

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO CARLOS – UFSCar**  
**CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E TECNOLOGIA**  
**PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS**  
**EXATAS – PPGECE**

**RONAN CESAR DUARTE**

**DESEMPENHO EM QUESTÕES DE ÁLGEBRA DO SIMAVE SOB**  
**A PERSPECTIVA DOS REGISTROS DE REPRESENTAÇÃO**  
**SEMIÓTICA**

**SOROCABA**

**2015**

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO CARLOS - UFSCar**  
**CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E TECNOLOGIA**  
**PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS**  
**EXATAS – PPGECE**

**RONAN CESAR DUARTE**

**DESEMPENHO EM QUESTÕES DE ÁLGEBRA DO SIMAVE SOB**  
**A PERSPECTIVA DOS REGISTROS DE REPRESENTAÇÃO**  
**SEMIÓTICA**

**RONAN CESAR DUARTE**

**Orientador: Prof. Dr. Paulo César Oliveira**

**SOROCABA**

**2015**

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO CARLOS - UFSCar**  
**CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E TECNOLOGIA**  
**PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS**  
**EXATAS – PPGECE**

**RONAN CESAR DUARTE**

**ORIENTADOR: PROF. DR. PAULO CÉSAR OLIVEIRA**

**DESEMPENHO EM QUESTÕES DE ÁLGEBRA DO SIMAVE SOB**  
**A PERSPECTIVA DOS REGISTROS DE REPRESENTAÇÃO**  
**SEMIÓTICA**

Dissertação elaborada junto ao Programa de Pós Graduação em Ensino de Ciências Exatas da Universidade Federal de São Carlos, como exigência parcial para a obtenção do título de Mestre em Ensino de Ciências Exatas.

*Orientação: Prof. Dr. Paulo César Oliveira*

**SOROCABA**

**2015**

Ficha catalográfica elaborada pelo DePT da Biblioteca Comunitária UFSCar  
Processamento Técnico  
com os dados fornecidos pelo(a) autor(a)

D812d Duarte, Ronan Cesar  
Desempenho em questões de álgebra do SIMAVE sob a perspectiva dos registros de representação semiótica / Ronan Cesar Duarte. -- São Carlos : UFSCar, 2015.  
117 p.

Dissertação (Mestrado) -- Universidade Federal de São Carlos, 2015.

1. Álgebra. 2. Semiótica. 3. Ensino fundamental. 4. Avaliação. I. Título.



**UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO CARLOS**

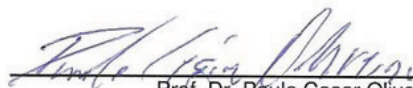
Centro de Ciências Exatas e de Tecnologia  
Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Exatas

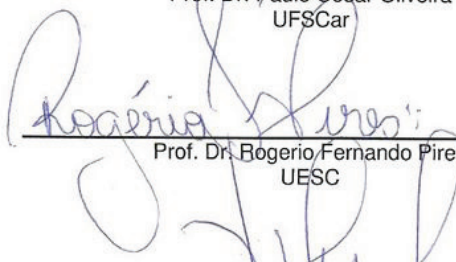
---

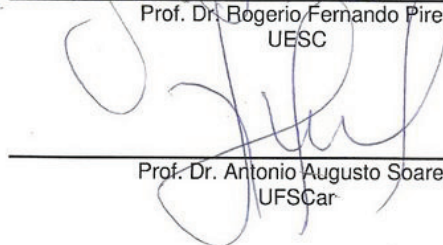
**Folha de Aprovação**

---

Assinaturas dos membros da comissão examinadora que avaliou e aprovou a Defesa de Dissertação de Mestrado do candidato Ronan César Duarte, realizada em 23/04/2015:

  
\_\_\_\_\_  
Prof. Dr. Paulo Cesar Oliveira  
UFSCar

  
\_\_\_\_\_  
Prof. Dr. Rogerio/Fernando Pires  
UESC

  
\_\_\_\_\_  
Prof. Dr. Antonio Augusto Soares  
UFSCar

## ***Dedicatória***

*Dedico este trabalho às pessoas que não poupam esforço em minha trajetória de vida: esposa, filha e pais.*

## **AGRADECIMENTOS**

Inicio meus agradecimentos por minha família, minha esposa Alessandra e minha filha Luana, que foram minhas grandes incentivadoras nesta caminhada. Quando por ventura ficava desanimado, bastava um sorriso de vocês para eu voltar à batalha. A minha força motriz vem de vocês.

Aos meus Pais. Inicio por você mãe, que sempre me incentivou e mostrou o caminho certo a seguir, saiba que hoje sigo seus passos. Você é minha inspiração. A você pai, que me ensinou valores como honra, respeito e perseverança, tenho orgulho de você. Amo vocês.

Aos meus familiares que não pouparam palavras de esforço e incentivo durante esta caminhada.

Aos meus alunos, motivo de meu esforço e dedicação em procurar ser um pouco melhor. Espero que todo conhecimento adquirido neste período possa ser revertido e compartilhado com vocês. Procurarei cada vez mais ser um professor incentivador e que instigue em vocês o gosto pelo saber, em especial o saber matemático.

Aos colegas professores e toda equipe da Escola Estadual Américo de Paiva, que respeitaram minhas limitações e ausências neste período de afastamento, colaborando sempre que necessitei em minhas pesquisas e questionamentos, meus sinceros agradecimentos.

A todos aqueles que não acreditaram em mim e que de alguma forma procuraram frear esta caminhada. Vocês me ajudaram muito. Suas críticas sempre me motivaram a provar o contrário. Esta batalha vencida também é dedicada a cada um de vocês. As pedras que me foram atiradas foram utilizadas na construção de uma escada que me conduziu ao mestrado. Muito obrigado.

Ao meu orientador Professor Dr Paulo Cesar Oliveira, por despertar meu espírito de professor pesquisador. A dedicação que dispensa a seus alunos é admirável. Esse período de orientação e estudos ficará sempre guardado em minha memória. Obrigado meu amigo.

Ao Professor Dr Wladimir Seixas, que acolheu nossa turma com carinho e não desistiu de nós um só instante. Seus ensinamentos despertaram em nós o desejo de aprender sempre mais. Muito obrigado.

A Deus que me conduz, obrigado por mais esta caminhada. Jesus e Nossa Senhora, eu confio em vós. Muito obrigado.

***Educar é um ato coletivo onde cada sujeito deve ter consciência de que sua atuação interfere diretamente na ação dos outros.***



## Resumo

Este trabalho buscou responder à seguinte questão de investigação: como alunos com bom rendimento no SIMAVE mobilizam registros de representação semiótica em questões com conteúdos algébricos? A opção metodológica para esta pesquisa foi qualitativa, na modalidade de estudo de caso. A singularidade deste estudo se faz pelo fato do professor-pesquisador ministrar aulas de matemática para os alunos do nono ano do Ensino Fundamental, sujeitos participantes da pesquisa, desde o sexto ano. Por outro lado, nossos alunos pertencem a um contexto escolar que tem apresentado bons resultados no sistema de avaliação externa de Minas Gerais, desde 2009. Elaboramos e aplicamos um teste com alunos, composto de oito itens com quatro alternativas cada um. Nas resoluções pedimos a justificativa do raciocínio como forma de acesso à produção escrita de nossos alunos. O desempenho quantitativo levantado através de análise de dados revelou-nos que nossos alunos utilizam aquilo que aprendem nas aulas de matemática para se desenvolverem como estrategistas eficazes na obtenção da alternativa correta. A forma como os registros de representação semiótica foram mobilizados está diretamente ligada ao papel exercido por este professor-pesquisador em sala de aula, ou seja, o registro escrito como forma de expressar o raciocínio, é tratado em nossas aulas como parte fundamental do desenvolvimento das atividades matemáticas dos alunos. Um dos resultados da pesquisa apontou que habilidades da matriz de avaliação do SIMAVE, como identificar a relação entre as representações algébrica e geométrica de um sistema de equações do primeiro grau, é necessário e suficiente para ter sucesso na resolução de questões desta avaliação. Porém, os registros escritos de nossos alunos apontaram que esta habilidade é insuficiente quando há necessidade de articular os conceitos internos aos elementos visuais do gráfico como a inclinação da reta no plano cartesiano, por exemplo, como elemento necessário para a composição da equação da reta.

**Palavras-chave:** Álgebra, registros de representação semiótica, SIMAVE, ensino fundamental, avaliação.

## Abstract

This study aimed to answer the following research question: how students in good yield in the context SIMAVE mobilize semiotic representation registers on issues with algebraic content? The method chosen for this research was qualitative, case study technique. The uniqueness of this study is because the teacher-researcher teach math classes for students in the ninth year of primary school, subject participants, since the sixth grade. On the other hand, our students belong to a school context that has shown good results in the external evaluation system of Minas Gerais, since 2009. We developed and applied a test with students, composed of eight items with four alternatives each. In the resolutions ask the justification of reasoning as a means of access to the written production of our students. The quantitative performance of students revealed to us that our students use what they learn in math classes to develop into effective strategists in obtaining the correct alternative. In the qualitative performance, how the semiotic representation registers were mobilized is directly linked to the role played by this teacher-researcher in the classroom, that is, the written record as a way to express the reasoning is treated in our classes as part fundamental development of mathematics student activities. One of the research results showed that skills SIMAVE assessment matrix to identify the relationship between the algebraic and geometric representations of a first-degree equations system is necessary and sufficient to succeed in resolving issues of this evaluation. However, the written records of our students showed that this ability is insufficient when there is need to link the internal concepts to visual elements of the graph as the slope of the line in the Cartesian plane, for example, as a necessary element to the equation of the composition.

**Keywords:** Algebra, semiotic representation registers, SIMAVE, elementary school, evaluation.

## LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Foto 01: Escola Estadual "Américo de Paiva"	80
Figura 01: Ranking % de aprendizagem da ONG Todos Pela Educação	85
Figura 02: Resposta da aluna Eduarda	89
Figura 03: Justificativa da aluna Jaíne	90
Figura 04: Resolução e justificativa da aluna Sinara	91
Figura 05: Resposta e justificativa da aluna Letícia	92
Figura 06: Justificativa da aluna Giovana	93
Figura 07: Justificativa da aluna Débora	95
Figura 08: Resolução e justificativa da aluna Luma	95
Figura 09: Justificativa do aluno Guilherme	97
Figura 10: Resolução e justificativa da aluna Bruna	98
Figura 11: Resolução e justificativa do aluno Yan	98
Figura 12: Resolução e justificativa da aluna Bruna	101
Figura 13: Justificativa do aluno Igor	101
Figura 14: Justificativa do aluno Khairo	102
Figura 15: Justificativa do aluno João	102
Figura 16: Justificativa da aluna Élide	103
Figura 17: Resolução e justificativa do aluno Yan	104
Figura 18: Resolução e justificativa da aluna Giovana	105
Figura 19: Resolução do aluno Yan	106
Figura 20: Justificativa do aluno Yan	106
Figura 21: Resolução e justificativa da aluna Letícia	108
Tabela 01: Resultados de alguns países em Matemática no PISA e respectivas classificações.	25
Tabela 02: Desempenho do Brasil em matemática no PISA a partir do ano 2000	26
Tabela 03: Levantamento de estudos sobre o PISA	43
Tabela 04: Estudos sobre os sistemas de avaliação externa no ensino fundamental II	45

Tabela 05: Estudos sobre os sistemas de avaliação externa no ensino médio	45
Tabela 06: Estudos sobre os sistemas de avaliação externa no Ensino Fundamental II	47
Tabela 07: Evolução do percentual de alunos por padrão de desempenho no período de 2009 a 2011	77
Tabela 08: Proficiência - porcentagem por padrão de desempenho da E.E. Américo de Paiva	79
Tabela 09: Proficiência - Relação do número de alunos por porcentagem de acerto	87

# SUMÁRIO

<b>INTRODUÇÃO</b>	<b>15</b>
<b>1. MÚLTIPLOS ASPECTOS DA MATEMÁTICA</b>	<b>20</b>
1.1 O registro como forma de comunicação matemática	21
1.2 As facetas matemáticas	23
1.3 Avaliação externa no processo ensino-aprendizagem de matemática	24
1.4 Os registros de representação semiótica e a álgebra	34
<b>2. Sistema Mineiro de Avaliação (SIMAVE): um dos pilares do projeto educacional do Estado</b>	<b>38</b>
2.1 Avaliação externa: o modelo SIMAVE	39
2.2 O ensino de álgebra na proposta curricular de Minas Gerais	41
2.3 Teses e dissertações sobre avaliação externa em Matemática	43
<b>3. Produção de informações</b>	<b>75</b>
3.1 Estudo de Caso	75
3.2 O Contexto escolar	80
3.3 O Trabalho de Campo	85
<b>4. Produção e análise de informações</b>	<b>86</b>
4.1 Desempenho qualitativo dos alunos na aplicação do teste	86
4.2 Análise do item 1	88
4.3 Análise do item 2	90
4.4 Análise do item 3	93
4.5 Análise do item 4	96
4.6 Análise do item 5	99
4.7 Análise do item 6	102
4.8 Análise do item 7	104

<b>4.9 Análise do item 8</b>	<b>106</b>
<b>Considerações Finais</b>	<b>110</b>
<b>Referências Bibliográficas</b>	<b>114</b>

## INTRODUÇÃO

Iniciei minhas atividades, como professor de matemática, no ano de 1995, na Escola Estadual Américo de Paiva, na cidade de Monte Santo de Minas, Minas Gerais, onde continuo ministrando aulas de matemática para turmas de Ensino Fundamental (6º ao 9º ano) e Ensino Médio, até o presente momento.

Escolhi esta disciplina, influenciado principalmente pelos meus professores de matemática, em especial “Dona Ana”, minha professora de ensino médio. A forma com que ela ministrava suas aulas, a segurança apresentada durante suas colocações e a atenção dispensada aos alunos eram suas principais características. Ela gostava do que fazia (gosta, pois ainda ministra aulas em uma escola particular), instigava em nós uma curiosidade que nos motivava em cada conteúdo que ensinava e principalmente valorizava cada passo dado por nós, por mais simples que fosse.

A atenção e dedicação que ela nos oferecia, acabou despertando em mim um grande interesse pela Matemática, fazendo com que eu dobrasse minha atenção durante suas explicações na ânsia de dar a primeira resposta aos seus questionamentos durante as aulas. No caminhar do Ensino Médio, meu interesse pela disciplina aumentava e ao final do 3ª série eu já havia decidido fazer um curso cuja principal disciplina fosse Matemática.

Encontrei numa cidade vizinha o curso de Ciências Exatas (2 anos de duração), que direcionava o discente para Física, Química, Biologia ou Matemática (mais 1 ano para cada disciplina). Foi essa minha escolha, cursei os 2 anos de Ciências Exatas, optando no 3º ano por Matemática.

Hoje, como professor; procuro despertar em meus alunos curiosidade, interesse e valorizar individualmente o avanço que cada estudante apresenta durante as aulas, assim como fez minha professora. A Licenciatura em Matemática mostrou-me a necessidade pela busca de conhecimento, porém, com o objetivo de partilhar a construção de saberes. Consegui na graduação sanar várias dúvidas oriundas da condição de aluno no Ensino Fundamental e

Médio, mas acabei substituindo-as por uma série de outros questionamentos, que de certa forma despertavam em mim um espírito investigativo e questionador.

O último período de minha graduação ocorreu com o início de minha carreira docente. Minha postura enquanto professor era transmitir saberes adquiridos no percurso de formação inicial com clareza e objetividade, tendo sempre como referencial, meus inesquecíveis professores do Ensino Fundamental, Médio e Graduação.

Em 2001 iniciei um curso de pós-graduação *latu sensu* na Universidade de Franca, o qual agregou novas perspectivas à minha prática docente. Tal curso foi permeado pela utilização de novas tecnologias, jogos, construções e demonstrações matemáticas.

No início da minha profissão tive a oportunidade de participar de diversas reuniões pedagógicas no Estado de Minas Gerais, cujo tema principal era o SIMAVE (Sistema Mineiro de Avaliação). Em 2001 fui selecionado para participar de um treinamento na elaboração de itens para esse tipo de avaliação externa, promovido pela equipe da Universidade Federal de Juiz de Fora, na cidade de Caxambu - Minas Gerais. A concepção difundida neste curso de capacitação foi voltada à preocupação com o aprendizado do aluno, atrelado ao papel do professor como “mediador”, “orientador”, neste processo.

Uma das preocupações neste treinamento era o baixo rendimento dos alunos em questões relacionadas ao raciocínio algébrico. A situação ficou mais complexa quando constatamos que alguns professores não dominavam ou não reconheciam características importantes sobre o conteúdo que ensinavam, faltando clareza sobre o papel da álgebra para si próprio e para o processo ensino-aprendizagem.

Trabalhar visando um melhor desempenho de nossos alunos não apenas no SIMAVE, mas também procurando socializar saberes utilitários, passou a ser uma de minhas prioridades, não como um fim em si, mas como confirmação do sucesso do estudante diante dos vários conteúdos matemáticos apresentados durante a educação básica. Um bom resultado nas



avaliações externas pressupõe que a escola apresenta indicadores de qualidade e a capacidade cognitiva dos alunos, por sua vez, atende aos descritores de competências e habilidades propostos na Matriz de Referência para Avaliação em Matemática (MINAS GERAIS, 2009).

Buscando aperfeiçoar meus conhecimentos e dar continuidade a meus estudos na área de matemática, ingressei no Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Exatas da UFSCar, campus de Sorocaba.

Este Mestrado possibilitou não apenas o crescimento profissional, mas principalmente a chance de entrar em contato com pesquisas, saberes e professores que me conduziram a uma reflexão sobre minha prática docente. Esse importante passo permitiu lançar um novo olhar para além de minhas ações, mostrando a importância de ser um professor-pesquisador; cujo principal objetivo é melhorar a qualidade de suas aulas e, conseqüentemente, o aprendizado de seus alunos.

Na disciplina Fundamentos Metodológicos da Educação em Ciências e Matemática, oferecida pelo PPGECE, no primeiro semestre de 2012, foi abordado a teoria dos Registros de Representação Semiótica de Raymond Duval, na qual para a atividade de aquisição de saberes matemáticos, tem que ser levados em conta dois componentes: os próprios conteúdos desse conhecimento, nos quais existem métodos e processos para descobrir e estabelecer resultados e, o cognitivo, que segundo Duval (2009); a identificação de uma noção matemática com seus registros de representação semióticos pode constituir-se num dos problemas centrais da aprendizagem dessa noção.

Um registro de representação semiótico de um objeto matemático pode ser um símbolo, uma figura ou a língua natural. Cada tipo de registro apresenta um conteúdo diferente estabelecido pelo sistema no qual ele foi produzido. A apreensão das características diferentes só terá sucesso quando o indivíduo que aprende for capaz de efetuar transformações e coordenações nos registros, seja na forma de tratamento (operações internas a um mesmo registro) e/ou conversões (passagem de uma representação para outra, com mudança na forma pela qual determinado registro é representado).

Paralelamente ao desenvolvimento da referida disciplina no PPGECE, o autor desta pesquisa viveu um momento de grande satisfação em relação aos resultados de avaliação externa, no município de Monte Santos de Minas e, em especial, na escola Estadual Américo de Paiva, na qual ministra aulas até hoje. Na edição 2269 da Revista Veja, publicada em 16 de maio de 2012, a jornalista Helena Borges apresentou a história de um grupo de municípios brasileiros, na maioria mineiros, revelado em um novo ranking elaborado a partir dos dados de rendimento da Prova Brasil, mostrou que é preciso aliar medidas simples à disciplina para distanciar-se da mediocridade, em termos de um bom rendimento nas avaliações externas.

O município Monte Santos de Minas, segundo Borges (2012), embora com resultados de avaliação externa ainda distantes dos países mais avançados na sala de aula, concentrou 46% de seus alunos com conhecimento adequado ou até superior ao esperado para a série que cursavam; ocupando o 4º lugar no ranking nacional das cidades brasileiras.

A satisfação profissional deste professor foi partilhada e comemorada entre os mestrandos e o professor-orientador desta pesquisa, pois como já foi relatado, em 2001 o cenário educacional era outro. Diante deste evento, durante uma aula da disciplina Fundamentos Metodológicos da Educação em Ciências e Matemática, o professor Paulo propôs uma questão de investigação para o projeto de pesquisa deste autor, a qual foi sofrendo reelaborações até sua versão final: *como alunos em contexto de bom rendimento no SIMAVE mobilizam registros de representação semiótica em questões com conteúdos algébricos?*

A opção pela álgebra enquanto conteúdo escolar deve-se ao fato do nosso envolvimento com o SIMAVE, desde 2001, frente a um cenário de baixo rendimento dos alunos em questões algébricas.

Os alunos participantes e responsáveis pela produção escrita das resoluções (protocolos) de questões retiradas do banco do SIMAVE, na etapa do trabalho de campo desta pesquisa, estavam cursando o último ano do Ensino Fundamental. Este professor-pesquisador ministra aulas de matemática para os referidos alunos, desde o 6º ano.

A seguir disponibilizamos a redação deste relatório de pesquisa em quatro capítulos.

No capítulo 1 apresentamos conceitos que se inter-relacionam na construção da formulação do problema de pesquisa.

No capítulo 2 apresentamos as características do SIMAVE (Sistema Mineiro de Avaliação), as orientações para o processo ensino-aprendizagem de álgebra na Proposta Curricular de Minas Gerais (Minas Gerais, 2005) e uma revisão sobre teses e dissertações envolvendo o tema avaliação externa de matemática na educação básica.

No capítulo 3 apresentamos o percurso metodológico da pesquisa. Justificamos sobre a opção metodológica de investigação, descrevemos sobre os sujeitos participantes da pesquisa, apresentamos o trabalho de campo e a análise da produção de informações com base nos registros de representação semiótica.

Por fim, o capítulo 4, contempla um retrospecto deste processo de investigação com o objetivo de trazer respostas à nossa questão de pesquisa.

## 1. MÚLTIPLOS ASPECTOS DA MATEMÁTICA

Estudar matemática é uma necessidade, pois esta área do conhecimento é indispensável à vida cotidiana. O conhecimento matemático abrange dimensões culturais, sociais, políticas e formativas, ensinando a pensar, estabelecer conexões, deduzir, fazer estimativas, abstrair e calcular.

Ao lançarmos um olhar para a trajetória do homem, desde sua origem, conseguiremos reconhecer elementos e fatos que remetem ao uso da matemática como ferramenta de desenvolvimento e cujo estudo vem sendo transmitido de geração em geração. Mostrar a nossos alunos, em determinados momentos, fatos e descobertas da história da matemática é desclassificá-la como estática e imutável dando a ela caráter dinâmico e renovador.

E na atualidade a matemática se faz mais presente ainda, através de relações econômicas globais que afetam positivamente (ou não) a toda população de um país, que pode apresentar características econômicas próprias, mas demonstra em suas transações comerciais a aplicação de uma matemática universal.

A evolução da matemática se fez (e se faz) através de registros que possibilitaram seu estudo durante os tempos e a capacidade de abstração e generalização utilizada nos cálculos e demonstrações, principalmente em álgebra.

O ato de transmitir um conhecimento algébrico a um grupo de alunos é realizado, na maioria de vezes, de forma mecânica e repetitiva, fazendo com que a álgebra perca sua criatividade e gênese. Os registros produzidos pelos alunos, então, se tornam uma simples reprodução de um exemplo inicial. O fato de alterarmos uma situação-problema faz com que o aluno não reconheça nela um exemplo anteriormente estudado, impossibilitando sua resolução.

Os resultados de avaliações em larga escala, realizadas pelos estudantes brasileiros, mostram que os alunos têm pouco domínio de matemática. Estados e municípios, em suas avaliações, também apontam

resultados insatisfatórios no aprendizado de matemática, sendo necessárias ações voltadas ao aprendizado do aluno e à capacitação de professores.

Esse capítulo busca refletir não apenas sobre aspectos que realçam a importância da matemática, mas também sobre ações (avaliações) que são realizadas buscando qualificar e quantificar o ensino desta disciplina nas escolas. Apresentamos teorias e pesquisas voltadas a aprendizagem e aquisição do conhecimento e dentre elas, destacamos a teoria dos registros de representação semiótica de Raymond Duval, utilizada na análise da produção de informações geradas pelos registros escritos (protocolos) dos alunos participantes da pesquisa.

## **1.1 O registro como forma de comunicação matemática**

Quando surgiu a matemática? Qual a sua origem? Para responder estas perguntas talvez seja necessário buscar na própria origem do homem, registros desta ciência cujo desenvolvimento está atrelado à história da humanidade. Mesmo de maneira inconsciente, o homem primitivo começou a desenvolver objetos cujo formato geométrico auxiliava nas tarefas do dia a dia; tais como lanças nas quais o comprimento mantinham o caçador a uma distância segura dos animais durante a caça. As pontas afiadas dessas lanças em formato triangular eram bastante eficientes para perfurar e cortar. Neste sentido, temos um fazer matemática “como uma forma de compreender e atuar no mundo e o conhecimento gerado nessa área do saber como um fruto da construção humana na sua interação constante com o contexto natural, social e cultural” (BRASIL, 1998, p.24).

Registros de atividades cotidianas foram deixados pelos povos primitivos como uma das formas de construção da história humana, estabelecendo assim uma comunicação com o seu semelhante através de uma linguagem visual.

O surgimento do registro relativo à contagem originou-se da necessidade do homem conferir o grupo de pessoas que liderava, do desempenho em caçadas e batalhas assim como contabilizar o seu rebanho.

Registros de desenhos em paredes, riscos em ossos e pedras, entre outros, mostram que o homem primitivo começou a estabelecer uma relação biunívoca com objetos.

A evolução dos registros culminou no desenvolvimento de diversas áreas do conhecimento, entre elas, a matemática. Teoremas importantes descobertos antes de Cristo, são utilizados e estudados até hoje. Como exemplo, podemos citar o “Teorema de Pitágoras” e “Teorema de Tales”, entre outros. Outro exemplo de estudos matemáticos avançados da antiguidade foi a publicação da obra “Os Elementos” de Euclides.

O desenvolvimento do conhecimento também decorreu da necessidade de estabelecer estratégias de combate em batalhas entre povos, motivadas pela conquista de novos territórios e até mesmo pela independência dos mesmos. Nestas ocasiões, as invenções bélicas e sua eficácia foram resultantes de uma matemática em constante evolução, e serviu para ser utilizada tanto para ataque quanto defesa. Arquimedes foi um exemplo de matemático que utilizou de seus conhecimentos para defender seu povo, haja vista sua atuação em defesa de Siracusa, onde suas habilidades como inventor de vários tipos de máquinas e equipamentos para uso civil e militar promoveram por um longo período a integridade de seu povo.

