

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO CARLOS**  
**PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS**  
**EXATAS**

**CAROLINE LAMEZA RAMOS**

**O ENSINO DA PROBABILIDADE COM O USO DE MÁGICAS**  
**FUNDAMENTADAS MATEMATICAMENTE**

**SÃO CARLOS – SP**

**2015**

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO CARLOS**  
**PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS**  
**EXATAS**

**CAROLINE LAMEZA RAMOS**

**O ENSINO DE PROBABILIDADE COM O USO DE MÁGICAS**  
**FUNDAMENTADAS MATEMATICAMENTE**

**ORIENTADOR: Prof. Dr. Pedro Luiz Ap. Malagutti**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Exatas – PPGECE, como parte dos requisitos para obtenção do título de Mestre.

**São Carlos – SP**

**2015**

**Ficha catalográfica elaborada pelo DePT da  
Biblioteca Comunitária da UFSCar**

R175ep Ramos, Caroline Lameza.  
O ensino de probabilidade com o uso de mágicas  
fundamentadas matematicamente. / Caroline Lameza  
Ramos -- São Carlos : UFSCar, 2015.  
60 f.

Dissertação (Mestrado) -- Universidade Federal de São  
Carlos, 2015.

1. Probabilidades. 2. Mágicas matemáticas. 3.  
Aprendizagem. 4. Ensino - básico. I. Título.

CDD: 519.2 (20<sup>a</sup>)



**UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO CARLOS**

Centro de Ciências Exatas e de Tecnologia  
Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Exatas

---

**Folha de Aprovação**

---

Assinaturas dos membros da comissão examinadora que avaliou e aprovou a Defesa de Dissertação de Mestrado da candidata Caroline Lameza Ramos, realizada em 23/04/2015:

---

Prof. Dr. Pedro Luiz Aparecido Malagutti  
UFSCar

---

Prof. Dr. Tiago Henrique Picon  
FFCLRP/USP

---

Profa. Dra. Grazielle Feliciani Barbosa  
UFSCar

## **DEDICATÓRIA**

Aos meus pais, José e Valdete,  
dedico.

## **AGRADECIMENTOS**

Agradeço,

a Deus por ter me proporcionado determinação e sabedoria para a realização deste trabalho.

à minha família, pelo amor, apoio incondicional e incentivo, me orientando sempre a seguir em frente.

ao meu namorado André Luiz, pela paciência, incentivo e dedicação.

ao orientador Pedro Luiz Aparecido Malagutti, pelo tempo concedido a este trabalho e por acreditar que ele seria possível; pelo suporte e correções.

aos meus colegas de mestrado pela amizade, companheirismo e pelos momentos de aprendizagem compartilhados.

aos professores do curso, pela contribuição na minha formação pessoal e profissional e pelos ensinamentos transmitidos.

à equipe gestora da E. E. “Dr. Tolentino Miraglia” por permitir e me conceder autonomia para a realização deste trabalho.

aos alunos pela colaboração e empenho para desenvolver as atividades propostas.

## EPÍGRAFE

“Conhecimento não é aquilo que  
você sabe, mas o que você faz com  
aquilo que você sabe”.

(Aldous Huxley)

## RESUMO

Esse trabalho teve por objetivo desenvolver conceitos básicos de Probabilidade em turmas do 9º ano do Ensino Fundamental II, em uma escola pública do interior do Estado de São Paulo. Para isso, fez-se o uso de mágicas matemáticas a fim de tornar o ensino mais prazeroso e significativo, e, em paralelo, também manteve-se o uso do instrumento pedagógico resolução de problemas para o desenvolvimento das atividades. O tema foi escolhido devido ao fato de ser pouco explorado e trabalhado no Ensino Básico, mesmo apresentando aplicações em diversas áreas e no cotidiano. As mágicas propostas envolveram situações simples e práticas de probabilidade, e buscaram questionar os conceitos do tema abordado e instigar a criatividade, crítica e raciocínio dos alunos. Com isso, as atividades propostas aprimoraram o conhecimento matemático dos estudantes e desenvolveram uma dinâmica diferenciada, proporcionando um maior envolvimento dos mesmos durante as aulas e, conseqüentemente, melhorias no desempenho estudantil.

**Palavras-chave:** Probabilidade, Mágicas Matemáticas, Aprendizagem, Ensino Básico.

## **ABSTRACT**

This work has as objective to develop the basic concepts of Probability in 9th grade classes of elementary public school in the countryside of São Paulo state. In this regard, was used Mathematical Magic in order to make teaching more pleasant and meaningful, and, concurrently we also remained the use of pedagogical instrument problem-solving techniques to the development of these activities. The theme was chosen because the fact of being little explored and worked in basic education, even though presenting applications in many areas and in everyday life. The proposals magic involved simple probability situations and practices, and search for the concepts of the tackle issue and instigate creativity, and critical thinking of learners. Thus, the proposed activities improved the mathematical knowledge of learners and developed a different dynamic, providing a greater involvement in class and consequently providing enhancements on student performance.

**Keywords:** Probability, Mathematical Magic, Learning, Basic Education.

## LISTA DE FIGURAS

|  |    |
|--|----|
| Figura 1: Ilustração para o exercício 1 .....  | 18 |
| Figura 2: Ilustração para o exercício 2 .....  | 19 |
| Figura 3: Primeiro registro do caderno .....   | 26 |
| Figura 4: Segundo registro do caderno .....  | 26 |
| Figura 5: Terceiro registro do caderno de uma aluna... ..                                    | 27 |
| Figura 6: Configuração da realização da Mágica do Jogo da “Velha” .....                      | 28 |
| Figura 7: Previsão do Jogo da “Velha” .....  | 29 |
| Figura 8: Configuração da Primeira Jogada .....  | 29 |
| Figura 9: Exemplos de como realizar as jogadas .....   | 29 |
| Figura 10: Possíveis configurações do jogo da “velha” .....                                  | 30 |
| Figura 11: Solução de um dos exercícios propostos .....                                      | 31 |
| Figura 12: Resolução dos exercícios propostos na Mágica do Sinal de Trânsito .....           | 31 |
| Figura 13: Realização da Mágica do Sinal de Trânsito .....                                   | 32 |
| Figura 14: Resolução dos exercícios propostos na atividade Mágica da Adivinhação do Ás ..... | 33 |
| Figura 15: Posição inicial das cartas na Mágica da Adivinhação do Ás .....                   | 34 |
| Figura 16: Posição das cartas após a realização da Mágica da Adivinhação do Ás .....         | 35 |
| Figura 17: Configuração da mágica quando a carta escolhida for o ás de paus .....            | 35 |
| Figura 18: Realização da Mágica do Envelope .....  | 36 |
| Figura 19: Resolução do exercício da Mágica das Três Cartas .....                            | 38 |
| Figura 20: Modelo de configuração das cartas para a Mágica da Posição dos 4 Ases.....        | 40 |
| Figura 21: Configuração das cartas para a Mágica da Posição dos 4 Ases .....                 | 40 |
| Figura 22: Configuração das cartas .....   | 41 |
| Figura 23: Disposição final das cartas na Mágica da posição dos 4 Ases .....                 | 41 |
| Figura 24: Resolução do exercício da Mágica da “Sacolinha” com Formas Geométricas .....      | 43 |
| Figura 25: Mágica da “Sacolinha” com Polígonos .....   | 44 |

## **LISTA DE TABELAS**

|  |    |
|--|----|
| Tabela 1 – Cronograma das Atividades ..... | 20 |
|--|----|

## SUMÁRIO

|   |    |
|---|----|
| Introdução .....  | 11 |
| 1. Aspectos Históricos e Concepções do Ensino de Probabilidade .....                              | 13 |
| 1.1 Desenvolvimento Histórico da Probabilidade .....  | 13 |
| 1.2 Proposta do Ensino de Probabilidade e o Uso de Mágicas como Metodologia .....                 | 14 |
| 1.3 Abordagem do tema Probabilidade no Caderno do Estado de São Paulo – 8ª série/<br>9º ano ..... | 15 |
| 2. Conceituação Teórica de Probabilidade .....  | 16 |
| 3. Proposta de Atividades e Hipóteses .....   | 18 |
| 4. Experimentação .....   | 21 |
| 4.1 Questionário .....  | 21 |
| 4.2 Aula Expositiva e Mágica do Jogo da “Velha” .....   | 24 |
| 4.2.1 Aula Expositiva .....   | 24 |
| 4.2.2 Mágica do Jogo da “Velha” .....   | 27 |
| 4.3 Mágica do Sinal de Trânsito .....   | 30 |
| 4.4 Mágica da Adivinhação do Ás .....   | 33 |
| 4.5 Mágica do Envelope .....  | 36 |
| 4.6 Mágica das Três Cartas .....  | 38 |
| 4.7 Mágica da Posição dos Quatro Ases .....   | 40 |
| 4.8 Mágica da “Sacolinha” com Formas Geométricas .....  | 42 |
| 4.9 Exercícios de Revisão .....   | 45 |
| 4.10 Avaliação .....  | 46 |
| 5. Análise dos Resultados .....   | 48 |
| 6. Considerações Finais.....  | 50 |
| 7. Referências Bibliográficas .....   | 51 |
| 8. Anexos .....   | 54 |

## INTRODUÇÃO

A Probabilidade é uma área da Matemática que busca estudar fenômenos não determinísticos, ou seja, nos quais não é possível determinar previamente o resultado. Alguns exemplos desses experimentos podem ser o lançamento de um dado ou moeda, a estimativa da vida útil de um aparelho eletrônico, a previsão da produção agrícola de uma espécie, a determinação genética de um ser humano, entre outros.

Atualmente, é notável a dificuldade do ensino e aprendizagem dos conteúdos matemáticos e também a falta de interesse dos alunos pelas aulas de matemática. Os índices da avaliação desenvolvida, em 2012, pelo Programa Internacional de Avaliação dos Estudantes (PISA) mostram o Brasil ocupando a 58ª posição no ranking em Matemática, mantendo o país abaixo da linha básica de proficiência. Muitos são os motivos para esta calamidade, principalmente os sócio-político-culturais, mas, no universo da sala de aula, um deles talvez seja a ausência de relação entre os conteúdos ensinados e as práticas do cotidiano, além da falta de atividades experimentais nas aulas. Por essa razão, cabe ao professor desenvolver atividades para facilitar e incentivar a aprendizagem, atuando como um mediador do conhecimento.

O tema tratado foi escolhido devido à sua importância em inúmeras áreas do cotidiano e pela dificuldade que apresenta aos professores e alunos quanto ao seu ensinamento e à sua compreensão, respectivamente. Sendo assim, utilizando mágicas matemáticas como recurso pedagógico, este trabalho propõe atividades diferenciadas para abordar o ensino da probabilidade na Educação Básica e instigar o interesse dos alunos para a aprendizagem.

Recentemente, o uso de mágicas vem ganhando destaque em diversas áreas da ciência, como na neurociência cognitiva e na psicologia. Vários artigos e livros estão disponíveis para serem usados em sala de aula, relacionando mágicas com matemática, especialmente na área da álgebra elementar. Porém, ainda não existe nenhum livro (a não ser artigos) que apresente o uso de mágicas para explicar os conceitos de probabilidade. A falta de estudos para a incorporação dessa técnica no ensino de probabilidade é surpreendente porque truques de mágica são projetados para serem eventos de baixa probabilidade, aos olhos de um espectador, de modo que os professores podem tomar vantagem em realizar atividades mágicas para melhorar a intuição e compreensão de seus alunos acerca dos conceitos de probabilidade.

Os truques de mágica quando incorporados ao ensino de probabilidade podem promover a instrução de várias maneiras, uma vez que as mágicas são manifestações visuais e, com isso, proporcionam uma menor dependência de materiais impressos; promovem maior participação da classe, portanto, são instrumentos eficazes na comunicação dos conceitos, gerando uma aprendizagem ativa; e todos os truques partem da mesma premissa, ou seja, um evento improvável ocorre através do truque e a surpresa, que as experiências possibilitam, certamente ajudam na compreensão de probabilidade.

Este trabalho está assim dividido: o Capítulo 1 faz um breve desenvolvimento histórico dessa área da matemática, apresentando as contribuições de grandes pensadores e estudiosos para o desenvolvimento da Teoria da Probabilidade. Além disso, discute-se o ensino atual da probabilidade, enfatizando a proposta apresentada pelos Parâmetros Curriculares Nacionais e os benefícios do uso de mágicas para o ensino e aprendizagem do tema tratado.

O Capítulo 2 apresenta os conceitos e definições que constroem a Teoria da Probabilidade, enquanto que no Capítulo 3 se explana sobre a proposta desse trabalho e as hipóteses e expectativas em relação aos possíveis resultados.

No Capítulo 4 procede-se com a descrição das atividades, estabelecendo objetivos, materiais utilizados e observações.

O Capítulo 5 apresenta um comparativo entre a análise das hipóteses e dos resultados obtidos, verificando quais foram atingidos e o que seria necessário modificar para a aplicação futura das atividades. A conclusão, por sua vez, faz a retomada do desenvolvimento de todo o processo de pesquisa.

