Registros de Representações Semióticas no Estudo das Funções Polinomiais de Segundo Grau” aponta as seguintes contribuições para o uso desses recursos:

- *Facilitam a compreensão de que, dada uma função real  $f$ , definida por  $y = f(x)$ , a figura representativa do conjunto de pontos  $(x, f(x))$  num sistema de coordenadas é a representação gráfica da função  $f$ .*
- *Apresentam o esboço do gráfico a partir da marcação de pontos, ligando-os por segmentos de reta. Além de não ser obrigatório fazer cálculos, temos claramente maior exatidão, uma vez que a quantidade de pontos utilizados pode ser notável e o resultado se obtém instantaneamente.*
- *Visualiza o comportamento universal de  $f$ .*
- *Permite focalizar aspectos visuais algébricos por experimentação, dando possibilidade para uma aprendizagem por descobrimento e favorecendo a motivação para aprender.*
- *Permite simulações de diversas situações, o que facilita o processo de ensino-aprendizagem. Em suma, os recursos oferecidos por este software educativo quando bem trabalhados, favorecem uma melhor compreensão do tema abordado. (LOPES, 2013, p. 5, Anais do XI ENEM)*

ID.: 68

As potencialidades descritas por Lopes (2013, ID.: 68) são contribuições pontuais, que podem ser evidenciadas imediatamente durante as aulas. Farias e Alves (2013, ID.: 71), na pesquisa “O Ensino da Função Afim Com o Auxílio do Software Geogebra” recorrem a Rêgo (2000) para ressaltar que o uso desses softwares também pode ocasionar modificações na própria cultura de ensino do conceito de função:

---

*A utilização de computadores no ensino provocaria, a médio e longo prazo, mudanças curriculares e de atitude profundas uma vez que, com o uso da tecnologia, os professores tenderiam a se concentrar mais nas ideias e conceitos e menos nos algoritmos (RÊGO, 2000, p. 76). (FARIAS e ALVES, 2013, p. 4, Anais do XI ENEM)*

ID.: 71

Dessa forma, os softwares se constituem como um instrumento que provoca uma mudança de postura tanto naquele que ensina, que passará a explorar outros aspectos do conceito de função, como daquele que aprende que terá oportunidade de aprender tal conceito a partir da ideia de transformação e do movimento. Entretanto, isso depende do tipo de atividade que for desenvolvida.

Fonseca, Silva e Dionysio (2013, ID.: 67), desenvolveram a pesquisa “Função Afim: Um Estudo das Representações Semióticas das Soluções de Questões Por Alunos da 1ª Série do Ensino Médio” com o objetivo de verificar se o uso de um software educacional interfere no ensino e aprendizagem de matemática. Tal experiência culminou nos seguintes resultados:

*Pela produção dos alunos pudemos constatar que na turma A, onde o conteúdo da função Afim foi ministrado com o auxílio do software educacional, no laboratório de informática, por meio de atividades dinâmicas e contextualizadas; os alunos desenvolveram maior visão intuitiva sobre o conceito de variável e dependência que os alunos da turma B, que não tiveram contato com nenhuma ferramenta computacional durante as aulas de função Afim. Como consequência, os alunos da turma A tiveram um rendimento superior ao rendimento da turma B. (FONSECA, SILVA e DIONYSIO, 2013, p. 15, Anais do XI ENEM)*

ID.: 67

Essa valorização da representação gráfica, como fonte rica de significados para a compreensão do conceito de função retrata a necessidade de explorar aspectos do gráfico transcendentais ao próprio desenho. Nesse sentido, Varizo e Rodrigues (2001, ID.: 14), durante a pesquisa “A calculadora gráfica na educação matemática - Uma proposta de abordagem para o estudo de funções quadráticas” destacam que:

*Observando representações gráficas de várias funções quadráticas em movimento, os alunos poderão fazer várias experiências; através dos aspectos visuais e do movimento poderão fazer conjecturas, descobrir padrões, familiarizar-se com as formas de representação analítica e gráfica das funções quadráticas. Essa exploração de imagens concretas movendo-se permite que o aluno vá da imagem concreta aos mais altos níveis de abstração,*

*e a reflexão sobre a exploração visual além de permitir que o aluno construa seu próprio conhecimento matemático permite que desenvolva a visualização espacial, a qual tem papel importante no desenvolvimento do raciocínio matemático. ao exigir que o aluno interprete a linguagem simbólica e a gráfica com maior destreza, e seja capaz de ao ler uma expressão analítica poder imaginar o esboço de seu gráfico e vice-versa; proporciona ao aluno maior domínio na comunicação matemática. (VARIZO e RODRIGUES, 2001, p. 6 ANAIS DO VII ENEM).*

ID.: 14

As pesquisas analisadas revelaram, sobretudo, uma preocupação que não se restringe a explorar as diversas possibilidades de representação do conceito de função, mas também de promover uma articulação entre as mesmas. Nessa perspectiva, a teoria mais utilizada foi a Teoria das Representações Semióticas de Raymond Duval.

Na pesquisa “Função Afim: Uma Análise de Obstáculos Epistemológicos a Partir de Questões de Exames Nacionais”, Fonseca *et al.* (2011) destaca que:

*Em Matemática toda comunicação se estabelece com base em representações, pois diferentemente de outras áreas do conhecimento, os objetos matemáticos são abstratos, isto é, não são diretamente perceptíveis ou observáveis com o auxílio de instrumentos (aparelhos de medida, microscópio, telescópio, etc.), necessitando do uso de representações semióticas para a sua apreensão. (DUVAL, 2003, p. 11), (FONSECA *et al.*, 2011, p. 3, ANAIS DO XI ENEM).*

ID.: 65

Nas pesquisas analisadas foi possível notar que uma característica muito forte da Teoria das Representações Semióticas se refere ao caráter abstrato do conhecimento matemático que resulta, muitas vezes, em uma confusão entre o Conceito e sua representação. Nesse sentido, Souza, Cordeiro e Moretti (2004), destacam que:

*A conversão entre registros se mostra relevante no processo de formação conceitual, pois garante a distinção entre significado e significante. Observamos que, para a apreensão do objeto matemático, segundo DUVAL, nos diferentes problemas, o aprendiz deve transitar sem dificuldade entre, pelo menos, dois registros da representação do conceito. Por meio do trânsito entre representações expressas em diferentes linguagens, o conhecimento dos alunos sobre os objetos e suas propriedades é ampliado, já que são as diferentes formas de representação de um objeto matemático que viabilizam a construção de ferramentas para o pensamento no desenvolvimento de problemas. (SOUZA, CORDEIRO e MORETTI, 2004, p. 5, Anais do VIII ENEM)*

ID.: 26

À medida que os autores desenvolvem pesquisas pautadas na teoria de Duval, notamos que há uma tentativa de explorar todas as formas de representação com a intenção clara de que as mesmas se constituam como ferramentas para construção de significados e não apenas como ferramentas para operar mais facilmente com o conceito de função. Essa constatação se evidencia no excerto anterior quando os autores destacam que “viabilizam a construção de ferramentas para o pensamento”, ou seja, a preocupação em articular as diversas representações não é apenas a de manipular essas representações, mas de desenvolver o raciocínio a partir da interpretação destas.

Em meio a essas pesquisas que apontam a necessidade de explorar os significados e ideias relacionados ao conceito de função, identificamos um excerto em que o autor nos dá pistas de uma valorização das técnicas. Tal fragmento foi retirado da pesquisa “Trabalhando Gráficos de Funções Elementares” de Souza (1995), no qual está escrito:

“A presente comunicação científica tem por finalidade a socialização de técnicas de trabalhos com construção de gráficos de função”. (SOUZA. 1995, p. 151, ANAIS DO V ENEM)  
ID.: 2

Quando o autor se propõe a socializar técnicas, entendemos que ele se refere a procedimentos que facilitam a construção gráfica. Embora o material dos Anais do ENEM não seja suficiente para inferirmos isso, visto que é composto apenas de resumos, a data de publicação nos aponta para uma pesquisa de caráter mais tecnicista.

Acreditamos que o intervalo de 26 anos que separam a primeira e a última edição do ENEM foi marcado por um contexto de mudanças de cunho social e curricular que provocam essas variações nas concepções dos autores, marcadas inicialmente pela valorização de um ensino pautado em regras e procedimentos e posteriormente pela valorização dos aspectos históricos e filosóficos do conceito de função. Notamos que há um predomínio de artigos que se preocupam em minimizar as práticas tecnicistas e apontam novas tendências (*tema 1, tema 3, tema 4 e tema 8*, por exemplo) para o ensino do conceito de função.