Os grandes reis e imperadores procuravam ter ao seu lado pessoas com habilidades em calcular, traçar estratégias bélicas, inventar maquinário que fosse útil e reduzisse o esforço humano. Surgiam também algumas escolas onde a matemática, filosofia, astronomia e outras áreas do conhecimento eram socializadas para os mais privilegiados. Sabemos disso graças a descobertas, realizadas em escavações arqueológicas ou traduzindo documentos antigos, cujo registro foi de suma importância para conhecermos os povos do passado. A busca nos feitos e realizações do passado pode nos esclarecer várias dúvidas que possamos ter no presente, direcionando-nos a novas realizações no futuro.

A história da matemática, em seus diversos períodos, é extremamente rica em situações onde os matemáticos antigos se viam encurralados diante da

descoberta de algo novo. Durante muitas vezes seus registros não eram aceitos pelo grupo científico da época, criando vários conflitos e negações sobre a novidade, e não desistir de buscar “o novo” significava uma infinidade de novas possibilidades que esse desconhecido podia proporcionar. Também é importante lembrar que a matemática é uma ciência reconhecida e estudada no mundo todo, sendo parte indispensável do currículo das escolas. Tudo isso faz com que a própria história da evolução dos conhecimentos matemáticos possam e devam ser utilizados como motivadores da aprendizagem de uma disciplina muitas vezes considerada mera abstração da vida cotidiana, conhecimento puro e imotivado em relação às demais atividades culturais e histórico-sociais da vida moderna. Nas palavras de D’Ambrósio (2003, p.31):

O que nos deixa particularmente tristes, é que, mesmo sabendo que o conhecimento matemático nasceu, se desenvolveu e se estruturou a partir de necessidades de sobrevivência do homem e do seu esforço de explicar e entender o mundo, ainda assim, deixamos de fazer uso dessa bagagem cultural, desse acervo não só de conhecimentos acumulados ao longo da história, mas principalmente das situações que os envolvem. Deixar de conhecer o caminho trilhado pelo conhecimento até chegar a ser o que é hoje, é desperdiçar talvez, a única possibilidade de compreender a natureza desse conhecimento e, mais uma vez, sermos cúmplices da nossa própria ignorância.

Os professores, em suas aulas, precisam dedicar intervalos onde este resgate cultural possa acontecer, conduzindo o aluno até o conhecimento matemático de maneira a valorizar, entender e respeitar esta ciência.

## **1.2. As facetas matemáticas**

Um dos desafios nos tempos modernos é equilibrar os gastos para que possamos obter lucro em nossas atividades financeiras. Mas isso nem sempre é possível, dependemos de uma série de fatores que influenciam naquilo que precisamos comprar como, por exemplo, uma doença faz com que gastemos mais adquirindo remédios e passando por consultas médicas; um defeito em um eletrodoméstico faz com que uma manutenção seja necessária; uma situação climática pode afetar os preços de alguns produtos alimentícios que

consumimos, etc. Para que estas eventualidades não nos peguem de surpresa, é necessário nos programarmos através de um bom planejamento.

Em outra perspectiva, sabemos que a aplicação dos conceitos e conhecimentos matemáticos é base da ciência, da Arquitetura, da Economia, da Física, da Química, dentre outras áreas de atuação humana. O conhecimento matemático deixa de circunscrever-se à abstração acadêmica dos conceitos puros e torna-se interação cultural e histórico-social do ser humano com o seu contexto imediato e remoto:

Duas forças indissociáveis estão sempre a impulsionar o trabalho em Matemática. De um lado, o permanente apelo das aplicações às mais variadas atividades humanas, das mais simples na vida cotidiana, às mais complexas elaborações de outras ciências. De outro lado, a especulação pura, a busca de respostas a questões geradas no próprio edifício da Matemática. A indissociabilidade desses dois aspectos fica evidenciada pelos inúmeros exemplos de belas construções abstratas originadas em problemas aplicados e, por outro lado, de surpreendentes aplicações encontradas para as mais puras especulações. (BRASIL, 1998, p. 25-26).

Vivemos em um mundo onde os aspectos econômicos e financeiros são temas relevantes, pois causam impactos na questão da empregabilidade, por exemplo. Como consequência disto, em uma família há necessidade do equilíbrio entre o que se ganha (renda familiar) e o que se gasta (despesas) de forma que "ficar no vermelho" não seja uma rotina, e sim algo que possa acontecer eventualmente. Administrar um município, um estado e até mesmo um país, envolve o equilíbrio das contas públicas como um fator relevante no quesito estabilidade econômica.

Situações como a que acabamos de relatar são exemplos de "forças" que estão sempre a impulsionar o trabalho em Matemática.

### **1.3. Avaliação externa no processo ensino-aprendizagem de matemática.**

A partir do século XX, temos vivido um processo de consolidação das avaliações externas para o sistema de educação pública, com a aplicação de



provas, principalmente nas disciplinas de matemática e língua portuguesa. Em Minas Gerais temos o Sistema Mineiro de Avaliação da Educação (SIMAVE).

É indispensável ressaltar a importância da linguagem na construção do raciocínio lógico dedutivo. É através da leitura que acontecem as interações iniciais entre o aluno e as questões de uma avaliação. É desejável que ao se apropriar do questionamento, imediatamente inicie-se o processo de interpretação, que é a busca de dados ligados à atividade que não é um processo intuitivo, mas sim reflexivo, onde o aluno apresentará suas próprias estratégias, baseando-se em conhecimentos previamente adquiridos.

Conhecimentos de matemática como raciocínio lógico, operar algoritmos, equacionar um problema, obter informações de uma tabela ou gráfico, entre outros, também são exigidos e tem sido um grande desafio preparar os alunos para que tenham habilidades suficientes para utilizar estas habilidades. Ao contrário, o que temos observado são resultados ainda insatisfatórios na realização de avaliações internas e externas.

O Programa Internacional de Avaliação de Estudantes (PISA) tem sido uma ação a nível mundial que busca avaliar estudantes na faixa etária de 15 anos, ou seja, que estão concluindo a educação básica em vários países do mundo. Coordenado pela Organização para Cooperação e Desenvolvimento Econômico (OCDE), essa avaliação internacional tem por função produzir indicadores que apontem os principais aspectos do desenvolvimento educacional de um país, norteando políticas públicas destinadas à educação. Além disso, a OCDE emite relatórios sobre a situação econômica, política e social de vários países e atrela o desenvolvimento nestas áreas à melhor qualidade da educação e sua evolução no PISA.

A tabela a seguir indica o resultado de matemática do PISA de alguns países e suas respectivas classificações:

**Tabela 1:** Resultados de alguns países em Matemática no PISA e respectivas classificações.

País	Resultado de matemática	Classificação no PISA de 2012
Xangai - China	613	1º

Japão	536	7º
Holanda	523	10º
Média OCDE	494	
Costa Rica	407	56º
Brasil	391	58º

Fonte: [www.educação.uol.com.br](http://www.educação.uol.com.br). Acesso em: 15 mai. 2014.

De acordo com a tabela 1, observamos que o Brasil está abaixo da média da OCDE, ocupando a 58º posição, bem distante dos primeiros classificados. No entanto, se compararmos seu desempenho em edições anteriores, observamos que o Brasil tem apresentado uma melhora crescente:

**Tabela 2:** Desempenho do Brasil em matemática no PISA a partir do ano 2000.

Desempenho do Brasil em Matemática no PISA				
2000	2003	2006	2009	2012
334	356	370	386	391

Fonte: Relatório 2012. Disponível em: <<[www.portal.inep.gov.br](http://www.portal.inep.gov.br)>> Acesso em: 15 mai. 2014.

Apesar de visualizarmos esta melhora, podemos observar que a média acrescida para cada período não passa de 14 pontos, sendo um valor muito pequeno quando comparado ao que falta para o Brasil alcançar, por exemplo, a Holanda que ocupa a 10ª posição e conta com 523 pontos.

A matemática tem um grande desafio pela frente: ser “aprendida” pela maioria absoluta dos alunos no ensino básico. Utopia, talvez. O que vemos é que ela tem se tornado uma grande vilã, sendo motivo de reprovação e evasão de uma boa porcentagem de alunos brasileiros. Mas seria justo julgar desta forma uma ciência que está diretamente ligada à evolução humana?

Uma ciência que apresentou solução para diversos dilemas da humanidade e que ao longo da história demonstrou sua importância, desde a mais simples troca realizada até a mais complexa obra arquitetônica. Uma disciplina que diretamente faz parte da vida de todo ser humano em suas relações de trabalho e subsistência, que faz um país destacar-se economicamente, ampliando suas relações comerciais, gerando mais empregos que por sua vez movimentam pequenos comércios.

Precisamos ter um novo olhar para esta disciplina e mais, é necessário desenvolver uma conscientização de sua importância e este procedimento começa na escola, pelas “mãos” do professor.

Definitivamente, a matemática não merece o título de vilã. Mas como tem sido ensinada nas escolas? Como os alunos tem expressado esse aprendizado em suas respostas? É importante ressaltar que o aprendizado acontece naturalmente quando há prazer e comprometimento naquilo que se faz. O aprendizado é concretizado quando o aluno consegue expressar, com suas próprias ideias e formas de registros de representação, o objeto de estudo, de maneira clara, criativa e objetiva.

O registro escrito das ideias dos alunos é o objeto de investigação desta pesquisa que tem como objetivo a análise do saber fazer dos alunos na resolução de questões algébricas do SIMAVE.

Atrelado ao processo de aprendizagem dos alunos, questiona-se sobre o que poderia constituir a maneira mais eficaz de ensinar tendo em vista as diversas dimensões da aprendizagem em matemática, tanto em relação à sua especificidade como saber constituído por graus crescentes de complexidade, passando pela relevância da aplicação dos conhecimentos matemáticos nas atividades diárias das pessoas e, além disso, pela própria aplicação da matemática para potencializar o desenvolvimento científico-tecnológico, quanto pela influência dessa área do conhecimento na potencialização do desenvolvimento global do ser humano, haja vista, a indispensabilidade da racionalidade como uma das bases de uma mente saudável e produtiva.

Pode-se dizer de um modo geral que a matemática assume extrema importância dentro da escola porque é inegavelmente importante fora dela, e isto é facilmente percebido na valorização dessa disciplina tanto pelo número de aulas obrigatórias dentro da Proposta Curricular do Ensino Fundamental, que em Minas Gerais é no mínimo cinco aulas semanais, quanto pelas avaliações externas realizadas pelos governos Federal e Estadual, que a elegem juntamente com a língua materna como foco principal de análise e averiguação.

A Lei de Diretrizes e Bases 9394, publicada em 20 de dezembro de 1986, insiste na importância da Matemática para o ser humano ao assegurar que essa área do conhecimento contempla um valor formativo que ajuda a estruturar o pensamento e o raciocínio dedutivo e que desempenha um papel instrumental fundamental na formação da cidadania do aluno; mais especificamente,

é preciso que o aluno perceba a Matemática como um sistema de códigos e regras que tornam a linguagem de comunicação e ideias e permite modelar a realidade e interpretá-la. Assim, os números e a álgebra como sistema de códigos, a geometria na leitura e interpretação do espaço, a estatística e a probabilidade na compreensão de fenômenos em universos finitos ligados às aplicações. (BRASIL, 1999, p.251)

Refletir sobre a melhor forma de ensinar e aprender matemática envolve reflexões sobre o desenvolvimento de propostas pedagógicas pautadas em concepções de ensino e de aprendizagens com suas diversas sugestões de técnicas e metodologias, bem como o desenvolvimento de currículos, análises de propostas oficiais que fornecem as diretrizes para a educação básica.

Nessa etapa inicial de pesquisa prioriza-se a revitalização das propostas de abordagem psico-pedagógica dos conceitos matemáticos como uma aposta no potencial de aprendizagem dos alunos e nas oportunidades de apropriação do conhecimento disponibilizadas pela sociedade atual, por meio da mídia e da internet.

Teorias cognitivistas, embasadas nas contribuições de Jean Piaget, comprometidas em compreender e explicitar as capacidades, os processos, estratégias e representações mentais básicas e subjacentes ao comportamento inteligente do ser humano e que são subjetivamente concretizadas pelos alunos em situação de aprendizagem matemática, têm fornecido contribuições teóricas importantes para os registros de representação semiótica, enquanto forma de se expressar as diversas relações entre os conceitos matemáticos. Essas contribuições iluminam o âmbito da matemática escolar, enquanto forma de entender, tratar os objetos matemáticos na escola e redimensionar a proposta de ensino e de aprendizagem dos conceitos lógico-matemáticos.

Na teoria cognitiva de Piaget (2004) há uma ênfase na aprendizagem como resultado da interação entre o indivíduo e o objeto do conhecimento:

Desde o início eu estava convencido de que o problema das relações entre o organismo e meio colocava-se também no domínio do conhecimento, aparecendo então como um problema das relações entre o sujeito atuante e pensante e os objetos da experiência. Apresentava-se a mim a ocasião de estudar esse problema em termos de psicogênese. (PIAGET,2004, p.78)

Em linhas gerais, Piaget (2004) assegura que é a ação do sujeito sobre o objeto do conhecimento na busca de crescente domínio sobre esse objeto e as múltiplas relações que o constituem e o situam funcionalmente na sociedade que viabiliza a aprendizagem do ser humano. A aquisição do conhecimento nas mais diversas áreas do saber é uma construção ativa e interativa, que acrescenta aos conhecimentos, através da ação do sujeito cognoscente, as dimensões cada vez mais complexas de informações, sobre aquilo que se quer conhecer. Os erros que o aluno registra na sua trajetória cognoscitiva são oportunidades ímpares nas quais o educador pode detectar as hipóteses de saberes dos alunos, suas consolidações, dúvidas, apostas e certezas.

No que diz respeito aos estudos na aprendizagem da matemática, segundo os aspectos cognitivos, há as contribuições de Duval (2009) apresentando noções teórico-metodológicas a respeito do processo da compreensão em matemática, enquanto uma apropriação significativa dos conhecimentos por parte do aluno, evidenciada na forma como ele registra e manipula as informações, ao buscar a resolução de uma tarefa matemática.

Com embasamento na tendência cognitivista que busca compreender não somente os aspectos ligados à aprendizagem e ao ensino, mas também relacionados à forma como o saber pode ser estruturado para ser ensinado e aprendido, e ao mesmo tempo como o aluno manipula as informações para tentar resolver os problemas e situações matemáticas propostas, Duval (2009) sugere que os registros que o aluno desenvolve para apreender os conhecimentos matemáticos é uma questão de representação semiótica. Discute em seus estudos a especificidade da aprendizagem e do ensino da matemática ligadas aos aspectos semióticos das representações matemáticas.

A preocupação com a aprendizagem e as dificuldades do aluno em matemática deve ser constante e este fato é apontado e verificado por muitos professores no cotidiano pedagógico. A constatação destas dificuldades fica evidente pelos resultados obtidos por alunos brasileiros em avaliações, conforme já citado nesta pesquisa. Assim, se faz importante analisar os registros produzidos pelos alunos, pois segundo Duval (2009), o professor ao refletir sobre estes registros estabelece uma forma de se averiguar os conceitos que o aluno já consolidou e outros que precisam ser ainda trabalhados.

A valorização da teoria de Duval (2009) conduz a um questionamento sobre a formação do professor de matemática e a busca constante de novas metodologias de ensino, capazes de assegurar o aperfeiçoamento dos conhecimentos adquiridos e abrindo novas possibilidades de aprendizado. O compromisso ético, político e pedagógico do professor de matemática insiste em desabonar os preconceitos de que os conhecimentos matemáticos são complexos e que somente os alunos com inteligência acima da média estariam aptos a aprendê-los.

É necessário procurar caminhos didático-metodológicos alternativos a respeito dos problemas que envolvem o ensino e a aprendizagem da matemática, uma vez que eles possibilitam vislumbrar uma alternativa de trabalho teórico/metodológico que propicie um real funcionamento cognitivo do pensamento do aluno e uma real interação com o objeto matemático em estudo.

Se em linhas gerais o ensino e a aprendizagem da matemática seguem até as décadas de 1980 e 1990 uma lógica na qual o professor depositava no aluno um amplo leque de informações a serem aplicadas na resolução de problemas diversos, surgiram em fins desse século uma série de teorias que vieram para renovar e tornar mais eficientes o ensino e a aprendizagem das mais diversas disciplinas no Ensino Fundamental.

Na Língua portuguesa emergiram os estudos de Ferreiro e Teberosky (1999) que apoiadas na teoria do desenvolvimento piagetiana demonstraram que a aprendizagem da criança não se dá pela lógica transmissiva simplificada

pelos métodos nos quais o professor ensina, o aluno aprende. O aluno aprende à medida em que constrói o próprio conhecimento, ou seja, à proporção que manipula, cria, re-cria significativamente esse conhecimento e o situa como sua função social.

Segundo Ferreiro e Teberosky (1999, p. 12) “a escrita não é um produto escolar, mas sim, um objeto cultural, resultado do esforço coletivo da humanidade”. De acordo com essas autoras, a escrita é fruto das atividades existentes entre as pessoas e do contexto social a qual se está inserido sendo, portanto, uma atividade mental adquirida de acordo com o interesse pessoal, social e com o exercício constante de atividades significativas de expressão escrita.

A linguagem humana, verbal e não verbal, e a forma de representá-la, observada sua importância na determinação ou indeterminação do real, passa a assumir um papel focal na estrutura dos saberes, na qual o próprio pensamento é regido pela representação (FOUCAULT, 1992).

O termo representação diz respeito a uma evocação de um objeto ausente, processo que Piaget (1969) descreveu:

É preciso tempo para interiorizar as ações em pensamento porque é bem mais difícil se representar o desenrolar de uma ação e dos seus resultados em termos de pensamento do que se limitar à sua execução material (...) A interiorização das ações supõe também sua reconstrução em um novo plano e essa reconstrução pode passar pelas mesmas fases, porém com uma maior diferença que a reconstrução anterior da própria ação (PIAGET, 1969, p.52).

A compreensão de que a representação só se dá por meio de mecanismos semióticos, isto é, de estruturas mentais capazes de elaborar o sentido, mas que ela não pode ser confundida com o objeto real já que um objeto ou fato pode ter inúmeras representações e uma mesma representação é passível de ser atribuída a objetos diferentes.

Para Duval (2009, p.32) “a noção de representação semiótica pressupõe, então, a consideração dos sistemas semióticos diferentes e de uma operação cognitiva de conversão das representações de um sistema semiótico para outro”. Para o aluno apreender um conteúdo, e no caso específico de um

conteúdo de matemática, ele precisa diferenciar representação e objeto matemático e dominar o funcionamento das diversas possibilidades de registro do conhecimento lógico-matemático. Não há apreensão, produção de uma representação semiótica, apropriação do conhecimento sem 'noesis', ou seja, atos cognitivos, elaborações mentais de informações, estabelecimento de relações entre o todo e suas partes, as partes e o todo.

A seguir, temos uma situação problema e os registros produzidos por um aluno na tentativa de resolução.

4 – Tenho a seguinte escolha: Ou compro 20 unidades de um produto com todo o dinheiro que tenho, ou compro apenas 14 unidades e ainda me sobra um troco de R\$30,00. Qual o valor unitário deste produto?

(A) R\$5,00  
 (B) R\$7,00  
 (C) R\$9,00  
 (D) R\$3,00

20 unid. → TODO dinheiro  
 14 unid. → TROCO 30,00  
 20 unid. 5,00 = 100,00 / 100 - 70 = 30,00  
 14 unid. 3,00 = 42,00

$$\begin{array}{r} 20 \quad 14 \\ 53 \quad 25 \\ \hline 100 \quad 70 \end{array}$$

Justifique seu raciocínio

Utilizei o método da tentativa, para descobrir a resposta. Ao chegar na alternativa A, concluí que ao comprar 20 unidades de R\$5,00, restariam R\$30,00 de troco.

Podemos observar que o aluno optou, inicialmente, por grifar as informações importantes que compõe a linguagem escrita. Estes são os registros de partida. Em seguida, o aluno elaborou uma estratégia de resolução relacionando as quantidades aos respectivos valores e procurou estabelecer uma congruência com as alternativas ao lado do esquema elaborado. Acabou por concluir que o registro de chegada adequado estava presente na alternativa A, pois é este que validava suas anotações. Não podemos negar que, apesar das tentativas, ocorreram elaborações mentais de informações que, acabaram por relacionar, partes ao todo. Mais adiante encontraremos outras estratégias para o problema citado, que reforçam as habilidades de nossos alunos na resolução de problemas.

A diversidade de registros de representação semiótica disponíveis, oferece um amplo leque de coordenação entre as várias linguagens e entre os inúmeros registros possíveis de um mesmo objeto. Para que essa coordenação



ocorra é necessário um salto qualitativo na configuração do sistema semiótico subjetivo, já que “as representações semióticas são produções constituídas pelo emprego de signos pertencentes a um sistema de representação os quais têm suas dificuldades próprias de significado e de funcionamento” (DUVAL, 1993, p.39).

O aluno precisa desenvolver habilidades lógico-matemáticas e competências linguístico-semióticas para estabelecer relações e comunicação entre os diferentes sistemas. Esse domínio confere segurança e habilidade ao sujeito cognoscente para transformar suas representações internas em objetivações internas do conhecimento apropriado. Precisamente,

a passagem do não consciente ao consciente corresponde a um processo de objetivação para o sujeito que toma consciência. A objetivação corresponde à descoberta pelo próprio sujeito do que até então a ele não supunha, mesmo se outros houvessem lhe explicado. As representações conscientes são aquelas que apresentam este caráter intencional e que completam uma função de objetivação (DUVAL, 2009, p. 41).

O papel do professor de matemática não é o treino exaustivo dos conceitos matemáticos por meio de exercícios que automatizem a resolução de problemas ou a aplicação de fórmulas facilitadoras da memorização. Tais atividades são contraproducentes tanto para a apropriação dos conceitos matemáticos quanto para o desenvolvimento do que se convencionou como raciocínio lógico indispensável à análise criteriosa e compreensiva da realidade histórico-social.

Duval (2009, p.14) argumentou que “a originalidade da atividade matemática está na mobilização simultânea de ao menos dois registros de representação ao mesmo tempo, ou na possibilidade de trocar a todo o momento de registro de representação”. As atividades cognitivas envolvidas no ensino e na aprendizagem da matemática, quais sejam, a conceitualização, o raciocínio e a resolução de problemas demandam a compreensão significativa de suas codificações próprias.

Cada registro apresenta seu universo de codificação, de signos específicos, mas que devem ser coordenados pela utilização de outros

sistemas de expressão e de representação, além da linguagem natural e das imagens como, por exemplo, a escrita algébrica.

Na próxima seção abordaremos de forma mais detalhada os registros de representação semiótica no contexto algébrico.

#### **1.4. Os registros de representação semiótica e a álgebra.**

Raymond Duval (2009) afirmou que não é possível estudar os fenômenos relativos ao conhecimento sem se recorrer à noção de representação. Os registros de representação semiótica estão presentes em trabalhos acadêmicos envolvendo a aquisição de conhecimentos matemáticos, bem como os problemas que sua aprendizagem origina. Do contexto geral de semiótica, o signo é relacionado a um objeto concreto, para a especificidade matemática, o símbolo (signo) representa o objeto abstrato por meio da ação do sujeito do conhecimento (significante ou conceito).

A palavra abstrato diz respeito ao fato de que o objeto matemático não é perceptível, mas seu acesso se dá por meio de registros de representação semiótica. Com efeito, outro argumento se constrói, desta vez em relação ao binômio objeto-representação: “não se pode ter compreensão em matemática, se nós não distinguimos um objeto de sua representação” (DUVAL, 2009, p14). Há uma ênfase para a necessidade de não confundir os objetos matemáticos com suas representações, pois diversas representações podem estar associadas ao mesmo objeto matemático. Se considerarmos o objeto matemático função, podemos representá-lo a partir do registro gráfico. Podemos também representá-lo pelo registro da língua natural, ou seja, função como uma relação de dependência entre duas variáveis numéricas.

A teoria dos registros de representação desenvolvida por Raymond Duval estabelece que, para um indivíduo desenvolver o funcionamento do seu pensamento na aquisição de um conhecimento matemático é necessário tanto diferenciar uma noção científica dos registros semióticos que a representam, quanto conhecer a funcionalidade desses registros. Neste contexto, ocorre no funcionamento cognitivo do pensamento humano aquisições funcionais relativas tanto aos sistemas orgânicos, disponíveis desde o nascimento, como

a audição, a visão, o tato e a memória; quanto aos sistemas semióticos, usados para se comunicar e também para organizar e tratar as informações.

Com isso, numa atividade de aquisição de conhecimento matemático, tem que ser levados em conta dois componentes: os próprios conteúdos desse conhecimento, nos quais existem métodos e processos para descobrir e estabelecer resultados e, o cognitivo, que segundo Duval (2009), significa a identificação de uma noção matemática com seus registros de representação semióticos pode constituir-se num dos problemas centrais da aprendizagem dessa noção. Um registro de representação semiótico de um objeto matemático pode ser um símbolo, uma figura ou a língua natural. Cada tipo de registro apresenta um conteúdo diferente estabelecido pelo sistema no qual ele foi produzido. A apreensão das características diferentes só terá sucesso quando o indivíduo que aprende for capaz de efetuar transformações nos registros, seja na forma de tratamento (operações internas a um mesmo registro) e/ou conversões (passagem de um registro a outro, com mudança na forma pela qual determinado registro é representado).

A atividade de conversão é menos imediata e simples do que se tende a crer. Essa atividade não se encerra, por exemplo, no fato de determinar uma equação a partir do seu gráfico. É fundamental analisar como se pode efetuar o procedimento de correspondência associativa das unidades significantes de entrada e saída, que rege toda conversão de representação.

Quando a conversão de registros é quase imediata temos o fenômeno de congruência. Para este caso, Duval (2009) retomou um exemplo de transição da expressão escrita na língua natural (o conjunto de pontos cuja ordenada é superior à abscissa) para uma expressão escrita na língua algébrica ( $y > x$ ). O autor complementou que é possível observar em ambos os sentidos da conversão uma correspondência termo a termo entre as unidades significantes de entrada e saída, o que é suficiente para a referida transformação do registro de representação.