Todas as atividades estão disponíveis, na forma de vídeo no YouTube, nos seguintes endereços:

<https://www.youtube.com/watch?v=aaAidxdIsZQ>

<https://www.youtube.com/watch?v=ZqF88-sxclM&feature=youtu.be>

<https://www.youtube.com/watch?v=V93e1I9gXCI&feature=youtu.be>

<https://www.youtube.com/watch?v=jz2Ns-XhqVs&feature=youtu.be>

<https://www.youtube.com/watch?v=B1X2W73Foyk&feature=youtu.be>

<https://www.youtube.com/watch?v=QKaB7nc4WKQ&feature=youtu.be>

<https://www.youtube.com/watch?v=nMNreHQBTgc&feature=youtu.be>

# 1. ASPECTOS HISTÓRICOS E CONCEPÇÕES DO ENSINO DE PROBABILIDADE

## 1.1. Desenvolvimento Histórico da Probabilidade

Os primeiros indícios do uso da probabilidade se deram por meio dos jogos de azar, os quais mostravam a necessidade de se desenvolver estudos de eventos aleatórios e sua aplicabilidade no cotidiano das pessoas.

O primeiro matemático a desenvolver trabalhos sistemáticos nesse ramo foi Girolamo Cardano (Itália, 1501 - 1576), no livro *Liber de Ludo Aleae* (Livro dos Jogos de Azar). Assim como afirma GABELHA, A. (2004, pág. 2), nesse trabalho Cardano “define a probabilidade de um evento como sendo a razão entre o número de resultados favoráveis e o número de resultados possíveis” e apresenta como é necessária a utilização da combinatória para o desenvolvimento da probabilidade. Porém, um estudo mais aprofundado foi desenvolvido no século XVII por Pierre de Fermat (França; 1601 ou 1607/8 - 1665) e Blaise Pascal (França; 1623 – 1662), responsáveis por desenvolver uma teoria da probabilidade baseada na possibilidade do acontecimento de um evento. Para isso, ambos resolveram de maneira diferente a questão: “Dois jogadores, aos quais faltam a e b pontos, respectivamente, decidem interromper o jogo. Como as apostas devem ser divididas?” (GONDIM, H.F., 2013, pág.16).

A primeira publicação sobre o estudo específico de probabilidade foi um livro desenvolvido por Christiaan Huggens (1629 – 1695) intitulado *De Ratiociniis in Ludo Aleae*, no qual ele apresenta a resolução de 14 problemas de jogos de azar.

Apesar das contribuições anteriores terem sido importantes para a evolução e desenvolvimento da probabilidade, o primeiro grande trabalho na área foi *Ars Conjectandi* – A Arte da Conjectura – de Jacques Bernoulli (1654 – 1705).

Marquês de Laplace (França, 1749 - 1827) e Johann Carl Friedrich Gauss (Alemanha, 1777 – 1855) também apresentaram resultados sobre o assunto, sendo o primeiro responsável pela primeira definição clássica e o segundo pela teoria dos erros de observação. Mas foi somente Andrei Nikolaevich Kolmogorov (Rússia, 1903 – 1987) quem criou uma axiomática completa para o desenvolvimento da Teoria das Probabilidades, o que proporcionou o alicerce da área, próximo da Teoria da Medida, que hoje conhecemos.

## 1.2. Proposta do Ensino de Probabilidade e o Uso de Mágicas como Metodologia

Atualmente, os Parâmetros Curriculares Nacionais do Terceiro e Quarto Ciclos do Ensino Fundamental apresentam a relevância e a aplicação do Tratamento da Informação. Propõem que o tema seja abordado de forma a possibilitar o desenvolvimento do pensamento e raciocínio para resolver determinadas situações-problema que contenham fenômenos aleatórios, de modo que os envolvidos saibam coletar, observar, analisar e interpretar dados. Prioriza-se também a importância da realização de experiências para cálculo da probabilidade e a utilização de materiais manipulativos para o seu ensino. Ainda afirma que,

O estudo da probabilidade tem por finalidade fazer com que os alunos percebam que por meio de experimentações e simulações podem indicar a possibilidade de ocorrência de um determinado evento e compará-la com a probabilidade prevista por meio de um modelo matemático (PCN, 1998, pág. 86).

Nos ciclos finais, a noção de probabilidade continua a ser explorada de maneira informal, por meio de investigações que levem os alunos a fazer algumas previsões a respeito do sucesso de um evento. (PCN, 1998, pág. 137).

Além disso, os PCNs abordam a vantagem da utilização de jogos, nos quais as mágicas se incluem, lembrando tratem-se de estratégias atrativas que podem contribuir para o ensino e aprendizagem, se planejados e dirigidos pelo professor. Garantem que

Os jogos podem contribuir para um trabalho de formação de atitudes - enfrentar desafios, lançar-se à busca de soluções, desenvolvimento da crítica, da intuição, da criação de estratégias e da possibilidade de alterá-las quando o resultado não é satisfatório - necessárias para aprendizagem da Matemática. (PCN, 1998, pág. 47)

Ademais, os jogos são capazes de proporcionar “uma abordagem informal e intuitiva de conceitos matemáticos considerados demasiadamente abstratos para o Ensino Fundamental” (de Sá, I.P., pág. 2). Assim, verificamos que a probabilidade, juntamente com a prática dos jogos, auxilia os alunos a desenvolver o raciocínio, a criatividade e a tomada de decisão.

Apesar da vasta aplicação do conceito de probabilidade no cotidiano, atualmente esse tema tem sido pouco explorado, sendo utilizado apenas a resolução de problemas como recurso metodológico. Além disso, esse assunto é enaltecido pelo seu alto grau de dificuldade aos alunos quanto à sua compreensão.

Sob essa perspectiva, esse trabalho foi desenvolvido, de forma a aliar a resolução de problemas com as práticas das mágicas, a fim de garantir aos alunos uma melhor aprendizagem. Entendemos que a resolução de problemas é uma estratégia importante e necessária para o estudo da probabilidade, porém, como proposto pelos PCNs, os recursos de materiais manipulativos, de jogos e desenvolvimento de experimentos deixam o ensino mais significativo e proporcionam maior interesse na aprendizagem, tornando-a mais prazerosa.

### **1.3. Abordagem do tema Probabilidade no Caderno do Estado de São Paulo 8ª série / 9º ano**

Nas orientações do Caderno do Estado de São Paulo – Professor é afirmado que o tema da probabilidade já foi abordado no 7º ano, como sendo uma razão particular entre o número de casos favoráveis de determinado evento com o número de casos possíveis. Sendo assim, ele aborda o conceito no 9º ano associando-o à Geometria. Contudo, afirma a importância de antes rever as principais ideias relacionadas ao cálculo da probabilidade. Para isso, sugere o desenvolvimento de atividades diferenciadas, nas quais o aluno perceba a ideia de probabilidade por meio da experimentação. O material exemplifica com experimentos como calcular o número de ocorrências da face “cara” em lançamentos sucessivos de uma moeda, calcular a ocorrência de números pares em uma série de lançamentos de um dado, calcular a retirada de cartas do baralho ou o acerto de um alvo na batalha naval.

No 9º ano o tema é abordado no volume 2 e na última situação de aprendizagem. Nessa abordagem os espaços amostrais e os eventos não serão contados, mas sim medidos e, ao invés de determinar o número de casos favoráveis em um evento, irá considerar a medida de áreas ou de ângulos.

Apesar da sua importância, o assunto só é elencado no fim do material, sendo que muitas vezes não é abordado devido à falta de tempo. Desse modo, os alunos pesquisados não apresentavam o mínimo de conhecimento do conceito e do cálculo da probabilidade, o que nos levou a retomar o assunto, atendendo à sugestão do Caderno do Estado de São Paulo, por meio da experimentação.

## 2. CONCEITUAÇÃO TEÓRICA DE PROBABILIDADE

Para desenvolver o estudo desse tema nos embasaremos nas seguintes referências [1] e [14].

Diremos que um experimento é determinístico quando, repetido em condições semelhantes, conduz a resultados essencialmente idênticos. Os experimentos que repetidos sob as mesmas condições produzem resultados geralmente diferentes serão chamados experimentos aleatórios ou não determinísticos.

A Teoria das Probabilidades é uma área da Matemática que cria, desenvolve e pesquisa modelos que podem ser utilizados para estudar fenômenos aleatórios.

**Definição 1:** Considere um determinado experimento. O *espaço amostral* é o conjunto de todos os possíveis resultados do experimento. Utilizaremos para representá-lo a notação  $S$ . Os subconjuntos do espaço amostral são chamados de *eventos*.

**Definição 2:** Uma probabilidade é uma função que associa a cada evento  $A$  um número  $P(A)$  de forma que:

- i) Para todo evento  $A$ ,  $0 \leq P(A) \leq 1$ ;
- ii)  $P(S) = 1$ ;
- iii) Se  $A$  e  $B$  são eventos mutuamente excludentes, isto é, eventos que não podem ocorrer simultaneamente (isto é,  $A \cap B = \emptyset$ ) então

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

**Exemplo 1:** Em fenômenos equiprováveis (que são estudados no 9º ano) a probabilidade de um evento  $A$  é calculada da seguinte forma:

$$P(A) = \frac{\text{nº de casos favoráveis de } A}{\text{nº total de casos de } S}$$

Neste caso é fácil constatar que i), ii) e iii) estão verificadas.

**Teorema 1:** Se  $A$  e  $B$  são eventos, então:

- i)  $P(\bar{A}) = 1 - P(A)$   $\bar{A}$  é o complemento de  $A$  em  $S$

- ii)  $P(\emptyset) = 0$   $\emptyset =$  conjunto vazio
- iii)  $P(A \setminus B) = P(A) - P(A \cap B)$   $A \setminus B =$  conjunto de elementos de A que  
não estão em B
- iv)  $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$
- v) Se  $B \subset A$  então  $P(A) \geq P(B)$

**Demonstração:**

- i)  $1 = P(S) = P(A \cup \bar{A}) = P(A) + P(\bar{A})$ . Daí,  $P(\bar{A}) = 1 - P(A)$ .
- ii)  $P(S) = P(S \cup \emptyset) = P(S) + P(\emptyset)$ , pois  $S$  e  $\emptyset$  são mutuamente excludentes. Daí,  $P(\emptyset) = 0$ .
- iii)  $P(A) = P[(A \setminus B) \cup (A \cap B)] = P(A \setminus B) + P(A \cap B)$  pois  $A \setminus B$  e  $A \cap B$  são mutuamente excludentes. Daí,  $P(A \setminus B) = P(A) - P(A \cap B)$ .
- iv)  $P(A \cup B) = P[(A \setminus B) \cup B] = P(A \setminus B) + P(B)$  pois  $A \setminus B$  e  $B$  são mutuamente excludentes. Como  $P(A \setminus B) = P(A) - P(A \cap B)$ , resulta  $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$ .

**Definição 3:** Dados dois eventos A e B, com  $P(A) \neq 0$ , a *probabilidade condicional* de B na certeza de A é o número

$$P(B \mid A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$$

### 3. PROPOSTAS DE ATIVIDADES E HIPÓTESES

Nessa proposta didática utilizamos o recurso das mágicas matemáticas para tornar mais significativo e interessante o ensino/aprendizagem de probabilidade. Mantivemos aspectos da aula atual, como por exemplo, explicação tradicional do conceito de probabilidade e a resolução de problemas, relacionando-os com a prática experimental das mágicas. Com tais atividades, esperava-se que os alunos compreendessem melhor o conceito de probabilidade e soubessem aplicá-lo nas diversas situações do cotidiano, de forma a tornar a aprendizagem cognitivamente mais expressiva. Concomitantemente, buscou-se a motivação dos alunos, instigando-os a participar ativamente das aulas, conseqüentemente do processo de ensino e aprendizagem.

Um fator motivador para esse trabalho foi a constatação da falta de conhecimento por parte dos alunos sobre o conceito de probabilidade, verificado na realização de um simulado escolar. Nessa prova, havia duas perguntas, baseadas no banco de questões do Saresp [15], que abordavam o tema. Eram:

- 1) As cartas abaixo serão colocadas numa caixa e uma será retirada ao acaso. A probabilidade de a carta retirada ter a figura de uma pessoa é:



Figura 1: Ilustração para o exercício 1.

- a)  $1/3$                       b)  $1/4$                       c)  $2/3$                       d)  $2/5$

- 2) As cinco cartelas numeradas representadas a seguir foram colocadas numa caixa.



Figura 2: Ilustração para o exercício 2.

Se forem retiradas duas cartelas da caixa, simultaneamente e ao acaso, a probabilidade de a soma dos valores das cartelas retiradas seja 5 ou 6 é:

- a)  $1/5$                       b)  $2/5$                       c)  $3/5$                       d)  $4/5$

Inicialmente, foi aplicado um questionário que serviu de sondagem para verificação dos conhecimentos prévios dos alunos sobre o assunto tratado. No decorrer do trabalho, ministrou-se uma aula expositiva sobre o conceito de probabilidade e foram apresentadas ao todo sete mágicas matemáticas, juntamente com a resolução de exercícios abordados nas aulas, além de uma avaliação.

A atividade foi aplicada na Escola Estadual “Dr. Tolentino Miraglia”, localizada na cidade de Jaú, interior de São Paulo, nas turmas do Ensino Fundamental II dos 9º anos B, C e D. A escola recebe alunos de alguns bairros da periferia e com muitos problemas sociais. As salas são compostas por uma grande quantidade de estudantes (em média 40), que apresentam bastante dificuldade, defasagem de conteúdos matemáticos e desinteresse na aprendizagem.

A turma do 9º B sempre demonstrava maior interesse e participação nas aulas, porém alguns alunos apresentavam muitas dificuldades. A professora conseguiu estabelecer um bom diálogo com os discentes, percebendo como a aula ficava mais produtiva e participativa quando aplicava atividades diferenciadas.