Tais análises nos convidaram a pensar sobre nossas hipóteses iniciais que ora foram confirmadas e ora foram refutadas ao longo do desenvolvimento da pesquisa. Essas considerações serão apresentadas na seção seguinte.



## CONSIDERAÇÕES FINAIS

Acreditamos que todo pesquisador, ao elaborar sua questão de pesquisa, trás consigo várias expectativas de respostas para a mesma. No caso desta pesquisa não foi diferente. Conforme mencionado na Introdução, a proposta de desenvolver tal pesquisa surgiu após uma participação no EBRAPEM, que nos levou a refletir sobre as possíveis concepções dos autores acerca do conceito de função. Após essa experiência acreditávamos que nas pesquisas ainda havia uma confusão entre o conceito de função e suas formas de representação.

Embora a presente pesquisa não tenha coletado dados no campo, onde o ensino de funções ocorre, as experiências vivenciadas tanto na Graduação quanto nas primeiras experiências docentes, evidenciaram que as práticas de ensino ainda são, na maioria das vezes, elaboradas no modelo tradicional, que valorizam majoritariamente os algoritmos, regras e não se preocupa com a construção dos significados.

Ao nos debruçarmos sobre as pesquisas somos tomados por um conjunto de dados que caminha justamente no sentido oposto desse tipo de prática. Pesquisadores reconhecem a necessidade de entender o conceito de função sobre a ótica do movimento e da transformação e apontam uma necessidade de romper com práticas que possivelmente levem a uma concepção estática de tal conceito.

Tal fato nos evidenciou que embora o ENEM seja um evento que contempla um público heterogêneo, que inclui os professores da escola, ainda existe um distanciamento notável entre as propostas das pesquisas e a maioria das aulas de matemática na Educação Básica e também no Ensino Superior.

Ao percebermos essa discrepância notamos que as pesquisas não são, na maioria dos casos, reflexos do que acontece na escola, mas sim tentativas de suprir as carências que se evidenciam nesse ambiente.

Os artigos analisados nos revelaram a incidência constante de quatro preocupações dos autores, sendo elas: defender a importância do conceito de função, compreendê-lo, diagnosticar obstáculos de ensino e aprendizagem do mesmo e propor alternativas metodológicas para abordagem de tal conceito.

Segundo as pesquisas que compuseram o *corpus* desta investigação, a importância do conceito de função está relacionada a seu papel social, seu potencial articulador dos conteúdos da matemática e sua utilidade para outras ciências. Tais argumentos nos dão indícios de que há uma intenção em promover uma formação para a cidadania, na qual a construção do

conhecimento tem como objetivo facilitar a atividade humana e contribuir com o progresso da ciência. Essa concepção de educação reconhece que, na impossibilidade de apresentar ao sujeito todo conhecimento que lhe é necessário, a educação deverá desenvolver no mesmo uma postura crítica e ativa, que o possibilite a resolver problemas de forma autônoma.

Acreditamos também que a insistência dos autores em salientar a importância do conceito de função possui uma intencionalidade de convencer profissionais da Educação a refletirem sobre o modo como estes ensinam tal conceito.

No entanto, pensar uma prática docente diferente requer primeiramente uma nova compreensão do conceito de função, visto que se o mesmo for entendido como uma representação algébrica, como um conjunto de pontos, ou por qualquer outro viés estático, não fará o menor sentido explorar significados relacionados à noção de movimento. Pensando nisso, os autores pontuam e conceituam os significados que julgam necessários à compreensão do conceito de função, dentre os quais podemos destacar a noção de relação, de dependência, de variáveis, domínio, contradomínio e imagem.

As pesquisas revelam também uma preocupação em identificar quais obstáculos vêm dificultando uma compreensão mais significativa do conceito de função. Nesse caso os autores defendem que a redução do conceito de função a alguns de seus significados ou a um conjunto de regras e algoritmos limita a aprendizagem do mesmo e traz prejuízos ao desenvolvimento do pensamento funcional. Os autores apontam também a necessidade de repensar a formação inicial dos professores de Matemática, para que os mesmos vivenciem na licenciatura uma aprendizagem do conceito de função que rompa com as práticas cristalizadas que valorizam o aspecto estático do conceito de função.

Por último, mas não menos importante, os autores sugerem alternativas metodológicas para introduzir e desenvolver o conceito de função. Quanto à introdução, as pesquisas defendem que tal conceito seja apresentado de forma contextualizada e que esse contexto não seja precocemente abandonado e substituído por uma abordagem pautada no rigor e no formalismo. Nesse caso, o contexto é indicado como ponto de partida e também como mediador que auxilia os processos de generalização formal.

Os autores também se preocupam com o modo como se explora as representações do conceito de função e por isso buscam evidenciar as diferenças existentes entre o conceito e as diversas formas de como se pode representar o mesmo, destacando que as utilidades que diferem ambos podem ser percebidas à medida que se explora a compreensão e interpretação dessas representações.

Das diversas possibilidades de representação do conceito de função, sendo oral, escrita, pictórica, algébrica ou gráfica, notamos que há maior recorrência de artigos que discutem o potencial da representação gráfica. Isso ocorre pelo fato dos autores considerarem que há uma valorização excessiva da representação algébrica nas práticas escolares e também porque a forma de construção gráfica proposta nas escolas, que se resume a uma associação de pontos correspondentes, inibe um conjunto de informações que poderiam vir à tona ao explorar esse tipo de representação por um caminho mais analítico.

Dessa forma, as pesquisas revelam o potencial dos softwares de construção algébrica afim de que essa forma de representação seja valorizada nas salas de aula e abordada de forma dinâmica.

As discussões apresentadas nas pesquisas revelam que no campo científico há clareza sobre quais são as contribuições de explorar o conceito de função de forma multifacetada, valorizando seus aspectos históricos, filosóficos até uma generalização pautada no lógico-formal. Por outro lado, entendemos que à medida que essas pesquisas diagnosticam obstáculos de ensino e propõem metodologias inovadoras, estão assumindo que ainda é preciso investir na sala de aula.

No final da subseção 4.3 apresentamos excertos de pesquisas que indicam ser preciso repensar o modo como se aborda o conceito de função nos cursos de licenciaturas em Matemática. Concordamos com tais autores e, com base na presente pesquisa, apontamos para uma necessidade de repensar como tal conceito tem sido explorado no contexto da formação de professores que ensinam matemática. É necessário repensar não apenas no público da Licenciatura em Matemática, mas também na forma como os Pedagogos e Futuros Pedagogos têm compreendido o conceito de função. Embora tal conhecimento só seja formalmente explorado no final do Ensino Fundamental II e no Ensino Médio, as noções de relação de dependência, de transformação precisam ser desenvolvidas desde os anos iniciais.

A partir do estudo realizado pode-se afirmar que é urgente refletir sobre quais habilidades do pensamento funcional precisam ser desenvolvidas já nos primeiros anos de escolarização e sobre qual maneira mais apropriada de explorar esse pensamento.

Tal preocupação já pode ser evidenciada em algumas políticas públicas de formação de professores, como por exemplo, o Pacto Nacional de Alfabetização na Idade Certa (PNAIC), que contempla o desenvolvimento do pensamento algébrico no conjunto de conhecimentos a serem desenvolvidos nessa atividade formativa para posteriormente serem

explorados em sala de aula. Mas é preciso pensar como essas ações estão chegando às salas de aula e de que forma.

Diante dessas inquietações, consideramos que embora o desenvolvimento dessa pesquisa tenha nos evidenciado como o conceito de função tem sido abordado no campo científico e quais as principais preocupações acerca do mesmo, essas informações colocam em pauta a necessidade de investigar as questões acima, de modo a nos aproximar do ambiente onde ocorrem as práticas de ensino e aprendizagem do conceito de função.