Como contra-exemplo Raymond Duval (2009) recorreu à conversão da expressão “o conjunto dos pontos que têm uma abscissa positiva” para “ $x > 0$ ”. No sentido aqui apresentado falta no registro algébrico (saída) uma unidade

significante que corresponda ao termo positivo, disposto no registro de entrada. Nota-se que as unidades significantes disponíveis não são suficientes para efetuar de modo quase imediato a conversão entre registros. Caracteriza-se, então um fenômeno de não-congruência por haver a necessidade de recorrer à perífrase “>0” que é uma combinação de duas unidades significantes para corresponder à unidade simples “positiva”.

A exposição destes fenômenos dicotômicos presentes na transformação de registros semióticos demanda a elaboração de critérios de congruência. Neste sentido, para determinar se duas representações são congruentes ou não, é preciso começar por segmentá-las em suas unidades significantes respectivas, de tal maneira que elas possam ser colocadas em correspondência. Ao final do processo de segmentação comparativa, pode-se então ver se as unidades significantes são, em cada um dos dois registros, unidades significantes simples ou combinações de unidades simples.

Esta condição, por um lado, é necessária; mas não suficiente para determinar a congruência. Por outro lado, ela contribuiu para formar um conjunto de três critérios de congruência. O primeiro deles é justamente esta condição, ou seja, a possibilidade de uma correspondência semântica dos elementos significantes. O segundo critério é que para cada unidade significativa elementar do registro de representação de partida, corresponda uma só unidade significativa simples no registro de chegada. Finalmente, o terceiro critério, sobretudo, importante quando se trata de comparar frases e expressões algébricas, diz respeito à correspondência na mesma ordem de apreensão das unidades significantes em cada um dos registros envolvidos.

Há casos em que um ou mais destes critérios não são satisfeitos. Nesse contexto, a não-congruência entre a representação de partida e a representação de chegada pode então ser maior ou menor, estabelecendo assim uma relação de dependência entre a dificuldade da conversão e o referido fenômeno.

As dificuldades ligadas à não-congruência da conversão podem ainda ser agravadas pelo desconhecimento de um dos dois registros de representação, particularmente os registros bi-dimensionais (gráficos, figuras

geométricas e tabelas). Duval (2009) destacou que parece paradoxal falar do desconhecimento de registros bi-dimensionais, apesar do aluno saber construir rapidamente uma reta ou uma curva em um plano a partir da regra de conversão já evocada: para cada ponto do plano cartesiano há um par ordenado correspondente.

O autor acrescentou que a conversão no sentido da escrita algébrica para o gráfico, parece não apresentar dificuldades específicas. Quando mudamos o sentido de conversão, a situação é diferente. Para que o aluno faça uma leitura correta dos gráficos matemáticos é necessário que ele seja capaz de discriminar que as unidades significantes do gráfico correspondem aos valores de diferentes variáveis visuais, por exemplo, o valor positivo do coeficiente angular determina uma reta com ângulo menor que 90 graus em relação ao eixo x, no sentido anti-horário.

Toda atividade de conversão pressupõe a discriminação das unidades significantes a serem postas em correspondência tanto nos registros de partida quanto nos de saída. No caso da representação de gráficos cartesianos de reta, suas unidades significantes são determinadas por oito valores qualitativos (esboço de oito diferentes gráficos) correspondendo à associação de três variáveis visuais: o sentido de inclinação da reta, a sua posição de intersecção com o eixo das ordenadas ou sua posição no que concerne a uma divisão simétrica de dois quadrantes opostos. Para obter cada um dos esboços gráficos é necessário a variação de uma variável, mantendo constante os valores das demais. (Duval, 2009).

A diversificação dos registros de representação semiótica tem importância para o funcionamento do pensamento devido às diferenças de custo, entre outros fatores. Um registro pode permitir certo tratamento de uma maneira muito mais econômica e mais possante que outro registro. É o caso da escrita decimal que é mais econômica e possante que a linguagem natural. Na mesma situação, tem-se o caso de figuras, esquemas e diagramas (registros analógicos) que são mais simples e possante do que registros de linguagem (texto descritivo, relações, entre outros) em situações de resolução de

problemas. Estes registros analógicos permitem representar a totalidade das relações entre os elementos, configurando o objeto matemático.

Em contrapartida a determinação do grau de profundidade que esta variedade intervém no funcionamento do pensamento humano gera a seguinte questão: há ou não uma relação de implicação da atividade conceitual para a atividade semiótica? Na concepção de Duval (2009) a resposta é positiva, devido à necessidade do sujeito ser capaz de atingir o estado da coordenação de representações semioticamente heterogêneas, para que ele possa discriminar o representante (evoca “objetos ausentes”) e o representado (objeto real, o qual pode ser percebido), ou a representação e o conteúdo conceitual que essa representação exprime ou ilustra.

No capítulo a seguir apresentamos as características do SIMAVE, as orientações para o processo ensino-aprendizagem de álgebra na Proposta Curricular de Minas Gerais (Minas Gerais, 2005) e uma revisão sobre teses e dissertações envolvendo o tema avaliação externa.

## **2. Sistema Mineiro de Avaliação (SIMAVE): um dos pilares do projeto educacional do Estado.**

Neste capítulo nos dedicamos a apresentar o SIMAVE como um modelo de avaliação em larga escala, pautado na aplicação de testes de proficiência com o objetivo de aferir o desempenho dos alunos. Os testes são construídos tendo por base itens de múltipla escolha que avaliam as habilidades e competências dos alunos de 5º e 9º ano do Ensino Fundamental e alunos concluintes do Ensino Médio.

Como as Matrizes de Referência para avaliação em Matemática do SIMAVE foram organizadas tendo como uma das referências o Conteúdo Básico Comum (CBC) do Estado de Minas Gerais (MINAS GERAIS, 2005); nos dedicamos a abordar sobre as competências e habilidades previstas para os conteúdos de álgebra contidos neste documento oficial.

## **2.1.Avaliação externa: o modelo SIMAVE**

A Lei de Diretrizes e Bases da Educação (LDB – 9394/97) determinou que a União e os Estados devem, regularmente, assegurar a realização de avaliações sistêmicas com o objetivo de diagnosticar e avaliar o sistema de educação pública no Brasil. Neste contexto, o Estado de Minas Gerais implantou no ano de 2000 o SIMAVE (Sistema Mineiro de Avaliação da Educação Pública) como modelo de avaliação em larga escala.

As avaliações do SIMAVE acontecem anualmente nas escolas públicas de Minas Gerais com o objetivo de planejar ações, qualificar as escolas nas respectivas turmas avaliadas e identificar problemas visando a melhoria da educação em todo Estado. É aplicada nas turmas do 5º e 9º ano do Ensino Fundamental e 3ª série do Ensino Médio nas disciplinas de língua portuguesa e matemática.

A aplicação geralmente ocorre no último bimestre de cada ano letivo, em data e horários previamente estabelecidos pela Secretaria Estadual de Educação, em todo Estado. Após a realização da prova, cada escola mineira encaminha as provas, gabaritos e demais questionários para as respectivas superintendências regionais que, por sua vez, encaminham para a equipe do Programa de Avaliação da Educação Básica (PROEB) para devida correção.

Após a aferição dos resultados, é encaminhado para cada escola um boletim pedagógico com seu desempenho através de uma escala de proficiência, de modo que a escola possa compará-lo com a média estadual e a média regional.

Com base neste boletim pedagógico é desejável que toda equipe escolar deva estudar, analisar e repensar seus resultados. Através da escala de proficiência, professores, supervisores e gestores podem (re)direcionar as ações, (re)planejar intervenções pedagógicas visando corrigir possíveis falhas e problemas. Além de ser um instrumento norteador no âmbito escolar, o SIMAVE também possibilita ao governo identificar demandas e realizar diagnósticos educacionais no intuito de desenvolver ações que atendam à busca de uma educação com mais qualidade.

O SIMAVE é composto por testes de proficiência compostos por itens cuja resolução exige o domínio de determinada habilidade, descrita nas Matrizes de Referência para esta avaliação. Esta matriz é composta por um conjunto de descritores, os quais explicitam dois pontos básicos do que se pretende avaliar: o conteúdo programático a ser avaliado em cada período de escolarização e o nível de operação mental necessário para a realização de determinadas tarefas. Tais descritores são selecionados para compor a matriz, considerando-se aquilo que pode ser avaliado por meio de um teste de múltipla escolha, cujos itens implicam a seleção de uma resposta em um conjunto de quatro ou cinco alternativas possíveis.

No tema “Números e operações – álgebra e funções” destacamos a competência: "utilizar procedimentos algébricos", dado o fato de que

o estudo da álgebra possibilita aos alunos desenvolver, entre outras capacidades, a de generalizar. Quando fazemos referência a um número par qualquer, podemos representá-lo pela expressão  $2n$  ( $n$  sendo um número natural). Essa expressão mostra uma generalização da classe dos números pares. (MINAS GERAIS, 2013, p.32)

As habilidades relativas a esta competência foram designadas pelos seguintes descritores, relativos aos conteúdos de álgebra pertinentes ao 9º ano (foco da nossa pesquisa) do Ensino Fundamental: resolver situações-problema que envolvam equação do 1º e 2º grau, identificar uma equação ou inequação do 1º grau que expressa uma situação-problema e representar geometricamente a equação, resolver situações-problema envolvendo sistemas de equação do 1º grau e identificar a relação entre as representações algébrica e geométrica de um sistema de equações do 1º grau (MINAS GERAIS, 2009).

Vale ressaltar que nesta Matriz de Referência (MINAS GERAIS, 2009, p.51) “as atividades devem abordar a resolução de situações-problema”, porém não se explicita a concepção sobre o que é uma situação-problema. No entanto, na Proposta Curricular (MINAS GERAIS, 2005, p.16), entende-se situação-problema como

problemas que envolvem o processo de tradução do enunciado, seja contextualizado ou não, em linguagem matemática, e a tomada de decisão sobre quais ferramentas matemáticas serão usadas em sua resolução (“modelagem”).



A Matriz de Referência para a avaliação é um recorte do currículo e apresenta os conhecimentos definidos para serem avaliados. Como o Estado de Minas Gerais elaborou seu próprio documento curricular (MINAS GERAIS, 2005), pautado nos pressupostos dos Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL, 1998), recorreremos ao referido currículo estadual para apresentar as estratégias de ensino previstas para os conteúdos algébricos, tendo em vista que *é essencial que se conheça não apenas o que se ensina mas para quem se ensina* (MINAS GERAIS, 2005, p.13).

## **2.2.O ensino de álgebra na Proposta Curricular de Minas Gerais**

As orientações pedagógicas desta Proposta Curricular (MINAS GERAIS, 2005) tomaram por base os Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL, 1998). Neste sentido espera-se que a prática do ensino da Matemática evidencie o seu caráter dinâmico, em constante evolução, dadas as demandas de áreas como a Biologia, por modelos matemáticos mais efetivos e sofisticados.

Diante destas expectativas os objetivos para o ensino são: reconhecer situações que podem ser descritas em linguagem matemática, ser capaz de aplicar métodos matemáticos (operações, equações, diagramas, fatos da geometria) para resolvê-las, estabelecer conexões internas à matemática envolvendo seus vários temas bem como a interdisciplinaridade com outras áreas curriculares. Em particular, para os anos finais do Ensino Fundamental, “é adequado e desejável introduzir de modo gradativo o método lógico dedutivo, apresentando e requerendo do aluno demonstrações simples em álgebra e geometria”(MINAS GERAIS, 2005, p.15)

Um objetivo deste documento curricular, interpretado por nós como capital, é apontar a necessidade de desenvolver em qualquer nível, habilidades para a solução de problemas.

Esses problemas podem advir de situações concretas observáveis (“contextualizadas”) ou não. No primeiro caso, é necessária uma boa capacidade de usar a linguagem matemática para interpretar questões formuladas verbalmente.

Por outro lado, problemas interessantes, que despertam a curiosidade dos estudantes, podem surgir dentro do próprio contexto matemático quando novas situações podem ser exploradas e o conhecimento aprofundado, num exercício contínuo da imaginação (Minas Gerais, 2005).

Na Proposta Curricular (Minas Gerais, 2005) há o pressuposto de que a resolução de uma diversidade de problemas desenvolve tanto a capacidade quanto a habilidade de atribuir significado aos conceitos abstratos apreendidos.

Os Conteúdos Básicos Comuns (CBC) contém tópicos obrigatórios e complementares, os quais são menos abrangentes do que aqueles listados na Matriz de Referência para Avaliação. No caso do eixo temático Álgebra há dois temas: expressões algébricas e equações algébricas. No caso do primeiro tema, os tópicos são: linguagem algébrica, valor numérico e operações com expressões algébricas. Para o tema equações algébricas, os tópicos são equações de 1º e 2º graus, sistemas de duas equações de 1º grau e operações com polinômios.

A Proposta Curricular (Minas Gerais, 2005) fornece aos professores orientações pedagógicas que visam melhorar qualitativamente e quantitativamente o trabalho realizado e os resultados oriundos das ações implementadas. São orientações gerais, visando ao professor adotar metodologias que priorizem um papel ativo do aluno, estimular a leitura, trabalhar em grupo e utilizar o computador como ferramenta de apoio, principalmente, no ensino de geometria.

Quanto à álgebra, essas orientações são apresentadas como habilidades que os alunos devem ser capazes de apresentar ao final do processo de ensino de cada tópico. No entanto, há um déficit neste documento curricular relativo às orientações específicas para o professor com relação aos procedimentos para o trabalho com tópicos algébricos ou qualquer tema.

### **2.3 Teses e dissertações sobre avaliação externa em matemática**

O tema avaliação externa também tem sido contemplado em diversas teses e dissertações produzidas no Brasil. Neste sentido, nossa pesquisa

bibliográfica iniciou com a busca de relatos de artigos científicos, teses ou dissertações com foco no mapeamento sobre o que está sendo investigado no referido tema.

Partimos do artigo “Estudos sobre Avaliação de Sistemas Educacional no Brasil: um retrato em preto e branco”, cuja autora é Bauer (2012). Ele contém um mapeamento de 221 teses e dissertações produzidas no Brasil, entre os anos de 1987 e 2010, sobre avaliação de sistemas educacionais, catalogadas por meio de consulta ao Banco de Teses e Dissertações da Capes.

Observamos inicialmente o título de cada trabalho listado por Bauer (2012) e selecionamos os trabalhos com foco nos diversos sistemas de avaliação externa envolvendo a matemática no Ensino Médio e Fundamental.

Posteriormente, recorremos ao banco de teses e dissertações da Capes, à relação de teses e dissertações relativas à Educação Matemática, as quais foram produzidas no Brasil e publicadas nos periódicos da revista Zetetiké e, também, ao site [www.google.com.br](http://www.google.com.br) com a inserção das palavras-chaves avaliação externa, educação básica e matemática. Enfim, nosso levantamento bibliográfico até o ano de 2014 resultou em 22 trabalhos envolvendo programas de avaliação externa em âmbito nacional, mais 3 pesquisas envolvendo o PISA (Programa Internacional de Avaliação de Estudantes).

No caso do PISA agrupamos os três trabalhos em uma mesma tabela e apresentamos apenas uma breve descrição do tema pesquisado, pois nosso foco de pesquisa é a avaliação externa no cenário brasileiro.

**Tabela 3:** Levantamento de estudos sobre o PISA

Título	Autor	Ano	Instituição
Estudo comparativo entre Brasil e Portugal, sobre diferenças nas ênfases curriculares de Matemática, a partir da análise do Funcionamento Diferencial do Item (DIF) do PISA 2003	Glauco da Silva Aguiar	2008	Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro
A produção escrita de alunos do ensino fundamental em questões de matemática do Pisa	Letícia Barcaro Celeste	2008	Universidade Estadual de Londrina
Brasil e Argentina: um estudo comparado das reformas educacionais a partir do	Gisele Adriana Maciel Pereira	2011	Universidade Federal do

PISA 2000			Paraná
-----------	--	--	--------

Fonte: Arquivos do pesquisador.

Aguiar (2008) teve como objetivo em sua tese de doutorado comparar as diferenças nas ênfases curriculares em Matemática no Brasil e Portugal a partir dos resultados do Programa Internacional de Avaliação dos Estudantes (PISA) no ano de 2003, com jovens de 15 anos de idade.

Celeste (2008) em sua dissertação de mestrado teve como objetivos evidenciar a relevância da avaliação da aprendizagem escolar como prática de investigação de modo a auxiliar a ação do professor em sala de aula e a aprendizagem dos estudantes; conhecer como os estudantes do Ensino Fundamental lidam com informações apresentadas em problemas apresentados em contexto não-rotineiro, a partir da análise da produção escrita de 17 alunos em uma prova constituída por questões de Matemática do PISA.

Finalmente, Pereira (2011) em sua dissertação de mestrado, realizou uma pesquisa bibliográfica tomando por base os resultados do PISA 2000, as leis nacionais em vigência na década de 1990 (Lei n.º 24.195/93 na Argentina e Lei n.º 9394/96 no Brasil) e a produção bibliográfica acerca das Reformas Educacionais. Diante destes materiais a autora selecionou cinco categorias de análise: qualidade, equidade, descentralização, autonomia e avaliação e estas subsidiaram a análise dos resultados apresentados pelos alunos brasileiros e argentinos, numa perspectiva comparada, no intuito de perceber em que medida a adesão destes países ao PISA teve relação com as reformas educacionais incididas no Brasil e na Argentina nos anos finais do século XX.

As próximas tabelas contemplam trabalhos sobre avaliação externa no âmbito nacional, agrupadas por segmento escolar. Iniciamos com duas dissertações de mestrado cujo foco foi o Ensino Fundamental I, o qual não atende os propósitos de nosso trabalho.

**Tabela 4:** Estudos sobre os sistemas de avaliação externa no Ensino Fundamental I.

Título	Autor	Ano	Instituição
Representações sociais do ensino da matemática e suas relações com o IDEB	Diana Patrícia Gomes de Almeida	2011	Universidade Federal de Pernambuco
PROMASE: análise de uma	Luana	2011	Universidade

experiência de avaliação do Sistema Municipal de Ensino de Amparo	Ferrarotto		Estadual de Campinas
---	------------	--	----------------------

Fonte: Arquivos do pesquisador

Almeida (2011) analisou as representações sociais de 160 professores do 1º e 2º ciclo do Ensino Fundamental da rede municipal de Recife, sobre o ensino da matemática e suas relações com o Índice de Desenvolvimento do Ensino Básico. Os professores foram divididos em dois grupos: 80 professores das escolas com os menores resultados e 80 professores das escolas com os melhores resultados.

De acordo com Almeida (2011), este segundo grupo de professores evidenciou, mais fortemente um ensino com ênfase na compreensão e na lógica, compreendendo que o ensino deve ser voltado para a vida, tendo em vista o contexto social, onde a elaboração e o desenvolvimento do conhecimento devem ser ligados ao processo de conscientização.

Ferrarotto (2011) acompanhou a experiência de avaliação do PROMASE (Programa Municipal de Avaliação do Sistema de Ensino), implementada na cidade de Amparo em 2006, verificando as práticas adotadas pela Secretaria de Educação a partir desses dados, assim como os impactos ocasionados em quatro unidades escolares.

A seguir agrupamos quatro pesquisas (três dissertações de mestrado e uma tese de doutorado) com foco no Ensino Médio, segmento escolar que também não contempla o objetivo de nosso estudo. Neste grupo encontramos o primeiro trabalho relacionado com o sistema de avaliação de nossa dissertação; o SIMAVE.

**Tabela 5:** Estudos sobre os sistemas de avaliação externa no Ensino Médio.

Título	Autor	Ano	Instituição
A Análise de Dados e a Probabilidade nas Avaliações Externas para o Ensino Médio: ENEM e SARESP	Luciana de Castro Lugli	2011	Universidade Cruzeiro do Sul
Sistemas de Avaliações em Larga Escala na Perspectiva Histórico-Cultural: o caso do Sistema Mineiro de Avaliação da Educação Pública – SIMAVE	Carlos Renato Soares	2011	Universidade Federal de Juiz de Fora
O ENEM e os Professores de		2012	Universidade

Matemática do Ensino Médio do Paraná: delineamento de uma noção de responsabilidade curricular	Walderez Soares Melão		Federal do Paraná,
As provas de matemática do Enem: conteúdos, dificuldades e influências para o currículo do Ensino Médio	Márcio Deleprani	2012	Universidade do Grande Rio “Prof. José de Souza Herdy”

Fonte: Arquivos do pesquisador.

Soares (2011) investigou as transformações que vêm ocorrendo na disciplina Matemática, da terceira série do Ensino Médio, a partir da constituição do SIMAVE/Proeb no ano de 2000. A análise de documentos oficiais mineiros e depoimentos colhidos em conversas informais e entrevistas de professores apontaram para uma interferência no currículo da disciplina, no momento em que os resultados da avaliação do SIMAVE são parâmetros para o recebimento de uma premiação instituída pelo governo de Minas; de acordo com as metas estabelecidas pelo poder público as quais variam ano após ano.

Melão (2012), em sua tese de doutorado, buscou conhecer o tipo de repercussão que o ENEM provocou no trabalho do professor de matemática da escola básica, particularmente no ensino médio na rede estadual do Paraná. Tratou ainda de identificar em que medida esse trabalho tem se traduzido em consonância com a matriz de referência do ENEM, em detrimento das diretrizes curriculares do ensino médio e o que os professores de matemática do ensino médio dizem a esse respeito. Esta pesquisa envolveu o pensamento a respeito de currículo e avaliação, levou em conta também a formação do professor que ensina matemática.

A pesquisa de Deleprani (2012) foi direcionada para orientar professores e alunos de como está organizada a prova do Enem (Exame Nacional do Ensino Médio) e também alertar educadores da rede pública estadual do Rio de Janeiro sobre o nível de exigência dessa prova, que tem como um de seus objetivos democratizar o acesso ao ensino superior. O objetivo geral do trabalho foi analisar questões de matemática da prova do Enem e definir seu grau de dificuldade e, então, verificar se essa única prova pode ser um dos únicos meios de acesso ao ensino superior.

Lugli (2012) fez uma análise sobre as questões propostas nas provas do ENEM e do SARESP nos anos de 2007, 2008 e 2009. Focalizou-se a análise de dados e probabilidade com o propósito de verificar quais tipos de raciocínio e entendimento relacionados à combinatória, probabilidade e estatística, estão sendo solicitados, nesta avaliação.

Tendo como justificativa para esta análise a percepção de que nem sempre a avaliação institucional e/ou avaliação externa, são utilizadas como indutoras da qualidade de ensino e aprendizagem na escola, e que este tema - Tratamento de Informação (Análise de dados e Probabilidade) pode auxiliar os estudantes a serem mais críticos à medida que se apropriam destas habilidades. Lugli (2012) concluiu que o raciocínio sobre incerteza e entendimento de probabilidade e chance são os pontos com maior concentração de questões; para as provas do SARESP. Já na prova do ENEM percebeu-se uma tendência para questões que solicitaram o raciocínio sobre representação dos dados.

Finalmente, apresentamos 17 pesquisas que contemplam o Ensino Fundamental II bem como as contribuições destes trabalhos para alguma etapa de nossa pesquisa, cujo objetivo foi analisar a mobilização de registros de representação semiótica, por parte de alunos do 9º ano do Ensino Fundamental, na resolução de questões algébricas do banco do SIMAVE.

**Tabela 6:** Estudos sobre os sistemas de avaliação externa no Ensino Fundamental II.

Título	Autor	Ano	Instituição
Analisando o desempenho de alunos do Ensino Fundamental em álgebra, com base nos dados do SARESP	Alessandro Jacques Ribeiro	2001	Pontifícia Universidade Católica de São Paulo
Currículo de Matemática e Desigualdades Educacionais	Maria Izabel Ramalho Ortigão	2005	Universidade Católica do Rio de Janeiro
A produção escrita em matemática: análise interpretativa da questão discursiva em matemática comum à 8ª série do Ensino fundamental e à 3ª série do Ensino Médio da AVA/2002	Jader Otavio Dalto	2007	Universidade Estadual de Londrina
Uma análise de questões de matemática da 7ª série do ensino fundamental, sob a ótica dos níveis de mobilização de conhecimentos e dos registros de representação semiótica.	Rosana Aparecida da Costa Vaz	2008	Pontifícia Universidade Católica de São Paulo

Avaliação em matemática na educação básica, do Estado de São Paulo: pontos de vista dos sujeitos envolvidos.	César Augusto do Prado Moraes	2010	Universidade Metodista de São Paulo
Exame do SAEPE: Um estudo das estratégias mobilizadas pelos alunos para resolver problemas algébricos	Rinaldo César de Holanda Beltrão	2011	Universidade Federal Rural de Pernambuco
Analisando as estratégias utilizadas pelos alunos da rede municipal do Recife na resolução de questões do SAEPE sobre números racionais.	Rosivaldo Severino dos Santos	2011	Universidade Federal de Pernambuco
Política pública e avaliação: o SARESP e seus impactos na prática profissional docente	Marcio Alexandre Ravagnani Pinto	2011	Universidade Estadual Paulista
Usos e repercussões de resultados do SARESP na opinião de professores da rede estadual paulista	Rodrigo Ferreira Rodrigues	2011	Pontifícia Universidade Católica de São Paulo
Os desdobramentos do SARESP no processo curricular e na avaliação interna: uma análise do componente curricular de Matemática	César Clemente	2011	Centro Universitário Moura Lacerda
Concepção de qualidade expressa pelos professores de matemática de escolas públicas de Cáceres-MT: a relação do processo de ensino e aprendizagem realizado pela escola	Daltron Mauricio Ricaldes	2011	Universidade Federal de Mato Grosso
Avaliação externa: um caminho para a busca da qualidade da educação	Eloisa Maria Wiebusch	2011	Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul
Prova Brasil: concepções dos professores sobre a avaliação do rendimento escolar e o ensino de matemática no município de Aracaju (SE)	Andrea Maria dos Santos Matos	2012	Universidade Federal do Sergipe
Formação continuada e ensino de álgebra: reflexões de professores da educação básica sobre itens do SARESP	Rosângela de Souza Jorge Ando	2012	Universidade Bandeirante de São Paulo
Estudo de caso de uma escola com baixo índice socioeconômico e elevada proficiência em matemática	Eliani Maria de Brito	2012	Universidade Federal de Juiz de Fora
Formação continuada de professores de matemática em contexto de reforma curricular: contribuições da teoria da ação comunicativa	Deise Aparecida Peralta	2012	Universidade Estadual Paulista
Obstáculos à aprendizagem de conceitos algébricos no ensino fundamental: uma aproximação entre os obstáculos epistemológicos e a Teoria dos Campos conceituais.	Luzia Maya kikuchi	2012	Universidade de São Paulo

Fonte: Arquivos do pesquisador.