As turmas do 9º C e 9º D apresentavam muitos problemas de aprendizagem, causados principalmente pela defasagem dos conteúdos, pelo número de alunos faltosos, devido à desmotivação nos estudos, pela indisciplina e desinteresse, além de problemas sociais que refletiam na sala de aula. As aulas tradicionais, muitas vezes, não atingiam os objetivos esperados e não proporcionavam aprendizagem para a grande maioria da classe.

A atividade foi dividida em onze aulas, de acordo com o seguinte cronograma:

| <b>Duração</b>        | <b>Atividade</b>   |
|-----------------------|--|
| 1 aula = 50 minutos   | Aplicação do questionário (apresentado a seguir)                             |
| 2 aulas = 140 minutos | Aula expositiva sobre Probabilidade e Aplicação da Mágica do Jogo da “Velha” |
| 1 aula = 50 minutos   | Mágica do Sinal de Trânsito  |
| 1 aula = 50 minutos   | Mágica da Adivinhação do Ás e Mágica do Envelope                             |
| 1 aula = 50 minutos   | Mágica das três cartas e Mágica da Posição dos quatro Ases                   |
| 1 aula = 50 minutos   | Mágica da Sacolinha com Formas Geométricas                                   |
| 2 aulas = 140 minutos | Exercícios de Probabilidade – Revisão para Avaliação                         |
| 2 aulas = 140 minutos | Avaliação  |

Tabela 1: Cronograma das Atividades.

## 4. EXPERIMENTAÇÃO

### 4.1 QUESTIONÁRIO

**Atividade:** Em uma primeira aula foram apresentados aos alunos a proposta e os objetivos do trabalho, juntamente com as atividades a serem desenvolvidas. Nessa aula, foi aplicado um questionário para verificar quais os conhecimentos prévios dos alunos sobre o assunto abordado.

#### Questionário

- 1- Você já escutou ou estudou o termo **Probabilidade**? Se sim, o que ele significa?
- 2- É possível prever o resultado dos eventos abaixo?
  - a) O valor que sairá ao lançarmos um dado com 6 faces.
  - b) O que acontecerá se jogarmos um ovo de uma altura de 1 metro.
  - c) Qual carta que iremos retirar de um baralho composto por 52 cartas.
  - d) Se irá chover amanhã.
  - e) Quem vai ganhar o campeonato brasileiro.
  - f) A temperatura de ebulição da água.
  - g) A queda de uma moeda que foi lançada para o alto.
  - h) Qual face sairá ao lançarmos uma moeda.
- 3- Você sabe o que significa eventos não determinísticos?
- 4- Você sabe o que significa o termo espaço amostral?
- 5- Quais são as possibilidades de resultado ao lançarmos um dado com seis faces? E se lançarmos uma moeda?

**Objetivo:** O objetivo dessa atividade foi apresentar e fazer uma sondagem para verificar os conhecimentos prévios dos alunos em relação ao conteúdo abordado e, além disso, orientar a professora em como proceder e desenvolver as atividades.

**Duração:** 1 aula (50 minutos)

**Materiais Necessários:** questionário desenvolvido pela professora.

### **Impressões dos alunos:**

#### **1ª Questão:**

**9º B** - 20 alunos responderam que não sabiam o que significava, tampouco explicar o termo probabilidade.

9 alunos responderam que já haviam estudado o assunto e sabiam o que significava e as respostas foram:

- “A chances de algo acontecer.”
- “Significa algo possível de acontecer.”
- “Possibilidade de algo acontecer.”

**9º C** - Dos 26 que realizaram a atividade, 19 responderam que não sabiam o que significava o termo probabilidade e 7 alunos responderam que sabiam, sendo que as respostas foram:

- “É a possibilidade de algo acontecer.”
- “Sim, é possível prever os resultados usando variadas formas.”
- “Probabilidade é uma coisa que vai acontecer, mas não é certeza.”

“Probabilidade significa razão.”

**9º D** - Dos 16 alunos que realizaram a atividade, 15 responderam que não sabiam o que significava o termo probabilidade. Uma aluna respondeu que:

“É a probabilidade de que o dado cairá com o número 3.”

#### **2ª Questão:**

**9º B** - Os alunos apresentaram uma compreensão e conseguiram determinar se era possível prever ou não o resultado dos eventos, com alguns erros.

**9º C** - Muitos alunos não conseguiram determinar e classificar um evento determinístico e um evento não determinístico.

**9º D** - Muitos alunos não conseguiram diferenciar um evento determinístico e um evento não determinístico.

#### **3ª Questão:**

**9º B** - Nenhum aluno conseguiu explicar ou definir o conceito.

9º C - Nenhum aluno conseguiu explicar ou definir o conceito.

9º D - Nenhum aluno conseguiu explicar ou definir o conceito.

**4ª Questão:**

9º B - Nenhum aluno conseguiu explicar ou definir o conceito.

9º C - Nenhum aluno conseguiu explicar ou definir o conceito.

9º D - Nenhum aluno conseguiu explicar ou definir o conceito.

**5ª Questão:**

9º B – 24 alunos não conseguiram responder.

- 1 aluno listou corretamente as possibilidades.
- 2 alunos propuseram que poderia sair qualquer lado ao lançarmos um dado e cara ou coroa ao jogarmos uma moeda.
- 3 alunos propuseram 6 possibilidades para o dado e 2 possibilidades para a moeda.

9º C – 16 alunos não conseguiram responder a questão e 10 alunos listaram corretamente as possibilidades.

9º D – Os alunos não souberam listar as 6 possibilidades de resultado ao lançar um dado (1,2,3,4,5,6) e as duas possibilidades que teremos ao lançar uma moeda (cara ou coroa).

**Observações:**

9º B – Estavam presentes 30 alunos, nos quais 29 participaram da atividade. Os alunos foram participativos e se empenharam para responder as questões.

9º C – Estavam presentes 28 alunos, sendo que 2 alunos não realizaram a atividade. A maioria dos alunos não compreendia o conceito de probabilidade, tampouco os demais conceitos envolvidos, mas se empenharam bastante para a realização da atividade.

**9º D** – Estavam presentes 28 alunos, sendo que 2 alunos não realizaram a atividade. A maioria dos alunos não compreendia o conceito de probabilidade, tampouco os demais conceitos envolvidos, mas se empenharam bastante para a realização da atividade.

## 4.2 AULA EXPOSITIVA E MÁGICA DO JOGO DA VELHA

**Descrição:** Nessa aula foram discutidas as questões trabalhadas no questionário com os alunos e apresentados os conceitos formais de espaço amostral, eventos determinísticos e não determinísticos e probabilidade (caso equiprovável). Para finalizar foi desenvolvida a mágica do jogo da velha com os alunos, com o intuito de questionar a possibilidade de se prever o resultado de um evento não determinístico.

### 4.2.1 Aula Expositiva

**Atividade:** Nessa aula a professora, de forma expositiva, apresentou todas as definições e conceitos básicos da probabilidade, exemplificando-os.

1. *Evento Determinísticos:* aqueles nos quais é possível prever o resultado.

Exemplo: A temperatura de ebulição da água a 1 atm.

2. *Eventos Não Determinísticos:* aqueles nos quais não é possível prever o resultado.

Exemplos: O lado que sairá ao lançarmos um dado ou uma moeda; o resultado do campeonato brasileiro de futebol no próximo ano.

3. *Espaço Amostral:* é o conjunto de todos os possíveis resultados de um experimento aleatório. Será representado por  $S$ . Os seus subconjuntos serão chamados de eventos.

Exemplo: Ao lançarmos um dado temos o seguinte espaço amostral  $S = \{1,2,3,4,5,6\}$ . Agora se quisermos retirar um número par temos o seguinte evento  $A$ , que é um subconjunto de  $S$ ,  $A = \{2, 4, 6\}$ .

4. *O que é Probabilidade?*

É uma área da Matemática que estuda os experimentos não determinísticos.

Se o espaço amostral  $S$  é finito e os seus elementos são igualmente prováveis a probabilidade definida em  $S$  é calculada da seguinte maneira:

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)}$$

sendo  $n(A)$  o número de casos favoráveis do evento e  $n(S)$  o número de casos favoráveis do espaço amostral.

- Exemplo 1: Qual é a probabilidade de retirarmos um múltiplo de 2 ao lançarmos um dado?

Temos que o espaço amostral é  $S = \{1,2,3,4,5,6\}$  e o evento  $A$  que é sair um múltiplo de 2 é  $A = \{2,4,6\}$ . Assim,  $P(A) = 3/6 = 1/2$ .

- Exemplo 2: Qual é a probabilidade de retirarmos o número 1 ao lançarmos um dado?

Temos que o espaço amostral  $S = \{1,2,3,4,5,6\}$  e o evento  $B$  que é retirar o número 1 é  $B = \{1\}$ . Assim,  $P(B) = 1/6$ .

- Exemplo 3: Qual é a probabilidade de ao lançarmos uma moeda obtermos cara?

Temos que o espaço amostral  $S = \{\text{cara}, \text{coroa}\}$  e o evento  $C$  que é retirarmos cara é  $C = \{\text{cara}\}$ . Assim,  $P(C) = 1/2$ .

- Exemplo 4: Qual é a probabilidade de ao lançarmos duas moedas obtermos coroa em ambas?

Temos que o espaço amostral  $S = \{(\text{cara}, \text{cara}); (\text{coroa}, \text{cara}); (\text{cara}, \text{coroa}); (\text{coroa}, \text{coroa})\}$  e o evento  $D$  que é obtermos coroa nas duas é  $D = \{(\text{coroa}, \text{coroa})\}$ . Assim,  $P(D) = 1/4$ .

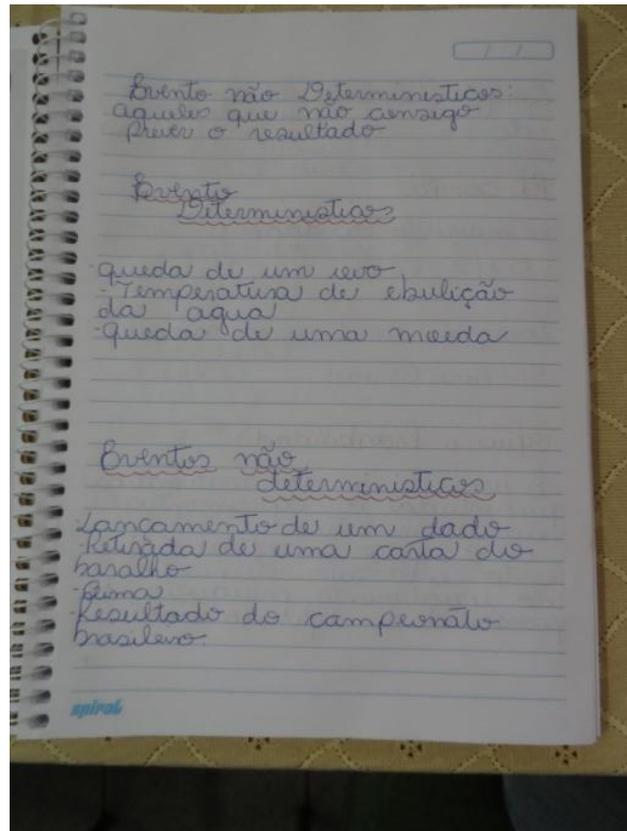


Figura 3: Primeiro registro do caderno.

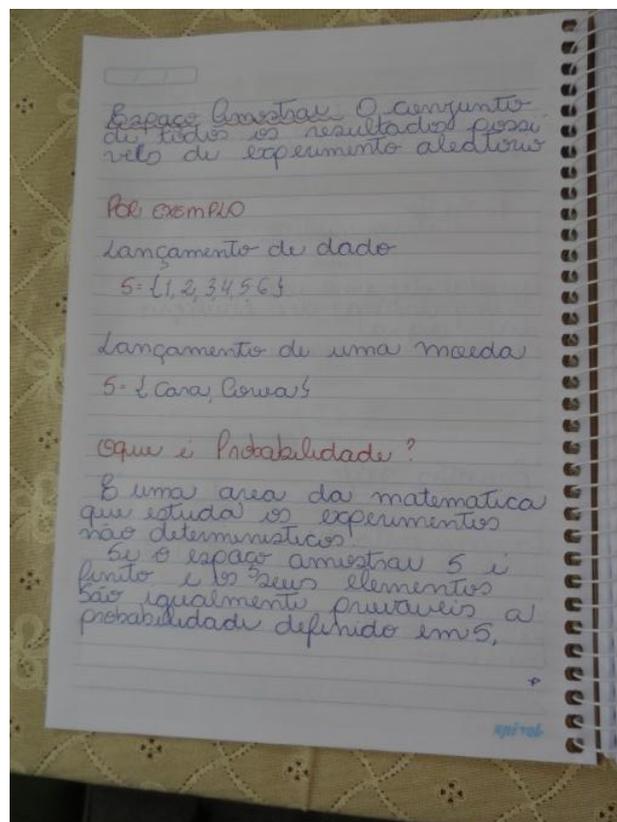


Figura 4: Segundo registro do caderno.