No entanto, ousamos dizer que isso não tira o mérito nem a relevância da investigação que desenvolvemos, pois concordamos com Kilpatrick (1996, p. 3) que

Ninguém deveria esperar extrair fortes implicações para a prática, a partir de resultados um único estudo de pesquisa. Os resultados de um estudo podem ser a sua parte menos importante. A pesquisa em Educação Matemática ganha sua relevância para a prática ou para as futuras pesquisas por seu poder de nos fazer parar e pensar. Ela nos equipa não com resultados que nós podemos aplicar, mas mais do que isso, nos equipa com ferramentas para pensar sobre o nosso trabalho.

Conforme sugere Kilpatrick (1996), a contribuição dessa pesquisa está relacionada à formação da pesquisadora, que além de iniciar o processo de aprender a fazer pesquisa, teve a oportunidade de pensar que, ao contrário do que foi suposto inicialmente, o problema de ensino do conceito de função não pode ser minimizado a falta de pesquisa sobre a temática.

No presente momento a sensação resultante desta investigação refere-se à necessidade de se aproximar a pesquisa da prática de ensino. Por outro lado, reconhecer que há um abismo entre pesquisa e sala de aula, inquieta. Teríamos nós, pesquisadores, condições de dar receitas de “como ensinar” para professores em atividade? Cientes de que tais profissionais conhecem de perto seus alunos e as singularidades de cada sala de aula, ousamos afirmar que a resposta é não. Vejo então duas necessidades: voltar para sala de aula e tentar fazer uma prática fundamentada na minha pesquisa e, em seguida, pesquisar minha própria prática, iniciando um círculo vicioso, que espero não cessar enquanto exercer minha profissão docente.

## REFERÊNCIAS

ABREU, K. B de. **O movimento da matemática moderna: repercussão na abordagem no Brasil do conceito de função nos livros didáticos das décadas de 1950 a 1970**. Trabalho de conclusão de curso (Graduação em Matemática) – UFPB, 2001

ANAIS DO I ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA. São Paulo/SP, 1987.

ANAIS DO II ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA. Maringá/PR, 1988.

ANAIS DO III ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA. Natal/RN, 1990.

ANAIS DO IV ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA. Blumenau/SC, 1992.

ANAIS DO V ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA. Aracaju/SE, 1995.

ANAIS DO VI ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA. São Leopoldo/RS, 1998.

ANAIS DO VII ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA. Macaé/RJ, 2001.

ANAIS DO VIII ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA. Recife/PE, 2004.

ANAIS DO IX ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA. Belo Horizonte /BH, 2007.

ANAIS DO X ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA. Salvador/BA, 2010.

ANAIS DO XI ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA. Curitiba/ PR, 2013.

ANDRADE, J. A. A. **O Ensino de Geometria: uma análise das atuais tendências, tomando como referência publicações nos anais dos ENEMs**. 2004. Dissertação (Mestrado em Educação)-Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação, Universidade São Francisco, Itatiba, 2004.

ARDENGI, M. J. **Ensino aprendizagem do conceito de função: pesquisas realizadas no período de 1970 a 2005 no Brasil**. 2008. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática). Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo.

BARBOSA, E. P. **O conceito de função como unificador da matemática elementar no brasil- da reforma francisco campos aos PCNs**. In: Caderno de Resumos do VII Encontro Nacional de Educação Matemática: Sociedade Brasileira de Educação Matemática - Rio de Janeiro - IM/UFRJ. 19 a 23 de julho de 2001a.

BARDIN, Laurence. **Análise de conteúdo**. Lisboa: Edições 70, 2011.

BRAGA, C. **O processo inicial de disciplinarização de Função na Matemática do Ensino Secundário Brasileiro**. Dissertação de Mestrado (Mestrado em Educação Matemática). Pontifícia Universidade Católica, São Paulo, 2003.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Média e Tecnológica. **Parâmetros Curriculares Nacionais (Ensino Médio)**. Brasília: MEC, 2000.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática (1º e 2º ciclos do ensino fundamental)**. Brasília: MEC, 1997.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática. (3º e 4º ciclos do ensino fundamental)**. Brasília: MEC, 1998.

BOGDAN, R. C.; BLIKEN, S. K. **Investigação qualitativa em educação: uma introdução à teoria e aos métodos**. Porto: Porto, 1994.

BOYER, C. B. **História da Matemática**. São Paulo: E. Blücher, 1974.

CARAÇA, B. de J. **Conceitos fundamentais da Matemática**. 1. ed. Lisboa: Sá da Costa, 1984. 318 p.

CHAVES, M. I. de A.; CARVALHO, H. C. de. **Formalização do Conceito de Função no Ensino Médio: Uma Sequência de Ensino-Aprendizagem**. 2004. In: VIII ENEM – ENCONTRO NACIONAL DO ENSINO MÉDIO, 8., Recife. **Anais...** Recife. Disponível em: <<http://www.ufpa.br/npadc/gemm/documentos/docs/Formalizacao%20Conceito%20Funcao%20Ensino%20Medio.pdf>>. Acesso em: 2 set. 2014.

COSTAS, F. A. T; FERREIRA, L. S. Sentido, significado em mediação em Vygotsky. In: Revista Iberoamericana de Educación. N.º 55 (2011), PP. 205-223. Disponível em: [//www.rieoei.org/rie55a09.pdf](http://www.rieoei.org/rie55a09.pdf). Acesso: 30/11/2015

D'AMBROSIO, U. Introdução Anais I ENEM. In: Encontro Nacional de Educação Matemática, 1., 1987. São Paulo. **Anais...** Ribeirão Preto: Atual Editora, 1988. 162. Disponível em: <http://www.sbemrasil.org.br/files/enemI.pdf>. Acesso em: 01 dez. 2015.

FIORENTINI, D., MIORIM, M. A. e MIGUEL, A. Contribuição para um Repensar... Educação Algébrica Elementar, In: **Pro-Posições**, Revista Quadrimestral da Faculdade de Educação – Unicamp. Vol. 4, nº 1 [10]. Campinas: Cortez Editora, p. 78-91.1993

FRANCO, M. L. P. B. **Análise de conteúdo**. 3. ed. Brasília: Líber Livro, 2008.

KARLSON, P. **A magia dos números: a Matemática ao alcance de todos**. 1. ed. Globo, 1961. (Coleção Tapete Mágico).

KILPATRICK, J. **Fincando estacas: uma tentativa de demarcar a educação matemática como campo profissional e científico**. Campinas, SP: **Zetetiké**, v. 4, n. 5, 1996.

KOPNIN, P. V. **A dialética como lógica e teoria do conhecimento**. 1 ed. Rio de Janeiro: Civilização Brasileira, 1978. (Coleção perspectivas do homem). 123 p.

LANNER DE MOURA, A., SOUSA, M. O lógico-histórico da álgebra não simbólica e da álgebra simbólica: dois olhares diferentes. **Zetetiké**, Campinas, v. 14, n. 24, p. 11- 45, 2005.

LIMA, E. L. **Explorar a noção de grandezas diretamente e inversamente proporcionais a partir da noção de função crescente e decrescente** In: Caderno de Resumos do I Encontro Nacional de Educação Matemática: Sociedade Brasileira de Educação Matemática – São Paulo- 2 a 6 de fevereiro de 1987.

LÜDKE, M., ANDRÉ, M. E. D. A. **Pesquisa em educação: abordagens qualitativas**. São Paulo: EDU, 1986.

MACIEL, P. R. C. **A construção do conceito de função através da História da Matemática**. 2011. 95f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática) - Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática, Centro Federal de Educação Tecnológica Celso Suckow da Fonseca, Rio de Janeiro, 2011

MENDES, I. A. A História como agente de cognição na Educação Matemática. **Revista Matemática e Ciência**, Ano 1, n. 2, p. 7-18, jul. 2008.

MENDES, R. M. **A Formação do Professor que Ensina Matemática, as Tecnologias de Informação e Comunicação e as Comunidades De Prática: Uma Relação Possível**. Tese de Doutorado (Doutorado em Educação Matemática)- UNESP, Rio Claro, 2013.

MIGUEL, A. **Três Estudos sobre História e Educação Matemática**. 1993. Tese (Doutorado)- Departamento de Metodologia de Ensino, Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 1993.

MIGUEL, A., FIORENTINI, D. e MIORIM, Â. (1992). Álgebra ou Geometria: para onde Pende o Pêndulo? **Pró-Posições**, v. 3, n. 1, pp. 39-54.

MIORIN, Â; MIGUEL, A. e FIORENTINI, D. (1993). Ressonâncias e dissonâncias do movimento pendular entre álgebra e geometria no currículo escolar brasileiro. **Zetetiké**, v. 1, n. 1, pp. 19-39.