Ribeiro (2001) diagnosticou e analisou procedimentos e estratégias utilizadas por alunos do 9º ano do Ensino Fundamental para resolver questões de álgebra elementar. Para o cumprimento deste objetivo, recorreu-se primeiramente às investigações sobre o conhecimento algébrico.

Dois resultados de pesquisa constituíram o suporte para o desenvolvimento do trabalho de campo de Ribeiro (2001). O primeiro diz respeito ao fato de não tratar as representações simbólicas apenas como objetos matemáticos, mas operar sobre eles sem a preocupação de encontrar soluções numéricas; assim como resolver situações-problemas utilizando estruturas algébricas.

Outro resultado desta pesquisa bibliográfica diz respeito a classificação e persistência dos erros mais comuns em álgebra. Ribeiro (2001) constatou que há erros conceituais (aqueles provenientes da utilização de uma propriedade falsa) e erros originários pela falta de atenção no decorrer da atividade matemática.

O delineamento do trabalho de campo buscou atender a seguinte questão de pesquisa: de quais estratégias os alunos se utilizam para resolver questões de álgebra elementar como as que aparecem no SARESP/97? (Ribeiro, 2001). Para isto, optou-se por uma pesquisa qualitativa, cuja produção de informações foi obtida em duas fases: na primeira etapa, reaplicou 10 questões de álgebra do SARESP-1997 para 20 alunos do 9º ano do Ensino Fundamental. A principal orientação dada aos alunos foi com relação à necessidade de apresentar justificativas para cada alternativa assinalada, devido à análise de procedimentos e estratégias utilizadas na resolução.

Na segunda etapa, foram reaplicadas as mesmas questões para dezoito dos vinte participantes da primeira fase da pesquisa. Nesse momento da pesquisa, as questões foram disponibilizadas de forma aberta, ou seja, sem as alternativas. Como dinâmica, houve a participação do pesquisador na resolução das atividades e os alunos foram dispostos em duplas ou trios para o desenvolvimento das atividades.

A dinâmica empregada na segunda fase da pesquisa foi, segundo Ribeiro (2001), para romper com o caráter avaliativo. Foi uma forma de desviar a visão global do desempenho dos alunos para uma análise refinada dos erros cometidos e dos procedimentos utilizados.

Como resultado de pesquisa, Ribeiro (2001) destacou a importância de permitir ao aluno que explore as capacidades de tratar as representações simbólicas como objetos matemáticos, operar e modelar situações-problemas sobre estruturas algébricas. No que diz respeito às estruturas algébricas, o autor destacou a importância de desenvolver no aluno a capacidade de reconhecer diferentes operações como simplificação, fatoração e racionalização de denominadores.

Em termos de ensino, Ribeiro (2001) alertou que o treino de habilidades, a mecanização de algoritmos e a memorização de regras e técnicas, quando demandadas na resolução de questões, não apresentaram resultados satisfatórios, conforme dados de sua pesquisa. Pelo contrário, é necessário um ensino com preocupação na construção do conhecimento e preocupação dos significados algébricos.

No que diz respeito aos erros, Ribeiro (2001) apontou que é importante classificá-los e intervir frente ao aluno no sentido de gerar aprendizagem.

Este trabalho foi relevante para nossa pesquisa pelo fato de concordarmos que questões fechadas em provas de avaliações externas revelam uma “visão global do desempenho dos alunos e, não uma análise fina dos erros cometidos e dos procedimentos utilizados por eles” (RIBEIRO, 2001). Este fato instigou o pesquisador em trabalhar com a aplicação de questões abertas; nós optamos por trabalhar com as questões fechadas com alternativas, porém, incluímos a justificativa como forma de obter o registro escrito das soluções obtidas pelos alunos.

Ortigão (2005) investigou em seu trabalho o currículo de matemática do ensino fundamental, 5ª a 8ª séries, juntamente com os conteúdos ministrados pelos professores e suas práticas docentes.

A pesquisa buscou responder os seguintes questionamentos: quais conteúdos são selecionados para o ensino fundamental (5ª a 8ª séries); se o perfil socioeconômico dos alunos influencia na escolha dos conteúdos e quais características da prática pedagógica estão associadas aos conteúdos escolhidos.

A motivação dessa pesquisa foram os resultados do SAEB 2001 que indicaram um grande percentual de alunos no nível crítico (51,71%) e intermediário (45,64%) e um pequeno percentual no nível avançado (2,65%).

O instrumento de pesquisa utilizado foi um questionário dirigido a um grande grupo de professores (168) contendo 79 itens com o objetivo de investigar o trabalho docente como um todo.

Através dos levantamentos, Ortigão (2005) constatou que o perfil socioeconômico dos alunos está diretamente ligado à rede de ensino frequentada pelo aluno e os conteúdos abordados no currículo, quantitativa e qualitativamente, seguem a mesma diferenciação. Observou-se, então, escolas municipais atendendo a alunos menos favorecidos, já na rede privada, alunos com nível socioeconômico médio alto. Além disso, a pesquisadora constatou que os professores da rede privada trabalharam de forma mais homogênea, seguindo um padrão fixo, já os professores da rede municipal adotaram atitudes totalmente opostas uns dos outros em seus procedimentos didáticos.

Alguns aspectos surpreenderam a pesquisadora positivamente, como a presença de conteúdos de geometria, trabalhada em todas as séries e tratamento da informação que até foi encontrada, mas de forma superficial.

Finalizando, Ortigão (2005) reforçou as ideias contidas nos PCN que apontam para uma valorização do ensino das grandezas e medidas, da geometria e do tratamento da informação, salientando que as abordagens desses conteúdos pela escola contribuem significativamente para formação do cidadão.

Dalto (2007) buscou, através de sua pesquisa, analisar a produção escrita de um grupo de alunos do 8º ano do ensino fundamental e do 3º ano do ensino médio em uma questão aberta da Avaliação do Rendimento Escolar do

Estado do Paraná – AVA (2002), tendo como questão norteadora: quais as estratégias adotadas pelos alunos do 8º ano do ensino fundamental e do 3º ano do ensino médio para responder uma questão aberta comum às turmas? Dentro deste questionamento, Dalto (2007) procurou analisar se os procedimentos e estratégias foram os mesmos, quais os tipos de erros encontrados, quais marcas (registros) identificam os procedimentos adotados como de alunos do ensino fundamental ou ensino médio.

Como objetivos específicos, o pesquisador procurou saber como os alunos utilizam as informações contidas na questão, identificar e quantificar os erros mais frequentes e estabelecer um paralelo entre as resoluções apresentadas pelos alunos de ensino fundamental e de ensino médio.

Para Dalto (2007), avaliar é emitir um juízo de valor sobre algo, tendo como critério alguns pontos de referência. O erro neste trabalho é encarado não como obstáculo ou dificuldade que impeça o aprendizado, mas como mecanismo que auxilie e promova o aprendizado, pois é através dele que o professor pode identificar quais conceitos foram assimilados pelo aluno e quais ainda não foram adquiridos.

Outro aspecto presente na pesquisa é o tratamento do erro em álgebra, conteúdo que tem se mostrado rígido, abstrato e pré-determinado, apresentando um conjunto de regras e linguagens que mascaram a essência da álgebra.

A abordagem metodológica predominante no estudo é de natureza qualitativa, e para análise dos instrumentos optou-se pela orientação da análise de conteúdo através das formas de comunicação verbal e não verbal.

Dalto (2007) retratou que a presença de questões abertas e comuns a séries distintas na avaliação em larga escala, tem por objetivo analisar quais procedimentos são adotados na resolução de forma paralela, considerando que os alunos do 3º ano do ensino médio devem apresentar estratégias e procedimentos compatíveis com seu nível de escolaridade.

Como resultados da pesquisa, Dalto (2007) concluiu que 20% dos alunos que responderam a questão aberta utilizaram os procedimentos de

maneira correta acertando o resultado. Os alunos do 3º ano do ensino médio que resolveram corretamente a questão apresentaram estratégias de resolução compatíveis com a série em questão. Os demais alunos (80%) apresentaram procedimentos incompletos que conduziram a uma resposta incorreta ou, em alguns casos, deixaram em branco.

Os estudantes dos dois níveis, fundamental e médio, abordaram o problema de forma aritmética, sem procedimentos algébricos. Em relação à 3ª série do ensino médio, esperava-se que utilizassem a álgebra na resolução dos problemas, o que não aconteceu. Portanto alguns questionamentos são necessários: qual o significado da álgebra para estes alunos? Será que esta linguagem é desprovida de significado? Sem aplicabilidade no cotidiano? Estas questões pairam para futuras investigações.

Para Vaz (2008), os alunos tanto do ensino fundamental quanto do ensino médio, apresentaram certa dificuldade para ler e interpretar textos matemáticos como também não conseguem modelar uma situação problema para sua resolução. Partindo desta análise, a pesquisadora procura, em seu trabalho, analisar qualitativamente o desempenho de um grupo de alunos na resolução de questões do SARESP, de acordo com os níveis de mobilização do conhecimento.

As questões analisadas são referentes à álgebra, mais especificamente equações e expressões, que exigem do aluno a passagem do registro escrito para o registro algébrico. O referencial metodológico deste trabalho foi pautado na metodologia de engenharia didática com o desenvolvimento de quatro fases: análises preliminares, análise a priori, experimentação e validação.

Vaz (2008) defende que o desempenho dos alunos, juntamente com os registros produzidos por eles, deveriam ser analisados qualitativamente tanto pelos professores quanto pelos órgãos oficiais, pois assim poderiam contribuir para redimensionar e programar novas técnicas e procedimentos capazes de promover avanços no ensino público.

Quanto aos níveis de mobilização do conhecimento, Vaz (2008) diz que no nível técnico o aluno encontra todas as informações que necessita para

solucionar uma questão no próprio enunciado, deixando explícito o caminho e procedimentos a serem tomados. No nível mobilizável, o aluno encontra as informações que necessita no enunciado do problema, porém deverá desenvolver uma estratégia própria de resolução, baseando-se em algumas pistas e conhecimentos previamente adquiridos. No nível disponível, o aluno encontra as informações necessárias à resolução do problema no enunciado, porém deverá articular seus conhecimentos para resolver a situação, pois nenhuma pista é dada.

A pesquisadora escolheu a escola estadual onde atua como professora efetiva, na cidade de São Paulo, para desenvolver o trabalho. Foram selecionadas três questões do SARESP (álgebra), contemplando os três níveis de conhecimento para serem aplicadas a uma turma da 7<sup>o</sup> série (atualmente 8<sup>o</sup> ano). Vaz (2008) aplica o teste sobre duas óticas. Na primeira, as questões possuem alternativas e na segunda as alternativas são retiradas. Verificou-se que na primeira aplicação, 37% dos alunos não acertaram questão alguma, já na segunda, 71% não acertaram questão alguma.

Todos os alunos utilizaram registros numéricos em suas resoluções, o que leva a crer que as habilidades algébricas necessárias à resolução dos problemas ainda não foram desenvolvidas. Apenas dois alunos esboçaram a tentativa de utilizar registros algébricos, mas abandonaram o procedimento e partiram para os números.

Vaz (2008) acredita que os resultados obtidos pela pesquisa apontam para a necessidade de trabalhar as dificuldades apresentadas pelas crianças na realização de determinados procedimentos algébricos. Através da análise qualitativa podem ser diagnosticados possíveis erros que podem orientar as ações e estratégias dos professores no sentido de saná-los.

O trabalho de Vaz (2008) tem semelhanças com o trabalho de Ribeiro (2001) em função de terem utilizado o mesmo sistema de avaliação (SARESP) e desenvolvido o trabalho de campo em duas fases: aplicação de um conjunto de questões fechadas com alternativas e, posteriormente, o mesmo conjunto de questões, porém abertas. No entanto, na pesquisa de Vaz (2008) o nível de conhecimento dos alunos nas duas etapas de aplicação das questões é o

mesmo, ou seja, a resolução baseou-se na utilização de operações somente com números.

A semelhança do trabalho de Vaz (2008) com nossa pesquisa é com relação aos registros de representação semiótica como um dos pilares para análise da produção escrita dos alunos. Consideramos que o uso deste referencial teórico-metodológico foi limitado no trabalho de Vaz (2008), pois a autora estava interessada em avaliar a conversão do registro de representação semiótica da língua natural para o registro algébrico em questões resolvidas pelos alunos.

Nas implicações da pesquisa de Vaz (2008), a autora acredita que para uma boa compreensão dos conceitos algébricos, faz-se necessário um trabalho da Álgebra com suas várias representações. Neste sentido, nossa pesquisa considerou na avaliação da produção escrita dos alunos a mobilização de múltiplos registros de representação semiótica no contexto de resolução de questões algébricas.

Moraes (2010) iniciou o programa de Mestrado em Educação procurando responder os seguintes questionamentos: por que tantos alunos não obtêm êxito em matemática; por que os índices de matemática são tão baixos; o que os alunos acham do processo de avaliação em matemática e como são avaliados. O terceiro questionamento foi a inspiração do pesquisador nesse trabalho, onde ele procurou focar na concepção do aluno referente a educação matemática, assumindo a postura de professor-pesquisador.

Os estudos realizados foram de natureza qualitativa, envolvendo pesquisa bibliográfica e trabalho de campo, tendo como sujeitos da pesquisa alunos, gestores, professores, família e especialistas. Como objeto da pesquisa, Moraes (2010) analisou as questões do SARESP, procurando contribuir para formação do professor de matemática e buscando melhorar os resultados obtidos no sistema.

Como referencial, Moraes (2010) utilizou artigos que atribuíram significados e finalidades à avaliação como domínio do saber, testar conhecimentos e competências, informar, classificar e orientar o educando.

Nesta perspectiva é importante que a escola saiba realmente qual o papel da avaliação não apenas para a formação do aluno, mas para que a instituição não utilize este instrumento como punição e exclusão.

Moraes (2010) analisou os seguintes tipos de avaliação: diagnóstica, formativa e somativa, cujo objetivo principal é acompanhar o desenvolvimento dos alunos, possibilitando reajustar, revisar e tomar decisões ligadas à metodologia de ensino e aprendizagem.

A avaliação diagnóstica é utilizada para verificar o nível de conhecimento do aluno, identificando possíveis lacunas durante o aprendizado. A avaliação formativa procura codificar o sucesso ou o fracasso escolar, ajuda a conferir sentido pessoal ao conhecimento gerado. A avaliação somativa é muito utilizada no âmbito escolar, onde o professor atribui uma nota ou conceito que ao final da etapa indica o sucesso ou fracasso do aluno.

O pesquisador afirmou que os resultados das avaliações são importantes por ser um termômetro que aponta pontos fortes e pontos fracos no sistema, porém estes resultados precisam ser utilizados não apenas para indicar aprendizado, mas principalmente mostrar os conteúdos que os alunos não assimilaram e, partindo desse indicador, elaborar uma estratégia que vá de encontro à situação.

Moraes (2010) analisou também a Teoria de Modelos Lineares Hierárquicos, cujo levantamento de dados é feito através dos questionários do Saresp, para apontar variáveis que contribuem para explicar o desenvolvimento e desempenho do aluno. Esta teoria relaciona o nível socioeconômico do aluno a seu desempenho escolar, quanto mais elevado ele for economicamente, melhores serão seus resultados.

Durante a coleta de dados foram aplicados questionários aos alunos, gestores, professores, pais e especialistas educacionais de uma escola estadual cujo pesquisador é professor efetivo. A turma escolhida para participar da pesquisa era composta de 41 alunos, classe média, faixa etária entre 12 e 13 anos apresentando um bom relacionamento com professores e entre si.



Após análise dos dados coletados, o pesquisador concluiu que as avaliações em larga escala não consideram a opinião dos professores. É necessária uma participação mais ativa dos docentes na confecção dos descritores e elaboração da avaliação. Além disso, as consequências do desempenho dos alunos expressou-se aos docentes por meio de compensações financeiras, o que pode mascarar a realidade escolar. Outro aspecto que merece atenção foi o fato dos alunos não saberem o resultado individualmente, o que acaba de certa forma perdendo o sentido, desmotivando-os a fazerem a prova.

Wiebusch (2011), em seu trabalho, tratou da importância da educação de professores e também das reflexões sobre o tema avaliações externas, sua importância nas ações educacionais, sua influência no repensar a prática pedagógica, como as escolas utilizaram os resultados destas avaliações no planejamento de suas ações pedagógicas e a importância da formação continuada para professores e alunos.

A avaliação externa em questão é o Sistema de Avaliação do Rendimento Escolar do Rio Grande do Sul (SAERS), que buscou qualificar e quantificar as competências e habilidades cognitivas básicas adquiridas pelos alunos do ensino fundamental e médio das escolas públicas do referido Estado. A implantação da avaliação passou por uma fase de adaptação, que envolveu certa resistência de alguns professores, até a aceitação e aperfeiçoamento através de cursos e orientações específicas em forma de palestras, que contaram com a participação da autora da pesquisa como palestrante, ocasião em que a mesma atuava como diretora pedagógica.

Das escolas atendidas, duas se destacaram entre as cem primeiras na avaliação do SAERS, o que de certa forma originou o problema da pesquisa: qual o trabalho realizado por estas escolas para estarem tão bem classificadas em 2007 e 2008? O problema de pesquisa envolveu a investigação das ações desenvolvidas pelas escolas; quais fatores influenciaram do ponto de vista da equipe gestora e dos educadores; como esses resultados podem ser utilizados visando a melhoria do processo educacional, através da divulgação das boas práticas.

Como suporte para a pesquisa foi utilizado o Projeto Político Pedagógico das referidas escolas para compreender as ações e relações desenvolvidas no âmbito escolar na construção dos saberes. A pesquisa foi composta de três partes: seleção e organização dos documentos, exploração do material (leitura e seleção de informações significativas) e, por fim, o tratamento das informações, inferência e interpretação.

Após a coleta de dados dos resultados das escolas no SAERS, foram realizadas entrevistas com educadores e gestores que foram unânimes em seus relatos, dizendo que o sucesso nas avaliações foi fruto de um trabalho coletivo, consciente e realizado por uma equipe onde todos assumiram o compromisso de melhorar os resultados e esta forma de trabalhar direcionou as ações docentes para que o coletivo encontrasse as soluções necessárias para avançar.

Em relação aos alunos, Wiebusch (2011) relatou o comprometimento e dedicação observados durante as visitas, apresentando maturidade e um desejo de progredir, vontade de estudar e um elevado interesse pela busca do conhecimento.

O trabalho de Wiebusch (2011) possui uma semelhança em relação ao nosso por envolver escolas da rede pública com destaque no ranking do sistema de avaliação externa em nível estadual.

Ricaldes (2011) analisou a concepção de qualidade do ponto de vista dos professores de matemática das escolas públicas de Cáceres, Mato Grosso, e a relação existente entre o desempenho das escolas na Prova Brasil e o índice de aprendizagem obtido no âmbito escolar.

O levantamento de resultados da Prova Brasil seguiu critérios pré-estabelecidos para seleção das escolas participantes da pesquisa. Foram selecionadas as escolas que fizeram a Prova Brasil em 2005 e 2007; que possuíam 5º e 9º anos pertencentes à rede estadual do Mato Grosso; com professores de matemática efetivos. Além disso, foi realizado um levantamento de resultados destes alunos no âmbito escolar através de seus históricos escolares.

Doze escolas foram selecionadas quanto ao critério ter realizado a Prova Brasil em 2005 e 2007. Destas, apenas quatro atenderam ao critério professores efetivos, e foram selecionadas para realização do levantamento de dados.

Em relação aos resultados apresentados através da Prova Brasil, Ricaldes (2011) constatou que a maioria dos alunos apresentou baixo rendimento, ficando uma pequena porcentagem no rendimento bom. Em relação ao rendimento dos alunos apresentados através do histórico escolar a situação é totalmente o oposto. A maioria absoluta dos alunos apresentou resultado satisfatório, ficando uma pequena porcentagem com resultado baixo.

Outro aspecto importante no levantamento de dados foi a entrevista feita com os professores que acabou por revelar: a desmotivação com relação a profissão; a não existência de reprovação, indicando que o aluno passa sem saber o conteúdo; sistemas de ciclos com aprovação em massa, desconsiderando o aprendizado; ausência da família não apenas na escola mas também no acompanhar das atividades escolares dos filhos (em casa); preparação dos alunos apenas para enfrentar as avaliações externas, deixando de lado o preparar para a vida; falta de qualificação e formação continuada, deixando clara a ausência de uma metodologia que atenda os alunos com mais dificuldade de aprendizado, deixando o trabalho deficitário.

Pinto (2011), em seu trabalho, buscou analisar os impactos dos resultados do SARESP na prática profissional docente no período de 2007 a 2010.

A escolha pelo tema avaliação está diretamente ligada ao trabalho de conclusão de curso do autor na graduação em história, no qual havia abordado o tema só que numa perspectiva de avaliação interna, onde o sujeito da pesquisa era o aluno. Nesta pesquisa de caráter qualitativo, o pesquisador analisou o SARESP como avaliação externa na perspectiva dos professores, com o objetivo de agregar valor social às políticas públicas educacionais.

As estratégias adotadas por Pinto (2011) em sua pesquisa procuraram considerar o contexto socioeconômico e político, considerando todas as

questões e problemáticas na busca de uma realidade concreta. O percurso adotado no trabalho seguiu os seguintes procedimentos: análise bibliográfica, pesquisa nos documentos oficiais e pesquisa de campo.

A escola selecionada pertence à rede estadual de São Paulo, na cidade de Franca e os sujeitos escolhidos são os professores de português e matemática num total de oito, efetivos, com grande experiência no ensino em escolas públicas.

A coleta de dados se deu através de questionários, observações e entrevistas, nos quais Pinto (2011) constatou algumas informações relevantes dos professores em relação ao tratamento dado pela Secretaria de Educação, como por exemplo, ausência de cursos de capacitação e aumento crescente das responsabilidades elencadas ao professor.

Pinto (2011) concluiu que, segundo a maioria dos professores, a avaliação externa não contribuiu para a melhoria da qualidade do ensino por não considerar uma série de especificidades de cada escola e de cada aluno em particular. Outro aspecto importante é o fato do professor se sentir excluído das decisões educacionais que são tomadas perdendo o caráter de construção coletiva, ausência de elaboração intelectual presente no processo educacional.

A política da meritocracia/bônus tem colaborado para uma pressão ainda maior nos professores cujas disciplinas são avaliadas no SARESP, desencadeando um mal estar entre equipe gestora e professores. O aprendizado fica comprometido por apresentar certas rivalidades e interesses que acabam por corromper todo o processo.

Pinto (2011) reforçou ainda que a apresentação de bons resultados no SARESP não é, necessariamente, sinônimo de aprendizagem. Conforme resultados da sua pesquisa, houve um excessivo treinamento que buscou simular o SARESP em detrimento dos conteúdos curriculares que o aluno deveria vislumbrar.

O trabalho de Rodrigues (2011) tem semelhança com o trabalho de Pinto (2011) tanto no tema de pesquisa quanto nos resultados obtidos. Rodrigues (2011) analisou e identificou os efeitos, na perspectiva dos

professores, da avaliação do SARESP no desenvolvimento das práticas do cotidiano da sala de aula. Para isso, inicialmente apresentou um retrato geral da avaliação SARESP como política educacional, seu contexto e proposições formuladas, juntamente com argumentos que defendem o uso destes resultados no ambiente escolar.

O questionamento que motivou Rodrigues (2011) foi justamente a ausência de pesquisas relacionadas à utilização da avaliação externa como instrumento de aprendizado e mudança procedimental, deixando para traz um ensino tradicionalista e teórico para dar lugar a um aprendizado contextualizado e reflexivo, que conduz o aluno a desenvolver e traçar seu próprio caminho em busca do conhecimento.

A metodologia se caracterizou por um estudo de caráter qualitativo, procurando identificar na opinião dos professores (principais agentes educacionais), efeitos em sala de aula proporcionados pelos resultados do SARESP.

Os sujeitos da pesquisa foram professores de português e de matemática que atuavam nos anos finais do ensino fundamental II e na 3ª série do ensino médio, de escolas públicas, com experiência superior a 5 anos de docência. Para coleta de dados foi elaborado um questionário e distribuído aos professores selecionados, que responderam sem o auxílio do pesquisador.

As respostas da pesquisa apontaram certo desconhecimento dos professores em relação ao SARESP, ficando evidente a resistência aos resultados e à política de meritocracia/bônus do trabalho docente. Além disso, relataram uma inadequação desta avaliação por abordar temas que ainda não foram estudados pelos alunos.

Rodrigues (2011) concluiu que a maior parte dos entrevistados desconhece realmente os objetivos do SARESP, seus benefícios na melhoria do ensino e aprendizagem da matemática. Citou que a formação docente deve abordar espaços de reflexão sobre a construção constante da educação e a transformação da sociedade. A educação não é apenas o acúmulo de saberes,

mas um trabalho processual e reflexivo que favorece trocas e discussões na construção do conhecimento.

Santos (2011) analisou as estratégias utilizadas pelos alunos da rede municipal de Recife na resolução de questões do Sistema de Avaliação Educacional de Pernambuco (SAEPE) no eixo números e operações, no conteúdo números racionais. A escolha do tema relacionou-se às dificuldades apresentadas pelos alunos no entendimento e resolução de questões referentes aos números racionais na sua forma decimal e fracionária.

O problema que deu origem à pesquisa foi o baixo rendimento dos alunos da rede municipal de Recife, 5º e 9º anos do ensino fundamental, cujos resultados estavam muito abaixo do índice desejável. Partindo desta problemática, Santos (2011) procurou analisar as estratégias utilizadas pelos alunos do 9º ano da rede municipal na resolução de questões do SAEPE sobre números racionais.

No desenvolvimento do trabalho, o pesquisador utilizou como suporte a Teoria dos Campos Conceituais cujo conhecimento de determinado assunto não pode ser visto isoladamente, mas sim, em conjunto com outros conhecimentos; a Teoria dos Registros de Representação Semiótica, no qual o aluno demonstra pleno conhecimento de determinado conteúdo quando consegue utilizar suas representações na busca da solução do objeto, podendo inclusive transitar por estas representações; alguns aspectos cognitivos na construção de números racionais, bem como as recomendações dos documentos curriculares nacionais.