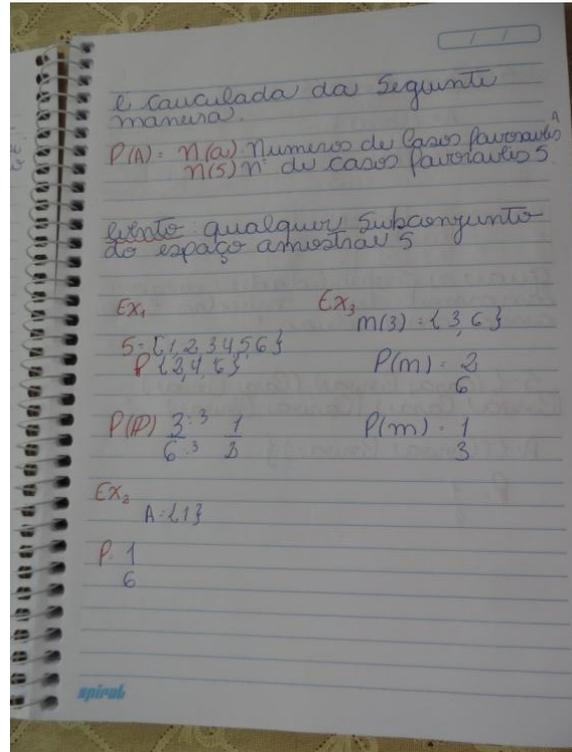


Figura 5: Terceiro registro do caderno de uma aluna.

**Objetivo:** Formalizar os conceitos de probabilidade e discutir alguns conceitos.

**Duração:** 2 aulas (140 minutos)

**Materiais Necessários:** Lousa e giz

**Impressões dos alunos:** Em todas as turmas (9º B, C e D) os alunos participaram da aula e estabeleceram conexões entre o que estava sendo ensinado e o que havia sido perguntado no questionário. Também ficaram motivados com a realização da mágica, ao final da aula, mostrando-se bastante participativos, e tornando a aula muito prazerosa e eficaz.

Nessa mesma aula também foi realizada a mágica descrita a seguir.

#### 4.2.2 Mágica do Jogo da “Velha”

**Atividade:** Nessa mágica a professora teve o intuito de questionar os alunos sobre a probabilidade ser uma área da matemática que estuda os eventos não determinísticos,

apontando quando um evento pode ser classificado como determinístico ou não determinístico.

A princípio a professora perguntou aos alunos se é possível prever qual será o resultado de uma partida de jogo da “velha”, ou seja, se podemos determinar qual dos jogadores será o ganhador ou se dará “velha” (empate), além de questionar a disposição dos O e X no tabuleiro. Obviamente, os alunos responderam que isso era imprevisível. A professora, então, desafia um aluno para um jogo da “velha” e afirma que já fez uma previsão de qual será o resultado e a disposição do jogo. Ela começou jogando, marcando a posição central e, em seguida, segue o jogo, obtendo a seguinte configuração.

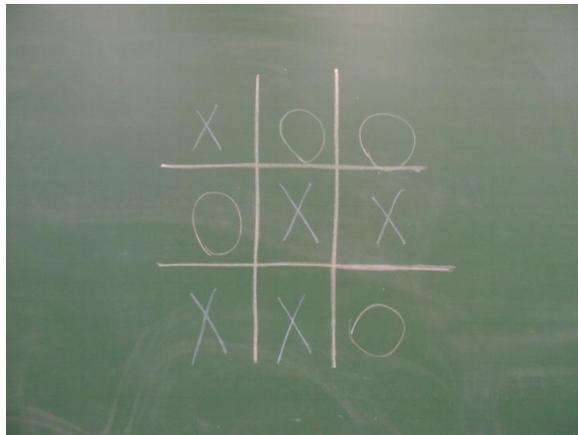


Figura 6: Configuração da realização da Mágica do Jogo da “Velha”.

Para finalizar a professora mostrou a sua previsão, coincidente ao resultado do jogo.

**Objetivo:** Explorar o conceito de evento não determinístico.

**Duração:** 20 minutos

**Materiais Necessários:** Lousa e giz

Previsão escrita em uma folha de papel

**Desvendando o mistério:** Primeiramente, o “mágico” deverá fazer uma previsão da configuração do jogo, conforme mostrado na figura abaixo, em uma folha de papel, guardando-a, sem que os participantes a vejam.

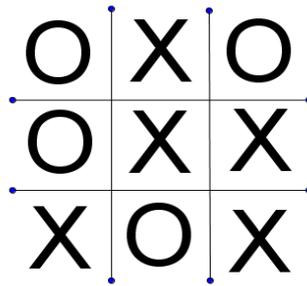


Figura 7: Previsão do Jogo da “Velha”.

O mágico deverá desafiar um participante para um jogo da “velha”, devendo iniciar o jogo marcando o X na posição central, para que consiga, assim, prever o resultado, como mostra a figura abaixo:

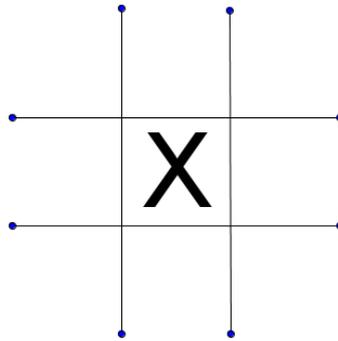


Figura 8: Configuração da Primeira Jogada.

Em seguida, a posição que o mágico marcará dependerá da posição do seu oponente. Se ele marcar em qualquer uma das posições das pontas, o mágico deverá marcar no sentido horário na posição seguinte. Todavia, se o outro jogador marcar em alguma posição do meio, o mágico deverá assinalar na posição consecutiva no sentido anti-horário. Como nos exemplos das figuras:

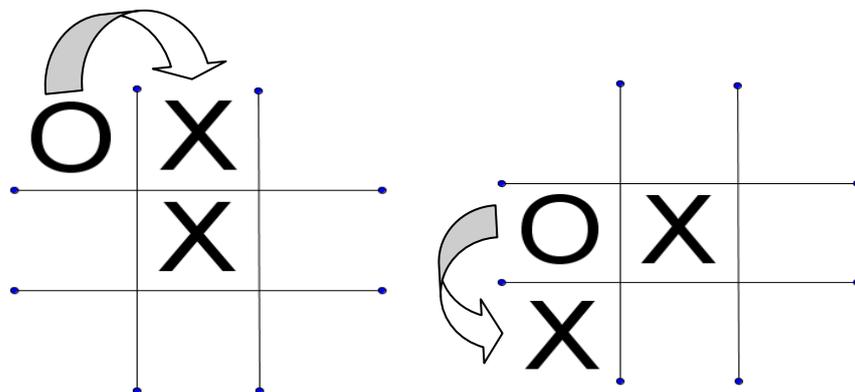


Figura 9: Exemplos de como realizar as jogadas.

Com essa regra o mágico sempre conseguirá prever o resultado do jogo, que será uma das quatro rotações da folha de previsão.

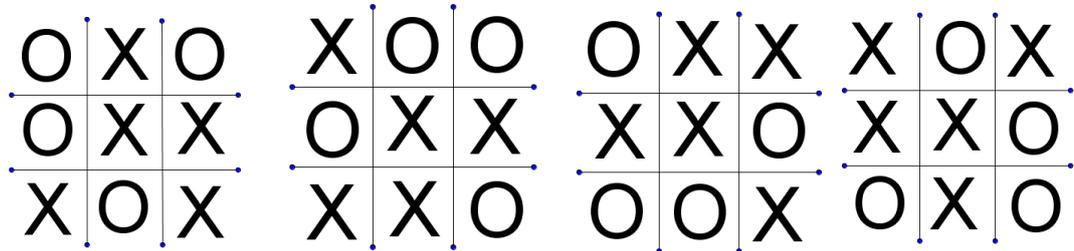


Figura 10: Possíveis configurações do jogo da “velha”.

### Impressões dos alunos:

**9º B** - Os alunos apreciaram bastante a atividade e depois de duas vezes que a mesma foi realizada queriam começar jogando, o que não foi permitido porque fazia parte do truque, o que fez com que descobrissem que esse era um dos segredos. Uma aluna percebeu que se virasse a folha tinha uma outra configuração do jogo que também poderia acontecer. Porém não sabiam explicar como era possível determinar o lugar que o oponente marcaria.

**9º C** - Os alunos apreciaram a atividade e também perceberam que um dos truques era começar a mágica marcando na posição central. Porém não conseguiram explicar como era possível determinar as outras opções. Logo que foi ensinado o truque, vários alunos começaram a praticar e verificar que realmente dava certo.

**9º D** - Os alunos participaram da atividade e alguns, que não estavam prestando atenção, passaram a atentar para na atividade. Quiseram desenvolver várias vezes a atividade para ver se conseguiam desvendar o mistério. Não conseguiram descobrir totalmente o truque, mas perceberam que deveriam começar pela posição central.

Para ver a realização da mágica acesse o link:  
<https://www.youtube.com/watch?v=V93e1I9gXCI&feature=youtu.be>

### 4.3. MÁGICA DO SINAL DE TRÂNSITO

**Atividade:** Nessa atividade realizamos a mágica do sinal de trânsito. Para iniciar foi proposto aos alunos realizar com lápis de cor todas as possíveis combinações das cores do

semáforo. Com isso, os alunos verificaram ser possível obter 6 combinações, ou seja, que o espaço amostral é finito. Em seguida, os alunos responderam as seguintes questões:

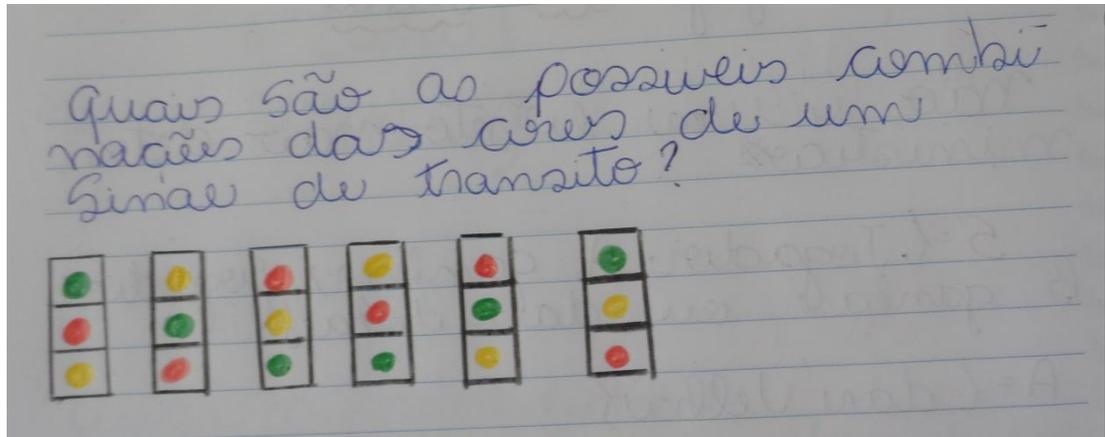


Figura 11: Solução de um dos exercícios propostos.

- Qual é a probabilidade de obter uma combinação na ordem do sinal de trânsito?
- Qual é a probabilidade de obter uma combinação com a cor verde em primeiro lugar?
- Qual é a probabilidade de obter uma combinação com a cor amarela na primeira posição e com a cor verde na segunda?
- Qual é a probabilidade de obter uma combinação com a cor vermelha na segunda posição?

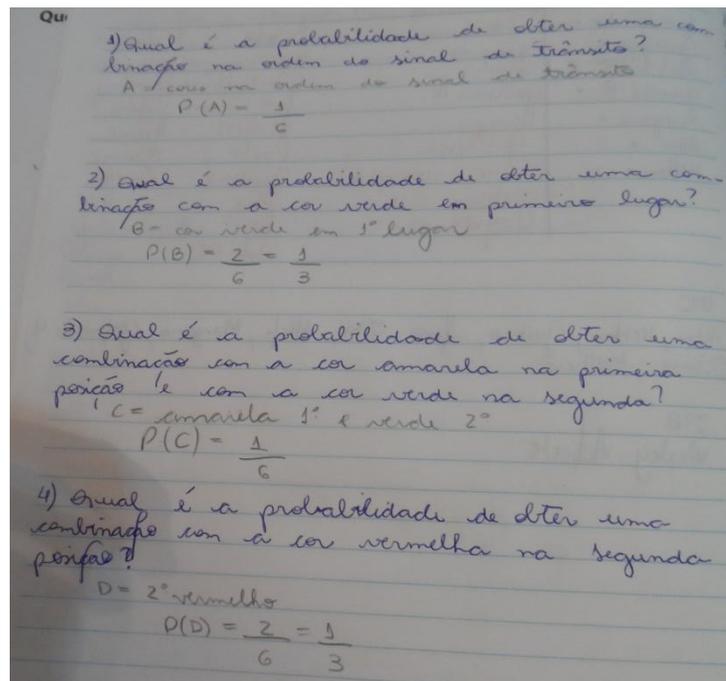


Figura 12: Resolução dos exercícios propostos na Mágica do Sinal de Trânsito.

Essas perguntas foram respondidas pelos alunos em seus cadernos e corrigidas pela professora, assim que todos terminaram.

### Mágica do Sinal de Trânsito

Foi realizada mágica do sinal de trânsito para questionar os resultados da probabilidade. Em um tubo preto foram colocadas as bolinhas na ordem (verde, amarelo e vermelho). Quando é retirado o tubo, percebemos que as bolinhas estão em uma sequência diferente (vermelha, verde, amarela).