MIORIM, M. A. (1998) **Introdução à história da educação matemática**. São Paulo: Atual.

NEVES, J. L. Pesquisa qualitativa: características, usos e possibilidades. **Caderno de Pesquisas em Administração**, São Paulo, v. 1, n. 3, 1996. Disponível

em: <<http://www.ead.fea.usp.br/cad-pesq/arquivos/C03-art06.pdf>>. Acesso em: 30 de nov. 2015.

PINTO, N. B. Marcas históricas da Matemática Moderna no Brasil. Curitiba, PR. In: **Revista Diálogo Educacional/PUCPR**, v. 5 n. 16, 2005, p 113-122

PIRES, C. M. C.; SILVA, M. A. Desenvolvimento curricular em Matemática no Brasil: trajetórias e desafios. **Quadrante**, Vol. XX, Nº 2, 2011

PIRES, C. M. C. **Educação Matemática**: conversas com professores dos anos iniciais. 2012. São Paulo: Zé-Zapt.

POST, T.; BEHR, M.; LESH, R. **A proporcionalidade e o desenvolvimento de noções pré-álgebra**. In: COXFORD, A. F.; SHULTE, A. P. (Orgs.). *As idéias da álgebra*. Tradução de: DOMINGUES, H. H. São Paulo: Atual, 1995. p. 89-103.

REZENDE, J. P; **As Apropriações da Perspectiva Lógico-Histórica por Pesquisadores da Educação Matemática**. In: XI Encontro de Pesquisa em Educação da Região Sudeste, São João Del Rey. Anais do XI Encontro de Pesquisa em Educação da Região Sudeste, 2014. Disponível em < <http://www.anpedsudeste2014.com.br/trabalhos/> >. Acesso em 10 fev. 2015

ROQUE, T. **História da Matemática**: uma visão crítica, desfazendo mitos e lendas. 1. ed. Rio de Janeiro: Zahar, 2012.

SACRISTÁN, J. G.; GÓMEZ, A. I. P. *Compreender e transformar o ensino*. 4.ed. Porto Alegre, RS: Artmed, 1998.

SPINELLI, W. **A construção do conhecimento entre o abstrair e o contextualizar: O caso do ensino de Matemática**. Tese de Doutorado. Faculdade de Educação da Universidade de São Paulo. São Paulo: 2011

SOARES, M. A. da S.; NEHRING, C. M.. **Proporcionalidade como função**: uma análise de livros didáticos do Ensino Médio. 2013. In: XI ENEM – ENCONTRO NACIONAL DO ENSINO MÉDIO, 11., Curitiba. Anais do XI ENEM Curitiba. Disponível em: <[http://sbem.esquiro.kinghost.net/anais/XIENEM/pdf/1741\\_1524\\_ID.pdf](http://sbem.esquiro.kinghost.net/anais/XIENEM/pdf/1741_1524_ID.pdf)>. Acesso em: 2 set. 2014.

SOUSA, M. C. **O ensino de álgebra numa perspectiva Lógico-Histórica**: um estudo das elaborações correlatas de professores do ensino fundamental. 2004. Tese (Doutorado)-Universidade Estadual de Campinas, Campinas.

SOUZA JÚNIOR, E. M. **Uma análise de pesquisas acadêmicas em educação matemática sobre o enfoque histórico do conceito de função**. 2007. Dissertação (Mestrado) – Pontifícia Universidade Católica de Campinas.

SOUZA, V. M. ; MARIANI, V. C . **Um breve relato do desenvolvimento do conceito de função**. In: V EDUCERE, 2005, Curitiba. Anais... Curitiba. 2005. p. 1-12. Disponível em: < <http://www.pucpr.br/eventos/educere/educere2005/anaisEvento/documentos/com/TCCI021.pdf> >. Acesso em: 03 fev. 2015.



USISKIN, Z. Concepções sobre a álgebra da escola média e utilizações das variáveis. In: COXFORD, Arthur F. e SHULTE, Alberto P. **As ideias da álgebra**. São Paulo: Atual, 1995.

VAN DE WALLE, J. A. **Matemática no Ensino Fundamental: formação de professores e aplicação em sala de aula**. 6 ed. Editora Artmed, 2010.

VASCONCELOS, L. O. **Conceitos Fundamentais Da Matemática: Explorando O Conceito De Função**. Trabalho de conclusão de curso, MG (UFLA). 2012

VALENTE, W. R. **O conceito de função: política e educação matemática no Brasil dos anos 1930-1945** in: Caderno de Resumos do VII Encontro Nacional de Educação Matemática: Sociedade Brasileira de Educação Matemática - Rio de Janeiro - IM/UFRJ. 19 a 23 de julho de 2001a.

ZUFFI, E. M. *et al.* Alguns aspectos do desenvolvimento histórico do conceito de função. **Educação Matemática em Revista**, São Paulo, n. 9/10, p. 10-16, abr. 2001.

## APÊNDICE A

Ordem	Edição do ENEM/Ano	Autor (es)	Título	Instituição(es)
1.	I/ 1987	Valdemar Morsoletto	O Ensino de Funções de 1º grau Através do Processo de Modelagem	--
2.	V/ 1995	José Maria de Jesus Souza	Trabalhando Gráficos de Funções Elementares	UNAMA/ MA UEPA/PA
3.	V/1995	Aguinaldo Robinson de Souza Clodovaldo Gibin Garcia	Estudo da Função Quadrática em Microcomputador	UNESP- BAURU
4.	VI/1998	Silvanio de Andrade Adriana C. M arafon Andréia B. Ciani	Ensino de Funções no 1º e 2º Graus	UNESP e UNICAMP
5.	VI/1998	Chang Kuo Rodrigues  Estela Kuo Fainguelernt  Renato José da Costa Valladares	A Função do Cotidiano e o Cotidiano das Funções	Universidade de Santa Úrsula
6.	VI/1998	Telma A. Souza Gracias  Marcelo C. Borba	O Estudo de Funções com Calculadora Gráfica	UNESP Rio Claro
7.	VI/1998	Verônica Gitirana Gomes Ferreira	Ambientes Computacionais na Aprendizagem de Função	UFPE
8.	VI/1998	Ana Maria Carneiro Abrahão	O Comportamento de Professores Frente a Alguns Gráficos de Funções $f:R \rightarrow R$ Obtidos com Novas Tecnologias	PUC RIO
9.	VI/1998	Ana Lúcia Manrique Saddo Ag Almouloud	Uma Sequência Didática para o Conceito de Limite de Função	PUC-SP
10.	VI/1998	Ana Lúcia Manrique Bárbara Lutaif Bianchini Benedito Antonio da Silva Maria Thereza Goulart Dubus Vera Helena Giusti de Souza	Ensino de Cálculo: uma análise de resultados obtidos com o uso do software Imagiciel	PUC-SP

11.	VI/1998	Edna Maura Zuffi Jesuína L.A. Pacca	A Linguagem Matemática de Professores do Segundo Grau e o Conceito de Função: Suas Concepções e Suas Práticas Pedagógicas	USP
12.	VII/2001	Cláudia Segadas	Utilização de Gráficos no Curso de Cálculo 1: Ilustrações ou Ferramentas	UFRJ
13.	VII/2001	José Aires de Castro Filho	Novas Tecnologias e o Ensino de Função, Taxa de Variação e Acumulação	—
14.	VII/2001	Zaíra da Cunha Melo Varizo Marcelos Rodrigues	A Calculadora Gráfica na Educação Matemática – Uma Proposta de Abordagem para o Estudo de Funções Quadráticas.	UFG
15.	VII/2001	Wagner Rodrigues Valente	O Conceito de Função: Política e Educação Matemática no Brasil dos Anos 1930-1945	PUC-SP
16.	VII/2001	Pollyana V.G Silva Luiz G. F. Dias Leonardo B. A. Coelho Thaís S. Brito Cíntia C. Oliveira Ronaldo F. Bosque Taciana G. Santos	Algumas Imagens de Alunos Universitários e do Ensino Médio Sobre o Conceito de Função	UFMG
17.	VII/2001	Edson Pereira Barbosa	O Conceito de Função como Unificador da Matemática Elementar no Brasil – Da Reforma Francisco Campos aos PCNs	UFMT
18.	VII/2001	Jean Carlo da Silva Arlindo José de Souza Júnior	Trabalhando com Projetos e Informática: em Busca de Um Caminho para o Ensino com Pesquisa	UFU
19.	VII/2001	André Nagamine Afonso Henriques Fábio Moraes Amaral	Planos Tangentes a Superfícies Usando <i>Maple</i>	UESC
20.	VIII/2004	Acylena Coelho Costa  Mario Oliveira Thomaz Neto Pedro Franco de Sá	Uma Análise dos Conhecimentos de Função de Estudantes Iniciantes do Curso de Matemática	UEPA
21.	VIII/2004	Renata Rossini	Uma proposta para o Ensino de Função Linear Fundamentada na	PUC-SP