De acordo com o pesquisador, um campo conceitual deve conter três conjuntos: o primeiro conjunto formado por situações que tornam o conceito significativo; o segundo formado por invariantes (objetos, propriedades e relações), que devem ser reconhecidas e utilizadas no domínio de situações e o terceiro formado por um conjunto de representações simbólicas para representar o objeto em questão.

Quanto aos aspectos cognitivos dos números racionais, Santos (2011) chamou atenção para utilização de problemas no qual os alunos pudessem

relacioná-los com situações concretas, pois de acordo com testes realizados, os resultados foram satisfatórios. A não utilização de situações concretas pode acarretar dúvidas no aluno que, ao analisar o exercício, não consegue identificar qual o procedimento correto a seguir.

Santos (2011) contemplou na pesquisa cinco significados para fração: parte-todo, medida, número, quociente e operador multiplicativo.

A coleta de dados foi através de um conjunto de itens, referentes ao tema números racionais, que foram aplicados para 276 alunos de três escolas municipais de Recife. Além do questionário, foram feitas 26 entrevistas com o objetivo de identificar as estratégias utilizadas pelos alunos ao responderem os itens do instrumento de pesquisa.

Na comparação entre o instrumento de pesquisa utilizado por Santos (2011) e os resultados do SAEPE, o rendimento dos alunos foi o mesmo. Em termos das estratégias, os alunos utilizaram várias delas em cada item proposto. O autor concluiu que o ensino de números racionais deve envolver propostas de situações-problema em vários contextos e as estratégias utilizadas na resolução devem ser socializadas entre os alunos.

O trabalho de Santos (2011) foi relevante para nossa pesquisa devido ao interesse deste autor em analisar e identificar as diferentes estratégias de resolução dos itens do SAEPE frente à diversidade de registros de representação semiótica possíveis de serem mobilizados durante o processo de resolução. Enquanto Santos (2011) optou pela entrevista com um grupo de alunos para analisar as estratégias utilizadas na resolução de cada um dos oito itens propostos, similares àqueles contidos no SAEPE, em nossa pesquisa optamos pelo recurso da justificativa escrita pelos alunos em cada questão do banco do SIMAVE.

Clemente (2011) analisou o currículo de matemática e seus desdobramentos desde os resultados do SARESP até o aproveitamento das avaliações internas, com seus avanços e frustrações.

Como questões norteadoras, Clemente (2011) buscou responder: quais mudanças as avaliações externas provocam nas avaliações internas? Quais

mudanças provocam no currículo? Quais as concepções que professores possuem sobre avaliação interna e externa?

Na sua pesquisa, Clemente (2011) adotou uma abordagem qualitativa seguida da análise de elementos quantitativos, tanto do SARESP, quanto das avaliações internas. Para isso, os professores participantes da pesquisa elaboraram dois simulados e o fizeram de acordo com a matriz de referência do SARESP no componente curricular matemática, dando indícios de que a avaliação interna, de certa forma, sofreu influência em sua elaboração proveniente da avaliação externa.

Outro documento analisado foi o diário de classe de uma professora através de seus registros, no qual constatou que os conteúdos constantes no planejamento anual foram parcialmente cumpridos até a data do SARESP, cerca de 80%, indicando o comprometimento do docente com o conteúdo a ser ministrado.

Com relação às avaliações e testes aplicados pelos professores, observou-se ainda uma grande porcentagem (mais de 70%) de questões tecnicistas, tradicionalistas, que privilegiaram apenas a repetição de procedimentos sem valorizar o raciocínio dos alunos. O restante abordou questões que exigem leitura e reflexão no processo de resolução, partindo de um processo mais democrático, de maior significado para os alunos e, conseqüentemente, melhorando o aprendizado.

Como resultados de pesquisa, Clemente (2011) apontou um alto índice de aprovação nos anos do ensino fundamental, baixo índice de reprovação e ausência de evasão escolar. De acordo com os documentos escolares; houve melhoria nos resultados do SARESP obtidos pelos alunos do ensino fundamental, comparado com resultados dos anos anteriores. Em relação aos pais, houve um maior comprometimento da família com os resultados dos filhos, traduzindo em melhores resultados por parte dos alunos. Quanto aos professores, estes demonstraram preocupação em relação aos resultados dos alunos e, conseqüentemente, maior comprometimento com a preparação dos mesmos.



Beltrão (2011) investigou quais as estratégias utilizadas pelos alunos na resolução de problemas algébricos utilizando os itens do SAEPE (avaliação em larga escala de Pernambuco). Ao abordar o tema ensino e aprendizagem da álgebra, o pesquisador fez uma análise sobre dois aspectos, linguagem algébrica e registros de representação semiótica. Para ele, estudar e analisar as estratégias utilizadas pelos alunos na resolução de questões algébricas permite que o professor verifique quais dificuldades são apresentadas pelos estudantes, de modo que possibilite adequação do planejamento escolar frente a estas dificuldades, promovendo um repensar a prática docente.

Para cumprir o objetivo de sua pesquisa, Beltrão (2011) analisou os documentos oficiais e os resultados do exame de proficiência em Matemática do SAEPE/2008. Em seguida, o autor elaborou e aplicou sete testes, retirando as alternativas de resposta, para que os alunos produzissem suas próprias respostas. Os alunos submetidos ao teste cursavam o 9º ano do Ensino Fundamental de escolas públicas do Recife, totalizando 468 estudantes.

No instrumento de pesquisa, Beltrão (2011) optou por duas questões referentes à construção de uma equação do 1º grau, uma referente à construção de uma inequação do 1º grau, duas referentes à construção de um sistema de equações do 1º grau e duas referentes à construção de uma expressão que represente uma regularidade.

Com relação à aprendizagem da álgebra, especificamente na análise das produções dos alunos, que refletiram as estratégias mobilizadas por eles para resolverem os problemas propostos, identificamos que nos itens em que era solicitada a conversão de registros de representação da língua natural (o enunciado do problema) para linguagem algébrica (resposta esperada), a maioria dos alunos manipulou a expressão algébrica construída por eles em busca de um resultado numérico em problemas cuja solução era a construção de expressões algébricas.

Entre os alunos que utilizaram estratégias algébricas, foi recorrente o uso de proporcionalidade como estratégia de resolução, apesar de nenhum dos itens requerer esse objeto do conhecimento. Isso decorreu por conta da forma como o estudo de proporções é comumente trabalhado em sala de aula:

apresenta-se aos alunos a regra de três como algoritmo que conduzirá à resposta considerada correta, sem a preocupação de que os alunos estabeleçam relações entre as grandezas envolvidas nos problemas.

Entre os alunos que utilizaram estratégias aritméticas, encontramos dois tipos de produção: no primeiro tipo, os alunos manipularam os números do enunciado com o objetivo de encontrar valores numéricos que atendessem aos requisitos exigidos pelo problema; no segundo tipo, os alunos utilizaram dados do problema e uma ou mais operação matemática sem levar em consideração os comandos encontrados no enunciado.

A pesquisa de Beltrão (2011) contribuiu em alguns aspectos com nosso percurso metodológico. Em primeiro lugar a autora priorizou a produção das respostas dos alunos em detrimento dos itens do teste com múltipla escolha de resposta. Em nossa pesquisa a prioridade recaiu na produção escrita dos alunos na forma de justificativa para as soluções, porém, mantivemos a formulação do teste de múltipla escolha.

Em segundo lugar o conteúdo de cada item do instrumento de pesquisa envolveu apenas a conversão do registro na língua natural para o algébrico. Na escolha dos nossos itens do banco do SIMAVE, optamos pela diversidade de registros de representação semiótica como condição necessária para a aprendizagem.

Kikuchi (2012) teve por objetivo investigar os obstáculos à aprendizagem em álgebra com o intuito de ajudar nas compreensões das dificuldades envolvidas no aprendizado deste tópico. A autora construiu um instrumento de pesquisa com questões adaptadas do SARESP para alunos do 9º ano do Ensino Fundamental de escola pública e apresentou indicativos ao professor do que seria necessário para compreender as dificuldades e obstáculos que envolvem o aprendizado de álgebra.

Um destes indicativos é a diferença entre obstáculo e dificuldade. “Obstáculo é algo que gera um conflito com um conteúdo formado no passado; já dificuldade é algo mais geral ou que pode ser resolvida de forma pontual.” (KIKUCHI, 2012)

Kikuchi (2012) tratou em sua pesquisa de vários obstáculos, entre eles o didático. No caso da álgebra podemos citar o fato do aluno ignorar a variável e concatenar dois números com variáveis diferentes, como no caso de  $2a+5b=7ab$ .

Matos (2012), em sua dissertação de Mestrado, analisou as concepções dos professores frente a avaliação do rendimento escolar (Prova Brasil) juntamente com as características apresentadas pelo ensino de matemática no município de Aracaju (SE). Para isso, partiu de uma análise sobre os resultados apresentados pela referida prova, aprofundando a discussão quanto à possível melhora apresentada pelos indicadores que se opõem aos resultados nada favoráveis, apresentados pelas escolas.

Matos (2012) questionou se, realmente, podemos relacionar o bom desempenho ou melhoria, que são apresentados pelos índices, com a efetiva aprendizagem dos alunos. Qual a postura do professor em relação aos resultados apresentados? Qual o papel da avaliação em sua prática de ensino e quais as contribuições que esta avaliação vem apresentando no ensino e aprendizagem de matemática?

A autora definiu que a avaliação do rendimento escolar deve ser um processo no qual não seja o objetivo principal apenas o ato de medir, mas que os resultados possam nortear o desenvolvimento de novas ações que desenvolvam e conduzam o aluno a um aprendizado mais significativo. O papel da avaliação seria, então, diagnosticar onde o aluno está e a partir daí seriam definidas as estratégias para que ele pudesse progredir na aquisição de saberes.

A metodologia utilizada na pesquisa foi a investigação de caráter qualitativo, partindo dos levantamentos bibliográficos sobre estudos realizados da Prova Brasil e de outras avaliações juntamente com análise das concepções de professores através de entrevistas. Como referencial citamos o sítio do INEP, fonte dos resultados da Prova Brasil e de outros documentos como matriz de referência, relatórios, banco de questões, entre outros.

As escolas selecionadas foram as municipais de Aracaju – SE, que possuíam 5º e 9º anos do ensino fundamental, além da nota do IDEB de 2005, 2007 e 2008. A entrevista realizada com os professores tratou de duas abordagens. Na primeira desejou-se saber quais as concepções dos professores em relação aos resultados apresentados pela Prova Brasil e na segunda, qual a opinião sobre a aprendizagem e o ensino de matemática.

Alguns aspectos ligados à aplicação da Prova Brasil foram analisados, como a preparação dos alunos pelas escolas municipais, a equipe destinada a aplicar a prova (critérios de seleção), presença de um professor da turma na sala, questionários socioeconômicos, análise dos professores diante dos resultados, (re)planejamento através de uma análise dos resultados.

Em sua pesquisa, Matos (2012) verificou que as notas dos alunos do 5º ano eram superiores as notas dos alunos do 9º ano. Outro aspecto levantado durante as pesquisas foi a ausência de uma apropriação dos resultados por parte de toda comunidade escolar, visto que partindo destes resultados é que as dificuldades foram apontadas através da escala de proficiência, possibilitando uma ação específica nas habilidades que ainda não foram adquiridas.

Nas entrevistas, Matos (2012) questionou os professores: você conhece a Prova Brasil? De acordo com as entrevistas, Matos (2012) concluiu que os professores não acreditavam que a avaliação externa poderia promover mudanças no ensino de matemática. Esta só acontecerá quando as estratégias de atuação, recursos didáticos, conteúdos e objetivos que contribuem para prática pedagógica estiverem articulados.

Matos (2012), através de sua pesquisa, passou a ter um novo olhar para a Prova Brasil, não apenas como uma simples avaliação, mas sim como instrumento de capacitação (quando analisado por toda comunidade escolar), fornecedor de apoio técnico e financeiro, com indicador de investimentos, norteadora da qualidade educacional apresentada pelas escolas visando ser um instrumento de equidade e melhoria do ensino.

Peralta (2012), em sua pesquisa, analisou publicações que trataram de competências e habilidades matemáticas, formação continuada de professores e resultados de avaliação externa em larga escala.

O referencial teórico adotado oscilou entre publicações que de um lado davam enfoque às competências e habilidades mais atualizadas e de suporte científico e de outro, publicações que apontaram uma abordagem totalmente oposta ao formal.

Peralta (2012) afirmou que os professores são obrigados a lidar com a interpretação de descritores que indicam quais são as competências e habilidades adquiridas em todas as atividades. Em virtude desse fato, a pesquisadora buscou desenvolver um recurso que orientasse o professor na interpretação entre as práticas de ensino ministradas e o desempenho dos alunos, de acordo com a matriz de referência do SARESP.

A pesquisadora, no desenvolvimento do trabalho, procurou analisar o que professores entendem por competências e habilidades, verificar as estratégias contidas nas orientações dadas pela matriz de referência/descriptores e se realmente cumprem seu papel de auxiliar o professor, lançar um olhar para as práticas docentes, defender um modelo crítico de ação e formação dos professores.

O referencial teórico-metodológico utilizado apresenta a teoria da ação comunicativa que fundamenta o modelo de interação com os docentes, pautado nos ideais de ação e interação entre seus pares. A pesquisa também se apoiou na teoria crítica que valoriza a auto-reflexão dos sujeitos envolvidos no processo educativo libertando-os da imposição, coerção e da frustração.

Para Peralta (2012), os professores têm participação reduzida nas políticas educativas sendo mínimas as possibilidades de opinar sobre educação visto que atuam em instituição organizada hierarquicamente cuja estrutura e funcionamento são regidos por normas e resoluções prontas.

O conceito de competências e habilidades adotado pelo pesquisador está relacionado às avaliações em larga escala como SARESP e ENEM, por exemplo, que trata do conceito de ambas separadamente. Entende-se por

competência a capacidade de realizar determinada tarefa, utilizando para isso um conjunto de habilidades necessárias para tal. Habilidade é saber fazer. Como sujeitos da pesquisa, Peralta (2012) contou com duas professoras de matemática da rede estadual de ensino, uma do 9º ano e outra do 3º ano do ensino médio, que adotavam os Cadernos do Professor; material complementar à implantação do atual Currículo do Estado de São Paulo (São Paulo, 2010).

O procedimento de coleta de dados envolveu a tensão dialética entre agente e estrutura, relacionando políticas públicas educacionais e formação de professores. O levantamento dos dados foi através de questionários destinados aos professores e entrevistas. Como resultados, Peralta (2012) relatou que as mudanças que ocorreram no Currículo do Estado de São Paulo (São Paulo, 2010) pelas quais passaram os professores não contemplaram um espaço que oportunizasse ações comunicativas e interativas. O sistema acabou sendo validado pelos professores que acabaram reproduzindo as instruções recebidas e avaliaram o sucesso ou insucesso do aluno como característica individual e motivacional do próprio aluno.

No desenrolar da pesquisa observou-se uma maior interação e comunicação entre as duas professoras que, de certa forma, apresentaram momentos de rompimento com o sistema e assumiram uma postura reflexiva e consciente tanto nas ações com os alunos quanto na troca de experiências proporcionada pelas entrevistas.

Em sua pesquisa, Brito (2012) analisou o desempenho do 9º ano da Escola Municipal Sobral Pinto, da periferia de Belo Horizonte, no AVALIA-BH de 2010 em Matemática, comparando-o com desempenhos anteriores da mesma escola e também demais escolas da rede municipal. A pesquisadora apresentou seu trabalho como Plano de Ação Educacional (PAE) e a escolha da escola relacionou-se ao baixo índice sócio-econômico de seus alunos e familiares contrastando com os excelentes resultados obtidos em matemática no AVALIA-BH que é a avaliação da rede municipal de Belo Horizonte.

A pesquisa realizada buscou entender primeiramente as relações entre família e aluno, família e escola, professores e família, gestor escolar e seu

envolvimento com a escola, entre outros. O baixo resultado que a escola Sobral Pinto obteve em 2008, apresentando 81,2% de seus alunos no nível abaixo do básico, foi a referência inicial da pesquisa. Em 2010, a escola consegue retirar 61,6% dos alunos que estavam no nível abaixo do recomendado (metade dos alunos) e os redistribui para outros níveis superiores.

Segundo Brito (2012), a escala de proficiência utilizada pelo município é a mesma utilizada em outras avaliações externas, como o SIMAVE; possibilitando uma comparação entre os resultados da rede municipal e os da rede estadual. Foram analisados alguns índices referentes à comunidade em que a escola está inserida como qualidade de vida urbana, índice de vulnerabilidade social e índice socioeconômico.

Como suporte à pesquisa, Brito (2012) utilizou a obra *Interação Família e Escola* buscando analisar as relações entre as partes e sua influência em prol do aprendizado e a obra *Desigualdade e Desempenho* para analisar o tempo e as interações entre pais e filhos, desde atividades do dia a dia até o desempenho escolar. Estes temas foram amplamente explorados no delineamento da pesquisa, através de entrevistas.

Brito (2012) optou por uma pesquisa qualitativa que atuou em duas frentes, pesquisa com os pais e com os alunos. Além destes levantamentos, foram realizadas entrevistas com o acompanhante de sala, funcionário responsável por apresentar um apoio durante as aulas e o gestor escolar, responsável pela administração pedagógica e geral da instituição.

Outro fator importante levantado por Brito (2012) foi o acompanhamento que a Secretaria Municipal faz junto as escolas realizando intervenções em caso de rendimento insatisfatório.

Como resultado, Brito (2012) apontou o trabalho de gestão escolar como fator determinante para elevar os resultados da escola na avaliação. Foi sugerido a todas as escolas da rede a implementação de um Plano de Melhoria da Gestão baseado em cinco dimensões: pedagógica, resultados, participativa, gestão de pessoal e gestão de serviços e recursos. O objetivo foi promover

mudanças e transformações no contexto escolar visando a melhor qualidade da educação.

Ando (2012) utilizou os resultados de avaliações externas, numa perspectiva de formação continuada, para investigar qual o entendimento dos professores sobre equações e sistemas de equações, presentes nos itens destas avaliações. A questão norteadora da pesquisa estava ligada às reflexões dos professores a respeito da resolução de itens da prova do Saesp e resoluções de questões do Caderno do Aluno.

Os questionamentos que motivaram a pesquisa de Ando (2012) estavam relacionados ao ensino e aprendizagem dos alunos, ou seja, se as avaliações eram suficientes para detectar as dificuldades de aprendizado dos alunos e até que ponto as atividades desenvolvidas em sala de aula contribuíam para o letramento matemático dos alunos, desenvolvendo em cada um deles as habilidades necessárias à disciplina.

Outro questionamento presente na pesquisa foi quanto aos resultados das avaliações externas e suas contribuições nas reflexões dos professores. De certa forma, estes resultados expunham as dificuldades encontradas pelos alunos através da proficiência da escola na matriz de referência.

A pesquisa fez parte de um projeto de educação continuada da Secretaria Estadual de Educação de São Paulo e a investigação foi desenvolvida durante um módulo de álgebra, no qual analisou-se o material de apoio ao trabalho docente, juntamente com os resultados do SARESP. O delineamento da pesquisa seguiu os seguintes princípios: elaboração de um processo formativo; desenvolvimento desse processo com um grupo de professores; análise das reflexões dos professores sobre situações de aprendizagem e análise das reflexões dos professores na criação dos itens.

A metodologia qualitativa de pesquisa utilizada por Ando (2012) envolveu duas fases. A primeira fase compreendeu o levantamento de dados referentes aos resultados do SARESP bem como análise do material de apoio e Caderno do Aluno, material complementar ao Currículo do Estado de São Paulo (São Paulo, 2010). Na segunda fase, a investigação foi sobre as



reflexões e conclusões dos professores diante dos estudos dos resultados do SARESP e, partindo das análises dos itens de álgebra, planejar possíveis intervenções a serem realizadas para melhor desenvolvimento do conteúdo.

Ando (2012) utilizou questionários, observação direta, registros escritos sobre os encontros e materiais produzidos pelos sujeitos durante as reuniões e comparou os conteúdos dos diferentes instrumentos de coleta de dados.

Vários aspectos relacionados ao conhecimento e formação dos professores foram analisados, e através da troca de experiências durante os encontros buscou-se estimular nos participantes a prática reflexiva de modo que se tornasse um hábito, capaz de transformar a realidade e promover mudanças significativas.

Finalizando, Ando (2012) concluiu que as discussões realizadas e as reflexões sobre avaliação externa promoveram um melhor entendimento sobre a importância desta ferramenta, não apenas como indicador de aprendizagem do aluno, mas também como documento cujos resultados indicam em quais conteúdos a aprendizagem ainda não foi concretizada. As reuniões e reflexões proporcionaram também aos professores aprimorar o olhar sobre a análise pedagógica das questões, o que de certa forma impulsionou o desenvolvimento do conhecimento profissional docente.

Com relação a este levantamento bibliográfico, foco do nosso estudo, podemos sistematizar algumas características. O SARESP foi o sistema de avaliação mais frequente nas pesquisas voltadas para o Ensino Fundamental II: Ribeiro (2001), Ortigão (2005), Vaz (2008), Moraes (2010), Pinto (2011), Rodrigues (2011), Clemente (2011), Peralta (2012), Ando (2012) e Kikuchi (2012).

Já as outras sete pesquisas foram realizadas levando em conta os seguintes sistemas de avaliação externa: Ricaldes (2011) e Matos (2012) desenvolveram suas pesquisas tendo como ponto de referência a Prova Brasil; Beltrão (2011) e Santos (2011) utilizaram questões do SAEPE para o desenvolvimento do trabalho de campo; Dalto (2007) se apoiou na AVA para avaliar o desempenho escolar em conteúdos algébricos; Wiebusch (2011)

tomou como base o SAERS para investigar os fatores e as ações que contribuíram para duas escolas estaduais gaúchas estarem entre as cem melhores escolas neste sistema de avaliação e, finalmente, Brito (2012) analisou o desempenho do 9º ano de uma escola com baixo índice sócio-econômico de seus alunos e familiares.

Destas pesquisas, Ribeiro (2001), Vaz (2008), Beltrão (2011) e Santos (2011) utilizaram os registros de representação semiótica como aporte teórico. O conteúdo abordado na dissertação de Santos (2011) foi números racionais; nos demais trabalhos o tema pesquisado foi a álgebra no Ensino Fundamental II.

As implicações do sistema de avaliação externa na prática docente, na concepção de professores, pais, alunos ou gestores foi tema das pesquisas de Pinto (2011), Rodrigues (2011), Moraes (2010), Clemente (2011), Peralta (2012), Matos (2012) e Ando (2012).

A conexão entre o currículo de Matemática do Ensino Fundamental II em relação aos conteúdos ensinados e às práticas pedagógicas adotadas pelos docentes foi abordada por Ortigão (2005).

Os obstáculos à aprendizagem em álgebra foi o tema de pesquisa de Kikuchi (2012).

A relação entre o sistema de avaliação externa e o contexto escolar foi o foco das pesquisas de Brito (2012), Wiebusch (2011) e Ricaldes (2011).

### **3. PRODUÇÃO DE INFORMAÇÕES**

Neste capítulo nos dedicamos a apresentar as condições que condicionaram esta pesquisa ser de natureza qualitativa, na modalidade estudo de caso. Apresentamos os sujeitos participantes da pesquisa, a constituição do trabalho de campo, a produção e análise das informações.

### 3.1 Estudo de caso

Nosso estudo de caso é singular pelo fato de avaliarmos a mobilização de registros de representação semiótica em questões com conteúdos algébricos, por parte de alunos cuja unidade escolar tem apresentado bom rendimento no SIMAVE. Segundo Lüdke e André (1986), o estudo de caso é o estudo de *um* caso, o qual é bem delimitado, com contornos claramente definidos e se destaca por constituir uma unidade dentro de um sistema mais amplo. Outro fator que agrega à singularidade é o fato deste pesquisador ter sido o professor dos alunos participantes desta pesquisa durante o Ensino Fundamental II.

Os resultados do SIMAVE da Escola Estadual “Américo de Paiva” apontam para um crescimento na escala de proficiência dos últimos anos. Esta escala divide os alunos participantes em três níveis de aprendizado: baixo, intermediário e recomendado.

De acordo com a Revista Pedagógica SIMAVE/PROEB 2013 (MINAS GERAIS, 2013) no padrão desempenho baixo (de 0 a 225 pontos), os alunos do 9º ano são capazes de: compreender algoritmos adição e subtração; compreender algoritmos de multiplicação e divisão (com restrições); localizar números inteiros na reta; reconhecer a decomposição de um número em unidades, dezenas, centenas e seu valor posicional; resolver problemas envolvendo o sistema monetário nacional; reconhecer características do sistema de numeração decimal; diferenciar alguns sólidos geométricos; ampliações; localizar coordenadas cartesianas; estabelecer relações entre diferentes medidas de tempo; apresentar conhecimentos básicos de estatística; conseguir ler e interpretar informações simples em gráficos e tabelas. As habilidades apresentadas pelos alunos nesse nível são elementares, com baixo grau de complexidade.

No nível intermediário (de 225 a 300 pontos) ampliam-se as habilidades no campo numérico e algébrico, destacando-se as primeiras noções de álgebra. Neste nível os alunos são capazes de: identificar números em intervalos; reconhecer a lei de formação de sequências; realizar as quatro operações, inclusive multiplicação e divisão com números decimais; reconhecer proporcionalidade; reconhecer problemas multiplicação e divisão

em situações combinatórias; comparar números racionais (positivos ou negativos); estabelecer relações entre frações próprias e impróprias e suas respectivas representações; demonstrar ampla compreensão do sistema de numeração decimal; calcular expressão numérica; reconhecer equações e sistemas de equações; calcular valor numérico; reconhecer no campo geométrico diferentes planificações; relacionar poliedros e corpos redondos; localizar pontos no plano e transformações geométricas; identificar características de quadriláteros relativas a lados e ângulos; reconhecer perímetro e área de figuras planas; fazer estimativas; reconhecer informações em gráficos e tabelas. Reconhece-se, neste nível, um avanço considerável nas habilidades e competências para se chegar ao resultado de uma situação problema.