Figura 13: Realização da Mágica do Sinal de Trânsito

**Objetivo:** Desenvolver o cálculo e conceito de probabilidade

**Duração:** 1 aula ( 50 minutos)

**Materiais utilizados:** 2 bolinhas de plástico vermelha

1 bolinha de plástico verde

1 bolinha de plástico amarela

1 tubo mágico

Lousa e giz

**Desvendando o mistério:** Na verdade, já existia uma bolinha vermelha escondida no tubo. Assim, quando colocamos a bolinha verde e depois a amarela obtivemos a ordem do resultado mostrado aos alunos. A última bolinha vermelha ficou presa no tudo. E assim todos acharam que as bolinhas trocaram de sequência.

### Impressões dos alunos:

**9º B** - Os alunos ficaram animados e logo que foi desenvolvida a atividade questionaram se podiam olhar o tubo mágico. Desconfiavam que havia algum truque nele, porém não conseguiam explicar.

**9º C** - Os alunos não conseguiram descobrir o truque e acreditavam que havia algo que fazia as bolinhas trocarem a ordem.

**9º D** - Depois de realizar a atividade algumas vezes, um aluno indagou que queria ver o tubo. Ficaram surpreendidos quando a mágica foi revelada.

Para ver a realização da mágica acesse o link:

<https://www.youtube.com/watch?v=jz2Ns-XhqVs>

## 4.4. MÁGICA DA ADIVINHAÇÃO DO ÁS

**Atividade:** Nessa aula foram propostas as seguintes questões para os alunos, sempre relembando os conceitos de probabilidade e espaço amostral:

- Qual é a probabilidade de acertar qual carta foi escolhida entre um espaço amostral composto por 4 cartas? E a de errar?
- Qual é a probabilidade de acertar qual carta foi escolhida de um baralho composto por 52 cartas? E a de errar?

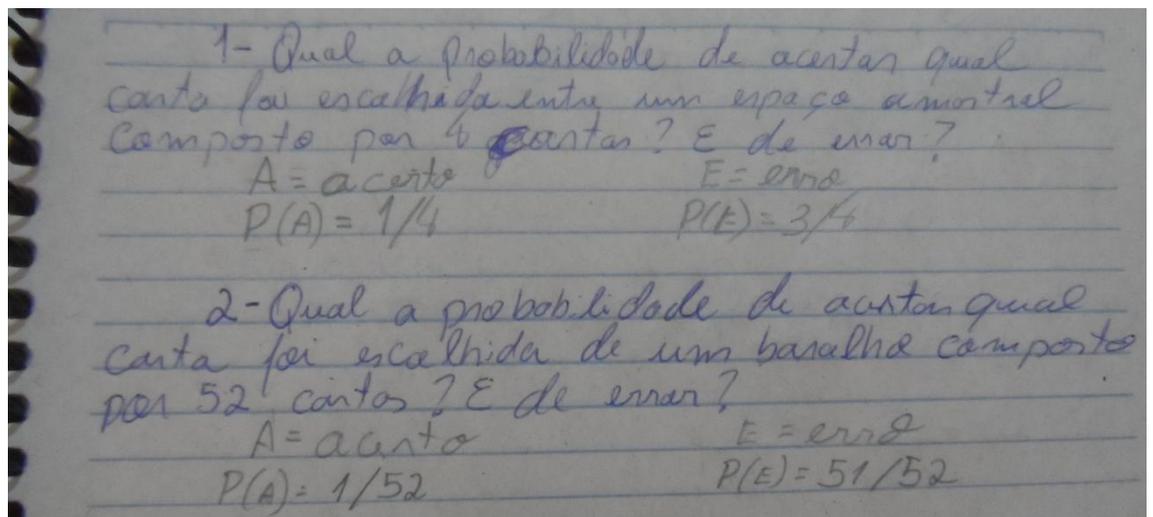


Figura 14: Resolução dos exercícios propostos na atividade Mágica da Adivinhação do

Ás.

Essas perguntas foram respondidas pelos alunos em seus cadernos e corrigidas pela professora, assim que todos terminaram.

### Mágica da Adivinhação do Ás

Primeiramente, a professora mostrou um baralho em que as cartas não tinham nenhuma marcação. Em seguida, colocou os quatro ases sobre a mesa e convidou um aluno para participar. A professora devolveu as cartas para o maço, no meio do baralho, de forma aleatória, embaralhando-as. Em seguida, mostrou o baralho ao participante e pediu que escolhesse um ás, o retirasse e mostrasse para a classe. Então, ele deveria devolvê-lo ao monte, que foi novamente embaralhado. A professora selecionou os quatro ases, colocando-os sobre a mesa, e revelando qual a carta escolhida.

**Objetivo:** Desenvolver o cálculo e o conceito de probabilidade.

**Duração:** 25 minutos

**Materiais Necessários:** Baralho

Lousa e giz

**Desvendando o mistério:** O truque está no desenho dos naipes. Ao posicionar as cartas na mesa, a professora dispôs os naipes com a seguinte configuração (é importante memorizar a sequência dos naipes centrais das cartas):

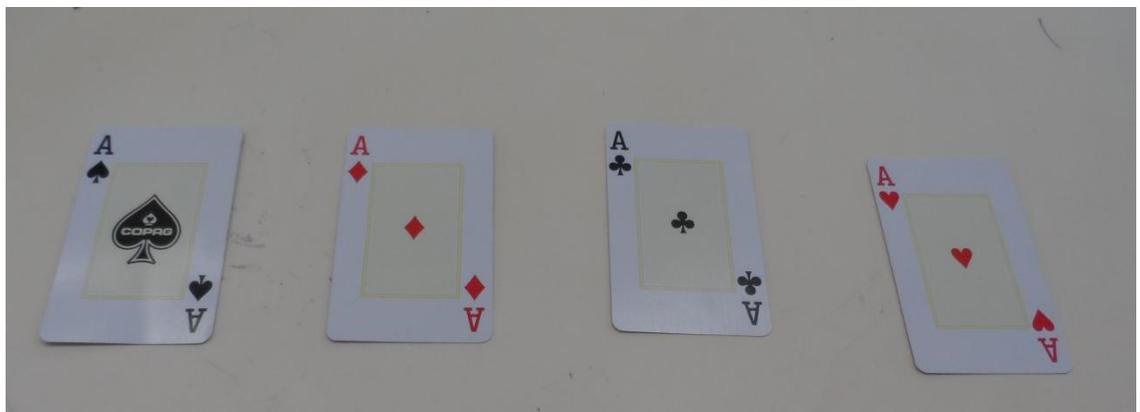


Figura 15: Posição inicial das cartas na Mágica da Adivinhação do Ás.

Porém, quando o aluno retirou uma das cartas para olhar e mostrar ao público (a classe), a professora virou o baralho de forma que os naipes trocassem a posição dos desenhos. Em seguida, o aluno devolveu a carta escolhida na configuração inicial do desenho. Assim, a única carta não modificada foi o ás retirado pelo aluno. Por exemplo, se uma pessoa escolher o às de espada teremos a seguinte configuração:

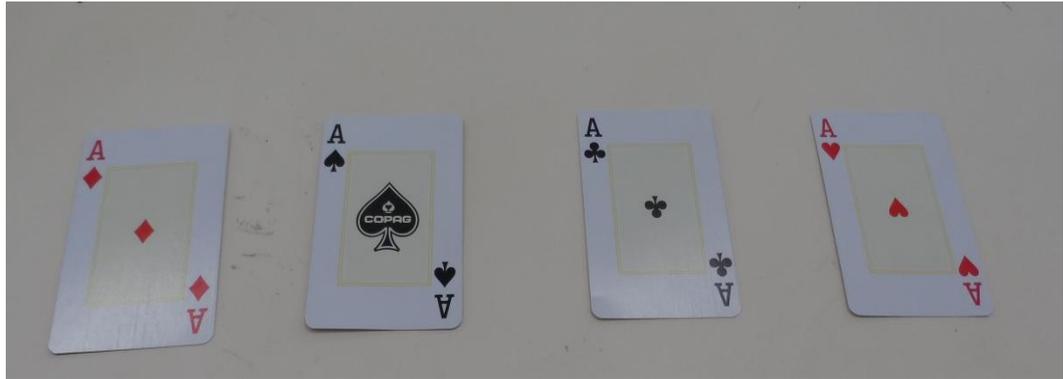


Figura 16: Posição das cartas após a realização da Mágica da Adivinhação do Ás.

Quando a pessoa escolhe o ás de paus, pela não simetria da figura, a configuração de todos os outros ases se inverte, mostrando que a carta escolhida foi o ás de paus.

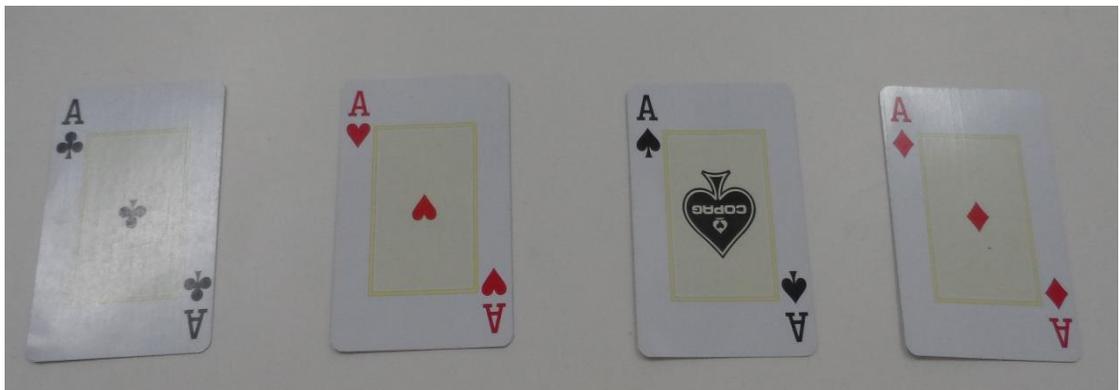


Figura 17: Configuração da mágica quando a carta escolhida for o ás de paus.

### **Impressões dos alunos:**

**9º B** - Os alunos ficaram muito empolgados com a atividade e não conseguiram desvendar o mistério da mágica. A atividade foi realizada três vezes e eles só compreenderam o que era feito quando a professora desvendou o segredo.

**9º C** - Os alunos apreciaram e participaram bastante da atividade. Eles desconfiaram que havia algum truque, porém ao olharem e examinarem, verificaram que se tratava de um baralho comum. A atividade teve de ser desvendada porque ninguém conseguiu descobrir o mistério.

**9º D** - Os alunos ficaram muito motivados com a mágica, porém não conseguiram desvendar o mistério.

Na mesma aula, foi também realizada a mágica descrita a seguir:

Para ver a realização da mágica acesse o link:

<https://www.youtube.com/watch?v=QKaB7nc4WKQ&feature=youtu.be>

#### 4.5. MÁGICA DO ENVELOPE

**Atividade:** Inicialmente a professora lembrou os conceitos de probabilidade e os cálculos já desenvolvidos na atividade da adivinhação do Ás. Assim, convidou um aluno para participar da atividade e mostrou que os materiais utilizados na mágica (baralho e envelopes) estavam sem qualquer marcação. Afirmou que iria descobrir qual carta ele escolheria entre as quatro que estavam sobre a mesa. Para isso, pediu que ele escolhesse uma sem mostrá-la e que a guardasse num envelope, oferecido por ela. Para as demais cartas também foram entregues envelopes idênticos. Para finalizar, pediu que o aluno juntasse os envelopes e os deixasse na mesa. A professora os dispôs sobre a mesa, apontando aquele no qual havia a primeira carta escolhida pelo participante.



Figura 18: Realização da Mágica do Envelope.

**Objetivo:** Desenvolver o conceito e cálculo da probabilidade.

**Duração:** 25 minutos

**Materiais utilizados:** baralho

Lousa e giz

4 envelopes

**Desvendando o mistério:** O truque está na palavra “idênticos”. Na verdade existia um envelope com uma marcação discreta, uma dobrinha no canto inferior, permitindo que a professora o diferenciasse entre os demais. E foi justamente esse o primeiro a ser entregue para guardar a carta escolhida. Assim, ficou fácil descobrir.

**Impressões dos alunos:**

**9º B** - Os alunos ficaram muito envolvidos na atividade e quiseram realizá-la duas vezes, pois perceberam que o truque estava no envelope. Na segunda tentativa, conseguiram mostrar que estavam certos na sua teoria, já que não seguiram as regras da mágica e não colocaram a primeira carta escolhida no primeiro envelope, não sendo possível desvendar qual era a carta escolhida. Porém, não conseguiram descobrir a marca no envelope.

**9º C** - Os alunos apreciaram bastante a atividade e assim como o 9º B conseguiram desvendar que o mistério estava no envelope, quando não seguiram as regras e não colocaram a primeira carta escolhida no primeiro envelope. Porém, acreditavam que o segredo estava no tamanho do envelope.

**9º D** - Os alunos apreciaram a atividade, mas, diferentemente das outras salas, só levantaram hipóteses, sem a ideia de não seguir a regra para verificar se a mágica daria certo.

Depois de realizada a mágica, a professora explicou que as chances de adivinhação, caso não houvesse truque, era de  $\frac{1}{4}$  de acerto e  $\frac{3}{4}$  de erro, mas, com a marca em um dos envelopes, a probabilidade de acerto passou para 1.

Para ver a realização da mágica acesse o link:

<https://www.youtube.com/watch?v=ZqF88-sxclM&feature=youtu.be>

#### 4.6. MÁGICA DAS TRÊS CARTAS

Esta atividade depende de treino, pois exige habilidade manual, sendo indicado que seja realizada a uma certa distância dos expectadores.