			Abordagem Antropológica	
22.	VIII/2004	Edvaldo Lima da Silva Aguinaldo Robinson de Souza	Software para Estudos de Funções de uma Variável Complexa: Funções Elementares	UNESP
23.	VIII/2004	Edna Maura Zuffi	Uma Seqüência Didática Sobre “Funções” Para a Formação de Professores do Ensino Médio	USP
24.	VIII/2004	Maria Isaura de Albuquerque Chaves Hamilton Cunha de Carvalho	Formalização do Conceito de Função no Ensino Médio: Uma Seqüência de Ensino-Aprendizagem	UFPA
25.	VIII/2004	José Lourenço da Rocha	Euclides Roxo: Inovador ou Pesquisador	PUC-RIO
26.	VIII/2004	Roberta Nara Sodré de Souza Maria Helena Vilares Cordeiro Mérciles Thadeu Moretti	Desenvolvendo o Conceito de Função Linear: Análise de uma Experiência Didática Utilizando diferentes Registros de Representações Semióticas	UNIVALI
27.	IX/2007	Leonor Wierzynski Pedroso Elisabete Sardo Búrigo	A Construção do Conceito de Função por Estudantes de Cálculo	UFRGS
28.	IX/2007	Ademir Gomes Ferraz Verônica Gitirana	Uma Análise do Esboço de Gráficos de Função em Livros Textos de Cálculo Diferencial e Integral	UFPE UFRPE
29.	IX/2007	Aderson Luis de Lima Furtado Leonardo da Silva Rosas Valessa Oliveira do Vale Pedro Franco de Sá	Ensino-Aprendizagem das Funções Afim e Quadrática Segundo Docentes	UEPA
30.	IX/2007	Márcio Urel Rodrigues Rosana Giaretta Sguerra Miskulin	Narrativas no Ensino de Funções por Meio de Investigações Matemáticas	UNESP
31.	IX/2007	Fabio Vieira dos Santos Karina Alessandra Pessôa da Silva Lourdes Maria Werlw de Almeida	O Uso do Computador No Estudo de Funções No Ensino Médio	UEL
32.	IX/2007	Lais Couy Maria Clara Rezende	Representação e visualização no Estudo das	PUC MINAS- Teófilo Otoni

		Frota	Funções	
33.	IX/2007	Hélio Pereira Jatiniel David de Castro Jorge Henrique Duarte Jozivan Ferreira da Silva	Um Estudo sobre a Compreensão de Problemas de Matemática Envolvendo Grandezas (Perímetro e Área), Álgebra e Funções no Ensino Médio.	SEDUC-PE
34.	IX/2007	Wanderley Moura Rezende	Um Mapeamento do Ensino de Funções Reais no Ensino Básico	UFF
35.	IX/2007	Sirlene Neves de Andrade Marlene Alves Dias	Análise Institucional das Possibilidades de Articulação Entre as Diferentes Representações Simbólicas da Noção de Função Afim.	UNICSUL
36.	IX/2007	Luciana de Lima Maria Gilvanise de Oliveira Pontes	Dificuldade Na Representação Gráfica Quando Apresentado Num Contexto Real	UECE
37.	X/2010	Michelly Cássia de Azevedo Marques Rômulo Marinho do Rêgo	Avaliação Da Aprendizagem do Conceito de Função Utilizando Mapas Conceituais	UEPB
38.	X/2010	Bruno Kerber de Oliveira	Análise de Erros das Provas da Disciplina de Funções do Processo Seletivo Estendido da UFPR e a Melhoria do Ensino de Funções	UEL
39.	X/2010	Luciane Regina Pavan Clélia Maria Ignatius Nogueira	A Mobilização das Ideias Básicas do Conceito de Função Por Crianças da 4ª Série do Ensino Fundamental em Situações Problema de Estruturas Aditivas e/ou Multiplicativas	UEM
40.	X/2010	Valdir Bezerra dos Santos Júnior Josinalva Estacio Menezes	Jogo do Mico: Função Quadrática	UFRPE
41.	X/2010	Cauê Roratto Clélia Maria Ignatius Nogueira Lílian Akemi Kato	História da Matemática e Aprendizagem Significativa: Uma Combinação Possível no Ensino de Funções	UEM
42.	X/2010	Regina Efigênia de Jesus Silva Rodrigues	A Inserção do Conteúdo de Função na Matemática do Ensino Secundário do Currículo	UNESP

		Nelson Antônio	Brasileiro.	
43.	X/2010	Eleni Bisognin Vanilde Bisognin Helena Noronha Cury	Conhecimentos de Professores da Educação Básica Sobre o Conceito de Função	UNIFRAN
44.	X/2010	Davis Oliveira Alves Frederico da silva reis	Ensino de Funções, Limites e Continuidade em Ambientes Educacionais Informatizados: Uma Proposta para Cursos de Introdução ao Cálculo	UFOP
45.	X/2010	José Benedito Pinto Maria Helena Palma de Oliveira	Análise Diagnóstica de Funções Matemáticas para Sequência Didática Sobre Taxa de Variação para Alunos de 2º. Ano de Curso de Licenciatura em Matemática	UNIBAN
46.	X/2010	Maria Alice de V. Feio Messias Acylena Coelho Costa <sup>2</sup>	Limite de Função: Conceito Imagem x Conceito Definição	UEPA
47.	X/2010	José Geraldo de Araújo Pereira João Bosco Laudares	Abordagem da Função Exponencial e Logarítmica Numa Perspectiva Conceitual e Gráfica no Ensino Médio	CEFET-MG
48.	X/2010	Cláudia Vicente Souza	A Função Exponencial no Caderno do Professor de 2008 da Secretaria do Estado de São Paulo, Análise de Atividades Realizadas por Alunos da 2ª Série do Ensino Médio	PUC-SP
49.	X/2010	Maurício Saraiva Matos Filho Josinalva Estacio Menezes	Como os Alunos do Ensino Médio estão Construindo e Interpretando Gráficos de Funções Polinomiais 1º e 2º Graus	UFPE
50.	X/2010	Dejahyr Lopes Junior José Luiz Magalhães de Freitas	Práticas Pedagógicas no Ensino de Função: Uma Experiência Colaborativa Empreendida por Professores do Ensino Médio	UFMS
51.	X/2010	Sandra Malta Barbosa	A Produção do Conhecimento Acerca do Domínio de Uma Função Composta a Partir de uma Abordagem Gráfica	UEL

52.	X/2010	Elisabete Rambo Braga  Lorí Viali	Função Quadrática – Análise Das Alterações Gráficas  Mediante A Modificação Dos Parâmetros Da Expressão Algébrica	Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul Universidade Federal do Rio Grande de Sul
53.	X/2010	Anderson Barros Lucas	Equações E Funções: Descontinuidades Conceituais	PUC-SP
54.	X/2010	Cintia Rosa da Silva Fábio José Rauén	Desenvolvimento De Aplicativos Para O Ensino De Função Com Base Na Teoria De Registro De Representação Semiótica	PUC-SP UNISUL
55.	X/2010	Lúcia Helena Nobre Barros Evando Cardoso	Os Jogos De Quadros Para O Ensino Médio – Situações De Aprendizagem Na Construção De Gráficos	Universidade Bandeirantes - UNIBAN
56.	X/2010	Diego de Jesus Ferreira Karly Barbosa Alvarenga Rafael Neves de Almeida	Principais Erros Algébricos Dos Alunos Recém Ingressos Em Uma Universidade Pública No Agreste E Sertão Sergipano	UFSE
57.	XI/2013	Lúcia Virginia Mamcasz Viginheski  Sani de Carvalho Rutz da Silva  Elsa Midori Shimazaki	Livros Texto de Cálculo e as Tendências Pedagógicas: Um Estudo Sobre o Conceito Função	UTFPR UEM
58.	XI/2013	Paulo Henrique Rodrigues  Angélica Rodrigues Coutinho Silveira  Marcia Cristina Nagy	Indícios de Mobilização de Pensamento Algébrico por Alunos de Uma Turma de 6º Ano do Ensino Fundamental	UEL
59.	XI/2013	Mikaelle Barboza Cardoso  Larissa Elfisia de Lima Santana	Função Afim: Uma Análise dos Procedimentos de Conversão de Alunos do 2º Ano do Ensino Médio	UECE