No nível recomendado (de 300 a 500 pontos), de acordo com a Revista Pedagógica SIMAVE/PROEB 2013 (MINAS GERAIS, 2013), espera-se dos alunos: maior expansão no campo numérico e geométrico; desenvolver situações mais complexas, maior capacidade de abstração; localizar frações e decimais (inclusive negativos) na reta numérica; resolver problemas com porcentagens; efetuar operações com frações; possuir grande habilidade com expressões numéricas complexas; ordenar e comparar números racionais; utilizar na prática cálculos com médias; identificar raízes exatas ou não em intervalos numéricos; analisar gráficos e tabelas com maior grau de complexidade; possuir grande habilidade algébrica, sistemas mais complexos por substituição ou adição; resolver problemas que envolvem juros simples e lucro; desenvolver expressões algébricas na forma fracionária; identificar e reconhecer figuras tridimensionais; resolver problemas envolvendo propriedades dos polígonos regulares inscritos, calcular seu perímetro; entre outras habilidades. Neste nível os alunos apresentam um raciocínio geométrico mais avançado: utilizar teoremas (Tales e Pitágoras); compreender, de imediato, termos e linguagens específicas, utilizando o raciocínio matemático de forma mais complexa.

A escala de proficiência faz um comparativo entre os resultados em nível estadual, a média dos alunos que pertencem à região de abrangência da Superintendência Regional de Ensino (SER) e, por fim, o resultado médio dos alunos na própria escola.

Esse comparativo é de grande importância, pois através destes dados podemos analisar o desempenho de nossos alunos em relação à regional e ao Estado. É possível também verificar qual porcentagem de alunos está em um nível baixo de aprendizado, nível intermediário e nível recomendado, possibilitando assim traçar estratégias de revisão nos tópicos e habilidades que ainda não foram concretizados.

A tabela a seguir apresenta a proficiência média do estado de Minas Gerais, da Superintendência Regional e da escola "Américo de Paiva" nos períodos de 2009 a 2011 (MINAS GERAIS, 2012).

**Tabela 7:** Percentual de alunos por padrão de desempenho no período de 2009 a 2011.

	Ano	Proficiência	% por padrão de desempenho		
			Baixo	Intermediário	Recomendado
Rede Estadual de Minas Gerais	2009	261,4	21,4	58	20,6
	2010	268,9	17,2	56,9	25,8
	2011	264	19,1	59,7	21,2
SRE: São Sebastião do Paraíso	2009	280	10,9	55,8	33,3
	2010	285,2	8,3	54,0	37,7
	2011	281,5	9,2	57,2	33,6
Escola "Américo de Paiva"	2009	293	0	56,2	43,8
	2010	279,7	3,2	67,7	29,0
	2011	293,7	8,3	47,2	44,4

Fonte: Boletim pedagógico SIMAVE/2011.

Analisando a planilha, verificamos que a nossa escola, no ano de 2009, apresentou uma proficiência (293) superior às médias da SRE (280) e do Estado (261,4). Em 2010 a escola apresentou uma queda em seu resultado (279,9), ficando abaixo da média regional (285,2), mas acima da média estadual (268,9). Em 2011 a nossa escola obteve proficiência de 293,7 pontos, ficando acima da média da SRE (281,5) e da média estadual (264).

Em outra análise da tabela em relação ao nível de aprendizado de nossos alunos, no ano de 2009, os resultados apontam que 56,2% estavam no nível baixo e 43,8% no nível recomendado.

Em 2010 nosso resultado não foi bom, tivemos uma queda acentuada que nos fez repensar nossas ações docentes: 3,2% de nossos alunos estavam no nível baixo; 67,7% no nível intermediário e apenas 29% no nível recomendado.

Retomamos em 2011 nossa proficiência superando o ano de 2009, mas ainda não podíamos comemorar. Tivemos um aumento na porcentagem de alunos no nível baixo, passando para 8,3%; no nível intermediário 47,2% e no nível recomendado 44,4%. Nossa maior preocupação passou a ser os 8,3% de alunos que estavam no nível baixo, pois não poderíamos avançar em nossa escala de proficiência sabendo que aproximadamente três alunos em fase de conclusão do Ensino Fundamental não possuíam as habilidades mínimas exigidas por este sistema de avaliação.

Após algumas reuniões entre professores e equipe pedagógica (gestores e coordenação), decidimos implantar em nosso calendário de avaliações recuperações periódicas ao término de cada período de avaliações.

A partir do ano letivo de 2012, ao término de cada etapa de avaliações internas, passamos a voltar nossa atenção para os alunos que não haviam obtido êxito em seus estudos, aproveitando também o apoio dos alunos com resultado satisfatório como monitores.

Com base no valor da escala de proficiência de 2011, direcionamos nosso trabalho de recuperação paralela de todas as turmas para as competências que os alunos ainda não adquiriram. Em relação aos 36 alunos do 9º ano do Ensino Fundamental que participaram da avaliação do SIMAVE/2012, houve um salto qualitativo e quantitativo na porcentagem por padrão de desempenho: 63,9% dos alunos atingiram o padrão intermediário e 36,1% alcançaram o padrão recomendado (MINAS GERAIS, 2013).

Já em 2013, de acordo com o Boletim Pedagógico do SIMAVE (MINAS GERAIS, 2014) ocorreu uma queda na proficiência da escola; 4,7% menor em

relação a 2012. Houve um aumento no percentual do nível recomendado; 4,4% maior em relação a 2012 e um percentual de 8,1% no nível baixo, que no ano anterior era inexistente. Podemos explicar este fato pela redução de aproximadamente 12% no nível intermediário, o que foi transferido para os outros dois níveis, conforme as informações da tabela a seguir:

**Tabela 8:** Proficiência % por padrão de desempenho da E.E. Américo de Paiva.

Escola "Américo de Paiva"	2011	293,7	8,3	47,2	44,4
	2012	292,7	0	63,9	36,1
	2013	288	8,1	51,4	40,5

Fonte: Boletim Pedagógico SIMAVE/2013.

Mesmo com essa redução na proficiência (288 pontos), o resultado da escola "Américo de Paiva" (MINAS GERAIS, 2014) continuou acima da média da Superintendência Regional de Ensino (283,1 pontos) e acima da média estadual (264,5 pontos).

O que estes resultados têm mostrado é que ainda falta muito a percorrer até superarmos a marca dos 300 pontos de proficiência; meta da nossa escola. Isso significaria que a escala de proficiência da nossa unidade escolar sairia do nível intermediário e passaria para o nível recomendado.

É importante ressaltar que todo o trabalho desenvolvido com os alunos é fruto de uma ação conjunta entre professores e equipe gestora da escola. Semanalmente ocorrem reuniões pedagógicas com o objetivo de partilhar e discutir sobre novas metodologias de ensino e aprendizagem.

A troca de experiências tem sido um hábito constante e a gestão escolar tem mantido professores e alunos bem informados sobre vestibulares, provas, concursos, entre outras oportunidades de aprendizado. Sempre que possível é disponibilizado cursos de formação continuada para os professores das mais diversas áreas do conhecimento.

### 3.2 O contexto escolar

A escola "Américo de Paiva" é a única escola pública de Ensino Médio no município Monte Santo de Minas, além de atender o público do Ensino Fundamental (6º ao 9º ano) juntamente com a escola pública estadual "Dr Wenceslau Braz".

Anualmente o público frequente da escola é em torno de 1200 alunos distribuídos nos dois segmentos de ensino e nos turnos matutino, vespertino e noturno. Possui 14 salas de aula, 1 laboratório, 1 biblioteca, 1 quadra coberta, refeitório, cozinha, 1 horta, secretaria, sala multimídia, salas de direção e vice-direção, sala dos professores, supervisão e orientação.

**Foto 01:** Escola Estadual "Américo de Paiva".



Fonte: Arquivo do pesquisador.

Fundada em 1932, recebeu no início de suas atividades alunos de diversas cidades da região do sul de Minas Gerais se tornando referência em educação. Sua história está diretamente ligada a um sentimento de gratidão que merece ser destacado nesta pesquisa.

O Major Américo Benício de Paiva era proprietário de um colégio particular na cidade de Monte Santo de Minas denominado Colégio Espírito Santo. Era uma escola para poucos, devido às condições financeiras da população.

Em certo momento da história de vida do Major Américo, ele conheceu um garoto de rua de nome Noraldino Lima, que apresentava notável habilidade



com números e com as palavras, porém, não frequentava escola alguma. O Major Américo, então, ofereceu a este menino a oportunidade de estudar em seu colégio e concluir seus estudos. Tempos depois, o jovem Noraldino passou a ocupar vários cargos políticos chegando a secretário de educação de Minas Gerais, criando então o decreto que determinava a construção de uma escola na cidade de Monte Santo de Minas que levaria o nome de seu padrinho, Escola Normal Oficial "Américo de Paiva". O Major Américo faleceu antes do término da construção da escola.

A equipe gestora desta escola é composta por um diretor e 3 vices-diretores. A equipe pedagógica conta com 2 orientadores educacionais e 1 supervisora. O corpo docente conta com 45 professores, sendo a maioria do sexo feminino. São 10 os funcionários que prestam serviços na secretaria escolar e 18 ajudantes de serviços gerais.

A maior parte dos alunos é de classe média baixa, sendo que aproximadamente um terço são alunos de zona rural. A principal atividade econômica do município é a cafeicultura, juntamente com a pecuária de leite e corte. Algumas indústrias de pequeno porte são responsáveis por empregar uma pequena parte de nossa população. A falta de empregos no comércio local faz com que todos os anos várias pessoas migrem para cidades maiores em busca de novas oportunidades.

O pesquisador Ronan Cesar Duarte atua como professor de matemática na Escola "Américo de Paiva" desde o ano 2000, no Ensino Fundamental e Médio. Por meio de um concurso realizado em 2001, tornou-se professor efetivo, fato este que trouxe estabilidade e regularidade nas escolhas e atribuições de aula, passando a acompanhar as turmas do 6º ao 9º ano do Ensino Fundamental, o que deixou o trabalho docente contínuo e proporcionando melhores resultados, já que o acompanhamento dos alunos possibilita desenvolver um conjunto de ações voltadas a sanar as dificuldades e desenvolver novas habilidades e competências no aprender matemático.

Através da construção de um bom relacionamento, nossos alunos tem a liberdade de manifestar suas dúvidas e, no desempenho da docência em matemática, repetir e esclarecer dúvidas surgidas nas etapas de aprendizado

e na resolução de uma tarefa nunca foi problema. Ao encontrar a possibilidade de sanar suas dúvidas obtendo uma resposta satisfatória, os alunos passaram a ter mais confiança no professor que, por sua vez, passou a obter bons resultados nas avaliações internas.

Outro fato que tem colaborado para o desempenho satisfatório das turmas de Ensino Fundamental II é o número de aulas de matemática, que na grade curricular mineira são 6 aulas semanais. Ficou definido em nossos encontros pedagógicos que destas, uma aula seria dedicada semanalmente à geometria, inclusive com caderno e demais materiais separados.

O livro didático, escolhido de acordo com o Plano Nacional do Livro Didático, é considerado como importante ferramenta de apoio com exercícios de fixação, tarefas para casa e fonte de pesquisa. Sua utilização diária em sala de aula e para trabalhos para casa complementa as atividades desenvolvidas em sala de aula.

Em relação ao professor, o livro didático também é de suma importância, pois é através dele que o professor realizará seu planejamento, distribuirá o tempo das aulas, fornecerá uma série de textos e exercícios necessários ao entendimento e compreensão da matéria estudada.

O saber matemático é transmitido por dois caminhos privilegiados: pela comunicação pessoal ou oral e por textos escritos, a forma que conhecemos do texto escrito - o livro impresso - só existe desde pouco mais de quinhentos anos. Embora a matemática já exista desde pelo menos cinco mil anos. A forma da imprensa facilita a dinamização da divulgação e do desenvolvimento do saber. (SCHUBRING. 2003, p. 4-5).

A escolha realizada pelos professores de matemática da escola “Américo de Paiva” em 2010 foi Matemática e Realidade dos autores Gelson Izzi, Osvaldo Dolce e Antonio Machado, da Atual Editora. As principais características que nos levaram a esta escolha foram: disposição de exercícios em ordem crescente de dificuldade; presença no final de cada unidade de uma série de exercícios de vestibular relacionados ao conteúdo estudado; presença de exercícios interligando geometria e álgebra; textos relacionando o conteúdo estudado com a história da matemática e presença da estatística e análise de dados.

A disposição dos conteúdos obedeceu uma sequência lógica, baseada nos programas oficiais e na preferência dos professores. No decorrer do ano letivo 2011, à medida que o trabalho com os alunos foi se desenvolvendo, fomos percebendo que a obra era conteudista e que, em alguns aspectos, acabava se tornando distante da realidade de nossos alunos. No que diz respeito ao capítulo 1, “Recordando Potências”, do livro do 9º ano, a obra dá prioridade às potências de base 10, necessárias sem dúvida à linguagem científica, no entanto, apenas cita de forma teórica as propriedades das potências que envolvem outras bases, ficando a revisão um pouco prejudicada, pois na unidade 2, que trata de radicais, estas propriedades estão presentes em boa parte dos exercícios.

A obra apresenta, em alguns momentos, uma grande sequência de exercícios de maior complexidade onde aparece pouca contextualização, deixando as resoluções pouco atrativas e dispersando um pouco parte dos alunos. É importante lembrar que em alguns momentos a dispersão é consequência não apenas de resoluções cansativas, mas também por termos uma sala de aula extremamente numerosa, com aproximadamente 40 alunos.

Desde 2001, as avaliações têm sido realizadas mensalmente e antes de cada prova ou teste acontecia uma revisão dos conteúdos estudados. Os itens utilizados na avaliação procuravam exigir do aluno não apenas esquemas e fórmulas estudadas, mas estratégias criativas de resolução que não estivessem presas a modelos matemáticos pré-estabelecidos. A participação dos alunos era muito boa, eles opinavam, questionavam resoluções e explicações além de formarem grupos de estudo, ajudando-se mutuamente.

Dentro da carga horária extra-classe, composta de quatro horas semanais que o professor deveria cumprir, metade era com reuniões com seus pares, a outra parte era dedicada a treinamento com os alunos voltados para o SIMAVE. Esse treinamento contava com uma participação reduzida de alunos, pelo fato de uma parte deles ser de zona rural, sendo que o transporte escolar era válido para o turno normal das aulas. Em alguns dias, contamos com a participação de alunos da zona rural, que combinaram previamente seu retorno com seus pais.

Durante esse treinamento foram utilizados itens do banco de dados do SIMAVE e a função do professor era apenas mediar as resoluções e posteriormente orientar um debate sobre os procedimentos utilizados. Várias resoluções criativas surgiam nestes encontros e um dos pontos positivos destes encontros foi o aumento na participação das aulas de matemática e conseqüentemente nos resultados das avaliações bimestrais.

Além do treinamento, a equipe pedagógica elaborava mensalmente um simulado das disciplinas de matemática e português para serem aplicados aos alunos do 9º ano do Ensino Fundamental e 3º série do Ensino Médio. O simulado era aplicado no horário das aulas das disciplinas citadas e posteriormente à aplicação, era corrigido em sala de aula pelos professores. Assim os alunos podiam quantificar seu desempenho mensalmente através dos gabaritos, assim como verificar as resoluções dos itens que tiveram mais dificuldades.

Esse trabalho tem sido desenvolvido anualmente de forma criteriosa desde 2005 (ano que teve início a divulgação dos resultados por meio da revista pedagógica) e com acompanhamento da direção escolar e equipe pedagógica. Professores e alunos tem buscado, principalmente, a aquisição de conhecimentos, compartilhar saberes e estratégias, melhorar o desempenho individual e do grupo e, nesta perspectiva de ações coletivas, os resultados obtidos nas avaliações externas se tornam conseqüências destas ações.

Estabelecemos assim uma relação mútua de confiança, onde todas as partes envolvidas no processo ensino e aprendizagem saem ganhando. Os alunos sabem que podem contar com um professor que sabe ouvi-los e procura da melhor maneira possível, orientá-los. O professor verifica o crescimento intelectual de seu aluno diariamente, a família por sua vez demonstra confiança no trabalho realizado pela escola e, por fim, a escola tem alcançado resultados expressivos em âmbito nacional.

Em matéria publicada na revista Veja em maio de 2012, com o título "Quem quer consegue", encontramos um ranking feito pela ONG Todos Pela Educação que destaca 10 municípios brasileiros que tem assegurado as bases

para uma educação de qualidade. Dentre estes municípios, sete são de Minas Gerais e Monte Santo de Minas ocupa a 4º colocação.

**Figura 01:** Ranking % de aprendizagem da ONG Todos Pela Educação.



Fonte: Revista Veja, edição 2.269, maio de 2012.

### 3.3 O trabalho de campo

A turma do 9º ano que participou do trabalho de campo era composta por 39 alunos mas, conforme explicamos, apenas os 25 alunos oriundos da zona urbana participaram do teste.

Para aplicação do teste foi convidado um professor da área de geografia com o objetivo de não influenciar os alunos em suas dúvidas. Os 25 alunos foram dispostos em fileiras com um lugar vago entre eles e as instruções foram escritas no quadro:

- Duração do teste: 50 minutos;
- Assinale uma única alternativa por questão;
- Não deverá ocorrer comunicação entre alunos da sala;
- Fale com o aplicador somente o necessário;
- Justifique o procedimento utilizado na resolução em cada questão;

- Concentre-se e boa sorte!

As questões foram previamente selecionadas pelo pesquisador e seu orientador buscando explorar conhecimentos algébricos variados de diferentes níveis de dificuldades. No dia seguinte à aplicação, o pesquisador resolveu as questões do teste em sala de aula, comentando e esclarecendo as possíveis dúvidas. Verificou-se o entusiasmo dos alunos quando a resposta do item resolvido era a mesma que ele havia assinalado. Em relação às justificativas, poucos se manifestavam sobre os procedimentos utilizados, ficando eufóricos para a apresentação da alternativa correta.

Esse comportamento estava diretamente relacionado ao uso das tentativas por grande parte dos alunos, pois somente os alunos que utilizaram procedimentos algébricos interagiam ou questionavam sobre as resoluções.

#### **4. Produção e análise das informações**

Neste capítulo apresentamos o desempenho quantitativo dos alunos nos oito itens que compuseram o teste. Na sequência, apresentamos cada item do teste com a respectiva resolução esperada mediante a utilização de descritores da matriz de avaliação do SIMAVE. Finalmente, apresentamos uma análise sobre as resoluções dos alunos, a partir dos registros escritos (protocolo) dos mesmos.

##### **4.1 Desempenho quantitativo dos alunos na aplicação do teste.**

Nos quatro primeiros itens praticamente todos os alunos assinalaram a alternativa correta. No item 1 e 3, os 25 alunos participantes da pesquisa assinalaram a resposta correta. No item 2 e 4, houve 24 acertos em cada um; devido ao fato de dois alunos que por distração talvez, não assinalaram resposta alguma.

Do item 5 ao 8 verificamos que este índice de acertos diminuiu, mostrando divergências em algumas respostas. Esse fato se deve

principalmente ao grau de dificuldade das questões que aumentou, indicando que o aluno que não assinalou a resposta correta ainda não dominou as habilidades necessárias para resolver tal item.

No item 5, 22 alunos assinalaram a alternativa correta D. No item 6, a resposta correta é a alternativa D e houve 18 acertos. No item 7, houve 21 acertos relativos à alternativa C. Finalmente no item 8, 19 alunos assinalaram a alternativa correta B.

Os conteúdos envolvidos na aplicação do teste foram: equação de 1º grau, resolução de sistema de duas equações do 1º grau com duas variáveis via solução algébrica e gráfica, termo geral em padrão de sequência numérica e formulação algébrica para o conceito de área.

A tabela a seguir relaciona número de alunos e porcentagem de acertos do teste. Analisando que o teste conta com oito itens e que cada item tem o mesmo peso (em termos de acertos), ou seja, cada item, correto ou não, equivale a 12,5%:

**Tabela 09:** Relação número de alunos e porcentagem de acerto.

Número de alunos	Porcentagem de acerto
14	100%
3	87,5%
5	75 %
3	62.5%
Total de alunos:25	

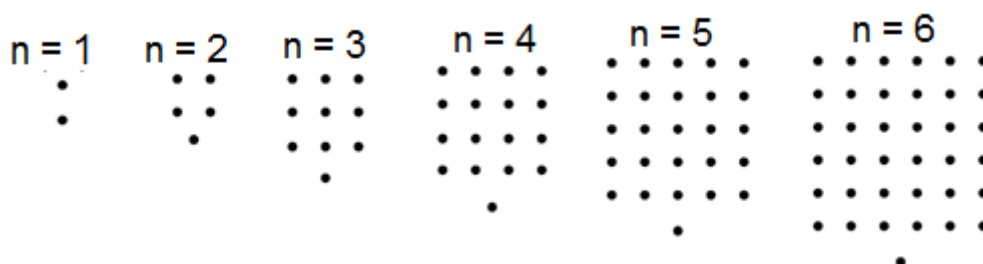
Fonte: Material do pesquisador.

A tabela demonstrou que o desempenho dos alunos no teste foi satisfatório, com 14 alunos acertando todas as questões e nenhum aluno com índice de acertos inferior a 60 %. O número de questões do SIMAVE é de aproximadamente 45, o que pode influenciar diretamente no desempenho dos alunos por se tratar de uma prova muito extensa e cansativa. Além da prova, existe um questionário sócio-econômico extenso e não menos cansativo, que deve ser respondido após a prova.

Na sequência nos dedicamos a apresentar o conteúdo de cada item do teste, o conteúdo envolvido articulado ao descritor contido na Matriz de Avaliação do SIMAVE (MINAS GERAIS, 2009) e a respectiva resolução esperada em confronto com o que foi produzido pelos alunos como solução.

#### 4.2 Análise do item 1

As figuras mostradas abaixo estão organizadas dentro de um padrão que se repete



Mantendo esta disposição, a expressão algébrica que representa o número de pontos  $N$  em função da ordem  $n$  ( $n = 1, 2, 3, \dots$ ) é:

- (A)  $N = n + 1$       (B)  $N = n^2 - 1$       (C)  $N = 2n + 1$       (D)  $N = n^2 + 1$

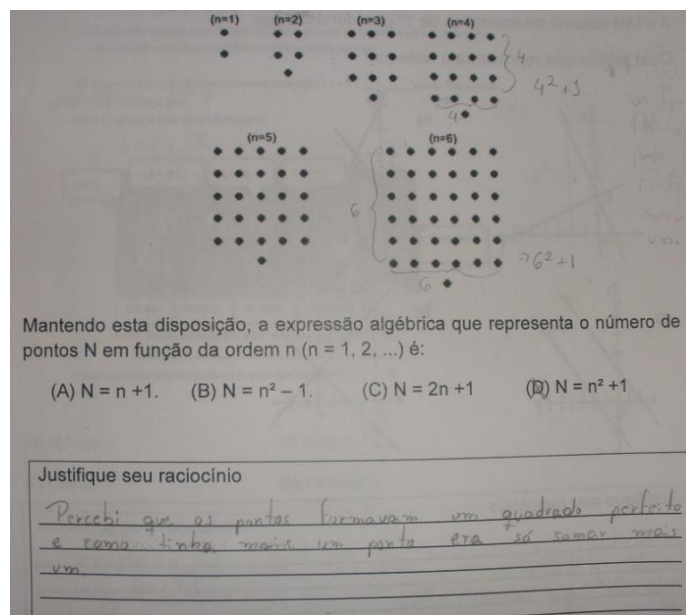
O tema desta questão é expressão algébrica e o descritor esperado para a resolução da questão é o D17 que trata de resolver situações-problemas com números naturais (indicados pela sequência de pontos), envolvendo diferentes significados das operações (adição, subtração, multiplicação, divisão e potenciação).

No que diz respeito aos registros de representação semiótica, eles já se encontram presentes nas alternativas. Espera-se que o aluno relacione as unidades significantes do registro de partida com o registro de chegada, estabelecendo assim a devida congruência ao apontar a alternativa correta.

Todos acertaram a resposta (item D), porém, há diversidade na produção escrita dos alunos. Cinco alunos usaram raciocínio lógico para obter a expressão algébrica correta, partindo do princípio que  $n^2$  é um quadrado perfeito e que a representação geométrica indicava uma sequência de números quadrados perfeitos adicionados a uma unidade, conforme a justificativa da aluna Eduarda:



**Figura 02:** Resposta da aluna Eduarda (item 1).



Mantendo esta disposição, a expressão algébrica que representa o número de pontos  $N$  em função da ordem  $n$  ( $n = 1, 2, \dots$ ) é:

(A)  $N = n + 1$ .    (B)  $N = n^2 - 1$ .    (C)  $N = 2n + 1$     (D)  $N = n^2 + 1$

Justifique seu raciocínio

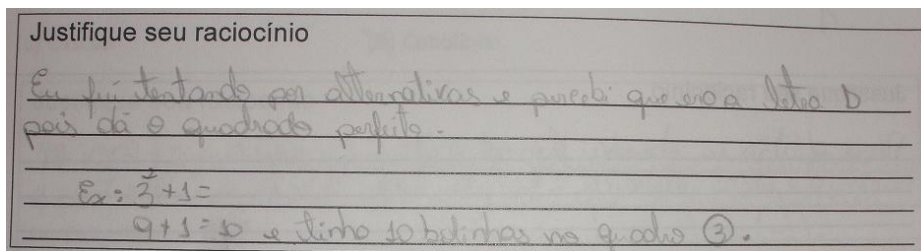
Percebi que os pontos formavam um quadrado perfeito e como tinha mais um ponto era só somar mais um.

Fonte: Material do pesquisador.

A percepção desta aluna quanto ao padrão apresentado na figura fica evidente quando visualizamos na sua representação geométrica a simbologia "chaves" indicando o quadrado perfeito na figura  $n=4$  e  $n=6$  e um ponto fora deste quadrado, de acordo com a sua justificativa. Eduarda tinha duas opções que indicavam quadrado perfeito (itens B e D), no entanto, houve a necessidade da operação de adição na representação algébrica. Utilizar algoritmos pode ser entendido como utilização de um registro auxiliar na busca da resposta certa, portanto a aluna reconheceu o padrão no registro geométrico, elaborou um esquema de resolução através de um registro auxiliar utilizando operações e encontrou o registro algébrico corretamente.

Os demais alunos (vinte) utilizaram o processo de tentativa e erro para obter a resposta correta. A aluna Jaíne, por exemplo, elaborou o seguinte registro escrito:

**Figura 03:** Justificativa da aluna Jaíne (item1).



Fonte: Material do pesquisador.

Ao substituir o valor de  $n$  de cada uma das figuras nas funções das alternativas a aluna foi descartando as sentenças não validadas pela substituição, restando apenas a alternativa correta. O procedimento adotado por Jaíne foi válido, pois de acordo com os Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL, 1998, p.41),

O que é problema para um determinado aluno pode não ser para outro, de acordo com o nível intelectual apresentado e dos conhecimentos pré adquiridos, portanto resolver um problema pressupõe que o aluno:

- Elabore um ou mais procedimentos de resolução (como, por exemplo, realizar simulações, fazer tentativas, formular hipóteses).
- Compare seus resultados com os de outros alunos.
- Valide seus procedimentos.