**Atividade:** Para introduzir a atividade a professora pediu aos alunos que respondessem a seguinte questão:

- Qual é a probabilidade de acertar a carta escolhida em um espaço amostral composto por três cartas? E a de errar?

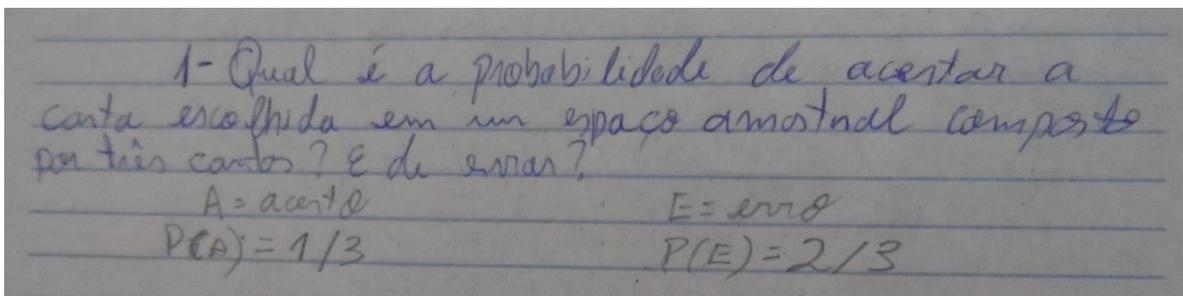


Figura 19: Resolução do exercício da Mágica das Três Cartas.

Essas perguntas foram respondidas pelos alunos em seus cadernos e corrigidas pela professora, assim que todos terminaram.

#### Mágica das três cartas

A professora disse que iria realizar uma mágica e mostrou para os estudantes que não havia nenhuma marca ou truque no baralho. Depois selecionou três cartas (um ás de copas, um valete de ouro e um três de espada, as demais cartas não são usadas) e perguntou para os alunos qual a probabilidade de acertar a posição da carta ás de copas numa dada sequência.

Primeiro, a professora apresentou as três cartas para os expectadores, mostrando que a primeira carta era o valete de ouro, a segunda o três de espada e a terceira o ás de copas. Juntou as cartas e deixou o ás de copas em cima, e manuseando o maço passou o ás para a última carta (ou posição). A professora perguntou aos alunos onde estava localizado o ás e eles responderam que na última carta. Então, ela virou a carta, mostrando que na última posição estava localizado o três de espada. Em seguida, revelou que na primeira e segunda posição estavam localizados o três de espada. Onde foi parar o ás e o valete?

**Objetivo:** Desenvolver o conceito e o cálculo da probabilidade.

**Duração:** 25 minutos

**Materiais utilizados:** Baralho

Lousa e giz

**Desvendando o mistério:** Inicialmente, tínhamos o ás de copas na posição de cima do monte, o três de espada no meio e o valete de ouro na última posição. Na verdade, quando passamos o ás para a última posição, pegamos duas cartas (o ás de copas e o três de espada) juntas, sem que os alunos percebessem. Assim, todos acreditaram que na última carta (ou posição) estava o ás, mas na verdade encontrava-se o três de espada. Em seguida, mostramos a primeira carta à plateia, mas quando a puxamos, tivemos de trazer junto a última carta que era o três de espada, revelando, assim, que na primeira posição também estava localizado o três de espada. E ao devolver essas duas cartas ao monte, se fez com que o três ficasse na posição do meio para que fosse mostrado que ele também ocupava essa posição. Com isso, todas as cartas se transformam no três de espada.

**Impressões dos alunos:**

**9º B** - Os alunos apreciaram a mágica, mas perceberam o truque e já começaram a querer ver as cartas.

**9º C** - Os alunos participaram bastante da atividade e também conseguiram aproximar bastante os palpites ao segredo da mágica.

**9º D** - Os alunos ficaram empolgados com a atividade, e aproximaram-se bastante sendo que um deles conseguiu ver a posição do três de espada, descobrindo o truque.

Na mesma aula também foi realizada a mágica descrita a seguir.

Para ver a realização da mágica acesse o link:

<https://www.youtube.com/watch?v=nMNreHQBTgc&feature=youtu.be>

#### 4.7. MÁGICA DA POSIÇÃO DOS QUATRO ASES

**Atividade:** Nesta atividade foi perguntado inicialmente aos alunos:

- É possível adivinhar a coluna em que 4 ases deverão ficar, em uma configuração quadrada com 16 cartas?

Essa pergunta foi respondida pelos alunos em seus cadernos e corrigida pela professora, assim que todos terminaram.

##### Mágica da posição dos quatro ases

Em seguida, a professora comentou que iria utilizar mágica para enganar os expectadores, já que acreditavam, com 100% de certeza, que os ases ficariam na quarta coluna. Com um truque, a professora fez com que os ases passassem a ocupar a terceira coluna. Primeiramente, posicionou os quatro ases na mesa.

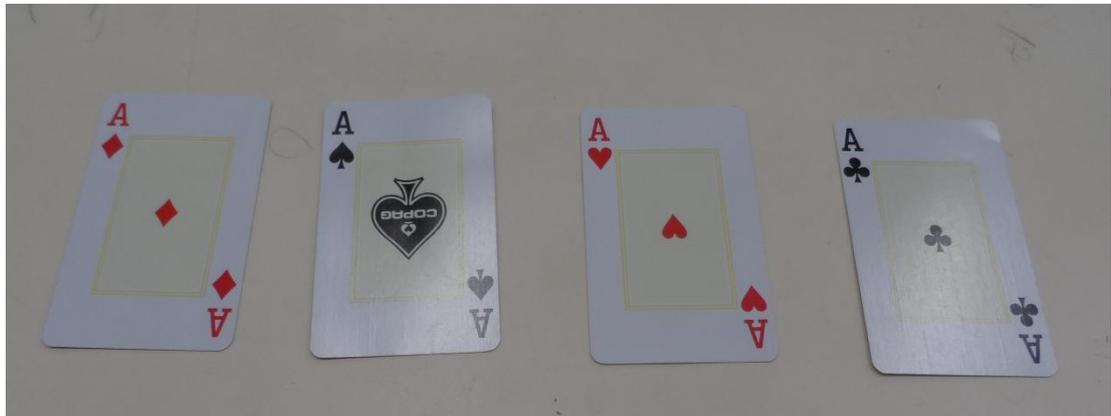


Figura 20: Modelo de configuração das cartas para a Mágica da Posição dos 4 Ases.

E, a seguir, virou-as para baixo. Depois distribuiu as demais cartas embaixo dos ases formando quatro fileiras com quatro cartas cada uma.

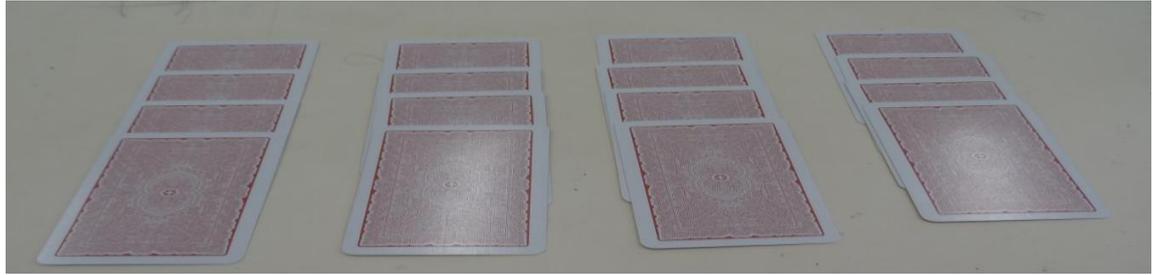


Figura 21: Configuração das cartas para a Mágica da Posição dos 4 Ases.

Recolheu as cartas e mostrou que sempre formavam a configuração com três cartas distintas e um ás. Em seguida, distribuiu-as novamente e mostrou que na última coluna e primeira fileira havia, como esperado, um ás.



Figura 22: Configuração das cartas.

Ao terminar de completar as fileiras, a professora trocou a primeira carta da terceira fileira com a primeira da última, mostrando aos alunos que todos os ases estavam localizados na terceira coluna, e não na quarta como era esperado.

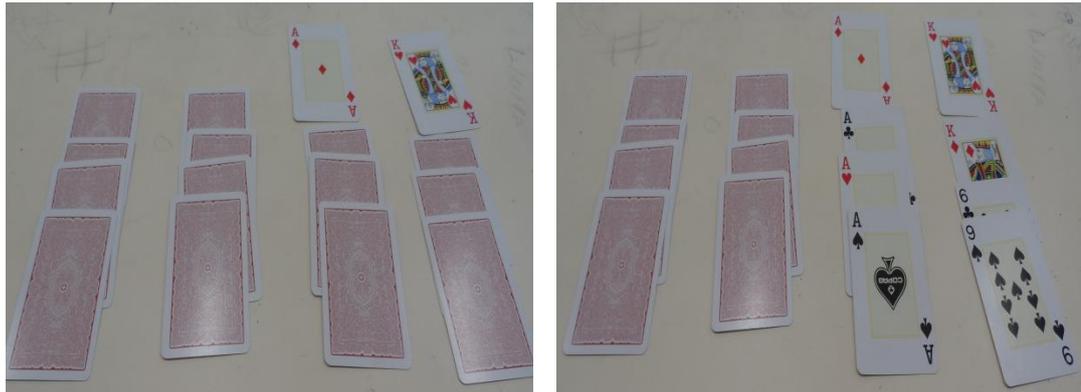


Figura 23: Disposição final das cartas na Mágica da posição dos 4 Ases.

**Objetivo:** Desenvolver o conceito e cálculo de probabilidade.

**Duração:** 25 minutos

**Materiais Utilizados:** Baralho

Lousa e giz

**Desvendando o mistério:** O truque está no momento em que distribuímos as cartas na mesa pela segunda vez. Ao virarmos a última carta para mostrar que se trata de um ás, colocamos, estrategicamente, a próxima carta que seria posta na mesa na última posição do baralho (embaixo), isto é, usamos esta carta para apontar a quarta coluna, mas não a colocamos na mesa e, ao devolvê-la ao baralho, a colocamos não na posição que estava originalmente (no topo), mas na posição debaixo. Assim, alteramos a configuração das cartas (três cartas diferentes e um ás) para duas cartas distintas e um ás, o que faz com que os três ases restantes fiquem na terceira coluna. Ao trocar a primeira carta da terceira e quarta fileiras, afirmamos que por um truque mágico trocaremos todas as cartas das fileiras, fazendo com que os quatro ases apareçam na terceira coluna.

**Impressões dos alunos:**

**9º B** - Os alunos apreciaram bastante a atividade. Participaram, mas não conseguiram desvendar o segredo, que teve de ser revelado posteriormente pela professora.

**9º C** - Os alunos ficaram bastante empolgados e um deles até comentou que aquela havia sido a melhor mágica. Ninguém conseguiu revelar o truque.

9º D - Os alunos apreciaram a atividade e, assim como as outras turmas, não conseguiram descobrir o truque da mágica.

Para ver a realização da mágica acesse o link:

<https://www.youtube.com/watch?v=aaAidxdIsZQ>

#### 4.8. MÁGICA DA “SACOLINHA” COM FORMAS GEOMÉTRICAS

**Atividade:** Nesta atividade a professora mostrou para os alunos uma “sacolinha” mágica, 6 quadrados rosas, 6 triângulos amarelos, 6 pentágonos azuis e 6 hexágonos vermelhos, lembrando as propriedades de cada polígono. Em seguida, a professora perguntou:

- Qual é a probabilidade de retirar, de uma “sacolinha” composta por todos aqueles sólidos (que totalizam 24), um triângulo amarelo?
- Qual é a probabilidade de retirar um quadrado rosa?
- Qual é a probabilidade de retirar um pentágono azul?
- Qual é a probabilidade de retirar um hexágono vermelho?

① Qual é a probabilidade de retirar, de uma sacolinha composta por todos aqueles sólidos, (que totalizam 24), um triângulo amarelo?  

$$P(T) = \frac{6}{24} = \frac{1}{4}$$

② Qual é a probabilidade de retirar um quadrado rosa?  

$$P(Q) = \frac{6}{24} = \frac{1}{4}$$

③ Qual é a probabilidade de retirar um pentágono azul?  

$$P(P) = \frac{6}{24} = \frac{1}{4}$$

④ Qual é a probabilidade de retirar um hexágono vermelho?  

$$P(H) = \frac{6}{24} = \frac{1}{4}$$

Figura 24: Resolução do exercício da Mágica da “Sacolinha” com Formas Geométricas.

Essas perguntas foram respondidas pelos alunos em seus cadernos e corrigidas pela professora, assim que todos terminaram.

### Mágica da “Sacolinha” com formas geométricas

Assim, afirmou que, mesmo a probabilidade sendo igual, já havia feito uma previsão no envelope e acertaria qual polígono seria escolhido. Em seguida, escolheu quatro participantes e pediu para cada um colocar as seis formas geométricas. Convidando mais um aluno para participar, pediu que ele fechasse o olho, escolhesse uma forma e mostrasse para todos. O aluno retirou um triângulo amarelo. Com isso, a professora mostrou que a sua previsão estava certa, pois era exatamente a de um triângulo amarelo.



Figura 25: Mágica da “Sacolinha” com Polígonos.