		Silvana Holanda da Silva Maria Ariadla de Souza Ferreira		
60.	XI/2013	Juvenal de Gouveia Marlene Alves Dias Tânia Maria Mendonça Campos	A Noção de Função: Uma Abordagem Centrada em Situações de Aprendizagem	UNIBAN
61.	XI/2013	Bruno Marcondes Umbezeiro Sérgio Carrazedo Dantas	Representações de Funções Usando O Winplot	UEM UNESPAR
62.	XI/2013	Neomar Lacerda da Silva Renato Pereira de Figueiredo Maria Elizabete Souza Couto Wagner Ribeiro Aguiar	Explorando a Parábola da Função Polinomial do 2º Grau em Um Ambiente Informático	UESC UESB UFBA
63.	XI/2013	Rogério de Aguiar Graciela Moro	Reflexões Sobre o Ensino de Derivada e Diferencial de Funções de Duas Variáveis nos Cursos de Ciências Exatas	UDESC
64.	XI/2013	Bruno Luiz Freire Rogério Fernando Pires	Conceito de Função nos Cadernos do Professor e do Aluno da Rede Estadual de Ensino de São Paulo: Uma Análise À Luz da Teoria dos Registros de Representação Semiótica	PUC-SP UFSCar
65.	XI/2013	Vilmar Gomes da Fonseca Angela Rocha dos Santos Wallace Vallory Nunes	Estudo Epistemológico do Conceito de Funções: Uma Retrospectiva	UFRJ
66.	XI/2013	Vilmar Gomes da Fonseca Angela Rocha dos Santos Wallace Vallory Nunes André Luiz Souza	Função Afim: Uma Análise de Obstáculos Epistemológicos a Partir de Questões de Exames Nacionais	UFRJ



		Silva IFRJ		
67.	XI/2013	Vilmar Gomes da Fonseca  André Luiz Souza Silva  Renata Barbosa Dionysio	Função Afim: Um Estudo das Representações Semióticas das Soluções de Questões Por Alunos da 1ª Série do Ensino Médio.	IFRJ
68.	XI/2013	Sandra Pereira Lopes	Registros de Representações Semióticas no Estudo das Funções Polinomiais de Segundo Grau	PUC-SP
69.	XI/2013	Maria Arlita da Silveira Soares  Cátia Maria Nehring	Proporcionalidade como Função: Uma Análise de Livros Didáticos do Ensino Médio	URI/Santiago Unijui
70.	XI/2013	Ledevande Martins da Silva Silvanio de Andrade	Compreensões de Ideias Essenciais ao Ensino-Aprendizagem de Funções Via Resolução, Proposição e Exploração de Problemas	UEPB
71.	XI/2013	Conceição Brandão De Lourdes Farias  Evanilson Landim Alves	O Ensino da Função Afim Com o Auxílio do Software Geogebra	FACIG  UFPE
72.	XI/2013	Paulo Roberto Castor Maciel	A Construção e Aplicação do Vídeo sobre a História do Conceito De Função	Dado indisponível
73.	XI/2013	Rita Lôbo Freitas  Saddo Ag Almouloud	Representações Sobre Função Exponencial	UNEB/PUC-SP
74.	XI/2013	César Thiago José da Silva  Verônica Gitirana	Função Quadrática e Progressões Aritméticas – uma Abordagem com Auxilio de Sofwtares	UFPE
75.	XI/2013	Gislaine Ferreira Gomes  Karina Alessandra Pessoa da Silva	Registros de Representação Semiótica em Uma Atividade de Modelagem Matemática Desenvolvida no 1.º Ano do Ensino Médio	SESC – Apucarana  UTFPR – Cornélio Procópio
76.	XI/2013	Deise Pedroso Maggio  Cátia Maria Nehring	Prática Discursiva de Uma Professora que Conhece a Teoria dos Registros de Representação Semiótica: Desafios Acerca da Pergunta no Ensino do Conceito de Função	Universidade Federal do Pampa – UNIPAMPA
77.	XI/2013	Karina de Oliveira	Generalização Verbal e Simbólica no Trabalho Com	Universidade

		Castro Chang Kuo Rodrigues	Ideias de Função	Severino Sombra
--	--	-------------------------------	---------------------	-----------------



TEMAS/ARTIGOS	T1	T2	T3	T4	T8	T6	T12	T10	T11	T5	T7	T9	
	Possibilidades de introdução do conceito de função	A valorização de técnicas, algoritmos e regras associado às práticas de ensino e aprendizagem do conceito de função.	As mídias como ferramenta que contribuem para uma exploração dinâmica do conceito de função.	Gráfico além do desenho: A relevância da construção e interpretação desta forma de representação na aprendizagem do conceito de função.	O ensino e aprendizagem do conceito de função devem contemplar uma compreensão articulada das diferentes formas de representação.	A importância do conceito de função para a Matemática, para outras ciências e para a vida social do homem.	A aprendizagem do conceito de função como conhecimento prévio para outros conceitos matemáticos.	A História do conceito de função explorada no intuito de estabelecer os significados do mesmo.	Os significados do conceito de função	Os prejuízos de reduzir o conceito de função a apenas alguns aspectos do mesmo.	Os prejuízos de um ensino que singulariza a exploração de técnicas e algoritmos.	A forma como o professor compreende o conceito de função está relacionada ao modo como o mesmo estrutura sua prática de ensino.	
Unidades de Análise	Metodologias que contribuem para a compreensão do conceito de função					A importância do conceito de função		Compreensão Conceitual		Obstáculos de ensino e aprendizagem do conceito de função			
3.			X	X									
4.										X			
5.	X					X					X		
6.			X							X			
7.													
													VI - 1998

TEMAS/ARTIGOS	T1	T2	T3	T4	T8	T6	T12	T10	T11	T5	T7	T9
	Possibilidades de introdução do conceito de função	A valorização de técnicas, algoritmos e regras associado às práticas de ensino e aprendizagem do conceito de função.	As mídias como ferramenta que contribuem para uma exploração dinâmica do conceito de função.	Gráfico além do desenho: A relevância da construção e interpretação desta forma de representação na aprendizagem do conceito de função.	O ensino e aprendizagem do conceito de função devem contemplar uma compreensão articulada das diferentes formas de representação.	A importância do conceito de função para a Matemática, para outras ciências e para a vida social do homem.	A aprendizagem do conceito de função como conhecimento prévio para outros conceitos matemáticos.	A História do conceito de função explorada no intuito de estabelecer os significados do mesmo.	Os significados do conceito de função	Os prejuízos de reduzir o conceito de função a apenas alguns aspectos do mesmo.	Os prejuízos de um ensino que singulariza a exploração de técnicas e algoritmos.	A forma como o professor compreende o conceito de função está relacionada ao modo como o mesmo estrutura sua prática de ensino.
Unidades de Análise	Metodologias que contribuem para a compreensão do conceito de função					A importância do conceito de função		Compreensão Conceitual		Obstáculos de ensino e aprendizagem do conceito de função		
8.			X		X							
9.				X								
10.				X		X						
11.												X
12.				X								