### 4.3 Análise do item 2

2 - Antônia é recepcionista e seu salário mensal é de 520 reais. Para aumentar a sua renda, ela borda toalhas e cobra por cada uma 40 reais. Este mês, ela teve uma renda total de 800 reais. Se  $x$  representa o número de toalhas que ela bordou, pode-se afirmar que, este mês, ela bordou:

- (A) 33 toalhas, porque  $800 = 40x - 520$ .
- (B) 33 toalhas, porque  $800 = 520 + 40x$ .
- (C) 7 toalhas, porque  $800 = 40x - 520$ .
- (D) 7 toalhas, porque  $800 = 520 + 40x$ .

Também relacionada ao tópico linguagem algébrica, neste item a principal habilidade que o aluno deverá demonstrar é traduzir as informações dadas no texto ou verbalmente para a linguagem algébrica. Além disso, deverá

resolver a equação, pois as possibilidades de respostas iniciam com a provável solução seguida da equação adequada. O descritor que será utilizado na resolução do problema é D27, que indica que o aluno deverá resolver situações-problema que envolvam equações do 1º grau ou do 2º grau.

No que diz respeito aos registros de representação semiótica, espera-se que os alunos realizem a passagem do registro escrito para o registro algébrico, solucionando o item através da descoberta do valor da incógnita.

Dos alunos que fizeram o teste, quatro apresentaram domínio na passagem do registro escrito para o registro algébrico, demonstrando ainda habilidade na resolução, ou seja, determinando a raiz da equação do segundo grau. A seguir apresentamos o desenvolvimento do exercício apresentado pela aluna Sinara:

**Figura 04:** Resolução e justificativa da aluna Sinara (item 2).

(A) 33 toalhas, porque  $800 = 40x - 520$ .

(B) 33 toalhas, porque  $800 = 520 + 40x$ .

(C) 7 toalhas, porque  $800 = 40x - 520$ .

(D) 7 toalhas, porque  $800 = 520 + 40x$ .

$R(x) = 40x + 520$

$800 = 40x + 520$

$40x = 280$

$x = 7$  toalhas

Justifique seu raciocínio

Nome respectiva mês Antonia bordou 7 toalhas. Pode-se desenvolver uma montadora uma função que relaciona a renda total do mês em função do número de toalhas bordadas, logo assim, é possível aplicar os dados informados na situação e encontrar o número de toalhas.

Fonte: Material do pesquisador.

Observamos, pelos registros da aluna, que inicialmente ela elabora uma função para o problema, nomeada de  $R(x)$ , passando portanto do registro escrito para o registro algébrico. Na sequência, ela substitui o valor da renda R\$800,00 no lugar de  $R(x)$  e posteriormente encontra o número de toalhas através da utilização dos procedimentos adequados na resolução de uma equação, isso fica evidente também através de sua justificativa.

Os demais alunos (vinte e um) partiram por dois caminhos distintos, alguns utilizaram a estratégia tentativa e erro, substituindo os valores indicados no início das alternativas nas equações indicadas na seqüência, outros partiram do princípio de retirar da receita R\$800,00 o valor do salário R\$520,00 e posteriormente dividir o restante pelo valor de cada toalha R\$40,00 resultando em 7 unidades. A aluna Letícia e a aluna Giovana seguiram, respectivamente, esses caminhos em suas resoluções.

**Figura 05:** Resolução e justificativa da aluna Letícia (Item 2).

(A) 33 toalhas, porque  $800 = 40x - 520$ .

(B) 33 toalhas, porque  $800 = 520 + 40x$ .

(C) 7 toalhas, porque  $800 = 40x - 520$ .

(D) 7 toalhas, porque  $800 = 520 + 40x$ .

Deletar elimina porque o número de toalhas não vai dar 800 reais.

520  
+ 40  
40  
40  
40  
40  
-----  
720

800 (reais)

Justifique seu raciocínio

Eu eliminei as opções A e B porque o número de toalhas não vai dar 800 reais. Então, utilizei o método de tentativas e erro. Comecei com 5 toalhas e fui adicionando até chegar a 7 toalhas, pois  $520 + 7 \cdot 40 = 800$ .

Fonte: Material do pesquisador.

Como cada toalha custa R\$40,00, a aluna inicialmente descarta as opções A e B, devido a um número elevado de toalhas que ultrapassaria a receita de R\$800,00. Ela, então, utiliza o procedimento de adições sucessivas dos valores unitários das toalhas com o salário mensal R\$520,00. Percebe-se que ao adicionar 5 toalhas ela realiza a adição chegando a um subtotal R\$720,00, adicionando a seguir mais duas toalhas para se chegar a renda total. Com o resultado esperado, ela faz uma contagem das toalhas enumerando-as ao lado dos valores de R\$40,00, concluindo que são sete toalhas.

**Figura 06:** Justificativa da aluna Giovana (Item 2).

### Justifique seu raciocínio

Como Antônio possui um salário fixo de R\$ 520,00, e teve uma renda total de R\$ 300,00, subtraímos o salário fixo da renda para obtermos o total de dinheiro que ela teve lucrando toalhas, dividimos o lucro das toalhas por 40 reais, que é o preço que ele cobra, para descobrir quantas toalhas foram lucradas. Substituindo o número de toalhas na fórmula  $300 = 520 + 40x$ , vamos obter R\$ 300,00.

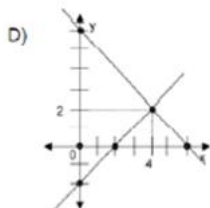
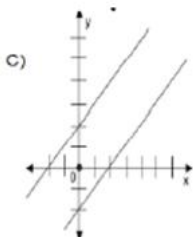
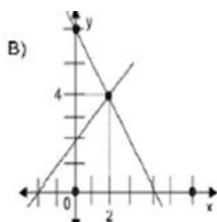
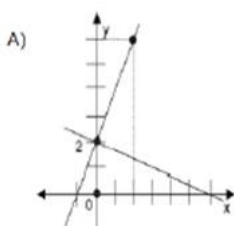
Fonte: Material do pesquisador.

Giovana demonstra habilidade para encontrar a resposta correta através de procedimentos aritméticos, retirando da renda o valor do salário mensal, sendo que o restante é ganho com as toalhas. Ela cita que esse valor deve ser dividido por R\$40,00 para se encontrar o número de toalhas, porém ela deve ter feito esse cálculo mentalmente pois esse registro não foi encontrado. Ao final de sua justificativa ela cita a função correta mas não cita o número de toalhas.

### 4.4 Análise do item 3

3 - Um sistema de equações de 1º grau foi dado por  $\begin{cases} y = -x + 6 \\ y = x - 2 \end{cases}$

Qual dos gráficos a seguir representa o sistema?



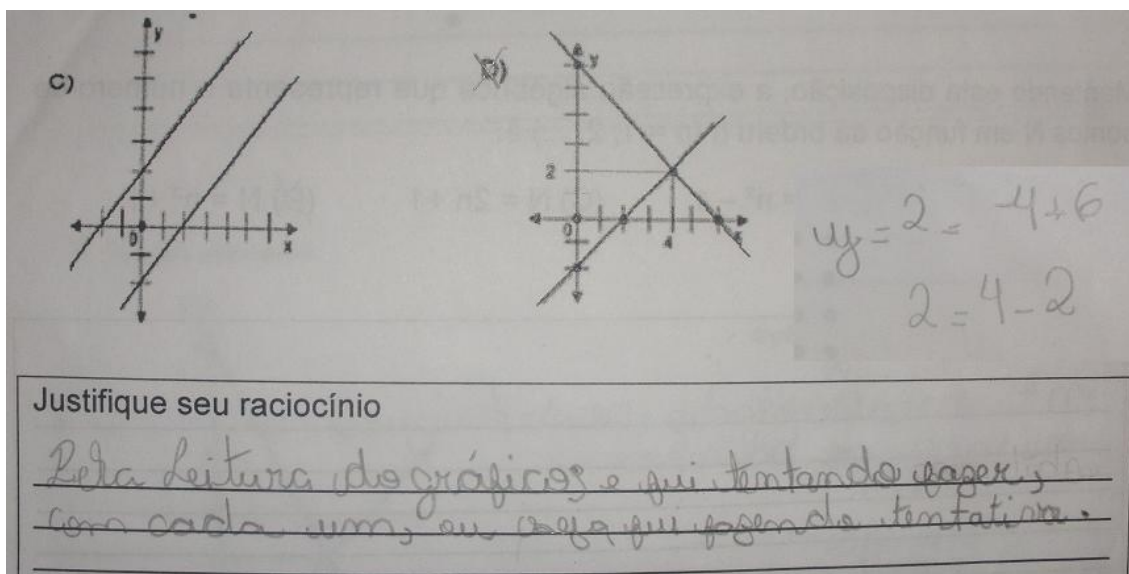
A questão acima traz um sistema de equações do 1º grau cuja localização da representação correta, exigirá do aluno uma reflexão dos registros de partida, através de variáveis visuais presentes no registro algébrico em correspondência com a respectiva representação gráfica, como por exemplo, sinal do coeficiente angular, inclinação da reta e ponto onde a reta intersecta o eixo das ordenadas. Além disso, requer do aluno a habilidade relacionada a identificar e solucionar um sistema de equações de 1º grau com duas incógnitas, reconhecendo esta solução como sendo o ponto comum das retas que representam este sistema. Questões como esta são um obstáculo para os alunos que estão resolvendo a prova justamente por estarem relacionadas a uma competência de nível mais elevado.

De acordo com a escala de proficiência, quando o valor obtido pela escola é acima de 425 pontos (cor vermelha intensa) é que o conjunto de habilidades necessárias para resolver problemas relacionados a representação algébrica com a geométrica de um sistema de equações do primeiro grau estão concretizadas, ou seja, atingiu-se a competência. Os descritores utilizados no item são o D29 onde espera-se que o aluno resolva situações-problema envolvendo sistemas de equação do 1º grau e o D30, onde o aluno deve identificar a relação entre as representações algébrica e geométrica de um sistema de equações do primeiro grau.

Quanto aos registros de representação semiótica, espera-se que o aluno seja capaz de resolver o sistema de equações, por substituição ou adição, e determinar seu registro geométrico.

Todos os alunos que fizeram o item acertaram a resposta, letra D, com a maioria deles utilizando o processo de tentativas até encontrar a resposta correta. A seguir visualizamos a justificativa da aluna Débora:

**Figura 07:** Justificativa da aluna Débora (Item 3).

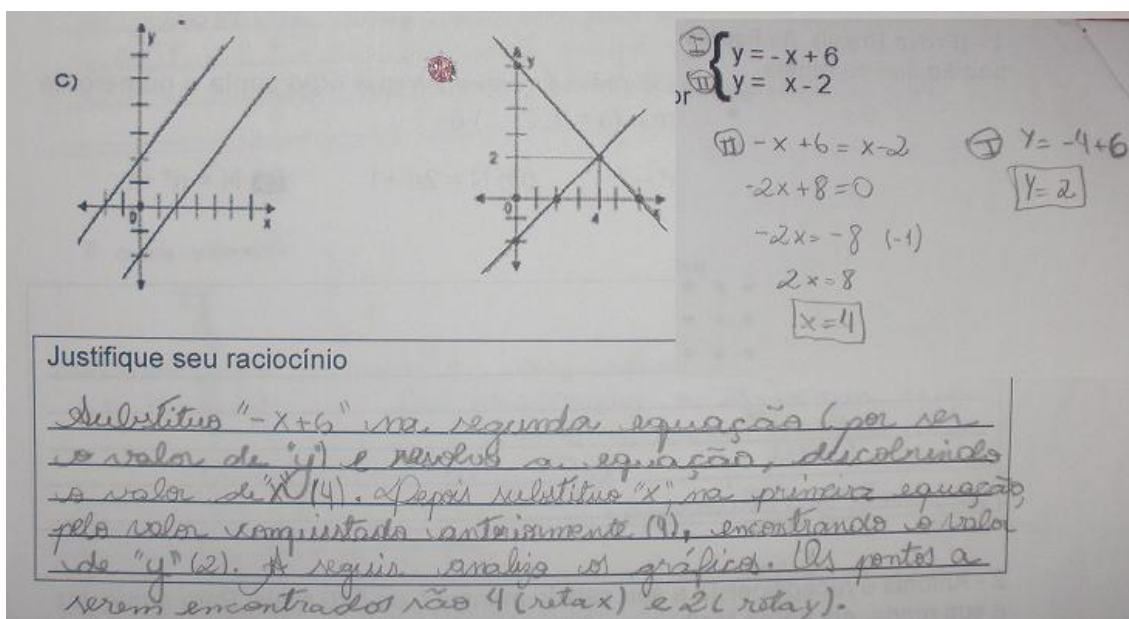


Fonte: Material do pesquisador.

Débora faz tentativas utilizando os pontos de interseção entre as retas, e em seus registros de substituição consta apenas o registro referente a tentativa na letra D.

Merece destaque a resolução da aluna Luma, que utiliza o método de substituição para localizar a representação gráfica do sistema, demonstrando o domínio das habilidades necessárias para o item.

**Figura 08:** Resolução e justificativa da aluna Luma (Item 3).



Fonte: Material do pesquisador.

Luma utiliza o valor de  $y$  da primeira equação do sistema e substitui na segunda, encontrando o valor de  $x$ . Substituindo esse valor na primeira equação, encontra  $y$ . A aluna demonstrou em seu procedimento o domínio algébrico necessário para resolver o sistema, ficando evidente através de sua justificativa essa habilidade.

#### 4.5 Análise do item 4

4– Tenho a seguinte escolha: Ou compro 20 unidades de um produto com todo o dinheiro que tenho, ou compro apenas 14 unidades e ainda me sobra um troco de R\$30,00. Qual o valor unitário deste produto?

- (A) R\$5,00
- (B) R\$7,00
- (C) R\$9,00
- (D) R\$3,00

Todos os alunos acertaram a resposta correta, letra A. O descritor relacionado ao item é o D26 para resolver situações-problema que envolvam variação proporcional direta ou inversa entre grandezas ou D29 para resolver situações-problema envolvendo sistemas de equação do 1º grau.

Uma solução alternativa é utilizar o descritor D17 , que indica a operacionalização com números naturais.

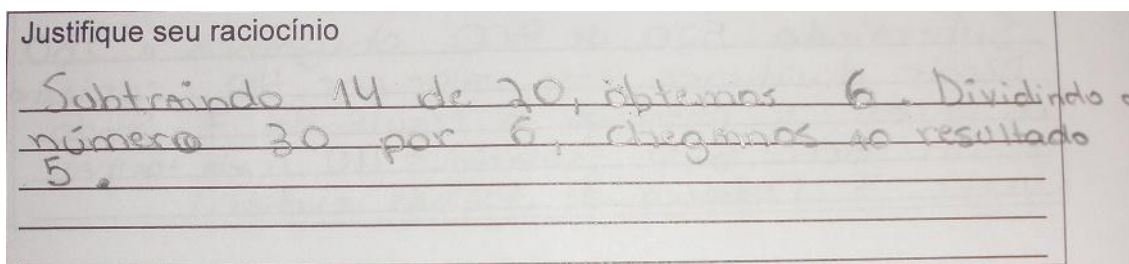
No que diz respeito aos registros de representação semiótica, é desejável a conversão do registro na língua natural (enunciado) para o registro algébrico (resolução de um sistema de equações ou a aplicação do conceito de proporcionalidade).

No entanto, é possível converter o registro na língua natural (enunciado) para o registro numérico e encontrar a solução para o teste. Esta foi a opção da maioria dos vinte e cinco sujeitos participantes da pesquisa. Neste caso (dezoito respostas), a justificativa do raciocínio foi feita utilizando o registro na língua natural como forma de conversão do registro numérico. A exceção foi para cinco alunos, cujo registro numérico foi omitido.



Deste subgrupo de cinco alunos houve uma justificativa que não condiz com o fato de ter assinalado a resposta correta: “é só subtrair 5 de 30,00 e aumentar uma unidade”. Mencionamos também o aluno Guilherme que apresentou o seguinte protocolo de resolução.

**Figura 09:** Justificativa do aluno Guilherme (item 4).



Fonte: Material do pesquisador.

Observamos que além de omitir os registros numéricos em sua escrita, Guilherme decidiu trabalhar com a diferença entre as possibilidades de unidades compradas, embora tenha errado na forma de apresentar o procedimento para a respectiva operação. Na verdade, Guilherme relacionou o valor absoluto desta diferença com o troco a ser recebido, caso adquirisse 14 unidades. Dividindo o troco pelo resultado absoluto da subtração o aluno encontrou o valor unitário que corresponde à alternativa A.

Nas demais atividades matemáticas deste grupo de 18 alunos, ou seja, treze respostas observamos a conversão e coordenação entre o registro numérico e o registro na língua natural. Como forma de ilustração desta mobilização de registros de representação semiótica escolhemos o protocolo produzido pela aluna Bruna.

**Figura 10:** Resolução e justificativa da aluna Bruna (item 4).

4 – Tenho a seguinte escolha: Ou compro 20 unidades de um produto com todo o dinheiro que tenho, ou compro apenas 14 unidades e ainda me sobra um troco de R\$30,00. Qual o valor unitário deste produto?

(A) R\$5,00  
 (B) R\$7,00  
 (C) R\$9,00  
 (D) R\$3,00

20 unid. → TODO dinheiro  
 14 unid. → TROCO 30,00

20 unid. 5,00 = 100,00 / 100 - 70 = 30,00  
 14 unid. 5,00 = 70,00

20    214  
 53    65  
 100    70

Justifique seu raciocínio

Utilizei o método da tentativa, pois dependo a resposta. Ao chegar na alternativa A, conclui que ao comprar 20 em 14 produtos de R\$5,00, restaria R\$ 30,00 de troco.

Fonte: Material do pesquisador.

Bruna estabeleceu correspondências entre informações contidas no enunciado, as quais foram grifadas pela aluna. Em seus registros numéricos, ela multiplicou vinte unidades por cinco (valor descrito na alternativa A), repetiu o procedimento para quatorze unidades. Verificou que a diferença entre os respectivos produtos deu trinta, conforme citado no enunciado. Deste modo optou por descartar as demais alternativas como resposta.

A minoria dos sujeitos participantes da pesquisa (sete respostas) optou pela conversão do registro na língua natural (enunciado) para o registro algébrico. Quatro alunos aplicaram o conceito de proporcionalidade e três estudantes elaboraram e resolveram um sistema de duas equações do 1º grau com duas incógnitas.

Em relação à regra de três, como procedimento aplicado à proporção, escolhemos o protocolo produzido pelo aluno Yan.

**Figura 11:** Resolução e justificativa do aluno Yan (item 4).

(A) R\$5,00  
 (B) R\$7,00  
 (C) R\$9,00  
 (D) R\$3,00

$20x$   
 $14x - 30$   
 $-20x + 20x$   
 $14x = 20x - 600$

$-bx = -600$   
 $\frac{-bx}{-b} = \frac{-600}{-b}$   
 $x = 100$

$100 \cdot 14 = 1400$   
 $100 \cdot 20 = 2000$   
 $1400 - 2000 = -600$   
 $-600 = -600$

Justifique seu raciocínio

O todo o meu dinheiro é  $y$  então fiz uma regra de três usando que com 20 unidades eu gastei  $y$  já com 14 unidades eu gastei toda o dinheiro menos 30, com essa equação eu que todo dinheiro era R\$100,00, meu dinheiro é 20 para descobrir o valor de cada produto R\$5,00

Fonte: Material do pesquisador.

Na justificativa do seu raciocínio Yan destacou que o valor  $x = 100$  representou “todo o meu dinheiro”. Para calcular o valor unitário do produto foi necessário recorrer ao registro numérico e efetuar a operação de divisão para finalizar a solução do item proposto.

Em relação aos três estudantes que elaboraram e resolveram um sistema de duas equações do 1º grau com duas variáveis, o padrão da atividade matemática foi o mesmo: aplicaram o método da substituição para encontrar o preço unitário ( $x$ ) em função do preço total ( $y$ ); dadas as equações  $y = 14x + 30$  e  $y = 20x$ . A justificativa do raciocínio consistiu em explicar por meio do registro de língua natural como foi elaborado o referido sistema de equações.

#### 4.6 Análise do item 5

O Franjinha (personagem das histórias de Maurício de Souza) é “cientista” e, por isso, muito bom em matemática. Ele propôs para a “turminha da Mônica” o seguinte problema:

“Que expressão você usaria como segundo membro da equação  $3x + 2 =$  \_\_\_\_\_ para ter uma equação com um número inteiro como raiz ?

Análise a resposta de cada um dos personagens:

O personagem que acertou o problema proposto pelo Franjinha foi:

(A) Mônica (B) Magali (C) Cascão (D) Cebolinha

O descritor encontrado no item é o D27 que indica resolver situações problema que envolvam equações do 1º grau ou do 2º grau. No que diz respeito aos registros de representação semiótica, espera-se que o aluno realize apenas um tratamento no registro algébrico, equacionando cada situação, desenvolvendo-as e chegando à alternativa correta.

Dos vinte e cinco alunos que fizeram o teste, um assinalou letra C (Cascão), dois assinalaram B (Magali) e vinte e dois assinalaram a resposta certa correta D (Cebolinha). Os protocolos da atividade matemática dos alunos que acertaram o item proposto seguiram a utilização do descritor D27, conforme orientação da matriz de avaliação do SIMAVE (MINAS GERAIS, 2009). Apresentamos o protocolo da aluna Bruna para ilustrar o uso do referido descritor.

**Figura 12:** Resolução e justificativa da aluna Bruna.

$3x+2=1-2x$   
 $3x+2x=1-2$   
 $5x=-1$   
 $x=-\frac{1}{5}$

$3x+2=x+3$   
 $3x-x=3-2$   
 $2x=1$   
 $x=\frac{1}{2}$

$3x+2=-2-x$   
 $3x+x=-2-2$   
 $4x=-4$   
 $x=\frac{-4}{4}=-1$

$3x+2=-2+6x$   
 $3x-6x=-2-2$   
 $-3x=-4$   
 $x=\frac{4}{3}$

O personagem que acertou o problema proposto pelo Franginha foi

(A) Mônica (B) Magali  
 (C) Cascão (D) Cebolinha

Justifique seu raciocínio

Fazendo todas as equações dos alunos, o único que obtém um número inteiro foi Cebolinha, já que o resultado foi parte desta mesma equação.

Fonte: Material do pesquisador.

Em seus registros a aluna elaborou quatro equações, uma para cada personagem e resolveu cada uma delas. Os resultados da Mônica, Magali e Cascão foram descartados pela aluna, pois seus resultados não eram números inteiros. A aluna demonstrou as habilidades necessárias nas resoluções, já que a estrutura do enunciado exigia o desenvolvimento das quatro respostas para se tomar a decisão pela alternativa D.

As soluções incorretas decorreram da ausência dos registros algébricos. Na justificativa do raciocínio exposto por Igor, Khairo e João, o uso do registro de língua natural foi insuficiente e com conteúdo errado. Na sequência apresentamos a produção escrita de cada um destes alunos.

**Figura 13:** Justificativa do aluno Igor (item 5).

(A) Mônica (B) Magali  
 (C) Cascão (D) Cebolinha

Justifique seu raciocínio

Deixei as equações e fiz alguns cálculos e descobri que o resultado foi parte desta mesma equação.

Fonte: Material do pesquisador.

O aluno procurou justificar que por meio de uma substituição por algum número (porém não diz qual), optando pelo personagem Cascão como alternativa correta do item proposto. Provavelmente deve ter escolhido a resposta aleatoriamente, assim como os demais alunos.

**Figura 14:** Justificativa do aluno Khairo (item 5).

(A) Mônica	(B) Magali
(C) Cascão	(D) Cebolinha

Justifique seu raciocínio

Porque ele inverteu o sinal e dobrou os valores.

Fonte: Material do pesquisador.

O aluno procurou um padrão nos dados da igualdade para poder justificar sua resposta, escolhida aleatoriamente, citando que dobrou os valores, de 3x para 6x e depois inverteu o sinal, para o número dois.

**Figura 15:** Justificativa do aluno João (item 5).

(A) Mônica	(B) Magali
(C) Cascão	(D) Cebolinha

Justifique seu raciocínio

Por se substituímos 2 da equação temos que aumentar 3x para manter o mesmo resultado.

Fonte: Material do pesquisador.

Da mesma forma que o aluno anterior, na justificativa do raciocínio buscou-se um padrão que é inexistente para justificar a escolha da alternativa B.

#### 4.7 Análise do item 6

Um teste é composto por 20 questões classificadas em verdadeiras ou falsas. O número de questões verdadeiras supera o número de questões falsas em 04

unidades. Sendo  $x$  o número de questões verdadeiras e o  $y$  de questões falsas, o sistema associado a esse problema é:

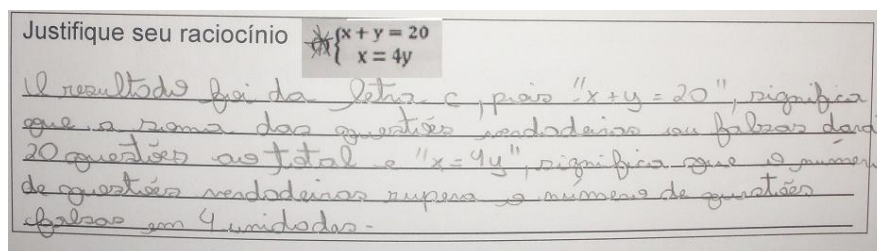
$$(A) \begin{cases} x - y = 20 \\ x = 4 - y \end{cases} \quad (B) \begin{cases} x - y = 20 \\ y = 4x \end{cases} \quad (C) \begin{cases} x + y = 20 \\ x = 4y \end{cases} \quad (D) \begin{cases} x + y = 20 \\ x - y = 4 \end{cases}$$

Para este item o descritor é D29 que indica resolver situações-problema envolvendo sistemas de equação do 1º grau. No entanto, o aluno não precisava apresentar os valores de  $x$  e  $y$ , apenas indicar a alternativa que contém o sistema que representa o texto adequadamente.

Quanto aos registros de representação semiótica, espera-se que o aluno relacione o registro de partida (escrita) com o registro de chegada (algébrico) que está representado por um dos sistemas de equações propostos.