**Objetivo:** Desenvolver o conceito e cálculo de probabilidade.

**Duração:** 50 minutos

**Materiais Utilizados:** Lousa e giz

7 triângulos de EVA amarelo

6 quadrados de EVA rosa

6 pentágonos de EVA azul

6 hexágonos de EVA vermelho

1 “sacolinha” mágica

1 envelope

**Desvendando o mistério:** O segredo está na “sacolinha” que apresenta uma divisória interna, gerando duas partes. Assim, quando a professora pediu que os alunos colocassem os quadrados, pentágonos e hexágonos, abriu um dos lados da “sacolinha”, mas quando o aluno foi colocar a forma geométrica da previsão (no caso o triângulo amarelo), ela abriu a outra divisão da “sacolinha”, sem os alunos perceberem.

**Impressões dos alunos:**

**9º B** - Os alunos apreciaram a atividade e participaram da aula, mas um deles já percebeu o segredo, pois falou que já conhecia a mágica.

**9º C** - Os alunos estavam bastante envolvidos na atividade e uma aluna descobriu o segredo, pois falou que o padrasto dela também faz uma mágica que usa o mesmo truque.

**9º D** - Os alunos apreciaram bastante a atividade e só conseguiram descobrir o truque no dia seguinte, quando a professora realizou a atividade mais algumas vezes para eles perceberem. Na ocasião uma ajudante demorou muito para escolher a figura geométrica e sentiu a divisória.

Para ver a realização da mágica acesse o link:

<https://www.youtube.com/watch?v=B1X2W73Foyk&feature=youtu.be>

#### 4.9. EXERCÍCIOS DE REVISÃO

**Atividade:** Primeiramente a professora retomou o conceito e cálculo de probabilidade. Em seguida, propôs os exercícios listados abaixo, corrigindo-os ao final da aula.

Questões

- 1- Qual é a probabilidade de retirar coroa ao lançar uma moeda?
- 2- Qual é a probabilidade de retirar um ás em um baralho composto por 52 cartas?
- 3- Qual é a probabilidade de, ao lançarmos duas moedas, retirarmos cara em ambas?
- 4- Qual é a probabilidade de retirarmos o número cinco ao lançarmos um dado?

- 5- Qual é a probabilidade de retirarmos um múltiplo de dois ao lançarmos um dado?  
 6- Qual é a probabilidade de um casal com dois filhos ter duas meninas?

**Objetivo:** Reconhecer um evento não determinístico; saber calcular a probabilidade de um evento acontecer, fazendo conexões com o cotidiano.

**Duração:** 2 aulas (140 minutos)

**Impressões:**

A maioria dos alunos conseguiu resolver os exercícios propostos, mostrando compreender o conceito e domínio do cálculo de probabilidade.

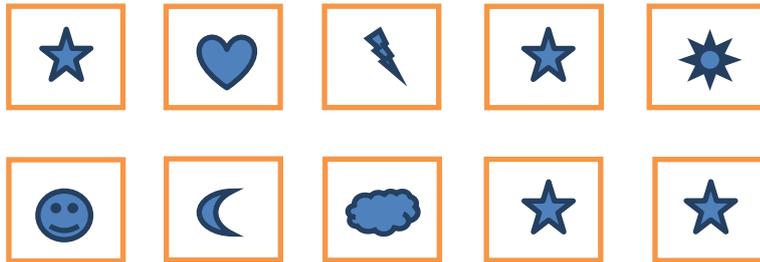
#### 4.10. AVALIAÇÃO

**Atividade:** A avaliação ocorreu durante toda a experimentação das atividades, mostrando como os alunos estavam empenhados e ativos no processo de ensino e aprendizagem. Ao final da aplicação das atividades foi realizada uma avaliação bimestral nos padrões requeridos pela escola.

#### Questões

- 1- (1,0) Classifique os eventos abaixo em determinísticos ou não determinísticos
- O lançamento de uma moeda.
  - O tempo de ebulição da água.
  - Os números que sairão na mega-sena.
  - O número que sairá no lançamento de um dado.
- 2- (1,0) A probabilidade de retirar um 3 de copas de um baralho composto por 52 cartas é igual a:
- $2/52$
  - $4/52$
  - $1/52$
  - $3/52$
- 3- (1,0) Um casal possui três filhos. Responda:
- Qual é o espaço amostral das possíveis soluções?
  - Qual é a probabilidade de o casal ter um filho do sexo masculino e dois do sexo feminino?

- 4- (1,0) Duas moedas são lançadas simultaneamente.
- Qual é o espaço amostral das possíveis soluções?
  - Qual é a probabilidade de ocorrer coroa em uma só moeda?
- 5- (1,0) Jogamos um dado comum.
- Qual é o espaço amostral das possíveis soluções?
  - Qual é a probabilidade de sair o número 3?
  - Qual é a probabilidade de sair um múltiplo de 2?
- 6- (1,0) Uma urna contém 5 bolas brancas e 7 pretas. A probabilidade de sortearmos uma bola branca é de:
- $7/12$
  - $1/5$
  - $5/12$
  - $1/7$
- 7- (1,0) Lançando-se uma vez um dado não viciado, a probabilidade de obter-se uma face que contenha um número maior que 4 é de:
- $1/6$
  - $1/3$
  - $1/2$
  - $2/3$
- 8- (1,0) A probabilidade de se retirar um ás de um baralho contendo 52 cartas é de:
- $1/13$
  - $1/52$
  - $2/13$
  - $2/52$
- 9- (1,0) As cartas abaixo serão colocadas numa caixa e uma será retirada ao acaso. Qual é a probabilidade da carta retirada ser uma estrela?



- $1/3$
  - $1/4$
  - $2/3$
  - $2/5$
- 10- (1,0) As cinco cartelas numeradas a seguir foram colocadas numa caixa



Se forem retiradas duas cartelas da caixa, simultaneamente e ao acaso, a probabilidade que a soma das cartelas retiradas seja 5 ou 6 é:

- a)  $1/5$                       b)  $2/5$                       c)  $3/5$                       d)  $4/5$

**Objetivo:** Reconhecer um evento não determinístico; saber calcular a probabilidade de um evento acontecer, fazendo conexões com o cotidiano.

**Duração:** 2 aulas (140 minutos)

**Impressões:** Em todas as salas os alunos apresentaram melhor rendimento na prova bimestral, sendo que a maioria melhorou as suas notas. Em anexo teremos algumas dessas avaliações, mostrando o resultado dos alunos.

## 5. ANÁLISE DOS RESULTADOS

A proposta central desse trabalho foi desenvolver o conceito básico de probabilidade de uma maneira mais atrativa (com o uso de mágicas), com a finalidade de garantir e proporcionar maior participação e envolvimento dos alunos nas atividades, e consequentemente melhor aproveitamento na aprendizagem.

Durante a realização das atividades, notou-se que os alunos ficaram motivados e conseguiram relacionar o conteúdo matemático, que sempre é lembrado por sua dificuldade, através de uma prática muito divertida e interessante, a mágica. Eles demonstraram isso através do entusiasmo na realização das atividades propostas, também na receptividade no início das aulas. Além disso, os alunos expressaram interesse em desenvolver uma feira escolar para apresentação das atividades às demais turmas. Essa iniciativa partiu, principalmente, da turma do 9º D, justamente a que apresenta maiores problemas de comportamento e dificuldades de aprendizagens.

As hipóteses desenvolvidas pela professora foram validadas na aplicação das atividades, pois a proposta didática alcançou a maioria dos alunos, que, por sua vez, demonstraram empenho e foram bastante ativos nas aulas, resultando numa significativa melhora do desempenho dos discentes nessa disciplina.

Todas as atividades atingiram os objetivos propostos. Contudo, numa revisão do planejamento, se faz uma ressalva quanto à aplicabilidade da Mágica das Três Cartas, devido

ao seu grau de dificuldade, uma vez que exige pleno domínio técnico no uso do baralho, o que poderia torná-la inviável em sala de aula, se o professor não apresentar tal habilidade.

Outra proposta que a professora gostaria de ter desenvolvido, mas que ficou inviabilizada devido à escassez de tempo e de modificações no calendário escolar, com o iminente término do ano letivo foi a realização de um evento no qual os alunos pudessem apresentar para a escola e comunidade escolar as práticas e os conhecimentos adquiridos durante as aulas, executando as mágicas e demonstrando como a matemática pode ser fascinante e misteriosa.

A importância da utilização da mágica como recurso didático se dá por ser uma prática lúdica e eficaz. Há muitas atividades que podem ser desenvolvidas no ensino da probabilidade, envolvendo cores, baralho, moedas, etc. Além disso, ela pode ser uma metodologia aplicada para ensinar outros conceitos, tais como aritmética, equações, combinatória, geometria e matrizes.

## 6. CONSIDERAÇÕES FINAIS

O principal objetivo desse trabalho foi tratar do assunto probabilidade com a aplicação de atividades diferenciadas em relação às que são normalmente trabalhadas em sala de aula, com o intuito de proporcionar maior interesse e participação dos alunos durante as aulas. Para isso, apresentamos várias atividades que podem ser utilizadas em qualquer ano do Ensino Básico com potencial de oferecer uma aprendizagem mais significativa e prazerosa.

Inicialmente fizemos um breve relato histórico, verificando quais contribuições foram feitas ao longo dos anos e como ocorreu o desenvolvimento desse tema até chegar à forma como é estudado atualmente. Também fizemos um estudo para verificar como o conteúdo é abordado na Proposta Curricular Nacional, evidenciando as vantagens da utilização de jogos como metodologia nas aulas.

Sabendo da importância da conceituação temática, buscamos subsídios teóricos, conforme explanado no segundo capítulo, a fim de obtermos embasamento para a realização desse trabalho. Outrossim, caracterizamos o público alvo e o meio no qual estão inseridos.

No terceiro capítulo, apresentamos a proposta do trabalho e as hipóteses levantadas. Posteriormente, desenvolvemos as atividades, detalhadamente, caracterizando as aplicações e expondo objetivos e resultados.

Numa *análise a posteriori*, finalizamos confrontando os resultados e as hipóteses, verificando, nesse comparativo, o que foi atingido e o que pode ser modificado e aprimorado em futuras aplicações.

Pelas razões apresentadas, concluímos que o uso de atividades diversificadas proporciona uma aprendizagem mais significativa, além de ser prazerosa para os alunos, tornando-os mais participativos nas aulas. Entendemos que o estudo da probabilidade aliado à prática dos jogos é fundamental para o conhecimento matemático, além de possibilitar o desenvolvimento de qualidades que contribuirão para a formação pessoal do discente, tais como o raciocínio, senso crítico, busca de estratégias, criatividade e tomada de decisões. Desse modo, essa temática deve ser tratada com toda atenção e dedicação necessárias para se alcançar melhores resultados na aprendizagem com uma prática de ensino mais significativa.

## 7. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

[1] MORGADO, A.C.; CARVALHO, J.B.P.; CARVALHO, P.C.P.; FERNANDEZ, P. *Análise Combinatória e Probabilidade*. 9ª edição. Rio de Janeiro. Sociedade Brasileira de Matemática. 343 p.

[2] \_\_\_\_\_. Ministério da Educação e do Desporto. Secretaria de Educação Básica. *Parâmetros Curriculares Nacionais terceiros e quartos ciclos do ensino fundamental: Matemática*. Brasília. MEC/SEF, 1998. Disponível em: <<http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/matematica.pdf>> Acessado em: 15/02/2015.

[3] GODIM, H.F. *Probabilidade e Probabilidade Goemétrica: Conceitos e Exemplos Aplicáveis no Ensino Básico*. 2013. 78 p. Tese (Mestrado em Matemática). Universidade Federal do Mato Grosso do Sul. Campo Grande. 2013. Disponível em: <[http://bit.profmtat-sbm.org.br/xmlui/bitstream/handle/123456789/368/2011\\_00235\\_HELLEN\\_FERNANDES\\_GONDIM.pdf?sequence=1](http://bit.profmtat-sbm.org.br/xmlui/bitstream/handle/123456789/368/2011_00235_HELLEN_FERNANDES_GONDIM.pdf?sequence=1)> Acessado em: 15/02/2015.

[4] MORENO, A.C. *Brasil evolui, mas segue nas últimas posições em ranking de educação*. 2013. Disponível em: <<http://g1.globo.com/educacao/noticia/2013/12/brasil-evolui-mas-segue-nas-ultimas-posicoes-em-ranking-de-educacao.html>> Acessado em: 15/02/2015.

[5] LESSER, L.M.; GLOCKMAN, M.E. *Using Magic in the Teaching of Probability and Statistics*. Boston University School of Public Health. 2009. 24 p.

[6] SÁ, I.P., *Brincando com Matemática: A importância dos jogos no ensino de Matemática*. 12 p. Disponível em: <<http://www.magiadamatematica.com/unifeso/8-brincando.pdf>> Acessado em: 15/02/2015.

[7] GADELHA, A. *Uma pequena história da Probabilidade*. Rio de Janeiro. 2004. 16 p. Disponível em: <[http://www.mat.ufrgs.br/~viali/estatistica/mat2006/material/textos/hist\\_prob\\_Gadelha.pdf](http://www.mat.ufrgs.br/~viali/estatistica/mat2006/material/textos/hist_prob_Gadelha.pdf)> Acessado em: 15/02/2015.