TEMAS/ARTIGOS	T1	T2	T3	T4	T8	T6	T12	T10	T11	T5	T7	T9
	Possibilidades de introdução do conceito de função	A valorização de técnicas, algoritmos e regras associado às práticas de ensino e aprendizagem do conceito de função.	As mídias como ferramenta que contribuem para uma exploração dinâmica do conceito de função.	Gráfico além do desenho: A relevância da construção e interpretação desta forma de representação na aprendizagem do conceito de função.	O ensino e aprendizagem do conceito de função devem contemplar uma compreensão articulada das diferentes formas de representação.	A importância do conceito de função para a Matemática, para outras ciências e para a vida social do homem.	A aprendizagem do conceito de função como conhecimento prévio para outros conceitos matemáticos.	A História do conceito de função explorada no intuito de estabelecer os significados do mesmo.	Os significados do conceito de função	Os prejuízos de reduzir o conceito de função a apenas alguns aspectos do mesmo.	Os prejuízos de um ensino que singulariza a exploração de técnicas e algoritmos.	A forma como o professor compreende o conceito de função está relacionada ao modo como o mesmo estrutura sua prática de ensino.
Unidades de Análise	Metodologias que contribuem para a compreensão do conceito de função					A importância do conceito de função		Compreensão Conceitual		Obstáculos de ensino e aprendizagem do conceito de função		
13.	X		X								X	X
14.			X	X								
15.									X			
16.	X			X		X				X		X
17.								X				

TEMAS/ARTIGOS	T1	T2	T3	T4	T8	T6	T12	T10	T11	T5	T7	T9
	Possibilidades de introdução do conceito de função	A valorização de técnicas, algoritmos e regras associado às práticas de ensino e aprendizagem do conceito de função.	As mídias como ferramenta que contribuem para uma exploração dinâmica do conceito de função.	Gráfico além do desenho: A relevância da construção e interpretação desta forma de representação na aprendizagem do conceito de função.	O ensino e aprendizagem do conceito de função devem contemplar uma compreensão articulada das diferentes formas de representação.	A importância do conceito de função para a Matemática, para outras ciências e para a vida social do homem.	A aprendizagem do conceito de função como conhecimento prévio para outros conceitos matemáticos.	A História do conceito de função explorada no intuito de estabelecer os significados do mesmo.	Os significados do conceito de função	Os prejuízos de reduzir o conceito de função a apenas alguns aspectos do mesmo.	Os prejuízos de um ensino que singulariza a exploração de técnicas e algoritmos.	A forma como o professor compreende o conceito de função está relacionada ao modo como o mesmo estrutura sua prática de ensino.
Unidades de Análise	Metodologias que contribuem para a compreensão do conceito de função					A importância do conceito de função		Compreensão Conceitual		Obstáculos de ensino e aprendizagem do conceito de função		
18.				X		X						X
19.		X										
20.					X	X			X			X
21.											X	
22.												
VIII-2004												

TEMAS/ARTIGOS	T1	T2	T3	T4	T8	T6	T12	T10	T11	T5	T7	T9
	Possibilidades de introdução do conceito de função	A valorização de técnicas, algoritmos e regras associado às práticas de ensino e aprendizagem do conceito de função.	As mídias como ferramenta que contribuem para uma exploração dinâmica do conceito de função.	Gráfico além do desenho: A relevância da construção e interpretação desta forma de representação na aprendizagem do conceito de função.	O ensino e aprendizagem do conceito de função devem contemplar uma compreensão articulada das diferentes formas de representação.	A importância do conceito de função para a Matemática, para outras ciências e para a vida social do homem.	A aprendizagem do conceito de função como conhecimento prévio para outros conceitos matemáticos.	A História do conceito de função explorada no intuito de estabelecer os significados do mesmo.	Os significados do conceito de função	Os prejuízos de reduzir o conceito de função a apenas alguns aspectos do mesmo.	Os prejuízos de um ensino que singulariza a exploração de técnicas e algoritmos.	A forma como o professor compreende o conceito de função está relacionada ao modo como o mesmo estrutura sua prática de ensino.
Unidades de Análise	Metodologias que contribuem para a compreensão do conceito de função					A importância do conceito de função		Compreensão Conceitual	Obstáculos de ensino e aprendizagem do conceito de função			
23.					X	X			X			X
24.	X						X	X	X		X	X
25.								X				
26.					X	X						
27.						X				X		
												200 7



TEMAS/ARTIGOS	T1	T2	T3	T4	T8	T6	T12	T10	T11	T5	T7	T9
	Possibilidades de introdução do conceito de função	A valorização de técnicas, algoritmos e regras associado às práticas de ensino e aprendizagem do conceito de função.	As mídias como ferramenta que contribuem para uma exploração dinâmica do conceito de função.	Gráfico além do desenho: A relevância da construção e interpretação desta forma de representação na aprendizagem do conceito de função.	O ensino e aprendizagem do conceito de função devem contemplar uma compreensão articulada das diferentes formas de representação.	A importância do conceito de função para a Matemática, para outras ciências e para a vida social do homem.	A aprendizagem do conceito de função como conhecimento prévio para outros conceitos matemáticos.	A História do conceito de função explorada no intuito de estabelecer os significados do mesmo.	Os significados do conceito de função	Os prejuízos de reduzir o conceito de função a apenas alguns aspectos do mesmo.	Os prejuízos de um ensino que singulariza a exploração de técnicas e algoritmos.	A forma como o professor compreende o conceito de função está relacionada ao modo como o mesmo estrutura sua prática de ensino.
Unidades de Análise	Metodologias que contribuem para a compreensão do conceito de função					A importância do conceito de função		Compreensão Conceitual		Obstáculos de ensino e aprendizagem do conceito de função		
28.				X							X	
29.						X						
30.											X	
31.	X		X			X			X			
32.				X	X		X		X			



TEMAS/ARTIGOS	T1	T2	T3	T4	T8	T6	T12	T10	T11	T5	T7	T9
	Possibilidades de introdução do conceito de função	A valorização de técnicas, algoritmos e regras associado às práticas de ensino e aprendizagem do conceito de função.	As mídias como ferramenta que contribuem para uma exploração dinâmica do conceito de função.	Gráfico além do desenho: A relevância da construção e interpretação desta forma de representação na aprendizagem do conceito de função.	O ensino e aprendizagem do conceito de função devem contemplar uma compreensão articulada das diferentes formas de representação.	A importância do conceito de função para a Matemática, para outras ciências e para a vida social do homem.	A aprendizagem do conceito de função como conhecimento prévio para outros conceitos matemáticos.	A História do conceito de função explorada no intuito de estabelecer os significados do mesmo.	Os significados do conceito de função	Os prejuízos de reduzir o conceito de função a apenas alguns aspectos do mesmo.	Os prejuízos de um ensino que singulariza a exploração de técnicas e algoritmos.	A forma como o professor compreende o conceito de função está relacionada ao modo como o mesmo estrutura sua prática de ensino.
Unidades de Análise	Metodologias que contribuem para a compreensão do conceito de função					A importância do conceito de função		Compreensão Conceitual		Obstáculos de ensino e aprendizagem do conceito de função		
38.					X							
39.	X					X	X		X			
40.												
41.								X	X		X	
42.								X				

TEMAS/ARTIGOS	T1	T2	T3	T4	T8	T6	T12	T10	T11	T5	T7	T9
	Possibilidades de introdução do conceito de função	A valorização de técnicas, algoritmos e regras associado às práticas de ensino e aprendizagem do conceito de função.	As mídias como ferramenta que contribuem para uma exploração dinâmica do conceito de função.	Gráfico além do desenho: A relevância da construção e interpretação desta forma de representação na aprendizagem do conceito de função.	O ensino e aprendizagem do conceito de função devem contemplar uma compreensão articulada das diferentes formas de representação.	A importância do conceito de função para a Matemática, para outras ciências e para a vida social do homem.	A aprendizagem do conceito de função como conhecimento prévio para outros conceitos matemáticos.	A História do conceito de função explorada no intuito de estabelecer os significados do mesmo.	Os significados do conceito de função	Os prejuízos de reduzir o conceito de função a apenas alguns aspectos do mesmo.	Os prejuízos de um ensino que singulariza a exploração de técnicas e algoritmos.	A forma como o professor compreende o conceito de função está relacionada ao modo como o mesmo estrutura sua prática de ensino.
Unidades de Análise	Metodologias que contribuem para a compreensão do conceito de função					A importância do conceito de função		Compreensão Conceitual	Obstáculos de ensino e aprendizagem do conceito de função			
43.									X			
44.												
45.				X								
46.												
47.				X					X			