Do grupo de alunos que realizou o teste, seis alunos marcaram erroneamente a alternativa C, ou seja, identificaram que a soma de questões verdadeiras mais questões falsas totalizam 20, mas se confundiram em relação à sentença “supera em 04 unidades”, indicando assim quatro vezes mais. Foi o caso da aluna Élide, por exemplo.

**Figura 16:** Justificativa da aluna Élide (item 6).



Fonte: Material do pesquisador.

Os demais alunos, 19 ao todo, apresentaram atividades matemáticas que possibilitaram assinalar a alternativa correta D, exceto o aluno Yan que por descuido não assinalou nenhuma das respostas.

Yan descreveu corretamente o raciocínio utilizado, descartando as alternativas A e B por conterem  $x - y = 20$ . Analisando as alternativas C e D, ele faz o descarte da letra C justificando que “o número de questões verdadeiras não é o quádruplo das falsas”. Em uma situação real de avaliação

como o SIMAVE, a pontuação dele não seria contabilizada. A seguir visualizamos sua atividade, na qual desenvolveu duas equações utilizando as letras V e F.

**Figura 17:** Resolução e justificativa do aluno Yan (item 6).

A)  $\begin{cases} x - y = 20 \\ x = 4 - y \end{cases}$

B)  $\begin{cases} x - y = 20 \\ y = 4x \end{cases}$

C)  $\begin{cases} x + y = 20 \\ x = 4y \end{cases}$

D)  $\begin{cases} x + y = 20 \\ x - y = 4 \end{cases}$

Justifique seu raciocínio

O total de questões era 20 assim a soma das falsas e verdadeiras é 20 ( $x + y = 20$ ). Sobrando apenas a C e D, assim percebe-se que a letra C não é pois o número de questões verdadeiras não é o quadruplo de de falsas, e sim que as verdadeiras menos as falsas são 4.

Fonte: Material do pesquisador.

#### 4.8 Análise do item 7

Uma tela retangular com área de  $9600 \text{ cm}^2$  tem de largura uma vez e meia sua altura. Quais são as dimensões desta tela?

- (A) Esta tela tem dimensões de 40 cm de altura, por 120 de largura.
- (B) Esta tela tem dimensões de 60 cm de altura, por 120 de largura.
- (C) Esta tela tem dimensões de 80 cm de altura, por 120 de largura.
- (D) Esta tela tem dimensões de 90 cm de altura, por 120 de largura.

Os descritores relativos a este item são o D12 indicado para resolver situações problema envolvendo o cálculo de perímetro e da área de figuras planas e o D27 para resolver situações-problema que envolvam equação do 1º grau e/ou do 2º grau. Porém, pelo fato de todas as alternativas fornecerem o mesmo valor de 120cm de largura, é provável que a maioria dos alunos



resolvam o item proposto a partir do fato de que a largura é uma vez e meia a sua altura, pois a resposta desejada é o valor desta segunda dimensão.

Neste sentido, quanto aos registros de representação semiótica, é muito provável a utilização da conversão do registro na língua natural (largura uma vez e meia a sua altura) para o registro numérico ( $120: 1,5$  ou  $80 + 40 = 120$ ).

Quatro alunos assinalaram erroneamente a alternativa A. Nestes casos foi apresentado somente uma justificativa de raciocínio por escrito que não condiz com o conteúdo do enunciado. É o caso do Thiago, por exemplo, que justificou “porque a largura é  $3/1$  da altura”.

Vinte e um alunos assinalaram a alternativa correta C. Destes, 18 alunos apresentaram o desenvolvimento de sua atividade matemática com base naquilo que consideramos provável de acontecer. Apresentamos o protocolo da aluna Giovana que utilizou o fato da largura ser uma vez e meia a altura para poder determinar a alternativa correta.

**Figura 18:** Resolução e justificativa da aluna Giovana (item 7).

B) Esta tela tem as dimensões de 60cm de altura, por 120cm de largura. F

C) Esta tela tem as dimensões de 80cm de altura, por 120cm de largura.  $3600\text{cm}^2$

D) Esta tela tem as dimensões de 90cm de altura, por 120cm de largura. F  $l = 120\text{cm}$   
 $120 \div 1,5 = 80$

Justifique seu raciocínio

Esta tela tem 80cm de altura, por 120cm de largura, pois sabemos que possui a  $3600\text{cm}^2$ , todas as alternativas dão como largura 120cm e o enunciado fala que a l é 1,5 vezes a sua h, por isso fazemos  $120 \div 1,5$  para obtermos a altura.

Fonte: Material do pesquisador.

No caso dos 3 alunos que optaram por uma resolução algébrica, aplicaram a relação base multiplicada pela altura para obter o valor da área. O aluno Yan demonstrou pleno domínio na passagem do registro escrito para o registro algébrico. Sua resolução indicou uma opção por um caminho mais “tortuoso”. Inicialmente ele estabeleceu que a largura é uma vez e meia a altura através da seguinte equação  $L = 1,5 h$ . Na sequência, ele utilizou a fórmula da

área do retângulo  $9600 = L \cdot h$ ; substituindo  $L$  na fórmula, obtendo uma equação do 2º grau incompleta, cujo desenvolvimento gerou o valor da altura  $h$ :

**Figura 19:** Resolução do aluno Yan (item 7).

$$l = 1,5h$$

$$9600 = l \cdot h$$

$$9600 = 1,5h \cdot h$$

$$9600 = 1,5h^2$$

$$\frac{9600}{1,5} = \frac{1,5h^2}{1,5}$$

$$6400 = h^2$$

$$h = 80 \text{ cm}$$

Fonte: Material do pesquisador.

Complementamos o protocolo de Yan apresentando a justificativa do seu raciocínio .

**Figura 20:** Justificativa do aluno Yan (item 7).

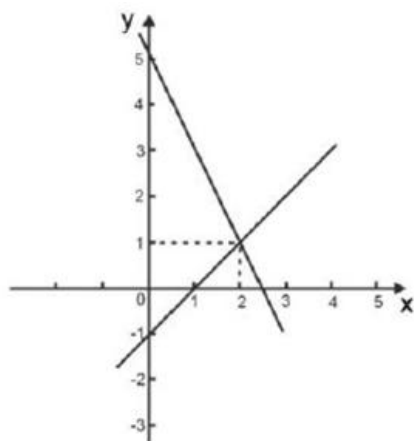
Justifique seu raciocínio

Como a fórmula da base é  $b \cdot h$  cheguei esta sendo igual à  $9600 \text{ cm}^2$  e substituí a  $b$  por  $1,5$  que é a uma vez e meia da altura. Em seguida resolvi a fórmula e cheguei na altura  $80 \text{ cm}$  letra (C).

Fonte: Material do pesquisador.

#### 4.9 Análise do item 8

8 – Observe o gráfico abaixo.



O gráfico representa o sistema:

$$(A) \begin{cases} y = x - 1 \\ y = -2x + 7 \end{cases} \quad (B) \begin{cases} y = -2x + 5 \\ y = x - 1 \end{cases} \quad (C) \begin{cases} y = -2x + 5 \\ y = 2x - 7 \end{cases} \quad (D) \begin{cases} y = 2x - 5 \\ y = x - 1 \end{cases}$$

O descritor relacionado a este item é D30 no qual se pretende identificar a relação entre as representações algébrica e geométrica de um sistema de equações do 1º grau.

No que diz respeito aos registros de representação semiótica, espera-se que o aluno estabeleça a relação entre o registro de partida (gráfico cartesiano) utilizando elementos visuais como o par ordenado (registro numérico) associado a intersecção das duas retas para o devido registro de chegada (algébrico) que é um sistema de equações do 1º grau com duas incógnitas.

Sete alunos assinalaram a alternativa D (incorreta). Na análise da atividade matemática destes alunos, não encontramos nenhum procedimento matemático que possa ter conduzido à alternativa. Nos relatos da justificativa de raciocínio o que prevaleceu foi a “observação” entre o gráfico e os sistemas de equações. Mais especificamente, apresentamos o registro de Gisele: “observando o gráfico e as alternativas, a que deu certo foi a D”.

Dezoito alunos assinalaram corretamente a alternativa B. Destes, 14 estudantes substituíram o ponto de intersecção (2,1) nas equações até encontrar o sistema correto. Os demais optaram pela resolução do sistema, como foi o caso de Letícia, cujo protocolo apresentamos a seguir.

**Figura 21:** Resolução e justificativa da aluna Letícia (item 8).

Justifique seu raciocínio

Resolvendo as equações a única que deu número positivo e inteiro que representamos os pontos de intersecção no gráfico foi a letra B.

d)  $y = 2x - 5$   
 $y = x - 1$   
 $x - 1 = 2x - 5$   
 $3x = 4$   
 $x = \frac{4}{3}$

a)  $y = x - 1$   
 $y = -2x + 7$   
 $x - 1 = -2x + 7$   
 $3x = 8$   
 $x = \frac{8}{3}$

b)  $y = -2x + 5$   
 $y = x - 1$   
 $x - 1 = -2x + 5$   
 $3x = 6$   
 $x = 2$   
 $y = 2 - 1$   
 $y = 1$

c)  $y = 2x - 5$   
 $y = 2x - 7$   
 $y = -2$   
 $-2 = 2x - 7$   
 $2x = 5$   
 $x = \frac{5}{2}$

Fonte: Material do pesquisador.

Na resolução, ela utilizou o método de substituição para resolver o sistema. As letras A, C e D resultaram em valores fracionários e foram descartados pela aluna, já a alternativa B apresentou  $x = 2$  e após a substituição em uma das equações resultou em  $y = 1$ , cujo par ordenado  $(2,1)$  é o ponto de intersecção entre as referidas retas, conduzindo à resposta (alternativa B).

A conversão do registro figural (gráfico) para o registro algébrico (sistema de equações) necessário para este item é o caminho inverso daquele requerido na resolução do item 3. Em termos de registros de representação semiótica temos duas situações com custos cognitivos diferenciados. Enquanto no item três ressaltamos que a correspondência entre o sistema de equações e o respectivo gráfico se faz ponto a ponto, quando pensamos no caminho inverso, a abordagem ponto a ponto não é somente inadequada como constitui um obstáculo, pois é necessário associar componentes visuais como, por exemplo, a tangente do ângulo formado entre a reta e o eixo  $x$  no sentido anti-horário, com o valor numérico do coeficiente angular. Portanto, nesta segunda situação temos um custo cognitivo mais alto na mobilização dos registros de representação semiótica.

Se pensarmos em comparar o desempenho de nossos participantes da pesquisa no que diz respeito ao item 3 e 8 temos os seguintes resultados: 21

alunos acertaram o item 3, enquanto, 14 acertaram o item 8. No entanto, destes quatorze estudantes, quatro optaram pela conversão entre o registro algébrico (sistema de equações) e o registro figural (gráfico); estratégia adotada na resolução do item 3.

Assim, quando levamos em conta os dois sentidos de mobilização dos registros de representação semiótica, observamos que no item 8, que envolveu um custo cognitivo maior, apenas 10 alunos acertaram contra 21 alunos que acertaram o item 3. Portanto, nossos resultados convergem com os aportes teóricos de Duval (2009) no momento em que o aluno demonstra reconhecer as principais informações contidas nos registros de partida e, partindo desses dados, manipulá-los de forma congruente até o registro de chegada. Além disso, encontramos nos registros produzidos pelos alunos, procedimentos de resoluções algébricas aplicados adequadamente, o que reforça ainda mais o conhecimento adquirido e devidamente alicerçado.

## CONSIDERAÇÕES FINAIS

Esta pesquisa foi desenvolvida com o objetivo de responder como alunos em contexto de bom rendimento no SIMAVE mobilizam registros de representação semiótica em questões com conteúdos algébricos.

A metodologia adequada à questão de investigação foi de natureza qualitativa por estarmos interessados em analisar a atividade matemática de 25 alunos do 9º ano do Ensino Fundamental, envolvidos com a resolução de 8 itens envolvendo conteúdos algébricos, extraídos do banco do SIMAVE.

A modalidade de pesquisa desenvolvida foi um estudo de caso por ter contemplado dois aspectos: o professor-pesquisador ministrou aulas de matemática para essa turma desde o 6º ano do Ensino Fundamental, além dos mesmos estarem inseridos em um contexto escolar com bons resultados no sistema de avaliação externa estadual.

Na construção do teste mantivemos a formulação original dos enunciados das tarefas com quatro alternativas para cada um dos itens. No entanto, pedimos a justificativa do raciocínio na forma de registro escrito para cada atividade matemática produzida pelos nossos alunos.

Por conta do professor-pesquisador ter um histórico de docência com os alunos participantes da pesquisa, optamos pela aplicação do teste com outro professor de modo a eliminar interações alunos-professor envolvendo dúvidas, dicas, ajuda ou qualquer outro tipo de contribuição para a resolução dos itens propostos.

Na análise da produção escrita dos alunos levamos em conta o desempenho quantitativo de cada um deles no teste mas, principalmente, a utilização dos registros de representação semiótica. A teoria de Duval (2009) foi o aporte no qual nos apoiamos para entender as transformações e coordenação dos referidos registros.

O bom desempenho quantitativo apresentado pelos alunos na aplicação do teste e a euforia dos mesmos na aula seguinte a este evento, para saber quantos itens cada um acertou, revelou que nossos alunos utilizam aquilo que

aprendem nas aulas de matemática para se desenvolverem como estrategistas eficazes na obtenção da alternativa correta dos itens do SIMAVE.

Como bons estrategistas, esses alunos priorizaram procedimentos matemáticos aritméticos por meio de tentativas, principalmente nas questões cujos conteúdos algébricos possibilitaram resoluções no contexto da aritmética. Isto ocorreu com a resolução dos itens 2, 4 e 7. Nestes três itens a forma como foi elaborado o enunciado e o conteúdo de cada alternativa favoreceu o aluno apropriar-se da aritmética para obter a resposta do teste, pois o objetivo deles era acertar o maior número de testes possíveis.

No momento que escolhemos os itens para a composição desse instrumento de pesquisa levamos em conta a diversidade de registros de representação semiótica pertinentes à atividade algébrica, ou seja, registro na língua natural (escrito), registro algébrico, registro numérico e registro figural (gráfico ou padrão geométrico de sequência numérica).

Observamos por meio da análise da justificativa do raciocínio dos nossos alunos que os mesmos mobilizaram estes registros semióticos esperados para o ensino-aprendizagem de álgebra, tomando por base a Matriz de Referência para Avaliação do SIMAVE e a Proposta Curricular de Matemática de Minas Gerais.

A forma como estes registros foram mobilizados está diretamente ligada ao papel exercido por este professor-pesquisador em sala de aula, ou seja, o registro escrito como forma de expressar o raciocínio, é tratado em nossas aulas como parte fundamental do desenvolvimento das atividades matemáticas dos alunos. Combatemos em nossas ações docentes a cultura escolar de que escrever é uma atividade voltada às disciplinas da área de humanas.

A teoria dos registros de representação semiótica também atendeu nossos propósitos de pesquisa no quesito fenômeno de congruência. Quando escolhemos o item três e oito para compor nosso teste, levamos em conta o sentido e coordenação dos registros semióticos, ou seja, a transição do registro algébrico para o gráfico e vice-versa. Diferente dos procedimentos metodológicos de Ribeiro (2001) e Beltrão (2011) que retiraram as alternativas

para que os alunos pudessem elaborar suas próprias respostas, decidimos mantê-las, pois as mesmas contribuíram na avaliação do custo cognitivo gasto na conversão dos registros citados.

Nos itens três e oito, os alunos mobilizaram os registros de representação semiótica considerando o ponto de intersecção entre as duas retas como condição necessária e suficiente na conversão do registro algébrico para o gráfico e vice-versa. A cultura matemática difundida sobre a axiomática euclidiana presenteia-nos com uma definição que por um único ponto é possível traçarmos infinitas retas. Se tivéssemos excluído as alternativas, teríamos perdido a oportunidade de avaliar como ocorreu a referida mobilização de registros. Por outro lado, sem as alternativas, a análise que fizemos frente às justificativas do raciocínio no item 8, permite-nos inferir que nossos alunos apresentaram fragilidades em articular os conceitos internos aos elementos visuais do gráfico como a inclinação da reta no plano cartesiano, por exemplo, como elemento necessário para a composição da equação da reta.

Fatos como o que acabamos de relatar revelaram-nos cuidados que este professor-pesquisador precisa se ater no processo de ensino-aprendizagem de conceitos algébricos. O cuidado que citamos diz respeito à necessidade de elaborarmos em sala de aula tarefas cuja articulação entre gráficos e suas respectivas equações não seja pautada na construção ponto a ponto. É necessário privilegiar aspectos visuais com a respectiva base conceitual requerida e vice-versa. Materiais como papel quadriculado, régua, compasso, transferidor ou até mesmo um software livre como o geogebra ou régua e compasso são indispensáveis para este propósito educacional.

Consideramos que o SIMAVE é um instrumento consolidado nas políticas de educação pública do Estado de Minas Gerais. Entre as finalidades deste sistema de avaliação, destaca-se o delineamento de orientações das ações dos docentes por meio da escala de proficiência. Ao indicar as competências já adquiridas pelos alunos e as habilidades que necessitam ser trabalhadas, o SIMAVE permite reflexões sobre como aperfeiçoar tanto o desempenho da escola, quanto a aquisição dos saberes individuais de nossos alunos. No entanto, quando pensamos na aprendizagem precisamos refletir



que o status de bom aluno frente aos resultados deste sistema de avaliação é um indicativo de qualidade para a aprendizagem, porém, a apreensão em matemática é um processo contínuo.

No momento que finalizamos a formulação de nossa questão de investigação, a qual inicia-se com a palavra “como”, tínhamos como objetivo que o uso da teoria dos registros de representação semiótica não se limitasse às operações de conversão e tratamento, mas que propiciasse reflexões sobre nossas ações docentes, de modo a ajudar nossos alunos evoluírem em suas aprendizagens, transformando conhecimentos em saberes.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ANDO, Rosângela de Souza Jorge. **Formação continuada e ensino de álgebra**: Reflexões de professores da educação básica sobre itens do Saesp. 2012. 219p. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática). São Paulo: Universidade Bandeirante, 2012.

AGUIAR, Glauco da Silva. Estudo comparativo entre Brasil e Portugal, sobre diferenças nas ênfases curriculares de Matemática, a partir da análise do Funcionamento Diferencial do Item (DIF) do PISA 2003. Tese (Doutorado em Educação). Rio de Janeiro: Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, 2008.

BAUER, Adriana. Estudos sobre Sistemas de Avaliação Educacional no Brasil: um retrato em preto e branco. **Revista @mbienteeducação**, São Paulo, v.5, n.1, p.7-31, jan/jun, 2012.

BELTRÃO, Rinaldo César de Holanda. **Exame do SAEPE**: Um estudo das estratégias mobilizadas pelos alunos para resolver problemas algébricos. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática). Recife: Universidade Federal Rural de Pernambuco, 2011.

BRASIL. Ministério da Educação. **Parâmetros curriculares nacionais: Matemática**. Brasília: MEC/SEF, 1998. 148 p.

BRASIL. LDB (9.394/96). **Lei de Diretrizes e Bases da Educação Básica**. Brasília: Senado, 1996. Disponível em: <<http://www.planalto.gov.br/CCIVIL/LEIS/l9394.htm>>. Acesso em: 13 jul. 2013.

BORGES, Helena. **Quem quer consegue**. Disponível em: <<<http://www.gxp.com.br/2012/05/14/a-integra-da-reportagem-de-veja-sobre-o-novo-ranking-na-educacao-brasileira/>>>. Acesso em: 16 mai.2012.

BRITO, Eliani Maria de. **Estudo de caso de uma escola com baixo índice socioeconômico e elevada proficiência em matemática**. 2012. 134p. Dissertação (Mestrado Profissional em Gestão e Avaliação da Educação Pública). Juiz de Fora: Universidade Federal de Juiz de Fora, 2012.

CELESTE, Leticia Barcaro. **A Produção escrita de alunos do Ensino Fundamental em questões de matemática do PISA**. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática). Londrina: Universidade Estadual de Londrina, 2008.

CLEMENTE, César. **Os desdobramentos do SARESP no processo curricular e na avaliação interna**: uma análise do componente curricular de Matemática. 2011. 100p. Dissertação (Mestrado em Educação). Ribeirão Preto: Centro Universitário Moura Lacerda, 2011.

DALTO, Jader Otavio. **A produção escrita em matemática:** análise interpretativa da questão discursiva de matemática comum a 8ª série do ensino fundamental e à 3ª série do ensino médio do AVA/2002. 2007. 101p. Dissertação (Mestrado em Ciências Exatas). Londrina: Universidade Estadual de Londrina, 2007.

D'AMBRÓSIO, Ubiratan. **Educação Matemática: da Teoria à Prática.** 10ª ed. Campinas: Editora Papirus, 2003.

DUVAL, Raymond. **Semiósis e pensamento humano: registro semiótico e aprendizagens intelectuais (Sémiosis et Pensée Humaine: Registres Sémiotiques et Apprentissages Intellectuels).** Tradução de Lênio Fernandes Levy e Marisa Rosâni Abreu da Silveira. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2009, fascículo I.

FERREIRO, Emilia; TEBEROSKY, Ana. **Psicogênese da língua escrita.** Porto Alegre: Artmed, 1999.

FOUCAULT, Michel. **As palavras e as coisas: uma arqueologia das ciências humanas.** 6 ed. São Paulo: Martins Fontes, 1992.

KIKUCHI, Luzia Maya. Obstáculos à aprendizagem de conceitos algébricos no ensino fundamental: uma aproximação entre os obstáculos epistemológicos e a Teoria dos Campos conceituais. Dissertação (Mestrado em Educação). São Paulo: Universidade de São Paulo, 2012.

LÜDKE, Menga.; ANDRÉ, Marli Elisa Dalmazo Afonso de. **Pesquisa em educação:** abordagens qualitativas. São Paulo: EPU, 1986.

MATOS, Andrea Maria dos Santos. **Prova Brasil:** Concepção dos professores sobre a avaliação do rendimento escolar e o ensino da matemática no município de Aracaju (SE). 2012.158p. Dissertação (Mestrado em Educação). São Cristóvão: Universidade Federal de Sergipe, 2012.

MINAS GERAIS. **Matrizes de Referência para Avaliação:** Sistema Mineiro de Avaliação da Educação Pública – SIMAVE Matemática. Minas Gerais: CAEd-UFJF, 2009.

MINAS GERAIS. **Proposta Curricular:** Matemática – Ensinos Fundamental e Médio. Minas Gerais: SEE, 2005.

MINAS GERAIS. Secretaria de Estado de Educação. SIMAVE/PROEB 2011: Revista Pedagógica de Matemática do 9º ano do Ensino Fundamental. **Secretaria de Estado de Educação**, Minas Gerais, 2012.

MINAS GERAIS. Secretaria de Estado de Educação. SIMAVE/PROEB 2012: Revista Pedagógica de Matemática do 9º ano do Ensino Fundamental. **Secretaria de Estado de Educação**, Minas Gerais, 2013.

MINAS GERAIS. Secretaria de Estado de Educação. SIMAVE/PROEB 2013: Revista Pedagógica de Matemática do 9º ano do Ensino Fundamental. **Faculdade de Educação, CAEd**, Juiz de Fora, v.1, jan./dez., 2014.

MORAES, César Augusto do Prado. **Avaliação em matemática na educação básica, do Estado de São Paulo**: pontos de vista dos sujeitos envolvidos. 2010. 421p. Dissertação (Mestrado em Educação). São Bernardo do Campo: Universidade Metodista de São Paulo, 2010.

ORTIGÃO, Maria Izabel Ramalho. **Currículo de Matemática e Desigualdades Educacionais**. 2005, 191p. Tese (Doutorado em Educação). Rio de Janeiro: Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, 2005.

PERALTA, Deise Aparecida. **Formação continuada de professores de matemática em contexto de reforma curricular**: contribuições da teoria da ação comunicativa. 2012. 208p. Tese (Doutorado em Educação para Ciência). Bauru: Universidade Estadual Paulista, 2012.

PEREIRA, Gisele Adriana Maciel. **Brasil e Argentina**: um estudo comparado das reformas educacionais a partir do PISA 2000. Dissertação (Mestrado em Educação). Curitiba: Universidade Federal do Paraná, 2011.

PIAGET, Jean. **Psicologia e Pedagogia**. São Paulo: Forense Universitária, 1969.

PIAGET, Jean. **Seis estudos de psicologia**. Rio de Janeiro: Forense Universitária, 2004.

PINTO, Marcio Alexandre Ravagnani. **Política pública e avaliação**: O Saesp e seus impactos na prática profissional docente. 2011. 170p. Dissertação (Mestrado em Serviço Social). Franca: Universidade Estadual Paulista, 2011.

RIBEIRO, Alessandro Jacques. **Analisando o desempenho de alunos do Ensino Fundamental em Álgebra, com base em dados do Saesp**. 2001. 135p. Dissertação (Mestrado em Educação). São Paulo: Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, 2001.

RICALDES, Daltron Mauricio. **Concepção de qualidade expressa pelos professores de matemática das escolas públicas de Cáceres – MT**: A relação entre a avaliação de desempenho da Prova Brasil e o resultado do processo de ensino e aprendizagem realizado pela escola. 2011. 435p. Dissertação (Mestrado em Educação). Cuiabá: Universidade Federal do Mato Grosso, 2011.

RODRIGUES, Rodrigo Ferreira. **Uso e repercussão de resultados do SARESP na opinião de professores da rede estadual paulista**. 2011. 112p. Dissertação (Mestrado em Educação). São Paulo: Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, 2011.

SÃO PAULO. Secretaria da Educação. **Currículo do Estado de São Paulo: Matemática – Ensino Fundamental II e Ensino Médio.** Coord. Maria Inês Fini. São Paulo, SEE: 2010.

SANTOS, Rosivaldo Severino dos. **Analisando as estratégias utilizadas pelos alunos da rede municipal do Recife na resolução de questões do SAEPE sobre números racionais.** 2011. 127p. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática e Tecnologia). Recife: Universidade Federal de Pernambuco, 2011.

VAZ, Rosana Aparecida da Costa. **SARESP/2005: Uma análise de questões de matemática da 7ª série do ensino fundamental, sob a ótica dos níveis de mobilização de conhecimentos e dos registros de representação semiótica.** 2008. 134p. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Matemática). São Paulo: Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, 2008.

WIEBUSCH, Eloisa Maria. **Avaliação Externa: um caminho para a busca da qualidade da educação.** 2011. 153p. Dissertação (Mestrado em Educação). Porto Alegre: Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul, 2011.