- [8] PARRAS, G. *Como fazer a Mágica dos Quatro Ases*. 2013. Disponível em: <<https://www.youtube.com/watch?v=xUgyYuxDgtc>> Acessado em: 15/02/2015.
- [9] PARRAS, G. *Como fazer a mágica do avô Diogo*. 2014. Disponível em: <[https://www.youtube.com/watch?v=57\\_cOpmXsxs](https://www.youtube.com/watch?v=57_cOpmXsxs)> Acessado em: 15/02/2015.
- [10] *Envelope Adivinhando a Carta – Mágica Revelada*. 2013. Disponível em: <<https://www.youtube.com/watch?v=SBZttDp1K3s>> Acessado em: 15/02/2015.
- [11] *Mágica com apenas três cartas*. 2013. Disponível em: <[https://www.youtube.com/watch?v=gMx2U2\\_tbTE](https://www.youtube.com/watch?v=gMx2U2_tbTE)> Acessado em: 15/02/2015.
- [12] PARRAS, G. *Como realizar a previsão do jogo da velha*. 2014. Disponível em: <<https://www.youtube.com/watch?v=f5bVjax8Iw0>> Acessado em: 15/02/2015.
- [13] ALMOULOU, S.A.; COUTINHO, C.Q.S. *Engenharia Didática: características e seus usos em trabalhos apresentados no GT-19 / ANPEd 1*. REVEMAT - Revista Eletrônica de Educação Matemática. V3.6, p.62-77, UFSC: 2008.
- [14] MORGADO, A. C.; CARVALHO, P. C. P. *Matemática Discreta*. Coleção PROFMAT. Sociedade Brasileira de Matemática. Rio de Janeiro. 1ª edição. 2014. 187 p.
- [15] Banco de Questões Saresp. Disponível em: <<http://pt.slideshare.net/DaniPimenta/banco-de-questes-saresp>> Acessado em: 15/02/2014
- [16] VIALI, L. *Algumas considerações sobre a origem da Teoria da Probabilidade*. RBHM – Revista Brasileira de História da Matemática, Vol. 8, no 16, p. 143-153, 2008.
- [17] SÃO PAULO. Secretaria da Educação. Material de Apoio ao Currículo do Estado de São Paulo: caderno do professor; matemática, ensino fundamental, anos finais, 9º ano. V.2, 104 p. 2014.

[18] SÃO PAULO. Secretaria da Educação. Material de Apoio ao Currículo do Estado de São Paulo: caderno do aluno; matemática, ensino fundamental, anos finais, 9º ano. V.2, 102 p. 2014.

## ANEXOS

|  |   |   |                   |
|--|---|---|-------------------|
| IDENTIFICAÇÃO  |   | EE. Dr. TOLENTINO MIRAGLIA  |                   |
| E. F. ( X )  | PROVA (CONTEÚDO): Probabilidade   | DISCIPLINA: Matemática  | ANO/série: 9º ano |
|  | PROFESSOR: Caroline   | DATA: 30/11/14  |                   |
| E. M. ( )  | ALUNO:  | NÚMERO:  |                   |
| II – INSTRUÇÃO (HABILIDADES): Reconhecer um evento não determinístico; Saber calcular a probabilidade de um evento acontecer, fazendo conexões com o cotidiano.<br>FAÇA OS CÁLCULOS!!! |   |   |                   |

- 1- (1,0) Classifique os eventos abaixo em determinísticos ou não determinísticos
- O lançamento de uma moeda  $\checkmark d$
  - O tempo de ebulição da água  $\rightarrow d$
  - Os números que sairão na mega sena  $\rightarrow \checkmark d$
  - O número que sairá no lançamento de um dado  $\rightarrow \checkmark d$
- 2- (1,0) A probabilidade de se retirar um 3 de copas de um baralho composto por 52 cartas é igual a:
- 2/52
  - 4/52
  - 1/52
  - 3/52
- 3- (1,0) Um casal possui três filhos. Responda:
- Qual é o espaço amostral das possíveis soluções?
  - Qual é a probabilidade de o casal ter um filho do sexo masculino e dois do sexo feminino?  $\frac{1}{4} = 25\%$
- 4- (1,0) Duas moedas são lançadas simultaneamente.
- Qual é o espaço amostral das possíveis soluções?
  - Qual é a probabilidade de ocorrer coroa em uma só moeda?  $\frac{2}{4} = 50\%$
- 5- (1,0) Jogamos um dado comum.
- Qual é o espaço amostral das possíveis soluções?
  - Qual é a probabilidade de sair o número 3?
  - Qual é a probabilidade de sair um múltiplo de 2?  $\frac{3}{6} = \frac{1}{2}$
- 6- (1,0) Uma urna contém 5 bolas brancas e 7 pretas. A probabilidade de sortearmos uma bola branca é de:
- 7/12
  - 1/5
  - 5/12
  - 1/7
- 7- (1,0) Lançando-se uma vez um dado não viciado, a probabilidade de obter-se uma face que contenha um número maior que 4 é de:

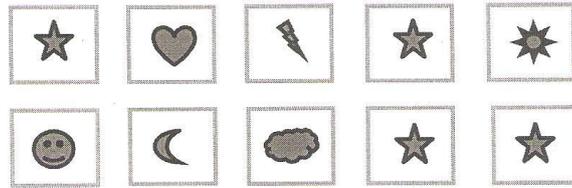
- a) 1/6 c) 1/2  
b) 1/3 d) 2/3

$\frac{2}{6} = \frac{1}{3}$   
✓ (10)

- 8- (1,0) A probabilidade de se retirar um ás de um baralho contendo 52 cartas é de:  
a) 1/13 c) 2/13  
b) 1/52 d) 2/52

$P(A) = \frac{4}{52} = \frac{1}{13}$

- 9- (1,0) As cartas abaixo serão colocadas numa caixa e uma será retirada ao acaso. A probabilidade de a carta retirada ter a figura de uma ~~figura~~ <sup>estrela</sup> é:



$P(A) = \frac{4}{20} = \frac{2}{5}$   
✓ (10)

- a) 1/3 b) 1/4 c) 2/3 d) 2/5

- 10- As cinco cartelas numeradas a seguir foram colocadas numa caixa



→ 6  
✓ (10)

Se forem retiradas duas cartelas da caixa, simultaneamente e ao acaso, a probabilidade que a soma das cartelas retiradas seja 5 ou 6 é:

- a) 1/5 b) 2/5 c) 3/5 d) 4/5

E.E. Dr. Tolentino Miraglia

## Primeira Atividade – Probabilidade - Questionário

Nome: ~~XXXXXXXXXXXXXXXXXXXX~~ nº ~~10~~ 9º ano ~~10~~

Profª Caroline

- 1- Você já escutou ou estudou o termo **Probabilidade**? Se sim, o que ele significa? *NÃO*
- 2- É possível prever o resultado dos eventos abaixo? *NÃO*
  - i) O valor que sairá ao lançarmos um dado com 6 faces. *Qualquer faces.*
  - j) O que acontecerá se jogarmos um ovo de uma altura de 1 metro. *Ele quebrará.*
  - k) Qual carta que iremos retirar de um baralho composto por 52 cartas. *NÃO*
  - l) Se irá chover amanhã. *NÃO*
  - m) Quem vai ganhar o campeonato brasileiro. *NÃO sei*
  - n) A temperatura de ebulição da água. *NÃO sei*
  - o) A queda de uma moeda que foi lançada para o alto. *NÃO sei*
  - p) Qual face sairá ao lançarmos uma moeda. *QUALQUER UMA FACES DA MOEDA*
- 3- Você sabe o que significa eventos não determinísticos? *NÃO*
- 4- Você sabe o que significa o termo espaço amostral? *NÃO*
- 5- Quais são as possibilidades de resultado ao lançarmos um dado com seis faces? E se lançarmos uma moeda?

*Sejam resultados diferentes*

| IDENTIFICAÇÃO  |                                 |                        | EE. Dr. TOLENTINO MIRAGLIA |           |  |
|--|---------------------------------|------------------------|----------------------------|-----------|--|
| E. F. ( X )  | PROVA (CONTEÚDO): Probabilidade | DISCIPLINA: Matemática | ANO/série: 9º ano C        |           |  |
|  | PROFESSOR: Caroline             | DATA: 08/11/14         |                            | NÚMERO: 3 |  |
| E. M. ( )  | ALUNO: <u>Arlene Faronada</u>   |                        |                            |           |  |
| II – INSTRUÇÃO (HABILIDADES): Reconhecer um evento não determinístico; Saber calcular a probabilidade de um evento acontecer, fazendo conexões com o cotidiano.<br>FAÇA OS CÁLCULOS!!! |                                 |                        |                            |           |  |

- 1- (1,0) Classifique os eventos abaixo em determinísticos ou não determinísticos
- a) O lançamento de uma moeda *não determinístico* ✓
- b) O tempo de ebulição da água *determinístico* ✓
- c) Os números que sairão na mega sena *não determinístico* ✓
- d) O número que sairá no lançamento de um dado *não determinístico* ✓ (1,0)
- 2- (1,0) A probabilidade de se retirar um 3 de copas de um baralho composto por 52 cartas é igual a:
- a)  $\frac{2}{52}$
- b)  $\frac{4}{52}$
- c)  $\frac{1}{52}$
- d)  $\frac{3}{52}$  *P(A) = 1/52* ✓ (1,0)
- 3- (1,0) Um casal possui três filhos. Responda:
- a) Qual é o espaço amostral das possíveis soluções? *3 filhos, 3 mulheres, 2 homens, 2 mulheres, 1 homem* ✓
- b) Qual é a probabilidade de o casal ter um filho do sexo masculino e dois do sexo feminino?  $\frac{1}{4} = 25\%$  ✓ (1,0)
- 4- (1,0) Duas moedas são lançadas simultaneamente.
- a) Qual é o espaço amostral das possíveis soluções? *(cara, cara), (cara, coroa), (coroa, cara), (coroa, coroa)* ✓
- b) Qual é a probabilidade de ocorrer coroa em uma só moeda?  $\frac{1}{2} = 50\%$  ✓ (1,0)
- 5- (1,0) Jogamos um dado comum.
- a) Qual é o espaço amostral das possíveis soluções? *S = {1, 2, 3, 4, 5, 6}* ✓
- b) Qual é a probabilidade de sair o número 3?  $\frac{1}{6}$  ✓
- c) Qual é a probabilidade de sair um múltiplo de 2?  $\frac{3}{6} = \frac{1}{2}$  ✓ (1,0)
- 6- (1,0) Uma urna contém 5 bolas brancas e 7 pretas. A probabilidade de sortearmos uma bola branca é de:
- a)  $\frac{7}{12}$
- b)  $\frac{1}{5}$
- c)  $\frac{5}{12}$   $\frac{5}{12}$  ✓
- d)  $\frac{1}{7}$  (1,0)
- 7- (1,0) Lançando-se uma vez um dado não viciado, a probabilidade de obter-se uma face que contenha um número maior que 4 é de:
- $\frac{2}{6} = \frac{1}{3}$

- a)  $1/6$  c)  $1/2$   
 b)  $1/3$  d)  $2/3$

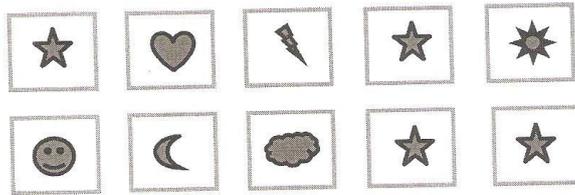
✓ (10)

8- (1,0) A probabilidade de se retirar um ás de um baralho contendo 52 cartas é de:

- a)  $1/13$  c)  $2/13$   
 b)  $1/52$  d)  $2/52$

✓  $\frac{4 \times 4}{52 \times 4} = \frac{1}{13}$  (10)

9- (1,0) As cartas abaixo serão colocadas numa caixa e uma será retirada ao acaso. A probabilidade de a carta retirada ter a figura de uma flor?



- a)  $1/3$  b)  $1/4$  c)  $2/3$  d)  $2/5$

✓  $\frac{4 \times 2}{20 \times 2} = \frac{2}{5}$  (10)

10- As cinco cartelas numeradas a seguir foram colocadas numa caixa



Se forem retiradas duas cartelas da caixa, simultaneamente e ao acaso, a probabilidade que a soma das cartelas retiradas seja 5 ou 6 é:

- a)  $1/5$  b)  $2/5$  c)  $3/5$  d)  $4/5$

contado? (10)

E.E. Dr. Tolentino Miraglia

Primeira Atividade – Probabilidade - Questionário

Nome: *Aline Senemola*

nº 3 9º ano C

Profª Caroline

- 1- Você já escutou ou estudou o termo **Probabilidade**? Se sim, o que ele significa?
- 2- É possível prever o resultado dos eventos abaixo?
  - a) O valor que sairá ao lançarmos um dado com 6 faces.
  - b) O que acontecerá se jogarmos um ovo de uma altura de 1 metro.
  - c) Qual carta que iremos retirar de um baralho composto por 52 cartas.
  - d) Se irá chover amanhã.
  - e) Quem vai ganhar o campeonato brasileiro.
  - f) A temperatura de ebulição da água.
  - g) A queda de uma moeda que foi lançada para o alto.
  - h) Qual face sairá ao lançarmos uma moeda.
- 3- Você sabe o que significa eventos não determinísticos?
- 4- Você sabe o que significa o termo espaço amostral?
- 5- Quais são as possibilidades de resultado ao lançarmos um dado com seis faces? E se lançarmos uma moeda?

## Resposta

1- Sim, é a probabilidade de algo ocorrer

a) não

b) Sim

c) não

d) não

e) não

f) Sim

g) Sim

h) não

3) não sei

4) não sei

5) Se lançarmos o dado, tem 6 possibilidades  
Se lançarmos a moeda, tem 2 possibilidades