TEMAS/ARTIGOS	T1	T2	T3	T4	T8	T6	T12	T10	T11	T5	T7	T9
	Possibilidades de introdução do conceito de função	A valorização de técnicas, algoritmos e regras associado às práticas de ensino e aprendizagem do conceito de função.	As mídias como ferramenta que contribuem para uma exploração dinâmica do conceito de função.	Gráfico além do desenho: A relevância da construção e interpretação desta forma de representação na aprendizagem do conceito de função.	O ensino e aprendizagem do conceito de função devem contemplar uma compreensão articulada das diferentes formas de representação.	A importância do conceito de função para a Matemática, para outras ciências e para a vida social do homem.	A aprendizagem do conceito de função como conhecimento prévio para outros conceitos matemáticos.	A História do conceito de função explorada no intuito de estabelecer os significados do mesmo.	Os significados do conceito de função	Os prejuízos de reduzir o conceito de função a apenas alguns aspectos do mesmo.	Os prejuízos de um ensino que singulariza a exploração de técnicas e algoritmos.	A forma como o professor compreende o conceito de função está relacionada ao modo como o mesmo estrutura sua prática de ensino.
Unidades de Análise	Metodologias que contribuem para a compreensão do conceito de função					A importância do conceito de função		Compreensão Conceitual		Obstáculos de ensino e aprendizagem do conceito de função		
48.					X							
49.				X		X	X		X		X	
50.					X	X			X	X		
51.				X								
52.			X	X	X							



TEMAS/ARTIGOS	T1	T2	T3	T4	T8	T6	T12	T10	T11	T5	T7	T9
	Possibilidades de introdução do conceito de função	A valorização de técnicas, algoritmos e regras associado às práticas de ensino e aprendizagem do conceito de função.	As mídias como ferramenta que contribuem para uma exploração dinâmica do conceito de função.	Gráfico além do desenho: A relevância da construção e interpretação desta forma de representação na aprendizagem do conceito de função.	O ensino e aprendizagem do conceito de função devem contemplar uma compreensão articulada das diferentes formas de representação.	A importância do conceito de função para a Matemática, para outras ciências e para a vida social do homem.	A aprendizagem do conceito de função como conhecimento prévio para outros conceitos matemáticos.	A História do conceito de função explorada no intuito de estabelecer os significados do mesmo.	Os significados do conceito de função	Os prejuízos de reduzir o conceito de função a apenas alguns aspectos do mesmo.	Os prejuízos de um ensino que singulariza a exploração de técnicas e algoritmos.	A forma como o professor compreende o conceito de função está relacionada ao modo como o mesmo estrutura sua prática de ensino.
Unidades de Análise	Metodologias que contribuem para a compreensão do conceito de função					A importância do conceito de função		Compreensão Conceitual		Obstáculos de ensino e aprendizagem do conceito de função		
58.											X	
59.						X					X	
60.						X						
61.			X		X				X			
62.			X		X	X			X			

TEMAS/ARTIGOS	T1	T2	T3	T4	T8	T6	T12	T10	T11	T5	T7	T9
	Possibilidades de introdução do conceito de função	A valorização de técnicas, algoritmos e regras associado às práticas de ensino e aprendizagem do conceito de função.	As mídias como ferramenta que contribuem para uma exploração dinâmica do conceito de função.	Gráfico além do desenho: A relevância da construção e interpretação desta forma de representação na aprendizagem do conceito de função.	O ensino e aprendizagem do conceito de função devem contemplar uma compreensão articulada das diferentes formas de representação.	A importância do conceito de função para a Matemática, para outras ciências e para a vida social do homem.	A aprendizagem do conceito de função como conhecimento prévio para outros conceitos matemáticos.	A História do conceito de função explorada no intuito de estabelecer os significados do mesmo.	Os significados do conceito de função	Os prejuízos de reduzir o conceito de função a apenas alguns aspectos do mesmo.	Os prejuízos de um ensino que singulariza a exploração de técnicas e algoritmos.	A forma como o professor compreende o conceito de função está relacionada ao modo como o mesmo estrutura sua prática de ensino.
Unidades de Análise	Metodologias que contribuem para a compreensão do conceito de função					A importância do conceito de função		Compreensão Conceitual		Obstáculos de ensino e aprendizagem do conceito de função		
63.												
64.					X							
65.						X		X				
66.	X								X	X		
67.			X		X	X						



TEMAS/ARTIGOS	T1	T2	T3	T4	T8	T6	T12	T10	T11	T5	T7	T9
	Possibilidades de introdução do conceito de função	A valorização de técnicas, algoritmos e regras associado às práticas de ensino e aprendizagem do conceito de função.	As mídias como ferramenta que contribuem para uma exploração dinâmica do conceito de função.	Gráfico além do desenho: A relevância da construção e interpretação desta forma de representação na aprendizagem do conceito de função.	O ensino e aprendizagem do conceito de função devem contemplar uma compreensão articulada das diferentes formas de representação.	A importância do conceito de função para a Matemática, para outras ciências e para a vida social do homem.	A aprendizagem do conceito de função como conhecimento prévio para outros conceitos matemáticos.	A História do conceito de função explorada no intuito de estabelecer os significados do mesmo.	Os significados do conceito de função	Os prejuízos de reduzir o conceito de função a apenas alguns aspectos do mesmo.	Os prejuízos de um ensino que singulariza a exploração de técnicas e algoritmos.	A forma como o professor compreende o conceito de função está relacionada ao modo como o mesmo estrutura sua prática de ensino.
Unidades de Análise	Metodologias que contribuem para a compreensão do conceito de função					A importância do conceito de função		Compreensão Conceitual		Obstáculos de ensino e aprendizagem do conceito de função		
68.			X		X	X				X		
69.						X			X			
70.					X				X			
71.			X						X	X		
72.			X			X	X	X	X	X		

TEMAS/ARTIGOS	T1	T2	T3	T4	T8	T6	T12	T10	T11	T5	T7	T9
	Possibilidades de introdução do conceito de função	A valorização de técnicas, algoritmos e regras associado às práticas de ensino e aprendizagem do conceito de função.	As mídias como ferramenta que contribuem para uma exploração dinâmica do conceito de função.	Gráfico além do desenho: A relevância da construção e interpretação desta forma de representação na aprendizagem do conceito de função.	O ensino e aprendizagem do conceito de função devem contemplar uma compreensão articulada das diferentes formas de representação.	A importância do conceito de função para a Matemática, para outras ciências e para a vida social do homem.	A aprendizagem do conceito de função como conhecimento prévio para outros conceitos matemáticos.	A História do conceito de função explorada no intuito de estabelecer os significados do mesmo.	Os significados do conceito de função	Os prejuízos de reduzir o conceito de função a apenas alguns aspectos do mesmo.	Os prejuízos de um ensino que singulariza a exploração de técnicas e algoritmos.	A forma como o professor compreende o conceito de função está relacionada ao modo como o mesmo estrutura sua prática de ensino.
Unidades de Análise	Metodologias que contribuem para a compreensão do conceito de função					A importância do conceito de função		Compreensão Conceitual		Obstáculos de ensino e aprendizagem do conceito de função		
73.	X				X							
74.	X		X							X		
75.	X											
76.					X				X			
77.								X	X			

TEMAS/ARTIGOS	T1	T2	T3	T4	T8	T6	T12	T10	T11	T5	T7	T9
	Possibilidades de introdução do conceito de função	A valorização de técnicas, algoritmos e regras associado às práticas de ensino e aprendizagem do conceito de função.	As mídias como ferramenta que contribuem para uma exploração dinâmica do conceito de função.	Gráfico além do desenho: A relevância da construção e interpretação desta forma de representação na aprendizagem do conceito de função.	O ensino e aprendizagem do conceito de função devem contemplar uma compreensão articulada das diferentes formas de representação.	A importância do conceito de função para a Matemática, para outras ciências e para a vida social do homem.	A aprendizagem do conceito de função como conhecimento prévio para outros conceitos matemáticos.	A História do conceito de função explorada no intuito de estabelecer os significados do mesmo.	Os significados do conceito de função	Os prejuízos de reduzir o conceito de função a apenas alguns aspectos do mesmo.	Os prejuízos de um ensino que singulariza a exploração de técnicas e algoritmos.	A forma como o professor compreende o conceito de função está relacionada ao modo como o mesmo estrutura sua prática de ensino.
Unidades de Análise	Metodologias que contribuem para a compreensão do conceito de função					A importância do conceito de função		Compreensão Conceitual		Obstáculos de ensino e aprendizagem do conceito de função		
Total	11	2	14	15	19	26	6	9	25	10	13	8